



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“GENERACIÓN DE MALLAS DE SIMULACIÓN
NUMÉRICA A PARTIR DE PUNTOS DISPERSOS”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO PETROLERO

PRESENTA:

OSCAR CANDIA GUTIÉRREZ

DIRECTOR: ING. MARTÍN CARLOS VELÁZQUEZ FRANCO

**CODIRECTOR: M.C. GUILMER FERDINAND GONZÁLEZ
FLORES**



MÉXICO, D.F., CD. UNIVERSITARIA

MAYO 2007



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Deo gracias a Dios por prestarme la vida, por haberme permitido terminar mi carrera y por tener a mi lado a mucha gente que quiero mucho.

A MI PADRE

Para José Sotero Candia Acosta, te doy las gracias por haberme apoyado y ayudado en toda mi vida, por tus consejos, por tus regaños, por tu comprensión, por tu confianza, por haber creído en mí, gracias.

VIVE TU SUEÑO

Seguramente, alguna noche antes de dormirte, abres de par en par la ventana y sueñas. Hablas a las nubes e interrogas a las estrellas. No te sonrojes por ello. En toda alma hay un ensueño que espera ser despertado. Y las estrellas acogen, hoy como ayer, tantos secretos de los corazones jóvenes. Sigue, pues en la ventana, a rachas un dulce mal sutil envuelve tu alma que tiembla. Los labios no dicen por qué. Y los ojos se celan de nostalgia. No te avergüences de estas horas en las cuales el corazón es el soberano de su propio sueño.

Comprenderás más tarde que sólo así la vida te ofrece una evasión de ti mismo. El sueño abrirá la dorada cancela la ventana. Custodia tu sueño dentro de ti. Defiéndelo de un mundo vulgar, superficial y vil. No permitas que un alma extraña cruce la frontera de ese reino tuyo, y aunque hayas revelado un nombre a una estrella, no temas: brillando más fuerte, te ha dicho que sí. Sigue, pues en la ventana. A menudo, soñar es mejor que vivir. Por lo tanto, soñar es necesario. Aunque tú, idealista y pragmático, debes procurar vivir tu sueño y no conformarte tan sólo con soñar tu vida.

A MI MADRE

A mi mamá María del Lourdes Gutiérrez Crescimo, te doy las gracias mamá por haberme apoyado y ayudado en mi vida, en mis estudios por tus desvelos por que siempre has estado cuando más te necesito, por que me has comprendido, por todo tu amor.

A MIS HERMANOS

A mi hermano el mayor José Gerardo y a mi hermano el chico José Erick por sus consejos regaños y su gran apoyo que me brindan en mi vida, gracias.

A MIS ABUELOS

A mis abuelos que me han seguido en mi vida gracias Francisco Gutiérrez Hernández y Josefina Crescimo Ortiz Concepción Candia Hernández  y Josefa Acosta Blancas.

A MIS TANTOS

Quiero darles las gracias a mis tíos y a mis tías que gracias a sus consejos a su apoyo me ayudaron a seguir adelante. A Leonardo Díaz y Concepción Candia, Juan García y Rocío Candia, Andrés Candia y Virginia Gutiérrez, Alfonso Ángeles y Georgina Candia, Jesús Díaz y Gabriela, Gerardo Candia y Wendy Carrillo, Ángel Gutiérrez y Consuelo Villegas, Juan Gutiérrez y Carmen, Concepción Gutiérrez y Guadalupe, Mauricio Gutiérrez y Valeria Juventino Gutiérrez y Mari Perfirio Rivas y Mercedes Gutiérrez, Alejandro y José Gutiérrez.

A Teodoro Gutiérrez por su apoyo que me ha brindado durante mi carrera, gracias.

En especial a Bertha Candia Acosta , quien en vida fue la que me ayudo mucho y estuvo siempre con migo, gracias tía tita donde quiera que te encuentres.

También quiero dar las gracias a mis primos y primas a mis amigos que gracias a sus consejos he seguido adelante.

A MIS COMPAÑEROS DE LA F. I. DE INGENIERÍA

Quiero agradecerles a mis compañeros de la F. I. por su apoyo, que me brindaron, durante todo este tiempo a Félix Alberto Galindo, José David Guzmán, Jesús Gutiérrez, Hugo Avilés, Héctor Patricia, David Carrillo, María Esther Rosado, Rafael Sánchez, Hugo Antonio Sánchez, Nadia Alejandra, Gabriela Jiménez, Ricardo Chagoya, Mirna Merones, Jessica Miranda, Cuauhtemoc García, Edgar Sánchez, Javier Lino Castro, José Ángel Cabrera, Rubén Rodríguez, Roger Córdova, Jorge Ramos, Arcadio Baena, Gustavo Pórcayo, Cristian Pérez, David Lugo, Israel Alvarado, Juan Manuel Contreras sólo por mencionar algunos y a mis demás compañeros y compañeras que me han apoyado y han estado con mígo.

A MI GUARDADOR DE TESIS

Al Ing. Martín Carlos Velásquez Franco por haberme brindado su tiempo, ayudado y apoyado a realizar mi tesis, por sus conocimientos durante la carrera, gracias.

A MI COGUARDADOR DE TESIS

A M. C. Guilmer Ferdinand González Flores por haber dedicado su tiempo en la realización de esta tesis, por sus conocimientos, por su apoyo, por sus consejos, gracias Guilmer.

A EL GRUPO DE SIMULACIÓN NUMÉRICA DE YACIMIENTOS (GENY)

Lo agradezco al Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz por su apoyo y por sus conocimientos que me brindó durante la carrera, quien es el responsable del Simulador Numérico de Yacimientos Multipropósitos (SNYM).

Quiero dar las gracias por su gran apoyo a los Integrantes del Grupo de Generación Numérica de Mallas de la Facultad de Ciencias al Dr. Pablo Barrera Sánchez quien es el responsable de este grupo.

A MIS MAESTROS DE LA F.F.

A todos con cariño y respeto les doy las gracias por haberme transmitido su conocimiento, y por todas sus atenciones que me dieron durante mi estancia en esta Facultad.

También les doy las gracias a aquellas personas que me han ayudado directa e indirectamente durante mi carrera.

Para alguna aclaraci{on o comentario

OSCAR CANDIA GUTI{ERREZ

e-mail: oscar_candia010@yahoo.com.mx

Tel.:015959537898

TABLA DE CONTENIDOS

	Pag.
Resumen.....	iv
Dedicatorias.....	v
Tabla de Contenidos.....	ix
Lista de Figuras.....	xii
Lista de Tablas.....	xviii
Lista de Gráficas.....	xviii
CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Cuestión Económica.....	9
1.2 Clasificación Basada discretizando las Ecuaciones de Flujo.....	9
1.3 Clasificación basada en la Geometría del Yacimiento.....	10
1.4 Características de los Tipos de Mallas Numéricas con Diferentes Geometrías.....	11
1.4.1 Malla Cartesiana.....	12
1.4.2 Malla Radial.....	13
1.4.3 Malla Punto de Esquina.....	14
1.5 Planteamiento del Problema.....	16
CAPÍTULO II GENERACIÓN DE MALLAS 2D POR INTERPOLACIÓN.....	22
2.1 Planteamiento.....	22
2.2 Definición de Malla desde el Punto de Vista Matemático.....	23
2.3 Interpolación Transfinita TFI.....	25
CAPÍTULO III GENERACIÓN DE MALLAS SUAVES Y CASI-ORTOGONALES (FUNCIONAL AO).....	32
3.1 Funcional Área Ortogonalidad.....	35
3.2 Definición 1.....	37
3.3 Definición 2.....	39

CAPÍTULO IV RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES.....	44
4.1 Suavizamiento B-Spline Multinivel.....	44
4.2 Colección de Datos Dispersos.....	49
4.3 Descripción del Método.....	50
4.4 Algoritmo Básico Multinivel AB.....	54
CAPÍTULO V SUAVIZAMIENTO Y PARAMETRIZACIÓN DE REGIONES POLIGONALES.....	58
5.1 Planteamiento del problema.....	58
5.2 Suavizamiento de Regiones Poligonales Usando Nurbs.....	58
5.2.1 Suavizamiento de Contornos.....	58
5.3 Cónicas en su Forma de Bézier Racional Cuadrática.....	59
5.3.1 Propiedades de la Curva de Bézier Cuadrática.....	59
5.4 Forma de Bézier Racional Cuadrática Estándar de una Cónica.....	60
5.4.1 Clasificación de una Cónica	60
5.5 Parametrización de Curvas.....	61
5.6 Reparametrización de Curvas.....	62
CAPÍTULO VI CONSTRUCCIÓN DE MALLAS 3D PUNTO DE ESQUINA.....	66
6.1 Mallas 3D con Geometría Punto de Esquina.....	67
6.2 Simulador Numérico de Yacimientos Multipropósito (SNYM 1.0.0, [15]), SNYM-Grid, [14].....	75
6.2.1 Menú de Etapas.....	81
6.2.2 Consistencia de Datos.....	82
6.2.3 Captura de Parámetros.....	82
6.2.4 Análisis de Requerimientos.....	83

6.2.5 Información Concerniente a Cada Etapa del Proceso de Generación de Mallas 3D.....	84
6.2.5.1 Mapa de Contornos.....	84
6.2.5.2 Mapa de Contornos Regenerado.....	84
6.2.6 Región de Estudio.....	84
6.2.6.1 Malla 2D.....	84
6.2.6.2 Malla 2D Suavizada.....	85
6.2.6.3 Malla 3D.....	85
6.2.7 Barra de Herramientas.....	85
6.2.7.1 Barra de Herramientas Para la Etapa de Mapa de Contornos.....	85
6.2.7.2 Barra de Herramientas Para la Etapa de Mapa de Contornos.....	86
6.2.7.3 Barra de Herramientas Para la Etapa de la Malla 2D.....	87
6.2.7.4 Barra de Herramientas Para la Etapa de la Malla 3D.....	88
6.2.8 Cuadro de Datos.....	89
6.2.8.1 Cuadro de Datos Para el Mapa de Contornos.....	89
6.2.8.2 Cuadro de Datos Para la Región de Estudio.....	89
6.2.8.3 Cuadro de Datos de la Malla 2D.....	90
CAPÍTULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	91
7.1 Conclusiones.....	91
7.2 Recomendaciones.....	93
NOMENCLATURA.....	95
BIBLIOGRAFÍA.....	96

LISTA DE FIGURAS

Figura

Pag.

1.1 Yacimiento de Hidrocarburos.....	1
1.2 Anticlinal.....	2
1.3 Incrustación Salina.....	2
1.4 Lentes de Arena.....	2
1.5 Combinación Pliegue y Falla.....	2
1.6 Sello Sólido de Hidrocarburos.....	2
1.7 Intrusión Ígnea.....	2
1.8 Zona Fracturada.....	2
1.9 Combinación de Pliegue y variación de la permeabilidad y porosidad.....	2
1.10 Combinación de pliegue, falla, variación de porosidad y permeabilidad.....	2
1.11 Discordancia.....	2
1.12 Tipos de roca del yacimiento.....	3
1.13 Yacimiento Petrolero.....	4
1.14 Modelo de Diferencias Finitas.....	10
1.15 Modelo de Volumen.....	10
1.16 Geometrías de Yacimientos.....	11
1.17 Tipos de Mallas.....	12
1.18 Geometría Bloque Centrado de la Malla.....	12
1.19 Malla Radial.....	13
1.20 Malla Radial.....	13
1.21 Malla Cilíndrica, un solo pozo.....	14
Figura	Pag.
1.22 Punto de Esquina.....	15

1.23 Malla 3D de un yacimiento de hidrocarburos con fallas.....	16
1.24 Distribución de los Fluidos, en el yacimiento.....	16
1.25 Ejemplo de una malla 3D.....	17
1.26 Mapa de iso-propiedades de un yacimiento, en él se observa una malla cartesiana.....	17
1.27 Cubo Sísmico.....	18
1.28 Sección transversal de un yacimiento para $x=0.0$ y $x=1.0$	19
1.29 Procedimiento para obtener una malla 2D sobre la superficie.....	19
2.1 Diferentes redes sobre una región.....	22
2.2 Construcción de una malla a partir de un sistema coordenado curvilíneo.....	23
2.3 Mapeo entre regiones.....	24
2.4 Fronteras opuestas de una región.....	24
2.5 Una malla a partir de un mapeo entre regiones.....	25
2.6 Segmentos de frontera de $\partial\Omega$	26
2.7 Mapa de contornos.....	27
2.8 Puntos que describen a una región, mapa de contornos.....	28
2.9 Delimitación de la región de estudio, mapa de contornos.....	28
2.10 Malla original.....	29
2.11 Malla original.....	29
2.12 Malla original.....	30
2.13 Malla original.....	31
Figura	Pag.
3.1 Yacimiento homogéneo con 2 pozos productores, simulando la saturación de aceite.....	33

3.2 Yacimiento homogéneo con 2 pozos productores, simulando la saturación de aceite.....	33
3.3 Yacimiento homogéneo con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite.....	34
3.4 Yacimiento fracturado con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite.....	34
3.5 Yacimiento fracturado con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite.....	35
3.6 Poligonal donde se observan los vértices v_x que señalas arriba.....	36
3.7 Mapeo de la región de estudio.....	36
3.8 Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos.....	37
3.9 Mapeo de la región de estudio.....	38
3.10 Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos.....	39
3.11 Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos.....	39
3.12 Triángulos definidos sobre un cuadrilátero.....	40
3.13 Malla suavizada.....	42
3.14 Malla suavizada.....	42
3.15 Malla Suavizada.....	43
3.16 Malla Suavizada.....	43
4.1 Localización del campo PUMA.....	45
4.2 Configuración Estructural del campo PUMA.....	45
4.3 Estructura del campo PUMA.....	46
4.4 Plano estructural del campo PUMA.....	48
Figura	Pag.
4.5 Domo salino.....	48
4.6 Una colección de datos dispersos.....	50

4.7 Lattice de control definido.....	52
4.8 Inverso de la distancia entre el dato y sus 16 vecinos de la malla entera.....	52
4.9 Proceso iterativo dentro del lattice de referencia.....	53
4.10 Proceso adoptivo dentro del lattice de referencia.....	55
4.11 Superficie obtenida a partir de una función analítica.....	56
4.12 Superficie reconstruida por la técnica de suavizamiento B-Spline, usando 5 niveles y dimensión de escala 1 a 1.....	56
4.13 Mapa de contornos construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	56
4.14 Superficie reconstruida.....	57
5.1 Curva de Bézier Racional Cuadrática.....	59
5.2 Tipo cónica.....	61
5.3 Suavizamiento de contornos cerrados.....	61
5.4 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	62
5.5 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	63
5.6 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	63
5.7 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	64
5.8 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	64
5.9 Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	65
6.1 Cima del yacimiento.....	66
6.2 Desplazamientos verticales a la superficie.....	67
6.3 Combinación de pliegue y falla.....	68
Figura	Pag.
6.4 Curvas de nivel del estrato 1.....	69
6.5 Curvas de nivel del estrato 2.....	69
6.6 Curvas de nivel del estrato 3.....	70

6.7 Desplazamientos normales a la superficie.....	70
6.8 Mapa de contornos del campo PUMA, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	71
6.9 Curvas de nivel de una superficie reconstruida. Mapa de contornos del campo PUMA, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].....	71
6.10 Malla 2D original, casi ortogonal del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....	72
6.11 Malla 2D suavizada, casi ortogonal del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....	72
6.12 Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....	73
6.13 Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....	74
6.14 Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....	74
6.15 Logotipo del SNYM-Grid, [14].....	75
6.16 Mapa de contornos del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].....	76
6.17 Región de Estudio del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].....	76
6.18 Malla 2D suavizada del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].....	77
6.19 Malla 3D del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].....	78
6.20 Imagen del área de trabajo, del módulo SNYM-Grid, [14].....	79
6.21 Imagen del módulo SNYM-Grid,[14].....	79
6.22 Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].....	79
Figura	Pag.
6.23 Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].....	80
6.24 Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].....	80
6.25 Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].....	80

6.26 Menú de etapas, del módulo SNYM-Grid, [14].....	81
6.27 Menú de etapas con botones desactivados, del módulo SNYM-Grid, [14]...	81
6.28 Advertencia al usuario cuando una edición pone en riesgo la existencia de etapas posteriores, del módulo SNYM-Grid, [14].....	82
6.29 Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la regeneración de un mapa de contornos, del módulo SNYM-Grid, [14].....	82
6.30 Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la generación de una malla 2D, del módulo SNYM-Grid, [14].....	83
6.31 Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la generación de una malla 3D, del módulo SNYM-Grid, [14].....	83
6.32 Cuadro de datos para el mapa de contornos, del módulo SNYM-Grid, [14].....	89
6.33 Cuadro de datos para la región de estudio, del módulo SNYM-Grid, [14]....	90
6.34 Cuadro de datos de la malla 2D, del módulo SNYM-Grid, [14].....	90
7.1 Desplazamientos normales a la superficie, [16].....	93
7.2 Fallas en el plano de referencia, [16].....	94

LISTA DE TABLAS

Tabla	Pag.
1.1 Tipos de Yacimientos Petroleros.....	5

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica	Pag.
4.1 Historia de presión producción.....	47

TABLA DE CONTENIDOS

Resumen

Dedicatorias

Tabla de Contenidos

Lista de Figuras

Lista de Tablas

Lista de Gráficas

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

Cuestión Económica

Clasificación Basada discretizando las Ecuaciones de Flujo

Clasificación basada en la Geometría del Yacimiento

Características de los Tipos de Mallas Numéricas
con Diferentes Geometrías

Malla Cartesiana

Malla Radial

Malla Punto de Esquina

Planteamiento del Problema

CAPÍTULO II GENERACIÓN DE MALLAS 2D POR INTERPOLACIÓN

Planteamiento

Definición de Malla desde el Punto de Vista Matemático

Interpolación Transfinita TFI

CAPÍTULO III GENERACIÓN DE MALLAS SUAVES Y CASI-ORTOGONALES (FUNCIONAL AO)

Funcional Área Ortogonalidad

Definición 1

Definición 2

CAPÍTULO IV RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES

Suavizamiento B-Spline Multinivel

Colección de Datos Dispersos

Descripción del Método

Algoritmo Básico Multinivel AB

CAPÍTULO V SUAVIZAMIENTO Y PARAMETRIZACIÓN DE REGIONES POLIGONALES

Planteamiento del problema
Suavizamiento de Regiones Poligonales Usando Nurbs
Suavizamiento de Contornos
Cónicas en su Forma de Bézier Racional Cuadrática
Propiedades de la Curva de Bézier Cuadrática
Forma de Bézier Racional Cuadrática
Estándar de una Cónica
Clasificación de una Cónica
Parametrización de Curvas
Reparametrización de Curvas

CAPÍTULO VI CONSTRUCCIÓN DE MALLAS 3D PUNTO DE ESQUINA

Mallas 3D con Geometría Punto de Esquina
Simulador Numérico de Yacimientos Multipropósito
(SNYM 1.0.0, [15]), SNYM-Grid, [14]
Menú de Etapas
Consistencia de Datos
Captura de Parámetros
Análisis de Requerimientos
Información Concerniente a Cada Etapa del Proceso
de Generación de Mallas 3D
Mapa de Contornos
Mapa de Contornos Regenerado
Región de Estudio
Malla 2D
Malla 2D Suavizada
Malla 3D
Barra de Herramientas
Barra de Herramientas Para la Etapa
de Mapa de Contornos
Barra de Herramientas Para la Etapa
de Mapa de Contornos
Barra de Herramientas Para la Etapa
de la Malla 2D
Barra de Herramientas Para la Etapa
de la Malla 3D
Cuadro de Datos
Cuadro de Datos Para el Mapa de Contornos
Cuadro de Datos Para la Región de Estudio
Cuadro de Datos de la Malla 2D

CAPÍTULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones
Recomendaciones

NOMENCLATURA

BIBLIOGRAFÍA

LISTA DE FIGURAS

Figura

Yacimiento de Hidrocarburos
Anticlinal

Incrustación Salina

Lentes de Arena

Combinación Pliegue y Falla
Sello Sólido de Hidrocarburos

Intrusión Ígnea

Zona Fracturada

Combinación de Pliegue y variación de la permeabilidad y porosidad

Combinación de pliegue, falla, variación de porosidad y permeabilidad

Discordancia
Tipos de roca del yacimiento

Yacimiento Petrolero

Modelo de Diferencias Finitas

Modelo de Volumen
Geometrías de Yacimientos

Tipos de Mallas

Geometría Bloque Centrado de la Malla

Malla Radial

Malla Radial

Malla Cilíndrica, un solo pozo

Figura

Punto de Esquina

Malla 3D de un yacimiento de hidrocarburos con fallas

Distribución de los Fluidos, en el yacimiento

Ejemplo de una malla 3D

Mapa de iso-propiedades de un yacimiento, en él se observa una malla cartesiana

Cubo Sísmico

Sección transversal de un yacimiento para $x=0.0$ y $x=1.0$

Procedimiento para obtener una malla 2D sobre la superficie

Construcción de una malla a partir de un sistema coordenado curvilíneo

Mapeo entre regiones

Fronteras opuestas de una región

Una malla a partir de un mapeo entre regiones

Segmentos de frontera de

Mapa de contornos

Puntos que describen a una región, mapa de contornos

Delimitación de la región de estudio, mapa de contornos

Malla original

Malla original

Malla original

Malla original

Figura

3.1 Yacimiento homogéneo con 2 pozos productores,

simulando la saturación de aceite

3.2 Yacimiento homogéneo con 2 pozos productores,
simulando la saturación de aceite

Yacimiento homogéneo con dos pozos productores,
simulando la saturación de aceite

Yacimiento fracturado con dos pozos productores,
simulando la saturación de aceite

Yacimiento fracturado con dos pozos productores,
simulando la saturación de aceite

Poligonal donde se observan los vértices v_x que señalas arriba

Mapeo de la región de estudio

Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos

Mapeo de la región de estudio

Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos

Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos

Triángulos definidos sobre un cuadrilátero

Malla suavizada

Malla suavizada

Malla Suavizada

Malla Suavizada

Localización del campo PUMA

Configuración Estructural del campo PUMA

Estructura del campo PUMA

Plano estructural del campo PUMA

Figura

Domo salino

Una colección de datos dispersos

Lattice de control definido

Inverso de la distancia entre el dato y sus 16 vecinos de la malla entera

Proceso iterativo dentro del lattice de referencia

Proceso adoptivo dentro del lattice de referencia

Superficie obtenida a partir de una función analítica

Superficie reconstruida por la técnica de suavizamiento B-Spline,
usando 5 niveles y dimensión de escala 1 a 1

Mapa de contornos construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Superficie reconstruida

Curva de Bézier Racional Cuadrática

Tipo cónica

Suavizamiento de contornos cerrados

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Cima del yacimiento

.Desplazamientos verticales a la superficie

Combinación de pliegue y falla

Figura

Curvas de nivel del estrato 1

Curvas de nivel del estrato 2

Curvas de nivel del estrato 3

Desplazamientos normales a la superficie

Mapa de contornos del campo PUMA,
construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Curvas de nivel de una superficie reconstruida.
Mapa de contornos del campo PUMA,
construido con el módulo SNYM-Grid, [14]

Malla 2D original, casi ortogonal del campo PUMA,
construida con el módulo SNYM-Grid, [14]

Malla 2D suavizada, casi ortogonal del campo PUMA,
construida con el módulo SNYM-Grid, [14]

Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....73

Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....74

Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].....74

Logotipo del SNYM-Grid, [14]

Mapa de contornos del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14]

Región de Estudio del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14]

Malla 2D suavizada del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14]

Malla 3D del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14]

Imagen del área de trabajo, del módulo SNYM-Grid, [14]

Imagen del módulo SNYM-Grid,[14]

Imagen del módulo SNYM-Grid, [14]

Figura

Imagen del módulo SNYM-Grid, [14]

Imagen del módulo SNYM-Grid, [14]

Imagen del módulo SNYM-Grid, [14]

Menú de etapas, del módulo SNYM-Grid, [14]

Menú de etapas con botones desactivados, del módulo SNYM-Grid, [14]

Advertencia al usuario cuando una edición

pone en riesgo la existencia de etapas posteriores,
del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de diálogo para capturar parámetros
en la regeneración de un mapa de contornos,
del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de diálogo para capturar parámetros
en la generación de una malla 2D,
del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de diálogo para capturar parámetros
en la generación de una malla 3D,
del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de datos para el mapa de contornos,
del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de datos para la región de estudio, del módulo SNYM-Grid, [14]

Cuadro de datos de la malla 2D, del módulo SNYM-Grid, [14]

Desplazamientos normales a la superficie, [16]

Fallas en el plano de referencia, [16]

LISTA DE TABLAS

Tabla

Tipos de Yacimientos Petroleros

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica

Historia de presión producción

RESUMEN

El estudio de los yacimientos de hidrocarburos es una parte importante para el desarrollo de los campos petroleros, el tener bien caracterizado un yacimiento de hidrocarburos va a permitir saber el comportamiento que va a tener éste durante su vida productiva.

El objetivo de esta tesis es aplicar el módulo SNYM-Grid, [14], con datos reales de los yacimientos y poder generar mallas a partir de datos dispersos, teniendo así una malla acorde a la realidad.

La simulación de los yacimientos de hidrocarburos nos permite ver diferentes escenarios de estudio, pero para ello se necesita de un simulador que nos de resultados más reales.

El SNYM 1.0.0, [15], es un proyecto financiado por PEMEX y la U.N.A.M. con la finalidad de robustecer el conocimiento y el desarrollo de tecnología nacional, comprendiendo dos áreas de suma importancia para México: el petróleo y el cómputo.

SNYM 1.0.0, [15], es un sistema que simula el comportamiento de un yacimiento durante algún periodo de tiempo.

El módulo SNYM-Grid, [14], es una herramienta importante de este sistema, ya que nos permite generar mallas de una manera dinámica, con una reconstrucción de superficies, una malla casi-ortogonal, una parametrización de regiones poligonales y un suavizamiento de la malla. Esto va a permitir tener una mejor simulación de nuestro yacimiento de hidrocarburos y una mejor optimización de los recursos con los que contamos.

Esta tesis consta de 7 Capítulos los cuales tratan de lo siguiente: en el capítulo uno damos una introducción y unos conceptos de la ingeniería de yacimientos, en el capítulo dos se generan mallas 2D por medio del método de interpolación TFI, en el capítulo tres se expone el como generamos mallas suaves y casi-ortogonales, en el capítulo cuatro se expone el como se reconstruyen las superficies, en el capítulo cinco se expone la técnica de suavizamiento y parametrización de regiones poligonales, mientras que en el capítulo seis se expone la aplicación del módulo con datos reales y por ultimo se dan las conclusiones y algunas recomendaciones.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Un sistema petrolero describe las relaciones existentes entre un volumen de roca y todo el aceite o el gas que emana de ella. Los análisis de los sistemas petroleros incluyen elementos esenciales para detectar una acumulación de petróleo, gracias a la combinación de diferentes ciencias interdisciplinarias de la industria petrolera.

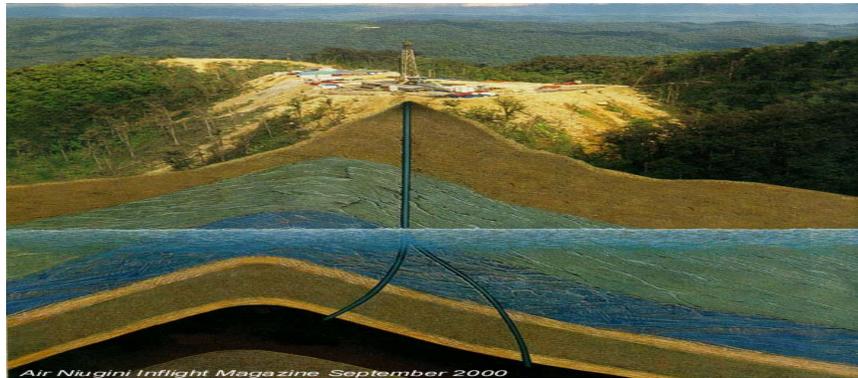


Fig. 1.1.-Yacimiento de hidrocarburos, [2].

Con la ayuda de estas ciencias es posible predecir las áreas en donde pueden ocurrir nuevos descubrimientos de hidrocarburos, optimizar la explotación de los yacimientos existentes; detectar problemas en las instalaciones superficiales y mejorar procesos.

El estudio de una cuenca describe a las rocas sedimentarias en el momento de su depósito y deformación estructural, así como a las trampas individualmente perforables (prospectos) o a una serie de trampas relacionadas (plays). Los **plays** son un grupo de prospectos o campos con similitudes geológicas en cuanto a la generación, acumulación, trampa, maduración, migración y preservación de hidrocarburos.

Una **trampa petrolera** es cualquier anomalía geológica cuyo origen puede ser tectónico (pliegue anticlinal, domo, falla, etc.) o litológico (cambio de permeabilidad), que da un cierre del almacén, donde no hay permeabilidad, pero hay poca porosidad.

Podemos definir a un **yacimiento** como la porción de una trampa geológica que contiene hidrocarburos y se comporta como un sistema hidráulicamente interconectado, y donde los hidrocarburos se encuentran a temperatura y presión elevadas ocupando los espacios porosos.

La forma en que quedan atrapados los hidrocarburos es muy variada y para poder definirlos en forma precisa, es necesario la interacción de diferentes especialidades.

Sin embargo a continuación mostramos algunas de las más comunes:

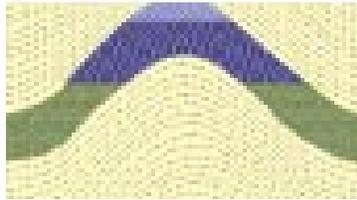


Fig.1.2.-Anticlinal.

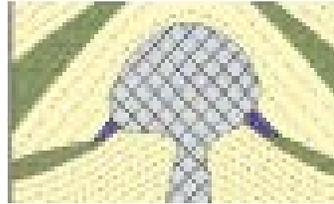


Fig.1.3.- Incrustación Salina.



Fig.1.4.-Lentes de Arenas.



Fig.1.5.-Combinación Pliegue y Falla.

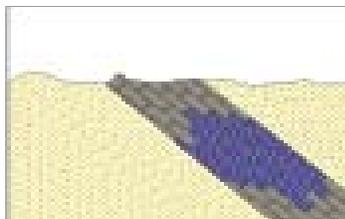


Fig.1.6.-Sello sólido de Hidrocarburos.

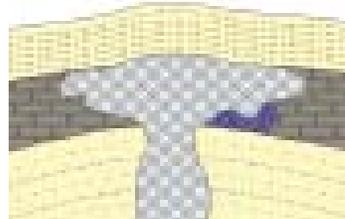


Fig.1.7.-Intrusión Ígnea.

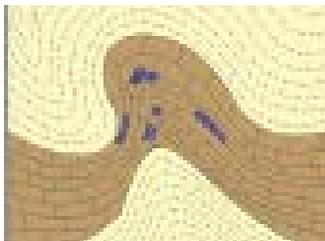


Fig.1.8.-Zona Fracturada.

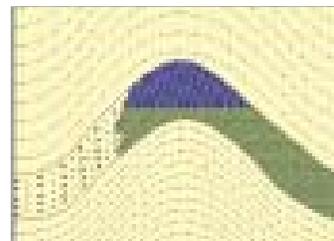


Fig.1.9.-Combinación de pliegue y variación de la permeabilidad y porosidad.

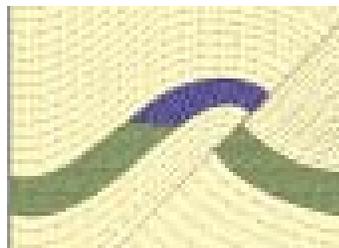


Fig.1.10.-Combinación de pliegue, falla, variación



Fig.1.11.-Discordancia.

de porosidad y permeabilidad. ACERTE [4]

En términos generales, las principales rocas asociadas a los yacimientos de hidrocarburos son:

La **roca generadora** es aquella secuencia sedimentaria cuyo contenido de materia orgánica y condiciones de formación la hacen potencialmente generadora de petróleo y/o gas. La determinación de una roca generadora está basada en su contenido y tipo de materia orgánica y de las características de sepultamiento. Las rocas generadoras pueden estar relativamente muy alejadas del yacimiento donde el petróleo y el gas se han acumulado.

