



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE UN
CANAL LATERAL, REGISTROS, TUBERÍA DE CONEXIÓN,
VERTEDOR Y CAJA AMORTIGUADORA

TESIS

que para obtener el título de:
INGENIERA CIVIL

presentan:

VALERIA XOCHITL GONZÁLEZ LEYVA
CLAUDIA EDITH LÓPEZ FUENTES

DIRECTOR DE TESIS
VÍCTOR FRANCO



Ciudad Universitaria, D. F., agosto 2007.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	1
2	ANTECEDENTES	3
2.1	PRINCIPIO DE CONTINUIDAD	3
2.2	TEOREMA DE BERNOULLI. ECUACIÓN DE LA ENERGÍA	5
2.3	ENERGÍA ESPECÍFICA EN UN CANAL	7
2.4	LÍNEAS DE CORRIENTE DE GRAN CURVATURA	10
2.5	VERTEDORES DE PARED DELGADA	15
2.6	TIPOS DE FLUJOS	23
2.7	FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO	29
2.8	SALTO HIDRÁULICO	36
3	PROPUESTA INICIAL	45
3.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO	45
3.1.1	DEV	46
3.1.2	CANAL COLECTOR	47
3.1.3	PRIMER REGISTRO	47
3.1.4	TUBERÍA DE CONEXIÓN	48
3.1.5	SEGUNDO REGISTRO	48
3.1.6	VERTEDOR	49
3.1.7	CAJA AMORTIGUADORA	49
3.2	SELECCIÓN DE LA ESCALA DEL MODELO	50
3.3	REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO MATEMÁTICO	54
3.3.1	DISTRIBUCIÓN DEL GASTO APORTADO AL CANAL COLECTOR	54
3.3.2	PERFIL HIDRÁULICO DESDE EL PRIMER REGISTRO HASTA EL SEGUNDO REGISTRO	54
3.3.2.1	CÁLCULO TEÓRICO DE LAS PÉRDIDAS	54
3.3.2.2	CÁLCULO DEL PERFIL HIDRÁULICO	57
3.3.2.3	PERFIL HIDRÁULICO DEL CANAL COLECTOR	58
3.3.2.4	PERFIL HIDRÁULICO EN EL VERTEDOR	62
3.3.2.5	PERFIL HIDRÁULICO EN LA CAJA AMORTIGUADORA	64

3.4	REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO FÍSICO	67
3.4.1	CALIBRACIÓN DEL GASTO	67
3.4.2	FUNCIONAMIENTO DE LOS DEV	67
3.4.3	FUNCIONAMIENTO DEL CANAL COLECTOR	68
3.4.4	FUNCIONAMIENTO DEL PRIMER REGISTRO	70
3.4.5	FUNCIONAMIENTO DE LA TUBERÍA DE CONEXIÓN	70
3.4.6	FUNCIONAMIENTO DEL SEGUNDO REGISTRO	72
3.4.7	FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR	74
3.4.8	FUNCIONAMIENTO DE LA CAJA AMORTIGUADORA	74
3.5	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	76
3.5.1	CANAL COLECTOR	76
3.5.2	PRIMER REGISTRO	76
3.5.3	SEGUNDO REGISTRO	77
3.5.4	CAJA AMORTIGUADORA	77
3.6	CONCLUSIONES DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE LA PROPUESTA INICIAL	77
4	PROPUESTA FINAL	79
4.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO	79
4.1.1	DEV	79
4.1.2	CANAL COLECTOR	80
4.1.3	PRIMER REGISTRO	80
4.1.4	TUBERÍA DE CONEXIÓN	81
4.1.5	SEGUNDO REGISTRO	81
4.1.6	VERTEDOR	82
4.1.7	CAJA AMORTIGUADORA	82
4.2	REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO MATEMÁTICO	83
4.2.1	DISTRIBUCIÓN DEL GASTO APORTADO AL CANAL COLECTOR	83
4.2.2	PERFIL HIDRÁULICO DEL VERTEDOR	84
4.2.3	PERFIL HIDRÁULICO DEL CANAL COLECTOR	89
4.2.4	PERFIL HIDRÁULICO EN LA CAJA AMORTIGUADORA	99

4.3	REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO HIDRÁULICO	105
4.3.1	CALIBRACIÓN DEL GASTO	106
4.3.2	FUNCIONAMIENTO DE LOS DEV	107
4.3.3	FUNCIONAMIENTO DEL CANAL COLECTOR	107
4.3.4	FUNCIONAMIENTO DEL PRIMER REGISTRO	108
4.3.5	FUNCIONAMIENTO DE LA TUBERÍA DE CONEXIÓN	109
4.3.6	FUNCIONAMIENTO DEL SEGUNDO REGISTRO	109
4.3.7	FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR	110
4.3.8	FUNCIONAMIENTO DE LA CAJA AMORTIGUADORA	110
4.4	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	111
4.5	CONCLUSIONES DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE LA PROPUESTA FINAL	114
5	CONCLUSIONES	115
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
A.1	CALIBRACIÓN DEL GASTO EN EL MODELO	A1.1
A2	CÁLCULO TEÓRICO DE PARÁBOLA PARA CAJA AMORTIGUADORA	A2.1
	CÁLCULO DE LA PARÁBOLA	A2.1
	PUNTO DE TANGENCIA	A2.3
	ARCO DE CIRCUNFERENCIA	A2.5

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se describen dos diferentes diseños y pruebas que se realizaron en un modelo físico, con el objetivo de encontrar una geometría en las estructuras que garantice tanto la no presencia de vórtices como la no entrada de burbujas de aire a la tubería.

El modelo consta de estructuras de descarga de evaporadores (DEV), las que alimentan a un canal colector, el cual descarga a un primer registro que se encuentra conectado a una tubería con dos codos, el agua procedente de dicha tubería se deposita en un segundo registro para alimentar un vertedor que descarga en una caja amortiguadora y finalmente ésta es conectada a una tubería de salida.

Para cumplir con lo mencionado, se realizaron cálculos teóricos que proporcionaron una posible ayuda de un comportamiento del conjunto de estructuras mencionadas, posteriormente se confirmó con ayuda de un modelo físico en el que se realizaron las pruebas necesarias.


Con el apoyo también de cálculos teóricos se definió una geometría para el vertedor y el canal colector que cumpliera con las políticas de operación y de acuerdo con ello se consideró necesario que el modelo estuviera representado desde la entrada de agua que procede de los DEV hasta la caja amortiguadora y parte de la tubería de salida. Al resultado final encontrado se le hicieron algunas modificaciones que fueron probadas en el Laboratorio.

En el desarrollo de este trabajo se presenta la revisión matemática y en modelo del diseño inicial y final del comportamiento hidráulico de cada una de las estructuras que conforman a los dos diseños.


Para desarrollar el tema, el trabajo se dividió en los siguientes capítulos:

 Antecedentes

En este capítulo se explican los conceptos y temas básicos que se aplicarán en el desarrollo de los capítulos siguientes.

 Propuesta inicial

En esta parte se resuelve matemáticamente el comportamiento hidráulico de las estructuras como fueron diseñadas inicialmente, obteniendo los tirantes en puntos de mayor problema, y posteriormente se hace una descripción de lo observado en el modelo, así como la medición de tirantes en las mismas zonas en que fueron hechos los cálculos matemáticos.

 Propuesta final

Al igual que en el capítulo anterior, en esta parte se describe el comportamiento hidráulico de las estructuras que conforman la versión final de las estructuras, las cuales fueron rediseñadas en base a las conclusiones obtenidas de la propuesta inicial. Al final de este capítulo se hace una descripción de lo observado en el modelo y se hace una comparación con los cálculos realizados anteriormente.

2 ANTECEDENTES

En este capítulo se desarrollará una breve explicación de los temas que serán utilizados para realizar la revisión matemática de las dos versiones del sistema de estructuras, a fin de facilitar la comprensión del desarrollo de ellos.

2.1 PRINCIPIO DE CONTINUIDAD

La vena líquida mostrada en la Figura 2.1 está limitada por la superficie 3 (que generalmente coincide con una frontera sólida, o por ésta y una superficie libre) y por las secciones transversales 1 y 2, normales al eje que une los centros de gravedad de todas las secciones. Las velocidades en cada punto de una misma sección transversal poseen un valor medio V , que se considera representativo de toda la sección y de dirección transversal al eje de la vena.

Se considera el volumen elemental del líquido limitado lateralmente por la superficie que envuelve la vena líquida, así como por dos secciones transversales normales al eje de la vena, separadas la distancia ds , donde s representa la coordenada curvilínea siguiendo al eje de la vena.

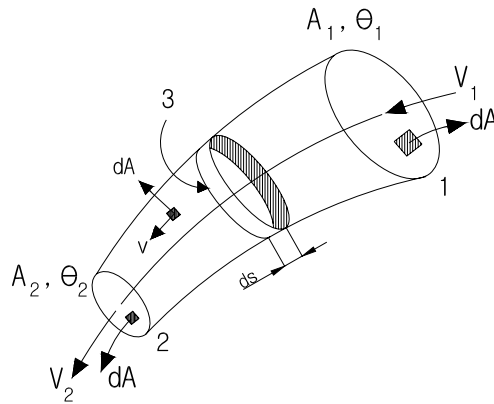


Figura 2.1 Vena líquida

La cantidad neta de masa que entra menos la cantidad de masa que sale y que atraviesa la superficie de frontera del volumen elemental en estudio, es:

$$\left[\rho VA + \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds \right] - \rho VA = \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds \quad \text{Ecuación 2.1}$$

La rapidez con que varía la masa dentro del mismo, es:

$$\frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds + \frac{\partial(\rho A ds)}{\partial t} = 0 \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Sin cometer prácticamente error se puede aceptar, en la mayoría de los problemas, que la longitud ds del elemento de volumen considerado permanece constante y se considera flujo permanente. Este puede salir de la segunda derivada del segundo término de la Ecuación 2.2 y simplificarse con el que aparece en el primero de lo cual resulta:

$$\frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0 \quad \text{Ecuación 2.3}$$

Desarrollando la Ecuación 2.3 y considerando un flujo permanente e incompresible se llega a:

$$VA = \text{Constante} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Esto simplifica que el gasto que circula por cada sección de la vena líquida en el flujo permanente es constante; o bien, que para dos secciones transversales 1 y 2 de la misma se cumple:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad \text{Ecuación 2.5}$$

Además, la Ecuación 2.1 se cumple solo que no haya entradas o salidas entre las secciones 1 y 2, debido a que si eso sucediera, el gasto no sería el mismo entre dichas secciones.

2.2 TEOREMA DE BERNOULLI. ECUACIÓN DE LA ENERGÍA

Supóngase que en un fluido perfecto, cuyas características son:

- Continuidad ; contiene sólo partículas del mismo tipo
- Fluidez: ninguna partícula se opone a que otra se desplace
- Incompresibilidad: implica que la densidad en todas las secciones es constante
- Isótropo: las propiedades mecánicas y dinámicas son iguales en todas las direcciones

El cual se encuentra en movimiento y se toma un elemento diferencial de ancho unitario cuyas dimensiones están referidas al plano "N-S", como se indica en la Figura 2.2 El elemento se desplaza en la dirección positiva del eje S con una velocidad instantánea V y está sometido a la acción de su propio peso y de las presiones indicadas. En estas condiciones, la segunda ley de Newton ($\bar{F} = m\bar{a}$) dice

$$\sum F_s = \frac{\gamma}{g} dn ds \frac{dV}{dt} \quad \text{Ecuación 2.6}$$

Siendo $\sum F_s$, la suma de fuerzas en la dirección del eje S.

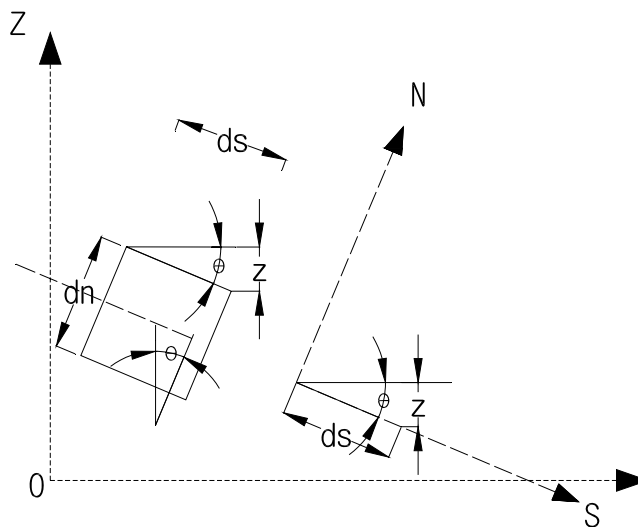


Figura 2.2 Elemento diferencial de ancho unitario

De acuerdo con la Figura 2.2 y en la dirección mencionada la expresión anterior conduce a

$$[p - (p + dp)]dn + \gamma nds \operatorname{sen} \theta = \frac{\gamma}{g} dn ds \frac{dV}{dt} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Que simplificado queda

$$-\frac{dp}{ds} + \gamma \operatorname{sen} \theta - \frac{\gamma}{g} \frac{dV}{dt} = 0 \quad \text{Ecuación 2.8}$$

Y según la Figura 2.2

$$\operatorname{sen} \theta = -\frac{dz}{ds} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Por lo que la ecuación equivale a

$$\frac{dp}{ds} + \gamma \frac{dz}{ds} + \frac{\gamma}{g} \frac{dV}{dt} = 0 \quad \text{Ecuación 2.10}$$

La Ecuación 2.10 se conoce como la ecuación de Euler.

Por otra parte, siendo que en general, la velocidad V del elemento es una función del tiempo t y de su posición s , es decir $V = f(t, s)$, por definición de derivada total se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial s} \frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

Y como el flujo es sólo en la dirección positiva del eje S , se cumple:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{dV}{ds} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Tratándose de flujo permanente y, de acuerdo a que los parámetros de área, caudal, velocidad y tirante son independientes del tiempo para cada sección, la expresión

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad \text{Ecuación 2.13}$$

se reduce a $dV/dt = V(dV/ds)$, que sustituida en la Ecuación 2.10 y después de simplificar permite escribir:

$$dp + \gamma dz + \frac{\gamma}{g} V dV = 0 \quad \text{Ecuación 2.14}$$

al integrar esta ecuación diferencial se obtiene:

$$p + \gamma z + \frac{V^2}{2g} = cte \quad \text{Ecuación 2.15}$$

Si se acepta, por ahora que todas las partículas del escurrimiento se desplazan como el elemento analizado, puede considerarse que esta expresión es válida para cualquier sección de un escurrimiento permanente. Esto significa que la suma de los tres indicadores es igual en todas las secciones de un mismo escurrimiento permanente. Así, para las secciones 1, 2, 3, ..., i, la Ecuación 2.15 se escribe:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} = \dots = z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} = cte \quad \text{Ecuación 2.16}$$

La Ecuación 2.16 es el conocido teorema de Bernoulli, obtenido por el matemático suizo Daniel Bernoulli, en 1732.

A los tres términos de la expresión anterior se les llama respectivamente: carga de posición, carga de presión y carga de velocidad, respectivamente. Estas cargas corresponde, respectivamente, a las energías: potencial, de presión y cinética por unidad de peso de la partícula del fluido.

La deducción anterior se ha hecho para un fluido perfecto, pero si se hace referencia a un líquido real, es necesario considerar todas las pérdidas de carga $h_{f_{1-2}}$ entre las secciones 1 y 2, agregándolas al segundo miembro de la ecuación ya que entonces se toma en cuenta la viscosidad del fluido, la cual produce la fricción en éste:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f_{1-2}} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

La Ecuación 2.17 se designa como la ecuación de la energía.

2.3 ENERGÍA ESPECÍFICA EN UN CANAL

En una sección cualquiera de un canal (Figura), se llama energía específica E a la suma del tirante más la carga de velocidad en esa sección, la energía específica es entonces la suma de las energías de presión y cinéticas por unidad de peso del conjunto de partículas del fluido que forman la sección mencionada, es decir:

$$E = h \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.18}$$

Expresión que puede también escribirse en la forma:

$$E = h \cos \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \text{Ecuación 2.19}$$

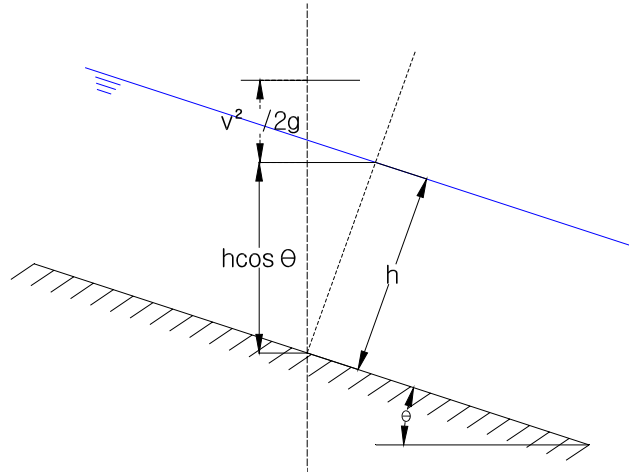


Figura 2.3 Elemento diferencial de ancho unitario

Es posible analizar la expresión anterior, desde dos puntos de vista, a saber

- Para un gasto constante Q_0 , estudiar la relación $h = f(E)$ y
- Para una energía específica constante E_0 , estudiar la relación $h = f(Q)$.

El primer enfoque permite observar que para un gasto dado existen tres tipos de régimen, que se denominan crítico, subcrítico y supercrítico (Figura 2.4)

El segundo punto de vista es de utilidad cuando se desea conocer el comportamiento hidráulico de dos secciones de un escurrimiento en que la energía específica sea constante (E_0), o pueda considerarse como tal sin cometer error apreciable.

El lugar geométrico de la Ecuación 2.19 es la curva con dos asíntotas.

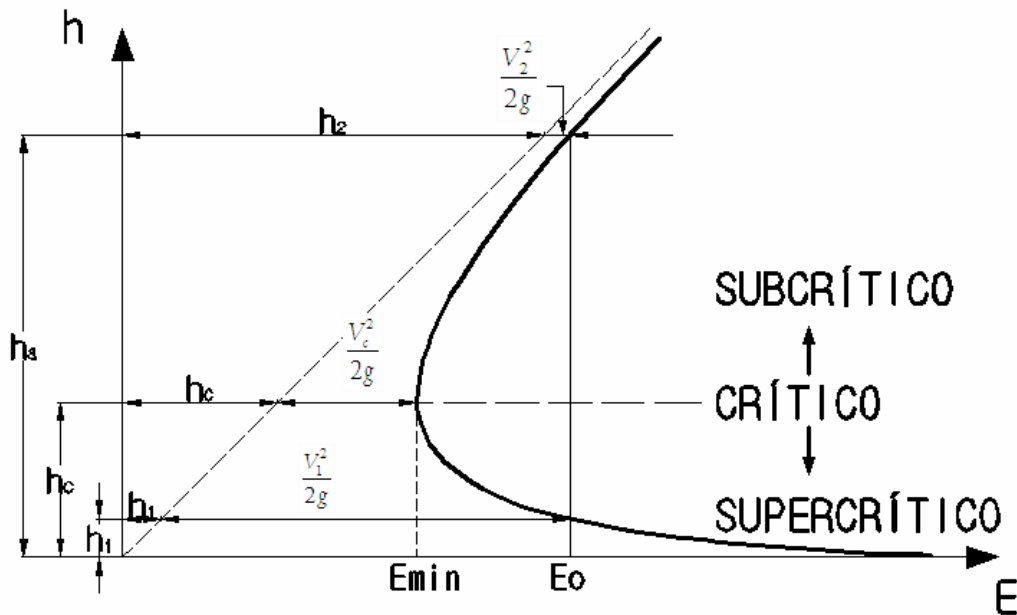


Figura 2.4 Variación $h - E$ para Q constante

En la Figura 2.4 se observan conclusiones importantes, por ejemplo, para una energía específica cualquiera E_0 , existen dos posibles tipos de escurrimiento: uno con un tirante h_1 y velocidad V_1 , y otro con tirante mayor h_2 y una velocidad menor V_2 . Además, existe un punto similar que corresponde a la energía específica mínima posible y que se caracteriza porque esta es presentada por un solo tirante (h_c , en la Figura 2.4) a diferencia de todos los demás casos en que $E \neq E_{min}$.

Se llama sección crítica en un escurrimiento a superficie libre a aquella en que la energía específica es la mínima posible para el gasto de dicho escurrimiento. Si el régimen está establecido, se dice que es crítico cuando dicha energía es la mínima posible a lo largo de todo el canal u con ese nombre de signan todas sus características hidráulicas “tirante crítico” (h_c), “pendiente crítica” (S_c), “velocidad crítica” (V_c), etc.

Si el tirante es mayor que el tirante crítico (h_2), el régimen se denomina subcrítico o lento, y cuando es menor (h_1), supercrítico o rápido.

El comportamiento de un escurrimiento está íntimamente relacionado al tipo de régimen al que este se somete y por esta razón es importante conocer dicho régimen.

La sección crítica puede garantizarse siempre que el escurrimiento en un canal, por ejemplo, se pase de una pendiente menor que la crítica a una mayor. A esta sección se le llama de control.

Un escurrimiento se comporta en forma particular según el tipo de régimen a que esté sometido, especialmente en secciones de cambio de sección o de pendiente.

Si la sección crítica se presenta cuando la energía específica es la mínima posible para un gasto dado, pueden encontrarse sus características derivando E con respecto a h de la Ecuación 2.18, y se tiene:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

En una sección cualquiera, si B es el ancho de la superficie libre, se cumple:

$$dA = Bdh \text{ y } \frac{dA}{dh} = B \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Al sustituir la expresión anterior en la Ecuación 2.20 e igualarla a cero, se obtiene que en la sección donde la energía es mínima se cumple:

$$\alpha \frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c} \quad \text{Ecuación 2.22}$$

Esta expresión permite calcular el tirante crítico para cualquier sección, si se conoce el gasto y la geometría de dicha sección.

2.4 LÍNEAS DE CORRIENTE DE GRAN CURVATURA

El flujo sobre un canal cuyo fondo presenta una curvatura es diferente al que se tiene en un canal con una determinada pendiente; ya que la curvatura de las líneas de corriente es de consideración y produce una componente importante de la aceleración normal a la dirección del flujo, dicho en otras palabras, la fuerza centrífuga modifica la distribución de la presión obtenida para el flujo rectilíneo.

El fondo puede ser cóncavo o convexo; y en ambos casos, la distribución de la presión se representa por la línea AC' , en lugar de la línea AC del flujo rectilíneo, ver Figura 2.5. La fuerza centrífuga actúa hacia el exterior de la curva en ambos, pero en el cóncavo se manifiesta por una presión mayor y en el convexo por una presión menor. La distribución hidrostática de la carga de presión $y \cos \theta$ cambia en cualquier punto D debido a la desviación $\Delta p / g\rho$, que se suma o resta según que el flujo sea cóncavo o convexo. De este modo la energía total H en dicho punto se calcula como sigue

$$H = z_D + y' \cos \theta \pm \frac{\Delta p}{g\rho} + \frac{v^2}{2g} = z + y \cos \theta \pm \frac{\Delta p}{g\rho} + \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

Donde se ha sustituido $z_D + y' \cos \theta = z + y \cos \theta$ por razones geométricas. Sin embargo, en el punto A sobre la superficie libre $\frac{\Delta p}{g\rho} = 0$, $v = v_A$, y por tanto

$$v_A^2/2g = H - (z + y \cos \theta) \quad \text{Ecuación 2.24}$$

Es decir, la carga de velocidad de las partículas en la superficie libre es la distancia vertical que separa a la línea de energía de dicha superficie (Figura 2.5)

Para cualquier otro punto

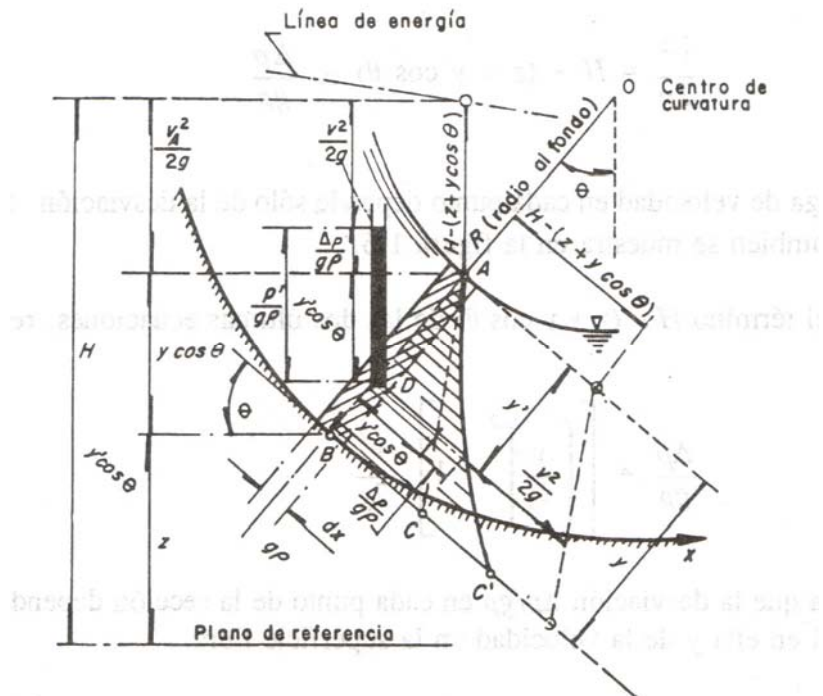
$$\frac{v^2}{2g} = H - (z + y \cos \theta) \pm \frac{\Delta p}{g\rho} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

Es decir, la carga de velocidad en cada punto depende sólo de la desviación $\Delta p/g\rho$ en el mismo punto (Figura 2.5).

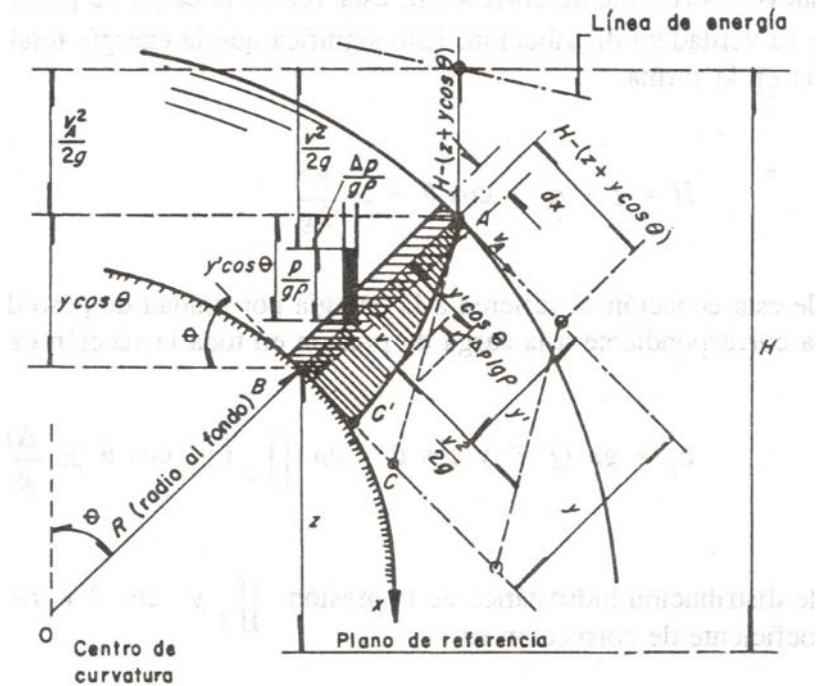
Si se elimina el término $H - (z + y \cos \theta)$ de las dos últimas ecuaciones, resulta

$$\frac{\Delta p}{g\rho} = \left[\left[\frac{v}{v_A} \right]^2 - 1 \right] \frac{v_A^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

Lo que significa que la desviación $\Delta p/g\rho$ en cada punto de la sección depende de la distribución de la velocidad en ella y de la velocidad en la superficie libre.



a) Flujo cóncavo



b) Flujo convexo

Figura 2.5 Distribución de la presión en flujo curvilíneo

Las expresiones anteriores no son útiles para el flujo unidimensional porque usan valores locales de la velocidad, siendo necesario utilizar el concepto de valores medio. Por simplicidad, la carga de presión media en la sección del canal se define por $\alpha'y\cos\theta$, en donde α' es un nuevo coeficiente de corrección, esta vez de la carga de presión hidrostática, que toma en cuenta su verdadera distribución. Esto significa que la energía total en flujo curvilíneo que da expresada en la forma

$$H = z + \alpha'y\cos\theta + \alpha\frac{v^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

Los términos de esta ecuación se refieren a la energía por unidad de peso del líquido fluyente, de modo que la correspondiente a la carga de presión en toda la sección es

$$E_p = g\rho Q\alpha'y\cos\theta = g\rho\iint_A\left(y'\cos\theta \pm \frac{\Delta p}{g\rho}\right)v dA \quad \text{Ecuación 2.28}$$

Por la parte de distribución hidrostática de la presión $\iint_A(y'\cos\theta)v dA = Qy\cos\theta$, por tanto el coeficiente de corrección es

$$\alpha' = 1 \pm \frac{1}{Qy\cos\theta}\iint_A\frac{\Delta p}{g\rho}v dA \quad \text{Ecuación 2.29}$$

La desviación $\Delta p/g\rho$ de la carga de presión en flujo cóncavo es positiva, $\alpha' > 1$, y la suma $z + \alpha'y\cos\theta$ en la Ecuación 2.27 alcanza un nivel mayor que el de la superficie libre. La desviación $\Delta p/g\rho$ es negativa en flujo convexo, $\alpha' < 1$, y la suma $z + \alpha'y\cos\theta$ alcanza un nivel menos que el de la superficie libre e inclusive puede quedar debajo del nivel del piso.

Esto significa que en ambos caos $\alpha v^2/2g$ ya no es la distancia vertical que separa a la línea de energía de la superficie libre y que $\alpha'y\cos\theta$ tampoco es la carga de presión en el fondo, como ocurre en el flujo rectilíneo, para este $\Delta p/g\rho = 0$, $\alpha' = 1$ y la Ecuación 2.27 coincide con la energía total del flujo.

En la misma forma, para calcular la fuerza resultante de la presión sobre las secciones donde hay flujo curvilíneo se utiliza también un coeficiente de corrección β' que afecta el valor de la fuerza $g\rho A y'_G \cos\theta$ en el rectilíneo, donde y'_G ubica el centroide de la sección, es decir

$$g\rho A\beta'y'_G \cos\theta = \iint_A p dA = g\rho\iint_A\left[y'\cos\theta \pm \frac{\Delta p}{g\rho}\right]dA \quad \text{Ecuación 2.30}$$

O bien

$$\beta' = 1 \pm \frac{1}{Ay'_G \cos \theta} \iint_A \frac{\Delta p}{g\rho} dA \quad \text{Ecuación 2.31}$$

Expresión que aclara el significado de β' ya que depende de $\Delta p/g\rho$, es decir del efecto de la curvatura de las líneas de corriente en la fuerza que la presión produce sobre el área de flujo.

Otro tratamiento aproximado consiste en considerar que el flujo cóncavo de la Figura 2.5a es bidimensional de gran radio de curvatura y que las líneas de corriente asumen la forma del piso del canal. La velocidad sobre la cualquiera de ellas en la sección AB es uniforme y se supone igual a la media. Esto no es rigurosamente cierto pero es sencillo y tiene suficiente precisión en las aplicaciones prácticas.

Se considera el elemento sombreado, de ancho unitario y ángulo θ de inclinación, que se muestra en la Figura 2.5a. Su peso, desde los puntos A a D es igual a $g\rho y' dx$ y su componente normal al fondo es $g\rho y' \cos \theta dx$. A dicho componente se la agrega la fuerza P_C debida a la aceleración centrífuga, que es igual al producto de la masa de agua contenida en el elemento, de velocidad constante igual a la velocidad media V , por la aceleración centrífuga, donde r es el radio de curvatura de la línea de flujo en el punto D . Es decir

$$P_C = \rho y' dx \frac{V^2}{r} \quad \text{Ecuación 2.32}$$

La fuerza resultante en dirección perpendicular al flujo vale

$$g\rho y' \cos \theta dx + \rho y' dx \frac{V^2}{r} \quad \text{Ecuación 2.33}$$

La cual, al dividir por dx , da la presión en el punto D , de magnitud

$$p' = g\rho y' \cos \theta + \rho y' \frac{V^2}{r} \quad \text{Ecuación 2.34}$$

Y la carga de presión correspondiente se expresa de la forma

$$\frac{p'}{g\rho} = y' \cos \theta + \frac{V^2 y'}{gr} \quad \text{Ecuación 2.35}$$

El término $y' \cos \theta$ equivale a la carga de presión de acuerdo con la ley de la hidrostática; el último es la desviación $\Delta p/g\rho$ que hay que agregar por efecto de la fuerza centrífuga. Dicha desviación es negativa si se trata de flujo convexo, lo cual se puede demostrar por un desarrollo análogo.

Para obtener la carga de presión en el Punto B sobre el fondo, es suficiente que $y' = y$, $r = R$ (radio del fondo), de modo que

$$\frac{P_B}{g\rho} = y \cos \theta \pm \frac{V^2 y}{gR} \quad \text{Ecuación 2.36}$$

Donde el término $\pm V^2 y / gR$ es la desviación de la carga de presión en el fondo de la sección para calcular la energía total H ; más bien se necesita α' .

Si el canal tiene gran pendiente, la velocidad es grande y cuando alcanza cierta magnitud, el agua arrastra aire al interior del flujo, produce un aumento de su volumen y un incremento en el tirante. Por esta razón, la presión calculada con alguna de las ecuaciones antes obtenidas es mayor en muchos casos que la presión real medida en pruebas con un modelo, lo cual se debe a que la densidad de la mezcla de agua y aire disminuye pero el tirante aumenta. Si se conoce dicha densidad, se debe reemplazar en los cálculos en lugar de la del agua pura, para tomar en cuenta el arrastre de aire que se espera. La densidad real de la mezcla varía del fondo a la superficie libre, pero para cálculos preliminares se supone constante, con errores del lado de la seguridad.

2.5 VERTEDORES DE PARED DELGADA

Considerando un recipiente lleno de un líquido, en cuya pared lateral se ha practicado un orificio de pequeñas dimensiones y cualquier forma, además de un área A .

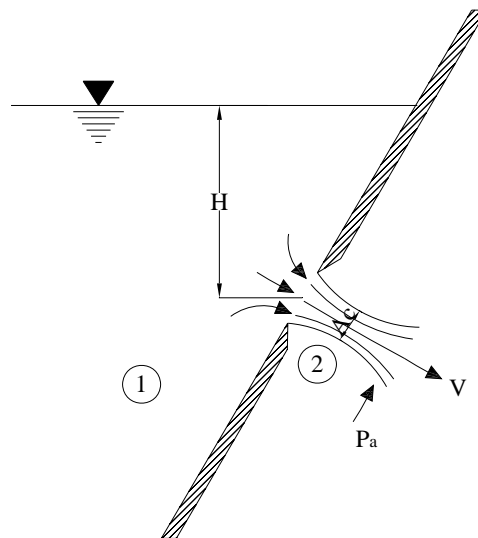


Figura 2.6 Orificio de pared delgada

El orificio descarga un gasto Q cuya magnitud se desea calcular, para lo cual se supone que el nivel del agua en el recipiente permanece constante por efecto de la entrada de un gasto idéntico al que sale; o bien porque posee un volumen muy grande. Además, el único contacto entre el líquido y la pared debe ser alrededor de una arista afilada como se muestra la **Figura 2.6**; esto es, el orificio es de pared delgada. Las partículas del líquido en la proximidad del orificio se mueven aproximadamente en dirección al centro del mismo, de modo que, por efecto de su inercia, la deflexión brusca que sufren producen una contracción del chorro, la cual se alcanza en la sección 2. A esta sección se le llama contraída y tiene un área A_c inferior al área A del orificio. En ella las velocidades de las partículas son prácticamente uniformes y con un valor medio V .

El gasto de este orificio se calcula con la ecuación general de un orificio de pared delgada

$$Q = C_d A \sqrt{2gH} \quad \text{Ecuación 2.37}$$

Cuando la pared en el contorno de un orificio no tiene aristas afiladas, el orificio es de pared gruesa o tubo corto.

En este tipo de orificio se observa que el chorro, una vez que se ha pasado la sección contraída, tiene espacio dentro del tubo para expandirse y llenar la totalidad de la sección. Entre la sección contraída y la final ocurre un rápido descenso de la velocidad acompañado de turbulencia y fuerte pérdida de energía.

Por un razonamiento análogo al de pared delgada, se concluye que la velocidad de salida del líquido se puede calcular con la misma Ecuación 2.37 donde el coeficiente de velocidad C_v se reduce hasta el valor de 0.82 encontrado experimentalmente por varios investigadores.

Conviene aclarar que en la ecuación anterior se consideró H como el desnivel entre la superficie libre y el centro de gravedad del orificio. Esto resultó de suponer que era despreciable la velocidad de llegada al orificio y que la presión sobre la superficie libre corresponde a la atmosférica. Cuando ello no acontece, H corresponde a la energía total; carga de presión sobre la superficie del agua. Con base en lo anterior se puede decir que un orificio tiene contracción completa, en cambio la compuesta y el vertedor son de contracción incompleta.

Una compuerta consiste en una placa móvil, plana o curva, que al levantarse permite graduar la altura del orificio que se va descubriendo, a la vez que controlar la descarga producida. El orificio generalmente se hace entre el piso del caudal y el borde inferior de la compuerta, por lo que su ancho coincide con el del canal.

