



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA

TECNICAS AVANZADAS DE FUSION
DE IMÁGENES

Aplicaciones en Percepción Remota

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERIA

P R E S E N T A:

ALEJANDRA AURELIA LOPEZ CALOCA

TUTOR:
BORIS ESCALANTE RAMIREZ



2007



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. García Ugalde Francisco**

Secretario: **Dr. Arámbula Cosío Fernando**

Vocal: **Dr. Escalante Ramírez Boris**

1^{er.} Suplente: **Dr. Mora Flores Franz Eduardo**

2^{do.} Suplente: **Dr. Pérez Alcázar Pablo Roberto**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN GEOGRAFÍA Y GEOMÁTICA “ING. JORGE
L. TAMAYO” A.C.**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**TUTOR DE TESIS:
BORIS ESCALANTE RAMIREZ**



FIRMA

Dedicada:

A mi esposo José Antonio Medina González y a mis hijos Pepe y Carolina.

A mis padres Constantina Caloca y José López.
Gracias por su afecto, amor y sostén incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Para la realización de este trabajo; conté con el apoyo del Centro de Investigación en Geografía y Geomática, Ing. Jorge L. Tamayo A.C. (Centro Geo). Gracias por las experiencias y conocimientos que han compartido conmigo todos los integrantes del Centro Geo.

Quiero agradecer a la Dra. Carmen Reyes por darme el apoyo y la confianza para realizar este trabajo de investigación; con el Dr. Boris Escalante; que me han motivado para seguir estudiando, gracias por asesoría invaluable y disponibilidad.

Gracias a mi familia, por su cariño y paciencia: Angélica, Judith, Gregorio, Fernando, Javier, Juan de Dios, Constantino, Everardo, Miguel, Josefa, Fernando Rodríguez, Maria Elena González, y Jesús Medina

Gracias a mis profesores, por los comentarios y aportaciones en este trabajo: Dr. Francisco García, Dr. Pablo Pérez, Dr. Franz Mora, Dr. Fernando Arámbula, Dr. Miguel Moctezuma, Dr. Ernesto Bribiesca.

Igualmente, quiero agradecer a Javier Aldabe, Gabriela López, Rafael García y Rodolfo Sánchez por su ayuda en este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	4
RESUMEN.....	9
CAPITULO 1. PRINCIPALES HERRAMIENTAS MATEMATICAS DE FUSIÓN DE IMÁGENES.....	10
1.1 Situación actual de fusión de imágenes en percepción remota.....	10
1.2 Método GIF “General image fusion”.....	13
1.3 Intensidad-Matiz-Saturación.....	14
1.4 Análisis por componentes principales.....	17
1.5 Transformada Wavelet.....	19
1.5.1 Métodos de adición y sustitución en fusión.....	24
1.5.1.1 Métodos Wavelet sustitución.....	24
1.5.1.2 Concepto de ARSIS “Amélioration de la Résolution Spatiale par Injection de Structures”.....	26
1.5.1.3 Metodo Wavelet aditivo usando el algoritmo de Mallat y ‘à trous’.....	31
1.5.1.4 Método Wavelet aditivo Intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de Mallat y ‘à trous’.....	32
1.5.1.5 Metodo Wavelet aditivo Componentes Principales	35
1.5.1.6 Métodos de selección	36
1.6 Filtro Paso alto (High–Pass Filtering) (HPF).....	41
1.7 Filtro Paso alto Modulado.....	42
1.8 Discusión.....	42

CAPITULO 2. TRANSFORMADA DE HERMITE	44
2.1 Relevancia en Percepción Humana.....	44
2.2 Teoría de la transformada de Hermite.....	46
2.3 Transformada de Hermite rotada.....	50
2.4 Discusión.....	54

CAPITULO 3. FUSION CON LA TRANSFORMADA DE HERMITE	56
3.1 Método de fusión basado en la transformada de Hermite.....	56
3.2 Fusión de imágenes multiespectrales y pancromática.....	57
3.3 Fusión de imágenes multiespectrales y de imágenes de apertura sintética (SAR).....	60
3.3.1 Reducción de ruido.....	62
3.3.2. Esquema de fusión de MS con SAR con la TH.....	66

CAPITULO 4. PRINCIPIOS DE LA EVALUACION DE IMÁGENES FUSIONADAS.....	67
4.1 Calidad espectral , ERGAS.....	68
4.2 Calidad espacial, filtro Laplaciano.....	69
4.3 Transformada Tasselep cap (TCT).....	70

CAPITULO 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE FUSION CON BANDAS MS Y PAN.....	75
5.1 Resultados de fusión MS y PAN.....	75
5.2 Evaluación espectral mediante ERGAS.....	77
5.3 Evaluación espacial mediante filtro Laplaciano.....	80

5.4 Evaluación con la transformada Tasselep cap (TCT).....	81
5.5 Discusión de resultados.....	84
CAPITULO 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE FUSION CON BANDAS MS Y RADAR.....	85
6.1 Resultados de fusión MS y RADAR.....	85
6.1.1 Fusion TerraSAR-X y Ikonos.....	85
6.1.2 Fusión Landsat 5 TM y Radarsat-1.....	89
6.2 Discusión de resultados.....	92
CAPITULO 7. CONCLUSIONES.....	93
REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍA.....	95

INTRODUCCIÓN

Existe una gran variedad de sensores de Percepción Remota (PR), sensibles a diversos tipos de energía, con distintos grados de sensibilidad espectral y con diferentes resoluciones. En el proceso de adquisición de imágenes se presentan limitaciones tecnológicas relacionadas con los detectores. Por ejemplo en sensores ópticos¹, registran bandas multiespectrales (MS) de baja resolución espacial² (BR), para tener información del comportamiento de los objetos en distintas longitudes de onda dentro del espectro electromagnético, por lo tanto capturan alto contenido de información espectral³ sin embargo su resolución espacial es menor que en el caso de las imágenes pancromáticas (P) o de alta resolución (AR).

De igual forma, las condiciones de clima en diferentes zonas terrestres limitan la capacidad de obtener alguna información del área en estudio, como es el caso de zonas con nubes en las cuales los sensores ópticos no capturan señal, pero sí es posible realizarlo con sensores de radar³. Debido a esto, desde hace algunos años la comunidad de PR ha puesto gran atención al proceso de fusión de imágenes, convirtiéndose en una de las tareas más útiles y necesarias en PR.

El propósito de las técnicas de fusión de imágenes es integrar información de múltiples imágenes para crear una composición que contenga mayor contenido de información. Lo anterior no deberá introducir ningún artefacto o inconsistencia la cual pueda modificar procesos subsecuentes, debe ser robusto y tolerante al ruido, así también como preservar las características espectrales de las imágenes multiespectrales.

¹Registran la cantidad de radiación electromagnética procedente de las longitudes de onda directamente dependientes de la energía del Sol que se refleja en el suelo.

²La capacidad de un sistema para distinguir el objeto más pequeño posible dentro de la imagen.

³La capacidad del sensor para discriminar la radiancia detectada de distintas longitudes de onda del espectro electromagnético.

⁴Sistema activo de micro-ondas que emite un haz energético sobre la superficie terrestre para luego recoger su reflexión sobre ella.

Esta tarea ha evolucionado desde simples combinaciones lineales hasta métodos basados en el análisis de componentes principales y en la transformada Wavelet⁵ (TW). La idea principal de los algoritmos de fusión es añadir información espacial a una imagen rica en información espectral, sin modificar estas características espectrales. Los métodos de intensidad-matiz-saturación y análisis de componentes principales mejoran la calidad espacial pero presentan problemas de distorsión, sobre todo en el contenido de información espectral, es decir sus productos fusionados modifican el comportamiento espectral de los objetos sensados con respecto a las bandas originales.

El método más utilizado en los últimos años, se basa en la TW, con diversas metodologías y variantes, por ejemplo: los métodos multirresolución conocidos como decimados (Yocky D. A. 1995, Zhou J. *et al* 1998, Ranchin T. *et al* 2000) y los métodos no decimados (Aiazzi B. *et al* 2002, Nuñez J. *et al* 2002). Los métodos decimados se basan en el algoritmo de Mallat S. G. (1999), el cual no es invariante al desplazamiento; esto significa que la imagen de entrada y la imagen de salida no es la misma y provoca introducción de artefactos en las imágenes fusionadas. En los métodos no decimados, se utiliza el algoritmo de 'à trous' (Holschneider *et al* 1990) (Shensa *et al* 1992) el cual es invariante al desplazamiento, propiedad que la hace interesante en el proceso de fusión, a costa de obtener representaciones redundantes. Por otro lado, debido a que la mayoría de las funciones base de la TW presentan irregularidades en su perfil, esta transformada se hace inadecuada para la representación de fenómenos espaciales de acuerdo a la teoría del espacio de la escala (Lindeberg T. 1994. Lideberg T. *et al* 1996) (Koenderink J. J. 1984) (Makram-Ebeid *et al* 2005).

En este trabajo, se presenta una aproximación novedosa al problema de fusión de imágenes, a partir de la transformada de Hermite (TH). A raíz del desarrollo de la teoría del espacio de la escala en los años 80, se ha hecho evidente que una descripción eficiente de los elementos que conforman una imagen se logra a partir de una descripción de multirresolución.

⁵El término Wavelet se conoce también como onduleta, ondoleta

La “Teoría del Espacio de la Escala” demuestra que las funciones óptimas para desempeñar esta función son las Gaussianas (Witkin A. 1984). Entre los modelos computacionales, que incluyen propiedades importantes de visión humana, se encuentran la Transformada de Gabor y la Transformada Hermitiana, ésta última siendo un caso especial de la Transformada Polinomial (Martens 1990). La TH fue originalmente desarrollada como un modelo matemático para interpretar los campos receptivos en estados tempranos de visión humana. La extensión de este modelo al caso multirresolución fue luego expresada por Escalante-Ramírez B. *et al* 2005b, y Silván-Cárdenas J. L. *et al* 2006.

Para propósitos de fusión, la propiedad de invarianza al desplazamiento de la TH asegura no introducir artefactos en el proceso de fusión. También la TH es un buen descriptor de patrones característicos como bordes y líneas, las cuales pueden extraerse de las imágenes de alta resolución e introducir a las imágenes multiespectrales (MS), lo que da por resultado imágenes con mayor contenido espacial que las obtenidas con procesos tales como análisis por componentes principales y TW.

Particularmente, la propiedad de la TH de análisis de orientación local (Martens J. B. 1997 y Silván-Cárdenas J. L. *et al* 2006) es significativa en el proceso de fusión ya que no solo permite detectar bordes, sino que también permite el análisis de patrones complejos incluyendo su orientación local, esto hace que en el proceso de fusión se pueda discriminar y seleccionar patrones de acuerdo a su energía y orientación locales. Cuando a los coeficientes de TH se muestran en un sistema de coordenadas rotado por un ángulo θ (TH rotada) se presenta un conjunto de coeficientes con alto contenido de energía, de tal manera que con unos pocos coeficientes es posible realizar el proceso de fusión mediante una representación poco redundante en información.

Se realizaron dos métodos de fusión con TH, para el caso de imágenes del mismo sensor e imágenes multi-sensor, en este último caso se incluyó un algoritmo de reducción de ruido para imágenes de apertura sintética (SAR), antes de realizar el proceso de fusión.

El proceso general de fusión con la TH es el siguiente: obtener la transformada de Hermite rotada de cada imagen, aplicar las reglas de fusión basadas en medidas de correspondencia y saliente, combinar los coeficientes de la TH de cada imagen para generar un solo conjunto de coeficientes, y finalmente recuperar la imagen compuesta a través de la transformada TH inversa.

Para comparar la eficiencia del algoritmo propuesto con otros métodos de fusión tales como análisis de componentes principales, TW y TH, considerando que, cuando se trabaja con imágenes multiespectrales, es muy importante conservar el contenido de información espectral de cada una de las bandas; se utilizaron valores de reflectancia, los cuales se obtienen aplicando los principios de corrección radiométrica. Se comparó el contenido de información espectral antes y después de la fusión mediante los diagramas de dispersión del brillo-verdor obtenidos a partir de la transformación tasselep cap (TCT) y el análisis de calidad espectral ERGAS (*Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse*), esto permitió evaluar la integridad de la información espectral después de la fusión.

También se demuestra que los algoritmos propuestos con la TH, para la fusión de imágenes multiespectrales con la banda pancromática, dan mejores resultados en lo referente a calidad espacial y manteniendo las características espectrales de las bandas MS.

Así mismo, en el caso de fusión con multisensores como son Landsat TM 7 y Radarsat, se mejora la calidad espacial y se preserva la información espectral, esto gracias al algoritmo de reducción de ruido para la imagen de radar, incluido dentro del proceso de fusión, de tal manera que evita que el ruido *speckle*⁵ altere los valores espectrales.

En el capítulo 1 se describen las herramientas matemáticas utilizadas en la fusión de imágenes en el área de Percepción Remota. En el capítulo 2 se presentan los fundamentos de la TH incluyendo su versión rotada. En el capítulo 3 se muestran los esquemas de fusión con la TH para el caso de un solo sensor (MS y P), así como también para el caso de múltiples sensores (MS y SAR).

⁵El *speckle* se refiere al ruido característico de la señal de radar, el cual se manifiesta como gránulos blancos y negros.

Los fundamentos de los métodos de evaluación más usados para imágenes fusionadas se muestran en el capítulo 4. Mientras que en el capítulo 5 se presentan los resultados del método propuesto de fusión para las bandas MS y PAN de Landsat 7 ETM del 2002 de la Cd. de México. En el capítulo 6 se muestran los resultados y evaluación de la fusión de las imágenes TerraSAR-Ikonos y Landsat 7/Radarsat. Finalmente, en el capítulo 7, se señalan las conclusiones del presente trabajo.

RESUMEN

La fusión de imágenes tiene como objetivo combinar información proveniente del mismo sensor o distintos sensores, de tal forma que la imagen fusionada conserve el contenido de información de cada imagen individual. En percepción remota, cuando se analizan imágenes multiespectrales, es muy importante conservar el contenido de información espectral de cada una de las bandas. Una fusión ideal de las imágenes multiespectrales y la banda pancromática dará como resultado una nueva serie de bandas con mayor resolución espacial e igual contenido espectral.

Varios métodos de fusión se han propuesto, tales como intensidad-matiz-saturación, análisis por componentes principales, y métodos de fusión con la transformada Wavelet (TW). En esta tesis se propone un nuevo método de fusión con la transformada de Hermite (TH), cuyas funciones base son derivadas de Gaussianas. El proceso de fusión consiste en calcular la transformada de Hermite de cada imagen, aplicar las reglas de fusión basadas en medidas de correspondencia y saliente, combinar los coeficientes de la TH para generar un solo conjunto de coeficientes y, finalmente, recuperar la imagen compuesta a través de la transformada TH inversa.

Se comparó la eficiencia del método propuesto TH con otros métodos de fusión tales como análisis por componentes principales y TW a partir de métodos estadísticos (ERGAS Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse) y la transformada Tasselep Cap (TCT). El contenido de información de las imágenes fusionadas resultantes se comparó con el contenido de información antes de la fusión para evaluar su integridad. Los diagramas de dispersión del brillo-verdor obtenidos a partir de la transformación Tasselep Cap (TCT) mostraron grandes diferencias entre los diferentes métodos. Idealmente, no deben presentarse variaciones en tales diagramas después de realizar la fusión; sin embargo, se encontró que métodos de fusión como análisis por componentes principales sí presentan variaciones significativas, mientras que el método basado en la TH presenta diagramas de dispersión similares al obtenido de las imágenes originales.

PRINCIPALES HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS DE FUSION DE IMÁGENES

1.1 Situación actual de la fusión de imágenes en percepción remota.

La fusión de imágenes multiespectrales (MS) de baja resolución (BR) con una banda pancromática (P) de alta resolución (AR) tiene como propósito mejorar el contenido de información espacial, pero también conservar el contenido de información espectral de cada una de las bandas. Mantener la calidad de la información espectral es muy importante en aplicaciones de percepción remota, para el análisis de firmas espectrales, tales como litología, análisis de vegetación y suelo. Por otro lado, la posibilidad de los sensores SAR para adquirir imágenes durante el día, noche y con condiciones climáticas diferentes permite obtener imágenes que no se obtienen con imágenes de datos ópticos. A diferencia de las imágenes MS que presentan información espectral, las imágenes de radar muestran contenido textural⁶ importante que permite discriminar determinadas cubiertas que ofrece un comportamiento espectral uniforme.

⁶Cualidad que se refiere a la aparente rugosidad o suavidad de una región de la imagen.

La combinación de las imágenes ópticas y de radar caracteriza propiedades de la escena en diferentes regiones del espectro electromagnético, ambas propiedades son complementarias y útil para evaluar el comportamiento de la escena. Debido al nivel de ruido presente en las imágenes de radar, la combinación de ambas imágenes se ha aplicado para fines de realce visual. El incorporar ambas informaciones a nivel digital, han sido estudiadas por (Serpico S. B. *et al* 1995), (Bruzzone L. *et al* 1999), (Constantini M. *et al* 1997).

Muchos métodos de fusión se han propuesto para combinar imágenes pancromáticas de alta resolución e imágenes multiespectrales de baja resolución. Pohl y Van Genderen (1998) dan un resumen de todas estas metodologías. Algunos métodos de fusión, como intensidad-matiz-saturación (Carper WJ. *et al* 1990, Chavez P.S. *et al* 1991, Chavez P.S. *et al* 1988, Liu J. G. *et al* 2000, Tu T.M. *et al* 20001), Transformada de Brovey (Gillespie A.R. *et al* 1987) y componentes principales (Chavez P.S. *et al* 1989, Richards J.A 1984) dan como resultados imágenes multiespectrales con alta resolución espacial, pero el requerimiento de conservar la información espectral no es satisfactorio. Todos estos métodos son útiles para interpretación visual.

Los métodos como pirámide Laplaciana, pirámide Laplaciana FSD, pirámide de cociente de paso bajo, pirámide de gradiente y pirámide de morfología fueron descritos en López-Caloca *et al* (2003a, 2003b) y Rockinger (1997) y se analizan los alcances de cada una de estas técnicas. En el trabajo López-Caloca *et al* (2003a), se encontró que la imagen resultante utilizando la transformada Wavelet presenta un producto mejor para fines de clasificación que la pirámide Laplaciana, pirámide Laplaciana FSD, pirámide de cociente de paso bajo, pirámide de gradiente, pirámide de morfología. El método de fusión utilizando el filtro paso alto (high-pass filtering HPF) extrae información de la imagen P, la cual es introducido pixel a pixel a las imágenes MS conservando la información espectral, tal como fue propuesto por Chavez P.S. *et al* 1986, 1988.

Recientemente, se han desarrollado nuevos métodos de fusión basados en la transformada Wavelet discreta (DWT discrete Wavelet transform). Algunas aplicaciones a partir de la transformada Wavelet son presentadas por Garguet-Duport *et al.* (1996). Aquí se sintetizan productos fusionados con una alta calidad espectral mediante el uso de un análisis multiresolución con la transformada Wavelet, obteniendo mejores resultados que los obtenidos con el método de intensidad-matiz-saturación. Igualmente, Wald *et al.* (1997) obtiene buenos resultados aplicando el concepto de ARSIS “*Amélioration de la Résolution Spatiale Par injection de Structures*”, en el cual también se conserva el contenido multiespectral y se incrementa la resolución espacial de las imágenes multiespectrales. En los últimos años, la aplicación de los métodos de análisis multirresolución, empleando la transformada discreta de Wavelet, ha dado por resultado varios esquemas de fusión donde es posible controlar la manera de introducir detalles en las imágenes MS para obtener imágenes MS de alta resolución (Zhou J. *et al* 1998).

Los métodos de fusión Wavelet se basan en dos algoritmos; el algoritmo de Mallat (Mallat 1989) y el algoritmo de *à trous* (Shensa M.J. 1992, Hoelschneider *et al* 1990). El algoritmo de Mallat se basa en la transformada de Wavelet con las siguientes propiedades; diádica, no simétrica, decimada, no redundante y no invariante al desplazamiento. Algunos trabajos han encontrado que el algoritmo de Mallat muestra artefactos en el producto de fusión debido al proceso de submuestreo (Aiazzi B. *et al* 2002, Nuñez J. *et al* 1999). El algoritmo de ‘*à trous*’ tiene las propiedades de invariancia al desplazamiento, simétrica, no es decimada, aunque es una transformación redundante. El algoritmo de Mallat ha sido usado por Ranchin T. *et al* (1993), Yocky D.A. (1995), Garguet-Duport B. *et al* (1996), Zhou J. *et al.* (1998) y Ranchin T. *et al* (2000), mientras que el de ‘*à trous*’ ha sido usado por Nuñez J. *et al.* (1999). Por otro lado González-Audícana M. *et al* (2004-2005) comparan ambas aproximaciones basadas en un análisis de la calidad espectral y espacial, encontrando que las aproximaciones fusionadas obtenidas con el algoritmo de Mallat son de menor calidad espacial que las de ‘*à trous*’.

Estos métodos encajan bien en los casos en que la relación entre P y MS es una potencia de dos, sin embargo también son usados para relaciones que no son potencia de dos, tales como la fusión entre SPOT/ P y Landsat TM MS (Yocky D. A. 1996); ó emplean el concepto de ARSIS con un banco de filtros racionales iterados (*iterated rational filter bank*) Blanc P. *et al* (1998). Por otra parte, Aiazzi B. *et al* (2002) utilizan la pirámide Laplaciana generalizada (LP) para tratar casos cuyas relaciones son enteros diferentes.

El concepto de ARSIS (Wald L. 2002) se basa en el uso de técnicas multiescala para introducir frecuencias altas que se pierden en las imágenes de baja resolución. Se encontró que muchos de los métodos existentes de fusión tales como HPF, Wavelet pueden acomodarse al concepto de ARSIS. Tu T. M. *et al* (2001) realizaron una evaluación matemática y encontraron que PCA, BT y aditivo Wavelet pueden ser acoplados como métodos de fusión IHS componentes principales y IHS aditivo Wavelet.

Para comprender el marco general de los procesos de fusión, Zhijun W. *et al* (2005) proponen el método matemático de GIF (General image fusión), con el cual es posible categorizar, comparar y evaluar los métodos de fusión existentes.

En este capítulo, se hace una descripción detallada de los métodos de fusión para combinar imágenes de alta resolución con imágenes multiespectrales; así como, los métodos para fusionar imágenes multiespectrales con imágenes de apertura sintética (SAR).

1.2 Modelo GIF

El modelo GIF (General image fusion) es un marco general en fusión de imágenes; que permite categorizar, comparar y evaluar los métodos de fusión existentes (Zhijun W. *et al* 2005). A partir del siguiente modelo matemático:

$$R_{MS}^h(\Omega_n) = R_{MS}^l(\Omega_n) + \alpha\omega \quad (1.1)$$

donde (Ω_n) representa un espacio de terreno (campo de visión del sensor), $R_{MS}^h(\Omega_n)$ es la imagen alta resolución multispectral; $R_{MS}^l(\Omega_n)$ es la imagen de baja resolución; h representa la imagen de alta resolución; l la imagen de baja resolución; el parámetro ω es la diferencia entre señales diferentes, que en el caso de imágenes PAN y MS, esta diferencia representa detalles de información entre PAN y MS, definiéndose como: $\omega = R_{PAN}^h(\Omega_n) - R_{PAN}^l(\Omega_n)$; y el parámetro α es el coeficiente de modulación para el detalle de información, determinando el detalle de la imagen PAN que es inyectado a la imagen de baja resolución, es decir, $\alpha = \frac{R_{MS}^l(\Omega_n)}{R_{PAN}^l(\Omega_n)}$ cuando $R_{PAN}^l(\Omega_n) \neq 0$.

1.3 Intensidad-matiz-saturación

El modelo de color intensidad-matiz-saturación (intensity-hue-saturation) (IHS) es una manera alterna de describir los colores mediante sus componentes rojo-verde-azul (red-green-blue) (RGB). Los componentes de matiz y saturación están íntimamente relacionados con la forma que percibimos el color. El matiz es un atributo cromático que describe un color puro (amarillo puro, rojo puro), mientras que la saturación proporciona una medida del grado en que un color está diluido en luz blanca. La importancia de la componente de intensidad, I , es que está desacoplada de la información cromática contenida en la imagen, lo que permite que pueda ser sustituida por otra información.

El modelo IHS se representa en la figura 1.1. La intensidad representa la energía total o luminancia de la imagen y define el eje vertical del cono. El matiz representa el promedio de las longitudes de onda del color y define el ángulo de circunferencia del cono, mientras que la saturación nos indica la pureza del color. La transformación de color IHS separa la información relacionada en la componente de la intensidad (I) y la espectral (H, S) de una imagen normal en RGB.

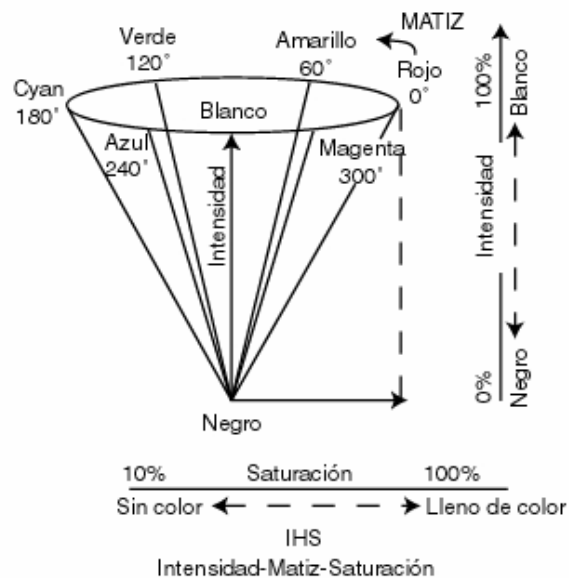


Figura 1.1 Modelo de color IHS (intensidad-matiz-saturación).

Para realizar el proceso de fusión IHS, tres bandas MS son asignadas a los canales RGB, estos canales RGB se transforman a sus componentes intensidad-matiz-saturación, debido a que el canal de intensidad representa el brillo de estas imágenes, se puede sustituir por la banda pancromática de alta resolución. El histograma del canal de intensidad y el pancromático son diferentes y es necesario realizar la igualación de ambos histogramas con la idea de tener la misma media y desviación estándar. Primero se aplica una ecualización al histograma a la imagen pancromática, luego se determina la función de probabilidad del histograma de la imagen de intensidad y posteriormente se modifica el histograma ecualizado de la imagen P con la función obtenida del histograma de intensidad. Esta nueva imagen pancromática reemplaza el componente de intensidad; por último, se realiza la transformación inversa de IHS para obtener los nuevos canales RGB.

La transformada de análisis, ecuación (1.2), y de síntesis, (1.3), se definen como

$$\begin{pmatrix} R'_{\text{int}} \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R'_{MS1} \\ R'_{MS2} \\ R'_{MS3} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

y

$$\begin{pmatrix} R^h_{MS1} \\ R^h_{MS2} \\ R^h_{MS3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{3}{\sqrt{6}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{3}{\sqrt{6}} \\ 1 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{h_{\text{PAN}}} \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$H = \tan^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \quad (1.4)$$

$$S = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \quad (1.5)$$

R^h_{PAN} es la banda pancromática y $R^{h_{\text{PAN}}}$ representa la banda pancromática con su histograma igualado a la intensidad R'_{int} , mientras v_1 y v_2 las variables intermedias las cuales son necesarias en la transformación y para calcular el matiz (H) y saturación (S).

Este método se puede generalizar de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} R^h_{MS1} \\ R^h_{MS2} \\ R^h_{MS3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R'_{MS1} \\ R'_{MS2} \\ R'_{MS3} \end{pmatrix} + \left(R^{h_{\text{PAN}}} - R'_{PAN} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

donde $R'_{PAN} = R'_{\text{int}} = \frac{1}{3} (R'_{MS1} + R'_{MS2} + R'_{MS3})$

1.4 Análisis por componentes principales

El método de componentes principales (principal component analysis) (PCA) es un método estadístico que transforma datos de multibandas intercorrelacionadas en un nuevo grupo de datos no correlacionados. El cálculo de los componentes principales (PC) incluye el uso de la matriz de covariancia o la matriz de correlación para el cálculo de valores propios (eigenvalores) o vectores propios (eigenvectores) (figura 1.2). En el caso de las imágenes multiespectrales, los tres primeros componentes principales contienen el 99-95% de la información contenida en la escena.

