UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE TEMAS DE ARITMÉTICA EN EL COLEGIO DE BACHILLERES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

M A T E M Á T I C A

P R E S E N T A:

MARÍA MAGDALENA HERNÁNDEZ RUBIO

TUTORA: Mat. Julieta del Carmen Verdugo Díaz.

FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

2006

FACULTAD DE CIENCIAS

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

División de Estudios Profesionales

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e .

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

"Estrategia Didáctica para la Enseñanza de Temas de Aritmética en el Colegio de Bachilleres"

realizado por **Hernández Rubio María Magdalena,** con número de cuenta **08254394-5,** quien opta por titularse en la opción de **Tesis** de la licenciatura en **Matemáticas**. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Tutor(a) Propietario	Mat.	Julieta del Carmen Verdugo Díaz	
Propietario	M. en C.	Francisco Struck Chávez	
Propietario	M. en C.	María del Pilar Adela Martínez Téllez	Pilar Martínez
Suplente	Mat.	Guadalupe Xóchitl Chávez Pérez	~~Guadalupe~~ Xóchitl Ch.
Suplente	Mat.	Nora Judith Rodríguez Martínez	

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Ciudad Universitaria, D.F., a 31 de octubre del 2006.
EL COORDINADOR DEL COMITÉ DE TITULACIÓN
DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

M. EN C. AGUSTÍN ONTIVEROS PINEDA

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo.

Dedico este trabajo :

A mi esposo Angel Díaz Díaz , por su gran amor, por su paciencia y apoyo incondicional, así como por sus conocimientos compartidos en la elaboración de esta tesis.

A mi hijo Daniel Díaz Hernández, por su gran cariño, por su ternura, comprensión y dulce compañía.

A mi estrellita fugaz.

A mi papá, a quien recuerdo todos los días de mi vida como a mi mejor maestro.

A mi mamá, por su dedicación para que llegara a ser una profesionista.

Gracias :

A mi directora de tesis, Mat. Julieta del Carmen Verdugo Díaz, por su gran calidad humana, por su infinita paciencia en la revisión, dirección y atención de todos los detalles para la realización de esta tesis.

A Paco, Pilar, Xóchitl y Nora por aceptar ser mis sinodales y su disposición para leer el trabajo.

A Beatriz Díaz Díaz, por su apoyo para mejorar la estructura del formato de los planes de clase.

A Aramís Pérez González y a José Luis Gutiérrez López, por su apoyo técnico en la instalación y manejo de paquetería necesaria.

A María Sabina Montero y López Lena, Sandra López Rodríguez, Gerardo Villegas Vázquez, por su disposición a escucharme y a orientarme en momentos difíciles, así como por sus sugerencias para lograr titularme.

A mis alumnos, porque de ellos también aprendo, no sólo matemáticas, sino a ser un mejor ser humano.

INDICE Pág.

INTRODUCCIÓN

Con la presente tesis propongo una Estrategia de Intervención Pedagógica (EIP) para enseñar temas de la Unidad I titulada *Aritmética: Una introducción al álgebra* correspondiente al programa actualizado de la asignatura de Matemáticas I impartida en el Colegio de Bachilleres.

Esta estrategia de intervención pedagógica es resultado de una serie de ajustes a otra estrategia que elaboré participando en el proyecto *Laboratorio para la elaboración, aplicación y evaluación de estrategias de intervención pedagógica de matemáticas I*, implementado por el Colegio de Bachilleres en el año de 1997.

En particular esta EIP para la unidad I la diseñé considerando el marco conceptual y la práctica educativa del modelo educativo del Colegio de Bachilleres, descritos en el capítulo I de la presente, así como el programa de la asignatura.

En el capítulo II hago una breve descripción de algunos aspectos de las teorías del aprendizaje que se han considerado para la orientación de la práctica educativa en el Colegio.

En el capítulo III describo la estructura de la EIP con la finalidad de que logren un mejor manejo de ella los maestros que la lean y la deseen aplicar. La estructura de la EIP está constituída por dos apartados que son: *el marco contextual y los planes de clase*, cada uno con sus propios elementos.

En el capítulo IV hago una presentación de la Estrategia de Intervención Pedagógica en donde desarrollo los elementos del marco contextual y desarrollo los planes de clase, estos últimos son básicamente la parte operativa de la EIP, es decir, la parte que se aplica en el aula.

CAPITULO I

MODELO EDUCATIVO DEL COLEGIO DE BACHILLERES

Como ya mencioné anteriormente, la presente tesis consiste en una Estrategia de Intervención Pedagógica para enseñar temas correspondientes a la *Unidad I: Aritmética: Una introducción al álgebra*, del programa actualizado de la asignatura de Matemáticas I impartido en el Colegio de Bachilleres, dicha estrategia está basada en el marco conceptual y en la práctica educativa del modelo educativo del Colegio de Bachilleres.

El Modelo Educativo del Colegio de Bachilleres es un documento que consiste en un conjunto de normas, valores, concepciones teóricas y metodológicas que definen su estructura curricular y dan identidad y dirección a su práctica educativa.

Dicho documento consta de seis capítulos. El primero, sintetiza los antecedentes que dieron origen a la creación del Colegio de Bachilleres. En el segundo, se analiza el marco normativo en el que se inserta la institución y del cual se deriva el tercer capítulo, éste presenta el marco conceptual del modelo. En el cuarto capítulo se plantean orientaciones para la práctica educativa. En el quinto capítulo se señalan criterios para la actividad académica y se describen tanto el perfil que se espera obtener del egresado como las características deseables del personal académico. Finalmente el sexto capítulo presenta la estructura curricular del Colegio de Bachilleres.

A continuación, sólo describiré algunas ideas de los capítulos tercero y cuarto, concernientes al marco conceptual y a la práctica educativa del Modelo Educativo del Colegio de Bachilleres, y que están relacionadas con la elaboración de la presente tesis.

1.1 MARCO CONCEPTUAL

1.1.1 ORIENTACION FILOSOFICA

De acuerdo con el Artículo Tercero Constitucional, la educación tiene como propósito facilitar el desarrollo integral del hombre, en su devenir como ser individual y como ser social, como producto y productor de la cultura. Asimismo la educación en México tiene una función política, puesto que es concebida como imprescindible para el logro de la democracia, como sistema político y como forma de vida.

Es por ello que se requiere asumir el compromiso educativo desde una posición que fundamente una política académica y dé sentido a las acciones emprendidas por el Colegio. En este sentido, la reflexión sobre las diversas concepciones educativas y las formas actuales de enseñanza plantean la necesidad de revisar y explicitar los valores que la sustentan, sus propósitos últimos y las nociones de aprendizaje y enseñanza que subyacen a las prácticas actuales.

Bajo estas consideraciones, se plantea el sustento filosófico del Colegio de Bachilleres desde tres perspectivas:

1) Los fines

La misión del Colegio de Bachilleres es ofrecer una opción educativa en el Nivel Medio Superior tendiente a propiciar la construcción y el desarrollo de conocimientos, valores, interés y formas de relación del estudiante, que se manifieste en un egresado de excelencia tanto en su configuración personal como en su potencial ingreso a la Educación Superior.

2) La axiología

El Colegio de Bachilleres plantea el desarrollo y la consolidación de los valores humanos, algunos de ellos son:

*) Aprecio a la vida y a la dignidad de las personas, así como a la integridad y estabilidad de sí mismo y de la familia.

*) Aprecio y defensa de la libertad y la democracia, de la libre expresión de las ideas y de la igualdad de oportunidades en lo político, económico y social.

*) Responsabilidad y compromiso en el aprovechamiento, la conservación y el desarrollo del medio natural.

3) La epistemología

La educación considera al sujeto individual y social como constructor de su conocimiento.

La construcción del conocimiento se plantea como una forma de integrar el conocimiento en interacción con los objetos. La integración es la conjunción de diferentes perspectivas en torno a un objeto de conocimiento,que se da a través de:

*) La aplicación de los aportes de diversas disciplinas en la explicación de un objeto.
*) La contextualización de las necesidades e intereses de los sujetos, tanto individuales como comunitarios, dentro del conjunto de condiciones sociales e históricas en el que se desenvuelven.
*) La construcción de conocimientos nuevos y estrategias de pensamientos más complejas en la que se subsumen e integren conocimientos y estrategias más elementales.

1.1.2 EDUCACION, CULTURA Y CONOCIMIENTO

La realización del hombre, entendida ésta como el desarrollo de sus potencialidades, la definición de su personalidad y la participación activa en su adaptación o modificación a su contexto, es un proceso que se cumple a lo largo de toda su existencia. Por ende la educación acompaña al hombre en todas las etapas de la vida.

Entendida así, la educación es un proceso continuo cuyas intenciones específicas se definen en el caso de la educación formal, de acuerdo al nivel que le corresponde en la organización del sistema educativo nacional. Cabe distinguir del proceso educativo en general, la intencionalidad del nivel medio superior: "generar en el educando el desarrollo de una primera síntesis personal y social que le permita su acceso a la educación superior, a la vez que le de una comprensión de su sociedad y de su tiempo..." .

El nivel medio superior atiende principalmente a adolescentes, población que en general, se caracteriza por la búsqueda y la afirmación de su individualidad y por la construcción de juicios personales; que tiene la preocupación por comprender la realidad en que se desarrolla y explicársela según su horizonte cultural y que enfrenta con incertidumbre su futuro desempeño familiar, social y profesional.

El sentido de la tarea educativa en este nivel, es contribuir a la formación de un adolescente con una capacidad de análisis que le permita la emisión de juicios críticos; con una cultura que favorezca una mejor interpretación de la realidad, distinguiendo aquellos elementos que requieren una transformación, a partir de la reflexión sobre su entorno y su actuar cotidiano; con la posibilidad de reconocer sus potencialidades y limitaciones y con conciencia de la responsabilidad que tiene para sí mismo y para con la sociedad. Lo que distingue, entonces, a la educación media superior del sistema educativo en su totalidad, es la formación del adolescente a partir de la integración de los diferentes saberes que le faciliten una intervención más activa en la sociedad. Esto es, de aquellos saberes que están referidos a un conocimiento científico, tecnológico y humanístico, de los que tienen un valor ocupacional o económico y de aquéllos que promueven la creación y recreación como una forma de reconocimiento y comunicación, tendiendo a un equilibrio entre el saber intelectual, el ético y el afectivo.

Para acentuar y consolidar su integración a una vida social -de la cual ya es parte- la formación del estudiante de este nivel, exige el dominio de la información, el desarrollo de una capacidad discursiva reflexiva y crítica, la preparación para la vida social y productiva, el uso de la creatividad para resolver los problemas que plantea la cotidianidad y la exploración vocacional que le ayude a distinguir la forma de vida que desea, finalidades cuyo logro es tarea específica de la enseñanza media superior.

En este orden se debe reconocer a la cultura como un concepto que no es neutral, sino que define y da dirección a la tarea educativa; este hecho implica analizar la práctica educativa y su papel en la formación del adolescente; implica también, asumir con seriedad las formas del lenguaje, las formas del razonamiento y la historia como elementos que dan al estudiante y a sus formadores una voz activa en la definición del mundo.

La cultura tiene pues un papel fundamental en la intencionalidad educativa y un papel nuclear en la estructura curricular. La definición de "cultura básica del bachillerato" se puede formar entre un concepto de cultura restringido, que la ve como un producto modelado en el saber científico y matizado por las actitudes y los valores del deber ser; y un concepto más amplio que la ve como un ente dinámico, que se genera en el saber colectivo y se manifiesta en una realidad compleja que puede y debe ser analizada, interpretada e incorporada.

Generalmente se identifica a la cultura con sus manifestaciones -conductas, conocimientos, producciones científicas, artísticas, materiales, procesos sociales, mitos e ideologías -sin embargo, si se concibe a la cultura más allá de estas manifestaciones "concretas" y de lo que permite identificarlas y encontrar un sentido a cada una de ellas, entonces se le puede definir como el universo de estructuras de significaciones socialmente establecidas, que son interpretables y que en gran medida condicionan nuestras formas de razonamiento, de afectividad y conducta. Así la cultura es más que un cuerpo de conocimientos a transmitir, es también el conjunto de significaciones que se les atribuye, el producto de las interacciones del hombre con los objetos o de los sujetos entre sí y el producto de los significados lingüísticos y metalingüísticos que esta interacción produce, en la modificación de estructuras individuales y sociales.

En este sentido, tanto el conocimiento como la interpretación de la realidad son fundamentales para la constitución del sujeto. La relación entre el conocimiento y cultura es entonces de permanente interacción, síntesis y construcción de naturaleza histórico-social que se da a través de procesos que se articulan psicológica e ideológicamente en el sujeto individual y social.

Desde el punto de vista de lo individual, el conocimiento se construye a través de la interacción entre el sujeto y el objeto de conocimiento, en la que uno y otro se influyen y se modifican mutuamente por una acción intermediaria entre ambos.

Desde el punto de vista de lo social, la construcción del conocimiento responde, por una parte a las tendencias en diferentes campos de conocimiento, que estimulan o rechazan determinados temas como dignos de explorarse; y por otra parte, a la forma en que la concepción dominante del mundo determina cuales son las preguntas a responder y las respuestas que es posible aceptar.

La cultura considerada como básica en el bachillerato, comprende todos aquellos contenidos educativos que motiven, permitan, impulsen y generen la interpretación de la realidad que vive el estudiante, considerando su grado de desarrollo y el contexto social en el que se desenvuelve.

Trasladar estas ideas a la estructura curricular, requiere conceptualizar y articular los conocimientos, valores, habilidades y actitudes que el estudiante debe aprender de la ciencia y la tecnología, de las humanidades y de las artes, considerando que lo básico no radica en los contenidos en sí, sino en la posibilidad de interpretación y aplicación que estos generen, donde la experiencia y el ámbito social son considerados elementos sustanciales y contextualizadores de las acciones para que el individuo construya su conocimiento.

La construción del conocimiento se refiere pues, a la permanente búsqueda de una explicación de la realidad, siempre como una aproximación, que permita al estudiante confrontar o entender las relaciones entre diferentes elementos, incluyéndose a sí mismo. Es decir el estudiante está considerado como un sujeto epistémico en el proceso educativo.

1.1.3 APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA

El planteamiento y desarrollo de la práctica educativa requiere, entre otros elementos importantes, considerar al fenómeno educativo en toda su complejidad y partir de una concepción de aprendizaje y una de enseñanza que permita orientarla en atención al logro de las finalidades del Colegio.

En relación al aprendizaje, la psicología -desde las diferentes posturas teóricas que alberga- ha generado distintos paradigmas, entre ellos el cognitivo, el constructivista y el sociocultural son los que más aportaciones tienen hacia la educación; no obstante, ninguno de ellos constituye por sí solo un modelo teórico que pueda explicar el proceso de aprendizaje y enseñanza en toda su complejidad y que, a su vez, de origen a una propuesta pedagógica integral.

Por estas razones, se han considerado para la orientación de la práctica educativa en el Colegio, algunos aspectos de las posiciones teóricas más relevantes que en la actualidad comprenden dichos paradigmas; estas son las teorías de Piaget, Vigotsky, Ausubel y la teoría del Procesamiento Humano de Información (PHI) que si bien surgen en momentos diferenciados y con sesgos particulares, presentan una serie de principios comunes, respecto a los procesos cognitivos, que en este modelo se retoman con el propósito de lograr una visión más completa sobre los diferentes aspectos que convergen en el acto educativo.

Bajo los planteamientos de las teorías del aprendizaje mencionadas anteriormente, el Colegio ha concebido al aprendizaje como producto del proceso de construcción del conocimiento y a la enseñanza como un conjunto de acciones gestoras y facilitadoras del aprendizaje. Esto significa rebasar el concepto tradicional y estereotipado de instrucción, en donde sólo se expone al sujeto a conocimientos "dados" y manejar un concepto de enseñanza que propicie la interacción del sujeto con el objeto de conocimiento, el interés por habilidades intelectuales, la solución de problemas y la toma de decisiones de los estudiantes; así como el reconocimiento del ámbito social como medio de determinaciones, significaciones y transformación por la acción educativa.

De esta manera, la enseñanza está orientada al reconocimiento de los aprendizajes previos, de las habilidades cognitivas y de la configuración individual y social de los sujetos que intervienen; asimismo se articulará y resignificará en la obtención de productos cualitativamente distintos a la simple adición del nuevo aprendizaje al previo ya que, el estudiante no aprende lo enseñado en su literalidad, sino que lo dota de un significado único y diferente, acorde a la cultura y determinado por las características individuales e irrepetibles del sujeto que aprende.

1.2 PRACTICA EDUCATIVA

A partir de la concepción de aprendizaje y enseñanza explicitada, el Colegio de Bachilleres pretende una práctica educativa que genere en el estudiante el interés y la necesidad de construir el conocimiento.

En este marco, se concibe la práctica educativa como un espacio donde el estudiante tiene la oportunidad de participar activamente en la construcción de su conocimiento y el docente tiene la función de orientar y coordinar el proceso.

En este orden, los protagonistas de la práctica educativa - estudiantes y docentes- requieren estar concientes de los propósitos que buscan.

La construcción del conocimiento exige trascender los saberes y estructuras de pensamiento previos e integrarlos en otros más complejos, una forma de lograrlo es a través de la desestructuración- estructuración del conocimiento. Para su instrumentación, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se propone una metodología basada en cinco componentes:

1) Problematización
2) Manejo de los métodos
3) Incorporación de la información
4) Aplicación
5) Consolidación

En este proceso la retroalimentación está vinculada directamente con la evaluación del aprendizaje, y juega un papel preponderante, ya que al detectar los progresos, los aciertos y las deficiencias, permite orientar el proceso de construcción del conocimiento. Para ello es idóneo un clima de respeto mutuo, en el que estudiantes y docentes puedan desplegar sus opiniones, saberes y habilidades de manera franca y espontánea y en el que, inclusive, puedan aprender de sus equivocaciones sin que esto tenga un costo en su rendimiento escolar o en la autoimagen personal. De esta manera, la evaluación del aprendizaje se convierte en campo privilegiado para la generación de actitudes y para la retroalimentación de los protagonistas centrales del proceso. Esto significa tener una concepción de práctica educativa en la que el docente y el estudiante, son corresponsables en el proceso de construcción del conocimiento.

1.2.1 EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE

En la presentación que se hace de los componentes, del proceso de enseñanza y de aprendizaje, se delimitan uno de otro a fin de distinguirlos y facilitar su comprensión y aplicación, sin embargo, es preciso que en la planeación del proceso de enseñanza, estos sean considerados como elementos interactuantes en un mismo proceso. Es conveniente señalar que se debe evitar la interpretación determinista o mecánica de los componentes en tanto que constituyen una estructura dinámica, compleja, continua y evolutiva.

1) Problematización

En la construcción del conocimiento es escencial la desestructuración de los esquemas cognitivos del estudiante, misma que puede iniciarse con una problematización que desencadene el proceso. Concretamente, ésta se da cuando el estudiante no puede resolver una situación desde sus propias estructuras de conocimiento y se convierte en un problema para él, es decir, cuando provocamos de manera dirigida un desequilibrio entre sus saberes, habilidades, actividades y valores, y los propuestos curricularmente; a partir de ello, el estudiante podrá reconocer que sus conocimientos son insuficientes para dar solución al problema y continuará con el proceso de estructuración.

Con el fin de que el estudiante sea motivado en la construcción de su conocimiento y logre el aprendizaje propuesto, el docente al plantear la situación-problema debe considerar dos dimensiones importantes y buscar su interrelación: por una parte, los contenidos curriculares, a partir de los cuales el estudiante puede cuestionar su conocimiento previo y por otra parte, la especificidad individual del estudiante, es decir, su esquema de referencia inmediato que incluye sus saberes y haceres, sus espectativas e inquietudes, sus intereses y necesidades, y su especificidad social más amplia en la que está inmerso. Ambas dimensiones no son excluyentes sino complementarias, y necesarias para dar una significación al estudiante.

Para el logro de la desestructuración, es entonces recomendable que el docente plantee una situación problemática como generadora del conflicto cognitivo en la que el estudiante confronte sus conocimientos previos con la situación a la que ha sido expuesto, a partir de ello, podrá reconocer que estos son insuficientes para desarrollar la explicación o solución requerida y continuar con el proceso de estructuración.

2) Manejo de los métodos

La posibilidad de estructuración está relacionada con las acciones que propicie el docente para facilitar la interacción del estudiante con el objeto, mismas que deben darse a través de *los métodos*. En este sentido, los métodos no se reducen al seguimiento puntual de una sucesión de pasos para obtener un producto, sino que enfatizan la aplicación de conceptos y reglas, y la utilización de *instrumentos* para la organización del pensamiento. El conocimiento y manejo de los métodos debe permitir al estudiante la construcción de esquemas de interpretación y transformación de la realidad que trasciendan la utilidad inmediata y puedan seguir siendo usados y referidos al resto de su vida escolar, laboral y personal. Asimismo, debe propiciar en el estudiante el reconocimiento de las formas específicas de acercamiento, manipulación, asimilación, reacomodo y construcción de un objeto de conocimiento. Se insiste, entonces, en considerar a los métodos como un medio y no como un fin; es decir, no como algo que debe ser conocido en sí y por sí, como un saber desvinculado de otros, sino como una herramienta útil en el proceso de cconstrucción del conocimiento, que ha de articularse con las técnicas que usa el estudiante para aprender.

3) Incorporación de la información

En este proceso es necesario que el estudiante *busque e incorpore* -con la guía del profesor- aquella información que le permita construir el conocimiento sobre un contenido curricular definido, manejado a través de la situación o problema planteado inicialmente. Esta información deberá permitirle encontrar los conceptos y principios que engloban y explican dicha situación o problema, de manera que los incorpore a su estructura cognoscitiva.

Al dar respuesta a una situación determinada, se evitará que el estudiante memorice acríticamente el conocimiento nuevo y que lo vea como algo aislado o ajeno de la realidad.

En esta componente, el docente orientará la búsqueda de información pertinente, también considerará que él mismo representa la fuente de información más próxima para el estudiante. Por estas razones, el docente necesita estar consciente del tipo de apoyo que debe brindar al alumno para la construcción de su conocimiento.

4) Aplicación

Una vez que el estudiante ha estructurado conocimientos nuevos para él, deberá verificar si son correctos y suficientes mediante su aplicación en la resolución de problemas semejantes a los que le permitieron estructurar su conocimiento o a problemas con un mayor nivel de complejidad pero relacionados con el contenido curricular manejado a través del problema planteado inicialmente.

Así el estudiante está en posibilidad de manifestar sus conocimientos con respecto a un conjunto de saberes previamente determinados, correspondientes a disciplinas cuyo estado actual es producto de una larga historia de producción de conocimientos. Esto es una exigencia social que se define en el curriculum de cada institución educativa.

En el espacio social-escolar, el estudiante ha de asumir dichos conocimientos como un producto propio, generado a través de actividades coordinadas en interacción con el objeto y otros sujetos. Esto producirá que el estudiante sea consciente de que está aprendiendo y se asumirá como un sujeto cognoscente.

En este nivel de aplicación, la relación del estudiante con su medio es fundamental ya que requiere reformular el grado de utilidad de lo aprendido en relación a las explicaciones y aplicaciones previas, en la circunstancia personal y social en que se desenvuelve y como una reflexión sobre su futuro inmediato y mediato.

5) Consolidación

La consolidación es el fortalecimiento de la nueva configuración cognitiva del estudiante, que abre la posibilidad de una nueva desestructuración.

La consolidación del conocimiento implica el desarrollo de habilidades creativas que permita al estudiante generalizar el conocimiento. El docente puede evidenciar la consolidación a través de acciones que permitan al estudiante manifestar su creatividad en la aplicación y recreación del conocimiento construído.

Ello conduce a nuevas interpretaciones de la realidad, expresadas a través de una mayor complejidad en la interacción y comprensión de los objetos, la conciencia individual y la interacción social. Al consolidar lo aprendido, el estudiante identifica que ciertos conceptos o procedimientos metodológicos son o no son válidos para abordar nuevas situaciones.

Los cinco componentes planteados, sintetizan el proceso de construcción del conocimiento y lo operacionalizan en un modelo de instrumentación didáctica que, como tal, privilegia la actividad del estudiante y su interacción con los diversos objetos de conocimiento, con la intención de que logre utilizar el conocimiento no solo para actuar con su ambiente inmediato, sino cuando encuentre el sentido que éste tiene en su interpretación de la realidad en grupos sociales más amplios a los que también pertenece; asimismo reconocerá la relación que éste guarda con los aprendidos en etapas anteriores o con los que aprenderá posteriormente, esto es una forma de consolidar el conocimiento, esta formulación sólo cobrará pleno sentido en la medida en que sea posible verificar y valorar su impacto en la formación del estudiante, evidenciado por los productos que éste logre en el proceso de construcción del conocimiento, es decir, los aprendizajes. Es por ello que la evaluación del aprendizaje ocupa un lugar escencial en la práctica educativa.

1.2.2 LA EVALUACION DEL APRENDIZAJE

PROPOSITOS, FUNCION Y CONDICIONES

La evaluacion del aprendizaje es un proceso cuyo propósito es obtener información acerca de:

a) Las características académicas y la estructura cognitiva que tiene el estudiante.
b) El nivel de avance y la efectividad del proceso de enseñanza.
c) El aprendizaje logrado por el estudiante.

Esta información permitirá la emisión de juicios y la toma de decisiones respecto a:

a) La intervención pedagógica más adecuada.
b) La acreditación o la no acreditación de cada estudiante.

De lo anterior se desprende que la evaluación del aprendizaje cumple una función reguladora, ya que permite orientar y equilibrar el sentido de la intervención pedagógica del docente y retroalimentar al estudiante en cuanto a los alcances y limitaciones de su actividad en el proceso de construcción del conocimiento.

Para que la evaluación regule de manera efectiva al proceso de enseñanza y aprendizaje, y sea realmente un insumo que fundamente la toma de decisiones, deberá cumplir las siguientes condiciones:

*) Ser útil

La evaluación es útil cuando la información obtenida permite conocer -de manera efectiva- los sucesos y productos del proceso de enseñanza y de aprendizaje, ofreciendo así la oportunidad de mejorarlo.

*) Ser oportuna

La evaluación es oportuna cuando proporciona la información requerida en el momento adecuado, considerando su función reguladora en la interacción con el proceso de enseñanza y de aprendizaje; en otras palabras, se debe tener a tiempo para fundamentar la acción y para tomar decisiones que retroalimenten el proceso.

*) Ser pertinente

La evaluación es pertinente cuando existe una absoluta congruencia entre el "qué" se evalúa y el "cómo" se evalúa, con lo que se ha enseñado y las formas que han sido empleadas para guiar y facilitar el proceso de aprendizaje. Esto implica que a fin de garantizar la objetividad de la información, sólo se deberá evaluar aquello que ha sido enseñado, y que las situaciones, los medios o los instrumentos de evaluación deberán guardar una correspondencia directa con la manera en que ha sido conducido el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El logro del aprendizaje implica trascender de niveles inferiores de conocimiento hasta aquéllos explícitados curricularmente, a efecto de definir y diferenciar los niveles de conocimiento y así orientar la práctica educativa, estos se han categorizado:

CATEGORIAS DE CONOCIMIENTO

a) Conocimiento declarativo

El conocimiento declarativo es aquel que se expresa en forma de enunciados a proposiciones (ideas articuladas) sobre hechos, conceptos o principios. A efecto de posibilitar su mejor comprensión se ha clasificado de la siguiente manera:

*) Proposiciones factuales: caracterizadas por ser proposiciones enunciativas de poca complejidad de acuerdo al proceso mental que las genera.

*) Proposiciones conceptuales: caracterizadas por ser proposiciones enunciativas más complejas que expresan relaciones a través de conceptos y principios.

Las proposiciones factuales son generalmente datos, situaciones o anécdotas que sirven de apoyo motivacional y/o soporte instruccional para iniciar o contextualizar el proceso educativo y que inclusive son objeto de aprendizaje.

En las proposiciones conceptuales se distinguen conceptos y principios. El concepto designa a un conjunto de objetos, sucesos, situaciones o símbolos con características comunes. El principio describe las relaciones de causa -efecto entre objetos o sucesos y otras relaciones de variación. A menudo se utilizan los términos: "regla", "ley" como variantes de principio.

b) Conocimiento procedimental:

El conocimento procedimental es aquél que se expresa en forma de aplicaciones motoras y/o mentales, ordenadas y dirigidas a la consecución de un fin. Esta aplicación de tipo lógico-metodológico se comunica a través del reconocimiento de patrones comunes y secuencias de acción cuyo nivel de oportunidad se ha clasificado en:

*) Habilidades reproductivas: caracterizadas como la capacidad para aplicar conocimientos y procedimientos establecidos.

*) Habilidades creativas: caracterizadas como la capacidad para generalizar y aplicar conocimientos y procedimientos establecidos, con variaciones.

MODALIDADES DE LA EVALUACION DEL APRENDIZAJE

Los propósitos de la evaluación del aprendizaje, en el marco de su función reguladora, se precisan en tres modalidades: diagnóstica, formativa y sumativa.

La evaluación diagnóstica es una exploración referida a la estructura cognoscitiva previa del estudiante. Esto permitirá conducir el proceso educativo en forma más eficiente al contar con fundamentos para decidir sobre la intervención pedagógica.

La evaluación formativa es una exploración referida a la evolución, logros, intereses y dificultades del estudiante en el proceso de construcción del conocimiento, así como a la valoración del proceso educativo. Esta dará al profesor fundamentos para ajustar su intervención pedagógica.

La evaluación sumativa: es una exploración referida al dominio que el estudiante tiene con respecto al objeto de conocimiento, definido curricularmente. La evaluación sumativa permite al profesor perfilar el sentido de sus decisiones finales con respecto a la acreditación del estudiante.

De esta manera, las modalidades diagnóstica, formativa y sumativa se diferencian entre sí por:

- El tipo de conocimiento que evaluan.
- La utilidad de información que aportan.
- Los tiempos en los que se efectuan.

CRITERIOS PARA EVALUACION DEL APRENDIZAJE

A efecto de que la evaluación del aprendizaje cumpla con sus propósitos, han de responder a los siguientes criterios:

a) Debe ser planeada

La evaluación, inherente al proceso de enseñanza y de aprendizaje, debe ser prevista; es decir, se deben definir con antelación el objeto de conocimiento, la intervención pedagógica y la evaluación del aprendizaje.

b) Debe ser flexible

La evaluación del aprendizaje debe adecuarse a las circunstancias específicas de interacción entre el profesor y el grupo de estudiantes, las cuales se expresan en tiempos, ritmos y avances.

c) Debe ser continua y sistemática

La evaluación del aprendizaje ha de ser considerada como una sucesión organizada de actividades interdependientes y en permanente interacción con el proceso de enseñanza y de aprendizaje, de manera que sus resultados impacten directamente en el trabajo del profesor y en el de los estudiantes.

d) Debe ser comunicada

Con el propósito de dar cumplimiento total a su función reguladora, se deberá informar al estudiante sobre la intención y la repercusión de la evaluación del aprendizaje, así como de sus resultados.

CAPITULO II

ALGUNOS ASPECTOS DE LAS TEORIAS DEL APRENDIZAJE

2.1 TEORIA DE PIAGET

"EL DESARROLLO MENTAL DEL NIÑO"

"El desarrollo psíquico, [...], consiste esencialmente en una marcha hacia el equilibrio. [...] la vida mental puede concebirse como la evolución hacia una forma de equilibrio final representada por el espíritu adulto. El desarrollo es, por lo tanto, en cierto modo una progresiva equilibración, un perpetuo pasar de un estado de menor equilibrio a un estado de equilibrio superior."

Piaget describe la evolución del niño y del adolescente sobre la base del concepto de equilibrio. Para ello introduce una distinción importante entre dos aspectos complementarios de este proceso de equilibración: entre "las estructuras variables, las que definen las formas o estados sucesivos de equilibrio, y un determinado funcionamiento constante que es el que asegura el paso de cuaquier estado al nivel siguiente.

Las funciones constantes son el interés y la explicación: a todos los niveles, la acción supone siempre un interés que la desencadena y a todos los niveles la inteligencia trata de comprender o de explicar.

Las funciones del interés y la explicación son comunes a todos los estadios, pero los intereses varían considerablemente de un nivel mental a otro, y las explicaciones particulares revisten formas muy diferentes según el grado de desarrollo intelectual.

Las estructuras variables son estructuras progresivas o formas sucesivas de equilibrio, el análisis de éstas permite marcar las diferencias de un nivel a otro de la conducta, desde los comportamientos elementales del recién nacido hasta la adolescencia.

Piaget distingue seis estadios o períodos de desarrollo, que marcan la aparición de estas estructuras sucesivamente construídas:

1º) El estadio de:

- Los reflejos o montajes hereditarios
- Las primeras tendencias instintivas (nutrición)
- Las primeras emociones

2º) El estadio de:

- Los primeros hábitos motores
- Las primeras percepciones organizadas
- Los primeros sentimientos diferenciados

3º) El estadio de:

- La inteligencia sensorio-motriz o práctica (anterior al lenguaje)
- Las regulaciones afectivas elementales
- Las primeras fijaciones exteriores de la afectividad

"Estos primeros estadios constituyen el período del lactante (hasta aproximadamente un año y medio a dos años, es decir, antes de los desarrollos del lenguaje y del pensamiento propiamente dicho)."

4º) El estadio de:

- La inteligencia intuitiva
- Los sentimientos interindividuales espontáneos
- Las relaciones sociales de sumisión al adulto

Este cuarto estadio va de los dos a los siete años, o sea, durante la segunda parte de la "primera infancia".

5º) El estadio de:

- Las operaciones intelectuales concretas (aparición de la lógica)
- Los sentimientos morales y sociales de cooperación

Este quinto estadio va de los siete años a los once o doce.

6º) El estadio de:

- Las operaciones intelectuales abstractas
- La formación de la personalidad
- La inserción afectiva e intelectual en la sociedad de los adultos.

Este sexto estadio comprende el período de la adolescencia.

"Cada uno de dichos estadios se caracteriza, pues, por la aparición de estructuras originales, cuya construcción le distingue de los estadios anteriores. [...]. Cada estadio constituye, pues, por las estructuras que lo definen, una forma particular de equilibrio, y la evolución mental se efectúa en el sentido de una equilibración cada vez más avanzada."

"[...]. Puede decirse, de manera absolutamente general (no sólo por comparación de cada estadio con el siguiente, sino también por comparación de cada conducta, dentro de cualquier estadio, con la conducta que le sigue) que toda acción - es decir, todo movimiento, todo pensamiento o todo sentimiento - responde a una necesidad. [...] como ha indicado Claparede, una necesidad es siempre la manifestación de un desequilibrio: existe necesidad cuando algo, fuera de nosotros o en nosotros (en nuestro organismo físico o mental) ha cambiado, de tal manera que se impone un reajuste de la conducta en función de esa transformación. Por ejemplo, el hambre o la fatiga provocarán la búsqueda del alimento o del descanso; [...] la acción termina en cuanto las necesidades están satisfechas, es decir, desde el momento en que el equilibrio ha sido restablecido entre el hecho nuevo que ha desencadenado la necesidad y nuestra organización mental tal y como se presentaba antes de que aquél interviniera.[...]."

"En este mecanismo continuo y perpetuo de reajuste o equilibración consiste la acción humana, y por esta razón pueden considerarse las estructuras mentales sucesivas, en sus fases de construcción inicial, a que da origen el desarrollo, como otras tantas formas de equilibrio, cada una de las cuales representa un progreso con respecto a la anterior. [...]."

"[...], toda la vida mental, como, por otra parte, la propia vida orgánica, tiende a asimilar progresivamente el medio ambiente, y realiza esta incorporación gracias a unas estructuras, u órganos psíquicos, cuyo radio de acción es cada vez más amplio [...]."

Puesto que la presente tesis propone una estrategia para enseñar temas de aritmética a nivel bachillerato y la mayor población de estudiantes a ese nivel son adolescentes. a continuación se describen algunos aspectos de la etapa (o estadio) de la adolescencia.

"LA ADOLESCENCIA"

"[...], la maduración del instinto sexual viene marcada por desequilibrios momentáneos, que confieren una coloración afectiva muy característica a todo ese último período de la evolución psíquica. [...]. Por otra parte, si bien hay desequilibrio provisional, no hay que olvidar que todos los pasos de un estadio a otro son capaces de provocar tales oscilaciones temporales: en realidad, y a pesar de las apariencias, las conquistas propias de las adolescencias aseguran al pensamiento y a la afectividad un equilibrio superior al que tenían durante la segunda infancia. [...]."

Se examinarán las cosas agrupándolas en dos rúbricas solamente: el pensamiento y sus nuevas operaciones y la afectividad incluyendo al comportamiento social.

"A) El pensamiento y sus operaciones"

"[...]. El niño no edifica sistemas: tiene algunos inconscientes o preconscientes, en el sentido de que son informulables o informulados y que sólo el observador exterior logra descubrirlos, mientras que él no los "reflexiona" jamás.

Con otras palabras, piensa concretamente problema tras problema, a medida que la realidad los plantea y no une las soluciones que encuentra mediante teorías generales que puedan poner de relieve su principio. En cambio, lo que sorprende en el adolescente es su [...] facilidad para elaborar teorías abstractas. Hay algunos que escriben: que crean una filosofía, una política, una estética o lo que se quiera. Otros no escriben pero hablan. La mayoría incluso no habla mucho de sus producciones personales y se limitan a rumiarlas de modo íntimo y secreto. Pero todos tienen sistemas y teorías que transforman el mundo de una forma o de otra."

"Ahora bien, la producción de esta nueva forma de pensamiento, por ideas generales y construcciones abstractas, se efectúa en realidad de una manera bastante continua y menos brusca de lo que parece, a partir del pensamiento concreto propio de la segunda infancia. De hecho cabe situar el cambio decisivo hacia los doce años, y a partir de ahí, empieza poco a poco el auge en la dirección de la reflexión libre y desligada de lo real. Entre los once y los doce años aproximadamente, tiene lugar una transformación fundamental en el pensamiento del niño que marca su final con respecto a las operaciones construídas durante la segunda infancia: el paso del pensamiento concreto al pensamiento "formal" o, como se dice con un término bárbaro pero claro, "hipotético-deductivo"."

"Hasta esa edad, las operaciones de la inteligencia infantil son únicamente "concretas", es decir, que no se refieren más que a la realidad en sí misma y, especialmente, a los objetos tangibles que pueden ser manipulados y sometidos a experiencias efectivas. [...]."

"Pero, después de los once o doce años, el pensamiento formal se hace justamente posible, es decir, que las operaciones lógicas comienzan a ser transpuestas del plano de la manipulación concreta al plano de las meras ideas, expresadas en un lenguaje cualquiera (el lenguaje de las palabras o el de los símbolos matemáticos, etc.), pero sin el apoyo de la percepción, ni la experiencia, ni siquiera la creencia. [...]. El pensamiento formal es, por lo tanto, hipotético-deductivo", es decir, que es capaz de deducir las conclusiones que hay que sacar de puras hipótesis, y no sólo de una observación real. Sus conclusiones son válidas aun independientemente de su verdad de hecho, y es por ello por lo que esa forma de pensamiento representa una dificultad y un trabajo mental mucho más grande que el pensamiento concreto."

"¿Cuáles son las condiciones de construcción del pensamiento formal? Se trata para el niño, no ya sólo de aplicar unas operaciones a unos objetos, o, dicho de otro modo, de ejecutar con el pensamiento unas acciones posibles sobre dichos objetos, sino de "reflexionar" estas operaciones independientemente de los objetos y de reemplazar a éstos por simples proposiciones. [...]. No es, pues, sorprendente que el sistema de las operaciones concretas tenga que perfeccionarse, en el transcurso de los últimos años de la infancia, antes de que su "reflexión" en operaciones formales se haga posible.En cuanto a estas operaciones formales, no son otra cosa, por lo tanto, que las mismas operaciones, pero aplicadas a hipótesis o proposiciones: consisten en una "lógica de las proposiciones", [...]."

"Sólo después de comenzado este pensamiento formal, hacia los once y los doce años, la construcción de los sistemas que caracterizan la adolescencia se hace posible: las operaciones formales aportan al pensamiento un poder completamente nuevo, que equivale a desligarlo y liberarlo de lo real para permitirle edificar a voluntad reflexiones y teorías. La inteligencia formal marca, pues, el primer vuelo del pensamiento y no es extraño que éste use y abuse, para empezar, del poder imprevisto que le ha sido conferido. Esta es una de las dos novedades esenciales que oponen la adolescencia a la infancia: la libre actividad de la reflexión espontánea."

B) La afectividad de la personalidad en el mundo social de los adultos

La vida afectiva de la adolescencia se afirma por la conquista de la personalidad y su inserción en la sociedad de los adultos en forma con la elaboración de las operaciones formales y el perfeccionamiento de las construcciones del pensamiento.

“¿Qué es, en efecto, la personalidad, y por qué su elaboración final no tiene lugar hasta la adolescencia?. Los psicólogos acostumbran a distinguir el yo y la personalidad, e incluso, a veces, los oponen en cierto sentido uno a otra. El yo es un dato, si no inmediato, por lo menos relativamente primitivo: es como el centro de la actividad propia y se caracteriza precisamente por su egocentrismo, inconsciente o consciente. La personalidad resulta, por el contrario, de la sumisión, o mejor, de la autosumisión del yo a una disciplina cualquiera: se dirá, por ejemplo, de un hombre que tiene una personalidad fuerte, no cuando todo lo refiere a su egoísmo y es incapaz de dominarse, sino cuando encarna un ideal o defiende una causa con toda su actividad y toda su voluntad. Se ha llegado incluso a hacer de la personalidad un producto social, considerando que la persona está ligada al papel (persona=la máscara de teatro) que desempeña en la sociedad. Y efectivamente, la personalidad implica la cooperación: la autonomía de la persona se opone a la vez a la anomía, o ausencia de reglas (el yo), y a la heteronomía, o sumisión a los lazos impuestos desde fuera: en este sentido la persona es solidaria de las relaciones sociales que mantiene y engendra.”

“La personalidad se inicia, pues, a partir del final de la infancia (de ocho a doce años), con la organización autónoma de las reglas, de los valores y la afirmación de la voluntad como regulación y jerarquización moral de las tendencias. “[...]. Hay personalidad, podríamos decir, a partir del momento en que se forma un “programa de vida”, que a la vez sea fuente de disciplina para la voluntad e instrumento de cooperación; pero dicho plan de vida supone la intervención del pensamiento y de la reflexión libres, y es por esta razón por lo que no se elabora hasta que se cumplen ciertas condiciones intelectuales, como justamente el pensamiento formal o hipotético deductivo.”

“Ahora bien, si la personalidad implica así una especie de descentramiento del yo que se integra en un programa de cooperación y se subordina a disciplinas autónomas y libremente construidas, es evidente que todo desequilibrio volverá a centrarla en sí misma, de tal manera que entre los dos polos de la persona y del yo, las oscilaciones son posibles en todos los niveles. De ahí, en particular, el egocentrismo de la adolescencia, [...]. El niño pequeño refiere todas las cosas a él sin saberlo, sintiéndose siempre inferior al adulto y a los mayores a quienes imita: se construye así una especie de mundo aparte, a una escala más pequeña que la del mundo de los adultos. El adolescente, en cambio, merced a su personalidad incipiente, se coloca como un igual ante sus mayores, pero se siente otro, diferente de éstos por la vida nueva que se agita en él. Y entonces, naturalmente, quiere sobrepasarles y sorprenderles transformando al mundo. He aquí por qué los sistemas o planes de vida de los adolescentes, por una parte están llenos de sentimientos generosos, de proyectos altruistas o de fervor místico, y, por otra, son inquietantes por su megalomanía y su egocentrismo consciente. [...]."

" La síntesis de estos proyectos de cooperación social y de esta valoración del yo que marcan los desequilibrios de la personalidad incipiente, se encuentra a menudo bajo la forma de una especie de mesianismo: el adolescente se atribuye con toda modestia un papel esencial en la salvación de la Humanidad y organiza su plan de vida en función de esa idea. Es interesante, a este respecto, señalar las transformaciones del sentimiento religioso en el transcurso de la adolescencia. Como muy bien ha hecho notar P. Bovet, la vida religiosa comienza, durante la primera infancia, por confundirse con el sentimiento filial: el niño pequeño atribuye espontáneamente a sus padres las diversas perfecciones de la divinidad, tales como, por ejemplo, la omnipotencia, la omnisciencia y la perfección moral. Sólo al ir descubriendo poco a poco las imperfecciones reales del adulto, el niño sublima sus sentimientos filiales y los transfiere a seres sobrenaturales que le ofrece la educación religiosa. Pero, si bien se observa excepcionalmente una vida mística activa hacia el final de la infancia, es en general en el transcurso de la adolescencia cuando adquiere un valor real al integrarse en los sistemas de vida cuya función formadora hemos visto. Ahora bien, el sentimiento religioso de la adolescencia, por intenso que sea generalmente (a veces, por otra parte, en sentido negativo también), se tiñe muchas veces, de lejos o de cerca, de la preocupación mesiánica [...]: ocurre que el adolescente hace como un pacto con su Dios, comprometiéndose a servirle sin recompensa, pero esperando desempeñar, por ello mismo, un papel decisivo en la causa que se dispone a defender."

"En suma, [...] el adolescente se prepara a insertarse en la sociedad de los adultos: por medio de proyectos, de programas de vida, de sistemas a menudo teóricos, de planes de reformas políticas o sociales. En una palabra, por el pensamiento, y podríamos decir incluso por la imaginación, de tanto como a veces esta forma de pensamiento hipotético deductivo se aleja de la realidad. Y, a este propósito, es de notar también que, cuando se reduce la adolescencia a la pubertad, como si el impulso del instinto de amar fuera el rasgo característico de este último período del desarrollo mental, no se alcanza más que uno de los aspectos de la renovación total que le es propia. Es cierto que el adolescente, en cierto sentido, descubre el amor. Pero, ¿no es acaso sorprendente descubrir que ese amor, incluso cuando encuentra un objeto vivo, es como la proyección de todo un ideal en un ser real? Y de ahí las decepciones tan repentinas y sintomáticas, como los flechazos. El adolescente ama, en el vacío o de un modo efectivo, pero siempre a través de una novela, y la construcción de esta novela es quizá más interesante que su materia instintiva. Sin duda en las muchachas el programa de vida aparece más estrechamente ligado a las relaciones personales, y su sistema hipotético deductivo toma más bien la forma de una jerarquía de valores afectivos que la de un sistema teórico. Pero se trata siempre de un plan de vida que supera con creces la realidad y, si se refiere más a las personas, es porque la existencia para la cual se prepara está precisamente compuesta más de sentimientos interindividuales concretos que de sentimientos generales."

En la vida social del adolescente, hay una fase inicial de replegamiento (la fase negativa de Ch. Bühler) y una fase positiva. "En el transcurso de la primera, el adolescente parece muchas veces completamente asocial y casi asociable. Nada es más falso, sin embargo, puesto que el adolescente medita sin cesar en función de la sociedad. Pero la sociedad que le interesa es la que quiere reformar y no siente más que desprecio y desinterés hacia la sociedad real, que él condena. Además, la sociabilidad del adolescente se afirma, a menudo desde los primeros momentos, a través de la vida de los jóvenes entre ellos, y es incluso muy instructivo comparar estas sociedades de adolescentes con las sociedades de los niños. Estas tienen como finalidad esencial el juego colectivo, o más raramente quizá (a causa de la organización escolar que no sabe sacar de ello el partido que podría), el trabajo concreto en común. Las sociedades de adolescentes, en cambio, son principalmente sociedades de discusión: entre dos amigos íntimos, o en pequeños cenáculos, el mundo se reconstruye en común, y, sobre todo, los jóvenes se pierden en discursos sin fin destinados a combatir el mundo real. A veces también hay crítica mutua de las soluciones respectivas, pero el acuerdo sobre la necesidad absoluta de reformas es unánime. Luego vienen las sociedades más amplias, los movimientos de juventud, dentro de los cuales se despliegan los ensayos de reorganización positivos y los grandes entusiasmos colectivos."

"La verdadera adaptación a la sociedad habrá de hacerse al fín automáticamente cuando, de reformador, el adolescente pasará a realizador. Al igual que la experiencia reconcilia el pensamiento formal con la realidad de las cosas, también el trabajo efectivo y seguido, cuando se emprende en una situación concreta y bien definida, cura de todos los sueños. No hay, pues, que inquietarse por las extravagancias y los desequilibrios de los mejores adolescentes: si bien los estudios especializados no siempre son suficientes, el trabajo profesional, una vez superadas las últimas crisis de adaptación, restablece sin lugar a dudas el equilibrio y marca así definitivamente el acceso a la edad adulta. Sin embargo, al comparar la obra de los individuos con su antiguo comportamiento de adolescentes, se observa, en general, que los que, entre los quince y diecisiete años, no han construido nunca sistemas que insertaran su programa de vida en un amplio sueño de reformas, o los que, al primer contacto con la vida material, han sacrificado inmediatamente su ideal quimérico a los nuevos intereses de adultos, no han sido los más productivos. La metafísica propia del adolescente, así como sus pasiones y su megalomanía, son, pues, verdaderas preparaciones para la creación personal y el ejemplo del genio muestra que siempre existe una continuidad entre la formación de la personalidad desde los once o doce años y la obra ulterior del hombre."

