



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA

## FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR EN UN MODELO HIDRÁULICO VIRTUAL, EN EL P.H. EL CAJÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

I N G E N I E R O C I V I L

P R E S E N T A

*José Luis Obet Burgos Zepeda*

DIRECTOR DE TESIS

*Ing. Carlos M. Chávarri Maldonado*



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

**CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F. 2006**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/110/06

Señor  
JOSÉ LUIS OBET BURGOS ZEPEDA  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. CARLOS MANUEL CHÁVARRI MALDONADO, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR EN UN MODELO HIDRÁULICO VIRTUAL, EN EL P.H. EL CAJÓN"**

- I. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO HIDROELÉCTRICO EL CAJÓN
- II. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL VERTEDOR
- III. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR DE LOS AIREADORES
- IV. MODELOS HIDRÁULICOS Y APLICACIÓN COMPUTACIONAL
- V. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 8 de Noviembre del 2006.  
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/AJP/crc.

*Vo Bo*  
*[Signature]*  
24 Noviembre 2006  
Ing Carlos M. Chávarri M.

*Vo. Bo.*  
*[Signature]*

*Vo Bo*  
08/12/06  
*[Signature]*  
A. Demicoghi C

*[Signature]*  
ING. LUIS CAHUELAS RAMIREZ  
06-12-06

*Vo Bo*  
Rafael Val Segura  
*[Signature]*

---

## AGRADECIMIENTOS.

Agradezco a mi familia ya que me apoyó en muchas situaciones y me ayudaron a descubrir el gusto por la ingeniería y a desarrollar una personalidad propia.

Agradezco a mis padres que siempre me apoyaron en todo lo que pudieron en especial a mi mamá la ilustre profesora normalista Leonor Yolanda Zepeda Sánchez.

Agradezco a mis hermanos ya que son unas personas extraordinarias y ejemplos a seguir Isaac David y Mónica Yolanda.

Agradezco a la facultad de ingeniería de la UNAM por permitirme ser un alumno destacado de esta y con una gran visión, es una institución de gran prestigio.

Agradezco a las personas que integran la DICTy G, al grupo de profesores y empleados que la conforman por el apoyo, enseñanzas y comprensión que me brindaron durante mis estudios al Ing. Marcos Trejo Hernández, al M.I. Miguel Ángel Rodríguez Vega al Jefe de la División Dr. Alberto Jaime Paredes.

Agradezco al profesor Carlos M. Chavarri Maldonado por su programa de ayuda a la titulación ya que ayuda a jóvenes universitarios a concluir sus metas y logros por medio de su labor extraoficial. Además de promover actividades del club de estudiantes, así como prácticas profesionales y visitas a numerosas construcciones del país.

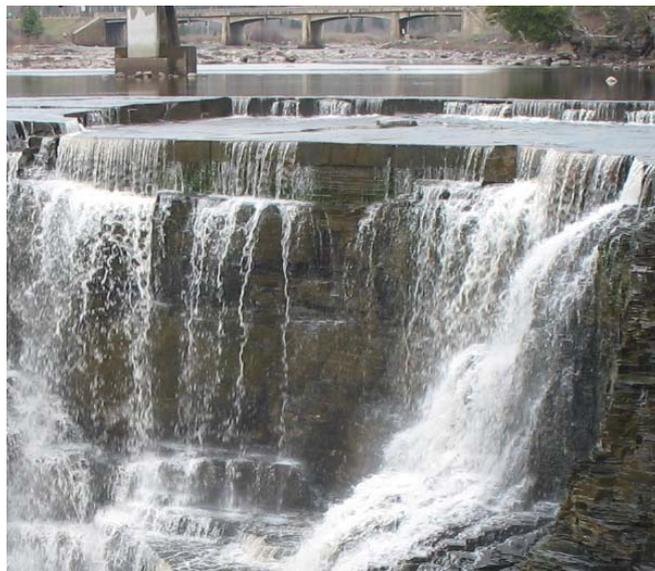
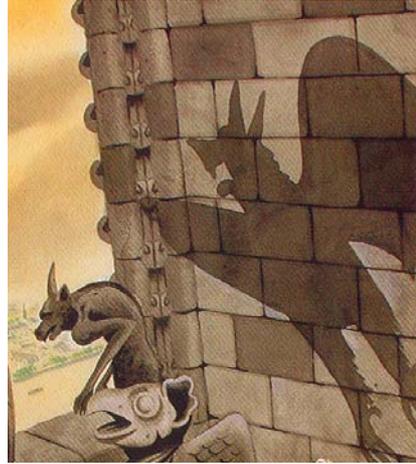
Agradezco al profesor Agustín Deméneghi Colina por sus enseñanzas donde a sus alumnos nos dio las bases para cimentar nuestro futuro, además de prolegómenos y consejos de ingeniería.

Agradezco al profesor Oscar Vega Roldán por el profesionalismo de sus clases, además de dedicar su tiempo a impartir clases a los futuros ingenieros hidráulicos del país.

Agradezco a otros profesores que ayudaron a mi desarrollo profesional por medio de sus clases, dándome los conocimientos determinantes en la aplicación de ingeniería profesores como, Enrique César Valdez, Ing. Guillermo Esquivel Castañeda, La Doctora Maria del Rocío Ruiz Urbano, El Ing. Humberto Gardea Villegas, Ing. Luis Candelas Ramírez, M.I. Fernando Favela Lozoya, M.I. Víctor Franco, Ing. Sergio Macuil Robles, Ing. Víctor M. Valdez Rubio.

Agradezco a los profesores Marco Antonio Peña Ramírez y Nichte Norma Ocampo Guerrero por sus enseñanzas en el laboratorio además de impartición de prácticas y asesorías múltiples en el área de hidráulica además de tener su amistad.

Agradezco a Fundación ICA por la impresión de este trabajo de tesis.



The psychological Expectations  
Had been derived in Motivation  
Wich refers to; in such a way,  
That satisfies the great needs  
Of the individual.

# **FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR EN UN EL CAJÓN MEDIANTE UN MODELO HIDRÁULICO VIRTUAL EN EL P.H. EL CAJÓN**

## **ÍNDICE**

### **CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO HIDROELÉCTRICO EL CAJÓN**

#### **1.1 DATOS GENERALES**

- 1.1.1 *Ubicación geográfica* 8
- 1.1.2 *Descripción general de la obra, estudios* 9
- 1.1.3 *Importancia de la obra de excedencias* 10

#### **1.2 DATOS DE CONSTRUCCIÓN**

- 1.2.1 *Volúmenes de Obra* 15
- 1.2.2 *Procedimiento constructivo* 20

#### **1.3 OBJETIVO DEL TRABAJO DE TESIS**

- 1.3.1 *Hidroelectricidad alternativa energética limpia* 22

### **CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL VERTEDOR**

#### **2.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA OBRA DE EXCEDENCIAS DEL P.H. EL CAJÓN**

- 2.1.2 *Consideraciones de diseño* 30

---

## 2.2 PRINCIPALES DATOS DEL PROYECTO ACTUAL

2.2.1 <i>Avenida de diseño</i>	31
2.2.2 <i>Volúmenes de control de avenidas</i>	33
2.2.3 <i>Volúmenes de obra</i>	34

## **CAPÍTULO 3. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR Y LOS AIREADORES**

### 3.1 ASPECTOS GENERALES DEL MODELO

3.1.1 <i>Datos básicos de diseño</i>	36
--------------------------------------	----

### 3.2 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO DEL PERFIL

3.2.1 <i>Aspectos generales</i>	37
3.2.2 <i>Solución numérica de la ecuación diferencial</i>	48
3.2.3 <i>Cálculo del perfil</i>	50
3.2.4 <i>Gráficas</i>	57

### 3.3 TEORÍA PARA DISEÑO DE AIREADORES

3.3.1 <i>Introducción y teoría del proceso de aireación</i>	58
3.3.2 <i>Validación y aplicación de la teoría y ecuaciones</i>	62

## **CAPÍTULO 4. MODELOS HIDRÁULICOS Y APLICACIÓN COMPUTACIONAL IXTLI**

### 4.1 ASPECTOS GENERALES

### 4.2 MODELOS HIDRÁULICOS EN LA INGENIERÍA CIVIL

4.2.1 <i>Introducción a las técnicas de modelaje</i>	69
4.2.2 <i>Modelos hidráulicos computacionales</i>	72

### 4.3 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

4.3.1 <i>Aspectos teóricos del modelaje</i>	72
4.3.2 <i>Consideración y validación de los modelos</i>	73
4.3.3 <i>Validación, comprobación y diagramas de flujo para un modelo hidráulico en particular</i>	75

---

4.4	MANEJO DE INFORMACIÓN VECTORIAL POR COMPUTADORA	
4.4.1	<i>Vectores en 3D DXF</i>	78
4.4.2	<i>Gráficos orientados a objetos</i>	78
4.5	DESCRIPCION DE MODELAJE DEL VERTEDOR EN EL NAVEGADOR IXTLI	
4.5.1	<i>Sistemas operativos comunes en ingeniería</i>	80
4.5.2	<i>Definición de un navegador</i>	80
4.5.3	<i>Interfaces gráficas y de ambientes virtuales</i>	80
4.6	LABORATORIO VIRTUAL DE MODELOS HIDRÁULICOS	
4.6.1	<i>Software de modelos interactivos</i>	81
4.6.2	<i>Aplicaciones genéricas y previsiones a futuro</i>	81
	<b>CONCLUSIONES</b>	82
	<b>REFERENCIAS</b>	85
	<b>ANEXOS</b>	86

# CAPÍTULO I. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO HIDROELÉCTRICO EL CAJÓN

## 1.1 DATOS GENERALES

### 1.1.1 Ubicación geográfica

La cuenca del río Lerma, lago de Chapala y río Santiago (región hidrológica XII) es la mas grande de México, Querétaro, Guanajuato, Aguas Calientes, Michoacán, Jalisco y Nayarit. En este complejo sistema hidráulico se tienen proyectados sistemas de aprovechamiento de hidroelectricidad. En el P.H. El Cajón a partir del 15 de noviembre de 2006 se puso en marcha la primera unidad de generación y posteriormente la segunda ampliándose en un 8% la capacidad hidroeléctrica del país.

El sitio de ubicación de esta central hidroeléctrica es a 47 Km de la ciudad de Tepic, en dirección sureste. En el estado de Nayarit al oriente de la ciudad de Tepic en los municipios de la Yesca y Santa Maria del oro, en terrenos comunales del poblado Cantile, sobre el río Santiago a 60 Km aguas arriba del P.H. Aguamilpa, sus coordenadas geográficas son 21°25'41" de latitud Norte y 104°27'14" de longitud Oeste. La central hidroeléctrica se encuentra ubicada a 47 km. en línea recta de la ciudad de Tepic, dirección sureste.

Forma parte de los terrenos comunales del poblado Cantiles, sobre el río Santiago 60 km aguas arriba del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa, las tierras bajo las aguas cubren una superficie de 3,942 hectáreas como se muestra en la figura 1.1.

Estos terrenos pertenecían a cuatro ejidos, a una comunidad indígena y a 36 pequeñas propiedades, de los municipios de La Yesca, Santa María del Oro, Jala e Ixtlán del Río, en el estado de Nayarit, y una pequeña parte del municipio de Hostotipaquillo, en el estado de Jalisco como se muestra en la figura 1.2.

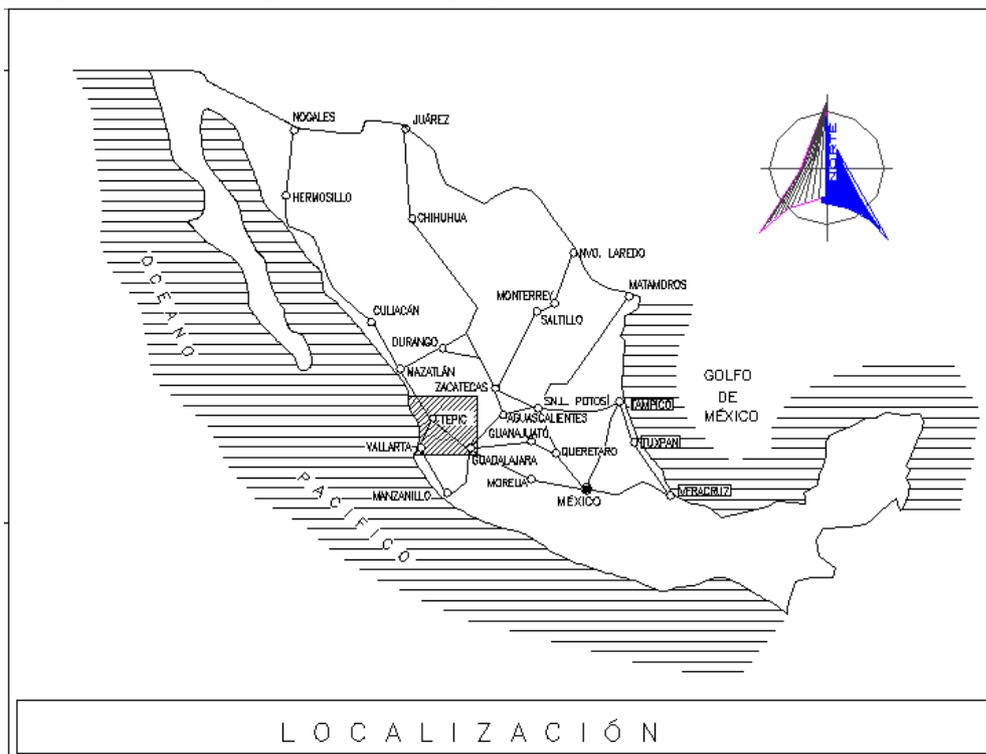


Figura 1.1. Ubicación geográfica del P.H. EL Cajón.

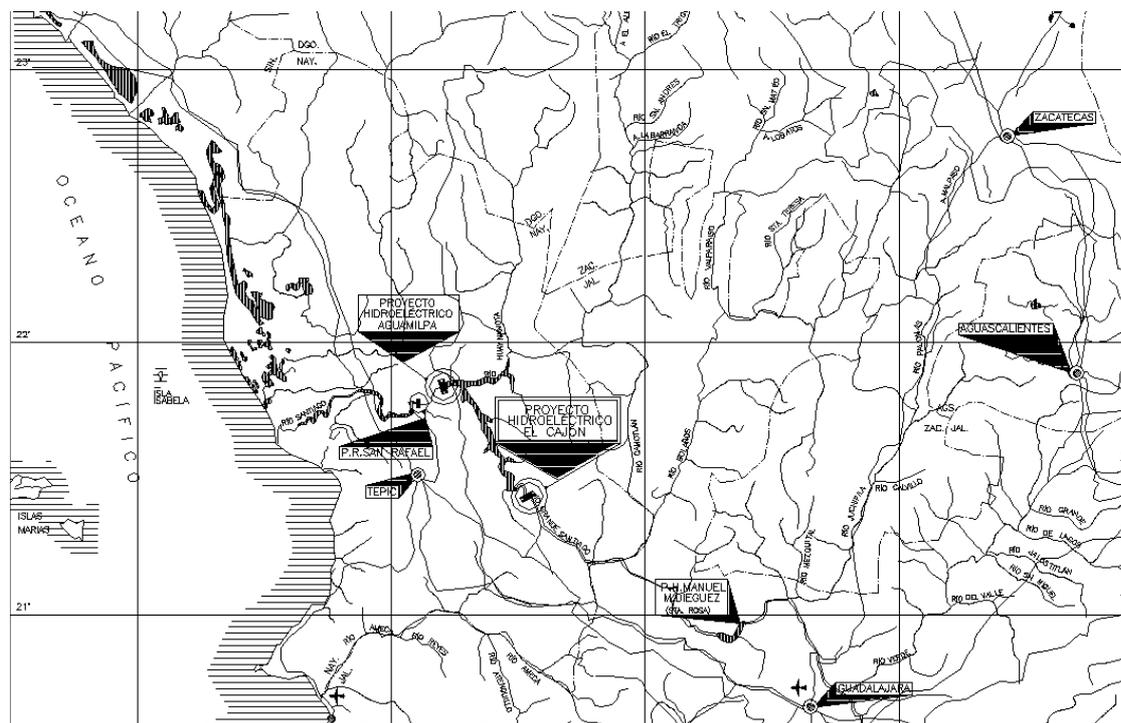


Figura 1.2. Ubicación geográfica del P.H. El Cajón.

### 1.1.2 Descripción general de la obra, estudios

El proyecto hidroeléctrico El Cajón forma parte del sistema Hidrológico Santiago, que comprende 27 proyectos con un potencial hidroenergético de 4300 MW. El Cajón ocupa el segundo lugar en potencia y generación dentro del sistema después de la central de Aguamilpa Solidaridad.

Los estudios básicos en el sitio demostraron la factibilidad del proyecto y condujeron a la realización de estudios específicos para precisar el conocimiento topográfico, geológico, geotécnico, social y ambiental del área.

Su embalse contribuirá a regular los escurrimientos de su cuenca y beneficiará a la central Aguamilpa, ya que al recibir su vaso las aportaciones reguladas del río, incrementará 69.61 GWh su generación firme y se reducirán las probabilidades de derrama por el vertedor.

El aprovechamiento está conceptualizado como planta para picos de consumo de energía eléctrica con una potencia total instalada de 750 MW con 2 unidades generadoras y una generación media anual de 1243 GWh.

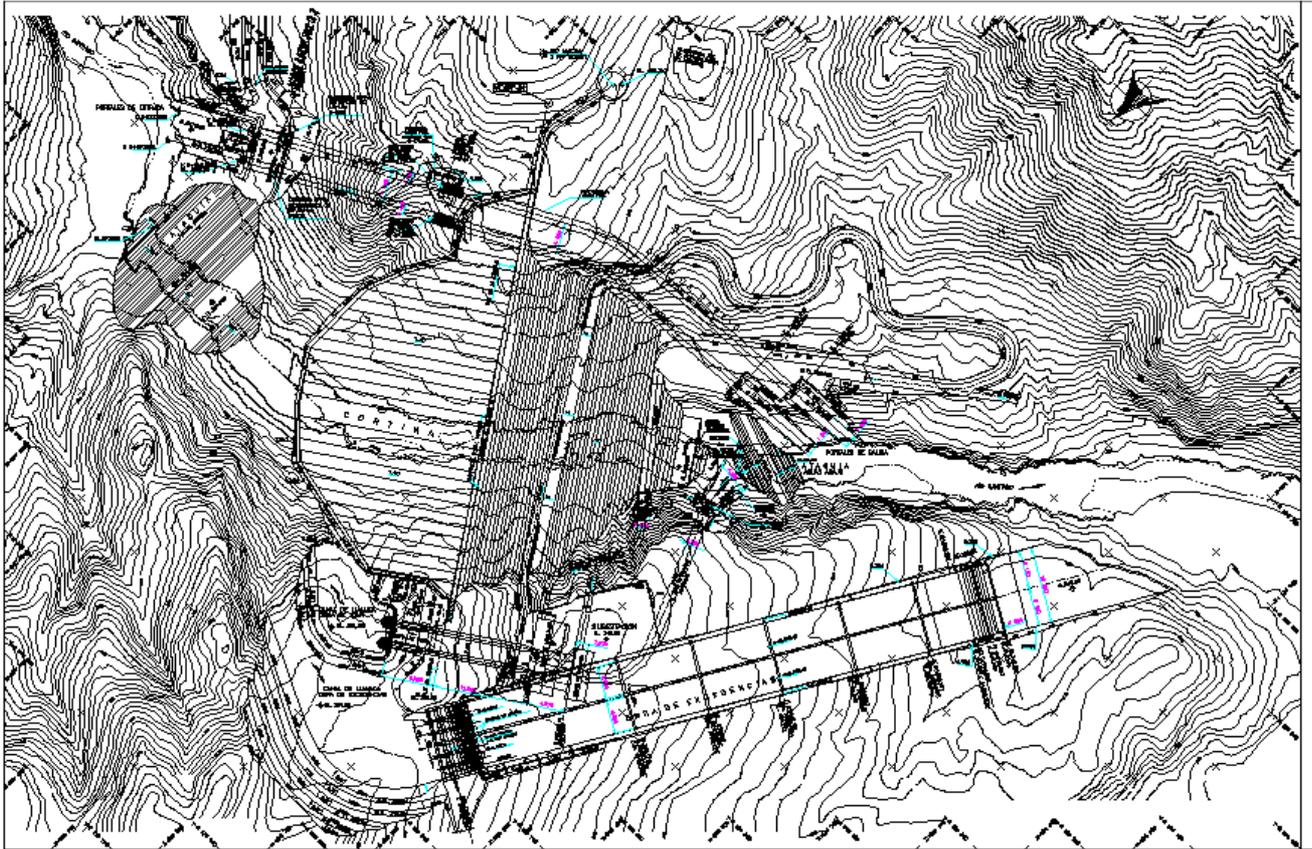


Figura 1.3. Conjunto de obras principales del P.H. El Cajón.

Con respecto a su estructura principal, la cortina tiene características fisiográficas y de diseño similares a la del P.H. Aguamilpa; argumento oficial central y nivel de referencia, a fin de promover su construcción por la experiencia adquirida en esa obra hidráulica Figura 1.3.

### 1.1.3 Importancia de la obra de excedencias

Las obras de excedencias, dentro de cualquier aprovechamiento hidráulico, son estructuras que garantizan el paso seguro de los volúmenes excedentes desde el embalse al tramo del río aguas abajo. El diseño apropiado del vertedor dependerá principalmente de la avenida de diseño, tipo y localización de la presa así como el tamaño y operación del embalse.

El vertedor del P.H. EL Cajón está ubicado en la margen derecha de la presa, en canal a cielo abierto, está constituido por: Un canal de llamada. (con un radio de curvatura exterior de 120 m e interior de 27.57 m), Una estructura de control (la corona de la estructura a la elevación 396 msnm.), una rápida (dos canales de 43.60 m de ancho, uno auxiliar y el otro de servicio)

---

Los principales factores que rigen la selección de un vertedor determinado son la confiabilidad y precisión de las avenidas, duración y cantidad de éstas.

Se requieren regulaciones de control estrictos para la operación no automática de las compuertas dependiendo de las políticas de operación de las compuertas.

Para el diseño del cimacio se utilizaron criterios que llegaron a la selección de un cimacio tipo Creager el cual está unido a un canal de pendiente pronunciada.

Dentro de la ingeniería de diseño necesaria para el correcto funcionamiento de esta obra se requirió un estudio hidrológico para obtener el gasto de diseño asociado a un período de retorno.

La selección de la obra de excedencias depende de los estudios Hidrológicos los cuales se describirán a continuación.

## **Hidrología**

A continuación se listan algunos parámetros hidrológicos básicos del sitio donde se encuentra el P.H. El Cajón.

- Temperatura media mensual máxima de 32° C en mayo y mínima de 23.2° C en enero
- Evaporación media mensual máxima de 317.8 mm en mayo y mínima de 129 mm en diciembre
- Precipitación media mensual máxima de 234.6 mm
- Esguerrimiento medio mensual máximo de 852 millones de m<sup>3</sup> en agosto y mínimo de 82 millones de m<sup>3</sup> en febrero.
- En la zona del proyecto, la temporada de lluvias se presenta muy marcada entre junio a octubre, y el estiaje entre noviembre y mayo. Durante el invierno se presentan lluvias en un porcentaje ligeramente mayor a 5% de la media anual
- Área de la cuenca aportadora: 54198 Km<sup>2</sup>
- Volumen de esguerrimiento medio anual histórico (1949-199) 4026 hm<sup>3</sup>
- Volumen de esguerrimiento medio anual menos usos futuros: 326 hm<sup>3</sup>
- Volumen medio aprovechable: 3166 hm<sup>3</sup>
- Gasto medio anual menos usos futuros: 105 m/s
- Gasto máximo registrado: 7029 m<sup>3</sup> /s.

La temperatura media mensual máxima de 32° C en el mes de mayo y mínima de 23.2 °C en el mes de enero. Evaporación media mensual máxima de 317.8 mm en mayo y mínima de 129 mm en diciembre. Precipitación media mensual máxima de 234.6 mm en julio y mínima de 10.7 mm en diciembre. Esguerrimiento medio mensual máximo de 918.8 millones de metros cúbicos en el mes de agosto y mínimo de 83 millones de metros cúbicos en febrero. En la zona del proyecto, la temporada de lluvias se

presenta muy marcada entre los meses de junio a octubre y el estiaje entre los meses de noviembre a mayo. Durante el invierno se presentan lluvias en un porcentaje ligeramente mayor al 5% de la media anual.



Figura 1.4. Cuenca hidrológica del P.H. El Cajón.

Tabla 1.1. Parámetros hidráulicos del Río Santiago.

Área de la cuenca aportadora	54,198 km <sup>2</sup>
Volumen de escurrimiento medio anual histórico (1949-1997)	4,077 hm <sup>3</sup>
Volumen de escurrimiento medio anual menos usos futuros (1998-2046)	3,357 hm <sup>3</sup>
Volumen medio aprovechable	3,183 hm <sup>3</sup>
Gasto medio aprovechable (1998-2046)	101 m <sup>3</sup> / s
Gasto máximo registrado	7,029 m <sup>3</sup> / s
Gasto de pico avenida de diseño para desvío	6,711 m <sup>3</sup> / s
Período de retorno	100 años
Gasto de diseño para el vertedor	15,900 m <sup>3</sup> / s
Período de retorno	10,000 años

Así mismo para el diseño de la cortina fue necesario conocer los hidrogramas, el respectivo tránsito de avenidas así como la curva de gastos elevaciones.

AVENIDAS HISTÓRICAS  
(Agosto de 1973)

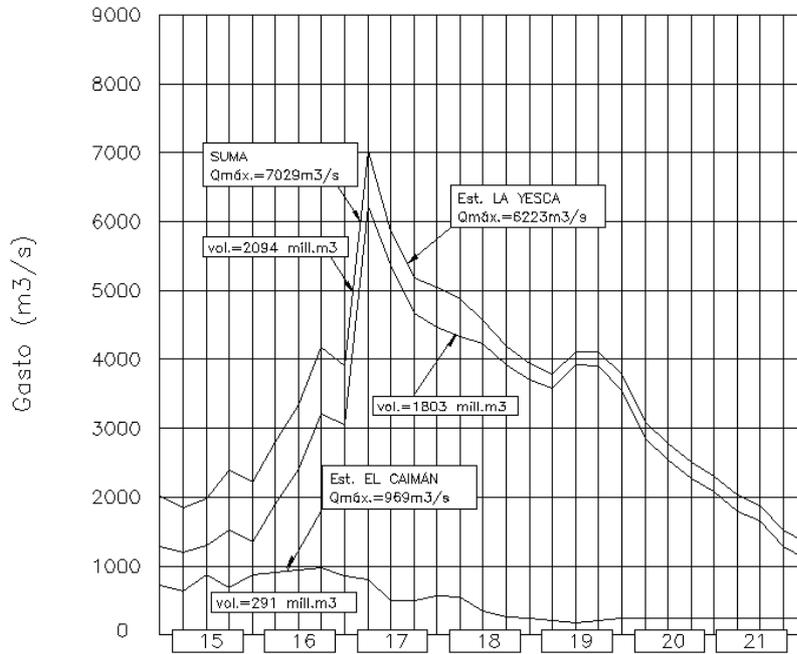


Figura 1.5. Avenidas históricas del Río Santiago.

En la figura 1.5 se muestran las avenidas históricas del río Santiago en las estaciones hidrométricas más importantes de la zona del proyecto.

La temporada de lluvias se presenta entre los meses de junio a octubre y el estiaje en los meses de noviembre a mayo. Durante el invierno se presenta lluvias en un porcentaje ligeramente mayor del 5% de la media anual.

## GASTO MÁXIMO PROBABLE

Distribución Gumbel para dos poblaciones

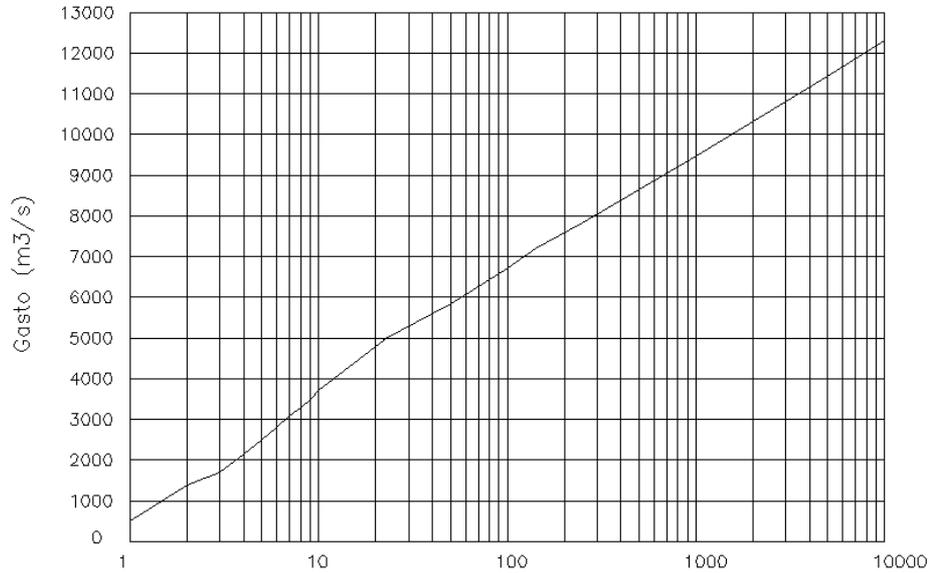


Figura 1.6. Gastos máximos probables en el Río Santiago.

Un análisis de datos extremos también es necesario para obtener a partir de los gastos máximos anuales el gasto de diseño asociado a un período de retorno; en este gráfico se muestra en escala logarítmica, así como la distribución utilizada para esta obra en la cual se consideró se tomó un período de retorno de 10,000 años debido a su importancia.

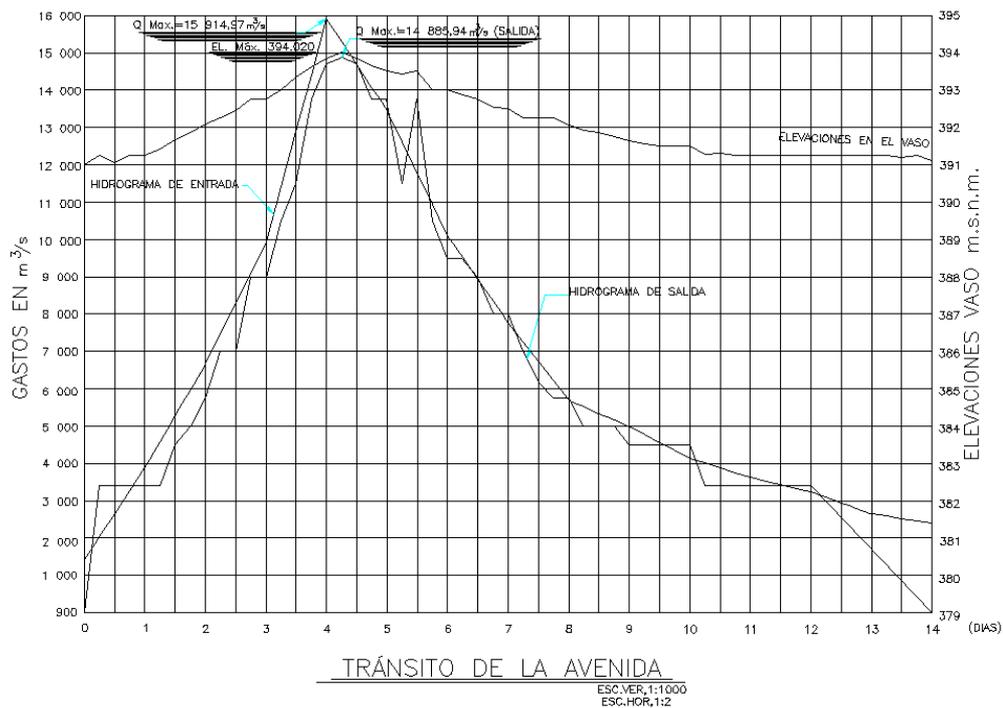


Figura 1.7. Tránsito de la avenida de diseño.

La proyección de la altura de la cortina tuvo que ver con un estudio de tránsito de avenidas, con la avenida de diseño asociada a un período de retorno como se muestra en la figura 1.7.

Para este tipo de estudios se requiere información de gastos máximos anuales para proyectar correctamente la obra civil que habrá de proyectarse.

En este histograma podemos distinguir los volúmenes de agua que el vaso podrá almacenar y aprovechar en la generación de hidroelectricidad.

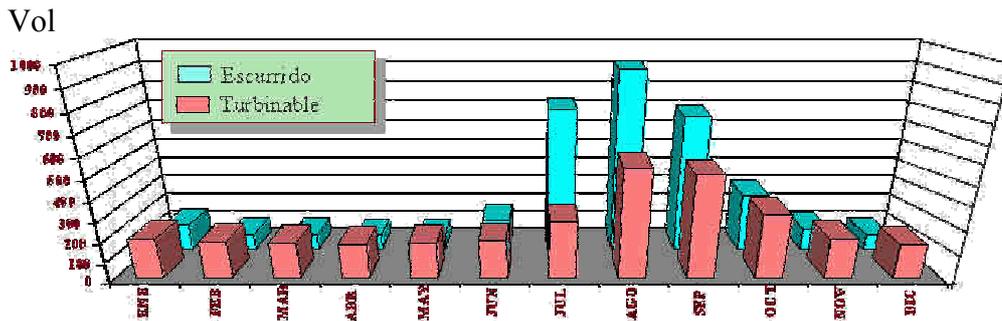


Figura 1.8. Histograma anual de volúmenes de agua escurrido y turbinado.

En la figura 1.8 se muestran los dos histogramas superpuestos, se observa que en los meses de julio agosto y septiembre se tendrán que abrir las compuertas para dejar escurrir el volumen excedente, en los otros meses se observa un déficit en el escurrimiento; sin embargo el vaso almacenará este volumen aprovechable o turbinable.

## 1.3 DATOS DE CONSTRUCCIÓN

### 1.2.1 Volúmenes de Obra

#### Obra de contención:

Consiste en una cortina de Enrocamiento con Cara de Concreto (ECC), con una altura de 186 m y taludes 1.4:1 tanto aguas arriba como aguas abajo. El cuerpo de la misma se compone de materiales graduados que dan apoyo a la cara de concreto formada con tableros de aproximadamente 15,0 m de ancho y espesor variable, la cara de concreto se apoya en el plinto que además de esta función sirve como plataforma para realizar las inyecciones de consolidación y pantalla impermeable que junto con un sistema de galerías excavadas en ambas laderas adyacentes al empotramiento de la cortina formaran el plano de estanqueidad.

La cara de concreto contará con un sistema de sellos y juntas de cobre y P.V.C.; que serán colocadas en todas las juntas de la cara de concreto y en la junta perimetral plinto-cara de concreto, estas protecciones deben garantizar que las filtraciones sean mínimas. Para medir estas filtraciones, se ubicará una galería filtrante al pie de la cortina en la zona aguas abajo, de tal manera que por ella se capten todas las

filtraciones que ocurran por el cuerpo de la presa y se pueda medir el gasto de filtración en cualquier época del año.

Con respecto a su estructura principal -la cortina- tiene características fisiográficas y de diseño similares a la del PH Aguamilpa; argumento oficial central y nivel de referencia, a fin de promover su construcción por la experiencia adquirida en esa obra hidráulica.

Consiste en una cortina de Enrocamiento con cara de concreto, el cuerpo de la misma se compone de materiales graduados que da apoyo a la cara de concreto formada con tableros de aproximadamente 15.0 m de ancho y espesor variable, la cara de concreto se apoya en el plinto que además de esta función sirve como plataforma para realizar las inyecciones de consolidación y pantalla impermeable. El volumen de materiales que se estimó para colocar en la cortina es de 10 500 000 m<sup>3</sup>. En toda la zona el tipo de material es roca ígnea y al hacer las pruebas arrojó que tenía buena resistencia.

Tabla 1.2. Datos complementarios de la obra de contención o cortina.

