UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TÍTULO DE LA TESIS

"RESERVAS TÉCNICAS DEL SEGURO TRADICIONAL EN MÉXICO"

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE :

ACTUARIA

PRESENTAN:

ALEJANDRA SÁNCHEZ HERNÁNDEZ

KATIA EDITH SÁNCHEZ MONDRAGÓN

TUTOR

ACT. OSCAR ARANDA MARTÍNEZ

2007

FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

Hay bajo el sol un momento para todo,
y un tiempo para hacer cada cosa:
tiempo para nacer, y tiempo para morir;
tiempo para plantar, y tiempo para arrancar lo plantado;
tiempo para matar y tiempo para curar;
tiempo para demoler y tiempo para edificar;
tiempo para llorar y tiempo para reír;
tiempo para gemir y tiempo para bailar;
tiempo para lanzar piedras y tiempo para recogerlas;
tiempo para los abrazos y tiempo para abstenerse de ellos;
tiempo para buscar y tiempo para perder;
tiempo para conservar y tiempo para tirar fuerza;
tiempo para rasgar y tiempo para coser;
tiempo para callarse y tiempo para hablar;
tiempo para amar y tiempo para odiar;
tiempo para la guerra y tiempo para la paz.
Al final ¿qué provecho saca uno de sus afanes?

Ec 3 1-9

Katia
Alejandra

"Más vale estar de a dos que solo;
el trabajo rendirá más. Si uno cae,
su compañero lo levantará."
Ec 4 9-10

Porque no se mueve la hoja del árbol si no es por tu voluntad… ¡Gracias!

Por que la vida nace con un suspiro…
y ustedes me dieron la oportunidad de tenerlo,
me cuidaron con cariño y forjaron mi crecimiento,
me enseñaron que la vida esta llena de conocimiento,
me tomaron de la mano y me enseñaron lo correcto,
que la vida tiene desafíos y también buenos momentos.
Isidro y José porque no existirá una forma de agradecer una vida de sacrificio y esfuerzo, quiero que sientan que el objetivo logrado también es de ustedes y que la fuerza que me ayudo a conseguirlo fue su apoyo.

A mis fieles amigos de toda la vida agradezco sus consejos y felices momentos, gracias Isidro, gracias Natalie y gracias Paquito los amo.

Katia Edith

Este trabajo representa el término de una etapa más en mi vida y es momento de detenerme a reflexionar para agradecer de la mano del creador a:

Eva porque eres de esa clase de personas que todo lo comprenden y dan lo mejor de sí, sin esperar nada a cambio… porque sabes escuchar y brindar ayuda cuando es necesario… por tu confianza, humildad, generosidad, amistad, sabiduría y por poner en mi camino a esas seis personas, mis hermanos, que con su ejemplo me han enseñado el sentido de la responsabilidad, razón por la cual hemos logrado terminar este ciclo.

Alejandra

Por su enseñanza, responsabilidad, compromiso e integridad dedicada.
Gracias, profesor Oscar.

A cada uno de los sinodales agradecemos su valiosa atención y dedicación al revisar nuestro trabajo.

A la loquita querida que con su constante apoyo, fortaleza y alegría nos ayudaste a disfrutar de la carrera y de este trabajo.
Gracias Julieta

ÍNDICE

I

INTRODUCCIÓN

La formación de reservas nace de la necesidad de compañías aseguradoras para afrontar responsabilidades de sus obligaciones, esto es, la constitución voluntaria de fondos que sirvan para compensar en el futuro desviaciones anormales, o para incrementar la garantía de la empresa frente a sus asegurados y accionistas.

Las Reservas Técnicas son las que se constituyen para hacer frente a obligaciones futuras del producto en si, es decir, es aquel fondo que se destina para cubrir las posibles eventualidades que surjan de la propia actividad aseguradora. Este tipo de reservas serán el objeto de estudio de la presente tesis.

En México, como ya mencionamos, es la Secretaría de Hacienda y Crédito Público la que regula con ayuda de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas la organización y funcionamiento de las reservas técnicas del seguro.

Derivado de las operaciones que autoriza la S.H.C.P. para organizarse y funcionar como institución o sociedad mutualista de seguros, se establecen las siguientes operaciones de seguro, según el Artículo 7°[1]:

I. Vida;
II. Accidentes y enfermedades, en alguno o algunos de los ramos siguientes:
   a) Accidentes personales;
   b) Gastos médicos; y
   c) Salud;
III. Daños, en alguno o algunos de los ramos siguientes:
   a) Responsabilidad civil y riesgos profesionales;
   b) Marítimo y transportes;
   c) Incendio;
   d) Agrícola y de animales;
   e) Automóviles;
   f) Crédito;
   g) Diversos;
   h) Terremoto y otros riesgos catastróficos; y
   i) Los especiales que declare la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, conforme a lo dispuesto por el artículo 9o. de esta Ley.

Estas instituciones para hacer frente a sus futuras obligaciones, deberán constituir conforme al Artículo 46º de ésta misma Ley las siguientes ***Reservas Técnicas***:

1. Reservas de Riesgos en Curso;
2. Reservas para Obligaciones Pendientes de Cumplir;
3. Reservas Especiales

La ***Reserva de Riesgos en Curso***, (en el caso especial de largo plazo en el seguro de vida se le denomina Reserva Matemática) es el primer recurso con el que cuenta la aseguradora y nace del excedente entre la prima natural del riesgo u obligación asumida por la compañía y el pago nivelado realizado por el asegurado.

Por otra parte, en el transcurso del tiempo la ocurrencia del evento da origen al pago del beneficio, sin embargo, podrían existir retrasos en el mismo o incluso desconocimiento de dichos pagos y su reclamación en períodos posteriores, dando origen a la modelación de las ***Reservas por Obligaciones Pendientes de Cumplir*** por Siniestros Ocurridos No Reportados y de los Gastos de Ajuste Asignados al Siniestro.

1 Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (LGISM)

Así también, dado que existen fenómenos aleatorios donde la constitución de la reserva no sigue patrones específicos de recursividad a corto plazo y son de “memoria” a largo plazo (Terremoto, erupción volcánica, etcétera), es necesario constituir las llamadas ***Reservas Especiales*** para las contingencias exclusivas del seguro de daños.

Es por ello necesario contar con la información y metodología básica para constituir cada una de éstas, quienes en base a su buen cálculo darán solvencia y confiabilidad a las compañías del seguro.

Debido a que la creación de reservas requiere de legislación y regulación para su buen funcionamiento, en esta tesis echaremos mano de las Circulares, Estándares Actuariales, LGISM, y fundamentos teóricos necesarios para su constitución.

II
ANTECEDENTES

El seguro nace de la necesidad de protección que tiene y que ha tenido el hombre a lo largo de su historia, ya que tanto sus bienes y actividades e incluso su vida misma, son valores susceptibles de cuantificarse en términos económicos. En ese sentido, la pérdida de un bien, de una vida o de una actividad, representa una afectación patrimonial o económica cuyos efectos pueden ser disminuidos a través del seguro.

Es por eso que el seguro, en términos generales, tiene como objetivo brindar protección ante las eventualidades dañinas a que está expuesto el ser humano, sus actividades, sus bienes y su vida. El seguro es importante en la economía de una persona, de una empresa, de un gremio o de un país, pues, evita un desequilibrio en el patrimonio al compensar o cubrir las pérdidas o daños sufridos. El reparto comercial del riesgo tuvo gran importancia en Europa Medieval.

Un antiguo documento encontrado en Bélgica nos muestra que el Conde de Flandes permitió el establecimiento en ese país de una “Cámara de Seguro”, en el cual los mercaderes aseguraban sus mercancías expuestas a los riesgos propios de la navegación u otros peligros imprevistos, mediante el pago de una prima.

Aún cuando el principal objetivo del seguro de antaño, el marítimo, era la protección contra pérdidas financieras ocasionadas por los peligros de la navegación, el reconocimiento del valor asegurable de las vidas de los marinos y mercaderes hizo su aparición enseguida. El valor en dinero de la vida de una persona se estableció por el hecho que los piratas, que infestaban los mares, exigían una determinada cantidad de oro como rescate para liberar a los marinos y mercantes que plagiaban.

Fue entonces cuando el hombre que hacía frecuentes viajes por el mar llegó a considerar el riesgo personal que el mismo corría en manos de un enemigo, y confrontó las alternativas de la muerte o del rescate lo más pronto posible. Obviamente él podía navegar más tranquilo si sabía que llegado el caso de necesitar su rescate, éste lo estaría esperando en casa. Por lo tanto, la primera forma del seguro de Vida fue el Seguro de Rescate.

Las actividades del Seguro desarrolladas durante la Edad Media en algunos países del continente europeo, fueron conocidas en Inglaterra debido al constante ir y venir de los comerciantes italianos, quienes introdujeron la idea del principio de la distribución del riesgo. La influencia italiana fue de gran magnitud en el campo del seguro. Algo curioso al respecto es que hoy continuamos llamando el contrato de Seguro “póliza”; palabra de origen italiano que significa promesa.

Durante el reinado de Isabel I, el centro reconocido de los negocios del Seguro en Inglaterra dio impulso al comercio, puesto que en él se basaban sus intereses. Fue entonces cuando el Seguro encontró gran aceptación y su uso se hizo cada vez más frecuente.

En 1574, Richard Candeler obtuvo el derecho de establecer una Oficina de Registro de Seguros, en el que bajo el auspicio de su Majestad Isabel I, llevó a cabo la elaboración y registro de todas las formas de Póliza de Seguro.

Entre el año de 1705 y 1706 aparecieron en Inglaterra las primeras instituciones autorizadas de Seguros de Vida. Una de las que obtuvieron más éxito fue la “Sociedad

Amistosa del Perpetuo Socorro". Esta sociedad fue constituida como una "Sociedad Voluntaria para el Beneficio Público", estando ésta al alcance de cualquier persona que quisiera ingresar a ella; el propósito de ésta sociedad era proteger, en caso de fallecimiento del socio, a la viuda e hijos o algún otro pariente que fungiera como beneficiario.

La principal característica de ésta sociedad era que, otorgaba un "Seguro Perpetuo". Esto constituyó una ventaja para las demás Instituciones del Seguro de Vida de esa época, que sólo ofrecía protección durante determinado número de años. Sin embargo, cabe aclarar que esa sociedad era más bien de carácter benéfico, lo que ocasionaba cierta confusión, puesto que asignaba una prima determinada sin tomar en cuenta la edad del individuo. Sin embargo, ninguna persona mayor de 45 años era aceptada, y como norma general, procuraban aceptar sólo aquellas personas que demostraban tener buena salud y buenas costumbres.

Esta sociedad no ofrecía un plan de seguro por una determinada cantidad, pero al final de cada año todas las primas recaudadas, preveía deducciones de los gastos de operación, se dividía entre los beneficiarios de aquellos que habían fallecido durante el año. Éste procedimiento continuó de esta forma durante siglos antes de que la sociedad empezará a fijar cantidades específicas con primas graduadas de acuerdo con la edad.

En 1720, dos compañías de seguros "El seguro Londinense" y "El Cambio Real", fueron organizadas bajo decreto oficial para operar seguros Marítimos. Al siguiente año se les dio autoridad adicional para operar seguros contra incendio y Seguros de Vida.

Su trayectoria en la operación de vida fue corta, pero de gran importancia en ese campo. Garantizaban una cantidad determinada al fallecimiento, con las mismas tarifas por millar para edades entre 10 y 50 años y con una extra prima para aquellos que tenían viruela y para las señoras que estaban embarazadas.

Fue en esta época cuando los comerciantes ingleses tenían intensas relaciones comerciales con el continente americano y en especial con los Estados Unidos de Norteamérica. Hecho que influyó directamente en la creación de compañías de Seguros de nuestro Continente.

Es así como en 1759 fue fundada la primera compañía de seguros en la ciudad de Filadelfia EE.UU., extendiéndose pronto esta clase de empresas por todos los estados de la Unión Americana.

En México se establecieron también oficinas representativas de compañías extranjeras, entre las que encontramos la Compañía William B. Woodrow, Co., S.A., fundada en el año de 1884 y en este mismo año surge el Código de Comercio, en el que se reglamentaba a los seguros marítimos y a los mercantiles, así también para el caso del seguro de personas que era considerado como un Contrato Civil se establecieron las bases para su reglamentación.

El 16 de diciembre de 1892 se da a conocer la "Ley sobre compañías de Seguros" en la cual se establece el monto mínimo para el establecimiento de una compañía de seguros y se inician las bases para medir y vigilar las operaciones de estas empresas, ya que hasta entonces dichas empresas sólo presentaban reportes semestrales a la Secretaría de Hacienda, así como también se expedían reportes anuales sobre el estado de sus operaciones.

Esta actividad tan especializada y en todos los sentidos tan importante no puede ser ejercida por cualquier persona, ni por cualquier organización que no cumpla con los aspectos básicos que garanticen la buena práctica y desarrollo de esta, es decir, deben ofrecer estabilidad, solvencia y honorabilidad para quienes confían en ellas su protección y la seguridad de sus intereses.

Esta prestación generalmente es realizada por las Compañías Aseguradoras quienes aceptan la transferencia del riesgo de una pérdida a cambio del pago de una prima.

Dichas compañías deben garantizar y hacer frente a sus obligaciones adquiridas, es por ello que se ven obligadas a formar lo que son llamadas las Reservas Técnicas, que no son más que una cantidad que la aseguradora guarda para cumplir con sus obligaciones futuras, la cual varía según los tipos de reclamaciones y las diferencias en la gravedad de las reclamaciones.

La constitución de las Reservas Técnicas debe estar completamente reglamentada y regularizada. En México no fue hasta el 16 de diciembre de 1892 cuando surge la primera Ley del Seguro en México [2] en donde se establecen los primeros lineamientos legales para las Instituciones de Seguros tanto locales como extranjeras, es en ésta es donde se obliga a las compañías a publicar cada año un informe legalizado del estado del negocio especificando el informe de las reservas correspondientes a las pólizas mexicanas.

El 25 de mayo 1910 se emite la Segunda Ley del Seguro durante el gobierno de Porfirio Díaz, la cual por primera vez regula en forma moderna el seguro de vida contratado en México, exigiendo la constitución de las **Reservas Técnicas** y de **Previsión** (esta ultima se formaría separando anualmente, el tres al millar de todas las primas recibidas durante el año, con algunas diferencias de cálculo según el tipo de interés usado para el cálculo de Reservas Matemáticas). También se establece el reglamento para la inversión de tales reservas.

El 24 de agosto de 1910 fue publicado el **Reglamento de la Ley de Compañías de Seguros sobre la Vida,** que fue una especie de guía para que las compañías cumplieran con lo dispuesto en la Ley, entre sus principales fundamentos están:

1. Ninguna compañía podrá operar sin la autorización previa de la Secretaría de Hacienda.
2. Se ordenaba la creación de un Departamento de Seguros, que se fundó en la Secretaría de Hacienda, cuyos antecedentes datan de el primero de octubre de 1904, cuando la misma crea el área administrativa para la Inspección General de Instituciones de Crédito y Compañías de Seguros
3. Se hace obligatoria la constitución y la inversión de las reservas técnicas y de previsión.
4. Con respecto a la Reserva Matemática de primas deberá calcularse para todas las pólizas, adiciones, dividendos acumulados y demás obligaciones que tengan las compañías al finalizar cada año, usando el tipo de interés determinado en la ley y la tabla de mortalidad conocida con el nombre de Experiencia Americana.
5. Se aclara también que las primas diferidas, en vez de figurar en el activo de los balances de las compañías, se tomaran en cuenta para calcular las reservas, descontando de la reserva media el importe de las primas netas, que correspondan a dichas primas netas diferidas.

El 25 de mayo de 1926 se da a conocer la **Ley General de Sociedades de Seguros** la cual establece que es obligación de las compañías nacionales como de las sucursales, constituir tres tipos de reservas.

1. Reservas Técnicas.
2. Reservas para Obligaciones pendientes de cumplir por pólizas vencidas y siniestros ocurridos.
3. Reservas de previsión para fluctuaciones y valores o desviaciones estadísticas.

Sigue manifestando la Obligación de invertir en los bienes y otros instrumentos de inversión, el importe total de las reservas.

2 Ley también conocida con el nombre de “Ley del Timbre” ya que las compañías de seguros estaban sujetas al impuesto del timbre de documentos y libros.

Así como, las tarifas y las bases para el cálculo de primas y reservas, deberían ser tales, que sus términos demuestren la posibilidad de cumplir con los compromisos propuestos en cuanto a beneficios y promedio para el asegurado, tanto en su cuantía como en las cantidades que se señalen.

Asimismo, establece que la constitución de la Reserva de Accidentes y Enfermedades, se calculará como el 50% de las primas cobradas durante el año.[3]
Entre otras disposiciones establecidas en esta ley se encuentran las siguientes:

- Para las reservas de daños, se deben aplicar los siguientes porcentajes: 20% para marítimo transportes y 30% para incendio y demás ramos.
- La reserva de Previsión se calculará con el 5 al millar de todas las primas recibidas durante el año hasta que dicha reserva sea igual al 10% de las técnicas.

El 25 de agosto de 1935 se emite la **Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros**, dentro de las principales disposiciones se citan las siguientes:

- Reglamenta rigurosamente la inversión del capital y reservas de las mismas aseguradoras, imponiendo sanciones administrativas y aún de derecho penal en caso de infracción o a lo dispuesto por la ley.
- Para el cálculo de la reserva de Riesgos en Curso, relativa a las operaciones de no vida, se eliminan las reglas de la ley de 1926 y se habla de la parte de la prima no devengada a la fecha de balance, quedando el 30% de las primas cobradas durante el año anterior al cálculo, para los seguros agrícola, de marítimo y transportes.
- Cambio en el cálculo de las Reservas de Previsión, separando coberturas de vida de los no vida, reconformando el principio de primas cobradas durante el año y cambiando drásticamente los porcentajes para establecer los siguientes:
  Para vida, accidentes y enfermedades, el 1% de las primas cobradas durante el año, deduciéndoles las cedidas en reaseguro.
  Para los demás ramos, el 3% de las primas cobradas durante el año, menos las cedidas en reaseguro y las devoluciones.

Una fecha importante en la historia del seguro en México es la creación de la Comisión Nacional de Seguros en 1946. la cual es un órgano desconcentrado de la Secretaría de Hacienda y Crédito Publico (SHCP), la cual se encarga de supervisar, de manera eficiente, que la operación de los sectores asegurador y afianzador se apegue al marco normativo, preservando la solvencia y estabilidad financiera de las instituciones, para garantizar los intereses del público usuario, así como promover el sano desarrollo de estos sectores con el propósito de extender la cobertura de sus servicios a la mayor parte posible de la población.

Después de ser emitida esta última ley se realizaron modificaciones en los años subsecuentes mediante algunos decretos, dentro de los más destacados con respecto a las reservas técnicas se tienen:

- El decreto del 18 de febrero de 1946:
  En este se fija el criterio a seguir para el cálculo de la Reserva de Riesgos en Curso, relativa a toda la operación no vida la cual será del 45% de las primas correspondientes a pólizas emitidas menos cancelaciones y devoluciones durante el año a cuyo final se hace el cálculo.
- El decreto de 1949:
  Regula las Inversiones de Seguros, Fianzas y Bancos de Capitalización, en títulos, valores en serie, inmuebles y préstamos hipotecarios; con la finalidad de evitar que algunas instituciones de seguros inviertan demasiado en sus Reservas Técnicas y Capital en operaciones de bienes inmuebles.
- El decreto del 29 de diciembre de 1956:

3 AMIS"Historia del Seguro en México. Inicio, desarrollo y consolidación del Seguro Mexicano" 1900-1988

Se reforma la Ley General de Instituciones de Seguros, en la cual se divide a las operaciones de seguro en tres grandes bloques.

1. Vida
2. Accidentes y Enfermedades
3. Daños

- El decreto del 29 de diciembre de 1970:
  Siendo el presidente el Lic. Luis Echeverría Álvarez se unificaron las dos Comisiones existentes: la Bancaria y la de Seguros, en una sola denominada Comisión Nacional Bancaria y de Seguros (CNBS).

Por otra parte, el 7 de enero de 1981, se publicaron en el Diario Oficial de la Federación reformas a la Reserva de Previsión.

Es en este mismo año en que se crea la **Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir por Siniestros Ocurridos y No Reportados.**

Subsecuentemente a las reformas que se hicieron en 1981 se añadieron otras mediante el D*ecreto del 14 de enero de 1985* los cuales traerían modificaciones a la ley general de Instituciones de Seguros entre los cuales están:

- La Reserva de Riesgos en Curso para las operaciones de Accidentes y Enfermedades y Daños a excepción de los riesgos de naturaleza catastrófica en apego a reservas especiales se calcularan como sigue:
- En el seguro directo con el importe de la prima no devengada a la fecha de valuación correspondiente y para fines de cálculo, se deducirá el costo de adquisición autorizado por la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros.
- Se modifican los porcentajes sobre primas emitidas para el cálculo de la Reserva de Previsión, dicho porcentaje no podrá ser superior al 3 % de las primas para vida y al 10% de las primas para no vida.´
- Se confirma el principio de Reserva para Siniestros Ocurridos y No Reportados cuyo monto sería la suma autorizada cada año por la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros
- De acuerdo al Art. 105 se debe enviar el Dictamen de un Actuario Independiente sobre la Valuación de Reservas Matemáticas.

En este mismo año la Secretaría de Hacienda y Crédito Publico expidió las reglas para la constitución de las siguientes reservas:

- La Reserva de Riesgos en Curso
- Constitución e Incremento de las Reservas Técnicas Especiales.
- Reserva para Fluctuaciones de Valores y de la Reserva de Previsión.

No fue hasta el 3 de enero de 1990 cuando se segmento la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros en Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF como órgano de inspección y vigilancia del sector asegurador y afianzador) y en Comisión Nacional Bancaria (CNB), y es hasta el 2000 que se consolida como Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV).
En el *Decreto* del *12 de julio de 1993* se modificó el Art. 105 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas, para indicar que el dictamen del actuario independiente se aplicará sobre todas las reservas, emitiendo la CNSF la circular S-19.2 de fecha de 16 de diciembre de 1998, referente a las disposiciones de carácter general relativas al registro y funciones como auditores externos actuariales.

Con el *Decreto del 3 de enero de 1997* esta misma Ley fue modificada:

- Incluyendo como ramo Salud en la operación de accidentes y enfermedades y el de terremoto y otros riesgos catastróficos en la operación de daños.
- Se incluye en la operación de vida los seguros de pensiones derivados de las leyes de la Seguridad Social.
- Modificación en el procedimiento para el cálculo de la Reserva de Riesgos en Curso (RRC) de las operaciones de accidentes y enfermedades y de daños, ya que se descontara a la prima no

devengada el menor entre el porcentaje efectivamente pagado por la institución y el que para cada tipo de operación o ramo determine la CNSF. Es importante señalar que la CNSF emite las circulares S-10.1 y S-10.1.6 relacionadas con la determinación de la RRC.

- Se crea la **Reserva Técnica Especial** para los planes de pensiones derivados de la seguridad social.

A través de la historia de nuestro país, se han efectuado modificaciones necesarias y adecuadas a los requerimientos del mercado para un sano crecimiento dentro de la competencia y sin descuidar la solvencia de las instituciones a través de una supervisión adecuada, en donde un aspecto fundamental es la correcta constitución de sus Reservas Técnicas por lo cual la responsabilidad tanto del actuario de la empresa, auditor externo actuarial y del actuario regulador es que las instituciones cuenten con los recursos necesarios para hacer frente a sus obligaciones contractuales, por lo que la determinación de las Reservas Técnicas deben ser lo más adecuadas ante dichas obligaciones.

Una vez desarrollado el marco legal por el cual se rige la constitución de las Reservas Técnicas, mostraremos los métodos de cálculo para cada una de ellas y a su vez para cada tipo de operación.

III

RESERVAS TÉCNICAS

Son aquellas previsiones económicas legales u obligatorias que cualquier entidad aseguradora debe realizar, para hacer frente a obligaciones futuras, que surgirán una vez efectuado el cierre contable de cada ejercicio económico.[4]

Es el sistema técnico económico del que se valen las compañías de seguros para la proyección temporal de los riesgos por ellos asumidos. Existen diversos tipos de reservas:

a) RESERVAS DE RIESGOS EN CURSO.

i. Reserva de Riesgos en Curso a corto plazo

- **Operación de Vida**

  La reserva de riesgos en curso debe ser igual, al Valor presente de los costos de siniestralidad y obligaciones contractuales y costos de administración menos el valor presente esperado de las primas de tarifa futuras, costos netos de adquisición, menos en su caso los costos de adquisición diferidos.

- **Operación de Accidentes y Enfermedades y Daños**

  La RRC será igual al Valor Esperado de las Obligaciones Futuras por concepto de pago de beneficios y reclamaciones, que se deriven de su cartera de pólizas en vigor durante el tiempo que falta por transcurrir, desde el momento en que se realiza la valuación hasta el vencimiento de cada uno de los contratos.

ii. Reserva de Riesgos en Curso a largo plazo.

- **Operación de Vida Reserva Matemática Pura y Cargada**

  Debido a que el riesgo asumido se agrava paulatinamente de acuerdo a la edad del asegurado y la prima neta nivelada permanece constante durante el tiempo estipulado para el pago de primas, esta reserva tiene como objetivo establecer un equilibrio entre primas y riesgos.

- **Operación de Accidentes y Enfermedades y Daños. Método de los veinticuatroavos.**

  En los seguros de daños existe también la modalidad de seguros con vigencia superior a un año, por lo que se debe establecer un esquema de constitución de reservas para estos casos. La reserva de planes con vigencia superior a un año se calcula con la parte no devengada de la prima correspondiente al año, más el 100% de

4 Definición de Reservas Técnicas según ITSEMAP.

las primas correspondientes a años futuros actualizadas a una tasa que no debe ser inferior a la inflación.

b) RESERVA PARA OBLIGACIONES PENDIENTES DE CUMPLIR

De acuerdo a la naturaleza del siniestro la podemos dividir en:

i. **Reserva de Siniestros, Vencimientos y Utilidades.**
Es aquel importe previsto de los siniestros ocurridos, por contratos que hayan llegado a su vencimiento habiendo comunicado un siniestro, e incluye también los importes por utilidades.

ii. **Reserva por Dividendos o Indemnizaciones.**
Es equivalente al importe previsto de los siniestros aún no indemnizados, e incluye también los dividendos que se hayan generado durante el ejercicio contable.

iii. **Reserva para Siniestros Ocurridos y No Reportados.**
Se constituyen para hacer frente al costo de los siniestros realmente ocurridos en cada ejercicio, pero que aún no han sido comunicados a la aseguradora antes del cierre de las cuentas de dicho año.

c) RESERVA ESPECIAL
Se constituye para aquellos riesgos que por sus características especiales pueden dar lugar a la ocurrencia de un mayor número de siniestros o un costo mayor en un sólo evento. Su periodicidad generalmente es superior a un año.

CAPÍTULO I

Reserva de Riesgos en Curso

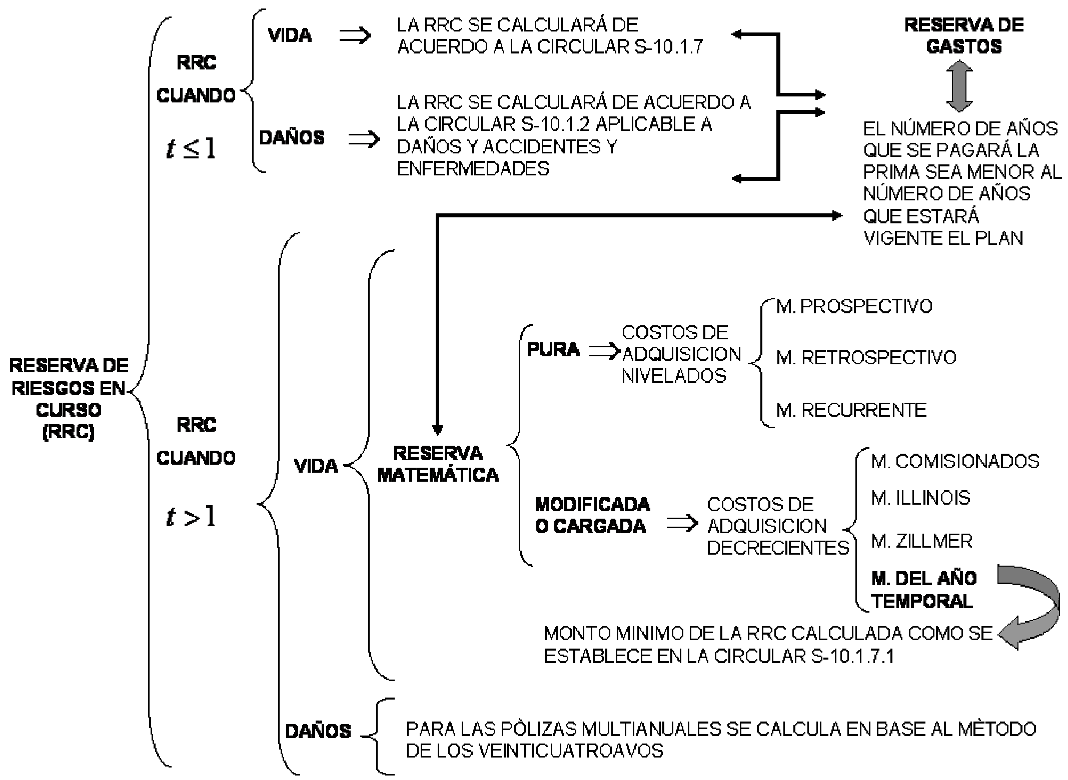
Es obligación de la compañía la creación de la Reserva de Riesgos en Curso (RRC) según se establece en la LGISM en su artículo 46°.