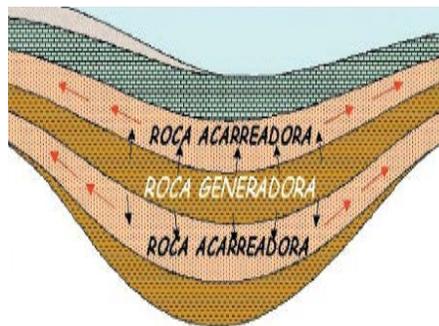


Fig. 1.12.-Tipos de roca del yacimiento, [4].

Los tres elementos esenciales de una roca almacenadora son la porosidad, la permeabilidad y su cierre estructural. La roca debe de contener poros o espacios porosos para almacenar petróleo y estos poros deben estar interconectados, y una vez que su espacio poroso ha sido llenado, no debe permitir el escape de los hidrocarburos.

La **roca sello** es aquella que por su escasa permeabilidad o por contener poros de tamaño subcapilar no permiten el paso del petróleo, sirviendo como cierre a su migración o desplazamiento, por lo que las rocas sello constituyen el cierre del yacimiento.

Una vez definida la potencialidad de la pila de sedimentos de una cuenca para almacenar hidrocarburos, se inician los estudios para detectar las áreas de rocas que generan y concentran hidrocarburos en alguna cuenca sedimentaria. Para ello, es indispensable realizar una buena caracterización tanto estática, como dinámica de nuestro yacimiento petrolero.

La caracterización estática de un yacimiento de petrolero, se dedica al desarrollo y adecuación de metodologías integradas que permiten una comprensión mayor de los yacimientos, en términos físicos y geológicos, de acuerdo con lo que se conoce técnicamente como sistema fractura-vúgulo-matriz. En este rubro se están formando equipos multidisciplinarios para definir con certeza la geometría del yacimiento, describiendo sus características petrofísicas. Las metas del área están enfocadas a obtener un modelo geológico-petrofísico a escala de yacimiento, integrando datos de diversas fuentes como: la geología, registros geofísicos de

pozos, sísmica y núcleos. El modelo aporta una radiografía del yacimiento, para la caracterización estática se hace uso de información discreta (registros, núcleos, etc.) en conjunto con información continua (sísmica) y a partir de ello se obtiene el modelo estático.

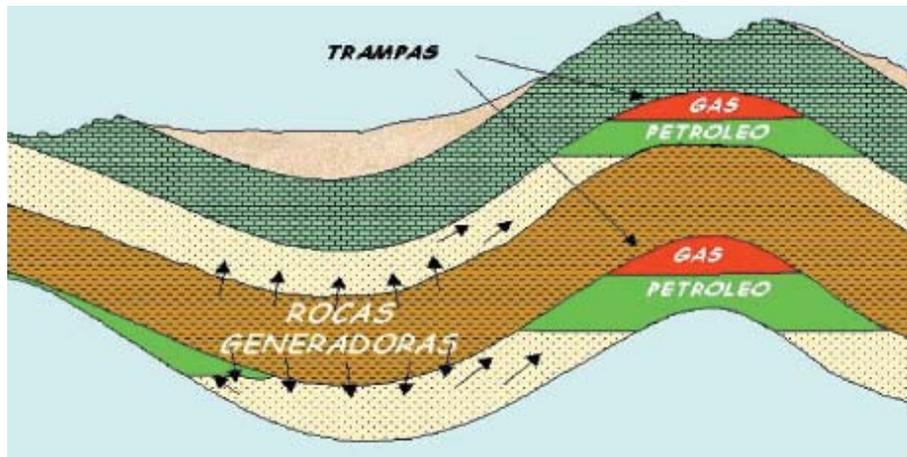


Fig. 1.13.-Yacimiento Petrolero, [4].

Mientras que la caracterización dinámica de un yacimiento petrolero, tiene como propósito el de investigar, desarrollar y adecuar metodologías que expliquen la interacción dinámica del sistema roca-fluido del yacimiento. Se pretende entender de manera integral cómo se desplazan los fluidos a través de las rocas. Los parámetros que se obtengan servirán para alimentar los modelos de simulación numérica de yacimientos, integrando de manera congruente el modelo estático.

Las propiedades físicas del tipo de fluido varían con la presión y temperatura; por otro lado es muy importante la composición de los hidrocarburos ya que en función de ella cambiarán de distinta forma su comportamiento a cambios de presión y temperatura.

La distribución de los fluidos en el yacimiento depende de la interrelación de factores como: saturaciones relativas en los poros, presiones capilares y de desplazamiento, condiciones hidráulicas del yacimiento, porosidad, permeabilidad, la composición de los fluidos y densidades de los mismos.

Los yacimientos de hidrocarburos tienen diferentes formas de clasificarse, como se muestran a continuación en la Tabla 1.1, con sus principales características de los fluidos de acuerdo a las propiedades físicas observadas.

Tabla 1.1.-Tipos de Yacimientos Petroleros, [11].

Tipo	Yacimiento de aceite y gas		Yacimiento de Gas y Condensado		
	De Bajo Encogimiento (Aceite Negro)	De Alto Encogimiento (Aceite Volátil)	Gas y Condensado	Gas Húmedo	Gas Seco
Características					
Diagrama de Fases					
Temperatura	$T_y < T_c$	$T_c \geq T_y$	$T_c < T_y <$ Cricondenbarma	Cricondenbarma < T_y	Cricondenbarma < T_y
Punto Critico	P.C. a la derecha de la Cricondenbarma	P.C. cercano a la Cricondenbarma	P.C. a la izquierda de la Cricondenbarma	P.C. a la izquierda de la Cricondenbarma	P.C. a la izquierda de la Cricondenbarma
Estado en el Yacimiento	Si $P > P_b$ @ T_y yacimiento Bajo saturado [1 fase] Si $P < P_b$ @ T_y yacimiento Saturado [2 fases]	Si $P > P_b$ @ T_y yacimiento Bajo saturado [1 fase] Si $P < P_b$ @ T_y yacimiento Saturado [2 fases]	Si $P > P_b$ @ T_y yacimiento Bajo saturado [1 fase] Si $P < P_b$ @ T_y yacimiento Saturado [2 fases]	P_y nunca entra a la región de dos fases, en el yacimiento siempre esta en estado gaseoso	P_y nunca entra a la región de dos fases. En el yacimiento siempre se esta en estado gaseoso
Curvas de Calidad	Muy pegado a la línea de Punto de rocío	Mas separado de la Línea de rocío	Tienden a pegarse a la línea de puntos de burbuja	Mas pegados a la línea de puntos de burbuja	Casi pegados a la línea de puntos de burbuja
Singularidades	-----	-----	Fenómenos Retrógrados	-----	-----
Producción en Superficie	Dentro de la región (2 fases)	Dentro de la región (2 fases)	Dentro de la región (2 fases)	Dentro de la región (2 fases)	Dentro de la región (1 fase)
Composición	Grandes cantidades de Pesados en la mezcla Original	Grandes cantidades de Intermedios en la mezcla original	Regulares cantidades de Intermedios en la mezcla Original	Pequeñas cantidades de intermedios en la Mezcla original	Casi puros componentes ligeros en la mezcla original
RGA [m^3/m^3]	< 200	200 --- 1,000	500 --- 15,000	10,000 --- 20,	< 20,000

				000	
Densidad líquido [g/cm ³]	>0.85	0.85 --- 0.75	0.80 --- 0.75	0.80 --- 0.75	> 0.75

Debemos aclarar que esta clasificación y sus rangos pueden variar de acuerdo a la referencia buscada.

La **Ingeniería de Yacimientos** es la aplicación de principios científicos al desarrollo y explotación de yacimientos de aceite y gas, en forma tal que se obtenga la máxima recuperación económica. Utiliza los recursos financieros, tecnológicos y humanos, mientras que minimiza el capital para investigaciones y operaciones largas, maximizando la recuperación de los yacimientos de gas y aceite.

Entre las principales tareas del Ingeniero de Yacimientos están el de estimar los volúmenes y métodos de recuperación de hidrocarburos y establecer los tiempos de producción.

La **Simulación Numérica de Yacimientos (SNY)** combina la física, matemáticas e ingeniería de yacimientos para obtener algoritmos que deben ser programados para desarrollar una herramienta que sea capaz de predecir el comportamiento de un yacimiento de hidrocarburos bajo diferentes condiciones de explotación, [3].

El objetivo de la simulación de yacimientos es proporcionar al ingeniero de diseño de explotación una herramienta confiable para predecir el comportamiento de los yacimientos de hidrocarburos bajo diferentes condiciones de operación.

Los modelos son usados para describir procesos que suceden en todas las ramas de la ciencia y tecnología. Diferentes tipos de modelos son usados en todas las áreas de la Industria Petrolera incluyendo la Ingeniería de Yacimientos.

En un modelo matemático el sistema o fenómeno a ser modelado es expresado en términos de ecuaciones. Estas ecuaciones deberán de reproducir el comportamiento del sistema a diferentes condiciones. Obviamente que algunos sistemas o fenómenos no son posibles reproducirlos mediante modelos físicos, ya sea por que son muy costosos o simplemente es imposible, en este caso debemos recurrir a modelos matemáticos.

En general, las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos en medios porosos son no lineales y requieren para su solución el uso de métodos numéricos y con ello un programa de cómputo que resuelva iterativamente las ecuaciones para el flujo de fluidos llamado **Modelo Numérico o Simulador Numérico de Yacimientos**.

Los simuladores de yacimientos son usados principalmente porque son capaces de resolver numéricamente problemas que no pueden ser resueltos analíticamente o de alguna otra manera.

La incorporación de la ecuación de Darcy en la ecuación de continuidad y tomando en cuenta la ecuación de estado de los fluidos, da una ecuación de estado que describe adecuadamente en forma idónea el comportamiento del yacimiento, esta ecuación es conocida como la ecuación de difusividad.

La **ecuación de difusividad** es una ecuación en derivadas parciales de segundo orden, es altamente no-lineal, y dependiendo de las condiciones de operación puede no tener solución, pero para su solución se debe recurrir a técnicas numéricas.

La solución numérica de la ecuación de difusividad comprende la discretización en espacio del dominio (i.e. dividir el volumen del yacimiento en celdas contiguas en las cuales se realizara un balance materia, de manera implícitamente), el tiempo es también discretizado en una serie de pasos de tiempo en donde se determinara la solución.

El modelar el comportamiento de un yacimiento de hidrocarburos bajo diferentes esquemas de producción reduce el riesgo asociado a la elección del plan de explotación y por lo tanto minimiza los flujos de efectivo negativos.

La **Administración Integral de Yacimientos (AIY)** es un proceso continuo que debe ser implantado, en un yacimiento nuevo, inicia desde el mismo pozo descubridor y continúa con la caracterización detallada del mismo, su desarrollo óptimo, la definición de los sistemas más adecuados de producción, los estudios del comportamiento bajo diferentes esquemas de producción que conlleven a su óptima explotación económica, lo que implica minimizar costos, tiempo, recursos humanos, financieros e indudablemente requiere del uso de tecnologías avanzadas de computación, ingeniería de sistemas, evaluación económica y de las especialidades de ingeniería petrolera, así mismo es necesario adecuar la explotación con forme se van obteniendo resultados.

El proceso de la Administración Integral de Yacimientos, es un conjunto de pasos ordenados, con una idea lógica y razonado para lograr un objetivo y así tratar de optimizar recursos naturales, humanos, económicos, trabajando en equipo para así reducir tiempos y poder facilitar las cosas, [17].

Una metodología que ha tomado gran fuerza en las industrias en estos últimos años es FEL (Front End Loading), esta fue desarrollada y presentada originalmente por el "Independent Project Analysis Inc. (IPA)", la metodología y proceso de IPA a FEL fueron adaptados como una mejor práctica a las mejores compañías operadoras y a la industria de Exploración y Producción en general.

FEL es un proceso mediante el cual una compañía determina el alcance de un proyecto para lograr los objetivos del negocio, minimizando las variaciones (producción, tiempo y costo) en los proyectos. FEL trata de reducir las incertidumbres, tiempos y costos en todas sus actividades al realizarlas mediante grupos multidisciplinarios que tratan de analizar todos los escenarios posibles para poder resolver de la mejor manera los problemas que se presenten durante su explotación.

El sinergismo en la Administración Integral de Yacimientos ha intervenido demasiado ya que los ingenieros de yacimientos deben de tener una comunicación más amplia con los ingenieros de las demás especialidades, como lo son la ingeniería de diseño, de producción, de perforación, de gas, con los geólogos, geofísicos, etc. Esto les permite realizar sus funciones más fácilmente y tomar mejores decisiones en equipo.

La producción inicial de hidrocarburos de un yacimiento se obtiene mediante el uso de su energía natural, a esta etapa de producción se le conoce como **producción primaria**.

Cuando se inyecta agua o gas al yacimiento (se le agrega energía), como fluidos desplazantes sin ser miscibles para ayudar la recuperación de aceite, o bien, se reinyecta el gas producido en yacimientos de gas y condensado para mejorar la recuperación, se dice que se encuentra en una etapa de **recuperación secundaria**.

La **recuperación mejorada** puede ser tercera etapa de la recuperación de hidrocarburos, aplicando tecnologías más modernas, sofisticadas y en más casos la recuperación mejorada requiere de mayores cuidados y sus costos son más elevados, sin embargo en ocasiones puede ser más rentable un proyecto que las dos etapas anteriores.

El ciclo de vida de un yacimiento de hidrocarburos consiste en la exploración, descubrimiento, delimitación, desarrollo, recuperación primaria, recuperación secundaria, recuperación mejorada y termina con el abandono, cuando ya no es rentable. Un yacimiento de hidrocarburos puede presentar todas las etapas o sólo algunas de ellas.

Al iniciar la caracterización geológica de un yacimiento de hidrocarburos, con lo que contamos primero es con información básica como lo son datos sísmicos, muestras de roca y fluidos y registros geofísicos de pozos, a esta información se le realizan estudios sedimentológicos, estructurales y estratigráficos. En estos estudios se realizan caracterizaciones externas del sedimento como lo son características estructurales, cómo es el relieve estructural y afloramientos, y variación de espesores, mientras que en las caracterizaciones internas del sedimento se realizan estratigrafía, variación de espesores de los estratos,

cambios de facies (es un conjunto de características minerales, litológicas y fosilíferas que reflejan el medio en el cual se formó la roca) vertical y horizontalmente, tamaño y geometría de grano, fracturamientos y cavernas, esto es con el fin de tener un buen estudio de nuestro yacimiento para así poder explotarlo de la mejor manera posible.

El proceso de explotación de un yacimiento de hidrocarburos, contiene un gran número de variables que afectará, de muy distinta manera la recuperación final de hidrocarburos, así podemos decir que el número de pozos, su ubicación, los tipos de terminación del pozo, el tipo de pozo, los esfuerzos a los que está sometido, etc., darán diferentes factores de recuperación y por lo tanto diferentes valores económicos, es en este punto donde cobra mayor importancia la simulación numérica de yacimientos, ya que a través de un simulador numérico es posible predecir el comportamiento del yacimiento a diferentes estímulos y en función del costo de cada uno de ellos, evaluar económicamente la factibilidad de implantación sin aplicación del mismo.

1.1 CUESTIÓN ECONÓMICA.

La cuestión económica de continuar la explotación de un yacimiento a un determinado tiempo, puede ser obtenida a través de los simuladores numéricos. Es por ello que la importancia de modelar adecuadamente un yacimiento es fundamental para poder ofrecer respuestas rápidas y reales a los gerentes de explotación y producción.

Los beneficios que se obtienen al usar la simulación de yacimientos para planear la explotación de un yacimiento de hidrocarburos son básicamente dos: beneficios económicos y técnicos.

El principal beneficio del uso de la simulación de yacimientos es económico. Esto se obtiene con el uso de la administración de los yacimientos disminuyendo el flujo negativo de efectivo y por supuesto incrementando la recuperación final de hidrocarburos.

La administración de yacimientos es el método que busca maximizar el valor de un activo petrolero. La simulación de yacimientos es una herramienta importante para alcanzar este objetivo. Con la simulación numérica nos permite representar en gran medida escenarios de producción posibles. Al hacer esto es posible seleccionar la mejor alternativa de producción considerando la mayor ganancia para el activo.

Aunque cualquier beneficio es traducido automáticamente a beneficios económicos, es importante mencionar las ventajas técnicas que se obtienen al usar la simulación de yacimientos. La labor del Ingeniero de diseño se aligera y se sustenta grandemente. El monitoreo se facilita porque se anticipa el comportamiento del yacimiento. A medida que se obtenga información nueva se podrá actualizar el modelo de simulación para modelar el yacimiento lo más real

posible y la comunicación entre el personal que conforma el equipo de trabajo se mejorará notablemente, [3].

1.2 Clasificación Basada Discretizando las Ecuaciones de Flujo.

Existen dos formas usuales en la industria petrolera de discretizar las EDP's que gobiernan el flujo de fluidos a través de un medio poroso: el **método de diferencias finitas (MDF)** y el **método de elemento finito (MEF)**.

El MDF esta limitado en su solución numérica comercial en la geometría a un bloque en forma de paralelepípedo (Ortogonal o no-Ortogonal), mientras que el MEF permite gran flexibilidad, incluyendo formas de polígonos y prismas, sin embargo hasta el momento la aplicación comercial es nula.

En el flujo en 2D, es muy fácil diseñar mallas numéricas en zonas del yacimiento donde se requiere un conocimiento con MEF (como se muestra en la Fig. 1.14). Por otro lado, con el MDF o MEF, la refinación puede llegar a ser complicada y costosa (como se muestra en la Fig. 1.15.).

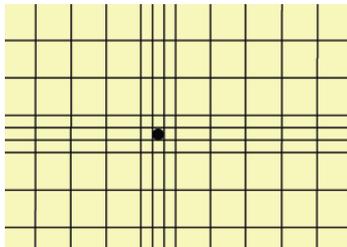


Fig. 1.14.- Modelo de Diferencias Finitas, [3]

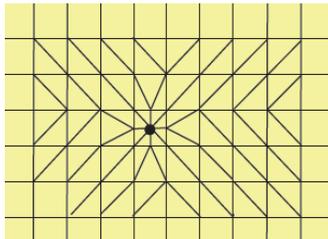


Fig. 1.15.- Modelo de Volumen, [3].

A pesar de las mejores ventajas que ofrece el MEF, este tiene sus dificultades para manejar cambios bruscos en las incógnitas. Por esta razón, este método no ha sido de gran utilidad en la SNY.

Se han desarrollado técnicas mas especializadas para la refinación de la malla cerca de los pozos (asumiendo régimen permanente dentro de los bloques) haciendo posible el uso de MDF en una forma mas efectiva.

1.3 Clasificación Basada en la Geometría del Yacimiento.

Los simuladores numéricos nos ayudan a definir la dirección de flujo que va a tener nuestro fluido en el yacimiento, y así, poder identificar mejor las regiones de interés y poder tener un mejor aprovechamiento de los recursos naturales que nos

proveen nuestros yacimientos, para así, tener bien identificadas las regiones de mayor presión, de porosidad, de permeabilidad, las saturaciones, los espesores de los estratos, zonas con alta saturación de fluidos y zonas que en breve darán problemas, entre otras más.

La elección de coordenadas es guiada por la geometría del dominio del problema y es hecha con el propósito de facilitar la implantación de las condiciones de frontera.

Los modelos numéricos pueden clasificarse de acuerdo a las dimensiones de flujo en coordenadas cartesianas, como de una dimensión, dos dimensiones y tres dimensiones, (Fig. 1.16).

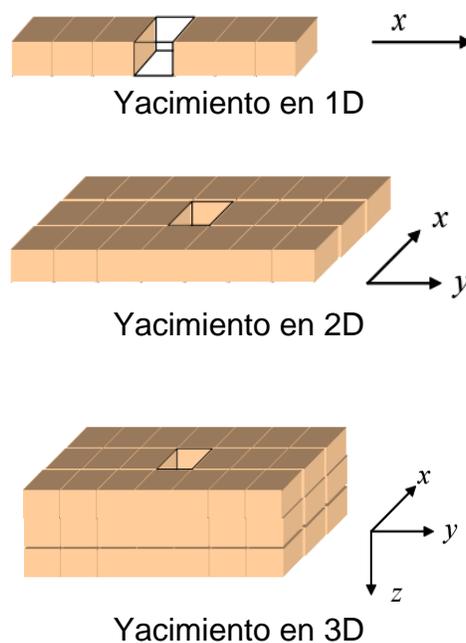


Fig. 1.16.- Geometrías de Yacimientos, [3].

1.4 Características de los Tipos de Mallas Numéricas con Diferentes Geometrías.

El objetivo de generar una malla de simulación es poder tener valores discretos del yacimiento que reproduzcan la forma del mismo, es decir, nuestro yacimiento de hidrocarburos es una distribución de propiedades continuas, las cuales para efectos de utilizar un modelo de simulación numérico debe de ser discretizado en su forma y a cada una de las celdas resultantes se le debe de asignar un valor promedio del volumen que representa. Para lograr lo anterior, el primer tipo de representación geométrica discreto que se utilizó fue a través de cubos ortogonales, los cuales eran superpuestos, cada uno de estos cubos tenía una cima, un espesor en (x, y, z), a partir de ello se definía la forma del yacimiento.

Entre los diferentes tipos de mallas (Fig. 1.17) para realizar una simulación se encuentra la radial, cartesiana, hexagonal, geometría de puntos de esquina, entre otras, sin embargo, en los simuladores comerciales las únicas aplicadas son la cartesiana y la de punto esquina.

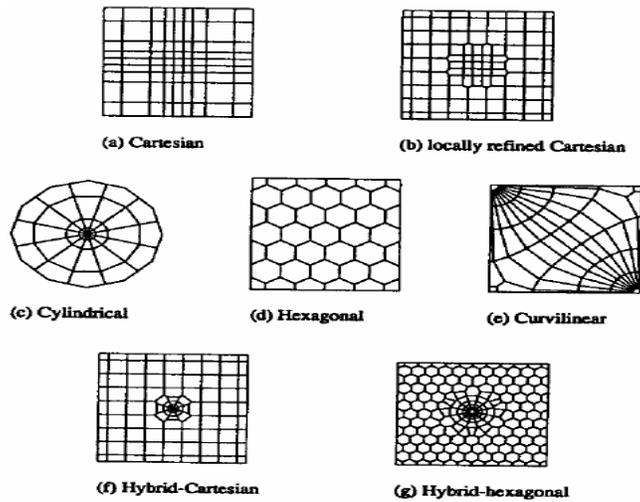


Fig. 1.17.-Tipos de mallas, [19].

1.4.1 Malla Cartesiana.

Este tipo de malla es una de las más usadas en simulación de yacimientos, pero su definición se puede hacer a través de cubos ortogonales, los cuales reproducirán la forma del yacimiento en 1D, 2D y 3D.

La malla cartesiana en 1D, 2D, 3D, puede ser uniforme con nodos distribuidos o con nodos centrados, [3].

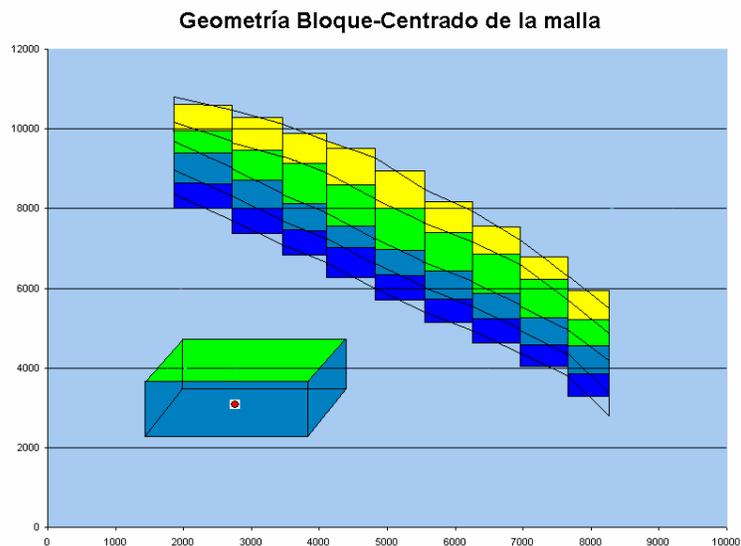


Fig. 1.18.-Geometría Bloque Centrado de la Malla, [16].

Una malla uniforme con nodos centrados será como se muestra en Fig. 1.18. El total de nodos es $IMAX$, su espaciamiento es Δx_i , el volumen de cada celda es idéntico para todos los bloques, la posición de los nodos es en el centro de cada celda y las posiciones de las fronteras de cada celda estarán limitadas.

1.4.2 Malla Radial.

Estas mallas son confiables para modelar el flujo de fluidos a un solo pozo, para el caso isótropo, la malla corresponde a un sistema en coordenadas cilíndricas, estas son usadas cuando se realizan estudios a un solo pozo.

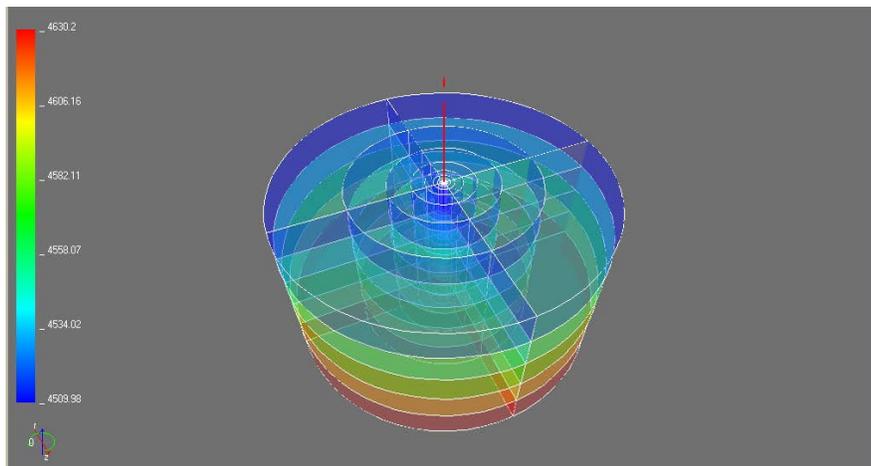


Fig. 1.19.-Malla Radial, [15].

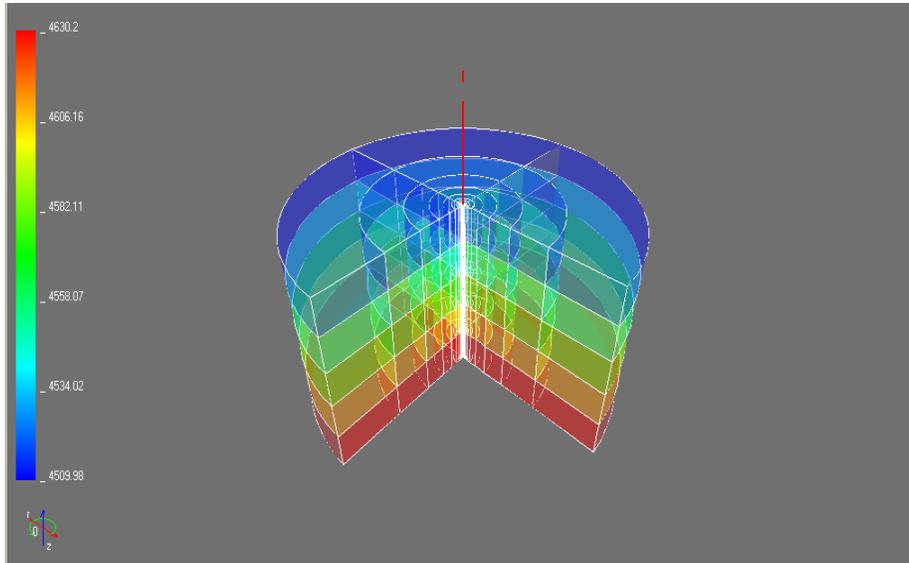


Fig. 1.20.-Malla Radial, [15].

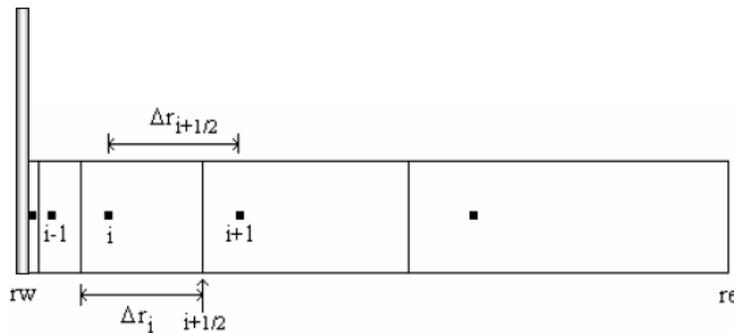


Fig. 1.21.- Malla Cilíndrica, un solo pozo, [3].

El objetivo de estudio de un pozo incluye el comportamiento individual del mismo, estrategias de terminación, conificación de agua y/o gas.

Mientras el tamaño de las celdas para una malla cartesiana es relativamente arbitrario, para mallas en coordenadas cilíndricas debe de seguir ciertas reglas.

1. Los nodos son espaciados logarítmicamente a partir de pozo y hacia la frontera externa.
2. Las fronteras de las celdas son definidas mediante una media logarítmica.
3. El volumen de cada celda i es:

$$V_i = \pi \left(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2 \right) \Delta z \dots\dots\dots (1.0)$$

1.4.3 Malla Punto de Esquina.

La geometría de los puntos de esquina (mallas distorsionadas) es de uso frecuente como una alternativa para el estudio de campos complejos mediante la especificación de esquinas en cada bloque de la malla que se está construyendo. Este acercamiento puede adaptar mejor la malla a los límites del yacimiento, fallas, pozos horizontales y a los patrones de flujo, y se utilizan comúnmente en simuladores de yacimientos finitos. Los problemas dominantes para esta técnica son la preservación de la exactitud del flujo de un fluido.

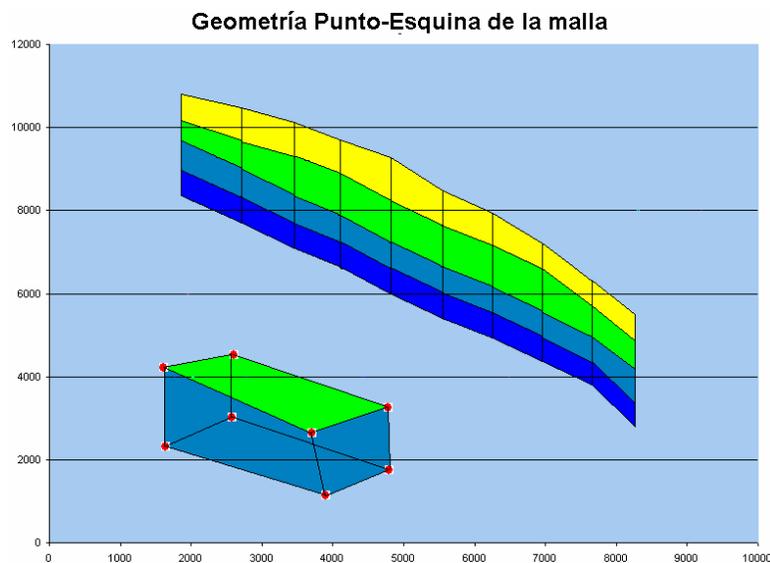


Fig. 1.22.-Geometría punto de esquina, [16].

La geometría punto de esquina no es muy usada, ya que tiene una compleja implementación en la simulación de yacimientos.

1.5 Planteamiento del Problema.

Los yacimientos de hidrocarburos son formaciones geológicas con formas muy caprichosas, las cuales para poder aplicar la solución al flujo en diferencias finitas es necesario discretizar el yacimiento, para realizar esta acción es posible hacerlo a través de diferentes figuras geométricas (cubos, triángulos, hexaedros, etc.). Las figuras geométricas más utilizadas han sido los cubos, los cuales originalmente fueron cubos totalmente ortogonales, Fig. 1.23.

