



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO
MECÁNICO DEL HUESO ESPONJOSO Y SU
MODELADO MEDIANTE SOFTWARE DE
ELEMENTO FINITO**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO**

P R E S E N T A:

MARCO ANTONIO TLAHUETL HERRERA

DIRECTOR: ING. EDGAR ISAAC RAMÍREZ DÍAZ



CD. UNIVERSITARIA

2007



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por todo el apoyo proporcionado en la realización de éste trabajo, por su paciencia y comprensión.

A mis familiares por la ayuda aportada cuando la necesité.

A mi director de tesis el Ing. Edgar Isaac Ramírez Díaz por las observaciones y conocimientos proporcionados en la elaboración de este trabajo.

Al M.I. Efraín Ramos Trejo por la ayuda suministrada para la obtención de imágenes en el estereoscopio y en la realización de los ensayos mecánicos de compresión.

El apoyo proporcionado por PAPIIT IN102006-3 al proyecto “Micromecánica de hueso” del cual forma parte este trabajo.

A mis sinodales: Dr. Arturo Barba Pingarrón, Dr. Víctor Hugo Jacobo Armendáriz, Ing. Ubaldo Eduardo Marquez Amador y al Dr. Armando Ortiz Prado por los comentarios aportados para la mejora de éste trabajo.

A la UDIATEM por los recursos proporcionados.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por toda la formación académica y realización personal.

ÍNDICE

Prólogo.....	I
CAPÍTULO 1 Biología y Morfología del hueso.....	1
1.1 Estructura Macroscópica	1
1.2 Desarrollo y crecimiento de los huesos	2
1.3 Vértebra y Fémur.....	3
1.4 Características del hueso esponjoso y cortical	6
1.5 Hueso fibroso y lamelar.....	8
1.6 Colágeno.....	9
1.7 Composición del hueso.....	10
1.8 Efecto de la remodelación del hueso en las propiedades mecánicas.....	11
1.9 Jerarquización.....	12
CAPÍTULO 2 Propiedades Físicas del hueso esponjoso.....	14
2.1 Consideraciones generales durante las pruebas mecánicas	15
2.2 Densidad de hueso	16
2.3 Porosidad	17
2.4 Fracción volumétrica	18
2.5 Valores reportados	18
2.6 Pruebas mecánicas.....	20
2.7 Modelos de sólidos celulares.....	25
2.8 Modos de falla del hueso trabecular.....	28
2.9 Microtomografía computarizada	30
CAPÍTULO 3 Ensayo mecánico de compresión y análisis estructural	32
3.1 Preparación del espécimen	32
3.2 Prueba de compresión sobre probeta de hueso esponjoso obtenido del fémur de porcino.....	35
3.3 Curvas Esfuerzo-Deformación	35
3.4 Falla de hueso trabecular	41
3.5 Análisis de resultados	43

CAPÍTULO 4 Modelado mediante software de elemento finito	44
4.1 Fundamentos del método de elemento finito.....	44
4.2 Análisis de la arquitectura trabecular	49
4.3 Modelos micromecánicos	52
4.4 Consideraciones generales para el modelado	53
4.5 Modelo de celda abierta.....	54
4.6 Modelo de paquetes trabeculares de celdas abiertas	56
4.7 Modelo de Platos	57
4.8 Modelo de barras y platos.....	64
CONCLUSIONES	66
REFERENCIAS	69

PRÓLOGO

La necesidad de contar con información precisa acerca de las propiedades mecánicas del hueso surge conjuntamente con la de diseñar prótesis, desarrollar materiales que lo puedan sustituir, evaluar su deterioro con la edad y los padecimientos, así como para definir procedimientos terapéuticos. Con el objetivo de mejorar el diseño de prótesis y desarrollar implantes y sustitutos óseos más eficientes, en las últimas décadas se ha incrementado la investigación enfocada a la caracterización del comportamiento biomecánico y metabólico del hueso.

Actualmente se han desarrollado programas de cómputo para medir esfuerzos y deformaciones tales como el caso de software de elemento finito, pero éste último necesita de valores iniciales, dimensiones y geometría que deben ser obtenidos experimentalmente.

Debido a la complejidad de obtener medidas directas de esfuerzos y deformaciones de trabéculas individuales, los modelos de elemento finito de micro-arquitectura han sido propuestos para tales estudios.

Este trabajo está enfocado hacia el estudio del comportamiento elástico del hueso esponjoso y el modelado mediante elemento finito de la arquitectura trabecular con el propósito de caracterizar su comportamiento y entender la relación que existe entre la microestructura y las propiedades mecánicas.

En el capítulo 1 se abordan todos los elementos que integran al hueso, poniendo principal atención en su estructura para entender su comportamiento mecánico. Además se hace mención de los niveles jerárquicos del hueso, los factores más importantes que actúan en la rigidez y resistencia del hueso en cada nivel.

En el capítulo 2 se trata el tema de propiedades físicas del hueso esponjoso donde se presentan las variables a considerar en la obtención de muestras como son la preparación del espécimen, corte, maquinado, almacenamiento, hidratación y temperatura.

En el capítulo 3 se presentan los resultados de las pruebas mediante curvas de esfuerzo deformación obtenidas de ensayos de compresión, así mismo se analizan los modos de falla del hueso trabecular.

En el capítulo 4 se presentan los modelos de elemento finito considerando celdas unidad tomando en cuenta la microestructura del hueso trabecular encontrada mediante imágenes de microscopía y otros de modelos planteados en la literatura.

Actualmente el método de elemento finito ha tenido un gran desarrollo en la solución de problemas de ingeniería y es por ello que mediante la implementación de modelos de celdas unitarias para la caracterización mecánica del hueso trabecular se darán las bases para el modelado de la estructura trabecular y su caracterización mecánica mediante métodos computacionales.

CAPÍTULO 1 Biología y Morfología del hueso

Introducción

El sistema óseo es un material rígido esquelético formado principalmente de una proteína de colágeno fibrosa, impregnada con un mineral parecido al fosfato de calcio. Debido a las tareas asignadas de manera natural, el sistema óseo se compone de dos tipos de estructuras a nivel macro, como consecuencia del trabajo que realiza en las diferentes partes del cuerpo, éstos son el hueso esponjoso y el cortical.

El hueso cortical es aproximadamente el 80 % del total de la masa esquelética del ser humano adulto, mientras que el 20% restante es hueso esponjoso, el cual está integrado por láminas óseas de dirección variable, comprendiendo entre ellas espacios o cavidades de tamaño diverso que contienen tejido medular (médula roja) (Quiroz et al. 1970, p.24).

La habilidad del esqueleto para resistir las cargas es determinado por la calidad y la cantidad de hueso. El término calidad del hueso se refiere al desempeño que tiene el tejido estructural bajo distintas sollicitaciones. La calidad del hueso aborda los diferentes parámetros, tales como la macro-arquitectura, micro-arquitectura, la matriz ósea y la mineralización.

Se han realizado varios estudios referentes a la descripción de la arquitectura trabecular, métodos como el de Microtomografía computarizada revelan una gran aproximación para el análisis microestructural de hueso cortical y hueso trabecular. Basándose en los resultados morfológicos obtenidos se pueden desarrollar modelos estructurales óseos en tres dimensiones, que sirven para un posterior análisis mediante el método de elemento finito y así determinar sus propiedades mecánicas.

1.1 Estructura Macroscópica

Las estructuras macroscópicas que forma el tejido óseo son los huesos que pueden ser clasificados en:

- a) *largos*, como el húmero, fémur o la tibia.
- b) *cortos*, como vértebra y tarso
- c) *planos* como huesos de la cara.

Un esquema típico de hueso largo (Fig. 1.1) proporciona información acerca de cómo se distribuyen los diferentes tipos de tejido óseo. Los huesos largos presentan una estructura compuesta de un eje central largo y cilíndrico (diáfisis), dos extremos anchos redondeados (epífisis) y dos regiones cónicas (metáfisis) que conectan la epífisis con la diáfisis.

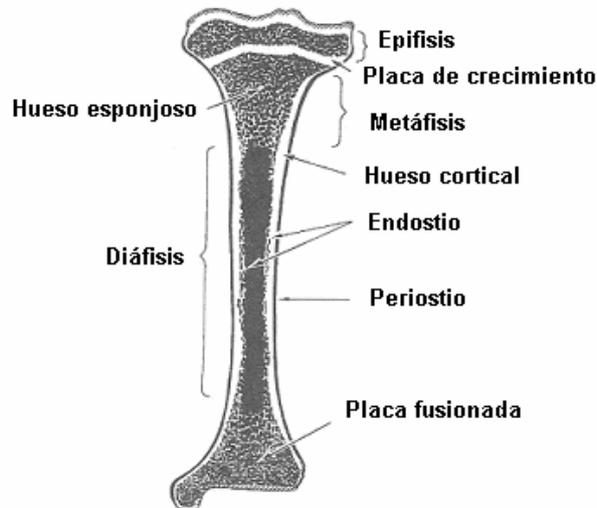


Fig. 1.1 Esquema de un hueso largo (Cowin, 2001, pp. 1-2)

1.2 Desarrollo y crecimiento de los huesos

Recibe el nombre de osteogénesis u osificación el conjunto de fenómenos histológicos, fisiológicos y anatómicos que conducen a la formación y crecimiento de los huesos hasta que éstos alcanzan la morfología y constitución que presentan en el adulto.

La formación del hueso se puede llevar a cabo:

1. En medio conjuntivo
2. En medio cartilaginoso.

El proceso de osificación tanto en medio conjuntivo y cartilaginoso pasa por una fase preparatoria que se manifiesta por la aparición de fibrillas conjuntivas que no son sino la materia colágena, alrededor de las cuales se agrupan células conjuntivas o trabéculas cartilaginosas que más tarde son las trabéculas de la osificación, que es la segunda etapa del proceso y que consiste en la impregnación de los elementos de estas trabéculas por una sustancia preósea denominada oseína, resultante de las sales que llevan los vasos sanguíneos y que es depositada en el interior de las células, iniciándose la aparición de osteoblastos u osteocitos produciéndose la transformación del citoplasma que de un estado de base pasa a ser ácido, cuyo cambio se va haciendo progresivo, de tal manera que las trabéculas calcificadas se superponen paulatinamente constituyendo así el crecimiento del hueso.

Se da el nombre de centros o puntos de osificación a los lugares donde ésta comienza y de donde va irradiando el proceso de osificación en las membranas conjuntivas o en los cartílagos primitivos.

En los cartílagos que han de originar huesos largos, la primera manifestación de la osificación se produce al formarse hacia la parte media de la diáfisis un anillo óseo superficial que va engrosando hasta alcanzar el centro del cartílago, al mismo tiempo que crece en dirección de ambas extremidades. Poco después, en una de las epífisis del cartílago aparece un nuevo punto de osificación que aumenta con mayor rapidez hacia la superficie, posteriormente el proceso de osificación se detiene, dejando en la misma una delgada capa de cartílago primitivo. Más tarde se origina otro punto de osificación en la epífisis opuesta que crece de manera análoga. Las tres zonas óseas así formadas, una larga o diafisaria y dos casquetes epifisarios, permanecen separadas durante un tiempo más o menos largo por dos discos cartilaginosos llamados cartílagos de conjugación o cartílagos diafisioepifisarios.

Los cartílagos de conjugación poseen un espesor variable que fluctúa entre 3 y 4 [mm]. En los cortes longitudinales del hueso, dicho cartílago presenta una delgada capa epifisaria de cartílago hialino de color grisáceo y aspecto granuloso; por debajo de ésta se observa otra capa estriada, constituida en su mayor parte por cartílago degenerado por la invasión de abundantes yemas osteógenas¹ (zona de degeneración); finalmente, ya en la superficie diafisaria, se encuentra una capa caracterizada por abundantes depósitos de sustancia ósea (zona de osteogénesis).

1.3 Vértebra y Fémur

Se presentan éstos dos ejemplos de huesos ya que son de los que se puede extraer una mayor cantidad de hueso esponjoso. Hueso sobre el cual se enfocará este trabajo, ya que si bien la resistencia global de la estructura ósea depende del hueso cortical, las fracturas debido a enfermedades o la edad se presentan en las zonas donde existe la presencia del hueso esponjoso.

Anatomía de la columna vertebral

La columna debe dar soporte al cráneo, proteger las componentes neurales, debe de tener una importante flexibilidad en un amplio rango de movimiento. También debe actuar como un absorbente de choques o impactos para proteger al cerebro en su bóveda craneal.

Una vértebra está constituida por una masa ósea o cuerpo, más o menos cilíndrico, de esa masa se desprenden en las partes laterales de su cara posterior dos columnas anteroposteriores llamadas *pedículos*, los que comunican el cuerpo con una serie de salientes llamadas apófisis transversas, apófisis articulares, apófisis espinosas y láminas vertebrales (Quiroz et al. 1970, p.25). Entre estos últimos y el cuerpo vertebral queda un amplio orificio, que en unión de los de las otras vértebras forma un conducto aproximadamente cilíndrico o conducto vertebral. Dentro de esta especie de tubo se aloja la médula espinal (Fig. 1.2). La proporción en vértebra es el 62 % cortical y 38% esponjoso.

¹ Las yemas de la capa ósea son las responsables de originar los sistemas de Havers.

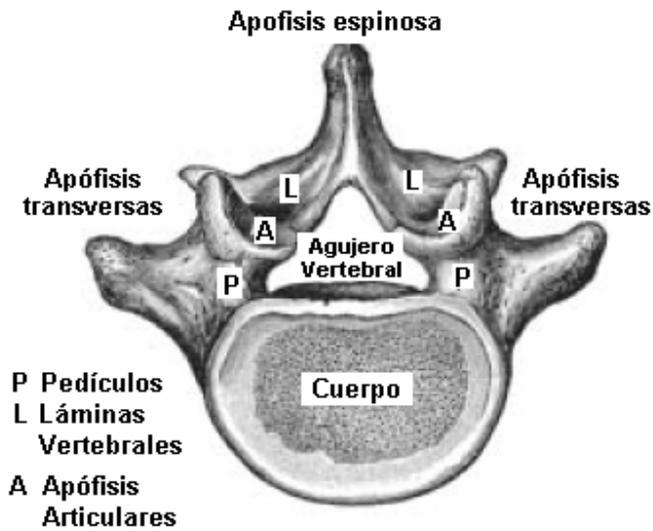


Fig. 1.2 Partes anatómicas de una vértebra (Escribá Ismael, 2006, p.9)

Las vértebras son independientes unas de otras separadas entre sí por los discos intervertebrales Fig. 1.3, de donde es posible identificar el hueso compacto en la periferia y el hueso esponjoso en el centro. El disco y los cuerpos vertebrales absorben la mayor cantidad de carga.

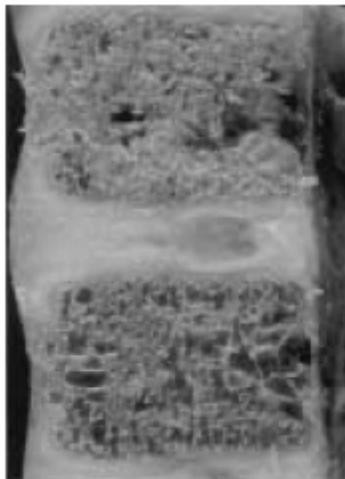


Fig. 1.3 Discos intervertebrales (Escribá Ismael, 2006, p.5)

Anatomía del fémur

El fémur (Fig. 1.4) en la extremidad superior está constituido por un gran saliente esférico, denominado cabeza del fémur, el cual está unido al resto del hueso por una porción estrecha o cuello anatómico del fémur, cuya superficie rugosa se encuentra perforada por cavidades vasculares y sirve de inserción al ligamento redondo de la articulación de la cadera.

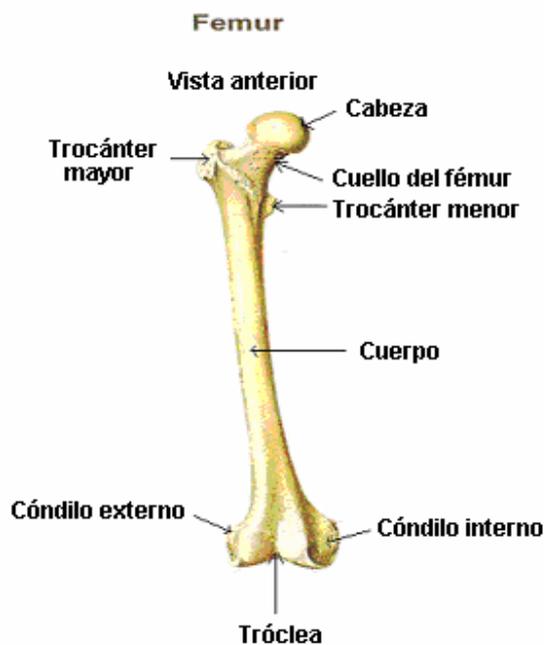


Fig. 1.4 Elementos principales del fémur (Testut, 1976).

La diáfisis está compuesta principalmente de hueso cortical, mientras que la epífisis y la metáfisis contienen hueso esponjoso y una coraza delgada de hueso cortical (Fig. 1.5). En los animales en crecimiento, la epífisis está separada de la metáfisis por un plato de cartílago conocido como plato de crecimiento (Fig. 1.6), en los adultos éste plato es reemplazado por hueso esponjoso, lo que causa que la que la epífisis y la metáfisis se fusionen.

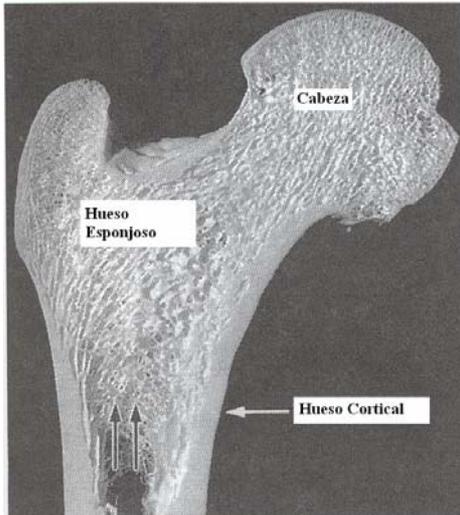


Fig. 1.5 Fotografía de corte de fémur proximal en un plano frontal (Cowin, 2001, pp. 1-3)



Fig. 1.6 Fotografía del fémur que muestra el cartílago de crecimiento

1.4 Características del hueso esponjoso y cortical

Debido a la diferencia en el grado de porosidad entre el hueso esponjoso y cortical es pertinente aclarar que su comportamiento mecánico será distinto ante la misma carga. Las propiedades del hueso trabecular son definidas por las propiedades intrínsecas e individuales de cada trabécula. El módulo elástico del hueso trabecular es del 10% al 30% menor que el hueso cortical. (Yuhei y Robert, 2000, p.56).

La superficie exterior de la mayoría de los huesos está cubierta por el periostio, que es una capa de tejido conectivo fibroso, que tiene el potencial para formar hueso durante el crecimiento y aliviar fracturas.

La cavidad de la médula de la diáfisis y las cavidades del hueso cortical y esponjoso se encuentran forradas de una delgada capa celular llamada endostio. El endostio y la capa interna del periostio son unas membranas de células que cubren la superficie del canal medular (osteoclastos, osteoblastos y células que cubren el hueso).

El hueso esponjoso, también llamado poroso o trabecular consiste en una red de placas y barras conectadas que reciben el nombre de trabéculas. Tiene la misma composición que el hueso cortical pero una porosidad que va del 50 al 90%. La mayoría de las trabéculas tienen un espesor menor a 0.2 [mm] y no contienen vasos sanguíneos. Cada trabécula se compone de un mosaico de segmentos angulares que reciben el nombre de paquetes trabeculares y son la unidad estructural del hueso esponjoso. Estos paquetes se componen de hojas paralelas de lamelas.

El hueso cortical es una masa sólida con canales únicamente microscópicos. Aproximadamente el 80% de la masa esquelética de un ser humano adulto es hueso cortical, el cual se forma como una pared exterior de los huesos y sus funciones principales son de soporte y protección.

En la Fig. (1.7 a) se observa la transición de hueso esponjoso a hueso cortical, donde queda clara la diferencia de densidades. En la Fig. (1.7b) se observa exclusivamente la microestructura del hueso esponjoso poniendo especial atención en la estructura de barras y placas característica, mientras que en la Fig. (1.7c) se hace un acercamiento a lo que en distintos modelos se considera como celda unitaria.

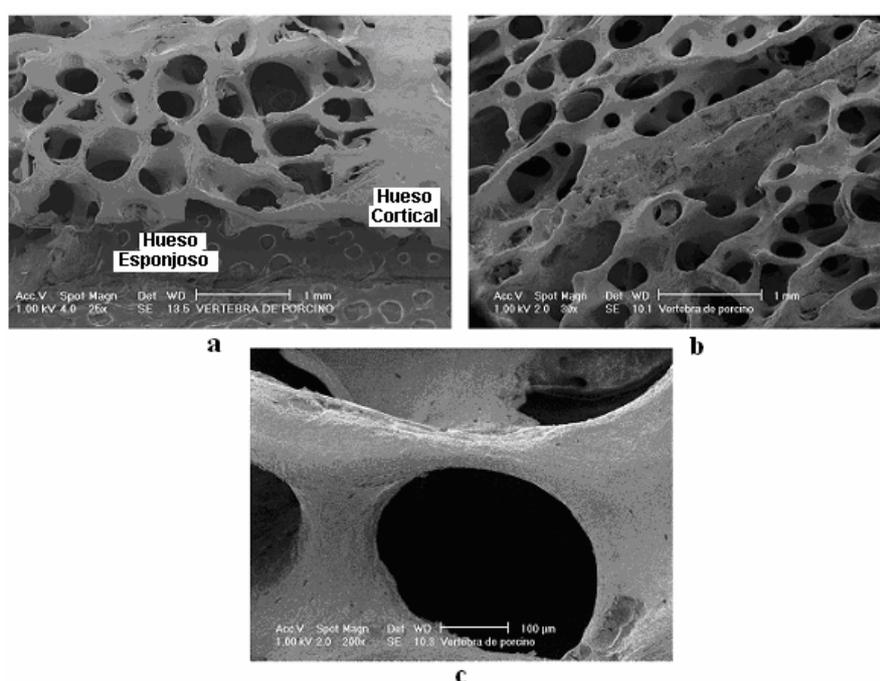


Fig. 1.7 a) Imagen del corte de un hueso a 25X, b) Imagen de hueso esponjoso a 30X, c) Imagen hueso esponjoso 200X (Narváez, 2004, p.42).

La densidad, arquitectura y función del hueso en una posición localizada depende de la magnitud de las cargas a las que está sometido. En microfotografías las estructuras con bajas densidades y celdas abiertas, se desarrollan en regiones de bajos esfuerzos, mientras que las de mayores densidades y celdas cerradas se desarrollan en regiones sometidas a altos esfuerzos.