“Tal es, pues, el desarrollo mental. Podemos observar , como conclusión, la unidad profunda de los procesos que, desde la construcción del universo práctico, debida a la inteligencia sensorio-motriz del lactante, desembocan en la reconstrucción del mundo por el pensamiento hipotético-deductivo del adolescente, pasando por conocimiento del universo concreto debido al sistema de las operaciones de la segunda infancia. [...] estas construcciones sucesivas han consistido siempre en descentrar el punto de vista inmediato y egocéntrico del principio, para situarlo en una coordinación cada vez más amplia de relaciones y de nociones, de tal manera que cada nuevo agrupamiento terminal integrara más la actividad propia adaptándola a una realidad cada vez más extensa. Ahora bien, paralelamente a esta elaboración intelectual, hemos visto a la afectividad liberarse poco a poco del yo para someterse, merced a la reciprocidad y a la coordinación de los valores, a las leyes de cooperación. Naturalmente, la afectividad es siempre la que constituye el resorte de las acciones, de las cuales, a cada nuevo nivel, resulta esa ascensión progresiva, ya que es la afectividad la que asigna un valor a las actividades y regula su energía. Pero la afectividad no es nada sin la inteligencia, que le procura los medios y le ilumina los objetivos. Constituye un pensamiento un poco sumario y mitológico atribuir las causas del desarrollo a grandes tendencias ancestrales, como si las actividades y el crecimiento biológico fuesen por naturaleza extraños a la razón. En realidad, la tendencia más profunda de toda actividad humana es la marcha hacia el equilibrio, y la razón, que expresa las formas superiores de dicho equilibrio, reune en ella inteligencia y afectividad.”

2.2 TEORIA DE VYGOTSKY

"La escuela como cultura"

"Una de las preocupaciones fundamentales de Vygotsky, consistía en analizar y favorecer la forma mediante la cual se desarrolla e incorpora el niño a su medio cultural , dentro de una arquitectura de usos, costumbres y conocimientos que le preexisten. En el sentir de Vygotsky, una parte fundamental de este proceso transcurría en el entorno de la educación formal. [...]."

"Vygotsky consideraba que el objetivo fundamental de la educación es el de introducir al ser humano en una cultura preexistente de pensamiento y lenguaje." Dicho de otro modo: "por muy activo que fuera un niño o por muy intensas que fuesen sus interacciones con el medio, no podríamos esperar que éste fuera capaz simplemente de crear o reinventar su medio sociocultural mediante sus propias experiencias. La cultura -y con ella la mente humana- se materializa en sus utensilios tanto físicos como simbólicos. Todos los objetos que rodean a un infante, poseen una larga historia que explica su existencia y modo de empleo y sería absurdo esperar que cada recién nacido descubriera sus propiedades por sí mismo. El niño, en realidad, "se apropia" de los objetos -es decir, descubre su uso- por la mediación de los adultos que continuamente lo asisten. Leontiev sustituye el término piagetiano de "asimilación" por el de *apropiación,* ya que la distinción le permite pasar de un modelo biológico a otro de carácter sociohistórico. Siguiendo a Leontiev, Newman, Griffin y Cole señalan que:"

"La función habitual de un martillo, por ejemplo, no se comprende cuando se examina el martillo en sí (aunque el niño pueda descubrir ciertos hechos en relación con el peso y el equilibrio). La apropiación del niño de "herramientas" propias de la cultura se produce mediante la inmersión en actividades culturalmente organizadas en las que la herramienta desempeña un papel. Algunas herramientas difieren mucho de los martillos, como la lengua materna a la que el niño está expuesto o el sistema de numeración y las operaciones aritméticas utilizadas en las casas, negocios y escuelas, pero el principio básico sigue vigente."

"Justamente, la incorporación y recreación de conocimientos básicos y especializados y de los rasgos y valores culturales en general, se logra fundamentalmente mediante la enseñanza formal. No resulta sencillo extraer de esta premisa todas las consecuencias psicopedagógicas que ha tenido -y seguramente tendrá-, ya que su enunciamiento incide no únicamente sobre las relaciones entre los procesos de aprendizaje y desarrollo, sino también sobre las actitudes y los propósitos de la educación."

A continuación, se esbozará uno de los conceptos con mayor potencial heurístico en el panorama educativo actual: *la zona de desarrollo próximo*.

"La zona de desarrollo próximo"

"Para Vygotsky, el análisis psicológico de la enseñanza no puede plantearse correctamente sin clarificar previamente la relación entre aprendizaje y desarrollo en niños de edad escolar. En concreto, criticó severamente las posturas que se limitan simplemente a determinar los niveles específicos de desarrollo, sin plantearse la posibilidad de que aquello que logran hacer los niños con la ayuda de otras personas más capaces, pudiera ser más indicativo y revelador de su nivel intelectual que aquello que pueden hacer por sí solos. *La única buena enseñanza*, decía Vygotsky, *es la que se adelanta al desarrollo*. Esto es, Vygotsky señalaba enfáticamente la circunstancia de que casi todo el aprendizaje humano se gesta con la mediación de otras personas más versadas, situación que se torna más evidente y esencial en el ámbito escolar, en la interacción entre alumno y maestro. La idea implícita en la ubicuidad de esta circunstancia, es que existe una área potencial en el crecimiento intelectual del niño que sólo puede ser apropiadamente desarrollada por el intermedio de pares más capaces o por los adultos. Esta área potencial del crecimiento intelectual fue denominada por Vygotsky como *zona de desarrollo próximo* (ZDP). En sus propias palabras: ”

“No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.”

“[...]. De modo semejante a como el lenguaje interno y el pensamiento reflexivo emergen en el seno de las interacciones del niño con otras personas, el desarrollo potencial encuentra su base en esas mismas interacciones. Son las relaciones con personas más capaces las que posibilitan y propician un desarrollo más allá de su nivel actual.”

“Pensar así la enseñanza y el aprendizaje, implica modificar nuestra unidad de análisis ya que no estaríamos refiriéndonos a los procesos de un individuo, sino a los procesos implicados en el intercambio de al menos dos personas. *La ZDP es un fenómeno que emerge cuando dos o más personas con desigual experiencia se comprometen en una actividad común*. Se trata de un proceso interpsicológico donde varias personas pretenden alcanzar una meta que, al menos uno de los participantes, sería incapaz de alcanzar sin la ayuda de los participantes más capaces.”

“Pensemos en un ejemplo, supongamos que consideramos el caso de dos niños con una edad mental de siete años, pero uno, con un poco de ayuda, puede superar tests hasta un nivel intelectual de nueve años y el otro sólo hasta un nivel de siete años y medio. Cabría interrogarnos si el desarrollo intelectual de estos dos niños es equivalente. Si partimos del examen de sus desempeños independientes, la respuesta es afirmativa, empero, desde el punto de vista de su desarrollo potencial, los niños son ostensiblemente diferentes. Precisamente, lo que el niño es capaz de hacer con ayuda de otros, es lo que Vygotsky denomina ZDP. El principio importante que se puede extraer de esta consideración, es que lo que el niño puede hacer hoy con ayuda de los adultos o de pares más capaces, lo podría hacer mañana por sí solo.”

“[...]. La ZDP es un espacio de intersubjetividad, de negociaciones sociales sobre los significados del entorno. En el escenario específico de la escuela, es el espacio que media entre maestros y alumnos y que permite que ambos se apropien de las comprensiones del otro. La ZDP es una propiedad esencial del aprendizaje, puesto que éste permite que una serie de procesos evolutivos internos sean capaces de manifestarse, pero sólo cuando el niño está en interacción con las personas que le rodean. Una vez que se han internalizado estos procesos, se convierten en elementos propios del desarrollo del niño.”

“El aprendizaje no es en sí mismo desarrollo, pero una correcta organización del aprendizaje del niño conduce al desarrollo intelectual, activa todo un grupo de procesos del desarrollo y esta actividad no podría producirse sin el aprendizaje. “Por ello, el aprendizaje es un momento intrínsecamente necesario y universal para que se desarrollen en el niño esas características humanas no naturales, sino formadas históricamente” (Vygotsky, 1986; pág.37).”

“En un estudio realizado por Wood, Bruner y Ross (1976), por ejemplo, niños de tres y cinco años de edad debían construir una pirámide con bloques de madera. A lo largo de la experiencia, la instructora (la propia Dra. Ross) mantuvo las partes de la tarea en las que trabajaban los niños en un nivel de complejidad y magnitud adecuado a las facilidades de éstos. Esto se desarrolló de tal modo, que los niños podían descubrir una solución y realizarla posteriormente, aún cuando no pudieran hacerlo por su propia cuenta ni seguir la solución cuando sólo se les decía cómo hacerla. La instructora, entonces, según la interpretación de Bruner [...] aprovechó la zona que existe entre lo que las personas pueden descubrir o comprender cuando se les presenta algo frente a ellas y lo que pueden generar por su propia cuenta, y ésa es la Zona de Desarrollo Próximo o ZDP. En general, la instructora hacía lo que el niño no podía hacer. Por lo demás presentaba las cosas de modo que el niño pudiera hacer con ella lo que simplemente no podía hacer sin ella. (1986, pág. 85).”

“En esta experiencia, resultó clara la circunstancia de que a medida que avanzaba el proceso de instrucción, los niños iban adquiriendo partes de la tarea que al principio no podían hacer, pero que al dominarlas, llegaron a ser capaces de ejecutar bajo su propio control. Es decir, el niño adquiere primero la capacidad de subordinar su conducta a las reglas o indicaciones del instructor y posteriormente es capaz de autorregular su comportamiento: el autocontrol o autorregulación se convierte en una función interna.”

“Estas consideraciones, hacen aparecer a la educación tradicional como conservadora, ya que sus objetivos se limitan al desarrollo actual y posibilitan escasamente las potencialidades del estudiante. En palabras del propio Vygotsky: ”

> “La característica más importante de nuestra hipótesis es la noción de que los procesos evolutivos no coinciden con los procesos del aprendizaje. Por el contrario, el proceso evolutivo va a remolque del proceso de aprendizaje: este secuencia es lo que se convierte en la zona de desarrollo próximo. Nuestro análisis altera la tradicional opinión de que, en el momento en que el niño asimila el significado de una palabra, o domina una operación como puede ser la suma o el lenguaje escrito, sus procesos evolutivos se han realizado por completo. De hecho, tan sólo han comenzado. La principal consecuencia que se desprende del análisis educacional según este método es el demostrar que el dominio inicial, por ejemplo, de las cuatro operaciones básicas de aritmética proporciona la base para el subsiguiente desarrollo de una serie de procesos internos sumamente complejos en el pensamiento del niño (1978, pág. 90).”

“La noción de ZDP es la culminación y síntesis de la conceptualización vygotskiana del desarrollo como apropiación e internalización de los instrumentos semióticos proporcionados por el entorno sociocultural. Empleando esta noción, podemos tomar en consideración no sólo los procesos de maduración intelectual que ya se han completado, sino también aquéllos que se hallan en estado de formación, es decir, que están comenzando a madurar y desarrollarse. A diferencia de las concepciones tradicionales del desarrollo que se abocan a una evaluación *retrospectiva* o *actual* del mismo, Vygotsky proporciona la posibilidad de un análisis *prospectivo.* De este modo, la ZDP nos permite proyectar el futuro inmediato del niño, así como su estado evolutivo dinámico, identificando no únicamente lo que ya ha sido completado en el desarrollo, sino también aquello que está en curso de evolución."

"La asimetría en la educación tradicional"

"[...]. Según Vygotsky, el relativo éxito de los métodos educativos tradicionales se establece con base en pruebas que el niño debe superar por sí solo, sin ayuda de los demás y sin preguntas guía o demostraciones. Todo ello mediante un procedimiento obligatorio que ejerce el maestro sobre el estudiante. Dicho en otros términos, en la educación tradicional se manifiesta una peculiar asimetría entre el maestro, que ocupa una situación de poder en virtud del dominio de los conocimientos que se van a impartir, y el alumno que los recibe de manera pasiva."

"Con frecuencia los maestros son tristemente vistos como fuentes de castigo irracional por parte de los estudiantes. Edwards y Mercer (1987), siguiendo las ideas de Vygotsky, señalan que:"

"La asimetría entre maestro y alumno es esencial para la **zona de desarrollo próximo**, como también lo es la noción de control. Los niños no adquieren simplemente conocimientos y vocabulario. Adquieren al mismo tiempo la capacidad para la autorregulación. Del mismo modo que el pensamiento verbal se origina como discurso social, la conducta autorregulada empieza con la regulación de la propia conducta por parte de otras personas. El éxito del proceso implica un traspaso gradual de control del maestro al alumno a medida que el alumno va siendo capaz de hacer por sí mismo lo que antes sólo podía hacer con ayuda. En la educación formal, esta parte del proceso rara vez se realiza. Para la mayoría de los alumnos, la educación es un misterio que escapa a su control más que un recurso de conocimientos y aptitudes que pueden manejar libremente. (pags. 177-178)."

"En efecto, en la mayoría de las escuelas - y los planteles particulares no constituyen ninguna excepción- los estudiantes transcurren a lo largo del proceso educativo que les es ajeno e incomprensible. Aunque existan algunos sistemas educativos flexibles y un tanto informales, los alumnos aprenden y hacen cosas por la sencilla razón de que les pide que lo hagan, porque el maestro quiere que lo hagan. Los objetivos educativos y los principios que los fundamentan, son materia incognoscible por aquéllos, quienes se limitan a acatar lo mejor posible las disposiciones del sistema."

"Si verdaderamente se desea lograr que el sistema educativo propicie y estimule la creatividad en los niños, es menester eliminar o, al menos, minimizar la asimétrica relación que tradicionalmente se ha establecido entre el maestro y el estudiante. Se trata de fomentar y optimizar el aprendizaje en lugar de obstaculizarlo. Precisamente, la noción de ZDP permite repensar el problema de la educación desde una nueva perspectiva : la del desarrollo potencial. Aun cuando el maestro y el alumno comenzaran su intercambio comprendiendo significados diferentes, la negociación en la ZDP podría favorecer el intercambio para que éste fuera provechoso. En el sentir de Newman. Griffin y Cole:"

"En una ZDP, los objetos no son susceptibles de un único tipo de análisis. El profesor y el niño pueden comprender un objeto, como un poema, un diagrama o un concepto hablado, de manera muy distinta. De igual modo, el mismo acto de hablar puede interpretarse de forma muy diversa. Pero estas diferencias no deben causar "problemas" al profesor, al niño ni a la interacción social; los participantes pueden actuar como si sus comprensiones fuesen iguales. Al principio, esta vaguedad sistemática sobre lo que "en realidad es" un objeto puede parecer que impide el análisis cognitivo. Sin embargo, nos da la sensación de que precisamente esta vaguedad es necesaria para que produzca el cambio cuando interactúan personas que sostienen análisis distintos (1991, pág. 79)."

2.3 TEORIA DE AUSBEL

SIGNIFICADO Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

“El aprendizaje significativo por recepción involucra la adquisición de significados nuevos".

Pueden distinguirse tres tipos de aprendizaje significativo por recepción: el aprendizaje de representaciones, el aprendizaje de conceptos y el aprendizaje de proposiciones.

“El aprendizaje de representaciones (como el nombrar), es el más cercano al aprendizaje por repetición. Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan."

“El aprendizaje de representaciones es significativo porque tales proposiciones de equivalencia representacional pueden ser relacionadas de manera no arbitraria, como ejemplares de una generalización presente en todas las estructuras cognoscitivas de la gente aproximadamente en el quinto año de vida: que todo tiene un nombre y éste significa lo que su referente implica para el alumno en particular."

“En el aprendizaje de conceptos (los cuales se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterio comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo), los atributos de criterio del concepto se adquieren a través de etapas sucesivas de la generación de hipótesis, la comprobación y la generalización. De ahí que los niños pequeños lleguen a saber el concepto “perro" a través de varios encuentros sucesivos con perros, gatos, vacas y otros animales hasta que pueden generalizar los atributos de criterio que constituyen el concepto cultural de perro. En este caso, el signo “perro” habitualmente se adquiere antes que el concepto, pero lo contrario puede ocurrir en otros conceptos, como “argumento" o “mamífero”."

“A medida que aumenta el vocabulario del niño, se pueden adquirir nuevos conceptos mediante el proceso de asimilación conceptual, pues los atributos de criterio de los conceptos nuevos se pueden definir por medio del uso de los referentes existentes en nuevas combinaciones disponibles en la estructura cognoscitiva del niño. Mientras que los apoyos concretos empíricos también pueden ser de utilidad para la asimilación de conceptos por parte de los niños pequeños, también es posible emplear los conceptos pertinentes que existan para acelerar el proceso de definición de los atributos de criterio correspondientes a los conceptos nuevos. En el caso de los niños de más edad y los adultos, muy pocos conceptos nuevos se aprenden mediante el proceso de formación de conceptos."

En el aprendizaje significativo de proposiciones verbales, si bien algo más complejo que el del significado de palabras, los significados nuevos surgen después de relacionar, y después de que interactúan, tareas de aprendizaje potencialmente significativas con ideas pertinentes de la estructura cognoscitiva, pero en este caso la tarea de aprendizaje, o la proposición potencialmente significativa, consiste en una idea compuesta que se expresa verbalmente en forma de una oración que contiene así los significados denotativo y connotativo de las palabras como sus funciones sintácticas y sus relaciones.

“El aprendizaje proposicional descrito anteriormente es característico de la situación que prevalece en el aprendizaje por recepción cuando se le presentan al alumno proposiciones y se le pide únicamente que aprenda y recuerde sustancialmente lo que éstas significan; sin embargo es importante darse cuenta de que el aprendizaje proposicional es también un tipo principal de aprendizaje verbal de resolución de problemas o por descubrimiento. La diferencia principal entre el aprendizaje de proposiciones como se da en las situaciones de aprendizaje por recepción, por un lado, y en las situaciones de aprendizaje por descubrimiento por el otro, estriba en si el contenido principal de lo que se va a aprender lo descubre el propio alumno o se le expone. En el aprendizaje por recepción, este contenido se le presenta al alumno en forma de exposición explícita, o de otro modo que no plantee ningún problema, la cual únicamente tendrá que entender y recordar. En el aprendizaje por descubrimiento, por otra parte, el alumno debe descubrir este contenido por sí mismo, generando proposiciones que representen ya sea soluciones a los problemas que se le planteen o los pasos sucesivos para resolverlos."

“De hecho las variedades de recepción y de descubrimiento del aprendizaje de proposiciones aparecen sucesivamente en diferentes etapas del proceso de resolución de problemas."

“El aprendizaje significativo por recepción es importante en la educación porque es el mecanismo humano por excelencia que se utiliza para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representada por cualquier campo del conocimiento. La adquisición y retención de grandes cuerpos de conocimientos realmente constituye un fenómeno muy impresionante, considerando que los seres humanos, en primer lugar y a diferencia de las computadoras, pueden aprehender, e inmediatamente recordar, únicamente unos pocos ítemes discretos de información que se presentan en un solo momento, y en segundo lugar, que la memoria para las listas aprendidas por repetición que reciben presentaciones múltiples es notoriamente limitada por el tiempo y con respecto a la longitud de la lista, a menos que se reproduzcan con frecuencia y se vuelvan a aprender una y otra vez."

La tremenda eficacia del aprendizaje significativo se debe a sus dos características principales: su sustancialidad y su falta de arbitrariedad.

“La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra), con lo que el alumno ya sabe."

El aprendizaje significativo requiere tanto que el alumno manifieste una actitud de aprendizaje significativo, es decir, una disposición para relacionar el nuevo material con su estructura cognoscitiva , como que el material que aprende sea potencialmente significativo para él , es decir, relacionable con su estructura de conocimiento (no al pie de la letra.).

“Así pues, independientemente de cuanto significado potencial sea inherente a la proposición particular, si la intención del alumno consiste en memorizar arbitraria y literalmente (como una serie de palabras relacionadas caprichosamente) tanto el proceso de apendizaje como los resultados del mismo serán mecánicos y carentes de significado. Y a la inversa, sin importar lo significativa que sea la actitud del alumno, ni el proceso ni el resultado del aprendizaje serán significativos si la proposición particular no lo es potencialmente. Esto lo ilustra la memorización mecánica de definiciones de conceptos o proposiciones sin el reconocimiento del significado de las palabras de la definición. Un estudiante podría aprender la ley de Ohm, la cual indica que la corriente en un circuito es directamente proporcional al voltaje. Sin embargo esta proposición no será significativamente aprendida a menos que el estudiante ya sepa los significados de los conceptos corriente, voltaje, resistencia, proporciones directa e inversa, y a menos que trate de relacionar estos significados como lo estipula la ley de Ohm."

"Una razón de que se desarrolle comúnmente en los alumnos una propensión hacia el aprendizaje repetitivo en relación con la materia potencialmente significativa consiste en que estos aprendan por triste experiencia que las respuestas sustancialmente correctas que carecen de correspondencia literal con lo que se les ha enseñado no son válidas para algunos profesores. Otra razón consiste en que por un nivel generalmente elevado de ansiedad, o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado (que reflejan, a su vez, escasa aptitud o enseñanza deficiente), carecen de confianza en sus capacidades para aprender significativamente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentran ninguna otra alternativa que el pánico (este fenómeno les es muy familiar a los profesores de matemáticas por el difundido predominio del "impacto del número" o de la ansiedad del número". Además, puede desarrollarse en los alumnos una actitud para aprender por repetición, si están sometidos a demasiada presión como para ponerse grandilocuentes, en vez de admitir y remediar gradualmente, su falta original de comprensión genuina. En estas circunstancias parece más fácil o más importante crear la falsa impresión de haber entendido con sencillez, aprendiéndose de memoria unos cuantos términos u oraciones clave, que tratar de comprender el significado de estos. Los profesores suelen olvidarse de que los alumnos pueden inclinarse marcadamente al uso de términos abstractos que den la apariencia de propiedad cuando tienen que hacerlo aunque la comprensión de los conceptos fundamentales de hecho no exista."

Que la tarea de aprendizaje sea o no potencialmente significativa (intencionada y sustancialmente relacionable con la estructura de conocimiento del alumno) depende de dos factores principales que intervienen en el establecimiento de este tipo de relación: de la naturaleza del material que se va a aprender como de la naturaleza de la estructura cognoscitiva del alumno en particular.

Para que el material sea potencialmente significativo no debe pecar de arbitrario ni de vago para que pueda relacionarse de modo intencionado y sustancial con las correspondientes ideas relevantes que se hallen dentro del dominio de la capacidad de aprendizaje humana.

“La materia de estudio escolar casi siempre representa nuestra interpretación cultural de algún aspecto del mundo real o algunas construcciones lógicas (como las matemáticas), y de ahí que forzosamente tengan significatividad lógica. Pero este no es el caso con respecto a muchas tareas de la vida cotidiana , por ejemplo: los números telefónicos, los adjetivos apareados, las oraciones revueltas, las listas de sílabas sin sentido, que son relacionables con cualquier estructura cognoscitiva solamente sobre bases arbitrarias y literales. Por consiguiente, para que ocurra realmente el aprendizaje significativo no basta con que el material nuevo sea intencionado y sustancialmente relacionable con las ideas correspondientes en el sentido abstracto del término (con las ideas correspondientes relevantes que algunos seres humanos podrían aprender en circunstancias apropiadas), es necesario también que tal contenido ideativo pertinente exista en la estructura cognoscitiva del alumno en particular."

“La significatividad potencial del material de aprendizaje varía no sólo con los antecedentes educativos, sino con factores como la edad, el CI, la ocupación y pertinencia a una clase social y cultura determinadas."

“Criterios para el material de aprendizaje”

“¿Qué significa precisamente el enunciado de que para que el material de aprendizaje sea significativo lógicamente debe ser relacionable no arbitraria, pero sí sustancialmente con las ideas pertinentes y correspondientes que se hallen dentro de la capacidad de aprendizaje humano?."

“El primer criterio- el de la relacionabilidad no arbitraria- significa simplemente que si el material en sí muestra la suficiente intencionalidad (o falta de arbitrariedad), entonces hay una base adecuada y casi obvia de relacionarlo de modo no arbitrario con los tipos de ideas correspondientes pertinentes que los seres humanos son capaces de aprender. El material de aprendizaje lógicamente significativo podría ser así relacionable no arbitrariamente con ideas específicamente relevantes, como ejemplos, derivados, casos especiales, extensiones, elaboraciones, modificaciones, limitaciones y generalizaciones más inclusivas; o podría relacionarse con un sistena más amplio de ideas pertinentes siempre y cuando fuese generalmente congruente con ellas. Por ejemplo, los datos sobre las temperaturas promedio mensuales de las ciudades se relacionan significativamente con un concepto de clima, y también se relacionan con ideas acerca de la radiación solar, la posición de la órbita de la tierra, y así por el estilo, de una manera generalmente congruente."

“El segundo criterio- el de la relacionabilidad sustancial- significa que si el material de aprendizaje es lo suficientemente no arbitrario, un símbolo ideativo equivalente (o grupo de símbolos), podría relacionarse con la estructura cognoscitiva sin que hubiese ningún cambio resultante en el significado. En otras palabras, ni el aprendizae significativo ni el significado que surge dependen del uso exclusivo de signos particulares, y ni de otros; el mismo concepto o proposición podrían expresarse de manera sinónima y deberían seguir comunicando exactamente el mismo significado. Así, por ejemplo, can, hund, y chien producirían los mismos significados que “perro" en personas que dominasen el inglés, el alemán y el francés; y "la suma de los ángulos internos de un triángulo equivalen a un ángulo recto" significaría para la mayoría de los estudiantes de geometría lo mismo que "la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180 grados"."

"Claro está que las tareas de aprndizaje por repetición no se efectúan en el vacío cognoscitivo. También son relacionables con la estructura cognoscitiva pero solamente de modo arbitrario y al pie de la letra, lo que trae consigo la adquisición de ningún significado. Dado que, por ejemplo, el estímulo específico y los miembros de la respuesta de un par de adjetivos en una tarea de aprendizaje de pares asociados están vinculados de modo absolutamente arbitrario, no hay la menor posibilidad de relación intencionada de la tarea de aprendizaje con la estructura cognoscitiva de alguien; y el alumno debe recordar también al pie de la letra las respuestas a cada palabra de estímulo, pues no puede usar sinónimos. Esta relacionabilidad arbitraria y literal de las tareas de aprendizaje por repetición con la estructura cognoscitiva sí tiene, desde luego, ciertas consecuencias importantes para el aprendizaje."

"En primer lugar, como la dotación cognoscitiva humana, a diferencia de una computadora, no puede manejar muy eficientemente la información relacionada con ella de manera arbitraria y al pie de la letra, sólo las tareas de aprendizaje relativamente cortas pueden ser internalizadas de este modo, y únicamente pueden retenerse por periodos breves a menos que sean sobreaprendidas en gran parte. En segundo lugar, la relacionabilidad arbitraria y literal con la estructura cognoscitiva hace a las tareas de aprendizaje por repetición muy vulnerables a la interferencia de los materiales semejantes aprendidos previamente y que se producen concurrentemente."

"Es en este tipo de relacionabilidad básicamente diferente con la estructura cognoscitiva (arbitraria y al pie de la letra a diferencia de la no arbitraria y sustancial) donde radica la diferencia fundamental de los procesos de aprendizaje por repetición y los del aprendizaje significativo."

"También es cierto que los elementos *componentes ya significativos* de una tarea de aprendizaje por repetición pueden relacionarse con la estructura cognoscitiva sin que se aprendan los propios elementos, pero de modo que faciliten en conjunto el aprendizaje por repetición de la tarea. Por esa relacionabilidad es que, por ejemplo, las letras de que se componen las sílabas sin sentido son *percibidas* significativamente, y que las sílabas en conjunto evocan asociaciones con palabras significativas semejantes (y así son percibidas como parcialmente significativas). Por iguales razones- aumentando la familiaridad con el material, salvando la necesidad de aprender con anterioridad los elementos componentes y facilitando la combinación de éstos en unidades mayores (y con ello reduciendo el número total de asociaciones discretas que deban establecerse)-, el empleo de los elementos componentes ya significativos del material de aprendizaje facilita el aprendizaje por repetición."

"EL APENDIZAJE SINIFICATTIVO EN CONTRASTE CON EL APRENDIZAJE DE MATERIAL SIGNIFICATIVO."

"El aprendizaje significativo no debe interpretarse simplemente como el aprendizaje de material significativo. En aquél, los materiales sólo son *potencialmente significativos.* Si ya fuesen significativos, la meta del aprendizaje que nos ocupa, es decir, la adquisición de significados nuevos, ya estaría realizada por definición, desde antes que el aprendizaje se intentara. Es cierto desde luego, que en la mayor parte de las tareas de aprendizaje potencialmente significativas, las partes componentes del material ya tienen significado; pero en estos casos, la tarea como un todo sólo lo tiene en potencia; por ejemplo, el aprender un nuevo teorema de geometría, cada una de las palabras componentes, ya tienen significado para el alumno, pero la tarea de aaprendizaje en conjunto (aprender el significado del teorema) todavía no se realiza."

“Esto nos lleva a la importante distinción entre el aprendizaje significativo de un material *potencialmente* significativo y el aprendizaje por repetición de tareas que contienen componentes ya significativos.”

“Hay innumerables ejemplos de aprendizaje por repetición o no significativo. Al aprender una lista de adjetivos apareados, por ejemplo, cada adjetivo ya significa algo, pero la tarea de aprendizaje no es potencialmente significativa porque estas asociaciones absolutamente arbitrarias entre adjetivos no pueden relacionarse, de modos intencionadaos y sustanciales, con el conocimiento que ya existe en el alumno. Al aprender un teorema de geometría, por otra parte, cada palabra componente no sólo tiene ya significado, sino que toda la tarea de aprendizaje es también potencialmente significativa; sin embargo, a menos que en este caso el alumno manifieste una actitud de aprendizaje significativo, no surgirá ningún significado: tan sólo aprenderá por repetición una serie de palabras relacionadas arbitrariamente. Así pues, es importante distinguir el aprendizaje *significativo* de material con *significado potencial*, por una parte, y el aprendizaje por *repetición* de elementos componentes ya significativos, por otra parte, que conjuntamente habrán de constituir o no tareas de aprendizaje potencialmente significativas.”

“En el transcurso del aprendizaje significativo el estudiante debe relacionar los elementos componentes con su estructura cognoscitiva idiosincrática. El resultado casi siempre es alguna variación menor entre la manera en que el alumno internaliza la información y la manera en que el profesor percibe esta última. Por consiguiente, en el recuerdo último de las afirmaciones o proposiciones, la respuesta del estudiante puede variar un poco de lo que el profesor espera incluso cuando tal respuesta es sustancialmente correcta. Desafortunadamente, esas respuestas son calificadas como erró neas y los alumnos aprenden a utilizar las técnicas de aprendizaje por repetición (al pie de la letra) en lugar de aprender significativamente.”

2.4 TEORIA DEL PROCESAMIENTO HUMANO DE INFORMACION

"El modelo de memoria de procesamiento de información"

"Existen varias teorías de la memoria, pero las más comunes son las explicaciones del **procesamiento de información,** en las que se incluyen los planteamientos más recientes de la red neural o con base en la conexionista (Martindale, 1991). Los modelos del procesamiento de información con frecuencia involucran diferencias acerca de las distintas clases de conocimiento."

"Clases de conocimiento"

El conocimiento general es una información útil en diversos tipos de tareas, es una información que se aplica en muchas situaciones . Por ejemplo, los conocimientos generales acerca de cómo leer, de caminar, de cocinar, se pueden aplicar en diversas situaciones.

El conocimiento específico es una información útil en una situación particular, es una información que se aplica sólo en una materia específica. Por ejemplo, saber las tablas de multiplicar o el procedimieto de como dividir un número entre otro, son conocimientos específicos de la materia de matemáticas.

"Otra manera de dividir el conocimiento por categorías es como declarativo, procedural y condicional (Paris, Lipson y Wixson, 1983). "

El conocimiento declarativo es saber fechas, nombres, datos, hechos, poemas, reglas. Por ejemplo, saber que la revolución mexicana inició el 20 de noviembre de 1910, saber que el mayor peso específico del agua es 1000 $\frac{Kg}{m^3}$ o saber que para dividir fracciones se invierte el divisor y se multiplica, son conocimientos declarativos.

"Robert Gagne (1985) denomina esta categoría como *información verbal.* La variedad del conocimiento declarativo es inmensa."

El conocimiento procedural es "saber cómo" hacer algo, por ejemplo dividir fracciones o manejar un auto. Al repetir la regla "para dividir fracciones, se invierte el divisor y se multiplica" se demuestra el conocimiento declarativo; pero para demostrar el conocimiento procedural, el estudiante debe realizar la división de fracciones en forma correcta.

" Robert Gagne (1985) llama a esta clase de conocimiento *aptitudes intelectuales*."

El conocimiento condicional es "saber dónde y por qué" a fin de aplicar los conocimientos declarativo y procedural.

"Robert Gagne (1985) dio a esta clase de conocimiento el nombre de *estrategias cognoscitivas*."

"Dados muchos tipos de problemas matemáticos, se requiere el conocimiento condicional para saber cuándo aplicar un procedimiento y cuándo aplicar otro para resolver cada uno. Para muchos estudiantes, el conocimiento condicional es un obstáculo. Conocen los hechos y pueden llevar a cabo los procedimientos, pero al parecer, no aplican lo que saben en el momento apropiado."

"Procesamiento de información: tres almacenes de memoria"

"[...], la mente humana absorbe información, realiza operaciones con ella para cambiar su forma y contenido, la almacena, la recupera cuando es necesaria y genera respuestas para la misma. Por tanto, el procesamiento implica recopilar y representar información o *codificarla*; conservar información o *almacenarla*; obtener la información cuando es necesaria o *recuperarla*. Al sistema completo se le guía por los *procesos de control* que determinan cómo y cuándo fluirá la información a través del sistema."

“Para algunos psicólogos cognoscitivos, el modelo de la computadora es sólo una metáfora para la actividad mental humana. Pero otros psicólogos cognoscitivistas, en particular, quienes estudian la inteligencia artificial, tratan de diseñar y programar las computadoras para “pensar" y solucionar problemas como seres humanos (Schunk, 1991a). Algunos teóricos sugieren que la operación del cerebro se asemeja a un gran número de computadoras muy lentas, y que todas operan en paralelo (al mismo tiempo), con cada computadora que se dedica a una tarea específica distinta (Martindale, 1991)."

“Los teóricos del procesamiento de información manejan el aprendizaje sobre todo a través del estudio de la memoria."

“**Memoria sensorial”**

La memoria sensorial almacena la información que nos dan nuestros sentidos: vista, oido, gusto, olfato y tacto.

La memoria sensorial también se conoce como registro sensorial o almacén de información sensorial.

“**Capacidad, duración y contenido de la memoria sensorial.** La *capacidad* de la memoria sensorial es muy grande, más información de la que tal vez podamos manejar al mismo tiempo. Pero esta vasta cantidad de información sensorial es frágil en *duración*. Dura entre uno y tres segundos. Podemos experimentar esta breve retención de la información sensorial en nuestros propios registros sensoriales. Mueva un lápiz (o su dedo) hacia atrás y hacia adelante frente a sus ojos mientras usted ve hacia el frente. ¿Ve la imagen de sombra que queda atrás del objeto? La entrada sensorial permanece durante un periodo muy breve una vez que se retiró el estímulo. Puede ver un rastro del lápiz después de que se retiró el estímulo real (Lindsay y Norman, 1977). El *contenido* de la información sensorial se asemeja a las sensaciones del estímulo original. Las sensaciones visuales se codifican de modo breve por medio del registro sensorial como imágenes, casi como fotografías. Las sensaciones auditivas se codifican como patrones de sonidos. Es probable que otros sentidos también tengan sus propios códigos. Por tanto, durante un segundo o un lapso similar, un caudal de datos de la experiencia sensorial permanece intacto. En estos momentos, tenemos la oportunidad de seleccionar y organizar la información para su procesamiento posterior. En esta etapa son críticas la percepción y la atención."

"*Percepción.* El significado que atribuimos a la información en bruto recibida a través de nuestros sentidos se llama **percepción**. Esta significación se construye con base tanto en la realidad objetiva como en nuestro conocimiento existente. Por ejemplo, considere estos trazos: . Si se le preguntara qué letra es, diría "B". Si se le preguntara qué número es, diría "13". Los trazos reales siguen siendo los mismos; su percepción -su significado- cambia al adaptarse a su expectativa de reconocer un número ó una letra. Para un niño sin el conocimiento propio para percibir ya sea un número ó una letra, los trazos quizá carecerían de significado (Smith, 1975)."

"Hay dos explicaciones en la teoría del procesamiento de información para la manera en que reconocemos patrones y damos un significado a los eventos sensoriales. La primera de éstas se denomina *análisis de las características, o* **procesamiento ascendente**, porque deben analizarse las características o los componentes del estímulo y conjuntarse en un patrón significativo " de abajo hacia arriba". Por ejemplo, una letra A mayúscula consiste en dos líneas relativamente rectas que se unen en un ángulo de 45º ( ) y una línea horizontal (-) a través de la parte media. Siempre que vemos estas características, incluyendo A,A,A,A,A,A, reconocemos una A (Anderson, 1990). Esto explica cómo somos capaces de leer palabras escritas en la caligrafía de otras personas."

"Si toda nuestra percepción dependiera del análisis de las características, el aprendizaje sería muy lento. Por fortuna, los humanos tienen la capacidad de otro tipo de percepción, la cual se basa en el conocimiento y las expectativas, que con frecuencia se denomina **procesamiento descendente**. Para reconocer patrones con rapidez, además de percibir las características, utilizamos lo que ya sabemos acerca de la situación - lo que sabemos acerca de las palabras o imágenes o la manera en que el mundo opera por lo general -. Por ejemplo, usted no habría visto los trazos anteriores como la letra B si no tuviera conocimientos del alfabeto romano. Así, lo que sabemos también afecta lo que somos capaces de percibir. [...]."

"*El papel de la atención.* La vida sería imposible si debieran percibirse todas las variaciones de color, movimiento, sonido, temperatura y demás. Al prestar atención a ciertos estímulos e ignorar otros, seleccionamos lo que procesaremos de todas las posibilidades. Pero la **atención** es un recurso con límites. Podemos poner atención sólo a una tarea absorbente a la vez (Anderson, 1990). Por ejemplo, hubo una época en la que aprendía a conducir por lo que no podía escuchar la radio y conducir al mismo tiempo. Después de un poco de práctica, pude escuchar la radio, pero debía apagarla cuando el tránsito se congestionaba. Luego de años de práctica, ahora puedo planear una clase o hablar por teléfono mientras conduzco. Esto se debe a que muchos procesos que en un inicio requieren atención y concentración se tornan automáticos con la práctica. En realidad, la **capacidad de automatización** quizá sea una cuestión de grados - no somos automáticos por completo sino más o menos automáticos en nuestros comportamientos, lo que depende de cuánta práctica tenemos (Anderson, 1990)."

"*Atención y enseñanza.* El primer paso en el aprendizaje es poner atención. Los estudiantes no pueden procesar algo que no reconocen o perciben. Muchos factores del aula influyen en la atención del estudiante. Los carteles [...] atractivos o asombrosos pueden atraer la atención al inicio de una lección. Un profesor podría comenzar una lección de ciencias acerca de la presión del aire al inflar un globo hasta que reviente. Los colores brillantes, el subrayado, el realce de palabras escritas o habladas, los eventos sorpresa y los cambios en el nivel de la voz, el énfasis o el ritmo pueden emplearse para lograr la atención. [...]."

"Memoria a corto plazo"

“Una vez que la información en la memoria sensorial se transforma en patrones de imágenes o sonidos (o quizá otras clases de códigos sensoriales), ésta puede entrar al sistema de **memoria a corto plazo**."

“capacidad, duración y contenido de la memoria a corto plazo. La *capacidad* de la memoria a corto plazo se limita por el número de “bits” de información que se pueden conservar a la vez. En situaciones experimentales con base en el modelo de procesamiento de información, parece que la capacidad es sólo de alrededor de cinco a nueve conceptos separados al mismo tiempo (Miller, 1956). Esta limitación se aplica en cierto grado en la vida cotidiana. Es bastante común recordar un nuevo número de teléfono después de verlo, conforme camina por la habitación para hacer la llamada. ¿Pero qué ocurre cuando tiene que hacer dos llamadas, una después de la otra? Tal vez no se puedan almacenar los dos nuevos números de teléfono (14 dígitos) en forma simultánea."

“[...]. Es cierto que en la vida diaria podemos conservar más de cinco o nueve bits de información a la vez. Mientras usted marca ese número telefónico de siete dígitos, está destinado a tener otras cosas “en la mente” - en su memoria- como la manera en que se usa un teléfono, a quien le llama y por qué. No es necesario que preste atención a estas cosas; no son conocimientos nuevos. Algunos de los procesos, como marcar el número de teléfono, se han hecho automáticos. Sin embargo, dadas las limitaciones de la memoria a corto plazo, si estuviera en un país extranjero e intentara utilizar un sistema de telefonía con el que no está familiarizado, es muy probable que tuviera problemas para recordar el número telefónico por tratar de comprender el sistema del teléfono al mismo tiempo."

“La *duración* de la informacción en la memoria a corto plazo, como en la memoria sensorial, es breve, alrededor de 20 a 30 segundos a lo sumo. Quizá le parezca que un sistema de memoria con un límite de tiempo de 20 segundos no es muy útil. Pero sin este sistema, ya habría olvidado lo que leyó en la primera parte de este enunciado antes de llegar a estas últimas palabras. Es evidente que esto dificultaría comprender los enunciados."

"En ocasiones, la memoria a corto plazo recibe el nombre de **memoria de trabajo** porque su *contenido* es información activada - acerca de lo que piensa en ese momento -. Esta información activada puede ser conocimiento que está en memoria a largo plazo, sobre el cual comúnmente ya ha pensado o algo nuevo que acaba de encontrar (Anderson, 1990). Por esta razón, algunos psicólogos consideran que la memoria de trabajo es sinónimo de "conciencia". La información en memoria a corto plazo puede tener la forma de imágenes que se asemejan a las percepciones en la memoria sensorial, o se puede estructurar la información de modo más abstracto, con base en el significado."

"*Retención de la información en la memoria a corto plazo.* Puesto que la información en memoria a corto plazo es frágil y se pierde con facilidad, se debe mantener activada a fin de retenerla. La activación es alta en tanto que se concentre en la información, pero la activación disminuye o desaparece con rapidez cuando se retira la atención (Anderson,1990). Cuando la activación desaparece, sigue el olvido, [...]. Para mantener activa la información en la memoria a corto plazo durante más de 20 segundos, la mayoría de las personas repasa mentalmente la información."

"Hay dos tipos de repaso (Craik y Lockhart, 1972). El **repaso de mantenimiento** implica repetir la información en su mente. En tanto repita la información, ésta puede conservarse en la memoria a corto plazo en forma indefinida. El repaso de mantenimiento es útil para retener algo que planea usar y luego olvidar, como un número telefónico."

"El **repaso de elaboración** implica asociar la información que intenta recordar con algo que ya sabe, con información de la memoria a largo plazo. Por ejemplo, si usted conoce a alguien en una fiesta que se llama igual que su hermano, no tiene que repetir el nombre en la mente para mantenerlo en la memoria, sólo debe hacer la asociación. Esta clase de ensayo no sólo retiene la información en la memoria de trabajo sino que ayuda a transferir más información de la memoria a corto plazo a la memoria a largo plazo. De ahí que el repaso sea un "proceso de control ejecutivo" que afecta el flujo de información a través del sistema de procesamiento de la información."

"La capacidad limitada de la memoria a corto plazo también puede evitarse mediante el proceso de control del **agrupamiento**. Dado que el límite de la memoria a corto plazo es el número de bits de información, no el tamaño de cada bit, puede retener más información si agrupa bits individuales de información. Por ejemplo, si debe recordar los seis dígitos 3, 5, 4, 8, 7 y 0, es más sencillo unirlos en tres grupos de dos dígitos cada uno (35, 48, 70) o dos grupos de tres dígitos cada uno (354, 870). Con estos cambios, sólo hay dos o tres bits de información en lugar de seis bits que se deben retener al mismo tiempo. La acumulación le ayuda a recordar un número de teléfono o un número de afiliación al seguro social."

"*Olvido.* La información puede perderse de la memoria a corto plazo por la interferencia o deterioro. La interferencia es bastante directa: recordar información nueva interfiere u obstaculiza la manera de recordar la información antigua. El pensamiento nuevo sustituye el antiguo. Conforme se acumulan los pensamientos, la información antigua se pierde de la memoria a corto plazo. La información también se pierde de la memoria a corto plazo por el **deterioro** temporal. Si no sigue poniendo atención a la información, el nivel de activación disminuye (se debilita) y por último se reduce a un nivel tan bajo que no puede reactivarse, la información desaparece por completo."

"El olvido es muy útil. Sin olvidar, las personas sobrecargarían con facilidad su memoria a corto plazo y el aprendizaje se detendría. Asimismo, sería un problema si usted recordara en forma permanente todos los enunciados que alguna vez leyó. Sería imposible encontrar un bit de información particular en todo ese caudal de conocimientos. Es útil contar con un sistema que proporcione almacenamiento temporal."

“Memoria a largo plazo”

“La memoria a corto plazo mantiene la información que está activa en el presente, como un número de teléfono que acaba de encontrar o que está por marcar. La **memoria a largo plazo** mantiene la información que bien se aprendió, como todos los demás números telefónicos que sabe. Se dice que la información bien aprendida tiene una alta **fuerza de memoria** o *durabilidad* (Anderson, 1990)."

“*Capacidad, duración y contenido de la memoria a largo plazo.* Existen varias diferencias entre las memorias a corto y a largo plazos. La información entra en la memoria a corto plazo con mucha rapidez. Transferir la información al almacenamiento a largo plazo requiere más tiempo y un poco más de esfuerzo. En tanto que la capacidad de la memoria a corto plazo es limitada, al parecer, para todos los propósitos prácticos, la memoria a largo plazo es ilimitada. Además, una vez que la información se almacena con seguridad en la memoria a largo plazo, ésta puede permanecer ahí de modo definitivo. En teoría, debemos ser capaces de recordar tanto como queramos, durante tanto tiempo como queramos. Por supuesto, el problema es localizar la información correcta cuando es necesaria. Nuestro acceso a la información en la memoria a corto plazo es inmediato porque la información en esta memoria es lo que pensamos en este preciso momento. Pero el acceso a la memoria a largo plazo requiere más tiempo y esfuerzo."

“*Contenido de la memoria a largo plazo.* [...]. La mayoría de los psicólogos cognoscitivistas distingue tres categorías de memoria a largo plazo: semántica, episódica y procedural."

“La **memoria semántica** es la memoria para el significado. Estos recuerdos se almacenan como *proposiciones, imágenes y esquemas*. Dado que éstos son conceptos muy importantes para la enseñanza, les dedicaremos un poco más de tiempo."

“*Proposiciones y redes proposicionales.* Una *proposición* es la unidad de información más pequeña que se puede juzgar como verdadera o falsa. El enunciado, “Ida pidió prestado el mantel antiguo”, tiene dos proposiciones:"

“1.- Ida pidió prestado el mantel.”
“2.- El mantel es antiguo.”

“Una **red proposicional** es un grupo de bits de información conectados entre sí. [...]."

“Es posible que la mayor parte de la información se almacene y se represente en redes proposicionales. Cuando queremos recordar un bit de información, podemos traducir su significado (como se representa en la red proposicional) a frases y enunciados comunes o a imágenes mentales. Asimismo, debido a la red proposicional, recordar un bit de información puede provocar o *activar* el recuerdo de otro bit. No estamos conscientes de estas redes, puesto que no forman parte de nuestra memoria consciente (Anderson, 1990). [...]."

“*Imágenes.* Las imágenes son representaciones que se basan en *percepciones* -en la estructura o la apariencia de la información- (Anderson, 1990). Las **imágenes** reflejan lo que representan - preservan los atributos físicos y la estructura espacial de la información-. [...]."

“*Esquemas.* [...]. “Para manejar el hecho de que gran parte de nuestro conocimiento parece integrado, los psicólogos desarrollaron la idea de un esquema" (Gagne, Yekovich y Yekovich, 1993, p.81). Los **esquemas** son estructuras de datos abstractos que organizan vastas cantidades de información. Un esquema es un patrón o guía para comprender un evento, concepto o habilidad. [...]."

“[...]. El esquema es como un prototipo o patrón que especifica las relaciones “estandar” en un objeto o situación. [...]."

Memoria episódica. Es la memoria para información asociada con un lugar y momento particulares, en especial la información acerca de los eventos en nuestra propia vida.

"[...]. La memoria episódica lleva el registro del orden de los acontecimientos, de manera que es un buen sitio para almacenar chistes, rumores o reseñas de películas. [...]."

"*Memoria procedural.* La memoria para cómo hacer las cosas se llama **memoria procedural**. Puede requerir algo de tiempo aprender un procedimiento -dígase de cómo esquiar, servir una pelota de tenis o factorizar una ecuación- pero una vez que se aprende, este conocimiento tiende a recordarse durante mucho tiempo. Las memorias procedurales se representan como *reglas de condición-acción*, a veces conocidas como *producciones*. Las **producciones** especifican lo que se debe hacer en ciertas condiciones: si A ocurre, entonces se realiza B. [...]. Las personas no pueden establecer necesariamente todas sus reglas de condición-acción, pero no obstante, actúan sobre éstas. Cuanto más se practica el procedimiento, más automática es la acción (Anderson, 1990)."

Una producción podría ser algo como "si quiero resistir más en una rutina de aerobics, debo aligerar mi cuerpo", o "si deseo factorizar un trinomio debo observar si es trinomio cuadrado perfecto".

"A*lmacenamiento de la información en la memoria a largo plazo.* ¿Qué se hace para "guardar" información de manera permanente -a fin de crear recuerdos procedurales, semánticos o episódicos- ? ¿Cómo podemos utilizar de modo más efectivo nuestra capacidad prácticamente ilimitada para aprender y recordar?. La manera en que aprende información en primer término -la forma en que la procesa en el exterior- parece afectar su recuerdo posterior. Un requerimiento importante es que integre el material nuevo con la información ya almacenada en la memoria a largo plazo conforme crea una comprensión. Aquí, la *elaboración*, *la organización* y el *contexto* desempeñan una función."

