UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN FILOSOFÍA

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

EL PROBLEMA DE LAS CONSTANTES LÓGICAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN FILOSOFÍA

PRESENTA:

MAURICIO EDUARDO BIELETTO BUENO

TUTOR: MARIO GÓMEZ TORRENTE

MÉXICO, D.F. CIUDAD UNIVERSITARIA

JUNIO, 2007

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Recibí siempre un generoso apoyo tanto de personas como de instituciones en el transcurso de mis estudios de maestría. Antes que nada, quiero darle las gracias a todas las personas que leyeron esta tesis: el Dr. Mario Gómez Torrente, mi tutor, y mis sinodales, el Dr. Axel Barceló, la Dra. Maite Ezcurdia, el Dr. Guillermo Hurtado, y el Dr. Max Fernández de Castro. Recibí también valiosos y amplios comentarios del Dr. Migue Ángel Fernández, del Dr. Xavier de Donato, y del Dr. José Alfredo Amor. Además, quiero agradecer a los doctores Raymundo Morado y Andrea Iacona, de los que también recibí una gran ayuda durante el período en el que asistí a mis cursos.

Agradezco sinceramente la beca de maestría que me fue otorgada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, sin la cual hubiera sido muy difícil realizar mis estudios de posgrado. Doy también las gracias al Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM, del que fui alumno asociado durante ese mismo período.

No quiero perder la oportunidad mencionar a muchos compañeros y amigos: Víctor Peralta, María Inés Pazos, Cristian Gutiérrez, Javier García, Laura Duhau, Jesús Jasso, y muchos otros. A todos ellos, gracias por su amistad y su cariño.

Finalmente, quiero agradecer profundamente a mis padres, Mauricio y Leticia, a mi hermana Natalia, y a toda mi familia.

A mi abuelo Mario, que siempre fue fuerte

El problema de las constantes lógicas

Tesis de Maestría

Mauricio Eduardo Bieletto Bueno

2006

Índice

Introducción General

Entre las nociones más importantes que la filosofía pretende explicar hallamos la noción de consecuencia. Es común que digamos que una afirmación es consecuencia de lo que ha dicho una persona, o de lo que está escrito en un libro, o de aquello que una teoría dice acerca de un fenómeno. Imaginemos, por ejemplo, el discurso de un político haciendo campaña para obtener un puesto de elección popular. Tanto sus adversarios como sus compañeros pueden asegurar que cierta afirmación es consecuencia, o se sigue, de aquello que el candidato ha dicho durante su discurso (aunque, por supuesto, pueda haber diferencias acerca de si efectivamente esa afirmación se sigue o no del discurso del candidato). Si tenemos razones para afirmar que se sigue de ese discurso que se implementarán estrategias para disminuir el desempleo, o que se mantendrá a una empresa como propiedad exclusiva del estado, o que se mejorará la política internacional, entonces tenemos razones para exigir al candidato que cumpla con estas promesas, aun cuando no hayan sido explícitamente señaladas en su discurso.

Tarski ofreció su definición de la relación de consecuencia lógica en un importante artículo de 1936 titulado "On the concept of following logically". En ese artículo, Tarski se muestra escéptico con respecto a dar una definición de la noción común o intuitiva de consecuencia lógica, debido su vaguedad y a la imposibilidad de conciliar todas las intuiciones relacionadas con ella en una sola definición. Como veremos más adelante, Tarski no pretende llevar a cabo un análisis del concepto intuitivo o común de consecuencia lógica. Lo que hace es definir una noción *técnica* de consecuencia lógica apoyado en herramientas matemáticas, y sugiere que hay una coincidencia extensional entre esta definición y la noción intuitiva.

Recientemente se ha discutido acerca de si efectivamente la noción intuitiva de consecuencia lógica y la definición ofrecida por Tarski son extensionalmente equivalentes. Entre los autores que rechazan esta idea hallamos a Etchemendy (1990), quien sugiere que la teoría de Tarski incluye como casos de consecuencia lógica a argumentos que intuitivamente son incorrectos, y viceversa. Autores como Gómez Torrente (1996, 1998, 2000), y Gila Sher (1991) han mostrado su desacuerdo con las críticas de Etchemendy. El objetivo de esta tesis, sin embargo, no es hacer una evaluación de los argumentos en contra o a favor de la corrección extensional de la definición tarskiana de consecuencia lógica. Nuestro tema principal se deriva de un problema, aún no resuelto, conocido como el problema de las *constantes lógicas*. Este problema consiste en preguntarse cuál es el criterio para incluir a una expresión dentro del conjunto de nuestras constantes lógicas. La función que estas expresiones tienen dentro de una teoría como la de Tarski es la de *fijar* la forma lógica de las oraciones: si el conjunto de las constantes lógicas es modificado, es de suponer que la forma lógica de las oraciones y de los argumentos también será modificada. Pero si la forma cambia, cambiará también el conjunto de las oraciones que son consecuencia lógica unas de otras. Esto trae como consecuencia que en ausencia de una teoría de las constantes lógicas, no puede hacerse explícita la forma lógica de argumentos y oraciones. Pero si la forma lógica no puede hacerse explícita, entonces no es posible determinar si un argumento es o no un caso de consecuencia lógica según la teoría de Tarski.

Es importante señalar que en esta tesis no discutiremos los argumentos que justifican la idea de que la definición técnica de consecuencia lógica es extensionalmente equivalente a la noción intuitiva. Más bien, señalaremos que una condición necesaria para responder a este problema radica en la existencia de una teoría que permita distinguir entre las expresiones lógicas y no lógicas del lenguaje. Tampoco discutiremos acerca de una noción que podemos llamar la noción *general* de consecuencia. Hablaremos más bien de una noción más restringida o específica: la de consecuencia *lógica*. Tanto la noción de consecuencia general como la noción específica de consecuencia lógica pueden ser vistas como relaciones entre ciertas entidades lingüísticas, llamadas oraciones. Como veremos más adelante, todo caso de consecuencia lógica es un caso de consecuencia general, pero no a la inversa. Esta afirmación no es, a mi parecer, una afirmación trivial, por lo que no podemos evitar ofrecer argumentos a su favor. Por ahora, sólo mencionaremos que una de las propiedades compartidas por toda relación de consecuencia lógica, y que no comparten todas las relaciones de consecuencia general, es la propiedad de ser una relación *formal*. En este trabajo, además, nos limitaremos a discutir a la consecuencia lógica como una relación que se da entre oraciones y conjuntos de oraciones. El problema que consiste en determinar si esta relación se da también entre hechos del mundo, o entre objetos mentales, o entre cualquier entidad distinta a las oraciones o a los conjuntos que podamos formar con ellas no será tratado aquí. Los argumentos a favor o en contra de que la relación de consecuencia lógica se da entre objetos no lingüísticos no nos interesarán por el momento.

Capítulo 1.

Motivaciones Filosóficas para una Teoría de las Constantes Lógicas

Introducción

Generalmente se admite que, por un lado, hay expresiones que deben pertenecer al conjunto de las constantes lógicas, como las conectivas veritativo-funcionales, los cuantificadores de primer orden y el predicado de identidad, y por el otro, que ciertas expresiones, como "pianista" o "corre", no deben formar parte de este conjunto. La razón es la de que habrá casos intuitivos de consecuencia lógica que dejarán de serlo si se excluye, por ejemplo, a las conectivas veritativo-funcionales del conjunto de las expresiones lógicas, o bien habrá casos en los que el añadir expresiones como "pianista" o "corre" dentro del conjunto de las constates lógicas dará el resultado inverso. Una teoría de las constantes lógicas tendrá como objetivo responder a la pregunta de qué expresiones deben ser consideradas como elementos del conjunto de las constantes lógicas. Es de esperarse, además, que tal teoría esté constituida por un conjunto de principios no arbitrarios que permitan hacer explícito el criterio arriba mencionado.

Los objetivos de este primer capítulo serán los siguientes: en la primera sección discutiremos dos características de la noción preteórica de la relación de consecuencia lógica, a saber, las características de la modalidad y de la formalidad. El objetivo de la segunda sección será mostrar cuál es la relevancia de la noción de forma en una teoría de la consecuencia lógica. En la tercera sección, mostraremos cómo la teoría de Tarski busca recuperar las dos características intuitivas de la relación de consecuencia lógica. En la cuarta sección mostraremos paso a paso cómo se construye la definición semántica de consecuencia lógica. En la segunda sección daremos razones para afirmar que la meta de Tarski es la de ofrecer una definición técnica *formalmente correcta* y *materialmente adecuada* que sea coextensional con la noción intuitiva. Finalmente, en la sexta sección mostraremos que la coincidencia en extensión de las nociones intuitiva y técnica de consecuencia lógica dependen de cuáles sean las expresiones que consideremos como constantes lógicas. Esto lo haremos mostrando cómo es que el hecho de modificar el conjunto de las expresiones que ordinariamente incluimos en el conjunto de las constantes lógicas tiene como consecuencia que argumentos que intuitivamente consideramos como válidos ya no lo son bajo la nueva selección.

2.
Dos características de la relación de consecuencia lógica

Una inferencia puede ser expresada a través de ciertas estructuras lingüísticas compuestas por oraciones de un lenguaje que se hallan relacionadas de una determinada manera, y que son llamadas tradicionalmente ‘argumentos’. Así las cosas, un argumento puede ser visto como un par $\langle K, X\rangle$ en donde *K* es un conjunto de oraciones (las premisas del argumento), y *X* una oración (la conclusión del argumento) que puede o no estar contenida en *K*. Cuando *X* se sigue lógicamente de las oraciones de *K*, diremos que *K* y *X* están en la relación de consecuencia lógica, o que el par <*K*, *X*> es un caso de consecuencia lógica. Acerca de la relación de consecuencia tenemos, sin lugar a dudas, un gran número de ideas intuitivas, generadas seguramente a partir del uso constante que hacemos de los argumentos en la vida cotidiana. Por mencionar un ejemplo, podemos afirmar que en ocasiones estas ideas corresponden a intuiciones epistemológicas: a veces se dice que el conjunto K justifica nuestra creencia en la oración X, o incluso que si hemos afirmado con sinceridad las premisas del conjunto K, entonces estamos obligados, en un sentido epistemológico, a afirmar la conclusión X. No es claro, empero, que en todos los casos en donde K y X se hallan en una relación de consecuencia pueda afirmarse que, de la misma manera, se hallan en una relación de justificación. Por ejemplo, cualquier afirmación se sigue lógicamente de sí misma, esto es, K es una consecuencia lógica de K, aún cuando K sea una afirmación falsa. Pero si esa afirmación ofrece información acerca del mundo y es necesario adquirir evidencia para creerla, entonces el hecho de que se siga lógicamente de sí misma no resulta suficiente para decir que también se justifica a sí misma, pues tal afirmación bien puede ser falsa. Las ideas intuitivas acerca de la relación de consecuencia pueden servir como punto de partida para ayudarnos a alcanzar una comprensión mayor acerca de esta relación, pero por sí mismas, no parece que ofrezcan algo más que un conocimiento limitado e impreciso.

Hay, además, una complicación adicional con respecto a la apelación a las intuiciones del sentido común en la búsqueda de una mayor comprensión de la relación de consecuencia. Gran parte de los lógicos actuales (con notables discrepancias) consideran que el objeto de estudio de la lógica corresponde a un subconjunto propio de los argumentos que son casos genuinos de consecuencia[1], y este subconjunto estaría constituido, precisamente, por aquellos argumentos que son casos de *consecuencia lógica*. En otras palabras, estos lógicos afirmarían que hay muchos argumentos que, bajo ciertas circunstancias, pueden ser considerados correctos, pero cuya corrección se debe a hechos intuitivamente extralógicos (como por ejemplo, hechos empíricos, semánticos, o inclusive matemáticos). Gómez Torrente (2002, p. 2) indica que, históricamente, las teorías filosóficas acerca de la noción de consecuencia que han resultado más exitosas se han fundado precisamente en la idea de que hay una relación de consecuencia lógica cuyas propiedades la hacen distinta de la relación de consecuencia general o simpliciter.

> ... los logros más importantes de estas reflexiones filosóficas se han basado en la suposición (a veces tácita y no argumentada, a veces explícita y defendida) de que hay un concepto especial de consecuencia con propiedades particulares, concepto que algunos han llamado de *consecuencia lógica*. [2]

La diferencia entre aquellos argumentos que son casos de consecuencia general y aquellos que son casos de consecuencia lógica será más clara si consideramos qué es aquello que exigimos de un argumento para que sea considerado como un argumento aceptable. Entre las condiciones que exigimos para que un argumento sea exitoso podemos mencionar, por lo menos las siguientes dos. La primera es que sus premisas sean

[1] El conjunto de los argumentos que son casos genuinos de consecuencia es sumamente heterogéneo, y no hay en la actualidad una categorización definitiva y comúnmente aceptada acerca de todos los tipos de consecuencia genuina posibles. Sin embargo, y como veremos más adelante, es posible aislar de este conjunto los casos de consecuencia que tradicionalmente son considerados casos de consecuencia lógica, esto es, de aquellos casos que reúnen las características de modalidad y formalidad mencionadas más adelante en esta misma sección.

[2] Gómez Torrente, 2000, p. 14

verdaderas, y la segunda, que el argumento sea *válido*. La noción de argumento válido es simple, y su definición puede ser hallada de manera más o menos rigurosa en cualquier manual de lógica. Decimos que *un argumento es válido cuando no puede ser el caso que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa*. Consideremos el argumento siguiente:

Argumento (1)

Premisa 1) La Ciudad de México está a una altura de 2240 msm.

Premisa 2) El puerto de Veracruz está a una altura de 3 msm.

