UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA

"Coordinación de la Cadena de Suministro por Descomposición Dantzig- Wolfe"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

SISTEMAS- INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

P R E S E N T A :

JOSÉ ANTONIO MARMOLEJO SAUCEDO

TUTOR:

DR. RICARDO ACEVES GARCÍA

2007

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dra. Idalia Flores de la Mota
Secretario:	Dra. Mayra Elizondo Cortés
Vocal:	Dr. Ricardo Aceves García
1er suplente:	Dra. Patricia Balderas Cañas
2do.:	Dr. Juan Manuel Estrada Medina

Lugar donde se realizó la Tesis:
Ciudad Universitaria, México, D.F.

Tutor de Tesis:
Dr. Ricardo Aceves García

Firma

Dedicada con todo mi cariño y agradecimiento:

A mi Madre que me dio la vida e hizo de mi lo que soy.

.

A mi Padre, ejemplo de trabajo constante sin descanso.

A mi hermana Liliana por su bondad inmensurable.

A ti Itzel, mi motivación para superarme día a día.

"Dichoso el hombre que ha adquirido la sabiduría,
y que es rico en prudencia;
cuya adquisición vale más que la plata;
y sus frutos son más preciosos que el oro más puro"

Agradecimientos:

Al Dr. Ricardo Aceves por su tiempo y confianza para realizar este trabajo

A la Dra. Idalia por su apoyo durante todos mis estudios, gracias por su amistad.

Al Dr. Andrés Ramos de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid, España por su asesoría en la programación del Algoritmo presentado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico para cursar esta maestría.

ÍNDICE

RESUMEN

La presente investigación nos muestra la manera de coordinar descentralizadamente los eslabones producción-inventario-distribución de la Cadena de Suministro mediante el uso del Algoritmo de Descomposición Dantzig-Wolfe (DDW).

Se propuso un modelo de programación lineal con parámetros determinísticos que incluyó los eslabones mencionados y se resolvió mediante la modelación de la DDW en un paquete comercial. Se utilizó este método debido a que el algoritmo explota las características estructurales (dual-angular) del problema de programación lineal.

El objetivo general de este trabajo es minimizar los costos de operación global del sistema, satisfaciendo los requerimientos del mercado y tomando en cuenta la capacidad de producción. Se tiene un flujo de dos productos en un solo período de tiempo y dentro de una red de dos plantas, un almacén o bodega, y tres puntos de venta relacionados entre sí. El problema es de carácter continuo, es decir, no se involucran variables de tipo entero.

El modelo considera una demanda de producto conocida (determinista). Se consideran tres elementos importantes:

- Planta. Un nodo de planta corresponde a una fábrica o fuente de productos para el sistema. También podría ser llamado nodo proveedor cuando los productos son adquiridos a terceros.
- Almacén: Es el lugar donde se alojan los productos, o donde se transbordan para ir de un lugar a otro.
- Punto de Venta: Se asocia con los mercados donde se consumen los productos ofrecidos por la empresa, y que son servidos desde la bodega de abastecimiento.

Los parámetros del modelo están dados por los costos unitarios de producción y transporte de cada artículo para la etapa producción-bodega, el costo unitario de transporte para la etapa bodega-mercado y el costo por tener inventario; también se incluyen la capacidad de almacenamiento o inventarios máximos permitidos por cada artículo en la bodega, la capacidad máxima de producción de cada artículo y la demanda de cada mercado respecto a cada producto.

Adicionalmente se explica el algoritmo de descomposición paso a paso a través de un ejemplo ilustrativo.

INTRODUCCIÓN

La industria manufacturera en general enfrenta el reto de elevar los niveles de eficiencia de su rubro, lo anterior debido a los constantes cambios en las necesidades y expectativas de los consumidores, además de un mundo globalizado cada día más competitivo. Dentro de los aspectos más relevantes de este desafío está el de optimizar los costos de producción, manejo y distribución de estos bienes y servicios.

Para lograr esto, las organizaciones deben enfrentar un conjunto de problemas logísticos, la mayoría de las veces de un alto grado de complejidad, en los que la toma de decisiones debe considerar un alto número de alternativas posibles, es decir, son problemas de naturaleza combinatoria.

La Investigación de Operaciones, durante las últimas cinco décadas, ha desarrollado una gran variedad de modelos y algoritmos de optimización para enfrentar estos problemas de toma de decisiones. La experiencia acumulada, tanto nacional como internacional, es una historia de éxitos y fracasos relativos, a pesar del tremendo potencial intrínseco de estas herramientas.

Además, la exigencia cada día mayor de los mercados mundiales han llevado a la conclusión de que para generar rentabilidad y tener éxito en dichos mercados, no es suficiente con mejorar las actividades operativas, ni coordinar las funciones dentro de la empresa, hace falta exteriorizar las relaciones de retroalimentación de información, intercambio de recursos con los proveedores y clientes de una manera integral, utilizando herramientas o técnicas novedosas que beneficien conjuntamente a todos los elementos de la Cadena de Suministro.

La Cadena de Suministro cubre la planeación y la gestión de todas las actividades involucradas en el abastecimiento, procuración, transformación y todas las demás actividades de la gestión logística. Es importante mencionar que también incluye la *coordinación y colaboración* con los diversos socios del canal.

Con el paso de los años, cada vez más organizaciones han centrado su atención en la eficacia y eficiencia de descentralizar las funciones de la empresa, como una nueva forma de hacer negocios.

En el rápido y cambiante mundo globalizado, los aspectos organizacionales se han vuelto decisivos en la dirección eficiente y eficaz de las organizaciones.

En estas circunstancias, el proceso de expansión de las organizaciones hace más difícil las funciones de dirección por parte de un solo directivo; razón por la cual se hace necesario descentralizar las organizaciones empresariales separándolas en subunidades o en segmentos más pequeños que permitan delegar funciones y asignarles autoridad y responsabilidad de decisión a los subordinados de la entidad.

Aunque son numerosas y evidentes las ventajas de los conceptos integrados de la Cadena de Suministro, las herramientas analíticas que pueden explotar esos beneficios son escasas. La escasez de estas herramientas como lo son los modelos matemáticos puede ser atribuida a la eminente confusión de los conceptos de la Cadena de Suministro y a la complejidad inherente del modelo integrado.

Los conceptos de la Cadena de Suministro representan una nueva manera de pensar dentro de los negocios, con alto énfasis en el servicio y satisfacción del cliente. En otras palabras, utilizando las herramientas analíticas tradicionales no encontraremos la solución a muchos problemas del mundo real y actual de la Cadena de Suministro, es necesario proponer nuevas maneras de modelar la cadena, integrando funciones y elementos a lo largo de la misma.

PROBLEMÁTICA

Por todo lo anterior, la Cadena de Suministro tiene que ser tratada como un ente descentralizado (descompuesto en varias partes o eslabones) y se deben coordinar sus actividades para la unificación de los objetivos en uno global. El hecho de producir un bien o servicio en forma no coordinada, se traduce en múltiples problemas como los son falta o exceso de inventarios, malos pronósticos de la demanda, niveles bajos de servicio al cliente y altos costos de operación para la organización.

La evolución de la Cadena de Suministro hacia una descentralización de funciones no soluciona el problema de manera completa, ya que la mayoría de las veces al delegar el proceso de toma de decisiones, cada subsistema busca su óptimo individual (local), el cuál casi nunca converge con el óptimo global de la organización. Lo que se necesita es un mecanismo de coordinación de las decisiones de cada subsistema que esté encaminado al cumplimiento del óptimo global.

Son muchos los mecanismos de coordinación aplicados en la Cadena de Suministro, pero pocos lo realizan con una visión holística. El mecanismo de coordinación más eficiente reportado en la literatura para este fin es la Descomposición de Dantzig and Wolfe *(Dantzig and Philip Wolfe. 1960)*.

Dicha metodología soluciona de manera eficiente problemas de gran escala como lo son los característicos de una Cadena de Suministro (multiproducto, multiplanta, multiperiodo), además proporciona dos ventajas, la primera es la de resolver problemas intratables (muchas restricciones y muchas variables) en tiempos considerables, y la segunda es que logra la solución global coordinando a los subproblemas (subsistemas) involucrados.

Por las razones explicadas anteriormente es necesario el desarrollo de estrategias de coordinación de la Cadena de Suministro tomando en cuenta la naturaleza de tales problemas.

OBJETIVO GENERAL

Resolver de manera coordinada un modelo de producción-inventario-distribución de programación lineal aplicando el Algoritmo de Descomposición Dantzig-Wolfe (ADDW).

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar el ADDW en un ejemplo práctico, explicando paso a paso su metodología.
- Elaborar un modelo de programación lineal que incluya las funciones de producción, inventario y distribución de una Cadena de Suministro.
- Formular el ADDW en un paquete comercial para la solución del problema propuesto.

CONTENIDO

El trabajo se desarrolla en tres capítulos y un anexo de la siguiente manera:

En el primer capítulo se presentan las definiciones de diversos autores acerca de la Cadena de Suministro así como la propia del trabajo. También se explica el marco conceptual de dicha cadena, estructura, componentes, así como la descentralización de la toma de decisiones.

En el segundo capítulo se plantea el problema de la coordinación, y se explica cuáles son las causas, consecuencias, así como los diferentes mecanismos encaminados a lograr este fin. Se presenta además, la teoría de los algoritmos de descomposición de Benders y Dantzig-Wolfe. Finalmente se mencionan las estructuras susceptibles a estos métodos y generalidades del ADDW.

En el capítulo tres se desarrolla paso a paso la metodología propuesta mediante la aplicación de un ejemplo y se presenta el modelo propuesto así como la solución obtenida para el mismo.

Se exponen las conclusiones del trabajo de investigación respecto a los objetivos y se incluyen algunas extensiones.

Finalmente, en el anexo se presenta la modelación del ADDW realizada con un paquete comercial, los ficheros de resultados y la comparación de resultados que se obtienen con otro paquete.

CAPÍTULO 1

LA CADENA DE SUMINISTRO

1.1 Antecedentes

La Cadena de Suministro ha sufrido una evolución a través de los años, los mercados internacionales han sido el catalizador de dicha evolución y seguirán marcando la pauta para desarrollar nuevos conceptos y técnicas en el mundo empresarial.

En la actualidad, los cambios en la organización de la producción y los mercados globalizados han hecho que el proceso de aprovisionamiento–producción-distribución se integre a los procesos de otras células de negocio formando una red de organizaciones, convirtiéndose el cliente en “socio” de las empresas proveedoras y éstas, a su vez, clientes “socios” de otras organizaciones que los proveen. La empresa fabricante del producto de consumo final actúa como proveedora de las compañías mayoristas y éstas a su vez de comercios al menudeo (minoristas). Así, los diferentes participantes se han visualizado como eslabones de una cadena a la que se le denomina “Cadena de Suministro”.

En la década de los noventa según *Ibarra (2005)*, aumentó el dinamismo en los sectores industriales, destacándose una alta competitividad, una globalización de las operaciones y el desarrollo de redes organizacionales. Algunos autores, entre ellos *Ferdows (1989); De Meyer et al. (1994); Chase et al. (2000) y Carrasco (2000)* han destacado la importancia del enfoque estratégico de la producción en el nuevo escenario de los sistemas logísticos y las cadenas de suministro.

En el ámbito de competitividad global, lo que las empresas necesitan no son más técnicas, sino estructurar todo el sistema de organización, sobre la base de enfocarse internamente y externamente en alcanzar la supremacía competitiva.

Para *Jiménez et al. (2002),* la globalización de la economía es un hecho irreversible y sus efectos en todos los sectores económicos cada vez se hacen más evidentes. En las empresas, el efecto se ha reflejado en la organización de la producción, en la estructura competitiva de los mercados y de manera relativa en la transformación de las relaciones comerciales. La empresa busca la integración con otras unidades de negocios en su cadena de producción, dejando aquellas que consideran menos importantes.

El efecto económico mundial parece no haber logrado del todo que la dirección de la empresa cambie de una visión individual a una totalmente colectiva y de colaboración.

Los primeros partidarios de la colaboración empresarial desarrollaron el concepto de la Cadena de Suministro clásica, transformándola en un conjunto de redes de valor. Estas redes, se han convertido en la extensión de los esfuerzos relacionados con la integración tradicional, que evolucionarán de las organizaciones aisladas a la creación de empresas ampliadas y a la creación de valor para cada uno de los socios de la red, que es el objetivo final.

Según la *Asociación Venezolana de Logística (AVELOG, 1998),* la Cadena de Suministro es un concepto orientado a procesos que no es el esquema tradicional de una estructura organizacional. Esto puede causar conflictos con los fondos, liderazgo, y resultados de la medición de desempeño que causan lentitud o desvío en los programas.

Adicionalmente, diferentes opiniones y modelos organizacionales han limitado el compartir conocimientos y metodología de implantación a través de la industria. *Jiménez et al. (2002)* hace notar que desde los inicios de los noventas, los académicos han intentado dar una estructura a la Cadena de Suministro *(Stevens (1989); Towill (1992); Bechtel y Jayaram, (1997))* con tal de hacer una amplia revisión retrospectiva de la literatura e investigación sobre la Cadena de Suministro. Dichas investigaciones han dado cabida a diversas escuelas de pensamiento. Las mayores contribuciones y suposiciones se basan en los principios de la cadena que desafían el futuro.

Según *Lambert et al. (2001)*, la administración de la (SCM, por sus siglas en inglés), se introdujo originalmente por consultores a principio de los ochentas y subsecuentemente ha ganado mucha atención *(LaLonde (1998))*.

Lambert (2001) también señala que la mayoría de los practicantes *Davis (1997); Lee, et al. (1993); Arntzen, et al. (1995); Lee y Billington (1995); Camp y Colbert (1997))*, los consultores *Scharlacken (1998); Tyndall et al. (1998)* y los académicos *Lee y Billington (1992); Bowersox y Closs (1996); Sheffi y Klaus (1997); Handfield y Nichols (1999)* no han logrado percibir la diferencia entre la y la administración logística contemporánea.

1.2 Algunas definiciones de Cadena de Suministro

Dentro del marco conceptual de la Cadena de Suministro, existen varias definiciones, algunas de éstas se presentan a continuación.

"La Cadena de Suministro es la entrega al cliente de valor económico por medio de la administración sincronizada del flujo físico de bienes con información asociada de las fuentes de consumo." (La Londe et al., 1994).

"La Cadena de Suministro es la coordinación e integración de todas las actividades asociadas al movimiento de bienes, desde la materia prima hasta el usuario final, para crear una ventaja competitiva sustentable. Esto incluye la administración de sistemas, fuentes, programación de la producción, procesamiento de pedidos, dirección del inventario, transporte, almacenaje y servicio del cliente." (Cooke, 1997)

“La Cadena de Suministro es un proceso que busca alcanzar una visión clara del suministro basado en el trabajo conjunto de clientes, consumidores y vendedores, para anular los costos que no agregan valor, mejorando la calidad, el cumplimiento de los pedidos, mayor velocidad y para introducir nuevos productos y tecnologías.” (Porter, A., 1997).

“La Cadena de Suministro es la agrupación de una serie de actividades asociadas con el flujo y la transformación de bienes desde la extracción de la materia prima hasta el consumidor final, así como los flujos de información asociados al proceso. El flujo de materiales y de información se integran a lo largo de la cadena.” (Handfield, R. y Nichols, E., 1999).

“La Cadena de Suministro es la red de organizaciones conectadas e interdependientes trabajando juntas en forma cooperativa para controlar, manejar y mejorar el flujo de materiales e información desde los proveedores hasta los usuarios finales.” (Aitken, J., 1998).

En el *Global Supply Chain Forum* de 1998, la Cadena de Suministro se definió como *“La integración, desde el consumidor final hasta los primeros proveedores, de los procesos claves de negocio que proporcionan los productos, servicios, e información que aportan valor al consumidor final.”*

“La Cadena de Suministro involucra a todas las actividades asociadas con la transformación y el flujo de bienes y servicios, incluidos el flujo de información, desde las fuentes de materia prima hasta los consumidores. Para una coordinación continua, existe la necesidad de poder medir, identificar y capturar los grandes beneficios y costos de la cadena, creando mecanismos para distribuir información y ganancias de la colaboración a todos los miembros de la misma.” (Ballou, et al., 2000).

“La Cadena de Suministro es el conjunto de empresas eficientemente integradas por los proveedores, los fabricantes, distribuidores y vendedores mayoristas o detallistas coordinados, que busca ubicar uno o más productos en las cantidades correctas, en los lugares correctos y en el tiempo preciso, buscando el menor costo de las actividades de valor de los integrantes de la cadena y satisfacer los requerimientos de los consumidores.” (Simchi et al. (2000)).

La Cadena de Suministro para este trabajo se define como *“el conjunto de eslabones de producción, inventario y distribución, los cuales están relacionados bajo un esquema de flujo de producto e información para lograr un objetivo global.”*

1.2.1 **Diferencia entre Cadena de Suministro y Logística**

En la práctica se utiliza indistintamente los términos *“Logística”* y *“Cadena de Suministro”*. Sin embargo, el concepto de Cadena de Suministro fue reconceptualizado por el *Consejo de Administración de Logística (1998)* integrando a la “Logística” como parte de la Cadena de Suministro.

Algunos autores han asumido que la Cadena de Suministro *“es la Logística, pero extendida más allá de las fronteras de la empresa" (Bowersox et al., 1999).*

Definición de Logística

“Es la parte de la Cadena de Suministro que planea, implementa y controla el eficiente y efectivo flujo y almacenamiento hacia delante y en reversa, de bienes, servicios e información relacionada, entre el punto de origen y el punto de consumo, en búsqueda de satisfacer los requerimientos de los clientes.” (Council of Logistics Management, 1998).

La Logística tiene que ver con el movimiento físico de productos, es por ello que interviene en el transporte, manejo de Inventario y manejo de Información.

La meta es mejorar el servicio al cliente y minimizar costos. La Logística también se ocupa de las operaciones internas y las uniones con clientes y proveedores. Las actividades de soporte en logística son: procesamiento de órdenes, almacenamiento, pronósticos, calendario de producción, manejo de materiales y empaque.

La Logística cruza fronteras departamentales para unir operaciones a través de la información. La Cadena de Suministro se parece a la función logística, pero es aún más.

La Cadena incluye el flujo de materiales y productos a clientes, pero ahora, incluye a las organizaciones que son parte del proceso (la supra-organización).

La figura 1 nos muestra las diferencias conceptuales entre Logística y Cadena de Suministro.

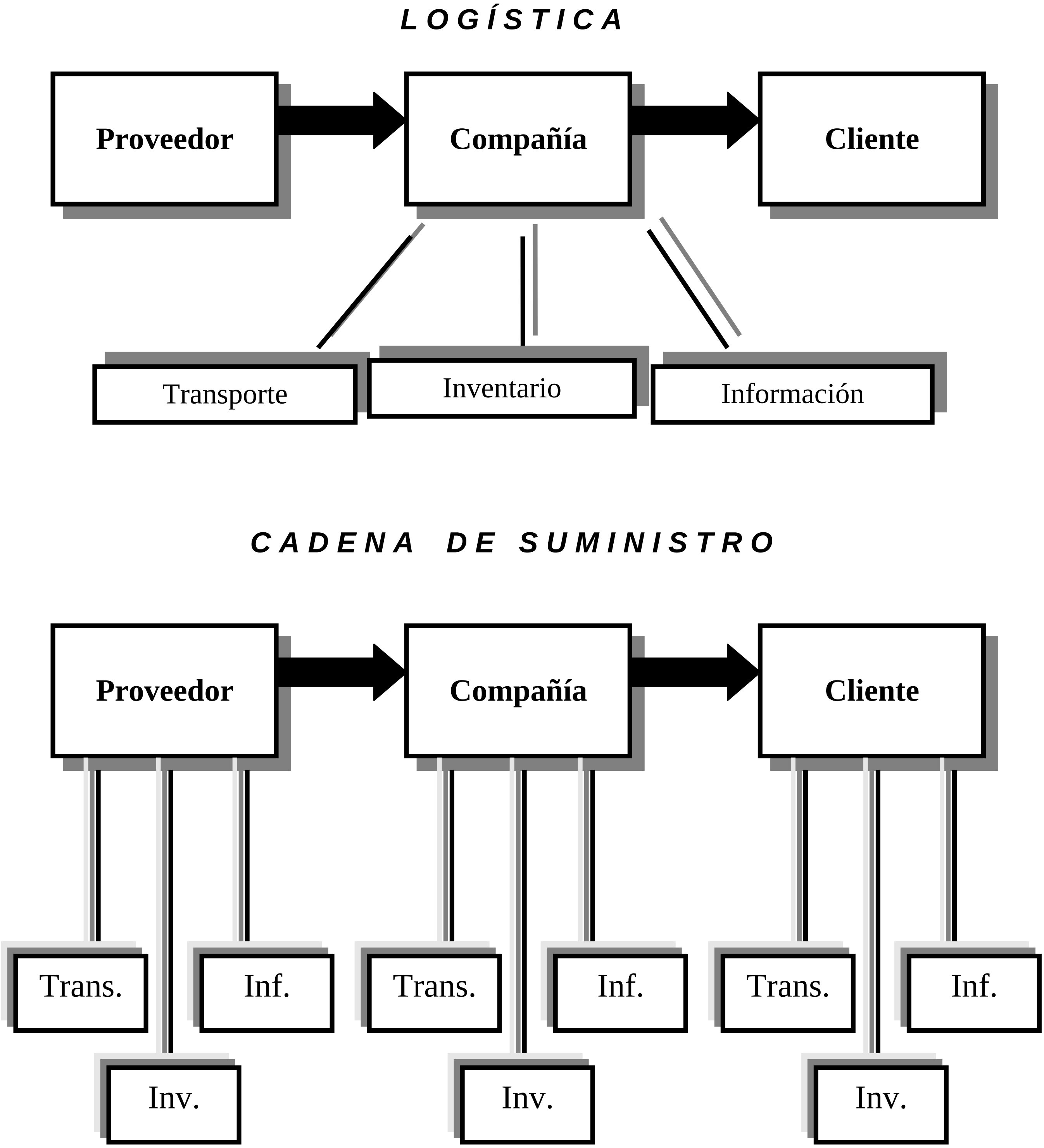


Figura 1. Esquema del concepto de Logística y Cadena de Suministro.
Fuente: Elaboración Propia.

Desde esta perspectiva, se aprecia que la Logística queda comprendida dentro de la Cadena de Suministro formando parte de la misma.

1.3 Marco conceptual de la Cadena de Suministro

Enseguida se presenta un marco conceptual que enfatiza la naturaleza de las interrelaciones y los elementos más importantes en el diseño y desempeño de la administración de la Cadena de Suministro. Según *Lambert et al., (2001)*, el marco conceptual de la cadena consiste de dos elementos estrechamente interrelacionados:

- La estructura de la Cadena de Suministro (red de empresas o departamentos).
- Los componentes de la Cadena de suministro.

La estructura de la red de la Cadena de Suministro está integrada por la empresa central (o de control) y los eslabones (proveedores y clientes), que tienen negocios con dicha empresa. Los componentes de la gestión, son las variables de administración por las cuales los procesos de negocios están integrados y administrados por medio de la Cadena de Suministro. Cada uno de los elementos interrelacionados que constituyen la estructura se describen a continuación.

1.3.1 Estructura de la red de la Cadena de Suministro

Jiménez et al. (2002) menciona que estrictamente no es una cadena, sino una red, su estructura la conforman todas las empresas que participan en una cadena de producción y servicios desde las materias primas hasta el consumidor final. Las dimensiones por considerar incluyen entre otras, la longitud de la cadena y el número de proveedores y clientes en cada nivel.

También menciona que la Cadena de Suministro no parece como tal, sino que es más parecida a las ramificaciones de un árbol, motivo por el cual, sería extraño encontrar que una empresa participara solamente en una cadena.

Los investigadores antes citados sugieren que no todos los eslabones a lo largo de la Cadena de Suministro deben ser estrictamente coordinados e integrados a la gestión, pues el nivel de relación entre los eslabones es muy diferente.

Para un mejor conocimiento y entendimiento sobre cómo se configura la red de la Cadena de Suministro, *Jiménez et al. (2002)* sugiere analizar los siguientes aspectos estructurales de la red:

- Los miembros de la Cadena de Suministro.
- Las dimensiones estructurales de la red.

Para determinar la estructura de la red, es necesario identificar quiénes son los miembros de la Cadena de Suministro. Se deben clasificar por nivel y evaluar qué tan críticos son para el éxito de la compañía. Nótese que integrar y coordinar a todos los eslabones del proceso podría, en la mayoría de los casos, ser contraproducente, complejo e imposible.

1.3.2 Componentes de la Cadena de Suministro

Los miembros de una Cadena de Suministro según *Jiménez et al. (2002),* incluyen todas las compañías u organizaciones con quienes la compañía central actúa recíproca, directa o indirectamente a través de sus proveedores o clientes, desde el punto de origen al punto de consumo.

Menciona que para hacer de una red compleja, una más manejable, es importante distinguir los miembros primarios de los de apoyo. De acuerdo con el *Supply Chain Council*, y con la definición de propuesta por *Davenport (1993)*, los miembros primarios de una son todas esas compañías autónomas o unidades comerciales estratégicas que llevan a cabo actividades de valor agregado, operativas o de gestión, en los procesos comerciales produciendo un rendimiento específico para un cliente en particular o mercado.

