



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

CARACTERIZACIÓN DEL ESPARCIMIENTO DE LUZ  
EN TEFLÓN

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

JOAQUÍN GONZÁLEZ CARRERA



TUTOR:

DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON

2007



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Datos del alumno:

Joaquín

González

Carrera

56 70 92 21

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

091507866

Datos del tutor:

Dr.

Neil Charles

Bruce

Davidson

Datos del sinodal 1:

Dr.

Salvador Carlos

Cuevas

Cardona

Datos del sinodal 2:

M. en C.

Alicia

Zarzosa

Pérez

Datos del sinodal 3:

Dr.

José Rufino

Díaz

Uribe

Datos del sinodal 4:

Dra.

Martha

Rosete

Aguilar

Datos del trabajo escrito:

Caracterización del esparcimiento de luz en teflón

72 p

2007

## *Dedicatorias*

*A mis padres;  
Por apoyarme incondicionalmente toda la vida.*

*A mi hermana;  
Por ayudarme y soportarme.*

*Y a mis amigos;  
Por ser lo que son.*

# Índice

<b>Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo 1. Teoría</b> .....	4
1.1 Esparcimiento en volúmenes: La teoría de transporte.....	4
1.2 Aproximación de difusión.....	6
<b>Capítulo 2. Teoría de imágenes</b> .....	13
2.1 Una muestra semi-infinita.....	13
2.2 Una muestra de tamaño finito en $z$ .....	16
2.3 Muestras finitas.....	18
2.4 Resultados.....	20
<b>Capítulo 3. Formación de Imágenes</b> .....	28
3.1 Transformadas de Fourier y función delta de Dirac.....	28
3.2 Sistemas lineales.....	29
3.3 Sistemas con luz coherente e incoherente.....	31
3.4 Aplicación a la formación de imágenes de objetos inmersos en medios densos.....	36
3.5 Formación de imágenes con luz incoherente.....	37
3.6 Función de ensanchamiento de línea (Line Spread Function; LSF).....	38
3.7 Resolución espacial.....	39
3.7.1 <i>Criterio de Bentzen</i> .....	40
3.7.2 <i>Criterio de Hebdén</i> .....	41
3.7.3 <i>Criterio de Sparrow</i> .....	42
<b>Capítulo 4. Experimento</b> .....	45
4.1 Arreglos experimentales.....	45
4.2 Conteo de Fotones.....	48
<i>Ruido de Fotones</i> .....	49
4.3 Resultados y Discusión.....	51
<b>Capítulo 5. Conclusiones y trabajo a futuro</b> .....	63
<b>Glosario</b> .....	65
<b>Referencias</b> .....	70

# Introducción

Al pasar por medios densos, e.g. coloides, la luz interactúa con las partículas del medio. Para bajas densidades de partículas, la luz sufre pocas interacciones, o eventos de esparcimiento, y se puede detectar esta luz esparcida para determinar la densidad y/o el tamaño de las partículas [1]. Cuando la densidad de partículas es alta, de tal forma que hay múltiples interacciones de la luz con el medio, la situación se vuelve más complicada. En este caso se puede utilizar la teoría de difusión para calcular la propagación de la luz en el medio [2]. Si, además, el medio es finito, se puede utilizar el método de imágenes para calcular la intensidad de la luz transmitida o reflejada de una muestra [3]. En esta teoría los parámetros son el coeficiente de absorción,  $\mu_a$ , con unidades inversas de distancia, que indica el factor de absorción de la luz en el medio; el coeficiente de esparcimiento,  $\mu_s$ , también con unidades inversas de distancia, que indica la distancia que un fotón viaja antes de encontrar otro evento de esparcimiento; y un factor típicamente llamado  $g$  que indica el rango de posibles ángulos de esparcimiento en cada interacción con el medio. En la teoría de difusión se combinan los parámetros  $\mu_s$  y  $g$  en el coeficiente de esparcimiento de transporte,  $\mu_t$ ,  $\mu_t = \mu_s(1 - g)$ . Entonces, en esta aproximación se requieren dos parámetros para caracterizar un medio,  $\mu_a$  y  $\mu_t$ .

Recientemente, se ha realizado mucho trabajo en el área de óptica biomédica, en particular sobre la utilización del esparcimiento de la luz para obtener información sobre el contenido o el estado de tejidos[4-12]. La radiación óptica es no-invasiva a potencias bajas (para no quemar el tejido) mientras que otras técnicas, en particular la de los rayos-X es ionizante y puede dañar el tejido. De hecho, las limitaciones en la dosis a la cual se puede exponer un paciente es un factor importante en la utilización de los rayos-X. Sin embargo, debido al esparcimiento de la luz en tejidos, no se puede formar una imagen como las imágenes de sombra de rayos-X, en este caso las imágenes son manchas con poca definición (resolución) y hay que procesar estas imágenes para extraer la información útil.

Diversos grupos de trabajo en estas áreas han utilizado distintos medios para probar diferentes técnicas y métodos de análisis en esta área. Uno de los materiales que se ha utilizado más para estos estudios se llama intralipid y es una mezcla de moléculas para obtener parámetros ópticos similares a los del tejido [13]. Sin embargo, este material es caro y es un líquido, lo que da problemas de evaporación o de residuos en los diferentes vasos utilizados que pueden causar variaciones en la densidad del medio y así en sus parámetros ópticos. Además, se han utilizado mezclas de partículas de poliestireno en agua [14], que tiene los mismos problemas de control de los parámetros que el intralipid, y leche o carne de pollo o de res que son difíciles de controlar y hay mucha variación de parámetros entre una muestra y otra [15,16]. Por estas razones se ha buscado tener muestras sólidas que son reproducibles utilizando mezclas de resinas y ceras, con partículas microscópicas y tintas para controlar los parámetros ópticos [17-19]. Estas muestras son de difícil manufactura lo cual los hace caros.

En el presente trabajo, se propone utilizar muestras de teflón como medio de pruebas para técnicas de esparcimiento de luz en medios densos. El teflón es relativamente barato, y ampliamente disponible, lo cual lo hace bueno para realizar comparaciones entre diferentes métodos en diferentes grupos. Por supuesto, habrá que realizar pruebas para investigar la uniformidad de los parámetros de muestras producidas en diferentes lugares.

En el capítulo 1 de esta tesis se presenta la teoría de transporte para la propagación de la luz en medios densos, y la aproximación de difusión que se utiliza para resolver este tipo de problemas. Estos resultados se incorporan en un modelo de imágenes para poder calcular la luz transmitida en muestras similares al teflón en el capítulo 2. En este capítulo se presenta un análisis de los resultados obtenidos con muestras finitas en la dirección de propagación y en la dirección perpendicular a ésta para encontrar el número de imágenes que hay que sumar para obtener un resultado preciso. En el capítulo 3 se presenta el análisis de la teoría de formación de imágenes basado en la óptica de Fourier para encontrar cómo calcular la resolución espacial de mediciones de la imagen de un borde. Se presentan tres formas de calcular las resoluciones espaciales basadas en trabajos en la literatura. Los resultados experimentales se presentan en el capítulo 4 con resultados para los parámetros de

esparcimiento y absorción del teflón y de los límites de resolución posibles para la formación de imágenes en este tipo de medios. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro.

# Capítulo 1

## Teoría

En primera instancia, para poder caracterizar al medio (en este caso teflón), se utilizará la teoría de transporte y la aproximación de difusión; esta aproximación resulta muy conveniente por los motivos que se expresarán en la sección 1.2.

### 1.1 Esparcimiento en volúmenes: La teoría de transporte

Consideramos la intensidad específica  $I(\mathbf{r}, \mathbf{s})$  de la radiación dentro de un medio. La intensidad específica es la densidad de flujo de potencia en una banda pequeña de frecuencia y en un rango pequeño de ángulo sólido en la posición  $\mathbf{r}$  y en la dirección  $\mathbf{s}$ , donde el subrayado representa siempre un vector unitario. Tiene unidades de  $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$  en donde sr significa steradian que son las unidades de ángulo sólido. Utilizaremos la intensidad específica para derivar una ecuación para describir el comportamiento de la potencia de la radiación dentro del medio. Hay varias contribuciones al cambio de la intensidad específica que se tienen que tomar en cuenta [1,20]:

(i) Una reducción de la intensidad específica por absorción y esparcimiento<sup>1</sup>. Considerando un elemento de volumen de corte transversal unitario y largo  $ds$ , en donde hay  $\rho ds$  partículas ( $\rho$  es la densidad de partículas) el cambio en la intensidad específica en la dirección del eje de este elemento de volumen es

$$dI(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = -\rho ds (\sigma_a + \sigma_s) I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = -\rho ds \sigma_t I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \quad (1.1)$$

en donde  $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ , con  $\sigma_a$  el coeficiente de absorción,  $\sigma_s$  el coeficiente de esparcimiento y  $\sigma_t$  el coeficiente total de atenuación.

---

<sup>1</sup> Aquí se utiliza la notación "esparcimiento" para el término en inglés "scattering", en lugar de la palabra "dispersión" que significa la variación de índice de refracción con la longitud de onda.

(ii) Un aumento en la intensidad específica en la dirección  $\underline{s}$  por esparcimiento de la intensidad específica en todas las direcciones  $\underline{s}'$  a la dirección  $\underline{s}$ . Considerando la intensidad específica en un ángulo sólido  $d\omega$  y en la dirección  $\underline{s}'$ , tenemos que la densidad del flujo de potencia en esta dirección es  $S_i = I(\underline{r}, \underline{s}')d\omega$  y el cambio en la intensidad específica en una unidad de ángulo sólido en la dirección  $\underline{s}$  es

$$dI(\underline{r}, \underline{s}, \underline{s}) = \rho ds |f(\underline{s}', \underline{s})|^2 I(\underline{r}, \underline{s}')d\omega$$

donde  $f(\underline{s}', \underline{s})$  es la amplitud de esparcimiento que es la amplitud y fase de una onda esparcida de una partícula en la dirección  $\underline{s}$  dada una onda incidente en la dirección  $\underline{s}'$ . Para tomar en cuenta la contribución de todas las direcciones incidentes  $\underline{s}'$  se integra esta ecuación para obtener el cambio total en la intensidad específica:

$$dI(\underline{r}, \underline{s}) = \int_{4\pi} \rho ds |f(\underline{s}', \underline{s})|^2 I(\underline{r}, \underline{s}')d\omega \quad (1.2)$$

en donde se entiende que la integral se realiza sobre todas las direcciones de incidencia  $\underline{s}'$ .

(iii) Un aumento en la intensidad específica debido a fuentes dentro del volumen  $ds$ . Escribiendo la contribución a la intensidad específica en la dirección  $\underline{s}$  por unidad de volumen como  $\varepsilon(\underline{r}, \underline{s})$ , el cambio de intensidad específica es:

$$dI(\underline{r}, \underline{s}) = \varepsilon(\underline{r}, \underline{s})ds \quad (1.3)$$

Entonces, el cambio total a la intensidad específica se puede escribir como

$$\frac{dI(\underline{r}, \underline{s})}{ds} = -\rho\sigma_t I(\underline{r}, \underline{s}) + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} p(\underline{s}', \underline{s}) I(\underline{r}, \underline{s}')d\omega + \varepsilon(\underline{r}, \underline{s}) \quad (1.4)$$

en donde se ha utilizado la "función de fase"  $p(\underline{s}', \underline{s}) = \frac{4\pi}{\sigma_t} |f(\underline{s}', \underline{s})|^2$ .

Normalmente se divide la intensidad específica en dos partes, la intensidad incidente reducida  $I_{ii}(\underline{r}, \underline{s})$  y la intensidad difusa  $I_d(\underline{r}, \underline{s})$ . Cuando entran fotones en un volumen que contiene muchas partículas, el flujo incidente disminuye, y se incrementa de acuerdo con (1.1) y (1.2). La parte del flujo que decrece debido al esparcimiento y absorción de acuerdo con (1.1) es la intensidad incidente reducida:

$$\frac{dI_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} = -\rho\sigma_t I_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$$

La intensidad difusa  $I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s})$  es la intensidad que se genera dentro del medio y satisface la ecuación:

$$\frac{dI_d(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} = -\rho\sigma_t I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}') d\omega + \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{s}) + \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \quad (1.5)$$

en donde

$$\varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) I_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}') d\omega \quad (1.6)$$

es la fuente equivalente y describe la contribución de la intensidad incidente reducida que se convierte en intensidad difusa, y la intensidad específica total se escribe como

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = I_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) + I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \quad (1.7)$$

Aquí, como la intensidad difusa se genera solo dentro del medio, no hay contribución de esta intensidad desde fuera del medio hacia dentro.

## 1.2 Aproximación de difusión

En general es muy difícil encontrar soluciones a la ecuación (1.5), entonces es necesario aproximar la ecuación para casos más específicos. Una de las aproximaciones más importantes es la aproximación de difusión [1,20]. Esta aproximación requiere que haya mucho esparcimiento de la luz, o que la intensidad difusa interactúe con muchas partículas en el medio. Esto nos permite esperar que la intensidad difusa sea casi isotrópica. No puede ser totalmente isotrópica porque en este caso no habría una propagación de la potencia en el medio. Entonces podemos escribir

$$I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \approx U_d(\mathbf{r}) + c\mathbf{F}_d(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{s} \quad (1.8)$$

en donde  $U_d(\mathbf{r})$  es el promedio de la intensidad difusa

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \quad (1.9)$$

y el flujo difusivo es

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{s} \, d\omega = F_d(\mathbf{r}) \mathbf{s}_f \quad (1.10)$$

en donde  $\mathbf{s}_f$  es la dirección de propagación del flujo difusivo (ver figura 1-1). La constante  $c$  de la ecuación (1.8) se puede calcular notando que

$$F_d(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_d(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{s}_f = \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}_f \, d\omega \quad (1.11)$$

Sustituyendo la ecuación (1.8) en la ecuación (1.11)

$$\begin{aligned} F_d(\mathbf{r}) &= \int_{4\pi} U_d(\mathbf{r}) \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}_f \, d\omega + c \int_{4\pi} F_d(\mathbf{r}) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}_f)^2 \, d\omega \\ &= U_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}_f \, d\omega + c F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \cos^2 \theta \, d\omega \\ &= U_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \cos \theta \, d\omega + c F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \cos^2 \theta \, d\omega = c F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \cos^2 \theta \, d\omega \end{aligned}$$

Esto es:

$$F_d(\mathbf{r}) = c F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \cos^2 \theta \, d\omega \quad (1.12)$$

en donde  $\theta$  es el ángulo entre las direcciones  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{s}'$ . El valor final de la integral es igual al volumen de la esfera de radio 1, i.e.  $4\pi/3$ , entonces la ecuación (1.8) se convierte en

$$I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \approx U_d(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_d(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{s} \quad (1.13)$$

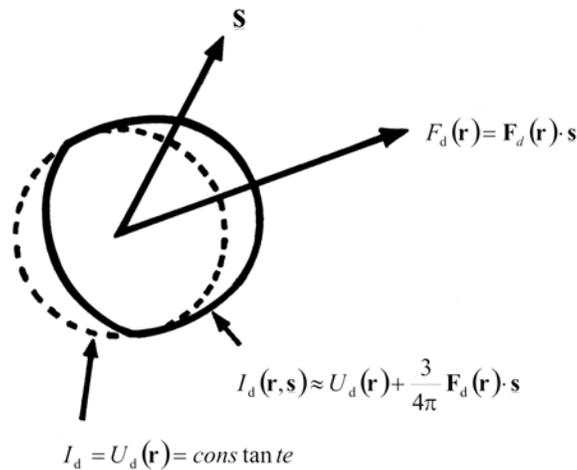


Figura 1-1: Indica la intensidad difusa para la aproximación de difusión.