Elev. de la corona	396.00	msnm
Ancho de la corona	8.00	m
Talud, paramento de aguas arriba	1.5:1	
Talud, paramento de aguas abajo	1.48:1	

La cortina de 186.5 m de altura, consta de 10.3 millones de m<sup>3</sup> en su conjunto, tres capas de enrocamiento, y una losa de concreto del orden de 90 mil m<sup>3</sup> como se muestra en la figura 1.9.

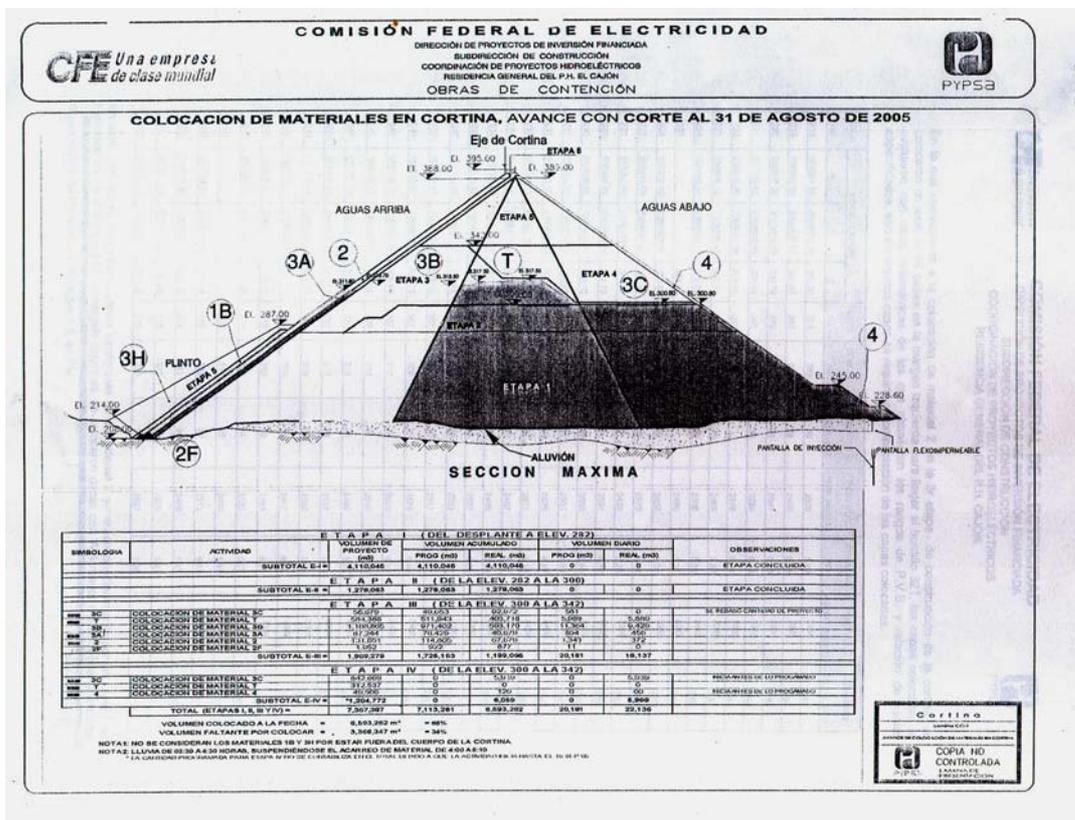


Figura 1.9. Plano general de la cortina del P.H. El Cajón.

Obras de Desvío:

Consiste en dos túneles de sección portal de 14 x 14 m y una longitud de 734,09 m y 835,06 m, localizados en la margen izquierda del río, excavados en roca, revestidos de concreto hidráulico en la plantilla y concreto lanzado en paredes y bóveda, diseñados para transitar la avenida de diseño (7011m<sup>3</sup>/s). Los portales de entrada y salida serán excavados en roca, cada túnel cuenta con una lumbrera revestida de concreto para alojar y operar los obturadores accionados por malacates estacionarios para el control del flujo de agua. La compuerta se deslizará a través de una lumbrera vertical revestida de concreto por medio de un malacate; el mecanismo instalado estará en la plataforma junto al marco que soportará la compuerta durante el cierre final.

Se complementa con dos ataguías, construidas con materiales graduados. El núcleo impermeable de ambas ataguías (una a cada lado de la cortina) estará ligado a una pantalla impermeable construida sobre aluvión, hasta la roca sana del fondo del cauce del río para evitar filtraciones hacia la zona de construcción de la cortina, garantizando la correcta construcción del núcleo y pantalla impermeables, para tener las condiciones adecuadas en la zona del desplante del plinto, lo cual consiste en tener seca dicha zona, es conveniente realizar la construcción de las ataguías antes del periodo de lluvias. Para la estabilización de las excavaciones se deberán realizar los tratamientos al macizo rocoso, consistentes en: pre-anclajes, anclajes, concreto lanzado, y en los portales de entrada y salida se deberán utilizar ademes metálicos

Algunos datos técnicos se observan en la siguiente tabla:

Tabla 1.3. Datos técnicos de las obras de desvío del P.H. El Cajón.

Excavaciones a cielo abierto	584 844	m <sup>3</sup>
Excavaciones subterráneas	338 818	m <sup>3</sup>
Terracerías	867 494	m <sup>3</sup>
Concretos	16 919	m <sup>3</sup>
Sobreacarreo	1027 922	m <sup>3</sup> /km
Acero de Refuerzo	610	t
Barrenación para drenaje	17 286	m
Barrenación para impermeabilizar	624	m
Anclaje	189 523	m
Malla electrosoldada	127 361	m <sup>2</sup>
Concreto lanzado	12 433	m <sup>3</sup>
Bombeo	7 005	hr
Marcos metálicos	621	t
Pantalla plástica	625	m <sup>2</sup>
Nota: En túneles y ataguías		

---

Obras de generación:

Se localizan en la margen derecha del río; consisten en una obra de toma de concreto reforzado, con rejillas metálicas, para evitar la entrada de desechos flotantes, al inicio de los túneles. La estructura de control está compuesta por dos compuertas deslizantes de servicio operadas con servomotores. La conducción del agua se efectuará por 2 túneles circulares a presión, de 7.95 m de diámetro, para alimentar las turbinas, construidos de concreto reforzado en su primera parte y posteriormente revestidos con camisa metálica.

La casa de máquinas se encuentra alojada en una caverna excavada en roca, sus losas, muros y bóveda son de concreto reforzado, equipada con dos grupos turbogeneradores. Las turbinas son tipo Francis de eje vertical. Se ingresa a ella mediante un túnel de acceso vehicular dimensionado de acuerdo con las partes más grandes de los equipos que se van a instalar. Cuenta con un sistema forzado de ventilación por medio de tres lumbreras verticales y una lumbrera más para contener los cables de control, fuerza y medición.

En la casa de máquinas se instalarán dos grúas viajeras con capacidad conjunta para realizar el montaje y los servicios de mantenimiento de todos los equipos y sistemas auxiliares de los turbogeneradores. También se instalará una turbina auxiliar tipo Francis de eje horizontal, para el suministro de energía eléctrica para los servicios auxiliares de la central en caso de emergencia. La energía se conduce a través de lumbreras verticales hasta la superficie, por medio de buses de fase aislada a los transformadores que van a elevar el voltaje de 17 a 400 kV a través de dos líneas de transmisión. La subestación debe ser del tipo blindado, con dispositivos en atmósfera de hexafluoruro de azufre (SF6) y se alojará en un edificio construido en una plataforma a cielo abierto; de manera similar se ubican los transformadores de potencia, casetas de ventilación, control, baterías y la subestación blindada de servicios auxiliares de la central con una tensión 13.8 kV.

Las obras de generación se localizan en la margen derecha; consisten en una obra de toma de concreto reforzado y rejillas metálicas, la estructura de control está compuesta por dos compuertas deslizantes de servicio operadas con servomotores; la conducción del agua hacia la casa de máquinas se efectuará por 2 túneles circulares a presión, de concreto reforzado en su primera parte y posteriormente revestidos con camisa metálica.

La casa de máquinas es subterránea y su ingreso se hace por medio de un túnel vehicular. La obra se complementa con la galería de oscilación y el túnel de desfogue, ambos excavados en roca.

Tabla 1.4. Datos complementarios de la obra de generación.

<b>De la obra de generación</b>		
Elev. NAMO	391.00	msnm
Elev. NAMINO	346.00	msnm
Turbinas, dos tipo Francis	380.33	MW c/u
Gasto de diseño	259.77	m <sup>3</sup> /s c/u

### Casa de Máquinas:

La casa de máquinas se encuentra alojada en una caverna excavada en roca, sus losas, muros y bóveda son de concreto reforzado, equipada con dos grupos turbogeneradores; las turbinas son tipo Francis de eje vertical. Se ingresa a ella mediante un túnel de acceso vehicular dimensionado de acuerdo con las partes más grandes de los equipos que se van a instalar. Cuenta con un sistema reforzado de ventilación por medio de tres lumbreras verticales y una lumbrera más para contener todos los cables de control, fuerza y medición.

En la casa de máquinas se instalaron grúas viajeras con la capacidad conjunta para realizar el montaje y los servicios de mantenimiento de todos los equipos y sistemas auxiliares de los turbogeneradores. También se instaló una turbina auxiliar de iguales características en caso de emergencia. La energía se conduce a través de lumbreras verticales hasta la superficie, por medio de buses de fase aislada a los transformadores que van a elevar el voltaje de 17 a 400 KV. La subestación debe ser del tipo blindado, con dispositivos en atmósfera de hexafloruro de azufre (SF6) y se alojará en un edificio construido en una plataforma a cielo abierto, de manera similar se ubican los transformadores de potencia, casetas de ventilación, control, baterías y la subestación blindada de servicios auxiliares con una tensión 13.8 KV.

### Turbogeneradores:

Tabla 1.5. Datos generales de los turbogeneradores del P.H. El Cajón.

Tipo	Francis (eje vertical)	
Número de unidades	2	
Velocidad síncrona nominal (preliminar)	150,01	RPM
Altura de succión	-7,32	m
Carga neta máxima	168,94	m
Carga neta mínima	121,80	m
Carga neta de diseño	156,54	m
Potencia máxima	422,56	MW
Potencia mínima	249,20	MW
Potencia nominal (a carga neta de diseño)	380,30	MW
Gasto de diseño	259,80	m <sup>3</sup> / s
Elevación al CL del distribuidor	213,06	m.s.n.m.
Eficiencia MP (a carga mínima)	93,75	%
Eficiencia MP (a carga de diseño)	95,40	%
Eficiencia MP (a carga máxima)	94,54	%
Velocidad específica	167,07	kW-m
Consumo específico	2,49	m <sup>3</sup> / kWh

---

## Cantidades de concreto

Los concretos hidráulicos se han colando para las diversas estructuras del proyecto, tanto en las denominadas menores como las plantillas, banquetas, firmes, registros, cimentaciones menores, restituciones y relleno, como en las estructuras o elementos mayores, como muros, plinto, cara de la presa, captación de aguas, vertedor, sostenimiento y revestimiento de los túneles de desvío y conducción, casa de máquinas y otras obras menores.

concreto hidráulico	340 000	m <sup>3</sup>
concreto lanzado	25 000	m <sup>3</sup>

### Obras de Control y Excedencias:

Diseñada para un gasto máximo de 15 900 m<sup>3</sup>/s correspondiente a un periodo de retorno (Tr) de 10 000 años. Inicia en un canal de llamada excavado a cielo abierto en la margen derecha, la zona de control está formada por el cimacio y pilas de concreto reforzado para conformar 6 vanos equipados con compuertas radiales operadas por servomotores y grúa pórtico para los obturadores; el canal de descarga (91,00 m de ancho) es de sección rectangular revestido con concreto reforzado y 5 aireadores en el piso, está dividido por un muro longitudinal, rematando en una cubeta deflectora tipo salto de sky.

#### 1.2.2 Procedimiento constructivo

A manera muy general el procedimiento constructivo de una presa abarca una serie de procedimientos constructivos con una secuencia lógica (diagrama de obra) de acuerdo a las avenidas del río en los meses de estiaje o lluvias.

La obra de desvío, ubicada en la margen izquierda en condiciones geológicas menos favorables que las de la margen derecha, consiste en dos túneles de 811 y 734 m de 14 m de sección y 14 m de alto que se complementan con dos ataguías, una aguas arriba y otra aguas abajo. La primera ataguía queda desligada del cuerpo de la presa por la razón fundamental de que el plinto debe empotrarse y cimentarse en la roca sana del fondo de la presa para así evitar posibles comportamientos indeseables respecto a la filtración y deformación del agua.

Las precauciones en el proceso constructivo de esta zona en particular llevaron a los ingenieros geólogos a verificar y medir las excavaciones hechas con un barreno piloto para constatar la calidad de la roca y en la construcción al prevenir la colocación de marcos, anclajes, y especificar concreto lanzado en la bóveda de los túneles y concreto hidráulico en paredes y piso.

La construcción de la cortina (obra de contención), posteriormente de hacer la preparación para la cimentación con inyecciones de lechada en la base de la cimentación, colocado de concreto en una falla geológica subyacente al plinto, colocado del plinto (la estructura que recibe el empotramiento de la cara de concreto), limpieza de las laderas ampliando la boquilla asegurándose que en roca sana se colocaran

las estructuras. Posteriormente se fue colocando el material de la estructura principal bajo una selección y control de calidad estrictos después de humedecerlos para darle una mejor densidad cuando se compactan. Las placas de concreto de 80 cm y 1.4 metros aproximadamente se colocaron simultáneamente en la cara del embalse. Estas caras de concreto tienen como función disminuir la infiltración del agua dentro del núcleo de la presa; en la medida en que se avanza con la presa se colocan también las caras de concreto

La excavación de la casa de maquinas requirió de la excavación de túneles y galerías, colocado de concretos con cierta resistencia o concreto lanzado en estructuras que no lo requieren. Mediante un estudio geológico exhaustivo determinante en ingeniería de diseño fue posible dar la integridad que requiere esta obra debido a su importancia.

Proyectadas en la margen derecha, las obras de excedencia, se propuso que se formaran por seis vanos en las pilas, y una cubeta deflectora en la descarga. La estructura de estas obras se diseñó para una avenida de 15915 m<sup>3</sup>/seg y una capacidad de descarga de 14900 m<sup>3</sup>/seg.

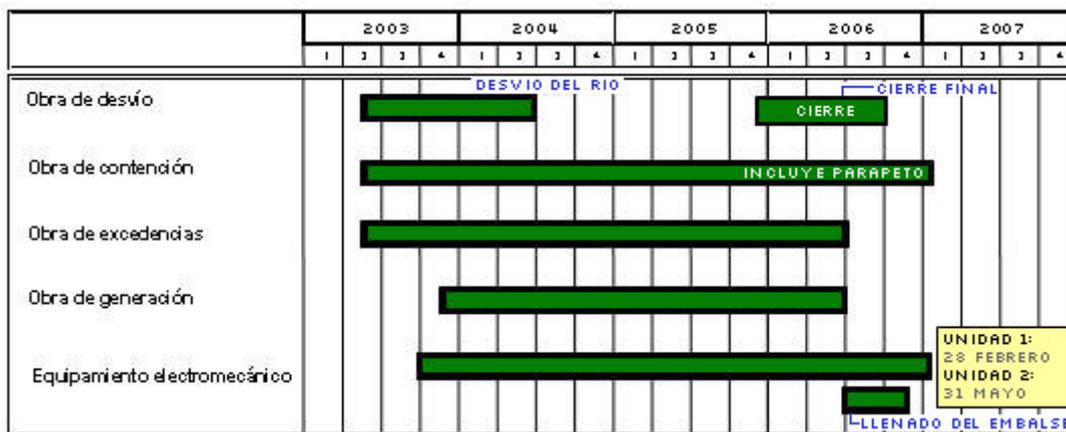


Figura 1.10. Diagrama de Grantt para estructuras del P.H. El Cajón.

Se puede constatar en el diagrama de obra mostrado en la figura 1.10 que debido a la magnitud de las obras se construyeron de manera simultánea; la obra que tardó mas tiempo fue la cortina debido a los enormes volúmenes además de el estricto procedimiento constructivo requiere de una compactación, colocado adecuado del material, estudios a realizar, instrumentación y demás procedimientos.

### 1.3 OBJETIVO DEL TRABAJO DE TESIS

El Proyecto “Visualización Tridimensional del Funcionamiento Hidráulico de la Obra de Excedencias del Proyecto Hidroeléctrico El Cajón, Nayarit”, tiene como objetivos principales los siguientes.

Realizar el análisis hidráulico del perfil de la superficie libre del agua sobre la obra de excedencias cuando ésta opere bajo tres diferentes condiciones de operación no controlada. Posteriormente, realizar la comparación entre los resultados obtenidos del modelo numérico con los del modelo hidráulico

---

experimental de la obra de excedencias obtenidos en el Laboratorio de Hidráulica de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), ubicado en Cuernavaca, Morelos.

Desarrollar el modelado tridimensional del perfil del agua sobre el cimacio de la obra de excedencia para las tres condiciones de operación establecidas, para lo cual se deberán utilizar modelos gráficos tridimensionales.

Implementar la visualización tridimensional del comportamiento del agua en la obra de excedencias a través de un visualizador computacional interactivo.

Contar con un visualizador interactivo de modelos tridimensionales de las estructuras que componen un Proyecto Hidroeléctrico es de importancia para la CFE, toda vez que esta herramienta se convierte en necesaria para mostrar mediante una computadora de escritorio o una sala de visualización, el funcionamiento hidráulico de la obra de excedencias.

Con la participación de la UNAM, se complementará el desarrollo de la investigación en software para gráficos que usa la Coordinación de Proyectos Hidroeléctricos de la CFE y contribuirá a fortalecer el crecimiento en este aspecto poco desarrollado en México y que la CFE considera necesario para el diseño y seguimiento de sus obras, así como el desarrollo de maquetas electrónicas para sus proyectos hidroeléctricos.

La participación de la Universidad permitirá fortalecer el rigor científico para efectuar el análisis del diseño hidráulico de las obras de excedencias mediante la conjugación de modelaciones tanto experimentales como numéricas, siendo ésta una herramienta de la Hidráulica.

En el presente trabajo profesional se muestra la importancia de la elección de centrales hidroeléctricas como una alternativa de energía rentable en la actualidad, también se mostraran las técnicas de modelaje así como los cálculos de un perfil hidráulico determinantes dentro del diseño de la obra de excedencias. Se explicará en grandes rasgos el funcionamiento de Gráficos virtuales tridimensionales así como su manejo dentro de la computación vectorial.

### *1.3.1 Hidroelectricidad alternativa energética limpia*

Después de hacer una comparativa con datos de generación hidroeléctrica del CENACE (Centro de Distribución Eléctrica Nacional) y ver artículos de la revista Obras de Ingeniería civil y la revista del colegio de Ingenieros civiles IC podemos concluir la preferencia de este tipo de proyectos sobre los proyectos de generación de energía nucleoeléctricos, carbonoeléctricos o gaseoléctricos. Al ver las gráficas se concluye que la construcción de centrales hidroeléctricas a gran escala dan un mayor beneficio tanto en una mayor producción de energía como en el costo de los recursos naturales para generarla.

La hidroelectricidad es una alternativa de energía limpia, además de ayudar al beneficio social y ser un aprovechamiento hidráulico multipropósito.

Se destaca también el beneficio social a lograr ya que se beneficiaría a un gran número de familias teniendo beneficios a largo plazo de desarrollo y beneficio social en los sectores financieros y energéticos.

Un problema actual es el abasto de combustible. Las centrales que operan con gas natural líquido enfrentan problemas por la excesiva demanda a nivel mundial, lo que ha frenado el avance de la industria eléctrica en el país. Ante el reto de resolver el abasto de combustibles como el gas, la CFE decidió volver a construir hidroeléctricas, tras 10 años de haberlas dejado en el archivo dado que requieren una fuerte inversión inicial, en este caso de 750 mdd. Los estudios necesarios para hacer El Cajón ya existían, solo existió la necesidad de actualizarlos. La energía producida por las hidroeléctricas es una energía limpia, su construcción genera un impacto ambiental fuerte, en contraste su operación no emite gases contaminantes.

Con su puesta en marcha se evitara la combustión de dos millones de barriles de combustóleo al año, con el efecto positivo al medio ambiente y a la economía de los hidrocarburos.

De 1994 a 2000 hubo un rezago de los precios energéticos (petróleo, combustóleo, gas). En estos años se dijo que éramos superhabituados en el gas natural, por lo que la CFE decidió invertir en plantas de generación de energía de ciclo combinado.

Hoy en día el gas esta tomando su precio realista y el combustóleo esta en 70 dólares el barril, lo que ha colocado a las hidroeléctricas como fuentes de generación muy competitivas ya que tienen costos de operación bajos. Observese la figura 1.11.

Generación por fuente \*

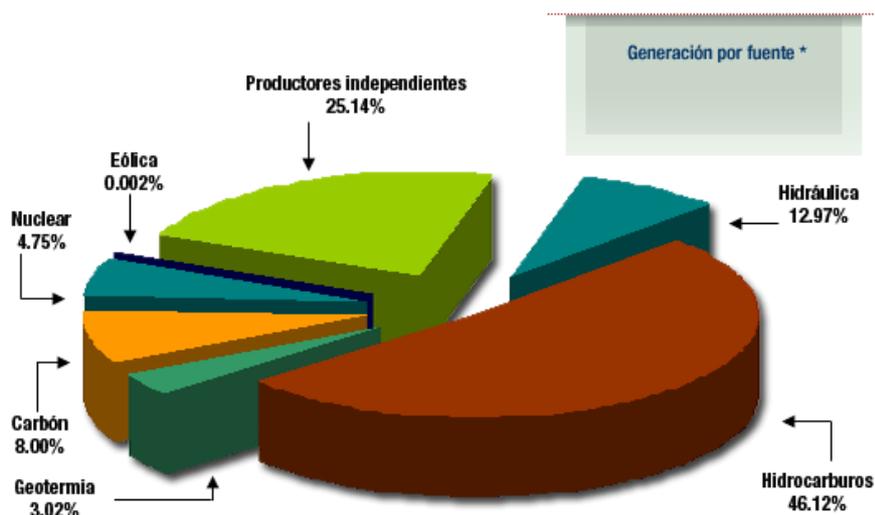


Figura 1.11. Porcentaje de los diferentes tipos de generación en el país.

---

## CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL VERTEDOR

### 2.1 Descripción general de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

#### Proyecto Hidroeléctrico El Cajón, Nayarit

##### Obras de Control y Excedencias

El Vertedor del P.H. El Cajón colocado en la margen derecha de la presa, en canal a cielo abierto está constituido por el conjunto de obras que se describen a continuación:

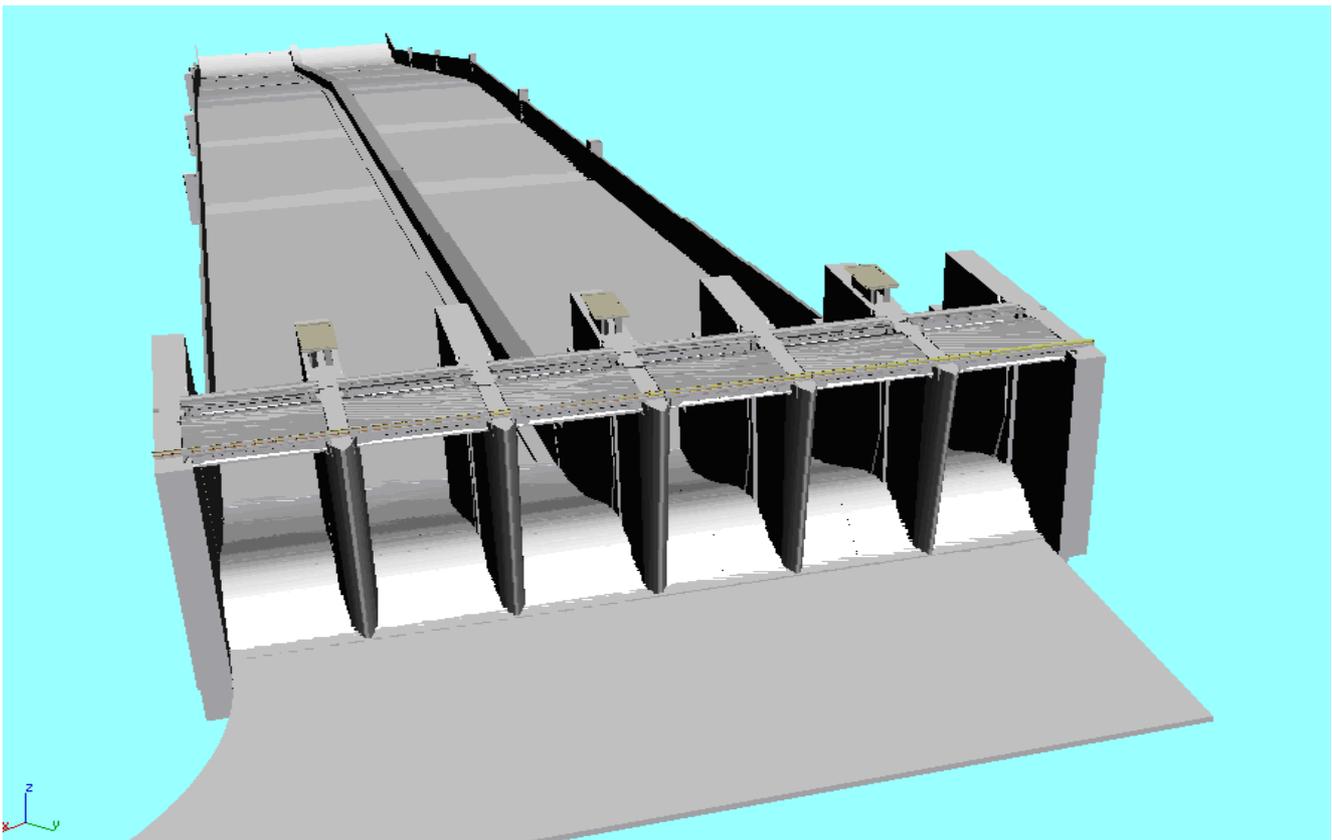


Figura 2.1. Vista general de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

- **Un canal de llamada.**

De un ancho variable a la elev. 367.00 msnm para conducir la llegada del agua de manera gradual hacia la sección vertedora en forma casi perpendicular. Con un radio de curvatura exterior de 120 m e interior de 27.57 m.

**-Una estructura de control**

La estructura está constituida por un cimacio tipo Creager a la elev 372 msnm, con seis vanos de 12 m, pilas de 3.80 m, y compuertas de 25 m de radio. La corona de la estructura a la elev 396 msnm.

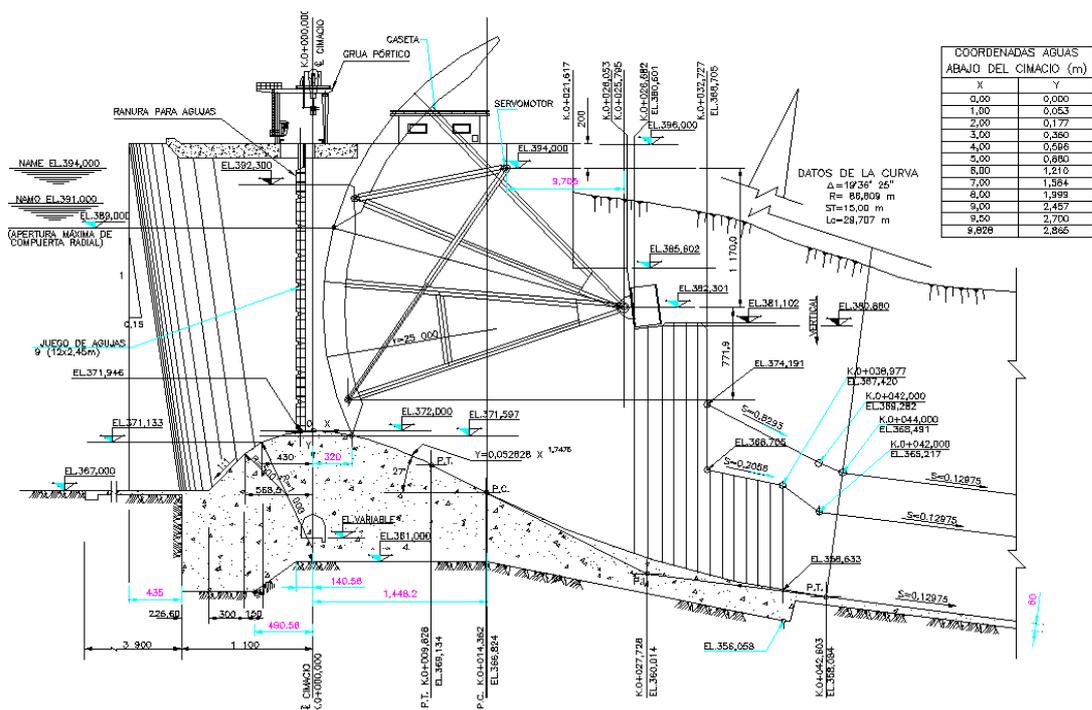


Figura 2.2. Estructura de control de la obra de excedencias.

**- Una rápida**

La rápida está formada por dos canales de 43.60 m de ancho, un auxiliar y el otro de servicio, separados por un muro divisorio de 3.8 m y de altura variable de 11 a 4.5 m. La pendiente longitudinal de los mismos cambia de 0.12975 a 0.2359, unidas por una curva vertical

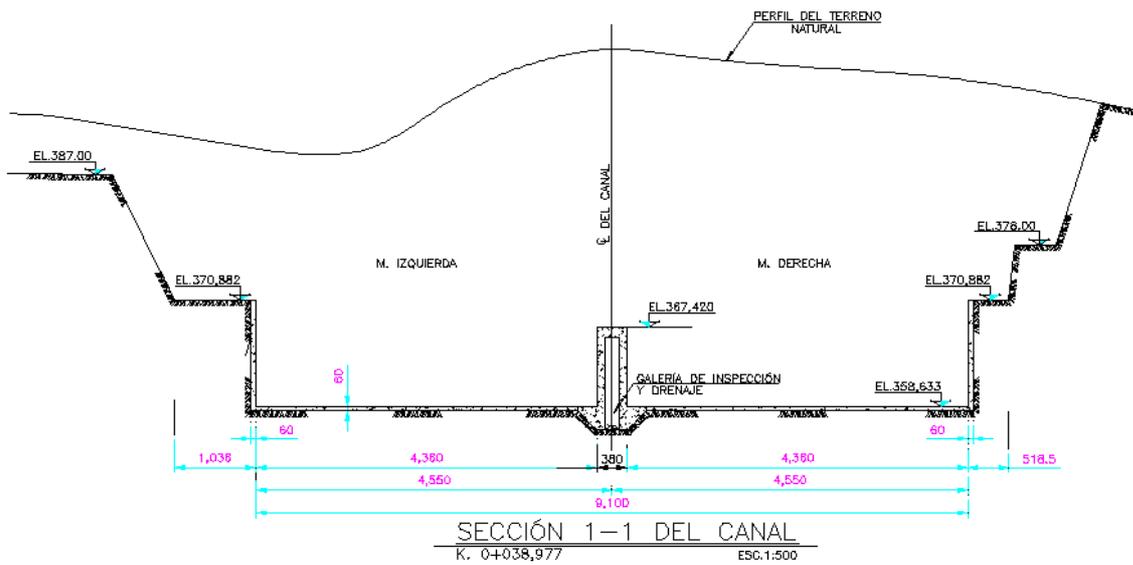


Figura 2.3. Sección transversal de la rápida de la obra de excedencias.

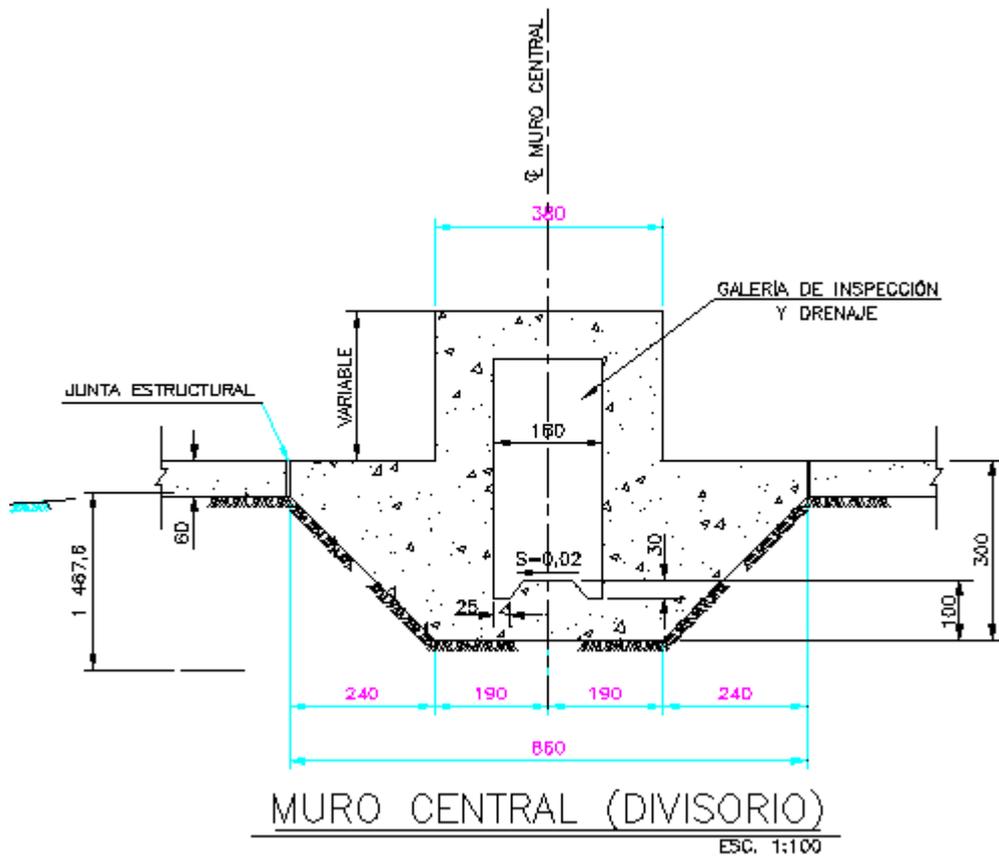


Figura 2.4. Detalle del muro central de la rápida.

**- Los aireadores**

Los cinco aireadores se ubican a cada 100 m. El primero de ellos a 242 m de la cresta vertedora está constituido por un escalón deflector de 1.50 m de altura del umbral y de 0.35 m de altura de la rampa, a

todo lo ancho de los canales; el aireador presenta una pendiente de 0.087 en el piso del mismo, para el desagüe del agua que pudiera llegar a introducirse.

El suministro del aire, asimétrico a la plantilla de la rápida, se realiza a través de lumbreras ubicadas en los muros laterales del canal auxiliar y el de servicio; el primer aireador, consta de lumbreras de 1.29 x 3.00 m de sección transversal con una abertura de 4.03 m<sup>2</sup> en su parte inferior. En los muros laterales, se realiza con expansiones del muro de 0.10 m de ancho, en una longitud de 10.0 m.

### - Estructura terminal

Los ángulos de despegue de la cubeta deflectora del canal auxiliar y de servicio son de 20° respectivamente, los radios de curvatura de 66.97 m. El labio de la cubeta de las estructuras terminales, se encuentra a la elevación 246.84 msnm.