"La **elaboración** es agregar significado a la nueva información a través de su conexión con el conocimiento ya existente. En otras palabras, aplicamos nuestros esquemas y nos basamos en el conocimiento ya existente para construir una comprensión de la nueva información y quizá, con objeto de cambiar nuestro conocimiento ya existente en el proceso. Con frecuencia elaboramos de manera automática. Por ejemplo, un párrafo acerca de un personaje histórico del siglo XVII tiende a activar nuestro conocimiento existente sobre ese periodo, utilizamos el conocimiento antiguo para comprender el nuevo."

"[...], la elaboración es una forma de ensayo. Mantiene la información activada en la memoria en funcionamiento durante un periodo lo suficientemente extenso a fin de tener una oportunidad de almacenamiento permanente en la memoria a largo plazo. [...], la elaboración construye conexiones adicionales con el conocimiento existente. Cuanto más se asocia un bit de información o conocimiento con otros bits, hay más rutas qué seguir para obtener el bit original. [...]."

Dicho de otro modo, existen varias maneras, o claves de recuperación, mediante las cuales se puede recordar la información que se esté buscando.

"Los psicólogos también han descubierto que cuanto más precisas y razonables son las elaboraciones, más fácil será el recuerdo. (Bransford, Stein, Vye, Franks, Auble, Mezynski y Perfetto, 1982; Stein, Littlefield, Bransford y Persampieri, 1984)."

"La **organización** es un segundo elemento del procesamiento que incrementa el aprendizaje. Es más sencillo aprender y recordar el material que está bien organizado que bits y piezas de información, en especial si la información es compleja o extensa. Ubicar un concepto en una estructura le ayudará a aprender y recordar ya sea definiciones generales o ejemplos específicos. La estructura sirve como una guía de regreso a la información cuando precisa de ésta. [...]."

La estructura puede ser una tabla, o un resumen, o un mapa conceptual.

“El *contexto* es un tercer elemento del procesamiento que influye en el aprendizaje. Los aspectos del contenido físico y emocional -lugares, habitaciones, cómo nos sentimos un día en particular, quién está con nosotros- se aprenden junto con otra información. Más adelante, si se trata de recordar la información, será más facil si el contexto actual es similar al original. Esto se demuestra en laboratorio. Estudiantes que aprendieron material en un tipo de salón presentaron un mejor desempeño en pruebas realizadas en un salón similar que en las pruebas que se realizaron en un salón con apariencia muy diferente (Smith, Glenberg y Bjork, 1978). Así, estudiar para una prueba en condiciones “similares a la prueba" puede tener como resultante un mejor desempeño. [...]."

“Recuperación de la información de la memoria a largo plazo. Cuando se necesita utilizar información de la memoria a largo plazo, la buscamos. En ocasiones, la búsqueda es consciente, como cuando usted ve a un amigo que se aproxima y trata de recordar su nombre. Otras veces, localizar y usar información de la memoria a largo plazo es automático, como cuando marca un número de teléfono o resuelve un problema de matemáticas sin tener que buscar cada paso. [...]."

La memoria a largo plazo almacena una cantidad increíble de conocimientos, pero puede ser difícil encontrar lo que se busca.

La memoria en funcionamiento es pequeña, pero cualquier cosa que se halla en ésta queda disponible en forma inmediata, sin embargo, puesto que es pequeña, los bits de información a veces se pierden cuando se sobrecarga de información.

“El tamaño de la red de la memoria es inmenso, pero sólo se activa un área reducida en cualquier momento determinado. Sólo la información en que pensamos en el presente se localiza en la memoria en funcionamiento. La información se recupera en esta red proposicional a través de la **extensión de la activación**. Cuando se activa una proposición o imagen particular -cuando pensamos en ésta- otros conocimientos asociados en forma estrecha pueden activarse también y la activación puede extenderse a lo largo de la red de trabajo (Anderson, 1993; Gagne, Yekovich y Yekovich, 1993). [...]."

"Olvido y memoria a largo plazo. La información que se pierde de la memoria a corto plazo en realidad desaparece. Ningún esfuerzo hará que vuelva. Pero la información almacenada en la memoria a largo plazo puede estar disponible, dados los indicios correctos. Los investigadores piensan que nada se pierde jamás de la memoria a largo plazo, pero investigaciones recientes dan lugar a dudas con respecto de esta aseveración (Schwartz y Reisberg, 1991). [...]"

"Freud sugirió que en ocasiones olvidamos o "reprimimos" de modo intencional información o experiencias que en realidad no deseamos recordar. Pero esto no explica por qué algunas experiencias se recuerdan de manera vívida, en tanto que se olvidan otras que son placenteras o neutrales. ¿Qué más causa problemas en la memoria a largo plazo?"

"Al parecer, la información se pierde de la memoria a largo plazo por el deterioro temporal y la interferencia. Por ejemplo, la memoria para el vocabulario de inglés-español disminuye durante aproximadamente tres años después del último curso de español de una persona, luego permanece en el mismo nivel más o menos durante 25 años y después vuelve a reducirse durante los 25 años siguientes. Una explicación de esta disminución es que las conexiones neurales, al igual que los músculos, se debilitan si no se utilizan. Después de 25 años, puede ser que los recuerdos aún se localicen en alguna parte en el cerebro, pero son muy débiles para reactivarlos (Anderson, 1990)."

"La idea de que la **interferencia** causa el olvido en la memoria a largo plazo así como en la memoria a corto plazo parece tener el respaldo de evidencia con base en investigaciones. Los recuerdos más recientes pueden interferir u oscurecer recuerdos anteriores, y los recuerdos más antiguos pueden interferir el recuerdo de material nuevo. [...]."

La **interferencia** es un proceso que ocurre cuando recordar cierta información es obstaculizada por la presencia de otra información.

LO QUE ME SIRVE DE LAS TEORIAS EN LOS PLANES DE CLASE

<u>DE LA TEORIA DE PIAGET:</u>

"El desarrollo psíquico consiste esencialmente en una marcha hacia el equilibrio."

"La vida mental puede concebirse como la evolución hacia una forma de equilibrio final representada por el espíritu adulto. El desarrollo es por lo tanto

una progresiva equilibración, un perpetuo pasar de un estado de menor equilibrio a un estado de equilibrio superior."

Piaget distingue seis estadios o periodos de desarrollo, que marcan la aparición de las estructuras variables. Estas estructuras variables son estructuras progresivas o formas sucesivas de equilibrio, el análisis de éstas permite marcar las diferencias de un nivel a otro de la conducta, desde los comportamientos elementales del recién nacido hasta la adolescencia.

El sexto estadio comprende el periodo de la adolescencia. Es el estadio de: las operaciones intelectuales abstractas, la formación de la personalidad y la inserción afectiva e intelectual en la sociedad de los adultos.

"Cada estadio constituye por las estructuras que lo definen, una forma particular de equilibrio, y la evolución mental se efectúa en el sentido de una equilibración más avanzada."

Si hay un desequilibrio entonces surge una necesidad (algo fuera de nosotros o en nosotros, en nuestro organismo físico o mental, ha cambiado) y esta provoca que se lleve a cabo una acción para satisfacer dicha necesidad. La acción termina en cuanto la necesidad ha sido satisfecha. Por lo tanto, los problemas que se planteen en clase deben desequilibrar al alumno, es decir, deben propiciar que algo en su organismo mental cambie y entonces surja la necesidad de resolverlos.

Los maestros a nivel preparatoria no debemos olvidar que la mayoría de nuestros alumnos son adolescentes y que en esta etapa la maduración del instinto sexual provoca desequilibrios momentáneos que dan lugar a una necesidad de afecto muy característica a todo este último periodo de la evolución psíquica.

Por otra parte, puesto que los adolescentes producen una nueva forma de pensamiento, por ideas generales y construcciones abstractas, el profesor puede implementar en clase problemas que induzcan a que los alumnos generalicen , y de esta manera desarrollar en los alumnos la capacidad de generalización y abstracción.

En este período de la adolescencia, el pensamiento formal se hace posible, por lo que los adolescentes pueden ser capaces de expresar ideas en un lenguaje como el de los símbolos matemáticos.

Los adolescentes están en una etapa de formación de su personalidad, lo cual implica la elaboración de proyectos, de programas de vida, de metas, etc. que se fijan alcanzar por medio del sometimiento a disciplinas que ellos mismos construyen.

El adolescente, debido a su personalidad incipiente, se coloca como un igual ante sus mayores y quiere sobrepasarles y sorprenderles transformando al mundo, por esta razón los proyectos, los planes de vida, etc. de los adolescentes están llenos de sentimientos de cooperación social.

Los maestros podríamos aprovechar el hecho de que nuestros alumnos adolescentes están en una etapa de formación de su personalidad que implica una especie de descentramiento del yo que se integra en un programa de cooperación, generarando tareas en las que puedan participar proporcionando su mano de obra: como mantener limpio el salón, sacar fotocopias del material que se necesite para las clases, borrar el pizarrón, etc., y de esta manera generar también una relación maestro-alumno de más comunicación y colaboración.

Aunque también debemos estar preparados para los cambios de actitud en los adolescentes, en cuanto a su egocentrismo se refiere, puesto que en este proceso de formación de su personalidad todo desequilibrio volverá a centrarla en sí misma.

Como los adolescentes se preparan a insertarse en la sociedad de los adultos: por medio de proyectos, de programas de vida, de sistemas a menudo teóricos, de planes de reformas políticas o sociales, etc., sería bueno que los maestros, sin perder de vista los objetivos curriculares, enseñaramos los temas que más les sean útiles para esta inserción en la sociedad.

Puesto que las sociedades de adolescentes son principalmente sociedades de discusión, se puede propiciar en clase la discusión de algún tema.

Los maestros podemos ayudar a los adolescentes a adaptarse a la sociedad, ayudándolos a pasar de reformadores a realizadores.

DE LA TEORIA DE VYGOTSKY:

La *zona de desarrollo próximo* es una área potencial en el crecimiento intelectual del niño que sólo puede ser apropiadamente desarrollada por el intermedio de pares más capaces o por los adultos.

La *zona de desarrollo próximo* es la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

El aprendizaje permite que una serie de procesos evolutivos internos sean capaces de manifestarse, pero sólo cuando el niño está en interacción con las personas que le rodean. Una vez que se han internalizado estos procesos, se convierten en elementos propios del desarrollo del niño.

"El aprendizaje no es en sí mismo desarrollo, pero una correcta organización del aprendizaje del niño conduce al desarrollo intelectual, activa todo un grupo de procesos del desarrollo y esta actividad no podría producirse sin el aprendizaje"

"Por ello, el aprendizaje es un momento intrínsecamente necesario y universal para que se desarrollen en el niño esas características humanas no naturales, sino formadas históricamente"

Según Vygotsky casi todo el aprendizaje humano se gesta con la ayuda de personas más capaces, por lo tanto, sería conveniente implementar en clase técnicas grupales que propicien el aprendizaje de un tema, como el trabajo en equipo en donde al menos uno de los integrantes no sea capaz de alzanzar dicho aprendizaje sin ayuda de los participantes más capaces.

La evaluación de los alumnos no debe llevarse a cabo solamente con las calificaciones de los exámenes sino también con la evaluación de aquéllo que los alumnos pueden lograr con la ayuda de pares más capaces, puesto que lo que los alumnos puedan hacer con la ayuda de pares más capaces, lo podrán hacer mañana por sí solos (bajo su propio control), es decir, los alumnos adquieren primero la capacidad de subordinar su conducta a las reglas o indicaciones del compañero

más capaz y posteriormente son capaces de autorregular su comportamiento: el autocontrol o autorregulación se convierte en una función interna.

"Los procesos evolutivos no coinciden con los procesos del aprendizaje, por el contrario, el proceso evolutivo va a remolque del proceso de de aprendizaje."

Sería conveniente que los maestros realizaramos actividades que nos permitieran conocer las potencialidades de los alumnos.

La principal consecuencia que se desprende del análisis educacional según este método es el demostrar que el dominio inicial, por ejemplo, de alguna operación matemática proporciona la base para el subsiguiente desarrollo de una serie de procesos internos sumamente complejos en el pensamiento del adolescente. Es decir, en el momento en que el adolescente asimila el significado de una palabra, o domina una operación como puede ser la suma de enteros o el lenguaje algebraico, sus procesos evolutivos no se han realizado por completo, de hecho, tan sólo han comenzado.

"En la educación tradicional se manifiesta una peculiar asimetría entre el maestro, que ocupa una situación de poder en virtud de los conocimientos que se van a impartir, y el alumno que los recibe de manera pasiva."

Si se desea lograr que el sistema educativo propicie y estimule la creatividad en los estudiantes, es necesario minimizar la asimétrica relación que tradicionalmente se ha establecido entre el maestro y el estudiante. "Se trata de fomentar y optimizar el aprendizaje en lugar de obstaculizarlo. Precisamente, la noción de *zona de desarrollo próximo* **permite repensar el problema de la educación desde una nueva perspectiva:** *la del desarrollo potencial***. Aun cuando el maestro y el alumno comenzaran su intercambio comprendiendo significados diferentes, la negociación en la ZDP podría favorecer el intercambio para que éste fuera provechoso."**

DE LA TEORIA DE AUSBEL:

En matemáticas se emplea el aprendizaje de representaciones cuando, por ejemplo, se simboliza con una letra a una variable: X= peso de un humano, Y= sueldo de un trabajador, y se igualan en significado los símbolos X y Y con las variables "peso de un humano" y "sueldo de un trabajador".

Para que un alumno aprenda un concepto se requiere que haya varias etapas sucesivas de generación de hipótesis, comprobación y generalización, es decir, después de que el alumno haya manejado en varias ocasiones el concepto, comparándolos y relacionándolos con otros conceptos hasta que pueda generalizar los atributos de criterio que constituyen el concepto por aprender.

Los alumnos pueden adquirir nuevos conceptos mediante el proceso de asimilación conceptual, es decir, definiendo los atributos de criterio de los conceptos nuevos por medio del uso de los conceptos ya existentes en la estructura cognoscitiva del alumno.

Un tipo de aprendizaje por recepción es el aprendizaje proposicional, éste se puede dar de dos maneras:

1) se le presentan al alumno proposiciones y se le pide únicamente que aprenda y recuerde sustancialmente lo que éstas significan, es decir, el contenido se le presenta en forma de exposición explícita, la cual únicamente tendrá que entender y recordar.

2) Por descubrimiento: el alumno debe descubrir el contenido por sí mismo generando proposiciones que representen ya sea soluciones a los problemas que se le planteen o los pasos sucesivos para resolverlos.

Algunos consejos para evitar que se desarrolle en los alumnos una propensión hacia el aprendizaje repetitivo en relación con la materia potencialmente significativa son:

1) No exigir que las respuestas de los alumnos sean exactamente como uno se las enseña sino que baste con que las respuestas sean sustancialmente correctas

2) Tratar de disminuir la ansiedad de los alumnos que manifiestan "fobia" hacia las matemáti

cas y darles confianza en sus capacidades para relacionar conceptos.

3) Darles el tiempo pertinente para comprender el significado de los conceptos fundamentales.

La tarea de aprendizaje es potencialmente significativa si es intencionada y sustancialmente relacionable con la estructura de conocimiento del alumno.

Que la tarea de aprendizaje sea o no potencialmente significativa depende de dos factores principales: de la naturaleza del material que se va a aprender como de la naturaleza de la estructura cognoscitiva del alumno en particular.

El material de aprendizaje debe ser significativo lógicamente (o lo que es lo mismo, potencialmente significativo), es decir, debe ser relacionable no arbitraria, pero sí sustancialmente con las ideas pertinentes y correspondientes que se hallen dentro de la capacidad de aprendizaje humano.

Las matemáticas tienen significatividad lógica puesto que manejan construcciones lógicas.

El primer criterio, el de la relacionabilidad no arbitraria, significa que si el material muestra la suficiente intencionalidad (o falta de arbitrariedad), entonces hay una base adecuada y casi obvia para relacionarlo de modo no arbitrario con las correspondientes ideas relevantes que se hallen dentro de la capacidad de aprendizaje humano.

"El segundo criterio, el de la relacionabilidad sustancial, significa que ni el aprendizaje significativo ni el significado que surge dependen del uso exclusivo de signos particulares, y ni de otros; el mismo concepto o proposición podrían expresarse de manera sinónima y deberían seguir comunicando exactamente el mismo significado. Así, por ejemplo, "la suma de los ángulos internos de un triángulo equivalen a un ángulo recto" significaría para la mayoría de los estudiantes de geometría lo mismo que "la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180 grados." "

"Las tareas de aprendizaje por repetición no se efectúan en el vacío cognoscitivo, también son relacionables con la estructura cognoscitiva pero solamente de modo arbitrario y al pie de la letra, lo que trae consigo la adquisición de ningún significado."

Esta relacionabilidad arbitraria y literal de las tareas de aprendizaje por repetición con la estructura cognoscitiva tiene consecuencias importantes para el aprendizaje:

1) Sólo las tareas de aprendizaje relativamente cortas pueden ser internalizadas de este modo, y únicamente pueden retenerse por periodos breves a menos que sean sobreaprendidas en gran parte.

2) La relacionabilidad arbitraria y literal con la estructura cognoscitiva hace a las tareas de aprendizaje por repetición vulnerables a la interferencia de los materiales semejantes aprendidos previamente y que se producen concurrentemente.

DE LA TEORIA DE PROCESAMIENTO HUMANO DE INFORMACIÓN:

En los planes de clase hacer énfasis en el conocimiento condicional, para que los alumnos sepan cuando aplicar un procedimiento y cuando aplicar otro en la resolución de problemas.

El procesamiento de información implica codificar, almacenar y recuperar información.

"Los teóricos del procesamiento de información manejan el aprendizaje sobre todo a través del estudio de la memoria."

Podría enseñarse matemáticas motivando más a la memoria sensorial de los alumnos, implementando actividades que desarrollen más su vista, oído y tacto a fin de que seleccionen y organicen conceptos y procedimientos matemáticos para su procesamiento posterior. En esta etapa en la que se motiva a la memoria sensorial, juegan un papel importante la percepción y la atención.

" El significado que atribuimos a la información en bruto recibida a través de nuestros sentidos se llama percepción."

Para propiciar el aprendizaje es conveniente llevar a cabo el procesamiento ascendente , es decir, analizar las características o los componentes del estímulo y conjuntarse en un patrón significativo; y también llevar a cabo el procesamiento descendente, es decir, utilizar lo que los alumnos ya saben y las expectativas que tengan acerca de la situación.

" El primer paso en el aprendizaje es poner atención. Los estudiantes no pueden procesar algo que no reconocen o perciben."

"Los colores brillantes, el subrayado, el realce de palabras escritas o habladas , los eventos sorpresa y los cambios en el nivel de la voz, el énfasis o el ritmo pueden emplearse para lograr la atención."

Para que los alumnos retengan la información que se les da en clase, en la memoria a corto plazo, se puede llevar a cabo el repaso de mantenimiento y el repaso de elaboración.

"El repaso de mantenimiento implica repetir la información en su mente. En tanto repita la información, ésta puede conservarse en la memoria a corto plazo en forma indefinida."

"El repaso de elaboración implica asociar la información que intenta recordar con algo que ya sabe, con información de la memoria a largo plazo."

Las asociaciones no sólo retienen la información en la memoria a corto plazo sino que ayudan a transferir más información de la memoria a corto plazo a la memoria a largo plazo.

Puesto que el límite de la memoria a corto plazo es el número de bits de información, no el tamaño de cada bit, para que un alumno retenga más información en la memoria a corto plazo se puede llevar a cabo el proceso de control de agrupamiento, este proceso consiste en agrupar bits individuales de información. Por ejemplo, si debe recordar los seis dígitos 2, 3, 5, 7, 11, 13, es más sencillo unirlos en dos grupos de cuatro dígitos cada uno (2357, 1113), con este cambio sólo hay dos bits de información en lugar de seis.

La información de la memoria a corto plazo se puede perder por la interferencia o deterioro. La interferencia se da cuando al recordar información nueva , ésta interfiere u obstaculiza la manera de recordar la información antigua. La información también se pierde de la memoria a corto plazo por el deterioro temporal. Si no se sigue poniendo atención a la información, el nivel de activación se reduce de tal manera que no puede reactivarse y la información desaparece por completo.

El olvido es de utilidad. Si no olvidáramos, sobrecargaríamos con facilidad nuestra memoria a corto plazo y sería imposible encontrar un bit de información particular en todo ese caudal de conocimientos.

En la memoria a largo plazo se encuentra la información que bien se aprendió.

Transferir información al almacenamiento a largo plazo requiere de más tiempo y más esfuerzo, en comparación con el almacenamiento a corto plazo.

Para transferir conceptos matemáticos a la memoria a largo plazo semántica se podrían crear redes proposicionales cortas en donde se especifiquen claramente las características del objeto de estudio.

En Matemáticas se usa mucho la memoria procedural. Para transferir algorítmos matemáticos a la memoria procedural se debe hacer énfasis en las reglas de condición acción (producciones).

Algunos requerimientos importantes para guardar información de manera permanente, a fin de crear recuerdos procedurales, semánticos o episódicos, son los siguientes:

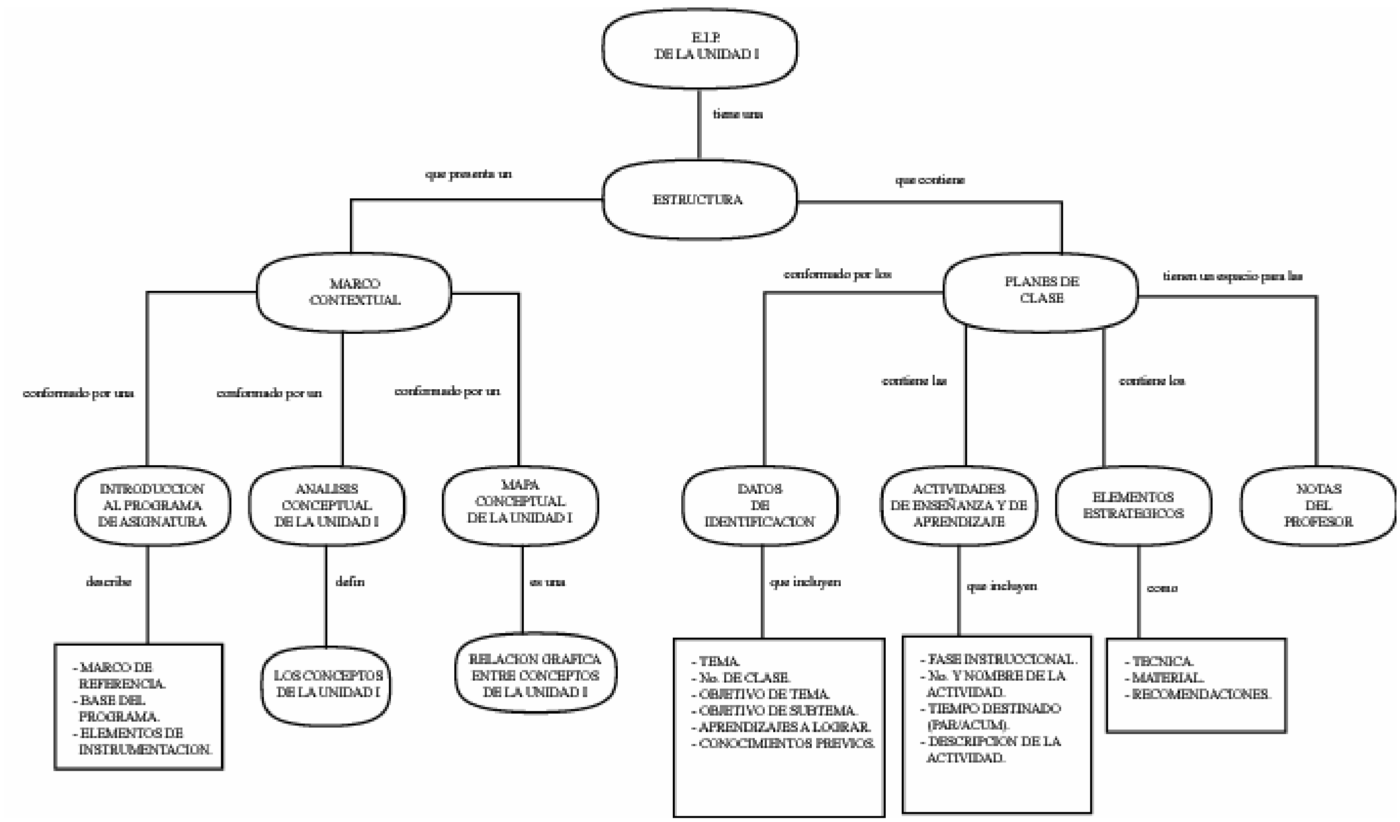
- Llevar a cabo *la elaboración*, es decir, agregar significado a la nueva información a través de su conexión con el conocimiento ya existente. En otras palabras, basarnos en el conocimiento ya existente para construir una comprensión de la nueva información. La elaboración construye conexiones adicionales con el conocimiento existente. Cuanto más se asocia un bit de información o conocimiento con otros bits, hay más rutas qué seguir para obtener el bit original. Cuanto más precisas y razonables son las elaboraciones, ,más facil será el recuerdo.
- *Organizar* el material que se va a enseñar en una *estructura* que sirva como una guía de regreso a la información cuando se precise de ésta. La *estructura* puede ser una tabla, un resumen, un cuestionario o un esquema.
- Tratar de propiciar un ambiente físico y emocional agradable en el aula, es decir, crear un *contexto* adecuado que favorezca el aprendizaje y que los estudiantes realicen sus pruebas en condiciones similares a las que tenían cuando aprendieron el material.

CAPITULO III

ESTRUCTURA DE LA ESTRATEGIA DE INTERVENCION PEDAGOGICA

De acuerdo al modelo Educativo del Colegio de Bachilleres y la Planeación de la Enseñanza Estratégica, por Estrategia de Intervención Pedagógica (EIP) se entiende el conjunto de acciones pertinentes, planeadas y sistematizadas que apoyan la intervención pedagógica del docente y directamente a la construcción del conocimiento del alumno. Dichas acciones son reguladas y ajustadas al proceso de aprendizaje y que inciden sobre la actividad mental constructivista del alumno para el logro del aprendizaje significativo.

Con la presente tesis propongo una Estrategia de Intervención Pedagógica para enseñar temas de la Unidad I: Aritmética: Una introducción al Algebra, correspondientes al programa actualizado de la asignatura de Matemáticas I impartida en el Colegio de Bachilleres, la estructura de dicha estrategia está constituida por dos apartados que son: *El Marco Contextual y los Planes de Clase,* cada uno con sus propios elementos que se pueden observar en el siguiente diagrama:



3.1 MARCO CONTEXTUAL

3.1.1 INTRODUCCION AL PROGRAMA DE ASIGNATURA

Es una breve descripción del programa de asignatura donde, a partir de su análisis, se describen aspectos como los siguientes:

1) La ubicación

Proporciona información sobre el lugar que ocupa la asignatura al interior del plan de estudios y sobre su relación con otras asignaturas.

2) Las intenciones de materia y asignatura

Informan sobre el papel que desempeña cada una de ellas para el logro de los propósitos educativos del Colegio de Bachilleres.

3) El enfoque

Se define como la perspectiva desde la cual se estructuran los contenidos y se establece la metodología a seguir para su enseñanza y aprendizaje.

4) Temática de cada unidad y carga horaria

Presenta el temario de la asignatura de Matemáticas I, así como el tiempo destinado para la enseñanza de los temas y subtemas , es decir, la carga horaria.

3.1.2 ANALISIS CONCEPTUAL DE LA UNIDAD

Es un ensayo en el que se definen y se explican los conceptos fundamentales de la unidad.

3.1.3 MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD

Es la representación gráfica de las relaciones entre conceptos de los temas a tratar de la unidad.

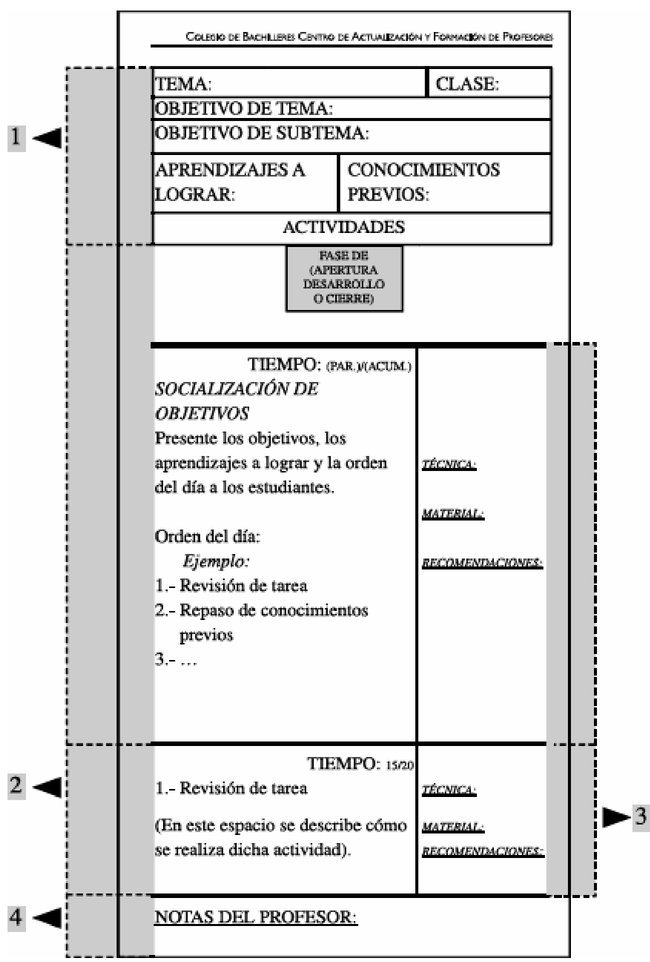
3.2 PLANES DE CLASE

Los planes de clase son una propuesta de trabajo en el que existe cierta flexibilidad estratégica en su uso, la cual depende del proceso de aprendizaje y la característica de los alumnos así como de la experiencia docente, sin embargo es necesario que la(s) modificacion(es) que se hagan durante el proceso no desvirtue el objetivo institucional del programa de asignatura.

Los planes de clase se desarrollan con base en una secuencia lógica de *apertura, desarrollo y cierre,* que forman una sesión instruccional organizada y sistematizada.

A continuación se presenta un esquema del formato de cada plan de clase con sus apartados correspondientes y un ejemplo de como se presenta una actividad.

Este formato fue ideado y propuesto por el Colegio de Bachilleres para la elaboración de los planes de clase del taller Laboratorio para la elaboración, aplicación y evaluación de Estrategias de Intervención Pedagógica de Matemáticas I, impartido en el Colegio de Bachilleres en el mes de julio de 1997.



3.2.1 DATOS DE IDENTIFICACION

El primer apartado del formato presenta la información que identifica a los siguientes elementos:

1) Tema

Se anota el número de tema y el nombre que se le asigne. En los casos de la primera clase o de las clases donde se apliquen las evaluaciones sumativas , se indica lo que se verá en éstas (por ejemplo: Encuadre del curso, evaluación sumativa de la unidad I, etc.).

2) Clase

Establece el orden numérico progresivo de cada una de las clases acorde a la dosificación programática.

3) Objetivo de tema

Al inicio de cada tema de la unidad se presenta el objetivo de operación del tema como aparece en el programa, antecedido por su número y nombre; en las clases subsiguientes y hasta finalizar dicho tema no se repite el objetivo del tema.

4) Objetivo de subtema

Presenta el objetivo de operación del subtema como aparece en el programa, antecedido por su número y nombre.

5) Objetivo de clase

Este apartado se presenta solamente cuando no se introducen y/o desarrollan los contenidos temáticos del programa, sino que se aplica una evaluación, se presenta el encuadre del curso, etc.

En estos casos viene a sustituir a los objetivo de tema y objetivo de subtema.

6) Aprendizajes a lograr

Presenta una lista de los conceptos, los principios, los métodos, las habilidades y/o las actitudes que se pretende que logre el alumno al finalizar la clase y que se desprenden de los objetivos de operación. Se usan verbos en infinitivo para indicar el nivel de aprendizaje a lograr.

7) Conocimientos previos

Presenta una lista de los conocimientos y/o las habilidades necesarios que debe poseer el alumno con el propósito de abordar cada clase. Se usan verbos en infinitivo para indicar el nivel de conocimiento.

3.2.2 ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

El segundo apartado del formato presenta básicamente las actividades de enseñanza y de aprendizaje propuestas para el logro de los aprendizajes indicados.

Cada actividad describe, en forma explícita, las acciones que ha de desarrollar el profesor en términos de enseñanza y de aprendizaje para lograr los objetivos. En caso de que sea necesario se clarifica quien realiza la acción, se indica si la hace el profesor o si la hacen los alumnos.

En este apartado se presentan los siguientes elementos: Fase de apertura, fase de desarrollo y fase de cierre (estas fases indican los momentos instruccionales del plan de clase donde se describen las actividades):

1) Fase de apertura

En esta fase se hace una socialización de objetivos que consiste en presentar a los alumnos la orden del día y los aprendizajes que deben lograr.

La orden del día enumera y enuncia en orden progresivo las actividades y/o contenidos que se desarrollan en cada fase.

En esta fase se revisan y se actualizan los conocimientos que poseen o debieran poseer los alumnos, se desarrolla un puente entre los conocimientos previos y los que se adquirirán, se revisa o se pide la tarea.

Dicha fase tiene la finalidad de propiciar en los alumnos el interés y motivación para adquirir conocimientos nuevos, y al mismo tiempo mostrar que los conocimientos previos son los peldaños para lograrlos.

2) Fase de desarrollo

En esta fase se desarrollan las actividades que promueven los aprendizajes propuestos en la clase.

3) Fase de cierre

En esta fase se concluye con una recapitulación de los contenidos enseñados, una valoración del logro de los objetivos y con la asignación de la tarea.

En las tres fases aparece un **tiempo (parcial/acumulado)** que define el tiempo **parcial** que se destina para cada actividad propuesta, así como el tiempo **acumulado** que es la suma de los tiempos parciales.

3.2.3 ELEMENTOS ESTRATEGICOS

En los marginales derechos se proponen los elementos estratégicos que propiciarán y facilitarán tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje:

1) Técnica

Menciona la(s) técnica(s) utilizada(s) en las actividades, que propiciará(n) la dinámica de trabajo y el aprendizaje grupal; se estipula(n) tanto para el profesor como para los alumnos, según sea el caso. Dichas técnicas se incorporan en el **ANEXO "TECNICAS"**, en donde se hace una descripción de la propuesta en el orden de aparición de la Estrategia de Intervención Pedagógica.

2) Material

Menciona el material didáctico y/o los recursos necesarios para la operación de la(s) actividad(es), por ejemplo: título del artículo o texto, ejercicios, problemas, mapas, esquemas, instrumentos de evaluación, etc.

Se anotan el nombre y/o número que los identifica.

Los materiales enunciados se incorporan en el apartado denominado **ANEXO "MATERIALES"**, numerados en orden progresivo y con su respectiva referencia bibliográfica.

3) Recomendaciones

Presenta algunas orientaciones que coadyuvan a una mejor aplicación de las actividades del plan de clase y de la intervención pedagógica del profesor. Menciona lo que puede apoyar la realización de la actividad o resolver algún problema previsto.

3.2.4 NOTAS DEL PROFESOR

Al término de cada plan de clase se abre un espacio en el que el profesor puede hacer los comentarios acerca de la aplicación del desarrollo de cada plan, lo cual permitirá refinar la Estrategia de Intervención Pedagógica para una futura aplicación. Se indicarán los errores, los aciertos o problemas que se tuvieron en cada actividad de las fases. Se sugiere que estas notas se escriban durante la clase o lo más pronto posible después de finalizarla, de esta manera se recuperará más información.

CAPITULO IV

ESTRATEGIA DIDACTICA

4.1 MARCO CONTEXTUAL

4.1.1 INTRODUCCION AL PROGRAMA DE ASIGNATURA

El programa de estudios de la asignatura de Matemáticas I tiene la finalidad de informar a los profesores sobre los aprendizajes que se esperan lograr en el estudiante así como la perspectiva teórico-metodológica y pedagógica desde la que deberán ser enseñados.

El programa contiene los siguientes sectores:

a) Marco de referencia

b) Base del programa

c) Elementos de instrumentación

a) Marco de referencia

El marco de referencia está integrado por: ubicación, intención y enfoque.

La ubicación proporciona información sobre el lugar que ocupa la asignatura al interior del plan de estudios y sobre su relación con otras asignaturas: la asignatura de Matemáticas I se imparte en el primer semestre e integra junto con Matemáticas II, III y IV la materia de Matemáticas.

La materia de Matemáticas pertenece al área de formación básica, pertenece asimismo al área de conocimiento de Matemáticas. El área de conocimiento de Matemáticas está constituida por las materias de: Matemáticas, Cálculo Diferencial e Integral y Estadística Descriptiva e Inferencial. (Ver cuadro No. 1) .

Las intenciones de materia y asignatura informan sobre el papel que desempeña cada una de ellas para el logro de los propósitos educativos del Colegio de Bachilleres.

La intención de la materia de Matemáticas es que el estudiante ejercite y acreciente su capacidad de razonamiento lógico y desarrolle sus habilidades de abstracción, de análisis y de integración, así como su capacidad para desglosar y sistematizar ideas hasta llegar a la comprensión y solución de un problema, aspectos fundamentales en el aprendizaje y aplicación de los métodos matemáticos.

La intención de la asignatura de Matemáticas I es incrementar en el estudiante, mediante el estudio de la Aritmética y el Álgebra, su habilidad en la realización de operaciones aritméticas y algebraicas, así como en la identificación de los elementos principales de un problema y en la solución de los mismos, en el manejo de los conocimientos necesarios para plantear y aplicar modelos algebraicos a problemas que requieran una solución de este tipo.

El enfoque se define como la perspectiva desde la cual se estructuran los contenidos y se establece la metodología a seguir para su enseñanza y aprendizaje. En este orden el enfoque se divide en dos ámbitos: el disciplinario y el didáctico.

En el aspecto disciplinario la Matemática tiene un cuerpo teórico-metodológico integrado por diversas ramas que a través de su desarrollo histórico han confirmado métodos y lenguajes especializados, propios de esta ciencia.

De acuerdo a este desarrollo, las principales características de la disciplina son:

i) El carácter abstracto: es el proceso mental que se realiza para manejar un lenguaje, identificar las características de los objetos y traducir éstas a símbolos; la dificultad para abstraer se refleja en los niveles de explicación progresivamente más generales.

ii) El carácter integrador: el conocimiento matemático se construye a partir de la reinterpretación y reelaboración de los conocimientos, esto se logra con la recuperación e integración de conceptos previos para generar nuevos conocimientos y de esta manera ampliar, profundizar y aplicar los conocimientos tanto en la misma disciplina como en otras áreas.

iii) El rigor lógico: se manifiesta en dos niveles, uno referido a la secuenciación rigurosa de las construcciones teóricas y metodológicas disciplinarias, y el otro respecto a la secuencia de axiomas, principios o pasos que se siguen en la demostración para aceptar como verdadero el conocimiento de acuerdo a una serie de reglas.

iv) El lenguaje simbólico (gráfico y numérico) : es la herramienta que facilita la comprensión de conceptos y elaboración de modelos matemáticos, con el manejo de una terminología y una simbología específicas.

Estas características están interrelacionadas y presentan diferentes grados de complejidad, dependiendo de la rama o nivel explicativo donde se abordan los conocimientos.

En el aspecto didáctico es importante que en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se modifique la idea de transmitir el conocimiento como algo acabado, obligando al estudiante a memorizar operaciones o procedimientos; por el contrario, se propone que el profesor retome continuamente la experiencia de los estudiantes, tanto en lo académico como en lo cotidiano y que además promueva su participación durante todo el proceso educativo, donde éstos apliquen y analicen los conocimientos, para lograr lo anteriormente expuesto, el Colegio de Bachilleres propone la implementación de las cinco componentes de la práctica educativa:

i) Problematización
ii) Manejo de los métodos
iii) Incorporación de la información
iv) Aplicación
v) Consolidación

Los objetivos de estas componentes se comentaron en el capítulo I de la presente tesis.

b) Base del programa

La base del programa concreta las perspectivas educativas señaladas en el marco de referencia a través de los objetivos de unidad y los objetivos de operación para temas y subtemas.

Los objetivos de unidad expresan, de manera general, los conocimientos, habilidades, valores y actitudes que constituyen los aprendizajes propuestos; los objetivos de operación para temas y subtemas precisan los límites de amplitud y profundidad con que los contenidos deberán ser enseñados, es decir, señalan los aprendizajes a lograr (el qué) , los conocimientos, habilidades o medios que se requerirán para lograrlos (el cómo) y la utilidad de tales aprendizajes en la formación del estudiante (el para qué).

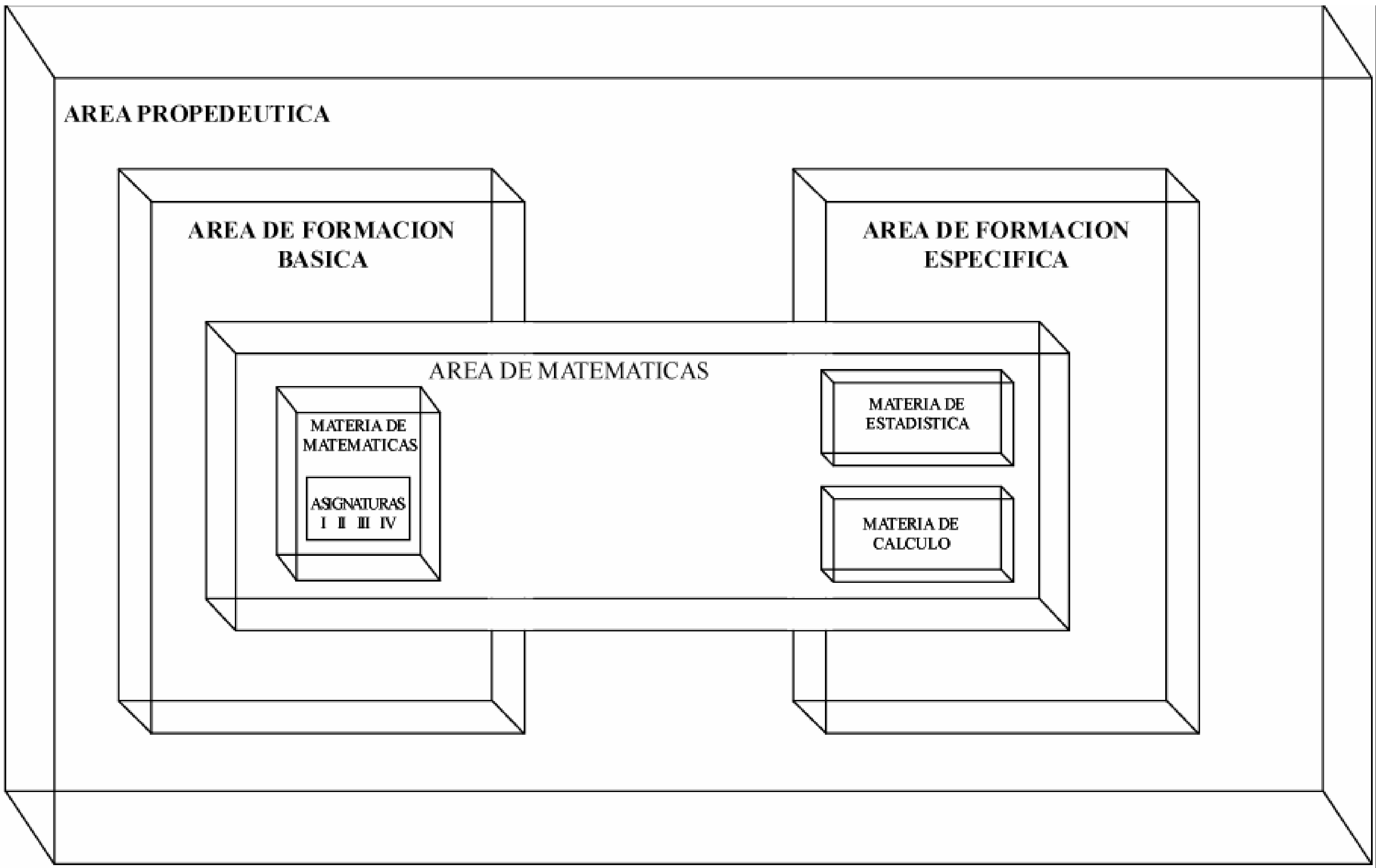
c) Elementos de instrumentación

Los elementos de instrumentación incluyen las estrategias didácticas, las sugerencias de evaluación y la bibliografía.

Las estrategias didácticas, derivadas del enfoque, son sugerencias de actividades que el profesor y los estudiantes pueden desarrollar durante el curso para lograr los aprendizajes, establecidos en los objetivos de operación.

Las sugerencias de evaluación son orientaciones respecto a la forma en que se puede planear y realizar la evaluación en sus modalidades, diagnóstica, formativa y sumativa.

La bibliografía se presenta por unidad y está constituida por textos, libros y publicaciones de divulgación científica que se requieren para apoyar y/o complementar el aprendizaje de los distintos temas por parte del estudiante y para orientar al profesor en la planeación de sus actividades.


AREA PROPEDEUTICA
AREA DE FORMACION BASICA
AREA DE FORMACION ESPECIFICA
AREA DE MATEMATICAS
MATERIA DE MATEMATICAS
ASIGNATURAS I II III IV
MATERIA DE ESTADISTICA
MATERIA DE CALCULO

Cuadro No. 1

4.1.2 ANALISIS CONCEPTUAL DE LA UNIDAD I

"Antes de la existencia de un lenguaje capaz de favorecer la comunicación verbal, el hombre primitivo podía observar en la naturaleza fenómenos cuantitativos: un árbol y un bosque, un lobo y una manada de lobos, que lo condujeron tempranamente a distinguir entre la unidad y la pluralidad. Esta percepción directa de la pluralidad lleva con frecuencia a una visión global del espacio ocupado por un conjunto de objetos." [Fuenlabrada].

"A partir de las observaciones a primera vista, el hombre primitivo va despejando la idea de composición y asocia un signo a cada objeto observado; por ejemplo, utilizará como sistema de signos, rayas marcadas sobre madera o sobre una pared. Podemos entonces imaginarnos que sus primeras observaciones lo condujeron a la correspondencia uno a uno." [Fuenlabrada].

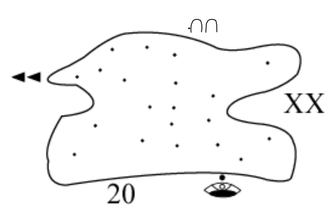
"Con la aparición del lenguaje, la percepción de un grupo de objetos observados deja su lugar a la enumeración. Esta interviene particularmente cuando se da el cambio en la vida del primitivo al volverse comerciante. Sin embargo, la sustitución de objetos por palabras de un lenguaje no significa que el concepto de número esté en el pensamiento de quien enumera." [Fuenlabrada].

Una cantidad es una cualidad de lo que puede medirse o numerarse.

"Número es el símbolo o conjunto de símbolos que nos permiten representar una cantidad." [Valiente, Santiago].

"Numeral [...], es el conjunto de símbolos que se utiliza en determinado sistema de numeración, con el objeto de representar cualquier número." [Valiente, Santiago].

Para una misma colección de objetos (conjunto), como la que se ilustra, el hombre ha representado la cantidad de elementos de ese conjunto de diferentes formas:



"A este paso tan importante en el desarrollo del conocimiento humano como es la idea de número, sigue otro tan fundamental como el anterior: la invención del sistema de numeración." [Fuenlabrada].

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas. Estas últimas determinan como combinar los símbolos para formar los números.

"El problema de todo sistema de numeración estriba en aprender unos símbolos y las reglas que permiten combinarlos para poder representar cualquier cantidad que se quiera en un momento dado." [Fuenlabrada]

Algunos sistemas de numeración de civilizaciones tempranas son: el sistema egipcio, el sistema babilónico, los sistemas griegos, el sistema romano, el sistema maya.

Todos los sistemas de numeración que aparecieron inicialmente parecen ser el resultado del crecimiento natural de la acción de marcar rayas sobre madera o sobre una pared, a pesar de esto las características de cada sistema de numeración son diferentes.

"[...]. Se tiene noticia de que hubo pueblos que contaban mediante agrupaciones sistemáticas y uniformes de los objetos contados. Estas agrupaciones son las que han dado lugar a los diversos sistemas de numeración (decimal si se cuenta en agrupaciones de 10 en 10; quinario si las agrupaciones de conteo son de 5 en 5; vigesimal si son de 20 en 20, etc.). Esto representó un gran avance, ya que por medio de un símbolo se pueden representar unidades de conteo en ese sistema de numeración o potencias de esas unidades." [Valiente, Santiago].

El sistema que actualmente usamos es el sistema decimal, es un sistema de base y de posición porque para formar cualquier número existen 10 símbolos simples (0, 1, 2,3,4,5,6,7,8,9) que se pueden combinar y porque la posición de un símbolo en la escritura de un número es lo que determina la cantidad que representa, por ejemplo: el doscientos cincuenta y dos se representa por 252, el 2 de la derecha representa 2 unidades, el 5 representa 5 decenas y el 2 de la izquierda representa 2 decenas de decenas.

De acuerdo a lo anterior, en un sistema posicional como el nuestro, cada símbolo simple tiene dos valores: un absoluto y un relativo. El primero es el valor que tiene el símbolo por la figura que representa (numeral). El segundo es el valor que tiene el símbolo por el lugar que ocupa en el número.

Así, para el número 252:

El valor absoluto de 2 es 2.

El valor absoluto de 5 es 5.

El valor relativo del 2 de la derecha es 2.