A diferencia de los elementos de apoyo, que son las compañías que simplemente proveen los recursos, conocimientos y utilidades para los miembros primarios de la Cadena de Suministro. Los miembros de las compañías de apoyo incluyen a los transportistas, los bancos que prestan dinero, el dueño del edificio que proporciona el espacio del almacén, compañías que proporcionan equipo de producción, impresos de comercialización, de impresión, etc.

Dependiendo del marco de referencia, una compañía puede realizar ambas actividades, primarias y de apoyo. De igual manera, una misma compañía puede realizar actividades primarias relacionadas con un proceso y actividades de apoyo relacionadas con otro.

Jiménez et al. (2002) señala que la distinción entre los miembros primarios y de apoyo de la Cadena de Suministro, no es muy obvia en todos los casos. No obstante, la definición antes señalada proporciona al menos una simplificación administrativa razonable, que puede capturar los aspectos esenciales de quién debe ser considerado como miembro importante de la Cadena de Suministro.

Una buena aproximación para diferenciar entre los tipos de miembros es propuesta por *Porter (2000)*, donde distingue entre actividades primarias y de apoyo en su “cadena de valor”.

Las definiciones de miembro primario y de apoyo permiten especificar el origen y el punto de consumo de la cadena. Entonces, resulta obvio que en el punto de origen de la Cadena de Suministro, no existe proveedor primario alguno, pues todos son considerados como miembros de apoyo.

Jiménez et al. (2002) afirma que para la distribución y el consumo, donde no se agrega valor alguno, los miembros de la suelen ser aquellos en los cuales la empresa central tiene los mayores volúmenes de ventas, pero desde el punto de vista de la Cadena de Suministro, los detallistas e incluso el consumidor deben ser considerados como miembros.

El presente trabajo se centra en optimizar sólo 3 componentes (eslabones) de la Cadena de Suministro, los cuales son:

- Inventario. Este elemento funciona como enlace entre los dos eslabones (producción-distribución), ya que incluye las políticas de inventario máximo para cada artículo; también funciona como restricción de balance.

- Producción. Se tienen como restricciones, las capacidades máximas de producción para cada artículo y para cada planta.

- Distribución. Se considera un caso en el que existen i plantas que deben enviar k artículos a un almacén B, y después distribuir a j mercados. Una determinada planta podría realizar envíos al almacén, y de éste a los diferentes mercados, dados: los costos de producción y transporte, el problema es determinar la cantidad de artículos que cada planta produce minimizando los costos totales. Esta decisión está sujeta a restricciones que exigen que cada fábrica no pueda enviar más productos de los que tiene capacidad para producir.

1.3.2.1 **Inventario**

"*La creciente competencia que existe hoy en día en el ambiente de negocios exige a las empresas mejorar constantemente el uso de sus recursos y la eficiencia de sus procesos productivos. Dentro de estos, la logística está llamando cada vez más la atención de los ejecutivos debido al alza en los costos de producción, de transporte y del capital requerido para manejar inventarios." (Maturana et al. 1997).*

Según *Hax (1983)*, un sistema de inventarios se puede definir como:

"Un conjunto coordinado de reglas y procedimientos que permiten tomar decisiones rutinarias acerca de cuándo y cuánto ordenar de cada ítem que se necesita en el proceso de manufactura o para satisfacer la demanda de los clientes, y que provee a los ejecutivos de la información necesaria para tomar esas decisiones efectivamente".

Para *Maturana et al. (1997)* el objetivo de la modelación de un problema de este tipo, debería ser la minimización de los costos incurridos en el sistema de inventario, cumpliendo al mismo tiempo los niveles de servicio a clientes especificados por las políticas de la empresa.

De acuerdo a sus funciones, los distintos tipos de inventario se pueden distinguir como inventarios de proceso, de ciclos, estacionales, por factores productivos, e inventarios de seguridad.

Por otra parte, de acuerdo a los elementos presentes en la estructura de producción de una empresa y a la complejidad en la toma de decisiones relacionadas con la logística, *Hax (1983)* hace diferencia entre los sistemas de producción, inventario, distribución y los sistemas de distribución- inventario - producción.

Supuestos para la modelación de un sistema de distribución - inventario

Para simplificar y modelar un problema real se deben realizar ciertos supuestos sobre los factores a considerar en la modelación del problema, y que deben ser tomados en cuenta en la selección de un tipo de modelo en particular. Los supuestos son las representaciones simplificadas que hace un modelador sobre los elementos y las relaciones entre esos elementos, que son seleccionados de la realidad para formular el modelo.

Como existen muchas combinaciones de supuestos a elegir, el modelador debe usar su criterio para identificar aquellas más relevantes. Por esta razón debe interactuar con el usuario potencial para establecer qué aspectos deben ser considerados en la modelación y en ese caso definir cómo se van a representar en el modelo.

Para modelar sistemas de distribución-inventario se deben considerar una serie de factores y elementos, los que se han agrupado en tres categorías de supuestos:

- Aspectos físicos
- De demanda
- De costos

En la tabla 1 se presenta un resumen de la clasificación, donde aparecen los distintos supuestos y se indica el nivel de la clasificación en que se encuentran.

Supuestos			Nivel de Abstracción			
			Ambiental	Estructural	Parámetro	Solución
Demanda		Determinística, probabilística o desconocida	X			
		Temporalidad		X		
Costos		Costos promedio o descontados en el tiempo			X	
		Costos de reposición		X		
		Costos variables en el tiempo		X		
		Costos por demanda pendiente o faltante		X		
		Costos de inventariaje		X		
		Economías de escala		X		
		Costos de transporte		X		
Aspectos Físicos	**Bodega**	Simple o múltiple			X	
		Capacidad (fija o no)			X	
	Productos	Un ítem o multi ítem			X	
		Cambios en los productos		X		
	Tiempo	Determinístico o probabilístico	X			
		Función de tiempo		X		
		Discreto o contínuo		X		
		Horizonte de tiempo	X			
		Ventanas de tiempo		X		
		Proceso de revisión			X	
	Otros	Stocks de seguridad			X	
		Lotes de transporte			X	
		Medios de transporte			X	
		Restricciones en la capacidad de transporte			X	
		Capacidad máxima de abastecimiento de proveedores			X	
Otros supuestos		Objetivos del modelo	X			
		Variables discretas o contínuas			X	
		Solucionador				X
		Número de variables de decisión		X		

Tabla 1.Principales supuestos para modelar un problema logístico.

Fuente: Maturana et al. 1997.

En un problema logístico, el supuesto de si la demanda es determinística, probabilística o desconocida, está en el nivel ambiental de la clasificación, porque así se determinan aspectos relativos a la naturaleza de la industria donde el problema está inserto, como por ejemplo, la volatilidad de los mercados.

Por otro lado, el supuesto de si las variables a utilizar son discretas o continuas, recae en el nivel de parámetro, porque define los dominios en los que se pueden ubicar esos valores. Finalmente, el supuesto sobre la función que describe el tiempo que demora alguna actividad de transporte está en el nivel estructural porque define la relación entre el tiempo de traslado y los puntos de origen y destino.

La base de toda organización lucrativa es la compra y venta de bienes o servicios; de aquí la importancia del manejo del inventario por parte de la misma. Este manejo contable permitirá a la empresa mantener el control oportunamente, así como también conocer al final del periodo contable un estado confiable de la situación económica de la empresa.

El inventario constituye la partida del activo corriente que está listas para la venta, es decir, toda aquella mercancía que posee una empresa en el almacén valorada al costo de adquisición, para la venta o actividades productivas.

Operar con un nivel bajo de inventario no está asociado con la obtención de mejores resultados contables en la mayoría de las ocasiones. Los niveles del inventario por sí mismos no guardan necesariamente una relación significativa ni negativa con la rentabilidad actual o futura, de hecho, en algunos casos, cuanto mayor es el volumen de inventario, mayor es la rentabilidad.

Sin embargo, lo que realmente incide en la rentabilidad de la empresa es la rapidez con la que se ajusta el inventario para satisfacer las aleatorias necesidades del mercado. La obtención de mayores beneficios está asociada con la velocidad de respuesta y de los cambios en la gestión del inventario.

Dicho de otra manera, las empresas que aumentan rápidamente sus niveles de inventario para satisfacer incrementos en la demanda o reducen rápidamente sus niveles cuando la demanda desciende, son más rentables.

Estos avances en el conocimiento del área, parecen ratificar las técnicas de producción “justo a tiempo”, que subrayan el mantenimiento de niveles mínimos de inventario, haciendo los pedidos de materia prima en el último momento, pero garantizando la entrega a tiempo. No obstante, las investigaciones de *Netessine et al. (2002)* no se centran en los niveles de inventario bajo mínimos, sino en la velocidad de los ajustes de inventario.

En general muchas decisiones sobre inventarios dependen del programa de producción como se aprecia en la figura 2.

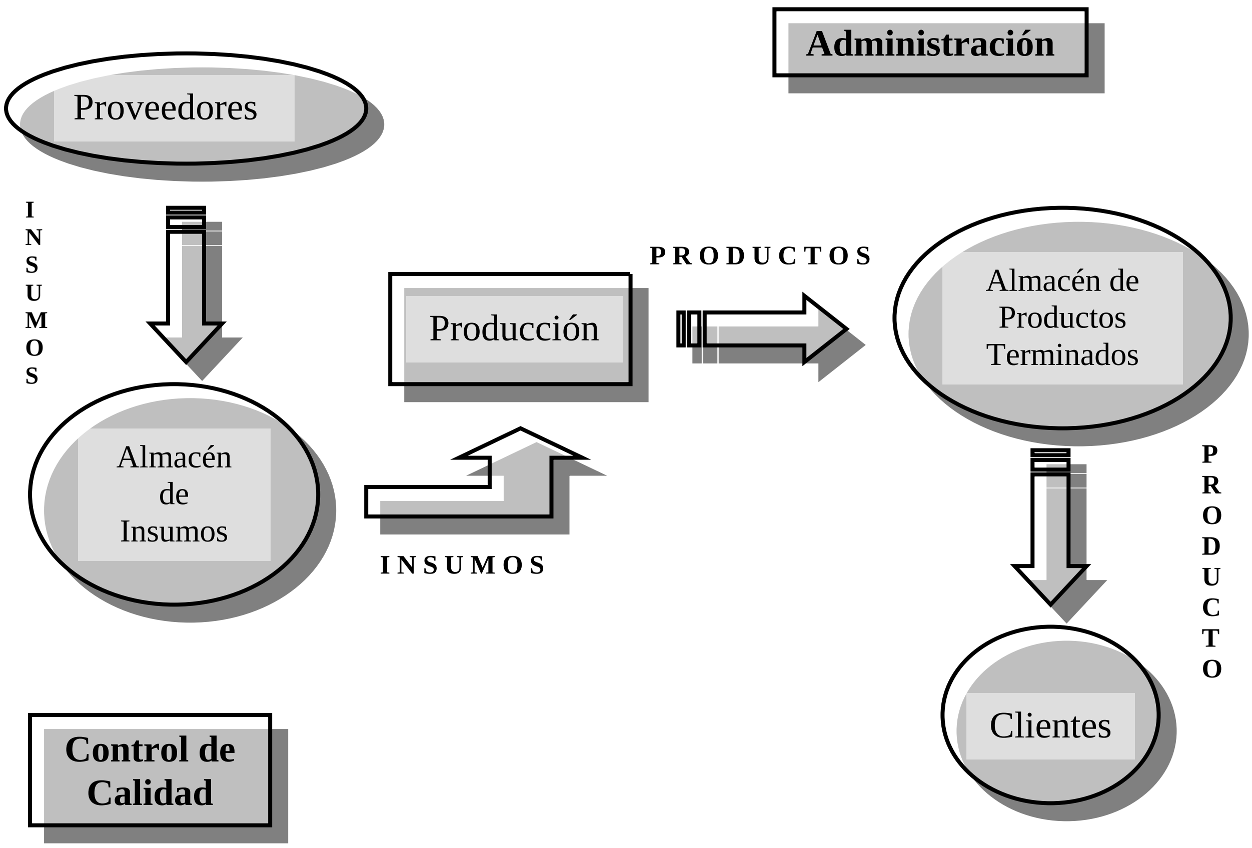


Figura 2. Esquema del área de Inventario.
Fuente: Elaboración Propia.

En general, las funciones del departamento de inventario son las siguientes:

- Proporcionar y mantener una rotación de inventario que permita la continuidad operativa de la empresa.
- Desarrollar proveedores competentes.
- Mejorar la posición competitiva de la empresa.
- Alcanzar las mejoras relacionadas con los otros Departamentos de la empresa.
- Racionalizar los costos de la administración.

1.3.2.2 **Producción**

Este departamento establece los estándares necesarios para respetar las especificaciones requeridas en cuanto a calidad, lotes de producción, stocks (mínimos y máximos de materiales en almacén), mermas, etc. Además, debe realizar los informes referentes a los avances de la producción, como una medida necesaria para garantizar que se cumpla con la programación de la producción fijada.

La manera de funcionar de esta área es distinta, según sea el caso de:

- Producción continua y continua por bloques.
- Producción intermitente o por órdenes.

Desde los tiempos de la producción artesanal, relativamente sencilla, hasta la época actual de compleja tecnología, los sistemas de fabricación y prestación de servicios han incrementado su complejidad.

Actualmente, debemos interpretar la realidad industrial como un sistema inter-fábricas. Los productos así como las materias primas se obtienen mediante la interacción de numerosos entes proveedores de partes, piezas, conjuntos, maquinarias, equipos e instalaciones que, en su caso, contribuyen a tal proceso de obtención de bienes.

El principio de división del trabajo y su consecuencia, el de especialización, están presentes en la operatoria de la industria moderna.

Dada esta realidad, se hace necesario establecer una verdadera coordinación entre los numerosos equipos de trabajo que participan en el proceso integral. Esta coordinación se logra mediante la planeación de actividades, llevadas a cabo entre las diferentes empresas actuantes.

En la micro-organización moderna se repite esta situación: la existencia de áreas y subáreas funcionales, respondiendo al principio de la división del trabajo intra-organización y donde la planificación coordinada es la respuesta.

El área de operaciones requiere el funcionamiento de una subárea responsable de tal planificación.

Este concepto no debe confundirse con el de planeación industrial. Éste se estudia en ingeniería industrial y del producto y se complementa con mantenimiento, compras, control estadístico de la calidad e higiene y seguridad industrial.

La planeación operativa coadyuva al logro de los objetivos de eficacia y eficiencia. El funcionamiento de la sub-área Planeación, Programación y Control de la Producción (PPCP) se lleva a cabo mediante una serie de etapas o fases, que son:

1. La preparación (la verdadera planificación de tareas).
2. La programación.
3. El lanzamiento.
4. El control (de lo planificado y programado).

1.3.2.2.1 **Planeación, programación y control de la producción en producción continua.**

En producción continua y continua por bloques, el PPCP comienza a funcionar con la existencia del pronóstico de la demanda. Lo efectúa el área de comercialización o el propio Programa de Control de la Producción (PCP).

Ese pronóstico, para un lapso anual o para períodos cortos, se convierte en el plan básico o maestro de producción.

Para confeccionar el plan básico, es necesario definir el nivel de producción:

- Siguiendo los picos de la demanda.
- Producción nivelada o constante durante todo el período bajo análisis.

Es una decisión que debe tomar la alta dirección, dadas las implicaciones tecnológicas y financieras de la misma. Con los datos del plan básico se debe determinar el ritmo diario de producción.

El PCP comprende 4 etapas o fases:

a. La preparación del trabajo, o routing (ruteo o ruta de trabajo).
b. La programación de las tareas.
c. El lanzamiento del trabajo a realizar.
d. El control de avance de lo programado y planificado.

Luego comienza el trabajo de programación. En PPCP continua, la programación se denomina suplementaria o complementaria o detallada. Es el complemento necesario del plan básico o maestro.

La programación detallada es: diaria, semanal y quincenal, es decir, de muy corto plazo. Se determinan los requerimientos de materia prima, mano de obra y otros insumos para el trabajo día a día. Con esta información, el responsable de la línea o sub área de la fábrica, sabe qué tiene que hacer y cuándo hacerlo.

Este esquema global del funcionamiento de la sub-área PCP, corresponde a producción continua y continua por bloques.

1.3.2.3 Distribución

Uno de los problemas más frecuentes en la producción de bienes es el problema de la entrega al cliente, ya que es uno de los costos más grandes en que incurre la empresa, y por ello tiene una especial importancia.

El fenómeno de la distribución puede definirse como el conjunto de tareas y operaciones que se realizan desde que el producto sale de la organización, hasta que se entrega al comprador. La distribución puede ser considerada, desde este punto de vista, como un canal por el que circula el producto, teniendo en uno de sus extremos al productor y en el otro al consumidor.

Se trata de un problema muy conocido en el campo de la investigación de operaciones, que consiste en buscar el costo mínimo de la distribución cuando se aprovisionan uno o varios puntos de destino en una proporción variable a partir de diferentes fuentes o proveedores.

Denominamos modelos de distribución a todo procedimiento que permita mediante el desarrollo de modelos matemáticos, predecir el comportamiento y mediante éste, optimizar una red o cadena de distribución, sea esta de productos, servicios, dinero o personas.

Mendaña et al. (2005) señala que la existencia de varios puntos origen de transporte y múltiples puntos de destino, implica la necesidad no sólo de encontrar las mejores rutas entre ellos, sino también dar una solución al problema de la asignación de destinos a cada punto de origen. El problema tiene una complicación adicional si se tiene en consideración la existencia de posibles restricciones en los puntos de origen, por ejemplo, en relación con la cantidad de demanda que puede cubrir cada uno, capacidad de vehículos etc.

Al afrontar este tipo de problemas, el conocimiento técnico supone que debe haber alguna forma de obtener una solución. De hecho, se conocen las fuentes, las capacidades, las demandas y los costos de cada ruta; debe existir, pues, una combinación óptima que minimice el costo.

Organización de los circuitos de entrega.

Además de establecer las cantidades transportadas desde cada fábrica a cada cliente, el presupuesto de distribución ha de determinar los circuitos a realizar por los vehículos, constituyendo frecuentemente la fase final de las operaciones de distribución y, en ocasiones, la fase inicial del aprovisionamiento *(Arbones, 1990)*. Se recurre a ellos, para la entrega de mercancías distribuidas en pequeñas cantidades a numerosos clientes.

La organización de los circuitos de entrega consiste en determinar, la composición de la flota de vehículos necesaria y establecer las reglas de su utilización cotidiana.

Para proceder correctamente a la presupuestación, es preciso, en primer término, disponer de información que pueda agruparse en cuatro categorías diferentes:

1. **Estructura de la demanda y sus fluctuaciones:**

Se trata de determinar la demanda por unidad de tiempo que debe distribuirse a cada zona, así como el número de clientes a los que hay que atender. En muchos casos esta información sólo puede conocerse de forma imprecisa o aproximada.

2. **Grafo de las distancias y de los tiempos recorridos:**

Debido a la modificación de los valores de las distancias y los valores de los tiempos, por ejemplo, según las estaciones del año, en grandes aglomeraciones urbanas (condiciones de circulación), etc., por lo que resulta imposible establecer un grafo con valores precisos de los tiempos de recorrido.

3. **Costos de entrega:**

Puede incurrirse en costos fijos e independientes de la distancia recorrida, pero también pueden existir costos variables (proporcionales, progresivos, regresivos u otros) en función del tipo de mercancía, distancia, etc. Su cuantificación en términos precisos resulta muy difícil, por lo que se ha de considerar la posibilidad de operar con valores imprecisos.

4. **Métodos de organización de circuitos:**

A pesar de que este tipo de problemas son frecuentes, la utilización de métodos científicos se encuentra todavía lejos de conocer la verdadera importancia de su desarrollo. Esto es consecuencia en gran medida, de su naturaleza, que hace compleja la construcción de un modelo matemático único para representar los fenómenos que se tratan.

Por lo tanto, la información relativa a las variables implicadas en el establecimiento de los circuitos de entrega así como la demanda, en muchos casos no puede ser estimada con valores numéricos exactos, por lo que resultará especialmente útil poder utilizar herramientas matemáticas que permitan procesar información imprecisa o incierta.

El beneficio esperado es el resultado de conocer qué propiedad se desea optimizar resolviendo un modelo de distribución ya se que tenga cualquiera de los siguientes objetivos:

- Minimizar todos los costos (fijos y variables) asociados a una distribución.

- Maximizar los beneficios totales asociados a una distribución.
- Ambos objetivos (maximizar y minimizar) simultáneamente.

El modelo de distribución proporcionará la mejor solución teórica posible, teniendo en cuenta que muchas veces puede no resultar la solución más práctica, a partir de la cual podrán obtenerse muchas otras posibles soluciones pero sabiendo de antemano cuál es su cota superior de beneficios o cota inferior de costos. Esta solución óptima se consigue resolviendo el modelo mediante técnicas de programación lineal, no lineal o entera mixta, utilizando herramientas específicas para la obtención de los resultados.

Los resultados deben presentarse de una manera comprensible a partir de la cual se podrá diseñar una estrategia comercial que mejore el sistema de distribución.

Principales aplicaciones de los modelos de distribución:

Los modelos, también llamados de transporte, se aplican a todas las operaciones relacionadas con la logística de la distribución de mercados (bienes o servicios), tales como:

- Distribución de productos entre sucursales distantes con costos diferentes de fletes.
- Distribución de materiales entre depósitos intermedios y desde allí a los consumidores.
- Distribución de materiales, equipos y personas entre obras en ejecución.
- Distribución de zonas de ventas a los vendedores de una empresa.
- Establecimiento de recorridos óptimos entre un depósito y lugares de entrega.
- Simulación de rutas alternativas entre varios orígenes y varios destinos.
- Flujos máximos (fluidos, comunicaciones, señales) a lo largo de una red, por ejemplo de drenaje, telefónica, de computadora, etc.
- Rutas alternativas ante eventuales cierres de autopistas o arterias principales de circulación de vehículos.
- Distribución de componentes para balancear un equipo pesado y evitar desplazamientos por problemas de velocidad o movimientos.
- Predicción de problemas derivados de acondicionamientos de materiales peligrosos.
- Manejo de tiempos entre puntos intermedios de la red de distribución para evitar mayores costos o perdidas de las propiedades de los bienes.

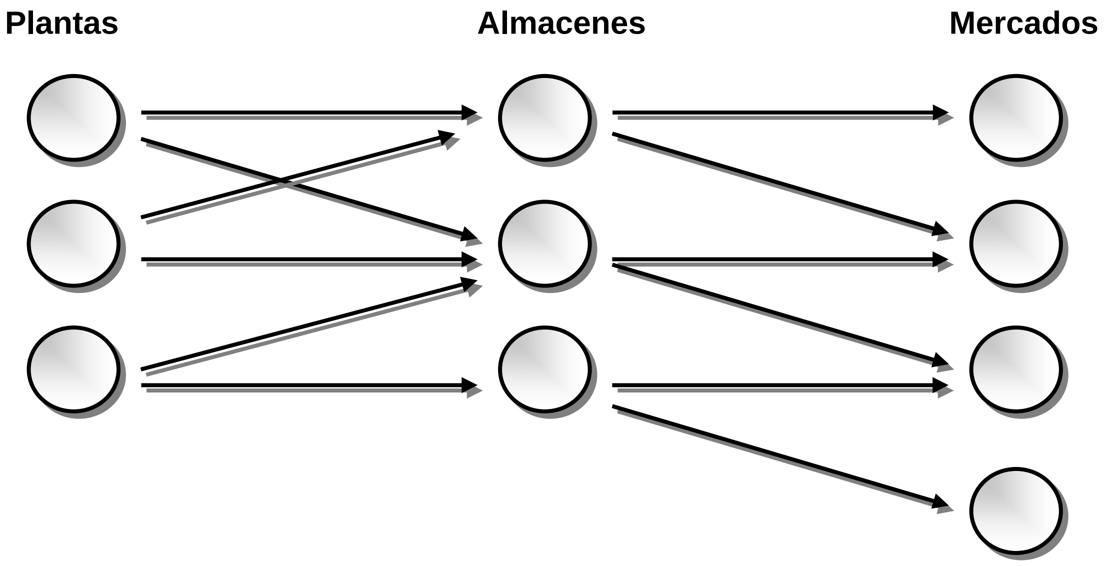


Figura 3. Ejemplo de una red de distribución.

Fuente: Elaboración Propia.

1.3.3 Las dimensiones estructurales de la Cadena

Las tres dimensiones estructurales de la red que son esenciales para la descripción, análisis y administración de una Cadena de Suministro, son: (i) la estructura horizontal, (ii) la estructura vertical y (iii) la posición horizontal de la compañía central (véase figura 4).

