



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE ECONOMÍA

UN MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS BASADO EN EL ÍNDICE
DE CONFIANZA DEL CONSUMIDOR

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ECONOMÍA

P R E S E N T A :

JAVIER CASTAÑEDA LEÓN

DIRECTOR DE TESIS: DOCTOR RICARDO MANSILLA CORONA



CIUDAD UNIVERSITARIA

OCTUBRE DE 2006



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme ser parte de tan grandiosa institución, formándome como profesionista y sobre todo como ser humano.

A la Facultad de Economía por inculcarme en cada una de las materias el estudio de la economía como una carrera “social”.

A todos los profesores e investigadores que por cariño a la Universidad y a la docencia buscan hacer de México un país de profesionistas, de gente pensante.

Al Dr. Ricardo Mansilla Corona por todo el apoyo en la realización de esta investigación, por sus enseñanzas en las aulas y en diferentes aspectos de mi vida académica, así como por su amistad y su confianza durante estos años.

Al Dr. Julio López Gallardo, por su apoyo en mi formación académica y por inculcarme el gusto por la investigación económica tan importante en nuestra Universidad Nacional Autónoma de México.

A mis sinodales por la atención, el tiempo y los comentarios acertados en las correcciones de mi tesis.

A mis amigos, porque sin duda, mi estancia en la Facultad, sin ustedes no habría tenido sentido: Farid, Mario, Vane, Emma y toda la bandafac9903.

A mi mejor amiga, mi apoyo, mi amada, mi compañera, mi Jimena, por tu apoyo en esta tesis y en cada aspecto de mi vida, por tantos momentos grandiosos y todos los nos que faltan por vivir, pero sobre todo por estar aquí, a mi lado, siempre.

A mis hermanos Rocío y Luis Manuel que desde que llegaron a mi lado le dieron un significado diferente a mi vida, una mejor cara de este mundo, espero ser un digno ejemplo y apoyo.

A mis abuelos Manuel y Socorro, a quien me hubiera gustado conocer y a quien me visita por las noches y siempre voy a extrañar.

A mis abuelos Miguel y Esther, con todo el cariño a quien tengo la fortuna de entregar una promesa cumplida, y a quien tanto extraño y tengo presente.

A mis padres Javier y Maria del Carmen por todo el amor, el cuidado, el tiempo y los valores inculcados en esta familia de la cual son los pilares. Por promover siempre en nosotros la dignidad, la honestidad, el trabajo, el respeto, el estudio y la unidad familiar a base del mejor ejemplo. Porque a pesar de que nadie nace sabiendo ser padre, ustedes son los mejores. Por ustedes, gracias a ustedes y para ustedes con todo mi amor, admiración y respeto.

“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”

Javier Castañeda León

Octubre del 2006

INDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	1
1.- Justificación	1
2.- Objetivos	2
<i>2.1 Objetivo General</i>	2
<i>2.2 Objetivos Particulares</i>	3
3.- Hipótesis	3
4.- Metodología	3
1. LOS CICLOS ECONÓMICOS	5
1.1 Antecedentes	5
1.2 Clasificación de los ciclos económicos	7
1.3 Teorías de ciclos económicos	10
1.4 Investigaciones recientes	20
<i>1.4.1 Los ciclos: aspectos reales y financieros</i>	20
<i>1.4.2 Real- Business-Cycle theory</i>	29
<i>1.4.3 Modelo SOC</i>	32
2. TEORÍA DE SISTEMAS DINÁMICOS	35
2.1 Sistemas Dinámicos	35
2.2 El Concepto de CAOS	58
2.3 Teorema de Poincaré-Bendixon	59
3. MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS BASADO EN EL ÍNDICE DE CONFIANZA DEL CONSUMIDOR	61
3.1 Desarrollo del Modelo	61
3.2 Resultados del Modelo	77
3.3 Cuadros	85
4. CONCLUSIONES	87
5. FUENTES DOCUMENTALES	91

UN MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS BASADO EN EL ÍNDICE DE CONFIANZA DEL CONSUMIDOR

RESUMEN

El índice de confianza del consumidor (ICC) ha ido adquiriendo en los últimos años gran importancia en los países desarrollados como una variable primordial en la medida del comportamiento económico. Desde hace una década se cuantifica con ese propósito en México, junto con variables macroeconómicas de relevancia formando parte de los indicadores clave en el país. Por medio de la tasa de desempleo abierta y el ICC se plantea un modelo basado en la Ecuación de Lienard y en su versión específica de Van der Pol, que permite demostrar la relevancia de estas dos variables en la formación de ciclos económicos en México, así como la relación entre ellas y la importancia de la interdisciplina, concluyendo que la relación de la tasa de desempleo y la confianza del consumidor genera las condiciones de inestabilidad acotada mediante expectativas psicológicas de los individuos que hacen posible la aparición de ciclos.

ABSTRACT

The confidence consumer index (CCI) had been acquiring in the last several years great importance as a fundamental variable in the measure of economic behaviour in the development countries. Since ten years ago it is quantified in this sense in Mexico, been part of country's key indicators beside macroeconomic variables of great relevance. Using the unemployment rate and de CII we propose a model based on Lienard Equation and on its specific version from Van der Pol, that enable to prove both variables relevance creating economic cycles for Mexico, as well as the relation between them and interdisciplinary importance, proving that the relationship of unemployment rate and consumer confidence index creates the delimit instability conditions using people psychological expectations that make possible cycles generation.

INTRODUCCION

1.- Justificación

La literatura acerca de los ciclos económicos es en la actualidad muy amplia y variada. Dependiendo de las doctrinas económicas que profesen y las posiciones ideológicas de los autores, han aparecido variadas explicaciones a las fluctuaciones de la actividad económica a lo largo del tiempo.

En las grandes economías del primer mundo durante las últimas dos décadas ha comenzado a recibir atención de los investigadores un indicador basado en encuestas a los consumidores, el cual refleja las expectativas de los agentes con respecto a las condiciones actuales de desarrollo de la economía, así como del futuro cercano, conocido como el índice de confianza del consumidor. Las fluctuaciones de este índice son seguidas con interés, debido a que en ocasiones los pronósticos basados en la misma resultan muy cercanos a lo que sucede.

Junto con esto, recientemente los estudios interdisciplinarios han ido tomando una mayor fuerza por lo que la psicología busca incursionar dentro del ambiente económico basándose principalmente en la función de utilidad neoclásica, con la idea de que bajo cualquier nivel de riqueza siempre dolerá más perder una determinada cantidad, que la satisfacción obtenida al ganar la misma cantidad de riqueza, integrando a este tipo de estudios algunos indicadores de orden mayormente psicológico dentro del estudio de la economía como lo es el índice de confianza del consumidor.

Otras ciencias se han sumado al estudio de la economía en sus diversas ramas como la medicina y la biología, o las matemáticas y la física, buscando la manera de modelar hechos económicos utilizando técnicas y teorías desde una perspectiva transdisciplinaria.

Por otro lado trabajos como los de Middleton han demostrado la estrecha relación entre el índice de confianza del consumidor y la tasa de desempleo, siendo indicadores cruciales en el estudio del comportamiento de una economía, así como en los modelos de pronósticos y toma de decisiones.

2.-Objetivos

El objetivo del presente trabajo es proponer un modelo del comportamiento de los ciclos económicos basado en el índice de confianza del consumidor y la tasa de desempleo abierta para el caso de México. El modelo está constituido por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con un ciclo límite aislado que representa las fluctuaciones de la actividad económica, de esta manera, ambas variables por su relevancia pueden funcionar como estabilizadoras o bien desestabilizadoras, siendo capaces de generar ciclos económicos

2.1 Objetivo General

La construcción de un modelo que refleje las fluctuaciones de la actividad económica teniendo en cuenta el índice de confianza del consumidor.

2.2 Objetivos Particulares:

- a) Mostrar la relación entre el índice de confianza de los consumidores, la tasa de desempleo y los indicadores de la actividad económica.

- b) Construcción de un sistema de ecuaciones diferenciales que refleje la evolución e interacción dinámica entre estas variables.
- c) Validar los resultados obtenidos del modelo teórico con las observaciones empíricas.

3.- Hipótesis

El índice de confianza del consumidor es un indicador que refleja de manera importante el comportamiento de una economía, además, está intrínsecamente asociado a otras variables macroeconómicas relevantes.

Metodología

La presente investigación tiene la intención de demostrar la importancia de variables económicas y psicológicas en la formación de ciclos económicos, así como la relación entre ellas, por tal motivo se utilizaron el Índice de Confianza del Consumidor y la Tasa de desempleo abierta, las cuales se introdujeron como variables dentro de la ecuación de Van der Pol, que junto con el teorema de Poincaré-Bendixon nos permiten obtener las características suficientes para la aparición de ciclos que llevarán al cumplimiento de los objetivos planteados, culminando con la comparación de los resultados obtenidos en el modelo con evidencia empírica de México y Estados Unidos de América.

Para tal efecto se procedió al desarrollo de los siguientes cuatro capítulos:

Capítulo 1. Teoría de Ciclos Económicos. En este capítulo se analizan las características, así como algunas teorías sobre los ciclos económicos, desde las primeras teorías relevantes hasta teorías actuales que nos permiten tener un análisis más sólido de la investigación así como ir tomando las características necesarias que debe contener nuestro modelo.

Capítulo 2 Discusión de los resultados fundamentales de la Teoría de los Sistemas Dinámicos. En este capítulo se discuten los resultados fundamentales de las teorías que serán utilizados a lo largo de la tesis, a saber, Teoría de Poincaré-Bendixon, Teoría del caos, Teoría SOC (self-organized-criticality), existencia de orbitas periódicas aisladas y la estabilidad de las mismas, equilibrios, puntos fijos etc.

Capítulo 3 Construcción del Modelo. En este capítulo se construye tomando en cuenta consideraciones fenomenológicas y fundamentos teóricos el conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias que componen el modelo basándonos en las ecuaciones de Lienard y Van der Pol, todo esto considerando los resultados discutidos en el Capítulo I y II

Capítulo 4 Conclusiones. Se discuten los resultados obtenidos así como las propiedades fundamentales del modelo formulado en el capítulo anterior, y las posibles líneas de continuación de este trabajo.

1. LOS CICLOS ECONÓMICOS

1.1 Antecedentes

El estudio de los hechos económicos data de las culturas clásicas, de los griegos y de los romanos, de Aristóteles y grandes pensadores, sin embargo, en sus comienzos estos estudios llevaban solamente un sentido moral, es decir una lucha psicológica en cuanto a las diversas relaciones económicas que se pudieron dar en la época como las relaciones de los amos con los esclavos.

Posteriormente en el siglo XV surge el mercantilismo, y por primera vez se introduce el dinero como una mercancía y cuyo valor viene dado por la abundancia o la escasez que se tenga de éste, y los valores morales son olvidados pues la conciencia de que, para enriquecer a unos se tiene que empobrecer a otros, es adquirida de la misma forma en que para hacer crecer económicamente a un país es necesario debilitar el proteccionismo de los otros.

En el siglo XVII aparece una nueva doctrina propuesta por un grupo de pensadores franceses dirigidos por Quesney¹ mejor conocidos como fisiócratas, ellos consideran que la riqueza circula en tres grupos, los propietarios, los productores y la clase estéril, y que el Estado debe mantener ese orden natural (*laissez-faire*).

Pero, es hasta 1776 que Adam Smith² publica su libro “Investigación sobre la naturaleza y causa de la riqueza de las naciones”, cuando se comienza a considerar a la economía

¹ Los fisiócratas comparten con los economistas ingleses preclásicos más avanzados el mérito de haber descartado definitivamente la creencia mercantilista de que la riqueza y su aumento se debían al comercio. Llevaron a la esfera de la producción el poder de creación de la riqueza y del excedente susceptible de acumulación. El punto central de su análisis era la búsqueda de este excedente o *produit net*. Después de descubrir su origen de una manera que constituía un avance respecto de los mercantilistas ingleses, llevaron a cabo, en el *Tableau economique*, de Quesnay, el análisis de su circulación entre las diferentes clases de la sociedad. Roll(1978).

