



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ASEGURAMIENTO DE CALIDAD EN UN LABORATORIO DE ENSAYES

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE:
INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

RAFAEL AMANTE CHÁVEZ

DIRECTOR DE TESIS:
ING. MARCOS TREJO HERNÁNDEZ

MÉXICO, D.F. 2007





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGREDECIMIENTOS

A mis padres, por haberme dado la oportunidad y el apoyo de concluir una carrera.

A mi esposa, por su apoyo y paciencia.

Universidad Nacional Autónoma de México y Facultad de Ingeniería, por brindarme una formación integral y haberme permitido formar parte de la comunidad universitaria.

Comisión Federal de Electricidad / Departamento de Mecánica de Rocas e Inyecciones, por las facilidades otorgadas para la conclusión de esta tesis.

Ing. Marcos Trejo Hernández, por su comprensión y apoyo para concluir esta tesis.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

GLOSARIO

CAPÍTULO 1 ANTECEDENTES

- | | | |
|-----|--|---|
| 1.1 | La evolución de la calidad | 1 |
| 1.2 | México y su desarrollo en modelos de calidad | 3 |

CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

- | | | |
|-----|--|---|
| 2.1 | Aseguramiento de calidad en las mediciones hechas por un laboratorio | 6 |
| 2.2 | Norma NMX-EC-17025-IMNC-2000 | 6 |
| 2.3 | ¿Qué es la ema? | 7 |
| 2.4 | Acreditación de un laboratorio | 8 |

CAPÍTULO 3 HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS

- | | | |
|-------|---|----|
| 3.1 | Estudios de repetibilidad y reproducibilidad | 9 |
| 3.1.1 | Repetibilidad | 9 |
| 3.1.2 | Reproducibilidad | 9 |
| 3.1.3 | Método para la determinación de los estudios r&R | 10 |
| 3.1.4 | Algoritmos para hacer estudios r&R | 11 |
| 3.1.5 | Algoritmos para hacer pruebas de evaluación para el control de la calidad al 95% de confianza | 13 |
| 3.1.6 | Estudios r&R para pruebas destructivas | 14 |
| 3.2 | Pruebas de hipótesis | 15 |
| 3.2.1 | Componentes de una prueba de hipótesis | 16 |
| 3.2.2 | Procedimiento general para la prueba de hipótesis | 16 |
| 3.3 | Cartas de Control | 17 |

CAPÍTULO 4 RESULTADOS E INTERPRETACIÓN DE LOS ENSAYES

- | | | |
|-------|--|----|
| 4.1 | Estudios r&R | 22 |
| 4.2 | Pruebas de hipótesis | 30 |
| 4.3 | Cartas de control de lecturas individuales | 34 |
| 4.4 | Interpretación de los estudios | 39 |
| 4.4.1 | Ensayos r&R | 39 |
| 4.4.2 | Pruebas de hipótesis | 39 |
| 4.4.3 | Cartas de control | 39 |

CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- | | | |
|-----|-----------------|----|
| 5.1 | Conclusiones | 41 |
| 5.2 | Recomendaciones | 42 |

REFERENCIAS

ANEXOS

- | | |
|----------|---|
| ANEXO I. | Preparación del material de ensaye para pruebas r & R |
| ANEXO II | Tablas estadísticas |

INTRODUCCIÓN

En la actualidad las empresas se esfuerzan por ser más competitivas y mantenerse en el mercado, en algunos casos han adoptado como estrategia de competencia la implantación de algún sistema de calidad como elemento central de su quehacer, entendida ésta en el sentido de integrar en los productos y/o servicios características que satisfagan las necesidades de los clientes, haciendo más confiables sus resultados, diseñando procesos más económicos y concordantes con las normas nacionales o internacionales de gestión de la calidad.

El propósito de este trabajo de tesis es ejemplificar, a través de un caso real, el uso de algunas herramientas estadísticas (estudios de repetibilidad y reproducibilidad (r&R), pruebas de hipótesis y cartas de control), como parte del aseguramiento de calidad en los resultados de las mediciones efectuadas por un laboratorio de ensayos.

Para iniciar este trabajo de tesis es necesario explicar los temas dentro de los cuales se desarrolla el mismo, por tal motivo en el primer capítulo se describe cómo ha evolucionado la calidad en el mundo y particularmente en México. En el capítulo dos se dan a conocer las características generales de la norma NMX-EC-17025-IMNC-2000.

El capítulo tres se indica la metodología de cada una de las herramientas estadísticas empleadas, en el capítulo cuatro se muestran los resultados del caso práctico, así como su interpretación. Finalmente, en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo de tesis.

GLOSARIO

-ASTM.- American Society for Testing and Materials

-CONDICIONES DE REPETIBILIDAD.- Condiciones bajo las que se obtienen resultados independientes, con el mismo método, sobre muestras idénticas, en el mismo laboratorio, por el mismo operador, y utilizando los mismo equipos durante un corto intervalo de tiempo.

-CONDICIONES DE REPRODUCIBILIDAD.- Condiciones bajo las cuales los resultados de ensayo se obtienen con el mismo método, sobre muestras idénticas, y variando ya sea, los laboratorios, los operadores, o el equipo utilizado.

-ENSAYO DE APTITUD (prueba de desempeño).- determinación del desempeño de un laboratorio de ensayo por medio de comparación entre equipos, técnicos, métodos, laboratorios, etc.

-ERRORES DE CAUSA COMÚN.- Es una fuente de variación que siempre está presente. Es parte de la variación normal propia del proceso. Su origen puede rastrearse usualmente hasta un elemento del sistema que sólo la tecnología puede corregir.

-ERROR DE CAUSA ESPECIAL.- Es una fuente de variación que es intermitente, impredecible, inestable. Algunas veces se le llama causa asignable. Está señalada por un solo punto fuera de los límites de control, o por tendencias u otros patrones de puntos no causales dentro de los límites de control.

-ERROR TIPO I.- Se define como el rechazo de la hipótesis nula H_0 cuando ésta es verdadera.

-LABORATORIO.- Para propósitos de este trabajo se considera que un “laboratorio” es la combinación del operador, del equipo y del inmueble. El inmueble (o laboratorio en sentido convencional) puede por tanto contener varios “laboratorios”, si existen varios operadores.

-LÍMITES DE CONTROL.-Es una línea de una carta de control usada como base para juzgar la variación de subgrupo a subgrupo de datos. La variación fuera del límite es evidencia de que hay causas especiales que afectan el proceso. Los límites de control se calculan a partir de los datos de proceso y no deben confundirse con los límites especificados por ingeniería.

GLOSARIO

-MAGNITUD.- Atributo de un fenómeno, cuerpo o sustancia que es susceptible de ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.

-MEDICIÓN.- Conjunto de operaciones que tienen por objeto determinar el valor de una magnitud.

-MENSURANDO.- Magnitud particular sujeta a medición.

-NIVEL O TAMAÑO DE SIGNIFICANCIA α . Es el error tipo I, el cual se define cómo el rechazo de la hipótesis nula H_0 , cuando esta es verdadera.

- PERSONAL TÉCNICO OPERATIVO, LABORATORISTA, OPERADOR. La (s) persona (s) que ejecutan alguna prueba.

-RESULTADO DE ENSAYO.- Valor de un mensurando obtenido tras la realización de un método de ensaye específico.

1. ANTECEDENTES

Cuando uno escucha la palabra calidad piensa en atributos o propiedades de un objeto que nos permite emitir un juicio de valor a cerca de él, podemos pensar en: nula, poca, buena o excelente calidad. Así el significado de calidad equivale al grado de excelencia o perfección.

Aunque suele decirse que es un concepto moderno (siglo XX), desde que el hombre es hombre, se aprecia una preocupación por realizar un trabajo bien hecho. Siempre ha existido un concepto intuitivo de la calidad.

Merece la pena conocer el recorrido histórico para comprender mejor su verdadero significado, y también para evaluar la situación de nuestra empresa en relación con esta evolución.

1.1 La evolución de la calidad

El término "calidad" ha marcado la pauta en la manera de hacer negocios en todas las organizaciones empresariales¹ e industriales. Hoy en día, la calidad tiene como objetivo superar las expectativas de nuestros clientes y se refiere al rompimiento de estructuras convencionales y de las estrategias tradicionales de administración de las empresas, adaptándolas a las nuevas condiciones del mercado.

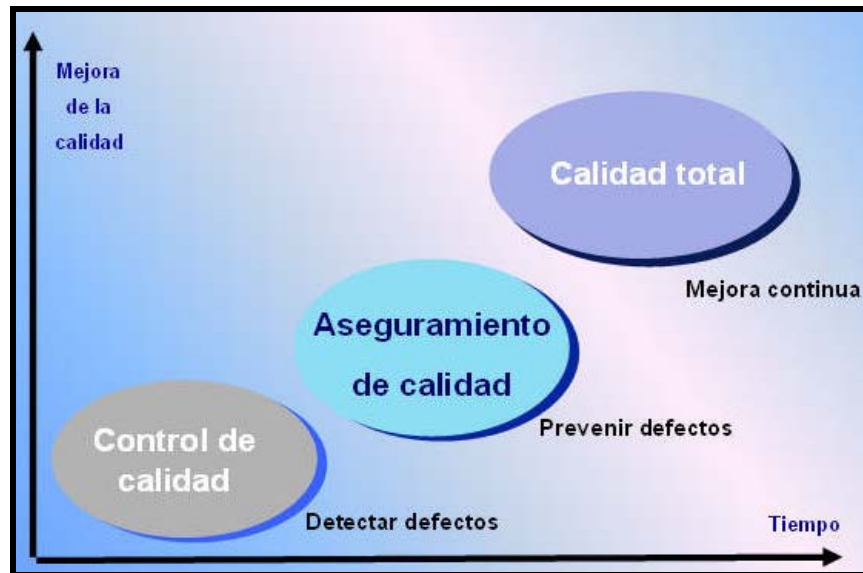
Antes de la etapa industrial, los juicios emitidos giraban en torno al aspecto estético y prestigio de los artesanos que fabricaban un producto o brindaban su servicio. Con la llegada de la Revolución Industrial, los talleres se transformaron en pequeños centros de producción masiva, mismos que modificaron los procedimientos específicos para valorar y atender la calidad de los productos terminados, mismos que presentaban variaciones en las características de los productos finales y se trataron de solucionar estas variaciones. El remedio lo encontraron en el nacimiento de la primera generación de los procesos de calidad, denominada "Calidad por inspección".