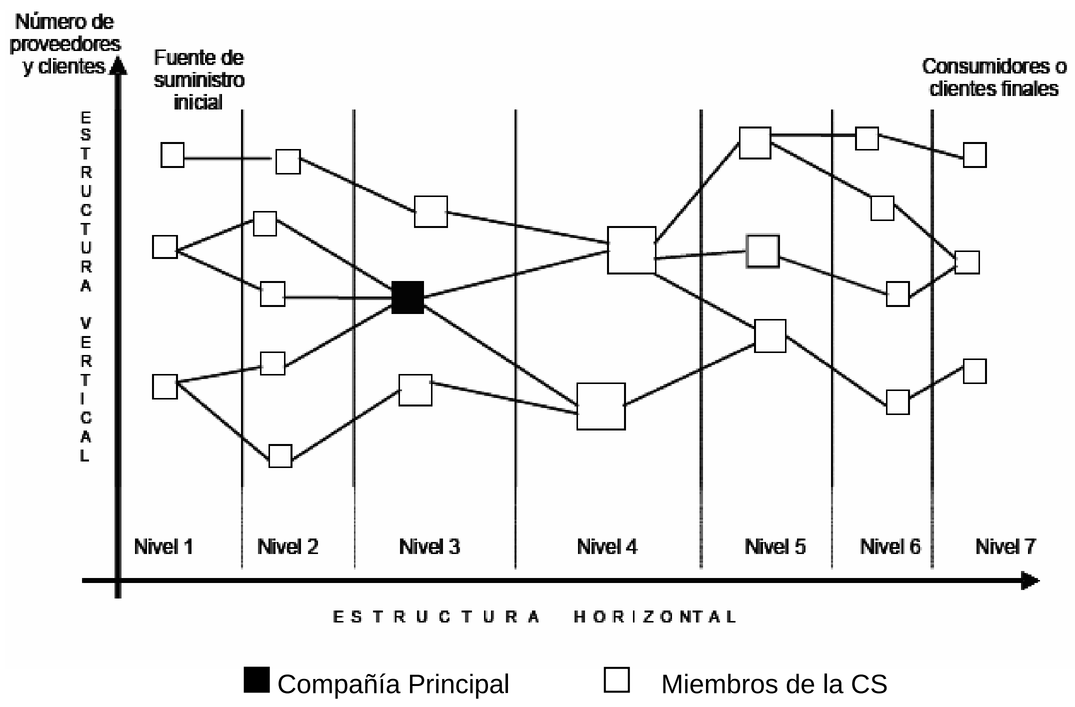


Figura 4. Dimensiones estructurales de la red.
Fuente: Jiménez et al. (2002)

Según *Jiménez et al. (2002)* la estructura horizontal se refiere al número de niveles en la Cadena de Suministro. Ésta, puede ser grande o corta según el número de niveles existentes. Un ejemplo es la estructura de la red para la industria automotriz, la cual es excesivamente larga. Las autopartes se elaboran en diversos sitios por una gran cantidad de proveedores, los cuales envían sus productos a centros ensambladores de los subsistemas principales de los automóviles, desplazándolos posteriormente grandes distancias para el ensamble final del vehículo.

En cuanto a la estructura vertical, nos dice que se refiere al número de proveedores o clientes representados en cada nivel. Una compañía puede tener una estructura vertical estrecha, con muy pocas compañías en cada nivel, o una estructura vertical amplia, con muchos proveedores y/o clientes en cada uno de ellos.

Finalmente se tiene la tercera dimensión estructural, que es la posición horizontal de la compañía principal o central dentro de la Cadena de Suministro. Una compañía puede posicionarse lejos o cerca de la fuente de abastecimiento inicial, o lejos o cerca del último cliente, o en alguna parte entre estos extremos de la Cadena de Suministro.

La integración de los eslabones verticales y horizontales, exige denotar la perspectiva de la empresa central. Por lo impráctico que resulta la administración de la Cadena de Suministro en los eslabones más alejados de la compañía, es factible llevarla a cabo por medio de las compañía de proveedores o distribuidores. Las compañías con las estructuras verticales más amplias generalmente establecen relaciones de colaboración activas hasta con dos niveles de clientes o proveedores.

Otras compañías, transfieren actividades de servicio a sus clientes por medio de pequeños distribuidores, llevando más lejos la actividad de la compañía central.

1.4 Descentralización empresarial

En la actualidad, con los numerosos cambios del mundo comercial, los aspectos organizativos se han vuelto elementos decisivos en la dirección eficiente y eficaz de las organizaciones empresariales.

En este entorno, el proceso de expansión de las empresas hace más difícil las funciones de dirección por parte de un solo directivo; razón por la cual se hace necesario descentralizar las organizaciones empresariales separándolas en sub-unidades o en segmentos más pequeños que permitan delegar funciones y asignarles autoridad y responsabilidad de decisión a los subordinados de la entidad.

Uno de los principales obstáculos de la descentralización empresarial es medir significativamente la ejecución de esas sub-unidades y la transferencia de productos y de servicios entre segmentos de dicha organización.

Las sub-unidades vendedoras y compradoras deben ser capaces de determinar un precio interno lógico para los referidos productos y servicios, lo que se denomina *precio de transferencia (Mallo Rodríguez, 1991)*.[1]

Actualmente, la política de precios de transferencia es muy importante para las autoridades fiscales y financieras en diferentes países y para los directivos de las diferentes organizaciones empresariales. Dichos directivos toman en cuenta los impuestos al igual que otros factores, así como la congruencia de metas o incentivos y autonomía de las actividades, todo lo anterior para determinar su política a la hora de fijar los precios de los productos y de los servicios.

Los precios de transferencia y la descentralización, exigen la implementación de un sistema que garantice un mejor control de los costos, de los ingresos, de los precios y de los activos en cada sub-unidad, e informar en qué medida los directivos de esos niveles cumplen con sus responsabilidades y objetivos.

La toma de decisiones descentralizada constituye el sistema de dirección más desarrollado históricamente y que hoy en día representa la forma típica de dirigir la empresa actual. Su característica esencial estriba en la unidad de decisión y de control de la acción mientras que la dirección descentralizada se basa en la delegación y en el fraccionamiento coordinado de las decisiones y del control empresarial.

En la actualidad, la dirección descentralizada ha surgido como una necesidad imperiosa que pretende mantener la creatividad en las grandes organizaciones industriales, comerciales y financieras actuales a través de la mayor integración en la gestión del personal, que se consigue por la posibilidad de tomar decisiones en unidades organizativas.

Mallo Rodríguez, 1991 sustenta que la esencia de la descentralización consiste en la libertad que poseen los directivos de niveles operativos (sub-unidades) de la organización empresarial para la toma de decisiones. Constituye una cuestión de grado; así tenemos que la descentralización total significa un mínimo de restricciones y un máximo de libertad para que los directivos tomen decisiones a los niveles más bajos de una organización.

En la mayoría de las organizaciones se encuentra un cierto grado de centralización y un cierto grado de descentralización.

En las empresas evolucionadas actuales con una tendencia hacia la gran dimensión y hacia la especialización de las secciones, se impone cada día con más fuerza una gestión descentralizada, que gobierne bajo los supuestos de la teoría de sistemas, distribuyendo entre los subsistemas componentes las atribuciones, las responsabilidades y las decisiones.

---

[1] Los precios de transferencia son aquellos precios utilizados entre las diversas secciones de una misma organización, que se gestiona de forma descentralizada y que pretende alcanzar una relación de equilibrio entre las secciones, que contribuya a utilizar el resultado global.

La descentralización empresarial

La introducción y desarrollo de nuevas tecnologías, ha propiciado el crecimiento de la descentralización y al mismo tiempo, se ha visto el aumento del poder e importancia de la unidad central.

Los especialistas en información están ubicados en la unidad central, donde procesan y controlan la información y los servicios que proporcionan los equipos informáticos.

La administración general de la empresa se realiza más eficazmente desde esta base o unidad operativa y, por tanto, resulta más eficaz la ejecución de decisiones que se marquen a todos los niveles.

La finalidad es utilizar todos estos recursos de la forma más eficiente y económica posible. Cuanto mayor sea el volumen de negocio que genere la empresa, mayor será la complejidad en el tratamiento y proceso de los datos, por lo que la empresa deberá estar constantemente preparada para revisar sus políticas y operaciones e incorporar acciones alternativas para la agilidad en la información. Estos servicios deben realizarse en la unidad central para asegurar la uniformidad de criterios en todas las unidades periféricas, y sobre todo, por las ventajas de costos.

Esta postura aumentará evidentemente la carga de trabajo en la unidad central, sin perder de vista que también las unidades periféricas podrían resolver parte de estos problemas organizacionales, con una delegación de funciones adecuada.

Derivado de lo anterior, los partidarios de la descentralización formulan los beneficios siguientes:

- Genera una mayor capacidad de respuesta frente a las necesidades locales.
- Ayuda a una toma de decisiones más rápida.
- Aumenta la motivación.
- Ayuda en el desarrollo y en la capacitación de la administración.
- Agudiza el enfoque de los administradores.

Algunas desventajas de la descentralización son las siguientes:

- Ocasiona una toma de decisión sub-óptica también llamada disfuncional, que surge cuando el beneficio de una acción para una sub-unidad es más que compensada por los costos o pérdidas de beneficios para la organización como un todo.

- Permite duplicar las actividades como resultado de una ineficiente delegación de funciones.
- Disminuye la lealtad hacia la organización como un todo.
- Aumenta los costos de recopilación de información.

Sin embargo es necesario estar conscientes de que un elemento clave a considerar en la descentralización es “la información compartida” (normalmente limitada por ser estratégica) para tomar decisiones autónomas. Es por ello que se necesita la cooperación entre los distintos decisores/entidades.

Cabe mencionar que el enfoque que se usará en el presente trabajo es el de la coordinación de las entidades de la Cadena de Suministro a través de una descentralización en la toma de decisiones, donde cada entidad se encarga de mejorar sus actividades y enviar sus propuestas a la coordinación, la cual replanifica y envía información de vuelta a las entidades. El desarrollo de este proceso se presenta en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 2

EL PROBLEMA DE LA COORDINACIÓN

Lograr una coordinación efectiva entre proveedores, intermediarios y clientes, ha venido a ser un tema actual de investigación en la administración de la Cadena de Suministro.

González et al. (2006) menciona que en los últimos años las organizaciones parecen dar una mayor importancia a la colaboración y coordinación de los elementos de la Cadena de Suministro; señala que se debe tener en cuenta que el funcionamiento de cada eslabón afecta a la cadena en su totalidad, por lo que la optimización individual de la Cadena de Suministro carece de sentido.

Los esquemas de coordinación en las Cadenas de Suministro están basados generalmente, en la toma de decisiones centralizada y descentralizada.

Para la toma de decisiones centralizada, las decisiones son únicas y provienen de un solo administrador, en tal caso, el principal objetivo es la minimización (maximización) de los costos (utilidades) de toda la cadena.

En el otro caso (descentralizada), la toma de decisiones involucra a múltiples elementos, donde cada elemento tiende a optimizar su desempeño en un sistema ineficiente, de tal manera que un buen mecanismo de coordinación de la cadena atenúa esta situación.

Para dar respuesta al problema de la coordinación desde un punto de vista descentralizado, se utiliza la coordinación a través de contratos, precios de transferencia y mediante modelos de programación matemática.

2.1 Mecanismos de coordinación

La competencia en los mercados internacionales, ha provocado que las empresas lleguen a la conclusión de que para tener éxito y sobrevivir en entornos más agresivos, ya no basta mejorar sus operaciones ni integrar sus funciones internas, sino que se necesita ir más allá de las fronteras de la organización e iniciar relaciones de intercambio de información, materiales y recursos con los proveedores y clientes en una forma mucho más integrada, utilizando enfoques innovadores que beneficien conjuntamente a todos los elementos (eslabones) de la Cadena de Suministro.

Es importante mencionar que para que este éxito se logre, también se debe incluir la coordinación y colaboración con los diversos socios de la cadena. Estos miembros son a menudo entidades económicas separadas e independientes.

Esta coordinación debe asegurarse de:

- que el proceso sea una serie de acciones continuas
- que el proceso pueda responder como una unidad integral a las demandas
- la minimización de los requerimientos para producir el bien o servicio.

La interdependencia de estas actividades es un aspecto esencial para el adecuado desarrollo de la Cadena de Suministro.

La observación del proceso como un todo

La correcta coordinación de la Cadena de Suministro consiste en aplicar un enfoque de sistemas y de esta manera manejar el flujo entero de la información, de los materiales, y de los servicios para satisfacer la demanda del cliente *(Chase, 1998)*. Esta filosofía ha traído cambios fundamentales en el campo de la gerencia de negocios.

Así que el éxito de una empresa dependerá de la manera de coordinar e integrar a todos los elementos de una organización *(Drucker ,1998; Lambert y Cooper, 2000).*

Históricamente, los altos mandos empresariales centraban su atención en las operaciones internas para mejorar su rentabilidad. Sin embargo la Cadena de Suministro exige la integración de procesos internos con los demás elementos externos como son los proveedores, distribuidores y clientes.

Aunque una solución totalmente integrada puede dar lugar al funcionamiento óptimo del sistema, esta solución no es siempre la que más interesa a cada miembro del sistema. Consecuentemente, los miembros de la cadena están más preocupados en la optimización de sus objetivos individuales que en la del sistema entero.

Algunos de los mecanismos de coordinación son los siguientes:

- Precios de Transferencia.
- Contratos.
- Asignación Óptima de Recursos mediante Técnicas de Optimización.

De tal manera que una cuestión clave, es desarrollar mecanismos que puedan alinear los objetivos de las entidades independientes de la cadena y coordinar sus actividades y toma de decisiones para optimizar el funcionamiento del sistema.

Ahora bien, ¿cómo se puede coordinar esfuerzos y lograr la integración?, ¿cómo confiar y compartir información y recursos? La respuesta a estas preguntas solo las puede dar la persona que enfrenta el problema específico, sin embargo, la estrategia que se propone tiende a responder dichas preguntas.

Por otro lado, ¿qué sucede cuando no existe colaboración, integración y visibilidad en la cadena?

La primera consecuencia, y que es también la más conocida, es el Bullwhip Effect (Efecto látigo), que se manifiesta con niveles de stock no deseados, los que se amplifican, en la medida que se va hacia atrás en la Cadena de Suministro, es decir, en la medida que se aleja del cliente.

2.1.1. El Efecto Látigo o *"Bullwhip"*

En su artículo, (*Gigola, 2001)* menciona que el efecto es conocido desde 1961 como efecto *Forrester (1958),* quien estudia el problema desde un enfoque de Dinámica de Sistemas. *Forrester* concluye que los sistemas complejos en los que intervienen fuerzas e intereses diversos, presentan un dinamismo generador de errores, inexactitudes y volatilidad en la información, que no puede ser analizado únicamente desde una perspectiva administrativa unilateral, requiere ser observado en su totalidad con un enfoque sistémico.

En los noventa, los ejecutivos de Procter & Gamble observaron que, si bien la demanda de pañales en el mercado era estable, la demanda de sus distribuidores presentaba fuertes variaciones de un período a otro, provocando exceso o falta de inventarios a lo largo de la cadena, malos pronósticos, capacidad insuficiente o excesiva, con niveles bajos de servicio al cliente y altos costos generales para el sistema. Ellos le dieron el nombre de Bullwhip Effect.

El problema pasó inmediatamente a manos de académicos de prestigiadas universidades norteamericanas, quienes se han dedicado estos últimos años a identificar las causas y proponer posibles soluciones para reducir o mitigar el fenómeno.

Lo que sigue es una síntesis de los resultados de diferentes autores.

El Bullwhip Effect. Causas y Remedios

Entre las causas más significativas se mencionan las siguientes:

- El pronóstico de la demanda y la información parcial.
- Los tiempos de suministro (Lead Time) y la consolidación de pedidos (Batch Ordering).
- Las fluctuaciones en los precios y las promociones.
- “Inflar” la orden como reacción al riesgo de desabasto (Shortage Gaming).

El efecto Bullwhip indica un crecimiento en la variabilidad de la demanda observada a medida que se asciende en la Cadena de Suministro desde el consumidor final hacia el productor. Esta variabilidad impide realizar un buen pronóstico y provoca ineficiencias en el manejo del inventario y en el servicio al cliente.

Para identificar el origen es necesario tomar en cuenta que la Cadena de Suministro es un sistema complejo que se extiende más allá del negocio, sus áreas funcionales y sus procesos internos. El desempeño debe medirse en forma global y no con medidas locales.

2.1.2. Precios de Transferencia

Según *Casas (2006), "el precio de transferencia puede definirse como aquella contraprestación pactada en operaciones que se llevan a cabo entre partes relacionadas. Estas operaciones pueden ser: compra-venta de bienes, prestación de servicios, financiamientos y regalías, entre otras".*

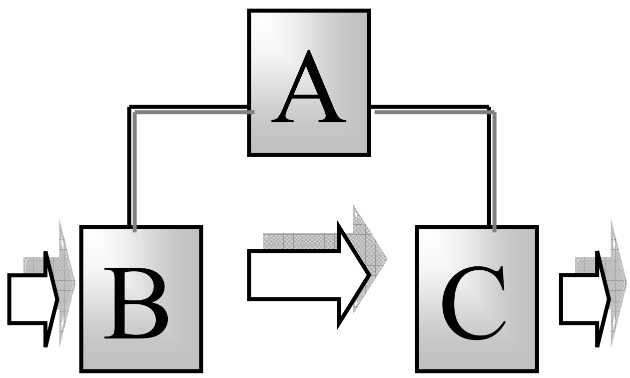


Figura 5. Precio de transferencia de una entidad a otra.
Fuente: Casas (2006)

Para ilustrar el concepto antes descrito, así como el impacto de los precios de transferencia, se presenta el siguiente ejemplo:

Con relación al gráfico anterior, existe una empresa A, que es accionista de las empresas B y C. Estas últimas, al tener un accionista en común, se consideran que son partes relacionadas. La empresa B se dedica a la manufactura de bienes, que posteriormente vende a la empresa C, para que ésta a su vez los venda al mercado.

Si bien la venta de bienes de B a C, se lleva a cabo dentro de un grupo de empresas, debe existir una contraprestación de la operación, la cual se conoce como precio de transferencia.

Como se puede observar, el precio de transferencia tiene un impacto directo en las utilidades de cada una de las partes involucradas.

Existen guías que establecen que los precios de transferencia, se deben de pactar de manera similar a como lo harían partes independientes en operaciones comparables, en la práctica, esto se conoce como el principio *arm's length.*

Debido a la creciente expansión que ha registrado en los últimos años el flujo de mercancías entre los diferentes países del mundo, y ante la demanda de los bienes y servicios producidos por las empresas multinacionales en mercados que antes no estaban abiertos al comercio internacional, las empresas multinacionales han tenido que trasladar cada vez con mayor frecuencia centros de producción y distribución de bienes y servicios de un país a otro.

Este fenómeno tiene como consecuencia, que el intercambio de bienes y servicios entre las subsidiarias de un mismo grupo multinacional de empresas, se haya incrementado drásticamente en los últimos años, debido a que los grupos multinacionales de empresas desean aprovechar las economías de escala y dividir las funciones entre las subsidiarias de acuerdo con el mejor rendimiento de los recursos con que cuentan dichas subsidiarias en cada país.

En consecuencia, el intercambio de todos estos bienes y servicios entre divisiones de un mismo grupo multinacional de empresas ha dado origen a la problemática de determinar el precio óptimo de transferencia fijado entre dichas empresas.

El término "precio de transferencia" puede entenderse como se expresa a continuación:

"Es el precio pactado por operaciones efectuadas entre dos o más divisiones que pertenecen a un mismo grupo de empresas, sea este multinacional o no."

De esta manera, para que un precio pueda considerarse de transferencia, tiene que ser resultado de una transacción realizada entre dos o más empresas que se asuman como entidades relacionadas. En resumen podemos decir que un precio de transferencia es aquel que se establece en transacciones que se realizan entre diferentes ramos o divisiones de una misma empresa o grupo multinacional de empresas.

El empleo de precios de transferencia representa un intento de reemplazar la coordinación administrativa por un mecanismo de mercado en la asignación de recursos dentro de una gran corporación.

Supóngase que la división A, como se muestra en la Figura 5, extrae una materia prima y la pasa a la división B para su procesamiento.

Bajo un sistema centralizado, la empresa central ubicada en otra jurisdicción fiscal, recolecta información acerca de los costos de extracción en la división A y de los costos de procesamiento en la división B, y se determina de manera central el monto apropiado de materia prima que A transfiere a B.

En un sistema de precios de transferencia de mercado, cada división constituye un centro de ganancias y se establece un precio para la producción de la división A. Cada división, entonces, espera maximizar sus ganancias a este precio de transferencia.

Metodología en Materia de Precios de Transferencia

A efecto de saber si una empresa está operando a valores de mercado en sus operaciones con empresas relacionadas, la legislación mexicana provee algunos métodos, los cuales se inspiran en gran parte, en las Guías de Precios de Transferencia de la OCDE[2].

2.1.3. Contratos

Los contratos son instrumentos o mecanismos que desde hace más de dos décadas han servido en la administración de la Cadena de Suministro. Una larga lista de artículos acerca de todo tipo de coordinación por contratos se puede encontrar en revistas científicas.

En la Cadena de Suministro los contratos son el medio para regular la relación entre los eslabones o elementos de la cadena. Los resultados obtenidos mediante decisiones independientes, son a menudo peores que los obtenidos desde una perspectiva global. Por ello, es natural examinar los contratos de suministro en el comportamiento de los socios individuales para ajustarlos de manera que se logre la obtención de resultados globales.

Algunas clases de contratos usados en la Cadena de Suministro son los siguientes:

- Políticas de retorno.
- Descuentos por cantidad.
- Contratos para la flexibilidad de la Cantidad.
- Contratos de Reserva.
- Repartición de ingresos.
- Descuento por ventas.

Para una referencia más precisa de estos tipos de contratos así como una visión más general ir a *Cachon (2003)* y *Tsay et al. (1998)*.

Seleccionar contratos es crucial para las compañías pues los costos elevados están implicados en comprar las materias primas. Para algunas compañías hasta el 70% del costo de producción es el relativo a la compra de materia prima, y por lo tanto es vital para la competitividad de la mayoría de las compañías.

---

[2] OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico).

Con el aumento en la competición global, se exige a las compañías la reducción constante de sus costos, todo con el objetivo de aumentar su eficiencia.

Por consiguiente, seleccionar un contrato adecuado con los proveedores y los clientes es muy importante.

Los contratos pueden ser de varios tipos, confiabilidad, flexibilidad, duraciones, tiempo de entrega, calidad, descuentos, términos y condiciones dependiendo del producto que se tenga. Por lo tanto la selección de contratos no es un problema trivial para muchas compañías. *Shah (2005)* identifica la negociación de los contratos a largo plazo como un problema común de la Cadena de Suministro.

Un contrato es un acuerdo entre un comprador (compañía) y un proveedor con una duración fija que abarque ciertos términos y condiciones. El propósito de esta obligación es el equilibrio entre la flexibilidad para el comprador y la reducción de la incertidumbre para el proveedor. Digamos que la compañía tiene un contrato a largo plazo que es confiable pero pactado a un costo más alto que en el mercado.

Por otra parte, puede haber situaciones en que sea un contrato a largo plazo en bajo costo pero en el mercado es alto. Los factores que complican problema de la selección del contrato son las restricciones de los contratos como longitud del contrato, la compra mínima por cantidad, el precio, la calidad, la capacidad, etc.

Por lo tanto seleccionar la combinación adecuada de estos criterios es un problema desafiante. *Tsay (1999)* revisó los contratos de la Cadena de Suministro y clasificó la literatura por cláusulas de contrato tales como comisiones de compra, fijación de precios, flexibilidad de la cantidad, políticas de recompra, reglas de la asignación y calidad.

Finalmente se tiene el método de coordinación por Modelos de Programación Matemática, donde antes de iniciar se adoptan ciertas hipótesis como la naturaleza de los parámetros y la demanda, es decir, si es determinista o estocástica.

Generalmente estos modelos cubren “n” número de periodos (multiperiodo, o uniperiodo), tienen una función objetivo (maximizar utilidades o minimizar costos), también constan de “n” número de restricciones pertenecientes a los dominios individuales y un conjunto de restricciones que unen (coordinan) a dichos dominios. Estos modelos generalmente implican resolver un problema de gran escala que puede llegar a ser intratable. Es por ello que se utilizan técnicas de descomposición para su resolución.

2.1.4. Descomposición Primal (Benders).

En términos generales la solución de un problema de optimización utilizando la teoría de partición de *Benders (1962),* se fundamenta en la partición del problema en dos subproblemas que se deben resolver coordinadamente. La partición se realiza de acuerdo al tipo de variables: unas variables se denominan variables de acople (o de control) y las restantes variables dependientes (o coordinadas).

La relación entre los dos subproblemas es jerárquica, en el nivel superior actúa el subproblema correspondiente a las variables de control como problema coordinador; en el nivel inferior se resuelve el problema "primario" sobre las variables coordinadas, este problema esta parametrizado como función de las variables de control.

El problema "primario" puede ser sujeto de una nueva partición o de una descomposición, para generar esquemas de solución multinivel. El proceso se puede definir como:

- Determinar las variables de acople, las cuales serán sujetas a optimización en el nivel superior, que se denomina nivel de coordinación. Las variables de acople son aquellas que permiten la integración de los diferentes subproblemas del nivel inferior.

- Determinar los bloques matriciales que conforman el nivel inferior, con el fin de establecer los subproblemas que se han de resolver en este nivel. Estos problemas son función de las denominadas variables de acople.

- Determinar en el nivel superior la estructura del problema coordinador, el cual fija valores para las variables de acople, que son enviados al nivel inferior con el fin de que se resuelvan problemas parametrizados con base en estos valores. La información proveniente del nivel inferior, se incorpora al problema coordinador por medio de un proceso de generación de planos cortantes, basados en el valor de las variables duales (precios sombra), de los subproblemas del nivel inferior.