² La esencia del pensamiento de Smith radica en la confianza en lo natural, como opuesto a lo inventado por el hombre. Sostiene que una organización social inteligente no tiene sino que actuar en la mayor armonía posible con los dictados del orden natural, de ahí la idea de la mano invisible que controla el mercado y lo regula propuesta en su libro “Naturaleza y causa de la riqueza de las naciones”. Smith se distingue de los demás pensadores de la economía por dos cosas principalmente: se le reconoce como el

como una ciencia. Encabezando no solamente a una escuela conocida como los clásicos, sino que coincide con una época donde los niveles de industrialización se encuentran en gran desarrollo, hablamos pues de los inicios del capitalismo, entendido mejor como una forma de organización donde existe una clase social dueña de los medios de producción y una clase obrera, donde el único objetivo que se persigue es la ganancia, el obtener mayores beneficios, a costa de lo que sea.

Desde sus inicios el capitalismo se ha caracterizado por ser un sistema económico mucho más efectivo que cualquier otro que haya existido anteriormente, teniendo largos periodos de desarrollo sostenido durante toda su historia, sin embargo estos periodos de crecimiento no han sido constantes hasta nuestros tiempos, sino que dentro de su evolución tienen bajas considerables tanto por el lado real que involucra la producción, el empleo, la inversión, como por el lado financiero que pueden ser los niveles de precios y tasas de interés. A estos periodos de desarrollo, descenso y crisis es a lo que llamamos ciclos económicos y es la base de nuestro estudio en este primer capítulo.

El estudio de los ciclos económicos en el capitalismo data del siglo XIX, no es coincidencia si se toma en cuenta que la primera gran crisis del capitalismo se tiene en la década de 1830, época en la que precisamente a Karl Marx³ le tocó vivir.

El incremento en los estudios de los ciclos económicos durante la historia del capitalismo se debe a la alta irregularidad que presentan, así como a su cambiante aspecto temporal y a que ningún ciclo es igual a otro.

Sin embargo, existieron grandes crisis anteriormente como es el caso de los tulipanes en Holanda a mediados del siglo XVII, la cual fue generada por un exceso de especulación sobre el valor de los bulbos de los tulipanes, que considerados como plantas hermosas

fundador de la economía política clásica; fue el primero en desarrollar todas las categorías que forman el contenido de la controversia económica posterior. Roll (1978).

³ Marx marcó una pauta dentro del pensamiento económico, quizá en parte debido a la época crucial que le tocó vivir y en parte a la majestuosidad de sus estudios. Siendo “el Capital” su obra más importante, aún cuando la mayor parte no fue publicada mientras él se encontraba en vida. Fueron tales sus dimensiones que aún los estudiosos posteriores a él e inclusive sus contemporáneos destacaban su importancia. Sin embargo hay que tener claro que la herramienta de estudio que es “el capital” puede ser un arma de dos filos, pues aún cuando se creó como una crítica al sistema capitalista, claramente puede ser usado a favor de este pues descubre todas las entrañas del sistema capitalista.

con el transcurso de los años fueron adquiriendo un valor mayor, llegando a tener grandes fluctuaciones en el precio de los diferentes tipos de tulipanes en tan solo unas horas, este fenómeno tomó magnitudes impresionantes llegando a ser parte de la vida de todo tipo de personas en Holanda, hasta el punto donde no fue posible seguir sosteniendo tantas expectativas en esos productos, con lo que los precios se fueron a pique y mucha gente terminó en la banca rota⁴.

En este trabajo debido a que los indicadores, así como las técnicas que se utilizan son recientes, nos enfocaremos en el modo de organización capitalista.

1.2 Clasificación de los ciclos económicos

Existen diferentes formas de clasificar los ciclos económicos, si tomamos en cuenta su origen en cuanto a sectores, los ciclos se dan tanto por el lado real como por el lado financiero, pero esa no es la única forma de clasificarlos, ya que también pueden variar según el periodo de tiempo, o bien dependiendo de los factores que pudieran determinar esos ciclos.

Durante la historia del capitalismo ha sido posible identificar ciclos de corto y largo plazo. Dentro de los ciclos de largo plazo podemos identificar tres tipos: los de oscilaciones largas, los de ondas largas y los ciclos largos.

Los de oscilaciones largas abarcan periodos menores de medio siglo y son ciclos de inversión. Los de ondas largas son los conocidos como ciclos de Kondratieff⁵ y abarcan periodos de entre cuarenta y sesenta años. Por último los ciclos largos que en general abarcan más de un siglo y se caracterizan por ser el resultado de un cambio en la organización a nivel mundial.

⁴ Ver Mansilla 2003

⁵ Después de diversos estudios, fue N.D Kondratieff quien mostró el fenómeno de ciclos largos de una manera completa ante la comunidad científica y fue quien sistemáticamente analizó todos los materiales disponibles en ese momento en el proceso capitalista. Shumpeter (1964).

El estudio de los ciclos económicos inició con el estudio de los ciclos cortos, mejor conocidos como ciclos de negocio, se caracterizan por ser ciclos de entre uno y doce años, además de que, cómo ya se mencionó, ninguno de los ciclos es igual, esto es, que existe una secuencia entre los ciclos pero esta secuencia no es periódica. Otro aspecto muy importante de los ciclos cortos es que estos existen dentro de los ciclos de largo plazo, sin embargo, un ciclo de negocio no tiene ciclos más pequeños en su interior.

Esta es sólo una manera de clasificar los diferentes tipos de ciclos económicos, ya que si tomamos en cuenta la existencia de ciclos de diferentes tamaños en un periodo largo de tiempo, que podría ser un siglo o dos, desde el punto de vista estadístico esto dificultaría su estudio sobre todo en lo que se refiere a la diferenciación entre movimientos cíclicos y tendencias⁶.

Otra forma en la que se pueden clasificar los ciclos económicos es tomando en cuenta de dónde provienen las fluctuaciones, es decir si tienen un origen endógeno, exógeno o mixto. Es importante tener en cuenta este término, ya que una fluctuación es lo que permite que la trayectoria de una sucesión de datos temporales se vuelva un ciclo.

El origen de las fluctuaciones es lo que ha permitido clasificar las diferentes teorías que estudian los ciclos, por lo cual a continuación se presentan las características de cada una de estas tres clasificaciones.

Comencemos con las teorías que suponen la creación de ciclos mediante a factores exógenos, el motivo para iniciar describiendo fluctuaciones con estas características es debido a la complejidad y aleatoriedad de su origen. La primera idea de la existencia de factores exógenos fue propuesta por Frish en 1930, principalmente para economías consideradas estables, y complementada posteriormente bajo la idea macroeconómica de expectativas racionales, donde se plantea que el mercado se autorregula y gracias a eso los mercados se encuentran en equilibrio, por lo cual la existencia de un ciclo es

⁶ I Calvet (1999)

debida a fluctuaciones de origen exógeno, que a su vez son imposibles de anticipar por los agentes económicos puesto que son fluctuaciones aleatorias.⁷

En el caso de las teorías basadas en la suposición de factores endógenos la idea es la opuesta, es decir, el sistema es inestable en principio pero existen mecanismos que delimitan esta inestabilidad. Las ideas de este tipo de teorías provienen de los clásicos y posteriormente la idea de la existencia de sobreproducción o subconsumo es la que impulsa estudios como los de Malthus⁸. Sin embargo el primer trabajo bien fundamentado sobre ciclos originados por factores endógenos corresponde a Marx, pues le toca vivir la primer gran crisis del capitalismo industrial, generada no sólo a nivel productivo y debido a la concentración de grandes capitales en pocas manos, sino que los problemas laborales más importantes comenzaban a surgir, hablamos del desempleo y la explotación.

Un aspecto más que debemos mencionar es que este tipo de teorías consideran al ciclo económico no sólo como un proceso endógeno, sino también dinámico que contiene contracciones y expansiones que se relacionan entre sí, y no como la idea de los ciclos generados por factores exógenos, ya que las fluctuaciones aleatorias son las que los generan.

En este sentido se puede decir que el estudio del origen de los ciclos económicos según los factores que producen el ciclo, resulta aparentemente más interesante en el caso de los factores endógenos, ya que durante toda la historia del capitalismo se ha tratado de entender el comportamiento de los ciclos con el fin de poder realizar predicciones que permitan tener las precauciones necesarias durante la recesión. La idea de que esto se de gracias a factores exógenos nos plantea que no se puede hacer una predicción debido a la aleatoriedad que existe en las fluctuaciones, mientras que los factores endógenos plantean una posibilidad menos remota de poder predecir correctamente los ciclos.

⁷ Hay que tener claro que los factores externos son de gran relevancia para las fluctuaciones económicas, e inclusive son factores relevantes para toda la economía. Las fluctuaciones pueden impedir que las ondas de los ciclos, no apunten específicamente a ninguna causa interna de los mismos, y de la misma forma pueden sostener el ciclo de una forma falsa, como si fuera sólo una simulación. Shumpeter (1964).

⁸ En el siguiente capítulo estudiaremos un poco las aportaciones de Malthus relacionándolas directamente con el estudio de los sistemas dinámicos y sus aplicaciones a la economía y la demografía.

Posteriormente se han dado teorías mixtas, en el sentido que describen a los ciclos como causa tanto de factores externos como internos. Desde este punto de vista se plantea que el sistema lentamente alcanza la estabilidad y además es afectado por shocks aleatorios de origen externo. De tal forma el origen de los ciclos se puede dar debido a imperfecciones en el sistema económico dentro de sus diferentes sectores.

Además de las diferentes clasificaciones de las que hemos hablado para poder identificar o clasificar las diversas teorías que estudian los ciclos económicos podemos agregar las teorías que se basan en la teoría económica y las que se basan en la economía política.

1.3 Teorías de ciclos económicos

El eje principal para clasificar los diferentes estudios sobre ciclos económicos radica en la teoría económica y en los estudios basados en la economía política. Los basados en la teoría económica pueden ser estudios endogenistas de origen real o financiero, o exogenistas con fluctuaciones aleatorias de origen real o financiero, asimismo cada uno de ellos puede ser observado por el lado de la demanda o por el lado de la oferta y puede o no incluir la hipótesis de expectativas racionales. Los estudios basados en la economía política son de carácter endogenista cuando se analizan en el corto plazo, mientras que en el largo lazo se puede argumentar que son mixtos ya que son tanto endogenistas como exogenistas a la vez.

De tal forma en este apartado se pretende mostrar algunas de las teorías de autores relevantes que puedan ilustrar de manera más clara las clasificaciones que se han ido describiendo.

Comencemos con Marx⁹, basándonos en sus estudios de teorías de la crisis. Para ello habrá que reconocer el concepto de economía monetaria, diferenciando así al

⁹ Karl Marx, discípulo de Ricardo, vive la primera gran crisis del capitalismo industrial en la década de 1830 y la consecuente crisis política de 1848. Partiendo de la teoría ricardiana del valor-trabajo, deduce que el salario percibido por los trabajadores es exactamente el coste de producirlo. La plusvalía es la diferencia entre el valor de las mercancías producidas y el valor de la fuerza de trabajo que se haya

capitalismo de otras formas de organización ya que este concepto implica que el dinero tenga la función de depósito de valor. Es decir, mientras que en economías no capitalistas puede darse el uso del dinero como un medio de cambio universal, en la economía capitalista este tiene la capacidad de guardar valor, y es precisamente por esta característica que no es necesario cambiar el dinero por productos para que éste tenga valor. De tal forma comienza uno de los principales problemas del capitalismo, el problema de la sobreproducción, del cual se deriva el problema de la demanda efectiva.

Marx plantea un proceso de circulación de la siguiente forma:

$$D—M—P—M'—D' \text{ }^{10}$$

Aunque en realidad, este es el proceso de circulación del dinero, el cual posteriormente retomaremos. Hay que mencionar que la circulación de las mercancías es el punto de partida del capital, hablando en términos más comunes, del comercio.

Si observamos el proceso de circulación de las mercancías, el resultado final es el dinero, y es éste precisamente la forma inicial del capital.