Una determinada porción de las primas percibidas en cada ejercicio en los seguros se transfiere a esta reserva. Para cada uno de los ramos de seguro se utiliza una reserva de esta naturaleza.

El asegurado, al contratar un seguro, adquiere la obligación de pagar anticipadamente la prima respectiva. Lo haga de inmediato o en cuotas, lo cierto es que la compañía dispone de una masa de valores activos con la cual debe afrontar los siniestros correspondientes a las pólizas emitidas. Los siniestros que ocurran en el año de la emisión de la póliza se abonan con esa masa de valores. Pero es posible que halla siniestros en el ejercicio posterior. Por lo tanto, para hacer frente a su pago es necesario reservar, de las primas de cada año, una determinada proporción, que se acredita a la Reserva de Riesgos en Curso de cada uno de los seguros eventuales.

Dicho fondo constituido inicialmente por la prima neta, debe ser calculado de tal modo que haya una probabilidad muy pequeña de que el monto acumulado de los pagos por reclamaciones se extralimite a la capacidad de la cartera. Ésta definición tendrá sus variantes con respecto a su cálculo por cada operación[5].

Es necesario aclarar que en el caso especial de la operación de vida la RRC es conocida como Reserva Matemática[6], ya que la duración del contrato es mayor a un año, es decir, a largo plazo, y en Daños la duración de los contratos generalmente son de un año. Abordaremos el presente capitulo de la siguiente forma:



5 Nombrada en LGISM en su Artículo 47°.

6 En lineamiento al Artículo 47 en su Fracción I de la LGISM.

En esencia la idea de ésta reserva, es que el monto de la Prima No Devengada se traslade al renglón de resultados omitiendo con ello la consideración de obligaciones futuras, todo esto para proteger el interés asegurable[7].

1.1 RESERVA DE RIESGOS EN CURSO CORTO PLAZO

1.1.1 RRC CORTO PLAZO PARA LA OPERACIÓN DE VIDA

En México el cálculo de la RRC para la operación de vida se constituye por medio de las disposiciones establecidas en la Circular S-10.1.7 que dan a conocer a las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros la forma de registrar, incrementar y constituir dicha reserva.

De manera general esta circular nos habla sobre la suficiencia de la reserva que en resumen es la comparación entre el Valor Esperado de las Obligaciones Futuras de la compañía y la Prima de Riesgo no Devengada (ingresos a la compañía por concepto de primas), a continuación describiremos la forma de calcularla.

i. La RRC es igual a el Valor Esperado de las Obligaciones Futuras por concepto de pago de beneficios y reclamaciones, derivados de la cartera de pólizas en vigor durante el tiempo que falta por transcurrir desde la valuación hasta el vencimiento de los contratos, menos el Valor Esperado de los Ingresos Futuros por concepto de primas netas[8].

$$V^{RRC} = E\left[OF\right] - PN_{ND}$$

ii. La suficiencia de la prima de riesgo se determina con base en las reclamaciones ocurridas en un determinado período y la prima de riesgo devengada de las pólizas emitidas en ese mismo período.

iii. Los métodos actuariales previstos en la nota técnica para la valuación de suficiencia de la RRC, deberán consistir en un modelo de proyección de pagos futuros, basado en las reclamaciones y beneficios que se deriven de las pólizas en vigor de la cartera de la institución o sociedad mutualista de seguros, en cada uno de los tipos de seguros que opere.

Para nuestro caso, en donde sólo consideraremos un periodo del contrato menor a un año, una vez determinado el valor esperado de las obligaciones futuras por concepto de pago de reclamaciones y beneficios derivados de las pólizas en vigor conforme al método de valuación registrado y, en su caso, eliminando el valor esperado de los ingresos futuros por concepto de primas netas, se deberá comparar dicho valor con la prima de riesgo no devengada de las pólizas en vigor, con el objeto de obtener el factor de suficiencia que se aplicará para el cálculo de la RRC en cada uno de los tipos de seguros que opere la institución o sociedad mutualista de seguros.

$$\mathrm{PR}_{\mathrm{ND}} \quad = \quad \text{Prima de Riesgo No Devengada}$$

$$PR_{ND} = \frac{\text{Días Devengados}}{\text{Días Totales}} \times \mathrm{PR}$$

Donde el factor de suficiencia es:

$$f = \frac{\overbrace{E(OF)}^{\text{Esperanza de Obligaciones Futuras}}}{PR_{ND}}$$

---

7 Def. Requisito que debe cumplir quien desee la cobertura de un determinado riesgo, reflejando en él su deseo sincero de que el siniestro no se produzca ya que este puede ocasionar un desequilibrio en su patrimonio.

8 Ver en glosario definición de Prima Neta.

La RRC, en cada uno de los tipos de seguros que opere la institución o sociedad mutualista de seguros, será la que se obtenga de multiplicar la PR_{ND} de las pólizas en vigor, por el factor de suficiencia correspondiente. En ningún caso el factor de suficiencia que se aplique para estos efectos podrá ser inferior a uno.

$$V_t^{RRC} = \mathrm{PR}_{\mathrm{ND}} \max(1, f)$$

El factor de suficiencia de la RRC deberá revisarse y actualizarse, cuando menos, en forma trimestral, con la experiencia de la institución o sociedad mutualista de seguros.

Adicionalmente, se deberá sumar a la RRC la parte no devengada de gastos de administración, las cuales se deberán calcular como la parte no devengada correspondiente a la porción de prima de tarifa anual de cada una de las pólizas en vigor al momento de la valuación.

$$\mathrm{GAdm}_{\mathrm{ND}} = \text{ Gasto de Administración No Devengado}$$

$$GAdm_{ND} = \frac{\text{Días Devengados}}{\text{Días Totales}} \times GAdm$$ [9]

Entonces si $t \leq 1$ la RRC esta dada por:

$$V_t^{RRC} = \mathrm{PR}_{\mathrm{ND}} \max(1, f) + GAdm_{ND}$$

1.1.2 RRC CORTO PLAZO PARA LA OPERACIÓN DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES Y DAÑOS

La reserva de riegos en curso para la operación de accidentes y enfermedades y daños debe corresponder al valor presente esperado de las obligaciones futuras de la compañía por concepto de pago de beneficios y reclamaciones, que se deriven de su cartera de pólizas en vigor durante el tiempo que falta por transcurrir, desde el momento en que se realiza la valuación hasta a el vencimiento de cada uno de los contratos.

Podrán aplicarse los siguientes procedimientos[10]:

1. **MÉTODO PÓLIZA POR PÓLIZA.**
   Donde se toma parte de la prima y recargos del riesgo no corrido al cierre del ejercicio.

2. **MÉTODO GLOBAL O FORFAIT.**
   Que utiliza la mitad de primas y recargos de duración anual. Partiendo del supuesto que los vencimientos de los contratos y de la siniestralidad durante el ejercicio se distribuyen de manera uniforme.

3. **MÉTODO PRORRATA TEMPORIS.**
   Se calcula por un veinticuatroavo de las primas y recargos anuales de enero, más dos veinticuatroavos de las de febrero y así sucesivamente hasta añadir veintitrés veinticuatroavos de las de diciembre.

4. **METODO ESTABLECIDO EN LA CIRCULAR S-10.1.2**

   Para las Operaciones de Daños, Accidentes y Enfermedades la RRC se calculará en base a:

---

[9] Revisar apartado de Reserva de Gastos de Administración
10 Memorias de curso de Reservas Técnicas. Impartido por ITSEMAP

i. La RRC será igual al Valor Esperado de las Obligaciones Futuras por concepto de pago de beneficios y reclamaciones, que se deriven de su cartera de pólizas en vigor durante el tiempo que falta por transcurrir, desde el momento en que se realiza la valuación hasta el vencimiento de cada uno de los contratos.

$$V_{S-10.1.2}^{RRC} = E(OF)$$

*Es un modelo de proyección de obligaciones futuras basado en reclamaciones y beneficios
**Esta esperanza se basa en la proyección de las pólizas en vigor al momento de la valuación, tomando en cuenta únicamente los pagos por siniestros y el vencimiento de la vigencia de los contratos.

ii. Como parte del método de valuación, se deberá determinar la **suficiencia de la prima de riesgo** con base en las reclamaciones ocurridas en un determinado período y la prima de riesgo devengada de las pólizas emitidas en ese mismo período.

iii. Los parámetros de frecuencia y severidad que se utilicen para la valuación de la RRC, deberán determinarse con el importe bruto del pago de beneficios y reclamaciones. En el caso de carteras de riesgos que por su naturaleza tengan baja frecuencia y alta severidad, el método de valuación deberá considerar información de un período suficientemente amplio que permita estimar de manera apropiada los referidos parámetros.

iv. Una vez determinada la proyección del valor esperado de las obligaciones futuras por concepto de pago de reclamaciones y beneficios, se deberá comparar dicho valor con la prima de riesgo no devengada de las pólizas en vigor, con el objeto de obtener el **factor de suficiencia** que se aplicará para el cálculo de la reserva en cada uno de los ramos o, en su caso, de los tipos de seguros que opere la institución o sociedad mutualista de seguros.

v. El **factor de suficiencia** que se aplique deberá tener como cota inferior uno, y revisarse y actualizarse, cuando menos, en forma trimestral, con la experiencia de la institución o sociedad mutualista de seguros.

$$f_S = \frac{E(OF)}{PR_{ND}}$$

vi. La parte relativa al componente de riesgo de la RRC en cada uno de los ramos será la que se obtenga de multiplicar la Prima de Riesgo No Devengada de las pólizas en vigor por el factor de suficiencia.

Por tanto, el ajuste de la RRC por insuficiencia será el que resulte de multiplicar la prima de riesgo no devengada por el factor de suficiencia correspondiente menos uno.[11]

$$f_A = PR_{ND} \times [\max(f_S, 1) - 1]$$

vii. Adicionalmente, se deberá sumar a f_A la parte No Devengada de Gastos de Administración, la cual se deberá calcular como la parte no devengada correspondiente a la porción de Prima de Tarifa anual de cada una de las pólizas en vigor al momento de la valuación.

11 Si el factor de suficiencia es igual a 1, $\Rightarrow$ la RRC no se incrementa.

$$V_{S-10.1.2}^{RRC} = PR_{ND} \max(f_S, 1) + GAdm_{ND}$$

1. La RRC no podrá ser inferior, en ningún caso, a la prima de tarifa no devengada, previa disminución de la porción del costo de adquisición derivada de la cancelación del contrato.

$$V_{S-10.1.2}^{RRC} \geq \pi_{ND}$$

1.2 RESERVA DE RIESGOS EN CURSO LARGO PLAZO. RESERVA MATEMÁTICA.

La forma de calcular esta reserva dependerá de la manera en como se establezcan los Costos de Adquisición, es decir, si son nivelados entonces la reserva matemática es llamada Pura, o bien, si son decrecientes entonces la reserva matemática es llamada Modificada o Cargada.

1.2.1 Reserva Matemática Pura

Es la reserva exclusiva del ramo de vida y tiene como finalidad conseguir un equilibrio entre primas y riesgos.

La reserva en el seguro de vida se define en forma amplia como la diferencia entre el valor actual de los beneficios que ofrece la compañía de seguros y el valor actual de las primas futuras.

Esta reserva nace por el excedente que se crea en los primeros años de la vigencia del seguro entre la Prima Neta Nivelada (PNN) y la obligación natural de la compañía.

Al mantener la primas constantes durante la vigencia del seguro, se produce una consecuencia doble: las primas de los años iniciales son "excesivas", mientras que las de las últimas son "deficitarias", lo cual exige del asegurador la retención de una parte de las primas "excesivas" para compensar el déficit posterior.

Debe cumplir con los principios básicos de los estándares actuariales para garantizar la suficiencia, los cuales según la Asociación Mexicana de Actuarios A.C. (aplicados el 1º de Enero de 2004) son:

***1**. La RRC debe ser igual, al valor presente esperado de los costos de siniestralidad y obligaciones contractuales y costos de administración, menos el valor presente esperado de las Primas de Tarifa futuras netas de costos de adquisición, menos, en su caso los costos de adquisición diferidos.*

$$RRC = [E(S) + GAdmon.] - [\pi + CAdq]$$

***2**. Los supuestos financieros de la valuación deben ser consistentes con los productos financieros que, con un grado razonable de certidumbre, generarán los activos que respaldan a las reservas, con objeto de garantizar suficiencia y solvencia.*

***3**. La valuación de la RRC debe reconocer las características de la cartera expuesta al riesgo.*
También debe tomar en cuenta la experiencia particular de grupos o colectividades específicas, con base en información estadística suficiente y confiable que sustente el comportamiento de la cartera.
La experiencia histórica de los riesgos debe proporcionar una base útil y confiable para desarrollar una proyección razonable del futuro; sin embargo, también deberán considerarse otras variables externas, incluyendo aquellas que van más allá del ámbito de la propia aseguradora y de la industria de seguros.

__4__. La reserva que se constituya deberá ser la mayor de las obtenidas aplicando diferentes escenarios de tasas de caducidad, y aquella que se haya obtenido sin considerar los efectos de la misma.

__5__. La RRC deberá ser por lo menos igual a la cantidad que conforme a las condiciones contractuales, la institución esté obligada a devolver al asegurado en caso de cancelación del contrato.

El concepto de reserva nace de la necesidad de medir la responsabilidad del asegurador con respecto a un grupo de pólizas, al mismo tiempo que éstas se emitieron.

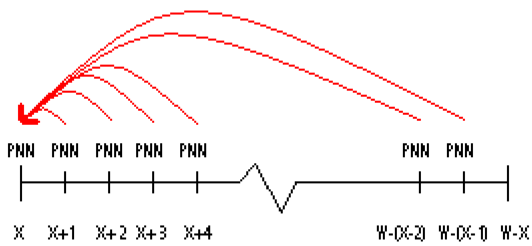
Cuando una póliza de seguros es contratada la aseguradora asume la obligación de dar la Suma Asegurada en el futuro (pago del beneficio) y al contrario el asegurado tiene la obligación del pago de una prima.

Como hemos mencionado en el momento en que se calcula la PNN la diferencia entre las obligaciones de la aseguradora y el asegurado son igual a cero, es decir, que el valor presente del pago del beneficio que hace la aseguradora es exactamente igual al valor presente de todas las primas que debe proporcionar el asegurado. Esta igualdad se convierte en desigualdad cuando empieza a correr la vigencia del seguro.

La PNN es creciente con respecto a la edad para un determinado seguro por lo que

$$PNN_{x+t} > PNN_x$$

Si traemos a valor presente la PNN de x+t años tendremos:



$$\ddot{a}_{x+t} PNN_{x+t} > \ddot{a}_{x+t} PNN_x$$

De donde:

$$A_{x+t} > PNN_x \ddot{a}_{x+t}$$

Esto nos dice que la obligación de la aseguradora es mayor a la obligación del asegurado y como ya lo habíamos mencionado esta diferencia se le conoce como ***Reserva Matemática*** y la denotaremos como

$$V_{x+t}$$

Por lo que

$$V_{x+t} = A_{x+t} - PNN_x \ddot{a}_{x+t}$$

De ésta forma la reserva es definida como el exceso del valor presente del los beneficios futuros sobre el valor presente de la prima neta futura.

1.2.1.1 Métodos para Calcular la Reserva Matemática Pura.

La forma de cálculo de dicho capital se puede hacer de varias formas.

- **Prospectivo** $\Rightarrow$ Tenemos en cuenta los movimientos de capitales desde el momento t hasta la finalización de la operación.

- **Retrospectivo** $\Rightarrow$Tenemos en cuenta los movimientos de capitales desde el inicio de la operación hasta un momento t.

- **Recurrente** ⇒Partimos de la existencia de un cálculo previo del saldo financiero en un momento anterior a t, calculáremos el saldo financiero en el momento t considerando el saldo calculado en un momento anterior a t, sea t-s, y los movimientos de capitales desde t-s a t.

1.2.1.1.1. MÉTODO PROSPECTIVO

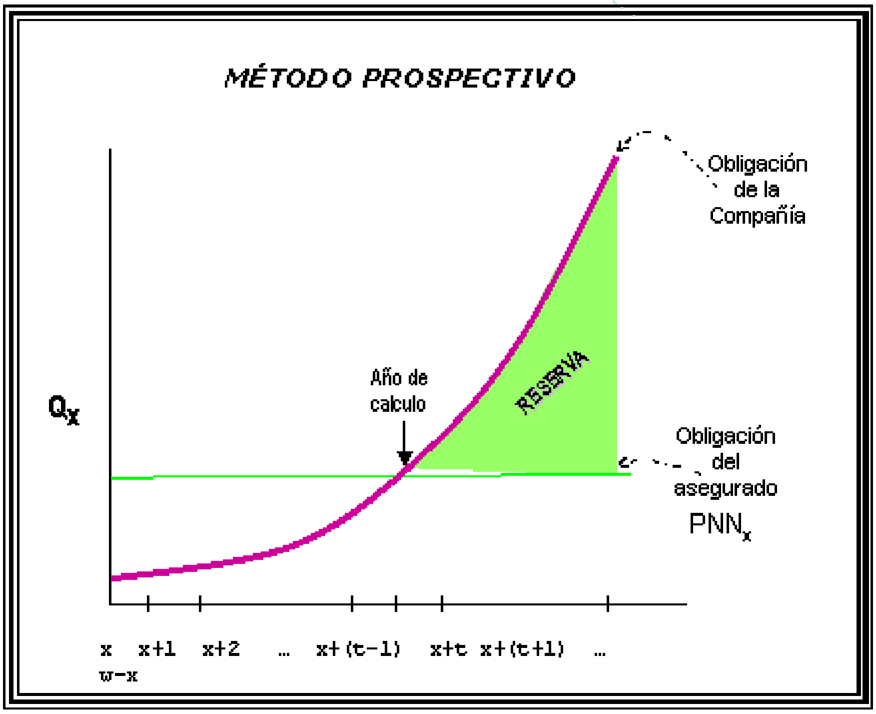
Significa ver las obligaciones que asume la compañía a futuro valuadas a fecha actual. Se consideran las primas futuras que han de ser cobradas y se compara su valor actual con el valor actual de las futuras reclamaciones por muerte que habrán de pagarse.

Este método consiste en determinar los valores actuales de estos compromisos y hallar la diferencia. De manera general podemos obtener la reserva para cada tipo de seguro con la siguiente fórmula y considerando una unidad monetaria como suma asegurada.

$$ {}_tV_x = \frac{f_1 M_x - f_2 M_{x+n} + f_3 D_{x+n}}{D_x} - PNN_x \frac{f_1 N_x - f_2 N_{x+n}}{D_x} $$

Donde:

Seguro Temporal si	$f_1=1;\ f_2=1;\ f_3=0$
Seguro Vida Entera si	$f_1=1;\ f_2=0;\ f_3=0$
Seguro Dotal Mixto si	$f_1=0;\ f_2=1;\ f_3=1$
Seguro Dotal Puros si	$f_1=0;\ f_2=0;\ f_3=1$



1.2.1.1.2. MÉTODO RETROSPECTIVO

Este método se basa en las obligaciones ya cumplidas y se forma de la diferencia entre las primas pagadas y los siniestros pagados por la compañía. En otras palabras son las obligaciones asumidas en el pasado valuadas a fecha actual.

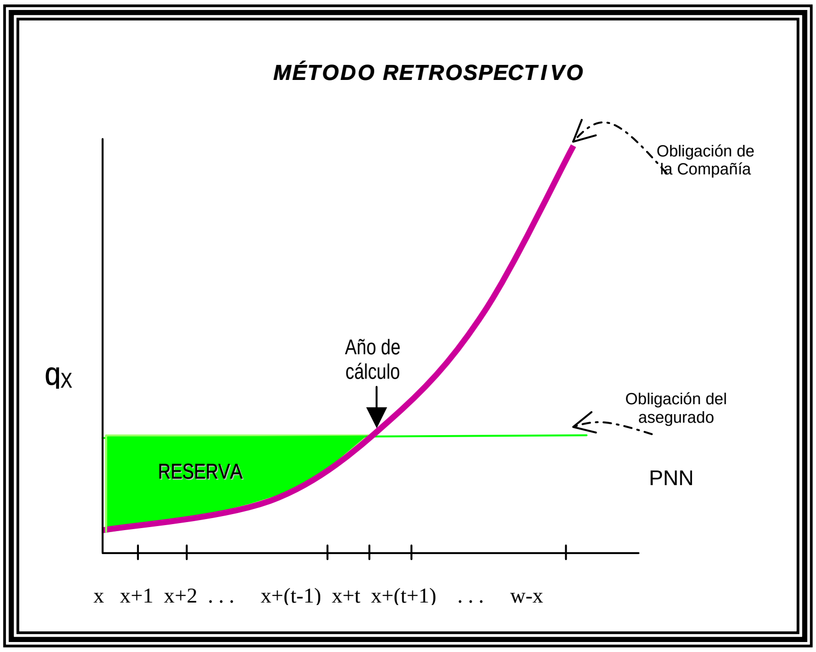
Puede ser considerada como un excedente de primas cobradas durante los primeros años de la póliza, se llama retrospectivo por que considera los resultados del pasado.
De manera general podemos obtener la reserva para cada tipo de seguro con la siguiente fórmula:

$$ {}_tV_x = \left[PNN_x \frac{f_1 N_x - f_2 N_{x+n}}{D_x} - \frac{f_1 M_x - f_2 M_{x+n} + f_3 D_{x+n}}{D_x} \right] \frac{1}{{}_tE_x} $$

Donde:

Seguro Temporal si	$f_1=1;\ f_2=1;\ f_3=0$
Seguro Vida Entera si	$f_1=1;\ f_2=0;\ f_3=0$
Seguro Dotal Mixto si	$f_1=0;\ f_2=1;\ f_3=1$
Seguro Dotal Puros si	$f_1=0;\ f_2=0;\ f_3=1$

El Método Retrospectivo es más conveniente para duraciones más allá del período de prima pagada, la reserva es entonces simplemente la prima neta única para los beneficios futuros a la edad dada.



1.2.1.1.3. MÉTODO DE RECURRENCIA O DE FOURET

Al principio del año t la aseguradora cuenta con la reserva ${}_{t-1}V_x$ y cobrará PNN_x correspondiente por cada uno de los asegurados sobrevivientes al año t-1 teniendo en su poder:

$$ \overbrace{\ell_{x+t-1}}^{\substack{\text{numero}\\ \text{de}\\ \text{asegurados}}} \left({}_{t-1}V_x + PNN_x \right) $$

Tomando en cuenta los intereses devengados al finalizar el año:

$$\ell_{x+t-1}\left({}_{t-1}V_x + PNN_x\right)\left(1+i\right)$$

Con lo que podrá hacer frente a sus obligaciones d_{x+t-1} que son el número de decesos ocurridos en el año. Por lo que la reserva del año siguiente, es decir, del año t esta dad por:

$${}_tV_x\ell_{x+t} = \ell_{x+t-1}\left({}_{t-1}V_x + PNN_x\right)\left(1+i\right) - d_{x+t-1}S.A.$$

De donde

$${}_tV_x = \frac{\ell_{x+t-1}\left({}_{t-1}V_x + PNN_x\right)\left(1+i\right) - d_{x+t-1}S.A.}{\ell_{x+t}}$$

1.2.1.2 Reserva de Gastos de Administración

Hemos dicho que la diferencia entre el sistema puro y el cargado o modificado radica en la procedencia de sus costos de Adquisición, pero si el contrato procede de primas a Pagos Limitados y el período de pago de primas es inferior al período de vigencia de la póliza deberemos constituir la Reserva de Gastos de Administración, después de que halla sido calculada la Reserva Matemática Pura correspondiente, por cualquiera de los métodos antes descritos. Por lo anterior, la Reserva de Gastos de Administración se constituirá como se establece en los sistemas modificados o cargados que describiremos a continuación.

El escenario de ${}_{(n)t}GAdm$ se realizará anualmente durante el período de vigencia del seguro demostrando que el Valor Presente Actuarial de los ${}_{(n)t}GAdm$ que se efectuará durante el período de vigencia del seguro son equivalentes al Valor Presente Actuarial de los ${}_{(m)t}GAdm$, incluidos en la prima, que se cobrarán durante el período de pago de primas, es decir:

$$\overbrace{\sum_{t=0}^{n-1}}^{\text{Período de Vigencia del Seguro}} v^t GAdm_{t+1}^{(n)}\,{}_tp_x = \overbrace{\sum_{t=0}^{m-1}}^{\text{Período de Pago de Primas}} v^t GAdm_{t+1}^{(m)}\,{}_tp_x; \qquad \mathrm{m} \le \mathrm{n}$$

Donde:

${}_tp_x$ = Probabilidad de supervivencia del asegurado.

$v \rightarrow$ Se calcula con la tasa de interés prevista en la nota técnica del plan.

En el caso de que la compañía de seguros no defina un escenario específico de los ${}_{(n)t}GAdm$ que realizará anualmente, se deberá determinar el Gasto de Administración anual equivalente, como:

$$GAdm_{t+1}^{(n)} = \frac{\sum_{t=0}^{m-1} v^t GAdm_{t+1}^{(m)}\,{}_tp_x}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp_x}$$

$GAdm_{t+1}^{(n)}$ Es la parte proporcional de gastos que la aseguradora debe pagar anualmente respecto a los Gastos de

Administración incurridos por el asegurado durante el período de pago de primas.

Como ya mencionamos es necesario constituir una Reserva de Gastos de Administración dado que el período de pago de primas es limitado. La reserva correspondiente al final del año de vigencia t, para un asegurado de edad *x,* se expresa como:

$$V_t^{GAdm} = \begin{cases} \dfrac{\left[V_{t-1}^{GAdm} + GAdm_t^{(m)} - GAdm_t^{(n)}\right](1+i)}{p_{x+t-1}} & \forall \ t \le m < n \\ \dfrac{\left[V_{t-1}^{GAdm} - GAdm_t^{(n)}\right](1+i)}{p_{x+t-1}} & \forall \ m < t \le n \end{cases}$$

Si necesitamos conocer el valor exacto de la Reserva de Gastos de Administración futura correspondiente a *r* días posteriores al año de vigencia inmediato anterior *t*, tendremos que emplear la siguiente ecuación:

$$V_{t+r}^{GAdm} = \begin{cases} {}^{365-r}\!/_{365}\left[V_t^{GAdm} + GAdm_{t+1}^{(m)} - GAdm_{t+1}^{(n)}\right] + {}^{r}\!/_{365} V_{t+1}^{GAdm} & \forall \ t \le m < n \\ {}^{365-r}\!/_{365}\left[V_t^{GAdm} - GAdm_{t+1}^{(n)}\right] + {}^{r}\!/_{365} V_{t+1}^{GAdm} & \forall \ m < t \le n-1 \end{cases}$$

Donde V_{t+1}^{GAdm} se refiere al valor que tendrá la Reserva al cierre del ejercicio inmediato posterior al momento de la valuación[12].

1.2.1.3 SUFICIENCIA DE LA RESERVA

Una cancelación, una cesión en el pago de primas ó un cambio de plan del seguro son riesgos inherentes en los Seguros de Vida a largo plazo, es por ello que muchas compañías con el fin de poder hacer frente a este tipo de riesgos constituyen un capital, ya que de acuerdo a la Ley del Contrato sobre el Seguro el asegurado tiene derecho a reclamar una parte de la reserva matemática en caso de que se presente cualquiera de las situaciones antes descritas, y sólo en el caso en el que el asegurado haya cubierto tres[13] anualidades consecutivas. Se fija este periodo, ya que antes de este, gran parte de la prima se paga vía comisiones a los agentes y gastos de administración, por lo cual no hay posibilidad de otorgarlos.

En los contratos a largo plazo las compañías analizan, en su momento, las pólizas por plazos determinando su valor esperado y la prima de riesgo no devengada para así llegar a un factor de suficiencia a plazos.

Esta parte de la reserva matemática a la que tendrá derecho el asegurado es llamada Valor Garantizado. Podemos reclamarlo de tres formas:

Valor de Rescate

El asegurado recibe una cantidad de dinero equivalente a un porcentaje de la Reserva Matemática que acumulo hasta el aniversario de la póliza más próximo a la fecha de cancelación, cancelándose el seguro en forma automática.

12 Circular S-10.1.7 30 de Septiembre de 2003.

13 Artículos 181°-184° de la Ley Sobre el Contrato del Seguro.

Este se determina con la prima de tarifa que como ya hemos mencionado incluye la prima neta devengada, los gastos de administración, gastos de adquisición y un margen de solvencia, entonces el valor en rescate será un porcentaje de la Reserva Matemática. Entonces podemos afirmar que:

$$V_{\text{Resc.}} \leq SR \leq R_{\text{Mate.}}$$

Donde.
$V_{\text{Resc.}} =$ Valor de Rescate.
$SR =$ Suficiencia de la Reserva.
$R_{\text{Mate.}} =$ Reserva Matemática.

Seguro Prorrogado

Consiste en utilizar el importe que le corresponde de la reserva matemática al contratante, según el cuadro de valores garantizados de la póliza respectiva para el pago de primas del seguro, por un número menor de años sin cambiar la suma asegurada.

Seguro Saldado

Consiste en utilizar el importe que le corresponde de la reserva matemática al contratante, según el cuadro de valores garantizados de la póliza respectiva para el pago de primas y convertir el seguro en otro saldado o íntegramente pagado, pero por una menor suma asegurada.

Préstamo Automático de Primas

Esta forma de pago no es considerada como un valor garantizado, sin embargo, puede representar una opción para el asegurado y se refiere al préstamo automático de primas con garantía a la reserva matemática a la que tiene derecho.

Si el pago de primas no se realiza la compañía tiene la libertad de prestar al asegurado el importe de la prima tomando como garantía el valor de la reserva matemática y el seguro continua en vigor sólo hasta que se agote la reserva y si el asegurado no hubiera pagado la prima una vez llegado este plazo entonces se procede la cancelación de la póliza.

