



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA**

**REPRODUCCIÓN DE UNA FALLA POR FATIGA EN UN
ELEMENTO DE UNA ESTRUCTURA**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

P R E S E N T A:

JOSÉ LUIS RAMÍREZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. LUIS ALEJANDRO FERRER ARGOTE



CD. UNIVERSITARIA

JUNIO, 2007.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. GONZÁLEZ GONZÁLEZ LEOPOLDO ADRIAN
Secretario: DR. RAMÍREZ REIVICH ALEJANDRO CUAHTÉMOC
Vocal: DR. FERRER ARGOTE LUIS ALEJANDRO
1er. Suplente: M. I. ACOSTA FLORES MARIO
2do. Suplente: M. I. FLORES DIAZ OCIEL

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:
Ciudad Universitaria, Coyoacán.

TUTOR DE TESIS:

DR. FERRER ARGOTE LUIS ALEJANDRO

FIRMA

INDICE

	Pagina
Índice.	i.
Resumen.	ii.
Capítulo 1. Fundamento teórico.	
1.1. Introducción general.	1.
1.2. Estado del arte. Pruebas de fatiga – generalidades.	2.
Capítulo 2. Definición del problema.	
2.1. Motivo de la investigación.	8.
2.2. Definición del problema y restricciones.	9.
2.3. Hipótesis y premisas básicas.	10.
2.4. El proceso de sistematización de la solución del problema.	13.
Capítulo 3. Metodología de solución del problema.	
3.1. Metodología.	14.
3.1.1. Pasos de análisis.	14.
3.1.2. Pasos para la construcción de la probeta y el sistema de cargas.	16.
3.1.3. Pasos para la instrumentación de la probeta y el sistema de cargas.	16.
3.1.4. Pasos para la preparación de la prueba en el laboratorio.	16.
3.1.5. Pasos de acción de la prueba en el laboratorio.	17.
Capítulo 4. Solución del problema.	
4.1. Aplicación de los pasos de la metodología.	18.
4.1.1. Pasos de análisis.	18.
4.1.2. Pasos para la construcción de la probeta y del sistema de carga.	29.
4.1.3. Pasos para la instrumentación de la probeta y el sistema de cargas.	31.
4.1.4. Pasos para la preparación de la prueba en el laboratorio.	32.
4.1.5. Pasos de acción de la prueba en el laboratorio.	32.
Conclusiones.	35.
Anexo A. Cargas aplicadas (Corridas).	36.
Anexo B. Planos de la probeta “T”.	38.
Apéndice A. Teorías de fatiga.	42.
Apéndice B. Principio de Saint – Venant.	49.
Apéndice C. Equipos para pruebas de fatiga.	51.
Bibliografía.	53.

RESUMEN

En el capítulo uno se describe brevemente la importancia como campo de estudio el fenómeno de fatiga, explicando sus tipos de prueba, que van desde el estudio de probetas normalizadas (para flexión, torsión, etc) y hasta el análisis de estructuras completas como por ejemplo un avión, un vehículo o un miembro estructural de tamaño real.

Para el capítulo dos se entra de lleno en el planteamiento del problema, la reproducción de una falla por fatiga en una parte de la estructura de un autobús que es el objetivo de estudio, se plantean la hipótesis, las premisas básicas y el proceso de sistematización del problema.

El capítulo tres trata del uso del método científico como herramienta para la solución del problema a estudiar, desde el primer paso que es análisis, hasta el paso de la experimentación en el laboratorio utilizando una máquina Instron.

En el capítulo cuatro se aplican los pasos de la metodología para reproducir físicamente la falla por fatiga en una probeta representativa de la estructura del autobús, comenzando con la localización de la falla en el autobús, modelación con software de puntos críticos en la estructura y hasta la instrumentación de la máquina y realización de la prueba de fatiga.

Posteriormente se analizan los resultados y se hacen las conclusiones en base a resultados obtenidos en la prueba de laboratorio.

En los anexos se muestran datos de las simulaciones analizadas así como de los planos de la probeta diseñada para llevar a cabo la prueba.

Se finaliza este trabajo exponiendo en los apéndices las teorías de falla y el teorema de Saint-Venant.

Capítulo 1

FUNDAMENTO TEÓRICO

1.1. INTRODUCCIÓN GENERAL

Aunque en una introducción a la mecánica de materiales el énfasis inicial se debe hacer sobre la carga estática, o de un solo ciclo, la mayoría de los elementos mecánicos o estructurales se somete en realidad a cargas repetidas durante muchos ciclos. En las piezas de máquinas se pueden hallar diferentes tipos de sollicitaciones, las cuales se pueden distinguir en dos tipos característicos: estáticas (estacionarias) y dinámicas (cíclicas) según su variación respecto al tiempo.” La mayoría de las estructuras se sujetan a un ambiente complejo de sollicitaciones, debido a la naturaleza altamente no lineal del ambiente, se debe simular en última instancia en una prueba física.

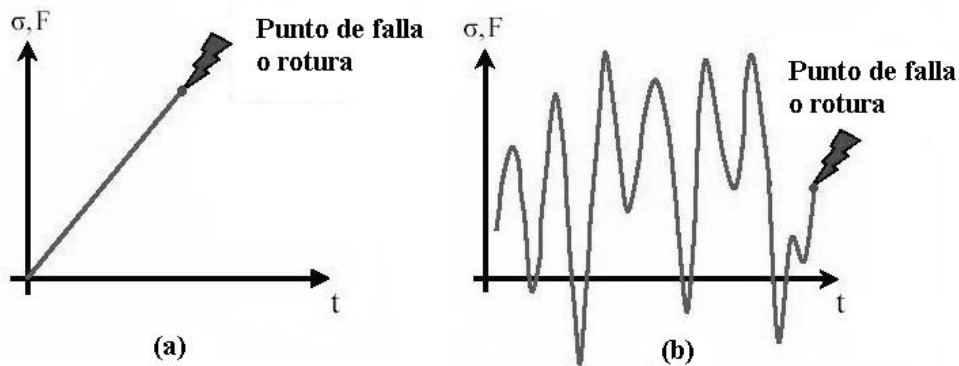


Figura 1-1. Sollicitaciones (a) estáticas y (b) dinámicas.

En la vida real se observa que repetidos ciclos de carga y descarga debilitan las piezas a lo largo del tiempo incluso cuando las cargas inducidas están considerablemente por debajo de la resistencia de falla estática e incluso del límite elástico del material. Este fenómeno se le conoce como **fatiga**. Cada ciclo de fluctuación del esfuerzo deteriora o daña la pieza un poco. Tras un número de ciclos determinado, la pieza está tan debilitada que se rompe por fatiga. Un componente se ve sometido a fatiga cuando soporta cargas alternadas, ejemplos: la rueda de un ferrocarril o la biela de un motor de combustión. Los ejemplos de elementos sometidos a cargas repetidas o de fatiga son numerosos e incluyen piezas de máquinas y vehículos, aviones, buques, plataformas marítimas, puentes y equipos de perforación.

Para complicar el tema también se observa en piezas metálicas que por debajo de un cierto valor de la resistencia no se produce la rotura por elevado que sea el número de ciclos de trabajo de la pieza. Todo esto hace que la fatiga sea realmente compleja y por desgracia una de las primeras causas de falla en muchas piezas construidas con materiales ferrosos. Las fallas por fatiga son el resultado de aplicaciones repetidas de esfuerzos que, por lo común están por debajo de la resistencia estática de cedencia del material. Las cargas capaces de causar la fatiga pueden ser axiales, transversales, de torsión o de combinaciones complejas de estas. Generalmente la fatiga es un criterio de diseño más crítico que cualquier otro utilizado para la seguridad estructural y confiabilidad de componentes estructurales o mecánicos.

1.2. ESTADO DEL ARTE. Pruebas de fatiga – generalidades.

El objetivo de pruebas de fatiga es obtener información respecto al comportamiento a la fatiga de un material y/o una geometría en particular. La prueba de fatiga es necesaria para obtener información básica sobre las propiedades del material, de la misma manera que se obtiene información sobre la resistencia a la fluencia y el módulo de elasticidad de un material a partir de una prueba de tensión. En cuanto sea posible, las condiciones del material, los intervalos del esfuerzo y el tipo de carga deben ser bastante similares a las condiciones reales de servicio, con el fin de que los resultados sean útiles para el diseño. Este procedimiento es semejante a las pruebas de tracción y compresión en un solo ciclo y su uso en el análisis del comportamiento de elementos cargados una sola vez.

En todos los casos, una atención cuidadosa debe ser dada a las solicitaciones de entrada y las condiciones límite para asegurar que se reproduzca exactamente la distribución dinámica del campo de esfuerzos. Si no es así, los resultados de la prueba se complican y se identifican incorrectamente las localizaciones críticas que llevan a la falla, y las modificaciones de diseño no se enfocan al área de la debilidad.

Las pruebas de fatiga se realizan para diversos propósitos. Los objetivos de la ingeniería son la determinación de las características de fatiga de los materiales, uniones, elementos estructurales, etc., incluyendo comparaciones de diversas opciones de diseño. Los objetivos de la investigación de las pruebas de fatiga se refieren a la comprensión del fenómeno de la fatiga y de sus variables. Los objetivos de la investigación y los objetivos de la ingeniería deben ser complementarios. La prueba de la fatiga es un requisito crítico para que se determine la vida del servicio seguro y económico de lo que se está analizando. En los experimentos de fatiga, se suelen disponer las condiciones de laboratorio ideales para extender la vida o la durabilidad de la probeta.

Diversos tipos de cargas de fatiga, de especímenes, de ambientes, y de equipo de prueba se utilizan. Las pruebas de fatiga requieren generalmente dedicación y tiempo experimentales significativos, implicando que estas pruebas sean costosas con respecto a pruebas simples para determinar otras características mecánicas. Se requiere de inversiones grandes en programas experimentales de fatiga, de un planeamiento cuidadoso del programa de prueba, de los procedimientos experimentales, y la evaluación de los resultados. El planeamiento debe comenzar siempre con una definición explícita del problema que se investigará.

Algunos propósitos de las investigaciones son:

- Recolección de datos sobre fatiga, para la selección del material en el diseño.
- Investigaciones en uniones y otros elementos estructurales.
- Investigaciones en efectos ambientales.
- Investigaciones en la nucleación y la propagación de grietas.
- Verificación de los modelos en la predicción de fatiga.

Las variables experimentales dependerán del tipo de investigación que se realizará. Las variables importantes pueden ser:

- Tipo de espécimen,
- Tipo de cargas de fatiga,
- Métodos de prueba.

El propósito principal de una investigación puede ser una comparación de las características de fatiga para diversas situaciones, como condiciones superficiales. Implicando pruebas de fatiga comparativas. En otra serie de pruebas, el objetivo puede ser una determinación de las características de fatiga específicas para una sola condición, como la determinación del crecimiento de grieta de un material. En este caso, no es una investigación comparativa. Por ultimo, pero especialmente, las pruebas pueden tener una naturaleza propia debido a cuestiones de uso industrial.

Otras investigaciones se realizan debido a un interés común de saber más sobre el comportamiento de la fatiga de materiales y de estructuras bajo ciertas condiciones. Obviamente, varias circunstancias pueden afectar la elección del espécimen de la prueba, de carga de fatiga y de los métodos de prueba.

Para John M. Barsom y Stanley T. Rolfe hay dos tipos generales de pruebas de fatiga:

1. Las *pruebas de laboratorio en pequeña escala* para obtener información fundamental sobre el comportamiento del material. Generalmente las probetas son barras, vigas, etc., semejantes a los elementos que se estudian. De ordinario, estas pruebas se realizan con el fin de obtener información sobre la duración hasta la iniciación de la fatiga, o sobre la duración de la propagación de la grieta. Sin embargo, en algunos casos no se hace distinción entre las dos regiones y las probetas se ensayan hasta la falla para obtener la duración total. Si se obtiene solamente la duración total de probetas pequeñas, se dificulta el uso de los resultados para predecir el comportamiento de elementos reales a escala natural. Es preferible determinar separadamente; los dos tipos de comportamiento y luego combinarlos para predecir el comportamiento de un elemento real.

La figura 1-2 muestra una probeta para flexión simple utilizada para obtener información sobre la duración hasta la iniciación de la grieta.



Figura 1-2. Prueba para flexión simple.

La figura 1-3 muestra una probeta lisa utilizada para determinar el comportamiento hasta la iniciación de la fatiga (la longitud de la probeta es aproximadamente 5 pulgadas).



Figura 1-3. Prueba de tensión.

2. *Pruebas de elementos simulados (o reales)* que son componentes de máquinas o estructuras. Las pruebas a escala natural en las estructuras o en elementos estructurales son pruebas deseables. Las probetas pueden ser elementos sencillos de estructuras, o componentes complejos de estructuras a escala natural, como se puede observar en la figura 1-4. Generalmente, estas pruebas con componentes reales (o simulados) se llevan a cabo para obtener información sobre la duración total, puesto que se ensayan elementos reales y la información se puede utilizar directamente en el diseño. Además, debido al tamaño de la probeta, es difícil determinar con exactitud cuando se inicia la grieta y cuando empieza la propagación.



Figura 1-4. Prueba de fatiga en una ala de avión.

Las pruebas en pequeños elementos estructurales aplicando cargas relativamente simples a estos elementos se pueden realizar en máquinas de prueba de fatiga estándar. El estudio del

comportamiento de materiales bajo solicitaciones de carácter dinámico podrá ser ejecutado con algunas pocas limitaciones.

Estructuras más grandes, como un automóvil, un autobús o la estructura un avión, requieren equipo de prueba especializado. La estructura entonces es cargada generalmente por un número de actuadores hidráulicos con los sistemas electrohidráulicos controlados por una computadora.

Los actuadores hidráulicos que pueden ser usados tanto en posición vertical como horizontal o inclinados en cualquier ángulo. Tienen un recorrido máximo de 125 mm y capacidades de 2, 5, 10, 20 y 50 toneladas para cargas estáticas y de la mitad de estos rangos para cargas dinámicas. Un equipo que produce una presión de carácter fluctuante sinusoidal en los actuadores hidráulicos, capaz de producir cualquier frecuencia de variación de cargas entre 200 y 800 ciclos por minuto.

Dependiendo del tamaño y de la complejidad de las cargas en la estructura, el número de cilindros hidráulicos puede variar de un pequeño número (4) a grandes números (en el orden de 100) para las pruebas de fatiga en estructuras completas de aviones.



Figura 1-5. Actuador hidráulico utilizado en pruebas de fatiga.

Obviamente, sería ilógico aplicar una secuencia de cargas simples en una estructura a escala natural, la carga que se debe aplicar debe ser también real.

En la industria automotriz, la industria aeronáutica, y algunas otras industrias también, se realizan pruebas complejas en nuevos diseños. Esta industria está produciendo

generalmente una gran cantidad de vehículos, y en principio, las fallas en servicio por fatiga son inaceptables.

En la industria automotriz se hace cierto tipo de pruebas en automóviles completos. Una prueba en tamaños reales con una correcta selección de carga de servicio debe revelar cualquier debilidad de la estructura, para modificarla antes de que se inicie la producción en serie. De hecho, tal prueba se hace sobre todo para considerar si todas las partes de la estructura están funcionando correctamente sin el deterioro de cualquier parte de la estructura después del tiempo de la prueba.

En la industria aeronáutica, las pruebas completas también se realizan para probar la seguridad de los aviones y para satisfacer las normas de navegación.

En la figura 1-6 se muestra una prueba de la simulación del chasis completo de un automóvil con 12 actuadores electrohidráulicos suministrando cargas verticales, laterales y longitudinales en las cuatro esquinas del vehículo de la prueba.

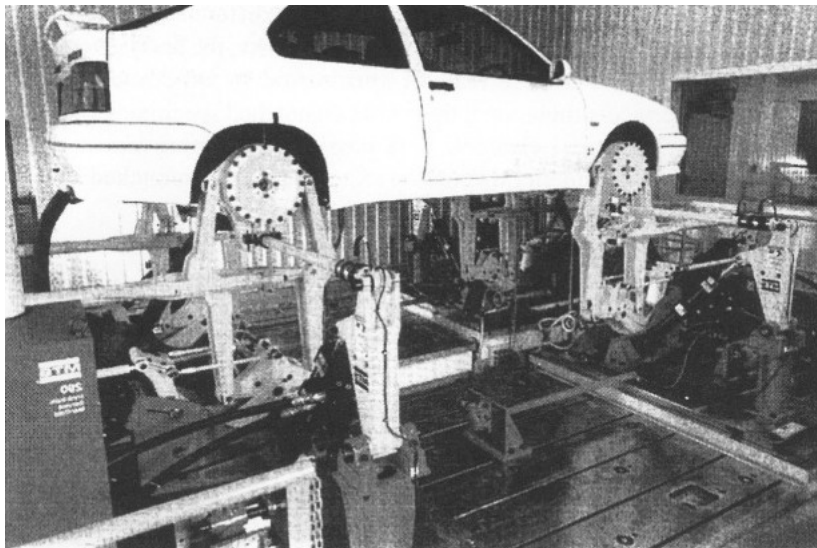


Figura 1-6. Prueba en un automóvil a escala natural.