Premisa 3) La Ciudad de México y el puerto de Veracruz se hallan aproximadamente a la misma latitud

Conclusión) Por lo tanto, la Ciudad de México es más fría en promedio que el puerto de Veracruz.

El argumento (1) puede en cierta medida ser considerado como un argumento aceptable; podemos justificarlo apelando a la observación empírica de que en la mayor parte de los casos, si A y B son dos lugares que se hallan a la misma latitud, pero la altura sobre el nivel del mar de A es superior a la de B, entonces la temperatura promedio en A es inferior a la de B. El hecho de que las premisas de (1) sean verdaderas no garantiza que la conclusión también lo sea. Existe la posibilidad de que el mundo sea tal y como lo describen las premisas y sin embargo, la temperatura en la Ciudad de México no fuera, en promedio, más fría que la temperatura en el puerto de Veracruz. En otras palabras, la relación que exhiben las premisas del argumento (1) con su conclusión no es necesaria, y es con respecto a la necesidad que el argumento (1) contrasta con el que se presenta a continuación:

Argumento (2)

Premisa 1 Algunas mujeres tienen más de cuatro hijos

Conclusión) Algunas hembras tienen más de cuatro hijos

Si se apelara a las ideas epistemológicas intuitivas mencionadas anteriormente, se podría afirmar que aquel que se compromete con la verdad de la premisa del argumento (2) se compromete también con su conclusión, y además, que esta última está justificada por la primera. El argumento (2) es también un argumento aceptable. Sin embargo, es evidente que la relación que existe entre la premisa y la conclusión en (2) es mucho más fuerte que en el argumento (1); no existe la posibilidad de que el mundo sea como lo describe la premisa (P1) y que al mismo tiempo sea falso que algunas hembras tienen más de cuatro hijos. En otras palabras, la relación de consecuencia que exhibe el argumento (2) es necesaria, pues es imposible que su premisa sea verdadera y su conclusión falsa.

Si bien el argumento (2) es un caso de consecuencia necesaria, no es un caso de consecuencia lógica. La motivación detrás de este rechazo surge, como veremos, de la idea de que la consecuencia lógica genuina tiene dos importantes propiedades: la *forma* y la *modalidad*. Cuando decimos que la relación de consecuencia lógica es una relación modal, lo que queremos decir es que si un argumento con premisas K y conclusión X es un caso de consecuencia lógica, entonces X se sigue *necesariamente* del conjunto de premisas K. Esta propiedad coincide con la noción de validez definida más arriba, y nos permite advertir que el argumento (1) no es un caso de consecuencia lógica. Es importante resaltar de nuevo que el argumento (1), si bien carece de la propiedad de se un argumento válido, es en ciertas circunstancias un argumento aceptable. Hay ocasiones en las que carecemos de una cantidad suficiente de información para que nuestras conclusiones se sigan válidamente (en el sentido arriba mencionado) de nuestras premisas. Sin embargo, argumentos como (1) no son instancias de argumentos *deductivos* (es decir, de argumentos en donde la conclusión se sigue necesariamente de sus premisas). Ciertos sistemas lógicos han sido desarrollados (particularmente sistemas de lógica no monotónica) con el objetivo de explicar cuándo argumentos como (1) pueden ser considerados correctos. La discusión contemporánea acerca de la noción de consecuencia lógica, empero, no pretende dar cuenta de la corrección de argumentos como (1), dado que no cumplen el requisito mínimo de ser argumentos cuya conclusión se siga necesariamente de sus premisas. A partir de ahora, la noción de consecuencia que nos interesará en esta tesis será, precisamente, la que cumple con este requisito mínimo, siendo por tanto una noción de consecuencia *deductiva*.

La segunda propiedad de la relación de consecuencia lógica, esto es, la propiedad de ser una relación formal, puede ser entendida de la siguiente manera: si un argumento A es un caso de consecuencia lógica, entonces todo argumento que tenga la misma *forma* que A debe ser también un caso de consecuencia lógica. La propiedad de la formalidad ha sido considerada como clave para dar cuenta de la noción de consecuencia lógica. Gómez Torrente, por ejemplo, sostiene que una teoría adecuada de la relación de consecuencia lógica ha de dar cuenta, necesariamente, de estas dos propiedades (Gómez Torrente, 2000, p. 21). Hanson, por su parte, sugiere que una aproximación modal/formal es la que mejor refleja nuestra noción preteórica de consecuencia lógica (Hanson, 1997, p. 372). Sainsbury (1990, p. 29) indica que la lógica no se encarga primariamente del estudio de una noción general de validez, que aquí podemos identificar con lo que hemos llamado la noción general de consecuencia. La lógica está interesada en una noción particular de validez, a saber, la noción de validez *formal*.

> Logic, or at any rate formal logic, is not primarily concerned merely with the very general notion of validity (...). It is concerned with a particular species: formal validity. Formal validity, being a kind of validity, has all the properties of validity; but it has some additional distinctive features.[3]

En este capítulo nos concentraremos en la propiedad formal de la relación de consecuencia lógica, y no tanto en la propiedad modal. La razón es que si no podemos identificar la forma de los argumentos, entonces no habrá manera de determinar si una argumento es o no consecuencia lógica según la teoría de Tarski, por lo que bastaría que fallara el requisito de la formalidad para rechazar la teoría en su totalidad.

Siguiendo a Gómez Torrente (2000), no parece haber nada obviamente equivocado en afirmar que la relación de consecuencia lógica tiene como propiedades básicas a la modalidad y a la formalidad. Sin embargo, la relevancia filosófica de esta afirmación es cuestionable si no se clarifican los términos clave que aparecen en ella, a saber, los términos ‘forma’ y ‘necesariamente’.

[3] Sainsbury, 1990, p. 29

> Una dificultad preliminar tendría que ver con el hecho de que la tesis a secas [...] no se basa en una teoría que nos permita identificar la forma de argumentos particulares (y, por tanto, ser capaces siquiera de preguntarnos si un argumento es un ejemplo de consecuencia lógica según la teoría). [...] La objeción principal a la tesis, sin embargo, es que no explica o intenta delimitar la noción de consecuencia lógica en términos de nociones mejor comprendidas y más claras que ella. En particular, es muy cuestionable que nuestra comprensión del concepto de implicación por necesidad lógica sea superior a nuestra comprensión del concepto de consecuencia lógica.[4]

Por un lado, resulta indispensable una teoría que indique como se determina la forma de argumentos particulares; si careciéramos de ella no podríamos siquiera preguntarnos si un argumento es o no un caso de consecuencia lógica. Por el otro lado, no es evidente que la noción de consecuencia por necesidad lógica sea más clara o mejor comprendida que la noción de consecuencia lógica, por lo que una teoría que pretendiera dar cuenta de la primera noción a través de la segunda no sería aceptable si omitiera una mayor clarificación acerca de la idea de necesidad.

3.
La determinación de la forma lógica

¿Cómo se determina la forma lógica de un argumento? El método para establecer si un argumento es un caso de consecuencia lógica exige determinar cuál es la forma de las oraciones que ocurren dentro de él. Gómez Torrente[5] indica que una posición común a muchos autores es la de que la lógica no se encarga de dar cuenta de la corrección de todo tipo de argumento, sino únicamente de aquellos cuya corrección depende, o se debe, a las características propias de ciertas expresiones que pertenecen al conjunto de las *expresiones lógicas*. Esta idea será más clara una vez que consideremos el argumento siguiente:

Argumento (3)

[4] Gómez torrente, 2000, pp. 21-22
[5] Gómez Torrente (2002), p. 2.

Premisa 1) Todos los hombres son mortales

Premisa 2) Sócrates es hombre

Conclusión) Sócrates es mortal

En tanto no es posible que las premisas del argumento (3) sean verdaderas y su conclusión falsa, puede afirmarse que es un argumento válido. Una manera útil para justificar la idea de que este argumento posee efectivamente la característica de la validez es afirmar que es una instancia de una forma lógica válida. En un sistema de lógica de primer orden, la forma del argumento (3) sería la siguiente:

Premisa 1) ∀x (P'x' → P''x')

Premisa 2) P'a'

Conclusión) P''a'

En donde el símbolo "∀" expresa el cuantificador "todos", el símbolo " a' " expresa a Sócrates, y los símbolos "P'" y "P''" expresan, respectivamente, los predicados "x es hombre" y "x es mortal". Ahora bien, el proceso adecuado que permite explicar por qué esta es una forma lógica válida será explicado hasta la sección 5 de este capítulo. Por el momento, puede afirmarse que la validez de esta forma se debe al significado del cuantificador "todos" que ocurre en la primera de las premisas. Comparemos este argumento con el argumento (2) de la sección anterior.

Argumento (2)

Premisa 1) Algunas mujeres tienen más de cuatro hijos

Conclusión) Algunas hembras tienen más de cuatro hijos

No es posible que la premisa del argumento (2) sea verdadera y su conclusión falsa, por lo tanto, es también un argumento válido. Sin embargo, el argumento (2) no es considerado tradicionalmente como un argumento lógicamente válido. ¿Pero cuáles son las razones que justifican a muchos lógicos el afirmar esta diferencia con respecto a la validez de ambos argumentos? Como hemos dicho, la validez lógica del argumento (3) puede justificarse apelando a la idea de que este argumento es una instancia de una forma lógica válida. Esto hace que estemos tentados a afirmar que, si hay una diferencia significativa entre la validez de los argumentos (2) y (3), tal diferencia se halla en que la forma lógica del argumento (2) no es una forma lógica válida, en contraste con la forma lógica del argumento (3). Sin embargo, es necesario ser extremadamente cuidadosos en este punto, por razones que explicaremos inmediatamente. Una de las tesis más importantes de este capítulo es que la determinación de la forma lógica depende de que sea posible discernir entre las expresiones lógicas y las expresiones no lógicas de nuestro lenguaje. Una modificación en el conjunto de las expresiones lógicas induce una modificación en la forma lógica de los argumentos, como mostraremos en la última sección de este capítulo. Lo anterior sugiere dos importantes consecuencias: en primer lugar, la forma lógica de un argumento no puede ser establecida si carecemos de una idea mínima con respecto a qué expresiones debemos considerar como expresiones lógicas[6], y en segundo lugar, la forma lógica de un argumento depende precisamente de ésta idea mínima, es decir, depende de qué expresiones forman parte del conjunto de las expresiones lógicas, pues la forma lógica será modificada si el conjunto de las expresiones lógicas cambia.

Retomemos ahora el problema de la diferencia en la validez de los argumentos (2) y (3). ¿Puede explicarse tal diferencia apelando a la idea de que la forma lógica del argumento (2) no es una forma lógica válida, a diferencia de la forma lógica del argumento (3)? La respuesta es que sí. Sin embargo, y este es precisamente el punto en donde debemos extremar los cuidados, para dar esta respuesta es necesario resolver dos importantes problemas previos. El primero de ellos ya ha sido mencionado: la determinación de la forma lógica de un argumento depende de qué expresiones son incluidas en el conjunto de las expresiones lógicas, por lo que si se carece de una idea mínima acerca de los objetos

[6] La apelación a la existencia de esta idea mínima puede causar controversia. En ocasiones, se afirma que hay ciertas intuiciones que permiten establecer qué expresiones forman parte del conjunto de las expresiones lógicas. Sin embargo, tal afirmación es cuestionada por aquellos que sugieren que resulta absurdo hablar de intuiciones acerca de este tipo de nociones técnicas, presentes únicamente dentro de teorías especializadas. Mi respuesta consiste en que la mayor parte de las personas dedicadas a la investigación lógica comparten una serie de ideas básicas o preteóricas acerca de qué expresiones son lógicas y cuáles no. Esto ha permitido, a lo largo de la historia, ofrecer propuestas acerca de la forma lógica de los argumentos a pesar de carecer de una teoría de las expresiones lógicas comúnmente aceptada o definitiva.

que deben ser incluidos en este conjunto, la determinación de la forma lógica no será posible. El segundo problema ha dado lugar a confusiones que no serán expuestas aquí, pero tiene una relación directa con el primero. Tal problema consiste en que cualquier argumento es instancia de un gran número de formas lógicas posibles, no todas ellas formas lógicas válidas. La relación con el primer problema puede explicarse si consideramos una posible determinación de la forma lógica del argumento (3), por ejemplo, su forma lógica proposicional, esto es, aquella forma que considera únicamente a las proposiciones como un todo y no analiza sus componentes internos. Tal forma lógica sería la siguiente:

Premisa 1) A
Premisa 2) B
Conclusión) C

En donde el símbolo proposicional "A" expresa la oración "Todos los hombres son mortales", el símbolo proposicional "B" expresa la oración "Sócrates es hombre" y el símbolo proposicional "C" expresa la oración "Sócrates es mortal". Nuevamente, las razones por las que esta forma lógica es una forma lógica inválida serán dadas hasta la quinta sección de este capítulo. Sin embargo, el punto importante es que la elección de esta forma lógica proposicional como aquella de la que el argumento (3) es una instancia, impide explicar la validez lógica de el argumento (3). Ahora bien, es importante notar que la forma lógica proposicional del argumento (3) no representa un elemento importante que ocurre en él y que resulta esencial para determinar su validez, a saber, el cuantificador "todos" que ocurre en la primera premisa. Un sistema proposicional es expresivamente más débil que un sistema de primer orden, en tanto no posee los elementos suficientes para representar expresiones como los cuantificadores o los predicados. Por ello, resulta esencial elegir el sistema adecuado para representar las expresiones que resultan claves para determinar la validez de los argumentos. Tal elección dará respuesta al segundo de los problemas mencionados más arriba. Sin embargo, si es verdad que la forma lógica de un argumento depende además de las expresiones lógicas que ocurren en él, entonces debemos elegir un sistema lógico que permita representar estas expresiones. En caso contrario, nos arriesgamos a elaborar un análisis incompleto que muy probablemente no permita determinar si el argumento en cuestión es lógicamente válido o no.