Ahora se puede derivar una ecuación de difusión para esta intensidad específica. Se empieza con la ecuación (1.5) y se integra sobre todas las direcciones para obtener

$$\int_{4\pi} \frac{dI_d(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} d\omega = -\rho\sigma_t \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega d\omega + \int_{4\pi} \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega + \int_{4\pi} \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \quad (1.14)$$

El primer término a la izquierda de la ecuación (1.14) se puede escribir

$$\int_{4\pi} \frac{dI_d(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} d\omega = \int_{4\pi} \nabla \cdot (I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{s}) d\omega = \nabla \cdot \int_{4\pi} (I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \mathbf{s}) d\omega = \nabla \cdot \mathbf{F}_d(\mathbf{r}) \quad (1.15)$$

en donde se ha utilizado la definición del flujo difusivo (ecuación (1.11)) presentado anteriormente. Tomando los dos primeros términos a la derecha de la ecuación (1.14), y sustituyendo (1.9) en el primer término se obtiene:

$$\begin{aligned} -\rho\sigma_t \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega d\omega = \\ -\rho\sigma_t 4\pi U_d(\mathbf{r}) + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) d\omega I_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \end{aligned} \quad (1.16)$$

Se puede utilizar la siguiente definición (llamada “albedo”), proveniente de la expresión para la “función fase”:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) d\omega = \frac{\sigma_s}{\sigma_t} \quad (1.17)$$

y sustituir (1.9) y (1.7) en (1.16) para obtener:

$$\begin{aligned}
-\rho\sigma_t \int_{4\pi} I_d(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) d\omega + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} p(\underline{\mathbf{s}}', \underline{\mathbf{s}}) I_d(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) d\omega d\omega &= -\rho\sigma_t 4\pi U_d(\mathbf{r}) + \rho\sigma_s 4\pi U_d(\mathbf{r}) \\
&= -\rho\sigma_a 4\pi U_d(\mathbf{r})
\end{aligned} \tag{1.18}$$

De la misma manera y de acuerdo con (1.6) el último término en (1.14) da

$$\int_{4\pi} \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) d\omega = \rho\sigma_s 4\pi U_{ri} \tag{1.19}$$

en donde

$$U_{ri}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_{ri}(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) d\omega \tag{1.20}$$

Con estos resultados la ecuación (1.14) se convierte en

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_d(\mathbf{r}) = -4\pi\rho\sigma_a U_d(\mathbf{r}) + 4\pi\rho\sigma_s U_{ri}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \varepsilon(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) d\omega \tag{1.21}$$

Por otro lado se puede sustituir la ecuación (1.8) en la ecuación (1.5) para obtener:

$$\begin{aligned}
\mathbf{s} \cdot \nabla U_d(\mathbf{r}) + \mathbf{s} \cdot \nabla \{F_d(\mathbf{r})(\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}})\} &= -\rho\sigma_t U_d(\mathbf{r}) - \rho\sigma_t \frac{3}{4\pi} F_d(\mathbf{r})(\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}}) \\
+ \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} U_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} p(\underline{\mathbf{s}}', \underline{\mathbf{s}}) d\omega + \frac{\rho\sigma_t}{4\pi} \frac{3}{4\pi} F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} (\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}}) p(\underline{\mathbf{s}}', \underline{\mathbf{s}}) d\omega &+ \varepsilon(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) + \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}})
\end{aligned} \tag{1.22}$$

en donde se ha utilizado la relación

$$\frac{dI_d(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}})}{ds} = \mathbf{s} \cdot \nabla I_d(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) \tag{1.23}$$

Se puede simplificar la ecuación (1.22) para obtener

$$\begin{aligned}
\mathbf{s} \cdot \nabla U_d(\mathbf{r}) + \mathbf{s} \cdot \nabla \{F_d(\mathbf{r})(\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}})\} &= -\rho\sigma_t U_d(\mathbf{r}) - \rho\sigma_t \frac{3}{4\pi} F_d(\mathbf{r})(\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}}) \\
+ \rho\sigma_s U_d(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \rho\sigma_t F_d(\mathbf{r})(\underline{\mathbf{s}}_f \cdot \underline{\mathbf{s}}) p_1 &+ \varepsilon(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}}) + \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \underline{\mathbf{s}})
\end{aligned} \tag{1.24}$$

en donde

$$p_1 = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} (\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{s}) p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) d\omega \quad (1.25)$$

que es un balance entre la radiación esparcida en diferentes direcciones. Normalmente se escribe esta cantidad en términos del promedio del coseno del ángulo de esparcimiento que esta dado por:

$$g = \frac{\int_{4\pi} (\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{s}) p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) d\omega}{\int_{4\pi} p(\mathbf{s}', \mathbf{s}) d\omega} = p_1 \frac{\sigma_t}{\sigma_s} \quad (1.26)$$

Ahora se multiplica la ecuación (1.24) por  $\mathbf{s}$  y se integra sobre  $4\pi$  para obtener:

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} \mathbf{s} (\mathbf{s} \cdot \nabla U_d(\mathbf{r})) d\omega + \int_{4\pi} \mathbf{s} (\mathbf{s} \cdot \nabla \{F_d(\mathbf{r})(\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{s})\}) d\omega &= -\rho\sigma_t U_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \mathbf{s} d\omega \\ &\quad - \rho\sigma_t \frac{3}{4\pi} F_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \mathbf{s} (\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{s}) d\omega + \rho\sigma_s U_d(\mathbf{r}) \int_{4\pi} \mathbf{s} d\omega \\ &\quad + \frac{3}{4\pi} \rho\sigma_t F_d(\mathbf{r}) p_1 \int_{4\pi} \mathbf{s} (\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{s}) d\omega + \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega + \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \end{aligned} \quad (1.27)$$

Utilizando las relaciones

$$\int_{4\pi} \mathbf{s} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{s}) d\omega = \frac{4\pi}{3} \mathbf{A} \quad \int_{4\pi} \mathbf{s} (\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{s}) \cdot \mathbf{s}) d\omega = 0 \quad (1.28)$$

la ecuación (1.27) se convierte en

$$\nabla U_d(\mathbf{r}) = -\rho\sigma_t \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_d(\mathbf{r})(1-p_1) + \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega + \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \quad (1.29)$$

La cantidad  $\sigma_t(1-p_1)$  es el coeficiente de transporte  $\sigma_{tr} = \sigma_a + \sigma_s(1-g)$  e indica el cambio del coeficiente efectivo de esparcimiento por la distribución de la radiación esparcida en cada interacción con una partícula.

Si suponemos que no hay fuentes en la posición de observación y que la intensidad incidente reducida es igual a cero en esta posición, la ecuación (1.29) se simplifica a

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi}{3\rho\sigma_{tr}} \nabla U_d(\mathbf{r}) \quad (1.30)$$

que se conoce como la ley de Fick. Esta ecuación relaciona la intensidad difusa promedio con el flujo difusivo en la posición de observación.

Obteniendo el gradiente de (1.29), utilizando (1.21) y sustituyendo (1.30) para  $\mathbf{F}_d(\mathbf{r})$  se obtiene finalmente:

$$\begin{aligned} \nabla^2 U_d(\mathbf{r}) - 3\rho\sigma_a U_d(\mathbf{r}) = \rho\sigma_s \frac{3}{4\pi} U_{ri}(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\rho\sigma_{tr}} \nabla \cdot \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega \\ + \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\rho\sigma_{tr}} \nabla \cdot \int_{4\pi} \mathbf{s} \varepsilon_{ri}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\omega - \frac{1}{4\pi} E(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Esta es la ecuación de difusión para la intensidad difusa promedio. El coeficiente de difusión es

$$D = \frac{1}{3\rho\sigma_{tr}} \quad (1.32)$$

y los términos a la derecha de la ecuación (1.14) son términos de fuentes de la intensidad difusa.

Si se supone que hay una fuente puntual en la posición  $\mathbf{r}_0$  que emite la potencia  $S_0$  en todas las direcciones, entonces la única contribución a los términos de fuentes en la ecuación (1.31) viene del término  $E(\mathbf{r})$  y del segundo término a la derecha del signo igual. La ecuación (1.31) queda como

$$\nabla^2 U_d(\mathbf{r}) - 3\rho\sigma_{tr}\rho\sigma_a U_d(\mathbf{r}) = \frac{3}{4\pi} \rho\sigma_{tr} S_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (1.33)$$

que tiene la solución

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp(-\kappa r)}{r} \quad (1.34)$$

en donde  $r$  es la distancia entre  $\mathbf{r}_0$  y  $\mathbf{r}$  y

$$\kappa = \sqrt{3\rho\sigma_{tr}\rho\sigma_a} \quad (1.35)$$

La ecuación (1.34) es la función de Green para el problema con una fuente puntual. Una vez que se ha encontrado la solución para la intensidad difusa promedio, se calcula el flujo de intensidad difusa utilizando la ley de Fick en la ecuación (1.30).

# Capítulo 2

## Teoría de imágenes

Se aplicará un procedimiento similar al método de imágenes utilizado en problemas típicos de electrostática clásica, para calcular los parámetros de absorción y esparcimiento en muestras de teflón.

### 2.1 Una muestra semi-infinita

En este capítulo se indica cómo se puede utilizar la teoría de imágenes para calcular el flujo difuso de la luz [3]. Aquí tomamos  $\mu_s = \rho\sigma_s$  y  $\mu_{tr} = \rho\sigma_{tr}$  para simplificar la notación.

Para un medio que es semi-infinito (ver la figura 1-2), es decir, un medio que se extiende desde  $z = 0$  hasta  $z = \infty$ , y que es infinito en las direcciones  $x$  y  $y$ , suponemos que la luz incidente se puede tomar como una fuente de luz difusa en la posición  $z = z_0$ , que es la distancia promedio que penetrará la luz en el medio antes de interactuar con el medio por primera vez  $z_0 = [(1 - g)\mu_s]^{-1}$  (esto viene de la definición del coeficiente de esparcimiento de transporte; introducción párrafo tres). También se necesita una condición en la frontera. Se ha encontrado que una aproximación muy buena en la teoría de difusión es la de poner la intensidad difusa promedio igual a cero sobre la frontera del medio (esto se debe a que dentro del medio habrá luz esparcida en todas direcciones, mientras que fuera de él no hay esparcimiento, por esta razón muy cerca de la frontera, la intensidad difusa promedio tendrá que ser necesariamente cero). Entonces tenemos que imponer la condición de frontera de que

$$U_d(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{cuando } z = 0 \quad (2.1)$$

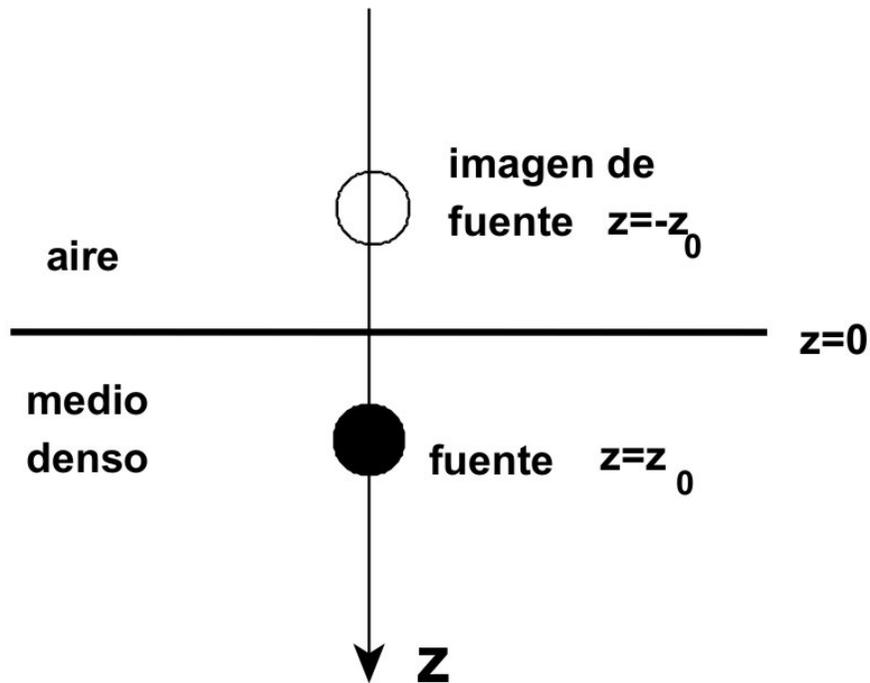


Figura 1-2: el método de imágenes requiere de una fuente imagen de amplitud negativa .

En el método de imágenes se logra esta condición en la frontera con la presencia de una fuente negativa de la misma amplitud en la posición  $z = -z_0$  (ver la figura 1-2). La densidad de la fluencia en el medio es ahora

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{S_0}{4\pi D} \left( \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} - \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} + \mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}_0|} \right) \quad (2.2)$$

con  $\mathbf{r}_0 = (0, 0, z_0)$  y en donde se ha utilizado la función de Green derivada en la ecuación (1.34) del capítulo anterior. Aquí, como se explicó en el capítulo anterior  $D = (3\mu_r)^{-1}$  y  $\kappa = \sqrt{3\mu_r\mu_a}$ .

El flujo difusivo de fotones en una posición  $\mathbf{r}_d = (x, y, z_d)$  está dado por la ley de Fick:  $\mathbf{F}_d(\mathbf{r}_d) = -4\pi D \nabla \phi(\mathbf{r})$  calculado en  $\mathbf{r}_d$ . Calculamos los componentes de este flujo para el caso de reflexión en el medio. i.e. en  $z_d = 0$ .

La derivada con respecto a  $x$  está dada por:

$$\begin{aligned} \nabla_x = x \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa \sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}} \right\} \\ - x \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa \sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}} \right\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

que, en la posición  $z_d = 0$  da  $\nabla_x = 0$ .

La derivada con respecto a  $y$  es:

$$\begin{aligned} \nabla_y = y \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa \sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}} \right\} \\ - y \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa \sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}} \right\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$y$ , otra vez, en el plano  $z_d = 0$ ,  $\nabla_y = 0$ .

Finalmente, la derivada con respecto a  $z$  está dada por:

$$\begin{aligned} \nabla_z = & (z_d - z_0) \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d - z_0)^2)}} \right\} \\ & - (z_d + z_0) \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z_d + z_0)^2)}} \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

que, en el plano  $z_d = 0$ , da

$$\nabla_z = -2z_0 \frac{S_0}{4\pi D} \frac{\exp\left(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + z_0^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + z_0^2)} \left\{ -\kappa - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z_0^2)}} \right\} \quad (2.6)$$

El flujo difusivo de fotones es, entonces,

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}_d) = 2z_0 S_0 \frac{\exp\left(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + z_0^2)}\right)}{(x^2 + y^2 + z_0^2)} \left\{ \kappa + \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z_0^2)}} \right\} \mathbf{z} \quad (2.7)$$

## 2.2 Una muestra de tamaño finito en $z$

Para un bloque de material que tiene una cara en el plano  $z = 0$  y otra cara en el plano  $z = d$ , ver la figura 2-2, para satisfacer las condiciones en las fronteras que la fluencia difusiva es cero en  $z = 0$  y en  $z = d$ , en el método de imágenes se necesitan una serie infinita de pares de fuentes, una positiva y una negativa. La fluencia en el medio para este caso está dada por

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{S_0}{4\pi D} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n0}^+|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n0}^+|} - \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n0}^-|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n0}^-|} \right) \quad (2.8)$$

en donde  $\mathbf{r}_{n0}^+ = (0,0,nd + z_0)$  y  $\mathbf{r}_{n0}^- = (0,0,nd - z_0)$  y  $n$  es un entero. Aplicando la ley de Fick, para observación en el plano  $z = d$ , se puede observar que los componentes en  $\mathbf{x}$  y en  $\mathbf{y}$  son iguales a cero y el único componente que contribuye al flujo de fotones es el término en  $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}_d) = 2 \frac{S_0}{4\pi} \sum_{n \text{ impar}} \left[ (nd - z_0) \frac{\exp(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + (nd - z_0)^2})}{(x^2 + y^2 + (nd - z_0)^2)} \left\{ \kappa + \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (nd - z_0)^2)}} \right\} \right. \\ \left. - (nd + z_0) \frac{\exp(-\kappa\sqrt{(x^2 + y^2 + (nd + z_0)^2})}{(x^2 + y^2 + (nd + z_0)^2)} \left\{ \kappa + \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (nd + z_0)^2)}} \right\} \right] \mathbf{z} \quad (2.9)$$

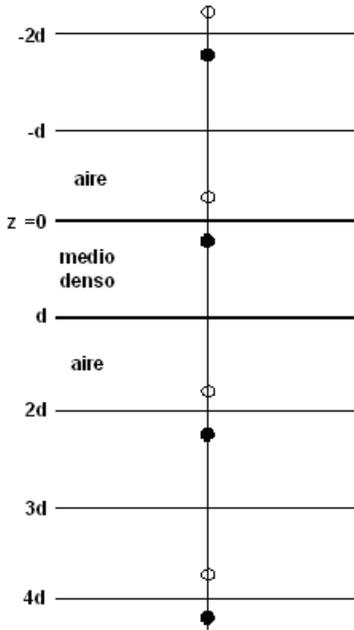


Figura 2-2: un bloque de medio se puede analizar incluyendo una serie infinita de fuentes imagen. Las fuentes oscuras tienen amplitud positiva y las abiertas tienen amplitud negativa.

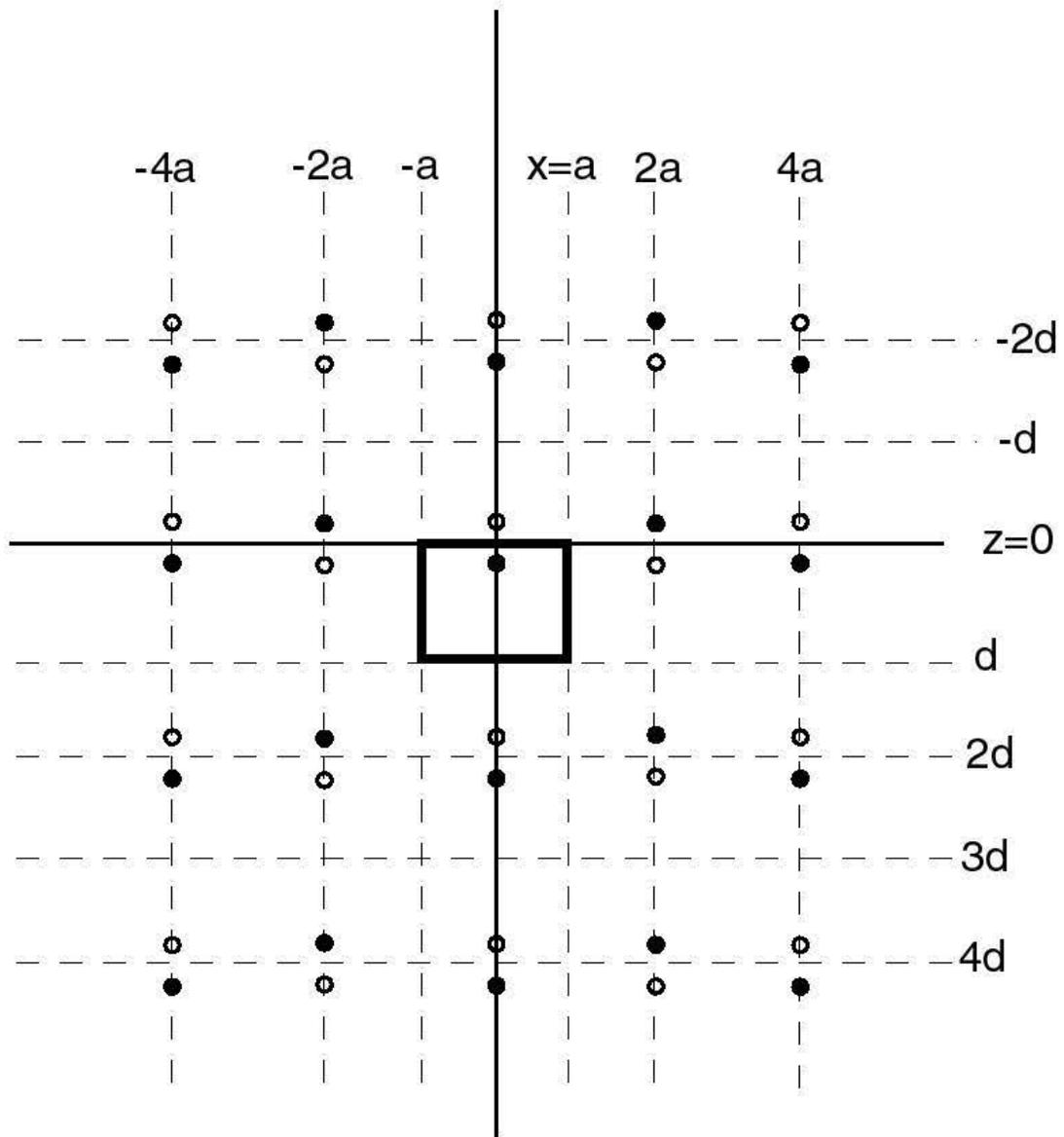
### 2.3 Muestras finitas

Las muestras que se utilizaron en este trabajo también están limitados en el eje  $x$ , ver la figura 3-2. Ahora tenemos condiciones en la frontera adicionales en las fronteras  $x = \pm a$  en donde la fluencia difusiva debe ser igual a cero. Estas condiciones en la frontera se pueden lograr en el método de imágenes incluyendo fuentes adicionales en los planos  $x = \pm ma$  en donde  $m$  es un entero, como se muestra en la figura 3-2. En esta situación la fluencia en el medio está dada por:

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{S_0}{4\pi D} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} + \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{n0}^+|)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{n0}^+|} - \frac{\exp(-\kappa|\mathbf{r} + \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{n0}^-|)}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{n0}^-|} \right) \quad (2.10)$$

en donde  $\mathbf{r}_{n0}^+ = (0,0, nd + z_0)$  y  $\mathbf{r}_{n0}^- = (0,0, nd - z_0)$  y  $\mathbf{r}_m = (2ma, 0, 0)$ . Aplicando la ley de Fick, se calcula el flujo de fotones, y se nota que los términos en  $x$  y en  $y$  son iguales a cero y la componente en  $z$  es igual a:

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}_d) = 2 \frac{S_0}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \sum_{n \text{ impar}} \left[ \begin{aligned} & (nd - z_0) \frac{\exp(-\kappa \sqrt{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd - z_0)^2)})}{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd - z_0)^2)} \left\{ \kappa + \frac{1}{\sqrt{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd - z_0)^2)}} \right\} \\ & - (nd + z_0) \frac{\exp(-\kappa \sqrt{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd + z_0)^2)})}{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd + z_0)^2)} \left\{ \kappa + \frac{1}{\sqrt{((x + 2ma)^2 + y^2 + (nd + z_0)^2)}} \right\} \end{aligned} \right] \mathbf{z} \quad (2.11)$$



*Figura 3-2: Una muestra finita se analiza con una serie infinita de fuentes en las direcciones  $x$  y  $z$ .*

## 2.4 Resultados

En esta sección se presentan algunos resultados de aplicar el método de imágenes al problema de esparcimiento de luz en muestras similares de teflón. Se tomarán como parámetros de la muestra  $\mu'_s = 0.25\text{mm}^{-1}$  y  $\mu'_a = 0.075\text{mm}^{-1}$  (estos valores son similares a los obtenidos para las muestras de teflón estudiado) que da un valor de  $\kappa = 0.025\text{mm}^{-1}$  y se varía el ancho de la muestra entre 5mm y 25mm. Primeramente se analizará el caso de una muestra que es infinita en la dirección  $x$ , y posteriormente el caso de una muestra finita en esta dirección.

La ecuación (2.9) se aplica para muestras finitas en la dirección  $z$ . Esta ecuación es una suma infinita de términos, pero prácticamente no se puede calcular un número infinito de términos; se tiene que cortar la serie en algún momento cuando el error que se genera en la respuesta sea suficientemente pequeño. Para analizar este problema se presentan en las figuras 4-2 a 7-2 resultados del cálculo para una muestra con los parámetros indicados arriba, que son similares a los parámetros de teflón, para los anchos de las muestras que se utilizaron, i.e. 5mm, 10mm, 20mm y 25mm, utilizando la ecuación (2.9) cuando  $n=1$ ,  $n=1$  y 3, y  $n=1$ , 3 y 5. Todas las muestras utilizadas tenían un diámetro de 50mm. La figura 8-2 muestra las diferencias entre estos tres casos.

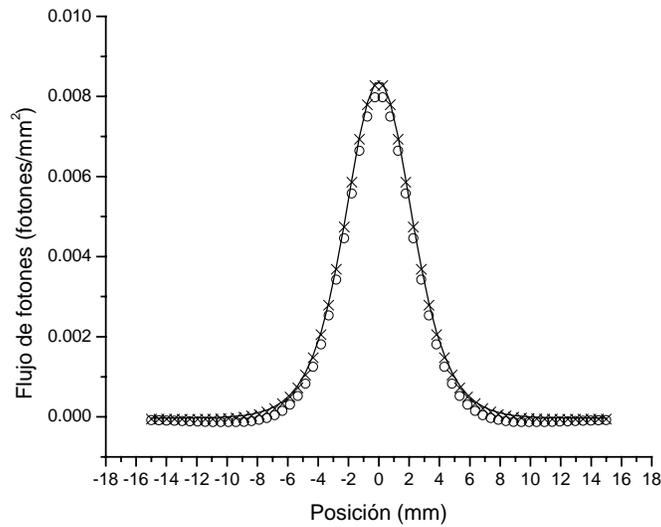


Figura 4-2: gráfica del flujo de fotones en  $z=d$  contra de la posición en este plano, para una muestra de teflón de un ancho de  $d=5\text{mm}$ . Los círculos indican la curva obtenida utilizando la ecuación (2.9) con solo el primer término en la suma  $n=1$ ; las cruces indican el resultado para el caso de la suma de los términos  $n=1$  y  $3$ ; y la curva continua indica el resultado para el caso de la suma de los términos  $n=1, 3$  y  $5$ .

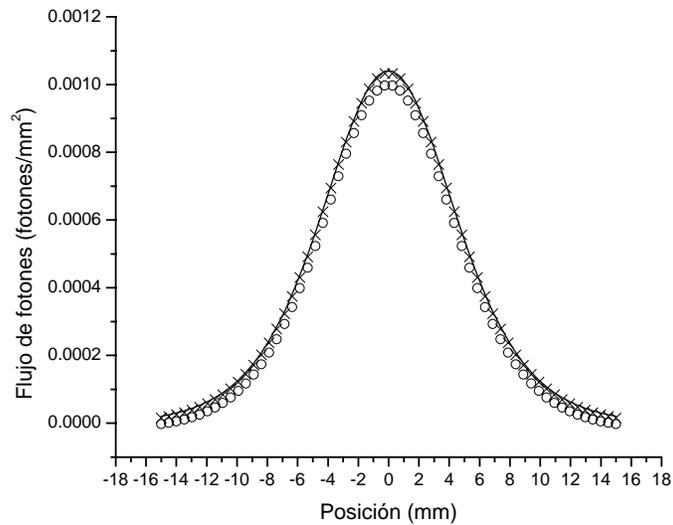
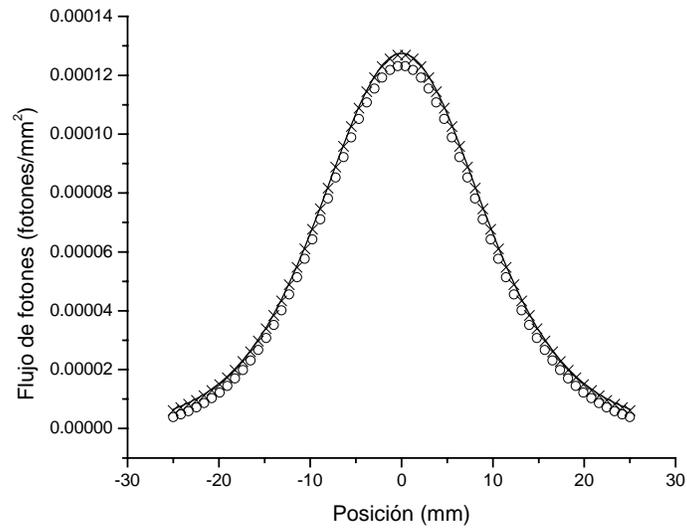
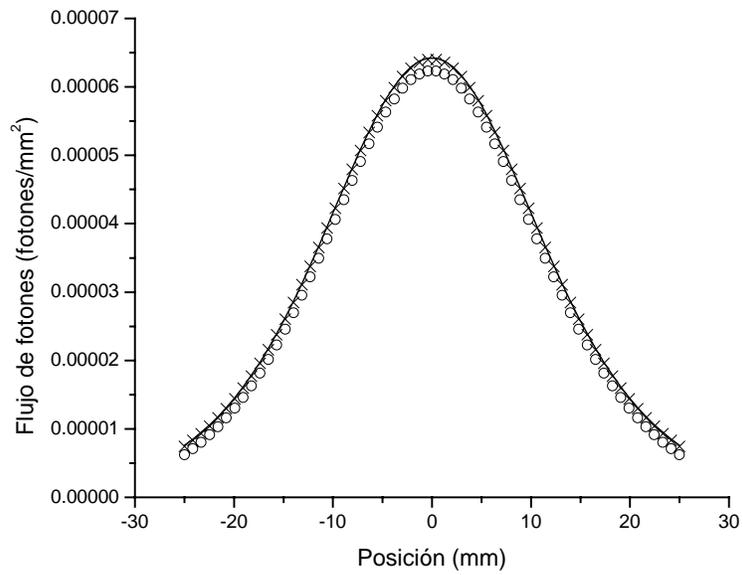


Figura 5-2: igual que la figura 4-2 pero para el caso de una muestra de ancho  $d=10\text{mm}$ .



*Figura 6-2: igual que la figura 4-2 pero para el caso de una muestra de ancho  $d=20\text{mm}$ .*



*Figura 7-2: igual que la figura 4-2 pero para el caso de una muestra de ancho  $d=25\text{mm}$ .*

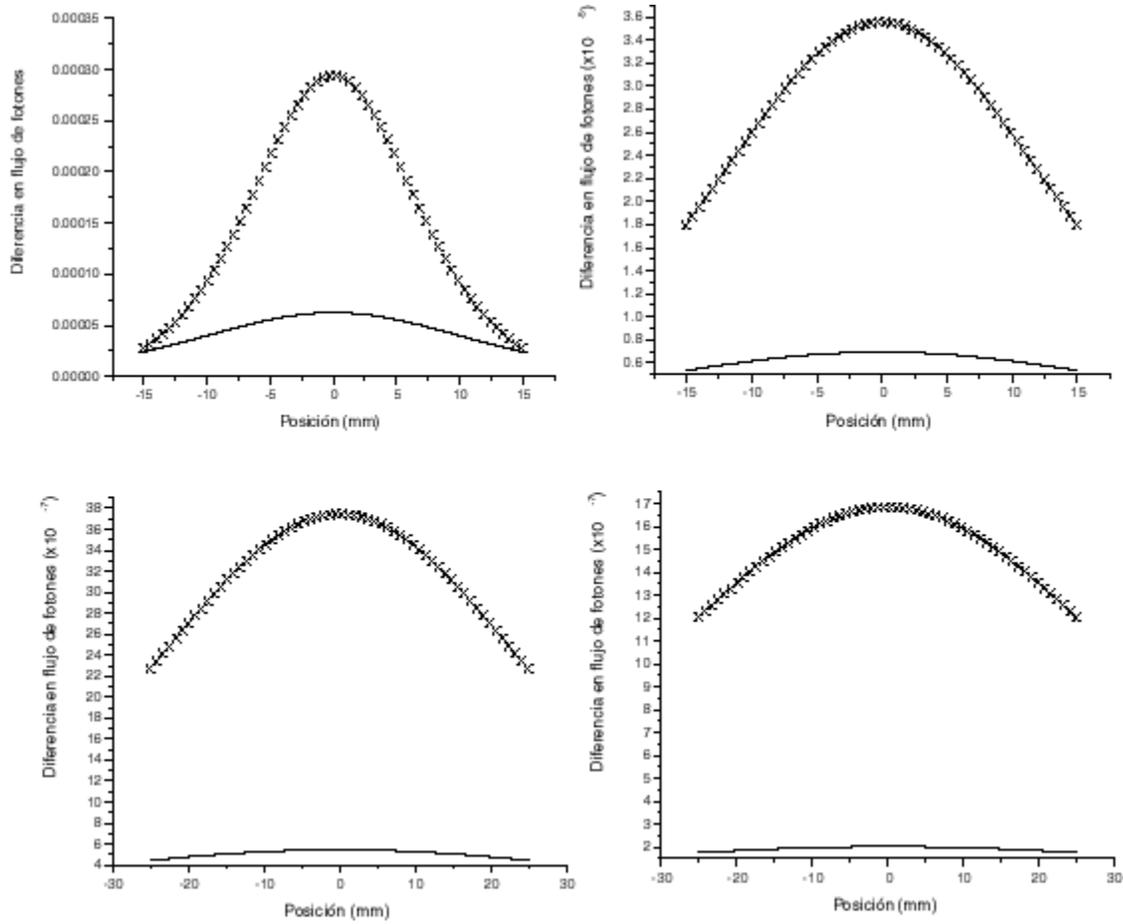
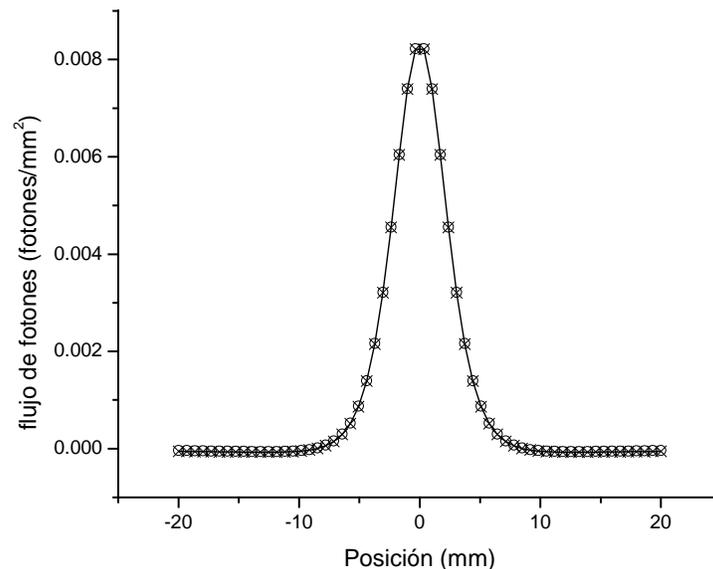


Figura 8-2. La diferencia entre los flujos de fotones para los casos de  $n=1$  y  $n=1$  y 3, cruces;  $n=1$  y 3 y  $n=1$ , 3 y 5, líneas continuas. Los casos son  $d=5\text{mm}$ , arriba izquierda;  $d=10\text{mm}$ , arriba derecha;  $d=20\text{mm}$ , abajo izquierda;  $d=25\text{mm}$ , abajo derecha.

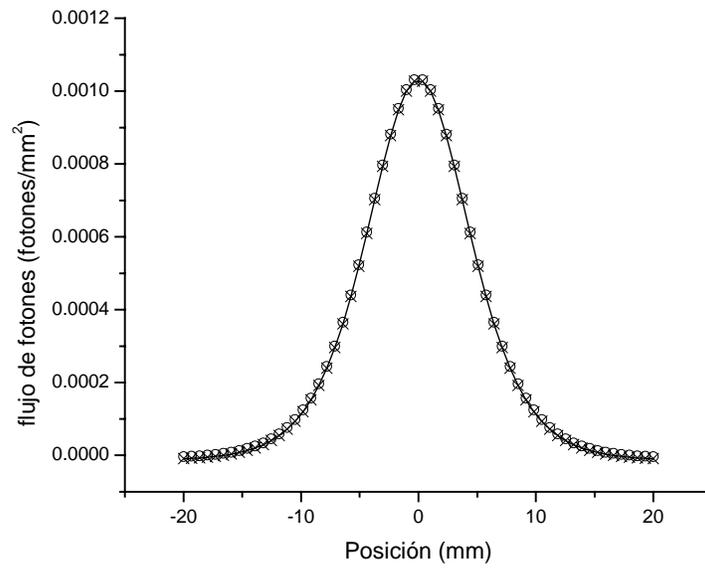
Se puede ver en estos resultados que hay una diferencia entre el caso de  $n=1$  y el caso de  $n=1$  y 3 en todos los casos y que esta diferencia disminuye un poco conforme aumenta el

ancho de la muestra. Esto es lo que se espera, porque cuando el ancho es muy grande debemos llegar a la situación de la ecuación (2.7), con solo el primer término contribuyendo a la respuesta. También se puede ver que los casos de  $n=1$  y 3 y  $n=1, 3$  y 5 son indistinguibles. De estos resultados se concluye que es suficiente utilizar dos términos,  $n=1$  y 3 para analizar los casos medidos en los experimentos realizados.

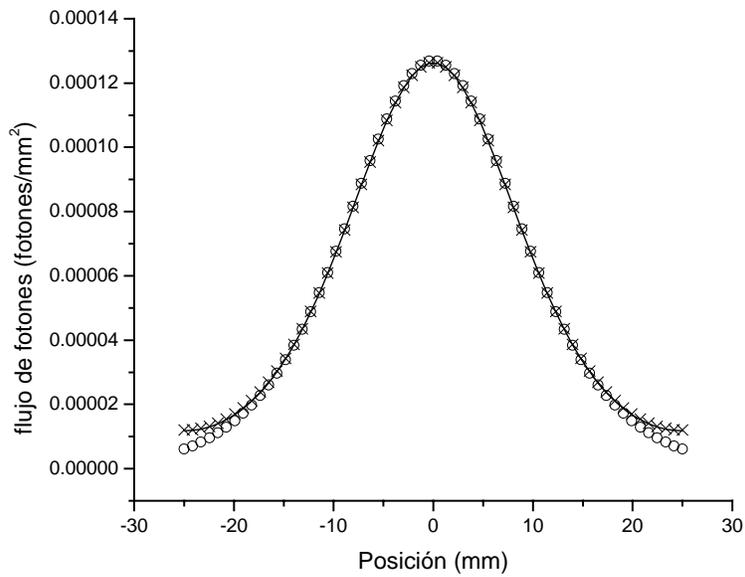
Ahora, las muestras que se utilizaron también son finitas en la dirección  $x$ , entonces hay que analizar la ecuación (2.11) para ver cuántos términos en  $m$  se requieren para comparar con los resultados experimentales. Las figuras 9-2 a 12-2 muestran los resultados del cálculo para los casos de la ecuación (2.11): (i)  $m=0, n=1$  y 3; (ii)  $m=0$  y 1,  $n=1$  y 3; (iii)  $m=0, 1$  y 2,  $n=1$  y 3. La figura 13-2 muestra la diferencia entre estos tres casos.