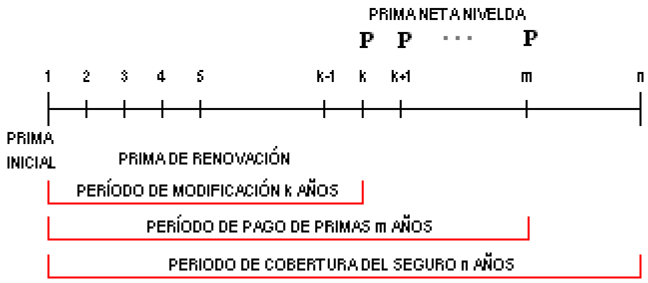
1.2.2 Reserva Matemática Cargada (Modificada)

En el caso del Seguro de Vida la prima que se cobra al asegurado resulta insuficiente en el primer año, debido al alto costo de adquisición, además, del pago de siniestros y la constitución de la Reserva Matemática, es por eso que la Compañía tiene que financiar dicho déficit.

La aseguradora financia estos planes durante los primeros años de vigencia, y posteriormente comienza a recuperar los fuertes gastos que consumieron gran parte de la prima, es hasta entonces cuando el seguro de vida comienza a generar ganancia.

La cantidad que permitió financiar el Costo de Adquisición del primer año, corresponde al excedente que se genera entre la PNN y el costo estimado de siniestralidad del período, es decir, la Reserva Matemática del período. Las Reservas Cargadas o Modificadas son estas cantidades, mismas que deben ser devueltas en un plazo menor al período de pago de primas, incorporando el parámetro de amortización.

El período de modificación de primas no necesariamente coincide con el período de pago de primas, sino que puede ser menor.



Las Reservas Modificadas se calculan en base a la cantidad que se autoriza para el financiamiento del Costo de Adquisición del primer año, de la temporalidad del plan y del período de pago de primas.

1.2.2.1 Métodos para Calcular la Reserva Matemática Cargada.

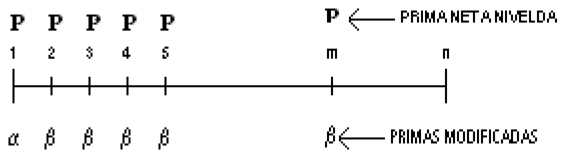
Algunos métodos para el cálculo de estas reservas son:

1. Método de la Circular S-10.1.7 y S-10.1.7.1 $\rightarrow$ México
2. Método de Zillmer $\rightarrow$ Comunidad Económica Europea
3. Método de los Comisionados
4. Método de Illinois

$\Big\}$ Estados Unidos de Norteamérica

La diferencia entre la π y la PNN representan el margen para los Gastos[14], pero en el caso de Gastos de Adquisición en el primer año ésta resulta insuficiente por lo que surge la necesidad de disponer de la Prima Pura de Riesgo no comprometida para cubrir el pago de la siniestralidad esperada y ser restituida con el pago de las primas subsecuentes.

Esquema de primas



1.2.2.1.1 MÉTODO UTILIZADO EN MÉXICO.

La RRC a largo plazo para la operación de vida se constituye por medio de disposiciones establecidas en la Circular S-10.1.7 que a continuación describiremos:

Para los seguros de vida con temporalidad ***<u>superior a un año</u>***:

a) La RRC tendrá como *cota inferior la reserva que se obtenga mediante la aplicación del método actuarial para el cálculo del monto mínimo de su RRC que establezca la Comisión, es decir,* cuando la RRC valuada por la institución, *sin considerar el componente de gasto de administración*, es mayor o igual a la cota inferior antes mencionada.

$$ {}_tV^{\min S-10.1.7} \leq {}_tV^{Compañía} $$

14 Ver Glosario en Anexos

b) En el caso de los seguros de vida individuales o colectivos con temporalidad superior a un año, donde el número de años que se pagará la prima sea menor al número de años que estará vigente el plan, se deberá calcular una provisión de los Gastos de Administración para ejercicios futuros.

Hemos hablado del Monto Mínimo para el cálculo de la RRC, pero no sabemos como establecerlo, es por ello que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas dio a conocer la **Circular S-10.1.7.1** como un documento derivado de la circular para exponer ampliamente el tema de Reserva Mínima.

i. ***Reserva Matemática Terminal***

La *Reserva Matemática Terminal* es la diferencia entre el valor presente actuarial por concepto de pago de beneficios y el valor presente por concepto del pago de primas netas, correspondiente al aniversario de cada una de las pólizas en vigor al momento de la valuación.

Las obligaciones futuras de la compañía corresponden a los pagos esperados futuros por supervivencia y mortalidad. Y las obligaciones futuras del asegurado corresponden a la esperanza de los ingresos futuros de primas netas basadas en la supervivencia.

$$V^{MT} = \langle VP(OF) - VP(PN) \rangle_{\text{fecha de valuacion}}$$

ii. La ***Reserva Mínima Terminal*** se obtendrá de la diferencia entre la *reserva matemática terminal* y la **anualidad de amortización** de las pérdidas del primer año de vigencia del plan (derivándose solamente del sistema de pago de comisiones y costos de adquisición que en el primer año sean superiores a las comisiones niveladas y demás costos de adquisición nivelados incluidos en la prima de tarifa).
Representa una cota inferior para los sistemas modificados.

iii. ANUALIDAD DE AMORTIZACIÓN

De acuerdo a la circular antes citada se define a la reserva mínima como:

Sea
$AM =$ Anualidad de Amortización
$P_{Ah} =$ Prima de Ahorro
$PA_1 =$ Pérdida de Amortización
$PE =$ Pérdida Esperada
$CS_1 =$ Costo Esperado de Siniestralidad

$$_tV_x^{\min} = {}_tV_x - AM_t$$

El implementar el concepto de Anualidad de Amortización nos permitirá diferenciar la reserva matemática pura de la cargada o modificada, es decir:

Caso I

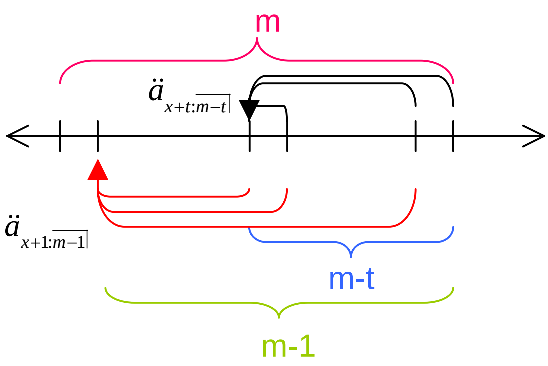
Si $AM = 0$ tendremos un sistema puro, ya que no existen variantes en los costos de adquisición, pues, estos son nivelados.

Caso II

Si $AM \neq 0$ tendremos un sistema cargado o modificado, pues los costos de adquisición son decrecientes.

Para calcularla en cada año de vigencia del plan utilizaremos los conceptos de **valor presente actuarial**[15] y **valor presente actuarial acumulado**[16], ya que ésta representa el pago acumulado de la pérdida de amortización que se realizará de la edad $x+t$ hasta la edad $x+m$, pero amortizándolo desde la edad $x+1$ hasta la edad $x+m$, esto es para que tengamos pagos periódicos durante el plazo de pago de primas.

$$AM_t = \overbrace{F}^{\text{Valor Actuarial Acumulado}} \quad PA_1 \frac{\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}}; \text{ m plazo de pago de primas}$$



Donde
La **Pérdida de Amortización** se calculará como:

1. **Prima de Ahorro** del primer año es la diferencia entre la PNN y el costo esperado de siniestralidad (prima natural).

$$P_{Ah} = PNN_1 - CS_1$$

Calcularemos el valor presente del costo esperado de siniestralidad durante el primer año para el seguro de muerte como:

$$CS_1 = SA\frac{q_x}{1+i}$$

La PA_1 es igual a la PE_1, pero si $PE_1 > P_{Ah}$ entonces la PA_1 es igual a P_{Ah}. Por lo tanto la PA_1 es:

$$PA_1 = \min(PE_1, P_{Ah})$$

Donde, además, la **Pérdida Esperada** para el primer año es la diferencia entre el costo de adquisición (C_{Adq}) y la porción de la prima de tarifa (α[17]), correspondiente al recargo por concepto de gastos de adquisición. Esto es:

$$PE_1 = \left(C_{Adq} - \alpha\right)\pi_1$$

iv. La Reserva Mínima Exacta.

---

15 El valor presente actuarial de una unidad vencida al final del primer año siempre que sobreviva es: ${}_1E_x = A_{x:\overline{1}|}^{\ \ 1} = \frac{p_x}{(1+i)}$.

16 Se define a el valor actuarial acumulado como $F = \frac{1}{{}_1E_x}$.

Matemáticas Actuariales. Vínculos Matemáticos. Oscar Aranda Martínez y Nadia Araceli Castillo García.

17 Ver en anexo Pág. 62 definición de Prima de Tarifa la obtención de α.

Del primer año, se determinará como la parte no devengada del costo esperado de Siniestralidad de la cobertura de muerte, más la diferencia entre la prima de ahorro y la pérdida de amortización, capitalizada mensualmente con una tasa de interés técnico.

$$ {}_1V_x^{ex.\min.} = \frac{\left(q_x \big/ (1+i) \right) f_D + \left(P_{Ah} - PA_1 \right)(1+i)^{K/365}}{p_x} $$

Donde

$$ f_D = \frac{365-K}{365} $$

f_D = *Factor de Devengamiento*
K = Días transcurridos hasta la fecha de valuación

La reserva mínima terminal a partir del segundo año se define como la diferencia entre la reserva matemática (${}_tV_x$) y la anualidad de amortización:

$$ {}_tV_x^{\min} = {}_tV_x - AM_t $$

Es posible obtener la reserva exacta para cualquier día "K" del año de la póliza "t" como sigue:

$$ {}_{t-1+\frac{K}{365}}V_x^{exacta} = \begin{cases} \frac{K}{365}\,{}_tV_x^{\min} + \left(1-\frac{K}{365}\right)\left({}_{t-1}V_x^{\min} + PNN_x + \frac{PA_1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} F \right); & \text{t} \le \text{m} \\ \frac{K}{365}\,{}_tV_x^{\min} + \left(1-\frac{K}{365}\right)\left({}_{t-1}V_x^{\min} \right); & \text{t} > \text{m} \end{cases} $$

Para el caso en el que se requiera calcular la reserva para la mitad del año ésta se calculará de la siguiente forma:

$$ {}_tV_x^{media} = \begin{cases} \dfrac{ {}_{t-1}V_x^{\min} + \left({}_tV_x^{\min} + PNN_x + \frac{PA_1}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} F \right) }{2}; & \text{t} \le \text{m} \\ \dfrac{ {}_tV_x^{\min} + {}_{t-1}V_x^{\min} }{2}; & \text{t} > \text{m} \end{cases} $$

Una vez determinada la Reserva Matemática cargada o modificada analizaremos si el producto, es decir, el contrato, proviene de primas a Pagos Limitados (cuando el período de pago de primas es inferior al periodo de vigencia de la póliza) y, además, dicho contrato es superior a un año para entonces calcular la Reserva de Gastos de Administración correspondiente.

El escenario de ${}_{(n)t}GAdm$ se realizará anualmente durante el período de vigencia del seguro demostrando que el Valor Presente Actuarial de los ${}_{(n)t}GAdm$ que se efectuará durante el período de vigencia del seguro son equivalentes al Valor Presente Actuarial de los ${}_{(m)t}GAdm$, incluidos en la prima, que se cobrarán durante el período de pago de primas, es decir:

$$ \overbrace{\sum_{t=0}^{n-1}}^{\text{Período de Vigencia del Seguro}} v^t GAdm_{t+1}^{(n)}\,{}_tp_x = \overbrace{\sum_{t=0}^{m-1}}^{\text{Período de Pago de Primas}} v^t GAdm_{t+1}^{(m)}\,{}_tp_x; \qquad \text{m} \le \text{n} $$

Donde:

${}_tp_x$ = Probabilidad de supervivencia del asegurado.

$v \rightarrow$ Se calcula con la tasa de interés prevista en la nota técnica del plan.

En el caso de que la compañía de seguros no defina un escenario específico de los ${}_{(n)t}GAdm$ que realizará anualmente, se deberá determinar el Gasto de Administración anual equivalente, como:

$$GAdm_{t+1}^{(n)} = \frac{\sum_{t=0}^{m-1} v^t GAdm_{t+1}^{(m)}\ {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t\ {}_t p_x}$$

$GAdm_{t+1}^{(n)}$ Es la parte proporcional de gastos que la aseguradora debe pagar anualmente respecto a los GAdm incurridos por el asegurado durante el período de pago de primas.

Como ya mencionamos es necesario constituir una Reserva de Gastos de Administración, ya que el periodo de pago es limitado, correspondientes al final del año de vigencia *t,* para un asegurado de edad *x,* como:

$$V_t^{GAdm} = \begin{cases} \dfrac{\left[V_{t-1}^{GAdm} + GAdm_t^{(m)} - GAdm_t^{(n)}\right](1+i)}{p_{x+t-1}} & \forall \ \ t \le m < n \\ \dfrac{\left[V_{t-1}^{GAdm} - GAdm_t^{(n)}\right](1+i)}{p_{x+t-1}} & \forall \ \ m < t \le n \end{cases}$$

Si necesitamos conocer el valor exacto de la Reserva de Gastos de Administración futura correspondiente a *r* días posteriores al año de vigencia inmediato anterior *t*, tendremos que emplear la siguiente ecuación:

$$V_{t+r}^{GAdm} = \begin{cases} {}^{365-r}\!\!/_{365}\left[V_t^{GAdm} + GAdm_{t+1}^{(m)} - GAdm_{t+1}^{(n)}\right] + {}^{r}\!/_{365} V_{t+1}^{GAdm} & \forall \ \ t \le m < n \\ {}^{365-r}\!\!/_{365}\left[V_t^{GAdm} - GAdm_{t+1}^{(n)}\right] + {}^{r}\!/_{365} V_{t+1}^{GAdm} & \forall \ \ m < t \le n-1 \end{cases}$$

Donde V_{t+1}^{GAdm} se refiere al valor que tendrá la Reserva al cierre del ejercicio inmediato posterior al momento de la valuación[18].

1.2.2.1.2 MÉTODO DE ZILLMER

Este método fue desarrollado por el doctor Augustus Zillmer, en el año de 1863, la base de su modelo es tomar en cuenta los gastos efectuados y los gastos por incurrir, estableciendo con esto, la cantidad que se permite utilizar para financiar el costo de adquisición del primer año, dicha cantidad queda definida por una cuota fija por millar de seguro, esta cuota es conocida como ***"Cuota de Zillmer"***, o bien la anualidad de amortización en el método utilizado en México.

Se toma en cuenta el costo de la siniestralidad esperado para el primer año, y para los siguientes son necesarias las Primas Netas Modificadas de renovación superiores a la PNN, para así compensar la diferencia de los altos gastos de adquisición respecto a la del primer año.

Sean:

α_z : Prima del primer año por el método de Zillmer.

β_z : Prima de renovación del primer año por el método de Zillmer.

PNN_x : Prima neta del plan del seguro.

Q : Cuota de Zillmer.

[18] Circular S-10.1.7 30 de Septiembre de 2003.

La cuota que define la cantidad que se autoriza para financiar los gastos de adquisición, por el método de Zillmer esta dada por la siguiente expresión.

$$\beta_z - \alpha_z = Q$$

Considerando lo anterior podemos definir la prima de renovación en función de la PNN más una cantidad que corresponde a la amortización por período.

$$\beta_z = {}^{m}PNN_{x:\overline{n}|} + \frac{Q}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$

Y la cuota del primer año esta dada por:

$$Q = \beta_z - \alpha_z$$

Mediante el método prospectivo la reserva será:

$${}^{m}_{t}V^{z}_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - {}^{m}\mathrm{P}NN^{z}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$$

$${}^{m}_{t}V^{z}_{x:\overline{n}|} = {}^{m}_{t}V_{x:\overline{n}|} - \frac{Q}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}$$

Haremos la siguiente restricción, ya que la reserva no puede ser negativa,

$$\underbrace{\left[\frac{A_{x+t:\overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}} - \beta_z\right]}_{\text{PRIMA NETA DE UN SEGURO DOTAL}} \qquad \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} \geq 0 \quad \forall t$$

Es así como se cumple que:

$${}^{m-t}\mathrm{P}NN_{x+1:\overline{n-1}|} \geq {}^{m}PNN^{z}_{x:\overline{n}|}$$

Obtengamos la cuota de Zillmer despejando

$$\beta_z = {}^{m}\mathrm{P}NN_{x:\overline{n}|} + \frac{Q}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \quad \Rightarrow$$

$$Q = \left[{}^{m}PNN^{z}_{x:\overline{n}|} - {}^{m}PNN_{x:\overline{n}|}\right]\ddot{a}_{x:\overline{m}|} \leq \left[{}^{m-1}PNN_{x+1:\overline{n-1}|} - {}^{m}PNN_{x:\overline{n}|}\right]\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

O bien podemos rescribir la ***Reserva de Zillmer*** como:

$${}_{t}V^{z}_{x} = {}_{t}V_{x} - Q\left[1 - \frac{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\right]$$

$${}_{t}V^{z}_{x} = {}_{t}V_{x} - \overbrace{Q\left[1 - {}_{t}V_{x}\right]}^{\text{AJUSTE DE ZILLMER}}$$

$${}_{t}V^{z}_{x} = \left[1 + Q\right]{}_{t}V_{x} - Q$$

Ésta expresión muestra de forma sencilla la ***Reserva de Zillmer*** para un seguro mixto u ordinario de vida. Estas expresiones están en función de la reserva terminal y de la Cuota de Zillmer.

Al final del período de pago de primas la reserva terminal y la de Zillmer son iguales, ya que la diferencia entre ellas decrece con la duración del seguro.

1.2.2.1.3 MÉTODO DE LOS COMISIONADOS

Una condición necesaria es que el período de modificación coincida con el período de pago de primas. Por lo que:

$$\beta^C > {}_{19}PNN_{x+1}$$

La cantidad disponible para financiar el costo de adquisición del primer año es:

$$\beta^C - \alpha^c = {}_{19}PNN_{x+1} - A^{1}_{x:\overline{1}|}$$

Sustituyendo los valores que corresponden a las primas bajo el método de los comisionados tenemos:

$$\beta^C = PNN + \frac{{}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$\alpha^C = \beta^C - \left[\frac{{}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right]$$

La reserva modificada para un seguro mixto esta dada por la siguiente expresión:

$${}_tV_x^c = A_{x+t:\overline{n-t}|} - PNN_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} - \left[\frac{{}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\right]\ddot{a}_{x+m:\overline{m-t}|}$$

1.2.2.1.4 MÉTODO DE ILLINOIS

Este método se emplea sólo en pólizas cuya prima neta es mayor que la prima neta de un seguro de vida entera a 20 pagos. Este método se limita a 20 años.

Y se cumple:

$$PNN > {}_{20}PNN_x$$

Donde ${}_{20}PNN_x$ es la prima neta de un plan ordinario de vida con pagos limitados a 20 años.

La cantidad que se permitirá utilizar para la financiación de los gastos de adquisición esta dado por la siguiente expresión.

$$\beta^1 - \alpha^1 = {}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}$$

$$\beta^1 = PNN + \left[\frac{{}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{g}|}}\right]$$

De donde:

$$\alpha^1 = \beta^1 - \left[{}_{19}PNN_{x+1} - A^{'}_{x:\overline{1}|}\right]$$

Donde

g es un valor que esta entre 20 y el número de años del período de pago de primas

PNN es la prima neta del plan del que se trate.

Utilizando el enfoque prospectivo podemos calcular la reserva para este modelo como sigue:

$${}_tV^1 = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^1\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$$

1.2.3 RRC LARGO PLAZO PARA LA OPERACIÓN DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES Y DAÑOS[19]

Anteriormente no existían en la operación de daños las pólizas con más de un año de vigencia, ya que, la probabilidad de ocurrencia de siniestros era muy grande, pero con el paso del tiempo las compañías aseguradoras fueron requiriendo que los contratos tuvieran mayor vigencia de cobertura. Es por esta razón que nacen los contratos multianuales.

De acuerdo a esta premisa es necesario establecer las reglas para poder calcular la reserva de estos contratos, mediante la parte no devengada de la prima del año en vigor, más el 100% de las primas correspondiente a años futuros actualizada a una tasa que no debe ser inferior a la inflación.

$$RRC_t = \frac{T-t}{T}(\pi - C_{Ad}) + \sum_{i=1}^{k} P_{FAi}$$; k es el número de años del contrato multianual.

Donde:

$f_D =$ Factor de devengamiento
$\pi =$ Prima de Tarifa
$C_{Ad} =$ Costo de Adquisición
$P_{FA} =$ Primas correspondientes a años futuros actualizadas conforme a la inflación.
$T =$ Tiempo total de la vigencia del contrato
$t =$ Tiempo transcurrido desde el inicio de vigencia de la póliza a la fecha de valuación.

Generalmente la forma en que se calcula la prima devengada para un año "n" es mediante el método de los veinticuatroavos, el cual parte de la suposición de que el vencimientos de las pólizas, en promedio, se verifica a la mitad del año, tomando como base las primas emitidas en los últimos veinticuatro meses.

La formula para el cálculo de la prima es el siguiente:

$$P_D = \left[23/24\, PE_n^{(1m)} + 21/24\, PE_n^{(2m)} + \cdots + 1/24\, PE_n^{(12m)} \right] + \left[1/24\, PE_{n-1}^{(1m)} + 3/24\, PE_{n-1}^{(2m)} + \cdots + 23/24\, PE_{n-1}^{(12m)} \right]$$

Donde:

$P_D =$ Prima Devengada
$PE_{n-1}^{(1m)} =$ Prima Emitida del año n-1 en el mes uno

Es importante aclarar que este método, presupone el cobro de una prima única en la cual están incluidos los costos de administración adquisición y margen de utilidad futuros. En este caso el asegurado no tiene obligación futura de pago de primas por lo cual la reserva se constituye sólo con el valor esperado de las obligaciones futuras de la aseguradora, que corresponde a las primas no devengadas que deberán ser guardadas para el pago de siniestros de años futuros o devueltas al asegurado en caso de que el bien asegurado desaparezca.

Otro aspecto que es importante aclarar es que el pago fraccionado de la prima no modifica el procedimiento de cálculo de la reserva, por lo que el cálculo debe realizarse como si la prima se hubiese pagado en su totalidad al inicio de vigencia del plan.

---

[19] Criterios Generales de Solvencia. Constitución de Reservas Técnicas desarrollados por la ASSAL 2000

CAPÍTULO II

Reserva de Obligaciones Pendientes de Cumplir

Es momento de hablar de la Reserva de Obligaciones Pendientes de Cumplir (OPC), cuyo objetivo principal es crear un fondo para poder pagar las reclamaciones de los siniestros ocurridos.

El poder estimar esta reserva nos permitirá tener una idea más clara de las obligaciones que tiene la aseguradora, para así poder prevenir problemas de insolvencia, o de subestimación de sus obligaciones. De acuerdo al Artículo 50° de la LGISMS la Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir se debe determinar:

I. Por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos, y por repartos periódicos de utilidades, el importe total de las sumas que deba desembolsar la institución se estimarán:

   a) En la operación de **Vida**

      i. Como las sumas aseguradas en las pólizas, con los ajustes que procedan.
      ii. Obligaciones pagaderas a plazos con el valor presente de los pagos futuros.
      iii. Si son rentas el monto de las que estén vencidas y no se hayan cobrado.

   b) En la operación de **Daños**

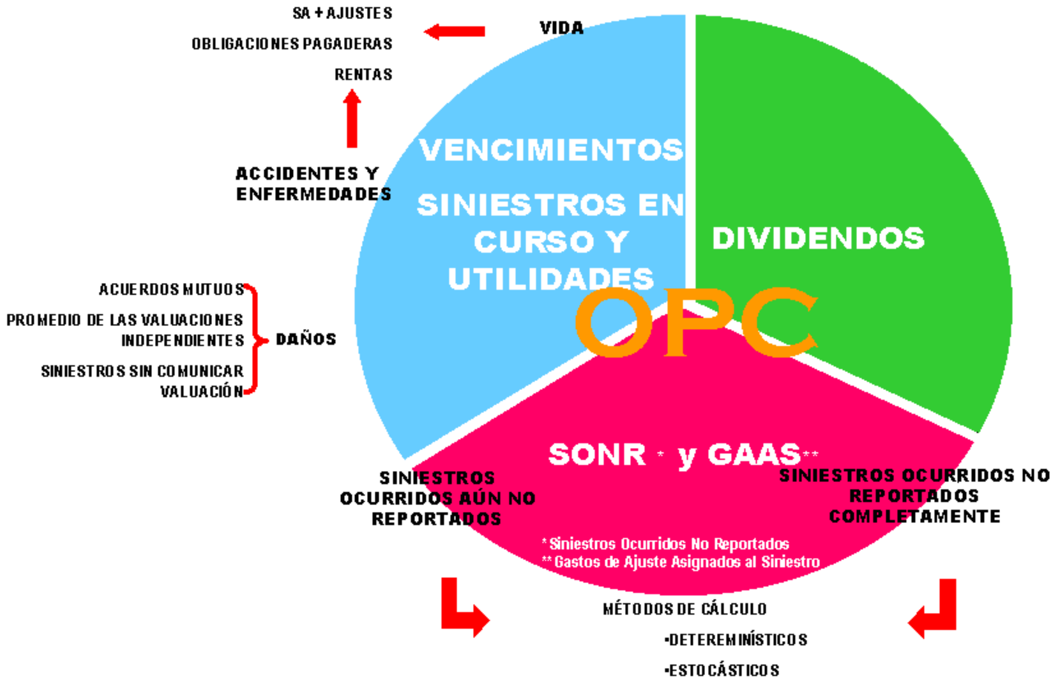
      i. Para los siniestros en los que se ha llegado a un acuerdo por ambas partes.
      ii. Para los Siniestros que han sido valuados en forma distinta por ambas partes, se calculará con el promedio de esas valuaciones.
      iii. Y si se trata de siniestros respecto de los cuales los asegurados no han comunicado valuación o bien no se encuentran completamente valuados, se calcularán en base a los métodos de Siniestros Ocurridos no Reportados, mencionados en el punto II y descritos en 2.3.1.

   c) En **Accidentes y Enfermedades**

   Se procederá como en vida, cuando se trate de capitales o rentas aseguradas por muerte o por incapacidad, y como en las de daños en los demás casos.

II. Por Siniestros Ocurridos No Reportados, así como, los Gastos de Ajuste Asignados al Siniestro de que se trate, las sumas que autorice anualmente la CNSF a las instituciones considerando la experiencia de siniestralidad de la institución y tomando como base los métodos actuariales de cálculo de cada compañía, que en su opinión sean los más acordes con las características de su cartera.

III. Por dividendos o indemnizaciones que por sumas aseguradas les confíen los asegurados a sus beneficiarios.



El cálculo de la OPC se efectuará separadamente por años de ocurrencia de los siniestros y por año de vigencia del contrato y de acuerdo a:

$$OPC = \overbrace{\begin{matrix}\text{Reserva} & + & \text{Ajustes a} \\ \text{Estimada} & - & \text{la Reserva}\end{matrix} \quad - \quad \text{Pagos}}^{\text{SALDO PENDIENTE}}$$

y se cumplirá que:

$$OPC = 0 \quad \begin{cases} \text{1) Se paga todo el siniestro} \\ \text{2) Cuando el siniestro no es cubierto} \\ \text{3) El monto del siniestro es igual o menor al deducible} \end{cases}$$

La reserva se puede ver incrementada por siniestros nuevos y ajustes adicionales o bien, reducida por los pagos realizados y los ajustes de menos. Una característica importante de esta reserva es que es acumulativa y nos ayuda a calcular el monto del siniestro, de la siguiente manera:

$$\begin{matrix}\text{Monto}\\\text{del}\\\text{siniestro}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{Reserva}\\\text{Estimada}\end{matrix} \pm \begin{matrix}\text{Ajustes}\\\text{a la}\\\text{Reserva}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{Gastos}\\\text{de}\\\text{Ajuste}\end{matrix} + \text{Salvamentos} - \text{Recuperaciones}$$

2.1 RESERVA DE SINIESTROS, VENCIMIENTOS Y UTILIDADES

Se debe constituir esta reserva por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos, y por repartos periódicos de utilidades, el importe total de las sumas que deba desembolsar la institución se estimarán en las operaciones de:

a) **Vida**

i. Como las sumas aseguradas en las pólizas, con los ajustes que procedan.
ii. Obligaciones pagaderas a plazos con el valor presente de los pagos futuros.
iii. Si son rentas el monto de las que estén vencidas y no se hayan cobrado.

b) **Daños**

i. Para los siniestros en los que se ha llegado a un acuerdo por ambas partes.
ii. Para los Siniestros que han sido valuados en forma distinta por ambas partes, el promedio de esas valuaciones.
iii. Y si se trata de siniestros respecto de los cuales los asegurados no han comunicado valuación.

c) **Accidentes y Enfermedades**

Se procederá como en vida, cuando se trate de capitales o rentas aseguradas por muerte o por incapacidad, y como en las de daños en los demás casos.

2.2 RESERVA POR DIVIDENDOS O INDEMNIZACIONES.

Como ya mencionamos, cuando un asegurado contrata un seguro y este presenta un buen comportamiento en su siniestralidad, la aseguradora puede dar a sus contratantes la participación en dividendos, que es un pago que devuelve la compañía de seguros a sus asegurados por buena siniestralidad.

Este concepto se aplica para todas las operaciones de la compañía de seguros, es decir, se aplica tanto para la operación de vida como para la operación de daños.

