



ESTRUCTURAS GEODÉSICAS
Metodología para la obtención de sus elementos
constructivos, por geometría.

TESIS QUE PRESENTA:

ARQ. ARTURO MERCADO ESCUTIA

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO DE ARQUITECTURA
Campo de Conocimiento (Tecnología)

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN ARQUITECTURA
FACULTAD DE ARQUITECTURA
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES HISTORICAS.
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGON

2007



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNAM
POSGRADO

ESTRUCTURAS GEODÉSICAS
Metodología para la obtención de sus elementos
constructivos, por geometría.

TESIS QUE PRESENTA:

ARQ. ARTURO MERCADO ESCUTIA

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO DE ARQUITECTURA
Campo de Conocimiento (Tecnología)

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN ARQUITECTURA
FACULTAD DE ARQUITECTURA
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES HISTORICAS.
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGON

2007





DIRECTOR DE TESIS.

DR. HUMBERTO ACEDO ESPINOZA

JURADO.

DRA. GEMMA VERDUZCO CHIRINO.

M. EN ARQ. FRANCISCO REYNA GOMEZ.

DR. AGUSTIN HERNANDEZ HERNANDEZ.

M. EN ARQ. CARLOS BIGURRA ALZATI.

AGRADECIMIENTOS:

A MIS MAESTROS.

A la Dra. Gemma Verduzco Chirino. Mi más profundo agradecimiento por su gentileza, profesionalismo y paciencia para revisar minuciosamente la forma y contenido de esta tesis; destacando lo esencial de lo accesorio, señalando la coherencia y continuidad al trabajo, incidiendo en fundamentar lo que pasa desapercibido y motivando la realización de nuevas investigaciones derivadas de este trabajo.

Al Dr. Humberto Acedo Espinoza por su visión y enfoque innovadores, cuyas críticas acotaron y definieron los límites de este trabajo, a la vez que abrieron nuevos enfoques y planteamientos para la continuación y profundidad del tema.

Al M. en Arq. Francisco Reyna Gómez por la dirección de esta tesis a lo largo de los 4 semestres de la maestría, destacando el sentido y trascendencia de este trabajo y ubicándolo en su justa dimensión, así como sus motivadoras observaciones que develaron aquellos temores ocultos que bloquean el proceso de investigación.

Al Dr. Agustín Hernández Hernández por su preocupación y observaciones sobre la forma y didáctica del documento, delimitando sus alcances y posibilidades de aplicación.

Al M. en Arq. Carlos Bigurra Alzati por su apoyo y sugerencias en el programa de cálculo de la geometría.

A mis profesores de la maestría. Quienes disfrutaron y nos permitieron disfrutar su cátedra, compartiendo mucho más que conocimientos.

A la señora Irma, por su gentileza y observaciones amistosas más allá de su labor administrativa.

A MI FAMILIA.

A mi esposa Rosa Celia. A quien dedico esta tesis, por su fe y estímulo cotidiano.

A mis 4 hijos: José Arturo, Juan Carlos, Víctor Hugo y Jorge Alberto. Por asumir mis estudios de maestría como una forma de paternidad.

A mi hermano M. en C. Gilberto Mercado. Quien abrió e impulso desde siempre, mi formación y amor a la física-matemática y su enseñanza; así como la de varias generaciones en sus 35 años de docencia.

A mis padres por su incansable labor histórica y su constante impulso desde la eternidad y el silencio.

Arq. Arturo Mercado Escutia.

INDICE

Página

PRÒLOGO.

CAPITULO I. INTRODUCCION

1.1	Antecedentes históricos. - - - - -	1
1.2	Objetivo general - - - - -	4
1.3	Hipótesis. - - - - -	4
1.4	Marco teórico.- - - - -	4
1.4.1	El enfoque sistémico.- - - - -	11
1.5	Metodología de trabajo.- - - - -	15
1.5.1	Aplicación de la Metodología- - - - -	16

CAPITULO II. POLIEDROS

2.1	Clasificación de los poliedros.- - - - -	18
2.1.1	Propiedades de los poliedros- - - - -	20
2.1.2	Poliedros Platónicos.- - - - -	22
2.1.3	Poliedros estrellados regulares.- - - - -	23
2.1.4	Poliedros Arquimedianos.- - - - -	24
2.1.5	Poliedros de catalán.- - - - -	27
2.1.6	Poliedros de Johnson.- - - - -	29
2.1.7	Dipirámides y deltoedros.- - - - -	30
2.1.8	Prismas y antiprismas.- - - - -	30

CAPITULO III. MÉTODOS PARA GENERAR POLIEDROS GEODESICOS

3.1	Consideraciones.	31
3.2	Método por subdivisión de aristas en case al icosaedro - - - - -	33
3.3	Método por subdivisión de ángulos centrales. - - - - -	34
3.4	Método de subdivisión por unión de centros (triacones)- - - - -	35
3.5	Comparación de frecuencias en el método de partición de aristas - - - -	36
3.5.1	En poliedros iguales - - - - -	36
3.5.2	En poliedros diferentes - - - - -	37
3.6	Comparación de frecuencias en el método de los triacones - - - - -	38
3.6.1	En poliedros diferentes	
3.7	Comparación de frecuencias en diferentes métodos - - - - -	39

CAPITULO IV. ANÁLISIS MATEMÁTICO

4.1	Propiedades geométricas del Icosaedro. - - - - -	40
4.2	Cortes básicos del Icosaedro. - - - - -	42
4.3	Relaciones algebraicas de los cortes del Icosaedro con sus esferas - - - -	43
4.4	La frecuencia 3 del Icosaedro. - - - - -	46
4.4.1	Obtención de los segmentos X, Y, Z y sus ángulos centrales. - - - -	46
4.4.2	Ángulos centrales α , δ , β y ángulos extremos α_1 , β_1 , δ_1 de X, Y, Z	48
4.4.3	Ángulo diedro, entre las caras de la frecuencia 3 (caso general) - -	49
4.5	Ejemplo completo de cálculo numérico de una geodésica F3 de R1= 4m	50
4.5.1	Resumen de datos del cálculo numérico. - - - - -	55
4.5.2	Programación del cálculo numérico en lenguaje C++ - - - - -	56
4.5.3	Resumen de datos y resultados del programa. - - - - -	60
4.6	Modelo gráfico de la cúpula geodésica dibujada en AutoCad - - - - -	61

CAPITULO V. DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

5.1	Consideraciones - - - - -	62
5.2	Barras de madera. (procedimiento de diseño) - - - - -	62
5.2.1	Identificación de elementos geométricos en las barras - - - - -	63
5.2.2	Resumen de datos de las barras - - - - -	64
5.3	Conectores. - - - - -	65
5.3.1	Conector de tubo y placas - - - - -	65
5.3.2	Cálculo del ajuste de la barra al conector - - - - -	66
5.3.3	Cálculo de ángulos de los conectores en su proyección horizontal	67
5.3.4	Tipos de conectores de tubo y placa - - - - -	69
5.3.5	Conector de disco. - - - - -	70
5.3.6	Conector por arista. - - - - -	71
5.3.7	Conector de puntas aplastadas. - - - - -	72

CAPITULO VI. CONSTRUCCIÓN DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

6.1	Consideraciones. - - - - -	73
6.2	Fabricación de barras. - - - - -	73
6.3	Fabricación de conectores de tubo y placa - - - - -	75
6.4	Construcción de moldes para conector de tubo y placa - - - - -	76
6.4.1	Terminación de conectores y pruebas de ensamble. - - - - -	77
6.5	Conector de disco - - - - -	78
6.5.1	Ensamble de un módulo con conector de disco. - - - - -	79
6.5.2	Pruebas físico-mecánicas para barra y perno con conector de disco	80
6.6	Aplicaciones del conector de disco - - - - -	81

6.7 Conector de puntas aplastadas y fabricación de barras. - - - - -	82
6.8 Aplicaciones de barras y conector de puntas aplastadas - - - - -	83

CAPITULO VII. CONCLUSIONES

7.1 Metodología- - - - -	85
7.2 Consideraciones estructurales. - - - - -	86
7.3 Respecto a la construcción - - - - -	87
7.3.1 Módulo de pruebas - - - - -	88
7.3.2 Del ensamble - - - - -	88
7.4 Respecto a la enseñanza de las estructuras- - - - -	88

ANEXOS. - - - - -	89
Elementos estructurales de una geodésica - - - - -	89
Procedimiento de ensamble de una estructura - - - - -	93
Aplicaciones de estructuras geodésicas a la vivienda - - - - -	97

GLOSARIO DE TÉRMINOS - - - - -	100
---------------------------------------	-----

REFERENCIAS - - - - -	101
------------------------------	-----

PRÓLOGO

La presente tesis desarrolla una metodología para el diseño y construcción de las estructuras geodésicas, aplicado a cubrir espacios arquitectónicos.

El trabajo se desarrolla a partir del estudio y clasificación de los poliedros y se describe la transformación del icosaedro, hasta obtener una cúpula geodésica. El estudio se inicia con la formulación de un modelo matemático en donde se realiza el análisis geométrico de los componentes constructivos de la geodésica. Dicha formulación es procesada por medio de la programación en el lenguaje C++. En el proceso se hace uso de las ventajas que ofrece la modelización física (maquetas) y de la modelización gráfica con ayuda del paquete AutoCad de donde se obtienen los planos de detalle. También se describe el proceso de fabricación de elementos estructurales y culmina con el procedimiento constructivo de la estructura.

La metodología aquí descrita sirve de base para el análisis de problemas más complejos, en donde puede variar el diámetro de la geodésica, el número de nodos, la longitud de las barras, así como el número de capas del domo geodésico. Es también una base para explicar otros procedimientos para generar estos poliedros.

El documento se presenta bajo el siguiente contenido: En el capítulo I se presentan los aspectos generales de las geodésicas que ubican al lector en este campo. La metodología seguida esta basada en el marco teórico y en la experimentación directa de como fueron surgiendo los resultados esperados.

En el capítulo II se presenta un resumen breve y grafico de la clasificación de los poliedros y su relación específica con la esfera. También, de manera sintética, se describen algunas propiedades de los poliedros que son importantes para la comprensión del tema. Una descripción más detallada se puede encontrar en la abundante información sobre poliedros que existe hoy en día, en Internet y en libros especializados.

El capítulo III describe y compara tres de los métodos mas representativos para la generación de geodésicas, que se consideraron importantes para este trabajo porque pueden ser abordados con la misma metodología. Se destaca y explica el método de partición de aristas, en donde se comparan las longitudes de sus aristas para diferentes particiones del poliedro básico utilizado. Esta comparación de aristas permite determinar el poliedro y su partición mas adecuados para el diámetro de la estructura deseado.

El capítulo IV contiene el análisis algebraico basado en la propuesta de A. Pugh, completando el análisis y calculando las nuevas consideraciones geométricas para el diseño de elementos constructivos.

Como ejemplo numérico, se calculan las dimensiones de los elementos para construir una geodésica de frecuencia 3 del icosaedro, de 4m de radio. El capítulo concluye con el resumen de los datos numéricos que sirvieron de base para dibujar el Domo en AutoCad .

El Capítulo V está dedicado al análisis y cálculo de la geometría de los elementos estructurales, nodos, barras y paneles, tomando en cuenta las secciones de los materiales. Así como la descripción de diversos tipos de nodos.

En el Capítulo VI se explica el proceso de fabricación de los elementos estructurales, con las estrategias de maquinado mediante moldes, escantillones y topes, para la producción en serie con el mínimo de error. El manejo de los errores de medición y maquinado fueron controlados con holguras y tolerancias en los materiales.

El Capítulo VII. Las conclusiones están enfocadas a reflexionar sobre la contrastación de las hipótesis, sobre el alcance de los resultados obtenidos y las posibilidades de continuar ampliando y profundizando la investigación sobre estructuras geodésicas. Se hacen observaciones sobre metodología de la investigación de las cubiertas ligeras en general y sus implicaciones en la enseñanza de las estructuras.

El análisis y cálculo estructural no se consideran en este trabajo, solo se hacen consideraciones generales sobre predimensionamiento de elementos estructurales dentro de un enfoque estático y comentarios generales sobre un posible enfoque dinámico.

El capítulo continúa con el proceso de armado de la estructura, en donde se utilizó un código de colores para identificar los diferentes tipos de barras y su posición exacta en cada tipo de conector en el momento de ensamblar la estructura. Se estableció una estrategia de ensamble para evitar que el armado de la estructura se incline durante el ensamble impidiendo el cierre de la misma.

Se describe la construcción de un módulo de pruebas escala 1:1, antes de fabricar todas las piezas de la estructura, para verificar los datos numéricos y ensayar el maquinado apoyado en moldes y escantillones.

También se describen las especificaciones para la selección de la madera para fines estructurales, el secado, el tratamiento contra insectos y pudrición por hongos, basados en las normas complementarias para estructuras de madera contenidas en el reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

Finalmente, se describe una prueba físico-mecánica tipo de resistencia a la tracción para las barras y conectores con la finalidad de establecer un antecedente del tipo de probeta y dispositivos más adecuados, además de obtener datos para predimensionar los elementos estructurales en base a una evaluación estática general.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1.- Antecedentes Históricos.

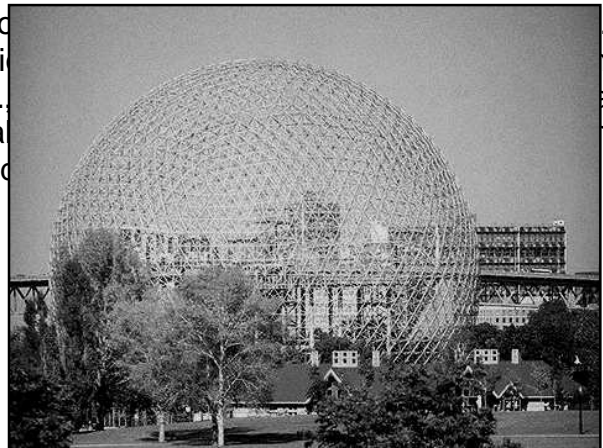
El adjetivo “geodésica” fue empleado por primera vez por Hertz, el descubridor de las ondas electromagnéticas. Einstein y Ryman emplearon el concepto matemático de geodésica como la distancia mas corta entre dos puntos sobre cualquier superficie. El inventor norteamericano R. Buckminster Fuller definió la geodésica como la relación más económica entre una pluralidad de puntos o sucesos”, refiriéndose a las estructuras cuya geometría se genera mediante la subdivisión geométrica de un poliedro, proyectando sus aristas hacia la esfera imaginaria que lo circunscribe, donde generalmente se utiliza el icosaedro, para obtener un icosaedro esférico. Las barras y los nudos mediante los cuales se articulan, conforman los dos componentes principales de estas estructuras.

La primera cúpula geodésica se construyó en 1922 por Walter Bauersfeld en la azotea de los talleres Carl Zeiss en Jena, Alemania. El partió del icosaedro subdividiendo cada una de sus aristas en 16 partes (frecuencia 16), la estructura constó de 3480 barras y se cubrió con ferrocemento, en su interior se desarrolló un planetario conocido como “la maravilla de Jena”.

Posteriormente, las cúpulas geodésicas fueron diseñadas por Buckminster Fuller, nacido en 1895, quien inició su trabajo a gran escala en 1953, cuando la Ford Motor Co. encargó una cúpula geodésica de 28.3m de diámetro, hecha de aluminio, que pesaba 160Ton de peso, contra las 160Ton que hubiera pesad

Buckminster Fuller diseñó estas cúpulas para el ejército de los EEUU debido a que las carpas eran lentas para armar y no satisfacían las necesidades de la Marina.

Fueron 47 tipos de refugio que iban desde una cúpula de 110m de diámetro para aviones, hasta un refugio de cartón de 4.26 m de diámetro, desechable apodado “Kleenex”. En 1954, una cúpula de cartón ondulado Kraft, en donde figuraban impresas las instrucciones para su armado, obtuvo el primer premio en la Trienal de Milán. Tenía 10.9m de diámetro. Posteriormente se experimentó con estructuras para soportar vientos de

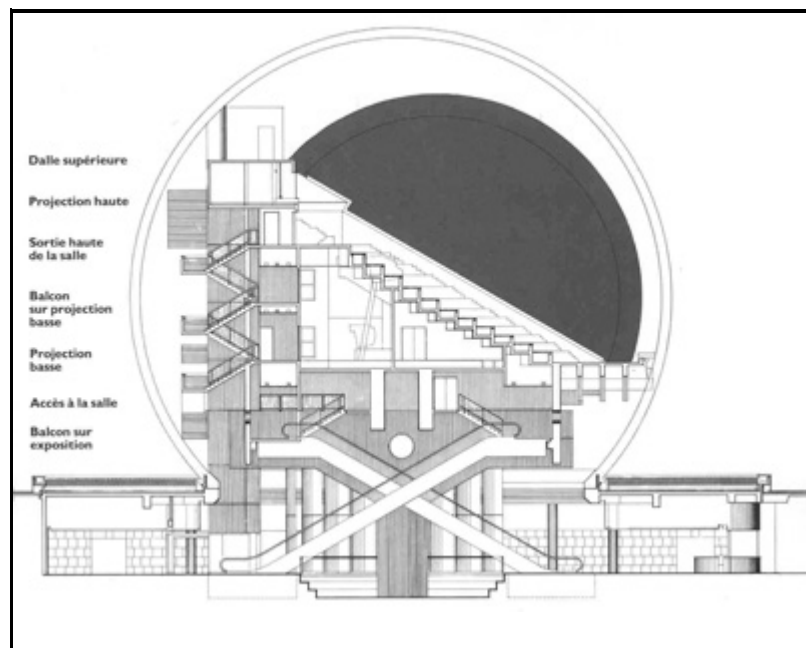


Domo de 72 m de diámetro para la Expo.1967 En Montreal Canadá. Construido con acero y acrílico. B. Fuller.

250Km/h, temperaturas bajo cero y que fueron transportadas al Círculo Polar Ártico. En la década de los 60s. Las cúpulas se difundieron destacando en grandes proyectos como la cúpula de la feria de Kabul con sus 30m de diámetro, fabricada en 6 semanas y armada en 48 horas, o la construida en Moscú por los EE.UU. en 1959 con 60m de diámetro. Es así que hasta la década del 70 se construyeron más de 2000 cúpulas geodésicas en 40 países del mundo, desde las más pequeñas de 6m de diámetro hasta grandes complejos estructurales de 115m de diámetro.

A finales de los 60, se experimentó con muchos materiales industriales y fabricación en serie. Estas estructuras tuvieron gran difusión en las comunidades hippies norteamericanas. Los hippies asociaron estas estructuras a la contra cultura, a la vida en comunidad, a hacer más con menos y por supuesto a la ecología; en lugar de pensar en una construcción industrializada y con elementos estructurales seriados, las adaptaron con material de desecho o reciclado y construyeron grandes hogares multifamiliares, en donde el gran espacio que brinda la forma semiesférica acogía a un gran núcleo familiar.

Podemos citar La Géode de la Cité des Sciences et de l'Industrie en París diseñada por Fuller, la cual alberga un cine Omnimax, que proyecta una imagen a 180 grados (sobrepasando el campo de visión humano de 120 grados).



Corte lateral de La Géode. Cine Omnimax
Madec Philippe, Hiéblot James
La Cité des Sciences et de L'Industrie

Este ejemplo de altísima tecnología está compuesta por 2 capas, la primera formada por una trama estructural de 1600 triángulos y la segunda por 6433 placas triangulares curvas de acero, perfectamente pulidas y producidas con una exactitud del orden de décimos de milímetro. Con sus 36m de diámetro alberga a 370 espectadores.

En México tenemos construidas estas estructuras como la gran cúpula invernadero hecha con aluminio, de 60m de diámetro, ubicada en el centro vacacional de Oaxtepec Morelos, diseñada por B. Fuller. Actualmente, empresas trasnacionales como Trimetika, Triodetic, construyen este tipo de edificios a través de patentes y marcas.

Aunque en nuestro país no ha sido desarrollada esta tecnología, tenemos en nuestras universidades antecedentes escritos sobresalientes, como los excelentes trabajos de Pablo Raeder y Campos Newman (1982) en su libro "Geodésicas" (trazo básico), que sientan las bases para la generación de poliedros geodésicos modelados gráficamente con geometría descriptiva, estableciendo las bases para el modelado matemático y virtual en AutoCAD. La ampliación de ese mismo estudio por Campos Newman (1989) en su libro "Redes y mallas de estructuras geodésicas", que continúa desde la geometría descriptiva, ensayando nuevas formas de partición de poliedros arquimedianos para generar poliedros geodésicos.

Luis Beristain (1976) en su "Análítica de los poliedros", obtiene longitudes y ángulos de poliedros geodésicos subdividiendo los ángulos centrales que subtienden las aristas del Icosaedro, mediante proyecciones ortogonales donde luego relaciona algebraicamente los elementos geométricos que están en verdadera forma y magnitud. Este trabajo merece ser completado y llevado al diseño y construcción de elementos estructurales.

Otras aportaciones como la tesis de Jorge Nañez M. (1998) "Construcción, geometría y esfuerzos de cubiertas esféricas" de la UNAM, quien obtiene las coordenadas de los puntos de un poliedro geodésico mediante trigonometría esférica y coordenadas polares, analizando los esfuerzos en segmentos mediante software compatibles con autocad. Los trabajos de Magnus J. Wenninger (1979), en su "Spherical Models", con el mismo enfoque de trigonometría esférica, destaca notablemente todas las posibilidades de particiones de la esfera con círculos máximos (ecuador) y sus variantes, con un extraordinario énfasis en la construcción de modelos físicos para facilitar la comprensión de la geometría esférica.

Los inevitables textos clásicos de B. Fuller, Synergetics 1 y 2 que muestran la peculiar manera en que Fuller reflexiona la geometría, donde deriva el sistema tensegrity en el que trasciende la visión tecnológica mecanicista clásica, aportando una óptica integradora desde la física de las partículas, la filosofía y la poesía.

En Internet podemos consultar más de 1,000,000 de citas sobre "Geodesic Structures": Libros, empresas con licencia de patentes, artículos y productos en venta, que generalmente omiten detalles específicos significativos para el análisis pero que nos permiten identificar todos los componentes necesarios para elaborar los métodos de desarrollo práctico de estas estructuras.

Bajo los criterios de los antecedentes revisados, establecimos los siguientes objetivos e hipótesis:

<http://www.usmp.edu.pe/publicaciones/boletin/fia/info39/arquitectura.html>

1.2.- Objetivo general

Desarrollar una metodología sobre el procedimiento de diseño y construcción de una estructura geodésica, basado en un procedimiento teórico-experimental, por medio de modelos físicos, gráficos y matemáticos, con la finalidad de que dicha metodología permita establecer las bases para el análisis y cálculo estructural y abordar otras investigaciones de mayor complejidad, aplicados a construir espacios arquitectónicos.

1.3.- Hipótesis

Partimos de la hipótesis de que el diseño y construcción de las estructuras geodésicas, se determina mediante modelos matemáticos apoyados en modelos gráficos y físicos que nos permitan obtener la precisión requerida para la geometría del conjunto y de cada una de sus partes, ya que mediante este procedimiento, es posible controlar todas sus variables (posición de los nodos, longitudes y ángulos de las barras y paneles de recubrimiento, cimentación etc.), verificados con un prototipo experimental a escala real.

En el planteamiento anterior, suponemos que en los diversos métodos de generación de las geodésicas, podemos obtener todo tipo de longitudes y ángulos mediante relaciones algebraicas en los cortes planos de los poliedros básicos, donde aparezcan en verdadera forma y magnitud los segmentos y ángulos de nuestro interés, *utilizando únicamente trigonometría elemental*.

Como complemento de la hipótesis, en el aspecto constructivo, supusimos que los elementos constructivos de la estructura se pueden prefabricar y estandarizar, *utilizando únicamente la herramienta y maquinaria comunes de nuestros talleres populares de carpintería y herrería no especializados*, sistematizando su construcción, mediante un proceso controlado por moldes y escantillones, ponderando los errores de medición y de fabricación, mediante tolerancias entre los materiales; ya que no contamos con los procesos industrializados y automatizados de los países desarrollados.

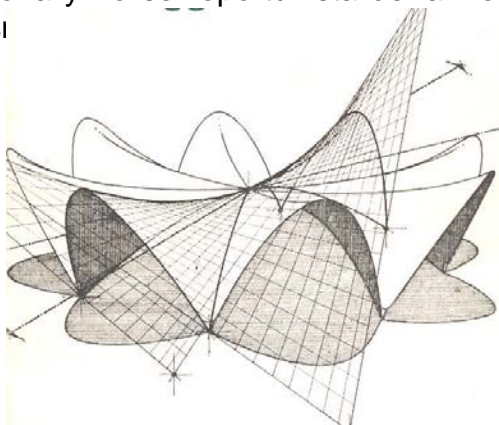
1.4.- Marco teórico.

La postura teórica y metodológica de esta investigación se basó en la revisión de experiencias y reflexiones filosóficas sobre teoría de la tecnología de filósofos como Mario Bunge y Ortega y Gasset, quienes definen una metodología homologando la Investigación Científica con la investigación tecnológica, así como en las posturas teóricas de ingenieros y arquitectos como Félix Candela, Pier Luigi Nervi, y Frei Otto en el campo de las estructuras, en quienes encontramos convergencias teórico-metodológicas para la investigación estructural y sus implicaciones en la enseñanza de las estructuras. Convergencias que parecen inducirnos a la idea de que las estructuras se enseñen de la misma manera en que se investigan.

Para la investigación tecnológica, Bunge destaca como punto de partida fundamental el problema gnoseológico en la teoría del conocimiento, (como conocemos).

El tecnólogo dice Bunge, debe hacer filosofía y no ser oportunista de la filosofía, que mezcla el realismo crítico con el pragmatismo y que no busca la verdad en si misma desde el punto de vista científico y filosófico.

Bunge homologa la filosofía de la ciencia con la filosofía de la tecnología y en el mismo sentido podemos hacerlo con la filosofía de las estructuras, reconociendo su similitud metodológica, su estructuración a partir de hipótesis para crear y construir teorías, que serán verificadas experimentalmente y que nos remiten a ensayos de laboratorio o de campo.



Restaurante en Xochimilco México D.F. (Félix Candela), fotografía tomada para fines didácticos, de los cuadernos de Arquitectura, Bellas Artes, 1964).

Para Bunge, la similitud metodológica entre la investigación científica y tecnológica corresponde al hecho de que en ambas: *debemos discernir el problema y tratar de resolverlo exacta o aproximadamente con el conocimiento teórico o empírico disponible, o en su defecto inventar técnicas o hipótesis que lo resuelvan, haciendo pruebas comprobatorias de laboratorio o de campo y corrigiendo en lo necesario las hipótesis y técnicas empleadas; o bien corrigiendo la formulación misma del problema.* (Reyna, 2003).

En el campo de las estructuras arquitectónicas, este punto de vista lo comparten, Félix Candela, P. Luigi Nervi y Frei Otto. Mostrando la misma tendencia de pensamiento que Bunge.

Candela, expresa que el análisis estructural es como una ciencia “aunque tosca y grosera”. Sugiere que el técnico, si no es investigador, por lo menos tenga una cierta dosis de preocupación por los principios fundamentales en que su técnica esta basada, *inclusive los filosóficos.* (Candela 1962).

En su libro “hacia una filosofía de las estructuras”, Candela define el análisis estructural como: *“una ciencia exacta que, basándose en hipótesis deliberadamente falsas, pretende determinar, de modo único para cada sistema de cargas, los esfuerzos a que esta sometida una estructura cualquiera”.* (Candela, 1962)

Poniendo en relieve las limitaciones de la teoría elástica en cuanto a su utilidad práctica y sobre todo, la falta de reflexión crítica de sus usuarios, los Ingenieros.

Enfatizando también la necesidad de revisar la utilidad y pertinencia de la matemática como herramienta para la investigación estructural. De ahí que en su postura filosófica Candela considere la importancia de la probabilidad y la estadística, tomando en cuenta las características de las variables, la complejidad y su carácter experimental.

Candela sugiere la reformulación misma del problema estructural. Destacando que el problema gnoseológico subyace en el fondo de la investigación estructural, coincidiendo con Bunge en la necesidad de hacer una revisión filosófica de la tecnología.

Candela cita a Ortega y Gasset cuando dice : *"cuando se investiga o se comprueba algo, se hace con miras a ratificar una cierta idea preconcebida sobre la causa del fenómeno que investigamos; por lo mismo dice Ortega es imposible conocer directamente la plenitud de lo real, no tenemos mas remedio que construir arbitrariamente una realidad, suponer que las cosas son de cierta manera y esto nos proporciona un esquema, es decir un concepto o enrejado de conceptos como una cuadrícula a través de la cual miramos luego la realidad, consiguiendo una visión aproximada de ella. En esto consiste el método científico, mas aun, en esto consiste todo uso del intelecto."*(Candela, 1962). Señalando así, la necesidad de crear siempre nuevos modelos de interpretación de la realidad con el cuidado de no tomar las teorías existentes como dogmas.

Candela concluye su ensayo (Sep. 1951) con una cita de Ortega y Gasset: *"Pensar es, quiérase o no exagerar. Quien prefiera no exagerar tiene que callarse; más aun: tiene que ver la manera de paralizar su intelecto"* (Candela 1962). Señalando la necesidad de hacer siempre nuevos planteamientos y nuevas hipótesis.

La crítica e invitación de Candela es a desmitificar y repensar las teorías estructurales y los métodos de cálculo como medios de control únicos de los fenómenos estructurales, para abrirse dice Candela, *"a la posibilidad de sustituir los procedimientos habituales de análisis estructural, por otros mas adecuados, simples y lógicos."* Coincidiendo, continúa diciendo, con Van der Broeck que dice: *"Personalmente considero que el "superénfasis" en el análisis elástico de los últimos cincuenta años, es una aberración que presenta muestras de estar perdiendo su preponderancia "* (Candela 1962).

Finalmente Candela reafirma su postura teórico-filosófica recordando a Cross, *"lo que necesitamos es una estructura, no un análisis"*.

Pier Luigi Nervi, expresa de manera implícita su postura gnoseológica similar a la de Bunge. Para Nervi el conocimiento estructural y en general el tecnológico suceden de manera simultánea entre la reflexión del conocimiento teórico existente, y su experimentación en la realidad, analizando los principios fundamentales actuales que rigen a las estructuras, así como la voluntad de solución estética, económica y funcional, que como gran constructor sintetiza en sus obras.

Dice Nervi: *“El Arquitecto no debe ser un especialista de ramo alguno de la técnica, sino que debe tener ideas generales y conceptos mas claros que los especialistas, sus colaboradores.”*

La enseñanza técnica de la Arquitectura tiene que ser fundamentalmente de conceptos, las nociones particulares se olvidan con facilidad y pronto son superadas por el progreso técnico.”

Para Nervi, el Arquitecto es esencialmente un constructor, como el mismo expresa: “ninguna forma, ninguna idea, ninguna distribución funcional tiene valor en arquitectura, si no puede realizarse dentro de los límites de la técnica de ese momento y con el empleo de tiempo y de dinero compatible y proporcionando a las finalidades que la obra pretende alcanzar”. (Rivera 1963).

Nervi expresa sus convicciones pedagógicas en base a su manera de investigar y de hacer su práctica profesional, sugiere desarrollar la intuición estática y estética en el Arquitecto:

- a.- estudiando la historia de la arquitectura a través del análisis mecánico de sus sistemas estructurales - constructivos y sus resultados estéticos.
- b.- realizando modelos de estructuras y de estática gráfica de los sistemas estudiados.
- c.- conociendo profundamente de las leyes físicas y económicas del problema estudiado.
- d.- desarrollando métodos de cálculo sintéticos y generales para predimensionar estructuras.

Como expresara el Arq. David Cimmet en el ciclo de conferencias sobre la obra de Nervi organizadas por Ruth Rivera en Bellas artes en 1963.

“Nervi nunca sustituyó sus ideas espontáneas con cálculos y procedimientos matemáticos y no porque los cálculos estuviesen equivocados, sino porque las



Nervi en su despacho con sus modelos.

Fotografía tomada de los cuadernos de Arquitectura Bellas Artes 1964., para fines didácticos.

condiciones reales están alejadas por su misma complejidad e indeterminación de las idealizaciones simplificadoras de la teoría estructural., negando así no solo el carácter creativo al cálculo, sino que le ha negado también el carácter de verificación real “ (Cimet,1963). Coincidiendo así con Candela y Bunge en la necesidad de hacer un planteamiento conceptual y su verificación experimental.

Para Nervi toda proposición estructural es una hipótesis, y las hipótesis no se prueban con otras hipótesis sino con el laboratorio o la realidad. Nervi como heredero y seguidor de Brunelleschi utilizaba ya por 1935 la maqueta o el modelo reducido de una estructura para analizar su comportamiento, buscando así la parte empírica, que también presentaba ciertas limitaciones pero permitía ver la totalidad y unicidad de la estructura.

Los enunciados metodológicos de Bunge en donde son similares investigación científica y tecnológica muestran un coincidente paralelismo con las posturas metodológicas de Candela y Nervi.

Aunque Bunge no aborda de manera explícita el desarrollo de la intuición estática y estética que para Nervi es fundamental, lo implica en la metodología antes mencionada, cuando habla de manera general de los valores en la tecnología.

Nervi no se interesa en la intuición mística, sino que él habla de la intuición estática y estética, que las considera espontáneas y subconscientes pero nutridas necesariamente de una larga y esforzada búsqueda, con mucho trabajo previo, sistemático, rectificado y depurado, verificado con el método experimental.