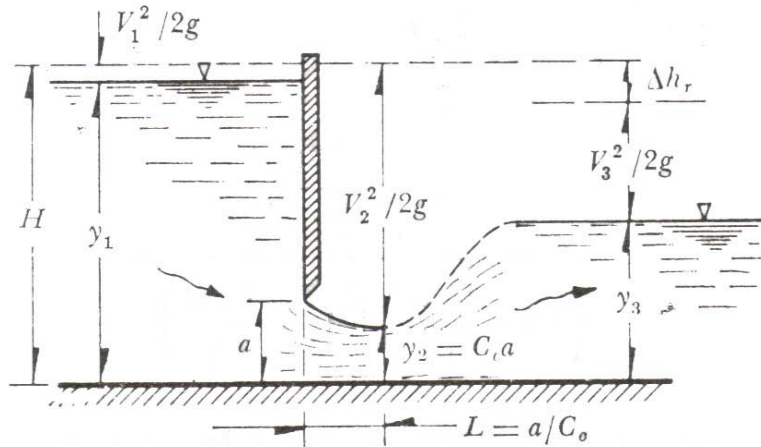


Figura 2.7 Esquema de una compuesta

Cuando la descarga del líquido se efectúa por encima de un muro o una placa y la superficie libre, la estructura hidráulica en la que ocurre se llama vertedor; éste puede representar diferentes formas según las finalidades a que se designe. Así, cuando la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma, pero con arista aguda, el vertedor se llama de pared delgada; por el contrario cuando el contacto entre la pared y la placa vertiente es más bien una superficie, el vertedor es de pared gruesa. Ambos tipos pueden utilizarse como distintivos de aforo en laboratorios o en cabales de pequeñas dimensiones pero el segundo puede emplearse como obra de control de excedencias en una presa y también de aforo en canales grandes.

El punto o arista más bajo de pared de contacto con la lámina vertiente, se conoce como cresta de vertedor; el desnivel entre la superficie libre, aguas arriba del vertedor u su cresta se conoce como carga.

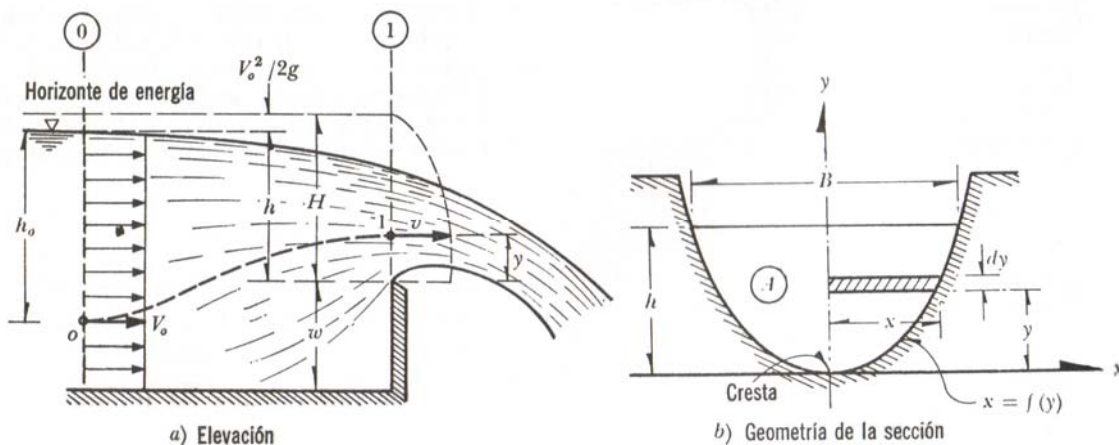


Figura 2.8 Vertedor de pared delgada en forma general

Considerando un vertedor de pared delgada y sección geométrica como se muestra en la Figura 2.8, cuya cresta se encuentra a una altura w , medida desde la plantilla del canal de alimentación. El desnivel entre la superficie inalterada del agua, antes del vertedor y a cresta, es h y la velocidad uniforme de llegada del agua es de V_0 de tal modo que

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.38}$$

El perfil de las formas usuales de vertedores de pared delgada de puede presentar por la ecuación general

$$x = f(y) \quad \text{Ecuación 2.39}$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre los puntos 0 y 1 de la Figura 2.8, se tiene

$$h_0 + \frac{V_0^2}{2g} = h_0 - h + y + \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.40}$$

O bien

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g} = y + \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ecuación 2.41}$$

Si $V^2/2g$ es despreciable, entonces la velocidad en cualquier punto de la sección 1 vale

$$v = \sqrt{2g(h - y)} \quad \text{Ecuación 2.42}$$

El gasto a través del área elemental, de la Figura 2.8b, es entonces

$$dQ = 2\sqrt{2g}\mu x\sqrt{h - y}dy \quad \text{Ecuación 2.43}$$

Donde μ se considera el efecto de contracción de la lámina vertiente. El gasto total vale

$$Q = 2\sqrt{2g}\mu \int_0^h x(h - y)^{1/2} dy \quad \text{Ecuación 2.44}$$

Que es la ecuación general del gasto para un vertedor de pared delgada, la cual es posible integrar si se conoce la forma del vertedor.

Para un vertedor de pared rectangular la Ecuación 2.39 es del tipo $x = b/2$ donde b es la longitud de la cresta, la Ecuación 2.45 es

$$Q = -\mu\sqrt{2gb} \int_0^h (h - y)^{1/2} (-dy) \quad \text{Ecuación 2.45}$$

Efectuando la integración es

$$Q = -\frac{2}{3}\mu\sqrt{2gb}\left[(h-y)^{3/2}\right]_0^h \quad \text{Ecuación 2.46}$$

Finalmente se llega a

$$Q = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2gb}h^{3/2} \quad \text{Ecuación 2.47}$$

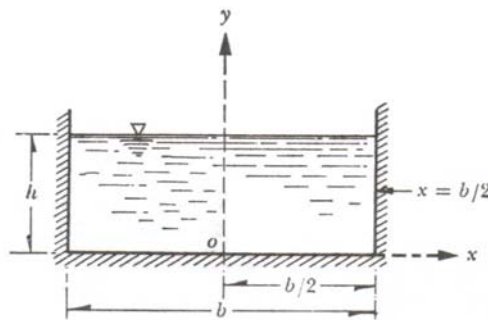


Figura 2.9 Vertedor rectangular

Que es la ecuación general para calcular el gasto en un vertedor rectangular cuya carga de velocidad de llegada es despreciable. Se acostumbra a agrupar el término $\frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}$, en un solo coeficiente, de tal manera que

$$Q = Cbh^{3/2} \quad \text{Ecuación 2.48}$$

El coeficiente C vale 2.952μ

El valor del coeficiente depende del tipo de vertedor y para el caso del vertedor rectangular hay diferentes formas de calcularlo, como se muestra en la Tabla 2.1

Tabla 2.1

Autor	Fórmula	Limites de aplicación	Observaciones
Hegly (Ref. 30) (1921)	$\mu = \left[0.6075 - 0.045 \left(\frac{B-b}{B} \right) + \frac{0.0041}{h} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h}{h+w} \right)^2 \right]$	0.10 ≤ h ≤ 0.60m 0.50m ≤ b ≤ 2.00m 0.20m ≤ w ≤ 1.13m	El primer limite de aplicación es el más importante. Para h/b < 0.13 tiene mayor precisión que la fórmula SIAS
Sociedad de Ingenieros y Arquitectos Suizos(1924)(Ref.9) (Fórmula SIAS)	$\mu = \left[0.578 + 0.037 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3(b/B)^2}{1000h + 1.6} \right] \left[1 + 0.5 \left(\frac{b}{B} \right)^4 \left(\frac{h}{h+w} \right)^2 \right]$	0.25 ≤ h ≤ 0.80m b ≤ 0.3B w ≥ 0.30m h/w ≤ 1 en el caso de contracciones laterales	Para vertedores sin contracciones laterales los límites son: 0.025m ≤ h ≤ 0.80m 0.30m ≤ w h/w ≤ 1 Para h/b ≤ 0.13, es más precisa que la de Hegly
Hamilton Smith	$\mu = 0.616 \left(1 - \frac{b}{10B} \right)$	0.075m ≤ h ≤ 0.60m 0.30m ≤ b 0.30m ≤ w h ≤ w/2 b ≤ (B-2h) h/b ≤ 0.5	Si B(h+w) < 10bh, se deberá reemplazar en la Ec. 7.5 el valor de h por h donde h' = h + 1.4(V ₀ ² /2g) donde: V ₀ = (Q/(B(h+w)))
Francis (Ref. 31)	$\mu = 0.623 \left[1 - 0.1n \frac{h}{b} \left[\left(1 + \frac{V_0^2}{2gh} \right)^{3/2} - \left[\frac{V_0^2}{2gh} \right]^{3/2} \right] \right]$	0.18m ≤ h ≤ 0.50 m 2.40m ≤ b ≤ 3.00m 0.60m ≤ w ≤ 1.50m b ≥ 3h	V ₀ = (Q/(B(h+w))) velocidad de llegada n = 2 en vertedores con contracciones laterales n=0 en vertedores sin contracciones laterales
Rehbock (1929) (Ref. 9)	$\mu = \left[0.6035 + 0.0813 \left(\frac{h+0.0011}{w} \right) \right] \left[1 + \frac{0.0011}{h} \right]^{3/2}$	0.01m ≤ h ≤ 0.80m b ≥ 0.30m w ≥ 0.06m h/w ≤ 1	Vale sólo para vertedores sin contracciones laterales. Es muy precisa y de las más utilizadas, por su sencillez

Cuando el vertedor es de sección rectangular (ver Figura 2.10), simétricamente respecto al eje vertical y con ángulo en el vértice θ , el valor x de la Ecuación 2.39 es

$$x = y \tan \frac{\theta}{2} \quad \text{Ecuación 2.49}$$

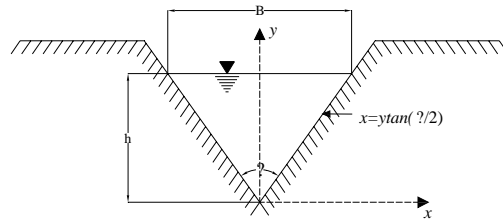


Figura 2.10 Vertedor triangular

Y la ecuación del gasto es

$$Q = 2\sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_0^h (h-y)^{1/2} y dy \quad \text{Ecuación 2.50}$$

La cual se puede integrar por un procedimiento de sustitución. En efecto, haciendo $z = h - y$, entonces $y = h - z$, $dy = -dz$. Los límites de integración serían: $y = 0$, $z = h$ y para $y = h$, $z = 0$, la ecuación anterior sería entonces

$$Q = -2\sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \int_0^h z^{1/2} (h-z) dz = -2\sqrt{2g} \mu \tan(\theta/2) \left[\frac{2hz^{3/2}}{3} - \frac{2}{5} z^{5/2} \right]_h^0 \quad \text{Ecuación 2.51}$$

Tomando límites y sustituyendo nuevamente a z , obtiene

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu h^{5/2} \quad \text{Ecuación 2.52}$$

O bien

$$Q = Ch^{5/2} \quad \text{Ecuación 2.53}$$

Donde C depende de θ , μ y g . Así, por ejemplo, con $\theta = 90^\circ$ se tiene que

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu = 2.362 \mu \quad \text{Ecuación 2.54}$$

En la Tabla 2.2 se presentan las fórmulas experimentales más conocidas para calcular μ ó C son válidas para diferentes ángulos θ en el vértice.

Tabla 2.2

Autor	Fórmula	Límites de aplicación	Observaciones
Universidad Católica de Chile (Ref. 24).	$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu K$	Vale para $15^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$. La profundidad w no tiene influencia en el coeficiente de gasto.	μ , coeficiente experimental que depende de h y θ según la Fig. 7.9. K es otro coeficiente que depende de B/h según la Fig. 7.10 y vale 1 si $B/h \geq 5$ para $\theta = 90^\circ$ y si $B/h \geq 2.75$ para $\theta = 45^\circ$.
Gourley y Crimp (Ref. 31).	$C = \frac{1.32 \tan(\theta/2)}{h^{0.08}}$	Vale para ángulos θ de 45° , 60° y 90° y para profundidades w grandes.	Esta fórmula, substituida en la ecuación (7.11b), conduce a la ecuación: $Q = 1.32 \tan(\theta/2) h^{2.08}$
Hegly (1921) (Ref. 31).	$\mu = \left[0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right] \left\{ 1 + \left[\frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 90^\circ$, $0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.50 \text{ m}$ y profundidades w pequeñas	Es de las fórmulas más precisas para vertedores con ángulo en el vértice $\theta = 90^\circ$.
Barr (1909) (Ref.22).	$\mu = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas $0.05 \text{ m} \leq h \leq 0.25 \text{ m}$ $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	El valor medio $\mu = 0.593$ que resulta de esta fórmula corresponde bastante al resultado de Thompson (1861) y que substituido en la Ec. (7.11a), conduce a la ecuación: $Q = 1.42 h^{2.0}$
Koch (1923) Yarnall (1926)	$\mu = 0.58$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas muy grandes. $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	No se limita con precisión el rango de validez.
Heyndrickx (Ref. 30).	$\mu = [0.5775 + 0.214 h^{1.06}] \times \left\{ 1 + \left[\frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 60^\circ$ y cargas normales.	Es bastante precisa.

Para el primer caso de la Tabla 2.2 los valores de k y μ se obtiene de las gráficas mostradas en las Figura 2.11 y Figura 2.12, respectivamente.

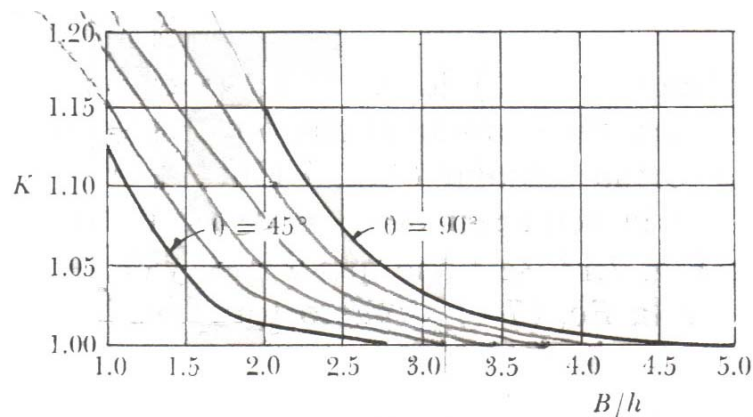


Figura 2.11 Valores de k en la fórmula de la Universidad Católica de Chile para vertedores triangulares.

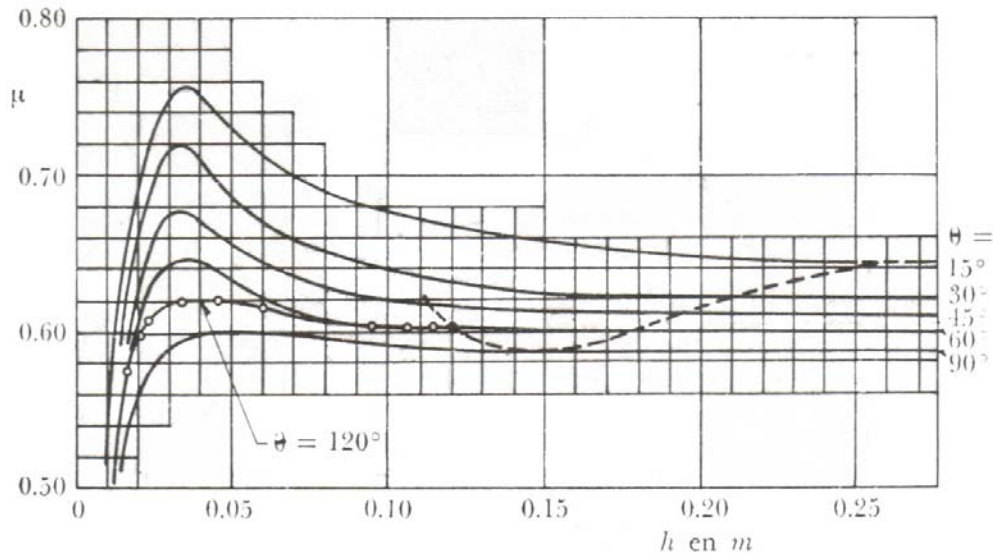


Figura 2.12 Coeficiente de gasto μ de vertedores triangulares de la Universidad Católica de Chile

Si w es pequeña, el vertedor triangular puede funcional ahogado. Si h_1 representa la carga, aguas abajo, el coeficiente de gasto con descarga libre deberá multiplicarse por un coeficiente k independiente del ángulo θ , que vale

$$k = \sqrt{1 - \frac{h_1}{h} \left[1 + \frac{h_1}{2h} + \frac{3}{8} \left(\frac{h_1}{h} \right)^2 \right]} \quad \text{Ecuación 2.55}$$

Los vertedores triangulares se recomiendan para el aforo de gastos inferiores a 30 l/s y cargas superiores a 6 cm y hasta de 60 cm. Su precisión es mejor que la del rectangular, para gastos pequeños, e incluso para gastos comprendidos entre 40 y 300 l/s. Para gastos mayores es recomendable el rectangular debido a que el triangular es más sensible a cualquier cambio en la rugosidad de la placa y, también, porque requiere mayor exactitud en la medición de las cargas, ya que el gasto varía con la potencia 5/2 de la misma.

2.6 TIPOS DE FLUJO

Todos los tipos de flujo se tratan de forma unidimensional, y su importancia radica en que el comportamiento hidráulico se analiza bajo distintas concepciones o modelos de flujo, cuyo grado de dificultad aumenta en medida que las hipótesis se ajustan mejor a la realidad, los diferentes tipos de flujos son:

- a) **Flujo permanente y no permanente.** En esta clasificación se usa el tiempo como criterio. Es permanente cuando la velocidad media v en una sección dada se

mantiene constante en el tiempo o en lapso especificado. Lo contrario sucede cuando no es permanente.

El caso más común del flujo no permanente se presenta en los canales donde transita una onda de avenida, como en ríos o en las cunetas o bordillos de carreteras.

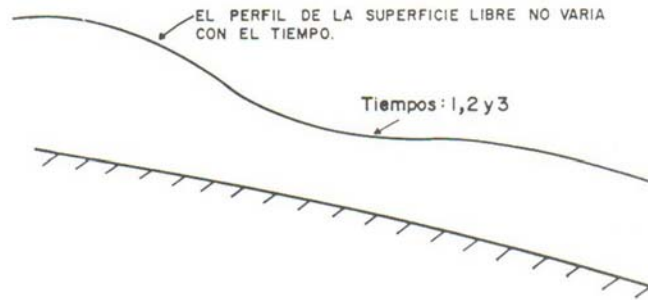


Figura 2.6 Flujo permanente

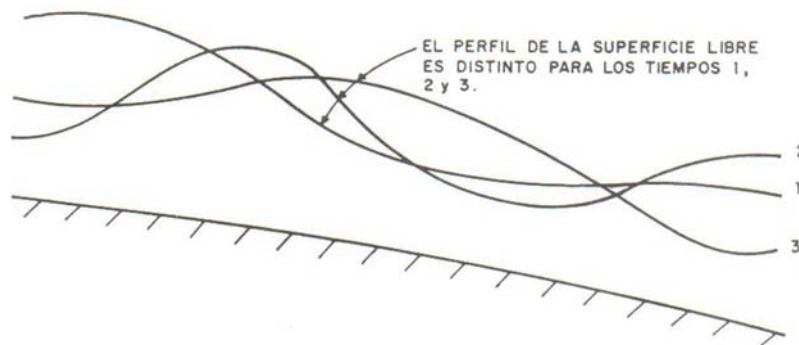


Figura 2.14 Flujo no permanente

- b) **Flujo uniforme y variado.** Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como criterio. El flujo uniforme se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal. Esto significa que su área hidráulica y tirante también son constantes. En el flujo variado ocurre lo contrario.

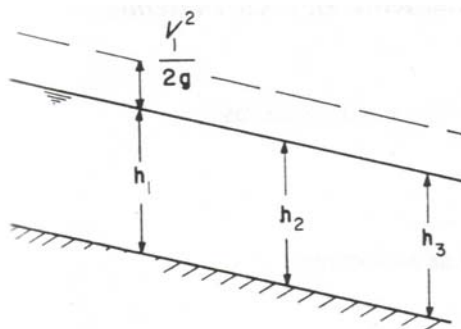


Figura 2.15 Flujo uniforme

Sobre la superficie libre del agua hay presión constante igual a la atmosférica pero dicha superficie coincide con la línea de cargas piezométricas aun si el flujo es rectilíneo. Sin embargo, mediante la corrección adecuada, el valor de la carga de velocidad separa verticalmente dicha superficie libre de energía. Como consecuencia, dicha línea, el perfil de la superficie libre del agua y la plantilla del canal son paralelos cuando el flujo es uniforme. En este caso, el hecho de que la velocidad media permanezca constante se asocia estrictamente a que la velocidad en un mismo punto de cada sección también lo sea en toda la longitud del canal, es decir, la distribución de la velocidad no se altera de una sección a otra.

Las características del flujo uniforme se satisfacen únicamente si el canal es prismático, esto es, sólo puede ocurrir en los artificiales y no en los naturales. Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (más de 6 m), se produce arrastre de aire al interior del flujo, y éste en sentido estricto, adquiere un carácter no permanente y pulsatorio. De manera incidente, a velocidades excepcionales del orden de 30 m/s el incremento de área hidráulica por el aire arrastrado podría llegar a ser hasta del 50% del área original.

Es posible que un flujo uniforme sea permanente o no permanente. El flujo uniforme permanente es el flujo más sencillo de la hidráulica de canales, donde el tirante no cambia con el tiempo. El flujo no permanente necesitaría que la superficie libre fluctuara de un instante a otro permaneciendo siempre paralela a la plantilla del canal, lo que es difícil que ocurra en la práctica. Por tanto el flujo uniforme es casi siempre permanente.

Debido a las razones antes mencionadas, así como a los cambios de sección y de pendiente, y a la presencia de estructuras de control, el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se alcanza en la práctica. Es razonable suponerlo sólo en canales rectos y largos, de sección, pendiente, geometría y rugosidad constantes.

El flujo es variado cuando la velocidad media cambia en las secciones a lo largo del canal y por lo mismo posee características opuestas a las del uniforme. El cambio de velocidad es para acelerar o desacelerar el movimiento y ocurre por una variación en la sección, por un cambio en la pendiente, o por la presencia de una estructura hidráulica, como un vertedor o una compuerta, interpuesta en la línea del flujo. La línea de energía, el perfil de la superficie y la plantilla tienen inclinaciones distintas entre sí.

El flujo variado se puede, a su vez, clasificar en gradual, rápida y espacialmente variado. En el gradualmente variado el tirante cambia en forma gradual a lo largo del

canal. En el rápidamente variado acontece lo contrario, como en el salto hidráulico. En el espacialmente variado el tirante cambia en forma gradual a lo largo del canal. En el espacialmente variado cambia además el gasto a lo largo del canal o en un tramo del mismo. La clasificación se indica a continuación:

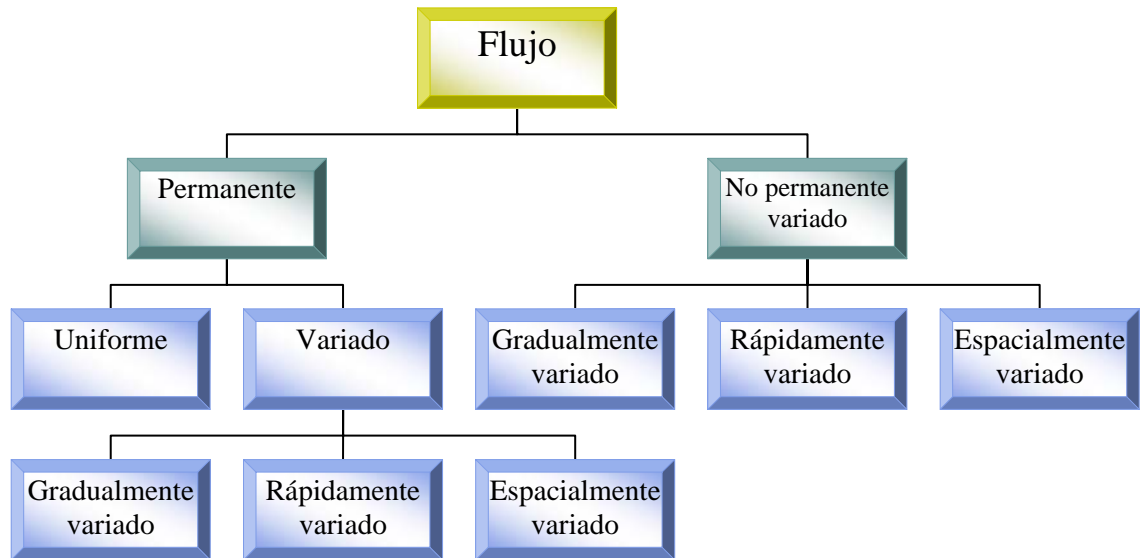


Figura 2.16 Clasificación del flujo

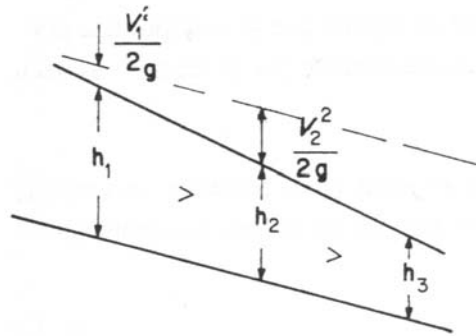


Figura 2.17 Flujo gradualmente acelerado

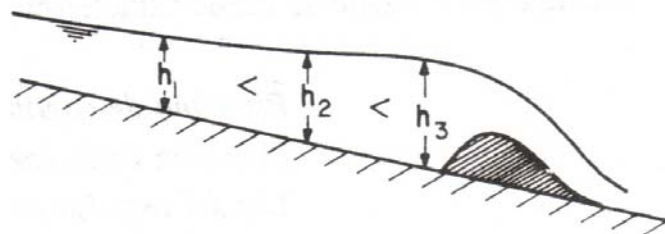


Figura 2.18 Flujo gradualmente retardado

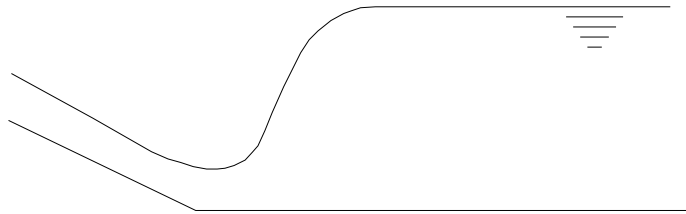


Figura 2.19 Flujo rápidamente variado

- c) Flujo laminar y turbulento. El movimiento del agua en un canal se rige por la importancia de las fuerzas viscosas o de gravedad, respecto a la de inercia. La tensión superficial del agua afecta el comportamiento en el caso de velocidad y tirante (o sección transversal) pequeños, pero no tiene una función importante en la mayoría de los problemas.

En relación con el efecto de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de transición o turbulento, de manera semejante a los conductos a presión. La importancia de la fuerza de inercia respecto de la viscosa, ambas por unidad de masa, se mide con el número de Reynolds, definido de la manera siguiente:

$$R_e = \frac{VR_H}{\nu} \quad \text{Ecuación 2.56}$$

donde

R_H radio hidráulico de la sección en m

V velocidad media de la sección en m/s

ν viscosidad cinemáticas del agua en m^2/s

En canales se han comprobado resultados semejantes a los conductos a presión. Para fines prácticos se tiene:

flujo laminar, cuando $R_e \leq 500$

flujo de transición, cuando $500 \leq R_e \leq 12,500$

flujo turbulento, cuando $12,500 \leq R_e$

Las diferencias entre estos valores y los que se manejan en conductos circulares a presión se deben a que R_e en los últimos se define con el diámetro D en lugar del radio hidráulico, y siendo $R_H = D/4$, los intervalos cambian en la misma proporción.

El flujo laminar en canales ocurre muy rara vez debido a sus dimensiones relativamente grandes y a la baja viscosidad cinemática del agua. La única posibilidad se presenta cuando el flujo es en láminas muy delgadas. La rugosidad de la frontera en canales naturales es normalmente grande, que ni siquiera ocurre el de transición.

- d) Flujo subcrítico y supercrítico. La importancia de la fuerza de inercia respecto de la de gravedad, ambas por unidad de masa, se mide a través del número de Froude, definido de la manera siguiente:

$$F = \frac{V}{\sqrt{(g \cos(\theta/\alpha))(A/T)}} = \frac{V}{\sqrt{(g' A)/T}} \quad \text{Ecuación 2.57}$$

donde:

g' $g \cos \theta/\alpha$

g aceleración de la gravedad en m/s^2

A área hidráulica de la sección en m^2

T ancho de la superficie libre de la sección en m

V velocidad media de la sección en m/s

α coeficiente de corrección de la energía, adimensional

θ ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal

El término A/T es también el tirante hidráulico y sólo en canales rectangulares es igual al tirante.

Si $\theta \leq 8$, $\cos \theta \geq 0.99027$, es decir $\cos \theta \approx 1$ con error menor del 1%. Además con $\alpha=1$, $g'=g$ resulta

$$F = \frac{V}{\sqrt{g(A/T)}} \quad \text{Ecuación 2.58}$$

Cuando $F=1$, $V = \sqrt{g(A/T)}$ el flujo es en régimen crítico.

Cuando $F < 1$, $V < \sqrt{g(A/T)}$, el régimen es subcrítico, siendo más importante la fuerza de la gravedad de la inercia, ya que el flujo ocurre con poca velocidad, es decir, tranquilo.

Por último, cuando $F > 1$, $V > \sqrt{g(A/T)}$, el régimen es supercrítico y la fuerza de inercia domina sobre la de gravedad, toda vez que ocurra a gran velocidad, es decir, rápido o torrencial.

2.7 FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

Existe un tipo de flujo variado en que el caudal del canal aumenta o disminuye en la dirección del movimiento, por la entrada o salida de un gasto que se aporta o se desvía del mismo. Éstas son las condiciones en que ocurre el flujo espacialmente variado, es decir, uno gradualmente variado en el que el gasto varía en la dirección del flujo y se generan o no modificaciones en su cantidad de movimiento y energía, con un comportamiento más complicado que el de gasto constante.

En el flujo espacialmente variado de gasto creciente el agua se agrega a la que originalmente fluye en el canal, produce fuertes corrientes transversales, un mezclado turbulento y un flujo de forma espiral. Estos efectos se transmiten aguas abajo, incluso más allá de la última sección en que se aporta gasto al caudal, e inducen una pérdida de energía mayor que la de fricción, conocida como pérdida por impacto, que sólo se puede cuantificar por medio del principio de momentum, más conveniente para su análisis que el de la energía. En dicho análisis no se consideran los efectos de la inclinación transversal de la superficie libre del canal, resultante de los fenómenos antes mencionados cuando el agua entra por un solo lado, siendo más notable cuando el canal es angosto.






El modelo de flujo espacialmente variado de gasto creciente es útil en estructuras de diseño como vertedores de canal lateral utilizado para eliminar las excedencias en un almacenamiento; también en cunetas, bordillos y canales de drenaje en carreteras, aeropuertos y tierras agrícolas, permeables o impermeables. Además, en sistemas de aguas residuales (captación de agua residual en las alcantarillas), plantas de tratamiento (canales que captan el agua tratada) y sistemas de drenaje de áreas pavimentadas y cubiertas de techo.

La observación experimental del flujo de gasto decreciente muestra que la desviación del canal hacia el exterior no produce cambios importantes en la energía específica del flujo, siendo el principio de energía más conveniente en su análisis. El modelo de flujo tiene utilidad en el diseño de vertedores laterales construidos en los bordos de un canal para eliminar las excedencias del gasto que produce, en los cauces de alivio de ríos, en las desviaciones de caudal mediante rejas en el fondo, o bien, en el de drenes porosos o permeables para infiltrar aguas en el subsuelo.


En el flujo variado, el tratamiento es como si fuera unidimensional, es decir, las características del tirante y velocidad del movimiento corresponden a los valores sobre el eje del canal aún cuando haya asimetría del flujo que entra o sale, es decir, que éste fuera por uno solo de los lados. Un resumen de las hipótesis se presenta a continuación.

- a) La pendiente del caudal es uniforme y el caudal que entra o sale induce sólo pequeñas curvaturas en el perfil del flujo y líneas de corriente casi paralelas. Hay distribución hidrostática de la presión en cada sección, sin eliminar con ello pendientes supercríticas.
- b) La distribución de la velocidad se mantiene igual en cada sección y los coeficientes α de energía cinética y β de cantidad de movimiento son constantes.
- c) La pérdida de fricción en un tramo se incluye mediante el cálculo de la pendiente de fricción resultante de cada sección.
- d) El efecto de arrastre de aire no se incluye en el tratamiento.
- e) El momentum del caudal que entra se forma solo del componte de cantidad de movimiento; la asimetría que puede tener dicho caudal en la dirección transversal no influye en las características del flujo. Cuando el caudal sale lo hace a sitios más bajos sin restarle energía específica al flujo principal.

Para obtener las ecuaciones de flujo espacialmente variado es necesario hacer una serie de hipótesis a fin de simplificar el análisis:

-  El flujo es unidimensional (las características varían en función de la coordenada curvilínea), aunque la superficie libre de agua sea irregular dentro del canal colector.
-  Los coeficientes que afectan a la carga de velocidad son iguales a uno (α coeficiente de Coriolis).
-  La presión del flujo se considera hidrostática ($p=\gamma h$).
-  La pendiente del canal colector es pequeña.
-  Se usa la fórmula de Manning para calcular la pérdida por fricción

$$h_f = \left[\frac{vn}{R_H^{2/3}} \right]^2 L \quad \text{Ecuación 2.59}$$

-  El atrapamiento de aire no se toma en cuenta.

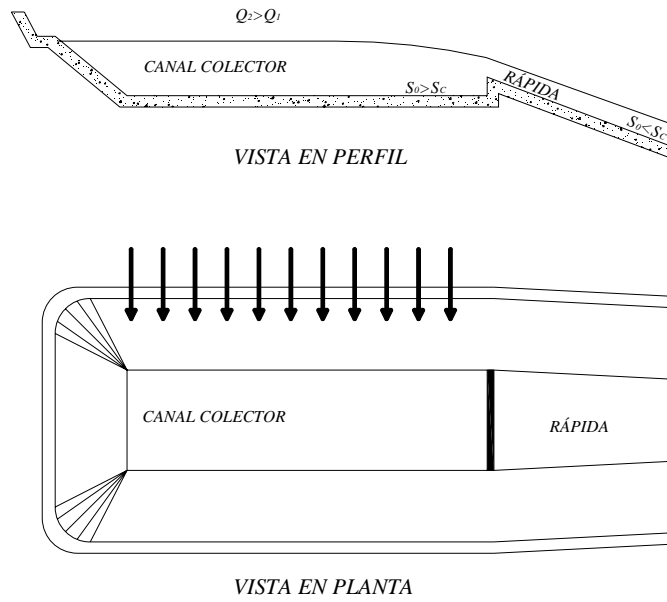


Figura 2.20 Canal lateral

Para las secciones 1 y 2 se tiene lo siguiente:

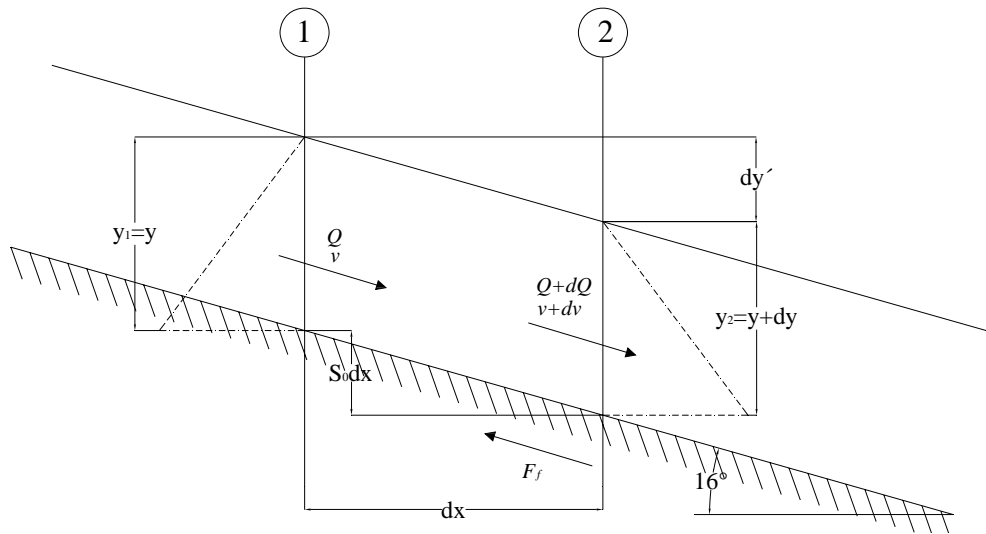


Figura 2.21 Secciones de un canal lateral de gasto variable

Como S_0 es pequeña se acepta que no se tiene que proyectar el tirante.

Al aplicar la ecuación de cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 2 se tiene:

$$\sum F = \frac{\gamma}{g} \sum Qv \quad \text{Ecuación 2.60}$$

$$\sum F = F_p - F_f + F_w \quad \text{Ecuación 2.61}$$

a) Fuerza de presión F_p

Si todo se lleva a un mismo plano de comparación observa lo presentado en la Figura 2.22.