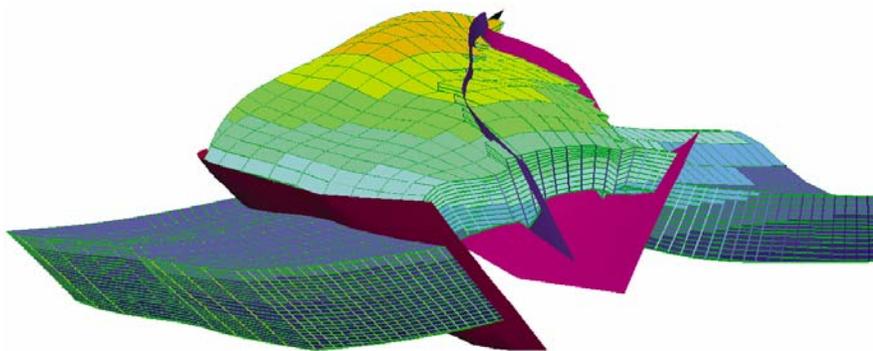


Fig. 1.23.-Malla 3D de un yacimiento de hidrocarburos con fallas, [16].

Un yacimiento idealizado podría ser representado con paralelepípedos rectangulares, rotado con respecto a un eje de referencia, para construir este tipo de modelos es necesario utilizar un suelo de referencia con respecto al nivel del mar y/o al de la superficie, ver Fig. 1.24.

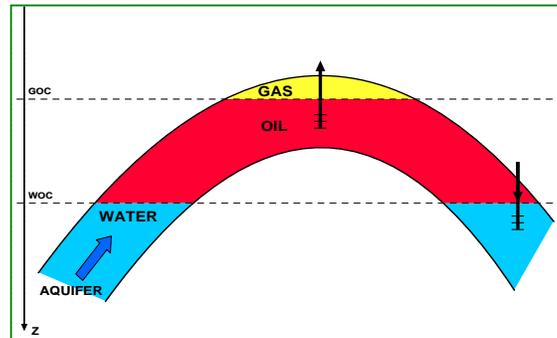


Fig. 1.24.-Distribución de los fluidos, en el yacimiento, [16].

En la Fig. 1.25, se tiene una sección transversal y la forma 3D de una sección de estudio del yacimiento, podemos ver los contactos agua-aceite y también que tiene una forma definida, lo cual lo hace un tanto fácil, ya que en la realidad no es así.

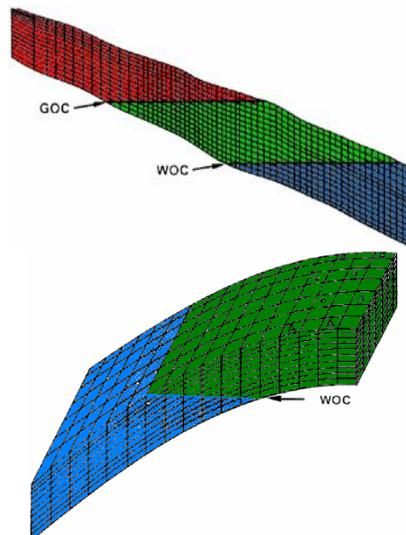


Fig. 1.25.- Ejemplo de una malla 3D, [16].

Por lo explicado anteriormente, es necesario partir de la información más básica, como lo son mapas de iso-propiedades, usualmente esos mapas de iso-propiedades contienen información desde el nivel del mar o de la superficie, ver Fig. 1.26.

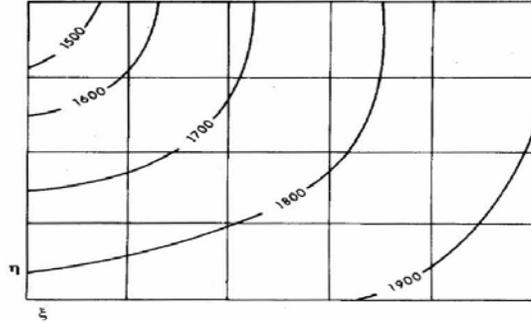


Fig. 1.26.- Mapa de iso-propiedades de un yacimiento, en el se observa una malla cartesiana, [2].

Por lo que si el plano de referencia es el nivel del mar o de la superficie donde se encuentre el yacimiento, entonces ω representa la profundidad, si es diferente entonces ω es un poco más complejo de determinar.

En los activos de explotación de PEP para el descubrimiento de los campos, se tienen estudios sísmológicos, geológicos que ayudan a definir la forma estructural de los tiempos donde se encuentran los hidrocarburos (yacimientos), estas estructuras son válidas y/o modificadas, en cuanto se tiene mayor cantidad de información durante la perforación de los pozos, todo este proceso se realizaba anteriormente en papel, por lo que en muchos de los campos maduros se cuenta únicamente con planos de contornos. En la actualidad se cuenta para algunos campos con cubos sísmicos, en forma digital, en los cuales un cubo contiene la información del campo en cubos muy pequeños, cada uno de estos cubos, son totalmente ortogonales, para su definición los cubos superiores tendrán una cima y todos ellos tendrán las mismas dimensiones Δx , Δy y Δz . Adicionalmente a cada cubo se le asigna una propiedad geológica (porosidad, permeabilidad, saturación, etc.), ver Fig. 1.27.

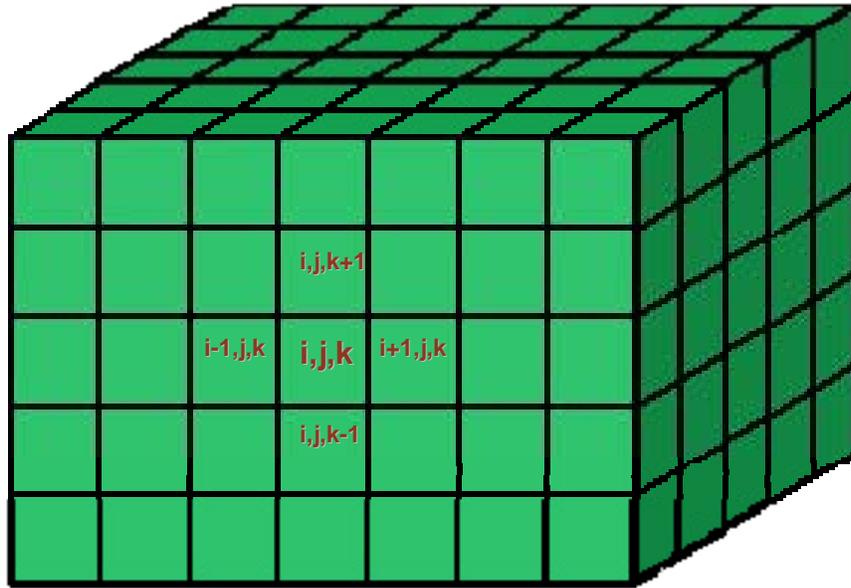


Fig. 1.27.- Cubo Sísmico, [16].

Sin embargo este tipo de estructura no es útil para el área de simulación numérica de yacimientos, ya que en esta área las celdas deben ser alineadas con respecto a las direcciones preferenciales de flujo.

Ahora bien, denotemos por (x, y, z) al sistema coordenado curvilíneo del yacimiento. Debemos especificar el sistema coordenado de manera que coincida con las superficies del yacimiento, por ejemplo, podemos considerar que para $z = 0.0$ la superficie coincide con la cima y para $z = 1.0$ con la base del yacimiento.

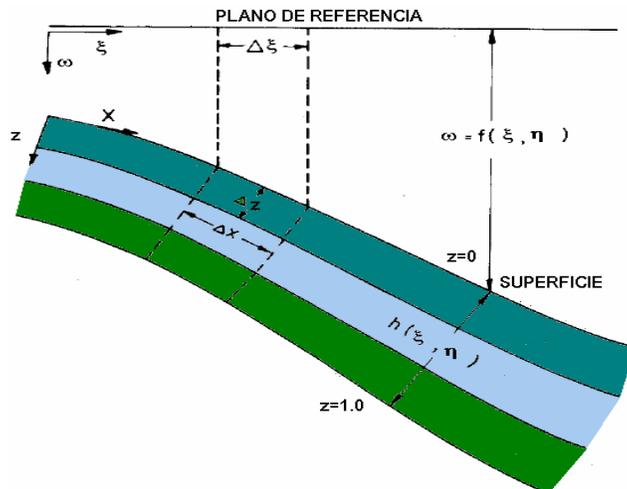


Fig. 1.28.- Sección transversal de un yacimiento para $x=0.0$ y $x=1.0$, [16].

Las coordenadas (ξ, η) están definidas sobre el plano de referencia, necesitamos definir de manera conveniente una relación con las coordenadas (x, y) de la cima de la superficie. Sobre la cima de la superficie, hagamos:

$$x = \xi, y = \eta, z = 0$$

esto es, definamos las coordenadas curvilíneas sobre la cima, como una proyección de las coordenadas del plano de referencia hacia la cima. Esta definición es conveniente, ya que de esta forma una malla sobre el plano de referencia al ser proyectada sobre la cima se obtiene una malla sobre la cima del yacimiento, Fig. 1.29.

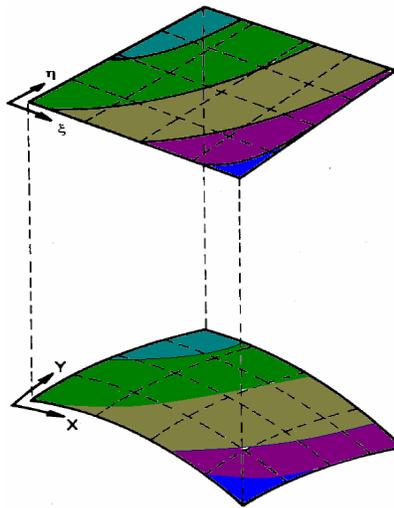


Fig. 1.29.- Procedimiento para obtener una malla 2D sobre la superficie, [2].

Una vez reconstruida la cima del yacimiento, y habiendo construido una malla plana adecuada sobre el plano de referencia, proyectamos esta sobre la superficie de la cima obteniendo una malla sobre esa superficie y la bajamos verticalmente a un grosor constante con esto obtendremos una primera malla 3D sobre la sección de estudio de nuestro yacimiento.

La malla 3D de simulación se formará al bajar copias de esta a partir de la cima, estas copias representan los slides de la malla 3D, **slides** cuya separación es el grosor entre cada una de las copias.

Esta malla 3D nos proporciona una discretización del yacimiento, lo que le permite llevar a cabo algunas mediciones y simulaciones numéricas sobre el volumen y la calidad de hidrocarburos a producir a lo largo del tiempo.

Los resultados obtenidos por los simuladores son series de tiempos, donde se ven involucradas diferentes propiedades de los fluidos.

Podemos definir a una **mall**a como una región de $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, a descomponerla en regiones más pequeñas y simples. Podemos imaginarnos el proceso de generar una red sobre una región Ω , como la subdivisión que se obtendría al cubrir a Ω con una malla como *la que se usa para pescar*, a este proceso se conoce como Generación de Mallas. Es por eso que el generar mallas es una disciplina en el cómputo científico y se le da el nombre de mallar [1].

Lo que se trata, es poder realizar una malla 3D que sea capaz de representar adecuadamente un yacimiento de hidrocarburos, que sea capaz de operar con cualquier modelo matemático que le permita obtener volúmenes de hidrocarburos de acuerdo a los diferentes escenarios posibles a estudiar, esto nos va a permitir poder toma muchas decisiones como por ejemplo; cuantos pozos podemos introducir en el yacimiento, tanto productores como inyectores.

Como mencionamos anteriormente, la caracterización estática va a desempeñar un papel muy importante con los equipos multidisciplinarios que les permitan definir con certeza la geometría del yacimiento, describiendo sus propiedades petrofísicas y fisicoquímicas del yacimiento, para así, obtener un modelo geológico-petrofísico a escala del yacimiento, integrando datos de diversas fuentes como: la geología, registros geofísicos de pozos, sísmica, núcleos, etc., para que así, el modelo sea una radiografía del yacimiento.

Hoy en día los grupos multidisciplinarios se encargan de construir una malla 3D de simulación, con los datos adquiridos de las diferentes estratos en que se divide a la región de estudio, estos son descritos mediante contornos o curvas de nivel.

Un modelo discreto del yacimiento debe conformar las fronteras naturales del yacimiento, cuando modelamos de manera discreta un solo pozo, una superficie cilíndrica, esta representa una frontera para el yacimiento.

Una pieza clave para obtener una malla 3D de simulación, es la reconstrucción de cada una de las capas o estratos de interés del yacimiento.

La **forma tradicional** de construir mallas 3D de simulación usando esta información es construir una malla plana 2D de estudio sobre un plano de referencia a la cima de la sección del yacimiento, después proyectar esta malla 2D sobre la cima de la superficie, para que después bajemos copias verticales sobre la superficie y así poder construir la malla 3D.

Una **forma nueva** de construir mallas 3D de simulación con el módulo SNYM-Grid, [14], es construir una malla 2D casi ortogonal a través de curvas de nivel, la cual va a tener una reconstrucción en su superficie y un suavizamiento, y bajar copias verticales sobre la superficie para así obtener nuestra malla 3D.

En un simulador numérico de yacimientos de hidrocarburos, es necesario contar con una descripción adecuada de la geometría del yacimiento a estudiar. Esto implica que se debe contar con herramientas adecuadas para modelar diferentes secciones del yacimiento, como por ejemplo, las unidades de flujo.

Cabe enfatizar, que ningún yacimiento de hidrocarburos es igual, cada uno tiene diferentes propiedades petrofísicas y fisicoquímicas propias, y diferentes irregularidades, sin tener presente a las fallas y por supuesto su complejidad.

CAPÍTULO II

GENERACIÓN DE MALLAS 2D POR INTERPOLACIÓN.

2.1 Planteamiento.

Imaginemos el proceso de generar una malla sobre una región Ω , mostrada en la Fig. 2.1.a, para lo anterior se usará una red que cubrirá la región Ω , como la que se usa para pescar, a este proceso se le conoce como Generación de Mallas, Generación de Sistemas Coordenados Curvilíneos o Discretización de la Región, [1].

Como mencionamos anteriormente, una malla es una región definida que pertenece a un espacio real $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, a descomponerla en regiones más pequeñas, simples y que se requiere descomponer en espacios más pequeños para su utilización en el área de simulación.

En la práctica no cualquier malla es útil ya que necesitamos que las celdas que intersectan la frontera, lo haga de la manera más simple posible, la manera como nos interesa es que la frontera de la región no contenga puntos interiores de ninguna celda. Este tipo de malla se dice que conforman la frontera y son las más útiles en las aplicaciones.

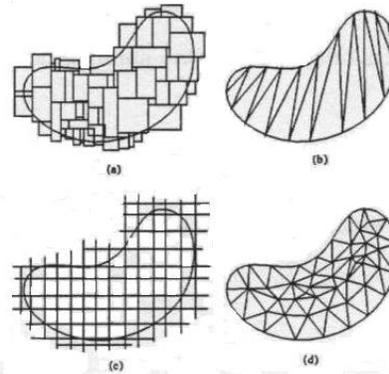


Fig. 2.1.- Diferentes redes sobre una región, [1].

La Fig. 2.1 muestra algunos ejemplos de subdivisión de la región Ω en regiones geométricas simples; estos conjuntos pequeños y simples se les llaman **celdas de la malla** y pueden tener varias formas, las más populares para efectos de formulaciones matemáticas son cuadriláteros y triángulos. A los vértices de las celdas se les conoce como **nodos de la malla**.

2.2 Definición de Malla Desde el Punto de Vista Matemático.

Definición de malla desde el punto de vista matemático.- Sea una región $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, una malla que conforma la frontera de la región Ω es una subdivisión de la región Ω en un conjunto finito de regiones c_i llamadas celdas tales que:

- 1.- $\Omega = \cup_i c_i$, la región es la unión de todas las celdas que forman la región.
- 2.- $\partial\Omega \cap \text{int}(c_i) = \emptyset, \forall_i$, el interior de las celdas no se interfecta con la frontera, lo que permite que no haya celdas dobladas.
- 3.- $\text{int}(c_i) \cap \text{int}(c_j) = \emptyset, \forall_{i,j}$, las celdas se intersectan entre sí solamente en sus fronteras, toda la región y ninguna celda se dobla.

Si tuviéramos una transformación uno a uno y continua $x: U_2 \rightarrow \Omega$, entonces la malla uniforme de U_2 se transformaría en una malla de Ω . Las celdas de la malla tendrían como lados parte de las curvas $\xi = \eta = cte$. Si tuviéramos un sistema coordenado curvilíneo que describa la frontera de región Ω como formada por curvas coordenadas constantes, entonces es muy fácil obtener una malla para la región Ω , [1].

Este enfoque nos permite familiarizar el proceso de construcción de una malla como la construcción de un mapeo de una región estándar en la región Ω .

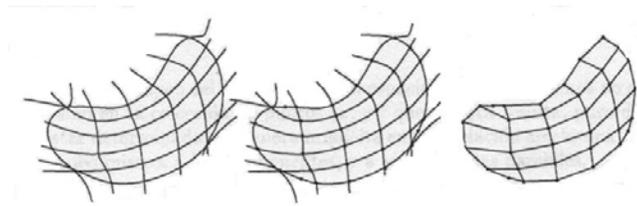


Fig. 2.2.-Construcción de una malla a partir de un sistema coordenado curvilíneo, [1].

La generación de mallas es un proceso que consiste en partir un dominio físico y dividirlo en subdominios elementales que sean representativos del dominio y sirvan para observar algún fenómeno medible sobre cada subdominio.

Una malla estructurada esta formada por nodos interiores y exteriores, y cada nodo interior cuenta con el mismo número de elementos adyacentes; de igual manera, es posible identificar de manera práctica la posición de cada nodo, para lo cual normalmente se utilizan coordenadas cartesianas. Este tipo de mallas son muy socorridas en las aplicaciones de ecuaciones diferenciales parciales, pero presentan dificultades en la aproximación sobre la frontera cuando el dominio no es simple.

Existen muchos métodos para obtener este tipo de mallas estructuradas y uno de ellos es el método del mapeo que consiste en obtener un mapeo que transforme el dominio físico en uno más sencillo y entonces lograr de forma directa una malla, como se muestra en la siguiente Fig. 2.3.

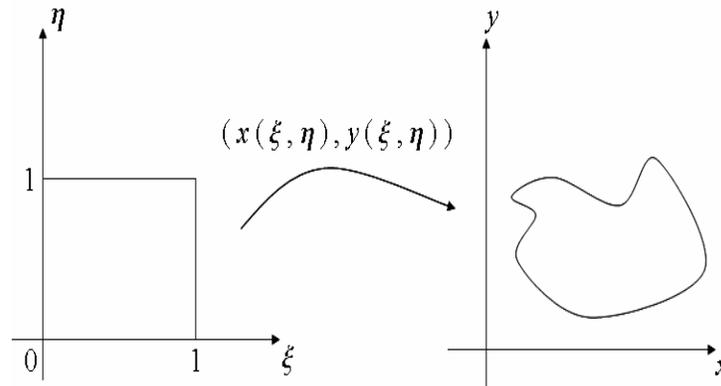


Fig. 2.3.- Mapeo entre regiones, [2].

Contando con un mapeo continuo entre fronteras nos lleva a considerar la frontera de la región en cuatro segmentos, segmentos curvilíneos o sub-fronteras.

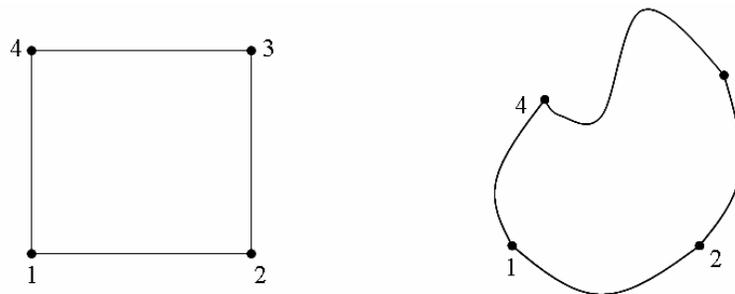


Fig. 2.4.-Fronteras opuestas de una región, [1].

Así, la idea gráfica de la generación de una malla es unir las fronteras 1-2 con 4-3 y 1-4 con 2-3, ver Fig. 2.4, por medio de segmentos curvilíneos de tal forma que no se intersecten y que sean equidistantes a la sección que representen.

La idea es "tirar" líneas entre segmentos tanto horizontalmente, como verticalmente, como en la Fig. 2.5.

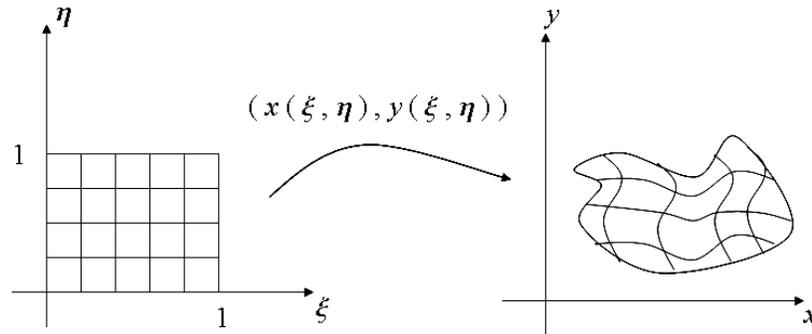


Fig. 2.5.- Una malla a partir de un mapeo entre regiones, [1].

2.3 Interpolación Transfinita TFI.

Los métodos más sencillos para generar una malla inicial se basan en que el mapeo $(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ está representado por las funciones de frontera y funciones de interpolación.

La forma más sencilla de hacerlo es por interpolación transfinita TFI [2] y para describir el método haremos las siguientes consideraciones.

Para trabajar en el caso de dos dimensiones tomaremos como espacio lógico a el cuadrado unitario $B_2 = [0,1] \times [0,1]$ de coordenadas ξ y η , y como región física, a la región Ω con coordenadas (x, y) .

Supongamos que contamos con una descripción de la frontera de la región Ω a través de los cuatro segmentos de frontera, véase la Fig. 2.6, todas ellas parametrizadas en la forma:

$$\begin{array}{lll}
 (x_b(\xi, \eta), y_b(\xi, \eta)) & (x_t(\xi, \eta), y_t(\xi, \eta)) & 0 \leq \xi \leq 1 \\
 (x_l(\eta), y_l(\eta)) & (x_r(\eta), y_r(\eta)) & 0 \leq \eta \leq 1
 \end{array}$$

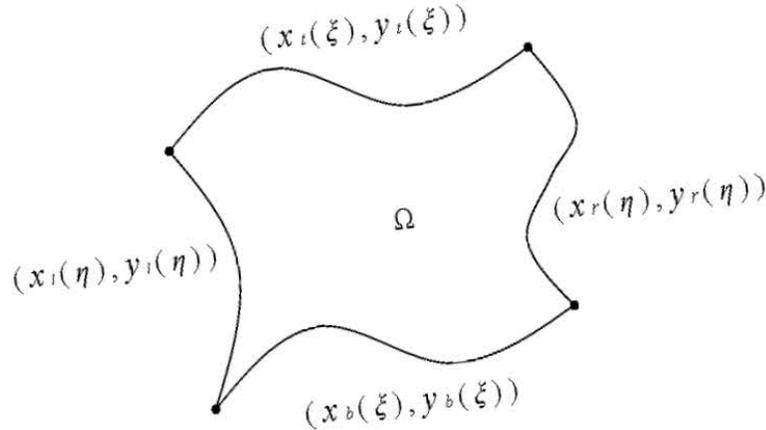


Fig. 2.6.- Segmentos de frontera de $\partial\Omega$, [2].

Con la propiedad de continuidad del mapeo; es decir, que las parametrizaciones se empaten:

$$(x_b(0), y_b(0)) = (x_l(0), y_l(0)) \dots\dots\dots (2.1)$$

$$(x_r(1), y_r(1)) = (x_t(1), y_t(1)) \dots\dots\dots (2.2)$$

$$(x_b(1), y_b(1)) = (x_r(0), y_r(0)) \dots\dots\dots (2.3)$$

$$(x_t(0), y_t(0)) = (x_l(1), y_l(1)) \dots\dots\dots (2.4)$$

El mapeo que proviene de la interpolación transfinita TFI [9] y tiene coordenadas

$$x(\xi, \eta) = (1-\eta)x_b(\xi) + \eta x_t(\xi) + (1-\xi)x_l(\eta) + \xi x_r(\eta) - \left\{ \begin{array}{l} \xi\eta x_t(1) + \xi(1-\eta)x_b(1) + \eta(1-\xi)x_l(0) \\ + (1-\xi)(1-\eta)x_b(0) \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

$$y(\xi, \eta) = (1-\eta)y_b(\xi) + \eta y_t(\xi) + (1-\xi)y_l(\eta) + \xi y_r(\eta) - \left\{ \begin{array}{l} \xi\eta y_t(1) + \xi(1-\eta)y_b(1) \\ + \eta(1-\xi)y_l(0) + (1-\xi)(1-\eta)y_b(0) \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

El paso siguiente es parametrizar los cuatro segmentos de frontera $(x_b(\xi, \eta), y_b(\xi, \eta))$, $(x_l(\eta), y_l(\eta))$, $(x_t(\xi, \eta), y_t(\xi, \eta))$ y $(x_r(\eta), y_r(\eta))$.

Cuando tenemos una región plana $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, por lo general únicamente contamos con una discretización de su frontera $\partial\Omega$ a través de una colección de puntos, y sobre esa región cerrada hemos de construir el mapeo TFI, [1].

La información que se tiene del yacimiento, normalmente son mapas de contornos, los cuales representan la tendencia que existe sobre un área de trabajo de alguna propiedad, como ejemplo en el caso de la profundidad de una formación de interés con forma de un anticlinal, representada por medio de mapas de contornos de profundidad.

En la Fig. 2.7 la curva "A" representa las líneas de nivel donde se tiene la profundidad "A" y vista en el anticlinal resulta muy útiles, desde el punto de vista visual, sin embargo, para el punto de vista matemático su representación será a través de puntos con coordenadas (x, y) y profundidad, de esta forma en realidad lo que tenemos es una colección de datos aislados.

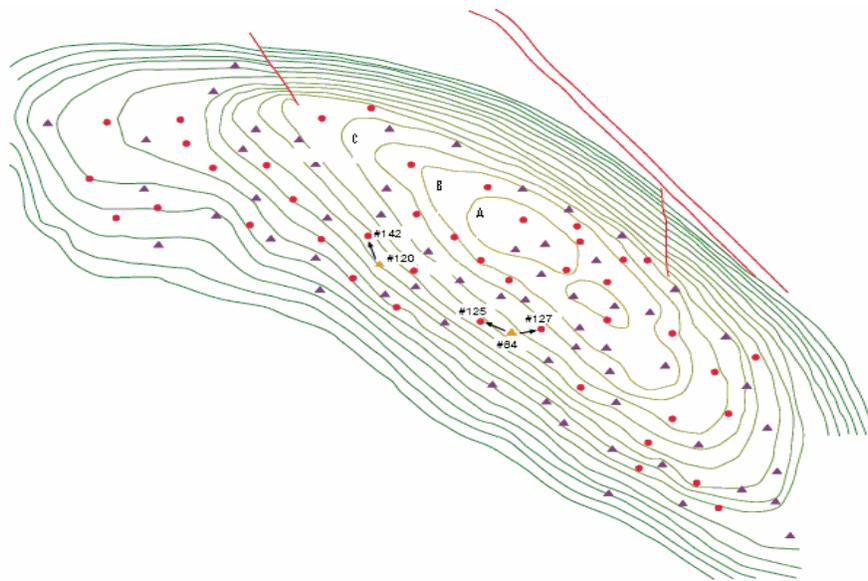


Fig. 2.7.-Mapa de contornos, [2].

En el caso de los simuladores comerciales, normalmente lo que se hace es adicionar puntos sobre una misma tendencia por medio de la técnica TFI y con ella lograr una mejor caracterización de la formación.

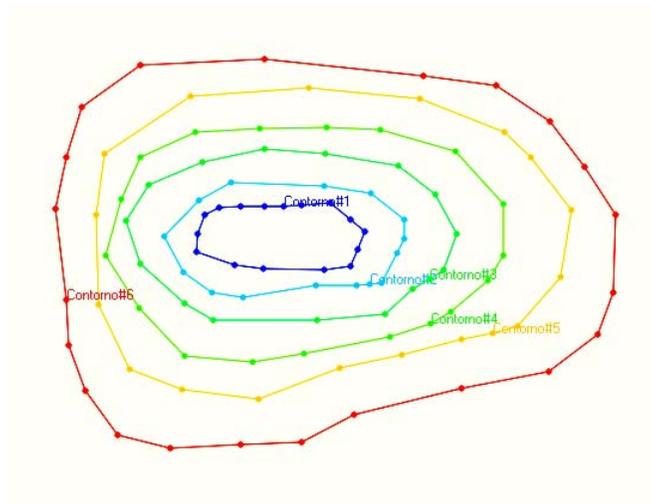


Fig. 2.8.-Puntos que describen a una región, mapa de contornos, [14].

Por lo explicado anteriormente, el proceso deberá consistir en que a partir de datos originales generar una mayor cantidad de datos, representando las tendencias de los puntos aislados.

Al tener nuestras curvas de nivel con la información necesaria, tenemos que realizar una delimitación de nuestra región de estudio, para así, realizar una simulación de la región que nos interese.

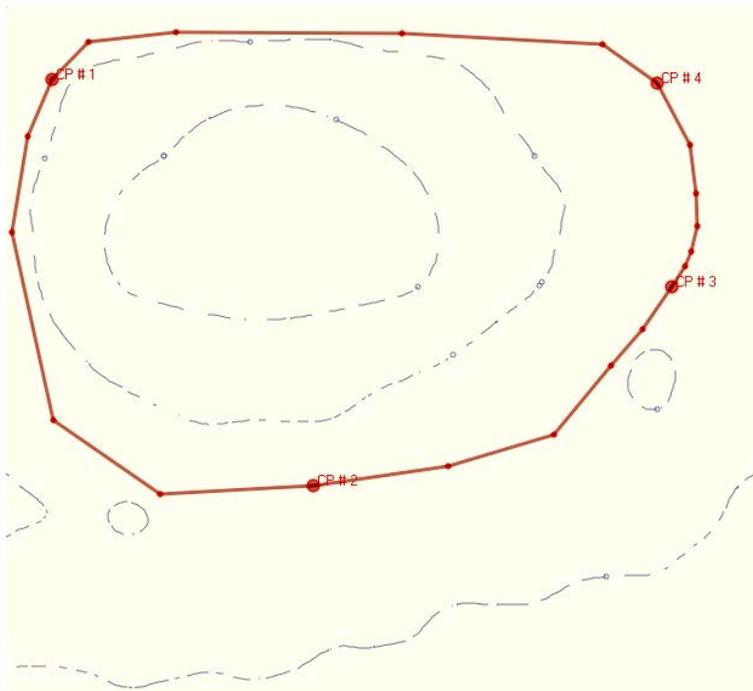


Fig. 2.9.-Delimitación de la región de estudio, mapa de contornos, [14].

Ya que tenemos delimitada nuestra región de estudio nos permitimos crear nuestra malla original [14], tirando líneas verticales y horizontales, ver Fig. 2.10.

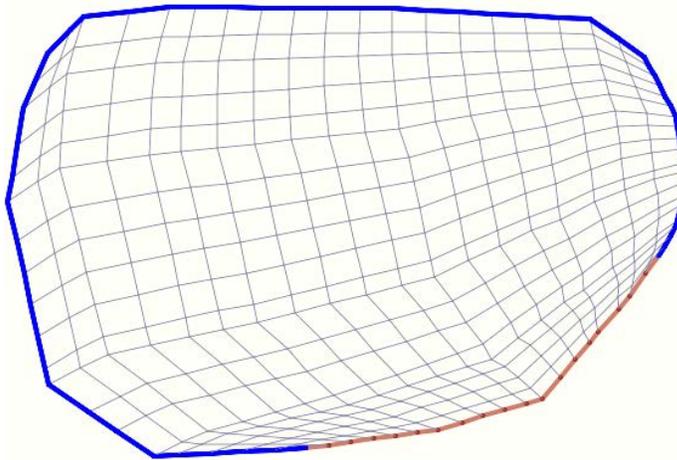


Fig. 2.10.- Malla original, [14].

En la Fig. 2.11, se tiene una malla original y no en todos los casos es posible obtener una malla convexa (donde cada celda es un cuadrilátero convexo), esto se debe a que las discontinuidades diferenciables de las curvas en la frontera de la región se propagan hacia el interior de la región, y con esto, las mallas para ese tipo de regiones suelen doblarse.