Es así como se puede llegar a la circulación del dinero presentada anteriormente, en ella podemos distinguir el dinero que se encuentra al principio del ciclo del dinero que se ha convertido en capital al final del ciclo. En realidad estamos hablando de la transformación, dinero-mercancía-dinero, en su forma compacta, pero existen elementos importantes que si no se mencionan, en realidad todo el argumento se vuelve absurdo. Hablamos del elemento “P” (plusvalía), gracias al cual la mercancía se transforma en mercancía valorizada y el dinero se convierte en más dinero. De lo contrario el capitalismo perdería su punto base.

utilizado. Las relaciones de producción en el sistema capitalista y la superestructura jurídica que emana de ellas determinan que la plusvalía sea apropiada por la clase burguesa, los propietarios de los medios de producción. Las fuerzas del sistema empujan a la clase dominante a una continua acumulación de capital lo que provoca la disminución de la tasa de beneficios a la vez que la concentración del capital en muy pocas manos. La progresiva mecanización crea un permanente ejército industrial de reserva que mantiene los salarios al borde de la depauperación. La contradicción entre la concentración de capital en pocas manos y la organización por la industria de masivas estructuras disciplinadas de trabajadores provocará necesariamente el estallido de la revolución social y la "expropiación de los expropiadores".

<http://www.eumed.net/cursecon/economistas/marx.htm>

¹⁰ Marx (1982) Volumen II.

Es un proceso que podría parecer sencillo, por la manera tan cotidiana como lo podemos ver. El hecho de tener cierto dinero, comprar una mercancía y posteriormente venderla para volver a tener dinero en nuestras manos. Es algo tan común que parece perder importancia, pero sería absurdo si al final obtenemos el mismo dinero. Es precisamente donde las cosas cambian en el capitalismo porque buscamos obtener una ganancia, lo cual se refleja en más dinero y que Marx le llama plusvalía.

Hablamos de un proceso donde se tiene un dinero inicial y se compra mercancía que puede ser materias primas, para posteriormente agregarle valor y venderlas, y así obtener más dinero del que se tenía inicialmente, resulta que la parte más difícil es la última, y donde Marx encuentra uno de los grandes problemas del capitalismo, ya que esto lleva a una sobreproducción, mejor conocido ahora como demanda efectiva¹¹. Mercancías que no pueden ser realizadas o vendidas para cerrar el ciclo de nuevo como dinero.

Otro problema que encuentra Marx es el de la “lucha de clases”, en donde la clase obrera es explotada por la clase poseedora de los medios de producción o clase capitalista. En este sentido Marx determina que el salario debe ser poco mayor a la cantidad necesaria de dinero para que el obrero pueda subsistir, problema que nos limitaremos sólo a mencionar.

Por otro lado, Marx observó que dentro del proceso de producción la parte más costosa eran los salarios, por lo cual era una de las principales preocupaciones de los propietarios de los medios de producción mantener los salarios lo más bajos posibles. Esto podía llevar a problemas tanto políticos como sociales con los sindicatos, lo cual no impidió que los capitalistas siguieran manteniendo los salarios a los niveles más bajos posibles, apoyándose en lo que Marx denominó “ejército de reserva”, que consiste en toda aquella gente desempleada.

Con este ejército de reserva los capitalistas podían presionar a sus obreros, ya que aquel que estuviera inconforme podría ser fácilmente destituido, además este ejército de

¹¹ Problema que posteriormente retomó Keynes dentro de sus estudios sobre la crisis de 1929. En realidad, como ya hemos mencionado es un problema de sobreproducción, pues no existía el dinero suficiente para poder comprar las mercancías producidas, de tal forma el ciclo de producción no se podía cerrar.

reserva podía servir en los casos específicos en los cuales el capitalista deseara tener una cantidad de turnos de trabajo mayor.

El bajar los salarios sí implicaba una importante reducción en los costos, pero también implicaba grandes crisis, ya que si la gente no tenía el suficiente dinero, no podrían venderse todas las mercancías, y los capitalistas estarían en serios problemas en lo que se refiere a la realización de sus mercancías y no podrían obtener ganancias, a menos que bajaran más los salarios o despidieran gente y aumentaran el ejército de reserva. Los problemas de sobreproducción o subconsumo estarían presentes junto con problemas sindicales y de desempleo, lo que llevaría a varias empresas a la quiebra¹², hasta que se llegara al punto en que las empresas que sobreviviesen pudieran realizar sus mercancías y pudieran obtener un margen de beneficio o plusvalía.

Así, es posible argumentar que Marx nos proporcionó de manera literaria la primera gran teoría de los ciclos económicos, y aunque no fue presentada como tal, dentro de su obra se pueden distinguir claramente todos los elementos necesarios para conformar los ciclos. Recordemos que los ciclos comienzan con la fase de ascenso, la etapa de crecimiento, con lo cual los capitalistas obtienen mayores beneficios, pero además la fuerza de trabajo se incrementa para poder tener niveles de producción mayores, en términos de Marx esto sería trabajo intensivo, es decir que se incrementa el número de jornadas por día para obtener una mayor producción, pero con esto también aumenta por un lado la fuerza de los sindicatos que presionan cada vez más al capitalista para que los trabajadores perciban mejores salarios y prestaciones, y por otro lado se incrementan los costos de producción.

De tal forma que llega el momento en el cual el crecimiento se detiene y comienza la recesión. La depresión se da gracias al incremento de la demanda efectiva, y es que en una economía capitalista la realización del proceso de circulación es necesaria para que exista un crecimiento, cuando no es posible completar esta circulación porque existe una producción mayor a la que se demanda, decimos que existe un problema de sobreproducción o demanda efectiva. Este tipo de problemas generan depresiones gracias a que deja de ser conveniente producir tanto, por lo que las empresas se ven

¹² La teoría neoclásica abarca este problema mediante el modelo de eliminación de empresas en donde se da una situación algo cercana a la idea Darwinista donde sólo sobreviven las empresas más fuertes.

obligadas a bajar precios para vender todo lo que han producido, a disminuir los salarios y a reducir el trabajo extensivo, lo cual genera un incremento en el desempleo.

Todo esto se traduce en pérdidas que en muchos casos llevan al cierre de empresas, se vuelve una cadena porque con el cierre de empresas se incrementa más el desempleo, con lo que disminuye en mayor cantidad la demanda, debido a que la gente no tiene dinero para comprar, por lo que el problema de la demanda efectiva se vuelve a acrecentar hasta un punto donde la oferta y la demanda se equilibran, y las empresas que queden pueden realizar sus mercancías y no sufren de problemas de demanda efectiva y por tanto obtienen beneficios de nuevo. A partir de ahí comienza de nuevo el ascenso.

El estudio de los ciclos económicos ha ido evolucionando con el tiempo desde los clásicos hasta nuestros días. En realidad la aportación que hicieron los clásicos a la ciencia económica y por tanto al estudio de los ciclos económicos es póstuma, de ahí viene precisamente su clasificación como clásicos de la economía. Sin embargo para poder tener un panorama más claro y contemporáneo en nuestro estudio nos enfocaremos en algunos de los trabajos más recientes del tema.

El estudio de Joseph González I Calvet y Óscar de Juan Asenjo (2002) “Inestabilidad financiera y ciclos a partir de un modelo depredador-presa”, mediante la utilización del modelo depredador-presa propuesto por Lotka y Volterra en 1926, estudia la relación que tienen los sectores real y financiero de la economía, el primero representado por la tasa de crecimiento del PIB y el segundo por la tasa de interés. A partir de esto se agregan algunas variantes al modelo depredador-presa para poder obtener un modelo más adecuado que explique la interacción entre los sectores real y financiero de una economía.

El sector real es representado por la tasa de crecimiento de la producción y el stock de capital físico, se considera que la relación capital producto es constante, por lo cual el desarrollo tecnológico también es constante. De tal forma, las variaciones en la producción o en la renta dependerán directamente del stock de capital. Además, se supone la existencia de una tasa garantizada de crecimiento de la demanda así como de una tasa de interés convencional correspondiente al tipo de interés que ha prevalecido en el pasado reciente.

Por otro lado, el sector financiero está representado por los activos financieros que representan la propiedad del stock de capital, además el análisis de sector financiero se basa en tres principios de la teoría económica postkeynesiana¹³: el dinero endógeno¹⁴, el tipo de interés como fenómeno exógeno, monetario y convencional, y el mark-up financiero¹⁵ que cambia con el riesgo de pago.

Se explica el tipo de interés como un fenómeno exógeno, monetario y convencional ya que en principio el banco central controla el interés medio del mercado, sin embargo no existen fuerzas económicas reales que funcionen como reguladoras del tipo de interés, lo que existe es el interés convencional, como ya se había mencionado es una tasa de interés que se ha tenido en el pasado cercano, y si esta tasa es aceptada con la suficiente convicción por los inversionistas y la gente en general como algo que prevalecerá, entonces esa tasa de interés se vuelve duradera.

Lo que se refiere al mark-up financiero es la variabilidad que puede tener el tipo de interés entre el tipo de interés medio de la economía y el fijado por el banco central, esto para amparar a los bancos por incumplimiento de sus clientes o algunas otras variaciones. A partir de esto se estudia de qué forma pueden afectar al comportamiento del tipo de interés en el sector real y el sector financiero de la economía, para lo cual se presentan tres expresiones matemáticas diferentes.

En el primer caso se presenta un modelo donde la tasa de interés obedece únicamente a las desviaciones relativas de la tasa de crecimiento real, por lo cual no existe

¹³ Uno de los objetivos de la teoría post-Keynesiana es combinar los intereses clásicos para crecimiento y distribución con el principio Keynesiano de demanda efectiva. Por otro lado las mayores características de la teoría post-keynesiana en lo que se refiere a mercado de trabajo son: el mercado de trabajo no existe; la tasa de salario no es sólo otro precio ordinario pues tiene gran influencia en toda la economía; los trabajadores no son productos, Lavoie (1992).

¹⁴ La definición de este término tiene que ver con la forma como se crea el dinero y cómo se introduce en una economía capitalista. De tal forma tendrá que estar ligada directamente con las características esenciales del capitalismo: la propiedad privada, la producción para el mercado y la acumulación de capital. En este sentido el dinero no es algo que pueda ser ignorado cuando la teoría discute el sector real y después usado cuando determina precios nominales, Wray (1990).

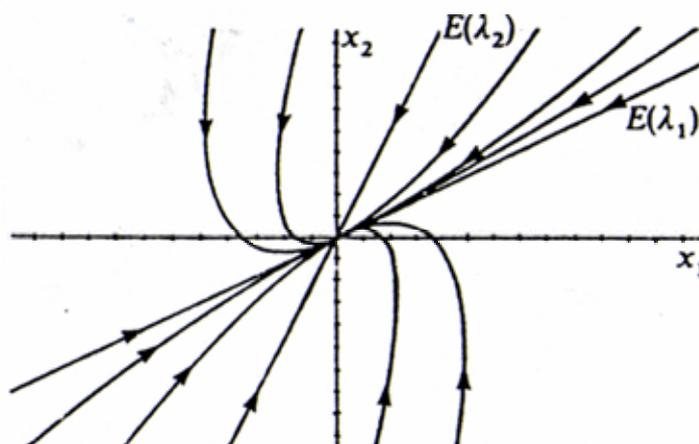
¹⁵ La teoría del Mark-up esencialmente sustenta su comportamiento como el determinante de la tasa discontinua, la cual determina la tasa de fondos, y ésta es un componente indispensable de los costos principales, Wray (1990).

especulación financiera y el coste del crédito sólo refleja el riesgo al que se exponen las empresas que desean crecer.

En este modelo el tipo de interés aparece como depredador mientras que la tasa de crecimiento de la economía aparece como presa. Sin embargo este tipo de modelación tiene algunos problemas que lo hacen insatisfactorio ya que por un lado es estructuralmente inestable por lo que cualquier cambio puede variar la naturaleza del equilibrio haciéndolo estable o inestable lo que llevaría a que desaparecieran los ciclos o bien a que se colapsara la economía.

Por otro lado cualquier shock externo llevaría a que la trayectoria se cambiara de órbita, siendo así contrario a lo que normalmente se observa en una economía donde se tienen fluctuaciones acotadas.

A partir de esto se tiene, que el primer modelo hay que mejorarlo para obtener un modelo más cercano a la realidad. Por tanto el segundo modelo es el mismo pero se le agrega especulación financiera en su versión más simple, donde se supone el movimiento del tipo de interés como función de sí mismo. El término agregado expresa las variaciones del tipo de interés de una forma lineal con respecto a la desviación relativa sobre el tipo convencional. Es decir, se tiene un comportamiento simplista debido a que los bancos siempre van a elevar su tipo de interés ante un riesgo, pero no



van a restringir los créditos.