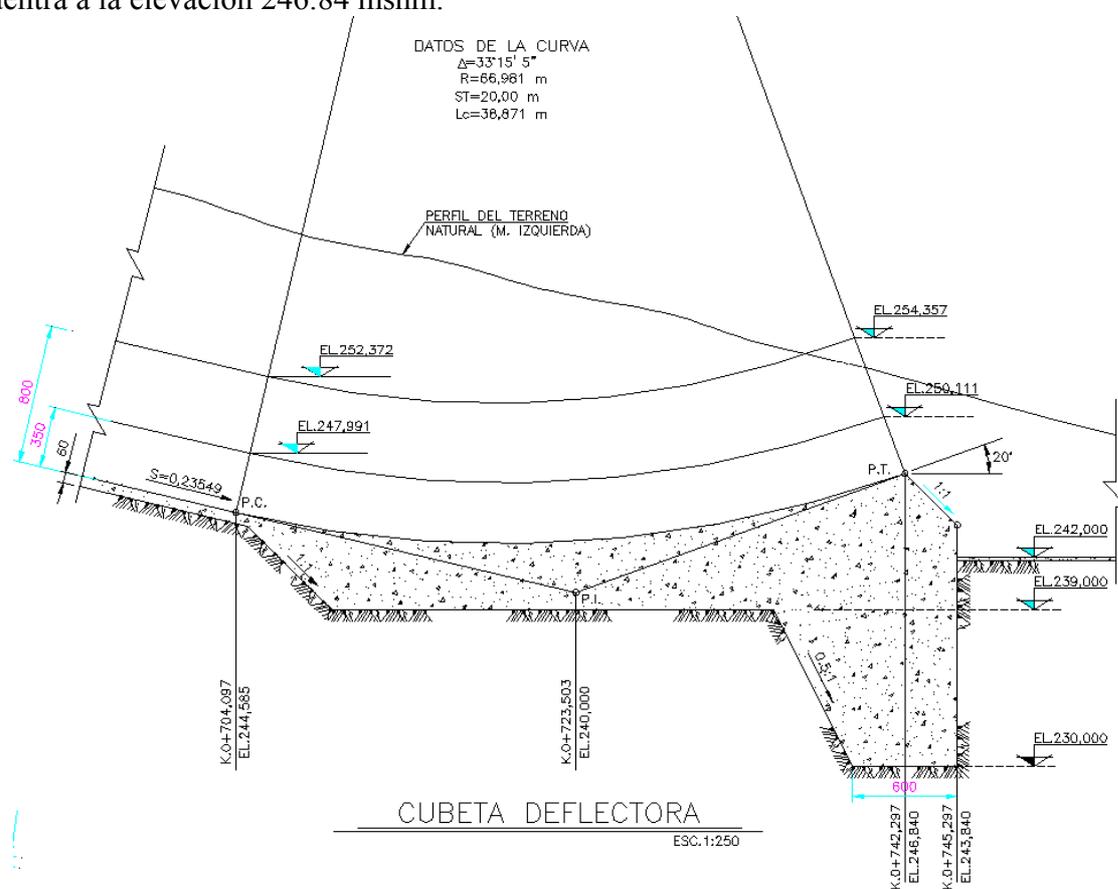


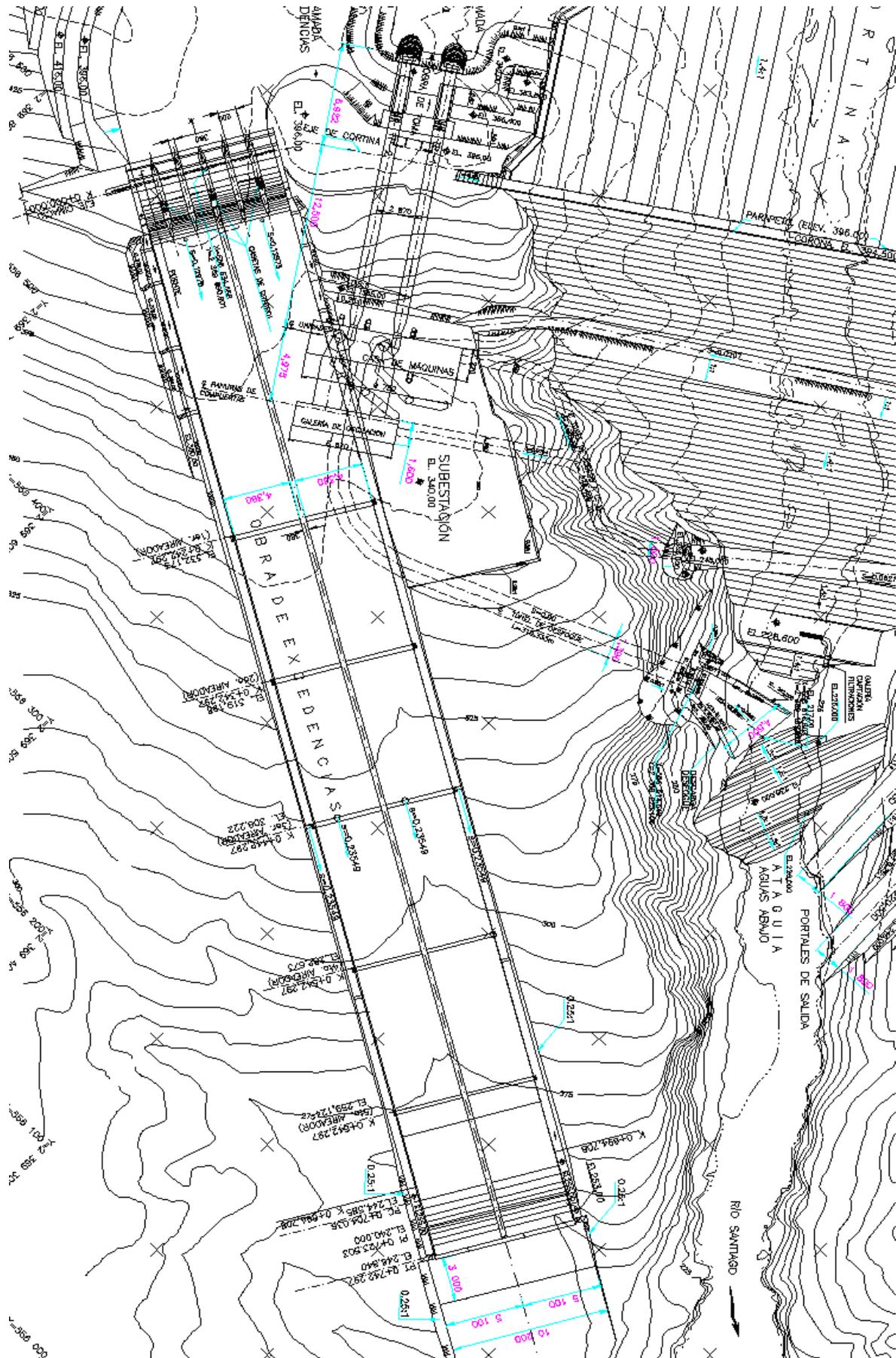
Figura 2.5. Estructura terminal de la obra de excedencias.

El vertedor está desplantado en la margen derecha del río Santiago por la unidad TicU3, ignimbrita riodiacítica, delimitada entre el nivel del río y la superficie constituida por rocas compactas duras y con pseudo estratos que varían de gruesos a delgados (0.25-1.50 m), a veces intercalados con arcilla.

**Principales datos de la obra de excedencias actual, se muestran en la siguiente tabla:**

Tabla 2.1. Datos generales de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

<b>Elevación del NAME</b>	<b>394.00</b>	<b>msnm</b>
	367.00	msnm
Elevación de la cresta vertedora	372.00	msnm
Elevación del labio de la cubeta	246.84	msnm
Elevación de la plantilla de descarga al cauce	242.00	msnm
Longitud de la cresta vertedora	72.00	m
Ancho canal de servicio y auxiliar	43.60	m
<b>Número de aireadores.</b>	<b>5</b>	
Ángulo de lanzamiento de las estructuras terminales	20°	
Gasto de diseño al vertedor	14864	m <sup>3</sup> /s



---

Figura 2.6. Planta general de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

### 2.1.2 Consideraciones de diseño

Después de concluir el cierre final de la obra de desvío y comenzar el llenado del embalse en las etapas en las que se pone en marcha la central hidroeléctrica, se observará el funcionamiento real de la obra de contención, observándose su funcionamiento al estar sometida a el empuje hidráulico del embalse. Asimismo su obra de control y excedencias entrarán en funcionamiento, con una descarga máxima de 15000 metros cúbicos por segundo deducida por presuponer enormes caudales de diseño, los cuales tienen variables basadas en distribuciones de probabilidad y un período de retorno bastante amplio, donde la aportación específica de esa norma de proyecto es dar una vanguardia y calidad a las obras civiles asegurando el funcionamiento futuro de la central hidroeléctrica.

En los meses de junio a octubre, época donde se optimizaría su generación, será mayor con relación al vertedor del PH Aguamilpa; sin importar que el PH El Cajón se ubicará río arriba y su superficie de cuenca es menor.

El canal de llamada, la zona de control, el canal de descarga, la cubeta deflectora y el canal de salida, ubicados en la margen derecha del río Santiago, se conocen en conjunto como obras de excedencias. Se excavaron con explosivos a cielo abierto y se construyeron con concreto armado.

La excavación tenía que llegar hasta el nivel de desplante de las estructuras de concreto en la zona de control. El material aprovechable de la excavación se envió para su colocación en la cortina y el no aprovechable a la zona de desperdicio, que quedará inundada. En general, el procedimiento utilizado para la excavación de estas estructuras también se usó para la obra de toma y para la zona de la subestación de las obras de generación.

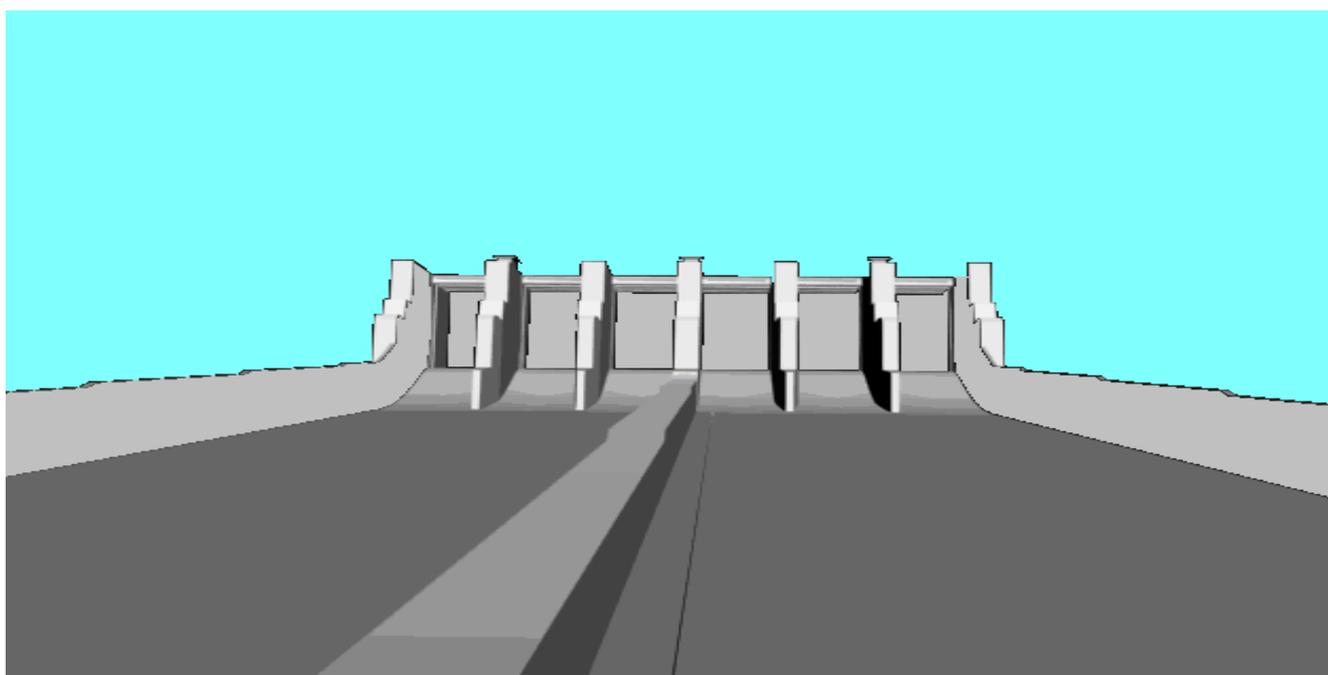


Figura 2.7. Vista tridimensional de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

## 2.2 PRINCIPALES DATOS DEL PROYECTO ACTUAL

### 2.2.1 Avenida de diseño

Diseñada para un gasto máximo de  $15\,900\text{ m}^3/\text{s}$ ; inicia en un canal de llamada excavado a cielo abierto en la margen derecha, la zona de control está formada por el cimacio y pilas de concreto reforzado para conformar 6 vanos equipados con compuertas radiales operadas por servomotores y grúa pórtico para los obturadores; el canal de descarga ( $95,00\text{ m}$  de ancho) es de sección rectangular revestido con concreto reforzado y 5 aireadores en el piso, está dividido por un muro longitudinal, rematando en una cubeta deflectora tipo salto de sky.

### AVENIDAS HISTÓRICAS

(Agosto de 1973)

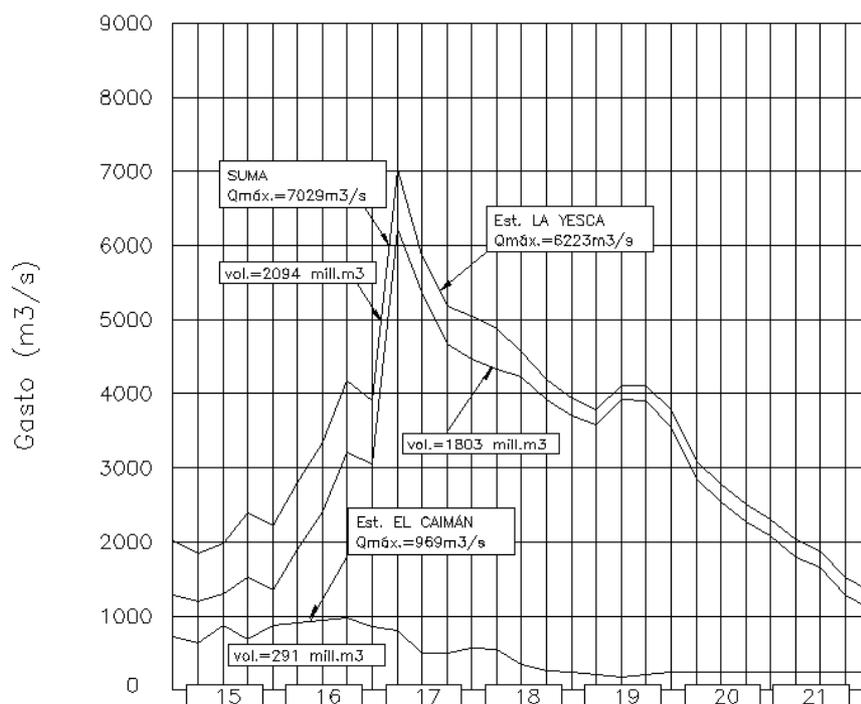


Figura 2.8. Avenidas históricas en el río Santiago.

## ESTRUCTURA DE CONTROL

La estructura de control consta de seis vanos de 12 m de ancho y pilas desplomadas de 3.8 m de ancho, compuertas radiales de 12 x 20.70 m y 25 m de radio, manejadas con servomotores eléctricos desde un puente de operación. Las pilas y muros extremos están provistos de ranuras para colocar obturadores de emergencia. La nariz de la pila presenta un desplome de 0.15:1 y un remate en su parte extrema de 1.2 m de ancho, la pila central no la tiene. El cimacio descarga a una rápida recta de ancho de plantilla constante.

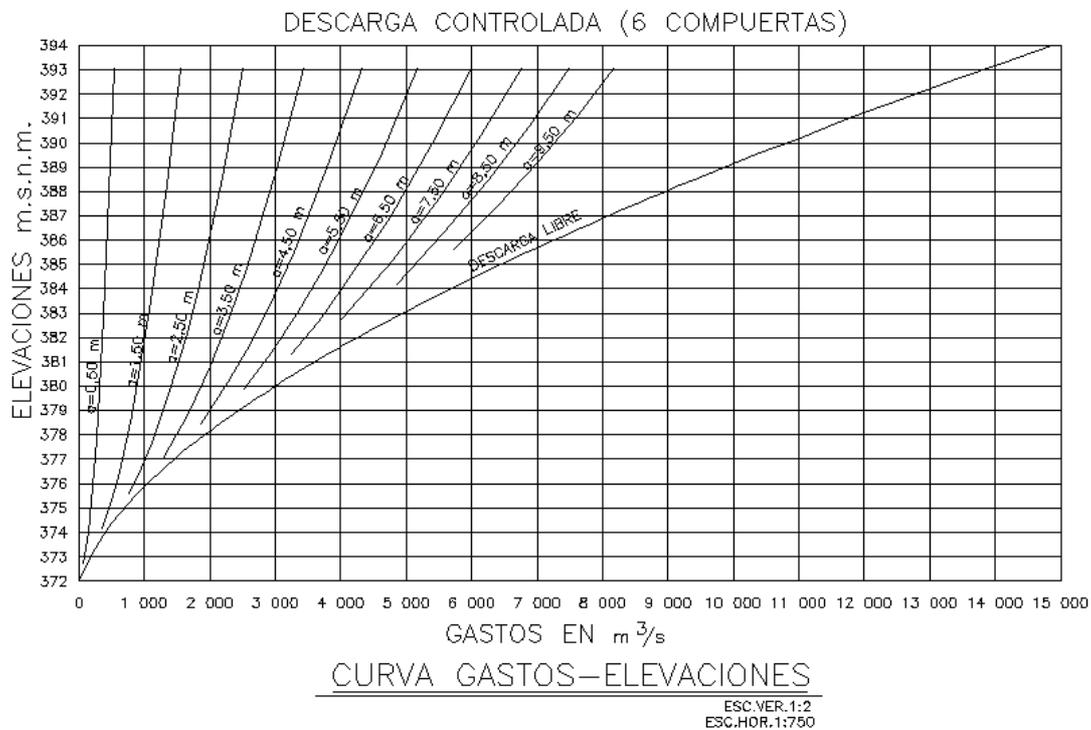


Figura 2.9. Curva de gastos de descarga elevaciones del río Santiago.

---

### 2.2.2 *Volúmenes de control de avenidas*

El estudio hidrológico hecho por CFE muestra los datos de diseño de esta obra

Tabla 2.2. Datos del control de avenidas de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

Tipo	Controlado	
Avenida máxima probable	15 900	m <sup>3</sup> / s
Gasto máximo de descarga	15 000	m <sup>3</sup> / s
Gasto unitario de descarga	208,0	m <sup>3</sup> / s / m
Volumen de la avenida de diseño	8 113	hm <sup>3</sup>
Periodo de retorno de la amp (Tr)	10 000	Años
Velocidad máxima en la descarga	46	m / s
Carga sobre la cresta	22	m
Elevación de la cresta	372,00	m.s.n.m.
Elev. Umbral compuertas/ agujas	371,602 / 371,95	m.s.n.m.
Longitud total de la cresta	72,0	m
Compuertas radiales	6	Pieza
Dimensiones (ancho x alto)	12 x 19,6	M
Relación alto / ancho	1,63	
Carga hidráulica máxima	19,6	m
Masa estimada de cada compuerta	110	Toneladas
Servomotores p/izaje compuertas		Toneladas
Elementos de cierre - obturadores	1	Juego
Dimensiones (ancho x alto)	12,0 x 19,6	m
Carga hidráulica máxima	19,05	m
Masa estimada del tablero	110	Toneladas
Grúa pórtico	15	Toneladas

El diseño y construcción de las obras de excedencias dependen de diversas variables y estudios de diversas índoles, geológicos, topográficos, hidrológicos. La ingeniería de detalle determinará los procedimientos a seguir así como las diferentes soluciones para un funcionamiento óptimo en la ejecución de la obra en cuestión.

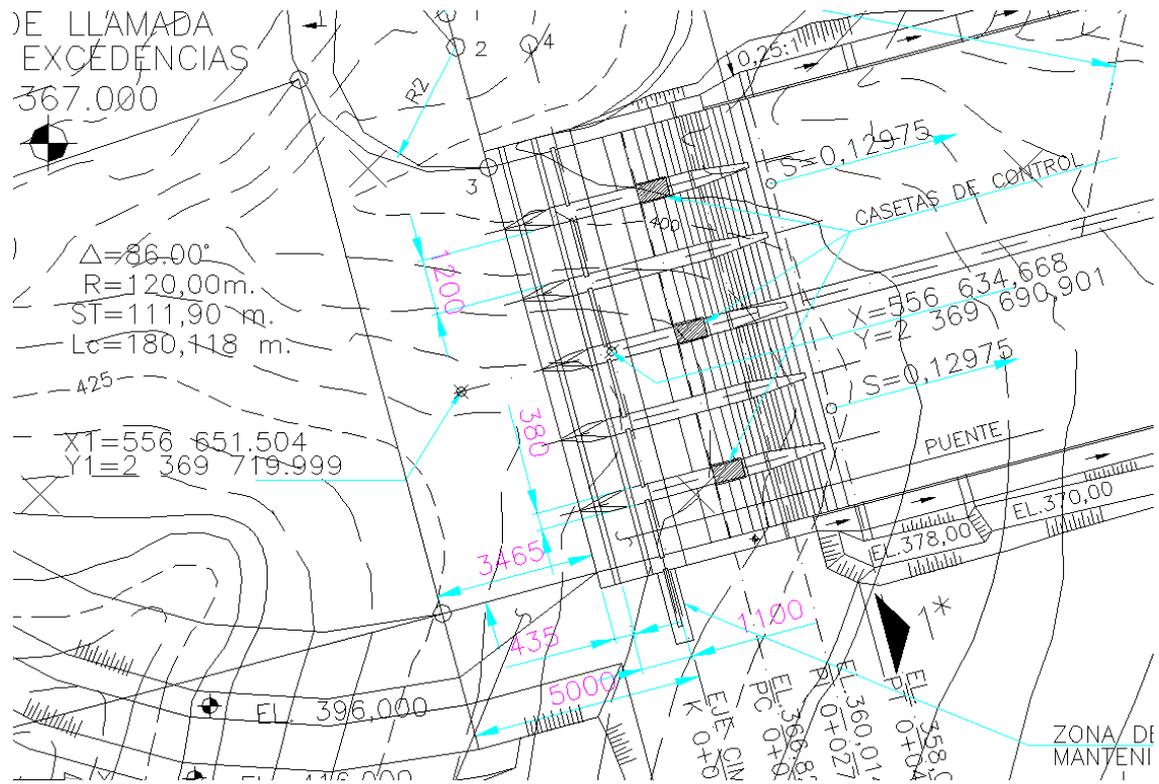


Figura 2.10. Planta general de la estructura de control (Cimacio).

### 2.2.3 Volúmenes de obra

En un esquema de tabulación general proporcionado por la CFE obtenemos los volúmenes de obra del vertedor del Cajón.

Tabla 2.3. Volúmenes de obra de la obra de excedencias del P.H. El Cajón.

Excavaciones a cielo abierto	3 348 470	m <sup>3</sup>
Concretos	162 854	m <sup>3</sup>
Sobreacarreo	1 339 390	m <sup>3</sup> / km
Acero de Refuerzo	8 370	Toneladas
Barrenación para consolidación e impermeabilización	66 679	m
Perforación para Drenaje	30 604	m
Anclajes	66 337	m
Malla Electrosoldada	39 247	m <sup>2</sup>
Concreto Lanzado	3 138	m <sup>3</sup>

---

Al revisar estos volúmenes entendemos en cierta forma la magnitud de la obra civil y la maquinaria que involucra su construcción para lo cual la ingeniería debe de ser de primer nivel, además de proporcionar los datos correctos, óptimos y adecuados.

## **CAPÍTULO 3. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL FUNCIONAMIENTO DEL VERTEDOR Y LOS AIREADORES**

### **3.1 ASPECTOS GENERALES DEL MODELO**

---

### 3.1.1 *Datos básicos de diseño*

#### Diseño Hidráulico de Estructuras

El control del nivel del agua y la regulación de descargas son necesarios para propósitos de irrigación, - energía hidroeléctrica, conservación del agua, prevención y control de avenidas, navegación interior, etc. Para ello se dispone de una amplia variedad de estructuras hidráulicas de control, adecuadas a las necesidades particulares, que varían desde vertedores o compuertas utilizadas en pequeños ríos y canales, hasta obras de excedencias en grandes presas.

Las obras hidráulicas accesorias en los sistemas de aprovechamiento tienen como objetivo controlar y conducir el volumen de agua necesario o el excedente hasta el sitio en que se aprovecha o hacia el cauce del río.

La obra de excedencias, la obra de toma y la obra de desvío son ejemplos de obras hidráulicas accesorias de gran utilidad en los aprovechamientos superficiales.

Para alcanzar su objetivo estas obras están constituidas de diferentes componentes. Cada una de ellas involucra distintos problemas en su diseño, que se relacionan con las condiciones topográficas y geológicas del lugar, el diseño del vaso de almacenamiento, el control de las descargas, las necesidades de operación y servicio, los daños a otras estructuras o al sitio de descarga, pero esencialmente con su economía.

Los datos de diseño como el gasto, así como la geometría ya han sido descritos en los capítulos anteriores de este trabajo profesional; los valores numéricos, se presentan en formas de tablas en los anexos.

## 3.2 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO DEL PERFIL

### 3.2.1 *Aspectos generales*

#### **Vertedores de cimacio**

---

Los vertedores de cimacio consisten de una cresta de control de pared gruesa, cuyo perfil tiene aproximadamente la forma de la superficie inferior de una lámina ventilada que vierte libremente sobre la cresta esto permite alcanzar un mejor coeficiente de descarga y mantener la estabilidad estructural a través del peso del concreto o mampostería utilizado en el cuerpo de la obra. El perfil puede abandonar dicha forma, una vez que se garantiza poco cambio en el coeficiente de descarga. Normalmente continúa con una rápida tangente, de gran pendiente y relativamente corta, que remata en otra superficie de curvatura contraria a la de cresta y termina en tangente a la plantilla de un canal de conducción, tanque de amortiguación o a un salto de esquí.

El cimacio descrito constituye una "sección de control" cuya descarga puede ser libre o controlada. En el de descarga libre no se utilizan elementos adicionales para regular las descargas y el vertido se produce libremente sobre la cresta, permitiendo que su forma en planta pueda ser recta o curva. En el de descarga controlada se utilizan diferentes tipos de compuertas sobre la cresta y su forma en planta sólo puede ser recta o poligonal, con pilas intermedias para apoyo de las compuertas.

Para conducir el agua hasta el vertedor suele necesitarse un canal de acceso corto, casi siempre horizontal, que capte el agua del vaso de almacenamiento y la conduzca hasta la cresta del cimacio con velocidad pequeña, de distribución transversal uniforme para eliminar zonas muertas, y en dirección perpendicular a la cresta en cada punto. La velocidad del agua en el canal de acceso y la profundidad de éste respecto de la cresta vertedora tienen influencia importante en la descarga y en el diseño del perfil del cimacio.

La lámina vertiente sobre el cimacio en su libre caída se acelera y produce un flujo rápidamente variado por los cambios tan bruscos y frecuentes en la curvatura de las líneas de corriente y junto con el salto hidráulico, constituyen los casos más frecuentes de ocurrencia de este flujo en la práctica. Su tratamiento difiere del gradualmente variado, ya que se realiza prácticamente con base en resultados experimentales.

## Condiciones de diseño

El caudal que vierte sobre un cimacio y la carga sobre la cresta son, en general, variables, según la magnitud de los excedentes que se desea desalojar del almacenamiento. Sin embargo, es evidente que el perfil del cimacio puede adaptarse de manera óptima a la lámina vertiente que corresponde a un solo caudal o carga, y funciona con menor o mayor eficiencia en otras condiciones de operación. Es motivo de análisis establecer qué caudal o condición de descarga debe elegirse como la "condición del diseño" del perfil del cimacio.

Con frecuencia dicha condición se elige de manera que corresponda a la de gasto o carga máxima que se espera descargue el vertedor; en otros casos puede ser una intermedia, pero en la elección final debe tratar de lograrse el mejor funcionamiento de la obra para cualquier condición de operación.

El diseño del perfil de un cimacio implica entonces elegir una "carga de diseño"  $H_d$  o un "gasto de diseño"  $Q_d$  de los que dependen la forma y dimensiones de dicho perfil, la carga de diseño incluye la carga de velocidad de llegada en el canal de acceso (correspondiente al caudal de diseño) la que a su vez depende de las dimensiones y profundidad  $P$  (respecto de la cresta) en dicho canal. Esto es:

$$H_d = h_d + h_a, \text{ donde } h_a = (V^2/2g)_d$$

## Capacidad de descarga

---

La capacidad de descarga de un cimacio, para la condición de diseño o para cualquier otra condición de operación, es función de la longitud efectiva de la cresta vertedora, de la carga real con que opere, de la geometría del perfil y de las dimensiones y profundidad del canal de acceso.

$$Q = C L_e H^{(3/2)}$$

Donde  $C$  es el coeficiente de descarga en  $m^{1/2}/s$

Donde  $H$  es la carga total, de operación incluyendo la velocidad de llegada, en  $m$

Donde  $Q$  es la descarga en  $m^3/s$

### **Coeficiente de Descarga**

El coeficiente  $C$  depende principalmente de la carga  $H$  con que opera el vertedor en un momento dado, de la carga  $H_d$  elegida para diseñar el perfil del cimacio, de la profundidad del canal de acceso, del talud de la cara aguas arriba y del grado de ahogamiento de la descarga. La interrelación de  $C$  con todos estos elementos ha sido obtenida únicamente de manera experimental y la que se presenta en el anexo 3 corresponde al U.S. Bureau of Reclamation.

A fin de satisfacer requisitos de estabilidad estructural, puede ser necesario que el paramento aguas arriba del cimacio sea inclinado de acuerdo a tablas experimentales del manual de Obras Hidráulicas se determinan los coeficientes determinantes en el diseño de este tipo paramento.

### **Longitud efectiva de cresta**

La longitud real o neta de la cresta vertedora reduce su magnitud por efecto de las contracciones que experimenta el flujo debidas a la presencia de estribos y pilas sobre el cimacio. Los estribos son muros laterales verticales que sirven para confinar el flujo; la presencia de pilas intermedias obedece a la necesidad de construir un puente sobre el vertedor y normalmente de utilizar compuertas para controlar la descarga.

La longitud que resulta después de considerar dichos efectos se conoce como longitud efectiva y vale

$$L_e = L - 2 (K_a + N K_p) H$$

Donde  $H$  es la carga total de operación en  $m$

Donde  $K_a$  es el coeficiente de contracción por efecto de estribos

Donde  $K_p$  es el coeficiente de contracción por ejemplo de pilas

Donde  $L$  es la longitud total neta de cresta

Donde  $L_e$  es la longitud Efectiva de cresta

Donde  $N$  es el número de pilas colocadas sobre el cimacio

En el cálculo del caudal descargado por vertedores, con o sin pilas intermedias, la longitud efectiva de cresta corresponde a la obtenida siendo el coeficiente de descarga el mismo en ambos casos.

El coeficiente de contracción de los estritos se ve afectado por la forma del estribo, por el ángulo que forma el muro de acceso aguas arriba con la dirección del flujo, por la relación entre carga de operación y carga de diseño y por la magnitud de la velocidad de llegada.

Para condiciones de operación con la carga de diseño, el U.S. Bureau of Reclamation recomienda los valores medios que se indican en tablas en el anexo 3 de este trabajo.

---

El coeficiente de contracción por pilas varía principalmente con la forma y posición del tajamar, su espesor, la carga de operación respecto de la de diseño, el tirante del flujo de llegada (aguas arriba) y cuando hay compuertas, de la operación de las adyacentes a la que se maneja según Creager

Los resultados experimentales del U.S. Army Engineers (WES) relativos a contracción por pilas, se presentan en las tablas de los anexos de este trabajo profesional para diferentes formas del tajamar, con su extremo coincidiendo en planta con el inicio del perfil del cimacio de la forma WES.

## **Rápida de descarga**

### **Flujo gradualmente variado**

#### **Aspectos generales**

El flujo uniforme en un canal satisface la condición ideal de equilibrio dinámico entre el componente de la fuerza de peso del líquido en la dirección del movimiento y la fuerza de fricción generada sobre la frontera sólida de la conducción, lo que equivale a la igualdad de la pérdida por fricción entre dos secciones cualesquiera con el desnivel entre ellas. Esto se logra cuando la velocidad del flujo se mantiene constante a lo largo del canal, lo que es posible únicamente si las dimensiones de la sección y el tirante son constantes. Esto significa, que el flujo uniforme puede ocurrir sólo en un canal prismático donde el gasto sea constante. Cualquier otro flujo, aun en un canal prismático, que no satisfaga las condiciones de equilibrio del uniforme, se convierte en variado dentro de un tramo del canal o en toda su longitud. En un canal prismático puede producirse en uno o varios tramos antes o después del uniforme, como resultado de cambios en la rugosidad, en la pendiente, en las dimensiones de la sección, o por efecto de estructuras construídas en el canal para controlar niveles del agua o el gasto, como un vertedor o una compuerta.

El flujo variado puede ocurrir en cualquier canal (prismático o no) pero su tendencia será tratar de alcanzar las condiciones del uniforme en los tramos prismáticos de la conducción. Esto puede o no lograrse plenamente dependiendo de la rugosidad del canal y de la longitud que tenga como se muestra en la figura 3.1.

Como el uniforme, el flujo gradualmente variado se produce en un canal de gasto constante y está íntimamente relacionado con la pérdida por fricción, la cual es factible de valuar previamente. Cualquier otra pérdida es secundaria pero puede tomarse en cuenta localmente o a lo largo del canal si se valúa previamente. Es el caso de la pérdida por cambios bruscos o graduales de la sección, como resultado de la separación del flujo de las paredes y plantilla, o por la turbulencia inducida al cambiar la velocidad de una sección a otra en un tramo o en todo el canal. Es pues, un problema que se analiza con la ecuación de energía, lo que elimina a flujos rápidamente variados, como el salto hidráulico, o el espacialmente variado de gasto creciente, donde las pérdidas se valúan con el principio del momentum.

#### **Cubeta de Lanzamiento:**

Para el cálculo del perfil hidráulico correspondiente a la estructura terminal de la obra de excedencias utilizamos las expresiones que corresponden al tiro parabólico el cual se multiplica por un factor de reducción de 0.9 que toma en cuenta la fricción del aire con el fluido.

---

## Ecuación dinámica

En el tratamiento del flujo gradualmente variado se considera que ocurren cambios pequeños del tirante en la dirección del movimiento, si se comparan con la distancia en que se producen. También que no ocurre entrada o salida del agua a lo largo del tramo que se analiza.

Para el desarrollo de la teoría se establecen las siguientes hipótesis:

- a) El fondo del canal es plano y de pendiente uniforme e induce sólo pequeñas curvaturas en el perfil longitudinal del flujo, y líneas de corriente prácticamente paralelas; por lo mismo, la distribución hidrostática de la presión prevalece en cada sección. Esta suposición no implica eliminar pendientes supercríticas.
- b) La distribución de la velocidad en una sección es fija, por tanto, los coeficientes que dependen de dicha distribución son constantes en todo el canal.
- c) La pérdida de energía más importante es la de fricción. Para el cálculo de la pendiente local de fricción (en una sección del canal) se utiliza una ecuación igual que en flujo uniforme, con la velocidad, área, radio hidráulico y factor de fricción que haya en la sección; este último independiente del tirante. Esta suposición no ha sido verificada ni teórica ni experimentalmente, sin embargo, los errores que induce son pequeños si se comparan con los que se incurre al seleccionar el factor de fricción. La suposición es probablemente más precisa cuando el flujo se contrae que cuando se expande, debido a que en el primero la pérdida de energía es causada casi enteramente por fricción; en el segundo, pueden existir además pérdidas por turbulencia en gran escala.
- d) En los desarrollos no se considera el efecto del arrastre de aire al interior del flujo. Cuando dicho arrastre sea importante, el problema se resuelve como si no lo hubiera; después, el perfil resultante se corrige para tomar en cuenta dicho efecto.

Las dos primeras hipótesis limitan la aplicación de la ecuación dinámica sólo al caso de canales artificiales de pendiente y rugosidad uniforme, pero simplifican la discusión de los resultados.

La ecuación diferencial de la energía es aplicable al flujo gradualmente variado considerando que  $dx$  es constante y  $h_r = hf$  (pérdida de fricción): se obtiene

$$\frac{dz}{dx} + \frac{d\left(y \cos(\theta) + \frac{\alpha V^2}{2g}\right)}{dx} + \frac{dh_f}{dx} = 0$$

De acuerdo con la ecuación la energía específica es  $E = y \cos \theta + \alpha y^2/2g$ .