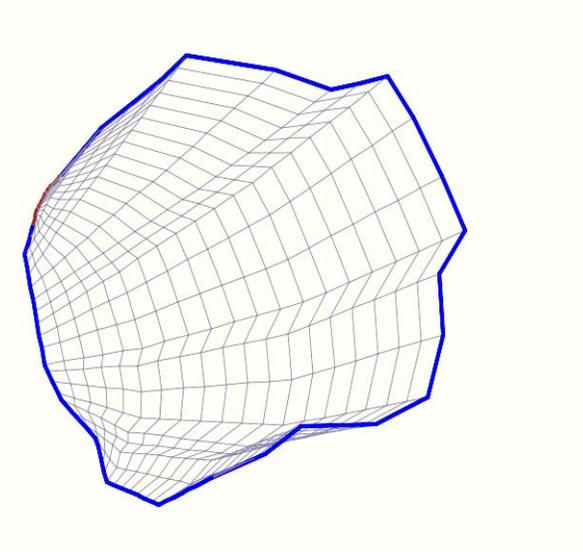


Fig. 2.11.-Malla original, [14].

Los simuladores comerciales CMG y ECLIPSE 100 usan este algoritmo por ser muy sencillo de implementar, es un mapeo entre curvas. En el caso particular de CMG, para evitar que el usuario introduzca una curvatura cóncava en la región de prueba, condicionan al ángulo entre dos segmentos consecutivos a ser no mayor de 200° .

Tanto CMG como ECLIPSE 100, cuando construyen una malla 2D, sobre un escenario en específico, si no satisface la convexidad, desactivan las celdas que se doblan.

El usar mallas casi ortogonales es muy valioso para la geometría de nuestro yacimiento, ya que nos muestran una ortogonalidad en las caras horizontales de los bloques y con la discretización de las ecuaciones flujo siguen la propiedad de ser bloques ortogonales.

La ecuación de difusividad comprende la discretización en espacio del dominio (i.e. dividir el volumen del yacimiento en celdas contiguas en las cuales se realizara un balance materia implícitamente). Por tal razón, se tiene que construir una malla 2D casi ortogonal, para así, poder representar el flujo de fluidos y poder tener localizadas las presiones que hay en cierta zona, o algunas propiedades que se quieran conocer.

Las Figs. 2.12 y 2.13 son dos ejemplos de dos mallas originales, [14] las cuales nos muestran como esta delimitada la región de estudio, como se tiran las líneas sobre la región y como se interpolan para poder tener más información de la región que no se conocía.

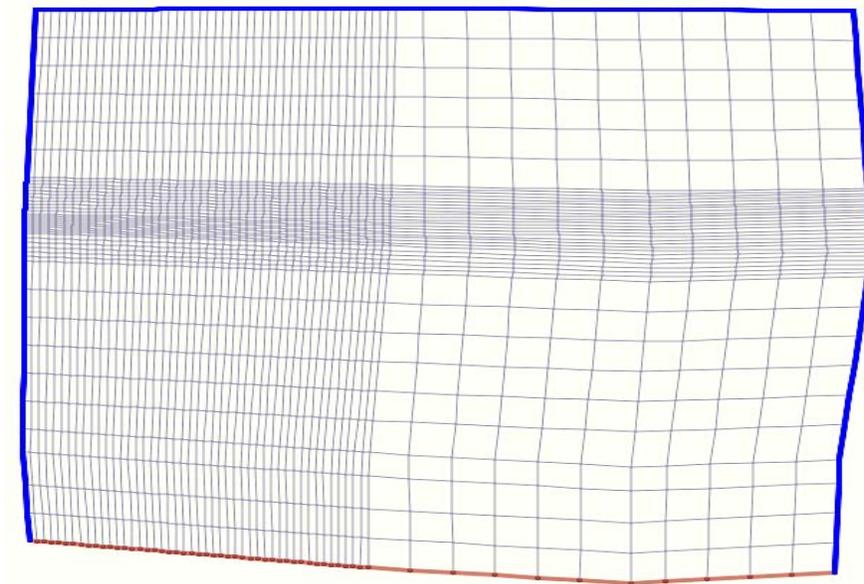


Fig. 2.12.-Malla original, [14].

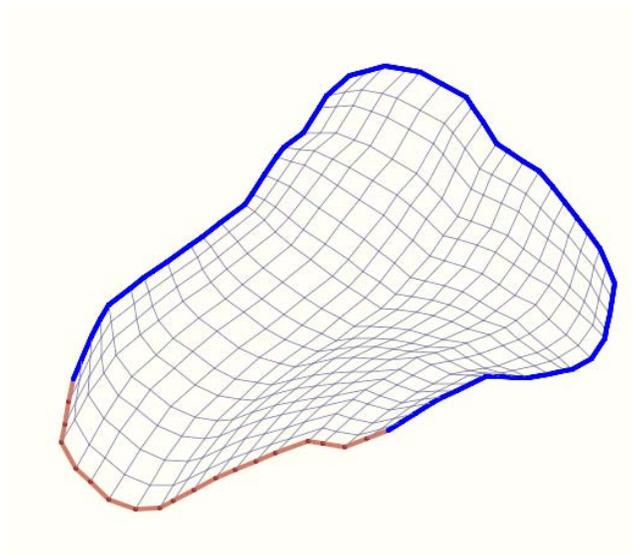


Fig. 2.13.-Malla original, [14].

Para este módulo SNYM-Grid, [14], se tiene contemplado, como veremos más adelante, un suavizamiento de la malla con una tendencia mejor definida y así tener mallas con líneas curvilíneas suaves y con celdas casi ortogonales.

CAPÍTULO III

GENERACIÓN DE MALLAS SUAVES Y CASI-ORTOGONALES (FUNCIONAL AO)

En capítulo anterior, se trabajó sobre un método clásico para construir mallas 2D por interpolación. Como se señaló, este procedimiento puede generar mallas no convexas, es decir, que cuente con algunas celdas que se doblen o se salgan de la región, lo cual para fines prácticos no es recomendable ya que introducen un error en el volumen y debe en ocasiones optarse por desactivarse para su uso en un simulador.

En este capítulo describiremos de manera general, un procedimiento basado en suavizar la malla 2D y que trata de hacerla casi convexa.

La discretización de la ecuación de difusividad por diferencias finitas contempla que el flujo sea perpendicular en las caras de las celdas, esto significa que los términos cruzados xy desaparecen, únicamente son considerados los términos en cada dirección perpendicular (x , y , z). Esto facilita la implementación de las ecuaciones no lineales en un resolvidor y podemos usar una malla 3D de dimensiones grandes (tamaño de celda pequeño).

En la universidad manejamos modelos muy sencillos que en la parte geométrica utilizamos cubos, paralelepípedos, donde simulamos el flujo de los fluidos, los ritmos de producción, variamos las propiedades petrofísicas, observamos diferentes escenarios para saber como se pueden comportar los fluidos, estos modelos se vuelven sencillos al no contemplar muchas limitantes que se presentan en la realidad.

Al analizar diferentes escenarios, el comportamiento de los fluidos en el yacimiento se complica, ya que los yacimientos son muy irregulares, en muchas ocasiones presentan fracturas, domos salinos, acuíferos y una gran variedad de las propiedades petrofísicas de la roca dependiendo del tipo de depositación que tuvo el yacimiento cuando se formó, o por las propiedades fisicoquímicas del tipo del fluido.

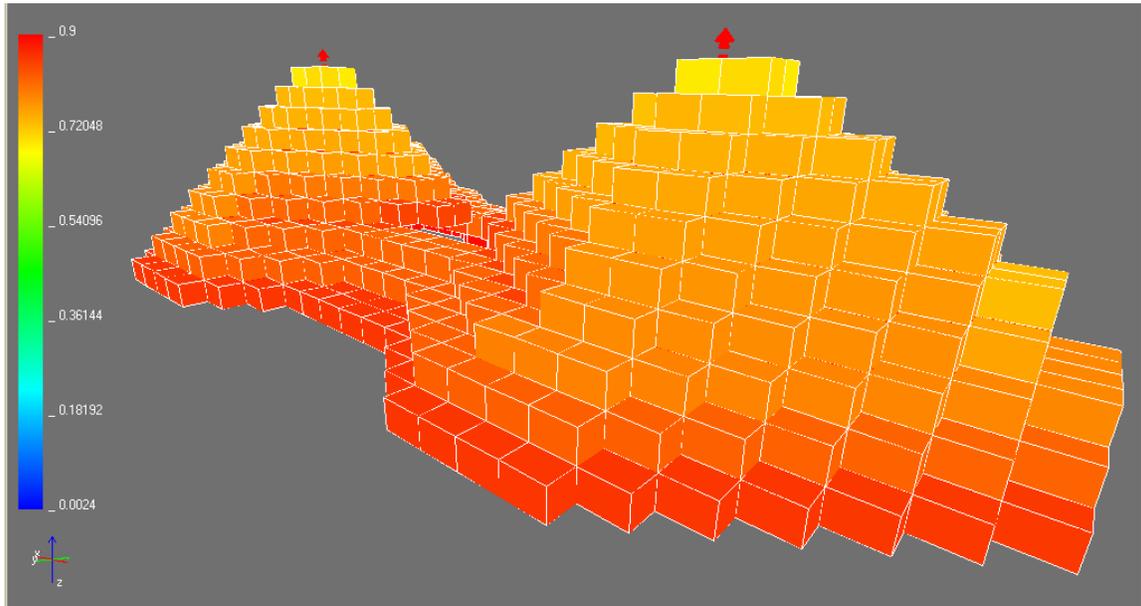


Fig. 3.1.- Yacimiento homogéneo con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite, [15].

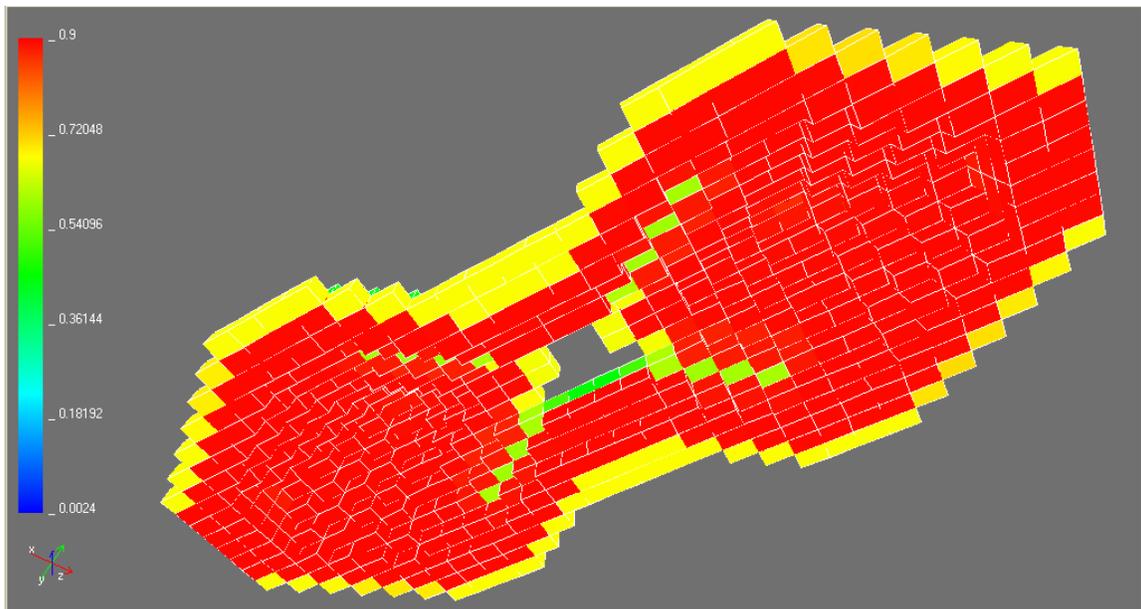


Fig. 3.2.-Yacimiento homogéneo con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite, [15].

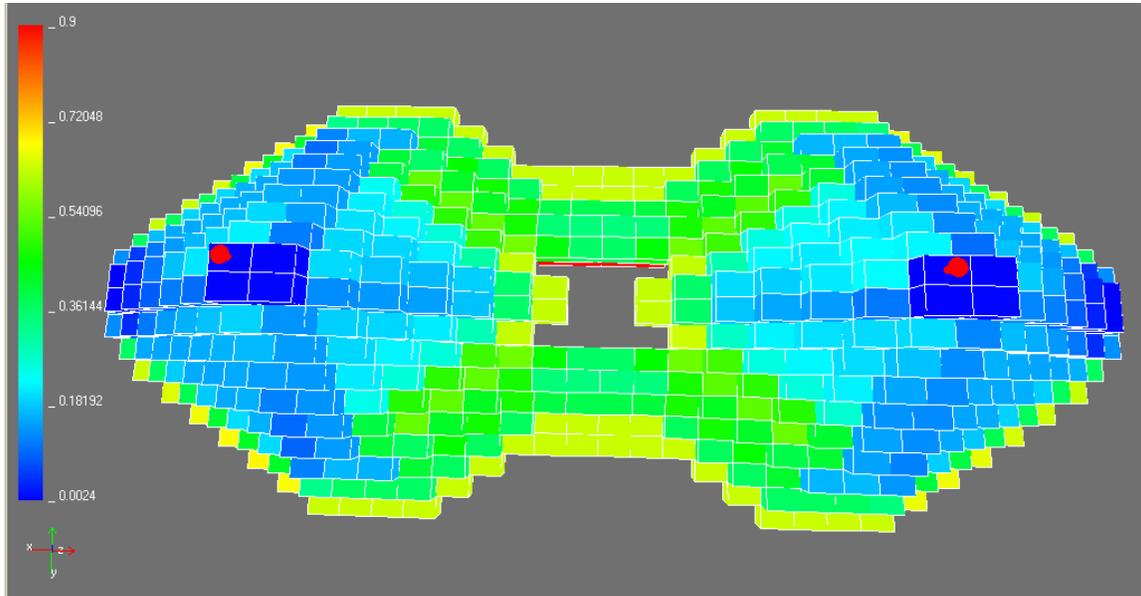


Fig. 3.3.-Yacimiento homogéneo con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite, [15].

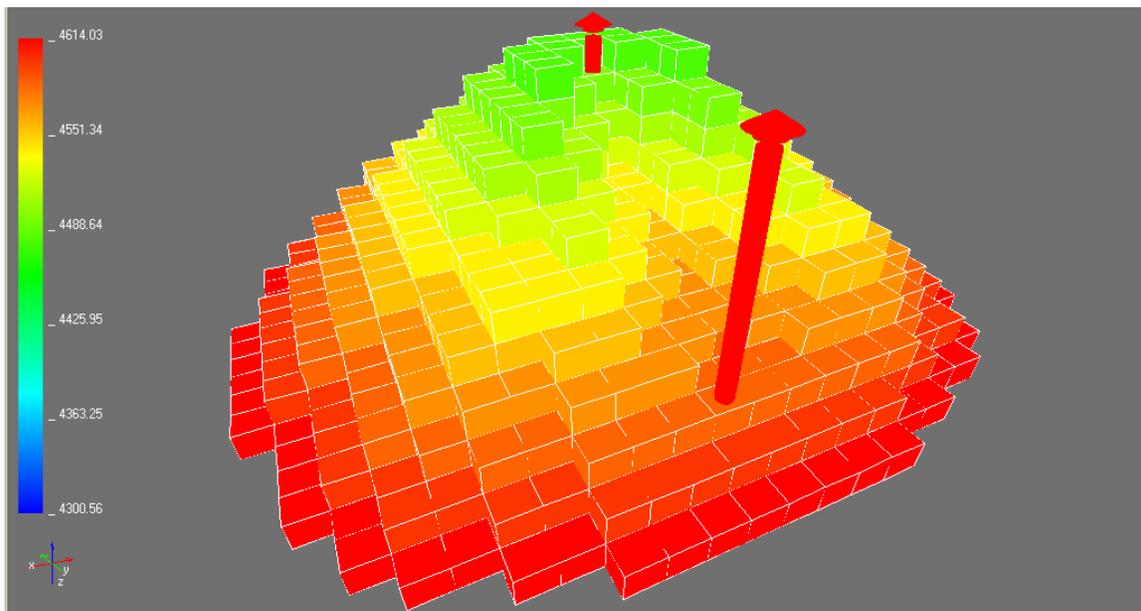


Fig. 3.4.-Yacimiento fracturado con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite, [15].

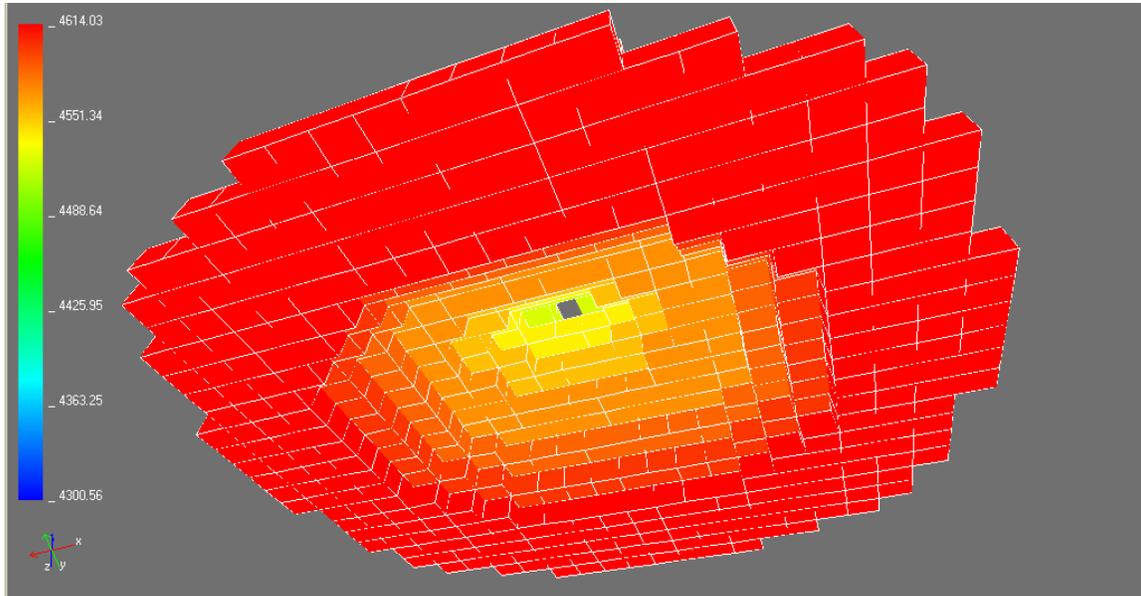


Fig. 3.5.-Yacimiento fracturado con dos pozos productores, simulando la saturación de aceite, [15].

En los ejemplos anteriores se observan algunos yacimientos de estructura simple formados con el SNYM 1.0.0, [15], con un dominio único, esta misma metodología es necesaria mejorarla para superficies más complejas.

3.1 Funcional de Área Ortogonalidad (AO).

Nuestro interés principal es obtener mallas con la propiedad de Área (que representa fielmente al yacimiento) y de Ortogonalidad (que los ángulos de sus vértices sean lo más cercano a 90°), es por ello que daremos una breve explicación de la combinación de estas, a través del funcional discreto de Área-Ortogonalidad.

En las siguientes definiciones, se precisará lo que entendemos por una malla estructurada y por un funcional discreto.

Consideremos una región Ω del plano definida por una poligonal y con vértices $V = \{v_1, v_2, \dots, v_q\}$, cerrada, simple y orientada en sentido positivo.

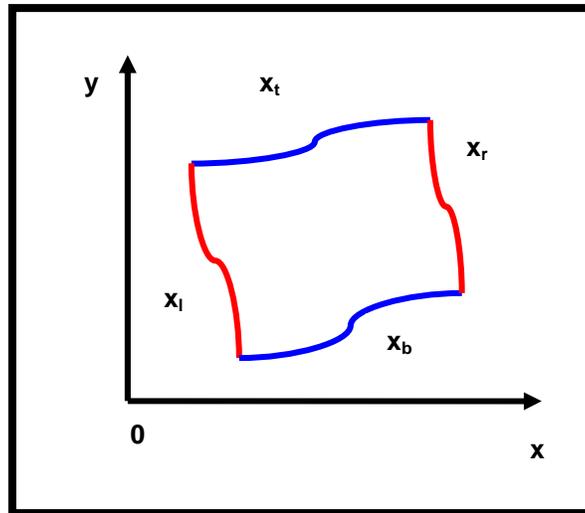


Fig. 3.6.-Poligonal donde se observan los vértices v_x que señalan arriba.

Para lograr una malla estructurada, es necesario indicar cuales son los segmentos de frontera opuestos dos a dos. Ese es el primer paso. Como se vio en el capítulo anterior, esos cuatro segmentos de frontera deben ser reparametrizados. Por ejemplo, usando interpolación lineal. Esos cuatro segmentos de frontera son los que le corresponden bajo el mapeo buscado a los cuatro lados del cuadrilátero.

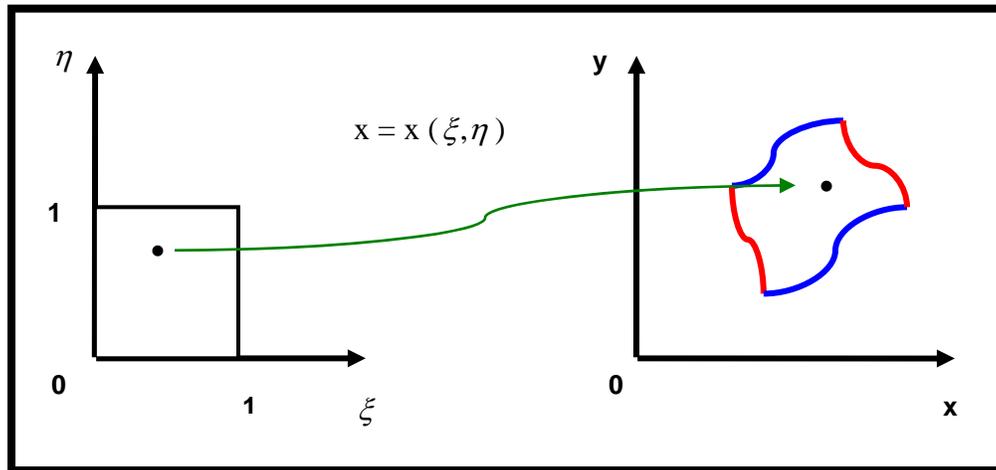


Fig. 3.7.-Mapeo de la región de estudio.

Si deseamos hacer una malla 2D de dimensiones $m \times n$ se requiere distribuir m puntos en los segmentos de frontera (arriba-abajo) y n puntos en los segmentos de la frontera en la izquierda y en la derecha. Nuestra malla es estructurada, sigue una estructura de ordenamiento matricial. Así, hemos fijado los nodos en la frontera, debemos aclarar que los $m \times n$ puntos deben ser generados por el programa respetando la tendencia original que tenían los planos de isopropiedades.

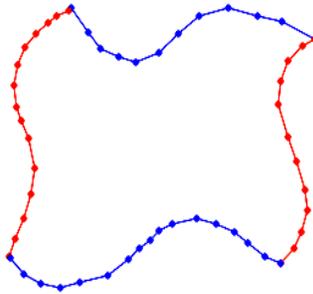


Fig. 3.8.-Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos, [14].

3.2 Definición 1

Sean m y n números naturales mayores que 2. Decimos que el conjunto de puntos del plano $G = \{P_{i,j} \mid i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$, estos son puntos de la malla, tanto en la frontera como en el interior de la región.

De lados:

$$L_1(G) = \{P_{i,1} \mid i = 1, \dots, m\} \dots\dots\dots (3.1)$$

$$L_2(G) = \{P_{m,j} \mid j = 1, \dots, n\} \dots\dots\dots (3.2)$$

$$L_3(G) = \{P_{i,n} \mid i = 1, \dots, m\} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$L_4(G) = \{P_{1,j} \mid j = 1, \dots, n\} \dots\dots\dots (3.4)$$

es una malla estructurada admisible y discreta de orden $m \times n$ para la región Ω , si se satisface que $V \subseteq \cup_{i=1}^4 L_i(G)$.

En el Capítulo II, hablamos del método de mapeo que consiste en obtener una región lógica que la transforme en una región física de interés, véase Fig. 3.9.

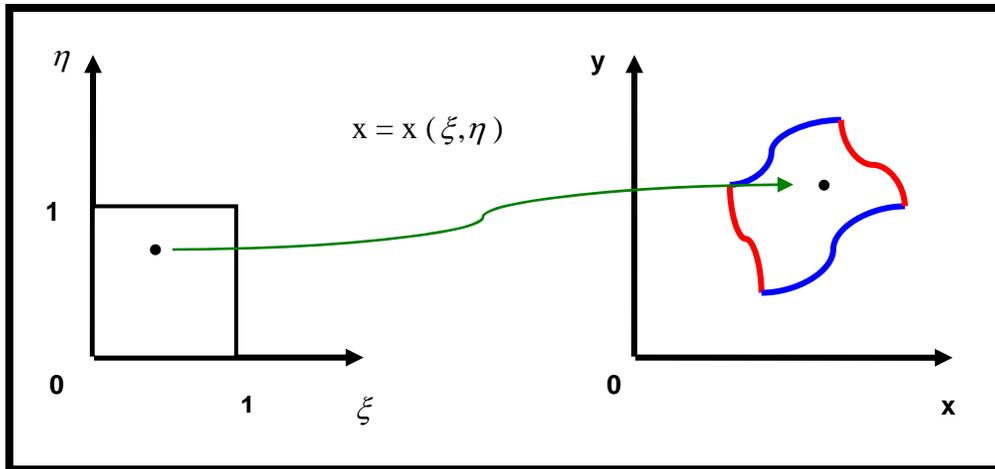


Fig.3.9.-Mapeo de la región de estudio.

En el espacio lógico consideremos el sistema coordenado usual, donde los ejes horizontal y vertical, los denotaremos por las letras griegas ξ y η ; con esto un punto cualquiera en el espacio lógico estará perfectamente determinado por la pareja de coordenadas $(\xi, \eta)^t$ donde $\xi, \eta \in \mathfrak{R}$, en caso de que el punto pertenezca a la región elemental donde tendremos que sus componentes serán tales que $0 \leq \xi \leq 1$ y $0 \leq \eta \leq 1$.

Denotaremos $x = x(\xi, \eta)$ al mapeo empleado en la generación de mallas, definido de U_2 a Ω . En notación matemática el sistema coordenado curvilíneo construido a partir de este mapeo será de frontera conforme si satisface que:

$$\partial\Omega = x(\partial U_2) \dots \dots \dots (3.5)$$

Si sobre la región física (el cuadrado unitario) generamos una retícula de $m \times n$ (uniformemente espaciada, es una posibilidad) $(\xi_i, \eta_j) \subseteq B_2$ la idea es que bajo el mapeo buscado observemos

$$x((\xi_i, \eta_j)) = P_{i,j} \dots \dots \dots (3.6)$$

donde $P_{i,j} \in G$.

Nuestro objetivo es determinar los puntos $P_{i,j} \in G$ interiores de la malla que harán las tendencias determinadas por los contornos iniciales, ya que de alguna manera (el suavizamiento o la interpolación) se fijan los puntos sobre las fronteras x_b, x_r, x_t y x_l de la región poligonal.

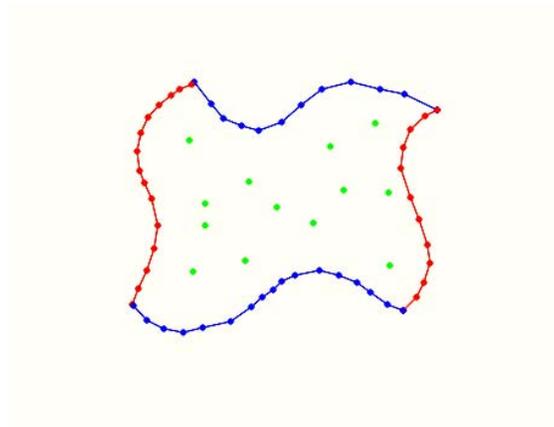


Fig. 3.10.-Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos, [14].

Decimos además que la malla G es convexa si cada uno de los $(m-1)(n-1)$ cuadriláteros (o celdas) $c_{i,j}$ de vértices $P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1}, P_{i,j+1}$, con $i < m$ y $1 \leq j < n$ no es convexo.

3.3 Definición 2

Un funcional discreto I sobre una malla $G = P_{i,j}$ es una función $I(G) = \sum_{i,j} f(c_{i,j})$, donde $c_{i,j}$ es la celda i, j de la malla y $f(c_{i,j}) = f(P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1}, P_{i,j+1})$ es una función de sus vértices.

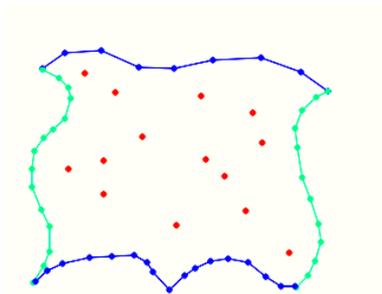


Fig. 3.11.- Poligonal donde se observan los puntos interiores, contornos, [14].

Estas funciones, así definidas nos permiten controlar algunas propiedades de las celdas, las cuales están determinadas por la forma de f .

Una forma compacta de escribir los anteriores funcionales es descomponerlo sobre todos los triángulos de un cuadrilátero a partir de sus diagonales.

Bajo esta idea, necesitamos definir algunas funciones que midan propiedades de cada una celda, para entonces ser candidatos a funcionales sobre toda la malla.

Para escribir la forma que tienen los funcionales discretos, denotemos los triángulos en la celda i, j con vértices $P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1}, P_{i,j+1}$ como:

$$\Delta P_{i,j}, P_{i,j}, P_{i+1,j} = \Delta_{i,j}^1 \dots\dots\dots (3.7)$$

$$\Delta P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1} = \Delta_{i,j}^2 \dots\dots\dots (3.8)$$

$$\Delta P_{i,j}, P_{i+1,j+1}, P_{i,j+1} = \Delta_{i,j}^3 \dots\dots\dots (3.9)$$

$$\Delta P_{i,j}, P_{i,j+1}, P_{i,j} = \Delta_{i,j}^4 \dots\dots\dots (3.10)$$

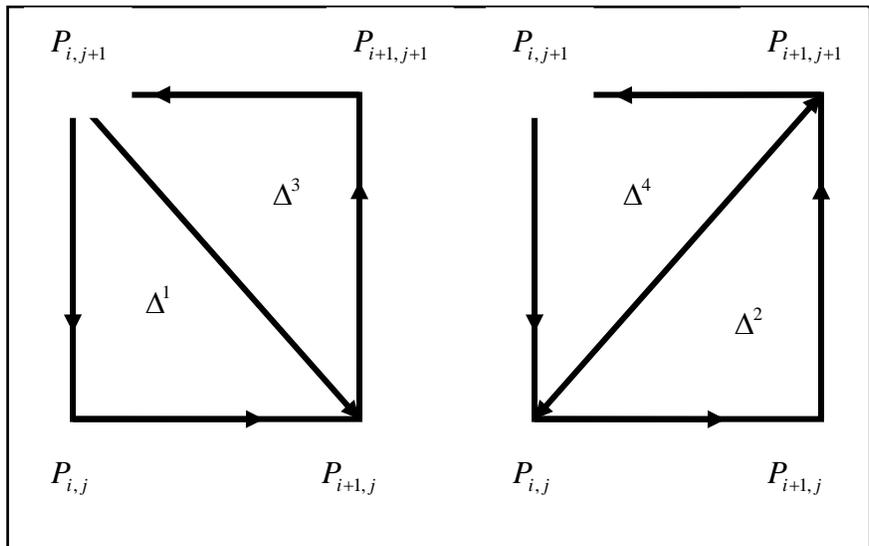


Fig. 3.12.-Triángulos definidos sobre un cuadrilátero.

de tal manera que el funcional discreto sobre una malla G sea;

$$I(G) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^4 f(\Delta_{i,j}^k) \dots\dots\dots (3.11)$$

Los funcionales clásicos que comúnmente son utilizados, miden propiedades geométricas sobre las celdas de la malla, algunos de estos son, el Funcional de Suavidad F_S , el Funcional de Longitud F_L , el Funcional de Área F_A y el Funcional de Ortogonalidad F_O están dados como:

$$F_S = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^4 \frac{\lambda(\Delta_{i,j}^k)}{\alpha(\Delta_{i,j}^k)} \dots\dots\dots (3.12)$$

$$F_L = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^4 \lambda(\Delta_{i,j}^k) \dots\dots\dots (3.13)$$

$$F_A = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^4 (\alpha(\Delta_{i,j}^k))^2 \dots\dots\dots (3.14)$$

$$F_O = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^4 (o(\Delta_{i,j}^k))^2 \dots\dots\dots (3.15)$$

Donde α , λ y o son los funcionales discretos de área, longitud y ortogonalidad respectivamente, en los triángulos.