Representación gráfica de un nodo (Marcus, 1996)

En el análisis de la matriz jacobiana evaluada en el equilibrio se tiene que los valores propios son positivos por lo cual es un foco¹⁶, y es inestable. Al evaluar mediante un diagrama de fases se observa que existen fluctuaciones, sin embargo éstas no pueden acotarse, por tanto el sistema es inestable.

El modelo sigue sin alcanzar las características necesarias para la existencia de ciclos, por tanto se propone un tercer y último modelo en el cual hay especulación financiera pero se le agregan restricciones crediticias. En general es incomprensible que no existan restricciones crediticias, ya que éstas son aplicadas siempre por los bancos cuando existen grandes riesgos.

Para arreglar esto se agrega al modelo anterior el acelerador flexible, con el cual el tipo de interés ya no depende linealmente de las desviaciones, logrando que para desviaciones mayores la respuesta sea menos que proporcional. Así el equilibrio entre la tasa garantizada de crecimiento y el tipo de interés convencional, es inestable para el rango de valores realistas. Además esa inestabilidad es acotada gracias al acelerador del tipo de interés. Con lo cual se tienen fluctuaciones cíclicas constitutivas de un ciclo límite, que además son estructuralmente estables, y las perturbaciones provenientes del exterior sólo alteran temporalmente su trayectoria.

Con esto se obtiene un modelo mucho más apegado a la realidad, ya que en este los ciclos no dependen de las condiciones iniciales ni de las perturbaciones, sino de factores endógenos determinados por los comportamientos de los agentes económicos. Esto es relevante pues se obtienen resultados aún siendo un modelo con especificación sencilla.

Este estudio de I Calvet y De Juan Asenjo no llega a conclusiones muy complejas ni muy novedosas, pero sí nos permite ir tomando las bases sobre las cuales nuestro trabajo se respaldará. Se puede apreciar que la relación que existe entre los sectores real

¹⁶ En lo que se refiere a la conservación del carácter de un punto de equilibrio cuando se pasa de la aproximación lineal al sistema no lineal perturbado, focos, nodos y puntos de silla (todos ellos hiperbólicos) se conservan; los centros, no necesariamente dependen de la parte no lineal de la función $f(x)$, sin embargo, la gama de posibilidades es limitada.

y financiero de una economía pueden representarse como un modelo depredador – presa¹⁷ siendo aquí el depredador el sector financiero representado por la tasa de interés.

Se observa que el tipo de interés se puede incrementar por un lado gracias a la especulación que poco a poco se vuelve más autónoma y deja de ser un reflejo del sector real de la economía, por otro lado, cuando los bancos se percatan que los créditos concedidos a las empresas sobrepasan el capital físico que les sirve de garantía también incrementan su tasa de interés.

Otro aspecto importante que proviene del mismo hecho es que los bancos al percatarse de las diversas situaciones de riesgo también toman medidas y es precisamente lo que funciona como un mecanismo para acotar los ciclos. Además pudimos observar que las fluctuaciones generadas mediante las interacciones del sector real y financiero son de origen endógeno y provistas de racionalidad microeconómica, por lo cual no necesitan de perturbaciones exógenas para producirlas.

Por último, la importancia de las funciones de control que tiene el banco central es crucial para un correcto desenvolvimiento de la economía. En el caso de los ciclos económicos, las decisiones que tome la banca central no pueden evitarlos, pero sí alargarlos o acortarlos. Es necesario también la existencia de lo que se llamó interés de intervención ya que sin éste las especulaciones y los altos niveles de demanda de préstamos podrían llevar al colapso a la economía.

Aún así, un modelo depredador-presa está muy alejado de lo que pudiera desarrollarse en la complejidad de una economía, principalmente porque si fuera así, en realidad existirían varios depredadores y varias presas interactuando entre sí, no obstante, es importante destacar el papel básico dentro del modelo que toma tanto la especulación como las reacciones de los bancos y del gobierno a los cambios en el tipo de interés, pues son variables que generan diversos tipos de shocks dentro de una economía, y

¹⁷ A pesar de las carencias que pudiera tener el estudio del comportamiento intersectorial mediante un modelo depredador-presa, el hecho relevante de cómo los comportamientos del sector financiero pueden provocar fluctuaciones endógenas que afectan al sector real, es un resultado importante, pues muestra la introducción necesaria de ambos sectores dentro de cualquier modelo que pretenda mostrar un comportamiento económico verdadero, I Calvet y De Juan Asenjo, (2002).

además son variables que intentan de cierto modo introducir el factor psicológico de los agentes que interactúan en una economía¹⁸.

1.4 Investigaciones Recientes

1.4.1 Los ciclos: aspectos reales y financieros

En el estudio de I Calvet (1999): “Los ciclos: aspectos reales y financieros”, nos presenta un modelo de origen endógeno¹⁹ donde los factores que originan la inestabilidad son tanto reales como financieros. Las primeras teorías matemáticas de ciclos económicos se enfocaban solamente al sector real y si se llegaba a utilizar el sector financiero era sólo complementando la fundamentación del problema para una economía en general. Como en el caso de Marx, que utilizó el sector financiero gracias al concepto de dinero y sus funciones de medio de cambio y depósito de valor.²⁰

Es hasta la última década del siglo XX cuando se incorporan de manera clara los factores financieros en el estudio de los ciclos económicos como un elemento importante en su análisis. Esto se debía a que el sector financiero²¹ no era tan relevante

¹⁸ Es importante destacar que en los tres modelos propuestos son pocas las variables que se agregan, sin embargo, estas variables pueden lograr que el modelo no sólo ajuste más con la realidad, sino que pase de ser un modelo mixto a uno puramente endógeno.

¹⁹ Es notable la existencia de diversas formas de pensamiento en este artículo, sin embargo es notable la influencia Postkeynesiana debido a la importancia de esta doctrina en el desarrollo endógeno de los ciclos económicos.

²⁰ El dinero ha existido como unidad de cuenta desde el desarrollo de la propiedad privada. El desarrollo de los mercados data del desarrollo del capitalismo, pero los sectores de las sociedades pre-monetizadas fueron pequeños y frecuentemente requerían de la intervención del gobierno para su desarrollo y mantenimiento, Wray (1990).

²¹ Aún cuando dentro de este contexto podemos afirmar la importancia del sector financiero en muchos de los modelos actuales, para los modelos de crecimiento óptimo estandar se puede mostrar que las finanzas son irrelevantes para las decisiones de los agentes económicos. De tal forma el modelo de separación sostiene, de acuerdo con el cual las decisiones óptimas pueden ser separadas de las decisiones financieras, y por consiguiente, las propiedades del modelo de crecimiento intertemporal no cambian. En general, esto aparece como una característica común en el prototipo de horizonte infinito de los modelos de

como lo es ahora, ya que un modelo económico que no cuenta con el sector financiero, en nuestros días, es un modelo que omite una parte de la realidad. El sector financiero es cada día más importante porque en él descansan la estructura de pagos de una economía, además de que los mercados y sistemas financieros determinan el tipo de interés, que es una variable primordial que se refleja directamente sobre la inversión, el consumo y el ahorro, por lo cual toma gran relevancia en problemas como el de la demanda efectiva.

Por último no deben omitirse las cantidades cada vez mayores de flujos de capital destinados a actividades no productivas de tipo especulativo, y más aún en la actualidad con el creciente desarrollo de industrias como la electrónica que permiten el flujo de grandes cantidades de dinero de manera prácticamente instantánea durante cada segundo del día.

Aún así, las investigaciones que manejan tanto factores endógenos como exógenos en la explicación de los ciclos económicos han marcado una nueva tendencia en este tipo de estudios, no sólo por ser novedosos, sino porque introducen en los modelos las imperfecciones de los mercados y agentes económicos.

I Calvet nos plantea un modelo muy sencillo, sin embargo es genérico²², lo cual significa que incluye todos los modelos que se especifiquen en dos dimensiones, la real y la financiera, es decir que cuando tratamos con un modelo genérico lo podamos utilizar para representar cualquier caso que se nos presente en donde tengamos que tratar con ambos sectores. Además, de que los ciclos aparecen gracias a propiedades dinámicas que no dependen de especificaciones determinadas.

El modelo está hecho para una economía cerrada sin sector gobierno. El sector real está determinado por la demanda y el sector financiero por la oferta de dinero-crédito endógeno. Se tienen como constantes los precios y la distribución de la renta, esto es

crecimiento óptimo, donde o la inversión óptima de las firmas o los flujos de consumo de los hogares son el control variable y el stock de capital es el estado variable, Flaschel, Franke, Semmler (1997).

²² En términos matemáticos un sistema genérico implica que al agregarse una perturbación, el espacio fase sigue siendo el mismo, es decir el resultado no se degenera.

debido a que se quiere eliminar otras fuentes de inestabilidad, para que queden sólo las interacciones básicas entre el sector real y el financiero.

El sector real se desenvuelve bajo los siguientes supuestos:

- El nivel de producción de la economía está determinado por la demanda, y no hay restricciones en lo que se refiere a mano de obra y equipo de producción.
- El consumo depende del nivel de ingreso y del tipo de interés.
- El nivel de inversión depende del nivel de evolución de la demanda, de la capacidad instalada y del coste financiero del endeudamiento de las empresas.²³

En cuanto al sector financiero, se describe como un mercado financiero con el dinero-crédito como un solo agregado, lo cual elimina características importantes de las economías modernas en este sector, sin embargo permite identificar el tipo de fluctuaciones que genera el financiamiento de la producción y el consumo.

Los supuestos para el sector financiero son los siguientes:

- Apoyándose en la teoría postkeynesiana de la demanda de dinero, las empresas se autofinancian mediante ingresos por ventas y mediante crédito bancario.
- Por otro lado y apoyándose en la visión de Kalecki, la capacidad de endeudamiento de las empresas está limitada por su tamaño²⁴.
- El ahorro doméstico se destina a depósitos bancarios, de tal forma que no hay especulación.

²³ I calvet (1999).

²⁴ “Suelen citarse dos factores que limitan la magnitud de una empresa: en una economía de producción a gran escala, la dimensión del mercado, el cual para ampliarse requeriría rebajas incosteables de los precios o aumento de los costos de venta. Sin embargo hay otro factor que es de importancia decisiva como límite a la magnitud de la empresa, ya que la magnitud de la empresa está circunscrita por el monto de su capital de empresa, tanto a través de la influencia que tiene sobre su capacidad para obtener préstamos como por su efecto sobre el grado de riesgo, Kalecki (1946).

- Las políticas del Banco Central afectan sobre todo al tipo de interés debido a que las reservas son suficientes. Por lo cual la oferta de dinero-crédito se considera endógena.
- La condición de equilibrio del mercado financiero es que la oferta monetaria sea igual a la demanda monetaria.
- El banco Central provee las reservas necesarias a un tipo fijo.

Una vez teniendo las bases del modelo, se plantean los puntos necesarios para la existencia de equilibrio o equilibrios²⁵.

En principio, el equilibrio estará determinado por la interacción entre el sector real y el financiero, esto es, entre la tasa de acumulación y el tipo de interés.

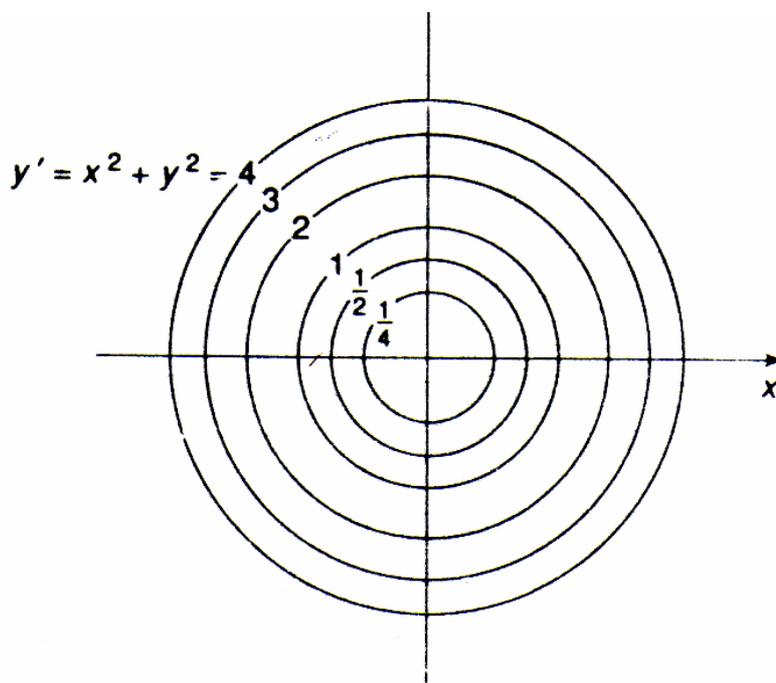
Para esto existen diferentes puntos a cumplir:

- Según el teorema de existencia y unicidad²⁶, si las funciones de tasa de acumulación y de tipo de interés son continuas y diferenciables, entonces existe una solución única.
- La existencia de solución no implica que el sistema se encuentre en equilibrio, ya que la condición de equilibrio es que las tasas de variación de ambas funciones sean nulas para algún par de valores.