Por tanto, resulta

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} + \frac{dh_f}{dx} = 0$$

El término  $dz/dx$  es igual al seno del ángulo  $\theta$  de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal. El valor  $S_0 = \text{sen } \theta$  se define como la pendiente longitudinal del canal y se supone positiva si la inclinación es descendente en la dirección del flujo, pero entonces  $z$  decrece cuando  $x$  crece y  $dz/dx < 0$ ; en caso contrario  $S_0$  es negativa pero  $dz/dx > 0$ . Es decir, para la pendiente positiva

$$\frac{dz}{dx} = -S_0$$

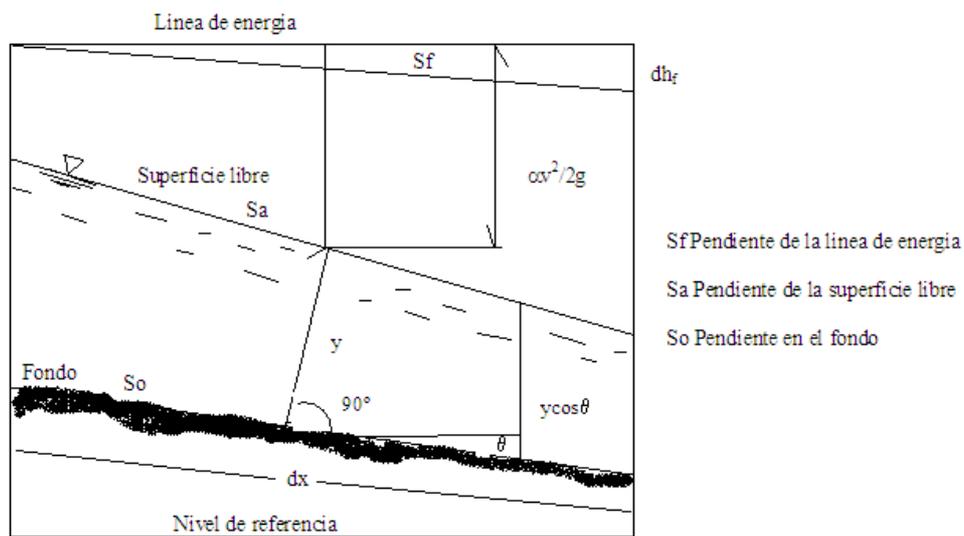


Figura 3.1. Volumen de control en el Flujo Gradualmente variado.

Es necesario destacar que  $S_0$  siempre representa a  $\text{sen } \theta$ . Sólo en el caso de pendiente pequeña se puede confundir con  $\text{tan } \theta$ , que es la pendiente constructiva del canal.

Por definición la pendiente de la línea de energía (en este caso sólo de fricción) es

$$\frac{dh_f}{dx} = S_f$$

### La ecuación del régimen crítico.

Un cambio lógico para explorar la diferencia entre los dos tirantes consiste en analizar primero el que representa el punto de inflexión de la curva tirante energía específica de la sección de un canal. Ubicado este punto en el límite de la condición entre los regímenes alternos, para el que la energía específica es la mínima con que puede fluir el gasto conocido a través de la sección del canal.

Para un gasto constante y el coeficiente  $\alpha$ , la derivada con respecto a la energía específica de la sección de un canal es:

$$E = y \cos(\theta) + \frac{\alpha V^2}{2g}$$

$$E = y \cos(\theta) + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos(\theta) - \frac{Q^2 \alpha}{gA^3} \frac{dA}{dy}$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos(\theta) - \frac{V^2 \alpha}{gAT}$$

El elemento de área sobre la superficie libre en el agua  $T=dA/dy$ , empleando la expresión del número de Froude. Por lo que la expresión anterior se convierte en:

$$\frac{dE}{dy} = (1 - F^2) \cos(\theta)$$

Siendo además:  $dE/dx = (dE/dy)(dy/dx)$ , de la ecuación del régimen crítico resulta:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{(1 - Fr^2) \cos(\theta) dy}{dx} \quad \text{ec 2.a}$$

Donde

$$F = \frac{V}{\sqrt{\frac{gA \cos(\theta)}{\alpha T}}} \quad \text{ec 2.b}$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.a y 2.b se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{(1 - F^2) \cos(\theta)}$$

Si el ángulo de inclinación de la platilla es pequeño, la ecuación anterior se convierte en:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F^2}$$

### **Ecuación diferencial del flujo gradualmente variado**

---

## Características y clasificación de los perfiles de flujo

El perfil que adopta la superficie libre del agua en cualquier condición de flujo en un canal se conoce como perfil del flujo o perfil hidráulico.

La primera clasificación de los perfiles del flujo variado fue hecha por Bakhmeteff Y está basada en la pendiente del canal y la zona en que se aloja el perfil.

Para un valor dado de  $Q$  en un canal de pendiente pequeña y sección transversal de forma cualquiera,  $S_f$  y  $F^2$  no son funciones de  $y$ , de modo que la ecuación diferencial obtenida no tiene una solución explícita inmediata. Aún sin ella, es posible analizar el aspecto semicuantitativo de la variación de  $y$  con  $x$  en diferentes circunstancias, esto es, la forma cualitativa que adopta el perfil del flujo. Para este fin, es necesario considerar los signos del numerador y denominador de la ecuación diferencial obtenida, y de éstos el de  $dy/dx$ , a fin de conocer el incremento o decremento de  $y$  en la dirección del flujo.

La forma que adopta el perfil del flujo está directamente asociada con la pendiente de la plantilla  $S_o$  y con los valores de  $S_f$  y  $F^2$ . Para ello, la discusión se simplifica si se acepta que el canal sea prismático y de pendiente pequeña.

Por lo que respecta a la pendiente de la plantilla,  $S_o$  es positiva si desciende en la dirección del flujo, negativa si asciende y cero si es horizontal. Un flujo uniforme de tirante  $y_n$  se puede establecer sólo sobre una pendiente positiva, por lo que dicha pendiente y los perfiles del flujo resultantes se designan como:

Subcrítica si  $y_n > y_c$ ; perfiles tipo M. Crítica  $y_n = y_c$ ; perfiles tipo C. Supercrítica si  $y_n < y_c$ ; perfiles tipo S.

La clasificación de la pendiente con alguna de estas designaciones depende de su magnitud, de la rugosidad del canal y, en menor grado, del gasto.

En algunos casos la pendiente puede ser:

Horizontal,  $y_n = \infty$ ; perfiles tipo H.

Negativa o adversa,  $y_n$  no existe; perfiles tipo A.

En el caso de pendiente cero no existe posibilidad de flujo uniforme; en efecto, para  $S_o = 0$  el tirante normal es  $y_n = \infty$ . Para  $S_o < 0$ , el flujo uniforme y un valor de  $y_n$  son físicamente imposibles.

De la ecuación de Manning, la pendiente de fricción es

$$S_f = \left( \frac{V n}{R_h \left(\frac{2}{3}\right)} \right)^2$$

Por otra parte, el número de Froude adopta el valor de uno para el régimen crítico, mayor de 1 si los

---

tirantes del perfil del flujo variado son menores que el crítico y menor de 1 en caso contrario.

Para un gasto dado y la mayoría de las secciones usuales,  $S_f$  y  $F^2$  son decrecientes en forma continua a medida que el tirante crece. Esto es evidente en secciones anchas, donde al crecer el tirante,  $Rh$  y  $A$  también crecen, pero  $T$  prácticamente no cambia.

Por definición de flujo uniforme,  $S_f = S_o$  cuando  $y = y_n$ , por lo cual se concluye:

$S_f > S_o$  según que  $y < y_n$

$F^2 > 1$  según que  $y < y_n$

$S_f < S_o$  según que  $y > y_n$

$F^2 < 1$  según que  $y > y_n$

Con la ayuda de estas desigualdades se puede observar fácilmente cómo se afecta el comportamiento de  $dy/dx$ , al cambiar las magnitudes de  $y$ ,  $y_n$  y  $y_c$ .

Cualquiera que sea la pendiente, el gasto y la sección del canal, las líneas que indican la altura del tirante normal y del crítico respecto de la plantilla, dividen al espacio en que puede desarrollarse el perfil del flujo en tres zonas, llamadas:

Zona 1. El espacio arriba de la línea superior.

Zona 2. El espacio entre las dos líneas.

Zona 3. El espacio abajo de la línea inferior.

En ciertos casos, alguna de las zonas puede desaparecer, por ejemplo, la 2 cuando la pendiente es crítica y  $y_n = y_c$ . Sin embargo, las restantes mantienen el número de la zona antes asignado.

Dentro de cada zona queda alojado cualquier perfil, de modo que si:

$dy/dx > 0$ , el perfil de la superficie libre diverge de la plantilla.

$dy/dx = 0$ , el perfil de la superficie libre es paralelo a la plantilla.

$dy/dx < 0$ , el perfil de la superficie libre converge con la plantilla.

Esto significa que existen diferentes formas para el perfil del flujo gradualmente variado (doce en total). La forma o tipo del perfil de flujo depende de las condiciones particulares en el canal; es decir, el incremento o disminución del tirante depende del signo que resulte de dichas condiciones al imponerlas en la ecuación diferencial.

En cada zona existe un perfil distinto, válido dentro de los límites de la zona. La forma del perfil en la proximidad de las fronteras de la zona se puede estudiar como sigue:

a) Cuando  $y$  tiende a  $\infty$ ,  $F^2$  y  $S_f$  tienden a cero y de la ecuación diferencial,  $dy/dx$  tiende a  $S_o$ . Esto significa que la superficie del agua es asintótica a la horizontal (perfiles H2, A2). Cuando  $y$  tiende a  $y_n$  es porque  $S_f$  tiende a  $S_o$ ,  $dy/dx$  tiende a 0, y el perfil del flujo se vuelve paralelo a la plantilla del canal, es decir, tiende al flujo uniforme (perfiles M1, M2, C2, C3, S2 y S3).

b) Cuando  $y$  tiende a  $y_c$ ,  $F^2$  tiende a uno y  $dy/dx$  tiende a  $\infty$ ; es decir, el perfil del flujo tiende a la vertical en la proximidad del tirante crítico. Esto significa que cuando el perfil se desarrolla en

---

régimen supercrítico se presenta un salto hidráulico antes de que  $y$  alcance el valor  $y_c$  (perfiles M3, H3, A3); por el contrario, si el perfil se desarrolla en régimen subcrítico se genera una gran curvatura al aproximarse al valor  $y_c$  para volverse vertical en el punto en que  $y = y_c$  (perfiles M2, H2, A2). En ambos casos se presenta localmente un flujo rápidamente variado curvilíneo, que no puede tratarse con la teoría aquí presentada.

c) Cuando  $y$  tiende a 0, tanto  $S_f$  como  $F^2$  tienden a  $\infty$ , de manera que  $dy/dx$  tiende a un límite positivo finito, cuya magnitud depende de la sección particular de que se trate. Este resultado es de poco interés debido a que no puede existir un tirante igual a cero para un gasto mayor de cero.

Tipo M. El perfil M1 es muy común. La presencia de estructuras de control, como vertedores y compuertas, u otros accidentes naturales como estrechamientos y curvas, sobrelevan la superficie del agua en un canal o río y se produce un perfil del tipo M1 que puede extenderse varios kilómetros hacia aguas arriba, donde es asintótico al perfil en flujo uniforme. El perfil M2 ocurre cuando el tirante disminuye, por ejemplo, antes de un cambio de pendiente subcrítica a supercrítica, de un estrechamiento de la sección o en la proximidad de una caída. El perfil M3 se encuentra aguas abajo de un cambio de pendiente de supercrítica a subcrítica, o después de la descarga de una compuerta y su longitud está regida por las condiciones de aguas abajo, ya que termina normalmente en un salto hidráulico. Los perfiles M2 y M3 son más cortos en comparación con el M1.

Tipo S. El perfil S1 se produce antes de una estructura de control, como una presa o una compuerta, situada en un canal de gran pendiente. Principia después de un salto hidráulico y termina en la obstrucción. El perfil S2 es generalmente muy corto y es común en la entrada de un canal de gran pendiente o después de un cambio de pendiente subcrítica a supercrítica. El perfil S3 se produce aguas abajo de una compuerta en un canal de gran pendiente, o aguas abajo de su intersección con otro de menor pendiente.

Tipo C. Como los tirantes normal y crítico coinciden, hay sólo dos perfiles. Estos son aproximadamente horizontales y la inestabilidad propia del estado crítico se manifiesta en la forma de una ondulación superficial apreciable.

Tipo H. El tirante normal es infinito y se forman sólo los perfiles H2 y H3. El perfil H2 se produce después de que un canal de pendiente subcrítica cambia a horizontal. El perfil H3 ocurre después de una compuerta o de un cambio de pendiente supercrítica a horizontal.

Tipo A. La pendiente negativa en un canal es poco común. El tirante normal no existe y los perfiles que se forman tienen las mismas tendencias que los H2 y H3. Los perfiles A2 y A3 son extremadamente cortos.

El flujo variado puede formarse con uno o más de los tipos de perfil que se han expuesto y resulta conveniente familiarizarse con su clasificación.

## Secciones de control

La sección de un canal en la que sea posible establecer una relación definida entre el nivel de la superficie libre del agua y el gasto correspondiente, se conoce como sección de control. Dicha sección impone sus condiciones al perfil del flujo y puede actuar tanto en la dirección del flujo como en la

---

dirección contraria. Por sus propiedades, una estación de aforos es el sitio adecuado para una sección de control.

Una sección de control proporciona el tirante inicial para el cálculo del perfil de un flujo variado. Se procede hacia aguas arriba de la sección de control o hacia aguas abajo según sea el régimen en que se desarrolla el perfil, subcrítico o supercrítico respectivamente, de acuerdo con la pendiente del canal.

Algunos ejemplos de secciones de control son las presas, vertedores y compuertas, debido a que el gasto está gobernado por el tirante necesario aguas arriba a través de una relación clara entre ambos; por ejemplo, en un vertedor mediante la ley de vertido, es decir, la ecuación del gasto que vierte para cada valor de la carga respecto de su cresta.

Un mecanismo de control, como una compuerta, impone la ley de gastos que descarga y el tirante que necesita aguas arriba influye en el cálculo del perfil, es decir, el régimen subcrítico antes de ella está sujeto al control que imponen las condiciones aguas abajo de la compuerta (descarga libre o sumergida). Por el contrario, el tirante en régimen supercrítico después de la compuerta es el de la sección contracta que se produce después de ella mientras no haya sumergencia de la descarga. Un control similar ejercería una alcantarilla.

Las secciones de control pueden también presentarse a la entrada o salida de un canal, donde es importante conocer las características del perfil en el entorno, se considera un canal prismático que conecta dos almacenamientos y por su gran longitud, se produce la tendencia hacia el flujo uniforme. Las secciones de control se identifican por medio de un punto encerrado dentro de un cuadrado. En los casos restantes, el nivel en el almacenamiento es una condición de frontera para cualquier valor del gasto.

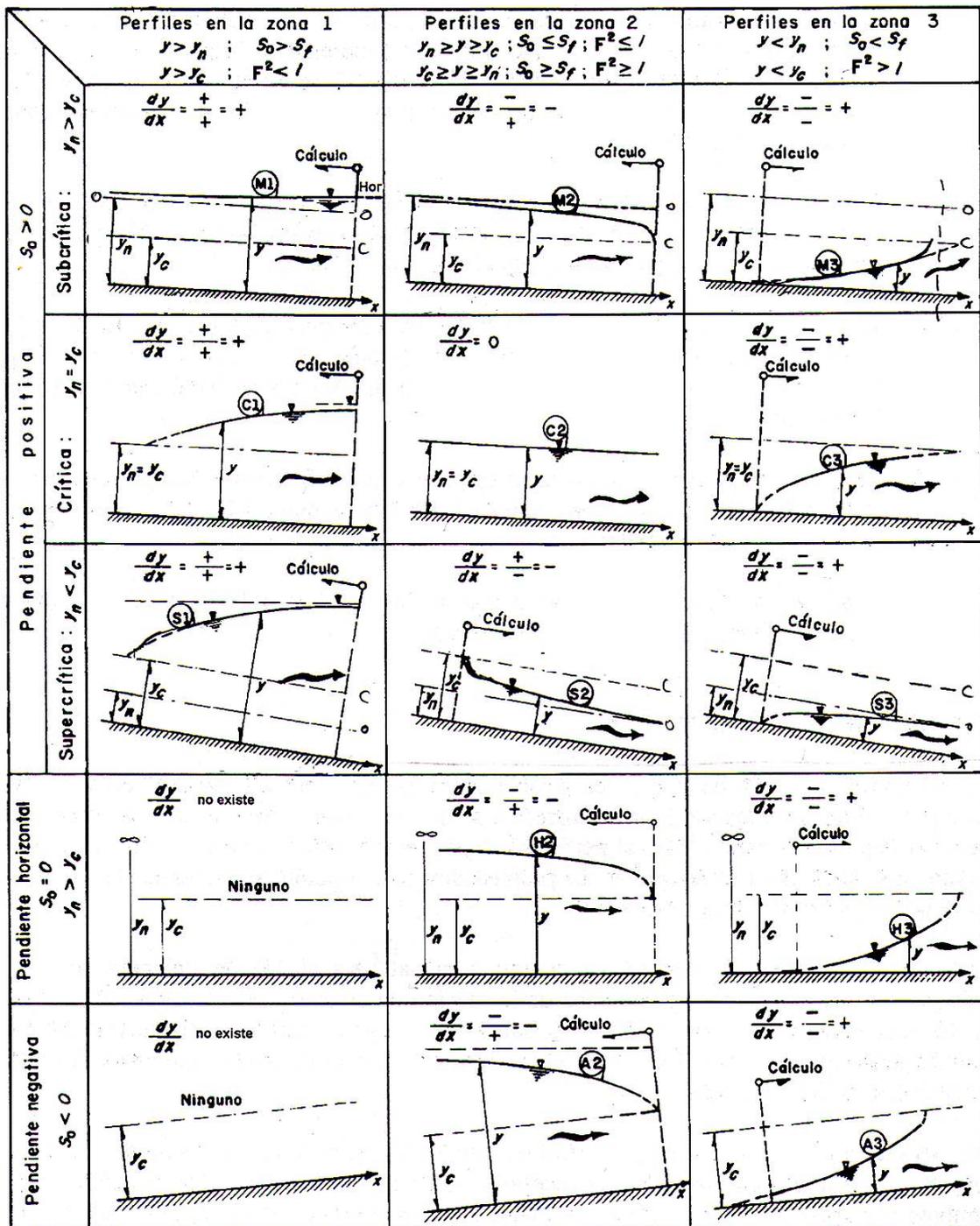


Figura 3.2. Clasificación de los perfiles de un flujo gradualmente variado.

---

## Perfiles compuestos

El primer paso consiste en calcular los tirantes crítico y normal en cada tramo del canal, para definir si su pendiente es subcrítica o supercrítica y sobre todo decidir el tipo de flujo en el tramo inicial. El tirante crítico es el mismo en toda la longitud del canal por ser de sección constante. Después se dibujan las líneas de tirante normal y crítico en cada tramo, ambas paralelas a la plantilla, y se localizan las secciones de control en los sitios apropiados de entrada y salida, en los cambios de pendiente de subcrítica a supercrítica, y en la compuerta; ésta última influye en ambas direcciones, debido a que los tirantes del flujo están gobernados por las condiciones en que se efectúa la descarga.

Para cada problema o cada caso de análisis existe un procedimiento a seguir, calculando el perfil de aguas arriba a aguas abajo en caso de que el flujo sea subcrítico y de aguas arriba hacia aguas abajo en caso de que sea supercrítico. El procedimiento de cálculo y las consideraciones corresponderán a la geometría, tipos de flujo, cambios de pendiente, estructuras hidráulicas involucradas según el caso particular que se tenga la correspondiente solución analítica.

### 3.2.2 Solución numérica de la ecuación diferencial

Para obtener las ecuaciones del método directo por pasos partimos de la ecuación de la energía.

$$\frac{S_0 - S_f}{1 - F^2} = \phi(x, y)$$

#### Ecuación diferencial del flujo gradualmente variado

$$\frac{1 - F^2}{S_0 - S_f} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \phi(x, y)$$

$$\frac{dx}{dy} = f(x, y)$$

Es una ecuación diferencial de primer orden, que describe la variación del tirante y (la variable dependiente) con la distancia  $x$  (variable independiente) y que se integra en un canal de pendiente pequeña, rugosidad y gasto conocidos.

Si también se conoce la geometría de la sección, las propiedades como el área hidráulica, el ancho de la superficie libre son función de  $y$ .

La solución de la ecuación diferencial permite determinar el perfil del flujo a lo largo del canal mediante una ecuación continua de  $x$  y  $y$ , pero se ha obtenido solo para casos muy simplificados, ya que  $\phi(x,y)$  o su recíproca son funciones no lineales.

En cambio el cálculo por tramos o por métodos numéricos es factible en todos los casos pero proporciona el valor de  $y$  en localizaciones discretas.

El cálculo se inicia a partir de una sección ubicada a la distancia  $x_1$ , donde se conoce el tirante  $y_1$ . Para determinar las condiciones de flujo en una sección 2 se sigue alguno de los procedimientos alternos.

Se realiza la integral de la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado.

$$\int_{x_1}^{x_2} 1 \, dx = \int_{y_1}^{y_2} f(y) \, dy$$

➤ Resolviendo  $x_2 = x_1 + \int_{y_1}^{y_2} f(y) \, dy$

Método directo por pasos

El método es similar a la solución de la ecuación anterior pero se utiliza la ecuación de la energía entre dos secciones de un canal prismático de rugosidad uniforme y admite fácilmente el uso de computadora. Permite el cálculo directo de la distancia que separa dos secciones una de tirante previamente calculado y la otra de tirante estimado dentro del intervalo que varía. La distancia entre las dos secciones deberá ser pequeña de acuerdo con la longitud del tramo en el que debe efectuarse el análisis.

Al aplicar la ecuación dinámica en el tramo corto de un canal prismático en términos de incrementos finitos se obtiene:

$$\Delta x = \frac{(1 - F^2) \cos(\theta) \Delta y}{S_0 - S_f}$$

obteniendose:

$$y_2 = y_1 + (x_2 - x_1) \frac{(S_0 - \bar{S}_f)}{(1 - \bar{F}^2) \cos \theta}$$

Donde  $\bar{F}$  es el valor medio del número de Froude en las dos secciones y  $\bar{S}_f$  la pendiente media de fricción representativa del tramo.

Conocido el tipo de perfil y la dirección en que se efectúa el cálculo, se conocen las características hidráulicas de las dos secciones, en la 1 si el cálculo es en la dirección del flujo o en la 2 si es en la dirección opuesta. A partir de la sección de control de tirante conocido se procede a seleccionar un tirante en la sección próxima.

El tirante que se utiliza en la sección cuya ubicación se desconoce debe ser cercano al conocido, principalmente en las zonas donde haya cambios importantes del perfil del flujo en la longitud deseada del canal.

---

El procedimiento antes expuesto constituye la primera variante de un método propiamente de diferencias finitas, que tiene la ventaja de calcular el perfil del flujo directamente sin requerir iteraciones.

### 3.2.3 Cálculo del perfil

Con el gasto de diseño procedemos a calcular los perfiles correspondientes, primero tenemos que calcular el tirante crítico en la sección de control del cimacio. El tirante tiene una magnitud de 17 m aproximadamente lo que nos da una idea de las dimensiones del gasto de diseño y la obra de excedencias las cuales están diseñadas para magnitudes considerables.

Posteriormente a partir del tirante crítico calcularemos el perfil aguas arriba del cimacio hasta llegar al nivel estacionario del embalse correspondiente al NAME.

De acuerdo a las hipótesis de partida calcularemos el perfil en régimen supercrítico a partir del tirante crítico obtenido en la cresta del vertedor.

El perfil del cimacio y el canal de llamada en la obra de excedencias tienen una geometría peculiar y caprichosa, la cual fue obtenida en base a la topografía y el funcionamiento hidráulico óptimo realizado por la CFE, se tiene una concavidad y 2 puntos de tangencia posteriores al cimacio de tipo Creager en la dirección de aguas arriba hacia aguas abajo.

Por medio de la ecuación de la energía podemos obtener los tirantes correspondientes a los puntos de tangencia llegando así a la rápida de descarga donde tenemos una sección, y pendiente constantes.

Posteriormente, conociendo el tirante en el punto de tangencia donde inicia la primera rápida de descarga, se calculará el perfil por medio del procedimiento analítico descrito hasta llegar al final de la rápida de descarga. Los datos de salida de la primera rápida de descarga serán los datos de entrada que nos darán el perfil hidráulico en la segunda rápida de descarga y al final de esta se obtendrá el tirante que corresponde al cálculo de la cubeta deflectora para la cual se realizó un análisis simplificado, poco exhaustivo debido a que se conoce su funcionamiento.

#### **Datos iniciales**

$L$	Longitud de la cresta del cimacio.
$Q$	Gasto (en este caso es el máximo descargado)
$C$	Coefficiente de descarga del vertedor
$N_{NAME}$	Nivel del agua en el embalse NAME
$N_f$	Nivel del fondo del canal de llamada
$N_c$	Nivel de la cresta del vertedor
$N$	Número de pilas en el vertedor
$K_a$	Coefficiente de contracción por estribos
$K_p$	Coefficiente de contracción por pilas
$a$	Ancho de cada pila
$B$	Ancho del canal de llamada: $B = L + aN$
$n$	Coefficiente de Manning
$S_{01}$	Pendiente del canal de descarga o rápida (tramo 1)
$S_{02}$	Pendiente del canal de descarga o rápida (tramo 2)
$b$	Ancho del canal de descarga o rápida

Deben ser conocidos los cadenamientos (coordenada horizontal, en el plano de la obra aparece con una  $K$ ) y elevaciones (coordenada vertical en msnm, en el plano de la obra aparece como  $EL$ ).

Se considera que la aceleración de la gravedad es  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ .

## ECUACIONES INICIALES

Tirante en el canal de llamada:  $y_0 = N_{NAME} - N_f$

Carga de velocidad en el canal de llamada:  $h_a = \frac{Q^2}{B^2 y_0^2 2g}$

Carga hidráulica sobre el cimacio  $h = N_{NAME} - N_c$

Carga de operación del cimacio  $H_0 = h + h_a$

Longitud efectiva de cresta  $L_e = L - 2(K_a + NK_p)H_0$

Tirante crítico en la cresta del cimacio:  $y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{L_e^2 g}}$  ;

El tirante crítico en el canal de descarga o rápida:  $y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}}$

Tirante  $y$ , profundidad o altura del agua sobre el canal, medido de forma perpendicular desde el fondo hasta la superficie del agua.

Elementos geométricos: Área:  $A = by$ ; Radio hidráulico:  $R_h = \frac{A}{b + 2y}$

Velocidad media en la sección  $V = \frac{Q}{A}$ ; Energía específica  $E = y + \frac{V^2}{2g}$

Energía total  $H = z + E$ ; donde  $z$  es la elevación vertical del fondo del canal

Número de Froude  $F_r = \frac{V}{\sqrt{gy}}$

### Del canal de acceso al cimacio

Descarga libre y gasto máximo.

El tirante crítico se presenta en la cresta del cimacio. Se obtiene su energía E y H

Est. K	Elev fondo	Elev Agua	Desnivel	y	A	Rh	V	E	H tot	Fr
								y crítico en la rápida= 14,544		
								ancho de la rápida b= 87,2		
-34,650	367,00	394,0000		27,000	2457,000		6,165	28,937	395,937	0,379
0,000	372,00	389,9450	4,0550	17,945	1141,693	11,473	13,268	26,917	398,917	1,000
42,603	358,04	364,7494	13,9600	6,709	585,057	5,815	25,891	40,877	398,917	3,191

**Del cimacio al inicio de la rápida**

Se plantea energía específica desde la cresta del cimacio hasta el inicio de la rápida. No hay pérdidas de energía.

**En la rápida.**

Para cada uno de los dos canales de pendiente  $S_o$  diferente, se resolvió la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado en tramos de 20m,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{(1 - F^2) \cos \theta} \quad y_2 = y_1 + (x_2 - x_1) \frac{(S_0 - \bar{S}_f)}{(1 - \bar{F}^2) \cos \theta}$$

Canal con pendiente  $S_o = 0.12975$

	Estación K	Elev fondo	Elev agua	x	y1	A	Rh	V	E	Sf	Fr
tramo 1 $S_o=0.12975$ hasta la estación 442	42,603	358,0	367,80	0	6,709	585,057	5,815	25,891	40,877	0,10409	3,191
	62,603	355,4	365,13	19,83	6,656	580,368	5,774	26,101	41,378	0,10542	3,230
	82,603	352,9	362,46	39,66	6,606	576,039	5,737	26,297	41,852	0,10668	3,267
	102,603	350,3	359,80	59,49	6,560	572,029	5,702	26,481	42,302	0,10786	3,301
	122,603	347,7	357,14	79,32	6,517	568,307	5,670	26,655	42,729	0,10898	3,334
	142,603	345,1	354,48	99,15	6,478	564,848	5,640	26,818	43,134	0,11003	3,364
	162,603	342,5	351,83	118,99	6,441	561,627	5,612	26,972	43,519	0,11103	3,393
	182,603	339,9	349,18	138,82	6,406	558,624	5,586	27,117	43,884	0,11198	3,421
	202,603	337,3	346,53	158,65	6,374	555,820	5,561	27,253	44,231	0,11287	3,446
	222,603	334,7	343,88	178,48	6,344	553,200	5,538	27,383	44,560	0,11372	3,471
	242,603	332,1	341,24	198,31	6,316	550,747	5,517	27,504	44,873	0,11452	3,494
	262,603	329,5	338,59	218,14	6,290	548,449	5,497	27,620	45,171	0,11528	3,516
	282,603	326,9	335,95	237,97	6,265	546,295	5,478	27,729	45,453	0,11600	3,537
	302,603	324,3	333,31	257,80	6,242	544,272	5,460	27,832	45,722	0,11669	3,557
	322,603	321,7	330,67	277,63	6,220	542,372	5,443	27,929	45,977	0,11733	3,575
	342,603	319,1	328,03	297,46	6,199	540,586	5,428	28,021	46,220	0,11795	3,593
	362,603	316,5	325,40	317,29	6,180	538,906	5,413	28,109	46,450	0,11853	3,610
	382,603	313,9	322,76	337,13	6,162	537,324	5,399	28,192	46,670	0,11908	3,626
	402,603	311,3	320,13	356,96	6,145	535,834	5,386	28,270	46,878	0,11961	3,641
	422,603	308,7	317,50	376,79	6,129	534,429	5,373	28,344	47,077	0,12011	3,655
	442,000	306,2	314,94	396,02	6,114	533,143	5,362	28,413	47,260	0,12057	3,669

iteración 1

y2 prop	A	Rh	V	E	Sf	Fr	Sfmed	Frmed	y2
6,609	576,281	5,739	26,286	41,825	0,107	3,265	0,10535	3,228	6,658
6,589	574,565	5,724	26,364	42,016	0,107	3,279	0,10627	3,255	6,607
6,540	570,278	5,687	26,562	42,501	0,108	3,316	0,10753	3,291	6,561
6,494	566,308	5,652	26,749	42,962	0,110	3,351	0,10872	3,326	6,518
6,452	562,624	5,620	26,924	43,399	0,111	3,384	0,10985	3,359	6,479
6,413	559,199	5,591	27,089	43,813	0,112	3,415	0,11092	3,390	6,442
6,376	556,011	5,563	27,244	44,207	0,113	3,445	0,11192	3,419	6,407
6,342	553,038	5,537	27,391	44,581	0,114	3,473	0,11288	3,447	6,375
6,310	550,262	5,513	27,529	44,936	0,115	3,499	0,11378	3,473	6,345
6,281	547,668	5,490	27,659	45,273	0,116	3,524	0,11463	3,497	6,317
6,253	545,239	5,468	27,782	45,593	0,116	3,547	0,11544	3,521	6,291
6,227	542,965	5,449	27,899	45,897	0,117	3,570	0,11621	3,543	6,266
6,202	540,832	5,430	28,009	46,186	0,118	3,591	0,11693	3,564	6,243
6,179	538,829	5,412	28,113	46,461	0,119	3,611	0,11762	3,584	6,221
6,158	536,949	5,396	28,211	46,722	0,119	3,630	0,11828	3,603	6,201
6,137	535,181	5,380	28,304	46,970	0,120	3,648	0,11889	3,620	6,181
6,118	533,517	5,365	28,393	47,206	0,120	3,665	0,11948	3,637	6,163
6,100	531,951	5,352	28,476	47,431	0,121	3,681	0,12004	3,654	6,146
6,083	530,476	5,339	28,556	47,644	0,122	3,696	0,12057	3,669	6,130
6,067	529,085	5,326	28,631	47,847	0,122	3,711	0,12107	3,683	6,115

iteración 2									
y2	A	Rh	V	E	Sf	Fr	Sfmed	Frmed	y2
6,658	580,540	5,776	26,093	41,359	0,105	3,229	0,10473	3,210	6,656
6,607	576,099	5,737	26,294	41,845	0,107	3,266	0,10604	3,248	6,606
6,561	572,098	5,703	26,478	42,294	0,108	3,300	0,10726	3,284	6,560
6,518	568,385	5,670	26,651	42,720	0,109	3,333	0,10841	3,317	6,517
6,479	564,932	5,640	26,814	43,124	0,110	3,363	0,10949	3,348	6,478
6,442	561,717	5,612	26,967	43,508	0,111	3,392	0,11052	3,378	6,441
6,407	558,719	5,586	27,112	43,872	0,112	3,420	0,11149	3,406	6,406
6,375	555,919	5,562	27,249	44,218	0,113	3,446	0,11241	3,433	6,374
6,345	553,302	5,539	27,377	44,547	0,114	3,470	0,11328	3,458	6,344
6,317	550,852	5,518	27,499	44,860	0,114	3,493	0,11410	3,482	6,316
6,291	548,557	5,498	27,614	45,157	0,115	3,515	0,11488	3,505	6,290
6,266	546,405	5,479	27,723	45,439	0,116	3,536	0,11562	3,526	6,265
6,243	544,384	5,461	27,826	45,707	0,117	3,556	0,11633	3,546	6,242
6,221	542,486	5,444	27,923	45,962	0,117	3,574	0,11699	3,566	6,220
6,201	540,702	5,429	28,015	46,204	0,118	3,592	0,11762	3,584	6,199
6,181	539,023	5,414	28,103	46,434	0,118	3,609	0,11822	3,601	6,180
6,163	537,442	5,400	28,185	46,653	0,119	3,625	0,11879	3,617	6,162
6,146	535,953	5,387	28,264	46,862	0,120	3,640	0,11933	3,633	6,145
6,130	534,549	5,374	28,338	47,060	0,120	3,654	0,11984	3,648	6,129
6,115	533,261	5,363	28,406	47,243	0,121	3,667	0,12032	3,661	6,114

Canal con pendiente  $S_o = 0.2359$

	442,300	306,2	314,94	0,00	6,114	533,143	5,362	28,413	47,260	0,12057	3,669
tramo 2 $S_o = 0.2359$ desde la estación 442 hasta la 704	462,300	301,5	316,20	19,44	5,942	518,149	5,229	29,235	49,504	0,12615	3,829
	482,300	296,8	311,19	38,87	5,792	505,055	5,113	29,993	51,641	0,13138	3,979
	502,300	292,1	306,21	58,31	5,660	493,511	5,009	30,694	53,679	0,13630	4,119
	522,300	287,3	301,23	77,74	5,542	483,249	4,917	31,346	55,622	0,14093	4,251
	542,300	282,6	296,27	97,18	5,437	474,064	4,834	31,953	57,477	0,14530	4,375
	562,300	277,9	291,32	116,61	5,342	465,793	4,759	32,521	59,246	0,14943	4,493
	582,300	273,2	286,38	136,05	5,256	458,306	4,690	33,052	60,936	0,15335	4,603
	602,300	268,5	281,45	155,48	5,178	451,497	4,628	33,551	62,550	0,15705	4,708
	622,300	263,8	276,52	174,92	5,106	445,280	4,571	34,019	64,092	0,16057	4,806
	642,300	259,0	271,60	194,36	5,041	439,582	4,519	34,460	65,566	0,16390	4,900
	662,300	254,3	266,69	213,79	4,981	434,343	4,470	34,876	66,974	0,16707	4,989
	682,300	249,6	261,78	233,23	4,926	429,512	4,426	35,268	68,321	0,17009	5,074
	704,036	244,5	256,44	254,35	4,870	424,673	4,381	35,670	69,719	0,17320	

iteración 1									
y2 prop	A	Rh	V	E	Sf	Fr	Sfmed	Frmed	y2
6,022	525,146	5,291	28,845	48,431	0,123	3,753	0,12203	3,711	5,936
5,853	510,377	5,160	29,680	50,751	0,129	3,917	0,12768	3,873	5,787
5,705	497,479	5,045	30,449	52,962	0,135	4,070	0,13298	4,025	5,656
5,575	486,108	4,943	31,162	55,068	0,140	4,214	0,13795	4,167	5,540
5,459	476,000	4,851	31,824	57,076	0,144	4,349	0,14265	4,300	5,435
5,355	466,953	4,769	32,440	58,992	0,149	4,476	0,14707	4,426	5,341
5,262	458,806	4,695	33,016	60,820	0,153	4,596	0,15126	4,544	5,256
5,177	451,431	4,628	33,555	62,566	0,157	4,709	0,15522	4,656	5,178
5,100	444,725	4,566	34,062	64,233	0,161	4,816	0,15897	4,762	5,107
5,030	438,601	4,510	34,537	65,825	0,164	4,917	0,16253	4,862	5,042
4,965	432,989	4,458	34,985	67,347	0,168	5,013	0,16591	4,956	4,982
4,906	427,828	4,410	35,407	68,802	0,171	5,104	0,16912	5,046	4,926
4,852	423,069	4,366	35,805	70,193	0,174	5,190	0,17217	5,132	4,871

iteración 2									
y2	A	Rh	V	E	Sf	Fr	Sfmed	Frmed	y2
5,936	517,592	5,224	29,266	49,591	0,126	3,835	0,12347	3,752	5,942
5,787	504,668	5,109	30,016	51,707	0,132	3,984	0,12884	3,906	5,792
5,656	493,244	5,007	30,711	53,728	0,136	4,123	0,13390	4,051	5,660
5,540	483,070	4,915	31,358	55,658	0,141	4,254	0,13865	4,187	5,542
5,435	473,950	4,833	31,961	57,500	0,145	4,377	0,14314	4,314	5,437
5,341	465,729	4,758	32,525	59,260	0,149	4,493	0,14738	4,434	5,342
5,256	458,280	4,690	33,054	60,942	0,153	4,603	0,15140	4,548	5,256
5,178	451,501	4,628	33,550	62,549	0,157	4,708	0,15520	4,655	5,178
5,107	445,307	4,571	34,017	64,085	0,161	4,806	0,15880	4,757	5,106
5,042	439,627	4,519	34,456	65,554	0,164	4,900	0,16222	4,853	5,041
4,982	434,403	4,471	34,871	66,958	0,167	4,988	0,16547	4,944	4,981
4,926	429,583	4,426	35,262	68,301	0,170	5,072	0,16856	5,031	4,926
4,871	424,744	4,381	35,664	69,698	0,173	5,159	0,17162	5,116	4,870

### Cubeta

Se calcularon tirantes al inicio, centro y final de la cubeta con energía específica para fondos curvos, considerando el radio de curvatura (corrección por fuerza centrífuga)

$$E = y \cos \alpha + \frac{y V^2}{R g} + \frac{V^2}{2g}$$

### EN LA CUBETA (FONDO CURVO)

La Energía específica es  $E = y \cos \alpha + \frac{y V^2}{R g} + \frac{V^2}{2g}$ ; donde  $R$  es el radio de la cubeta

Parábola del chorro descargado por la cubeta. Para este caso:  $K=0.9$

La coordenada  $x$  es la horizontal a la salida de la cubeta

La coordenada  $y$  es la vertical a partir del final de la cubeta.