El valor relativo de 5 es 50.

El valor relativo del 2 de la izquierda es 200.

El lugar que ocupa cada cifra en la escritura de un número recibe el nombre de orden.

Así, en 754, el 4 es una cifra escrita en el orden de las unidades, el 5 es una cifra escrita en el orden de las centenas y el 7 es una cifra escrita en el orden de las centenas.

"Cada tres órdenes sucesivos, ordenados a partir de las unidades forman una clase y cada dos clases sucesivas forman lo que se llama un período." [Valiente, Santiago].

En la siguiente tabla se dan las referencias establecidas por el número 258467319825.037649158734 .

	Ordenes	*Clases*		*Periodos*
2	centenas de millar de mill ón	Millares de Millón	4a.	De los Millones
5	decenas de millar de mill ón			
8	unidades de millar de mill ón			
4	centenas de mill ón	Unidades de Millón	3a.	
6	decenas de mill ón			
7	unidades de mill ón			
3	centenas de millar	Unidades de Millar	2a.	De las Unidades
1	decenas de millar			
9	unidades de millar			
8	centenas	Unidades Simples	1a.	
2	decenas			
5	unidades			
0	décimos	Milésimos		De los Millonésimos
3	centésimos			
7	milésimos			
6	diez milésimos	Millonésimos		
4	cien milésimos			
9	millonésimos			
1	diez millonésimos	Milmillonésimos		De los Billonésimos
5	cien millonésimos			
8	mil millonésimos			
7	diez mil millon ésimos	Billonésimos		
3	cien mil millon ésimos			
4	billonésimos			

"Una de las ventajas más importantes de los sistemas de numeración de base y de posición es que permiten resolver las operaciones mediante algoritmos relativamente fáciles." [Fuenlabrada].

"[...] Base de un sistema de numeración es el número de unidades de un orden cualquiera, necesario para formar la unidad de orden inmediato superior y ese número es el mismo para todos los órdenes." [Fuenlabrada].

"La base determina el número de los diferentes símbolos que se emplean para construir los numerales". [Fuenlabrada].

El sistema decimal es el producto de la evolución de diferentes sistemas de numeración que han aparecido en la historia de la humanidad.

"El sistema decimal ha sido universalmente adoptado". [Tahan Malba, 1992].

"Todos los pueblos adoptaron en su lenguaje oral el sistema decimal. Los otros sistemas fueron quedando olvidados. Pero la adaptación de tal sistema a la numeración escrita se hizo muy lentamente." [Tahan Malba, 1992].

"Fue necesario un esfuerzo de varios siglos para que la humanidad descubriera una solución perfecta para el problema de la representación gráfica de los números." [Tahan Malba, 1992].

Para representarlos se inventaron símbolos especiales llamados cifras o guarismos, cada uno de los cuales representa cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve; estos símbolos son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Usando estos guarismos se pueden representar otros números con los que se conforman conjuntos como los siguientes:

El conjunto de números naturales, el cual se define como:

$\mathrm{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \ldots\}$, es decir, el conjunto de números naturales es un conjunto formado por números que sirven para contar, este conjunto se simboliza con la letra N.

El conjunto de números enteros, el cual se define como:

$\mathrm{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$, es decir, el conjunto de números enteros es un conjunto formado por los números naturales, el cero y los negativos de cada natural, este conjunto se simboliza con la letra Z.

El conjunto de números racionales, el cual se define como el conjunto formado por todos los números de la forma $\frac{a}{b}$, con la condición de que a y b sean números enteros, y el denominador b sea distinto de cero, este conjunto se simboliza con la letra Q.

Ejemplos de números racionales: $\frac{1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{20}{-11}, \frac{5}{6}, \frac{-1}{7}$.

Si se desea expresar a un número racional $\frac{a}{b}$ en forma decimal es necesario hacer la división a entre b.

Siempre que un número racional se represente en su expresión decimal, ésta tendrá una cifra ó un grupo de ellas que se repita periódicamente en forma indefinida, a esta cifra ó grupo de cifras se le llama período.

Por ejemplo:

$\frac{1}{2}$ = 0.500. . . , el período es 0

$\frac{-3}{4}$ = - 0.7500. . . , el período es 0

$\frac{2}{3}$ =0.66. . . , el período es 6

$\frac{20}{-11}$ = -1.8181. . . , el período es 81

$\frac{5}{6}$ = 0.833. . . , el período es 3

$\frac{-1}{7}$ = -0.142857142857. . . , el período es 142857

De los ejemplos anteriores vemos que cualquier número racional $\frac{a}{b}$ tiene una expresión decimal periódica que se obtiene de hacer la división a entre b.

Si en una expresión decimal el periodo empieza a partir del punto decimal, a la fracción se le llama periódica pura, pero si entre el primer periodo y el punto decimal hay una ó más cifras, a la fracción se le llama periódica mixta. Por ejemplo: -1.8181. . . es periódica pura porque el periodo 81 empieza a partir del punto decimal, 0.833. . . es periódica mixta porque entre el primer periodo 3 y el punto decimal hay una cifra: el 8.

Cualquier número escrito en forma decimal que tenga un periodo se puede expresar como el cociente de dos enteros usando notación desarrollada de potencias de 10 (véase la clase 4), es decir, cualquier número escrito en forma decimal que tenga un periodo es racional.

Un miembro del grupo denominado " Los Pitagóricos" (secta fundada por el matemático griego Pitágoras) hizo una demostración matemática de que $\sqrt{2}$ no puede ser el cociente de dos enteros. Los griegos descubrieron que hay una infinidad de números que no se pueden expresar como el cociente de dos enteros, estos números se llaman números irracionales.

La expresión decimal de un número irracional tiene infinitas cifras no periódicas porque si tuviera un periodo entonces se podría expresar como el cociente de dos enteros y esto no ocurre con los irracionales .

A lo largo de la historia de la humanidad se han encontrado una infinidad de números irracionales, algunos de ellos son:

Π= 3.1415. . . , e= 2.7182. . . , $\sqrt{2}$ = 1.4142. . . , $\sqrt{3}$ = 1.7320. . . , $\sqrt{23}$ = 4.7958. . .

Al conjunto formado por todos los números irracionales se le llama conjunto de números irracionales, este conjunto se simboliza con la letra I .

Al conjunto formado por todos aquellos números que son racionales más todos aquéllos números que son irracionales se le llama conjunto de números reales, este conjunto se simboliza con la letra R. En las clases correspondientes se profundizará el estudio de todos estos conjuntos.

El conjunto de los números reales es un campo porque en él se han definido dos operaciones, adición y multiplicación, que cumplen las siguientes propiedades:

1.- Propiedad de cerradura: Para todo a, b en R:

(a+b) está en R y (a+b) es único.

(a) (b) está en R y (a) (b) es único.

2.- Propiedad conmutativa: Para todo a, b en R:

a+b = b+ a

(a) (b) = (b) (a)

3.- Propiedad asociativa: Para todo a, b, c en R:

a+(b+c) = (a+ b)+c

a (bc) = (ab) c

4.- Existencia de los neutros:

Existe en R un único elemento cero (0) con la propiedad de que para todo a en R:

a+0= a, al cero se le llama neutro aditivo.

Existe en R un único elemento uno (1) con la propiedad de que para todo a en R:

a(1) = a, al uno se le llama neutro multiplicativo.

5.- Existencia de los inversos:

Para cada a en R, existe su único inverso aditivo –a en R, tal que, a+ (-a) = 0.

Para cada a en R, $a \neq 0$, existe su único inverso multiplicativo $\frac{1}{a}$ en R, tal que, a $\left(\frac{1}{a}\right)$=1.

6.- Propiedad distributiva:

Para todo a, b, c en R: a (b + c) = ab + ac

"Es posible asociar el conjunto de los números reales con el conjunto de los puntos de una recta l de modo que a cada número real a le corresponda un punto y uno solo de l; y recíprocamente, que a cada punto P de la recta l le corresponda exactamente un número real. Esta asociación entre dos conjuntos se llama correspondencia uno a uno o (biunívoca). Primeramente, se escoge un punto arbitrario llamado origen y se le asocia el número real 0. Los puntos asociados a los enteros quedan determinados al marcar segmentos de recta sucesivos de igual longitud a cada lado de 0, como se ilustra en la figura 1." [Swokowski, 1988].

En la figura 1, los números que corresponden a puntos del lado derecho del cero (0) se llaman números reales positivos, y los que corresponden a puntos a la izquierda del cero se llaman números reales negativos. El número real 0 no es positivo ni negativo.

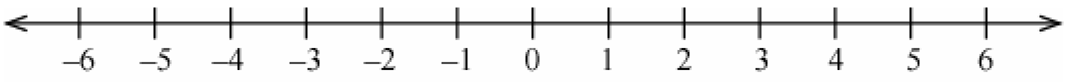


Figura 1

Los puntos correspondientes a números racionales como $\frac{8}{3}$ y $\frac{7}{5}$ se obtienen expresando los números racionales en forma mixta (un entero más una fracción):

$\frac{8}{3}$ en forma mixta es $2\frac{2}{3}$, $\frac{7}{5}$ en forma mixta es $1\frac{2}{5}$; posteriormente sobre la recta l se cuenta el número de unidades enteras y la parte fraccionaria correspondiente a la fracción mixta, como se ilustra en la figura 2.

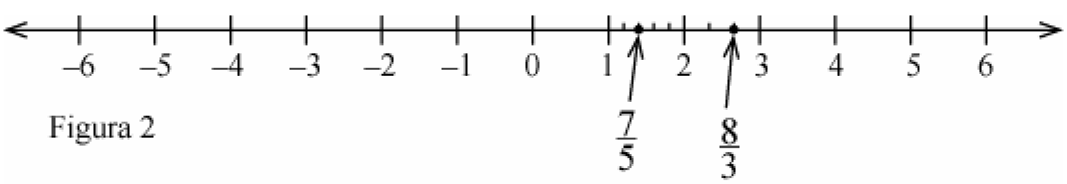


Figura 2

"[...]. Los puntos asociados a ciertos números irracionales, como $\sqrt{2}$, se pueden localizar por construcción geométrica. Para otros números irracionales como Π, no es posible hacer ninguna construcción. [...]." [Swokowski, 1988].

En la figura 3 se muestra como se localiza $\sqrt{2}$ por construcción geométrica.

Sobre el segmento que va del cero al 1 se dibuja un triángulo rectángulo isósceles cuyos lados iguales midan 1. Las medidas de los lados iguales se simbolizarán con a y b. La medida de la hipotenusa se simbolizará con c.

Aplicando el teorema de Pitágoras: "En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos", se tiene que:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$1^2 + 1^2 = c^2$$

$$1 + 1 = c^2$$

$$2 = c^2$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{c^2}$$

$\sqrt{2} = c$

Es decir, c que es la medida de la hipotenusa, vale $\sqrt{2}$.

Para localizar $\sqrt{2}$ en la recta, se toma con el compás la medida de la hipotenusa a partir del cero y se proyecta hacia la recta. El punto x corresponde a $\sqrt{2}$.

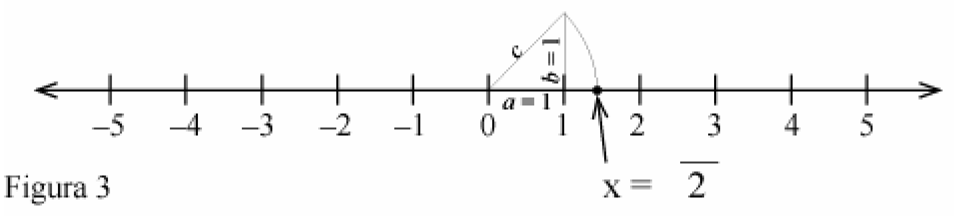


Figura 3

Si a y b son números reales y a–b = a + (-b) es positivo, se dice que a es mayor que b y se escribe a >b. La figura 4 es un esquema geométrico de este caso cuando a y b son positivos.

Si a y b son números reales y a–b = a + (-b) es negativo, se dice que a es menor que b y se escribe a<b. La figura 5 es un esquema geométrico de este caso cuando a y b son positivos.

Para realizar a-b = a + (-b) se hace lo siguiente:

A partir del punto a se recorren tantas unidades como indique el segundo sumando -b, estas unidades se recorrerán a la izquierda si –b es negativo ó se recorrerán a la derecha si –b es positivo.

En las figuras 4 y 5, b es positivo puesto que está a la derecha del cero, por lo tanto –b es negativo y estas unidades se recorrerán a la izquierda.

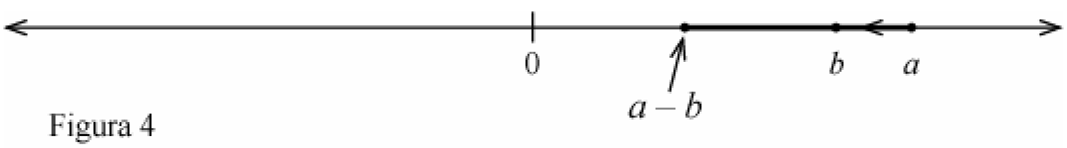


Figura 4

Como a-b es positivo, entonces a es mayor que b, simbólicamente: a > b.

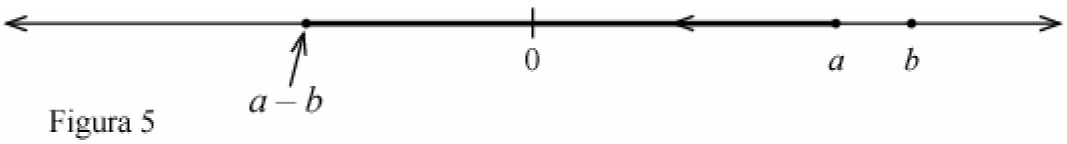


Figura 5

Como a-b es negativo, entonces a es menor que b, simbólicamente: a < b.

Los símbolos > y < se llaman signos de desigualdad y expresiones como a >b ó a<b se llaman desigualdades.

Si a y b son números reales, entonces una y solamente una de las siguientes expresiones es verdadera: **LEY DE TRICOTOMIA** a =b, a >b ó a<b.

Con los números reales se pueden hacer operaciones que involucren algunos signos de agrupación como paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { }, etc.

Uno de los usos de los signos de agrupación es para indicar que los números y las operaciones encerradas entre ellos deben considerarse como un todo, también se usan para indicar suma, resta, multiplicación, división, etc., de números reales.

Esta herramienta operacional sirve para resolver problemas.

"La concepción que se tiene sobre los problemas es variada. Se habla de ellos como ejercicios, problemas de aplicación, acertijos y otras variantes. No hay acuerdo en este punto, pero independientemente de la concepción que sustente, queda claro que debe ser una situación que despierte el interés del estudiante." [Mancera, 1993].

"En relación con los aspectos didácticos, los problemas que se elijan deben propiciar la presentación de muchas soluciones, porque la intención en el aula es propiciar la discusión y asegurar que los estudiantes puedan resolver el problema de alguna manera para evitar la frustración e incrementar su autoestima, de manera que se motiven por la posibilidad patente de enfrentar un problema a partir de sus propios recursos; con lo que saben o con lo que tienen. No importa que tengan limitaciones o defectos en la comunicación de sus ideas, pues la discusión permitirá corregir algunas de esas dificultades." [Mancera, 1993].

Se pueden resolver problemas por métodos aritméticos, un método aritmético es el de razones y proporciones.

"La razón es el resultado de comparar matemáticamente dos cantidades entre sí, sin tomar en consideración su especie." [Parra, 1981].

"[...] Cuando la comparación se hace restando, se le llama razón aritmética por diferencia:

$a\text{-}b = r$ [Parra, 1981].

"[...] Cuando la comparación se hace dividiendo, recibe el nombre de razón geométrica o por cociente:

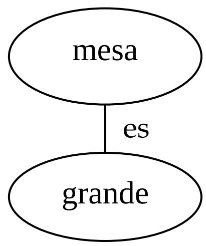
$\frac{a}{b} = r$ [Parra, 1981].

"[...] Una igualdad formada por dos razones geométricas recibe el nombre de proporción geométrica" [Parra, 1981].

Existen problemas cuya solución requiere no sólo de la aritmética sino del álgebra, en tales casos se emplean métodos algebraicos.

4.1.3 MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD

¿Qué es un mapa conceptual?, un mapa conceptual es un recurso esquemático que tiene por objeto representar relaciones significativas entre conceptos incluidas en una estructura de proposiciones. Un mapa conceptual, en su forma más simple, constaría de sólo dos conceptos unidos por una palabra de enlace para formar una proposición, así:



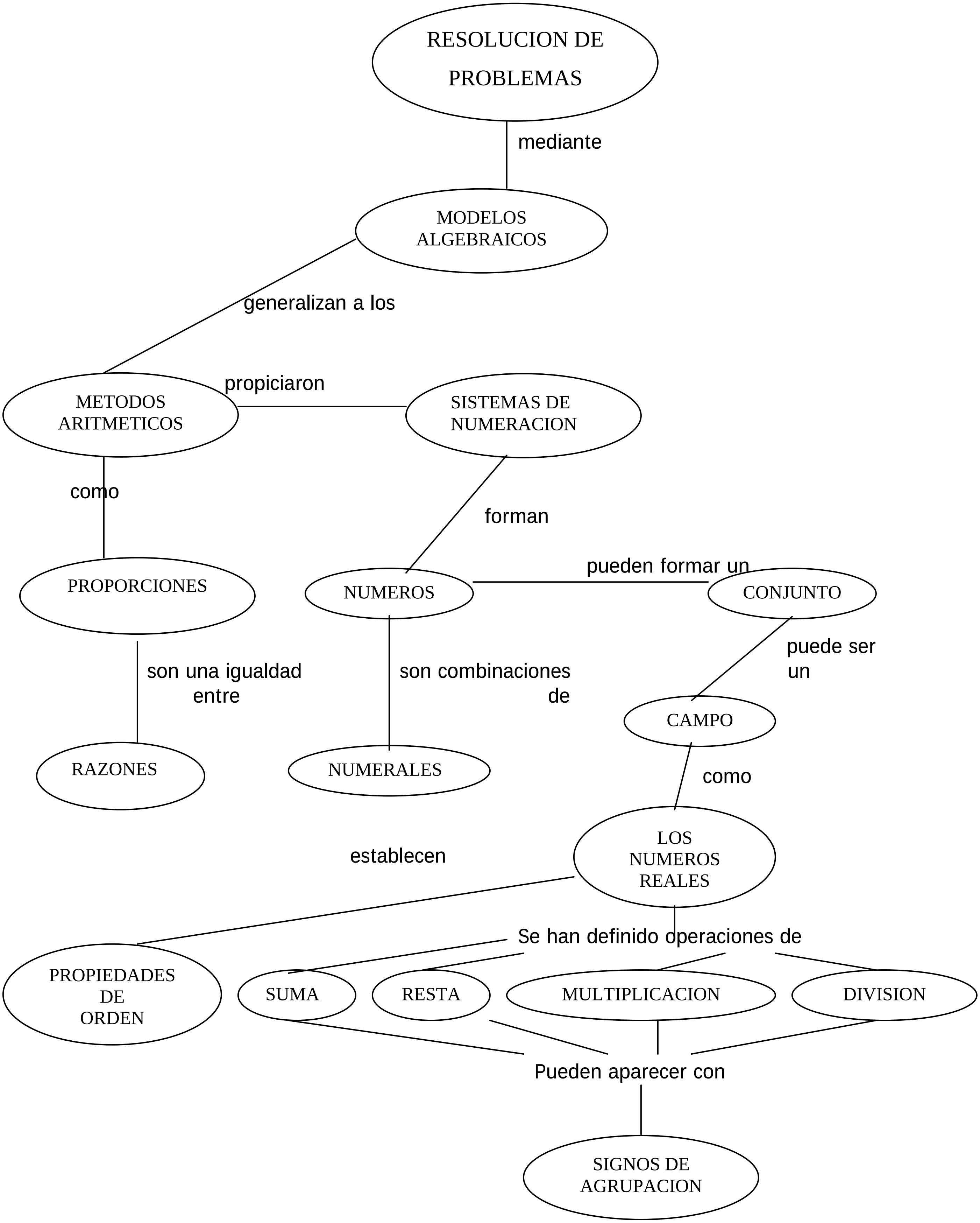
es un mapa conceptual simple que forma una proposición referida a los conceptos "mesa" y "grande", la proposición sería "la mesa es grande".

Puesto que un aprendizaje significativo se logra más fácilmente cuando los nuevos conceptos se engloban en otros conceptos más inclusivos, los mapas conceptuales deben ser jerárquicos, es decir, los conceptos más generales e inclusivos deben situarse en la parte superior del mapa y los conceptos menos inclusivos en la parte inferior. Los conceptos se encierran en óvalos, círculos o rectángulos y se conectan entre sí por medio de líneas, en medio de las cuales se escriben las palabras de enlace para dar la relación significativa entre los conceptos.

A cada concepto encerrado en un óvalo, círculo o rectángulo, se le llama nodo del mapa.

A continuación presento un mapa conceptual de los conceptos que se tratan en la Unidad I de la asignatura de Matemáticas I, impartida actualmente en el Colegio de Bachilleres.

MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



4.2 PLANES DE CLASE

TEMA: ENCUADRE	**CLASE: 1**
OBJETIVO DEL ENCUADRE: Que los alumnos obtengan información necesaria respecto al curso (nombre del maestro, temario de la asignatura de Matemáticas I, bibliografía, criterios de evaluación, etc.) , que desarrollen habilidades para integrarse y comunicarse con sus compañeros de clase, así como demostrar sus conocimientos previos mediante un examen diagnóstico.	
APRENDIZAJES A LOGRAR: Obtener información necesaria respecto al curso, desarrollar habilidades para integrarse y comunicarse con sus compañeros de clase.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:** Comprender una lectura, tener los conceptos de : número, sistema de numeración, base de un sistema de numeración.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **a) Orden del día:** 1.- Presentación del maestro 2.- Ruptura de hielo 3.- Temario y bibliografía 4.- Criterios de evaluación 5.- Examen diagnóstico 6.- Recapitulación 7.- Tarea **b) Aprendizajes a lograr:** 1.- Conocerás a tu maestro 2.- Te relacionarás con tus compañeros de clase 3.- Te expresarás ante el grupo 4.- Conocerás el temario de la asignatura de Matemáticas I 5.- Conocerás la forma de evaluar el curso	TÉCNICA: Exposición. MATERIAL: Pizarrón, gis y Borrador. RECOMENDACIONES: Llegue puntualmente a clase para que le dé tiempo de realizar todas las actividades del orden del día.

FASE DE DESARROLLO

1.- PRESENTACION DEL MAESTRO **TIEMPO 5 / 10** Preséntese ante el grupo diciendo su nombre y la asignatura que impartirá.	TÉCNICA: Exposición.

2.- RUPTURA DE HIELO **TIEMPO 35 / 45** Comente a los alumnos que con la finalidad de que se relacionen entre ellos e identificar las características que más valoran de su persona van a contestar cinco preguntas. Pida a los alumnos que saquen una hoja tamaño carta, la dividan en cinco secciones y que escriban una pregunta en cada sección como en el documento 1.1: HOJA MUESTRA DE LA RUPTURA DE HIELO. Escriba las preguntas en el pizarrón o díctelas. Primero van a contestar las preguntas individualmente en un tiempo de 10 minutos, después forme binas (cada alumno con su compañero de banca) para que comenten sus respuestas por parejas y se relacionen entre sí, en un tiempo de 5 minutos; posteriormente forme cuartas (cada bina que se formó anteriormente que forme una cuarta con la bina de atrás) , también para que comenten sus respuestas en un tiempo de 5 minutos. Después de que hayan transcurrido los 20 minutos anteriores, seleccione al azar a un integrante de una cuarta y hágale dos preguntas de las cinco para que el alumno comente sus respuestas ante el grupo, después seleccione al azar a otro integrante de otra cuarta y también hágale otras dos preguntas y así sucesivamente, todo esto en un tiempo de 15 minutos. Finalmente, con la intención de que los alumnos conozcan algo de Ud. conteste dos preguntas de las cinco y haga comentarios pertinentes de esta " ruptura de hielo".	TÉCNICA: Binas, cuartas. MATERIAL: Documento 1.1: EJEMPLO DE UNA HOJA MUESTRA DE LA RUPTURA DE HIELO. RECOMENDACIONES: Mientras los alumnos realizan esta actividad prepare las 13 copias del temario.

3.- TEMARIO Y BIBLIOGRAFIA **TIEMPO 15/ 60** Entregue una copia del temario de Matemáticas I y una copia de la bibliografía a cada una de las cuartas formadas en la " ruptura de hielo", pida a los alumnos que así como están formados los " equipos de cuatro" vayan leyendo el título de cada unidad del temario junto con Ud. Al leer el título de cada unidad comente de manera general el contenido de la misma. Pida a los alumnos que cada quien por su cuenta fotocopie el temario y la bibliografía para que después los lean con atención y los conserve durante todo el curso.	TÉCNICA: Cuartas. MATERIAL: 13 copias del documento 1.2: TEMARIO DE MATEMÁTICAS I 13 copias del documento 1.3: BIBLIOGRAFÍA.

4.- CRITERIOS DE EVALUACION **TIEMPO 15 / 75** Informe a los alumnos los siguientes criterios de evaluación: Para obtener la calificación definitiva por unidad se tomará en cuenta: a) Exámenes : sobre 100 %, comente que para que un alumno tenga derecho a presentar un examen parcial será necesario que tenga al menos el 80 % de asistencia a clases en la unidad correspondiente. b) Participaciones en el pizarrón : 0.5 de punto. c) Participaciones orales : 0.5 de punto. d) Tareas entregadas : 0.5 de punto. e) Guía resuelta para cada examen parcial : 0, $\frac{1}{2}$ o 1 punto, según sea su elaboración en cuanto a presentación de la guía y cantidad y calidad de los ejercicios hechos; comente a los alumnos que esta valoración la hará Ud. a groso modo en cuanto le entreguen la guía para cada examen parcial. De manera que: **Calificación definitiva de la unidad =** Calificación del examen + puntos extras, en donde: **Puntos extras =** Puntos de participaciones + puntos de tareas entregadas + puntos de la guía resuelta. **El criterio de evaluación final es:** para que acrediten el curso será necesario que tengan dos unidades aprobadas y promedio mínimo de 6.	TÉCNICA: Exposición.

FASE DE CIERRE

5.- EXAMEN DIAGNOSTICO **TIEMPO 30 / 105** Comente que con el fin de evaluar algunos de sus conocimientos previos resolverán un examen diagnóstico. Enfatice que este examen no tiene valor crediticio pero que es conveniente que lo resuelvan lo mejor posible para así tener una evaluación más cercana a la realidad de los conocimientos que poseen. Entregue un examen diagnóstico a cada alumno y lea con ellos las instrucciones. Se proponen otros problemas en el documento 1.5: PROBLEMAS OPCIONALES PARA LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA, para que los use en caso de que quiera hacer modificaciones al examen diagnóstico.	TÉCNICA: Exposición. MATERIAL: 50 copias del documento 1.4: EXAMEN DIAGNOSTICO. Documento 1.5: PROBLEMAS OPCIONALES PARA LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA.

6.- RECAPITULACIÓN **TIEMPO 5 / 110** Comente a los alumnos que esta primera clase es importante porque les permite conocer aspectos importantes del curso como son: el nombre de su maestro, el temario, la bibliografía, los criterios de evaluación del curso, el grado de manejo de algunos conocimientos previos de ellos mismos, etc.	TÉCNICA: Exposición.

7.- TAREA **TIEMPO 10 / 120** a) Comente a los alumnos que con la intención de que organicen sus apuntes para un mejor aprendizaje, requerirán de un cuaderno especialmente para la asignatura de Matemáticas, que de tarea lo forrarán con papel lustre o con estampas a su gusto, que una vez que lo hayan forrado van a pegar en el ángulo inferior derecho de la pasta una tarjeta de dimensiones 6 cm de ancho por 8 cm de largo con los siguientes datos, escríbalos en el pizarrón: ALUMNO (A) : (empezando con su apellido paterno) MATERIA: GRUPO: MAESTRA: b) Entregue una copia de los documentos 1.6 y 1.7 a un integrante de cada cuarta de las que se formaron en la " Ruptura de Hielo" y pida a los demás alumnos que fotocopien estos documentos para que realicen la siguiente tarea: leer el documento 1.6 y 1.7 y resolver el cuestionario que se encuentra en el documento 1.8	TÉCNICA: Exposición. MATERIAL: 13 juegos de copias del documento 1.6: SISTEMAS ANTIGUOS DE NUMERACIÓN. 13 juegos de copias del documento 1.7: SISTEMAS DE NUMERACIÓN. 13 copias del documento 1.8: CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS ANTIGUOS DE NUMERACIÓN.

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA 1.1: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES	**CLASE: 2**
OBJETIVO DEL TEMA 1.1: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES El estudiante comprenderá las propiedades de los números reales y realizará operaciones con ellos, aplicando y ejercitando las propiedades de estos números en la resolución de problemas propios de la aritmética y de otras disciplinas, para utilizar operaciones y sus propiedades en la solución de diversos problemas y en el desarrollo de métodos y algoritmos.	
OBJETIVO DE SUBTEMA 1.1.1 ORIGENES DE ALGUNOS SISTEMAS NUMERICOS El estudiante conocerá el desarrollo y las principales características de algunos sistemas numéricos como: el egipcio, el babilónico, el romano, el maya y el decimal, mediante un breve bosquejo histórico donde asocie los sistemas numéricos a la necesidad de contar, para lograr una reflexión que le permita identificar las ventajas del uso del sistema decimal en relación con los otros.	
APRENDIZAJES A LOGRAR: Conocer el desarrollo y las principales características de algunos sistemas numéricos como: el egipcio, el babilónico, el romano, el maya y el decimal.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:** Comprender una lectura.

OBJETIVO DE SUBTEMA 1.1.2: METODOS Y ALGORITMOS PARA OPERAR CON NUMEROS EN DIFERENTES SISTEMAS DE NUMERACION El estudiante conocerá y aplicará algunos métodos y algoritmos para operar con números, tales como: el de Gauss para la suma de los primeros números naturales, el de multiplicación por duplicación de los egipcios, además resolverá problemas propios de la Aritmética tales como encontrar el mayor número que se puede escribir con tres números 2, apoyándose en los conocimientos previos de los estudiantes con relación al manejo de operaciones fundamentales de la Aritmética, para que el estudiante a través del estudio de estos métodos y algoritmos ejercite las propiedades de los números reales y reconozca cómo la utilización de estos facilitan la operatividad aritmética.	
APRENDIZAJES A LOGRAR: Conocer y aplicar el método de Gauss para la suma de los primeros números naturales.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:** Saber sumar números naturales, entender la multiplicación de dos números naturales como una suma abreviada.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Resultados del examen 2.-Revisión de tarea 3.- Método de Gauss 4.- Recapitulación 5.- Tarea	**TÉCNICA:** Exposición. MATERIAL: Exámenes diagnóstico calificados.

1.- RESULTADOS DEL EXAMEN **TIEMPO 15/ 20** Entregue los exámenes diagnóstico calificados a los alumnos y coménteles de manera general los aciertos y las deficiencias que mostraron al resolverlo	TÉCNICA: Exposición. MATERIAL: Exámenes diagnóstico calificados.

2.- REVISIÓN DE TAREA **TIEMPO 30 / 50** Caminando por filas revise que los alumnos hayan contestado el cuestionario sobre sistemas antiguos de numeración y que lleven el cuaderno forrado con la tarjeta como se les dió la clase pasada. Anote en la lista las participaciones de los alumnos que hayan cumplido con la tarea, recuerde que cada participación cuenta 0.5 de punto. Revise las respuestas del cuestionario sobre sistemas antiguos de numeración aplicando la técnica grupal "foro" y trate de que el grupo llegue a un consenso en las respuestas del cuestionario.	TÉCNICA: Foro. MATERIAL: Documento 2.1: ALGUNAS DE LAS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACIÓN. RECOMENDACIONES: Lea con anterioridad las respuestas del documento 2.1 .

FASE DE DESARROLLO

3.- METODO DE GAUSS **TIEMPO 50 / 100**

Pida a los alumnos que se organicen en equipos de cuatro personas , que ellos mismos elijan a sus compañeros de equipo.

Dígales que por equipo y usando cualquier método, sin usar calculadora, realicen la siguiente suma:

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16=

Mientras los alumnos realizan la suma, acérquese a cada equipo y observe la forma en que efectúan la suma, haga comentarios pertinentes al rspecto.

Es probable que encuentre equipos que apliquen el método de Gauss para realizar la suma.

Pase al pizarrón a tres alumnos de tres equipos diferentes (uno por uno) y que tengan diferentes métodos para realizar la suma, para que expliquen la forma en que la realizaron.

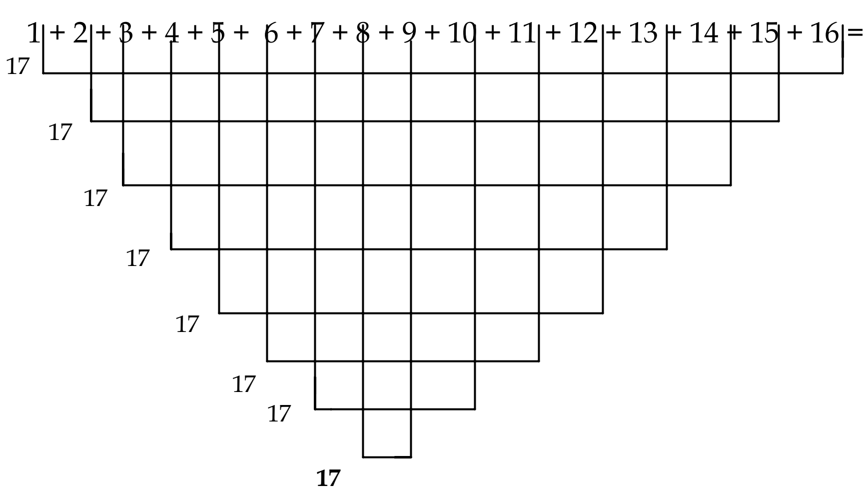
Una vez que los tres alumnos hayan explicado la forma en que realizaron la suma, pregunte al grupo: ¿cuál de estas formas es la más fácil? , permita que los alumnos expresen sus ideas.

Comente que hay diferentes métodos para resolver la suma, que uno de ellos es el método de Gauss , escríbalo en el pizarrón:

METODO DE GAUSS PARA LA SUMA DE LOS PRIMEROS NUMEROS NATURALES

Comente que la suma: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16= , es la suma de los primeros 16 números naturales.

Explique que vamos a simbolizar con **n** al valor del último sumando, en este caso **n** = 16, explique que el método de Gauss consiste en ir sumando el primer sumando con el último, el segundo con el penúltimo y así sucesivamente, de tal manera que tendríamos los resultados de las sumas de la siguiente manera:



TÉCNICA:
Cuartas y exposición.

MATERIAL:
Pizarrón, gis y borrador

Explique a los alumnos que, como pueden observar, la suma de los primeros números naturales se puede resolver de la siguiente manera:

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16=

= 17+17+17+17+17+17+17+17

=17 (8) , puesto que la suma de 17 ocho veces se puede expresar como una multiplicación

=136

Pida a los alumnos que apliquen el método de Gauss para:

a) 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20=

b) 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22=

Seleccione al azar a dos alumnos para que pasen al pizarrón a resolver las sumas. En caso de que estén equivocadas corrija el procedimiento, con la participación del grupo.

Comente a los alumnos que para abreviar la forma de escribir la suma de los primeros números naturales, usaremos la siguiente simbología:

1+2+3+. . . +**n** = , en donde **n** simboliza al valor del último sumando y los puntos suspensivos indican que allí están incluidos todos los números después del 3 y antes del valor **n**. Por ejemplo, en la suma 1+2+3+. . . +50= , n = 50 y se nos está indicando la suma de los primeros 50 números naturales, los puntos suspensivos indican que ahí están incluidos todos los números después del 3 y hasta antes de n=50, es decir, en los puntos suspensivos están incluidos todos los números desde el 4 hasta 49.

Retome las sumas en donde se aplicó el método de Gauss y sus resultados:

1+2+3+. . . +16 = 17 (8) = 136

1+2+3+. . . +20 = 21 (10) = 210

1+2+3+. . . +22 = 23 (11)= 253

Pregunte a los alumnos, ¿ si se tuviera una suma de primeros números naturales, en donde **n** sea par, habrá una fórmula para encontrar su resultado? , ¿cuál sería?

Si algún alumno sabe la respuesta, propicie su participación pasándolo al pizarrón para que explique.

Independientemente de una posible explicación de algún alumno, retome Ud. las sumas en donde se aplicó el método de Gauss y explique lo siguiente:

en 1+2+3+. . . +16 = 17 (8) = 136, sucede que: n = 16, 17 = 16 + 1 = n + 1 y $8 = \frac{16}{2} = \frac{n}{2}$

1+2+3+. . . +20 = 21 (10) = 210, sucede que: n = 20, 21 = 20 + 1 = n + 1 y $10 = \frac{20}{2} = \frac{n}{2}$

1+2+3+. . . +22 = 23 (11) = 253, sucede que n = 22, 23 = 22 + 1 = n + 1 y $11 = \frac{22}{2} = \frac{n}{2}$

Por lo tanto, si **n** es par, se tiene que:

$$1+2+3+...+n = (n+1)\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Diga a los alumnos que con esos mismos equipos intenten resolver la siguiente suma, sumando el primer sumando con el último, el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente, de tal manera que se trate de hacer un procedimiento semejante al método de Gauss:

1+2+3+4+5+6+7++8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23= , n = 23

Dé un tiempo adecuado para que la traten de resolver. Después pregunte al grupo: ¿con qué problema se encontraron al ir haciendo las sumas de dos en dos sumandos?. Si algún alumno desea contestar, propicie su participación.

Después pregunte al grupo, ¿entonces cómo se podría resolver la suma usando el método de Gauss?, si algún alumno sabe, páselo al pizarrón para que explique.

Independientemente de una posible explicación de algún alumno, explique Ud. que cuando **n** es impar, la suma se resuelve aplicando el método de Gauss hasta el penúltimo sumando y después se le suma el último sumando.

Por ejemplo, en la suma:

1+2+3+4+5+6+7++8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23= , se aplica el método de Gauss hasta el sumando 22 y después se le suma el 23, así:

1+2+3+4+5+6+7++8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23=

$$= (22+1)\left(\frac{22}{2}\right) + 23$$

= (23) (11) + 23 , esto es como si se estuviera sumando el 23 doce veces

= 23 (12)

= 276

Pida a los alumnos que resuelvan las siguientes sumas, aplicando el método de Gauss hasta el penúltimo sumando:

a) 1 + 2 + 3 + . . . + 57 =

c) 1 + 2 + 3 + . . . + 79 =

Seleccione al azar a dos alumnos para que pasen al pizarrón a resolver las sumas. En caso de que estén equivocadas corrija el procedimiento.

Retome las sumas anteriores en donde **n** es impar y sus resultados:

1 + 2 + 3 + . . . + 23 = 23 (12) = 276

1 + 2 + 3 + . . . + 57 = 57 (29) = 1653

1 + 2 + 3 + . . . + 79 = 79 (40) = 3160

Pregunte a los alumnos, ¿si se tuviera una suma de primeros números naturales, en donde **n** sea impar , habrá una fórmula para encontrar su resultado? , ¿cuál sería?

Si algún alumno sabe la respuesta, propicie su participación pasándolo al pizarrón para que explique. Independientemente de una posible explicación de algún alumno, retome Ud. las sumas y explique lo siguiente: en $1 + 2 + 3 + \ldots + 23 = 23\ (12) = 276$, sucede que n = 23 , $12 = \left(\frac{23+1}{2}\right) = \frac{n+1}{2}$ $1 + 2 + 3 + \ldots + 57 = 57\ (29) = 1653$, sucede que n = 57 , $29 = \left(\frac{57+1}{2}\right) = \frac{n+1}{2}$ $1 + 2 + 3 + \ldots + 79 = 79\ (40) = 3160$, sucede que n = 79 , $40 = \left(\frac{79+1}{2}\right) = \frac{n+1}{2}$ Por lo tanto, si **n** es impar, se tiene que: $1 + 2 + 3 + \ldots + n = n\left(\frac{n+1}{2}\right) = \frac{n(n+1)}{2}$. Es decir, para cualquier **n** , tenemos que la suma de los primeros **n** números naturales se puede obtener aplicando la fórmula: $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.	

FASE DE CIERRE

4.- RECAPITULACION **TIEMPO 10 / 110** Comente a los alumnos que en esta clase se pudo observar que para realizar una suma de los primeros números naturales existen varios métodos y que el método de Gauss es uno de ellos.	TÉCNICA: Exposición.

5.- TAREA **TIEMPO 10 / 120** Comente a los alumnos que con la finalidad de que practiquen el método de Gauss, de tarea van a realizar las siguientes sumas, aplicando la fórmula : a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 250 =$ b) $1 + 2 + 3 + \ldots + 311 =$ c) $1 + 2 + 3 + \ldots + 1238 =$ d) $1 + 2 + 3 + \ldots + 2521 =$	TÉCNICA: Exposición. MATERIAL: Pizarrón, gis y Borrador.

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA 1.1: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES	CLASE: 3

OBJETIVO DE SUBTEMA 1.1.3: RECONOCIENDO LAS PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES Y LOS ALGORITMOS DE LOS NUMEROS REALES ASI COMO SU CLASIFICACION.

El estudiante identificará los conjuntos de números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales, reconocerá y formalizará las propiedades de campo de los números reales, además comprenderá las propiedades de orden; analizando sus características por medio de los ejemplos que se desarrollaron en el subtema anterior para que distinga en qué conjuntos de números se pueden aplicar todas las propiedades de campo y vea como intervienen en el establecimiento de los algoritmos de las operaciones con números reales.

APRENDIZAJES A LOGRAR:	CONOCIMIENTOS PREVIOS:
Identificar y comprender el conjunto de números naturales y el conjunto de números enteros mediante su uso en problemas.	Conocer el concepto de conjunto, saber contar.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5**

Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.

Orden del día:

1.- Revisión de tarea.

2.- Conjunto de números naturales.

3.- Conjunto de números enteros.

4.- Recapitulación.

5.- Tarea.

__TECNICA:__
Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 20/25**

Pase al pizarrón a cuatro alumnos (uno por uno) a realizar las sumas por medio del método de Gauss que se dejaron la clase anterior, cada alumno resolverá una de las cuatro operaciones que se dejaron.
En caso de que esté equivocada la resolución de alguna operación, corríjala con la participación de los alumnos.

__TÉCNICA:__
Exposición.

__RECOMENDACIONES__

Anote en la lista las participaciones de los alumnos que pasan al pizarrón, recuerde que cada participación cuenta 0.5 de punto.

FASE DE DESARROLLO

2.- CONJUNTO DE NUMEROS NATURALES **TIEMPO 45/ 70** Pida a los alumnos que por parejas, con su compañero de a lado, resuelvan el siguiente problema, en una hoja blanca tamaño carta, que posteriormente se la entregarán a Ud y contará como una participación. *En una fiesta hay 15 personas, suponiendo que cada una de ellas saludó de mano a todas las demás, una sola vez, ¿Cuántos saludos se habrán llevado a cabo?* Pida también que en esa hoja expliquen el procedimiento que usaron para resolver el problema. Mientras los alumnos resuelven el problema, acérquese a cada equipo y observe el procedimiento que usan para resolver el problema, haga comentarios pertinentes al respecto. Es probable que encuentre equipos que resuelvan correctamente el problema. Pase al pizarrón a dos personas de dos equipos diferentes que hayan usado distintos procedimientos para resolver el problema. Una vez que los alumnos hayan explicado su procedimiento para resolver el problema, entregue una copia del documento 3.1 a cada alumno del grupo, después comente que otra forma de resolver el problema es mediante el esquema cuadriculado que aparece en el documento 3.1, en éste una "palomita" indica que se llevó a cabo un saludo y un "tache" indica que no se llevó a cabo un saludo. Explique lo siguiente: la persona 1 dio 14 saludos, la persona 2 dio 13 saludos, la persona 3 dio 12 saludos y así sucesivamente, en total se llevaron a cabo 14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 saludos, usando el método de Gauss tenemos que: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14= $\frac{14(14+1)}{2} = \frac{14(15)}{2} = 7(15) = 105$, por lo tanto se llevaron a cabo 105 saludos. Busque la generalización en el conteo que se usó haciendo preguntas como las siguientes: Si se tuvieran 50 personas y suponiendo que cada una de ellas saluda a las demás una sola vez ¿cuántos saludos se llevarían a cabo? Si se tuvieran 81 personas y suponiendo que cada una de ellas saluda a las demás una sola vez, ¿cuántos saludos se llevarían a cabo? Comente que los números que sirven para contar se llaman números naturales, que todo número natural tiene un sucesor, dé los siguientes ejemplos, escríbalos en el pizarrón: el sucesor de 30 es 31, el sucesor de 1578 es 1579, etc. Explique que como dado cualquier número natural, éste tiene un sucesor, entonces el conjunto de números naturales es infinito. Comente que el conjunto de números naturales se simboliza con N, y es el siguiente, escríbalo en el pizarrón: N={ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, . . . }, en este caso, los puntos suspensivos indican que el conjunto contiene una infinidad de números naturales. Al finalizar la clase, pida a los alumnos le entreguen la hoja en donde resolvieron el problema.	*TÉCNICA:* Binas, exposición. *MATERIAL:* Una copia del documento *3.1: ESQUEMA CUADRICULADO DE NUMERO DE SALUDOS* para cada alumno. *RECOMENDACIONES:* Puede apoyarse en otro esquema distinto al cuadriculado para resolver el problema de los saludos. Haga preguntas a los alumnos que refuercen el método que usan para contar. Por ejemplo, si usan el esquema cuadriculado, podría preguntar: ¿la persona 15 cuántos saludos da?, ¿la persona 10 cuántos saludos da?, etc. Después de que los alumnos le entreguen la hoja en donde resolvieron el problema, anote en la lista la participación correspondiente.

3.- CONJUNTO DE NUMEROS ENTEROS **TIEMPO 30/100** Comente que podemos representar números enteros con contadores: ⊕ y Θ . Escriba en el pizarrón lo siguiente: Cada ⊕ representa una unidad positiva. Cada Θ representa una unidad negativa. Se tiene como reglas que: a) ⊕ Θ = 0 b) Θ ⊕ = 0 c) En general, un contador positivo y un contador negativo se cancelan aunque no estén juntos. Dé los siguientes ejemplos de enteros representados con contadores, escríbalos en el pizarrón: EJEMPLOS DE ENTEROS REPRESENTADOS CON CONTADORES ⊕ Θ ⊕ ⊕ ⊕ = 3 Θ ⊕ Θ Θ Θ Θ = -4 ⊕ Θ Θ ⊕ Θ = -1 ⊕ ⊕ Θ ⊕ ⊕ ⊕ Θ ⊕ ⊕ = 5 Explique que existen varias combinaciones de contadores para representar al mismo entero, escriba en el pizarrón los siguientes ejemplos: EJEMPLOS DE OTRAS COMBINACIONES DE ENTEROS PARA REPRESENTAR AL 3, -4, -1, 5. ΘΘ ⊕ ⊕⊕⊕⊕ = 3 ⊕⊕ ΘΘΘ ⊕ ΘΘΘΘ = -4 ΘΘ ⊕⊕⊕ Θ ⊕ ΘΘ= -1 ⊕⊕⊕⊕⊕⊕ Θ = 5 Pida a los alumnos que realicen el siguiente ejercicio. EJERCICIO. 1.- Indica a qué enteros representan las siguientes combinaciones de contadores. a) ⊕ Θ Θ Θ Θ ⊕ = b) Θ Θ ⊕ ⊕ ⊕ Θ Θ Θ Θ = c) ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ Θ Θ = d) Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ = e) ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ Θ Θ = f) Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ = g) ⊕⊕⊕⊕ Θ Θ ⊕⊕ Θ ⊕⊕⊕ = h) Θ ⊕ Θ Θ ⊕ ⊕ = 2.- Representa con contadores, de dos formas distintas, los siguientes números enteros. a) –10= b) 7= c) –9= d) 8= e) –7= f) 9= g) -8= h) 10=	<u>*TÉCNICA:*</u> *Exposición.* <u>*RECOMENDACIONES:*</u> Anote en la lista las participaciones de los alumnos que pasen al pizarrón.

Seleccione al azar a ocho alumnos para que cada uno de ellos resuelva dos incisos. Comente que a números como –10, -9, -8, -7, –6, -5, -4, -3, -2, -1 se les llama números enteros negativos y que a números como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 se les llama números enteros positivos. Comente que el cero también es un número entero, pero no es positivo ni negativo. Comente que el conjunto de números enteros se simboliza con Z, escríbalo en el pizarrón: Z= { . . . , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, . . . }, comente que en este caso los puntos suspensivos indican que el conjunto contiene una infinidad de enteros positivos y una infinidad de enteros negativos.	

FASE DE CIERRE

4.- RECAPITULACION **TIEMPO 10 /110** Comente a los alumnos que en Matemáticas existen muchos conjuntos, que el conjunto de números naturales y el conjunto de números enteros son especialmente importantes porque usamos sus elementos para resolver problemas y expresar situaciones de la vida cotidiana, como lo acabamos de ver en la clase.	*TÉCNICA:* Exposición.