En la industria automotriz muchas piezas se obtienen de diversos proveedores, y también en diferente tiempo. Es deseable la comprobación de la calidad de fatiga de componentes entregados. Las variaciones de las características de un producto son debidas al material y al proceso de manufactura. Estas fuentes de variabilidad y de sus efectos sobre la resistencia de fatiga son comprobadas por experimentos de fatiga en sistemas de pruebas.



Figura 1-7. Prueba en un vehículo completo.

La figura 1-8 muestra una prueba de fatiga de una viga soldada de tamaño natural sujeta a cuatro puntos de carga, dos actuadores hidráulicos aplican las solicitaciones.

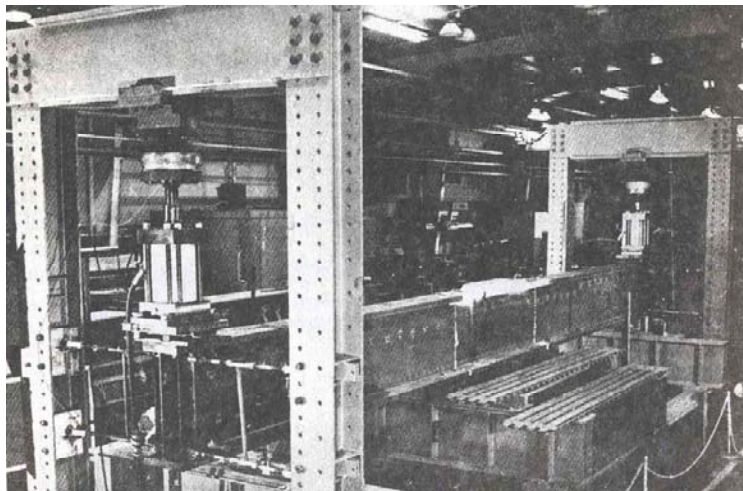


Figura 1-8. Prueba de fatiga de una viga a tamaño natural

Las pruebas de fatiga se realizan en componentes estructurales reales bajo condiciones que simulan las solicitaciones y el ambiente real. Sin embargo, estas pruebas son difíciles de realizar, consumen tiempo, y generalmente son muy costosas. Por lo tanto, se prueban probetas simples que simulan a los componentes estructurales. Generalmente, estas probetas se prueban hasta la falla para obtener la información sobre la vida total de fatiga de los componentes.

Estos ensayos tendrán que llevarse a cabo sobre modelos a escala natural, con el objeto de reproducir de un modo más adecuado las condiciones reales de funcionamiento de la estructura y conocer así su conducta hasta estados límites de rotura. Quedarán eliminados los inconvenientes que trae la experimentación en modelos reducidos al existir cambios de escala y el uso de materiales distintos a los empleados en el prototipo.

Capítulo 2

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Introducción.

En esta parte se plantea el problema de reproducir una falla mecánica relacionada con una estructura, es la parte central y se tiene como objetivo mostrar el uso de un formato lógico y sus consecuencias. El problema fué planteado usando los pasos generales del Método Científico y un proceso de sistematización lógico inductivo del tipo paso a paso.

En primer termino se debe tener un conocimiento previo, un entorno del problema. En segundo lugar se requiere la Lógica Formal. En tercer término un procedimiento de sistematización.

2. 1. El motivo de la investigación

Lo que motiva a la indagación o investigación en esta tesis se sintetiza de la manera siguiente:

“En una estructura de un autobús se ha observado una falla debido a un conjunto de solicitaciones. De tal observación y haciendo un análisis de elementos finitos se detectó y ubicó el punto de inicio de la falla. Lo que motiva a la investigación en esta parte de la tesis, es reproducir dicha falla realizando pruebas en un laboratorio.”

Es importante señalar que, no se puede iniciar una investigación hasta no haber experimentado alguna dificultad en una situación práctica o teórica. En este capítulo la dificultad puede entenderse como “la necesidad de reproducir una falla en una estructura”, ver la figura 2-1.



Figura 2-1. Falla en la estructura del autobús

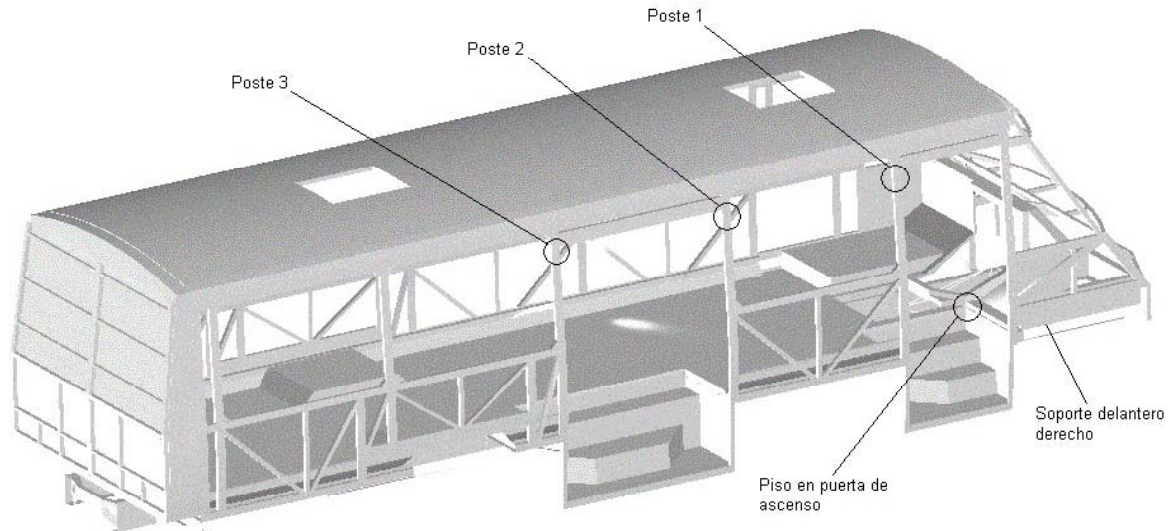


Figura 2-2. Estructura del autobús.

Cabe recordar que, toda investigación (indagación) debe iniciarse con el planteamiento de un problema.

2. 2. *Definición del problema y restricciones*

En esta sección se plantea el problema por solucionar en este trabajo de tesis, así como sus restricciones fundamentales. Considere el siguiente problema:

“Se requiere reproducir en el laboratorio una falla que sucede en una estructura de un autobús”.

Es importante conocer el comportamiento mecánico de la estructura del autobús con el estado de sollicitaciones que están provocando la falla.

Las restricciones fundamentales son las siguientes:

- La zona de análisis es fija y conocida (R_1).
- El tiempo estimado de prueba es de 24 horas (R_2).
- La carga que la máquina de prueba puede aplicar es uniaxial o unidireccional (R_3).
- Se considera carga de torsión (R_4).
- El análisis es dinámico (R_5).
- La falla y sus características son fijas y conocidas (R_6).

- La prueba es por fatiga realizada en una máquina Instron modelo 1331 de 10 toneladas servohidráulica (R₇).

El problema formulado anteriormente y sus restricciones se sintetizan de la manera siguiente: “Conocida la estructura y la distribución de su estado de esfuerzos bajo determinados tipos de sollicitaciones, así como la falla y sus características”, encuéntrese:

- 1) Las sollicitaciones que reproducen el estado de esfuerzos particular en una zona elegida de la estructura.
- 2) Utilizar los parámetros (sollicitaciones) para diseñar una probeta.
- 3) Obtener un parámetro dinámico para someter la probeta a prueba bajo condiciones controladas.
- 4) Reproducir la falla.

2. 3. Hipótesis y premisas básicas

Considere la siguiente hipótesis:

“La falla en un punto crítico de la estructura del autobús puede ser reproducida en laboratorio bajo condiciones de carga controladas. La determinación de las causas y la reproducción de la falla dependen de:

- 1) *Del principio de Saint Venant.*
- 2) *La carga de aplicación de la prueba es la resultante de las sollicitaciones a las que se sujeta la estructura.*
- 3) *La fuerza actuante en el problema dinámico depende del tiempo estimado de la prueba y del número de ciclos de aplicación.*
- 4) *El problema de la falla satisface las Leyes de Newton.*
- 5) *Se propone una carga de torsión en un punto crítico como posible causa de la falla.*

Las premisas básicas son las siguientes:

- 1) El principio de Saint Venant.

Un sistema de cargas aplicadas a un medio puede ser sustituido por otro sistema estáticamente equivalente. El estado de esfuerzos y deformaciones del medio no varía a una distancia considerable de los puntos de aplicación del sistema de cargas equivalente.

- 2) La carga de aplicación de la prueba es la resultante de las sollicitaciones a las que se sujeta la estructura.

Si por las características de operación de la máquina de prueba la aplicación de la carga debe ser uniaxial, entonces todo sistema equivalente de cargas relacionado con la estructura debe ser reducida a la resultante de tales cargas. La resultante es igual a la carga uniaxial requerida en la máquina de prueba.

- 3) La fuerza actuante en el problema dinámico depende del tiempo estimado de la prueba y del número de ciclos de aplicación.

Si la reproducción de la falla debe darse dentro de 24 horas, entonces la fuerza dinámica que debe aplicarse es función los parámetros de operación de la máquina de prueba, del tiempo estimado de prueba y del número de ciclos de aplicación en la prueba de fatiga.

- 4) El problema de la falla satisface las Leyes de Newton.

4.1) *Ley de inercia.*

4.2) *Leyes de balance.*

4.3) *Principio de acción y reacción.*

En la mecánica, como subconjunto de la física, nos interesan todos los cuerpos físicos, sea un auto, una maquina o un autobús en nuestro caso. Tomemos como ejemplo un “*cuerpo*”, la cual esta regido por leyes físicas (figura 2-3). Su comportamiento es predecible porque obedece leyes.

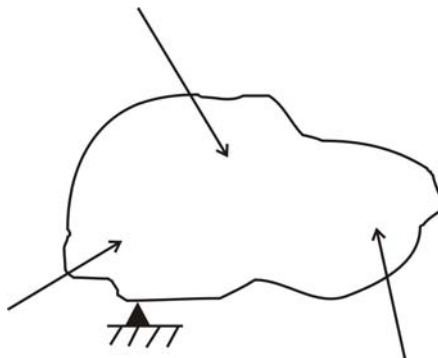


Figura 2-3. Cuerpo sometido a sollicitaciones.

Por lo tanto necesitamos conocer esas leyes para conocer su comportamiento, el que nos interesa es el comportamiento mecánico. Hay que recordar que la mecánica es una ciencia que trata con fuerzas y desplazamientos. Ahora bien, si en vez de una partícula tenemos un cuerpo rígido y que además rota, se regirá por las leyes de Newton: de inercia, de balance y principio de acción y reacción. Es por eso que nos apoyamos en la mecánica “clásica” o “newtoniana”. Para nuestro caso es necesario conocer el comportamiento del cuerpo, entonces se necesitara saber que esta sucediendo en el cuerpo desde el punto de vista mecánico.

Físicamente es difícil introducirse en el cuerpo, esto se resuelve separando una parte muy pequeña del cuerpo (figura 2-4), aislando la vecindad del punto con seis planos coordenados, entonces decimos que las leyes que rigen el comportamiento en esta pequeñísima parte son las mismas que rigen a todo el cuerpo en cualquier punto, y de cualquier otro cuerpo.

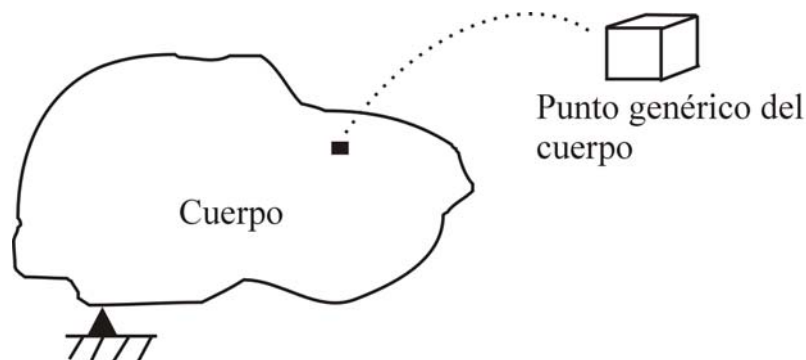


Figura 2-4. Análisis de una porción del cuerpo.

Luego por el principio de la acción y reacción sabemos que al realizar un corte la acción en la cara izquierda va a provocar una reacción en la cara derecha (figura 2-5), esto sucede hasta en la frontera del cuerpo, lo que ocurre en la frontera ΔM esta siendo contrarrestado por lo que sucede dentro del cuerpo M (figura 2-6), observamos que aún en la frontera los puntos se rigen por las mismas leyes.

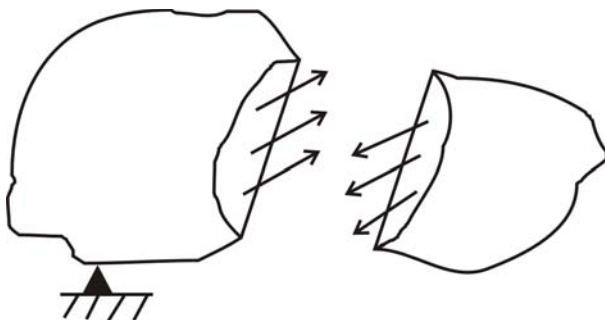


Figura 2-5. Corte del cuerpo.

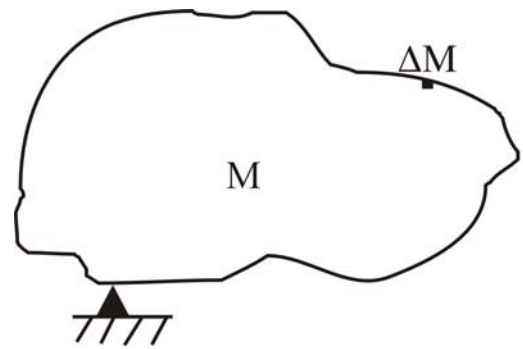


Figura 2-6. Vecindad del cuerpo.

Gracias a esto podemos restablecer las sollicitaciones para tener el mismo estado de esfuerzos antes del corte.

5) La causa del problema de la falla es por torsión.

Se pueden hacer algunas generalizaciones. Las secciones sólidas que tienen la misma área de sección transversal son más rígidas. Por otra parte, un elemento compuesto de perfiles largos esbeltos que no son cerrados como un tubo son muy débiles y flexibles a torsión. Algunos ejemplos de perfiles flexibles son los perfiles estructurales comunes tales como canales, ángulos y tes. Los tubos, las barras sólidas y los tubos rectangulares estructurales son muy rígidos.

2. 4. El proceso de sistematización del problema

En esta sección se presenta algunas consideraciones relacionadas con el proceso de sistematización del problema; es decir, se definen en forma general, las reglas de análisis y síntesis las cuales conforman el marco de referencia del problema de reproducir la falla.

El primer lugar, las reglas de síntesis son las premisas descritas en la sección anterior. Dichas reglas se aplican de forma directa. En segundo lugar las reglas de análisis son aquellas premisas secundarias necesarias para descomponer o caracterizar el modelo o problema. Para este caso, dichas premisas son las asociadas con las herramientas computacionales y técnicas experimentales utilizadas para caracterizar los parámetros que se requieren para la prueba.

La sistematización es un proceso lógico deductivo y/o un proceso lógico inductivo realizado paso a paso, ordenado y dirigido que puede ir de lo general a lo particular (deductivo) o de lo particular a lo general (inductivo). Es un proceso que conecta las operaciones de análisis y síntesis, mostrando y demostrando los hechos inferidos e implicados dentro de todo un sistema.

En otras palabras, el proceso de sistematización organiza y relaciona las premisas de análisis y síntesis en términos de operaciones secuenciadas; es decir, las premisas de síntesis regulan las operaciones del análisis en forma sistemática, en otras palabras, la síntesis reconstruye lo que el análisis descompone. Las reglas de síntesis son, de hecho, las que permiten sintetizar la información del análisis con la cual se construyen los modelos finales del problema. Este proceso, pues, se basa en la Lógica y en el conocimiento concreto del problema y su entorno.