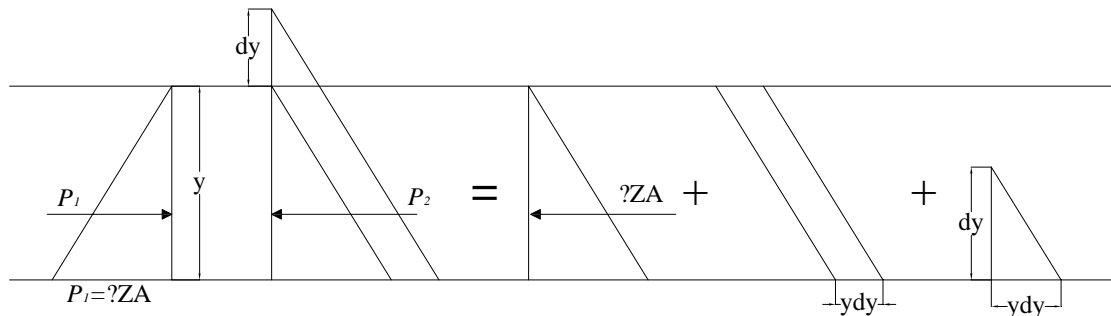


Figura 2.22 Diagramas de esfuerzos

De la figura anterior se puede observar que

$$P_1 = \gamma ZA$$

$$P_2 = \gamma ZA + A\gamma dy + \frac{1}{2}\gamma dy^2 A$$

$$P_1 - P_2 = \gamma ZA - \gamma ZA - A\gamma dy - \frac{1}{2}\gamma dy^2 A$$

$$P_1 - P_2 = -A\gamma dy - \frac{1}{2}\gamma dy^2 A \quad \text{Ecuación 2.62}$$

Si se desprecia el término de segundo orden se llega a

$$F_p = P_1 - P_2 = -A\gamma dy \quad \text{Ecuación 2.63}$$

b) La fuerza de fricción es proporcional al producto de la pérdida por fricción (presión debida a la fricción) multiplicada por el área promedio, es decir

$$F_f = \gamma h_f \bar{A} = \gamma h_f \left(A + \frac{1}{2} dA \right)$$

$$h_f = S_f dx$$

$$S_f = \frac{h_f}{dx} \quad \text{Ecuación 2.64}$$

De Manning

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} \quad \text{Ecuación 2.65}$$

$$F_f = \gamma S_f dx \left(A + \frac{1}{2} dA \right) \quad \text{Ecuación 2.66}$$

Si se desprecia el término de segundo orden se tiene

$$F_f = \gamma S_f dx A \quad \text{Ecuación 2.67}$$

(pero con signo negativo, ya que se opone al escurrimiento)

c) Fuerza de peso F_w

El peso del agua entre las dos secciones es igual a:

$$W = \gamma \mathcal{W} \quad \text{Ecuación 2.68}$$

$$W = \gamma \left(A + \frac{1}{2} dA \right) dx \quad \text{Ecuación 2.69}$$

La componente del peso en la dirección del flujo es:

$$WS_0 = \gamma \left(A + \frac{1}{2} dA \right) dx S_0 \quad \text{Ecuación 2.70}$$

Como S_0 es pequeña

$$\text{sen } \theta = \tan \theta = S_0 \quad \text{Ecuación 2.71}$$

Si se desprecian los términos de segundo orden

$$F_w = \gamma A dx S_0 \quad \text{Ecuación 2.72}$$

En la dirección del flujo.

Sustituyendo Ecuación 2.60 en Ecuación 2.61

$$F_p - F_f + F_w = \frac{\gamma}{g} \sum Qv \quad \text{Ecuación 2.73}$$

$$(P_1 - P_2) - F_f + F_w = \frac{\gamma}{g} \sum Qv \quad \text{Ecuación 2.74}$$

Sustituyendo Ecuación 2.63, 2.67 y 2.72 en 2.73

$$-A\gamma dy - \gamma S_f dx A + \gamma A dx S_0 = \frac{\gamma}{g} \sum Qv \quad \text{Ecuación 2.75}$$

La suma de las cantidades de movimiento es:

$$\frac{\gamma}{g} \sum Qv = CM_2 - CM_1 \quad \text{Ecuación 2.76}$$

La cantidad de movimiento en la sección 1 es:

$$CM_1 = \frac{\gamma}{g} \sum Qv \quad \text{Ecuación 2.77}$$

entra el volumen de control en 1 y v es positiva.

La cantidad de movimiento en la sección 2 es:

$$CM_2 = \frac{\gamma}{g} \sum (Q + dQ)(v + dv) \quad \text{Ecuación 2.78}$$

sale el volumen de control en 2 y v es positiva

Restando Ecuación 2.72 de Ecuación 2.77

$$CM_2 - CM_1 = \frac{\gamma}{g} (Q + dQ)(v + dv) - \frac{\gamma}{g} Qv$$

$$CM_2 - CM_1 = \frac{\gamma}{g} [Qv + vdQ + Qdv + dQdv] - \frac{\gamma}{g} Qv$$

$$CM_2 - CM_1 = \frac{\gamma}{g} [Qdv + dQ(v + dv)] \quad \text{Ecuación 2.79}$$

Sustituyendo Ecuación 2.78 en Ecuación 2.74 y simplificando se tiene

$$\gamma(-A dy - S_f dx A + A dx S_0) = \frac{\gamma}{g} [Qdv + dQ(v + dv)]$$

$$A(S_0 - S_f)dx - A dy = \frac{1}{g}[Qdv + dQ(v + dv)] \quad \text{Ecuación 2.80}$$

Despreciando los dos términos de segundo orden

$$A(S_0 - S_f)dx - A dy = \frac{1}{g}[Qdv + vdQ]$$

$$(S_0 - S_f)dx \cdot A dy = \frac{1}{Ag}[Qdv + vdQ] \quad \text{Ecuación 2.81}$$

Esta ecuación se conoce como “Ecuación dinámica del flujo espacialmente variado”

d) Integrando numéricamente la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado por el método de incrementos finitos, se tiene que $dv = \Delta v$

Geométricamente

$$\Delta z + y_1 = y_2 + \Delta y'$$

$$\Delta z = S_0 \Delta x$$

$$\Delta y' = S_0 \Delta x + y_1 - y_2$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y$$

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

$$Q_2 = Q_1 + \Delta Q$$

$$Q = Q_1$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

$$dx = \Delta x$$

$$dy = \Delta y$$

Con estas adecuaciones podemos representar la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado sustituyendo las diferencias por incrementos:

$$(S_0 - S_f)\Delta x - \Delta y = \frac{1}{Ag}[Q_1 \Delta v + v_2 \Delta Q]$$

$$S_0 \Delta x - S_f \Delta x - \Delta y = \frac{1}{Ag}[Q_1(v_2 - v_1) + v_2(Q_2 - Q_1)] \quad \text{Ecuación 2.82}$$

Tomando en cuenta que

$$S_0\Delta x - S_f\Delta x - \Delta y = S_0\Delta x - S_f\Delta x - y_2 + y_1 = -S_f\Delta x - \Delta y' \quad \text{Ecuación 2.83}$$

entonces queda:

$$-S_f\Delta x + \Delta y' = \frac{1}{Ag} [Q_1(v_2 - v_1) + v_2(Q_2 - Q_1)]$$

$$\Delta y' - S_f\Delta x = \frac{Q_1}{Ag} \left[(v_2 - v_1) + \frac{v_2}{Q_1} (Q_2 - Q_1) \right] \quad \text{Ecuación 2.84}$$

donde A es el área media entre las dos secciones

de la ecuación de continuidad se tiene:

$$A = \frac{Q}{v} = \frac{(Q_1 + Q_2)/2}{(v_1 + v_2)/2}$$

$$\Delta y' - S_f\Delta x = \frac{Q_1}{g} \left[(v_2 - v_1) + \frac{v_2}{Q_1} (Q_2 - Q_1) \right]$$

$$\Delta y' = \frac{Q_1}{g} \frac{v_1 + v_2}{Q_1 + Q_2} \left[(v_2 - v_1) + v_2 \frac{(Q_2 - Q_1)}{Q_1} \right] + S_f\Delta x \quad \text{Ecuación 2.85}$$

Ecuación de incrementos finitos para la solución del flujo espacialmente variado con gasto creciente.

2.8 SALTO HIDRÁULICO

En el salto hidráulico el flujo experimenta un cambio de régimen supercrítico a subcrítico

Si en el canal se tienen pendientes longitudinales S_0 menores que la crítica, nulas o negativas y por alguna razón el nivel del agua se encuentra abajo del crítico, existe una tendencia a que el perfil se eleve hasta encontrarse con una discontinuidad al llegar a la altura del tirante crítico.

El cambio de que se habla se presenta bruscamente, se observa que el agua “salta” de la zona supercrítica a la subcrítica, en medio de gran turbulencia y, por consiguiente, de fuerte disipación de energía, y el cambio se presenta en un tramo relativamente corto.

Desde luego, el salto hidráulico existirá siempre que, por algún motivo se garantice un tirante subcrítico aguas abajo de la zona supercrítica, aún cuando S_0 fuera mayor que S_C .

El cambio brusco de régimen se caracteriza por una alteración rápida de la curvatura de las trayectorias del flujo, que produce vórtices de eje horizontal, lo que implica la aparición de velocidades en dirección opuesta al flujo, que propician choques entre las partículas en forma más o menos caótica, ocasionando una gran disipación de energía y una alteración manifiesta de las presiones hidrostáticas.

La gran pérdida de energía provocada en el salto, es lo que convierte al salto hidráulico en un fenómeno deseable para el proyectista, ya que en muchas ocasiones se requiere disminuir drásticamente la velocidad del escurrimiento en zonas que no importa que sea grande el tirante, pero sí conviene ahorrar en revestimiento al obtenerse velocidades no erosivas.

En la zona en que se presente el salto, debido a su gran turbulencia, debe protegerse adecuadamente y por tal razón, se confina en una estructura reforzada llamada tanque amortiguador.

Existen tres tipos de salto hidráulico que puede presentarse, según sea el tirante h_2 (después del salto): menor, igual o mayor al tirante fijo aguas abajo h_2' (ver Figura 2.24, Figura 2.25 y Figura 2.26).

Si se considera que no hay cambio en la energía, mientras más pequeño sea h_1 más grande será el correspondiente h_2 tal como puede observarse en la Figura 2.24. En realidad como sí hay pérdida $E_2 < E_1$ y el tirante h_2 será menor que el que se ve en la Figura 2.24.

En la Figura 2.24 se indica la curva de los posibles tirantes h_2 en la zona subcrítica, correspondientes a los h_1 en la zona supercrítica. A los tirantes h_1 y h_2 se les llama tirantes conjugados, siendo h_1 el conjugado “menor” y h_2 el conjugado “mayor”.

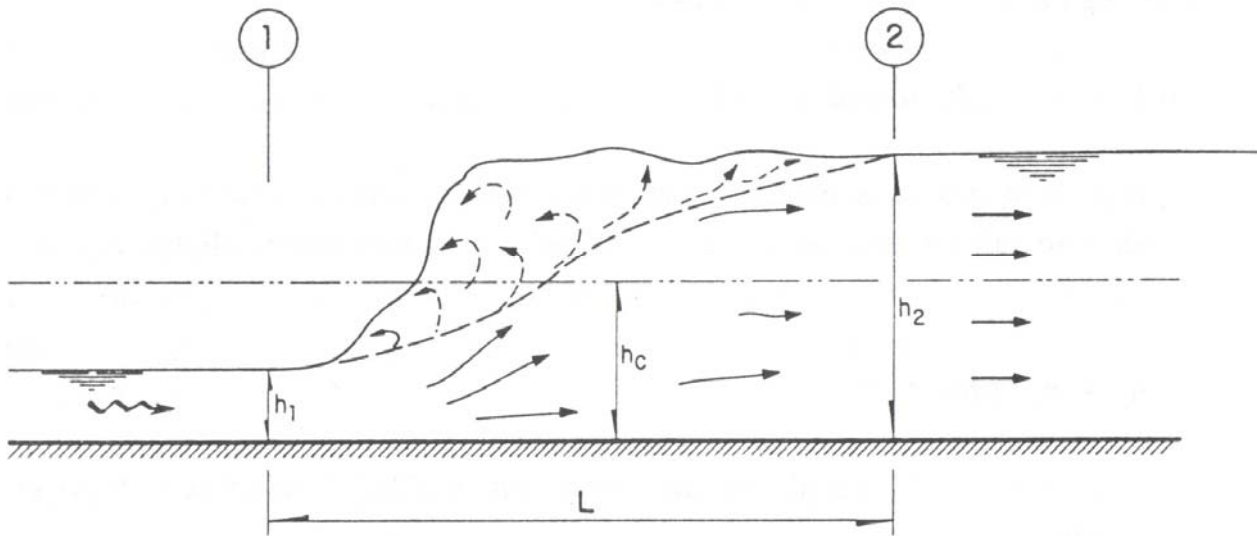


Figura 2.23 Salto hidráulico

El salto hidráulico siempre se encuentra en uno de los tres siguientes casos:

Caso 1. Si $h_2 < h_2'$; salto ahogado

La energía en la sección 2 es menor que en la sección 2'; luego, el empuje es mayor hacia la izquierda y se "ahoga" la zona del salto. Este salto es el más estable.

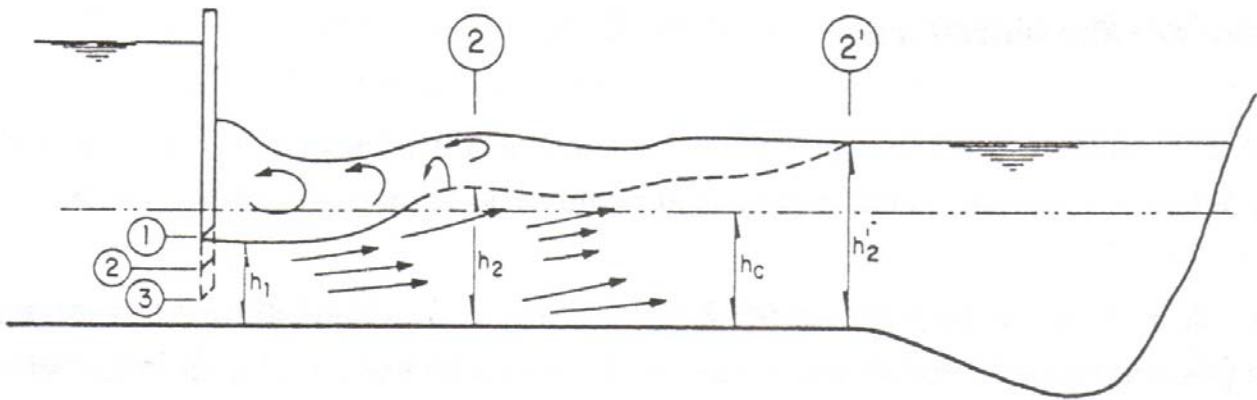


Figura 2.24 Salto hidráulico ahogado

Caso 2. Si $h_2 = h_2'$; salto claro.

Ambas secciones tienen la misma energía y existe un equilibrio total. Este salto es el más eficiente.

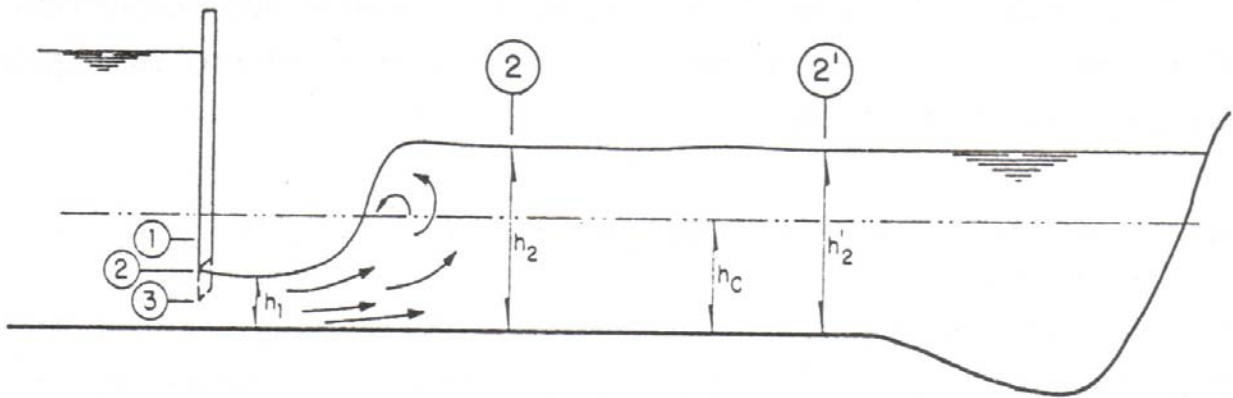


Figura 2.25 Salto hidráulico claro

Caso 3. Si $h_2 = h_2'$; salto barrido

La energía de la sección 2 es mayor que la de 2', Sucede lo opuesto al primer caso, el salto se corre y sigue un perfil ondulado perdiendo energía hasta alcanzar el nivel correspondiente al tirante h_2' . Este tipo de salto es poco eficiente y muy inestable, por lo que debe evitarse siempre.

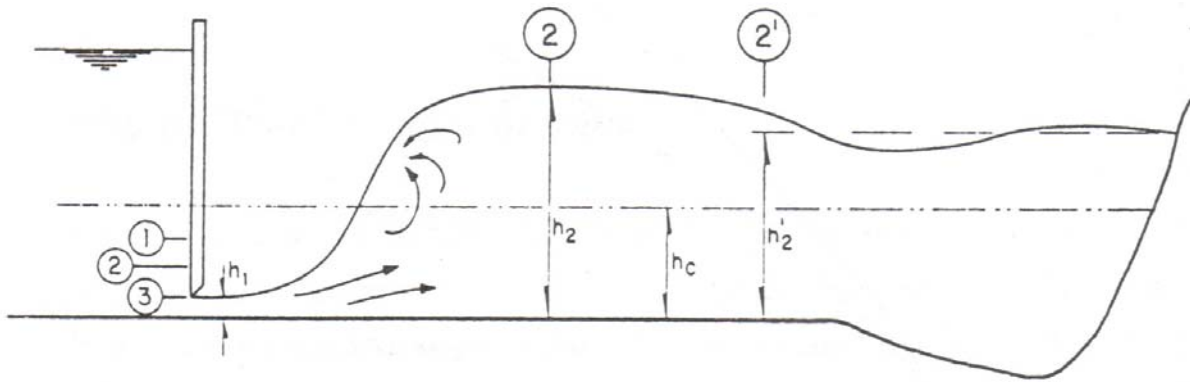


Figura 2.26 Salto hidráulico barrido.

En la Figura 2.23 se muestra un salto claro, si da por hecho que el fenómeno ya se presentó se puede analizar el sistema de fuerzas que hacen posible su existencia.

La ley de impulso permite calcular la fuerza generada debido al cambio de velocidad media entre las secciones 1 y 2, esta fuerza debe ser igual y de dirección opuesta al empuje hidrostático sobre ambas secciones, de manera que pueda garantizarse el equilibrio.

Como se sabe, el empuje hidrostático en una superficie plana sumergida está dado por la expresión:

$$F = \gamma AZ_G \quad \text{Ecuación 2.86}$$

donde

A área, en m^2

Z_G distancia al centro de gravedad de dicha área, medida verticalmente desde la superficie del agua, en m

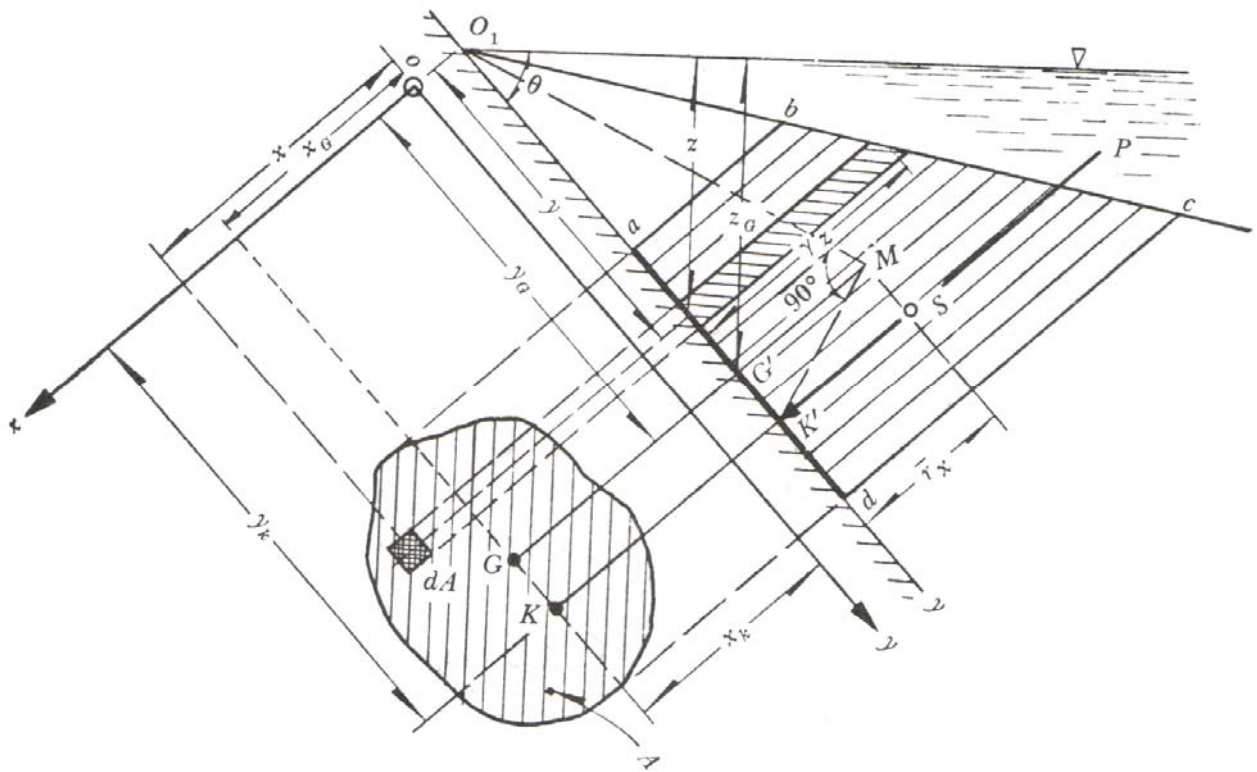


Figura 2.27 Empuje hidrostático y centro de presiones sobre una superficie plana e inclinada

luego, el empuje total de la masa de agua en contacto con las secciones 1 y 2, si se toma como positiva la dirección del flujo, esta dado por la expresión:

$$\gamma A_1 Z_{G1} - \gamma A_2 Z_{G2} \quad \text{Ecuación 2.87}$$

y debe ser igual a la fuerza que hizo posible este cambio de tirantes, que según la ley de impulso es:

$$\frac{\gamma Q}{g}(V_2 - V_1) \quad \text{Ecuación 2.88}$$

Es decir, debe de cumplirse la expresión general:

$$\gamma A_1 Z_{G1} - \gamma A_2 Z_{G2} - \frac{\gamma Q}{g}(V_2 - V_1) = 0 \quad \text{Ecuación 2.89}$$

donde:

A_1 y A_2 Áreas hidráulicas en las secciones 1 y 2, respectivamente

Z_{G1} y Z_{G2} Distancias verticales a los centros de gravedad de las áreas respectivas,
medidas desde la superficie del agua

V_1 y V_2 Velocidades medidas en las secciones 1 y 2 respectivamente

Si se utiliza el principio de continuidad y se divide entre γ , la expresión anterior puede ordenarse en la forma:

$$Z_{G1} A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = Z_{G2} A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \quad \text{Ecuación 2.90}$$

que es la ecuación general del salto hidráulico. La ecuación es “reversible”, ya que se puede determinar la sección subcrítica a partir de la supercrítica, o a la inversa, en un salto claro. Es interesante observar que esta expresión desarrollada teóricamente, incluye la pérdida en el salto. Pérdida que por lo demás puede calcularse con una simple aplicación de la ecuación de la energía entre las dos secciones antes y después del salto, una vez que dichas secciones fueron determinadas.

La zona donde las turbulencias son notables y susceptibles de producir daños al canal mientras se estabiliza el flujo abarca una distancia conocida como longitud del salto. Hasta ahora ha sido posible determinar la longitud del salto, por lo que es indispensable recurrir a fórmulas, de las cuales se presentan a continuación algunas de las más usadas, obtenidas para canales rectangulares.

Tabla 2.1 Expresiones para calcular la longitud del salto hidráulico

AUTOR	LONGITUD DEL SALTO CLARO "L"
Smetana (República Checa)	$6(y_2 - y_1)$
Safranez (Alemania)	$5.9y_1 Fr_1$
Einwachter (Alemania)	$8.3y_1(Fr_1 - 1)$
Wóycicki (Polonia)	$(y_2 - y_1)(8 - 0.05y_2/y_1)$
Chertusov (Rusia)	$10.3y_1(Fr_1 - 1)^{0.81}$

La sección más usada en canales es sin duda la trapezoidal, sin embargo, en muchas ocasiones se proyecta el tanque amortiguador en sección rectangular, porque así se logra un salto estable con mayor facilidad y además esta sección simplifica los cálculos.

En el caso de una sección rectangular, se observa que los términos de la Ecuación 2.33 tienen los valores siguientes:

$$Z_G = \frac{h}{2} \quad \text{y} \quad A = Bh \quad \text{Ecuación 2.91}$$

Si el ancho es constante en las secciones 1 y 2, después de aplicar el principio de continuidad, dicha ecuación se reduce a:

$$\frac{Bh_1^2}{2} + \frac{Bh_1}{g} V_1^2 = \frac{Bh_2^2}{2} + \frac{Bh_2}{g} V_2^2 \quad \text{Ecuación 2.92}$$

Al dividir ambos miembros entre el ancho del canal B y ordenar los términos se tiene:

$$\frac{1}{2}(h_1^2 - h_2^2) + \frac{1}{g}(h_1 V_1^2 - h_2 V_2^2) = 0 \quad \text{Ecuación 2.93}$$

Si se introduce ahora el concepto de gasto unitario puede escribirse la expresión anterior de a forma:

$$h_2^2 + h_1 h_2 - \frac{2q^2}{gh_1} = 0 \quad \text{Ecuación 2.94}$$

cuya raíz positiva es

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gh_1^3}} \right] \quad \text{Ecuación 2.95}$$

Aplicando el concepto del número de Froude la Ecuación 2.94 queda

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right] \quad \text{Ecuación 2.96}$$

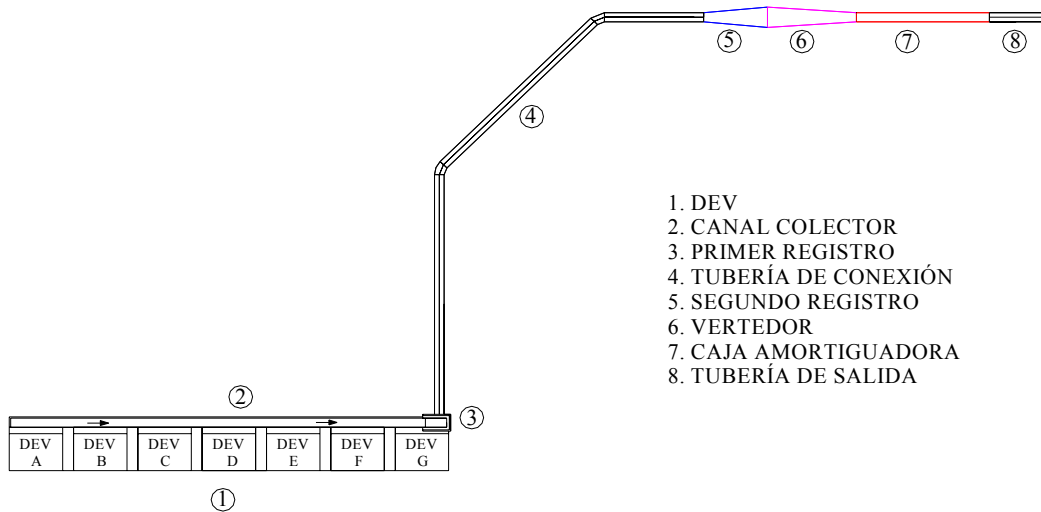
3 PROPUESTA INICIAL

Con la geometría proporcionada en planos, se realizará una revisión matemática que permita conocer el comportamiento hidráulico teórico de las estructuras, y posteriormente se compararán los resultados obtenidos con los medidos en el modelo físico a escala elaborado en el Laboratorio del Instituto de Ingeniería.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

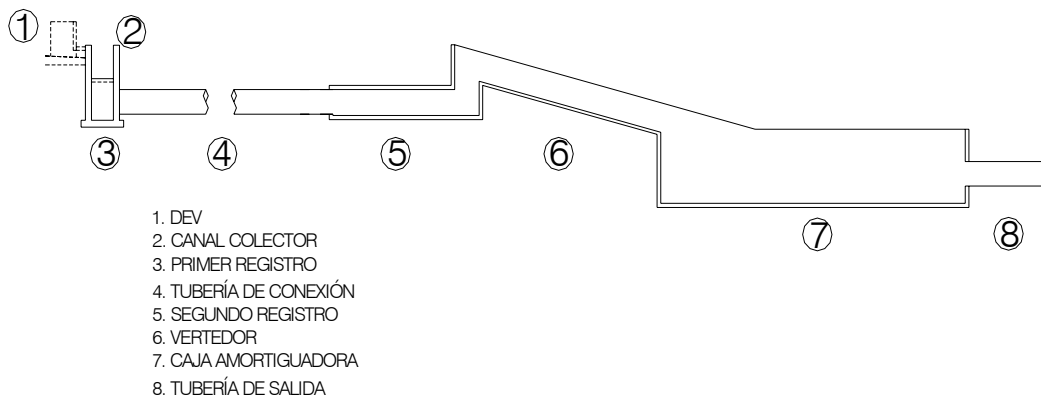
Para realizar el modelo, se consideró que una parte de las estructuras iban a funcionar hidráulicamente como canal y otras a presión, por lo que se describirán los aspectos teóricos que se tomaron en cuenta, para considerar ambos comportamientos, así como una breve descripción de cada una de las obras.

El modelo propuesto consistía de 7 estructuras diferentes (Figura 3.1 y 3.2), cuyas características se describen a continuación



- 1. DEV
- 2. CANAL COLECTOR
- 3. PRIMER REGISTRO
- 4. TUBERÍA DE CONEXIÓN
- 5. SEGUNDO REGISTRO
- 6. VERTEDOR
- 7. CAJA AMORTIGUADORA
- 8. TUBERÍA DE SALIDA

Figura 3.1 Vista general en planta.



- 1. DEV
- 2. CANAL COLECTOR
- 3. PRIMER REGISTRO
- 4. TUBERÍA DE CONEXIÓN
- 5. SEGUNDO REGISTRO
- 6. VERTEDOR
- 7. CAJA AMORTIGUADORA
- 8. TUBERÍA DE SALIDA

Figura 3.2 Vista general en planta.

3.1.1 DEV

Son cinco estructuras rectangulares con medidas en planta de 9.98 m x 8.50 m y 10 m de altura, los DEV se encuentran dispuestos uno junto al otro, con una separación de 2.05 m entre cada uno de ellos, en la salida, tienen una estructura con medidas en planta de 9.98 m x 1.25 m, y una altura de 1.30 m, esta estructura a su vez tiene 4 salidas de 1.97 m x 1.30 m, con una separación de 0.70 m entre cada una de estas salidas, a través de las cuales pasa el agua que será vertida posteriormente

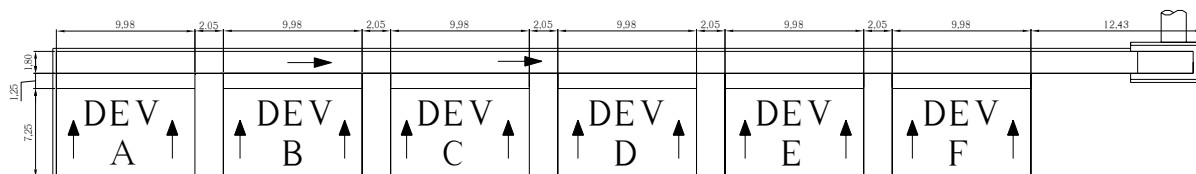


Figura 3.3 Vista en planta DEV

3.1.2 CANAL COLECTOR

Esta estructura recibe el agua lateralmente aportada por los DEV, tiene medidas en planta de 1.80 m x 53.85 m y una profundidad de 0.50 m, la pared posterior del canal se encuentra alineada con el inicio del último DEV, al final del canal se ubica un registro cuyas características se describen más adelante y en el cual se deposita el agua proveniente del canal.

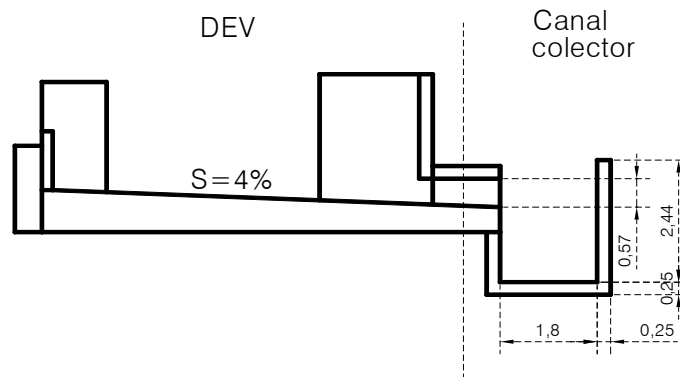


Figura 3.4 Perfil del canal colector

3.1.3 PRIMER REGISTRO

Se ubica al final del canal lateral, y recibe el gasto proveniente de este, tiene dimensiones en planta de 1.80 m x 5 m, y 2.75 m de profundidad, con respecto al nivel de piso del canal lateral, en una de las caras de este registro se encuentra una salida circular con 1.80 m de diámetro.

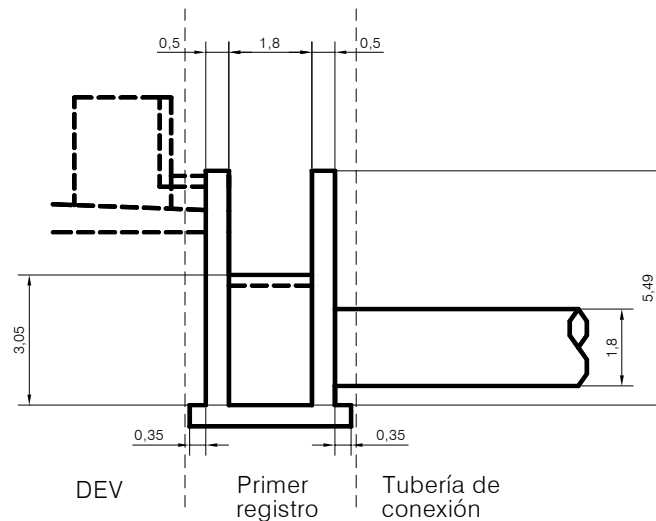


Figura 3.5 Perfil del primer registro

3.1.4 TUBERÍA DE CONEXIÓN

Esta estructura une el primer registro con el segundo, se encuentra formada por tres tramos de 43.48 m, 50.80 m y 10.22 m, unidos por dos codos de 45° y radio de curvatura de 2.75 m al eje de la tubería, el primer tramo se ubica perpendicular al canal lateral, y el tercer tramo alineado con el Vertedor, el diámetro interno de la tubería es constante de 1.80 m. Por características propias del proyecto esta tubería debería trabajar a presión en todas las condiciones de operación.

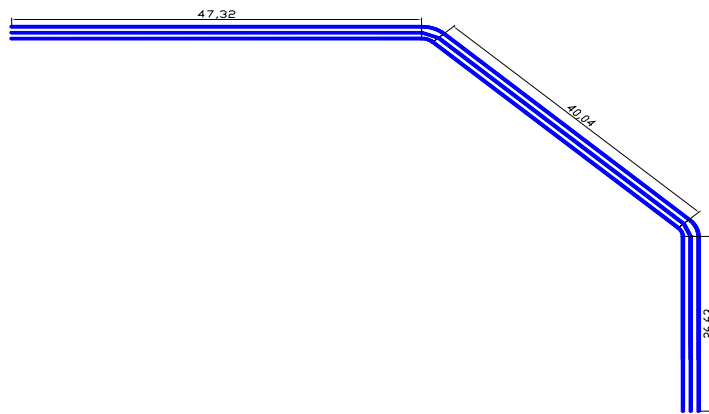


Figura 3.6 Vista en planta de la tubería de conexión con dos codos de 45°

3.1.5 SEGUNDO REGISTRO

Se ubica al final de la tubería de conexión, está formado por una ampliación que en todas las condiciones de operación debía trabajar a presión y una caja cuyo funcionamiento debía ser como canal y a partir de la cual se abastece de agua al vertedor.

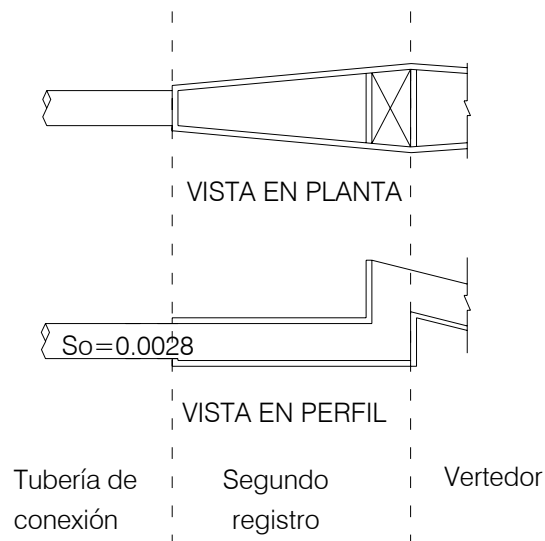


Figura 3.7 Vista en planta y de perfil del segundo registro.