Una vez expuesto lo anterior, podemos justificar la idea de que dos argumentos pueden compartir una misma forma lógica, lo que será esencial para mostrar por qué un argumento como (3) es considerado lógicamente válido, a diferencia de un argumento como (2). Recordemos que hemos elegido un sistema de primer orden para representar el argumento (3), y este sistema nos permite representar además el cuantificador "todos", que es una expresión tradicionalmente considerada como formando parte del conjunto de las expresiones lógicas.[7] Consideremos un nuevo argumento, cuya forma lógica dada en un sistema de primer orden es la misma forma lógica del argumento (3).

Argumento (4)

Premisa 1) Todos los asesinos son delincuentes
Premisa 2) Ted Bundy es un asesino
Conclusión) Ted Bundy es un delincuente

Hechas las precisiones pertinentes, podemos afirmar que los argumentos (3) y (4) comparten la misma forma lógica. Ahora bien, si aceptamos que el argumento (3) es correcto gracias a su forma, entonces el argumento (4) será también un argumento correcto. Dicho con otras palabras, si no es posible que las premisas de un argumento con una cierta forma sean verdaderas y su conclusión falsa, entonces *todo argumento que comparta esa misma forma será también un argumento cuya conclusión no pueda ser falsa si sus premisas son verdaderas*. Esta idea es la clave para comprender por qué un argumento como (2) no es lógicamente valido. Apelando de nuevo a un sistema lógico de primer orden y a las ideas mínimas acerca de las expresiones que forman parte del conjunto de las

[7] Recordemos que la determinación de la forma lógica depende de esta idea mínima acerca de cuáles son las expresiones que forman parte del conjunto de las expresiones lógicas. En el caso del cuantificador "todos", la idea comúnmente aceptada es que efectivamente forma parte de dicho conjunto. Como se mostrará más adelante, no hay una teoría definitiva que permita establecer que este cuantificador es una expresión lógica a través de la determinación de condiciones necesarias y suficientes. Pero para mostrar el punto que nos interesa en este momento, basta apelar a la idea mínima de que el cuantificador "todos" forma parte del conjunto de las expresiones lógicas, cosa que no me parece excesivamente polémica.

expresiones lógicas, podemos afirmar que la forma lógica del argumento (2) es expresable de la siguiente manera:

Premisa 1) ∃x (P’x’ ∧ P’’’x’)

Conclusión) ∃x (P’’x’ ∧ P’’’x’)

En donde el símbolo “∃” expresa el cuantificador universal, y los símbolos “ P’ ”, “ P’’ ” y “ P’’’ ” expresan, en ese orden, a los predicados “x es mujer”, “x es hembra” y “x tiene más de cuatro hijos”. Veamos ahora el argumento siguiente:

Argumento (5)

Premisa 1) Algunos polígonos tienen más de cuatro lados

Conclusión) Algunos triángulos tienen más de cuatro lados

Dadas las precisiones acerca de la utilización de un sistema de primer orden y de las expresiones que incluimos en el conjunto de las constantes lógicas, el argumento (5) parece tener la misma forma que el argumento (2). Sin embargo, si bien la premisa del argumento (5) es verdadera, su conclusión es falsa. Esto es una buena razón para pensar que la corrección del argumento (2) no se debe a su forma, pues hay argumentos que la comparten y sin embargo, es posible que las premisas de estos argumentos sean verdaderas y su conclusión falsa. Ahora bien, existen algunas relaciones de implicación que dependen no de la forma lógica de los argumentos, sino de lo que signifiquen ciertos predicados que ocurren en ellos. Si tales predicados significaran cosas distintas, entonces no se dará la relación de implicación. Un ejemplo usado frecuentemente para ilustrar este punto es el siguiente:

Argumento (6)

Premisa 1) Juan es soltero

Conclusión) Juan no es casado.

No es posible que las premisas del argumento (6) sean verdaderas y su conclusión falsa. Este argumento es, por lo tanto, un argumento válido. Sin embargo, su validez es de una naturaleza muy distinta a la validez de argumentos como (3) y (4). Dado un sistema formal de primer orden y una elección tradicional del conjunto de las constantes lógicas[8], el argumento (6) no es instancia de una forma lógica válida, en contraste con los argumentos (3) y (4). No es este el momento, sin embargo, para evaluar la verdad de esta afirmación. Dada la distinta naturaleza de estos argumentos, he preferido distinguir entre la validez *general*, definida por la condición de que un argumento es válido si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa, y la validez *lógica*. Esta última comparte los rasgos de la validez general, pero añade la idea de que aquellos argumentos que son lógicamente válidos lo son única y exclusivamente por su forma, o en otras palabras, un argumento es lógicamente válido si y sólo si es instancia de una forma lógica válida. Como ya ha sido mencionado, la determinación forma lógica depende de dos factores: el sistema lógico que consideremos y el conjunto de expresiones lógicas que sea admitido. El primero de estos factores depende del segundo, en tanto que para elegir el sistema lógico con la capacidad representacional adecuada es necesario establecer qué expresiones son esenciales para establecer la validez lógica de un argumento.

4.
Las consideraciones intuitivas de Tarski

[8] Esto quiere decir que consideramos una elección fundada en las ideas mínimas compartidas por los especialistas con respecto a las expresiones que son lógicas y las que no lo son.

Tarski afirma que su definición tiene la virtud de dar cuenta de las dos características esenciales de la relación de consecuencia lógica, la modalidad y la formalidad (si bien Tarski no las nombra de esta manera) que según él son de naturaleza intuitiva. Para comprender la primera de ellas, consideremos a un conjunto cualquiera de oraciones y llamémoslo el conjunto K, y consideremos también a una oración arbitrariamente elegida y llamémosla la oración X. Supongamos ahora que la oración X se sigue a partir de las oraciones del conjunto K. Tarski nos dice que desde el punto de vista de nuestras intuiciones cotidianas podemos afirmar que lo que no puede suceder es que todas las oraciones del conjunto K sean verdaderas y la oración X sea falsa.

> Let us consider an arbitrary class of sentences K and an arbitrary sentence X wich follows from the sentences of this class. From the point of view of everyday intuitions it is clear that *it cannot* happen that all the sentences of the class K would be true but at the same time the sentence X would be false.[9]

Y podemos hacer explícita esta intuición de la siguiente manera:

> a) Cuando una oración X se sigue lógicamente de un conjunto de premisas K, no puede suceder que las oraciones del conjunto K sean verdaderas y la oración X sea falsa.

La segunda de las intuiciones puede ser comprendida como sigue: supongamos que la oración X efectivamente se sigue de un conjunto de premisas K. Dado que la relación de consecuencia lógica no puede estar determinada por nuestro conocimiento del mundo externo, o por hechos empíricos, la manera de evaluar si la oración X es consecuencia lógica del conjunto de oraciones K no puede depender de los objetos mencionados en la oración X o en las oraciones del conjunto K. Esto justifica la idea de que esta relación no

[9] "Consideremos una clase arbitraria de enunciados K y un enunciado arbitrario X que se sigue de los enunciados de esta clase. Desde el punto de vista de nuestras intuiciones cotidianas, es claro que no puede suceder que todos los enunciados de la clase K sean verdaderos pero al mismo tiempo X sea falsa" Tarski (1936), p. 183.

desaparece si se sustituyen, de manera uniforme, los nombres de los objetos que ocurren en los argumentos considerados por nombres de objetos distintos.

> … following cannot depend on our knowledge of the external world, in particular on our knowledge of the objects which are spoken about in the sentences of the class K or in the sentence X, cannot be lost as a result of our replacing the names of these objects in the sentences under consideration by names of other objects. [10]

Esta intuición puede expresarse como sigue:

> b) La relación de consecuencia lógica no puede resultar afectada por el reemplazo uniforme de los nombres de los objetos mencionados en estas oraciones por los nombres de otros objetos.

Tarski pretende expresar estas dos características intuitivas a través de una condición que él llama la condición (F). Ahora bien, un nombre puede ser considerado como un término constante si tomamos en cuenta un dominio de interpretación determinado, esto es, un conjunto de objetos de los cuales deseamos hablar, y además le asignamos a nuestros nombres objetos de dicho conjunto. Este procedimiento nos ayudará a interpretar de manera uniforme a nuestros nombres, y tal interpretación permanecerá constante en el caso de que ni el dominio ni la asignación sean modificadas. Los términos constantes, además, pueden ser divididos en términos constantes lógicos y no lógicos. Si bien, como será evidente más adelante en esta tesis, no se pretende dar una distinción definitiva entre ambos tipos de términos, puede señalarse que las constantes lógicas denotan expresiones muy generales que determinan la forma de un argumento, como pueden ser las conectivas veritativo-funcionales, los cuantificadores, los operadores modales, etc. Las constantes no lógicas denotarán, por el contrario, expresiones relativas a dominios más específicos: nombres de objetos, propiedades, relaciones, etc. Una vez hechas estas precisiones, podemos considerar la condición (F) de Tarski:

---

[10] "la consecuencia no puede depender de nuestro conocimiento del mundo externo, en particular de nuestro conocimiento de los objetos de los que se habla en los enunciados del la clase K o en el enunciado X, [la relación de consecuencia lógica] no puede perderse como resultado de reemplazar los nombres de los objetos en consideración por los nombres de otros objetos". Tarski (1936, pp.183)

> (F) If in the sentences of the class K and in the sentence X we replace the constant terms which are not general-logical terms correspondingly by arbitrary other constant terms (where we replace equiform constants everywhere by equiform constants) and in this way we obtain a new class of sentences K' and a new sentence X' , then the sentence X' must be true if only all the sentences of the class K' are true [11]

Si bien Tarski considera que la condición (F) debe ser satisfecha necesariamente por todo caso de consecuencia lógica, no admite que sea una condición suficiente. Si fuera así, la tarea de dar una definición de la relación de consecuencia lógica estaría completa. El problema surge, según Tarski, cuando notamos que esta condición puede ser satisfecha simplemente por el hecho de que el lenguaje particular que estemos considerando, y para el cual queramos definir la relación de consecuencia lógica, no posea un número suficiente de constantes no lógicas. Recordemos que la intuición que Tarski menciona consiste en que, si el par (K, X) es un caso de consecuencia lógica, y si se sustituyen en K y en X los nombres de los objetos a los que referimos en K y en X por nombres distintos, obteniendo así la oración X´ y el conjunto de oraciones K´, entonces no es el caso que todas las oraciones de *K'* son verdaderas y *X'* es falsa. La condición (F), empero, no captura adecuadamente esta intuición. Veamos por qué es así:

Argumento (7)

1. Aristóteles es griego
2. Aristóteles es filósofo

Claramente, el argumento anterior no es un caso de consecuencia lógica. Si sustituyéramos el nombre "Aristóteles" por el de "Pericles", la premisa sería verdadera, pero la conclusión falsa. Sin embargo, consideremos cuál sería la situación si tomáramos en

---

[11] "(F) Si, en las oraciones del conjunto *K* y en la oración *X*, las constantes –aparte de las constantes puramente lógicas- son sustituidas por cualesquiera otras constantes (con los mismos signos siempre sustituidos por los mismos signos), y si llamamos '*K'* ' al conjunto así obtenido a partir de *K*, y ' *X'* ' a la oración obtenida a partir de *X*, entonces la oración *X'* debe ser verdadera dado solamente que todas las oraciones de *K'* sean verdaderas". Tarski (1936, p. 183-184). La traducción es de Gómez Torrente (2000, p. 36).

cuenta un lenguaje con un poder expresivo muy limitado. Llamemos a este lenguaje el lenguaje G. G es un lenguaje que contiene únicamente a los nombres “Aristóteles” y “Sócrates” y a los predicados “x es griego” y “x es filósofo”. En este lenguaje hay otras tres maneras de sustituir, de manera uniforme, nuevos nombres en el argumento anterior:

A)
1. Aristóteles es filósofo
2. Aristóteles es griego

B)
1. Sócrates es griego
2. Sócrates es filósofo

C)
1. Sócrates es filósofo
2. Sócrates es griego

Hemos sustituido, de manera uniforme y exhaustiva, las constantes no lógicas del argumento (7) por otras constantes, obteniendo así los argumentos (A), (B) y (C). Pero como podemos ver, ninguno de los argumentos obtenidos a través de la sustitución tiene premisas verdaderas y conclusión falsa. Esto muestra que el argumento (1) satisface la condición (F): ninguna sustitución de sus constantes no lógicas por otras constantes no lógicas del lenguaje G nos lleva a un argumento cuya premisa sea verdadera y su conclusión falsa. Pero el argumento (7) no es un caso intuitivo de consecuencia lógica. Dado que hay casos no intuitivos de consecuencia lógica que satisfacen la condición (F), podemos concluir que no puede ser considerada como una condición suficiente para la consecuencia lógica.

La idea intuitiva de la formalidad, esto es, la idea de que en un argumento que es un caso genuino de consecuencia lógica pueden reemplazarse los nombres de los objetos que ocurren en los enunciados del argumento por nombres de otros objetos, sin que la relación de consecuencia lógica resulte afectada, no resulta capturada adecuadamente por la condición (F). Como indica Bays (2001), la gama de posibles reemplazos que pueden ser tomados en cuenta por la condición (F) se halla limitada por los recursos expresivos del lenguaje que estemos utilizando. Detrás de la idea intuitiva de la formalidad, en cambio, se halla la exigencia de establecer si la relación de consecuencia lógica resulta afectada por todo reemplazo sistemático de las constantes no lógicas que ocurren en el argumento en cuestión por otras constantes no lógicas.