A partir de aquí se localizan las distintas etapas del desarrollo de la calidad¹ de la manera en que la entendemos ahora:

¹ <http://endrino.cnice.mecd.es/calidad/generalidades/generalidades>

ETAPA	CONCEPTO	OBJETIVO
Etapa artesanal	Hacer las cosas bien independientemente del costo o esfuerzo necesario para ello	-Satisfacer al cliente -Satisfacer al artesano por el trabajo bien hecho
Revolución industrial	Hacer muchas cosas no importando que sean de calidad (se identifica producción con calidad)	-Satisfacer una gran demanda de bienes
Segunda guerra mundial	Asegurar la eficiencia del armamento sin importar el costo, con la mayor y más rápida producción (eficiencia, plazo = calidad)	-Garantizar la disponibilidad de un armamento eficaz en la cantidad y momento preciso
Postguerra (Japón)	Hacer las cosas bien a la primera	-Minimizar costos mediante la calidad -Satisfacer al cliente -Ser competitivo
Postguerra (resto del mundo)	Producir, cuanto más mejor	-Satisfacer la gran demanda de bienes causados por la guerra
Control de calidad	Técnicas de inspección en producción para evitar la salida de bienes defectuosos	-Satisfacer las necesidades técnicas del producto
Aseguramiento de la calidad	Sistemas y procedimientos de la organización para evitar que se produzcan bienes defectuosos	-Satisfacer al cliente -Prevenir errores -Reducir costos -Ser competitivo
Calidad total	Gestión de la administración empresarial centrada en la permanente satisfacción de las expectativas del cliente	-Satisfacer tanto al cliente externo como al interno -Ser altamente competitivo -Mejora continua

Cabe señalar que, cada etapa mencionada no significa la extinción de la anterior, sino su integración como una parte más de la nueva etapa. La siguiente gráfica muestra cómo ha evolucionado la mejora de la calidad en el tiempo.



La innovación tecnológica y la gran velocidad con que se propaga la información, provoca los múltiples cambios que se dan dentro de la administración en todo tipo de organizaciones. La globalización de los mercados induce a que los países busquen posibilidades de crecimiento en su mercado nacional y en su capacidad para competir con los mercados extranjeros.

Las grandes empresas buscan consolidar su participación en el mercado y enfrentar a la competencia adoptando distintos modelos de calidad.

"Practicar la calidad es diseñar, desarrollar, manufacturar un producto que sea el más útil y siempre satisfactorio para el consumidor, brindando siempre un servicio excepcional".

Para lograr esta meta, es necesario adecuar los sistemas y procedimientos administrativos para que todos los integrantes de un negocio participen en la calidad. Esta va desde el diseño del producto, hasta el control en el mercado y al dar un servicio postventa, para asegurar la satisfacción del consumidor; pues el propósito de la calidad es el de elaborar productos y servicios que cumplan los requisitos del cliente, pues es éste quien orienta la calidad.

1.2 México y su desarrollo en modelos de calidad

No podemos hablar de un solo modelo de calidad, son varios, y todos utilizan los mismos principios de la administración clásica, pero modificándolos en el momento de aplicarlos: tal es el caso de las

funciones de la supervisión, la evaluación de méritos y los aumentos salariales personalizados; también reforman algunos aspectos organizacionales como la pirámide del poder y llaman la atención sobre temas poco atendidos por otros modelos administrativos como la satisfacción de los clientes y el desarrollo de los proveedores.

Este modelo surge en Estados Unidos, durante la segunda guerra mundial, pero es abandonado. Durante la década de los 50's, el modelo fue transplantado a Japón, y ahí fue donde se desarrolló, en empresas japonesas con necesidad de incrementar su productividad para competir. Fue debido al éxito japonés que los norteamericanos recuperaron el modelo para implantarlo en sus empresas, buscando salir del bache económico en el que se encontraba su economía, y también tratando de hacer frente al agresivo comercio exterior japonés y europeo que tenía invadido su mercado. De Estados Unidos es de donde llega principalmente la influencia a México.

La filosofía administrativa que busca la productividad por la estrategia de la calidad se introduce en México en la década de los 80's. El nuevo concepto de calidad, que es el que se encuentra presente en nuestro país, tiene que ver con los requisitos de los consumidores, dado que un producto o servicio sólo tiene calidad en la medida que satisface las expectativas del cliente. Además, es una filosofía que debe convertirse en la forma de vida de todos los integrantes de la organización.

La globalización de la economía, la abrupta apertura de nuestro mercado, el Tratado de Libre Comercio (TLC), el General Agreement on Tariff and Trade GATT, etc. dan cuenta de un proceso que ha puesto en crisis a las empresas mexicanas, muchas de estas han cerrado sus puertas al no poder competir, otras más se han visto obligadas a buscar modelos que las ayuden a ser más competitivas y productivas, para no perder sus mercados nacionales y poder ganar otros en el extranjero, dentro de este grupo que busca nuevos modelos administrativos hay algunas que han optado por el control total de calidad.

En los 40's, el Estado en la política de industrialización, jugaba un papel protector, impulsor y dinámico. La industria floreció acostumbrada a mercados seguros, no tener competidores agresivos y a estar siempre abrigada bajo el manto seguro del Estado.

Durante muchos años esta política industrial fomentó la existencia de empresas ineficientes y poco competitivas. Pero los recientes cambios estructurales de la economía internacional, que obviamente repercuten en la economía mexicana, han forzado a las organizaciones a ser eficientes y

competitivas. La preocupación está presente ya que la apertura de los mercados ha metido en grandes aprietos a nuestras empresas, acostumbradas al proteccionismo. La oportunidad-reto a la que se enfrentan las empresas mexicanas las obliga a:

- Ser más competitivas en calidad, costo y servicios;
- Dejar atrás la forma tradicional de administración y adoptar una nueva que les permita hacer frente a las presiones competitivas; y
- Mejorar la calidad de todo el negocio, no sólo en las áreas de producción.

La cultura de calidad en México está aún en ciernes. La adopción de una nueva filosofía de calidad requiere una transformación cultural, una nueva forma de administrar en negocio, donde el énfasis cambie de las utilidades a la satisfacción del cliente; donde en lugar de administrar resultados se administran y mejoran continuamente los sistemas y procesos que lo producen

No podemos negar que, se estén dando pasos en la búsqueda de la calidad, y que se esté intentando generar un movimiento de gestión de calidad en el país, pero los esfuerzos son aún aislados, y responden a políticas sexenales, lo que se traduce en falta de continuidad. Entre las instituciones que, con mayores o menores logros, promovieron o continúan promoviendo la calidad se encuentran: La EMA (Entidad Mexicana de Acreditación), El Centro Nacional de la Productividad (CENAPRO); el Instituto de Adiestramiento Rápido de la Mano de Obra (ARMO); NAFINSA, con su programa de apoyo a la productividad industrial; el Instituto Mexicano de Control de Calidad (IMECCA); la Fundación Mexicana para la Calidad Total, A.C. (FUNDAMECA), entre otros².

² www.azc.uam.mx/publicaciones/gestion/num5

2. MARCO TEÓRICO

Las normas y criterios que establecen los organismos tanto nacionales como internacionales interesados en la calidad, tienen como fin el de mejorar los procesos y en consecuencia los servicios o productos que son creados a través de las empresas e instituciones para lograr la satisfacción plena de los usuarios.

La **NMX-EC-17025-IMNC-2000**, ésta contiene los requisitos que deben cumplir los laboratorios de ensayo y/ o calibración para demostrar la competencia de generar resultados técnicamente válidos. Los laboratorios que deseen demostrar su competencia y credibilidad deberían implementar esta norma, especialmente aquellos laboratorios que tengan interés en ser reconocidos en el mercado exterior, en razón del acuerdo de reconocimiento mutuo de ILAC (Cooperación Internacional sobre Acreditación de Laboratorios) firmado por las entidades de acreditación de todo el mundo.

2.1 Aseguramiento de calidad en las mediciones efectuadas por un laboratorio de ensayos

El aseguramiento de la calidad en las mediciones, son todas aquellas actividades de carácter preventivo que se deben hacer para asegurar que dichas mediciones que se realizan dentro de una empresa sean confiables, y tengan la exactitud requerida para garantizar que las características de calidad de un producto cumplen con las especificaciones establecidas.

2.2 Norma NMX-EC-17025-IMNC-2000

Es una norma mexicana que contiene todos los requisitos que los laboratorios de ensayo y de calibración tienen que cumplir, si desean demostrar que operan un sistema de calidad, que son técnicamente competentes y que son capaces de generar resultados técnicamente válidos.

Esta norma mexicana especifica los requisitos generales sobre la competencia para llevar a cabo ensayos y/o calibraciones, incluyendo el muestreo. Cubre los ensayos y calibraciones realizados aplicando métodos normalizados, métodos no normalizados y métodos desarrollados por el laboratorio. Esta norma es aplicable a todas las organizaciones que efectúan ensayos y/o calibraciones. A continuación se menciona el punto **5.9** de esta norma, ya que a partir de este punto se basa este trabajo.

5.9 Aseguramiento de la calidad de los resultados de ensayo y calibración

“El laboratorio debe tener procedimientos de control de calidad para supervisar la validez de los ensayos y/o calibraciones comprometidas. Los datos resultantes deben ser registrados en tal forma que las tendencias sean detectadas y, cuando sea práctico, deben aplicarse técnicas estadísticas para revisar los resultados. Esta supervisión debe ser planeada y revisada y puede incluir, pero no limitarse a lo siguiente:

- ✓ Uso regular de materiales de referencia certificados y/o controles de calidad interno usando materiales de referencia secundarios
- ✓ Participación en intercomparaciones o en programas de Pruebas de Aptitud
- ✓ Replicas de pruebas o calibraciones usando el mismo o diferentes métodos
- ✓ Repetir el ensayo o calibración de elementos retenidos
- ✓ Correlación de resultados de diferentes características de una muestra...”

2.3 ¿Qué es la ema?

Debido a la importancia que adquirieron los laboratorios de pruebas, el país se vio en la necesidad de crear un sistema propio para evaluar la conformidad de sus laboratorios. El Sistema Nacional para la Acreditación de Laboratorios de Prueba (SINALP) fue creado por decreto presidencial y publicado en el Diario Oficial de la Federación el 21 de abril de 1980, elevándose a rango de Ley el 28 de enero de 1988. Años después, el 1 de julio de 1992, el SINALP fue reconocido como Sistema de Calidad y Acreditación aplicados a Laboratorios de Prueba único organismo de acreditamiento de laboratorios de pruebas, a través de la Ley Federal sobre Metrología y Normalización.

El SINALP fue creado como un organismo de naturaleza mixta (oficial y privada), cuyo objetivo principal era el de estimular el desarrollo industrial del país. Este estímulo se llevaba a cabo mediante el reconocimiento y la aceptación de los resultados de pruebas obtenidas en laboratorios confiables, basándose en directrices internacionales como las normas emitidas por ISO, por los trabajos de ILAC (International Laboratory Accreditation Cooperation), por normas regionales, industriales, Normas Oficiales Mexicanas (NOM) y Normas Mexicanas (NMX).

Poco tiempo después de la creación de SINALP, se establece el Sistema Nacional de Calibración (SNC), con el fin de que el trabajo conjuntado de ambos fuera la base del sistema mexicano de evaluación de la conformidad. Posteriormente, las primeras reformas a la Ley Federal sobre Metrología y Normalización (LFMN), junto con la creación del Centro Nacional de Metrología (CENAM) y el nacimiento de los Organismos de Certificación de Productos, Sistemas y Personal, vinieron a imprimirle mayor fuerza. Finalmente, a partir de las reformas aplicadas a la LFMN el 20 de mayo de 1997, se crea la figura denominada Entidad de Acreditación, misma que absorbería las funciones y actividades relacionadas con el acreditamiento que la Dirección General de Normas venía desarrollando.