El proceso iterativo de solución finaliza cuando la información enviada del nivel inferior, no produce cambios en el valor generado por el coordinador para las variables de acople.

Como referencia general se enumeran los casos típicos en los cuales es posible aplicar esquemas de partición y de descomposición para resolver problemas de optimización de gran tamaño.

Planificación de Inversiones

Normalmente los problemas orientados a determinar planes maestros de inversiones, tienen una estructura en la cual las variables de coordinación están relacionadas con las variables asociadas a inversiones.

Muchas de estas variables son binarias, y la partición permite manejar dos problemas con características matemáticas diferentes.

El modelo coordinador será del tipo de programación binaria-mixta-lineal, o simplemente de programación binaria-lineal, en tanto que el(los) subproblema(s) del nivel de descomposición será(n) del tipo de programación lineal, sobre variables continuas.

Planificación Multisectorial

Cuando se realizan optimizaciones que integran varios sectores, la estructura matricial asociada permite seleccionar como variables de coordinación las transferencias de productos entre sectores, y definir en el nivel de descomposición subproblemas asociados a cada uno de los sectores.

Planificación Multiperíodo

Cuando se realizan optimizaciones que integran múltiples períodos de tiempo, la estructura matricial asociada permite seleccionar como variables de coordinación las transferencias de productos entre períodos, o sea las variaciones de inventario en un período, y definir en el nivel de descomposición subproblemas asociados a cada uno de los períodos.

En muchos de estos casos los subproblemas tienen la misma estructura matricial y se pueden diseñar algoritmos eficaces para la solución conjunta de todos los subproblemas.

En este caso, el modelo coordinador presenta una estructura matricial diagonal en bloque, que permite utilizar un enfoque de programación dinámica dual para una solución mas eficaz.

Programación Estocástica

Un enfoque para desarrollar procesos de optimización que consideren las posibles realizaciones de las variables aleatorias que afectan a un sistema puede desarrollarse con base en esquemas de partición y descomposición.

Las variables de acople están asociadas a las decisiones que deben tomarse independientemente de las realizaciones del proceso estocástico que afecta al sistema.

Las variables coordinadas corresponden a la operación simulada del sistema, que depende de la realización del proceso estocástico. En el nivel de descomposición existen tantos subproblemas como posibles realizaciones del proceso aleatorio.

En este caso normalmente, todos los subproblemas tienen la misma estructura matricial, lo que permite diseñar algoritmos eficaces para la solución conjunta de todos los subproblemas.

En los casos multiperíodo y/o de optimización estocástica, las teorías de gran escala resultan ser eficaces, ya que el aumento del número de subperíodos del horizonte de planificación y/o de las realizaciones sintéticas de un proceso estocástico, simplifican el manejo de sistemas de gran dimensionalidad.

Se podría decir que los enfoques de gran escala crecen aritméticamente con respecto a la complejidad, en tanto que los esquemas agregados crecen exponencialmente.

Esto se traduce en:

- Menor memoria en un computador, ya que se requiere una cantidad constante independiente del número de períodos y o realizaciones del proceso estocástico.
- En tiempos de respuesta sensiblemente menores.
- Facilitan el paralelismo de la implementación computacional.

2.1.4.1 Teoría de Partición

La Teoría de Benders (TB) considera el problema de optimización PTB compuesto por dos tipos de variables: las y, correspondientes a las variables de coordinación, y las x, correspondientes a las coordinadas.

$$PTB = \left\{ Min\ Z = c^T x + f(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ Ax + F(y) = b;\ x \in \Re^+;\ y \in S \right\}$$

La TB restringe el modelo sobre x a un problema lineal, en tanto que es flexible con respecto a y. El espacio S de existencia de y puede ser continuo o discreto, lo que permite que las componentes de y sean variables continuas, enteras y/o binarias. Adicionalmente, las funciones $f(y)$ y $F(y)$ pueden ser no-lineales.

El problema PTB puede partirse en dos subproblemas uno sobre y y otro sobre x. Si se define $Q(y)$ como el valor óptimo de la función objetivo correspondiente al problema sobre x para un valor dado de y:

$$Q(y) = \left\{ Min\ c^T x \middle| Ax = b - F(y);\ x \in \Re^+ \right\}$$

es posible formular un problema equivalente CY:

$$CY = \left\{ Min\ Z = f(y) + Q(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ y \in S; Q(y) = \left\{ Min\ c^T x \middle| Ax = b - F(y);\ x \in \Re^+ \right\} \right\}$$

El subproblema $SP(y)$ para evaluar $Q(y)$ es

$$SP(y) = \left\{ Min\ Q(y) = c^T x \middle| Ax = b - F(y);\ x \in \Re^+ \right\}$$

y el problema dual de $SP(y)$:

$$DSP(y) = \left\{ Max\ W(y) = \pi^T [b - F(y)] \middle| \pi^T A \le c^T \right\}$$

Donde π corresponde al vector de variables duales de las restricciones $Ax = b - F(y)$. Con base en la teoría de la dualidad se sabe que la función objetivo del problema dual $W(y)$, es menor o igual a la función objetivo del primal, $Q(y)$, para cualquier valor factible de π

$$Q(y) \ge W(y) = \pi^T [b - F(y)]$$

cumpliéndose la igualdad sólo para el valor óptimo π^* que es un punto extremo de la zona de factibilidad dual. Dado que la zona de factibilidad de π es independiente de y, la anterior condición debe cumplirse para todo y, y CY puede escribirse como

$$CY = \left\{ Min\ Z = f(y) + Q(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ y \in S;\ Q(y) \geq \pi^T \left[b - F(y) \right];\ \pi^T A \leq c \right\}$$

Si se conocen todos los puntos extremos π, es posible obviar la formulación explícita de las restricciones $\pi^T A \leq c$, y CY puede formularse como

$$CY = \left\{ Min\ Z = f(y) + Q(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ y \in S;\ Q(y) \geq \pi^T \left[b - F(y) \right] \forall\ k \in NP \right\}$$

donde NP representa el conjunto de todos los puntos extremos de la zona de factibilidad dual $\pi^T A \leq c$. El problema CY es exactamente igual al problema original PTB, la complejidad radica en que para problemas reales el número de puntos extremos NP tiende a infinito y por lo tanto CY corresponde a un problema con infinito número de restricciones que no se pueden definir explícitamente. El algoritmo propuesto por Benders define un método eficaz para generar valores extremos π^k de forma tal que, con un número finito de ellos, se obtenga la solución a CY y simultáneamente se solucione PTB.

Benders propone la solución de PTB por medio de un algoritmo que trabaja en dos niveles: en el nivel superior, nivel de coordinación, se resuelve el problema coordinador CY que genera una secuencia de valores y^k. En el nivel inferior, los valores y^k se utilizan como parámetros del subproblema $SP(y)$ para generar una secuencia de puntos extremos factibles π^k, que son la base para incluir en CY un plano cortante que restringe la zona de optimalidad de y.

$SP(y^k)$ puede tener tres posibles soluciones: no acotada, factible y óptima, y no factible. En caso de solución no acotada en $SP(y^k)$ se puede concluir que PTB también tiene solución no acotada. En caso de solución factible y óptima, $SP(y^k)$ proporciona un punto extremo a la zona de factibilidad dual, $\pi^T A \leq c$, y se genera un corte en la zona de factibilidad de y por razones de optimalidad, es decir se eliminan valores de y que no pueden ser óptimos. Este corte tiene la forma

$$Q(y) \geq (\pi^K)^T \left[b - F(y) \right]$$

En caso de que no exista solución factible a $SP(y^k)$ se debe generar el corte anterior, ya que, en un tablero simplex, asociada a una solución no factible en el primal, existe una solución factible en el dual pero no acotada. Adicionalmente, se debe incluir un corte por razones de la relación entre la zona de factibilidad de y y la zona de factibilidad de x. De acuerdo con el Lema de Farkas (Tucker 1956), para garantizar la factibilidad de x en $SP(y^k)$ se debe satisfacer

$$0 \geq v^T \left[b - F(y^k)\right]$$

Donde v es un rayo extremo de la región de factibilidad de π. Al no existir factibilidad, la anterior condición no se cumple automáticamente y por lo tanto se debe incluir explícitamente en el modelo coordinador CY. En cada ciclo del modelo coordinador se debe resolver

$$CY = \begin{cases} Min\ Z = f(y) + Q(y) \middle| F_0(y) = b_0; \quad Q(y) \geq (\pi^k)^T \left[b - F(y)\right] \forall \ \ k = 1, ITE; \\ 0 \geq (v^k)^T \left[b - F(y)\right] \forall \ \ k \in ITN \end{cases}$$

Donde ITE representa todas las iteraciones realizadas, e ITN el conjunto de las iteraciones en que no se ha conseguido la factibilidad. Cuando la formulación del problema P garantiza la factibilidad de $SP(y)$ para cualquier valor de y, el segundo tipo de corte se ignora.

La convergencia del método propuesto por Benders se obtiene cuando dos valores consecutivos y^k y y^{k+1} son iguales, debido a que el último corte no proporciona información adicional. Existen otros mecanismos para detener el proceso, basados en la calidad de la solución que se tiene. La función $Q(y^k)$ estima el costo asociado a x, como consecuencia de tomar la decisión y^k. Este valor acota al valor real $c^T x(y^K)$, donde $x(y^K)$ corresponde a la solución óptima de $SP(y^k)$:

$$valor\ estimado = Q(y^k) \leq c^T x(y^K) = valor\ real$$

la diferencia entre el valor real y el estimado determina la precisión de la solución que se tiene en el ciclo k. Si ésta satisface la precisión definida para la convergencia, se tiene una solución.

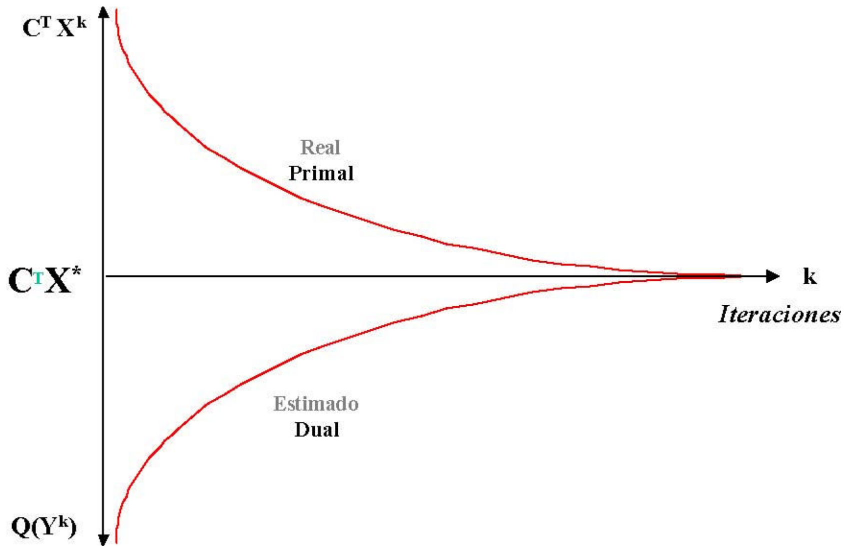


Figura 6. Convergencia del algoritmo de Benders.
Fuente: Velásquez (2003)

2.1.4.2 Teoría de Descomposición

A continuación se presenta una alternativa de la TB que denominaremos Teoría de Descomposición de Benders TDB.

Cuando un problema tiene una estructura matricial dual-angular es posible el uso de la TB para su solución. Se dice que el problema PDA tiene estructura dual angular cuando se puede expresar como:

$$PDA = \left\{ \begin{array}{l} Min\ Z = \sum_{i=1,S} c_i^T x_i + f(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ A_i x_i + F_i(y) = b_i;\ i = 1,S; \\ x_i \in \Re^+,\ i = 1,S;\ y \in S \end{array} \right\}$$

Matricialmente PDA tiene la siguiente estructura:

X_1	X_2	.	. . .	.	X_S	Y
A_1						F_1
	A_2					F_2
		.				.
			. . .			.
				.		.
					A_T	F_T
						F_0

Tabla 2. Estructura Dual-Angular de una matriz de restricciones

Fuente: Velásquez (2003)

El subíndice i esta asociado a un área de influencia relacionada con sectores industriales, zonas geográficas, períodos, y/o realizaciones de un proceso estocástico, y está asociada al consumo/producción de recursos comunes, y/o a la transferencia de recursos entre áreas de acción, y x_i a la operación dentro del área de acción del subíndice i.

PDA se puede resolver utilizando la TB directamente, y corresponde a las variables de coordinación, y x_i a las variables coordinadas. Sin embargo, se puede tomar ventaja de la estructura de PDA con la finalidad de diseñar un algoritmo más eficaz que el resultante de aplicar directamente la TB.

Definamos $Q(y)$ como el valor óptimo de la función objetivo correspondiente al problema sobre las variables x_i para un valor dado de y

$$Q(y) = \left\{ Min \sum_{i=1,S} c_i^T x_i \middle| A_i x_i = b_i - B_i y, i = 1,S;\ x_i \in \Re^+, i = 1,S \right\}$$

Utilizando directamente la TB el problema coordinador es

$$CY = \begin{cases} Min\ Z = f(y) + Q(y) \middle| F_0(y) = b_0;\ y \in S;\ \ Q(y) \geq \sum_{i=1,S} (\pi_i^T)^T \left[b_i - F_i(y) \right] \forall\ k = 1, ITE; \\ 0 \geq \sum_{i=1,S} (v_i^k)^T \left[b - F(y) \right] \forall\ k = 1, ITN \end{cases}$$

donde π_i representa las variables duales del i-ésimo conjunto de restricciones y v_i *a* los rayos extremos de las soluciones no factibles.

El subproblema asociado integra todas las x_i.

Es posible desacoplar el subproblema primario al formular la función $Q(y)$ como la suma de S funciones $Q_i(y)$ cada una de ellas correspondiente a un subproblema sobre x_i

$$Q_i(y) = \left\{ Min\ c_i^T x_i \middle| A_i x_i = b_i - F_i(y),\ \ x_i \in \Re^+ \right\}$$

cumpliéndose

$$Q(y) = \sum_{i=1,S} Q_i(y)$$

El problema $SP_i(y)$ para evaluar $Q_i(y)$ se formula como

$$SP_i(y) = \left\{ Min\, Q_i(y) = c_i^T x_i \middle| A_i x_i = b_i - F_i(y);\; x_i \in \Re^+ \right\}$$

y su problema dual

$$DSP_i(y) = \left\{ Max\, W_i(y) = \pi_i^T \left[b_i - F_i(y) \right] \middle| \pi_i^T A_i^T \le c_i^T \right\}$$

Como en el caso anterior, con base en la teoría de la dualidad se sabe que

$$Q_i(y) \ge \pi_i^T \left[b_i - F_i(y) \right]$$

cumpliéndose la igualdad sólo para el valor óptimo π_i^*. La zona de factibilidad de π_i es independiente de y y la anterior condición se debe cumplir para todo y. El modelo coordinador CY se formula como

$$CY = \left\{ \begin{array}{l} Min\, Z = f(y) + Q(y) \big| F_0(y) = b_0;\; y \in S;\;\; Q(y) = \sum_{i=1,S} Q_i(y) \\ Q_i(y) \ge (\pi_i^k)^T \left[b_i - F_i(y) \right] \; i = 1,S,\; k = 1, ITE(i); \\ 0 \ge (v_i^k)^T \left[b_i - F_i(y) \right] \;\; i = 1,S,\; k \in 1, ITN(i) \end{array} \right\}$$

donde ITE_i define el conjunto de las iteraciones realizadas para el subproblema i, e ITN_i el de las iteraciones en que no se ha conseguido la factibilidad.

Las ventajas del enfoque de descomposición son:

- La formulación original no considera la posibilidad de descomposición asumiendo un problema integrado para las x_i. Bajo el esquema de descomposición en el nivel inferior se resuelve un subproblema por cada elemento asociado al subíndice i.

- En el esquema original se genera un solo corte por cada iteración que integra las variables duales provenientes de todos los subproblemas. En la formulación propuesta se generan S cortes, uno por cada $SP_i(y)$ y se acoplan por medio de la ecuación que define a $Q(y)$. La diferencia es que un solo corte actúa acotando el máximo de una suma, en tanto que S cortes actúan acotando la suma de los máximos, que es una condición más exigente.

- Al desacoplarse el sistema, la información aportada por cada subproblema es independiente de los demás y no existe una razón que obligue en una iteración, entre coordinador y subproblemas, a resolver todos los subproblemas. Esta característica permite implementar esquemas de solución que sólo resuelvan aquellos subproblemas que aportan "más información".

2.2 Descomposición Dual (Dantzig and Wolfe).[3]

El método de Dantzig-Wolfe (DW) también se denomina *descomposición dual o descomposición por precios* porque el maestro envía precios o variables duales a los subproblemas, generación de columnas (column generation) porque el maestro incrementa el número de variables en cada iteración.

Se utiliza cuando un conjunto de restricciones complican la solución del problema. Es decir, ésta resulta mucho más sencilla cuando aquellas no están presentes. El método de DW realiza una relajación de estas restricciones. Implícitamente se supone que el número de restricciones de este tipo es reducido frente al número total de restricciones $m_1 << m_2$.

Descompone el problema lineal en un problema maestro y un subproblema.

El problema maestro representa una combinación lineal de las soluciones y las restricciones que complican. El subproblema genera nuevas soluciones. El algoritmo es iterativo y alterna entre las solución del maestro y del subproblema.

Supongamos que se desea resolver el siguiente problema de programación lineal:

$$
\begin{aligned}
&\min_{x_1} c_1^T x_1 \\
&A_1 x_1 = b_1 \\
&A_2 x_1 = b_2 \\
&x_1 \geq 0
\end{aligned}
$$

[3] *Ramos, A. "Optimización Estocástica".*

donde $A_1 x_1 = b_1$ son las restricciones que complican (en número reducido) y $A_2 x_1 = b_2$ son las restricciones con estructura diagonal por bloques y separable (en número mucho mayor).

El problema lineal anterior se puede formular también como:

$$\begin{aligned}
&\min_{x_1} c_1^T x_1 \\
&A_1 x_1 = b_1 \\
&A_2 x_1 = b_2 \\
&x_1 \in K
\end{aligned}$$

siendo K la región convexa definida como:

$$K = \left\{ x_1 \middle| A_2 x_1 = b_2 , x_1 \geq 0 \right\}$$

Pero todo punto de un poliedro convexo (no vacío y acotado) se puede poner como una combinación lineal convexa (es decir, una *linearización interior*) de sus vértices $x_1^l,\ l = 1,\dots,v.$

$$K = \left\{ \sum_{l=1}^{v} x_1{}^l \lambda_l \middle| \sum_{l=1}^{v} \lambda_l = 1, \lambda_l \geq 0 \right\}$$

Entonces el problema maestro completo se formula como:

$$\begin{aligned}
&\min_{\lambda_l} \sum_{l=1}^{j} \left(c_1{}^T x_1{}^l \right) \lambda_l \\
&\sum_{l=1}^{v} \left(A_1 x_1{}^l \right) \lambda_l = b_1 \quad &: \pi_2 \\
&\sum_{l=1}^{v} \lambda_l = 1 \quad &: \mu \\
&\lambda_l \geq 0 \qquad l = 1,\dots,v
\end{aligned}$$

Donde π_2 y μ son las variables duales de las respectivas restricciones.

Obsérvese que las variables de este problema son los pesos λ_l de los vértices en lugar de las variables originales del problema x_1. El número total de vértices de un polítopo es $\begin{pmatrix} n_1 \\ \\ m_2 \end{pmatrix}$ siendo $A_2 \in \Re^{m_2 \times n_1}$. Algunos de ellos son factibles y otros infactibles.

En lugar de enumerar todos los vértices, el algoritmo de descomposición resuelve iterativamente el proceso, introduciendo un vértice nuevo en cada iteración a medida que se necesitan.

La región K viene definida por la combinación lineal convexa del conjunto de vértices introducidos hasta el momento. Luego, la resolución del maestro se puede interpretar como la del problema completo original pero sobre una región factible K cada vez mayor, correspondiente al segundo conjunto de restricciones (que no complican).

Su función objetivo disminuye en cada iteración al introducir una nueva variable y, por consiguiente, será monótona decreciente. Es una cota superior de la función objetivo del problema completo.

El *problema maestro restringido* para la iteración j es:

Maestro Dantzig-Wolfe

$$\min_{\lambda_l} \sum_{l=1}^{j} \left(c_1^{\,T} x_1^{\,l}\right)\lambda_l$$

$$\sum_{l=1}^{j} \left(A_1 x_1^{\,l}\right)\lambda_l = b_1 \quad : \pi_2$$

$$\sum_{l=1}^{j} \lambda_l = 1 \qquad : \mu$$

$$\lambda_l \geq 0 \qquad l = 1,\ldots., j$$

Supongamos que se dispone de una solución inicial factible $x_1^l \in K$ y el problema maestro se resuelve por el método simplex.

La *condición de optimalidad* de un problema lineal, el *subproblema* para la iteración j es:

$$c_1^T x_1^* - \left(\pi_2^T \mu\right)\begin{pmatrix} A_1 x_1^* \\ 1 \end{pmatrix} \geq 0$$

equivalente a:

$$\theta_2 = \min_{x_1 \in K}\left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right)x_1 - \mu$$

O expresando la minimización como problema lineal, el *subproblema* para la iteración j es:

Subproblema Dantzig-Wolfe

$$\begin{aligned}\theta_2 = \min_{x_1}&\left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right)x_1 - \mu^j \\ A_2 x_1 &= b_2 \\ x_1 &\geq 0\end{aligned}$$

Luego, el *subproblema* obtiene en cada iteración el vértice con el menor costo reducido y éste se incorpora al maestro. Cuando el valor de la función objetivo del subproblema es positivo o nulo se ha alcanzado el óptimo.

Obsérvese que el subproblema resulta separable si las restricciones $A_2 x_1 = b_2$ tienen una estructura diagonal por bloques.

Veamos otra forma de deducir el algoritmo de descomposición de DW. Formamos el lagrangiano del problema relajando las restricciones de complicación

$$L\left(x_1, \pi_2'\right) = c_1^T x_1 + \pi_2'^T\left(A_1 x_1 - b_1\right)$$

Siendo π_2' los multiplicadores de Lagrange o variables duales de las restricciones que complican $A_1 x_1 = b_1$.

La función dual $\theta_2\left(\pi_2'\right)$ tiene esta expresión

$$\begin{aligned}\theta_2\left(\pi_2'\right) &= \min_{x_1 \in K} L\left(x_1, \pi_2'\right) = c_1^T x_1 + \pi_2'^T\left(A_1 x_1 - b_1\right) \\ &= -\pi_2'^T b_1 + \min_{x_1 \in K}\left(c_1^T + \pi_2'^T A_1\right)x_1\end{aligned}$$

La función dual siempre es cóncava independientemente de que el problema sea lineal o lineal entero mixto.

El subproblema o función dual se puede interpretar como el problema completo original pero en el que se han relajado las restricciones de complicación.

Por tanto, el algoritmo convergerá cuando la función objetivo del subproblema, que es una cota inferior de la función objetivo del problema, sea igual a la del maestro, que es una cota superior. Su cálculo se puede expresar también como:

Subproblema Dantzig-Wolfe

$$\begin{aligned} \theta_2(\pi_2) = \min_{x_1} & \left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right)x_1 + x_2^T b_1 \\ A_2 x_1 &= b_2 \\ x_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde $\pi_2 = -\pi_2'$.
Obsérvese que el subproblema

$$\begin{aligned} \theta_2 = \min_{x_1} & \left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right)x_1 - \mu^j \\ A_2 x_1 &= b_2 \\ x_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Es diferente al siguiente

$$\begin{aligned} \theta_2(\pi_2) = \min_{x_1} & \left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right)x_1 + x_2^T b_1 \\ A_2 x_1 &= b_2 \\ x_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Aunque son equivalentes, para el algoritmo de descomposición el valor de la función objetivo cambia. En el primer subproblema evalúa los costos reducidos y por consiguiente, tomará valor 0 al alcanzar el óptimo.

En el segundo subproblema, evalúa el lagrangiano y, por lo tanto, tomará el valor óptimo del problema completo al alcanzar el óptimo el algoritmo de descomposición.