3.1.6 VERTEDOR

Está formado por un arco de círculo en la parte superior de 11.94 m de radio y un plano inclinado con una pendiente de 0.25 (se le conoce como rápida), la planta del vertedor es una reducción de 4 m a 1.80 m y la longitud de la rápida es de 22.49 m. Esta estructura da salida al gasto que se deposita posteriormente en una caja amortiguadora.

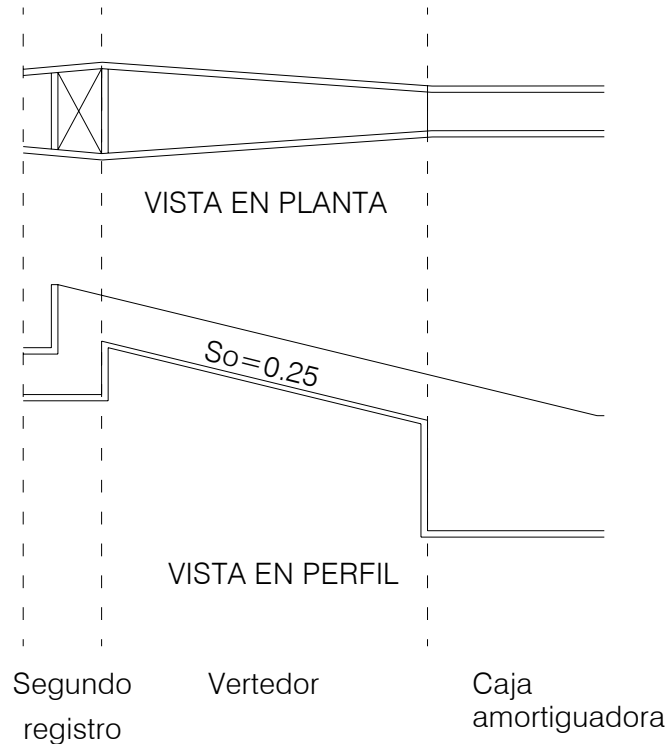


Figura 3.8 Vista en planta y de perfil del spillway

3.1.7 CAJA AMORTIGUADORA

Se ubica al final de la rápida del vertedor, tiene como dimensiones en planta 17.50 m x 1.80 m, y una profundidad de 4.035 m a partir del final de la rápida del vertedor, las paredes al final de la caja amortiguadora tienen una altura de 5.415 m. Al final de la caja se tiene una salida de 1.80 m de diámetro por donde se conecta una tubería del mismo diámetro interno y a partir de la cual se da salida al gasto.

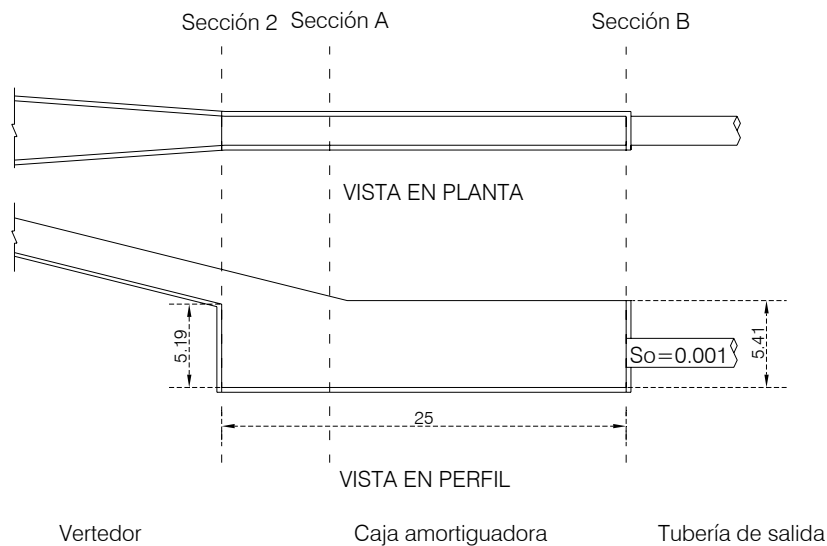


Figura 3.9 Vista en planta y de perfil de la caja amortiguadora

3.2 SELECCIÓN DE LA ESCALA DEL MODELO

En el diseño de un modelo deben cumplirse las semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas, por ejemplo, longitudes, velocidades y fuerzas, respectivamente.

Por tanto, el modelo puede diseñarse siguiendo los criterios de los números de Froude y Reynolds, en el primer caso se considera que las fuerzas de peso son las predominantes y en el segundo las de viscosidad; en el diseño de un modelo se considera que los números mencionados en prototipo y modelo son iguales. Sin embargo, el tratar de cumplir con ambos simultáneamente llevaría a la condición de que el modelo debe ser igual al prototipo, lo cual induciría a que el modelo es innecesario, este caso se resuelve diseñando el modelo con el parámetro de Froude, y cumpliendo con que el de Reynolds en el modelo correspondiera a flujo turbulento (el cuál se obtiene cuando $Re > 10,000$ y se define este tipo de flujo como aquel en el cual las partículas se desplazan totalmente en forma errática sin seguir un orden establecido).

El número de Froude se define como

$$F = \frac{v}{\sqrt{gY}} \qquad Y = \frac{A}{B} \qquad \text{Ecuación 3.1}$$

donde

F número de Froude, adimensional

v velocidad de flujo, en m/s

- g aceleración de la gravedad, en m/s^2
 Y tirante hidráulico, en m
 A área hidráulica, en m^2
 B ancho de superficie libre, en m

Como los números de Froude en prototipo y modelo deben ser iguales se cumple que

$$\frac{v_p}{\sqrt{g_p Y_p}} = \frac{v_m}{\sqrt{g_m Y_m}} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

$$\frac{v_p}{v_m} = \frac{\sqrt{g_p Y_p}}{\sqrt{g_m Y_m}} = \sqrt{\frac{g_p}{g_m} \frac{Y_p}{Y_m}} = \sqrt{\frac{g_p}{g_m}} \sqrt{\frac{Y_p}{Y_m}} \quad \text{Ecuación 3.3}$$

En las relaciones anteriores los subíndices p y m se refieren a prototipo y modelo, respectivamente.

De la definición general de escala, que relaciona una magnitud real (prototipo) entre una dibujada (modelo), se obtiene que

$$\frac{v_p}{v_m} = v_e \quad \sqrt{g_e} = \sqrt{\frac{g_p}{g_m}} \quad Y_e = \sqrt{\frac{Y_p}{Y_m}} \quad v_e = \sqrt{g_e Y_e} \quad \text{Ecuación 3.4}$$

donde el subíndice e se refiere a escala, por ejemplo, v_e sería la escala de velocidades, g_e la de aceleración de la gravedad y Y_e la de tirantes hidráulicos. Si se considera que la aceleración de la gravedad en prototipo y modelo es igual, por tanto $g_e = 1$, se llega a

$$v_e = \sqrt{Y_e} \quad \text{Ecuación 3.5}$$

Como el tirante hidráulico es una variable hidráulica, expresada en unidades de longitud, por ello se considera que $Y_e = L_e$, donde L_e es la escala de líneas, por tanto

$$v_e = \sqrt{L_e} = \frac{v_p}{v_m} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

Partiendo de la definición de velocidad que es la relación entre distancia y tiempo, se obtiene que

$$v_e = \frac{L_e}{t_e} \quad t_e = \frac{L_e}{v_e} = \frac{L_e}{\sqrt{L_e}} = L_e (L_e)^{-1/2} = \sqrt{L_e} = \frac{t_p}{t_m} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

donde t_e en este caso es la escala de tiempos.

Como la definición general de aceleración es el cociente de una velocidad entre tiempo, se llega a

$$a_e = \frac{v_e}{t_e} = \frac{\sqrt{L_e}}{\sqrt{L_e}} = 1 = \frac{a_p}{a_m} \quad \text{Ecuación 3.8}$$

Este resultado cumple con la condición de que la aceleración de la gravedad en prototipo y modelo es la misma.

Usando la definición de gasto o caudal, que se representa como el cociente entre volumen y tiempo, se tiene que

$$Q_e = \frac{\nabla_e}{t_e} = \frac{(L_e)^3}{\sqrt{L_e}} = \frac{(L_e)^3}{(L_e)^{1/2}} = (L_e)^{3-1/2} = (L_e)^{5/2} = \frac{Q_p}{Q_m} \quad \text{Ecuación 3.9}$$

donde Q_e es la escala de gastos; ∇_e es la escala de volúmenes, que en forma general se considera como una longitud elevada al cubo, siempre y cuando no se tengan escalas de líneas horizontal y vertical diferentes, ya que en este caso el modelo sería distorsionado, lo cual para los fines de este estudio no es el caso, es decir se utiliza la misma escala de líneas en ambas direcciones. Aplicando la ecuación de continuidad que indica que el gasto es igual al producto del área por la velocidad, se tiene que

$$Q_e = A_e v_e = L_e^2 \sqrt{L_e} = (L_e)^2 L_e^{1/2} = (L_e)^{2+1/2} = L_e^{5/2} \quad \text{Ecuación 3.10}$$

donde A_e es la escala de áreas y si el modelo es sin distorsión se considera igual a una longitud elevada al cuadrado.

Para la rugosidad, según Manning, se tiene lo siguiente

$$v = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} \quad \text{Ecuación 3.11}$$

donde

v velocidad de flujo, en m/s

n coeficiente de rugosidad, según Manning

R_H radio hidráulico, en m

S pendiente de la plantilla del canal, adimensional

La ecuación anterior expresada en escalas se escribe como

$$v_e = \frac{1}{n_e} R_{H_e}^{2/3} S_e^{1/2} \quad \text{Ecuación 3.12}$$

donde

$$v_e = \frac{v_p}{v_m} = \sqrt{L_e}; \quad n_e = \frac{n_p}{n_m}; \quad R_{H_e} = \frac{R_{H_p}}{R_{H_m}}; \quad S_e = \frac{S_p}{S_m} \quad \text{Ecuación 3.13}$$

Como S_p y S_m son iguales en prototipo y modelo, por tanto $S_e = 1$. Como R_H es una longitud, por tanto $R_{He} = L_e$. Tomando en cuenta lo mencionado se llega a

$$n_e = \frac{R_{He}^{2/3}}{v_e} = \frac{L_e^{2/3}}{\sqrt{L_e}} = L_e^{2/3} (L_e)^{-1/2} = L_e^{2/3-1/2} = L_e^{1/6} \quad \text{Ecuación 3.14}$$

Para facilitar la construcción del modelo, se consideró más conveniente que la tubería fuera de acrílico transparente y diámetro comercial, encontrándose una tubería de 4 plg de diámetro exterior y espesor de 6 mm, lo cual da un diámetro interior de $D_{in} = 4(2.54) - 1.2 = 8.96 \text{ cm} = 0.0896 \text{ m}$

Por tanto, considerando que el diámetro de la tubería en el prototipo es de 1.8 m, la escala de líneas a utilizar será igual a

$$L_e = \frac{1.8}{0.0896} = 20.089$$

El valor del resto de las escalas es

$$v_e = \sqrt{20.089} = 4.482$$

$$Q_e = (20.089)^{5/2} = 1,808.822$$

Los gastos proporcionados del prototipo y sus correspondientes en el modelo son los siguientes

Tabla 3.1

$Q_p(\text{m}^3/\text{h})$	$Q_p(\text{m}^3/\text{s})$	$Q_m(\text{m}^3/\text{h})$	$Q_m(\text{l/s})$
10000	2.778	0.002	1.536
20000	5.556	0.003	3.071
33600	9.333	0.005	5.16
40000	11.111	0.006	6.143

Por otra parte, considerando los caudales anteriores, se tienen en la tubería las velocidades siguientes

Tabla 3.2

$Q (\text{m}^3/\text{s})$	$A^* (\text{m}^2)$	$v^{**}(\text{m/s})$
2.778	2.545	1.092
5.556	2.545	2.183
9.333	2.545	3.668
11.111	2.545	4.366

Para los gastos de 9.333 y 11.111 m^3/s se tienen velocidades de 3.668 y 4.366 m/s , respectivamente, por lo que hay que consultar con el fabricante de la tubería si ella es capaz de resistirlas.

3.3 REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO MATEMÁTICO

3.3.1 DISTRIBUCIÓN DEL GASTO APORTADO AL CANAL COLECTOR

Como la aportación del gasto se da a través de los DEV y estos a su vez aportan el mismo gasto cada uno, el gasto a lo largo del canal colector es variable, los gastos de operación de la estructura son de 10 000 m³/h, 20 000 m³/h y 33 600 m³/h, y el gasto se distribuye de la siguiente manera

Tabla 3.3

Gasto total (m ³ /h)	Gasto en cada DEV (m ³ /h)	Gasto en cada salida de cada DEV (m ³ /h)
10000	2000	500
20000	4000	1000
33600	6720	1680

En los tres casos todas las compuertas de los DEV se encuentran totalmente abiertas.

3.3.2 PERFIL HIDRÁULICO DESDE EL PRIMER REGISTRO HASTA EL SEGUNDO REGISTRO

3.3.2.1 CÁLCULO TEÓRICO DE LAS PÉRDIDAS

En esta sección se realizarán los cálculos correspondientes a las pérdidas tanto locales o menores como por fricción para posteriormente hacer el cálculo del perfil hidráulico.

PÉRDIDAS MENORES (LOCALES)

El cálculo de estas pérdidas se realizará mediante la siguiente expresión

$$h = K \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ecuación 3.15}$$

donde

K coeficiente de pérdida de carga, adimensional

V velocidad media del flujo, en m/s

Por condición del diseño de la geometría de la tubería, ver, se tiene lo siguiente:

$$h_m = h_e + 2h_c + h_s + h_r \quad \text{Ecuación 3.16}$$

El valor correspondiente del coeficiente K se obtiene en Sotelo (1995)

Entrada $K_e = 0.260$ (Fig.8.8d, Sotelo, 1995)

(aristas redondeadas)

Codo de 45° (se considera liso y se encuentra dividido en 3 gajos)

Codo $K_c = 0.507$ (Fig.8.20, Sotelo, 1995)

Salida $K_s = 1.000$ (Fig.8.19, Sotelo, 1995)

Cambio de sección

$$K_{cs} = C_a \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 \quad \text{Ecuación 3.17}$$

donde

C_a coeficiente que por ser aplicación brusca $C_a=1$

A_1 área neta aguas arriba de la ampliación, $A_1 = \pi r^2$, $A_1 = \pi(0.90)^2$

A_2 área neta aguas abajo de la ampliación, $A_2 = bh$, $A_2 = (1.80)(1.90)$

Por lo tanto

$$K_{a1} = 1 \left(\frac{3.42}{2.54} - 1 \right)^2$$

$$K_{a1} = 0.120$$

Ampliación

$$K_{a2} = C_a \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 \quad (\text{Ec. 8.17, Sotelo, 1999})$$

donde

C_a coeficiente que depende del ángulo θ de la ampliación (10°), $C_a=0.15$

A_1 área neta aguas arriba de la ampliación, $A_1 = bh$, $A_1 = (1.80)(1.90)$

A_2 área neta aguas abajo de la ampliación, $A_2 = bh$, $A_2 = (3.63)(1.90)$

por lo tanto

$$K_{a2} = 0.15 \left(\frac{6.90}{3.42} - 1 \right)^2$$

$$K_{a2} = 0.155$$

$$h_m = 0.260 \frac{V^2}{2g} + 2 * 0.507 \frac{V^2}{2g} + 0.120 \frac{V^2}{2g} + 0.155 \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}$$

$$h_m = 2.549 \frac{V^2}{2g}$$

PÉRDIDAS POR FRICCIÓN

La pérdida por fricción mediante la ecuación de Manning se calcula de la siguiente manera:

$$h_f = \left(\frac{n\bar{V}}{R_H^{2/3}} \right)^2 L \quad \text{Ecuación 3.18}$$

donde

\bar{V} velocidad media en la sección, en m/s; $V = \frac{Q}{A}$

\bar{R}_h radio hidráulico, en m; $R_H = \frac{A}{P}$

n coeficiente de la ecuación de Manning.

L longitud de la tubería.

Los cálculos realizados para la obtención de las pérdidas por fricción se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 3.4

Q (m ³ /h)	Longitud de la tubería (m)	n Maninng	Área (m ²)
10000	114	0.011	2.54
20000	114	0.011	2.54
33600	114	0.011	2.54

Tabla 3.5

Perímetro mojado (m)	Velocidad (m/s)	Radio hidráulico (m)	Pérdidas por fricción (m)
5.65	1.09	0.45	0.048
5.65	2.18	0.45	0.191
5.65	3.67	0.45	0.538

3.3.2.2 CÁLCULO DEL PERFIL HIDRÁULICO

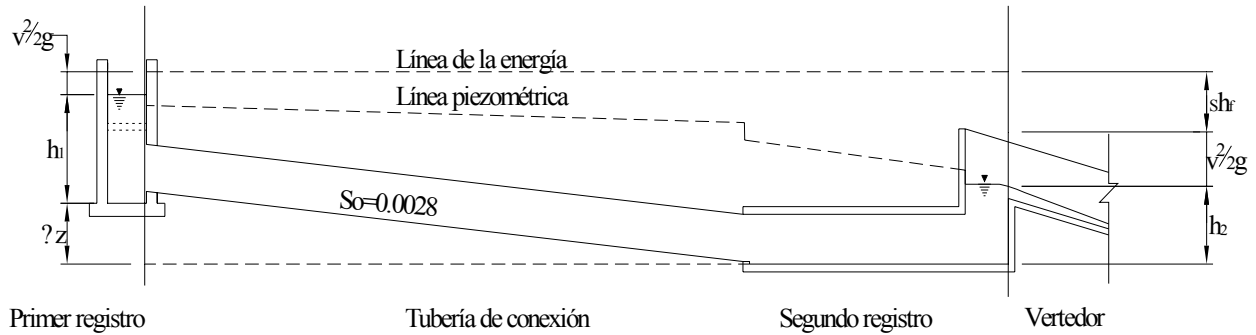


Figura 3.10 Ecuación de la energía entre los dos registros

Aplicando la ecuación de la energía entre el primer y el segundo registro, se tiene

$$E_{R1} = E_{R2} \quad \text{Ecuación 3.19}$$

donde

E_{R1} energía en el registro 1

E_{R2} energía en el registro 2

que a su vez

$$E_{R2} = h + y_c \quad \text{Ecuación 3.29}$$

donde

h profundidad del segundo registro con respecto a la cresta del vertedor

y_c tirante crítico en la cresta del vertedor

El tirante crítico y_c será

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^3}} \quad \text{Ecuación 3.21}$$

donde

Q gasto, en m^3/s

g aceleración de la gravedad, en m/s^2

b ancho de cresta del vertedor (4.00 m)

Para los gastos de operación se tiene

Tabla 3.6

Q (m ³ /h)	Ancho de cresta (m)	Aceleración de la gravedad (m/s ²)	Tirante crítico (m)	h(m)	ER1 (m)
10000	4	9.81	0.231	2.51	2.74
20000	4	9.81	0.366	2.51	2.88
33600	4	9.81	0.518	2.51	3.03

Para el registro uno se tiene

$$E_{R1} = E_{R2} + h_m \quad \text{Ecuación 3.22}$$

Para los diferentes gastos de operación se tiene

Tabla 3.7

Q (m ³ /h)	ER2 (m)	Área hidráulica (m)	Velocidad (m/s)	Pérdidas locales (m)	Pérdidas por fricción (m)	ER1 (m)
10000	2.741	2.545	1.092	0.155	0.048	2.943
20000	2.876	2.545	2.183	0.619	0.191	3.686
33600	3.028	2.545	3.668	1.748	0.538	5.317

a su vez,

$$E_{R1} = \Delta z + y$$

donde

Δz desnivel entre las plantillas de los dos tanques

y tirante en el registro 1

por lo tanto se tiene que

Tabla 3.8

Q (m ³ /h)	ER1 (m)	Nivel de plantilla del primer registro (m)	Nivel de plantilla del segundo registro (m)	Δz (m)	h (m)
10000	2.943	8.41	6.88	1.53	1.413
20000	3.686	8.41	6.88	1.53	2.156
33600	5.314	8.41	6.88	1.53	3.784

El desnivel entre la plantilla del canal colector y el primer registro es de 3.05m, por lo tanto, para el gasto de 33,600 m³/h, la descarga se presentará de forma ahogada, y para 10,000 m³/h y 20,000 m³/h la descarga es libre.

3.3.2.3 PERFIL HIDRÁULICO DEL CANAL COLECTOR

Para la obtención del perfil, se aplicará la ecuación de flujo espacialmente variado, cabe mencionar que la geometría del canal colector propuesto, no cumple con lo establecido en los libros, dado que

la sección en el canal no es trapecial sino que rectangular, sin embargo se seguirá el procedimiento de los libros tomando en consideración las características de una sección rectangular. El procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Se calcula la siguiente ecuación

$$\Delta y' = S_0 \Delta x + y_1 - y_2 \quad \text{Ecuación 3.23}$$

Como se conoce solo el valor de y_2 y de $S_0 \Delta x$ se supone un valor de $\Delta y'$ y se obtiene el valor de y_1 y por lo tanto se calcula A_1

2. Se calcula Q_1 con

$$Q_1 = Q_d - \frac{Q_d}{L_1} (N \Delta x) \quad \text{Ecuación 3.24}$$

donde

L_1 longitud del canal colector, en m

N número secciones que se está analizando (1 sección al final de cada DEV, por lo tanto se tienen 7 secciones)

Esto se justifica recordando que aguas arriba del canal el gasto es menor y hacia aguas abajo entra el gasto total de diseño.

3. Se calcula la velocidad en la sección 1

$$v_1 = \frac{Q_1}{A_1} \quad \text{Ecuación 3.25}$$

4. Se calcula S_f

$$S_f = \left[\frac{vn}{R_H^{2/3}} \right]^2 \quad \text{Ecuación 3.26}$$

5. Se aplica la ecuación de flujo espacialmente variado.

$$\Delta y'_{\hat{a}} = \frac{Q_1}{g} \frac{v_1 + v_2}{Q_1 + Q_2} \left[(v_2 - v_1) + \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} v_2 \right] + S_f \Delta x \quad \text{Ecuación 3.27}$$

6. Se compara $\Delta y'$ con $\Delta y'_{\hat{a}}$

Si $\Delta y' = \Delta y'_{\hat{a}}$ el cálculo es correcto. Entonces se regresa al paso 2, solo que ahora el y_1 calculado es ahora y_2

Si $\Delta y' \neq \Delta y'_{\hat{a}}$ se toma el valor de $\Delta y'_{\hat{a}}$ calculado y se repite el procedimiento a partir del paso 3 hasta que se cumpla la igualdad.

Siguiendo el procedimiento anterior, para los gastos indicados en las políticas de operación, y dándole a n (Manning), el valor de 0.011 (dato proporcionado por el fabricante), se obtienen los resultados que se muestran en las tablas y gráficas siguientes.

Tabla 3.9

Seccion	Q (m ³ /s)		
	10000	20000	33600
	y(m)	y(m)	y(m)
1	1.16	1.83	2.58
2	1.16	1.83	2.58
3	1.15	1.81	2.55
4	1.13	1.78	2.51
5	1.1	1.73	2.44
6	1.05	1.66	2.33
7	0.98	1.55	2.18
8	0.51	0.81	1.15

Para obtener una mejor idea del perfil hidráulico dentro del canal en el mismo, abajo se muestran las gráficas correspondientes a cada gasto,

**Q= 10,000 m³/h
PROPUESTA INICIAL.**

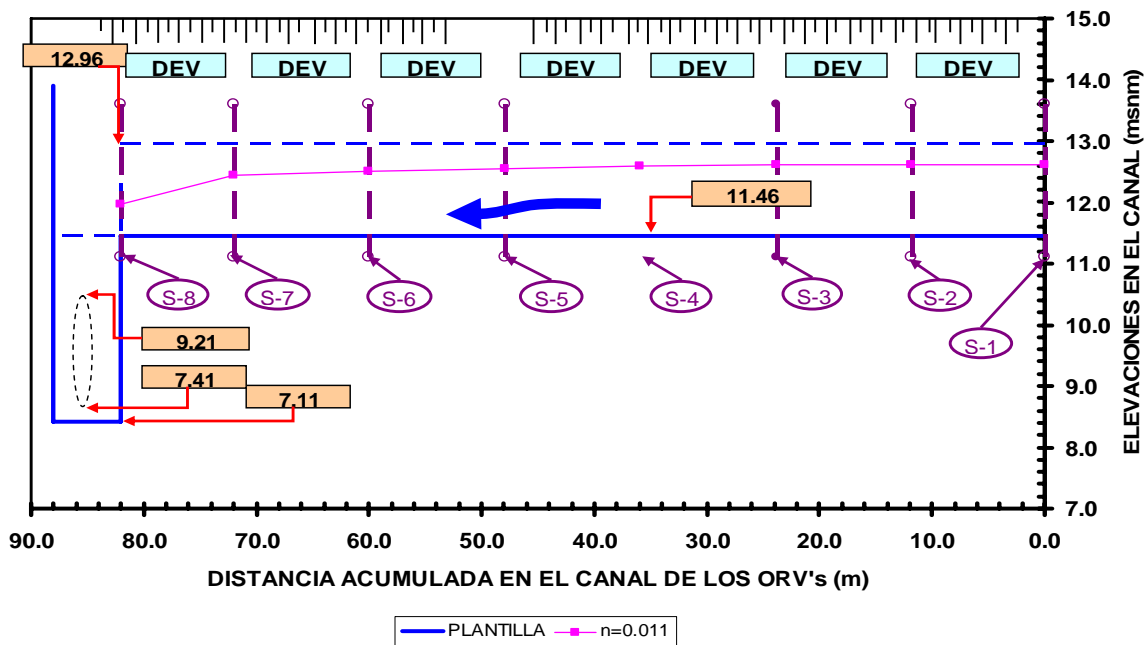


Figura 3.11 Perfil hidráulico del canal colector para $Q=10,000 \text{ m}^3/\text{s}$

**Q= 20,000 m³/h,
PROPUESTA INICIAL.**

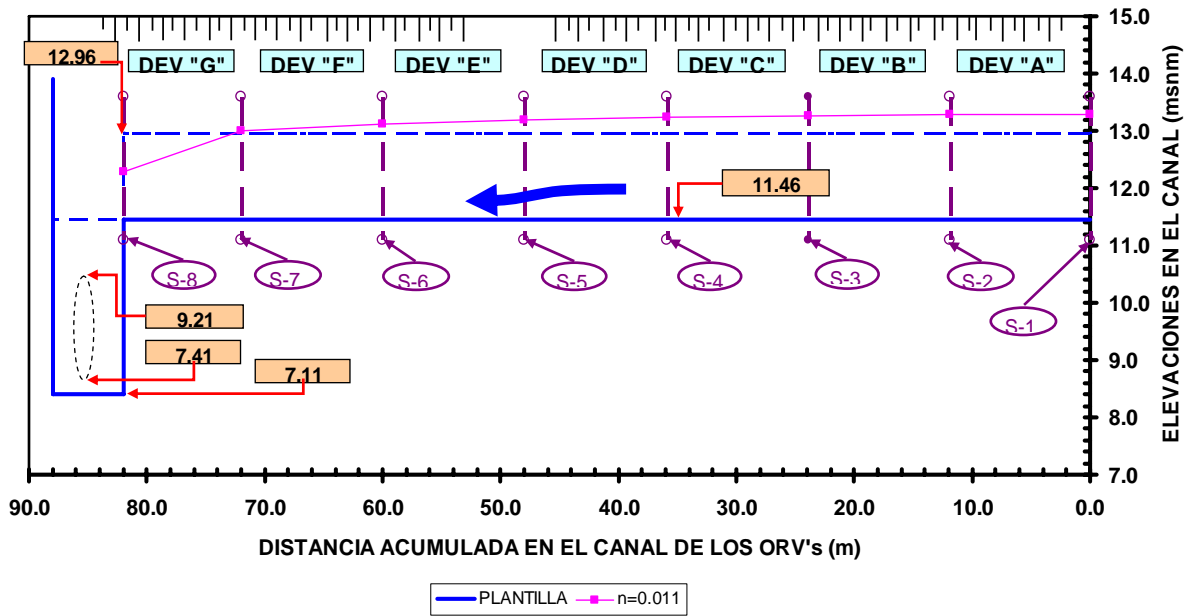


Figura 3.12 Perfil hidráulico del canal colector para $Q=20,000 \text{ m}^3/\text{s}$

**Q= 33,600 m³/h,
PROPUESTA INICIAL.**

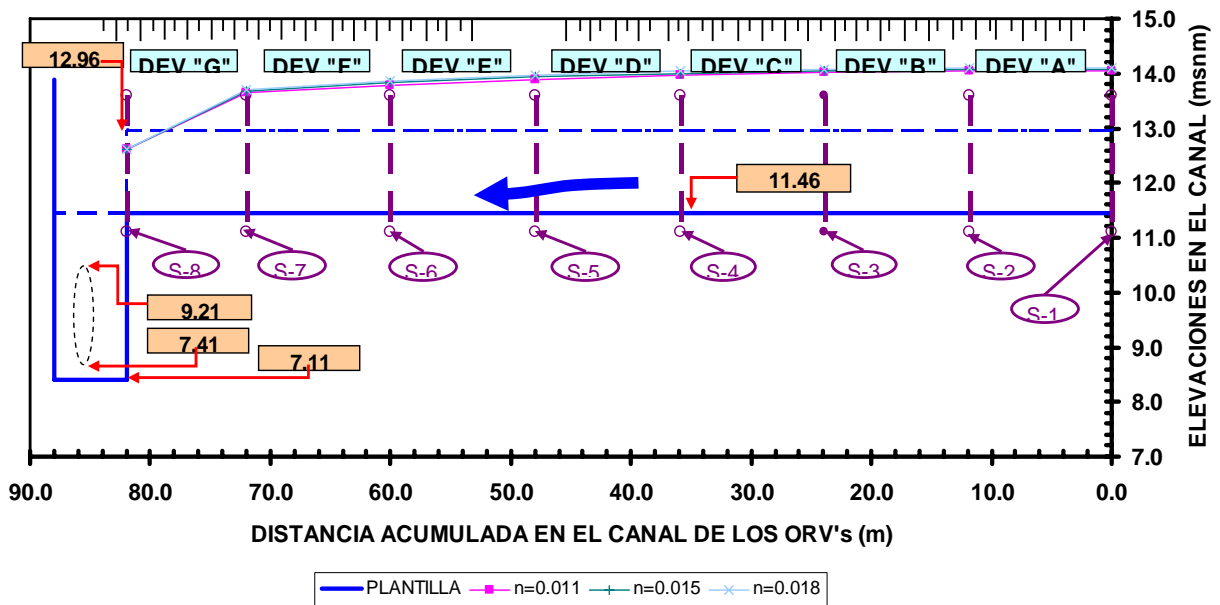


Figura 3.13 Perfil hidráulico del canal colector para $Q=33,600 \text{ m}^3/\text{s}$

3.3.2.4 PERFIL HIDRÁULICO EN EL VERTEDOR

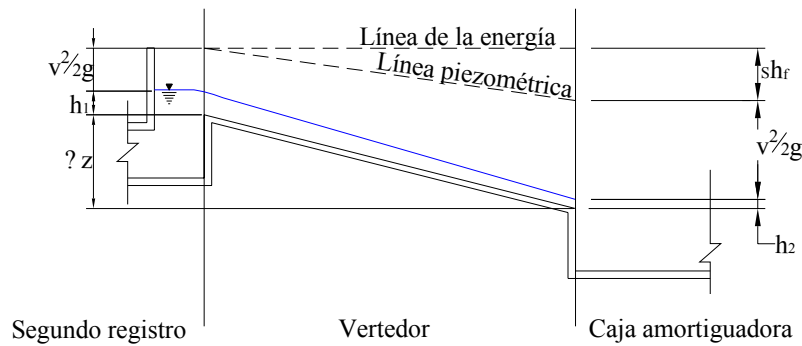


Figura 3.14 Esquema de elevaciones y dimensiones del vertedor

En la sección 1 por las condiciones geométricas del canal se tiene una sección de control, lo cual indica que el tirante que se presentará en esa zona es el correspondiente al tirante crítico, para encontrar el tirante en la sección 2 se aplica la ecuación de la energía entre la sección 1 y la sección 2, para facilitar los cálculos se calculará primero la energía presente en sección 1 mediante la expresión siguiente:

$$E_1 = y_c + \frac{v_c^2}{2g} + \Delta Z \quad \text{Ecuación 3.28}$$

El tirante calcula con la ecuación:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} \quad \text{Ecuación 3.29}$$

donde

y_c tirante crítico en la sección de control (sección 1), en m

Q gasto, en m^3/h

b ancho de la plantilla del canal, en m

Para calcular la velocidad se calcula el área hidráulica de la sección mediante la expresión:

$$v_c = \frac{Q}{A_c} \quad \text{Ecuación 3.30}$$

$$A_c = y_c b \quad \text{Ecuación 3.31}$$

Finalmente $\Delta z = 3.75$ m de acuerdo al esquema mostrado anteriormente.

De acuerdo a la ecuación de la energía:

$$E_1 = E_2 + h_f \quad \text{Ecuación 3.32}$$

La energía en la sección 2 se expresa de la forma siguiente.

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{Ecuación 3.33}$$

expresada en términos del tirante de dicha sección se tiene:

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2gb^2 y_2^2} \quad \text{Ecuación 3.34}$$

La pérdida por fricción mediante la ecuación de Manning se calcula de la manera siguiente:

$$h_f = \left(\frac{n\bar{V}}{R_H^{2/3}} \right)^2 L \quad \text{Ecuación 3.35}$$

donde

\bar{V} velocidad media en la sección, en m/s; $\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2}$

R_h radio hidráulico, en m; $\overline{R_H} = \frac{R_{H1} + R_{H2}}{2}$

n coeficiente de la ecuación de Manning.

L longitud de la plantilla del vertedor.

Finalmente, para calcular la pérdida de energía provocada por la reducción en el canal, se aplica la expresión siguiente:

$$h_r = k \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{Ecuación 3.36}$$

para este caso, $k=0.16$ (ver Sotelo, 1999)

Sustituyendo las pérdidas y el valor de la energía en la sección 1 en la ecuación de la energía planteada anteriormente entre la sección 1 y 2, se obtienen los siguientes cálculos.

Tabla 3.10

SECCIÓN 1

Q (m ³ /h)	Ancho de cresta (m)	Aceleración de la gravedad (m/s ²)	Tirante crítico (m)	Velocidad (m/s)	V ² /2g	Δz (m)	R _{HI}	E ₁ (m)
10000	4	9.81	0.23	3.01	0.46	3.75	0.21	4.44
20000	4	9.81	0.37	3.79	0.73	3.75	0.31	4.85
33600	4	9.81	0.52	4.51	1.04	3.75	0.41	5.31

De esta manera se obtiene el tirante en cada una de las secciones en estudio.

Tabla 3.11

Q (m ³ /h)	Ancho de la plantilla (m)	Aceleración de la gravedad (m/s ²)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	V ² /2g	Δz (m)	n Manning	longitud del vertedor
10000	1.8	9.81	0.195	7.93	3.2	3.75	0.011	15.47
20000	1.8	9.81	0.37	8.34	3.55	3.75	0.011	15.47
33600	1.8	9.81	0.6	8.64	3.81	3.75	0.011	15.47

R _{H2} (m)	V _{med} (m/s)	R _{H med} (m)	Pérdida por fricción (m)	Pérdidas por reducción (m)	E ₂ (m)
0.16	5.47	0.18	0.536	0.512	4.44
0.26	6.07	0.29	0.366	0.568	4.85
0.36	6.58	0.39	0.288	0.609	5.31

3.3.2.5 PERFIL HIDRÁULICO EN LA CAJA AMORTIGUADORA

En esta estructura, debido a las condiciones geométricas, se presenta un salto hidráulico, para calcular el conjugado menor se aplicará la ecuación de la energía, entre la sección 2 y la sección A mostradas en el esquema siguiente.

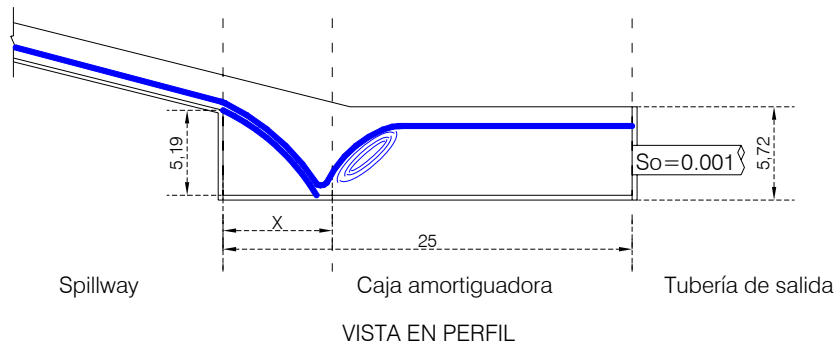


Figura 3.15 Perfil hidráulico de la caja amortiguadora.

La ecuación de la energía entre dichas secciones queda de la forma siguiente:

$$y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta Z = y_A + \frac{v_A^2}{2g} \quad \text{Ecuación 3.37}$$

En la ecuación anterior se puede observar que no se consideran pérdidas entre estas secciones, ya que tiene una longitud corta.