En noviembre de 1998 surge y es evaluada la Entidad Mexicana de Acreditación (**ema**). La evaluación es realizada por un grupo de evaluadores de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial (SECOFI) y un evaluador líder de sistemas de calidad; este último, externo a la Secretaría. Finalmente, el 15 de enero de 1999, **ema** quedó plenamente autorizada para operar como entidad de acreditación, dándose a conocer mediante publicación en el Diario Oficial de la Federación. Con la autorización de **ema** como entidad de acreditación, se ha iniciado una nueva etapa en el establecimiento de la actividad de acreditación en nuestro país, con base en el sistema precedente¹ administrado por DGN-SECOFI. Desde entonces, es **ema** quien proporciona la acreditación de los laboratorios de prueba en México.

2.4 Acreditación de un laboratorio

El desarrollo de los sistemas de calidad ha ocasionado la necesidad de asegurar que los laboratorios de ensayo puedan operar un Sistema de Gestión, que son técnicamente competentes y que son capaces de generar resultados técnicamente confiables.

La **ema** acredita a los laboratorios de ensayo y/o calibración bajo las normas de los distintos sectores productivos de país como son: la industria metal-mecánica, de alimentos, de construcción, etc.

¹ Instituto Mexicano del Transporte. Publicación Técnica No. 185. Sanfandila, Qro, 2001

3. HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS

En la búsqueda de mejorar la competitividad de una organización, lo que es importante y clave en los procesos, así como los resultados que se quieren mejorar, es medirlos. La siguiente frase sintetiza lo anterior: dime qué mides y cómo lo analizas, y te diré que es importante para tu área y para tu empresa.

“Medir es comprender, comprender es obtener conocimiento, tener conocimiento es tener poder. Desde el principio de su existencia, la peculiaridad que diferencia a los seres humanos de los otros seres vivos, es su capacidad de observar, medir, analizar y utilizar la información para generar cambio” (H. J. Harrington, 1997).

A continuación, se describen algunas herramientas estadísticas que nos permiten analizar la información con el objetivo de ayudar a la toma de decisiones, para mejorar el desempeño de los procesos de la organización.

3.1 Estudios de repetibilidad y reproducibilidad (r&R)

3.1.1 Repetibilidad

La repetibilidad de los resultados de la medición es la proximidad de concordancia entre los resultados de las mediciones sucesivas del mismo mensurando, bajo las mismas condiciones de medición. Donde estas condiciones son llamadas condiciones de repetibilidad. Las condiciones de repetibilidad incluyen: el mismo procedimiento de medición, el mismo observador, el mismo instrumento de medición, utilizado bajo las mismas condiciones, el mismo lugar, repetición en un periodo corto de tiempo. La repetibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados.

3.1.2 Reproducibilidad

La reproducibilidad de resultados de mediciones es la proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando bajo condiciones de medición que cambian. Donde una declaración válida de reproducibilidad requiere que se especifique la condición que cambia. Las condiciones que cambian pueden incluir: principio de medición, método de

medición, observador, instrumento de medición, patrón de referencia, lugar, condiciones de uso, tiempo. La reproducibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados. Se entiende que los resultados usualmente son resultados corregidos.

De lo anterior podemos decir que, un estudio de repetibilidad y reproducibilidad r&R sirve para conocer la variabilidad por los errores aleatorios de causas comunes que suceden en un proceso de medición normalizado en condiciones de repetibilidad (S_r^2) o reproducibilidad (S_R^2) entre técnicos, equipos o condiciones.

3.1.3 Método para la determinación de los estudios r & R

Este método para realizar estudios r&R permite separar de manera explícita la repetibilidad y reproducibilidad. Los pasos para realizar un estudio se describen a continuación:

- Seleccionar dos o más operadores para conducir el estudio sobre el instrumento o método de interés
- El número de muestras a ensayar se puede calcular de la siguiente forma

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \sigma}{E} \right) \quad \dots(3.1)$$

Donde:

n = Tamaño de la muestra

$Z_{\alpha/2}$ = Es el punto de la distribución normal estándar que corresponde al porcentaje $\alpha/2$

σ = Desviación estándar de la población (se puede tomar como una aproximación la desviación estándar muestral S)

E = Error especificado por el usuario y/o cliente

- Seleccionar al azar de la producción un conjunto de piezas que serán medidas varias veces por cada operador

- Decidir el número de ensayos o veces que cada operado medirá la misma pieza
- Etiquetar cada muestra y aleatorizar el orden en el cual las muestras se darán a los operadores. Identificar la zona o punto en la parte donde la medición será tomada y el método o técnica que deberá aplicarse
- Obtener en orden aleatorio la primera medición o ensayo del operador A para todas las piezas seleccionadas
- Volver a aleatorizar las piezas y obtener la primera medición del operador B
- Continuar hasta que todos los operadores hayan realizado la primera medición sobre las piezas
- Repetir los pasos anteriores hasta completar el número de ensayos elegidos
- Asegurarse que los resultados previos de un ensayo no son conocidos por los operadores, es decir, en cada medición realizada el operador no debe conocer cuál pieza está midiendo, ni cuales fueron sus mediciones anteriores sobre ella, menos las reportadas por los demás operadores
- Hacer el análisis estadístico de los datos

3.1.4 Algoritmos para hacer estudios r&R

Para cada nivel, se calcula la variabilidad en condiciones de repetibilidad (S_r^2) o reproducibilidad (S_R^2) utilizando las siguientes expresiones:

1.- Se calcula la media de cada participante

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad \dots(3.2)$$

Donde:

y_i = Son los resultados de las mediciones de cada laboratorio

n = Número de repeticiones

i = Identificador para un resultado de ensayo particular de un laboratorio

2.- Se calcula la desviación estándar de cada participante

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \quad \dots(3.3)$$

3.- Se calcula las medias de las medias del nivel

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^p \bar{y}_k}{p} \quad \dots(3.4)$$

Donde:

p = Número de laboratorios que participan en el experimento interlaboratorios

k = Identificador para un laboratorio en particular

4.- Se calcula la variabilidad del método de medición en condiciones de repetibilidad

$$S_r^2 = \frac{\sum_{k=1}^p S_i^2}{p} \quad \dots(3.5)$$

5.- Se calcula S_d

$$S_d^2 = \frac{1}{p-1} \sum_{k=1}^p n_i \cdot (\bar{y}_k - \bar{y})^2 \quad \dots(3.6)$$

6.- Se calcula la variabilidad entre los participantes

$$S_L^2 = \frac{S_d^2 - S_r^2}{n} \quad \dots(3.7)$$

Nota: Si S_L^2 es negativo, asígnele un valor igual a cero

7.- Se calcula la variabilidad en condiciones de reproducibilidad

$$S_R^2 = S_L^2 + S_r^2 \quad \dots(3.8)$$

Nota: Las condiciones de reproducibilidad involucra errores de repetibilidad del proceso de medición más errores por diferentes técnicos, diferentes equipos y diferentes condiciones de medición.

8.- Una vez concluidos los pasos anteriores, se calcula la repetibilidad del método al 95% de probabilidad

$$r = 2,8 S_r \quad \dots(3.9)$$

9.- De igual forma, se calcula la reproducibilidad del método al 95% de probabilidad

$$R = 2,8 S_R \quad \dots(3.10)$$

3.1.5 Algoritmo para hacer pruebas de evaluación para el control de la calidad al 95% de confianza

A) Repetibilidad: en condiciones de repetibilidad, se mide n veces un mismo objeto de prueba en dos ocasiones independientes. El valor de n puede ser uno o mayor. Posteriormente se calcula el promedio de cada ocasión y la diferencia absoluta de los promedios, es decir.

$$D = \left| \bar{y}_1 - \bar{y}_2 \right| \quad \dots(3.11)$$

Una vez realizado lo anterior se procede a calcular la diferencia crítica CD (Critical Difference), de la siguiente manera:

$$CD = 2,8 S_r \sqrt{\frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2}} \quad \dots(3.12)$$

Si el resultado cumple con:

$$D \leq CD$$

Entonces, se demuestra que no existe en ese momento suficiente evidencia estadística para pensar que existen problemas de repetibilidad.

B) Reproducibilidad: en condiciones de reproducibilidad, se mide n veces un mismo objeto de prueba en dos ocasiones independientes. El valor de n puede ser uno o mayor. Posteriormente se calcula el promedio de cada ocasión, así como, la diferencia absoluta de los dos valores promedio.

$$D = \left| \bar{y}_a - \bar{y}_b \right| \quad \dots(3.13)$$

Una vez realizado lo anterior se procede a calcular la diferencia crítica CD (Critical Difference), de la siguiente manera:

$$CD = \sqrt{(2,8S_R)^2 - (2,8S_r)^2 \left(1 - \frac{1}{2n_1} - \frac{1}{2n_2} \right)} \quad \dots(3.14)$$

Si el resultado cumple con:

$$D \leq CD$$

Entonces, se demuestra que no existe en ese momento suficiente evidencia estadística para pensar que existen problemas de reproducibilidad.

3.1.6 Estudios r&R para pruebas destructivas

En el contexto de laboratorios de ensaye existen pruebas destructivas en las que el operador sólo puede medir una vez la muestra porque ésta de alguna forma se destruye. Por ejemplo, pruebas de resistencia, dureza, tensión, etc. En estos casos la estrategia es dividir la muestra en dos o más porciones, dependiendo del número de ensayos o veces que el operador medirá la “misma pieza” y

del número de operadores. De esta forma, en este caso se debe buscar seleccionar las muestras o piezas de forma que se minimice la variación o diferencias entre las porciones de la misma muestra. Hecho esto los datos se colectan y se analizan de la manera usual.

Con base en lo anterior, en un laboratorio de ensayos preparó una serie de probetas de mortero para que su personal operativo realizara diferentes ensayos y así determinar la repetibilidad y reproducibilidad de un método de ensayo

Debido a la heterogeneidad natural que presentan las muestras de roca, es necesario utilizar un material que se comporte, en la medida de lo posible, homogéneamente. Este material puede ser un mortero compuesto de cemento, arena de granulometría controlada y aditivos adecuadamente dosificados para controlar los cambios de volumen en el mortero. La dosificación y modo de preparación se presenta en el anexo I.

3.2 Pruebas de hipótesis

Se dice que un método de medición está normalizado cuando la distribución de frecuencias de los posibles resultados se representa por una distribución de frecuencias normal (Campana de Gauss). Dependiendo del tipo de población estudiada, se pueden tener diferentes formas de curvas de distribución. La que más interesa en procesos de medición es la distribución normal. Ésta tiene la característica de ser simétrica y unimodal, además de ser completamente determinada por dos parámetros. La media poblacional μ y la desviación normal de la población σ . El modelo matemático que describe esta distribución se denomina “Z” o normal. La siguiente figura representa una distribución de frecuencias normal.