Es este proceso el que permite generalizar. De hecho, la sistematización es un proceso que envuelve a todos los componentes del problema; es decir, desde su planteamiento hasta su solución, pasando por todas las cadenas de inferencias, incluyendo su autocorrección.

En esta parte y para nuestro caso las reglas de síntesis son:

- 1) Del principio de Saint - Venant.
- 2) La carga de aplicación de la prueba es la resultante de las solicitaciones a las que se sujeta la estructura.
- 3) La fuerza actuante en el problema dinámico depende del tiempo estimado de la prueba y del número de ciclos de aplicación.
- 4) El problema de la falla satisface las Leyes de Newton.
- 5) La causa de la falla es por torsión.

Por otro lado, las reglas del análisis son:

- 1) Análisis por elemento finito (software).
- 2) La extensometría eléctrica (método experimental).
- 3) Análisis de fatiga (software).
- 4) La mecánica de los medios continuos.

Capítulo 3

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Introducción.

La metodología utilizada en esta tesis, es la aplicación sistemática del Método Científico. Para poder aplicar el Método Científico en forma eficaz y contundente en el planteamiento y solución del problema, este debe ser concebido en su forma más general; es decir, como la aplicación general y sistemática de la Lógica.

En la sección siguiente se describirán los pasos de la metodología con la cual se solucionará el siguiente problema: “Se requiere reproducir en el laboratorio una falla que sucede en un punto crítico de una estructura de un autobús”, que es el objetivo de este trabajo de tesis.

El proceso de sistematización que, para este caso, será lógico deductivo.

3. 1. Metodología

En esta sección se proponen los pasos de la metodología que se utilizó para reproducir la falla en el laboratorio.

3. 1. 1. Pasos del análisis:

- 1) Inspección de la estructura del autobús y localización de la falla.
- 2) Caracterización del punto de inicio de la falla y su trayectoria.
- 3) Modelar en un software de análisis de elementos finitos la estructura del autobús para poder obtener el estado de esfuerzos representativo al que está sometido la estructura sin considerar la falla. Se consideró que el autobús está sometido a cargas de torsión.

- 4) Localización y selección en el modelo de elemento finito de la zona de la falla.
- 5) Verificación del punto de inicio de la falla en la zona localizada del paso anterior.
- 6) Análisis de esfuerzos usando elemento finito de la zona seleccionada de la estructura.
- 7) Reproducir el estado de esfuerzos de la zona determinada, usando elemento finito, determinando las solicitaciones a las que esta sometida la parte analizada de la estructura (probeta simulada).
- 8) Conocidas las solicitaciones se obtuvo una resultante de carga y su dirección usando elemento finito. Tal carga será usada para la prueba estática en el laboratorio.
- 9) La carga obtenida en el paso anterior fue aplicada en la probeta simulada para verificar en forma cuantitativa y cualitativa el estado de esfuerzos en el punto de falla y en la zona de análisis.
- 10) Dada la restricción de tiempo de la prueba y los parámetros de la máquina, determinar la carga de prueba.
- 11) Determinar un factor de carga, basado en el número de ciclos, que permita obtener una carga dinámica dentro de lo establecido por el tiempo de prueba.

3. 1. 2. Pasos para la construcción de la probeta y el sistema de carga:

- 12) Diseñar una probeta real (una porción de la sección estructural) hecha del material del autobús donde se localice la región de análisis (región donde se reproducirá la falla). Dicha probeta debe ser diseñada según el paso 7).
- 13) Diseñar el sistema (marco) de carga para realizar la prueba de fatiga.
- 14) Montar la probeta en la Máquina de prueba e incorporar el sistema de carga.

3. 1. 3. Pasos para la instrumentación de la probeta y el sistema de cargas:

- 15) Instrumentar con extensómetros eléctricos en el punto de inicio de la falla.
- 16) Instrumentar una celda de carga y adaptarla al elemento o dispositivo con el cual se aplicará la carga de trabajo.

3. 1. 4. Pasos para la preparación de la prueba en el laboratorio:

- 17) Aplicar líquidos penetrantes sobre la probeta de prueba y usar un microscopio estereográfico marca Wild modelo 420 con aumentos de 8x - 32x. para detectar posible fisuras antes de aplicar la carga.
- 18) Conectar el extensómetro localizado en el punto de inicio de la falla y la celda de carga a un osciloscopio.

3. 1. 5. Pasos de acción de la prueba en el laboratorio:

- 19) Aplicar la carga estática obtenida en el paso 8) para medir los esfuerzos máximos en el punto de inicio de la falla.
- 20) Aplicar la carga dinámica obtenida en el paso 11) e iniciar la prueba de fatiga.
- 21) Controlar durante la prueba la magnitud de la fuerza aplicada.
- 22) Registrar el número de ciclos aplicado.
- 23) Registrar el número de ciclos a partir del cual se representa una grieta en el punto crítico.
- 24) Continuar la prueba para observar el crecimiento de la grieta.
- 25) Parar la prueba.

Capítulo 4

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Introducción.

En esta sección se presenta lo observado en la prueba de fatiga aplicada a una probeta que representa físicamente la sección superior derecha del marco de la puerta delantera del autobús en estudio, reproduciendo un punto de inicio de grieta y su crecimiento, determinando el número de ciclos en el que se produce el tipo de sollicitación y sus características. Las sollicitaciones fueron reproducidas en una máquina Instron modelo 1331 de 10 toneladas servohidráulica.

4. 1. Aplicación de lo pasos de la metodología

En esta sección se aplicarán los pasos de la metodología descrita en la sección anterior para describir la reproducción de la falla. La figura 4.1 muestra vista lateral derecha de la estructura del autobús motivo de estudio.

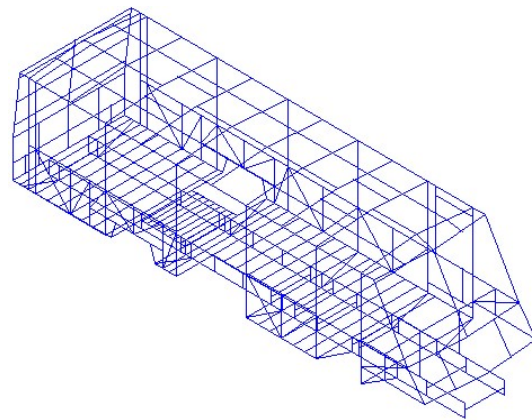


Figura 4-1. Vista en isométrico.

4. 1. 1. Pasos del análisis:

Paso1) Inspección de la estructura del autobús y localización de la falla.



Figura 4-2. Región de la localización de la falla.

La inspección se realizó de manera visual.

Paso 2) Caracterización del punto de inicio de la falla y su trayectoria.

La figura 4-3 muestra el inicio de la falla y su trayectoria:



Figura 4-3. Punto de inicio de la falla y trayectoria.

Paso 3) Modelar en un software de análisis de elementos finitos la estructura del autobús para poder obtener el estado de esfuerzos representativo al que está sometido la estructura sin considerar la falla. Se consideró que el autobús está sometido a cargas de torsión.

El modelo de elemento finito realizado a la estructura completa del camión fue realizado en el software nSoft, de “nCode International Ltd.” (www.ncodeinc.com).

Este software dispone de los siguientes módulos para analizar los dos métodos básicos del análisis de fatiga analizados en el Apéndice A:

- S - N (Método de vida total). Este es el método clásico para evaluar la fatiga. La vida de fatiga que se obtiene utilizando este método incluye los ciclos necesarios para iniciar la grieta, así como los necesarios para propagarla hasta la falla. Existen varias técnicas para tomar en cuenta los efectos de los esfuerzos medios, concentradores de esfuerzos, esfuerzos multiaxiales y de amplitud variable. Es un método adecuado cuando se trata de un análisis de fatiga de ciclos altos (Mayor de 1000 ciclos), es decir, que los esfuerzos cíclicos aplicados están en el rango elástico del material.
- \mathcal{E} - N (Método de iniciación de grieta). Este método, utilizado en los análisis de este tesis, permite calcular los ciclos necesarios para iniciar una grieta (de 1 ó 2 mm). Es adecuado para análisis tanto de fatiga de ciclos altos como bajos. Este es el método de mayor uso en la industria automotriz.

Para el análisis de los datos en esta tesis, se utilizó el módulo de evaluación de la vida de fatiga con el método ϵ -N.

La figura siguiente muestra la salida gráfica del modelo de elemento finito:



Figura 4-4. Salida gráfica de la estructura del autobús modelada por elemento finito.

Paso 4) Localización y selección en el modelo de elemento finito de la zona de la falla.

En forma independiente se modeló con el método de elemento finito la sección estructural seleccionada, determinando así la sollicitación con la que se reproduce en el punto de inicio de grieta, el estado de esfuerzos equivalente al que se genera al someter el autobús a torsión. La condición de carga se reprodujo levantando las ruedas traseras derechas 30 cm, con el soporte de la carrocería suelto.

La figura 4-5a muestra la región de la falla en una porción de la estructura del autobús.

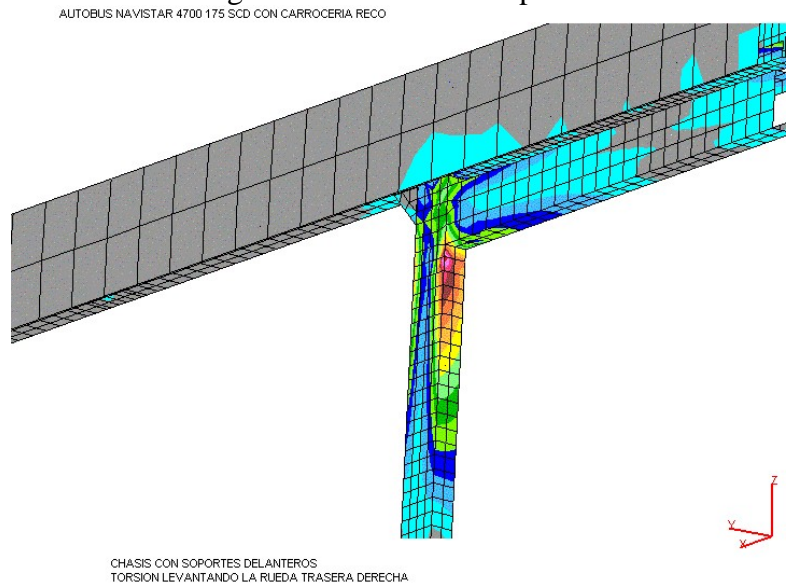


Figura 4-5a. Poste 1, vista exterior.

Paso 5) Verificación del punto de inicio de la falla en la zona localizada en el paso anterior.

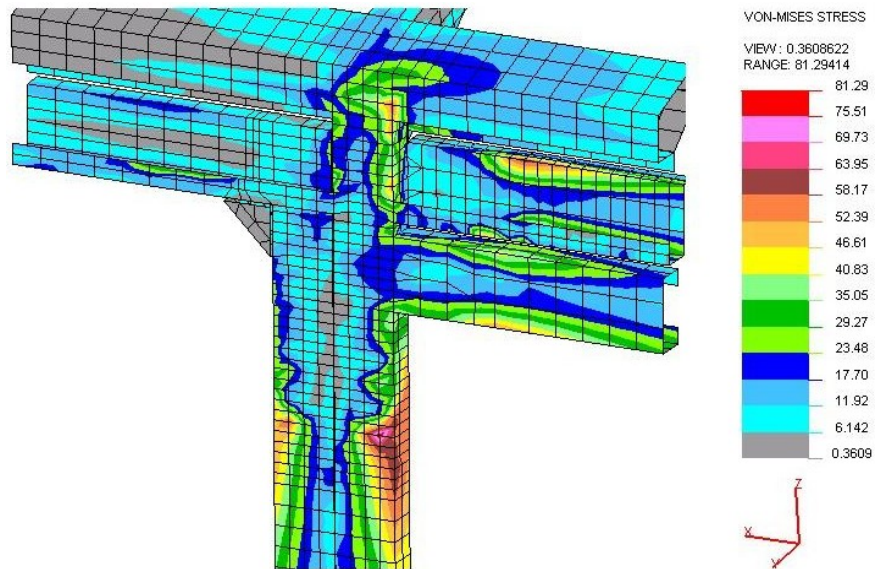


Figura 4-5b. Zona de la falla (Poste 1, vista exterior).

Paso 6) Análisis de esfuerzos usando elemento finito de la zona seleccionada de la estructura.

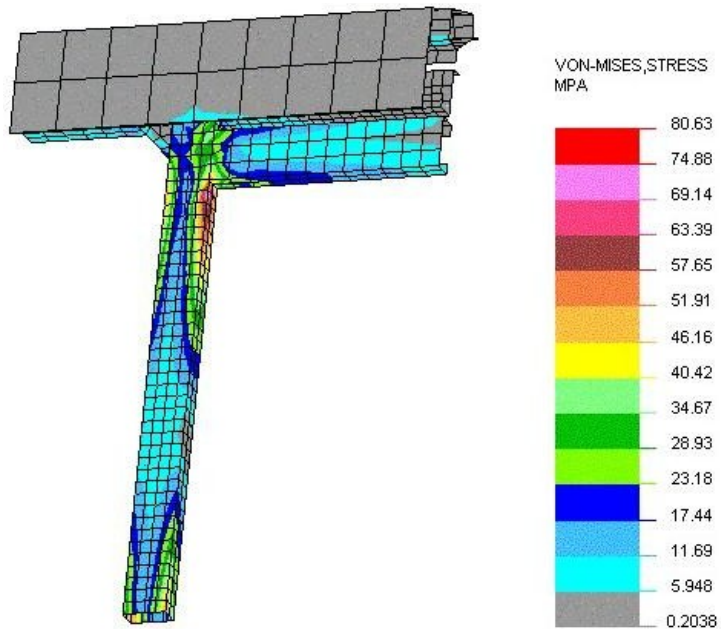


Figura 4-6. Zona de la falla.

Del esfuerzo Von Mises encontrados en el poste 1 de la corrida 2 el cual tiene una magnitud de 80 Mpa (figura 4-6), se descompuso en las esfuerzos XX, YY y ZZ con magnitudes de 2.9, 7.7 y 83.6 Mpa, respectivamente ver figuras 4-7a, b y c respectivamente.

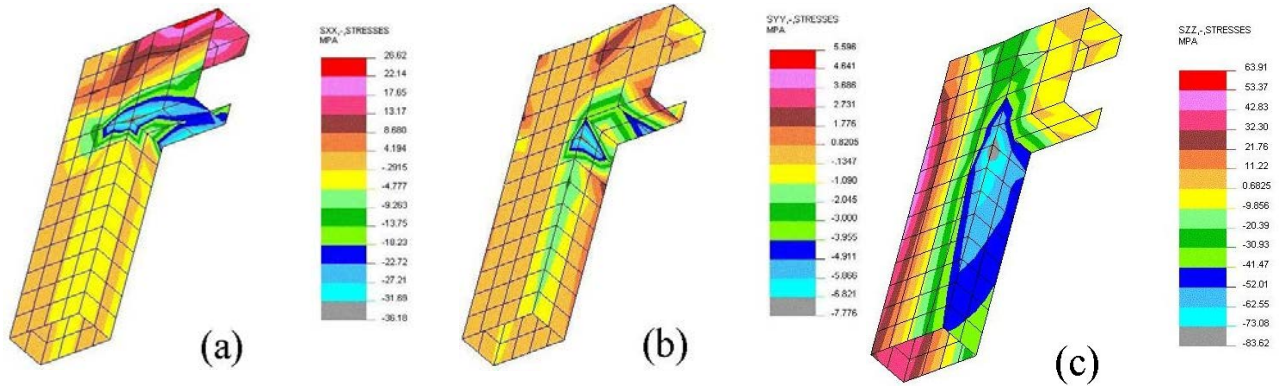


Figura 4-7. Esfuerzos en las direcciones XX, YY y ZZ.

Paso 7) Conocido el estado de esfuerzos de la zona determinada encontrar, las solicitaciones a las que esta sometida la parte de análisis de la estructura (probeta simulada) usando elemento finito.

A continuación se presentan los resultados de las corridas de la simulación de la probeta. Consisten básicamente en la posición del empotramiento a 20 cm por arriba del extremo inferior de la “T”. Con esta condición se corrió la “T” sin placa en la sección “C”, la “T” con una placa soldada en la sección “C” y la “T” con la placa soldada en la sección “C” pero con una grieta simulada de 1 mm en la zona del poste por debajo de la sección “C”.

Condiciones de Carga: Se sujeta la “T” a 20 cm por arriba de su extremo inferior simulando la sujeción con una mordaza.

- a) Las figuras 4-8 a y b muestran la distribución de esfuerzos Von Mises en el poste de la probeta “T” con la condición de no tener placa soldada en la sección “C”.