Como el óptimo de un problema lineal se alcanza en un vértice podemos tomar el mínimo de la función dual para todos los vértices $x_1^l,\ l = 1,\ldots,v$

$$\theta_2(\pi_2) = \pi_2^T b_1 + \min_{x_1^l}(c_1^T - \pi_2^T A_1)x_1^l$$

Que también se puede expresar como

$$
\begin{aligned}
&\theta_2(\pi_2) \le \pi_2^T b_1 + (c_1^T - \pi_2^T A_1)x_1^1 \\
&\theta_2(\pi_2) \le \pi_2^T b_1 + (c_1^T - \pi_2^T A_1)x_1^2 \\
&\vdots \\
&\theta_2(\pi_2) \le \pi_2^T b_1 + (c_1^T - \pi_2^T A_1)x_1^v
\end{aligned}
$$

O expresando en forma de problema lineal y reagrupando términos

$$
\begin{aligned}
&\max_{\theta_2,\pi_2} \ \theta_2 \\
&\theta_2 + (A_1 x_1^1 - b_1)^T \pi_2 \le c_1^T x_1^1 \quad : \lambda_1 \\
&\theta_2 + (A_1 x_1^2 - b_1)^T \pi_2 \le c_1^T x_1^2 \quad : \lambda_2 \\
&\vdots \\
&\theta_2 + (A_1 x_1^v - b_1)^T \pi_2 \le c_1^T x_1^v \quad : \lambda_v
\end{aligned}
$$

Si planteamos el problema dual de éste tenemos

$$
\begin{aligned}
&\min_{\lambda_l} \sum_{l=1}^{v} (c_1^T x_1^l)\lambda_l \\
&\sum_{l=1}^{v} \lambda_l = 1 \qquad\qquad : \mu = \theta_2 \\
&\sum_{l=1}^{v} \ (A_1 x_1^l - b_1)\lambda_l \qquad\qquad : \pi_2 \\
&\lambda_l \ge 0 \qquad l = 1,....,v
\end{aligned}
$$

manipulando el segundo bloque de restricciones

$$\sum_{l=1}^{v}(A_1 x_1^l - b_1)\lambda_l = \sum_{l=1}^{v}(A_1 x_1^l)\lambda_l - \sum_{l=1}^{v} b_1\lambda_l = \sum_{l=1}^{v}(A_1 x_1^l)\lambda_l - b_i = 0$$

El maestro completo de DW se formula en la ecuación

$$\min_{\lambda_l} \sum_{l=1}^{j} \left(c_1^T x_1^l\right) \lambda_l$$

$$\sum_{l=1}^{v} \left(A_1 x_1^l\right) \lambda_l = b_1 \quad : \pi_2$$

$$\sum_{l=1}^{v} \lambda_l = 1 \qquad\qquad : \mu$$

$$\lambda_l \geq 0 \qquad l = 1, \ldots., v$$

Este método tiene una interesante interpretación económica. La función objetivo del subproblema es su propio costo menos el valor de π_2 que tiene el cumplimiento de las restricciones del maestro.

Por eso este algoritmo de denomina también descomposición de precios. Consigue indirectamente resolver el problema de asignación de recursos escasos mediante la valoración de los precios de dichos recursos.

Este valor se ajusta en cada iteración para cumplir las restricciones del maestro. El maestro utiliza todas las propuestas hechas hasta el momento y las combina para conseguir una nueva solución óptima, de la que obtiene los valores (variables duales) de las restricciones.

Algoritmo

El tamaño del problema lineal completo es $(m_1 + m_2) \times n_1$. El tamaño del problema maestro es $(m_1 + 1) \times j$ y el del subproblema $(m_2 \times n_1)$.

El problema maestro aumenta en una variable en cada iteración lo que ocasiona una pérdida de optimalidad, luego conviene que sea resuelto por el método simplex primal.

El subproblema se ve afectado únicamente en su función objetivo luego también se recomienda usar el método simplex primal.

En una iteración del algoritmo se resuelve el subproblema[4]. Mientras su función objetivo (i.e., la condición de optimalidad del problema maestro cuando es formulado según

$$\theta_2 = \min_{x_1} \left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right) x_1 - \mu^j$$

$$A_2 x_1 = b_2$$

$$x_1 \geq 0$$

[4] En el método de descomposición de Dantzig-Wolfe la iteración empieza de forma natural por el subproblema mientras que en Benders empieza por el maestro.

sea negativa la solución x_1^j obtenida en el subproblema es enviada al maestro. Cuando es positiva o nula se alcanza el óptimo y el algoritmo se acaba).

A continuación se resuelve el problema maestro y se pasa el valor del vector de variables duales π_2^j y μ^j al subproblema.

En la primera iteración se suponen unos valores iniciales razonables (o nulos) de las variables duales π_2^1 y μ^1 y se resuelve el subproblema.

En general, el algoritmo progresa rápidamente al comienzo pero luego converge muy lentamente. Por esta razón, a veces se termina prematuramente con una solución subóptima. Un criterio de parada para detener previamente el algoritmo, cuando el subproblema es formulado según

$$\theta_2(\pi_2) = \min_{x_1} \left(c_1^T - \pi_2^T A_1\right) x_1 + x_2^T b_1$$
$$A_2 x_1 = b_2$$
$$x_1 \geq 0$$

Puede ser

$$\underline{z} \leq z_1^* \leq \overline{z}$$

Siendo $\overline{z}$ y $\underline{z}$ los valores de las funciones objetivo del maestro y del subproblema, respectivamente, en una iteración cualquiera. Luego cuando la diferencia entre ambas está por debajo de una cierta tolerancia se detiene el algoritmo.

Esta diferencia es teóricamente 0 en el óptimo cuando el problema completo es lineal.

SUBPROBLEMA

precios sombra π_2^j, μ^j ↓ ... ↑ propuesta x_1^j

PROBLEMA MAESTRO RESTRINGIDO

La solución óptima x_1^* y el valor de la función objetivo z_1^*, una vez convergido el algoritmo, viene dada por la combinación lineal de las soluciones de todas las iteraciones.

$$x_1^* = \sum_{l=1}^{j} x_1^l \lambda_l$$

$$z_1^* = \sum_{l=1}^{j} (c_1^T x_1^l)\lambda_l$$

El método puede ser aplicado a problemas de optimización no lineal pero se requiere que el conjunto de restricciones que no complican, definan un poliedro convexo para que los puntos del interior se puedan definir como combinación lineal convexa de sus vértices.

Además, para que tenga sentido utilizar las variables duales de las restricciones que complican, el problema maestro también debe ser convexo.

En general, en el método de Dantzig-Wolfe, puede resultar difícil conseguir factibilidad en las primeras iteraciones en las restricciones del maestro, por lo que desde un punto de vista de implantación, es conveniente la introducción de variables de holgura (en restricciones de tipo $\geq$) o exceso (en restricciones de $\leq$) penalizadas en la función objetivo del maestro.

2.2.1. Estructuras viables de Descomponer

Considere una compañía con dos subdivisiones manufactureras. La división 1 produce 2 artículos que sirven de suministro a la división 2, los cuáles se denotan como x_1 y x_2. De igual manera, los tres productos de la División 2 se denotan como y_1, y_2 y y_3. Ambas divisiones hacen uso de recursos suministrados por la gerencia principal, los cuales son limitados en la cantidad C_1.Un ejemplo puede ser la cantidad de capital disponible para la compañía completa.

La producción de la División 1 está limitada por la capacidad C_2 y C_3. La División 2 esta limitada por la capacidad C_4.

Este problema puede ser modelado fácilmente como uno de Programación Lineal donde:

P representa la utilidad total de la compañía.

P_j representa la utilidad unitaria del producto j.

a_{ij} representa la cantidad de insumo i necesaria para producir una unidad del producto j.

Donde P_j y a_{ij} son constantes como en cualquier problema de programación lineal.

Luego el problema queda así:

$$
\begin{array}{lll}
Max & P = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_1 + P_4 x_2 + P_5 x_3 & \\
s.a: & & \\
(1) & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}y_1 + a_{14}y_2 + a_{15}y_3 & \leq C_1 \\
(2) & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 & \leq C_2 \\
(2) & a_{31}x_1 + a_{32}x_2 & \leq C_3 \\
(3) & a_{43}y_1 + a_{44}y_2 + a_{45}y_3 & \leq C_4
\end{array}
$$

$$x_i, y_j \geq 0$$

Note la característica estructural de este modelo. Algunas restricciones tienen solamente a la variable x y otras a la variable y. En términos generales este tipo de estructura puede ser descrita de manera esquemática como se muestra en la Tabla 3, donde cada una de las $A's$ representa la multiplicidad de las restricciones.

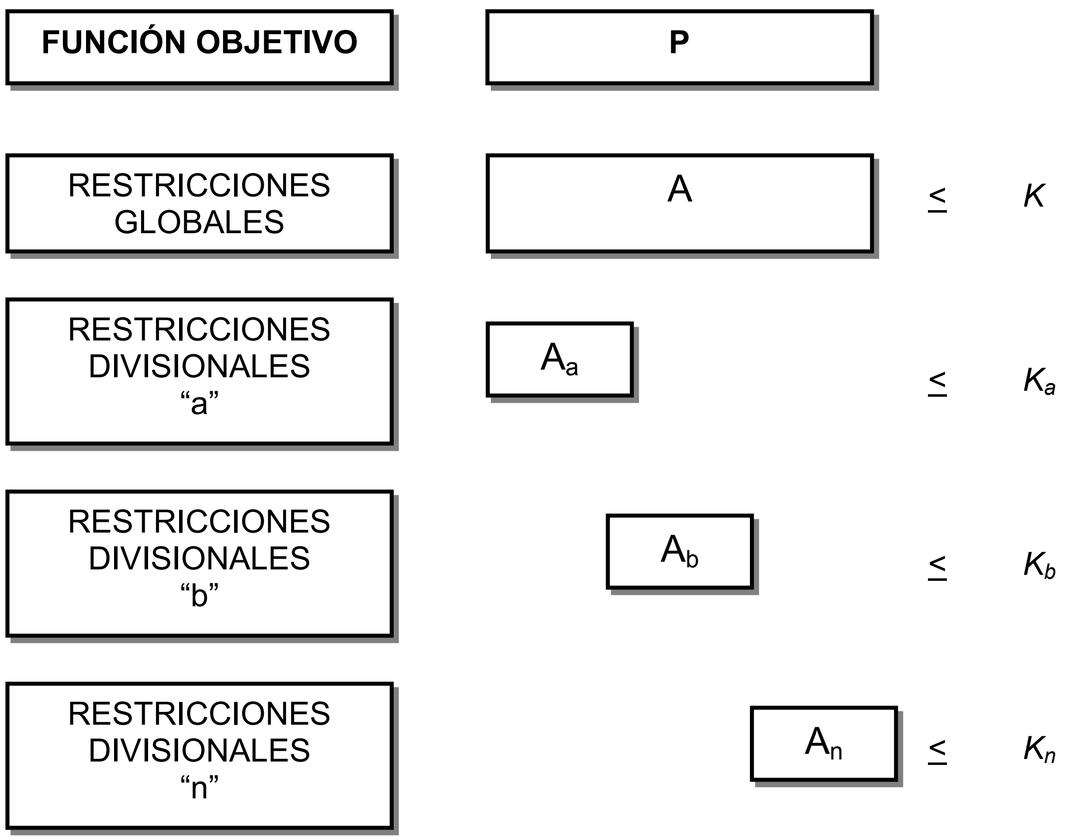


Tabla 3. Estructura diagonal de los subproblemas de gran escala.
Fuente : Elaboración Propia.

El algoritmo de descomposición DW es aplicable a cualquier modelo que pueda ser reescrito de esta manera. Afortunadamente, un número importante de problemas se pueden modelar de esta forma.

Esta estructura angular se presenta con bastante frecuencia en problemas de gran escala. Algunos ejemplos incluyen problemas de producción y distribución multiplanta, donde las restricciones corporativas (coordinadoras) surgen por las limitaciones de recursos compartidos por las plantas, del capital común utilizado para una expansión o la demanda de artículos que se producen en más de una planta.

2.2.2. Generalidades del Procedimiento.

El problema anterior nos puede ayudar a entender completamente el proceso de Descomposición.

La idea básica es muy sencilla si se considera lo siguiente:

La gerencia que toma las decisiones, pide calcular a cada división de la compañía su plan óptimo de producción como si ésta estuviera operando aisladamente[5]. Una vez que los planes de las divisiones son presentados, la gerencia busca modificar esos planes para emparejarlos con los objetivos de la compañía. Después de una reformulación sucesiva de esos planes divisionales a través de las variables duales[6] que son recalculadas en cada etapa por la gerencia (problema maestro) y enviadas a cada división, se obtiene finalmente una Plan Óptimo para toda la compañía; ésta, es la solución al problema original que ha sido encontrada por el proceso de descomposición DW.

Luego, el problema básico de la descomposición es alentar a las divisiones a incrementar (sólo en las cantidades correctas) las actividades que producen mayor utilidad a la compañía.

En términos generales el proceso de descomposición se realiza de la siguiente manera:

1. Cada división envía a la Compañía (gerencia) un plan (subóptimo) basado en las utilidades unitarias para cada actividad que ha sido asignada por la compañía, a dicha división.
2. La compañía calcula un precio dual para cada una de las divisiones, es decir, calcula las variables duales del problema maestro.

[5] Es posible que al realizar la descomposición, se tenga que para una o más divisiones, la región factible no esté acotada. Esto podría ocurrir si la restricción (3) tuviera signo $\geq$, y por consecuente los productos y_1, y_2 y y_3 no tuvieran tope de producción. Note que esto es posible aún cuando la región factible del problema original esté acotada por las restricciones corporativas (1).

[6] Los precios duales (precios sombra, multiplicadores simplex, utilidades marginales) representan el valor unitario del recurso, estos precios adquieren un valor en los recursos escasos, es decir, la función objetivo se vería beneficiada en cierta cantidad, si se aumentara la limitante del recurso en una unidad (utilidad marginal).

3. Estos precios duales del maestro son los parámetros de las funciones objetivo de los subproblemas (divisiones).
4. Los subproblemas envían soluciones candidatas al problema maestro y este las combina de forma óptima y calcula nuevos precios duales.
5. Los nuevos precios duales se envían a los subproblemas y la iteración continúa hasta que se pasa la prueba de optimalidad.

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN DE LA DESCOMPOSICIÓN DUAL A LA CADENA DE SUMINISTRO

3.1 Definición de la Cadena de Suministro para la aplicación.

La Cadena de Suministro para el presente trabajo, se define como *"el conjunto de eslabones de producción, inventario y distribución, los cuales están relacionados bajo un esquema de flujo de producto e información para lograr un objetivo global.".*

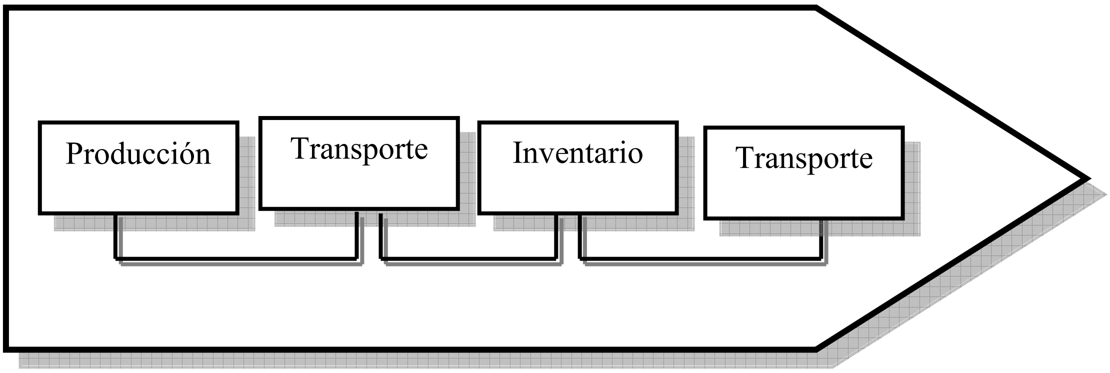


Figura 7. Esquema de la Cadena de Suministro para el problema de aplicación.
Fuente: Elaboración Propia.

Es importante recordar que los eslabones a optimizar son producción, inventario y distribución mediante un modelo de programación lineal. La estrategia de solución incluye el uso de la Descomposición Dantzig-Wolfe debido a que este tipo de problemas presenta una estructura dual-angular de la matriz de restricciones, además que los problemas logísticos a menudo generan problemas de gran escala. Es por esta razón la justificación de su aplicación.

3.2 Desarrollo del Algoritmo DDW

A continuación se presenta un problema de programación lineal (PPL) de planeación de la producción de una empresa ficticia; se describe paso a paso la metodología de solución a través del algoritmo de Descomposición Dantzig-Wolfe. El siguiente, es sólo un ejemplo para entender el funcionamiento del algoritmo.

3.2.1 Ejemplo de aplicación

Una fábrica manufactura dos tipos de producto en dos plantas, los recursos necesarios para fabricar una tonelada de cualquier producto son materia prima 1, materia prima 2 y tiempo de fabricación. Existen dos tipos de máquinas para manufacturar el producto por lo cual los recursos necesarios son diferentes en cada planta.

PRODUCTO (1 TONELADA)	MATERIA PRIMA 1 REQUERIDA	MATERIA PRIMA 2 REQUERIDA	TIEMPO DE FABRICACIÓN
Producto 1 en Planta 1	8	3	2
Producto 2 en Planta 1	6	1	1
Producto 1 en Planta 2	7	3	1
Producto 2 en Planta 2	5	2	1

Tabla 4. Recursos necesarios para elaborar los diferentes productos.

Las plantas 1 y 2 disponen de 12 y 15 toneladas diarias de materia prima 2 respectivamente. La planta 1 dispone de 10 horas diarias de fabricación y la planta 2 dispone de 4 horas. Se dispone de 80 toneladas diarias de materia prima 1 suministrada de un almacén a mitad de camino entre ambas plantas. Cada tonelada de producto 1 se vende a $170/ton y el producto 2 a $160/ton. Enviar una tonelada de la planta 1 al mercado cuesta $80/ton y desde la planta 2 cuesta $100/ton. Se pretende maximizar las utilidades de ambas plantas.

Variables

x_1 = toneladas de producto 1 manufacturadas diariamente en la planta 1.

x_2 = toneladas de producto 2 manufacturadas diariamente en la planta 1.

x_3 = toneladas de producto 1 manufacturadas diariamente en la planta 2.

x_4 = toneladas de producto 2 manufacturadas diariamente en la planta 2.

Función Objetivo

$$z = 170(x_1 + x_3) + 160(x_2 + x_4) - 80(x_1 + x_2) - 100(x_3 + x_4)$$
$$z = 90x_1 + 80x_2 + 70x_3 + 60x_4$$

Restricciones

$$\begin{array}{lr} 3x_1 + x_2 & \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 & \leq 10 \\ \qquad\qquad 3x_3 + 2x_4 & \leq 15 \\ \qquad\qquad x_3 + \ \ x_4 & \leq 4 \\ 8x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 5x_4 & \leq 80 \end{array}$$

$$x_i \geq 0$$

Se tiene:

$$Max \ \ z = 90x_1 + 80x_2 + 70x_3 + 60x_4$$

$$\begin{array}{lr} 3x_1 + x_2 & \leq 12..........R_1 \\ 2x_1 + x_2 & \leq 10..........R_2 \\ \qquad\qquad 3x_3 + 2x_4 & \leq 15..........R_3 \\ \qquad\qquad x_3 + \ \ x_4 & \leq 4...........R_4 \\ 8x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 5x_4 & \leq 80 \end{array}$$

$$x_i \geq 0$$

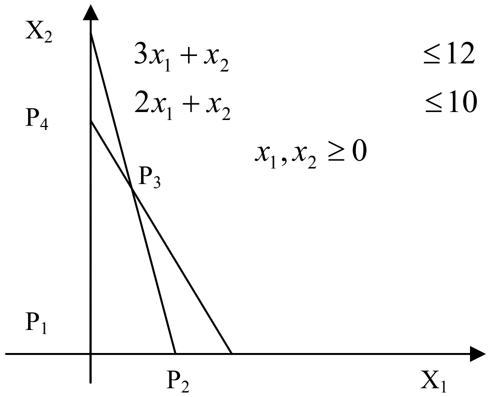
Aplicando la descomposición se tiene:

- Primer conjunto de variables: x_1 y x_2 (variables de la planta 1)
- Segundo conjunto de variables: x_3 y x_4 (variables de la planta 2)
- Primer conjunto de restricciones : R_1 y R_2 (restricciones de la planta 1)
- Segundo conjunto de restricciones : R_3 y R_4 (restricciones de la planta 2)
- Tercer conjunto de restricciones :
  R_5 (restricciones de materia prima 1 disponible)

Asumiendo que se está resolviendo un problema de programación lineal (PPL) en el cual cada subproblema tiene una región factible limitada se aplica el siguiente teorema según *Lasdon (1970).*

Sea una región factible del PPL limitada y cuyos puntos extremos o soluciones básicas factibles (SBF) son $P_1, P_2, ..., P_k$; cualquier punto x en la región factible puede expresarse como una combinación lineal de $P_1, P_2, ..., P_k$. Además existen pesos $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_k$ que satisfacen $x = \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + ... + \mu_k P_k$ y $\mu_1 + \mu_2 + ... + \mu_k = 1$; $\mu_i \geq 0$ $\forall\, i = 1, ..., k.$

Sean los conjuntos de variables y restricciones 1 gráficamente observamos:



Gráfica 1.Región Factible para el conjunto 1.
Fuente: Elaboración Propia.

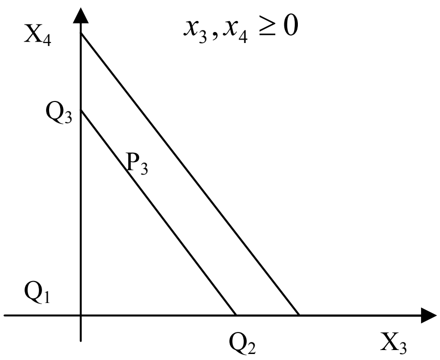
Los puntos extremos de esta región factible son $P_1 = [0,0], P_2 = [4,0], P_3 = [2,6], P_4 = [0,10]$. Cualquier punto dentro de esta región factible puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mu_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu_3 \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} + \mu_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\mu_2 + 2\mu_3 \\ 6\mu_3 + 10\mu_4 \end{bmatrix}$$

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 = 1 \quad ; \quad \mu_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,4.$$

Esto también ocurre para los conjuntos de variables y restricciones 2:

$$3x_3 + 2x_4 \leq 15$$
$$x_3 + x_4 \leq 4$$



Gráfica 2. Región factible para el conjunto 2.
Fuente: Elaboración Propia.

Los puntos extremos de esta región factible son $Q_1 = [0,0], Q_2 = [4,0], Q_3 = [0,4]$

En esta región factible se tiene:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 4\lambda_3 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad ; \quad \lambda_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,3$$

ALGORITMO

PASO 1

Sean $x_1, x_2, ..., x_n$ las variables del conjunto 1exprese las variables como combinación convexa de los puntos extremos $P_1, P_2, ..., P_K$ de la región factible para el conjunto de restricciones 1.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n1} \end{bmatrix} = \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + ...+ \mu_k P_k$$

$$\mu_1 + \mu_2 + ...+ \mu_k = 1 \qquad \mu_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,k$$

PASO 2

Sean $x_{n1+1}, x_{n1+2}, ..., x_n$ las variables del conjunto 2, exprese las variables como combinación convexa de los puntos extremos $Q_1, Q_2, ..., Q_m$ de la región factible para el conjunto de restricciones 2

$$\begin{bmatrix} x_{n1+1} \\ x_{n1+2} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \lambda_1 Q_1 + \lambda_2 Q_2 + ...+ \lambda_m Q_m$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + ...+ \lambda_m = 1 \quad ; \quad \lambda_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,m$$

PASO 3

Exprese la función objetivo y las restricciones centrales en términos de las μ_i y λ_i. Después de adicionar las restricciones de convexidad $\mu_1 + \mu_2 + ... + \mu_k = 1$ y $\lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_m = 1$ y las restricciones de signo $\mu_i \geq 0 \quad \forall\, i = 1,.....,k$ y $\lambda_i \geq 0 \quad \forall\, i = 1,.....,m$, se obtiene el programa lineal denominado Problema Maestro.

PASO 4

Asuma que se tiene una SBF para el problema maestro, después utilice generación de columnas para resolver este problema.

PASO 5

Sustituya los valores de las μ_i y λ_i y halle los valores óptimos para $x_1, x_2, ..., x_n$.

El problema maestro resulta al reemplazar los vectores variables en la función objetivo por:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mu_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \mu_3 \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} + \mu_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\mu_2 + 2\mu_3 \\ 6\mu_3 + 10\mu_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 4\lambda_3 \end{bmatrix}$$

Función objetivo

$$\begin{aligned} 90x_1 + 80x_2 + 70x_3 + 60x_4 &= 90(4\mu_2 + 2\mu_3) + 80(6\mu_3 + 10\mu_4) + 70(4\lambda_2) + 60(4\lambda_3) \\ &= 360\mu_2 + 660\mu_3 + 800\mu_4 + 280\lambda_2 + 240\lambda_3 \end{aligned}$$

La restricción centralizada se vuelve

$$\begin{aligned} &8x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 5x_4 \leq 80 \\ &8(4\mu_2 + 2\mu_3) + 6(6\mu_3 + 10\mu_4) + 7(4\lambda_2) + 5(4\lambda_3) \leq 80 \\ &32\mu_2 + 52\mu_3 + 60\mu_4 + 28\lambda_2 + 20\lambda_3 \leq 80 \end{aligned}$$

Después de adicionar una variable de holgura, se obtiene el siguiente problema maestro:

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z = 360\mu_2 + 660\mu_3 + 800\mu_4 + 280\lambda_2 + 240\lambda_3 \\
&\text{s.a :} \\
&\quad 32\mu_2 + 52\mu_3 + 60\mu_4 + 28\lambda_2 + 20\lambda_3 + s_1 = 80 \\
&\quad \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 = 1 \\
&\quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \\
&\quad \lambda_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,3 \\
&\quad \mu_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1,.....,k
\end{aligned}
$$

Existe una forma de seleccionar una variable en el problema maestro por medio de la técnica de generación de columnas. Encuentre la columna que corresponde a la variable μ_i que corresponde al punto en el conjunto de variables 1 (planta 1).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sea la siguiente propuesta (solución del suproblema) para la producción de la planta 1

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

El peso μ_i (variable del problema maestro) es una fracción de la propuesta correspondiente al punto P_i que está incluido en el actual plan de producción.