Los datos correspondientes en la sección 2 son los calculados anteriormente en el perfil hidráulico del vertedor, y $\Delta z = 5.20\text{m}$ (como se observa en el esquema mostrado anteriormente), sustituyendo estos datos en la ecuación de la energía entre las secciones y sustituyendo el valor del tirante de la sección A se llega a los resultados siguientes:

Tabla 3.12

Q (m ³ /h)	Ancho de la plantilla (m)	y ₂ (m)	Velocidad (m/s)	V ² /2g	Δz (m)	y _A (m)	Área (m ²)	Velocidad (m/s)	V ² /2g	E ₁ (m)	E ₂ (m)
10000	1.8	0.2	7.93	3.2	5.2	0.12	0.22	12.9	8.48	8.6	8.6
20000	1.8	0.37	8.34	0	5.2	0.3	0.55	10.17	5.27	5.57	5.57
33600	1.8	0.6	8.64	0	5.2	0.51	0.92	10.19	5.29	5.8	5.8

Para calcular el conjugado mayor del salto hidráulico se aplica la expresión siguiente:

$$y_B = \frac{y_A}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + 8Fr_A^2} \right] ; \quad \text{Ecuación 3.38}$$

$$Fr_A = \frac{v_A}{\sqrt{gy_A}} \quad \text{Ecuación 3.39}$$

Los resultados de los cálculos realizados para la obtención del conjugado mayor se muestran en la tabla siguiente.

Tabla 3.13

Q (m ³ /h)	y _A (m)	Velocidad (m/s)	Fr _A (m/s)	y _B (m)
10000	0.12	12.896	11.902	1.955
20000	0.304	10.167	5.891	2.382
33600	0.509	10.19	4.561	3.037

Para determinar si el salto es ahogado, libre o barrido, se calcula la carga necesaria antes de la tubería de salida, que trabaja como orificio de pared gruesa, para que salga el gasto requerido en las políticas de operación.

La ecuación para calcular dicha carga es:

$$H = \frac{V^2}{2gC_v^2} \quad \text{Ecuación 3.40}$$

donde

V velocidad media aguas abajo, en m/s

C_v coeficiente de velocidad, adimensional

Realizando los cálculos necesarios para calcular la carga H con la ecuación anterior, es tiene:

Tabla 3.14

Q (m ³ /h)	Diámetro de la tubería de salida (m)	Área de la tubería de salida (m ²)	Velocidad del flujo en la tubería (m/s)	CV	Aceleración de la gravedad (m/s ²)	H (m)
10000	1.8	2.54	1.09	0.82	9.81	0.09
20000	1.8	2.54	2.18	0.82	9.81	0.36
33600	1.8	2.54	3.67	0.82	9.81	1.02

Como en todos los casos el valor de H es menor que los conjugados mayores, el salto que se presenta en la caja amortiguadora es de tipo claro.

Para determinar si la longitud de la caja amortiguadora tiene una longitud adecuada se calculará la longitud del chorro, es decir la distancia “ x ” que se muestra en el diagrama anterior y la longitud del salto hidráulico,

La distancia “ x ” se calcula mediante el concepto de tiro parabólico que se muestran a continuación:

$$x = v_2 \cos \theta t \quad \text{Ecuación 3.41}$$

$$y = v_2 \operatorname{sen} \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{Ecuación 3.42}$$

el valor de “ y ” corresponde a la profundidad de la caja amortiguadora, que es el punto en el que el chorro choca con la caja ($y = 5.20\text{m}$), el ángulo, indicado en el esquema, vale $\theta = 345.96^\circ$, con estos valores se calcula t , y finalmente se calcula el valor de “ x ”, el desarrollo de estos cálculos para cada uno de los gastos de acuerdo a las políticas de operación se indican en la tabla siguiente.

Tabla 3.15

Q (m ³ /h)	θ (°)	V2 (m/s)	y (m)	t (s)	x (m)
10000	345.96	7.925	-5.2	0.651	5.004
20000	345.96	8.343	-5.2	0.64	5.178
33600	345.96	8.644	-5.2	0.632	5.302

Para calcular la longitud del salto hidráulico se aplicarán varios criterios propuestos por diferentes autores y posteriormente se obtendrá un promedio de estos:

Tabla 3.16

Autor	Longitud del salto claro "L"	Gasto (m ³ /h)	yA (m)	yB (m)	FrA (m/s)	Longitud del salto claro (m)
Smetana (República Checa)	$6(y_A - y_B)$	10000	0.12	1.96	11.9	11.01
		20000	0.3	2.38	85.89	12.47
		33600	0.51	3.04	4.56	15.17
Safranez (Alemania)	$5.9y_A Fr_A$	10000	0.12	1.96	11.9	8.4
		20000	0.3	2.38	85.89	10.55
		33600	0.51	3.04	4.56	13.69
Einwachter (Alemania)	$8.3y_A (Fr_A - 1)$	10000	0.12	1.96	11.9	10.83
		20000	0.3	2.38	85.89	12.32
		33600	0.51	3.04	4.56	15.04
Wóycicki (Polonia)	$(y_B - y_A)(8 - 0.05y_B/y_A)$	10000	0.12	1.96	11.9	13.19
		20000	0.3	2.38	85.89	15.81
		33600	0.51	3.04	4.56	19.47
Chyertusov (Rusia)	$10.3y_A (Fr_A - 1)^{0.81}$	10000	0.12	1.96	11.9	8.53
		20000	0.3	2.38	85.89	11.31
		33600	0.51	3.04	4.56	14.66

Tabla 3.17

Q (m ³ /h)	Longitud promedio del salto (m)
10000	10.39
20000	12.49
33600	15.61

Finalmente, se suma la longitud del salto hidráulico con la longitud del chorro (“x”):

Tabla 3.18

Q (m ³ /h)	x (m)	Longitud promedio del salto (m)	Longitud total (m)
10000	5	10.39	15.4
20000	5.18	12.49	17.67
33600	5.3	15.61	20.91

3.4 REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO FÍSICO

Para llevar a cabo esta revisión se realizaron mediciones en las diferentes estructuras que constituyen el modelo para los diferentes gastos determinados en las políticas de operación.

3.4.1 CALIBRACIÓN DEL GASTO

El gasto requerido para cada prueba fue medido con la ayuda de un vertedor triangular, cuyo funcionamiento fue calibrado previamente con el apoyo de un aforo volumétrico y un sensor que proporciona velocidades.

3.4.2 FUNCIONAMIENTO DE LOS DEV

Para esta propuesta no se tuvo una política de operación de estos dispositivos, es decir, todos trabajan abiertos al mismo tiempo, tal como se muestra reflejado en el capítulo anterior en el que se calcula el perfil del canal colector.

En la Imagen 3.1 se observa como se hizo la descarga del agua hacia los DEV para un gasto de 20,000 m³/h, para que la distribución de esta fuera uniforme, en la parte posterior de hay una pared de acrílico que obligaba a que el nivel de agua a lo largo de la mesa incrementara uniformemente, y por tanto, la descarga de agua también es uniforme.



Imagen 3.1 Descarga de los DEV al canal colector

3.4.3 FUNCIONAMIENTO DEL CANAL COLECTOR

Para tener una mejor idea del funcionamiento del canal colector se midieron los tirantes en las mismas secciones en que se hicieron los cálculos matemáticos previamente, los resultados obtenidos para los tres gastos diferentes fueron los siguientes:

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 10,000 m³/h

En esta condición se tiene un funcionamiento adecuado, dado que no se tiene mucha turbulencia y no hay derrame de agua a lo largo del canal.

Los tirantes medidos en el modelo fueron:

Tabla 3.19

Sección	y_{MEDIDO} modelo (m)	y_{MEDIDO} prototipo (m)
1	0.11	2.210
2	0.106	2.129
3	0.103	2.069
4	0.1	2.009
5	0.097	1.949
6	0.096	1.929
7	0.075	1.507
8	0.05	1.004



Imagen 3.2 Primer registro

En la Imagen 3.2 se aprecian los DEV, a partir de los cuales se genera la descarga de agua y la alimentación del canal colector, así como el funcionamiento del primer registro y la entrada a la tubería para un gasto de $10,000 \text{ m}^3/\text{h}$, en esta zona no existe mucha turbulencia, sin embargo, la introducción de burbujas a la tubería es considerable.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE $20,000 \text{ m}^3/\text{h}$

El comportamiento en el canal en general fue adecuado, cabe mencionar que con este caudal el canal casi se encontraba trabajando a su capacidad total y en estructuras aguas abajo el funcionamiento obtenido ya no es adecuado, como será mencionado en los capítulos siguientes. Los tirantes medidos en el canal colector en esta condición fueron los que se indican a continuación.

Tabla 3.20

SECCIÓN	Y_{MEDIDO} modelo (m)	Y_{MEDIDO} prototipo (m)
1	0.11	2.210
2	0.106	2.129
3	0.103	2.069
4	0.1	2.009
5	0.097	1.949
6	0.096	1.929
7	0.075	1.507
8	0.05	1.004

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 33,600 m³/h

El funcionamiento hidráulico, no se pudo observar debido a que el canal era insuficiente para funcionar con este gasto, por lo que no se pudo hacer ninguna medición del comportamiento bajo estas condiciones, en esta parte se hace inminente la necesidad de realizar un nuevo diseño de la estructura para que ésta sea capaz de trabajar bajo las condiciones que las políticas demandan.

3.4.4 FUNCIONAMIENTO DEL PRIMER REGISTRO

Para determinar el funcionamiento en esta estructura se midió el tirante en la sección final del registro en la entrada de la tubería, las observaciones para cada una de las condiciones de trabajo fueron las siguientes.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 10,000 m³/h

El tirante medido en la estructura fue de 8.5 cm, que equivale a 1.69 m en el prototipo, por lo que la estructura trabaja adecuadamente para esta condición, con la única e importante observación de que la turbulencia presentada en este punto es de importancia, ya que con esto se presenta introducción de burbujas en la tubería lo cual es una de las condiciones de funcionamiento, dado que no puede haber ninguna intrusión de aire por las características del líquido circulante.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 20,000 m³/h

Para este caudal, el tirante obtenido en la estructura fue de 10.50cm, que equivale a 2.11m en el prototipo, aparentemente este registro tiene un comportamiento adecuado hablando de capacidad, por lo que sus dimensiones se pueden considerar adecuadas hasta este punto, sin embargo cabe remarcar que bajo esta condición la turbulencia presentada es de menos importancia que la procedida para el casto de 10,000 m³/h, sin embargo se sigue presentando introducción de burbujas de aire en la tubería aguas debajo de esta estructura.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 33,600 m³/h

Como se menciona anteriormente, no se pudo llegar a este gasto debido a un desbordamiento de agua en las estructuras, por lo tanto no se puede hacer comentarios específicos referentes al funcionamiento hidráulico de la estructura bajo esta condición de flujo.

3.4.5 FUNCIONAMIENTO DE LA TUBERÍA DE CONEXIÓN

La parte importante en esta estructura es observar si trabaja a tubo lleno, para evitar así el alojamiento de espacios de aire, de la misma forma, como el objetivo tampoco debe hacer burbujas de aire mezcladas con el flujo a lo largo de la tubería, en general el comportamiento presentado en las estructuras de acuerdo a las políticas de operación fue el siguiente.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 10,000 m³/h

Debido a las burbujas de aire formadas en el primer registro, al inicio de la tubería se observó introducción de éstas, que aguas abajo dentro de la misma tubería se iban eliminando, por lo tanto esto representó un problema muy importante, la parte que nos obliga a realizar una revisión más minuciosa es la presencia de espacios de aire en la tubería, es decir, ésta no trabaja a tubo lleno, lo cual es una condición que no se puede permitir.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 20,000 m³/h

Al igual que al comportamiento presentado para el caudal de 10,000 m³/h, se observó introducción de burbujas de aire que no presentaron gran problema aguas abajo, sin embargo el tubo sigue sin trabajar a tubo lleno.

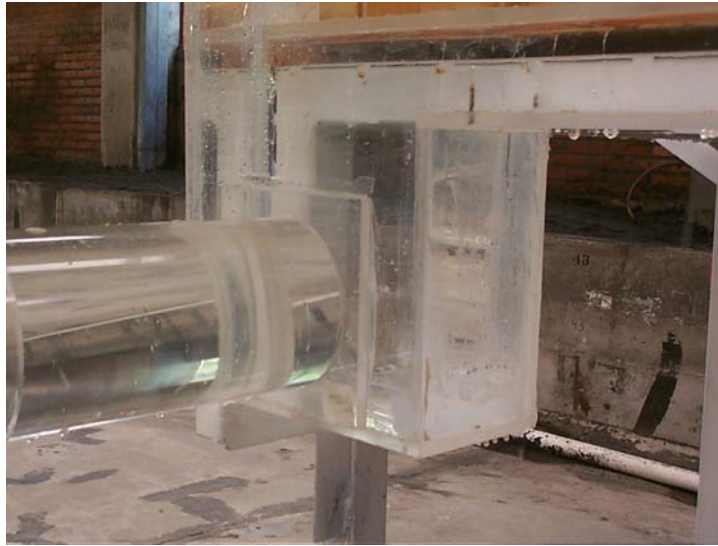


Imagen 3.3 Primer registro

Con un gasto mayor a los 10,000 m³/h el funcionamiento en el registro es muy bueno, ya que como se observa en la Imagen 3.3 no se presentan vórtices, turbulencia ni entrada de burbujas de aire, sin embargo, al llegar al caudal de 20,000 m³/h el registro ya está prácticamente lleno.

RESULTADOS PARA EL CAUDAL DE 33,600 m³/h

Como ya se mencionó anteriormente, las mediciones y observaciones correspondientes para este caudal no se pudieron realizar, por lo que se desconoce el comportamiento de esta estructura con este gasto.

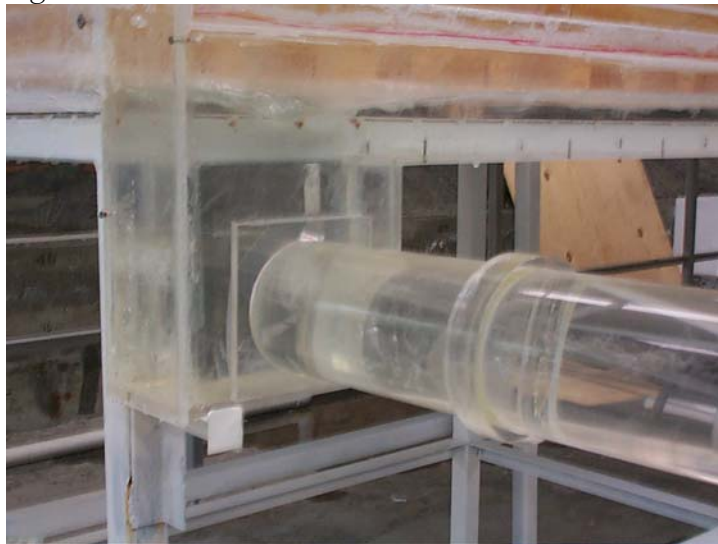


Imagen 3.4 Primer registro

El gasto más grande en que se puso a trabajar el modelo fue de 25,000 m³/h. La imagen que se muestran a continuación son de esta prueba.

En la Imagen 3.4 se muestra el funcionamiento del primer registro en el que casi no se presenta turbulencia, sin embargo se tiene una pequeña introducción de burbujas de aire, que como ya se explicó anteriormente éste es un estado que se debe evitar.

3.4.6 FUNCIONAMIENTO DEL SEGUNDO REGISTRO

En esta estructura cabe mencionar que, en general, el comportamiento fue adecuado en cuanto a turbulencia, ya que no se tenía mucha presencia de ésta, sin embargo el funcionamiento no es el adecuado, dado que hay introducción de aire en forma de grandes burbujas, tanto para el gasto de 10,000 m³/h como para 20,000 m³/h, y como ya se mencionó anteriormente, para el caso de 33,600 m³/h no se tienen registro debido a la incapacidad del modelo de soportar este gasto.



Imagen 3.5 Segundo registro

En la Imagen 3.5 se ve que el comportamiento hidráulico del segundo registro para un gasto de 10,000 m³/h es sin turbulencia y sin presencia de burbujas de aire, lo cual indica que en general el comportamiento de esta estructura es adecuado.

La Imagen 3.6 nos permite apreciar el comportamiento del segundo registro para un gasto de 20,000 m³/h, que al igual que con el gasto más chico presenta un comportamiento adecuado en cuando a que no presenta turbulencia ni burbujas de aire.



Imagen 3.6 Segundo registro



Imagen 3.7 Segundo registro

La Imagen 3.7 indica el funcionamiento del segundo registro para un gasto de $25,000 \text{ m}^3/\text{s}$, que al igual que con gastos menores un funcionamiento adecuado, sin turbulencia ni burbujas de aire.

3.4.7 FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR

En general, en el vertedor no se tiene ningún problema de funcionamiento en lo que a turbulencia se refiere, en general se puede considerar que el funcionamiento en ésta estructura es adecuado, sin embargo cabe mencionar, que como se puede observar en los planos proporcionados que el diseño de ésta es recomendable que se haga sin variar las secciones, para fines convenientes en el proceso constructivo.

3.4.8 FUNCIONAMIENTO DE LA CAJA AMORTIGUADORA

Para registrar el funcionamiento de la caja amortiguadora ubicada aguas abajo del vertedor, se tomó la medida del tirante generado al final de la caja, justo antes de la entrada a la tubería de salida. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:



Imagen 3.8 Caja amortiguadora

Tabla 3.21

Gasto (m ³ /h)	Tirante en la caja amortiguadora (m)
10,000	3.45
20,000	5.30 , Con desborde de líquido
33,600	No se tuvo la capacidad para llegar a este gasto

En la Imagen 3.8 se muestra el funcionamiento hidráulico de la descarga del spillway a la caja amortiguadora para un gasto de 10,000 m³/h, en la que la turbulencia producida por el salto hidráulico no alcanza a llegar a la tubería de salida, sin embargo el funcionamiento en

dicha tubería no es a presión, sino como canal, lo cual no cumple con las condiciones de funcionamiento esta estructura



Imagen 3.9 Caja amortiguadora

En la Imagen 3.9 se observa el comportamiento hidráulico de la caja amortiguadora para un gasto de $20,000\text{m}^3/\text{h}$, la zona de turbulencia es mayor y alcanza a introducir gran cantidad de burbujas de aire a la tubería de salida, además, se presentaban ondulaciones en el nivel de agua, hasta llegar a derramar líquido en algunas ocasiones.



Imagen 3.10 Caja amortiguadora

En la Imagen 3.10 se presenta el funcionamiento hidráulico de la caja amortiguadora para un gasto de 25,000 m³/h, el agua se desbordaba al final de la caja. En la parte posterior de la caída del chorro se observa la formación de una corriente circular, y en la tubería de descarga la introducción de burbujas se incrementó con respecto del gasto de 20,000 m³/h.

3.5 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Para exponer de forma más ilustrativa los resultados obtenidos de los cálculos teóricos y del modelo físico a escala, en las siguientes tablas se presenta en forma simplificada los resultados de cada uno.

3.5.1 CANAL COLECTOR.

Tabla 3.22

SECCIÓN	Q (m ³ /s)					
	10,000		20,000		33,600	
	CALCULADO	MEDIDO	CALCULADO	MEDIDO	CALCULADO	MEDIDO
	y (m)		y (m)		y (m)	
1	1.16	1.25	1.83	1.80	2.58	2.65
2	1.16	1.35	1.83	1.95	2.58	2.70
3	1.15	1.25	1.81	1.85	2.55	2.60
4	1.13	1.20	1.78	1.80	2.51	1.55
5	1.10	1.15	1.73	1.80	2.44	1.50
6	1.05	1.20	1.66	1.75	2.33	1.45
7	0.98	1.05	1.55	1.60	2.18	1.30
8	0.51	0.55	0.81	0.95	1.15	1.25

3.5.2 PRIMER REGISTRO.

Tabla 3.23

GASTO (m ³ /h)	h CALCULADA (m)	h MEDIDA (m)
10,000	1.413	1.500
20,000	2.156	2.350
33,600	1.530	1.630

3.5.3 SEGUNDO REGISTRO

Tabla 3.24

GASTO (m ³ /h)	CALCULADO	MEDIDO
	y (m)	
10,000	2.74	2.85
20,000	2.88	2.95
33,600	3.03	3.42

3.5.4 CAJA AMORTIGUADORA.

Tabla 3.25

GASTO (m ³ /h)	CALCULADO	MEDIDO
	y (m)	
10,000	1.955	3.45
20,000	2.382	5.30, con desborde de líquido
33,600	3.037	No se pudo alcanzar el gasto

3.6 CONCLUSIONES DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE LA PROPUESTA INICIAL

De acuerdo a las pruebas y cálculos realizados y mostrados anteriormente, es evidente que el funcionamiento general de las estructuras no es el adecuado, por lo que resulta necesario realizar un rediseño de éste, basado en cálculos matemáticos, ya que como se ha demostrado a lo largo de este capítulo, los resultados matemáticos tienen un margen de error muy pequeño respecto a lo que se presenta en el modelo, lo cual permite tener una idea muy cercana de lo que se presentará en el modelo y, por lo tanto, en el prototipo.

4 PROPUESTA FINAL

4.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

4.1.1 DEV

Las unidades de descarga denominadas DEV se componen de un tanque de 9.98m de largo, por 10.00m de altura y 7.25m de profundidad (medidas de prototipo); en la parte frontal presenta cuatro orificios de 1.66m de largo por 0.57m de altura, separados por una pila de 0.70m ubicada en el centro de la cara frontal del DEV y por otra pila de 0.62m ubicada entre el extremo de la unidad y la pila media; por estos orificios es por donde se lleva a cabo la descarga del agua ver Figura 4. 1.

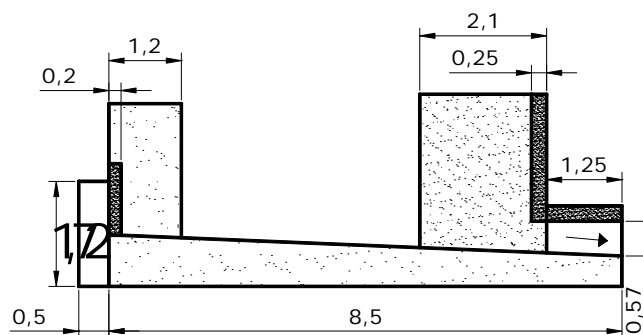


Figura 4. 1(DEV - Perfil)

La propuesta final del modelo se compone de un sistema de siete DEV, por los que se efectúan las descargas. De acuerdo con las necesidades que se fueron presentando durante la operación del modelo de la propuesta inicial, se consideraron las políticas de operación que estaban ya definidas en el proyecto; en ellas, se estableció una programa para realizar las descargas.

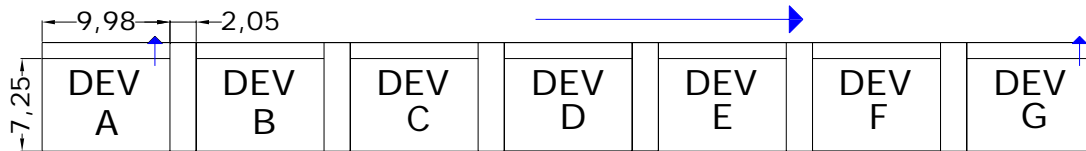


Figura 4. 2 (Configuración de vertedores)

4.1.2 CANAL COLECTOR

El agua que descargan los DEV se dirige hacia un canal colector, que para la propuesta final (correspondiente a este capítulo) presenta una geometría diferente de la propuesta inicial. Puesto que el canal colector, de la propuesta inicial, no satisface las necesidades de gasto y tirantes que se presentan al operar con gastos grandes, es esta propuesta se determinó aumentar la altura del canal, además de que la sección transversal del canal es variable; ya que al final el primer DEV, el ancho es de 2.00m y al inicio del último DEV es de 3.50m y una longitud de 89.29m, ver Figura 4. 3.

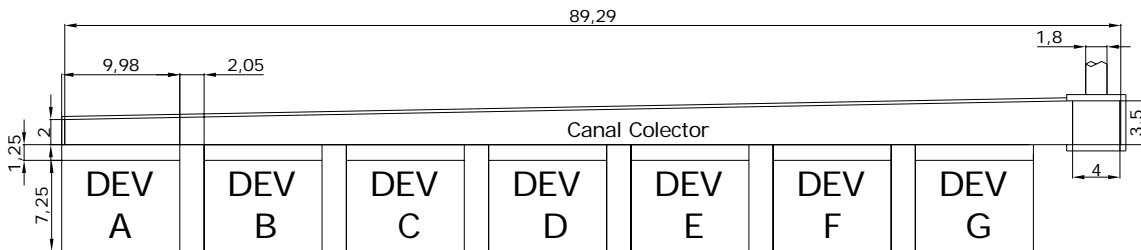


Figura 4. 3 Canal colector, vista en planta

4.1.3 PRIMER REGISTRO

El agua que recorre el canal colector, descrito en la sección 4.1.2, se dirige hacia el primer registro cuya plantilla se encuentra a una profundidad de 3.05m a partir de la plantilla del canal colector (ver Figura 4. 4); sus dimensiones son de 3.50m de largo, y 3.50m de ancho. Este registro se conecta con un primer sistema de tubería de conexión; por lo que la finalidad principal de este primer registro es lograr una carga que permita que la entrada de la tubería se mantenga ahogada.

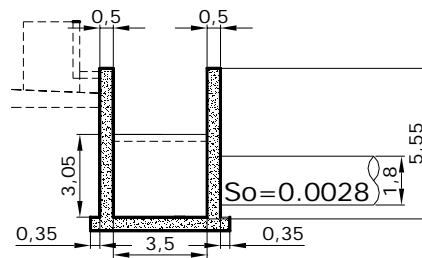


Figura 4. 4 Registro, perfil

4.1.4 TUBERÍA DE CONEXIÓN

La tubería de conexión es un sistema que trabaja a presión debido a que la carga de agua se acumula en el primer registro. Es importante mencionar que para todas las condiciones que se contemplan en las políticas de operación, la tubería trabaja a presión; por lo cual, es un requisito indispensable, evitar la formación y entrada de burbujas de aire. La tubería se encuentra conectada al primer registro a 0.45m de la plantilla del registro, su diámetro es de 1.80m y se divide en tres secciones; la primera de ellas tiene una longitud de 47.32m, seguida de un primer codo de 45° de inclinación y subtangente de 1.137m; al finalizar el primer codo existe la segunda sección de tubería de 40.04m de longitud seguida de un segundo codo de 45° de inclinación y subtangente de 1.137m; finalmente, la tercera sección de la tubería tiene una longitud de 26.63m que se conecta con un segundo registro. Esta tubería tiene una pendiente de 0.0089, ver Figura 4. 5.

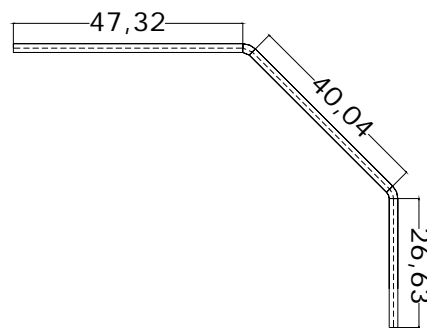


Figura 4. 5 Tubería de conexión, vista en planta

4.1.5 SEGUNDO REGISTRO

El flujo de agua que recorre la tubería a presión llega hasta un segundo registro, el cual tiene la finalidad de lograr una carga para que el agua pueda verter. Las dimensiones del registro son 6.00m de ancho por 4.00m de largo, su funcionamiento es el de un canal, y su objetivo principal es lograr una carga para que el agua pueda ser vertida por el cimacio que le sucede (ver Figura 4. 6a) Dentro del registro se tiene una superficie inclinada para que el recorrido del flujo sea dirigido y se disminuya la turbulencia al verter, además de evitar que las turbulencias que se presenten, produzcan burbujas que puedan introducirse a la tubería.

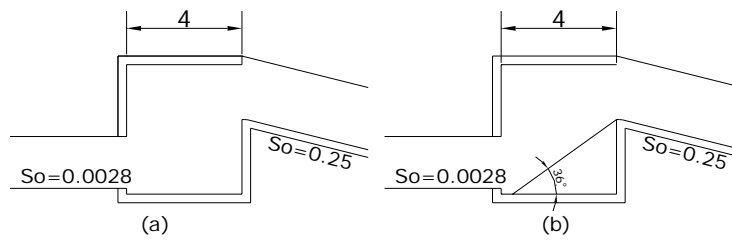


Figura 4. 6(a) Segundo registro, (b) Superficie inclinada en el segundo registro

4.1.6 VERTEDOR

Cuando el agua entra al segundo registro y recorre la superficie inclinada, ésta recorre un canal de sección constante con una pendiente pronunciada 1:0.25; en el inicio del canal se tiene un cimacio, cuya curvatura se forma por un arco de circunferencia de radio 11.94m. La longitud de la rápida es de 15.39m, el ancho de la rápida es de 6.00m. Al pie de la rápida se presenta una caja amortiguadora en la que el agua es descargada una vez que pasa por ella, ver Figura 4. 7.

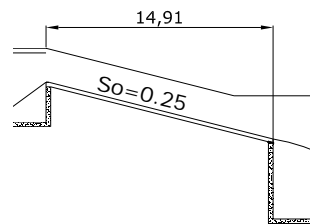


Figura 4. 7 Rápida del vertedor

4.1.7 CAJA AMORTIGUADORA

La caja amortiguadora tiene la finalidad de provocar un salto hidráulico y con ello disminuir la velocidad que presenta el agua durante su recorrido por la rápida. La longitud de la caja amortiguadora es de 25.00m por 6.00m de ancho y 5.20m de altura; dentro de la caja amortiguadora se tiene una superficie alabeada formada por una parábola y un arco de circunferencia; la superficie alabeada se encuentra desde la elevación 5.78 hasta la elevación 0.585 con un radio de 25.818m y un ángulo de 30°.

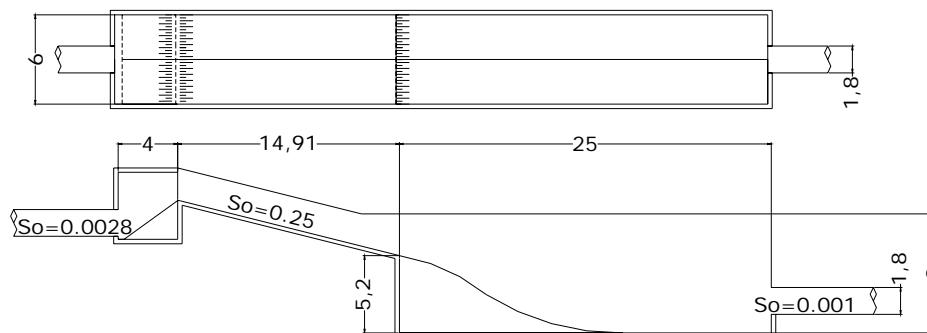


Figura 4. 8 Arreglo del segundo registro vertedor y caja amortiguadora

En la Figura 4. 8 se muestra un arreglo del segundo registro hasta la tubería de salida de la caja amortiguadora. Para ver detalle de la superficie alabeada, ver anexo A2.

4.2 REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO MATEMÁTICO

4.2.1 DISTRIBUCIÓN DEL GASTO APORTADO AL CANAL COLECTOR

Debido a las configuraciones que marcan las políticas de operación, la aportación del gasto muestra configuraciones de aberturas de los DEV muy específicas; marcando la diferencia entre gastos grandes y gastos pequeños. En la Tabla 4. 1 se describe las condiciones de gasto de acuerdo con el número de DEV en operación.

Tabla 4. 1 Operación de DEV – Gasto

Número de DEV operando	Gasto (m ³ /s)
2	10,000
4	20,000
6	33,600
6	40,000

Cada uno de los DEV descarga el mismo gasto; por ello el flujo en el canal colector es variable; ya que cada una de las unidades de descarga proporciona un gasto y mientras éste fluye por el canal, el DEV siguiente descarga la misma cantidad de agua sumándose al gasto que ya circulaba proveniente del DEV anterior. Las configuraciones de gastos se presentan en la Tabla 4. 2.

Tabla 4. 2 Configuraciones de gastos

Configuración	Flujo (m ³ /s)	Núm. de DEV	DEV en operación
1	10,000	2	A, G
2	10,000	2	F, G
3	20,000	4	D, E, F, G
4	20,000	4	A, B, C, D
5	20,000	4	A, B, F, G
6	33,600	6	B, C, D, E, F, G
7	33,600	6	A, B, C, D, E, F
8	40,000	6	A, B, C, E, F, G

Los gastos del prototipo y sus correspondientes en el modelo se presentan en la Tabla 4. 3.

Tabla 4. 3 Gastos equivalentes en el modelo

Q_p (m^3/h)	Q_p (m^3/s)	Q_m (m^3/s)	Q_m (l/s)
10,000	2.778	0.002	1.536
20,000	5.556	0.003	3.071
33,600	9.333	0.005	5.160
40,000	11.111	0.006	6.143

4.2.2 PERFIL HIDRÁULICO DEL VERTEDOR

Para el cálculo del perfil hidráulico en el vertedor, se consideró que en la sección en la que inicia la curvatura se tendría el tirante crítico, y se consideró como canal con una pendiente pronunciada hasta el inicio de la caja amortiguadora; puesto que la geometría del vertedor define un ancho constante se utilizó la ecuación de la energía para calcular el tirante al final de la rápida. Para iniciar el cálculo del perfil hidráulico en esta sección del modelo, es importante recalcar que es en esta parte en la que se considera como verdadero que el tirante que se presenta en la cresta del cimacio es el crítico, es por ello que cuando se realiza la ecuación de la energía entre el registro I y la cresta del vertedor, los resultados deberán interpretarse para que los resultados finales sean coherentes. Una vez aclarado este punto, se realizará el cálculo del perfil hidráulico, tomando como punto de inicio la cresta del vertedor.

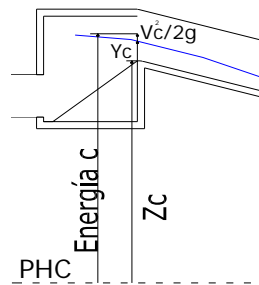


Figura 4. 9 Energía en el vertedor (Energía en la sección de control)

Datos:

Elevación de la cresta del vertedor: 9.471mns

Longitud de la cresta: 6.00m

Gasto: $10,000m^3/h = 2.778m^3/s$

Tirante crítico en el vertedor:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad \text{Ecuación 4. 1}$$

Gasto unitario:

$$q_{\text{vertedor}} = \frac{Q}{B_{\text{vertedor}}} \quad \text{Ecuación 4. 2}$$

Área crítica:

$$A_{C_{\text{vertedor}}} = (B_{\text{vertedor}})(y_{C_{\text{vertedor}}}) \quad \text{Ecuación 4. 3}$$

Por lo tanto, la velocidad en la sección de control; es decir, en el vertedor, resulta:

$$v_{C_{\text{vertedor}}} = \frac{Q}{A_{C_{\text{vertedor}}}} \quad \text{Ecuación 4. 4}$$

y la energía en la sección de control es:

$$\text{Energía} = Z_c + y_c + \frac{v_c^2}{2g} \quad \text{Ecuación 4. 5}$$

Aplicando este procedimiento para todos los gastos, resulta la Tabla 4. 4, que se muestra a continuación:

Tabla 4. 4 Energía en la sección de control (vertedor)

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	y _c (m)	A _c (m ²)	v _c (m/s)	v _c ² /2g (m)	Energía (msnm)
10,000	2.778	0.463	0.280	1.677	1.656	0.140	9.890
20,000	5.556	0.926	0.444	2.663	2.086	0.222	10.137
33,600	9.333	1.556	0.627	3.763	2.480	0.314	10.412
40,000	11.111	1.852	0.704	4.227	2.629	0.352	10.528

Datos del primer y segundo registro:

Primer Registro:

Elevación: 7.11m

Ancho: 6.00m

Segundo Registro:

Elevación: 7.08m

Ancho: 6.00m

Tubería de conexión

Diámetro: 1.80m

Área transversal: 2.545m²

$$A_{\text{tubería}} = \frac{\pi D^2}{4}$$

Pendiente: 0.00028

Longitud: 107.143m

$$L_{\text{tubería}} = \frac{7.11 - 1.08}{0.00028}$$

Pérdidas:

Locales:

Entrada k_e : 0.260

Codos (45°) k_c : 0.507

Salida k_s : 1.000

Fricción:

f (Gráfica de Moody): 0.011

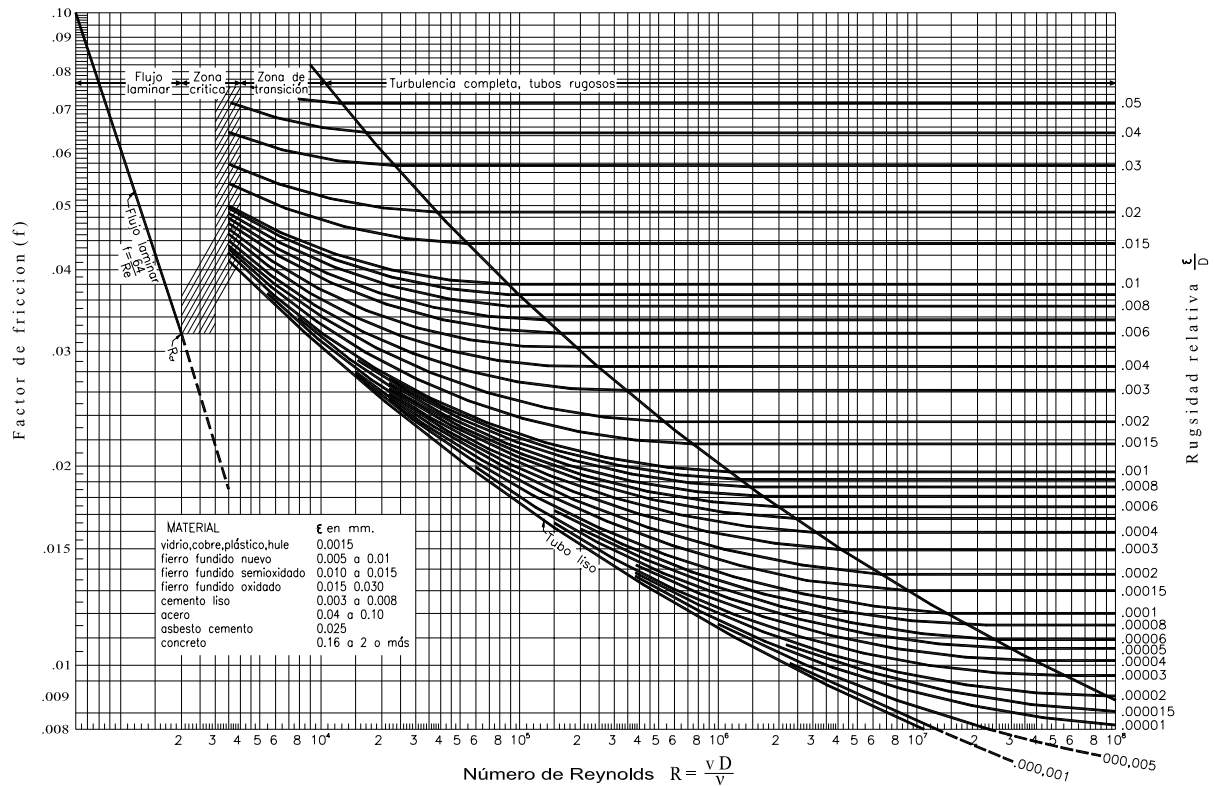


Figura 4. 10 Coeficiente de fricción para cualquier tipo y tamaño de tubo, Diagrama Universal de Moody.