Para la operación de vida, cuando la compañía no cuenta con experiencia propia la reserva se calculara como una proporción de la utilidad del periodo según el ramo del que se trate: individual, grupo y colectivo, en base a la siguiente formula:

$$U = \begin{array}{c}\text{Suma de}\\\text{la Prima}\\\text{devengada}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Monto}\\\text{del}\\\text{siniestro}\end{array} - \text{Comisión} - \text{Gastos} - \begin{array}{c}\text{Prima}\\\text{cedida}\\\text{devengada}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Siniestros}\\\text{recuperados}\end{array}$$

Donde

$$\text{Siniestros recuperados} = \begin{array}{c}\text{Monto}\\\text{del}\\\text{siniestro}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Monto de}\\\text{la}\\\text{retención}\end{array}$$

La Utilidad se genera por:

1. Baja siniestralidad en la cartera.

Esto ocurre cuando la compañía hace una buena selección del riesgo, es decir, que la tasa de mortalidad estimada resulta ser mayor que la tasa de mortalidad real, y se incurre en una ganancia para la compañía.

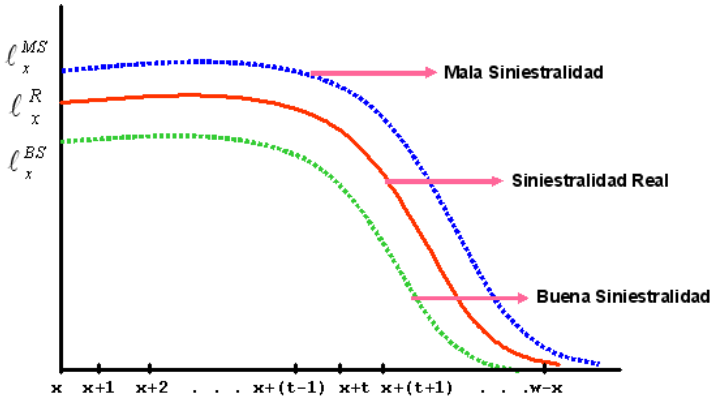
Es decir, se cumple la siguiente desigualdad.

$$S_x^{BS} \leq S_x^{\text{Real}} \leq S_x^{MS}$$

Donde

S_x^{BS} = Función de supervivencia con una buena siniestralidad.

S_x^{MS} = Función de supervivencia con una mala siniestralidad.



2. Altos rendimientos del producto de la inversión de la reserva.
   Se tomó una buena decisión sobre el mercado en el cual invertir las reservas.

3. Reducción de los Gastos administrativos en la operación.
   Reducción de la nómina
   Optimización de los recursos administrativos de la compañía.

En la nota técnica del producto en cuestión se determina un porcentaje por el cual se hará participe a los asegurados en el reparto de dividendos.

En la operación de daños la compañía otorga la participación en dividendos de acuerdo a la siniestralidad obtenida por cada ramo, y se establece como un porcentaje de la utilidad obtenida.

2.3 RESERVA DE SINIESTROS OCURRIDOS NO REPORTADOS

En años anteriores los portafolios de seguros de daños y accidentes y enfermedades fueron financiados por un sistema de pago al reclamo, donde todos los reclamos de un año en particular eran pagados por la prima cobrada durante éste mismo, sin considerar el año en que ocurrió el siniestro. El balance financiero se realizaba mediante la equivalencia entre las primas cobradas y los reclamos pagados durante el año calendario. Dicha diferencia proporcionaba ganancias y pérdidas técnicas durante el año sin representar la situación real de la compañía.

Existe una distinción para calcular la reserva de Siniestros Ocurridos No Reportados que radica en como seleccionamos la estadística, es decir, si calculamos la reserva con:

- Siniestros Reclamados
- Siniestros Pagados

Generalmente los siniestros pagados están dentro de los siniestros reclamados, pues, no todos los reclamados fueron pagados, generalmente el cálculo se hace con los siniestros pagados.

En algunos casos los reclamos no son totalmente pagados debido a diferentes factores. Por ejemplo, cuando se duda de la procedencia de un reclamo, éste entra en un proceso de litigio, entonces el reclamo no puede ser totalmente cubierto. Existen otros casos en donde se desconoce el monto total del reclamo, pues, es difícil deducir estos factores nos llevan a un retraso en el pago, y es aquí donde nace la diferencia entre los tipos de reclamos.

Mediante la LGISMS de México se obliga a las compañías la constitución de una Reserva para Siniestros Ocurridos No Reportados[20] (SONR). Lo que permite a las instituciones enfrentar responsabilidades por SONR, y así tener un resultado técnico que proporcione una idea clara del volumen de sus pasivos, ya que una mala estimación puede ocasionar una sobrestimación o subestimación de sus resultados ocasionando problemas de insolvencia.

Es por eso que esta reserva tiene como objeto reconocer en los estados financieros el pasivo que se produce cuando de la totalidad de los siniestros, que ocurren en un determinado ejercicio, sólo se conoce una parte, quedando así una porción por ser reclamada en ejercicios futuros.

En la constitución de esta reserva es necesario tener claro que los ***Siniestros Ocurridos No Reportados*** *son aquellos eventos que se producen en un intervalo de tiempo durante la vigencia de la póliza, pero son reportados después de la fecha de cierre o de valuación de un período contable.*

Para calcular la reserva requerida para SONR se requiere pronosticar el número de siniestros. En los métodos comunes para estimar las obligaciones por siniestros se asume que la historia y las operaciones de una aseguradora son estables, sin embargo, esta estabilidad generalmente no existe, es por ello que un recurso indispensable para la estimación de los siniestros es analizar detalladamente tanto del pasado como del presente de las operaciones.

Es por eso que el presente trabajo tiene como objetivo dar los métodos de cálculo de estas reservas que se utilizan con frecuencia, tomando en cuenta la clasificación en métodos Determinísticos y Estocásticos.

Antes de empezar a describir los métodos es importante saber como se componen los SONR:

a) *Siniestros Ocurridos Aún No Reportados (SOANR).*

   Se caracterizan porque el acontecimiento del siniestro no ha sido reportado aún, debido a retrasos administrativos o por el tipo de contingencia cubierta.

b) *Siniestros Ocurridos No Reportados Completamente (SONRC).*

   Son siniestros ocurridos y reportados, pero cuyo costo está incompleto o no ha sido determinado con precisión.

Es por esto que la constitución de una reserva resulta necesaria y debiendo relacionar el reclamo a los años para los cuales la prima fue pagada. A continuación describiremos la metodología para calcular esta reserva.

2.3.1 Métodos para calcular la Reserva de Siniestros Ocurridos No Reportados

En esta tesis clasificaremos los métodos de cálculo de Reservas para SONR en métodos determinísticos y estocásticos, los cuales se desarrollan en base a la experiencia sobre el número de siniestros.

---

20 Esta reserva empezó a constituirse a partir de 1995 con un período de financiamiento de tres años.

Los métodos determinísticos utilizan los datos pasados para estimar los futuros sin tomar en cuenta un patrón de variabilidad, y los métodos estocásticos sólo utilizan esta información para asignarle al riesgo cubierto un supuesto probabilístico o una función de probabilidad, tomando en cuenta patrones de variabilidad que permitan calcular el error cometido al estimar las reservas.

2.3.1.1 Métodos Determinísticos

Para el análisis de los Siniestros Ocurridos no Reportados las obligaciones se pueden representar en un arreglo matricial de dimensión "λ" donde la primera columna representa el año en que ocurrió el siniestro y las columnas posteriores el año en que se reclamó. Generalmente a esta forma de presentar los datos se le llama *"triángulo de desarrollo".*

Para este caso denotaremos

Y_{ij} = Monto del Siniestro Ocurrido en el año "i" y reportado en el año "j"

AÑO DE OCURRENCIA	**MONTO DEL SINIESTRO POR AÑO DE REPORTE**					
	1	**2**	$\cdots$	**i**	$\cdots$	**λ**
1	Y_{11}	Y_{12}	$\cdots$	Y_{1i}	$\cdots$	$Y_{1\lambda}$
2		Y_{22}	$\cdots$	Y_{2i}	$\cdots$	$Y_{2\lambda}$
$\vdots$			$\ddots$		$\cdots$	
i				Y_{ii}	$\cdots$	$Y_{i\lambda}$
$\vdots$					$\ddots$	
λ						$Y_{\lambda\lambda}$

Tabla 2.1 REPORTE DEL SINIESTRO

Rescribiendo la Tabla 2.1 de manera en que conozcamos los años que tardaron en reclamarse los siniestros, de acuerdo a la siguiente tabla:

AÑO DE OCURRENCIA	**MONTO DEL SINIESTRO POR AÑO TIEMPO QUE TARDA EN REPORTARSE**					
	AÑO 0	**AÑO 1**	$\cdots$	**j**	$\cdots$	**Λ-1**
1	Y_{10}	Y_{11}	$\cdots$	Y_{1j}	$\cdots$	$Y_{1(\lambda-1)}$
2	Y_{20}	Y_{21}	$\cdots$	Y_{2j}	$\iddots$	
$\vdots$			$\iddots$			
i	Y_{i0}	Y_{i1}				
$\vdots$						
λ	$Y_{\lambda 0}$					

Tabla 2.2 TIEMPO QUE TARDA EN REPORTARSE EL SINIESTRO

Una vez que se tienen los datos en forma matricial, definamos a:

X_{ij} = Monto Total Acumulado de Siniestros reportados en el año "i".

$$\Rightarrow X_{ij} = \sum_{k=0}^{j} Y_{ik} \text{ ; j =0,1,2,..., t=}\lambda - 1$$

Con esta nueva variable formaremos una matriz con los montos de siniestros acumulados.

AÑO DE OCURRENCIA	**MONTO ACUMULADO DE ACUERDO AL NÚMERO DE AÑOS TRANSCURRIDOS DESDE QUE SUCEDIÓ EL SINIESTRO**						
	Año 0	**Año 1**	$\cdots$	**Año n**	$\cdots$	**Año t-1**	**Año t**
1	X_{10}	X_{11}	$\cdots$	X_{1n}	$\cdots$	$X_{1,t-1}$	X_{1t}
2	X_{20}	X_{21}	$\cdots$	X_{2n}	$\cdots$	$X_{2,t-1}$	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
i	X_{i0}	$X_{i,t-i-1}$					
$\vdots$	$\cdots$					**E**	
λ	$X_{\lambda 0}$						

Tabla 2.3 TRIÁNGULO DE DESARROLLO

Los expertos en este tema que han estudiado el método, echan mano del supuesto que las columnas de la matriz (Tabla 2.3) son independientes del año de origen, es decir, que en cada período de desarrollo "j" se reporta una proporción constante de siniestros con respecto al total, lo cual dependerá de la homogeneidad y tamaño de la cartera.

Esta agrupación de siniestros se hace por períodos de igual duración, generalmente son anuales, sin embargo, no existe ninguna diferencia esencial si estos son meses, trimestres o semestres. Así como, no necesariamente tienen que coincidir la periodicidad de los renglones con las columnas, pero para llevar a cabo el método del que se hable se tendrá un arreglo triangular de $M \times N$ donde $M = N = \lambda$

2.3.1.1.1 MÉTODO DE CHAIN LADDER

Tomando en cuenta el Triángulo de desarrollo procederemos a calcular los Factores de Desarrollo (f) que son la particularidad de éste método, ya que pretende suavizar los datos para lograr una estimación más exacta.

El *Factor de Desarrollo* es la proporción que existe entre los montos reclamados con exactamente n años de retraso, respecto a los que se generaron el año anterior. Este factor indica el incremento o disminución de los montos acumulados por año de ocurrencia.

$$\Rightarrow f_{n,n+1} = \frac{\sum_{j=0}^{t-n} X_{j,n+1}}{\sum_{j=0}^{t-n} X_{j,n}} \quad ; \quad \text{n= 0, 1, …,t=}\lambda \ spg$$

AÑO DE OCURRENCIA	MONTO ACUMULADO DE ACUERDO AL NÚMERO DE AÑOS TRANSCURRIDOS DESDE QUE SUCEDIÓ EL SINIESTRO						
	Año 0	**Año 1**	**…**	**Año n**	**…**	**Año t-1**	**Año t**
1	X_{10}	X_{11}	$\cdots$	X_{1n}	$\cdots$	$\boxed{X_{1,t-1}}$	$\boxed{X_{1t}}$
2	X_{20}	X_{21}	$\cdots$	X_{2n}	$\cdots$	$X_{2,t-1}$	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
i	X_{i0}	$X_{i,t-i-1}$					
$\vdots$	$\cdots$						
λ	$X_{\lambda 0}$						
FACTOR DE PONDERACIÓN POR AÑO DE OCURRENCIA	-	$f_{1,0}$	$\cdots$	$f_{n,n-1}$	$\cdots$	$f_{t-1,t}$	$f_{t,t-1}$

2.4 Factores de Desarrollo

Si lo que quisiéramos hacer es estimar los montos reclamados para región **E,** deberemos utilizar los factores de desarrollo como ponderadores de los montos ya conocidos en la diagonal para cada uno de los años de ocurrencia y fecha en que se realizó el reporte.

Con lo cual nos quedará una nueva diagonal con los montos acumulados esperados desplazada un año por año de retraso, con los mismos factores de ponderación volvemos a calcular una nueva diagonal y así en lo sucesivo.

AÑO DE OCURRENCIA	MONTO ACUMULADO DE ACUERDO AL NÚMERO DE AÑOS TRANSCURRIDOS DESDE QUE SUCEDIÓ EL SINIESTRO						
	Año 0	**Año 1**	**…**	**Año n**	**…**	**Año t-1**	**Año t**
1	X_{10}	X_{11}	$\cdots$	X_{1n}	$\cdots$	$X_{1,t-1}$	X_{1t}
2	X_{20}	X_{21}	$\cdots$	X_{2n}	$\cdots$	$X_{2,t-1}$	$X_{2,t-1} * f_{t.t-1}$
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
I	X_{i0}	$X_{i,t-i-1}$					
$\vdots$	$\cdots$						
λ	$X_{\lambda 0}$	$X_{\lambda 0} * f_{10}$					

Tabla 2.5 Montos Esperados

Calculemos los montos esperados, para un determinado período

Año de Ocurrencia	Montos Acumulados de la Diagonal	Factor de Ponderación	$\prod_{k=0}^{m-1} f_{k+1,k}$	Monto Esperado $X_{m,t-(m-1)} * \prod_{k=0}^{m-1} f_{k+1,k}$
1	X_{1t}	$f_{1,0}$	$f_{1,0}$	$X_{1t}\ f_{1,0}$
2	$X_{2,t-1}$	f_{21}	$f_{1,0}\ f_{21}$	$X_{2,t-1}\ f_{1,0}\ f_{21}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$X_{i,t-i-1}$	$f_{t-1,t}$	$f_{1,0}\ f_{21} \cdots f_{t-1,t}$	$X_{i,t-i-1}\ f_{1,0}\ f_{21} \cdots f_{t-1,t}$
λ	$X_{\lambda 0}$	$f_{t,t-1}$	$f_{1,0}\ f_{21} \cdots f_{t-1,t}\ f_{t,t-1}$	$X_{\lambda 0}\ f_{1,0}\ f_{21} \cdots f_{t-1,t}\ f_{t,t-1}$

Tabla 2.6 Tabla resumen del método.

Donde
m = Años de retraso

Sin pérdida de generalidad λ representa el año de ocurrencia.

La Reserva utilizando este método estará dada por la diferencia entre el monto estimado y el monto real de los siniestros, por lo que resumiendo tenemos la siguiente fórmula.

$$R_{C-L} = \sum_{m=1}^{t} X_{m,t-(m-1)} \left(\prod_{k=0}^{m-1} f_{k+1,k} - 1 \right)$$

Comentarios del Método.

Si no existiera inflación y los siniestros de la cartera permanecen constantes, los resultados obtenidos por este método serán razonables. Las suposiciones son utópicas, lo que hace que la estimación sea poco exacta. Es posible hacer los ajustes por causas de desviación originadas por los cambios en la tasa de inflación.

Debemos verificar si el Método se adapta a la información comparando los pagos pasados con los estimados por el método. Sin embargo, si el método es bueno o inadecuado, no implica que sea garantía para efectuar el pago de reclamaciones futuras respecto a los años de origen pasados.

2.3.1.1.2 MÉTODO DEL CRECIMIENTO

Este método fue propuesto por la Insurance Accounting & Systems Association, Inc. (1991), a partir de los porcentajes de los montos pagados se obtiene la responsabilidad de la compañía.

i. Partiremos del triángulo de desarrollo de los Montos Acumulados, ya que necesitamos contar con los montos de los siniestros pagados durante varios períodos.

ii. La base fundamental del método consiste en obtener los Porcentajes Acumulados de siniestralidad por año de ocurrencia, suponiendo que no se tienen colas, es decir, que para el año t se han reportado el total de siniestros ocurridos, el monto acumulado del último año en desarrollo representa el 100% respecto al año de ocurrencia del monto reclamado. Calcularemos para cada año, el porcentaje de siniestralidad pagada.

Para el año 1, X_{1t} representa el 100% de los siniestros reportados.

Para el año "i", $X_{i,t-(i-1)}$ representa el 100% de los siniestros reportados.

A continuación presentamos la Tabla 2.7 Porcentajes Acumulados de Siniestralidad.

AÑO DE OCURRENCIA	PORCENTAJES ACUMULADOS DE SINIESTRALIDAD POR AÑO DE RETRASO						
	Año 1	Año 2	...	Año n	...	Año t-1	Año t
1	$\frac{X_{10}}{X_{1t}}$	$\frac{X_{11}}{X_{1t}}$	$\cdots$	$\frac{X_{1,(n-1)}}{X_{1t}}$	$\cdots$	$\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}$	1
2	$\frac{X_{20}}{X_{2,t-1}}$	$\frac{X_{21}}{X_{2,t-1}}$	$\cdots$	$\frac{X_{2,n-1}}{X_{2,t-1}}$	$\cdots$	1	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
i	$\frac{X_{i0}}{X_{i,n}}$	$\frac{X_{i1}}{X_{i,n}}$		1			
$\vdots$	$\cdots$						
Λ	1						

Tabla 2.7 Porcentajes Acumulados.

Supongamos que n-1 =i.

iii. Es imprescindible suponer que para el primer año de ocurrencia comprendido dentro del período de consideración se han reportado un cierto porcentaje de los siniestros.

iv.

- Se estima que el monto de la pérdida hasta el último año de desarrollo es de un cierto porcentaje, y lo aplicamos a los correspondientes años de accidente del siniestro.

- En el siguiente año calcularemos el promedio de los factores obtenidos del 5° año de desarrollo, y éste se aplica a todos los períodos correspondientes al año de accidente.

- Para el siguiente año de ocurrencia se utiliza el promedio de los factores obtenidos para el 4° año y se aplica a todos los períodos correspondientes al año en que ocurre el siniestro.

Este procedimiento se repite para los siguientes períodos que corresponden al año del accidente.

Ano de Ocurrencia	Porcentajes acumulados de siniestralidad por año de retraso Cartera al ***p %***						
	Año 0	Año 1	...	Año n-1	...	Año t-1	t
1	$\frac{X_{10}}{X_{1t}}\times P\%$	$\frac{X_{11}}{X_{1t}}\times P\%$	$\cdots$	$\frac{X_{1,(n-1)}}{X_{1t}}\times P\%$	$\cdots$	$\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}\times P\%$	$P\%$
2	$\frac{X_{20}}{X_{2,t-1}}\times\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}\times P\%$	$\frac{X_{21}}{X_{2,t-1}}\times\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}\times P\%$	$\cdots$	$\frac{X_{2,n-1}}{X_{2,t-1}}\times\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}\times P\%$	$\cdots$	$1\times\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}}\times P\%$	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
I	$\frac{X_{i0}}{X_{i,n}}\times(\text{Prom. col.}^{(n-1)})$	$\frac{X_{i1}}{X_{i,n}}\times(\text{Prom col.}^{(n-1)})$		$1\times(\text{Prom. col.}^{(n-1)})$			
$\vdots$	$\cdots$						
Λ	$1\times(\text{Prom. col.}^{(0)})$						

Tabla 2.9 Porcentajes acumulados.

v. Ahora bien obtenemos la estimación del monto final a pagar.

vi. Para lo que dividimos los últimos siniestros acumulados entre los porcentajes de la diagonal del paso anterior.

Año de Ocurrencia	Montos Acumulados de la Diagonal	PORCENTAJES DE LA DIAGONAL AL P%	Monto Esperado $X_{m,t-(m-1)} / \%Diagonal$
1	X_{1t}	P%	$X_{1t} / P\%$
2	$X_{2,t-1}$	$1 \times \frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}} \times P\%$	$X_{2,t-1} / \left(\frac{X_{1,t-1}}{X_{1t}} \times P\%\right)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$X_{i,t-i-1}$	$(\text{Prom. columna}^{(n-1)})$	$X_{i,t-i-1} / (\text{Prom. columna}^{(n-1)})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
λ	$X_{\lambda 0}$	$1 \times (\text{Prom. columna}^{(0)})$	$X_{\lambda,0} / (\text{Prom. columna}^{(0)})$

Tabla 2.9 Tabla Resumen.

vii. Calculamos las diferencias entre el pago de las pérdidas y el pago final estimado. Sumamos dichas diferencias y ésta será la Responsabilidad de la Pérdida o bien la esperanza de la Reserva de Riesgos Ocurridos No Reportados.

$$R_{Cre} = \sum_{m=1}^{\lambda} \left\{ \left(X_{m,t-(m-1)} / \%Diagonal \right) - X_{m,t-(m-1)} \right\}$$

2.3.1.1.3 MÉTODO DE LA RAZÓN

Este método al igual que los anteriores se basa en el triángulo de desarrollo, así como, también se hace uso de la tabla de porcentajes acumulados de siniestralidad, utilizado en el método del crecimiento.

Su principal objetivo es calcular la responsabilidad de la pérdida a partir de los montos acumulados de siniestros pagados durante varios períodos, dicho cálculo se obtiene con los porcentajes de crecimiento entre cada año de ocurrencia, para después obtener el promedio aritmético de dichos porcentajes.

Los porcentajes acumulados, son los que nos ayudarán a calcular la estimación del pago final como se muestra en las siguientes tablas.

El desarrollo de este método se presenta a continuación.

1. Suponemos que la compañía tiene “n” años de experiencia en siniestralidad y que dichos siniestros se reportan con a lo más “n” años de retraso, entonces organizamos la información de manera matricial.

AÑO DE OCURRENCIA	**MONTO DEL SINIESTRO POR AÑO DE REPORTE DE SINIESTRO**					
	1	**2**	$\cdots$	**j**	$\cdots$	**λ**
1	Y_{11}	Y_{12}	$\cdots$	Y_{1j}	$\cdots$	$Y_{1\lambda}$
2		Y_{22}	$\cdots$	Y_{2j}	$\cdots$	$Y_{2\lambda}$
$\vdots$			$\ddots$		$\cdots$	
i				Y_{ij}	$\cdots$	$Y_{i\lambda}$
$\vdots$					$\ddots$	
λ						$Y_{\lambda\lambda}$

Tabla 2.10 Montos de siniestralidad.

2. A partir de la matriz anterior, se calcula una matriz de siniestros acumulados provenientes del año de ocurrencia "i" para cada año de reporte "j", calculando los siniestros acumulados X_{ij}, de la siguiente forma:

$$\Rightarrow X_{ij} = \sum_{k=0}^{j} Y_{ik}$$

AÑO DE OCURRENCIA	**MONTO ACUMULADO DE ACUERDO AL NÚMERO DE AÑOS TRANSCURRIDOS DESDE QUE SUCEDIÓ EL SINIESTRO**						
	0	**1**	$\cdots$	**n**	$\cdots$	**t-1**	**t**
1	X_{10}	X_{11}	$\cdots$	X_{1n}	$\cdots$	$X_{1,t-1}$	X_{1t}
2	X_{20}	X_{21}	$\cdots$	X_{2n}	$\cdots$	$X_{2,t-1}$	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
i	X_{i0}	$X_{i,t-i-1}$					
$\vdots$	$\cdots$					**E**	
λ=t	$X_{\lambda 0}$						

Tabla 2.11. Montos Acumulados

3. A partir de la matriz de siniestros acumulados se forma una nueva matriz de factores de crecimiento de los siniestros acumulados FR_{in}, dichos factores se calculan mediante la siguiente fórmula:

$$FR_{in} = \frac{X_{in}}{X_{i,n-1}}$$

Con los resultados se forma la matriz de factores de siniestros acumulados, es decir, tomamos porcentajes que nos permiten tener una mejor perspectiva de crecimiento entre un año y otro, por otra parte, estos porcentajes los proyectamos a futuro a toda la gama de siniestralidad pagada.[21]

4. Se calcula el promedio de los factores de siniestros acumulados FP_{in}, por columna correspondiente a cada año de desarrollo j, como:

$$FP_n = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{\lambda} FR_{in}$$

21 Existen varios procesos de proyección que se eligen de acuerdo a la experiencia siniestral de la cartera con que se cuenta.

AÑO DE OCURRENCIA	MONTO ACUMULADO DE ACUERDO AL NÚMERO DE AÑOS TRANSCURRIDOS DESDE QUE SUCEDIÓ EL SINIESTRO						
	0	**1**	$\cdots$	**n**	$\cdots$	**t-1**	**t**
1	–	FR_{11}	$\cdots$	FR_{1n}	$\cdots$	$FR_{1,t-1}$	FR_{1t}
2	–	FR_{21}	$\cdots$	FR_{2n}	$\cdots$	$FR_{2,t-1}$	
$\vdots$	–	$\cdots$		$\iddots$			
i	–	$FR_{i,t-i-1}$					
$\vdots$	$\cdots$						
λ	–						
FACTOR DE SINIESTROS ACUMULADOS PROMEDIO	-	FP_1	$\cdots$	FP_n	$\cdots$	FP_{t-1}	FP_t

Tabla 2.1 Factores de Siniestros Acumulados

5. Una vez calculados estos factores, se supone que para el año "n-1" la información tendrá un crecimiento del w % para el año "n":

$$FPA_i = w\% \times \left(\prod_{n=1}^{i} FP_n \right)$$

Este factor es un porcentaje estimado de los siniestros que aún faltan por pagar.

6. Se calcula el valor estimado de los siniestros acumulados totales correspondiente al cada año de origen i, con base en el siniestro acumulado final j, esto es multiplicaremos el monto acumulado al final de cada año de ocurrencia por el factor promedio acumulado correspondiente.

Año de Ocurrencia	Montos Acumulados de la Diagonal	FACTOR DE PORCENTAJE ACUMULADO FPA_i	Monto Esperado $FPA_i \times X_{ij}$
1	X_{1t}	FPA_t	$X_{1t}\ FPA_t$
2	$X_{2,t-1}$	FPA_{t-1}	$X_{2,t-1}\ FPA_{t-1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$X_{i,t-i-1}$	FPA_{t-i-1}	$X_{i,t-i-1}\ FPA_{t-i-1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
λ	$X_{\lambda 0}$	FPA_0	$X_{\lambda 0}\ FPA_0$

Tabla 2.12 Resumen.

7. Finalmente la Reserva por Siniestros Ocurridos y No Reportados se calculará como la suma de los montos de siniestros esperados menos el monto de siniestros acumulados correspondientes a cada año de ocurrencia.

$$R_{Rz} = \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \left(X_{i,t-(i-1)} \times FPA_i \right) - X_{i,t-(i-1)} \right\}$$

Comentarios de Método de la Razón

La filosofía que hay detrás del método de la Razón es que si los pagos reales exceden a los pagos pasados, los pagos esperados futuros deben ser ajustados hacia arriba en la misma razón, e inversamente si los pagos pasados exceden los pagos reales.

2.3.1.1.4 SEPARACIÓN DEL MÉTODO

El llamado método de separación fue introducido por Taylor en el año de 1977, quien se basó en las ideas de Verbeek (1972).

En este método se tomará en cuenta el ya descrito Triángulo de desarrollo, donde las X_{js} representan el monto del reclamo con año de origen "j" y año de reporte "s".

Rescribiendo a X_{js} como el producto del factor de crecimiento por año de reporte del siniestro, considerando la inflación, y el porcentaje de reclamos pagados (también por año de reporte descritos por λ y r_s respectivamente). Entonces podremos construir un nuevo cuadro de desarrollo.

AÑO DE ORIGEN	SEPARACIÓN DEL MÉTODO SEGÚN AÑO DE REPORTE				
	1	**2**	**...**	**t-1**	**t**
1	$r_1\lambda_1$	$r_2\lambda_2$	...	$r_{t-1}\lambda_{t-1}$	$r_t\lambda_t$
2	$r_1\lambda_2$	$r_2\lambda_3$	...	$r_{t-1}\lambda_t$	
$\vdots$	...	...	...		
t-1	$r_1\lambda_{t-1}$	$r_2\lambda_t$			
t	$r_1\lambda_t$				

Para encontrar los valores de r_s y λ, utilizaremos métodos lineales bajo condiciones iniciales y teniendo como opción la estimación por un algoritmo no estocástico y estocástico (ver apartado de Métodos Estocásticos), es decir:

CASO I.