En las propias palabras de Nervi con respecto al estadio de Florencia de 1929 se percibe como él concilia en sus estructuras, las consideraciones estáticas y estéticas:
“Las variaciones en la sección de las vigas principales están dictadas por la ley que gobierna la variación de momentos. La leve curva de la cubierta y el arqueo de los nervios fueron inspirados por consideraciones puramente estéticas.”

“Me parece-dice- que el sentido estático puede definirse como la síntesis hecha por la mente humana o la <humanización> de las leyes naturales que rigen los equilibrios de las fuerzas y de sus reacciones. Es precisamente de este sentido estático de donde nace la <intuición estética> que sugiere para cada esquema, el esquema estructural apropiado, esquema que será tanto mas expresivo, cuanto mas se ajuste al orden natural de las acciones y resistencias”.

“Hay que sentir donde corren las fuerzas dentro de una estructura, hay que sentir como reacciona una estructura y como tiende a deformarse bajo los esfuerzos, hay que sentir como vive, para poderla concebir y dibujar correctamente; y cuando una estructura corresponde en la forma mas lógica y mas proporcionada al curso de las fuerzas, siempre es también bella”. (Rivera, 1963)

Aunque Félix Candela no conoció personalmente a Nervi, también considera que el acto creativo no proviene de la simple inspiración, sino que es el resultado del trabajo

continuo y esforzado, fruto de muchos años de dedicación y esfuerzo mental para educar la inteligencia. Que la inspiración constructiva es el resultado del trabajo del subconsciente, cuando la mente conciente se ha ocupado antes de resolver un problema determinado durante cierto tiempo.

Candela y Nervi tienen coincidencias esenciales en sus posturas para la investigación tecnológica de las estructuras, y convergen con otro estructurista destacado en el campo de las cubiertas ligeras: Frei Otto, quien durante la segunda guerra, desarrolló invaluable aportaciones al desarrollo de la construcción ligera enfrentando serias limitaciones, en una ocasión expresó: *“A mi me basta con saber que una cosa se puede hacer; hacerla pueden ya otros”*, (Roland, 1965). Sintetizando así su postura gnoseológica. F. Otto continúa diciendo: *“la base de todo desarrollo consiste en el adecuado planteamiento de los problemas a resolver, su determinación y formulación se basa en la exacta observación de los procesos de la naturaleza desde un punto de vista general y el problema específico contiene en si mismo la clave para solucionarlo. Considerando que entre el problema y su solución existen infinitos procesos.*

La ampliación de los conocimientos del hombre se basan en la apertura de nuevos caminos en campos científicos todavía desconocidos.

Todos los caminos abiertos hacia lo desconocido difícilmente serán los más correctos, aunque habrá excepciones.

El trabajo científico de investigación se basa en el valor de afrontar con responsabilidad los errores, en la verificación constante de la posible aplicación de los resultados obtenidos y en la continua predisposición a la corrección”.

Mientras Bunge en la última parte de su metodología señala que habrá que inventar nuevas técnicas o hipótesis y corregir en su caso el planteamiento del problema. Frei Otto expresa que: *“Cuando falla un camino de investigación, se buscan otros”* (Roland 1965).

F. Otto como visionario plantea que mientras el reciente pasado ha sido la era de la investigación empírica, el futuro será la era de los nuevos planteamientos.

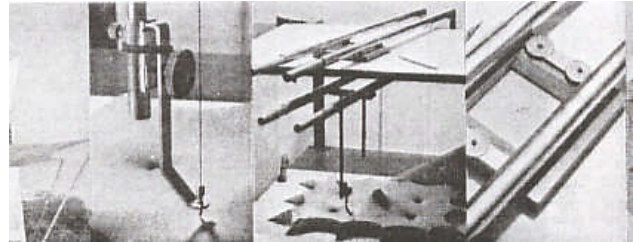
Mientras Bunge expresa lo ilimitado de la investigación científica y tecnológica así como de sus metodologías, Frei Otto señala las ilimitadas posturas que el hombre puede adoptar ante la ciencia, la tecnología y sus metodologías insistiendo en que surgirán innovadores y distintos caminos que habrá que asumir, avances simultáneos en los que habrá periodos de transición y posibles regresiones en algunos campos de la cultura, antes de que se produzca una nueva orientación general.

Se comprende así el trabajo inventivo de F. Otto abierto a nuevos puntos de vista, resolviendo siempre nuevas estructuras creadas por el y adoptando siempre nuevos métodos para resolver nuevos problemas.

Una de las características de Frei Otto es su ilimitada amplitud como pensador utopista y creador intuitivo que ha abierto nuevos caminos inexplorados de la ciencia y la tecnología.

La utopía no es para Otto lo inalcanzable, sino la única manera de orientar y darle sentido al trabajo creativo y sistemático, organizado con todo el rigor científico.

Otra característica fundamental de su metodología de trabajo como investigador, es que construye el conocimiento y controla las variables posibles de un fenómeno, a través de modelos.



Modelos de mediciones de cubiertas ligeras en el centro de investigaciones de Stuttgart Alemania dirigido por Frei Otto.

Los modelos entendidos como marcos conceptuales que delimitan las variables que nos interesan de un problema y especifican las relaciones entre ellas.

F. Otto empleo los modelos físicos para la concepción de ideas, para predecir comportamientos, para realizar mediciones y para el control de las mismas, además realizo modelos para la enseñanza.

Algunas de las convicciones de la postura gnoseológica de Frei Otto, las expresó de la siguiente manera:

Mis primeras conjeturas fueron impulsadas por amigos de diversos países, que a veces aplicaron las soluciones para un caso, en otro diferente y tuvieron éxito.

Conociendo la máxima amplitud existente en la investigación, cuanto mas limitemos nuestro campo de acción mejores serán las soluciones obtenidas. Pero cuanto mas sea reducido nuestro campo de visión, más difícil será ordenar las soluciones en el campo general del conocimiento.

A mayor especialización, mayor necesidad de interrelacionarse con los fenómenos de la naturaleza que parecen resistir todo intento de análisis y de investigación por el hombre, pero que pueden desarrollarse si se hace un adecuado planteamiento del problema a resolver, basado en la exacta observación de todos los procesos naturales desde un punto de vista general.

La potencia física y técnica del hombre es limitada, la inteligencia y el espíritu son ilimitados. El hombre, además de crear objetos, crea problemas e investiga su significado, que no conoce de antemano.

No hay prioridad alguna entre el problema y su solución, unas soluciones modifican a otras previas, la solución final no coincide con el problema inicial, a partir de los resultados obtenidos se plantean nuevos problemas que requieren nuevas soluciones.

La planificación a corto plazo permite un análisis detallado del problema de manera eficaz. Con este sistema de trabajo se avanza progresivamente a través de acciones meditadas con detenimiento.

La planificación a largo plazo así como su ejecución ofrecen nuevas perspectivas a un gran número de personas. Y que solamente los expertos podrán actuar rectamente en su campo científico y tecnológico.

Para ampliar el conocimiento hay que abrir nuevos caminos en campos científicos desconocidos, en el que habrá errores.

El trabajo del investigador científico se basará en el valor para afrontar los errores, en la continua predisposición a la corrección y a la verificación

Mientras que el reciente pasado fue la edad de la investigación empírica, el futuro será la era de los nuevos planteamientos, con otras formas de pensar, para descubrir otros planteamientos de los problemas.

Las características metodológicas que abstraemos de este análisis nos ubican en la investigación a partir de modelos de análisis y su verificación experimental, con una búsqueda abierta hacia nuevos enfoques y nuevos planteamientos que nos permitan dilucidar caminos para precisar soluciones tecnológicas basadas en principios científicos. Buscando organizar el proceso de investigación y sus resultados de manera sistemática para su aplicación a los problemas del Diseño.

En la ingeniería actual se emplea el *enfoque sistémico* para organizar y sistematizar el proceso de solución de problemas complejos, así como sus resultados y aplicaciones, por lo que se adopta este enfoque para la estructuración general de este trabajo.

1.4.1.- El enfoque sistémico.

En los antecedentes del enfoque sistémico, la literatura registra que este fue desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos para ayudar a sus comandantes y dirigentes militares y civiles a lograr un máximo de eficacia con un mínimo de recursos.

Posteriormente, cuando surgió la necesidad de abordar los problemas de la nueva ciencia espacial, se puso en práctica nuevamente el método del Análisis de Sistemas. La precisión con la que fueron enviados los hombres a la luna y regresados a la tierra en forma indemne, es una prueba de la eficacia de ese enfoque.

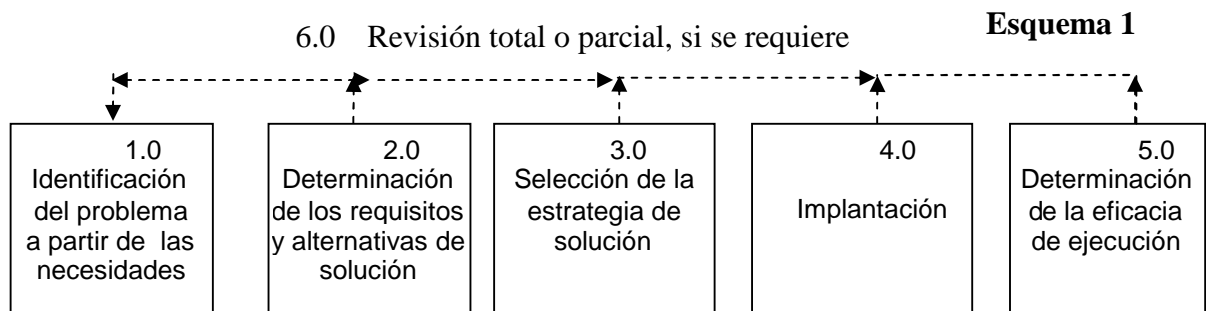
A partir de entonces, en varios países del mundo, este enfoque ha tenido una gran difusión al ser aplicado tanto en la administración pública como en la administración de proyectos de desarrollo tecnológico.

En el lenguaje tecnológico el tratamiento de un problema mediante un enfoque de sistemas, significa que para analizar y resolver problemas de cierta magnitud es recomendable:

- 1.- Dividir el problema en partes.
- 2.- Analizar y resolver por separado cada una de las partes como si se tratara de problemas independientes, de tal manera que el objetivo o función que desempeña cada parte, es congruente con el objetivo general o la función del conjunto, cuando se haya analizado y resuelto cada parte.
- 3.- Se integran y relacionan las partes en el conjunto que conforma el todo.

En ingeniería y administración este principio ha sido adoptado como una metodología de trabajo llamada enfoque de sistemas. La estrategia general para la planificación de proyectos en el enfoque sistémico, consiste en las siguientes 6 etapas:

Planificación con enfoque de sistemas



Etapa 1.- Identificación de problemas.

La primera etapa de la metodología consiste en definir el problema en base a las necesidades. Las necesidades son definidas como discrepancias medibles entre una situación actual y otra deseada o requerida, esto significa que dentro del diagnóstico que se realiza para determinar el estado en que se encuentra el sistema, se deben cuantificar los parámetros más significativos, de acuerdo al estado inicial del sistema y compararlos con lo que se desea o se requiere. Es decir, la necesidad es la medida entre lo que se tiene y lo que se requiere.

Una vez que se ha planteado el problema en base a las necesidades documentadas, se establece el objetivo general y los objetivos particulares. El objetivo general es una misión de trabajo a cumplir, un producto que se quiere obtener, un servicio completo o un cambio en las condiciones de algo que debe realizarse, entonces, un objetivo de misión es una declaración precisa, expresada en términos de ejecución, que describe el resultado esperado de una misión.

Posteriormente, se realiza el análisis del sistema para la solución del problema planteado dividiéndolo en pequeños subsistemas, atribuyendo a cada uno de ellos misiones específicas.

Etapas 2.- Determinar los requisitos de la solución y sus alternativas.

En esta etapa, se considera que la determinación de necesidades ya se ha realizado y ha proporcionado los requisitos generales que sirven para establecer el objetivo de misión y los requisitos de su realización.

En esta etapa no se decide cómo resolver los problemas, sino que en lugar de ello se determina que debe hacerse y de que alternativas se dispone para llenar los requisitos de solución. La selección de los modos de hacerlo, se llevan a cabo en la siguiente etapa del análisis.

Para determinar los requisitos de realización se efectúa el análisis por niveles para ir desglosando las misiones hasta llegar a los detalles más simples que nos indicaran la viabilidad o impedimento para realizar cada misión. Esta situación es comparable con el análisis a través de un microscopio de una colonia de bacterias en donde a medida que se usan lentes de mas alta resolución, se detectan mas los detalles de la muestra.

Los elementos o medios de que consta el análisis de sistemas son:

- 1.- Análisis de misiones
- 2.- Análisis de funciones
- 3.- Análisis de tareas
- 4.- Análisis de métodos y medios

Estos elementos constituyen un proceso para determinar tanto los requisitos del sistema como la factibilidad para realizarlos.

Etapas 3.- Seleccionar estrategias de solución entre las alternativas.

Se realiza el análisis para la selección de las alternativas de solución y se elaboran los programas correspondientes.

Etapas 4.- Implantar las estrategias de solución entre las alternativas.

Se lleva a cabo la ejecución de las alternativas seleccionadas bajo la conducción de un programa.

Etapas 5.- Determinar la eficiencia de la realización.

Se definen los parámetros o indicadores que midan la eficacia de las acciones y se realiza el análisis correspondiente.

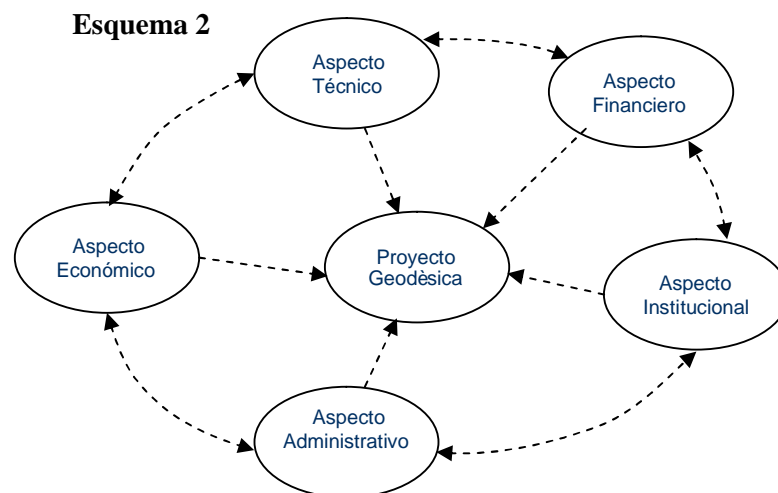
Etapas 6.- Revisión cuando sea necesario.

La sexta etapa está marcada con líneas punteadas y flechas, corresponde a la revisión total del proceso o de cualquiera de sus etapas, esta revisión se realiza solamente si se requiere.

Aspectos a considerar en el proyecto.

Una vez analizados todos los aspectos generales de la metodología, es conveniente describir los aspectos interdependientes del contenido aplicados a un proyecto específico.

Los principales aspectos que se estudian de un proyecto son los problemas técnicos, económicos, financieros, administrativos e institucionales, son cinco aspectos que aunque pueden analizarse por separado, son interdependientes pues debe existir entre ellos una constante reciprocidad de apoyo sobre todo en la información. Dicha interdependencia se ilustra en el siguiente esquema.



Aspecto técnico.- Este aspecto consiste generar y aplicar los conocimientos técnicos para resolver el proyecto. El análisis se realiza de manera simple, contestando las siguientes preguntas: ¿Que se va a hacer?, ¿Cómo se va a hacer?, ¿Con qué se va a hacer? y ¿Cuál es el resultado esperado?

La primera pregunta consiste en definir con precisión el problema.

La segunda pregunta corresponde al proceso que se sigue para lograr el objetivo y en nuestro caso es justamente la metodología seleccionada.

La tercera pregunta se refiere a los recursos materiales, humanos y legislación que se encuentran disponibles para la realización del proyecto.

En cuanto al resultado, se refiere a la contrastación de las hipótesis de esta investigación y en caso de que el producto se construya y comercialice, el resultado esperado es el beneficio que se obtiene de la relación entre insumos y productos y a la medición de la productividad de los factores empleados.

Aspecto financiero.- Se refiere a los recursos necesarios para cubrir los gastos del proyecto.

Aspecto económico.- Corresponde al estudio de factibilidad que señala la viabilidad y la rentabilidad del proyecto.

Aspecto administrativo.- El plano administrativo tiene dos aspectos, uno jurídico legal y otro estrictamente funcional o técnico.

Aspecto institucional.- Se refiere a las políticas de la empresa que pueden interferir en la concepción y desarrollo del proyecto, como serían las posibilidades de seleccionar técnicas, oportunidades de comercialización y el aprovechamiento de las economías externas para fines de importación y exportación.

1.5.- Metodología de trabajo.

Como parte de la metodología antes descrita en esta tesis, hemos considerado resolver únicamente el aspecto técnico del proyecto mostrado en el esquema 2, al cual le aplicamos nuevamente el enfoque sistémico del esquema 1 como metodología de trabajo, para resolver el problema teórico-práctico de diseño y construcción de una estructura geodésica.

Podemos entonces decir que este trabajo es un método teórico-experimental basado en un enfoque sistémico que se describe mediante modelos matemáticos, gráficos y físicos. Modelos que se verificaron independientemente y posteriormente se integraron en la construcción de un prototipo que permitió el diseño de elementos constructivos a escala real, donde se precisaron sus propiedades geométricas, y se verificaron los datos numéricos calculados, de acuerdo a los materiales propuestos.

Los modelos son utilizados aquí como idealizaciones que nos permiten destacar aspectos de nuestro interés y se expresan de manera particular. Un modelo matemático, un modelo físico y un modelo virtual, pueden representar diferentes características de un mismo objeto, son grupos acotados de variables del gran número de variables que constituyen un fenómeno, que nos permiten estudiarlo por partes y reducir su complejidad a dimensiones manejables para comprenderlas con claridad, para luego integrar esas visiones parciales en una visión total e integradora.

Cada tipo de modelo es una aproximación diferente al fenómeno con que tratamos, que nos especifica las partes esenciales de nuestro objeto de estudio.

Por ejemplo, el modelo matemático de una estructura describe las relaciones métricas esenciales y precisas de su geometría, como se describe en este trabajo.

Un modelo físico nos permite resolver detalles constructivos y verificar su funcionalidad, observar y evaluar el comportamiento mecánico de una estructura, reproduciendo a escala las condiciones mecánicas a que estarán sometidos sus elementos estructurales en la realidad, en nuestro caso, este estudio queda fuera del alcance de esta tesis.

Un modelo gráfico nos permite visualizar, relacionar, organizar las partes y hacer mediciones aproximadas entre otros.

La ciencia y la ingeniería emplean modelos físicos, matemáticos, gráficos, esquemáticos y de simulación (analógica, física y digital), con diversas finalidades: para el cálculo, la predicción, la comunicación, la instrucción, el control, y para la concepción de ideas. Los modelos son una herramienta del método experimental.

1.5.1.- Aplicación de la Metodología.

De esta manera, la metodología antes referida en el esquema 1, queda descrita por medio de los siguientes pasos:

- 1.0 Identificación del problema a partir de las necesidades
- 2.0 Determinación de los requisitos y alternativas de solución
- 3.0 Selección de la estrategia de solución
- 4.0 Implantación
- 5.0 Determinación de la eficacia de ejecución
- 6.0 Revisión total o parcial, si se requiere

Los pasos 1-2, se interpretan como el acopio de la información sobre los diferentes métodos para generar poliedros geodésicos, a partir de poliedros regulares. Y delimitación de los alcances y deficiencias de la información compilada para cumplir los objetivos.

El paso 3, corresponde a la selección del método de generación por partición de aristas por ser el más adecuado para incluir y simplificar a los demás métodos y la elección de la frecuencia 3 del icosaedro por partición de aristas como base de generación de la geodésica por ser la frecuencia básica impar, de mayor complejidad que la frecuencia básica par.

El paso 4, es el estudio geométrico de la frecuencia 3 del icosaedro.

4.1.- Partición de las caras del icosaedro en la frecuencia 3

4.2.- Proyección de las caras resultantes de la partición, sobre la esfera circunscrita al icosaedro.

- 4.3.- Establecimiento de las relaciones matemáticas que describen la longitud de las aristas del la frecuencia 3 del icosaedro en función de los ángulos y de la posición de los nodos en el espacio tridimensional.
- 4.4.- Codificación de las formulas y elaboración del programa en lenguaje C++
- 4.5.- Verificación parcial de los resultados, utilizando el programa del apartado (d)
- 4.6.- Verificación parcial y total de los resultados mediante un dibujo a escala en AutoCad
- 4.7.- Adecuación del cálculo geométrico de aristas y ángulos de la frecuencia 3 del icosaedro a los elementos constructivos de una estructura de 4m de radio considerando las dimensiones de los materiales, construida con barras de madera y conectores metálicos.
- 4.8.- Análisis y obtención de la geometría de elementos estructurales.

Paso 5.- Construcción del prototipo. (Módulo de pruebas a escala real)

- 5.1.-Selección y preparación de los materiales.
- 5.2.-Construcción de moldes y escantillones para fabricar los conectores
- 5.3.-Construcción de escantillones y topes para fabricación de barras.
- 5.4.-Fabricación de conectores.
- 5.5.-Fabricación de barras de madera.
- 5.6.-Estrategia de ensamble de la estructura mediante un código de colores para el armado de la estructura.
- 5.7.- Evaluación del proceso de construcción y registro de errores y nuevos ajustes.

Paso 6.- Verificación total de o parcial de una o varias de las etapas de la metodología.

CAPÍTULO II

“No entre aquí quien no sepa geometría”

.Esta frase se podía leer encima de la puerta de entrada a la Academia de Platón (siglo IV a. de C.) donde se reunían a discutir problemas de filosofía, lógica, política, arte, etc. y nos da una idea de la importancia que desde antiguo se ha concedido al conocimiento de la Geometría.

El astrónomo y físico italiano Galileo Galilei (1.564-1.642) refiriéndose al Universo escribía: “Este grandísimo libro que continuamente tenemos abierto ante los ojos no se puede entender si antes no se aprende a entender la lengua y a conocer los caracteres en los cuales está escrito. Está escrito en lengua matemática y los caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas”.

2.1 CLASIFICACIÓN DE LOS POLIEDROS.

En este capítulo se expone una clasificación general de los poliedros y se destacan las propiedades fundamentales que nos permiten obtener soluciones geométricas para el diseño de poliedros geodésicos. Estas se refieren a los poliedros que admiten la mayor relación con esferas tangentes y a la manera en que se obtienen unos poliedros de otros (dualidad), así como a sus propiedades intrínsecas y al número de aristas y caras regulares. Las esferas tangentes consideradas son: La esfera circunscrita (circun esfera) que toca todos los vértices del poliedro. La esfera inscrita (in esfera) que toca todos los centros de las caras del poliedro. La esfera intermedia (inter esfera) que toca todos los puntos medios de las aristas del poliedro. La relación de la esfera con los poliedros regulares es la clave para el estudio de la geometría de las estructuras geodésicas, por el hecho de que se busca obtener sobre la superficie de esta, la proyección de los poliedros básicos subdivididos. Los cinco poliedros regulares (Platónicos) son la expresión más elemental para cerrar el espacio de manera regular con aristas y caras iguales y su simetría radial en el espacio le permite una relación directa con los tres tipos de esferas, como se ve en el esquema de clasificación de los poliedros.

El procedimiento general para generar poliedros geodésicos es elegir previamente un poliedro base y hacer un determinado número de subdivisiones en sus aristas y caras para después proyectarlas a la esfera circunscrita. El poliedro idóneo para esto, es aquel que tenga la mayor cantidad de caras y aristas iguales cercanas a la esfera como es el caso del icosaedro y el dodecaedro. Sin embargo, otros poliedros como los arquimedianos, pueden ser de utilidad para casos específicos, como es el caso de las geodésicas de doble capa donde pueden ocuparse dos tipos de poliedros diferentes a la vez, con la condición de que faciliten la conexión entre sus vértices. Los tratados sobre poliedros no consideran específicamente la relación con la esfera.

La siguiente clasificación tiene como finalidad dar ese enfoque general y breve para ubicar aquellos poliedros que son de interés en este sentido. De la siguiente clasificación se destacan aquellos poliedros, que por su simetría, se relacionan con las esferas mencionadas:

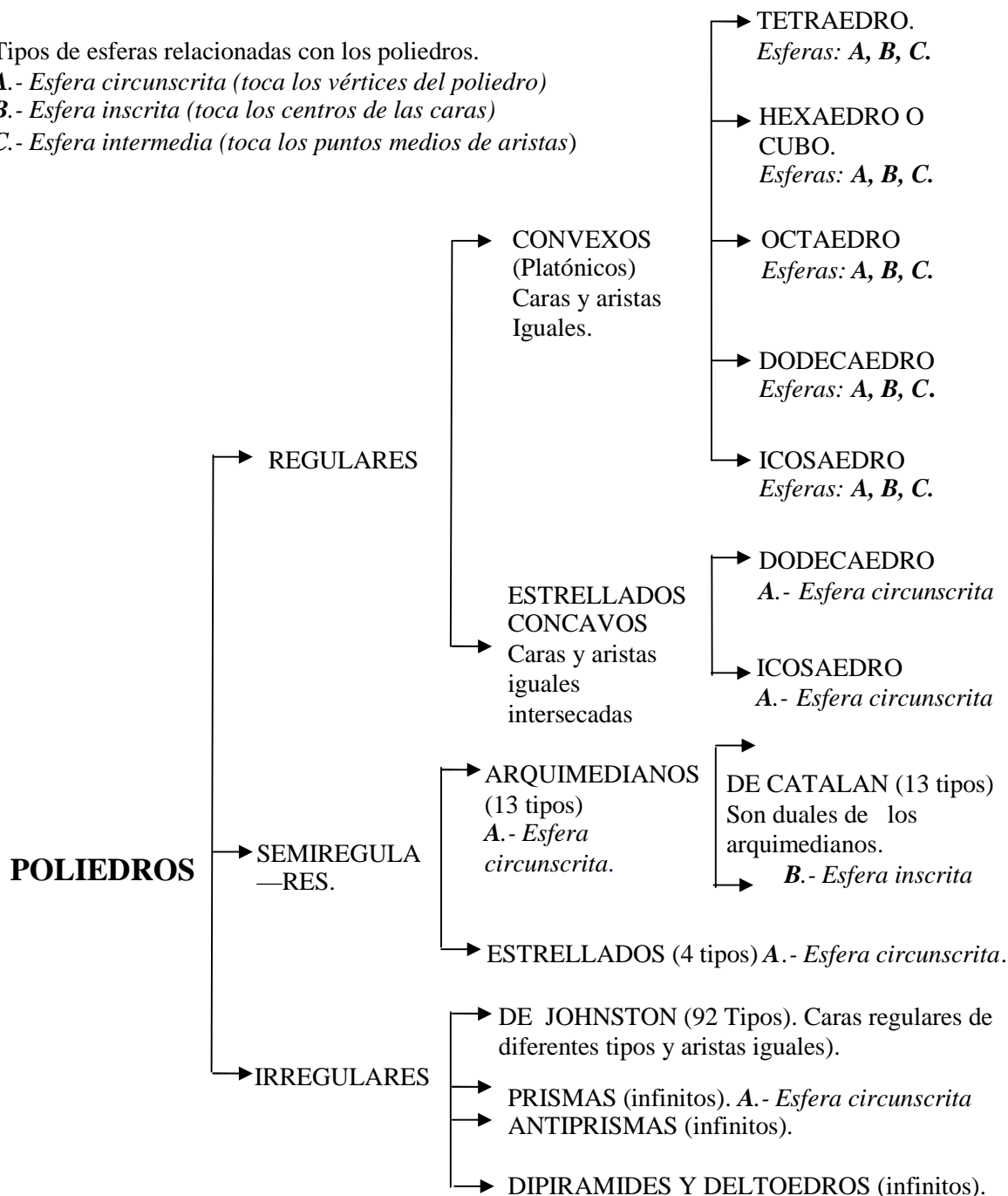
CLASIFICACIÓN DE LOS POLIEDROS Y SU RELACIÓN CON LA ESFERA

Tipos de esferas relacionadas con los poliedros.

A. - Esfera circunscrita (toca los vértices del poliedro)

B. - Esfera inscrita (toca los centros de las caras)

C. - Esfera intermedia (toca los puntos medios de aristas)



La clasificación con letra no cursiva fue tomada y modificada de "Superficies Poliédricas" Ferrer Muñoz J.L. 1999)

2.1.1 PROPIEDADES DE LOS POLIEDROS

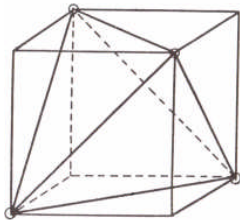
Relación entre vértices, aristas y caras. Euler encontró que la relación entre los **Vértices**, **Aristas** y **Caras** de cualquier poliedro convexo regular o irregular, es siempre: $V - A + C = 2$, esta propiedad se conserva inclusive en todo tipo de transformaciones topológicas de los poliedros, siempre que se les aplique cualquier transformación, sin romperlos ni perforarlos. Esta relación se utiliza en las estructuras geodésicas para el conteo y clasificación de barras, conectores y caras o paneles de cubierta de la estructura.

Dualidad entre poliedros. Cuando obtenemos un poliedro a partir de otro y la operación inversa nos da el primer poliedro, decimos que ambos son duales. Uniendo los centros de caras de uno, obtenemos el otro y viceversa, por ejemplo: Si se unen los centros de cara del octaedro, se obtiene el cubo y recíprocamente uniendo los centros de caras del cubo se obtiene el octaedro. Entre el icosaedro y el dodecaedro sucede lo mismo. El tetraedro se convierte en si mismo por transformación recíproca, al unir los centro de sus caras, (se dice que es autopolar).

Los poliedros Arquimedianos son duales con los poliedros de Catalán. Mientras que los poliedros regulares estrellados de Kepler, son duales con los poliedros regulares estrellados de Poincaré. Esta propiedad de dualidad permite geometrizar estructuras geodésicas de doble capa sobreponiendo poliedros duales tangentes a esferas de diferente radio.

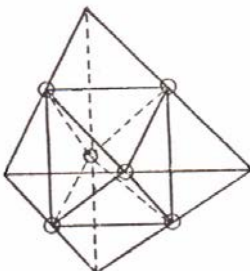
Relaciones entre poliedros Platónicos.

Siempre podemos pasar directa o indirectamente de un poliedro platónico a cualquiera de los otros aunque no sean duales. Es conveniente hacer estos ejercicios gráficamente y en maqueta como preparación previa a la comprensión de los poliedros geodésicos.



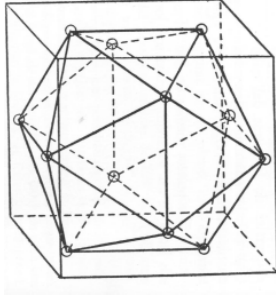
Tetraedro y Cubo.

Si unimos las diagonales de las caras cuadradas del cubo, obtenemos el tetraedro.



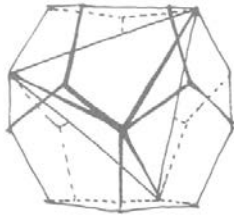
Tetraedro y Octaedro.

Si unimos los puntos medios de las aristas del tetraedro, obtenemos el octaedro.



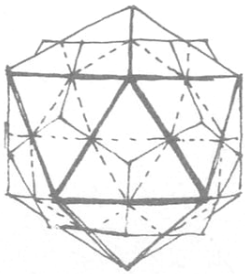
Cubo e icosaedro.

Los doce vértices del icosaedro están (por parejas) sobre las caras de un cubo.



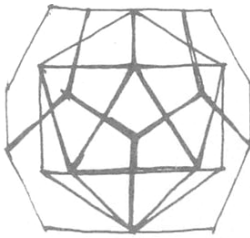
Dodecaedro y Tetraedro.

Si unimos alternadamente los 20 vértices de un dodecaedro, obtenemos 5 tetraedros entrecruzados.

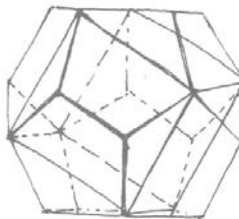


Dodecaedro e Icosaedro.

Si prolongamos las aristas o las caras pentagonales de un dodecaedro, obtenemos en las intersecciones los doce vértices del icosaedro.



Si prolongamos las aristas o las caras triangulares del icosaedro, obtenemos en las intersecciones los veinte vértices del dodecaedro



Dodecaedro y Cubo.

Si en cada cara pentagonal del dodecaedro trazamos una diagonal y la unimos con la siguiente, obtenemos el cubo, de esta manera podemos obtener cinco cubos entrecruzados.

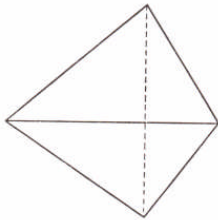
2.1.2 POLIEDROS PLATÓNICOS.

Platón, el gran filósofo griego discípulo de Sócrates, nacido en Atenas alrededor del año 428 a. C., fue creador de la Academia de Atenas y autor de los famosos Diálogos y de la Teoría de las Ideas. Esta teoría afirma que las cosas poseen una esencia eterna y real. Para argumentar su tesis, Platón asegura que “En el mundo físico no existen formas geométricas puras y que por tanto, debe existir un universo de esencias eternas inmutables, es decir, el universo de las ideas y las formas”.