²⁵ En el capítulo dos hablaremos sobre los puntos fijos y sus características que nos pueden llevar a la existencia de más de un punto de equilibrio, para lo cual deberemos analizar qué equilibrio es el que más nos conviene.

²⁶ Si c es un número real dado, existe una y sólo una función “ f ” que satisface la ecuación diferencial $f'(x)=f(x)$. Para todo “ x ” real y que satisface también la condición inicial $f(0)=C$. Esta función viene dada por la fórmula $f(x)=Ce^x$. Aunque este es sólo un ejemplo del teorema de existencia y unicidad. El problema de valores iniciales dado tiene una solución (existencia) y que tiene una sola solución (unicidad). El objeto de gran parte de la investigación en la teoría de las ecuaciones diferenciales es descubrir teoremas de existencia y unicidad para clases amplias de ecuaciones, Apóstol (1962).

- Como ya se había mencionado, se trata de un sistema genérico, por lo cual el análisis deberá tomarse según la especificación que se estudie, ya que es sumamente complejo establecer condiciones para todos los casos posibles.
- Tomando en cuenta lo anterior, para una especificación determinada, se tendrá un equilibrio, siempre y cuando sean solución simultánea de las condiciones de equilibrio de cada variable, esto es, que sean nulas, o mejor conocidas como isoclinas-cero²⁷.



Representación gráfica de isoclinas-cero (Fernández, 1996)

Recordemos que debido a que las variables pueden adoptar cualquier valor en un sistema genérico, es necesario acotar el rango de estas variables para ser utilizadas con fines económicos, por lo que se vuelve más sencillo el análisis del modelo. Con esto podemos adelantar que la tasa de interés no puede ser negativa, lo mismo que la inversión agregada bruta, y así se determina que las variables no pueden ser nunca negativas.

²⁷ Una isoclina es un subconjunto (generalmente una curva) con la propiedad de que en todos sus puntos el valor de la pendiente del campo de direcciones es el mismo.

De tal forma, para tener un equilibrio de significado económico bastaría con que ambas funciones se anulen simultáneamente, esto es, que ambas inestabilidades se anulen.

Por otro lado hay que tener claro que aún cumpliendo con lo anterior para obtener un equilibrio, eso no significa que tengamos ciclos, ya que para la existencia de ciclos se deben tomar en cuenta las propiedades dinámicas del sistema, el cual debe cumplir con las siguientes características:

- Los equilibrios deben ser inestables.
- La inestabilidad debe ser acotada.

Para analizar la inestabilidad se hace una aproximación lineal mediante la Matriz Jacobiana del sistema. En el caso particular de este modelo, nos encontramos con un sistema de dos dimensiones, para el cual se pueden presentar diversas clases de inestabilidad en un equilibrio, pero sólo una es la que permite tener ciclos, y se da cuando tanto la traza como el determinante de la Matriz Jacobiana evaluada en el punto de equilibrio son positivos.

Sin embargo existen varios casos que cumplen con esto, pero sólo garantizan que existe una inestabilidad compatible con un ciclo en el equilibrio. Por lo cual es necesario buscar un área dinámicamente cerrada que tenga en su interior un equilibrio inestable, esto se hace mediante un análisis gráfico partiendo de las isoclinas-cero.

A partir de esto se obtienen ocho resultados posibles, pero si tomamos en cuenta que ambos sectores se autoaceleran, y por tanto generan inestabilidad mutuamente, entonces sólo quedan cuatro casos posibles²⁸. En esto hay que tener en cuenta dos características primordiales:

- Para la aparición de ciclos en los cuatro casos hay alguna no linealidad que funciona como límite de inestabilidad.

²⁸ I calvet (1999).

- Los ciclos tienen una trayectoria inversa a las manecillas del reloj en los cuatro casos.

Por tanto, al reducir las posibilidades a cuatro casos, podemos realizar pruebas con cada uno para ver cuál nos permite tener un modelo más adecuado y completo.

Una vez resuelto el problema, tenemos tres ejemplos significativos, aunque en realidad es el primer caso el que cumple con las características buscadas.

El primer ejemplo es de un ciclo de origen real y financiero, donde tanto la inversión como el tipo de interés se autoaceleran. El hecho de que la inversión se autoacelere refleja la hipótesis del acelerador de la inversión²⁹, en la cual, al aumentar la demanda también aumenta la inversión.

La autoaceleración del tipo de interés nos muestra que el sistema financiero tiene una inercia que se debe posiblemente a las euforias y pánicos financieros.

En este caso el ciclo comienza con el crecimiento de la inversión y un interés bajo. Conforme la inversión se incrementa el tipo de interés hace lo mismo porque la demanda de crédito de las empresas aumenta para financiar la inversión. La inversión continúa creciendo ya que las empresas quieren satisfacer la demanda que también se ha incrementado. Recordemos que uno de los supuestos restringe el crecimiento por la capacidad instalada, por lo cual al incrementarse el coste financiero la inversión se frena y comienza a desacelerarse.

Las fases de recuperación se caracterizan por tener tipos de interés bajos, mientras que en la recesión y declive son altos. Esto se debe al afecto que tiene un sector sobre el otro, lo cual lo podemos ver en las derivadas parciales de una variable con otra, que a su vez nos muestra un efecto anticíclico que es mucho menor que la inestabilidad que

²⁹ El modelo del acelerador es una explicación de los ciclos económicos basada en la teoría keynesiana del multiplicador. La inversión fluctúa en mayor medida que el consumo debido a que pequeños aumentos en el consumo provocan mayores aumentos en la inversión causados por el multiplicador. Pero para que la inversión continúe siendo positiva no es suficiente con que el consumo permanezca alto; debe continuar creciendo. Si el consumo se estanca, la inversión disminuye. En donde un aumento en la inversión privada motivará una expansión y un descenso de la misma inversión los hará disminuir, “Curso de economía moderna”, Samuelson (1960).

genera la autoaceleración de cada sector. Así, gracias a la doble fuente de inestabilidad, las no linealidades necesarias para la aparición de ciclos se dan de una manera sencilla, ayudado por los efectos anticíclicos del sector financiero, generados por la influencia de este sector sobre el sector real.

Se presentan dos ejemplos más, uno con ciclos de origen real y presencia del sector financiero y otro con ciclos de origen financiero y presencia del sector real. Estos casos funcionan de manera similar al anterior. En el caso del modelo de origen real, la inestabilidad generada por el sector real debe ser mayor al efecto estabilizador del sector financiero. Sin embargo hay otra condición a cumplirse para que el equilibrio tenga una inestabilidad compatible con los ciclos, y es que el efecto cruzado de las derivadas parciales de los sectores sea mayor a los efectos internos de éstos. Teniendo en cuenta lo anterior sólo se necesita una no linealidad en el sector real para acotar la inestabilidad y generar un ciclo.

Un modelo de origen financiero, dada la evidencia empírica que apoya al acelerador de la inversión, es poco probable, pero aún así posible. Las condiciones para la aparición de ciclos son las mismas del caso anterior, sin embargo en este caso el tipo de interés, a diferencia de los dos casos anteriores, desciende aún cuando la inversión crece, lo cual refleja una euforia creciente. Es hasta que se llega a niveles de demanda muy altos cuando los tipos de interés se comienzan a elevar.

A pesar de que los ciclos económicos pueden tener un origen real, en la actualidad no es posible mantener aparte al sector financiero, ya que la relevancia de éste es crucial para el funcionamiento de cualquier economía capitalista en el mundo. De tal forma es una contribución muy acertada la introducción del sector financiero en un modelo de ciclos económicos, ya sea como un factor primordial en la generación de inestabilidad en la economía o bien como un factor estabilizador que permita acotar los ciclos producidos.

Aún así, el trabajo de I Calvet presenta ciertos problemas que no permiten tener un modelo que refleje lo que sucede en realidad, los puntos principales serían la ausencia del factor gobierno y el factor psicológico, no sólo en el sector financiero representado por las euforias o pánicos, así como por el análisis de la especulación, sino también en el sector real, ya que en las decisiones de los individuos como consumidores resulta

crucial para definir qué van a comprar y en qué momento pueden o deben hacerlo. Un tercer aspecto podría ser la existencia del sector externo, porque en la actualidad es básico en cualquier país.

El gobierno es una pieza fundamental en el estudio y comprensión de shocks y fluctuaciones, debido a la alta influencia que tiene no sólo a nivel económico, sino a nivel político, y sobre todo lo que las decisiones del gobierno influyen en el sector financiero en lo que se refiere a especulaciones. Además, tiene gran relevancia en el aspecto psicológico. Los individuos son seres que no sólo piensan, sino también sienten, y una gran cantidad de sus actos tienen que ver con lo que sienten porque es un ser instintivo. Keynes tenía esto claro y buscó la forma de representarlo a través de lo que él llamó “Animal Spirits”³⁰, o bien “índice de confianza”.

No es extraño en realidad que el factor psicológico sea tan relevante, lo cierto es que influye en nosotros a diario, sin embargo dentro de los modelos que explican una economía es algo que no es muy común utilizar en forma relevante o como uno de los puntos principales. Es decir, se toma en cuenta por ejemplo que se buscan altos niveles de utilidad, de beneficio, que existen niveles de desempleo, también se plantean formas para calcular el salario, pero no se toma en cuenta que la economía es una ciencia social, y que la sociedad siente y actúa en gran medida guiándose por sus instintos.

Un factor clave dentro de los modelos neoclásicos es el término racional, entendido como la idea de que los agentes económicos tienen un conocimiento completo de la economía y cada uno de sus componentes con lo cual pueden tomar las mejores decisiones posibles. Es cierto que el concepto de racionalidad permite alcanzar niveles de equilibrio de una forma mucho más sencilla y vuelve los modelos menos complejos. En este tipo de modelos se asume que la incertidumbre puede ser calculada a través de una función de probabilidad y por lo tanto el factor psicológico se vuelve de cierta forma estimable dentro de la economía real³¹.

³⁰ El término “animal spirits” proviene de Keynes, quien lo utilizaba para describir niveles de confianza tanto del consumidor como en negocios. De tal forma en realidad podría clasificarse como un término psicológico, el cual fácilmente podemos por sus características aplicar a la economía, Middleton (1997).

³¹ El supuesto de la racionalidad se puede tomar en dos diferentes sentidos, el primero que los individuos sean racionales en su comportamiento en el sentido de que tienen una meta definida y hay consecuencia en los pasos que van a seguir para llegar a ella; el segundo es la racionalidad en el sentido de que todos

Por último, el sector externo, en la actualidad no es novedad mencionar la importancia del comercio para cualquier economía de casi cualquier país, la globalización no es un término nuevo pero sí relevante. De tal forma me parece que siempre, en cualquier modelo de ciclos económicos es importante tomar en cuenta el sector externo, aún cuando sólo lo incluyamos para denotar la existencia de shocks aleatorios de origen externo que pueden o no afectar las órbitas de los ciclos.

1.4.2 Real-Business-Cycle theory³²

Se presenta un estudio que intenta explicar las causas de las fluctuaciones a nivel macroeconómico de una entidad. Para esto se utiliza una variación del modelo de Ramsey.