La simetría de la estructura en el hueso esponjoso depende de la dirección en que son aplicadas las cargas. Si el patrón de esfuerzos en el hueso esponjoso es complejo, entonces la estructura de la red de trabéculas, es también compleja y altamente asimétrica. Pero en los huesos donde la carga es prácticamente uniaxial, como en la vértebra, las trabéculas se desarrollan en una estructura columnar con simetría cilíndrica. Las trabéculas están orientadas en la dirección vertical, esto le da una relativamente alta dureza y resistencia en

la dirección de la carga, pero con una baja dureza y resistencia en las direcciones transversales.

Esta clasificación en hueso esponjoso y compacto es solo morfológica ya que ambos tejidos tienen la misma composición. A pesar de esto es la más importante ya que el principal efecto del cambio de morfología se genera en las propiedades mecánicas.

1.5 Hueso fibroso y lamelar

El hueso fibroso como su nombre lo indica está compuesto de una matriz de fibras gruesas de colágeno con osteocitos distribuidos aleatoriamente y tiene la característica de ser menos organizado y con una vida más corta que la del hueso lamelar. El hueso lamelar está constituido de capas (lamelas), cada lamela tiene un espesor aproximado de 3 a 7 [nm] y contiene fibras finas que corren prácticamente en la misma dirección.

Las lamelas de un hueso cortical de un adulto presentan tres patrones principales: (1) anillos circulares de lamelas (lamelas concéntricas) rodeando un canal vascular de forma longitudinal que en su conjunto forman un cono conocido como osteon o sistema Haversiano; (2) Muchas capas de lamelas extendidas ininterrumpidamente en dirección transversal y (3) fragmentos angulares que antes eran lamelas concéntricas y que llenan los huecos de los sistemas Haversiano conocido como lamelas intersticiales.

En el hueso cortical la unidad estructural principal son los osteones y abarcan dos terceras partes del volumen del hueso, la tercera parte restante es hueso intersticial. Un osteon típico que está constituido de cilindros concéntricos (lamelas), que corren longitudinalmente alrededor de la diáfisis y se bifurcan irregularmente. La pared de un osteon está formada por un promedio de 20 a 30 lamelas.

Un osteon con su canal central (canal haversiano) recibe el nombre de sistema haversiano, Estos canales (de Havers) miden de 30 a 70 μm de diámetro y contienen vasos sanguíneos, linfáticos, nervios y tejido conjuntivo. En Fig. 1.8 se muestra un diagrama de las estructuras óseas que corresponden al hueso cortical mostrando como se acomodan estos canales.

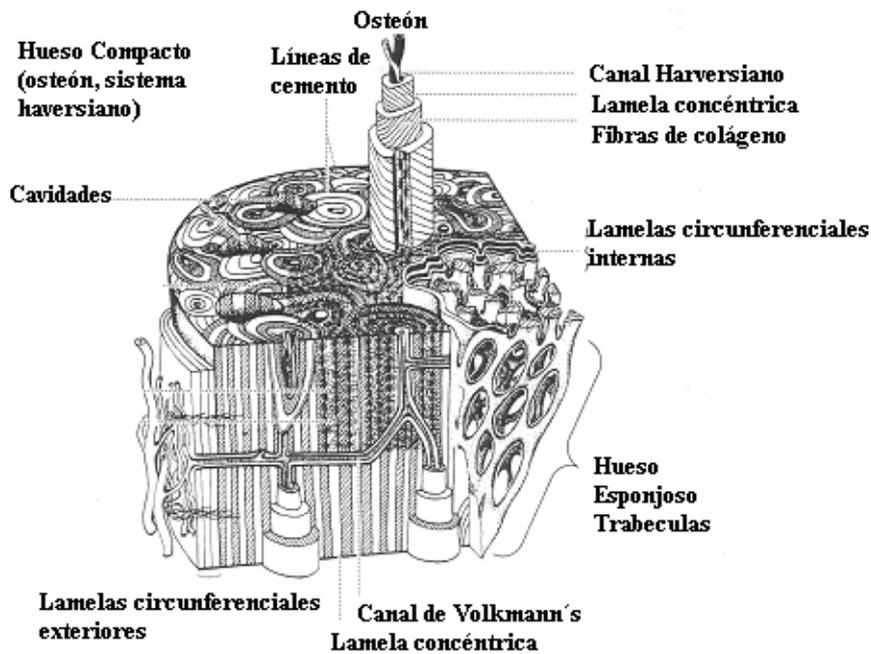


Fig. 1.8 Diagrama de las estructuras óseas en el hueso cortical (Weiss, 1988)

Además de los canales harversianos existen canales oblicuos (canales de Volkmann) que se conectan a los primeros formando una compleja red interna que conecta la superficie exterior del hueso con la interior. La orientación longitudinal de los canales harversianos explica la mayor resistencia en tracción y compresión de la diáfisis cuando se carga de forma perpendicular a su eje.

1.6 Colágeno

La composición del colágeno se basa en proteínas que forman cadenas. Las cadenas de polipéptidos forman grupos de tres y se enrollan entre sí para formar lo que se conoce como estructura de triple hélice (Fig. 1.9).

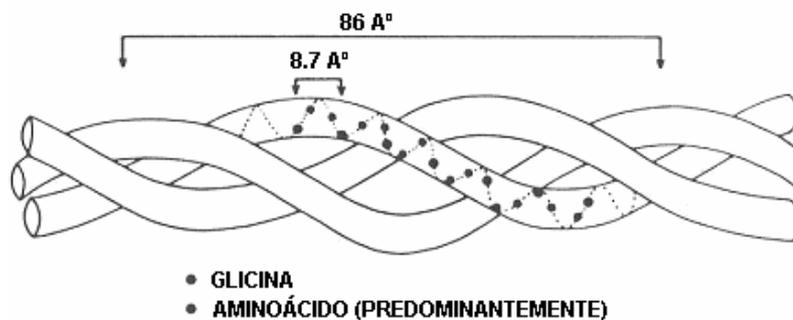


Fig. 1.9 Diagrama del arreglo de triple hélice del colágeno (Yuang, 1993).

De esta forma se constituye la macromolécula de colágeno y la unión de varias de estas macromoléculas componen las fibrillas colágenas. El diámetro que presentan estas fibrillas va de 20 a 40 nm.

El colágeno aparece en prácticamente cualquier tejido del cuerpo, desde el hueso y la piel hasta en ligamentos y tendones, además constituye el principal componente de una matriz tridimensional dentro de la que se encuentran las formas minerales.

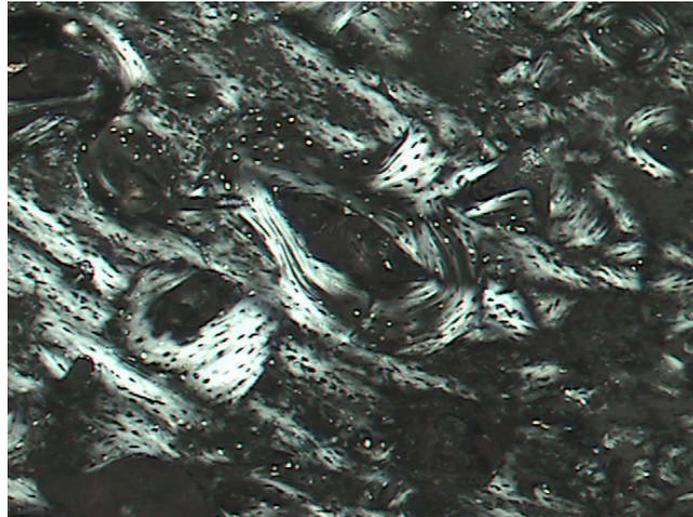


Fig. 1.10 Hueso cortical de porcino bajo luz polarizada 10x (Narváez, 2004, p.40)

1.7 Composición del hueso

El hueso está compuesto de 65% mineral, 35% de una matriz orgánica, células y agua. El hueso mineral se encuentra en forma de pequeños cristales en forma de agujas, placas y barras localizadas entre las fibras de colágeno. El mineral más abundante en el hueso es la hidroxiapatita $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$, que es un fosfato de calcio que presenta una estructura cristalina perteneciente al grupo de las apatitas, Su estructura cristalina puede describirse como un empaquetamiento hexagonal compacto de átomos.

La matriz orgánica consiste de 90% colágeno y cerca del 10% de proteínas no colágenas de las que no se sabe específicamente su rol.

Cada lamela, tanto en el tejido cortical como en el esponjoso consiste principalmente de colágeno y mineral en forma de cristales de hidroxiapatita. Las propiedades mecánicas de los tejidos del hueso dependen de las composiciones minerales y de hidroxiapatita. Se ha demostrado que ésta contribuye significativamente en la rigidez del hueso cortical, mientras que el contenido de colágeno gobierna la ductilidad después de la fluencia.

1.8 Efecto de la remodelación del hueso en las propiedades mecánicas

El proceso de remodelación se lleva a cabo en su fase primaria por la reabsorción, seguido de la formación de nuevo hueso lamelar. El producto de la remodelación de hueso son líneas cementadas en forma de picos, osteones secundarios o sistemas Haversianos, paquetes trabeculares y lamelas intersticiales (Fig. 1.11).

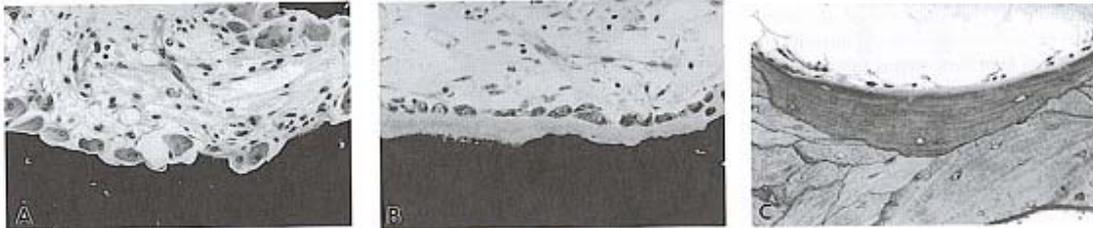


Fig. 1.11 Proceso de remodelado del hueso esponjoso para formar un paquete trabecular. A) La fase de reabsorción de osteoclastos desgasta una parte del hueso (negro), B) la fase de formación con osteoblastos y osteoides, C) paquete trabecular completo mostrando un revestimiento celular y una línea cementada en forma de picos. (Cowin, 2001 pp. 1-28).

El proceso de remodelación tiene lugar en la superficie de la trabécula y el resultado es la distribución mineral no uniforme. Esto afecta las propiedades mecánicas del hueso esponjoso ya que las propiedades del tejido óseo dependen del contenido mineral.

La capa de la superficie de la trabécula es frecuentemente renovada, pero el tejido en la mitad de la trabécula (hueso intersticial) puede escapar de éste efecto de remodelación (Birkenhager-Frenkel et al., 1993) y puede envejecer más que la capa superficial. Así como el nuevo tejido óseo mineraliza, aproximadamente el 70% del mineral es depositado en un par de días, pero la mineralización continua lentamente por muchos años, por lo tanto se muestra un mayor contenido de hueso intersticial comparado con la capa de la superficie. La distribución mineral a través de la trabécula depende de la velocidad de producción de hueso. En la trabécula, un núcleo altamente mineralizado es rodeado por una capa con menor rigidez. Por ende la parte mayormente mineralizada del hueso es localizada en el núcleo, donde las deformaciones son menores.

El proceso de remodelado remueve los micro daños, reemplaza el hueso muerto ó hipermineralizado, y adapta la microarquitectura a los esfuerzos locales. En el caso del hueso trabecular las trabéculas son removidas, pero en el caso del hueso cortical el remodelado incrementa la porosidad, decrece el espesor y reduce la resistencia del hueso.

1.9 Jerarquización

El hueso es considerado un material compuesto debido a la dependencia de los constituyentes principales antes mencionados. La Fig. 1.12 ilustra los niveles jerárquicos en el hueso. Los bloques de construcción básicos (nivel 1) que son las fibrillas de colágeno y los cristales en forma de placas extremadamente pequeñas de carbonato de apatita, con sólo cientos de ángstroms de ancho y longitud y unos 20-30 Å de espesor. Estas placas están colocadas en forma ordenada dentro del marco de colágeno (nivel 2) formando fibrillas de colágeno mineralizado. Las fibrillas mineralizadas están ordenadas en arreglos paralelos (nivel 3). Al siguiente nivel jerárquico, estos arreglos de mineral lleno de fibrillas de colágeno están organizados en una estructura tridimensional (nivel 4). En el caso del hueso osteonal, la estructura tridimensional se observa en las lamelas del hueso. Mientras que las lamelas están organizadas dentro de estructuras cilíndricas llamadas osteones (nivel 5). En el nivel 6 se puede observar la diferencia ente el hueso compacto y el hueso esponjoso, finalmente en el nivel 7 se observa el hueso completo. A cualquier nivel jerárquico, se presentan distintas propiedades mecánicas por lo que es aceptable considerarlo como un material compuesto.

Tabla 1.1 Los niveles jerárquicos del hueso (Yuhei y Robert, 2000, p.42)

Nivel	Elementos (especímenes)	Factores determinantes en la rigidez del hueso
Macroestructural (todo el hueso).	Fémur, humero, vértebra, calcáneo.	Forma tubular, área de la sección transversal, porosidad.
Arquitectura (Nivel del tejido)	Hueso compacto ó bloques de hueso esponjoso, cilindros, cubos	Densidad, porosidad, orientación del osteon, fibras de colágeno, o trabéculas.
Microestructura (nivel trabecular u osteonal)	Osteones ó trabéculas	Dirección de carga, con una máxima resistencia a lo largo de su eje longitudinal.
Submicroestructura (nivel lamelar)	Lamelas, fibras largas de colágeno	Dirección preferencial hojas lamelares ó fibras de colágeno, la orientación de las fibrillas (Colágeno- HA) definen direcciones máximas y mínimas de fuerza para una dirección primaria de carga.
Ultraestructura (nanoestructura)	Fibrillas de colágeno y moléculas, componentes minerales	Cristales de HA son embebidos entre las terminales de las moléculas adjuntas de colágeno. Ésta última composición de HA rígida y la contribución del colágeno flexible provee al material propiedades mecánicas superiores a las que solo si se encontraran individualmente.

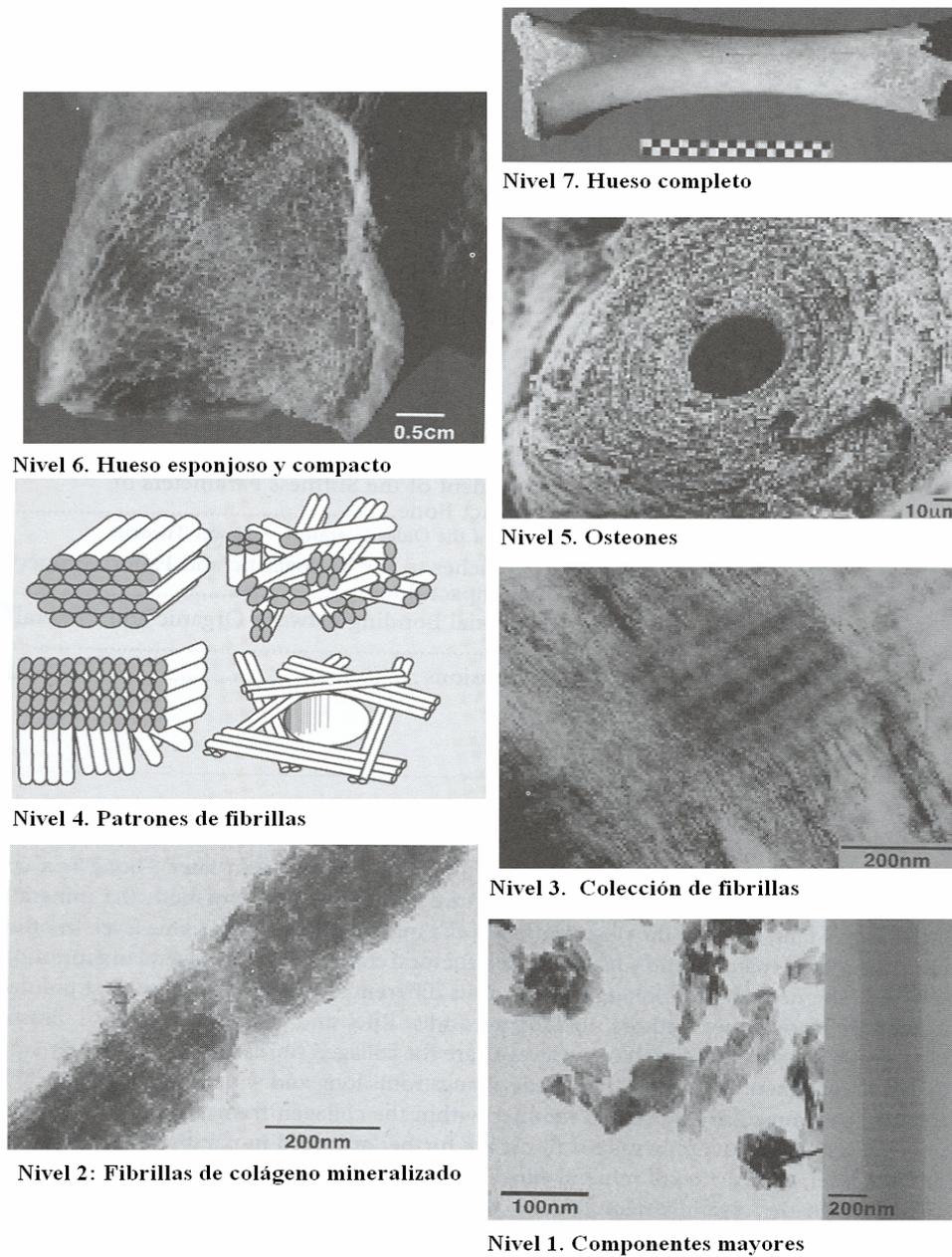


Fig. 1.12 Los siete niveles jerárquicos de organización del hueso. (Annual Review, 1998)

CAPÍTULO 2 Propiedades Físicas del hueso esponjoso

Introducción

El hueso esponjoso es una estructura biológica y mecánica. La interacción entre estos dos aspectos dan una razón suficiente para entender que las propiedades mecánicas del hueso esponjoso no pueden ser analizadas sin considerar la biología. La actividad celular del hueso esponjoso procede en parte por el transporte metabólico entre el tejido rígido trabecular y la médula.

Dimensiones del hueso (tales como longitud, espesor, área y volumen), densidades, contenidos minerales y estructura a ambos niveles, macro y micro e incluso en nanoniveles, son parámetros básicos para las pruebas mecánicas en hueso y sus datos de análisis.

Las variables principales a considerar son:

Contenido mineral: La matriz inorgánica o fase mineral tiene como funciones principales servir como reserva de iones y proporcionar al hueso casi toda su rigidez y resistencia. Se han desarrollado varios estudios tratando de entender la relación entre contenido mineral y rigidez del hueso, mostrando relaciones empíricas que dicen que la rigidez del tejido óseo esta exponencialmente relacionada con el contenido mineral (Currey, 1988).

Arquitectura trabecular: La arquitectura trabecular variará en función del contenido mineral y la magnitud de las cargas aplicadas. La orientación de las trabéculas es un aspecto determinante en como se transmite la carga a través de la muestra, los niveles de actividad contribuyen a un incremento de la masa ósea que afectan en gran medida la determinación de propiedades mecánicas.

Niveles de actividad: La masa de un hueso normal es determinada esencialmente por el balance entre los dos procesos de remodelación, reabsorción y deposición de superficies periostales y endostales. El patrón de carga/fatiga diaria sufrida por un hueso tiene influencias fuertes en los dos procesos, el incremento de carga traduciéndose en un aumento de masa y el decremento de carga en la reducción de la masa.

2.1 Consideraciones generales durante las pruebas mecánicas

Antes de empezar a realizar pruebas, en cada investigación deberá ser claramente entendida la clase de hueso que será probado y las propiedades mecánicas a ser determinadas. El protocolo incluye fuentes u origen de los especímenes de hueso, el proceso de recolección, métodos de almacenamiento, preparación de los especímenes de prueba, procedimientos de prueba (condiciones de prueba, información para el análisis) y factores potenciales que afecten los resultados.

Alineación

El tren de carga, incluyendo las superficies a cargar, deberán estar alineadas a lo largo de toda la prueba. Alineación, paralelismo y perpendicularidad deberán ser consideradas en la prueba de compresión (Annual Book of ASTM Standards, 1983).

Abarrilamiento de los especímenes cilíndricos

Una característica importante de la deformación elástica es el coeficiente de Poisson, por lo que si la expansión es restringida por la fricción durante la carga en las caras del espécimen, los estados de esfuerzos y deformaciones no serán uniformes por lo que adquirirá una forma de barril. El efecto del abarrilamiento será de consideración cuando se tengan deformaciones del orden del 10% o mayores. El hueso esponjoso exhibe un comportamiento lineal para pequeñas deformaciones y se puede asumir uniforme e isotrópico (Van der Linden, 2001 p.1573).

Corte y maquinado del hueso

Debe tenerse especial cuidado en el corte con sierra, debido a que el corte puede inducir calentamiento y con ello provocar la pérdida de la humedad de la muestra ó incluso quemarla. En dicho corte se afecta de 1 a 2 mm del corte. Una alternativa con mejor precisión es la de corte con sierra de diamante. Ésto último es ampliamente recomendado para corte de muestras rectangulares ó para crear superficies coplanares en especímenes cilíndricos (Yuhei y Robert, 2000, p.179).

Almacenamiento

La preservación en una solución de 50% etanol y 50% solución salina por periodos mayores de 90 días reflejan un declinamiento menor del 2% en el módulo de Young (Yuhei y Robert, 2000, p. 178). La solución salina provee un ambiente isotónico¹ al tejido para que este se mantenga hidratado.

¹ La concentración de sal en el agua circundante es la misma que la de la célula.

Hidratación

El hueso después de que se seca presenta un incremento del 17% en el módulo de Young en el fémur del cuerpo humano y un incremento del 31% en la resistencia a la tensión última, pero un decremento del 55% en la tenacidad (capacidad del material para absorber energía) (Evans, 1951). Para la obtención de resultados precisos, es mejor llevar a cabo las pruebas con la muestra hidratada con solución salina.

Temperatura

Para mediciones precisas de las propiedades mecánicas, los especímenes óseos deben ser examinados a 37°C. Sin embargo, esto no es siempre práctico. Pruebas a temperaturas de 23°C incrementan el módulo de Young de los huesos del 2 al 4%, comparados con las pruebas realizadas a 37°C (Ashman, 1982). Las variaciones en las mediciones en biomecánica pueden ser reducidas con el control cuidadoso de la temperatura.