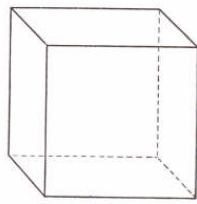
Sobre esta base descubre los cinco **cuerpos regulares o sólidos Platónicos, tetraedro, cubo, octaedro, icosaedro y dodecaedro** a los que Platón en su libro **El Timeo**, les atribuye los elementos: que componen **el fuego, la tierra, el aire, y el agua** respectivamente, dando al **dodecaedro** (el universo), una importancia diferente. “**Dios se sirvió de el para componer el orden final de Todo**”. (1)

Los poliedros platónicos son cinco: son aquellos volúmenes o sólidos que tienen todas sus caras y aristas regulares:

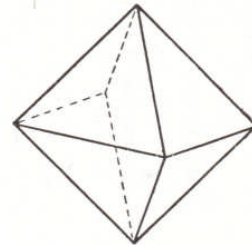
- El tetraedro.** Fig. A.- (4 caras formadas por triángulos equiláteros).
El hexaedro o cubo. Fig. B.- (6 caras formadas por cuadrados).
El octaedro. Fig. C.- (8 caras formadas por triángulos equiláteros).
El icosaedro. Fig. D.- (20 caras formadas por triángulos equiláteros).
El dodecaedro. Fig. E.- (12 caras formadas por pentágonos).



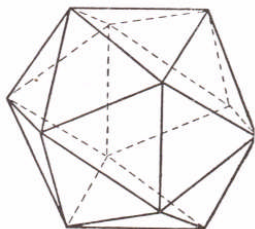
Tetraedro (Fuego)
Fig. A.



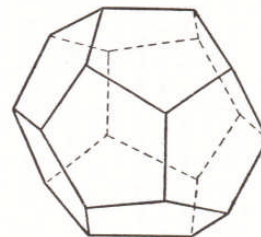
Hexaedro o cubo
(Tierra) Fig. B



Octaedro (Aire)
Fig. C



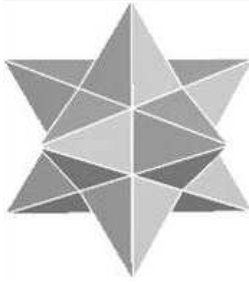
Icosaedro (Agua)
Fig. D



Dodecaedro (El universo)
Fig. E

(1) El Timeo de Platón.

2.1.3



POLIEDROS ESTRELLADOS REGULARES

Pequeño dodecaedro estrellado. Uniendo 12 pentagramas (pentágonos estrellados intersecados) para obtener un sólido regular con 5 pentagramas en un sólo vértice. Johannes Kepler (Holanda,1619)

Número de caras: 12 (12 pentagramas)

Número de vértices: 12

Número de aristas: 30

Dual: Gran Dodecaedro



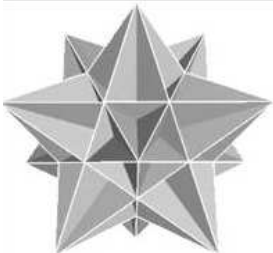
Gran dodecaedro estrellado. Uniendo 12 pentagramas (pentágonos estrellados intersecados) 3 en cada vértice, obtenemos el poliedro de 20 vértices. (Johannes Kepler)

Número de caras: 12 (12 pentagramas)

Número de vértices: 20

Número de aristas: 30

Dual: Gran Icosaedro



Gran icosaedro. Intersecando pentágonos regulares, de manera que en cada vértice coincidan 5 de ellos. **(Louis Poinsot 1809)**

Número de caras: 12 (12 pentágonos)

Número de vértices: 12

Número de aristas: 30

Dual: Gran dodecaedro estrellado.



Gran dodecaedro. Intersecando pentágonos regulares, de manera que en cada vértice coincidan 5 de ellos.

Número de caras: 12 (12 pentágonos)

Número de vértices: 12

Número de aristas: 30

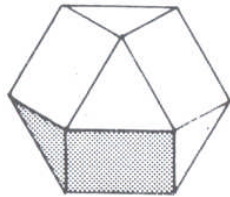
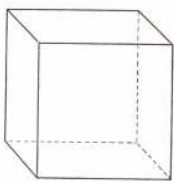
Dual: Pequeño Dodecaedro Estrellado.

2.1.4 POLIEDROS ARQUIMEDIANOS.

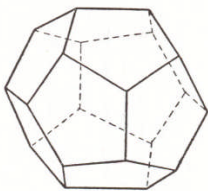
Los poliedros arquimedianos pueden obtenerse fácilmente de los cinco poliedros platónicos y de los mismos arquimedianos (en una segunda operación), uniendo los puntos medios de las aristas o bien los puntos de trisección de cada una de las aristas.

Los poliedros Arquimedianos son 13, y tienen por caras polígonos regulares de aristas iguales, pero de dos o tres tipos de caras diferentes, también se cumple en ellos la fórmula de Euler y sus vértices tocan la esfera circunscrita.

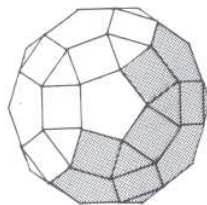
Se generan de la siguiente manera:



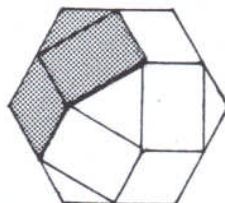
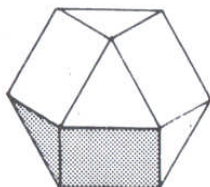
1.- El cuboctaedro. Con 12 vértices, 24 aristas y 14 caras (8 triángulos y 6 cuadrados). Se obtiene uniendo los puntos medios de las aristas **del cubo**, También lo obtenemos a partir del octaedro haciendo la misma operación. Este poliedro puede servir como conector para estructuras espaciales planas.



2.- El icosidodecaedro. Con 30 vértices, 60 aristas y 32 caras (12 pentágonos y 20 triángulos). Se obtiene uniendo los puntos medios de las aristas **del dodecaedro** También lo obtenemos del Icosaedro haciendo la misma operación.

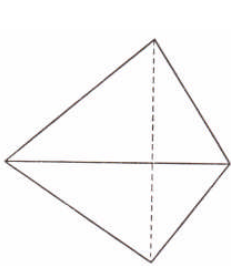


3.-El rombicosidodecaedro. Con 60 vértices, 120 aristas y 62 caras (12 pentágonos, 30 cuadrados y 20 triángulos). Lo obtenemos uniendo los puntos medios de las aristas **del icosidodecaedro**.

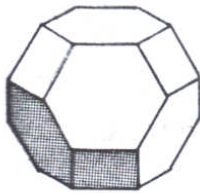
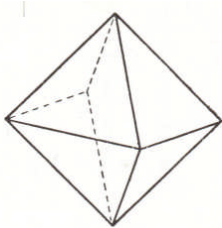


4.-El rombicuboctaedro.- con 24 vértices, 48 aristas y 26 caras (18 cuadrados y 8 triángulos). Lo obtenemos uniendo los puntos medios de las aristas **del cuboctaedro**,

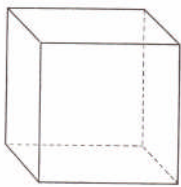
Trisecando las aristas de los poliedros platónicos y arquimedianos tenemos:



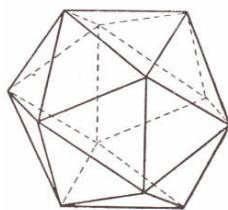
5.- El tetraedro truncado. Con 12 vértices, 18 aristas y 8 caras (4 hexágonos y 4 triángulos), Se obtiene subdividiendo en tres partes iguales cada una de las aristas **del tetraedro**.



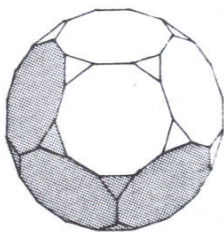
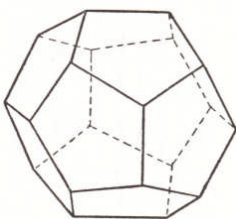
6.- El octaedro truncado. Con 24 vértices, 36 aristas y 14 caras (8 hexágonos y 6 cuadrados). Se obtiene subdividiendo en tres partes iguales las aristas **del octaedro**.



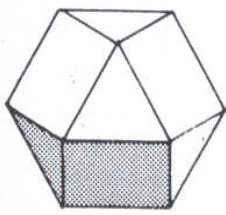
7.- El cubo truncado. Poliedro de 24 vértices, 36 aristas y 14 caras (6 octágonos y 8 triángulos), se obtiene dividiendo en tres partes iguales cada arista **del cubo**.



8.- El icosaedro truncado. Poliedro de 60 vértices, 90 aristas y 32 caras (20 hexágonos y 12 pentágonos). Se obtiene subdividiendo en tres partes iguales cada arista **del icosaedro**.

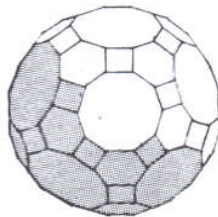
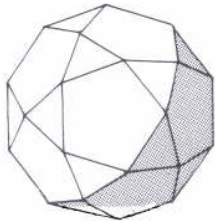


9.- Dodecaedro truncado. Poliedro de 60 vértices, 90 aristas y 32 caras (12 decágonos y 20 triángulos), se obtiene subdividiendo en tres partes iguales cada arista **del dodecaedro**.



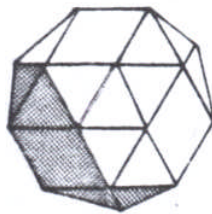
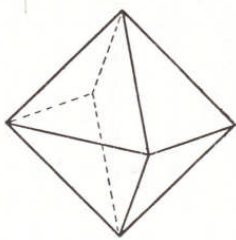
10.- El cuboctaedro truncado.

Poliedro de 48 vértices, 72 aristas y 26 caras (6 octágonos, 8 hexágonos, y 12 cuadrados), se obtiene subdividiendo en tres partes iguales cada arista **del cuboctaedro**.



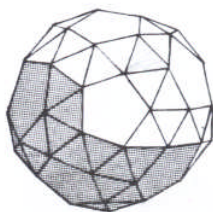
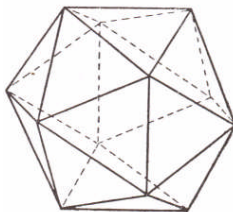
11.-El icosidodecaedro truncado.

Poliedro de 120 vértices, 180 aristas y 62 caras (12 decágonos, 20 hexágonos y 30 cuadrados), se obtiene subdividiendo en tres partes iguales cada arista **del icosidodecaedro**.



12.- Hexaedro romo o cubo

achataado. Con 24 vértices, 60 aristas y 38 caras (6 cuadrados y 32 triángulos).



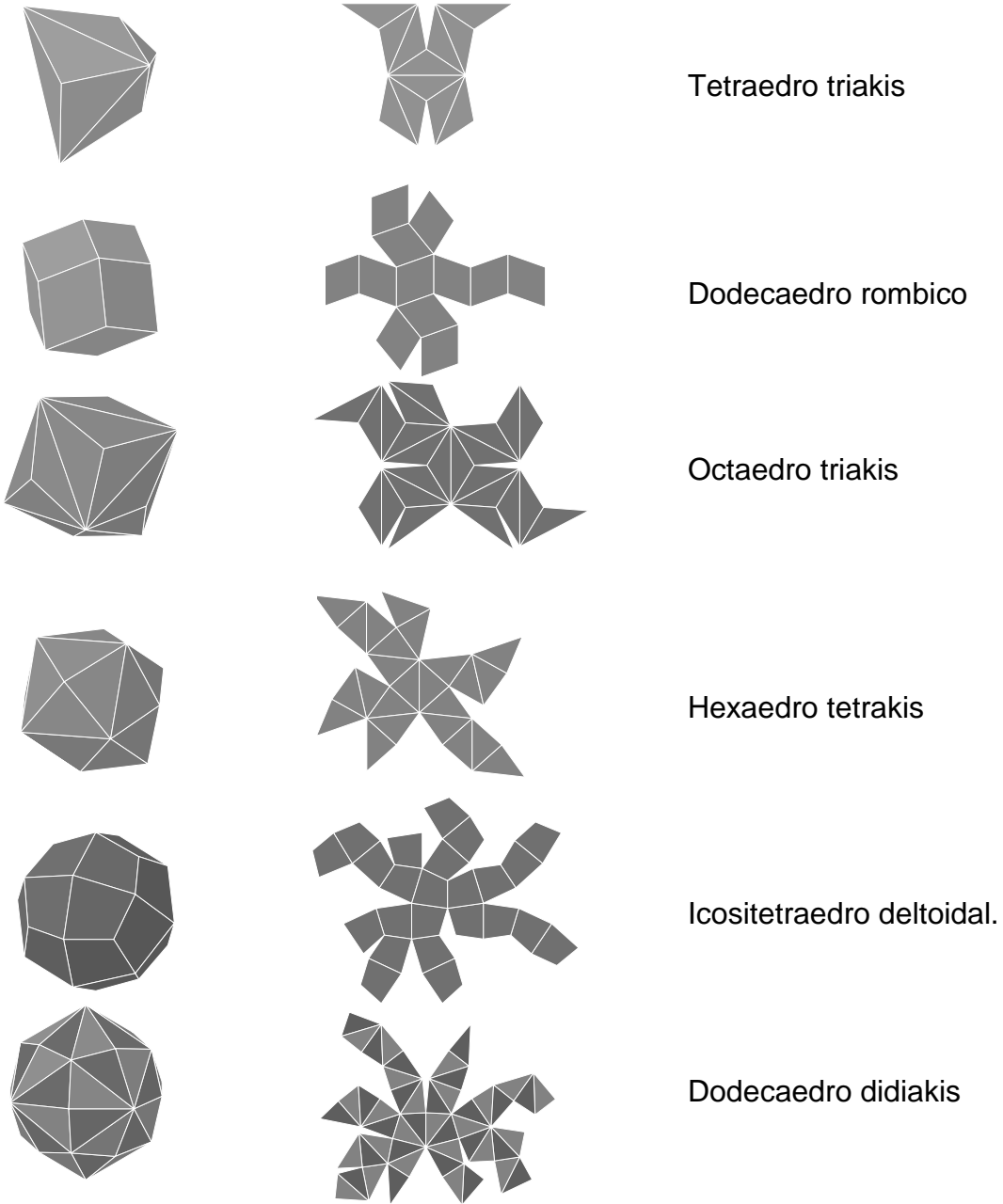
13.- Dodecaedro romo o dodecaedro

achataado con 60 vértices, 150 aristas y 92 caras (12 pentágonos y 80 triángulos).

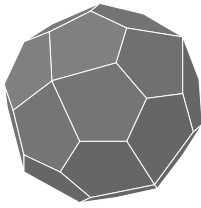
Se obtiene directamente del Icosaedro, uniendo los vértices de este, con puntos de sus aristas situados a una distancia del 35% de la longitud de las mismas.

2.1.5 POLIEDROS DE CATALAN.

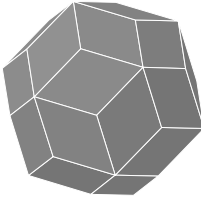
Son duales de los Arquimedianos, sus caras son polígonos iguales, de aristas diferentes. Se obtienen uniendo los centros de cara de cada uno de los 13 arquimedianos, obteniendo así los 13 poliedros de catalán, que admiten la esfera inscrita y cada uno de los cuales tienen el mismo numero de aristas que sus duales, el numero de vértices de uno es igual al de caras del otro y el numero de aristas de una cara corresponde al de aristas que concurren en el vértice correspondiente del otro poliedro.



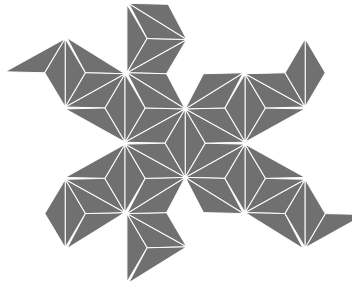
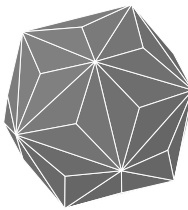
Clasificación tomada para fines didácticos de: Poly pro.saoftonic.com



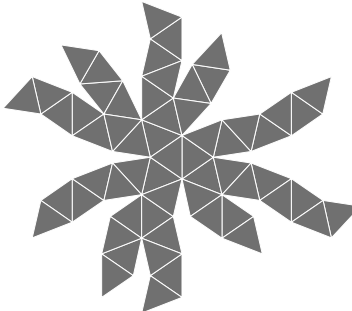
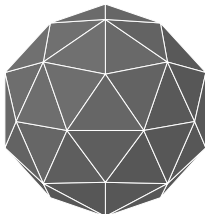
Icositetrahedro pentagonal



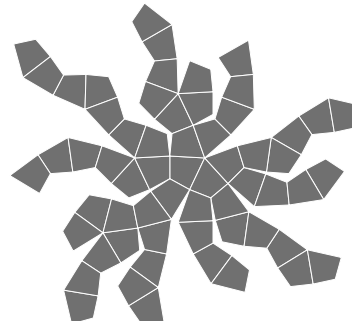
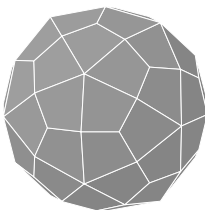
Triacontahedro rombico



Icosaedro triakis

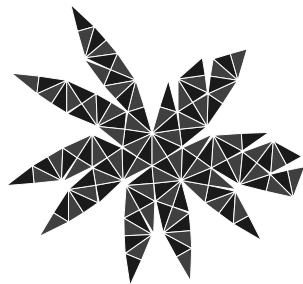
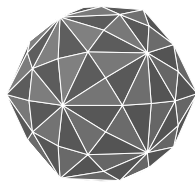


Dodecaedro pentakis

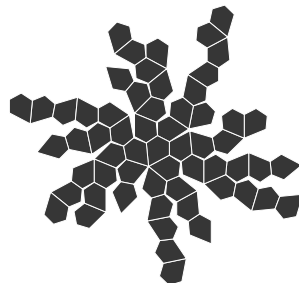
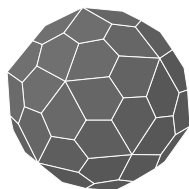


Hexecontahedro deltoidal

Clasificación tomada para fines didácticos de: Poly pro.saofonic.com



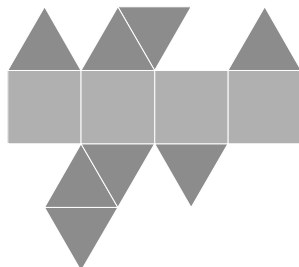
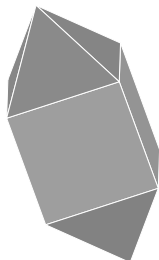
Triacontaedro disdiakis



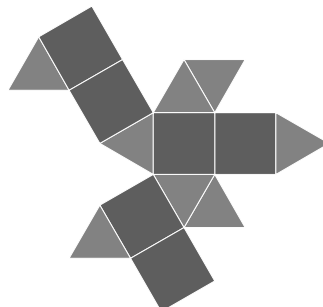
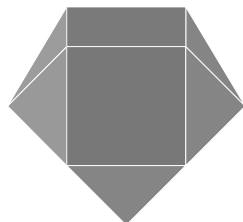
Hexecontaedro pentagonal

2.1.6 POLIEDROS DE JOHNSTON.

Caras regulares de diferentes tipos, con aristas iguales (Son 92)



Dipiramide cuadrangular elongada

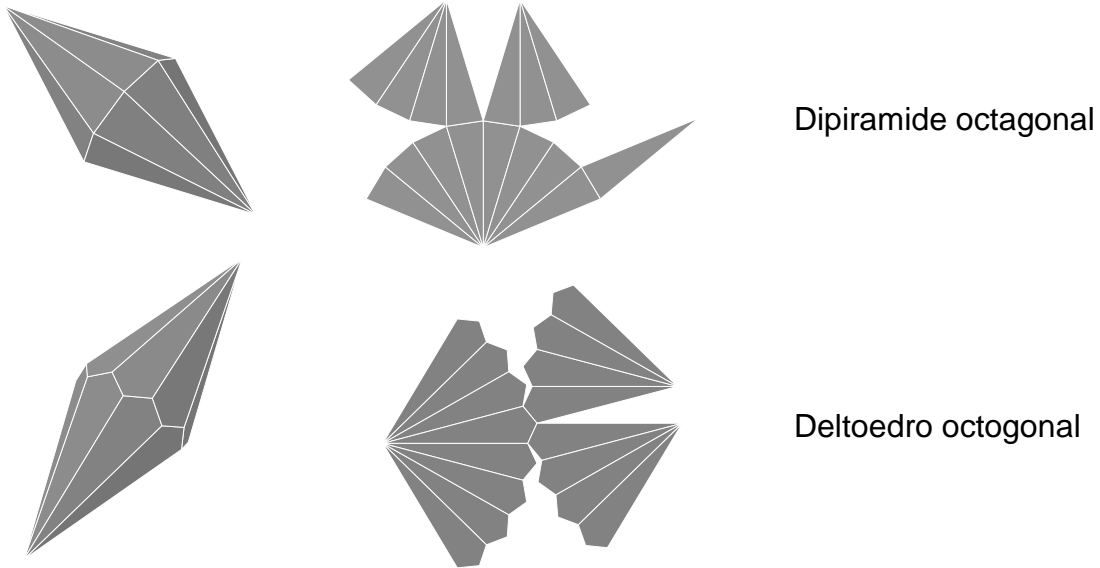


Ortobicupola triangular

Clasificación tomada para fines didácticos de: Poly pro.saofonic.com

2.1.7 DIPIRAMIDES Y DELTOEDROS.

Caras iguales con aristas diferentes y no se obtienen de los arquimedianos:
 Dipiramides son pirámides unidas por su base plana.
 Deltoedros son pirámides unidas por su base quebrada (Son infinitos).



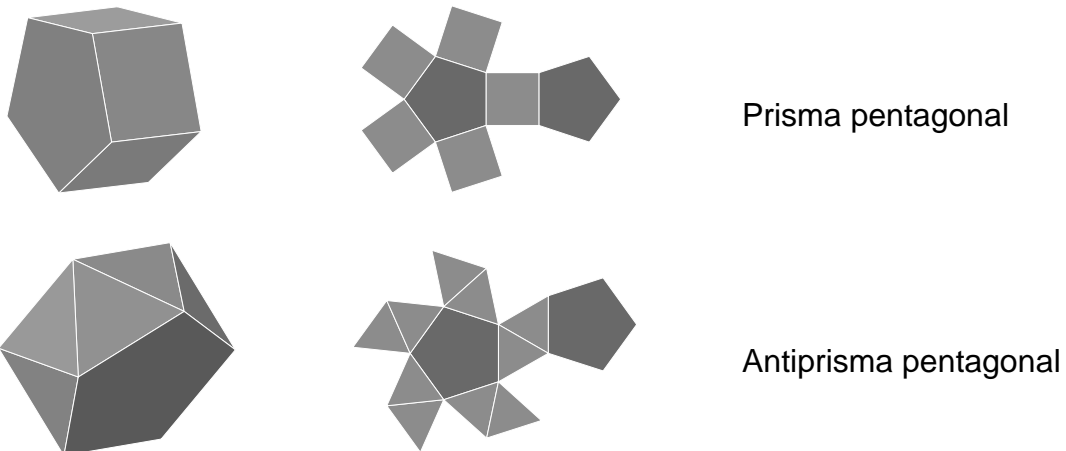
Dipiramide octagonal

Deltoedro octagonal

2.1.8 PRISMAS Y ANTIPRISMAS.

Prismas regulares, Sus caras laterales son cuadrados y sus bases son dos polígonos regulares iguales y paralelos. (Son infinitos).

Antiprismas, Sus caras laterales son triángulos equiláteros y sus bases son dos polígonos regulares paralelos, pero están girados, de forma que cada vértice de una de las bases, se proyecta al punto medio de cada lado de la otra. (Son infinitos).



Prisma pentagonal

Antiprisma pentagonal

CAPÍTULO III

MÉTODOS PARA GENERAR POLIEDROS GEODÉSICOS.

3.1 Consideraciones.

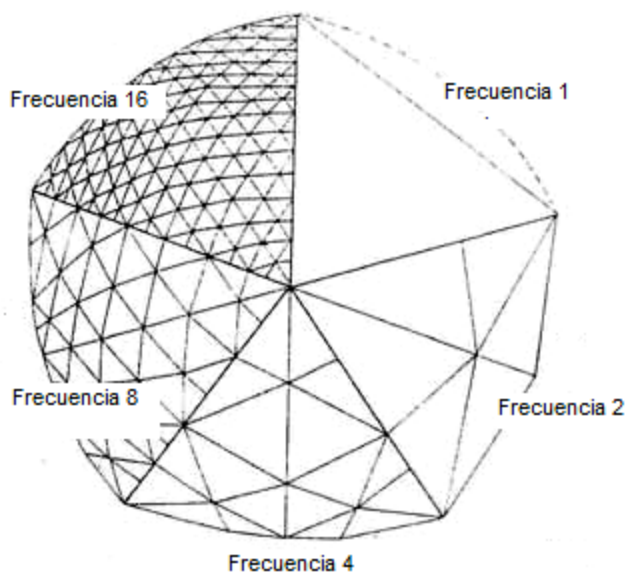
Una vez analizados los cinco poliedros Platónicos y los trece Arquimedianos, buscamos generar poliedros geodésicos a partir de ellos.

R. Fuller generó estructuras geodésicas mediante la subdivisión geométrica de un poliedro, donde generalmente se utiliza el icosaedro, proyectando sus aristas hacia la esfera imaginaria que lo circunscribe, obteniendo un icosaedro esférico. Las barras y los nudos mediante los cuales se articulan, conforman los dos componentes principales de estas estructuras.

Las barras se organizan subdividiendo los triángulos que conforman el icosaedro esférico; subdivisión que puede tomar también otras formas geométricas tales como hexágonos o rombos.

Es mediante esta subdivisión que se va logrando la malla espacial, subdivisión que lleva el nombre de *frecuencia* y que corresponde al número de partes iguales en que está dividido cada lado del triángulo esférico básico que forma el icosaedro esférico.

A mayor frecuencia nos acercaremos más a la esfera, la cual se puede definir como una geodésica de frecuencia infinita.



División del Icosaedro según diversas frecuencias

Debido a que se parte de un poliedro regular hay un número determinado de tipos de barras que se repiten, teniendo por ejemplo para una cúpula geodésica (1/2 esfera) de frecuencia 4, (250 barras) pero de sólo 5 tamaños diferentes.

En la medida que aumentamos la frecuencia, es decir, el número de subdivisiones de las aristas y caras de un poliedro, disminuye el tamaño de las mismas. Así, para una estructura geodésica de gran tamaño, tendremos que aumentar la frecuencia, a fin de que sus barras sean lo más cortas posibles, esto es benéfico por razones constructivas.

Existen diversos métodos para generar poliedros geodésicos a partir de los poliedros regulares y semirregulares. Aquí nos limitamos a describir y comparar los tres métodos básicos para establecer un criterio de selección entre ellos, así como de los poliedros más adecuados y las frecuencias más convenientes para los fines mencionados.

Por ejemplo, en un mismo método podemos comparar las frecuencias de un mismo poliedro, para observar el número de tipos de barra y sus longitudes.

También, se pueden analizar iguales frecuencias en diferentes poliedros, para observar que poliedros nos dan el menor número de tipos de barra.

Respecto a los diferentes métodos de subdivisión, podemos comparar la misma frecuencia con el mismo poliedro, para observar las ventajas de como varía el número y tipo de barras en cada método.

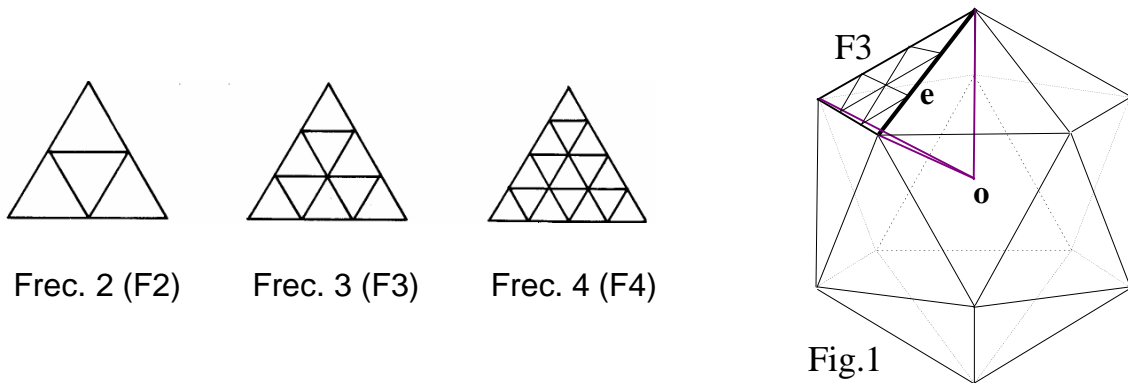
Se demuestra enseguida que:

Si comparamos diferentes métodos, con el mismo poliedro y la misma frecuencia, el método por subdivisión de ángulos centrales, produce menor número de tipos de barra que el método por subdivisión de aristas, pero a pesar de ello, el método por subdivisión de aristas tiene la ventaja de simplificar e incluir a los demás métodos, es decir, hacerlos analizables con relaciones trigonométricas simples.

También se observa inmediatamente que el Icosaedro produce el menor número de tipos de barra diferentes en cualquiera de los métodos, por el hecho de ser el poliedro con el mayor número de aristas y caras cercanas a la esfera.

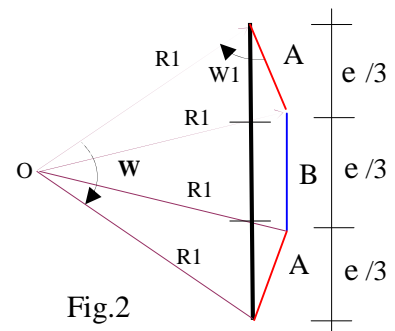
3. 2 Método por subdivisión de aristas en base al icosaedro.

Si subdividimos cada arista del icosaedro en dos partes iguales y luego triangulamos su cara, obtenemos lo que llamaremos frecuencia 2, (F2) del icosaedro; lo mismo si subdividimos cada arista en tres o en cuatro partes y luego triangulamos, obtenemos la frecuencia 3, (F3) y frecuencia 4, (F4) respectivamente.

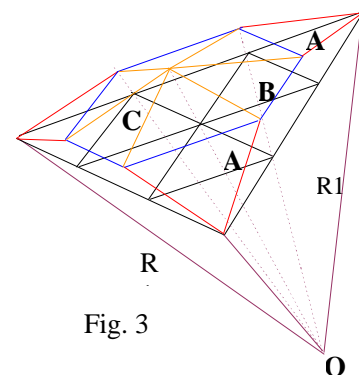


Para la frecuencia 3 de la fig.1 subdividimos la arista (e) del icosaedro, en tres partes iguales y desde (o) pasando por los puntos de trisección se trazan los radios (R1) que tocan la esfera circunscrita y generan los segmentos(A, B, A).

(w) es ángulo central del segmento e
 (w1) es el ángulo axial del segmento A
 Como se muestra en el corte plano de la (fig.2)

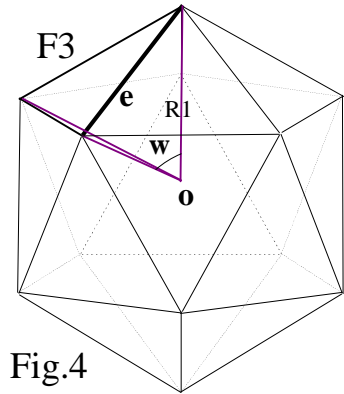


Si subdividimos todas las aristas del icosaedro y triangulamos sus caras, cuyos nuevos puntos serán proyectados a la esfera circunscrita para obtener los nuevos segmentos (A, B, C) sobre esta, donde R1 es su radio y (o) su centro. (Fig. 3).



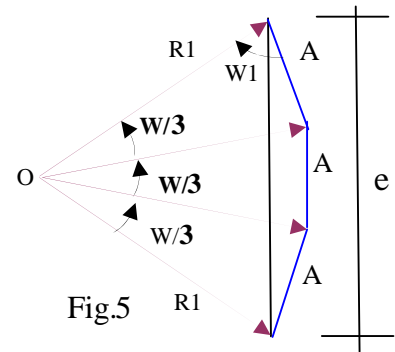
3. 3 Método por subdivisión de ángulos centrales.

- (w) Es ángulo central de la arista (e).
- (o) Es el centro de la esfera circunscrita.
- (e) Es la arista del icosaedro.
- (R1) Es el radio de la esfera circunscrita.



- (e) Es la arista del icosaedro.
- (w1) Es el ángulo axial del segmento (A)

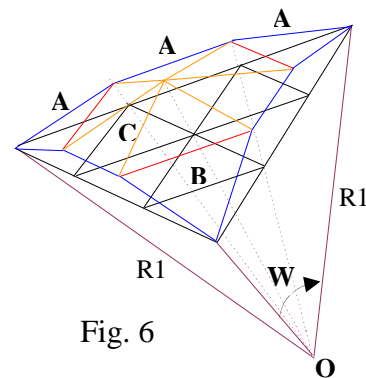
Se subdivide el ángulo central (w) partes iguales, en este caso tres (w/3) y se trazan radios R1 desde (o), pasando por (e), hasta tocar la esfera circunscrita. Obtenemos los segmentos (A).



En la Fig. 6 se muestra la frecuencia 3 del icosaedro. Por subdivisión de ángulo central.

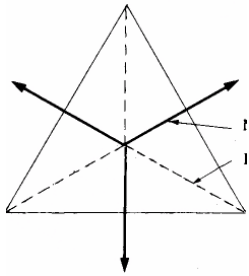
Se muestran los tres tipos de arista A, B, C y sus posiciones en la subdivisión.