Si $\sum_{s=1}^{t} r_s = 1 \Rightarrow$ el método es llamado "Método de Separación Aritmética"

Tomando la suma de las X_{js} de la diagonal (con j+s = t+1) e igualando con la del producto entre ***rλ*** tenemos:

$\Rightarrow \quad X_{t1} = r_1\lambda_t$

$\Rightarrow \quad X_{t1} + X_{t-1,2} + \ldots + X_{2,t-1} + X_{1t} = r_1\lambda_t + r_2\lambda_t + \ldots + r_{t-1}\lambda_t + r_t\lambda_t$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = (r_1 + r_2 + \ldots + r_{t-1} + r_t)\lambda_t$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = \left(\sum_{j=1}^{t} r_j\right)\lambda_t$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sum_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j}}{\sum_{j=1}^{t} r_j} = \lambda_t$$

Tomando en cuenta la última ecuación de la última fila, tenemos la siguiente expresión:

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = \hat{\lambda}_t$$

De manera análoga podremos obtener $\hat{\lambda}_{t-1}$:

$\Rightarrow \quad X_{t-1,1} + X_{t-2,2} + \ldots + X_{1t-1} = r_1\lambda_{t-1} + r_2\lambda_{t-1} + \ldots + r_{t-1}\lambda_{t-1} + r_t\lambda_{t-1}$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} = (r_1 + r_2 + \ldots + r_{t-1})\lambda_{t-1}$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} = \left(\sum_{j=1}^{t-1} r_j\right)\lambda_{t-1}$$

Sabemos que

$$\Rightarrow \qquad r_t = \frac{X_{1,t}}{\lambda_t} \qquad \Rightarrow \lambda_{t-1} r_t = \frac{\lambda_{t-1} X_{1,t}}{\lambda_t}$$

Sumamos un cero

$$\Rightarrow \qquad \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} + \frac{\lambda_{t-1} X_{1,t}}{\lambda_t} = (\sum_{j=1}^{t-1} r_j)\lambda_{t-1} + \lambda_{t-1} r_t$$

$$\Rightarrow \qquad \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} = (\sum_{j=1}^{t} r_j)\lambda_{t-1} - \frac{\lambda_{t-1} X_{1,t}}{\lambda_t}$$

$$\Rightarrow \qquad \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} = \lambda_{t-1}(1 - \frac{X_{1,t}}{\lambda_t})$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j}}{1 - \frac{X_{1,t}}{\lambda_t}} = \lambda_{t-1}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j}}{1 - r_t} = \hat{\lambda}_{t-1}$$

El reclamo representado por X_{js} es explicado por dos aspectos del tiempo, a saber el primero el año calendario efectivo λ_k donde k=j+s-1 y el segundo el año de desarrollo efectivo r_j, tanto la inflación como el triángulo de desarrollo son determinantes en el reclamo descrito en este caso.

CASO II.

Si $\prod_{s=1}^{t} r_s = 1 \Rightarrow$ el método es llamado “Método de Separación Geométrica”

Tomando el producto de las X_{js} de la diagonal (con j+s=t+1) e igualando con el de las ***(r´s)(λ´s)*** tenemos:

$$\Rightarrow X_{t1} = r_1\lambda_t$$

$$\Rightarrow X_{t1} \cdot X_{t-1,2} \ldots X_{2,t-1} \cdot X_{1t} = r_1\lambda_t \cdot r_2\lambda_t \ldots r_{t-1}\lambda_t \cdot r_t\lambda_t$$

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = (r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots r_{t-1} \cdot r_t)\lambda_t^{t}$$

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = (\prod_{j=1}^{t} r_j)\lambda_t^{t}$$

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j} = \lambda_t^{t}$$

$$\Rightarrow \left(\prod_{j=1}^{t} X_{t-j+1,j}\right)^{1/t} = \hat{\lambda}_t$$

Tomando en cuenta la ecuación de la última fila, tenemos la siguiente expresión:

$$r_t = \frac{X_{1,t}}{\hat{\lambda}_t}$$

De manera análoga podremos obtener $\hat{\lambda}_{t-1}$.

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} = (r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots r_{t-1})\lambda_{t-1}^{t-1}$$

Multiplicando por uno, tenemos:

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} r_t \frac{\lambda_t}{X_{1,t}} = (r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_{t-1}) \lambda_{t-1}^{t-1} r_t \frac{\lambda_t}{X_{1,t}}$$

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} r_t = (r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_{t-1} r_t) \lambda_{t-1}^{t-1} \frac{\lambda_t}{X_{1,t}} \frac{X_{1,t}}{\lambda_t}$$

$$\Rightarrow \prod_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} r_t = \lambda_{t-1}^{t-1}$$

$$\Rightarrow \left(\prod_{j=1}^{t-1} X_{t-j,j} r_t \right)^{1/t-1} = \hat{\lambda}_{t-1}$$

De manera regresiva sobre **r** podemos obtener las ***λ´s*** de cada uno de los elementos del triángulo de desarrollo.

2.3.1.1.4.1 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.

Esta técnica consiste, en explicar un evento aleatorio por medio de sus observaciones pasadas, es decir, el evento se podrá estimar mediante la combinación lineal de todas las observaciones conocidas hasta ese momento; entonces.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \overbrace{\varepsilon}^{\text{Error en la estimacion}}$$

Podemos expresar en forma matricial de la siguiente forma:

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \overbrace{\underline{\varepsilon}}^{\text{Vector de Residuales}}$$

Para hacer la estimación por mínimos cuadrados de los parámetros de regresión, es necesario minimizar la suma de de cuadrados de los residuales[22].

Despejando de la ecuación anterior, el vector de residuales tenemos:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{Y} - X\underline{\beta}$$

Multiplicando por $\underline{\varepsilon}'$, ambas partes de la igualdad:

$$\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon} = (\underline{Y} - X\underline{\beta})'(\underline{Y} - X\underline{\beta})$$

$$\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon} = \underline{Y}'\underline{Y} - \underline{Y}'X\underline{\beta} - \underline{\beta}'X'\underline{Y} + \underline{\beta}'X'X\underline{\beta}) \qquad \rightarrow \quad (AB)' = B'A'$$

$$\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon} = \underline{Y}'\underline{Y} - \underline{\beta}'X'\underline{Y} - \underline{\beta}'X'\underline{Y} + \underline{\beta}'X'X\underline{\beta}) \qquad \rightarrow \quad (A')' = A$$

$$\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon} = \underline{Y}'\underline{Y} - 2\underline{\beta}'X'\underline{Y} + \underline{\beta}'X'X\underline{\beta})$$

---

22 Donde X es de rango completo, siempre que $\rho(X) = \min\{u,v\}$ donde $\rho(X)$ se define como el máximo número de columnas de X linealmente independientes. El rango presenta las siguientes propiedades

$\rho(X) = \rho(X^t) = \rho(X^t X) = \rho(XX^t)$ por lo que $(X^t X)$ es de rango completo si

$\rho(X^t X) = p$ o $\rho(X) = p$ p longitud de vector de parámetros , y supongamos que $\alpha 1 = \beta 1 = 0$, quitando una columna.

Derivando respecto a $\underline{\beta}$ e igualando a cero

$$\frac{\partial(\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon})}{\partial\underline{\beta}} = 2X'\underline{Y} + 2X'X\underline{\beta} = 0$$

Despejando $\underline{\beta}$

$$\hat{\underline{\beta}} = \frac{\cancel{2}X'\underline{Y}}{\cancel{2}X'X}$$

$$\hat{\underline{\beta}} = \frac{X'\underline{Y}}{X'X}$$

2.3.1.2 Métodos Estocásticos

2.3.1.2.1 SEPARACIÓN DEL MÉTODO

Al igual que en el apartado de métodos no estocásticos utilizaremos como base el triángulo de desarrollo donde las X_{ij} representa el monto del reclamo correspondiente al año de origen "i" y año de desarrollo "j", obteniendo el siguiente modelo:

$$X_{ij} = r_j\lambda_{i+j-1} + \overbrace{\varepsilon_{i+j}}^{\text{Error Aleatorio}}$$

Para encontrar los valores de r y λ consideraremos que $X_{ij} \sim Poisson(r_j\lambda_{i+j-1})$ con i,j=1,...,t , utilizaremos el método de mínimos cuadrados[23] consideremos la función de densidad del conjunto de variables aleatorias u observaciones independientes e idénticamente distribuidas e independientes del año de origen $\underline{X} = (X_{11}, X_{12}, \cdots, \cdots, X_{1t})$ cuya función de densidad conjunta $f_{X_{1j}(x_{1j}, r_j\lambda_{i+j-1})}$

Entonces la función de Máxima Verosimilitud se define:

$$L_{(X_{11}, X_{12,\ldots}, X_{1t}; r_j\lambda_{i+j-1})} = f_{(X_{11}, \cdots, X_{1j})}$$

Bajo el supuesto de independencia lo anterior puede ser expresado como:

$$L_{(X_{11}, X_{12}, \ldots, X_{1t}; r_j\lambda_{i+j-1})} = f_{(X_{11}, r_1\lambda_1)}\, f_{(X_{12}, r_2\lambda_2)} \cdots f_{(X_{1t}, r_t\lambda_{1+t-1})}$$

Como $L(\theta)$ es función de densidad cumple:

$$\int \cdots \int L_{(X_{11}, X_{12}, \ldots, X_{1t}; r_j\lambda_{i+j-1})}\, d_{X_{11}} \cdots d_{X_{1t}} = 1$$

Supongamos que $\frac{\partial L}{\partial r}$ *y* $\frac{\partial^2 L}{\partial r^2}$ existen para cualquier valor de *r* y de igual manera para cualquier valor de λ, se utiliza el método de máxima verosimilitud y se obtienen los estimadores:

23 Mismo procedimiento que se utilizó en apartado **5. Método de Mínimos Cuadrados**.

$$\hat{r}_j = \frac{\sum_{i=1}^{t-j+1} X_{ij}}{\sum_{i=1}^{t-j+1} \hat{\lambda}_{i+j}}$$

Análogamente con respecto a λ obtenemos como estimador lo siguiente:

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_{i,k-i}}{\sum_{i=1}^{k} \hat{r}_{k-i}}$$

2.3.1.2.2 MÉTODO DE BORNHUETTER-FERGUSON

Con base a la estimación que da la experiencia de pérdidas entre primas (proporción de la prima utilizada para pagar siniestros) calcularemos el llamado **factor de siniestralidad** que al multiplicarlo por las primas emitidas nos dará como resultado la reserva.

Adicionando estos datos en el triángulo como una proporción de desarrollo[24], es decir:

$$1 - \frac{1}{R_j}$$

Donde

$$R_j = \frac{1}{\sum_{k=1}^{j} pa_{ik}}; \text{para algun año de origen i=1,...,}\lambda$$

$$pa_{1t} = \frac{X_{11} + X_{12} + ... + X_{1t}}{X_{11} + X_{12} + ... + X_{1t}} = \frac{\sum_{j=1}^{t} X_{1j}}{\sum_{j=1}^{t} X_{1j}} = 1$$

Que indica la proporción de siniestros que faltan por pagar. Entonces la reserva para cada año de origen i, será:

$$V_i^{Ferguson} = (P_{emitida_i})(f_{\text{siniestralidad}_i})(1 - \frac{1}{R_j})$$

$P_{emitida}$= Prima emitida
$f_{siniestralidad}$= Factor de siniestralidad

Una de las ventajas de este método es que su precisión se va afinando conforme aumenta la experiencia de la compañía, ya que cada factor de siniestralidad depende del tipo de asegurados y de las condiciones bajo las cuales se contrata el seguro.

El cálculo de la reserva supone que el año de origen esta definido como el año de suscripción de la póliza, pero si se quiere dar otra definición al año de origen será necesario modificar el factor de siniestralidad y sustituir el concepto de primas emitidas por el de siniestros reportados en dicho año.

$$V_i^{Ferguson} = (Sin_{reportados_i})(f_{\text{siniestralidad}_i})(1 - \frac{1}{R_j})$$

2.3.1.2.3 MODELO LINEAL GENERALIZADO

El modelo clásico del Regresión Lineal se puede extender mediante los Modelos Lineales Generalizados estudiados por McCullagh y Nelder en 1989, estos modelos nos

24 Ver Tabla 2.1 Factores Acumulados.

permiten darle sentido a los datos con distribución distinta a la Normal o sin relación lineal entre la variable explicativa y la variable dependiente.

Generalmente los montos por indemnización no presentan una distribución simétrica y estilizada como la distribución normal, más bien se caracterizan por tener frecuencias cargadas en ciertos intervalos, o bien por tener dos medias también cargadas a un lado (en este caso es responsabilidad del Actuario Analista de riesgos proponer un modelo que mejor se ajuste a los datos) las distribuciones que mejor explican este tipo de casos son la familia exponencial.

En esta sección presentaremos un modelo lineal generalizado para completar la parte inferior del triángulo de desarrollo. La construcción del modelo nuevamente parte de éste, en donde cada X_{ij} ha sido realmente observada y pueden representar reclamos realmente pagados, o proporciones de pérdida, sin embargo, deseamos conocer las observaciones futuras.

Sus efectos se pueden estudiar con un parámetro para cada fila "i", columna "j" y diagonal k=i+j-1 mediante el modelo:

$$X_{ij} = N_i r_j \lambda_{i+j-1}$$

N_i = Es un componente fijo por año de origen i=1,...λ
r_j = Es un componente fijo por año de desarrollo j=1,...,t
λ_{j+j} = Es un componente fijo por diagonal relacionado con el año de pago

Hipótesis

- Las X_{ij} son las variables aleatorias llamadas de "respuesta" independientes e idénticamente distribuidas.
- La función de distribución de X_{ij} pertenece a la familia exponencial[25].
- Se tiene un vector de parámetros desconocidos $\beta = \left(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p\right)$ y para cada X_i un conjunto de variables explicatorias observadas $N_1, N_2, ..., N_p$ $(p \leq \lambda)$; además, cada observación tiene un predictor lineal, η_i, en los parámetros, es decir, $\eta_i = \sum_{i=1}^{p} N_i \beta_i$.

Este es un Modelo Lineal Generalizado, en el sentido de que podemos obtener el valor esperado de las X_{ij} mediante el exponente de la siguiente ecuación lineal.

$$\hat{X}_{ij} \approx In(N_i) + In(r_j) + \ln(\lambda_{i+j-1})$$

Podemos interpretar al año de origen, año de desarrollo y el año calendario como variables explicatorias de X_{ij}.

Haciendo uso de las herramientas de estadística determinaremos los estimadores máximo verosímiles para los parámetros $\hat{N}_i, \hat{r}_j, \hat{\lambda}_{i+j-1}$, lo que facilitará extender el triángulo de desarrollo.

25 Familia Exponencial $f(x) = e^{[A(\Theta)B(x)+C(x)+D(\Theta)]}$, donde A,B,C,D son funciones arbitrarias de sus argumentos que cumplen con las propiedades de una función de densidad.

Un problema es que no tenemos los datos de los valores para $\hat{\lambda}_{i+j-1}$ con i+j>t el cual puede ser resuelto suponiendo que $\hat{\lambda}_{i+j-1}$ tiene una relación geométrica $\lambda_{i+j-1} = \lambda^{i+j-1}$ para algún numero real de λ.

Por el método de mínimos cuadrados obtengamos el estimador para los parámetros:

$$\hat{X}_{ij} = In(N_i) + In(r_j) + \ln(\lambda^{i+j-1})$$

$$\Rightarrow \left(\hat{X}_{ij}\right)^2 = \left(In(N_i) + In(r_j) + \ln(\lambda^{i+j-1})\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\hat{X}_{ij}\right)^2 = \left[In(N_i)\right]^2 + \left[In(r_j)\right]^2 + \left[\ln(\lambda^{i+j-1})\right]^2 + 2In(N_i)In(r_j) + 2In(r_j)\ln(\lambda^{i+j-1}) + 2In(N_i)\ln(\lambda^{i+j-1})$$

Derivando con respecto a cada una de las variables tenemos:

$$\frac{\partial\left[\left(\hat{X}_{ij}\right)^2\right]}{\partial N_i} = \frac{2\left[In(N_i)\right]}{N_i} + \frac{2In(r_j)}{N_i} + \frac{2In(\lambda^{i+j-1})}{N_i}$$

Igualando a cero y despejando tenemos

$$\Rightarrow \frac{\partial\left[\left(\hat{X}_{ij}\right)^2\right]}{\partial N_i} = \frac{2}{N_i}\left[In(N_i) + In(r_j) + In(\lambda^{i+j-1})\right] = 0$$

$$\Rightarrow In(N_i) = -In(r_j) - In(\lambda^{i+j-1})$$

$$\Rightarrow In(N_i) = \left[In(r_j\lambda^{i+j-1})^{-1}\right]$$

$$\Rightarrow e^{In(N_i)} = e^{\left[In(\frac{1}{r_j\lambda^{i+j-1}})\right]}$$

$$\therefore N_i = \frac{1}{r_j\lambda^{i+j-1}}$$

$$\frac{\partial\left[\left(\hat{X}_{ij}\right)^2\right]}{\partial r_j} = \frac{2In(r_j)}{r_j} + \frac{2In(N_i)}{r_j} + \frac{2In(\lambda^{i+j-1})}{r_j}$$

Igualando a cero y despejando tenemos

$$\Rightarrow \frac{\partial\left[\left(\hat{X}_{ij}\right)^2\right]}{\partial r_j} = \frac{2}{r_j}\left[In(r_j) + In(N_i) + In(\lambda^{i+j-1})\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\left[\left(\hat{X}_{ij}\right)^2\right]}{\partial r_j} = \frac{2}{r_j}\left[In(r_j) + In(N_i) + In(\lambda^{i+j-1})\right] = 0$$

$$\Rightarrow In(N_i) = \left[In(r_j\lambda^{i+j-1})^{-1}\right]$$

$$\Rightarrow e^{In(N_i)} = e^{\left[In(\frac{1}{r_j\lambda^{i+j-1}})\right]}$$

$$\therefore N_i = \frac{1}{r_j\lambda^{i+j-1}}$$

Análogamente para los demás estimadores tenemos lo siguiente

$$\Rightarrow r_i = \frac{1}{N_j \lambda^{i+j-1}} \qquad \Rightarrow \lambda_i = \left(\frac{1}{InN_j r_j} \right)^{1/i+j-1}$$

En este caso se eliminaran las columnas con subíndice 1, n+1 y 2n+1 con lo cual se evitaran problemas de multicolinealidad.

Para simplificar el modelo y reducir el número de parámetros se puede suponer que los efectos del año de origen, del período de desarrollo o del año calendario aumentan o decrecen geométricamente, en cuyo caso la matriz de diseño contendría menos columnas y tendría como elementos a los exponentes de los parámetros.
En este punto ya se cuenta con todos los elementos que definen a un MLG. El siguiente paso es estimar los parámetros. Una vez que se tienen los estimadores de los parámetros, los siniestros se estiman considerando que $\hat{X}_{ij} = e^{\hat{\eta}_{ij}}$

Donde
$\hat{\eta}_{ij} = \zeta + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{i+j-1}; \quad i, j = 1, \cdots, \lambda$
intercepción de la regresión ξ como el logaritmo del valor esperado de la observación $X_{11}\left[E(X_{11}) = e^{\xi}\right]$. De acuerdo a la matriz de diseño, los parámetros del modelo se acomodan dentro de un vector de parámetros:

$$\beta^T = (\zeta, \alpha_2, \cdots, \alpha_\lambda, \beta_2, \cdots, \beta_\lambda, \gamma_2 \cdots \gamma_\lambda)$$

2.3.1.2.4 MÉTODO LOG-LINEAL

Utilizando la teoría de regresión lineal Doray (1996) quien desarrolló el modelo de regresión lineal log-normal, para la estimación de los parámetros implicados en la reserva. Al igual que los métodos ya descritos, éste se basa en el triángulo de desarrollo mediante el modelo generalizado que sigue:

$$X_{ij} = N_i r_j \lambda_{i+j} \varepsilon_{ij}$$

Donde:
N_i = Es un componente fijo por año de origen i=1,...λ
r_j = Es un componente fijo por año de desarrollo j=1,...,t
λ_{j+j} = Es un componente fijo por diagonal relacionado con el año de pago
$\varepsilon_{i,j}$ = Es el error aleatorio por año de origen y desarrollo

Podemos interpretar a λ_{j+j} como un componente exógeno relacionado con la temporalidad.

Apliquemos entonces logaritmo natural al modelo:

$$\Rightarrow In(X_{ij}) = In(N_i r_j \lambda_{i+j} \varepsilon_{ij})$$
$$\Rightarrow In(X_{ij}) = In(N_i) + In(r_j) + In(\lambda_{i+j}) + In(\varepsilon_{ij})$$

Rescribiendo el modelo anterior

$$Z_{ij} = \alpha_i + \beta_j + \gamma + \varepsilon_{ij}$$

Bajo el supuesto que $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$, construyamos un modelo de regresión lineal en base a nuestras observaciones pasadas:

$$\underbrace{\underline{Z}}^{\text{vector } \ln(X_{ij})} = \underbrace{X}_{\text{matriz explicatoria}} \times \overbrace{\underline{\beta}}^{\text{vector de parametros}} + \underbrace{\underline{\varepsilon}}_{\text{vector de errores}} \quad ; \; \varepsilon \sim N(0,\sigma^2 I_{t\times t})$$

Obtengamos un estimador para β minimizando la suma de errores al cuadrado[26]:

$$\hat{\underline{\beta}} = \frac{X'\underline{Z}}{X'X} \text{ y } \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\lambda - t}(\underline{Z} - X\hat{\underline{\beta}})^t(\underline{Z} - X\hat{\underline{\beta}}) = \frac{S_{suma}C_{cuadrado_{residuales}}}{\lambda - t}$$

Mediante este método podemos estimar $\hat{Z}_{ij}$ de la parte inferior del triángulo de desarrollo con i+j>k+1, como $\hat{Z}_{ij} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j$.

La reserva total se constituirá por la suma de las reservas por periodo de origen “i”, con $1 \le i \le \lambda$. Por lo que la reserva para el periodo de origen “i” es:

$$R_i = \sum_{j>\lambda-i+1}^{t} \ln\hat{Z}_{ij}$$

por lo que la reserva total es

$$R_{total} = \sum_{i=1}^{t} R_i$$

2.3.1.2.5 INFERENCIA BAYESIANA

El enfoque de la Inferencia Bayesiana, además, de los supuestos de la estadística clásica utiliza:

i. Los parámetros de la función de distribución conjunta, que son también variables aleatorias, aunque no observables, con una distribución conocida llamada “***a priori***” o previa del parámetro, indica lo que se sabe del parámetro de la distribución antes de tomar la muestra.

ii. Esta distribución que se modifica a la luz de los datos observados y se transforma en una distribución llamada “***a posteriori***” y esta resume lo que podemos decir a cerca de los parámetros de la distribución conjunta en base a los supuestos y a los datos, dada la muestra.

iii. Un ajuste del modelo a la información con respecto a lo anterior.

El objeto es utilizar este enfoque para hacer inferencias sobre los posibles valores que pueda tomar la variable de nuestro interés a partir de una expresión paramétrica.

Al igual que en los modelos no estocásticos echaremos mano de un triángulo de desarrollo, donde X_{js} se refiere al número de reclamaciones del j-ésimo año de origen y s-ésimo año de reporte. También X puede denotar pagos por reclamos pagados o reclamos acumulados.

En el sistema de los métodos de cálculo de la reserva de SONR las matrices de variables pueden ser divididas dentro de un conjunto de variables observadas $\underline{Y} = (y_1, ..., y_\lambda)$ y un conjunto de variables a estimar $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$. Y se establece entre ambos una función de probabilidad conjunta. Como se mencionó anteriormente es necesario contar con la densidad condicional, es decir,

---

26 S.p.g los estimadores se obtuvieron de acuerdo al apartado **5. Método de Mínimos Cuadrados**.

$$f(\underline{Y}\,|\,\theta_j) = \frac{\overbrace{f(\theta_j;\underline{Y})}^{\text{FUNCION DE DENSIDAD CONJUNTA}}}{f(\theta_j)}$$

Entonces por medio del teorema de Bayes podemos obtener $f(\underline{\theta}/\underline{Y})$ o función **a posteriori**.

Teorema de Bayes:

Sean $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n$ *eventos en* (Ω,F,P) *tales que* $\theta_i \cap \theta_j = \varnothing \quad \forall i \neq j \quad \Omega = \bigcup_{i=1}^{\infty}\theta_i$.

Sea $\underline{Y} \in F$ *tal que* $P(y) \geq 0$ *se conocen las probabilidades*

$$P(\underline{Y}/\theta_k) \quad y \quad P(\theta_k) \quad k = 1,\cdots,n$$

$$\Rightarrow P(\theta_j/\underline{Y}) = \frac{P(\underline{Y}/\theta_j)P(\theta_j)}{P(\underline{Y})}$$

De acuerdo al Teorema de Bayes este método utiliza la información del pasado con densidad $f(\underline{\theta})$ dada, para proponer una nueva función de densidad de los datos posteriores, esta es la llamada función de densidad condicional.

Entonces la función condicional de nuestros parámetros dadas las observaciones, es:

$$\Rightarrow f(\theta_j/\underline{Y}) = \frac{f(\underline{Y}/\theta_j)\,f(\theta_j)}{f(\underline{Y})}$$

como $\underline{Y}$ es el vector de variables observadas, entonces su función de densidad es una constante, por lo que rescribiendo la ecuación anterior tenemos:

$$\Rightarrow f(\underline{\theta}/\underline{Y}) = \prod_{i=1}^{\lambda} f(y_i\,|\,\underline{\theta})f(\underline{\theta})$$

por definición de función de máxima verosimilitud

$$\Rightarrow f(\underline{\theta}/\underline{Y}) \propto L(\underline{\theta}/\underline{Y})(f(\underline{\theta}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5.3$$

El vector de variables aleatorias $\underline{\theta}$ tiene estimado como valor óptimo $\underline{\hat{\theta}}(\underline{Y})$ que se obtiene al minimizar el Valor Esperado de $L\left(\underline{\theta},\underline{\hat{\theta}}(\underline{Y})\right)$:

$$\underset{\Theta(\cdot)}{Min}\, E\left[L\left(\underline{\theta},\underline{\hat{\theta}}(\underline{Y})\right)\right] = \underset{\Theta(\cdot)}{Min}\int L\left(\underline{\theta},\underline{\hat{\theta}}(\underline{Y})\right)f_{(\underline{\theta}/\underline{Y})}d_{(\underline{\theta})}$$

2.3.1.2.5.1 **Predictor Bayesiano**

Recordando el objeto de interés del capítulo, y haciendo mención del ya definido triángulo de desarrollo, es necesario estimar o predecir el monto de siniestros y el número de reclamaciones que correspondan a la parte inferior del triángulo, para que, como estudiamos en los métodos no estocásticos podamos calcular la reserva. Es por esta razón que a diferencia de los métodos no estocásticos los estocásticos deben tener una función de densidad que realice esta predicción, ya que no siempre contaremos con una función de probabilidad empírica.

Función de densidad predictiva

$$f(Y_{n+1}/\underline{Y}_n) = \frac{f(Y_{n+1},\underline{Y}_n)}{f(\underline{Y}_n)} = \frac{1}{f(\underline{Y}_n)}\int f(Y_{n+1},\underline{Y}_n,\theta)d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(\underline{Y}_n)}\int f(Y_{n+1},\underline{Y}_n,\theta)d\theta \propto \int f(Y_{n+1},\underline{Y}_n,\theta)f(\underline{Y}_n\,|\,\theta)f(\theta)d\theta$$

$$\Rightarrow f_{Y_{n+1}}(Y_{n+1}/\underline{Y}) \propto \int L(\underline{\theta}/\overline{Y})\, f(\underline{\theta})d\theta$$

Lo interesante de esta función es que podemos predecir con información conocida, ya que no contiene parámetros desconocidos.

Definamos a la variable aleatoria que representará el monto de las reclamaciones, Y_{ij} para cada año de origen "i" y año de desarrollo "j". El predictor Bayesiano encierra una serie de supuestos para su construcción:

SUPUESTOS

⇒ Los montos a estimar están dados por la función:

$$Z_{ij} = \log\left(\frac{Y_{ij}}{X_{ij}} + \tau\right) \qquad \Rightarrow Z_{ij} = \log\left(M_{ij} + \tau\right)$$

Donde

τ es un parámetro que nos permite tomar logaritmos corrigiendo los valores.

⇒ El supuesto general,

$$Z^*_{ij} = \log\left(M_{ij} + \tau\right) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \underbrace{\varepsilon_{ij}}_{error} \qquad \varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$$

⇒ Es posible hacer la estimación mediante tres casos.

CASO 1.

Se considera a X_{ij} como el número de reclamaciones hechas.

Y tomaremos a la reclamación promedio como $M_{ij} = \dfrac{Y_{ij}}{X_{ij}}$.

CASO 2.

Se puede tomar el caso en donde $X_{ij} = X_i \quad \forall\, j = 1,...,\lambda$, representa una medida de los expuestos en la cartera por año de origen.

CASO 3.

Se considera a $M_{ij} = Y_{ij}$ esto permitirá hacer un modelo para el total de las reclamaciones sin que este tome en cuenta ninguna información sobre el comportamiento de estos.

De acuerdo a lo anterior deducimos que M_{ij} se distribuirá con tres parámetros $M_{ij} \sim LN(\mu + \alpha_i + \beta_j, \sigma^2, \tau)$ y Z^*_{ij} se distribuye como:

$$f(Z^*_{ij} \mid \mu, \alpha_i, \beta_j, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\left(\log(Y_{ij}+\tau)\right)-\mu-\alpha_i-\beta_j\right]^2}$$

Haciendo uso de la técnica de mínimos cuadrados para encontrar los estimadores de cada uno de los parámetros, y tomando en cuenta la restricción $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ para los parámetros, obtendremos los estimadores.

Sabemos que la parte superior del triángulo de desarrollo es conocida, y es la que nos permitirá hacer las estimaciones, por lo que representaremos al *número de celdas* de esta parte como $T_U = \dfrac{(\lambda+1)\lambda}{2}$, y de manera análoga la parte que deseamos conocer (parte inferior del triángulo) estará dada por $T_L = \dfrac{(\lambda-1)\lambda}{2}$.