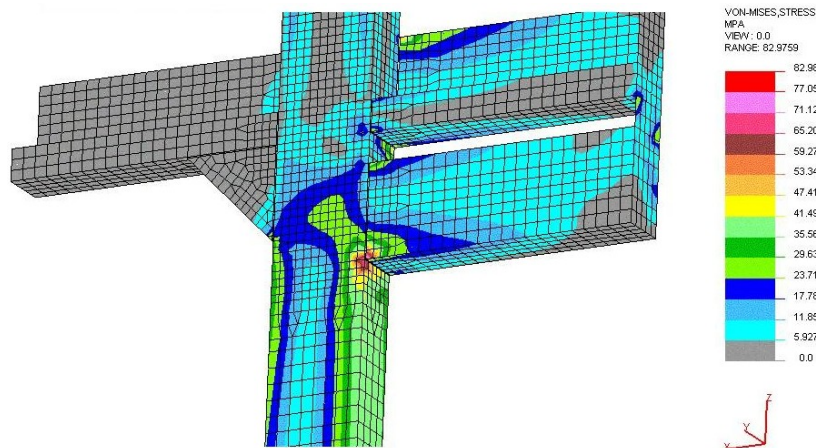


Figura 4-8 a. Esfuerzos en el poste de la probeta “T”.

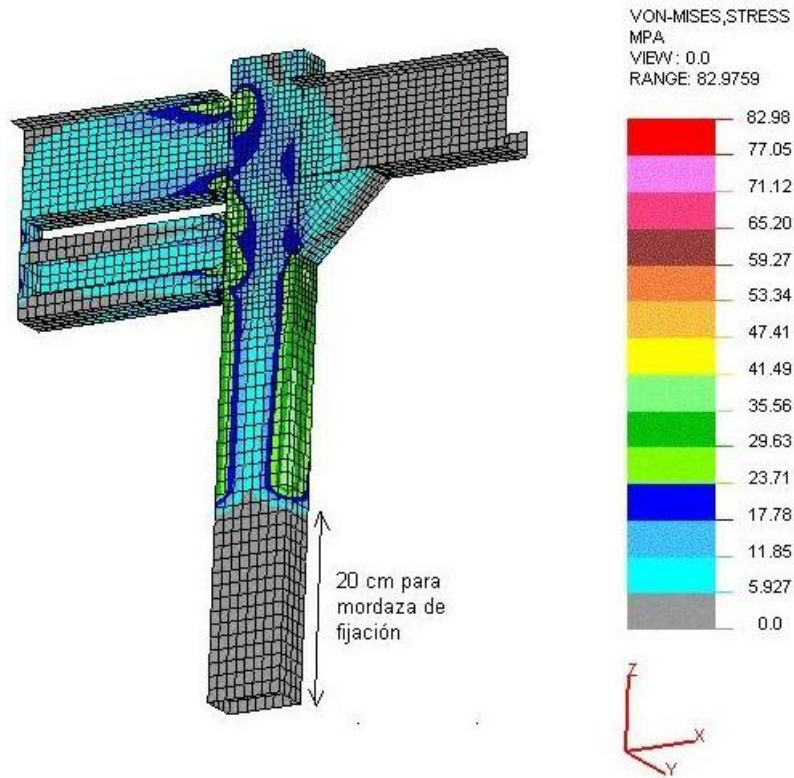


Figura 4-8 b. Distribución de esfuerzos en la probeta “T”.

La carga se aplica por el extremo izquierdo (Figura 4-8b).

b) Las figuras 4-8 c y d muestran la distribución de esfuerzos en la probeta “T” con la condición de una placa soldada en la sección “C”.

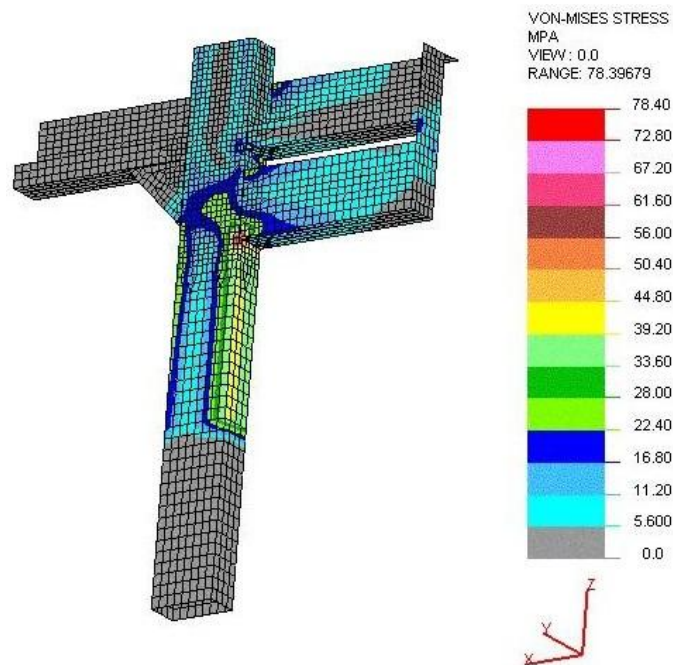


Figura 4-8 c. Distribución de esfuerzos en la probeta “T reforzada”.

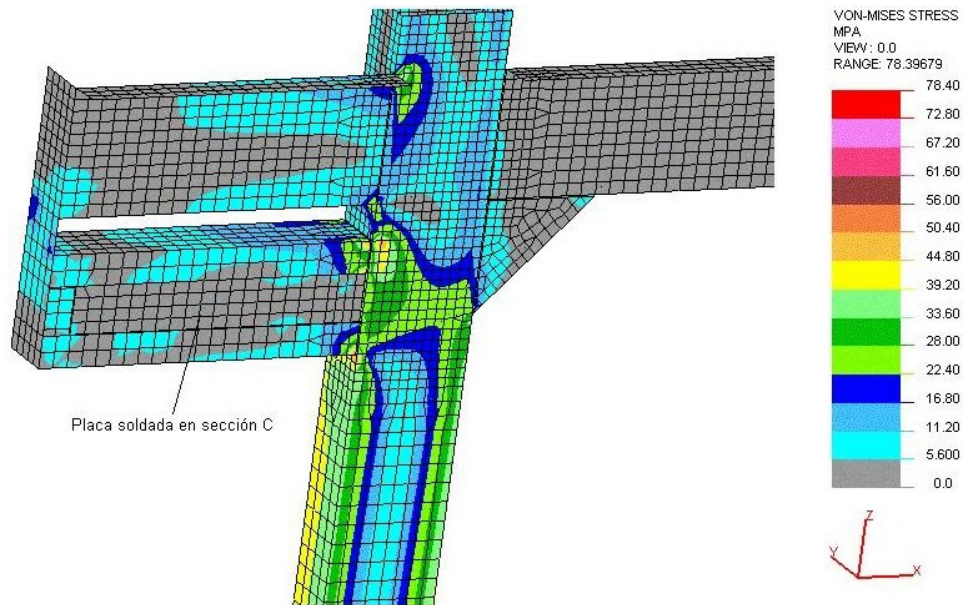


Figura 4-8 d. Probeta "T reforzada con placa soldada.

- c) Las figuras 4-8 e, f y g muestran la distribución de esfuerzos en la probeta "T" con la condición de la placa soldada en la sección "C" y además con una grieta de 1mm.

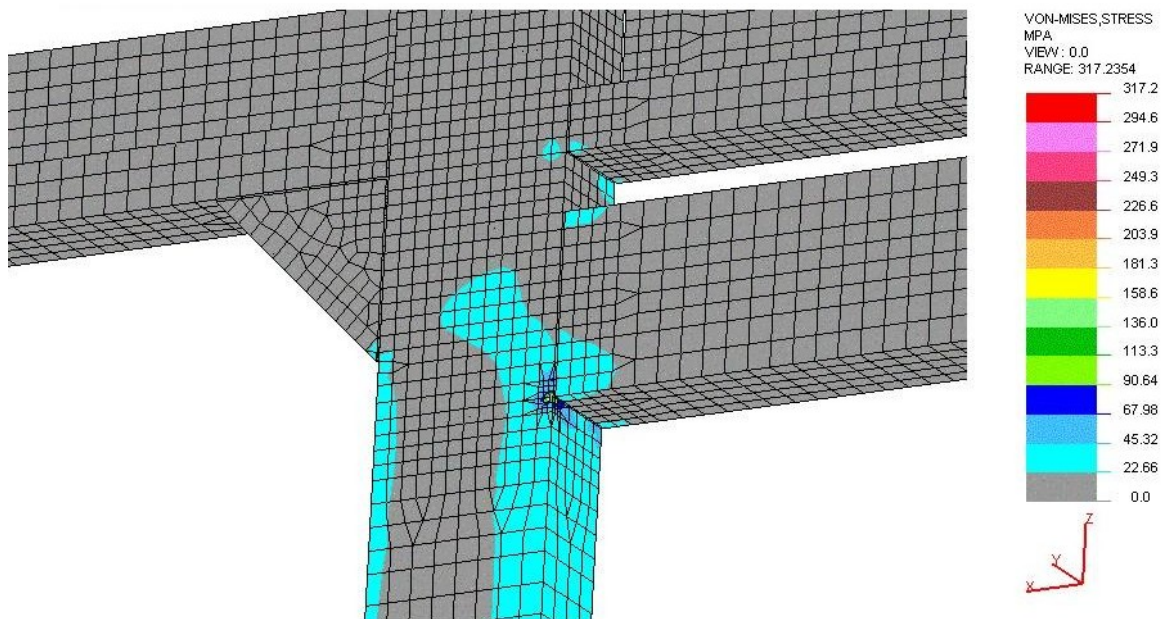


Figura 4-8 e. Probeta "T con grieta.

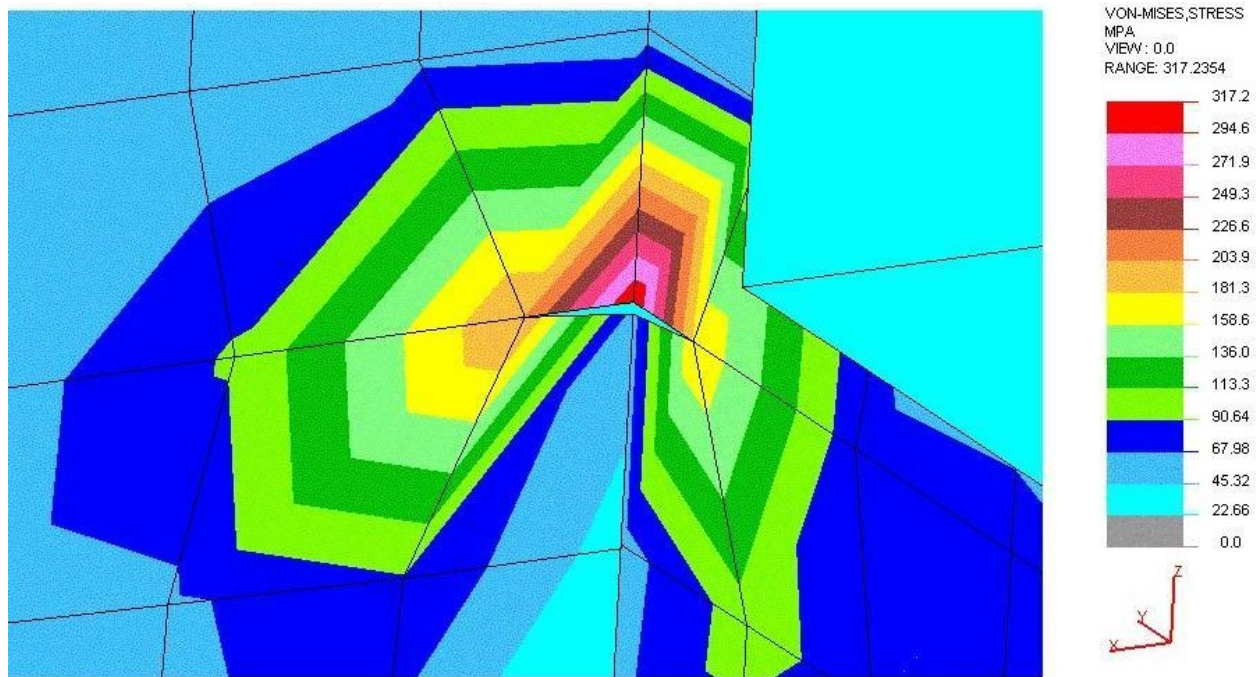


Figura 4-8 f. Grieta en la probeta.

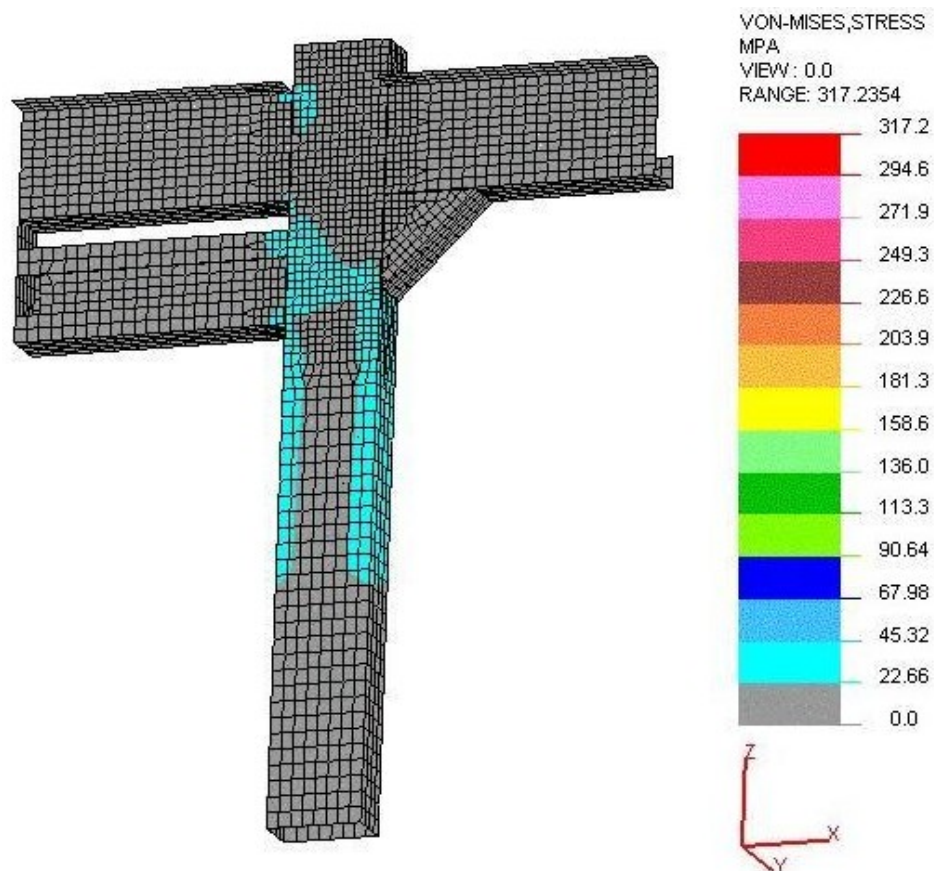


Figura 4-8 g. Distribución de esfuerzos en la probeta "T agrietada.

Paso 8) Conocidas las solicitaciones se obtuvo una resultante de carga y su dirección usando elemento finito. Tal carga será usada para la prueba estática en el laboratorio.

Para aplicar la carga es necesario soldar una placa a la canal para la aplicación de carga por donde desliza la puerta delantera con el manguete de costado (Figura 4-9).