Podemos describir entonces un método para determinar la columna para cualquier variable del problema maestro.

Si se incluye una fracción $\mu_i = 1$ de dicho punto $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ la contribución a la función objetivo será $90x_1 + 80x_2$ y por proporcionalidad μ_i contribuye $\mu_i(90x_1 + 80x_2)$.

También contribuye al lado izquierdo de la restricción central con la cantidad $\mu_i(8x_1 + 6x_2)$.

En este caso, la propuesta es μ_3 que corresponde al punto extremo $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$, la contribución a la función objetivo será y a la restricción central son:

$$\mu_3(90x_1 + 80x_2) = \mu_3(90(2) + 80(6)) = 660\mu_3$$
$$\mu_3(8x_1 + 6x_2) = \mu_3(8(2) + 6(6)) = 52\mu_3$$

Además, se tiene un 1 en la primera restricción de convexidad (μ) y 0 en la restricción de convexidad para λ.

Se resuelve el problema maestro aplicando el algoritmo simplex revisado y generación de columnas. Las variables elegidas para entrar a la base son $\{s_1, \mu_1, \lambda_1\}$.

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ \mu_1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} \qquad B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Los precios duales (π) en la subproblema inicial serán:

$$\pi = C_{VB}B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se aplica generación de columnas en dos etapas y se determina si hay un μ_i asociado al conjunto de restricciones 1 que tenga un coeficiente negativo en el renglón cero[7]. Este peso tendrá la siguiente columna en el problema maestro:

Coeficiente en la función objetivo $\mu_i(90x_1 + 80x_2)$

Coeficientes en las restricciones para μ_i $\begin{bmatrix} 8x_1 + 6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Se genera una columna en el problema:

$$\pi = C_{VB}B_0^{-1} \begin{bmatrix} 8x_1 + 6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1 + 80x_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8x_1 + 6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1 + 80x_2) = -90x_1 + 80x_2$$

[7] Se selecciona el coeficiente más negativo porque es un problema de maximizar, para el problema de minimizar se selecciona el coeficiente más positivo.

Después se verifica que x_1 y x_2 no violen las restricciones del conjunto 1.
El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución de:

Subproblema 0
Planta 1

$$\min z = -90x_1 - 80x_2$$
$$3x_1 + x_2 \le 12$$
$$2x_1 + x_2 \le 10$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

La solución a este problema es $z = -800,\ x_1 = 0,\ \ x_2 = 10$

Esto significa que el peso μ_i asociado con el extremo $\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$ tiene el coeficiente más negativo. La columna que tiene un coeficiente -800 corresponde a la variable μ_4 (punto extremo P_4).

Ahora se determina si hay un λ_i asociado al conjunto de restricciones 2 que tenga un coeficiente negativo en el renglón cero. Este peso tendrá la siguiente columna en el maestro:

Coeficiente en la función objetivo $\lambda_i(70x_3 + 60x_4)$

Coeficientes en las restricciones para λ_i $\begin{bmatrix} 7x_3 + 5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Se genera una columna en el problema:

$$\pi = C_{VB}B_0^{-1}\begin{bmatrix} 7x_3 + 5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3 + 60x_4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7x_3 + 5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3 + 60x_4) = -70x_3 - 60x_4$$

Después se verifica que x_3 y x_4 no violen las restricciones del conjunto 2.
El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución de:

Subproblema 0
Planta 2

$$\min z = -70x_3 - 60x_4$$
$$3x_3 + 2x_4 \le 15$$
$$x_3 + x_4 \le 4$$

$$x_3, x_4 \ge 0$$

La solución a este problema es $z = -280,\ x_3 = 4,\ x_4 = 0$.

Esto significa que el peso λ_i asociado con el extremo $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ tiene el coeficiente más negativo. La columna que tiene un coeficiente -280 corresponde a la variable λ_2 (punto extremo Q_2).

Como μ_4 tiene un coeficiente más negativo que λ_2, debe entrar a la base.
Ahora se necesita encontrar la columna de μ_4 en el subproblema cero.

Columna de μ_4:

$$B_0^{-1}\begin{bmatrix} 8(0)+6(10) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 60 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El lado derecho en el subproblema inicial será:

$$b_0 = B_0^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 80 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Este valor entra a la base en la segunda restricción.
Las variables en la base y la base son:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ \mu_4 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} \qquad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 60 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -60 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Así, los precios duales en el subproblema 1 serán:

$$\pi = C_{VB}B_1^{-1} = \begin{bmatrix}0 & 800 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -60 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 800 & 0\end{bmatrix}$$

Se genera una columna a partir de dos nuevos subproblemas. Para el subconjunto 1,

$$\pi = C_{VB}B_1^{-1}\begin{bmatrix}8x_1+6x_2\\ 1\\ 0\end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = \begin{bmatrix}0 & 800 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8x_1+6x_2\\ 1\\ 0\end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = 800 - 90x_1 - 80x_2$$

y se debe verificar que x_1 y x_2 no violen las restricciones del conjunto 1. El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución de:

Subproblema 1
Planta 1

$$\begin{aligned}\min z &= 800 - 90x_1 - 80x_2\\ 3x_1 + x_2 &\le 12\\ 2x_1 + x_2 &\le 10\\ \\ x_1, x_2 &\ge 0\end{aligned}$$

La solución a este problema es $z = 0,\ x_1 = 0,\ x_2 = 10$

Esto significa que el peso μ_i tiene un coeficiente negativo.
Se genera la columna:

$$\pi = C_{VB}B_1^{-1}\begin{bmatrix}7x_3+5x_4\\ 0\\ 1\end{bmatrix} - (70x_3+60x_4) = \begin{bmatrix}0 & 800 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7x_3+5x_4\\ 0\\ 1\end{bmatrix} - (70x_3+60x_4) = -70x_3 - 60x_4$$

Después se verifica que x_3 y x_4 no violen las restricciones del conjunto de restricciones 2.

El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución del mismo problema anterior.

Subproblema 1
Planta 2

$$\min z = -70x_3 - 60x_4$$
$$3x_3 + 2x_4 \le 15$$
$$x_3 + x_4 \le 4$$

$$x_3, x_4 \ge 0$$

La solución a este problema es $z = -280,\ x_3 = 4,\ \ x_4 = 0$

Esto significa que el peso λ_i asociado con el extremo $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ tiene el coeficiente más negativo. La columna que tiene un coeficiente -280 corresponde a la variable λ_2 (punto extremo Q_2).

Como ningún μ_i tiene un coeficiente negativo, es λ_2 quien debe entrar a la base. Se necesita encontrar la columna de λ_2 en el subproblema 1.

Columna de λ_2:

$$B_1^{-1}\begin{bmatrix} 7(4)+5(0) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 28 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

El lado derecho en el subproblema 1 será:

$$b_1 = B_1^{-1}b_0 = \begin{bmatrix} 1 & -60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 80 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Este valor entra a la base en la primera restricción.

Las variables en la base y la base son:

$$\begin{bmatrix} \lambda_2 \\ \mu_4 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} \qquad B_2 = \begin{bmatrix} 28 & 60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1/28 & -60/28 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/28 & 60/28 & 1 \end{bmatrix}$$

Así, los precios duales en la subproblema 2 serán:

$$\pi = C_{VB}B_2^{-1} = \begin{bmatrix} 280 & 800 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1/28 & -60/28 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/28 & 60/28 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 200 & 0 \end{bmatrix}$$

Se genera una columna a partir de dos nuevos subproblemas. Para el subconjunto 1,

$$\pi = C_{VB}B_2^{-1}\begin{bmatrix} 8x_1+6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = \begin{bmatrix} 10 & 200 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8x_1+6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = 200 - 10x_1 - 20x_2$$

y se debe verificar que x_1 y x_2 no violen las restricciones del conjunto 1. El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución de:

Subproblema 2
Planta 1

$$\begin{aligned} \min z &= 200 - 10x_1 - 20x_2 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

La solución a este problema es $z = 0,\ x_1 = 0,\ x_2 = 10$

Esto significa que nuevamente ningún peso μ_i tiene un coeficiente negativo.

Se genera ahora la columna para el subproblema 2:

$$\pi = C_{VB}B_2^{-1}\begin{bmatrix} 7x_3+5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3+60x_4) = \begin{bmatrix} 10 & 200 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7x_3+5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3+60x_4) = -10x_4$$

Después se verifica que x_3 y x_4 no violen las restricciones del conjunto 2.

El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo:

Subproblema 2
Planta 2

$$\begin{aligned} \min z &= -10x_4 \\ 3x_3 + 2x_4 &\leq 15 \\ x_3 + x_4 &\leq 4 \\ \\ x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

La solución a este problema es $z = -40,\ x_3 = 0,\ x_4 = 4$

Esto significa que el peso λ_i asociado con el extremo $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ tiene el coeficiente más negativo. La variable λ_3 (punto extremo Q_3) entra a la base.

Como ningún μ_i tiene un coeficiente negativo, es λ_3 quien debe entrar a la base. Se necesita encontrar la columna de λ_3 en el subproblema 2.

Columna de λ_3:

$$B_2^{-1}\begin{bmatrix} 7(0)+5(4) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/28 & \text{-}60/28 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{-}1/28 & 60/28 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20/28 \\ 0 \\ 8/28 \end{bmatrix}$$

El lado derecho en el subproblema 2 será:

$$b_2 = B_2^{-1}b_1 = \begin{bmatrix} 1/28 & \text{-}60/28 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{-}1/28 & 60/28 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 80 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20/28 \\ 1 \\ 8/28 \end{bmatrix}$$

Puede entrar a la base en la primera restricción o en la tercera restricción. Escogiendo arbitrariamente la primera restricción, las variables en la base y la base son:

$$\begin{bmatrix} \lambda_3 \\ \mu_4 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} \qquad B_3 = \begin{bmatrix} 20 & 60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1/20 & \text{-}3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{-}1/20 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Así, los precios duales en el subproblema 3 son:

$$\pi = C_{VB}B_3^{-1} = \begin{bmatrix} 240 & 800 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1/20 & \text{-}3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{-}1/20 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 80 & 0 \end{bmatrix}$$

Se genera una columna a partir de 2 nuevos subproblemas. Para el subconjunto 1,

$$\pi = C_{VB}B_3^{-1}\begin{bmatrix} 8x_1+6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = \begin{bmatrix} 12 & 80 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8x_1+6x_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - (90x_1+80x_2) = 80+6x_1-8x_2$$

y se debe verificar que x_1 y x_2 no violen las restricciones del conjunto 1. El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo que es la solución de:

Subproblema 3
Planta 1

$$\begin{aligned} \min z &= 80 + 6x_1 - 8x_2 \\ 3x_1 + x_2 &\le 12 \\ 2x_1 + x_2 &\le 10 \\ \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

La solución a este problema es $z = 0,\ x_1 = 0,\ x_2 = 10$

Esto significa que nuevamente ningún peso μ_i tiene un coeficiente negativo.

Se genera ahora la columna para el subproblema 2:

$$\pi = C_{VB} B_3^{-1} \begin{bmatrix} 7x_3 + 5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3 + 60x_4) = \begin{bmatrix} 12 & 80 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7x_3 + 5x_4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - (70x_3 + 60x_4) = -14x_3$$

Después se verifica que x_3 y x_4 no violen las restricciones del conjunto 2.

El peso que tiene el valor más negativo es el peso asociado al punto extremo:

Subproblema 3
Planta 2

$$\begin{aligned} \min z &= 14x_3 \\ 3x_3 + 2x_4 &\le 15 \\ x_3 + x_4 &\le 4 \\ \\ x_3, x_4 &\ge 0 \end{aligned}$$

La solución a este problema es $z = 0,\ x_3 = 0,\ x_4 = 0$

Esto significa que ningún peso λ_i tiene un coeficiente negativo. Como ningún μ_i ni λ_i tienen coeficientes negativos, este subproblema debe ser el óptimo.

El lado derecho en el subproblema 3 es:

$$\begin{bmatrix}\lambda_3\\ \mu_4\\ \lambda_1\end{bmatrix} \quad b_3 = B_3^{-1}b_2 = \begin{bmatrix}1/20 & -3 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ -1/20 & 3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}80\\ 1\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\end{bmatrix}$$

La solución óptima al problema maestro es la anterior, y los demás pesos son cero.

Finalmente según el PASO 5, se puede mostrar que la solución óptima es:

$$\begin{aligned}&x_2 = 10\\ &x_4 = 4\\ &x_1 = x_3 = 0\\ &z = 1{,}040\end{aligned}$$

Donde se tiene que el plan óptimo es producir 10 toneladas del producto 2 manufacturadas por la planta 1, además de 4 toneladas del producto 2 producidas en la planta 2. Con una utilidad de 1,040 U.M.

De esta manera se observa como es posible coordinar algunos elementos de la CS mediante la Descomposición DW. El elemento coordinador son los precios duales enviados por el *maestro* a cada subproblema.

3.3 Modelo propuesto de la CS

Se desarrolló la modelación de un sistema de producción, distribución e inventario de una empresa de tipo manufacturera. La modelación se realizó bajo la premisa de que este tipo de problemas es común en las empresas y que la mayoría de las veces sólo es necesario realizar ajustes, cambios y pequeñas variaciones en dicho modelo.

El objetivo es minimizar los costos de operación del sistema, satisfaciendo los requerimientos del mercado. Se tiene un flujo de dos productos en un solo período de tiempo y dentro de una red de dos plantas, un almacén o bodega, y tres puntos de venta relacionados entre sí. El problema es de carácter continuo, es decir, no se involucran variables de tipo entero.

El modelo considera una demanda de producto conocida (determinista). Se consideran 3 elementos importantes:

- Planta: Un nodo de planta corresponde a una fábrica o fuente de productos para el sistema. También podría ser llamado nodo proveedor cuando los productos son adquiridos a terceros.
- Almacén: Es el lugar donde se alojan los productos, o donde se transbordan para ir de un lugar a otro.

- Punto de Venta: Se asocia con los mercados donde se consumen los productos ofrecidos por la empresa, y que son servidos desde la bodega de abastecimiento.

El modelo general es el siguiente:

$$\text{Min} \sum_i \sum_k C_{ik}^{P-B} x_{ik}^{P-B} + \sum_k \sum_j C_{kj}^{B-M} x_{kj}^{B-M} + \sum_i C^{INVY} y_i + \sum_i C^{INVW} w_i$$

s.a :

$$x_{ik}^{P-B} \leq \overline{P}_i \qquad \forall\ i$$

$$x_{kj}^{B-M} \geq \underline{D}_j \qquad \forall\ j$$

$$\sum_i y_i \leq \overline{INVY}$$

$$\sum_i w_i \leq \overline{INVW}$$

$$\sum_i \sum_k x_{ik}^{P-B} - \sum_k \sum_j x_{kj}^{B-M} + \sum_i y_i + \sum_i w_i = 0$$

$$\text{n.n.} \qquad x_{ik}^{P-B},\ x_{kj}^{B-M}, y_i, w_i \geq 0 \qquad \forall\ i, j, k$$

Donde:

x_{ik}^{P-B}: Es la cantidad de producto k producida por la planta i.

x_{kj}^{B-M} : Es la cantidad de producto k enviada al mercado j.

y_i: Es la cantidad de producto 1 almacenada en la bodega y destinada para el mercado j.

w_i: Es la cantidad de producto 2 almacenada en la bodega y destinada para el mercado j.

$\overline{P}_i$: Es la capacidad máxima de producción de la planta i

$\underline{D}_j$: Es la demanda mínima del mercado j.

$\overline{INVY}$: Es el inventario máximo permitido del producto 1.

$\overline{INVW}$: Es el inventario máximo permitido del producto 2.

Es importante señalar que C_{ik}^{P-B} es el costo de producción y transporte del artículo k para la respectiva planta i.

Los costos de transporte del producto k del almacén al mercado j son C_{kj}^{B-M},

C^{INVY} y C^{INVW} son los costos de tener en inventario una unidad del artículo 1 y 2 respectivamente.

Como se mencionó antes, los parámetros del modelo están dados por los costos unitarios de producción y transporte de cada artículo para la etapa producción-bodega, el costo unitario de transporte para la etapa bodega-mercado y el costo por tener inventario; también se incluyen la capacidad de almacenamiento o inventarios máximos permitidos por cada artículo en la bodega, la capacidad máxima de producción de cada artículo y la demanda de cada mercado respecto a cada producto.

Las variables de decisión son los flujos de productos entre los distintos nodos de la red. También están los niveles de inventario y el nivel de producción para todos los artículos manejados. De tal manera que para el caso propuesto y con los parámetros establecidos (datos ficticios), el modelo de aplicación sería el siguiente:

- Las plantas P_1 y P_2 cuando mucho pueden producir 300 y 200 unidades de producto 1 respectivamente. Para el producto 2, a lo mucho 200 y 190 respectivamente.
- El mercado M_1 demanda 150 unidades del producto 1 y 100 del producto 2.
- El mercado M_2 demanda 120 unidades del producto 1 y 80 del producto 2.
- El mercado M_3 demanda 100 unidades del producto 1 y 40 del producto 2.
- La bodega B tiene capacidad cuando mucho para almacenar 130 unidades del producto 1 y 80 unidades para el producto 2.

Los costos de la función objetivo son:

$C_{ik}^{P-B}(U.M.)$	Producto 1	Producto 2
Planta 1	10	18
Planta 2	8	9

Tabla 5. Costos unitarios de producción y transporte

$C_{kj}^{B-M}(U.M.)$	Mercado 1	Mercado 2	Mercado 3
Producto 1	10	9	13
Producto 2	12	13	15

Tabla 6. Costos unitarios de transporte

$C^{INVY} = 4\ U.M.$

$C^{INVW} = 6\ U.M.$

El modelo del caso práctico queda así:

$$\begin{aligned}
\text{Min } z = {} & 10x_{11}^{P-B} + 18x_{12}^{P-B} + 8x_{21}^{P-B} + 9x_{22}^{P-B} + 10x_{11}^{B-M} + 12x_{21}^{B-M} + 9x_{12}^{B-M} + 13x_{22}^{B-M} \\
& + 11x_{13}^{B-M} + 15x_{23}^{B-M} + 4y_1 + 4y_2 + 4y_3 + 6w_1 + 6w_2 + 6w_3
\end{aligned}$$

s.a.

$$\begin{aligned}
x_{11}^{P-B} & \leq 300 \\
x_{12}^{P-B} & \leq 200 \\
x_{21}^{P-B} & \leq 200 \\
x_{22}^{P-B} & \leq 190 \\[1em]
x_{11}^{B-M} & \geq 150 \\
x_{21}^{B-M} & \geq 100 \\
x_{12}^{B-M} & \geq 120 \\
x_{22}^{B-M} & \geq 80 \\
x_{13}^{B-M} & \geq 100 \\
x_{23}^{B-M} & \geq 40 \\[1em]
y_1 + y_2 + y_3 & \leq 130 \\
w_1 + w_2 + w_3 & \leq 80
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{11}^{P-B} + x_{12}^{P-B} + x_{21}^{P-B} + x_{22}^{P-B} - x_{11}^{B-M} - x_{21}^{B-M} - x_{12}^{B-M} - x_{22}^{B-M} \\
& - x_{13}^{B-M} - x_{23}^{B-M} + y_1 + y_2 + y_3 + w_1 + w_2 + w_3 = 0
\end{aligned}$$

n.n.

$$x_{ik}^{P-B}, x_{kj}^{B-M}, y_i, w_i \geq 0 \qquad \forall\ \text{i, j, k}$$

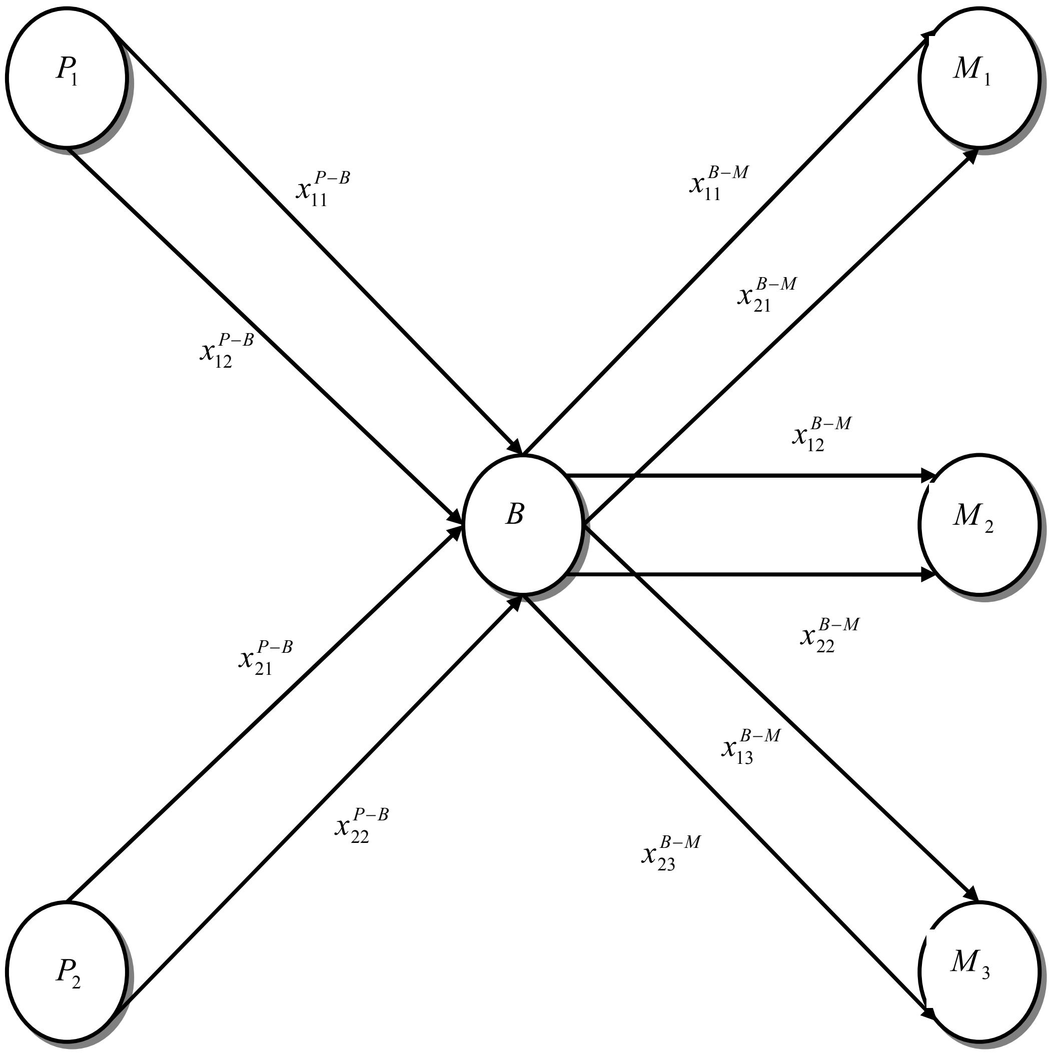


Figura 8. Representación gráfica del Modelo Producción-inventario-distribución.

Fuente: Elaboración propia.

3.3.1 Solución

Para resolver este modelo se utilizó General Algebraic Modeling System (GAMS)[8], el cual es una herramienta para resolver problemas de programación matemática, el optimizador que se utilizó es CPLEX en su versión 9.1.2.

El objetivo de utilizar un código del ADDW en GAMS es para poder realizar futuras modificaciones sin necesidad de volver a programar el algoritmo, es decir, poder dejar una estructura base susceptible de aumentar el número de restricciones, variables así como elementos en el problema maestro y subproblemas que impliquen un menor esfuerzo al usuario.

El código del algoritmo de descomposición de Dantzig-Wolfe se presenta a continuación:

ALGORITMO DE DESCOMPOSICIÓN DANTZIG-WOLF EN GAMS[9]

```
$TITLE Descomposición de Dantzig-Wolfe (DW)

SETS
   L    máximo numero de iteraciones / iter-1 * iter-5 /
   J(l) iteración actual
   N1   variables

SCALAR
   Z_INF cota inferior de la solución            / -INF /
   Z_SUP cota superior de la solución            /  INF /
   TOL   tolerancia en optimalidad               / 1e-6 /
   PNLZ  penalización restricciones primera etapa / 1000 /

PARAMETERS
   X1_L(l,n1) soluciones del subproblema

* comienzo datos del problema

SETS
M1      numero restricciones primera etapa   /r-1/
M2      numero restricciones segunda etapa      /r-1*r-12/
N1      variables       /x-1*x-16/


PARAMETERS
C1(n1)   coeficientes funcion objetivo primera etapa
```

8 GAMS Development Corporation, Washington, DC G871201/0000CA-ANY
Free Demo, 202-342-0180, sales@gams.com, www.gams.com

9 Para programar el algoritmo DDW se utilizó como base el propuesto por el Dr. Andrés Ramos de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid, España.2006.