*Figura 9-2: gráfica del flujo de fotones en  $z=d$  contra de la posición en este plano, para una muestra de teflón de un ancho de  $d=5\text{mm}$ . Los círculos indican la curva obtenida utilizando la ecuación(2.11) con la suma sobre  $m=0, n=1$  y 3 ; las cruces indican el resultado para el caso de la suma de los términos  $m=0$  y 1,  $n=1$  y 3 ; y la curva continua indica el resultado para el caso de la suma de los términos  $m=0, 1$  y 2,  $n=1$  y 3 .*



*Figura 10-2: Igual que la figura 9-2 pero por el caso de  $d=10\text{mm}$*



*Figura 11-2: Igual que la figura 9-2 pero por el caso de  $d=20\text{mm}$*

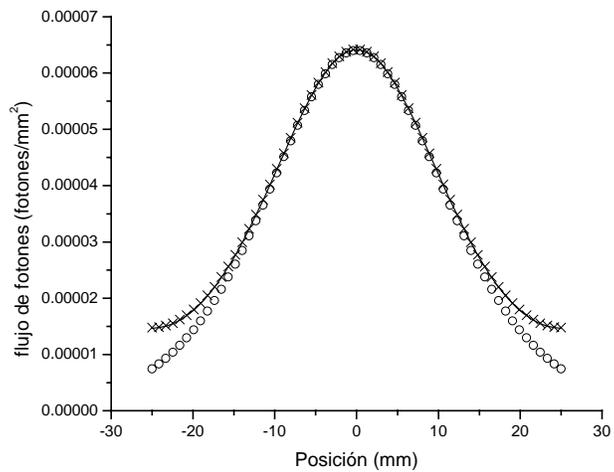


Figura 12-2: Igual que la figura 9-2 pero por el caso de  $d=25\text{mm}$

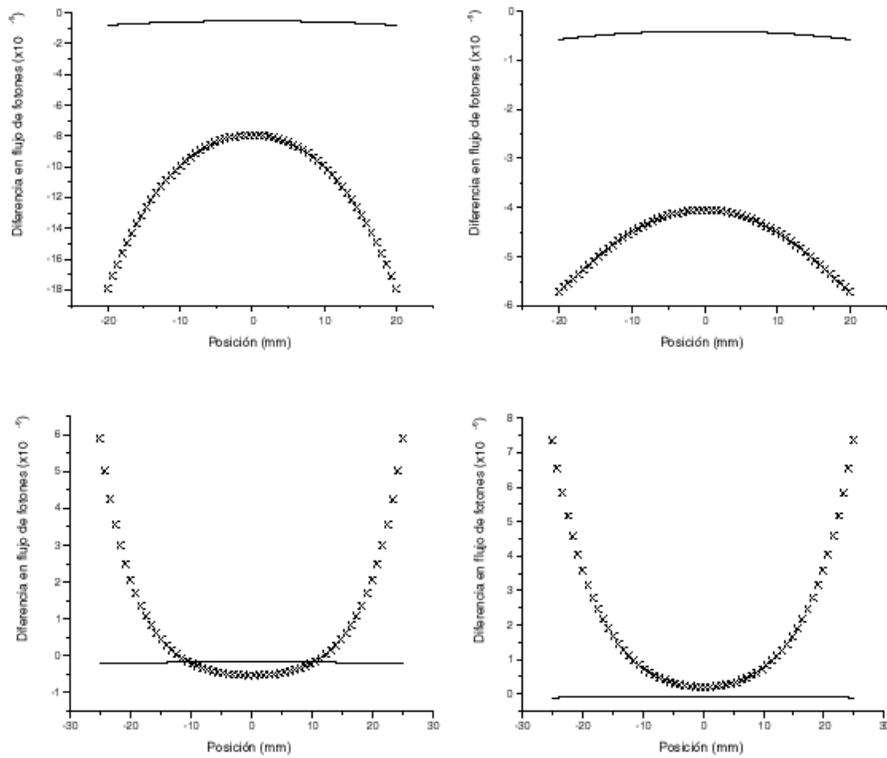


Figura 13-2: La diferencia entre los flujos de fotones para los casos de  $m=0$  y  $m=0$  y  $1$ , cruces;  $m=0$  y  $1$  y  $m=0$ ,  $1$  y  $2$ , líneas continuas. Los casos son  $d=5\text{mm}$ , arriba izquierda;  $d=10\text{mm}$ , arriba derecha;  $d=20\text{mm}$ , abajo izquierda;  $d=25\text{mm}$ , abajo derecha.

Se puede ver de estos gráficos que hay una diferencia en los casos (i) y (ii) que aumenta conforme aumenta el ancho de la muestra, y que no hay ninguna diferencia entre los casos (ii) y (iii) con los casos estudiados aquí. También se puede notar que los efectos de los bordes de la muestra solo se manifiestan en los flujos de fotones cerca de los bordes, en el centro del patrón los bordes no tienen ningún efecto, para los parámetros utilizados aquí. En los resultados experimentales el rango de movimiento del detector (esto se explicará con mayor detalle en el capítulo 4) estaba limitado a  $\pm 12.5\text{mm}$  entonces el caso (i) del rango de  $m$  y  $n$  debe ser suficiente para describir bien las curvas experimentales obtenidas.

# Capítulo 3

## Formación de Imágenes

Se utilizará la teoría de Fourier; en particular la definición de ensanchamiento de línea (Line Spread Function; LSF) para aplicarla al caso de la formación de imágenes. En este trabajo se utilizaron específicamente máscaras (bordes) de distintos materiales.

### 3.1 Transformadas de Fourier y función delta de Dirac

La transformada de Fourier de una función  $g(x,y)$  esta representada por  $\mathfrak{F}\{g\}$  y se define como [21]:

$$\mathfrak{F}[g(x, y)] = G(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp(-i2\pi(xX + yY)) dx dy \quad (4.1)$$

Esta es una función de valores complejos de dos variables independientes  $X$  y  $Y$ .

La transformada inversa de Fourier de una función  $G(X,Y)$  se representa por  $\mathfrak{F}^{-1}[G]$ , y está definida como:

$$\mathfrak{F}^{-1}[G(X, Y)] = g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(X, Y) \exp(i2\pi(xX + yY)) dXdY \quad (3.2)$$

En ocasiones es conveniente tener una representación de un pulso muy intenso que ocurre en un brevísimo instante de tiempo o de espacio. Este tipo de estímulos se pueden describir con la función delta de Dirac simbolizada  $\delta(x,y)$ , y definida como:

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \exp(-N^2\pi(x^2 + y^2)) \quad (3.3)$$

Esta función representa un pulso muy intenso localizado en el origen. Si el pulso se encuentra fuera del origen (i.e. en el punto  $(x_0, y_0)$ ) la ecuación toma la siguiente forma:

$$\delta(x - x_0, y - y_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \exp\left(-N^2 \pi \left( (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right)\right) \quad (3.4)$$

Otro de los aspectos importantes de la función delta de Dirac es el hecho de que cualquier función  $f(x, y)$  se puede reescribir en términos de la función delta:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') \delta(x - x', y - y') dx' dy' \quad (3.5)$$

Se debe notar que esta ecuación se integra sobre las variables  $x'$  y  $y'$ .

### 3.2 Sistemas lineales

Cualquier sistema “físico” (ya sea un sistema óptico o un sistema eléctrico), tiene la propiedad de transformar una señal de entrada  $f_e(x_e, y_e)$ , obteniendo como resultado una señal de salida  $f_s(x_s, y_s)$  [21]. Una representación conveniente del sistema es un operador matemático representado por  $S$ , el cual se podrá aplicar sobre funciones de entrada para obtener funciones de salida. De este modo las dos funciones estarán relacionadas de la siguiente manera:

$$f_s(x_s, y_s) = S(f_e(x_e, y_e)) \quad (3.6)$$

Se dice que un sistema es lineal si la siguiente propiedad de superposición se cumple para todas las funciones de entrada  $f_1$  y  $f_2$ , y las constantes complejas  $a$  y  $b$ :

$$S(af_1(x, y) + bf_2(x, y)) = aS(f_1(x, y)) + bS(f_2(x, y)) \quad (3.7)$$

Si reescribimos la función de entrada  $f_e(x_e, y_e)$  como en la ecuación (3.5), la sustituimos en la ecuación (3.6) y suponemos un sistema lineal representado por el operador  $S$ , obtenemos lo siguiente:

$$f_s(x_s, y_s) = S\left(\int_{-\infty}^{\infty} f_e(x', y') \delta(x_s - x', y_s - y') dx' dy'\right) \quad (3.8)$$

De acuerdo con la propiedad de superposición:

$$f_s(x_s, y_s) = \int_{-\infty}^{\infty} f_e(x', y') S(\delta(x_s - x', y_s - y')) dx' dy' \quad (3.9)$$

Notemos que  $S(\delta(x_s - x', y_s - y'))$  es una función que denota la salida (en coordenadas  $(x_s, y_s)$ ) de una función delta elemental localizada en las coordenadas  $(x', y')$  en el espacio de entrada. Podemos simbolizar esta función con la letra “ $h$ ”, es decir:

$$h(x_s, y_s, x', y') = S(\delta(x_s - x', y_s - y')) \quad (3.10)$$

A la función  $h(x_s, y_s, x', y')$  se le conoce con el nombre de “respuesta de impulso”. Muy comúnmente si el sistema es un sistema óptico se le conoce también con el nombre de “*point-spread function*” (algunos autores lo traducen como “función de ensanchamiento de punto”) PSF.

Dentro de los sistemas lineales existe una subclase de sistemas llamados “invariantes”. Dependiendo el tipo de sistema podrá haber sistemas “invariantes en tiempo”, como algunas redes eléctricas donde la respuesta de impulso  $h(t; \tau)$  depende solo de las diferencias de tiempo  $(t - \tau)$ , debido a que los elementos que componen esas redes (tales como resistencias, transistores, capacitores, etc.) no cambian con el tiempo.

De la misma manera, un sistema lineal será “invariante en espacio” (o *isoplanático*) si su respuesta de impulso  $h(x_s, y_s; X, Y)$  depende solo de la diferencia entre las coordenadas, es decir de las distancias  $(x_s, - X)$  y  $(y_s - Y)$  respectivamente. Para un sistema isoplanático podemos escribir:

$$h(x_s, y_s, x', y') = h(x_s - x', y_s - y') \quad (3.11)$$

Para un sistema isoplanático la ecuación (3.9) toma la siguiente forma simple:

$$f_s(x_s, y_s) = \int_{-\infty}^{\infty} f_e(x', y') h(x_s - x', y_s - y') dx' dy' \quad (3.12)$$

Podemos adoptar una notación conveniente para reconocer la ecuación (3.12):

$$f_s = f_e \otimes h \quad (3.13)$$

Donde  $\otimes$  representa la “convolución” (o integral de convolución) de la función  $f_e$  con la función  $h$ .

Para el caso de los sistemas isoplanáticos, la convolución resulta ser de mucha utilidad, porque tanto entradas como salidas están relacionadas de una manera simple considerando el “teorema de convolución” derivado de la teoría de Fourier. Tomando la transformada de Fourier de la ecuación (3.12), el teorema de la convolución establece que si  $\mathfrak{F}\{f_s\} = \mathfrak{F}\{f_e \otimes h\}$ , entonces:

$$\mathfrak{F}[f_s(x, y)] = \mathfrak{F}_s(X, Y) = \mathfrak{F}[f_e(x, y) \otimes h(x, y)] = \mathfrak{F}_e(X, Y)H(X, Y) \quad (3.14)$$

donde  $\mathfrak{F}_s(X, Y)$ ,  $\mathfrak{F}_e(X, Y)$  y  $H(X, Y)$  son las transformadas de Fourier de las funciones de salida, de entrada, y de la respuesta de impulso respectivamente. A la función  $H(X, Y)$  se le conoce con el nombre de “función de transferencia” del sistema (*transfer function*).

Nótese que la ecuación (3.14) reduce la complejidad de la ecuación (3.12) a una simple multiplicación de la función  $F_e$  con la función de transferencia  $H$ , con ambas funciones en variables  $X$  y  $Y$ .

### 3.3 Sistemas con luz coherente e incoherente.

La intensidad (o irradiancia) de una onda electromagnética esta dada por la siguiente ecuación [21]<sup>1</sup>:

$$I(x, y) = \langle |U(x, y, t)|^2 \rangle \quad (3.15)$$

Donde  $U(x, y, t)$  es una función compleja que depende de la posición y del tiempo; se le conoce con el nombre de fador (en adelante se denotará cualquier función  $f$  que puede ser o no compleja, dependiente de las coordenadas  $(x, y)$ ,  $f(x, y)$  como  $f(\bar{r})$ ). El símbolo  $\langle \rangle$  representa el promedio en el tiempo.

---

<sup>1</sup> En general y dependiendo del sistema de unidades así como también de las condiciones de normalización, la ecuación (3.15) llevaría una constante de proporcionalidad. Aquí se utiliza la definición más usual, donde la constante toma un valor igual a uno.

$U(\bar{r}, t)$  está definida como:

$$U(\bar{r}, t) = A(\bar{r}, t) \exp[-i(\omega t + \varphi(\bar{r}, t))] \quad (3.16)$$

o bien:

$$U(\bar{r}, t) = A(\bar{r}, t) \exp(-i\varphi(\bar{r}, t)) \exp(-i\omega t) \quad (3.17)$$

Si definimos como:

$$U'(\bar{r}, t) = A(\bar{r}, t) \exp(-i\varphi(\bar{r}, t)) \quad (3.18)$$

Entonces:

$$U(\bar{r}, t) = U'(\bar{r}, t) \exp(-i\omega t) \quad (3.19)$$

Donde  $U'(\bar{r}, t)$  es la amplitud de la función  $U(\bar{r}, t)$ .

La intensidad de salida de un sistema lineal e isoplanático esta dada de acuerdo a la ecuación (3.15) como:

$$I(x, y) = \langle |U(x, y, t)|^2 \rangle$$

De acuerdo con esta ecuación, y de las ecuaciones (3.12) y (3.15) tenemos que:

$$I_s(\bar{r}_s) = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} |U_e(\bar{r}_e, t) h(\bar{r} - \bar{R}) d\bar{r}_e|^2 \right\rangle \quad (3.20)$$

La función  $h(\bar{r} - \bar{R})$  representa  $h(x_e - X, y_e - Y)$  y  $d\bar{r}_e$  representa  $dx_e dy_e$ , acorde con las secciones anteriores.

Así se obtiene lo siguiente:

$$I_s(\bar{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) h(\bar{r}_e - \bar{R}_1) h^*(\bar{r}_e - \bar{R}_2) d\bar{R}_1 d\bar{R}_2 \rangle \quad (3.21)$$

Como el medio es isoplanático entonces “ $h$ ” no depende del tiempo:

$$I_s(\bar{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) \rangle h(\bar{r}_e - \bar{R}_1) h^*(\bar{r}_e - \bar{R}_2) d\bar{R}_1 d\bar{R}_2 \quad (3.22)$$

La diferencia entre sistemas de luz coherente e incoherente radica en el término  $\langle U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) \rangle$ .

Para un sistema con luz coherente tenemos que toda la dependencia del tiempo radica en el término armónico:

$$\langle U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) \rangle = \langle U(\bar{R}_1) U(\bar{R}_2) \exp(-i\omega t) \exp(+i\omega t) \rangle \quad (3.23)$$

De manera que<sup>2</sup>:

$$\langle U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) \rangle = \langle U(\bar{R}_1) U(\bar{R}_2) \rangle = U(\bar{R}_1) U(\bar{R}_2) \quad (3.24)$$

La ecuación (3.22) se puede reescribir como:

$$I_s(\bar{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_e(\bar{R}_1) U_e^*(\bar{R}_2) h(\bar{r}_e - \bar{R}_1) h^*(\bar{r}_e - \bar{R}_2) d\bar{R}_1 d\bar{R}_2 \quad (3.25)$$

i.e:

$$I_s(\bar{r}_s) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U_e(\bar{R}) h(\bar{r}_e - \bar{R}) d\bar{R} \right|^2 \quad (3.26)$$

O de acuerdo con la notación

$$I_s(\bar{r}_s) = |U_e \otimes h|^2 \quad (3.27)$$

<sup>2</sup> Al igual que la segunda nota al pie de página, las ecuaciones (3.24) y (3.31) llevarían constantes de proporcionalidad. Se toma una idealización con las constantes iguales a uno para simplificar la notación.

Es decir:

$$U_s(\vec{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} U_e(\vec{R})h(\vec{r}_e - \vec{R})d\vec{R} \quad (3.28)$$

Lo que significa que la formación de imágenes con luz coherente es lineal en amplitud.

De acuerdo con la notación la ecuación (3.28) se puede escribir como:

$$U_s(\vec{r}_s) = U_e \otimes h \quad (3.29)$$

Para sistemas con luz incoherente  $U(\vec{R}_1, t)$  y  $U(\vec{R}_2, t)$  varían con el tiempo y la fase es aleatoria, promediando a cero excepto cuando  $\vec{R}_1 = \vec{R}_2$ ; es decir el promedio es distinto de cero solo en esa posición:

$$\langle U_e(\vec{R}_1)U_e^*(\vec{R}_2) \rangle = \langle U(\vec{R}_1)U^*(\vec{R}_2) \rangle \delta(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) \quad (3.30)$$

Y de acuerdo con la ecuación (3.5) entonces:

$$\langle U_e(\vec{R}_1)U_e^*(\vec{R}_2) \rangle = I_e(\vec{R}_1)\delta(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) \quad (3.31)$$

De tal modo que la ecuación (3.21) se transforma como sigue:

$$I_s(\vec{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_e(\vec{R}_1)\delta(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)h(\vec{r}_e - \vec{R}_1)h^*(\vec{r}_e - \vec{R}_2)d\vec{R}_1d\vec{R}_2 \quad (3.32)$$

Esto es:

$$I_s(\vec{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} I_e(\vec{R})|h(\vec{r}_e - \vec{R})|^2 d\vec{R} \quad (3.33)$$

Esto significa que la formación de imágenes con luz incoherente es lineal en intensidad.