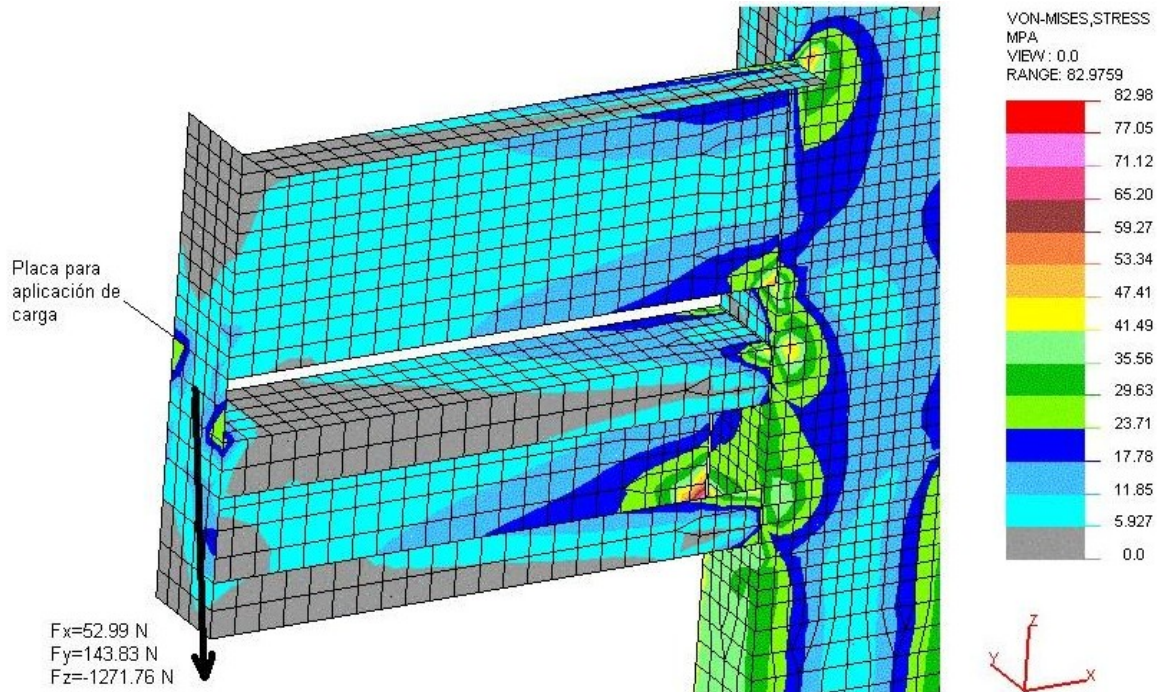


Figura 4-9. Aplicación de carga en la probeta "T".

La siguiente combinación de cargas es una de las que logra aproximadamente el mismo nivel de esfuerzos que los encontrados en la "T" en la corrida 2 (ver el Anexo A). Fuerza en el eje-X es de 52.99 N, la fuerza en el eje-Y es de 143.83 N y en eje-Z es de -1271.76 N. La orientación de la probeta T es la misma que se utilizó para todo el autobús. Debe quedar claro que si existe un signo "-" la dirección de la fuerza va en el sentido negativo del eje. Se estimó también en forma numérica con el software, el intervalo de ciclos durante el cual aparecería una grieta de 1 mm, cuando la sección estructural se somete a una sollicitación de $F_x = 52.99$ N, $F_y = 143.83$ N y $F_z = 1271.76$ N.

Paso 9) La carga obtenida en el paso anterior fue aplicada en la probeta simulada para verificar en forma cuantitativa y cualitativa el estado de esfuerzos en el punto de falla y en la zona de análisis.

Paso 10) Dada la restricción de tiempo de la prueba y los parámetros de la máquina, determinar el número de ciclos de la prueba.

Con los valores de carga que se utilizaron en la prueba (Sin multiplicar por algún factor), la predicción fue que la falla ocurriría entre 15 millones y 2.5 mil-millones de ciclos (figura 4-10).

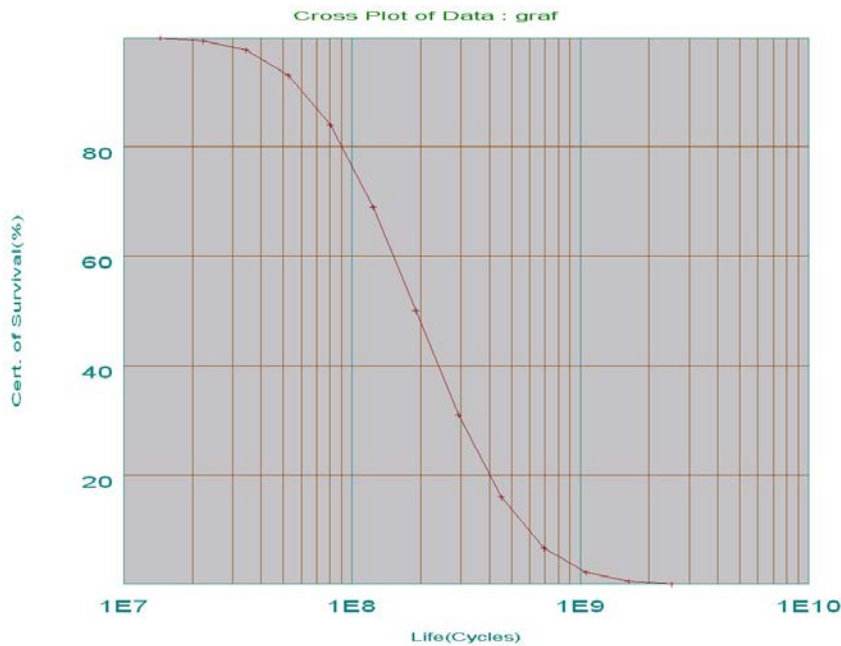


Figura 4-10. Gráfica para la predicción de ciclos.

Paso 11) Determinar un factor de carga, basado en el número de ciclos, que permita obtener una carga dinámica dentro de lo establecido por el tiempo de prueba.

Si aplicamos los valores de los esfuerzos obtenidos en el Paso 6) como fuerzas en el modelo de la probeta “T” obtendremos una distribución de esfuerzos muy aproximada a la reportada en el poste 1 de la corrida 2 (ver el Anexo A) solo que de diferente magnitud por lo que solo restaría encontrar un factor que ajuste a los 80 Mpa.

$$\text{Esfuerzo en Poste 1 corrida 2} = (\text{Esfuerzo en probeta "T"}) \times (\text{Factor})$$

La gráfica de la figura 4-11 se obtiene multiplicando la fuerza por un factor igual a 3. Se invirtió la fuerza para obtener esfuerzo de tensión en la esquina deseada. La gráfica de la figura 4-11 dice que la probeta se puede romper entre 1,500 y 20,000 aplicaciones de carga. Se utilizó la teoría de fatiga basada en esfuerzos por lo que no se pudo predecir el inicio de grieta sino la “falla” de la “T”.

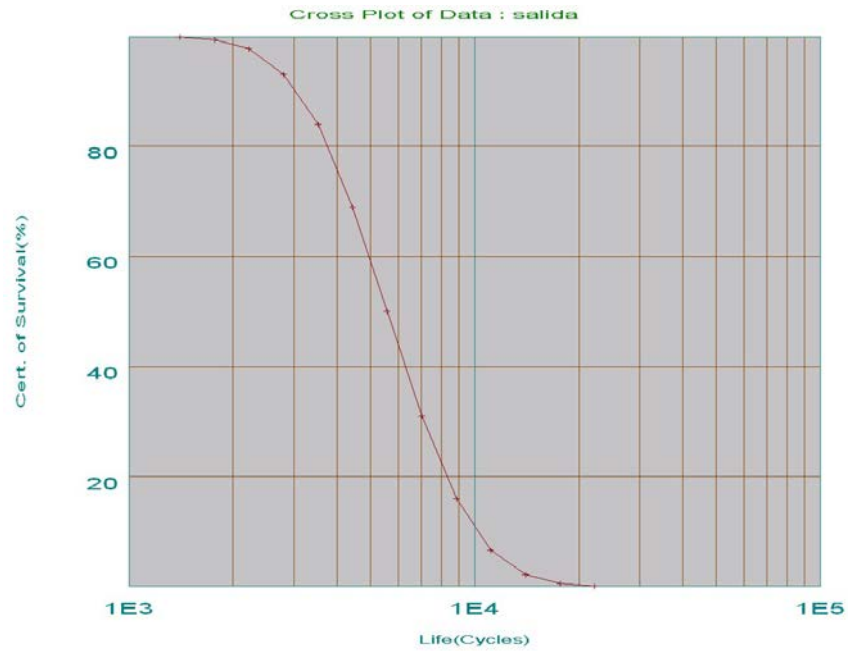


Figura 4-11. Gráfica para la predicción de ciclos con factor.

Si multiplicamos la carga por un factor igual 3 como se recomendó anteriormente y se cicla desde -50% al +100% de la carga, la fatiga resulta entre 60 y 6,500 ciclos (figura 4-12).



Figura 4-12. Gráfica para la predicción de ciclos corregida.

4. 1. 2. Pasos para la construcción de la probeta y el sistema de carga:

Paso 12) Diseñar una probeta real (una porción de la sección estructural) hecha del material del autobús donde se localice la región de análisis (región donde se reproducirá la falla). Dicha probeta debe ser diseñada según el paso 7).

El elemento que se sometió a la prueba de fatiga fue seleccionado por personal de la Compañía constructora. En el Anexo B se presentan los planos.

La figura 4-13a muestra la probeta que representa físicamente la sección superior derecha del marco de la puerta delantera sin refuerzos (vista interior), la cual será sometida a la prueba de fatiga. La figura 4-13b muestra la probeta que representa físicamente la sección superior derecha del marco de la puerta delantera sin refuerzos (vista exterior).

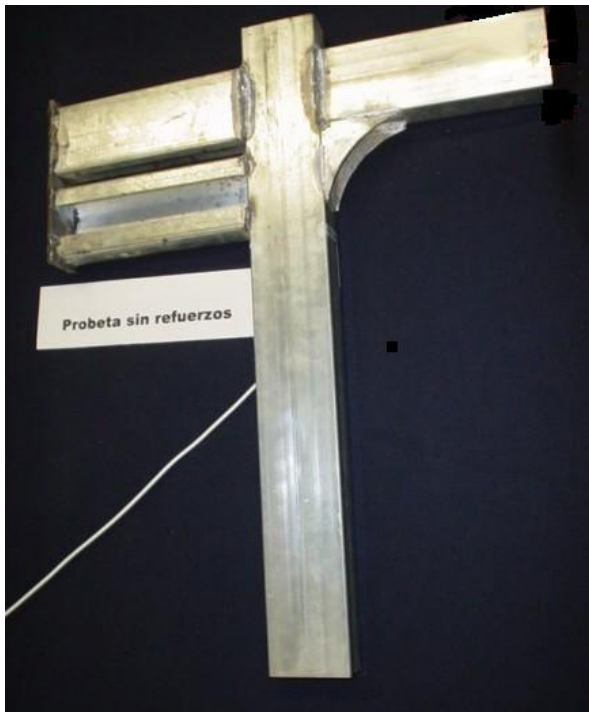


Figura 4-13a. Vista frontal de la probeta.

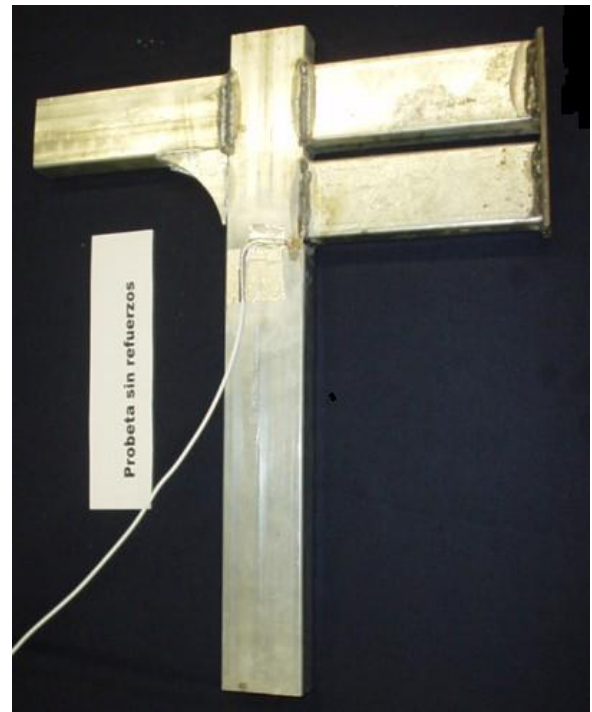


Figura 4-13b. Vista trasera de la probeta

Paso 13) Diseñar el sistema de carga para realizar la prueba de fatiga.

Se diseñó y fabricó un dispositivo con el cual fue posible montar el elemento estructural y reproducir la solicitación determinada. La figura 4-14 muestra el dispositivo de carga usado en la prueba.



Figura 4-14. Máquina servohidráulica con mordazas.

Paso 14) Montar la probeta en la Máquina de prueba e incorporar el sistema de carga.

La figura 4-15a y b muestran la probeta montada en la Máquina de fatiga y el dispositivo de carga:



Figura 4-15a. Máquina con marco de carga. Figura 4-15b. Probeta montada en la maquina.

4. 1. 3. Pasos para la instrumentación de la probeta y el sistema de cargas:

Paso 15) Instrumentar con extensómetros eléctricos el punto cercano al inicio de la falla.

Con el propósito de detectar el momento en el que aparece la grieta, se instrumentó un extensómetro eléctrico de resistencia variable (strain gage) en un punto cercano al de inicio de grieta (figura 4-16). La lectura proporcionada por el extensómetro se modifica cuando aparece una grieta durante la prueba.



Figura 4-16. Probeta instrumentada junto a la zona de la grieta.

Paso 16) Instrumentar una celda de carga y adaptarla al elemento o dispositivo con el cual se aplicará la carga de trabajo.

La sollicitación fué controlada con una celda de carga diseñada especialmente para la prueba, ver figuras 4-17, 4-18 y 4-19. Con la celda se aplica la sollicitación deseada, evitando producir otro tipo de sollicitaciones que modifiquen las condiciones de la prueba.



Figura 4-17. Celda de carga.

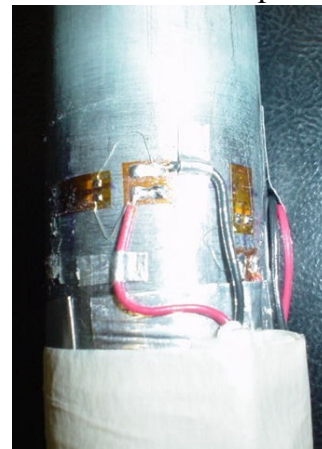


Figura 4-18. Celda de carga (acercamiento).



Figura 4-18. Celda de carga colocada en la máquina universal.

4. 1. 4. Pasos para la preparación de la prueba en el laboratorio:

Paso 17) Aplicar líquidos penetrantes sobre la probeta de prueba y usar un microscopio estereográfico marca Wild modelo 420 con aumentos de 8x-32x. para detectar posible fisuras antes de aplicar la carga.

Paso 18) Conectar el extensómetro localizado en el punto de inicio de la falla y la celda de carga a un osciloscopio.

4. 1. 5. Pasos de acción de la prueba en el laboratorio:

Paso 19) Aplicar la carga estática obtenida en el paso 8) para medir los esfuerzos máximos en el punto de inicio de la falla.

Se calibró la máquina con auxilio de la celda de carga, en frecuencia y desplazamiento. La sollicitación fue controlada con la celda de carga conectada a un osciloscopio y un puente de Wheatstone.

Paso 20) Aplicar la carga dinámica obtenida en el paso 11) e iniciar la prueba de fatiga.

Se inició la prueba tomando el registro de ciclos.

Paso 21) Controlar durante la prueba la magnitud de la fuerza aplicada.

Paso 22) Registrar el número de ciclos aplicado.

Cuando en el osciloscopio se observó un cambio en la señal proporcionada por el extensómetro se asumió que la fisura había iniciado.

Paso 23) Registrar el número de ciclos a partir del cual se representa una grieta de 1 mm en el punto crítico.

Paso 24) Continuar la prueba para observar el crecimiento de la grieta.

Paso 25) Parar la prueba.

Se realizaron 2 pruebas de fatiga para la sección estructural descrita en esta tesis, con la metodología descrita. Los resultados obtenidos de la prueba realizada sobre dos probetas se encuentran en la tabla 1.

Parámetros	Probeta 1	Probeta 2
Frecuencia cíclica	2 Hz	2 Hz
Solicitación	350 Kg	390 Kg
Ciclo de inicio de grieta	15,000 ciclos	4,000 ciclos
Ciclo final de prueba	40,000 ciclos	8,300 ciclos

Tabla 1.

En las figuras 4-25 , 4-26 y 4-27 se observa la grieta resultante de la prueba de fatiga.

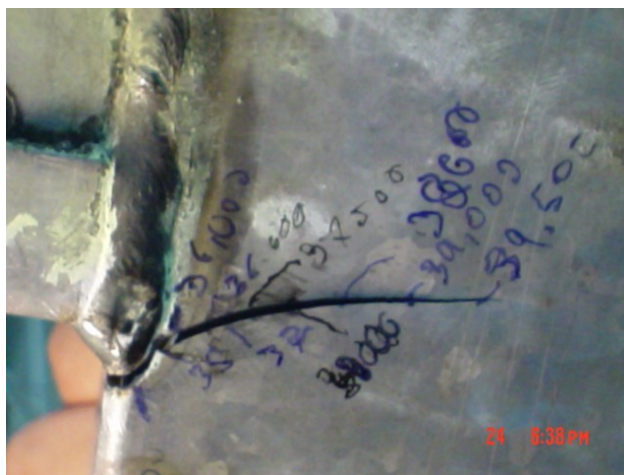


Figura 4-25. Grieta obtenida como resultado de la prueba de fatiga (vista interior).