Aplicando la ecuación de la energía entre la cresta del vertedor y el primer registro, ver Figura 4. 11.

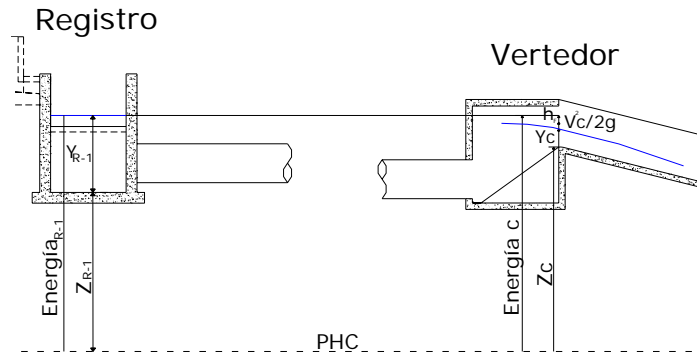


Figura 4. 11 Ecuación de la energía entre primer registro y sección de control

$$Z_{\text{primer registro}} + y_{\text{primer registro}} + \frac{v_{\text{primer registro}}^2}{2g} = Z_c + y_c + \frac{v_c^2}{2g} + \Sigma h_{\text{primer registro-c}}$$

donde las pérdidas están definidas por:

$$\Sigma h_{\text{primer registro-c}} = \left[f \left(\frac{L}{D} \right) + k_{\text{entrada}} + 2k_{\text{codos}} + k_{\text{salida}} \right] \frac{v_{\text{tubería}}^2}{2g} \quad \text{Ecuación 4. 6}$$

la velocidad del flujo en la tubería se obtiene utilizando la ecuación 4.4

$$v_{\text{tubería}} = \frac{Q}{A_{\text{tubería}}}$$

Al realizar el procedimiento descrito para todos los gastos, se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 4. 5.

Tabla 4. 5 Ecuación de la energía entre el primer registro y la sección de control

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	y _{primer registro} (m)	E _{primer registro} (msnm)	y _c (m)	v _c (m/s)	v _{tubería} (m/s)	f _{Darcy} (m/s)	Σh _{fricción} (m)	Σh _{locales} (m)	Σh _{totales} (m)
10,000	2.778	0.463	2.958	10.068	0.280	0.280	1.092	0.0110	0.040	0.138	0.178
20,000	5.556	0.926	3.725	10.835	0.444	2.086	2.183	0.0101	0.146	0.552	0.698
33,600	9.333	1.556	5.257	12.367	0.627	2.480	3.668	0.0097	0.396	1.559	1.955
40,000	11.111	1.852	6.188	13.298	0.704	2.629	4.366	0.0097	0.561	2.210	2.771

El valor del tirante será $y_{\text{primer registro}}=2.958$, por lo tanto, su energía será igual a 10.068m, esto indica que para este gasto, dado que la plantilla del canal colector se encuentran a la elevación 10.86m, el canal descargará libremente el agua al registro, y se presentará el tirante crítico en la descarga, ver Figura 4. 12. Sin embargo, al realizar este procedimiento para gastos de 33,600m³/h, el primer registro se encontrará ahogado, así que para obtener el perfil hidráulico para estos casos, el procedimiento de cálculo deberá efectuarse de la cresta del vertedor hacia aguas arriba, y una vez que se obtenga la elevación en el primer registro, deberá aplicarse la ecuación de la energía entre el registro y la sección próxima en la que se realizaron las mediciones en el modelo, y no considerar el tirante crítico como se llevó a cabo anteriormente; esto se debe a que el registro se encuentra ahogado y no se presentará el tirante crítico.

Cuando se ha obtenido el tirante en la sección próxima al registro, se debe aplicar el procedimiento de cálculo para Flujo Espacialmente Variado, como se explico anteriormente.

A continuación se muestra una revisión de las condiciones hidráulicas del registro con respecto al canal colector, ver Tabla 4. 6:

Datos:

Elevación de la plantilla del canal: 10.86m

Ancho en el inicio del canal: 3.50m

Tabla 4. 6 Condiciones hidráulicas en la descarga del canal colector

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	Y _C en canal (m)	V _C en canal (m/s)	E _{en canal} (msnm)	Y _{segundo registro} (m)	E _{segundo registro} (msnm)	Funcionamiento del Canal Colector
10,000	2.778	0.463	0.400	1.982	11.461	2.958	10.068	tirante crítico
20,000	5.556	0.926	0.636	2.497	11.813	3.725	10.835	tirante crítico
33,600	9.333	1.556	1.507	1.770	12.526	5.257	12.367	tirante ahogado
40,000	11.111	1.852	2.438	1.302	13.385	6.188	13.298	tirante ahogado

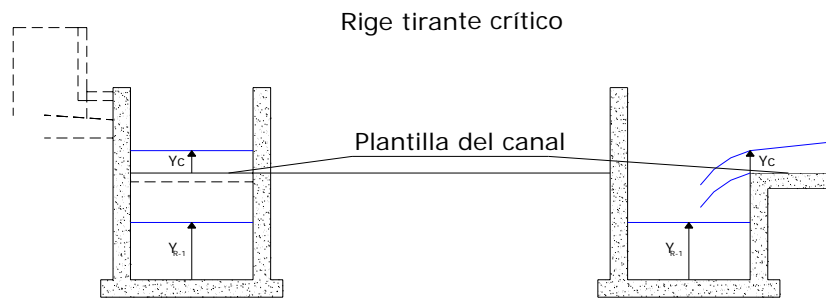


Figura 4. 12 Presencia del tirante crítico en la descarga del canal

Se observa que para el gasto de 33,600 m³/h y 40,000 m³/h, el tirante que se presenta en la descarga del canal colector no será el tirante crítico; como se mencionó anteriormente, esto se debe a que el canal se encuentra ahogado provocando que aumente el tirante, así que este tirante se obtendrá de la diferencia de la energía en el Primer registro y la plantilla del canal; a partir de ello se realizará el cálculo del perfil del canal, ver Figura 4. 13.

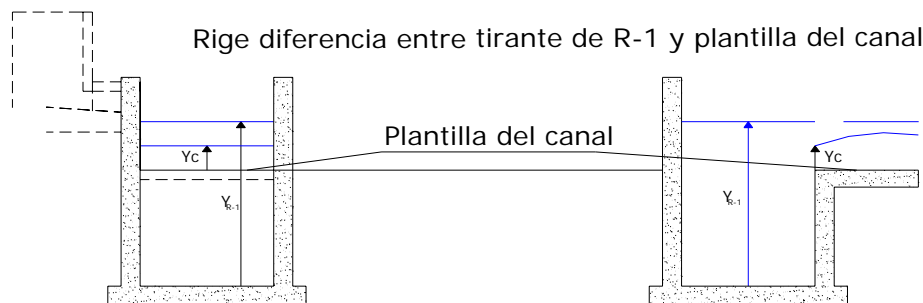



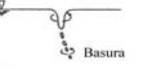


Figura 4. 13 Tirante en al canal, descarga ahogada del canal en el registro

En el primer registro se observa que durante el funcionamiento de los DEV, la descarga del canal hacia el registro presentaba turbulencias, esto como consecuencia de las dimensiones del registro, ya que la longitud del registro es muy pequeña y no permite que se establezca el flujo, dando lugar a la formación de vórtices en la entrada a la tubería a presión; y este es uno de los problemas que deben evitarse en el prototipo. Lo anterior llevó a la conclusión de emplear diferentes dispositivos que impidieran o disminuyeran la presencia de estos vórtices. No se profundizará en este tema dado que se encuentra fuera del alcance del objetivo de este estudio; sin embargo, a continuación, en la Tabla 4. 7, se muestra una clasificación arbitraria recomendada en el escrito de Canales y Sánchez Camacho (1989).

Tabla 4. 7 Clasificación de vórtices, según Hecker, ver Canales y Sánchez Camacho (1989)

Tipo de vórtice	Observaciones	Esquema
1	Leve circulación en la superficie	
2	Pequeña depresión superficial	
3	El núcleo del vórtice es claramente visible con el uso de confetti	
4	Vórtice succiona partículas flotantes oero no aire	

4.2.3 PERFIL HIDRÁULICO DEL CANAL COLECTOR

Para llevar a cabo el análisis en el canal colector, debido a la geometría que presenta, se considera que el flujo en el canal es espacialmente variado, ver Figura 4. 14 y Figura 4. 15. De acuerdo con la bibliografía consultada (Sotelo, 2000), se determinó el perfil hidráulico a lo largo del canal colector; es importante destacar que en la bibliografía se hace referencia a perfiles hidráulicos en canales rectangulares de sección transversal constante, por ello se realizaron algunas adecuaciones al cálculo para considerar que el canal es de ancho variable.

Se definieron secciones en el canal en las que se calculó el tirante para así obtener el perfil hidráulico con ayuda del concepto del flujo espacialmente variado. Las pérdidas que se obtienen en el cálculo están en función de la rugosidad del acrílico con el que fue fabricado el canal colector del modelo ($\varepsilon = 0.0028\text{mm}$), esta rugosidad fue proporcionada por el fabricante del acrílico.

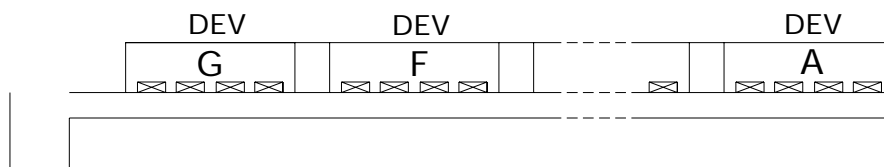


Figura 4. 14 DEV, Frente

Para la solución del flujo espacialmente variado con gasto creciente, utilizaremos la ecuación de incrementos finitos. En seguida se describe el procedimiento del cálculo del tirante en las secciones definidas en el canal.

Datos:

Condición: Tubería de conexión de primer registro y segundo registro a paño con 2 rejillas

Ancho de canal en las secciones definidas para la medición en el modelo:

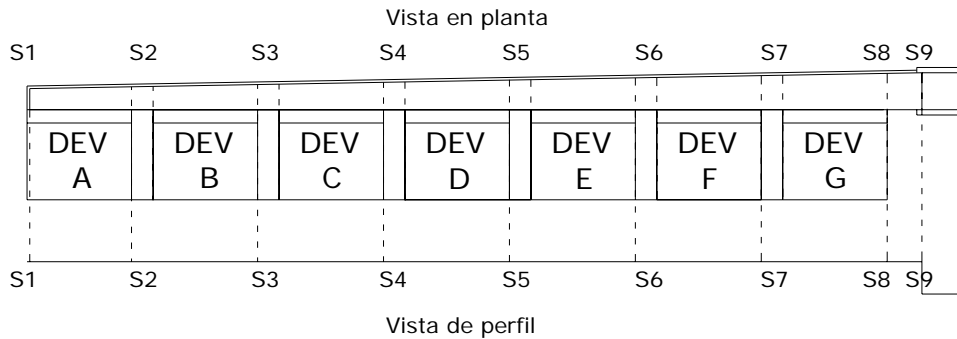


Figura 4. 15 Secciones en planta y perfil del canal colector

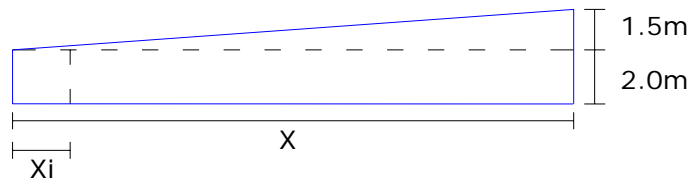


Figura 4. 16 Obtención del ancho de canal en las secciones de medición

$$\text{Ancho del canal} = \frac{(1.5\text{m})x_i}{X} + 2\text{m}$$

En la Tabla 4. 8 se resumen los cálculos para la obtención del ancho de canal en cada una de las secciones definidas para la medición de los tirantes en el canal.

Tabla 4. 8 Ancho de canal en las secciones de medición

Sección	Distancia entre sección		Distancia acumulada	Ancho de canal (m)
	Modelo (cm)	Prototipo (m)		
1	1.35	0.27	0.27	2.00
2	59.20	11.89	12.16	2.22
3	60.00	12.05	24.22	2.43
4	59.90	12.03	36.25	2.64
5	59.00	11.85	48.10	2.85
6	62.00	12.46	60.56	3.07
7	57.70	11.59	72.15	3.28
8	46.70	9.38	81.53	3.45
9	15.40	3.09	84.62	3.50

Para obtener el perfil hidráulico y debido al régimen subcrítico que se presenta en el canal, el procedimiento de cálculo se efectuará a partir del tirante crítico al final del canal, antes de llegar al registro, hacia aguas arriba; en la sección de control se tiene que:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

de acuerdo con la Ecuación 4.3, el área es

$$A = B(y_c)$$

la velocidad en la sección de control es

$$v_c = \frac{q}{y_c} \quad \text{Ecuación 4.8}$$

y de la Ecuación 4.4, el área transversal de la sección de control es

$$A_c = \frac{Q}{v_c}$$

Debido a la configuración de abertura indicada por las políticas de operación, la distribución del gasto a lo largo del canal es variable, y para el caso particular de $10,000\text{m}^3/\text{s}$ operando sólo los DEV A y G, ver Figura 4. 17, el gasto en cada sección resulta como se describe en la Tabla 4. 9.

Tabla 4. 9 Distribución de gastos en el canal colector, según la configuración de abertura de los DEV

Sección	Gasto (m^3/s)							
	10,000		20,000			33,600		40,000
	A, G	F, G	D, E, F, G	A, B, C, D	A, B, F, G	B, C, D, E, F, G	A, B, C, D, E, F	A, B, C, E, F, G
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.389	1.389	0.000	1.389	1.389	0.000	1.556	1.852
3	1.389	2.778	0.000	2.778	2.778	1.556	3.111	3.704
4	1.389	2.778	0.000	4.167	2.778	3.111	4.667	5.556
5	1.389	2.778	1.389	5.556	2.778	4.667	6.222	5.556
6	1.389	2.778	2.778	5.556	2.778	6.222	7.778	7.407
7	1.389	2.778	4.167	5.556	4.167	7.778	9.333	9.259
8	2.778	2.778	5.556	5.556	5.556	9.333	9.333	11.111
9	2.778	2.778	5.556	5.556	5.556	9.333	9.333	11.111

Cabe indicar que la sección 9 se localiza inmediatamente después de la zona de control.

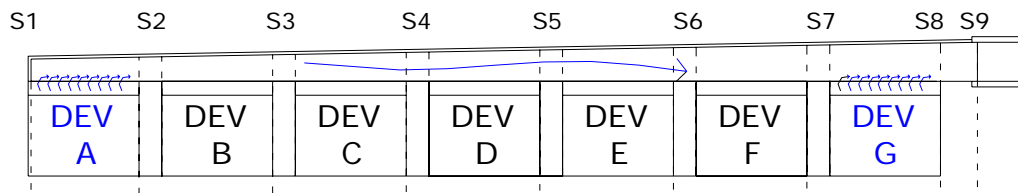


Figura 4. 17 DEV A y G operando para el gasto de $10,000\text{m}^3/\text{h}$

La ecuación de la energía entre la sección de control y la sección 9 es:

$$y_9 + \frac{q^2}{y_9^2(2g)} = \Delta Z + y_c + \frac{v_c^2}{2g} + 0.5 \left[\frac{v_c^2}{2g} - \frac{q^2}{y_9^2(2g)} \right]$$

Debido a que la distancia que separa estas dos secciones es muy pequeña, el tirante en la sección 9 resulta $y_9 = y_c$.

A partir de la sección 9 se hace uso del procedimiento de incrementos finitos para flujo espacialmente variado con el fin de obtener los tirantes en las secciones en las que se definieron previamente en el modelo para realizar las mediciones.

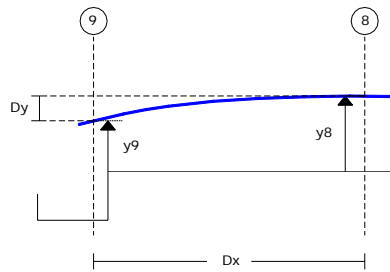


Figura 4. 18 Esquema del método de incrementos finitos

En el capítulo 2 se trata la teoría del método, el cálculo del tirante en la sección 8, conocido el tirante en la sección 9, se describe a continuación,

La ecuación de la energía entre la sección 8 y 9 del canal colector

$$y_8 + \frac{q^2}{y_8^2(2g)} = \Delta Z + y_9 + \frac{v_9^2}{2g} + \Delta y$$

donde Δy se obtiene con el método de incrementos finitos

$$\Delta y = \left(\frac{Q_1}{g} \right) \left(\frac{v_1 + v_2}{Q_1 + Q_2} \right) \left[(v_2 - v_1) + \frac{(Q_2 - Q_1)}{Q_1} (v_2) \right] + S_f \Delta x \quad \text{Ecuación 4. 9}$$

sustituyendo la Ecuación 4.9 en la ecuación de la energía entre las secciones 8 y 9, se tiene lo siguiente:

$$y_8 + \frac{q^2}{y_8^2(2g)} = \Delta Z + y_9 + \frac{v_9^2}{2g} + \left(\frac{Q_8}{g} \right) \left(\frac{v_8 + v_9}{Q_8 + Q_9} \right) \left[(v_9 - v_8) + \frac{(Q_9 - Q_8)}{Q_8} (v_9) \right] + S_f \Delta x$$

Por otro lado, de la ecuación de Manning, se tiene

$$v = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} \quad \text{Ecuación 4. 10}$$

despejando S,

$$S_f = \left[\frac{\bar{v} \cdot n}{R_H^{2/3}} \right]^2 \quad \text{Ecuación 4. 11}$$

donde la velocidad media es

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{Ecuación 4. 12}$$

y el radio hidráulico medio es

$$\bar{R}_H = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad \text{Ecuación 4. 13}$$

Características físicas del canal colector:

$$S_o = 0.00 \quad (\text{por lo tanto, } \Delta Z = 0.00\text{m})$$

$$n = 0.011$$

Procedimiento de cálculo:

Para facilitar el cálculo, se realizó un programa en una hoja de cálculo como la que se muestra en la Figura 4. 19:

Sección	y ₂ (m)	y ₁ (m)	Δy' (m)	b ₁ (m)	b ₂ (m)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	Q ₁ (m ³ /s)	Q ₂ (m ³ /s)	P ₁ (m)	P ₂ (m)	A ₁ (m ²)	A ₂ (m ²)	R ₁ (m)	R ₂ (m)	Sf	Δy' (m)
1-2																	

Figura 4. 19 Hoja de cálculo para el método de incrementos finitos

1. En la primera iteración, se propone un incremento de 0.10m al tirante de la sección 9, y con esto se obtiene un tirante para la sección 8, que servirá de pivote al realizar el proceso de cálculo.
2. De acuerdo con la Tabla 4. 8 se determina el ancho del canal que le corresponde a las secciones que se están analizando, que para el primer tramo se trata de los anchos de las secciones 8 y 9.
3. Se determina qué gasto es el que pasa por ese tramo de acuerdo con la Tabla 4. 9 (y de acuerdo con las políticas de operación, es decir, que la aportación del gasto está en función de la configuración de DEV funcionando).
4. Calcular el área transversal para cada sección de análisis con los tirantes que se obtuvieron en el paso 1 y el ancho del canal del paso 3.
5. Se calcula la velocidad del flujo en cada sección del canal colector, dividiendo el gasto entre el área transversal de la sección.

6. El perímetro mojado en cada sección se obtiene de la suma de dos veces el tirante de la sección y el ancho del canal.
7. Se obtiene el radio hidráulico dividiendo el área hidráulica entre el perímetro mojado de cada sección.
8. Para obtener la velocidad media, se realiza el promedio aritmético las velocidades de las dos secciones calculadas en el paso 5.
9. El radio hidráulico medio, se calcula con el promedio aritmético de los radios hidráulicos de las secciones del tramo en análisis, obtenidos en el paso 7.
10. Con los resultados de la velocidad media y radio hidráulico medio, y utilizando la Ecuación 4.10, se calcula la pendiente hidráulica entre las dos secciones del tramo.
11. Con la Tabla 4. 8 se determina la distancia entre las dos secciones del tramo.
12. Finalmente, los datos de gastos, velocidades, pendientes, tirantes y distancia entre las secciones se sustituyen en la Ecuación 4.9 para encontrar el incremento en y .
13. El valor que se ha obtenido de $\Delta y'$ deberá ser sustituido por el valor de 0.10m propuesto en el paso 1, y a su vez deberá ser adicionado al valor del tirante conocido (para el primer tramo es el tirante en la sección 9) y con ello se obtendrá un nuevo valor del tirante en la sección siguiente (para el primer tramo es el tirante en la sección 8), esto con el fin de repetirse el procedimiento hasta que el valor del incremento propuesto en la columna sombreada y el calculado en última columna de la Figura 4. 20 sean iguales.
14. Una vez que se tiene el tirante (sección 8), éste se toma como tirante conocido para el siguiente tramo y realizar el mismo procedimiento de tal manera que se obtenga el tirante en la siguiente sección (sección 7), y así sucesivamente hasta llegar a la sección 1 del canal colector.

El realizar el procedimiento anterior en la hoja de cálculo y para el primer tramo del canal, se obtiene una tabla como la que se muestra en la Figura 4. 20, en la que se observa que el tirante calculado en la sección 7 y para la configuración que se describe en la Figura 4. 17 es $y_7 = 0.719\text{m}$.

	y_2	y_1	$\Delta y'$	b_1	b_2	v_1	v_2	Q_1	Q_2	P_1	P_2	A_1	A_2	RH_1	RH_2	S_f	$\Delta y'$
Sección 8 - 7	0.400	0.500	0.1000	3.279	3.445	1.693	2.014	1.389	2.778	4.280	4.246	1.641	1.380	0.383	0.325	0.002	0.309525
	0.400	0.710	0.3095	3.279	3.445	1.193	2.014	1.389	2.778	4.699	4.246	2.328	1.380	0.495	0.325	0.001	0.318356
	0.400	0.719	0.3184	3.279	3.445	1.179	2.014	1.389	2.778	4.716	4.246	2.357	1.380	0.500	0.325	0.001	0.318381
	0.400	0.719	0.3184	3.279	3.445	1.179	2.014	1.389	2.778	4.717	4.246	2.357	1.380	0.500	0.325	0.001	0.318381
	0.400	0.719	0.3184	3.279	3.445	1.179	2.014	1.389	2.778	4.717	4.246	2.357	1.380	0.500	0.325	0.001	0.318381
	0.400	0.719	0.3184	3.279	3.445	1.179	2.014	1.389	2.778	4.717	4.246	2.357	1.380	0.500	0.325	0.001	0.318381
	0.400	0.719	0.3184	3.279	3.445	1.179	2.014	1.389	2.778	4.717	4.246	2.357	1.380	0.500	0.325	0.001	0.318381

Figura 4. 20 Cálculo del tirante en la sección 8

Finalmente, haciendo un resumen de los tirantes en las 9 secciones de medición, se presenta la Tabla 4. 10

Tabla 4. 10 Tirantes para $10,000\text{m}^3/\text{h}$, A G

10,000 m ³ /h A - G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	Y _c	2.778	0.400
8	y ₈	y	2.778	0.400
7	DEV	G	1.389	0.719
6		F	1.389	0.713
5		E	1.389	0.705
4		D	1.389	0.693
3		C	1.389	0.675
2		B	1.389	0.644
1		A	0.000	1.258

Tabla 4. 11 Tirantes para $10,000\text{m}^3/\text{h}$, F G

10,000 m ³ /h F - G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	Y _c	2.778	0.400
8	y ₈	y	2.778	0.400
7	DEV	G	2.778	0.424
6		F	2.778	0.421
5		E	2.778	0.439
4		D	2.778	0.424
3		C	2.778	0.327
2		B	1.389	1.266
1		A	0.000	1.345

Tabla 4. 12 Tirantes para $20,000\text{m}^3/\text{h}$, D E F G

20,000m ³ /h, D-E-F-G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	Y _c	5.556	0.636
8	y ₈	y	5.556	0.636
7	DEV	G	4.167	0.950
6		F	2.778	1.102
5		E	1.389	1.298
4		D	0.000	1.719
3		C	0.000	1.779
2		B	0.000	1.893
1		A	0.000	1.876

Tabla 4. 13 Tirantes para 20,000m³/h, A B C D

20,000m ³ /h, A-B-C-D				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	y _c	5.556	0.636
8	y ₈	y	5.556	0.636
7	DEV	G	5.556	0.701
6		F	5.556	0.649
5		E	5.556	0.990
4		D	4.167	1.084
3		C	2.778	1.185
2		B	1.389	1.315
1		A	0.000	1.591

Tabla 4. 14 Tirantes para 20,000m³/h, A B F G

20,000m ³ /h, A-B-F-G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	y _c	5.556	0.636
8	y ₈	y	5.556	0.636
7	DEV	G	4.167	0.950
6		F	2.778	1.102
5		E	2.778	1.082
4		D	2.778	1.055
3		C	2.778	1.011
2		B	1.389	1.400
1		A	0.000	1.988

Tabla 4. 15 Tirantes para 33,600m³/h, B C D E F G

33,600m ³ /h, B-C-D-E-F-G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	y ₉	y _c	9.333	1.507
8	y ₈	y	9.333	1.507
7	DEV	G	7.778	1.569
6		F	6.222	1.646
5		E	4.667	1.748
4		D	3.111	1.899
3		C	1.556	2.145
2		B	0.000	2.757
1		A	0.000	2.733

Tabla 4. 16 Tirantes para 33,600m³/h, A B C D E F

33,600m ³ /h, A-B-C-D-E-F				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	Y ₉	Y _c	9.333	1.507
8	Y ₈	y	9.333	1.507
7	DEV	G	7.778	1.569
6		F	7.778	1.548
5		E	6.222	1.638
4		D	4.667	1.761
3		C	3.111	1.936
2		B	1.556	2.217
1		A	0.000	2.902

Tabla 4. 17 Tirantes para 40,000m³/h, A B C E F G

40,000m ³ /h, A-B-C-E-F-G				
Sección	Localización de la sección		Gasto (m ³ /s)	Tirante (m)
9	Y ₉	Y _c	11.111	2.438
8	Y ₈	y	11.111	2.438
7	DEV	G	9.259	2.467
6		F	7.407	2.505
5		E	5.556	2.561
4		D	5.556	2.544
3		C	3.704	2.653
2		B	1.852	2.859
1		A	0.000	3.464

MODELO ICA-ALTAMIRA Q= 10,000 m³/h, n=0.011.
DISEÑO FINAL INSTITUTO DE INGENIERÍA

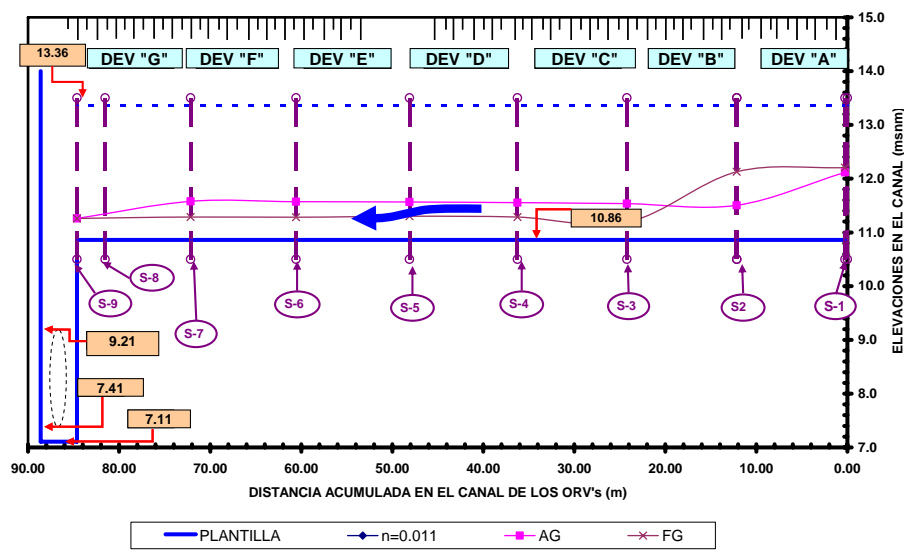


Figura 4. 21 Perfiles hidráulicos en el canal colector para el gasto de 10,000m³/h

MODELO ICA-ALTAMIRA $Q=20,000\text{ m}^3/\text{h}$, $n=0.011$.
DISEÑO FINAL INSTITUTO DE INGENIERÍA

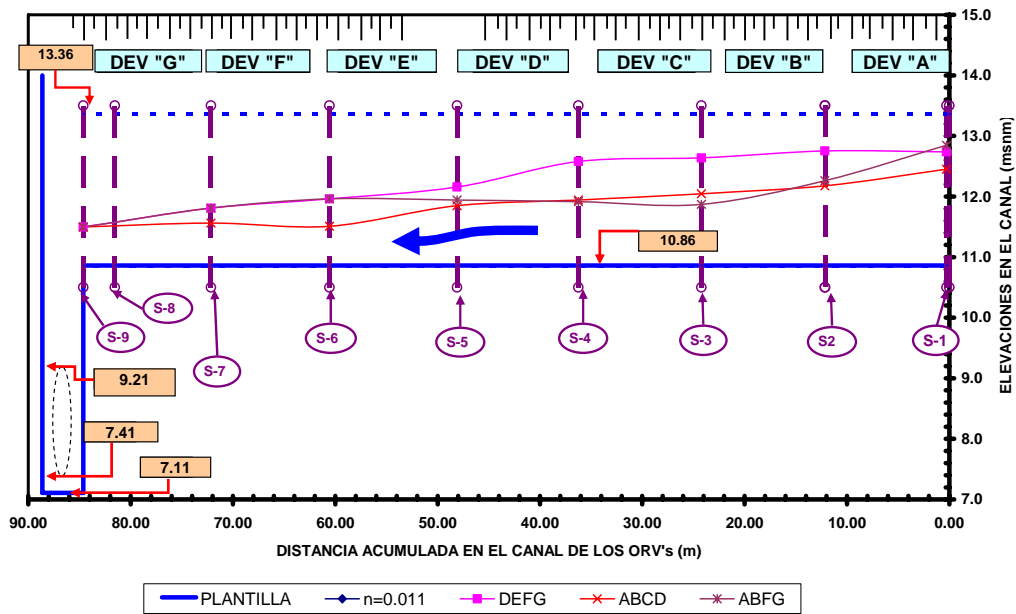


Figura 4. 22 Perfiles hidráulicos en el canal colector para el gasto de $20,000\text{ m}^3/\text{h}$

MODELO ICA-ALTAMIRA $Q=33,600\text{ m}^3/\text{h}$, $n=0.011$.
DISEÑO FINAL INSTITUTO DE INGENIERÍA

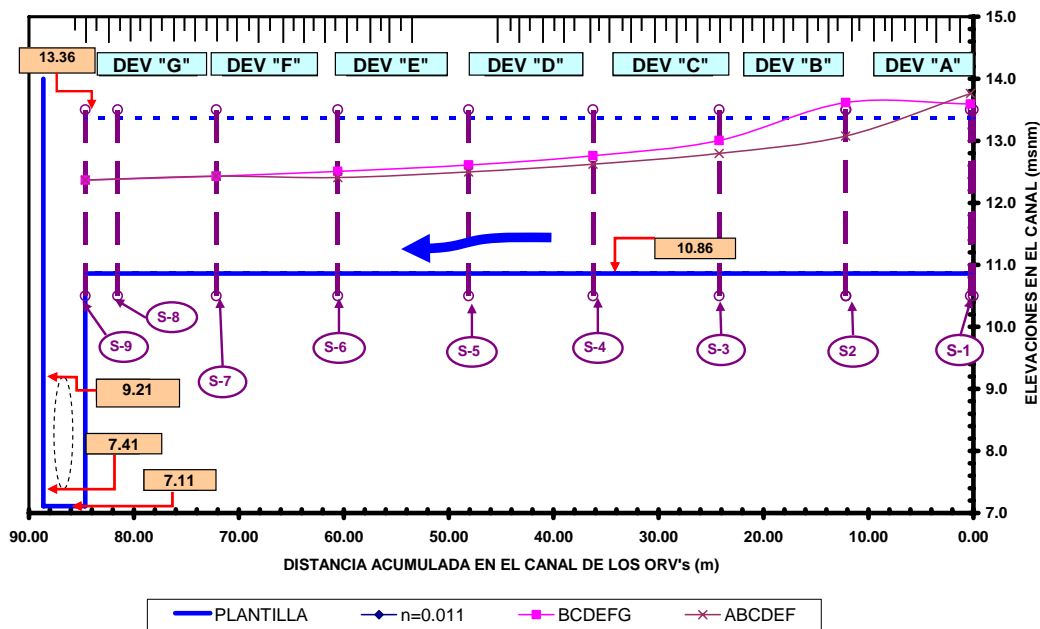


Figura 4. 23 Perfiles hidráulicos en el canal colector para el gasto de $33,600\text{ m}^3/\text{h}$

MODELO ICA-ALTAMIRA $Q= 40,000 \text{ m}^3/\text{h}$, $n=0.011$.
DISEÑO FINAL INSTITUTO DE INGENIERÍA

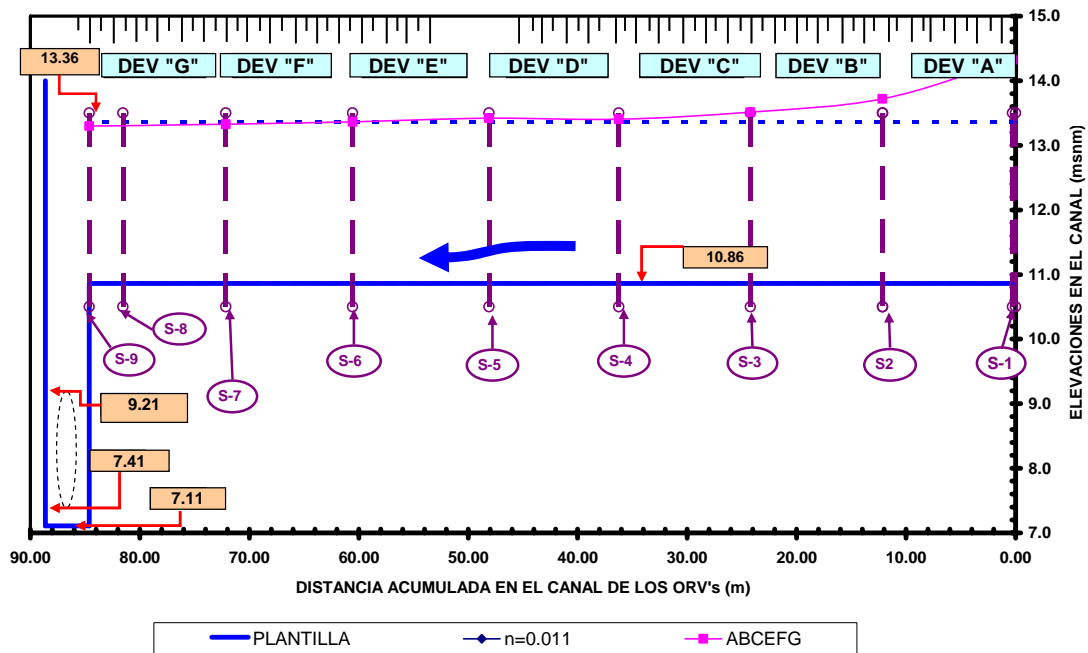


Figura 4. 24 Perfil hidráulico en el canal colector para el gasto de $40,000 \text{ m}^3/\text{h}$

4.2.4 PERFIL HIDRÁULICO EN LA CAJA AMORTIGUADORA

A partir de la cresta del cimacio, se realizará el cálculo del perfil hidráulico, a lo largo de la rápida, así como del perfil en la caja amortiguadora. Dentro de la caja amortiguadora se tiene una superficie alabeada formada por una parábola y un arco de circunferencia, y para calcular el perfil hidráulico sólo se calcularon tirantes en la superficie con ayuda de la ecuación de la energía.