Velocidad de deformación

Debido a que el hueso en su estado natural tiene un comportamiento viscoelástico (Lakes, et al., 1979), su comportamiento mecánico varía con respecto a la velocidad con la cual es cargado. El hueso es más rígido y soporta una carga más grande a la falla cuando las cargas se aplican a velocidades altas. El hueso también almacena una mayor energía antes de la falla a estas velocidades, siempre cuando estén dentro del rango fisiológico².

La velocidad de la carga es significativa porque influye tanto el patrón de fractura como la cantidad de tejido suave dañado cuando ésta ocurre. Cuando un hueso se fractura, la energía acumulada se libera. A bajas velocidades de carga, la energía se puede disipar a través de la formación de un agrieta aislada; el hueso y el tejido suave permanecen relativamente intactos y puede haber o no desplazamiento de fragmentos de hueso. A velocidades altas de carga, sin embargo, la energía acumulada es más grande y ésta no se puede disipar lo suficientemente rápido a través de una grieta aislada, por lo que el hueso y el tejido suave son severamente dañados.

2.2 Densidad de hueso

Una variable con la que normalmente se relacionan las propiedades mecánicas es con la densidad del hueso. La técnica utilizada comúnmente para obtener la densidad del hueso se basa en el principio de Arquímedes mediante la inmersión de muestras en líquidos y utilizando la ecuación 3.1.

$$\rho_{\text{hueso}} = \rho_{\text{fluido}} \frac{W}{W - S} \quad (3.1)$$

Donde: W es el peso del hueso seco

S es el peso del hueso sumergido

² Rango para las condiciones in vivo, a una velocidad de deformación entre .01 y .08/s.

La *densidad aparente* es un parámetro utilizado en el hueso esponjoso que se calcula como la masa del espécimen óseo después de remover la médula dividida entre su volumen total incluyendo los poros. Las propiedades mecánicas del hueso esponjoso dependerán de la densidad aparente así como de la conectividad trabecular.

La densidad aparente (Yuhei y Robert, 2000, p.50) tiene rangos de

$$0.14 - 1.1 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] \quad (3.2)$$

El esfuerzo a compresión en [MPa] del hueso esponjoso está relacionado con la densidad aparente de la siguiente forma (Yuhei y Robert, 2000, p.50):

$$\sigma = 60\rho^2 \quad (3.3)$$

mientras que el módulo de compresión (E en [MPa]) del hueso esponjoso está relacionado con la densidad aparente por (Yuhei y Robert, 2000, p.50):

$$E = 2915\rho^2 \quad (3.4)$$

2.3 Porosidad

La porosidad se define como la fracción de volumen que no está ocupada por hueso. En el caso del hueso esponjoso esta fracción suele estar ocupada por médula.

El valor de densidad aparente es muy útil para un cálculo preciso de la porosidad utilizando tanto la densidad aparente como la ósea mediante la ecuación 3.5.

$$P = 1 - \frac{\rho_{ap}}{\rho_{ósea}} \quad (3.5)$$

En donde: ρ_{ap} es la densidad aparente y $\rho_{ósea}$ es la densidad del hueso, esta ecuación se obtiene partiendo de que la porosidad se define como el cociente del volumen de los poros entre el volumen total.

Además del procedimiento mencionado para determinarla se puede hacer uso de una técnica estereológica. Esta técnica consiste en dibujar una red de puntos sobre una imagen de una superficie pulida de hueso y se cuenta la fracción de puntos que caen sobre hueso. Este valor es exacto basándose en métodos estadísticos y es muy común su uso en la caracterización de materiales.

2.4 Fracción volumétrica

La fracción volumétrica de hueso trabecular, $V_v(\text{hueso})$, es una de las propiedades arquitectónicas fundamentales del hueso esponjoso, y está definida como el volumen trabecular por un volumen de referencia, de acuerdo con la ecuación 3.6.

$$V_v(\text{hueso}) = \frac{\text{Volumen del hueso trabecular}}{\text{Volumen del hueso trabecular} + \text{Volumen espacial medular}} \quad (3.6)$$

La fracción volumétrica de médula $V_v(\text{médula})$, está definida equivalentemente, y $V_v(\text{hueso}) + V_v(\text{médula}) = 1$. Para cualquier fase, la fracción volumétrica puede ser estimada por la fracción de área A_A , la fracción lineal L_L y la fracción puntual P_p para una muestra aplanada uniformemente, línea, y puntos prueba, respectivamente (Cowin, 2001, pp. 14-3); de acuerdo a la nomenclatura que se usa comúnmente en estereología cuantitativa. Por lo que se cumple la igualdad (3.7).

$$V_v = A_A = L_L = P_p \quad (3.7)$$

2.5 Valores reportados

Se ha mostrado que de acuerdo a datos experimentales el módulo elástico aparente de un hueso trabecular humano del fémur varía mucho en orden de magnitud. Los valores mínimos reportados son de alrededor de 100 MPa, y los máximos son del orden de 4000 MPa. Estos errores de variación son atribuidos a la heterogeneidad de la estructura del hueso (Dagan, 2004, p. 555). No obstante, muchos estudios experimentales del fémur (Augat et al., 1998) reportan módulos aparentes elásticos en un rango de 100-200 MPa.

La siguiente tabla muestra también la variación del módulo de elasticidad de acuerdo a los diferentes sitios anatómicos, como en éste caso es el fémur y la columna lumbar.

Tabla 2.1 Valores medios (S.D.³) de densidad aparente considerando humidificación, módulo elástico y resistencia última para hueso humano trabecular de diferentes sitios anatómicos. (Cowin, 2001, pp. 16-4)

Estudio	Edades	Número de especímenes	Densidad [g/cm ³]	Módulo [MPa]	Esfuerzo último [MPa]	Deformación Última (%)
Tibia (Linde et al., 1989) ^a	59-82	121	0.29 (0.1)	445 (257)	5.33 (2.93)	2.02 (0.43)
Fémur (Lotz et al., 1990) ^b (Rohlmann et al., 1980) ^{a,c}	25-82 58-83	49 299	- 0.5 (0.16)	441 (271) 389 (270)	6.76 (4.84) 7.36 (4.00)	- -
Columna lumbar (Mosekilde et al., 1986) ^a (Kopperdahl y Keaveny, 1998) ^d	15-87 32-65	40 22	0.24 (0.07) 0.17 (0.04)	67 (44) 291 (113)	2.45 (1.52) 2.23 (0.95)	7.40 ^e 1.45 (0.33)

Los rangos típicos pueden ser estimados alrededor del ± 2 S.D. del promedio. La variación tan grande en algunas propiedades a través de los sitios es probablemente debido a las diferencias en las técnicas de medición incluyendo las terminaciones de las caras que están sometidas a carga, así como la diferencia en las poblaciones.

- Los datos no fueron reportados

^a La densidad seca o de ceniza que originalmente fueron reportadas han sido convertidas en densidades húmedas.

^b Fémur, los especímenes fueron orientados a lo largo del eje del cuello femoral.

^d El desalineamiento fue minimizado, mostrando altos valores de módulo y bajos valores de deformación última.

^e Un error estándar del 0.002 % fue reportado.

³ S.D. Desviación estándar.

2.6 Pruebas mecánicas

El hueso se puede caracterizar utilizando parámetros mecánicos como lo es la relación entre la carga aplicada a su estructura y el desplazamiento de ésta como se muestra en la Fig. 2.1. Se pueden obtener propiedades mecánicas, tales como: la carga última, tenacidad (ésta propiedad del material es también llamada energía de absorción (Gere y Timoshenko, 1984), también es referido el término de tenacidad cuando se tienen la combinación de propiedades de resistencia elevada y una ductilidad elevada) y el desplazamiento último. La carga última representa la integridad total de la estructura del hueso (la carga a la cual el hueso colapsa), la rigidez se relaciona con la mineralización del hueso, la tenacidad es la cantidad de energía necesaria para romper al hueso, y el desplazamiento último esta inversamente relacionado con la fragilidad del hueso. En la Fig. 2.2 se observa como las enfermedades óseas afectan las propiedades mecánicas, como ejemplo un hueso con osteopetrosis tiene alta resistencia, pero también es muy frágil, resultando en baja tenacidad y un incremento en el riesgo de una fractura. Por otro lado, un hueso de un niño tiende a ser poco mineralizado y débil, pero muy dúctil (un desplazamiento último grande), resultando en un incremento en la tenacidad.

Cuando la carga es convertida a esfuerzo y el desplazamiento a deformación por la fórmula ingenieril, la pendiente de la curva esfuerzo-deformación dentro de la región elástica proporciona el valor del módulo elástico o de Young. Las deformaciones permanentes se presentan después del punto de fluencia y éste es causado por microfracturas trabeculares, crecimiento de grietas o combinación de éstas. El punto de fluencia es frecuentemente estimado por el criterio de desplazamiento como la intersección entre la curva de compresión y una línea paralela a la de máxima pendiente desplazada 0.2 % (ASTM E8). Pero éstos valores aplicados a muchos elementos frágiles no han sido del todo exactos es por ello que un desplazamiento menor, como puede ser el de 0.1 % resultaría en menor error, aplicado a pruebas biomecánicas (Turner, 1989), sin embargo no se ha encontrado un criterio que determine a que porcentaje de deformación debe trazarse esta línea paralela, ya que el rango en que se deforma cada tipo de hueso es muy amplio.

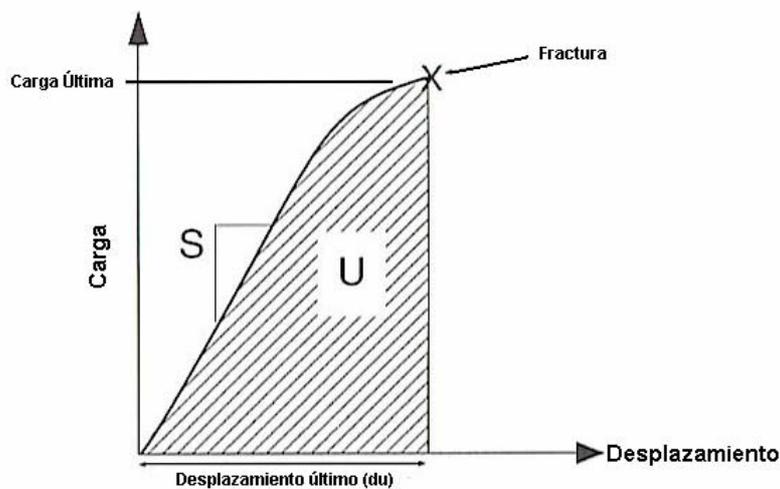


Fig. 2.1 Curva carga vs. desplazamiento; mostrando los cuatro parámetros biomecánicos fundamentales del espécimen óseo, carga última, rigidez (S), tenacidad (U) y desplazamiento último (du). (Cowin, 2001, pp. 7-6).

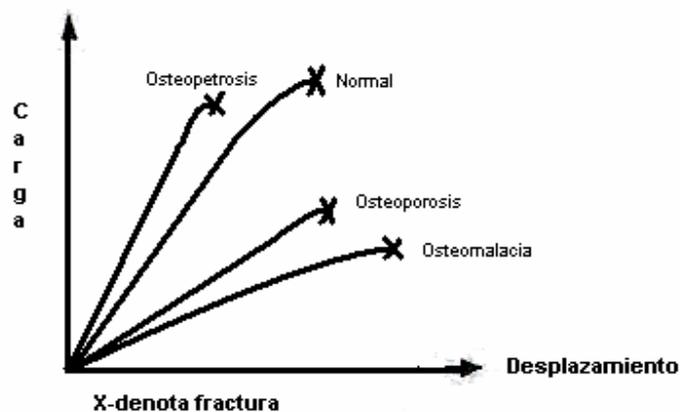


Fig. 2.2 Los huesos con padecimientos tienen perfiles biomecánicos característicos que requieren mediciones de varios parámetros mecánicos para resolverse adecuadamente. El hueso con Osteopetrosis⁴ tiene alta resistencia pero es frágil, el hueso con osteomalacia⁵ tiene baja resistencia y es dúctil, mientras que el hueso con osteoporosis⁶ es débil. Cada uno de estos padecimientos reduce la tenacidad y por lo tanto incrementa la fragilidad ósea. (Cowin, 2001, pp. 7-7)

⁴ Osteopetrosis: Es una enfermedad genética caracterizada por una densidad anormal del hueso, debido a la deficiente reabsorción del hueso inmaduro.

⁵ Osteomalacia: Ablandamiento de los huesos.

⁶ Osteoporosis: Es una enfermedad en la cual disminuye la cantidad de minerales en el hueso, perdiendo fuerza la parte del hueso trabecular y reduciéndose a la zona cortical por un defecto en la absorción del calcio, lo que los vuelve quebradizos y susceptibles a fracturas.

Pruebas de tracción

El método consiste en aplicar una carga sin inducir un momento de torsión en la muestra como se puede observar en la Fig. 2.3. Los especímenes deben ser relativamente largos y cuidadosamente maquinados. La Fig. 2.4 muestra las longitudes principales del espécimen de prueba para hueso cortical. Las dimensiones son derivadas de los estándares de ASTM, la relación d/D debe ser de alrededor de $\frac{1}{2}$ y la longitud paralela de la sección más estrecha debe ser de por lo menos tres veces el tamaño del diámetro d . El radio de curvatura R debe ser relativamente largo para evitar concentraciones de esfuerzos y debe tener las mismas dimensiones de la longitud paralela A . La longitud M es $\frac{1}{4}$ de la longitud la longitud L . En principio la geometría usada para especímenes de hueso cortical a tensión es aplicada a hueso trabecular. Las pruebas de tensión en los especímenes de prueba son diseñados de tal forma que las deformaciones máximas ocurran en la parte central de la región de calibración del espécimen.

La desventajas de esta prueba son el maquinado así como también la necesidad de proporcionar a la muestra ósea un elemento de sujeción lo suficientemente firme para que resista la carga aplicada en sus extremos, uno de los métodos más utilizados es el de la aplicación de PMMA (polimetilmetacrilato) en los extremos de la muestra cilíndrica de hueso esponjoso (Fig. 2.5), para lograr una tensión uniforme en la muestra ósea. Para el caso de hueso esponjoso debido al enrejado intrínseco y la no homogeneidad de la estructura del hueso esponjoso, una medida mínima del diámetro para la prueba es de 5 [mm] para asegurar un criterio de continuo (Yuhei y Robert, 2000, p.183).

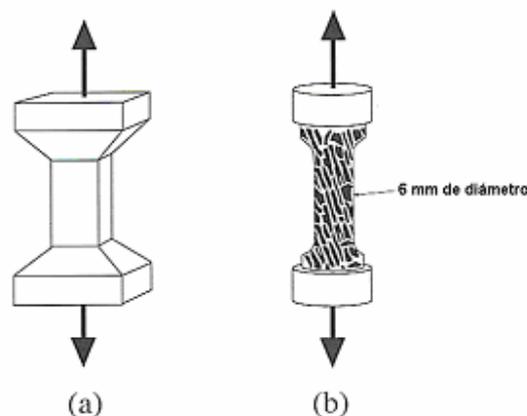


Fig. 2.3 Muestras para prueba a tracción de a) hueso cortical y b) hueso esponjoso.
(Cowin, Stephen, 2001, pp. 7-9)

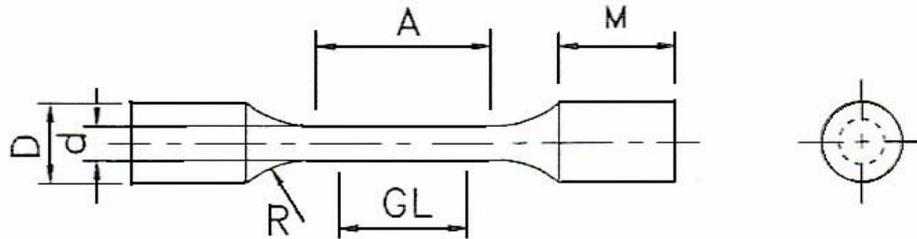


Fig. 2.4 Geometría del espécimen de prueba de tracción para hueso cortical. A= longitud Paralela, GL= longitud de calibración, M= longitud de empuñamiento, D= diámetro exterior del espécimen, d= diámetro de la longitud de calibración. (Yuhei y Robert, 2000, p.183)

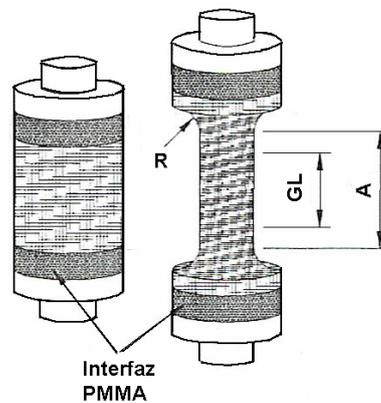


Fig. 2.5 Geometría del espécimen de prueba de tracción para hueso esponjoso. (Yuhei y Robert, 2000, p.184)

Pruebas de compresión

Las ventajas de ésta prueba son: no necesitan ser tan largas como los especimenes de pruebas de tracción, la fabricación de especimenes de prueba no es tan complicada como en los especimenes de pruebas de tracción.

La prueba de compresión tiende a ser menos precisa que la de tracción debido al efecto final presente en la muestra durante la prueba, como es la desalineación de las caras del espécimen (Fig. 2.6 a), por lo que se pueden presentar grandes concentraciones de esfuerzo causando errores en el cálculo del módulo de Young, éste efecto se puede disminuir colocando una placa montada sobre un pivote en el tren de carga, el cual lo reduce significativamente (Fig. 2.6 b).

Una consideración importante en ésta prueba es el calentamiento de la superficie y el abarrilamiento que esta pueda presentar, es por ello que al realizar la prueba es recomendado utilizar solución salina como lubricante para despreciar éste efecto.

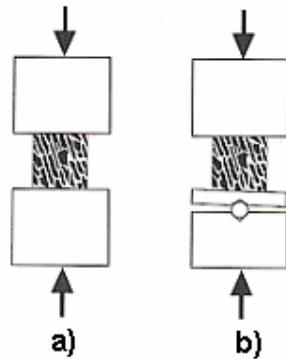
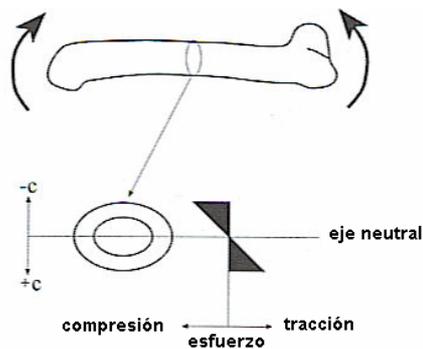


Fig. 2.6 Prueba de compresión de un cubo de hueso esponjoso. a) Las placas de carga están ligeramente desalineadas, esto conduce a resultados incorrectos. b) las placas son colocadas sobre un pivote dentro del tren de carga para corregir el desalineamiento (Cowin, 2001, pp. 7-10).

Pruebas a flexión

Las pruebas a flexión son útiles para medir las propiedades mecánicas de huesos largos. El hueso es más débil en tracción que en compresión, por lo que en una prueba de flexión la falla usualmente ocurre en el lado que el hueso se encuentra a tracción. La longitud de la muestra que es cargada debe ser lo suficientemente larga para garantizar una prueba precisa, si la distancia entre los apoyos es pequeña, mucho del desplazamiento inducido por la carga será debido a los esfuerzos cortantes y no por flexión. Para las muestras óseas, la relación entre la longitud y el ancho debe ser al menos 20:1 para garantizar que los desplazamientos por cortante sean insignificantes (Fig. 2.7).



$$\sigma = Mc/I$$

- σ - esfuerzo
- M - momento flexionante
- c - distancia del centro de masa de la sección transversal
- I - momento de inercia de la sección transversal con respecto al eje de flexión

Fig. 2.7 La flexión causa tanto esfuerzos de compresión como de tracción. La magnitud de los esfuerzos es máxima en la superficie del hueso y es cero en el eje neutral. (Cowin, 2001, pp. 7-12).

2.7 Modelos de sólidos celulares

En la naturaleza existen muy variadas estructuras celulares, algunas de ellas presentan formas de celdas poliédricas como el hueso trabecular de altas densidades.

Se ha tratado de describir el comportamiento mecánico mediante su representación estructural. Se han propuesto celdas unitarias, como hexágonos (en dos dimensiones) ó dodecaedros en tres dimensiones. La geometría de la celda unidad hace un análisis factible pero no da una representación exacta del material real.

Una aproximación para su análisis es el uso del método por elemento finito ya sea de estructuras regulares ó aleatorias. Se asume que las celdas de los materiales porosos son geoméricamente similares a pesar de las diferencias en las densidades relativas.

Para el análisis estructural tridimensional el coeficiente de Poisson en los materiales porosos celulares, los valores dependen solamente de la geometría de la celda y no dependen de la densidad relativa (asumiendo que las deformaciones por flexión dominan), donde los valores típicos son de alrededor de $1/3$.

El hueso trabecular presenta una densidad relativa típica entre 0.05 y 0.3. La densidad depende de la magnitud de las cargas y la orientación de las trabéculas depende de la dirección de las cargas. El hueso trabecular de baja densidad tiene un parecido a los modelos porosos de celdas-abiertas. Debido a la variación en la arquitectura trabecular y a la densidad, existe una gran variación en la rigidez del hueso y es por ello que existe una gran dispersión de datos. En la Fig. 2.8 se muestra una forma de celda abierta para el análisis de deformación aplicado a modelos porosos.

En el régimen lineal elástico, bajo esfuerzo uniaxial, la celda abierta deforma en su inicio por flexión en las aristas de la celda como se ilustra en la figura (considerando que se aplica para pequeñas deformaciones típicamente menores al 5%) 2.8 b), en la figura 2.8 c) se muestra la deformación elástica no lineal (espumas que deforman más del 5%) donde las aristas empiezan a pandearse y consecuentemente un colapso elástico, en d) se presenta un modo de deformación plástica donde los ejes actúan como bisagras y permiten a las barras girar y deformar plásticamente y en e) se muestra la ruptura frágil de la estructura. Éstos modelos de sólidos celulares se aplican a diferentes materiales, es decir, cada uno representado por un modo de colapso diferente. En el caso de esponjas elastoméricas sucede el pandeo como la goma o el caucho, mientras que la formación de bisagras plásticas es asociado a elementos que fluyen como el caso de metales y finalmente el de rompimiento frágil en el caso de espumas frágiles como los cerámicos.