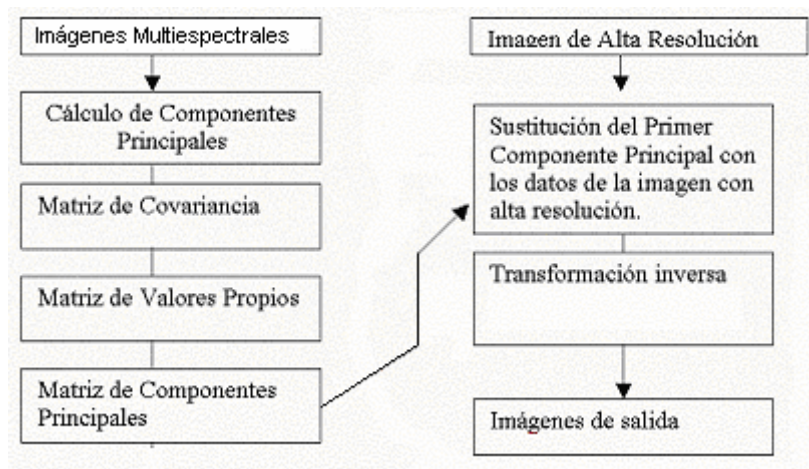


Figura 1.2 Esquema de la transformación de componentes principales.

El análisis por componentes principales es una técnica comúnmente usada en fusión de imágenes. La idea de fusión es similar al método HS, con la principal ventaja de que maneja todas las bandas MS. Primero se transforma a las imágenes MS ($R_{MS1}^l, R_{MS2}^l, R_{MS3}^l, \dots, R_{MSn}^l$) de baja resolución, en un grupo de nuevas bandas que no están correlacionadas ($PC1, PC2, \dots, PC_n$), donde el primer componente $PC1$ contiene la información que es común a todas las bandas MS, mientras que la información espectral es detallada en los otros componentes. A la banda pancromática R_{PAN}^h se iguala su histograma con este $PC1$, con el objetivo de

para tener la misma media y variancia que $PC1$ entonces. El $PC1$ es remplazado por la banda pancromática $R_{PAN}^{h^{lm}}$ que resulto de la modificación del histograma. Con este nuevo conjunto de componentes principales ecuación. 1.8, se aplica la transformada inversa de PCA y se obtienen un conjunto de imágenes multiespectrales de alta resolución $(R_{MS1}^h, R_{MS2}^h, R_{MS3}^h, \dots, R_{MSn}^h)$. Los modelos matemáticos de análisis y síntesis se representan en (1.7) y (1.8),

$$\begin{bmatrix} PC1 \\ PC2 \\ \vdots \\ PC_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v11 & v12 & \dots & v1n \\ v21 & v22 & \dots & v2n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ vn1 & vn2 & \dots & vnn \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{MS1}^l \\ R_{MS2}^l \\ \dots \\ R_{MSn}^l \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\begin{bmatrix} R_{MS1}^h \\ R_{MS2}^h \\ \vdots \\ R_{MSn}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v11 & v21 & \dots & vn1 \\ v12 & v22 & \dots & vn2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v1n & v2n & \dots & vnn \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{PAN}^{h^{lm}} \\ PC2 \\ \dots \\ PC_n \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

donde la matriz de transformación es $v = \begin{bmatrix} v11 & v12 & \dots & v1n \\ v21 & v22 & \dots & v2n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ vn1 & vn2 & \dots & vnn \end{bmatrix}$

La representación general de fusión es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} R_{MS1}^h \\ R_{MS2}^h \\ \dots \\ R_{MSn}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{MS1}^l \\ R_{MS2}^l \\ \dots \\ R_{MSn}^l \end{bmatrix} + \left(R_{PAN}^{h^{lm}} - R_{PAN}^l \right) \begin{bmatrix} v11 \\ v12 \\ \dots \\ v1n \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

donde se considero la notación: $PC1 = R_{PC1}^l = R_{PAN}^l$

1.5 Transformada Wavelet

El análisis basado en la teoría Wavelet, permite la descomposición bidimensional de la imagen en diferentes componentes de frecuencia y diferentes resoluciones.

La transformada de Wavelet continua de una función en una dimensión, $f(x) \in L^2(R)$, con respecto a la Wavelet madre, $\psi(x)$ puede expresarse como

$$W_f(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx \quad (1.10)$$

Las funciones base de la transformada Wavelet $\psi_{a,b}(x)$ son dilataciones y translaciones de la Wavelet madre $\psi(x)$

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1.11)$$

donde $a, b \in R$. El parámetro a es el factor de dilatación o escalamiento y el parámetro b es el factor de translación.

Para cada escala a y localización b , los coeficientes de Wavelet $W_f(a,b)$ representan la información contenida en $f(x)$, así la señal original puede ser exactamente reconstruida a partir de los coeficientes de Wavelet por:

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(a,b) \psi_{a,b} db \frac{da}{a^2} \quad (1.12)$$

donde C_ψ es el factor de normalización de la Wavelet madre.

La aproximación discreta de la transformada de Wavelet puede ser llevada a cabo por dos algoritmos, el de Mallat y el de 'à trous'.

Para entender el análisis multiresolución basado en el algoritmo de Mallat, es útil representar la transformada Wavelet como una pirámide, como se muestra en la figura 1.3. La base de la pirámide es la imagen original, con C columnas y R líneas. A medida que aumentan los niveles en la pirámide, se tienen resoluciones más gruesas. En el n -ésimo nivel, la imagen tiene aproximadamente $\frac{C}{2^n}$

columnas y $\frac{R}{2^N}$ líneas, debido a que se aplicó la transformada de Wavelet diádica con submuestreo o decimación (Mallat S. G. 1989).

Estas aproximaciones en las imágenes se calculan usando una función de escalamiento (scaling functions) para la función Wavelet madre $\psi(x)$ (Daubechies I. 1988, Mallat S. G. 1989). La diferencia entre la información de dos niveles sucesivos de la pirámide, por ejemplo, entre la imagen original A_2^j a una resolución 2^j y la imagen aproximada A_2^{j-1} a una resolución 2^{j-1} está dada por la transformada de Wavelet y se calcula usando las funciones de Wavelet. Los coeficientes de Wavelet resultantes son $C_2^{H,j-1}$, $C_2^{V,j-1}$ y $C_2^{D,j-1}$ con información de detalles horizontal, vertical y diagonal, respectivamente. Si la imagen original tiene C columnas y R líneas, la aproximación y los coeficientes de Wavelet obtenidos en esta descomposición multiresolución tiene $\frac{C}{2}$ columnas y $\frac{R}{2}$ líneas.

Cuando se aplica la transformada inversa, la imagen original A_2^j puede ser reconstruida a partir de la imagen A_2^{j-1} y los coeficientes horizontal, vertical y diagonal, $C_2^{H,j-1}$, $C_2^{V,j-1}$ y $C_2^{D,j-1}$, respectivamente,

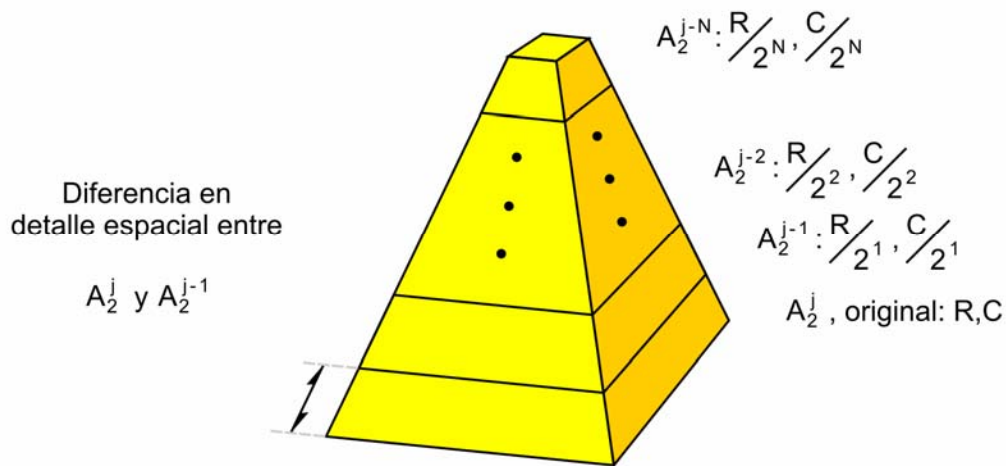


Fig. 1.3 Representación piramidal de la descomposición Wavelet del algoritmo de Mallat³⁸.

Para la realización práctica del algoritmo de Mallat, se usan filtros espejos en cuadratura (quadrature mirror filter), 'h' y 'g' las funciones de escalamiento y las funciones Wavelet (scaling y wavelet function). El filtro 'h' asociado con las

funciones de escalamiento, es un filtro paso bajo que permite el análisis de datos de baja frecuencia. Mientras que el filtro 'g', asociado con las funciones Wavelet, es un filtro paso alto que permite el análisis de los componente de alta frecuencia, por ejemplo, los detalles de la imagen.

El número de parámetros de estos filtros y el valor de estos parámetros depende de la función madre Wavelet usada en la parte de análisis. La base de Daubechies con cuatro coeficientes es muy utilizada. El filtro DB4 es el siguiente:

$$h: \left\{ \frac{(1-\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(3-\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(3+\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(1+\sqrt{3})}{4\sqrt{2}} \right\} \quad (1.13)$$

$$g: \left\{ \frac{(1+\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(3+\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(3-\sqrt{3})}{4\sqrt{2}}, \frac{(1-\sqrt{3})}{4\sqrt{2}} \right\} \quad (1.14)$$

Expresando este algoritmo en base a la sección 1.2 tenemos que

$$R_{MS}^h = R_{MS}^l + R_{PAN}^h \quad (1.15)$$

donde R_{PAN}^h representa los coeficientes de detalle de la imagen pancromática, $C_2^{H,j-1}$, $C_2^{V,j-1}$ y $C_2^{D,j-1}$.

El algoritmo de 'à trous' (Shensa M. J. 1992, Holschneider *et al* 1990) es la otra aproximación discreta de la transformada Wavelet. En este algoritmo, el esquema de descomposición de la imagen no puede ser representado con una pirámide como en el caso del algoritmo de Mallat, pero si con un paralelepípedo. La base del paralelepípedo es la imagen original, A_2^j a una resolución 2^j con C columnas y R líneas. Cada nivel del paralelepípedo es una aproximación de la imagen original, como en el algoritmo de Mallat.

A medida que aumentan los niveles, las imágenes tienen una resolución espacial más gruesa, pero el mismo número de *pixeles* de la imagen original, como se muestra en la figura 1.4. Si se aplica una descomposición diádica, la resolución de la imagen en el n -ésimo nivel es aproximadamente 2^{j-N} .

Estas imágenes aproximadas son calculadas usando las funciones de escalamiento (scaling). Los detalles espaciales entre las imágenes A_2^{j-1} y A_2^j son colectados en solo un coeficiente de Wavelet, w_2^{j-1} , frecuentemente llamada plano de Wavelet. Este plano de Wavelet representa globalmente los detalles horizontal, vertical y diagonal entre las resoluciones 2^j y 2^{j-1} y se calcula como diferencias entre A_2^{j-1} y A_2^j . Por ejemplo, dos niveles consecutivos del paralelepípedo. Al aplicar la transformada inversa, la imagen original A_2^j puede ser reconstruida exactamente añadiendo la imagen aproximada A_2^{j-1} y el plano de Wavelet w_2^{j-1} .

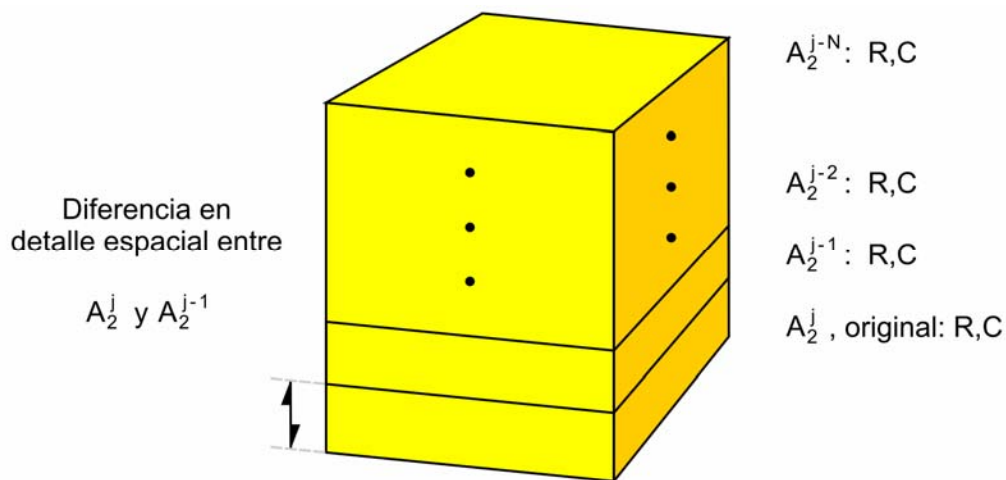


Fig. 1.4. Representación de paralelepípedo de la descomposición de Wavelet para el algoritmo de 'à trous'³⁵.

En contraste al algoritmo de Mallat, el algoritmo de 'à trous' permite descomposición discreta de Wavelet invariante al desplazamiento. Al aplicar esta descomposición todas las imágenes aproximadas tienen el mismo número de columnas y renglones que la imagen original. Esto es una consecuencia del hecho de que el algoritmo de 'à trous' es no ortogonal, y corresponde a una transformada redundante y sobre muestreada (Vetterli M. *et al* 1995).

La realización práctica del algoritmo de 'à trous' usa un filtro en dos dimensiones asociado a la función de escalamiento (scaling). La función de escalamiento puede tener un perfil B_3 , *cubic spline*, que efectúa el filtrado paso

bajo correspondiente de la ecuación (1.16). Para el siguiente nivel de sobre muestreo el filtro está dado por (1.16).

$$B_3, \text{ cubic spline } (N=1) = \frac{1}{256} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

$$B_3, \text{ cubic spline } (N=2) = \frac{1}{256} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 & 6 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 16 & 0 & 24 & 0 & 16 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 24 & 0 & 36 & 0 & 24 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 16 & 0 & 24 & 0 & 16 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 6 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Los planos de Wavelet son calculados como las diferencias entre dos aproximaciones consecutivas A_2^{j-1} y A_2^j , $w_2^j = A_2^{j-1} - A_2^j$ ($j=1, \dots, N$). Dada una imagen p , ésta puede ser reconstruida como $p = \sum_{j=1}^N w_2^j + p_r$, donde los w_2^j son los planos de Wavelet multiresolución y p_r es la imagen residual ó aproximación.

En términos del método GIF el algoritmo de 'à trous' se expresa como:

$$R_{MS}^h = R_{MS}^l + (R_{PAN}^h - R_{PAN}^l) \quad (1.18)$$

donde $R_{PAN}^l = p_r$, p_r es la aproximación de la imagen pancromática descompuesta al nivel r , definida de acuerdo a la relación de resolución. Cuando la relación inicial entre la P:MS es de 1:2, r toma el valor de 1; es decir, se aplica un nivel de descomposición; para una relación P:MS de 1:4, r toma dos niveles de descomposición en el proceso de fusión.

1.5.1 Métodos de adición y sustitución en fusión

Los métodos descritos en esta sección describen como extraen e incorporan detalles espaciales de la imagen pancromática que no están presentes en las imágenes multispectrales. La información colectada en los coeficientes de Wavelet o planos de Wavelet, obtenida con los algoritmos de Mallat y 'à trous', puede incorporarse a las imágenes multispectrales por adición o sustitución.

Los métodos de sustitución en fusión están reportados en diversos artículos como los de Yocky R. A. 1995, Gauguet-Duport B. *et al.* 1996, Zhou J. *et al.* 1998, Ranchin T. *et al.* 2000. Igualmente los métodos de fusión basados en el método Wavelet aditivo están reportados por Yocky D. A. 1995; algunas modificaciones, tales como son el método Wavelet aditivo intensidad-matiz-saturación y el método Wavelet aditivo componentes principales lo están en Nuñez J. *et al.* 1999, y González-Audicana M. *et al.* 2002.

1.5.1.1 Métodos de sustitución

La idea de los métodos de sustitución consiste en los siguientes puntos: primero, es necesario estandarizar las imágenes al mismo formato; es decir, que estén geoméricamente registradas y representen el mismo espacio geográfico, al mismo tamaño de píxel. Todas las imágenes se descomponen en una representación Wavelet, banda por banda y se combinan las imágenes MS con la pancromática como en la figura 1.5. En esta figura se presenta el funcionamiento del algoritmo de Mallat, mostrándose las 4 bandas de frecuencia, a dos niveles de resolución, para el primer nivel las imágenes MS son A_{MS}^{j-1} , $C_{MS}^{H,j-1}$, $C_{MS}^{V,j-1}$ y $C_{MS}^{D,j-1}$ y para el segundo nivel de descomposición son A_{MS}^{j-2} , $C_{MS}^{H,j-2}$, $C_{MS}^{V,j-2}$ y $C_{MS}^{D,j-2}$. Para imagen pancromática en el primer nivel de descomposición se tiene A_P^{j-1} , $C_P^{H,j-1}$, $C_P^{V,j-1}$, $C_P^{D,j-1}$ y para el segundo nivel A_P^{j-2} , $C_P^{H,j-2}$, $C_P^{V,j-2}$ y $C_P^{D,j-2}$. A es la imagen de aproximación, C^H , C^V y C^D son los coeficientes de detalle horizontal, vertical y diagonal, respectivamente.

Un nuevo conjunto de coeficientes se obtiene conservando la aproximación de la imagen MS e insertando los coeficientes de detalle obtenidos de la imagen pancromática. Posteriormente se realiza su transformada inversa para obtener la nueva imagen fusionada.

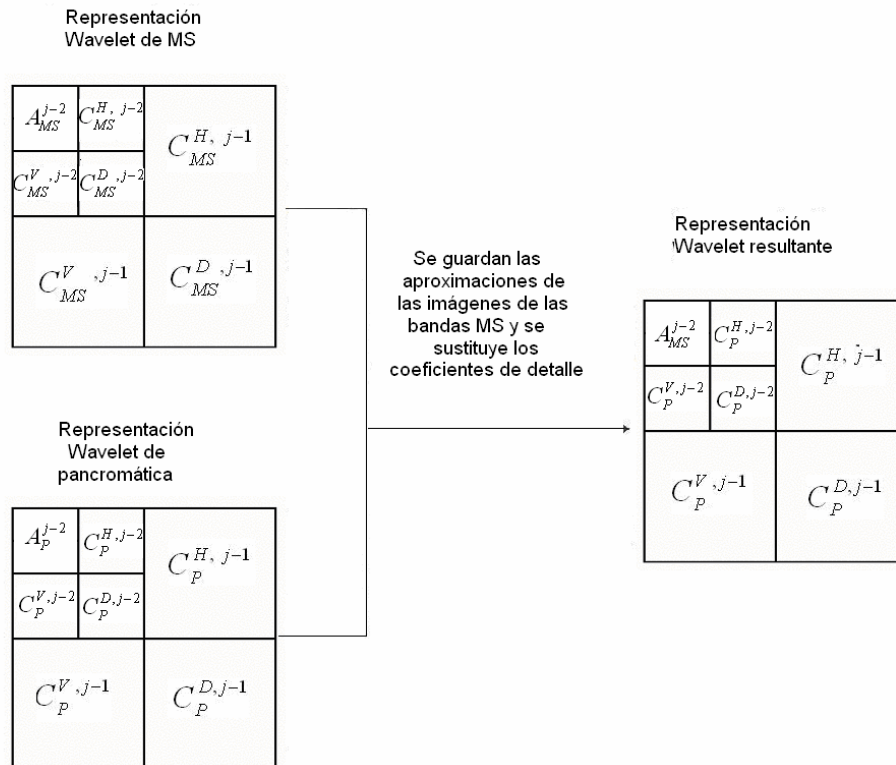


Fig. 1.5. Combinación banda por banda para la descomposición de Wavelet (Zhou J. 1998).

Otro método de sustitución consiste en los siguientes pasos y consideraciones: la imagen multispectral de baja resolución debe tener las mismas dimensiones que la pancromática para ser sobrepuesta, realizar la igualación del histograma entre la banda pancromática y el componente de intensidad obtenido de la transformación intensidad-matiz-saturación, descomponer las bandas multispectrales R, G, B en N planos de Wavelet (niveles de resolución), descomponer la imagen de alta resolución pancromática de la misma manera que las multispectrales, reemplazar el primer plano de Wavelet de R, G, B, por el plano equivalente en la descomposición del pancromático, y realizar la transformación inversa.

El método de sustitución basado en el análisis de componentes principales ha sido ampliamente usado para fusionar imágenes multiespectrales y pancromáticas (Shettigara V. K. 1992). En este caso, al aplicar componentes principales, la información espacial se aísla en la primera componente, suponiendo que las imágenes multiespectrales originales cubren principalmente áreas de vegetación (Chavez P. S. *et al* 1989, 1991). Aquí la imagen pancromática reemplaza el primer componente y proporciona la información espacial. La información espacial es insertada en la multiespectral a través de la PCA inversa.

1.5.1.2 Concepto de ARSIS "*Amélioration de la Résolution Spatiale par Injection de Structures*"

El concepto de ARSIS (Wald L. 2002) se basa en el uso de la técnica multi-escala para inyectar altas frecuencias que se pierden en las imágenes de baja resolución. Este método mejora la resolución mediante la inyección de estructuras, utiliza la descomposición piramidal basada en Wavelet y la analiza las componentes de frecuencia en el aspecto espacial y el espectral, mediante la igualación de espectros Wavelet entre resoluciones bajas y altas o ajustando linealmente los espectros mediante igualación de varianzas y medias.

La técnica multiescala se refiere a una descripción jerárquica; modelando y sintetizando el contenido de la información que no existe entre las imágenes A_h y B_l , donde A_h denota la imagen de resolución más alta y B_l la imagen de resolución más baja.

El método realiza comúnmente las siguientes operaciones: i) Extracción de información de grupo A_h ; ii) inferir la información que están perdiendo las imágenes B_{kl} (k se refiere a la banda espectral), usando la información extraída y iii) construcción de la imagen sintetizada B_{kl}^* .

La herramienta multiescala más usada en esta implementación es el análisis multirresolución, junto con la transformada Wavelet. Otras herramientas

han sido usadas con el mismo propósito como son los bancos de filtros (filter banks), los filtros Gaussianos y la pirámide laplaciana generalizada.

La figura 1.6 ilustra el concepto de ARSIS en el caso de la aproximación de multiresolución piramidal. El análisis de multiresolución se aplica a dos imágenes A y B. Se realiza una descripción, escala a escala, del contenido de información de ambas imágenes. Las frecuencias altas entre A_h a la resolución h (la parte inferior en la pirámide izquierda) y A_l a la resolución l (el primer nivel de la pirámide) representan los coeficientes de Wavelet (los detalles).

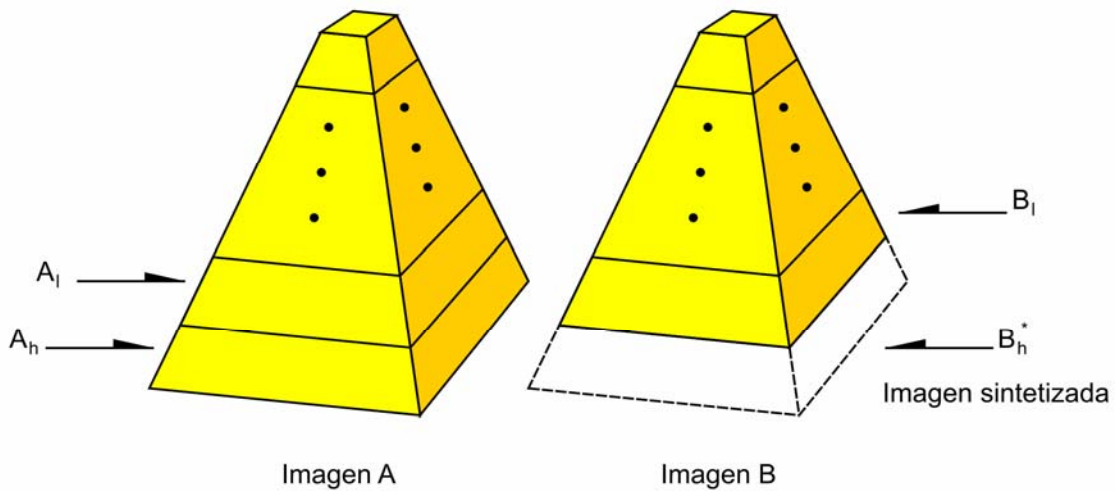


Fig. 1.6. Representación del concepto de ARSIS⁷¹.

Si los coeficientes de Wavelet están disponibles entre las resoluciones h y l de la pirámide izquierda y empezamos desde B_l , uno podría ser capaz de sintetizar de manera exacta la imagen B_h (las líneas punteadas en la base de la pirámide derecha). En esta zona, los coeficientes de Wavelet de la imagen B son desconocidos. Una solución de este problema consiste en inferir los coeficientes de Wavelet de la imagen B y aproximar la imagen sintética B_h^* .

La información faltante, que se inyecta en la pirámide B desde la pirámide A esta localizada en la región señalada a rayas de la pirámide B. Sólo esta parte es necesaria para mejorar la resolución espacial de la imagen B_l . Para mejorar la calidad de la imagen sintetizada, se utiliza una transformación la cual deberá ser

aplicada para convertir la información en la representación multiescala de la imagen A en la información necesaria para sintetizar la imagen B.

La figura 1.7 muestra el esquema de aplicación del concepto de ARSIS para el caso de imágenes SPOT. El conjunto de imágenes está compuesto de una imagen pancromática (P) a una resolución espacial de 10m y tres imágenes multiespectrales MS_1, MS_2, MS_3 (MS_i) a una resolución espacial de 20m.