Figura 4-26. Grieta obtenida como resultado de la prueba de fatiga (vista exterior).



Figura 4-27. Grieta obtenida (acercamiento).

Conclusiones y Resultados

La utilización del Método Científico, como una metodología de trabajo fue decisivo en la solución del problema que se planteo para la elaboración de este trabajo de tesis.

Debe recalcar que no existe un medio teórico confiable para predecir exactamente cuándo se iniciará una grieta por fatiga. En su lugar, se deben realizar pruebas experimentales para obtener información.

No se opto realizar pruebas en un prototipo a escala, debido a que la mayor de las veces no se obtienen datos que representen resultados confiables del fenómeno que se analiza.

Al no poder realizar pruebas a la estructura real, debido a no tener la infraestructura, se probo o simulo parte de la estructura en pruebas de fatiga. Por la complejidad y el alto costo del análisis por fatiga en sistemas completos fue imprescindible recurrir a pruebas de laboratorio sobre prototipos (probetas). Por lo tanto, se utilizaron probetas simples que simulan a los componentes estructurales.

Se logró reproducir en una probeta en el laboratorio mediante una prueba experimental de fatiga, en la sección de la esquina superior derecha (vista interior, de la figura 2-2) del marco de la puerta delantera (Poste 1), el punto de inicio de grieta y su crecimiento, la probeta se probo hasta la falla para obtener la información sobre la vida total de fatiga del componente.

El estudio realizado mostró que el modelo numérico de la probeta analizada es representativo del elemento estructural (poste 1) de los autobuses.

ANEXO A

Cargas (corridas) y condiciones de sujeción

La selección del caso de carga que se utilizó en la simulación por elementos finitos fue determinado de acuerdo los resultados obtenidos en una serie de pruebas vehiculares realizadas previamente en el autobús. El caso más crítico resultó ser cuando el autobús se tuerce debido al levantamiento de la rueda trasera derecha a una altura de 30 cm. En el modelo de elemento finito, el desplazamiento vertical que se aplicó a la estructura se dedujo a partir de las mediciones de deformación unitaria en el poste derecho número 1 (ver figura 2-2). El desplazamiento vertical aplicado fue de 15 mm. Las condiciones de sujeción para el caso del levantamiento de la rueda trasera derecha fueron las que se muestran en la tabla 2.

RUEDA	TRASLACIONES			ROTACIONES		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Dirección						
Trasera derecha	0.0	0.0	15.0	NO	NO	NO
Trasera izquierda	0.0	NO	0.0	NO	NO	NO
Delantera derecha	NO	0.0	0.0	NO	NO	NO
Delantera izquierda	NO	NO	0.0	NO	NO	NO

Tabla 2. Condiciones de sujeción para el levantamiento de la rueda trasera derecha.

Caso de carga 1 (Corrida 1): Torsión de la estructura del vehículo cuando se levanta la rueda trasera derecha.

Caso de carga 2 (Corrida 2): Torsión de la estructura del vehículo cuando se levanta la rueda trasera derecha con los soportes delanteros sueltos.

La figura 2-2 muestra los puntos donde están localizados los postes 1, 2 y 3 derechos, el soporte frontal delantero y el piso en la zona de la puerta de ascenso.

En la tabla 3 se muestran los resultados de esfuerzos Von Mises encontrados en las siguientes zonas de interés: cargadores del bastidor (patas de gallo), soportes delanteros, piso delantero (principalmente en la esquina del piso en la zona de la puerta de ascenso), marco compartimento motor, postes 1, 2, 3 derechos e izquierdos, plataforma piso y estructura trasera.

Zona de interés	Corrida 1	Corrida 2
	Esfuerzos en la corrida con soportes delanteros [MPa]	Esfuerzos en la corrida sin soportes delanteros [MPa]
Cargador poste 3 derecho	388	369
Soporte delantero	172	----
Piso delantero	73	133
Marco compartimiento motor	160	47
Poste 1 derecho	150	83
Poste 2 derecho	140	97
Poste 3 derecho	118	83
Poste 1 izquierdo	64	35
Poste 2 izquierdo	64	41
Poste 3 izquierdo	54	41
Plataforma piso	162	139
Estructura trasera	68	46

Tabla 3. Esfuerzos de Von Mises.

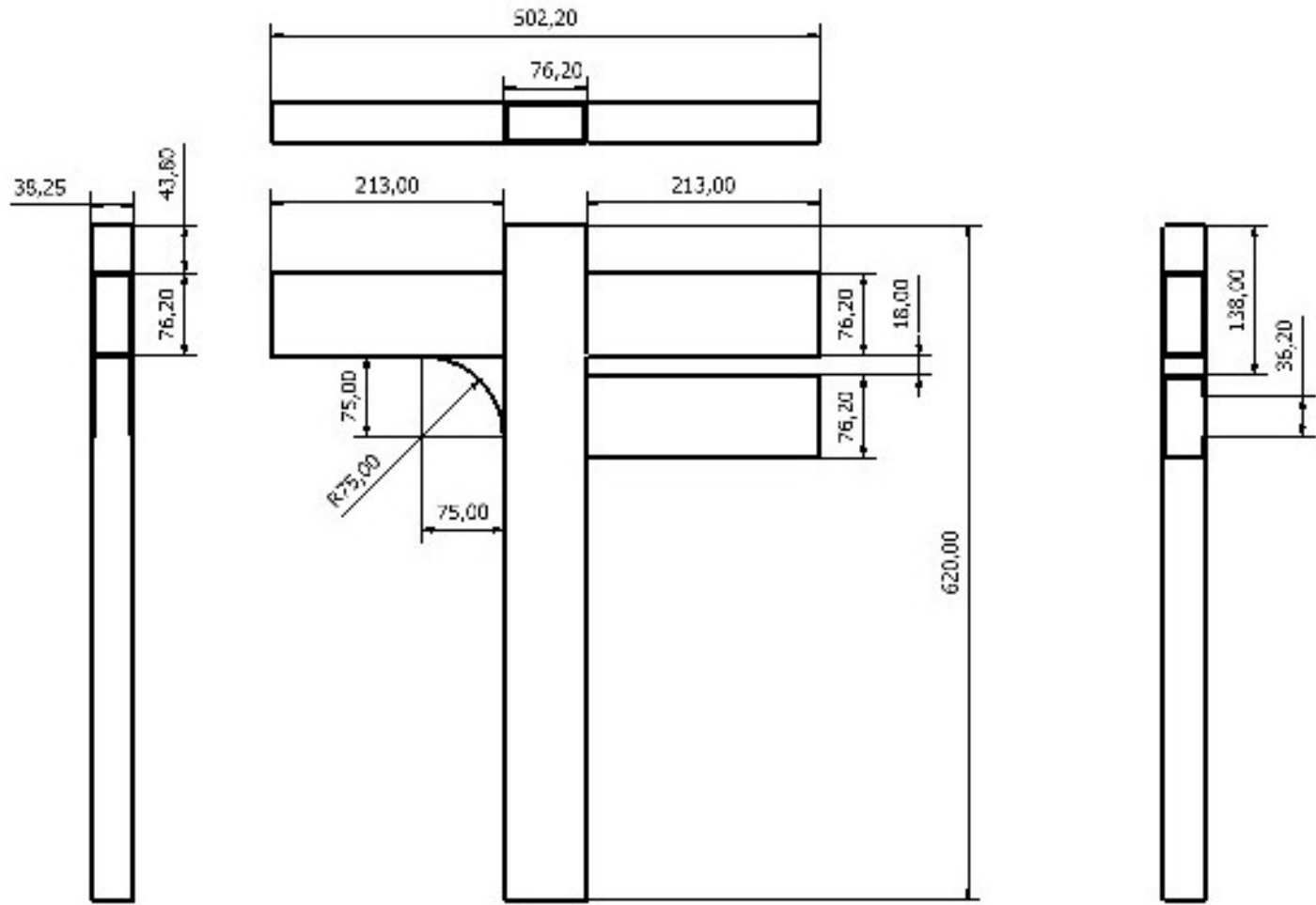
El máximo esfuerzo en la estructura-bastidor en ambos casos de carga se presenta en el cargador del poste 3 derecho, para el caso con soportes delanteros y sin soportes delanteros respectivamente.

Al someter al autobús a una torsión debida al levantamiento de la llanta trasera derecha, los puntos de máxima concentración de esfuerzos en la estructura-bastidor aparecen en el cargador del poste 3 derecho, para ambos casos de carga, ligeramente mayor es el esfuerzo en el caso de carga con soportes delanteros (388 MPa).

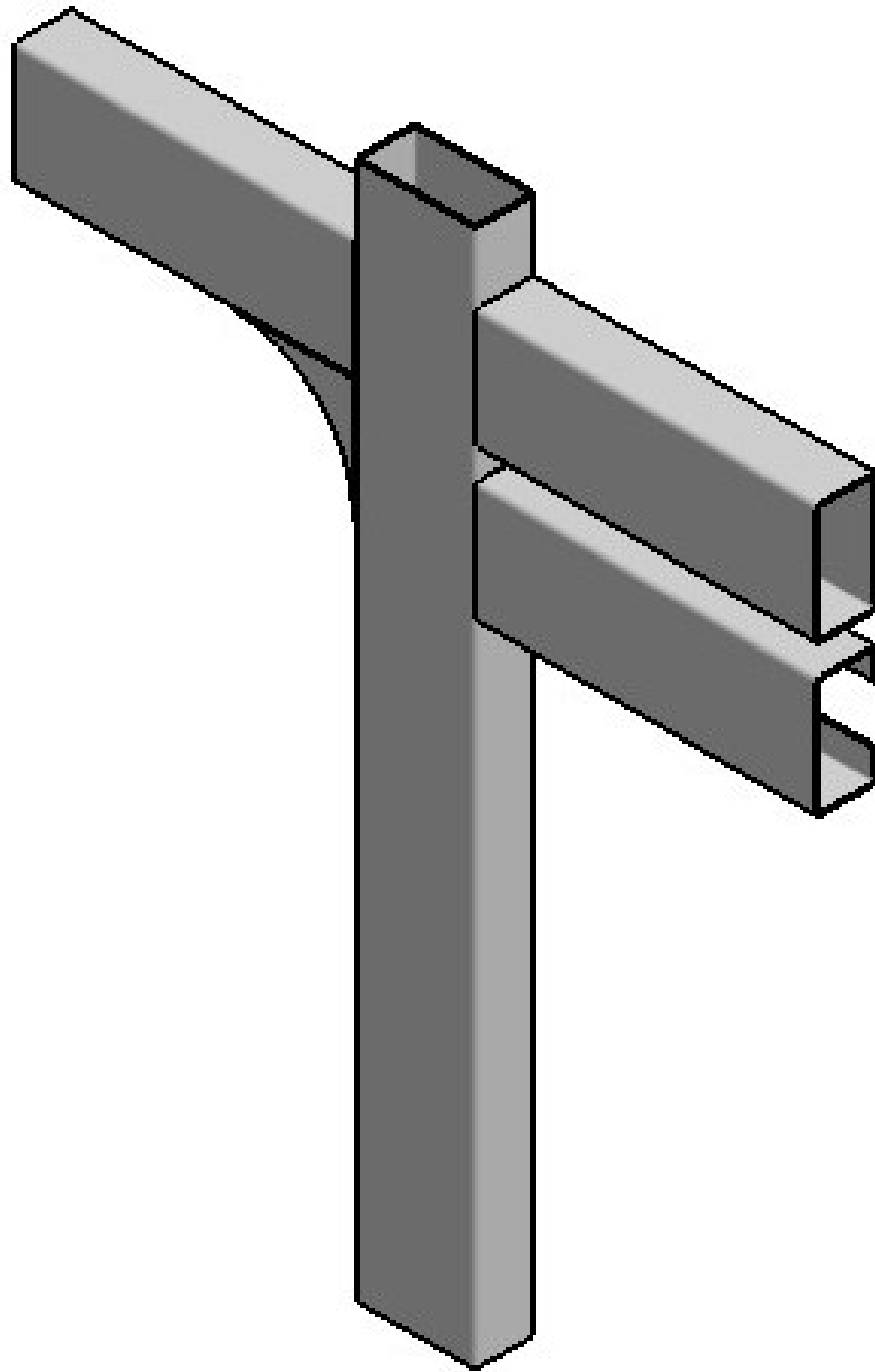
Los resultados de desplazamientos muestran que liberar los soportes delanteros (corrida 2) tienen una consecuencia obvia de disminución de rigidez en la estructura (se desplaza más), esto no necesariamente es indeseable, de hecho, se puede ver como los esfuerzos en postes y marco compartimiento motor disminuyen. En lo que hay que tener cuidado es que en los componentes donde aumenta el esfuerzo se mantenga en niveles aceptables.

ANEXO B

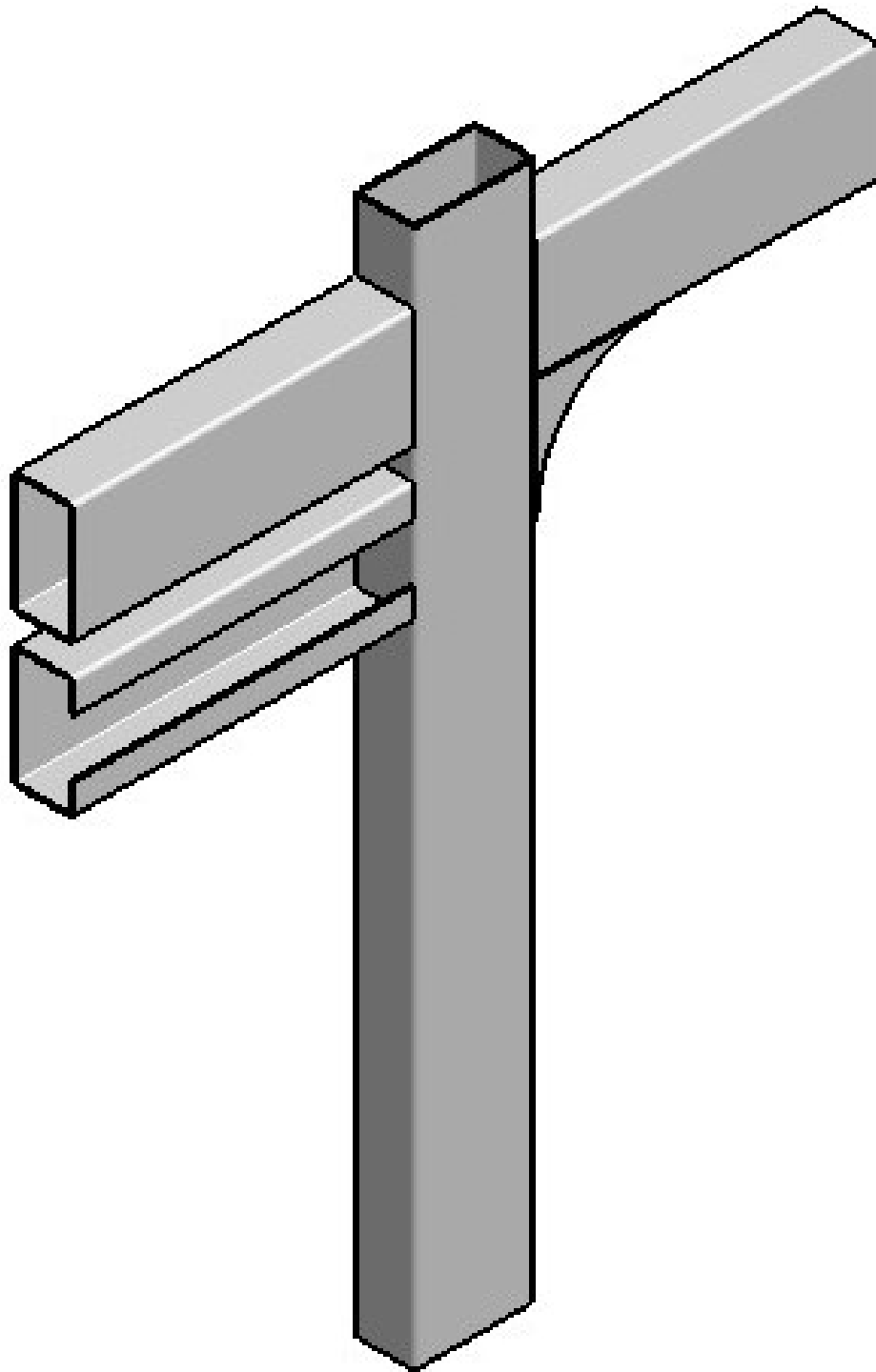
Planos de la probeta “T”



INSTITUCIÓN: UNAM DEPARTAMENTO: IIA		TÍTULO: 22/05/07		UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO <small>INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES Y MECÁNICA DE FLUIDOS</small>
AUTOR: OSVALDO LLERAS		ASISTENTE: JUAN RAMÓN LLERAS		
ESCALA: 2X		ACCIÓN:		PROBETA "T" <small>REPRODUCIDO DE LA TESIS POR OTORGAMIENTO DE GRADO DE INGENIERÍA</small>
HOJA: 1/3		LUGAR: A1		



DISEÑO	FECHA:	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION DE LA FACULTAD DE INGENIERIA	
RAMIREZ CRUZ J. LUIS	22/05/07		
DISEÑO		PROBETA "T"	
RAMIREZ CRUZ J. LUIS			
ESCALA: 5/8	ACOT: mm	REPRODUCCION DE UNA FALLA POR FATIGA EN UN ELEMENTO DE UNA ESTRUCTURA	
HOJA: 2:3	TAMAÑO: A4		



DISEÑO		FECHA:		UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION DE LA FACULTAD DE INGENIERIA	
RAMIREZ CRUZ J. LUIS		22/06/07			
REVISO					
RAMIREZ CRUZ J. LUIS				ESCALA: 3:3 ACOT: mm	
HOJA: 3:3		TAMAÑO: A4		REPRODUCCION DE UNA FALLA POR FATIGA EN UN ELEMENTO DE UNA ESTRUCTURA	

APENDICE A

Teorías de fatiga

En este apéndice se da una breve explicación de las teorías de fatiga, destacando la importancia de estas.