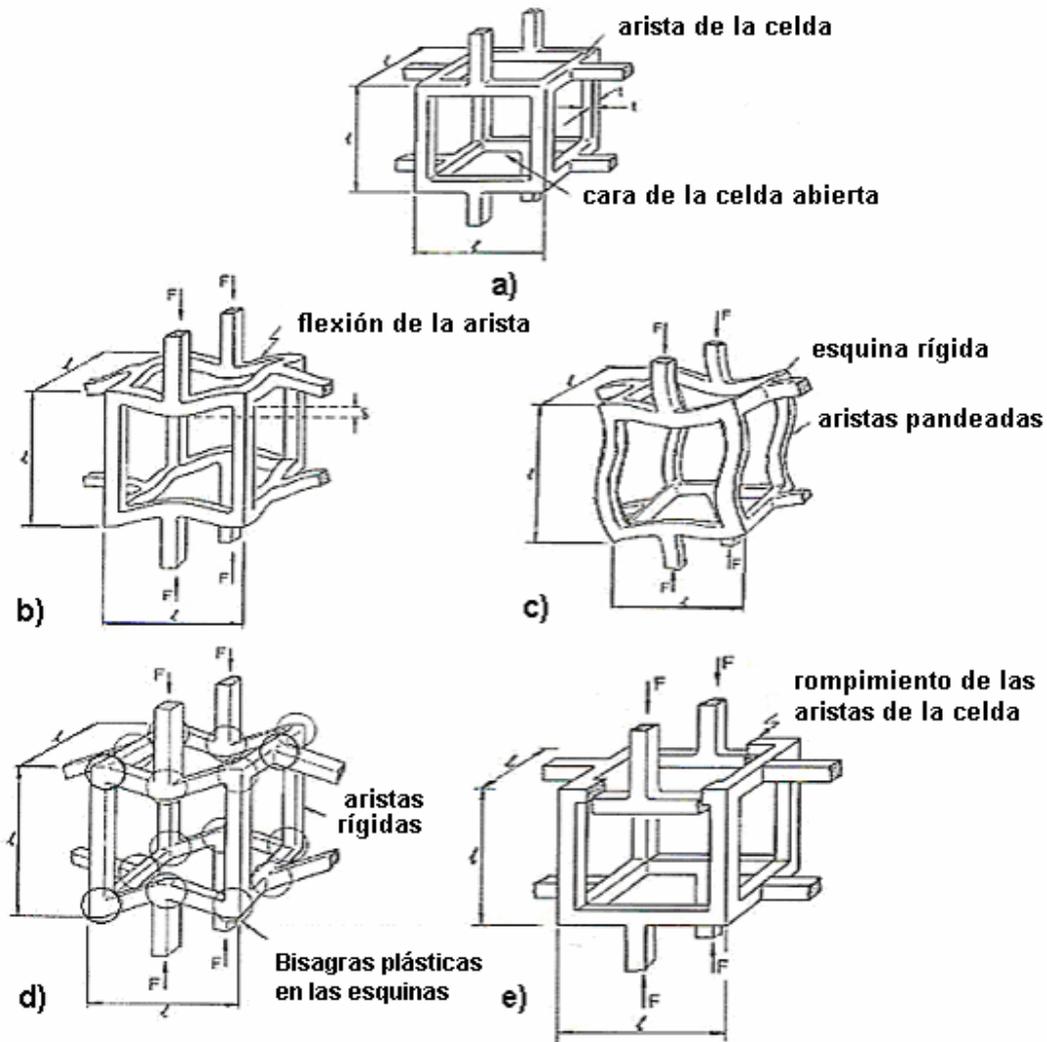


Fig. 2.8 a) Celda no deformada, b) flexión elástica lineal de la celda, c) pandeo elástico (colapso de la celda) d) flujo plástico (colapso plástico), e) rompimiento frágil (Gibson y Ashby, 1997).

A continuación se muestra un mecanismo de deformación aplicado a espumas elástico-frágiles para compresión, debido a que presenta similitud con las curvas esfuerzo-deformación de hueso trabecular.

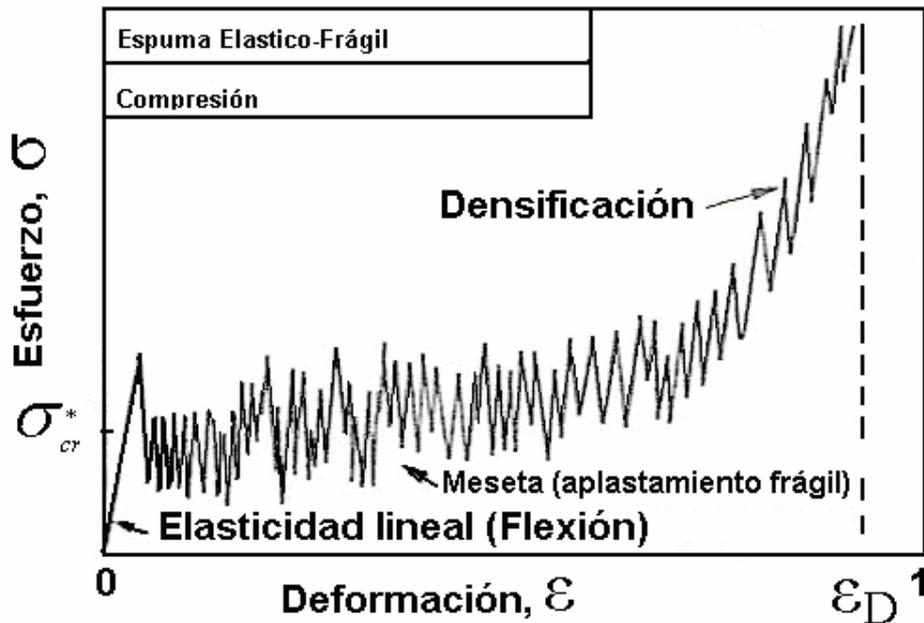


Fig. 2.9 Curva esfuerzo-deformación para espuma elástico-frágil. (Gibson y Ashby, 1997)

Donde:

- σ_{cr}^* : Esfuerzo de colapso frágil
- ϵ_D : Deformación de densificación

Esta curva esfuerzo-deformación indica que al aplicarse una carga la deformación elástica será lineal y posteriormente llegará a una ruptura σ_{cr}^* , se irá aplastando el material hasta que éste presenta una densificación en donde el esfuerzo se incrementa provocada por el choque de las paredes de la celdas unas contra otras.

2.8 Modos de falla del hueso trabecular

Mediante el análisis microscópico a aumentos de 200X se han demostrado 4 tipos de daños trabeculares (Cowin, 2001, pp. 16-30): rupturas transversales, bandas cortantes, rupturas paralelas y fracturas completas (Fig. 2.10).

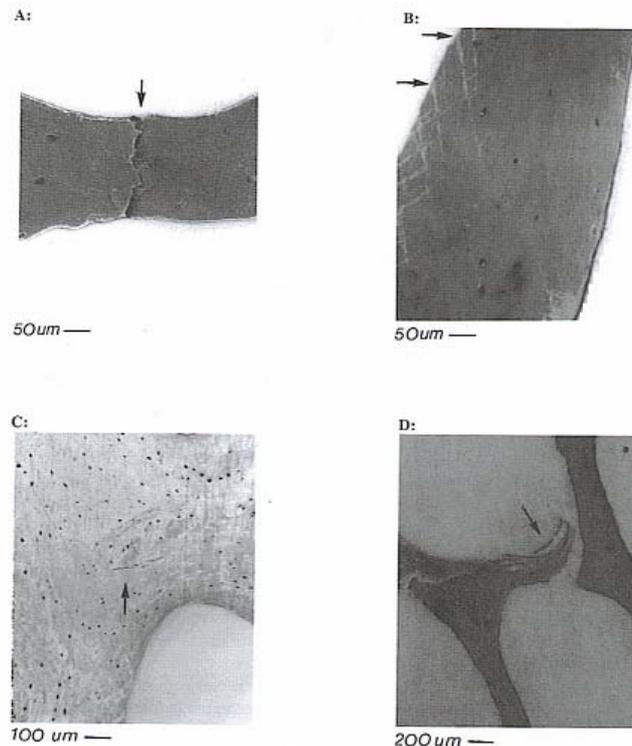


Fig. 2.10 Varios tipos daños observados en hueso trabecular bovino.

A) Ruptura transversal, B) Bandas cortantes, C) Rupturas paralelas, D) Fractura completa (Cowin, 2001, pp. 16-31)

De dicho análisis sobre hueso bovino se encontró predominantemente las rupturas transversales y las bandas cortantes.

Las rupturas intratrabeculares o microrupturas (A, B, C)) han sido ampliamente sugeridas para cargas a fatiga aunque en menor grado a cargas aisladas.

La fractura completa de la trabécula es confinada a los elementos que son orientados transversalmente a la dirección de la carga como puede apreciarse en la Fig. 2.10 D). Fyhrie y Schaffler en 1994 sugieren que los principales mecanismos de falla son rupturas microscópicas. Por medio de un microscopio láser de escaneo confocal⁷ Fazzalari, et al., en

⁷ Microscopio láser de escaneo confocal (CLSM): Es una herramienta muy útil en la reconstrucción de imágenes tridimensionales. Tiene la habilidad de producir imágenes nítidas de especímenes delgados a varias profundidades.

1998 han mostrado que las bandas de tipo cortante presentan 10 μm de longitud, lo cual sugiere que se presente a muy pequeñas escalas.

En la Fig. 2.11 se muestra la evolución de la microestructura del hueso trabecular durante la deformación, esto debido a que por su estructura compleja unas zonas van a presentar fracturas antes que otras; dicha evolución se llevó a cabo mediante el uso de una cámara de alta velocidad, de donde es posible identificar a los diferentes porcentajes de deformación la zona afectada. Se trata de 3 muestras cúbicas obtenidas de la zona vertebral con dimensiones de 4 [mm], de edades de 21, 65 y 85 años, respectivamente.

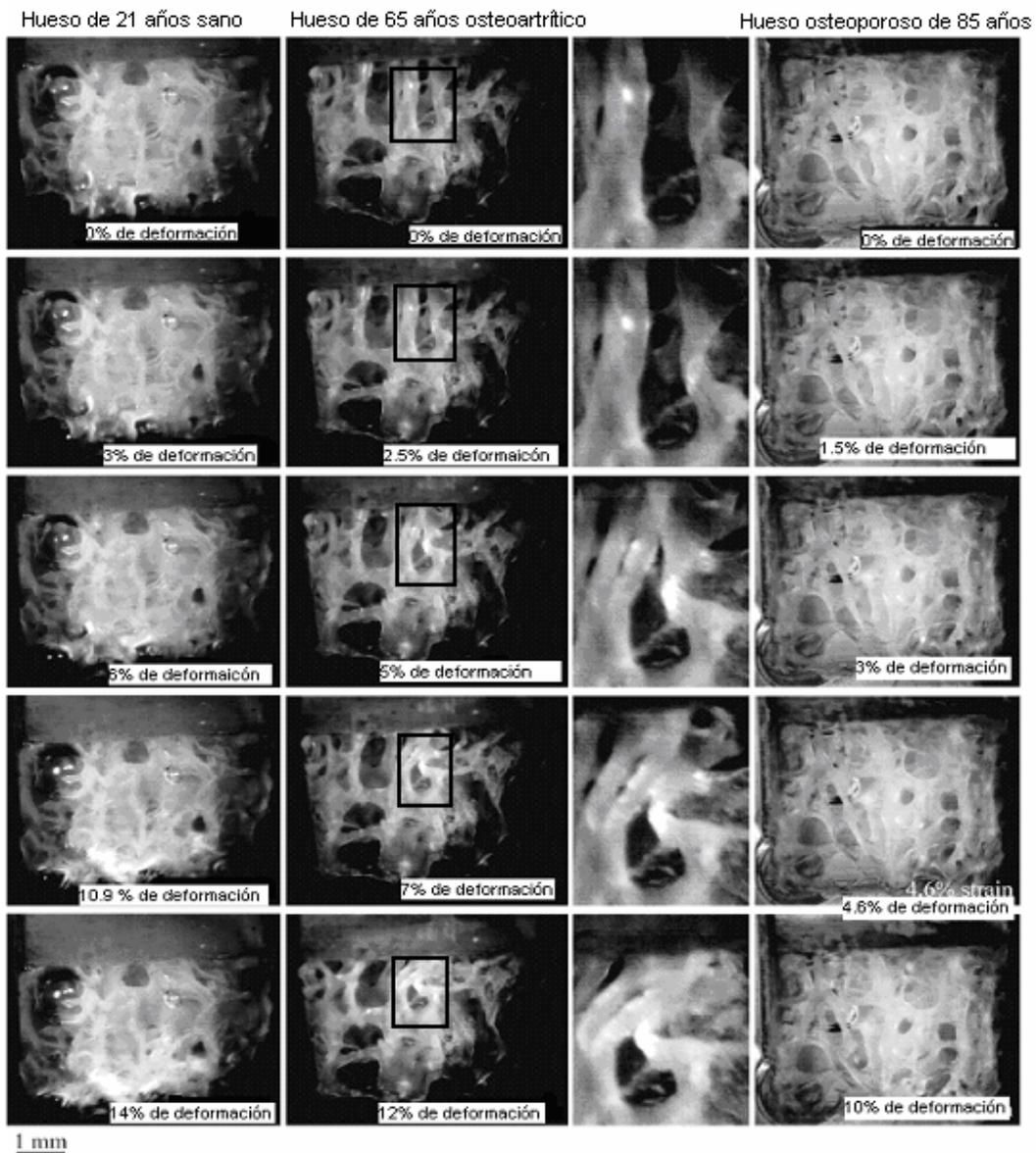


Fig. 2.11 Fotografías de alta velocidad de especímenes óseos vertebrales a compresión.
(Turner et al., 2005)

En términos de resistencia a la fractura, la energía de falla muestra un especial interés debido a que es drásticamente reducida en las muestras óseas osteoarthriticas y osteoporosas comparadas con la sana. Los puntos mostrados en Fig. 2.12 corresponden a los cuadros de la Fig. 2.11. La deformación es distribuida en forma desigual en toda la muestra ósea. Algunas trabéculas se encuentran fuertemente deformadas, mientras que otras áreas no se encuentran deformadas. Las zonas blancas son más pronunciadas en las muestras óseas osteoarthriticas y sanas.

La tercera columna, de izquierda a derecha muestra un acercamiento del recuadro marcado para el hueso osteoarthritico de la segunda columna en el cual se puede observar que a medida que se incrementa la deformación se va observando una mayor cantidad de zonas blancas, las cuales son deformaciones localizadas, que se creen que son provocadas por la presencia de microdaños (Turner et al., 2005, p.2).

Los microdaños aparecen en las zonas que se encuentran sometidas a altas deformaciones, lo cual es consistente con la iniciación de la falla en hueso cortical, que sucede en los puntos donde se encuentra la mayor deformación.

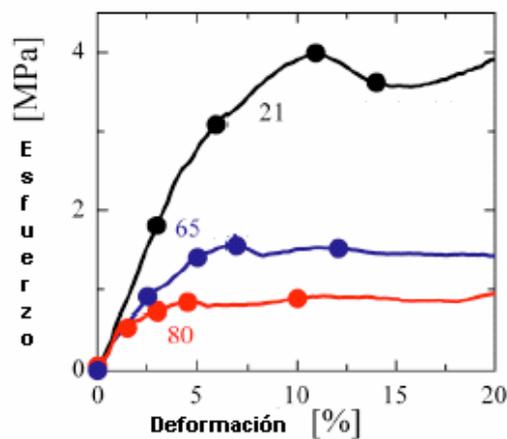


Fig. 2.12 Curvas Esfuerzo-Deformación para la estructura trabecular de las tres muestras óseas de la Fig. 2.11 (Turner et al., 2005)

2.9 Microtomografía computarizada

Mediante Micro-tomografías-computarizadas (μ -TC) de hueso trabecular para cargas uniaxiales de compresión se ha mostrado que las deformaciones máximas son encontradas en los elementos que son alineados con el eje de compresión.

Esta técnica se ha convertido en una prueba no destructiva muy precisa para el análisis micro-estructural del hueso cortical y trabecular en tres dimensiones (3D). Las imágenes generadas tienen entre otros objetivos el análisis de parámetros histomorfométricos

estándar así como parámetros adicionales como el número de Euler, el índice de conectividad o el grado de anisotropía.

Basándose en los resultados morfológicos obtenidos se pueden desarrollar modelos estructurales óseos en 3D, que a partir del análisis mediante elementos finitos pueden ser empleados para simular ensayos biomecánicos que permitan la determinación de variables físicas como el módulo de Young, resistencia o tensión máxima.

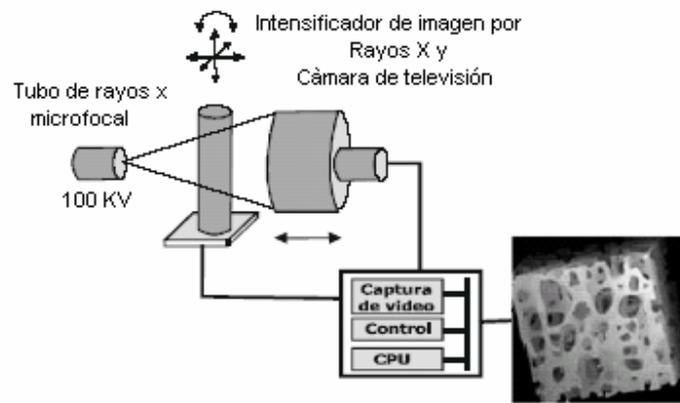


Fig. 2.13 Esquema de funcionamiento de un microtomógrafo computarizado (Dapía et al., 2005, p. 35)

Actualmente existen técnicas como la Absorciometría por Rayos X de Doble Energía (DEXA) que proporcionan una estimación precisa de la cantidad de masa ósea, pero no proporcionan información fiable sobre la estructura del hueso. El valor de la densidad mineral ósea (DMO) en 2D que proporciona la DEXA es la medida más empleada y aceptada en el diagnóstico de osteoporosis u osteopenia. La precisión de la DEXA es muy alta, pero su exactitud en la medida de la densidad ósea volumétrica, se encuentra altamente limitada por la naturaleza 2D de la medida. Además, la pobre resolución de la DEXA no permite un análisis detallado de la arquitectura ósea, ya que se omite información de la morfología estructural (por ejemplo: la contribución de la arquitectura trabecular) y de las propiedades materiales (por ejemplo: incapaz de detectar micro-roturas). La Fig. 2.13 muestra una imagen de la técnica para la evaluación de la microestructura ósea en 3D.

En ausencia de técnicas de imagen, las únicas tecnologías que permiten el conocimiento de las propiedades físicas de un hueso (resistencia, rigidez, etc.) son los ensayos biomecánicos directos. Este tipo de ensayos son destructivos y presentan una gran variabilidad (30-60%) asociada a deformaciones no homogéneas, efectos de fricción, condiciones de almacenamiento o daños durante el proceso mecánico. Como alternativa, la μ -TC permite la generación de modelos micro-mecánicos a partir de las variables morfológicas obtenidas durante el escaneo por conversión directa de los voxels que contienen hueso en elementos mecánicos que puede ser analizados mediante el método de elementos finitos.

CAPÍTULO 3 Ensayo mecánico de compresión y análisis estructural

Introducción

En el presente capítulo se tendrá especial interés en la preparación y obtención del espécimen basándose en los métodos reportados. Además se presentan las curvas esfuerzo-deformación para posteriormente realizar un análisis sobre su fractura y su relación con los modos de falla antes mencionados. Se trata también la geometría del espécimen utilizada para ensayos mecánicos de compresión así como también la distribución de las trabéculas para el caso del fémur y la herramienta utilizada para la extracción y corte.

3.1 Preparación del espécimen

Muchos factores como son la temperatura, la alineación de la muestra, la velocidad con que se aplica la carga, la preparación del espécimen, el corte y el almacenamiento deberán ser considerados durante la prueba debido a que pueden afectar significativamente los resultados. Adicionalmente se debe tomar en cuenta otro factor muy importante como lo es la conectividad, definiéndose ésta, como la cantidad de enlaces ó uniones que puedan formar las trabéculas, ya que si se encuentra poca conectividad representará una pérdida rápida de hueso, perforación y desconexión de la red trabecular y un incremento en el tamaño de las cavidades, lo que se traducirá en una pérdida en la rigidez del hueso.

Las propiedades mecánicas han mostrado una variación significativa dependiendo del almacenamiento y el manejo de los procedimientos usados para remover el tejido del cuerpo. Por tanto, el secado, congelamiento, almacenamiento en soluciones salinas o en alcohol, y el recubrimiento (embalsamamiento) afectan las propiedades del hueso.

Se ha demostrado que especímenes que nos son refrigerados tendrán una declinación alrededor del 3% en el Módulo de Young (Yuhei y Robert, 2000, p.178) es por ello que es indispensable tener un método de almacenamiento que permita garantizar que las propiedades mecánicas del hueso esponjoso no se vean afectadas.

Para periodos prolongados (90 días o más) de almacenamiento la musculatura y los tejidos suaves circundantes deben ser removidos, la probeta cilíndrica de hueso esponjoso debe ser envuelta en gasa empapada en solución salina, guardada en bolsas herméticas y refrigerarla a temperaturas de -20°C (Yuhei y Robert, 2000 p.p. 178).

Muchos métodos han sido reportados para remover la médula, entre ellos:

Hervir en agua con detergente: éste método no es muy recomendado debido a que al calentar o hervir el hueso éste pierde sus propiedades mecánicas considerablemente en la parte elástica (Borchers, et al., 1995), reportando una reducción de 26 % y 58% en el módulo de elasticidad en hueso bovino.

Agua a alta presión: Éste método es el comúnmente usado aunque se sugiere posteriormente utilizar un solvente químico.

Solventes químicos: los solventes sugeridos son alcohol ó tricloroetileno.

Dependiendo del tamaño y la forma del espécimen, una combinación de los métodos anteriormente mencionados es apropiada. Para pequeños especímenes el siguiente método ha sido usado (Yuhei y Robert, 2000, p.108):

- 1.- Remojar en una solución 50%/50% acetona/etanol y agitarlo por 24 h
- 2.- Remover la médula en bajas concentraciones de sosa (1.0 al 1.5% sodio hipoclorito) con agitación por 12 h.
- 3.- Remover la médula usando agua a alta presión

Geometría del espécimen

Un factor clave que necesita ser considerado cuando se preparan las muestras de hueso para pruebas mecánicas es la geometría del espécimen. Las muestras con las que se han trabajado son cilindros y cubos, pero el cilindro por su facilidad de extracción y exactitud en el corte es recomendado por encima del cubo. Estudios realizados por Choi et al., en 1990, los cuales realizaron una serie de experimentos de compresión en hueso trabecular humano donde desarrollaron una teoría de daño superficial de donde explican que existe una subestimación asociada con el corte de la superficie estructural en materiales porosos. Ellos recomiendan que la longitud mínima para hueso esponjoso a compresión debe ser al menos de 10 [mm].