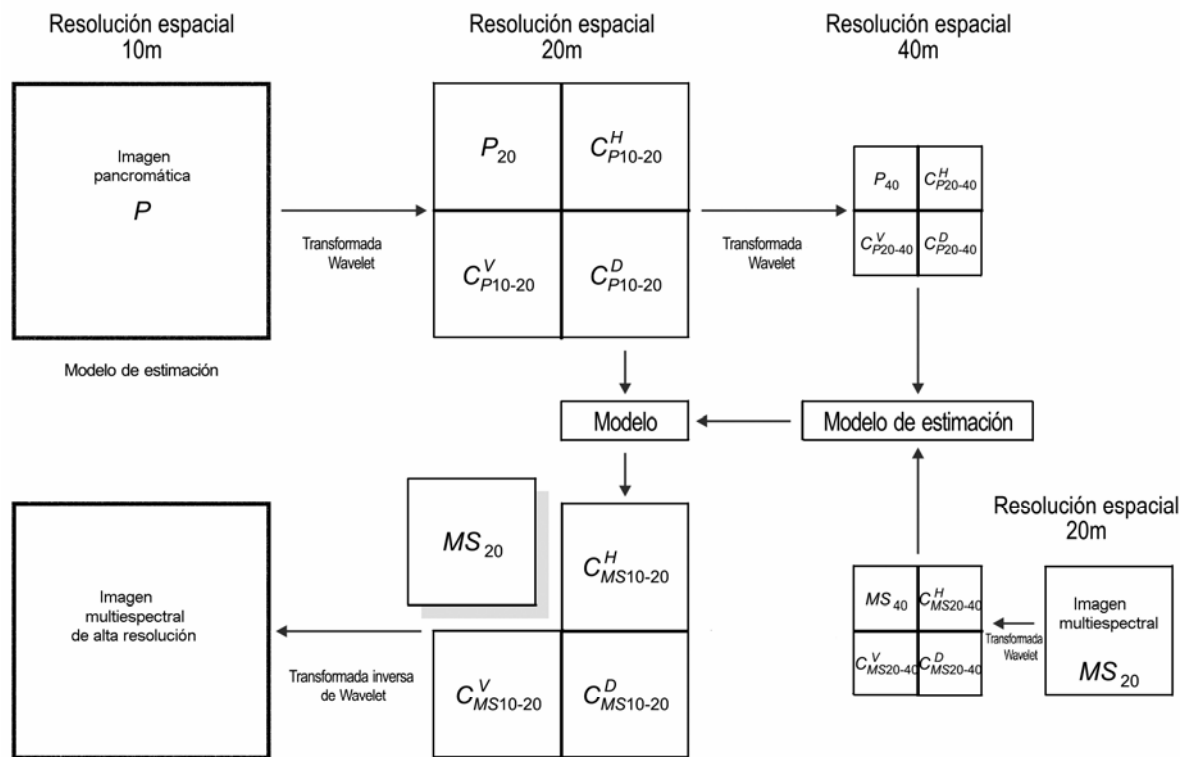


Fig. 1.7. Aplicación del concepto de ARSIS para imágenes SPOT (Wald L. 2002). Los subíndices 10-20, 20-40 representan los cambios de resolución espacial es decir de 10 a 20m y de 20 a 40m, los subíndices D, H, V representan las estructuras diagonal, horizontal y vertical

Este análisis multiresolución usa la transformada Wavelet, la cual se aplica a cada imagen separadamente, para la imagen pancromática se aplica con dos iteraciones y una iteración para las imágenes multiespectrales originales. En el primer nivel de descomposición para la imagen pancromática se tiene los coeficientes $C_{P10-20}^D, C_{P10-20}^V$ y C_{P10-20}^H , los subíndices D, H, V representan las

estructuras diagonal, horizontal y vertical, respectivamente y 10-20 el cambio de resolución espacial de 10m a 20m. En el segundo nivel de descomposición de la imagen pancromática con los coeficientes $C_{P\ 20-40}^D$, $C_{P\ 20-40}^V$ y $C_{P\ 20-40}^H$, y los coeficientes de las imágenes MS obtenidos a un nivel de descomposición $C_{MS\ 20-40}^D$, $C_{MS\ 20-40}^V$ y $C_{MS\ 20-40}^H$ se aplica un modelo para calcular los coeficientes desconocidos $C_{MS10-20}^D$, $C_{MS10-20}^V$ y $C_{MS10-20}^H$, a este nuevo grupo de coeficientes de incluye la imagen MS₂₀. Finalmente, el paso de síntesis es reconstruir la imagen con alta resolución espacial.

El modelo para combinar los coeficientes se llama de intermodalidades (Inter-modalities model, IMM), el cual se aplica a los coeficientes Wavelet, este es un punto clave para la fase de síntesis. El modelo relaciona detalles o aproximaciones observadas en la imagen A y aquellas observadas en B . En una forma general el modelo es:

$$C_{Bk\ h-l}^Z = f(C_{B\ n}^Z, C_{A\ n}^Z, A_h, A_l, A_n, B_{j_l}, B_{j_n} \dots) \quad (1.19)$$

donde $C_{Bk\ h-l}^Z$, son los detalles de la modalidad k del conjunto B para las escalas comprendidas entre h y l ; $Z = D, V$ ó H si es necesario (detalle diagonal, vertical, horizontal); por ejemplo, si el modelo multiescala es direccional; n denota las resoluciones sucesivas del modelo multiescala iterativo para escalas mayores que l ; A_n es la imagen de aproximación de la imagen A a la resolución n y B_{j_n} la modalidad j del conjunto B a la resolución n .

IMM puede tener varias formas. A continuación presentamos algunos modelos:

El modelo más simple (Modelo 1) es el modelo identidad:

$$C_{Bk\ h-l}^Z = C_{A\ h-l}^Z \quad \text{para } Z=D, V \text{ o } H \quad (1.20)$$

para el caso del sistema en la figura 1.7 tenemos:

$$C_{MS10-20}^Z = C_{P\ 10-20}^Z \quad \text{para } Z=D, V \text{ o } H \quad (1.21)$$

Aquí no se toma en cuenta las múltiples modalidades diferentes en frecuencias altas entre la imagen A y las imágenes B_k , por lo tanto da resultados pobres.

Los siguientes modelos son más precisos. Considérese que p es la relación de dos escalas sucesivas en el análisis multiescala. En el caso, $p = 2$. El modelo siguiente (Modelo2) se basa en ajustar la media y la variancia de los detalles de la imagen calculada entre las escalas (ph) y (pl) . Los parámetros a_k^Z y b_k^Z están definidos como:

$$a_k^Z = \sqrt{\frac{v(C_{Bk\ ph-pl}^Z)}{v(C_{A\ ph-pl}^Z)}} \quad (1.22)$$

$$b_k^Z = m(C_{Bk\ ph-pl}^Z) - a_k^Z m(C_{A\ ph-pl}^Z) \quad \text{para } Z=D, V \text{ o } H \quad (1.23)$$

donde v y m son los operadores de variancia y media. Algunos autores usan un modelo híbrido, donde la dinámica de la imagen A_h es ajustada al mismo valor de la media y la variancia de la imagen B_{kl} . Otras variaciones son ajustar la función de probabilidad de A_h (expresada como un histograma acumulativo) a B_{kl} .

En el Modelo 3, a_k^Z y b_k^Z se calculan realizando un ajuste de mínimos cuadrados entre $C_{Bk\ ph-pl}^Z$ y $C_{A\ ph-pl}^Z$. La forma del modelo es aún lineal:

$$C_{Bk\ h-l}^Z = a_k^Z C_{A\ h-l}^Z + b_k^Z \quad \text{para } Z=D, V \text{ o } H \quad (1.24)$$

Para el ajuste de mínimos cuadrados, los parámetros a_k^Z y b_k^Z están dados por:

$$a_k^Z = \sqrt{\frac{\text{cov}(C_{Bk\ 4h-2l}^Z)}{v(C_{A\ 4h-2l}^Z)}} \quad (1.25)$$

$$b_k^Z = m(C_{Bk\ ph-pl}^Z) - a_k^Z m(C_{A\ ph-pl}^Z) \quad \text{para } Z=D, V \text{ o } H \quad (1.26)$$

donde cov es el operador covariancia.

El Modelo 2 y el Modelo 3 suponen que

- a) dada una modalidad k , hay una fuerte relación lineal entre los detalles de la imagen A y los detalles de la imagen B_k , para una serie de escalas $[ph, pl]$ con p mayor a l .
- b) esta relación también se toma a la misma serie de escalas $[h, l]$ y los parámetros de la relación son exactamente los mismos.

1.5.1.3. Metodo Wavelet aditivo usando el algoritmo de Mallat y 'à trous'

Los pasos de fusión con el método Wavelet usando el algoritmo de Mallat para imágenes multiespectral y pancromática son los siguientes:

- I) Generar nuevas bandas pancromáticas, cuyos histogramas sean parecidos a cada banda multiespectral.
- II) Aplicar la transformada Wavelet para estas nuevas imágenes pancromáticas. Se aplica la misma transformada para cada banda multiespectral usando una base como por ejemplo la de Daubechies.
- III) Introducir los detalles de la imagen pancromática en cada banda multiespectral, sumando los coeficientes Wavelet de la imagen pancromática a la imagen multiespectral y, después, aplicando la transformada inversa.

Este método de fusión ha sido usado en la metodología de sustitución por Ranchin T. *et al.* (1993), Yocky D. A. (1995), Gauguet-Dupont B. *et al.* (1996), Wald L. *et al.* (1997), Zhou J. *et al.* (1998) y Ranchin T. *et al.* (2000).

Los pasos para fusionar con el método Wavelet aditivo usando el algoritmo 'à trous' con las imágenes MS y la imagen pancromáticas son los siguientes:

- I) Generar las nuevas imágenes pancromáticas y a partir de ellas igualar los histogramas con las de cada banda de las imágenes multiespectrales.
- II) Realizar la transformación Wavelet sólo en las imágenes pancromáticas.

III) Añadir los planos de Wavelet de la descomposición pancromática a cada banda multiespectral. Este método fue propuesto por Nuñez J. *et al.* (1999).

En el proceso de fusión ambas metodologías reportan productos fusionados aceptables, sin embargo el algoritmo de Mallat es un algoritmo de tipo decimado y el de '*à trous*' no decimado, la diferencia radica en que los algoritmos decimados presentan invarianza al desplazamiento, esto provoca la introducción de artefactos al reconstruir las imágenes fusionadas, lo que no ocurre en el caso '*à trous*' tal como reporta Nuñez J. *et al.* (1999).

1.5.1.4. Métodos Wavelet aditivo intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de Mallat y de '*à trous*'.

Estos métodos son una modificación del método de intensidad-matiz-saturación, a diferencia del método estándar en donde se sustituye el canal de intensidad por la imagen de alta resolución, la idea básica del método Wavelet aditivo es insertar los detalles espaciales de la imagen pancromática en la componente de intensidad en forma aditiva y posteriormente aplicar la transformada inversa.

Método Wavelet Aditivo intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de Mallat.

La figura 1.8 muestra como se aplica este método para fusionar imágenes multiespectrales y pancromática con una resolución espacial de 16m y 4m, respectivamente. Esta metodología fue aplicada por González-Audícana M. *et al* (2004-2005). Los pasos son los siguientes:

I) Aplicar la transformación intensidad-matiz-saturación a tres bandas multiespectrales representada en una composición RGB. Esta transformación separa la información espacial de la imagen multiespectral en la componente de intensidad.

II) Generar una nueva imagen pancromática, que tenga un histograma con la misma media y variancia del histograma obtenido en el canal de intensidad.

III) Aplicar la descomposición de Mallat a la imagen de intensidad y a la pancromática con el histograma igualado. En ambos, se aplica el mismo nivel de descomposición, usando una base de Daubechies. Se extraen los coeficientes Wavelet con detalles espaciales: horizontal, vertical y diagonal en la imagen pancromática

IV) Añadir los detalles en la imagen de intensidad aplicando la transformada inversa de Wavelet para el conjunto compuesto por la aproximación de intensidad y la suma de los coeficientes de Wavelet de la Intensidad inicial e imágenes pancromáticas.

V) Insertar la información espacial de la imagen pancromática en una multispectral, aplicando la transformada inversa IHS.

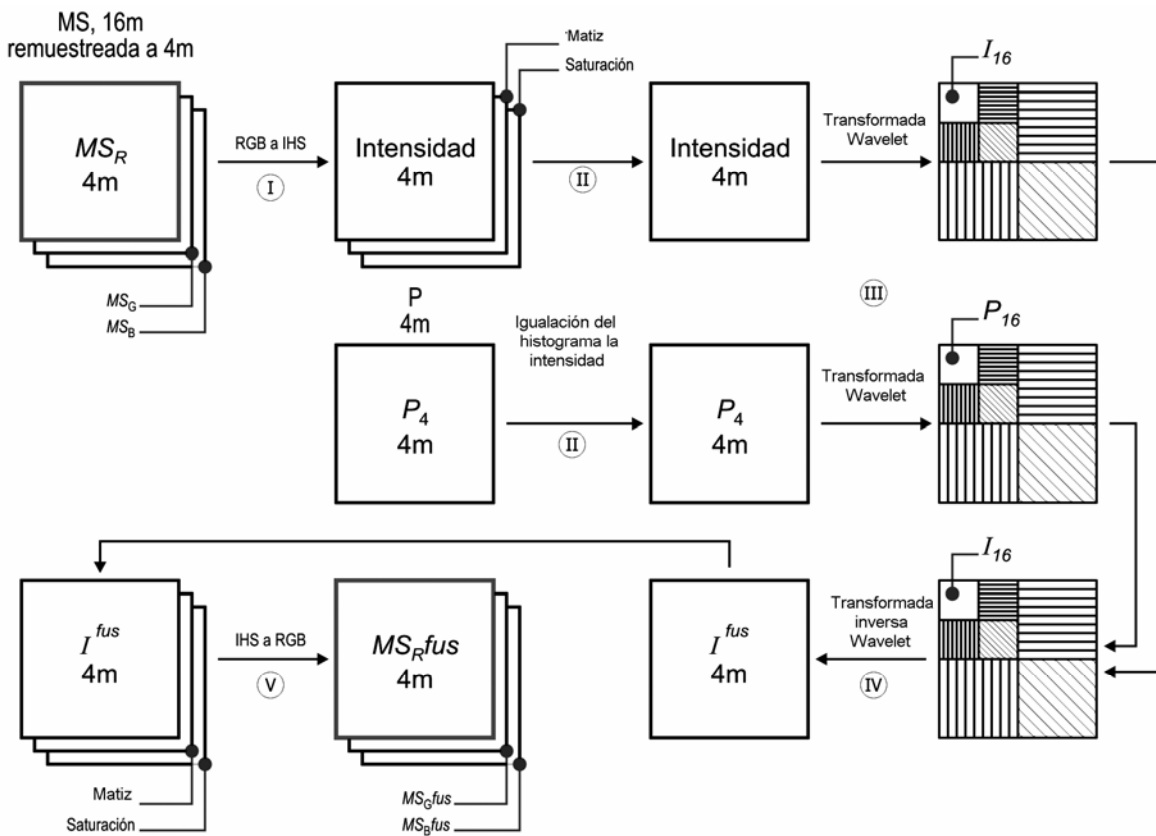


Fig. 1.8 Método Wavelet aditivo intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de Mallat. MS_R , MS_G y MS_B son las tres bandas multispectrales en los canales rojo, verde y azul, respectivamente, P es la imagen pancromática, MS_R^{fus} , MS_G^{fus} y MS_B^{fus} son las imágenes multispectrales de alta resolución.

Método Wavelet Aditivo intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de 'à trous'.

Este método fue definido por Nuñez J. *et al.* (1999). Los pasos para fusionar, usando este método, son:

- I) Aplicar la transformada IHS a la composición RGB de la imagen multiespectral y obtener la componente de Intensidad.
- II) Generar una nueva imagen pancromática, cuyo histograma se iguala a de la imagen de intensidad.
- III) Se aplica la descomposición usando el algoritmo de 'à trous' a la imagen pancromática con el histograma modificado.
- IV) Añadir estos planos de Wavelet a la nueva imagen de intensidad, como se muestra en la figura 1.9.
- V) Insertar la información espacial de la imagen pancromática en la multiespectral a través de la transformada inversa IHS a RGB.

Una de las desventajas de estos métodos es que sólo pueden ser aplicados a tres bandas de composición RGB, sin embargo existen la generalización para varias bandas según informa Alparone L. *et al* (2004).

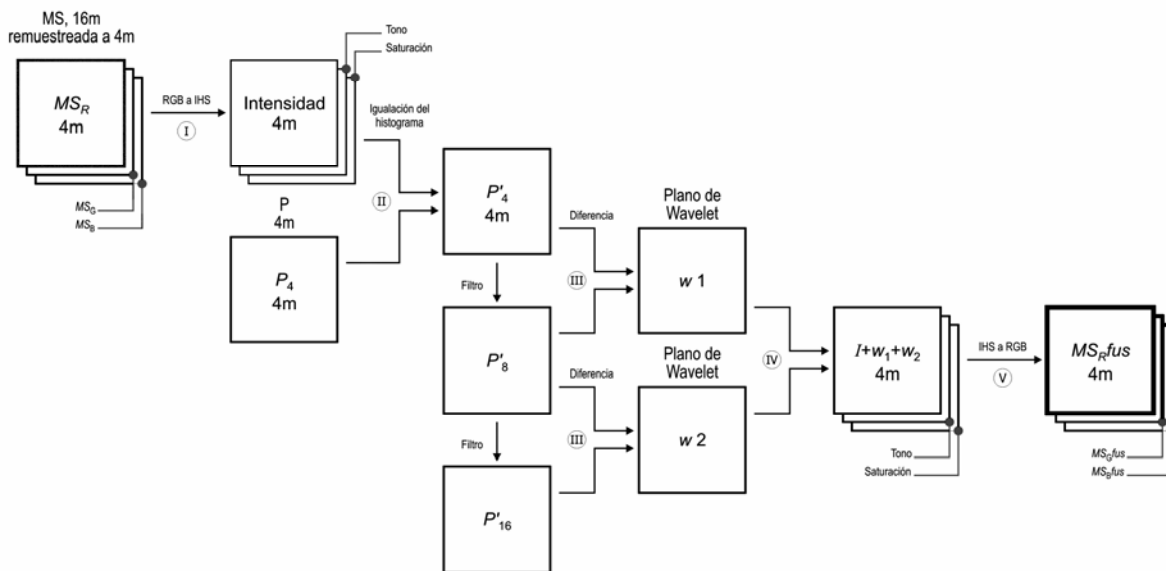


Fig. 1.9. Método Wavelet aditivo intensidad-matiz-saturación usando el algoritmo de 'à trous'. MS_R, MS_G y MS_B son las tres bandas multiespectrales en los canales rojo, verde y azul respectivamente, P es la imagen pancromática, $MS_R fus, MS_G fus$ y $MS_B fus$ son las imágenes de multiespectrales de alta resolución.

1.5.1.5. Método Wavelet aditivo componentes principales

Podemos distinguir dos metodologías diferentes en el método Wavelet aditivo componentes principales, de acuerdo al algoritmo usado para extraer detalles espaciales de la imagen pancromática: el método de Mallat y el método de 'à trous'. En cualquier caso, el procedimiento aplica el análisis por componentes principales y añade los detalles espaciales de la imagen pancromática obtenidos de la descomposición Wavelet al primer componente principal PC1. La Figura 1.10 muestra como en el método se inyectan los detalles espaciales de la imagen P en PC1, usando un filtro de Daubechies con 4 coeficientes, además se muestra el esquema decimado y el no decimado.

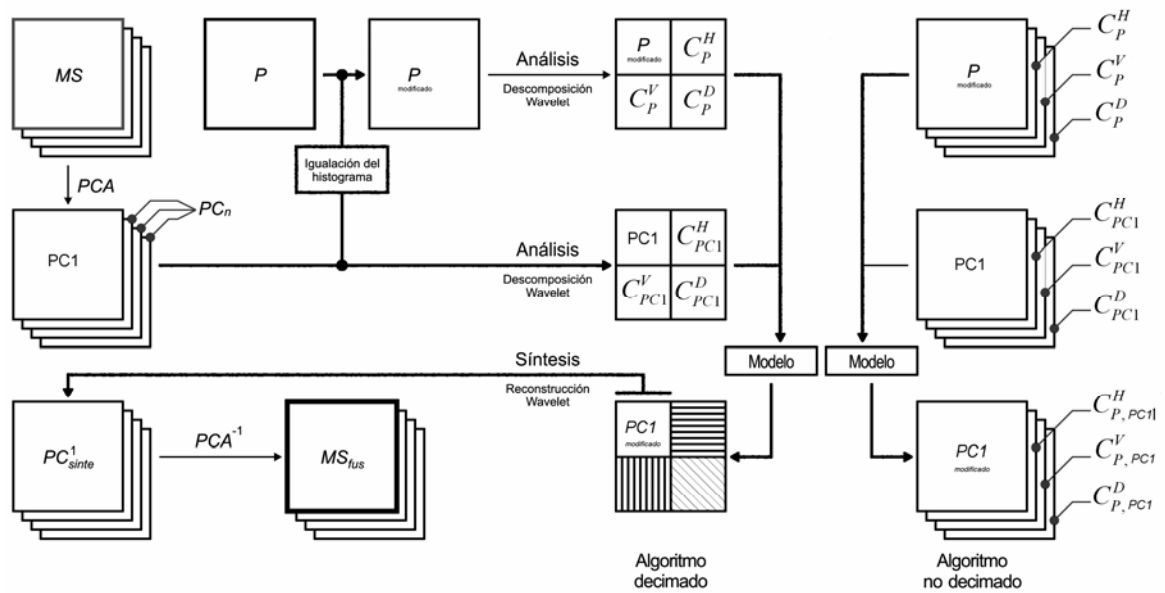


Fig. 1.10 Diagrama general de la fusión de imágenes multispectrales (MS) y pancromática (P). Los detalles de los coeficientes de la imagen pancromática son C_P^H, C_P^V, C_P^D , los obtenidos con el primer componente $C_{PC1}^H, C_{PC1}^V, C_{PC1}^D$, y los obtenidos con ambos primer componente y pancromática $C_{P,PC1}^H, C_{P,PC1}^V, C_{P,PC1}^D$. P modificado es la imagen pancromática con el histograma igualado al PC1.

1.5.1.6. Método de selección

Los métodos de selección en fusión son máximo contraste, verificación de consistencia, Li H. *et al* (1994), y medidas de correspondencia – saliente, Burt P. J. *et al* (1993). La idea es aplicar una transformación como Wavelet a las imágenes A y B . A diferencia de los métodos anteriores que introducen detalle por sustitución o adición de coeficientes; en estos métodos lo realizan mediante reglas de selección de fusión determinadas por los coeficientes de detalles de ambas imágenes.

Máximo contraste

El método de *máximo contraste* consiste en seleccionar detalles de máximo contraste. La expresión del contraste se realiza en una modalidad de *pixel a pixel*, como sigue:

$$C(i, j) = \begin{cases} A(i, j) \cdot \text{cuando } |A(i, j) - 1| \geq |B(i, j) - 1| \\ B(i, j), \dots \dots \dots \text{otros} \end{cases} \quad (1.28)$$

donde $C(i, j)$ es el término que define los coeficientes de la imagen fusionada C para toda i, j . A y B representan cada imagen de entrada.

Verificación de consistencia.

Li H. *et al* (1995) usaron el valor máximo absoluto dentro de una ventana como una medida de la actividad asociada con el *pixel* central. De esta manera, un valor alto indica la presencia de un patrón dominante en el área local. Un mapa de decisión binaria, del mismo tamaño de la imagen, es entonces creado para el registro de los resultados seleccionados con base en la regla de máxima selección basada en el contraste.

El contraste de un *pixel* está definido como el cociente de la diferencia entre luminancia del *pixel* menos la luminancia de fondo (*background*), dividida por esta última, es decir,

$$\text{Contraste}(i, j) = \frac{L(i, j) - L_b(i, j)}{L_b(i, j)} = \frac{L(i, j)}{L_b(i, j)} - 1 \quad (1.29)$$

donde L es la luminancia en (i, j) , o simplemente la intensidad de *pixel*, y L_b es la luminancia de fondo para el área.

Se ilustran dos aspectos, si el mismo objeto aparece con mayor contraste en la imagen A que en la imagen B , en la fusión, el objeto de la imagen A será preservado mientras el objeto de la imagen B será ignorado. De otra forma, suponiendo que los límites externos aparecen más claros en la imagen A mientras que los límites internos del objeto aparecen más claros en la imagen B , los coeficientes de la transformada de los objetos en la imagen A y B dominara.

Basados en esta regla de selección máxima (*maximum selection*), ambas estructuras, tanto las externas de la imagen A , como las internas de la imagen B , serán preservadas en la imagen fusionada. Este mapa binario está sujeto a una verificación de consistencia. Específicamente, si el valor del *pixel* central se selecciona de la imagen A mientras la mayoría de los valores de *pixeles* alrededor se seleccionan de la imagen B , el valor del *pixel* central es entonces sustituido por el *pixel* de la imagen B . En la realización, un filtro de mayoría (que produce un uno si el número de unos sobrepasa al de ceros, y produce un cero en el otro caso), se aplica para obtener el mapa de decisión binaria; el mapa es entonces negado y seguido por la aplicación del filtro de mayoría.

El resultado del mapa es negado nuevamente. Una imagen fusionada se obtiene, finalmente, basada en el mapa de decisión binaria. El esquema de selección de imágenes está en la figura 1.11. El esquema de selección ayuda a asegurar que los patrones dominantes se incorporen completamente en la nueva imagen.

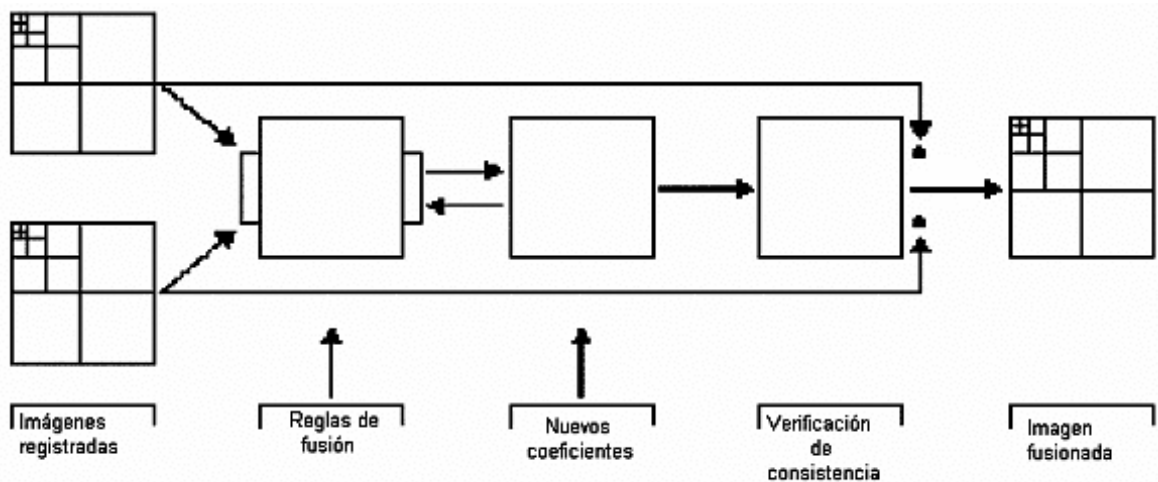


Fig. 1.11 Esquema de verificación por consistencia. Propuesto por Li *et al*; 1995.

Medidas de correspondencia y saliente

El método de *medidas de correspondencia y saliente* propuesto por Burt P. J. (1983, 1984, 1993) define dos formas distintas de combinación: correspondencia y saliente.

La medida de correspondencia determina el modo de combinación selección o promedio en cada posición. La medida de saliente determina cual patrón fuente se escoge en el modo de selección. Cuando las dos imágenes son diametralmente diferentes, la imagen compuesta podría seleccionar la componente con mayores salientes (*salience*). Sin embargo, cuando dos imágenes son similares, la imagen compuesta podría contener la media de dos imágenes fuente.

El proceso de fusión por medidas de correspondencia y saliente aplicado a estructuras de imágenes piramidales tiene cuatro pasos

- I) Construir una transformación piramidal de cada imagen.
- II) Calcular las medidas de correspondencia y saliente de cada imagen fuente y a cada posición en la pirámide.
- III) Combinar las pirámides para formar una pirámide compuesta.
- IV) Recuperar la imagen compuesta a través de la transformada inversa de la transformación piramidal.

Una buena medida de la saliente es la intensidad del *pixel*. Para obtener la saliente de una muestra dada se usa la intensidad del *pixel* individual o, alternativamente, el promedio de la intensidad de los *pixeles* de áreas pequeñas de la muestra. El saliente se define como una energía local con vecindad p y se calcula a las dos pirámides formadas:

$$S_A(i, j, k, l) = \sum_{i', j'} p(i', j') Pyr_A(i+i', j+j', k, l)^2 \quad (1.30)$$

$$S_B(i, j, k, l) = \sum_{i', j'} p(i', j') Pyr_B(i+i', j+j', k, l)^2 \quad (1.31)$$

donde

$S_A(i, j)$ y $S_B(i, j)$, es la medida de saliente del pixel (i, j) de la imagen A y B.

$p(i', j')$ es una función ventana, que pondera la muestra y puede ser puntual o dentro de un área definida en $1 \leq i' \leq a$, $1 \leq j' \leq b$, en a y b tomando valores en el rango de 3 a 5; Pyr , es la pirámide, $Pyr(i+i', j+j')$ representa el valor de *pixel* dentro de la posición en la imagen (i, j) , desplazado por i' y j' , es decir, se puede interpretar a Pyr como la matriz indexada por $(i+i', j+j')$.

(i, j, k, l) , son líneas y columnas a la misma posición, nivel y orientación indexada dentro de la estructura piramidal. Cuando el saliente de los coeficientes (i, j) en cada posición k y orientación l es calculado, la ventana local permite adquirir los coeficientes de vecindad en una región de 3x3, 5x5 *pixeles* alrededor del punto considerado.