El ángulo de salida del chorro es  $\theta$

Tirante al final de la cubeta (tirante de despegue)  $d$

$$y = x \tan \theta - \frac{x}{K \left( 4 \left( d + \frac{V^2}{2g} \right) \cos^2 \theta \right)}$$

Cubeta (fondo curvo)			estación							
	angulo del fondo $\alpha$		K	elev	tirante	A	Rh	V	E	H
inicio	0,238	rad	704,036	244,59	4,870	424,673	4,381	35,670	69,719	314,304
fondo	0	rad	723,503	240,00	5,0561	440,893	4,531	34,358	74,305	314,305
salida	0,34906585	rad	742,297	246,84	5,3443	466,027	4,761	32,505	67,466	314,306

### Chorro

Se utilizó la ecuación de tiro parabólico para un chorro de agua lanzado con ángulo de disparo  $\theta$ , ubicando el eje coordenado en labio de la cubeta.

$$y = x \tan \theta - \frac{x}{K \left( 4 \left( d + \frac{V^2}{2g} \right) \cos^2 \theta \right)}$$

Trayectoria parabólica del chorro lanzado										
Coeficiente para el chorro		estación K	elev	coord x	tirante	A	Rh	V	E	Coord y
K=	0,9	742,297	246,84	0	5,3443465	466,027	4,761	32,505	67,466	0,000
		752,297		10						3,225
				20						5,622
				30						7,190
				40						7,929
				50						7,839
				43,919						7,993
				60						6,921
				70						5,174
				80						2,598
				90						-0,806
				100						-5,040
				110						-10,102
				87,838						0,000

### 3.2.4 Gráficas

En este apartado se muestran las tabulaciones del perfil hidráulico a partir de las rápidas de descarga, así como una grafica del perfil en la obra de excedencias con cotas reales.

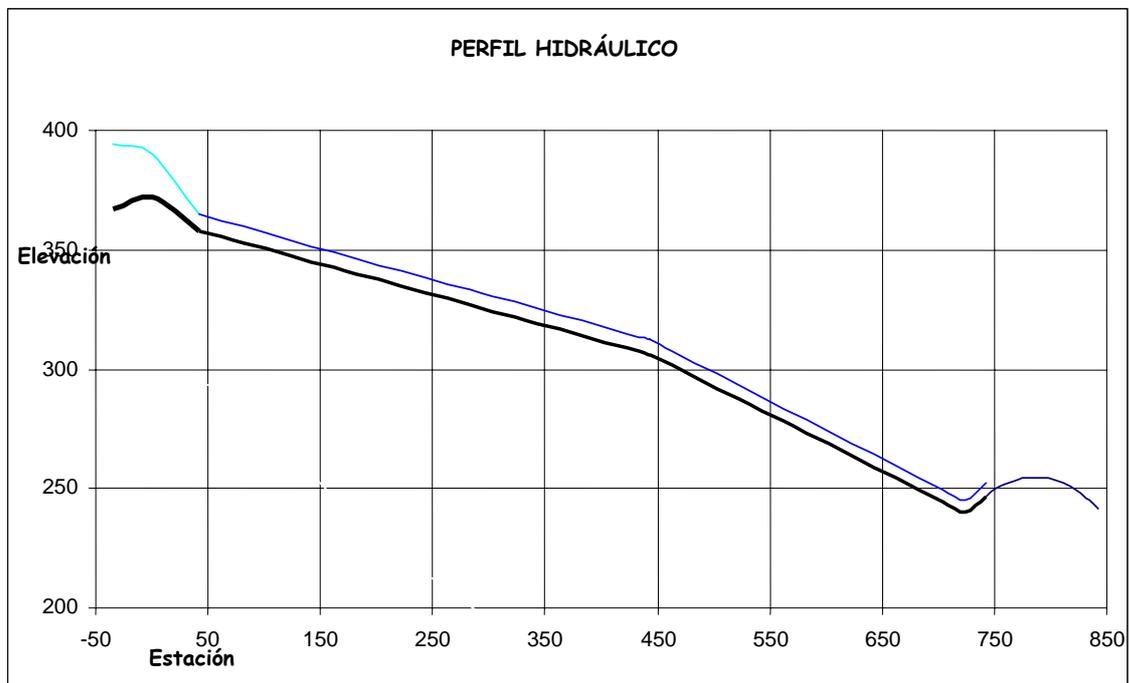


Figura 3.3. Perfil Hidráulico del Vertedor del P.H. El Cajón.

---

### 3.3 TEORÍA PARA DISEÑO DE AIREADORES

#### 3.3.1 *Introducción y teoría del proceso de aireación*

Las presas son protegidas contra avenidas extraordinarias por sistemas de demasías (obras de excedencias) los cuales generalmente están formados por un canal a superficie libre, en la margen derecha o izquierda o de diversas modalidades. En general los proyectos hidroeléctricos de las últimas décadas para presas de materiales graduados se han caracterizado por presas con cara de concreto y un canal a superficie libre.

Un vertedor de excedencias de superficie es un desagüe situado en la parte superior de la presa y se compone de una entrada, y un canal deflector (cubeta de lanzamiento). El flujo sobre el canal es un escurrimiento a superficie libre supercrítico (No de Froude grande  $\gg 1$ ).

Con el crecimiento de la altura de las presas, las velocidades del flujo sobre el canal pueden alcanzar 50 m/s. Bajo estas condiciones, los daños de erosión por cavitación aparecen con velocidades entre 12 y 15 m/s.

Existen diferentes métodos para prevenir o reducir la erosión por cavitación. En flujos con velocidades de hasta 20 m/s es posible proteger las superficies mejorando la geometría de las fronteras y perfeccionando los acabados o utilizando concretos de alta resistencia, revestimientos de acero, resinas poliméricas o epóxicas. Estas soluciones son costosas y poco prácticas.

Dentro de la ingeniería de diseño se opta por un método más práctico para la ejecución de una obra funcional, sustentable y económica, por estos motivos se optan por el siguiente método.

Mediante la compresibilidad del fluido cerca de la superficie del canal se introduce aire al escurrimiento. La entrada a la superficie libre del flujo puede proteger la plantilla del vertedor si el proceso de aireación provee una concentración de aire suficiente cerca de del fondo ( $C > 7\%$ ) donde C es la concentración. Si el aire introducido no llega al fondo en cantidad suficiente o si los requerimientos para evitar la cavitación son muy severos ( $V > 30$  m/s), es posible utilizar dispositivos llamados aireadores para introducir mas aire y dirigirlo al fondo del canal.

Un aireador de fondo generalmente esta formado por un deflector, un escalón y una ranura. La ranura tendera a mejorar las condiciones del flujo de aire el cual se alimenta en los extremos del canal.

Al final del deflector se forma un chorro libre turbulento. Bajo la superficie libre inferior del chorro se genera una cavidad sujeta a una depresión  $\Delta P$  que establece una ventilación hacia la cavidad.

En vertedores de cargas altas es necesario colocar aireadores para evitar daños por cavitación. Pinto (1983,1986) y Arreguin (2005). La colocación de los aireadores es una decisión crucial dentro del diseño de vertedores. un numero no suficiente de estos no protegerá adecuadamente el vertedor, la superficie del canal y eventualmente se convertirá en un obstáculo al flujo, el cual podría ocasionar una situación catastrófica.

A pesar de que el uso de los aireadores se ha convertido en una práctica común Echavez 2001, y muchos de ellos se han construido y funcionado adecuadamente por varios años, existen ciertas interrogantes y aspectos sobre su funcionamiento que necesitan ser entendidos para alcanzar un mejor y diseño mas económico en la toma de decisiones.

La primera de estas interrogantes es donde colocar el primer aireador y el número de éstos.

En la siguiente figura se muestran diversas formas de aireadores, con forma de rampas, deflectores, escalones o ranuras asi como una combinación de estos. Se suministra de manera automática aire a la superficie del vertedor mediante ductos de aire a medida que la separación del flujo hace que la presión aguas abajo del aireador caiga por debajo de la atmosférica; los ductos deben diseñarse para controlar esta caída de presión dentro de límites aceptables.

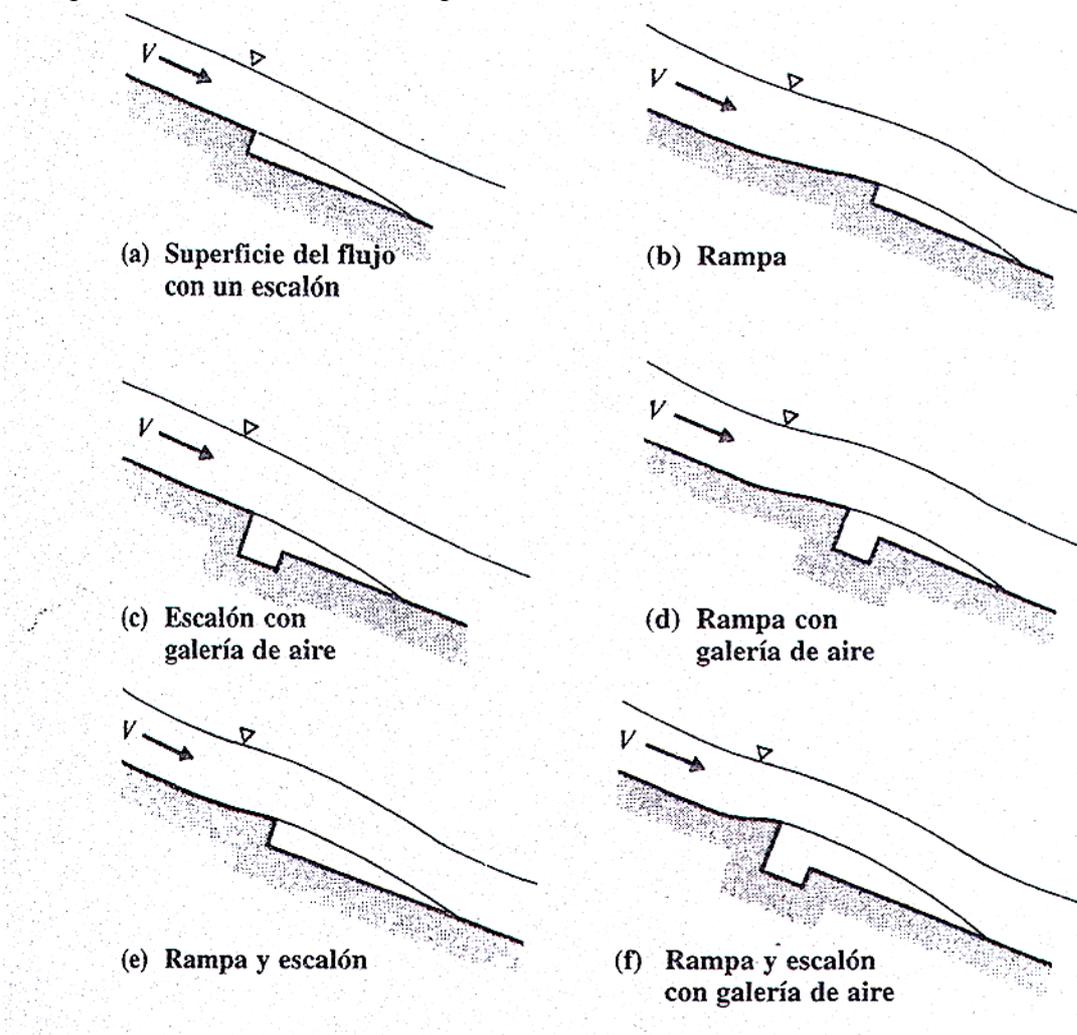


Figura 3.3. Geometría de aireadores.

---

## MÉTODO PARA COLOCAR EL PRIMER AIREADOR

Debido a que los daños de la cavitación se deben a la presión del flujo y la velocidad cerca de la superficie del vertedor, es importante considerar el crecimiento de la frontera de la lamina del fluido mientras esta desciende por el vertedor, con la ecuación y la teoría antes descrita empleamos la ecuación:

$$\sigma_k = \frac{h_p - h_v}{\frac{V_k^2}{2g}} \qquad V_k = \frac{1.68 \sqrt{2gh}}{.33 + \log\left(\frac{x}{k}\right)}$$

Donde

$\sigma_k$  es el número de Thoma o de cavitación

$h_p$  es la carga de presión en el punto de interés en m

$h_v$  es la carga de presión de vaporización del agua en m

$V_k$  es la velocidad local en una determinada sección del canal, en m/s

$K$  es la rugosidad absoluta de la pared en mm

$h$  es la diferencia entre el nivel del agua en el embalse y el nivel de la superficie libre de escurrimiento para la sección perpendicular a la pared

$x$  distancia medida sobre la superficie de la rápida de descarga que va desde la cresta del vertedor al punto de interés.

$V^2/2g$  es la carga de velocidad local en la zona de interés en m/s

Obsérvese que la carga de presión  $h_p$ , en cada sección se calcula con la ecuación siguiente

$$h_p = h_{p1} + \frac{d V^2}{g r}$$

$d$  es la profundidad del agua perpendicular al flujo

$g$  es la aceleración gravitacional

$h_{p1}$  es la proyección vertical del tirante de agua

$V$  es la velocidad media de la sección

$r$  es el radio de curvatura, (+) para una sección cóncava o (-) para una sección convexa o infinito para una sección rectilínea.

La siguiente figura muestra las variables involucradas.

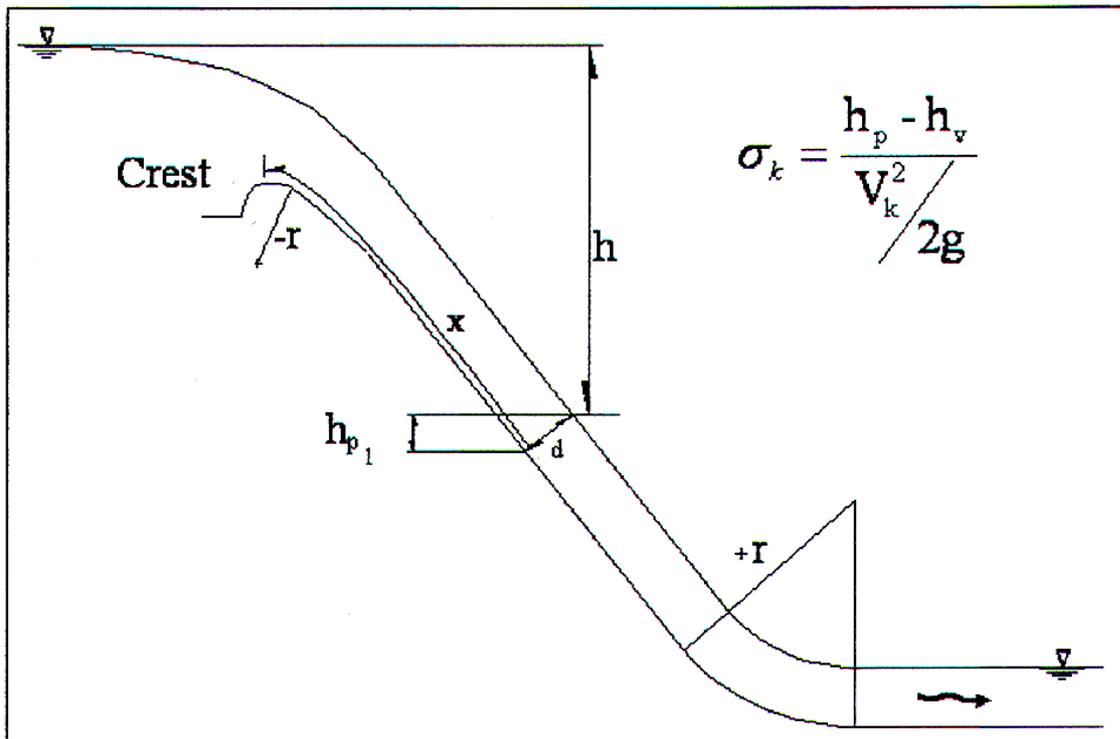


Figura 3.4. Variables utilizadas en el cálculo de cavitación.

La igualdad a emplear es la siguiente, la cual genera la grafica mostrada con anterioridad, esta igualdad es conservadora para fines de diseño.

Para determinar el índice de cavitación incipiente, de acuerdo a daños observados en las presas de Chicoasen México, Karen Irán y El Infiernillo México se recomienda un índice de 1.5 pero para ir del lado de la seguridad se puede utilizar el valor de 1.7 como índice de cavitación incipiente.

Dentro del diseño de los aireadores empleados en prototipos reales se propone un a sección redondeada en el extremo del aireador en el cual descarga el agua para evitar turbulencias y dar un funcionamiento hidrodinámico optimo dentro del cauce de la avenida que se descarga en el vertedor.

---

### 3.3.2 Validación y aplicación de la teoría y ecuaciones

#### Funcionamiento del aireador

El primer paso para caracterizar el funcionamiento de un aireador, es conocer la demanda de aire, la magnitud y distribución espacial de la presión (negativa) bajo el chorro y las características hidráulicas del flujo.

La demanda de aire es la cantidad de aire que entra en el chorro gracias al aireador. La razón del flujo de aire y del gasto de agua se denomina  $\beta$ .

La caída de presión esta originada por el arrastre de aire en la lámina inferior del chorro, por la geometría y dimensiones de cavidad por las características del ducto del aireador que genera un estrangulamiento al flujo del aire. Esto es, si no estuviera el aireador entonces la cavidad estaría a la presión atmosférica y el flujo de aire hacia la cavidad sería máximo.

#### Aireadores

Si la aireación por la superficie libre del agua sobre el vertedor no produce concentraciones de aire suficientes cerca de la plantilla, entonces es conveniente reforzar la entrada del aire, pero dirigida al fondo del vertedor, a través de dispositivos especiales llamados aireadores.

Los aireadores son cavidades que se encuentran en la plantilla o piso del vertedor y en algunas ocasiones también en las paredes, deben ser construidos en las secciones críticas de un vertedor y, con base en las características del flujo, consta de las siguientes zonas.

- 1) Zona de entrada el agua mantiene las mismas propiedades que aguas arriba del vertedor.
- 2) Zona de transición. Coincide con la longitud de la rampa, la cual tiene pendiente menor a la del vertedor. En esta zona sucede un cambio de presiones que va desde un valor mayor al hidrostático en el inicio, hasta un valor subatmosférico al final.
- 3) Zona de aireación. Comienza donde el flujo abandona la rampa y se caracteriza por una gran admisión de aire favorecida por un cambio drástico de presión y de esfuerzos cortantes que sufre la parte inferior del chorro.
- 4) Zona de impacto Zona de mezcla donde el gradiente de presión es mayor que la presión hidrostática. Ese gradiente produce una rápida distribución e incremento significativo en la concentración del aire.
- 5) Zona de distribución del aire El gradiente de presión regresa al hidrostático. La concentración del aire cerca del vertedor disminuye y las burbujas de aire que están sujetas a la fuerza de flotación ascendente viajan hacia la superficie.

#### Aireación Mecanismo y dispositivos.

La aireación es el proceso mediante el cual, por turbulencia en el agua atrapa el aire y lo transporta en forma de burbujas al interior del fluido.

La turbulencia necesaria para activar el mecanismo de aireación puede ser generada por saltos hidráulicos, perturbaciones por choque de un chorro contra la superficie del agua por cambio de flujo a superficie libre a conducción cerrada (por formación de vortices), en conductos cerrados al pasar de tubería parcialmente llena a tubo lleno y en zonas de presiones negativas, por separación del flujo de las paredes de los tubos o canales (en discontinuidades, bordes, orificios) y por altas velocidades en flujo supercrítico por arrastre de la capa de aire en contacto con el fluido en movimiento.

La aireación en un vertedor se distingue en varias regiones:

- A) Región de flujo no aireado, Se encuentra después de la cresta del vertedor, se caracteriza por el crecimiento de la capa límite originando un flujo irrotacional.
- B) Punto de turbulencia incipiente. Es el punto donde empieza la turbulencia. La posición del punto incipiente y las propiedades del flujo en este punto son función de la pendiente, de las condiciones en la cresta y a su vez (función del gasto y la carga de la presa) y de las dimensiones geométricas del vertedor. En esta región se observa la formación de vértices que atrapan aire de la atmósfera y lo introducen al interior del agua.
- C) Región de transición. Zona donde ya es generalizada la admisión de aire, por presencia de un gran número de vértices en la superficie del flujo. La concentración de aire crece.
- D) Región de flujo uniforme. Región donde la concentración de aire disminuye y por lo tanto, donde las propiedades del fluido se normalizan.

Aunque con certeza no se sabe la razón por la cual el aire reduce los daños por cavitación, se sabe que:

- A) Como el aire no se condensa, su presencia produce un amortiguamiento de la acción de las burbujas, reduciendo así la presión causada contra las paredes de la conducción.
- B) La presencia de aire modifica el módulo elástico del fluido, lo cual reduce la rapidez de las ondas de choque y, por lo tanto, la magnitud de estas sobre el material de la superficie.

### Cavitación

Se calculó el número de Thoma para determinar las zonas de posible cavitación debida a la gran velocidad del flujo.

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{\frac{v_k^2}{2g}}$$

donde :

$h_p$  es la carga de presión en el punto de interés, en m.

$h_v$  es la carga de vaporización del agua, 9.8 m a 20°C

$v_k$  es la velocidad local para cavitación por rugosidad

$$v_k = \frac{1.68\sqrt{2gh}}{0.33 + \log\left(\frac{x}{k}\right)}$$

$h$  desnivel entre el embalse y la superficie del agua en el punto de interés.

$k$  rugosidad absoluta de la pared (Nikuradse).

x distancia medida sobre el fondo desde la cresta, hasta el punto de interés.

El número de cavitación o de Thoma incipiente es

$$\sigma_i = 1.5$$

Si  $\sigma > \sigma_i$  no habrá problemas de cavitación

Si  $\sigma < \sigma_i$  existe el riesgo de cavitación.

		k= 14 mm							
THOMA		hv=	-9,8	m					
r	q	hpl	hp	hv	h	x	Vk	Thoma	$\sigma$
	0	27,000		-9,8	0,0000	0,00			
1,000E+200	0	17,945	17,945	-9,8	4,0550	0,00			
1,000E+200	0,130	6,653	6,653	-9,8	29,2506	44,83	10,4932	2,9317	
				0,000	-9,8				
Estación K				0,000	-9,8				
tramo 1 So=0.12975 hasta la estación 442	42,603	0,130	6,653	6,653	-9,8	29,1934	44,83	10,4830	2,9374
	62,603	0,130	6,599	6,599	-9,8	31,8434	65,00	10,5065	2,9147
	82,603	0,130	6,549	6,549	-9,8	34,4892	85,17	10,6223	2,8428
	102,603	0,130	6,502	6,502	-9,8	37,1312	105,34	10,7798	2,7525
	122,603	0,130	6,460	6,460	-9,8	39,7698	125,51	10,9580	2,6567
	142,603	0,130	6,420	6,420	-9,8	42,4052	145,68	11,1468	2,5612
	162,603	0,130	6,383	6,383	-9,8	45,0378	165,85	11,3407	2,4687
	182,603	0,130	6,348	6,348	-9,8	47,6678	186,03	11,5365	2,3806
	202,603	0,130	6,316	6,316	-9,8	50,2955	206,20	11,7325	2,2971
tramo 2 So=0.2559 desde la estación 442 hasta la 704	222,603	0,130	6,286	6,286	-9,8	52,9210	226,37	11,9273	2,2186
	242,603	0,130	6,258	6,258	-9,8	55,5446	246,54	12,1204	2,1447
	262,603	0,130	6,232	6,232	-9,8	58,1663	266,71	12,3113	2,0753
	282,603	0,130	6,207	6,207	-9,8	60,7863	286,88	12,4996	2,0101
	302,603	0,130	6,184	6,184	-9,8	63,4048	307,05	12,6854	1,9489
	322,603	0,130	6,163	6,163	-9,8	66,0218	327,22	12,8684	1,8913
	342,603	0,130	6,142	6,142	-9,8	68,6375	347,39	13,0487	1,8370
	362,603	0,130	6,123	6,123	-9,8	71,2519	367,56	13,2262	1,7859
	382,603	0,130	6,105	6,105	-9,8	73,8652	387,73	13,4011	1,7376
	402,603	0,130	6,088	6,088	-9,8	76,4774	407,90	13,5734	1,6920
	422,603	0,130	6,072	6,072	-9,8	79,0886	428,07	13,7431	1,6488
	442,000	0,130	6,058	6,058	-9,8	81,6202	447,63	13,9053	1,6091
442,300	0,238	5,937	5,937	-9,8	81,4949	492,47	13,7765	1,6268	
462,300	0,238	5,762	5,762	-9,8	86,3986	513,05	14,1334	1,5285	
482,300	0,238	5,610	5,610	-9,8	91,2776	533,63	14,4764	1,4427	
502,300	0,238	5,476	5,476	-9,8	96,1368	554,21	14,8072	1,3670	
522,300	0,238	5,358	5,358	-9,8	100,9797	574,79	15,1270	1,2997	
542,300	0,238	5,253	5,253	-9,8	105,8089	595,37	15,4367	1,2394	
562,300	0,238	5,159	5,159	-9,8	110,6267	615,95	15,7374	1,1850	

	582,300	0,238	5,074	5,074	-9,8	115,4346	636,53	16,0298	1,1357
	602,300	0,238	4,997	4,997	-9,8	120,2341	657,11	16,3144	1,0908
	622,300	0,238	4,927	4,927	-9,8	125,0263	677,69	16,5919	1,0496
	642,300	0,238	4,863	4,863	-9,8	129,8121	698,27	16,8628	1,0117
	662,300	0,238	4,804	4,804	-9,8	134,5922	718,86	17,1275	0,9768
	682,300	0,238	4,750	4,750	-9,8	139,3674	739,44	17,3864	0,9444
	704,036	0,238	4,697	4,697	-9,8	144,5520	761,80	17,6616	0,9118

En el laboratorio de CFE en Cuernavaca Morelos se verificaron volúmenes de control de avenidas por medio de una escala de similitud realizando numerosos estudios de laboratorio. La ingeniería de detalle y estimaciones numéricas del control de avenidas permitieron obtener los datos de diseño de la obra civil en estudio.

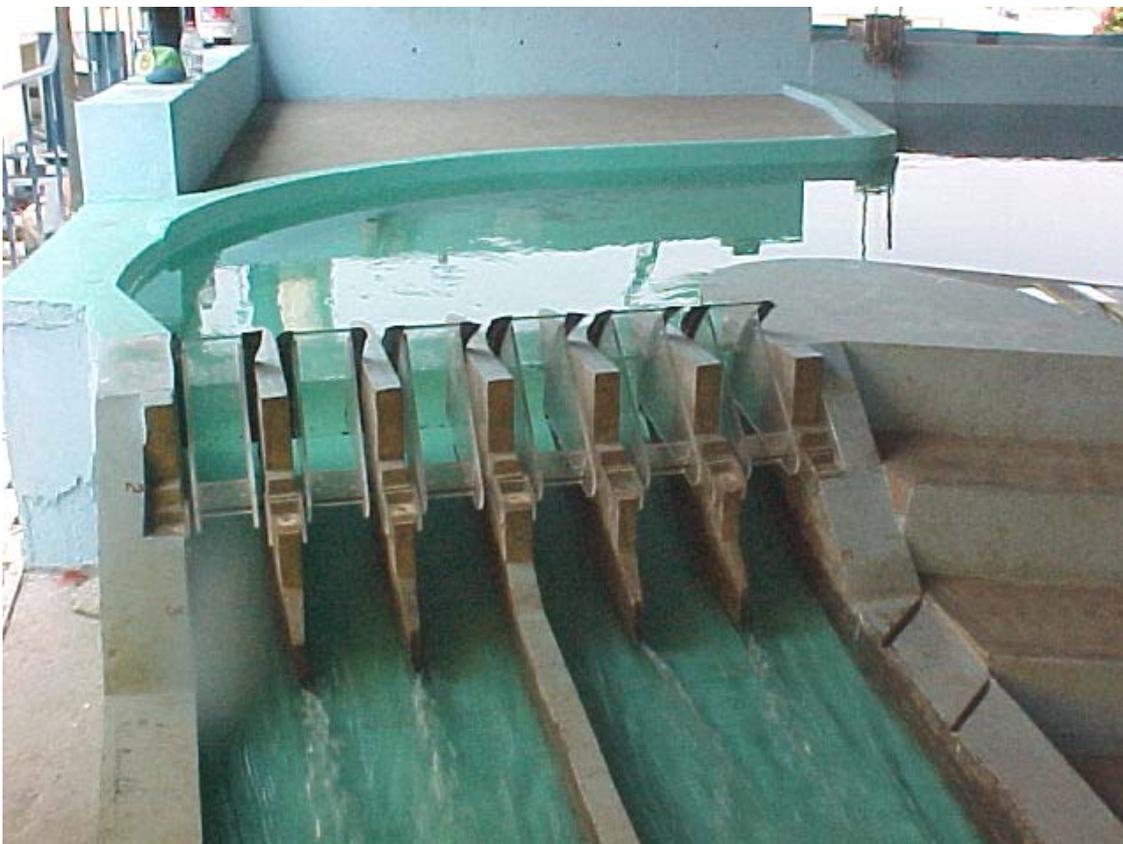


Figura 3.4. Modelo de la Obra de Excedencias del P.H. EL Cajón del laboratorio de Hidráulica de CFE, en Cuernavaca Morelos.

Con el estudio realizado en modelo hidráulico del laboratorio de CFE en Cuernavaca,  $Le=75$ , se verificó el funcionamiento del vertedor, proyecto original; y se obtuvieron las modificaciones al mismo, siendo éstas mínimas.

Después de analizar los registros de las variables físicas (estructura de control), conjuntamente con el personal de la Subgerencia de Diseños Hidroeléctricos y los Asesores del P.H. El Cajón, se adoptó como

---

geometría del canal de llamada la correspondiente a la alternativa B-A-A. (La cual corrige unas coordenadas y da un mejor funcionamiento hidráulico en base a datos de laboratorio).

De su funcionamiento en modelo hidráulico, para la condición de descarga libre con el NAME elev 394 m.s.n.m., el gasto de descarga es de 15,148 m<sup>3</sup>/s, con un coeficiente de descarga global Cd=2.03. De acuerdo a datos escalados reales y medidos en el modelo experimental.

Definida la geometría del canal de llamada, se obtuvo el funcionamiento hidráulico del vertedor, formado por: el canal de llamada, la estructura de control, y la rápida, incluyendo la estructura terminal; con la política de operación indicada en la tabla 1.1. Los comentarios a su funcionamiento se analizaron mediante pruebas experimentales del laboratorio.

La erosión del cauce se estudiará una vez que se concluya el estudio de la obra de generación y se realizara en el prototipo real o en la obra en funcionamiento.

**Tabla 2.22<sup>a</sup> Funcionamiento del vertedor para 15148 m<sup>3</sup>/s y embalse elev 394.00 msnm, descarga libre. Alternativa B-A-A**

CANAL IZQUIERDO				ESTACIÓN	SECCIÓN	ELEVACIÓN	CANAL DERECHO					
Tirante/Huella	Longitud napa/salto, m			Velocidad			Velocidad	Longitud napa/salto, m			Tirante/Huella	
m/msnm	MI	C	MD	m/s	Km	msnm	m/s	MI	C	MD	m/msnm	
6.15	187.50	172.50	142.50	43.57	742.29	20	246.84	44.04	142.50	187.50	120.00	5.78
5.48				48.72	723.50	19	240.00	48.33				5.40
5.33				49.73	704.04	18	244.59	49.58				4.88
4.88				47.92	677.00	17	250.95	48.07				5.03
5.33	18.98		18.53	47.30	642.30	AIR 5	259.12	47.92	18.30		21.98	5.48
5.25				45.72	577.00	16	274.50	45.56				5.33
4.95	21.15		19.05	43.74	542.30	AIR 4	282.67	44.08	19.35		21.68	5.78
4.43				41.50	494.00	15	294.05	40.96				4.88
6.08				38.94	455.01	14	303.23	39.50				5.63
5.48	20.33		19.65	37.79	442.30	AIR 3	306.22	38.94	19.50		21.98	6.08
6.30				37.20	377.00	13	314.70	37.39				6.23
6.00	17.03		15.90	36.44	342.30	AIR 2	319.20	36.80	15.83		17.03	6.53
5.40				33.27	277.00	12	327.67	33.22				5.40
6.68	14.36		14.35	32.44	242.30	AIR 1	332.17	32.33	14.25		15.75	6.15
6.00				30.45	177.00	11	340.65	30.57				7.28
6.68				26.86	100.00	10	350.64	26.72				7.28
365.40				26.30	42.72	4	358.07	26.39				364.95
363.53					38.98	3	358.63					367.50
375.00					25.80	2	361.94					374.03
382.50					15.00	1	366.92					381.75
389.10					0.00	0	372.00					388.35
387.23						C	367.00					391.95
388.35						D	367.00					393.98

387.68						E	367.00					394.05
386.93						F	367.00					394.05
387.60						G	367.00					394.13
390.68						H	367.00					393.98
393.53						I	367.00					394.05
394.28						J	367.00					393.90
394.28						K	367.00					-

Notas: Coeficiente de descarga  $C_d = 2.03$

Las variables físicas de la tabla, se presentan en el sentido del flujo, de abajo hacia arriba; la ubicación de las secciones de registro ver figs. 2.2b y 4.1

La velocidad se registra a 0.5 del tirante.