5.- TAREA **TIEMPO 10 /120** Reparta las 10 copias del documento 3.2 y las 10 copias del documento 3.3 a 10 alumnos del grupo (una copia de cada documento a cada uno de los 10 alumnos) y pida a los demás alumnos del grupo que saquen una copia de estos documentos para ellos. Diga que de tarea se queda resolver los problemas que aparecen en el documento 3.2 y el ejercicio que aparece en el documento 3.3. Informe a los alumnos que esta tarea se la van a entregar resuelta en hojas blancas tamaño carta, con una carátula que lleve los mismos datos que la tarjeta de su cuaderno: Alumno(a), grupo, materia, maestra y todas las hojas engrapadas de la parte superior izquierda. Recuérdeles que las tareas entregadas cuentan 0.5 de punto para su calificación definitiva de la primera unidad. Comente a los alumnos que de tarea también se les queda elaborar con papel cascarón "reglas graduadas" de las siguientes medidas y colores, porque las van a ocupar en la siguiente clase: a) una regla verde de 3 cm de largo, b) una regla morada de 6 cm de largo, c) una regla negra de 7 cm de largo, d) una regla amarilla de 5 cm de largo, e) una regla café de 8 cm de largo, f) una regla rosa de 4 cm de largo, g) una regla azul de 9 cm de largo	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* 10 copias del documento 3.2: *PROBLEMAS DE CONTEO* y 10 copias del documento 3.3 *ENTEROS REPRESENTADOS CON CONTADORES*

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES	**CLASE: 4**
SUBTEMA 1.1.3: RECONOCIENDO LAS PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES Y LOS ALGORITMOS DE LOS NUMEROS REALES ASI COMO SU CLASIFICACION.	

APRENDIZAJES A LOGRAR:	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:**
Mediante su uso reconocer a los números racionales, irracionales y reales. Identificar los conjuntos de números racionales, irracionales y reales.	Conocer el concepto de conjunto, conocer los números enteros, conocer fracciones comunes, conocer números mixtos, saber dividir un número entero entre otro entero, saber multiplicar un número decimal por potencias de 10.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Conjunto de números racionales. 3.- Expresión decimal de un número racional. 4.- Convertir una expresión decimal periódica a fracción común. 5.- Conjunto de números irracionales. 6.- Conjunto de números reales. 7.- Diagrama de Venn de los números reales. 8.- Clasificación de números reales. 9.- Recapitulación. 10.- Tarea.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISIÓN DE TAREA **TIEMPO 10 / 15** Pregunte a los alumnos en qué problemas del documento 3.2 tienen dudas y pase al pizarrón a algunos alumnos que sí los hayan resuelto, en caso de que estén equivocados en la resolución, corríjalos con la participación de ellos mismos. Pase al pizarrón a algunos alumnos para que den sus respuestas al ejercicio del documento 3.3, en caso de que estén equivocados en la resolución, corríjalos con la participación del grupo.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* *Documento 3.2: PROBLEMAS DE CONTEO* y Documento 3.3: *ENTEROS* REPRESENTADOS *CON CONTADORES.*

FASE DE DESARROLLO

2.- CONJUNTO DE NUMEROS RACIONALES **TIEMPO 15 / 30**

Pida a los alumnos que seleccionen a un compañero (el que ellos quieran) para que juntos midan los segmentos que aparecen en el Documento 4.1: MEDIDA DE SEGMENTOS, usando las reglas de colores. Comente que como cada quien tiene copia de este documento, en una copia lo van a resolver "en borrador" y cuando estén seguros de las respuestas a las preguntas lo van a pasar en limpio a la otra copia para que se la entreguen a Ud. con sus correspondientes nombres, comente que esta actividad cuenta como una participación para la calificación de la primera unidad.

Una vez que los alumnos hayan realizado la actividad de medir segmentos pregunte: ¿Qué números resultaron de la medida de los segmentos? , anótelos en el pizarrón.

Comente que a números como estos se les llama números racionales.

Dicte la siguiente definición:

DEFINICIÓN:

Cualquier número que se pueda expresar como el cociente de dos enteros, $\frac{a}{b}$, donde $b \neq 0$, o cualquier número que en su parte decimal tenga un grupo de cifras que se repita periódicamente en forma indefinida, se llama número racional.

Muestre otros ejemplos de números racionales en los que aparezcan positivos y negativos, cuando sean de la forma $\frac{a}{b}$ *explique cuánto vale* a *y cuánto vale* b, *y cuando estén en forma decimal explique cuál es el grupo de cifras que se repite; podrían ser los siguientes:*

1) $\frac{13}{25}$, $a = 13$, $b = 25$, $b \neq 0$ *4)* $5 = \frac{5}{1}$, $a = 5$, $b = 1$, $b \neq 0$

2) $\frac{-15}{21}$, $a = -15$, $b = 21$, $b \neq 0$ *5)* $-28 = \frac{-28}{1}$, $a = -28$, $b = 1$, $b \neq 0$

3) $\frac{30}{-19}$, $a = 30$, $b = -19$, $b \neq 0$ *6)* $0 = \frac{0}{1}$, $a = 0$, $b = 1$, $b \neq 0$

7) 2.77. . . , el grupo que se repite es el 7

8) -4.2525. . ., el grupo de cifras que se repite es el 25

9) 0.8, el grupo que se repite es el cero

<u>*TÉCNICA:*</u>
Binas, exposición.

<u>*MATERIAL:*</u>
Documento 4.1: MEDIDA DE SEGMENTOS,
y reglas de colores que se encargaron desde la clase 3.

<u>*RECOMENDACIONES:*</u>
Anote en la lista la participación de los alumnos que le entregaron la actividad del Documento 4.1: *MEDIDA DE SEGMENTOS.*

Comente que cualquier número entero x es un número racional porque se puede expresar como $\frac{x}{1}$, es decir, se puede expresar como el cociente del mismo entero x entre la unidad. Comente que el conjunto de números racionales se simboliza con una Q, explique que el conjunto Q está formado por todos los números racionales, es decir, por todos los números de la forma $\frac{a}{b}$, en donde a y b son enteros, así como aquéllos números que en su parte decimal tienen un grupo de cifras que se repite.	

3.- EXPRESION DECIMAL DE UN NUMERO RACIONAL **TIEMPO 20 / 50** Pregunte a los alumnos: si tenemos algunos números racionales, como por ejemplo, $\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$, $-\frac{1}{7}$, $\frac{38}{23}$ ¿qué se hace para expresarlos en forma decimal?, es probable que algún alumno conteste que se hace la división, comente que para expresarlos en forma decimal efectivamente se hace la división porque $\frac{3}{4}$ es lo mismo que tres enteros divididos en cuatro partes iguales, $\frac{4}{9}$ es lo mismo que cuatro enteros divididos en nueve partes iguales, $-\frac{1}{7}$ es lo mismo que un entero dividido en siete partes iguales y al resultado de la división anteponerle el signo de menos, etc. Pida a los alumnos que por parejas, con el mismo compañero con el que midieron los segmentos del documento 4.1, hagan las divisiones para expresarlos en forma decimal, mientras realizan las divisiones observe el procedimiento que siguen, haga comentarios pertinentes y resuelva las dudas de los alumnos. Después de que los alumnos hayan realizado las divisiones y expresado a los números racionales en forma decimal, resuelva las divisiones en el pizarrón en cuatro columnas distintas para que permanezcan ahí durante toda la clase, explicando el procedimiento y subrayando con color rojo el residuo que se repite en las divisiones inexactas como aparecen en el documento 4.2 .	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Gis de color rojo. Documento 4.2: *DIVISIONES* *RECOMENDACIONES:* Dé un tiempo pertinente para que los alumnos hagan las divisiones y expresen a los números racionales en forma decimal.

Explique que para expresar $-\frac{2}{5}$ en forma decimal se puede hacer la división 2 entre 5, y al resultado de la división anteponerle el signo de menos.

Cuando Ud. resuelva las divisiones en el pizarrón los alumnos podrán darse cuenta de sus errores o de hasta dónde llegaron ellos.

Comente que cuando se hace la división 3 entre 4, llega un momento en que el residuo es cero, en este caso se dice que la división es exacta; pero que existen divisiones en donde el residuo nunca es cero, en este caso se dice que la división es inexacta, como 4 entre 9, como -1 entre 7, etc.

Pregunte a los alumnos: ¿En las divisiones inexactas existe un residuo que se repita?, permita que los alumnos opinen.

Después comente que cuando la división sea inexacta, aunque el número de residuos sea muy grande, siempre se va a encontrar un residuo que se repita y a partir de ahí se repetirá la operación y en consecuencia una cifra ó un grupo de cifras del cociente. Explique que una forma de indicar cuál es la cifra ó cifras que se repiten es escribiendo la cifra ó cifras dos veces consecutivas y puntos suspensivos, dé los siguientes ejemplos:

$\frac{4}{9} = 0.44...$, explique que los puntos suspensivos indican que el 4 se repite periódicamente en forma indefinida.

$-\frac{1}{7} = -0.142857142857...$, explique que los puntos suspensivos indican que el 142857 se repite periódicamente en forma indefinida.

$\frac{38}{23} = 1.652608695652608695...$, explique que los puntos suspensivos indican que el 652608695 se repite periódicamente en forma indefinida.

Explique que "que se repita periódicamente en forma indefinida" quiere decir que una vez que aparece la cifra o grupo de cifras que se repite, cuando termine de escribirse, se vuelve a empezar y así sucesivamente, sin que tenga fin este proceso porque la división sigue indefinidamente.

Pregunte a los alumnos: Cuando la división es exacta, ¿cuál es el residuo que se repite? y en consecuencia ¿qué cifra se repite en el cociente?, permita que los alumnos opinen.

Después explique que sólo en las divisiones exactas el residuo que se repite es el cero y las cifras que se repiten en el cociente también son ceros, así:

$\frac{3}{4} = 0.7500...$, $-\frac{2}{5} = -0.400...$

Dicte la siguiente definición y dé los ejemplos correspondientes:

DEFINICION.

En un número racional escrito en forma decimal, se llama periodo a la cifra o al grupo de cifras que se repite periódicamente en forma indefinida.

Ejemplos:

En $-\frac{2}{5} = -0.400...$, el periodo es 0; pregunte a los alumnos: ¿de cuántas cifras consta el periodo?, permita que los alumnos contesten. Después escriba en el pizarrón: el periodo consta de una cifra: el 0.

En $\frac{4}{9} = 0.44...$, el periodo es el 4; pregunte a los alumnos: ¿de cuántas cifras consta el periodo?, permita que los alumnos contesten. Después escriba en el pizarrón: el periodo consta de una cifra: el 4.

En $-\frac{1}{7} = -0.142857142857....$ el periodo es el 142857; pregunte a los alumnos: ¿de cuántas cifras consta el periodo?, permita que los alumnos contesten. Después escriba en el pizarrón: el periodo consta de seis cifras.

Comente a los alumnos que otra forma de indicar cuál es el periodo, es escribiendo una barra encima del periodo, dé los siguientes ejemplos:

$-\frac{2}{5} = -0.40$, comente que la barra encima del 0 indica que el 0 es el periodo.

$\frac{4}{9} = 0.4$, comente que la barra encima del 4 indica que el 4 es el periodo.

$-\frac{1}{7} = -0.142857$, comente que la barra encima del 142857 indica que el 142857 es el periodo.

Pregunte a los alumnos: ¿alguien tiene alguna duda de lo que se ha visto hasta aquí?. Si algún alumno tiene alguna duda, resuélvasela.

Pida a los alumnos que realicen el siguiente ejercicio.

EJERCICIO.

a) Encuentra la expresión decimal de los siguientes números racionales e indica el periodo con puntos suspensivos. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repita.

1) $\frac{19}{5} =$

2) $-\frac{18}{11} =$

3) $\frac{35}{12} =$

b) Encuentra la expresión decimal de los siguientes números racionales e indica el periodo usando la barra. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repita.

1) $\frac{81}{11} =$

2) $-\frac{29}{15} =$

3) $\frac{45}{13} =$

Seleccione a 6 alumnos al azar para que resuelvan las divisiones en el pizarrón y exprese a los números racionales en forma decimal, páselos al pizarrón uno por uno. Revise el procedimiento y si hay algún error pida al alumno que lo corrija.

Después de que los alumnos hayan escrito a los números racionales en forma decimal, dicte la siguiente definición:

DEFINICIÓN.

Si en una expresión decimal el periodo empieza a partir del punto decimal, a la fracción se le llama periódica pura, pero si entre el primer periodo y el punto decimal hay una ó más cifras, a la fracción se le llama periódica mixta.

Pida a los alumnos que de acuerdo a esta definición clasifiquen las fracciones del ejercicio anterior como periódicas puras ó periódicas mixtas. Después de que los alumnos hayan clasificado las fracciones, clasifíquelas Ud. en el pizarrón para que los alumnos verifiquen sus respuestas, quedando de la siguiente manera: $\frac{19}{5}$ = 3.800. . . , es periódica mixta porque entre el primer periodo 0 y el punto decimal hay una cifra: el 8. $-\frac{18}{11}$ = -1.6363. . . , es periódica pura porque el periodo 63 empieza a partir del punto decimal. $\frac{35}{12}$ = 2.9166. . . , es periódica mixta porque entre el primer periodo 6 y el punto decimal hay dos cifras: 91. $\frac{81}{11}$ = 7.3636. . . , es periódica pura porque el periodo 36 empieza a partir del punto decimal. $-\frac{29}{15}$ = - 1.933. . . , es periódica mixta porque entre el primer periodo 3 y el punto decimal hay una cifra: el 9. $\frac{45}{13}$ = 3.461538461538. . . , es periódica pura porque el periodo 461538 empieza a partir del punto decimal..	

4.- CONVERTIR UNA EXPRESION DECIMAL PERIODICA A FRACCION COMUN **TIEMPO 20 / 70** Pregunte a los alumnos: ¿si tuviéramos una expresión decimal periódica, cómo la convertimos a fracción común, es decir, cómo la escribimos como el cociente de dos enteros?. Pida a los alumnos que en binas, con su compañero de al lado, expresen como cociente de enteros las siguientes expresiones decimales: .2 , .47 , .375, 3.55 . . ., 4.2136565 . . . Después de que los alumnos hayan realizado la actividad anterior, explique Ud. el procedimiento para los mismos números decimales. Explique el caso I y el caso II siguientes: CASO I) CONVERSION DE UNA EXPRESION DECIMAL CON PERIODO CERO A FRACCION COMUN . Explique que para convertir una expresión decimal con periodo cero, como es el caso de 0.2, 0.47, 0.375, a fracción común, se puede hacer de dos formas, una forma es leer el número decimal y escribirlo en forma de fracción común, así: 0.2 se lee 2 décimos que es lo mismo que 2 entre 10, cuya fracción común es $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ . .47 se lee 47 centésimos que es lo mismo que 47 entre 100, cuya fracción común es $\frac{47}{100}$. 375 se lee 375 que es lo mismo que 375 entre 1000, cuya fracción común es $\frac{375}{1000} = \frac{75}{200} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$. Por lo tanto: 0.2= $\frac{2}{10}$, 0.47= $\frac{47}{100}$, 0.375= $\frac{375}{1000}$ Otra forma de convertir una expresión decimal con periodo cero, como es el caso de 0.2, 0.47, 0.375, a fracción común, es escribir las cifras que están después del punto decimal y el número formado dividirlo entre la potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que estén después del punto decimal, después, si se desea, se simplifica la fracción común obtenida a su mínima expresión, así: 0.2= $\frac{2}{10^1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, 0 .47= $\frac{47}{10^2} = \frac{47}{100}$, 0.375= $\frac{375}{10^3} = \frac{375}{1000} = \frac{75}{200} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$	*TÉCNICA:* *Binas.*

Comente que el número con la diagonal que aparece en la parte superior derecha de una fracción indica por cuanto se simplificó la fracción. CASO II) CONVERSIÓN DE UNA EXPRESIÓN DECIMAL CON PERIODO DISTINTO DE CERO A FRACCION COMUN. Supongamos que se desea convertir la fracción periódica pura 3.55. . . y la fracción periódica mixta 4.2136565. . . a fracción común. a) Cuando la fracción es periódica pura, se siguen los siguientes pasos: 1) Se simboliza con "x" a la fracción decimal periódica pura: x= 3.55. . . 2) Se expresa a la fracción decimal periódica pura en notación desarrollada de potencias de 10: $x = 3.55... = 3 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + ...$ 3) Se multiplica a la fracción decimal periódica pura expresada en notación desarrollada, por la potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que tenga el periodo: como en 3.55. . . el periodo tiene una cifra, se multiplicará por $10^1 = 10$. $10x = 35.55... = 10(3 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + ...)$ $= 30 + 5 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + ...$ $= 35 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + ...$ 4) Al resultado de la multiplicación anterior se le resta la fracción decimal periódica pura expresada en notación desarrollada de potencias de 10 (de esta resta, el minuendo 10x y el sustraendo x tienen las mismas fracciones comunes, que son una infinidad, y que al restarlas da cero) : $10x = 35 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + ...$ $-x = -3 - \frac{5}{10} - \frac{5}{100} - \frac{5}{1000} - \frac{5}{10000} - ...$ ______________________________ $9x = 32 + 0 + 0 + 0 + 0 + ...$ $9x = 32$ $x = \frac{32}{9}$	

Entonces, x= 3.55. . . = $\frac{32}{9}$. Por lo tanto, 3.55 . . . ya está expresado como el cociente de dos enteros (32 entre 9) , es decir, 3.55 . . . ya está expresado como la fracción común $\frac{32}{9}$.

b) Cuando la fracción es periódica mixta, se siguen los siguientes pasos:

1) Se simboliza con "y" a la fracción periódica mixta: y= 4.2136565. . .

2) Se multiplica al número decimal periódico por la potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que haya entre el punto decimal y el primer periodo, con la finalidad de tener una fracción decimal periódica pura. Como en el número decimal 4.2136565. . . hay 3 cifras entre el punto decimal y el primer periodo entonces se multiplicará por 10^3=1000, así: 1000y= 4213.6565. . .

3) A partir de aquí , se seguirán los mismos pasos que se siguen para una fracción decimal periódica pura, para la fracción obtenida en el paso 2 : se expresa a la fracción decimal periódica pura en notación desarrollada de potencias de 10:

$$1000y = 4213.6565... = 4213+\frac{6}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{5}{10000}+...$$

4) Se multiplica a la fracción decimal periódica pura expresada en notación desarrollada, por la potencia de 10 con exponente igual al número de cifras que tenga el periodo. Como en 4213.6565. . . el periodo tiene dos cifras, se multiplicará por 10^2 = 100:

$$100000y = 421365.6565... = 100(4213+\frac{6}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{5}{10000}+...)$$

$$= 421300+60+5+\frac{6}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{5}{10000}+...$$

$$= 421365+\frac{6}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{5}{10000}+...$$

5) Al resultado de la multiplicación anterior se le resta la fracción decimal periódica pura expresada en notación desarrollada de potencias de 10 (de esta resta, el minuendo 100000y y el sustraendo 1000y tienen las mismas fracciones comunes, que son una infinidad, y que al restarlas da cero) :

$$100000y = 421365 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{5}{10000} + \ldots$$

$$-1000y = \quad -4213 - \frac{6}{10} - \frac{5}{100} - \frac{6}{1000} - \frac{5}{10000} - \ldots$$

$$99000y = \quad 417152 + 0 + 0 + 0 + 0 + \ldots$$

$$99000y = 417152$$

$$y = \frac{417152}{99000}$$

Entonces y= 4.2136565. . . = $\frac{417152}{99000}$. Por lo tanto, 4.2136565. . . ya está expresado como el cociente de dos enteros (417152 entre 99000), es decir, 4.2136565 . . . ya está expresado como la fracción común $\frac{417152}{99000}$ que también se puede simplificar y escribir como:

$$\frac{417152}{99000} = \frac{28576}{49500} = \frac{14288}{24750} = \frac{7144}{12375}$$

Pida a los alumnos que realicen el siguiente ejercicio, anótelo en el pizarrón:

EJERCICIO.

Convierte a fracción común las siguientes fracciones decimales periódicas, indica en cada inciso en qué caso estás, si en el caso I ó en el caso II; si fuera el caso II dí si se trata de una fracción decimal periódica pura ó de una fracción decimal periódica mixta.

1) .7

2) .42

3) .315

4) 2.99. . .

5) 6.153636. . .

Dé un tiempo pertinente para que los alumnos resuelvan el ejercicio anterior, después seleccione a tres alumnos al azar para que resuelvan el ejercicio, el primer alumno que resuelva los primeros tres incisos por ser de un grado de dificultad menor que los incisos 4) y 5), el segundo alumno que resuelva el inciso 4) y el tercer alumno que resuelva el inciso 5), en caso de que haya errores en el procedimiento de los alumnos, corríjalos.

5.- CONJUNTO DE NUMEROS IRRACIONALES **TIEMPO 20 / 90**

Comente a los alumnos que ya vimos que si un número escrito en forma decimal tiene un periodo entonces se puede expresar como el cociente de dos enteros.

Comente a los alumnos que un miembro del grupo denominado "Los Pitagóricos" (secta fundada por el matemático griego Pitágoras) hizo una demostración matemática de que $\sqrt{2}$ no se puede expresar como el cociente de dos enteros.

Dicte la siguiente definición:

DEFINICIÓN:

Se llama número irracional a todo número que no se puede expresar como el cociente de dos enteros.

Comente que a lo largo de la historia de la humanidad se han encontrado una infinidad de números que no se pueden expresar como el cociente de dos enteros, es decir, se han encontrado una infinidad de números irracionales, que algunos de ellos son los siguientes:

Escriba en el pizarrón: EJEMPLOS DE NUMEROS IRRACIONALES:

¶= 3.141592. . . , e= 2.718281. . . , la raíz de un número natural que no sea entera como $\sqrt{6}$ = 2.449489. . ., $\sqrt{71}$ = 8.426149. . ., etc.

Pregunte a los alumnos: ¿un número irracional tiene periodo?, complemente las respuestas de los alumnos con comentarios o preguntas pertinentes al caso.

Dicte lo siguiente:

Un número irracional no tiene periodo porque si lo tuviera se seguiría el procedimiento que se vió con los racionales y se expresaría como el cociente de dos enteros, lo cual no puede ser puesto que el número es irracional. Por lo tanto, un número irracional no tiene periodo.

Escriba en el pizarrón: como los números irracionales no tienen periodo, entonces:

¶= 3.141592. . ., e= 2.718281. . ., $\sqrt{6}$ = 2.449489. . ., $\sqrt{71}$ = 8.426149. . ., no tienen periodo, en su expresión decimal tienen infinitas cifras no periódicas.

Pida a los alumnos que observen los siguientes números:

5.010010001. . . , -3.123456789101112. . . , 0.101001000. . .

Pregunte a los alumnos: ¿Cómo están construidos los números anteriores?, ¿cómo siguen? ¿Los números anteriores tienen periodo?, escuche atentamente las respuestas de los alumnos.

Explique que los números anteriores no tienen periodo porque en la expresión decimal del número 5.010010001. . . cada vez se aumenta un cero antes del uno, en la expresión decimal del número –3.123456789101112. . . se están escribiendo los números naturales de menor a mayor, en la expresión decimal del número 0.101001000. . . cada vez se aumenta un cero después del 1. Haga énfasis en que por la forma en que se construyeron los números no existe un grupo de cifras que se repita periódicamente en forma indefinida, es decir, los números no tienen periodo.

Pregunte a los alumnos: ¿un número que no tenga periodo será irracional?, permita que los alumnos opinen.

Dicte lo siguiente:

Si un número no tiene periodo entonces no se puede expresar como el cociente de dos enteros, porque si se pudiera expresar como el cociente de dos enteros entonces se seguiría el procedimiento que se vió con los racionales y se encontraría el periodo, lo cual no puede ser puesto que el número no tiene periodo. Por lo tanto, si un número no tiene periodo entonces no se puede expresar como el cociente de dos enteros, es decir, es irracional.

De acuerdo a lo anterior 5.010010001. . . , -3.123456789101112. . , 0.101001000. . . son números irracionales, puesto que no tienen periodo.

El conjunto de números irracionales se simboliza con una I.

Pida a los alumnos que por binas, con su compañero de al lado, realicen el siguiente ejercicio (escríbalo en el pizarrón):

EJERCICIO.

Dar seis ejemplos de números irracionales y justificar por qué lo son.

6.- CONJUNTO DE NUMEROS REALES **TIEMPO 10 /100** Dicte la siguiente definición: DEFINICIÓN: Se llama número real a cualquier número que sea racional ó a cualquier número que sea irracional. Pida a los alumnos que formen equipos de cuatro personas (cuartas), que elijan a los compañeros que quieran, para que realicen el siguiente ejercicio (escríbalo en el pizarrón): EJERCICIO. De acuerdo a la definición de número real dar 10 ejemplos de números reales. Mientras los alumnos realizan el ejercicio, acérquese a los equipos para que observe los ejemplos de números reales que dan, resuelva posibles dudas y haga comentarios que puedan ayudar a resolver mejor el ejercicio. Dé el tiempo pertinente para que realicen el ejercicio anterior, después, elija a un integrante de cada equipo para que escriba en el pizarrón dos de los ejemplos que dieron. Propicie que los ejemplos que den abarquen números naturales, enteros, racionales e irracionales para que los alumnos entiendan que los números reales son todos ellos. Escriba en el pizarrón: *el conjunto de números reales está formado por todos los números racionales más todos los números irracionales. El conjunto de números reales se simboliza con una R.*	*TÉCNICA:* Exposición. Cuartas.

7.- DIAGRAMA DE VENN DE LOS NUMEROS REALES **TIEMPO 5 /105** Pida a los alumnos que observen el diagrama de Venn que aparece en el documento 4.3, lea Ud. en voz alta la explicación que aparece en ese mismo documento acerca de las relaciones entre los conjuntos.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 4.3: *DIAGRAMA DE VENN DE LOS NUMEROS REALES*

8.- CLASIFICACION DE NÚMEROS REALES **TIEMPO 05 / 110** Seleccione algunos números reales y vaya preguntando a los alumnos a qué conjuntos pertenecen, diga a los alumnos que se pueden auxiliar con el diagrama de Venn. Por ejemplo: el 20 ¿ a qué conjuntos pertenece?, el –30 ¿ a qué conjuntos pertenece?, el $\frac{2}{9}$ ¿ a qué conjuntos pertenece?, el ¶ ¿ a qué conjuntos pertenece?, el número $\sqrt{37}$ ¿ a qué conjuntos pertenece?, el 5.213636. . . ¿ a qué conjuntos pertenece?, etc. Dicte lo siguiente: *Cuando se dice a qué conjunto (o a qué conjuntos) pertenece un número se dice que se está clasificando a ese número. En ocasiones se usa el símbolo $\in$ para indicar a qué conjunto (o conjuntos) pertenece un número. El símbolo $\in$ se lee "pertenece a "o "es elemento del conjunto".* Escriba los siguientes ejemplos en el pizarrón: EJEMPLOS: 1.- Para indicar que el 20 pertenece al conjunto de naturales, al conjunto de enteros, al conjunto de racionales y al conjunto de reales se escribe: $20 \in \mathrm{N}$, $20 \in \mathrm{Z}$, $20 \in \mathrm{Q}$, $20 \in \mathrm{R}$; 2.- Para indicar que –30 es elemento del conjunto de enteros, del conjunto de racionales y del conjunto de reales se escribe: $-30 \in \mathrm{Z}$, $-30 \in \mathrm{Q}$, $-30 \in \mathrm{R}$; 3.- Para indicar que $\frac{2}{9}$ pertenece al conjunto de racionales y al conjunto de reales se escribe: $\frac{2}{9} \in \mathrm{Q}$, $\frac{2}{9} \in \mathrm{R}$; 4.- Para indicar que $\sqrt{37}$ es elemento del conjunto de irracionales y del conjunto de reales se escribe: $\sqrt{37} \in \mathrm{I}$, $\sqrt{37} \in \mathrm{R}$.	

FASE DE CIERRE

9.- RECAPITULACIÓN **TIEMPO 5 /115** Comente a los alumnos que hasta el momento hemos visto los conjuntos de números naturales, de números enteros, de números racionales, de números irracionales y de números reales, pero que existen otros conjuntos, algunos contenidos en los reales y otros no, como el conjunto de números primos, el conjunto de números complejos, etc. , que también son importantes en las Matemáticas.	<u>*TÉCNICA:*</u> Exposición.
10.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Pida a los alumnos que de tarea clasifiquen los números reales que aparecen en el documento 4.4.	<u>*TÉCNICA:*</u> Exposición. <u>*MATERIAL:*</u> Documento 4.4: *CLASIFICACION DE NUMEROS*

<u>NOTAS DEL PROFESOR</u>:

TEMA 1.1: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES	**CLASE: 5**

OBJETIVO DE SUBTEMA 1.1.4 : LOS SIGNOS DE AGRUPACION Y SU OPERACION CON LOS NUMEROS REALES

El estudiante realizará operaciones con números reales hasta aquéllas que incluyen signos de agrupación, apoyándose en la experiencia que tiene para la realización de las operaciones aritméticas y en las propiedades de las operaciones vistas previamente, a fin de obtener un nivel adecuado de operatividad para ceder más fácilmente a la comprensión y manejo de las operaciones algebraicas.

APRENDIZAJES A LOGRAR:	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:**
Obtener el valor absoluto de números racionales. Sumar números racionales usando la recta numérica; resolver problemas cuya solución requieran de suma, resta, multiplicación o división de fracciones.	Conocer los números enteros y su representación gráfica en la recta numérica. Pasar una fracción común a fracción mixta. Simplificar fracciones comunes. Obtener fracciones equivalentes a otra dada. Realizar operaciones elementales como suma, resta, multiplicación y división de números racionales.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5**

Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.

a) Orden del día:

1.- Revisión de tarea.
2.- Valor absoluto.
3.- Suma de números racionales.
4.- Resolución de problemas.
5.- Recapitulación.
6.- Tarea.

b) Aprendizajes a lograr:

Obtendrás el valor absoluto de números racionales, aprenderás a sumar números racionales usando la recta numérica, aprenderás a resolver problemas cuya solución requieran de suma, resta, multiplicación o división de números racionales.

TÉCNICA:
Exposición.

1.- REVISIÓN DE TAREA **TIEMPO 30 / 35** Seleccione a cinco alumnos al azar para que expliquen cómo clasificaron los números del documento 4.4 , en caso de que exista algún error en sus respuestas, corríjalo junto con el grupo.	*TÉCNICA:* Exposición *MATERIAL:* Documento 4.4 : *CLASIFICACION DE NUMEROS*

FASE DE DESARROLLO

2.- VALOR ABSOLUTO **TIEMPO 20 / 55** Grafique en el pizarrón una recta numérica para cada número y marque con color rojo la distancia que hay del cero al 12, con color verde la distancia que hay del –13 al cero, con color azul la distancia que hay del cero al 8.5 y con color marino la distancia que hay del $-\frac{39}{4}$ al cero. Usando las rectas que graficó en el pizarrón, pregunte a los alumnos: ¿Cuánto vale la distancia del cero al 12?, ¿Cuánto vale la distancia del –13 al cero?, ¿Cuánto vale la distancia del cero al 8.5?, ¿Cuánto vale la distancia del $-\frac{39}{4}$ al cero? Escuche sus respuestas. Escriba la siguiente definición y los ejemplos en el pizarrón. *DEFINICIÓN: A la distancia que hay del cero a un número real a se le llama valor absoluto de a, esta distancia se considera siempre positiva y se simboliza con* $\|a\|$. EJEMPLOS: *El valor absoluto de 12 (que es la distancia del cero al 12) es* $\|12\| = 12$. El valor absoluto de –13 (que es la distancia que hay del –13 al cero) es $\|-13\| = 13$. El valor absoluto de 8.5 (que es la distancia que hay del cero al 8.5) es $\|8.5\| = 8.5$. El valor absoluto de $-\frac{39}{4}$ (que es la distancia que hay del $-\frac{39}{4}$ al cero) es: $\left\|-\frac{39}{4}\right\| = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$. Pida a los alumnos que formen equipos de 4 integrantes (cuartas), entregue a cada equipo dos copias del documento 5.1, comente a los alumnos que en una copia van a realizar el ejercicio que aparece en el documento 5.1, durante la clase, y de tarea en la otra copia lo van a pasar en limpio una vez que hayan corregido sus errores. Observe la forma en que cada cuarta realiza el ejercicio, corrija los errores y resuelva las dudas de los alumnos.	*TÉCNICA:* Exposición. Cuartas. *MATERIAL:* Una regla graduada. Un gis de color rojo, otro de color verde, otro de color azul, otro de color azul marino. 26 copias del documento 5.1: *VALOR ABSOLUTO.* *RECOMENDACIONES:* En la suma de enteros, marque con color rojo las unidades que recorre hacia la derecha o hacia la izquierda.

3.- SUMA DE NUMEROS RACIONALES **TIEMPO 30 / 85**	

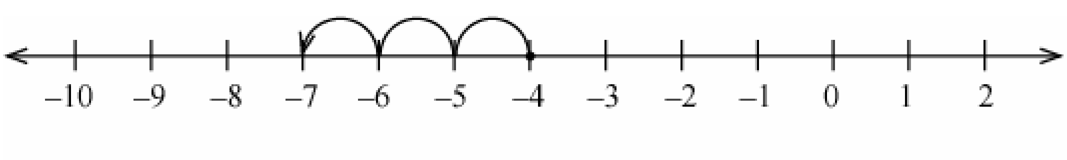
3.- SUMA DE NUMEROS RACIONALES **TIEMPO 30 / 85**

Dicte lo siguiente:
Para sumar dos números racionales cualesquiera en la recta numérica, nos debemos posicionar en el punto de la recta que representa al primer sumando y a partir de ese punto se recorren tantas unidades como nos indique el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda si el segundo sumando es negativo y se recorrerán a la derecha si el segundo sumando es positivo, el punto al que se llegue al final de este recorrido es el punto que representa al resultado de la suma.

Dé los siguientes ejemplos:

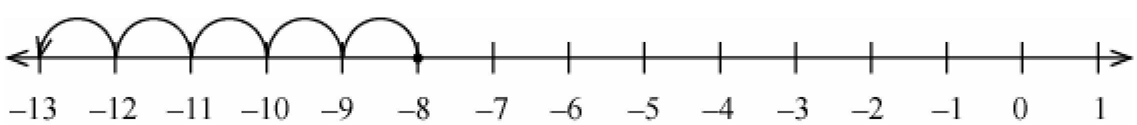
EJEMPLOS.

a) Para sumar –4 + (-3)= , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al –4 y a partir de ese punto se recorren tres unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda puesto que el segundo sumando es negativo.



Por lo tanto –4 +(-3)= -7 .

b) Para sumar – 8+ (-5) = , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al –8 y a partir de ese punto se recorren cinco unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda puesto que el segundo sumando es negativo.



Por lo tanto –8 + (-5) = -13 .

TÉCNICA:
Exposición.

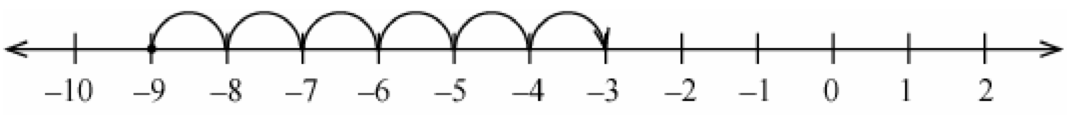
MATERIAL:
Una copia para cada alumno del documento 5.2 y 5.3 .

RECOMENDACIONES:
Para hacer ver a los alumnos que una fracción es mayor que otra, convierta las fracciones a forma mixta y explíqueles que la que tiene el mayor entero es la fracción mayor, o bien, para saber cuál es mayor puede aplicar el criterio de los productos cruzados:

$\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ si y sólo si :

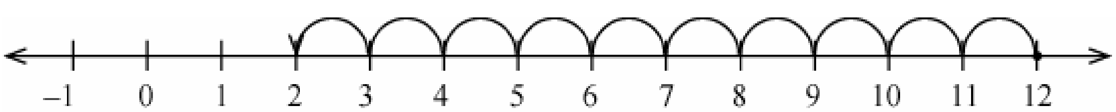
$ad \geq bc$.

c) Para sumar–9 +6 =   , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al –9 y a partir de ese punto se recorren seis unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la derecha puesto que el segundo sumando es positivo.



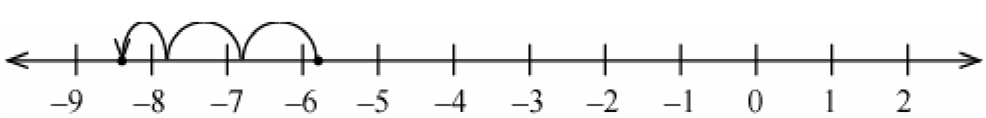
Por lo tanto –9 +6= -3 .

d) Para sumar 12+ (-10) = , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al 12 y a partir de ese punto se recorren diez unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda puesto que el segundo sumando es negativo.



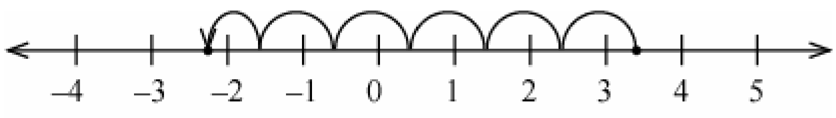
Por lo tanto 12 + (-10) = 2 .

e) Para sumar –5.8 + (- 2.6)= , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al –5.8 y a partir de ese punto se recorren 2.6 unidades que son las que indica el segundo



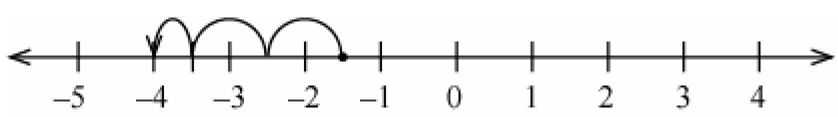
Por lo tanto, -5.8 + (-2.6)= - 8.4 .

f) Para sumar 3.4 +(- 5.7)= , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al 3.4 y a partir de ese punto se recorren 5.7 unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda puesto que el segundo sumando es negativo.



Por lo tanto 3.4 + (-5.7) = -2.3 .

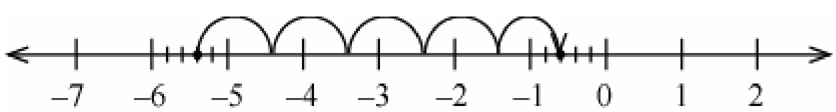
g) Para sumar $-\frac{3}{2}$ $+(-\frac{5}{2})$ = , nos posicionamos en el punto de la recta que representa al $-\frac{3}{2}$ para ello, convertimos la fracción $-\frac{3}{2}$ a forma mixta, quedando $-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$, entonces para localizarla en la recta numérica se recorren hacia la izquierda (puesto que la fracción es negativa) 1 unidad más $\frac{1}{2}$ de la siguiente unidad; después se recorren $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la izquierda puesto que el segundo sumando es negativo.



Por lo tanto, $-\frac{3}{2}$ $+(-\frac{5}{2})$ = -4 .

h) Para sumar $-\frac{27}{5} + \frac{48}{10} =$, nos posicionamos en el punto de la recta que representa al

$-\frac{27}{5}$ para ello, convertimos la fracción $-\frac{27}{5}$ a forma mixta, quedando $-\frac{27}{5} = -5\ \frac{2}{5}$, entonces, para localizarla en la recta numérica se recorren hacia la izquierda (puesto que la fracción es negativa) 5 unidades más $\frac{2}{5}$ de la siguiente unidad (hacia la izquierda también); después se recorren $\frac{48}{10} = 4\frac{8}{10} = 4\frac{4}{5}$ unidades que son las que indica el segundo sumando, estas unidades se recorrerán a la derecha puesto que el segundo sumando es positivo.



Por lo tanto, $-\frac{27}{5} + \frac{48}{10} = -\frac{3}{5}$

Pregunte a los alumnos: ¿qué signo tiene la suma de números racionales negativos?, ¿qué signo tiene la suma de dos números racionales cuando uno es positivo y el otro es negativo?, ¿podemos establecer reglas para sumar números racionales?, por ejemplo, ¿cuál será la regla para sumar números racionales negativos?, ¿cuál será la regla para sumar dos números racionales con distintos signos?, después de que los alumnos hayan dado sus respuestas, dicte las siguientes reglas:

REGLAS PARA SUMAR DOS NUMEROS RACIONALES.

1) Para sumar números racionales negativos, se suman los valores absolutos de los sumandos y al resultado de la suma se le antepone el signo de menos.

2) Para sumar dos números racionales con distintos signos, al mayor valor absoluto de los sumandos se le resta el menor valor absoluto de los sumandos, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto.

Explique los siguientes ejemplos en el pizarrón.

EJEMPLOS.

a) Para sumar $-6 + (-4) =$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-6| = 6$, $|-4| = 4$, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos.

Se suman los valores absolutos de los sumandos: $6 + 4 = 10$, y al resultado de esta suma se le antepone el signo de menos, por lo tanto, $-6 + (-4) = -10$.

b) Para sumar $-1 + (-7) + (-10) =$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-1| = 1$, $|-7| = 7$, $|-10| = 10$, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos. Se suman los valores absolutos de los sumandos: $1 + 7 + 10 = 18$, y al resultado de esta suma se le antepone el signo de menos, por lo tanto, $-1 + (-7) + (-10) = -18$.

c) Para sumar $-11 + 7 =$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-11| = 11$, $|7| = 7$.

Al mayor valor absoluto de los sumandos se le resta el menor valor absoluto de los sumandos: $11 - 7 = 4$, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto (en este caso, el sumando que tiene mayor valor absoluto es -11 , el signo es negativo), por lo tanto, $-11 + 7 = -4$.

d) Para sumar $-13 + (18) =$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-13| = 13$, $|18| = 18$.

Al mayor valor absoluto de los sumandos se le resta el menor valor absoluto de los sumandos: $18 - 13 = 5$, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto (en este caso, el sumando que tiene mayor valor absoluto es 18, el signo es positivo) , por lo tanto, $-13 + 18 = 5$ (positivo) .

e) Para sumar -7.3 + (-4.1) + (-5.5)= :

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: |-7.3|=7.3, |-4.1|=4.1, |-5.5|=5.5, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos. Se suman los valores absolutos de los sumandos: 7.3 + 4.1 + 5.5 = 16.9, y al resultado de esta suma se le antepone el signo menos, por lo tanto, -7.3 + (-4.1) + (-5.5) = -16.9 .

f) Para sumar –6.3 + 5.1=   :

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: |-6.3|= 6.3, |5.1|= 5.1, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos.

Al mayor valor absoluto se le resta el menor valor absoluto: 6.3– 5.1 = 1.2, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto (en este caso, el sumando que tiene mayor valor absoluto es –6.3 , el signo es negativo), por lo tanto, -6.3 + 5.1 = -1.2 .

g) Para sumar $-\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-\frac{5}{8}|=\frac{5}{8}$, $|\frac{3}{8}|=\frac{3}{8}$, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos.

Al mayor valor absoluto se le resta el menor valor absoluto: $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}$, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto (en este caso, el sumando que tiene mayor valor absoluto es $-\frac{5}{8}$, el signo es negativo) , por lo tanto, $-\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=-\frac{2}{8}$.

h) Para sumar $-\frac{57}{10}+\frac{49}{5}=$:

Se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $|-\frac{57}{10}|=\frac{57}{10}$, $|\frac{49}{5}|=\frac{49}{5}$, recuerde a los alumnos que los valores absolutos siempre son positivos.

El mayor valor absoluto de los sumandos es $\frac{49}{5}$ porque $\frac{49}{5} = 9\ \frac{4}{5}$ y $\frac{57}{10} = 5\ \frac{7}{10}$, es decir, la fracción que tiene el mayor entero es $\frac{49}{5}$, por lo tanto, ésta es la mayor.

Al mayor valor absoluto de los sumandos se le resta el menor valor absoluto de los sumandos: $\frac{49}{5} - \frac{57}{10} = \frac{98-57}{10} = \frac{41}{10}$, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto , en este caso, el sumando que tiene mayor valor absoluto es $\frac{49}{5}$, el signo es positivo, por lo tanto, $-\frac{57}{10} + \frac{49}{5} = \frac{41}{10}$ (el resultado es positivo) .

Pida a los alumnos que usando la recta numérica comprueben los resultados de las sumas anteriores.

Pase al pizarrón a cuatro alumnos para que cada uno realice dos incisos de las sumas usando la recta numérica, en caso de que existan errores, corríjalos con la participación de los alumnos.

Pida a los alumnos que individualmente realicen el ejercicio que aparece en el documento 5.2 .

Después de que los alumnos hayan realizado el ejercicio anterior, seleccione a nueve alumnos al azar para que resuelvan las sumas en el pizarrón, en caso de que existan errores, corríjalos junto con los alumnos.

Pregunte a los alumnos: ¿cómo podemos realizar la suma de más de dos números racionales con distintos signos?, escuche las respuestas de los alumnos, después dicte la siguiente regla.

REGLA PARA SUMAR MAS DE DOS NUMEROS RACIONALES CON DISTINTOS SIGNOS.

Para sumar más de dos números racionales con distintos signos, se suman los racionales positivos, se suman los racionales negativos, y los resultados de estas dos sumas se vuelven a sumar aplicando la regla para sumar dos números racionales con distintos signos.

Dé los siguientes ejemplos en el pizarrón.

EJEMPLOS.

a) Para sumar –13 +11+(–21) +20 = :

Se suman los racionales positivos: 11+20 = 31 .

Se suman los racionales negativos: -13 + (-21) = - 34 .

Los resultados de estas dos sumas se vuelven a sumar: 31+(-34) = -3 .

Por lo tanto, -13 + 11 + (- 21) +20 = - 34 .

b) Para sumar 32 + (-41) + 53 + (-27) + (-53) +70 = :

Se suman los racionales positivos: 32 + 53 + 70 = 155 .

Se suman los racionales negativos: -41 + (-27) + (-53) = - 121 .

Los resultados de estas dos sumas se vuelven a sumar: 155+(-121) = 34 .

Por lo tanto, 32 + (-41) + 53 + (-27) + (-53) +70 = 34 .

c) Para sumar 2 + (-7.1) + 5.4 + (-9.3) + (- 6)= :

Se suman los racionales positivos: 2 +5.4 = 7.4 .

Se suman los racionales negativos: -7.1 + (-9.3) + (- 6)= - 22.4 .

Los resultados de estas dos sumas se vuelven a sumar: 7.4+(- 22.4) = - 15

Por lo tanto, 2 + (-7.1) + 5.4 + (-9.3) + (- 6)= - 15.

d) Para sumar $-\frac{5}{4} + \frac{1}{3} + (-\frac{1}{7}) + \frac{2}{9} =$:

Se suman los racionales positivos: $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$.

Se suman los racionales negativos: $-\frac{5}{4} + (-\frac{1}{7}) =$, para ello, se suman los valores absolutos de los sumandos, $\frac{5}{4} + \frac{1}{7} = \frac{35+4}{28} = \frac{39}{28}$, y al resultado de esta suma se le antepone el signo de menos, por lo tanto, $-\frac{5}{4} + (-\frac{1}{7}) = -\frac{39}{28}$.

Los resultados de estas dos sumas se vuelven a sumar, $\frac{5}{9}$ +(- $\frac{39}{28}$) = , aplicando la regla para sumar dos números racionales con distintos signos, para ello, se obtienen los valores absolutos de los sumandos: $\left|\frac{5}{9}\right| = \frac{5}{9}$, $\left|-\frac{39}{28}\right| = \frac{39}{28}$, el mayor valor absoluto de los sumandos es $\frac{39}{28}$ porque $\frac{5}{9} = 0\frac{5}{9}$ y $\frac{39}{28} = 1\frac{11}{28}$, es decir, la fracción que tiene el mayor entero es $\frac{39}{28}$, por lo tanto, ésta es la mayor. Después, al mayor valor absoluto de los sumandos se le resta el menor valor absoluto de los sumandos: $\frac{39}{28} - \frac{5}{9} = \frac{351-140}{252} = \frac{211}{252}$, y al resultado de esta resta se le antepone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto, el sumado que tiene mayor valor absoluto es $-\frac{39}{28}$, el signo es negativo, por lo tanto: $\frac{5}{9} + (-\frac{39}{28}) = -\frac{211}{252}$ (el resultado es negativo) .

Comente a los alumnos que para que puedan sumar más de dos números racionales con distintos signos, es necesario que sepan sumar racionales positivos, racionales negativos y dos números racionales con distintos signos.

Pida a los alumnos que individualmente realicen el ejercicio que aparece en el documento 5.3 .

Después de que los alumnos hayan realizado el ejercicio anterior, seleccione a seis alumnos al azar para que resuelvan las sumas en el pizarrón, en caso de que existan errores corríjalos junto con los alumnos.

4.- RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **TIEMPO 25 / 110** Numere las cuartas (los equipos de 4) que los alumnos formaron cuando realizaron el ejercicio del documento 5.1 de la siguiente manera: equipo 1, equipo 2, equipo 3, equipo 4, equipo 5, cada vez que numere hasta el cinco vuelva a empezar desde el uno: equipo 1, equipo 2, equipo 3, equipo 4, equipo 5; de tal manera que varios equipos tengan el mismo número. Entregue una copia del documento 5.4 a cada equipo y pida a los alumnos que resuelvan los problemas que aparecen en él, de la siguiente forma: que los equipos 1 resuelvan el problema 1; los equipos 2 resuelvan el problema 2; los equipos 3 resuelvan el problema 3; los equipos 4 resuelvan el problema 4; los equipos 5 resuelvan el problema 5. Después de que los alumnos hayan resuelto los problemas, pase al pizarrón a 5 alumnos que hayan resuelto el problema 1, el problema 2, el problema 3, el problema 4 y el problema 5 respectivamente, para que expliquen cómo los resolvieron . Los alumnos pasarán al pizarrón uno por uno. En caso de que algún alumno esté equivocado en la resolución de su problema, pase al pizarrón a un alumno de otro equipo que le haya correspondido el mismo problema, para que explique como lo resolvieron. Es conveniente que cada vez que un alumno explique correctamente la resolución de un problema, Ud. también vuelva a explicar cómo se resolvió, por ejemplo, para resolver el problema en tres envases se tienen $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$ y $\frac{9}{4}$ litros de aceite respectivamente. ¿Qué cantidad de aceite se tiene en total?, puede explicar que la cantidad de aceite que se tiene en total es la suma de las cantidades de los tres envases: $\frac{1}{2}+\frac{7}{8}+\frac{9}{4}=$, recuerde a los alumnos que para realizar una suma de fracciones se debe encontrar un común denominador de los denominadores, que un común denominador tiene la propiedad de que al dividirlo entre cada denominador la división es entera, explique que para realizar la suma $\frac{1}{2}+\frac{7}{8}+\frac{9}{4}=$ un común denominador es el 8, explique que después de encontrar un común denominador se divide éste entre cada denominador y el resultado se multiplica por el numerador correspondiente, así:	<u>*TÉCNICA:*</u> Cuartas. <u>*MATERIAL:*</u> 13 copias del documento 5.4: *PROBLEMAS SOBRE OPERACIONES CON FRACCIONES.* <u>*RECOMENDACIONES*</u> Cuando deje los problemas de tarea, la intención es repasar la suma, resta, multiplicación y división de fracciones. Anote en la lista las participaciones de los alumnos que pasan al pizarrón.