Para combinar los efectos de varios funcionales en una malla, es natural considerar combinaciones lineales entre ellos:

$$F(x) = \sigma_1 F_1(x) + \sigma_2 F_2(x) + \sigma_3 F_3(x) \dots\dots\dots (3.16)$$

Donde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \geq 0$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 1 \dots\dots\dots (3.17)$$

La elección de los “pesos” σ_i y los funcionales f_i está motivada por las propiedades que se desean mostrar en la malla.

Una de las combinaciones más útiles es el funcional de área-ortogonalidad, para el cual $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{1}{2}$ y $F_1(x) = F_A(x), F_2(x) = F_O(x)$, donde $F_A(x)$ y $F_O(x)$ representan a los funcionales de área y ortogonalidad. Esta combinación es:

$$F_{AO} = \frac{F_A + F_O}{2} \dots\dots\dots (3.18)$$

El funcional de Área-Ortogonalidad produce mallas muy suaves y con pocas celdas no convexas, pero no mallas convexas en general.

Para finalizar, hemos de enfatizar que *no necesariamente* debemos obtener el óptimo del problema, lo que se requiere es generar una malla *convexa* que satisfaga la propiedad geométrica de ortogonalidad.

La generación de la malla plana por un método discreto variacional, involucra un problema de optimización de gran escala, cuando la malla es de dimensión grande. Contar con un optimizador eficiente que nos conduzca al óptimo es fundamental para obtener la malla con las características geométricas deseables: suave y convexa.

Si tenemos una malla 2D casi ortogonal, al construir la malla 3D, que se usará para simular diferentes escenarios, se obtendrán copias verticales de la malla 2D y así formar la malla 3D, como consecuencia tendremos una malla 3D casi ortogonal en todas sus direcciones y obtendremos una representación del sistema casi ortogonal.

El Grupo de Generación Numérica de Mallas ha investigado diferentes métodos de optimización confiables y eficaces para la solución de problemas de optimización no lineal con un gran número de variables, uno de ellos es el Método de Newton Truncado [2]. Este método será necesario para poder obtener un óptimo del funcional discreto a emplear, por ejemplo, para obtener una malla suave y cerca a la ortogonalidad minimizando el funcional discreto de Área-Ortogonalidad.

Los siguientes ejemplos son de Mallas 2D Suavizadas las cuales nos presentan un mallado casi ortogonal, lo cual nos presentan una tendencia definida de la superficie de interés:

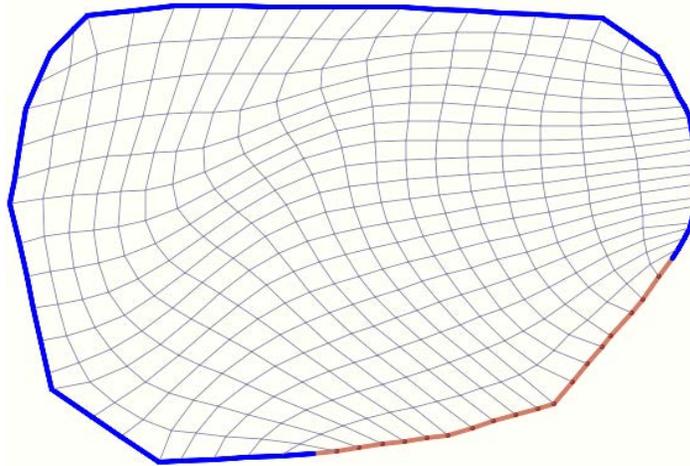


Fig. 3.13.-Malla suavizada, [14].

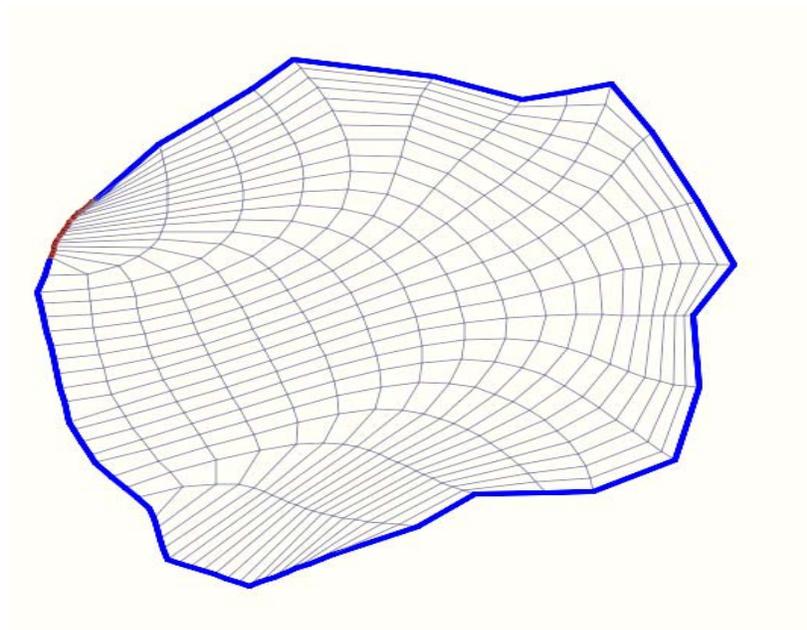


Fig. 3.14.-Malla suavizada, [14].

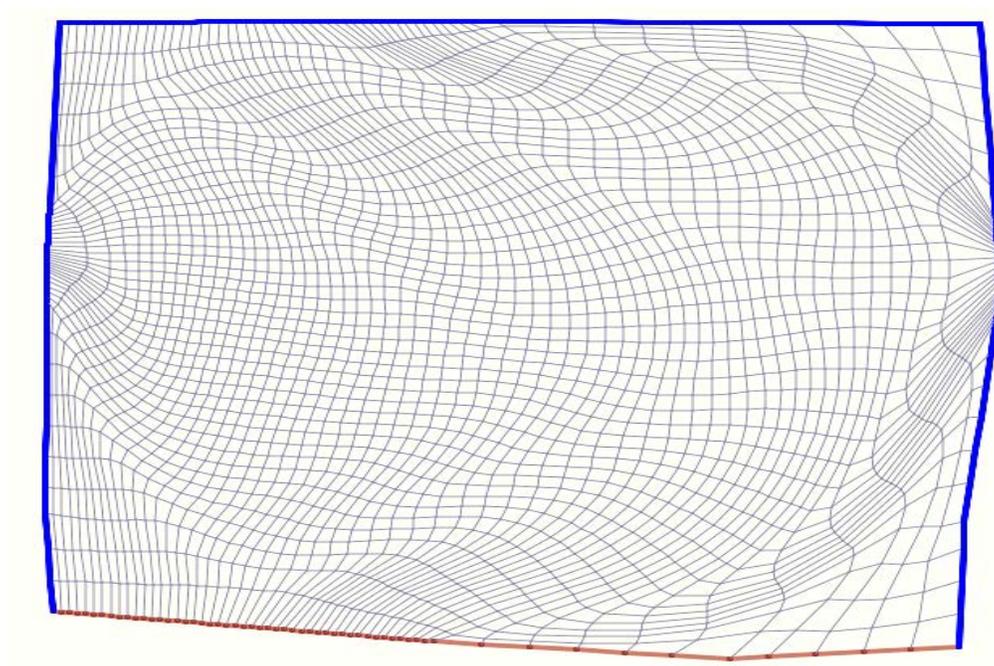


Fig. 3.15.-Malla suavizada, [14].

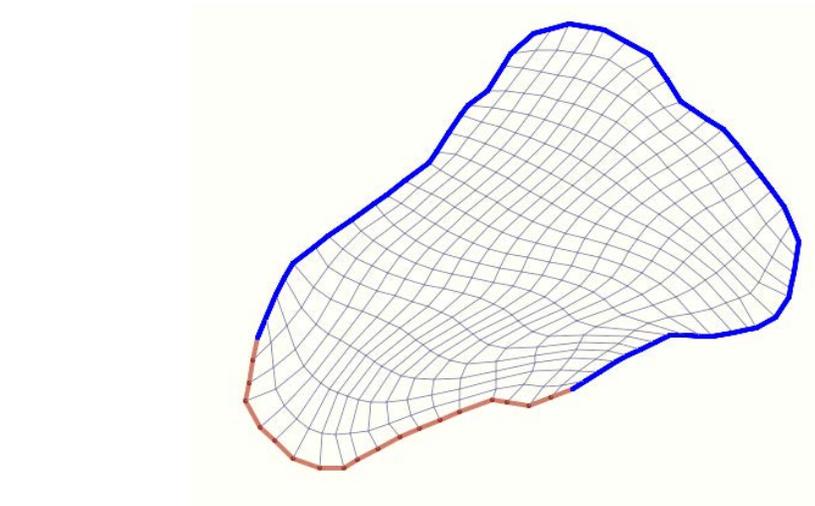


Fig. 3.16.-Malla suavizada, [14].

CAPÍTULO IV

RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES

La reconstrucción de superficies es una técnica clásica que se utiliza para reconstruir superficies a partir de datos dispersos. Esta técnica nos permite tener mayor certeza, una superficie que se va a ajustar a ciertas condiciones, dependiendo de los datos que se tengan.

El suavizamiento es una técnica que nos permite conocer la tendencia de nuestros datos de la región de estudio, se utiliza en este trabajo ya que los fenómenos geológicos son suaves en un área determinada, debiendo definir con cuidado dicha área.

La interpolación es un procedimiento que se utiliza para conocer valores de una determinada región de estudio. Mediante esta técnica podemos tener una mayor aproximación a la realidad, de nuestra superficie, ya que conoceremos información de las regiones que no se tenía.

Esto nos va a permitir tener mejor identificada la superficie de nuestra región de estudio y poder tener bien identificada la distribución de los fluidos y las propiedades petrofísicas y fisicoquímicas en nuestro yacimiento.

4.1. Suavizamiento B-Spline Multinivel

En los yacimientos de hidrocarburos, al inicio de su explotación se cuenta con poca información, aunado a lo anterior la información puede no ser muy confiable, ya sea porque no se toman bien las muestras o porque no son representativas (la experimentación y/o manejo fallaron) las muestras del yacimiento y no se tiene una buena caracterización de este. Esta información se va ir actualizando a medida que se vaya desarrollando el yacimiento y se vaya obteniendo más información. A continuación presentaremos un ejemplo de este caso.

El campo PUMA está ubicado a 143 km al NE del puerto de Dos Bocas (Fig. 4.1). El pozo descubridor fue el Puma-1 perforado a una profundidad de 5425 m, en el cual en diciembre de 1984 durante su terminación, se realizó una prueba de presión producción en la formación Brecha Paleoceno Cretácico Superior, obteniéndose una producción comercial de hidrocarburos de 36°API y una presión de $351 \frac{kg}{cm^2}$, [10].

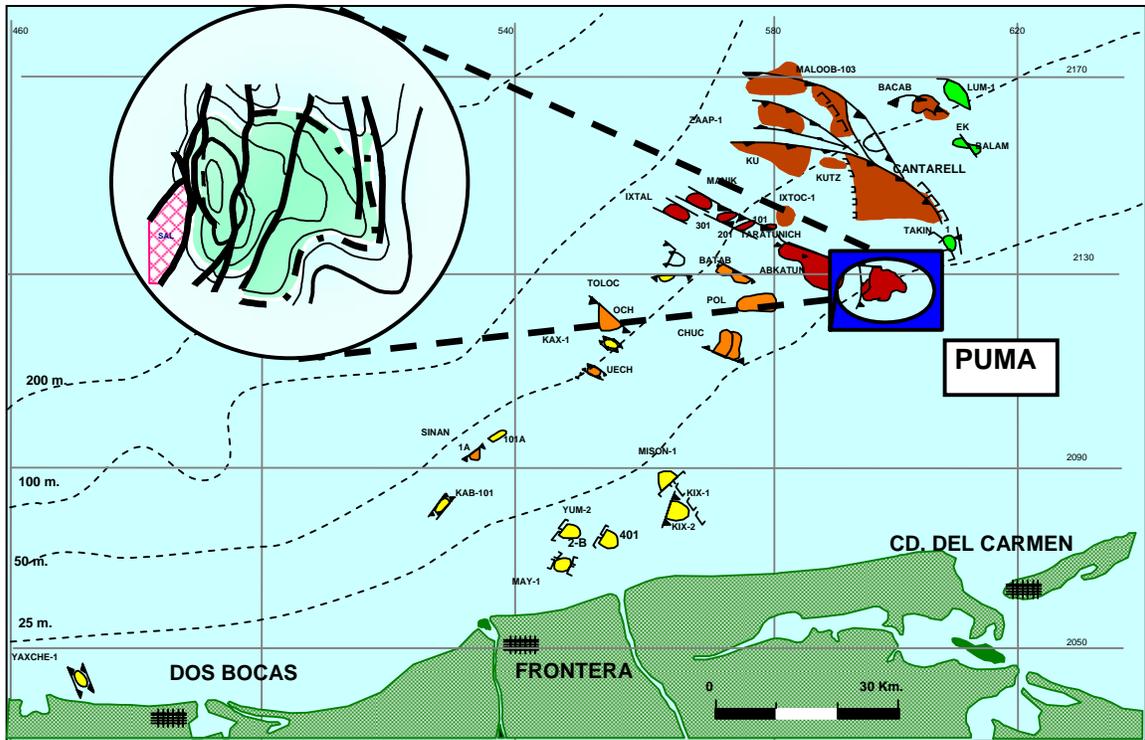


Fig. 4.1.-Localización del campo PUMA, [10].

La presión inicial del yacimiento, se definió a partir de los registros efectuados en el pozo Puma-1 en diciembre de 1984, el valor obtenido llevado al plano de referencia de 3730 mvbmr fue de $351 \frac{kg}{cm^2}$.

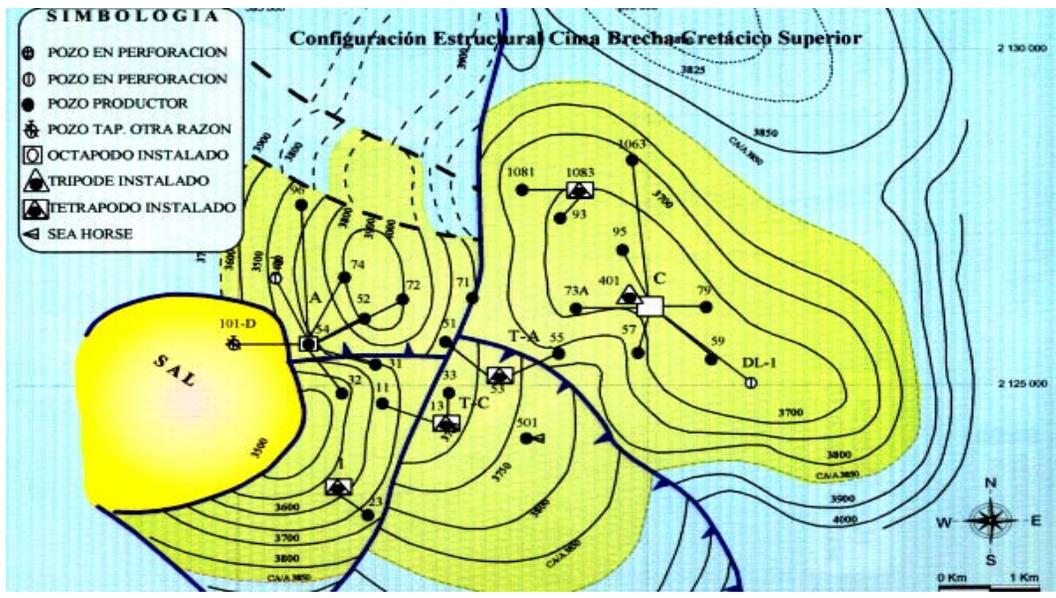


Fig. 4.2.-Configuración Estructural del campo PUMA, [10].

El plano con el que se desarrolló el campo es el mostrado en la Fig. 4.2, de la información tomada posteriormente, se observó que había problemas con la interpretación de los datos, por lo que fue necesario un nuevo levantamiento sísmológico obteniendo la siguiente configuración.

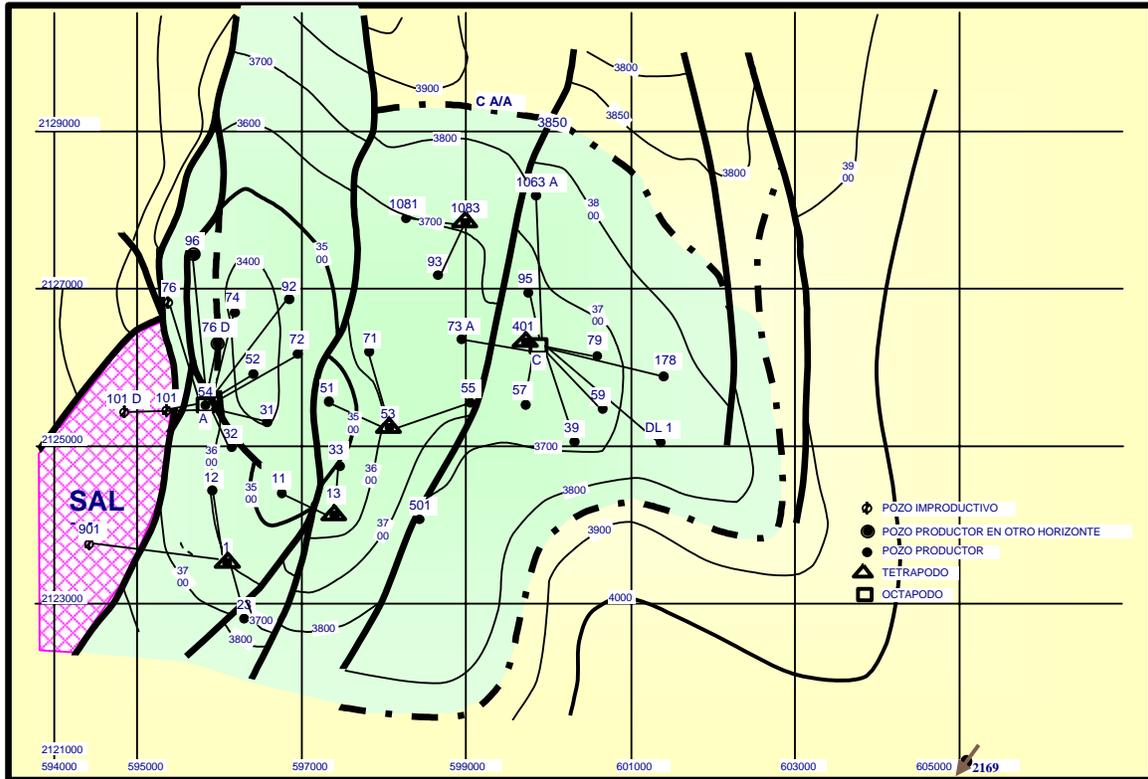


Fig. 4.3.-Estructura del campo PUMA, [10].

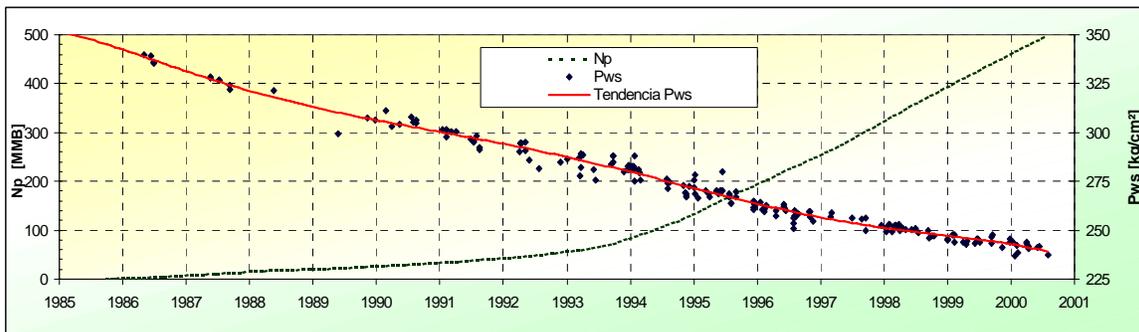
A nivel de la Brecha del Cretácico Superior, la formación presenta la forma de un anticlinal alargado con orientación Norte Sur, seccionada por dos fallas longitudinales, que corren sensiblemente de Norte a Suroeste dividiendo a la estructura en tres bloques, hacia el Suroeste del campo se observa una intrusión salina (Fig. 4.3).

El yacimiento, inicialmente bajosaturado, aproximadamente $55 \frac{kg}{cm^2}$ por arriba de la presión de saturación, alcanzó en junio de 1991 la presión de saturación de $296 \frac{kg}{cm^2}$ en la cima del yacimiento con una N_p de 37.2 MMbbls.

El comportamiento de presión del campo PUMA, es monitoreado a través de levantamientos de presión de cada uno de los pozos para hacerlo representativo, los datos son llevados al plano de referencia obteniendo una media indicativa del comportamiento real de presión del mismo, con respecto al tiempo.

En el año de 1998 personal de ingeniería de yacimientos realizó un análisis del comportamiento de producción en función de las caídas de presión del campo, identificando mecanismos de empuje predominantes en el yacimiento los cuales son: expansión del sistema roca fluido, primer mecanismo que se observa presentando una fuerte caída de presión durante el periodo Septiembre 1985- Noviembre de 1992, y a partir de este entran en acción simultáneamente el de entrada de agua y empuje por casquete de gas manteniéndose hasta esta fecha [10].

Cuando se observó la historia de presión producción, se tiene que al inicio de su explotación del yacimiento se tenía una buena presión de fondo estático, lo cual indicaba buena energía propia del yacimiento para poder tener una buena producción primaria, a medida que se fue desarrollando el campo se fueron perforando más pozos lo cual incremento la producción de hidrocarburos del campo, al haber un abatimiento en la presión, la presión de fondo estático P_{ws} fue declinando y la producción fue incrementando, como se observa en la Graf. 4.1, la declinación de la P_{ws} también se vio afectado por la liberación de gas, por ello sigue esta tendencia la P_{ws} .



Graf. 4.1.-Historia de presión producción.

Actualmente se continúa con el monitoreo del comportamiento de producción, análisis de la información y propuesta de intervenciones por parte del personal del Activo, así como de su actualización del campo como se observa en la Fig. 4.4.

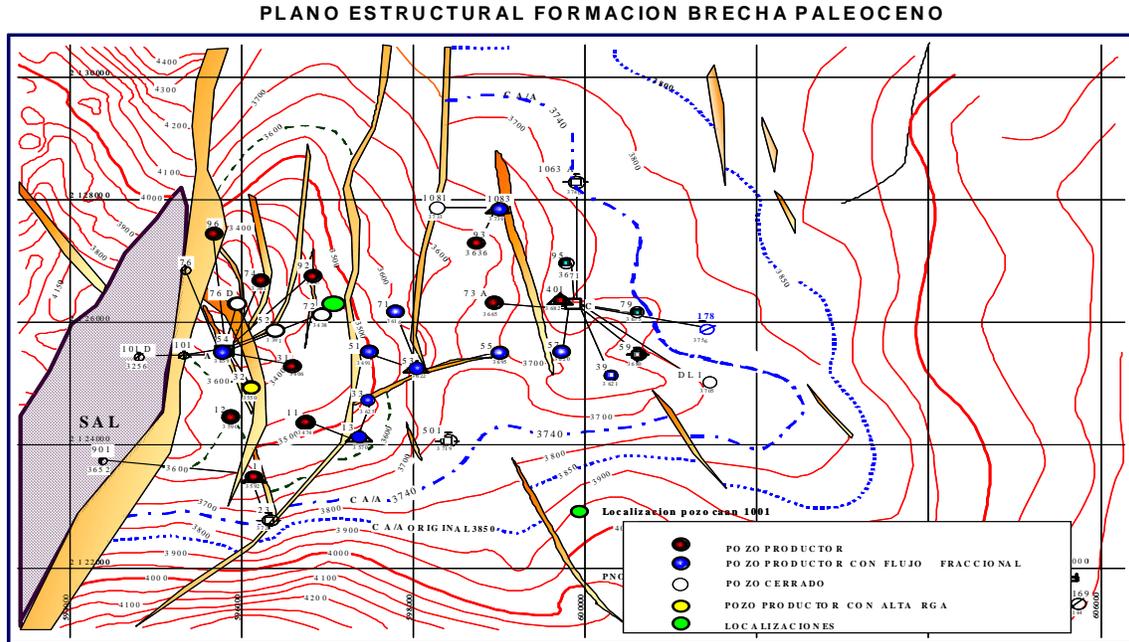


Fig. 4.4.-Plano Estructural del campo Puma, [10].

La única información con la que contamos que es verídica es la que se obtiene de los pozos perforados (ver Fig. 4.5), al perforar los pozos se extraen muestras del yacimiento y se corrobora con: datos sísmicos, registros geofísicos de pozos, historias de presión producción de pozos, con las muestras de fluidos (agua, hidrocarburos).

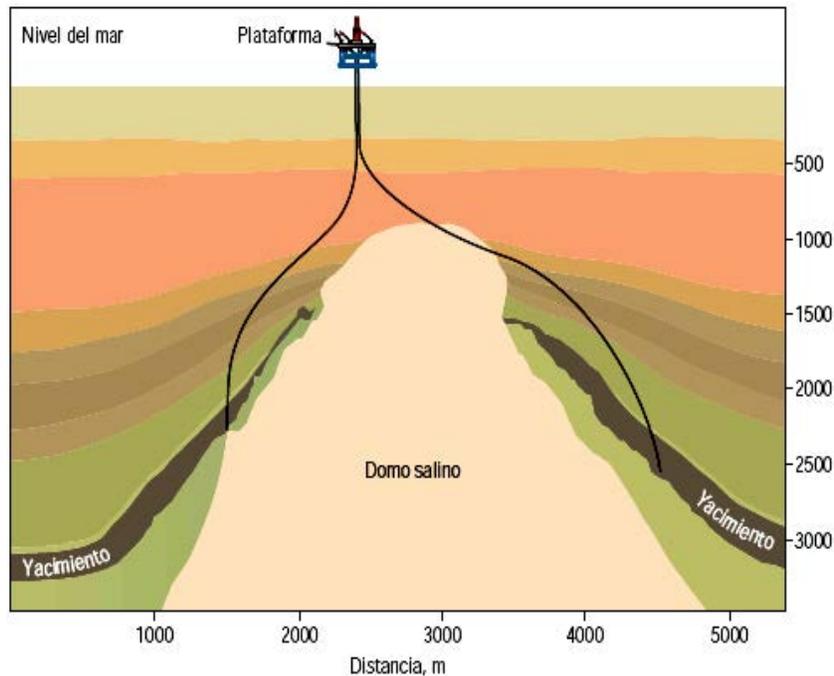


Fig. 4.5.-Domo salino, [2]

Muchas veces no es posible conseguir información del campo ya sea por recursos económicos, humanos, materiales, por algún fenómeno natural o algún otro imprevisto, pero con ayuda del B-spline multinivel, que nos presenta un suavizamiento tipo spline cúbico bilineal, el cual consiste en aproximaciones sucesivas sobre mallas cada vez más finas, este nos permitirá generar una tendencia de la superficie acorde a los datos que tengamos en ese momento.

Como vemos, a medida que se va explotando el yacimiento se va obteniendo nueva información del mismo, esa información nos va a permitir una nueva caracterización del yacimiento, una nueva actualización de datos y un mejor modelo geológico acorde a la realidad, es importante recalcar que aunque la información es cara es necesaria y redituable.

4.2 Colección de Datos Dispersos

Esta técnica requiere únicamente del ingreso una colección de puntos $P = \{x_c, y_c, z_c\}_{c=1}^n$ con los cuales se construye la superficie suave, así que es necesario presentar las condiciones bajo las cuales es posible utilizar este método. Se puede entender por superficie a la gráfica de $(x, y, f(x, y))$ donde $f: \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$, por lo que observamos la condición para la colección de datos de entrada P .

Si $z_i \neq z_j$ para $i \neq j \Rightarrow (x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$, ya que de no ser así, no estaríamos hablando de una función, con esto también se quiere decir que es posible repetir en la colección de datos a una triada completa, sin que esto sea perjudicial para el método.

Otra condición del método, es que Ω sea una región rectangular en el plano que contenga al conjunto $\{x_c, y_c\}_{c=1}^n$ de las primeras dos entradas de P , es decir de la forma $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x < m, 0 \leq y < n\}$ donde m, n son naturales. Así, la superficie suave resultante de este método será construida únicamente en esta región acotada.

La superficie solución no exige que $z_c = f(x_c, y_c)$, pero por ser un método multinivel se puede decir que existe un nivel N para el cual $|f(x_c, y_c) - z_c| < \varepsilon \forall \varepsilon$, es decir, que puntualmente la función converge a la colección de datos. Esto en vez de ser un problema, puede ser una ventaja, ya que en el caso de querer levantar datos de superficies obtenidos en el campo, que en su mayoría cuentan con errores de medición, dichos errores son comparables con el obtenido en la aproximación

El objetivo principal se puede plantear formalmente de la siguiente manera, [12]: Cuando se tiene una colección de puntos en el espacio $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}_{c=1}^n$, donde la pareja ordenada $\{(x_c, y_c)\}_{c=1}^n$ está en un dominio rectangular $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x < m, 0 \leq y < n\}$ distribuida arbitrariamente. Ajustar una superficie suave (x, y, f) con $f = f(x, y) \in C^1$ donde $f : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$ sea tal que $z_c = f(x_c, y_c)$, Fig. 4.6.

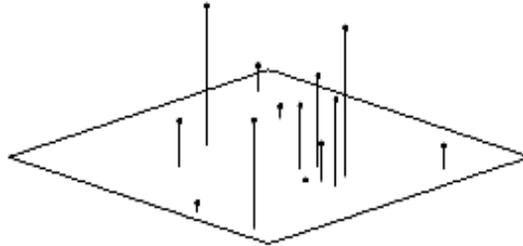


Fig. 4.6.- Una colección de datos dispersos, [2].

Dado que conocemos las condiciones mínimas de este problema, nos resta resaltar las ventajas del planteamiento. Cuando se dice “distribuidos arbitrariamente”, se está diciendo que para cualquier distribución que se le de a los puntos $\{(x_c, y_c)\}_{c=1}^n$ el método presenta una solución, puede en este caso ser aleatoria, o es posible utilizar distribución uniforme, puntos sobre curvas de nivel o cualquier otra distribución deseada. Aunque la solución no es independiente de la distribución, para lograr una solución acorde a la realidad se busca plantear puntos ‘clave’, o distribuciones ‘clave’ para que no sea otra cosa que los valores medidos a través de los pozos que nos permiten obtener una solución más exacta.

El método B-spline multinivel tiene como primer objetivo, realizar una iteración del método el cual en la literatura se le conoce como algoritmo BA, al que comúnmente nombramos ‘nivel’, y así posteriormente concentrarnos en como realizar las iteraciones; por cada nivel encontramos una reparametrización que se realiza en la región Ω , que constituye la segunda fase del algoritmo MBA. Al final presentaremos las libertades que dicho método presenta, [13].