En este método la arista (e) queda subdividida de manera irregular.

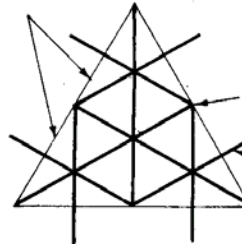


3. 4 Método de subdivisión por unión de centros (triacones).

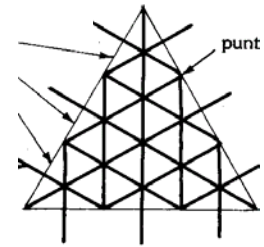
Frec. 2



Frec. 4



Frec. 6



Se subdivide la cara triangular del icosaedro en un determinado número de triángulos mas pequeños (ver fig.1). Se unen los centros de cara de esos triángulos pequeños proyectados a la esfera entre si, con los vértices del poliedro original y con los vértices de los triángulos pequeños, proyectados a la esfera.

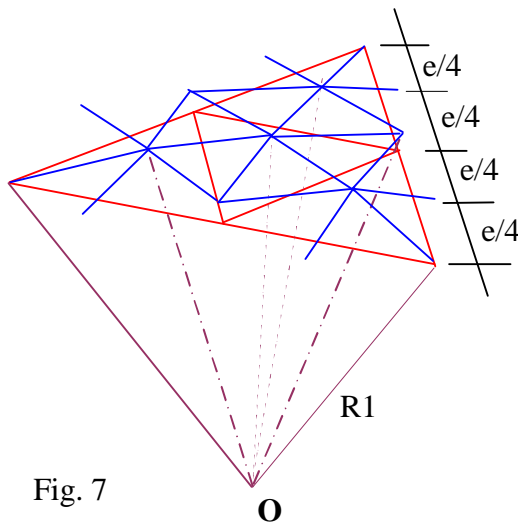


Fig. 7

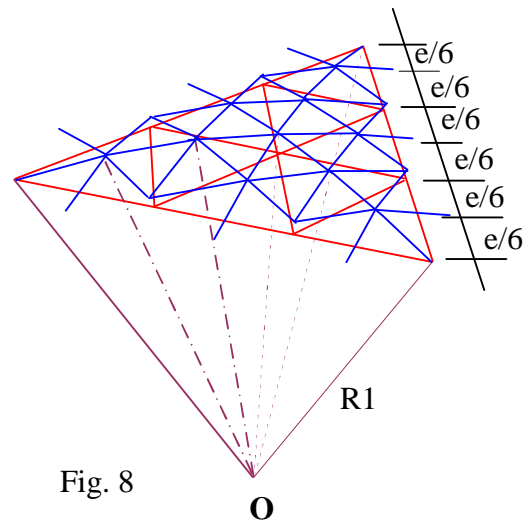


Fig. 8

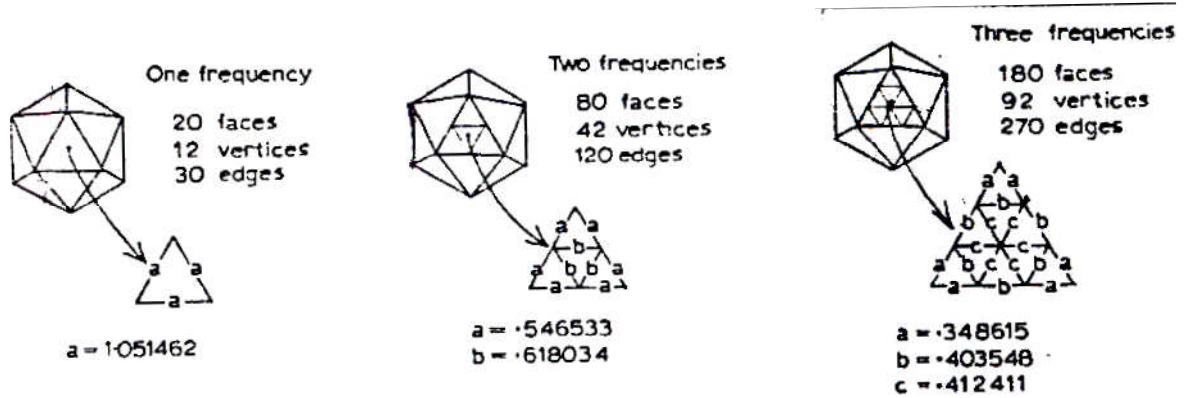
Observamos que la frecuencia 2 por partición de aristas, es la base de (F4) Triacon
La frecuencia 3 por partición de aristas es la base para (F6) Triacon.

3. 5 Comparación de frecuencias (En el método de partición de aristas)

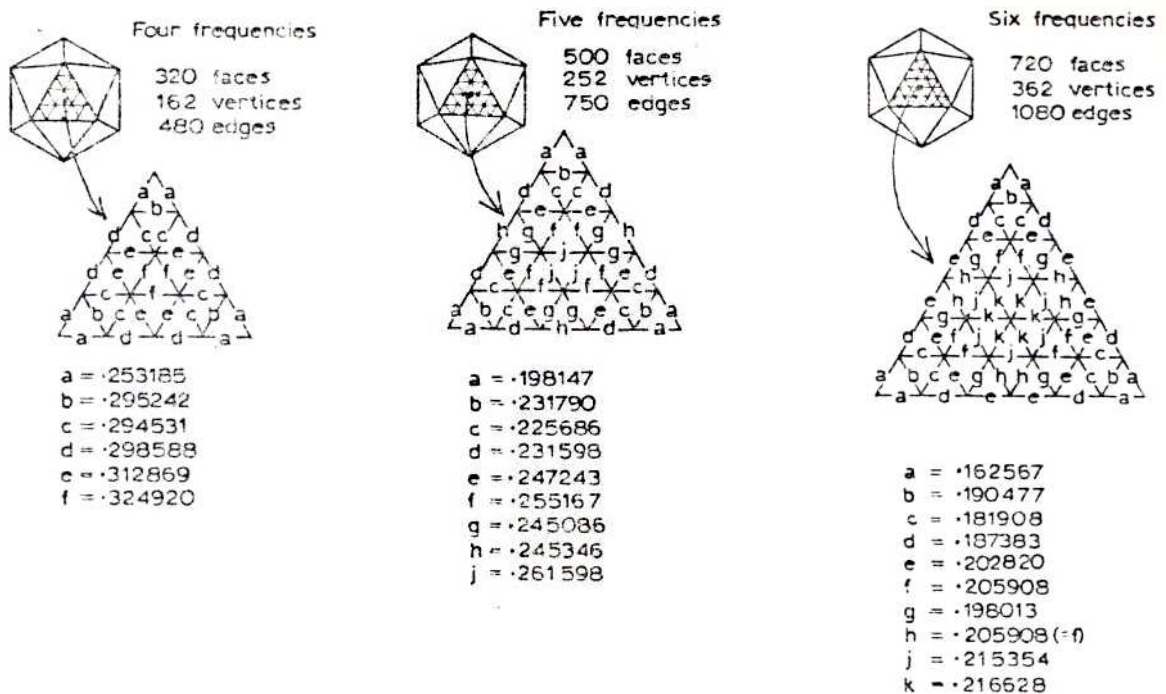
Cuando el radio de la esfera circunscrita al icosaedro (R1) vale la unidad, las longitudes (a, b, c, d) de sus aristas nos dan valores unitarios o (constantes).

3.5.1 En poliedros iguales.

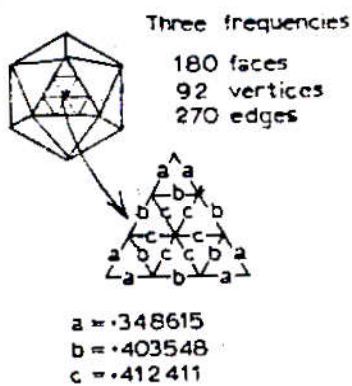
Obsérvese como a medida que aumenta la frecuencia, aumenta el número de tipos de aristas y disminuye su longitud de barra.



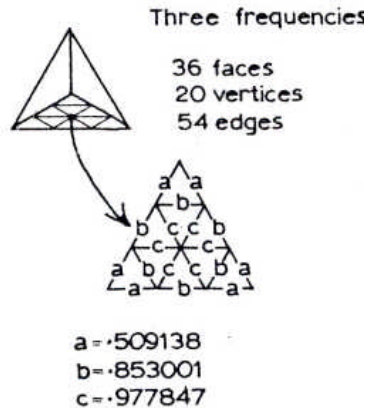
La frecuencia 3 es muy utilizada en vivienda porque tiene solo tres largos de arista y permite hacer geodesicas hasta 12m de diámetro con las medidas comerciales de la madera.



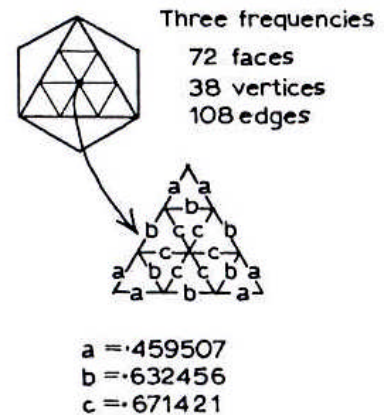
3.5.2 En poliedros diferentes. (Comparación de la misma frecuencia 3.)



Icosaedro

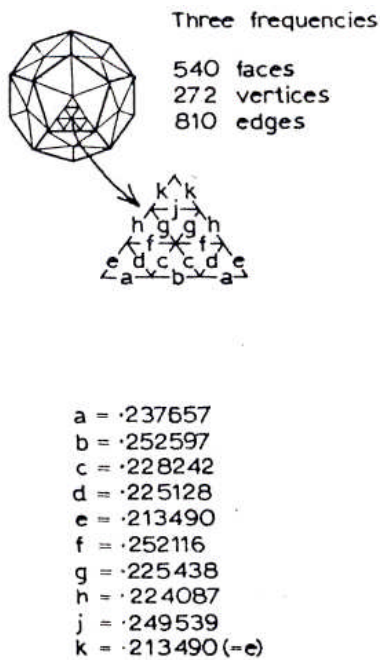


Tetraedro

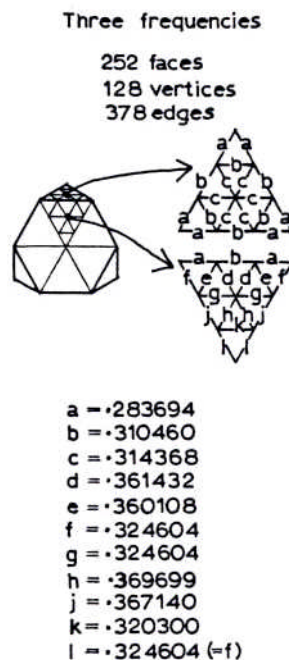


Octaedro

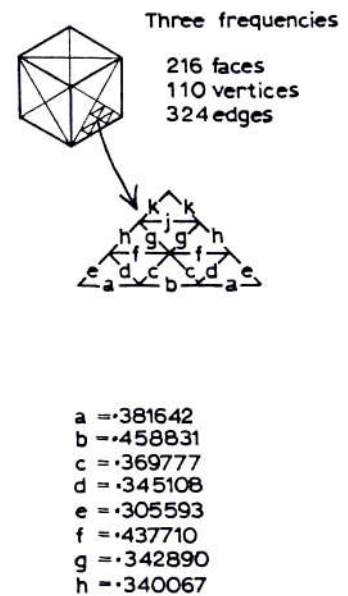
Obsérvese que aunque el Icosaedro, Tetraedro y Octaedro tienen el mismo número de tipos de arista, las del Icosaedro son las de menor longitud.



Dodecaedro



Tetraedro truncado



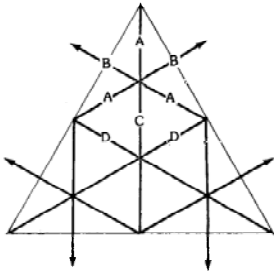
Cubo o Hexaedro

Obsérvese que el Icosaedro es el poliedro mas adecuado en el número tipos de aristas y la longitud de las mismas.

3.6 Comparación de frecuencias (en método de los triacones)

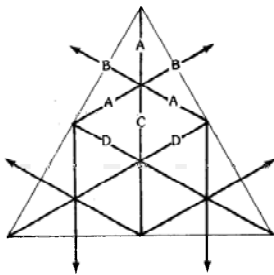
3.6.1 En poliedros diferentes.

OCTA TRIACON 4º GRADO



	ángulo axial	constante
A	74°52'	0.52242
B	69°03'	0.71510
C	77°46'	0.42350
D	72°22'	0.60584

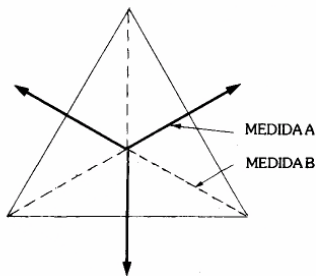
ICOSA TRIACON 4º GRADO



	ángulo axial	constante
A	80°19'	0.33609
B	78°46'	0.38948
C	80°59'	0.31337
D	79°33'	0.36284

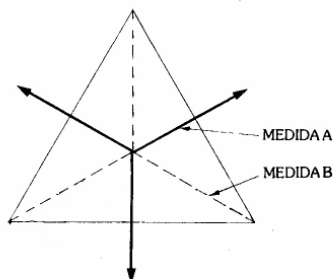
Observamos que nos da el mismo número de aristas de longitud diferente (A, B, C, D), para el **octaedro** y el **icosaedro**, pero las del icosaedro son de longitud menor.

OCTA TRIACON 2º GRADO



	ángulo axial	constante
A	54°44'	1.15470
B	62°38'	0.91936

ICOSA TRIACON 2º GRADO

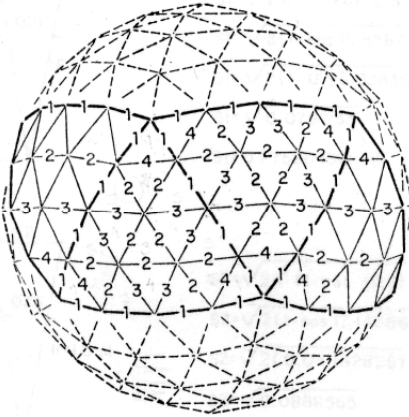


	ángulo axial	constante
A	69°06'	0.71364
B	71°19'	0.64085

Observamos que nos da el mismo número de aristas de longitud diferente (A, B), para el **octaedro** y el **icosaedro**, pero las del icosaedro son de longitud menor.

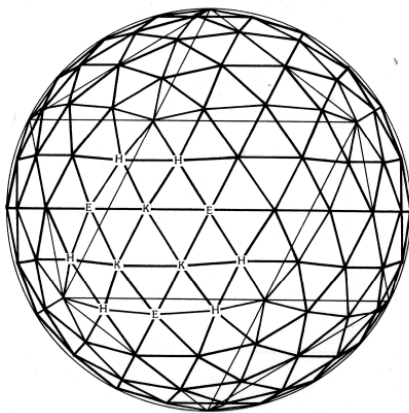
3.7 Comparación de frecuencias (en diferentes métodos)

Para la frecuencia 4 en todos los casos, observamos que el método de partición de ángulos centrales contiene solo 4 tipos de aristas y los segmentos más cortos.



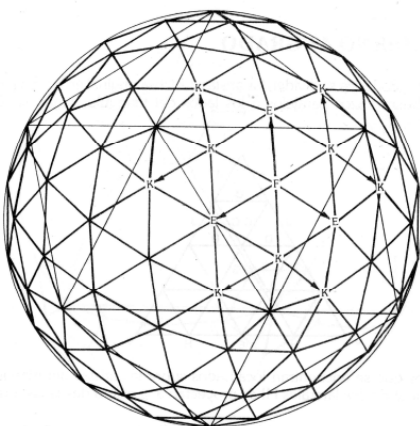
Por división de ángulos centrales.

- 1 = 0.275904512 ul
- 2 = 0.298088074 ul
- 3 = 0.312868918 ul
- 4 = 0.321244128 ul



Por división de aristas.

	ángulo axial	constantes
A	82°44'	0.25318
B	81°31'	0.29524
C	81°32'	0.29453
D	81°	0.31287
G	80°39'	0.32492
J	81°25'	0.29859



Por unión de centros (triacones).

	ángulo axial	constante
A	80°19'	0.33609
B	78°46'	0.38948
C	80°59'	0.31337
D	79°33'	0.36284

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS MATEMÁTICO.

Como se vio en el capítulo anterior; de los cinco poliedros platónicos, el icosaedro es el mas adecuado para generar poliedros geodésicos por tener el mayor número de caras y aristas iguales relacionadas con las tres esferas mencionadas, que son la base del análisis algebraico y a ellas se referirán todos los elementos geométricos analizados.

Se eligió desarrollar la frecuencia tres del icosaedro por ser esta la que mas se emplea para viviendas hasta de 12m de diámetro, es también la primera frecuencia non de mayor complejidad y por lo tanto es la base para el desarrollo de otras frecuencias nones como la 5, 7, 9, etcétera, además de que podemos derivar de ella las frecuencias múltiplos pares. 6, 12, con el mismo proceso de análisis.

A continuación se describen las propiedades geométricas del icosaedro significativas para nuestro análisis y su correspondiente análisis algebraico.

4.1 Propiedades geométricas del Icosaedro.

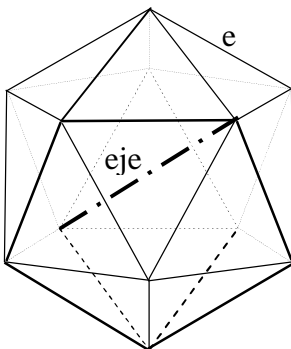


Fig.1 Icosaedro

El icosaedro tiene 20 caras triangulares equiláteras iguales, cuyos centros tocan una esfera inscrita (La Inesfera).

30 aristas iguales de longitud (e), cuyos puntos medios tocan una esfera intermedia (Interesfera).

12 vértices que tocan la misma esfera circunscrita (Circunesfera).

Cada vértice tiene otro opuesto cuya unión de ambos es un eje de simetría y de rotación del Icosaedro (hay 6 ejes que se cruzan por el centro de la esfera circunscrita). Fig.1

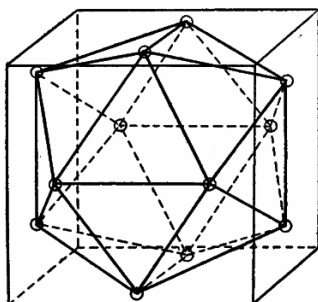


Fig.2

Los doce vértices de un Icosaedro están por parejas, sobre las caras del cubo, lo que facilita las proyecciones ortogonales y el análisis de sus cortes. Fig. 2

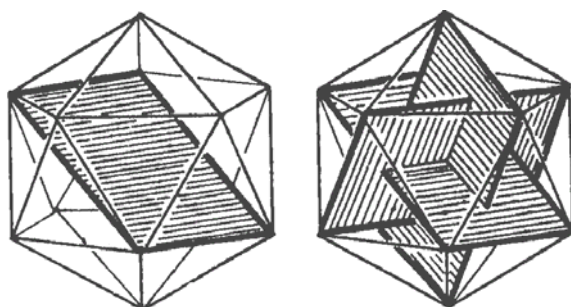


Fig. 3

Cada arista tiene otra opuesta y paralela cuya unión de ambas genera un plano de simetría del icosaedro Fig. 3; lo que facilita el análisis del icosaedro cortándolo en esos planos.

Es importante en esta etapa, construir el icosaedro y sus cortes, con modelos de cartón y modelos de alambre a escala para percibir simultáneamente y de manera tangible, sus propiedades geométricas y estructurales.

El criterio para hacer los cortes que serán de utilidad se basa en los requerimientos para obtener todas las longitudes y ángulos del poliedro geodésico final como se menciona en el Capítulo III.

Por ahora se describen y analizan los cortes necesarios para la frecuencia 3 del icosaedro.

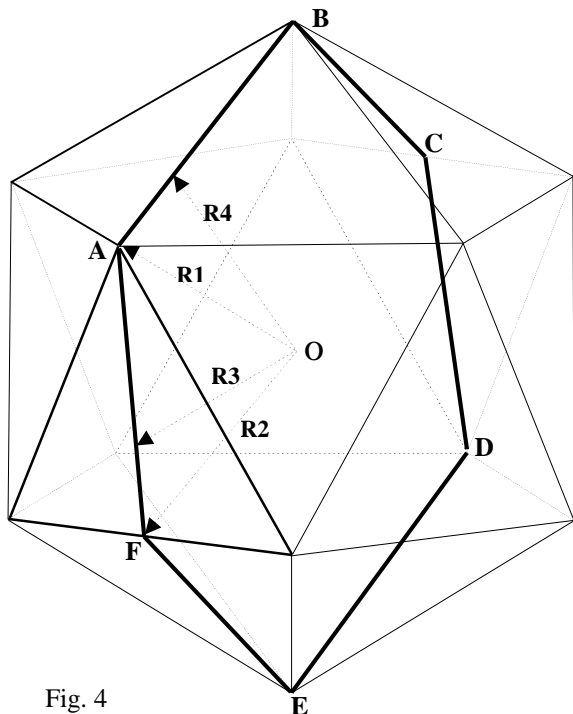


Fig. 4

El Icosaedro y sus esferas relacionadas.

El plano de simetría **ABCDEF** del icosaedro, contiene los radios de esfera **R1, R2, R3, y R4**. Fig.4

R1.- radio de la esfera circunscrita (**circunesfera**), toca todos los vértices del icosaedro.

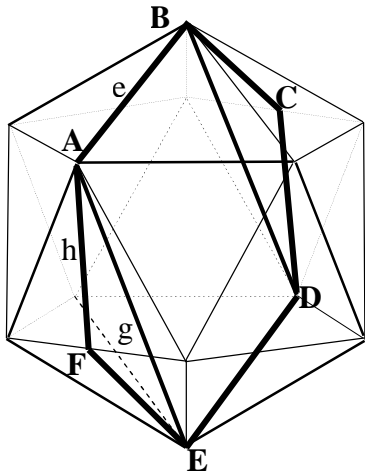
R2.- radio de la esfera intermedia (**interesfera**), toca los puntos medios de todas las aristas.

R3.- radio de la esfera inscrita (**inesfera**), toca los centros de todas las caras.

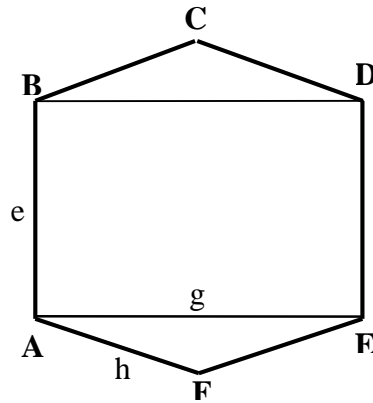
R4.- toca el punto de trisección de todas las aristas y es útil para el análisis.

4.2 Cortes básicos del Icosaedro.

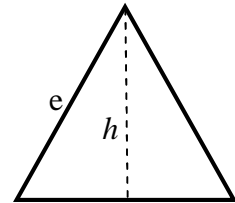
El corte plano de simetría del Icosaedro ABCDF de la Fig. 5, muestra en verdadera forma y magnitud la arista (e) Fig. 6 y la altura (h) de la cara triangular del icosaedro Fig.7



El Icosaedro
Fig. 5



Corte ABCDEF del Icosaedro
Fig. 6



Cara del Icosaedro
Fig. 7

e.- es la longitud de la arista del Icosaedro

h.- altura de la cara del Icosaedro que corresponde a un triangulo equilátero.

g.- longitud de la diagonal del corte pentagonal del icosaedro.

En las figuras 8 y 9 se muestra otro corte de utilidad, éste es un pentágono regular y sus relaciones entre (e) y (g).

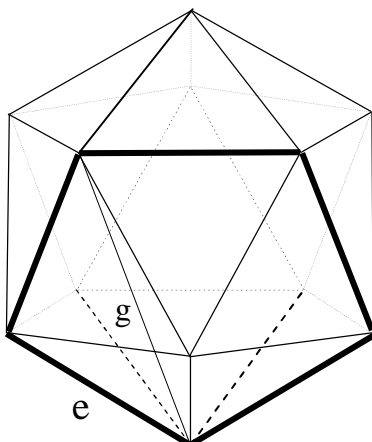


Fig.8.- Icosaedro

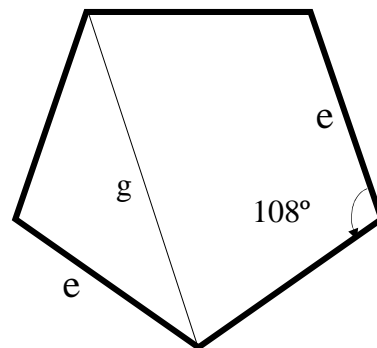
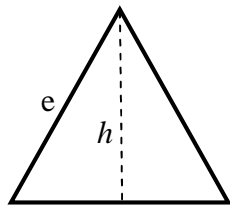


Fig. 9.- Corte pentagonal del Icosaedro

4.3 Relaciones algebraicas de los cortes del Icosaedro con sus esferas.
(Circun esfera, in esfera e interesfera).

A partir de la cara triangular del Icosaedro, por el teorema de Pitágoras, se obtiene la altura del triangulo en función de su lado (e)



Cara del Icosaedro

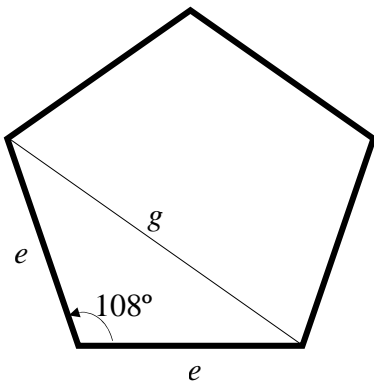
Fig.10

$$h^2 = e^2 - (e/2)^2$$

$$h^2 = \frac{4e^2 - e^2}{4} = \frac{3e^2}{4}$$

$$h = \frac{e\sqrt{3}}{2}$$

En el corte pentagonal del Icosaedro, por la ley de cosenos, obtenemos (g) en función de (e).



Corte del Icosaedro

Fig. 11

Por ley de cosenos:

$$g^2 = e^2 + e^2 - 2e \cdot e \cos 108^\circ$$

$$g^2 = 2e^2 - 2e^2 \cos 108^\circ$$

$$g^2 = 2e^2(1 - \cos 108^\circ)$$

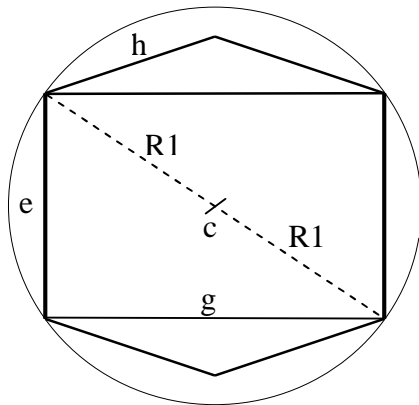
Pero, $\cos 108^\circ = -\cos 72^\circ$

entonces: $g^2 = 2e^2(1 + \cos 72^\circ)$

de donde, $g = e\sqrt{2(1 + \cos 72^\circ)}$

Obtención del radio de la circunsfera (R1) en función de (e)

(R1) toca todos los vértices del Icosaedro.



El mismo corte de la Fig.6 con el diámetro de la esfera circunscrita

Fig.12

Por el T. de Pitágoras $(2R_1)^2 = e^2 + g^2$

Pero: $g^2 = 2e^2(1 + \cos 72^\circ)$

Entonces:

$$(2R_1)^2 = e^2 + 2e^2(1 + \cos 72^\circ)$$

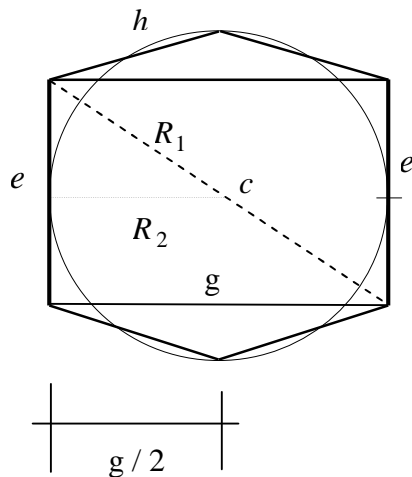
$$4R_1^2 = e^2 + 2e^2 + 2e^2 \cos 72^\circ$$

$$(R_1)^2 = \frac{3e^2 + 2e^2 \cos 72^\circ}{4}$$

Así. $R_1 = \frac{e}{2} \sqrt{3 + 2 \cos 72^\circ}$

El radio de la interesfera (R2)

Toca los puntos medios de las aristas.



Obtenemos R2 en función de (e)

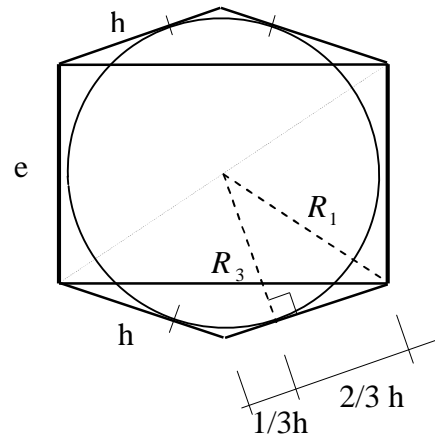
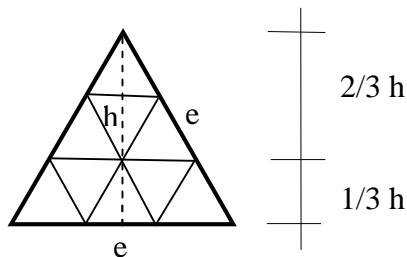
$$R_2 = \frac{g}{2} = \frac{e \sqrt{2(1 + \cos 72^\circ)}}{2}$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{2e^2(1 + \cos 72^\circ)}{4}}$$

$$R_2 = e \sqrt{\frac{(1 + \cos 72^\circ)}{2}}$$

El radio de la inesfera (R3)

Toca los centros de cara del icosaedro.



El centro del triángulo equilátero está a un tercio de su altura.

El círculo representa la inesfera que toca los centros de las caras a 1/3 de h.

Por el teorema de Pitágoras.

$$R_1^2 = R_3^2 + (2h/3)^2$$

como $R_3^2 = R_1^2 - (2h/3)^2$

Si $R_1 = \frac{e}{2} \sqrt{3 + 2 \cos 72^\circ}$ y $h^2 = \frac{3e^2}{4}$

substituyendo tenemos:

$$(R_3)^2 = \left(\frac{e}{2} \sqrt{3 + 2 \cos 72^\circ} \right)^2 - \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{3e^2}{4} \right)$$

$$(R_3)^2 = \frac{e^2(3 + 2 \cos 72^\circ)}{4} - \left(\frac{4}{9} \right) \left(\frac{3e^2}{4} \right)$$

como $(R_3)^2 = \frac{e^2(3 + 2 \cos 72^\circ)}{4} - \frac{12e^2}{36}$

$$(R_3)^2 = \frac{3e^2(3 + 2 \cos 72^\circ) - 4e^2}{12}$$

como $(R_3)^2 = \frac{e^2[3(3 + 2 \cos 72^\circ) - 4]}{12}$

$$(R_3)^2 = \frac{e^2(9 + 6 \cos 72^\circ - 4)}{12}$$

como $R_3^2 = \frac{e^2(5 + 6 \cos 72^\circ)}{2^2 \cdot 3}$

$$R_3 = \left(\frac{e}{2} \right) \sqrt{\frac{5 + 6 \cos 72^\circ}{3}}$$

4.4. La frecuencia tres del icosaedro

Hasta aquí se han analizado las relaciones algebraicas entre las partes del icosaedro y su relación con la esfera. Ahora subdividimos las aristas del icosaedro en un número determinado de partes iguales, en este caso, serán tres partes, a la que llamaremos *frecuencia 3*, subdividiendo también la cara del icosaedro en 9 triángulos equiláteros pequeños, que serán proyectados a la superficie de la esfera circunscrita a partir del centro (o) como se muestra en la Fig. 10, para obtener los segmentos X, Y, Z. Fig.11, que determinaremos algebraicamente.

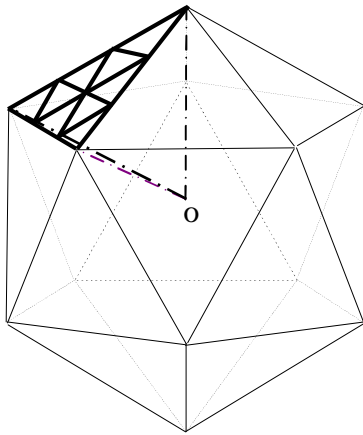


Fig.10

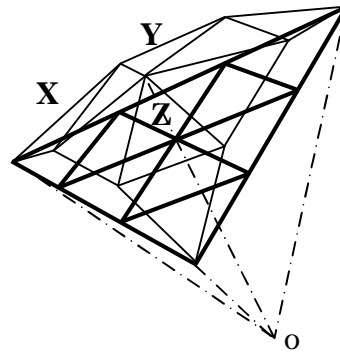


Fig.11 Ampliando el triángulo subdividido de la fig.10 y proyectando sus puntos a la circunscfera, obtenemos X, Y, Z

4.4.1 Obtención de los segmentos X, Y, Z y sus ángulos centrales.

En el corte A, B, C, D, E, F, de la Fig. 5, Determinamos (R4) desconocida, que es un segmento de (R1), necesaria para determinar el segmento (Y)

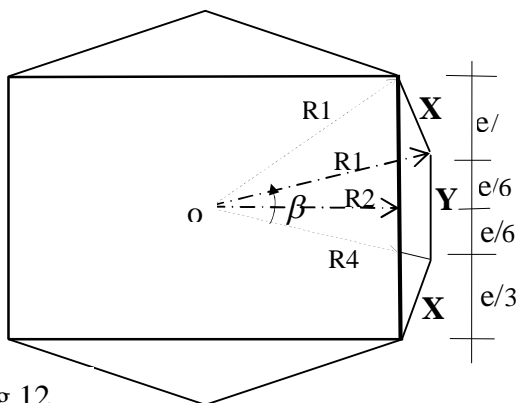


Fig.12

Por el teorema de Pitágoras.

$$(R_4)^2 = (R_2)^2 + \left(\frac{e}{6}\right)^2$$

R4 es un segmento de R1, en cuya prolongación concurren X, Y.