$\frac{1}{2}+\frac{7}{8}+\frac{9}{4}=\frac{4+7+18}{8}=\frac{29}{8}=3\frac{5}{8}$, por lo tanto, la cantidad de aceite que se tiene en total es 3 litros más $\frac{5}{8}$ de litro.	

FASE DE CIERRE

5.- RECAPITULACION **TIEMPO 5/115** Comente a los alumnos que para resolver muchos problemas de la " vida cotidiana" se requiere de operaciones básicas con fracciones. Por lo que es conveniente que sepan realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de fracciones.	*TÉCNICA:* Exposición.

6 .- TAREA **TIEMPO 5 /120** Entregue una copia del documento 5.5 a cada equipo y diga a los alumnos que de tarea se les queda resolver individualmente los problemas que aparecen en él. Comente a los alumnos que esta tarea se la van a entregar en hojas blancas tamaño carta, engrapadas y con una carátula que tenga los mismos datos que la tarjeta del cuaderno, recuérdeles que las tareas cuentan 0.5 punto sobre la calificación del examen.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* 13 copias del documento 5.5: *OTROS PROBLEMAS SOBRE FRACCIONES.*

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA: OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES	**CLASE: 6**
SUBTEMA 1.1.4: LOS SIGNOS DE AGRUPACION Y SU OPERACION CON LOS NUMEROS REALES	
APRENDIZAJES A LOGRAR: Implementar correctamente los signos de agrupación para expresar operaciones aritméticas. Realizar operaciones aritméticas aplicando la prioridad de la multiplicación y de la división. Realizar operaciones con números reales que incluyan signos de agrupación.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:** Saber sumar y multiplicar números enteros, saber sumar y multiplicar números decimales. Saber sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Cuatro números cuatro. 3.- Prioridad de operaciones. 4.- Signos de agrupación. 5.- Recapitulación. 6.- Tarea.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 25 / 30** Pase al pizarrón a 5 alumnos para que cada uno resuelva un problema de la tarea, pida a cada alumno de los que pasen al pizarrón que antes de resolver el problema lea en voz alta lo que dice el problema, en caso de que esté equivocado en la resolución del mismo, corríjalo con la participación del grupo. Después de revisar la tarea en el pizarrón, recoja la tarea a todos los alumnos del grupo para que posteriormente la registre en la lista.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 5.5: *OTROS PROBLEMAS SOBRE FRACCIONES.* *RECOMENDACIONES:* Tenga a la mano el documento 5.5 para que tenga presente lo que dice cada problema.

FASE DE DESARROLLO

2.- CUATRO NUMEROS CUATRO **TIEMPO 30 / 60** Diga a los alumnos que por binas, cada alumno con su compañero de a lado, van a realizar la siguiente actividad, escríbala en el pizarrón: *Expresar los números del 0 al 9 usando sólo las operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división) y utilizando solamente cuatro números cuatro.* Dé los siguientes ejemplos en el pizarrón: 1) $4 \times 4 - 4 \times 4 = 0$. 2) $\frac{4}{4}\left(\frac{4}{4}\right) = 1$. Dé un tiempo pertinente para que los alumnos realicen esta actividad, después pase al pizarrón a diez alumnos de binas distintas para que cada uno explique la forma en que expresó tan sólo un número del cero al nueve, un alumno para cada número. En caso de que algún alumno esté equivocado en la forma de expresar un número, corríjalo con la participación del grupo.	*TÉCNICA:* Exposición. Binas.

3.- PRIORIDAD DE OPERACIONES **TIEMPO 20 / 80** Pida a los alumnos que obtengan el resultado de la siguiente operación : $5 + 4 \times 3$. Pregunte a los alumnos: ¿qué resultados obtuvieron?, escríbalos en el pizarrón. Pase al pizarrón a dos alumnos que tengan resultados distintos para que expliquen el procedimiento que siguieron; pregunte al grupo: ¿qué resultado es el correcto?. Comente a los alumnos que para evitar confusiones, se han establecido reglas para realizar las operaciones en un orden determinado, este orden se llama *jerarquía de las operaciones*. Escriba en el pizarrón lo siguiente:	*TÉCNICA:* Exposición. Binas. *MATERIAL:* Una copia para cada alumno del doumento 6.1: *PRIORIDAD DE OPERACIONES.*

JERARQUIA DE LAS OPERACIONES

1) Al realizar una serie de sumas y restas, éstas se deben realizar de izquierda a derecha.

2) El mismo orden (de izquierda a derecha) se utiliza para las expresiones que sólo tienen multiplicaciones y divisiones.

3) Siempre que aparezcan multiplicaciones y divisiones, éstas se realizan antes que las sumas y las restas.

4) Siempre que aparezcan paréntesis en una expresión aritmética, las operaciones dentro de ellos se realizan en primer lugar.

Dé los siguientes ejemplos en el pizarrón:

EJEMPLOS:

1) Para realizar la operación $7 \times 6 + 10 \div 2 =$, las operaciones se deben realizar de izquierda a derecha y la multiplicación y la división se realizan antes que la suma, así:

$7 \times 6 + 10 \div 2 = 42 + 5 = 47$.

Pregunte a los alumnos: en la expresión $7 \times 6 + 10 \div 2 =$, ¿dónde pondrías paréntesis para que dé como resultado 56?, escuche las respuestas de los alumnos y después pase al pizarrón a un alumno que tenga la respuesta correcta, para que explique en dónde colocó los paréntesis y la forma en que realiza la operación.

2) Para realizar la operación $30 - 7 \times 4 + 9 \div 3 =$, las operaciones se deben realizar de izquierda a derecha y la multiplicación y la división se realizan antes que la suma y la resta, así:

$30 - 7 \times 4 + 9 \div 3 = 30 - 28 + 3 = 5$.

Pregunte a los alumnos: en la expresión $30 - 7 \times 4 + 9 \div 3 =$, ¿dónde pondrías paréntesis para que dé como resultado 95?, escuche las respuestas de los alumnos y después pase al pizarrón a un alumno que tenga la respuesta correcta, para que explique en dónde colocó los paréntesis y la forma en que realiza la operación.

3) Para realizar la operación $4 \times (6 + 2) - (21 \div 7) =$, como existen paréntesis, primero se realizan las operaciones dentro de ellos, siguiendo el orden de izquierda a derecha, así:

$4 \times (6 + 2) - (21 \div 7) = 4 \times (8) - (3) =$, después, las operaciones se continúan realizando de izquierda a derecha teniendo en cuenta que la multiplicación se realiza antes que la resta, así:

$4 \times (6 + 2) - (21 \div 7) = 4 \times (8) - (3) = 32 - 3 = 29$.

Pregunte a los alumnos: en la expresión 4 x (6 + 2) – (21÷ 7) = , ¿dónde pondrías paréntesis para que dé como resultado 20?, escuche las respuestas de los alumnos y después pase al pizarrón a un alumno que tenga la respuesta correcta, para que explique en dónde colocó los paréntesis y la forma en que realiza la operación. Pida a los alumnos que por binas, cada alumno con su compañero de a lado, realicen el ejercicio que aparece en el documento 6.1 . Después de que los alumnos hayan resuelto el ejercicio del documento 6.1 , pase al pizarrón a tres alumnos de binas distintas para que cada uno explique la forma en que resolvió dos incisos distintos del ejercicio anterior, en caso de que algún alumno esté equivocado en la solución de alguna operación, corríjalo con la participación del grupo.	

4.- SIGNOS DE AGRUPACION **TIEMPO 30 / 110** Dicte lo siguiente: Los signos de agrupación son las llaves { }, los paréntesis ( ), y los corchetes [ ] , estos signos sirven para indicar el orden en que deben efectuarse las operaciones, teniendo en cuenta las reglas para eliminar signos de agrupación, escríbalas en el pizarrón. REGLAS PARA ELIMINAR SIGNOS DE AGRUPACIÓN. 1.- Cuando un número y un signo de agrupación estén juntos, sin ningún signo de más o de menos que los separe, el número multiplica a lo que está adentro del signo de agrupación, aplicando la ley de multiplicación de signos. 2.- Cuando un signo de agrupación esté dentro de otro, se elimina primero el que esté más adentro, es decir, la eliminación se efectúa partiendo de los signos de agrupación internos a los externos. 3.- Una vez que se multiplica un número por lo que está adentro de un signo de agrupación, éste desaparece. Dé los siguientes ejemplos.	*TÉCNICA:* Exposición

EJEMPLOS.

Realizar las siguientes operaciones, eliminando los signos de agrupación.

1) 6 + { 4 – 2 (-7+2) } = 6+{ 4 - 2(-5) }

= 6 +{ 4+10 }

= 6 +{14}

= 6 + 14

= 20

Explique a los alumnos que primero se eliminaron los paréntesis porque están más adentro que las llaves y después se eliminaron las llaves.

2) –7 + 4{ 5 + 3 [-2 – (-5 + 7)]} = - 7 + 4{ 5 + 3 [-2 – (2)]}

= - 7 + 4{ 5 + 3 [-2 - 2]}

= - 7 +4{ 5 +3 [- 4] }

= - 7 + 4{ 5 – 12 }

= - 7 + 4 { - 7]

= -7 – 28

= - 35

Explique a los alumnos que primero se eliminaron los paréntesis porque están más adentro que los corchetes y las llaves, después se eliminaron los corchetes porque están más adentro que las llaves y al final se eliminaron las llaves.

3) $\frac{5}{4}$ - 6 { $\frac{1}{3}$ + 4 [- $\frac{7}{6}$ + $\frac{3}{2}$] } = $\frac{5}{4}$ - 6 { $\frac{1}{3}$ + 4 [$\frac{2}{6}$] }

= $\frac{5}{4}$ - 6 { $\frac{1}{3}$ + $\frac{8}{6}$ }

= $\frac{5}{4}$ - 6 { $\frac{10}{6}$ }

= $\frac{5}{4}$ - 10

= - $\frac{35}{4}$

Explique a los alumnos que en el ejemplo anterior, primero se eliminaron los corchetes porque están más adentro que las llaves y después se eliminaron las llaves. 4.- $9.536 - \{ 3.2 + 4 (6.78 – 5.14) \} = 9.536 – \{ 3.2 + 4 (1.64) \}$ $= 9.536 – \{ 3.2 + 6.56\}$ $= 9.536 – 9.76$ $= - 0.224$	

FASE DE CIERRE

5.- RECAPITULACION **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que el uso de los signos de agrupación es importante en Matemáticas porque dependiendo de donde estén ubicados en una expresión matemática, puede dar distintos resultados.	*TÉCNICA:* Exposición.

6 .- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Comente a los alumnos que de tarea se les queda resolver los ejercicios que aparecen en el documento 6.2, que esta tarea la van a realizar en la parte de TAREAS del cuaderno.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 6.2: *JERARQUIA DE LAS OPERACIONES Y USO DE LOS SIGNOS DE AGRUPACIÓN.*

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA 1.2: DE LA ARITMETICA AL ÁLGEBRA	**CLASE: 7**
OBJETIVO DE TEMA: El estudiante identificará las limitaciones de los procedimientos aritméticos, entre ellos razones y proporciones, en la solución de diferentes tipos de situaciones, a partir de la experiencia y conocimientos que se tienen sobre las operaciones aritméticas y resolviendo problemas de diversas disciplinas tanto aritméticamente como algebraicamente, con el fin de mostrar la conveniencia de utilizar el lenguaje algebraico y su carácter generalizador y finalmente usarlo en la construcción de modelos algebraicos de las situaciones planteadas.	
OBJETIVO DE SUBTEMA 1.2.1 : SOLUCION DE PROBLEMAS POR METODOS ARITMÉTICOS El estudiante resolverá problemas por métodos aritméticos, a partir de la identificación de los elementos fundamentales y las relaciones entre estos, sobre problemas referidos a áreas, de interés y velocidad entre otros, de manera que el estudiante aplique sus conocimientos aritméticos para resolverlos, a fin de reconocer las limitaciones y desventajas que estos métodos presentan respecto a los métodos algebraicos.	

APRENDIZAJES A LOGRAR:	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:**
Resolver problemas por métodos aritméticos y algebraicos.	Conocer la fórmula para encontrar el área de un cu convertir centímetros a metros.

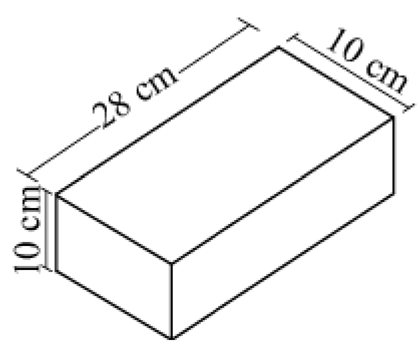
A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Resolución de problemas. 3.- Recapitulación. 4.- Tarea.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISIÓN DE TAREA **TIEMPO 30 / 35** Pase a cuatro alumnos al pizarrón a resolver la tarea, que dos de ellos resuelvan el ejercicio 1 y los otros dos resuelvan el ejercicio 2, en caso de que exista algún error , corríjalo junto con el grupo.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 6.2: *JERARQUIA DE LAS OPERACIONES Y USO DE LOS SIGNOS DE AGRUPACIÓN.*

FASE DE DESARROLLO

<table>
<tr>
<td>
2.- RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIEMPO 75 / 110
Pida a los alumnos que elijan a un compañero, para que por parejas resuelvan el siguiente problema:
La Sra. María desea construir una cisterna con forma de prisma cuadrangular de tal manera que el lado de la base mida 2.8m y la altura mida 2 m. Para hacerlo va a utilizar tabicones con las siguientes dimensiones: la base rectangular mide 28 cm de largo y 14 cm de ancho , y la altura es de 10 cm. Si el costo de cada tabicón es de $3.00, ¿cuánto le costarán los tabicones necesarios para construir la cisterna, sin considerar las juntas y tomando en cuenta que ni la base ni el techo de la cisterna llevarían ladrillo? (las juntas es la cantidad de cemento que se usa para pegar los ladrillos).
Comente a los alumnos que una representación gráfica del tabicón sería la siguiente (dibújelo en el pizarrón)


Pida a los alumnos que lean atentamente el problema y que traten de entenderlo. Despúes pida a varios alumnos que expliquen con sus propias palabras qué es lo que dice el problema.
</td>
<td>
TÉCNICA:
Binas

MATERIAL:
25 copias del Documento 7.1:
TABICONES PARA UNA CISTERNA
.
</td>
</tr>
</table>

Pregunte a los alumnos: ¿aproximadamente cuánto le costarían los tabicones necesarios para construir la cisterna?, pida a los alumnos que den una estimación justificando su respuesta y discuta con el grupo cuáles son las más viables.

Pida a los alumnos que por parejas resuelvan el problema en una hoja explicando el procedimiento que siguieron para resolverlo, comente que posteriormente se la entregarán a Ud. y contará como una participación.

Mientras los alumnos resuelven el problema, acérquese a cada bina y haga preguntas con las cuales los estudiantes evalúen si el procedimiento es correcto o no.

Después de un tiempo pertinente, pase al pizarrón a tres alumnos de tres equipos diferentes que hayan usado distintos procedimientos para resolver el problema para que expliquen la forma en que lo resolvieron y se discutan con el grupo.

Una vez que los alumnos hayan explicado su procedimiento para resolver el problema, comente que otras formas de resolver el problema son las siguientes:

1) Reparta una copia del documento 7.1 a cada bina y comente que haciendo una representación gráfica de la forma de la cisterna, del tabicón y de la forma de acomodar los tabicones como la que aparece en este documento , podemos observar que el número de tabicones que se necesitan para una hilera es de 10, puesto que cada tabicón mide de largo 28 *cm*, es decir, 0.28 *m* y si dividimos la medida del lado de la base de la cisterna que es 2.8 *m* entre 0.28 *m* da como resultado 10 ; el número de hileras que se construirían sería de 20, puesto que la altura del tabicón es de 10 *cm*, es decir, 0.10 *m* y si dividimos la altura de la cisterna que es de 2 *m* entre 0.10 *m* da como resultado 20. Por lo que el número de tabicones que se necesitan para una cara de la cisterna es de $10 \times 20 = 200$; como no se va a usar tabicón ni en la base ni en el techo, sólo se va a necesitar tabicón para 4 caras, entonces, el número total de tabicones que se necesitan es de $4 \times 200 = 800$.

Por lo tanto, el costo de los tabicones necesarios para construir la cisterna es de $800 \times 3 = 2400$ pesos.

2) Otra forma de resolver el problema es la siguiente: como no se va a usar tabicón ni en la base ni en el techo, se calcula el área que ocupan las cuatro paredes laterales, para ello basta con encontrar el área de una de ellas y después ésta se multiplica por 4.

Entonces:

El área de una cara lateral es $(2.8m)\ (2m) = 5.6\ m^2$, por lo tanto, el área de las cuatro paredes laterales es de $4(5.6\ m^2) = 22.4\ m^2$.

Después se procede a calcular el área en m^2 de la cara que forma el grosor del tabicón, ésta se obtiene multiplicando $(28\ cm)\ (10\ cm) = (0.28\ m)\ (0.\ 10m) = 0\ .028\ m^2$.

Posteriormente se calcula cuántos ladrillos se necesitan para cubrir el área de las cuatro paredes laterales, este número de ladrillos estará dado por la división del área de las cuatro paredes laterales entre el área de la cara que forma el grosor del ladrillo, así :

$$\frac{22.4m}{0.028m} = 800$$

Finalmente, se encuentra el costo de los tabicones necesarios multiplicando el número de tabicones necesarios por el costo unitario del tabicón, es decir, por 3:

(800) (3) = 2400 pesos.

Por lo tanto, el costo de los tabicones necesarios será de $ 2,400 .

Comente a los alumnos:

Supongamos que ahora quisiéramos resolver el siguiente problema:

El Sr. Angel desea construir una cisterna con forma de prisma cuadrangular de tal manera que el lado de la base mida 4.2m y la altura mida 3m. Para hacerlo va a utilizar tabicones con las siguientes dimensiones: la base rectangular mide 28 cm de largo y 7 cm de ancho , y la altura es de 10 cm. Si el costo de cada tabicón es de $3, ¿cuánto le costarán los tabicones necesarios para construir la cisterna, sin considerar las juntas y tomando en cuenta que ni la base ni el techo de la cisterna llevarían tabicón? (las juntas es la mezcla de cemento que se usa para pegar los tabicones).

Lo que debemos observar es que el primer problema y este último son muy parecidos, sólo cambian las dimensiones de la cisterna, para resolver este último problema se harán los mismos razonamientos que para el primero, sólo que estos razonamientos no se harán exactamente sobre los mismos números y por consiguiente los cálculos y los resultados serán diferentes.

Explique a los alumnos que cuando tenemos varios problemas a resolver siguiendo los mismos razonamientos, es cansado comenzar este mismo razonamiento para encontrar la resolución, *es mejor tener una fórmula general que permita calcular inmediatamente la solución de todos los problemas de un mismo tipo.*

Por ejemplo, los dos problemas anteriores son del tipo siguiente:

Una persona desea construir una cisterna con forma de prisma cuadrangular de tal manera que el lado de la base mida x metros y la altura mida y metros . Para hacerlo va a utilizar tabicones con las siguientes dimensiones: la base rectangular mide 28 cm de largo y 7 cm de ancho , y la altura es de 10 cm. Si el costo de cada tabicón es de $3.00, ¿cuánto le costarán los tabicones necesarios para construir la cisterna, sin considerar las juntas y tomando en cuenta que ni la base ni el techo de la cisterna llevarían ladrillo? (las juntas es la mezcla de cemento que se usa para pegar los tabicones).

Explique que en vez de dar una medida determinada para la base y la altura de la cisterna, éstas se simbolizan por medio de x y y . Entonces la regla que expresa el procedimiento general se obtendría de la siguiente manera:

Como no se va a usar tabicón ni en la base ni en el techo, se calcula el área que ocupan las cuatro paredes laterales, para ello basta con encontrar el área de una de ellas y después ésta se multiplica por 4. Así::

El área de una cara lateral es $(x\ m)\ (y\ m) = xy\ m^2$, por lo tanto, el área de las cuatro paredes laterales es $4(xy\ m^2) = 4xy\ m^2$

Después se procede a calcular el área en m^2 de la cara que forma el grosor del tabicón, ésta se obtiene multiplicando (28 cm) (10 cm) = (0.28 m) (0. 10 m) = 0.028 m^2 .

Posteriormente se calcula cuántos tabicones se necesitan para cubrir el área de las cuatro paredes laterales, este número de tabicones estará dado por la división del área de las cuatro paredes laterales entre el área de la cara que forma el grosor del tabicón, de la siguiente manera:

$$\frac{4xym}{0.028m} = \frac{4xy}{0.028}$$

Finalmente se encuentra el costo de los tabicones necesarios, multiplicando el número de tabicones necesarios por el costo unitario del tabicón, es decir, por 3:

$$\left(\frac{4xy}{0.028}\right)(3) = \frac{12xy}{0.028}$$

Si el costo de los ladrillos necesarios lo simbolizamos por C, entonces tendremos que:

$C = \dfrac{12xy}{0.028}$, ésta es la fórmula para encontrar el costo de los tabicones necesarios de los problemas que tenían la Sra. María y el Sr. Angel . Por lo tanto:

Para resolver el problema del Sr. Angel sólo aplicamos la fórmula, sustituyendo los valores de $x = 4.2$ y $y = 3$:

$C = \dfrac{12xy}{0.028} = \dfrac{12(4.2)(3)}{0.028} = \dfrac{151.2}{0.028} = 5400$, es decir, el costo de los ladrillos necesarios para la cisterna del Sr. Angel es de \$ 5,400 .

Para resolver el problema de la Sra. María, aplicamos la fórmula sustituyendo los valores de $x = 2.8$ y $y = 2$:

$C = \dfrac{12xy}{0.028} = \dfrac{12(2.8)(2)}{0.028} = \dfrac{67.2}{0.028} = 2400$, es decir, el costo de los ladrillos necesarios para la cisterna de la Sra. María es de \$ 2,400 .

Pida a los alumnos que usando esta fórmula calculen el costo del número de tabicones necesarios para construir una cisterna con dimensiones:

a) $x = 5.6\ m$, $y = 4\ m$

b) $x = 7\ m$, $y = 5\ m$

Después de que los alumnos hayan calculado el costo, pase al pizarrón a dos alumnos seleccionados al azar para que expliquen cómo lo hicieron, en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.

FASE DE CIERRE

3.- RECAPITULACIÓN **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que el principal fin del álgebra elemental, es proporcionar un lenguaje abreviado, por medio de letras como x, y, z , etc. , que permita expresar razonamientos generales para establecer reglas generales que nos faciliten la resolución de problemas.	<u>*TÉCNICA:*</u> Exposición.
4.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Comente a los alumnos que de tarea resuelvan los problemas que aparecen en el documento 7.2 .	<u>*TÉCNICA:*</u> Exposición. <u>MATERIAL:</u> Documento 7.2: *PROBLEMAS ARITMÉTICOS Y SU GENERALIZACION*

<u>NOTAS DEL PROFESOR</u>:

TEMA 1.2: DE LA ARITMETICA AL ÁLGEBRA	CLASE: 8
SUBTEMA 1.2.2: RAZONES Y PROPORCIONES El estudiante identificará y manejará el concepto de razón y proporción, a partir de problemas que involucren el manejo de escalas, velocidad uniforme, elongación de un resorte, proporcionalidad de áreas y retomando la experiencia de los estudiantes en relación a los números reales, para que identifique a las razones y proporciones como un método de solución aritmética y asimismo aplique la relación de proporcionalidad en la solución de problemas de variación directa e inversa.	

APRENDIZAJES A LOGRAR:	CONOCIMIENTOS PREVIOS:
Identificar y manejar el concepto de razón y proporción.	Llevar una fracción común a su mínima expresión, comparar fracciones comunes, identificar fracciones equivalentes.

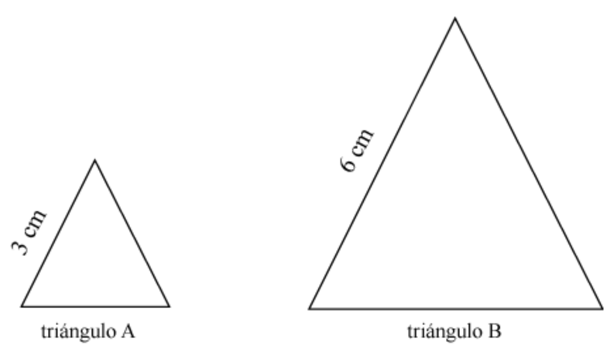
A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Concepto de razón. 3.- Concepto de proporción. 4.- Cálculo de un término en una proporción. 5.- Recapitulación. 6.- Tarea.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 15 / 20** Seleccione a cuatro alumnos al azar para que resuelvan la tarea en el pizarrón, dos de ellos que resuelvan el problema uno y los otros dos que resuelvan el problema dos, en caso de que existan errores, corríjalos junto con el grupo.	*TÉCNICA:* Exposición.

FASE DE DESARROLLO

2.- CONCEPTO DE RAZON **TIEMPO 30 / 50** Pida a los alumnos que resuelvan el siguiente problema: "Un recipiente A tiene una capacidad de 4 l y otro B tiene una capacidad de 8 l , ¿qué tanto más de capacidad tiene el recipiente B que el A?, deje que los alumnos den sus respuestas por medio de una lluvia de ideas, después explique que una forma de comparar cantidades es por cociente, es decir, haciendo la división $\frac{8}{4} = 2$, lo que significaría que el recipiente B tiene 2 veces la capacidad de A. Dicte a los alumnos lo siguiente: Llamaremos razón a la comparación por cociente de dos números, la simbolizaremos con **r**. Este cociente se interpreta como "el número de veces" que uno de ellos es mayor o menor que el otro. Dé los siguientes ejemplos de razón : 1) Angel percibe un sueldo mensual de $15,000 mientras que Rosa percibe un sueldo mensual de $5,000 , ¿Qué razón más percibe al mes Angel que Rosa? Realizaremos la comparación por cociente de los números 15,000 y 5,000, como ya dijimos a este cociente se le llama razón y se simboliza con **r,** es decir, **r** = $\frac{15000}{5000} = 3$ **,** la cual se interpreta como que Angel percibe mensualmente el triple del sueldo mensual de Rosa. 2) A los siguientes triángulos equiláteros los llamaremos triángulo A y triángulo B, el lado del triángulo A mide 3 cm, el lado del triángulo B mide 6 cm:  	<u>TÉCNICA:</u> Lluvia de ideas, Exposición. Binas.

a) ¿Cuál es la razón entre los lados del triángulo A y los lados del triángulo B, y cómo se interpreta esta razón?

Haciendo una comparación por cociente de los lados del triángulo A con los lados del triángulo B , tenemos que la razón es $\mathbf{r} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, la cual se interpreta como que la medida de los lados del triángulo A es la mitad de la medida de los lados del triángulo B. Si las comparamos al revés, es decir, si comparamos los lados del triángulo B con los lados del triángulo A, tenemos que la razón es $\mathbf{r} = \frac{6}{3} = 2$, la cual se interpreta como que la medida de los lados del triángulo B es el doble de la medida de los lados del triángulo A.

b) ¿Cuál es la razón entre sus perímetros y cómo se interpreta esta razón?

El perímetro del triángulo A es P = 3 (3 cm) = 9 cm, el perímetro del triángulo B es P = 3 (6 cm) = 18 cm, la razón entre los perímetros es $\mathbf{r} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$, la cual se interpreta como que el perímetro del triángulo A es la mitad del perímetro del triángulo B .

Pida a los alumnos que por parejas resuelvan el siguiente problema:

Laura escribe a máquina 25 palabras por minuto, mientras que Sofía escribe 100 por minuto , ¿a qué razón escribe Laura con respecto a Sofía y cómo se interpreta esta razón ?

Acérquese a los alumnos y observe la forma en que resuelven el problema, después elija a un alumno para que explique en el pizarrón la forma en que lo resolvió, en caso de que existan errores corríjalos junto con el grupo.

3..- CONCEPTO DE PROPORCION **TIEMPO 30 / 80** Pida a los alumnos que por binas resuelvan el siguiente problema: En un grupo de Matemáticas I hay 20 hombres y 30 mujeres, en otro grupo de Matemáticas II hay 14 hombres y 21 mujeres: a) ¿ En el grupo de Matemáticas I, cuál es la razón del número de mujeres con respecto al número de hombres? b) ¿ En el grupo de Matemáticas II, cuál es la razón del número de mujeres con respecto al número de hombres? c) Si comparamos la razón del número de mujeres con respecto al número de hombres de cada grupo, ¿ cómo resultan ser las dos razones, una es mayor que la otra o son iguales? Dé un tiempo adecuado para que los alumnos resuelvan el problema, después pase al pizarrón a tres alumnos de binas distintas, a que escriban sus respuestas, cada alumno dará la respuesta de un inciso. En caso de que existan errores, corríjalos junto con el grupo. Comente a los alumnos que la razón del número de mujeres con respecto al número de hombres en el grupo de Matemáticas I es **r** = $\frac{30}{20}$ y en el grupo de Matemáticas II es **r** = $\frac{21}{14}$, que estas razones son iguales ya que simplificando las fracciones tenemos que: $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ y $\frac{21}{14} = \frac{3}{2}$, por lo tanto, tenemos que $\frac{30}{20} = \frac{21}{14}$, comente a los alumnos que a igualdades como esta se les llama proporción . Dicte a los alumnos la siguiente definición: DEFINICIÓN: A una igualdad de dos razones se le llama proporción. En general, si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ representan la misma razón, podemos establecer la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a las cantidades a, b, c, d se les llama términos de la proporción . Al primero y al cuarto (a y d) se les llama extremos, al segundo y al tercero (b y c) se les llama medios.	<u>*TÉCNICA:*</u> Binas.

Explique a los alumnos que en la proporción $\frac{30}{20} = \frac{21}{14}$, 30 y 14 son los extremos y 20 y 21 son los medios; que multiplicando los extremos obtenemos 30 (14) = 420 , multiplicando los medios obtenemos 20 (21) = 420, es decir, el producto de los extremos es igual al producto de los medios, esto ocurre en cualquier proporción , y a esta propiedad se le conoce como propiedad fundamental de las proporciones.

Dicte a los alumnos lo siguiente:

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES:

En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios, así:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si ad = bc

Explique a los alumnos que esta propiedad la podemos usar para encontrar el valor de un término desconocido (el valor de una incógnita) conociendo tres términos de una proporción, dé los siguientes ejemplos:

a) Para encontrar el valor de "x" en la proporción $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$ podemos hacer lo siguiente:

$\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$ si 3(8) = 4x (según la propiedad fundamental) , que es lo mismo que

$$4x = 24$$

$$x = \frac{24}{4}$$

$$x = 6$$

Para comprobar que x = 6 hace verdadera la proporción basta con comprobar que

3 (8) = 4x , sustituyendo x = 6 tenemos que:

$$3\ (8) = 4x$$

$$3\ (8) = 4\ (6)$$

$$24 = 24$$

Sí se cumple la igualdad, por lo tanto x = 6 hace verdadera la proporción.

b) Para encontrar el valor de "x" en la proporción $\frac{10}{x} = \frac{4}{3}$ podemos hacer lo siguiente:

$\frac{10}{x} = \frac{4}{3}$ si $30 = 4x$ (según la propiedad fundamental de las proporciones) , que es lo mismo que

$$4x = 30$$

$$x = \frac{30}{4}$$, simplificando esta fracción dividiendo entre 2 numerador y denominador queda:

$$x = \frac{15}{2}$$

Para comprobar que el valor de $x = \frac{15}{2}$ hace verdadera la proporción, basta con comprobar que $30 = 4x$, sustituyendo $x = \frac{15}{2}$ tenemos que:

$$30 = 4x$$

$$30 = 4\left(\frac{15}{2}\right)$$

$$30 = \frac{60}{2}$$

$$30 = 30$$

Sí se cumple la igualdad, por lo tanto $x = \frac{15}{2}$ hace verdadera la proporción.

4.- CALCULO DE UN TERMINO EN UNA PROPORCION **TIEMPO 30 / 110** Pida a los alumnos que por binas realicen el siguiente ejercicio: EJERCICIO. Encuentra el valor de " x" en las siguientes proporciones, usando la propiedad fundamental de las proporciones y comprueba que el valor de " x" es correcto: a) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$ c) $\frac{6}{x} = \frac{4}{3}$ e) $\frac{x}{7} = \frac{4}{12}$ b) $\frac{1}{2} = \frac{5}{x}$ d) $\frac{6}{9} = \frac{x}{15}$ Seleccione a dos alumnos para que pasen al pizarrón a resolver dos incisos cada uno, en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.	<u>TÉCNICA:</u> Binas.

FASE DE CIERRE

5.- RECAPITULACIÓN **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que existen muchos problemas de la "vida cotidiana" que se pueden resolver usando proporciones, que en la próxima clase veremos algunos de ellos.	<u>TÉCNICA:</u> Exposición.

6.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Diga a los alumnos que de tarea se queda resolver los ejercicios que aparecen en el documento 8.1: *RAZONES Y PROPORCIONES.*	*<u>TÉCNICA:</u>* Exposición. *<u>MATERIAL:</u>* Documento 8.1: *RAZONES Y PROPORCIONES*

<u>NOTAS DEL PROFESOR</u>:

TEMA 1.2 : DE LA ARITMETICA AL ALGEBRA	**CLASE: 9**
SUBTEMA 1.2.2: RAZONES Y PROPORCIONES	

APRENDIZAJES A LOGRAR:	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:**
Conocer el concepto de variable, identificar variables directamente proporcionales e inversamente proporcionales.	Conocer el concepto de razón, conocer el concepto de proporción.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Variable dependiente e independiente. 3.- Variables directamente proporcionales. 4.- Variables inversamente proporcionales. 5.- Recapitulación. 6.- Tarea.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 25 / 30** Seleccione al azar a cuatro alumnos para que expliquen en el pizarrón la forma en que resolvieron los problemas de la tarea, en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 8.1: *RAZONES Y PROPORCIONES*

FASE DE DESARROLLO

2.- VARIABLE DEPENDIENTE E INDEPENDIENTE **TIEMPO 20 / 50** Pida a los alumnos que por binas resuelvan el siguiente problema: *Si un kilogramo de jitomate cuesta $12, ¿cuánto cuestan 2, 3.5, 4, 5.75 kilogramos?* Después de que los alumnos hayan resuelto el problema, pregunte: ¿cuáles son las variables y la constante que se relacionan en el problema? Deje que los alumnos contesten a estas preguntas por medio de una lluvia de ideas, después dicte las definiciones de variable y constante: *DEFINICIÓN: Una variable es una magnitud que puede tomar diversos valores.* *DEFINICIÓN: Una constante es un valor que permanece fijo, que no cambia.* Explique que en el problema anterior una variable es el peso de los jitomates (la cual la simbolizaremos por p) porque puede tomar diversos valores como 2, 3.5, 4, 5.75 kg; otra variable es el costo de la cantidad de jitomates que se compre (la cual la simbolizaremos por c) porque puede tomar diversos valores como 24, 42, 48, 69 pesos. La constante (la cual la abreviaremos como cte.) es el costo de un kg de jitomate, es decir cte. = 12, porque este valor permanece fijo, no cambia. Pregunte a los alumnos: ¿de qué depende el costo de los jitomates?, deje que los alumnos respondan y después comente que el costo de los jitomates depende del peso, es por esta razón que al costo se le llama variable dependiente y al peso variable independiente. Pida a los alumnos que formen equipos de cuatro y realicen lo que se les pide en el documento 9.1, entregue una copia de este documento a cada cuarta. Una vez que los alumnos hayan terminado, elija al azar a cinco alumnos para que escriban en el pizarrón sus respuestas, en caso de que haya algún error corríjalo junto con el grupo.	*TÉCNICA:* Binas y cuartas. *MATERIAL:* 13 copias del *DOCUMENTO 9.1: VARIABLES*

3.- VARIABLES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES **TIEMPO 30 / 80**

Comente a los alumnos que para el problema:

Si un kilogramo de jitomate cuesta $12, ¿cuánto cuestan 2, 3.5, 4, 5.75 kilogramos?, podemos elaborar una tabla como la siguiente, escríbala en el pizarrón y pida a los alumnos que la completen, por binas:

Peso	*Costo*	*Par de valores*	*Razón*	*Razón*
p	c	(p , c)	$\frac{p}{c}$	$\frac{c}{p}$
2	24	(2 , 24)	$\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$	$\frac{24}{2}=12$
3.5	42			
5.75				

Pida a los alumnos que contesten las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo es la razón entre el costo y el peso para cualquier par de valores (p, c) ?, ¿cómo interpretas esta razón?.

b) ¿Cómo es la razón entre el peso y el costo para cualquier par de valores (p, c) ? , ¿cómo interpretas esta razón?.

Después de que los alumnos hayan contestado las preguntas, dé su respuesta a las mismas explicándolas en el pizarrón:

<u>TÉCNICA:</u>
Binas.

<u>MATERIAL:</u>
Documento 9.2:

VARIABLES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Para el inciso a) :

Explique que la razón entre el costo y el peso para cualquier par de valores (p, c) es la constante k = 12, la cual se interpreta como que el costo de los jitomates (en pesos) es 12 veces su peso (en kg), a esta constante se le conoce como constante de proporcionalidad.

Para el inciso b) :

Explique que la razón entre el peso y el costo para cualquier par de valores (p, c) es la constante K´ = $\frac{1}{12}$, la cual se interpreta como que el peso de los jitomates (en kg) es un doceavo del costo (en pesos), a esta constante se le conoce como constante de proporcionalidad.

Comente a los alumnos que en base a lo visto se puede dar las siguiente definición, escríbala en el pizarrón:

DEFINICIÓN.

Una variables x es directamente proporcional a otra variable y cuando la razón entre x y y , para cualquier par de valores (x, y) de las variables es constante (o bien, cuando la razón entre y y x para cualquier par de valores (x, y) es constante).

Es decir, una variables x es directamente proporcional a otra variable y cuando $\frac{y}{x}$ = k (en donde k es constante) para cualquier par de valores (x, y) de las variables , que es lo mismo que la relación entre las variables sea y = kx, para cualquier par de valores (x, y) de las variables. A la constante k se le llama constante de proporcionalidad.

O bien, cuando $\frac{x}{y}$ = k' (en donde k' es constante) para cualquier par de valores (x, y) de las variables, que es lo mismo que la relación entre las variables sea x = k'y, para cualquier par de valores (x, y) de las variables .A la constante k' se le llama constante de proporcionalidad.

En el problema anterior el peso es directamente proporcional al costo porque la razón entre c y p, para cualquier par de valores (p, c) de las variables es la constante k = 12, es decir, $\frac{c}{p} = 12$ que equivale a la relación entre las variables c = 12 p , o bien, porque la razón entre *p* y *c*, para cualquier par de valores (*p, c*) de las variables es la constante $k' = \frac{1}{12}$, es decir, $\frac{p}{c} = \frac{1}{12}$ que equivale a la relación entre las variables $p = \frac{1}{12}\ c$.

Pida a los alumnos que por binas resuelvan los problemas que aparecen en el documento 9.2 . Después seleccione al azar a dos alumnos para que expliquen en el pizarrón como los resolvieron, en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.

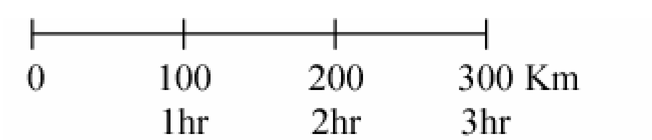
4.- VARIABLES INVERSAMENTE PROPORCIONALES **TIEMPO 30 / 110**

Pida a los alumnos que por binas, resuelvan el siguiente problema:

*Un chofer de un autobús recorre 300 km en 5 horas, ¿cuánto tiempo tarda en recorrer la misma distancia a una velocidad de 80, 100, 120 km / hr ? , ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con **v** a la variable independiente y con **t** a la dependiente, ya que el tiempo que tarda depende de la velocidad a la que haya hecho el recorrido.*

Comente a los alumnos que una sugerencia para resolver el problema es que lo resuelvan primero para 100 km/hr, ya que 100 es un divisor de 300 y resolverlo para este valor es fácil, otra sugerencia es que elaboren gráficas en las cuales muestren la distancia que se desea recorrer, los intervalos de distancia que recorrerían en 1 hr, 2hr y el que faltaría para llegar a 300 , así como el tiempo que se tarda en recorrer esos intervalos de distancia.

Por ejemplo, para una velocidad de 100 km/hr , podemos elaborar una gráfica como la siguiente:



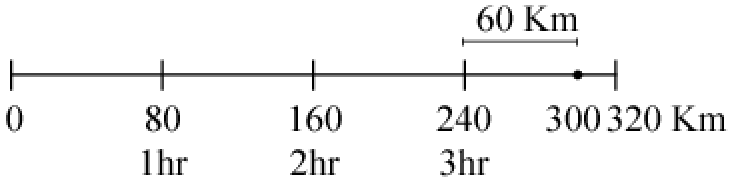
Por lo tanto, tarda 3 horas en recorrer una distancia de 300 km a una velocidad de 100 km/hr,. Comprobando este resultado, tenemos que : 300 = 3 (100)

<u>*TÉCNICA:*</u>
Binas

<u>*MATERIAL:*</u>
Documento 9.3:

VARIABLES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Para la velocidad de 80 km/hr, podemos elaborar la siguiente gráfica:



De la gráfica observamos que transcurridas 3 horas faltan 60 km para llegar a 300, por lo que sólo falta conocer en qué tiempo recorre esos 60 km, para lo cual hacemos el siguiente razonamiento: si el chofer viaja a 80 km/hr quiere decir que 20 km (que es una cuarta parte de 80) los recorre en 15 minutos (que es una cuarta parte de una hora) por lo que 60 km los recorrerá en 45 minutos.

Por lo tanto tarda 3horas con 45 minutos, que es lo mismo que 3.75 hr (ya que 45 minutos son $\frac{3}{4}$ partes de una hora y 0.75 también es $\frac{3}{4}$ partes de una hora) , en recorrer una distancia de 300 km a una velocidad constante de 80 km/hr. Comprobando este resultado tenemos que: 300 = 3.75 (80)

Pida a los alumnos que resuelvan el problema para 120 km/hr, elaborando una gráfica como las anteriores, marcando qué distancia recorrería en 1hr, en 2 hr y calculando la distancia que le faltaría para llegar a 300 km transcurridas las 2 hr así como el tiempo en que recorrería esta distancia, pida a los alumnos que estos cálculos los hagan con cuidado ya que ahora la velocidad es de 120 km/hr.

Pida a los alumnos que completen la siguiente tabla:

Velocidad	*tiempo*	*(velocidad, tiempo)*	*velocidad por tiempo*
v	t	(v, t)	$(v)\,(t)$
80			
100			
120			

Pregunte a los alumnos, ¿cómo es el producto velocidad por tiempo para cualquier par de valores (v, t) ?

Después de que los alumnos hayan contestado a esta pregunta, dé su respuesta a la misma explicándola en el pizarrón:

Explique por qué el producto de la velocidad por el tiempo para cualquier par de valores (v, t) es la constante $k = 300$. Comente a los alumnos que en base a lo visto se puede dar la siguiente definición, escríbala en el pizarrón: *DEFINICIÓN.* *Una variables* ***x*** *es inversamente proporcional a otra variable* ***y*** *cuando el producto de* ***x*** y ***y*** *, para cualquier par de valores (x, y) de las variables es constante, es decir, cuando x y = k, que es lo mismo que* $y = \frac{k}{x}$ *(o bien que* $x = \frac{k}{y}$ *) , para cualquier par de valores (x, y) de las variables.* En el problema anterior *la velocidad es inversamente proporcional al tiempo* porque el producto de v y t , para cualquier par de valores (v, t) de las variables es la constante $k = 300$, es decir, $vt = 300$ que equivale a la relación entre las variables $t = \frac{300}{v}$, o bien, $v = \frac{300}{t}$. Pida a los alumnos que por binas resuelvan los problemas que aparecen en el documento 9.3 . Después seleccione al azar a dos alumnos para que expliquen en el pizarrón cómo los resolvieron, en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.	

FASE DE CIERRE

5.- RECAPITULACION **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que estos conceptos de variables directamente proporcionales e inversamente proporcionales los usaremos en la siguiente clase para la resolución de problemas usando la regla de tres.	*TÉCNICA:* Exposición

6.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Comente a los alumnos que de tarea se les queda resolver los problemas que aparecen en el documento 9.4 y llenar las tablas correspondientes.	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Documento 9.4: *PROBLEMAS*

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA 1.2: DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA	CLASE: 10
TEMA 1.2.2: RAZONES Y PROPORCIONES	
APRENDIZAJES A LOGRAR: Aplicar la relación de proporcionalidad en la solución de problemas de variación directa e inversa.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS:** Concepto de razón, concepto de proporción, cálculo de un término en una proporción, concepto de variables directamente proporcionales e inversamente proporcionales.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Problemas de variación directa. 3.- Problemas de variación inversa. 4.- Recapitulación. 5.- Tarea.	***TÉCNICA:*** Exposición.

1.- REVISIÓN DE TAREA **TIEMPO 30 / 35** Seleccione al azar a dos alumnos para que expliquen en el pizarrón la forma en que resolvieron los problemas de la tarea , en caso de que exista algún error corríjalo junto con el grupo.	***TÉCNICA:*** Exposición. ***MATERIAL:*** Documento 9.4: ***PROBLEMAS***

FASE DE DESARROLLO

2.- PROBLEMAS DE VARIACION DIRECTA **TIEMPO 35 / 70** Pida a los alumnos que elijan a un compañero para que por parejas resuelvan el siguiente problema: *Normalmente los riñones filtran 180 litros de sangre en un día, ¿qué cantidad de sangre se filtra en 5.75 horas (5 horas y 45 minutos) ?* Mientras los alumnos resuelven el problema acérquese a cada bina y haga preguntas con las cuales los estudiantes evalúen si el procedimiento es correcto o no. Después de un tiempo pertinente, pase al pizarrón a un estudiante para que explique la forma como lo resolvió. Una vez que el alumno haya explicado la forma en que lo resolvió, comente que otra forma de resolver el problema es la siguiente: Lo primero que debemos identificar son las variables y las constantes del problema: la variable dependiente es y = la cantidad de sangre que se filtra en diferentes tiempos , la variable independiente es x = el tiempo , la constante del problema es la cantidad de litros que se filtran en un día , es decir , cte. = 180 . Después, deducimos si las variables x y y son directamente proporcionales o inversamente proporcionales: las variables x y y son directamente proporcionales porque si obtenemos las razones $\frac{y}{x}$ para distintos valores de las variables, por ejemplo: $\frac{60}{8}, \frac{90}{12}, \frac{120}{16}, \frac{180}{24}$ vemos que estas razones siempre son iguales, es decir , $\frac{y}{x} = k$, para cualesquiera valores de x y y , y donde k = 7.5 es el número de litros que se filtran en una hora. Como las variables son directamente proporcionales entonces se puede establecer la proporción : $\frac{180}{24} = \frac{y}{5.75}$ (puesto que las razones son iguales para cualquier par de valores (x, y)) . $\frac{180}{24} = \frac{y}{5.75}$ Esta proporción se interpreta como: En 24 hrs se filtran 180 lts de sangre, en 5.75 hrs se filtran " y " litros.	*TÉCNICA:* Binas

Es decir, " y " simboliza el número de litros que se filtran en 5.75 hrs, por lo que para resolver el problema basta con encontrar a " y " de la proporción, para lo cual aplicaremos la propiedad fundamental de las proporciones: $$\frac{180}{24} = \frac{y}{5.75}$$ $180\ (5.75) = 24\ y$ $24y = 1035$ $$y = \frac{1035}{24} = 43.125$$ Por lo tanto, en 5.75 hrs filtran 43.125 lts, es decir, filtran 43 lts con 125 ml .	