En un estudio Keaveny et al., en 1993 trataron de analizar los efectos de fricción (entre el hueso y el cabezal de carga) para la determinación experimental del módulo de Young. Se concluyó que el espécimen con una tasa de 2:1 (L/D) fue el menos sensible a la combinación de efectos de fricción y subestimación del módulo de Young.

Obtención de la muestra

Para la obtención de la dirección de la muestra es necesario realizar un análisis de la distribución del tejido trabecular en el fémur, se tomó en cuenta la dirección de las trabéculas principales de compresión orientadas entre 75° y 105° que se muestra en la Fig. 3.1.

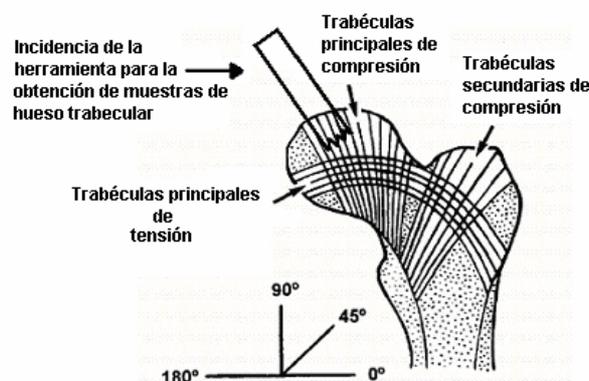


Fig. 3.1 Modelo de un patrón trabecular, ilustrando la clasificación del índice de Singh. (W.G. M. Geraets et al., 1998, p. 166).

Las muestras se obtienen con la ayuda de un taladro de banco Fig. 3.2, sustituyendo la broca por un sacabocados (elemento cilíndrico hueco), donde el hueso es previamente humidificado con solución isotónica. Posteriormente se lava la muestra con agua y jabón, sin el uso de sosa o algún elemento desengrasante, debido que éste último puede ocasionar daños en la muestra. Las relación entre longitud y diámetro de la muestra será de 2:1(L/D), donde el diámetro será de 1.05 cm. Posteriormente a la extracción y lavado de la muestra se realiza el corte a las dimensiones antes mencionadas, esto se lleva a cabo mediante una máquina cortadora con disco de diamante (IsoMet 1000 Precision Saw, Fig. 3.3), debido a que proporciona superficies planas y paralelas para realizar un adecuado ensayo de compresión.



Fig. 3.2 Herramienta para la obtención de la muestra.

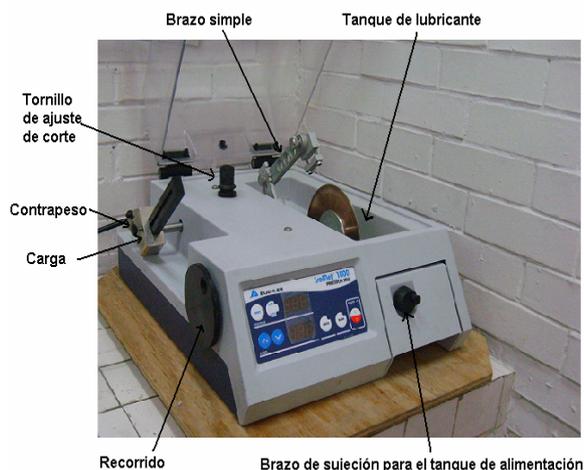


Fig. 3.3 Cortadora con disco de Diamante Isomet 1000.

Posteriormente se realiza un lavado ultrasónico para limpiar las muestras de médula y grasa, por tanto no se aplicó el método de limpiado a presión debido a que las trabéculas puedan ser dañadas durante dicho proceso. Seguido se almacenan las muestras en solución isotónica de Cloruro de Sodio al 0.9% (para que estas se mantengan hidratadas) y

posteriormente refrigeradas, debido a que si la muestra se seca ésta perderá sus propiedades mecánicas in vivo. Finalmente son llevadas a la máquina universal de pruebas Instron modelo 4206, para realizar las pruebas de compresión.

3.2 Prueba de compresión sobre probeta de hueso esponjoso obtenido del fémur de porcino

Las probetas fueron almacenadas en solución salina por un periodo de 8 días a una temperatura aproximada de 10 ° C. No se congeló la solución debido a que la expansión pudiera dañar las trabéculas, ya que el secado y congelamiento del hueso afecta a las propiedades mecánicas. Para el ensayo mecánico de compresión mediante la máquina universal de pruebas Instron 4206 se proporcionó una velocidad de 0.05mm/min con una celda de carga de 5 KN. El espécimen fue colocado entre una placa y un elemento cilíndrico como se muestra en la Fig. 3.4.

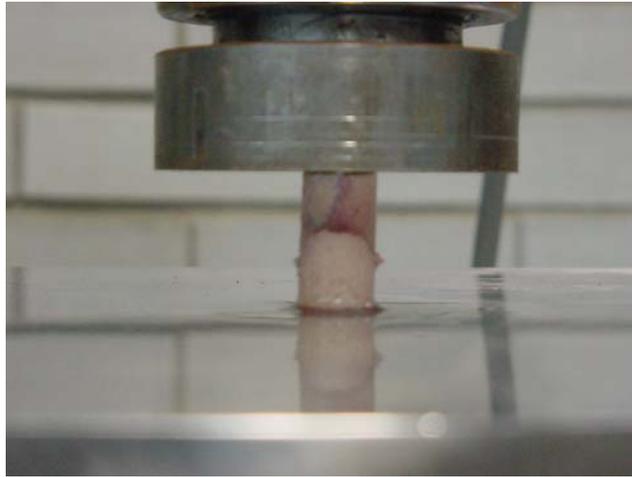


Fig. 3.4 Imagen de hueso esponjoso a compresión.

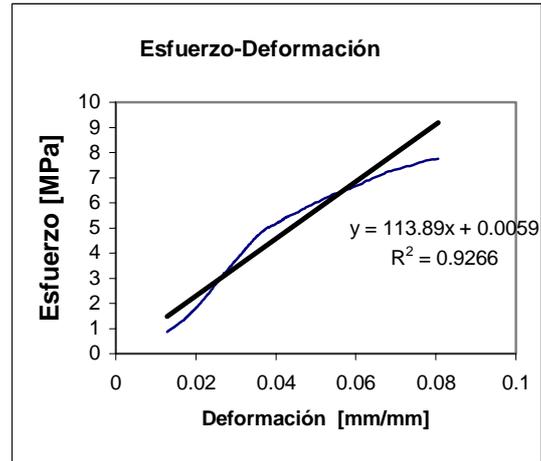
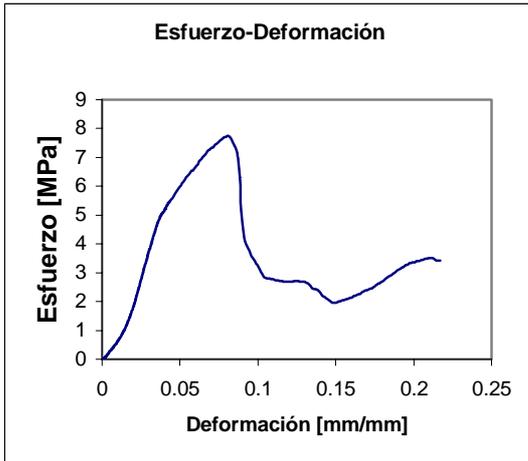
3.3 Curvas Esfuerzo-Deformación

Se realizaron pruebas de compresión a 10 probetas cilíndricas de las cuales para la obtención del módulo de elasticidad se tomaron los porcentajes de deformación mencionados en cada gráfico, debido a que es la zona en donde presenta una mejor correlación lineal. Se realizó la regresión lineal (gráfica a la derecha de la curva) para encontrar tanto el módulo de elasticidad como el esfuerzo máximo.

El criterio utilizado para determinar la zona a considerar para la obtención del módulo de elasticidad radica en que el punto máximo se toma donde la curva esfuerzo-deformación comienza a disminuir, mientras que el inicial se tomó de acuerdo a las zonas rectas lo más cercano posible al origen.

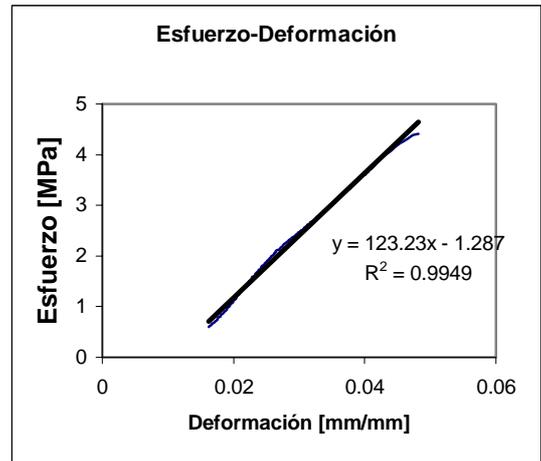
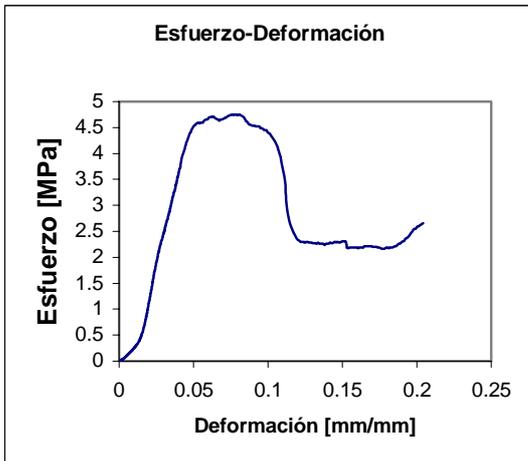
Probeta 1:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.28%-8% de deformación.



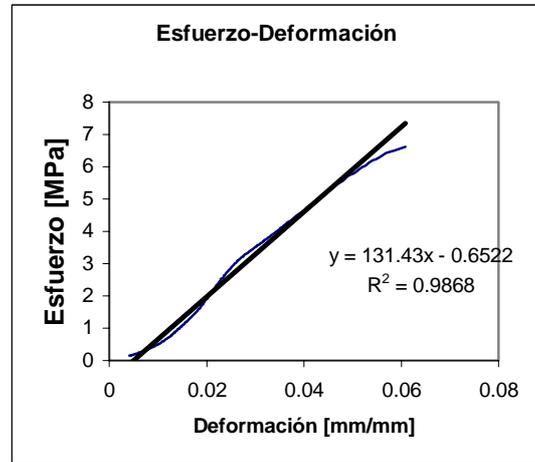
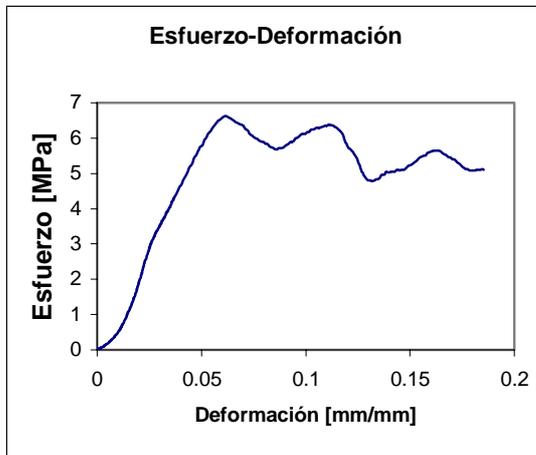
Probeta 2:

Para un porcentaje de deformación entre 1.6%-4.8%



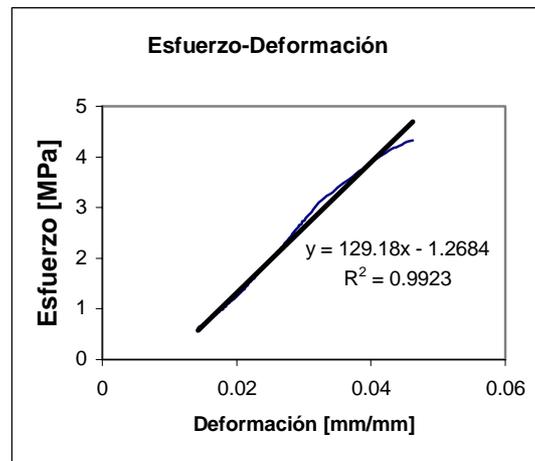
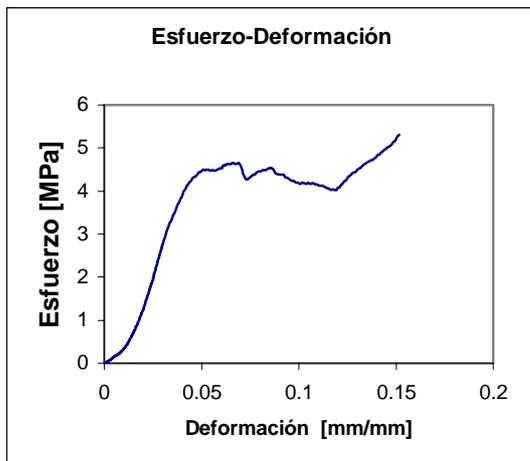
Probeta 3:

Para un porcentaje de deformación entre el .4%-6%



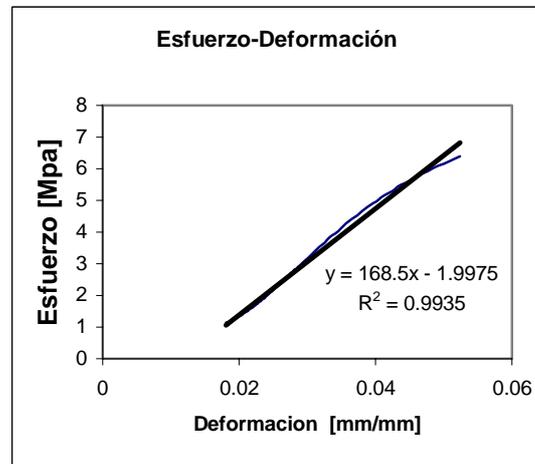
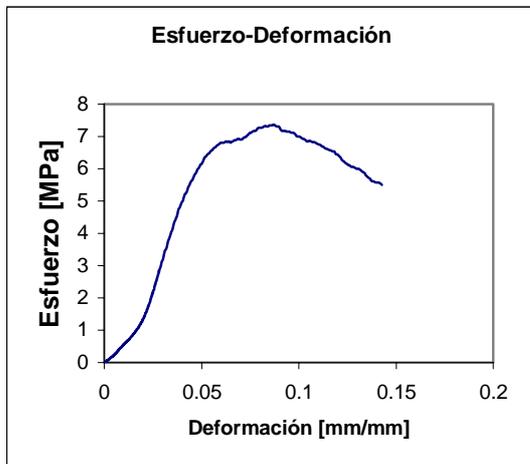
Probeta 4:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.4%-4.6%



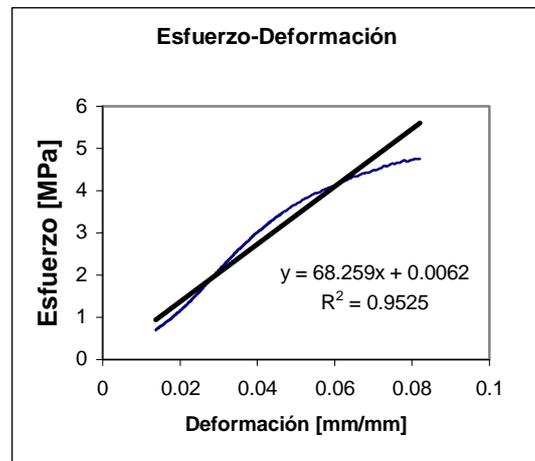
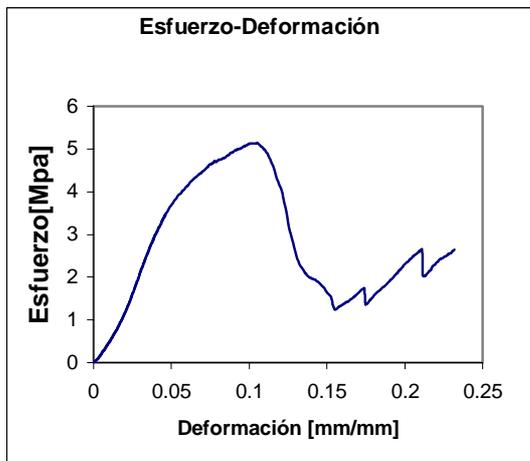
Probeta 5:

Para un porcentaje de deformación entre 1.8%-5.23%



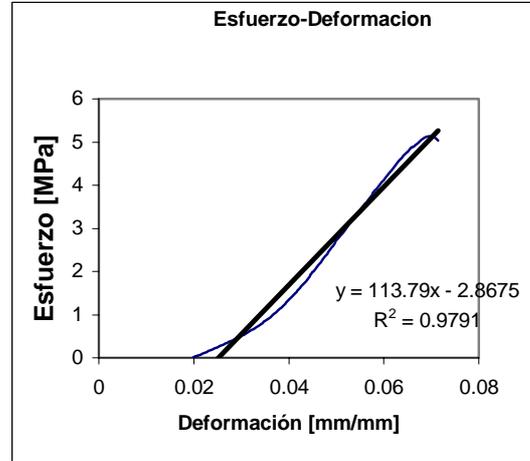
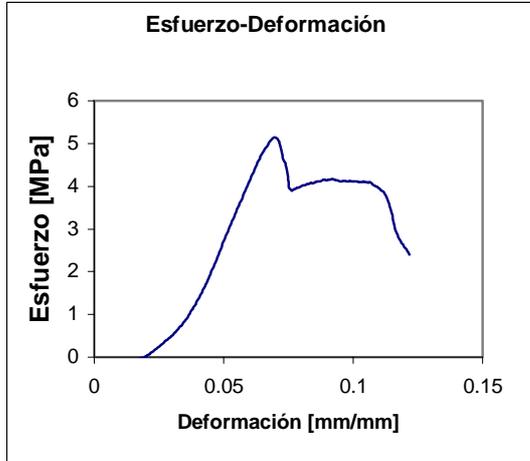
Probeta 6:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.3% - 7.9 %



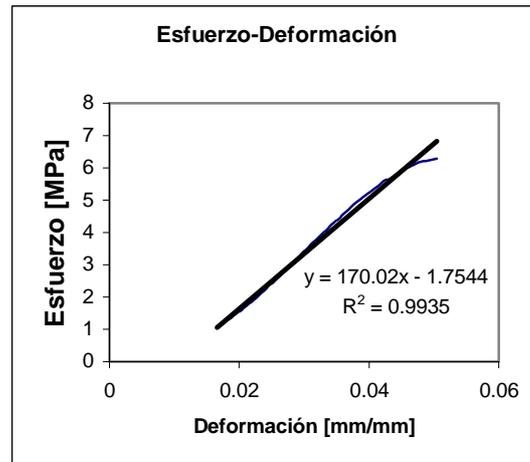
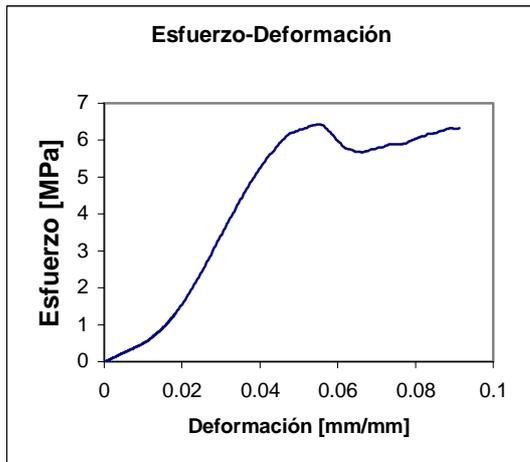
Probeta 7:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.9 % - 7.1 %



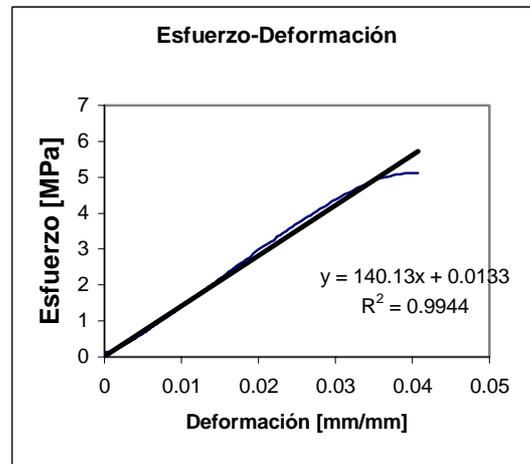
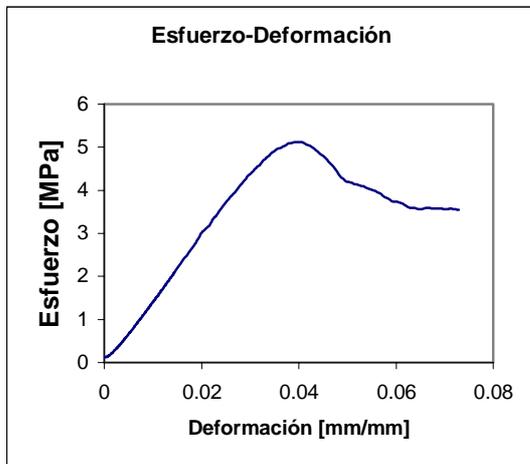
Probeta 8:

Para un porcentaje de deformación entre el 1.6 % - 5.04 %



Probeta 9:

Para un porcentaje de deformación entre el 0.02% - 4%



Probeta 10:

Para un porcentaje de deformación entre el .04% - 5.4 %

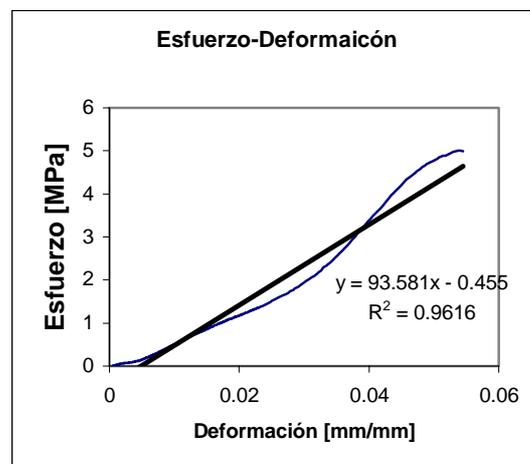
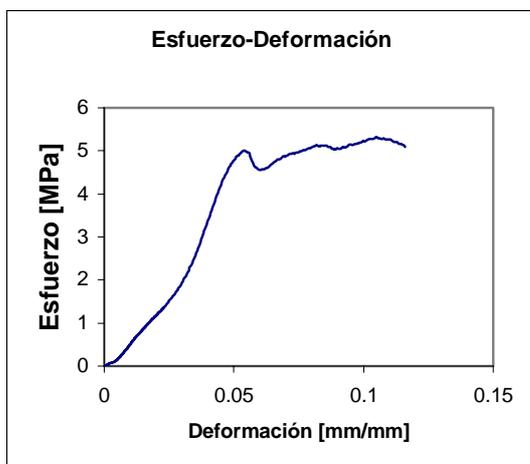


Tabla 3.1 Resultados de los ensayos de compresión.