> The problem here stems from the way condition (F) uses language. The intuition would have us check to see whether any sistematic replacement of objects could affect the status of the consequence in question; condition (F) only checks for replacements which can be captured using the expressive resources of the language in which we are working.[12]

De acuerdo a Hanson (1997, p. 367) pueden identificarse dos versiones distintas de la condición de formalidad. De acuerdo con la primera versión, la relación de consecuencia lógica es formal en tanto ninguna sustitución o reemplazo de términos no lógicos por otros términos no lógicos genera un argumento con premisas verdaderas y conclusión falsa. Según la segunda versión, se sostiene que la relación de consecuencia lógica se mantiene cuando ninguna *interpretación* de sus constantes no lógicas genera un argumento con premisas verdaderas y conclusión falsa. Para entender esta idea, será útil recordar el argumentos (6) de la sección anterior:

Argumento (6)

Premisa 1) Juan es soltero
Conclusión) Juan no es casado

El argumento (6) es un caso de consecuencia general, en tanto no es posible que su premisa sean verdadera y su conclusión falsa. No es, sin embargo, un caso de consecuencia lógica, en tanto no cumple con la condición de formalidad. Para mostrar por qué, basta reinterpretar las expresiones no lógicas que ocurren en él, y esto puede hacerse dando un

[12] Bays (2001), p. 1704

significado distinto a las expresiones no lógicas que ocurren en el argumento (6). Si consideramos un conjunto de expresiones lógicas comúnmente aceptado[13], e interpretamos a las expresiones "soltero" como significando "humano" y a la expresión "casado" como significando "es mamífero", entonces obtenemos un argumento en el que la premisa y la conclusión significarían, respectivamente "Juan es humano" y "Juan no es mamífero". Pero entonces obtenemos un argumento con premisa verdadera y conclusión falsa, lo que basta para establecer que el argumento (6) no cumple con la condición de formalidad, y por lo tanto, no es un caso de consecuencia lógica. Ahora bien, hay que *notar la diferencia entre* una sustitución o un reemplazo de las expresiones no lógicas, y una reinterpretación de estas mismas expresiones. El reemplazo está limitado por los recursos expresivos de nuestro lenguaje, y es por eso que pueden generarse contraejemplos a la condición (F) como el mostrado por el argumento (7). Las interpretaciones posibles que es necesario considerar para determinar si un argumento dado cumple o no con la condición de formalidad no se hallan restringidas de la misma manera que los términos, pues no dependen de la capacidad expresiva de un cierto lenguaje.

El problema con la condición (F) era que no establecía un método sistemático que permitiera examinar todas las posibles interpretaciones de las constantes no lógicas de las argumentos en cuestión para determinar si eran o no casos de consecuencia lógica. Como veremos en la siguiente sección, el método propuesto por Tarski para definir la noción de consecuencia lógica permitirá tal sistematización y podrá evitar el problema que surge con un lenguaje como G.

5.

La definición técnica de consecuencia lógica

[13] Esta precisión excluye de la reinterpretación a expresiones como "no" y como "es", que son comúnmente consideradas como expresiones lógicas.

En la literatura filosófica, las dos aproximaciones más importantes a la noción de consecuencia lógica son las siguientes: la aproximación sintáctica y la aproximación semántica. Por un lado, la aproximación sintáctica pretende dar cuenta de la noción de consecuencia lógica a través de axiomas y de reglas aplicables dentro de lenguajes formales y sin referencia a interpretación alguna. El objetivo de una teoría sintáctica de la consecuencia lógica es que, siempre que haya una relación de consecuencia lógica entre un conjunto de oraciones *K* y una oración *X*, es posible derivar *X* de *K* a través de los axiomas y de ciertas transformaciones explícitamente permitidas por las reglas y viceversa. Por otro lado, la aproximación semántica ha sido motivada por argumentos que indican que existen casos en donde podemos admitir, intuitivamente, que una oración *X* es consecuencia lógica de un conjunto de oraciones *K*, y que sin embargo, *X* no pueda ser derivada a partir de *K* a través de nuestros axiomas y de nuestras reglas. Tarski sugiere un ejemplo relacionado con lo que se conoce como teorías ω-incompletas, en donde intuitivamente una oración X se sigue de un conjunto de oraciones K, pero la oración X no puede ser derivada del conjunto K a través de los axiomas y las reglas. Veamos este ejemplo. Entre los axiomas o teoremas de una teoría ω-incompleta están las oraciones siguientes:

A_0) 0 posee la propiedad P
A_1) 1 posee la propiedad P
A_2) 2 posee la propiedad P

y en general, todas las oraciones de la forma "*n* posee la propiedad P", en donde "*n*" es un símbolo arbitrario que designa un número natural, son axiomas o teoremas de la teoría. Sin embargo, en una teoría ω-incompleta no puede ser probada la oración siguiente:

A) Todo número natural posee la propiedad P

Pero intuitivamente, *A* es consecuencia lógica de todas las oraciones de la forma "*n* posee la propiedad P", al menos en lenguajes donde los conceptos aritméticos se pueden definir por medio de constantes lógicas de orden superior. Una solución al problema que plantean las teorías ω-incompletas consistiría en añadir una regla que permitiera obtener la oración (A) a partir de los enunciados A_0 , A_1, A_2, etc. Ahora bien, es claro que una condición para generar un sistema formal que permita dar cuenta de la noción de consecuencia lógica a partir de la noción de derivación es la de que las reglas del sistema sean finitarias; debe existir un procedimiento efectivo que nos permita aplicarlas. Es evidente, sin embargo, que la regla propuesta no constituye un procedimiento efectivo, dado que para aplicarla es necesario considerar un número infinito de oraciones, y por tanto un sistema que la incluyera sería obviamente inadecuado. Podría proponerse, empero, una regla distinta a partir de un nuevo enunciado B que afirmara que todos los enunciados A_0 , A_1, ... A_n, son probables en el sistema a través de reglas de inferencia aceptables (y no que tales enunciados hayan sido de hecho probados). La regla podría formularse como sigue: si el enunciado B es probable, entonces también lo es el enunciado A. Puede objetarse que una regla como la anterior no es parte del lenguaje en el que se basa el sistema formal considerado; tal regla expresa una propiedad del sistema, a saber, la de que ciertos enunciados pueden ser probados en él. En ese caso, no formaría parte del lenguaje objeto, sino del metalenguaje. La objeción puede ser dejada a un lado si nos concentramos en sistemas lo suficientemente poderosos para expresar, en el lenguaje objeto, afirmaciones correspondientes al metalenguaje (como los sistemas utilizados para construir la aritmética). Tarski, sin embargo, nos recuerda el resultado de Gödel: en sistemas con la capacidad de expresar la regla en cuestión, pueden ser también construidas afirmaciones que sean consecuencia intuitiva de los teoremas de esos sistemas, pero que no pueden ser probadas a partir de las reglas de tales sistemas ni a partir de un incremento de ellas.

La aproximación semántica pretende dar cuenta de la noción de consecuencia lógica a través de una noción técnica de interpretación, y según Tarski, puede dar cuenta de casos como los ejemplificados por teorías ω-incompletas.[14] El objetivo de una teoría semántica de la consecuencia lógica es conseguir que, siempre que haya una relación de consecuencia entre un conjunto de oraciones K y una oración X, todas las interpretaciones que hagan verdaderas a las oraciones de K serán interpretaciones que hagan verdaderas a la oración X**,** y viceversa.

[14] Para una discusión más amplia de estas ideas, se sugiere revisar a Etchemendy (1990), y Gómez Torrente (1996).

Para explicar la definición de consecuencia lógica ofrecida por Tarski, es conveniente construir un lenguaje formal para la lógica de primer orden y mostrar cómo funciona la definición de consecuencia lógica en ese lenguaje. Recordemos que un lenguaje formal está constituido por un conjunto primitivo de símbolos, llamado alfabeto, y por un conjunto de reglas de formación, que nos dicen qué secuencias de símbolos son fórmulas bien formadas del lenguaje. El lenguaje que construiremos será llamado a partir de ahora el lenguaje Q. El conjunto de símbolos primitivos de Q será el siguiente:

$\{ x, ´, a, P, \neg, \rightarrow, \forall, (,) \}$

Los nombres para las diferentes combinaciones de nuestros símbolos primitivos serán los siguientes:

1. Variables de individuo, que construiremos a través de la letra *x* seguida de un cierto número de acentos: *x´*, *x´´*, *x´´´*, ...
2. Constantes de individuo, que construiremos a través de la letra *a* seguida por un cierto número de acentos: *a´*, *a´´*, *a´´´*, ...
3. Símbolos de predicado , que construiremos a través de la letra P seguida por un cierto número de acentos: *P´*, *P´´*, *P´´´*, ...
4. El conjunto de símbolos $\{ \forall, \rightarrow, \neg\}$. Estos símbolos denotan, respectivamente, al cuantificador universal y a las conectivas veritativo-funcionales de la implicación material y de la negación.
5. Paréntesis izquierdo " *(* " y paréntesis derecho" *)* ".
6. Nuestras variables y constantes serán llamadas términos.

Finalmente, tendremos las siguientes reglas recursivas para construir fórmulas bien formadas en el lenguaje Q. (fbfs):

1. Si P es un símbolo de predicado n-ádico y $t_1...t_n$ son términos, entonces P $t_1...t_n$ es una fbf.

2. Si A es una fbf y v es una variable de individuo, entonces $\forall$vA es una fbf.

3. Si A es una fbf, entonces $\neg$A es una fbf.

4. Si A y B son fbfs, entonces (A$\rightarrow$B) es una fbf.

5. Ninguna otra cosa es una fbf.

Una noción fundamental que Tarski utiliza en su definición de consecuencia lógica es la noción de interpretación. Una vez que hemos construido nuestro lenguaje formal, podemos definir qué es una interpretación para nuestro lenguaje Q. Una interpretación I de Q consiste en la especificación de un conjunto no vacío D (el dominio de la interpretación) y las asignaciones siguientes:

1. A cada constante individual le es asignado un y sólo un miembro del conjunto D.

2. A cada símbolo de predicado n-ádico se le asigna un conjunto de n-tuplas de miembros del conjunto D.

Las conectivas tendrán sus significados veritativo-funcionales usuales. Los cuatificadores se leerán como denotando exclusivamente a los miembros del dominio de la interpretación. Por ejemplo, $\forall x'$ se leerá como "Para todo objeto *x´* en el dominio". Definamos ahora la noción de *satisfacción* para el lenguaje Q por una secuencia *s*. Sea I una interpretación cuyo dominio es D. Sea *t* un término cualquiera y *s* una secuencia infinita de miembros de D. Pongamos atención nuevamente a nuestra definición recursiva de fórmulas bien formadas del lenguaje Q. La noción de satisfacción consistirá en una serie de condiciones necesarias y suficientes que permitirán decir cuándo una secuencia s satisface a una fórmula A en la interpretación I. Para cada tipo de fórmulas bien formadas de Q se darán estas condiciones. Para continuar nuestra definición de satisfacción, será útil definir una función *f* cuyos argumentos será términos del lenguaje Q, y cuyo dominio serán los objetos del conjunto D. Esta función se define como sigue:

1. Si t es una constante, entonces *f*(t) = d, en donde d es un miembro del conjunto D asignado por I a la constante T.

2. Si t es la variable número k en la enumeración, entonces $f(t) = d$, en donde d es el término número k en la secuencia s.

La noción de satisfacción para el lenguaje Q se definirá, finalmente, como sigue:

1. Si A es una fórmula atómica de la forma $Pt_1...t_n$, en donde P es un predicado de n lugares y $t_1...t_n$ son términos, entonces la secuencia s satisface A si y sólo si $< f(t_1)... f(tn) >$ es un miembro del conjunto de tuplas ordenadas asignadas por I al símbolo de predicado P.

2. Si A es de la forma $\neg B$, entonces s satisface A si y sólo si s no satisface B.

3. Si A es de la forma $(B \rightarrow C)$, entonces s satisface A si y sólo si o bien s no satisface B o s satisface C.

4. Si A es de la forma $\forall v_k$ B, en donde v_k es la variable número k de nuestra enumeración, entonces s statisface A si y sólo si toda secuencia de mienbros de D tal que esa secuencia difiere de s a lo sumo en el término número k, satisface B.

Diremos que una fórmula bien formada del nuestro lenguaje Q es verdadera para una interpretación dada I del lenguaje Q si y sólo si toda secuencia de miembros del dominio de I satisface A. Diremos también que una interpretación I del lenguaje Q será un *modelo* de un conjunto de una fórmula A si y sólo si A es verdadera para la interpretación I. De manera similar, diremos que una interpretación I del lenguaje Q es un modelo de un conjunto Γ de fbfs de Q si y sólo si toda fórmula de Γ es verdadera para la interpretación I. Una vez expuesta la noción de modelo, podemos hacer explícita la definición tarskiana del concepto de consecuencia lógica:

Una oración X es consecuencia lógica de las oraciones del conjunto K si y sólo si todo modelo del conjunto K es al mismo tiempo un modelo de la fórmula X.[15]

[15] *"We say that the sentence X follows logically from the sentences of the class K if and only if every model of the class K is at the same time a model of the sentence X"*. Tarski, (1936), p. 186.