Se establece la ecuación de la energía entre la cresta del cimacio y la zona final de la rápida, ver Figura 4. 25.

Datos:

Rápida:

Ancho:	6.00m
Elevación al final:	5.78m
Pendiente:	0.25
Ángulo de inclinación:	14.036°

Longitud: 15.218m

$$L = \frac{9.471 - 5.780}{0.25}$$

n (Manning): 0.011

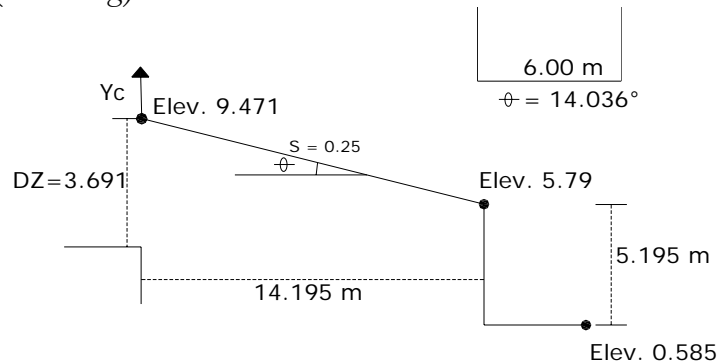


Figura 4. 25 Geometría de la rápida y superficie alabeada

La ecuación de la energía entre la cresta del cimacio y el inicio de la parábola (fin de la rápida) puede verse en la Figura 4. 26:

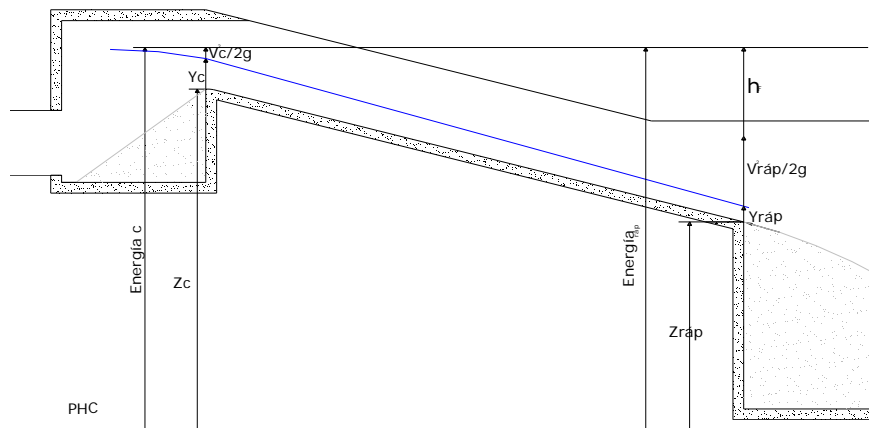


Figura 4. 26 Ecuación de la energía entre la cresta del vertedor e inicio de la parábola

entonces la ecuación queda:

$$Z_{\text{Vertedor}} + y_{\text{Vertedor}} + \frac{v_{\text{Vertedor}}^2}{2g} = Z_1 + y_1 \cos \theta + \frac{v_1^2}{2g} + \Sigma h$$

Donde las pérdidas se obtienen mediante la expresión proveniente de la ecuación de Manning, entonces de las Ecuaciones 4.11, 4.12 y 4.13

$$h_f = \left[\frac{\bar{v} \cdot n}{R_H^{2/3}} \right]^2 L \quad \bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \bar{R}_H = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

Al resolver la ecuación de la energía, se tiene que el tirante al inicio de la superficie alabeada es de 0.056m, por lo que la energía es de 9.89m. En la Tabla 4. 18 se muestran los resultados tanto para el gasto de 10,000m³/h, como para los gastos de 20,000m³/h; 33,600m³/h y 40,000m³/h.

Tabla 4. 18 Tirantes el inicio de la superficie alabeada para todos los gastos de análisis

Q _s (m ³ /h)	Q _s (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	y _c (m)	A _c (m ²)	v _c (m/s)	P _c (m)	R _c (m)	Energía _c (msnm)	y _{rápida} (m)	A _{rápida} (m ² /s)	v _{rápida} (m/s)	P _{rápida} (m)	R _{rápida} (m)	v _{promedio} (m/s)	R _{promedio} (m)	Perdidas (m)	Energía _{pp} (msnm)
10.000	2.778	0.463	0.280	1.677	1.656	6.559	0.256	9.890	0.056	0.335	8.298	6.112	0.055	4.977	0.155	0.547	9.890
20.000	5.556	0.926	0.444	2.663	2.086	6.888	0.387	10.137	0.106	0.635	8.748	6.212	0.102	5.417	0.244	0.354	10.137
33.600	9.333	1.556	0.627	3.763	2.480	7.254	0.519	10.412	0.171	1.027	9.085	6.342	0.162	5.783	0.340	0.259	10.412
40.000	11.111	1.852	0.704	4.227	2.629	7.409	0.570	10.528	0.201	1.207	9.204	6.402	0.189	5.916	0.380	0.235	10.528

Para obtener el perfil hidráulico en la superficie alabeada de la caja amortiguadora, se planteó la ecuación de la energía entre el inicio de dicha superficie, y el punto de tangencia entre la parábola y el arco de circunferencia.

En el Anexo A se describe la obtención de la superficie alabeada para la caja amortiguadora; de donde se tienen los siguientes datos:

Para el tramo de la superficie definido por el arco de circunferencia tenemos los siguientes datos,

Radio del arco de circunferencia: 25.812m

Punto de tangencia: PT(12.94, 2.31)m

Ángulo de abertura del arco: 30°

Longitud del arco: 13.515m

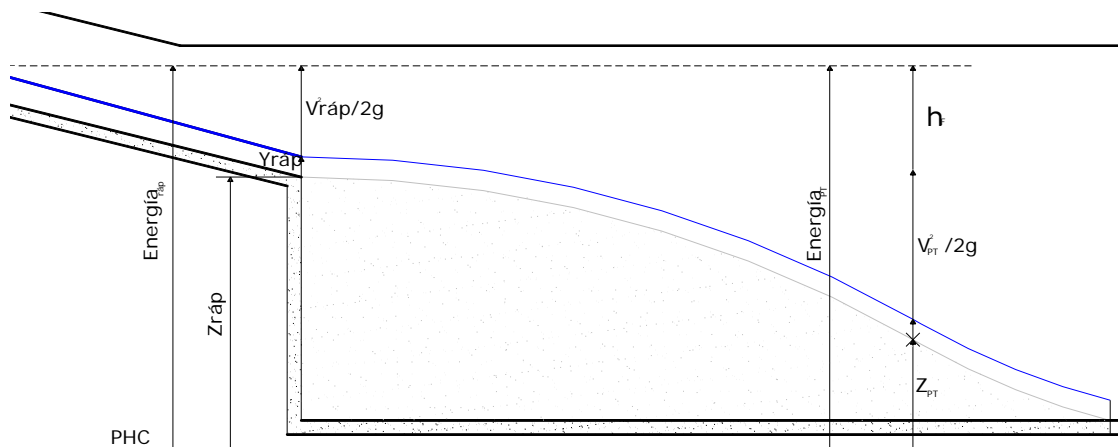


Figura 4. 27 Ecuación de la energía entre inicio de la superficie alabeada y el punto de tangencia PT

Entonces, la ecuación de la energía es:

$$Z_{rápida} + y_{rápida} \cos \theta + \frac{v_{rápida}^2}{2g} = Z_{PT} + y_{PT} \cos \theta + \frac{v_{PT}^2}{2g} + \Sigma h_f$$

Donde las pérdidas se obtienen de las Ecuaciones 4.11, 4.12 y 4.13:

$$h_f = \left[\frac{\bar{v} \cdot n}{R_H^{2/3}} \right]^2 L$$

En el capítulo 2 se describe el efecto de la curvatura de la superficie alabeada, se donde se obtiene la expresión siguiente:

$$h_{curvatura} = \pm \frac{(\bar{v})^2 y}{gR} \quad \text{Ecuación 4.14}$$

donde R es el radio del arco de circunferencia.

Tomando en consideración lo anterior, para los cuatro gastos, se tienen los resultados que se muestran en la Tabla 4. 19,

Tabla 4. 19 Tirantes en el Punto de Tangencia entre la parábola y el arco de circunferencia

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	Y _{espada} (m)	A _{espada} (m ²)	V _{espada} (m/s)	P _{espada} (m)	R _{espada} (m)	Energía _{espada} (msnm)	Y _{PT} (m)	A _{PT} (m ²)	V _{PT} (m/s)	P _{PT} (m)	R _{PT} (m)	V _{promedio} (m/s)	R _{promedio} (m)	Pérdidas (m)	Curva convexa	Energía _{PT} (msnm)
10,000	2.778	0.463	0.056	0.335	8.298	6.112	0.055	9.344	0.047	0.283	9.799	6.094	0.047	9.049	0.051	9.981	0.018	9.344
20,000	5.556	0.926	0.106	0.635	8.748	6.212	0.102	9.783	0.072	0.434	12.815	6.145	0.071	10.781	0.086	6.951	0.047	9.783
33,600	9.333	1.556	0.171	1.027	9.085	6.342	0.162	10.153	0.106	0.637	14.646	6.212	0.103	11.865	0.132	4.771	0.090	10.152
40,000	11.111	1.852	0.201	1.207	9.204	6.402	0.189	10.293	0.122	0.733	15.158	6.244	0.117	12.181	0.153	4.142	0.111	10.293

Una vez conocido el tirante en el punto de tangencia, se plantea la ecuación de la energía entre el punto de tangencia y la plantilla del tanque amortiguador, ver Figura 4. 28

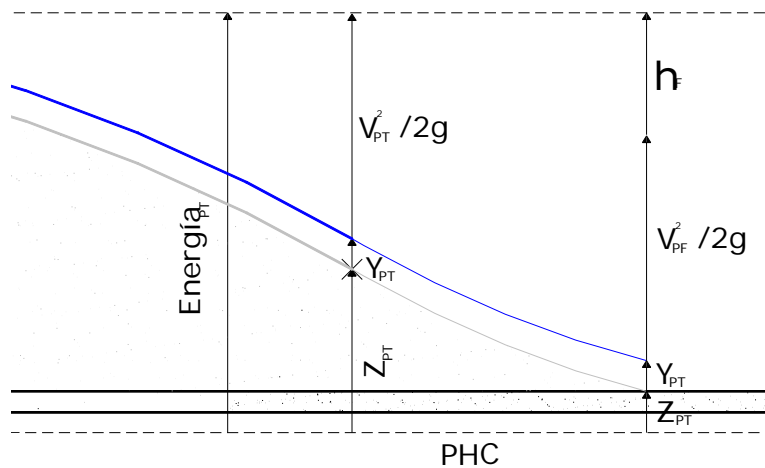


Figura 4. 28 Ecuación de la energía entre el punto de tangencia PT y la plantilla del tanque amortiguador

Ecuación de la parábola:

$$y = 0.25x + 0.039x^2$$

Punto de tangencia:

PT(12.94, 2.31)m

Estableciendo la ecuación de la energía entre el Punto de Tangencia PT y el final de la superficie alabeada, en el tanque amortiguador PT:

$$Z_{PT} + y_{PT} \cos\theta + \frac{v_{PT}^2}{2g} = Z_{PF} + y_{PF} \cos\theta + \frac{v_{PF}^2}{2g} + \Sigma h_f$$

al resolver se obtuvieron los resultados que se presentan en la Tabla 4. 20,

Tabla 4. 20 Tirantes al final de la superficie alabeada

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	y _{PT} (m)	A _{PT} (m ²)	v _{PT} (m/s)	P _{PT} (m)	R _{PT} (m)	Energía _{onda} (msnm)	y _{PF} (m)	A _{PF} (m ²)	v _{PF} (m/s)	P _{PF} (m)	R _{PF} (m)	v _{promedio} (m/s)	R _{promedio} (m)	Perdidas (m)	Curva cóncava	Energía _{pt} (msnm)
10,000	2,778	0,463	0,047	0,283	9,799	6,094	0,047	5,525	0,087	0,521	5,336	6,174	0,084	7,567	0,065	1,661	0,016	5,525
20,000	5,556	0,926	0,072	0,434	12,815	6,145	0,071	9,025	0,103	0,617	8,998	6,206	0,099	10,907	0,085	2,433	0,053	9,026
33,600	9,333	1,556	0,106	0,637	14,646	6,212	0,103	11,621	0,135	0,811	11,509	6,270	0,129	13,077	0,116	2,313	0,113	11,622
40,000	11,111	1,852	0,122	0,733	15,158	6,244	0,117	12,414	0,151	0,907	12,247	6,302	0,144	13,702	0,131	2,165	0,143	12,414

Al final de la superficie alabeada en la caja amortiguadora se forma un salto hidráulico, se calcula la longitud del salto; dado que el salto hidráulico que se presenta es ahogado, se obtendrá el conjugado mayor, ver Tabla 4. 21, suponiendo que la longitud restante del tanque es la longitud en la que se presenta el salto, ver Figura 4. 29.

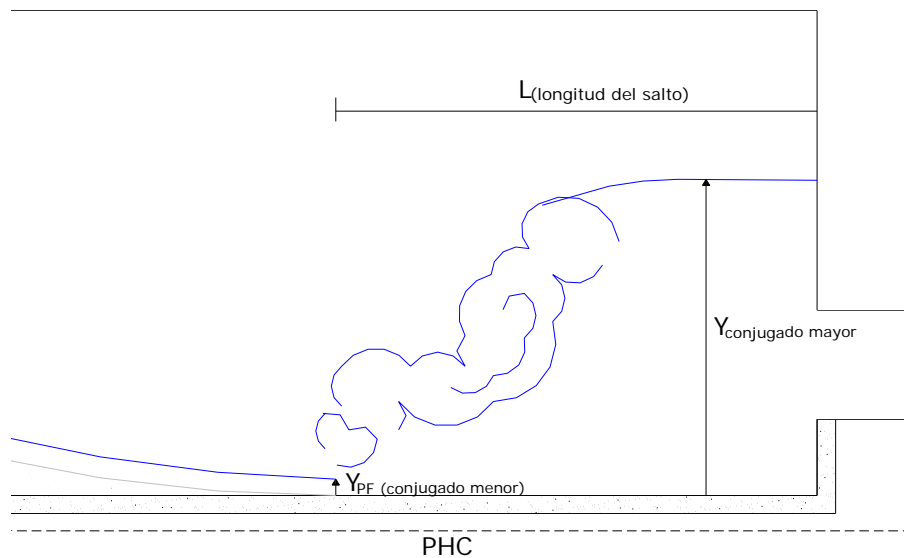


Figura 4. 29 Salto hidráulico en la caja amortiguadora

Tabla 4. 21 Conjugado mayor y longitud del salto en la caja amortiguadora

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	q (m ³ /s/m)	y _{PF} (m)	v _{PF} (m/s)	F _{r1} (PF)	y ₂ (PF) (m)	L _{Smetana} (m)	L _{Safranez} (m)	L _{Pavlovsky} (m)	L _{Rajaratnam} (m)	L _{Pavlovsky} (m)	L _{Rajaratnam} (m)	L _{Promedio} (m)
10,000	2,778	0,463	0,087	5,336	5,784	0,668	3,485	3,011	2,954	4,006	4,4233549	3,445	3,554
20,000	5,556	0,926	0,103	8,998	8,956	1,253	6,900	5,529	5,694	7,517	8,499743	6,795	6,823
33,600	9,333	1,556	0,135	11,509	9,994	1,844	10,253	8,105	8,421	11,064	12,505399	10,090	10,073
40,000	11,111	1,852	0,151	12,247	10,055	2,076	11,549	9,123	9,483	12,456	14,077097	11,365	11,342

Dado que la longitud al final de la superficie alabeada hasta la pared de la caja amortiguadora es de 7.90m, se determina que el salto hidráulico que se presenta para los gastos de $10,000\text{m}^3/\text{s}$ y $20,000\text{m}^3/\text{s}$ no es ahogado, mientras que para los gastos de $33,600\text{m}^3/\text{s}$ y $40,000\text{m}^3/\text{s}$ si es ahogado.

Para verificar el funcionamiento tanto en la caja amortiguadora, como en la tubería que sale de la caja, se realizará una revisión por medio del cálculo de un orificio de pared gruesa; esto se realiza con el objetivo de revisar el tirante que se presenta como conjugado mayor.

$$Q = A_{\text{orificio}} C_d \sqrt{2gH} \quad \text{Ecuación 4. 15}$$

Donde

C_d coeficiente de descarga = 0.55

H carga requerida

Por lo tanto, para los gastos de análisis se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 4. 22,

Tabla 4. 22 Carga sobre el orificio

Q (m^3/h)	Q (m^3/s)	q ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)	H (m)
10,000	2.778	0.463	0.201
20,000	5.556	0.926	0.803
33,600	9.333	1.556	2.267
40,000	11.111	1.852	3.212

Al comparar la carga requerida para que la tubería trabaje a presión, tenemos lo siguiente:

Tabla 4. 23 Comparación del conjugado mayor con la carga requerida

Q (m^3/h)	Q (m^3/s)	q ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)	H (m)	Y_2 (PF) (m)	Rige
10,000	2.778	0.463	0.201	0.668	conjugado mayor
20,000	5.556	0.926	0.803	1.253	conjugado mayor
33,600	9.333	1.556	2.267	1.844	carga requerida
40,000	11.111	1.852	3.212	2.076	carga requerida

4.3 REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO CON EL APOYO DE UN MODELO HIDRÁULICO

A la primera propuesta se le realizaron las modificaciones necesarias para obtener físicamente los cambios que se plantearon en la propuesta final para mejorar el funcionamiento del prototipo, ver Figura 4.30.

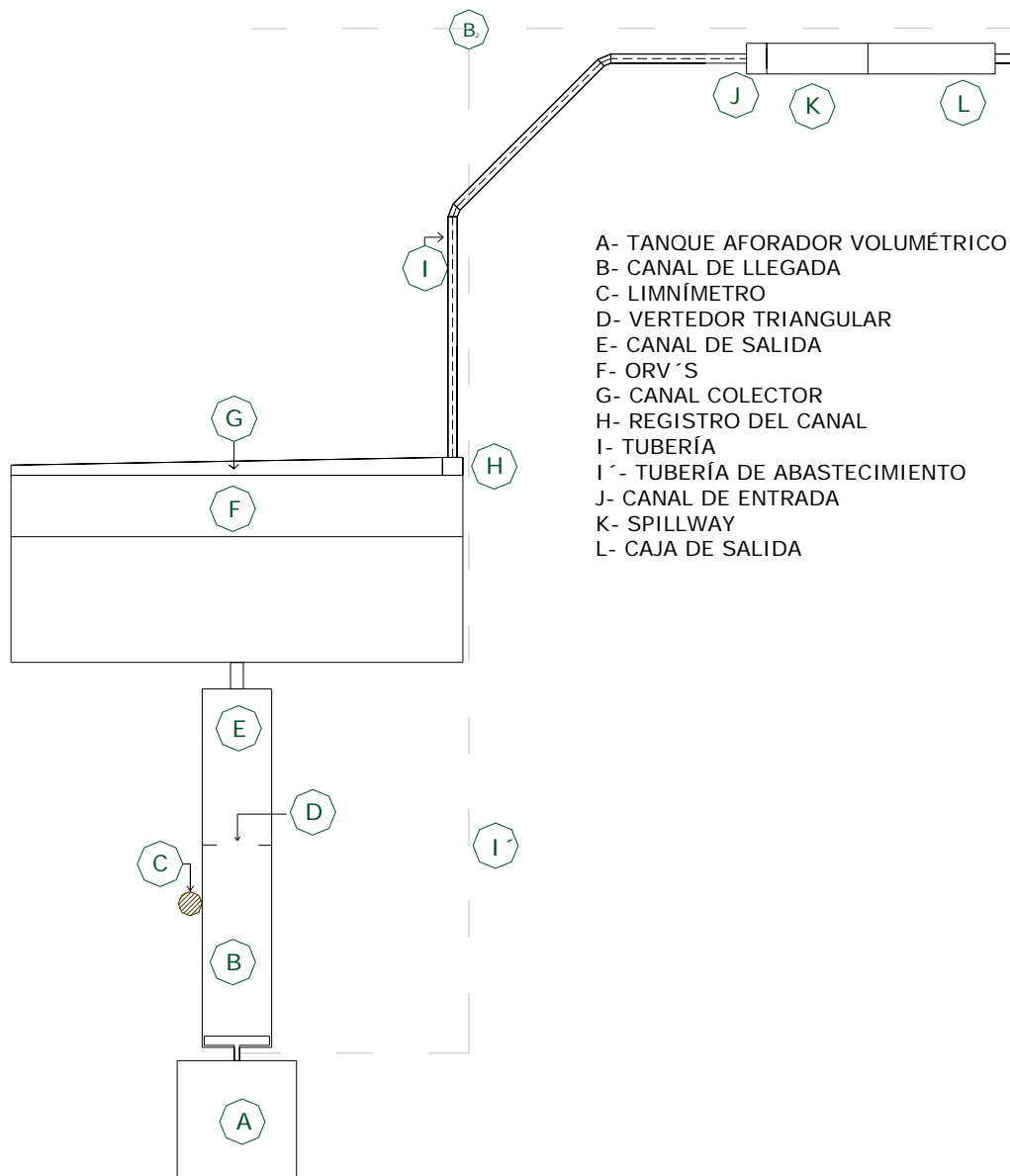


Figura 4. 30 Arreglo del modelo, vista en planta

4.3.1 CALIBRACIÓN DEL GASTO

La calibración del gasto se escribe en el Anexo I. Para efectuar esta calibración en el modelo se utilizó un vertedor triangular con un ángulo central de 90°, esta decisión se tomó de acuerdo a experiencias que recomiendan que para caudales de 30 l/s y cargas entre 6 y 60cm sobre la cresta, se afore con vertedores con ángulos centrales de 90°, ver Figura 4. 31.

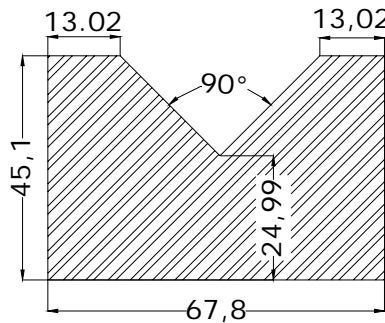


Figura 4. 31 Vertedor triangular

La ecuación general para calcular el caudal en un vertedor de este tipo está dado por la siguiente ecuación:

$$Q = Ch^{5/2} \quad \text{Ecuación 4. 16}$$

donde Q es el gasto, en m^3/s ; C es el coeficiente de descarga, en $m^{1/2}/s$ (ver capítulo 7, Sotelo, 1995); h es la carga de agua sobre la cresta del vertedor (para este caso, carga sobre el vértice), en m.

4.3.2 FUNCIONAMIENTO DE LOS DEV

Siguiendo la política de operación se llevaron a cabo las pruebas previas en el modelo físico para elegir las configuraciones de abertura de los DEV; entonces, el objetivo de realizar unas pruebas preliminares fue verificar el gasto que se obtuvo con el vertedor con ángulo central de 90° con un equipo ultrasónico, así como con la información obtenida del aforo volumétrico; con base en el funcionamiento que se observó, se tuvieron los resultados que se presentan en la Tabla 4. 24, en los que se describe el funcionamiento de descarga de los DEV; es decir, si esta descarga provocaba algún efecto en el registro o en el canal colector.

Tabla 4. 24 Efectos de descarga de los DEV

Corrida	Q (m ³ /h)	Núm. DEV	DEV Sugeridos	Punto más crítico
1	10 000	2	A, G	Vórtice en registro
2	10 000	2	F, G	Vórtice en registro
3	20 000	4	D, E, F, G	Vórtice en registro
4	20 000	4	A, B, C, D	Vórtice en registro
5	20 000	4	A, B, F, G	Vórtice en registro
6	33 600	6	B, C, D, E, F, G	Vórtice en registro e inundación registro y canal
7	33 600	6	A, B, C, D, E, F	Vórtice en registro e inundación registro y canal

4.3.3 FUNCIONAMIENTO DEL CANAL COLECTOR

Según los resultados que se tuvieron, una vez que se calculó el perfil hidráulico, se observó que el flujo que se presentaba a lo largo del canal era muy semejante; es decir que el comportamiento del agua que se presentaba en el canal era muy parecido al que se observaba con el cálculo; sin embargo, al final del canal colector, en la parte en la que se tenía la descarga hacia el primer registro, el tirante que se observaba era mayor al que se había previsto, ya que el registro se ahogaba y esto provocaba que se incrementara el tirante y no se presentara el crítico. Se colocaron regletas en los DEV para medir el tirante en estas secciones, y se colocó otra regleta más en la sección crítica.



Imagen 4. 1 Descarga de gastos pequeños en los DEV



Imagen 4. 2 Descarga de gastos grandes en los DEV

Durante la operación del modelo se observó que en la parte del canal en la que se encontraba el DEV que proporcionaba la primera descarga era menor y conforme descargaban los siguientes DEV el tirante aumentaba, lo cual es lógico debido al incremento del gasto; sin embargo, en la sección del canal colector en la que se encontraban el sexto y séptimo DEV, el tirante disminuía en su altura en comparación con los que se presentaban en secciones anteriores; otro punto que es importante destacar, es que para gastos pequeños, el agua vertida se observaba como una lámina que corría sobre la pared del canal; esto debe ser considerado para la construcción del prototipo y colocar refuerzo en la pared para evitar que se presenten desprendimientos durante el vertido del agua hacia el canal.

4.3.4 FUNCIONAMIENTO DEL PRIMER REGISTRO

El funcionamiento que mantuvo el primer registro durante la operación del modelo fue como un canal una vez que el agua recorría el canal colector se dirigía a este primer registro. Debido a la variación de descargas con las que se pretende manejar el prototipo, en este registro se presentaban turbulencias muy importantes provocando la formación de vórtices en la entrada de la tubería a presión, ver Imagen 4. 3. Y para resolver este inconveniente se propusieron diversas geometrías para fabricar rejillas que disminuyeran los efectos producidos por las turbulencias del agua. Todas las configuraciones propuestas para las rejillas fueron probadas en el modelo, esto con el fin de determinar cuál de ellas sería la que eliminara o disminuyera eficientemente la presencia de vórtices, además que permitiera ser construida en obra con las menores dificultades posibles. En la Figura 4. 25 se exponen la comparación de resultados teóricos con los medidos en el primer registro.



Imagen 4. 3 Presencia de vórtices en el primer registro

Tabla 4. 25 Comparación de resultados teóricos y medidos en el primer registro

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	y ₁ Teórico (m)	Energía registro I Teórico	y ₁ Medido (cm)	y ₁ Medido prot (m)	Energía registro I Medido
10,000	2.778	2.958	10.068	16.50	3.315	10.425
20,000	5.556	3.725	10.835	20.70	4.158	11.268
33,600	9.333	5.257	12.367	27.65	5.555	12.665
40,000	11.111	6.188	13.298	32.50	6.529	13.639

4.3.5 FUNCIONAMIENTO DE LA TUBERÍA DE CONEXIÓN

Durante la operación del modelo, para las diversas configuraciones de abertura de los DEV y de gastos, la tubería de conexión trabajó a presión, con velocidades de poco más de 4m/s, lo cual no es recomendable para la tubería que se colocará en el prototipo. Es conveniente mencionar que estas velocidades se presentaron tanto para las ocasiones en que se operó sin sistema de rejillas, como con rejillas en el primer registro; por ello es importante que este inconveniente sea considerado durante la construcción del prototipo. Se colocaron piezómetros a lo largo de la tubería de conexión como instrumento de medición en el modelo; sin embargo, se observó que éstos fueron un medio para eliminar las burbujas que lograban introducirse a la tubería, provenientes de la turbulencia que se presenta en el primer registro.

4.3.6 FUNCIONAMIENTO DEL SEGUNDO REGISTRO

Se observó que el agua que circulaba por el segundo registro daba origen a la presencia de turbulencias que no hacía muy clara la observación del tirante crítico en el vertedor; por lo que se propuso colocar una superficie en el registro a manera de obligar una trayectoria del agua.



Imagen 4. 4 Funcionamiento del segundo registro con pared inclinada

Se propusieron dos geometrías para esta superficie; una de ellas consiste en una superficie alabeada y otra superficie inclinada. La superficie alabeada se formó por dos arcos de circunferencia, mientras que la superficie inclinada tiene un ángulo de inclinación de 30° que llegan hasta el inicio del vertedor. Una vez que se probaron las dos propuestas en el modelo se determinó que la superficie que mejores condiciones mostraba era la superficie inclinada, por lo que, finalmente, en el diseño del segundo registro mostraba la presencia de la superficie inclinada, ver Imagen 4. 4.

4.3.7 FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR

Debido a los cambios en la geometría del vertedor, se mejoró el funcionamiento; ya que no se presentaron sobre-elevaciones bruscas en la superficie del agua provocadas por las descargas de agua que circulan en él durante el funcionamiento del modelo. Es decir, que al presentarse una rápida sección constante, se disminuyó el efecto causado por la velocidad con la que traslada el agua desde el registro hasta la caja amortiguadora; aquí cabe mencionar que este efecto se presentó en la propuesta inicial. En la Tabla 4. 26 se presenta la comparación del tirante teórico con el medido en el vertedor.

Tabla 4. 26 Comparación del tirante teórico con el medido en el vertedor

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	y _c Teórico (m)	Energía registro c Teórico	y _c Medido (cm)	y _c Medido prot (m)	Energía registro c Medido
10,000	2.778	0.280	9.751	1.45	0.291	9.762
20,000	5.556	0.444	9.915	2.25	0.452	9.923
33,600	9.333	0.627	10.098	3.50	0.703	10.174
40,000	11.111	0.704	10.175	4.50	0.904	10.375

4.3.8 FUNCIONAMIENTO DE LA CAJA AMORTIGUADORA

En la propuesta inicial, se tenía una caída libre del agua proveniente de la rápida del vertedor; lo que provocaba fuertes turbulencias ocasionadas por la presencia de un salto hidráulico; por lo tanto, se consideró conveniente conducir el agua hasta el fondo del tanque por medio de una curva, encontrándose que la mejor opción era la combinación de una parábola con un arco de circunferencia, tangentes. Con esta solución se comprueba que el funcionamiento hidráulico mejora, ya que disminuyó la velocidad del flujo, y con ello la turbulencia ocasionada por el salto hidráulico; y se logró que la tubería de salida del registro trabajara a presión para los gastos de operación, además de disminuir la formación de burbujas de aire que entran a la tubería.

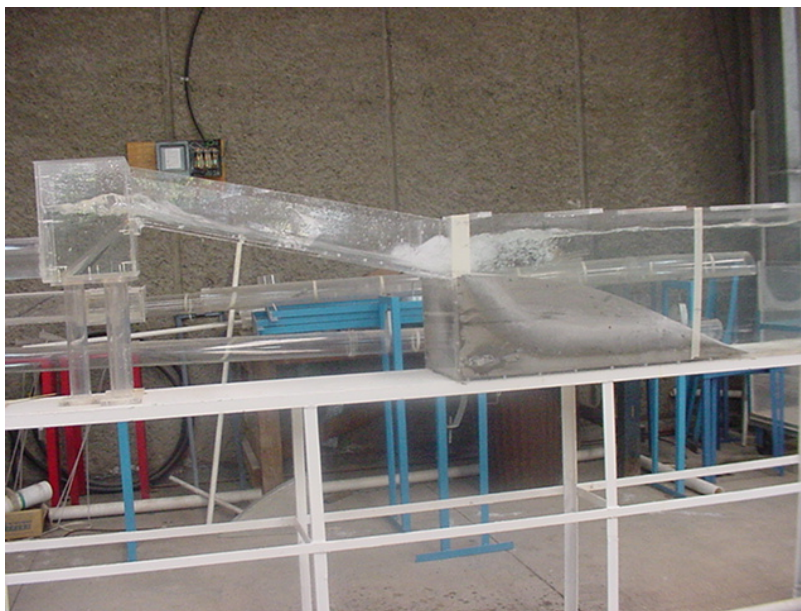


Imagen 4. 5 Vertedor, rápida y caja amortiguadora

4.4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Con los resultados que se obtuvieron por medio del cálculo, se realiza una comparación con los datos que se obtuvieron mediante las mediciones tomadas durante las diferentes pruebas en el modelo físico. En las Tabla 4. 27 a la Tabla 4. 34, se presenta una comparación de los tirantes medidos y calculados en el canal lateral.

Tabla 4. 27 Comparación de tirantes para 10,000m³/h, A G

10,000 m ³ /h AG								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y_c	2.778	0.400	11.260	1.8	0.362	11.222
8	Y	y	2.778	0.400	11.260	2.7	0.542	11.402
7	DEV	G	1.389	0.719	11.579	3.3	0.663	11.523
6		F	1.389	0.713	11.573	3.2	0.643	11.503
5		E	1.389	0.705	11.565	3.6	0.723	11.583
4		D	1.389	0.693	11.553	4.0	0.804	11.664
3		C	1.389	0.675	11.535	3.9	0.783	11.643
2		B	1.389	0.644	11.504	3.7	0.743	11.603
1		A	0.000	1.258	12.118	4.5	0.904	11.764

Tabla 4. 28 Comparación de tirantes para 10,000m³/h, F G

10,000 m ³ /h FG								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	2.778	0.400	11.260	1.7	0.342	11.202
8	Y	y	2.778	0.400	11.260	2.6	0.522	11.382
7	ORV	G	2.778	0.424	11.284	3.2	0.643	11.503
6		F	2.778	0.421	11.281	3.7	0.743	11.603
5		E	2.778	0.439	11.299	3.8	0.763	11.623
4		D	2.778	0.424	11.284	4.0	0.804	11.664
3		C	2.778	0.327	11.187	4.0	0.804	11.664
2		B	1.389	1.266	12.126	3.8	0.763	11.623
1		A	0.000	1.345	12.205	3.6	0.723	11.583

Tabla 4. 29 Comparación de tirantes para 20,000m³/h, D E F G

20,000 m ³ /h DEFG								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	5.556	0.636	11.496	2.5	0.502	11.362
8	Y	y	5.556	0.636	11.496	3.8	0.763	11.623
7	ORV	G	4.167	0.950	11.810	4.6	0.924	11.784
6		F	2.778	1.102	11.962	5.2	1.045	11.905
5		E	1.389	1.298	12.158	6.0	1.205	12.065
4		D	0.000	1.719	12.579	6.3	1.266	12.126
3		C	0.000	1.779	12.639	6.1	1.225	12.085
2		B	0.000	1.893	12.753	6.0	1.205	12.065
1		A	0.000	1.876	12.736	5.9	1.185	12.045

Tabla 4. 30 Comparación de tirantes para 20,000m³/h, A B C D

20,000 m ³ /h ABCD								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	5.556	0.636	11.496	2.6	0.522	11.382
8	Y	y	5.556	0.636	11.496	3.6	0.723	11.583
7	ORV	G	5.556	0.701	11.561	3.9	0.783	11.643
6		F	5.556	0.649	11.509	3.9	0.783	11.643
5		E	5.556	0.990	11.850	5.7	1.145	12.005
4		D	4.167	1.084	11.944	6.4	1.286	12.146
3		C	2.778	1.185	12.045	6.5	1.306	12.166
2		B	1.389	1.315	12.175	6.5	1.306	12.166
1		A	0.000	1.591	12.451	6.5	1.306	12.166

Tabla 4. 31 Comparación de tirantes para 20,000m³/h, A B F G

20,000 m ³ /h ABFG								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	5.556	0.636	11.496	2.3	0.462	11.322
8	Y	y	5.556	0.636	11.496	3.7	0.743	11.603
7	ORV	G	4.167	0.950	11.810	4.9	0.984	11.844
6		F	2.778	1.102	11.962	5.4	1.085	11.945
5		E	2.778	1.082	11.942	5.7	1.145	12.005
4		D	2.778	1.055	11.915	5.9	1.185	12.045
3		C	2.778	1.011	11.871	5.8	1.165	12.025
2		B	1.389	1.400	12.260	6.5	1.306	12.166
1		A	0.000	1.988	12.848	6	1.205	12.065

Tabla 4. 32 Comparación de tirantes para 33,600m³/h, B C D E F G

33,600 m ³ /h BCDEFG								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	9.333	1.507	12.367	9.2	1.848	12.708
8	Y	y	9.333	1.507	12.367	9.3	1.868	12.728
7	ORV	G	7.778	1.569	12.429	10.3	2.069	12.929
6		F	6.222	1.646	12.506	10.4	2.089	12.949
5		E	4.667	1.748	12.608	10.3	2.069	12.929
4		D	3.111	1.899	12.759	10.5	2.109	12.969
3		C	1.556	2.145	13.005	10.5	2.109	12.969
2		B	0.000	2.757	13.617	10.5	2.109	12.969
1		A	0.000	2.733	13.593	10.3	2.069	12.929

Tabla 4. 33 Comparación de tirantes para 33,600m³/h, A B C D E F

33,600 m ³ /h ABCDEF								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	9.333	1.507	12.367	9.1	1.8	12.688
8	Y	y	9.333	1.507	12.367	9.2	1.8	12.708
7	ORV	G	7.778	1.569	12.429	9.0	1.8	12.668
6		F	7.778	1.548	12.408	8.8	1.8	12.628
5		E	6.222	1.638	12.498	9.1	1.8	12.688
4		D	4.667	1.761	12.621	10.1	2.0	12.889
3		C	3.111	1.936	12.796	12.0	2.4	13.271
2		B	1.556	2.217	13.077	12.0	2.4	13.271
1		A	0.000	2.902	13.762	13.3	2.7	13.532

Tabla 4.34 Comparación de tirantes para 40,000m³/h, A B C E F G

33,600 m ³ /h ABCDEF								
Sección			Gasto	Tirante Teórico (m)	Elevación Teórica	Tirante Medido (cm)	Tirante Medido prot (m)	Elevación Medida
9	Y crítico	y _c	11.111	2.438	13.298	13.8	2.772	13.632
8	Y	y	11.111	2.438	13.298	13.8	2.772	13.632
7	ORV	G	9.259	2.467	13.327	13.7	2.752	13.612
6		F	7.407	2.505	13.365	13.9	2.792	13.652
5		E	5.556	2.561	13.421	14.1	2.833	13.693
4		D	5.556	2.544	13.404	14.4	2.893	13.753
3		C	3.704	2.653	13.513	14.3	2.873	13.733
2		B	1.852	2.859	13.719	14.2	2.853	13.713
1		A	0.000	3.464	14.324	13.9	2.792	13.652

4.5 CONCLUSIONES

De acuerdo con la comparación de resultados del apartado anterior, se observa que, para las diferentes configuraciones, existen resultados diversos para cada caso. Para las configuraciones con gasto de 10,000m³/h, los tirantes medidos no muestran diferencia considerable respecto con los medidos; ya que para el flujo en el canal colector y el primer registro, durante la operación del modelo, se presentó el tirante crítico, tal y como se esperaba, según los cálculos; y se determinó que la variación no fue mayor de 30cm (prototipo) en el primer registro.