Probeta	Módulo de Young [MPa]	Coefficiente de correlación (R^2)	Esfuerzo Máximo [MPa]
1	113	.92	7.7
2	123	.99	4.7
3	131	.98	6.6
4	129	.99	4.5
5	168	.99	6.8
6	68	.95	5.06
7	113	.97	5.09
8	170	.99	6.43
9	140	.99	5.12
10	93	.96	5
Promedio	124	.97	5.7

Con una desviación estándar de 31.1191 y un error estándar de 7.8% de la media de la muestra, esto debido al valor de la probeta 6, pero que se tomará en cuenta en el promedio debido a la similitud que presenta con la curva esfuerzo-deformación con la de la Fig. 2.9.

3.4 Falla de hueso trabecular

A continuación se muestran las imágenes de la de ruptura del hueso trabecular.



Fig. 3.5 Ruptura del hueso después de la carga aplicada.

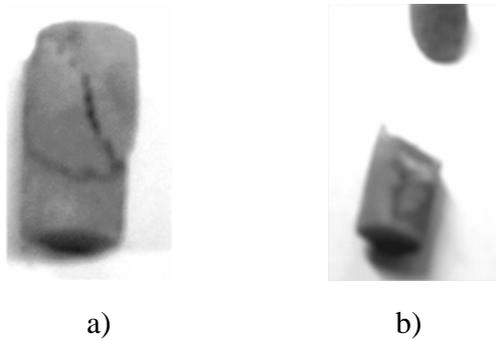


Fig. 3.6 Falla de probetas cilíndricas de hueso trabecular

La fractura es de tipo adhesivo, es decir; donde no quedan residuos en el caso de materiales compuestos, debido a que no se presentan pedazos de material en la fractura (Anglada, et al., 2002, p.29). De acuerdo a la definición y análisis de ruptura frágil es que las partes resultantes pueden juntarse de nuevo y reproducir completamente la geometría inicial de la probeta (Anglada et al., 2002, p.16), es aplicable a la Fig. 3.6 a) y 3.6 b). En todos los casos de fractura para distintos materiales se debe a la no homogeneidad del material lo cual induce la aparición de grietas cuya extensión provoca la rotura.

La fractura se lleva a cabo en la mayoría de las probetas por el cartílago de crecimiento, sin embargo se puede observar en la Fig. 3.6 a), 3.6 b), que no siempre es así, es decir; que en la imagen la falla se da por la zona donde no se presenta el cartílago de crecimiento, lo cual lleva a concluir que se puede llevar a cabo la fractura a través de las trabéculas a pesar de la existencia del cartílago de crecimiento.

La fractura completa se da en forma transversal, análogo a la Fig. 2.10 D), es posible que se deba a microfracturas existentes que se propagan en el hueso trabecular debido a los cortes efectuados durante la obtención de la muestra.

Al establecer al hueso trabecular como una estructura se concluye que la fractura se dará en aquellas trabéculas que estén orientadas en forma perpendicular a la aplicación de la carga, así como en mayor medida por la zona del cartílago de crecimiento.

3.5 Análisis de resultados

El módulo de elasticidad del hueso no varía significativamente a excepción de la probeta 6, la cual presenta un módulo muy bajo, esto se puede explicar a partir de que el espécimen óseo (cabeza del fémur) pudiera tener microfracturas o trabéculas rotas antes de realizar el método de preparación. Para la obtención del módulo de elasticidad en cuanto se refiere a los porcentajes de deformación es observable que estos varían sustancialmente de acuerdo a cada muestra, esto es atribuido principalmente al tamaño de la muestra así como también debido al acoplamiento del cabezal en la probeta. El valor promedio obtenido se encuentra por debajo de los reportados para Fémur de Lotz y Rohlman, pero por encima del de columna lumbar de Mosekilde (Tabla 2.1), esto debido principalmente a la presencia del cartílago de crecimiento.

De la tabla 3.1 para el promedio de esfuerzo último se observa que no existe una variación significativa contra los reportados de la tabla 2.1 en cuanto a fémur se refiere. También es importante resaltar que el valor de la probeta 1 fue el que mejor se acoplo a los valores reportados por Rohlmann.

El porcentaje de deformación último promedio para los ensayos de compresión resultó en un 6% el cual es un porcentaje de deformación elevado, pero que se encuentra todavía por debajo del de columna vertebral de la tabla 2.1. Este porcentaje de deformación grande indica que las probetas presentarán una zona elástica significativa ante la aplicación de una carga.

De las curvas esfuerzo-deformación de los ensayos mecánicos de compresión se puede observar que comienza con una zona no lineal muy pequeña la cual es atribuida al acoplamiento del cabezal en la muestra, posteriormente se presenta una zona lineal la cual se incrementa hasta que llega a un esfuerzo último en el cual las probetas rompen y posteriormente el esfuerzo decrece y a medida que aumenta la deformación vuelve a subir pero no más allá del esfuerzo de ruptura, a excepción de la 4 y la 10, donde es apreciable que presenta un incremento por arriba del esfuerzo último.

Lo anterior se puede explicar a partir de un reacomodo trabecular apilándose en un proceso paulatino las trabéculas a medida que aumenta la deformación, haciendo parecer que la resistencia del hueso trabecular se incrementa posterior a su esfuerzo último, esto correspondería a la zona de densificación en las curvas mostradas para sólidos celulares. Este comportamiento es típico de los materiales porosos y coincide con las curva esfuerzo-deformación para espumas elastico-frágil en la que se exhibe un incremento en la resistencia del material. La probeta 6 es la que presenta mayor similitud con la curva esfuerzo-deformación de espuma elastico-frágil, lo cual explica en buena medida el comportamiento frágil del hueso trabecular. Finalmente se puede observar en las gráficas y de la experimentación que al llegar a una carga máxima, las probetas fracturan súbitamente como es típico de los materiales frágiles.

CAPÍTULO 4 Modelado mediante software de elemento finito

Introducción

El método de elemento finito ha llegado a ser una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo hasta el análisis de los campos del flujo de calor, de fluidos, magnético, filtraciones y otros (Chadrupatla y Bellegundu, 1999 p.1). En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes, son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los límites del elemento. Un proceso de ensamble, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de éstas da el comportamiento aproximado del continuo.

4.1 Fundamentos del método de elemento finito

Esfuerzos y equilibrio

En la Fig. 4.1 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen V y tiene una superficie S . Los puntos en el cuerpo están identificados por las coordenadas x, y, z . La frontera del cuerpo se restringe a la región donde se especifica el desplazamiento. Sobre una parte de la frontera se aplica una fuerza distribuida por unidad de área \mathbf{T} , llamada tracción. Debido a la acción de la fuerza se deforma el cuerpo. La deformación en un punto $\mathbf{x} (= [x, y, z]^T)$ esta dada por las tres componentes de su desplazamiento.

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T \quad (4.1)$$

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo, el peso por unidad de volumen, es el vector \mathbf{f} dado por

$$\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (4.2)$$

En la figura 1.1 se muestra la fuerza de cuerpo actuando sobre el volumen elemental dV . La tracción superficial \mathbf{T} puede darse por el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie.

$$\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (4.3)$$

Ejemplos de tracción son las fuerzas de contacto distribuidas y la acción de la presión. Una carga \mathbf{P} actuando en un punto i se representa por sus tres componentes.

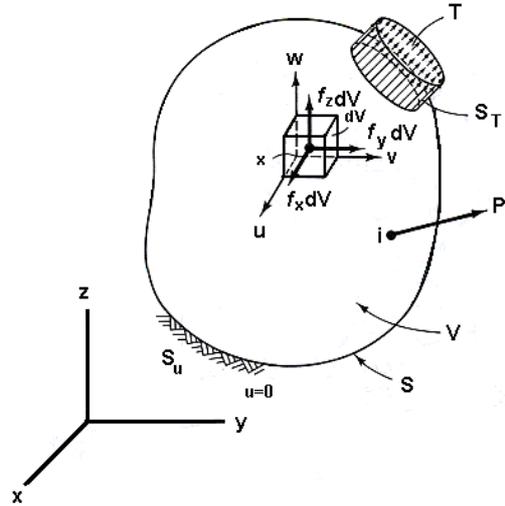


Fig. 4.1 Cuerpo tridimensional (Chadrapatla y Bellegundu, 1999, p.3).

$$p_i = [P_x, P_y, P_z]_i^T \quad (4.4)$$

En la Fig. 4.2 se muestran los esfuerzos que actúan sobre el volumen elemental dV . Cuando el volumen dV “se contrae” a un punto, el tensor de esfuerzo se representa colocando sus componentes en una matriz simétrica (3X3). Sin embargo, se representan los esfuerzos por medio de sus seis componentes independientes como sigue:

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (4.5)$$

donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son los esfuerzos normales y $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$ son los esfuerzos cortantes. Considérese el equilibrio del volumen elemental mostrado en la Fig. 4.2. primero se obtienen las fuerzas sobre las caras multiplicando los esfuerzos por las áreas correspondientes. Escribiéndose $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ y $\sum F_z = 0$, y recordando que $dV = dx dy dz$, se obtienen las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Condiciones de frontera

Refiriéndose a la Fig. 4.1, se ve que hay condiciones de desplazamiento en la frontera y condiciones de carga en la superficie. Si \mathbf{u} se especifica sobre la parte de la frontera denotada por S_u , se tiene:

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{sobre } S_u \quad (4.7)$$

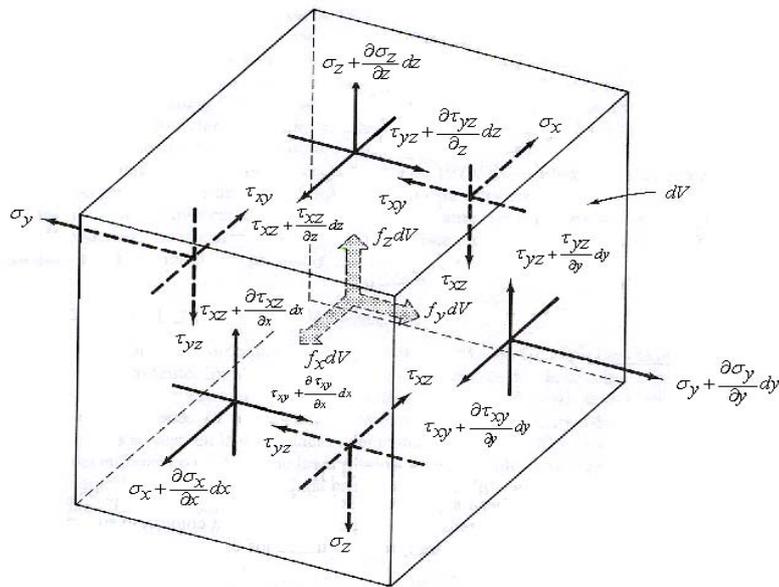


Fig. 4.2 Equilibrio de un volumen elemental (Chadrapatla y Bellegundu, 1999, p.4)

También se pueden considerar condiciones de frontera tales como $\mathbf{u} = \mathbf{a}$, donde \mathbf{a} es un desplazamiento. Considérese ahora el equilibrio del tetraedro elemental ABCD, mostrado en la Fig. 4.3 donde DA, DB y DC son paralelas a los ejes x , y , z , respectivamente, y dA es el área definida por los vértices ABC. Si $\mathbf{n} = [n_x, n_y, n_z]^T$ es la normal unitaria a dA , entonces el área BDC = $n_x dA$, el área ADC = $n_y dA$ y el área ADB = $n_z dA$. La consideración del equilibrio a lo largo de los tres ejes coordenados es:

$$\begin{aligned} \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z &= T_x \\ \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z &= T_y \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z &= T_z \end{aligned} \quad (4.8)$$

Esas condiciones deben satisfacerse sobre la frontera S_T , donde se aplican las tracciones. En esta descripción las cargas puntuales deben tratarse como cargas distribuidas sobre áreas pequeñas pero finitas.

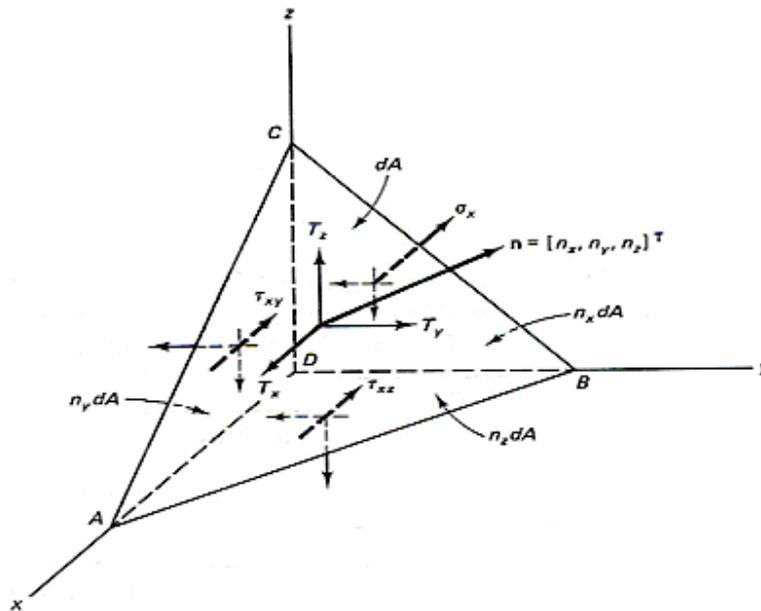


Fig. 4.3 Un volumen elemental en la superficie (Chadrapatla y Bellegundu, 1999, p.5)

Relaciones deformación unitaria-desplazamiento

En la ecuación 4.5 se representan las deformaciones unitarias en forma vectorial que corresponde a los esfuerzos,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T \quad (4.9)$$

donde $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ son las deformaciones unitarias normales y $\gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}$ son las deformaciones angulares unitarias cortantes.

La Fig. 4.4 da la deformación de la cara dx-dy para pequeñas deformaciones, que serán consideradas. Tomando en cuenta también las otras caras, se puede escribir:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (4.10)$$

Estas relaciones entre deformaciones unitarias se cumplen para deformaciones pequeñas.

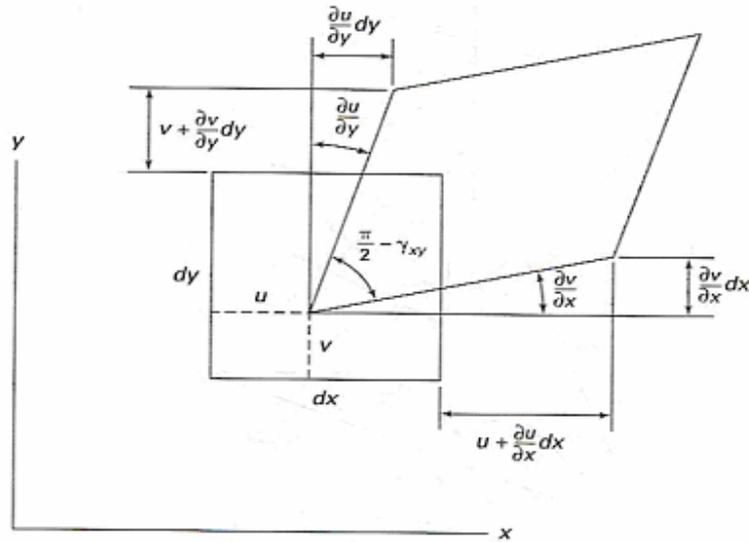


Fig. 4.4 Superficie elemental deformada (Chadrapatla y Bellegundu, 1999, p.6)

Relaciones esfuerzo-deformación unitaria

Para materiales elásticos lineales, las relaciones esfuerzo-deformación unitaria provienen de la ley de Hooke generalizada. Para materiales isotrópicos, las dos propiedades del material son el módulo de Young (o módulo de elasticidad) E y la relación de Poisson ν . Si se considera un cubo elemental dentro del cuerpo, la ley de Hooke da:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \varepsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \varepsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \end{aligned} \quad (4.11)$$

El módulo de corte (o módulo de rigidez) G , esta dado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.12)$$

De las relaciones de la ley de Hooke (ecuación 4.11), se nota que

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (4.13)$$

Sustituyendo $(\sigma_y + \sigma_z)$ y otras relaciones en la ecuación 4.11, se obtienen las relaciones inversas.

$$\sigma = D\varepsilon \quad (4.14)$$

D es la matriz simétrica de (6X6) del material dada por:

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones son el fundamento para el modelado mediante elemento finito debido a que en los modelos que a continuación se proponen se realizan bajo las consideraciones de ser isotrópicos y considerados elásticos lineales.

4.2 Análisis de la arquitectura trabecular

Dimensiones trabeculares

Para la elaboración de los modelos se requieren de valores acerca de su arquitectura, que permitan obtener un modelo más exacto.

Los valores de la tabla 4.1 corresponden a hueso trabecular humano obtenido de la región del cuello del fémur y mediante el uso de software comercial (SCANCO Medical AG, Bassersdorf, Switzerland) se encontraron parámetros tridimensionales de la arquitectura trabecular como se muestra.

Tabla 4.1 Parámetros de la arquitectura del hueso trabecular (R.uegsegger et al., 1996)

Variable	Promedio
$V_f(BV/TV)$.29 %
Tb.Th	0.21 [mm]
Tb.Sp	0.63 [mm]
Tb.N	1.56 [mm^{-1}]

Donde:

V_f corresponde a la fracción de volumen óseo (BV/TV); Tb.Th, espesor trabecular; Tb.Sp, espaciamiento trabecular; Tb.N, número trabecular, respectivamente.

En razón de la complejidad del arreglo trabecular fue necesario realizar una inspección a su estructura mediante métodos conocidos como es el de estereoscopia. En la Fig. 4.5 se puede observar un arreglo bastante complejo de trabéculas, éste tipo de imagen corresponde a la vista longitudinal de la muestra cilíndrica experimental, éstas irregularidades en el corte longitudinal es debido al maquinado de la sierra rotativa con la que se obtuvo la muestra, adicionalmente se muestra el corte transversal el cual tiene una forma más ordenada y regular de lo que son las trabéculas.

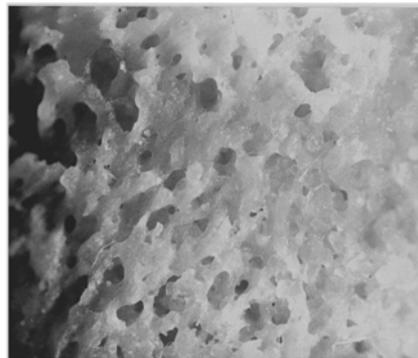


Fig. 4.5 Fotografía del estereoscopio a 16X corte longitudinal

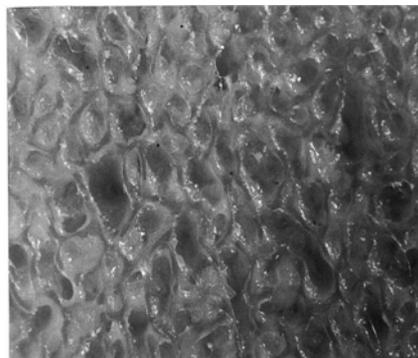


Fig. 4.6 Corte transversal de la probeta cilíndrica a 16X.

De la Fig. 4.6 se observan predominantemente hexágonos irregulares, lo cual también ha sido anteriormente propuesto como celda unidad.

Finalmente para entender como es que una trabécula se enlaza con otras para ir formando su estructura se procedió mediante el uso de un microscopio metalográfico a la toma de imágenes como se muestra en la Fig. 4.7.

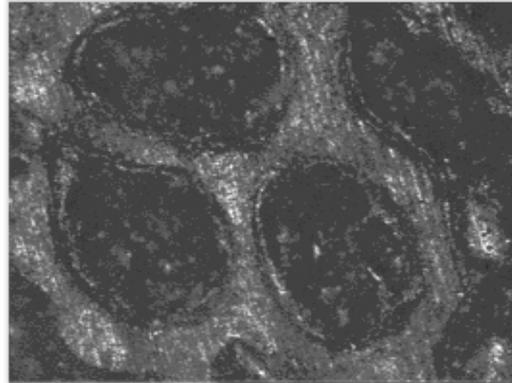


Fig. 4.7 Imagen del hueso trabecular a 50 X

De la Fig. 4.7 se puede observar con mayor claridad las estructuras hexagonales, así como también cavidades en forma elíptica.

El hueso trabecular consiste de platos y barras de tejido óseo, que ramifica e interseca para formar una espuma. Las trabéculas son los elementos de presión de carga de hueso esponjoso.

Dado que una medida directa de esfuerzos y deformaciones en trabéculas individuales no es del todo preciso, los modelos de elemento finito de microarquitectura de hueso han sido usados para tales estudios. Tradicionalmente, para simplificar los cálculos, se proponen modelos para representar al hueso trabecular como un continuo y solamente se puede predecir un promedio de esfuerzos y deformaciones.

Con los modelos de elemento finito se pueden obtener: esfuerzos, desplazamientos y deformaciones individuales de cada trabécula. Muchos modelos genéricos de estructuras sólidas celulares repetidas han sido desarrolladas para estudiar el comportamiento mecánico del hueso trabecular usando diferentes descripciones geométricas de celda unidad (Dagan, 2004, p.550).

4.3 Modelos micromecánicos

Al presentar un comportamiento típico de un material celular Gibson, et. al., en 1985 han desarrollado modelos que idealizan la estructura del hueso esponjoso como un arreglo de celdas de diferentes geometrías formadas por placas y barras. En función de esto se han construido modelos micromecánicos para describir las propiedades macroscópicas del tejido esponjoso mediante el uso de celdas de diferentes geometrías.

La geometría de la celda puede ir desde cubos hasta prismas hexagonales.

En la Fig. 4.8 se muestra una estructura real encontrada en hueso de porcino y el modelo micromecánico que la distingue.