El abatimiento del agua en la margen izquierda del canal de llamada es de 7.07 m.

El nivel del agua en la sección 2 está por debajo del perno de la compuerta, elevación 382.30 msnm.

El nivel del agua en la rápida rebasa el muro central, proyecto original.

---

## CAPÍTULO 4. MODELOS HIDRÁULICOS Y APLICACIÓN COMPUTACIONAL

### IXTLI

#### 4.1 ASPECTOS GENERALES

#### 4.2 MODELOS HIDRÁULICOS EN LA INGENIERÍA CIVIL

##### 4.2.1 *Introducción a las técnicas de modelaje*

#### Definición de un modelo

Un modelo es una representación física real de un objeto, o representación de un fenómeno físico; este puede ser matemático, físico, análogo, digital, computacional o de cualquier otra índole existente.

#### Introducción a los modelos y técnicas de modelaje

Todos los hidrólogos y los ingenieros civiles crean modelos de su trabajo, un estudio reciente de un diario de la ASCE noticias de ingenieros referente al software indica una gran cantidad de modelos utilizados particularmente en el área de hidráulica e hidrología, como se indica en la siguiente tabla.

Tabla 4.1 Modelos utilizados en ingeniería.

Hidráulica e hidrología	14
Estructural	10
Suelos y carreteras	5
CAD manejo de información	4
Elemento finito	1

En total 34 programas de modelaje.

En cuestiones computacionales, de diseño, arquitectónicas e ingenieriles que son la base de nuestro proyecto virtual de generación de hidroeléctricas en 3 dimensiones tenemos un ente de programas entre ellos de arquitectura, programación orientada a objetos, matrices, vectores tridimensionales. Estos programas se modelan a partir de modelos matemáticos, operaciones vectoriales, conversión de coordenadas, etc.

Tanto ingenieros y diseñadores emplean diversos programas para modelar proyecciones futuras de obras civiles.

#### El por qué de usar los modelos ampliamente

Una razón es para ahorrar tiempo, particularmente a partir de cálculos computacionales.

Para realizar un análisis a fondo y examinar los diferentes escenarios, opciones u alternativas a seguir.

Reflejar un estatus correspondiente sobre una rama del conocimiento o un campo particular de estudio.

---

Algunos mitos sobre el modelaje.

- Los modelos no son un sustituto de un a rama del conocimiento, intercambio de información o conocimiento de un sistema.
- Ningún modelo es tan bueno como observaciones hechas en un sistema real.
- Ningún modelo es suficientemente comprensivo para representar cada sistema de interacción físico, químico, biológico...
- Es muy importante entender y comprender los fundamentos hechos por el desarrollador y no usar el modelo para predecir variables las cuales son representadas por el modelo.
- Si el modelo predice algo inusual que no puede ser soportado por algún razonamiento físico el modelo es erróneo.
- Un modelo no es un sustituto de un análisis inteligente, el sentido común deberá mantenerse por la persona que realice el estudio.

Teniendo en mente las consideraciones anteriores, los modelos pueden usarse ampliamente. Un ingeniero joven puede ganar credibilidad utilizando diversos modelos y técnicas computacionales.

Análisis de modelos.

Modelos físicos

Estos modelos son hechos a escala de representación de prototipos reales.

- vertedores, cuencas hidrológicas, bahías, estructuras hidráulicas
- turbinas hidráulicas
- ríos y modelos de lagos

Estos modelos son excelentes para una visualización y representación para expertos y técnicos y toma de decisiones.

Modelos análogos o electrónicos

Estos modelos han sido utilizados extensamente por modelos de estudios subterráneos.

-Capacitores para representar almacenamiento en los suelos  
Resistencias para registrar el movimiento de masas de agua sobre el suelo  
Para remover un flujo y extraer un gasto  
Añadir un flujo y una recarga de un acuífero

---

## Modelos Matemáticos

Estos modelos están ampliamente dominados en el mercado

### A) Modelos determinísticos

Estos modelos están basados en relaciones matemáticas y no tienen ningún tipo de incertidumbre, algunos ejemplos son el método de Hardy cross en modelos de redes de tuberías.

### B) Modelos de hidráulica superficial

Modelos de precipitación y de escurrimiento en regiones hidrológicas, incluyen el diseño de tormentas y el diseño de capacidad de drenaje de una cuenca hidrológica.

Algunos softwares empleados son.

HEC 1 (Hydrologic Engineering Centre) Centro Hidrológico Ingeniería

HYMO (Hydrologic Modeling) Modelage Hidrológico

Stanford modelo de hidráulica superficial

SSARR (Stream Floor synthesis and Reservoir Regulation)

SWMM (Store Water Management Model)

### C) Cálculo de perfiles hidráulicos

HEC 2- usado extensamente para cálculo de perfiles hidráulicos.

### D) Diferencias Finitas

Modelos de elemento finito para proveer una solución de ecuaciones aplicable a cuerpos de agua poco profundos.

Análisis de corrientes en una bahía, estudios de dispersión de calor, estudios de dispersión de contaminantes. Así como transporte de sedimentos en casos más complejos de análisis.

### E) Modelos de búsqueda de operaciones

Modelos lineales y de programación dinámica

Operación de vasos de almacenamiento, con usos múltiples recreación, almacenamiento, protección contra inundaciones, generación de hidroelectricidad etcétera.

El procedimiento básico incluye la cuantificación de cada variable, demanda de agua para una población, volumen útil para generar electricidad o para un área de riego.

La obtención de datos hidrológicos tales como hidrógramas y escurrimientos base son necesarios para poder modelar este tipo de modelos, el tipo de suelo y coeficientes de drenaje también son indispensable dentro de las variables a utilizar en este tipo de modelos.

Búsqueda de una función objetivo para maximizar beneficios netos y minimizar daños sujeta a condiciones hidrográficas, financieras y de interacción.

---

## Modelos probabilísticos:

Ampliamente usados dentro de la ingeniería.

Análisis del Gasto máximo de diseño, se propone un periodo de diseño para la obra de interés, con información anual de gastos máximos se necesitan hacer inferencias y obtener los datos para una tormenta de diseño.

El procedimiento incluye una distribución probabilística que este correlacionada de acuerdo a la información, satisfacer parámetros de la distribución de probabilidad a calcular y obtener a partir de los gastos máximos los gastos de la tormenta de diseño.

## Modelos de Series de tiempo

De acuerdo a series de pares de puntos no independientes se toma en cuenta una variable de dependencia como puede ser información mensual de un cauce.

## Algunos otros modelos

El campo de modelaje computacional en ingeniería es vasto entre otros ejemplos más comunes podemos encontrar modelos de agua en los niveles freáticos así como estudios de impacto ambiental sobre la calidad del agua con variables ecológicas y de contaminación.

### *4.2.2 Modelos hidráulicos computacionales*

Existen en el mercado alrededor de 14 programas de Hidráulica e hidrología los mas comunes y de versión gratuita son HEC 1, HEC2, y HEC RAS algunos de estos son mas sencillos como el método de Hardi Cross y de versión libre en instituciones gubernamentales como el Sistema de Aguas de La ciudad de México.

Existen otros programas como uno que da los datos de escurrimiento a nivel nacional, en base a todos los ríos de la Republica Mexicana.

Sin embargo una gran cantidad de estos programas se puede limitar al uso de hojas interactivas de Excel debido al conocimiento de las bases científicas, y su fácil interpretación.

El ingeniero civil con especialidad en hidráulica deberá ser capaz de saber resolver los problemas de campo que encuentre en el ejercicio profesional mediante las bases científicas independientemente si utiliza un programa computacional o no.

## 4.3 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### *4.3.1 Aspectos teóricos del modelaje*

Dentro de los modelos físicos ocurren las siguientes situaciones:

---

### Aplicaciones civiles al aire libre

- Control de inundaciones en poblaciones cercanas a ríos
- Vertedores para presas
- Desarrollo de puertos
- Cuestiones ambientales
- Estudios sobre depósito de sedimentos

### Maquinaria hidráulica

- Diseño de turbinas
- Diseño de bombas
- Diseño de impulsores
- Diseño de compuertas radiales

Para una representación completa entre modelo y prototipo deberá existir lo siguiente.

- Similitud Geométrica
- Similitud Cinemática
- Similitud Dinámica

### Consideraciones geométricas

Una forma igual en sus 3 dimensiones (X,Y,Z) asegura una similitud geométrica. Esto es un tanto imposible de lograr cuando estamos analizando el prototipo en sí por esto es necesario una reducción de escalas como 1:50, 1:25, 1:10.

La reducción de escalas causa problemas en la representación de la rugosidad, usualmente en el factor de escala la rugosidad crece y es imposible de mantener en el caso de los estudios de capitación como es el caso de análisis de este trabajo se debe contar con un prototipo tamaño real para considerar este factor, Echávez 2006.

En otros modelos de hidráulica fluvial o de hidráulica de canales podemos variar la geometría un poco, representando un modelo irregular en algún sentido X,Y,Z. Es simple de entender supongamos el tramo de un río que descarga en un lago y se comporta de manera regular en el intervalo del río por lo que podemos reducir el intervalo del río en su longitud y como conocemos que su trayectoria no afectara a nuestro estudio validamos el modelo. Otro ejemplo es en el análisis de una bahía suponemos que en una sección alejada de la bahía en estudio no nos afectara la profundidad por lo que la dimensión Z en este caso de análisis la proponemos como un valor menor que el normal pero de la misma forma nuestro estudio será válido.

#### 4.3.2 Consideración y validación de los modelos

Para entender las similitudes cinemáticas y dinámicas dentro de un modelo explicaremos el teorema de Buckingham

---

El teorema de Buckingham P, consiste en ensamblar las magnitudes del problema en productos adimensionales, y la relación deseada se obtendrá conectando iguales magnitudes dentro de una expresión en forma de productos.

$$\pi_i = q_1^{m_1} q_2^{m_2} \dots q_n^{m_n} \qquad f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0$$

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p) = 0$$

Si ambos sistemas deberán ser físicamente iguales, los productos correspondientes deben ser los mismos en ambos casos en relación ambas formas de la productoria pueden ser incógnitas. Si cada producto es el mismo para el sistema luego la función debe tener un valor en cada caso que satisfaga la ecuación, esto nos da la similitud física en cada caso, luego las magnitudes individuales para los sistemas deberá tener las relaciones respectivas para las del sistema de productos que contiene las magnitudes de ambos sistemas. Se muestra un ejemplo en los anexos sección 3.

Diagrama lógico para Desarrollar un modelo matemático

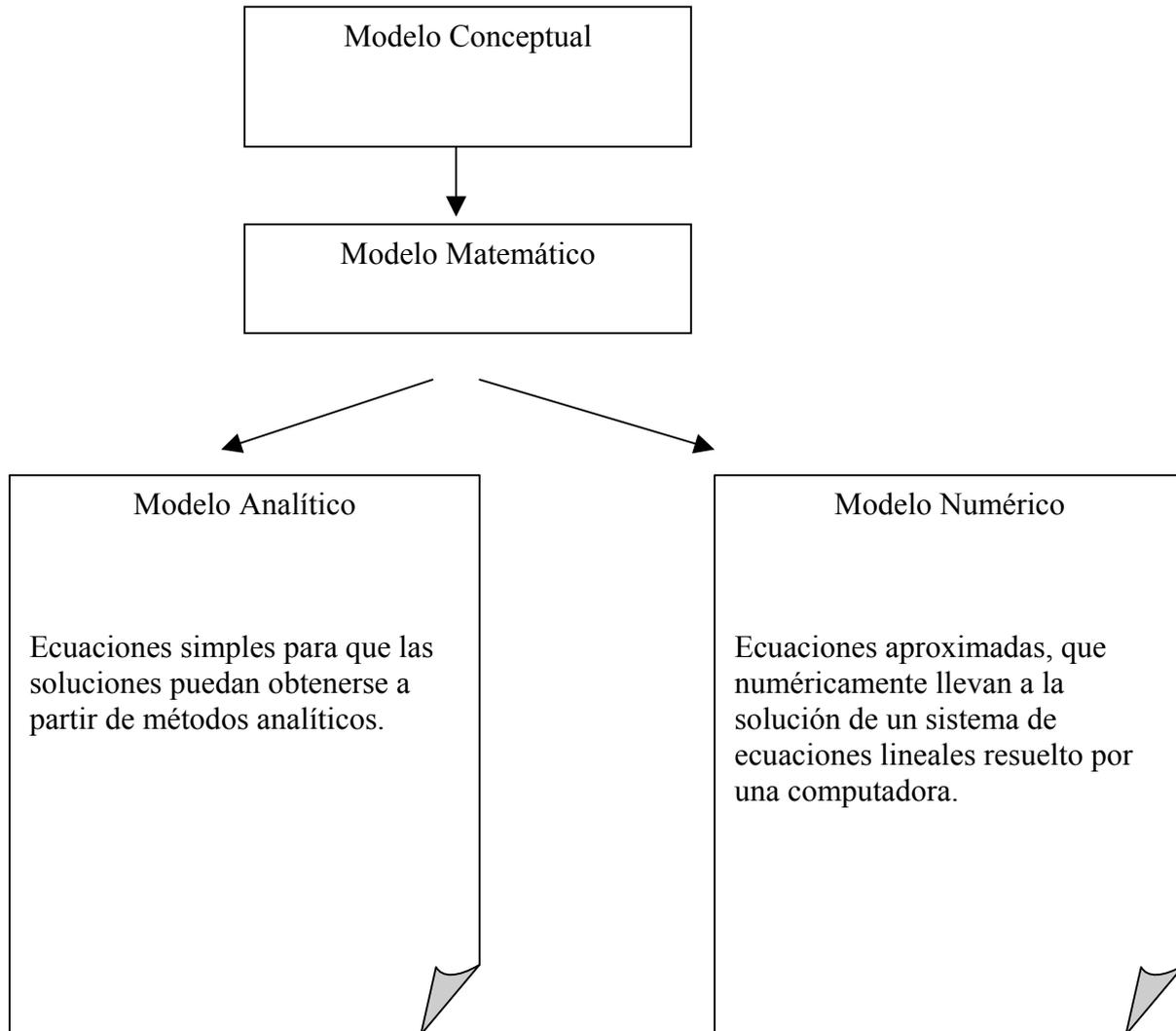
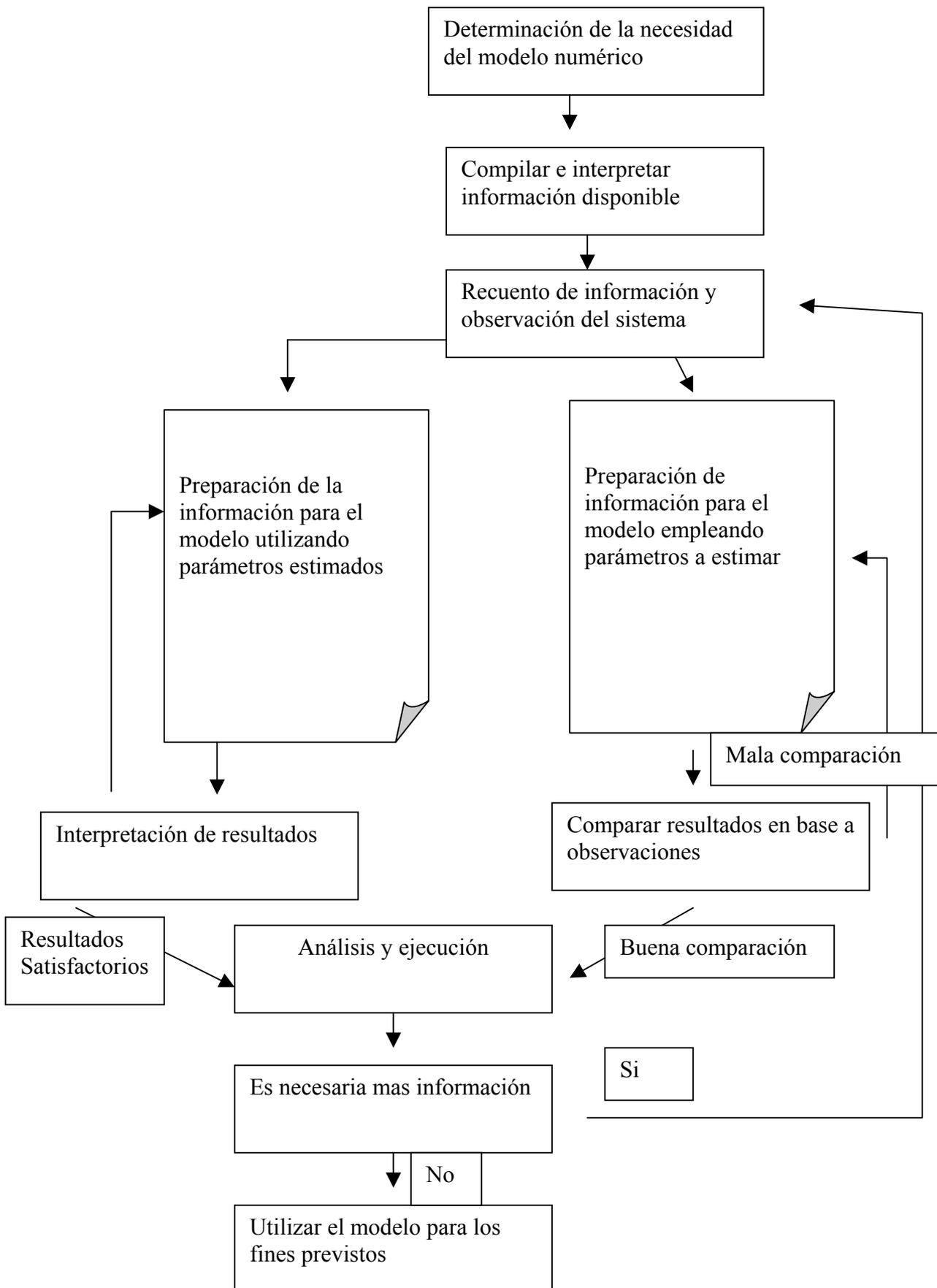


Diagrama que muestra la utilización de un modelo



---

## Sobre los modelos matemáticos

### Ventajas

- El análisis de un vaso de almacenamiento es complejo y depende de muchos parámetros, (infiltración, lluvia, almacenamiento, escurrimiento base, hidrogramas etc.), el análisis y evaluación de estos sistemas se puede lograr por medio de simulaciones computacionales utilizando modelos hidráulicos digitales
- Una vez que el modelo matemático es formulado, se puede resolver mediante cálculos manuales pero de cualquier forma se reconoce la tarea de resolver un gran número de cálculos lo que hace difícil emplear como opciones de diseño en un tiempo requerido debido a el número excesivo de iteraciones
- Simulación por medio de modelos de un sistema para proveer un entendimiento a el sistema, requerimientos de información, proceso de datos y otros algoritmos matemáticos requeridos.

### Desventajas

- Siendo que la formulación matemática representa la realidad, siempre existe un cierto grado de error en la representación y por esta razón los modelos siempre son probados y verificados para asegurar el comportamiento del modelo y que este sea consistente para asegurar el comportamiento del sistema físico de estudio.
- Verificar que los modelos son buenos para condiciones para las cuales son probados, muchos modelos no se pueden verificar tales modelos verificados puede que no se empleen para la realización de pruebas para planes de desarrollo propuestos.
- Los modelos digitales requieren esfuerzos en su programación en su lógica y reglas de operación lo que los hace altamente complicados.
- Siempre hay un potencial de falla o de sobre confianza en datos de salida sofisticados cuando los datos de entrada son inadecuados.

Toda computación y modelos requieren una calibración antes de ser empleados para predicciones etcétera, también análisis de sensibilidad.

---

## 4.4 MANEJO DE INFORMACION VECTORIAL POR COMPUTADORA

### 4.4.1 Vectores en 3D DXF

Los archivos con extensión DXF (*Data Exchange File*) por sus siglas en ingles son un tipo de archivo grafico con formato soportado virtualmente por las PCs y productos CAD (Computer Aided Design) de diseño asistido por computadora. Algunos de los programas que admiten este tipo de importación o exportación de datos DXF vectoriales son 3D Studio Max, Maya, Solid Edge, ETABS, SAP 2000, Autocad, Archicad, Civil Cad y dentro del desarrollo de este trabajo profesional son los que se conocen.

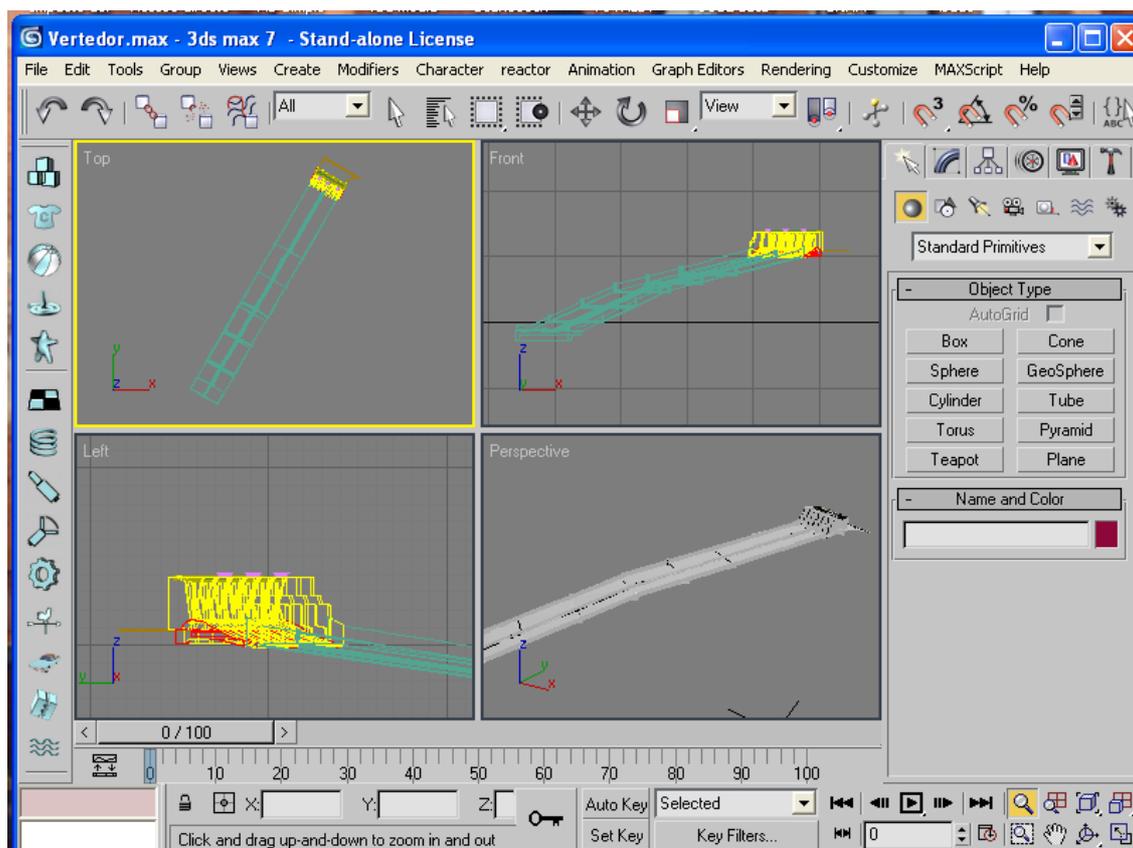


Figura 4.1. Perspectiva del vertedor en 3D Studio Max.

### 4.4.2 Gráficos orientados a objetos

Es lo mismo que gráficos vectoriales, se refiere al software y hardware que emplea fórmulas geométricas para representar imágenes. El otro método para representar imágenes gráficas es por medio de mapas de bits, en donde la imagen esta compuesta por un patrón de puntos. Este tipo de gráficos son conocidos como imágenes digitales formadas por pixeles (raster). Estos programas permiten al usuario crear y manipular gráficos que manipulan imágenes de bits llamados programas de dibujo.

---

Las imágenes vectoriales orientadas a objetos son más escalables, además de tener mayor resolución y tener una mejor visualización vectorial en monitores e impresoras, siempre con los mapas de bits y las imágenes de bits a mapear a partir de la misma resolución. Otra ventaja de los gráficos vectoriales es que la representación de un cierto dispositivo requiere menor memoria que los mapas de bits de imágenes requieren.

La mayoría de los sistemas sofisticados de gráficos, incluyendo al CAD y animación usan gráficos vectoriales. Algunas impresoras utilizan gráficos vectoriales para representar vectores o tipos de letras escalables.

La programación orientada a objetos involucra matrices que representan objetos y para un sistema cartesiano los programas en 3D tiene coordenadas cartesianas para referir la ubicación y dimensiones de los objetos, así como también otro tipo de coordenadas cilíndricas o esféricas para definir otro tipo de objetos. En el caso de SAP2000 se define un cilindro o un tanque mediante coordenadas cilíndricas.

#### Gráficos Orientados a Objetos:

La representación de objetos gráficos tales como líneas, arcos, curvas en el espacio, cilindros depende de formulas matemáticas. Este método permite describir objetos y manipularlos de manera libre en un sistema de orientación a objetos, como traslapar objetos o modificarlos individualmente lo que dificulta los mapas de bits, por ejemplo al combinar 2 objetos se les puede seleccionar individualmente lo que dificulta el mapeo. También imágenes orientadas a objetos con calidad de salida dan una mejor visualización.

Uno de los formatos más usados por estos gráficos es Postscript, un lenguaje de descripción el cual hace posible describir objetos y manipularlos en varias formas. Por ejemplo agrandar o reducir los objetos, hacer más pequeños o más grandes, girarlos en varios ángulos, sombrearlos, darles un color, cambiarlos en tamaño y peso, deformarlos o escalarlos. También se conocen como gráficos vectoriales.

---

## 4.5 DESCRIPCIÓN DE MODELAJE DEL VERTEDOR EN EL NAVEGADOR IXTLI

### 4.5.1 *Sistemas operativos comunes en ingeniería*

Existen 5 sistemas operativos que dominan el mercado computacional y de redes computacionales Estos son Microsoft, Linux, Unix, Novell y MAC OS.

De manera generalizada la comercialización de plataformas IBM es mas común dentro de los mercados nacionales así como algunas instituciones gubernamentales de la República Mexicana. El desarrollo de las telecomunicaciones y de las redes computacionales permite hoy en día la administración de redes computacionales, además de la operación conjunta de ordenadores IBM compatible y MAC en un mismo sistema operativo. Por lo que se podría implementar una red computacional en la que varios ordenadores puedan actuar y posicionarse en tiempo real con usuarios que interactúen virtualmente en una misma base de datos vectorial.

### 4.5.2 *Definición de un navegador*

El ente gráfico de visualización de datos vectoriales es conocido como un navegador, esta tecnología surgió a finales de la década de 1970 y a principios de los 80s con el desarrollo de los video juegos. La memoria requerida para la visualización de estos gráficos no rebasaba los 64 Mb y se limitaba a monitores VGA, sin embargo hoy en día el alto desarrollo de las unidades de visualización se extienden a imágenes con mas de 1 Gigabyte de capacidad y monitores UltraVGA dejando muy atrás los monitores SVGA.

Por medio de un teclado o un joystick se pueden generar panoramas virtuales de visualización, se genera una visión retrospectiva vectorial en una determinada posición (coordenadas X,Y,Z) en una base de datos vectorial computacional.

### 4.5.3 *Interfaces gráficas y de ambientes virtuales*

Las aplicaciones computacionales de tipo GUI (Graphical User Interface) permiten a un usuario interactuar con datos o gráficos vectoriales, los cuales se pueden modificar o manipular para ver de distintas perspectivas. El conjunto de información vectorial con una determinada arquitectura y una determinada cantidad de vectores agrupados de una cierta forma representando el espacio real se le conoce como ambiente virtual. Dentro de la ingeniería, la arquitectura y el diseño industrial son ampliamente usados dentro de la modelación de elementos de la naturaleza para diversos propósitos. Postscript es el lenguaje que permite este manejo de información.

---

## 4.6 LABORATORIO VIRTUAL DE MODELOS HIDRÁULICOS

### 4.6.1 *Software de modelos interactivos*

Actualmente tenemos programas de cómputo por medio de los cuales podemos modelar, arquitecturas vectoriales para generar maquetas virtuales o modelos virtuales de Plataformas petroleras, edificios, automóviles, figuras humanas y una infinidad de geometrías que se pueden generar.

Algunos de los programas que admiten este tipo de manejo de datos DXF vectoriales son 3D Studio Max, Maya, Solid Edge, ETABS, SAP 2000, Autocad, Archicad, Civil Cad y dentro del desarrollo de este trabajo profesional son los que se conocen.

### 4.6.2 *Aplicaciones genéricas y previsiones a futuro*

En un futuro podrían tenerse programas de modelos hidráulicos con información vectorial, los cuales por medio de programación lineal y dinámica podrían modelar fenómenos reales por medio de programas de cómputo altamente desarrollados tanto en sus leyes físicas como unidades de vectorización computacional. La visualización de datos u objetos también podría evolucionar a niveles mas desarrollados para predecir fenómenos hidráulicos, técnicas de construcción innovadoras.

Sin embargo se requieren inversiones considerables dentro de la infraestructura y plataformas computacionales, así como de una buena administración de los recursos así como una continuidad en las personas que son capacitadas para alcanzar un alto desempeño en un esquema ordenado de investigación.

Los modelos físicos involucran un costo en su construcción tanto en el espacio que utilizan, lo que hace difícil que se conserven y las técnicas de virtualización y fenómenos de implementación vectorial tridimensionales implementaran en el nuevo milenio mediante el modelaje y almacenamiento de modelos hidráulicos a resumidas cuentas además de comparar con prototipos o modelos físicos existentes las ventajas de hacer múltiples comparativas y más rápidamente que de costumbre, existen entonces grandes ventajas en la reducción de los espacios de experimentación los cuales se limitarían a gigabytes en bases de datos.

Mediante el siguiente estudio podemos concluir que la computación ligada a los modelos virtuales es actualmente una ciencia en pleno desarrollo la cual promete el modelado virtual vectorial computacional por medio de programas autógenos capaces de modelar ambientes virtuales y fenómenos físicos.

---

## CONCLUSIONES

El estudio se limitó al análisis del perfil hidráulico en la Obra de excedencias del P.H. El Cajón. El Vertedor del P.H. El Cajón colocado en la margen derecha de la presa, en canal a cielo abierto está constituido por el conjunto de obras que son:

Un canal de llamada compuesto por dos canales con pendientes distintas y un muro divisorio de un ancho variable a la elev. 367.00 msnm para conducir la llegada del agua de manera gradual hacia la sección vertedora en forma casi perpendicular. Con un radio de curvatura exterior de 120 m e interior de 27.57 m.

La estructura de control está constituida por un cimacio tipo Creager a la elev 372 msnm, con seis vanos de 12 m, pilas de 3.80 m, y compuertas de 25 m de radio

La rápida está formada por dos canales de 43.60 m de ancho, un auxiliar y el otro de servicio, separados por un muro divisorio de 3.8 m y de altura variable de 11 a 4.5 m. La pendiente longitudinal de los mismos cambia de 0.12975 a 0.2359, unidas por una curva vertical.

La estructura Terminal esta constituida por una cubeta de lanzamiento, los ángulos de despegue de la cubeta deflectora del canal auxiliar y de servicio son de  $20^\circ$  respectivamente, los radios de curvatura de 66.97 m. El labio de la cubeta de las estructuras terminales, se encuentra a la elevación 246.84 msnm.

Para calcular el perfil del agua del canal de acceso al cimacio, sabemos que el tirante crítico se presenta en la cresta del cimacio, planteamos la ecuación de la energía obteniendo así la energía específica de esta sección.

Del cimacio al inicio de la rápida planteamos la ecuación de la energía desde la cresta al inicio de la rápida; no existen pérdidas de energía ya que con el gasto de diseño el cimacio funcionará con el gasto para el cual fue diseñado.

En la rápida de descarga, para cada uno de los canales con pendiente So diferente, se empleo el método estándar por pasos resolviendo la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado en tramos de 20 m, se considero el cálculo de un perfil de flujo de un canal prismático resuelto por iteraciones y por un programa de computadora HEC2.

En la cubeta de lanzamiento se calcularon los tirantes al inicio, centro y final de esta a partir de la energía específica para fondos curvos, considerando el radio de curvatura.

Para la descarga de la cubeta de lanzamiento o chorro utilizamos la ecuación del tiro parabólico utilizando el ángulo de disparo  $\theta$  de la geometría correspondiente.

---

Dentro de los conocimientos básicos de la hidráulica de canales el cálculo de perfiles en dirección del flujo se da en el caso de que el flujo sea supercrítico (implica un número de Froude mayor que uno) y en el caso de que sea subcrítico el cálculo del perfil se dará en dirección contraria a la del flujo. (Implica un número de Froude menor que uno) Es típico que se presente un tirante crítico en la parte superior de un cimacio debido a la transición de pendientes del canal y para este caso el Número de Froude relación de fuerzas inerciales (dinámicas) con respecto a las gravitacionales la unidad representa el punto crítico.

La gran velocidad que se desarrolla en un vertedor de alta caída puede ocasionar la erosión de sus paredes por un efecto de cavitación. Esta se presenta al formarse una cavidad en el flujo vertiente que contiene vapor de agua como resultado del decaimiento de la presión por debajo de la vaporización del líquido, lo que se ve propiciado por irregularidades en el acabado de las paredes del vertedor o por rugosidad exagerada de la misma. Una vez que ocurre el daño, generalmente es progresivo y debe evitarse para evitar la socavación del material subyacente al concreto roca, arcilla, o grava según sea el caso.

G. Echávez, 2006 determinó la manera de cuantificar el número de cavitación local en un punto sobre la superficie de la pared donde se sospecha la posibilidad de cavitación. Al comparar este número con el de cavitación incipiente de un obstáculo o rugosidad se detecta la posibilidad de ocurrencia del fenómeno.

En los cálculos correspondientes a la cavitación en vertedores de alta carga se aceptan las expresiones dadas por medio del coeficiente de Thoma ya que según los resultados de estudios de campo en vertedores existentes en el mundo y los estudios más recientes de el P.H. Aguamilpa, es evidente que estos estudios son válidos además de enfatizar que el funcionamiento adecuado depende del posicionamiento del primer aireador. El fenómeno de cavitación depende no de la velocidad media en un punto del canal sino de la velocidad de la lámina vertiente subyacente a la plantilla del canal.

Una vez calculado el perfil hidráulico se realizó la interfase para explicar de una manera global un modelo hidráulico por medio de un programa computacional entendiendo el algoritmo y secuencia lógica del modelo en consideración antes de resolverlo numéricamente por medio de un equipo de cómputo.

En el capítulo final de este trabajo se trató de englobar y abarcar una síntesis general sobre modelos hidráulicos y el uso de software. Con la teoría aquí descrita se puede modelar cualquier modelo ya sea de manera física o computacional. Así mismo se exponen todas las hipótesis necesarias para la validación y funcionamiento lógico de los modelos hidráulicos

Para poder obtener un modelo libre de errores se deben conocer las leyes que gobiernan dicho modelo ya sean hidráulicas, de la mecánica clásica, o de la mecánica de fluidos por medio de la teoría de similitud en modelos experimentales de cualquier índole (entiéndanse computacionales, prototipos, modelos de laboratorio). A partir de entender estas cuestiones además de conocer la sensibilidad de los modelos computacionales sobre todo a variables numéricas con valores pequeños que pueden generar varios errores si no existe una comparativa real, tamaño prototipo que sea válida.

En este estudio se utilizó un prototipo real, por medio de un video del PH Aguamilpa se puede observar el flujo vertiente de la obra de excedencias con un cierto gasto parecido al de diseño.