4.3 Descripción del Método

La función definida sobre la región de estudio definida hacia los números reales $f : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$ que se presenta como solución B-spline, está dada en términos de espacio bilineal spline, de la forma:

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s) B_l(t) \Phi_{(i+j)(j+l)} \dots \dots \dots (4.1)$$

con

$$s = x - [x], t = y - [y] \text{ y } i = [x] - 1, j = [y] - 1 \dots\dots\dots (4.2)$$

donde los coeficientes bilineales son planteados a través de un lattice Φ , y la base del espacio spline empleada es conocida por base de Shepard, y es la siguiente:

$$B_0(t) = \frac{(1-t)^3}{6} \dots\dots\dots (4.3)$$

$$B_1(t) = \frac{(3t^3 - 6t^2 + 4)}{6} \dots\dots\dots (4.4)$$

$$B_2(t) = \frac{(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)}{6} \dots\dots\dots (4.5)$$

$$B_3(t) = \frac{t^3}{6} \dots\dots\dots (4.6)$$

definida para $t \in [0,1]$

La dificultad de esto se encuentra en calcular el lattice de control Φ , adecuado a la colección de datos P. Es importante mencionar que para que la función tenga valor en la frontera, se ocupa un lattice, de dimensión $(m+3, n+3)$, ya que un spline cúbico utiliza 4 valores dados por pedazos, aún en la frontera, es decir, se cubre la región Ω con una región rectangular $\{(x, y) | -1 < x < m+1, -1 < y < n+1\}$ y así se corresponde $\Phi(-1:m+1, -1:n+1)$, ver Fig. 4.7.

Para obtener dicho lattice en función de los datos se ocupa un criterio de inverso de las distancias entre cada dato y los 16 nodos mas cercanos de la malla entera, ver Fig. 4.8 criterio que se obtiene a través de la pseudo inversa sobre las distancias de cada dato con sus 16 vecinos en la malla entera:

$$\phi_{kl} = \frac{w_{kl} z_c}{\sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 w_{ab}^2} \dots\dots\dots (4.7)$$

donde:

$$w_{kl} = B_k(s)B_l(t) \text{ y } s = x_c - 1, t = y_c - 1 \text{ y } s = x_c + 1, t = y_c - 1. \dots\dots\dots (4.8)$$

El lattice empleado en un paso:

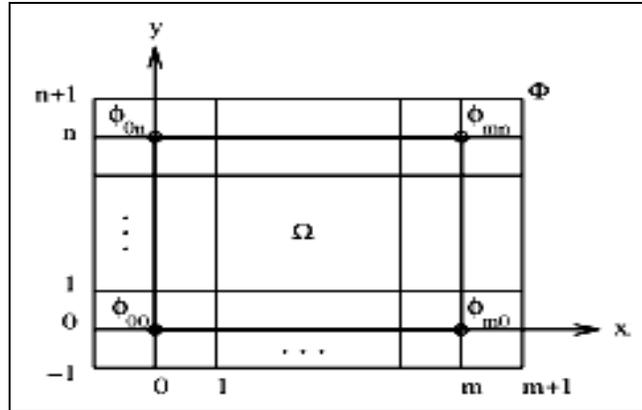


Fig.4.7.-Lattice de control definido, [2].

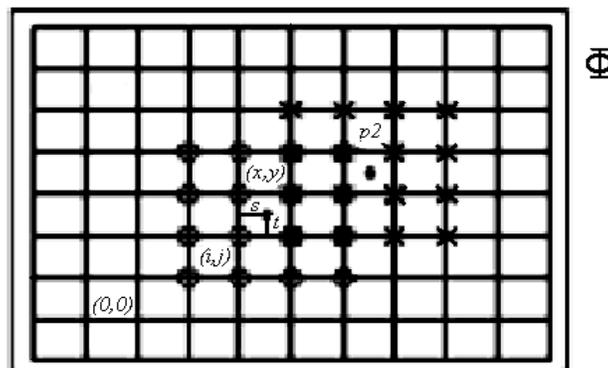


Fig. 4.8.-Inverso de la distancia entre el dato y sus 16 vecinos de la malla entera, [2].

De esta manera se obtiene una función inicial f_o que representa a la superficie inicial, como primer objetivo a atacar, conocido por algoritmo BA, donde nombraremos Φ_o al lattice de control. Dicha función inicial f_o es en la mayoría de los casos una mala aproximación, es por esto que se procede con un método iterativo que por niveles se aproxime a la solución.

Para realizar el algoritmo multinivel MBA es necesario calcular f_o por el algoritmo BA y calcular los errores en aproximación $\Delta z_c^{i+1} = z_c^i - f_i(x_c^i, y_c^i)$, y también es necesario reparametrizar la región Ω de la siguiente manera, sea $\Omega_o = \Omega$,

entonces $\Omega_{i+1} = 2\Omega_i$ y para el siguiente nivel, los errores serán ahora las alturas asociadas a la reparametrización cada dato, es decir:

$$P = \left\{ \left(x_c^{i+1}, y_c^{i+1}, \Delta z_c^{i+1} \right) \right\}_{c=1}^n \dots \dots \dots (4.9)$$

donde:

$$\left(x_c^{i+1}, y_c^{i+1} \right) = \left(2x_c^i, 2y_c^i \right) \dots \dots \dots (4.10)$$

Con estos nuevos datos es posible calcular f_{i+1} con el algoritmo BA a través del lattice Φ_{i+1} . Una vez calculadas f_0, f_1, \dots, f_n y haciendo uso de las propiedades vectoriales del espacio bilineal, se puede decir que la solución $f = f_0, f_1, \dots, f_n$ es una función que se aproxima con n niveles a los datos iniciales. Este proceso iterativo puede repetirse hasta cierto ε , tal que $|f(x_c, y_c) - z_c| < \varepsilon$.

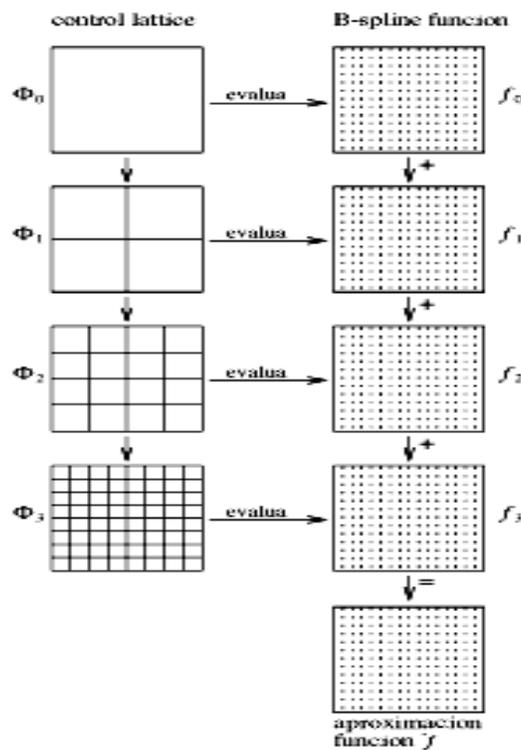


Fig. 4.9.- Proceso iterativo dentro del lattice de referencia, [2].

4.4 Algoritmo Básico Multinivel AB

- 1.- Calcular Φ_o utilizando la colección de puntos $P = \{(x_c, y_c, z_c)\}_{c=1}^n$
- 2.- Se evalúa la función f_o sobre los puntos de $\Omega_o = \Omega$ cuyas coordenadas sean enteras utilizando el lattice Φ_o
- 3.- Para cada una de las iteraciones deseadas, se realiza:

- ◆ Se reparametriza la región Ω_i a:

$$\Omega_{i+1} = 2\Omega_i \dots\dots\dots (4.11)$$

y se calcula el error de aproximación para z_c^i como:

$$\Delta z_c^{i+1} = z_c^i - f_i(x_c^i, y_c^i) \dots\dots\dots (4.12)$$

- ◆ Calcular Φ_{i+1} utilizando la colección de puntos $P = \{(x_c^{i+1}, y_c^{i+1}, \Delta z_c^{i+1})\}_{c=1}^n$.
- ◆ Se evalúa la función f_{i+1} sobre los puntos de Ω_{i+1} cuyas coordenadas sean enteras utilizando el lattice Φ_{i+1} .

- 4.- Se suman las iteraciones de la función $f = \sum_i f_i$.

Este algoritmo tiene ciertas desventajas a atacar, el hecho de calcular en cada iteración la función b-spline f_i requiere demasiado tiempo de cómputo.

Así que existe un método alternativo en el cual no es necesario calcular f_i por cada iteración, este método es conocido como algoritmo multinivel con refinamiento, y consiste en refinar el lattice de control de cada iteración con un criterio razonable para ser llevado al siguiente nivel sin tener que calcular cada vez la función f_i . El criterio de refinamiento es el siguiente:

$$\phi'_{2i,2j} = \frac{1}{64} [\phi_{i-1,j-1} + \phi_{i-1,j+1} + \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i+1,j+1} + 6(\phi_{i-1,j} + \phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j}) + 36\phi_{i,j}] \dots\dots(4.13)$$

$$\phi'_{2i,2j+1} = \frac{1}{16} [\phi_{i-1,j} + \phi_{i-1,j+1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i+1,j+1} + 6(\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j})] \dots\dots\dots(4.14)$$

$$\phi'_{2i+1,2j} = \frac{1}{16} [\phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i+1,j+1} + 6(\phi_{i+1,j} + \phi_{i,j})] \dots\dots\dots(4.15)$$

$$\phi'_{2i+1,2j+1} = \frac{1}{4} [\phi_{i,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i+1,j+1}] \dots\dots\dots(4.16)$$

Este criterio de refinamiento se entiende como, dado el lattice $\Phi_0 = \Psi_0$, construir el lattice refinado Ψ'_0 , simultáneamente constrúyase el lattice del primer nivel Φ_1 por el algoritmo MBA y posteriormente se considera:

$$\Psi_1 = \Phi_1 + \Psi'_0 \dots\dots\dots (4.17)$$

para el resto de las iteraciones, considérese el lattice Φ_1 obtenido por el algoritmo MBA en el i-ésimo nivel y el lattice Ψ'_{i-1} refinado de Ψ_{i-1} , y constrúyase:

$$\Psi_i = \Phi_i + \Psi'_{i-1} \dots\dots\dots (4.18)$$

al final de los n niveles deseados evalúe la función:

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s) B_l(t) \Psi_n((i+k), (j+l)) \dots\dots\dots (4.19)$$

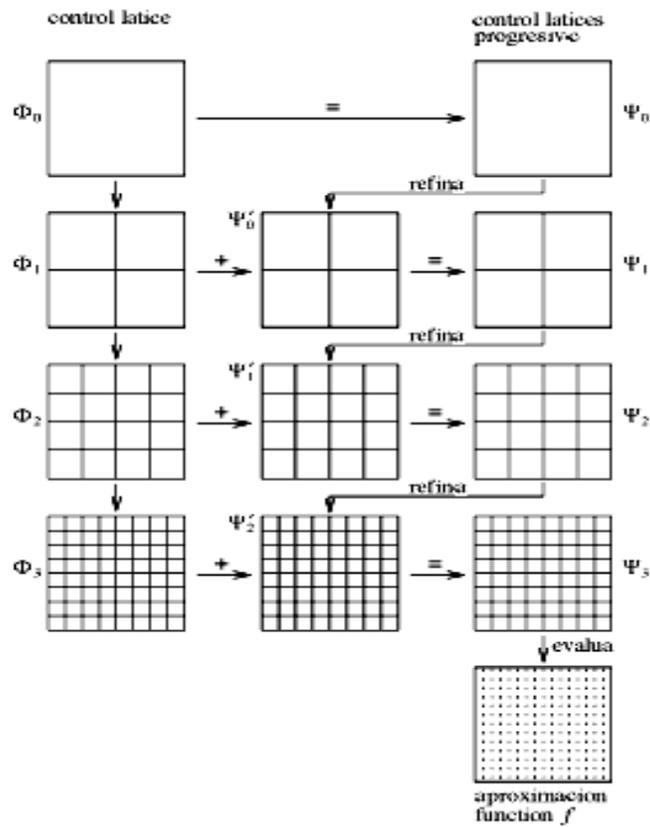


Fig. 4.10.- Proceso adaptivo dentro del lattice de referencia, [2].

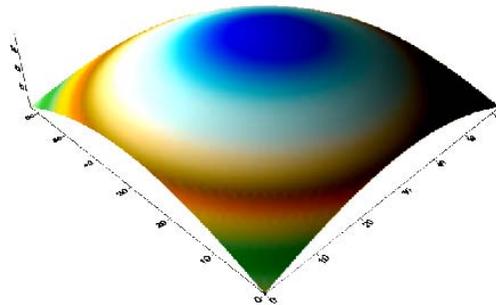


Fig.4.11.-Superficie obtenida a partir de una función analítica

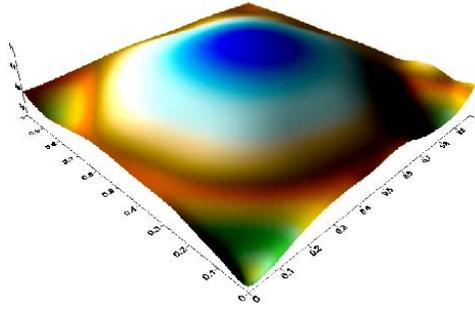


Fig. 4.12.-Superficie reconstruida por la técnica de suavizamiento B-spline usando 5 niveles y dimensión de escala 1 a 1, [2].

Y un ejemplo para una superficie, dadas las curvas de nivel es el siguiente:

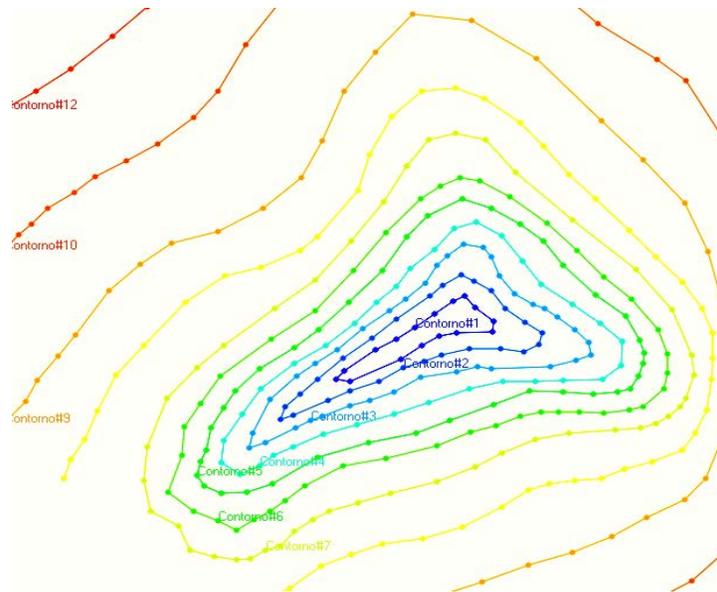


Fig.4.13.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

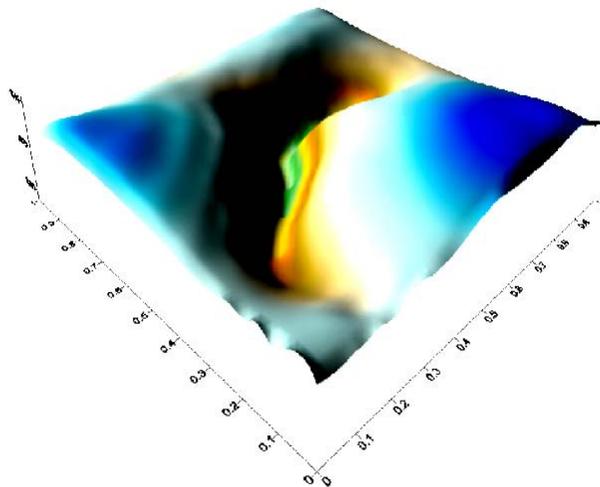


Fig.4.14.-Superficie reconstruida, [2].

En términos generales este método de suavizamiento es muy eficiente para datos dispersos, pero sólo funciona para aproximar superficies de clase 1, C^1 con primera derivada y que sea continua, además es necesario tener definida la superficie en toda la región de estudio Ω . Otra de las discusiones que se dieron en este trabajo fue como hacer para que el algoritmo intente construir evaluaciones sobre la parte superior y derecha de la frontera de la región Ω , ya que no debemos olvidar que $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x < m, 0 \leq y < n\}$. Así que una alternativa fue construir una malla rectangular un poco más pequeña que Ω . Una cuestión interesante resulta de observar que en ningún momento es necesario empezar el algoritmo BA a partir de la región Ω , en todo caso, lo importante radica en conservar las proporciones de distancia de cada punto, así que a este algoritmo previamente se le puede implementar una reparametrización al cuadrado unitario, y al terminar el proceso, regresar el resultado a sus dimensiones originales.

En este trabajo se presentó cómo construir superficies suaves en regiones rectangulares, pero es posible extender este resultado a regiones convexas haciendo uso del lattice de control, reemplazando la evaluación en la malla rectangular por la malla convexa, por supuesto contenida en la región Ω . La finalidad de esto es poder hacer uso de este recurso para construir la malla 3D, definida entre 2 superficies.

Una última discusión se da en la distribución arbitraria de los datos $\{(x_c, y_c)\}_{c=1}^n$, de que manera es conveniente dar entrada a puntos 'clave' de la superficie. Para eso es necesario estudiar la reconstrucción de superficies como planteamiento analítico a través de distintas distribuciones, para saber si existe alguna influencia directa sobre la solución.

CAPÍTULO V

SUAVIZAMIENTO Y PARAMETRIZACIÓN DE REGIONES POLIGONALES

Cuando tenemos los contornos de una región en particular, al inicio de la exploración del yacimiento, tenemos toda la superficie de estudio con datos para describir la región de estudio, por lo que es necesario utilizar los conceptos geológicos para generar datos de acuerdo a nuestro yacimiento, para generar dichos datos es necesario que se siga una tendencia suave tal como ocurre en la realidad, desde el punto de vista matemático, esto es llamado suavizamiento, que nos permita tener una región mejor definida y así poder generar escenarios, lo más reales posibles, para poder desarrollar nuestro yacimiento de la manera más óptima posible.

Con la técnica de suavizamiento tenemos la oportunidad de generar regiones mejor definidas y con el apoyo de la repoblación en los contornos, estos tendrán un mejor suavizamiento en sus curvas, las cuales a continuación explicaremos con más detalle.

5.1 Planteamiento del Problema

Dado un conjunto de puntos en el plano real $P = \{p_i\}_{i=1}^n$ que describen un contorno poligonal, donde el problema es incrementar o disminuir el número de puntos sobre éste, es decir, repoblar el contorno.

Este problema tiene dos etapas básicas: suavizamiento e interpolación del contorno. En la primera etapa se obtiene una curva continua con primera derivada C^1 , S , que aproxima a P : en la segunda, se construye una parametrización adecuada de S que permita repoblar fácilmente el contorno.

Cuando hablamos de parametrización, nos referimos a que tenemos el control de la distribución de puntos equidistantes que hay en la curva

5.2 Suavizamiento de Regiones Poligonales Usando Nurbs

5.2.1 Suavizamiento de Contornos

Una propiedad que se desea observar en la curva S , es que respete la forma de P , el polígono. Para lograrlo, se elige a S entre la familia de splines cónicos, con la característica de que uno o varios segmentos sean cónicas singulares. De esta forma, la curva S que suaviza a P se define como:

$$S(u) = s_i(u), u \in [u_i, u_{i+1}], i = 1, \dots, N \dots \dots \dots (5.1)$$

donde:

$$s_i(u): [u_i, u_{i+1}] \rightarrow \mathbb{R}^2 \dots\dots\dots (5.2)$$

es una curva cuadrática.

Cada segmento del spline cónico se representa en su forma de Bézier racional cuadrática estándar.

5.3 Cónicas en su Forma de Bézier Racional Cuadrática

Una función racional $c : \hat{u} \rightarrow \hat{u}^2$ dada por:

$$c(t) = \frac{w_0(1-t)^2 b_0 + w_1 2t(1-t)b_1 + w_2 t^2 b_2}{w_0(1-t)^2 + w_1 2t(1-t) + w_2 t^2} \dots\dots\dots (5.3)$$

es llamada una curva de Bézier Racional Cuadrática, los coeficientes b_i son llamados puntos de control, mientras que al coeficiente w_i se le conoce como peso asociado al punto de control b_i , ver Fig. 5.1, los pesos w_i nos ayudan a controlar la forma de la cónica.

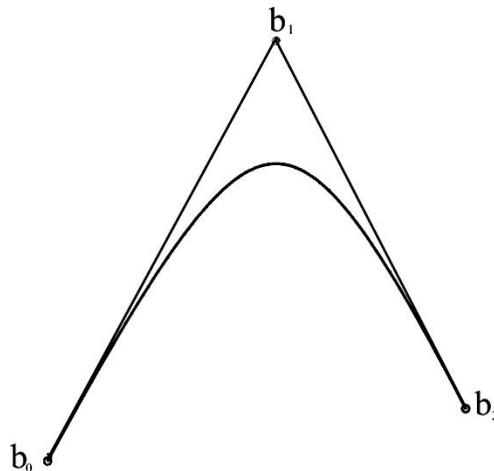


Fig. 5.1.-Curva de Bézier Racional Cuadrática, [2].

5.3.1 Propiedades de la Curva de Bézier Racional Cuadrática

Una curva de Bézier racional cuadrática con puntos de control b_0, b_1, b_2 y pesos w_0, w_1, w_2 tiene las siguientes propiedades:

1. El primer y último punto de la curva coincide con el primer y último punto del polígono de control : $c(0) = b_0, c(1) = b_1$.
2. El vector tangente en los extremos del arco tiene la misma dirección que los lados del polígono de control:

$$c'(0) = \frac{2w_1}{w_0} (b_1 - b_0) \dots\dots\dots (5.4)$$

$$c'(1) = \frac{2w_1}{w_2} (b_2 - b_1) \dots\dots\dots (5.5)$$

3. Si todos los pesos son positivos y $t \in [0,1]$, entonces $c(t)$ cae en la cubierta convexa de los puntos de control.

5.4 Forma de Bézier Racional Cuadrática Estándar de una Cónica

En la práctica, cuando se requiere obtener la representación de Bézier racional de una cónica, es conveniente reducir el número de parámetros que la describen. Se puede mostrar que si todos los pesos de la cónica son positivos, ésta se puede reparametrizar para llevarla a su forma estándar:

$$b(t) = \frac{(1-t)^2 b_0 + w_1 2t(1-t)b_1 + t^2 b_2}{(1-t)^2 + w_1 2t(1-t) + t^2} \dots\dots\dots (5.6)$$

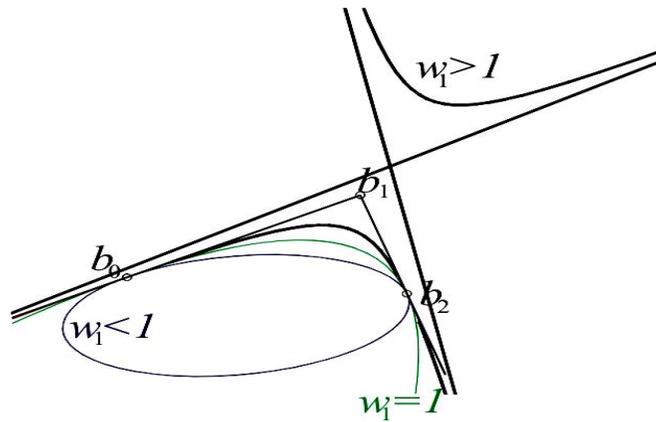
5.4.1 Clasificación de la Cónica

El tipo de cónica depende de sus singularidades, las cuales corresponden a los ceros de la función de peso

$$w(t) = -2(w_1 - 1)t^2 + 2(w_1 - 1)t + 1 \dots\dots\dots (5.7)$$

Se puede ver fácilmente que las singularidades caen fuera del intervalo unitario y que el tipo de cónica en función de w_1 es la siguiente:

$$\text{Tipo de cónica} \begin{cases} \text{elipse si } w_1 < 1 \\ \text{parábola si } w_1 = 1 \\ \text{hipérbola si } w_1 > 1 \end{cases}$$



5.2.-Tipo de cónica, [2].

Es importante señalar que dentro del programa se tendrá la posibilidad de declarar puntos de control que ayuden al profesional a obtener la superficie deseada en caso de carecer de datos.

5.5 Parametrización de Curvas

Se quiere suavizar a P , que es una poligonal plana, conservando su forma original lo más posible.

El principal objetivo que se tiene es quitar sólo “los picos” de los polígonos. Así, por cada terna de puntos consecutivos P_{j-1}, P_j, P_{j+1} , se aproxima el vértice P_j usando un arco cónico cuyos extremos se eligen en los lados $P_{j-1}P_j$ y P_jP_{j+1} , respectivamente, tratando de que entre cada segmento cónico no singular se incluya uno singular. En la siguiente Fig. 5.3 se muestran dos ejemplos del suavizamiento para contornos cerrados.

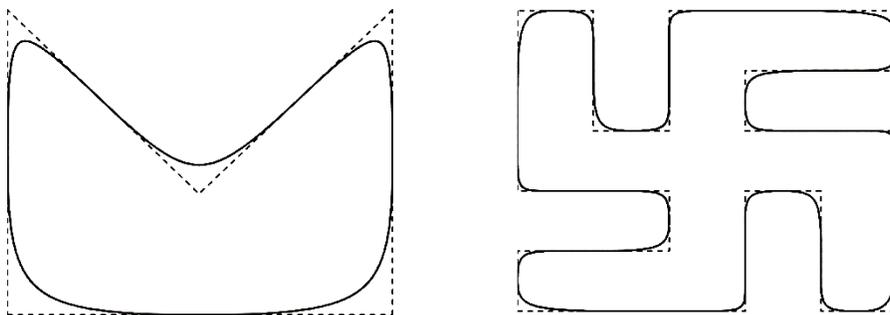


Fig.5.3.-Suavizamiento de contornos cerrados, [2].

La construcción del spline cónico S con continuidad C^1 consta de dos etapas.

En la primera, se construye un spline G^1 obteniéndose el polígono de control del spline b_0, \dots, b_{sN} y los pesos w_1, \dots, w_N ; en la segunda, se determinan los nodos u_0, \dots, u_N que hacen del spline S sea de clase C^1 .

5.6 Reparametrización de Curvas

La reparametrización nos permite tener un control de la distribución de puntos sobre nuestras curvas.

En la fase de suavizamiento se genera un spline cónico $S(u): [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ de clase C^1 , que sea continua y con primera derivada, que aproxima un contorno poligonal. En la mayoría de los casos la parametrización del spline cónico obtenido no es adecuada para determinar una población del contorno, por tanto, resulta indispensable contar con un algoritmo que permita obtener numéricamente la reparametrización, \mathbf{S} , mediante la longitud de arco de S .

A continuación se presentan unos ejemplos de cómo se repoblan los contornos, al no contar con demasiada información del campo, lo cual nos ayuda a tener una mayor representación del modelo geológico lo más cercana a la realidad.

Esto nos ayuda mucho, ya que nos reduce los costos de la información con que no se cuenta, ya que se trata de ajustar a una tendencia, dependiendo de los datos con que se cuenta.

En la Fig. 5.3 y Fig. 5.4 al realizar el repoblamiento de los contornos se tiene un suavizamiento de estos, lo que nos permite tener una tendencia mejor definida de nuestra región.

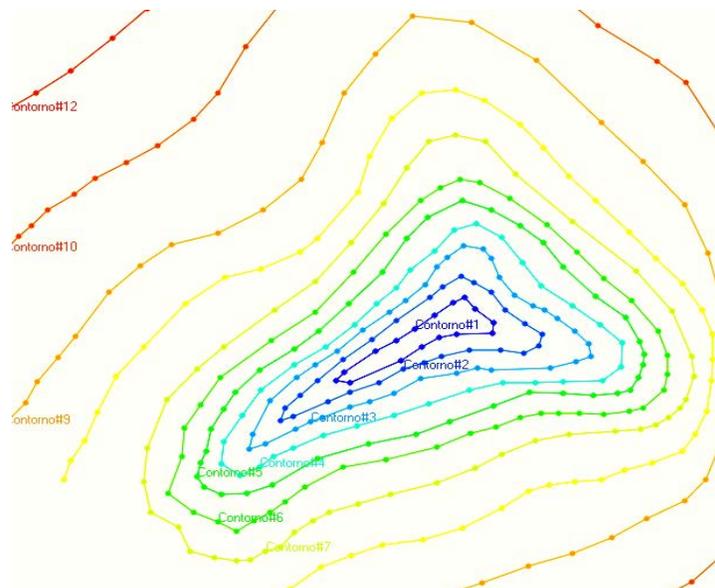


Fig.5.4.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

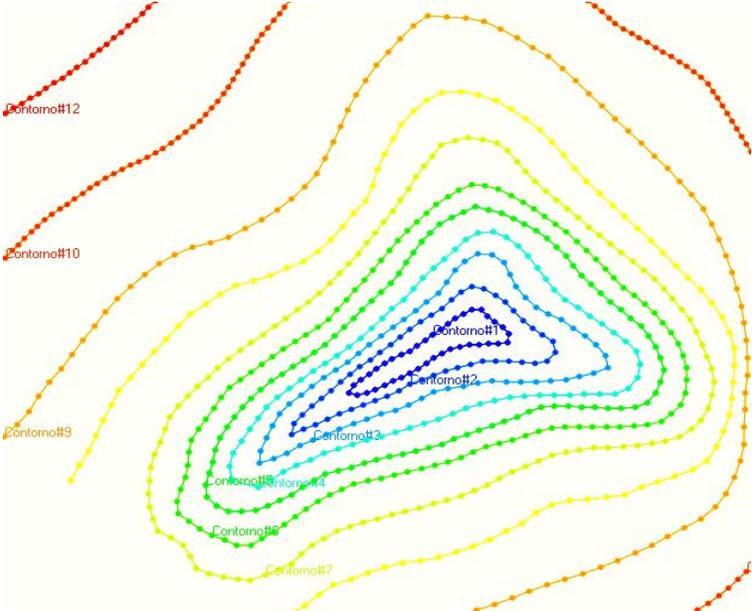


Fig.5.5.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

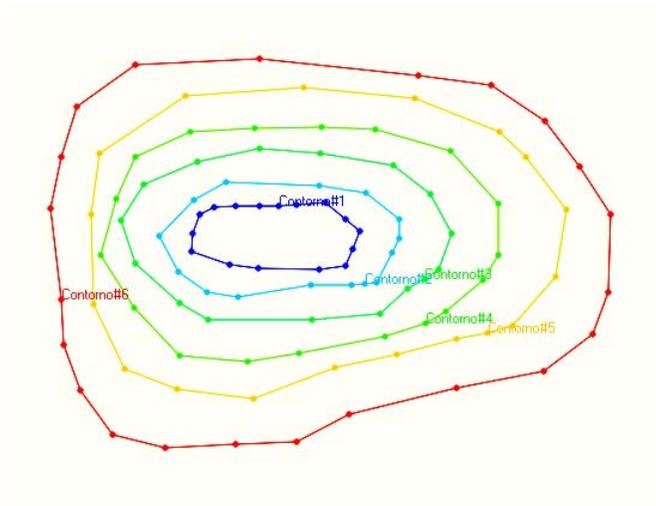


Fig.5.6.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

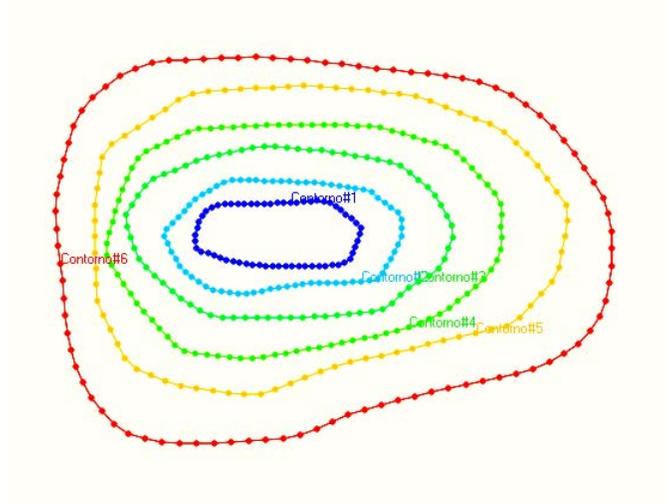


Fig.5.7.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

En la Fig. 5.8 vemos que no contamos con mucha información lo cual no podemos tener mejor definida nuestra región de estudio, con ayuda del módulo SNYM-Grid, [14], podemos tener puntos de control, los cuales nos van a permitir tener una mejor tendencia con respecto a los datos que tengamos, así mismo, con ayuda también del repoblamiento, como se ve en la Fig. 5.9.