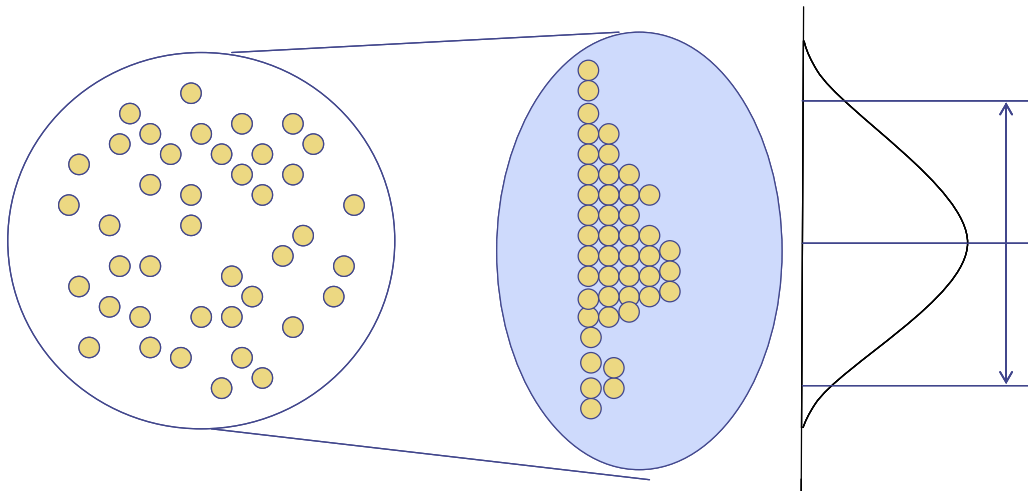


Fig. 3.2 Representación grafica de una distribución de frecuencias normal

Otro modelo importante es el denominado t-student (conocido como la distribución de las pequeñas muestras); este modelo describe la distribución normal de las medias de las muestras de los posibles resultados de un proceso de medición.

Las pruebas de hipótesis es uno de los aspectos más útiles de la inferencia estadística, puesto que muchos problemas de toma de decisiones, pruebas o experimentos pueden formularse a partir de pruebas de hipótesis. Es conveniente considerar la prueba de hipótesis estadística como la etapa de análisis de datos de un experimento comparativo. Estos sencillos experimentos comparativos proporcionan una buena fundamentación para problemas de diseño experimental más complejos.

3.2.1 Componentes de una prueba de hipótesis

a) Hipótesis de prueba o hipótesis nula H_0 . Aquí se establece el parámetro de la población

$$\text{Ej. } H_0 : \mu = 1,65 \text{ m}$$

b) Hipótesis alternativa H_1 . Tanto H_0 se refieren a valores del parámetro de la población

$$\text{Ej. } H_1 : \mu \neq 1,65 \text{ m}$$

c) Estadístico de prueba. Es un número calculado a partir de los datos, cuya magnitud permite discernir si se acepta o se rechaza la hipótesis nula H_0 .

$$\text{Ej. El estadístico de prueba esta dado por } z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

d) Región o intervalo de rechazo o aceptación. Es el conjunto de posibles valores del estadístico de prueba que llevan a rechazar o aceptar la hipótesis nula

3.2.2 Procedimiento general para la prueba de hipótesis

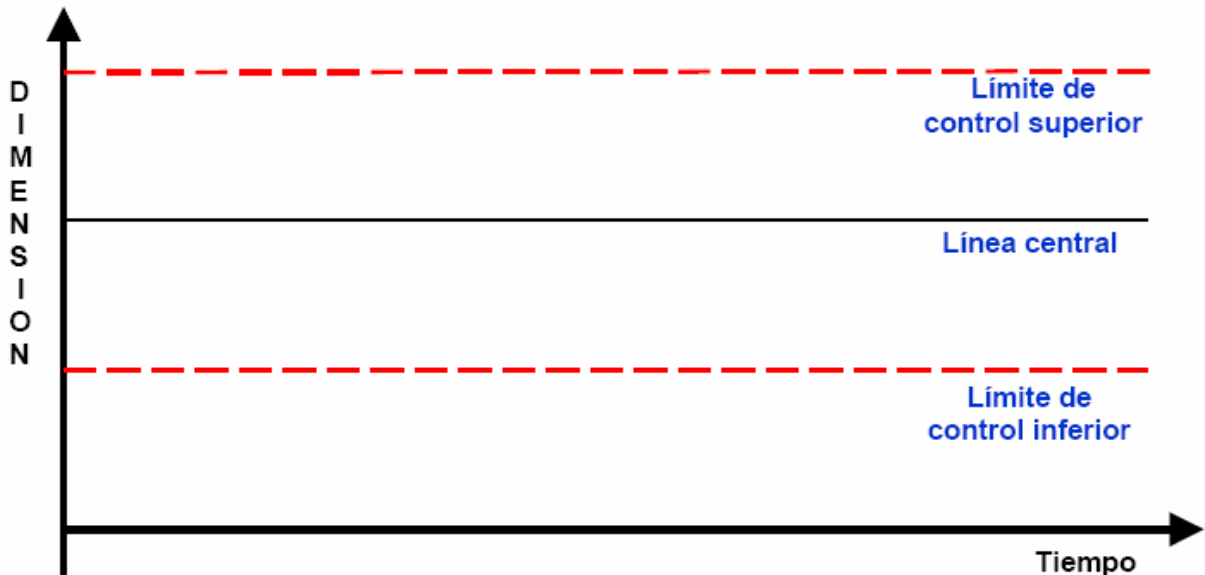
1. Del contexto del problema, identificar el parámetro de interés
2. Establecer la hipótesis nula, H_0

3. Especificar una apropiada hipótesis alterna, H_1
4. Seleccionar un nivel de significancia de α
5. Establecer un estadístico de prueba apropiado
6. Establecer la región de rechazo para el estadístico
7. Calcular todas las cantidades muestrales necesarias, sustituirlas en la ecuación para el estadístico de prueba, y calcular el valor correspondiente
8. Decidir si se debe o no rechazarse H_0 y notificar esto en el contexto del problema

3.3 Cartas de control

Se puede definir una carta de control como: un método gráfico para evaluar si un proceso está o no en un estado de control estadístico, es decir, cuando sólo actúan causas comunes o aleatorias, inherentes a cualquier proceso. (Armand V. Feingenbaum 1994).

Como lo muestra la siguiente gráfica, la carta consiste en una línea central (L.C.) y dos pares de líneas límites espaciadas por encima y por debajo de la línea central, que se denominan límite de control superior (L.C.S.) y límite de control inferior (L.C.I.).



Estos límites indican la máxima desviación permitida respecto al valor esperado (línea central). Cuando un punto cae fuera de los límites de control, se le considera problemático; pero aún cuando caiga dentro de los límites de control, una tendencia o algún otro patrón sistemático puede servir para advertir que tal acción debe interpretarse a fin de evitar algún problema serio. Sin embargo no indica la razón o motivo por el cual un proceso está fuera de control. Si todos los puntos que representan cada muestra caen dentro de los límites de control, se dice que el proceso está dentro de control.

Las cartas de control son usadas para monitorear y demostrar la existencia de control estadístico de un proceso, sin embargo, por sus características estadísticas que involucra el estudio, puede ser útil para los siguientes casos:

- Monitorear el proceso de medición
- Demostrar que el proceso de medición está dentro de control
- Estimar la desviación entre el valor verdadero y el valor dado por el proceso de medición
- Estimar la variabilidad de un proceso de medición
- Detectar datos raros de resultados de mediciones
- Etc.

Lo primero que debe quedar claro respecto a los límites de una carta de control es que estos no son las especificaciones, tolerancias o deseos para el proceso; por el contrario, estos se calculan a partir de la variación del estadístico (datos) que se presenta en la carta. De esta forma, la clave está en establecer los límites para cubrir cierto porcentaje de la variación natural del proceso, pero se debe tener cuidado que tal porcentaje sea el adecuado, ya que si es demasiado alto (99.9999999%) los límites serán muy amplios y será más difícil detectar los cambios en el proceso; mientras que si el porcentaje es pequeño, los límites serán demasiado estrechos, con lo que se incrementará el error tipo I (decir que hubo un cambio, cuando en realidad no lo hubo).

Una forma de proceder para determinar los límites de control, es encontrar la distribución de probabilidades de la variable, estimar sus parámetros y ubicar los límites de forma que un alto porcentaje (99,73% equivalente a 3σ) de la distribución esté dentro de ellos. Esta forma de proceder se conoce como límites de probabilidad.

Una forma más sencilla y usual de obtener los límites de control es a partir de la relación entre la media y la desviación estándar de un estadístico W . Para el caso en que W se distribuya de manera normal con media μ_W y desviación estándar σ_W , y bajo condiciones de control estadístico, se tiene que el 99,73% (3σ) de los posibles valores de W se encuentran entre $\mu_W - 3\sigma_W$ y $\mu_W + 3\sigma_W$.

Sea W el estadístico que se va a graficar en la carta y supongamos que su media es μ_W y su desviación estándar σ_W , entonces el límite de control inferior (LCI), la línea central (LC) y el límite de control superior (LCS) están dados por:

$$\text{LCI} = \mu_W - 3\sigma_W \quad \dots(3.15)$$

$$\text{LC} = \mu_W \quad \dots(3.16)$$

$$\text{LCS} = \mu_W + 3\sigma_W \quad \dots(3.17)$$

Este tipo de cartas de control fueron originalmente propuestas por el doctor Walter A. Shewhart, por lo que se les conoce como cartas de control tipo Shewhart.

Existen dos tipos generales de cartas de control: para variables y para atributos, misma que no está dentro del alcance de este trabajo. Las cartas de control para variables se aplican a características de calidad de tipo continuo, que intuitivamente son aquellas que requieren un instrumento de medición (pesos, volúmenes, voltajes, longitudes, resistencias, temperaturas, etcétera). Las cartas para variables tipo Shewhart más usuales son:

- \bar{X} (de promedios)
- R (de rangos)
- S (de desviaciones estándar)
- X (de medias individuales)

Las cartas de medidas individuales en lugar de aplicarse a procesos semimasivos o masivos como es el caso de la carta \bar{X} -R, se aplica a procesos lentos, en los cuales para obtener una medición o muestra de la producción se requieren periodos relativamente largos. En estos casos la mejor alternativa es utilizar una carta de medidas individuales, dónde cada medición particular de la variable que se quiere analizar se registra en una carta.

Para determinar los límites de control se utilizan las expresiones 3.15, 3.16 y 3.17. En un estudio inicial, estos parámetros se estiman de la siguiente manera:

$$\mu_w = \bar{X} \quad \dots(3.18)$$

$$\sigma_w = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \dots(3.19)$$

Donde:

\bar{X} = Es la media de las mediciones de los subgrupos

\bar{R} = Es la media de los rangos móviles de orden 2 (rango entre dos observaciones sucesivas en el proceso)

Estas formas distintas de llamarle a una carta de control se debe al tipo de estadístico que se grafica en la carta: un promedio, un rango, etcétera; por medio de la cual se tratará de analizar una característica importante de un producto o proceso.