El problema que surgía con el lenguaje G definido en la sección anterior puede solucionarse fácilmente gracias a las nociones definidas por Tarski. Recordemos nuevamente el argumento (7)

Argumento (7)

1. Aristóteles es griego
2. Aristóteles es filósofo

Toda sustitución de las constantes no lógicas del argumento (7) por otras constantes no lógicas del lenguaje G daban como resultado un argumento con premisas verdaderas y conclusión verdadera, por lo que no era posible explicar, a través de la condición (F), por qué el argumento (7) no era un caso de consecuencia lógica. Recordemos que el lenguaje G incluía a los nombres “Aristóteles”, “Sócrates” y a los predicados “es griego” y “es filósofo”. Sea una interpretación para G la tupla <D, N, P> en donde D es el dominio de los millonarios europeos, N le asigna al nombre “Aristóteles” el millonario Aristóteles Onassis, y al nombre “Sócrates” le asigna el millonario Silvio Berlusconi, y finalmente, P le asigna al predicado “x es griego” el conjunto de los millonarios europeos griegos, y a “x es filósofo” el conjunto de los millonarios europeos filósofos. El argumento (7) puede leerse ahora como sigue:

1. Aristóteles Onassis es griego
2. Aristóteles Onassis es filósofo

La interpretación <D, N, P> es modelo de la primera premisa del argumento (7), ya que Aristóteles Onassis satisface el predicado “x es griego”. Pero la interpretación <D, N, P> no es modelo de la conclusión de (1), ya que Aristótles Onassis no satisface el predicado “x es filósofo”. Hay, por tanto, una interpretación que es modelo de la premisa del argumento (7), mas no de la conclusión, y por tanto, el argumento (7) no es un caso de consecuencia lógica.

6.
Los objetivos de Tarski

Lo que hemos presentado en la sección anterior es la construcción, paso a paso, de la definición técnica de consecuencia lógica ofrecida por Tarski en 1936. Al construir esta definición se han utilizado otras nociones técnicas, como las de satisfacción, secuencia, modelo e interpretación. Pero ahora lo que es importante preguntar es cuál es la ventaja de ofrecer una definición técnica con la ayuda de conceptos y herramientas matemáticas, teniendo muy en cuenta que el objetivo de Tarski no es dar hacer un análisis conceptual de la noción intuitiva de consecuencia lógica. Si bien Tarski muestra que hay buenas razones para rechazar la idea de que pueda ofrecerse una definición no arbitraria y precisa del concepto cotidiano de consecuencia, una definición técnica que cumpla con las propiedades de ser *formalmente correcta* y *materialmente adecuada* será sin duda un avance en la investigación lógica y ayudará a comprender mejor la noción intuitiva de este concepto. El objetivo de esta sección es mostrar que una condición necesaria para determinar si la teoría de Tarski es efectivamente una buena teoría, es la de determinar si la definición técnica de consecuencia lógica es extensionalmente correcta. En otras palabras, si no es posible determinar si la noción intuitiva de consecuencia lógica coincide con la definición técnica de consecuencia lógica, entonces no es posible determinar si la teoría tarskiana de consecuencia lógica es una teoría adecuada.

Podemos decir que, en general, los filósofos están de acuerdo en afirmar que tenemos una noción intuitiva o preteórica de la relación de consecuencia lógica. Por ejemplo Etchemendy (1990, p. 144), al afirmar que la definición tarskiana de consecuencia lógica declara que ciertos argumentos lógicamente válidos de hecho no lo son, y viceversa, supone la existencia de una noción preteórica a partir de la cual puede señalarse esta diferencia. Gómez torrente (2000, p. 43), señala que el objetivo de Tarski, si bien no es el de definir la noción intuitiva de consecuencia lógica, es el de caracterizar extensionalmente esta noción intuitiva a través de conceptos mejor comprendidos. Hanson (1997, p. 365) acepta que hay un amplio acuerdo acerca de la definición teórica o técnica de consecuencia lógica, particularmente dentro de lenguajes de primer orden, pero acerca de la noción intuitiva, que trata de ser representada por la primera, no parece haber consenso alguno acerca de sus características definitivas ni de la manera en que pudiera ser delimitada.

Es muy importante resaltar algo que ya hemos ido mencionando a lo largo del texto, pero que sólo hasta ahora podemos explicar con detalle: Tarski no pretende que la definición técnica de la relación de consecuencia lógica sea una definición del concepto intuitivo. En (Gómez Torrente, 2000, p. 43) se señala que, de tener tal pretensión, la teoría de Tarski seguramente sería incorrecta. Esto se debe a que la definición tarskiana de consecuencia lógica incluye ciertas nociones técnicas relacionadas con la construcción de lenguajes formales (como las de satisfacción, modelo, secuencia, etc) que no juegan papel alguno cuando nos preguntamos por la noción intuitiva de consecuencia lógica.

> Si el único objetivo de una teoría de la consecuencia lógica es explicar el significado intuitivo de esa noción, entonces parece claro, sin necesidad de reflexionar mucho, que la definición de Tarski, si es que es una teoría de la consecuencia lógica, no es una buena teoría. [16]

Es claro que el concepto usual o intuitivo de consecuencia lógica no apela a estas nociones técnicas. Cuando leemos un texto o escuchamos a un orador y nos preguntarnos si una afirmación es consecuencia o se sigue de otras afirmaciones hechas por el autor del texto o por el orador, no pensamos en nociones como las de satisfacción o modelo. Ahora bien, Tarski mismo era escéptico con respecto a encontrar una definición precisa del concepto intuitivo o cotidiano de consecuencia. Entre algunos de los problemas a los que se han enfrentado los investigadores al tratar de adecuar la definición de la relación de consecuencia a la noción cotidiana, Tarski señala el hecho de que esta noción no tiene un contenido claro ni se halla delimitada de manera precisa, o en otras palabras, no parece haber un límite bien determinado entre los casos que son intuitivamente válidos y entre los que no lo son. Tarski, además, sugiere que la manera en la que el concepto es usado es inestable, y responde a intuiciones imprecisas y a veces contradictorias. Esto, según Tarski,

---

[16] Gómez Torrente (2000), p. 43

nos lleva a pensar que cualquier definición del concepto cotidiano será arbitraria, en mayor o menor medida.

> ... the concept of following is not distinguished from other concepts of everyday language by a clearer content or more precisely delimited denotation, the way it is used is unstable, the task of capturing and reconciling all the murky, sometimes contradictory intuitions connected with that concept has to be acknowledged a priori as unrealizable, and one has to reconcile oneself in advance to the fact that every precise definition of the concept under consideration will to a greater or lesser degree bear the mark of arbitrariness.[17]

Si bien Tarski no hace explícitas las razones que lo llevan a afirmar que el concepto usual o intuitivo de consecuencia lógica presenta estas complicaciones, es posible añadir que el uso común de la palabra "lógica" responde a intuiciones que tienen que ver más bien con el sentido común, en tanto que frecuentemente hallamos que se considera "ilógica", por ejemplo, una situación absurda o contraria a lo que se espera la mayor parte de las veces, o en la mayoría de los casos, o en situaciones típicas. Sin embargo, estas intuiciones no siempre son explícitas, y dependen muchas veces de factores muy complejos para poder ser determinadas de manera inmediata. Este problema, sin embargo, va más allá de los objetivos de esta tesis.

Los problemas que Tarski identifica al intentar dar una definición de la noción intuitiva de consecuencia lógica nos hacen ver que su objetivo no es hacer un análisis de la manera en como usamos la noción de consecuencia, para dar cuenta así del concepto intuitivo. En lugar de esto, Tarski ofrece un método general, que puede ser utilizado dentro de un amplio número de lenguajes formales, y permite construir una definición *formalmente correcta* y *materialmente adecuada* del concepto de consecuencia lógica. De manera más precisa, se busca lo siguiente:

---

[17] "... el concepto de consecuencia no se distingue de otros conceptos del lenguaje cotidiano debido a que tenga un contenido más claro o una delimitación más precisa, la manera en la que es usado es inestable, la tarea de capturar y reconciliar todas las intuiciones obscuras, a veces contradictorias, conectadas con ese concepto ha de ser reconocida a priori como irrealizable, y uno debe admitir que cada definición precisa del concepto en consideración tendrá en maoyor o menor medida la marca de la arbitrariedad". Tarski (1936, p. 176)

a) La definición tarskiana de consecuencia lógica es materialmente adecuada si y sólo si (Para todo (x), Consecuencia lógica (x) si y sólo si ϕ(x)), y

b) la expresión "consecuencia lógica" no ocurre nunca en ϕ; el definiens debe construirse usando reglas no controvertidas para definir términos nuevos.

Si bien la definición técnica de consecuencia lógica no es una definición de la noción intuitiva, la pretensión de Tarski es mostrar que ambas nociones son coextensionales, y en esto radica la importancia de que la definición ofrecida por Tarski sea materialmente adecuada. Si la definición técnica careciera de esta propiedad, entonces tendríamos buenas razones para afirmar que no es una definición satisfactoria, pues entonces habría por lo menos un caso de consecuencia lógica intuitiva que no sería un caso de consecuencia lógica tarskiana, o bien habría por lo menos un caso de consecuencia lógica tarskiana que no sería un caso de consecuencia lógica intuitiva. En cualquiera de esas dos circunstancias, la definición técnica de consecuencia lógica no sería coextensional con la noción intuitiva.

Para mostrar que la definición técnica de la relación de consecuencia lógica tiene la propiedad de ser materialmente adecuada, tenemos que probar que la definición es *correcta*, y que es *completa*. Que la definición técnica de la relación de consecuencia lógica es correcta significa que todo caso de consecuencia lógica tarskiana es un caso de consecuencia lógica intuitiva, o en otras palabras:

b) Si todo modelo del conjunto de oraciones K es un modelo de la oración X, entonces la oración X es consecuencia lógica, en un sentido intuitivo, del conjunto de oraciones K.

La definición técnica de consecuencia lógica será completa cuando siempre que se hallemos un caso de consecuencia lógica intuitiva, éste sea también un caso de consecuencia lógica tarskiana. Dicho de otra manera:

a) Si la oración X es consecuencia lógica, en un sentido intuitivo, del conjunto de oraciones K, entonces todo modelo del conjunto de oraciones K es un modelo de la oración X.

Sólo si se muestra que la definición técnica de la relación de consecuencia lógica es correcta y completa en el sentido mencionada arriba, entonces podemos afirmar que la definición técnica y la noción intuitiva de consecuencia lógica son coextensionales. Es claro que para establecer si se da o no esta coincidencia extensional es indispensable saber cuándo un argumento es un caso de consecuencia lógica según la teoría de Tarski.

7.
Las consecuencias de la modificación del conjunto de las constantes lógicas

Comencemos esta sección con las siguientes consideraciones: para empezar, asumamos que a cada constante no lógica del lenguaje que estamos considerando, corresponden ciertas variables. Reemplacemos ahora, dentro de cualquier fórmula bien formada de ese lenguaje, cada constante por una variable. Este reemplazo transforma nuestra oración en lo que Tarski llama una *función oracional*. Consideremos ahora no sólo una oración, sino un conjunto de ellas, y reemplacemos de manera uniforme todas las constantes no lógicas que aparecen en estas oraciones por variables correspondientes. De esta manera obtenemos un conjunto de funciones oracionales, llamémoslo el conjunto G. Ahora bien, a cualquier interpretación que satisfaga todas y cada una de las funciones oracionales del conjunto G, podemos llamarla un modelo del conjunto G. Esta definición implica lo siguiente: si el conjunto de expresiones identificadas como constantes lógicas en nuestro lenguaje varía, entonces también cambiará el conjunto de argumentos que son casos de consecuencia lógica según la teoría de Tarski.

Si bien la distinción entre expresiones lógicas y no lógicas está lejos de ser obvia, hay razones que nos indican que no es arbitraria. Por mencionar alguna de ellas, recordemos que Tarski indica que su definición de consecuencia lógica nos llevaría a consecuencias que no se ajustarían a nuestras intuiciones en caso de que no contáramos como constantes lógicas a los cuantificadores o a las conectivas veritativo-funcionales.

> At the foundation of our whole construction lies the division of all terms of a language into logical and extra-logical. This division is certainly not entirely arbitrary: if we did not count among the logical terms e.g. the implication sign or the quantifiers, the definition provided of following could lead to consequences manifestly contradictory to everyday intuitions. [18]

Para comprender cómo una modificación en el conjunto de las constantes lógicas trae como consecuencia una variación en el conjunto de las oraciones que se hallan en una relación de consecuencia lógica, consideremos nuevamente el lenguaje de primer orden Q y para generar un lenguaje interpretado Q', dos de cuyos símbolos de predicado'*P*'' y '*P*''' significan, respectivamente, "x es un unicornio" y "x pertenece al rey". Una selección ordinaria de constantes lógicas para este lenguaje es el conjunto$\{\forall, \neg, \rightarrow\}$. Consideremos ahora el argumento siguiente:

Argumento (10)

P1) $P'(a') \rightarrow \neg P'''(a')$

P2) $P'(a')$

C) $\neg P'''(a')$

Este argumento es un caso de consecuencia lógica para una selección ordinaria del conjunto de constantes lógicas del lenguaje T (es un caso de *modus ponens*). Mostremos ahora que cierta modificación del conjunto de constantes lógicas tiene como consecuencia que el argumento (10) deja de ser un caso de consecuencia lógica. Supongamos que "$\rightarrow$" es excluido del conjunto de las constantes lógicas. Si este es el caso, las interpretaciones del lenguaje Q' asignarán significados variables al símbolo "$\rightarrow$". Una interpretación de Q'

[18] Tarski (1936), p. 59-60.

podría asignar a este símbolo un significado veritativo-funcional de acuerdo con la regla siguiente:

P	Q	$\rightarrow$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Podemos decir que I asigna a "$\rightarrow$" la conectiva de la disyunción. Bajo nuestra nueva selección de constantes lógicas, el argumento (10) no será un caso de consecuencia lógica, (pues la verdad de una disyunción y del primer disyunto no implica la verdad del segundo disyunto), aunque sí lo era bajo la selección ordinaria. Esto muestra que una modificación en el conjunto de las constantes lógicas puede implicar que un argumento intuitivamente válido ya no lo sea bajo una nueva selección. Consideremos ahora la otra cara del problema: ¿qué sucede si introducimos, dentro del conjunto de las constantes lógicas, a expresiones que tradicionalmente no forman parte de este conjunto? Supongamos que el símbolo de predicado '*P*'' significa, en el lenguaje formal interpretado Q', "x es un unicornio". En tanto no hay unicornios, toda secuencia de todo dominio satisface la fórmula siguiente:

$$\forall(x) \neg P'(x)$$

Pero una fórmula que es satisfecha por toda secuencia de todo dominio es una fórmula lógicamente válida, y por tanto consecuencia lógica de todo conjunto de fórmulas de Q'. Bajo una selección tradicional del conjunto de constantes lógicas, esto último no es el caso.