La intensidad relativa del *pixel* entre las dos imágenes puede utilizarse como medida de correspondencia; así como, la correlación se puede utilizar también como medida de correspondencia.

Se define matemáticamente la correspondencia de la imagen A a B, M_{AB} , como la correlación normalizada entre A y B, dentro del área p ,

$$M_{AB}(i, j, k, l) = \frac{2 \sum_{i', j'} p(i', j') Pyr_A(i+i', j+j', k, l) Pyr_B(i+i', j+j', k, l)}{S_A(i, j, k, l) + S_B(i, j, k, l)} \quad (1.32)$$

La medida de correspondencia está entre -1 y 1 . Los valores cercanos a cero indican una correlación baja, y los valores cercanos a -1 ó 1 indican una correlación alta.

La regla de combinación de ambas imágenes se realiza como un promedio ponderado en el cual los valores de ponderación dependen de las medidas de correspondencia y salientes. La pirámide resultante puede calcularse:

$$Pyr_C(i, j, k, l) = w_A(i, j, k, l) Pyr_A(i, j, k, l) + w_B(i, j, k, l) Pyr_B(i, j, k, l) \quad (1.33)$$

donde w_A y w_B son los pesos asignados para los coeficientes fuente de A y B , respectivamente; y $w_A + w_B = 1$. De hecho, las relaciones funcionales entre las ponderaciones, medidas de saliente y medidas de correspondencia pueden tomar dos formas.

En la primera, podemos fijar los valores de w_A y w_B a 0.5 cuando la correspondencia está arriba de α . Esto podría ser matemáticamente expresado como

$$\text{si } \alpha < \text{umbral} \quad (1.34)$$

$$w_A = 0.5 \text{ y } w_B = 0.5$$

de otro modo,

$$\text{si } S_A \geq S_B$$

$$w_A = 1 \text{ y } w_B = 0, \text{ o bien } w_A = 0 \text{ y } w_B = 1$$

Esta técnica requiere pruebas extensivas para encontrar un α apropiada para cada tipo de imagen usada y no permite cambios graduales entre la selección y promedio. Burt propone un valor de α de 0.75 .

La otra forma común para realizar la función de peso es asignar el valor de ponderación basado en una línea de transformación lineal entre 1 y 0 como sigue

$$\text{si } M_{AB}(i, j, k, l) \leq \alpha, \text{ entonces } w_{\min} = 0 \text{ y } w_{\max} = 1; \quad (1.35)$$

si $M_{AB}(i, j, k, l) > \alpha$, entonces $w_{\min} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - M_{AB}}{1 - \alpha} \right)$ y $w_{\max} = 1 - w_{\min}$;

Un w_{\max} grande se asigna a la imagen con un saliente grande:

si $S_A(i, j, k, l) \geq S_B(i, j, k, l)$, entonces $w_A = w_{\max}$ y $w_B = w_{\min}$

si $S_A(i, j, k, l) < S_B(i, j, k, l)$, entonces $w_A = w_{\min}$ y $w_B = w_{\max}$

Los pesos mayores son asignados a la imagen fuente con el mayor valor de saliente. El paso final de la fusión es la transformación inversa de la pirámide combinada.

1.6 Filtro Paso alto (HPF) (High pass filtering)

Básicamente, HPF consiste en inyectar detalles espaciales tomando la información de alta resolución en una versión remuestreada bicubicamente de los datos multiespectrales MS. La información de altas frecuencias se determina filtrando la imagen P con un filtro paso alto ó tomando la diferencia entre la imagen pancromática original y su versión filtrada. Este método preserva un alto porcentaje de características espectrales. Aquí la información espacial esta asociada con información de altas frecuencias y la información espectral está asociada con bajas frecuencias en las MS. El modelo para este tipo de fusión, según la sección 1.2, es:

$$R_{MS}^h = R_{MS}^l + (R_{PAN}^h - R_{PAN}^l) \quad (1.36)$$

donde $R_{PAN}^l = R_{PAN}^h * h_0$ y h_0 es un filtro paso bajo, que puede ser un filtro de bloque.

Cuando se usa el filtro de bloque, la longitud del filtro es crucial y debe igualar la relación de resolución de MS y pancromática. Zhijun W. *et al* reporta que un filtro de bloque de 3x3 es aceptable cuando la relación P: MS es 1:2 para el proceso de fusión, sin embargo en el caso de una relación 1:4, debe usarse un filtro de bloque de 5X5 con una frecuencia de corte a 0.125.

1.7 Filtro Paso Alto Modulado

El principio de este método es transferir información de alta frecuencia de la P a la MS, con coeficientes modulados, lo cual iguala la relación entre MS y P_{low} .

La P_{low} se obtiene del filtrado paso bajo de P. El modelo equivalente es:

$$R_{MS}^h = R_{MS}^l + (R_{PAN}^h - R_{PAN}^l) \frac{R_{MS}^l}{R_{PAN}^l} \quad (1.37)$$

donde $R_{PAN}^l = R_{PAN}^h * h_0$ y h_0 es el mismo filtro paso bajo usado en el método HPF.

1.8 Discusión

En este capítulo se describen varias metodologías de fusión para imágenes de percepción remota, enfocadas a cumplir dos requisitos, mejorar la calidad espacial y conservar la espectral. Existen diferentes técnicas de fusión, entre estas se encuentran: técnicas relacionadas con color IHS, cuya implementación es fácil, pero solo puede utilizar un máximo de 4 bandas MS. También se encuentran las técnicas por transformaciones espectrales como componentes principales presenta buenos resultados de fusión en calidad espacial, pero no conserva la información espectral, además los resultados de fusión con PCA son sensibles a la elección del área de análisis.

La transformada Wavelet en el contexto de fusión puede ser llevada en dos formas, por métodos de sustitución y adición, en el primer caso se reemplazan algunos coeficientes Wavelet de una imagen MS por los coeficientes de una imagen de alta resolución. En el método aditivo se suman los coeficientes de alta resolución a datos MS.

Una desventaja de la transformada Wavelet, que se presenta con el algoritmo de Mallat es su dependencia al desplazamiento, esto ocasiona artefactos en los productos fusionados. Para evitar esto las imágenes deberán ser descompuestas

en una representación invariante de desplazamiento como se propone en el caso del algoritmo de '*à trous*'.

En este trabajo se propone un método basado en la transformada de Hermite, una diferencia importante entre las TW con respecto a las de Hermite son las funciones de la TW , las cuales presentan irregularidades en su perfil, ocasionando artefactos en la reconstrucción, esto se nota principalmente en los bordes, en cambio las bases son funciones Gaussianas en la transformada de Hermite, esto permite un mejor desempeño en fusión de imágenes ya que la naturaleza de las señales es suave, estas funciones permiten también analizar y sintetizar mejor las estructuras básicas de las imágenes, como son borde, líneas, esquinas, etc.

TRANSFORMADA DE HERMITE

2.1 Relevancia de la transformada de Hermite en Percepción Humana.

La transformada de Hermite (TH) (Martens J.B. 1990a 1990b) es una técnica que fue desarrollada con la idea de obtener un modelo matemático para interpretar los campos receptivos en estados tempranos del Sistema de Visión Humana (SVH) (Koenderik J. J. 1984, 1990, 1992, Martens J. B. 1990a, Young R. A. 1985, Jones J. P. 1987a, 1987b). Se han propuesto varios modelos matemáticos para describir los campos receptivos en el SVH. Entre éstos, el más conocido, es el filtro de Gabor (Porat M. *et al* 1988, Daugman J.G. *et al* 1988). Un modelo alternativo propuesto por Young R.A (1985, 1986, 1987, 2001a, 2001b) se aproxima al modelo de la visión humana y se basa en derivadas Gaussianas, este modelo también ha sido descrito por Jean-Bernard Martens (Martens J.B. 1990a, 1990b, 1997, 2005). Young hizo una comparación experimental de los campos receptivos definidos por los modelos de Gabor y derivadas de Gaussinas. Mostró que los modelos dan una aproximación satisfactoria a los campos receptivos, sin embargo el modelo de derivadas Gaussianas parece ser mejor que el de Gabor (Young R.A, 1991). Makram-Ebeid S. *et al* 2003 demuestra que las representaciones polinomiales de Hermite tienen ventaja sobre las de Gabor por que son más convenientes para realizar rotaciones, translaciones y cambios de escala. Rivero-Moreno. C. J. (2005) presenta una comparación analítica entre los modelos de Gabor y Hermite, los resultados ponen de manifiesto que los dos modelos son muy cercanos. Los dos modelos contienen una función Gaussiana

multiplicada por otra función. Para el caso de Gabor, se trata de un coseno y su parámetro libre es su frecuencia. Para el caso de Hermite, se trata de un polinomio (de Hermite) con el mismo parámetro de escala, su parámetro libre es el orden del polinomio que es equivalente al orden de la derivada. Las representaciones espectrales de estas curvas se muestran en la figura 2.1. Evidentemente, las funciones de las columnas de izquierda y derecha se parecen, aunque la frecuencia central en el modelo de Gabor es distante del origen.

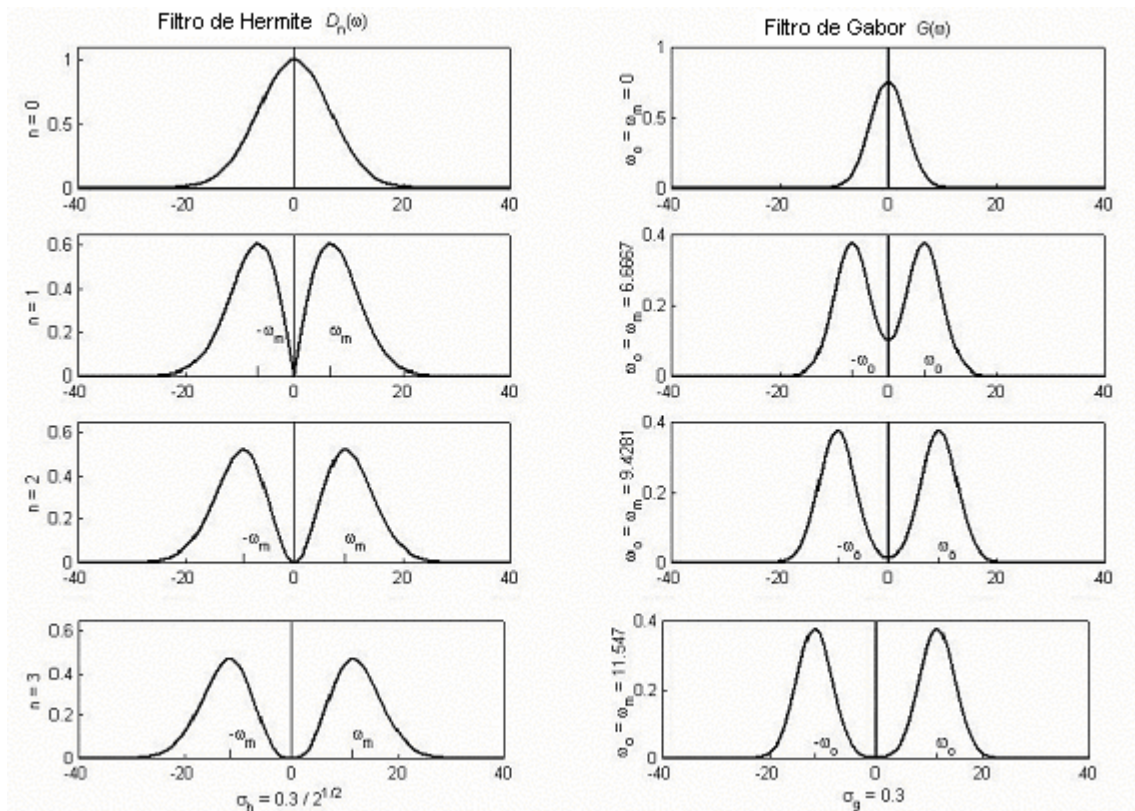


Figura 2.1. Filtros de Hermite y de Gabor en el dominio de frecuencia de orden 3 descritas en Rivero-Moreno. C. J. 2005.

Para realizar la transformada de Hermite, los filtros de análisis son derivadas Gaussianas, lo cual como se dijo anteriormente, lo hace muy cercano a los principios del sistema de visión humana. De acuerdo con el modelo de visión desarrollado por Young R. A 1991, 2001, la respuesta de los campos receptivos de visión puede ser aproximada por las derivadas Gaussianas de segundo orden. Aquí las derivadas Gaussianas se interpretan como el producto de los polinomios con una ventana Gaussiana, donde la señal multiplicada por la ventana se expande sobre la base de los polinomios de Hermite. Esta ventana Gaussiana es

única en el sentido que son óptimas para aplicarse a los axiomas escala-espacio (Makram-Ebeid S. *et al* 2003). En la transformada discreta de Hermite (TDH), las funciones de análisis corresponden a funciones binomiales que se aproximan a las derivadas Gaussianas. La descomposición involucra la localización de la señal por ventanas binomiales de tamaño N ($N=2, 4, 6, 8$), que se traslapan entre sí. N es el parámetro de escala (longitud del filtro) que define el orden máximo de la derivada a la que se requiere aproximar la señal.

Los modelos de la transformada de Hermite multiresolución han sido descritos por Martens J.B. en 1990a 1990b y recientemente por (Escalante-Ramírez *et al*, 2005), (Silván-Cardenas *et al*, 2006).

2.2 Teoría de la transformada de Hermite

La transformada de Hermite (Martens J. B. 1990a , 1990b, 2005) es un caso especial de la transformada polinomial. La transformada polinomial es una técnica de descomposición local de señales. El proceso de esta técnica consiste en dos pasos. En un primer paso, la imagen de entrada $L(x, y)$ se localiza al multiplicarla por una función ventana $\omega(x, y)$. Con el objeto de lograr una descripción completa de la imagen, este proceso se repite en varias posiciones equidistantes sobre la imagen $\omega(x - p, y - q)$, formando con estas posiciones una rejilla de muestreo S . La imagen original esta determinada por:

$$L(x, y) = \frac{1}{W(x, y)} \sum_{(p, q) \in S} L(x, y) \omega(x - p, y - q) \quad (2.1)$$

donde $W(x, y) = \sum_{(p, q) \in S} \omega(x - p, y - q)$ se llama la función de ponderación. La única condición, para que la transformada polinomial exista, es que esta función de ponderación sea diferente a cero en todas las coordenadas (x, y) .

El segundo paso consiste en describir la señal contenida dentro de la ventana por medio de una suma ponderada de polinomios $G_{m,n-m}(x, y)$ con grado de los polinomios m y $n-m$ con respecto a x y y . En la realización discreta, la función ventana Gaussiana aproxima una ventana binomial. Los polinomios están determinados totalmente por la función ventana, de tal suerte que dichos polinomios tienen que ser ortonormales a la ventana, es decir

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2(x, y) G_{m,n-m}(x, y) G_{j,i-j}(x, y) dx dy = \delta_{ni} \delta_{mj} \quad (2.2)$$

para $n, i=0, 1, \dots, \infty$, $m=0, \dots, n$ y $j=0, \dots, i$; donde δ_{ni} denota a la función delta de kronecker.

El proceso de mapeo de la señal de entrada como una suma ponderada de polinomios (coeficientes polinomiales), es conocido como transformada polinomial directa. Los coeficientes polinomiales $L_{m,n-m}(p, q)$ son calculados mediante la convolución de la imagen original con los filtros de análisis $D_{m,n-m}(x, y)$ definido como: $D_{m,n-m}(x, y) = G_{m,n-m}(-x, -y) \omega^2(-x, -y)$, es decir, para todo $p, q \in S$, los

$$\text{coeficientes de análisis son } L_{m,n-m}(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(x, y) D_{m,n-m}(x-p, y-q) dx dy .$$

La reconstrucción de la señal con estos coeficientes polinomiales y funciones específicas es llamada transformación polinomial inversa, también conocida como síntesis o reconstrucción (figura 2.2). La imagen sintetizada se obtiene por un proceso de interpolar los coeficientes polinomiales con funciones patrón $P_{m,n-m}(x, y)$ y sumar para todo orden n y m como sigue:

$$\hat{L}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{(p,q) \in S} L_{m,n-m}(p, q) P_{m,n-m}(x-p, y-q) \quad (2.3)$$

donde las funciones conocidas como funciones de interpolación o patrón, se definen así

$$P_{m,n-m}(i, j) = \frac{G_{m,n-m}(i, j) \omega(i, j)}{W(i, j)} \text{ para } m=0, \dots, n \text{ y } n=0, 1, \dots, \infty . \quad (2.4)$$

La transformada polinomial recibe el nombre de Hermite cuando las ventanas empleadas son funciones Gaussianas. Para fines prácticos, la forma discreta de la ventana Gaussiana correspondiente a una función binomial. Su implementación está descrita por Hashimoto *et al* (1987) y Silván-Cardenas *et al* (2006). La ventana Gaussiana es una buena opción desde el punto de vista de la teoría escala-espacio.

La ventana Gaussiana tiene la propiedad de ser isotrópica (invariable con la rotación), separable en coordenadas cartesianas y se define como:

$$\omega(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.5)$$

y los polinomios $G_{n-m,m}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2^n (n-m)!m!}} H_{n-m}\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma}\right)$ los cuales son ortogonales con respecto a $\omega^2(x, y)$. Se supone que H_n es el polinomio de Hermite normal, de orden n ($n = 0, \dots, \infty$).

El proceso de recuperar la imagen original implica interpolar los coeficientes con sus propios filtros de síntesis. Este proceso se llama transformada polinomial inversa y se define como:

$$\hat{L}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{(p,q) \in S} L_{m,n-m}(p, q) P_{m,n-m}(x-p, y-q) \quad (2.6)$$

Los filtros de síntesis $P_{m,n-m}(x, y)$ para el orden n y m , se definen por

$$P_{m,n-m}(x, y) = \frac{G_{m,n-m}(x, y)\omega(x, y)}{W(x, y)} \quad \text{para } m = 0, \dots, n \text{ y } n = 0, 1, \dots, \infty \text{ y las bases}$$

polinomiales como

$$G_{n-m,m}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2^n (n-m)!m!}} H_{n-m}\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma}\right) \quad (2.7)$$

donde $H_n(i)$ denota la n -ésima polinomial de Hermite.

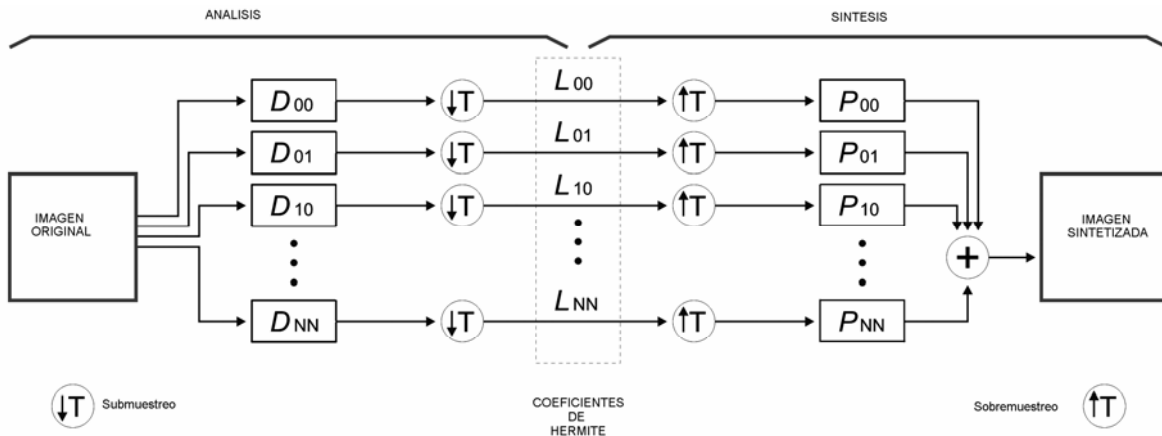


Figura 2.2. Esquema de síntesis y análisis de la transformada de Hermite.

Para definir esta transformación se determinan algunos parámetros que son el tamaño de la ventana Gaussiana (Gaussian window spread), definiendo su desviación estándar (σ) y la distancia (d) entre las posiciones adyacentes de la rejilla de muestreo S . En este trabajo se utilizó una rejilla de tipo cuadrada, sin embargo se puede utilizar rejillas hexagonales para representar el SVH, figura 2.3.

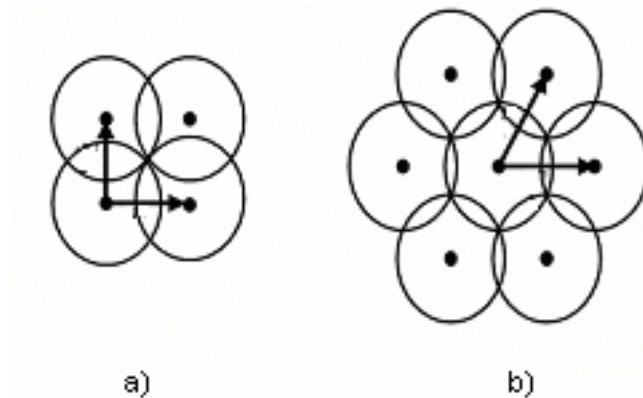


Figura 2.3 a) rejilla cuadrada, b) rejilla hexagonal

En la figura 2.4 se muestra la descomposición de Hermite, aplicada a una imagen. El tamaño de la función ventana deberá estar relacionado con la escala de las estructuras de la imagen analizada. Los cambios locales se descubren mejor con ventanas pequeñas, pero para descubrir representaciones de objetos con baja resolución se necesitan ventanas mayores.

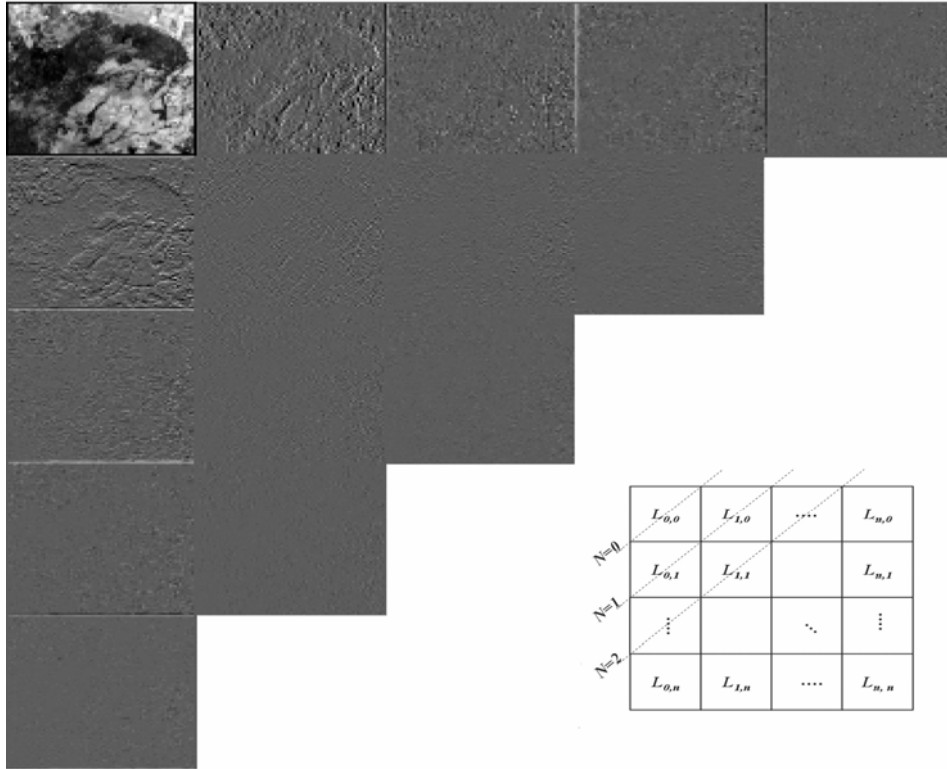


Figura 2.4 Descomposición de una imagen con la transformada de Hermite

Los patrones locales de una dimensión tales como bordes y líneas, que representan un papel importante en la visión temprana, pueden ser encontrados con ayuda de la transformada hermitiana, porque dicha transformación emplea como ventana a una función Gaussiana, la cual posee la característica de separabilidad y se sabe que sólo los filtros separables tienen la propiedad de dar curvas de ajuste de orientaciones idénticas para diferentes patrones de una dimensión, tal como bordes, líneas, rayas.

2.3 Transformada de Hermite rotada

La transformada de Hermite tiene la ventaja de compactar la energía en algunos coeficientes mediante la transformada rotada (girada) (adaptively steering transforms) (Van Dijk A.M. *et al*, 1997), (Marthens J. B. 1997). El término de filtro direccionable (steerable) (Fleet D.J. *et al* 1989, Freeman W.T. *et al* 1991, Michaelis M. *et al* 1995) es una aproximación en la cual encuentra la respuesta de

un filtro a varias orientaciones aplicadas al mismo filtro, cada una diferentes de otras por pequeños ángulos de rotación. Describe una clase de filtros en los cuales un filtro de orientación arbitraria se construye como una combinación lineal de un conjunto de filtros base. La propiedad de direccionalidad en los filtros de Hermite puede ser considerada por que dichos filtros son productos de las polinomiales con una función ventana radialmente simétrica (radially symmetric window function). Los $N+1$ filtros de Hermite de orden N forman una base direccional para cada filtro individual de orden N . En base a la propiedad de direccionalidad, los filtros de Hermite en cada posición de la imagen tienen adaptado el contenido de la orientación local, lo que resulta como una compactación de energía.

Para el análisis de orientación, es conveniente trabajar con versiones rotadas de la transformada de Hermite. La transformada polinomial puede calcularse a través de la convolución de la imagen con los filtros de análisis $D_m(x)D_{n-m}(y)$, que tiene como propiedades la separabilidad en el dominio espacial y polar. La transformada de Fourier de estas funciones filtro son expresadas en coordenadas polares considerando $\omega_x = \omega \cos \theta$ y $\omega_y = \omega \sin \theta$, esto es:

$$d_m(\omega_x)d_{n-m}(\omega_y) = g_{m,n-m}(\theta) \cdot d_n(\omega) \quad (2.8)$$

donde $d_n(\omega)$ es la transformada de Fourier para cada función filtro y la frecuencia radial de la función filtro, para las derivadas Gaussianas de orden n ésimo (n th), esta dada por

$$d_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} (-j\omega\sigma) \exp\left(-(\omega\sigma^2/4)\right) \quad (2.9)$$

La orientación selectiva del filtro se expresa por

$$g_{m,n-m}(\theta) = \sqrt{\binom{n}{m}} \cos^m \theta \cdot \sin^{n-m} \theta \quad (2.10)$$

Primero se aplica la transformada de Hermite y los coeficientes de esta transformación son rotados a una orientación local, estimada, de acuerdo al criterio de orientación máxima energía para cada posición ventana. Esto implica que estos filtros pueden indicar la orientación de un patrón 1D independientemente de su estructura interna.

Los coeficientes polinomiales de dos dimensiones se proyectan en coeficientes de una dimensión sobre un eje que hace un ángulo θ con el eje x. Martens demostró que los coeficientes polinomiales de primer orden, $\theta = \frac{L_{01}}{L_{10}}$ son una buena aproximación para detectar un bordes.

Para patrones 1D con orientación 0, se toma la siguiente relación:

$$L_{n-m,m}^{\theta} = \begin{cases} \sum_{k=0}^n g_{n-k,k}(\theta) L_{n-k,k}, & m = 0 \\ 0, & m > 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Para tales patrones, la propiedad de direccionalidad sobre θ da por resultado una compactación de energía en los coeficientes $L_{n,0}^{\theta}$. El contenido de energía puede ser expresado a través de los coeficientes de Hermite, y considerando el Teorema de Parseval como:

$$E_{\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [L_{n-m,m}^{\theta}]^2 \quad (2.12)$$

La energía (E_N) determinada a un orden N , se define como la suma de los coeficientes al cuadrado. La transformada direccional ofrece una manera de describir patrones 1D en base a sus orientaciones y perfiles. Podemos definir el término energía 1D y 2D por lo tanto para cada señal local de la siguiente manera

$$E_N^{1D}(\theta) = \sum_{n=1}^N [L_{n,0}^{\theta}]^2, \quad (2.13)$$

$$E_N^{2D}(\theta) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^n [L_{n-m,m}^\theta]^2 \quad (2.14)$$

La Figura 2.5 muestra como funciona la descomposición de TH para una imagen, del lado izquierdo se tiene la descomposición TH sin rotar y en la derecha el resultado de transformada de Hermite rotada, se observa el cálculo de energía para cada coeficiente en la parte inferior de cada caso. Como se aprecia la energía de los coeficientes en la TH rotada se concentra en la algunos coeficientes, los cuales se localizan en la parte superior del diagrama de descomposición, para este caso, los coeficientes son: $L_{1,0}^\theta$, $L_{2,0}^\theta$, $L_{3,0}^\theta$ y $L_{4,0}^\theta$.