El Western Electric Handbook (1956) sugiere un conjunto de reglas de decisión para la detección de patrones no aleatorios en cartas de control. De manera específica, las reglas **Western Electric** concluyen que el proceso está fuera de control cuando:

- 1) Un punto cae más allá de los límites de control 3-sigma
- 2) Dos de tres puntos consecutivos caen más allá de un límite 2-sigma

- 3) Cuatro de cinco puntos consecutivos están a una distancia de 1-sigma o mayor de la línea central
- 4) Ocho puntos consecutivos de la gráfica están del mismo lado de la línea central

Estas reglas se aplican a un lado de la línea central a la vez. Esto es, un punto que aparece encima del límite superior 2-sigma, seguido por otro que se ubica debajo del límite superior 2-sigma, no constituye un indicador de alarma de que las cosas están fuera de control. En ocasiones estos límites reciben el nombre de límites de advertencia.

4. RESULTADOS

A continuación se presentan los cálculos detallados de las herramientas estadísticas aquí empleadas, los resultados obtenidos nos permiten demostrar si existe o no la competencia del laboratorio para emitir resultados confiables.

4.1 Estudios r&R

Tomaremos como ejemplo, el estudio realizado en un laboratorio de ensayos, en el cual se determinó la resistencia a la tensión indirecta (brasileña) de muestras de rocas.

- Se seleccionaron cuatro operadores para realizar estos estudios, mismos que serán identificados como op 1, op 2, op 3 y op 4, esto tiene por objeto que el personal no conozca sus resultados ni los de sus compañeros.
- Se fabricó el número suficiente de probetas de mortero. En este caso para la expresión 3.1 no se conoce σ , sin embargo, por ser el primer estudio r&R que se hace en el laboratorio y bajo estas condiciones, se fabricó un número de probetas tal que el número de muestras fuera igual a 30 ($n \geq 30$)
- Una vez fabricadas las probetas, se repartieron 10 probetas de forma aleatoria a cada operador.
- Cada operador identificó su muestra, de acuerdo a la nomenclatura establecida por el laboratorio.

Cada operador ensayó sus muestras, y con esto se obtuvo la siguiente matriz de datos.

TABLA 4.1 MATRIZ DE DATOS

OPERADOR	NIVEL 1	NIVEL 2
	N1 MPa	N2 MPa
OP 1	3,13	3,44
	2,79	3,02
	2,91	2,32
	2,24	2,69
	2,67	2,55
OP 2	2,05	2,52
	2,80	2,85
	1,88	2,56
	2,32	2,33
	2,48	2,76
OP 3	3,57	3,42
	3,06	3,41
	3,22	2,80
	3,42	2,71
	3,19	2,76
OP 4	3,38	3,19
	2,83	3,12
	2,12	2,94
	3,20	2,51
	2,50	3,83

➤ De acuerdo a la expresión 3.2 se determina la **media** de cada participante por nivel

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad \dots(3.2)$$

$$\bar{y}_{OP1} = \frac{3.13 + 2.79 + 2.91 + 2.24 + 2.67}{5} = 2.75 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$\bar{y}_{OP1} = \frac{3.44 + 3.02 + 2.32 + 2.69 + 2.55}{5} = 2.80 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 2})$$

Lo anterior da como resultado una matriz de medias, la cual de muestra a continuación.

TABLA 4.2 MATRIZ DE MEDIAS

OPERADOR	NIVEL 1	NIVEL 2
	N1	N2
	MPa	MPa
OP 1	2,75	2,80
OP 2	2,31	2,60
OP 3	3,29	3,02
OP 4	2,81	3,11

➤ Se calcula la **desviación estándar** de cada participante, con base en la expresión 3.3

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \quad \dots(3.3)$$

$$S_{OP1} = \sqrt{\frac{(3.13 - 2.75)^2 + (2.79 - 2.75)^2 + (2.91 - 2.75)^2 + (2.24 - 2.75)^2 + (2.67 - 2.75)^2}{5-1}} = 0.33 \text{ MPa}$$

$$S_{OP1} = \sqrt{\frac{(3.44 - 2.80)^2 + (3.02 - 2.80)^2 + (2.32 - 2.80)^2 + (2.69 - 2.80)^2 + (2.55 - 2.80)^2}{5-1}} = 0.44 \text{ MPa}$$

Lo anterior da como resultado la siguiente matriz de desviaciones estándar.

TABLA 4.3 MATRIZ DE DESVIACIONES ESTÁNDAR

OPERADOR	NIVEL 1	NIVEL 2
	N1	N2
	MPa	MPa
OP 1	0,33	0,44
OP 2	0,36	0,20
OP 3	0,20	0,36
OP 4	0,51	0,48

- Se calcula la **media de las medias** por nivel, de acuerdo a la expresión 3.4

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^p \bar{y}}{p} \quad \dots(3.4)$$

$$\bar{y} = \frac{2.75 + 2.31 + 3.29 + 2.81}{4} = 2.79 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$\bar{y} = \frac{2.80 + 2.60 + 3.02 + 3.11}{4} = 2.89 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 2})$$

- Con base en la expresión 3.5 se calcula la **variabilidad en condiciones de repetibilidad** por nivel

$$S_r^2 = \frac{\sum_{k=1}^p S_i^2}{p} \quad \dots(3.5)$$

$$S_r^2 = \frac{(0.33)^2 + (0.36)^2 + (0.20)^2 + (0.51)^2}{4} = 0.14 \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$S_r^2 = \frac{(0.44)^2 + (0.20)^2 + (0.36)^2 + (0.48)^2}{4} = 0.15 \quad \dots(\text{nivel 2})$$

- Se calcula **S_d** por nivel, con base en la expresión 3.6

$$S_d^2 = \frac{n}{p-1} \sum_{k=1}^p (\bar{y} - \bar{y})^2 \quad \dots(3.6)$$

$$S_d^2 = \frac{5}{4-1} \cdot \left[(2.75 - 2.79)^2 + (2.31 - 2.79)^2 + (3.29 - 2.79)^2 + (2.81 - 2.79)^2 \right] = 0.80 \dots(\text{nivel 1})$$

$$S_d^2 = \frac{5}{4-1} \cdot \left[(2.80 - 2.89)^2 + (2.60 - 2.89)^2 + (3.02 - 2.89)^2 + (3.11 - 2.89)^2 \right] = 0.26 \dots(\text{nivel 2})$$

- Se calcula la **variabilidad entre los participantes** por nivel, de acuerdo a la expresión 3.7

$$S_L^2 = \frac{S_d^2 - S_r^2}{n} \quad \dots(3.7)$$

$$S_L^2 = \frac{0.80 - 0.14}{5} = 0.13 \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$S_L^2 = \frac{0.26 - 0.15}{5} = 0.02 \quad \dots(\text{nivel 2})$$

- De acuerdo a la expresión 3.8 se calcula la **variabilidad en condiciones de reproducibilidad** por nivel.

$$S_R^2 = S_L^2 + S_r^2 \quad \dots(3.8)$$

$$S_R^2 = 0.13 + 0.14 = 0.27 \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$S_R^2 = 0.15 + 0.02 = 0.17 \quad \dots(\text{nivel 2})$$

- Calculamos la **repetibilidad** del método al 95% de probabilidad con base en la expresión 3.9

$$r = 2,8 S_r \quad \dots(3.9)$$

$$r = 2.8(0.37) = 1.03 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$r = 2.8(0.39) = 1.08 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 2})$$

- Calculamos la **reproducibilidad** del método al 95% de probabilidad, 3.10

$$R = 2,8 S_R \quad \dots(3.10)$$

$$R = 2.8(0.52) = 1.45 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 1})$$

$$R = 2.8(0.41) = 1.15 \text{ MPa} \quad \dots(\text{nivel 2})$$

Lo anterior se resume en la siguiente tabla.

**TABLA 4.4 RESULTADOS DEL ESTUDIO
r&R**

	NIVEL 1 N1	NIVEL 2 N2
\bar{y}	2,79	2,89
S_r^2	0,14	0,15
S_d^2	0,80	0,26
S_L^2	0,13	0,02
S_R^2	0,27	0,17
r	1,03	1,08
R	1,45	1,15

Para evaluar los resultados de los estudios r&R, a continuación se muestran los cálculos

- Para condiciones de **repetibilidad**, se calcula la diferencia de los dos promedios (niveles) del operador, expresión 3.11.

$$D = |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| \quad \dots(3.11)$$

$$D = |2.75 - 2.80| = 0.05$$

- Se calcula la diferencia crítica, expresión 3.12.

$$CD = 2,8S_r \sqrt{\frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2}} \quad \dots(3.12)$$

$$CD = 1.03 \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{2 \cdot 5}} = 0.46$$

De lo anterior, se obtiene la siguiente tabla resumen.

TABLA 4.5 EVALUACIÓN DEL ESTUDIO r

OPERADOR	D	CD NIVEL 1	CD NIVEL 2
OP 1	0,05	0,46	0,48
OP 2	0,30	0,46	0,48
OP 3	0,27	0,46	0,48
OP 4	0,31	0,46	0,48

- Para condiciones de **reproducibilidad**, se calcula el promedio de cada nivel, de cada operador y se calcula la diferencia absoluta del promedio del cada operador, expresión 3.13.

$$D = \left| \bar{y}_a - \bar{y}_b \right| \quad \dots(3.13)$$

La media para el operador 1 y para el nivel 1 es:

$$\bar{y}_{OP1} = 2.75 \text{ MPa}$$

La media para el operador 2 y para el nivel 1 es:

$$\bar{y}_{OP2} = 2.31 \text{ MPa}$$

$$D = |2.75 - 2.31| = 0.44$$

La diferencia crítica es:

$$CD = \sqrt{1.45^2 - 1.03^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 5}\right)} = 1.02$$

De lo anterior, se obtiene la siguiente tabla resumen.

TABLA 4.6 EVALUACIÓN DEL ESTUDIO R

OPERADOR	D NIVEL 1	CD NIVEL 1	D NIVEL 2	CD NIVEL 2
OP 1-OP 2	0,44	1,02	0,20	0,42
OP 1-OP 3	0,54	1,02	0,22	0,42
OP 1-OP 4	0,06	1,02	0,31	0,42
OP 2-OP 3	0,99	1,02	0,42	0,42
OP 2-OP 4	0,50	1,02	0,51	0,42
OP 3-OP 4	0,49	1,02	0,10	0,42

4.2 Prueba de hipótesis

- Se requiere comparar el desempeño de dos laboratoristas que realizan la misma operación. Interesa investigar si las medias de dichos laboratoristas se pueden considerar estadísticamente iguales, para ello se plantean las siguientes pruebas de hipótesis.