De acuerdo con la notación, la ecuación (3.33) se puede escribir como:

$$I_s = I_e \otimes |h|^2 \quad (3.34)$$

O bien:

$$I_s = |U_e|^2 \otimes |h|^2 \quad (3.35)$$

Si tomamos un caso especial de la convolución como  $g = f \otimes f^*$  entonces  $g$  estaría definida como:

$$g(\bar{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\bar{R})f^*(\bar{r} - \bar{R})d\bar{R} \quad (3.36)$$

A la ecuación (3.36) se le conoce con el nombre de autocorrelación de la función  $f$  y se representa como  $f * f$ . De las propiedades de la transformada de Fourier se puede demostrar que

$$\mathfrak{F}[f * f] = |F[X, Y]|^2 \quad (3.37)$$

en el espacio de frecuencias. Esto es, la transformada de Fourier de la autocorrelación de una función es igual al módulo cuadrado de la transformada de Fourier de la función.

Esto nos permite escribir, para luz coherente:

$$\mathfrak{F}[I_s] = HU_e * HU_e \quad (3.38)$$

Y para luz incoherente:

$$\mathfrak{F}[I_s] = (H * H)(U_e * U_e) \quad (3.39)$$

Donde  $U_e$  en negritas denota la transformada de Fourier para la amplitud y tiene coordenadas en el espacio de frecuencias.

Comparando las ecuaciones (3.38) y (3.39) no se puede concluir cuál de las dos iluminaciones es mejor para la formación de imágenes en términos del contenido de la imagen de frecuencias. Sin embargo se distingue que puede haber una diferencia entre ambos tipos de iluminación, y que además, la formación de la imagen dependerá fuertemente tanto de la distribución de intensidad como de la distribución de fase a través del objeto.

### 3.4 Aplicación a la formación de imágenes de objetos inmersos en medios densos

Existen dos regímenes de interés en el problema de esparcimiento de luz en volúmenes con luz coherente [1]. El primero es en el que hay poco esparcimiento de la luz. El coeficiente de esparcimiento es del mismo orden que el inverso del tamaño de la muestra, y la luz esparcida sigue siendo coherente al igual que la luz incidente. Este régimen tiene aplicaciones en el problema inverso de recuperación de tamaño o distribución de tamaño de partículas [1].

Por otro lado tenemos el problema donde hay mucho esparcimiento de luz, este es precisamente el caso de interés de este trabajo, y el de las aplicaciones médicas de la propagación de la luz en muestras en las cuales el coeficiente de esparcimiento es mucho más grande que el inverso del tamaño de la muestra (o el coeficiente de esparcimiento es mucho más pequeño que el tamaño de la muestra). En este caso hay muchas interacciones entre la luz y el medio. En un punto de la cara de salida de la muestra hay muchas contribuciones de fotones que hayan pasado por diferentes caminos dentro del medio. Esto significa que en cada punto hay una suma de contribuciones con diferentes fases, por lo que la luz saliente es espacialmente incoherente.

Por esta razón en lo que sigue se considera sólo la contribución de la luz incoherente.

### 3.5 Formación de imágenes con luz incoherente.

En la sección anterior vimos que para luz incoherente [21]:

$$I_s(\vec{r}_s) = \int_{-\infty}^{\infty} I_e(\vec{R}) |h(\vec{r}_e - \vec{R})|^2 d\vec{R} = I_e \otimes |h|^2 \quad (3.40)$$

Denotemos  $q(\vec{r})$  a  $|h|^2$ , esto es:

$$I_s = I_e \otimes q \quad (3.41)$$

y tomemos la transformada de Fourier de esta ecuación:

$$\mathfrak{F}[I_s] = \mathfrak{F}[I_e \otimes q] = \mathfrak{F}[I_e] F[q] \quad (3.42)$$

Como  $q = h h^*$  entonces:

$$\mathfrak{S}[q] = Q = \mathfrak{S}[h h^*] = \mathfrak{S}[h] \otimes \mathfrak{S}[h^*] \quad (3.43)$$

La función  $\mathfrak{S}[h]$  la habíamos denotado como  $H$  y la función  $\mathfrak{S}[h^*]$  se puede simplificar:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}[h^*] &= \int_{-\infty}^{\infty} h^*(\bar{r}) \exp(-i2\pi\{\bar{R} \cdot \bar{r}\}) d\bar{r} \\ \mathfrak{S}[h^*] &= \left( \int_{-\infty}^{\infty} h(\bar{r}) \exp(+i2\pi\{\bar{R} \cdot \bar{r}\}) d\bar{r} \right)^* \\ \mathfrak{S}[h^*] &= \left( \int_{-\infty}^{\infty} h(\bar{r}) \exp(-i2\pi\{(-\bar{R}) \cdot \bar{r}\}) d\bar{r} \right)^* \\ \mathfrak{S}[h^*(\bar{r})] &= H^*(-\bar{R}) \end{aligned} \quad (3.44)$$

es decir:

$$Q(\bar{r}) = H(\bar{R}) \otimes H^*(-\bar{R}) \quad (3.45)$$

### 3.6 Función de ensanchamiento de línea (Line Spread Function; LSF).

Los sistemas ópticos con luz incoherente están caracterizados en términos de líneas por unidad de distancia [21]. Es decir, se necesita considerar a los objetos lineales y no puntuales. Un objeto con una intensidad en forma de línea se puede describir como una función delta:

$$I_e(x, y) = \delta(y) \quad (3.46)$$

La imagen de este objeto estará dada por:

$$I_s(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(x - x', y - y') I_e(x', y') dx' dy'$$

$$I_s(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(x - x', y - y') \delta(y') dx' dy'$$

$$I_s(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x - x', y) dx' \quad (3.47)$$

Esta función es la imagen de una línea o función de ensanchamiento de línea (LSF). Esta función es la integral en una dirección de la función de ensanchamiento de un punto (PSF). Tomando nuestro plano de observación en  $x = 0$  y suponiendo una PSF simétrica en  $x$  obtenemos la definición de la LSF,  $l(y)$ :

$$l(y) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x, y) dx \quad (3.48)$$

Si un objeto se puede formar con la suma de líneas de transmisión de intensidad

$$I_e(x, y) = f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y - y') \delta(y') dy'$$

la imagen también se puede formar con una suma de líneas y está dada por:

$$I_e(x, y) = l(y) \otimes f(y) \quad (3.49)$$

Tomando la transformada de Fourier de esta ecuación, tenemos que:

$$\mathfrak{T}[I_e(x, y)] = \mathfrak{T}[l(y)] \mathfrak{T}[f(y)] \quad (3.50)$$

Donde  $\mathfrak{T}[l(y)] = L(\nu)$  se denomina la función de transferencia óptica unidimensional (1D OTF; 1D Optical Transfer Function). La 1D OTF es, en general, una función compleja:  $L(\nu) = M(\nu) \exp i\phi(\nu)$ , en donde  $M(\nu)$  es la función de transferencia de modulación (Modulation Transfer Function; MTF) y  $\phi(\nu)$  es la función de transferencia de fase (Phase Transfer Function; PTF). La MTF causa una reducción en la amplitud de la componente de frecuencia espacial  $\nu$ , y la PTF da un recorrido lateral a esta componente.

En muchas ocasiones es más conveniente utilizar la función de ensanchamiento de borde (Edge Spread Function; ESF). En sistemas de formación de imagen prácticas la señal detectada en la imagen de una línea como objeto puede ser muy pequeño o concentrado en

una sección pequeña de la imagen. En estos casos hay mucho ruido en la imagen y en el análisis de esta imagen para obtener información sobre la calidad del sistema bajo prueba. Así mismo se ha encontrado que es recomendable utilizar la ESF para mejorar las señales y reducir el ruido detectado. Un borde  $b(y - y_0)$  en la posición  $y=y_0$  se puede escribir como:

$$b(y - y_0) = \int_{y_0}^{\infty} \delta(y - y') dy' \quad (3.51)$$

Entonces la imagen del borde estará dada por la integral de las imágenes de las líneas, es decir la integral de la LSF en diferentes posiciones:

$$I_s(y) = e(y) = \int_{y_0}^{\infty} l(y - y') dy' \quad (3.52)$$

### 3.7 Resolución espacial.

En la formación de imágenes con sistemas ópticos, es muy importante el concepto de “resolución espacial” [21]. En términos muy generales, la resolución espacial es la distancia mínima en la cual se pueden distinguir las imágenes de dos fuentes puntuales de igual irradiancia.

Existen varios criterios para definir la resolución espacial de un sistema óptico. Las diferentes propuestas surgen de acuerdo al uso y conveniencia que requieran los diferentes autores e investigadores.

Los criterios mas conocidos son el de Rayleigh y el de Sparrow, y acorde con este trabajo se presentan los criterios propuestos por Bentzen [1] y Hebden [2] y Sparrow por ser los mas convenientes para nuestros fines. En secciones posteriores se presentarán las diferencias entre estos criterios, aplicándolos ya en resultados experimentales.

#### 3.7.1 Criterio de Bentzen.

Bentzen [22] propuso un método para estimar la resolución espacial, basado en la suposición de que la función de ensanchamiento de línea (LSF) del sistema se puede

aproximar como una función gaussiana. En muchos trabajos de la formación de imágenes médicas se utiliza esta suposición y se ha mostrado que es una buena aproximación en la práctica. Esto es:

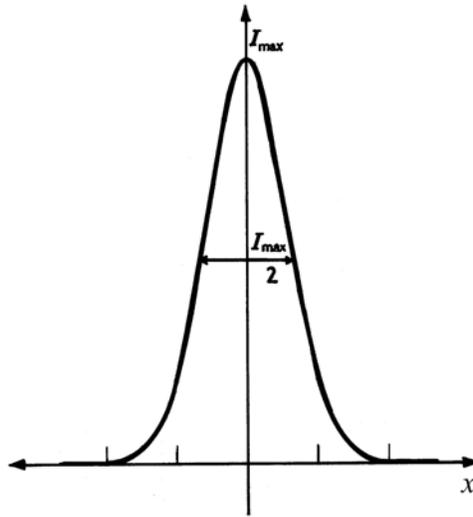
$$LSF(y) = l(y) = \frac{C_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.53)$$

en donde  $\sigma$  es el ancho de la LSF,  $m$  es la posición central de la función y  $C_1$  es una constante de normalización. Bentzen supone que el límite de resolución  $R_B$ , está dado por el ancho total en la mitad del máximo (Full Width at Half Maximum; FWHM) de la función gaussiana del LSF (ver figura 1-3):

$$\exp\left(-\frac{\left(\frac{R_B}{2}\right)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{\left(\frac{R_B}{2}\right)^2}{2\sigma^2} = -\ln 2$$

$$R_B = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} \approx 2.35\sigma \quad (3.54)$$



*Figura 1-3: Muestra gráficamente el punto propuesto por Bentzen para calcular el límite de la resolución en la mitad del máximo.*

### 3.7.2 Criterio de Hebden

Hebden [23] supuso que el límite de resolución,  $R_H$ , está dado por el valor en la cual la 1D MTF cae a 10% del valor máximo.

Si la LSF es una gaussiana, la transformada de Fourier, de la LSF, que es la MTF, también es gaussiana:

$$MTF(\nu) = C_1 \exp(-2\pi^2 \sigma^2 \nu^2) \quad (3.55)$$

y cae al 10% del valor máximo cuando:

$$\exp\left(-2\pi^2 \sigma^2 \left(\frac{1}{R_H}\right)^2\right) = \frac{1}{10}$$

$$2\pi^2 \sigma^2 \left(\frac{1}{R_H}\right)^2 = \ln(10)$$

$$R_H = \frac{\pi\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\ln(10)}} \approx 2.93\sigma \quad (3.56)$$

### 3.7.3 Criterio de Sparrow.

El limite de resolución espacial propuesto por Sparrow [21] requiere que la intensidad en la imagen total sea plana en la región adentro de dos imágenes de dos líneas. Matemáticamente, la condición es que la segunda derivada de la imagen total sea igual a cero en la parte intermedia de las imágenes. Aquí tenemos dos líneas gaussianas de ancho  $\sigma$  y separación  $\Delta$ . La imagen total, olvidando algunos factores constantes que no afectan el resultado final, es:

$$I(y) = \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y-\Delta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.57)$$

De manera que el valor  $\Delta = R_S$  es el cual satisface la condición

$$\frac{d^2}{dy^2} I(y) = 0 \quad (3.58)$$

La primera derivada de la ecuación (3.57) es:

$$\frac{dI(y)}{dy} = -\frac{y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{(y-\Delta)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(y-\Delta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.59)$$

y la segunda derivada es

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I(y)}{dy^2} = & -\frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) + \left(\frac{y}{\sigma^2}\right)^2 \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \\ & -\frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(y-\Delta)^2}{2\sigma^2}\right) + \left(\frac{(y-\Delta)}{\sigma^2}\right)^2 \exp\left(-\frac{(y-\Delta)^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\frac{d^2 I(y)}{dy^2} = -\frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \left(1 - \left(\frac{y}{\sigma}\right)^2\right) - \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(y-\Delta)^2}{2\sigma^2}\right) \left(1 - \left(\frac{(y-\Delta)}{\sigma}\right)^2\right) \quad (3.61)$$

Tenemos que calcular la segunda derivada en el centro de la imagen, en  $y = \Delta/2 = R_s/2$  e igualar a cero:

$$\frac{d^2 I(y)}{dy^2} = -\frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{2\sigma^2}\right) \left(1 - \frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{\sigma^2}\right) - \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{2\sigma^2}\right) \left(1 - \frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{\sigma^2}\right) = 0 \quad (3.62)$$

Para satisfacer esta ecuación tenemos dos posibles soluciones:

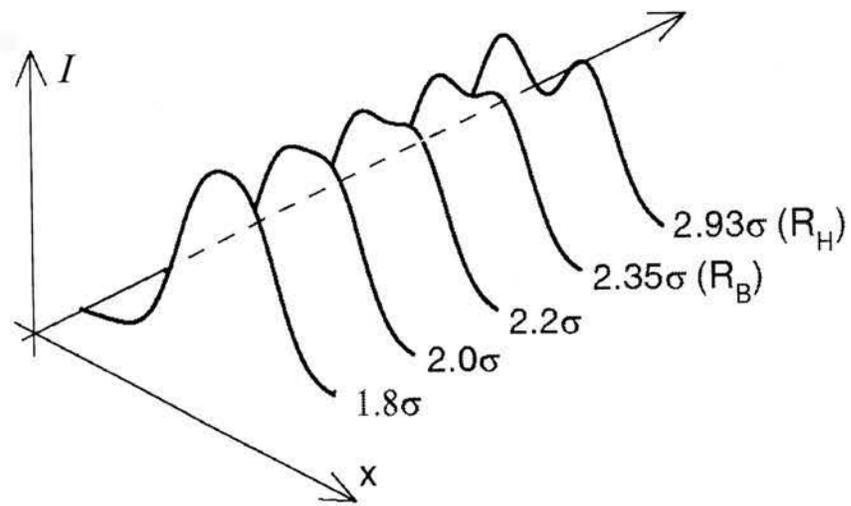
(i)  $\exp\left(-\frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{2\sigma^2}\right) = 0$  lo cual ocurre cuando  $R_s = \infty$ , que no es una solución de interés.

(ii)  $1 - \frac{\left(\frac{R_s}{2}\right)^2}{\sigma^2} = 0$  lo cual implica que  $R_s = 2\sigma$ , que es la solución buscada.

Entonces tenemos que

$$R_s = 2\sigma \quad (3.63)$$

Comparando (3.54), (3.56) y (3.63), notamos que el valor numérico más pequeño para la resolución espacial se obtiene del criterio de Sparrow ( $R_s = 2\sigma$ ), siguiéndole en orden creciente el valor obtenido del criterio de Bentzen ( $R_s = 2.35\sigma$ ) y finalmente el valor obtenido del criterio de Hebden ( $R_s = 2.93\sigma$ ). La figura 2-3 representa la suma de dos gaussianas y las posiciones de separación para los respectivos criterios.



*Figura 2-3: Representa gráficamente la suma de dos gaussianas y las posiciones de separación para los respectivos criterios. El valor  $2.0\sigma$  corresponde al criterio de Sparrow.*

# Capítulo 4

## Experimento

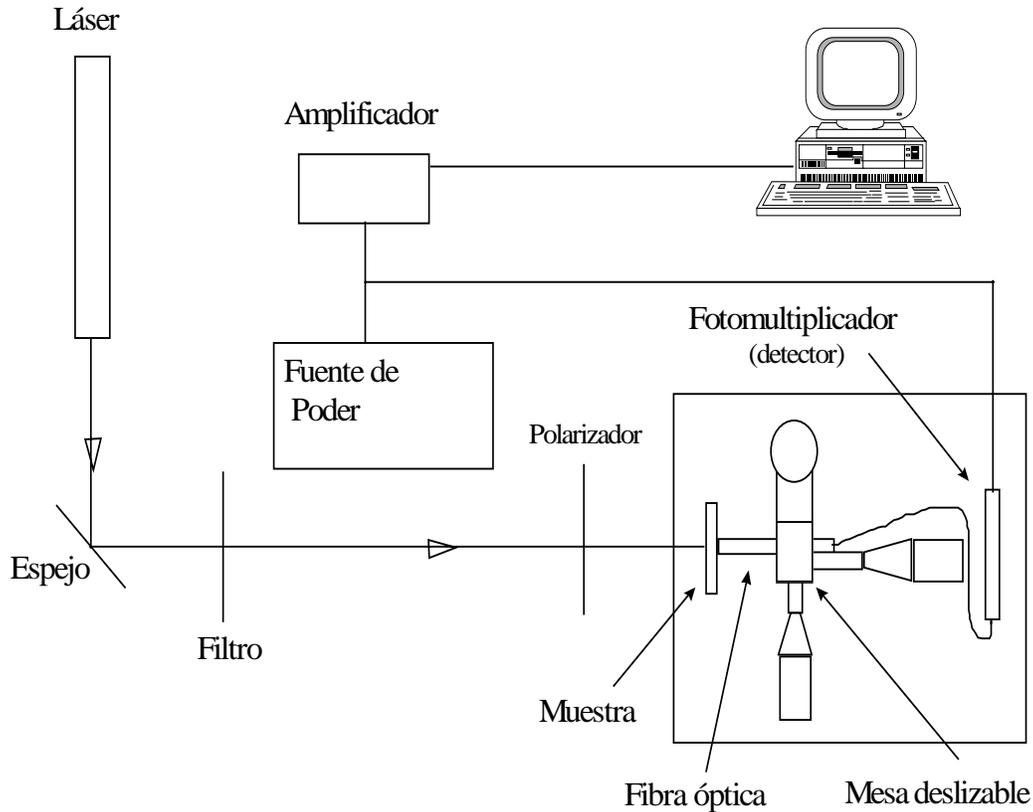
### 4.1 Arreglos experimentales

Se utilizaron dos arreglos experimentales: el primero de ellos para caracterizar al medio, el segundo para encontrar el límite de resolución.