Se explican en el presente trabajo conceptos computacionales, así como el funcionamiento mismo de gráficos en 3D y software de ingeniería, diseño industrial, arquitectura y modelos computacionales.

Dentro de los sistemas operativos de computadoras actuales observamos que se puede crear un laboratorio virtual de hidráulica para modelar fenómenos hidráulicos, ecuaciones de flujo así como otros parámetros y fenómenos que se pueden modelar (procedimientos constructivos, planeación sistemática, aprovechamientos hidráulicos).

---

De esta forma podemos entender la evolución del software independiente el cual se puede desarrollar con un laboratorio.

Para cualquier obra de excedencia existen 5 etapas separadas para el proceso de disipación de la energía hidráulica excedente o no turbinable. El paso del agua desde un embalse hasta el tramo aguas abajo involucra un gran número de fenómenos hidráulicos, como la transición a flujo supercrítico, el flujo supercrítico aireado y no aireado sobre el vertedor, el posible flujo a través del chorro en el salto deflector, entrada al tanque debido a la socavación y la disposición final en el cauce.

Se deberá garantizar el buen diseño de esta obra con el gasto máximo que arroje el hidrograma para un periodo de retorno dado, así como el diseño del salto de sky adecuado con el gasto mínimo para asegurar que el flujo despegue en la cubeta deflectora.

### **Respecto a los modelos y algunos conceptos de interpretación de resultados:**

La optimización es una parte de la calibración, el concepto de calibración esta fundamentado en la obtención de un conjunto de parámetros para los cuales el modelo responderá como el sistema físico. El modelo deberá computar un perfil hidráulico que sea en esencia el mismo que un perfil observado, no solo para un evento de calibración pero para otros eventos de experimentación. Podemos lograr esto por medio de prueba y error comparando los resultados del modelo con los resultados del prototipo, después hacer una comparación obteniendo el error el cual deberá ser menor del 5% para cuestiones ingenieriles, el error estándar comparativas estadísticas que acerquen o validen los resultados.

---

## REFERENCIAS

1. Carlos Chávarri Maldonado “Apuntes PH EL Cajón”, páginas 7-28
2. Instituto de ingeniería UNAM, Estudio del funcionamiento de los aireadores de la presa Huites, dirección del proyecto Huites CNA proyecto 3108 Septiembre 1994.
3. Jaime E. Camargo H. Funcionamiento del vertedor, en modelo hidráulico P.H. El Cajón CFE Subgerencia de diseños hidroeléctricos laboratorio de hidráulica, 2002.
4. NAUDASCHER, E. “Hidráulica de canales, Diseño de estructuras”, Limusa, Noriega Editores, México, 2000
5. P. Novak. “Estructuras Hidráulicas” segunda edición Editorial McGraw-Hill paginas 195-197 ,201-220, 36-88
6. R.M. Khatsuria “Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators”, páginas 448-569, 1994.
7. SOTELO, G. “Hidráulica de canales”, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 2000.
8. Streeter Victor L. “Mecánica de Fluidos”, Novena edición, Colombia 2000, paginas 605-633
9. Umed S. Panu. “MODELLING TECHNIQUES IN WATER RESOURCES ENGINEERING HYDRAULICS” Lakehead University Thunder Bay Ontario Canada 2005.

### MANUALES

10. CFE, Manual de diseño de obras civiles, “Escurrimiento a superficie libre”, México 1980.
11. CFE, manual de diseño de obras civiles, “Simulación del funcionamiento de un vaso”, México 1980.
12. CFE, manual de diseño de obras civiles, “Obras de Excedencia”, México 1980.
13. Manual HEC 2, US ARMI Corp of Engineers.

### SITIOS WEB

14. Webopedia, “The web Enciclopedia”, [www.webopedia.com](http://www.webopedia.com)

---

# ANEXOS

## ÍNDICE TEMÁTICO

### SECCIÓN 1. PLANOS DE CFE

- 1.- OBRAS PRINCIPALES ARREGLO GENERAL
- 2.- OBRA DE EXCEDENCIAS PLANO GENERAL
- 3.- Datos de la construcción de la Cortina del P.H. El Cajón con coordenadas UTM, CFE
- 4.- Diseño hidráulico de estructuras, tablas para diseño de cimacios y coeficientes.
- 5.- Cálculo con el gasto de diseño del cimacio.

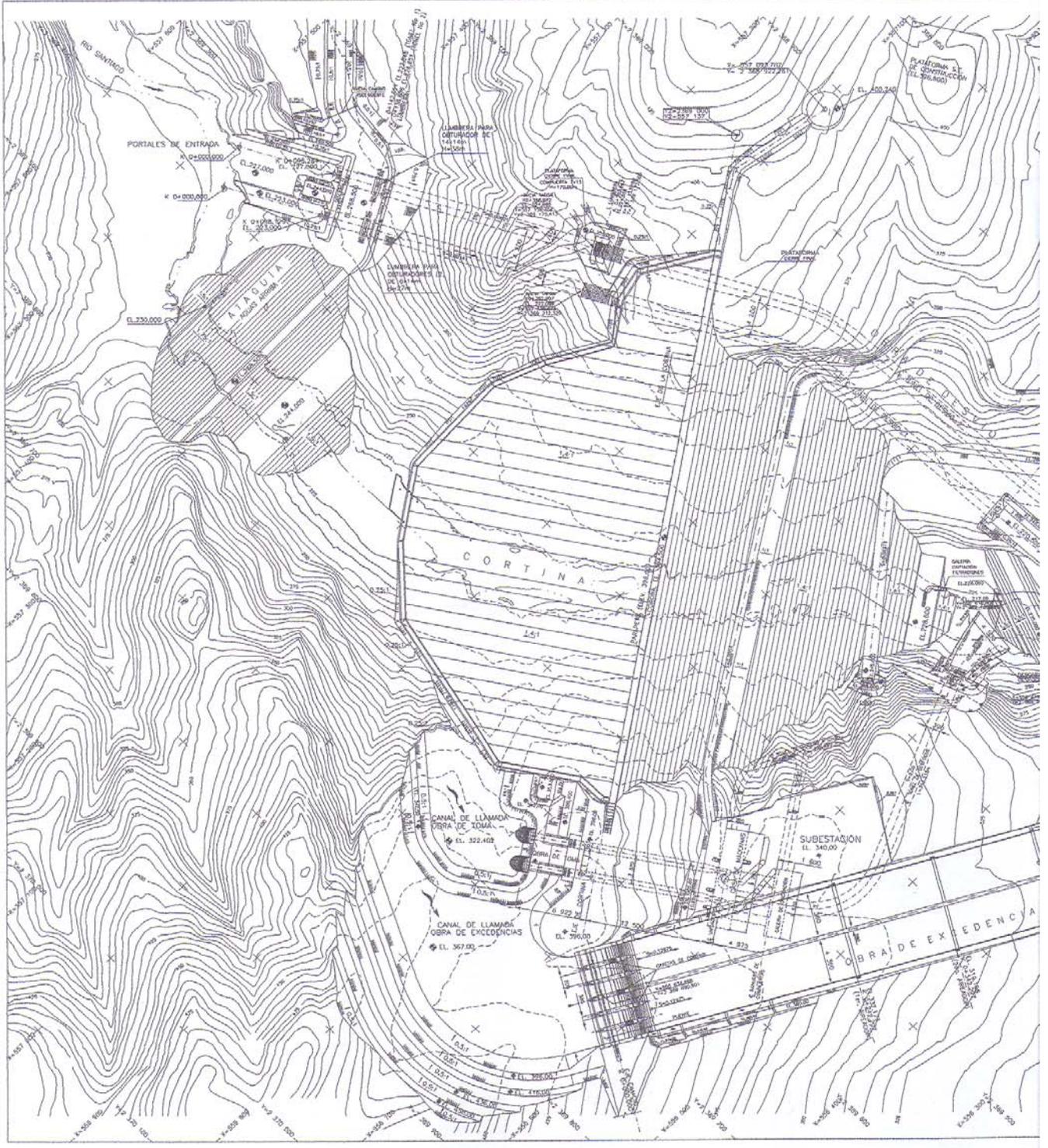
### SECCIÓN 2. CÁLCULOS NUMÉRICOS

- 1.- Esquema general del uso de HEC 2
- 2.- Resultados del cálculo de perfil del vertedor del P.H. El cajón por medio de HEC-2
- 3.- Ejemplo Numérico del Teorema de Buckingham.

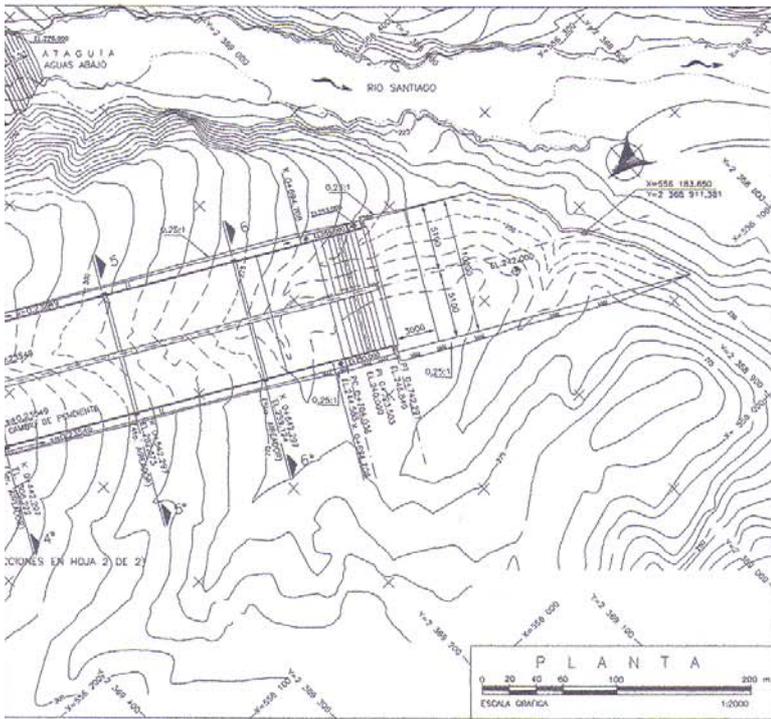




C:\proj\B62.dwg  
ATC 19/07/02





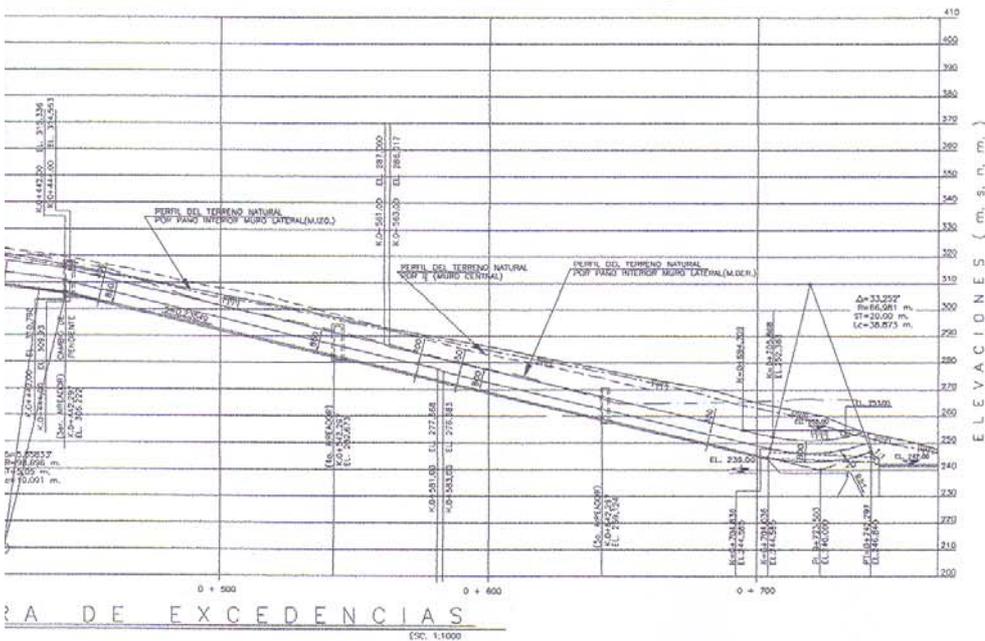


**NOTAS**

- 1.- ADOTACIONES EN CENTIMETROS, EXCEPTO LAS INDICADAS EN OTRA UNIDAD.
- 2.- ELEVACIONES, CADERNAMENTOS Y COORDENADAS EN METROS.
- 3.- LAS DIMENSIONES DEFINITIVAS DE LA ESTRUCTURA, ESTARAN SUJETAS A NECESIDADES ESTRUCTURALES Y DE EQUIPOS ELECTROMECANICOS (VER PLANOS RESPECTIVOS).
- 4.- LOS DATOS DE ESTE PLANO HAN SIDO TOMADOS DEL PLANO No.11 CAJ 01 01 DMD 1 DE 07.

DATOS DE LAS CURVAS			
CURVA 1		CURVA 2	
$\Delta 1 = 154^\circ$	$R = 34.764 \text{ m}$	$\Delta 2 = 154^\circ$	$R = 27.127 \text{ m}$
$ST = 150.579 \text{ m}$	$LC = 93.439 \text{ m}$	$ST = 117.200 \text{ m}$	$LC = 72.812 \text{ m}$

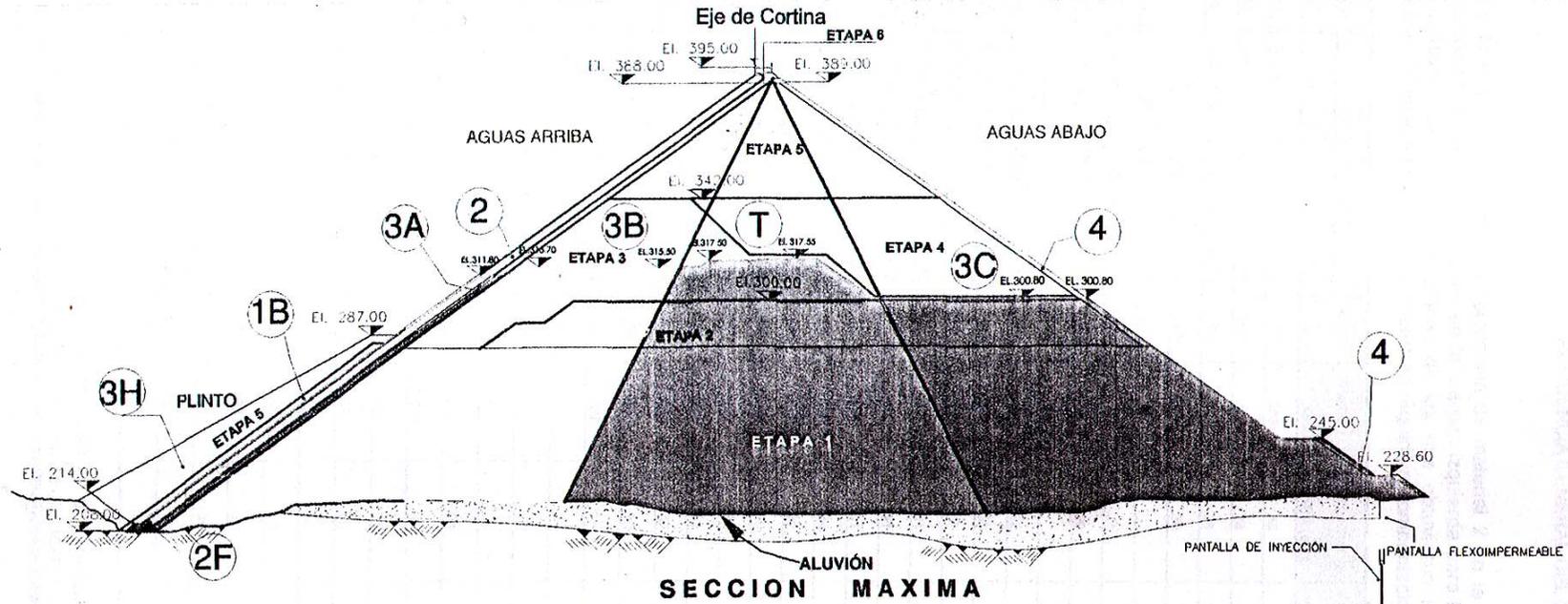
COORDENADAS		
PUNTO	X	Y
1	556 711.660	2 560 481.084
2	556 705.278	2 509 027.219
3	556 681.798	2 568 481.504
4	556 694.472	2 569 656.300
5	556 521.411	2 569 756.430



PROYECTO:	COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
DESCRIPCION:	SUBDIRECCION DE CONSTRUCCION
COORDINACION:	COORDINACION DE PROYECTOS HIDROELECTRICOS
GERENCIA TECNICA:	GERENCIA TECNICA DE PROYECTOS HIDROELECTRICOS
SUPERVISORIA:	SUPERVISORIA DE PROYECTOS HIDROELECTRICOS
PROYECTO HIDROELECTRICO: EL CAJON, NAY.	
CONJUNTO: OBRA DE EXCEDENCIAS	
TITULO: PLANO GENERAL	
AREA DE DISEÑO: DISCIPLINA DE HIDRAULICA	
PROYECTO:	ING. M. ELIAS S.
REVISOR:	S. VALADEZ B.
VERIFICACION:	ING. M. ELIAS S.
APROBACION:	S. VALADEZ B.
N° DE IDENTIFICACION:	
[1][E][CA][J][01][02]	
[D][H][T][0E][13]	
COPIA CONTROLADA N°:	
FECHA: 24/04/02 HOJA: 1 DE 2	
CLASIFICACION INTERNA A LA C.F.E.	



**COLOCACION DE MATERIALES EN CORTINA, AVANCE CON CORTE AL 31 DE AGOSTO DE 2005**



ETAPA I (DEL DESPLANTE A ELEV. 282)							OBSERVACIONES
SIMBOLOGIA	ACTIVIDAD	VOLUMEN DE PROYECTO (m <sup>3</sup> )	VOLUMEN ACUMULADO		VOLUMEN DIARIO		
			PROG (m <sup>3</sup> )	REAL (m <sup>3</sup> )	PROG (m <sup>3</sup> )	REAL (m <sup>3</sup> )	
	<b>SUBTOTAL E-I =</b>	<b>4,110,046</b>	<b>4,110,046</b>	<b>4,110,046</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>ETAPA CONCLUIDA</b>
ETAPA II (DE LA ELEV. 282 A LA 300)							
	<b>SUBTOTAL E-II =</b>	<b>1,278,063</b>	<b>1,278,063</b>	<b>1,278,063</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>ETAPA CONCLUIDA</b>
ETAPA III (DE LA ELEV. 300 A LA 342)							
	<b>SUBTOTAL E-III =</b>	<b>1,969,279</b>	<b>1,726,163</b>	<b>1,199,096</b>	<b>20,181</b>	<b>18,137</b>	
ETAPA IV (DE LA ELEV. 300 A LA 342)							
	<b>SUBTOTAL E-IV =</b>	<b>1,204,772</b>	<b>0</b>	<b>6,059</b>	<b>0</b>	<b>6,989</b>	
<b>TOTAL (ETAPAS I, II, III Y IV) =</b>		<b>7,367,367</b>	<b>7,113,261</b>	<b>6,693,262</b>	<b>20,181</b>	<b>22,136</b>	

VOLUMEN COLOCADO A LA FECHA = 6,693,262 m<sup>3</sup> = 66%  
 VOLUMEN FALTANTE POR COLOCAR = 3,368,347 m<sup>3</sup> = 34%

NOTA 1: NO SE CONSIDERAN LOS MATERIALES 1B Y 3H POR ESTAR FUERA DEL CUERPO DE LA CORTINA  
 NOTA 2: LLUVIA DE 03:30 A 4:30 HORAS, SUSPENDIÉNDOSE EL ACARREO DE MATERIAL DE 4:00 A 5:10  
 LA CANTIDAD PROGRAMADA PARA ETAPA IV NO SE CONSIDERA EN EL TOTAL DIARIO A QUE LA ACTIVIDAD ERA HASTA EL 31 DE SEPT.

**Cortina**

Límite CC-1

AVANCE DE COLOCACIÓN DE MATERIALES EN CORTINA



**COPIA NO CONTROLADA**

PARA EL PRESENTACION

En lo que corresponde a la colocación de material 2 en la 3r etapa de construcción de la cortina, se colocaron un total de 44 capas en la margen izquierda para llegar al bordillo 321, las capas colocadas se evaluaron con calas volumétricas de las que obtuvieron los rangos de P.V.S. y relación de vacíos especificados, solo en algunos casos se requirió recompactación de las capas colocadas.

CALA No.	LOCALIZACION			CAPA No.	BORDILLO No.	ESPESOR DE CAPA (cm)	PESO VOL. HUM. (kg/m <sup>3</sup> )	HUMEDAD (%)	PESO VOL. SECO (kg/m <sup>3</sup> )	DENSIDAD DE SOLIDOS
	X	Y	Z							
218	556954.91	2369492.85	300.50	278	283	33	2503	5.89	2364	2.83
219	556990.89	2369437.07	301.07	280	285	28	2498	6.53	2345	2.83
220	556900.30	2369560.10	300.79	279	284	28	2541	6.16	2394	2.83
221	557039.62	2369373.93	301.64	282	287	30	2539	6.15	2392	2.83
222	556915.41	2369551.04	301.66	282	287	-	2548	6.46	2393	2.83
223	556976.13	2369456.42	302.30	284	289	28	2469	5.57	2339	2.83
224	557065.54	2369326.33	302.83	286	291	29	2566	5.03	2443	2.83
225	-	-	303.48	288	293	-	2490	5.21	2367	2.83
226	556902.80	2369563.08	302.60	285	290	32	2457	5.09	2338	2.83
227	556919.60	2369537.22	303.48	288	293	30	2579	5.84	2437	2.83
228	557057.90	2369330.88	304.07	290	295	31	2439	5.20	2318	2.83
229	556998.99	2369416.39	304.73	292	297	31	2501	6.15	2356	2.83
230	557006.05	2369406.21	305.72	295	300	31	2550	5.85	2409	2.83
231	556920.73	2369534.52	305.02	293	298	31	2531	5.58	2397	2.83
232	556902.10	2369558.00	305.95	296	301	34	2576	6.97	2408	2.83
233	557028.75	2369368.01	306.55	298	303	32	2615	6.38	2458	2.83
234	556954.75	2369477.20	306.78	299	304	30	2497	5.87	2359	2.83
*235	556998.82	2369310.90	307.41	301	306	32	2495	6.63	2340	2.83
*236	557029.83	2369361.83	308.32	304	309	31	2527	5.60	2393	2.83
*237	557058.35	2369321.05	308.61	305	310	30	2552	6.77	2390	2.83
*238	557028.75	2369365.09	309.20	307	312	30	2517	5.67	2382	2.83
*239	556890.40	2369570.85	307.72	302	307	31	2575	6.40	2420	2.83
240	556938.92	2369496.96	308.63	307	312	31	2525	5.10	2402	2.83
241	556935.13	2369500.50	309.52	308	313	31	2516	5.89	2376	2.83
242	557067.99	2369302.41	311.11	310	315	30	2466	5.78	2331	2.83
*243	557410.15	2369287.42	310.77	312	317	28	2517	7.67	2338	2.83
*244	557011.45	2369382.11	311.31	314	319	30	2502	5.87	2363	2.83
*245	556889.17	2369565.81	-	310	315	31	2447	6.28	2302	2.83
*246	556899.61	2369551.90	310.11	310	315	30	2491	6.25	2344	2.83
*247	557067.53	2369298.12	311.92	316	321	31	2533	6.27	2384	2.83
*248	-	-	-	312	317	25	2450	5.83	2315	2.83
*249	557064.78	2369301.07	312.54	318	323	30	2373	6.03	2238	2.83
*250	556901.99	2369544.21	311.30	314	319	30	2480	6.41	2331	2.83
*251	557033.89	2369343.60	312.58	318	323	30	2526	6.92	2363	2.83
*252	557036.19	2369340.89	313.12	320	325	27	2527	7.95	2341	2.83

En este periodo se presentaron varias incidencias en el material 2 generado principalmente por el exceso de humedad en los almacenes de la margen izquierda, se colocaron capas con W% mayor a 6.50% que generaron



inestabilidad por falta de rigidez requiriéndose en la mayoría de los casos tratar la capa mediante escarificado y homogenización con motoconformadora, las capas aunque se evaluaron y cumplieron con la relación de vacíos y P.V.S. presentan una deformación excesiva que obligo a que el contratista fijara una humedad optima de 5.8%, con esto se intenta trabajar en un rango de 4.8 a 6.8%.

En el material 3 A se colocaron 44 capas en la margen izquierda y 41 en la derecha para llegar a los bordillos 326 y 321 respectivamente, se evaluaron con 38 calas gigantes distribuidas en las dos márgenes, en esta zona no se tienen problemas graves de acolchonamiento e incluso es nulo, solo se tratan las inestabilidades generadas por saturación en las lluvias extremas.

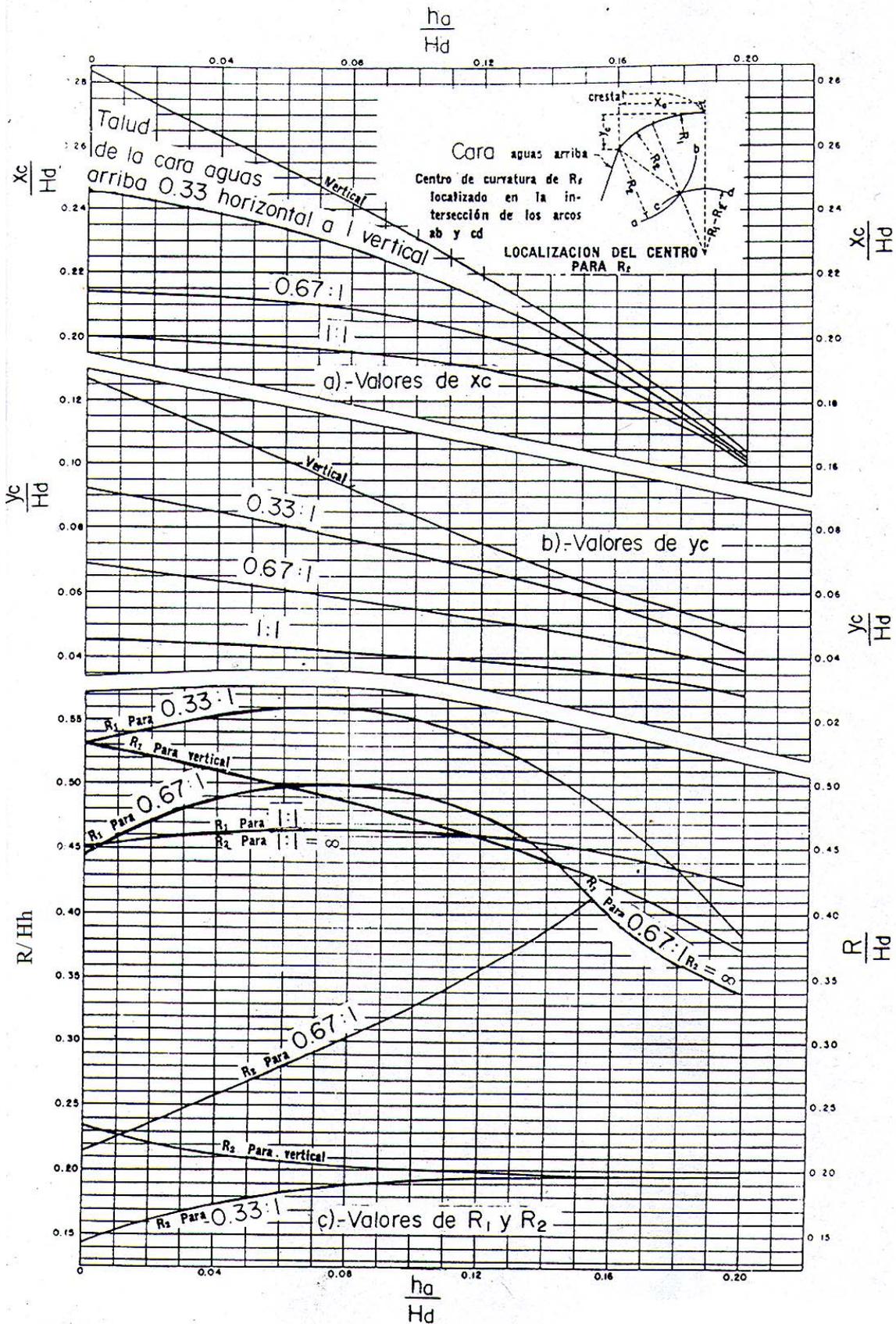
CALA No.	LOCALIZACIÓN			CAPA No.	BORDILLO No	PROFUND. CALA (cm)	PESO VOL. HUM. (kg/m3)	HUMEDAD (%)	PESO VOL. SECO (kg/m3)	DENSIDAD DE SÓLIDOS	RELACION DE VACIOS	No PASADAS
	X	Y	Z									
279	556954.17	2369486.78	300.46	279	283	28	2256	8.92	2071	2.60	0.2553	12
280	556985.39	2369438.72	301.07	281	285	25	2225	7.89	2062	2.60	0.2607	12
281	556900.36	2369565.29	300.79	280	284	27	2198	8.16	2032	2.60	0.2794	12
282	557034.53	2369362.18	301.67	283	287	31	2204	8.07	2039	2.60	0.2749	12
283	556911.00	2369547.60	301.65	283	287	25	2257	8.92	2072	2.60	0.2547	12
284	556979.59	2369428.86	302.28	285	289	36	2220	8.71	2042	2.60	0.2732	12
285	557063.21	2369317.06	302.66	287	291	30	2257	8.46	2081	2.60	0.2494	14.
286	556899.66	2369570.48	302.63	286	290	32	2263	9.36	2069	2.60	0.2565	12
287	556978.53	2369443.19	303.43	289	293	35	2244	9.62	2047	2.60	0.2701	12
288	556916.48	2369533.26	303.50	289	293	31	2208	9.52	2016	2.60	0.2896	12
289	556921.04	2369528.72	303.47	289	293	30	2209	9.01	2026	2.60	0.2831	18
290	557053.05	2369329.48	304.07	291	295	28	2222	8.28	2052	2.60	0.2670	12
291	557006.74	2369397.47	304.65	293	297	36	2203	9.33	2015	2.60	0.2903	12
292	557004.24	2369400.57	304.76	293	297	36	2205	8.23	2037	2.60	0.2762	16
293	557003.66	2369401.84	305.57	294	298	-	2212	9.42	2022	2.60	0.2861	12
295	556931.52	2369504.66	305.81	297	301	33	2193	9.36	2005	2.60	0.2966	12
296	556931.52	2369504.66	305.81	297	301	29	2233	10.01	2030	2.60	0.2809	16
297	557024.49	2369375.45	306.45	299	303	24	2291	9.54	2091	2.60	0.2431	14
298	556950.23	2369474.57	306.73	300	304	32	2274	9.17	2083	2.60	0.2482	12
299	557059.29	2369311.88	307.39	302	306	30	2272	8.33	2097	2.60	0.2397	12
300	557025.65	2369161.38	308.28	305	309	32.5	2277	8.33	2102	2.60	0.2370	12
301	557061.28	2369305.36	309.16	308	312	27.5	2284	8.87	2098	2.60	0.2393	12
302	556886.98	2369573.83	307.70	303	307	37	2229	8.53	2054	2.60	0.2659	-
303	556929.75	2369502.70	308.60	306	310	32	2220	8.85	2040	2.60	0.2748	12
304	556939.76	2369484.41	309.47	309	313	35	2196	9.14	2012	2.60	0.2922	12
305	556938.78	2369486.04	309.47	309	313	35	2218	9.18	2032	2.60	0.2798	16
306	-	-	311.11	311	315	-	2220	8.96	2037	2.60	0.2761	12
307	557008.63	2369378.86	310.65	313	317	29	2176	8.89	1998	2.60	0.3011	12
308	557009.12	2369366.48	310.67	313	317	26	2281	7.75	2117	2.60	0.2282	16
309	557046.49	2369318.28	311.26	315	319	25	2235	8.71	2056	2.60	0.2646	14
310	556897.56	2369544.83	210.14	311	315	28	2184	8.68	2010	2.60	0.2938	12
311	556894.97	2369550.21	310.10	311	315	29	2267	8.81	2083	2.60	0.2479	14
312	557061.91	2369295.94	311.92	317	321	28	2246	7.52	2089	2.60	0.2447	12
313	556931.70	2369492.33	310.69	313	317	36	2251	8.48	2075	2.60	0.2530	14
314	556892.24	2369549.50	311.30	315	319	31	2231	7.99	2066	2.60	0.2585	12



inestabilidad por falta de rigidez requiriéndose en la mayoría de los casos tratar la capa mediante escarificado y homogenización con motoconformadora, las capas aunque se evaluaron y cumplieron con la relación de vacíos y P.V.S. presentan una deformación excesiva que obliga a que el contratista fijara una humedad óptima de 5.8%, con esto se intenta trabajar en un rango de 4.8 a 6.8%.

En el material 3 A se colocaron 44 capas en la margen izquierda y 41 en la derecha para llegar a los bordillos 326 y 321 respectivamente, se evaluaron con 38 calas gigantes distribuidas en las dos márgenes, en esta zona no se tienen problemas graves de acolchonamiento e incluso es nulo, solo se tratan las inestabilidades generadas por saturación en las lluvias extremas.

CALA No.	LOCALIZACIÓN			CAPA No.	BORDILLO No.	PROFUND. CALA (cm)	PESO VOL. HUM. (kg/m3)	HUMEDAD (%)	PESO VOL. SECO (kg/m3)	DENSIDAD DE SÓLIDOS	RELACION DE VACÍOS	No PASADAS
	X	Y	Z									
279	556954.17	2369486.78	300.46	279	283	28	2256	8.92	2071	2.60	0.2553	12
280	556985.39	2369438.72	301.07	281	285	25	2225	7.89	2062	2.60	0.2607	12
281	556900.36	2369565.29	300.79	280	284	27	2198	8.16	2032	2.60	0.2794	12
282	557034.53	2369362.18	301.67	283	287	31	2204	8.07	2039	2.60	0.2749	12
283	556911.00	2369547.60	301.65	283	287	25	2257	8.92	2072	2.60	0.2547	12
284	556979.59	2369428.86	302.28	285	289	36	2220	8.71	2042	2.60	0.2732	12
285	557063.21	2369317.06	302.66	287	291	30	2257	8.46	2081	2.60	0.2494	14
286	556899.66	2369570.48	302.63	286	290	32	2263	9.36	2069	2.60	0.2565	12
287	556978.53	2369443.19	303.43	289	293	35	2244	9.62	2047	2.60	0.2701	12
288	556916.48	2369533.26	303.50	289	293	31	2208	9.52	2016	2.60	0.2896	12
289	556921.04	2369528.72	303.47	289	293	30	2209	9.01	2026	2.60	0.2831	18
290	557053.05	2369329.48	304.07	291	295	28	2222	8.28	2052	2.60	0.2670	12
291	557006.74	2369397.47	304.65	293	297	36	2203	9.33	2015	2.60	0.2903	12
292	557004.24	2369400.57	304.76	293	297	36	2205	8.23	2037	2.60	0.2762	16
293	557003.66	2369401.84	305.57	294	298	-	2212	9.42	2022	2.60	0.2861	12
295	556931.52	2369504.66	305.81	297	301	33	2193	9.36	2005	2.60	0.2966	12
296	556931.52	2369504.66	305.81	297	301	29	2233	10.01	2030	2.60	0.2809	16
297	557024.49	2369375.45	306.45	299	303	24	2291	9.54	2091	2.60	0.2431	14
298	556950.23	2369474.57	306.73	300	304	32	2274	9.17	2083	2.60	0.2482	12
299	557059.29	2369311.88	307.39	302	306	30	2272	8.33	2097	2.60	0.2397	12
300	557025.65	2369161.38	308.28	305	309	32.5	2277	8.33	2102	2.60	0.2370	12
301	557061.28	2369305.36	309.16	308	312	27.5	2284	8.87	2098	2.60	0.2393	12
302	556886.98	2369573.83	307.70	303	307	37	2229	8.53	2054	2.60	0.2659	-
303	556929.75	2369502.70	308.60	306	310	32	2220	8.85	2040	2.60	0.2748	12
304	556939.76	2369484.41	309.47	309	313	35	2196	9.14	2012	2.60	0.2922	12
305	556938.78	2369486.04	309.47	309	313	35	2218	9.18	2032	2.60	0.2798	16
306	-	-	311.11	311	315	-	2220	8.96	2037	2.60	0.2761	12
307	557008.63	2369378.86	310.65	313	317	29	2176	8.89	1998	2.60	0.3011	12
308	557009.12	2369366.48	310.67	313	317	26	2281	7.75	2117	2.60	0.2282	16
309	557046.49	2369318.28	311.26	315	319	25	2235	8.71	2056	2.60	0.2646	14
310	556897.56	2369544.83	210.14	311	315	28	2184	8.68	2010	2.60	0.2938	12
311	556894.97	2369550.21	310.10	311	315	29	2267	8.81	2083	2.60	0.2479	14
312	557061.91	2369295.94	311.92	317	321	28	2246	7.52	2089	2.60	0.2447	12
313	556931.70	2369492.33	310.69	313	317	36	2251	8.48	2075	2.60	0.2530	14
314	556892.24	2369549.50	311.30	315	319	31	2231	7.99	2066	2.60	0.2585	12



Valores  $X_c/H_d$ ,  $y_c/H_d$  y  $R/H_d$  para el diseño del perfil de un cimacio, con paramento aguas arriba de cualquier inclinación U.S. Bureau of Reclamation.