Determinamos el segmento (Y) en función de R1, R4, e.

Por semejanza de triángulos. $\frac{Y/2}{e/6} = \frac{R_1}{R_4}$ de donde, $Y = \frac{e \cdot R_1}{3R_4}$

Por la ley de cosenos obtenemos el ángulo central (β) del segmento Y

$$Y^2 = R_1^2 + R_1^2 - 2R_1R_1 \cos \beta$$

$$Y^2 = 2R_1^2 - 2R_1^2 \cos \beta$$

$$2R_1^2 \cos \beta = 2R_1^2 - Y^2$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{Y^2}{2R_1^2}$$

Determinemos ahora la longitud del segmento (X) en función de (R1) y (R4), Para esto, se calcula primero el ángulo central (α) por la ley de cosenos.

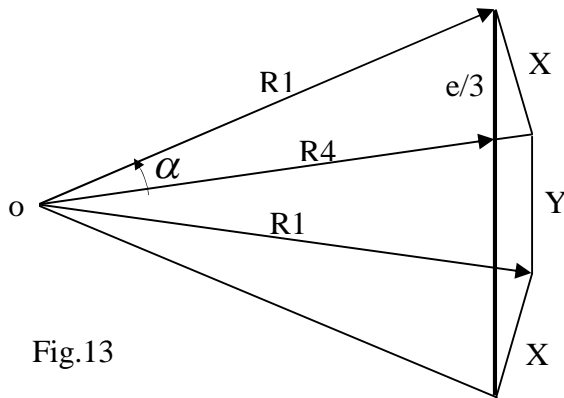


Fig.13

$$\left(\frac{e}{3}\right)^2 = (R_1)^2 + (R_4)^2 - 2R_1R_4 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{(R_1)^2 + (R_4)^2 - \left(\frac{e}{3}\right)^2}{2R_1R_4}$$

Alfa es el ángulo central que subtende al segmento X desde el centro (o) de la esfera circunscrita.

Conocido el ángulo (α), calculamos ahora el segmento (X) empleando la ley de los cosenos.

$$X^2 = (R_1)^2 + (R_1)^2 - 2R_1R_1 \cos \alpha \quad \text{como:} \quad X^2 = 2(R_1)^2 - 2(R_1)^2 \cos \alpha$$

$$X^2 = 2R_1^2(1 - \cos \alpha) \quad \text{como:} \quad X = R_1 \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$$

Calculamos ahora el **segmento (Z)** en función de (R1)

Cálculo del ángulo central Delta (δ).

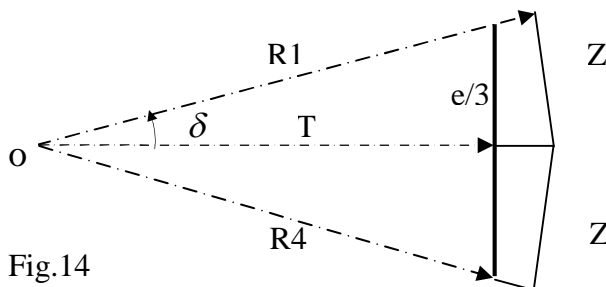


Fig.14

$$(R_4)^2 = \left(\frac{e}{3}\right)^2 + T^2$$

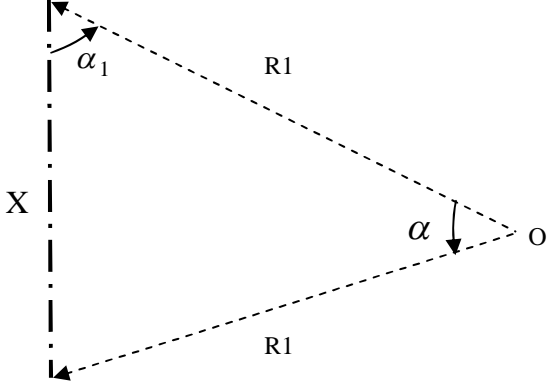
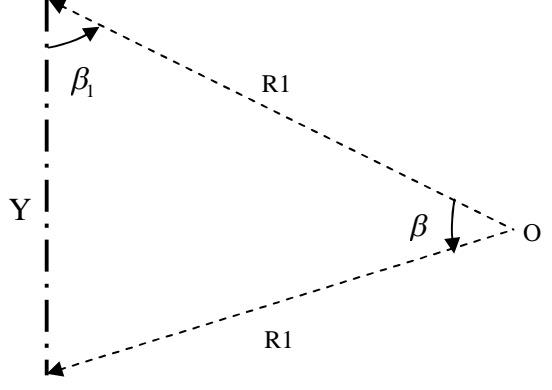
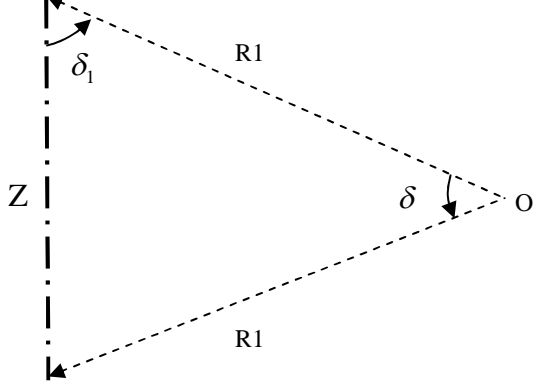
$$T = \sqrt{(R_4)^2 - \left[\frac{e}{3}\right]^2}$$

$$\cos \delta = \frac{T}{R_4}$$

Por la ley de los cosenos obtenemos la fórmula para el segmento Z

$$Z^2 = R_1^2 + R_1^2 - 2R_1R_1 \cos \delta \quad Z^2 = 2R_1^2(1 - \cos \delta) \quad Z = R_1 \sqrt{2(1 - \cos \delta)}$$

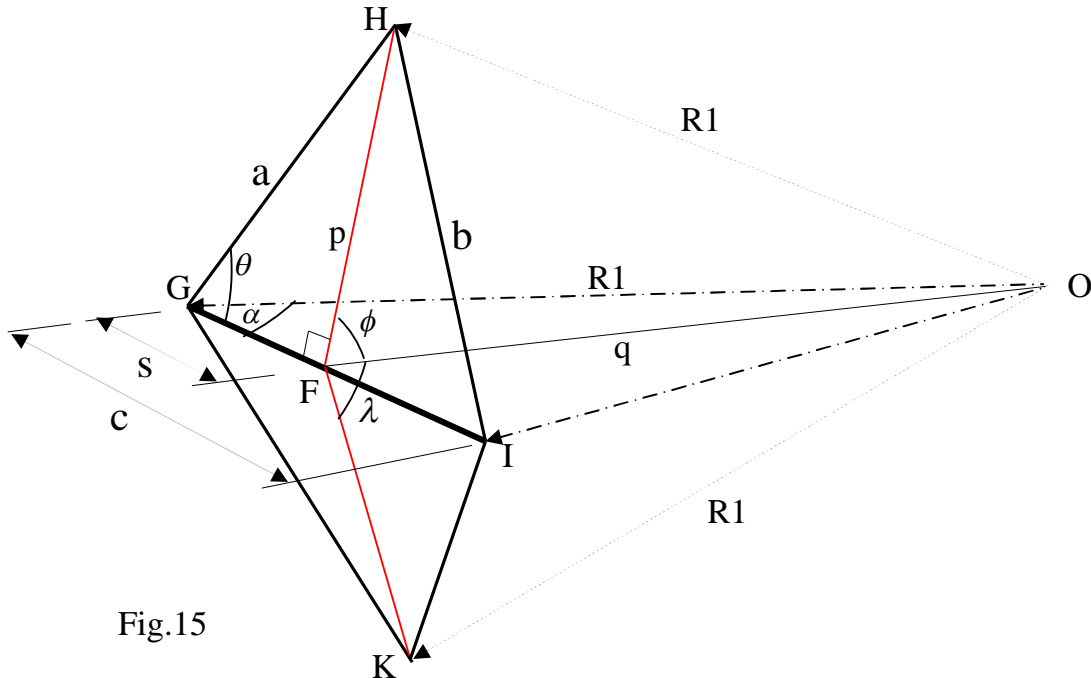
4.4.2 Ángulos centrales α, δ, β y ángulos extremos $\alpha_1, \beta_1, \delta_1$ de X, Y, Z

$\cos \alpha = \frac{(R_1)^2 + (R_4)^2 - \left(\frac{e}{3}\right)^2}{2R_1R_4}$ $\alpha_1 = \frac{180 - \alpha}{2}$	
$y^2 = R_1^2 + R_1^2 - 2R_1R_1 \cos \beta$ $\cos \beta = \frac{2R_1^2 - y^2}{2R_1^2}$ $\cos \beta = 1 - \frac{y^2}{2R_1^2}$ $\beta_1 = \frac{180 - \beta}{2}$	
$\cos C = \frac{T}{R_4}$ $C = \delta$ $\delta_1 = \frac{180 - \delta}{2}$	

4.4.3 Ángulo diedro entre las caras de la frecuencia 3. (Caso general)

El ángulo diedro está entre dos caras del poliedro, tomando como eje la arista que las une.

Obtener el ángulo diedro $\phi + \lambda$ Conocidos a, b, c.



En el triángulo GHI

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

En el triángulo FGH

$$s = a \cos \theta$$

En el triángulo GOI

$$R_1^2 = R_1^2 + c^2 - 2R_1c \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{c}{2R_1}$$

En el triángulo FGO

$$q^2 = R_1^2 + s^2 - 2R_1s \cos \alpha$$

En el triángulo GFH

$$p^2 = a^2 - s^2$$

En el triángulo FHO.

$$\cos \phi = \frac{p^2 + q^2 - R_1^2}{2pq}$$

Para conocer λ , hacemos el mismo procedimiento en el triángulo IGK, Conociendo así el ángulo diedro $(\phi + \lambda)$

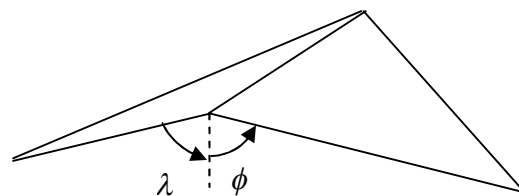


Fig.16 Ángulo diedro $\phi + \lambda$

4.5 Ejemplo de cálculo numérico para una geodésica F3, de radio R1 = 4m.

Para esta secuencia de cálculo se realiza el mismo desarrollo algebraico, por lo que se pueden consultar los mismos esquemas.

Radio propuesto: R1= 4m (radio de la esfera circunscrita)

Obtenemos (e) en función de R1.

$$e = \frac{2R1}{\sqrt{3+2\cos 72^\circ}} = \frac{2(4)}{\sqrt{3+2(.309016)}} = 4.205848$$

Obtenemos R2 en función de (e).

$$R2 = e\sqrt{\frac{1+\cos 72^\circ}{2}} = 4.205848\sqrt{\frac{1+.309016}{2}} = 3.402603$$

Obtenemos R4 en función de R2 y (e).

$$R4 = \sqrt{(R2)^2 + \left(\frac{e}{6}\right)^2} = \sqrt{(3.402603)^2 + \left(\frac{4.205848}{6}\right)^2} = 3.474057$$

Obtenemos T en función de R4 y (e).

$$T = \sqrt{(R4)^2 - \left(\frac{e}{3}\right)^2} = \sqrt{(3.474057)^2 - \left(\frac{4.205848}{3}\right)^2} = 3.178617$$

Obtenemos el **ángulo** α (ángulo central de la barra X), en función de R1, R4 y (e)

$$\text{Cos}\alpha = \frac{(R1)^2 + (R4)^2 - \left(\frac{e}{3}\right)^2}{2R1R4} = \frac{4^2 + 3.474057^2 - \left(\frac{4.205848}{3}\right)^2}{2(4)(3.474057)} = 0.939233$$

$$\text{Como : } \alpha = 20^\circ 04' 36''$$

Obtenemos ahora la **longitud de la barra X**, en función de R1 y Cos α

$$X = R1\sqrt{2(1-\text{Cos}\alpha)} = 4\sqrt{1-(0.939233)} = 1.3944$$

Obtenemos la **longitud de la barra Y**, en función de (e), R1 y R4

$$Y = \frac{e(R1)}{3(R4)} = \frac{4.2058(4)}{3(3.474057)} = 1.6141$$

Obtenemos el **ángulo** β , que es el ángulo central de la barra Y, en función esta y de R1.

$$\text{Cos}\beta = 1 - \frac{Y^2}{2(R1)^2} = 1 - \frac{(1.6141)^2}{2(4)^2} = 0.918574; \quad \text{Como}\beta = 23^016'53''$$

Obtenemos ahora el **ángulo** δ , que es el ángulo central de la barra Z en función de T y de R4.

$$\text{Cos}\delta = \frac{T}{R4} = \frac{3.1786}{3.4740} = 0.914958; \quad \text{Como: } \delta = 23^048'$$

Obtenemos la **longitud de la barra Z**, en función de δ y de R1

$$Z = 2R1(1 - \cos \delta) = 2(4)(1 - 0.914958) = 1.6496$$

Obtención de los ángulos extremos de las barras X, Y, y Z

Ángulo extremo de la barra X.

$$\alpha_1 = \frac{180 - \alpha}{2} = \frac{179^059'60'' - 20^004'36''}{2} = 79^057'42''$$

Ángulo extremo de la barra Y

$$\beta_1 = \frac{180^0 - \beta}{2} = \frac{179^059'60'' - 23^016'53''}{2} = 78^021'33''$$

Ángulo extremo de la barra Z

$$\delta_1 = \frac{180^0 - \delta}{2} = \frac{179^059'60'' - 23^048'00''}{2} = 78^006'$$

Obtención del ángulo diedro entre los triángulos **XYX** y **XYX**

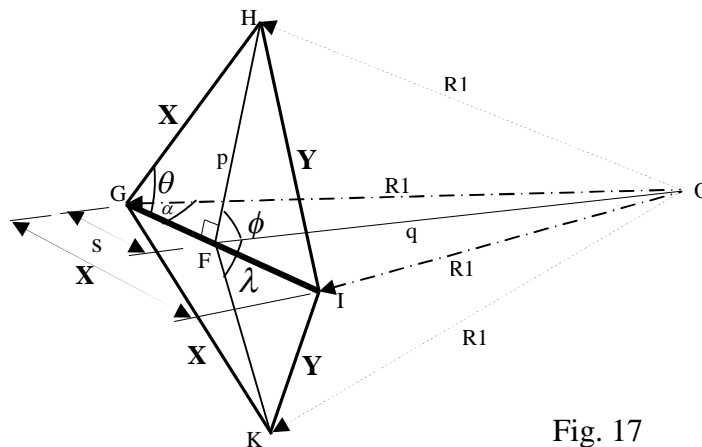


Fig. 17

1.-En **GHI** por ley de cosenos:

$$\cos \theta = 1 - \frac{Y^2}{2X^2} = 1 - \frac{1.6141^2}{2(1.3944^2)} = .33002$$

2.-En **GFH**

$$s = X \cos \theta = (1.3944)(.33002) = .4601$$

3.-En **GOI** por ley de cosenos:

$$\cos \alpha = \frac{X^2}{2R_1 X} = \frac{1.3944^2}{(2)(4)(1.3944)} = .1743$$

4.-En **GFO**

$$q^2 = R_1^2 + s^2 - 2R_1 s \cos \alpha$$

$$q^2 = 4^2 + .4601^2 - 2(4)(.4601)(.1743)$$

$$q^2 = 15.5701$$

5.-En **GHF**

$$p^2 = X^2 - s^2$$

$$p^2 = 1.3944^2 - .4601^2 = 1.7326$$

6.-En **FHO**

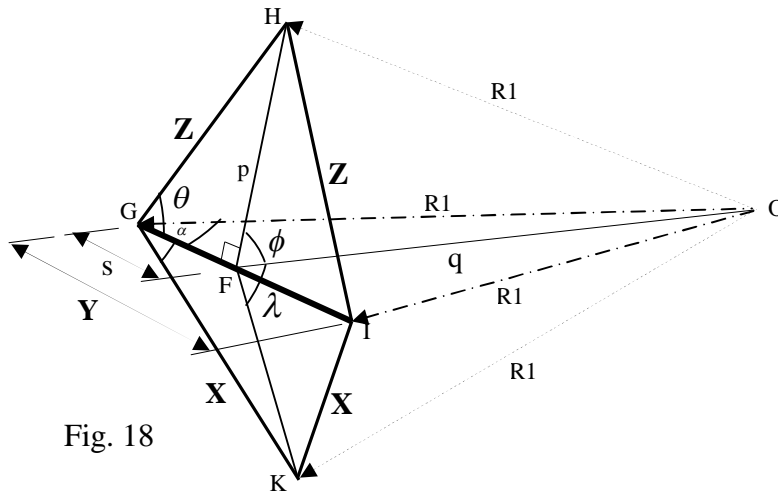
$$\cos \phi = \frac{p^2 + q^2 - R_1^2}{2pq} = \frac{1.7326 + 15.5701 - 4^2}{2(1.3162)(3.94589)}$$

$$\cos \phi = 0.125415$$

Como: $\phi = \lambda$
 $\phi = 82.7952^\circ$

El ángulo diedro es $2\phi = 165.5905557^\circ$

Obtención del ángulo diedro entre las barras **XXY** y **YZZ**



$$\phi + \lambda = 83.1382^{\circ} + 85.8720^{\circ}$$

$$\phi + \lambda = 169.01^{\circ}$$

1.-En **GHI**

$$\cos \theta = \frac{Y^2}{2ZY}$$

$$\cos \theta = \frac{1.6141^2}{2(1.6496)(1.6141)} = 0.489239$$

2.-En **GFH** $s = Z \cos \theta$

$$s = (1.6496)(0.489239) = 0.807048$$

3.-En **GOI**

$$\cos \alpha = \frac{Y^2}{2R_1 Y}$$

$$\cos \alpha = \frac{(1.6141)^2}{2(4)(1.6141)} = 0.2017625$$

4.-En **GFO**

$$q^2 = R_1^2 + s^2 - 2R_1 s \cos \alpha$$

$$q^2 = 4^2 + .807048^2 - 2(4)(.807048)(.2017625)$$

$$q^2 = 15.3486$$

5.-En **GHF**

$$p^2 = Z^2 - s^2$$

$$p^2 = 1.6496^2 - .807048^2 = 2.0698$$

6.-En **FHO**

$$\cos \phi = \frac{p^2 + q^2 - R_1^2}{2pq} = \frac{2.0698 + 15.3486 - 4^2}{2(1.4386)(3.9177)}$$

$$\cos \phi = 0.119474$$

$$\phi = 83.138253^{\circ}$$

Como: $\phi \neq \lambda$ calculamos el ángulo λ

7.- En **GIK**. $\cos \theta_2 = \frac{Y^2}{2XY}$

$$\cos \theta_2 = \frac{1.6141^2}{2(1.3944)(1.6141)} = 0.57877$$

8.-En **GFK** $s = X \cos \theta_2$

$$s = (1.3949)(0.5787) = 0.8072$$

9.-En **GOI**

$$\cos \alpha = \frac{Y^2}{2R_1 Y}$$

$$\cos \alpha = \frac{(1.6141)^2}{2(4)(1.6141)} = 0.2017625$$

10.-En **GFO**

$$q^2 = R_1^2 + s^2 - 2R_1 s \cos \alpha$$

$$q^2 = 4^2 + .807048^2 - 2(4)(.807048)(.2017625)$$

$$q^2 = 15.3486$$

11.-En **GKF**

$$p_2^2 = X^2 - s^2$$

$$p_2^2 = 1.3944^2 - 0.8072^2 = 1.2927$$

12.-En **FKO**

$$\cos \lambda = \frac{p_2^2 + q^2 - R_1^2}{2p_2 q} = \frac{1.2927 + 15.3486 - 4^2}{2(1.1370)(3.9177)}$$

$$\cos \lambda = 0.0719843$$

$$\lambda = 85.8720^{\circ}$$

Obtención del ángulo diedro entre los triángulos **ZYZ** y **ZYZ**

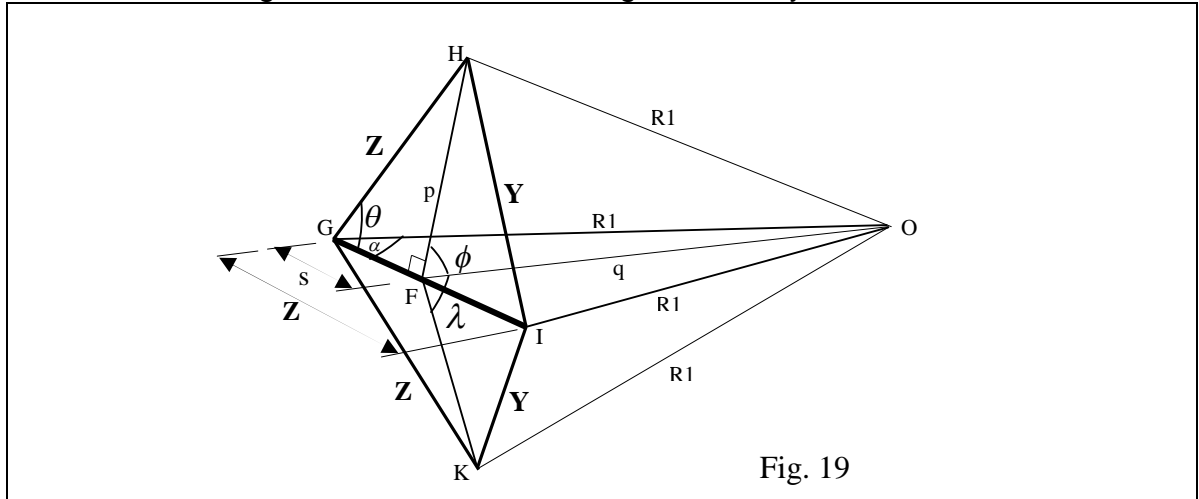


Fig. 19

1.-En **GHI**

$$\cos \theta = 1 - \frac{Y^2}{2Z^2} = 1 - \frac{1.6141^2}{2(1.6496^2)} = 0.52128878$$

2.-En **GFH**

$$s = X \cos \theta = (1.3944)(0.521288) = 0.726885$$

3.-En **GOI**

$$\cos \alpha = \frac{Z^2}{2R_1 Z} = \frac{1.6496^2}{(2)(4)(1.6496)} = 0.2062$$

4.-En **GFO**

$$q^2 = R_1^2 + s^2 - 2R_1 s \cos \alpha$$

$$q^2 = 4^2 + .7268^2 - 2(4)(.7268)(.2062)$$

$$q^2 = 15.3293$$

5.-En **GHF**

$$p^2 = Z^2 - s^2$$

$$p^2 = 1.6496^2 - .7268^2 = 2.1929$$

6.-En **FHO**

$$\cos \phi = \frac{p^2 + q^2 - R_1^2}{2pq} = \frac{2.1929 + 15.3293 - 4^2}{2(1.4808)(3.9152)}$$

$$\cos \phi = 0.1312756523$$

$$\phi = 82.456686^\circ$$

Como: $\phi = \lambda$

El ángulo diedro es $2\phi = 164.913372^\circ$

4.5.1 Resumen de datos y resultados del cálculo numérico.

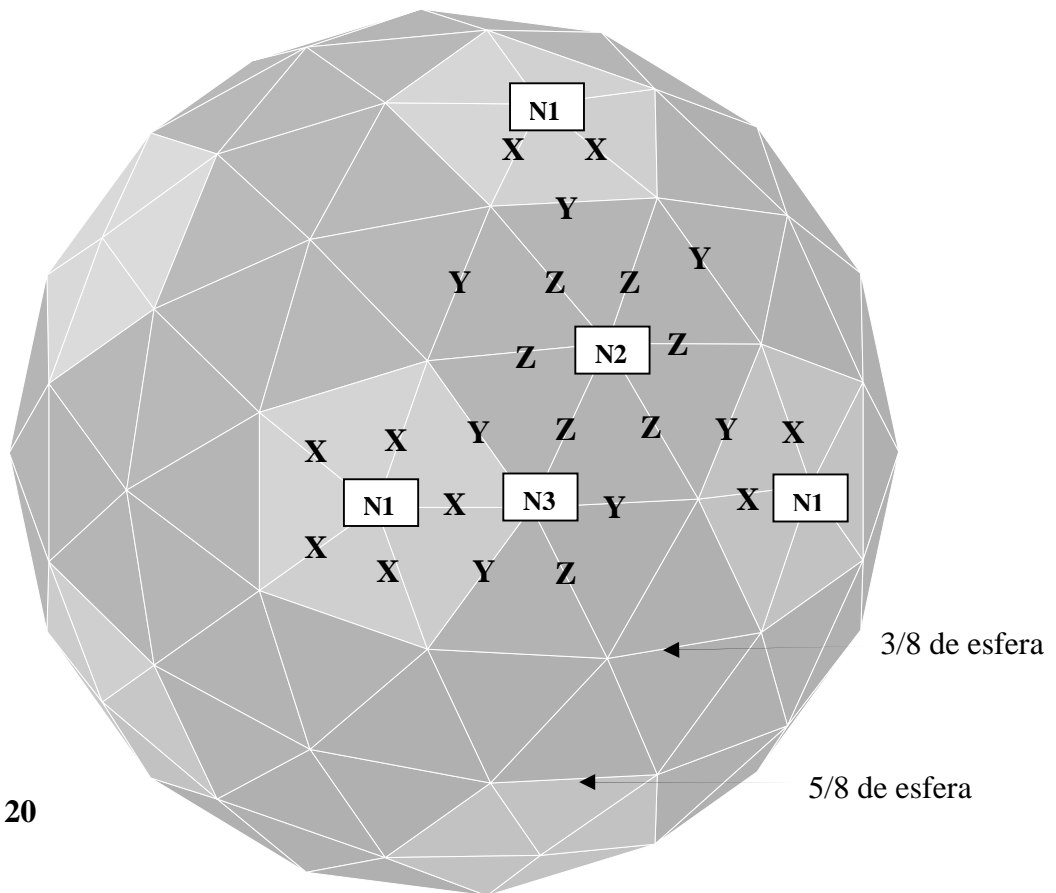


Fig. 20

Tipos de barras	Longitud de las barras cuando el radio = 4 m	Numero de barras en 3/8 de esfera.	Numero de barras en 5/8 de esfera.	Esfera completa
X	1.3944	30	30	60
Y	1.6141	40	55	90
Z	1.6496	50	80	120

Tipos de conectores

Conectores pentagonales N1
Conectores hexagonales N2
Conectores Mixtos. N3

6 piezas	6 piezas	12 piezas
10 piezas	15 piezas.	20 piezas.
30 piezas.	40 piezas.	60 piezas.

Tipos de barras	Longitud a ejes	Ángulos centrales	Ángulos axiales
X	1.3944	20° 04' 36''	79° 57' 42''
Y	1.6141	23° 16' 53''	78° 21' 33''
Z	1.6496	23° 48' 00''	78° 06' 00''

Ángulos diedros, ver Fig. 18		
Entre los triángulos XYX y XYX , se encuentra la barra X	$\phi = \lambda$	$\phi = 82.7952^{\circ}$ $2\phi = 165.5905^{\circ}$
Entre los triángulos XXY y YZZ , se encuentra la barra Y	$\phi \neq \lambda$	$\phi = 83.1382^{\circ}$ $\lambda = 85.8720^{\circ}$ $\phi + \lambda = 169.01^{\circ}$
Entre los triángulos ZYZ y ZYZ , se encuentra la barra Z	$\phi = \lambda$	$\phi = 82.456686^{\circ}$ $2\phi = 164.913372^{\circ}$

4.5.2 Programación del cálculo numérico en lenguaje C++

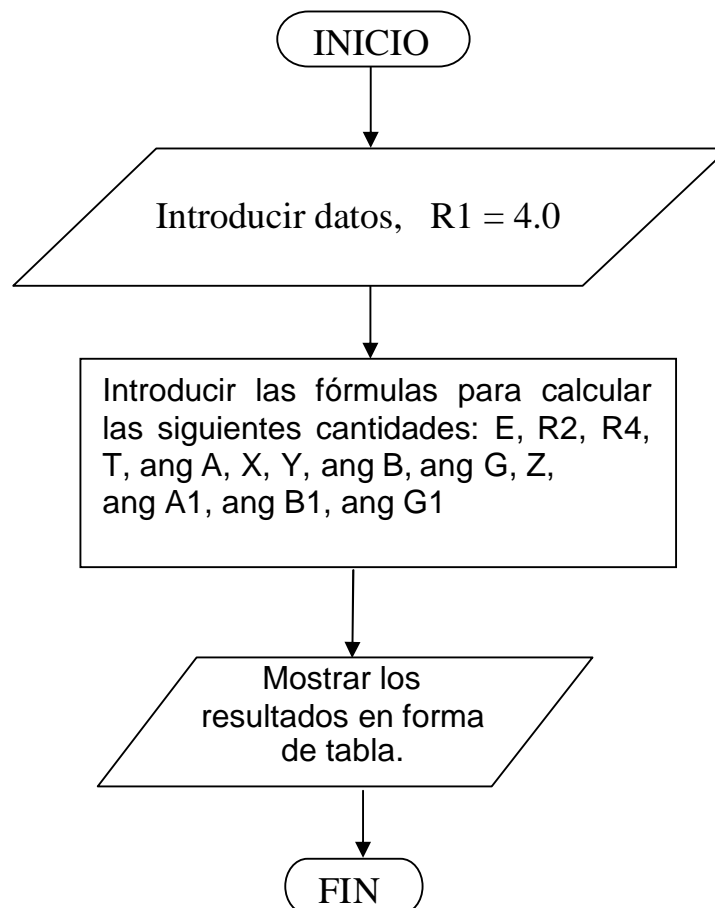
En esta etapa del planteamiento del problema, se resolvió la frecuencia 3 del icosaedro mediante la formulación matemática del capítulo IV, la cuál, fue programada en el lenguaje C++, siguiendo los pasos dados a continuación.

- 1.- Establecer el algoritmo. (Está dado por el orden secuencial de las fórmulas)
- 2.- Elaborar el diagrama de flujo.
- 3.- Escribir el código del programa, enlistando las instrucciones del programa fuente y pasarlo a la computadora.
- 4.- Escribir el programa y correrlo en la computadora.
- 5.- Realizar pruebas de error para depurar el programa.

6.- Se analizaron y comentaron los resultados obtenidos, determinando si los resultados se congruentes con lo esperado (verificar el programa para casos particulares conocidos).

7.- Imprimir como salida, un listado de las variables y funciones involucradas

Diagrama de flujo.- El procedimiento de cálculo queda ilustrado por medio del siguiente diagrama de flujo, en donde se calculan las dimensiones de los elementos necesarios para construir una geodésica de frecuencia 3, a partir del icosaedro



CÒDIGO DEL PROGRAMA PARA CALCULAR LOS ELEMENTOS
CONSTRUCTIVOS DE UNA ESTRUCTURA GEODÈSICA, POR GEOMETRIA

//UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÒNOMA DE MEXICO
//PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN ARQUITECTURA
//TESIS DE GRADO.

//Asesores:

//Dra. Gemma Verduzco Chirino
//Dr. Humberto Acedo Espinoza.
//Dr. Agustín Hernández Hernández.
//M. en Arq. Francisco Reyna Gómez.
//M. en Arq. Carlos Bigurra Alzati.