Conclusiones

Como hemos visto, el criterio para determinar si la teoría de Tarski es una buena teoría depende del hecho de que su definición de consecuencia lógica sea extensionalmente equivalente a la noción intuitiva. Si no es así, habrá casos de consecuencia lógica en el sentido intuitivo que no serían casos de consecuencia lógica en el sentido técnico, o viceversa. Pero para mostrar esta equivalencia es indispensable un método que permita determinar la forma lógica de oraciones y argumentos. En ausencia de un método tal, no es posible determinar siquiera cuándo un argumento es un caso de consecuencia lógica según la teoría de Tarski.

Ahora bien, Tarski sugiere un criterio de formalidad para argumentos que son casos de consecuencia lógica. Pero este criterio implica que ya hemos determinado el conjunto de expresiones que son constantes lógicas; si este conjunto es modificado, variará también el conjunto de oraciones que son consecuencia lógica unas de otras. Este fenómeno motiva la búsqueda de una teoría de las constantes lógicas. ¿Qué expresiones deben ser incluidas dentro de este conjunto? Dado que el argumento (10) de la última sección es intuituvamente un caso de consecuencia lógica, tenemos buenas razones para pensar que la conectiva "$\rightarrow$" debe ser una expresión lógica. Argumentos similares pueden ser ofrecidos para incluir a las demás conectivas y a los cuantificadores de primer orden. Por otro lado, hay también buenas razones para pensar que expresiones como "Aristóteles" o "gato" no son expresiones lógicas. Una teoría de las constantes lógicas tendrá como objetivo establecer ciertos principios que permitan determinar cuándo incluir una expresión dentro del conjunto de las constantes lógicas.

Capítulo 2. La falla del criterio de invariancia bajo permutaciones

Introducción

¿Qué es una expresión lógica, y qué criterio nos permite distinguir el conjunto de las expresiones lógicas de otros términos del lenguaje que son intuitivamente extralógicos? Una teoría de las constantes lógicas pretende ofrecer, a través de ciertos principios, una distinción entre términos lógicos y no lógicos. En el capítulo anterior hemos señalado que la definición tarskiana de la relación consecuencia lógica –una de las más exitosas y aceptadas teorías acerca de esta relación- presupone una distinción entre constantes lógicas y no lógicas. Las constantes lógicas fijan la forma de argumentos y enunciados. Si las fronteras entre expresiones lógicas y no lógicas son imprecisas, la tarea de determinar la forma lógica de los argumentos será también imprecisa. Pero si no es posible determinar la forma lógica de argumentos y enunciados, entonces no es posible determinar cuándo un argumento es un caso de consecuencia lógica de acuerdo a la definición de Tarski.

En este capítulo será evaluado una criterio particular de las constantes lógicas: el criterio de invariancia bajo permutaciones, propuesto inicialmente por Tarski en 1986. Bajo este criterio, cualquier expresión cuya denotación sea invariable bajo permutaciones arbitrarias del dominio es un término lógico. La mayoría de los autores consideran que este criterio tiene, hasta cierto punto, algunas características deseables. Sher (1991) sugiere que, gracias a su precisión matemática, el criterio de invariancia bajo permutaciones nos permite expresar el hecho de que los términos lógicos son formales. Gómez Torrente (2002) y Mac Farlane (2005) indican que este criterio evita el uso de términos cuyas definiciones no son enteramente precisas, como “analítico” o “a priori”. Mas aún, este criterio establece, como ha de esperarse, que las conectivas veritativo-funcionales y los cuantificadores de primer orden deben ser incluidas en el conjunto de las constantes lógicas, mientras que excluye expresiones que tradicionalmente no forman parte de este conjunto, como “gato” o “correr”.

Desde la propuesta inicial de Tarski, se han desarrollado teorías de las constantes lógicas basadas en el criterio de invariancia bajo permutaciones, modificando, empero, ciertos aspectos con el objetivo de evitar ciertos contraejemplos problemáticos. A pesar de todo, el éxito de estas modificaciones y del criterio mismo han sido ampliamente criticados por filósofos como Warmbrod (1999), Gómez-Torrente (2000, 2002, 2003), y MacFarlane (2005). De acuerdo a estos autores, el criterio de invariancia bajo permutaciones ofrece, como mucho, condiciones necesarias, pero no es exitoso en ofrecer condiciones suficientes.

Sher, en (1991) y (2003), ofrece una propuesta basada en el criterio de invariancia bajo permutaciones. En este ensayo, la teoría de Sher será evaluada para determinar si puede o no dar una respuesta exitosa a las críticas de Gómez Torrente y Mac Farlane. La teoría desarrollada por Sher incluye ciertas condiciones que, de acuerdo a su autora, nos permiten explicar ciertos términos problemáticos que han sido propuestos como contraejemplos al criterio de invariancia bajo permutaciones. La hipótesis principal de este capítulo es la de que ni la propuesta de Sher ni ninguna otra propuesta basada principalmente en un criterio extensional son capaces de dar cuenta de estos contraejemplos.

Los objetivos de este segundo capítulo son los siguientes: en la primera sección, se presentará la propuesta de invariancia bajo permutaciones, las razones que han motivado su desarrollo, y algunas modificaciones a esta propuesta ofrecidas con el objetivo de evitar ciertos contraejemplos. En la segunda sección será presentada la propuesta de Sher, y finalmente, en la tercera sección, seran evaluadas las objeciones que Gómez Torrente y Mac Farlane señalan contra esta última propuesta, mostrando que ninguna de las condiciones ofrecidas por Sher permite evitar el problema planteado por términos cuya denotación es vacía en todos los dominios.

1.
El criterio de invariancia bajo permutaciones

Una de las propuestas más importantes y discutidas acerca de la noción de constante lógica es la teoría de invariancia bajo permutaciones, propuesta originalmente por Tarski en un artículo póstumo titulado *¿What are logical notions?*. Esta propuesta dice que toda expresión cuya extensión permanezca invariable bajo permutaciones arbitrarias del dominio de la interpretación es una constante lógica. La motivación detrás de esta teoría consiste en que la mayor parte de los lógicos consideran que una característica esencial de las constantes lógicas es la de ser insensibles a las identidades particulares de los objetos. En otras palabras, no debería ser posible utilizar expresiones lógicas con el objeto de distinguir entre individuos distintos dentro de un dominio. Consideremos, por ejemplo, el predicado "es idéntico a sí mismo". Este predicado es verdadero para todo individuo dentro de cualquier dominio, por lo que no puede ser usado para hacer una distinción entre individuos. En contraste, consideremos un dominio como el siguiente: D = {x | x es un entero positivo}, y el predicado "es par". Este predicado es verdadero para algunos individuos del dominio D, pero falso para otros individuos del mismo dominio, por lo que es posible usarlo para distinguir entre individuos dentro del dominio D. Como veremos más adelante en esta sección, el criterio de invariancia bajo permutaciones ofrecido por Tarski implica que el predicado "es idéntico a sí mismo" es una expresión lógica, pero no así el predicado "es par".

La propuesta de Tarski tiene sus raíces en una idea de Félix Klein, el famoso matemático del siglo XIX. Klein estaba interesado en distinguir entre diferentes nociones usadas en geometría. Para entender la propuesta de Klein, será útil recordar las nociones de *función*, *biyección* y *permutación*. Una función es una relación *r* que tiene la propiedad de que, para cualquier objeto *x* perteneciente a un conjunto A (el dominio) existe un y solo un objeto *y* perteneciente a un conjunto B (el rango) del que se dice que *x* está en la relación *r*. Una biyección es una función que mapea los elementos de un conjunto S en un conjunto S' de la misma cardinalidad. A cada elemento de S se le asigna un y solo un elemento de S'. Cuando S = S', una biyección es llamada una permutación.

Consideremos ahora el ejemplo siguiente, dado por Tarski en (1986): podemos pensar al movimiento de un cuerpo rígido como una transformación, en tanto cada punto ocupado por tal cuerpo antes de que comience a moverse corresponde a otro punto cuando el movimiento termina. Cuando un cuerpo se mueve, la distancia entre dos puntos arbitrarios ocupados por el cuerpo no cambia (y ésta es una propiedad característica de los cuerpos rígidos). Supongamos que x y y son dos puntos ocupados por un cuerpo rígido, y m(x) y m(y) son los puntos correspondientes que dicho cuerpo ocupa después del movimiento. La distancia entre x y y es la misma que la distancia entre m(x) y m(y), y por tanto, la distancia entre puntos es invariable bajo una transformación de movimiento (o isométrica). La geometría euclidiana se ocupa sólo de objetos invariantes bajo transformaciones isométricas. De manera más general, un objeto es invariante bajo permutaciones si y sólo si, para toda permutación, la extensión de dicho objeto es la misma. Inspirado en esta idea, Tarski considera la clase de todas las permutaciones del mundo en sí mismo, y considera que la ciencia que trata de aquellas nociones invariables bajo esta clase más amplia de transformaciones es, precisamente, la lógica.

> In the extreme case, we would consider the class of all one-one transformations of the space, or universe of discourse, or world, onto itself. What will be the science which deals with the notions invariant under this widest class of transformations? Here we will have very few notions, all of a very general character. I suggest that they are logical notions, that we call a notion 'logical' if it is invariant under all possible one-one transformations of the world onto itself.[1]

Las nociones lógicas pertenecen a una jerarquía de tipos obtenida a partir de un dominio D. Por ejemplo, los elementos de D serán objetos de un cierto tipo, los elementos de $\wp$ (D) (el conjunto potencia de D, esto es, el conjunto de todos los subconjuntos de D) serán objetos de un tipo distinto, el conjunto de todas las n-tuplas de elementos del conjunto D pertenecerán a otro nivel en la jerarquía, etc. Una permutación del dominio D

[1] Tarski (1986, p. 149)

generará una permutación en todos los niveles de la jerarquía de tipos. La propuesta de invariancia bajo permutaciones sugiere que aquellos objetos de la jerarquía cuya extensión permanezca sin cambio alguno bajo todas las permutaciones posibles del dominio D son objetos lógicos, y que toda expresión que denote uno de estos objetos es una constante lógica. Por lo tanto, toda expresión coextensional con una expresión lógica será también una expresión lógica.

Formalmente, la propuesta puede ser expresada de la siguiente manera: usaremos la notación d(E, D) para designar la denotación de una expresión E en el dominio D. Sea p una permutación del dominio D: la función p*, que es una función biyectiva que va de D a D, será definida a través del siguiente conjunto de reglas:

(i) si x es un elemento del conjunto D, entonces p*(x) = p(x)

(ii) si x es un conjunto, entonces p*(x) = $\{y: \exists z\ (z \in x\ \&\ y = p^*(z))\}$

(iii) si x es una n-tupla ordenada $\langle x_1,\ldots,x_n\rangle$, entonces $p^*(x) = \langle p^*(x_1),\ldots,p^*(x_n)\rangle$

El criterio de invariancia bajo permutaciones puede ser definido como sigue:

(PI) Una expresión E es una constante lógica si y sólo si para todo dominio D y toda permutación p, *p**(*d*(E, D)) = *d*(E, D).

Para empezar, consideremos el nivel más simple de nuestra jerarquía de tipos, que corresponde a los objetos del dominio D. Por ejemplo, supongamos que nuestro dominio D es el conjunto de todos los números naturales:

D = $\{x \mid x$ es un número natural$\}$

Supongamos ahora una permutación p_1 del dominio D definida por la siguiente regla:

$p_1(x) = x + 1$

Esto es, la permutación p_1 asigna a cada elemento del conjunto D su sucesor inmediato. Pero en este caso, hallamos por lo menos una permutación que hace variar a cada objeto de nuestro dominio. En general, en tanto que una permutación p puede asignar, a cada objeto del dominio D un elemento diferente de D, ningún objeto de D es invariante bajo permutaciones, y de acuerdo a (PI), ninguna expresión que denote un elemento de D es una constante lógica.

El siguiente nivel de la jerarquía es el nivel de los conjunto de individuos de D. Las únicas nociones en este nivel que son invariantes bajo cualquier permutación arbitraria de D son el conjunto que incluye a todos los elementos de D y el conjunto vacío. De acuerdo a (PI), expresiones que denotan el conjunto de todos los individuos de D o que denoten el conjunto vacío, son constantes lógicas. Consideremos ahora el nivel de relaciones binarias entre elementos de D. En este nivel hay únicamente cuatro relaciones que son invariantes bajo permutaciones arbitrarias de D: la relación que siempre se da entre dos objetos, la relación que jamás se da, la relación de identidad y la relación de diversidad. Nuevamente, y de acuerdo al criterio (PI), aquellas expresiones que denoten alguna de estas relaciones son constantes lógicas.