Se presenta un fenómeno similar para el gasto de 20,000m³/h, sólo que, la diferencia entre los tirantes en el registro no excede de los 40cm. Es importante mencionar que se observó que para estas pruebas, la diferencia entre los tirantes medidos y calculados, no requerían de un mayor interés debido a que la pared del registro cubría perfectamente estos tirantes. Además, otro punto importante de considerar es que se presentaron complicaciones en el cálculo del perfil para la configuración ABCD no convergía el método, por lo que se trató que los resultados calculados fueran parecidos a los medidos.

Para los gastos de 33,600m³/h y 40,000m³/h, de acuerdo con la revisión del comportamiento del flujo en el registro, se determinó que no se presentaría el tirante crítico, por lo que se consideró que el tirante se que se presentaría sería la diferencia el tirante en el primer registro y la platilla del canal colector; por ello, se tomó esa diferencia como tirante en la descarga del canal hacia el registro. Al comparar este tirante con el medido en el modelo, que las variaciones son de entre 20 y 30cm, por lo que se considera que el funcionamiento del prototipo se encuentra dentro de las expectativas del cálculo.

Para los resultados teóricos en la cresta del vertedor, comparados con las mediciones, se observa que la variación de datos produce un mayor grado de confiabilidad, ya que para el mayor gasto, la diferencia entre estos tirantes es de 20cm, mientras que para el gasto menor, la diferencia es casi imperceptible, pues resulta de 1cm.

5. CONCLUSIONES

Después de realizar diversas pruebas con diferentes geometrías de las estructuras principales y auxiliares se encontró un diseño que funcionaba hidráulicamente en forma satisfactoria, sin presencia de vórtices ni entrada de burbujas de aire.

Las principales modificaciones que se realizaron fueron en el registro de entrada a la tubería que conduce el agua al vertedor. Estos cambios fueron diseñados y probados en el modelo con el diseño final de las estructuras, encontrando así un funcionamiento hidráulico satisfactorio.

La formación de vórtices presenta el inconveniente de que la frecuencia de ellos llegue a coincidir con la de la estructura donde se presenten y ocasionar el colapso de ella, por ello es importante diseñar dispositivos que lo inhiban, adicionalmente introducir burbujas de aire a la tubería, lo cual no es conveniente.

El problema principal en la propuesta inicial fue la insuficiencia de la capacidad del canal colector para los diferentes gastos indicados en las políticas de operación.

Durante el funcionamiento de la obra se debe cuidar la velocidad del flujo en las tuberías, ya que para gastos superiores a los 30,000 m³/h el valor de esta variable es superior a los 3 m/s, habría que consultar con el fabricante de la misma para ver si ella la resiste.

El ahogamiento del registro de entrada a la tubería que conduce el agua al vertedor es necesario para que ella trabaje a presión y con ello evitar su funcionamiento a superficie libre, aunque se presente el inconveniente de producir un remanso en el canal colector.

La pendiente del 4% de la plantilla del canal que conduce el agua procedente de los DEV para descargar al canal colector es fuerte y por ello ocasiona, al caer el chorro dentro de él que la superficie libre del agua en el interior de éste sea totalmente irregular y ocasiona la formación de burbujas de aire que se desplazan a lo largo del canal y entran al registro de entrada a la tubería que conduce el agua al vertedor.

La caja amortiguadora permite elevar el nivel del agua antes de la tubería de salida para que ésta pueda trabajar a presión como lo indican las condiciones de funcionamiento. Esta estructura tuvo la necesidad de modificarle el ancho, ya que con el que tenía inicialmente no era suficiente para soportar los gastos más grandes, además de introducirle una superficie alabeada para suavizar la caída y evitar así la formación de grandes turbulencias.

De los cálculos teóricos y las mediciones en los modelos de los tirantes en las diferentes estructuras se observa que existen algunas diferencias, producto de las consideraciones de algunos de los coeficientes utilizados en el cálculo de las pérdidas, sin embargo, se observa que los errores son muy pequeños, por lo que se puede considerar adecuado realizar modelos matemáticos para el diseño de estructuras, aunque, cabe mencionar que el uso de un modelo físico resulta conveniente, ya que en éste se hace evidente algunos comportamientos hidráulicos que pueden producir daños importantes en las estructuras.

A.1 CALIBRACIÓN DEL GASTO EN EL MODELO

Para conocer el gasto que circulaba en el modelo, se utilizó un vertedor triangular con un ángulo central de 90°; este tipo de vertedores se recomienda usarlos cuando se desean aforar caudales menores de 30l/s y carga sobre la cresta entre 6 y 60cm, que es el nuestro caso. La ecuación general para calcular el caudal en un vertedor de este tipo está dado por

$$Q = Ch^{3/2} \quad \text{Ecuación A1.1}$$

donde Q es el gasto, en m^3/s ; C es el coeficiente de descarga en $m^{1/2}/s$. (Ver capítulo 7, Sotelo, 1995); h carga de agua sobre la cresta del vertedor (para este caso, carga sobre el vértice), en m.

Sin embargo, debido a que existen diferentes fórmulas para calcular el coeficiente de gasto en forma teórica, se contrató el servicio de la empresa CEPA CONSULTORES EN HIDRÁULICA S.A. de C.V, la cual instaló un medidor ultrasónico que permitía conocer en forma simultánea la velocidad y el gasto. El dispositivo de medición se ubicó en una sección donde la tubería presentaba un funcionamiento a presión, para ello se seleccionó un punto entre la salida del registro de entrada y el vertedor, ver Figura A1.1. Adicionalmente, también se construyó un tanque para realizar aforos volumétricos, ver Figura A1.2; ya que se consideró que, disponiendo de las mediciones del equipo electrónico, ambos podrían ayudar a verificar cuál criterio para el cálculo del coeficiente C era el que mayor aproximación proporcionaba con respecto a los medidos. En la Tabla A1.1 se presenta el análisis de los resultados obtenidos y con base en ellos se determinó que el criterio propuesto por Hegly era el que mejor se aproximaba a los valores medidos.

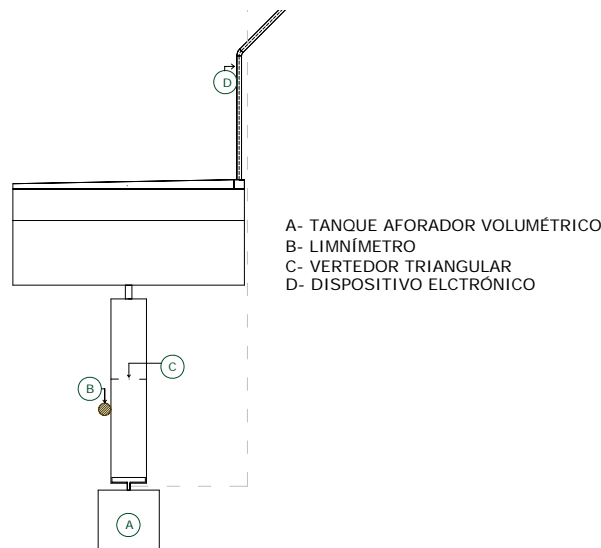


Figura A1.1 Ubicación del equipo de medición en la tubería a presión

Tabla A1.1 Pruebas de aforo

	Primera prueba				Segunda prueba				Tercera prueba			
b_{vertedor}	10.4	10.08	8.57	6.5	6.3	8.4	10.38	11.1	6.23	8.1	10.6	11
$Q_{\text{vertedor}} (m^3/s)$	0.005196	0.0048	0.003225	0.0016431	0.0015232	0.0051713	0.0051714	0.0061047	0.0014825	0.0028095	0.005196	0.00696
VOLUMÉTRICO												
Dh (cm)	1.5	1.5	1.5	1.5	5	5	5	5	5	5	10	
Área tanque (m ²)	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	1.36422	
Volumen (m ³)	0.0204633	0.0204633	0.0204633	0.0204633	0.068211	0.068211	0.068211	0.068211	0.068211	0.068211	0.136422	
Dt (seg)												
Dt ₁	3.64	4.69	6.42	11.42	40.21	20.42	14.5	14.5	11.74	39.02	21.53	25.76
Dt ₂					45.48	22.18	12.99	12.99	11.74	41.24	22.07	27.47
Dt ₃						20.14	13.25	13.25	11.25	40.27	22.6	26.12
Dt ₄										41.38	22.86	26.03
Dt ₅										42.8		
$Q_{\text{volumetrico}} (m^3/s)$												
Q _{voll}	0.00562	0.00436	0.00319	0.00179	0.0017	0.00334	0.0047	0.00581	0.00175	0.00317	0.0053	
Q _{vol2}					0.0015	0.00308	0.00525	0.00581	0.00165	0.00309	0.00497	
Q _{vol3}						0.00339	0.00515	0.00606	0.00169	0.00302	0.00522	
Q _{vol4}									0.00165	0.00298	0.00524	
Q _{vol5}									0.00159			
$Q_{\text{volumetrico}} (l/s)$												
Q _{voll}	5.62	4.36	3.19	1.79	1.7	3.34	4.7	5.81	1.75	3.17	5.3	
Q _{vol2}					1.5	3.08	5.25	5.81	1.65	3.09	4.97	
Q _{vol3}							5.15	6.06	1.69	3.02	5.22	
Q _{vol4}									1.65	2.98	5.24	
Q _{vol5}									1.59			
$Q_{\text{parato}} (l/s)$									1.46	2.85	5.1	5.7
$Q_{\text{vertedor hegly}} (l/s)$	5.196	4.8	3.225	1.643	1.523	3.071	5.171	6.105	1.483	2.81	5.196	5.96
$Q_{\text{volumetrico}} (l/s)$	5.62179	4.36318	3.18743	1.79188	1.59809	3.2675273	5.0344154	5.8944909	1.6676132	3.0652235	5.1814875	

A continuación se describe la selección del criterio para elegir la fórmula más adecuada para calcular el gasto en un vertedor triangular.

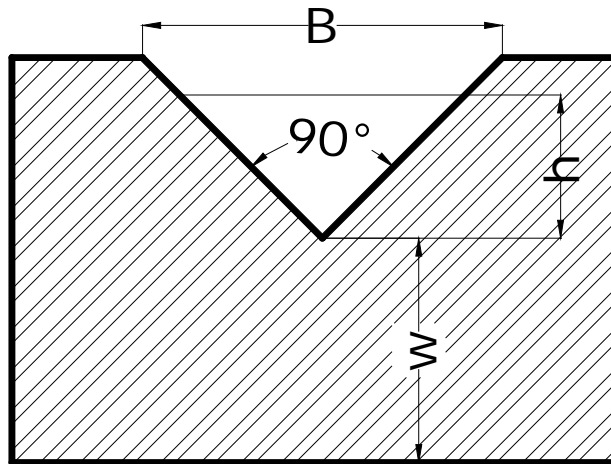


Figura A1.2 Geometría del vertedor triangular

Como se mencionó, la ecuación general para calcular el gasto en un vertedor triangular está dada por la Ecuación A1.1, de donde C es:

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g}(\mu) \quad \text{Ecuación A1.2}$$

Donde

- Q gasto de descarga por el vertedor triangular, en m³/s.
- C coeficiente de descarga, en m^{1/2}/s.
- h carga sobre la cresta del vertedor, en m.
- B ancho de la superficie libre del agua, en m.
- θ ángulo central del vértice, en grados (°).
- ω altura del respaldo, en m.

El problema consiste en elegir el criterio adecuado para determinar el valor de μ, todas las expresiones propuestas para valorarlo se encuentran en la tabla 7.2 del libro “Hidráulica General”, Vol. 1, Sotelo 1995. Para seleccionar de las 6 fórmulas que aparecen en la tabla mencionada y poder evaluar μ se usaron como referencia los valores medidos del caudal volumétrico y del medidor ultrasónico, y se encontró que el criterio de Hegly era el que mejor aproximación proporcionaba, este investigador propuso la relación siguiente:

$$\mu = \left[0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right] \left[1 + \left(\frac{h^2}{B(h + \omega)} \right)^2 \right] \quad \text{Ecuación A1.3}$$

Hay que señalar que el criterio de Heyndricks que a parece en la tabla mencionada en Hidráulica General, Sotelo, 1995, no se empleó, esto debido a que sólo es útil para vertedores con ángulo de 60° en el vértice; por ello, la Tabla A1.2 a la Tabla A1.6 se mencionan las cinco propuestas para obtener el valor de μ.

Tabla A1.2 Gasto teórico, criterio de la Universidad Católica de Chile

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE				
B/h=	2			
k =	1.15			
			$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu \kappa$	
		$Q = Ch^{5/2}$		
h (m)	m	C	Q (m ³ /s)	Qp (m ³ /h)
0.0623	0.600	1.630	0.001579	10282.90
0.0630	0.600	1.630	0.001624	10574.19
0.0650	0.600	1.630	0.001756	11433.50
0.0810	0.600	1.630	0.003044	19820.21
0.0840	0.600	1.630	0.003334	21706.70
0.0857	0.600	1.630	0.003505	22821.68
0.1008	0.600	1.630	0.005258	34241.04
0.1038	0.600	1.630	0.005658	36845.89
0.1040	0.600	1.630	0.005686	37023.63
0.1060	0.599	1.627	0.005953	38764.65
0.1100	0.599	1.627	0.006531	42525.84
0.1110	0.600	1.630	0.006691	43571.56

Tabla A1.3 Gasto teórico, criterio de Barr

BARR				
$Q = Ch^{5/2}$ $C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu$ $\mu = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$				
h (m)	m	C	Q (m ³ /s)	Qp (m ³ /h)
0.0623	0.600	1.417	0.001370	8939.51
0.0630	0.600	1.417	0.001410	9189.76
0.0650	0.599	1.415	0.001520	9927.66
0.0810	0.596	1.407	0.002630	17107.67
0.0840	0.595	1.406	0.002870	18718.66
0.0857	0.595	1.405	0.003020	19670.26
0.1008	0.592	1.399	0.004510	29397.79
0.1038	0.592	1.399	0.004850	31612.89
0.1040	0.592	1.398	0.004880	31764.00
0.1060	0.592	1.398	0.005110	33298.82
0.1100	0.591	1.397	0.005610	36499.41
0.1110	0.591	1.396	0.005730	37327.12

Tabla A1.4 Gasto teórico, criterio de Gourley y Crimp

GOURLEY Y CRIMP			
$Q = Ch^{5/2}$ $C = \frac{1.32 \tan(\theta/2)}{h^{0.03}}$			
h (m)	C	Q (m ³ /s)	Qp (m ³ /h)
0.0623	1.435	0.001390	9050.19
0.0630	1.434	0.001429	9303.44
0.0650	1.433	0.001543	10050.05
0.0810	1.423	0.002658	17307.34
0.0840	1.422	0.002908	18933.99
0.0857	1.421	0.003055	19894.58
0.1008	1.414	0.004562	29704.33
0.1038	1.413	0.004904	31935.94
0.1040	1.413	0.004928	32088.14
0.1060	1.412	0.005165	33633.94
0.1100	1.410	0.005660	36856.34
0.1110	1.410	0.005788	37689.47

Tabla A1.5 Gasto teórico, criterio de Koch y Arnall

KOCH YARNALL			
m= 0.58		$Q = Ch^{5/2}$	
		$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu$	
h (m)	C	Q (m ³ /s)	Qp (m ³ /h)
0.0623	1.370	0.001327	8642.24
0.0630	1.370	0.001365	8887.05
0.0650	1.370	0.001476	9609.25
0.0810	1.370	0.002558	16657.84
0.0840	1.370	0.002802	18243.34
0.0857	1.370	0.002946	19180.43
0.1008	1.370	0.004419	28777.80
0.1038	1.370	0.004756	30967.03
0.1040	1.370	0.004778	31116.41
0.1060	1.370	0.005012	32634.04
0.1100	1.370	0.005498	35800.40
0.1110	1.370	0.005624	36619.60

Tabla A1.6 Gasto teórico, criterio de Hegly

HEGLY				
$Q = Ch^{5/2}$		$\mu = \left(0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right) \left(1 + \left(\frac{h^2}{2h(h+0.25)} \right)^2 \right)$		
h (m)	m	C	Q (m ³ /s)	Qp (m ³ /h)
0.0623	0.648	1.530	0.001483	9653.62
0.0630	0.647	1.529	0.001523	9918.48
0.0650	0.646	1.525	0.001643	10699.32
0.0810	0.637	1.505	0.002810	18294.64
0.0840	0.636	1.502	0.003071	19999.71
0.0857	0.635	1.500	0.003226	21007.18
0.1008	0.631	1.491	0.004810	31321.48
0.1038	0.631	1.490	0.005171	33674.54
0.1040	0.631	1.490	0.005196	33835.12
0.1060	0.630	1.489	0.005447	35466.59
0.1100	0.630	1.487	0.005969	38871.31
0.1110	0.630	1.487	0.006105	39752.38

Tomando los valores del gasto obtenido con el aforo volumétrico, $Q_{\text{volumétrico}}$ y el gasto aforado con el aparato ultrasónico, Q_{aparato} , y de los gastos calculados con los diferentes criterios, se elaboró la Tabla A1.7 para compararlos.

Tabla A1.7 Comparación de criterios para el cálculo del gasto

h (en cm)	Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)	QHegly (en l/s)	QUCChile (en l/s)	QBarr (en l/s)	QGourley (en l/s)	QKoch (en l/s)
6.23	1.668	1.46	1.483	1.579	1.37	1.39	1.327
8.1	3.065	2.85	2.81	3.044	2.63	2.658	2.558
10.6	5.161	5.1	5.916	5.953	5.11	5.165	5.012

Tomando en cuenta los datos que aparecen en la Tabla A1.7 se concluye que el valor de u calculado con el criterio de Hegly es el que mejor aproximación proporcionó para calcular el gasto, ya que al compararlos con el Q_{aparato} es el que da mayor semejanza, ya que el valor del volumétrico sólo es aproximado por depender de las lecturas del nivel de agua hechas de manera visual para calcular el volumen. El valor del $Q_{\text{volumétrico}}$ usado como referencia se obtuvo con u promedio aritmético de los diferentes valores medidos en cada prueba. En la Tabla A1.8 se presenta la comparación de gastos usando en % de error, el signo + indica que el error está por arriba del gasto calculado y el signo - por debajo.

Tabla A1.8 % de error en los gastos

Hegly		U. C. de Chile		Barr		Gourley y Crimp		Koch y Arnall	
Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)	Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)	Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)	Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)	Qvolumétrico (en l/s)	Qaparato (en l/s)
12.5	-1.6	5.6	-7.5	21.8	6.6	20.0	5.0	25.7	10.0
9.1	1.4	0.7	-6.4	16.5	8.4	15.3	7.2	19.8	11.4
-0.7	-1.8	-13.3	-14.3	1.0	-0.2	1.0	-1.2	3.0	1.8

A2 CÁLCULO TEÓRICO DE PARÁBOLA PARA CAJA AMORTIGUADORA

En este apartado, se describe el cálculo para obtener la geometría de la superficie alabeada que se localiza dentro de la caja amortiguadora, y que servirá para disminuir la velocidad del flujo y con ello, también disminuir la turbulencia que se presenta.

CÁLCULO DE LA PARÁBOLA

La superficie alabeada para la caja amortiguadora está formada por una parábola y un arco de circunferencia.

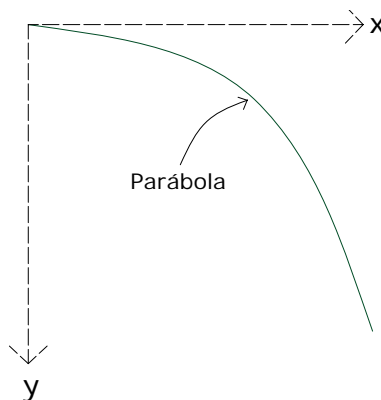


Figura A2.1 Sección de la superficie formada por la parábola

La ecuación de la parábola está dada por:

$$y = x \tan \theta + \frac{x^2}{k[4(d+h_v)\cos^2 \theta]} \quad \text{Ecuación A2.1}$$

$$y \tan \theta = 0.25 \therefore \theta = \text{ang tan } 0.25 = 14^\circ$$

donde,

θ ángulo de llegada de la rápida del vertedor

d tirante a la entrada

h_v carga de velocidad

$$h_v = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{A^2 2g} = \frac{Q^2}{b^2 d^2 2g} \quad \text{Ecuación A2.2}$$

k constante de curvatura = 1.5

- Q gasto de diseño de la parábola = $40,000\text{m}^3/\text{h} = 11.11\text{ m}^3/\text{s}$
- y tirante calculado con la ecuación de la energía en un canal en la entrada a la parábola, = 0.20m
- d tirante perpendicular a la superficie, en m
- $$d = y \cos \theta$$

La carga de velocidad resulta:

$$h_v = \frac{(Q^2)}{b^2 d^2 2g} = \frac{(11.11)^2}{(6)^2 (0.2)^2 2g} = 4.37$$

Por lo que la energía específica en la entrada a la superficie alabeada es como sigue

$$d + h_v = 0.2 \cos(14^\circ) + 4.37 = 4.56$$

Por lo tanto, sustituyendo en la Ecuación A2.1, la ecuación de la parábola queda de la siguiente manera:

$$y = x \tan(14^\circ) + \frac{x^2}{1.5(4(4.56) \cos^2(14^\circ))}$$

$$y = 0.25x + 0.039x^2$$

Ecuación A2. 3

En la Figura A2.2 se muestran las elevaciones de la entrada a la superficie alabeada y el nivel de la plantilla de la caja amortiguadora, respectivamente.

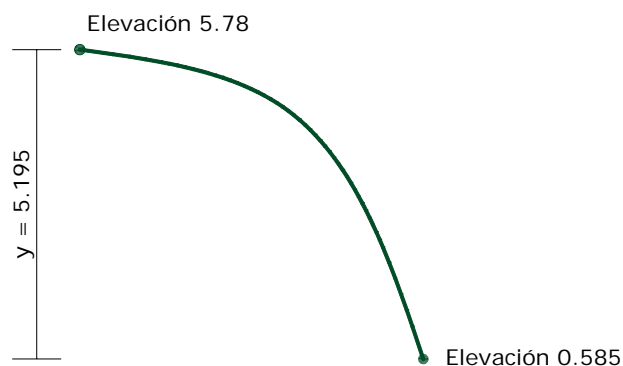


Figura A2. 2 Elevaciones, inicio y fin de la superficie alabeada

Sustituyendo las elevaciones en la Ecuación A2.3,

$$5.195 = 0.25x + 0.039x^2$$

Desarrollando, obtenemos el polinomio siguiente:

$$x^2 + 6.410x - 133.205 = 0$$

Donde la raíz positiva resulta:

$$x = 8.773m$$

Por lo que el punto en el que la parábola se corta con la plantilla de la caja amortiguadora es: (8.773, 5.195), de acuerdo con el sistema de referencia mostrada en la Figura A2.3.

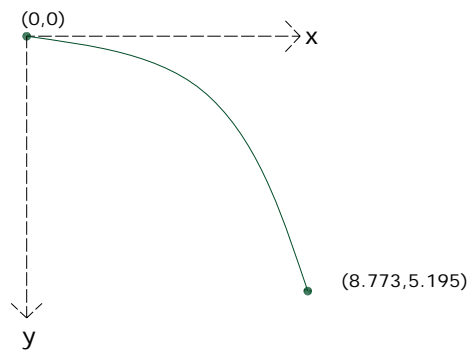


Figura A2. 3 Sistema de referencia, Parábola

PUNTO DE TANGENCIA

El punto de tangencia entre la parábola y el arco de circunferencia, está definido por el ángulo de abertura del arco, ver Figura A2.4 y Figura A2.5.

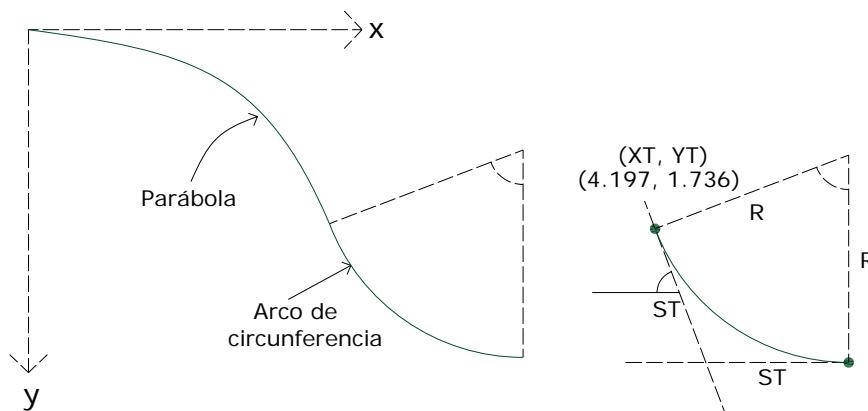


Figura A2. 4 Punto de tangencia entre la parábola y el arco de circunferencia

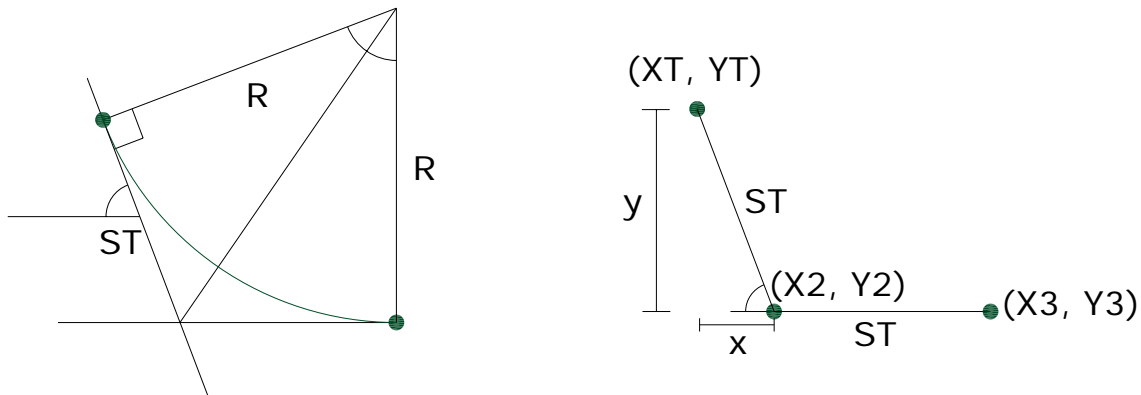


Figura A2. 5 Punto de tangencia entre la parábola y el arco de circunferencia

Si $\Delta = 30^\circ$; entonces, $\frac{dy}{dx} = \tan(30^\circ) = \tan(\Delta)$

Al obtener la diferencial de la Ecuación A2.3, tenemos la siguiente expresión:

$$dy = 0.25dx + 2(0.039)xdx$$

dividiendo entre el diferencial en x ,

$$\frac{dy}{dx} = 0.25 + 0.078x \quad \text{Ecuación A2. 4}$$

Por otro lado, sabemos que $\frac{dy}{dx} = \tan(30^\circ) = 0.577$, entonces, sustituyendo en la Ecuación A2.4,

$$0.577 = 0.25 + 0.078x_T$$

donde x_T es la abcisa del punto de tangencia; por lo tanto,

$$x_T = \frac{0.577 - 0.25}{0.078} = 4.197$$

Sustituyendo el valor de x_T en la Ecuación A2.3, el valor de y_T es:

$$y_T = 0.25(4.197) + 0.039(4.197)^2 = 1.736$$

ARCO DE CIRCUNFERENCIA

El cálculo de la geometría del arco de circunferencia se comenzará por encontrar las subtangentes y el radio, dado que se fijará el ángulo en 30° .

$$\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{ST}{R} \quad \text{Ecuación A2.5}$$

$$ST = R \tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = R \tan\left(\frac{30}{2}\right) = 0.268R \quad \text{Ecuación A2.6}$$

Por otra parte,

$$\text{sen}(\Delta) = \frac{y}{ST} \quad \text{Ecuación A2.7}$$

$$\text{cos}(\Delta) = \frac{x}{ST} \quad \text{Ecuación A2.8}$$

De acuerdo con la Figura A2.5 y las Ecuaciones A2.8 y A2.9, se tiene el siguiente proceso:

$$y = ST \text{sen}(30^\circ) \text{ y } x = ST \text{cos}(30^\circ)$$

Para el punto 2

$$x_2 = x_T + x = x_T + ST \text{sen}(30^\circ)$$

$$x_2 = 4.197 + ST \text{cos}(30^\circ)$$

$$y_2 = y_T + y = y_T + ST \text{cos}(30^\circ)$$

$$y_2 = 5.195$$

Entonces, el valor de ST es:

$$y_2 = 1.736 + ST \text{sen}(30^\circ)$$

$$5.195 = 1.736 + ST \text{sen}(30^\circ)$$

$$ST = \frac{(5.195 - 1.736)}{\text{sen}(30^\circ)}$$

Por lo tanto, el valor de x en el punto 2

$$x_2 = 4.197 + 6.918 \cos(30^\circ) = 10.188$$

Para el punto 3

$$x_3 = x_2 + ST$$

$$10.188 + 6.918 = 17.106$$

$$y_3 = y_2$$

$$y_3 = y_2 = 5.195$$

Despejando R de la Ecuación A2.6,

$$R = \frac{6.918}{\tan(15^\circ)} = 25.818$$

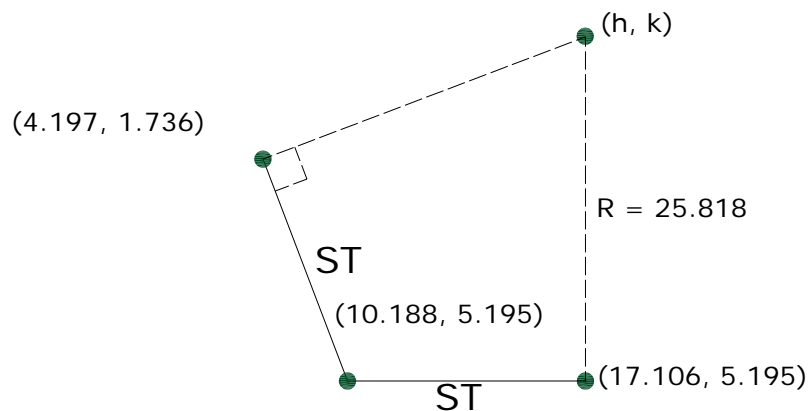


Figura A2. 6 Sub-tangentes y centro del arco de circunferencia

De la figura, $h = x_3$, $k = y_3 - R$; por lo tanto:

$$h = 17.106 \text{ y } k = 5.195 - 25.818 = -20.623$$

Para comprobar lo anterior, utilizamos la ecuación de la circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2 \quad \text{Ecuación A2. 9}$$

Sustituyendo los valores de h y k en la Ecuación A2.10, se tiene el siguiente desarrollo:

$$(x - 17.106)^2 + (y - 20.623)^2 = 25.818^2$$

Si $x = 17.106$ y $y = 5.195$

$$(17.106 - 17.106)^2 + (5.195 - 20.623)^2 = 25.818^2$$

$$25.818^2 = 25.818^2 \quad \text{l.q.q.d.}$$

Por otro lado, si $x = 4.197$ y $y = 1.736$

$$(4.197 - 17.106)^2 + (1.736 - 20.623)^2 = 25.818^2$$

$$(-12.909)^2 + (22.359)^2 = 666.597$$

$$666.567 \approx 666.569 \quad \text{l.q.q.d}$$

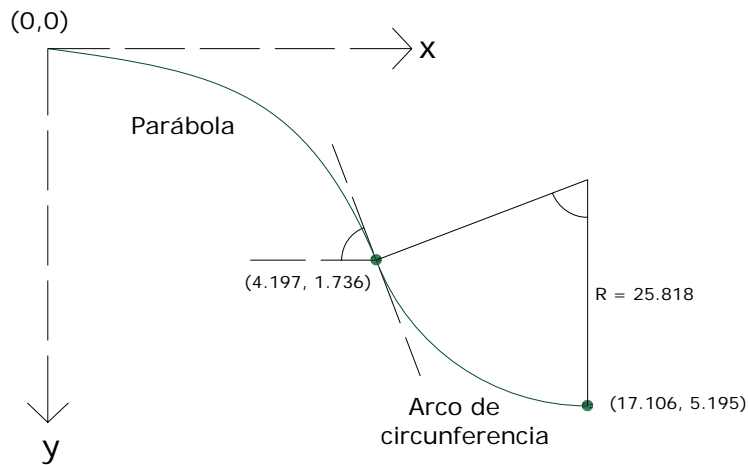


Figura A2. 7 Puntos del arco de circunferencia

En la Figura A2. 7 se observa que desde $x=0$ hasta $x=4.197$ se aplica la ecuación de la parábola (Ecuación A2.3)

$$y = 0.25x + 0.039x^2$$

y desde $x=4.197$ hasta $x=14.106$ se aplica la ecuación de una circunferencia (Ecuación A2.10)

$$(x - 17.106)^2 + (y - 20.623)^2 = 25.818^2$$

$$y = \sqrt{(25.818)^2 - (x - 17.106)^2} - 20.623$$

Constructivamente, lo anterior queda como se muestra en la Figura A2.8

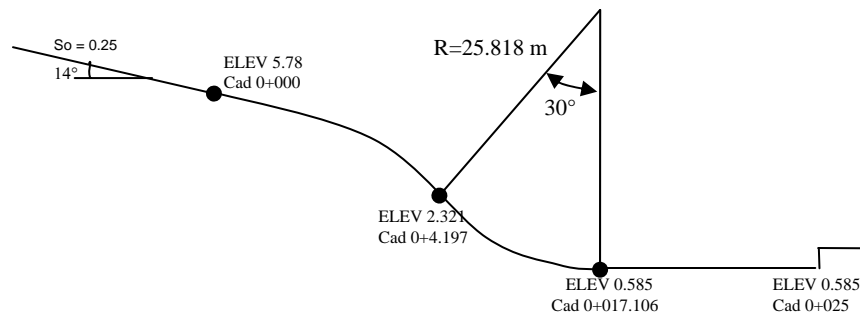


Figura A2. 8 Superficie alabeada

Se utilizó $\Delta = 30^\circ$ por que permitía tener un arco de circunferencia que se ajustaba al espacio disponible en el prototipo.

Debido a un error en la construcción de la pieza que debería colocarse en el modelo, la geometría de la superficie alabeada que finalmente se probó, fue el complemento de la figura propuesta; y debido a la necesidad de contar con resultados, se determinó realizar las pruebas con esa nueva geometría; es decir, se calculó con la geometría con la que se construyó la pieza; esto dio buenos resultados mientras se realizaban las pruebas en el modelo, ya que se logró uno de los objetivos, disminuir la velocidad del agua y disminuyeron las turbulencias.

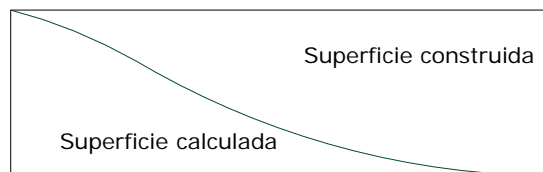


Figura A2. 9

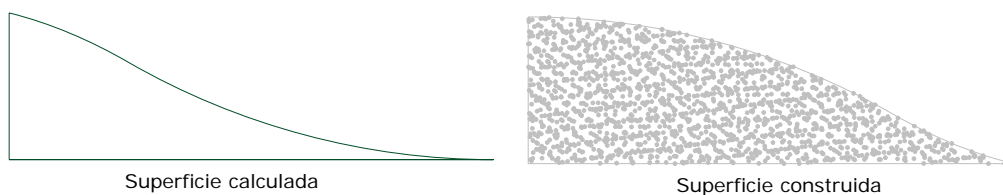


Figura A2. 10

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Sotelo A., Gilberto, “*Hidráulica General, Fundamentos*”, Vol. 1. LIMUSA, México 2006.
- Gardea V., Humberto, “*Hidráulica de Canales*”, Fundación ICA, México.
- Chow, Ven te, “*Hidráulica de canales abiertos*”, Editorial Mc Graw-Hill, Colombia 1994.
- Sotelo A., Gilberto, “*Hidráulica de canales*”, Facultad de Ingeniería, UNAM, México 2002.
- Quezada B., Vicente, Tesis “*Aspectos generales en el diseño de vertedores de Canal Lateral, Embudo y Abanico*”, Facultad de Ingeniería, UNAM, México 2000.