//Alumno: Arturo Mercado Escutia.

```
#include <iostream.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
main()
{

float
R1,E,R2,R4,T,anguloA,X,Y,anguloB,anguloG,Z,anguloA1,anguloB1,anguloG1;

clrscr ();

cout<<"\n Calculo de una geodesica (F3) a partir del icosaedro";

cout<<"\n dame(R1)=";cin>>R1;

cout<<"\n\n OBTENER E,R2,R4,T EN FUNCION DE R1

E=2*R1/sqrt(3+2*cos(72*M_PI/180));

cout<<"\n la arista (E) del icosaedro es:"<<E;

R2=E*(sqrt((1+cos(72*M_PI/180))/2));

cout<<"\n el radio de la interesfera (R2) es:"<<R2;

R4=sqrt(pow(R2,2)+ pow(E/6,2));

cout<<"\nlong.(R4) del centro de esfera a la trisección de(E) es:"<<R4;

T=sqrt(pow(R4,2)-pow(E/3,2));

cout<<"\n el valor de T es:"<<T;

cout<<"\n\n LONGITUDES DE LAS BARRAS Y SUS ANGULOS CENTRALES";
```

```

ángulo=acos((pow(R1,2)+pow(R4,2)-pow(E/3,2))/(2*R1*R4));
ángulo=(180*ánguloA)/(M_PI);
cout<<"\n el ángulo central de la barra(X) ánguloA es:"<<ánguloA;
X=R1*sqrt(2*(1-cos(ánguloA*M_PI/180)));
cout<<"\n la longitud de la barra (X) es:"<<X;
Y=(E*R1)/(3*R4) ;
cout<<"\n la longitud de la barra (Y) es:"<<Y;
ánguloB=acos(1-(pow(Y,2)/(2*pow(R1,2))));
ánguloB=(180*ánguloB)/(M_PI);
cout<<"\n el ángulo central de la barra(Y) ánguloB es:"<<ánguloB;
ánguloG=acos(T/R4);
ánguloG=(180*ánguloG)/(M_PI);
cout<<"\n el ángulo central de la barra(Z) ánguloG es:"<<ánguloG;
Z=R1*sqrt(2*(1-cos(ánguloG*M_PI/180)));
cout<<"\n la longitud de la barra (Z) es:"<<Z;
cout<<"\n\n ÀNGULOS DE CORTE DE LOS EXTREMOS DE LAS BARRAS";
ánguloA1=(180-ánguloA)/2;
cout<<"\n el ángulo de corte del extremo de la barra(X) es:"<<ánguloA1;
ánguloB1=(180-ánguloB)/2;
cout<<"\n el ángulo de corte del extremo de la barra(Y) es:"<<ánguloB1;
ánguloG1=(180-ánguloG)/2;
cout<<"\n el ángulo de corte del extremo de la barra(Z) es:"<<ánguloG1;
cout<<"\n\n Para terminar oprima una tecla";
getch();
return 0;
}

```

4.5.3 Resumen de datos y resultados del programa de una geodésica (F3) a partir del icosaedro.

Dado el radio de la esfera circunscrita $R1 = 4.0$ m, el programa calcula las siguientes cantidades

La arista (E) del icosaedro es:..... 4.20585
El radio (R2) de la interesfera es: 3.40260
(R4) del centro de esfera a la trisección de (E) es: 3.47406
El valor de T es:3.17862

LONGITUDES DE LAS BARRAS

La longitud de la barra (X) es:1.39446
La longitud de la barra (Y) es:1.61419
La longitud de la barra (Z) es:1.64965

ÀNGULOS CENTRALES DE LAS BARRAS

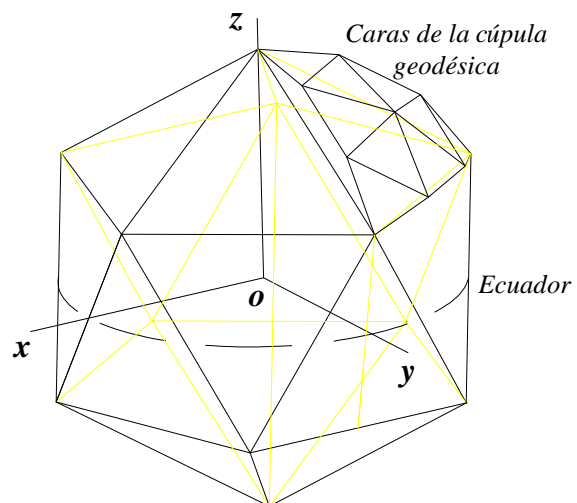
El ángulo central de la barra (X) ángulo A es:20.0767°
El ángulo central de la barra (Y) ángulo B es:23.2814°
El ángulo central de la barra (Z) ángulo G es:23.8002°

ÀNGULOS DE CORTE DE LOS EXTREMOS DE LAS BARRAS

El ángulo de corte del extremo de la barra (X) es:....79.9616°
El ángulo de corte del extremo de la barra (Y) es: ...78.3593°
El ángulo de corte del extremo de la barra (Z) es: ...78.0999°

4.6 Modelo gráfico de la cúpula geodésica, dibujada en AutoCad

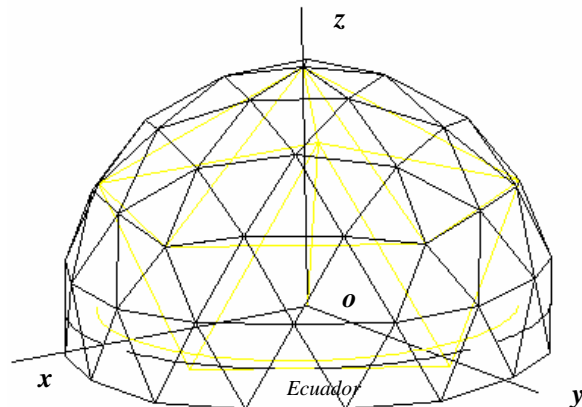
Con los resultados obtenidos del programa, el siguiente paso fue dibujar la cúpula geodésica, para lo cual se tomó como base el dibujo del icosaedro y se introdujo un sistema de ejes cartesianos, cuyo origen se encuentra en el centro de la esfera circunscrita. El eje z del sistema es coincidente con uno de los ejes del icosaedro y el plano $x-y$ contiene un ecuador del icosaedro, como es muestra en la figura.



Un procedimiento para verificar que los dos modelos, matemático y gráfico, son compatibles, consiste en calcular

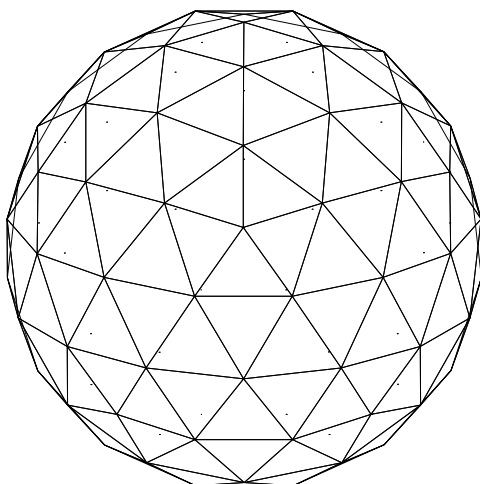
algebraicamente las coordenadas de los puntos que ubican la posición de los nudos en el espacio tridimensional, después, dibujar esos puntos en el sistema de referencia y finalmente, unir dichos puntos para obtener el dibujo de la cúpula.

Una vez obtenido el modelo en forma de dibujo, el paquete AutoCad, permite medir las longitudes de barra y los ángulos diedros entre las caras y en consecuencia, es posible comparar los valores de estas mediciones con los valores obtenidos en forma analítica.

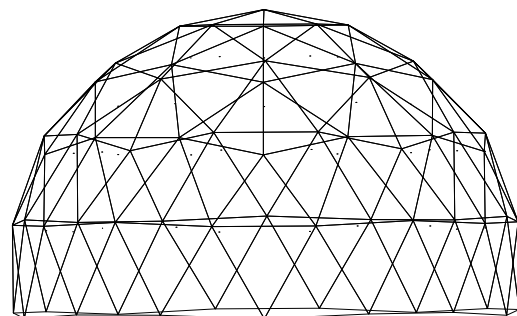


Es conveniente comentar que en nuestro caso particular, hubo una variante del procedimiento anterior, primero se dibujó el icosaedro con los datos del desarrollo matemático al inicio de este capítulo, después se introdujo el sistema de referencia y con solo las herramientas de AutoCad, fue relativamente fácil realizar la partición de las caras para obtener la frecuencia 3, se procedió entonces a proyectar esos puntos hacia la esfera circunscrita y finalmente se unieron esos puntos (nodos), para dibujar el domo geodésico de radio $R_1=4$ m.

Con el dibujo del domo, se procedió a medir dimensiones de los elementos, barras, ángulos, posición de los nudos y se compararon estos valores con los calculados en el programa en C++, se encontró que todos ellos concordaron hasta en 3 cifras decimales de aproximación, con lo que se demuestra, por una parte, la compatibilidad entre los modelos gráfico y matemático y por otra parte, se muestra la fortaleza del modelo matemático, que introduce un mayor grado de confiabilidad ya que se puede manejar una mayor aproximación, si se requiere.



Planta



Perfil

Con los resultados obtenidos del programa C++ y el dibujo a escala en AutoCad, fue posible elaborar el detalle de cada una de las piezas así como los planos de los conectores y de los bastidores, por lo tanto, la siguiente etapa fue construir el domo geodésico. Esta experiencia se describe en los siguientes capítulos.

CAPÍTULO V.

DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES.

5.1 Consideraciones.

El diseño de los elementos constructivos consiste en determinar las dimensiones finales y ajustes de los elementos estructurales debido a que al trazar en los materiales los datos obtenidos del cálculo de la geometría, como puntos, líneas y ángulos, se requiere hacer nuevos cálculos y ajustes geométricos, debido a las dimensiones propuestas de las secciones de los materiales. Finalmente, lo que se requiere, es precisar el tipo de barras, conectores, paneles de cubierta y la base de desplante de la estructura, así como sus materiales y secciones preliminares

Se eligió diseñar y construir los elementos constructivos de una estructura de 5/8 de esfera y 8m de diámetro para una vivienda mínima de 80 m² en dos plantas, empleando barras de madera de pino con 2" x 6" de sección transversal y conectores metálicos, cubierta con paneles de triplay de 12mm, con un acabado impermeable.

La elección de materiales y elementos constructivos se hizo con la inquietud de resolver, ensayar y dar alcance a las viviendas que construyen empresas norteamericanas como Desert Domes, Timberline Geodesics. Además de aprovechar los recursos maderables de nuestro país y los avances de investigación de nuestras instituciones como el COMACO, Universidad de Chapingo, el INIFAP y el Instituto de Ecología A.C. quien dió apoyo y asesoría a este proyecto.

5.2 Barras de madera. (Procedimiento de diseño)

Se propusieron barras de madera estructural de pino, con una sección transversal de 2" x 6" clasificada de acuerdo a las Normas Complementarias para estructuras de madera del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal,

Para que una barra quede perfectamente determinada se requiere:

- a.- Trazar la longitud de barra en el eje de la misma. (Fig.20)
- b.- Trazar sus ángulos axiales extremos en función del eje, que son los que nos dan la esfericidad de la estructura.
- c.- Trazar el ángulo diedro en el canto de cada barra y hacer el desbaste para la inclinación de los paneles de cubierta.
- d.- El ajuste en la longitud de las barras, por la separación que produce en ellas el conector (Fig. 22)
- e.- Las distancias del barrenado para pernos, según la normatividad vigente para estructuras de madera. (Fig. 21).

5.2.1 Identificación de elementos geométricos en las barras.

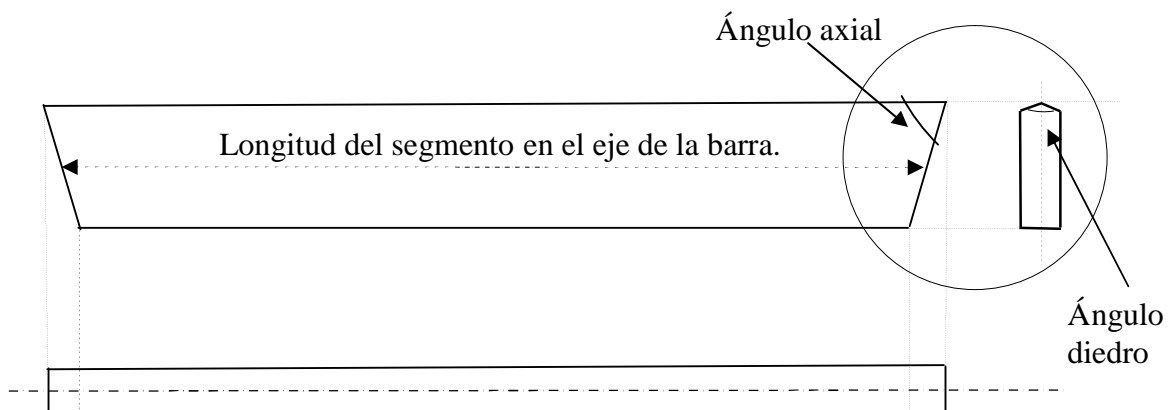
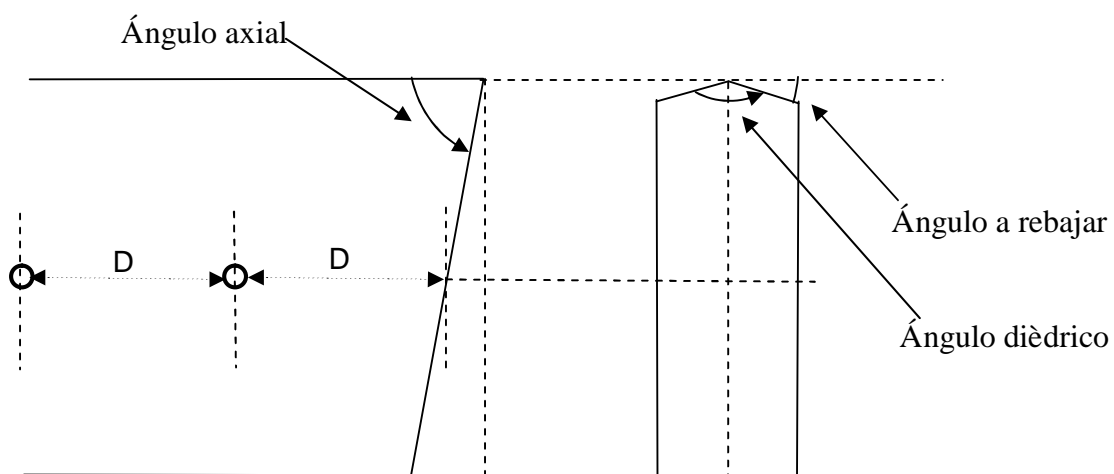
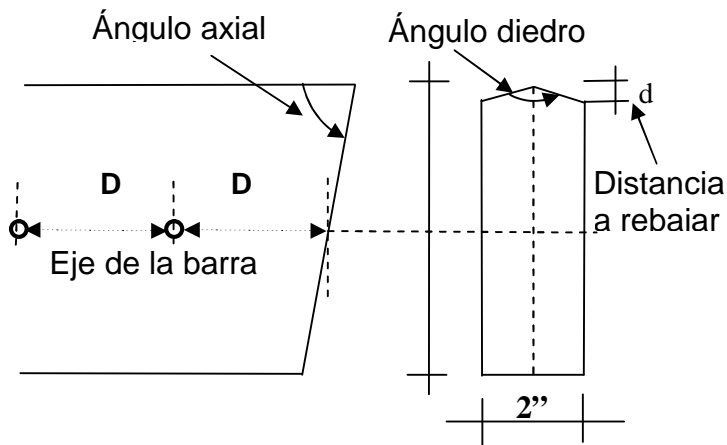


Fig.20



Distancia de barrenado para pernos. $D = 7$ veces el diámetro del barreno, desde el borde de la barra. (Normas Complementarias del Reglamento de Construcciones del DF.) Fig. 21

5.2.2 Resumen de datos que se requieren para cada barra.



Longitud en el eje de la barra (X)

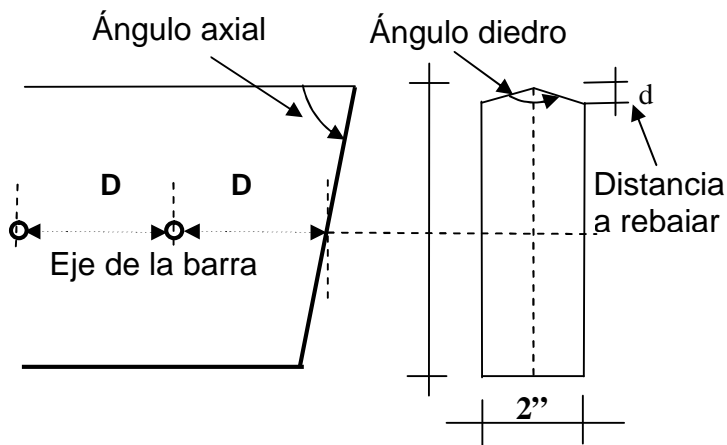
$$X = 1.3944$$

Distancia del borde de barra y de centros entre barrenos.

7 veces el diámetro del perno

Ángulo axial. $X = 79^{\circ} 57' 42''$

Ángulo diedro. $2\phi = 165.5905557^{\circ}$



Longitud en el eje de la barra (Y)

$$Y = 1.6141$$

Distancia del borde de barra y de centros entre barrenos.

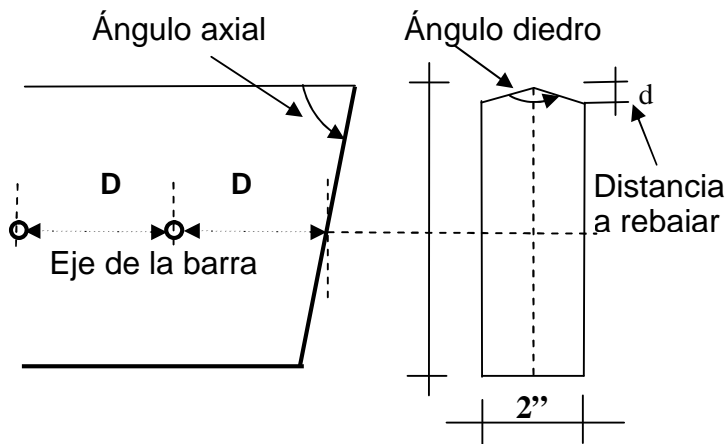
7 veces el diámetro del perno

Ángulo axial. $Y = 78^{\circ} 21' 33''$

Ángulo diedro.

$$\phi + \lambda = 83.1382^{\circ} + 85.8720^{\circ}$$

$$\phi + \lambda = 169.01^{\circ}$$



Longitud en el eje de la barra (Z)

$$Z = 1.6496$$

Distancia del borde de barra y de centros entre barrenos.

7 veces el diámetro del perno

Ángulo axial. $Z = 78^{\circ} 06' 00''$

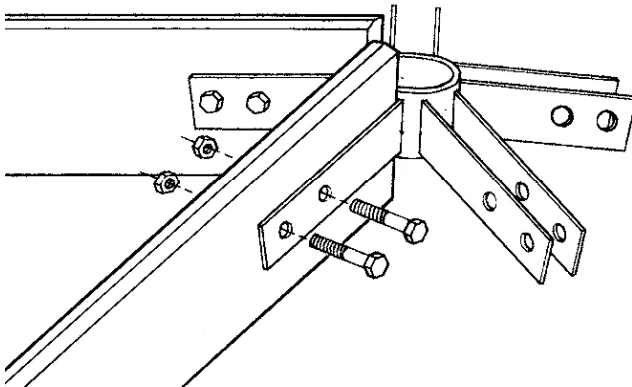
Ángulo diedro $2\phi = 164.913372^{\circ}$

5.3 Conectores.

5.3.1 Conector de tubo y placas.

Este conector fue diseñado y patentado por Timberline Geodesics. Lo utilizamos aquí porque el estudio de su geometría sirve de manera general para todas las variantes y tipos de conectores.

Consiste en un tubo central de fierro de 4" de diámetro, con placas metálicas de 2" x 1/8" de espesor, barrenado para sujetar las barras de madera empotradas.



Dibujo tomado de los folletos publicitarios de Timberline Geodesics, para fines didácticos.

Fig.22

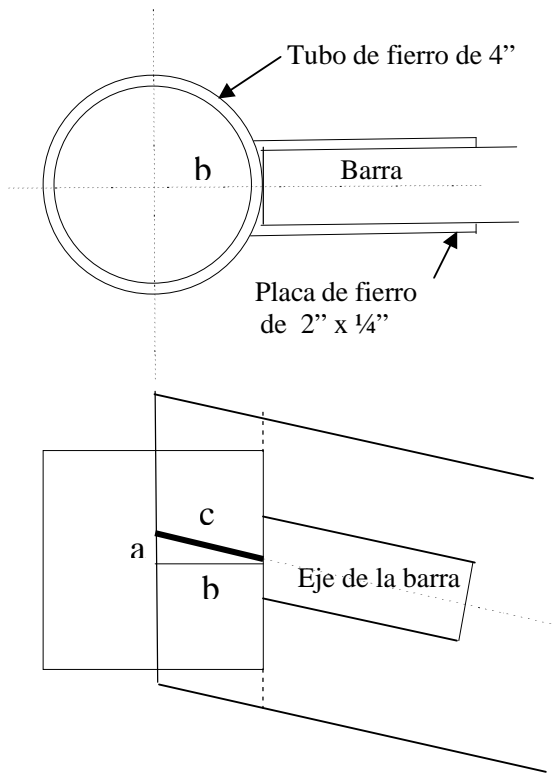
Observamos que las barras de madera son separadas cierta distancia por el conector.

Debemos descontar esa distancia en cada extremo de la barra, para que no aumente el diámetro previsto de la estructura.

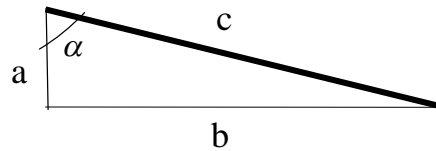
En la figura 23 se calcula esa consideración.

5.3.2 Cálculo del ajuste de la barra al conector.

la distancia (c) debe descontarse en cada extremo de la barra, por la separación que produce el radio (b) del conector, en función del ángulo axial de cada tipo de barra.



Proyección horizontal del conector



(α) Es el ángulo axial de la barra.

$$\text{sen } \alpha = \frac{b}{c} \quad c = \frac{b}{\text{sen } \alpha}$$

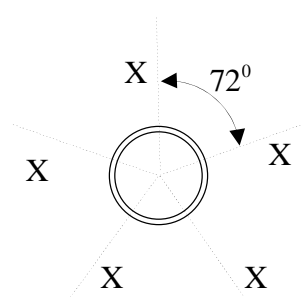
Proyección vertical del conector

Fig.23

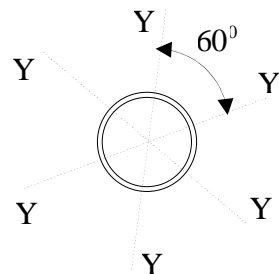
<p>Descuento (2c) para la barra X Ángulo axial de X = 79° 57' 42" Longitud de X = 1.3944 Longitud final de la barra X = 1.2889</p>	$c = \frac{b}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{.05m}{\text{sen}79^{\circ}57'42''} = .5077m$ <p>como 2c = .1015 (X) final = 1.3944 - .1055 = 1.2889</p>
<p>Descuento (2c) para la barra Y Ángulo axial de Y = 78° 21' 33" Longitud de Y = 1.6141 Longitud final de la barra Y = 1.5113</p>	$c = \frac{b}{\text{sen } \beta_1} = \frac{.05m}{\text{sen}78^{\circ}21'33''} = .5104m$ <p>como 2c = .1028 (Y) final = 1.6141 - .1028 = 1.511</p>
<p>Descuento (2c) para la barra Z Ángulo axial de Z = 78° 06' 00" Longitud de Z = 1.6496 Longitud final de la barra Z = 1.5475</p>	$c = \frac{b}{\text{sen } \gamma_1} = \frac{.05m}{\text{sen}78^{\circ}09'99''} = .5109m$ <p>como 2c = .1021 (Z) final = 1.6496 - .1021 = 1.5475</p>

5.3.3 Cálculo de los ángulos de los conectores en su proyección horizontal.

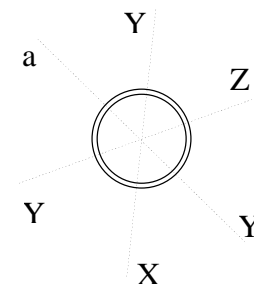
Para la frecuencia tres del icosaedro se requieren 3 tipos de conectores, que conectan a las barras **X**, **Y**, **Z**:



Conector pentagonal regular



Conector hexagonal regular.

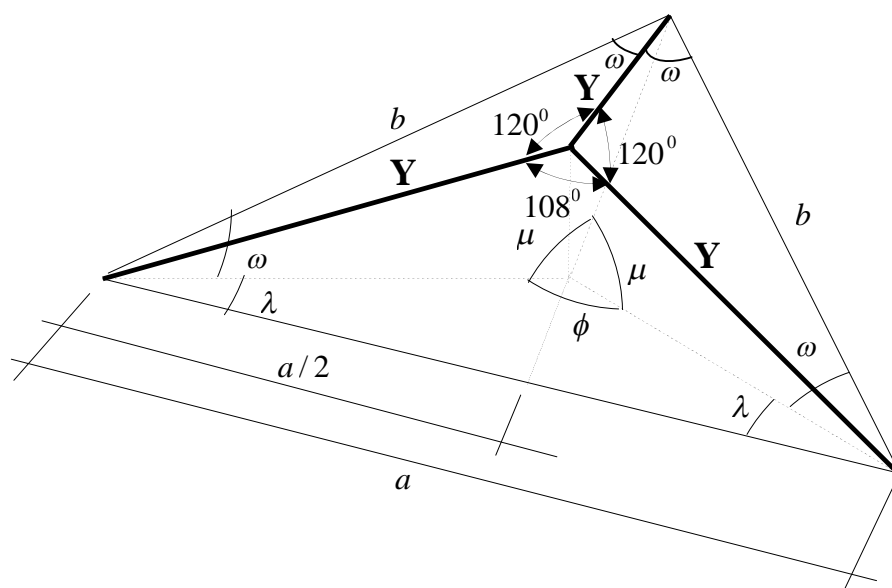


Conector hexagonal irregular cuyos ángulos habrá que determinar

Ángulos entre las barras de los conectores, en proyección horizontal.

Los ángulos en proyección horizontal de los conectores regulares pentagonal y hexagonal se obtienen por simetría radial como $360^\circ / 5 = 72^\circ$ y $360^\circ / 6 = 60^\circ$

El cálculo de los ángulos en proyección horizontal del conector hexagonal irregular se analiza como se muestra en el esquema. A partir de un tripie formado por las barras (**Y**), tomado del conector Hexagonal irregular.



De la figura anterior, por la ley de cosenos tenemos:

$$a^2 = Y^2 + Y^2 - 2YY \cos 108^\circ \quad \text{Simplificando y despejando tenemos:}$$

$$a^2 = 2Y^2(1 - \cos 108^\circ) \quad \text{como} \quad a = Y\sqrt{2(1 + \cos 72^\circ)}$$

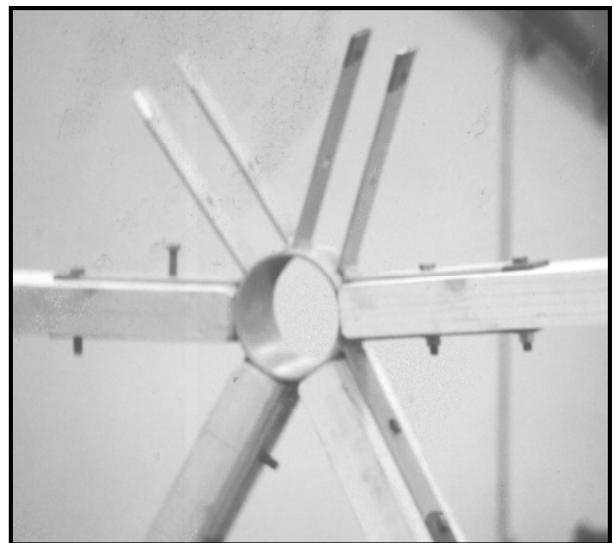
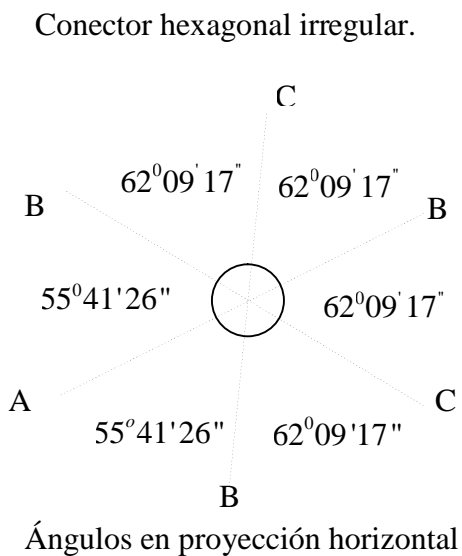
De la misma manera hacemos $b = Y\sqrt{2(1 + \cos 60^\circ)}$; $\text{sen } \omega = \frac{a/2}{b} = a/(2b)$

como: $\text{sen } \omega = \frac{Y\sqrt{2(1 + \cos 72^\circ)}}{2(Y\sqrt{1 + \cos 60^\circ})} = \frac{\sqrt{2(1 + \cos 72^\circ)}}{2(\sqrt{1 + \cos 60^\circ})} = \frac{1.144122806}{2.449489743}$ $\omega = 27^\circ 50' 43''$

como: $\mu = 180^\circ - 2\omega$ entonces, $\mu = 124^\circ 18' 34''$ $\frac{\mu}{2} = 62^\circ 09' 17''$

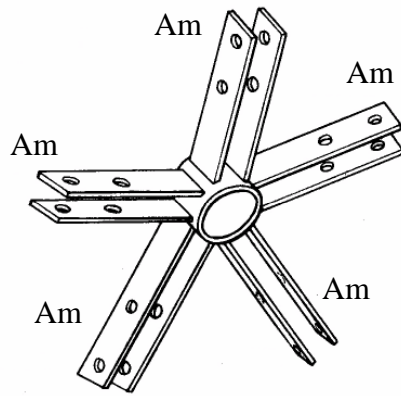
como: $\phi = 360^\circ - 2\mu$ entonces, $\phi = 111^\circ 22' 52''$ $\frac{\phi}{2} = 55^\circ 41' 26''$

Obtenemos así, los ángulos en proyección horizontal de conector hexagonal irregular.

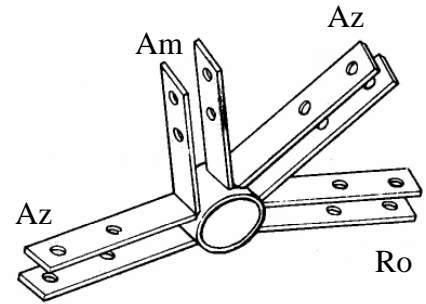


Conector hexagonal irregular

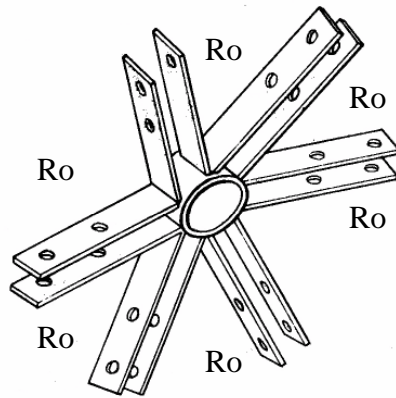
5.3.4 Tipos de conectores de tubo y placa



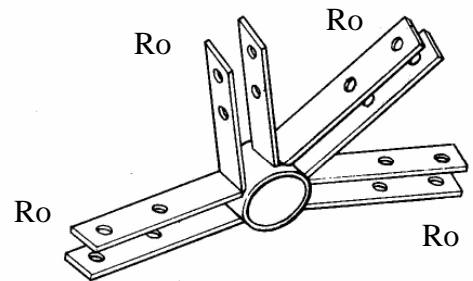
6 conectores amarillos



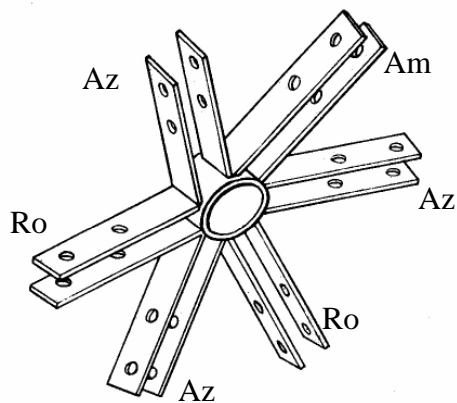
5 conectores de la base, mixtos derechos



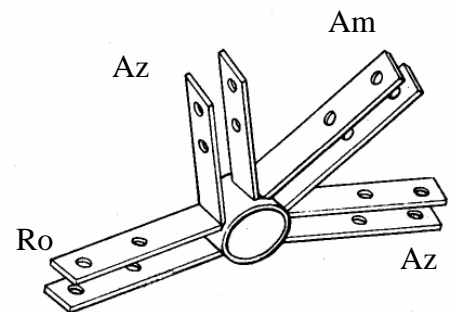
10 conectores regulares, rojos



5 conectores de la base, rojos



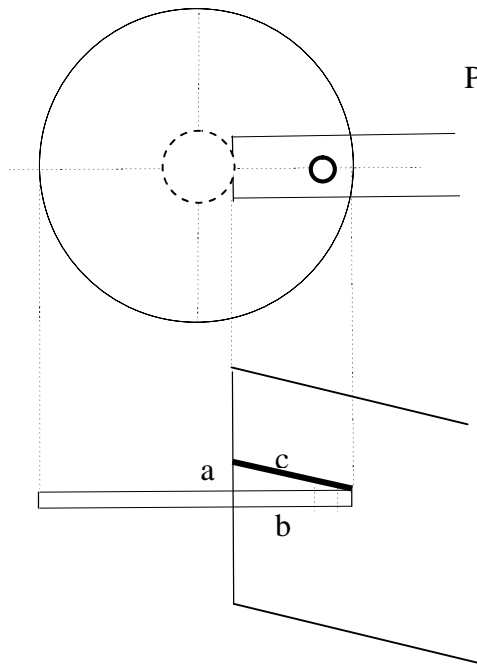
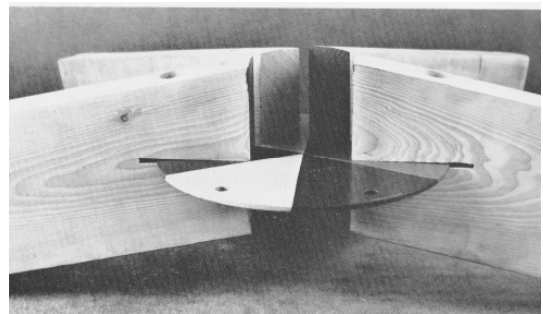
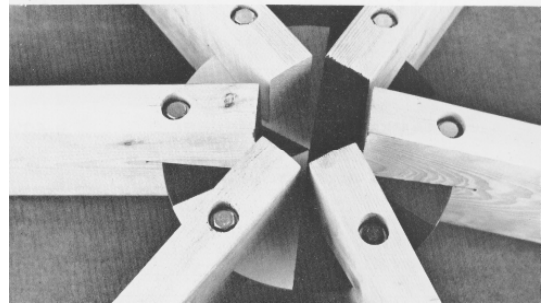
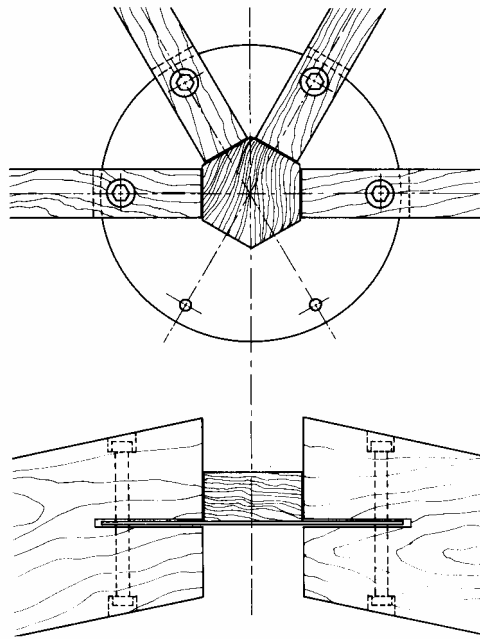
30 conectores irregulares, multicolores



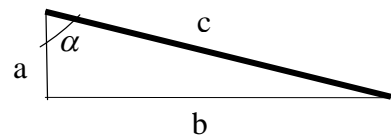
5 conectores de la base, mixtos izquierdos.