El modelo de Ramsey es una especie de modelo walrasiano³³ de la economía agregada. En el modelo de Ramsey por tanto se excluyen las imperfecciones del mercado, además del problema de heterogeneidad entre los hogares. A la variante utilizada de este modelo se le incluyen fluctuaciones agregadas, por lo cual el modelo de Ramsey sufre de dos modificaciones:

- Se le agrega una fuente de perturbaciones, shocks tanto en tecnología como en las compras gubernamentales. Ambos representan perturbaciones en el sector real. Los shocks tecnológicos repercuten en los niveles de producción, mientras los shocks de compras gubernamentales cambian la cantidad de bienes disponibles para el sector privado a un nivel determinado de producción. Por esta razón el modelo es conocido como ciclo-real-de negocios.

los individuos tienen un conocimiento absoluto de la economía así como de todos los movimientos que en ella se realizan y de los factores externos que pudieran afectarla como una especie de shocks externos.

³² Ver Romer, 1996, Capítulo X.

³³ El equilibrio general consiste en un análisis de los fenómenos de la economía en donde todos los sectores que la conforman son considerados de manera simultánea. De tal manera que se consideran todos los impactos directos o indirectos, y lo más importante, las interrelaciones de los mercados. El equilibrio general permite la movilidad de variables económicas en un mayor número que en el equilibrio parcial. Esta movilidad sucede mientras otras variables que no se consideran estrictamente económicas se mantienen constantes (*ceteris paribus*), esta característica hace de él un excelente instrumento. <http://www.gestiopolis.com/canales/economia/articulos/no14/Ciclope11.htm>

- La segunda modificación tiene que ver con permitir variaciones en el empleo.

De tal forma la teoría de ciclo-real-de negocios trata de mostrar si un modelo walrasiano de competencia perfecta provee una buena descripción de las características de las fluctuaciones observadas.

El estudio se enfoca en un modelo específico de ciclo-real-de negocios³⁴ que tiene las siguientes características:

- El objetivo es describir el comportamiento cuantitativo de la economía.
- La economía está conformada por un gran número de empresas idénticas y un gran número de hogares idénticos.
- Los factores de producción son: capital, trabajo y tecnología.
- La producción es función del consumo, la inversión y las compras gubernamentales, y está representada por una función Cobb-Douglas.
- Las compras gubernamentales son financiadas por los impuestos.
- La función de utilidad instantánea tiene dos argumentos: el consumo por miembro de hogar y el ocio por miembro hogar.

Se estudian dos casos. Un modelo simplificado y un modelo general.

En el modelo simplificado se elimina el gobierno y se asume un 100% de depreciación en cada periodo. En este modelo no se obtienen resultados satisfactorios para comprender las características de las fluctuaciones. La tasa de ahorro así como el factor

³⁴ Una primera variación del modelo de Ramsey propuesta por Romer es la introducción de shocks tecnológicos. Sin embargo otros trabajos recientes han señalado la importancia de los cambios en las compras del gobierno, de tal forma ambos tipos de shocks representan fluctuaciones reales: los shocks tecnológicos cambian la cantidad de producción de una cantidad de entradas dada y los shocks que producen las compras del gobierno cambian la cantidad de bienes disponibles para la economía privada en un nivel de producción dado, es por esta razón que los modelos son conocidos como ciclos-reales de negocios, Romer (1996).

trabajo son constantes. El modelo predice que el salario real es procíclico y que el trabajo no responde a shocks tecnológicos, lo cual significa que el salario tiene una relación directamente proporcional con el ingreso. Este es un resultado obtenido al resolver este modelo simplificado de forma analítica gracias a su simplicidad.

El modelo general no se puede resolver de forma analítica debido a su complejidad, por lo cual se tiene que resolver numéricamente, esto se hace escogiendo parámetros de valores, y discutiendo las implicaciones cuantitativas para las varianzas y niveles de correlación de diferentes variables macroeconómicas.

A partir de eso se obtienen los siguientes resultados:

- Los efectos de un shock tecnológico de 1% son significativos en un primer periodo para la tecnología, el ingreso y el salario, sin embargo, a partir de ahí comienzan un descenso hasta volver a los niveles originales. No siendo el mismo caso para el capital, el cual tiene efectos retardados y de menor magnitud pero más duraderos. En conclusión este tipo de shock tiene efectos positivos poco menores al 1% en los niveles de producción, pero estos efectos son poco duraderos posiblemente porque la elasticidad intertemporal de sustitución es baja.
- Los efectos de un shock de compras gubernamentales de 1% son poco más elevados que los shocks tecnológicos para el factor trabajo, el ingreso y el consumo. Sin embargo para este último es negativo, lo cual refleja los efectos negativos sobre el salario que causa este tipo de shock.

De tal forma los modelos ciclo-real-de negocios son poco consistentes con un componente de mayor duración para las fluctuaciones a nivel de producción.

En este último modelo de ciclos reales de negocios tampoco podemos encontrar el factor psicológico que hemos mencionado repetidas veces, ya que en este caso no es necesario, pues sólo se busca demostrar si es posible mediante un modelo walrasiano mostrar el comportamiento y características de las fluctuaciones en una economía. Un modelo de competencia perfecta no puede dar un enfoque real de las fluctuaciones que

afectan a una economía, en principio por la idea de perfecta racionalidad, que no nos permite de ninguna forma tener resultados reales y objetivos, puesto que vendrían de un modelo donde los supuestos son irreales. Y en segunda, basándonos en la teoría de Self Organized Criticality (SOC), no es posible que un sistema, o en este caso un modelo que representa un sistema económico, se encuentre en equilibrio, ya que los diversos shocks que puede recibir lo llevarían a lo mucho a estar en un estado estable y crítico.

1.4.3 Modelo SOC

En 1987 Chao Tang, Kurt Wiesenfeld y Per Bak, basándose en un modelo de pilas de arena reconocieron por primera vez dentro de su trabajo el modelo de SOC³⁵, con el cual podían observar como un sistema que tiene sus propias reglas locales puede organizarse él mismo en un estado balanceado que evoluciona en términos de diferentes shocks de tamaños variados, en este caso representados por derrumbes o avalanchas de arena, tendiendo a seguir un camino alisado. Es decir que un sistema al ser dinámico no es posible que encuentre el equilibrio debido a fluctuaciones que se generan dentro de él, pero que esas mismas fluctuaciones provocan que el sistema se auto organice.

En el ejemplo de la arena, si se comienza a tirar arena se irá incrementando el tamaño de la pila de arena, pero va a llegar un momento de que en vez de simplemente aumentar, va a haber derrumbes o avalanchas de arena, estos derrumbes no son predecibles y pueden ser de diferente magnitud, sin embargo se puede agregar arena infinitamente y va a seguir sucediendo lo mismo, va a llegar un punto en el cual ya no se puede hacer más grande la pila de arena debido a las reglas locales de ese sistema, como puede ser la pendiente y la fricción de la arena, nos dicen qué cantidad de arena se puede tener antes de que se tenga una avalancha.

Y esto lleva a que el sistema se auto-regule o auto-organice. Esto se da debido a la distribución de tipo $1/f$ “noise” que presenta el sistema en cuanto al tamaño y frecuencia de las avalanchas de arena y que en general se ha descubierto que es emitida por numerosas fuentes en la tierra y en el universo, como la ley de poder o bien la

³⁵ $1/f$ noise es un fenómeno cooperativo donde los diferentes elementos de largos sistemas actúan juntos en una dirección. De hecho todas las fuentes de $1/f$ noise tienen muchos sistemas largos con muchos componentes, Per Bak (1996).

distribución de Richter para los movimientos de las placas tectónicas. Regresando al ejemplo de las pilas de arena, va a llegar un momento en el cual ya no se podrá añadir más arena sin que haya avalanchas de arena de todos los tamaños cayendo hacia cualquier lado de la montaña de arena, ese es el estado estacionario.

En ese momento se encuentran en un punto crítico para las transiciones de fase de equilibrio, en donde el comportamiento de cada elemento sigue sus propias reglas locales creando un único estado balanceado, en donde el movimiento de cualquier elemento del sistema puede afectar a otro u otros elementos, esto es la auto organización.

Así como hemos mencionado que un SOC se encuentra en una gran cantidad de fenómenos dentro de la tierra y el universo, también lo encontramos en los fenómenos sociales, como por ejemplo la creación de las ciudades debido a avalanchas de migraciones humanas, o mejor aún para nosotros, en la economía.

En la economía podemos observarlo en diferentes actividades como en flujos de bienes, de servicios o incluso con los flujos monetarios, en donde cada elemento va de un agente a otro, sin embargo las reglas locales de cada agente son diferentes y en una economía la simulación sería muy compleja por la cantidad de agentes e intereses de cada uno, no obstante, es posible y cierto que dentro de las actividades económicas de una sociedad también encontramos SOC.

Un ejemplo sencillo podría ser con productores, distribuidores y consumidores, o bien con gobierno, empresas, familias, da lo mismo. Para esto supongamos que tenemos una cantidad limitada tanto de productores, distribuidores y consumidores, y que cada uno de estos agentes interactúa con más de un agente. Entonces día a día los consumidores demandan cierta cantidad de bienes de los diferentes distribuidores, en el momento en el que los distribuidores ya no tengan, solicitarán a los productores más bienes.

La cantidad de bienes que tenga cada productor y distribuidor puede ser aleatoria e inclusive cero. De tal forma que llegará un momento donde los distribuidores no tengan las cantidades solicitadas por los consumidores y esto provocará avalanchas de

diferentes tamaños, dependiendo la cantidad de bienes solicitada y los bienes que los productores tengan en almacén para vender a los distribuidores.

En realidad no es algo extraño, de hecho es cotidiano pensar así, y como decíamos, en diferentes actividades económicas podemos encontrar este tipo de comportamiento, donde la distribución del tamaño de las avalanchas es $1/f$. En general en los trabajos analizados no ha sido utilizado este término, sin embargo considero que podría ayudarnos a encontrar un modelo más adecuado que nos permitiera tener una descripción más exacta de los ciclos económicos.

2. TEORÍA DE SISTEMAS DINÁMICOS

2.1 Sistemas Dinámicos

Comencemos por dar ciertas definiciones y especificaciones que nos permitirán entender mejor el concepto de sistema dinámico.

Def: Un sistema dinámico³⁶ es la representación de un fenómeno que se desarrolla y cambia a través del tiempo.

Es decir, hablamos de una cantidad innumerable de sucesos que describen nuestras vidas a diario y que se relacionan con hechos ocurridos en puntos previos en el tiempo. Matemáticamente podría ser una secuencia de números que están definidos mediante una regla en la cual cada número depende de algún número o secuencia de números anteriores.

³⁶ Un sistema dinámico consiste en un juego de posibles estados, unidos con una regla que determina el estado presente en función de los estados pasados, Alligood, Sauer and York (1996).

Para poder interpretar lo anterior de una manera más general y con un lenguaje universal como son las matemáticas es necesario modelar los sistemas dinámicos, es decir plasmar los hechos en ecuaciones que describan su comportamiento en el tiempo. Para esto es importante aclarar que no es lo mismo una ecuación diferencial que una ecuación en diferencias. Esto es debido a que mientras las ecuaciones diferenciales³⁷, o simplemente “diferenciales”, describen sucesos que se desarrollan en el tiempo de una manera continua, las ecuaciones en diferencia³⁸, o de una manera más sencilla podemos denotarlas como “diferencias”, describen hechos en los cuales los cambios ocurren en periodos de tiempo específicos. Podemos ejemplificar lo anterior de la siguiente manera: supongamos que para cruzar una avenida es necesario utilizar un puente porque no hay un semáforo que detenga a los carros. En ese puente existen dos maneras de subir, por escalones o por una rampa, la rampa ejemplifica entonces a las ecuaciones diferenciales pues la trayectoria en si es continua, mientras que los escalones corresponden a las ecuaciones en diferencia, ya que la subida se divide en periodos, en este caso representados por los escalones.

Es un ejemplo sencillo, pero cabe mencionar que las diferencias no son necesariamente de un periodo determinado sino que pueden variar según el problema en consideración. En los sistemas dinámicos que se desarrollan de manera discreta, además es necesario en muchos de los casos llevar a cabo un proceso iterativo, lo cual implica repetir varias veces funciones matemáticas para llegar a un resultado, sin embargo existen diferentes técnicas de carácter numérico, analítico y gráfico en las cuales nos podemos apoyar, aunque hay que tomar en cuenta que en muchas ocasiones es muy difícil encontrar una solución exacta, sobre todo en los sistemas no lineales, pues casi siempre se desarrollan de maneras complejas e impredecibles, este fenómeno es conocido como “caos”, concepto que abordaremos más adelante. Los sistemas dinámicos que son continuos es necesario estudiarlos por medio de diferenciales, y éstas pueden representar periodos de tiempo que no son necesariamente números enteros, pero sí valores reales.