Prueba de hipótesis t-Student, para la diferencia de medias de dos distribuciones normales con varianzas **desconocidas pero iguales**

- La hipótesis nula será

$$H_0: \bar{X}_{OP1} = \bar{X}_{OP2}$$

- La hipótesis alterna será

$$H_1: \bar{X}_{OP1} \neq \bar{X}_{OP2}$$

- El nivel de significancia requerido será del 0.05 %, es decir, es el valor del error tipo I
- El estadístico de prueba para esta parte será la de t-Student para dos distribuciones normales y varianzas desconocidas

$$t_0 = \frac{\bar{X}_{OP1} - \bar{X}_{OP2}}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_{OP1}} + \frac{1}{n_{OP2}}}} \quad \text{donde}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_{OP1} - 1) \cdot S_{OP1}^2 + (n_{OP2} - 1) \cdot S_{OP2}^2}{n_{OP1} + n_{OP2} - 2}$$

$$v \text{ (grados de libertad)} = n_{OP1} + n_{OP2} - 2$$

- La región de rechazo para el estadístico de prueba es:

$$t_0 > t_{\frac{\alpha}{2}, v} \quad \text{ó} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2}, v}$$

Con estas expresiones se calcula todas las cantidades muestrales necesarias (para el nivel 1)

$$\bar{X}_{OP1} = 2.75 \text{ MPa} \qquad S_{OP1} = 0.33 \text{ MPa} \qquad n_{OP1} = 5$$

$$\bar{X}_{OP2} = 2.31 \text{ MPa} \qquad S_{OP2} = 0.36 \text{ MPa} \qquad n_{OP2} = 5$$

$$S_p^2 = \frac{(5-1) \cdot 0.33^2 + (5-1) \cdot 0.36^2}{5+5-2} = 0.12$$

$$S_p = \sqrt{0.12} = 0.35$$

$$t_0 = \frac{2.75 - 2.31}{0.35 \cdot \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = 2.03$$

$$t_{\frac{0.05}{2}, 8} = 2.30, \quad -t_{\frac{0.05}{2}, 8} = -2.30,$$

Estos valores se determinan de la tabla 1 del anexo II

Como $-t_{\frac{0.05}{2}, 8} = -2.30 < t_0 = 2.03 < t_{\frac{0.05}{2}, 8} = 2.30$

Se acepta la hipótesis nula, los operadores miden igual, es decir, son estadísticamente iguales respecto a sus medias. En la siguiente tabla se presenta el resumen de las pruebas de hipótesis para las diferentes parejas de operadores.

TABLA 4.7 EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DE HIPÓTESIS t-STUDENT

OPERADOR	t ₀ NIVEL 1	t ₀ NIVEL 2	-t _{0.05/2, 8}	t _{0.05/2, 8}
OP 1-OP 2	2,03	0,92	-2,30	2,30
OP 1-OP 3	-2,16	-0,86	-2,30	2,30
OP 1-OP 4	-0,21	-0,22	-2,30	2,30
OP 2-OP 3	-5,34	-2,24	-2,30	2,30
OP 2-OP 4	-1,78	-2,20	-2,30	2,30

OP 3-OP 4	1,98	-0,36	-2,30	2,30
-----------	------	-------	-------	------

Dado que, se supuso que en la prueba de hipótesis t-Student la varianzas de los dos laboratoristas son desconocidas pero iguales. A continuación se confirmará esta suposición mediante la prueba de hipótesis Fisher.

La hipótesis nula es:

$$H_0 : \sigma_{OP1}^2 = \sigma_{OP2}^2$$

La hipótesis alterna es:

$$H_1 : \sigma_{OP1}^2 \neq \sigma_{OP2}^2$$

El estadístico de prueba es:

$$F_0 = \frac{S_{OP1}^2}{S_{OP2}^2}$$

La región de rechazo para el estadístico de prueba es:

$$F_0 < F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_{OP1}-1, n_{OP2}-1} \quad \text{ó} \quad F_0 > F_{\frac{\alpha}{2}, n_{OP1}-1, n_{OP2}-1}$$

Para encontrar $F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_{OP1}-1, n_{OP2}-1}$ debe utilizarse la siguiente expresión:

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_{OP1}-1, n_{OP2}-1} = \frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2}, n_{OP1}-1, n_{OP2}-1}}$$

$$S_{OP1} = 0.33MPa \quad n_{OP1} = 5$$

$$S_{OP2} = 0.36MPa \quad n_{OP2} = 5$$

$$F_0 = \frac{0.33^2}{0.36^2} = 0.84 \quad F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4} = 9.61 \quad \frac{1}{F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4}} = \frac{1}{9.61} = 0.10$$

Como

$$\frac{1}{F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4}} = 0.10 < F_0 = 0.84 < F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4} = 9.61,$$

Éste valor se determina de la tabla 2 del anexo II

Se acepta la hipótesis nula, es decir, la variabilidad de los resultados de las mediciones del operador 1 y del operador 2 son iguales, con una probabilidad del 95%.

En la siguiente tabla se presenta el resumen de las pruebas de hipótesis para las diferentes parejas de operadores.

TABLA 4.8 EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DE HIPÓTESIS FISHER

OPERADOR	F ₀ NIVEL 1	F ₀ NIVEL 2	$\frac{1}{F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4}}$	$F_{\frac{0.05}{2}, 4, 4}$
OP 1-OP 2	0,83	4,60	0.10	9.61
OP 1-OP 3	2,64	1,45	0.10	9.61
OP 1-OP 4	0,41	0,83	0.10	9.61
OP 2-OP 3	3,18	0,32	0.10	9.61
OP 2-OP 4	0,25	0,09	0.10	9.61
OP 3-OP 4	0,16	0,57	0.10	9.61

4.3 Cartas de control de lecturas individuales

A continuación, de muestra una tabla que contiene los resultados de las mediciones realizadas por los operadores.

RESULTADO DE LAS MEDICIONES POR OPERADOR

	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	Prom.
OP 1	3,13	2,79	2,91	2,24	2,67	3,44	3,02	2,32	2,69	2,55	2,78
OP 2	2,05	2,80	1,88	2,32	2,48	2,52	2,85	2,56	2,33	2,76	2,76
OP 3	3,57	3,06	3,22	3,42	3,19	3,42	3,41	2,80	2,71	2,76	2,76
OP 4	3,38	2,83	2,12	3,20	2,50	3,19	3,12	2,94	2,51	3,83	3,83

De la tabla anterior se desprende la siguiente tabla que contiene los rangos de dos mediciones consecutivas.

MTRIZ DE RANGOS

	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
OP 1	3.13	0.33	0.12	0.67	0.42	0.77	0.42	0.70	0.36	0.14
OP 2	2.05	0.75	0.92	0.44	0.16	0.04	0.33	0.29	0.22	0.42
OP 3	3.57	0.51	0.16	0.20	0.23	0.22	0.01	0.62	0.09	0.05
OP 4	3.38	0.56	0.71	1.08	0.70	0.68	0.06	0.19	0.43	1.32

El rango dos del operador uno (OP-1) se calcula de la siguiente forma.

$$R_2 = 3.13 - 2.79 = 0.33$$

- Para determinar el límite de control (LC) se utiliza la expresión 3.16

$$LC = \mu_w \quad \dots(3.16)$$

$$LC = \mu = 2.78 \text{ MPa}$$

- Se calcula el límite de control inferior (LCI) a dos y tres sigma, de acuerdo a las expresiones 3.15 y 3.19.

$$LCI = \mu_w - 3 \sigma_w \quad \dots(3.15)$$

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \dots(3.19)$$

Donde:

\bar{R} = Media de los rangos de los resultados de dos mediciones consecutivas de cada operador

d_2 = Es un estimación de la desviación estándar del proceso, en este caso el valor de n para determinar d_2 es igual a 2 (mediciones realizadas por operador), de acuerdo a la tabla 3 del anexo II

$$LCI = 2.78 - 3 \cdot \left(\frac{0.44}{1.128} \right) = 1.62 \text{ MPa} \quad \text{límite de control inferior para tres sigma}$$

$$LCI = 2.78 - 2 \cdot \left(\frac{0.44}{1.28} \right) = 2.00 \text{ MPa} \quad \text{límite de control inferior para dos sigma}$$

➤ Se calcula el límite de control superior a dos y tres sigma, de acuerdo a las expresiones 3.17 y 3.19

$$LCS = \mu_w + 3 \sigma_w \quad \dots(3.17)$$

Donde:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \dots(3.16)$$

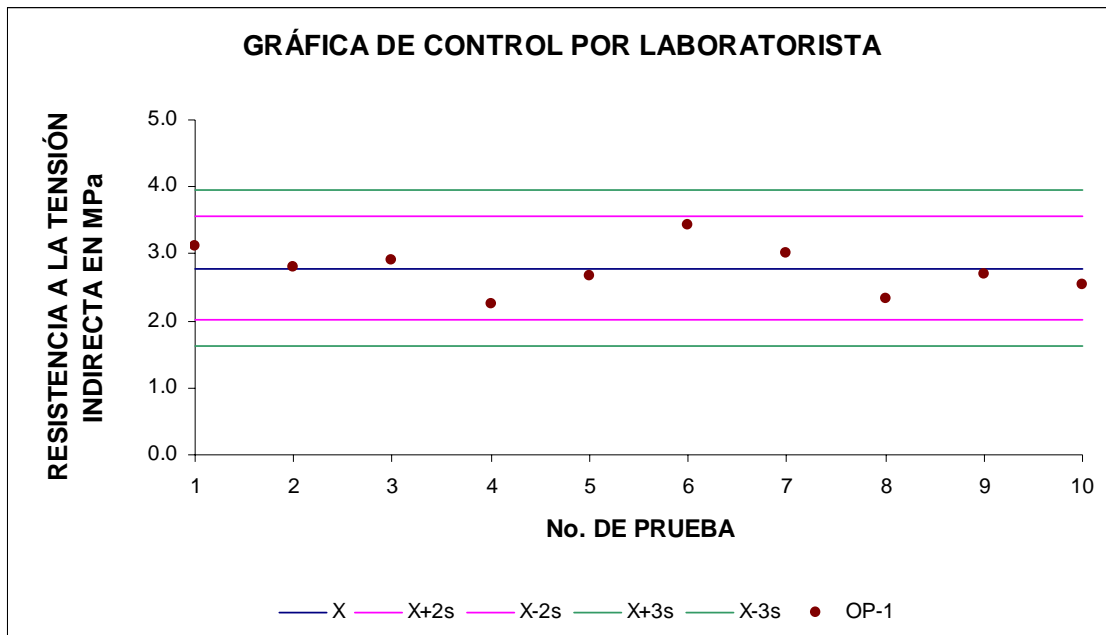
$$LCS = 2.78 + 3 \cdot \left(\frac{0.44}{1.128} \right) = 3.94 \text{ MPa} \quad \text{límite de control inferior para tres sigma}$$

$$LCS = 2.78 + 2 \cdot \left(\frac{0.44}{1.128} \right) = 3.56 \text{ MPa} \quad \text{límite de control inferior para dos sigma}$$