Conectores para $5/8$ de esfera con la frecuencia 3 del Icosaedro. Código de colores para identificar las barras, (propuesto por B. Fuller). Am (amarillo), Az (azul), Ro (rojo).

5.3.5 Conector de disco. El conector de disco es una placa metálica circular de 5/16" de espesor y 20-25cm de diámetro para estructuras de hasta 10m de diámetro.



Proyección horizontal



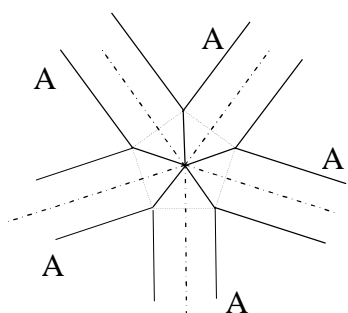
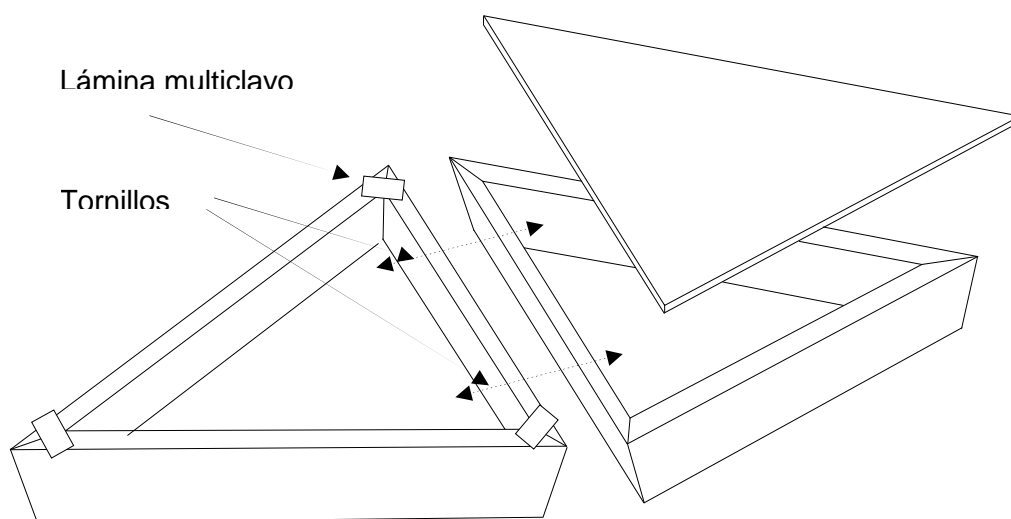
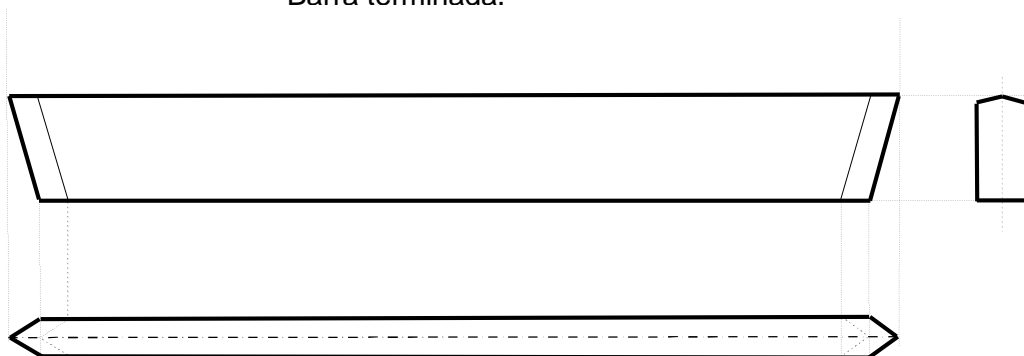
$$c = \frac{b}{\text{sen } \alpha}$$

Proyección vertical

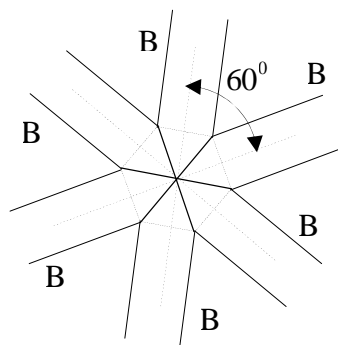
5.3.6 Conector por arista.

Haciendo triángulos independientes y uniendo las barras con tornillos en las aristas.

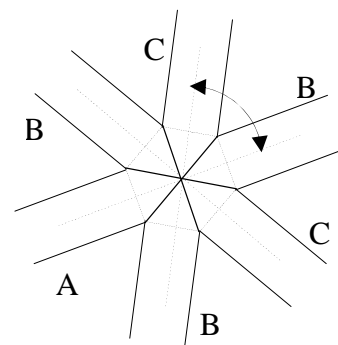
Barra terminada.



Conector pentagonal regular.

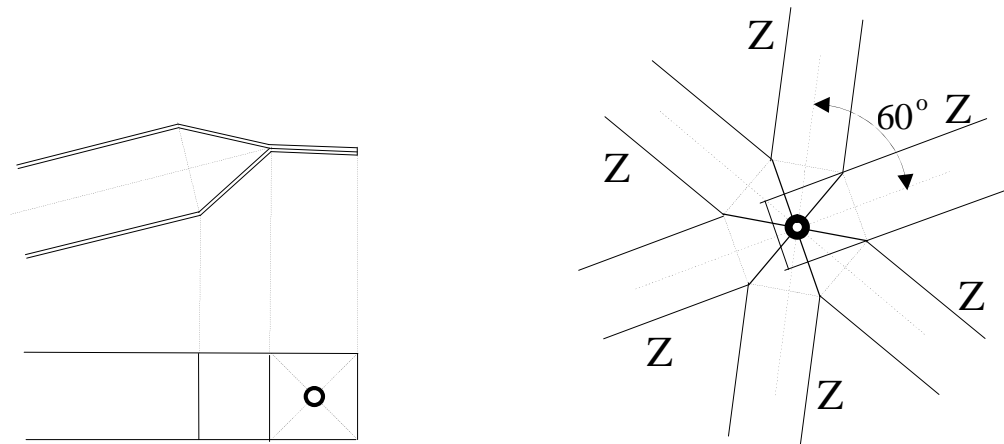


Conector hexagonal regular.



Conector hexagonal irregular.

5.3.7 Conector de puntas aplastadas. Este conector permite el giro libre de las barras alrededor del perno, lo que nos evita el conector adicional a las barras.



CAPÍTULO VI.

CONSTRUCCIÓN DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES.

6.1 Consideraciones.

Consiste en precisar el proceso fabricación de los elementos estructurales y el procedimiento de construcción de la estructura. Comienza con la selección y preparación de materiales, posteriormente su dimensionamiento, trazo, corte, desbaste, unión y maquinado en general.

Considerando la producción en serie de piezas prefabricadas y estandarizadas, empleando herramienta y maquinaria común.

Las características de la madera que se requieren para fines estructurales son:

Selección de la madera. (Norma Oficial Mexicana NOM-C-239-1985 ref.1).

- a.- desviación de la fibra: Es la disposición de esta con respecto al eje longitudinal de la pieza, se permite una inclinación hasta de 1:8
- b.- Nudos: El diámetro del nudo se permite hasta $\frac{1}{6}$ del ancho de la cara para nudos huecos y $\frac{1}{4}$ de la cara para nudos sanos.

Secado.

- c.- La madera se considera seca cuando su contenido de humedad esta en equilibrio con la del ambiente donde se encuentra, se deja secar hasta un 15 a 23%.

Preservación de la madera. (Norma Oficial Mexicana NOM-C-332-1981 ref.9).

- d.- Se consideró el tratamiento con CCA para bajo riesgo.

6.2 Fabricación de barras.

Dimensionamiento.- La madera para barras se cortó a un mismo ancho en la sierra circular, se maquinó a un mismo espesor en el cepillo de banco, poniendo a escuadra una cara y un canto (para el trazo).

Trazo.- Se trazo la longitud calculada en la cara de cada barra, en el eje central, así como sus ángulos extremos y la posición de los barrenos.

Corte.- Se cortaron los ángulos extremos de las barras dando los grados en la sierra radial y usando topes.

Barrenado.-Se barreno cada barra para alojar los pernos, con taladro de banco y sobre el trazo, mediante escantillones. Especificaciones de los incisos 6.3.2.3.2, 6.3.2.3.3, y 6.3.2.3.4. (Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Madera).

Desbaste del ángulo diedro.- Se desbaste el ángulo diedro de cada barra graduando la guía de la canteadora.

Código de colores.-Se pintaron las puntas de las barras X, Y, Z con amarillo, azul y rojo respectivamente, para posicionarlas correctamente en los conectores.

Fabricación de barras.



Dimensionado del ancho de la madera en la sierra circular.



Dimensionado del espesor de la madera en el cepillo de banco.



Escuadrado de una cara y un canto en la canteadora.



Corte de la punta axial con escantillón en la sierra radial.



Ranurado de la punta de la barra para introducir el conector



Barrenado de la barra en el taladro de banco.

6.3 Fabricación de conectores tubo y placa.

6.3.1 Corte del tubo. Se cortaron segmentos de 8 cm. en tubo de fierro de 4" cédula 40, empleando sierra de brazo.

6.3.2 Corte y barrenado de la placa.- se cortaron segmentos de 25 cm. Con el ángulo extremo calculado para las barras, en placa de 2" x 1/8", empleando sierra de brazo.

6.3.3 Fabricación de moldes para los conectores.

Se requirieron tres tipos de moldes:

Para el conector pentagonal que conecta las barras (X) (puntas amarillas)

Para el conector hexagonal irregular que conecta las barras(X, Y, Z) (Puntas rojas, azules y amarillas).

Para el conector Hexagonal regular que conecta las barras (Z) (Puntas rojas).

6.3.4 Se puntearon los conectores en los moldes y se soldaron fuera de ellos

6.3.5 El perímetro de las cabezas de las barras rebajo con rauter para que no tope con el cordón de soldadura.

6.3.6 Se pintaron con su código de colores.

6.3.7 Tolerancias entre materiales.

Con la finalidad de absorber los errores de medición, corte y ensamble de elementos estructurales.

Entre cada placa y el tubo del conector se dejo una separación para absorber el error de corte y alojar la soldadura.....1/16"

Entre cada barreno de la placa y su perno se dejo..... 1/32"

Entre la barra de madera y las dos placas que la sujetan se dejo..... 1/16"

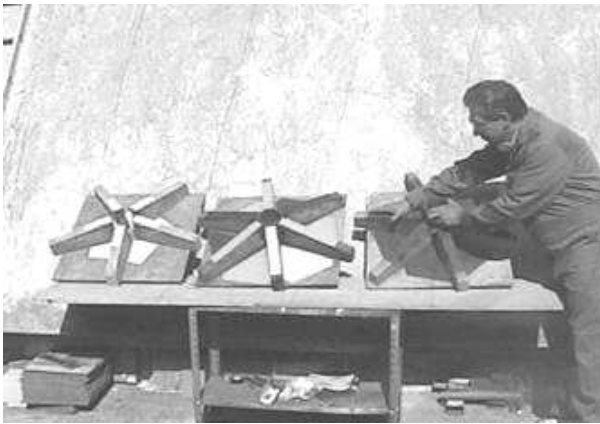
Entre los barrenos en la barra de madera y los barrenos de la placa se dejo...1/32"

Entre la barra y la placa del conector de disco se dejo.....1/16"

Entre la placa del conector de disco y el perno se dejo.....1/32"

Entre el barreno de la barra y el perno se dejo.....1/32"

6.4 Construcción de moldes para conectores de tubo y placa. Se construyeron los moldes con los ángulos extremos de las barras y los ángulos en proyección horizontal.

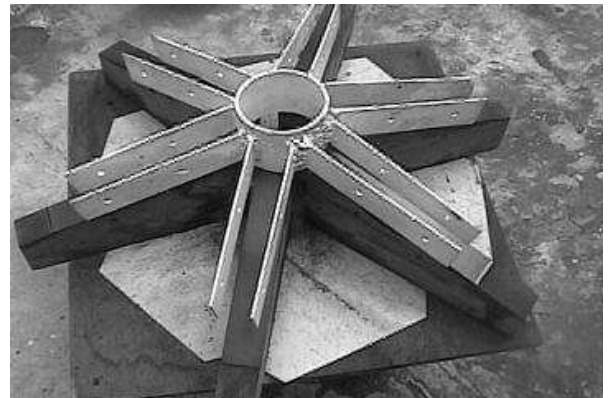


A los moldes se les asignó un código de colores para identificar la posición de las barras en el ensamble de la estructura.

La madera del molde se trató con antífuma 2000 y se recubrió con laminillas para que no se quemara con la soldadura.

Una vez terminados los moldes, se fabricaron los conectores metálicos, para esto, se colocó al centro del molde, el pedazo de tubo de hierro de 4" y las placas de 2" x 1/8" sobre los separadores de madera y se procedió a soldar.

Molde y conector.



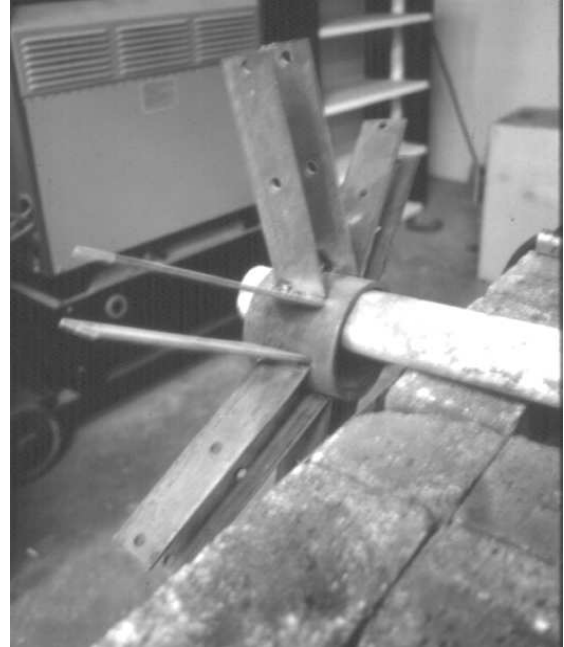
Armando el conector

Conector punteado

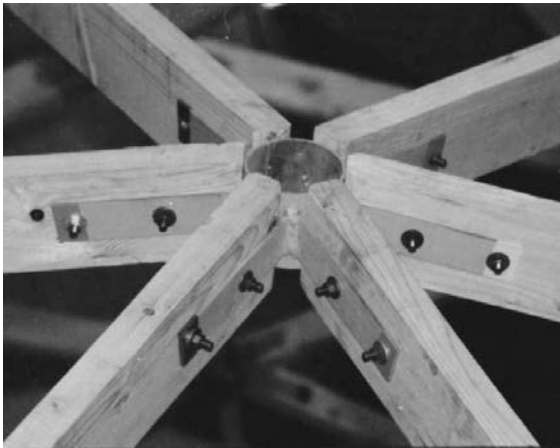
6.4.1 Terminación de conectores y pruebas de ensamble.



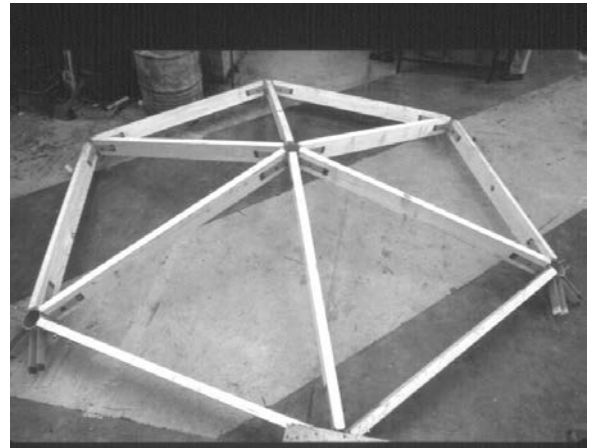
Soldadura del conector



Se sacò el conector punteado del molde y se soldó afuera



Se pintaron los conectores y se hicieron pruebas de ensamble



Módulo de prueba de ensamble

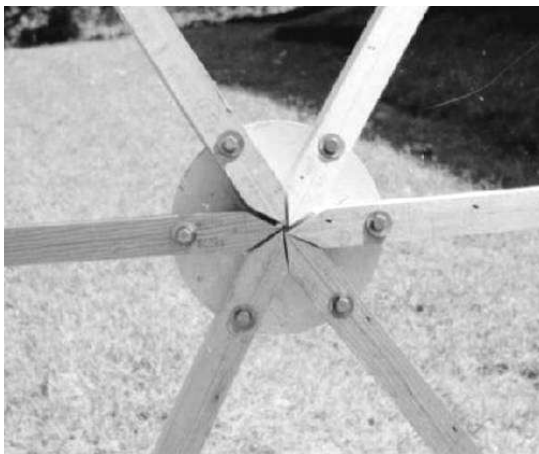
6.5 Conector de disco. (placa circular de hierro de 3/16"de espesor y 21 cm de diámetro, cortado de fábrica y barrenado según datos del cálculo).



Conector con taquete de madera al centro
Para posicionar las barras de madera.



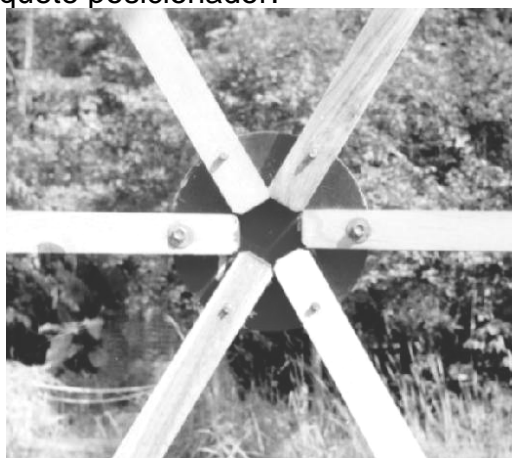
Conector pentagonal con taquete de
madera al centro.



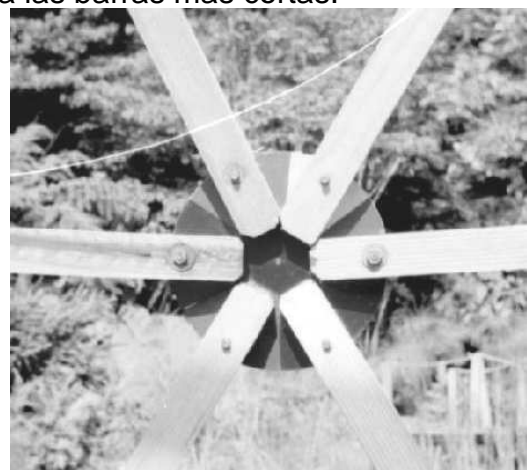
Conector con puntas a tope evitando el
taquete posicionador.



Conector pentagonal con godigo de color,
para las barras mas cortas.



Conector regular con código de colores I



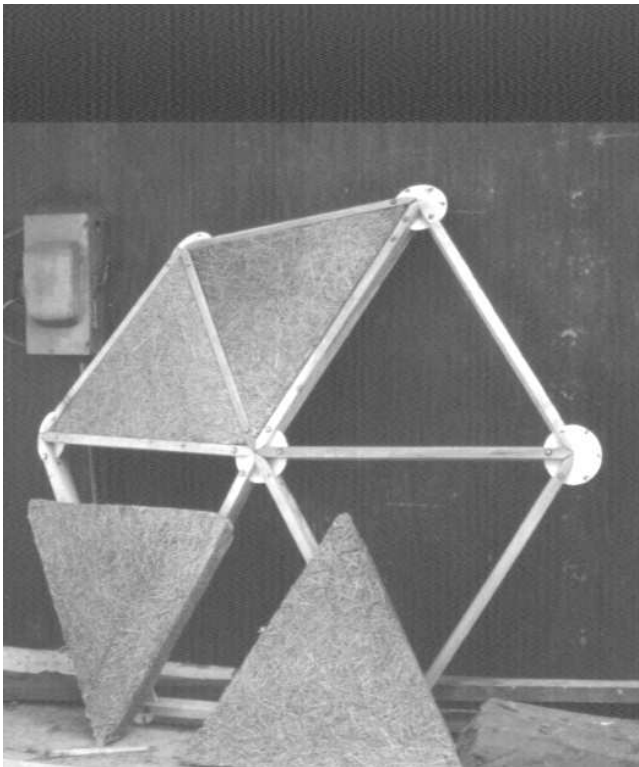
Conector irregular con código de colores

6.5.1 Ensamble de un mòdulo con conector de disco.



Ensamble de un mòdulo triangular con el conector de disco.

Mòdulo triangular con los tres tipos de conector.



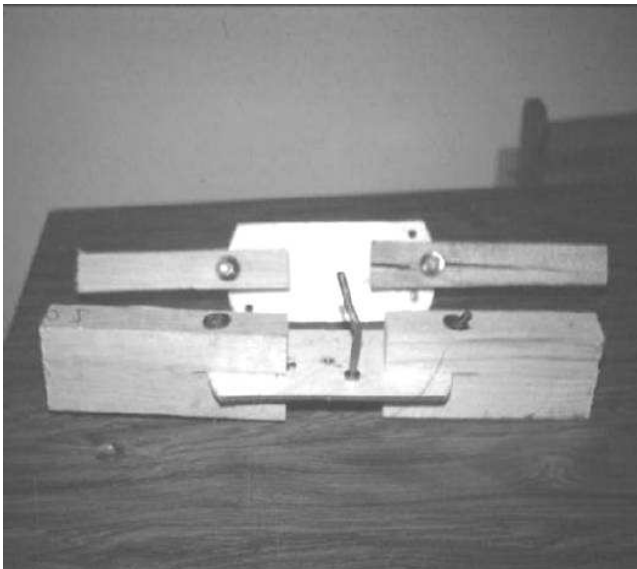
Mòdulo Hexagonal con el conector de disco y diafragma triangular.

6.5.2 Pruebas físico- mecánicas para barra y perno con conector de disco.



Maquina para pruebas físico- mecánicas

Al centro de la máquina de pruebas se observa el conector de disco, atornillado a las barras de madera que son traccionadas.



Resultados de las pruebas de tracción.

Perno de 5/16" x 4" alta resistencia

Madera estructural de pino de 1 ½" x 4"

Distancia del barreno de la madera al extremo de la barra (7 veces el diámetro del tornillo) según especificaciones de las Normas

Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Madera. Del Reglamento de Construcciones para el D.F.

Carga de ruptura 1.5 toneladas, en promedio para tres probetas.

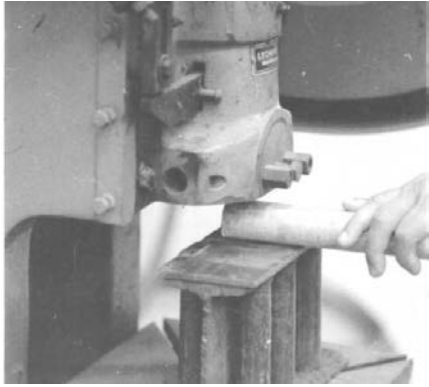
6.6 Aplicación del conector de disco.



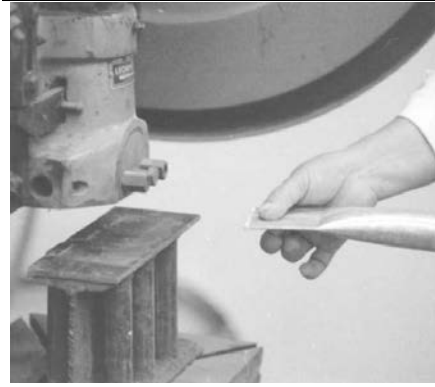
Estructura experimental de madera de 6m de diámetro con conector de disco



6.7 Conector de puntas aplastadas y fabricación de barras.



Troqueladora



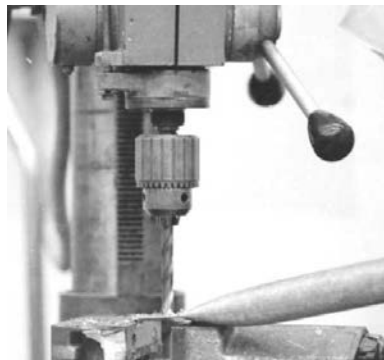
Punta troquelada



Trazo del barreno



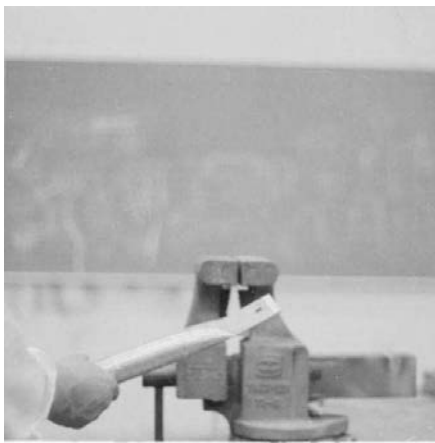
Punto para barrenar



Barrenado



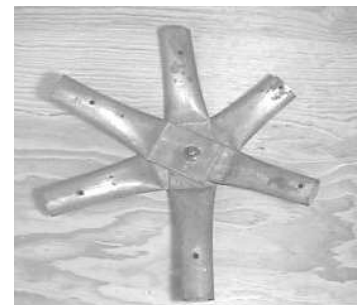
Doblado del ángulo axial



Punta terminada



Escantillón para troquelado



Conector terminado

6.8 Aplicación de barra y conector de puntas aplastadas.



Estructura geodésica de 6.5m de diámetro realizada en la UAM-Xochimilco con alumnos del sexto módulo de Arquitectura, como aula para niños.(conector móvil de puntas troqueladas), Barras de tubo galvanizado de 1 ½" de diámetro.



Aula geodésica para niños, armada en Tlaxcala por alumnos de arquitectura de la UAM-Xochimilco.

Invernadero.- Estructura de 7m de diámetro para cultivo de hongos “Z” realizada para la carrera de agronomía de UAM X, con tubo metálico galvanizado, de 1 ¾” de sección.



Alumnos participantes en una prueba de carga de la estructura

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES.

7.1 Metodología.

Con el enfoque sistémico se organizó y sistematizó la información, el proceso de trabajo y los resultados de esta tesis.

Se siguió una metodología teórico-experimental que permitió aplicar e integrar el modelo matemático, los modelos gráficos y los modelos físicos para configurar y explicar el proceso de diseño y construcción de una estructura geodésica, así como la forma en que los diferentes tipos de modelos se complementaron y se corroboraron con el prototipo experimental desarrollado.

Se deduce que la aplicación de las diversas maneras de modelizar nos permiten analizar todos los aspectos de un mismo objeto, lo que nos sugiere la creación de nuevos modelos, para encontrar nuevas maneras de ver la realidad y de evaluar los aspectos que nos interesan. También parece ser el camino para plantear y experimentar nuevos enfoques y crear nuevos paradigmas.

Al parecer, no se debe privilegiar una manera de modelizar respecto a otra. Conviene ensayarlas todas explorando sus límites y alcances para conformar una visión completa de nuestro objeto de estudio.

Mediante el modelo matemático garantizamos el control de las variables y la exactitud de los resultados.

Con el modelo matemático utilizado se demostró la hipótesis de que fue suficiente la trigonometría plana para obtener la geometría de los elementos constructivos de los poliedros geodésicos a partir de los cinco poliedros platónicos y los 13 arquimedianos exceptuando algunos como el hexaedro romo y el dodecaedro romo que presentan giros en sus caras y que requieren para su análisis y solución, sistemas de ecuaciones no lineales.

Para contrastar la hipótesis del modelo matemático, empleando solamente trigonometría plana, se revisaron versiones como la de L. Beristain que combina la geometría descriptiva con la trigonometría, generando un doble esfuerzo de análisis. En comparación con la versión planteada por A. Pugh, que simplifica el análisis geométrico mediante cortes planos en el poliedro básico utilizado, donde aparecen en verdadera forma y magnitud los segmentos y ángulos que calculamos, sin recurrir a las proyecciones ortogonales de la geometría descriptiva.

La geometría descriptiva constituye la base del razonamiento y comprensión de los conceptos y las formas de generación de los poliedros geodésicos, como muestran los escritos de P. Raeder y C. Newman, pero difícilmente se pueden obtener datos numéricos con el grado de precisión que se requiere para construir una estructura

geodésica a partir de la medición directa del dibujo de sus proyecciones ortogonales, cuando requerimos aproximaciones hasta de décimas de milímetro.

Aunque se logró una solución completa geométrico-constructiva solamente con la aplicación de la trigonometría, tendrán que emplearse otros modelos matemáticos para determinar otro tipo de valores, como son las coordenadas de los vértices del poliedro geodésico, que se determinan con otro tipo de funciones y que son requeridos en los programas de análisis y cálculo estructural.

Al abordar problemas más complejos como las geodésicas de doble capa o las geodésicas en superficies no esféricas, quizás surja la necesidad y se justifique el uso de otras herramientas más complejas de la matemática.

La matemática idónea a utilizar depende de las necesidades y la complejidad del problema, buscando siempre el procedimiento de análisis más simple que nos de la precisión suficiente en los resultados esperados.

Se pueden combinar herramientas matemáticas como las utilizadas en la tesis de Nañez Martínez J. que combina geometría descriptiva, analítica, trigonometría esférica, vectores y matrices siempre que las necesidades del problema a resolver, así lo requieran.

Es fundamental aclarar que el análisis geométrico tuvo dos etapas:

- 1.- La primera es el análisis geométrico del poliedro geodésico y cada una de sus partes Como puntos, líneas y planos mediante relaciones trigonométricas.
- 2.- El análisis geométrico de los elementos estructurales, que como sólidos introducen modificaciones a la geometría original, como es el caso del conector que separa las barras, aumentando el diámetro previsto para la estructura. Este problema se resolvió descontando en los extremos de cada barra el aumento de longitud provocado por efectos del tubo del conector, calculado con el mismo criterio de cortes y funciones trigonométricas.

7.2 Consideraciones estructurales.

Es evidente que la geometrización meramente matemática de una estructura, no garantiza que la forma propuesta sea la óptima para fines estructurales.

Los modelos matemáticos son la base de toda interpretación física y se deben adecuar y ser representativos de los fenómenos que explican.

En nuestro caso de estudio, Habrá que demostrar si la forma esférica de las geodésicas y la disposición triangular de sus elementos son los óptimos para cumplir con condiciones estáticas o dinámicas específicas, o bien, en que sentido habrá que compensar la forma y dimensiones de sus elementos estructurales para que dicha forma esférica sea óptima como estructura.

En el proceso de diseño estructural de la ingeniería, desde el punto de vista estático, la optimización de la forma y el material se realizan idealizando la forma propuesta y sus

componentes estructurales de acuerdo al material a emplear y la evaluación de sus esfuerzos críticos, según los métodos de análisis y cálculo estático conocidos., apoyados en pruebas experimentales con un grado de aproximación que finalmente es ponderado con un factor de seguridad acorde a los reglamentos vigentes, para garantizar la seguridad estructural.

Para estructuras analizadas en condiciones dinámicas habrá que seguir otras consideraciones, que nos permitan crear condiciones similares a los de los objetos diseñados por la naturaleza.

La necesidad de optimizar las estructuras donde la forma y el material correspondan a sus condiciones dinámicas, nos obliga a la revisión y replanteamiento de los conceptos básicos y las teorías estructurales, a la búsqueda de nuevos modelos teóricos basados en patrones de comportamiento dinámico que incluyan las variables relacionadas del entorno natural.

La naturaleza diseña y construye sus estructuras mediante un largo proceso de adaptación, donde la forma y los materiales se van adecuando a las condiciones dinámicas de su entorno.