3.- PROBLEMAS DE VARIACION INVERSA **TIEMPO 40 / 110** Pida a los alumnos que por parejas resuelvan el siguiente problema: *Si 20 0breros pavimentan una calle en 50 días, ¿en cuántos días pavimentarían la misma calle 30 obreros?* Mientras los alumnos resuelven el problema acérquese a cada bina y haga preguntas con las cuales los estudiantes evalúen si el procedimiento es correcto o no. Después de un tiempo pertinente, pase al pizarrón a un estudiante para que explique la forma como lo resolvió. Una vez que el alumno haya explicado la forma en que lo resolvió, comente que otra forma de resolver el problema es la siguiente: Lo primero que debemos identificar son las variables del problema: la variable dependiente es t = tiempo en pavimentar , la variable independiente es n = el número de obreros . Después, deducimos si las variables t y n son directamente proporcionales o inversamente proporcionales: como ya vimos en la clase pasada, n y t son inversamente proporcionales, porque obteniendo los productos nt para distintos valores de las variables , por ejemplo:	*TÉCNICA:* Binas. *MATERIAL:* Documento 10.1: ***PROBLEMAS DE*** *VARIACIÓN DIRECTA E INVERSA*

Si n = 10 , t = 100 , nt = (10) (100) = 1000 ; si n = 20 , t = 50 , nt = (20) (50) = 1000 ; si n = 40 , t = 25, nt = (40) (25) = 1000 , vemos que estos productos son iguales, es decir , n t = k´ , para cualquier par de valores (n , t) de las variables . Como las variables son inversamente proporcionales entonces se puede establecer la igualdad de productos : (20) (50) = (30) t (puesto que los productos son iguales para cualquier par de valores (n, t)) . (20) (50) = (30) t Esta igualdad de productos se interpreta como: 20 obreros pavimentan la calle en 50 días, 30 obreros la pavimentan en "t " días Es decir, " t " simboliza el tiempo que tardan en pavimentar la calle 30 obreros, por lo que para resolver el problema basta con encontrar a " t " de la igualdad de productos, para lo cual despejaremos a " t " : $(20) (50) = (30) t$ $30 t = 1000$ $t = \frac{1000}{30} = 33.333...$ Por lo tanto, 30 0breros tardan en pavimentar la calle 33.333. . ., es decir, tardan, 33 días y $\frac{1}{3}$ de día . Pida a los alumnos que por binas resuelvan los problemas que aparecen en el documento 10.1 , mientras los alumnos resuelven los problemas, acérquese a cada bina y oriente a los alumnos en la resolución de los mismos, posteriormente pase a cuatro alumnos al azar para que expliquen en el pizarrón la forma en que resolvieron los problemas, en caso de que existan errores , corríjalos junto con el grupo.	

FASE DE CIERRE

4.- RECAPITULACIÓN **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que existen muchos problemas de la " vida cotidiana" en los que se relacionan variables directamente proporcionales o variables inversamente proporcionales, que para resolverlos es fundamental haber entendido estos conceptos.	*TÉCNICA:* Exposición.

5.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Comente a los alumnos que de tarea se queda resolver los problemas que aparecen en el documento 10.2 .	*TÉCNICA:* Exposición MATERIAL: Documento 10.2: *OTROS PROBLEMAS DE VARIACIÓN DIRECTA E INVERSA.*

NOTAS DEL PROFESOR:

TEMA : DE LA ARITMETICA AL ÁLGEBRA	CLASE: 11

OBJETIVO DE SUBTEMA 1.2.3 : MODELOS ALGEBRAICOS: UNA GENERALIZACIÓN
El estudiante comprenderá el carácter generalizador del lenguaje algebraico respecto al lenguaje aritmético, retomando los pasos más importantes del procedimiento de solución aritmética para identificar los valores que permanecen constantes y los que cambian expresándolos en lenguaje algebraico con el fin de comprender la importancia del lenguaje algebraico en la solución de problemas y desarrollar la habilidad de construir e interpretar modelos algebraicos a partir de situaciones concretas.

APRENDIZAJES A LOGRAR:	CONOCIMIENTOS PREVIOS:
Comprender el carácter generalizador del lenguaje algebraico respecto al lenguaje aritmético.	Saber identificar variables dependiente e independiente en un problema; realizar operaciones básicas con fracciones, simplificar fracciones a su mínima expresión, eliminar signos de agrupación. Saber desarrollar una potencia.

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Resolución de problemas. 3.- Recapitulación. 4.- Tarea.	***TÉCNICA:*** Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 25 / 30** Seleccione a cuatro alumnos para que pasen al pizarrón a resolver los cuatro problemas del documento 10.2 , cada quien resolverá un problema. En caso de que estén equivocados en el procedimiento , corríjalo propiciando la participación del grupo.	*TÉCNICA*: Exposición. MATERIAL: Documento 10.2: *OTROS PROBLEMAS DE VARIACIÓN DIRECTA E INVERSA.*

FASE DE DESARROLLO

<table>
<tr>
<td>

2.- RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **TIEMPO 80 / 110**

Comente a los alumnos que el objetivo de esta clase es que desarrollen la habilidad de construir e interpretar modelos algebraicos a partir de un problema, observando los pasos que se realizan en el procedimiento de solución aritmética para valores específicos de las variables involucradas en el problema y generalizando posteriormente para cualquier valor de estas variables. También comente que en las clases 2 y 7 ya se habían encontrado modelos algebraicos para la solución de problemas, por lo que ya tienen varios elementos para poder entender los modelos algebraicos que se generarán en esta clase, por ejemplo, ya saben que para establecer un modelo generalizador se introducen literales para simbolizar los valores de las variables y poder encontrar el patrón de comportamiento general que relacionan a las mismas.

Comente que, por ejemplo, para poder resolver el siguiente problema necesitaremos establecer un modelo generalizador. Escríbalo en el pizarrón y pida a los alumnos que se organicen por binas para que lo traten de resolver.

Un electricista compró 75 metros de alambre de calibre 14. Usó las dos quintas partes en una instalación; del resto, guardó el 20% y la cantidad restante la dividió en trozos de 80 cm de longitud. ¿Cuántos trozos son?. Bajo las mismas condiciones del problema , ¿para qué otras longitudes enteras del alambre se obtiene un número entero de trozos de longitud 80 cm?

Pida a los alumnos que lean el problema cuidadosamente , después de un tiempo pregunte ¿con qué información contamos? ¿qué es lo que se desea encontrar? ¿cuáles son las variables involucradas en el problema? ¿cuál es la variable dependiente y cuál la independiente?, haga aclaraciones pertinentes a las respuestas que le den los alumnos.

Pida a los alumnos que por binas resuelvan el problema en una hoja explicando el procedimiento que siguieron para resolverlo, comente que posteriormente se la entregarán a Ud. y contará como una participación.

Mientras los alumnos resuelven el problema, acérquese a cada equipo y observe la forma como están razonando, en caso de que sea necesario haga las aclaraciones pertinentes.

Después de que ya les haya dado un tiempo a los alumnos para resolver el problema y con la finalidad de orientarlos o confirmar la resolución del mismo, explique Ud. que una forma de resolverlo es la siguiente:

</td>
<td>

TÉCNICA:
Binas.

MATERIAL:
Anote en la lista la participación de los alumnos que le entregaron la hoja donde trabajaron el problema de la "fotocopiadora".

</td>
</tr>
</table>

Si el electricista compró 75 metros de alambre y usó $\frac{2}{5}$ partes en una instalación, entonces le quedaron : $75 - \frac{2}{5}(75) = 75 - \frac{150}{5} = 75 - 30 = 45$ m.

De esta cantidad guardó el 20%, es decir, guardó: $\frac{20}{100}(45) = \frac{900}{100} = 9$ m, por lo que sólo le quedaban $45 - 9 = 36$ m. Esta cantidad restante la dividió en trozos de 80 cm.

Para saber cuántos trozos se obtuvieron, dividimos $\frac{36m}{80cm} = \frac{3600cm}{80cm} = 45$.

Por lo tanto, se obtuvieron 45 trozos de 80 cm.

Para saber para qué otras longitudes enteras del alambre se obtienen trozos de longitud entera, es conveniente encontrar un modelo algebraico que nos permita relacionar las variables longitud del alambre (en metros) y número de trozos, para lo cual generalizaremos el procedimiento que se hizo para el caso particular de 75 m de alambre, introduciendo literales, de la siguiente manera:

Como el número de trozos depende de la longitud del alambre , entonces la variable dependiente es y = número de trozos y la independiente es x = longitud del alambre (en metros).

Si el electricista compró x metros de alambre y usó $\frac{2}{5}$ partes en la instalación, entonces le quedaron : $x - \frac{2}{5}x$ metros.

De esta cantidad guardó el 20%, es decir, guardó: $\frac{20}{100}\left[x - \frac{2}{5}x\right]$ metros, por lo que sólo le quedaban: $\left[x - \frac{2}{5}x\right] - \frac{20}{100}\left[x - \frac{2}{5}x\right] = x - \frac{2}{5}x - \frac{20}{100}x + \frac{40}{500}x$

$$= \frac{500x - 200x - 100x + 40x}{500}$$

$$= \frac{240}{500}x \text{ metros.}$$

Esta cantidad restante la dividió en trozos de 80 cm, entonces, para saber cuántos trozos se obtienen, que sería el valor de y , primero se convierten $\frac{240}{500}x$ metros a centímetros y después lo que nos dé se divide entre 80, así :

$$y = \frac{\frac{24000}{500}x}{80} = \frac{24000}{40000}x = \frac{3}{5}x$$

Por lo tanto, el modelo algebraico que relaciona a las variables es: $y = \frac{3}{5}x$.

Este modelo algebraico lo podemos verificar para x = 75 , así:

$y = \frac{3}{5}(75) = \frac{225}{5} = 45$, que es el valor que encontramos aritméticamente.

Comente a los alumnos que la ventaja de tener un modelo algebraico que relacione a dos variables es que podemos encontrar el valor de una de ellas conociendo cualquier valor de la otra. Entonces, si deseamos encontrar para qué otras longitudes enteras del alambre se obtiene un número entero de trozos de longitud 80 cm, bajo las mismas condiciones del problema, lo que podemos hacer es ver para qué valores enteros de x se obtienen valores enteros de y conociendo que la relación entre ellas es de $y = \frac{3}{5}x$, para lo cual le vamos a ir dando valores enteros a x y vamos a observar qué valores toma la y , así:

Si x = 1 , $y = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(1) = \frac{3}{5}$, como este valor no es entero, quiere decir que para una longitud de 1m no se obtiene un número entero de trozos de 80 cm.

Si x = 2 , $y = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(2) = \frac{16}{5}$, como este valor no es entero, quiere decir que para una longitud de 2m no se obtiene un número entero de trozos de 80 cm.

Si x = 3 , $y = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(3) = \frac{9}{5}$, como este valor no es entero, quiere decir que para una longitud de 3m no se obtiene un número entero de trozos de 80 cm.

Si x = 4 , $y = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(4) = \frac{12}{5}$, como este valor no es entero, quiere decir que para una longitud de 4m no se obtiene un número entero de trozos de 80 cm.

Si x = 5 , $y = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}(5) = \frac{15}{5} = 3$, como este valor sí es entero, quiere decir que para una longitud de 5m se obtienen 3 trozos (es decir, un número entero de trozos) de longitud 80 cm.

En general, podemos decir que para que $\frac{3}{5}x$ sea entero, 3x tiene que ser múltiplo de 5, por lo que x tiene que ser un número que multiplicado por 3 termine en 0 o en 5 y esto sucede sólo para valores de x que sean múltiplos de 5.

Por lo tanto, para longitudes (en metros) de x = 5, 10, 15, 20, 25, etc. se obtiene un número entero de trozos de longitud 80 cm.

Comente a los alumnos que por binas, con su mismo compañero con el que trabajaron el problema anterior, resolverán otro problema en una hoja explicando el procedimiento que siguieron para resolverlo, comente que posteriormente se la entregarán a Ud. y contará como una participación. Escríbalo en el pizarrón.

Una máquina copiadora amplifica una hoja de papel alrededor de 1.1 veces el original. Si se sacaran copias de copias y una hoja original fuese de 10 por 16 cm , ¿cuáles serían las dimensiones de la segunda, tercera copia?. Obtén un modelo algebraico que permita conocer las dimensiones de la n-ésima copia .

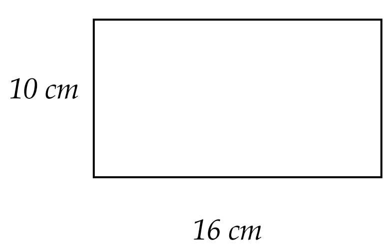
Pida a los alumnos que lean el problema y que traten de entender lo que se les dice, después pida a un alumno que explique con sus propias palabras qué información se nos da y qué es lo que se desea conocer, en caso de que esté equivocado en sus apreciaciones, corríjalo apoyándose con la participación del grupo. Pregunte al grupo, ¿cuáles son las variables involucradas en el problema? , haga las aclaraciones necesarias a las respuestas que le den los alumnos.

Pida a los alumnos que procedan a resolver el problema, después de un tiempo, acérquese a los equipos y observe la forma como lo resuelven, en caso de que sea necesario haga las aclaraciones pertinentes.

Después de que ya les haya dado un tiempo a los alumnos para resolver el problema, pida que le entreguen la hoja donde lo resolvieron.

Comente que una forma de resolver el problema es la siguiente, explíquela en el pizarrón:

Las dimensiones de la hoja la podemos ilustrar en una gráfica como la siguiente:



Las variables del problema son x = largo de la hoja , y = ancho de la hoja. Las dimensiones de la primera copia serían: $x = 16 (1.1) = 17.6$, $y = 10 (1.1) = 11$ Las dimensiones de la segunda copia serían: $x = 17.6 (1.1) = 16 (1.1) (1.1) = 16 (1.1)^2 = 19.36$ $y = 11 (1.1) = 10 (1.1) (1.1) = 10 (1.1)^2 = 12.10$ Las dimensiones de la tercera copia serían: $x = 19.36 (1.1) = 16 (1.1)^2 (1.1) = 16 (1.1)^3 = 21.296$ $2y = 12.10 (1.1) = 10 (1.1)^2 (1.1) = 10 (1.1)^3 = 13.31$ En general, observamos que las dimensiones de la n-ésima copia, serían: $x = 16 (1.1)^n$ $y = 10 (1.1)^n$	

FASE DE CIERRE

3.- RECAPITULACION **TIEMPO 5 / 115** Comente a los alumnos que para resolver determinados problemas es conveniente encontrar un modelo algebraico que relacione a las variables involucradas, ya que conociendo el modelo podemos dar la solución al problema con mayor facilidad.	*TÉCNICA:* Exposición.

4.- TAREA **TIEMPO 5 / 120** Comente a los alumnos que de tarea se les queda resolver la guía para el primer examen parcial , recuérdeles que esta guía cuenta 0, $\frac{1}{2}$ o 1 punto según sea su elaboración en cuanto a presentación de la guía, cantidad y calidad de los ejercicios hechos. Entregue una copia a cada alumno del documento 11.1 .	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* Una copia para cada alumno del Documento 11.1: *GUIA PARA EL PRIMER EXAMEN PARCIAL DE MATEMÁTICAS I.*

NOTAS DEL PROFESOR:

EVALUACION SUMATIVA DE LA PRIMERA UNIDAD	CLASE: 12
OBJETIVO DE LA EVALUACIÓN SUMATIVA: Conocer los conocimientos y habilidades adquiridos por los alumnos, después de que el profesor aplicó la estrategia didáctica.	

A C T I V I D A D E S

FASE DE APERTURA

SOCIALIZACION DE OBJETIVOS **TIEMPO 5 / 5** **Presente a los alumnos el orden del día y los aprendizajes a lograr.** **Orden del día:** 1.- Revisión de tarea. 2.- Evaluación sumativa de la primera unidad.	*TÉCNICA:* Exposición.

1.- REVISION DE TAREA **TIEMPO 25 /30** Pida a los alumnos que le entreguen la *GUIA PARA EL PRIMER EXAMEN PARCIAL* , ya resuelta.	*TÉCNICA:* Exposición. *RECOMENDACIONES:* Registre en la lista a los alumnos que le entreguen la guía resuelta.

FASE DE DESARROLLO

2.- EVALUACIÓN SUMATIVA DE LA PRIMERA UNIDAD **TIEMPO 90 / 120** Entregue a cada alumno una copia de la evaluación sumativa de la primera unidad .	*TÉCNICA:* Exposición. *MATERIAL:* El número de copias necesarias de los documentos 12.1 y 12.2: *EVALUACION* SUMATIVA DE LA PRIMERA UNIDAD

Elaborar una tesis para obtener un grado profesional implica un reto para cualquier persona, ya que plantea la necesidad de vencer varios obstáculos o enfrentarlos con la actitud de tratar de superarlos de manera eficiente. Los obstáculos a enfrentar son varios: el hecho de trasladarse al lugar donde se encuentra el asesor o asesora de tesis, las limitaciones de tiempo , en muchos de los casos el tener que trabajar y realizar la tesis al mismo tiempo, el no contar con una computadora eficiente y no manejar adecuadamente la paquetería necesaria, el tener que leer y profundizar en los temas que lo requieran, etc. Sin embargo, cuando se vencen los obstáculos adquirimos una formación profesional más completa y un mejor desarrollo personal.

En particular, uno de los obstáculos en la elaboración de esta tesis fue que los objetivos de algunos temas de la primera unidad del programa de la asignatura de Matemáticas I son muy fuertes para los alumnos, en estos casos se adecuaron los objetivos a la realidad y se implementaron en los planes de clase estrategias que les permitiera a los alumnos entender mejor los temas que en la práctica se usan más o los temas que son básicos para poder entender los temas que tratarán en asignaturas sucesivas. Otro obstáculo fue el tiempo con el que se cuenta para impartir la unidad , ya que también se deben de impartir la segunda y tercera unidad en un semestre y el número de clases para cada unidad depende del grado de dificultad de los temas así como del número de clases a impartir en todo el semestre.

En consecuencia, el tiempo que se estipula para las diferentes actividades de los planes de clase es reducido, ya que, si bien es cierto que esos tiempos pueden variar dependiendo de las características del grupo en el que se aplique la estrategia, en la gran mayoría de la veces estos tiempos son insuficientes. Es por lo anterior que los planes de clase son sólo una sugerencia para los maestros, pudiendo ellos realizar los ajustes y correcciones que consideren necesarios para un mejor aprendizaje en los alumnos.

La intención de la elaboración de la *estrategia didáctica* contenida en esta tesis es que sea un apoyo para los profesores del Colegio de Bachilleres para enseñar los temas correspondientes a la Unidad I de Matemáticas I.

En los planes de clase que elaboré en esta estrategia didáctica propongo varias actividades para los alumnos, con las cuales pretendo que los alumnos entiendan los temas con mayor facilidad.

También incluyo material para los alumnos, el cual aparece en el "anexo materiales", con el cual pretendo que los alumnos logren los aprendizajes propuestos en cada clase.

Con la elaboración de la presente tesis aprendí muchas cosas, una de las cuales es que es de gran ayuda para un profesor y para los alumnos elaborar las clases con anticipación, y no caer en la improvisación, poca estructuración, poca profundidad o desorganización de los temas. Puesto que al elaborarlas con anticipación puede implementar técnicas y estrategias que les permitan a los alumnos acceder al aprendizaje de una manera más dinámica, interactuando frecuentemente con el maestro y con sus compañeros en diferentes actividades, lo que al mismo tiempo le permitirá desarrollar varias habilidades , como son: comunicarse con los demás, resolver problemas, usar el lenguaje matemático, etc.

Otros aprendizajes que obtuve fueron el manejo de algunos programas de computación como son el excel, el paint, el word, así como la capacidad de análisis al profundizar en algunos temas de Matemáticas y la redacción de ideas de una manera más estructurada.

En el plano social aprendí a relacionarme mejor con las personas, de manera muy personal entendí que cuando uno persona desea algo, trabajando en ello con perseverancia lo puede alcanzar.

ANEXOS

A N E X O I

T E C N I C A S G R U P A L E S

EXPOSICION :

Es un discurso formal o informal de un tema o parte de un tema, realizado por el profesor. El objetivo al aplicar esta técnica es dar información necesaria para iniciar una actividad intelectual, para concluir algún trabajo o para hacer aclaraciones sobre temas poco precisos. Las ventajas que tiene son que se adapta a cualquier contenido, permite presentar mucha información en un tiempo corto y es útil con grupos numerosos..

BINAS:

Consiste en organizar al grupo en equipos que consten de dos personas. El objetivo al aplicar esta técnica es que los alumnos realicen una actividad apoyándose mutuamente, de tal manera que se relacionen entre sí y aprendan a intercambiar puntos de vista. Las ventajas que tiene son que permite conocer al profesor el manejo que tienen los alumnos acerca de un tema y observar las actitudes que tienen al pedirles que realicen la actividad que pueden ser de liderazgo, de entusiasmo, de apatía, de enojo, etc.

CUARTAS:

Consiste en organizar al grupo en equipos que consten de cuatro personas. El objetivo al aplicar esta técnica es que los alumnos realicen una actividad apoyándose mutuamente, de tal manera que se relacionen entre sí y aprendan a intercambiar puntos de vista así como a respetar las opiniones de los demás. Las ventajas que tiene son que ya organizados por equipos un alumno pueden aprender de sus mismos compañeros de equipo, permite a los alumnos comunicarse entre sí y fortalecer algunos valores como la solidaridad, la responsabilidad, el trabajo, la tolerancia, etc.

FORO:

Consiste en permitir la libre expresión de las ideas acerca de un tema, hecho, problema o actividad a todos los integrantes de un grupo. Cuando se desea debatir un tema y no ha habido actividades previas, es conveniente que sea dado a conocer a los participantes con anticipación , con la finalidad de que se informen, reflexionen y puedan participar posteriormente con ideas más estructuradas. El objetivo al aplicar esta técnica es obtener las opiniones del grupo acerca de la cuestión a debatir para llegar a ciertas conclusiones generales y establecer los diversos enfoques que puedan darse a un mismo hecho o tema.

Las ventajas que tiene son que se puede aplicar a grupos numerosos, incrementa la información de los participantes a través de aportes múltiples y desarrolla su espíritu participativo.

LLUVIA DE IDEAS:

Consiste en que los alumnos expresen lo primero que se les viene a la mente al plantearles una pregunta o un problema. El objetivo al aplicar esta técnica es que los alumnos expresen sus ideas de una manera fluida y sin tensiones, libremente. Las ventajas que tiene son que permite valorar los conocimientos que tienen los alumnos acerca de lo que se les está preguntando, el grupo puede dar varias respuestas a la misma pregunta, de tal manera que los alumnos se pueden dar cuenta que una misma pregunta puede tener varias soluciones sin que esto implique que algunas estén equivocadas.

A N E X O I I

M A T E R I A L E S

DOCUMENTO 1.1

Pick de Weiss, Susan. "Autoestima" en
Planeando tu vida. México. Editorial Pax México,
1988, p. 151.

EJEMPLO DE UNA HOJA MUESTRA DE LA RUPTURA DE HIELO

1.- ¿Cuál piensas que ha sido tu mayor logro personal hasta la fecha?

2.- ¿Qué es lo que más te gusta de tu familia?

3.- ¿Qué es lo que más valoras en la vida?

4.- ¿Cuáles son las tres cosas que tú haces mejor?

5.- ¿Qué te gustaría mejorar de ti mismo?

DOCUMENTO 1.2

C O L E G I O D E B A C H I L L E R E S
TEMARIO DE MATEMATICAS I

UNIDAD I ARITMETICA:
UNA INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA (Mín. 14, máx. 18 hrs)

1.1 ***OPERANDO CON LOS NUMEROS REALES (Mín. 6, máx. 8 hrs)***

1.1.1 Orígenes de algunos sistemas de numeración.
1.1.2 Métodos y algorítmos para operar con números en diferentes sistemas de numeración.
1.1.3 Clasificación de los números reales así como los algorítmos de sus operaciones
1.1.4 Los signos de agrupación y su operación con los números reales.

1.2 ***DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA (Mín. 8, máx. 10 hrs)***

1.2.1 Solución de problemas por métodos aritméticos.
1.2.2 Razones y proporciones: un método.
1.2.3 Modelos algebraicos: una generalización.

UNIDAD II LENGUAJE ALGEBRAICO: OPERATIVIDAD (Mín. 18, máx. 22 hrs)

2.1 ***EXPRESIONES ALGEBRAICAS (Mín. 6, máx. 8 hrs)***

2.1.1 Terminología y notación algebraica.
2.1.2 Operaciones con expresiones algebraicas: una generalización de las operaciones aritméticas y de las propiedades de los números reales.
2.1.3 La operatividad de los polinomios.

2.2 ***PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACION (Mín. 12, máx. 14 hrs)***

2.2.1 Productos notables.
2.2.2 Factorización.
2.2.3 Simplificación de expresiones algebraicas racionales.

UNIDAD III ECUACIONES :
MODELOS GENERALIZADORES (Mín. 24, máx. 28 hrs)

3.1 ***ECUACION DE PRIMER GRADO: COMO CASO PARTICULAR DE LA FUNCION LINEAL (Mín. 10, máx. 12 hrs)***

3.1.1 Planteamiento de problemas que conduzcan a una ecuación de primer grado como caso particular de la función lineal.
3.1.2 Solución de una ecuación de primer grado como un caso particular de la función lineal: su interpretación gráfica.
3.1.3 Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita: método algebraico.
3.1.4 Solución de problemas.

3.2 ***SISTEMAS DE ECUACIONES (Mín. 14, máx. 16 hrs)***

3.2.1 Planteamiento de problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones de primer grado con dos y tres incógnitas.
3.2.2 Interpretación geométrica de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.
3.2.3 Métodos de solución algebraica de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.
3.2.4 Solución de problemas.

DOCUMENTO 1.3

BIBLIOGRAFIA

- Borel, Emile. " Empleo de las letras: fórmulas algebraicas " en Álgebra elemental. México. Instituto Politécnico Nacional, 1996, pp. 17-24.

- Briseño Aguirre, Luis. " Jerarquía de las operaciones " en Descubre y aprende, Matemáticas 1. México. Pearson Educación, 2000, pp. 12-13.

- Briseño Aguirre, Luis. "Fracciones" en Descubre y aprende, Matemáticas I. México. Pearson Educación, 2000, pp. 40-59.

- Lara Aparicio, Miguel. "Sistemas Antiguos de Numeración" en Antología de Matemáticas. México. Dirección General de Publicaciones, 1983, pp. 42-49.

- Lluis, Emilio. "El campo de los números complejos" en Algebra Superior. México. Editorial Trillas, 1981, p.274.

- Ortiz Campos, José. "Sistemas Numéricos" en Matemáticas 1, Algebra. México. Publicaciones Cultural, 1994, pp. 9-74.

- Palmas Velasco, Oscar. "Problemas de Conteo" en Descubre y aprende, Matemáticas 2. México. Pearson Educación, 2000, pp. 2-5.

- Parra Cabrera, Luis. "Expresión decimal de un número racional (fracciones decimales)" en Matemática 1. México. Editorial Kapelusz Mexicana, 1981, pp. 116-117, p.122, p. 124.

DOCUMENTO 1.3
(CONTINUACIÓN)

BIBLIOGRAFIA

- Stanley A., Smith. “Propiedades de los números racionales y demostraciones” en Algebra. México. Addison-Wesley Iberoamericana, 1992, pp.110-111.

- Swokowski, Earl. “Conceptos fundamentales de Algebra” en Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp.7-8.

- Tahan, Malba. “Cómo Beremiz da su segunda clase de Matemáticas” en El hombre que calculaba. México.Editorial Limusa, 1992, pp. 103-107.

- Valiente, Santiago. "Sistemas de numeración" en Algo acerca de los números lo curioso y lo divertido. México. Editorial Alhambra Mexicana, pp. 127-138.

DOCUMENTO 1.4

COLEGIO DE BACHILLERES
EVALUACIÓN DIAGNOSTICA DE MATEMÁTICAS I CLAVE " A"

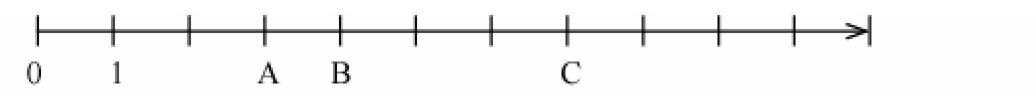
NOMBRE DEL ALUMNO(A):____
Apellido paterno materno nombre

GRUPO:______ FECHA:______________ CALIFICACIÓN:____________________

MAESTRA: MA. MAGDALENA HERNÁNDEZ RUBIO.

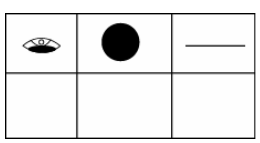
****

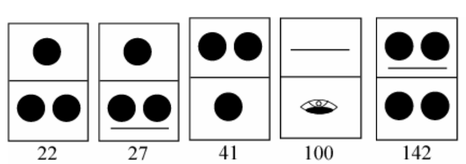
1.- Soy mayor que 1 y menor que 10. Si a mi mitad le sumas mi múltiplo de tres te da el doble de 7. ¿Cuál de las tres letras que están en la recta me representa?



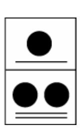
Me representa la letra:_______

2.- Los mayas usaban sólo tres símbolos para escribir números. El valor de cada símbolo dependía del lugar en que se colocara (**valor relativo**). Escribe el **valor absoluto** de cada símbolo después de analizar los números mayas de la tabla.



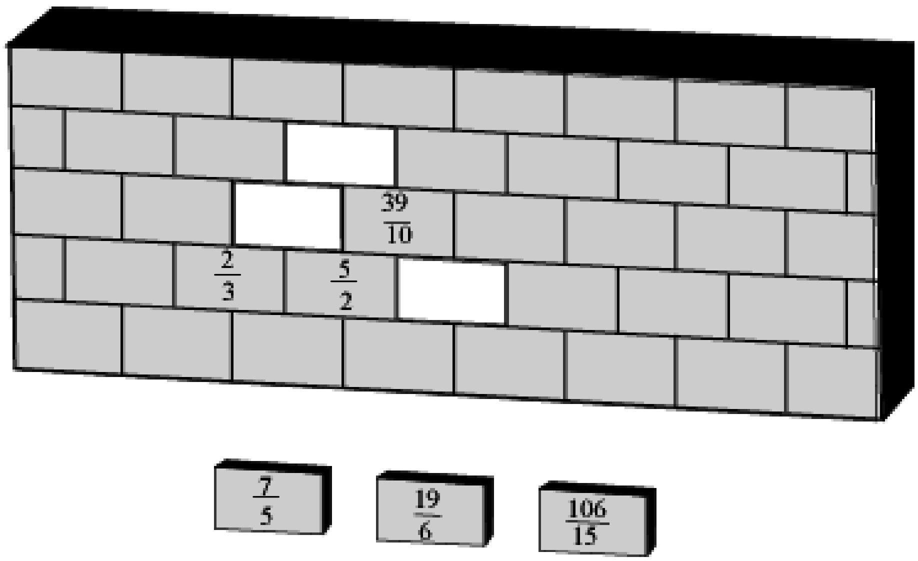


¿Cuál es el valor del número maya siguiente?



Valor:___________

3.- A la barda le hacen falta tres ladrillos. Colócalos de tal manera que, al sumarse con el que está a un lado, dé como resultado el de encima de ellos.



4.- Arturo empezó una caminata de $7\frac{3}{4}$ kilómetros. Se detuvo para comer a los $\frac{2}{3}$ del camino. ¿Cuántos kilómetros había recorrido cuando se detuvo para comer?

5.- Daniel vende tarjetas de cumpleaños, él se queda con una ganancia del 35% de sus ventas. El mes pasado vendió $450. ¿Con cuánto dinero se quedó?

DOCUMENTO 1.4

COLEGIO DE BACHILLERES
EVALUACIÓN DIAGNOSTICA DE MATEMÁTICAS I CLAVE " B"

NOMBRE DEL ALUMNO(A):____
Apellido paterno materno nombre

GRUPO:______ FECHA:______________ CALIFICACIÓN:____________________

MAESTRA: MA. MAGDALENA HERNÁNDEZ RUBIO.

- -

1.- ¿Qué número soy?, tengo 8 cifras; 4 son iguales y están juntas. La cifra de las centenas de millar es el sucesor de la cifra de las decenas y el antecesor de la cifra de las unidades de millón. Sólo una de mis cifras es impar y el doble de su valor es la cifra de las decenas de millón. La cifra de las unidades es el cuádruplo de las cifras de las centenas.

Millones		Millares			Unidades		
D	U	C	D	U	C	D	U
6				2			

¿Cómo me lees?____
____

2.- Escribe los siguientes números arábigos en número romano.

a) 97_________
b) 358 __________
c) 3483 __________

3.- Coloca en los espacios las fracciones que faltan para que las operaciones estén resueltas correctamente tanto vertical como horizontalmente.

	+	$\frac{1}{4}$	=	$\frac{3}{4}$
+		−		+
$\frac{1}{2}$	−		=	
=		=		=
	+	$\frac{1}{8}$	=	$1\frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

4.- Carmen tenía $11\frac{3}{5}$ metros de cuerda. Ella la cortó en 4 pedazos iguales para detener su tienda. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

5.- Una manzana pesa 165 gramos. El 80% de su peso es agua. ¿Cuántos gramos de agua contiene la manzana?

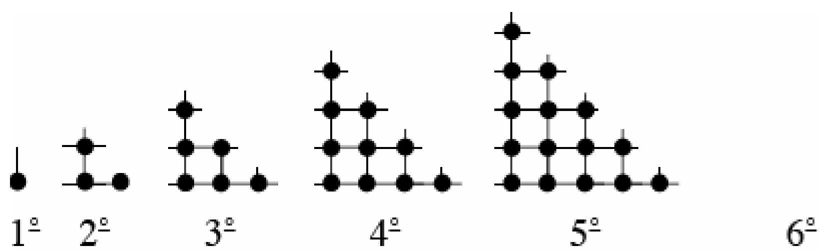
DOCUMENTO 1.5

PROBLEMAS OPCIONALES PARA LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA

1.- ¿Qué número soy?. Tengo seis cifras. Cuatro de ellas son pares y tres de éstas son pares consecutivos. Mi cifra de las unidades es el sucesor de las decenas de millar y el antecesor de las centenas de millar. Si sumas todas mis cifras obtienes 24.

Millares			Unidades		

2.- Las siguientes figuras representan, mediante puntos, números triangulares. Dibuja los puntos que debe tener el 6° número triangular.



¿Cuántos puntos tendría el décimo número triangular?________________________

¿Cómo lo encontraste?____

____

____

3.- Utiliza los números: 3, 4, 5, 8 y las operaciones: suma, resta, multiplicación y división, para obtener las cantidades que se te piden. Puede ser que uses sólo algunos números y sólo algunas operaciones.

8 x 5 + 4 – 3 = 41

= 39

= 34

= 28

4.- Usando ocho ochos y algunas operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) se pueden formar algunos números, por ejemplo:

$$\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}=4\,, \quad \frac{888}{888}\,x\,\frac{8}{8}=1$$

Forma los números 10 y 100 usando ocho ochos y algunas operaciones básicas.

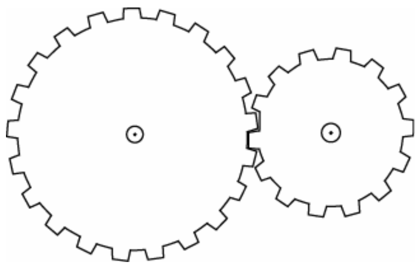
5.- Coloca en los espacios las fracciones que faltan para que las operaciones estén resueltas correctamente tanto vertical como horizontalmente.

	+		=	
−		+		−
	−	$\frac{2}{3}$	=	
=		=		=
$\frac{3}{5}$	+		=	$\frac{11}{6}$

$\frac{17}{30}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{37}{30}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{31}{15}$

6.- El trigo pierde 18% de su peso al molerlo. Cuando se han perdido 360 kg , ¿qué cantidad de trigo se ha molido?.

7.- Observa los engranes.



Completa la tabla:

Número de vueltas del engrane chico	Número de vueltas del engrane grande
1.5	1
2	
3	
4.5	
5	

8.- Un equipo ha perdido 8 de 19 juegos y otro ha perdido 7 de 15 juegos.

a) ¿Qué equipo tiene mejor record?

b) ¿Qué razón es mayor, 8:19 ó 7:15?

9.- En 1960, la población de Asia era de unos 1870 millones de habitantes y la de Australia, de unos 11 millones. ¿Qué por ciento de la población de Australia era la de Asia?

10.- En el Popocatépetl, en cierta temporada del año, la nieve empieza a $1\frac{1}{5}$ kilómetros de la cima. En otra temporada empieza a $\frac{9}{10}$ de kilómetro de la cima. ¿Cuánto más abajo empieza la nieve en la primera temporada que en la segunda?

DOCUMENTO 1.6

SISTEMAS ANTIGUOS DE NUMERACION

Este documento consta de las páginas 42 a 49 del libro que se menciona a continuación.

Lara Aparicio, Miguel. "Sistemas Antiguos de Numeración" por Margaret F. Willerding en Antología de Matemáticas. México. Dirección General de Publicaciones, 1990, pp. 42-49.

DOCUMENTO 1.7

SISTEMAS DE NUMERACION

Este documento consta de las páginas 42 a 49 del libro que se menciona a continuación.

Valiente, Santiago. "Sistemas de Numeración" en Algo acerca de los números, lo curioso y lo divertido. México. Editorial Alambra Mexicana, pp. 127-138.

DOCUMENTO 1.8

CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACIÓN

1.- ¿Qué fue lo que dio inicio a los sistemas de numeración?

2.- ¿Qué base tenía el sistema de numeración de los egipcios?

3.- ¿El sistema de numeración de los egipcios era un sistema posicional?. Justifica tu respuesta.

4.- Menciona de qué número eran las bases del sistema Babilónico.

5.- Menciona tres desventajas del sistema Babilónico.

6.- ¿De qué base puede ser caracterizado el sistema de numeración romano?

7.- ¿Qué principio usaban los romanos para escribir todos los números, excepto aquellos que comprendían cuatros y nueves?

8.- ¿Qué principios usaban los romanos para escribir números relacionados con los cuatros y nueves de cada orden?

9.- ¿Cuál es la regla de orden para la escritura de los números en el sistema romano?

10.- ¿Qué usaban los romanos para indicar números grandes?. Da dos ejemplos que ilustre.

11.- ¿Qué civilización fue la primera en tener un sistema posicional a la vez que obtener un símbolo para el cero?

12.- ¿Qué indica la base de un sistema de numeración?

13.- ¿Cómo se llama nuestro sistema de numeración y a qué símbolos simples recurre para formar cualquier número?

14.- ¿Por qué razón nuestro sistema decimal es un sistema de base y de posición?

DOCUMENTO 1.8
(CONTINUACIÓN)

CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACIÓN

15.- ¿En nuestro actual sistema de numeración posicional decimal, para qué se acostumbra dividir a un número en órdenes, clases y períodos?

16.- Divide el siguiente número en órdenes, clases y períodos:

378416327895. 039624

17.- ¿Qué ventajas crees que tiene el sistema decimal con respecto a los sistemas antiguos de numeración?

18.- En el número 2758 indica de qué orden es cada cifra.

19.- Para el número 2539 da los valores absolutos y los valores relativos de los numerales.

20.- ¿Qué es necesario hacer en todo sistema de numeración posicional?

DOCUMENTO 2.1

ALGUNAS DE LAS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACION

1.- El hecho de que el hombre empezara a rayar las rocas y las paredes de las cuevas y a tallar muescas en varas para indicar “cuántos”, ó el crecimiento natural de la acción de tarjar, ó el hecho de que el hombre antiguo usara piedras, huesos, conchas o bien los dedos de las manos para contar, y sus registros los hiciera en la corteza de los árboles con marcas de carbón , con nudos hechos en un cordel, cuñas en una tablilla, etc.

2.- De base 10.

3.- No era un sistema de posición porque los símbolos de un número podían ser escritos de derecha a izquierda ó de izquierda a derecha.

4.- Base 10 y base 60.

5.- Tres desventajas del sistema babilónico eran:
a) La falta de distinción entre los símbolos correspondientes a uno y a sesenta, puesto que era el mismo símbolo .
b) No existía un símbolo para el cero, dificultando mucho el distinguir, por ejemplo, entre la cantidad que representa $1x60^2+0x60+30$ y la cantidad que representa 1x60+30.
c) Requería tablas de adición y de multiplicación desde 1+1 hasta 59+59 y desde 1x1 hasta 59x59.

6.- Puede ser caracterizado como un sistema de base 10 porque símbolos especiales representan potencias de 10: $I=1=10^0$, $X=10=10^1$, $C=100=10^2$, $M=1000=10^3$.

DOCUMENTO 2.1

(CONTINUACION)

ALGUNAS DE LAS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACION

7.- El principio de adición.

8.- El principio de sustracción.

9.- Para el sistema romano la regla de orden es la siguiente: los símbolos han de escribirse de izquierda a derecha en el orden de valores decrecientes, y el principio de adición se aplica. Las únicas excepciones son las parejas I antes de V o de X, X antes de L o C y C antes de D o M, aplicándose en este caso el principio de sustracción, es decir, que en estos casos se sustrae el número de la izquierda del número de la derecha.

10.- Para indicar números grandes, los romanos usaban métodos que comprendían a la multiplicación. Por ejemplo, en CXXM para 120,000 y en XIM para 11,000, entendiéndose que el número pequeño nombrado, por ejemplo, CXX en CXXM, había de multiplicar al número nombrado mayor, en este caso M. Así:

CXXM=120x1000=120,000
XIM=11x1000=11,000

11.- La civilización maya.

12.- El número de símbolos simples (numerales) a los que se recurre en el sistema de numeración para formar cualquier número o es el número de unidades de un orden cualquiera, necesario para formar la unidad de orden inmediato superior y ese número es el mismo para todos los órdenes.

DOCUMENTO 2.1
(CONTINUACION)

ALGUNAS DE LAS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACION

13.- Sistema decimal y recurre a 10 símbolos simples para formar cualquier número, los cuales son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

14.- El sistema decimal es un sistema de base y de posición porque para formar cualquier número existen 10 símbolos que se pueden combinar y porque la posición de un símbolo en la escritura de un número es lo que determina la cantidad que representa, por ejemplo: el doscientos cincuenta y dos se representa por 252, el 2 de la derecha representa 2 unidades, el 5 representa 5 decenas y el 2 de la izquierda representa 2 decenas de decenas.

15.- Para facilitar la lectura, escritura y construcción de un número.

16.- En la siguiente tabla se muestra la división del número 378416327895.039624 en órdenes, clases y períodos.

	Ordenes	*Clases*		*Periodos*
3	centenas de millar de mill ón	Millares de Millón	4a.	De los Millones
7	decenas de millar de mill ón			
8	unidades de millar de mill ón			
4	centenas de mill ón	Unidades de Millón	3a.	
1	decenas de mill ón			
6	unidades de mill ón			
3	centenas de millar	Unidades de Millar	2a.	De las Unidades
2	decenas de millar			
7	unidades de millar			
8	centenas	Unidades Simples	1a.	
9	decenas			
5	unidades			
0	décimos	Milésimos		De los Millonésimos
3	centésimos			
9	milésimos			
6	diez milésimos	Millonésimos		
2	cien milésimos			
4	millonésimos			

DOCUMENTO 2.1

(CONTINUACION)

ALGUNAS DE LAS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE SISTEMAS DE NUMERACION

17.- Que es más fácil leer, escribir y construir un número.

18.- En el número 2758:

el 8 es de primer orden

el 5 es de segundo orden

el 7 es de tercer orden

el 2 es de cuarto orden

19.- Para el número 2539

el valor absoluto de 9 es 9

el valor absoluto de 3 es 3

el valor absoluto de 5 es 5

el valor absoluto de 2 es 2

el valor relativo del 9 es 9

el valor relativo del 3 es 30

el valor relativo del 5 es 500

el valor relativo del 2 es 2000

20.- En todo sistema de numeración posicional es necesario:

a) Fijar de antemano los símbolos simples (numerales) que deben usarse.

b) Asignar a cada uno de esos numerales un valor absoluto único.

c) Nombrar tantos numerales como indica la base en que se trabaja.

d) Dejar de tomar como numeral al mismo que indica la base.

DOCUMENTO 3.1

ESQUEMA CUADRICULADO DE NUMERO DE SALUDOS

NUMERO DE PERSONA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
																NUMERO DE SALUDOS
1	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	14
2	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	13
3	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	12
4	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	11
5	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	10
6	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	9
7	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	8
8	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7
9	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6
10	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	5
11	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	4
12	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	3
13	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	2
14	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	1
15	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	

En total se llevaron a cabo 14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2++1 saludos, usando el método de Gauss tenemos que:

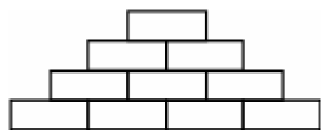
$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14 = \frac{14(14+1)}{2} = \frac{14(15)}{2} = 7\ (15) = 105$, por lo tanto se llevaron a cabo 105 saludos.

DOCUMENTO 3.2

PROBLEMAS DE CONTEO

1.- En una fiesta hay 108 personas, suponiendo que cada una de ellas saludó de mano a todas las demás, una sola vez, ¿cuántos saludos se habrán llevado a cabo?

2.- ¿Cuántos ladrillos son necesarios para completar una fila de 75 ladrillos en la base de un arreglo como el siguiente?



3.- ¿Cuántos números diferentes se pueden formar al lanzar tres dados?

4.- ¿Cuántas banderas de dos colores se pueden hacer si se dispone de 5 colores diferentes?

5.- ¿Cuántas diagonales tiene un polígono regular de 6 lados?

DOCUMENTO 3.3

ENTEROS REPRESENTADOS CON CONTADORES

EJERCICIO.

1.- Indica a qué enteros representan las siguientes combinaciones de contadores.

a) ⊕⊕⊕ Θ Θ ⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕ Θ ⊕⊕⊕⊕⊕ =

b) Θ Θ Θ Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ =

c) Θ ⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕ ⊕⊕⊕⊕⊕⊕ =

d) Θ Θ Θ Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ =

e) Θ Θ Θ Θ Θ ⊕⊕ Θ Θ Θ Θ Θ Θ Θ ⊕ Θ Θ Θ Θ =

2.- Representa con contadores, de dos formas distintas, los siguientes números enteros.

a) 11=

b) –12=

c) 13=

d) –15=

e) –20=

DOCUMENTO 4.1

MEDIDA DE SEGMENTOS

Usa las reglas de colores para medir, contesta las preguntas y completa las frases.

1.- Considera el segmento AB.

¿Cuántas veces cabe la regla verde en el segmento AB?

La regla verde cabe _____ veces en el segmento AB.

¿Qué fracción del segmento AB es la regla verde?

La regla verde es _____ del segmento AB.

¿Cuántas veces cabe la regla rosa en el segmento AB?

La regla rosa cabe _____ veces en el segmento AB.

¿Qué fracción del segmento AB es la regla rosa?

La regla rosa es _____ del segmento AB.

¿Cuántas veces cabe la regla café en el segmento AB?

La regla café cabe _____ veces en el segmento AB.

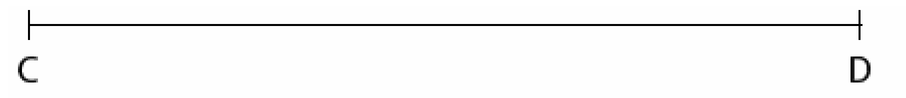
¿Cuántas veces cabe la regla amarilla en el segmento AB?

La regla amarilla cabe _____ veces en el segmento AB.

DOCUMENTO 4.1 (CONTINUACION)

MEDIDA DE SEGMENTOS

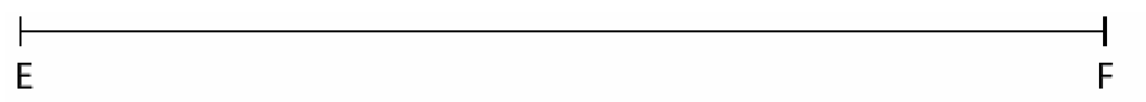
Vamos a seguir midiendo segmentos usando las reglas de colores, observa el siguiente ejemplo.



Longitud de CD= 3 reglas rosas + $\frac{2}{4}$ de regla rosa, o bien:

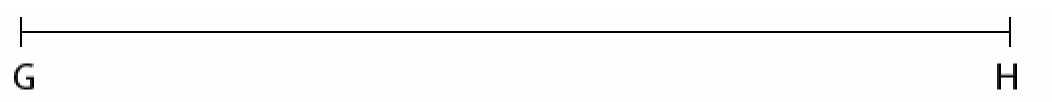
Longitud de CD= $2\frac{3}{4}$ reglas rosas.

Ahora, tú mide los siguientes:



Longitud de EF= _______ reglas negras.

Longitud de EF= _______ reglas rosas.



Longitud de GH= _______ reglas amarillas.

Longitud de GH= _______ reglas azules.

Longitud de PQ= _______ reglas verdes.

Longitud de PQ= _______ de regla azul.

Longitud de PQ= _______ de regla café.