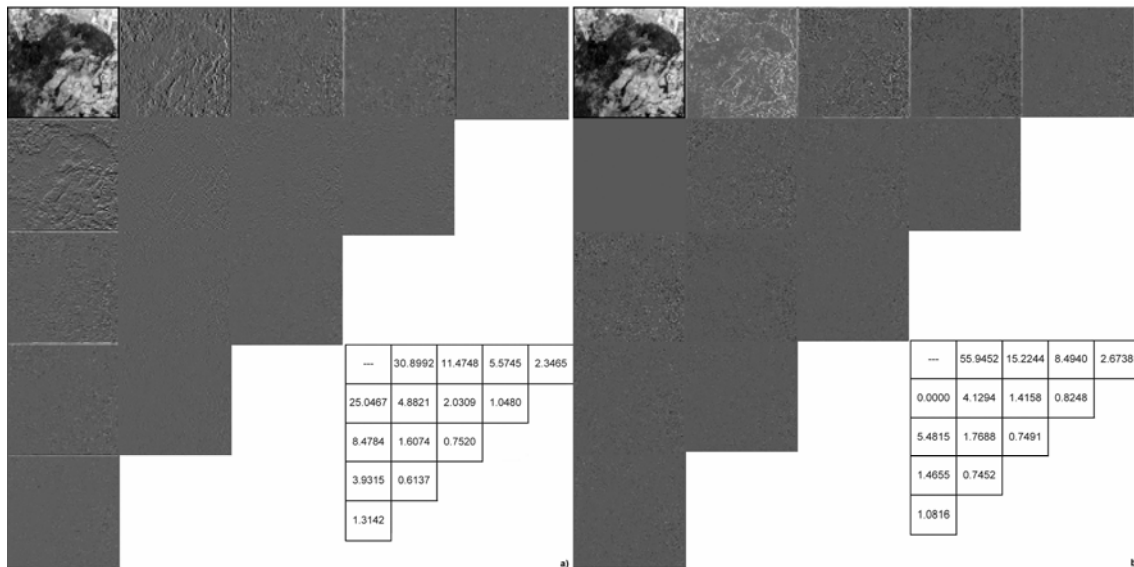


Figura 2.5. Se muestra la descomposición direccional de Hermite, sobre una imagen. Se observa que la energía de los coeficientes se concentra en la dirección horizontal. La distribución de energía está dada en porcentajes.

2.4 Discusión

En este capítulo se describe el funcionamiento de la transformada de Hermite. Esta técnica permite la expansión de las señales con ayuda de una base de polinomios ortogonales. En el proceso de análisis la señal original es localizada al multiplicarla por una función ventana (función Gaussiana), después se procede a describir la porción de la señal dentro de la ventana por medio de una suma ponderada de polinomios ortogonales respecto a la función ventana. A esta suma ponderada de polinomios se le conoce como coeficientes polinomiales. El proceso inverso, consiste en interpolar los coeficientes polinomiales con funciones patrón (derivadas de la función ventana) para reconstruir la señal original. La forma discreta de la ventana Gaussiana corresponde a una función binomial.

Algunas ventajas de la TH en las que podemos mencionar las siguientes:

Las funciones base de la TH son derivadas de Gaussianas, que han sido reconocidas como buenos modelos de la respuesta de campos receptivos de visión huata en la retina y corteza visual.

Con la TH se imita la selectividad direccional de los campos receptivos, es un modelo que intenta describir ciertas características de SVH, tales como: análisis multiresolución, y orientación local.

Se pueden modelar diferentes tamaños de campos receptivos ya que la TH emplear derivadas de Gaussianas para sus filtros de análisis y síntesis, cuya desviación estándar puede variarse libremente. Es posible incluso construir representaciones multiresolución mediante estructuras jerárquicas.

El uso de funciones Gaussianas permite que la teoría sea matemáticamente tratable; tienen la propiedad de ser separables espacialmente y rotacionalmente simétricas.

Una descomposición local, como el caso de TH permite extraer numerosas características de una imagen como son: la energía local (o el contraste), y la orientación local (propiedad con la cual se describen figuras complejas en las imágenes). La TH ha demostrado ser eficiente para detección y extracción de características tales como bordes y líneas.

FUSION CON LA TRANSFORMADA DE HERMITE.

3.1 Método de fusión basado en la transformada de Hermite

La transformada de Hermite rotada tiene la ventaja de que la energía se concentra en algunos coeficientes como muestra la figura 2.4. La selección de estos coeficientes de alta energía permite reconstruir una imagen preservando detalles como bordes y textura.

El marco general de fusión a través de la transformada de Hermite (Escalante-Ramírez et al 2003a, 2003b, 2005) incluye los siguientes pasos:

- I) Generar nuevas bandas pancromáticas, cuyos histogramas se igualen a cada banda multiespectral.
- II) Aplicar la transformada de Hermite con orientación local y detección de la energía máxima de orientación.
- III) Selección de coeficientes basada en el método de verificación de consistencia en los residuos de paso bajos. Para el residuo de paso altas (imagen de aproximación) se ponderan las imágenes multiespectrales.
- IV) Aplicar la transformada inversa con un θ óptimo, resultado del grupo de coeficientes. El proceso de fusión con las imágenes multiespectrales y la banda de alta resolución se muestra en la figura 3.2.

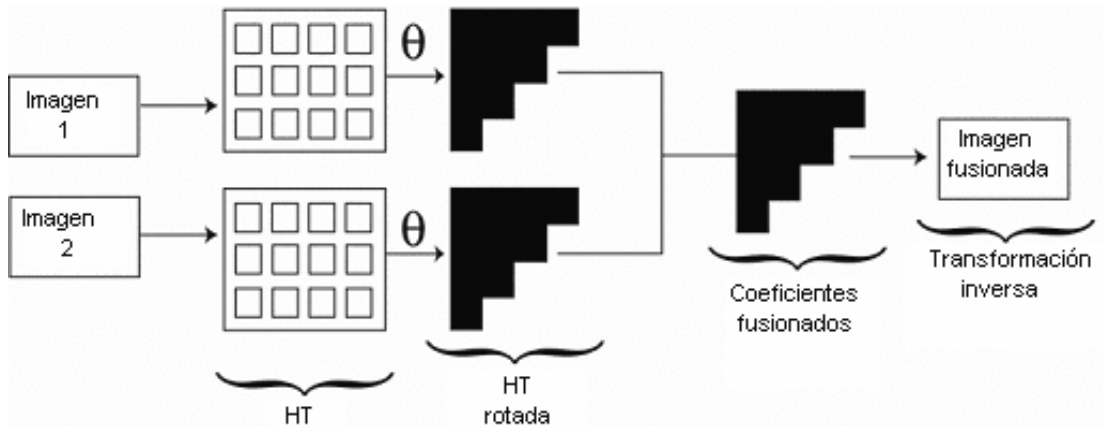


Fig. 3.2. Esquema de fusión con la transformada de Hermite.

3.2 Fusión de imágenes multispectrales y pancromática.

Para aplicar este método, es necesario que la imagen multispectral sea remuestreada al mismo tamaño de *pixel* que la banda pancromática. Los pasos para fusionar la imagen multispectral con la pancromática son los siguientes:

I) Generar nuevas bandas pancromáticas, a la banda pancromática original se aplica la igualación del histograma con cada banda multispectral, con el objetivo de que su media y desviación estándar sea parecida a las MS.

II) Realizar la descomposición por medio de la transformada de Hermite, aplicándose a las imágenes de entrada MS y pancromática (P). Las imágenes se descomponen en un número de subimágenes que representan los coeficientes de orden cero ($L_{0,0}^{MS}$ y $L_{0,0}^P$) y los residuos paso altas en los cuales se encuentran los coeficientes de detalle: $L_{0,1}^{MS}$ y $L_{1,0}^{MS}$, $L_{0,1}^P$ y $L_{1,0}^P$ son los coeficientes de primer orden para las imágenes MS y P; $L_{0,2}^{MS}$, $L_{1,1}^{MS}$ y $L_{2,0}^{MS}$, $L_{0,1}^P$, $L_{1,1}^P$ y $L_{1,0}^P$ son los coeficientes de segundo orden para las imágenes MS y P, y así sucesivamente.

III) Rotación de los coeficientes normales, aplicando la transformada rotada (Martens J. B. 1997), para obtener los coeficientes de orden cero rotados ($L_{0,0}^{MS^\theta}$ y $L_{0,0}^{P^\theta}$), los coeficientes multispectrales de primer orden rotados $L_{0,1}^{MS^\theta}$ y $L_{1,0}^{MS^\theta}$,

los coeficientes de P rotados $L_{0,1}^{P^\theta}$ y $L_{1,0}^{P^\theta}$, los coeficientes multispectrales de segundo orden rotados son $L_{0,2}^{MS^\theta}$, $L_{1,1}^{MS^\theta}$ y $L_{2,0}^{MS^\theta}$ y los coeficientes de P de segundo orden rotado $L_{0,1}^{P^\theta}$, $L_{1,1}^{P^\theta}$ y $L_{1,0}^{P^\theta}$.

IV) Determinación de la orientación de máxima energía considerando la energía $E_N^{1D}(\theta)$ como medida en cada posición ventana. En la práctica, un estimador óptimo de la rotación θ , es elegir el ángulo gradiente, el cual se calcula como $\tan(\theta) = L_{0,1}^{P^\theta} / L_{1,0}^{P^\theta}$ ó $\theta = \arctan(L_{0,1}^{P^\theta} / L_{1,0}^{P^\theta})$ donde $L_{0,1}$ y $L_{1,0}$ son los coeficientes de primer orden de la transformada de Hermite. La elección del ángulo gradiente implica que los coeficientes $L_{1,0}^{MS^\theta} = 0$ y $L_{1,0}^{P^\theta} = 0$

V) Aplicar la regla de fusión al conjunto de coeficientes de detalle o residuo paso alto, basándose en el método de verificación por consistencia (Li H. *et al* 1995). En la práctica, para reconstruir se utilizó un número pequeño de coeficientes, específicamente aquellos cuya compactación de energía es alta, es decir $L_{1,0}^{MS^\theta}$, $L_{2,0}^{MS^\theta}$ y $L_{3,0}^{MS^\theta}$..., $L_{1,0}^{P^\theta}$, $L_{2,0}^{P^\theta}$ y $L_{3,0}^{P^\theta}$... para las imágenes MS y P .

Experimentalmente, la regla de verificación por consistencia determina un valor máximo absoluto basado en la energía de los coeficientes, la cual se toma como una medida de actividad, considerando una ventana de 5x5. Un mapa de decisión binaria del mismo tamaño es creado para el registro de los resultados seleccionados con base en la regla de máxima selección. El contraste de un *pixel* está definido como la diferencia entre la luminancia L del *pixel* (i, j) , y su luminancia de fondo L_b (*background*), dividida entre esta última, es decir,

$$\text{Contraste}(i, j) = \frac{L(i, j) - L_b(i, j)}{L_b(i, j)} = \frac{L(i, j)}{L_b(i, j)} - 1 \quad (3.1)$$

Se ilustran dos aspectos: si el mismo objeto aparece con mayor energía en la imagen A que en la imagen B , entonces, en la fusión, el objeto de la imagen A será preservado mientras el objeto de la imagen B será ignorado. De otra forma,

suponiendo que los valores en límites externos se parecen más en la imagen A mientras que los valores en los límites internos del objeto aparecen más en la imagen B , ambas estructuras, tanto las externas de la imagen A , como las internas de la imagen B , serán preservadas en la imagen fusionada. El mapa binario está sujeto a una verificación de consistencia. Específicamente, si el valor del *pixel* central se selecciona de la imagen A mientras la mayoría de los valores de *pixeles* alrededor pertenecen a la imagen B , el valor del *pixel* central es entonces sustituido por el *pixel* de la imagen B . El resultado de la selección de coeficientes será un nuevo conjunto de coeficientes $L_{1,0}^{fus^\theta}$, $L_{2,0}^{fus^\theta}$ y $L_{3,0}^{fus^\theta}$

VI) Inyectar estos nuevos coeficientes combinados $L_{1,0}^{fus^\theta}$, $L_{2,0}^{fus^\theta}$ y $L_{3,0}^{fus^\theta}$ a la imagen de aproximación obtenida de las imágenes MS ($L_{0,0}^{MS}$).

VII) Aplicar la transformada inversa con los nuevos coeficientes y su correspondiente θ óptima. La figura 3.3 muestra como se aplica este método. Esto se realiza banda por banda.

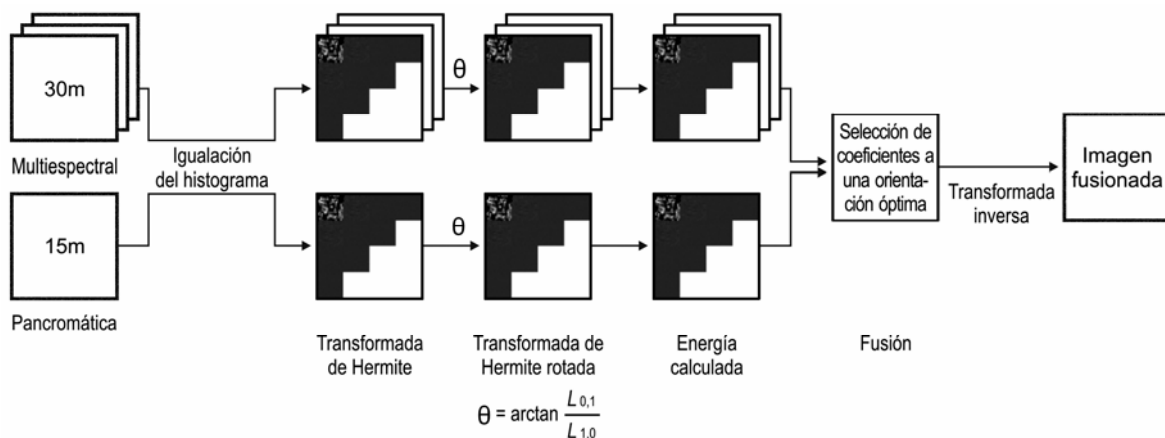


Fig. 3.3. Esquema de fusión con la transformada de Hermite rotada para el caso de imágenes multiespectrales y la pancromática.

3.3 Fusión de imágenes multispectrales y de imágenes de apertura sintética

Una aplicación de los métodos de fusión es integrar información de imágenes obtenidas en el visible infrarrojo con las imágenes de apertura sintética. A pesar de que las imágenes en el visible y SAR tienen información heterogénea, se ha encontrado que la combinación de ambas permite una mejor identificación de rasgos observados en la escena (Alparone L. *et al* 2004, Brisco B. *et al* 1995, Feingersh T. *et al* 2001, Leckie D.G. 1990, Simona G. *et al* 2002, Soldberg A. H. *et al* 1994, Theodore R.M. *et al* 1999).

Recientemente, se han integrado información de imágenes MS y SAR (Alparone L. *et al* 2004, Aiazzi B. *et al* 2002, Argeti F. *et al* 2000), la figura 3.4 ilustra el algoritmo propuesto por L. Alparone (2004) para imágenes MS, P y SAR. En este esquema de fusión, se propone un sistema modulado combinado con una generalización de la transformación IHS, y esta diseñado fusionar información de tres bandas. La imagen de entrada SAR está normalizada y registrada con las imágenes MS (B_1, B_2, \dots, B_N) y P. La imagen SAR entra al esquema de fusión sin ruido SAR_{ds} , y entonces es filtrada con un filtro paso bajo h obtenida del algoritmo de Wavelet 'à trous'. Se calcula M ($M = \frac{SAR_{ds}}{(SAR_{ds} \otimes h_L^*)}$), la cual es la relación entre SAR_{ds} y su aproximación h_L^* , así los detalles de la imagen SAR son inyectados a la banda de intensidad de forma multiplicativa. El filtro de 'à trous' se aplica a la imagen P, los detalles de la diferencia entre la imagen filtrada y la P son sumados a la banda de intensidad.

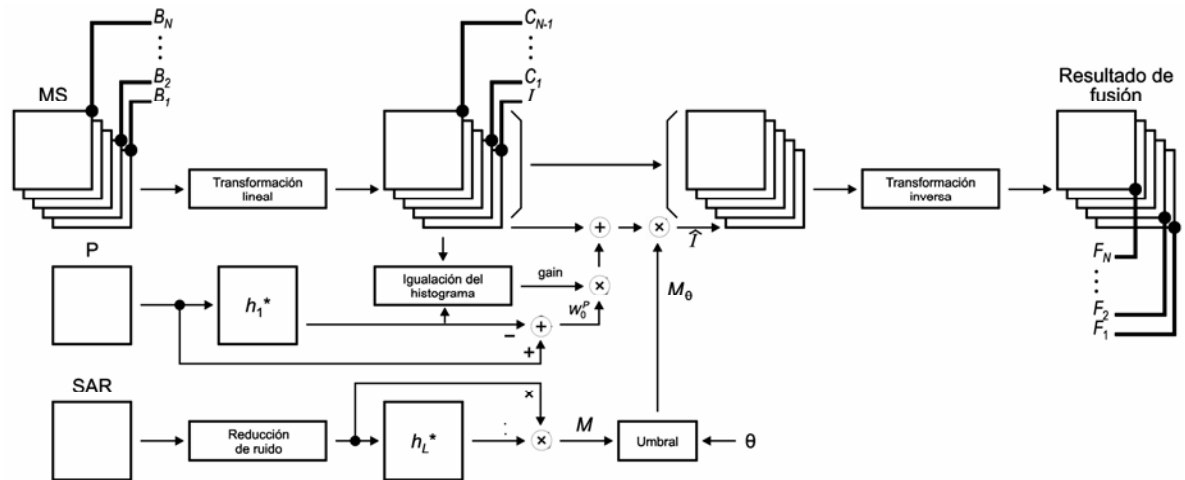


Fig. 3.4. Diagrama de flujo de fusión de imágenes P, MS y SAR.

En este esquema, el paso clave es determinar el umbral θ que se aplica a M , considerando que la distribución M tiene una media de uno aproximadamente, los detalles que se aproximan a este valor, se incorporan a la banda de intensidad, para esto, se utiliza su desviación estándar (σ_i) y se aplica en el intervalo $[1-k\sigma_i, 1+k\sigma_i]$ donde $k=1,2,3$. El canal de intensidad modificado \hat{I} con la información de las imágenes SAR y los de las MS, se sustituye al canal de intensidad original I , posteriormente se realiza la transformación inversa.

Considerando las metodologías anteriores, en la que la información SAR se reduce el ruido en un proceso previo al de fusión, en este trabajo se propone un nuevo esquema de fusión que integra la información de las imágenes MS y SAR. Para ello, la transformada de Hermite se utiliza como una herramienta con doble propósito en fusión y reducción de manera conjunta.

3.3.1 Reducción de ruido

El problema de fusionar imágenes multiespectrales con las imágenes de apertura sintética, es el ruido presente en las imágenes SAR. En la literatura existen varios métodos para reducir ruido (Frost J.A. *et al* 1982, Kuan, D. T. *et al*, 1987; Lee J. S. 1994; Lopes A. *et al* 1990, Shi Z. *et al*, 1994; Starck J.L. 1994), sin embargo el algoritmo basado en la transformada polinomial (Escalante-Ramírez B. *et al* 1996a 1996b, Camarillo M. *et al* 1998] da excelentes resultados en reducción de ruido y conservación de bordes, por lo cual se propone un esquema en el que se aplica esta transformación en la reducción de ruido y la fusión combinando ambos algoritmos.

Para reducir el ruido de la información relevante tales como bordes y líneas en las imágenes SAR, se siguen los siguientes pasos:

A) El algoritmo de reducción de ruido, utiliza como la medida la energía contenida dentro de los coeficientes de Hermite que proporciona los patrones significativos en la imagen. La medida de energía de orden n se define como $E_n = \sum_{m=0}^n L_{m,n-m}^2$ para $n = 1, \dots, N$. Para las imágenes con ruido multiplicativo o aditivo, la energía tendrá aportaciones de información y ruido.

La detección y conservación de bordes (Bevington *et al* 1987, Torre V. *et al* 1986) es crucial en el algoritmo de reducción de ruido. Canny J. F. (1983) demostró que es posible detectar y localizar bordes utilizando una aproximación con operadores iguales a derivadas Gaussianas de primer orden. Sin embargo, en el caso de la transformada de Hermite, se utiliza, como medida de energía, la energía de primer orden E_1 ; es decir: $E_1 = L_{0,1}^2 + L_{1,0}^2$ donde $L_{0,1}$ y $L_{1,0}$ son los coeficientes de primer orden de la transformada de Hermite, que definen donde están los bordes y líneas en la imagen.

B) Para poder definir si la información representa un borde o sólo está influida por ruido, se construye una máscara binaria en base a un umbral. La idea de la

máscara es revelar un borde o línea y conservar estos coeficientes para reconstruir la imagen al realizar la transformación inversa. Si no se detectan bordes, entonces los coeficientes se igualan a cero y se consideran sólo el coeficiente de orden cero, de tal manera que se reemplaza como un promedio ponderado de las regiones ruidosas.

Para calcular el umbral, se consideran las características estadísticas del ruido (speckle), el número de vistas⁷, la desviación estándar del ruido, la función de autocorrelación de la imagen y la probabilidad de ruido. El umbral se aplica sobre la imagen de energía de primer orden y no sobre la imagen original. Para el caso de ruido multiplicativo; el umbral se define como:

$$T = 2\alpha \frac{\mu_L^2}{ANlook} \ln\left(\frac{1}{P_R}\right) \quad (3.3)$$

donde

P_R es la probabilidad de ruido que se desea en la imagen restaurada

$\frac{\mu_L^2}{ANlook}$ es la variancia σ^2 de ruido en zonas homogéneas,

μ_L^2 es la media local de la imagen original y se encuentra disponible en el coeficiente de orden cero de la transformada de Hermite L_{00}^2

A es la relación señal a ruido (SNR)². Los valores de SNR dependen del número de vistas, tales como se muestra en la tabla siguiente, que proporciona algunos datos que se informan en la literatura:

Nlook	SNR	Nlook	SNR
1	1.9131	4	3.8262
2	2.7055	6	4.6861
3	3.3136	8	5.4111

$Nlook$ número de vistas de la escena, estos valores son informados en la condiciones de adquisición de las imágenes SAR.

α se define como $\alpha = \left| R_L(x, y) * D_{1,0}(x, y) * D_{1,0}(-x, -y) \right|_{x=y=0}$. De acuerdo con la teoría de procesos aleatorios, la función de autocorrelación del proceso a la salida

es igual a la convolución de la función de autocorrelación de la imagen original, el filtro de análisis empleado y la función simétrica conjugada del mismo filtro.

R_L es la función de autocorrelación del ruido de entrada

$D_{1,0}$ es el filtro que se usa para calcular el coeficiente de primer orden.

⁷Número de vistas (Nlooks): parámetro que especifica el número de vistas de radar en la imagen durante el proceso de adquisición de datos.

Modelo de la función de autocorrelación

La función de autocorrelación compara dos variables aleatorias provenientes de un proceso estocástico y analiza sus diferencias; esto lo podemos expresar como $\tau = \eta_1 - \eta_2$. Si consideramos a la imagen de entrada L como señal bidimensional estocástica (aleatoria) con función de autocorrelación R_L , los coeficientes de la transformada de Hermite se obtienen por la convolución de la imagen de entrada con los filtros de análisis D_{mn} . Asimismo, la señal de salida L_{mn} será una señal estocástica con media μ_{mn} , obtenida de la convolución de $\mu_{mn} = \mu_L * D_{mn}$ y la varianza $\sigma_{mn}^2 = R_{mn}[0,0] - \mu_{mn}^2$.

La función de autocorrelación en el origen cumple la propiedad: $R_L[0,0] = \sigma_L^2 + \mu_L^2$,

y si consideramos $\sigma_L = \frac{\mu_L^2}{ANlook}$, esta función se transforma en:

$$R_L[0,0] = \left(\frac{1}{ANlook} + 1 \right) \mu_L^2$$

Experimentalmente, Caramillo *et al* 1998, determinaron los puntos significativos de la función de autocorrelación en zonas homogéneas:

$$R_L(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{T} \left| \mathbf{F}^{-1} \left\{ \mathbf{F} \{L(x, y)\} \cdot \left(\mathbf{F} \{L(x, y)\} \right)^* \right\} \right| \text{ donde } || \text{ es el modulo, } \mathbf{F} \text{ indica}$$

la transformada de Fourier directa, \mathbf{F}^{-1} la transformada de Fourier inversa, $()^*$ representa al complejo conjugado, T es el tamaño de la ventana de procesamiento.

La función de autocorrelación no debe tener una longitud mayor de 3 *pixeles*, muestras significativas corresponden a los valores de los vecinos más cercanos al origen, donde se encuentra el valor máximo de esta función. La figura 3.4 muestra los pesos de cada elemento con una longitud igual a 3, donde el máximo se localiza en el origen. Estos pesos fueron obtenidos promediando los valores de cada una de las funciones de autocorrelación.

0.33 (-1,1) $(\tau_1 - 1, \tau_2 + 1)$	0.50 (0,1) $(\tau_1, \tau_2 + 1)$	0.33 (1,1) $(\tau_1 + 1, \tau_2 + 1)$
0.60 (-1,0) $(\tau_1 - 1, \tau_2)$	1.0 (0,0) (τ_1, τ_2)	0.60 (1,0) $(\tau_1 + 1, \tau_2)$
0.33 (-1,-1) $(\tau_1 - 1, \tau_2 - 1)$	0.50 (0,-1) $(\tau_1, \tau_2 - 1)$	0.33 (1,-1) $(\tau_1 + 1, \tau_2 - 1)$

Fig. 3.4. Pesos de cada elemento de la función de autocorrelación.

Finalmente, la función de autocorrelación puede ser modelada por:

$$R_L[\tau_1, \tau_2] = \left[\delta[\tau_1, \tau_2] + \frac{1}{3} \{ \delta[\tau_1 + 1, \tau_2 - 1] + \delta[\tau_1 + 1, \tau_2 + 1] + \delta[\tau_1 - 1, \tau_2 - 1] + \delta[\tau_1 - 1, \tau_2 + 1] \} \right. \\ \left. + \frac{3}{4} \{ \delta[\tau_1 - 1, \tau_2] + \delta[\tau_1 + 1, \tau_2] \} + \frac{1}{2} \{ \delta[\tau_1, \tau_2 - 1] + \delta[\tau_1, \tau_2 + 1] \} \right] \frac{\mu_L^2}{ANlook} + \mu_L^2 \quad (3.4)$$

Los coeficientes resultantes de esta selección que, representan los bordes sin ruido, se incorporan al esquema de fusión, aquí se vuelve a seleccionar coeficientes mediante las reglas de fusión antes mencionadas, un nuevo grupo de coeficientes se generan para obtener las imágenes finales fusionadas. La figura 3.5 muestra la estructura del algoritmo de reducción de ruido.