El futuro inmediato de la investigación estructural avanza en este sentido, en la búsqueda de patrones del comportamiento dinámico de las estructuras donde se incluyan todas las variables de energía del entorno, que influyen en el análisis y que nos permitan proponer su optimización. Donde la forma estructural, desde su concepción, sea el resultado de las propiedades de sus materiales y de todas las variables dinámicas que la influirán.

La búsqueda de constantes o patrones de comportamiento de los fenómenos naturales para predecir y diseñar nuestro universo tecnológico, nos obliga a la correcta interpretación de nuestro mundo físico y a su precisa formulación matemática para el exacto control de sus variables.

En nuestro caso, aunque no se realizó un análisis estructural para determinar las secciones de los elementos estructurales, las pruebas de laboratorio, sometiendo a tracción las barras sujetadas a sus conectores, como se ve en la pág. 80 del capítulo VI, arrojaron resultados experimentales suficientes para un cálculo posterior.

7.3 Respecto a la construcción.

Los resultados de la fabricación de los elementos constructivos del prototipo realizado, corroboraron la posibilidad de producir piezas iguales de cada tipo, mediante la fabricación previa de moldes, escantillones y topes para la producción en serie de elementos estructurales, disminuyendo así los errores de medición y maquinado de piezas, aumentando su producción en serie y disminuyendo su tiempo de realización, para armar la estructura planeada, con un margen de error de 1/16" que fue absorbido como holgura entre los materiales, en el momento de fabricar sus partes. Utilizando únicamente herramienta y maquinaria de herrería y carpintería comunes.

Los errores de medición y fabricación fueron absorbidos con holguras entre los materiales:

Entre la madera y el perno 1/32" porque fue posible fijar su posición previamente
Entre el conector y la madera 1/16" porque incluye el perno, la madera y el conector.

Con una base experimental y nuestros métodos artesanales de producción planificados, organizados, ejecutados y controlados con una base de datos programados, podemos desarrollar estos y otros sistemas estructurales y constructivos prescindiendo de los procesos de producción automatizados.

7.3.1 Módulo de pruebas.

Antes de producir todas las partes de la estructura, se hicieron las primeras piezas y se ensambló un módulo de pruebas que es una parte de la estructura, para verificar todo el proceso seguido y hacer los ajustes necesarios en caso de requerirse.

En las barras:

La verificación general de los datos del cálculo de la geometría y su trazo en los materiales.

La exactitud de los cortes de los materiales mediante escantillones y topes de registro

En los conectores:

El funcionamiento de las holguras y tolerancias.

El funcionamiento de los moldes para soldar los conectores

7.3.2 Del ensamble.

1.- El ensamble requirió que se ensamble la estructura sin apretar los pernos para que las holguras se distribuyan de manera homogénea y apretar los pernos cuando la estructura este completa.

2.-Las barras de la base de la estructura se quitan para hacer accesos, hasta el momento que están fijos los paneles de cubierta haciendo un efecto de diafragmas.

7.4 Respecto a la enseñanza de las estructuras.

Esta experiencia de diseño y construcción de estructuras geodésicas sugiere algunas premisas para discutir la enseñanza de las estructuras:

Enseñar la matemática aplicada al desarrollo de prototipos experimentales de la arquitectura, donde se verifique de manera tangible el trabajo abstracto realizado.

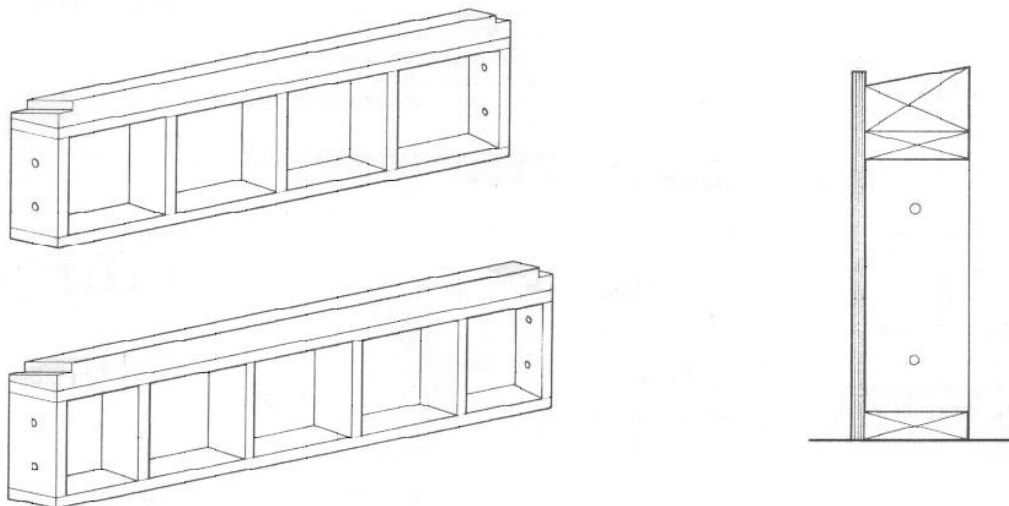
La modelización y demostración física de los conceptos estructurales fundamentales.

La revisión crítica de las teorías estructurales y sus métodos de cálculo.

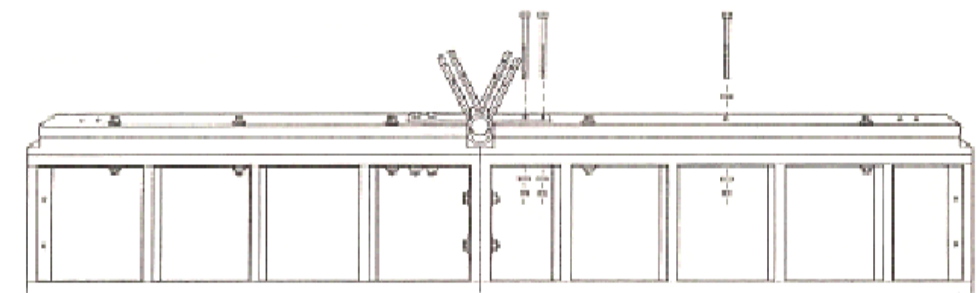
Problematizar la enseñanza mediante trabajos de investigación.

ANEXOS

Elementos estructurales de una geodésica

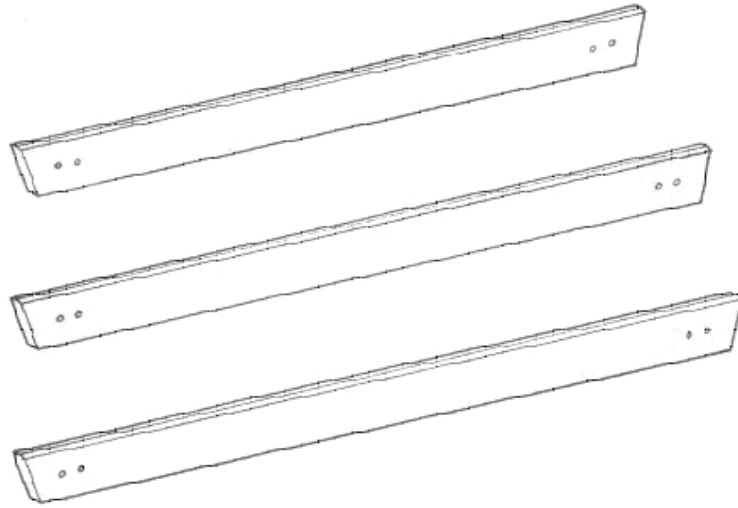


Bases para apoyar y nivelar la estructura



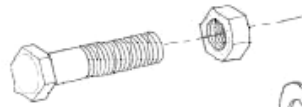
Unión de 2 módulos de la base con presentación de un conector y barras

Fuente: Imágenes tomadas de los folletos publicitarios de Timberline Geodesics, para fines didácticos.

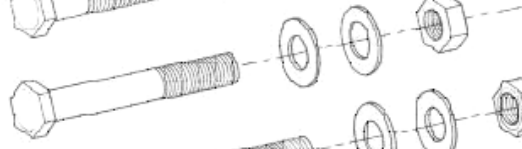


Barras X, Y y Z con los cortes de los ángulos de los extremos y barrenos para pernos

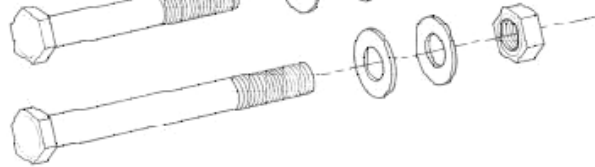
Tornillos de 5/8 " × 2 1/2"



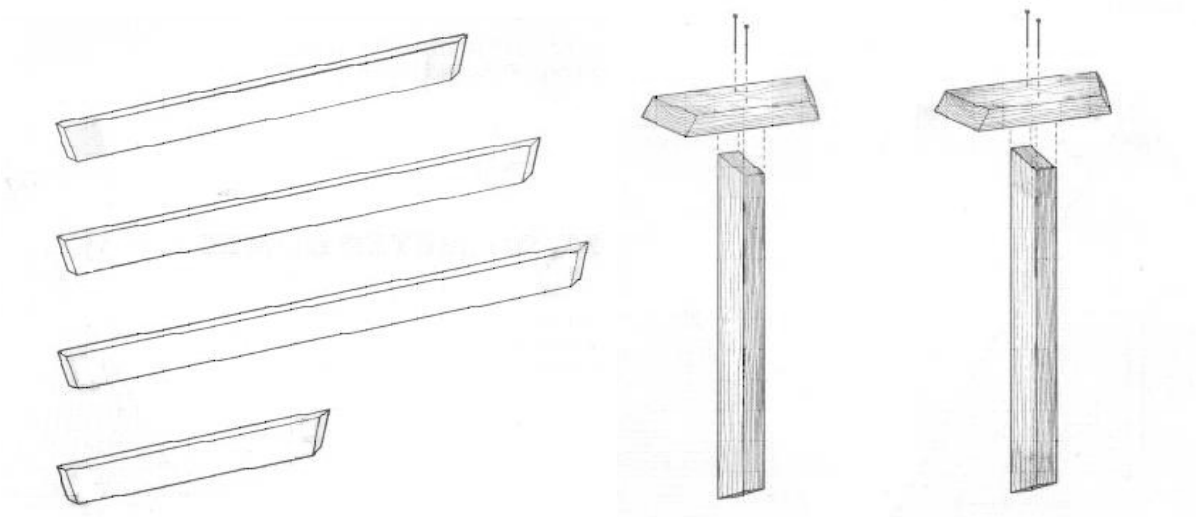
Tornillos de 5/8 " × 4"



Tornillos de 5/8 " × 5 1/2"

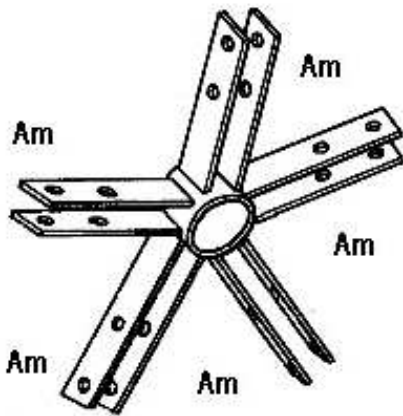


Tornillos y tuercas utilizados en el ensamble de la estructura

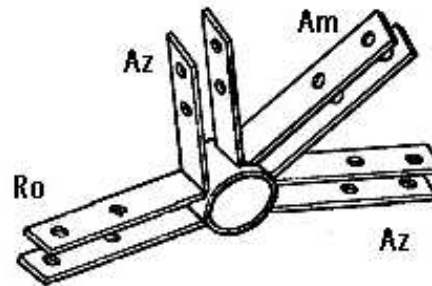


Barras de apoyo para recibir los paneles de triplay

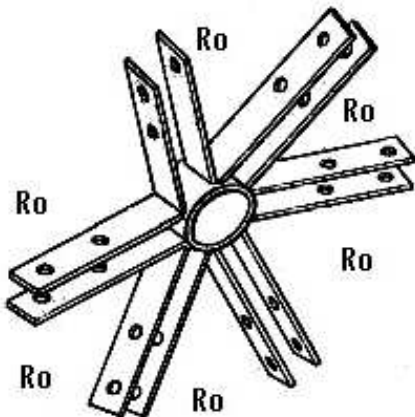
Tipos de conectores de tubo y placa para 5/8 de esfera, frecuencia 3



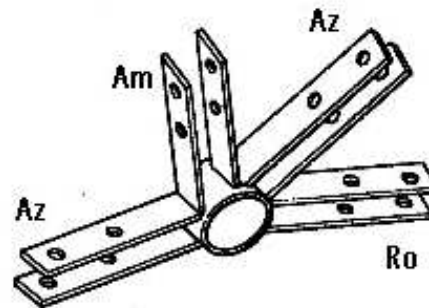
6 conectores pentagonales



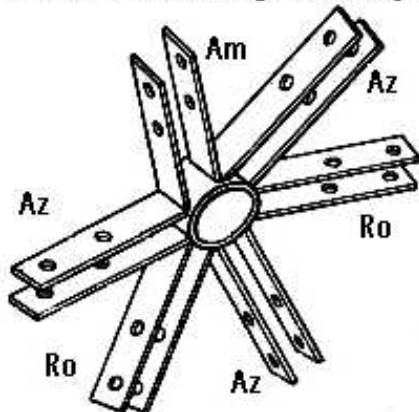
5 conectores de la base mixtos izquierdos.



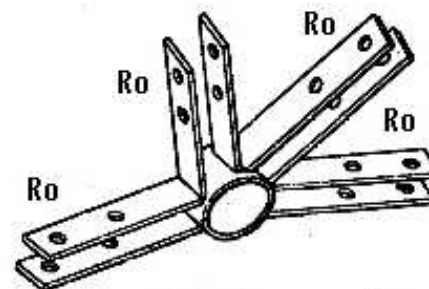
10 conectores regulares rojos



5 conectores de la base mixtos derechos.

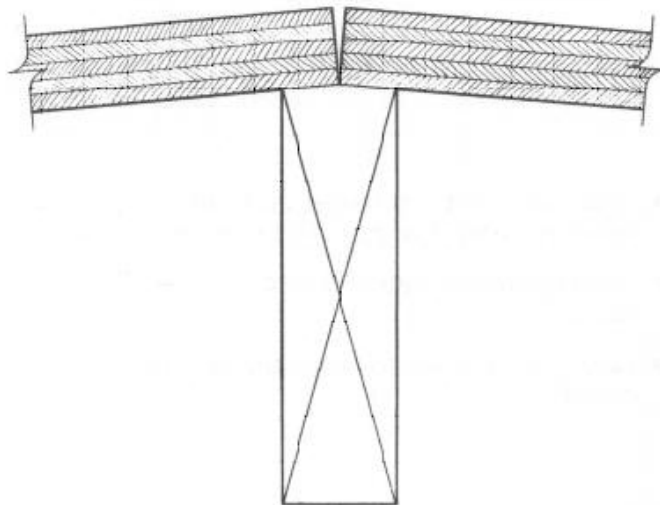
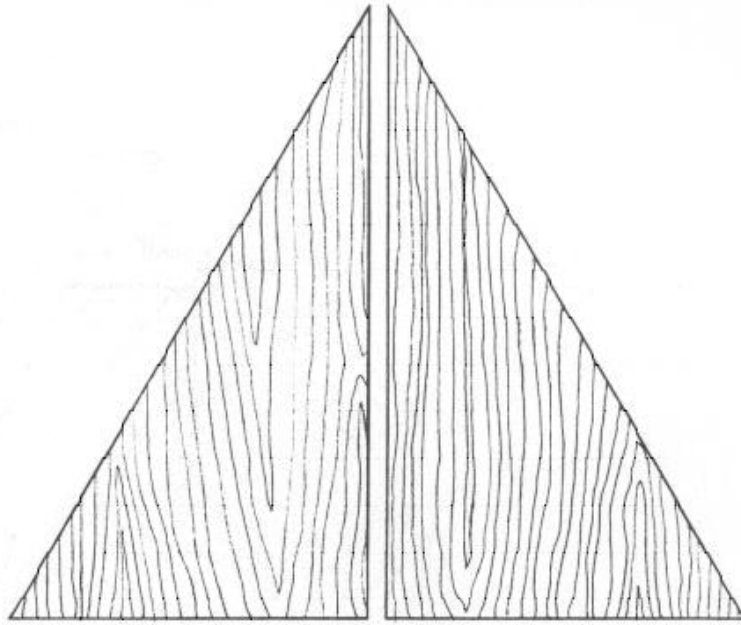


30 conectores irregulares multicolores



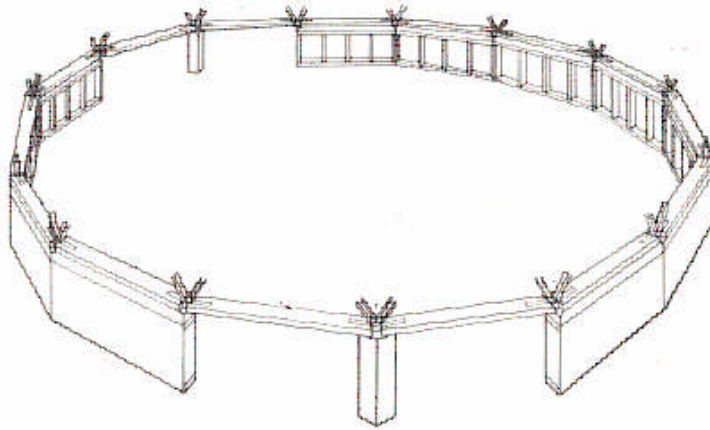
5 conectores de la base regulares

Amarillo (Am) para las barras (X)
Azul (Az) para las barras.....(Y)
Rojo (Ro) para las barras.....(Z)

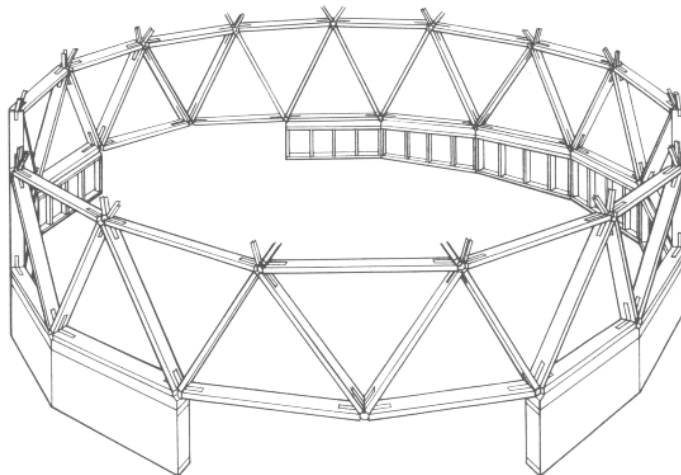


Panel tipo de recubrimiento y corte de panel y barra embonando con el ángulo diédrico

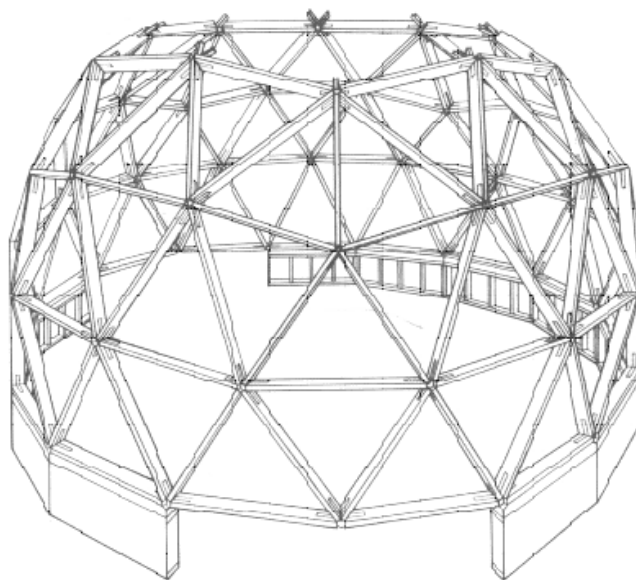
Procedimiento de ensamble de una estructura.



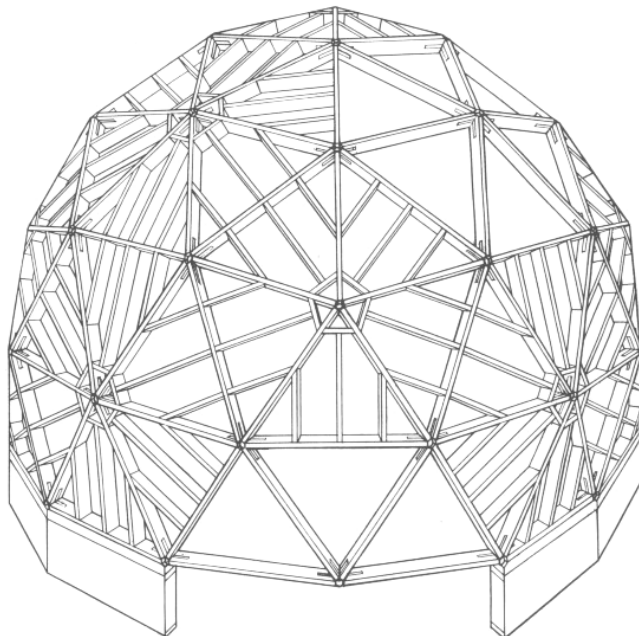
Primera etapa del ensamble de la estructura interrumpiendo la base en los accesos.



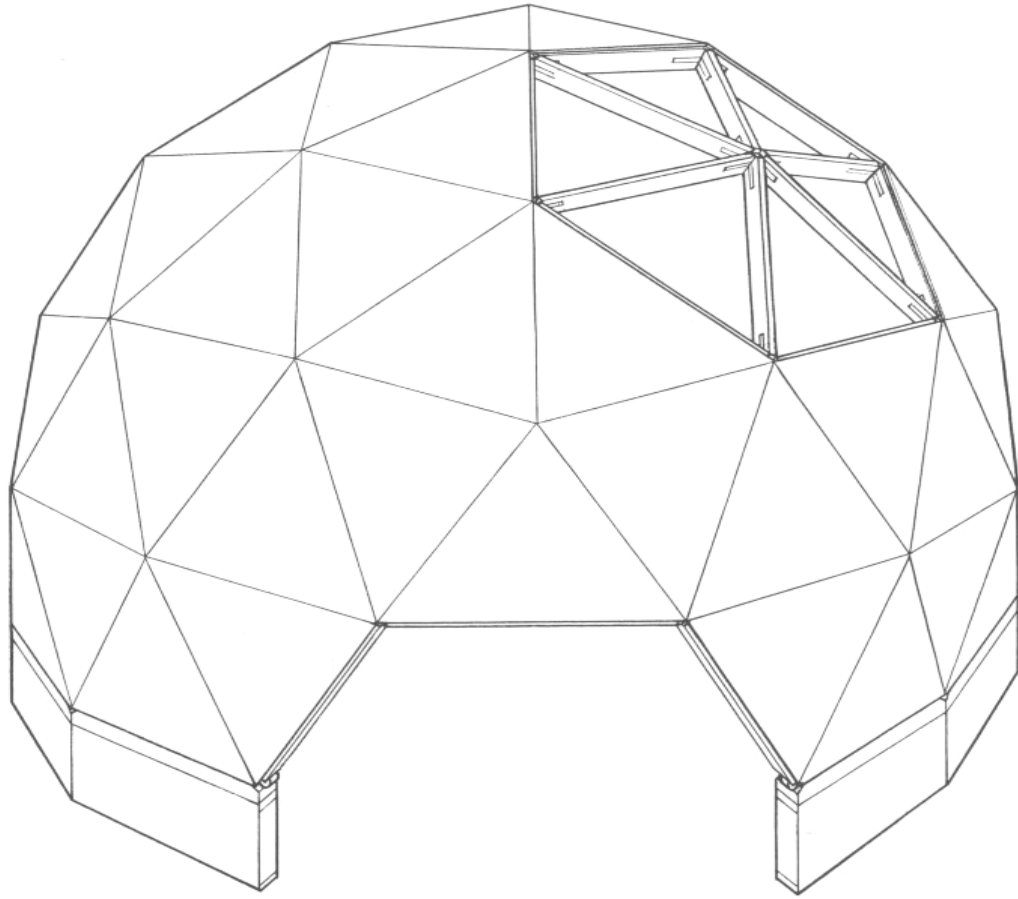
Primer circuito de barras. Se recomienda no apretar los tornillos en esta etapa para que la estructura se ajuste posteriormente.



En esta etapa se pueden apretar los tornillos de los primeros dos niveles de las barras horizontales.

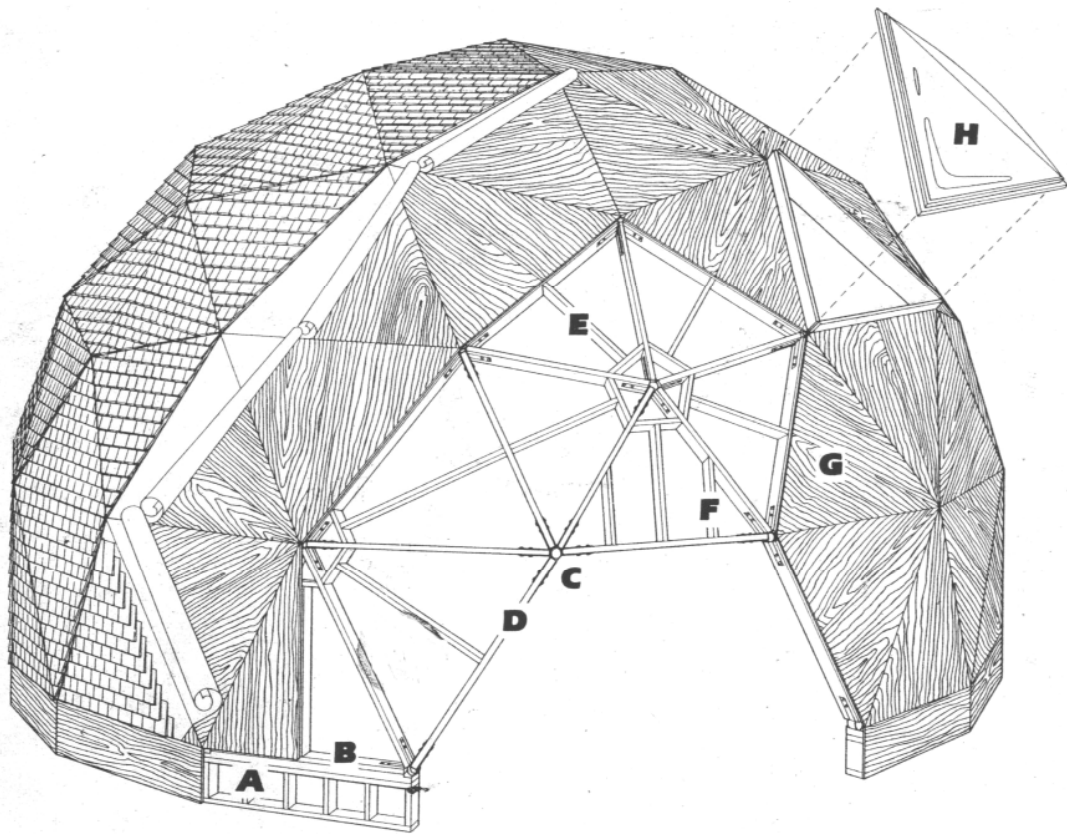


Estructura completa con las barras de apoyo para recibir los paneles de recubrimiento, dejando la puerta de acceso y el domo de iluminación.



En esta etapa se pueden quitar las barras del acceso porque los paneles han hecho el efecto de diafragma y la estructura ya no se abre.

ESTRUCTURA CON ACABADOS.



La estructura con sus elementos constructivos completos.

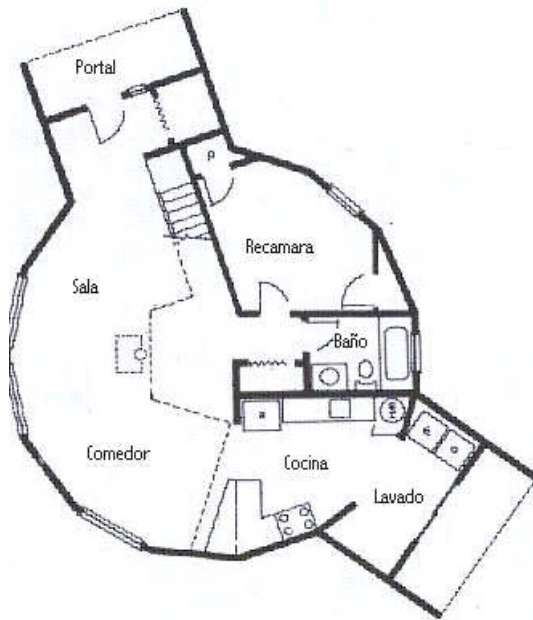
- A.- Base de la estructura
- B.- Barra de la base.
- C.- Conector.
- D.- Barra de la estructura.
- E y F.- Subdivisiones para recibir el triplay
- G.- Triplay.
- H.- Domo.

Aplicaciones de estructuras geodésicas a la vivienda.

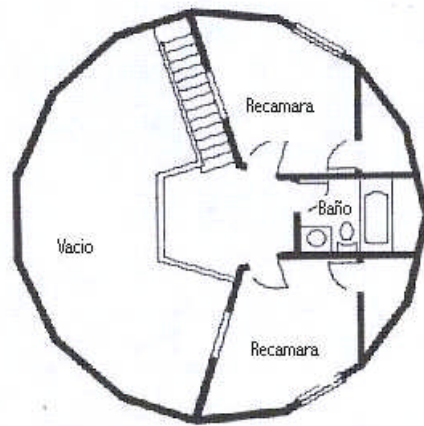
. Vivienda de 70 m² en una planta y tapanco.



Vivienda de 200 m2 en dos plantas y tapanco.



PLANTA BAJA



PLANTA ALTA



Modelo de vivienda de Timberline Geodesics, de 3 niveles

Glosario.

A.-

Algoritmo.- Es la secuencia de pasos lógicos necesarios para llevar a cabo una tarea específica como la resolución de un problema.

D.-

Diagrama de flujo.- Es la representación gráfica de un algoritmo

E.-

Escantillón.- Es una guía móvil para el corte de los ángulos de las barras.

F.-

Frecuencia.- B. Fuller le llamo frecuencia al número de subdivisiones que se hacen en cada una de las aristas de un poliedro, que a su vez subdividen a cada una de las caras del poliedro y que serán proyectadas a la esfera circunscrita, para generar un " poliedro geodésico ".

La frecuencia 3 significa subdividir cada arista del icosaedro en tres partes iguales y cada cara del icosaedro en nueve triángulos equiláteros pequeños, que serán proyectados a la esfera circunscrita.

G.-

Geodésica.- En matemáticas es la distancia mas corta entre dos puntos sobre cualquier superficie. R. B. Fuller utilizò el término para designar a las estructuras de superficie esférica a base de triángulos conectados por líneas geodésicas.

M.-

Molde.-Es una guía fija para la fabricación exacta de los conectores.

Modelo.- Representación icónica, analógica o simbólica de un objeto.

Modelo matemático.-Puede ser definido como la formulación de una ecuación o grupo de ecuaciones que expresan las características esenciales de un fenómeno natural o del comportamiento de un sistema, cuyo proceso se sustenta en una teoría científica o tecnológica.

P.-

Programa de cómputo.- Es la codificación del diagrama de flujo, es una lista de comandos, ordenes o instrucciones que se le dan a la maquina para resuelva el problema.

T.-

Tope.- es un registro sobre la sierra de corte para que las barras queden de la misma longitud.

REFERENCIAS.

Candela Félix, 1962, *Hacia una filosofía de las estructuras*, Buenos Aires.

Bunge Mario, 1978, *Filosofía de la física*, Barcelona.

Roland Conrad, 1965, *Estructuras*, Barcelona.

Reyna Gómez Francisco, 2003, *Antología, temas teóricos de la tecnología*, UNAM.

Rivera Ruth, 1963, *La obra de Pier Luigi Nervi*, Palacio de Bellas Artes.

Gasset Ortega, 1965, *Lecciones de Metafísica*
Revista de Occidente.

Cimet David, 1964, *Ensayos sobre la obra de P.L.Nervi*, Cuadernos de Arquitectura (Bellas Artes).

Pugh Anthony, 1977, *Polyhedra a visual approach*
University of California Press Berkeley.

Kenner Hugh, 1975, *Geodesic math*
University of California Press Berkeley.

Pugh Anthony, 1976, *An introduction to Tensegrity*.
University of California Press Berkeley

Rosen Sydney, 1970, *El mago de la cúpula*.
Ed. Diana.

Critchlow Keith, 1972, *Order in Space*.
Thames and Hudson London

Raeder Vogel Pablo
Campos Newman Luis E, 1982, *Geodésicas, trazo básico*

Universidad Iberoamericana.
Magnus J. Wenninger, 1979, *Spherical models*.
Ed. Cambridge University Press.

Beristain R. Luis, 1976, *Analítica de los poliedros*.
Ed. Universidad Iberoamericana.

Vanden Broeck Fabricio, 1995, *Naturaleza del diseño, diseño de la naturaleza*.
Ed. UAM-A

D' Arcy Wentworth Thompson, 1972, *Sobre el Crecimiento y la Forma*.
Ed. H.Blume Ediciones.

Lloyd Kahn 1970, *Dome Book 1*
Shelter Publications.

Lloyd Kahn 1972, *Dome Book 2*
Shelter Publications.

Williams Robert 1979, *The Geometrical Foundation of Nature Structure*
Dover Publications, Inc. New York.

Fuller R. Buckminster 1982, *Synergetics*
Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Fuller R. Buckminster 1979, *Synergetics 2*
Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

www.desertdomes.com.

www.poly-pro.softonic.com

www.desertdomes.com