Relaciones esfuerzo-vida (S – N)

Pese a diseñarse estas piezas por debajo de su límite elástico, con un número suficiente de ciclos, las piezas se rompen. El 90% de las piezas que se rompen en servicio fallan debido a esta insidiosa patología. Esto lo descubre August Wöhler, hacia el año 1860, y propone unos límites a las tensiones de diseño en función del número de ciclos que se requieran para una pieza. Se conocen como **curvas de Wöhler** o curvas *S-N* (esfuerzo frente a número de ciclos).

El estudio de la fatiga se define como el estudio total del comportamiento de elementos y/o estructuras sometidos a cargas repetidas. La carga de fatiga consiste en la aplicación y retiro de una carga continuamente, El numero de aplicación de las cargas puede ser bastante bajo (fatiga de ciclos bajos) o muy alto (fatiga de ciclos altos).

Cuando un elemento se somete a la carga de fatiga, se puede desarrollar una grieta en el punto de esfuerzo (o deformación) máximo(a). Los mecanismos de iniciación de una grieta por fatiga son complicados, no obstante, desde un punto de vista de ingeniería, las grietas por fatiga generalmente se inician en la región máxima de tracción. Una concentración de esfuerzos ya existente (tal como un cordón de soldadura o cualquier discontinuidad) en la región de esfuerzo máximo de tracción iniciará antes la grieta por fatiga. Como es de esperarse, mientras más severa sea la concentración de esfuerzos, menor será el tiempo necesario para iniciarse una grieta por fatiga. La falla por fatiga se produce de forma súbita y comienza en un punto donde aparece una discontinuidad en el material, un cambio brusco de sección o un defecto interno del material (figura 2). Una vez que en un elemento se ha iniciado una grieta por fatiga, se necesitan ciclos de carga adicionales para propagar la grieta hasta un tamaño crítico.

Los estudios estructurales lineales y no lineales no predicen las fallas por fatiga. Calculan la respuesta de un diseño sujeto a un entorno específico de cargas y restricciones. Si los resultados de desplazamientos y esfuerzos están por debajo de un cierto nivel admisible el ingeniero de diseño puede concluir que el diseño es seguro en ese entorno de solicitaciones con independencia de cuantas veces se aplique la carga.

Los resultados de los estudios estructurales (estáticos y dinámicos, lineales y no lineales) se usan como los datos básicos para definir el estudio de fatiga. El número de ciclos requeridos para que el fallo por fatiga ocurra en un punto depende del material y de la fluctuación de los esfuerzos. Esta información, para ciertos tipos de materiales férricos, nos la proporciona la llamada Curva S-N.

La Curva S-N de un material define valores de esfuerzos alternantes contra el número de ciclos requeridos para causar la falla a un determinado intervalo de esfuerzo. La figura 1 muestra una curva típica S-N. El eje-Y representa el esfuerzo alternante (S) y el eje-X representa el número de ciclos (N). La curva S-N se basa en un promedio de esfuerzo o esfuerzo medio S_m . Para cada material se pueden definir múltiples curvas S-N con diferentes valores de esfuerzo medio.

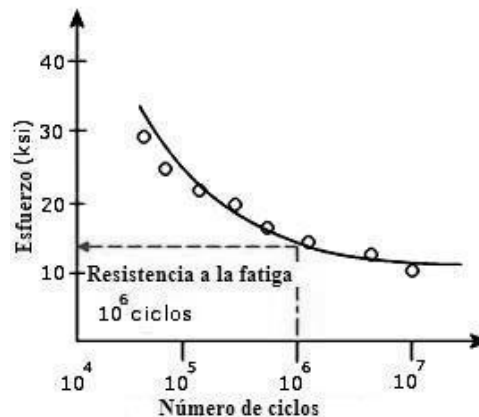


Figura 1. Curva típica S-N.

En base a las pruebas sobre probetas se han desarrollado métodos para el cálculo y diseño a fatiga. La extrapolación de los resultados de las pruebas de fatiga a las piezas reales está basado en la utilización de una serie de valores modificativos empíricos, y por ello la fiabilidad de los métodos de cálculo es reducida si se compara por ejemplo con un cálculo estático lineal ya que existen numerosos factores que intervienen en el comportamiento a fatiga de un sistema físico que son imposibles de introducir en un modelo de elementos finitos, teniendo el usuario que "estimar" su efecto. Por tanto, en sistemas de alta responsabilidad es imprescindible recurrir a ensayos sobre prototipos.

Las curvas S-N se basan en la vida a fatiga media o en una probabilidad de falla dada. La generación de la curva S-N de un material requiere muchas pruebas de una forma estadística para variar los esfuerzos alternantes, los esfuerzos medios y contar el número de ciclos. Para caracterizar un material se toma un conjunto de probetas y se las somete a sollicitaciones variables con diferentes niveles de esfuerzo, contándose el número de ciclos que resiste hasta la rotura.

Debido a la elevada dispersión estadística propia de la fatiga los resultados se agrupan en una banda de roturas (figura 1). Una parte de esta dispersión puede atribuirse a errores de la prueba, pero es una propiedad del fenómeno físico lo cual obliga a realizar un gran número de pruebas con probetas a fin de determinar la banda de fractura con suficiente precisión. Por tanto, caracterizar un material a fatiga supone un costo muy importante.

Por ejemplo, supóngase que se desea conocer el comportamiento a fatiga de un material hasta 100 000 000 ciclos utilizando seis valores del esfuerzo con tres probetas por cada esfuerzo. La prueba más largo de 10 000 000 ciclos duraría unos 14 días en una máquina capaz de producir 5000 ciclos por minuto. Por tanto si sólo se dispone de una máquina el

tiempo para realizar todas las pruebas sería de varios meses. Existen métodos de prueba rápidos pero la fiabilidad de los resultados es menor.

Además, debe recalcar que no existe un medio teórico confiable para predecir cuándo se iniciará una grieta por fatiga. En su lugar, se deben utilizar los resultados de pruebas experimentales para obtener información y así validar la teoría.

Todos los materiales tienen defectos de uno u otro tipo, incluso recién fabricados por los mejores métodos disponibles: contienen inclusiones, poros o bordes de grano. Defectos a partir de los cuales se desarrollan microgrietas. Dependerá del nivel de esfuerzos el que estas microgrietas se propaguen hasta fracturar al componente o se detengan en la primera barrera microestructural (borde de grano, inclusión) y así permanezcan para siempre.

Hay otro lugar crítico de una pieza: su superficie. En algún lugar de la superficie del sólido se encuentran los esfuerzos máximos (probablemente junto a algún concentrador de esfuerzos).

Estas zonas son candidatas a desarrollar microdefectos superficiales en forma de estriaciones o lengüetas debido a la deformación plástica alternada, debido a picaduras producidas por la oxidación superficial o debido a un pésimo maquinado (figura 2).

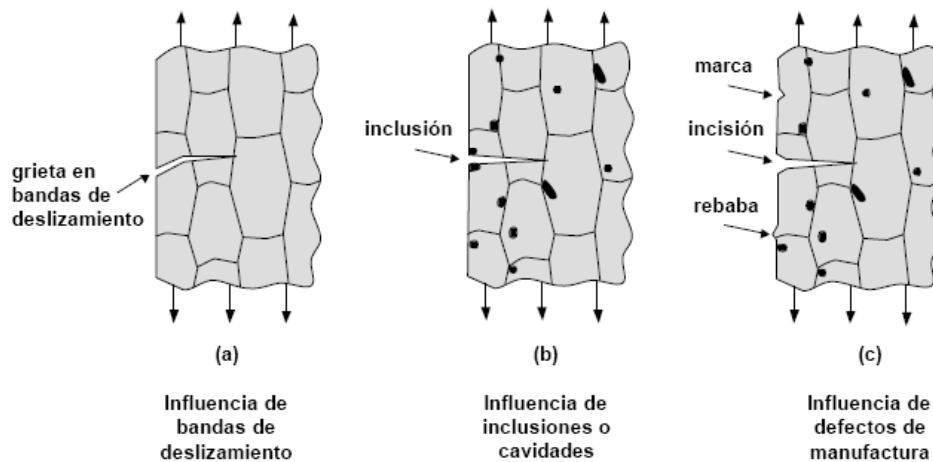


Figura 2. Defectos superficiales en materiales.

Ambos defectos: los internos y los superficiales compiten por romper a la pieza. En general, si las cargas son muy severas, superan el límite elástico y se producen deformaciones plásticas apreciables en cada ciclo (fatiga de bajo número de ciclos o de gran amplitud), normalmente ganan los defectos internos (parten con ventaja de tamaño). La prueba de tracción es un caso extremo de fatiga de bajo número de ciclos. Si las cargas son más reducidas (fatiga de alto número de ciclos) suelen ganar los defectos que se originan en superficie pues tienen ventaja de velocidad de crecimiento sobre los internos. Una pieza que se diseña para soportar un elevado número de ciclos habitualmente fallara por un defecto generado en su superficie.

Relaciones deformación-vida ($\epsilon - N$)

A la fecha, la mejor y más avanzada hipótesis para explicar la naturaleza de la falla por fatiga algunos la llaman *hipótesis deformación-vida* y se utiliza para estimar las resistencias a la fatiga, pero cuando se emplea de esta manera es necesario conformar varias abstracciones, y por tanto existirá cierta incertidumbre en los resultados. Por tal motivo, la hipótesis aquí se presenta sólo debido a su valor para explicar la naturaleza de la fatiga.

Una falla por fatiga casi siempre comienza en una discontinuidad local como una muesca, grieta u otra área de concentración de esfuerzo. Cuando el esfuerzo en la discontinuidad excede el límite elástico, ocurre la deformación plástica. Para que se presente una falla por fatiga es necesario que existan deformaciones plásticas cíclicas, por lo que se requiere investigar el comportamiento de los materiales sujetos a una deformación cíclica.

En 1910, Bairstow verificó mediante experimentos la teoría de Bauschinger respecto a que los límites elásticos del hierro y el acero se pueden cambiar, hacia arriba o hacia abajo, mediante las variaciones cíclicas del esfuerzo. En general, los límites elásticos de los aceros recocidos es probable que se incrementen cuando se someten a ciclos de inversiones del esfuerzo, en tanto que los aceros estirados en frío presentan un límite elástico decreciente.

Las probetas sometidas a pruebas de flexión invertida no son adecuadas para los ciclos de deformación, debido a la dificultad de medir las deformaciones plásticas. En consecuencia, la mayor parte de la investigación se realizó con muestras sometidas a esfuerzo axial. Mediante transductores eléctricos, se pueden generar señales proporcionales al esfuerzo y a la deformación, respectivamente. Luego, las señales se visualizan en un osciloscopio o se representan en una gráfica *XY*. Landgraf investigó el comportamiento a la fatiga de ciclos bajos de un gran número de aceros de resistencia muy alta y durante su investigación hizo muchas gráficas esfuerzo - deformación cíclica.

La figura 3 se elaboró para mostrar la apariencia general de estas gráficas para los primeros ciclos de deformación cíclica controlada. En este caso la resistencia disminuye con las repeticiones del esfuerzo, como se comprueba por el hecho de que las inversiones ocurren en niveles de esfuerzo cada vez menores. Como se hizo notar con anterioridad, otros materiales se refuerzan mediante las inversiones cíclicas del esfuerzo.

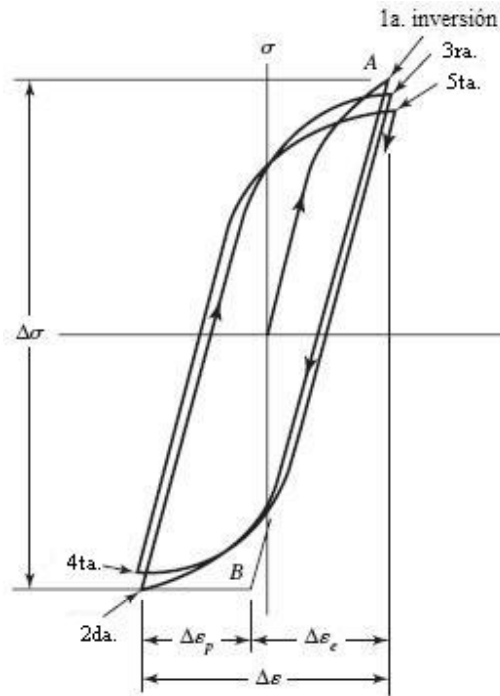


Figura 3. Ciclos de histéresis esfuerzo real – deformación real.

Se obtienen resultados que difieren un poco si la primera inversión ocurre en la región de compresión; esto quizás se debe al efecto de endurecimiento por fatiga de la compresión. En la figura 3, aparecen una serie de lazos característicos, llamados lazos histeréticos.

El artículo de Landgraf contiene una variedad de gráficas que comparan las relaciones monótonas esfuerzo - deformación en tensión y compresión con la curva de esfuerzo-deformación cíclica. Dos de estas gráficas se muestran en la figura 4. La importancia de estas gráficas es que enfatizan la dificultad para tratar de predecir la resistencia a la fatiga de un material, a partir de valores conocidos de las resistencias monótonas de la resistencia a la fluencia y/o de la resistencia última en la región de ciclos bajos.

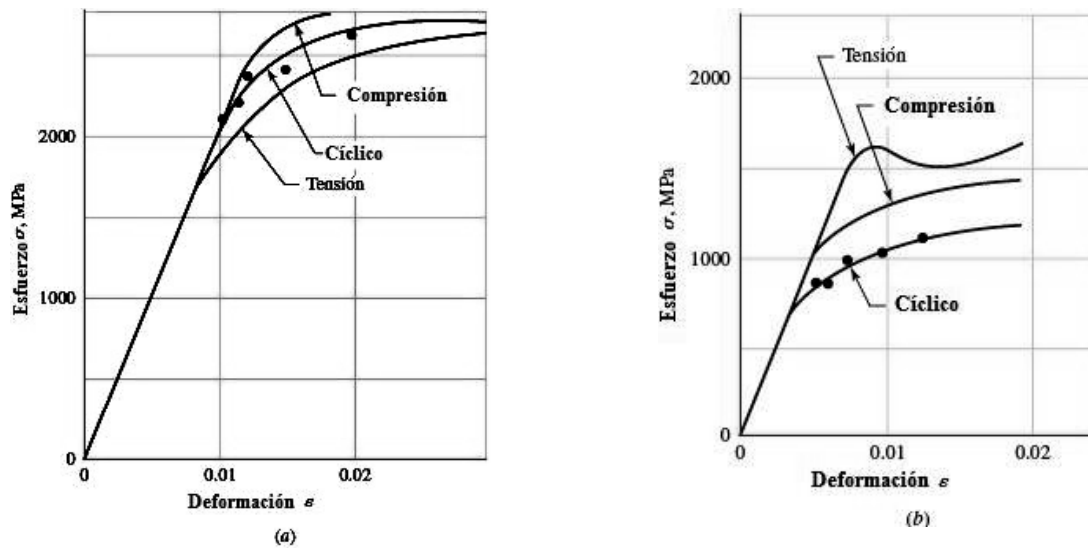


Figura 4. Gráficas esfuerzo – deformación.