Si bien el criterio resulta claro cuando se trata de decidir si un predicado o una relación es un término lógico o no, no parece haber una aplicación directa al caso de las conectivas veritativo-funcionales y los cuantificadores. Sin embargo, es posible asignar una extensión particular para estas expresiones de la siguiente manera. Sea C una función veritativo funcional o u cuantificador. La extensión de C en un dominio D puede ser pensada como una función $C(\Phi_1 ... \Phi_n)$ cuyo argumento es el conjunto de n-tuplas de conjuntos de secuencias que satisfacen las fórmulas $\Phi_1 ... \Phi_n$ y cuyo valor es el conjunto de secuencias que satisfacen $C(\Phi_1 ... \Phi_n)$. Consideremos, en primer lugar, a la negación:

$C(\Phi) = \neg\Phi$

En este caso, el argumento de la función $C(\Phi)$ estará constituido por un solo elemento, a saber, el conjunto A de secuencias que satisfacen la fórmula Φ. El valor de esta función será el conjunto B de secuencias que satisfacen la fórmula $\neg\Phi$. Ahora bien, una secuencia s satisface la fórmula $\neg\Phi$ si y sólo si la secuencia s no satisface la fórmula Φ. Para cualquier permutación del dominio D, la función $C(\Phi)$ permanece constante: el conjunto B (el conjunto de secuencias de elementos de D que satisfacen $\neg\Phi$) es siempre el conjunto complemento de A (el conjunto de secuencias de elementos de D que satisfacen Φ). La extensión de la conectiva "$\neg$" es invariable bajo permutaciones arbitrarias del dominio, y es, de acuerdo al criterio (PI), una expresión lógica. El caso de la conjunción es similar.

$$C(\Phi,\Psi) = \Phi \wedge \Psi$$

El argumento de la función $C(\Phi,\Psi)$ estará constituido por la n-tupla de conjuntos de secuencias $\langle A, B\rangle$ que satisfacen a las fórmulas Φ,Ψ. Su valor será el conjunto de secuencias E que satisfacen la fórmula $\Phi \wedge \Psi$. Ahora bien, una secuencia s satisface la fórmula $\Phi \wedge \Psi$ si y sólo si satisface las fórmulas Φ y Ψ. Nuevamente, la función $C(\Phi,\Psi)$ permanece constante para cualquier permutación del dominio D: el conjunto E será siempre la intersección de los conjuntos A y B. La extensión de la conectiva "$\wedge$" es invariable bajo permutaciones arbitrarias del dominio D, y es, de acuerdo al criterio (PI), una constante lógica.

Hay que observar que una de las ventajas del la propuesta de invariancia bajo permutaciones consiste en que se evita el uso de términos cuya definición no es enteramente precisa, como pueden ser los términos 'a priori', o 'necesario'. Como hemos visto previamente, el concepto de término lógico es crucial en el proyecto de Tarski. Es de esperar que los elementos utilizados en la definición de la noción de consecuencia lógica posean un significado preciso. Los conceptos usados para definir la noción de consecuencia lógica (e.g. secuencia, satisfacción, modelo, etc.) pertenecen a la semántica científica, y aparte del concepto de término lógico, gozan de definiciones enteramente precisas. Es por esta razón que nociones semánticas o epistémicas que carezcan de un significado preciso no deben de ser introducidas en una definición de la noción de constante lógica si es que queremos apegarnos a las exigencias de Tarski.

Sin embargo, el criterio (PI), tal y como ha sido presentado, tiene la desafortunada consecuencia de que ciertos términos que intuitivamente no deberían formar parte del conjunto de las constantes lógicas son invariables bajo permutaciones arbitrarias del dominio de la interpretación. Como muestra McGee (1996), es posible definir términos cuya denotación dependa de los elementos particulares del dominio, y haciéndolo sensible a ciertas características propias de estos elementos. El término definido por McGee denota objetos diferentes bajo dominios distintos de la misma cardinalidad. Consideremos el término C^w, que es definido como sigue:

> **(Definición C^w)** "A C^w B" es verdadero si y sólo si, si hay wombats, A es verdadero o B es verdadero, y si no hay wombats, A es verdadero y B es verdadero.

Intuitivamente, C^w no es una constante lógica. La extensión de este término depende de la existencia de ciertos objetos particulares dentro del dominio: si hay wombats, C^w se comporta como una disyunción, si no hay wombats, C^w se comporta como una conjunción, por lo que su extensión no es insensible a la presencia de objetos particulares en el dominio. Desafortunadamente el criterio (PI) no nos permite excluir C^w. Supongamos que hay dos dominios D y D´ de la misma cardinalidad, pero el domino D contiene wombats, mientras el domino D´ no. En tanto la extensión de la disyunción y de la conjunción son invariables bajo permutaciones arbitrarias del dominio, obtenemos el siguiente resultado:

$p(d(C^w, \mathrm{D})) = d(C^w, \mathrm{D})$

y

$p(d(C^w, \mathrm{D'})) = d(C^w, \mathrm{D'})$

Así, una consecuencia de (PI) es que C^w es una constante lógica. Sin embargo, es razonable pensar que una constante lógica debe tener la misma extensión sin importar qué objetos están incluidos en dominios de la misma cardinalidad. Considerando el problema que plantean contraejemplos como el anterior, filósofos como Sher (1990) y McGee (1996) han propuesto un criterio similar a (PI) que toma en cuenta no sólo biyecciones arbitrarias del dominio sobre sí mismo, sino también biyecciones arbitrarias entre dominios de la misma cardinalidad, pero que pueden incluir objetos distintos. El criterio de invariancia bajo biyecciones arbitrarias (IBA) sugiere que un término C es una constante lógica si y sólo si C denota al mismo término bajo biyecciones arbitrarias entre un dominio D y dominios de la misma cardinalidad.

> **(IBA)** Una expresión E es una constante lógica si, para todo dominio D y todo dominio D´ de la misma cardinalidad, y para toda biyección b entre D y D´, b(*den*(E, D)) = *den*(E,D').

En tanto una permutación de un conjunto S puede ser vista como una biyección arbitraria del conjunto S consigo mismo, es fácil notar que si un término C es una constante lógica según el criterio (IBA), entonces es una constante lógica según el criterio (PI). Sin embargo, la afirmación conversa es falsa. Consideremos de nuevo los dominios D y D´, y asignemos a cada miembro de D un y sólo un miembro de D´. Tenemos entonces que:

$$b(den(C^w, D)) \neq (den(C^w, D'))$$

Bajo el criterio (IBA), no es una constante lógica, de manera que el criterio nos permite excluir casos problemáticos como este. Sin embargo, y como veremos en la sección siguiente, el criterio (IBA) no nos permitirá excluir otra clase de términos que sin intuitivamente extralógicos, pero cuyas denotaciones son invariables bajo permutaciones arbitrarias del domino de la interpretación.

2. La propuesta de Sher

Toda propuesta que pretenda ofrecer condiciones necesarias y suficientes para considerar a una expresión como miembro del conjunto de los términos lógicos debería satisfacer dos importantes propiedades: por un lado, debería contener a todos los términos que sean de hecho, o intuitivamente, expresiones lógicas, y por el otro lado, debe contener únicamente a tales expresiones. Si la propuesta satisface la primera propiedad, podemos llamarla una teoría intuitivamente *completa*; si satisface la segunda, podemos llamarla una teoría intuitivamente *correcta*.

Ahora bien, hay un consenso más o menos claro con respecto al estatus lógico de gran parte de las expresiones del lenguaje: se admite, por un lado, que las conectivas veritativo-funcionales y los cuantificadores de primer orden son términos lógicos, y por el otro lado, hay expresiones que una propuesta adecuada debería excluir sin lugar a dudas, como por ejemplo a expresiones como “gato”, “cubo”, o “suegra”. Si bien hay expresiones acerca de las cuales no tenemos intuiciones tan claras con respecto a su status lógico, como el predicado de pertenencia, la relación de igualdad, o los operadores modales, el hecho de que nuestras intuiciones sean claras con respecto a un conjunto más o menos grande de expresiones del lenguaje nos permite encontrar un criterio relativamente simple para evaluar una teoría de las constantes lógicas. Por ejemplo, tales intuiciones nos permitirían rechazar tanto una propuesta que negara el status lógico de la expresión “si... entonces”, bajo la acusación de que es intuitivamente incompleta, como una propuesta que declarara a la expresión “suegra” como una constante lógica, bajo la acusación de que es intuitivamente incorrecta.

Hay buenas razones para considerar a la propuesta invariantista como una teoría completa, en tanto no excluye a las expresiones que tradicionalmente son consideradas constantes lógicas. Sin embargo, esta propuesta parece tener el indeseable resultado de ser una teoría intuitivamente incorrecta, pues declara como constantes lógicas a expresiones que intuitivamente no lo son. Gómez Torrente sugiere que pueden construirse numerosos contraejemplos a la teoría de la invariancia considerando ciertos predicados con las siguientes características:

(i) son predicados intuitivamente extralógicos, y

(ii) se predican falsamente de todo objeto en cualquier dominio.

En (1991), Sher propone una teoría de la constancia lógica basada en un criterio similar a (BI). La propuesta de Sher incluye varias condiciones que deben ser satisfechas por un término para poder considerarlo como una constante lógica. y afirma que estas condiciones permiten excluir términos que comparten las características (i) y (ii). A continuación, se revisarán brevemente las condiciones propuestas por Sher con el objetivo de determinar si efectivamente su teoría es capaz de enfrentarse a estos contraejemplos. La propuesta de Sher considera expresiones funcionales y nociones lógicas de segundo orden. En tanto que los ejemplos que resultan problemáticos para su teoría son predicados monádicos de primer orden, únicamente se revisarán las condiciones propuestas para este tipo de expresiones.

> DEFINICIÓN LT C es un término lógico [constante lógica] ssi C es una conectiva veritativo-funcional o C satisface [las siguientes] condiciones:
>
> A. Una constante lógica C es sintácticamente un predicado de n lugares, siendo n un entero positivo.
>
> B. Una constante lógica C es definida por una única función extensional, y se identifica con esta extensión.
>
> C. Una constante lógica C se define sobre modelos. En cada modelo U sobre el cual es definida, se le asigna a C un constructo de elementos de U correspondiente a su categoría sintáctica. Específicamente, I requiere que C sea definida por una función f_c tal que, dado un modelo U (con universo A) en su dominio:

a. Si C es un predicado de n lugares, entonces f_c(**U**) es un subconjunto de A^n.

D. Una constante lógica C se define sobre todos los modelos (para la lógica).

E. Una constante lógica C es definida por una función que es invariante bajo estructuras isomórficas. Esto es, se cumple la siguiente condición:

Si C es un predicado de primer orden de n lugares, **U** y **U’** son modelos con universos *A* y *A*’ respectivamente, $\langle b_1, \ldots, b_n \rangle \in A^n$, $\langle b'_1, \ldots, b'_n \rangle \in A'^n$, y las estructuras $\langle A, \langle b_1, \ldots, b_n \rangle\rangle$ y $\langle A', \langle b'_1, \ldots, b'_n \rangle\rangle$ son isomórficas, entonces $\langle b_1, \ldots, b_n \rangle \in f_c(\mathbf{U})$ ssi $\langle b'_1, \ldots, b'_n \rangle \in f_c(\mathbf{U'})$.

Brevemente, las condiciones (B-C) indican que un predicado lógico monádico C es definido en todos los modelos para el lenguaje por una única función extensional f_C de la siguiente manera: para cada modelo A con dominio D, f_C(A) es un subconjunto de D, y el significado de *C* es capturado precisamente por la función f_C.

Para entender la condición (E) de Sher, será útil explicar la noción de isomorfismo. Sea M un modelo con dominio D y M’ un modelo con domino D’. Para cada constante c del lenguaje Q, sea c^M el miembro de D asignado a c por M, y sea $c^{M'}$ el miembro de D’ asignado a c por M’. Para cada símbolo de predicado P, sea P^M la relación asignada a P por M, y sea $P^{M'}$ la relación asignada a P por M’. Diremos que M y M’ son isomórficos si y sólo si hay una biyección b entre D y D’ de manera que:

(a) d es c^M ssi b(d) es $c^{M'}$, y

(b) $\langle d_1, \ldots, d_n \rangle$ se hallan en la relación P^M si y sólo si $\langle b(d_1), \ldots, b(d_n) \rangle$ se hallan en la relación $P^{M'}$.

La definición de isomorfismo implica que dos modelos no pueden ser isomórficos si sus dominios son de diferentes cardinalidades. Para un predicado de n lugares P, la condición (E) nos dice que si para cualesquiera dos modelos M y M' de la misma cardinalidad y para cualesquiera objetos $d_1, \ldots, d_n$ del dominio de M, $\langle d_1, \ldots, d_n \rangle$ está en la relación P^M ssi $\langle b(d_1), \ldots, b(d_n) \rangle$ está en la relación $P^{M'}$, entonces P es una constante lógica. Como es de esperarse, bajo el criterio de Sher las conectivas veritativo-funcionales, los cuantificadores de primer orden y los predicados binarios "=" y "≠" son incluidos dentro del conjunto de las constantes lógicas, junto con otras nociones que intuitivamente pertenecen también a este conjunto. Sin embargo, tanto Gómez-Torrente (2002) como MacFarlane (2005) cuestionan que las condiciones ofrecidas por Sher nos permitan excluir del conjunto de las constantes lógicas a ciertas expresiones problemáticas, particularmente aquellas que comparten las características (i) y (ii) mencionadas al inicio de esta sección.