Estimar τ resulta un poco incierto por este método, por lo que reemplazaremos τ por su estimador de máxima verosimilitud $\hat{\tau}$, con este nuevo estimador rescribiremos el modelo planteado al principio de esta sección y utilizando el caso 3, sólo por poner un ejemplo,

$$Z_{ij} = \log\left(Y_{ij} + \hat{\tau}\right)$$

Finalicemos el análisis reemplazando este valor en la función e Z*.

$$f(Z_{ij}^* \mid \mu, \alpha_i, \beta_j, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\left(\log(Y_{ij}+\hat{\tau}\right)-\mu-\alpha_i-\beta_j\right]^2}$$

Expresando en forma matricial

$$\underbrace{\underline{Z}_{(T_U\times 1)}}_{\substack{\text{VALORES OBSERVADOS}\\ \text{parte superior del triangulo}\\ \text{de evolucion}}} = \underbrace{X_{(T_U\times(2\lambda-1))}}_{\text{Matriz de Diseño}} \underbrace{\underline{\theta}_{((2\lambda-1)\times 1)}}_{\text{Parametros}} + \underbrace{\underline{\varepsilon}_{(T_U\times 1)}}_{Errores} \qquad \underline{\varepsilon} \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I)$$

La función de densidad expresada en forma matricial :

$$f(\underline{Z} \mid \underline{\theta}, \sigma^2 I, X, \underline{x}_1, \underline{x}_2, ..., \underline{x}_\lambda, \hat{\tau}) \propto \sigma^{-T_U}\; e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underline{Z}-X\underline{\theta})^T(\underline{Z}-X\underline{\theta})}$$

Donde:

$$\underline{x}_1 = \left(x_{11}, x_{12}, ..., x_{1\lambda}\right)^T, \underline{x}_2 = \left(x_{21}, x_{22}, ..., x_{2\lambda}\right)^T, ..., \underline{x}_\lambda = \left(x_{\lambda 1}, x_{\lambda 2}, ..., x_{\lambda\lambda}\right)^T$$

contienen la información conocida del triángulo.

La distribución del número total de reclamaciones, por año de accidente “i” dada la información de las Y_{ij} para $\forall i + j \le \lambda + 1$ (parte superior del triángulo de desarrollo), de la parte inferior del mismo triángulo es la que tendremos que estimar. Definamos para ello al monto de siniestros acumulados para cada año de desarrollo:

$$Y_{ij}^* = Y_{i1} + Y_{i2} + Y_{i3} + ... + Y_{ij} = \sum_{t=1}^{j} Y_{it} \quad 1 \le j \le \lambda$$

El triángulo de desarrollo que estamos realmente interesados en estimar es: $Y_{i\lambda}^*$ para los años de origen distintos al primero, ya que para ésta fila no existen montos desconocidos, por lo cual estimaremos para $\forall i = 2, ..., \lambda$. Y como ya hemos dicho la información que poseemos es $Y_{1\lambda}^*$, X_{ij}, Y_{ij} para $\forall i, j = 1, ..., \lambda \; con\, i + j \le \lambda + 1$.

Ahora bien sea:

$$\forall a_i = \lambda - i + 1 \quad e \quad \forall i = 2, ..., \lambda$$

Entonces el monto de los reclamos estimados son (los montos debajo de la diagonal del triángulo de desarrollo):

$$R_i = Y_{i\lambda}^* - Y_{ia_i}^*$$

$R_i =$ monto total de las reclamaciones para los años de desarrollo para los cuales es desconocido y que corresponde al año de origen i.

La función de densidad conjunta queda determinada como:

$$f(\underline{Z}, \underline{x}_1, \underline{x}_2, ..., \underline{x}_\lambda \mid \underline{\theta}, \sigma, X, \hat{\tau}) = f(\underline{Z} \mid \underline{\theta}, \sigma, X, \hat{\tau})$$

o bien

$$f(\underline{\theta}, \sigma \mid D, \hat{\tau}) \propto \sigma^{-(T_U+1)} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}(\underline{Z}-X\underline{\theta})^T(\underline{Z}-X\underline{\theta})}$$

D representa toda la información conocida incluida en la distribución posteriori.

También la podemos ver como:

$$f\left(\underline{\theta}, \sigma, D\right) \propto f(\underline{\theta}, \sigma \mid D)$$

por otro lado, sabemos por propiedades de probabilidad condicional

$$f(\underline{\theta}, \sigma \mid D) = \frac{f(\underline{\theta}, \sigma, D)}{f(D)} = \frac{f(\underline{\theta} \mid \sigma, D) f(\sigma, D)}{f(D)} = \frac{f(\underline{\theta} \mid \sigma, D) f(\sigma \mid D) \cancel{f(D)}}{\cancel{f(D)}} = f(\underline{\theta} \mid \sigma, D) f(\sigma \mid D)$$

$$f(\underline{\theta},\sigma \mid D) = f(\underline{\theta} \mid \sigma, D)\, f(\sigma \mid D)$$

Dado que $\underline{\theta} = (\mu, \alpha_2, ..., \alpha_\lambda, \beta_2, ..., \beta_\lambda)^T$ y de la función de densidad anterior tenemos:

$$f(\underline{\theta} \mid \sigma, D) \propto \sigma^{-(2\lambda-1)} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}(\underline{\theta}-\hat{\underline{\theta}})^T X^T X (\underline{\theta}-\hat{\underline{\theta}})} \quad ; \quad f(\sigma \mid D) \propto \underbrace{\sigma^{-(T_U - 2\lambda+2)} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}(\underline{Z}-X\hat{\underline{\theta}})^T (\underline{Z}-X\hat{\underline{\theta}})}}_{\text{Distribucion raiz de gamma inversa}}$$

Con $\hat{\underline{\theta}} = (X^T X)^{-1} X^T \underline{Z}$

En la reserva para el total de las reclamaciones pendientes de pago, es necesario obtener la media y la varianza de la distribución predictiva. Para cada celda debemos calcular:

$$E(Y_{ij} \mid D) = E(M_{ij} x_{ij} \mid D) = \underbrace{E(M_{ij} \mid D) E(x_{ij} \mid D)}_{\text{Por independencia}}$$

Entonces la estimación Bayesiana para las reclamaciones pendientes de pago para el año de origen "i" es: $\sum_{j > \lambda - i + 1} E(Y_{ij} \mid D)$.

El estimador bayesiano para la varianza predictiva para el mismo año resulta difícil de estimar, por lo que se debe utilizar *simulación directa* de la distribución a posteriori, que nos permitirá generar N valores aleatorios, es decir:

a) Genera una observación $\sigma^{(j)}$ de una distribución raíz de gamma inversa:

$$f(\sigma \mid D) \propto \sigma^{-(T_U - 2\lambda+2)} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}(\underline{Z}-X\hat{\underline{\theta}})^T (\underline{Z}-X\hat{\underline{\theta}})} \to \sigma^{(m)}$$

con parámetros $\alpha = \dfrac{(T_U - 2\lambda + 2)}{2}$ y $\beta = \dfrac{(\underline{Z} - X\hat{\underline{\theta}})^T (\underline{Z} - X\hat{\underline{\theta}})}{2}$

b) Genera una observación $\underline{\theta}^{(m)} = \left(\mu^{(m)}, \alpha_2^{(m)}, ..., \alpha_\lambda^{(m)}, \beta_2^{(m)}, ..., \beta_\lambda^{(m)}\right)^T$ por medio de una normal:

$$N\left(\hat{\underline{\theta}}, \sigma^{(m)2} \left(X^T X\right)^{-1}\right) \to \underline{\theta}^{(m)}$$

c) Genera una observación de la distribución predictiva:
Con:

$$\mu_{ij}^{(m)} = \mu^{(m)} + \alpha_i^{(m)} + \beta_j^{(m)} \quad \forall (i, j) \text{ tal que } j > \lambda - i + 1$$

calculemos, despejando del modelo, a M_{ij}

$$\underbrace{M_{ij}^{(m)}}_{\substack{\text{valoresde} \\ \text{distribucion} \\ \text{log-normal}}} = e^{\left\{Z_{ij}^{(m)}\right\}} - \hat{\tau}$$

Con lo anterior estamos generando valores aleatorios para la reclamación promedio para la parte inferior del triángulo de desarrollo, con variabilidad del parámetro ($\underline{\theta}^{(m)}$) y del proceso ($\sigma^{(m)}$).

d) Calculemos $C_{ij}^{(m)} = x_{ij}^{(m)} M_{ij}^{(m)}, i = 2, ..., \lambda; j > \lambda - i + 1$.

e) Obtengamos la suma de éstas $R^{(m)} = \sum_{i,j} C_{ij}^{(m)}$.

f) Obtengamos finalmente:

$$\sigma_R^2 = \sum_{m=1}^{N} \frac{\left(R^{(m)} - \bar{R}\right)^2}{N} \quad y \quad \bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} R^{(m)}$$

2.3.2 Reserva de Gastos de Ajuste Asignados al Siniestro (GAAS)

Como es de nuestro conocimiento en muchos de los siniestros es difícil determinar el daño o monto de la pérdida, y generalmente esta tarea requiere de ajustadores especializados, abogados u otro tipo de personas externas, que ayuden a fijar el monto, este tipo de eventos ocurre en los SONR dada su naturaleza.

El Gasto que se deriva de este tipo de servicios debe estar completamente regulado, ya que estos pueden resultar superior al monto de la pérdida y provocar en las compañías aseguradoras problemas de insolvencia.

Una medida adoptada por las aseguradoras para prevenir este tipo de circunstancias, es la creación de la ***"RESERVA DE GASTOS DE AJUSTE ASIGNADOS AL SINIESTRO" (GASS)***.

La forma en que podemos calcular estas Reservas es muy similar al cálculo de la Reserva de SONR utilizando los métodos no estocásticos.

A continuación se obtendrá la Reserva de GAAS utilizando el método de la Razón, pero dejando claro que podemos utilizar cualquier otro método de los descritos anteriormente para el cálculo de ésta.

2.3.2.1 Método de la Razón para el Cálculo de la Reserva de GAAS.

Partiendo del triángulo de desarrollo ya definido, y haciendo uso del método de la razón para el cálculo de la Reserva de SONR, podemos establecer las bases para el cálculo de la Reserva de GAAS, sólo que, en este caso la información que contenga el triángulo estará en función de los gastos de ajuste, es decir:

GA_{ij} =Gastos de Ajuste Asignados al Siniestro cuya ocurrencia fue en el año "i" y año de desarrollo "j"

AÑO DE OCURRENCIA	GASTOS DE AJUSTE ASIGNADOS AL SINIESTRO POR AÑO DE REPORTE					
	Año 0	Año 1	$\cdots$	Año j	$\cdots$	Año λ
1	GA_{10}	GA_{11}	$\cdots$	GA_{1j}	$\cdots$	$GA_{1\lambda}$
2		GA_{21}	$\cdots$	GA_{2j}	$\cdots$	$GA_{2\lambda}$
$\vdots$			$\ddots$		$\cdots$	
i				GA_{ij}	$\cdots$	$GA_{i\lambda}$
$\vdots$					$\ddots$	
λ						$GA_{\lambda\lambda}$

Una vez que tenemos los datos ordenados de manera matricial, al igual que en el método de la razón obtendremos la tabla de porcentajes de los gastos de ajuste asignados al siniestro con respecto a los siniestros pagados, por año de ocurrencia y año de desarrollo.

AÑO DE OCURRENCIA	PORCENTAJE DE GAAS CON RESPECTO A LOS SINIESTROS PAGADOS						
	0	**1**	$\cdots$	**n**	$\cdots$	**t-1**	**t**
1	X_{10}^{GA}	X_{11}^{GA}	$\cdots$	X_{1n}^{GA}	$\cdots$	$X_{1,t-1}^{GA}$	X_{1t}^{GA}
2	X_{20}^{GA}	X_{21}^{GA}	$\cdots$	X_{2n}^{GA}	$\cdots$	$X_{2,t-1}^{GA}$	
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\iddots$			
i	X_{i0}^{GA}	$X_{i,t-i-1}^{GA}$					
$\vdots$	$\cdots$					**E**	
λ=t	$X_{\lambda 0}^{GA}$						

Es decir, que cada X_{ij}^{GA} representa la proporción de gastos de ajuste con respecto a los siniestros pagados.

Una vez que tenemos estos porcentajes, lo que sigue es calcular los factores de crecimiento entre cada período de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$FR_{in}^{GA} = \frac{X_{in}^{GA}}{X_{i,n-1}^{GA}}$$

Este factor se calcula para cada período, y se obtiene una nueva tabla con los factores, para después obtener el porcentaje aritmético por cada año de desarrollo, es decir, para cada columna, y se obtiene un nueva tabla, el porcentaje aritmético esta dado por:

$$FP_{n}^{GA} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{\lambda} FR_{in}^{GA}$$

AÑO DE OCURRENCIA	TABLA DE FACTORES PARA EL CÁLCULO DE LA RESERVA GAAS						
	0	**1**	$\cdots$	**n**	$\cdots$	**t-1**	**t**
1	$-$	FR_{11}^{GA}	$\cdots$	FR_{1n}^{GA}	$\cdots$	$FR_{1,t-1}^{GA}$	FR_{1t}^{GA}
2	$-$	FR_{21}^{GA}	$\cdots$	FR_{2n}^{GA}	$\cdots$	$FR_{2,t-1}^{GA}$	
$\vdots$	$-$	$\cdots$		$\iddots$			
i	$-$	$FR_{i,t-i-1}^{GA}$					
$\vdots$	$\cdots$						
λ	$-$						
FACTOR DE GAAS ARITMÉTICO	**-**	FP_{1}^{GA}	$\cdots$	FP_{n}^{GA}	$\cdots$	FP_{t-1}^{GA}	FP_{t}^{GA}

De manera análoga al método de la razón fijaremos un porcentaje estimado de los siniestros que aún no se han reportado, el cual nos ayudara a obtener, los porcentajes acumulados.

Como último paso calcularemos la estimación del pago final, únicamente multiplicando el porcentaje acumulado de pagos de cada año de origen por el porcentaje acumulado de pagos.

Año de Ocurrencia	Montos Acumulados de la Diagonal	FACTOR DE PORCENTAJE ACUMULADO FPA_i^{GA}	Monto Esperado $FPA_i^{GA} \times X_{ij}^{GA}$
1	X_{1t}^{GA}	FPA_t^{GA}	$X_{1t}^{GA}\ FPA_t^{GA}$
2	$X_{2,t-1}^{GA}$	FPA_{t-1}^{GA}	$X_{2,t-1}^{GA}\ FPA_{t-1}^{GA}$
⋮	⋮	⋮	⋮
i	$X_{i,t-i-1}^{GA}$	FPA_{t-i-1}^{GA}	$X_{i,t-i-1}^{GA}\ FPA_{t-i-1}^{GA}$
⋮	⋮	⋮	⋮
λ	$X_{\lambda 0}^{GA}$	FPA_0^{GA}	$X_{\lambda 0}^{GA}\ FPA_0^{GA}$

Por último la Reserva GAAS se calculará como la suma de los pagos de siniestros esperados menos el pago de siniestros acumulados correspondientes a cada año de ocurrencia.

$$R_{Rz}^{GAAS} = \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \left(X_{i,t-(i-1)}^{GA} \times FPA_i^{GA} \right) - X_{i,t-(i-1)}^{GA} \right\}$$

REGLAMENTOS Y REGULACIÓN DE LA RESERVA GAAS

Por otra parte la constitución y valuación de esta Reserva se debe realizar en los mismos términos en los que se hace para la Reserva por SONR.
Es por eso, que la SHCP y la CNSF establecieron las bases para la regulación de este tipo de reservas mediante la circular S-10.6.

Dentro de las principales disposiciones que hace referencia esta circular con respecto a la Reserva de GAAS están[27]:

1. Toda compañía aseguradora deberá constituir y valuar la Reserva de GAAS para cada una de las operaciones y ramos:

    a) Operación de vida, distinguiendo entre individual, grupo y colectivo.
    b) Operación de accidentes y enfermedades, de manera separada para accidentes personales, gastos médicos mayores y salud, distinguiendo entre individual, grupo y colectivo.
    c) Operación de daños, de manera separada para cada uno de ls ramos que la integran, distinguiendo en su caso, dentro de cada uno de los ramos la cobertura de responsabilidad civil de que se trate.

2. La forma de constituir y valuar esta Reserva se hará de la misma manera en que se hace la Reserva por SONR.

En el caso de riesgos catastróficos en la Circular S-10.6.3 se establece lo siguiente[28]:

1. El cálculo de las reservas para los ramos de Incendio, Terremoto y Otros Riesgos Catastrófico, se podrá realizar con la información conjunta de dichos ramos, en el caso de que la compañía no cuente con la estadística suficiente para realizar dichos cálculos en forma independiente.

Además, con el objeto de preservar la viabilidad técnica y financiera que permita el sano desarrollo del seguro en México, la CNSF propuso las siguientes bases técnicas.

[27] Circular S-10.6 con fecha de 19 de octubre de 1998.
[28] Circular S-10.6.3 con fecha de 24 de noviembre de 1998, como complemento a la Circular S-10.6.

i. Desglosar contablemente la Reserva de SONR:

En lo concerniente a la reserva de GAAS, el posible gasto de los servicios que este pueda generar, debe estimarse con la finalidad de que las compañías aseguradoras cuenten con recursos suficientes para hacer frente a sus responsabilidades. Esto nos lleva a un desglose contable de la cuenta existente para la reserva de SONR, para así después generar la Reserva de GAAS.

ii. Desglosar las coberturas de Responsabilidad Civil.

El desarrollo de los siniestros en el tiempo varía de acuerdo al tipo de cobertura, en especial las coberturas de Responsabilidad Civil, ya que estos generalmente tiene la característica de ser siniestros de cola larga, ya que la fijación de las responsabilidades por parte de los aseguradores, en algunas ocasiones llevan consigo procesos legales.

Por lo anterior, se ha propuesto contabilizar por separado de las coberturas de Responsabilidad Civil de los ramos donde se otorgue, como es el caso del seguro e Automóviles, marítimo y Transportes y de diversos.

iii. Reglamentar la Reserva de Siniestros OPNR.

El no considerar las “colas” dentro de los resultados técnicos de las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, causa que la siniestralidad éste subestimada, lo cual puede conducir a primas insuficientes y a problemas de solvencia.

Asimismo, el disponer de información referente a “colas”, permite determinar criterios adecuados de valuación que incluyen contingencias futuras de las empresas.

CAPÍTULO III

Reservas Técnicas Especiales

Las Reservas Técnicas Especiales se crean con la finalidad de preservar la solvencia de las aseguradoras, para que, de esta manera puedan hacerle frente a posibles pérdidas derivadas de sus obligaciones, generadas por siniestros de tipo *catastrófico de agrícola y de animales, de huracán, de terremoto y otros riesgos hidrometeorológicos.*

La CNSF para regular el buen funcionamiento de la constitución de estás reservas, estableció circulares para la constitución e incremento de las Reservas Técnicas Especiales.

De acuerdo a la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas en su artículo 52° ordena:

> **"...la constitución de Reservas Técnicas Especiales cuando, a su juicio, sean necesarias para hacer frente a posibles pérdidas u obligaciones presentes y futuras a cargo de las instituciones, distintas a las especificadas..."**

Las Reservas Especiales son acumulativas y sólo podrán afectarse en caso de que el siniestro lo requiera.

Para cumplir con el propósito de las reservas, se establece que bajo ninguna circunstancia, las mismas podrán afectarse para compensar una **pérdida técnica o neta** que se origine por el cobro de primas insuficientes por parte de las aseguradoras.

3.1 CONSTITUCIÓN E INCREMENTO DE LAS RESERVAS TÉCNICAS ESPECIALES[29]

A continuación describiremos la manera de constituir e incrementar las reservas especiales en base a la circular S-10.4 y a las Reglas para la Constitución e Incremento de las reservas técnicas Especiales del 27 de Diciembre de 2004, tomando en cuenta el acuerdo por el que se modifican éstas publicadas el 15 de febrero de 2006.

3.1.1 Reserva Riesgos Catastróficos del Seguro Obligatorio de Viajero.

En la operación del seguro obligatorio del viajero, las Aseguradoras deberán constituir e incrementar en forma mensual una reserva técnica especial de riesgos catastróficos. Dicha reserva se denominará **Reserva de Riesgos Catastróficos del Seguro Obligatorio del Viajero**.

Se verá incrementada por:

$$INC_{mensual} = 0.71\ P_{Retenida} + P_{Financieros} + \text{Comisiones} + \text{Utilidades de reaseguro}$$

Además de ajustará de acuerdo a:

$$Aj = INC_{ACUM} - Sin_{\ Retenidos} - \text{Costos Cobrados de Contratos de Reaseguro}$$

$$\text{Si } Aj < 0 \text{ entonces } Rva = 0$$

29 REGLAS para la Constitución e Incremento de las Reservas Técnicas Especiales de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros. Fecha de Publicación en DOF: 27/12/2004

Para efectos de valuación, las Aseguradoras deberán calcular la parte devengada de las pólizas en vigor como:

$$Pol_{D_t} = 1 \Big/ 12 \frac{P_{ret_{t-1}} + P_{ret_t}}{2}$$ donde t es el mes en que se efectúa la valuación

La reserva de riesgos catastróficos del seguro obligatorio del viajero será acumulativa y tendrá como límite de acumulación:

$$L_{\max\,acum} = Max\left[\sum_{x=1}^{80} S.A._x \;, 800\,000 UDIS\right]$$

donde

$$\sum_{x=1}^{80} S.A._x = \text{Las 80 } S.A. \text{ max de personas en los ultimos 36 meses}$$

Las Aseguradoras dejarán de incrementar la reserva de riesgos catastróficos del seguro obligatorio del viajero en el momento en que el saldo de ésta sea igual al límite de acumulación.

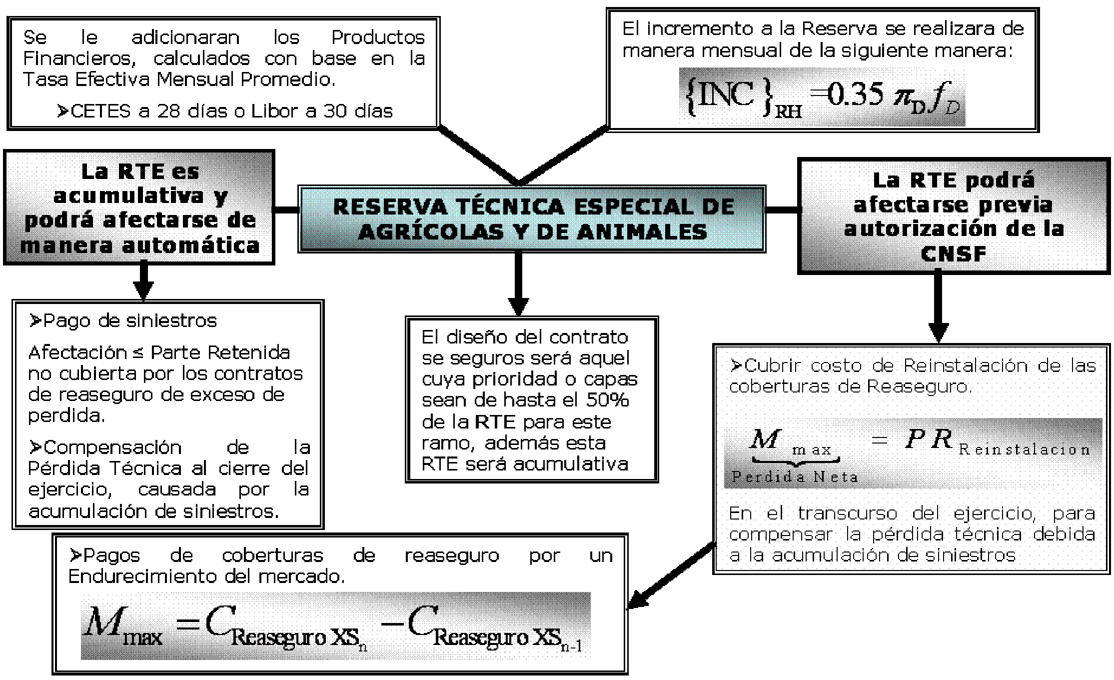
La reserva de riesgos catastróficos del seguro obligatorio del viajero sólo podrá afectarse en caso de siniestros correspondiente al seguro de viajero, previa autorización de la Comisión.

3.1.2 Riesgos Catastróficos Agrícolas y de Animales[30]

Las Aseguradoras autorizadas para practicar la operación de seguros de daños, que celebren contratos de seguros agrícolas y de animales deberán constituir e incrementar una reserva técnica especial para **Riesgos Catastróficos Agrícolas y de Animales** de acuerdo a los siguientes lineamientos:[31]

RESERVA TÉCNICA ESPECIAL (RTE)

CONSTITUCIÓN E INCREMENTOS



[30] *Reglas para la constitución e incremento de las Reservas Técnicas Especiales de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros publicadas el D.O.F. 27 /12/2004.*

[31] *Donde* *Entiéndase que PR_R es Prima de Reinstalación.*

$f_D = \frac{D_m}{D_v}$ *D_m es el número de días que estuvo vigente la póliza durante el mes en cuestión.*

D_v número de días de vigencia de la póliza en cuestión.

3.1.3 Riesgos Catastróficos de Huracán y otros Riesgos Hidrometeorológicos[32]

Para el caso de los riesgos Hidrometeorológicos la forma de determinar la reserva se establece mediante el siguiente procedimiento y se aplicará para aquellas aseguradoras autorizadas en practicar la operación de seguros de daños, que celebren contratos de seguros para huracán y otros riesgos hidrometeorológicos, las cuales deberán constituir e incrementar una ***Reserva Técnica Especial*** como sigue:

1. La reserva técnica especial será acumulativa y su incremento mensual se hará conforme a lo siguiente:

$$\lambda_{NoPolizas}\{SAR\}F_i$$

donde:

SAR es la parte Retenida de la Suma Asegurada
F_i será el factor correspondiente, conforme al tipo de construcción y a la altura sobre el nivel del mar de cada ubicación asegurada de acuerdo a los factores señalados en la siguiente tabla:

Tipo de construcción	*Factor F_i* ***Altura sobre el nivel del mar*** *h<500m*	*500m<h≤1000*	*1000 ≤ h*
Casa habitación	*0.000863*	*0.000165*	*0.000070*
Edificios de muros y techos macizos	*0.000637*	*0.000295*	*0.000205*
Edificios de techos ligeros, naves industriales u otros no clasificados	*0.001210*	*0.000446*	*0.000280*

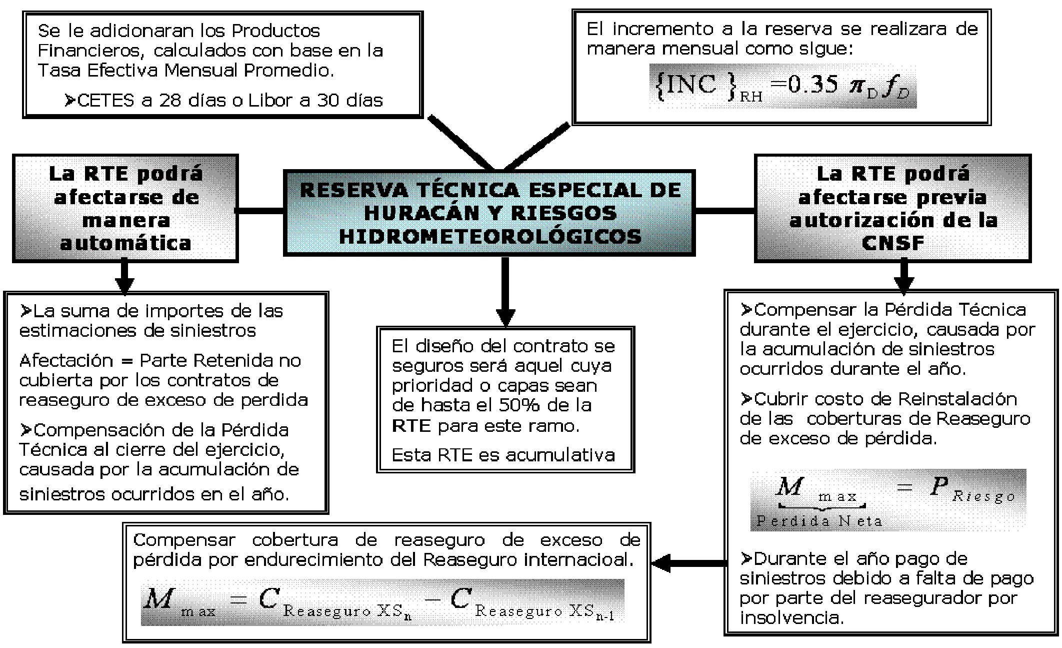
Cuando una compañía no cuente con información acerca de:

- Altura sobre el nivel del mar de un riesgo aplicará como factor el correspondiente al tipo de construcción y a una altura sobre el nivel del mar de hasta 500 m.
- Tipo de construcción, deberá aplicar el factor correspondiente a "Edificios de techos ligeros, naves industriales u otros no clasificados" para la altura sobre el nivel del mar que corresponda.

El siguiente cuadro describe brevemente la forma en como se incrementa y constituye la reserva, así como también las posibles afectaciones que se le pueden hacer a está.