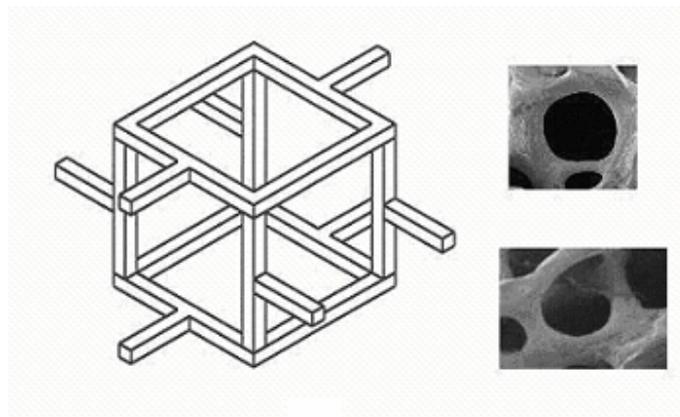


Fig. 4.8 Modelo micromecánico cúbico de celda abierta y estructura real del hueso esponjoso (Gibson, 2004)

Formas alternativas como la de micro tomografía computarizada es empleada para realizar imágenes de alta resolución en 3D, (~ 50 microns) de hueso. Entonces la reconstrucción 3D es directamente transformada a modelos de micro elementos finitos convirtiendo los voxels en ladrillos con 8 nodos. Estos modelos de elemento finito (EF) con un gran número de elementos ($\sim 1-10$ millones de elementos por cm^3) y solucionadores iterativos especiales son requeridos para resolver tal magnitud de problema. La principal desventaja es los grandes requerimientos computacionales debido a la elevada dimensionalización de los modelos (del orden de 100 millones de nodos). Esto deja claro el hecho de que tal cómputo está limitado, así como también el hecho de que se necesitan programas de cómputo muy avanzados para resolver tal cantidad de nodos, es por ello que se proponen elementos de celdas unidad para entender el comportamiento micromecánico y así comparar resultados experimentales contra teóricos.

Antes de realizar un análisis sobre la estructura ósea a nivel microestructural cabe aclarar los siguientes conceptos sobre la terminología ósea. Para el comportamiento mecánico sobre todo el espécimen se aplica el concepto de *propiedades aparentes* mientras que las

que consideran solo el nivel individual trabecular son conocidas como *propiedades de tejido*.

Ha sido establecido que al menos cinco longitudes trabeculares deben existir en el espécimen para que un comportamiento continuo sea manifestado (Harrigan et al., 1988), por tanto los especímenes de prueba experimental (aparente) no deben ser menores de 5 [mm] en cualquier dirección.

Para el caso de los esfuerzos y deformaciones locales se ha concluido que el modo de deformación de la trabécula en cubos es predominantemente la de flexión (Van Rietbergen et al., 1995 p.69), se realizaron experimentos (Ryan y Williams, 1989) de tensión en una trabécula simple y se encontró un módulo de tejido de 0.4-3.6 [GPa]. Gibson en 1985 considera al hueso trabecular como un material celular, y usó diferentes modelos de celdas analíticas para representar la arquitectura trabecular. Las celdas unidad pueden también simplificarse en estructuras regulares ó representar la morfología trabecular (Van Rietbergen et al., 1995 p.70). La exactitud de los métodos que usan modelos trabeculares dependen de su capacidad de describir una arquitectura trabecular realista. La validez de los modelos desarrollados deberán ser valorados mediante el cálculo de los esfuerzos y deformaciones.

4.4 Consideraciones generales para el modelado

Estudios realizados (Kothari et al., 1999, p.248), muestran distintos valores de espesores trabeculares como son: 0.16, 0.24 y 0.32 [mm], se tomará el valor de 0.16 [mm] debido a la congruencia con otros resultados de valores promedio mostrados más adelante en el modelo de platos.

En lo que corresponde a la longitud trabecular se tomará el valor de 1 [mm] de los modelos de construcción con trabéculas simples (Dagan et al., 2004, p.550). Se utilizarán los porcentajes de deformación a falla para modelos de elemento finito que son generalmente de 1%, y se considerará el material como isotrópico (Van Rietbergen et al., 1995, p.75). En cuanto al coeficiente de Poisson para el modelado se ha tomado el común en los modelos estructurales de elemento finito el cual es de 0.3, mientras que para las condiciones de frontera para los elementos estructurales de elemento finito se debe proporcionar una restricción solo en la dirección de la carga (Yuhei y Robert, 2000, p.424). Se modelaron como sólidos deformables, con un método de solución estático, lo cual implica que las cargas no varían con el tiempo.

Se procederá a asignar distintos valores de módulo de elasticidad a los diferentes modelos hasta obtener el valor de esfuerzo máximo obtenido experimentalmente que fue de 7.7 MPa, debido a que es el que presenta mejor relación con los valores reportados en la tabla 2.1 para fémur.

Los módulos de elasticidad obtenidos para los modelos (a nivel tejido) serán comparados con los reportados en la literatura para observar la validez del método y la geometría utilizada.

4.5 Modelo de celda abierta

Partiendo del modelo propuesto por Gibson de celdas abiertas y considerando un desplazamiento en la cara superior de la celda de 1% de la longitud es decir de 0.01 [mm]. En la Fig. 4.9 se muestra el modelo de celda abierta con sus dimensiones correspondientes, donde t corresponde al espesor.

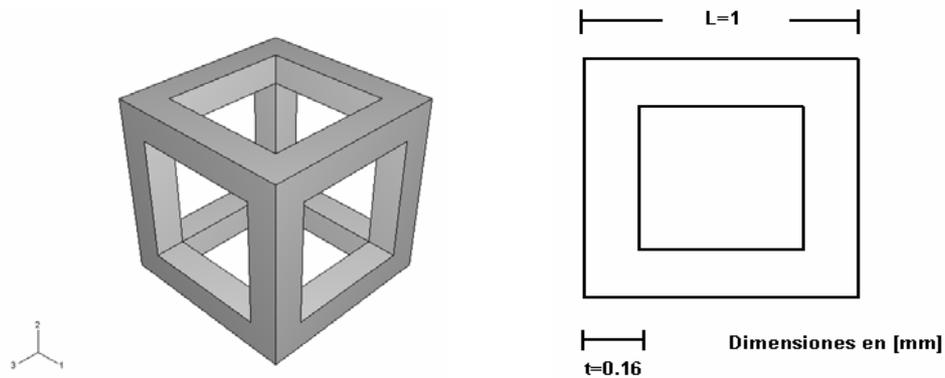
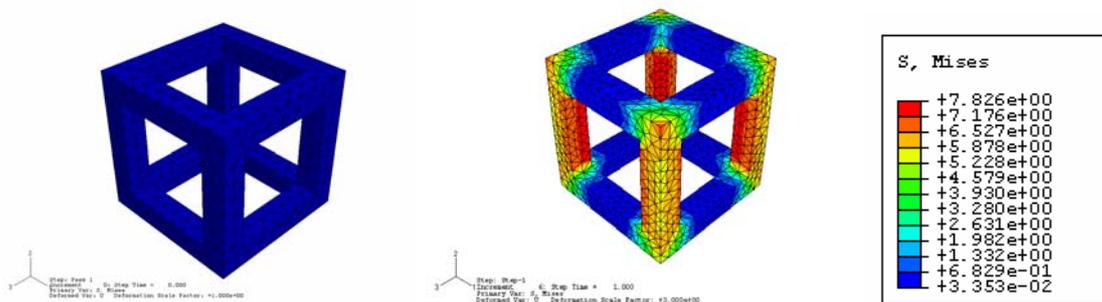


Fig. 4.9 Geometría y dimensiones del modelo de celda abierta

A continuación se muestran los resultados obtenidos de aplicar las condiciones antes mencionadas para el modelo de celda abierta.



a) Modelo sin deformar

b) Modelo deformado mostrando el nivel de esfuerzos de Von Mises en [MPa]

Fig. 4.10 Modelo de celda abierta con espesor de 0.16 [mm]

El mallado se realiza uniforme sobre toda la estructura con elementos tetraédricos. Para la convergencia del modelo se incrementa el número de nodos hasta que no se presente una diferencia significativa como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 4.2 Cantidad de elementos para la solución del modelo de celda abierta

Modelo de celda abierta						E [MPa]
Tamaño de elemento	Nodos	Esfuerzo max. [MPa]	Esfuerzo min.[MPa]	# elementos	Tiempo de cómputo [h]	600
0.1	815	7.73	5.50E-02	2296	.25	
0.07	1871	7.82	3.30E-02	6352	.3	
0.035	9839	7.87	1.40E-02	42770	.5	

Para el caso de 0.1 se tienen 10 elementos a lo largo de una longitud trabecular de 1 [mm], este valor es el que automáticamente establece el software, pero por efectos de obtener un resultado lo más exacto posible, así como para encontrar un número de elementos para el cual el esfuerzo no varíe significativamente, se propusieron los valores de 0.07 y 0.035 observando que entre éstos dos últimos no existe una variación significativa, por tanto se escogió el de 0.07 debido a que resulta en un menor tiempo de cómputo y un resultado más preciso que el de 0.1. El módulo de elasticidad de tejido obtenido fue 600 [MPa] el cual esta dentro de lo reportado por Ryan y Williams que oscila entre 0.4 y 3.6 [GPa] a nivel tejido.

Los esfuerzos de Von Mises son utilizados en metales, pero se utilizará como herramienta para entender las zonas de ruptura en los modelos micromecánicos. Se ha utilizado éste criterio para comparar valores a nivel aparente y a nivel tejido (Van Rietbergen et al., 1995, p.78).

La zonas donde se encuentran los mayores esfuerzos se presentan en las trabéculas que se encuentran orientadas perpendiculares a la sollicitación. También se puede observar que mediante éste modelo, las vigas verticales empiezan a flexionarse logrando con ello la justificación de que la flexión es el modo dominante de ruptura en el hueso trabecular como es mencionado por Gibson. También se puede observar que en segundo término podría fallar por los vértices, aunque en mayor medida por la parte central de las vigas verticales del modelo.

Para las vigas verticales la falla sucedería del lado donde se encuentra la cavidad. Analizándolo como una viga se puede observar que las partes que se encuentran en las zonas cercanas al orificio cuadrangular están sometidas a esfuerzos de compresión mientras que las zonas externas a tracción.

En cuanto a la fracción de volumen obtenida se realizó por medio del programa, obteniendo el volumen de la celda con huecos (.24) y el volumen total de la celda (1), lo cual da como resultado una fracción de volumen de .24.

4.6 Modelo de paquetes trabeculares de celdas abiertas

El objetivo de presentar el modelo de celdas abiertas agrupado es observar como interactúan con las caras circundantes así como la distribución de esfuerzos en su conjunto. Para este caso de paquetes trabeculares se propone el número mínimo de elementos para su interacción, es decir; 8, esto debido a que se incrementa en gran medida el tiempo de cómputo.

Se proporcionó el mismo tamaño de elementos por unidad de longitud de 0.07, para proporcionar las mismas condiciones de mallado y observar su efecto.

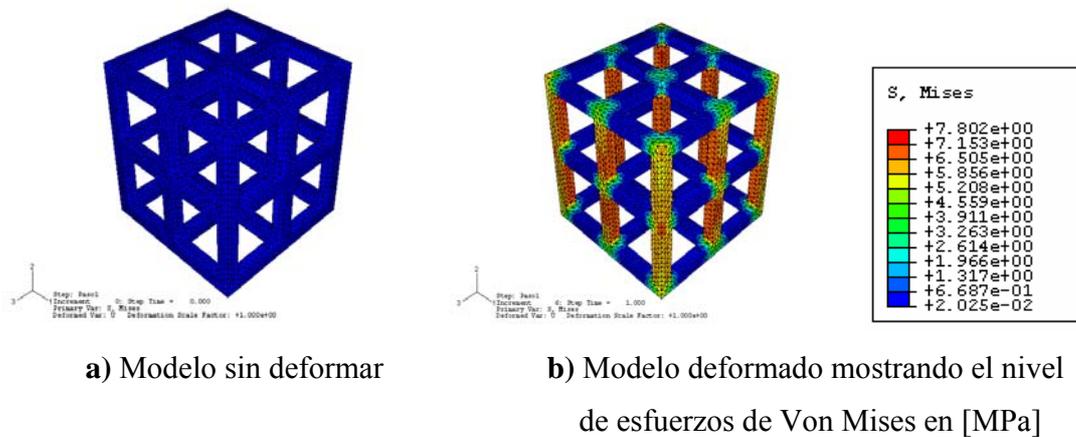


Fig. 4.11 Modelo de Paquete de celdas abiertas con espesor de 0.16 [mm]

Se puede observar que el esfuerzo máximo disminuyó en muy pequeña cantidad llegando a un valor de 7.802 [MPa] comparado con el 7.82 [MPa] de la celda abierta individual, lo cual indica que los esfuerzos son distribuidos sobre los paquetes provocando una disminución en el valor máximo. El porcentaje de diferencia entre el modelo de paquetes trabeculares de celdas abiertas y el de modelo de celda abierta individual es mínimo lo cual justifica el hecho de ocupar una celda unitaria y por tanto una correcta estimación.

Sobre la distribución de esfuerzos sobre las vigas verticales que son las zonas donde se presentan los mayores esfuerzos, se observa que para el caso de la celda abierta individual los esfuerzos de mayor magnitud cubren un volumen mayor comparado con las que se encuentran agrupadas. Esto refleja que a medida que se aumente la cantidad de celdas abiertas se irá acercando cada vez más al valor experimental aparente. Debido a que generalmente los esfuerzos de tejido son mayores en magnitud a los aparentes (Van Rietbergen et al., 1995 p.76).

Finalmente sobre los vértices puede observarse una disminución del esfuerzo correspondiendo en los paquetes trabeculares a un valor de 4.55 con respecto al 4.57 en la celda abierta individual.

El módulo de elasticidad obtenido fue de 600 [MPa], el cual no muestra variación con el de celda abierta individual, es por ello que para que el efecto sea apreciable se debe realizar con un mayor número de celdas abiertas, lo cual dependerá de la capacidad de solución computacional.

Para el caso de la fracción de volumen se obtuvo un valor de .145152.

4.7 Modelo de Platos

Las distribuciones de los espesores sobre los especímenes revelan que con altas fracciones de volumen los elementos tendrán una forma de plato, mientras que con bajas fracciones de volumen se comportarán en forma de barras (Kothari, et al, 1999, p.245). La arquitectura del hueso esponjoso ha sido descrita como un enrejado tridimensional compuesto de platos paralelos verticales y barras interconectadas (Mosekilde, 1988). De acuerdo a las imágenes obtenidas en el microscopio metalográfico y el estereoscopio se propuso el siguiente modelo (Fig. 4.15), respetando el espesor anteriormente mencionado de 0.16 [mm].

Del lado superior derecho de la Fig. 4.12 se puede observar claramente una forma de plato obtenida de las probetas cilíndricas, dicha geometría se utilizará como alternativa para representar la arquitectura trabecular. También es posible identificar de ésta imagen las uniones que forma con las otras trabéculas proponiendo dicha unión a un ángulo de 45°. En la parte inferior izquierda del plato se observa una cavidad de mayor magnitud que parece tener una forma octagonal que se representará en el modelo de elemento finito por el espacio entre las uniones. Adicionalmente se presentan las imágenes longitudinales, Fig. 4.13 y Fig. 4.14 donde es posible identificar la forma de platos, geometría que llevará el modelo en su sección de corte longitudinal. En la Fig. 4.13 se marcó la geometría de platos para una facilidad de observación así como también debido a que existen zonas que fueron dañadas por el corte de la sierra rotativa.

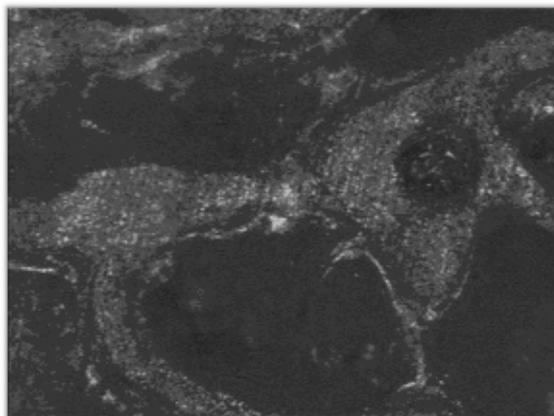


Fig. 4.12 Imagen de hueso trabecular a 50 X corte transversal



Fig. 4.13 Imagen de estereoscopio a 16X corte longitudinal

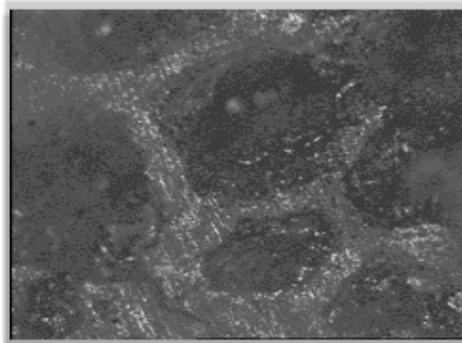


Fig. 4.14 Imagen de hueso trabecular a 50X corte longitudinal

A continuación se muestra el modelo propuesto de platos para su posterior análisis mediante el método de elemento finito.

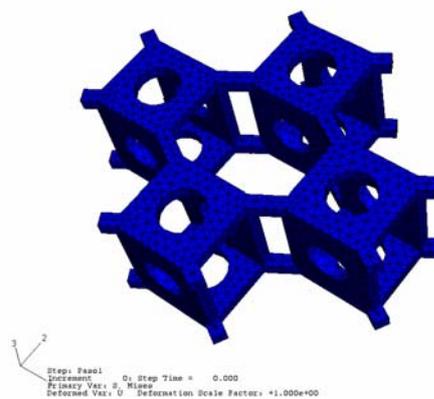


Fig. 4.15 Modelo de platos

En éste modelo se puede observar que en la sección longitudinal se presentan platos con cavidades circulares similares a los mostrados en la Fig. 4.13, teniendo en la sección más delgada el espesor de 0.16 [mm]. Un importante concepto a recalcar dentro de éste modelo de elemento finito de platos (Fig. 4.15) es que en las uniones de los platos superiores con los verticales y entre ellos mismos se considerarán como si fueran uno solo, esto se logra con la restricción que se explica a continuación.

El criterio de tolerancia asegura que los nodos son atados solo donde las superficies esclava y maestra están muy cercanas en la configuración inicial. Por ejemplo considerando la Fig. 4.16, éstas dos superficies pueden ser usadas como esclavas y maestras en una restricción de atado en la zona deseada. Esto limita los grados de libertad e impide que los elementos puedan rotar o desplazarse entre sí.

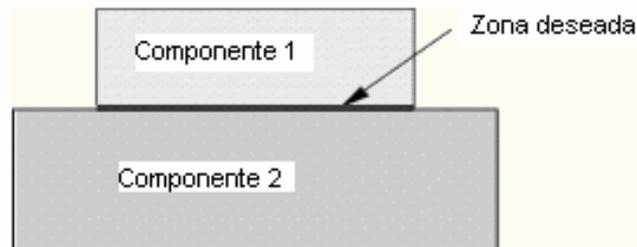


Fig. 4.16 Criterio de tolerancia

La posición de tolerancia por defecto es 5% del tamaño del elemento de la superficie maestra. Dentro de las condiciones de atado se seleccionó el de superficie-superficie debido a que este método optimiza la exactitud en los esfuerzos para pares de superficies. El método de atadura de superficie-superficie puede resultar en un incremento computacional si las superficies atadas son largas.

Descripción geométrica

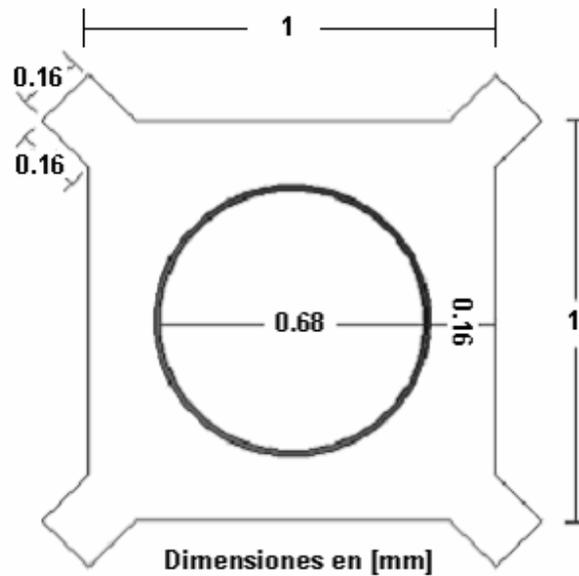


Fig. 4.17 Plato Superior vista frontal



Fig. 4.18 Plato Superior vista inferior

Las contribuciones más recientes sobre la descripción de la arquitectura trabecular para elementos finitos se han hecho considerando variaciones a lo largo de la longitud trabecular y no tanto considerándolas como vigas de sección constante (circulares ó rectangulares). Específicamente (Kim y Al-Hassani 2002) consideraron diferencias entre la base y el espesor central de la trabécula. Mediante el uso de software para mediciones microscópicas (MGI photosuite 3.0SE) a partir de la imagen de un microscopio óptico a una magnificación de 30 X se llevó a cabo la medición del espesor máximo (t_{\max}), mínimo (t_{\min}) y longitud.

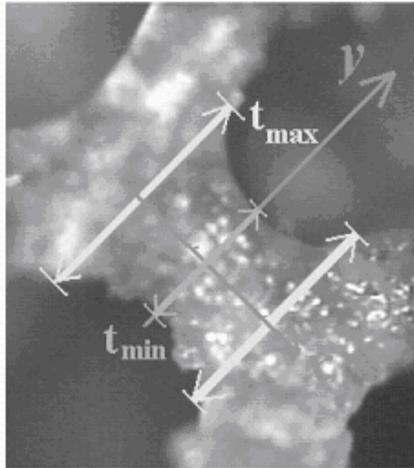


Fig. 4.19 Dimensiones básicas geométricas de una trabécula en forma de barra; mostrando el espesor máximo (t_{\max}) y el espesor mínimo (t_{\min}) al centro de la barra. (Dagan et al., 2004, p.551)

Encontraron varios valores de espesores promedio pero el más representativo fue de .14 [mm]. Si se considera éste valor promedio comparado con el espesor trabecular manejado hasta ahora se observa que son muy similares, lo más destacable de la Fig. 4.19 y lo que se quiere hacer notar es la consideración de los cambios de espesor.