3.
La falla de la propuesta de invariancia bajo permutaciones

En (2000, 2002), Gómez Torrente afirma que una consecuencia no deseada de la propuesta de Sher es la de que aquellos términos que denotan una extensión vacía en todos los modelos, como "unicornio", "heptaedro y "viuda macho" son constantes lógicas, y que las oraciones

(1)$\forall(x)\ \neg$unicornio(x)

(2)$\forall(x)\ \neg$heptahedro (x)

(3)$\forall(x)\ \neg$viuda macho(x)

son lógicamente válidas. El argumento es el siguiente: supongamos que tenemos un predicado lógico monádico '∅' tal que, por estipulación, abrevia la expresión "no es idéntico consigo mismo". Si, de acuerdo a la condición (B) de la propuesta de Sher, las constantes lógicas se identifican con su extensión y "unicornio", "heptaedro y "viuda macho” tienen la misma extensión que ‘∅’, entonces son el mismo término de acuerdo con la propuesta de Sher. Pero si las constantes lógicas son identificadas con su extensión, y ‘∅’ es claramente una constante lógica de acuerdo a (LT), entonces “unicornio”, “heptaedro y “viuda macho” deben ser también constantes lógicas de acuerdo a la propuesta de Sher. En tanto ninguno de estos términos puede ser predicado con verdad de objeto alguno, toda secuencia de cualquier dominio satisface las oraciones (1), (2) y (3). Pero si una oración A es satisfecha por todas las secuencias de cualquier dominio, entonces no existe secuencia alguna que satisfaga a todas las oraciones de Γ y no satisfaga la oración A, y por tanto, A es consecuencia lógica de todo conjunto de premisas.

A esta objeción, Sher (2003) responde que el predicado “unicornio” no satisface la condición (D), esto es, no está definida para/sobre todos los modelos. La condición (D) dice que el dominio de una función que define a una constante lógica es la clase de todos los modelos para un lenguaje dado. En tanto “unicornio” es un predicado de la zoología, puede serle aplicado únicamente a entidades propias de la zoología, y la posición de Sher parece ser que aplicar este predicado a entidades pertenecientes a distintos dominios carece de sentido. Los predicados de la matemática pueden ser aplicados únicamente a objetos matemáticos, los predicados biológicos a objetos biológicos, etc. El preciado “unicornio” no está definido para/sobre modelos cuyos dominios no incluyen entidades zoológicas, y por tanto no satisface la condición (D).

Sin embargo, no es claro por qué oraciones como “el número 69 es un unicornio” o “esta cebra es un número primo” no puedan tener sentido. Hay una fuerte intuición de que estos enunciados son falsos, lo que nos indica que son significativos. A la contraobjeción de Sher, Gómez Torrente responde como sigue:

> … if anyone asks me if it is defined whether a planet is a unicorn or not, I will say without hesitation that it is, and that it is defined that it is not.[2]

[2] Gómez-Torrente, (2003) p. 204.

Mas aún, ninguna condición de (LT) nos ayuda a saber cuándo un predicado es zoológico o matemático, conocimiento que, de acuerdo con Sher, parece ser indispensable para determinar cuándo es permitido aplicarlo a un objeto. La condición que nos permite definir la extensión de una constante lógica para/sobre un modelo es (C). Supongamos que tenemos un modelo U cuyo universo es el conjunto de enteros positivos, y queremos definir sobre este modelo a los predicados "unicornio" y "no es idéntico consigo mismo" (abreviado "x≠x"). La condición (C) dice que si "unicornio" y "no es idéntico consigo mismo" son predicados de n lugares de primer orden, la extensión tanto de $f_{unicornio}$(U) como de $f_{x\neq x}$(U) será un subconjunto de *A*. En tanto ningún entero positivo es un unicornio y ningún entero positivo carece de la propiedad de ser idéntico consigo mismo, $f_{unicornio}$(U) = ∅ y $f_{x\neq x}$(U) = ∅. ¿Pero cómo sabemos que el predicado "no es idéntico consigo mismo" es aplicable a las enteros positivos, mientras que el predicado "unicornio" no lo es? Esto parece ser una cuestión que va más allá de un criterio puramente extensional; ninguna condición de (LT) nos ofrece una respuesta clara a esta pregunta.

Sin embargo, Gómez Torrente afirma que la propuesta de Sher es inadecuada aún si se acepta que predicados como "unicornio" no están definidos en todo modelo. Su propuesta es considerar un nuevo predicado "unicornio#" definido por la regla siguiente: en aquellos modelos en donde "unicornio" está definido, la extensión del predicado es el conjunto de unicornios, y en los modelos en donde no está definido, su extensión es el conjunto vacío. El predicado "unicornio#" está definido sobre/para todos los modelos, por lo que satisface la condición (D). Pero en tanto que su extensión es el conjunto vacío en cualquier modelo que consideremos, "unicornio#" es una constante lógica de acuerdo a la teoría de Sher.

En este punto, Sher responde a esta objeción considerando la existencia de modelos cuyos dominios incluyen entidades ficticias o mitológicas, esto es, considera modelos en donde el predicado "unicornio" no es vacío. Sher sostiene que el predicado "unicornio#", tal y como ha sido definido, no satisface la condición (E). Consideremos un modelo A cuyo dominio contiene como único miembro *b* a un unicornio, y un modelo A' cuyo dominio incluye como único miembro b' a un número. En este caso, los modelos A y A' son isomórficos. En tanto el único miembro del dominio de A es un unicornio, $b \in f_{unicorn}(U)$, pero el único miembro del dominio A' es u número, así que $b' \notin f_{unicorn}(U)$, de manera que el predicado "unicornio#", no satisface la condición (E), y por tanto, no es una constante lógica de acuerdo a (LT).

En primer lugar, la respuesta de Sher parece depender de si el predicado "unicornio" tiene o no una extensión vacía en todos los modelos. Aquel que apoya el criterio invariantista podría sugerir que un término cuya extensión es invariante bajo toda permutación de todo dominio posible es una constante lógica, y esta parece ser la estrategia para excluir el predicado "unicornio". Sin embargo, esta estrategia no parece tener mucho éxito. Consideremos la conectiva unaria "%" definida por la regla siguiente:

> $\ulcorner \%\varphi \urcorner$ es verdadera en una interpretación I justo cuando φ no es verdadera en I y el agua es H_2O.

Intuitivamente, "%" no es una constante lógica. Sin embargo, satisface la condición (E) de Sher, en tanto su extensión en todo dominio posible es la misma que la extensión de "¬", que es claramente una constante lógica de acuerdo con las condiciones establecidas por Sher.

En segundo lugar, aún si se adopta una ontología menos estricta y se acepta la existencia de modelos cuyos dominios incluyen entidades ficticias, podemos definir predicados cuya extensión es vacía en cualquier dominio que consideremos. Por ejemplo, el predicado "heptaedro", cuyo significado es "poliedro regular de siete caras" es vacío en todos los dominios. Sher podría responder que, en tanto éste es un predicado geométrico, no está definido sobre/para todos los modelos. Podemos, sin embargo, considerar el predicado "heptaedro#", cuya definición es análoga a la definición de "unicornio#".

Sher argumenta como sigue: de acuerdo a las condiciones (B-D), el significado en español del predicado "heptaedro#" debe ser capturado por su definición extensional. En tanto el predicado "heptaedro#" es un predicado geométrico, y el predicado "no es idéntico consigo mismo” es un predicado lógico genuino, no pueden tener el mismo significado en español. Pero en estas circunstancias el significado de “hepatedro#” es el mismo que el del predicado “no es idéntico consigo mismo”. Por tanto, la función que define “heptaedro#” falla en capturar su significado en inglés.

Gómez Torrente (2003) propone considerar los predicados “$x \neq x$” y “$\exists y\ (y=x\ \&\ y \neq x)$”, que son considerados predicados lógicos genuinos. Aún si estos predicados comparten la misma extensión (el conjunto vacío) hay intuitivamente una diferencia de significado entre ellos. En tanto es evidente que Sher desea que su teoría sea aplicable a estos predicados, no puede sostener que las funciones asignadas a ellos son distintas. Un ejemplo similar es dado por Mac Farlane en (2005). Supongamos que definimos dos conectivas veritativo-funcionales & y @ de la siguiente manera:

> $\ulcorner \phi\ \&\ \varphi \urcorner$ es verdadera para una interpretación si y sólo si ϕ es verdadera para I y φ es verdadera para I
>
> $\ulcorner \phi\ @\ \varphi \urcorner$ es verdadera para una interpretación I si y sólo si no es el caso que, si ϕ es verdadera para I, entonces φ es falsa para I

Ambas conectivas expresan la misma función de verdad, y por tanto su significado veritativo-funcional es el mismo, si bien hay una diferencia intuitiva entre ellas: la primera es una conjunción, y la segunda es la negación de un condicional. Sin embargo, el criterio de Sher no es capaz de dar cuenta de la diferencia intuitiva entre estos dos predicados.

> … the permutation invariance criterion gives at best a necessary condition for logical constancy. Its main shortcoming is that it operates at the level of reference rather that the level of sense; it looks at the logical operations expressed by the constants, but not at their meanings. An adequate criterion, one might therefore expect, would operate at the level of sense, perhaps attending to the way we grasp the meanings of logical constants.[3]

---

[3] MacFarlane (2005).

Todos estos contraejemplos muestran una característica similar: aún cuando su extensión es la misma en todo dominio, hay una diferencia intuitiva entre ellos y las expresiones genuinamente lógicas cuya extensión está dada por el conjunto vacío. Esta diferencia no es capturada adecuadamente por el criterio de invariancia bajo permutaciones, en tanto sólo atiende a la extensión de los términos, y no a su sentido. Un criterio exitoso de la consecuencia lógica debería ser sensible a esta diferencia.

Conclusiones

El éxito de la caracterización extensional de la relación de consecuencia lógica depende de qué términos son incluidos dentro del conjunto de las constantes lógicas. Es posible que un cambio en este conjunto modifique esta relación: argumentos que son intuitivamente válidos dejan de serlo bajo una nueva selección de constantes lógicas. este hecho motiva una teoría de las constantes lógicas.

La propuesta de invariancia bajo permutaciones posee ciertas características deseables. Es matemáticamente precisa, expresa la intuición de que los términos lógicos no pueden ser usados para distinguir entre individuos dentro de un dominio, y evita el uso de términos cuya definición no es enteramente precisa, como “analítico” y “a priori”. Motivados por estas características, algunos filósofos han desarrollado teorías de las constantes lógicas basadas en el criterio de invariancia bajo permutaciones. En particular, Sher propone una teoría que, junto con este criterio, incluye otras condiciones introducidas para dar cuenta de términos cuya extensión es vacía en todo dominio posible. Sin embargo, la teoría de Sher parece incapaz de tratar con este tipo de términos. En primer lugar, no es claro que predicados como “unicornio” o “heptaedro” no estén definidos en todo modelo. Saber cuándo un predicado puede serle o no aplicado a un objeto es algo que está más allá de un criterio puramente extensional. En segundo lugar, aún si se acepta que predicados como “unicornio” y “heptaedro” no satisfacen la condición (D), es posible definir términos como “unicornio#” y “heptaedro#”, que están definidos para todos los modelos, tienen extensiones que son invariantes bajo estructuras isomórficas, pero no serían tradicionalmente aceptados como términos lógicos. Finalmente, Sher no puede sugerir que las funciones asignadas a dos términos cuyos significados difieren sean funciones distintas. Hay una amplia variedad de términos que tienen la misma extensión según la propuesta de Sher, pero cuyos significados son intuitivamente distintos. Ninguna condición de la teoría de Sher parece dar cuenta de esta diferencia en significado.

El criterio de invariancia, a pesar de sus características deseables, no puede dar cuenta adecuadamente del significado de las constantes lógicas. Este criterio toma en cuenta a la denotación de los términos, pero no a su sentido, lo que parece ser una característica requerida para una teoría adecuada de las constantes lógicas.

Bibliografía

Bays, Timothy, (2001) "On Tarski on Models", *The Journal of Symbolic Logic,* Vol. 66, No. 4, Diciembre, 2001

Etchemendy, J., *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press, Cambridge, 1990

Gómez-Torrente, M. (2000), *Forma y Modalidad. Una Introducción al Concepto de Consecuencia Lógica*, **Eudeba**, Buenos Aires.

_____________________ (1996) "Tarski on Logical Consequence", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 37, No. 1, Invierno 1996

___________________ (2002), "The Problem of Logical Constants", *Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 8, pp.1-37.

____________________ (2003) "The 'Must' and the 'Heptaedron'. Remarks on Remarks". *Theoria*, vol. 18, No. 47, pp. 199-206.

Hanson, William H. (1997) "The Concept of Logical Consequence", *The Philosophical Review*, vol. 106, pp. 365-409.

Hunter, Geoffrey (1971), *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*. University of California Press. Berkeley y Los Ángeles.

MacFarlane, J. "Logical Constants", *The Stanford Encyclopedy of Philosophy* (Winter 2005 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL=http://plato.stanford.edu/archives/win2005/entries/logical-constants/

McCarthy, T. (1981), "The Idea of a Logical Constant", *Journal of Philosophy*, vol. 78, pp. 499-523.

McGee, V. (1996), “Logical Operations”, *Journal of Philosophical Logic*, vol. 25, pp. 567-580.

Mendelson, Elliott (1987), *Introduction to Mathematical Logic,* tercera edición, Wadsworth & Brooks/Cole, Pacific Grove, California.

Sainsbury, Mark (1991), *Logical Forms*, Basil Blackwell, Inc. Cambridge, Massachusetts.

Sher, G. (1991) *The Bounds of Logic. A Generalized Viewpoint*, Cambridge (Mass.): M.I.T. Press.

_______ (2003), “A Characterization of Logical Constants *Is* Possible”, *Theoria*, vol. 18, No. 47, pp.189-197.

Tarski, Alfred (1936), “On the concept of following logically”, Tr. Magda Stroinska y David Hitchcock. *History and Philosophy of Logic* 23, pp.155-196, 2002.

_________ (1986), What are Logical Notions?, *History and Philosophy of Logic* 7, pp. 143-154, 1986.

Warmbrod, K. (1999), “Logical Constants”, *Mind*, vol. 108, pp. 503-538.