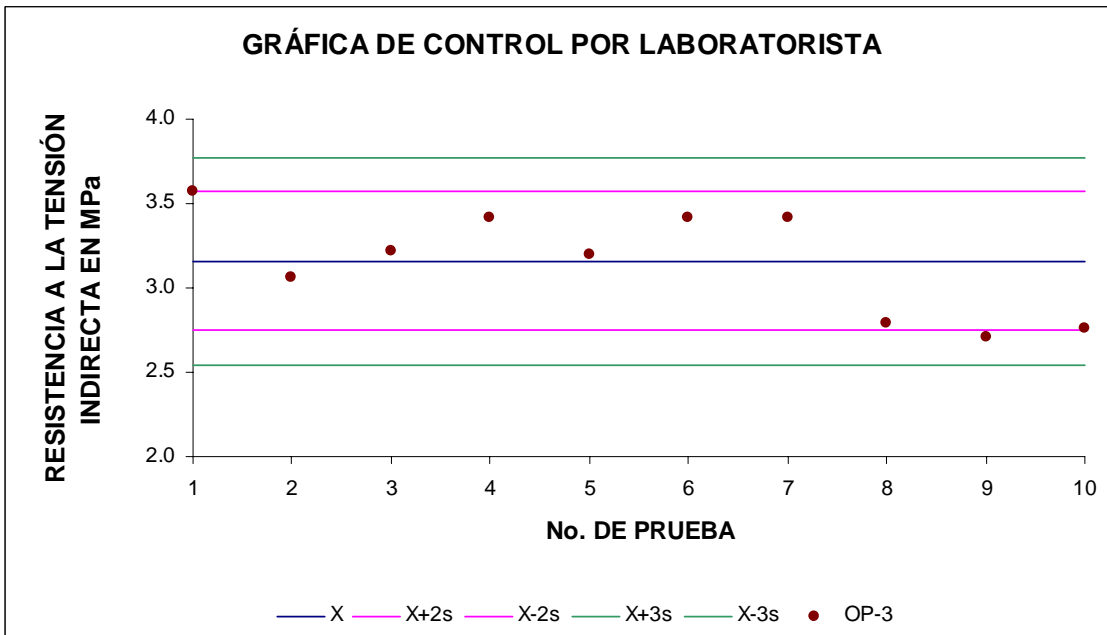
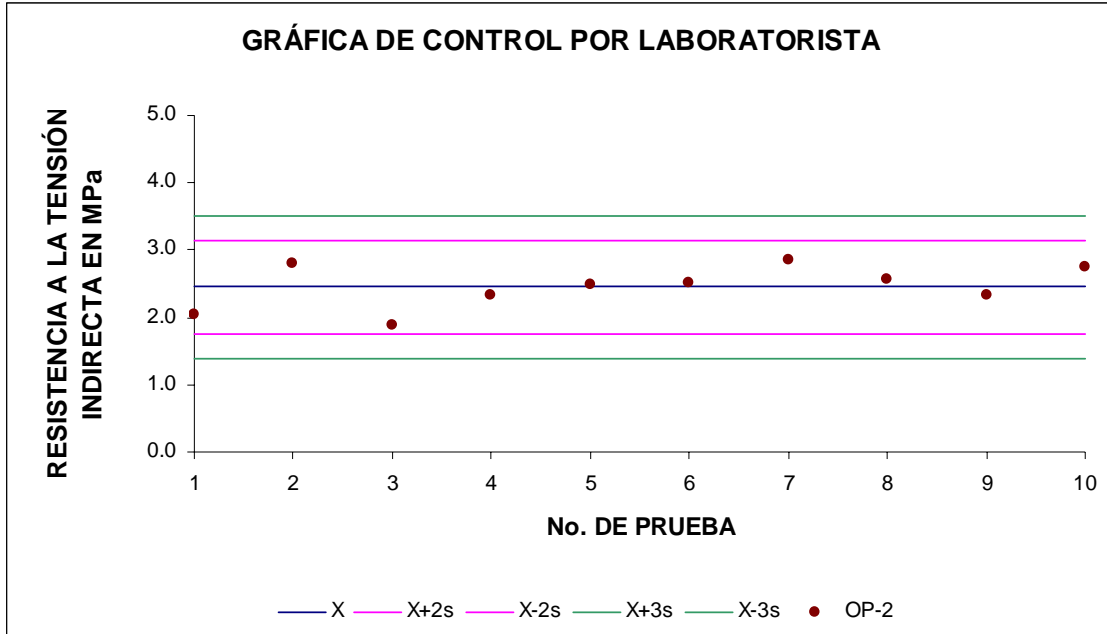
En la tabla siguiente se muestra los datos necesarios para crear la gráfica de control del OP-1.

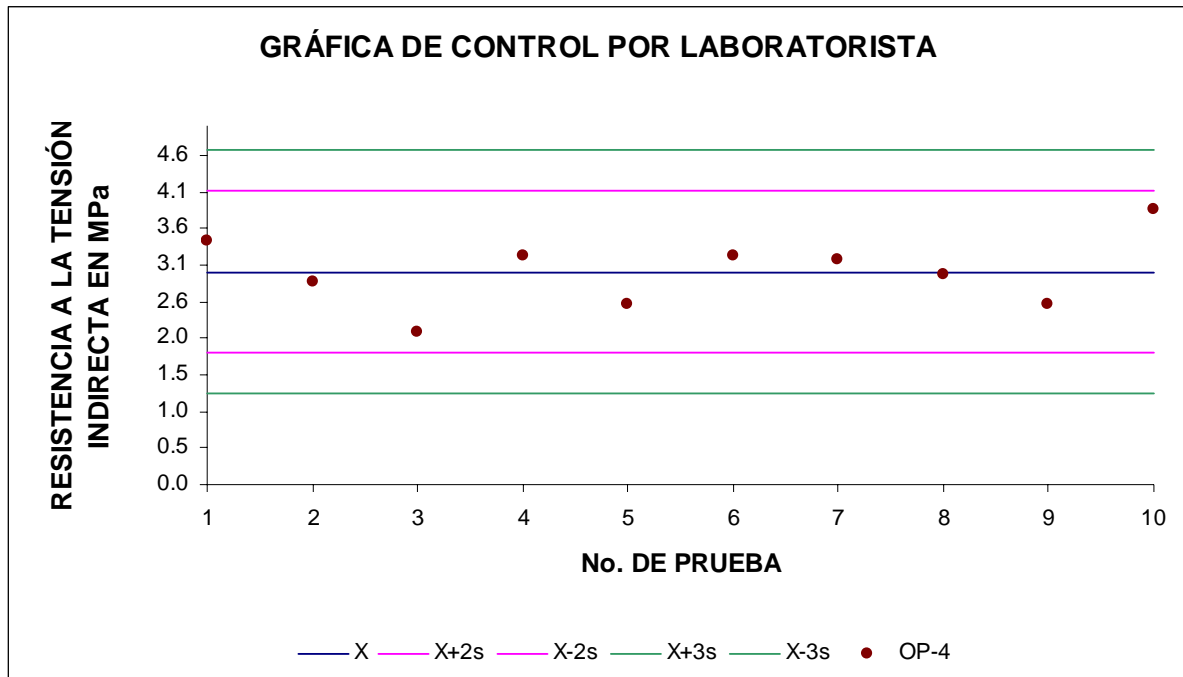
LÍMITES DE CONTROL DEL OPERADOR 1

Mediciones MPa	X MPa	X+2s MPa	X-2s MPa	X+3s MPa	X-3s MPa
3.13	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.79	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.91	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.24	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.67	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
3.44	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
3.02	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.32	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.69	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62
2.55	2.78	3.56	2.00	3.94	1.62



A continuación se presenta la tabla de control de cada operador.





4.4 Interpretación de los estudios

4.4.1 Ensayos r&R

Como se muestra en la tabla 4.5 y 4.6 ningún operador presentó problemas de repetibilidad en los resultados de sus mediciones, sin embargo, en cuanto a la reproducibilidad (tabla 4.6), el resultado de la combinación del operador 2 con el operador 4 está fuera del límite de aceptación, por lo que, en las próximas pruebas que ejecuten estos operadores se deberá contar con una supervisión exhaustiva.

Para determinar la repetibilidad y reproducibilidad del método de prueba, podemos obtener el promedio de los resultados r&R para los dos niveles de prueba (tabla 4.4), es decir, el resultado final para el método de prueba “Resistencia a la tensión indirecta (brasileña)” sería el siguiente:

$$r = \frac{1.03+1.08}{2} = 1.06 \text{ MPa}$$

$$R = \frac{1.45+1.15}{2} = 1.30 \text{ MPa}$$

4.4.2 Pruebas de hipótesis

Con base en los resultados mostrados en la tabla 4.7 podemos decir que, en general todos los laboratoristas miden igual, sin embargo, las medias de los resultados de las mediciones de la combinación operador 2 – operador 3 son estadísticamente diferentes, es decir, no miden igual.

Por otra parte, se confirmó la suposición en la que, las varianzas de los dos laboratoristas (cualesquiera) son desconocidas pero iguales, de acuerdo a la prueba de hipótesis Fisher (tabla 4.8).

4.4.3 Carta de control

Todas las mediciones realizadas por el personal operativo caen dentro del los límites de control $\pm 3\sigma$, sin embargo, algunas mediciones caen fuera de los límites de advertencia $\pm 2\sigma$. De acuerdo a las reglas propuestas por la **Western Electric** se concluye que el proceso está dentro de control.

Se observa una constante en métodos estadísticos mostrados (r&R y pruebas de hipótesis); el operador 2 ha tenido diferencias en las mediciones, con el operador 4 y con el operador 3.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

La globalización de los mercados induce a que los países busquen posibilidades de crecimiento en su mercado nacional y en su capacidad para competir con los mercados extranjeros. Las empresas buscan consolidar su participación en el mercado y enfrentar a la competencia adoptando distintos modelos de calidad, uno de ellos es la norma NMX-EC-17025-IMNC-2000. Esto permite asegurar la satisfacción del consumidor; pues el propósito de la calidad es el de elaborar productos y servicios que cumplan los requisitos del cliente, pues es éste quien orienta la calidad.

Los ensayos de aptitud (determinación del desempeño de un laboratorio de ensayo por medio de comparación entre equipos, técnicos, métodos, laboratorios, etc.) son una herramienta de aseguramiento de la calidad que nos ayuda a identificar problemas relacionados con el desempeño del personal o de los instrumentos; nos permite establecer la efectividad y el grado de comparación de nuevos métodos de ensayo y, en forma similar, hacer el seguimiento de los métodos establecidos, una ventaja adicional es que se puede identificar diferencias de mediciones entre operadores.

Este trabajo se apoyó en tres herramientas estadísticas (estudios r&R, prueba de hipótesis y cartas de control) como parte de los ensayos de aptitud, y que es un requisito para la acreditación de un laboratorio de ensayos ante la **ema**.

Los resultados que se obtuvieron con los diferentes estudios aquí presentados, muestra una constante; el operador 2 ha tenido diferencias en las mediciones, en la primera parte (estudios r&R) con el operador 4, en la prueba de hipótesis con el operador 3. Por lo que será conveniente supervisar y/o capacitar a este operador en la ejecución de este tipo de prueba.

Cabe señalar que, este operador es uno de los que más tiempo tiene ejecutando las pruebas, por lo que puede pensarse que sus resultados son confiables. Al realizar este tipo de análisis nos damos cuenta que, no siempre al realizar durante muchos años una prueba tenemos la garantía de que los resultados estarán correctos.