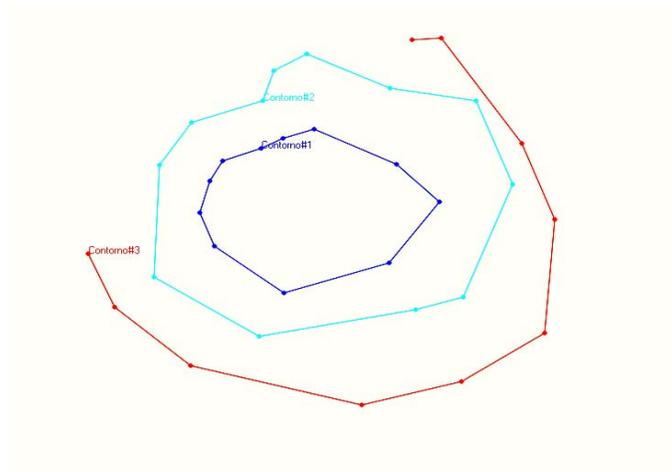


Fig.5.8.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

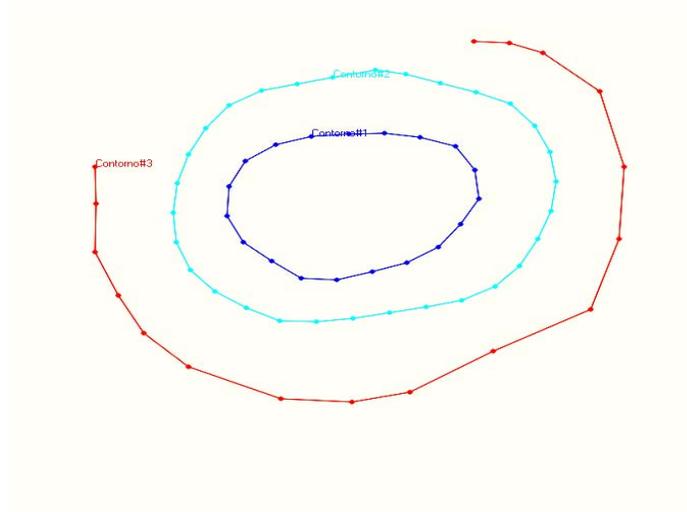


Fig.5.9.-Mapa de contornos, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

Estos son ejemplos de cómo se repoblan los contornos, cuando no se cuenta con suficiente información del campo, esto nos va a permitir tener una representación del campo lo más apegada a la realidad, lo cual nos va a evitar tener los famosos “ojos de buey”, donde no hay información, y vamos tener un mejor control de puntos ficticios de secciones de interés que nos permitan definir mejor nuestra región de estudio.

El optimizar los recursos económicos, humanos y naturales, nos va a permitir un buen desarrollo del campo y aprovechar de la mejor manera la energía del yacimiento, para así, tener una mayor recuperación de hidrocarburos en la superficie.

CAPÍTULO VI

CONSTRUCCIÓN DE MALLAS 3D PUNTO DE ESQUINA

En los capítulos anteriores, expusimos sobre la importancia de tener información verídica y real del yacimiento la cual va ser la base donde desarrollaremos adecuadamente nuestros modelos geológicos, los cuales son el soporte para realizar una simulación lo más apegada a la realidad.

Recordando las actividades realizadas, hasta el momento se construyó una malla auto ortogonal (es decir, se busca hacer que la malla tuviera sus celdas lo más ortogonales posibles). Para lo cual a partir de puntos discretos se busca obtener una tendencia que respete las tendencias del campo y que se ajuste totalmente a los valores de los datos, con lo cual se tiene una superficie discreta de puntos apegados a la realidad.

Cuando tenemos la cima del yacimiento reconstruida y una malla plana adecuada sobre el plano de referencia, proyectamos ésta sobre la superficie de la cima, y obtenemos una malla sobre esa superficie, la bajamos verticalmente a un grosor constante y con esto obtendremos una primera malla 3D sobre la sección de estudio de nuestro yacimiento.

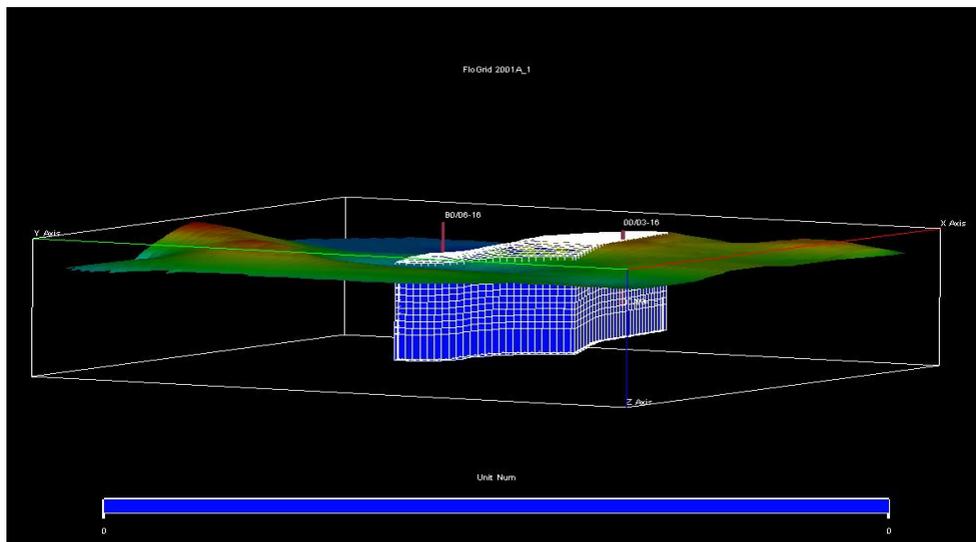


Fig. 6.1.-Cima del yacimiento, [16].

Recordemos que la información con que contamos de la cima, es a través de datos dispersos. Al tener las curvas de nivel de esa superficie en un plano de referencia, definiremos sobre este plano una malla casi ortogonal y proyectamos sobre esta (ver Fig. 6.1 y Fig. 6.2).

La malla 3D de simulación se formará al bajar copias de la malla definida en la cima a cada uno de los planos de cimas disponibles. Estas copias son llamadas los slides de la malla 3D, los slides cuya separación es el grosor entre cada una de las cimas de formación. Este tipo de malla se le conoce como punto de esquina al estar todos los vértices sobre una superficie.

6.1 Mallas 3D con Geometría Punto de Esquina

Esta forma de construir la malla 3D de simulación es lo que se conoce como una malla que sigue la geometría punto esquina, esto es que los vértices del bloque de la malla, se encuentran sobre una superficie, tanto en la cara de arriba como en la cara de abajo siguiendo con esto la geometría del yacimiento.

La forma usual de cómo se tiran las líneas para generar la malla 3D es mediante desplazamientos verticales como se muestra en la Fig. 6.2, lo cual no es lo ideal, ya que no podemos simular bien el flujo del fluido a través de estas celdas, ya que no presentan ortogonalidad, pero es una forma simple de realizarlo.

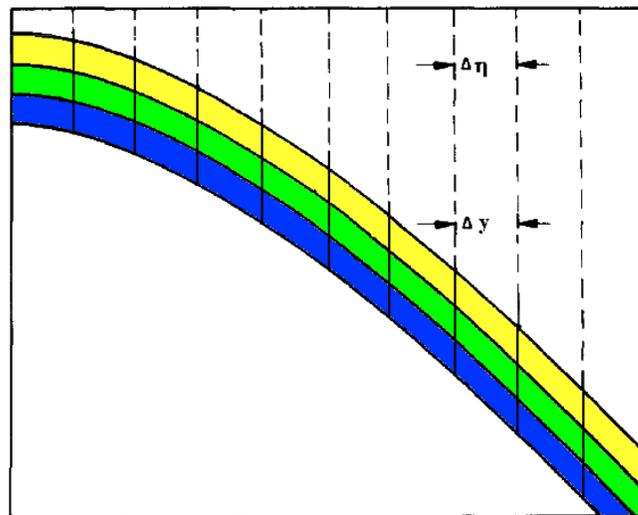


Fig.6.2.-Desplazamientos verticales a la superficie, [16].

Un ambiente sedimentario es la parte de la superficie terrestre que es física, química y biológicamente diferente a las áreas adyacentes.

Entre los ambientes sedimentarios se encuentran los: continentales (fluviales), transicionales (deltaicos y costeros) y marinos en esta sección hay dos clasificaciones marino somero (arrecifes) y marino profundo (abanicos submarinos ó turbiditas), [18].

El tipo de ambiente sedimentario del yacimiento juega una parte muy importante en la Ingeniería Petrolera ya que nos ayuda a saber cómo fue su depósito del sedimento, como es la distribución granulométrica que hay en el yacimiento, la distribución de los fluidos, podemos identificar los parámetros de porosidad y

permeabilidad los cuales nos ayudan a identificar las unidades de flujo más importantes que hay en nuestro yacimiento, las cuales podemos simular independientemente para poder explotarlas de la mejor manera.

El caracterizar mejor nuestro yacimiento tanto horizontal como verticalmente, nos ayuda a realizar un buen diseño de nuestras instalaciones superficiales con las que vamos a desarrollar nuestro campo.

En la Fig. 6.3, se muestra un yacimiento con 3 estratos diferentes y con una falla, la variación espesores de los estratos se debe al tipo de ambiente sedimentario que tuvo el yacimiento y a la energía propia que tenía este ambiente, lo que trajo consigo una distribución granulométrica y una variación de propiedades petrofísicas y fisicoquímicas, dependiendo de las condiciones de presión y temperatura a las que estuvieron sometidas las estructuras.

Al construir nosotros nuestra malla 2D sobre la superficie de la región de estudio, observemos, (ver Fig. 6.3), que al bajar nuestra malla 2D en copias verticales, sobre los 3 estratos, esta malla 2D va a tener celdas inactivas, lo cual va a ayudar a que cubra toda la región de estudio.

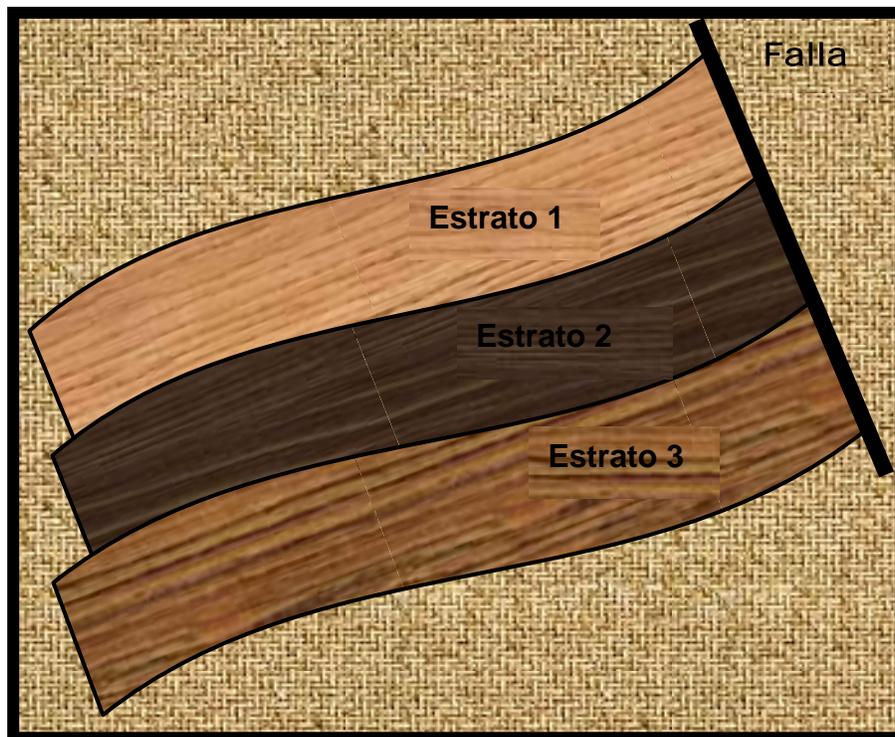


Fig. 6.3.-Combinación de pliegue y falla.

En las siguientes curvas de nivel de los tres estratos (ver Figs. 6.4, 6.5 y 6.6), se observa que hay una región nula va disminuyendo a medida que se va teniendo una mayor profundidad.

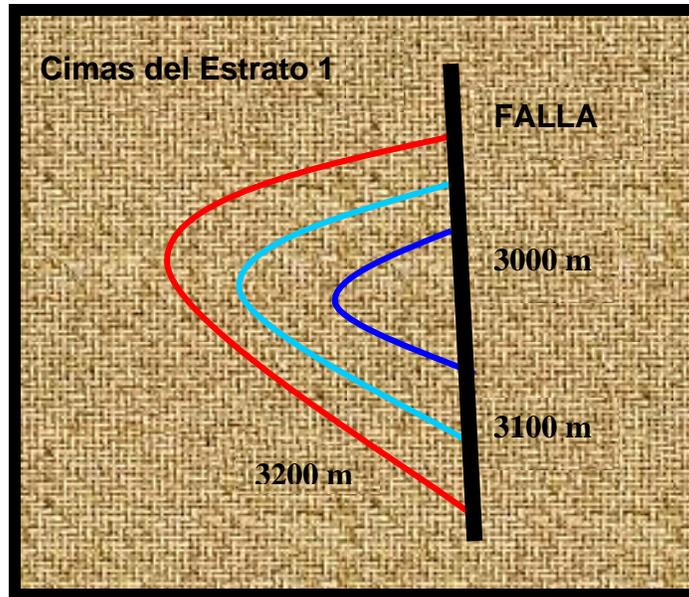


Fig. 6.4.-Curvas de nivel del estrato 1.

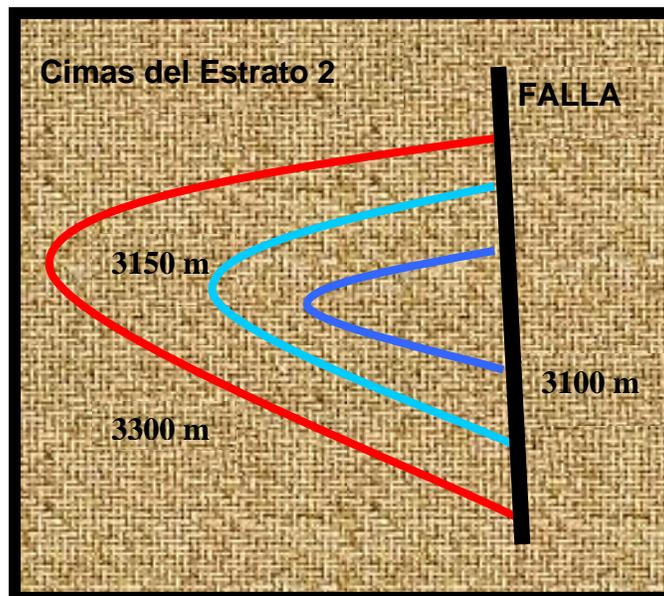


Fig. 6.5.-Curvas de nivel del estrato 2.



Fig. 6.6.-Curvas de nivel del estrato 3.

La forma ideal para generar la malla 3D, es tirar líneas perpendiculares a la superficie, para que no suceda lo del caso anterior, lo que nos definiría mejor nuestra región de estudio, y así, poder tener un área de flujo de los fluidos casi ortogonal, lo cual satisface mejor los requerimientos de la ecuación de difusividad, en este caso se tendría un promedio de perpendicularidad con la cima y la base de cada estrato, para poder pasar a la siguiente etapa, ver Fig. 6.7, pero estos serán trabajos que se llevarán a cabo en un futuro.

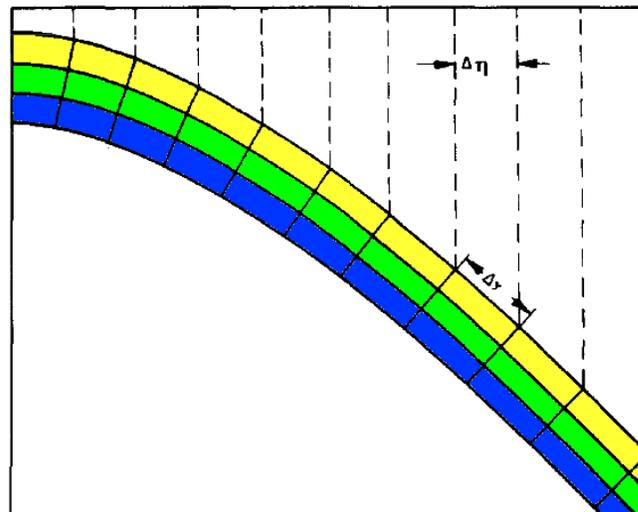


Fig.6.7.-Desplazamientos normales a la superficie, [16].

Cuando tenemos nuestro modelo geológico de la región de estudio, en este caso del campo PUMA, se cuenta con las curvas de iso-propiedades, (Fig. 6.8) las cuales hay que reconstruirlas para tener una superficie mejor definida como se muestra en la Fig. 6.9.

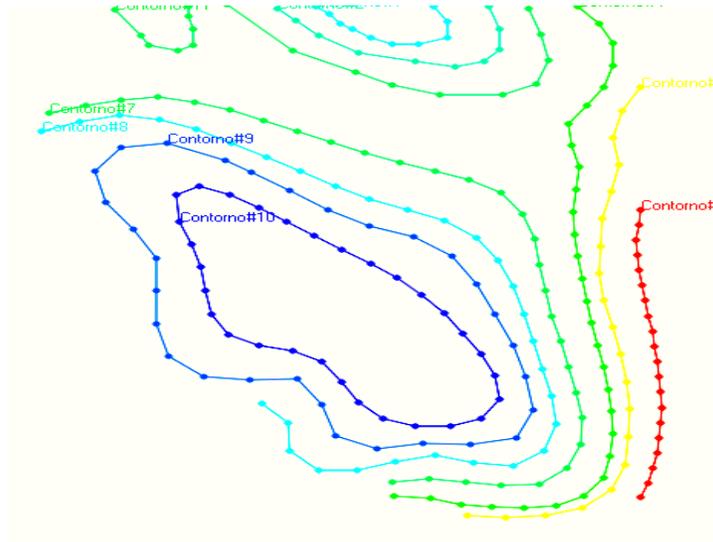


Fig. 6.8.- Mapa de contornos del campo PUMA, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

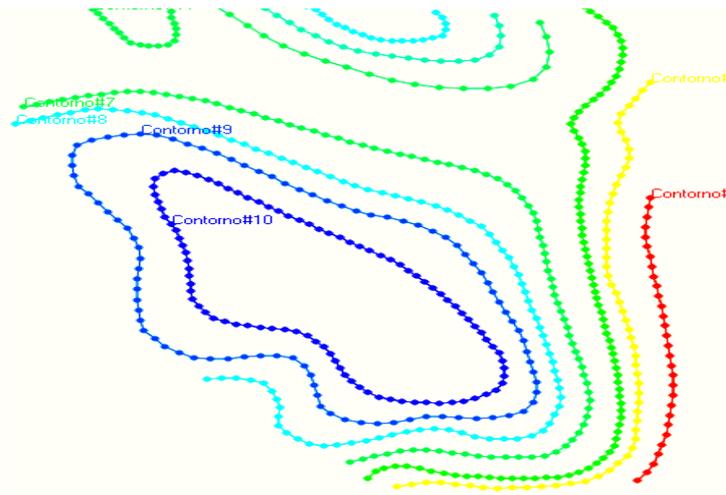


Fig. 6.9.- Curvas de nivel de una superficie reconstruida. Mapa de contornos del campo PUMA, construido con el módulo SNYM-Grid, [14].

Ahora bien, sobre un plano de referencia se definieron los cuatro segmentos de control de la región plana de estudio y se generó una malla 2D suave y casi-ortogonal, esta malla es la mostrada en la Fig. 6.10 y 6.11.

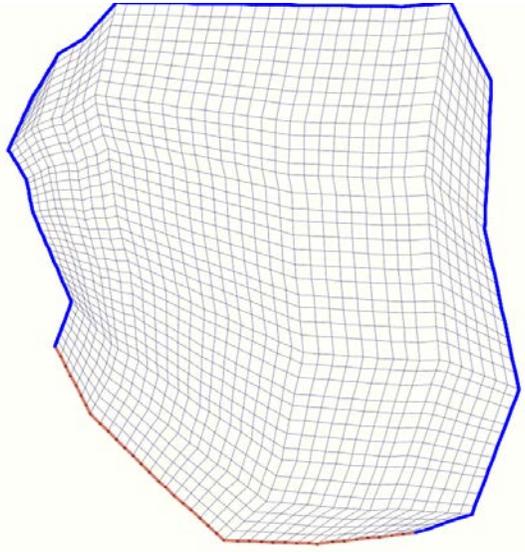


Fig. 6.10.- Malla 2D original, casi ortogonal del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].

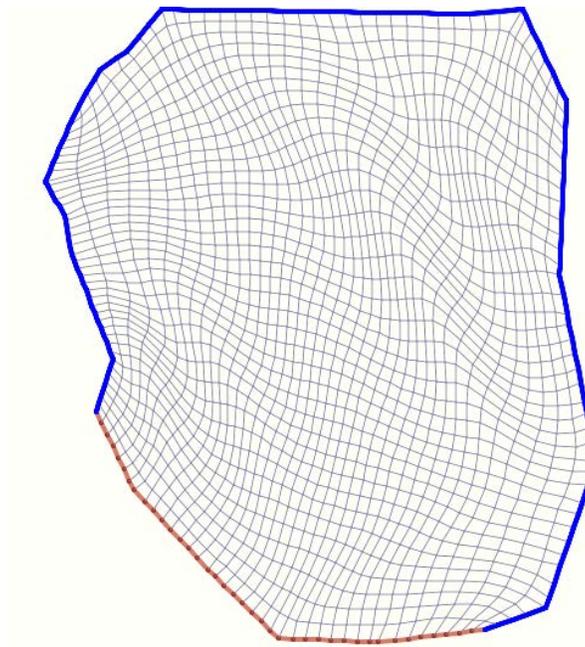


Fig. 6.11.- Malla 2D suavizada, casi ortogonal del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].

Esta malla 2D casi ortogonal generada sobre el plano de referencia, se proyectó sobre la superficie de la cima y copias de esta malla fueron tiradas verticalmente con un grosor variable, tal como se muestra en la Fig. 6.12.

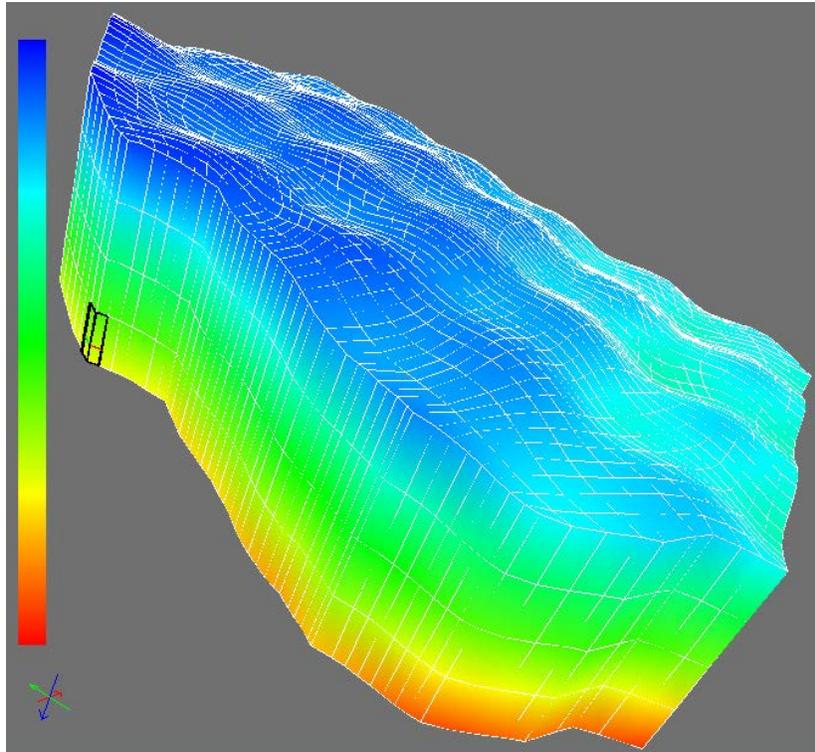


Fig. 6.12-Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].

En la Fig. 6.13, se muestra a la malla 3D sin el mallado, lo cual es una modalidad que trae el módulo SNYM-Grid, [14], también nos presenta diferentes perspectivas, como se ve un ejemplo de ellas, en la Fig. 6.14.

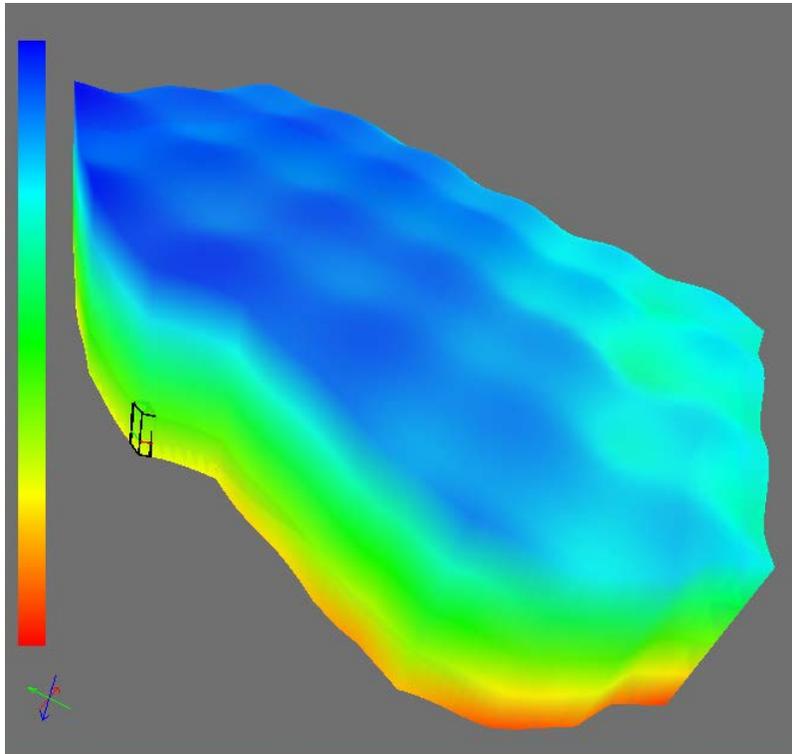


Fig. 6.13.-Malla 3D del campo PUMA, construida con el módulo SNYM-Grid, [14].

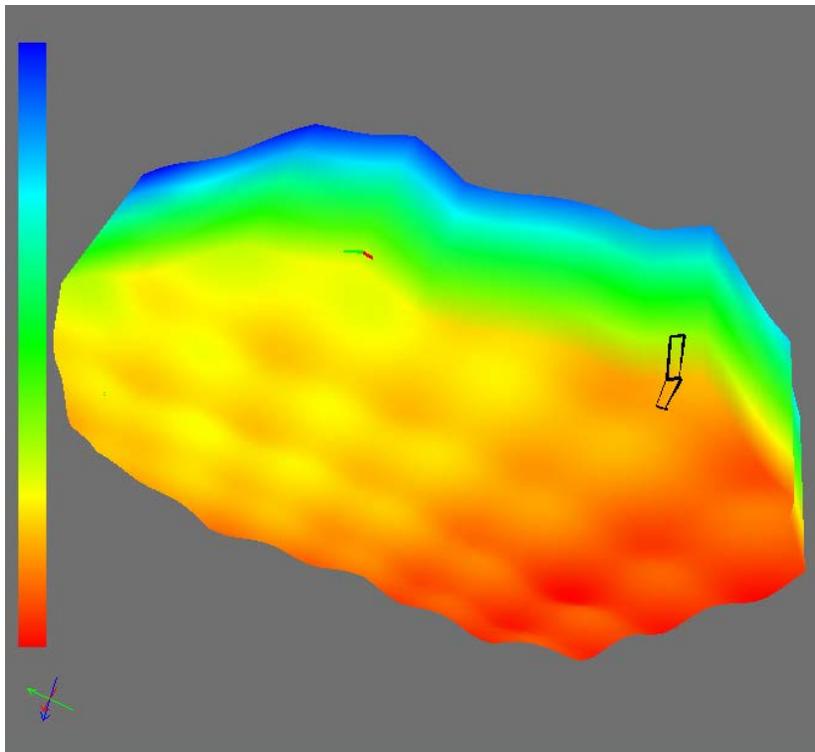


Fig. 6.14.-Malla 3D del campo PUMA, construida

con el módulo SNYM-Grid, [14].

La forma en que se ha descrito cómo construir la malla 3D a partir de la cima, no es única. Como se señaló en la introducción, podemos considerar que la dirección z en la que se desplaza la malla sea perpendicular a la superficie construyendo con esto una malla 3D cuyas caras “verticales” sean ortogonales a la superficie.

Este tipo de mallas son valiosas porque siguen la geometría del yacimiento y muestran ortogonalidad con las caras horizontales, con esto la discretización de las ecuaciones fluido-flujo siguen la propiedad de ser bloques ortogonales.

De igual manera será necesario tomar decisiones al momento de construir la malla ya que dependiendo del método para reconstruir la superficie o de la información que se cuente tanto de la capa, como de la base, puede ocurrir que la malla 3D se cruce en la dirección de z y entonces promediar o bien asignar inactiva esa celda problemática. Este es solo un ejemplo, por mencionar, del escenario posible.

6.2 Simulador Numérico de Yacimientos Multipropósito (SNYM 1.0.0, [15]), SNYM-Grid, [14].

El SNYM 1.0.0, [15], es un proyecto financiado por PEMEX y la UNAM con la finalidad de robustecer el conocimiento y el desarrollo de tecnología nacional, comprendiendo dos áreas de suma importancia para México: el petróleo y el cómputo.

SNYM 1.0.0, [15], es un sistema que simula el comportamiento de un yacimiento durante algún periodo de tiempo.

Por este motivo se creó el Grupo de Simulación Numérica de Yacimientos (GSNY), que empezó a funcionar a principio del 2005, reuniendo personas con alta capacidad de trabajo técnico enfocado a desarrollar tecnología de punta.



Fig. 6.15.-Logotipo del SNYM-Grid, [14].

El módulo SNYM-Grid, [14], nos presenta cuatro áreas de trabajo las cuales son el mapa de contornos, la región de estudio, la malla 2D y la malla 3D, (Fig. 6.16).

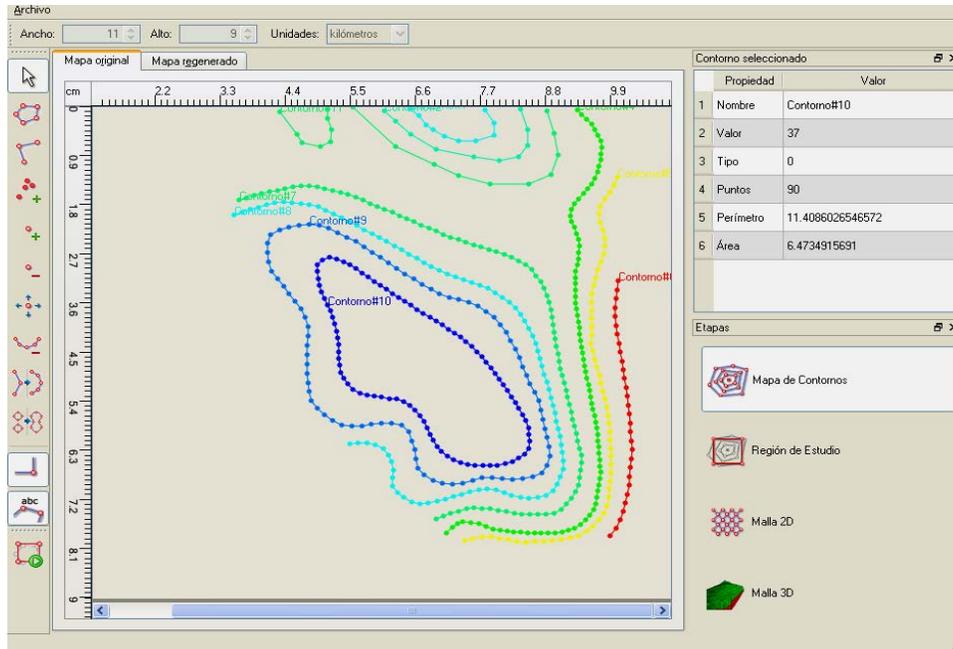


Fig. 6.16.-Mapa de contornos del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].

En la Fig. 6.17 se muestra como se genera la región de estudio del campo PUMA, la cual esta delimitada por cuatro secciones.