DOCUMENTO 4.2

DIVISIONES

```
   0.75
4 | 3.00
   3 0
     20
      0
```

$\frac{3}{4} = 0.75=$

```
   -0.4
5 | -2.0
     2 0
       0
```

$-\frac{2}{5} = -0.4=$

```
   0.44...
9 | 4.00
   4 0
     40
      4
```

$\frac{4}{9} = 0.44...$

```
   -0.142857142857...
7 | -1.000000000000
    10
     30
      20
       60
        40
         50
          10
           30
            20
             60
              40
               50
                1
```

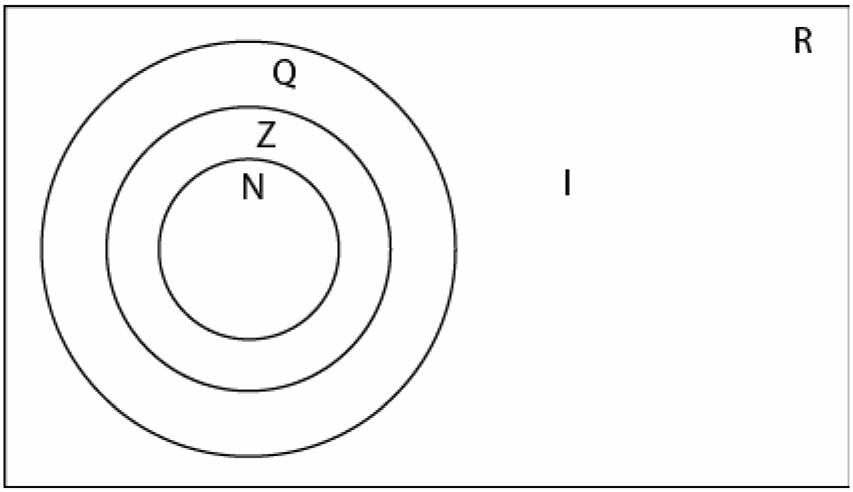
$\frac{3}{4} = 0.75=$

```
   1.65217391304347826086956521739130434782608695...
7 | 38.000000000000000000000000000000000000000000000
    150
     120
      050
       040
        170
         090
          210
           030
            070
             010
              100
               080
                110
                 180
                  190
                   060
                    140
                     020
                      200
                       160
                        220
                         130
                          15
```

$\frac{38}{23} = 1.65217391304347826086956521739130434782608695...$

DOCUMENTO 4.3

DIAGRAMA DE VENN DE LOS NUMEROS REALES



RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Este diagrama muestra las relaciones que hay entre los conjuntos de los naturales, los enteros, los racionales, los irracionales y los reales. Las relaciones son las siguientes: el conjunto de los naturales es un subconjunto de los enteros, es decir, cualquier número natural también pertenece al conjunto de números enteros; el conjunto de los enteros es un subconjunto de los racionales, es decir, cualquier número entero también pertenece al conjunto de números racionales.

No existe un número que sea racional e irracional, es decir, el conjunto de números racionales y el conjunto de números irracionales no tienen elementos en común, por lo tanto, si un número no es racional tiene que ser irracional, y viceversa.

Todos los números racionales más todos los números irracionales forman el conjunto de números reales. Dicho de otra manera, un número es real si es racional ó irracional.

DOCUMENTO 4.4

CLASIFICACION DE NUMEROS

Usando el símbolo de pertenencia clasifica los siguientes números reales en los conjuntos a los que pertenezcan, da un argumento a tu respuestas como en el ejemplo.

EJEMPLO.

38 $\in \mathrm{N}$ (porque es un número que sirve para contar), 38 $\in \mathrm{Z}$ (porque cualquier número natural también es entero), 38 $\in \mathrm{Q}$ (porque se puede escribir como $\frac{38}{1}$), 38 $\in \mathrm{R}$ (porque cualquier número racional es real).

¡Ahora tú clasifica los siguientes números!

1) 5____

2) 0____

3) $\frac{26}{19}$ ____

4) $\sqrt{18}$ ____

5) –2.77. . . ____

6) –8.030030003. . . ____________________________________

7) 100000 ____

8) - $\frac{100}{4}$ ____

9) $\sqrt{49}$ ____

10) –53____

DOCUMENTO 5.1

VALOR ABSOLUTO

EJERCICIO.

1.- Usa una recta numérica para cada inciso y grafica los valores absolutos que se te piden, después completa las frases correspondientes.

a) Marca el valor absoluto de 6 con color azul y el valor absoluto de 5 con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

b) Marca el valor absoluto de 4 con color azul y el valor absoluto de -7 con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

c) Marca el valor absoluto de - 6.4 con color azul y el valor absoluto de - 6.5 con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

d) Marca el valor absoluto de 15.4 con color azul y el valor absoluto de -10.1 con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

e) Marca el valor absoluto de $\frac{16}{3}$ con color azul y el valor absoluto de $-\frac{37}{4}$ con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

f) Marca el valor absoluto de $-\frac{49}{5}$ con color azul y el valor absoluto de $\frac{65}{6}$ con color rojo.
El número que tiene mayor valor absoluto (el que tiene mayor distancia al cero) es el : ____ .

2.- Para cada inciso, obtén los valores absolutos de los números que se dan sin usar la recta numérica y completa las frases correspondientes.

a) 12 , 10 , el número que tiene mayor valor absoluto es el _____ .

b) 23 , -19 , el número que tiene mayor valor absoluto es el _____ .

c) - 58 , 45 , el número que tiene mayor valor absoluto es el : _____ .

d) - 108.4 , -134.9 , el número que tiene mayor valor absoluto es el : ____.

e) - 6.34 , - 6.35 , el número que tiene mayor valor absoluto es el _____ .

f) -201.3 , - 200.4 , el número que tiene mayor valor absoluto es el : _____ .

g) $-\frac{9}{2}$, $\frac{52}{7}$, el número que tiene mayor valor absoluto es el : _____ .

DOCUMENTO 5.2

SUMA DE DOS NUMEROS RACIONALES

EJERCICIO.

Realiza las siguientes sumas usando las reglas para sumar dos números racionales, haz las operaciones necesarias en los espacios en blanco.

a) –4.6 + (-7.3) =

b) $\frac{11}{2} + \frac{7}{2} =$

c) $-4 + \frac{5}{3} =$

d) -253 + 265 =

e) 3.6 + (-8.3) =

f) $\frac{8}{3} + (-\frac{7}{5}) =$

g) –11.9 + 14.5 =

h) $-\frac{12}{11} + \frac{15}{11} =$

DOCUMENTO 5.2 (CONTINUACIÓN)

SUMA DE DOS NUMEROS RACIONALES

i) $-5 + (-17) =$

j) $\frac{3}{16} + (-\frac{7}{4}) =$

k) $\frac{18}{23} + (-6) =$

l) $-300 + 225 =$

ll) $-11.9 + 14.5 =$

m) $-\frac{5}{6} + (-\frac{7}{6}) =$

DOCUMENTO 5.3

SUMA DE MÁS DE DOS NUMEROS RACIONALES

EJERCICIO.

Realiza las siguientes sumas usando la regla para sumar más de dos números racionales, haz las operaciones necesarias en los espacios en blanco.

a) 27 + (-52) + 13 + (-35) =

b) –79 + 134 + (-85) + 54 + (-21) =

c) 22 + (-87) + (-56) + 79 + 30 =

d) –15 + 64 + (-8) + (-2) + (-51) +5 =

e) 8.5 + (-3.2) + (-6.9) + 7=

f) –1.2 + (-5.6) + (-9) + 12.8 =

g) 10.27 + (- 8.123) + 5.432 + (- 15.186) =

h) - 21.458 + 19.53 + (-11.52) + (-3.7) + 12.9 +10 =

i) $\frac{2}{11} + (-\frac{5}{6}) + \frac{1}{3} + (-\frac{3}{2}) =$

j) $-\frac{13}{4} + (-2) + \frac{18}{5} + \frac{6}{4} =$

k) $-\frac{9}{7} + (-\frac{2}{5}) + 3 + (-1) + \frac{7}{9} + \frac{2}{3} =$

l) $-\frac{4}{3} + (-\frac{1}{2}) + (-\frac{3}{4}) + \frac{1}{6} + 2 =$

DOCUMENTO 5.4

PROBLEMAS SOBRE FRACCIONES

1.- En tres envases se tienen $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$ y $\frac{9}{4}$ litros de aceite respectivamente. ¿Qué cantidad de aceite se tiene en total?

2.- De un cable que mide $9\frac{2}{5}$ m de largo, se han utilizado $6\frac{3}{4}$ m. ¿Qué cantidad de cable queda?

3.- Se echan 450 litros de gasolina en un depósito vacío, y con ello se llenan $\frac{2}{5}$ de lo que cabe en él. ¿Cuántos litros de capacidad tiene dicho depósito?

4.- ¿Cuántos litros de refresco se pueden envasar en 64 botellas de $\frac{3}{5}$ de litro de capacidad cada una?

5.- Un ciclista recorre $120\frac{2}{5}$ km en $3\frac{1}{10}$ horas, ¿Cuál es su velocidad promedio por hora?

DOCUMENTO 5.5

OTROS PROBLEMAS SOBRE FRACCIONES

1.- ¿Qué cantidad de pólvora se obtiene al mezclar $230\frac{5}{8}$ g de salitre, $729\frac{2}{3}$ g de carbón y $628\frac{1}{5}$ g de azufre?

2.- Se envían por correo cuatro paquetes que en conjunto pesan 6 kg. Si uno pesa $\frac{7}{10}$ de kg, otro pesa $\frac{1}{4}$ de kg y un tercero pesa $\frac{3}{5}$ de kg, ¿cuál es el peso del cuarto paquete?

[1]

3.- Una persona gasta $21,000 mensuales que representan $\frac{7}{10}$ de su salario mensual. ¿Cuánto gana al mes?

4.- ¿Cuántos litros de jugo se pueden envasar en 100 botellas de $\frac{71}{200}$ de litro de capacidad cada una?

5.- Un filtro purifica $30\frac{4}{5}$ lts. de agua en $6\frac{1}{2}$ horas, ¿Qué cantidad de agua purifica en promedio por hora?

---

[1] La conversión que da $\frac{71}{200}$ lts es igual a .355 lts, o lo que es lo mismo 355 ml .

DOCUMENTO 6.1

PRIORIDAD DE OPERACIONES

EJERCICIO.

1.- Siguiendo la jerarquía de las operaciones, determina el valor de cada expresión.

a) $2 \times 5 + 6 \div 2 =$

b) $3 \times 3 - 3 - 6 \div 2 =$

c) $9 \times (8 - 2) - (24 \div 3) =$

d) $9.23 + 10.5 \div 2 - 3.1 \times 4.32 =$

e) $\frac{9}{4} - \frac{3}{4} \div \frac{1}{2} + \frac{5}{8} =$

2.- Coloca paréntesis de tal manera que la igualdad sea verdadera.

a) $9 + 5 - 3 \times 4 = 17$

b) $24 - 2 \times 4 + 14 \div 2 = 13$

c) $7.1 - 7.1 \times 2 + 14.2 = 14.2$

d) $9.23 - 9.23 \div 4 + 6.15 = 6.15$

e) $10.22 - 5.11 \times 2 + 10 = 20.22$

DOCUMENTO 6.2

JERARQUIA DE LAS OPERACIONES Y USO DE LOS SIGNOS DE AGRUPACIÓN

1.- Realiza las siguientes operaciones eliminando los signos de agrupación.

a) $5 + 2 \{ 6 - (- 8 + 3) \} =$

b) $-3 - 3 \{ 4 (-7 + 5) + 15 \} =$

c) $\frac{3}{2}[5-\frac{5}{2}]-4(\frac{3}{8})+1=$

d) $2.34 (1.2 + 3.41) - 5 [2 (7.11 - 4.38) + 9] =$

2.- En cada una de las siguientes expresiones resuelve la expresión original y después escribe otras dos opciones en donde coloques signos de agrupación para que las operaciones den diferentes resultados y resuélvelas.

a) $7 + 3 (- 8 + 4) - 2 (3) =$

b) $- 6 - 4 \{ 9 + 5 - 8\} + 1 =$

c) $5 [10 - 23] + 8 - 3 \{ 5 - 4 + 9 \} =$

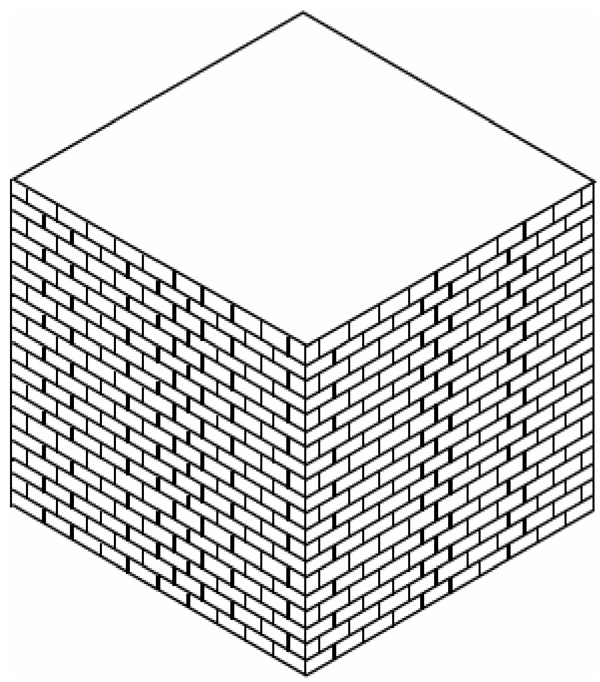
d) $9 - \frac{2}{7} + 3 \{ \frac{5}{6} - \frac{1}{3}\} - 4 =$

e) $15.34 + 11\{ 8 - 6.9 \} + 5.68 - 2 =$

DOCUMENTO 7.1

TABICONES PARA UNA CISTERNA

Una representación gráfica de la forma de la cisterna , del tabicón y de la forma de acomodar los tabicones en la cisterna sería la siguiente:



DOCUMENTO 7.2

PROBLEMAS ARITMÉTICOS Y SU GENERALIZACIÓN

Resuelve los siguientes problemas.

1.- a) Raúl viajará a Estados Unidos la próxima semana, por lo que acude al banco a cambiar sus ahorros a dólares. Si Daniel tiene ahorrado 30,000 pesos y un dólar equivale a $ 11. 58 , ¿cuántos dólares le darán?

b) Encuentra una regla general para resolver problemas del tipo anterior, es decir, para problemas del tipo: *Una persona desea cambiar " p " pesos a dólares, ¿cuántos dólares le darán?*

c) Usando la regla general que encontraste en el inciso anterior, resuelve los siguientes problemas:

i) Rosa desea cambiar 800 pesos a dólares, ¿cuántos dólares le darán?

ii) Diego desea cambiar 5000 pesos a dólares, ¿cuántos dólares le darán?

d) ¿Cuántos pesos necesita ahorrar para pagar un viaje que cuesta 3,000 dólares?

2.- a) Una cisterna contiene 6000 lts de agua. Si se sabe que de ésta se consumen 400 lts por día, ¿qué cantidad de agua queda después de 2, de 5, de 8 días?

b) ¿Qué operaciones realizaste para obtener la cantidad de agua que queda?

c) Encuentra una regla general para resolver problemas del tipo anterior, es decir, para problemas del tipo: *Un depósito contiene 6000 lts de cierto líquido. Si se sabe que de este depósito se consumen "a" lts en un día , ¿qué cantidad de líquido queda después de "n " días?*

d) Usando la regla general que encontraste en el inciso anterior, resuelve los siguientes problemas:

*i)*Si un depósito contiene 6000 lts de petróleo y se consumen 200 lts por día, ¿qué cantidad de petróleo queda en el depósito después de 15 días?

*ii)*Un tanque contiene 6000 lts de gas y se consumen 300 lts por día, ¿qué cantidad de gas queda en el tanque después de 20 días?

DOCUMENTO 8.1

RAZONES Y PROPORCIONES

1.- ¿Cuál es el número total de alumnos en tu salón?, de ellos, ¿cuántos son hombres?, ¿cuántas son mujeres?, ¿cuál es la razón entre el número de hombres y el total de alumnos?, ¿cuál es la razón entre el número de mujeres y el total de alumnos?

2.- Construye dos cuadrados, a uno llámalo cuadrado A , de 4 cm de lado y al otro llámalo cuadrado B, de 6 cm de lado:

a) ¿Cuál es la razón entre los lados del cuadrado A y los lados del cuadrado B, cómo se interpreta esta razón?.

b) ¿Cuál es la razón entre el perímetro del cuadrado A y el perímetro del cuadrado B?

c) ¿La razón entre el perímetro del cuadrado A y el perímetro del cuadrado B es la misma razón que la de los lados del cuadrado A y los lados del cuadrado B?

d) ¿Cuál es la razón entre el área del cuadrado A y el área del cuadrado B, cómo se interpreta esta razón?

e) ¿La razón entre el área del cuadrado A y el área del cuadrado B es la misma razón que la de los lados del cuadrado A y los lados del cuadrado B?

3.- ¿Cuál es la razón entre el número de horas que estudiaste algo de Matemáticas la semana pasada y el número total de horas que tiene la semana?

4.- Encuentra el valor de "x" en las siguientes proporciones, usando la propiedad fundamental.

a) $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$

d) $\frac{x}{12} = \frac{2}{16}$

g) $\frac{x}{2} = \frac{3}{11}$

b) $\frac{12}{x} = \frac{9}{2}$

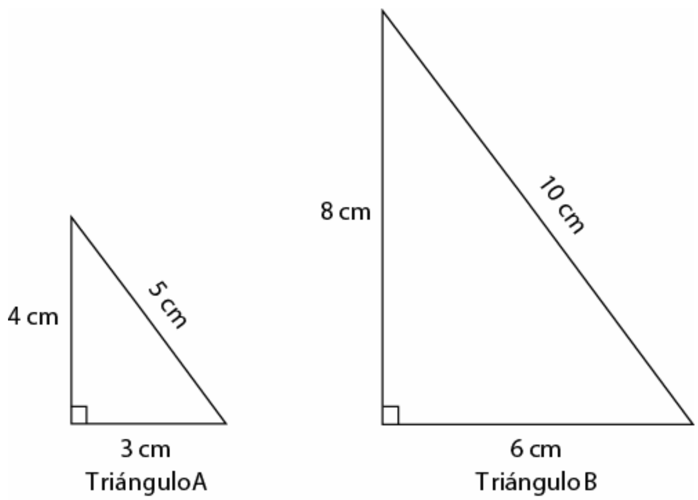
e) $\frac{18}{27} = \frac{x}{10}$

c) $\frac{6}{9} = \frac{18}{x}$

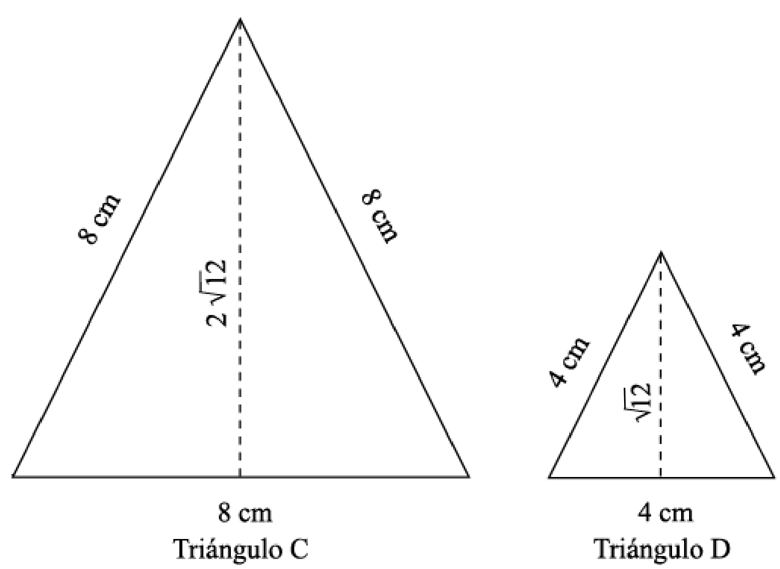
f) $\frac{x}{5} = \frac{6}{15}$

RAZONES Y PROPORCIONES

5.- a) Para los siguientes triángulos rectángulos encuentra la razón entre el área del triángulo A y el área del triángulo B.



b) Para los siguientes triángulos equiláteros encuentra la razón entre el área del triángulo C y el área del triángulo D.



DOCUMENTO 9.1

VARIABLES

EJERCICIO.

1.- Para cada una de las siguientes situaciones identifica las variables, simboliza con x a la variable independiente y con y a la dependiente.

a) Un automóvil viaja a una velocidad constante de 100 km por hora, la distancia que recorre al cabo de 2 hrs es de 200 km , la distancia que recorre al cabo de 4.1 hrs es de 410 km, la distancia que recorre al cabo de 7.5 hrs es de 750 km . Entonces la distancia recorrida depende del tiempo que viaja a esa velocidad.

b) El perímetro de un círculo se encuentra multiplicando el número $\pi = 3.1416$ por su diámetro; si el diámetro de un círculo midiera 6 cm su perímetro sería de 18.8496 cm , si el diámetro midiera 7.2 cm su perímetro sería de 22.61952 cm, si el diámetro midiera 8.25 cm su perímetro sería de 25.9182 cm .

2.- Resuelve los siguientes problemas, identifica las variables simbolizando con x a la variable independiente y con y a la dependiente.

a) Una maestra de Matemáticas cobra $50 por una hora de clase particular , ¿cuánto gana si imparte 10, 15, 40 horas de clase?

b) Encuentra el área de un círculo si su radio mide 3 , 8, 12.5 cm .

c) Una persona debe recorrer en automóvil una distancia de 600 km, ¿ a qué velocidad tendría que viajar si desea recorrer esa distancia en 6, 8, 10 hrs?

DOCUMENTO 9.2

VARIABLES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

1.- *Para pintar* $1m^2$ *de una pared se requieren 100 ml de pintura, ¿ qué cantidad de pintura se requiere para pintar 8, 10.4, 15 , 23.25* m^2 *?*

a) ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con S a la independiente y con P a la dependiente.

b) Completa la siguiente tabla:

Superficie a pintar S	*Cantidad de pintura requerida* P	Par de valores (S, P)	Razón $\frac{P}{S}$	Razón $\frac{S}{P}$
8				
10.4				
15				
23. 25				

d) ¿La *superficie a pintar* es directamente proporcional a la *cantidad de pintura requerida*?, ¿por qué?

e) En caso de que las variables sean directamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k y k' .

2.- *Encuentra el área de un círculo si su radio midiera 1, 2.3,3, 4.12 cm* .

a) ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con r a la variable independiente y con A a la variable dependiente.

b) Completa la siguiente tabla:

Medida del radio r	*Area del círculo* A	Par de valores (r, A)	Razón $\frac{A}{r}$	Razón $\frac{r}{A}$
1				
2.3				
3				
4.12				

d) ¿La *medida del radio* es directamente proporcional al *área del círculo*?, ¿por qué?

e) En caso de que las variables sean directamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k y k' .

DOCUMENTO 9.3

VARIABLES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Resuelve los siguientes problemas y contesta lo que se te pide.

1.- Si 10 obreros pavimentan una calle en 30 días, ¿en cuántos días pavimentarían la misma calle 15, 20, 25 obreros?, ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con n a la variable independiente y con t a la dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

Número de obreros	*tiempo en pavimentar*	*Par de valores*	*Producto*
n	t	(n, t)	$(n)(t)$
10	30		
15			
20			
25			

b) ¿El *número de obreros* es inversamente proporcional al *tiempo en pavimentar*?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean inversamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k .

2.- Se desea delimitar un terreno con forma rectangular, de manera que el área siempre sea $1000m^2$ *, qué valor tomaría el ancho del terreno si de largo midiera 20, 25, 60 m?,* ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con l a la variable independiente y con a a la variable dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

Largo	*ancho*	*par de valores*	*producto*
l	a	(l, a)	$(l)(a)$
20			
25			
60			

b) ¿El *largo* es inversamente proporcional al *ancho*?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean inversamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k .

DOCUMENTO 9.4

PROBLEMAS

1.- Si un automóvil tiene una velocidad constante de 85.25 km por hora, ¿qué distancia habrá recorrido después de 5, 7.6, 8.2 horas?, ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con t a la variable independiente y con d a la variable dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

Tiempo t	*Distancia* d	*Par de valores* (t, d)	*Razón* $\frac{d}{t}$	*Razón* $\frac{t}{d}$
5				
7.6				
8.2				

b) ¿ El *tiempo* es directamente proporcional a la *distancia*?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean directamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k y k' .

2.- Una persona debe recorrer en automóvil una distancia de 600 km, ¿a qué velocidad tendría que viajar si desea recorrer esa distancia en 6, 8, 10 hrs?, ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con t a la variable independiente y con v a la variable dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

tiempo t	*velocidad* v	*Par de valores* (t, v)	*producto* tv
6			
8			
10			

b) ¿ El tiempo es inversamente proporcional a la velocidad?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean inversamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k .

DOCUMENTO 9.4
(CONTINUACION)

3.- *Encuentra el área de un triángulo equilátero si su lado mide 4, 6, 8 cm .*

a) ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el problema?

b) ¿Cuál es la variable dependiente y cuál la independiente?

c) Completa la siguiente tabla:

Medida del lado	*Area del triángulo*	Par de valores	Razón	Razón
l	A	(l, A)	$\frac{A}{l}$	$\frac{l}{A}$
4				
6				
8				

d) ¿ La *medida del lado* es directamente proporcional al *área del triángulo*?, ¿por qué?

DOCUMENTO 10.1

PROBLEMAS DE VARIACIÓN DIRECTA E INVERSA

Para cada uno de los siguientes problemas, si las variables son directamente proporcionales establece la proporción adecuada para resolver el problema; si las variables son inversamente proporcionales establece la igualdad de productos adecuada para resolver el problema.

1.- Una ama de casa compra 5 kg de jitomate por $ 6.2, ¿cuántos kilogramos de jitomate compraría con el mismo dinero si el precio del jitomate hubiera sido de $ 7.5 ?

2.- Un campesino gasta un bulto de alimento cada 20 días para alimentar a 30 gallinas, ¿cuánto le durará el bulto si aumenta el número de gallinas a 45?

3.- Para pavimentar las calles de una unidad habitacional, 40 albañiles tardan 90 días, ¿cuántos albañiles se necesitan para hacerla en 45 días?

4.- En el agua hay 18 gramos de oxígeno por cada 3 gramos de hidrógeno, ¿cuántos gramos de oxígeno hay en un volumen de agua que contiene 50 gramos de hidrógeno?

DOCUMENTO 10.2

OTROS PROBLEMAS DE VARIACIÓN DIRECTA E INVERSA

Para resolver los siguientes problemas, si las variables son directamente proporcionales establece la proporción adecuada ; si las variables son inversamente proporcionales establece la igualdad de productos adecuada.

1.- Un avión, en condiciones normales de vuelo, gasta 8 toneladas de combustible volando una distancia de 2000 kilómetros, ¿cuántas toneladas gastaría volando en las mismas condiciones si recorriera una distancia de 1750 km?

2.- Un automovilista viaja a 80 kilómetros por hora y tarda 5 horas en hacer un recorrido, ¿qué tiempo tardaría en recorrer la misma distancia si viajara a 120 kilómetros por hora?

3.- El corazón de un hombre adulto, en condiciones normales, bombea 5 litros de sangre por minuto, ¿en qué tiempo bombeará 72 litros de sangre?

4.- Si 15 alumnos pintan las paredes de un salón de clases en 2.5 horas, ¿en qué tiempo pintarían el mismo salón de clases 25 alumnos?

DOCUMENTO 11.1

GUIA PARA EL PRIMER EXAMEN PARCIAL DE MATEMATICAS I

1.- Estudia el cuestionario sobre sistemas de numeración.

2.- Usando la fórmula para encontrar la suma de los primeros **n** números naturales, realiza las siguientes sumas.

a) 1+2+3+ . . . + 150 =

b) 1+2+3+ . . . + 235 =

c) 1+2+3+ . . . + 3000 =

d) 1+2+3+ . . . + 5001=

3.- En una fiesta hay 195 personas, suponiendo que cada una de ellas saludó de mano a todas las demás, una sola vez, ¿cuántos saludos se habrán llevado a cabo?

4.- Se llama números capicúas a los que se leen igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, ¿cuántos números capicúas hay mayores que 200 pero menores que 300?

5.- Encuentra todos los números de cuatro cifras que cumplan que la cifra de las unidades sea 2 y la de las unidades de millar sea 5.

6.- Encuentra la expresión decimal de los siguientes números racionales e indica el periodo con puntos suspensivos. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repita. Dí si la fracción es periódica pura ó periódica mixta, justifica tu respuesta.

a) $\frac{35}{8} =$

b) $-\frac{69}{11} =$

c) $\frac{79}{15} =$

7.- Encuentra la expresión decimal de los siguientes números racionales e indica el periodo usando la barra. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repita. Dí si la fracción es periódica pura ó periódica mixta, justifica tu respuesta.

a) $\frac{56}{27} =$

b) $-\frac{97}{32} =$

c) $\frac{98}{31} =$

8.- Convierte a fracción común las siguientes fracciones decimales periódicas, dí si se trata de una fracción decimal periódica pura ó de una fracción decimal periódica mixta.

1) 0.9

2) 0.78

3) 0.5647

4) 5.888. . .

5) 7.234545. . .

9.- Da cinco ejemplos de números irracionales, justifica tu respuesta.

10.- Usando el símbolo de pertenencia clasifica los siguientes números reales en los conjuntos a los que pertenezcan, justifica tu respuesta.

a) 1236

b) - 682

c) $\frac{78}{85}$

d) – 9.346767. . .

e) $\sqrt{124}$

11.- Realiza las siguientes sumas usando las reglas para sumar dos números racionales.

a) $-2.5 + (-9.2) =$

b) $\frac{4}{3} + \frac{7}{3} =$

c) $-5 + \frac{8}{9} =$

d) $-126 + 232 =$

e) $5.4 + (-8.1) =$

f) $\frac{4}{5} + (-\frac{2}{7}) =$

g) $-12.6 + 41.5 =$

h) $-\frac{3}{11} + \frac{14}{11} =$

12.- Realiza las siguientes sumas usando la regla para sumar más de dos números racionales.

a) $32 + (-75) + 23 + (-5) =$

b) $-97 + 314 + (-58) + 45 + (-12) =$

c) $21 + (-83) + (-52) + 77 + 29 =$

d) $-16 + 62 + (-7) + (-1) + (-50) + 6 =$

e) $9.3 + (-4.1) + (-7.9) + 8 =$

f) $-2.6 + (-4.7) + (-8) + 11.4 =$

g) $9.37 + (-7.214) + 4.531 + (-17.231) =$

h) - 33.267 + 91.35 + (-11.25) + (-7.3) + 21.9 +13 =

i) $\frac{3}{7} + (-\frac{2}{4}) + \frac{1}{2} + (-\frac{6}{5}) =$

j) $-\frac{11}{6} + (-2) + \frac{5}{18} + \frac{2}{9} =$

k) $\frac{8}{3} + (-\frac{4}{11}) + 3 + (-8) + \frac{13}{4} =$

l) $-\frac{3}{4} + (-\frac{5}{2}) + (-\frac{21}{4}) + \frac{1}{9} + 6 =$

13.- Resuelve los siguientes problemas.

a) En tres envases se tienen $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$ y $\frac{6}{5}$ litros de gasolina respectivamente. ¿Qué cantidad de gasolina se tiene en total?

b) En un almacén había $2\frac{3}{4}$ toneladas de harina y se vendieron $\frac{5}{8}$, ¿qué cantidad de harina queda?

c) De un terreno rectangular, $\frac{1}{4}$ de la superficie la emplearon para sembrar frijol, $\frac{1}{8}$ para sembrar cebada y $\frac{1}{2}$ para sembrar lenteja, ¿qué cantidad de la superficie quedó sin sembrar?

d) ¿Cuántos litros de jugo de naranja se pueden envasar en 1000 botellas de $\frac{1}{4}$ de litro de capacidad cada una?

e) Un tren recorre $80\frac{3}{4}$ km en $2\frac{1}{2}$ horas, ¿Cuál es su velocidad promedio por hora?

14.- Realiza las siguientes operaciones eliminando los signos de agrupación.

a) $4 + \left[3 - \left\{-6 + 2(8-4)\right\}\right] =$

b) $5 - 5 \{ 3 (-9 + 6) + 12 \} =$

c) $\frac{3}{4}[6 - \frac{15}{2}] - 4\left\{\frac{3}{7} + 2(-3-1)\right\} =$

d) $2\left[1.5\{8.56 - 4.2\} - 3.75\right] - 2.4 =$

15.- En cada una de las siguientes expresiones resuelve la expresión original y después escribe otras dos opciones en donde coloques signos de agrupación para que las operaciones den diferentes resultados y resuélvelas.

a) $2 + 3\left[4(-3+2\right] - 3 (2) =$

b) $- 7 + 7 \{ 2 (7 - 9)\} + 4 =$

c) $3 [11 - 24] + 39 \{ 9 - 7 \} =$

d) $3 - \frac{25}{8} + \frac{1}{8} \{ \frac{5}{10} + \frac{3}{2} \} =$

d) $4.5 (- 2) + 2\{ 2.25 - 4.5 \} + 13.5 =$

16.- En un grupo de primero de primaria hay 20 alumnos en total, de los cuales 15 son niñas y 5 son niños, ¿cuál es la razón entre el número de niños y el total de alumnos, cómo se interpreta esta razón?, ¿cuál es la razón entre el número de niñas y el total de alumnos, cómo se interpreta esta razón?, ¿cuál es la razón entre el número de niños y el número de niñas, cómo se interpreta esta razón?

17.- El pozo de petróleo "A" produce 1000 barriles diarios mientras que el pozo "B" produce 250 , ¿cuál es la razón entre la producción del pozo "A" y la producción del pozo "B"?, ¿cómo se interpreta esta razón?

18.- Tere hace un pastel en el que la razón de harina de trigo a cocoa es de 6 , ¿qué cantidad de cocoa empleó en un pastel en el que empleó 6 tazas de harina de trigo?

19.- Encuentra el valor de "x" en las siguientes proporciones, usando la propiedad fundamental.

a) $\frac{9}{8} = \frac{x}{10}$

b) $\frac{21}{x} = \frac{9}{3}$

c) $\frac{12}{7} = \frac{10}{x}$

d) $\frac{x}{54} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{81}{72} = \frac{x}{11}$

f) $\frac{x}{6} = \frac{32}{9}$

g) $\frac{x}{5} = \frac{12}{20}$

20.- Si un cuerpo tiene una masa de 10 kg su peso es de 98.1 Nw (newtons), si su masa es de 15 kg su peso es de 147.15 Nw, ¿qué peso tendrá un cuerpo si su masa es de 20, 35, 50 kg?, ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con "m" a la variable independiente y con "w" a la variable dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

masa m	*peso* w	*par de valores* (m, w)	*razón* $\frac{w}{m}$	*razón* $\frac{m}{w}$
10	98.1			
15	147.15			
20				
35				
50				

b) ¿ El *peso* es directamente proporcional a la *masa*?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean directamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando k y k' .

21.- Si un tubo capilar tiene un radio de 0.5 mm se registra una altura del fluido de 5 cm, si el tubo tiene un radio de 1 mm se registra una altura del fluido de 2.5 cm, ¿qué altura del fluido se registrará si el radio es de 2, 2.5, 3 mm?, ¿cuáles son las variables que se relacionan en el problema?, simboliza con "r" a la variable independiente y con "h" a la variable dependiente.

a) Completa la siguiente tabla:

radio r	*altura del fluido* h	*Par de valores* (r, h)	*producto* rh
0.5			
1			
2			
2.5			
3			

b) ¿ La *altura del fluido* es inversamente proporcional al radio?, ¿por qué?

c) En caso de que las variables sean inversamente proporcionales, establece la relación entre ellas usando *K*.

22.- Resuelve los siguientes problemas. Si las variables son directamente proporcionales, establece la proporción adecuada; si las variables son inversamente proporcionales establece la igualdad de productos adecuada.

a) La distancia que recorre un automóvil es directamente proporcional a la cantidad de gasolina que gasta, si el automóvil recorrió 275 km con 25 lt de gasolina, ¿cuántos kilómetros recorrerá con 43 litros?

b) La iluminación de una lámpara es inversamente proporcional a la distancia en que los objetos se encuentran de ella, si la iluminación de un libro a 5 m de la lámpara es de 12 bujías – metro, hallar la iluminación del libro que está a 15 m de la lámpara.

c) Al suspender un peso en un resorte, éste se elonga, es decir, aumenta su longitud. La elongación es directamente proporcional al peso suspendido, al suspender un peso de 1 kg la elongación es de 18 mm, ¿qué elongación tendrá el resorte para un peso de 4.75 kg?

d) En Radio se sabe que la longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia. Si la longitud de onda de una emisora es de 394 m transmitiendo a una frecuencia de 760 kilociclos, ¿con qué frecuencia transmitirá una emisora si su longitud de onda es de 40 m?

23.- Resuelve los siguientes problemas.

a) Encuentra el número de alumnos de una clase sabiendo que la novena parte de ellos no asistió a la clase, que las dos terceras partes de ellos están presentando un examen y los 10 restantes están estudiando, ¿cuántos no asistieron?

b) Luis consigue un préstamo de $50,000 para comprarse un automóvil. Conviene en pagar su deuda de la siguiente forma: cada año pagará $5,000 más el 10% de interés de su deuda al principio de año:

i) ¿Cuánto pagará al transcurrir 7 años?

ii) Encuentra un modelo algebraico que relacione la cantidad que pagará con el número de años transcurridos.

iii) ¿En cuántos años terminará de pagar y cuánto pagará al final por el préstamo?

c) Al inicio de un viaje el odómetro de un automóvil (con tanque lleno) registra 43, 219.5 km. Después de un viaje, que duró 6 horas, el odómetro registra 43,480.2 km y el conductor utilizó 39.5 litros de gasolina:

i) ¿Cuántos kilómetros por litro rindió el automóvil?

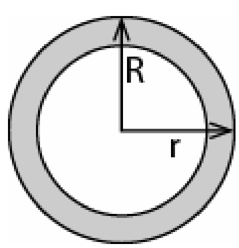
ii) ¿Cuál fue la velocidad promedio en el viaje?

iii) ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 15 lt de gasolina?

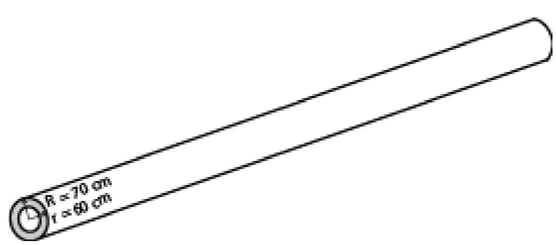
iv) Encuentra un modelo algebraico para la distancia que recorre con una cierta cantidad de gasolina.

v) Usando el modelo algebraico encuentra la cantidad de gasolina que se requiere para recorrer 198 km?

d) Dados dos círculos con el mismo centro (como en la figura de abajo) , encuentra un modelo algebraico para el área de la parte sombreada. R simboliza el radio exterior y r simboliza el radio interior. En particular, si R=12 cm y r = 6 cm, encuentra el área de la parte sombreada.



e) Encuentra un modelo algebraico para la cantidad de concreto que se necesita para hacer una tubería que tiene *l* metros de largo, un radio exterior R y un radio interior r (como en la figura de abajo) . En particular, si *l* = 500 m , R = 70 cm y r = 60 cm, ¿qué volumen de concreto se requiere?.



DOCUMENTO 12.1

C O L E G I O   D E   B A C H I L L E R E S

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I   CLAVE "A"

*ALUMNO (A) :*____

apellido paterno   *materno*   *nombre*

GRUPO: ____________ **FECHA:** ____________ **PLANTEL:** ____________________

PROFESOR (A): ______________________________ **CALIFICACIÓN:** ____________

INSTRUCCIONES GENERALES: Lee con cuidado cada uno de los reactivos y realiza lo que se te pide en los espacios correspondientes.

1.- ¿Qué indica la base de un sistema de numeración? (0.5 punto)

2.- En una fiesta hay 275 personas, suponiendo que cada una de ellas saludó de mano a todas las demás, una sola vez, ¿cuántos saludos se habrán llevado a cabo?

(0.5 punto)

3.- Se llaman números capicúas a los que se leen igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, ¿cuántos números capicúas hay mayores que 100 pero menores que 200?

(1 punto)

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I CLAVE "A"

4.- Encuentra la expresión decimal del siguiente número racional e indica el periodo con puntos suspensivos. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repite. Di si la fracción es periódica pura o periódica mixta, justifica tu respuesta.

$\frac{54}{11}$ = (0.5 punto)

5.- Convierte a fracción común la siguiente fracción decimal periódica, di si se trata de una fracción decimal periódica pura o de una fracción decimal periódica mixta.

3.2555. . . = (1 punto)

6.- Realiza las siguientes sumas usando la regla para sumar más de dos números racionales.

a) 8 +(- 12) + 6 + (- 5) = (0.5 punto)

b) $\frac{8}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)+3+\left(-\frac{2}{3}\right)$ = (1 punto)

DOCUMENTO 12.1 (CONTINUACION)

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I CLAVE "A"

7.- Realiza las siguiente operación eliminando los signos de agrupación.

$2.3 - 2\left\{4 + 2(6.5 - 9.25)\right\} - 3.75 =$ (1 punto)

8.- En un grupo de primero de primaria hay 24 alumnos en total, de los cuales 18 son niñas y 6 son niños, cuál es la razón entre el número de niños y el total de alumnos? , ¿cómo se interpreta esta razón?

(1 punto)

9.- Resuelve el siguiente problema. Si las variables son directamente proporcionales, establece la proporción adecuada; si las variables son inversamente proporcionales establece la igualdad de productos adecuada.

"Al suspender un peso en un resorte, éste se elonga, es decir, aumenta su longitud. La elongación es directamente proporcional al peso suspendido. Si al suspender un peso de 2 kg la elongación es de 36 mm, ¿qué elongación tendrá el resorte para un peso de 3.25 kg?

(1 punto)

10.- Resuelve el siguiente problema (al reverso de la hoja).

"Laura consigue un préstamo de $100,000 para comprarse un automóvil. Conviene en pagar su deuda de la siguiente forma: cada año pagará $10,000 más el 12% de interés de su deuda al principio de año:

a) ¿Cuánto pagará al transcurrir 4 años?

b) Encuentra un modelo algebraico que relacione la cantidad que pagará con el número de años transcurridos.

c) ¿En cuántos años terminará de pagar y cuánto pagará al final por el préstamo?

(2 puntos)

DOCUMENTO 12.2

C O L E G I O   D E   B A C H I L L E R E S

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I CLAVE "B"

*ALUMNO(A):*____

apellido paterno ***materno*** ***nombre***

GRUPO: ______________ **FECHA:** _____________ **PLANTEL:** ______________________

PROFESOR (A): ________________________________ **CALIFICACIÓN:** _____________

INSTRUCCIONES GENERALES: Lee con cuidado cada uno de los reactivos y realiza lo que se te pide en los espacios correspondientes.

1.- ¿Qué ventajas crees que tiene el sistema decimal con respecto a los sistemas antiguos de numeración? (0.5 punto)

2.- En una fiesta hay 350 personas, suponiendo que cada una de ellas saludó de mano a todas las demás, una sola vez, ¿cuántos saludos se habrán llevado a cabo?

(0.5 punto)

3.- Se llaman números capicúas a los que se leen igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, ¿cuántos números capicúas hay mayores que 300 pero menores que 400?

(1 punto)

DOCUMENTO 12.2 (CONTINUACION)

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I CLAVE "B"

4.- Encuentra la expresión decimal del siguiente número racional e indica el periodo con puntos suspensivos. Para cada uno de ellos efectúa la división, subraya con color rojo el residuo que se repite. Di si la fracción es periódica pura o periódica mixta, justifica tu respuesta.

$\frac{62}{15} =$ (0.5 punto)

5.- Convierte a fracción común la siguiente fracción decimal periódica, di si se trata de una fracción decimal periódica pura o de una fracción decimal periódica mixta.

4.2121. . . = (1 punto)

6.- Realiza las siguientes sumas usando la regla para sumar más de dos números racionales.

a) $19 + (-23) + 8 + (-12) =$ (0.5 punto)

b) $\frac{7}{3}+\left(-\frac{4}{9}\right)+5+\left(-\frac{5}{2}\right)=$ (1 punto)

DOCUMENTO 12.2 (CONTINUACION)

EVALUACION SUMATIVA DE LA UNIDAD I DE MATEMATICAS I CLAVE "B"

7.- Realiza las siguiente operación eliminando los signos de agrupación.

$3.2 - 2\ \{5+2(5.6-8.12)\} - 8.28 =$ (1 punto)

8.- En un grupo de primero de primaria hay 24 alumnos en total, de los cuales 18 son niñas y 6 son niños, cuál es la razón entre el número de niñas y el total de alumnos? , ¿cómo se interpreta esta razón?

(1 punto)

9.- Resuelve el siguiente problema. Si las variables son directamente proporcionales, establece la proporción adecuada; si las variables son inversamente proporcionales establece la igualdad de productos adecuada.

"En radio se sabe que la longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia. Si la longitud de onda de una emisora es de 394 m transmitiendo a una frecuencia de 760 kilociclos, ¿con qué frecuencia transmitirá una emisora si su longitud de onda es de 50 m?

(1 punto)

10.- Resuelve el siguiente problema (al reverso de la hoja).

"Al inicio de un viaje el odómetro de un automóvil (con tanque lleno) registra 43,219.5 km . Después de un viaje, que duró 6 horas, el odómetro registra 43,480.2 km y el conductor utilizó 39.5 litros de gasolina:

a) ¿Cuántos kilómetros por litro rindió el automóvil?

b) Encuentra un modelo algebraico para la distancia que recorre con una cierta cantidad de gasolina.

c) Usando el modelo algebraico encuentra la cantidad de gasolina que se requiere para recorrer 231 km?

(2 puntos)

BIBLIOGRAFÍA

- Alarcón Bortolussi, Jesús. " Razonamiento proporcional" en Libro para el maestro. México. Secretaría de Educación Pública, 1995, pp. 107-125.

- Alberro, Ana. "Suma y resta de enteros" en Práctica de laboratorio de Matemáticas, primero de secundaria. México. Colegio Madrid, 1988, pp. 7-10.

- Aranda García, Pedro. "Razones y proporciones" en Matemáticas II. México. Instituto Politécnico Nacional, 1988, pp. 102-111.

- Ausubel, David. " Significado y aprendizaje significativo" en Teorías del aprendizaje.

- Borel, Emile. " Empleo de las letras: fórmulas algebraicas " en Álgebra elemental. México. Instituto Politécnico Nacional, 1996, pp. 17-24.

- Briseño Aguirre, Luis. " Jerarquía de las operaciones " en Descubre y aprende, Matemáticas 1. México. Pearson Educación, 2000, pp. 12-13.

- Briseño Aguirre, Luis. "Fracciones" en Descubre y aprende, Matemáticas 1. México. Pearson Educación, 2000, pp. 40-59.

- Colegio de Bachilleres. Modelo educativo del Colegio de Bachilleres. México. 1993, p. 5, pp. 19-34.

- Colegio de Bachilleres. "Aritmética: una introducción al álgebra" en Programa de la asignatura de Matemáticas I. México. 1992, pp. 15-25.

- Cortés, Hernan. "Proporciones, aplicaciones prácticas" en Guía del profesor de octavo año de educación básica.. Chile. Educación universitaria, 1967, pp. 7-21.

- Delgado Hernández, Leonor. "Ejercicios" en Álgebra, libro para el profesor. México. Instituto Politécnico Nacional, 2004, pp. 69-78.

- Escareño, Fortino. "Fracciones" en Matemáticas 1. México. Editorial Trillas, 1994, p.69.

- Fuenlabrada, Irma. Sistemas de Numeración. Laboratorio de Psicomatemática, DIE/CINVESTAV/IPN, p.7, pp. 42-43.

- Lara Aparicio, Miguel. "Sistemas Antiguos de Numeración" en Antología de Matemáticas. México. Dirección General de Publicaciones, 1983, pp. 42-49.

- López Rueda, Gonzalo. "Las regletas" en Matemáticas, sexto grado. México. Secretaría de Educación Pública, 1994, 63-66.

- Lluis, Emilio. "El campo de los números complejos" en Algebra Superior. México. Editorial Trillas, 1981, p.274.

- Mancera Martínez, Eduardo. "Problemas, Maestros, y la Resolución de Problemas" en Educación Matemática. México. Grupo Editorial Iberoamérica, 1993, pp.78-92.

- Ortiz Campos, José. "Sistemas Numéricos" en Matemáticas 1, Algebra. México. Publicaciones Cultural, 1994, pp. 9-74.

- Palmas Velasco, Oscar. "Problemas de Conteo" en Descubre y aprende, Matemáticas 2. México. Pearson Educación, 2000, pp. 2-5.

- Parra Cabrera, Luis. "Expresión decimal de un número racional (fracciones decimales)" en Matemática 1. México. Editorial Kapelusz Mexicana, 1981, pp. 116-117, p.122, p. 124.

- Pérez Hernández, Esnel. “Números triangulares” en Retos 4. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 25.

- Pérez Hernández, Esnel. “¿Dónde estoy? ” en Retos 4. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 29.

- Pérez Hernández, Esnel. “Operaciones Combinadas” en Retos 4. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 39.

- Pérez Hernández, Esnel. “Busca números” en Retos 4. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 48.

- Pérez Hernández, Esnel. “¿Qué número soy? ” en Retos 5. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 7.

- Pérez Hernández, Esnel. “ La barda ” en Retos 5. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 58.

- Pérez Hernández, Esnel. “ Busca datos ” en Retos 5. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 62.

- Pérez Hernández, Esnel. “¿Qué número soy? ” en Retos 6. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 7.

- Pérez Hernández, Esnel. “ Los engranes ” en Retos 6. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 17.

- Pérez Hernández, Esnel. “El ingenio de los mayas ” en Retos 6. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 19.

- Pérez Hernández, Esnel. "Los ocho ochos " en Retos 6. México. Editorial Esfinge, 2000, p. 57.

- Piaget, Jean. "El desarrollo mental del niño" en Seis estudios de Psicología. Barcelona. Editorial Seix Barral, 1981, pp. 11-18, pp. 93-107.

- Stanley A., Smith. "Propiedades de los números racionales y demostraciones" en Algebra. México. Addison-Wesley Iberoamericana, 1992, pp.110-111.

- Swokowski, Earl. "Conceptos fundamentales de Algebra" en Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp.7-8.

- Tahan, Malba. "Cómo Beremiz da su segunda clase de Matemáticas" en El hombre que calculaba. México.Editorial Limusa, 1992, pp. 103-107.

- Valiente, Santiago. "Sistemas de numeración" en Algo acerca de los números lo curioso y lo divertido. México. Editorial Alhambra Mexicana, pp. 127-138.

- Woolfolk, A. "Perspectivas cognoscitivas del aprendizaje" en Psicología educativa. México. Prentice Hall, pp. 242-257.