5.2 Recomendaciones

Es conveniente que el personal involucrado en el aseguramiento de la calidad en las mediciones tenga experiencia en los métodos de prueba, así como en el diseño, implementación y preparación de informes de ensayos de aptitud o que colabore con quienes los posean.

De igual forma, es conveniente que el modelo estadístico y las técnicas de análisis de datos a usa estén documentados junto con una breve descripción que fundamente su selección. Se debe tomar en cuenta todas aquellas condiciones relacionadas con el material de ensayo que puedan afectar la integridad de los estudios, tal como la homogeneidad, el muestreo, el posible daño en tránsito y los efectos de las condiciones ambientales.

El material o materiales a distribuir entre el personal operativo para que se realicen los ensayos de aptitud sean de naturaleza similar a aquellos ensayados rutinariamente por los laboratorios participantes. Es necesario prever la preparación de material adicional de ensayo, aparte de los que se necesitan para el programa. Los materiales de ensayo adicionales pueden ser útiles como ayuda en la capacitación del laboratorio después de evaluar los resultados de los participantes.

Es conveniente que los procedimientos técnicos en los que se apoyan las ejecuciones de las pruebas estén documentados. De preferencia tales procedimientos deberán estar normalizados y basados en métodos de reconocimiento nacional o internacional.

Las intrusiones que se proporcionen al personal operativo de cómo se deberá llevar a cabo un ensayo de aptitud, deberán ser detalladas y cubrirán todos los aspectos al que los participantes deben apegarse. Es conveniente que se aconseje a los participantes tratar el material de ensayo de aptitud como si se tratase de ensayos de rutina.

Confirmar que un laboratorio de ensayo o de calibración obtiene resultados confiables en forma consistente es de importancia primordial para los usuarios de los servicios del laboratorio, lo anterior con la finalidad de proveer de confianza adicional a los clientes de los laboratorios. De igual manera, es sumamente importante que el personal operativo se sienta parte del sistema de gestión de calidad y lo haga suyo.

Por lo anterior, es necesario inducir al personal operativo a las buenas prácticas de calidad mediante la capacitación y supervisión apropiada, manteniendo siempre una comunicación efectiva, con la finalidad de cumplir con los objetivos de la empresa.

PREPARACIÓN DEL MATERIAL DE ENSAYE PARA PRUEBAS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

El producto que se utilizó para la elaboración de material para ensaye fue el mortero (SIKA GROUT), el cual tiene las siguientes características:

Es un mortero listo para usar, compuesto de cemento, arena especialmente graduada y aditivos adecuadamente dosificados para controlar los cambios de volumen en el cemento al hidratarse.

Generalmente se usa como relleno de expansión controlada y de alta adherencia en áreas confinadas, para nivelación de apoyos (que trabajan a compresión) de columnas, vigas o cualquier otro elemento estructural. Relleno de oquedades y reparación estructural de concreto.

Las ventajas que se tiene al utilizar este producto son: una expansión controlada, buena resistencia mecánica y por no tener agregados de hierro no presenta oxidación.

Las cimbras que se utilizaron son de media caña en acero inoxidable, con una altura de 30 cm y un diámetro de 0,47 cm

A continuación se muestran los cálculos de cómo se obtuvo la dosificación.

Agua empleada por saco de 25 kg para una consistencia fluida (3,85 l), por lo tanto la relación agua - cemento es.

$$\frac{A}{C} = \frac{3,85l}{25kg} = 0,154$$

Se utilizaron 6 cimbras, por lo que el volumen de mortero utilizado es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= 0,001735 \text{ m}^2 \\ \text{Vol.} &= 0,001735 \times 0,3 = 0,00052 \text{ m}^3 \quad \text{Vol}_{\text{TOT}} = 0,00052 \times 6 = 0,0031 \text{ m}^3 = 3 \text{ l} \end{aligned}$$

Por cada litro de relleno se necesita aproximadamente 2,1 kg de Sika Grout, por tanto.

$$2,1 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \times 3 \text{ l} = 6,3 \text{ kg}$$

Utilizando la relación la relación agua – cemento $A/C = 0,154$, tenemos que, la cantidad de agua total a utilizar es de:

$$A/C = 0,154 \text{ l/kg} \times 6,3 \text{ kg} = 1 \text{ l}$$

Resumen

Para 6 cimbras de 30 cm de alto y 0,47 cm de diámetro interior, se necesitan 6,3 kg de Sika Grout y 1 l de agua.

REFERENCIAS

REFERENCIAS

1. <http://www-azc.uam.mx/publicaciones/gestion/num5/doc05.htm>
2. Gutiérrez Pulido Humberto, De la Vara Salazar, “*Control Estadístico de calidad y seis sigma*”, Editorial Mc. Graw Hill, 2004.
3. Montgomery Douglas C. Y Runger C. George, “*Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*”. Editorial Mc. Graw Hill, 1996.
4. Entidad Mexicana de Acreditación, “*Política de Ensayos de Aptitud*”, 2005-04-29.
5. NMX-EC-43/I-IMNC-2000, “*Ensayos de aptitud por comparaciones interlaboratorios. Parte I – Desarrollo y funcionamiento de programas de ensayos de aptitud*”.
6. PROY-NMX-CH-5725-1-IMNC-2005. “*Exactitud (veracidad y precisión) de resultados y métodos de medición*” Parte I: Principios Generales y Definiciones.
7. PROY-NMX-CH-5725-2-IMNC-2005. “*Exactitud (veracidad y precisión) de resultados y métodos de medición*” Parte 2: Método básico para la determinación de la repetibilidad y la reproducibilidad de un método de medición normalizado.

TABLA 1

FACTORES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CARTAS DE CONTROL

Tamaño de muestra, n	Carta \bar{X}	d_3	Carta R		Carta S	Estimación de σ
	A_2		D_3	D_4	c_4	d_2
2	1.880	0.853	0.0000	3.2686	0.7979	1.128
3	1.023	0.888	0.0000	2.5735	0.8862	1.693
4	0.729	0.880	0.0000	2.2822	0.9213	2.059
5	0.577	0.864	0.0000	2.1144	0.9400	2.326
6	0.483	0.848	0.0000	2.0039	0.9515	2.534
7	0.419	0.833	0.0758	1.9242	0.9594	2.704
8	0.373	0.820	0.1359	1.8641	0.9650	2.847
9	0.337	0.808	0.1838	1.8162	0.9693	2.970
10	0.308	0.797	0.2232	1.7768	0.9727	3.078
11	0.285	0.787	0.2559	1.7441	0.9754	3.173
12	0.266	0.778	0.2836	1.7164	0.9776	3.258
13	0.249	0.770	0.3076	1.6924	0.9794	3.336
14	0.235	0.763	0.3281	1.6719	0.9810	3.407
15	0.223	0.756	0.3468	1.6532	0.9823	3.472
16	0.212	0.750	0.3630	1.6370	0.9835	3.532
17	0.203	0.744	0.3779	1.6221	0.9845	3.588
18	0.194	0.739	0.3909	1.6091	0.9854	3.640
19	0.187	0.734	0.4031	1.5969	0.9862	3.689
20	0.180	0.729	0.4145	1.5855	0.9869	3.735
21	0.173	0.724	0.4251	1.5749	0.9876	3.778
22	0.167	0.720	0.4344	1.5656	0.9882	3.819
23	0.162	0.716	0.4432	1.5568	0.9887	3.858
24	0.157	0.712	0.4516	1.5484	0.9892	3.895
25	0.153	0.708	0.4597	1.5403	0.9896	3.931

TABLA 3

PUNTOS CRÍTICOS PARA LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT

Área a la derecha de los puntos, $P(X > x)$				
Grados de libertad	0.10	0.05	0.025	0.015
1	3.0776835	6.3137515	12.706205	21.204949
2	1.8856181	2.9199856	4.3026527	5.6427784
3	1.6377444	2.3533634	3.1824463	3.8960459
4	1.5332063	2.1318468	2.7764451	3.2976297
5	1.475884	2.0150484	2.5705818	3.002875
6	1.4397557	1.9431803	2.4469119	2.8289279
7	1.4149239	1.8945786	2.3646243	2.714573
8	1.3968153	1.859548	2.3060041	2.6338144
9	1.3830287	1.8331129	2.2621572	2.573804
10	1.3721836	1.8124611	2.2281389	2.5274842
11	1.3634303	1.7958848	2.2009852	2.4906639
12	1.3562173	1.7822876	2.1788128	2.4607002
13	1.3501713	1.7709334	2.1603687	2.4358452
14	1.3450304	1.7613101	2.1447867	2.4148977
15	1.3406056	1.7530504	2.1314495	2.397005
16	1.3367572	1.7458837	2.1199053	2.3815454
17	1.3333794	1.7396067	2.1098156	2.3680548
18	1.3303909	1.7340636	2.100922	2.35618
19	1.3277282	1.7291328	2.0930241	2.3456475
20	1.3253407	1.7247182	2.0859634	2.3362422
21	1.3231879	1.7207429	2.0796138	2.3277923
22	1.3212367	1.7171444	2.0738731	2.3201596
23	1.3194602	1.7138715	2.0686576	2.313231
24	1.3178359	1.7108821	2.0638986	2.3069134
25	1.3163451	1.7081408	2.0595386	2.3011295
26	1.3149719	1.7056179	2.0555294	2.2958145
27	1.3137029	1.7032884	2.0518305	2.2909136
28	1.3125268	1.7011309	2.0484071	2.2863802
29	1.3114336	1.699127	2.0452296	2.2821746
30	1.310415	1.6972609	2.0422725	2.2782623

TABLA 4

PUNTOS CRÍTICOS AL 5 % DE LA DISTRIBUCIÓN F (FISHER)

		Grados de libertad en el numerador																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	25	30	40	50	75	100	∞	
Grados de libertad en el denominador	1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	
	2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.56	8.55	8.53	8.53
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.68	5.66	5.63	5.63
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.42	4.41	4.37	4.37
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.73	3.71	3.67	3.67
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.29	3.27	3.23	3.23
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	2.99	2.97	2.93	2.93
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.77	2.76	2.71	2.71
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.60	2.59	2.54	2.54
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.47	2.46	2.41	2.41
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.37	2.35	2.30	2.30
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.21	2.21
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.21	2.19	2.13	2.13
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.14	2.12	2.07	2.07
	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	2.01	2.01
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.04	2.02	1.96	1.96
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.00	1.98	1.92	1.92
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.96	1.94	1.88	1.88
	20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.93	1.91	1.84	1.84
	21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.90	1.88	1.81	1.81
	22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.87	1.85	1.78	1.78
	23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.76	1.76
	24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.73	1.73
	25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.78	1.71	1.71
	26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.69	1.69
	27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.76	1.74	1.67	1.67
	28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.75	1.73	1.65	1.65
	29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08	2.06	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.73	1.71	1.64	1.64
	30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.72	1.70	1.62	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.51	1.51	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.51	1.48	1.39	1.39	
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.42	1.39	1.28	1.28	
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.57	1.51	1.46	1.40	1.35	1.28	1.25	1.03	1.03	