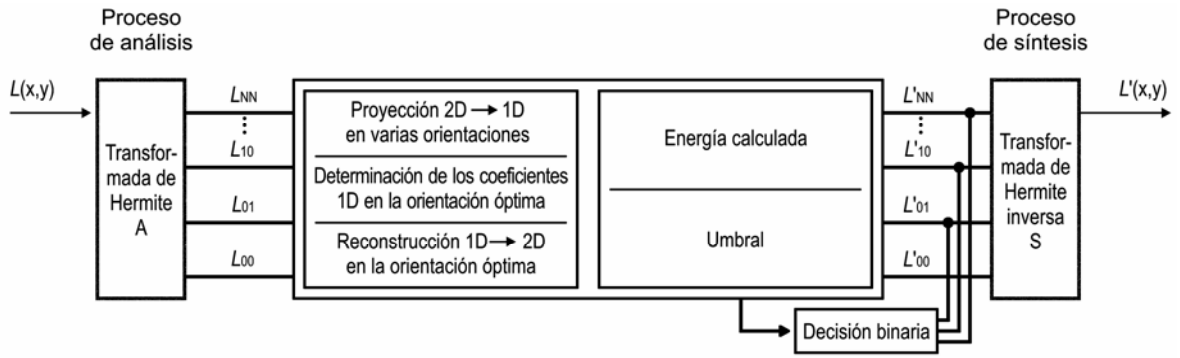


Fig. 3.5. Esquema de reducción de ruido con la transformada de Hermite

3.3.2 Esquema de fusión de MS con SAR con la TH

La figura 3.6 muestra el esquema general de reducción de ruido-fusión, el aplicándose a la fusión de imágenes MS y SAR.

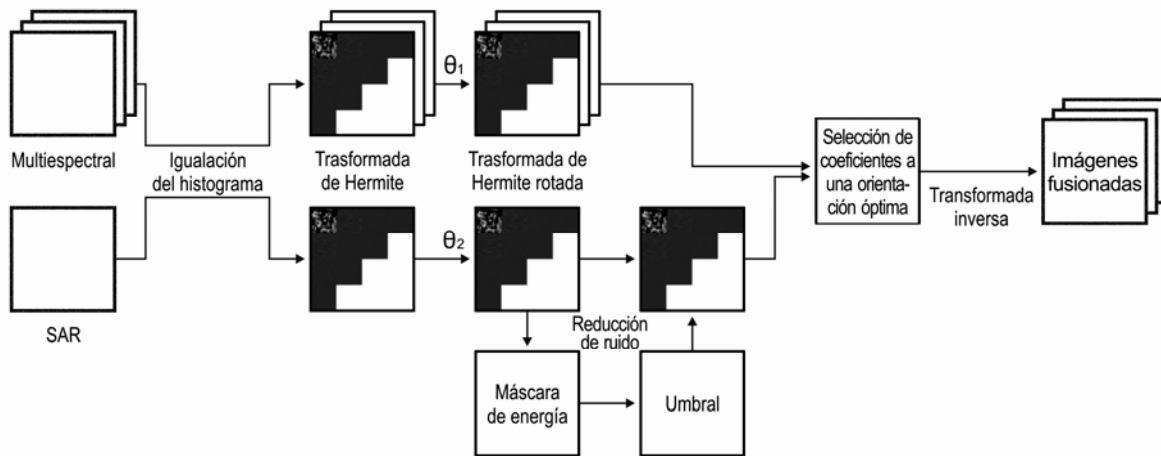


Fig. 3.6 Esquema de fusión de imágenes MS y SAR

PRINCIPIOS DE EVALUACION DE IMÁGENES FUSIONADAS.

Los aspectos relevantes de los productos de fusión entre las imágenes MS y P es que no debe modificar la información espectral de las imágenes iniciales MS y si deben mejorar la calidad espacial. La determinación de la calidad espectral de las imágenes fusionadas no es una tarea fácil. En este capítulo se explican algunas formas para valorar la calidad de los productos fusionados.

Algunas medidas de evaluación son: los coeficientes de correlación (CC), el bias (diferencia de medias), y el error cuadrático medio (RMSE) que existen entre las imágenes fusionadas y una referencia.

Wald L. *et al.* (1997) proponen un índice de error el cual indica una forma global de la calidad de los productos fusionados. Este error es llamado ERGAS (Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse). Alparone L. *et al* (2004) proponen una modificación generalizada del índice de calidad de la imagen (image quality index) desarrollado por Wang Z. *et al* (2002) para evaluar los resultados de fusión entre MS y P.

En la sección 4.1 se describe la teoría del método de ERGAS, en la sección 4.2 se explica una metodología para determinar la calidad espacial (Zhou J. *et al* 1998) y en la sección 4.3 se introduce el concepto de la transformación Tasselep Cap para evaluar como se comportan los productos fusionados para aplicaciones de variables biofísicas.

4.1 Calidad espectral, ERGAS

La idea de este índice ERGAS se basa en generar un conjunto de imágenes degradadas a partir del conjunto original para aplicarles a estas imágenes los métodos de fusión. A los productos fusionados de las imágenes degradadas se les determina:

- a) Bias, (diferencia entre la media de la imagen original y la imagen fusionada)
- b) Diferencia de variancia entre la imagen original e imagen fusionada
- c) Coeficientes de correlación entre la imagen original e imagen fusionada.(CC)
- d) Calcular la diferencia en la desviación estándar entre la imagen original e imagen fusionada.

Todos los datos se calculan en radiancia ($mW / cm^2 sr \mu m$). En base a los datos calculados anteriormente, es posible determinar el ERGAS, el cual es un estimador de la calidad espectral global de los productos fusionados

$$ERGAS = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{RMSE(B_k)^2}{(M_k)^2} \right)}, \quad (4.1)$$

donde el RMSE es el error cuadrático medio ($RMSE(B_k) = \sqrt{(bias)^2 + (standard \cdot deviation)^2}$), h es la resolución de la imagen pancromática, l la resolución de las imágenes multiespectrales, N el número de bandas espectrales, B_k la imagen espectral de referencia y M_k la media de la imagen de referencia. Idealmente, el bias y la diferencia de la desviación estándar deberán ser cero, mientras que el coeficiente de correlación deberá ser 1. Un valor cercano a cero de ERGAS indica un mejor producto.

4.2 Calidad espacial, filtro Laplaciano

Para calcular la calidad espacial se utilizó el método propuesto por Zhou J. *et al* (1988), en el cual se calculan los coeficientes de correlación entre las imágenes filtradas con un filtro paso alto del tipo Laplaciano, ec. 4.2, esto para cada imagen MS fusionadas y la imagen P original.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Este procedimiento se basa en el hecho de que la información espacial de una imagen esta más concentrada en el dominio de frecuencias altas. Por lo tanto se compara la información de las frecuencias altas de la imágenes obtenidas en el proceso de fusión con la imagen de referencia, la cual es la imagen de alta resolución (PAN).

4.3 Transformada Tasselep Cap (TCT)

El estudio de las variables biofísicas en las imágenes multispectrales es crucial para entender la dinámica de los ecosistemas, para esto es necesario la conversión de números digitales a información física relevante, que proporciona datos relacionados con: la reflectividad en las bandas del visible e infrarrojo próximo y la temperatura en el infrarrojo térmico.

Además de estas variables, las imágenes MS nos permiten generar información como: los índices de vegetación de diferencia normalizada (NDVI), albedo superficial de amplio espectro o albedo total (surface broadband albedo), índice de área foliar (leaf area index LAI) y fracción de vegetación fotosintéticamente activa (fraction of photosynthetically active radiation FPAR), productividad vegetal y evapotranspiración.

De nuestro interés es la transformada Tasseleo Cap (TCT). Esta transformación es una herramienta útil para comprimir datos espectrales en algunas cuantas bandas con características físicas de la escena (Crist E.P. *et al* 1984a, 1984b, 1986). Originalmente, se desarrolló para ciclos de cultivo, sin embargo, esta transformación tiene una aplicación potencial en determinar atributos en áreas boscosas incluyendo especies, edad y estructura (ejemplo Cohen *et al.* 1995). Una ventaja de esta transformación es que los índices deducidos tienen un significado preciso, esto es independiente de las condiciones de la escena que se esté analizando.

La TCT tiende a poner más en evidencia el comportamiento espectral de la vegetación y el suelo, a partir de crear ejes nuevos y mejor ajustados a ese espacio físico.

La TCT también conocida como transformación Kauth-Thomas, recurre a la siguiente combinación lineal

$$z(k) = Rz + c \quad (4.3)$$

donde $z(k)$ son las multi-bandas resultantes, z es la imagen original, R es una matriz de coeficientes que caracteriza dicha transformación, y c es una constante vectorial para evitar valores negativos ($c = 32$).

La ecuación 4.3 se ajusta dependiendo del tipo de sensor (Huang C. *et al*). Para datos de LANDSAT 7 ETM+ se escogieron los siguientes coeficientes:

$$\begin{bmatrix} \text{brillo} \\ \text{verdor} \\ \text{humedad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3561 & 0.3972 & 0.3904 & 0.6966 & 0.2296 & 0.1596 \\ -0.3344 & -0.3544 & -0.4556 & 0.6966 & -0.0242 & -0.2630 \\ 0.2626 & 0.2141 & 0.0926 & 0.0656 & -0.7629 & -0.5388 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TM1 \\ TM2 \\ TM3 \\ TM4 \\ TM5 \\ TM7 \end{bmatrix} + c \quad (4.4)$$

La imagen se transforma en tres componentes ó índices: brillo (brightness), verdor (greenness) y humedad (wetness) ó tercer componente (Third). Se deduce que el componente brillo es una suma ponderada de todas las bandas, definida en la dirección de variación en la reflectancia del suelo; el componente verdor destaca el contraste entre las bandas visibles e infrarrojo cercano, estando fuertemente relacionado con la cantidad de vegetación verde en la escena; por último el componente de humedad contrasta la reflectancia de la cubierta en el visible y, en el infrarrojo medio, dando una medida del contenido de humedad del suelo. Los tres ejes nuevos generan un espacio vectorial en el que pueden distinguirse tres planos característicos: plano de vegetación, formado por los ejes brillo y verdor; plano de suelos, formado por los ejes brillo y humedad; y plano de transición, formado por el verdor y la humedad.

En la figura 4.1 a se muestran los planos característicos vegetación y suelo así como la figura tridimensional de aspecto parecido a un gorro con borlas que forma las tres componentes brillo verdor y tercer componente.

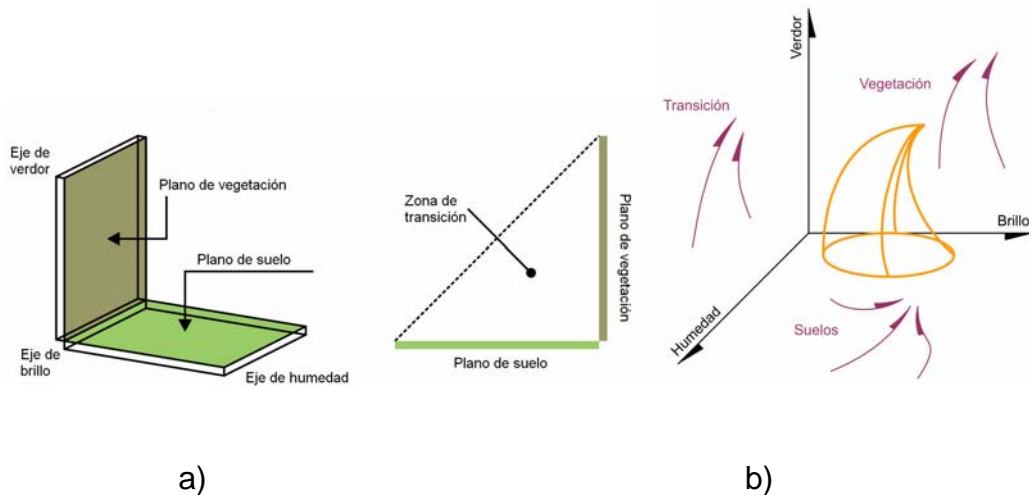


Fig.4.1 La figura a) representa los planos característicos de TCT y la figura b) ilustra la distribución de la transformación TCT en el espacio de brillo-verdor-humedad.

La combinación de índices resulta de interés para el estudio de suelos y vegetación. La figura 4.2 ilustra las diferentes clases de cobertura dentro de una escena, combinando los planos obtenidos a partir de la transformación TCT.

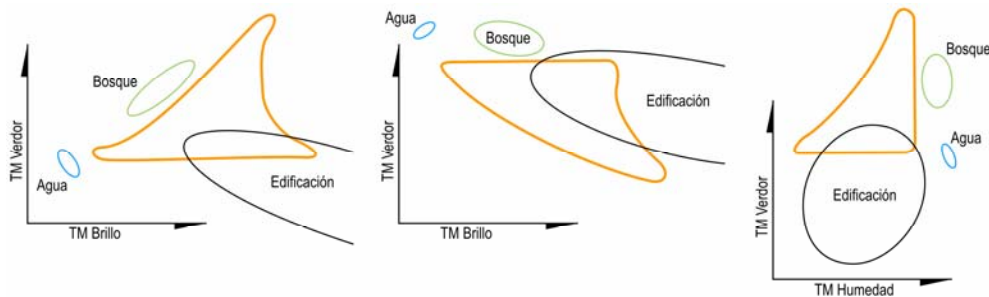


Fig. 4.2 Localización aproximada de clases dentro de una escena, en el espacio *Tasselep Cap*.

En la figura 4.3 se muestran los componentes de verdor, brillo y humedad de la escena en estudio. La imagen brillo presenta valores bajos en el agua y vegetación, valores medios en espacios edificados y valores altos en suelos desnudos. La imagen de verdor refleja con claridad los espacios de vegetación presente en la imagen. Destaca el contraste entre edificios y suelo desnudo en tonos oscuros frente a las cubiertas vegetales. Por último la imagen de humedad destaca zonas cubiertas de vegetación y presenta tonos oscuros en los suelos

desnudos.

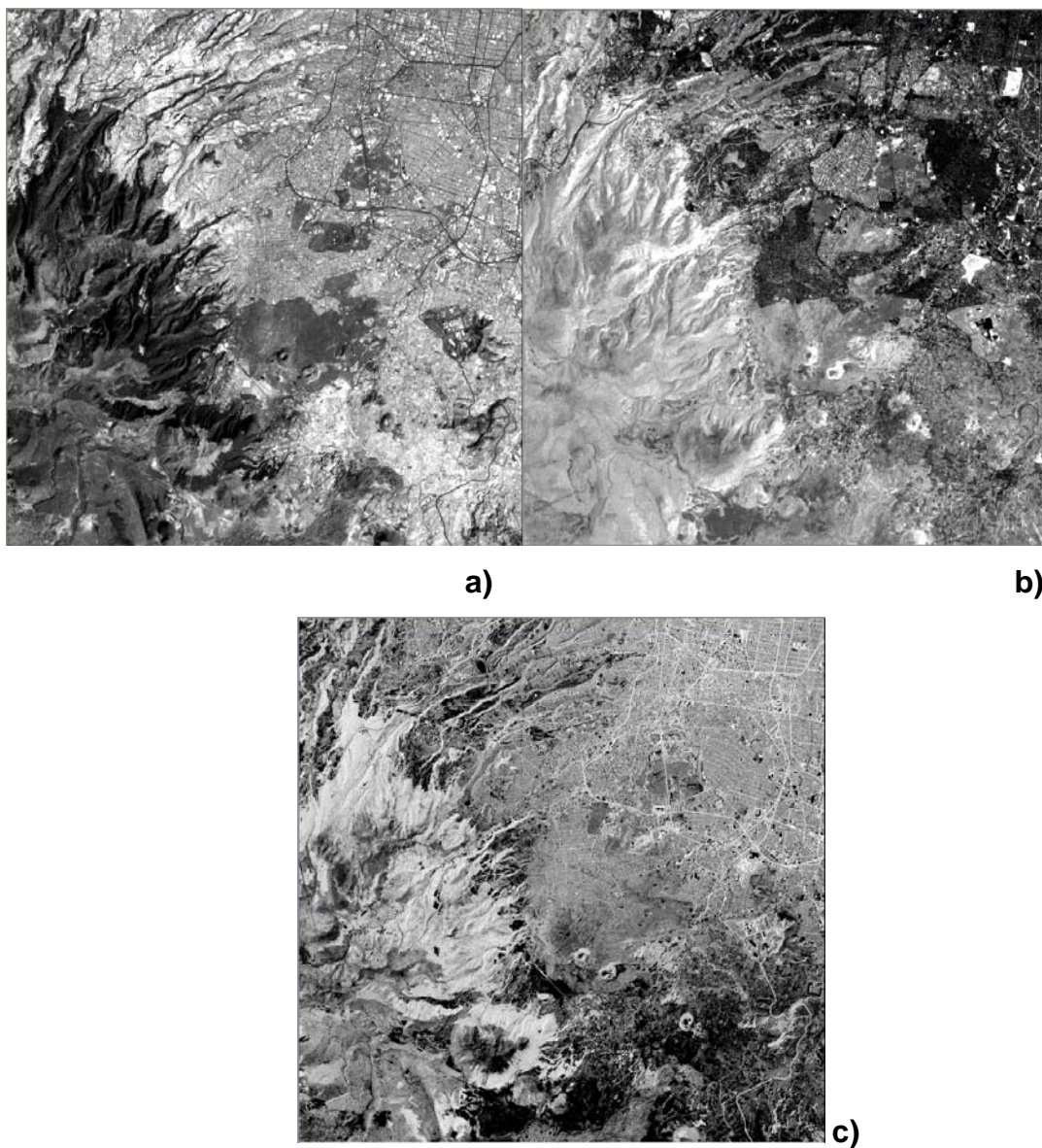


Fig. 4.3 Componentes o figuras que están relacionadas a características físicas de la escena: a)Brillo, b) verdor y c) humedad. Mayo 2002, Landsat 7 ETM+.

En varios trabajos (Cohen *et al.*, 2002, Franklin *et al.*, 2001) se han usado imágenes Landsat y utilizado la transformada TCT, con el propósito de analizar el índice de humedad, ya que es importante para distinguir clases de bosque de coníferas de docel cerrado. El índice origina una respuesta que indica una acción recíproca de agua – estructura de cobertura. La TCT también permite determinar el índice de perturbación (DI) (disturbance index), propuesto por Healey S. P. *et al*

(2005), en el cual se registra la distancia espectral normalizada de cualquier *pixel* dado de una clase como “bosque maduro” a la clase de “suelo desnudo”. El DI es calculado en base a la transformación TCT.

$$DI = G^* - (B^* - W^*) \quad (4.5)$$

donde B^* , G^* y W^* representan el brillo, verdor y plano de humedad normalizado por las clases estadísticas de bosque maduro, como, por ejemplo:

$$B^* = (B - B_f) / B_{fs} \quad (4.6)$$

Donde B_f es la media del índice de brillo en la clase de bosque maduro y B_{fs} es la desviación estándar de brillo con la clase de bosque maduro. De aquí, la importancia de registrar la distancia espectral de un píxel dado de la clase de bosque maduro, en unidades de la clase de desviación estándar. Los valores de DI mayores que 1 tienen alta probabilidad de no ser bosques.

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE FUSION CON BANDAS MS Y P

En este capítulo se muestran los resultados experimentales del proceso de fusión con bandas MS y P. En la sección 5.1 se muestran los resultados de fusión MS y PAN, evaluando la calidad espectral y espacial de las imágenes fusionadas con las metodologías descritas en la sección 4.1 y 4.2. En la sección 5.2 se analizan los resultados considerando la transformación TCT y su aplicación para interpretación de variables biofísicas, y como herramienta para evaluar las imágenes fusionadas.

5.1 Resultados de fusión MS y PAN

Los resultados experimentales del proceso de fusión con bandas MS y P se analizaron con diferentes métodos: pirámide gradiente (Burt 1993), componentes principales (Chavez P.S. *et al* 1989), transformada Wavelet aditivo componentes principales (González-Audicana *et al* 2005) y el método con la transformada de Hermite propuesto. Las imágenes utilizadas en esta sección pertenecen a Landsat 7 ETM+ del 2002-01-06, path/row 26/47. En la figura 5.2 se muestran las imágenes de los diferentes métodos de fusión para inspección visual.

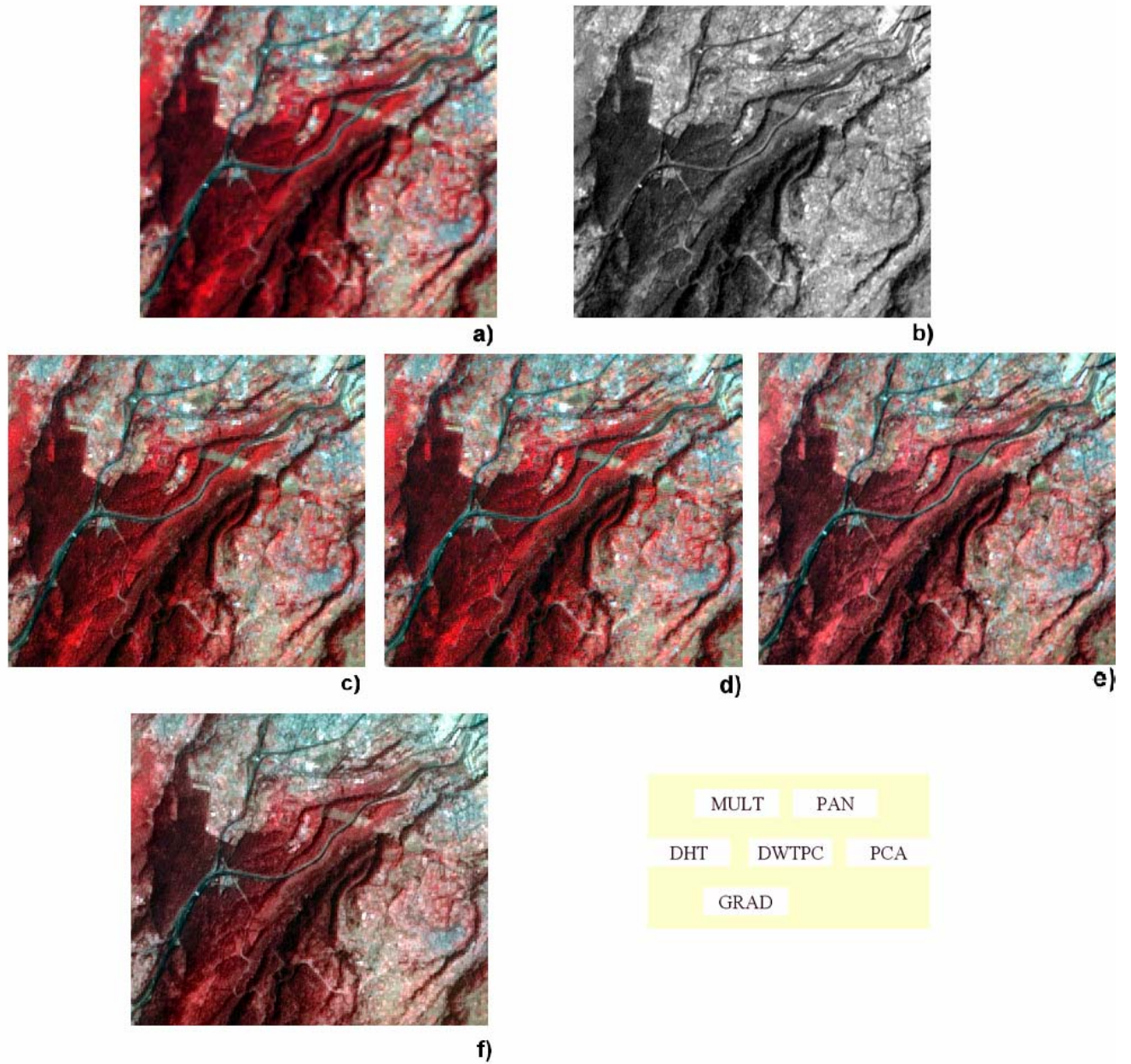


Fig. 5.2 (a) Imagen de Landsat-7 ETM+ multiespectral (remuestreada a 15 m), (b) pancromática Lansat-7 ETM+, (c) Resultado de la fusion de ETM + y la banda pancromática con el método de DHT (para una ventana Gaussiana con $N=2$ y $d = 4$), (d) Método Wavelet aditivo componentes principales (DWTPC), (e) PCA, (f) Gradiente.

5.2 Evaluación espectral mediante ERGAS

Para realizar este análisis con imágenes Landsat 7 ETM+ es necesario degradar las imágenes multiespectrales de 30m y la pancromática de 15m a, aproximadamente, 60m y 30m, respectivamente, esto con el objeto de tener imágenes fusionadas aproximadamente a 30m y poder compararlas con las imágenes multiespectrales originales de 30m (figura 5.1). La degradación de las imágenes se realiza aplicando un filtro binomial.

En la tabla 5.1 se muestran los resultados obtenidos del análisis de ERGAS, comparando primero diferentes parámetros de la transformada de Hermite (N,d,T): N-parámetro de escala que define el orden de la transformada $N \geq 0$ ($N+1$ es la longitud del filtro binomial empleado), d orden máximo en la expansión $0 \leq d \leq 2*N$, T distancia de muestreo $1 \leq T \leq N$. Se analizaron los parámetros de (2 4 2), (4 8 4), (8 16 8). Los mejores parámetros de la transformada para los productos fusionados fueron N=2, d=4, y T= 2, ya que mostraron correlación alta con respecto a la imagen original de 30m y diferencias de desviación estándar bajas lo que indica que es muy parecida a la original; los valores obtenidos de ERGAS muestran mejores resultados con los parámetros (2,4,2). Visualmente, la figura 5.2 muestra estos resultados para los diferentes parámetros, siendo el mejor (2 4 2), puesto que se encontró que al aumentar los parámetros se presenta un efecto de suavizado.

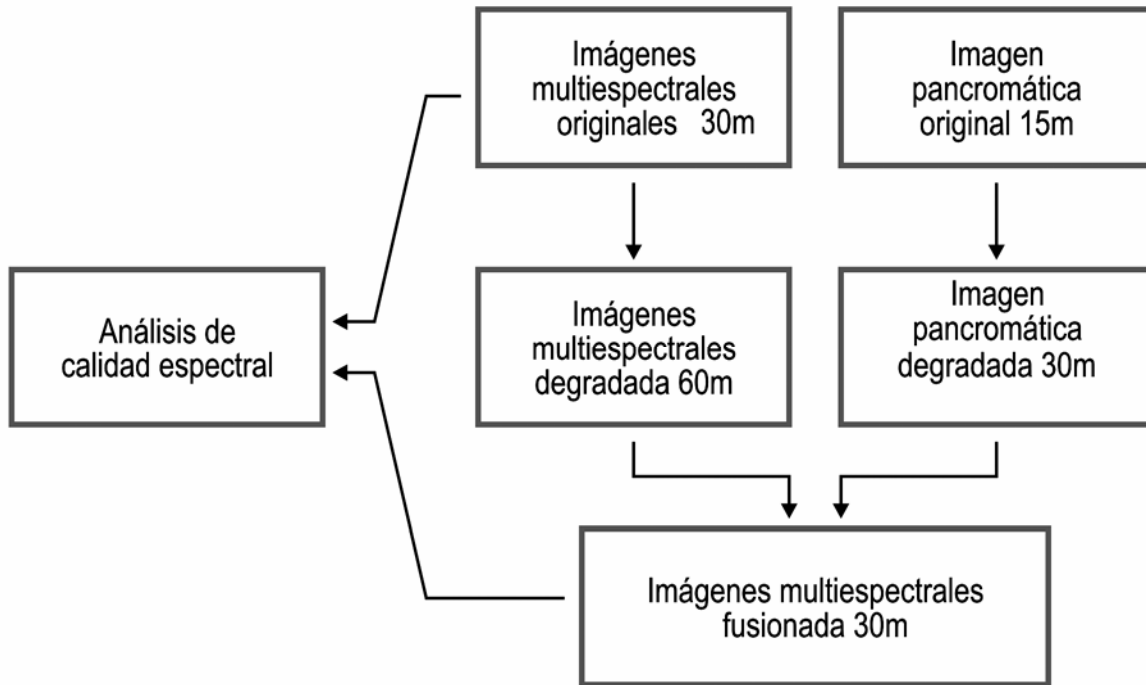


Fig. 5.1 Diagrama de procesamiento de imágenes por ERGAS.

Tabla 5.1. Valores estimados para determinar la calidad espectral.