La figura 1-4 muestra el primer arreglo, en el cual se utilizó el modelo “CT1 counter timer” de “Thorn” para el conteo de fotones por unidad de tiempo, que consta de fotomultiplicador, amplificador, y tarjeta para hacer el conteo en la computadora.

De acuerdo con la figura el haz de un láser Helio-Neón de 20mW de luz roja polarizada se hace incidir sobre una muestra de teflón (medio denso), desviando primero el haz con un espejo de primera superficie pasando luego el haz por un filtro de densidad neutral y después por un polarizador, ya que la intensidad de la luz sin estos elementos en algunos casos era muy grande y provocaba la saturación del fotomultiplicador, obteniéndose lecturas erróneas.

El haz incide en el centro de un disco de teflón de 50mm de diámetro; para tratar de disminuir efectos de las orillas de la muestra y muy junto a la cara posterior del disco se coloca una fibra óptica conectada a un fotomultiplicador de manera que con el amplificador se obtienen en la computadora lecturas del número de fotones para diferentes posiciones del detector (para esta arreglo la muestra se dejó fija) las mediciones se hicieron cada medio milímetro sobre una línea transversal que pasara por el centro de la muestra , esta línea fue menor que el diámetro del disco de teflón evitando con ello también hacer mediciones cerca de los bordes; además se ajustó el tiempo de integración del contador para obtener la señal siempre en el mismo rango. Se hicieron mediciones para cuatro discos del mismo material pero de diferente grosor.



*Figura 1-4: El arreglo experimental utilizado para caracterizar el medio.*

El segundo arreglo se muestra en la figura 2-4. Este arreglo es similar al anterior pero en este caso se añadió un módulo de control “Burleigh CE-2000” conectado a un piezoeléctrico para mover la muestra y dejar ahora fija la fibra óptica alineada previamente con el haz del láser. La muestra consiste en dos discos de teflón (del mismo diámetro que los utilizados en el primer arreglo) con una máscara entre ellos; estos discos eran presionados uno contra otro por medio de tornillos y a su vez eran sujetos al piezoeléctrico el cual movía la muestra en pasos de medio milímetro. En particular el rango de movimiento de la muestra era de 25mm, de manera que las mediciones no se vieran afectadas por efectos de los bordes tanto como por las orillas de las muestras así como por las perforaciones hechas para los tornillos (ver figura 3-4 para mayor detalle acerca del movimiento de la muestra y localización de la máscara). Se utilizaron diferentes grosores de muestras, así como también máscaras de distintos materiales tales como: papel carbón, papel blanco y un espacio de aire.

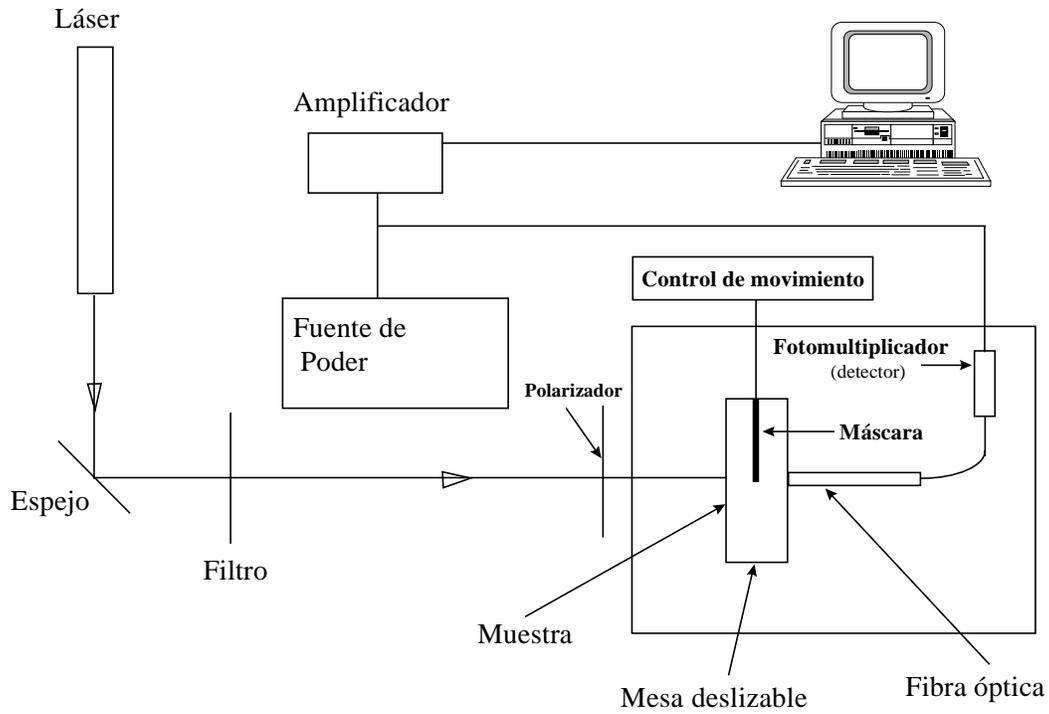


Figura 2-4. El arreglo experimental para medir la resolución espacial para la detección de inclusiones dentro del medio.

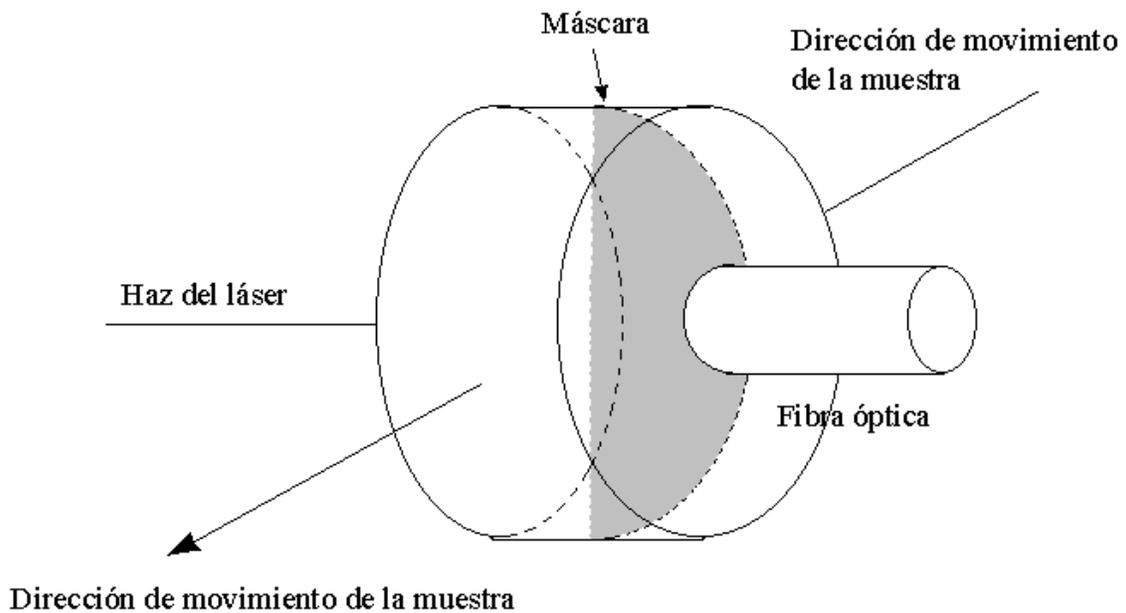


Figura 3-4. Detalle de la muestra para la medición de la resolución espacial para la detección de inclusiones dentro del medio.

## 4.2 Conteo de Fotones

El CT1 Counter-Timer de Thorn, básicamente utiliza un fotomultiplicador (conectado a una fuente de poder) y un amplificador-discriminador (este a su vez conectado a una computadora) para el conteo de fotones [24]. Un fotomultiplicador es un dispositivo fotoeléctrico que combina el efecto fotoeléctrico y el de emisión secundaria; está compuesto por un fotocátodo, que emite fotoelectrones producidos por efecto fotoeléctrico. Un campo eléctrico acelera estos fotoelectrones y los dirige hacia un ánodo (también conocido como dinodo). La energía de los fotoelectrones incidentes provoca la emisión de un número mayor de electrones secundarios que son dirigidos a su vez a otro dinodo y así sucesivamente. El número de dinodos depende del modelo del fotomultiplicador. Este efecto de electrones en “cascada” provoca una corriente de electrones que es mucho más fácil de contabilizar que el primer flujo de electrones mucho más débil, permitiendo con esto contabilizar fotones en condiciones muy bajas de intensidad lumínica.

Dos propiedades importantes de un fotomultiplicador son:

- a) La correlación precisa de los fotoelectrones emitidos con el nivel de luz incidente
- b) La amplificación con muy poco ruido de cada fotoelectrón discreto emitido

Sin embargo, y a causa de que ambas propiedades están sujetas a probabilidades estadísticas en el proceso físico involucrado, variaciones acordes con la estadística de Poisson ocurrirán en:

- El flujo de fotones representando el nivel de luz de entrada.
- El número resultante de fotoelectrones.
- La amplificación de cada fotoelectrón a través de la estructura de la multiplicación del electrón

Cuando la ganancia del fotomultiplicador está alta (por encima de  $10^6$ ), la señal de un solo fotoelectrón puede ser detectada fácilmente como un pulso discreto de corriente. La tasa del

pulso corresponde al flujo de luz entrante tan precisamente como lo permitirán las limitaciones estadísticas. El uso de un fotomultiplicador en este modo es conocido como “conteo de fotones”.

Usualmente se utiliza un discriminador electrónico para mejorar la señal descartando señales pequeñas y pasando señales más fuertes.

Si el flujo de fotones es muy alto, el fotomultiplicador no puede recuperarse después de un fotón para detectar correctamente el siguiente. Por eso se incluyó un polarizador y un filtro de densidad neutral para limitar el flujo de fotones en algunos casos.

### *Ruido de Fotones*

Cuando la señal física observada se basa en luz, entonces la naturaleza cuántica de la luz desempeña un papel significativo [25]. Un solo fotón de  $\lambda=500\text{nm}$  porta una energía de  $E=h\nu=hc/\lambda=3.97\times 10^{-19}$  Joules. El problema del ruido surge de la naturaleza fundamentalmente estadística de la producción de fotones. No se puede suponer que en un punto dado de dos intervalos observados consecutivos pero independientes de duración  $T$ , el mismo número de fotones serán contados. La producción de fotones está gobernada por las leyes de la física cuántica lo que limita a hablar de un número promedio de fotones dentro de una ventana de observación dada. La distribución de probabilidad para  $p$  fotones en una ventana de observación de duración  $T$  segundos se conoce como distribución de Poisson:

$$P_p(\Phi, T) = \frac{(\Phi T)^p \exp(-\Phi T)}{p!} \quad (4.1)$$

Donde  $\Phi$  es la razón o parámetro de intensidad medida en fotones por segundo (ver glosario para mayor información acerca de los procesos tipo Poisson). Es crucial entender que incluso si no hubiera otras fuentes ruidosas en la cadena de imagen, las fluctuaciones estadísticas asociadas con el conteo de fotones sobre un intervalo finito de tiempo  $T$  podría todavía dar una señal a ruido (signal-to-noise ratio;  $SNR$ ) finita. Si se usa una fórmula

apropiada para  $SNR$ , entonces debido al hecho que el valor promedio y la desviación estándar están dadas por:

Proceso de Poisson:

$$\begin{aligned}\text{Promedio} &= \Phi T \\ \sigma \text{ (desviación estándar)} &= (\Phi T)^{1/2}\end{aligned}$$

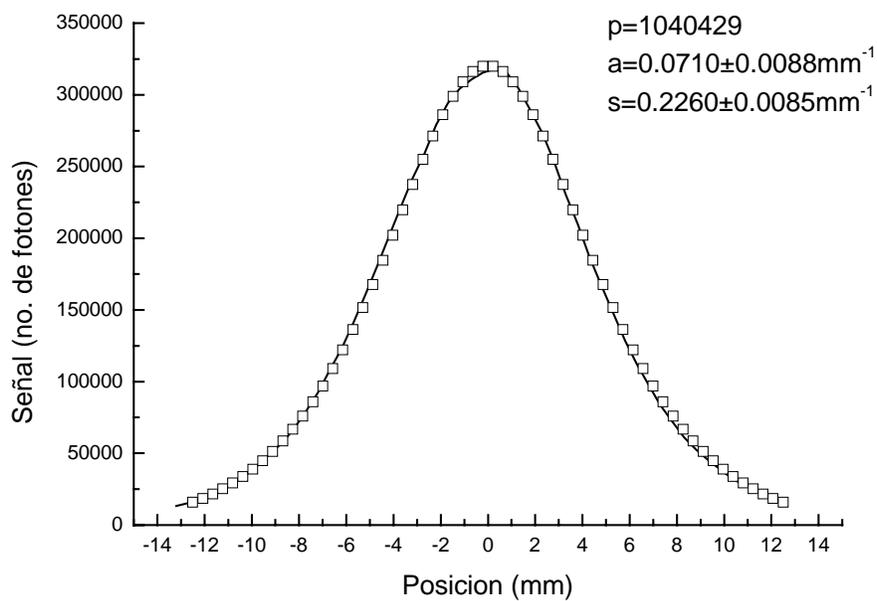
Para la  $SNR$ :

$$SNR = \frac{\Phi T}{\sqrt{\Phi T}} = \sqrt{\Phi T} \quad (4.2)$$

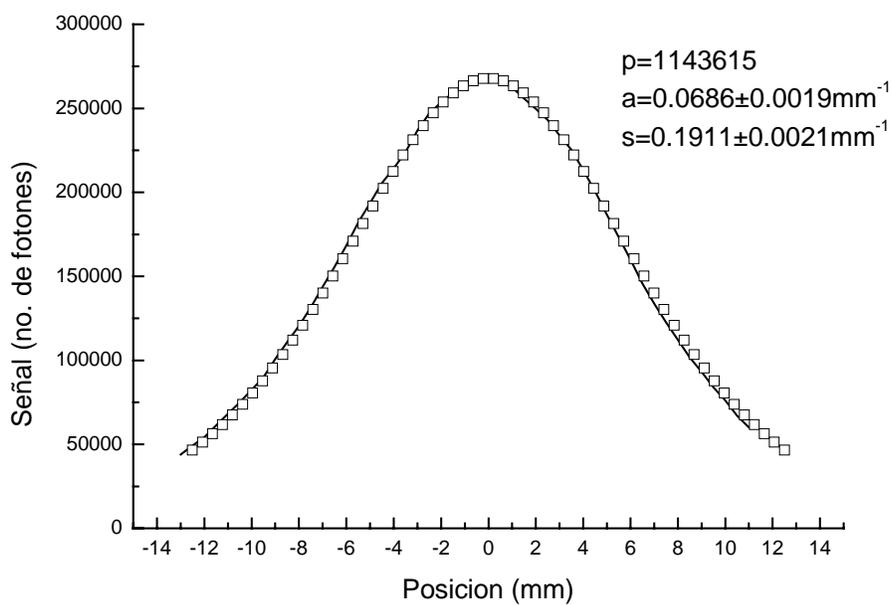
La señal a ruido mejora como la raíz cuadrada de la señal.

### **4.3 Resultados y Discusión.**

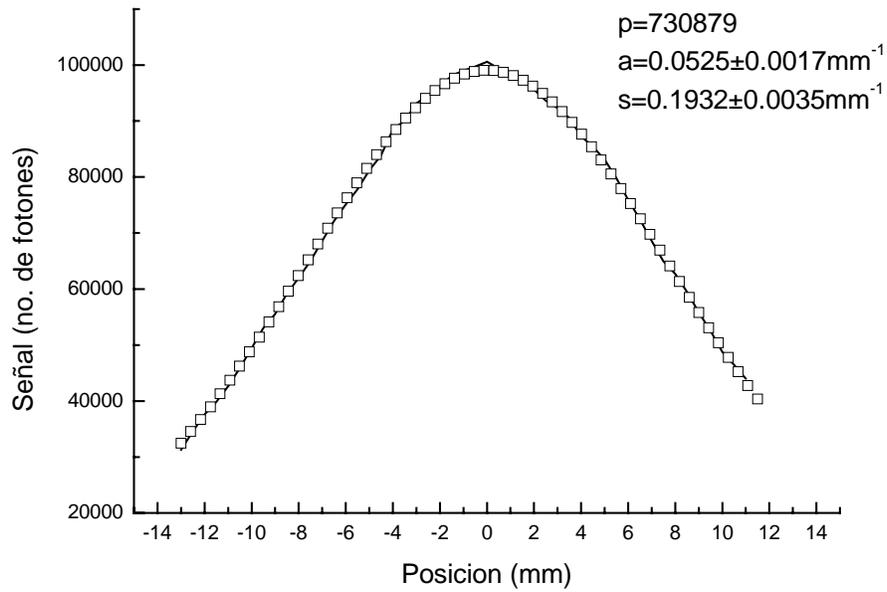
Para el primer arreglo experimental se utilizaron cuatro muestras de teflón de diferente grosor: 9.8, 14.3, 19.8 y 24.7mm. Las gráficas obtenidas se muestran a continuación, las líneas muestran los puntos obtenidos experimentalmente, y los cuadros muestran el resultado de un ajuste de mínimos cuadrados para funciones no lineales a la ecuación (2.9) (caso i, como ya se justificó anteriormente) con el programa *Origin*. El parámetro  $p$  en las gráficas es una constante de normalización, y las constantes “a” y “s” representan los parámetros de absorción y de esparcimiento de transporte.