³⁷ Las ecuaciones diferenciales pueden utilizarse para representar una variedad de situaciones dinámicas que involucran comportamientos continuos. Sin embargo con frecuencia es conveniente emplearlas para describir ciertas situaciones en términos de comportamiento medido mediante una serie de puntos discretos en vez de continuos, Laurence, Hoffman y Bradley (1998).

³⁸ Las ecuaciones en diferencia desempeñan el mismo papel en el estudio de situaciones dinámicas discretas, que el desempeñado por las ecuaciones diferenciales en la representación de fenómenos continuos, Laurence, Hoffman y Bradley (1998).

Hay ciertos pasos básicos que es prudente seguir para modelar un sistema dinámico. En principio debemos saber qué hecho del mundo real queremos analizar para conocer su comportamiento. Una vez aclarado esto, se intenta trasladar el hecho a una relación matemática que lo describa correctamente, por lo que es preferible plantear una relación que abarque el problema de una manera general para evitar trabajo innecesario si es que deseamos resolver un problema similar, es decir, plantear de preferencia un modelo genérico, concepto que comentamos en el capítulo anterior. Luego, mediante procedimientos matemáticos analizamos nuestro problema y así resolvemos la relación de manera correcta³⁹. Por último trasladamos los resultados de regreso al mundo real para poder aprender más sobre lo que estamos estudiando.

Existen diversas formas de clasificar los sistemas dinámicos: según su orden, esto es, de primer orden, de orden superior; dependiendo de la trayectoria que describen, si son lineales, afines, no lineales; o bien características más detalladas, no autónomos, lineales no homogéneos y no lineales no homogéneos.

Un sistema dinámico de primer orden se obtiene de la siguiente forma. Si suponemos una función $y = f(x)$, así como una secuencia de números $A(n)$ para $n = 0, 1, 2, \dots$, tal que cada número sin incluir el primero está relacionado con el número anterior por la siguiente relación: $A(n+1) = F(A(n))$. Entonces la secuencia de números dada por: $A(n+1) - A(n) = g(A(n))$ es un sistema dinámico de primer orden.

Mientras que un sistema dinámico de la forma $A(n+m) = f(A(n+m-1), A(n+m-2), \dots, A(n))$ en donde m es un número entero y positivo, es un sistema de orden superior⁴⁰.

Dependiendo del orden del sistema, será el número de raíces que tendremos que analizar. Las raíces son los valores que permiten que el valor de la función sea igual a

³⁹ La relación matemática no es la solución, pues ésta última se obtiene al resolver la relación. Además hay que asegurarnos de que la solución tenga sentido en cuanto al fenómeno en estudio, de lo contrario será necesario replantear la relación o bien rechazar los resultados.

⁴⁰ Es decir, si tenemos un sistema en donde cada número excepto el primero depende del anterior, es de primer orden, pero si es a partir del segundo número y depende no sólo de un número que está “m” lugares antes, entonces es de orden superior.

0. Sin embargo hay que tener en cuenta que no todas las raíces nos darán una solución correcta de lo que buscamos.

Otra forma de clasificar los sistemas dinámicos es según la trayectoria que describe la función del sistema: Cuando tenemos una función lineal que pasa a través del origen, es decir, si tenemos una función del siguiente tipo $y = f(x)$ la cual describe una línea recta que viene desde el origen, entonces el sistema dinámico es lineal.

Si la función es lineal pero no pasa por el origen, es decir si tenemos una función del tipo $y = f(x)$ con una ordenada al origen diferente de 0, entonces el sistema dinámico es afín.

Y si tenemos una función tal que $f(x)$ es no lineal, y por tanto la gráfica que describe no es una línea recta, entonces tenemos un sistema dinámico no lineal.

También podemos clasificar los sistemas en no autónomos, no homogéneos, o bien utilizar las diferentes clasificaciones mezcladas para poder dar una descripción más completa del sistema dinámico.

De tal forma, si tenemos por ejemplo un sistema del tipo $A(n+1) = nA(n)$, en el cual el coeficiente $A(n)$ depende de n , entonces tenemos un sistema dinámico no autónomo.

Si el sistema dinámico está definido como $A(n+1) = f(A(n)) + g(n)$, y $f(x) = ax$, entonces tenemos un sistema dinámico no homogéneo.

Como un aspecto más característico de cada sistema dinámico de primer orden, existen ciertas soluciones que son constantes para cualquier valor.

Si consideramos un sistema dinámico de primer orden del tipo $A(n+1) = f(A(n))$, donde un número “a” es considerado un “valor de equilibrio” o “punto fijo”⁴¹ para este sistema dinámico si $A(k) = a$, para todos de los valores “k” cuando el valor inicial $A(0) = a$, es decir que $A(k) = a$, es una solución constante para el sistema dinámico.

El proceso para encontrar valores de equilibrio teóricamente no es complejo, ya que por ejemplo, si tenemos que $A(n) = a$, entonces también $A(n+1) = a$, y $A(n+2) = a$, y así sucesivamente, de tal forma que si sustituimos “a” para $A(n)$ y $A(n+1)$ encontramos la igualdad. Aunque en algunas situaciones los valores de equilibrio que podamos encontrar no son válidos para nuestro análisis o son valores complejos.

El primer paso que debemos seguir es factorizar el polinomio para encontrar el valor de “a” que representa el valor de $A(0)$, y luego sustituimos ese valor que encontramos para $A(0)$ nuevamente dentro del polinomio para encontrar $A(1), A(2), \dots$, etc, y así poder verificar si $A(0) = A(1) = A(2) = \dots = A(n+h)$.

Este proceso es algo intuitivo, pues no nos da una aproximación correcta mediante un método, sino más bien depende de lo que podamos observar según la ecuación.

Un sistema dinámico puede tener varios valores de equilibrio, sobre todo cuando hablamos de sistemas dinámicos no lineales, ya que si tenemos un sistema del tipo $A^s(n)$, entonces posiblemente encontremos más de “s” valores de equilibrio, es por esto la complejidad para encontrar soluciones exactas en los sistemas no lineales.

Dentro del concepto de valores de equilibrio podemos clasificarlos en dos tipos básicos: estables o atractivos e inestables o repelentes.

⁴¹ Son soluciones que son de extrema importancia en el sentido de que generalmente nos pueden decir qué va a pasar con nuestro sistema en el futuro, ya que son soluciones constantes.

Supongamos un sistema dinámico de primer orden que tiene un valor de equilibrio “ a ”. Este valor de equilibrio es estable⁴² o atrayente si existe un número ε , único para cada sistema, tal que, cuando:

$$|A(0) - a| < \varepsilon, \text{ entonces } \lim_{k \rightarrow \infty} A(k) = a$$

Y el valor de equilibrio puede ser inestable⁴³ o repelente si hay un número ε tal que, cuando $0 < |A(0) - a| < \varepsilon$, entonces $|A(k) - a| > \varepsilon$ para algunos, pero no necesariamente todos, los valores de k .

A veces gráficamente es más sencillo observar cómo se comporta la función con cada valor de equilibrio, tanto estable como inestable, ya que el valor de equilibrio estable tiende a permanecer en el mismo rango mientras que el inestable tiende al infinito, tanto por el lado positivo como por el negativo.

En si, utilizando las definiciones que se han dado, $|A(k) - a|$ es una medida que nos ayuda a observar sin necesidad de una gráfica, cuánto se aleja o se mantiene constante la trayectoria en cada valor de equilibrio. Según la cual vamos a esperar que para un valor de equilibrio estable siempre que $A(0)$ este lo suficientemente cerca de “ a ”, entonces $A(k)$ tienda a “ a ”, es decir, en un equilibrio estable para cualquier valor de $A(k)$, siendo k_0^∞ , puesto que $A(k)$ tiende a “ a ” $|A(k) - a| \cong 0$, por lo que la trayectoria en todos sus puntos no se separará del equilibrio, De manera opuesta sucede para valores de equilibrio inestables, pues no importa que tan cerca puedan estar de $A(0)$ para los primeros valores de “ k ”, eventualmente se pueden ir alejando, sin embargo no podemos negar que más adelante exista la posibilidad de que los valores de $A(k)$ se

⁴² Si “ p ” es un punto periódico hiperbólico de período “ n ” con $|f^n(p)| < 1$, entonces el punto “ p ” es llamado un punto atrayente, Devaney (1989).

⁴³ Un punto fijo “ p ” con $|f'(p)| > 1$, es denominado un punto fijo repelente, Devaney (1989).

acerquen a “ a ” en algún otro punto en el tiempo, este es un problema que más adelante veremos con un ejemplo que se reduce al concepto de la derivada.

En los siguientes gráficos podemos observar los equilibrios estables en el 1 y 2, e inestables en el 3°.

Gráfico 1

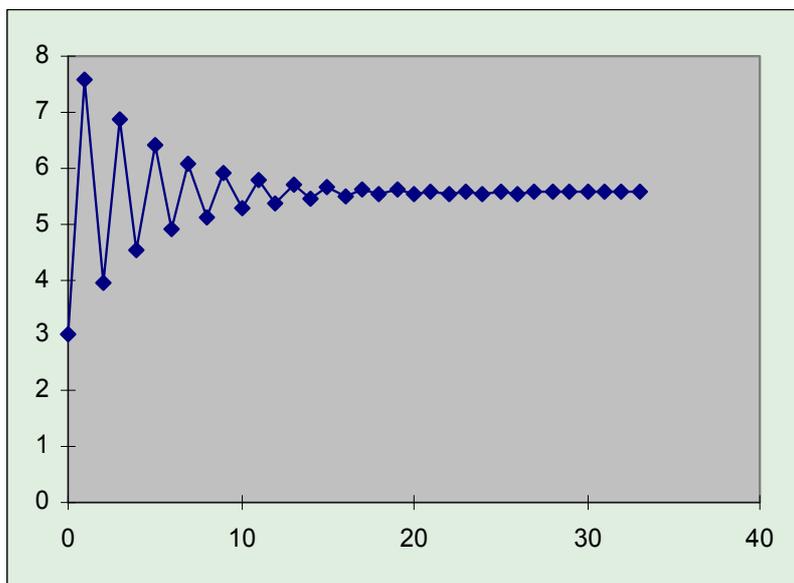


Gráfico 2

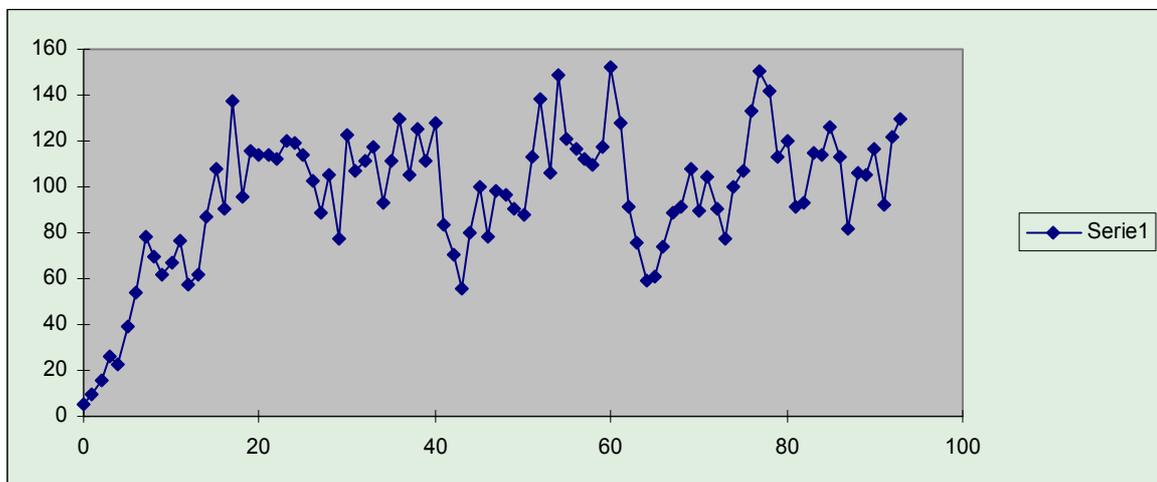
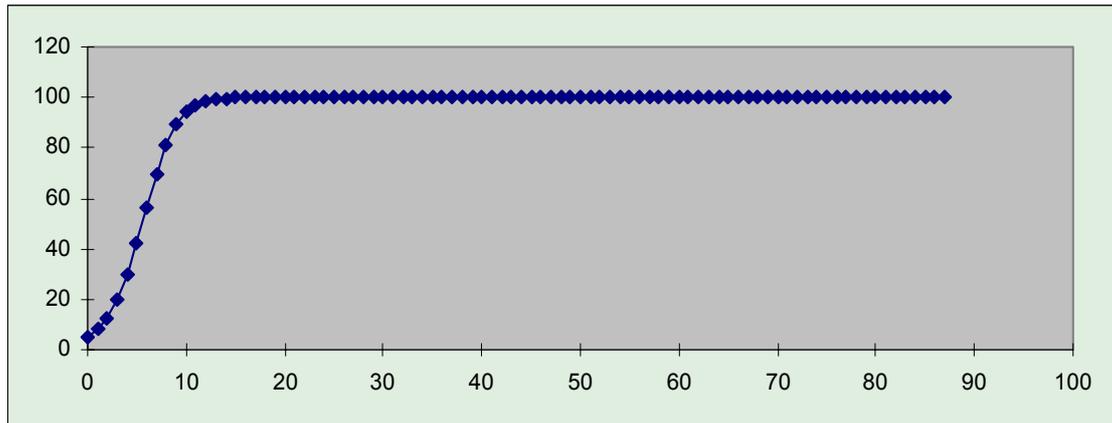