		HT (2 4 2)	HT (4 8 4)	HT (8 16 8)	Wavelet Aditivo Componentes principales	Pirámide Gradiente	PCA	Ideal
Coefficiente de correlación	B1	0.9726	0.9568	0.9160	0.9699	0.9500	0.9105	1
	B2	0.9715	0.9544	0.9093	0.9592	0.9576	0.8815	1
	B3	0.9734	0.9573	0.9132	0.9564	0.9589	0.8610	1
	B4	0.9516	0.9217	0.8378	0.9464	0.9499	0.8805	1
	B5	0.9594	0.9350	0.8683	0.9493	0.9584	0.8984	1
	B7	0.9635	0.9450	0.8854	0.9515	0.9565	0.8997	1
	Diferencia de medias bias	B1	0.0336	0.0250	0.1277	1.1757	-10.6692	-21.5235
B2		0.1096	0.0995	0.1935	1.2561	-10.6472	-23.9418	0
B3		0.0411	0.0329	0.1033	1.0719	-8.6158	-32.988	0
B4		0.0232	0.0155	0.1149	0.7125	-3.9309	-11.0852	0
B5		0.0110	0.0095	0.0271	0.1763	-0.7937	-3.6548	0
B7		0.0039	0.0035	0.0079	0.0638	-0.391	-0.8595	0
Diferencia de desviación estándar		B1	0.4891	0.6026	0.6102	0.1689	1.6027	-15.9755
	B2	0.6373	0.7941	0.8794	0.2547	2.1510	-13.1777	0
	B3	0.6553	0.8258	0.9560	0.2596	2.4831	-11.5341	0
	B4	0.7709	0.9807	1.0437	0.0000	1.9867	-5.9099	0
	B5	0.1938	0.2432	0.2849	0.0769	0.5276	-0.8573	0
	B7	0.0603	0.0000	0.0894	0.0241	0.1845	-0.2853	0
	ERGAS		1.5945	2.8636	5.49916	1.5978	1.7227	2.2958

Sensibilidad espectral (longitud de onda μm) B1 (0.45-0.52), B2(0.52-0.60), B3(0.63-0.69),B4(0.76,0.90), B5(1.55-1.76), B7(2.08-2.35) y P (0.5-0.90)

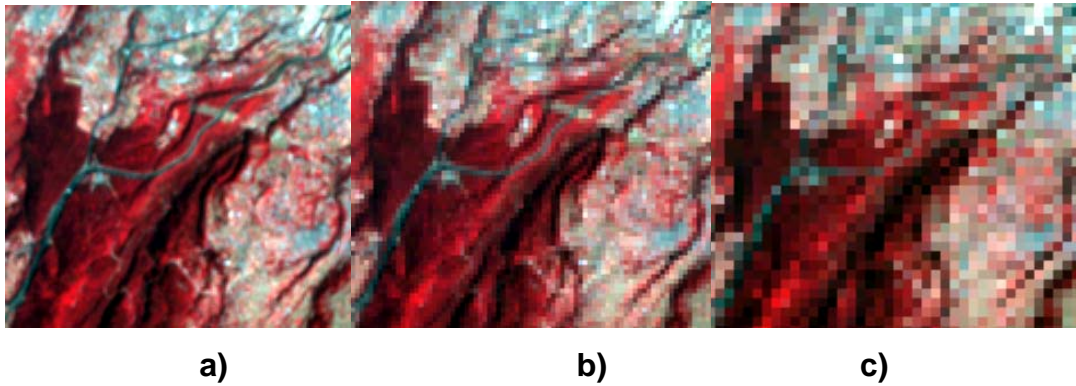


Fig. 5. 2 a) DHT para una ventana Gaussiana con $N=2$ y $d=4$, b) DHT con $N=4$ y $d=8$, c) DHT $N=8$ y $d=16$.

También en la tabla 5.1 se dan los resultados con respecto a otros métodos. Comparando la transformada de Hermite y el método Wavelet aditivo componentes principales, se encontró que las imágenes resultantes de la HT tienen correlaciones más cercanas a 1, bajos valores de bias y bajos valores en la diferencia de desviación estándar; así como, bajo valor de ERGAS lo que indica que conserva mejor las propiedades espectrales. El valor de ERGAS fue mayor para PCA y gradiente piramidal, estos métodos de fusión obtienen imágenes menos parecidas a la imagen original, esto en el sentido espectral; asimismo, los valores de correlación están alejados de 1 y los valores de bias dieron valores negativos y lejanos de cero, todo esto indica que ambos métodos modifican la información espectral original.

5.3 Evaluación espacial mediante filtro Laplaciano

Para realizar esto, el detalle espacial presente en cada imagen MS y P (obtenido por el filtro Laplaciano) es comparado mediante la correlación de ellas. Una alta correlación espacial entre cada imagen fusión y la pancromática significa que muchos detalles de información de una imagen están presentes. Los resultados se muestran en la tabla 5.2 e indican que las imágenes fusionadas con la HT tienen altas correlaciones, por lo que se concluye que aumenta la calidad espacial.

Tabla 5.2 Valores estimados para determinar la calidad espacial. Landsat 5 TM

	Banda espectral	HT (2 4 2)	Wavelet aditivo Componentes principales	Pirámide Gradiente	PCA	Ideal
Coefficiente de correlación espacial	B1	0.95	0.91	0.86	0.90	1
	B2	0.96	0.94	0.89	0.92	1
	B3	0.95	0.94	0.88	0.90	1
	B4	0.96	0.96	0.89	0.93	1
	B5	0.96	0.95	0.92	0.95	1
	B7	0.98	0.94	0.96	0.92	1

5.3 Evaluación mediante la transformada Tasselep Cap (TCT)

En esta sección se presenta la influencia de la fusión de las bandas multiespectrales de 30m con la banda pancromática de 15m de resolución desde el punto de vista de variables biofísicas.

Se comparan los resultados de las imágenes fusionadas antes y después de la fusión mediante los diagramas de dispersión obtenidos de la transformación Tasselep Cap (TCT). Después que las imágenes fueron fusionadas por los diferentes métodos se aplicó la transformada TCT. La figura 5.3 muestra los diagramas de dispersión de las bandas de verdor – brillo para la imagen original comparada con diferentes métodos de fusión; se aprecia que utilizando la fusión con PCA varían los valores en brillo de la imagen, por lo que se alteran de manera importante los valores radiométricos, tal como se visualiza gráficamente con el alargamiento de la línea conocida como línea de suelo y el acortamiento de la línea de vegetación. Para el caso de gradiente piramidal, observamos la formación de un posible artefacto debido al submuestreo. La forma de la gráfica con respecto a la original se conserva en el resultado de la TH y con el método Wavelet aditivo componentes principales, lo cual implica que la interpretación biofísica de estos diagramas puede realizarse como se explicó en la sección 4.2.1, así como la extracción de datos para generar variables biofísicas.

La tabla 5.2 muestra la correlación entre la componente de brillo y verdor obtenidas con diferentes métodos de fusión y las componentes brillo y verdor obtenidas de la original, después de aplicar la TCT. Las correlaciones más altas, entre 0.97 y 0.98, se obtienen empleando TH. En la figura 5.4 se muestran las gráficas de las tres componentes brillo, verdor y humedad para cada método de fusión, observándose que la TH y el método Wavelet aditivo componentes principales son similares a la original.

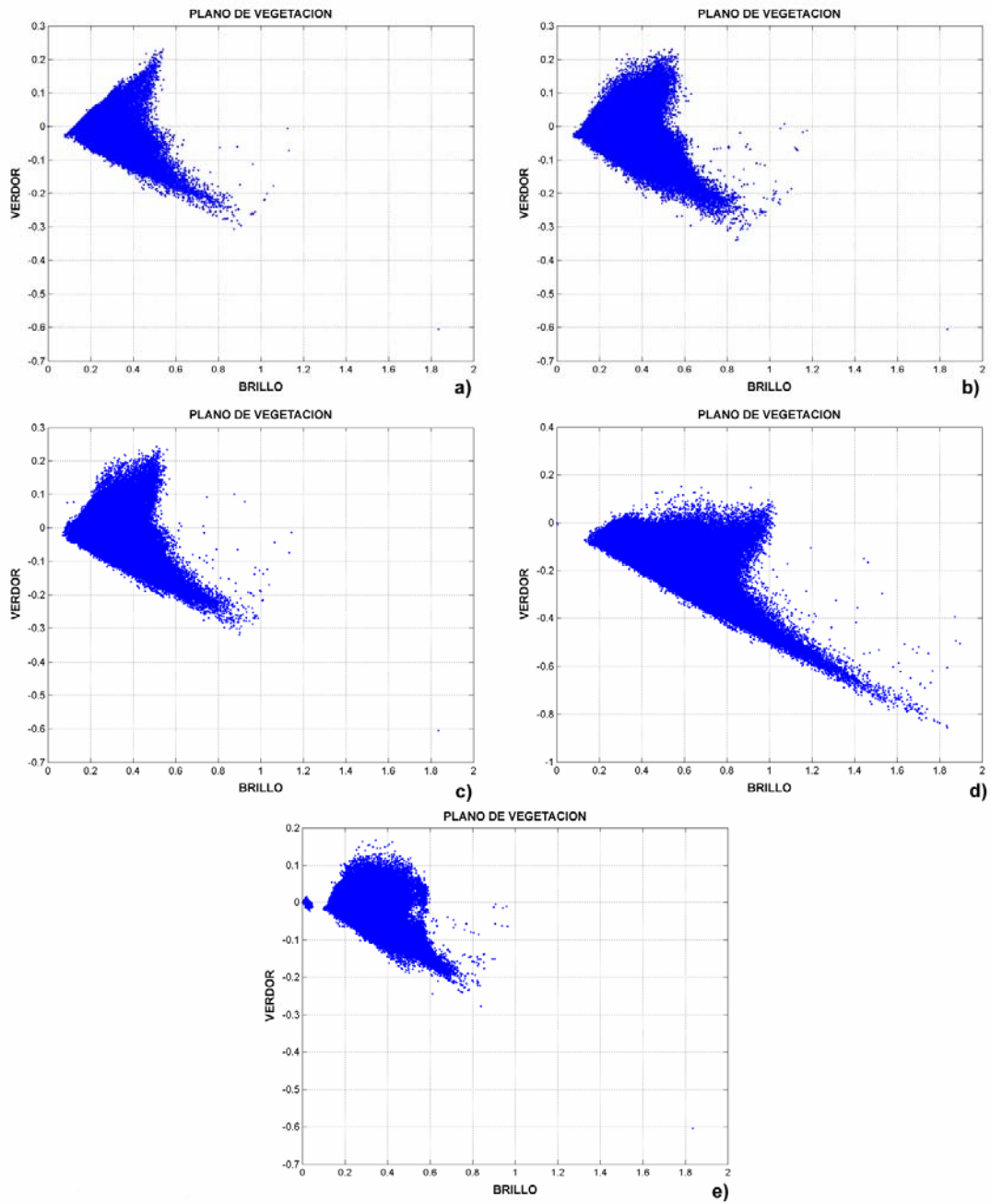


Fig. 5.3. Plano de vegetación. Verdor contra brillo de TCT, a) Original, b) DHT, c) Wavelet aditivo componentes principales, d) PCA, e) Pirámide Gradiente.

Tabla 5.2. Estimación del coeficiente de correlación entre brillo y verdor de la imagen original y los productos sintetizados.

		Brillo	Verdor	Ideal
Coefficiente de correlación	Original/ HT	0.9782	0.9824	1
	Original/ Wavelet aditivo componentes principales	0.9506	0.9720	1
	Original/ pirámide gradiente	0.9664	0.9383	1
	Original/PCA	0.9083	0.8747	1

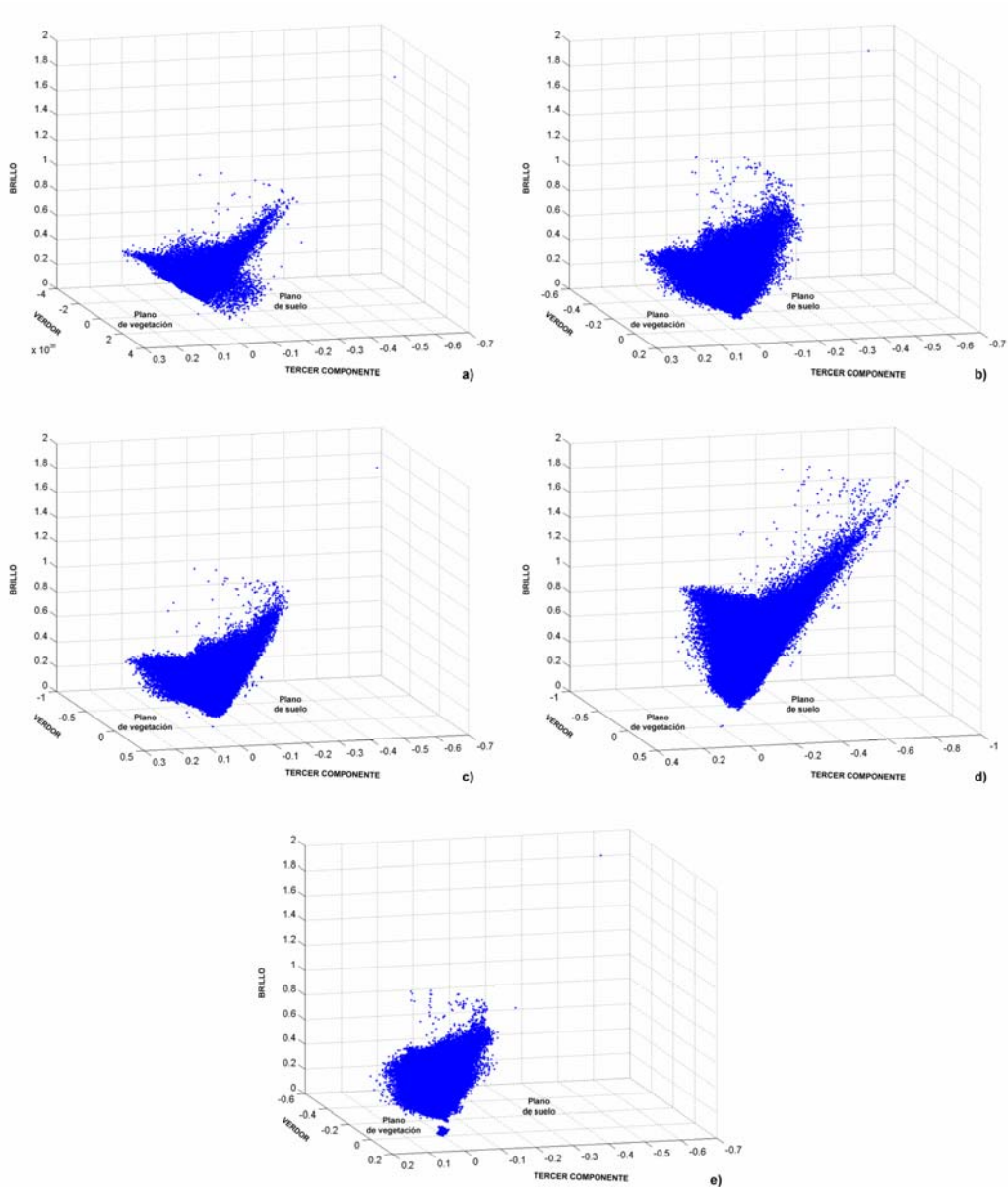


Fig.5.4 Representación de las componentes brillo, verdor, humedad o tercer componente obtenidas a partir de aplicar la TCT. a) Original, b) DHT, c) Método Wavelet aditivo componentes principales, d) PCA, e) Pirámide gradiente

5.2 Discusión de resultados

Mediante el análisis visual y el valor de ERGAS se determinaron los parámetros óptimos de trabajo de la TH para fusión de imágenes: $N=2$, y $d=4$. La representación gráfica bidimensional de la reflectancia según el brillo-verdor proporciona información sobre el comportamiento de las isolíneas, una de vegetación y otra del suelo. Idealmente, no debe presentar variaciones en tales líneas después de realizar la fusión. Así, el método que mantiene la integridad en el contenido de información es aquel en que las modificaciones en estas isolíneas son las menores posibles después de realizar la fusión. Los métodos que más modifican la posición y longitud de estas isolíneas son los métodos de fusión tales como los basados en PCA y, aunque hay otros en los que no se presentan variaciones, como con el método con la TH.

En general, el índice de calidad espectral y los resultados de los diagramas obtenidos con TCT de los productos fusionados muestran que existe menor distorsión espectral en los productos obtenidos con la TH y el método Wavelet; por lo tanto, se conserva el contenido espectral, lo que permite una interpretación sin modificar la información. En tanto que el análisis de calidad espacial indica que el método propuesto mejora la calidad espacial, obteniéndose imágenes fusionadas MS de alta resolución que con el método Wavelet.

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE FUSION CON BANDAS MS Y RADAR

6.1 Resultados de fusión MS y RADAR

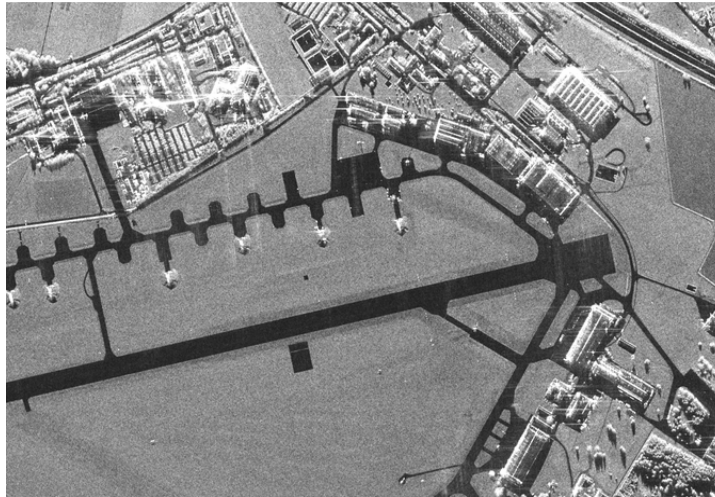
En esta etapa, se tuvo como objetivo implementar el esquema de reducción de ruido-fusión con la transformada de Hermite propuesto en la sección 3.5 y se analiza desde un punto de vista visual. En la combinación de imágenes ópticas y de radar es necesario considerar que las imágenes no tienen el mismo tamaño de píxel, no presentan el mismo tipo de nivel de ruido, no están registradas geoméricamente, por lo que es necesario darles un mismo formato.

6.1.1 Fusión TerraSAR-X y Ikonos

En esta sección se muestra la fusión de imágenes de TerraSAR-X e Ikonos de 1m y 4m, respectivamente.

En la figura 6.1, se muestra cómo funciona el algoritmo de reducción de ruido en la imagen de apertura sintética del TerraSAR-X. En dicha figura se muestra una imagen con ruido (speckle) (6.1a), (6.2a) y sin ruido después de utilizar la TH (6.1c), (6.2b), además en la figura 6.1b se muestra la máscara binaria obtenida a partir de un umbral. Como se ve en la figura 6.1b, si se descubre un borde o línea, se conservan estos coeficientes para reconstruir la imagen al realizar la transformación inversa. Las condiciones experimentales para calcular el umbral,

fueron: número de vistas igual a 1, relación señal respecto a ruido de 1.9131 y una probabilidad de ruido de 30%.



a)



b)

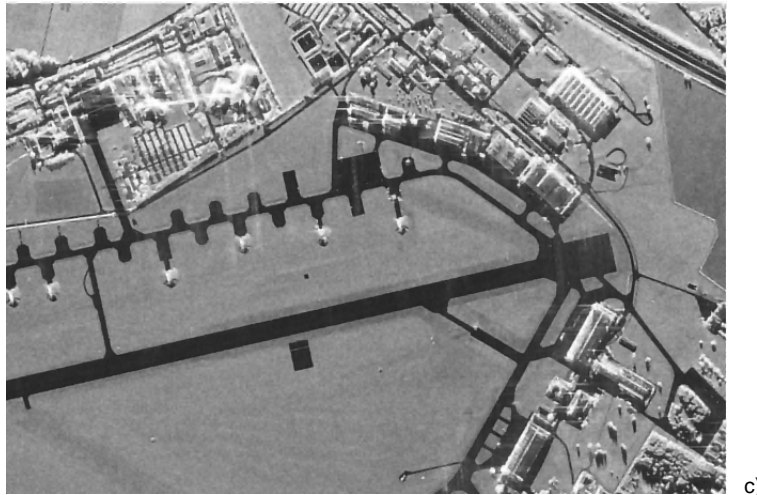


Fig. 6.1 Reducción de ruido dentro del esquema fusión-reducción de ruido a) imagen con ruido, b) máscara, c) imagen sin ruido.

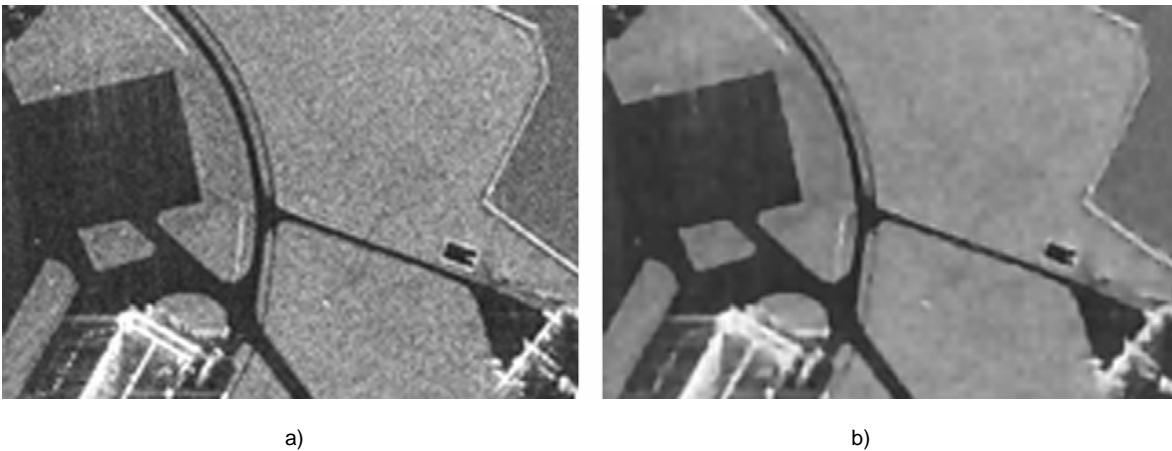


Fig. 6.2 Reducción de ruido dentro del esquema fusión-reducción de ruido a) imagen con ruido, c) imagen sin ruido.

Se puede observar en la figura 6.2 como funciona el algoritmo de reducción de ruido con la HT, los coeficientes sin ruido obtenidos de la imagen 6.2b son los que se utilizan para el proceso de fusión. La figura 6.3 muestra las diferentes imágenes utilizadas SAR y MS, con las que se realizó el esquema de reducción de ruido fusión. En la figura 6.4, se muestran los resultados de fusión comparados con la imagen multiespectral de 4m.



a)

b)



c)

d)

Fig. 6.3 a) Imagen de TerraSAR-X , b), c), d) Diferentes bandas de imágenes Ikonos.



a)

b)

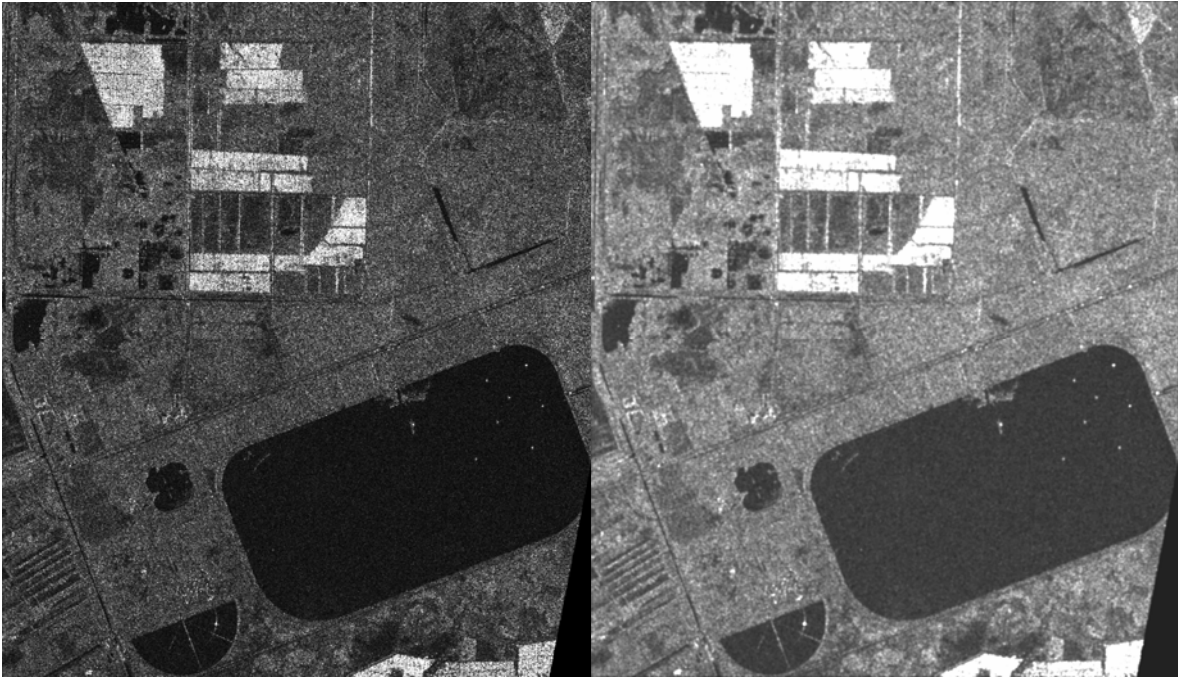
Fig. 6.4 a) Imagen multispectral original, b) Imagen fusionada

6.1.2 Fusión Landsat 5 TM y RADARSAT-1

También se probó el algoritmo fusión-reducción de ruido con las imágenes Landsat 5 TM y RADARSAT-1. Los datos de Landsat 5 TM son del 16 junio del 1998, orbita 2647, y los datos de Radarsat se adquirieron el 23 abril de 1998, orbita 12876 de modo descendente. La fusión de las imágenes de multisensores, SAR (8m) y Landsat 5 TM (30m), con la transformada de Hermite, mostró que es posible insertar detalles espaciales a las MS sin introducir ruido (speckle).

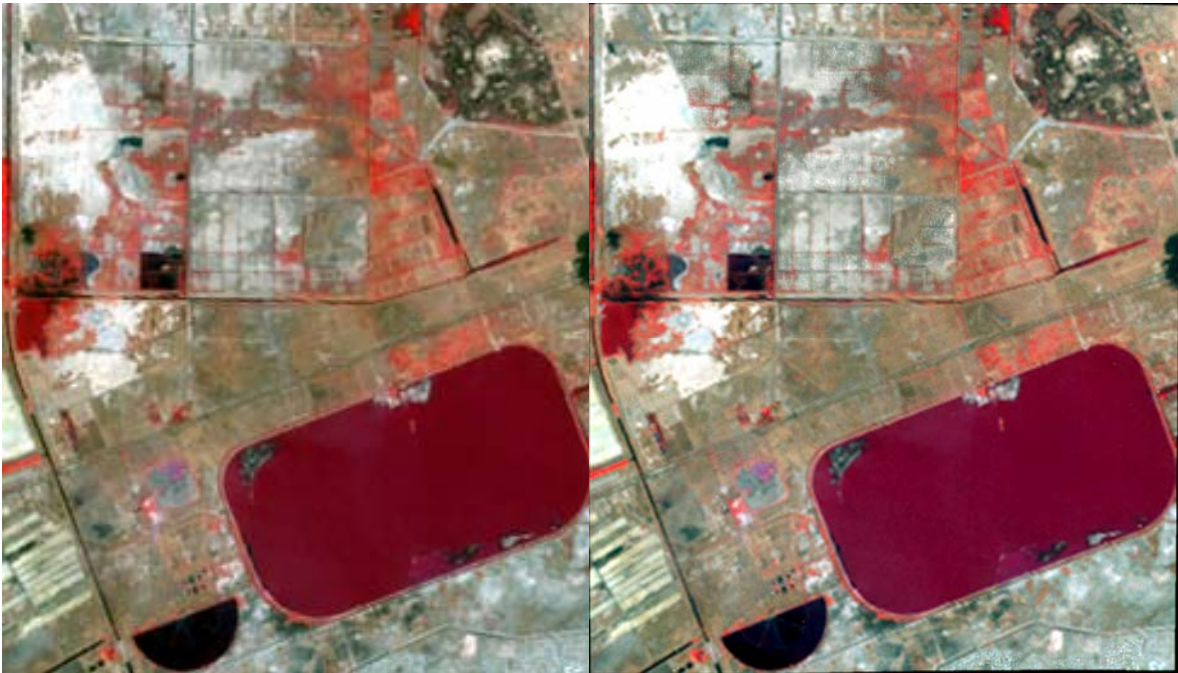
I) Se generan nuevas imágenes SAR igualando el histograma con cada banda multiespectral. II) Se aplica la TH rotada en las imágenes MS y SAR. III) El algoritmo de reducción de ruido se aplicó a las imágenes SAR con un 50% de probabilidad de reducir el ruido. IV) Se extraen los coeficientes TH con detalles espaciales en base a las reglas de fusión (sección 1.3). v) Se aplica al nuevo conjunto de coeficientes formado por ambas imágenes la transformada inversa.