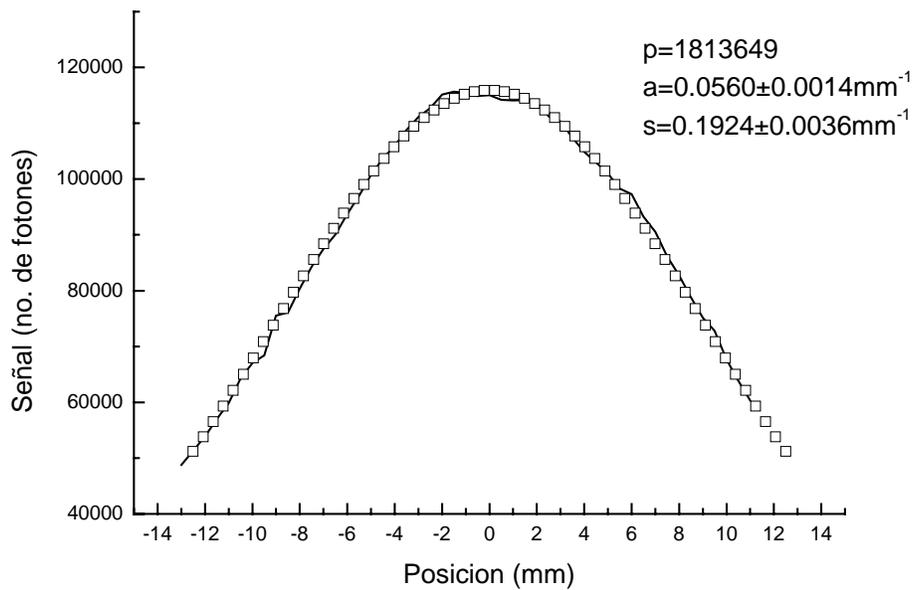
*Figura 4-4: 9.8mm de Grosor*



*Figura 5-4: 14.3mm de Grosor*



*Figura 6-4: 19.8mm de Grosor*



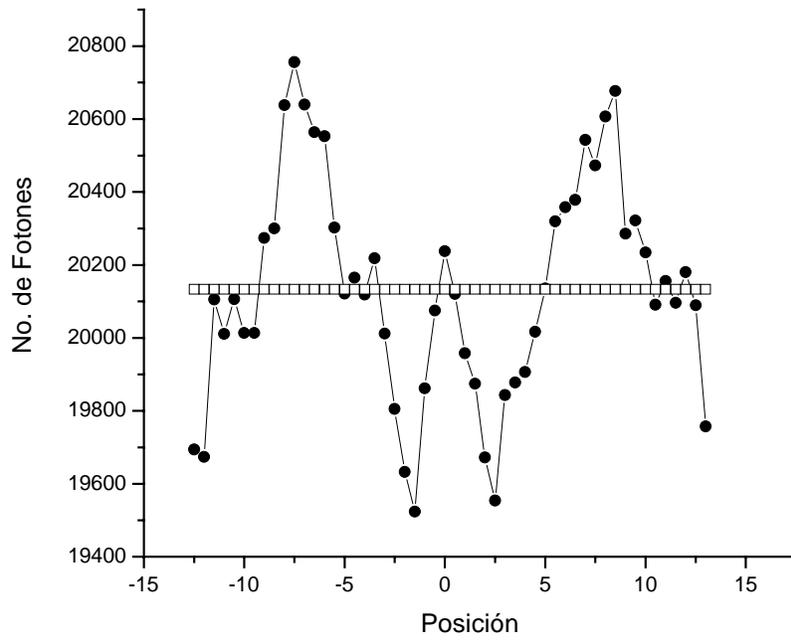
*Figura 7-4: 24.7mm de Grosor*

En estas gráficas se presentan también los coeficientes que caracterizan al medio y sus respectivos errores, siendo  $a = \mu_a$  y  $s = (1 - g) \mu_s$ .

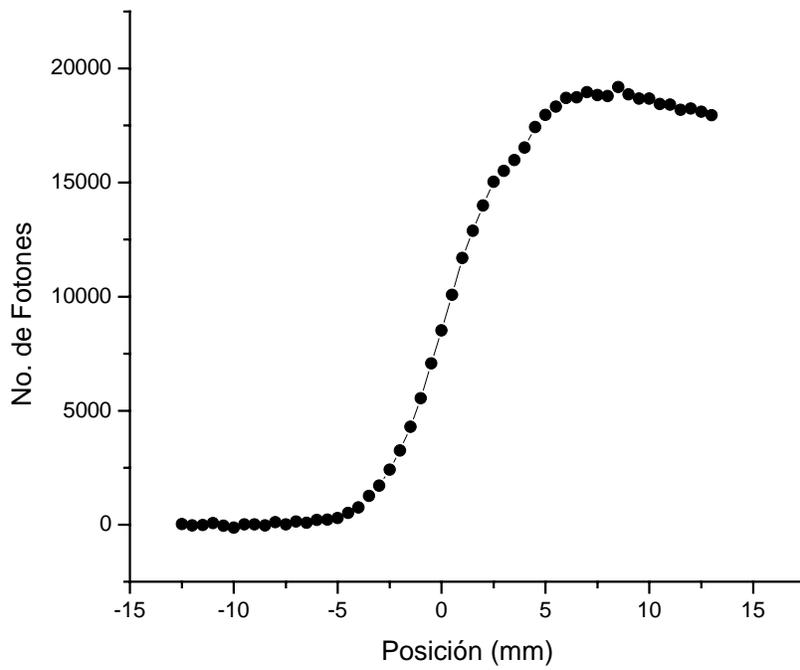
De los coeficientes encontrados se obtiene el promedio, dando como resultado  $\mu_a = 0.06204 \pm 8.3603 \times 10^{-5} \text{mm}^{-1}$ , y  $s = 0.20064 \pm 2.8580 \times 10^{-4} \text{mm}^{-1}$ .

Las gráficas obtenidas del segundo arreglo experimental son ejemplos de la formación de imágenes de objetos inmersos en medios densos. Con ellas también es posible calcular el límite de la resolución espacial para estos sistemas, aplicando los tres criterios mencionados con anterioridad en la parte teórica de este trabajo.

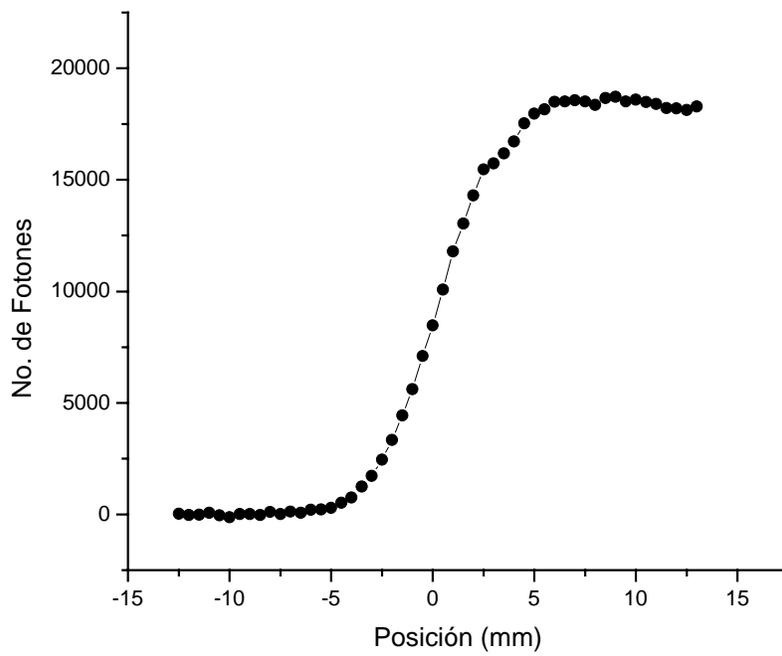
Es importante mencionar que dada la no-homogeneidad del medio fue necesario tomar valores experimentales de la muestra previamente sin la máscara. La dispersión mostrada en estos puntos revela esta inhomogeneidad. Para resolver este problema y obtener los valores esperados ya con la máscara, se procedió como sigue: De los valores obtenidos sin la máscara se toma el promedio; este valor se considera como el esperado (para el medio homogéneo), se toma la diferencia entre los valores experimentales y el promedio, esta diferencia corresponde a un porcentaje respecto al valor promedio. Estos porcentajes se utilizan para obtener los nuevos valores esperados con la máscara. Las gráficas siguientes muestran este procedimiento para un solo caso:



*Figura 8-4: Las líneas y puntos muestran los datos experimentales del medio inhomogéneo. Los cuadros muestran el valor esperado si la muestra fuera homogénea; en este caso se toma al promedio como el valor esperado.*



*Figura 9-4: Muestra los puntos experimentales sin corrección.*



*Figura 10-4: Muestra los datos obtenidos aplicando la corrección.*

De acuerdo con Bentzen [22] (capítulo 3), la LSF se puede escribir como una función Gaussiana:

$$LSF(y) = l(y) = \frac{C_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

Donde  $\sigma$  es el ancho de la curva,  $m$  es la posición central de la función y  $C_1$  es una constante de normalización. Como se explicó en el capítulo 3, por problemas de señal es mejor medir la función de esparcimiento de un borde (Edge Spread Function ESF).

$$ESF(y - y_0) = \int_{y_0}^{\infty} LSF(y - y') dy' = \frac{C_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{y_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y - y')^2}{2\sigma^2}\right) dy' \quad (4.4)$$

que se puede escribir como

$$ESF(y - y_0) = C_1 + \frac{C_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{y_0}^0 \exp\left(-\frac{(y - y')^2}{2\sigma^2}\right) dy' = C_1 + C_1 \operatorname{erf}\left(\frac{y - y_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) + C_2 \quad (4.5)$$

Con  $C_2$  una constante de integración y “erf” la función de error. Aquí se ha utilizado la propiedad de la función de error

$$\operatorname{erf}(\infty) = 1$$

Para tener la propiedad de que el valor máximo del ESF es igual a  $C_1 + C_2$  y el valor mínimo es igual a  $C_2$  redefinimos el constante  $C_1$  para obtener

$$ESF(y - y_0) = \frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{y - y_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) + C_2 \quad (4.6)$$

Para este experimento se utilizaron máscaras de papel carbón, papel blanco y aire (espacio sin máscara), colocadas a diferentes grosores de la muestra de teflón. Precisamente los datos obtenidos corresponden a la ESF, y se ajusta la ecuación (4.4) a los datos obtenidos con el programa *Origin*.

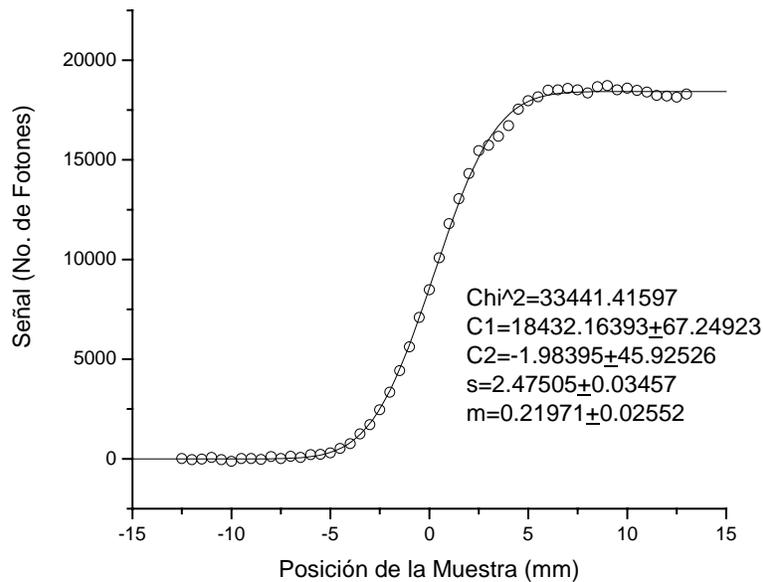
En las siguientes gráficas se muestran los datos experimentales (círculos) y la ESF obtenida a partir del ajuste (línea continua).

En estas gráficas el símbolo  $s$  corresponde a  $\sigma$  en las ecuaciones y  $m$  corresponde a  $y_0$ . El valor marcado como “Chi^2” en las figuras corresponde al valor de  $\chi^2$  que se define en *Origin* como

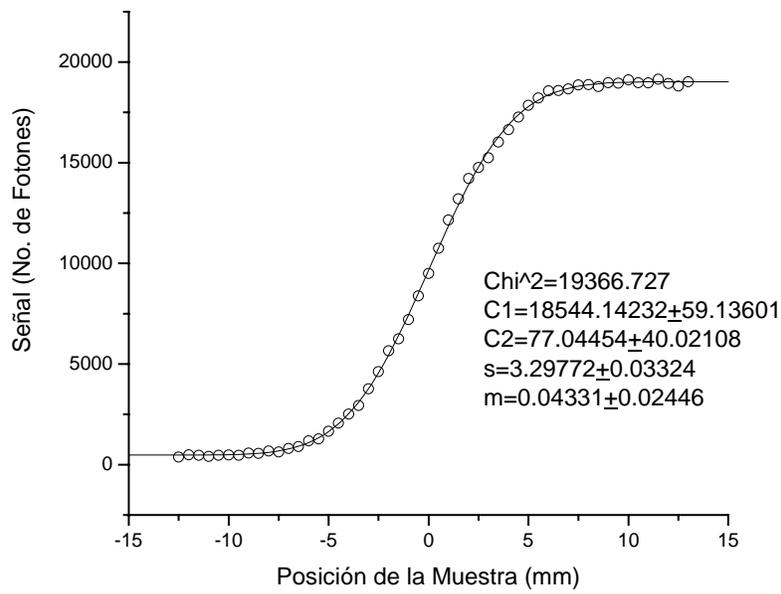
$$\chi^2 = \frac{1}{(n_{\text{exp}} - p)} \sum_i (y_i - f_i)^2 \quad (4.7)$$

Chi-cuadrada mide la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica (bondad de ajuste), indicando en qué medida las diferencias existentes entre ambas, de haberlas, se deben al azar.

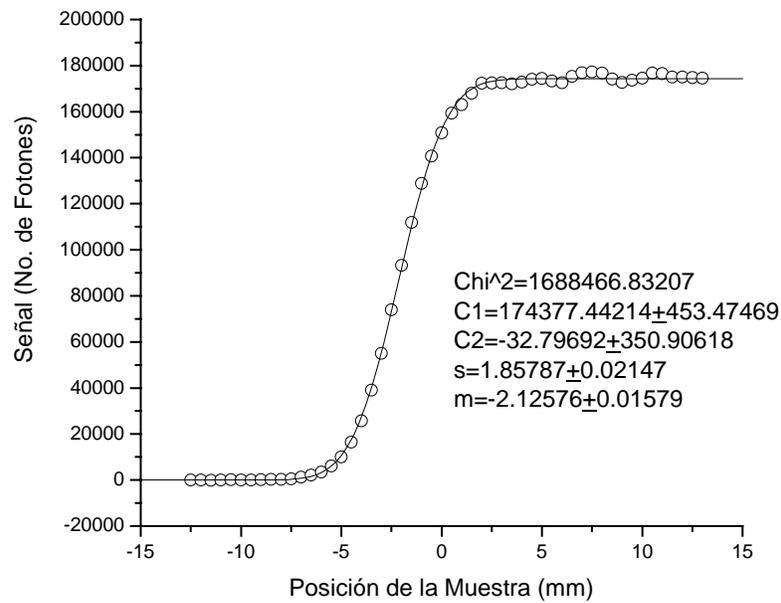
En los tres gráficos siguientes se utilizó papel carbón como borde, con anchos de la muestra de 10, 20 y 28mm:



*Figura 11-4: 10mm de grosor*

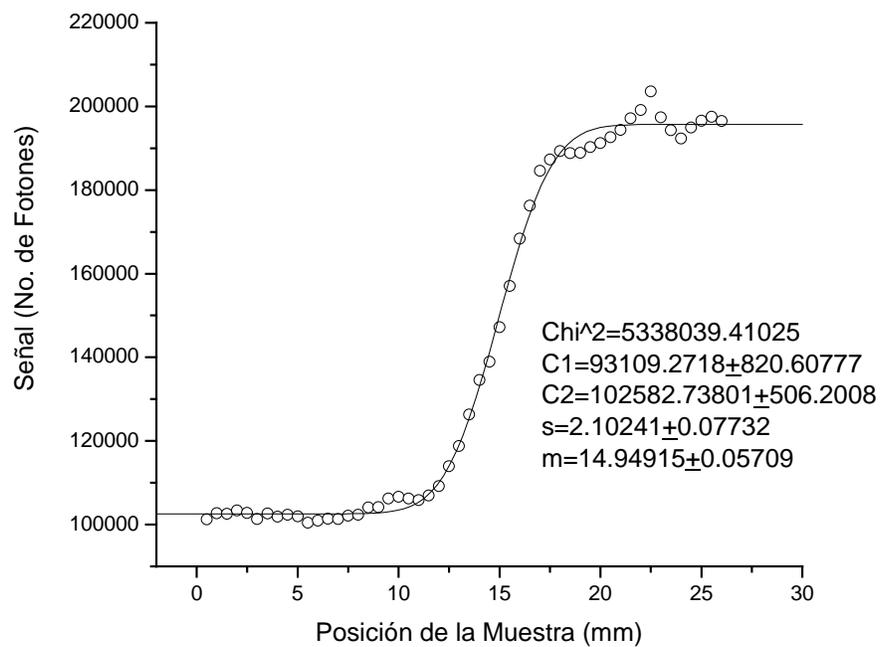


*Figura 12-4: 20mm de grosor*



*Figuras 13-4: 28mm de grosor*

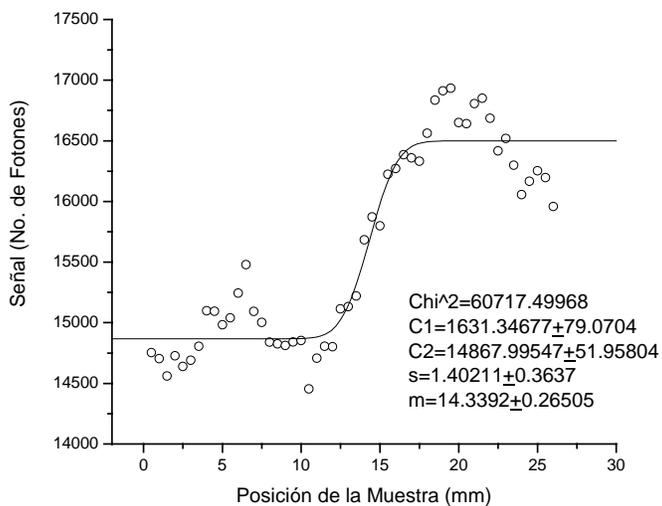
La gráfica siguiente muestra los resultados obtenidos para el caso de papel blanco, con un ancho de la muestra igual a 10mm