RESERVA TÉCNICA ESPECIAL

CONSTITUCIÓN E INCREMENTOS



[32] Se entenderá por *riesgos hidrometeorológicos*: *Avalanchas de lodo, granizo, helada, huracán, inundación, inundación por lluvia, marejada, golpe de mar, nevada, vientos tempestuosos.*

3.1.4 Riesgos Catastróficos de Terremoto y/o Erupción Volcánica

Las compañías autorizadas en practicar la operación de seguros de daños en el ramo de terremoto y otros riesgos catastróficos deberán constituir e incrementar una **reserva técnica especial para riesgos catastróficos de terremoto y/o erupción volcánica** mediante el siguiente procedimiento[33]:

1. La constitución e incremento de la reserva técnica especial, se hará con la liberación de la reserva de riesgos en curso de retención que las Aseguradoras deben constituir e incrementar.
   Para tales efectos, la prima de riesgo de retención de la Aseguradora en el ejercicio correspondiente, de cada una de las pólizas que hayan estado en vigor durante el mes de valuación (PR) se multiplicará por el factor de devengamiento correspondiente al mes en cuestión.

$$\{INC\}_{RCat} = PR * f_D$$ [34]

2. A está se le adicionarán los productos financieros calculados con base en la tasa efectiva mensual promedio de las emisiones del mes en cuestión, de los CETES o su tasa equivalente para la reserva constituida en moneda nacional y, para constituirla en moneda extranjera se utilizará la media aritmética de la tasa libor a 30 días. Los respectivos productos financieros serán capitalizables mensualmente.
   El incremento a la reserva deberá efectuarse en forma mensual

Sin lugar a dudas la constitución e incremento de la reserva especial de terremoto resulta complicada de calcular, ya que cuando ocurre un siniestro de ésta naturaleza, ocasiona pérdidas y desastres en la zona donde se produjo. Por esta razón es que se realiza un estudio mucho más a fondo para estimar sus pérdidas y para ello no sólo se necesita de actuarios expertos, sino de especialistas en el tema. Determinemos la Pérdida Máxima Probable (conocido como PML por sus siglas en inglés) para este tipo de siniestros.

3.1.4.1 CÁLCULO DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE DE TERREMOTO

Los Seguros de Riesgos Catastróficos son seguros cuyo efecto, en caso de siniestro, puede ser de carácter catastrófico y ponen en riesgo la situación financiera de la institución. Los riesgos más comunes que pueden tener efectos catastróficos son terremoto, huracán, granizo, incendio e inundación entre otros.

Los riesgos catastróficos se caracterizan por que su ocurrencia puede afectar de manera simultánea a diversos bienes, ocasionando pérdidas económicas de gran importancia para la compañía de seguros, debido al mal cálculo de la prima. Por esta razón resulta imprescindible constituir una Reserva Técnica Especial para este tipo de Riesgos, que nos auxilie en el pago de los siniestros, si llegara a ocurrir algún evento de ésta naturaleza.

El territorio mexicano se encuentra localizado en una zona clasificada de alto riesgo, ya que tiene un alto índice de vulnerabilidad tanto de Huracanes como de Terremoto.

---

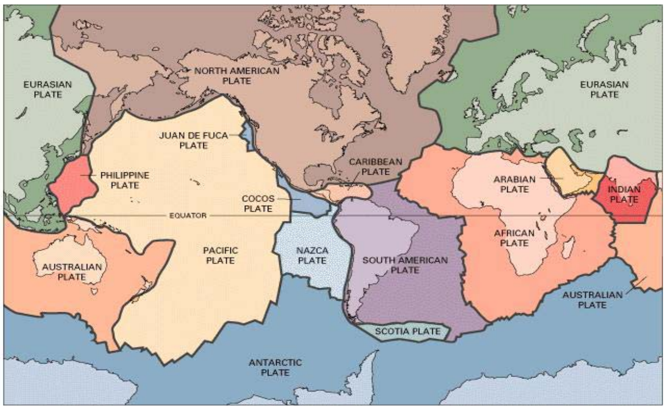
[33] El 30/11/2006 se publicó en el D.O.F. la modificación a las reglas para la constitución e incremento de las reservas técnicas especiales en a que se adiciona la constitución de dos reservas más: a) reserva especial para riesgos catastróficos del seguro de crédito a la vivienda; b) reserva especial para riesgos catastróficos del seguro de garantía financiera. Se hace referencia a esta modificación ya que en el presente trabajo no se aborda el tema.
[34] El factor es el mismo utilizado en el apartado de la Reserva para Riesgos Catastróficos Agrícolas y de Animales.

La Reserva de Riesgos Catastróficos tiene un límite que esta asociado a la Pérdida Máxima Probable que se espera en caso de ocurrencia de un evento catastrófico. Y será acumulativa durante todos los años hasta este monto máximo y se usará exclusivamente para el pago de siniestros de tipo catastrófico.

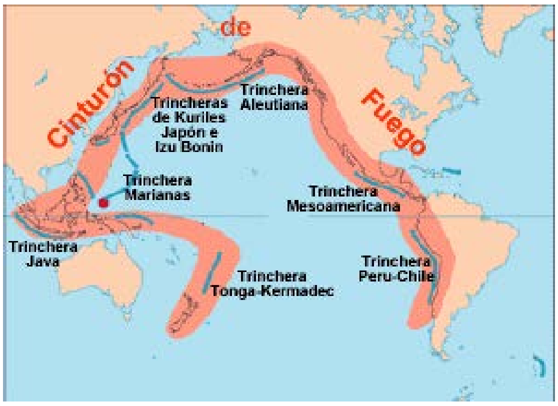
En lo que se refiere al ramo de terremoto podemos decir que el riesgo sísmico esta en función de las características geológicas como de la cercanía a una zona con alto potencial sísmico.

Para identificar las zonas de alto riesgo, es necesario conocer las principales placas tectónicas. Se emplean registros históricos de los grandes sismos en México, los catálogos de sismicidad y los datos de aceleración de terreno como consecuencia de los sismos de gran magnitud.

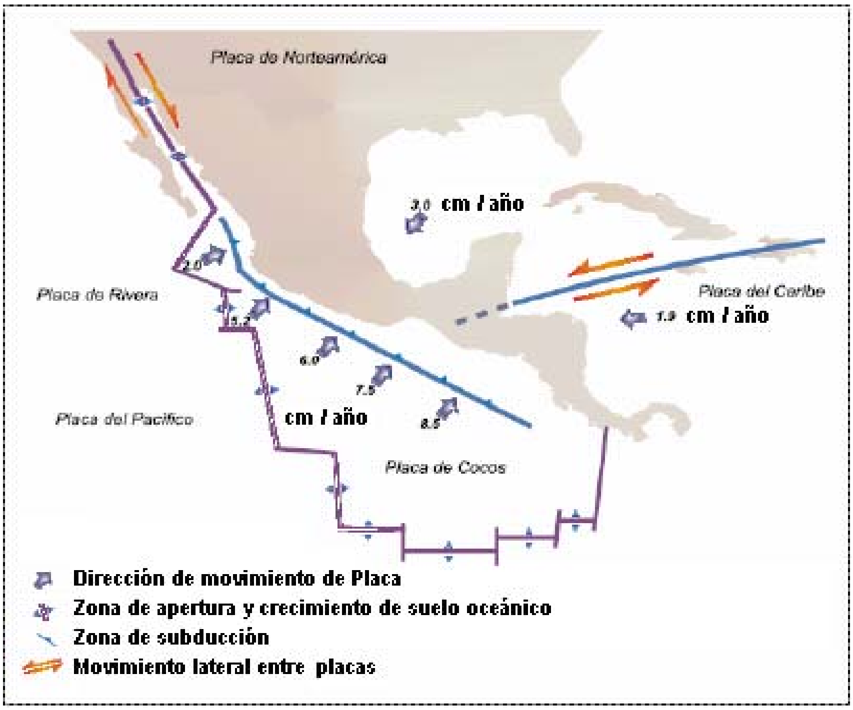
Existe una regionalización de cuatro zonas: A es de la cual no se tienen registros históricos, o no se han reportado sismos grandes en los últimos 80 años y cuyas aceleraciones del terreno se esperan menores al 10% del valor de la gravedad; D en donde han ocurrido temblores con mucha frecuencia y aceleraciones de terreno superiores al 70% del valor de la gravedad; zonas B y C que son intermedias entre las anteriores. Como se muestra en el mapa siguiente:



Las placas tectónicas que están conectadas a la placa de Norteamericana (que sostiene a la República Mexicana) son la de de Rivera, de Pacífico, de Cocos y del Caribe. Además se encuentra ubicada en una de las zonas de más alta sismicidad en el mundo por encontrarse asociado al Cinturón de Fuego del Pacífico.



Las placas que principalmente influyen en los movimientos telúricos son la de Cocos y de Rivera, a los sismos generados por estas placas se les conoce como “***sismos de subducción***”, como se aprecia en el mapa siguiente:



Pero también existen otros tipos de sismos que presentan un tipo de falla normal que refleja el rompimiento de la litosfera oceánica súbdica, este tipo de sismos se presentan con poca frecuencia, pero provocan severos daños.

Así también están los sismos que se generan en la placa continental las cuales pueden ocasionar daños considerables en los asentamientos humanos.

También existe la **"sismicidad de fondo"** cuyo origen no puede asociarse a ninguna estructura geológica.

Generalmente, la ocurrencia de estos eventos es esporádica y existe un extenso intervalo de tiempo entre la ocurrencia de uno y otro evento. Durante éste período la compañía cobrará primas sin que exista frecuencia de siniestros, entonces existirán excedentes que deben ser resguardados en un fondo para enfrentar un posible evento catastrófico. Es decir, la reserva se constituye con las primas de riesgo devengadas y los productos financieros que genera la inversión de la reserva.

Para el ramo de terremoto y/o erupción volcánica la CNSF hace un apartado individual para la determinación de la Pérdida Máxima Probable.

<u>Procedimiento</u>

3.1.4.1.1 EVALUACIÓN DEL PELIGRO SÍSMICO

Se cuantifica en términos de los períodos de retorno (o sus inversos, tasas de excedencia[35]) de intensidades sísmicas relevantes en el comportamiento de las estructuras.

Determinar el peligro sísmico directamente contando las veces que se ha excedido los valores dados en un sitio determinado pocas veces se puede calcular, ya que no se dispone de la información completa de las aceleraciones que los anteriores sismos han producido. Por lo cual, calcularemos el peligro sísmico indirectamente en base a:

---

35 Ver definición en el glosario.

1. TASA DE ACTIVIDAD SÍSMICA.

En función de las ya citadas placas tectónicas la República Mexicana se divide en 476 fuentes generadoras de sismos, cada una de las cuales genera sismos de manera constante. Empleando un modelo de distribución de sismicidad Poisson la actividad de la i-ésima fuente sísmica se especifica en términos de la tasa de excedencia de las magnitudes, $\lambda_i(M)$, que mide que tan frecuentemente se genera en una fuente temblores con magnitud superior a una dada y la sismicidad queda como sigue[36]:

$$\lambda_i(M) = \lambda_{0i} \frac{e^{-b_i M} - e^{-b_i M_{ui}}}{e^{-b_i M_0} - e^{-b_i M_{ui}}}$$

Donde:

M_0 Es la mínima magnitud relevante, tomada en 4.5 para este caso.

$\lambda_{0i}, b_i\ y\ M_{ui}$ son parámetros que definen la tasa de excedencia de cada una de las fuentes sísmicas[37].

M_{ui} representa la máxima magnitud que puede generarse en cada fuente.

Podemos decir que para los grandes temblores de subducción (***temblores característicos con M>7***), $\lambda_i(M)$ se define de la siguiente manera:

$$\lambda(M) = \lambda(7)\left[1 - \Phi\left(\frac{M - EM}{\sigma_M}\right)\right] \text{ Si M>7}$$

Donde:

$\lambda(7), EM, \sigma_M$ son parámetros

$\sigma_M \sim N(0,1)$

La recurrencia de terremotos se determina de acuerdo a la expresión de Richter

2. ATENUACIÓN DE LAS ONDAS SÍSMICAS

En seguida, evaluaremos los efectos sísmicos, en términos de su intensidad, que producen cada una de las fuentes sísmicas. Para ello, se requiere conocer la intensidad que presenta la i-ésima fuente si ocurriera un temblor con magnitud dada. Las "***leyes de atenuación***" son aquellas expresiones que relacionan magnitud, posición relativa fuente-sitio e intensidad y varían de acuerdo al tipo de sismo y de las trayectorias que recorren las ondas en el camino de la fuente a su sitio.

Se considerará S_a como ordenadas del espectro de respuesta (seudo aceleraciones 5% de amortiguamiento crítico), cantidades que son aproximadamente proporcionales a las fuerzas laterales de inercia que se generan en las estructuras durante el sismo y que dependen del período natural de vibración.

Supuestos

Magnitud y distancia son cantidades ya establecidas

$S_a \sim \log N(\text{de acuerdo a la ley de atenuacion}, \sigma_{\ln S_a})$

Leyes de atenuación

- ⇒ Temblores costeros
- ⇒ Temblores de profundidad intermedia
- ⇒ Temblores superficiales
- ⇒ Temblores costeros afectando la zona firme del Valle de México

36 Versión modificada de la relación de Gutemberg y Richter, especificación del modelo en el glosario Richter.

37 Estimados por procedimientos Bayesianos

3. EFECTOS DE LA GEOLOGÍA LOCAL

El efecto del tipo de suelo sobre la amplitud y la naturaleza de las ondas sísmicas son imprescindibles para la estimación del peligro sísmico.

PELIGRO SÍSMICO

Para determinar el peligro sísmico consideraremos la suma de los efectos de la totalidad de las fuentes sísmicas y la distancia entre cada fuente y el sitio en donde se encuentra la estructura, expresando el peligro sísmico $\nu(S_a)$ en términos de la tasa de excedencia de intensidades, como sigue:

$$\nu(S_a) = \sum_{i=1}^{N} \int_{M_o}^{M_{ui}} -\frac{d\lambda_i(M)}{dM} \mathrm{P}(SA > SA / M, R_i) dM$$

La suma abarca la totalidad de las fuentes sísmicas N y dadas las magnitudes del sismo "M" y la distancia entre la i-ésima fuente y el sitio "R" se entiende que $P(SA > SA / M, R_i)$ es la probabilidad de que la intensidad exceda un cierto valor. Integraremos desde M_o hasta M_{ui} para tomar en cuenta cada fuente sísmica.

La ecuación anterior arrojaría un dato más exacto si las fuentes sísmicas fueran puntos, pero en realidad son volúmenes, por lo que, los epicentros no sólo ocurren en los centros de las fuentes, sino con igual probabilidad, en cualquier punto dentro del volumen. Si subdividimos las fuentes sísmicas en triángulos en cuyo centro de gravedad se encuentra concentrada la sismicidad del triángulo ésta subdivisión se hace recursivamente hasta alcanzar un tamaño de triángulo lo suficientemente pequeño como para garantizar la precisión en la integración.

Suponiendo que la intensidad tiene una distribución Log-normal y dada la magnitud y distancia calcularemos $P(SA > Sa \mid M, R_i)$ como sigue:

$$P(SA > Sa \mid M, R_i) = \Phi\left[\frac{E(\ln(Sa) \mid M, R_i) - \ln Sa}{\sigma_{\ln Sa}}\right]$$

Donde:

$\Phi(\square)$ es la distribución N(0,1)

$E\left[\ln(Sa) \mid M, R_i\right]$ es el valor medio del logaritmo de la intensidad dado por la ley de atenuación que corresponda

$\sigma_{\ln Sa}$ desviación estándar de la intensidad

3.1.4.1.2 VULNERABILIDAD ESTRUCTURAL

La relación que existe entre la intensidad del movimiento sísmico (aceleración espectral) y el nivel de daño se conoce como vulnerabilidad.

El parámetro que se utiliza en el sistema para calcular el nivel del daño en una estructura es la distorsión máxima de entrepiso, la cual se define como la relación entre el desplazamiento relativo entre dos niveles dividido entre la altura de entrepiso. Describiremos la manera de relacionar la intensidad sísmica con el daño bruto, β, esto es, el daño en la estructura antes de la aplicación de deducible, limite de cualquier riesgo y coaseguro.

Existe un número importante de estudios que concluyen que dicho parámetro de la respuesta estructural presenta la mejor correlación con el daño estructural registrado. Contrario a la mayoría de sistemas que basan la estimación del daño en la estimación de Mercalli Modificada, el método que se emplea esta basado en un parámetro que presenta una excelente correlación con el daño producido por la acción de sismos intensos.

1. DAÑO ESPERADO DADA LA DISTORSIÓN MÁXIMA DE ENTREPISO

A partir de la aceleración espectral es posible determinar la máxima distorsión de entrepiso con la siguiente expresión:

$$\gamma_i = \frac{\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \eta^2 N^{3/4}}{4\pi^2 h} S_a(T)$$

Donde:

- β_1 es un factor de amplificación que permite estimar el ***desplazamiento lateral*** máximo en la azotea o en la altura máxima de la estructura considerando un comportamiento ***mecánico*** de tipo ***elástico-lineal*** a partir del desplazamiento espectral.
- β_2 es un factor de amplificación que permite estimar la ***deformación máxima*** de entrepiso a partir de la distorsión global de la estructura, la cual se define como el *desplazamiento lateral máximo en la azotea o en la altura máxima de la estructura dividida entre la altura total de la estructura.*
- β_3 es un factor que permite calcular los ***desplazamientos laterales*** máximos en estructuras cuyo comportamiento es ***inelástico***, a partir de los desplazamientos laterales máximos elásticos.
- β_4 es un factor que permite calcular el ***cociente*** *entre la relación de la distorsión máxima de entrepiso y la distorsión global de la estructura* en una estructura con comportamiento ***elástico-lineal***, y entre la relación de la distorsión máxima de entrepiso y la distorsión global de la estructura en una estructura con comportamiento ***inelástico.***
- η es un factor que permite estimar el período fundamental de una estructura a partir del número de niveles.
- **N** es el número de pisos de la edificación.
- $S_a(T)$ es la aceleración espectral que depende del peligro sísmico del sitio y del periodo fundamental de vibración y del amortiguamiento de la estructura. Para tomar en cuenta la variación del periodo en distintas estructuras con el mismo tipo estructural, se consideran tres períodos de cada inmueble y se debe calcular un promedio pesado para asignar sólo uno al cálculo de la vulnerabilidad.
- h es la altura de entrepiso en la edificación que depende del tipo de sistema estructural, de la ubicación geográfica del inmueble y de la fecha de construcción.

Una vez que se determina la máxima distorsión de entrepiso de la estructura, su vulnerabilidad puede ser implementada por varios factores, tales como irregularidades en planta o en elevación, golpeteo con edificaciones vecinas, daños previos no reportados y columnas cortas.

El valor esperado del daño, dado un valor de distorsión máxima de entrepiso se calcula de la siguiente forma y en ella puede verse que cuanto mayor sea la distorsión de entrepiso mayor será el daño esperado en la edificación, aunque esta relación no sea lineal.

$$E(\beta \mid \gamma_i) = 1 - \frac{1}{2}^{\left(\frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}}\right)^{\rho}}$$

Donde:

$\left(\frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}}\right)^{\rho} = \theta$; $\bar{\gamma}$ y ρ son los parámetros de vulnerabilidad estructural los cuales dependen del sistema estructural y de la fecha de construcción.

2. DENSIDAD DE PROBABILIDAD DEL DAÑO

En estas bases técnicas supusimos que las relaciones de vulnerabilidad no son determinísticas, es decir, que β es una variable aleatoria cuyo valor medio esta dado por θ.

La densidad de probabilidad del daño se supone del tipo beta y esta dada por:

$$f_{\beta|\gamma_i}(\beta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \beta^{a-1}(1-\beta)^{b-1}$$

Donde a y b son parámetros que pueden calcularse a partir de la media y del coeficiente de variación del daño ($C(\beta)$) como sigue:

$$a = \frac{1 - E(\beta \mid \gamma_i) - E(\beta \mid \gamma_i) C^2(\beta)}{C^2(\beta)}$$

$$b = a\left[\frac{1}{E(\beta \mid \gamma_i)} - 1\right]$$

$$C^2(\beta) = \frac{\sigma_\beta^2(\beta \mid \gamma_i)}{E(\beta \mid \gamma_i)}$$

Donde:

$\sigma_\beta^2(\beta \mid \gamma_i)$ es la varianza de la Pérdida

El cálculo de la varianza resulta impreciso, dada la poca información que se tiene de ésta. Cuando en valor esperado de la pérdida es nulo, la dispersión también lo es; o cuando el valor esperado de la pérdida es total la dispersión es también nula. Para valores intermedios es difícil precisar, con bases empericas cuanto vale la varianza de la pérdida.

Para inferir los valores aproximados de las varianzas condicionales se utilizó el informe ATC-13 el cual asigna distribuciones de probabilidad o bien llevando a cabo simulaciones suponiendo estructuras simples con propiedades aleatorias.

De donde podemos decir que las variaciones de la varianza están dadas por:

$$\sigma_\beta^2(\beta \mid \gamma_i) = Q\left[E(\beta \mid \gamma_i)\right]^{r-1}\left(1 - E(\beta \mid \gamma_i)\right)^{s-1}$$

Donde

$$Q = \frac{\overbrace{V_{\max}}^{\text{varianza}}}{D_0^{r-1}\left[1 - \underbrace{D_0}_{\text{nivel del daño}}\right]^{s-1}} \qquad s = \frac{r-1}{D_0} - (r-2)$$

V,D y **r** parámetros que dependen del tipo estructural.

3. DAÑOS EN CONTENIDOS Y CON PÉRDIDAS CONSECUENCIALES

Se debe considerar que los daños en contenidos y por pérdidas consecuenciales están completamente correlacionados con los daños en el inmueble. En el caso de los contenidos se considera que el valor esperado del daño dada una intensidad es la mitad del que se presenta en el inmueble mientras que la varianza se calcula como ya se presentó. En cuanto a las pérdidas consecuenciales se supone que tienen la misma densidad de probabilidad que los daños en el inmueble.

3.1.4.1.3 EVALUACIÓN DE PÉRDIDAS POR SISMO PARA FINES DE SEGUROS

Con el objetivo de dar los procedimientos para evaluar pérdidas, especialmente en los aspectos propios de la operación del seguro de terremoto, describiremos los criterios para hacer estimaciones en edificaciones individuales para después presentar la manera en que se modelan las pérdidas en una cartera completa, para lo que necesitamos estimar **pérdidas sobre valores retenidos** para las compañías de seguros.

1. EFECTO DE COASEGURO, DEDUCIBLE Y LÍMITE EN UNA EDIFICACIÓN INDIVIDUAL.

Definiremos a la pérdida neta (β_N) como aquella que resulta de aplicar coaseguro, deducible y límite de primer riesgo. Para estimar la pérdida neta consideraremos las variables C (coaseguro), D (deducible), y L (límite).
Pérdida Neta

$$\beta_N = \begin{cases} 0 \quad \text{si } \beta\text{<D} \\ \beta - D \text{ si D<}\beta\text{<L} \\ L - D \text{ si } \ \beta \ > \text{L} \end{cases}$$

Como sabemos el coaseguro es una constante proporcional que afecta a la pérdida después de haber sido aplicado el deducible, es por eso que en este caso no se incluye explícitamente.

Una vez definida la **pérdida neta** calculemos la esperanza de $E(\beta_N \mid \gamma)$ y $\sigma^2(\beta_N \mid \gamma)$ y la distribución de probabilidades de $\beta_N \mid \gamma$ sus estimadores se obtienen integrando la función de distribución beta que se definió para la pérdida bruta. En estas condiciones, la distribución de probabilidad de $\beta_N \mid \gamma$ tiene la siguiente forma:

$$P(\beta_N = 0) = B_a(D, a, b)$$
$$P(\beta_N = \beta_N) = B_a(\beta_N + D, a, b)$$
$$P(\beta_N = L - D) = 1 - B_a(L, a, b)$$

Siendo $B_a(x, a, b)$ la función beta acumulada cuya esperanza y varianza de la pérdida neta es:

$$E(\beta_N \mid \gamma) = \tau_1 - \tau_2 + \tau_3$$

Tal que

$$\tau_1 = \frac{a}{a+b}\left[B_a(L,a+1,b) - B_a(D,a+1,b)\right]$$
$$\tau_2 = D\left[B_a(L,a,b) - B_a(D,a,b)\right]$$
$$\tau_3 = (L-D)\left[1 - B_a(L,a,b)\right]$$

El segundo momento de la esperanza condicional expresado como:

$$E(\beta_N^2 \mid \gamma) = u_1 - u_2 + u_3 + u_4$$

Tal que

$$u_1 = \frac{a(a+1)}{(a+b)(a+b+1)}\left[B_a(L,a+2,b) - B_a(D,a+2,b)\right]$$
$$u_2 = \frac{2D_a}{a+b}\left[B_a(L,a+1,b) - B_a(D,a+1,b)\right]$$
$$u_3 = D^2\left[B_a(L,a,b) - B_a(D,a,b)\right]$$
$$u_4 = (L-D)^2\left[1 - B_a(L,a,b)\right]$$

De donde obtendremos la varianza como:

$$\sigma^2(\beta_N \mid \gamma) = E(\beta_N^2 \mid \gamma) - E^2(\beta_N \mid \gamma)$$

Cuando los deducibles, límites y coaseguros de edificio, contenidos y pérdidas consecuenciales son diferentes entre sí, se procederá de la siguiente forma:

Pérdida Monetaria Bruta

$$P = \beta_E M_E + \beta_C M_C + \beta_S M_S$$

Donde β son pérdidas brutas (relativas) en edificios, contenidos y consecuenciales respectivamente y están, además, completamente correlacionadas. Las M´s son los valores correspondientes.

Si dividimos a P entre la suma de los valores correspondientes, obtendremos una nueva variable aleatoria entre 0 y 1 cuyos parámetros son:

$$\frac{P}{M+M+M} = \frac{\beta_E M_E + \beta_C M_C + \beta_S M_S}{}$$
$$E(\beta) = \frac{M_E E(\beta_E) + M_C E(\beta_C) + M_S E(\beta_S)}{M}$$

$$\sigma(\beta) = \frac{\sqrt{M_E^2\sigma^2(\beta_E) + M_C^2\sigma^2(\beta_C) + M_S^2\sigma^2(\beta_S)}}{M}$$

Ahora β,es la pérdida bruta agregada en general, que tiene distribución beta con parámetros a y b, y puede calcularse a partir de las ecuaciones anteriores. Supondremos que $E(\beta_C) = \frac{1}{2}E(\beta_E)$, $\quad E(\beta_S) = E(\beta_E)$

Incluyendo el efecto de la política de seguro en la pérdida agregada podemos definir al deducible, límite y coaseguro como:

$$D_Q = \frac{M_E D_E + M_C D_C + M_S D_S}{M}$$

$$L_Q = \frac{M_E L_E + M_C L_C + M_S L_S}{M}$$
$$C_Q = \frac{M_E C_E + M_C C_C + M_S C_S}{M}$$

Donde D_E, D_C y D_S son los deducibles par edificio, contenidos y consecuenciales respectivamente L_E, L_C y L_S representan los límites para los tres tipos de pérdida.

Por lo que la pérdida neta resultará de aplicar estas ecuaciones a una distribución de pérdida con los parámetros $E(\beta), \sigma(\beta)$.

2. PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE PARA UNA EDIFICACIÓN

La Pérdida Máxima Probable (PML) para una cartera de edificaciones es un estimador del tamaño de las pérdidas máximas que sería razonable esperar en dicha cartera durante un período de exposición sísmica.

Para determinar el tamaño de las reservas de una compañía de seguros se toma como principal dato el cálculo del PML. En este modelo, se define como la pérdida estimada que ocurriría para un período de retorno determinado. Por lo tanto, es necesario calcular las tasas de excedencia de las pérdidas netas del portafolio, esto quiere decir, calcular que tan frecuentemente se excederían ciertos valores de pérdida.

Edificación Individual

Calculemos las tasas de excedencia de la pérdida neta de la siguiente forma:

$$\mu(\beta_N) = \int_0^\infty P(B_N > \beta_N \mid \underbrace{a}_{\substack{\text{Intensidad} \\ \text{sísmica} \\ \text{relevante}}}) \left(-\frac{d \overbrace{v(a)}^{\text{tasa de excedencia}}}{da} \right) da$$

Cartera Completa

Calculemos para cada fuente sísmica la tasa de excedencia de las pérdidas provocadas por la ocurrencia de sismos exclusivamente en esa fuente, como sigue:

$$\mu_i(\beta_N) = \int_{M_o}^{M_u} \left[\int_0^\infty P(B_N > \beta_N \mid a) f_{A|M}(a \mid M) da \right] \left(-\frac{d\lambda_i(M)}{dM} \right) dM$$

Donde

$\mu_i(\beta_N)$ es la tasa de excedencia de la pérdida neta - en toda la cartera - debida a la i-ésima fuente sísmica.

$f_{A|M}$ es la densidad de probabilidades conjunta de las aceleraciones de todos los inmuebles que afectan a toda la cartera si en la fuente i ocurre un sismo con magnitud M.

La integral con respecto a “**a**” se entiende como una integral múltiple de dimensión igual al número de edificios que forman la cartera.

Por lo que la tasa de excedencia es:

$$\mu(\beta_N) = \sum_{i=1}^{N} \mu_i(\beta_N)$$

definiremos entonces el PML como el valor de pérdida que se excedería con una probabilidad baja, P_0, durante la ocurrencia del sismo poco frecuente. El valor típico de PML sería el asociado a 10% de probabilidad de excedencia (P_0=0.10) de un sismo de período de retorno de 200 años.

En estas condiciones, el PML se determina considerando únicamente el valor máximo del daño que se excedería con 10% de probabilidad. Tomando en cuenta todos los sismos que tienen el período de retorno que se ha fijado. Por lo que, el cálculo se realiza de la siguiente manera:

1. Se fija el período de retorno de los sismos potencialmente asociados con el PML.
2. Se determina, para cada fuente sísmica, la magnitud del sismo que tiene ese período de retorno.
3. Se determina para cada inmueble de la cartera, la intensidad sísmica (mediana) que se presentaría si, hubiese ocurrido el sismo con la magnitud anteriormente determinada.
4. A partir de la colección de intensidades en cada inmueble, se calcula la distribución de probabilidad de la pérdida en la cartera completa.
5. Se determina el PML para la fuente como la pérdida que es excedida con probabilidad 10%.
6. De entre los PML calculados para cada fuente, se elige el mayor.

3. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA PÉRDIDA EN UNA CARTERA DE UBICACIONES.

Como ya se mencionó para determinar la distribución de probabilidad de la pérdida de un inmueble se consideraron las características individuales y la intensidad sísmica, sin embargo, la pérdida total de la cartera es la suma de las pérdidas en múltiples ubicaciones. A continuación se darán los casos en donde la pérdida depende de las características de la póliza.

CASO I. PÓLIZAS INDIVIDUALES

A cada póliza corresponde una sola ubicación, por lo que, el proceso de ajuste de las pérdidas se lleva a cabo individualmente para cada inmueble.

Sean $E(\beta_{N_i})$ y $Var(\beta_{N_i})$ del daño neto correspondiente a la i-ésima ubicación, incluyendo contenidos y consecuenciales, sometida al sismo que se origina en cierta fuente sísmica. La pérdida monetaria neta en toda la cartera, P_{N_i} tiene las siguientes propiedades:

$$E(P_N) = \sum_{i=1}^{N_u} M_i E(\beta_{N_i})$$

$$Var(P_N) = \sum_{i=1}^{N_u} \underbrace{M_i}_{\text{Valor Retenido}} Var(\beta_{N_i}) + 2 \sum_{i=1}^{\overbrace{N_u}^{\text{Numero de ubicaciones}}} \sum_{i=i+}^{N_u} M_i M_j \underbrace{\rho_{ij}}_{\text{coef. correlacion}} \sqrt{Var\left(\beta_{N_i}\right) Var\left(\beta_{N_j}\right)}$$

Si N_u es muy grande P_N tiende a una función de probabilidad normal.

Se supone que la cantidad $\beta_N = \frac{P_N}{M}$ siendo M la suma de montos de todas las ubicaciones, tiene también distribución Beta con los siguientes momentos estadísticos:

$$E(\beta_N) = \frac{E(P_N)}{M}$$

$$Var(\beta_N) = \frac{Var(P_N)}{M^2}$$

Una vez que se han calculado los parámetros de la distribución del daño en la cartera para cada fuente sísmica se escoge el que tiene un valor esperado mayor y, a partir de su distribución de probabilidad se calcula el valor correspondiente a un 10% de probabilidad excedida. Esta pérdida es lo que llamaremos PML de la cartera.

En el análisis se ignora la posibilidad de que la pérdida sea nula, aún cuando existan deducibles, en vista de que es sumamente improbable que durante un sismo muy intenso que afecta una cartera con numerosas ubicaciones, las pérdidas individuales en todas y cada una de ellas estén por debajo del deducible.

CASO II. PÓLIZAS AGRUPADAS

Una póliza con deducible único cubre a un grupo de ubicaciones, probablemente numeroso y disperso geográficamente. El límite a primer riesgo se específica, también de manera agregada.

Para este caso primero calcularemos los momentos estadísticos de la distribución de la pérdida bruta, y una vez obtenidos y bajo el supuesto de una distribución Beta, se aplicará el efecto del deducible y límite como ya se mencionó.

Puede observarse que la diferencia entre las pólizas individuales y pólizas colectivas es que, en las primeras, deducible y límite se aplican ubicación por ubicación, mientras que en las segundas deducible y límite se aplican a la pérdida bruta total, construida como la suma de las pérdidas en cada ubicación.

Se fija a demás que tratándose de riesgos cuyas características especiales no correspondan a las señaladas en la Disposición Primera y por el cual no puedan ser integrados para el cálculo de la Pérdida Máxima Probable conforme a las presentes bases técnicas, deberán valuarse de forma adicional e independiente calculando el PML con el 9% de las sumas aseguradas retenidas.

Así también el cálculo del PML debe realizarse de manera mensual conforme a las pólizas en vigor al momento de la valuación y se reportado ante la Comisión.

Continuando con lo establecido en las REGLAS para la Constitución e Incremento de las Reservas Técnicas Especiales de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros y tomando en cuenta lo anterior determinaremos el PML.

Cada Aseguradora deberá calcular la Pérdida Máxima Probable (PML_i) correspondiente a la cartera de pólizas en vigor de los seguros de terremoto, conforme a las bases técnicas que dará a conocer la Comisión, mediante el siguiente procedimiento.

1. **Factor de Pérdida Máxima Probable** $(\overline{F}_{PML})$, se calculará como el promedio de los cocientes del (PML_i), calculado conforme a las bases técnicas y sumas aseguradas de pólizas en vigor de la empresa, en los últimos 5 años. El valor del (PML), así como as sumas aseguradas a que se refiere éste numeral serán las que correspondan al 31 de diciembre de cada año:

$$\overline{F}_{PML} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\frac{PML_i}{SA_i} \leq 1$$

2. **Promedio del valor actualizado de las sumas aseguradas** $\overline{SA}$ de las pólizas en vigor al 31 de diciembre de los últimos 5 ejercicios en el ramo de terremoto, empleando para efectos de la actualización el Incremento anual en el Índice Nacional de Precios al Consumidor ($\Delta INPC$).

$$\overline{SA} = \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}\prod_{j=t}^{5}\left(1+\Delta INPC_j\right)\times SA_t$$

3. **Factor de Retención Promedio** para el ramo de terremoto $(\overline{FR})$, se calcula como el promedio de los porcentajes que resulten de dividir las sumas aseguradas de retención $(\overline{SAR_t})$ respecto de las Sumas Aseguradas Totales $(\overline{SAT_t})$ de pólizas en vigor al 31 de diciembre de los mencionados 5 años

$$\overline{FR} = \frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5}\frac{SA_{Retenida_j}}{SA_{total_j}}$$

4. **Pérdida Máxima Probable Promedio** $\overline{PML_t}$ se calculará como el producto de:

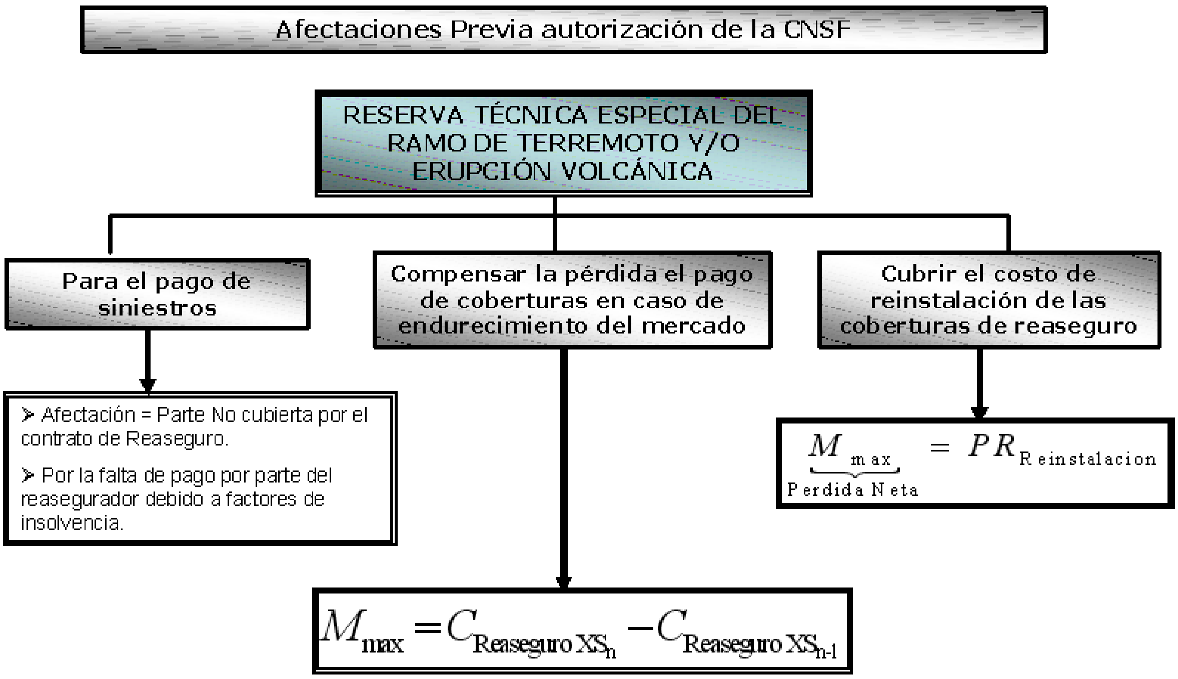
$$\overline{PML_t} = \overline{SA}\times \overline{F}_{PML}\times \overline{FR}$$

5. **Límite máximo de acumulación** de la Reserva para Riesgos Catastróficos de terremoto, esta dado por:

$$L_{Catastrófica} = 0.9\times \overline{PML_t}$$

6. **Pérdida Máxima Probable Promedio**, se calculará al cierre de cada año por lo que dicho valor permanecerá constante, para efectos del cálculo, durante cualquiera de los meses anteriores al último ejercicio en cuestión.

El saldo de la reserva técnica especial para riesgos catastróficos de la cobertura de terremoto y/o erupción volcánica sólo podrá afectarse, previa autorización de la Comisión, en los supuestos siguientes:



Además bajo ninguna circunstancia las Reservas Técnicas Especiales, podrán afectarse para compensar una pérdida técnica o neta, que se origine por el cobro de primas insuficientes por parte de las instituciones.

Con esto se concluye la determinación del PML con lo que se puede obtener la reserva para el caso de terremoto y/o erupción volcánica.

IV

CONCLUSIONES

El estudio que hemos hecho, acerca de cómo se lleva a cabo el cálculo de la Reserva Técnica del seguro tradicional en México, exponiendo un esquema general de cómo constituir e incrementar cualquier tipo de reserva técnica, pretende proporcionar un manual completo y práctico para el actuario que desee conocer e implementar dichas reservas.

Es importante hacer énfasis en el papel que juega la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas como un ente regulador que establece y dictamina las reglas para la constitución e incremento de las Reservas Técnicas, mediante circulares y las modificaciones más recientes, con lo cual complementamos las bases teóricas.

En el análisis de los riesgos en curso fue eficiente una clasificación de acuerdo a la temporalidad del contrato (a corto y a largo plazo), ya que facilitó la metodología que particularmente se opera en México mediante las circulares S-10.1.7 y S-10.1.7.1. para largo plazo y S-10.1.2 exclusivo en la operación de daños para corto plazo.

En lo correspondiente a la Reserva por SONR es notoria la existencia de una gran variedad de modelos determinísticos que poseen una misma metodología y permiten una estimación aceptable de siniestros ocurridos no reportados para un periodo. Siendo estos los más empleados en cuanto a este tema se refiere.

Sin embargo, existen los métodos estocásticos que permitirían una mejor estimación, ya que emplean funciones de distribución que se ajustan mejor a la estadística de una cartera, pero resultan poco prácticos y difíciles de implementar, pues, se requiere de mucha experiencia e información la compañía en cuestión, tal es el caso del Predictor Bayesiano.

El cálculo más impreciso en cuanto a reservas nos referimos es el de la reserva Especial, ya que no se cuenta ni con experiencia suficiente ni con un modelo teórico formal, quedando abiertamente a responsabilidad del actuario su determinación. Sólo para el ramo de terremoto y erupción volcánica en México se diseñó un esquema de determinación del PML (dato indispensable para el calculo de la reserva) dado a conocer en la circular S-10.4.1 el 8 de marzo del 2000.

V

ANEXOS

- ⇒ **LEY GENERAL DE INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS.**

CIRCULARES:

- ⇒ **S.10.1.7**
- ⇒ **S.10.1.7.1**
- ⇒ **S.10.1.2**
- ⇒ **S.10.4**
- ⇒ **S.10.4.1 PARTE 1**
- ⇒ **S.10.4.1 PARTE 2**
- ⇒ **ACUERDO POR EL QUE SE MODIFICAN LAS REGLAS PARA LA CONSTITUCIÓN E INCREMENTO DE LAS RESERVAS TÉCNICAS.**
- ⇒ **ESPECIALES DE LAS INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS, PUBLICADAS EL 27 DE DICIEMBRE DE 2004.**
- ⇒ **REGLAS PARA LA CONSTITUCIÓN E INCREMENTO DE LAS RESERVAS T ÉCNICAS ESPECIALES DE LAS INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS, PUBLICADAS EL 27 DE DICIEMBRE DE 2004.**
- ⇒ **S.10.6**
- ⇒ **ESTANDARES ACTUARIALES AMA**

VI

GLOSARIO

Cancelación.- Terminación del contrato debido a una causa distinta de siniestro o vencimiento.
Costo de siniestralidad y otras obligaciones contractuales.- Es el monto esperado a la fecha de la valuación, de los siniestros del riesgo en cuestión, así como el de otras obligaciones contractuales tales como: valores garantizados, dotales y rentas; todos los elementos anteriores deben actualizarse, en su caso, por la inflación o por los incrementos previstos en el contrato.
Costos de administración.- Son los relativos a la suscripción, emisión, cobranza, administración, control y cualquier otra función necesaria para el manejo operativo de una cartera de seguros de largo plazo.
Costo de Capital.-Se refiere al interés o costo de oportunidad de los recursos adicionales que no provienen de la prima, que son necesarios para financiar la operación del seguro.
Costo neto de reaseguro.- Diferencial entre los egresos e ingresos de la cedente respecto al reaseguro contratado.
Dotales.- Monto a pagar al asegurado, cuando sobrevive a un plazo determinado.
Frecuencia.- Medida relativa del número de siniestros que pueden ocurrir en un período determinado respecto al total de expuestos (probabilidad de ocurrencia).
Gastos de Adquisición.- Son los relacionados con la promoción y venta de los seguros, que incluyen comisiones a intermediarios, bonos, gastos por mercadotecnia y publicidad y otros gastos comprendidos dentro de este rubro.

Comprenden las cantidades abonadas al agente por el concepto de la venta del seguro, se calculan en función de la prima de tarifa, los cuales comúnmente son altos los primeros años de la póliza, debido a que el seguro de vida sólo se vende una vez. Que comprenden los siguientes gastos:

- Comisiones
- Compensaciones Adicionales
- Bonos de Producción
- Bonos de conservación
- Convenciones
- Seminarios
- Publicidad y propaganda
- Capacitación a agentes

Gastos de Operación.- Se originan por la administración de la póliza y, en general de la propia empresa, se presentan en forma periódica y se reparten durante la vigencia del seguro. De acuerdo a su naturaleza se expresan:

- ‰ Suma Asegurada
- % Prima de Tarifa
- Cantidad Fija (Recargo Fijo)

Existen otros gastos que no se reparten de manera proporcional y que de igual forma pertenecen a los gastos de operación tales como:

- Gastos de selección
- Honorarios Médicos
- Emisión de documentos
- Servicios de Comunicación
- Sueldos a empleados
- Rentas
- Gastos Generales e impuesto

Información confiable.- Es aquella cuya fuente y forma de generación sea conocida, comprobable y veraz, o que sea generada y publicada por una institución reconocida a nivel nacional o internacional. Esta definición aplica tanto a la información que sirva de base para establecer supuestos, como a la de la cartera cuya reserva se está valuando.

Información homogénea.- Se refiere a que los datos estadísticos utilizados para la valuación de la RRC, deben corresponder a personas o unidades expuestas, en condiciones similares, a riesgos del mismo tipo.

Información suficiente.- Aquella cuyo volumen de datos permite la aplicación de métodos estadísticos o modelos de credibilidad y que abarca todos los aspectos relacionados con la valoración del riesgo en cuestión, así como la valuación de la RRC correspondiente.

Margen de utilidad.- Es la contribución marginal a la utilidad bruta general, que se haya definido para el ramo y tipo de seguro en cuestión, de conformidad con las políticas establecidas por la empresa que asumió el riesgo, incluyendo en su caso el costo del capital y el costo neto del reaseguro.

Nota técnica para la valuación de la RRC.- Es el documento que describe la metodología y las bases aplicadas para la valuación actuarial de la RRC suficiente, y en el que consta la aplicación del presente estándar de práctica actuarial. En este documento deben incluirse de manera específica: la definición clara y precisa del riesgo y de las obligaciones contractuales cubiertas, las características de la cartera a ser valuada, las definiciones, conceptos, hipótesis y procedimientos empleados y, en su caso, las estadísticas y datos utilizados en la valoración del riesgo y la valuación actuarial de la reserva, así como las fuentes de información y cualquier otro elemento necesario para fundamentar la valuación actuarial de la RRC.

Plazo de pago de primas de seguro.- Número de años en que el contrato establece obligación de pago de primas.

Plazo de seguro.- Duración de la cobertura principal amparada por el contrato.

Prima:

Es la contraprestación que ha de cubrir el contratante o asegurado a la compañía aseguradora con motivo de la cobertura del riesgo que otorga la compañía.

Prima neta única o prima pura única.

Es la prima que paga el asegurado por todo el período durante el cual desea la protección.

Esta prima es pura por que se calcula sin tomar en cuenta los gastos que originan la operación y es única, porque se paga de una sola vez al contratar la operación.

El cálculo de la Prima neta Única va a depender del tipo de seguro que se contrata. En el ramo de vida existen los siguientes seguros.

- **Seguro de supervivencia: la cual puede ser**

Renta vitalicia anticipada
Renta vitalicia vencida
Renta temporal anticipada
Renta temporal vencida

- **Seguro por muerte**

Seguro de vida entera
Seguro temporal
Seguro dotal mixto

Prima pura:

Es la cantidad para pagar siniestros, es decir, es el costo real asumido por la aseguradora.

Prima Pura de Riesgo = Cuota* Suma Asegurada

Prima de riesgo
Es la cantidad para pagar siniestros más un recargo o un margen de seguridad.

Prima nivelada
Es la redistribución de la prima neta única en el tiempo que dura el seguro o el tiempo que fije el asegurado.

Prima Neta Nivelada (PNN)
Es una cantidad fija que el asegurado pagara cada período mientras este en vigencia el contrato.

Por lo que el valor presente de la suma de dichas primas represente la obligación del asegurado esta dado por:

$$PNN_x \ddot{a}_x$$

Es el valor que se obtiene de igualar la obligación de la compañía con la obligación del asegurado

$$PNN_x = \frac{A_x}{a_x}$$

Donde:

$\ddot{a}_x$ = Es el valor presente de una renta anticipada

En todo seguro contratado la obligación del asegurado debe ser igual a la obligación de la compañía de seguros, es de este criterio de donde se obtiene la siguiente ecuación

$$\bar{A}_x = {}_m PNN_{\bar{A}_x} \ddot{a}_{x:\overline{m|}}$$

Entonces la prima a cada instante es.

$${}_m PNN_{\bar{A}_x} = \frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m|}}}$$

Dependiendo del tipo de contrato y de la distribución de la prima obtendremos la PNN para cada caso.

a) Ordinario de Vida:

$$PNN_x = \frac{A_x}{a_x}$$

Este de igual forma puede ser anticipado o vencido. En términos de conmutados la prima será:

$$PNN_x = \frac{m_x}{N_x}$$

b) Seguro de vida a pagos limitados

$${}_n PNN_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$$

Este de igual forma puede ser anticipado o vencido. En términos de conmutados la prima será:

$$PNN_x = \frac{m_x}{N_x}$$

c) Seguro de vida temporal n años y se paga a primas anuales.

$$PNN_{x:\overline{n}|}^{1} = \frac{A_{x:\overline{n}|}^{1}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

Este de igual forma puede ser anticipado o vencido. En términos de conmutados la prima será:

$$PNN_x = \frac{m_x - m_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

d) Seguro de vida dotal pagadero a primas anuales

$$PNN_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

Este de igual forma puede ser anticipado o vencido. En términos de conmutados la prima será:

$$PNN_{x:\overline{n}|} = \frac{m_x - m_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

La obligación del asegurado es el pago de la prima en forma continua por lo que de asegurado es el pago de la prima a cada año.

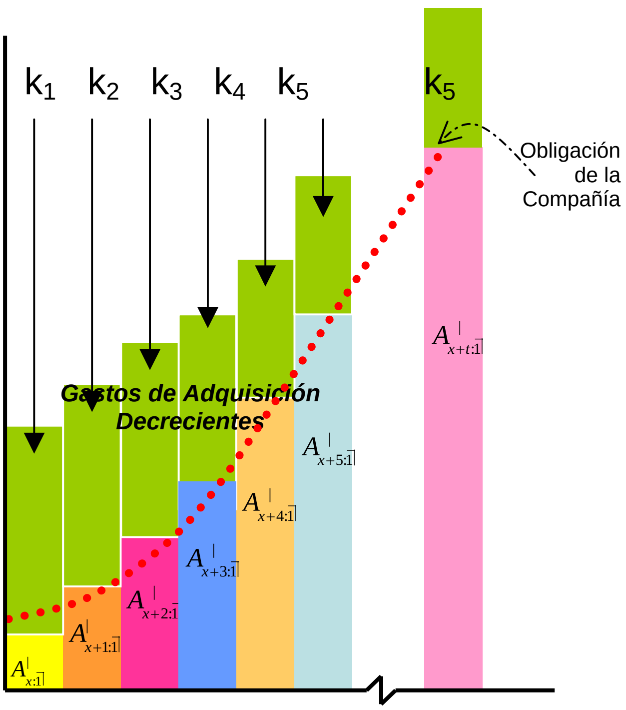
Prima de Tarifa (π).- Monto necesario para cubrir un riesgo, comprendiendo los costos esperados de siniestralidad y otras obligaciones contractuales, así como los de adquisición, de administración, y el margen de utilidad previsto.

El tomar en cuenta los gastos que se originan en la operación de la compañía en la prima obtenemos la llamada prima de tarifa que es la que se le cobra al asegurado.

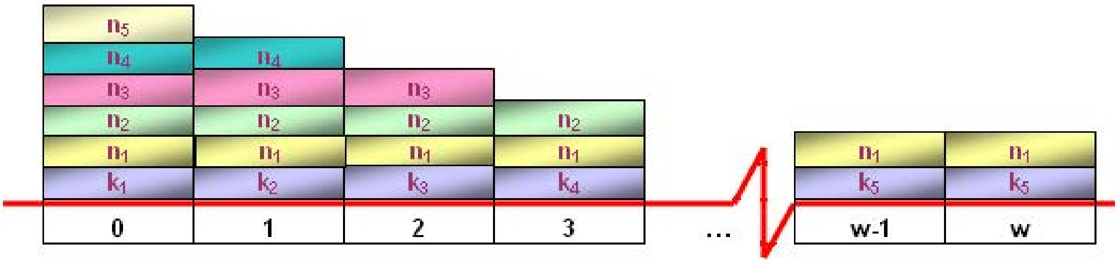
$\{\pi\}_x = \{\text{PNN}\}_x + \text{Recargos}$

$\{\pi\}_x = \{\text{PNN}\}_x + \{\text{Gastos de Admón.+ Gastos de Adq.}\}_x + \{\text{Margen de Seguridad}\}_x$

Suponiendo que los Gatos de Adquisición son decrecientes en el tiempo, obtendremos la π a partir de la siguiente ecuación de valor.



y k_i (i=1,...,b; b es el año a partir del cual los gastos se mantienen constantes) es un porcentaje de la prima de tarifa que representa los gastos de adquisición del seguro que se trate. Además $k_1 > k_2 > k_3 > k_4 > k_5; b = 5$.
Por lo que k_{i-1} se puede escribir como combinación lineal de las k_i.



$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\pi'_{x:\overline{n}|} = PNN'_{x:\overline{n}|} \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_1\pi'_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\pi'_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\pi'_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\pi'_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5\pi'_{x:\overline{n}|}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\pi'_{x:\overline{n}|} = PNN'_{x:\overline{n}|} \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \pi'_{x:\overline{n}|}\left(n_1\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5\right)$$

$$\pi'_{x:\overline{n}|}\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - n_1\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5\right) = PNN'_{x:\overline{n}|} \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

$$\frac{\pi'_{x:\overline{n}|}\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - n_1\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5\right)}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = PNN'_{x:\overline{n}|}$$

$$\pi'_{x:\overline{n}|}\left(1 - \frac{n_1\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) = PNN'_{x:\overline{n}|}$$

$$\pi'_{x:\overline{n}|} = \frac{PNN'_{x:\overline{n}|}}{\left(1 - \underbrace{\frac{n_1\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + n_2\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} + n_3\ddot{a}_{x:\overline{n-2}|} + n_4\ddot{a}_{x:\overline{n-3}|} + n_5}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}}_{\alpha}\right)}$$

Principios actuariales.- Teorías y conceptos fundamentales de uso y aplicación común en la práctica actuarial, que son generalmente aceptados y que se encuentran explicados y sustentados en la literatura nacional o internacional.
Procedimientos actuariales.- Conjunto de métodos y técnicas, aplicables al problema de seguros que se pretende resolver y que son congruentes con los principios actuariales.
Productos financieros.- Retorno o ingreso que la entidad que asume los riesgos de los contratos de seguro, espera obtener por la inversión de los recursos que respaldan la RRC y por los flujos libres que producirán los contratos.

Renta o Pensión.- Pago periódico que se hace a un asegurado o beneficiario, a partir del momento en que se realiza el evento previsto en el contrato, por el tiempo establecido en el mismo.
Rescate.-Valor en efectivo al que tiene derecho el asegurado a la cancelación del contrato.
Richter. Los primeros estudios estadísticos de sismicidad fueron hechos por Gutenberg y Richter en 1954. Ambos estudiaron los datos disponibles de todas las regiones de la Tierra y encontraron que el número N de sismos mayores de una magnitud M, que ocurren en un tiempo determinado, es función de la magnitud:

$$\log N = a - bM$$

Donde **a** es una constante que depende del tiempo de muestreo y **b** tiene valores característicos para distintas regiones de la Tierra. Esta fórmula, conocida como "Relación de Gutenberg-Richter" o "Relación G-R", nos dice que, si en un tiempo determinado ocurren, digamos, 10 000 sismos de magnitud 3, en el mismo tiempo ocurrirán 900 de magnitud 4 y 81 de magnitud 5, de manera que la razón del número de sismos de cualquier magnitud, entre el de la magnitud inmediata, siempre será constante.

Seguro de largo plazo.- Es aquel en el que la aseguradora garantiza la continuidad del seguro, en las condiciones establecidas en el contrato, por un plazo mayor de un año y con tarifas máximas.
Severidad.- Monto absoluto o valor relativo esperado de los siniestros a cargo de la aseguradora.
Siniestro.- Ocurrencia de un evento fortuito, por el cual la aseguradora se obliga a indemnizar al asegurado o a sus beneficiarios.
Suma asegurada.- Cantidad máxima que la aseguradora se obliga a cubrir en caso de siniestro o vencimiento del seguro.
Tasa de Caducidad: Medida anual de la frecuencia relativa con la que los asegurados suelen cancelar sus contratos, ya sea por rescate o por suspensión de pago de primas.
Tasa de Conservación.- Medida anual de la frecuencia relativa con la que los asegurados renuevan o mantienen en vigor sus contratos, de un período a otro.
Tasa de Invalidez.- Medida anual de la frecuencia relativa de los siniestros por incapacidad o invalidez.
Tasa de inversión.- Es la tasa de interés que se utiliza para estimar los productos financieros.
Tasa de Morbilidad.- Medida anual de la frecuencia relativa de los siniestros por enfermedad.
Tasa de Mortalidad.- Medida anual de la frecuencia relativa de los siniestros por muerte.
Tasa técnica o de descuento para la valuación actuarial de la RRC.- Es la tasa de interés que se utiliza para determinar el valor del dinero en el tiempo y es a la que se descuentan los flujos.
Valor garantizado.- Monto que se puede obtener como valor en efectivo del contrato, y que se puede aplicar como rescate, préstamo, seguro prorrogado, seguro saldado, etc.
Valuación actuarial.- Se refiere al procedimiento con el que se determina actuarialmente el valor de la RRC, de una cartera de seguros.
Vencimiento.- Terminación del plazo de seguro.

VII

BIBLIOGRAFÍA

AMIS
"Historia del Seguro en México. Inicio, desarrollo y consolidación del Seguro Mexicano" 1900-1988

Bernardo J. M. y Smith F.M.
"Bayesian Theory".
John Wiley & Sons. 1994

Daniela Espinosa Calderón
Tesis:
"Reserva para Siniestros Ocurridos y No Reportados con Montos Negativos en el Triángulo de Desarrollo"
México D.F. 2004

Eduardo Esteva Fischer.
Tesis:
"Siniestros Ocurridos No Reportados una forma de calculo de la Reserva".
México D.F. 1993

Eduardo Esteva Fischer.
"Documentos de Trabajo".
Comisión Nacional de Seguros y Fianzas
México D.F. 1993

Act. Fernando Ocampo Compean
"Valuación de Reservas".
Asociación Mexicana de Actuarios del Seguro IV Congreso
1969

Greg Taylor
"Loss Reserving An Actuarial Perspective"
Kluwer Academic Publishers

José de Jesús Martínez Gil
"Manual Teórico y Practico de Seguros"
Editorial Porrúa

M.J. Goovaerts, R. Kaas, A.E. van Heerwaarden, T. Bauwelinckx
"Effective Actuarial Methods"
Insurance Series 3
North·Holland 1990.

Minzoni Antonio Consorti
"Panorama del Seguro en México de 1916 a nuestros días"
México D.F. PONER AÑO

Ricardo Andrade P.
Tesis:
"Cálculo de Reservas de Siniestros Ocurridos No Reportados"

MLG. 2005

Rob Kaas, Marc Goovaerts, Jan Dhaene And Michel Denuit
"Modern Actuarial Risk Theory"
Kluwer Academic Publishers

Robert Riegel, PH . D Jeome S. Millar
"Seguros Generales Principios y Prácticas"
Compañía Editorial Continental, S. A. de México.
1980 México

R. Schnieper
"Separating True IBNR and IBNER Claims"
Astin Bulletin
Bélgica
Vol 21, Nº 1

William S. Jewell
"Predicting IBNYR Events and Delays II. Discrete Time"
Astin Bulletin
Bélgica
Vol 20, 19