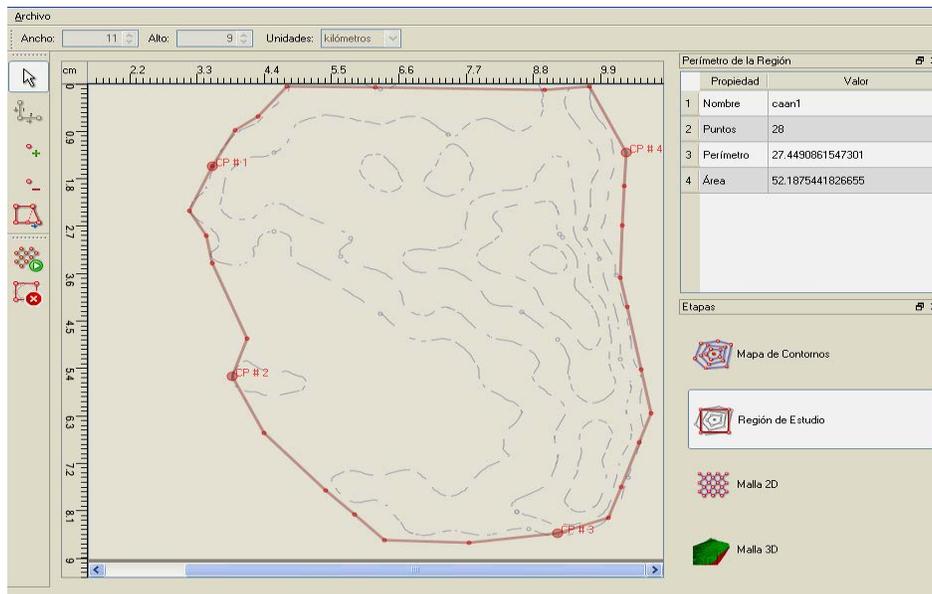


Fig. 6.17.-Región de Estudio del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].

En la Fig. 6.18 se genera la malla 2D suavizada del campo PUMA, la cual fue generada después de la malla original.

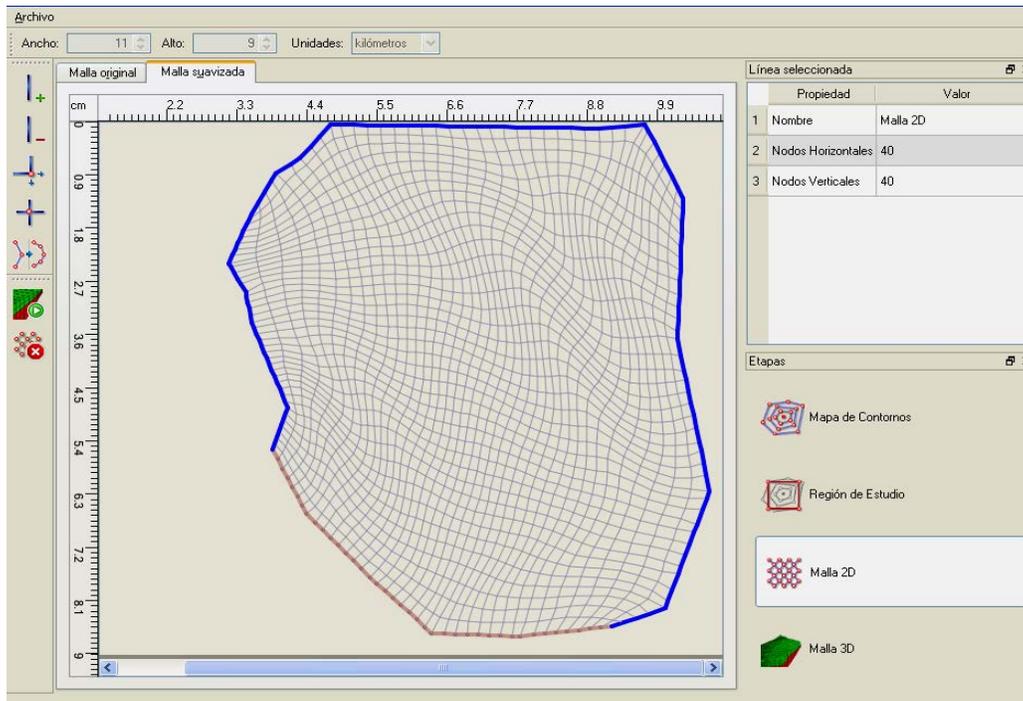


Fig. 6.18.-Malla 2D suavizada del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].

Al tener la malla suavizada se puede generar la malla 3D del campo PUMA, la cual se puede realizar un estudio del campo con más detalle, ya que tiene la opciones de mostrarnos diferentes perspectivas del campo, de ver el mallado o no, de ver a detalle las diferentes capas que hay en nuestro yacimiento de hidrocarburos y de observar mejor la distribución de las propiedades tanto petrofísicas como fisicoquímicas, ver Fig.6.19.

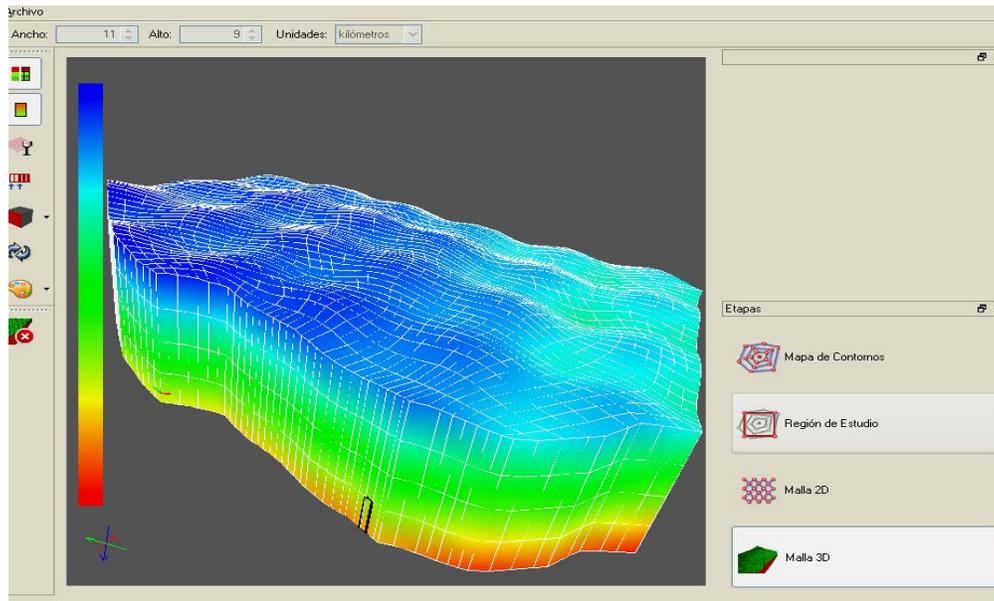


Fig. 6.19.-Malla 3D del campo PUMA, del módulo SNYM-Grid, [14].

Al iniciar un proyecto con el módulo SNYM-Grid, [14], al iniciarlo nos presenta esta pantalla del área de trabajo, la cual nos muestra un cuadro de las propiedades del contorno seleccionado, el menú de etapas de trabajo, las dimensiones de la región, la barra de herramientas para la etapa de mapa de contornos, y a medida que generemos el mapa original, vamos ir generando las siguientes etapas de trabajo, ver Fig. 6.20.

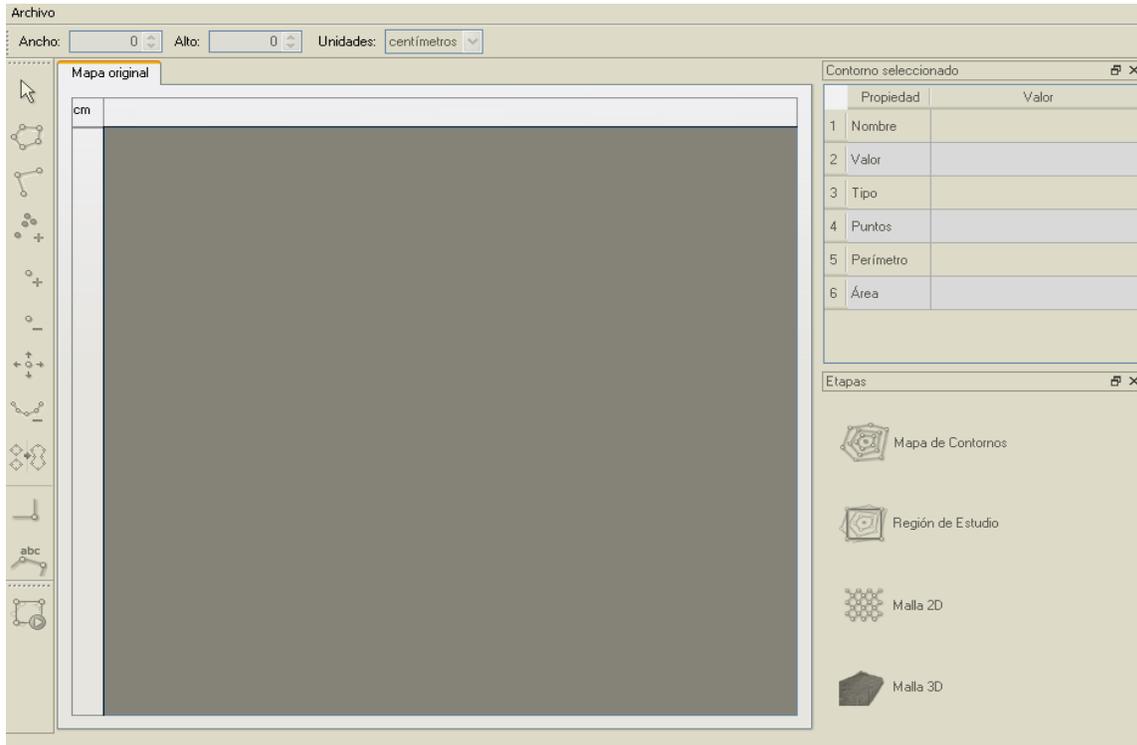


Fig. 6.20.- Imagen del área de trabajo, del módulo SNYM-Grid, [14].

La Fig. 6.21 nos muestra las dimensiones de nuestra área de trabajo como lo son: el ancho, la altura y las unidades, con las que vamos a trabajar en nuestro proyecto.



Fig. 6.21.-Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].

Nuevo

Permite crear un nuevo proyecto, revisando e informando si el proyecto actual ha sufrido cambios y no se ha guardado.

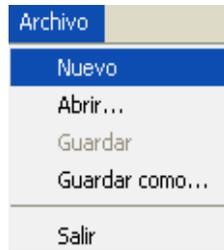


Fig. 6.22.-Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].

Abrir

Mediante un selector de archivos, el usuario puede cargar los datos almacenados en un proyecto.

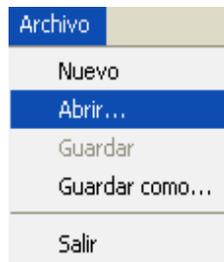


Fig. 6.23.-Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].

Guardar

Si el estado de la interfaz indica que existen modificaciones en el proyecto esta opción se activa para guardar los nuevos datos.



Fig. 6.24.-Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].

Guardar como

Permite crear una copia del proyecto actual.

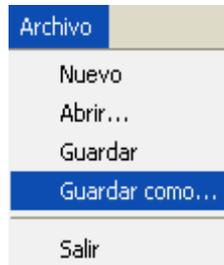


Fig. 6.25.-Imagen del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.1 Menú de Etapas

El control de la navegación entre etapas está a cargo del siguiente menú. Los botones que conforman a este menú indican a la interfaz que despliegue del componente correspondiente y su grupo de controles.



Fig. 6.26.-Menú de etapas, del módulo SNYM-Grid, [14].

Adicionalmente, los botones se muestran desactivados si las precondiciones para mostrar una etapa no se cumplen o sus datos no existen.

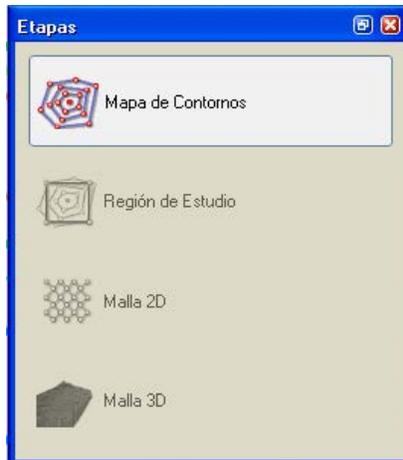


Fig. 6.27.-Menú de etapas con botones desactivados, del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.2 Consistencia de Datos

La consistencia en los datos se mantiene mediante mecanismos de activación de controles cuando un nuevo contorno o región de estudio, se está creando. La edición de una etapa se someterá al juicio del usuario cuando existan etapas posteriores, pues su existencia depende de los datos de etapas previas.

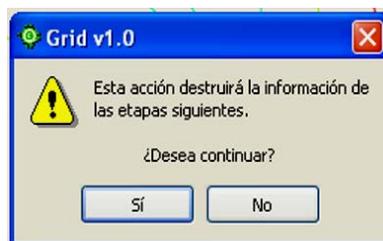


Fig. 6.28.-Advertencia al usuario cuando una edición pone en riesgo la existencia de etapas posteriores, del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.3 Captura de Parámetros.

La generación de nuevas estructuras y el paso a etapas posteriores requieren de parámetros para ejecutar las operaciones pertinentes. A continuación se muestran los cuadros de diálogo implementados para cumplir este cometido.

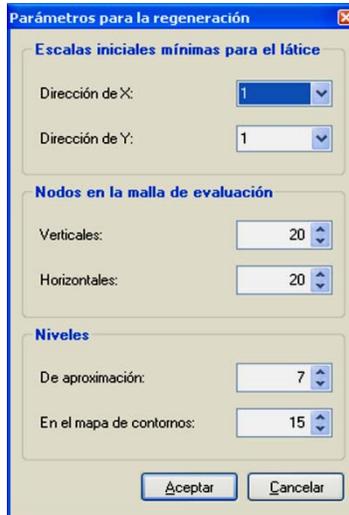


Fig. 6.29.-Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la regeneración de un mapa de contornos, del módulo SNYM-Grid, [14].

La generación de una malla 2D requirió la captura del número de nodos en sentido vertical y horizontal, estos valores son números naturales; también se requiere el tipo de región poligonal a estudiar, que debido a características propias del módulo de cálculo sólo puede efectuar una de sus opciones.

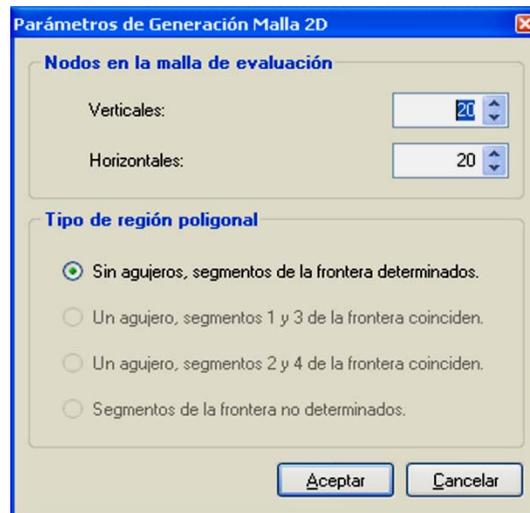


Fig. 6.30.-Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la generación de una malla 2D, del módulo SNYM-Grid, [14].

La regeneración de un mapa de contornos requiere la captura de datos para el lattice, que son potencias de 2 entre 1 y 256; valores para el número de capas, que es un número natural; grosor de las capas, que es un número racional positivo; y el nivel de aproximación, que es un natural menor o igual a 8.

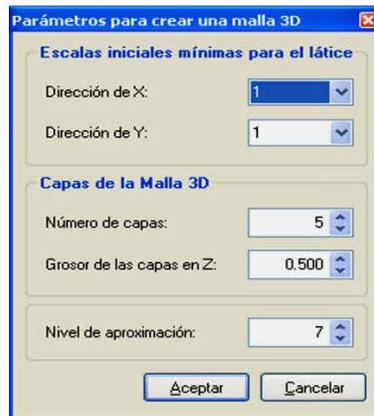


Fig. 6.31.-Cuadro de diálogo para capturar parámetros en la generación de una malla 3D, del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.4 Análisis de Requerimientos

Para la manipulación de los datos de entrada y salida de este componente se requirió, que el sistema fuese capaz de almacenar datos de la malla que se van generando al pasar por las diferentes etapas que requiere el proceso hasta formar una malla 3D.

Para poder obtener una malla 3D se requiere de definir los siguientes procesos:

- 1) Generar un mapa de contornos.
- 2) Generar un mapa de contornos Refinado (Esta etapa no es obligatoria).
- 3) Seleccionar una región de estudio.
- 4) Generar una malla 2D.
- 5) Generar una malla refinada 2D (Esta etapa no es obligatoria).
- 6) Generar la malla 3D.

6.2.5 Información Concerniente a Cada Etapa del Proceso de Generación de Mallas 3D

Cada uno de los procesos listados requiere información específica que el proceso genera o requiere para trabajar con ella y generar información que permitirá formar la malla 3D.

El proceso de generación de la malla 3D permite que ciertas etapas no estén presentes, por lo que la información utilizada en cada etapa posee características particulares.

6.2.5.1 Mapa de Contornos

Un contorno está conformado por un conjunto de puntos en R^2 , puntos que definen la forma del contorno; puede ser cerrado, abierto o ser un conjunto de puntos dispersos y en cada caso tiene un propósito específico.

El mapa de contornos esta conformado por un conjunto de contornos y alguna otra información particular.

6.2.5.2 Mapa de Contornos Regenerado

El mapa regenerado está conformado del mismo modo que el mapa original, todos los contornos que forman el mapa regenerado, poseen más puntos por lo que es más fino.

6.2.6 Región de Estudio

La región de estudio delimita un área del mapa de contornos o del mapa de contornos refinado con la que se desea trabajar y la cual servirá como base para la generación de la malla 2D, esta región de estudio está conformada por 4 contornos abiertos que segmentan el área de trabajo seleccionada.

6.2.6.1 Malla 2D

La malla 2D está conformada por puntos en R^2 que definen la malla, además de los puntos la malla 2D contiene información particular que permite trabajar mejor con esta.

6.2.6.2 Malla 2D Suavizada

La malla 2D suavizada está conformada por puntos en R^2 que la definen, ésta malla posee un refinamiento que proporciona mayor información sobre la figura de la malla 2D suavizada y como en el caso de la malla 2D sirve como base para conformar la malla 3D.

6.2.6.3 Malla 3D

La malla 3D está dividida en capas, cada capa está conformada por una serie de puntos en R^3 que definen la forma de la malla en cada capa, de tal modo que la malla puede cambiar de forma de una capa a otra, lo que permite un manejo más específico de los puntos y la información.

6.2.7 Barra de Herramientas

Se implementaron cuatro grupos de controles, cada uno corresponde a un componente del sistema. Los controles se dividen en controles para edición,

creación de nuevos elementos, visualización de propiedades y ejecución de operaciones sobre el componente o para avanzar la siguiente etapa.

6.2.7.1 Barra de Herramientas Para la Etapa del Mapa de Contornos

En ésta etapa del mapa de contornos, contamos con las siguientes herramientas de controles, para el mapa de contornos, las cuales son las siguientes:



Seleccionar un contorno (Ctrl+Q)



Crear un contorno cerrado (Ctrl+A).



Crear un contorno abierto (Ctrl+S).



+ Crear una colección de puntos dispersos (Ctrl+D).



+ Agregar puntos a un contorno.



- Quitar puntos de un contorno.



Mover puntos de un contorno.



- Eliminar un contorno.



Regenerar el mapa de contornos actual.



Suavizar un contorno.



Mostrar u ocultar vértices del mapa de contornos.



Mostrar u ocultar los nombres de los contornos.



Definir la región de estudio. Nos permite pasar a la Etapa de Región de Estudio.

6.2.7.2 Barra de Herramientas Para la Etapa de la Región de Estudio

En ésta etapa de la región de estudio, contamos con las siguientes herramientas de controles, para la región de estudio, las cuales son las siguientes:



Seleccionar un lado de la región (Ctrl+E).



Crear una región de estudio (Ctrl+R).



Agregar puntos a un contorno.



Quitar puntos de un contorno.



Mover un puntos de la región (Ctrl+M).



Eliminar la región de estudio.



Generar Malla 2D.

6.2.7.3 Barra de Herramientas Para la Etapa de la Malla 2D

En ésta etapa de la malla 2D, contamos con las siguientes herramientas de controles, para la malla 2D, las cuales son las siguientes:



Añadir líneas a la malla.

 Quitar líneas de la malla.

 Mover vértices de la malla.

 Mostrar los vértices de la malla.

 Permite suavizar la malla 2D.

 Generar malla 3D.

 Eliminar los datos de la etapa.

6.2.7.4 Barra de Herramientas Para la Malla 3D

En ésta etapa de la malla 3D, contamos con las siguientes herramientas de controles, para la región de estudio, las cuales son las siguientes:

 Mostrar u ocultar líneas.

 Muestra el cambio de color entre celdas de forma gradual.



Establecer el nivel de transparencia.



Permite ocultar secciones de la malla en tres direcciones.



Permite cambiar el punto de vista desde el cual se observa la malla.



Perspectiva.



Superior.



Inferior.



Izquierda



Derecha



Frontal



Trasera



Colocar a la malla en su posición original.



Cambiar el rango o el modelo de color usado.



Eliminar malla 3D.

6.2.8 Cuadros de Datos

Estos cuadros nos proporcionan información de las propiedades de los contornos, de la región de estudio y de las líneas de la malla 2D. Son muy prácticos ya que

nos muestran el valor de la propiedad y desde aquí, podemos manipular la información de algunas de las propiedades.

6.2.8.1 Cuadro de Datos Para el Mapa de Contornos

Este cuadro de datos nos presenta las propiedades del contorno seleccionado, las cuales son: el nombre, valor, tipo, puntos, perímetro y área, con su valor correspondiente.

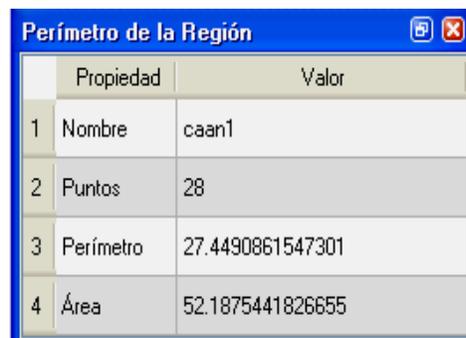


	Propiedad	Valor
1	Nombre	Contorno#10
2	Valor	37
3	Tipo	0
4	Puntos	90
5	Perímetro	11.4086026546572
6	Área	6.4734915691

Fig. 6.32.-Cuadro de datos para el mapa de contornos, del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.8.2 Cuadro de Datos Para la Región de Estudio

Este cuadro de datos nos presenta las propiedades de la región de estudio, las cuales: son el nombre, los puntos, su perímetro, su área y su valor correspondiente.



	Propiedad	Valor
1	Nombre	caan1
2	Puntos	28
3	Perímetro	27.4490861547301
4	Área	52.1875441826655

Fig. 6.33.-Cuadro de datos para la región de estudio, del módulo SNYM-Grid, [14].

6.2.8.3 Cuadro de Datos de la Malla 2D

Este cuadro de datos nos presenta las propiedades de la línea seleccionada de la malla 2D, las cuales son: el nombre, los nodos horizontales y los nodos verticales con su valor correspondiente.



	Propiedad	Valor
1	Nombre	Malla 2D
2	Nodos Horizontales	40
3	Nodos Verticales	40

Fig. 6.34.-Cuadro de datos de la malla 2D, del módulo SNYM-Grid, [14].

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones.

- Con los módulos propuestos se ha logrado que a partir de datos dispersos, se puedan construir contornos que sigan cierta tendencia sobre la superficie de estudio, utilizando para ello la reconstrucción y el suavizamiento de superficies, y finalmente ya con esta información a través del modulo de mallas podemos generar mallas casi ortogonales en la medida de lo posible en 2D y 3D de buena calidad, lo que a final de cuentas repercutirá en la estabilidad del modelo numérico y de los resultados obtenidos.
- La forma de generar mallas, para la simulación de yacimientos, es una técnica que nos permite definir nuestra región de interés lo más acorde a la realidad, considerando para ello toda la información geológica y geofísica disponible y calibrada con la información de pozos disparados y con el criterio del analista, introduciendo para ello, puntos de ajuste especiales que permitirán obtener el modelo deseado.
- La forma utilizada para construir mallas 3D de simulación es construir una malla 2D sobre el área de estudio en plano de referencia utilizando cima del yacimiento como fondo y después proyectar esta malla 2D sobre la cima de la superficie, con lo que se obtienen profundidades de la cima, para que después bajemos copias verticales cada una de las capas hasta terminar de construir la malla 3D.
- Una forma nueva de construir mallas 3D de simulación con el módulo SNYM-Grid, [14], será construir una malla 2D auto ortogonalizable a través de curvas de nivel, la cual va a reconstruir la superficie de estudio, y bajar copias perpendiculares a la cima de la formación para así obtener nuestra malla 3D que será casi ortogonal en 3D.
- El módulo SNYM-Grid, [14], usa técnicas modernas de ajuste de superficies, permitiendo con ello contar con un escalamiento aceptable de las propiedades geológicas del yacimiento. Permitiendo la edición de la malla en ambiente grafico 2D y 3D.
- El modulo SNYM-Grid, [14] es una herramienta que genera mallas de calidad de una manera dinámica, lo cual otros simuladores comerciales no lo tienen, esto nos va a permitir tener menor incertidumbre en nuestras simulaciones de los yacimientos de hidrocarburos, y así obtener mejores resultados en nuestros proyectos de estudio, optimizando recursos económicos, humanos y naturales.

7.2 Recomendaciones.

- Se debe generar una mejor forma de construcción de la malla 3D la cual consiste en tirar las líneas perpendiculares a la superficie por lo que vamos a tener un área de flujo de los fluidos casi ortogonal, y va a satisfacer mejor los requerimientos de la ecuación de difusividad, otra opción sería un promedio de perpendicularidad entre la cima y la base, ver Fig. 7.1.

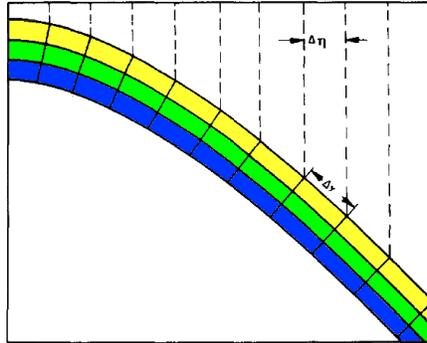


Fig. 7.1.-Desplazamientos normales a la superficie, [16].

- Otra propuesta es trabajar directamente con las fallas incorporándolas dentro de la geometría 2D de la malla en el plano de referencia y construyéndolas de manera que la malla 3D de simulación siga la falla a lo largo de z, ver Fig. 7.2.

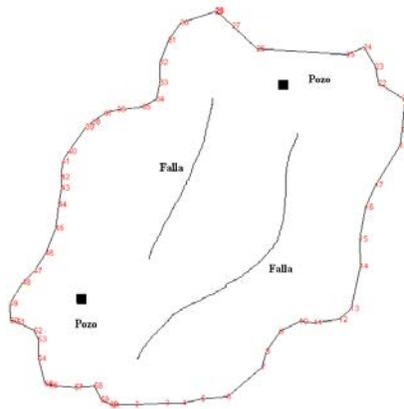


Fig. 7.2.-Fallas en el plano de referencia, [16].

- El módulo SNYM-Grid, [14], debe contar con otros métodos de interpolación y suavizamiento para adecuar las propiedades petrofísicas, fallas, etc. De manera adecuada, esto permitirá flexibilidad al usuario terminarla para obtener un escalamiento adecuado de las propiedades del yacimiento.
- En cuanto se tenga la suficiente estabilidad numérica del simulador para trabajar con mallas boronoid será necesario trabajar con este tipo de mallas.

NOMENCLATURA

T	Temperatura.
T _y	Temperatura del yacimiento.
T _c	Temperatura crítica.
P	Presión.
P _b	Presión de burbuja.
P _y	Presión del yacimiento.
P. C.	Punto Crítico.
P _{ws}	Presión de fondo estático.
i	Es un contador.
V	Volumen.
r	Radio.
r _w	Radio del pozo.
r _e	Radio de drene.
Δz	Diferencia en z.
Δy	Diferencia en y.
Δx	Diferencia en x.
Δr	Diferencia de radios.
g	gramos.
cm	centímetros.
m	metros.
m ³	metros cúbicos.
cm ³	centímetros cúbicos.
c.s.	condiciones estándar.
RGA	Relación Gas Aceite (m ³ de gas @ c.s. / m ³ de aceite @ c.s.)
PEP	Pemex Exploración y Producción
N _p	Volumen de aceite producido, m ³ @ c.s.

BIBLIOGRAFÍA

- [1].-González Flores Guilmer Ferdinand, “Generación de mallas en regiones planas irregulares”, Tesis, Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Matemáticas, Mérida Yucatán, 1- 43 pp., Mayo de 1994.
- [2].-Grupo de Generación Numérica de Mallas y Métodos Numéricos de la Facultad de Ciencias y el Postgrado de la Facultad de Ingeniería, “Generación Numérica de Mallas 3D casi ortogonales para la reconstrucción de yacimientos de hidrocarburos”, Reporte Técnico, Facultad de Ingeniería, UNAM, Diciembre 2005.
- [3].-Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz, “Simulación Matemática de Yacimientos”, Apuntes, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2006.
- [4].-Un Siglo de la Perforación en México, Unidad de Perforación y Mantenimiento de Pozos, PEMEX, Tomo 1, 2000, 9-25 pp.
- [5].-Preusser A., “Computing contours by successive solutions of quintic polynomial equations”, *ACM Trans. Math. Softw.* 10, 4 (Dec. 1984), 463-472 pp.
- [6].-Trujillo Sánchez Tito Antonio, “Fundamentos de Geología del Petróleo para la Explotación de Hidrocarburos”, Tesis, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 39-69 y 80-118 pp., Agosto 2006.
- [7].-Knupp, P.M., and Steinberg, S., “The Fundamentals of Grid Generation”, 1993.
- [8].-Steinberg, S., and Roache, P.J., “Variational Grid Generation”, *Num. Meth. For P.D.E.'s*, 2, 71-96 pp., 1986.
- [9].-Thompson, J.F., “Numerical Grid Generation”, North-Holland, New York, ed. 1982, (También publicado como 10 y 11 de *Applied Mathematics and Computation*, 1981).
- [10].-Activo Exploratorio Abkatun, “Campo Caan”, PEP, Región Marina Suroeste, Presentación Power Point, 2005.
- [11].-Dr. Arévalo Villagran Jorge Alberto, “Fisicoquímica”, Apuntes, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 2004.
- [12].-Akima, H. Algorithm, “A method of bivariate interpolation, and smooth surface fitting based on local procedures”, *Comm. ACM* 17, 18-20 pp.1 Jan. 1974.
- [13].-Akima, H. “A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for values given at irregularly distributed points”, *OT Rep.* 75-70, U.S. Govt. Printing Office, Washington, D.C. Aug. 1975.

[14].-Módulo SNYM-Grid, que forma parte del SNYM 1.0.0, F.I.-U.N.A.M., México, Derechos Reservados © 2006.

[15].-SNYM 1.0.0, F.I.-U.N.A.M., México, Derechos Reservados © 2005.

[16].-Dr. Pablo Barrera Sánchez, "Generación Numérica de Mallas 3D para Yacimientos de Hidrocarburos", Grupo de Generación Numérica de Mallas y Análisis Numérico, Presentación Power Point, Facultad de Ciencias, UNAM, 2006.

[17].-Ing. Velázquez Franco Martín Carlos, "Administración de Yacimientos", Apuntes, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2006.

[18].-Ing. Villamar Vigueras Manuel Juan, "Caracterización de Yacimientos", Apuntes, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2006.

[19].-Khalid Aziz, Stanford U, "Reservoir Simulation Grids: opportunities and Problems", SPE 25233, 12th SPE Symposium on Reservoir Simulation held in New Orleans, I.A, U.S.A., February 28 March 3, 1-7 pp., 1993.