/x-1 10
x-2 18
x-3 8
x-4 9
x-5 10
x-6 12
x-7 9
x-8 13
x-9 11
x-10 15
x-11 4
x-12 4
x-13 4
x-14 6
x-15 6
x-16 6/

B1(m1) cotas restricciones primera etapa
/r-1 0/

B2(m2) cotas restricciones segunda etapa
/r-1 300
r-2 200
r-3 200
r-4 190
r-5 -150
r-6 -100
r-7 -120
r-8 -80
r-9 -100
r-10 -40
r-11 130
r-12 80/

TABLE A1(m1,n1) matriz de restricciones primera etapa

	x-1	x-2	x-3	x-4	x-5	x-6	x-7	x-8	x-9	x-10	x-11	x-12	x-13	x-14	x-15	x-16
r-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1

TABLE A2(m2,n1) matriz de restricciones segunda etapa

	x-1	x-2	x-3	x-4	x-5	x-6	x-7	x-8	x-9	x-10	x-11	x-12	x-13	x-14	x-15	x-16
r-1	1															
r-2		1														
r-3			1													
r-4				1												
r-5					-1						1					
r-6						-1						1				
r-7							-1						1			

```
  r-8                                    -1                              1
  r-9                                         -1                              1
  r-10                                            -1                              1
  r-11                                                  1    1    1
  r-12                                                                 1    1    1

* fin datos del problema


POSITIVE VARIABLES
  X1(n1)    variables primera etapa
  LAMBDA(l) pesos de las soluciones
  EXC(m1)   variables de exceso en restricciones primera etapa <=

VARIABLES
  Z2 función objetivo subproblema y completo
  Z1 función objetivo maestro

EQUATIONS
  FOM     función objetivo maestro
  FOS     función objetivo subproblema
  FOC     función objetivo problema completo
  R1(m1)  restricciones primera etapa
  R1C(m1) restricciones primera etapa
  R2(m2)  restricciones segunda etapa
  COMBLIN combinación lineal de los pesos de las soluciones ;

FOM     .. Z1 =E= SUM((j,n1), C1(n1)*X1_L(j,n1)*LAMBDA(j)) + PNLZ *
SUM(m1,EXC(m1)) ;

FOS     .. Z2 =E= SUM(n1, (C1(n1) - SUM(m1, R1.M(m1)*A1(m1,n1)))*X1(n1)) -
COMBLIN.M ;

FOC     .. Z2 =E= SUM(n1, C1(n1)*X1(n1)) ;

R1C(m1) .. SUM(n1, A1(m1,n1)*X1(n1)) =E= B1(m1) ;

* se introducen variables de holgura en restricciones primera etapa <=
* para evitar infactibilidad

R1(m1)  .. SUM((j,n1), A1(m1,n1)*X1_L(j,n1)*LAMBDA(j)) +EXC(m1) =L= B1(m1)
;

R2(m2)  .. SUM(n1, A2(m2,n1)*X1(n1)) =L= B2(m2) ;

COMBLIN .. SUM(j, LAMBDA(j)) =E= 1 ;

MODEL MAESTRO  / FOM, R1, COMBLIN /
MODEL SUB      / FOS, R2          /
MODEL COMPLETO / FOC, R1C, R2     /
```

```
FILE COPT / cplex.opt /
PUT COPT PUT 'preind 0' / 'epopt 1.1e-9' / 'eprhs 1.1e-9'
PUTCLOSE COPT ;

SUB.OPTFILE     = 1 ;
MAESTRO.OPTFILE = 1 ;

J(l)       = NO ;
X1_L(l,n1) = 0 ;
LAMBDA.UP(l) = 1 ;

* inicialización de variables

Z2.L = - 10 * TOL ;
R1.M(m1)  = 0 ;
COMBLIN.M = 0 ;

LOOP(l $(abs(Z2.L) > TOL),

  IF (ORD(l) > 1,
    SOLVE MAESTRO USING LP MINIMIZING Z1 ;
    Z_SUP = Z1.L ;
  ) ;


  SOLVE SUB USING LP MINIMIZING Z2 ;
  X1_L(l,n1) = X1.L(n1) ;
  Z_INF = Z2.L + COMBLIN.M + SUM(m1, R1.M(m1)*B1(m1)) ;
  DISPLAY Z_INF, Z_SUP ;

  J(l) = YES ;

) ;
ABORT $(abs(Z2.L) > TOL) 'Máximo numero de iteraciones alcanzado' ;

* Resultados de la descomposición

X1.L(n1) = SUM(j, X1_L(j,n1)*LAMBDA.L(j)) ;
DISPLAY X1.L ;

* Resolución del problema completo

SOLVE COMPLETO USING LP MINIMIZING Z2 ;
```

A continuación se presenta el diagrama de flujo para realizar los cambios en el código del algoritmo y tratar con diferentes problemas.

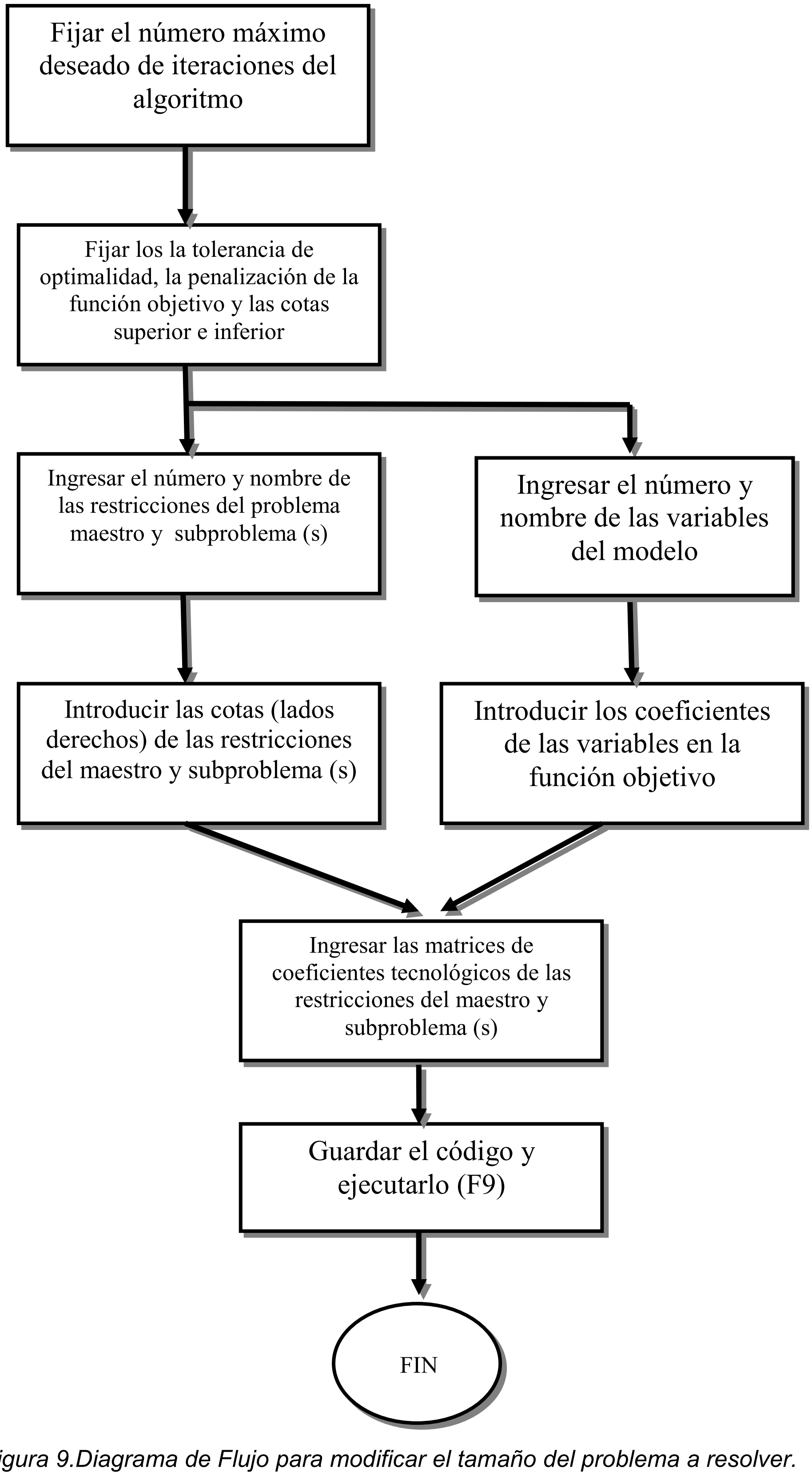


Figura 9.Diagrama de Flujo para modificar el tamaño del problema a resolver.
Fuente: Elaboración Propia.

El fichero de resultados de GAMS se presenta en los anexos. También se incluye la resolución del modelo por medio de LINDO[10] para validar la solución obtenida.

La solución es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
x_{11}^{P-B} &= 200\\
x_{12}^{P-B} &= 0\\
x_{21}^{P-B} &= 200\\
x_{22}^{P-B} &= 190\\
x_{11}^{B-M} &= 150\\
x_{21}^{B-M} &= 100\\
x_{12}^{B-M} &= 120\\
x_{22}^{B-M} &= 80\\
x_{13}^{B-M} &= 100\\
x_{23}^{B-M} &= 40\\
y_1 &= 0\\
y_2 &= 0\\
y_3 &= 0\\
w_1 &= 0\\
w_2 &= 0\\
w_3 &= 0\\
\mathrm{Z} &= 11{,}830\ \mathrm{U.M.}
\end{aligned}
$$

El plan óptimo sugiere producir en:

Planta 1:

- 200 unidades del producto 1.

Planta 2:

- 200 unidades del producto 1.
- 190 unidades del producto 2.

[10] Student LINDO /PC. Release 6.1 (dic 2000) www.lindo.com

Enviar de la bodega a:

Mercado 1:

- 150 unidades del producto 1.
- 100 unidades del producto 2.

Mercado 2:

- 120 unidades del producto 1.
- 80 unidades del producto 2.

Mercado 3:

- 100 unidades del producto 1.
- 40 unidades del producto 2.

Además, se sugiere no tener ninguna unidad de cualquiera de los dos productos en la bodega, según los parámetros de demanda y oferta de producto.

CONCLUSIONES

Los requerimientos del mundo empresarial contemporáneo exigen medidas de desempeño cada día más elevadas. La productividad entendiendo como ésta, la relación de lo producido con los medios empleados, es el parámetro primordial para subsistir en un ambiente globalizado.

El papel de México es sumamente dinámico, inducido por constantes cambios donde la tecnología se desarrolla rápidamente; las empresas buscan soluciones estratégicas para mejorar el funcionamiento de su industria. A partir de la incorporación del concepto de CS surgen diferentes maneras de administrar dicho concepto; los elementos (eslabones) que la componen son entidades independientes con objetivos propios, sin embargo la mayoría de las veces no son los más adecuados desde el punto de vista holístico. La CS deberá funcionar como un todo, fijando objetivos globales, de ahí la necesidad de optimizar ese proceso. Para esto, se necesita la coordinación de los elementos que constituyen la CS, así que la coordinación de los eslabones juega un papel primordial en el logro de estos objetivos. Bajo las condiciones adecuadas, el valor de la coordinación de las funciones de la CS puede ser extremadamente alto.

Como se mencionó anteriormente el tipo de administración de la CS puede ser centralizada o descentralizada, en el trabajo se aborda una CS descentralizada parcialmente en su toma de decisiones, lo cual ayuda a la obtención de un Óptimo Global.

En cuanto al modelo propuesto se formuló un modelo de programación lineal que incluyera producción-inventario-distribución y que tiene características estructurales propias para resolverse mediante DDW. Observamos cómo este algoritmo integraba los planes óptimos (subóptimos globales) locales y enviaba precios duales de los recursos limitados a los eslabones, iterando en un proceso de búsqueda del óptimo global, es decir, se hizo uso de una estrategia que puede integrar las partes que generalmente se optimizan de manera individual.

Para la solución del modelo planteado se modificó el código base del algoritmo de DDW en el programa GAMS, que muestra las iteraciones que se realizaron así como los valores de las variables a lo largo del proceso hasta obtener el óptimo. El código puede ser modificable para otros problemas de mayor tamaño, para lo cual sólo habría que modificar algunos parámetros y restricciones.

El resultado obtenido con GAMS se validó mediante la solución del mismo modelo en LINDO, y se pudo observar como LINDO obtiene los mismos resultados pero realiza un número mayor de iteraciones para alcanzar el óptimo; de esta manera comprobamos como el algoritmo DDW resulta eficiente para esta clase de problemas.

Sin embargo en cuanto a la toma de decisiones, sigue habiendo un decisor central (problema maestro). Esto hace que se tenga que recurrir en cada iteración al problema maestro, lo cual, en problemas de gran tamaño se traduce en aumento del tiempo computacional de solución.

Por ende se recomienda un mecanismo de coordinación que no incluya el uso del maestro, dando paso a la incorporación de otros métodos como la Descomposición Cruzada Separable en cualquiera de sus versiones.

EXTENSIONES

- Modificar el modelo propuesto a uno multiproducto, multiperiodo y de carácter no determinista (estocástico), utilizando un esquema de descentralización absoluto en la toma de decisiones final, es decir, no utilizar un problema maestro.

- Proponer un mecanismo de coordinación para una cadena de suministro descentralizada, que incluya no sólo un plan de acción para optimizar el desempeño del sistema, sino también un esquema de incentivos para distribuir los beneficios de esta coordinación para atraer la cooperación de todos los elementos involucrados.

- Incorporar tecnologías de información para compartir la información necesaria en tiempo real y de esta manera utilizar herramientas de simulación de escenarios para obtener parámetros del modelo.

- Desarrollar una metodología para realizar cambios organizacionales en las empresas, para facilitar la coordinación de las funciones involucradas.

ANEXO

FICHERO DE RESULTADOS DE GAMS

C o m p i l a t i o n

```
SETS
   L    máximo numero de iteraciones / iter-1 * iter-5 /
   J(l) iteración actual
   N1   variables

SCALAR
   Z_INF cota inferior de la solución           / -INF /
   Z_SUP cota superior de la solución           /  INF /
   TOL   tolerancia en optimalidad              / 1e-6 /
   PNLZ  penalización restricciones primera etapa / 1000 /

PARAMETERS
   X1_L(l,n1) soluciones del subproblema

* comienzo datos del problema

SETS
M1      numero restricciones primera etapa   /rdos-1/
M2      numero restricciones segunda etapa      /runo-1*runo-12/
N1      variables       /xuno-1*xuno-16/

PARAMETERS
C1(n1)   coeficientes funcion objetivo primera etapa
       /xuno-1         10
        xuno-2         18
        xuno-3          8
        xuno-4          9
        xuno-5         10
        xuno-6         12
        xuno-7          9
        xuno-8         13
        xuno-9         11
        xuno-10        15
        xuno-11         4
        xuno-12         4
        xuno-13         4
        xuno-14         6
        xuno-15         6
        xuno-16         6/

B1(m1)   cotas restricciones primera etapa
        /rdos-1         0/
B2(m2)   cotas restricciones segunda etapa
       /runo-1         300
        runo-2         200
        runo-3         200
        runo-4         190
        runo-5        -150
        runo-6        -100
        runo-7        -120
        runo-8         -80
        runo-9        -100
        runo-10        -40
        runo-11        130
        runo-12         80/

TABLE A1(m1,n1) matriz de restricciones primera etapa
        xuno-1  xuno-2  xuno-3  xuno-4  xuno-5  xuno-6  xuno-7  xuno-8  xuno-9  xuno-10 xuno-11 xuno-12 xuno-13 xuno-14
xuno-15 xuno-16
rdos-1     1       1       1       1      -1      -1      -1      -1      -1      -1       1       1       1       1
1       1
TABLE A2(m2,n1)  matriz de restricciones segunda etapa
            xuno-1  xuno-2  xuno-3  xuno-4  xuno-5  xuno-6  xuno-7  xuno-8  xuno-9  xuno-10 xuno-11 xuno-12 xuno-13 xuno-14
xuno-15 xuno-16
        runo-1   1
        runo-2           1
        runo-3                   1
        runo-4                           1
        runo-5                                  -1                                               1
        runo-6                                          -1                                               1
```

```
         runo-7                                          -1                                        1
         runo-8                                                -1                                      1
         runo-9                                                     -1
          runo-10                                                       -1
1
  1
         runo-11                                                                          1      1      1
         runo-12                                                                                          1
1   1

* fin datos del problema

POSITIVE VARIABLES
   X1(n1)    variables primera etapa
   LAMBDA(l) pesos de las soluciones
   EXC(m1)   variables de exceso en restricciones primera etapa <=

VARIABLES
   Z2 función objetivo subproblema y completo
   Z1 función objetivo maestro

EQUATIONS
   FOM     función objetivo maestro
   FOS     función objetivo subproblema
   FOC     función objetivo problema completo
   R1(m1)  restricciones primera etapa
   R1C(m1) restricciones primera etapa
   R2(m2)  restricciones segunda etapa
   COMBLIN combinación lineal de los pesos de las soluciones ;

FOM     .. Z1 =E= SUM((j,n1), C1(n1)*X1_L(j,n1)*LAMBDA(j)) + PNLZ * SUM(m1
 ,
EXC(m1)) ;

FOS     .. Z2 =E= SUM(n1, (C1(n1) - SUM(m1, R1.M(m1)*A1(m1,n1)))*X1(n1)) -
COMBLIN.M ;

FOC     .. Z2 =E= SUM(n1, C1(n1)*X1(n1)) ;

R1C(m1) .. SUM(n1, A1(m1,n1)*X1(n1)) =E= B1(m1) ;

* se introducen variables de holgura en restricciones primera etapa <=
* para evitar infactibilidad

R1(m1)  .. SUM((j,n1), A1(m1,n1)*X1_L(j,n1)*LAMBDA(j)) +EXC(m1) =L= B1(m1)
 ;

R2(m2)  .. SUM(n1, A2(m2,n1)*X1(n1)) =L= B2(m2) ;

COMBLIN .. SUM(j, LAMBDA(j)) =E= 1 ;

MODEL MAESTRO  / FOM, R1, COMBLIN /
MODEL SUB      / FOS, R2          /
MODEL COMPLETO / FOC, R1C, R2     /

FILE COPT / cplex.opt /
PUT COPT PUT 'preind 0' / 'epopt 1.1e-9' / 'eprhs 1.1e-9'
PUTCLOSE COPT ;

SUB.OPTFILE     = 1 ;
MAESTRO.OPTFILE = 1 ;

J(l)       = NO ;

X1_L(l,n1) = 0 ;
LAMBDA.UP(l) = 1 ;

* inicialización de variables

Z2.L = - 10 * TOL ;

R1.M(m1)  = 0 ;
COMBLIN.M = 0 ;

LOOP(l $(abs(Z2.L) > TOL),

```

```
141    IF (ORD(l) > 1,
142       SOLVE MAESTRO USING LP MINIMIZING Z1 ;
143       Z_SUP = Z1.L ;
144    ) ;
145
146    SOLVE SUB USING LP MINIMIZING Z2 ;
147    X1_L(l,n1) = X1.L(n1) ;
148    Z_INF = Z2.L + COMBLIN.M + SUM(m1, R1.M(m1)*B1(m1)) ;
149    DISPLAY Z_INF, Z_SUP ;
150
151    J(l) = YES ;
152
153  ) ;
154  ABORT $(abs(Z2.L) > TOL) 'Máximo numero de iteraciones alcanzado' ;
155
156  * resultados de la descomposición
157
158  X1.L(n1) = SUM(j, X1_L(j,n1)*LAMBDA.L(j)) ;
159  DISPLAY X1.L ;
160
161  * resolución del problema completo
162
163  SOLVE COMPLETO USING LP MINIMIZING Z2 ;


COMPILATION TIME     =        0.000 SECONDS      3 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 2
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Equation Listing    SOLVE SUB Using LP From line 146


---- FOS  =E=  función objetivo subproblema

FOS..  - 10*X1(xuno-1) - 18*X1(xuno-2) - 8*X1(xuno-3) - 9*X1(xuno-4)

     - 10*X1(xuno-5) - 12*X1(xuno-6) - 9*X1(xuno-7) - 13*X1(xuno-8)

     - 11*X1(xuno-9) - 15*X1(xuno-10) - 4*X1(xuno-11) - 4*X1(xuno-12)

     - 4*X1(xuno-13) - 6*X1(xuno-14) - 6*X1(xuno-15) - 6*X1(xuno-16) + Z2 =E= 0
     ; (LHS = -1E-5, INFES = 1E-5 ***)


---- R2  =L=  restricciones segunda etapa

R2(runo-1)..  X1(xuno-1) =L= 300 ; (LHS = 0)

R2(runo-2)..  X1(xuno-2) =L= 200 ; (LHS = 0)

R2(runo-3)..  X1(xuno-3) =L= 200 ; (LHS = 0)

REMAINING 9 ENTRIES SKIPPED

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 3
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Column Listing      SOLVE SUB Using LP From line 146


---- X1  variables primera etapa

X1(xuno-1)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
     -10       FOS
       1       R2(runo-1)

X1(xuno-2)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
     -18       FOS
       1       R2(runo-2)

X1(xuno-3)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
      -8       FOS
       1       R2(runo-3)
```

```
REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

---- Z2  función objetivo subproblema y completo

Z2
            (.LO, .L, .UP = -INF, -1E-5, +INF)
      1       FOS

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 4
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Model Statistics    SOLVE SUB Using LP From line 146


LOOPS                           L   iter-1


MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS          2     SINGLE EQUATIONS          13
BLOCKS OF VARIABLES          2     SINGLE VARIABLES          17
NON ZERO ELEMENTS           39


GENERATION TIME      =       0.000 SECONDS      4 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005


EXECUTION TIME       =       0.000 SECONDS      4 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 5
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Solution Report     SOLVE SUB Using LP From line 146


           L O O P S              L iter-1

           S O L V E      S U M M A R Y

    MODEL   SUB               OBJECTIVE  Z2
    TYPE    LP              DIRECTION  MINIMIZE
    SOLVER  CPLEX             FROM LINE  146

**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE             6520.0000

 RESOURCE USAGE, LIMIT          0.031      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         7         10000

GAMS/Cplex    Aug  1, 2005 WIN.CP.NA 22.0 029.032.041.VIS For Cplex 9.1
Cplex 9.1.2, GAMS Link 29


User supplied options:
preind 0
epopt 1.1e-9
eprhs 1.1e-9

Optimal solution found.
Objective :        6520.000000


                   LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU FOS            .         .         .         1.000

  FOS  función objetivo subproblema

---- EQU R2  restricciones segunda etapa

         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

runo-1      -INF        .      300.000       .
runo-2      -INF        .      200.000       .
runo-3      -INF        .      200.000       .
runo-4      -INF        .      190.000       .
runo-5      -INF   -150.000  -150.000   -10.000
```

```
runo-6      -INF   -100.000  -100.000   -12.000
runo-7      -INF   -120.000  -120.000    -9.000
runo-8      -INF    -80.000   -80.000   -13.000
runo-9      -INF   -100.000  -100.000   -11.000
runo-10     -INF    -40.000   -40.000   -15.000
runo-11     -INF       .      130.000      .
runo-12     -INF       .       80.000      .

---- VAR X1  variables primera etapa

          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

xuno-1       .         .       +INF     10.000
xuno-2       .         .       +INF     18.000
xuno-3       .         .       +INF      8.000
xuno-4       .         .       +INF      9.000
xuno-5       .      150.000    +INF       .
xuno-6       .      100.000    +INF       .
xuno-7       .      120.000    +INF       .
xuno-8       .       80.000    +INF       .
xuno-9       .      100.000    +INF       .
xuno-10      .       40.000    +INF       .
xuno-11      .         .       +INF     14.000
xuno-12      .         .       +INF     16.000
xuno-13      .         .       +INF     13.000
xuno-14      .         .       +INF     19.000
xuno-15      .         .       +INF     17.000
xuno-16      .         .       +INF     21.000

                     LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR Z2           -INF   6520.000    +INF       .

  Z2  función objetivo subproblema y completo


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 6
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
E x e c u t i o n


----    149 PARAMETER Z_INF              =     6520.000  cota inferior de la solución
            PARAMETER Z_SUP              =         +INF  cota superior de la solución

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 7
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Equation Listing    SOLVE MAESTRO Using LP From line 142


---- FOM  =E=  función objetivo maestro

FOM..  - 6520*LAMBDA(iter-1) - 1000*EXC(rdos-1) + Z1 =E= 0 ; (LHS = 0)


---- R1  =L=  restricciones primera etapa

R1(rdos-1)..  - 590*LAMBDA(iter-1) + EXC(rdos-1) =L= 0 ; (LHS = 0)


---- COMBLIN  =E=  combinación lineal de los pesos de las soluciones

COMBLIN..  LAMBDA(iter-1) =E= 1 ; (LHS = 0, INFES = 1 ***)
```

```
GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 8
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Column Listing      SOLVE MAESTRO Using LP From line 142


---- LAMBDA  pesos de las soluciones

LAMBDA(iter-1)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, 1)
   -6520       FOM
    -590       R1(rdos-1)
       1       COMBLIN


---- EXC  variables de exceso en restricciones primera etapa <=

EXC(rdos-1)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
   -1000       FOM
       1       R1(rdos-1)


---- Z1  función objetivo maestro

Z1
            (.LO, .L, .UP = -INF, 0, +INF)
       1       FOM

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 9
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Model Statistics    SOLVE MAESTRO Using LP From line 142
```