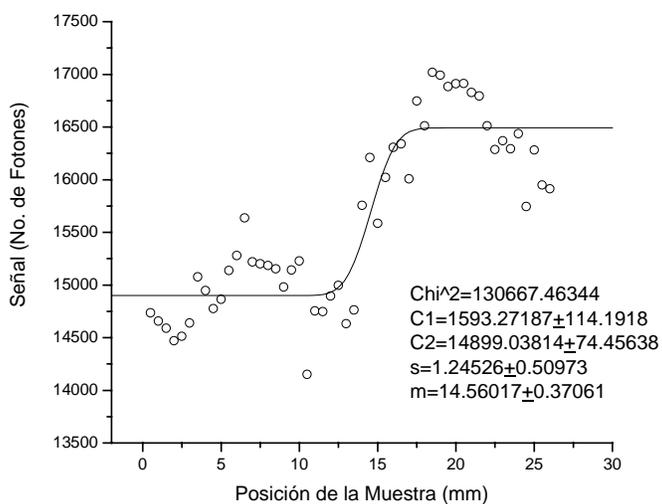
:

*Figura 14-4*

Las últimas dos gráficas corresponden al espacio de aire, con anchos de la muestra de 10 y 20mm.



*Figura 15-4*



*Figuras 16-4*

De acuerdo con los criterios mencionados anteriormente para el cálculo de la resolución espacial (criterios de Bentzen, Hebden y Sparrow), se pueden calcular los valores respectivos con las sigmas obtenidas en los ajustes. La siguiente tabla muestra las resoluciones espaciales para cada caso con los diferentes criterios:

Material de la máscara	Ancho de la Muestra (mm)	$\sigma$ del ajuste (mm)	$R_B$ (mm)	$R_H$ (mm)	$R_S$ (mm)
Papel carbón	10.0	$1.857 \pm 0.021$	$4.364 \pm 0.049$	$5.441 \pm 0.063$	$3.714 \pm 0.043$
Papel carbón	20.0	$2.475 \pm 0.035$	$5.816 \pm 0.082$	$7.251 \pm 0.101$	$4.950 \pm 0.069$
Papel carbón	28.0	$3.298 \pm 0.033$	$7.75 \pm 0.08$	$9.663 \pm 0.097$	$6.595 \pm 0.066$
Papel blanco	10.0	$2.102 \pm 0.077$	$4.94 \pm 0.18$	$6.16 \pm 0.23$	$4.204 \pm 0.155$
Espacio de aire (máscara de teflón)	10.0	$1.4 \pm 0.4$	$3.29 \pm 0.85$	$4.11 \pm 1.07$	$2.80 \pm 0.72$
Espacio de aire	20.0	$1.25 \pm 0.51$	$2.94 \pm 1.20$	$3.65 \pm 1.49$	$2.49 \pm 1.02$

De los resultados obtenidos en el primer experimento podemos asegurar que son muy confiables puesto que los errores obtenidos son menores al uno por ciento.

Del segundo experimento podemos notar que los resultados obtenidos para la máscara de carbón son mejores que para el papel blanco y el espacio de aire debido al mejor contraste del papel carbón con el teflón. Los errores obtenidos para el ancho de la muestra en papel carbón van desde el 1.0 al 1.4%. Para el caso de papel blanco y el espacio de aire es mejor el resultado obtenido para el papel cuyo error corresponde a 3.7%.

Son de esperarse los resultados para el caso del papel blanco y el espacio de aire, ya que como es mostrado en las gráficas correspondientes a las figuras 14-4, 15-4 y 16-4, el rango en la señal de fotones es muy pequeño. Aunque los resultados obtenidos para el espacio de aire tienen errores grandes es muy importante destacar que sí existe una variación notoria en la señal. Este hecho es importante para la formación de imágenes en medios densos. Estos resultados fueron presentados en el Congreso Nacional de Física en el año 2000 [26].

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo se ha presentado la caracterización de muestras de teflón para su posible utilización como fantasmas en simulaciones de la transmisión de luz en tejido. La caracterización se realizó en la longitud de onda de 632.8nm. Los parámetros de absorción y esparcimiento para el teflón fueron medidos como  $\mu_a = 0.06204 \pm 8.3603 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$  y  $\mu_t = 0.20064 \pm 2.8580 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ . Comparados con los parámetros medidos para el tejido, el coeficiente de absorción está en el rango de los parámetros de tejido y el coeficiente de esparcimiento está en el límite inferior para el tejido (el coeficiente de absorción para el tejido oscila entre  $0.01 \text{ mm}^{-1}$  y  $0.10 \text{ mm}^{-1}$ ; el de esparcimiento de transporte oscila entre  $0.10 \text{ mm}^{-1}$  y  $1.00 \text{ mm}^{-1}$ ).

También, en este trabajo se midió la resolución espacial para la detección de objetos inmersos en el teflón. Se compararon tres métodos para calcular esta resolución espacial y se encontró que el criterio de Sparrow da el valor menor. Además con los resultados en el capítulo 3 se puede ver que la diferencia en el valor de la resolución espacial es del orden de 50% del valor del criterio de Sparrow. Esta diferencia es muy significativa y puede influir sobre la interpretación de la calidad de la formación de imágenes en un sistema. También se midió la resolución espacial para diferentes materiales o diferentes contrastes del objeto inmerso en el teflón. Se encontró que la resolución espacial mejor se obtiene cuando hay un mejor contraste entre el teflón y el objeto, como era de esperarse.

El siguiente paso en el análisis de estas muestras es encontrar cuál de los criterios de resolución es mejor para este tipo de problema. Esto significa que hay que medir la imagen para objetos con diferentes separaciones dentro del teflón. Quizás la forma más fácil de hacer esto será utilizando objetos periódicos con diferentes patrones de periodicidad y así realizar el análisis correspondiente. Además será importante repetir las mediciones presentados aquí con iluminación en el rango del infrarrojo cercano que es la iluminación

utilizada típicamente en la instrumentación óptica para la formación de imágenes médicas porque coincide con un mínimo en la absorción de la sangre y permite mayor penetración en el tejido. Finalmente, los instrumentos ya desarrollados para formar imágenes médicas utilizan pulsos cortos de luz para permitir una mejora en la resolución espacial utilizando la variable del tiempo de la transmisión. Sería importante repetir las mediciones presentadas aquí con pulsos cortos.

# Glosario

<b>Emulsión</b>	Mezcla estable de dos líquidos que normalmente no son solubles entre si.
<b>Estadística de Poisson</b>	En teoría de probabilidad y estadística, la distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta. Expresa la probabilidad de un número de eventos ocurriendo en un tiempo fijo si estos eventos ocurren con una tasa media conocida, y son independientes del tiempo desde el último evento.
<b>Estireno</b>	Es un producto orgánico de origen sintético que se obtiene a partir del etileno y el benceno.
<b>Fantomas</b>	Maniqués usados en los laboratorios médicos.
<b>Filtro de Densidad Neutral</b>	Los filtros de densidad neutral atenúan la intensidad del haz incidente con escaso efecto en su contenido espectral. Se clasifican en dos grupos: cristales de reflexión y de absorción. Mientras que los primeros se comportan de una forma más neutra con el contenido cromático, los segundos permiten su combinación aditivamente.
<b>Intralipid</b>	Es una emulsión lípida estéril que contiene agua, aceite de soya, fosfolípidos de huevo, y glicerina.
<b>Isotrópico</b>	En física, la isotropía se refiere al hecho de que ciertas magnitudes vectoriales medibles dan resultados idénticos con independencia de la dirección escogida para la medida, i.e. son independientes del ángulo de observación. Cuando una determinada magnitud no presenta isotropía decimos que presenta anisotropía.

**Lípidos**

Son biomoléculas orgánicas formadas básicamente por carbono e hidrógeno y oxígeno en bajos porcentajes. Pueden contener también fósforo, nitrógeno y azufre. Son insolubles en agua y solubles en disolventes orgánicos.

**Poliestireno**

Es un termoplástico que se obtiene de la polimerización del estireno.

**Polimerización**

Es un proceso químico por el que compuestos de bajo peso molecular (monómeros) se agrupan químicamente entre sí dando lugar a una molécula de gran peso.

**Programa: Microcal Origin**

*Origin* es un paquete de software que permite el análisis de datos y gráficos científicos. Producido por la corporación OriginLab y que funciona en ambientes Microsoft Windows.

Todas las operaciones pueden ser ejecutadas tanto gráficamente (a través de menús o cajas de dialogo) como por lenguaje de programación. *Origin* tiene su propio compilador C++ con soporte vectorial y matricial. Soporta más de dieciséis tipos de gráficos 2D Y 3D, imágenes, y gráficas de contorno. Todas la gráficas son creadas usando una plantilla. Una vez construida la gráfica, se pueden hacer modificaciones haciendo doble click en el elemento gráfico y usando una caja de dialogo para especificar el cambio de formato. Formatos gráficos personalizados se pueden salvar tanto como plantillas para trazado o datos, así como para temas gráficos que pueden ser aplicados a gráficas ya existentes. Los datos pueden ser analizados tanto en hojas de calculo como en gráficas. La herramienta de análisis de datos incluye estadística, procesamiento de señales, ajuste de curvas y análisis de pulsos.

Con *Origin* también se puede realizar un ajuste no lineal de mínimos cuadrados. Un ajuste global puede ser realizado con varios conjuntos de datos para los distintos modelos de funciones de ajuste, mientras se comparten uno o más parámetros entre estos conjuntos. *Origin* puede exportar gráficos con calidad para publicación con un gran número de formatos incluyendo EPS, JPEG, GIF, TIFF, PDF, y WMF.

## **Rayos X**

Radiación electromagnética cuya longitud de onda se encuentra entre 10 a 0,1 nanómetros, correspondiendo a frecuencias en el rango de 30 a 3,000 PHz. Los rayos X surgen de fenómenos fuera del núcleo, a nivel de la órbita electrónica, fundamentalmente producidos por desaceleración de electrones. La energía de los rayos X en general se encuentra entre la radiación ultravioleta y los rayos gamma producidos naturalmente. Capaces de atravesar cuerpos opacos y de impresionar películas fotográficas.

Pueden ser utilizados para explorar la estructura de la materia cristalina mediante experimentos de difracción por ser su longitud de onda similar a la distancia entre los átomos de la red cristalina. La difracción de rayos X es una de las herramientas más útiles en el campo de la cristalografía. También permiten captar estructuras óseas; se ha desarrollado la tecnología necesaria para su uso en medicina. La radiología es la especialidad médica que emplea la radiografía como ayuda de diagnóstico y en la práctica su uso es el más frecuente.

Los rayos X son especialmente útiles en la detección de enfermedades del esqueleto, aunque también se utilizan para diagnosticar enfermedades de los tejidos blandos, como la neumonía, cáncer de pulmón, edema pulmonar, etc. Los rayos X también se usan en procedimientos en tiempo real, tales como la angiografía, o en estudios de contraste.

## **Teflón (politetrafluoretileno)**

El politetrafluoretileno (PTFE), más conocido como teflon o teflón (procedente de Teflon®, de DuPont, con la que fue comercializado inicialmente), es un polímero similar al polietileno, donde los átomos de hidrógeno están sustituidos por flúor. La virtud principal de este material es que es prácticamente inerte, no reacciona con otras sustancias químicas excepto en situaciones muy especiales. Esto se debe básicamente a la protección de los átomos de flúor sobre la cadena carbonada. Esta carencia de reactividad hace que su toxicidad sea prácticamente nula; de hecho es el material con el coeficiente de rozamiento más bajo conocido. Otra cualidad característica es su impermeabilidad, por lo que mantiene sus cualidades en ambientes húmedos.

**Termoplástico**

Es un material rígido a temperatura ambiente, pero al elevar la temperatura se vuelve blando y moldeable.

# Referencias

- [1] A. Ishimaru. *Wave Propagation and Scattering in Random Media. Part 1*, IEEE Press, New York y Oxford University Press, Oxford (1997).
- [2] A. Ishimaru. *Wave Propagation and Scattering in Random Media. Part 2*, IEEE Press, New York y Oxford University Press, Oxford (1997).
- [3] M.S. Patterson, B. Chance y B.C. Wilson. "Time resolved reflectance and transmittance for the non-invasive measurement of tissue optical properties", *Applied Optics*, **28**: 2331-2336 (1989).
- [4] F.E.W. Schmidt, M.E. Fry, E.M.C. Hillman, J.C. Hebden y D.T. Delpy. "A 32-channel time-resolved instrument for medical optical tomography", *Review of Scientific Instruments*, **71**: 256-265 (2000),
- [5] J.C. Hebden, R.A. Kruger y K.S. Wong. "Time-resolved imaging through a highly scattering medium", *Applied Optics*, **30**: 788-794 (1991).
- [6] R. Marchesini, A. Bertoni, S. Andreola, E. Melloni y A.E. Sichirollo. "Extinction and absorption coefficients and scattering phase functions of human tissues *in vitro*", *Applied Optics*, **28**: 2318-2324 (1989).
- [7] A.E. Cerussi, B.J. Tromberg. "Optical mammography inches closer to the clinics", *Biophotonics International*, diciembre 2003, 38-42.
- [8] D.J. Hall, J.C. Hebden y D.T. Delpy. "Imaging very-low-contrast objects in breastlike scattering media with a time-resolved method", *Applied Optics*, **36**: 7270-7276 (1997).
- [9] J.C. Hebden y K.S. Wong. "Time-resolved optical tomography", *Applied Optics*, **32**: 372-380 (1993).
- [10] J.C. Hebden, D.J. Hall y D.T. Delpy. "The spatial resolution performance of a time-resolved optical imaging system using temporal extrapolation", *Medical Physics*, **22**: 201-208 (1995).
- [11] J.C. Hebden, S.R. Arridge y D. T. Delpy. "Optical imaging in medicine: I. Experimental techniques", *Physics in Medicine and Biology*, **42**: 825-840 (1997).

- [12] S.R. Arridge y J.C. Hebden. "Optical imaging in medicine: II. Modelling and reconstruction", *Physics in Medicine and Biology*, **42**: 841-853 (1997).
- [13] M.A. O'Leary, D.A. Boas, B. Chance y A.G. Yodh. "Experimental images of heterogeneous turbid media by frequency domain diffusing photon tomography", *Optics Letters*, **20**: 426-428 (1995).
- [14] J.M. Schmitt, A.H. Gandjbakhche y R.F. Bonner. "Use of polarized light to discriminate short-path photons in a multiple scattering medium", *Applied Optics*, **31**: 6535-6546 (1992).
- [15] B.B. Das, K.M. Yoo y R.R. Alfaro. "Ultrafast time-gated imaging in thick tissues: a step toward optical mammography", *Optics Letters*, **18**: 1092-1094 (1993).
- [16] G. Marquez, Lihong V. Wang, S.-P. , J.A. Schwartz y S.L. Thomsen. "Anisotropy in the absorption and scattering spectra of chicken breast tissue", *Applied Optics*, **37**: 798-804 (1988).
- [17] J.C. Hebden, D.J. Hall, M. Firbank y D.T. Delpy. "Time-resolved optical imaging of a solid tissue-equivalent phantom", *Applied Optics*, **34**: 8038-8047 (1995).
- [18] M. Firbank y D.T. Delpy. "A design for a stable and reproducible phantom for use in near-infrared imaging and spectroscopy", *Physics in Medicine and Biology*, **38**: 847-853 (1993).
- [19] M. Firbank, M. Oda y D.T. Delpy. "An improved design for a stable and reproducible phantom for use in near-infrared spectroscopy and imaging", *Physics in Medicine and Biology*, **40**: 955-961 (1995).
- [20] J.J. Duderstadt y L.J. Hamilton. *Nuclear Reactor Analysis*, Wiley, New York (1976).
- [21] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*, Second edition. McGraw-Hill, Boston (1996).
- [22] S.M. Bentzen. "Evaluation of the spatial resolution of a CT scanner by direct analysis of the edge response function", *Medical Physics*, **10**: 579-581 (1983).

[23] J.C. Hebden, D.J. Hall y D.T. Delpy, “The spatial resolution performance of a time-resolved optical imaging system using temporal extrapolation”, *Medical Physics*, **22**: 201-208 (1995).

[24] *CTI Counter Timer Operating Instructions*, Thorn EMI Electron Tubes.

[25] [www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip-Photon.html](http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip-Photon.html)

[26] N.C. Bruce, J. Gonzalez Carrera y A Nogueira Jimenez, “Estimación de la resolución espacial para la detección de objetos en volúmenes densos”, XLIII Nacional de Física, Puebla, Puebla, octubre de 2000.