En la figura 6.5. y 6.6 se muestra el resultado del proceso de fusión entre MS y SAR. De esta fusión visualmente no se aprecia alteración importante en la información espectral, esto se comprueba con el diagrama de dispersión que se muestra en la figura 6.7, aquí se graficó las bandas del IR y rojo obtenidas antes y después de fusionar, la gráfica de la imagen fusionada conserva el mismo perfil de la imagen sin fusionar.



a)

b)



c)

d)

Fig. 6.5 a) Original multispectral , b) Radarsat con ruido, c) Resultado de la fusión radar-multiespectral con el algoritmo fusión-reducción de ruido.

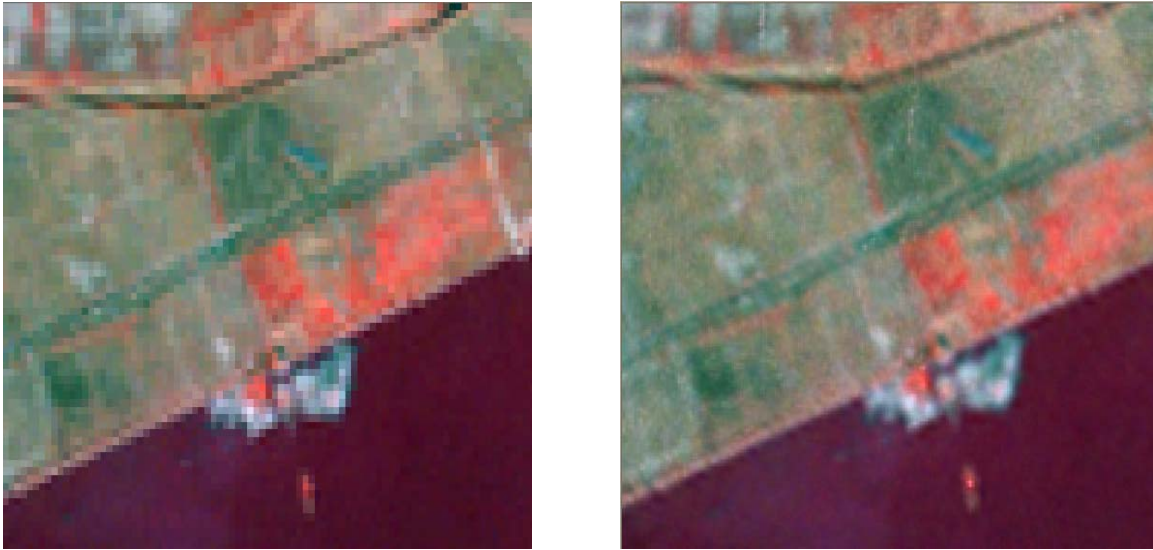


Fig. 6.6. Acercamiento de la imagen multispectral original y la imagen fusionada.

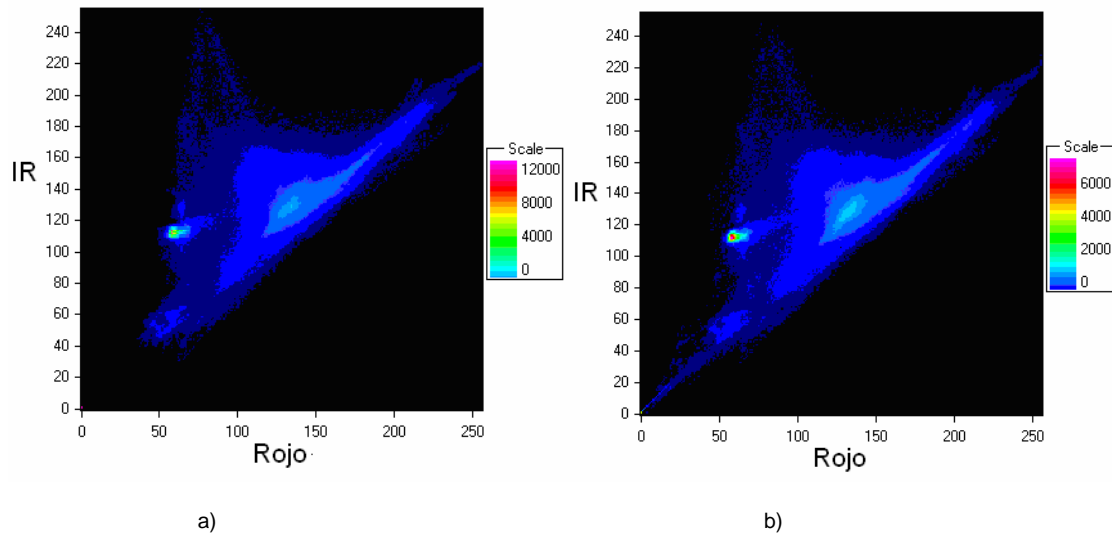


Fig. 6.7 a) Diagrama de dispersión IR y rojo MS original b) Diagrama de dispersión IR y rojo de la fusión de MS y SAR.

6.2 Discusión de resultados

El esquema de fusión–reducción de ruido es también un esquema que realiza ambas operaciones con ayuda de la TH, los resultados obtenidos muestran que ambas informaciones son complementarias.

Las imagen de radar contienen información de textura y en los casos que presentamos mayor resolución espacial, las imágenes ópticas contienen información espectral, los resultados muestran en las imágenes fusionadas información de textura, mayor detalle en bordes y líneas, así como información espectral.

El trabajar con un esquema de fusión que incluye reducción de ruido permite fusionar sólo los coeficientes de interés sin introducir ruido en las imágenes fusionadas multiespectrales esto se muestra al obtener mayor resolución espacial.

Se obtiene productos fusionadas de interés para interpretación de cobertura vegetal, suelos, geofísicas y así como características geomorfológicas.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

Se desarrollo un algoritmo nuevo de fusión de imágenes MS y P se ha proyectado y probado. En éste se emplea la transformada de Hermite. Los resultados han mostrado que es una herramienta eficiente para mejorar la calidad espacial y que conserva el contenido espectral.

La transformada de Hermite como algoritmo en fusión de imágenes, tiene como ventajas que, al ser rotada, se compacta su energía en algunos coeficientes y se adapta al contenido local de la imagen. Es posible realizar la reconstrucción de la señal de ambas imágenes con algunos coeficientes de máxima energía, se conserva el contenido espectral y se mejora la resolución espacial de las imágenes MS.

Se comparó el desempeño de TH contra PCA, gradiente piramidal y transformada Wavelet, el método propuesto con la TH mostró ser eficiente ante los demás métodos. Presentó resultados aceptables en el análisis de tipo estadístico ERGAS, análisis espacial e interpretación de la transformación Tasselep Cap, lo que implica que el método con la TH conserva las propiedades multispectrales de las bandas originales y genera un conjunto nuevo de MS con alta resolución.

Gracias a la herramienta de análisis basada en la TCT fue posible evaluar los diagramas de retrodispersión de brillo-verdor y de tercer componente, la representación gráfica mostró que algunos metodos de fusión como PCA no son

adecuados ya que modifican las líneas de suelo y vegetación, las cuales son de gran importancia para calcular variables biofísicas.

Debido a que existen pocos trabajos reportados de fusión con datos heterogéneos (imágenes de radar y ópticas) (Alparone L. *et al* 2004a), en esta tesis se plantea un esquema de fusión que incluye paralelamente la reducción de ruido; pues el principal problema del algoritmo de fusión-reducción de ruido, es eliminarlo. El ruido afecta el proceso de fusión; sin embargo, éste puede ser eliminado desde sus coeficientes de detalle, esto se realiza de manera óptima para poder conservar bordes y líneas. La combinación de un proceso direccional y el empleo de una máscara de energía logra estos resultados. La información de detalle de bordes y líneas sin ruido puede incorporarse a los datos MS.

Continuando con la línea de fusión queda por estudiar la transformada de Hermite no decimada, considerando que en la transformada Wavelet, los algoritmos no decimados presentan mejores resultados que los decimados.

Durante el desarrollo de este trabajo el algoritmo de fusión con la TH, fue probado con imágenes de sensores ópticos diferentes, con buenos resultados, sin embargo el caso de fusión con imágenes ópticas y de radar requiere profundizar cual es la relación entre la información espectral y de textura en la escena, así como es necesario desarrollar métodos de evaluación.

Para fines de la aplicación de mapeo de cobertura terrestre, es necesario determinar la calidad de los productos fusionados para estimar variables biofísicas (índice de vegetación, índice de área foliar y fracción de vegetación fotosintéticamente activa), línea de suelo y isolínea de vegetación

Las técnicas de fusión que se desarrollaron en este trabajo, pueden ser usadas en otras aplicaciones, como son: la medicina, la microscopía y visión computacional

BIBLIOGRAFIA

1. Alparone L., Baronti S., Garzelli A., Nencini F., "Landsat ETM+ and SAR Image fusion based on generalized Intensity Modulation," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 42, No. 12, pp.2832-2839, 2004a.
2. Alparone L., Baronti S., Garzelli A., Nencini F., "A Global Quality Measurement of Pan-sharpened Multispectral Imagery," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, Vol.1, No.4, pp.313-317, oct. 2004b.
3. Aiazzi B., Alparone L., Baronti S., and Garzelli A., "Context-driven fusion of high spatial and spectral resolution images based on oversampled multi-resolution analysis," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 40, No. 10, pp. 2300-2312, Oct. 2002.
4. Argeti F., Alparone L., "Filterbanks Design for Multisensor Data Fusion," *IEEE Signal Processing letters*, vol. 7, No. 5, pp. 100-103, May 2000.
5. Bevington, and Mersereau R., "Differential operator based edge and line detection," in *Proceedings ICASSP*, pp. 249-252, 1987.
6. Blanc, P., Blus, T., Ranchin, T., Wald, L. y Aloisi R., "Using iterated rational filter banks within ARSIS concept for producing 10m Landsat multi-spectral images," *Int. J. Remote Sensing*, Vol. 19, No. 12, pp.2331-2343, 1998.
7. Brisco, B., y Brown, R.J., "Multidate SAR/TM Synergism for Crop Classification in Western. Canada," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 61, No. 8, pp. 1009-1014, ago.1995.
8. Burt, P.J. y Adelson, E. H., "The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code," *IEEE Transactions on Communications*; Vol. COMM-31, No. 4, pp. 532-540 abr. 1983.
9. Burt, P. J., "The Pyramid as a Structure for Efficient Computation, in Multiresolution Image Processing and Analysis," A. Rosenfeld, Ed. Springer-Verlag, Nueva York, 1984.
10. Burt, P.J. y Koezynski, R.J., "Enhanced image capture through fusion," *Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision*. 173-182, 1993.
11. Bruzzone L., Prieto D.F. and Serpico S.B., "A neural statistical approach to multitemporal and multisensor and multisource remote sensing image classification," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 37, No. 3, pp.1350-1359,1999.
12. Canny J.F., "Finding edges and lines in images", MIT Artificial Intelligence Laboratory Technical Report, AI-TR-720, 1983.
13. Camarillo, M. y Varela A., "Restauración y segmentación de imágenes de hielo obtenidas mediante Radar de Apertura Sintética," Tesis de licenciatura en Ingeniería en computación, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. México, D.F., 1998.
14. Carper W. J., Lillesand T.M., and Kiefer R.W., "The use of Intensity-Hue-Saturation transform for merging SPOT panchromatic and multi-spectral image data," *Photogramm. Eng. Remote Sens.*, vol. 56, no. 4, pp.459-467, 1990.

15. Chavez P.S., "Digital merging of Landsat TM and digitized NHAP data for 1:24,000 scale image mapping," *Photogramm. Eng Remote Sens.*, Vol. 52, pp. 1637-1646, Oct. 1986.
16. Chavez P.S. and J. A. Bowell J. A., "Comparison of the spectral information content of Landsat thematic mapper and SPOT for three different sites in the Phoenix, Arizona region," *Photogramm. Eng. Remote Sens.*, Vol. 54, no. 12, pp.1699-1708, 1988.
17. Chavez, P. S., and Kwarteng A.Y., "Extracting Spectral Contrast in Landsat Thematic Mapper Image Data Using Selective Principal Component Analysis," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 55, No. 3, pp. 339-348, mar. 1989.
18. Chavez P.S., Sides S.C., and Anderson, J.A. "Comparison of three different methods to merge multi-resolution and multi-spectral data: Landsat TM and SPOT panchromatic," *Photogramm. Eng. Remote Sens.*, Vol. 57, no. 3, pp. 295-303, 1991.
19. Cohen W. B., Spies T. A. and Fiorella M., "Estimating the age and structure of forests in a multi-ownership landscape of western Oregon, USA," *International of Remote Sensing.*, Vol. 16, pp. 721-746, 1995.
20. Cohen W.B., Spies, T. A., Alig R.J. , Oetter, D.R., Maieringer, T. K., & Fiorella M. "Characterizing 23 years (1972-1995) of stand replacement disturbance in Western Oregon forests with Landsat imagery," *Ecosystems*, Vol. 5, pp. 122-137, 2002.
21. Costantini M., Farina A., Zirilli F., "The fusion of different resolution radar images: a new formalism," *Proc. IEEE, Spec. Issue Data Fusion*, Vol. 85, No. 1, pp-139-146, 1997.
22. Crist E.P., Cicone R.C., "A physically-based transformation of Thematic Mapper data-the --TM Tasselep Cap," *IEEE Trans. on Geosciences and Remote Sensing*, Vol. 22, No. 3, pp. 256-263, 1984a.
23. Crist E.P., Cicone R.C., "Application of the Tasseled Cap concept to simulated Thematic Mapper data," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 50, No.3, pp.343-352, 1984b.
24. Crist E.P., Kauth R. J., "The tasseled cap de-mystified," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol.52, No.1, pp. 81-86,1986.
25. Daubechies, I., "Orthonormal bases of compactly supported wavelts," *Commun. Pure Appl. Mathe.* 41, pp. 909-996, 1988.
26. Escalante-Ramírez, B & Lira-Chávez, "Performance-oriented analysis and evaluation of modern adaptive speckle reduction techniques in SAR images," *Visual Information Processing V. SPIE-2753*, 1996a.
27. Escalante-Rámirez B., Martens J. B., "Noise Reduction in Computerized Tomography Images by Means of Polynomial Transform", *Journal of visual Communication and Image Representation*, Vol. 3, No. 5, pp.272-285, may. 1996b.
28. Escalante-Rámirez B., López-Caloca A., "Image Fusion with the Hermite Transform," *IEEE Internacional Conference on Image Processing ICIP*, Paper ID: 2691, 2003a
29. Escalante-Rámirez B., López-Caloca A., Zambrano C., "Multiresolution fusion of remotely sensed images with the Hermite transform," *SPIE Paper ID: 5238-86. Vol. 5238. pp. 575-584. Image and Signal Processing for Remote Sensing IX*, 2003b.
30. Escalante-Ramírez B., López-Caloca A., "Multispectral and SAR image fusion with a multiresolution directional-oriented image transform based on Gaussian derivatives", *SPIE ERS2005, 12 th International Symposium Remote Sensing*, Vol. 5982, Bruges, Belgium 19-22 Sept. 2005a.
31. Escalante-Ramirez B., Silvan-Cardenas J.L., "Advanced modeling of visual information processing: A multiresolution directional-oriented image transform based

- on Gaussian derivatives,” *Signal Processing: Image Communication*, Vol. 20, pp. 801-812, 2005b.
32. Feingersh T., Gorte B.G. H., Van Leeuwen H.J.C., “Fusion of SAR and SPOT image data for crop mapping”, *Proc. of the Int. Geoscience & Remote Sensing Symposium, IGARSS*, pp. 873-875, 2001.
 33. Fleet D.J., and Jepson A.D., “Hierarchical construction of orientation and velocity selective filters”. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* Vol. 11(3): pp. 315-325, 1989.
 34. Franklin S. E, Lavigne M. B., Moskal L. M., Wulder M. B., & McCaffrey T. M. “ Interpretation of forest harvest conditions in New Brunswick using Landsat TM Enhanced Wetness Difference Imagery (EWDI),” *Canadian Journal of Remote Sensing*, Vol. 27, No. 2, pp. 118-128, 2001.
 35. Freeman W.T., Adelson E.H., “The design and use of steerable filters,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 13 (9), pp. 891–906, 1991.
 36. Frost, J.A., Stiles, K.S., Shanmugan, & Holtzman, J.C. “A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise, “ *IEEE. Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 4, No. 2, pp.157-166, 1982
 37. Garguet-Duport, B., Girel, J., Chasseny, J.M. and Pautou, G., “The use of multiresolution analysis and wavelets transform for merging SPOT panchromatic and multispectral image data, “ *Photogrametric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 62, pp.1057-1066, 1996.
 38. Gillespie A.R., Kahle A.B., and Walker R. E., “Color enhancement of highly correlated images-II. Channel ratio and ‘chromaticity’ transformation techniques”, *Remote Sens. Environ.*, vol.22, pp. 343-365, 1987.
 39. González-Audícana M., Saleta J.L., García C. R. and García R., “Fusion of Multispectral and Panchromatic Images Using Improved IHS and PCA mergers based on Wavelet Decomposition, “ *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42. No. 6, pp. 1291-1299, June 2004.
 40. González-Audícana M., Otazu X., Fors O. and Seco A., “Comparison between Mallat’s and the ‘à trous’ discrete wavelet transform based algorithms for the fusion of multispectral and panchromatic images,” *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 26, No.3, February, pp. 595-614, 2005.
 41. Hashimoto M. And Sklansky J., “Multiple-order derivatives for detecting local image characteristics, “ *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol. 39. pp. 28-55, 1987.
 42. Healey S., Cohen W. B., Zhiqiang Y., Krankina O. N. “Comparison of Tasselep Cap-based Landsat data structures for use in forest disturbance detection,” *Remote Sensing of Environment*, vol. 97, pp. 301-310, 2005.
 43. Holschneider M. Kronland-Martinet R., Morlet J. and Tchamitchian P., “Chapter a real-time algorithm for signal analysis with the help of wavelet transform,” in *Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, pp. 289-297, 1989.
 44. Huang C., Wylie B., Yang L., Homer C. and Zylstra G., “Derivation of a tasseled cap transform. Based on Landsat 7 at satellite reflectance,” Raytheon ITSS, USGS EROS Data Center. Sioux Falls, SD 57198, USA
www.nr.usu.edu/~regap/download/documents/t-cap/usgs-tcap.pdf
 45. Koenderink J. J. “The structure of images,” *Biological Cybernetics*, Vol. 50, No. 5, pp. 363-370, 1984.

46. Koenderink J.J. and Van Doorn A. J., "Receptive field families", *Biological Cybernetics*, Vol. 63, pp.291-297, 1990.
47. Koenderink, J. J. and Van Doorn A. J.; "Generic neighborhood operators", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 14, pp. 597-605, 1992.
48. Kuan, D.T., Sawchuck, A. A., Strand, T. C. & Chavel, P., "Adaptive restoration of images with speckle", *IEEE Trans. ASSP*, Vol. 35, No. 3, pp. 373-383, mar. 1987.
49. Lee, J. S., Jurkevich, I., Dewaele, P., Wambacq, P. & Oosterlink, A., "Speckle Filtering of Synthetic Aperture radar Images: A Review", *Remote Sensing Reviews*, Vol. 8, pp. 313-340, 1994.
50. Leckie, D. G., "Synergism of Synthetic Aperture Radar and Visible/Infrared Data for Forest Type Discrimination", *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol 56, No. 9, pp.1237-1246, 1990.
51. Li, H., Manjunath, B. S. & Mitra, S. K., "Multisensor image fusion using the wavelets transform," *Graphical Models and Image Processing*, Vol. 57, No 3, pp. 235-245, 1995.
52. Liu J. G., and Moore J.M. "Smoothing filter-based intensity modulation: A spectral preserve image fusion technique for improving spatial details", *Int. J. Remote Sens.*, vol. 21, no. 18, pp. 3461-3472, 2000.
53. Lindeberg, Scale-Scale Theory in Computer Vision, Kluwer Academic, Boston, Mass, USA, 1994.
54. Lopes, A. y Touzi, R., "Adaptive Speckle Filters and Scene Heterogeneity", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 28, No. 6, pp. 992-1000, nov. 1990.
55. López-Caloca A. A., Franz Mora, Escalante-Ramírez B., "Mapping and characterization of urban 'green' areas in Mexico City," *SPIE 10 th International Symposium Remote Sensing*, Vol. 5239, pp. 522-531, Barcelona, España, Sept 2003a.
56. López-Caloca, A., "Fusión de imágenes satelitales de la ciudad de México mediante métodos multirresolución", UNAM., Tesis de maestría, 2003b.
57. Makram-Ebeid S. and Mory B. "Scale-space image analysis based on Hermite polynomials theory," in Proceedings of 4th International Conference on Scale Space Methods in Computer Vision (Scale-Sáce '03), L. D. Griffin and M. Lillholm, Eds., vol. 2695 of Lecture Notes in Computer Science, pp.57-71, Springer, Isle of Skye, UK, June 2003.
58. Mallat, S. G., "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelets Representation", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, jul. 1989.
59. Martens J. B., "The Hermite Transform –Theory," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal processing*, vol. 38, No. 9, pp. 1595-1606, sep. 1990a.
60. Martens J. B., "The Hermite Transform –Aplications," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 38, No. 9, pp. 1607-1618, sep. 1990b.
61. Martens J. B., "Local orientation analysis in images by means of the hermite transform," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, No. 8, pp. 1103-1116, 1997.
62. Martens J. B. "The Hermite Transform: A Survey," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Vol. 2006, Article ID 26145, pp.1-20, 2006.
63. Michaelis M., Sommer G., "A lie group-approach to steerable filters", *Pattern Recognition Letters*, Vol. 16 (11), pp. 1165–1174, 1995.

64. Núñez, J., Otazu, X., Fors, O., Prades, A. & Arbiol, R., "Multiresolution-Based Image Fusion with Additive Wavelet Decomposition," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 37, No. 3, pp.1204-1211, may. 1999.
65. Pohl, C., & Van Genderen, J. L., "Multisensor image fusion in remote sensing: concepts, methods and applications," *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 19, No. 5, pp. 823-854, 1998.
66. Ranchin, T., Wald, L. & Mangonili, M., "Efficient data fusion using wavelet transform: The case of SPOT satellite images," *in Proc. SPIE*, Vol. 2034, 8, pp. 171-178, 1993.
67. Ranchin T. Wald, L., "Fusion of high spatial and spectral resolution images: the ARSIS concept and its implementation," *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 66, pp. 49-61, 2000.
68. Richards, J. A., "Thematic mapping from multitemporal image data using the principal component transformation," *Remote Sensing of Environment*, 16, pp. 35-46, 1984.
69. Rivero-Moreno., Thèse de docteur "Contribution à la caractérisation des images par transformée polynomiale : Application à l'indexation des images et des vidéos," L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, École Doctorale Informatique et Information pour la Société, 2005.
70. Rockinger, O., "Image sequence fusion using a shift invariant wavelets transform," *in: Proc. IEEE Intl. Conference on Image Processing*, pp. 288-291, 1997.
71. Serpico S.B., Roli F., "Classification of multisensor remote sensing images by structural neural networks," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, Vol. 33, No. 3, pp. 562-578, 1995.
72. Shensa M.J., "The discrete wavelet transform: Wedding the à trous and Mallat algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 40, pp. 2464-2482, Oct.1992.
73. Shettigara, V. K., "A Generalized Component Substitution Technique for Spatial Enhancement of Multispectral Images Using a Higher Resolution Data Set," *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 58, No. 5, pp. 561-567, 1992.
74. Shi Z. & Fung, Ko. B., "A comparison of Digital Speckle Filters," *Proceedings of IGRASS 94*, pp. 8-12, ago. 1994.
75. Silván-Cárdenas J. L., Escalante-Ramírez B., "The multiscale hermite transform for local orientation analysis", *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 15, No. 5, pp.1236-1253, 2006.
76. Simone, G., Farina, A., Morabito, F. C., Serpico, S. B, & Bruzzone, L., "Image fusion techniques for remote sensing applications," *Information Fusion*, Vol. 3, pp. 3-15, 2002
77. Soldberg, A. H., "Multisource Classification of Remotely Sensed Data: Fusion of Landsat TM and SAR Images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol.32 No.4, pp. 768-776, jul. 1994.
78. Starck J.L., and Murtabh R., "Image restoration with noise suppression using wavelet transform," *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 288, pp. 342-348, 1994.
79. Theodore, R. M., "Multiresolution Image Fusion of Thematic Mapper Imagery with Synthetic aperture radar imagery," Tesis de maestría, Utah State University, 1999.
80. Torre V., and Poggio T., "On edge detection," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 8, pp. 147-163, 1986.
81. Tu T.M., Su S.C. Shyu H.C. and Huang P.S., "A New look at IHS-like image fusion methods," *Inf. Fusion*, vol. 2, no. 3, pp. 177-186, 2001.
82. Unser, M., "Texture classification and segmentation using Wavelet frames," *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 4 No. 11, pp. 1549-1560,1995.
83. Van Dijk A.M., Martens J.B, "Image representation and compression with steered Hermite transform," *Signal Processing*, Vol. 56, pp. 1-16, 1997.

84. Vetterli, M. and Kovacevic, J., "Wavelet and Subband Coding," (Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall), 1995
85. Wald, L., Ranchin, T. & Mangolini, M., "Fusion of Satellite Images of Different Spatial Resolutions: Assessing the Quality of Resulting Images," *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 63, No. 6, pp. 691-699, 1997.
86. Wald, L., "Data fusion definitions and architectures, fusion of images of different spatial resolutions," Les Presses de l'École des Mines, Paris, 2002.
87. Wang Z., and Bovick C., "A Universal image quality index," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 9, pp. 81-84, Mar. 2002.
88. Witkin a., "Scale-space filtering: A new approach to multiscale description," *Image Understand*, Vol. 3, pp.79-95, 1984.
89. Yocky, D. A., "Image merging and data fusion by means of the two dimensional wavelet transform," *Journal of the Optical Society of America, Part A*, Vol. 12, No. 9, 1834-1841, 1995.
90. Yocky, D. A., "Multiresolution Wavelets Decomposition Image Merger of Landsat Thematic Mapper and Spot panchromatic Data," *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 62. No. 9, sep. 1067-1074, sep. 1996.
91. Young R. A., "The Gaussian derivative theory of spatial vision: Analysis of cortical cell receptive field line-weighting profiles," Technical Report GMR-4920, *General Motors Res. Labs., Computer Science Dept., Warren MI 48090*, 1985.
92. Young R. A. "Oh say, can you see?," *The physiology of vision, in Human Vision, Visual Processing, and Digital Display II*, Vol. 1453 in Proc. SPIE, pp. 92-123, 1991.
93. Young, R. A., Lesperance, R.M., Meyer, W. W, "The Gaussian Model for Spatial-Temporal Vision:I. Cortical Model", *Spatial Vision*, Vol. 14, No. 3,4, pp.261-319, 2001.
94. Zhou, J., Civco, D.L. and Silander, J.A., "A wavelet transform method to merge Landsat TM and SPOT panchromatic data," *International Journal of Remote Sensing*, 19, pp.743-757, 1998.
95. Zhijun W., Ziou D., Armenakis C., Li D., and Li Q., "A Comparative Analysis of Image Fusion Methods," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 6,pp. 1391-1402, June. 2005.