LOOPS   L   iter-2

```
MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS           3     SINGLE EQUATIONS            3
BLOCKS OF VARIABLES           3     SINGLE VARIABLES            3
NON ZERO ELEMENTS             6


GENERATION TIME     =       0.015 SECONDS      3 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005


EXECUTION TIME      =       0.015 SECONDS      3 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 10
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Solution Report     SOLVE MAESTRO Using LP From line 142
```

L O O P S   L iter-2

```
          S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL   MAESTRO            OBJECTIVE  Z1
     TYPE    LP                 DIRECTION  MINIMIZE
     SOLVER  CPLEX              FROM LINE  142

**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE             6520.0000

 RESOURCE USAGE, LIMIT          0.015      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         2         10000

GAMS/Cplex    Aug  1, 2005 WIN.CP.NA 22.0 029.032.041.VIS For Cplex 9.1
Cplex 9.1.2, GAMS Link 29


User supplied options:
preind 0
epopt 1.1e-9
eprhs 1.1e-9
```

```
Optimal solution found.
Objective :        6520.000000


                    LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU FOM           .         .         .        1.000

  FOM  función objetivo maestro

---- EQU R1  restricciones primera etapa

        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

rdos-1     -INF   -590.000      .         .

                    LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU COMBLIN       1.000     1.000     1.000  6520.000

  COMBLIN  combinación lineal de los pesos de las soluciones

---- VAR LAMBDA  pesos de las soluciones

        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

iter-1      .        1.000     1.000      .

---- VAR EXC  variables de exceso en restricciones primera etapa <=

        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

rdos-1      .         .        +INF   1000.000

                    LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR Z1            -INF   6520.000     +INF       .

  Z1  función objetivo maestro


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 11
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Equation Listing    SOLVE SUB Using LP From line 146


---- FOS  =E=  función objetivo subproblema

FOS..  - 10*X1(xuno-1) - 18*X1(xuno-2) - 8*X1(xuno-3) - 9*X1(xuno-4)

     - 10*X1(xuno-5) - 12*X1(xuno-6) - 9*X1(xuno-7) - 13*X1(xuno-8)

     - 11*X1(xuno-9) - 15*X1(xuno-10) - 4*X1(xuno-11) - 4*X1(xuno-12)

     - 4*X1(xuno-13) - 6*X1(xuno-14) - 6*X1(xuno-15) - 6*X1(xuno-16) + Z2 =E=
    -6520 ; (LHS = 0, INFES = 6520 ***)


---- R2  =L=  restricciones segunda etapa

R2(runo-1)..  X1(xuno-1) =L= 300 ; (LHS = 0)

R2(runo-2)..  X1(xuno-2) =L= 200 ; (LHS = 0)

R2(runo-3)..  X1(xuno-3) =L= 200 ; (LHS = 0)

REMAINING 9 ENTRIES SKIPPED
```

```
GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 12
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Column Listing      SOLVE SUB Using LP From line 146


---- X1  variables primera etapa

X1(xuno-1)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
     -10      FOS
       1      R2(runo-1)

X1(xuno-2)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
     -18      FOS
       1      R2(runo-2)

X1(xuno-3)
            (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
      -8      FOS
       1      R2(runo-3)

REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

---- Z2  función objetivo subproblema y completo

Z2
            (.LO, .L, .UP = -INF, 6520, +INF)
       1      FOS


GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 13
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Model Statistics    SOLVE SUB Using LP From line 146


LOOPS                          L   iter-2


MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS          2     SINGLE EQUATIONS          13
BLOCKS OF VARIABLES          2     SINGLE VARIABLES          17
NON ZERO ELEMENTS           39


GENERATION TIME      =        0.000 SECONDS      3 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005


EXECUTION TIME       =        0.015 SECONDS      3 Mb  WIN220-143 Jul 27, 2005

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 14
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Solution Report     SOLVE SUB Using LP From line 146


           L O O P S              L iter-2

           S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL   SUB               OBJECTIVE  Z2
     TYPE    LP                DIRECTION  MINIMIZE
     SOLVER  CPLEX             FROM LINE  146

**** SOLVER STATUS     1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS      1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE                0.0000

 RESOURCE USAGE, LIMIT          0.015      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT         0         10000

GAMS/Cplex    Aug  1, 2005 WIN.CP.NA 22.0 029.032.041.VIS For Cplex 9.1
Cplex 9.1.2, GAMS Link 29


User supplied options:
```

```
preind 0
epopt 1.1e-9
eprhs 1.1e-9

Optimal solution found.
Objective :          0.000000


                    LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU FOS        -6520.000 -6520.000 -6520.000     1.000

  FOS  función objetivo subproblema

---- EQU R2  restricciones segunda etapa

          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

runo-1      -INF       .     300.000      .
runo-2      -INF       .     200.000      .
runo-3      -INF       .     200.000      .
runo-4      -INF       .     190.000      .
runo-5      -INF   -150.000  -150.000   -10.000
runo-6      -INF   -100.000  -100.000   -12.000
runo-7      -INF   -120.000  -120.000    -9.000
runo-8      -INF    -80.000   -80.000   -13.000
runo-9      -INF   -100.000  -100.000   -11.000
runo-10     -INF    -40.000   -40.000   -15.000
runo-11     -INF       .     130.000      .
runo-12     -INF       .      80.000      .

---- VAR X1  variables primera etapa

          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

xuno-1      .         .       +INF     10.000
xuno-2      .         .       +INF     18.000
xuno-3      .         .       +INF      8.000
xuno-4      .         .       +INF      9.000
xuno-5      .      150.000    +INF       .
xuno-6      .      100.000    +INF       .
xuno-7      .      120.000    +INF       .
xuno-8      .       80.000    +INF       .
xuno-9      .      100.000    +INF       .
xuno-10     .       40.000    +INF       .
xuno-11     .         .       +INF     14.000
xuno-12     .         .       +INF     16.000
xuno-13     .         .       +INF     13.000
xuno-14     .         .       +INF     19.000
xuno-15     .         .       +INF     17.000
xuno-16     .         .       +INF     21.000

                    LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR Z2           -INF       .       +INF       .

  Z2  función objetivo subproblema y completo


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 15
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
E x e c u t i o n


----    149 PARAMETER Z_INF              =     6520.000  cota inferior de la s
                                                olución
            PARAMETER Z_SUP              =     6520.000  cota superior de la s
                                                olución

----    159 VARIABLE X1.L  variables primera etapa

xuno-5  150.000,    xuno-6  100.000,    xuno-7  120.000,    xuno-8   80.000
xuno-9  100.000,    xuno-10  40.000
```

```
GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 16
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Equation Listing    SOLVE COMPLETO Using LP From line 163


---- FOC  =E=  función objetivo problema completo

FOC..  - 10*X1(xuno-1) - 18*X1(xuno-2) - 8*X1(xuno-3) - 9*X1(xuno-4)

     - 10*X1(xuno-5) - 12*X1(xuno-6) - 9*X1(xuno-7) - 13*X1(xuno-8)

     - 11*X1(xuno-9) - 15*X1(xuno-10) - 4*X1(xuno-11) - 4*X1(xuno-12)

     - 4*X1(xuno-13) - 6*X1(xuno-14) - 6*X1(xuno-15) - 6*X1(xuno-16) + Z2 =E= 0
     ; (LHS = -6520, INFES = 6520 ***)


---- R1C  =E=  restricciones primera etapa

R1C(rdos-1)..  X1(xuno-1) + X1(xuno-2) + X1(xuno-3) + X1(xuno-4) - X1(xuno-5)

     - X1(xuno-6) - X1(xuno-7) - X1(xuno-8) - X1(xuno-9) - X1(xuno-10)

     + X1(xuno-11) + X1(xuno-12) + X1(xuno-13) + X1(xuno-14) + X1(xuno-15)

     + X1(xuno-16) =E= 0 ; (LHS = -590, INFES = 590 ***)


---- R2  =L=  restricciones segunda etapa

R2(runo-1)..  X1(xuno-1) =L= 300 ; (LHS = 0)

R2(runo-2)..  X1(xuno-2) =L= 200 ; (LHS = 0)

R2(runo-3)..  X1(xuno-3) =L= 200 ; (LHS = 0)

REMAINING 9 ENTRIES SKIPPED

GAMS Rev 143  Intel/MS Windows                    01/04/07 10:49:16 Page 17
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Column Listing      SOLVE COMPLETO Using LP From line 163


---- X1  variables primera etapa

X1(xuno-1)
                (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
      -10        FOC
        1       R1C(rdos-1)
        1       R2(runo-1)

X1(xuno-2)
                (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
      -18        FOC
        1       R1C(rdos-1)
        1       R2(runo-2)

X1(xuno-3)
                (.LO, .L, .UP = 0, 0, +INF)
       -8       FOC
        1       R1C(rdos-1)
        1       R2(runo-3)

REMAINING 13 ENTRIES SKIPPED

---- Z2  función objetivo subproblema y completo

Z2
                (.LO, .L, .UP = -INF, 0, +INF)
        1       FOC
```

GAMS Rev 143 Intel/MS Windows 01/04/07 10:49:16 Page 18
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Model Statistics SOLVE COMPLETO Using LP From line 163

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	3	SINGLE EQUATIONS	14
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	17
NON ZERO ELEMENTS	55		

GENERATION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN220-143 Jul 27, 2005

EXECUTION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN220-143 Jul 27, 2005

GAMS Rev 143 Intel/MS Windows 01/04/07 10:49:16 Page 19
Descomposición de Danztig-Wolfe (DW)
Solution Report SOLVE COMPLETO Using LP From line 163

S O L V E S U M M A R Y

MODEL COMPLETO OBJECTIVE Z2
TYPE LP DIRECTION MINIMIZE
SOLVER CPLEX FROM LINE 163

**** SOLVER STATUS 1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS 1 OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE 11830.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.015 1000.000
ITERATION COUNT, LIMIT 2 10000

GAMS/Cplex Aug 1, 2005 WIN.CP.NA 22.0 029.032.041.VIS For Cplex 9.1
Cplex 9.1.2, GAMS Link 29

Optimal solution found.
Objective : 11830.000000

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU FOC	.	.	.	1.000

FOC función objetivo problema completo

---- EQU R1C restricciones primera etapa

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
rdos-1	**.**	**.**	**.**	**10.000**

---- EQU R2 restricciones segunda etapa

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
runo-1	**-INF**	**200.000**	**300.000**	**.**
runo-2	**-INF**	**.**	**200.000**	**.**
runo-3	**-INF**	**200.000**	**200.000**	**-2.000**
runo-4	**-INF**	**190.000**	**190.000**	**-1.000**
runo-5	**-INF**	**-150.000**	**-150.000**	**-20.000**
runo-6	**-INF**	**-100.000**	**-100.000**	**-22.000**
runo-7	**-INF**	**-120.000**	**-120.000**	**-19.000**
runo-8	**-INF**	**-80.000**	**-80.000**	**-23.000**
runo-9	**-INF**	**-100.000**	**-100.000**	**-21.000**
runo-10	**-INF**	**-40.000**	**-40.000**	**-25.000**
runo-11	**-INF**	**.**	**130.000**	**.**
runo-12	**-INF**	**.**	**80.000**	**.**

---- VAR X1 variables primera etapa

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
xuno-1	.	200.000	+INF	.
xuno-2	.	.	+INF	8.000
xuno-3	.	200.000	+INF	.
xuno-4	.	190.000	+INF	.
xuno-5	.	150.000	+INF	.
xuno-6	.	100.000	+INF	.
xuno-7	.	120.000	+INF	.
xuno-8	.	80.000	+INF	.
xuno-9	.	100.000	+INF	.
xuno-10	.	40.000	+INF	.
xuno-11	.	.	+INF	14.000
xuno-12	.	.	+INF	16.000
xuno-13	.	.	+INF	13.000
xuno-14	.	.	+INF	19.000
xuno-15	.	.	+INF	17.000
xuno-16	.	.	+INF	21.000

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Z2	-INF	11830.000	+INF	.

Z2 función objetivo subproblema y completo

**** REPORT SUMMARY :   0   NONOPT
0 INFEASIBLE
0 UNBOUNDED

**** REPORT FILE SUMMARY

COPT C:\Documents and Settings\ING. MARMOLEJO\Mis documentos\gamsdir\cplex.opt

EXECUTION TIME   =   0.000 SECONDS   2 Mb WIN220-143 Jul 27, 2005

USER: GAMS Development Corporation, Washington, DC   G871201/0000CA-ANY
Free Demo, 202-342-0180, sales@gams.com, www.gams.com   DC0000

**** FILE SUMMARY

Input   C:\Documents and Settings\ING. MARMOLEJO\Mis documentos\gamsdir\TESIS DWC.gms
Output   C:\Documents and Settings\ING. MARMOLEJO\Mis documentos\gamsdir\TESIS DWC.lst

Modelo de Producción-Inventario-Distribución propuesto en LINDO[1]

```
MIN     10c+18d+8g+9h+10k+12l+9m+13n+11o+15p+4y1+4y2+4y3+6z1+6z2+6z3

ST

c+d+g+h-k-l-m-n-o-p+y1+y2+y3+z1+z2+z3          =  0

c                                             <=300
 d                                            <=200
   g                                          <=200
     h                                        <=190

         k-y1                                 >=150
          l-z1                                >=100
            m-y2                              >=120
              n-z2                            >= 80
                o-y3                          >=100
                  p-z3                        >= 40


                    y1+y2+y3                  <=130
                                  z1+z2+z3    <=80


END
```

[1] Se realizaron cambios de variables para evidenciar la estructura diagonal en bloque del problema, además este código aplica sólo al modelo propuesto.

FICHERO DE RESULTADOS EN LINDO

1) **11830.00**

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
C	200.000000	0.000000
D	0.000000	8.000000
G	200.000000	0.000000
H	190.000000	0.000000
K	150.000000	0.000000
L	100.000000	0.000000
M	120.000000	0.000000
N	80.000000	0.000000
O	100.000000	0.000000
P	40.000000	0.000000
Y1	0.000000	14.000000
Y2	0.000000	13.000000
Y3	0.000000	15.000000
Z1	0.000000	18.000000
Z2	0.000000	19.000000
Z3	0.000000	21.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-10.000000
3)	100.000000	0.000000
4)	200.000000	0.000000
5)	0.000000	2.000000
6)	0.000000	1.000000
7)	0.000000	-20.000000
8)	0.000000	-22.000000
9)	0.000000	-19.000000
10)	0.000000	-23.000000
11)	0.000000	-21.000000
12)	0.000000	-25.000000
13)	130.000000	0.000000
14)	80.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 9

REFERENCIAS

Aitken, J., (1998). “Supply Chain Integration within the Context of a Supplier Association”. Unpublished Ph.D. Thesis, Cranfield University.

Arbones, E., (1990). “Logística Empresarial”. Marcombo, Barcelona– España.

Arntzen, B.C., Brown, G.G., Harrison, T.P.; Trafton, L.L. (1995). “Global supply chain management at digital equipment corporation”. Interfaces 25, 69-93.

Ballou, R.H., (2000). “Business Logistics Management”. 4th ed. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.

Bechtel y Jayaram (1997). "Supply chain management: a strategic perspective". International Journal of Physical Distribution and Logistics Management.

Benders, J.F., (1962). “Partitioning Procedures For Solving Mixed Variables Programming Problems”. Number. Match 4, pag, 238-252.

Bowersox, D. J., and Closs, D. J., (1996). “Logistical Management: The Integrated Supply Chain Process”. McGraw-Hill Companies, New York.

Bowersox Donald J., Closs David J. & StankTheodore P., (1999). 21st Century Logistics: “Making supply chain integration a reality”. Council of logistics Management. Michigan State University.

Bowersox, D. J., (1997). “Integrated Supply Chain Management: A Strategic Imperative”, in Annual Conference Proceedings, Council of Logistics Management. Chicago, Illinois, pp 181–189.

Cachon, G., (2003). “Supply chain coordination with contracts”. Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management. edited by Steve Graves and Ton de Kok. North Holland.

Camp, R. C., and Colbert, D. N., (1997). “The Xerox Quest for Supply Chain Excellence”. Supply Chain Management Review (Spring), 82–91.

Carrasco, J., (2000). “Evolución de los enfoques y conceptos de la logística. Su impacto en la dirección y gestión de las organizaciones”. Economía Industrial, No. 331, pp. 17-34.

Casas, J. (2006). “Precios de Transferencia: Un tema de gran relevancia para las empresas en México”. KPMG de México. Disponible en: http://www.kpmg.com.mx/publicaciones/prensa/colaboracion/col_marz06.pdf

Cooke, James Aaron (1997). Custom Built with Speed, *Logistics Management and Distribution Report*, January.

Council of Logistics Management (1998). Conferencia Annual. http://www.clm1.org/

Chandra, P., (1989). "On coordination of production and distribution decisions", Ph.D. Dissertation, Department of Decision Sciences, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA 19104.

Chase, R.B., Aquilano, N.J. & Jacobs, F.R., (2000). "Administración de producción y operaciones". 8va edición. Santa Fe de Bogotá: McGraw-Hill.

Chase Jr., C.W., (1998). "The role of the demand planner in supply chain management". The Journal of Business Forecasting (Fall), 23-25.

Dantzig, G. and P. Wolfe (1960). "Decomposition principle for linear programs", Operations Research 8, 101-111.

Davenport, T.H., (1993). "Process innovation, reengineering work through information technology". Cambridge, MA. Harvard Business School Press.

Davis T., (1993). "Effective supply chain management". Sloan Management Review, Vol. 34, p 35-46.

De Meyer, A., (1992). "An Empirical Investigation of Manufacturing Strategies in European Industry". En C.A. Voss (Ed.), Manufacturing Strategy: Process and Content. Londres: Chapman & Hall.

De Meyer, A. & Wittenberg-Cox, A., (1994). "Nuevo enfoque de la Función de Producción". Barcelona: Folio.

Drucker Peter F., (1998). "The Coming of the New Organization" in Harvard Business Review on Knowledge Management. Harvard Business School Press.

Ertogral, K., Wu, D., (2000). "Aution-theoric coordination of production planning in the supply chain". Forthcoming in the IIE Transactions, Special issue on Distribuited Decentralized Control of Mfg. Systems.

Fan, M., Stallaert, J., Whinston, A., (2001). "Decentralized mechanism design for supply chain organizations using an auction market". Forthcoming in Information systems research.

Ferdows, K., (1989). "International Manufacturing". Nueva York: North Holland.

Forrester, J. W., (1958). "Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers", Harvard Business Review, Vol. 38, July-August, pp.37-66.

Gigola C., (2001). "Los Efectos de una mala Sincronización de la Cadena de Suministro: *Bullwhip Effect*", Escuela de Negocios, Año 3, Vol.5. ITAM.

Hal, Z., R. Batta y R. Szczerba (2001). “Supply-Chain optimization – Players, tools and issues”. O.R. Insight. 14, (2), 20-30.

Handfield, R. B., and Nichols, E. L., Jr. (1999). “Introduction to Supply Chain Management”. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Hax, Arnoldo C.; Candea Dan (1983). “Production and Inventory Management”. Cap. 4: Inventory Methods (pag. 125-152).

Ibarra, M. S., (2005). “Estrategia de Producción Orígenes, conceptos y definiciones fundamentales”. Disponible en http://www.elprisma.com/apuntes/ingenieria_industrial/conceptoestrategiadepoduccion/.

Jiménez, S. J. E., Hernández, G. S., (2002). "Marco Conceptual de la cadena de suministros: Un nuevo enfoque logístico”. Instituto Mexicano del Transporte. Publicación técnica.

LaLonde, Bernard J. and James M. Masters (1994). “Emerging Logistics Strategies: Blueprints for the Next Century”. International Journal of Physical Distribution and Logistics Management, Vol. 24, No. 7, pp. 35-47.

LaLonde, Bernard J., (1998). “Supply Chain Evolution by the Numbers,” Supply Chain Management Review, Vol. 2, No. 1, pp. 7-8.

Lambert, D.M. y Cooper, M.C., (2000). “Issues in Supply Chain Management”. Industrial Marketing Management, 29 (1):65-83.

Lambert, Douglas M. y Terrance L. Pohlen (2001). “Supply Chain Metrics” The International Journal of Logistics Management, Volume 12, Number 1.

Lasdon, L.S. (1970). “Optimization Theory for Large Systems”. Mc. Millan Series in Operations Research. London, pp. 145.

Lee, H. and Billington, Careg (1992). “Managing Supply Chain Inventory: Pitfalls and Opportunities”. Sloan Management Review, Vol. 33 pp 65-73, Num. 3.

Lee, H.L.; Billington, C., (1993). “Material Management in Decentralized Supply Chains”. Operations Research, Vol. 41 No. 5, pp. 835-847.

Lee, H. L. and C. Billington (1995). “Evolution of supply chain management models and practice at Hewlett-Packard company”. Interfaces, 25 (5): 42-63.

Lee, H., Whang, S., (1999). “Decentralized multi-echelon supply chains: incentives and information”. Mang. Sci. 45(5): 633-641.

Mallo Rodríguez, Carlos (1991). “Contabilidad Analítica. Costos, Rendimientos, Precios y Resultados”. Madrid, España.

Maturana, S., Zepeda C. (1997) “Modelación de Sistemas de Distribución e Inventario”, *Actas de Resúmenes Extendidos del Segundo Congreso Chileno de Investigación Operativo OPTIMA 97 y Primer Encuentro Latino Iberoamericano de Optimización*, L. Pradenas (ed.), pp. 524—529, Concepción, 6—8 de Noviembre.

Mendaña C., López E. (2005) “Distribution Budget Management with a Fuzzy Genetic Algorithm” Información Tecnológica-Vol. 16 N°3-2005, págs.: 45-56Universidad de León, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Departamento de Dirección y Economía de la Empresa.

Murphy,L. J. Contreras and F. F. Wu (1995). "A Decomposition-Coordination Approach for Large-Scale Optimization". Proceedings SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing , pp. 78-83, San Francisco, CA, U.S.A.

Nagurney, A., Cruz, J., Matsypura. D., (2003). “Dynamics of global supply chain supernetworks”. Mathematical and Computer Modelling 37, 963-983.

Nazareth, L., (1980). “A land management model using Dantzig-Wolfe decomposition”. Mang. Sci. 26(5):510-523.

Netessine, Serguei and Rudi, Nils (2002). "Centralized and Competitive Inventory Models with Demand Substitution". Simon School of Business Working Paper No. OP 02-01. Disponible en SSRN: http://ssrn.com/abstract=303779.

Porter, Anne Millen (1997). “One Focus, One Supply Base”. Purchasing, June 5, pp. 50-59.

Porter, M. E., (2000). “Ventaja Competitiva: creación y sostenimiento de un desempeño superior”. Compañía Editorial Continental, 19va impresión. México.

Prieto,F. J. F. J. Nogales, A. J. Conejo (2000). "A New Decomposition Methodology Applied to Large-Scale Optimization Problems: Local & Global Behavior". INFORMS Annual Meeting Fall 2000, Session MC29, pág. 62, San Antonio, TX. 5-8.

Ramos, A. y Cerisola, S., (2005). “Optimización estocástica”. Apuntes de la Universidad Pontificia Comillas, Madrid, España.

Sánchez, E., Coves, A., (2006). "Estado del arte sobre Supply Chain Management”.

Scharlacken, J. W., (1998). “The Seven Pillars of Global Supply Chain Planning”. Supply Chain Management Review 2(1), 32–40.

Shah, N., (2005). “Process industry supply chains: Advances and challenges”. Computers and Chemical Engineering 29, 1225-1235.

Sheffi, Y., and Klaus, P., (1997). “Logistics at Large: Jumping the Barriers of the Logistics Functions”. Proceedings of the Twenty-sixth Annual Transportation and Logistics Educators Conference, J. M. Masters, ed., The Ohio State University, Chicago, Illinois, pp 1–26.

Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., Simchi - Levi, E., (2000). “Designing and Managing the Supply Chain”. McGraw-Hill.

Stevens, G.C., (1989). "Integration of the supply chain". International Journal of Physical Distribution and Logistics Management.

Towill, D. R., Naim, M. M., and Wikner, J., (1992). “Industrial Dynamics Simulation Models in the Design of Supply Chains”. International Journal of Physical Distribution and Logistics Management 22(5), 3–13.

Tsay, A. A., Nahmias, S., Agrawal, N., (1998). Modeling supply chain contracts: A review. In: Quantitative Models for Supply Chain Management. In: Tayur, S., Magazine, M., Ganeshan, R. (Eds.), International Series in Operations Research and Management Science, vol. 17. Klumer Academic Publishers, Norwell, MA, pp. 299-336.

Tsay, A., (1999). “Quantity-flexibility contract and supplier-customer incentives”. Management. Science. 45(10). 1339-58.

Tucker, A. W. (1956) “Dual Systems of Homogeneous Linear Relations” in H. W. Kuhn and A. W. Tucker, (Eds.), Linear Inequalities and Related Systems, Annals of Mathematical Studies No. 38. Princeton University Press p.p. 3-18

Tyndall, G., Gopal, C., Partsch, W., and Kamauff, J., (1998). “Supercharging Supply Chains”. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Velásquez, J. (2003) “Teoría Lineal de Partición y Descomposición de Benders”. Documento de trabajo. Dw-dt-012-2003.

Vidal, C.J., Goetschalckx, M., (2001). “A global supply Chain model with transfer pricing and transportation cost allocation”. European Journal of Operational Research 129, 134-158.