Determinar la carga de diseño  $H_d$  (incluyendo la carga de velocidad de llegada), la carga de diseño  $H_o$  (sin la carga de velocidad) y calcule el perfil del cimacio, hasta el tanque a un talud de 0.75:1.

El talud del paramento aguas abajo es 1.48:1 y el talud del paramento aguas arriba es 1.5:1.

Datos

$$Q_D = 14864 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$L = 72 \text{ m}$$

$C = 2.03$  Coeficiente global de acuerdo a datos reales del modelo experimental

6 vanos de 12m

4 estribos  $K_e = 0.175$

4 pilas 3.80 m ( $K_p = 0.01$  de cada lado)

$$V = 0.5 \text{ m/s}$$

Resolución;

Para las condiciones de diseño la ecuación será:

$$H_D = \frac{v_o^2}{2g} + \left( \frac{Q}{CL} \right)^{(2/3)} \text{-----} 1$$

$$L_e = L - (n_e K_e + 2 n_p K_p) H_D \text{-----} 2$$

$$H_o = H_D - \frac{v^2}{2g} \text{-----} 3$$

Sustituyendo valores en la ec 2

$$L_e = 70 \text{ m} - (2 \cdot 0.175 + 2(4) \cdot 0.1) H_D$$

Ahora sabemos que el gasto en un cimacio se calcula con la expresión:

$$Q = C L_e H_D^{(3/2)} \text{-----} 4$$

que es la ecuación de Francis.

Debemos saber que el coeficiente de descarga en un cimacio teórico es de 2.2 pero es muy difícil de obtenerlo en condiciones reales, para la carga de diseño en un caso real estará en el rango de 2 a 2.1.

Tomando un coeficiente de descarga de 2.03; y conocido el gasto de diseño  $14864 \text{ m}^3/\text{s}$  sustituimos en la ecuación 4.

$$14864 = 2.03 L_e H_D^{(3/2)}$$

Resolviendo esta ecuación llegamos a un polinomio de grado 2 con 2 raíces y el resultado físico real corresponde a la raíz menor que nos da la carga de diseño.

$$H_D = 28.705 \text{ m}$$

Ahora para obtener la carga de diseño geométrico debemos restar la carga de velocidad

$$H_o = H_D - \frac{v_o^2}{2g}$$

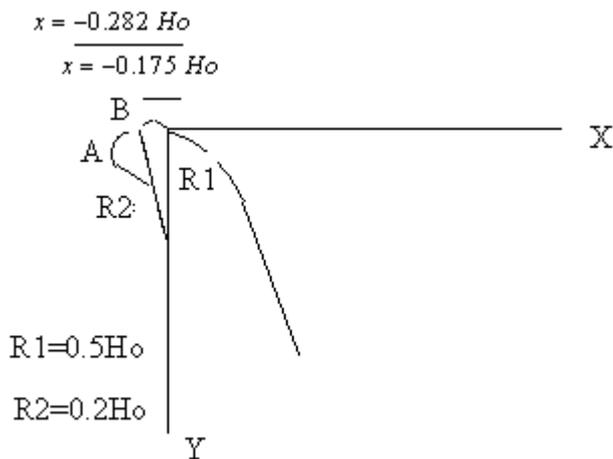
Sustituyendo valores en la expresión anterior:

Y la carga de diseño geométrico es:

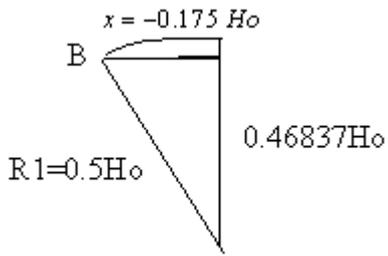
$$H_o = 23.93 \text{ m}$$

Con la carga  $H_o$  podemos determinar la ecuación de la parábola que describe al cimacio:

$$y = 0.5 H_o \left( \frac{x}{H_o} \right)^{1.85}$$



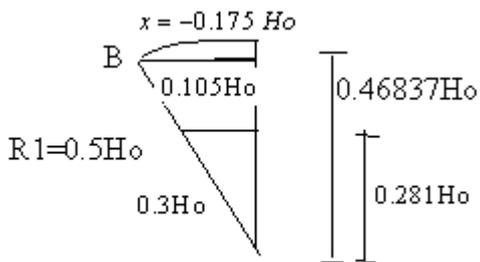
Luego encontramos las alturas o coordenadas de los puntos A y B; Para las coordenadas del punto B usamos el teorema de Pitágoras:



O bien podemos obtener la ecuación de una circunferencia con centro  $C(0,0.5H_o)$

$$(y - .5 H_o)^2 + x^2 = (.5 H_o)^2$$

y para el punto A empleamos triángulos semejantes y obtenemos el centro del círculo y posteriormente obtenemos su ecuación:



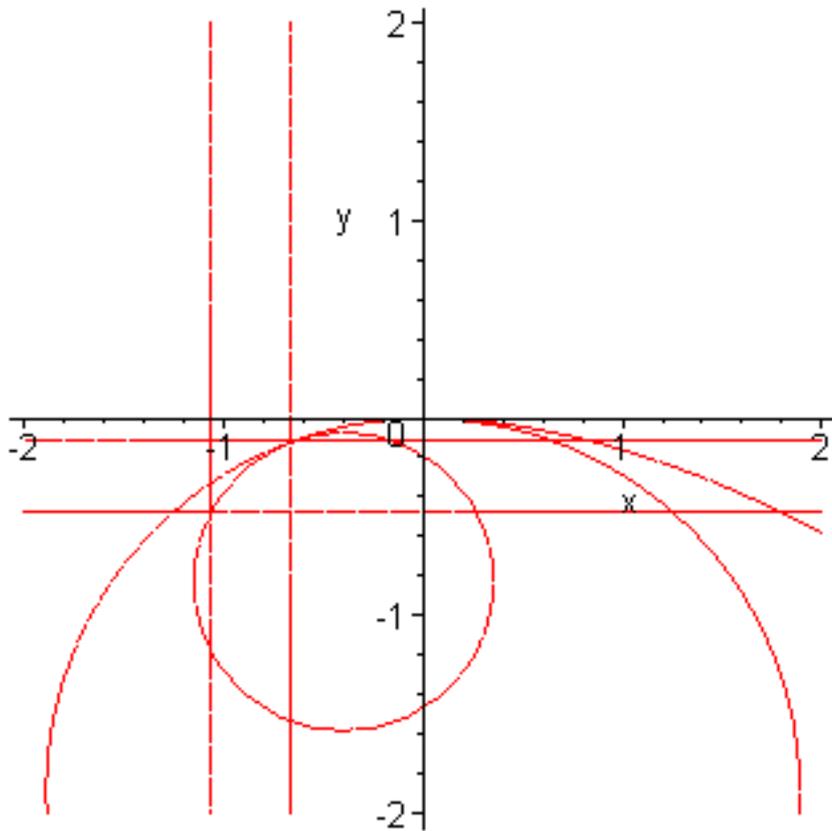
Haciendo la resta  $0.5H_o - 0.281H_o$  obtenemos el centro del segundo círculo

$$(x + .105 H_o)^2 + (y - .218978 H_o)^2 = (.2 H_o)^2$$

Ahora intersecando este círculo con la recta  $x = -0.282H_o$

Y obtenemos las coordenadas del punto A  $(-0.282H_o, 0.124H_o)$

El procedimiento descrito se muestra aquí con las 2 circunferencias



$$y = 0.03162515 H_o$$

$$y = 0.124 H_o$$

$$x = -0.175 H_o$$

$$x = -0.282 H_o$$

Al diseñar un cimacio este debe converger a un talud, la pendiente estará dada por el talud, el cimacio deja de ser parábola y se convierte en línea recta de inclinación  $m$  a un talud  $k$ .

$$k = \cot(\alpha)$$

$$\tan(\alpha) = m$$

Para olvidar el punto de tangencia no olvidemos las nociones elementales del cálculo diferencial, la derivada valuada en un punto de una función es la pendiente de la recta tangente del punto en el que se valúa dicha función.

Si tenemos la ecuación:

$$y = 0.5 H_o \left( \frac{x}{H_o} \right)^{1.85}$$

su derivada es

---


$$\frac{dy}{dx} = 0.925 \left( \frac{x}{Ho} \right)^{0.85} \quad \text{pero} \quad \frac{dy}{dx} = m \quad \tan(\alpha) = m$$

evaluando la derivada en  $x_0$  e igualando  $dy/dx$  a  $m$  obtenemos:

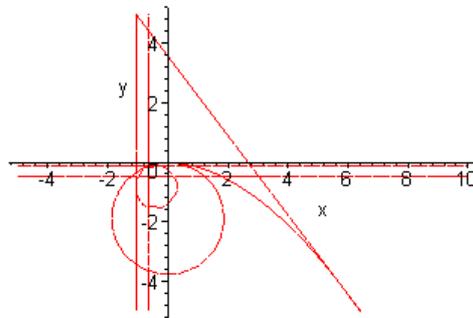
$$m = .925 \left( \frac{x_0}{Ho} \right)^{.85} \quad \text{y despejando } x_0$$

$$x_0 = \left( \frac{m Ho^{.85}}{.925} \right)^{\left( \frac{1}{.85} \right)}$$

si evaluamos este punto en la ec

$$y = 0.5 Ho \left( \frac{x}{Ho} \right)^{1.85}$$

obtendremos el punto de tangencia  $y_0$ .



HEC-2 Input Description  
Input Record Summary

**11 HEC-2 Input Record Summary**

Records are listed in their relative order of input in a data file.

Record	Description	Page
<b>Data Edit Record</b>		
ED	Optional Record for HEC-2 Data Edit Program (EDIT-2)	3
<b>Split Flow Data Records</b>		
SF	Split Flow Title	4
JC	Title Job	4
JP	Job Parameter	5
TW	Title for Weir Location	6
WS	Weir Parameter Data	6
WC	Weir Coordinate Data	7
TN	Title for Normal Depth Location	8
NS	Normal Depth Parameter Data	8
NG	Ground Coordinate Data	9
TC	Title for Rating Curve Location	10
CS	Rating Curve Parameter Data	10
CR	Rating Curve Data	11
EE	End of Split Flow Data	11
<b>Documentation Records</b>		
AC	Archival Option	12
C	Comments for Describing Data	13
T1-T9	Title Records	14
<b>Job Control Records</b>		
*J1	Starting Conditions	15
JR	Starting Rating Curve	17
JS	Starting Split Flow Assumption	18
J2	Optional Features	19
J3	Selection of Variables for Summary Tables	22
J4	Routing Reaches - Punching Records for HEC-1	29
J5	Printout Control	30
J6	Friction Loss Equations	32

---

\*Required for basic applications.

## HEC-2 Input Description Input Record Summary

### Change Records

IC	Ice Data	35
*NC	Starting Manning's 'n' Values & Shock Losses	37
NH	Horizontal Variations of Manning's 'n'	38
NV	Vertical Variations of Manning's 'n'	39
KH	Horizontal Description of Equivalent Roughness 'n'	40
QT	Table Discharges for Multiple Profiles	41
ET	Encroachment Table	42

### Bridge and Culvert Records

SB	Special Bridge	57
SC	Special Culvert	59

### Cross Section Records

*X1	General Items for Each Cross Section	45
RC	Rating Curve for Inputting Water Surface Elevations	47
CI	Channel Improvement	48
X2	Optional Items for Each Cross Section (Bridges, etc.)	50
X3	Optional Items for Each Cross Section (Effective Area, etc.)	52
X4	Additional Points for Cross Section	54
X5	Use of Water Surface Elevations	55
BT	Bridge Table of Elevations & Stations	61
*GR	Ground Profiles Elevations & Stations	56

### End of Records

*EJ	End of Job (marks end of river reach data)	34
*ER	End of Run	34

---

\*Required for basic applications.

HEC-2 Input Description  
Functional Use Index

**2. Functional Use Index**

Task	Records Used
Basic Applications	T1, T2, T3, J1.4 - J1.9, NC, X1.1-X1.9, GR, EJ, ER
Archival Option	AC
Data Comment Records	C_
Multiple Profiles, Summary Printout	J2.1, J3
Printout Control	J5
Traces & Input Data Printout	J1.1, J2.10, X2.10
Storage-Discharge Output	J4
Printer Plots of Cross Sections and Profiles	J2.2 - J2.5, X1.10
Optional Friction Loss Equations	J6.1
Flow Distribution	J2.10, X2.10
Critical Depth Option	J2.7
Direct Solution for Manning's 'n'	J1.3, X2.2
Optional Records for Specifying Manning's 'n'	J2.6, NH, NV
Equivalent Roughness 'k'	KH
Options for Specifying Discharge	J1.2, J1.8, J1.10, X2.1, QT
Specifications of Ineffective Flow Areas & Encroachments	X3, ET
Additional Ground Points	X4
Channel Modification Due to Excavation	J2.8, J2.9, CI
Bridge and Culvert Losses	X2.3 - X2.6, BT, SB, SC, X5
Use of HEC-2 Data Edit Program	ED
Use of Free Format Input	FR, FIX, FREE
Use of the Flow Under Ice Option	IC
Water Surface Based on a Rating Curve	J1.5, JR, RC
Basic Applications of Split Flow Option	SF, TW, WS, WC, EE

**6 Job Control Records**

**6.1 J1 Record - Starting Conditions (required)**

Job record specifying starting conditions and program options. This record is required for each job (profile).

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	J1	Record identification characters.
1	ICHECK	-10	Do not print data records NC - EJ.
		0	Print data records NC - EJ before execution of first profile.
2	INQ	0	QT, ET or X5 records are not used.
		2-20	Field number on QT, ET and X5 records to be used for this profile (job).
3	NINV	0	Option to compute Manning's 'n' from known high water marks will not be used.
		1	Manning's 'n' will be computed from known high water marks. Enter known water surface elevation as variable WSELK on second field of X2 record (X2.2) for each cross section.
4	IDIR	0	Subcritical flow. Cross sectional data (GR records) are input starting at the downstream end of the stream.
		1	Supercritical flow. Cross sectional data are input starting at the upstream end.
5	STRT	-1	Start computations at critical depth.
		0	Start with known water surface elevation. Enter WSEL in field nine.
		+<1	Start by slope-area method. Enter estimated energy slope here. This starting option cannot be used in conjunction with encroachment Methods 3, 4, 5, and 6 at first cross section.

# J1

## HEC-2 Input Description Job Control Records

### J1 Record (continued)

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
		+>1	Number of rating curve (discharge elevation) pairs to be read on the following JR records to start the backwater.
6	METRIC	0	Input and output in English units.
		1	Input and output in Metric units.
7	HVINS	0	No interpolated cross sections to be generated by computer.
		+	Enter maximum allowable change in velocity head between cross sections. If this value is exceeded, interpolated cross sections will be inserted by the program.
8	Q	0	Discharge specified by QT record, INQ(J1.2) is two or greater.
		+	Starting river flow (cfs or cms).
9	WSEL	+	If STRT(J1.5) is zero enter known starting water surface elevation.
10	FQ	0	A factor of 1.0 will be used to multiply all discharges (QT, X2.1 and J1.8).
		+	Factor to multiply all flows by (QT, X2.1 and J1.8).

6.4 J2 Record - Optional Features

Optional record for first profile, **required** record for all subsequent profiles.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	J2	Record identification characters.
1	NPROF	0 or 1	Data records will be read NC - EJ.
		-1	Calls for <b>summary printout</b> for a single profile run.
		2-14	Profile number using cross section data from first profile. Up to 14 profiles can be computed using the initial cross section data records NC - EJ.
2	IPLOT	0	No cross sections will be plotted for this job unless individual plots are specified by using IPLOT on X1 record (X1.10).
		1	Line printer plots for <b>all</b> cross sections in this job.
		10	Same as above except, data points will be plotted only up to the water surface elevation.
3	PRFVS	0	Computer selects vertical scale of profile plot for current profile based on an elevation spread not exceeding 12 inches.
		+	User selects vertical scale to be used for current profile. Enter number of elevation units per inch.
		-	No profile will be plotted.
4	XSECV	0	Computer selects vertical scale of cross section plot for each cross section individually.
		+	User selects vertical scale to be used for <b>all</b> cross sections. Enter number of elevation units per inch.

## J2

### HEC-2 Input Description Job Control Records

#### J2 Record (continued)

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
5	XSECH	0	Computer selects horizontal scale of cross section plot for each cross section individually.
		+	User selects horizontal scale to be used for <b>all</b> cross sections. Enter number of horizontal units per line of output. If the vertical scale of the profile (PRFVS) is given, then the value of XSECH will be used for the horizontal scale of both the cross sections and <b>profiles</b> .
6	FN	0	A factor of 1.0 will be used.
		+	Factor to multiply all Manning's 'n' values by. (NC, NV and NH records).
		-	Factor to multiply NC channel 'n' values by (NC.3). NC record overbank 'n' values (NC.1 and NC.2) are not modified. (All NV and NH 'n' values are modified).
7	ALLDC	-1	Critical depth will be computed for all cross sections using an allowable error of 2.5 percent of the depth.
		-	Same as ALLDC equal to negative one, except allowable error of ALLDC percent will be used.
		0	Critical depth will not be computed unless the actual depth is close to critical (except when low flow occurs for the special bridge method or when supercritical flow profiles are computed). An allowable error of 2.5 percent of the depth will be used.
		+	Same as ALLDC equal zero except, allowable error of ALLDC percent will be used.

**J2 Record (continued)**

**Channel Modification Due to Excavation**

Through the use of subroutine CHIMP the existing cross section (as described by GR records) may be modified by a trapezoidal channel excavation as specified by the use of the optional record CI and the eighth and ninth fields of the J2 record. A CI record should be located after the X1 record of the cross section where the improvement is to be initiated. The trapezoidal modification will start on the first cross section that has a CI record and will continue on each cross section until a CI record is read that has .01 for the channel bottom. Any changes in the variables on the CI record must be made by another CI record. Only those variables that change need to be shown on the CI record.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
8	IBW	0	If a CI or IC record is read, the sixth field of the record will be used.
		6-10	Field number of field on CI record where channel bottom width is specified, or ice thickness factor on IC record.
		-	A negative value will create a TAPE16 file of adjusted cross section data in GR format. CI input is not required for this option.
9	CHNIM	0	Overbank 'n' values are unchanged.
		+	NH record (horizontal 'n' value variation) is to be simulated by the computer so that the channel 'n' value is used for a distance of CHNIM on each side of the left or right bank stations (which may be modified by the channel excavation described by the CI record). NH or NV records should not be used with this option.
10	ITRACE	0	No trace for this job unless specified by individual cross sections using ITRACE on X2 record (X2.10). Trace printout is used by programmers to debug the program, it is not recommended for general application.
		1	Minor trace for all cross sections.
		10	Major and minor trace for all cross sections. (Large amount of output.)
		15	Flow distribution printout for all cross sections (no major or minor trace for all cross sections).

## J3

### HEC-2 Input Description Job Control Records

#### 6.5 J3 Record - Selection of Variables for Summary Tables (optional)

Optional record (up to five records may be used). Used on the first profile of a multiple profile run to select variables for the summary printout. If a summary printout is requested (J2.1) and a J3 record is not supplied, a pre-defined table (Table 150) is printed.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	J3	Record identification characters.
1-10	IVAR(I)		Codes to specify summary tables. Pre-defined tables may be called as shown below (100 and 200 series). User-defined tables may be generated by specifying up to 13 variable codes per table. Where two or more user-defined tables are specified, a blank field should be used to separate the tables. Tables are printed in order specified. Pre-defined tables are printed in numerical order after any user-defined table. A maximum of five tables may be generated.

#### Codes for Pre-Defined Tables

Code	Table
100	Hydraulic calculations for special bridges only.
101	Hydraulic calculations for culverts only.
105	For cross section output at special bridge or culvert.
110 115	Encroachment data.
120	Channel improvement data.
150	Standard summary (two tables produced).
200	Floodway data (FIA Table 1) <sup>1</sup> .

<sup>1</sup>Flood Insurance Study, Guidelines and Specifications, Federal Emergency Management Agency, 1987.

## J3

### HEC-2 Input Description Job Control Records

#### 6.5 J3 Record - Selection of Variables for Summary Tables (optional)

Optional record (up to five records may be used). Used on the first profile of a multiple profile run to select variables for the summary printout. If a summary printout is requested (J2.1) and a J3 record is not supplied, a pre-defined table (Table 150) is printed.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	J3	Record identification characters.
1-10	IVAR(I)		Codes to specify summary tables. Pre-defined tables may be called as shown below (100 and 200 series). User-defined tables may be generated by specifying up to 13 variable codes per table. Where two or more user-defined tables are specified, a blank field should be used to separate the tables. Tables are printed in order specified. Pre-defined tables are printed in numerical order after any user-defined table. A maximum of five tables may be generated.

#### Codes for Pre-Defined Tables

Code	Table
100	Hydraulic calculations for special bridges only.
101	Hydraulic calculations for culverts only.
105	For cross section output at special bridge or culvert.
110 115	Encroachment data.
120	Channel improvement data.
150	Standard summary (two tables produced).
200	Floodway data (FIA Table 1) <sup>1</sup> .

<sup>1</sup>Flood Insurance Study, Guidelines and Specifications, Federal Emergency Management Agency, 1987.

# NH

## HEC-2 Input Description Change Records

### 7.3 NH Record - Horizontal Variations of Manning's 'n' (optional)

Used to permanently change the roughness coefficients (Manning's 'n') to values which vary with horizontal distances from the left side of the cross section. Roughness coefficients should be redefined for each cross section with new geometry. **The NH record should not be used at cross sections employing the NV record or when utilizing the channel improvement (CI) option.** If 'n' values change within the channel, the criterion described in Section 2.3 (page 4) is used to determine whether 'n' values should be converted to a composite value using Equation 5.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	NH	Record identification characters.
1	NUMNH	1-20	Total number of Manning's 'n' values (maximum 20) entered on NH records. If NUMNH is greater than four, multiple NH records are required and, the first field of the second and subsequent NH record, should contain a STN(N) value.
2,4,6, 8,10...etc	VALN(N)	+	Manning's 'n' coefficient between stations STN(N-1) and STN(N). The first 'n' value applies from the starting left station up to STN(N) (Field 3).
3,5,7, 9,11...etc	STN(N)	+	Station corresponding to VALN(N). Each stations should equal one of the stations on the next GR records. Stations must be in increasing order. Station values will not be adjusted by X1.8 PXSECR.

8 Cross Section Records

8.1 X1 Record - General Items for Each Cross Section (required)

This record is required for each cross section (800 cross sections can be used for each profile) and is used to specify the cross section geometry and program options applicable to that cross section.

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
0	IA	X1	Record identification characters.
1	SECNO	+	Cross section identification number. NOTE: When using the Split Flow Option, cross section ID numbers must increase downstream to upstream.
		-	Start new tributary backwater at this cross section.
2	NUMST	0	<b>Previous</b> cross section is repeated for current section. GR records are not entered for this cross section.
		+	Total number of stations on the following GR records.
3	STCHL	0	NUMST(X1.2) is 0.
		+	The station of the left bank of the channel. Must be equal to one of the STA(N) on next GR records.
4	STCHR	0	NUMST(X1.2) is 0.
		+	The station of the right bank of the channel. Must be equal to one of the STA(N) on GR records and equal to or greater than STCHL.
5	XLOBL	+	Length of <b>left overbank</b> reach between current cross section and next downstream cross section. Zero for first cross section if IDIR = 0, (J1.4).
6	XLOBR	+	Length of <b>right overbank</b> reach between current cross section and next downstream cross section. Zero for first cross section if IDIR = 0.
7	XLCH	+	Length of <b>channel</b> reach between current cross section and next downstream cross section. Zero for first cross section if IDIR = 0.

# X1

## HEC-2 Input Description Cross Section Records

### X1 Record (continued)

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
8	PXSECR	0	Cross section stations will not be changed by the factor PXSECR.
		+	Factor to modify the horizontal dimensions of a cross section. The distances between adjacent GR stations (STA) are multiplied by this factor to expand or narrow a cross section. The STA of the first GR point remains the same. The factor can apply to a repeated cross section or a current one. A factor of 1.1 will increase the horizontal distance between the GR stations by ten percent. (See X2.9 for station adjustment to BT data.) This factor will adjust data from CI records and NH or NK stations for repeat sections. It will not adjust data from X4 records in repeat cross sections.
9	PXSECE	0	Cross section elevations will not be changed.
		+ or -	Constant to be added (+ or -) to GR elevation data (either previous or current). Sediment elevation data (X3.2) input at current cross section is not modified by this factor. (See X2.7 for elevation change to BT data.) Will not adjust X4 records in repeat cross sections.
10	IPLLOT	0	Current cross section will not be plotted unless all cross sections were requested by J2 record.
		1	Plot current cross section using all points.
		10	Plot current cross section using only those points up to the water surface elevation.



# X1

## HEC-2 Input Description Cross Section Records

### X1 Record (continued)

FIELD	VARIABLE	VALUE	DESCRIPTION
8	PXSECR	0	Cross section stations will not be changed by the factor PXSECR.
		+	Factor to modify the horizontal dimensions of a cross section. The distances between adjacent GR stations (STA) are multiplied by this factor to expand or narrow a cross section. The STA of the first GR point remains the same. The factor can apply to a repeated cross section or a current one. A factor of 1.1 will increase the horizontal distance between the GR stations by ten percent. (See X2.9 for station adjustment to BT data.) This factor will adjust data from CI records and NH or NK stations for repeat sections. It will not adjust data from X4 records in repeat cross sections.
9	PXSECE	0	Cross section elevations will not be changed.
		+ or -	Constant to be added (+ or -) to GR elevation data (either previous or current). Sediment elevation data (X3.2) input at current cross section is not modified by this factor. (See X2.7 for elevation change to BT data.) Will not adjust X4 records in repeat cross sections.
10	IPLOT	0	Current cross section will not be plotted unless all cross sections were requested by J2 record.
		1	Plot current cross section using all points.
		10	Plot current cross section using only those points up to the water surface elevation.

```

1*****
* HEC-2 WATER SURFACE PROFILES *
* *
* Version 4.6.2; May 1991 *
* *
* RUN DATE 21NOV06 TIME 22:51:02 *
*****

```

```

*****
* U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS *
* HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER *
* 609 SECOND STREET, SUITE D *
* DAVIS, CALIFORNIA 95616-4687 *
* (916) 756-1104 *
*****

```

```

X X XXXXXXXX XXXXX XXXXX
X X X X X X X X
X X X X X X X
XXXXXXXX XXXX X XXXXX XXXXX
X X X X X X
X X X X X X
X X XXXXXXXX XXXXX XXXXXXXX

```

1 21NOV06 22:51:02 PAGE 1

THIS RUN EXECUTED 21NOV06 22:51:02

```

*****
HEC-2 WATER SURFACE PROFILES
Version 4.6.2; May 1991
*****

```

```

T1 TESIS JLBZ UNAM FI
T2 OCTUBRE-NOVIEMBRE
T3 2006

```

J1	ICHECK	INQ	NINV	IDIR	STRT	METRIC	HVINS	Q	WSEL	FQ
	0	0	0	1	0	1	0	15148	6.61	0
NC	0.013	0.013	0.013	0.1	0.3					
X1	0	8	0	11	0	0	0	0	0	1
GR	20	0	0	0	0	43.6	11	43.6	11	47.4
GR	0	47.4	0	91	20	91				
X1	1	0	0	0	52.38	52.38	52.38	0	-12.33	1
X1	2	0	0	0	52.38	52.38	52.38	0	-12.33	1
X1	3	0	0	0	52.38	52.38	52.38	0	-12.33	1
X1	4	0	0	0	52.38	52.38	52.38	0	-12.33	1
X1	5	0	0	0	52.38	52.38	52.38	0	-12.33	1

1 21NOV06 22:51:02 PAGE 2

```

SECNO DEPTH CWSEL CRIWS WSELK EG HV HL OLOSS L-BANK ELEV
Q QLOB QCH QROB ALOB ACH AROB VOL TWA R-BANK ELEV
TIME VLOB VCH VROB XNL XNCH XNR WTN ELMIN SSTA
SLOPE XLOBL XLCH XLOBR ITRIAL IDC ICONT CORAR TOPWID ENDST

```

\*PROF 1  
0

```

CCHV= .100 CEHV= .300
*SECNO .000

```

3265 DIVIDED FLOW

.000	6.61	6.61	14.53	6.61	41.78	35.17	.00	.00	20.00
15148.0	.0	.0	15148.0	.0	.0	576.4	.0	.0	20.00
.00	.00	.00	26.28	.000	.000	.013	.000	.00	.00
.013393	0.	0.	0.	0	16	0	.00	87.20	91.00

\*SECNO 1.000

3265 DIVIDED FLOW

3301 HV CHANGED MORE THAN HVINS

1.000	5.71	-6.62	2.20	.00	40.57	47.20	.00	1.20	7.67
15148.0	.0	.0	15148.0	.0	.0	497.5	.0	.0	7.67
.00	.00	.00	30.45	.000	.000	.013	.000	-12.33	.00
.020947	0.	0.	0.	19	17	0	.00	87.20	91.00

\*SECNO 2.000

3265 DIVIDED FLOW











SUMMARY OF ERRORS AND SPECIAL NOTES

```

1*****
* HEC-2 WATER SURFACE PROFILES *
* * *
* Version 4.6.2; May 1991 *
* * *
* RUN DATE 21NOV06 TIME 22:52:57 *
*****
    
```

```

*****
* U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS *
* HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER *
* 609 SECOND STREET, SUITE D *
* DAVIS, CALIFORNIA 95616-4687 *
* (916) 756-1104 *
*****
    
```

```

X X XXXXXXX XXXXX XXXXX
X X X X X X X
X X X X X X X
XXXXXXXX XXXX X XXXXX XXXXX
X X X X X X X
X X X X X X X
X X XXXXXXX XXXXX XXXXXXX
    
```

THIS RUN EXECUTED 21NOV06 22:52:57

```

*****
HEC-2 WATER SURFACE PROFILES
Version 4.6.2; May 1991
*****
    
```

```

T1 TESIS JLBZ UNAM FI
T2 OCTUBRE-NOVIEMBRE
T3 2006
    
```

J1	ICHECK	INQ	NINV	IDIR	STRT	METRIC	HVINS	Q	WSEL	FQ	
	0	0	0	1	0	1	0	15148	5.91	0	
NC	0.013	0.013	0.013	0.1	0.3						
X1	0	8	0	11	0	0	0	0	0	0	1
GR	20	0	0	0	0	43.6	11	43.6	11	47.4	
GR	0	47.4	0	91	20	91					
X1	1	0	0	0	82.88	82.88	82.88	0	-10.75	1	
X1	2	0	0	0	82.88	82.88	82.88	0	-10.75	1	
X1	3	0	0	0	82.88	82.88	82.88	0	-10.75	1	
X1	4	0	0	0	82.88	82.88	82.88	0	-10.75	1	
X1	5	0	0	0	82.88	82.88	82.88	0	-10.75	1	

```

SECNO DEPTH CWSEL CRIWS WSELK EG HV HL OLOSS L-BANK ELEV
Q QLOB QCH QROB ALOB ACH AROB VOL TWA R-BANK ELEV
TIME VLOB VCH VROB XNL XNCH XNR WTN ELMIN SSTA
SLOPE XLOBL XLCH XLOBR ITRIAL IDC ICONT CORAR TOPWID ENDST
    
```

\*PROF 1  
0











4.000	82.88	.00	.00	-43.00	15148.00	-38.52	-28.47	37.98	440.92	.00	390.79	721.40
5.000	82.88	.00	.00	-53.75	15148.00	-49.45	-39.21	33.46	499.60	.00	375.40	677.71

1  
21NOV06 22:52:57 PAGE 5

2006

SUMMARY PRINTOUT TABLE 150

SECNO	Q	CWSEL	DIFWSP	DIFWSX	DIFKWS	TOPWID	XLCH
.000	15148.00	5.91	.00	.00	.00	87.20	.00
1.000	15148.00	-5.43	.00	-11.34	.00	87.20	.00
2.000	15148.00	-16.54	.00	.00	.00	87.20	82.88
3.000	15148.00	-27.55	.00	.00	.00	87.20	82.88
4.000	15148.00	-38.52	.00	.00	.00	87.20	82.88
5.000	15148.00	-49.45	.00	.00	.00	87.20	82.88

1  
21NOV06 22:52:57 PAGE 6

SUMMARY OF ERRORS AND SPECIAL NOTES

## Ejemplo Numérico del Teorema de Buckingham

### Teorema de Buckingham

Se muestran las ecuaciones de la productoria, indispensables para la aplicación de este teorema.

$$\pi_i = q_1^{m_1} q_2^{m_2} \dots q_n^{m_n}$$

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0$$

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p) = 0$$

Ejemplo:

El diferencial de presión de una tubería analizando un determinado problema hidráulico esta en función de la densidad, la velocidad, el coeficiente de viscosidad dinámica, la Longitud del Conducto y el diámetro del conducto.

$$\Delta p = f_1(\rho, V, \mu, L, D)$$

A partir del Teorema deduzca las 2 ecuaciones que están relacionadas con el diferencial de presión en la tubería.

Buscamos los parámetros dimensionales de cada variable:

$$[\rho] = [M/L^3], [\Delta p] = [F/A] = [ma/A] = [ML/t^2/L^2] = [M/(Lt^2)]$$

$$[\mu] = [M/(Lt)], [V] = [L/t], [L] = [L], D = [L]$$

Por medio de la primera productoria planteamos el sistema de ecuaciones obteniendo los valores de los exponentes a b y c.

$$\Pi_1 = \rho^a V^b D^c \Delta p \quad \text{ecuación 1.A}$$

Sustituyendo los parámetros dimensionales

$$\left[\frac{M}{L^3}\right]^a \left[\frac{L}{t}\right]^b [L]^c \left[\frac{ML}{t^2}\right] = M^0 L^0 t^0$$

Simplificando

$$a + 1 = 0, -3a + b + c + 1 = 0 \text{ \& } -b - 2 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones

$$a = -1, b = -2, c = 0.$$

Sustituyendo en la ecuación 1.A obtenemos la relación del diferencial de presión.

$$\Pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho V^2}$$

Obtenemos las expresiones de las productorias 2 y 3

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D}, \quad \Pi_3 = \frac{L}{D}$$

Igualamos las productorias 1 con la No 2 y No 3

---

$$\Pi_1 = f_2(\Pi_2, \Pi_3)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho V^2} = f_2\left(\frac{\mu}{\rho V D}, \frac{L}{D}\right)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho V^2} = f_2\left(\text{Re}, \frac{L}{D}\right) = \frac{L}{D} f_3(\text{Re})$$

En conclusión el diferencial de presión es función del número de Reynolds debido a que las fuerzas viscosas predominan en el modelo, la relación longitud entre diámetro también está en función del diferencial de presión del modelo en cuestión.