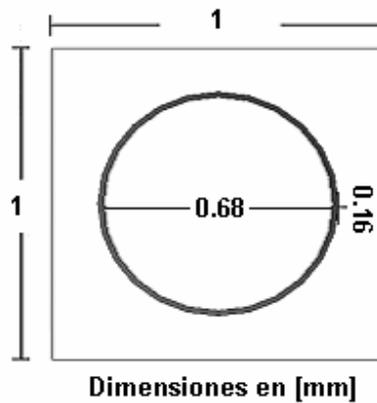


Fig. 4.20 Plato longitudinal vista frontal

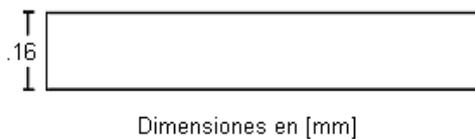


Fig. 4.21 Plato longitudinal vista superior

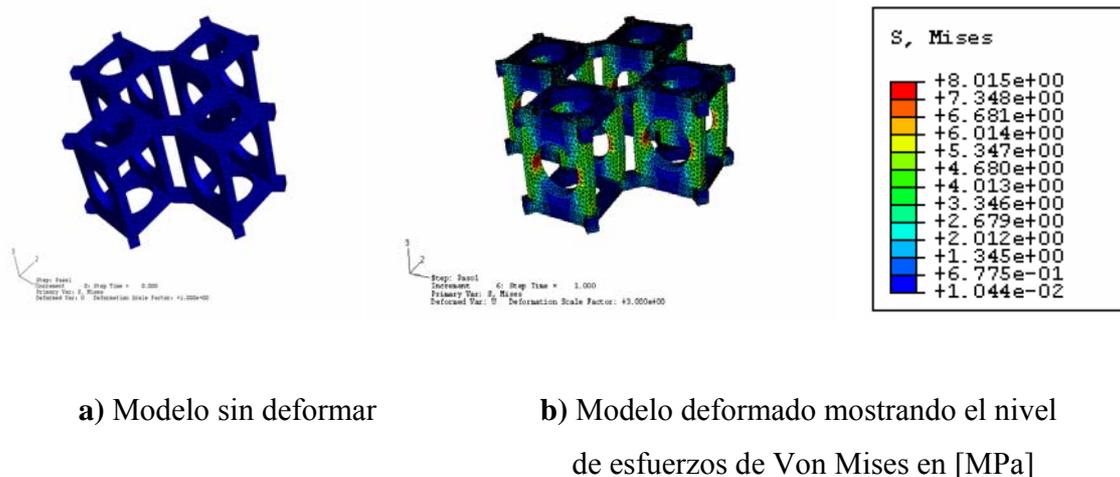


Fig. 4.22 Modelo de platos con espesor de 0.16 [mm]

De éste modelo de platos se puede observar que el esfuerzo máximo se presenta en la zona más delgada de la parte longitudinal con un valor de 8.015 MPa, mientras que la condición de interacción de atado para los elementos que conforman la estructura fue satisfactorio, debido a que es claramente observable y homogéneo el valor de esfuerzos entre dichas uniones. Las condiciones de frontera antes especificadas y tomadas de la literatura como ya fue mencionado, permitieron que los nodos pudieran girar y desplazarse evaluando en buena medida las condiciones in vivo.

La tabla 4.3 se muestra para observar la convergencia del modelo, destacando que éste es el que presenta el mayor tiempo de cómputo para la solución.

Tabla 4.3 Cantidad de elementos para la solución del modelo de platos

Modelo de platos							E [MPa]
Tamaño de elemento		Nodos	Esfuerzo max. [MPa]	Esfuerzo min. [MPa]	# elementos	Tiempo de cómputo [h]	360
Pl	Ps						
.08	.06	14304	7.638	2.09E-02	51840	2	
.07	.05	20192	8.015	1.04E-02	79072	3	
.06	.04	33820	8.059	1.75E-02	139152	5	

Pl: Plato longitudinal; Ps: Plato superior.

Se especificó el tamaño de elemento debido a que como puede observarse es mayor el número de elementos que se necesitan en el plato superior que para el plato longitudinal, debido a los elementos de unión como se muestra en la Fig. 4.22 a).

En la Fig. 4.22 b) en el plato longitudinal en la zona más delgada del lado de la cavidad circular se encuentran los esfuerzos mayores, que será la zona por donde inicie la falla del modelo, que si se compara con la Fig. 2.7 D) se observa una gran similitud para la ruptura.

El nivel de esfuerzos contiguo a la iniciación de la falla es de 4.68 [MPa], mientras que en la parte horizontal del plato muestra un valor de 1.3 [MPa], lo cual indica que el modelo fallará en forma perpendicular a la sollicitación y con una ruptura en forma diagonal de izquierda a derecha.

Es importante mencionar que el número de nodos es relativamente grande, razón por la cual es muy complicado ensamblar un modelo con un mayor número de celdas para observar cual sería el resultado a nivel aparente, así como implícitamente un tiempo de cómputo muy grande. Solo se presentó el ensamble de cuatro celdas debido a que es el mínimo número para observar la interacción entre las uniones que conforman el octágono.

El valor del módulo para éste modelo es de .36 [GPa] el cual se encuentra un poco por debajo del rango utilizado que es el de Ryan y Williams.

De la tabla 4.3 el modelo con un valor 20192 nodos es el más conveniente debido a que presenta un tiempo de cómputo intermedio así como diferencia poco significativa con el inmediato siguiente.

Para el caso de la fracción de volumen se muestran los siguientes datos:

El volumen con huecos del plato longitudinal tiene un valor de 0.10189, mientras que el del plato superior .11418, para la obtención del volumen total de la celda es como se muestra en la Fig. 4.23 con un valor de 1.0768. Finalmente la fracción de volumen estará dada de la siguiente manera:

$$F.V. = \frac{2[(.10189)+(.11418)]}{1.0768} = .4013$$

La fracción de volumen para este modelo resulta muy elevada lo que hace que éste modelo sea resistente y el valor de 7.7 [Mpa] sea localizado, lo que lleva a concluir que se iniciará la ruptura más no el colapso total de la celda.

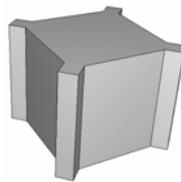


Fig. 4.23 Volumen total de la celda

4.8 Modelo de barras y platos

Para este caso como anteriormente fue mencionado se presenta para hueso trabecular con una baja fracción de volumen, los platos se convierten en barras y consecuentemente una disminución en la resistencia del hueso trabecular.

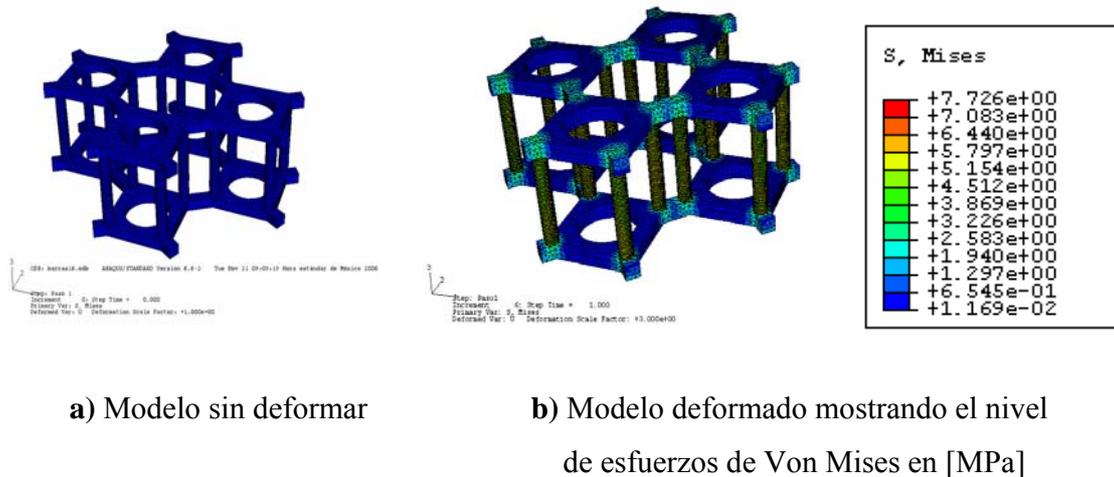


Fig. 4.24 Modelo de barras y platos con diámetro de .16 [mm]

Las barras presentan un esfuerzo de 5.15 [MPa] en casi su totalidad, es decir; más homogéneo lo que indica que éstos elementos de transmisión de carga se encuentran muy esforzados y no así distribuyen los esfuerzos en tan buena medida como lo hacen los platos.

Los valores máximos se encuentran en la zona de contacto de la barra con el plato inferior de donde es posible apreciar el valor de 7.7 [MPa] en muy pequeña proporción.

Se puede observar que existe en los elementos de unión un esfuerzo de 1.9 [MPa], menor que en el modelo de platos, esto indica que toda la carga se concentra en la barra, mientras que en el modelo de platos se distribuye a lo largo del plato superior en mayor medida debido a la acción del plato longitudinal. Este modelo explica como es que el hueso al irse debilitando reduce su fracción de volumen y con esto es menos resistente debido a que las trabéculas disminuyen su espesor y su eficiencia en la transmisión y distribución de carga. En cuanto al número de elementos y nodos así como la convergencia del modelo se puede observar en la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Cantidad de elementos para la solución del modelo de platos y barras

Modelo de platos y barras						E [MPa]
Tamaño de elemento		Nodos	Esfuerzo max. [MPa]	Esfuerzo min. [MPa]	# elementos	Tiempo de cómputo [h]
B	Ps					
.04	.07	15040	6.66	1.29E-02	56240	1
.03	.06	36144	7.54	1.00E-02	153288	3
.023	.05	54256	7.726	1.17E-02	241504	4
						450

B: Barra de transmisión de carga

De esta tabla al igual que en modelos anteriores se observa que el cómputo automático genera un mayor número de elementos para la barra que para el plato superior, lo cual es lo más conveniente debido a que es la parte que servirá de transmisión de carga.

El valor del módulo para éste modelo es de .45 [GPa] el cual se encuentra dentro del rango de valores reportados por Ryan y Williams.

De la tabla 4.4 el modelo con un valor 54256 resultó ser el más conveniente debido a que si existe una pequeña diferencia con el anterior. El tiempo de cómputo es menor al modelo de platos debido a la geometría de la sección transversal (barras) que son elementos más simples para el cálculo de esfuerzos que los platos.

Finalmente mediante un cálculo semejante al mostrado para el modelo de platos se obtiene la fracción de volumen para este modelo, la cual es de 0.28. Éste valor se encuentra comúnmente en la literatura por lo que es un modelo que predice en buena medida la arquitectura trabecular.

CONCLUSIONES

Análisis experimental

Se puede mencionar que el paralelismo en las caras se logró mediante el uso de la máquina cortadora con disco de diamante, lo cual aseguró que la prueba fuera evaluada correctamente como se quería, únicamente a compresión y no inducir momentos o pares durante la carga. En cuanto a los métodos de preparación de la muestra fueron evaluados satisfactoriamente, debido a que el tejido fue hidratado para la preservación de sus propiedades mecánicas in vivo.

De las curvas de esfuerzo-deformación se pudo observar que tienen la misma tendencia, esto es que la carga llega a un valor máximo (rompimiento de la probeta) y luego disminuye; posteriormente después de un reajuste de las trabéculas ésta vuelve a subir pero en general no más allá de la carga con que rompió.

De acuerdo a la ruptura del material se pudo observar que presenta un comportamiento de un material frágil.

Un factor determinante en el comportamiento mecánico de las muestras fue el cartílago de crecimiento que como pudo observarse es una zona por donde generalmente el hueso llega a romper. A partir de los resultados experimentales obtenidos contra los tabulados en la literatura se observa que el cartílago de crecimiento provoca una disminución en la resistencia del hueso trabecular, pero es algo que siempre está presente debido a que las muestras de hueso corresponden a especímenes jóvenes.

En las probetas 4 y 10 se observa que existe un aumento en la resistencia del hueso trabecular después del colapso esto debido a un reajuste trabecular que pareciera dar ese efecto.

Se obtuvo un promedio de valores para el módulo de elasticidad aparente de 124 [MPa] el cual se encuentra dentro de los valores reportados por (Augat et al., 1998). Si se compara con la tabla mostrada por Mosekilde se encontraría un poco por encima del de espina lumbar. Esto hace ver la gran dispersión de datos en la literatura y la complejidad de realizar una buena preparación de la muestra debido a las distintas variables a controlar para realizar un correcto ensayo en hueso trabecular.

Análisis mediante elemento finito

El análisis por elemento finito se presentó debido en gran medida a las complicaciones que existen referente a los protocolos para la evaluación experimental a nivel tejido, así como la utilidad y auge que ha tomado el método para soluciones en estructuras y análisis de esfuerzos.

Los modelos de celdas unidad planteados en este trabajo surgieron en gran medida debido a la necesidad de instrumentos especializados para la obtención de imágenes tridimensionales como es el caso de Microtomografía, así como también a procesadores complejos para la solución.

A partir de los modelos propuestos se tiene una buena aproximación en cuanto a resultados sobre tejido (trabécula individual) se refiere. Con el presente trabajo se ha descrito y abordado la importancia de la estructura trabecular en la determinación de las propiedades mecánicas del hueso, así como las distintas variables a considerar para el modelado.

El modelo de celda abierta mostró ser el más rígido de todos los elementos planteados. Ésta geometría dista mucho de la estructura trabecular, pero es un modelo que proporciona valores de módulo elástico de tejido dentro de los mostrados en la literatura. En cuanto a su fracción de volumen no dista mucho de los reportados en dimensiones trabeculares. A partir de los modelos de sólidos celulares se pudo entender el comportamiento y los modos de falla de ésta celda la cual exhibe un comportamiento elástico frágil en donde la flexión es dominante en la deformación elástica.

Para el caso de paquetes trabeculares se pudo observar satisfactoriamente que disminuye el esfuerzo máximo al ir apilando las celdas, pero que esta magnitud es mínima, razón por la cual se justifica el hecho de manejar celdas unitarias individuales.

El módulo de tejido del modelo de platos quedó un poco por debajo del límite inferior del rango de valores para el módulo de elasticidad reportados por Ryan y Williams. Es el único modelo que considera cambios de espesor y el que mejor se aproxima a los valores experimentales, es por ello que los modelos que consideren cambios de espesor describirán en mejor medida la estructura trabecular y tendrán mejor relación con los valores experimentales. Existe una fuerte tendencia de cambios de espesor como pudo observarse en las imágenes de microscopía. La fracción de volumen para este modelo resultó ser muy elevada, lo cual hace que el modelo sea más resistente y que solo se presente un esfuerzo de ruptura localizado.

El modelo de platos y barras muestra una reducción en la fracción de volumen, lo que tiene efecto en la distribución de esfuerzos, principalmente en los elementos de unión. Es un modelo que presenta un módulo de elasticidad dentro del rango de valores utilizado en éste trabajo, así como también una fracción de volumen que no dista mucho de los valores reportados en dimensiones trabeculares.

Las condiciones de frontera y los porcentajes de deformación tomados de la literatura aplicados a los modelos planteados fueron de gran utilidad y correctamente evaluados ya que mostraron cierta aproximación con los experimentales pero en mejor medida con los de tejido reportados en la literatura.

Para futuros trabajos se sugiere utilizar la temperatura in vivo en el modelado para observar cual es su efecto en las propiedades mecánicas del hueso trabecular, debido a la dificultad de controlarla a nivel experimental.

Por lo anteriormente mencionado se hace notar que el método de elemento finito es una herramienta que describe en gran medida el comportamiento mecánico del hueso trabecular siempre y cuando se tomen las restricciones, geometrías y condiciones de frontera apropiadas para el modelado.

REFERENCIAS

1. Anglada M J, ed. – J Alcalá LM Llanes- AM Mateo (2002) – MN Salán, *Fractura de materiales*, Universidad Politécnica de Catalunya.
2. Annual Book of ASTM Standards (1983), *Standard Methods of Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature*, (E 9, AST, Philadelphia, p 140-152.
3. American Society for Metals Internacional (1989), Mechanical testing, in *Metals Handbook* , 8, ASM, Materials Park, OH.
4. Annual Review of materials science, Vol.28, 1998.
5. Ashman, R. B. (1982), Ultrasonic determination of the elastic properties of cortical bone: *Techniques and Limitations*, Ph.D. thesis; Tulane University, New Orleans, LA.
6. Augat, P., Link, T., Lang, T. F., Lin, J. C., Majumdar, S., and Genant, H. K (1998).: *Anisotropy of the elastic modulus of trabecular bone specimens from different anatomical locations*, Med. Eng. Phys., 20, pp. 124–131.
7. Birkenhager-Frenkel, D.H., Nigg, A.L., Hens, C.J., Birkenhager, J.C (1993).., Changes of interstitial bone thickness with age in men and women. *Bone* 14 (3), 211-216.
8. Borchers, R.E., Gibson, L.J., Burchardt, H., y Hayes, W.C. (1995), Effect of selected termal variables on the mechanical properties of trabecular bone, *Biomaterials*, 16, 545.
9. Cowin, Stephen (2001) ed. *Bone Mechanics Handbook*. CRC Press. EUA.
10. Currey, J. D. (1988). The effect of porosity and mineral content on the Young's Modulus of elasticity of compact bone. *Journal of Biomechanics* 21 (2), 131-139.
11. Chandupatla, Tirupathi R. / Belegundu, Ashok D (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería* (2ª ed) México,.
12. Choi. K., Kuhn, J.L., Ciarelli, M.J., and Goldstein, S.A. (1990), The elastic moduli of subchondral, trabecular, and cortical bone tissue and the size-dependency of cortical bone modulus, *J. Biomech.*, 23,1103.
13. Dagan D., M. Be'ery, A. Gefen (2004), Single-trabecula building block for large-scale finite element models of cancellous bone, *Med. Biol. Eng. Comput* Vol. 42 549-556.
14. Dapía-Robleda, Caeiro-Rey JR, Blanco-Ramos M, Vaquero-Cervino E (2005), Microtomografía computarizada (μ -tc): Nueva técnica para la evaluación de la microestructura ósea, *Acta Ortop. Gallega*, 1(1): 34-38.
15. Escribá Urios Ismael (2006), *Ostoesíntesis de la vértebra fracturada, estudio biomecánico, clínico, análisis de resultados* (tesis doctoral).
16. Evans, F.G., Lebow, M. (1951), Regional differences in some of the physical properties of the human femur, *J. Appl. Physiol.* 3, pp. 563-572.
17. Fazzalari, N.L.k forwood, M. R., Manthey, B. A., smith, K., and Kolesik, P. (1998), Three-dimensional confocal images of microdamage in cancellous bone, *Bone*, 23, 383-378.

18. Fyhrie, D.P. and Schaffler, M. B. (1994), Failure mechanisms in human vertebral cancellous bone, *Bone*, 15, 105-109.
19. Gere, J. M., Timoshenko (1984), S., *Mechanics of materials*, PWS-Kent, Boston, MA.
20. Gibson, L. J. (2004), Biomechanics of cellular solids. *Journal of Biomechanics*, p. 377-399.
21. Gibson, L. J. The mechanical behaviour of cancellous bone (1985). *Journal of Biomechanics*. Vol. 18. No. 5. Págs. 317-328.
22. Gibson, L.J., Ashby, M.F.. *Cellular Solids* (1997): Structure and Properties, Cambridge University Press, Cambridge (2nd ed).
23. Harrigan, T.P., Jasty, M. W., and Harris, W. (1988), Limitations of the continuum assumption in cancellous bone, *J. Biomech.*, 21, 269-275.
24. Keaveny. T. M. Borchers. R.E.. Gibson. L.J.. and Hayes. W.C. (1993). Theoretical analysis of the experimental artifact in trabecular bone compressive modulus. *J. Biomech.* 26. 599.
25. Kim, H.S., Al-Hassani, S.T.S. (2002). A morphological model of vertebral trabecular bone. *Journal of Biomechanics*. Vol. 35. No. 8. Págs. 1101-1114.
26. Kopperdahl, D. L. and Keaveny, T. M. (1998), Yield strain behavior of trabecular bone, *J. Biomech.*, 31, pp. 601-608.
27. Kothari, M. Keaveny, T. M., Lin, J. C., Newitt, D. C. And Majmudar, S. (1999) Measurement of Intraspecimen Variations in Vertebral Cancellous Bone Architecture, *Bone* Vol. 25, No.2.
28. Lakes, R, S., Katz, J. L., Sternstein, S. S. (1979), Viscoelastic properties of wet cortical bone-I. Torsional and biaxial studies, *J. Biomech.* 12, p.p. 657-678.
29. Linde, F., Hvid, I., and Pongsoipetch, B. (1989), Energy absorptive properties of human trabecular bone specimens during axial compression, *J. Orthop. Res.*, 7,432-439.
30. Lotz, J. C., Gerhart, T.N., and Hayes, W. C. (1990), Mechanical properties of trabecular bone from the proximal fémur: a quantitative CT study, *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 14, 107-114.
31. Mosekilde, L. (1986), Normal vertebral body size and compressive strength: relations to age and to vertebral and iliac trabecular bone compressive strength, *Bone*, 7, 207-212.
32. Mosekilde, L (1988), Age related changes in vertebral bone architecture-assesed by a new method. *Bone* 9:247-250.
33. Narváez Clemente Mónica Yadira (2004), Tesis: Métodos para el análisis de la microestructura y propiedades mecánicas del hueso esponjoso, Cd. Universitaria.
34. Quiroz Gutiérrez Fernando Dr. (1970), Colaboradores: Enrique Acosta Dr., Rogelio Camacho Dr., Benjamín Bandera Dr., Ignacio Larios Dr., Fernando Quiroz Pavía Dr., *Tratado de Anatomía Humana*, Tomo 1.
35. Rohlmann, A., Zilch, H., Bergmann, G., and Kolbel, R. (1980), Material properties of femoral cancellous bone in axial loading. Part I: time independent properties, *Arch. Orthop. Trauma Surg.*, 97, 95-102.
36. Ruegsegger, P., Koller, B., Müller, R. A. (1996) Microtomographic system for the nondestructive evaluation of bone architecture. *Calcified Tissue International* 58, 24-29.

37. Ryan, J. C. and Williams, J. L. (1989). Tensile testing of rodlike trabecula excised from bovine femoral bone. *J. Biomechanics* 22, 351-355.
38. Testut, L. & Latarjet, A. (1976), *Anatomía Humana Descriptiva*.
39. Thurner P. J., Blake Erikson, Zachary Schriock, John Langan, Jeff Scott, Maria Zhao, Georg E. Fantner, Patricia Turner, Johannes H. Kindt, Georg Schitter & Paul K. Hansma (2005). High-Speed Photography of Human Trabecular Bone during Compression. *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* Vol. 874, Materials Research Society.
40. Turner, C.H. (1989), Yield behavior of bovine cancellous bone. *J. Biomech. Eng.*, 111, 256.
41. Van der Linden J. C., D. H. Birkenhäger-Frenkel, J.A.N. Brear, H. Weinans (2001), Trabecular bone's mechanical properties are affected by its non-uniform mineral distribution, *J. Biomech* pp. 1573-1580.
42. Van Rietbergen, B., Weinans, H., Huiskes, R., and Odgaard, A (1995): A new method to determine trabecular bone elastic properties and loading using micromechanical finite-element models, *J. Biomech*, 28, pp. 69–81.
43. Weiss, L (1988). ed. *Cell and Tissue Biology: A Text of Histology*. Urban and Schwarzenberg. EUA.
44. W. G. M. Geraets, P. F. Van Der Stelt, P. Lips y F. C. Van Ginkel (1998). The Radiographic Trabecular Pattern of Hips in Patients with Hip Fractures and Elderly Control Subjects. *Bone Vo. 22 No. 2* 165-173.
45. Yuang-Chen, Fung (1993). *Biomechanics: Mechanical properties of living tissues*. 2^a ed. Springer. EUA.
46. Yuhei H. An and Robert A. Draughn (2000), *Mechanical Test of Bone and the Bone Implant Interface*.