El *SAE Fatigue Design and Evaluation Steering Committee* emitió un informe en 1975, en donde la vida en inversiones a la falla se relaciona con la amplitud de la deformación. El informe contiene una gráfica de esta relación para el acero SAE 1020 laminado en caliente, la cual se muestra en la figura 5.

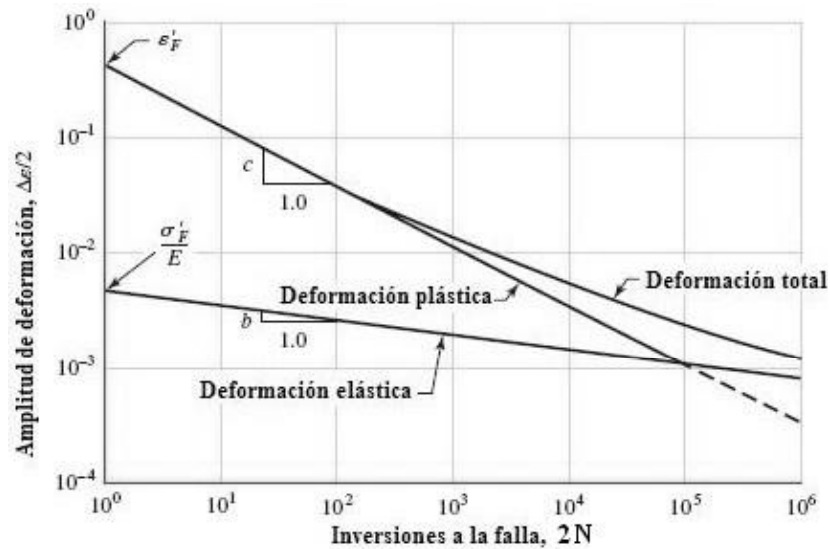


Figura 5. Gráfica vida a la fatiga – amplitud de la deformación.

Para explicar la gráfica, primero se definirán los siguientes términos:

Coefficiente de ductilidad a la fatiga ϵ'_F

Es la deformación real correspondiente a la fractura en una inversión (punto A en la figura 3). La línea de la deformación plástica comienza en este punto en la figura 5.

Coefficiente de resistencia a la fatiga σ'_F

Es el esfuerzo real correspondiente a la fractura en una inversión (punto A en la figura 3). Observando en la figura 5 que la línea de deformación elástica comienza en σ'_F/E .

Exponente de ductilidad a la fatiga c

Es la pendiente de la línea de la deformación plástica de la figura 5 y la potencia a la cual se debe elevar la vida N para que sea proporcional a la amplitud real de la deformación plástica.

Exponente a la resistencia a la fatiga b

Es la pendiente de la línea de la deformación elástica de la figura 5 y la potencia a la cual se debe elevar la vida N para que sea proporcional a la amplitud del esfuerzo real.

Ahora bien, en la figura 5 se observa que la deformación total es la suma de las componentes elástica y plástica. Por lo tanto la amplitud de la deformación total corresponde a

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (1-1)$$

La ecuación de la línea de la deformación plástica en la figura 5 se determina mediante

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_F (2N)^c \quad (1-2)$$

La ecuación de la recta de la deformación elástica se obtiene con

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_F}{E} (2N)^b \quad (1-3)$$

Donde E es el Módulo de Young del material.

Por lo tanto, de acuerdo con la ecuación (1-1), se tiene para la amplitud de la deformación total

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_F}{E} (2N)^b + \varepsilon'_F (2N)^c \quad (1-4)$$

La vida N puede obtenerse resolviendo la ecuación

$$N = \left(\frac{\varepsilon'_F E}{\sigma'_F} \right)^{\frac{1}{b-c}} \quad (1-5)$$

Existen varias configuraciones de sollicitación dinámica, sin embargo dentro de ellas existe una muy característica y que por su sencillez descriptiva (en el sentido matemático) será la que se utilice en los modelos de análisis de falla por fatiga. En la figura 6 se puede apreciar la denominada carga cíclica o periódica, que conduce a los esfuerzos cíclicos o periódicos. El tipo de fuerzas y/o esfuerzos cíclicos puede tener diferentes casos, tales como axiales (tractivas o compresivas), flexionantes o torsionales. Es claro que la forma más elemental de representación de este tipo de sollicitación y/o esfuerzo puede seguir una ley sinusoidal.

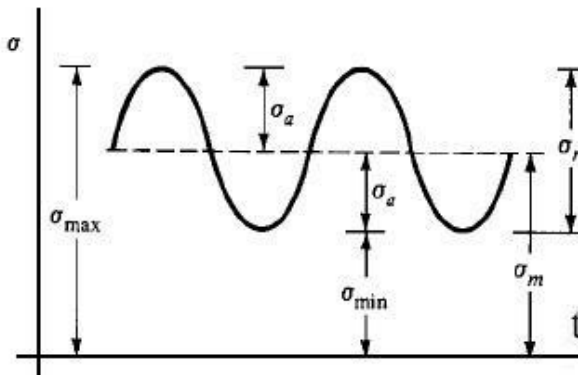


Figura 6. Forma de cargas dinámicas.

APENDICE B

Principio de Saint – Venant

El análisis de barras cargadas axialmente en la mecánica de materiales es muy exacto para las barras de sección transversal constante, cuando éstas transmiten fuerzas de extremo distribuidas uniformemente. Para dichas condiciones ideales, los esfuerzos y las deformaciones unitarias son uniformes en todas las partes. Sin embargo, las fuerzas aplicadas en realidad suelen aproximar fuerzas concentradas y las secciones transversales de los miembros pueden cambiar abruptamente. Esto ocasiona perturbaciones en los esfuerzos y en las deformaciones unitarias en la proximidad de tales fuerzas y en los cambios de sección transversal.

En el pasado, esas situaciones se estudiaron analíticamente usando la *teoría de la elasticidad lineal*. Según este enfoque, se formula el comportamiento de *elementos infinitesimales* en dos y tres dimensiones, y las condiciones de equilibrio, deformación y propiedades mecánicas del material se satisfacen sujetas a las condiciones de frontera prescritas. Se ha desarrollado un procedimiento numérico en el que un cuerpo se subdivide en un *número discreto* de elementos finitos, como cuadrados o cubos, y el análisis se lleva a cabo con una computadora. Éste es el análisis por el *método del elemento finito*.

El resultado final del análisis por cualquiera de esos dos métodos puede usarse en forma muy eficaz para complementar las soluciones en la ingeniería de la mecánica de materiales.

En la figura 6 (a) se muestra un bloque corto sobre el que actúan fuerzas concentradas en sus extremos. Al analizar los esfuerzos en este bloque como problema bidimensional empleando los métodos de la teoría de la elasticidad, se obtienen los resultados que se muestran en las figuras 6 (b), (c) y (d). El esfuerzo *promedio* σ_{prom} dado por la ecuación 1-6 también se muestra en esas figuras. Puede verse que en una sección a una distancia $b/4$ desde un extremo, figura 6 (b), el esfuerzo normal máximo excede considerablemente al esfuerzo promedio.

$$\sigma = \frac{\text{fuerza}}{\text{area}} = \frac{P}{A} \quad (1-6)$$

Para un material elástico, el esfuerzo máximo se vuelve teóricamente infinito bajo la carga concentrada ya que una fuerza finita actúa sobre un área cero. Sin embargo, en situaciones reales, no es posible la existencia de una fuerza verdaderamente concentrada y virtualmente todos los materiales exhiben algún comportamiento plástico; por tanto, no es posible que se dé un esfuerzo infinito.

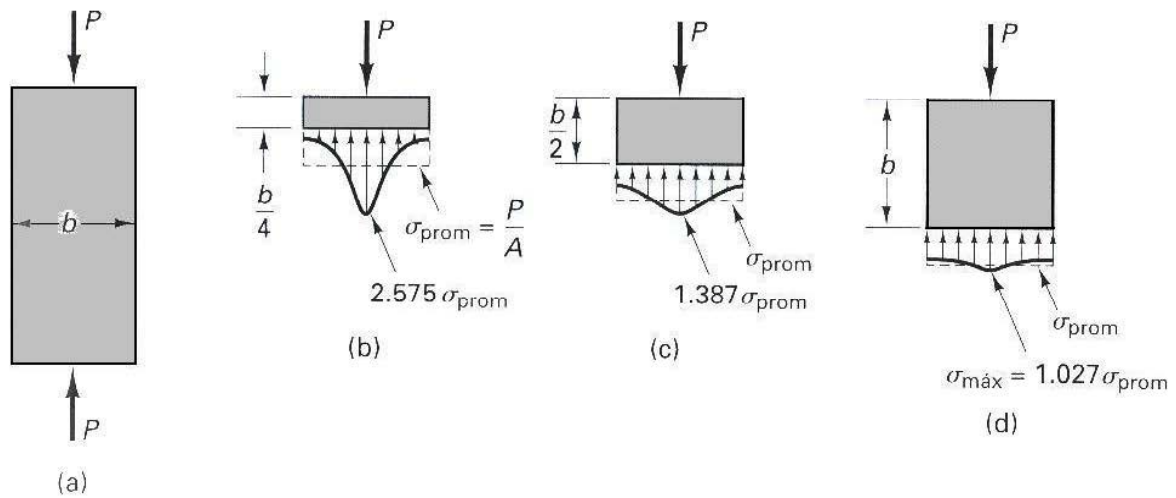


Figura 6. Distribución de esfuerzos cerca de una fuerza concentrada en una placa.

Es importante notar dos aspectos básicos de esta solución: El esfuerzo *promedio* para todos los casos, al estar basado en condiciones de equilibrio, es siempre correcto y los esfuerzos normales a una distancia igual al ancho del miembro son esencialmente uniformes.

Esta última observación ilustra el famoso *principio de Saint - Venant*, que fue enunciado por el gran investigador francés de la teoría de la elasticidad en 1855. En esencia, el principio establece que el esfuerzo y la deformación unitaria producidos en puntos del cuerpo suficientemente alejados de la región de aplicación de la carga serán los *mismos* que el esfuerzo y la deformación unitaria producidos por cualesquiera otras cargas aplicadas que tengan la misma resultante estáticamente equivalente y estén aplicadas al cuerpo dentro de la misma región. En términos comunes de ingeniería, este principio simplemente significa que es importante para los esfuerzos la manera de aplicar las fuerzas sólo en la vecindad de la región en que se aplican. Esto también es válido para las perturbaciones causadas por los cambios de sección transversal.

Para resumir, cuando se estudia la distribución del esfuerzo en un cuerpo en secciones *suficientemente alejadas* de los puntos de aplicación de la carga, no tenemos que considerar las distribuciones del esfuerzo, un tanto complejas, que puedan desarrollarse realmente en los puntos de aplicación de la carga o en los soportes. El *principio de Saint - Venant* postula que los efectos locales causados por cualquier carga que actúe sobre el cuerpo se disiparán o suavizarán en aquellas regiones que estén lo suficientemente alejadas de la localización de la carga. Además, la distribución del esfuerzo resultante en estas regiones será la *misma* que la causada por cualquier otra carga estáticamente equivalente aplicada al cuerpo dentro de la misma área local. Consciente o inconscientemente, este principio es casi siempre aplicado en sistemas idealizados que soportan cargas.

APENDICE C

Equipos para pruebas de fatiga

El propósito de una máquina de ensayos para determinar fatiga, es de aplicar a una probeta o espécimen una carga alternante conocida, la cual produce una distribución de esfuerzos bien definidos, y bajo estas condiciones controladas, medir o cuantificar la vida o resistencia del material.

Clasificación de los equipos (tipos de máquinas)

En general las máquinas para pruebas de fatiga se pueden clasificar desde diferentes perspectivas, según convenga; la mejor clasificación dependerá del uso que se les pretenda dar. Estas clasificaciones pueden agruparse principalmente en las siguientes:

- Propósito de la prueba.
- Tipo de esfuerzo.
- Tipo de carga.
- Características de operación.

A continuación se presenta una clasificación que engloba al mayor tipo de máquinas.

La primera división, y la más general, se refiere al propósito de la prueba:

- Equipos de propósito general.
- Equipos para propósito específico.
- Equipos para pruebas de partes y componentes de maquinaria.
- Equipos para ensayos en ensamblajes y estructuras.

La segunda división, se aplica a los equipos de propósito general, y es de acuerdo al tipo de esfuerzo:

- Carga axial.
- Flexión repetida.
- Flexión rotativa.
- Torsión.
- Flexión y torsión combinada.
- Carga biaxial y triaxial.

Partes principales de los equipos

Cualquier tipo de equipo para determinar fatiga, sin importar el grado de complejidad, consta principalmente de las siguientes partes:

1. *Mecanismo de carga*, es el encargado de producir la carga, ya sea estática o alternante. la carga o cargas pueden ser producidas por diferentes métodos: mecánicos (resortes, pesas, fuerza hidráulica, mecanismos biela-manivela, cargas excéntricas, etc.), y electromagnéticos (motor eléctrico), así como combinados.

2. *Mecanismo de sujeción*, es el encargado de transmitir la carga y sujetar al espécimen o probeta: Usualmente es por medio de mordazas, las cuales deben cumplir completamente con las siguientes condiciones: no introducir esfuerzos extras, no absorber las cargas aplicadas y no distorsionar los esfuerzos aplicados a la probeta.

3. *Bastidor*, es la estructura que sirve de soporte para los diferentes componentes eléctricos y mecánicos. Generalmente incluye algún tipo de elemento para reducir o aislar las vibraciones producidas.

4. *Dispositivos de medición*, son los encargados de cuantificar las deflexiones y cargas. En equipos donde la deflexión es constante, o donde las cargas son producidas por pesos muertos y/o resortes, estos dispositivos no son necesarios.

5. *Contador*, es el encargado de medir el número de ciclos transcurridos en la probeta, desde que se inicia la prueba y hasta llegar a la falla o algún otro criterio especificado. Si la frecuencia de trabajo es constante y conocida, la medición del número de ciclos se puede conocer mediante la duración o tiempo de prueba.

6. *Dispositivos de control*, son los encargados de determinar y ajustar los parámetros (tales como cargas y velocidades) en el transcurso de la prueba; pueden ser manuales, automáticos o una combinación de ambos. Para pruebas en condiciones constantes o estacionarias, no son necesarios.

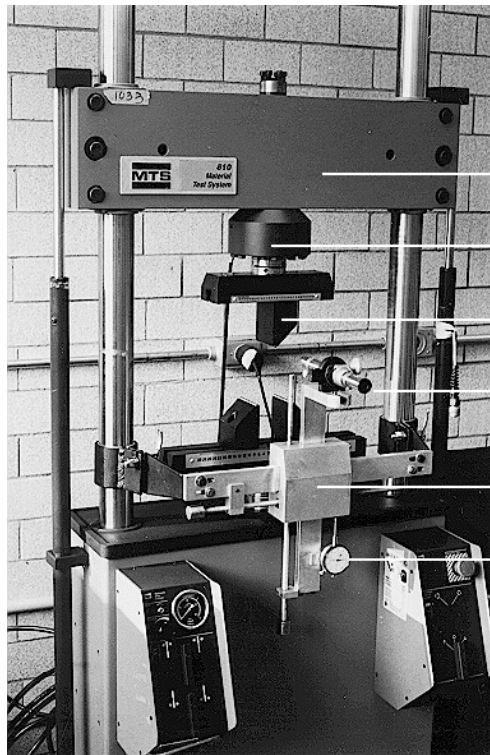


Figura 7. Máquina servohidráulica con mordazas y dispositivo de medición montados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Dowling, Norman E., *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [2] McEvily, Artur J., *Metal Failures: Mechanisms, Analysis, Prevention*, John Wileys & Sons, New York, 2002.
- [3] Meyers Marc, Krishan Chawla, *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [4] Ugural, A., Fenster, S., *Advanced Strength and Applied Elasticity*, Prentice Hall, New York, 1995.
- [5] Durelli, A., Phillips, E., Tsao, C., *Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1958.
- [6] Shigley Joseph E., Mischke Charles R., *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill Companies, New York, 2002.
- [7] Dally, J., Riley, W., *Experimental Stress Analysis*, McGraw - Hill International Editions, New York, 1991.
- [8] Hibbeler, R., *Mechanics of Materials*, Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- [9] Fregoso A., *Los Elementos del Lenguaje de la Matemática*, Editorial Trillas, México, 1985.
- [10] Davis H., Troxell G., Wiskocil C., *The Testing and Inspection of Engineering Materials*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1958.