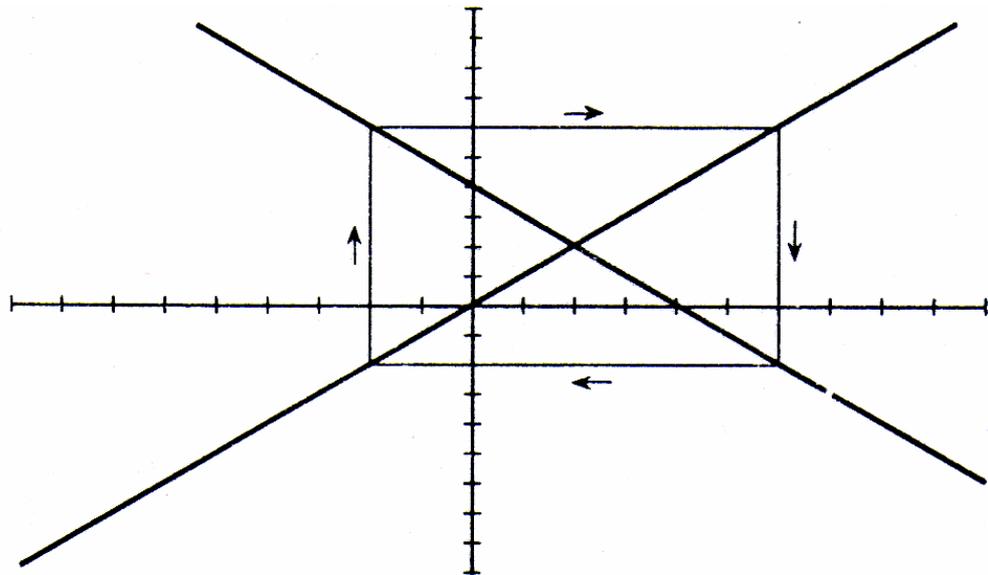
Gráfico 3



Lo anterior no es un proceso difícil de elaborar si se tienen ciertos conocimientos de álgebra que permitan corroborar la distancia entre los valores de $A(k)$ y “ a ” de manera adecuada, sin embargo esto sólo es válido para sistemas dinámicos lineales, ya que los cálculos en sistemas dinámicos no lineales no solamente son más complejos, sino que debido a su comportamiento no podemos asegurar, como ya mencionamos, aún teniendo un buen desarrollo de nuestros cálculos, que el sistema sea estable durante toda la trayectoria.

Existe otro tipo de puntos $A(k)$ que no son ni estables ni inestables, y que comúnmente son llamados “neutrales” o “ciclo 2”, y representan puntos pertenecientes a los valores $A(k)$, pero que no apuntan hacia una estabilidad ni se alejan hacia el infinito, esto puede explicarse por ejemplo si tenemos valores de $A(k)$ tal que $A(0) = A(2) = A(4), \dots$, y que $A(1) = A(3) = A(5), \dots$, en donde es claro que algunos valores parecen tender hacia una estabilidad mientras que otros parecen alejarse de $A(0)$.

Gráfico 4



Cobweb de un sistema dinámico cuya solución forma un ciclo 2. Oscilando entre $x = -2$, y $x = 6$, donde el punto de equilibrio $a = 2$ es neutral, (Sandefur ,1990).

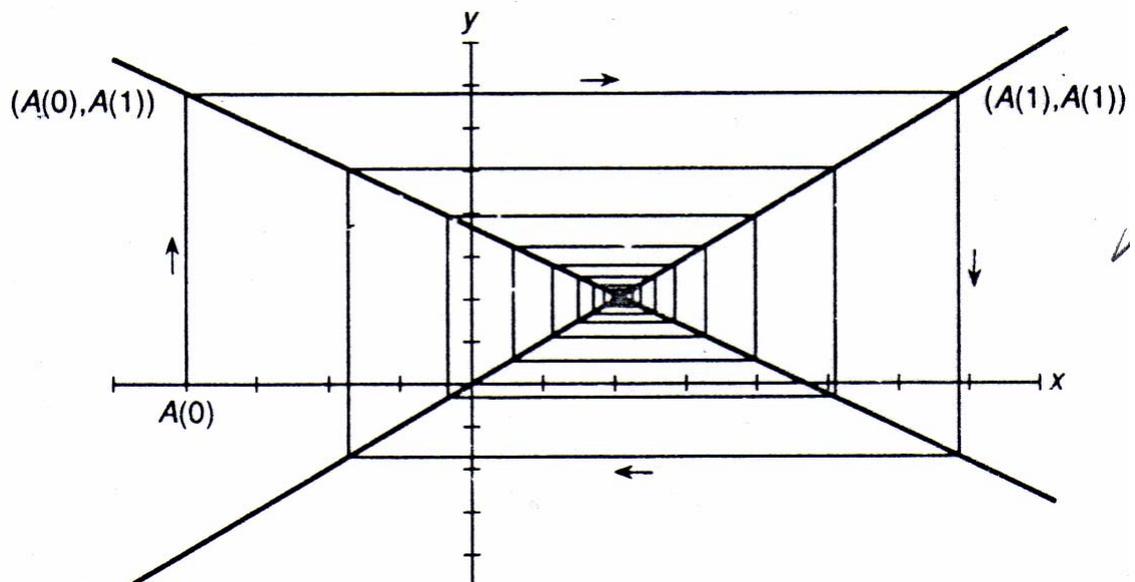
Por lo anterior, es necesario buscar un método con el cual podamos determinar el comportamiento de los sistemas dinámicos en el largo plazo para tener una mayor seguridad del tipo de sistema con el que estamos tratando y si este es el correcto para poder tener un análisis más adecuado del fenómeno que estudiamos.

Otro método que podemos utilizar para determinar si tenemos valores de equilibrio estables o inestables es el método gráfico, aunque por las razones mencionadas anteriormente no puede ser un método lo suficientemente certero para determinar el comportamiento a largo plazo, sin embargo, sí nos puede servir de apoyo para tener una idea visual del comportamiento inicial del sistema dinámico.

Supongamos que tenemos un sistema dinámico del siguiente tipo:

$A(n+1) = f(A(n))$, con un valor $A(0)$ determinado. Por otro lado tenemos la función $y = f(x)$, y graficamos ambas ecuaciones. Tomamos el primer valor de “ x ” denotado por $A(0)$, y nos movemos desde ese punto verticalmente hasta llegar a la curva $A(n+1) = f(A(n))$, luego horizontalmente hasta $y = f(x)$, una vez ahí nos encontramos en la coordenada $A(1)$. Repetimos los dos pasos anteriores para encontrar los siguientes valores de “ A ”, y la figura resultante es una telaraña o “cobweb”⁴⁴.

Gráfico 5



Cobweb cuya solución oscila en el punto de equilibrio, (Sandefur, 1990).

Ejemplificando lo anterior, supongamos que tenemos el siguiente sistema dinámico: $A(n+1) = 3A(n) - 1$, con $A(0) = 1$. Al evaluar tenemos que $A(1) = 2$. Si sustituimos $A(n+1)$ por “ y ” y $A(n)$ por “ x ”, nos queda el sistema dinámico de la siguiente forma:

$$Y = 3x - 1$$

⁴⁴ Sandefur (1990), pp. 27-28.

Entonces tenemos que $x = A(0) = 1$, y por otro lado $y = A(1) = 3(1) - 1 = 2$, con lo cual tenemos el nuevo valor presente de $A(1) = 2$ y que será nuestro nuevo valor de x , de lo que se deslinda:

$$Y = 3x - 1 = 3(2) - 1 = 5 = A(2)$$

Así obtenemos un nuevo valor de “ x ” para poder buscar el siguiente punto. Estos pasos constituyen un mapa de flujo que si los utilizamos en un programa computacional nos pueden ayudar a encontrar los valores de $A(k)$ que le pidamos, siempre y cuando $A(k)$ sea un número finito, ya que sería imposible poder graficar una serie de valores infinitos. Es precisamente por esta razón que se considera al método gráfico insuficiente para determinar una trayectoria a largo plazo con un resultado ampliamente aceptado, sin embargo, en el corto plazo es un método muy práctico, debido a su sencillez, ya que permite observar si es conveniente utilizarlo, si lo que estudiamos tiene de inicio una trayectoria que nos interese y así poder emplear un método más exacto y laborioso.

El método consiste en lo siguiente, una vez que tenemos los valores de $A(k)$ que nos permitan graficar la función $y = 3x - 1$, para este caso en específico, graficamos también $y = x$, la cual describe una recta en 45 grados que proviene del origen. El punto en donde ambas curvas se interceptan es el punto donde los valores de “ y ” para las dos ecuaciones son los mismos, los cuales también podemos encontrar igualando las siguientes ecuaciones y resolviendo:

$$x = 3x - 1, \text{ que equivale a la ecuación } A(n+1) = 3A(n) - 1.$$

El siguiente paso una vez que tenemos ambas gráficas y hemos determinado el punto o los puntos donde los valores de “ y ” son iguales, es ir verticalmente desde el punto $A(0)$ en el eje x , hasta alcanzar la recta $y = 3x - 1$ para encontrar el punto $(A(0), A(1))$. Luego avanzamos horizontalmente hasta la línea $y = x$ para encontrar el siguiente punto $(A(1), A(1))$, lo cual nos traslada del viejo valor de “ x ” al nuevo valor

de “ x ”, como lo habíamos descrito antes. Después regresamos al paso 2 y avanzamos verticalmente y así sucesivamente para encontrar $(A(2), A(2)), (A(3), A(3)), \dots$

Una vez hecho esto podemos comprobar visualmente, por lo menos para los puntos que hemos encontrado de $A(k)$, si se alejan o tienden a permanecer cerca de la intersección, con lo cual nos damos una primera idea del tipo de punto de equilibrio con el que tratamos, o bien en qué rango de valores el sistema se comporta de una forma determinada en el caso de ser un sistema que no sea lineal.

Si nuestra telaraña al seguir el procedimiento vertical y horizontal describe una forma cuadrada significa que la solución es un ciclo-2, es decir, siempre que en nuestra telaraña obtengamos una curva cerrada como trayectoria tendremos como resultado un ciclo.

Un método similar, pero para sistemas dinámicos no lineales es, mediante una línea tangente que nos permita ver si nuestro sistema es estable o inestable. Este método consiste en trazar una recta adicional a las dos funciones, la que describe el sistema y la que viene desde el origen a 45 grados.

La tangente la vamos a encontrar, si tomamos en cuenta que ésta es $y = f(x)$ en el punto de equilibrio, que tiene una pendiente $f'(x)$ y que pasa por el punto (a, a) , siendo “ a ” un valor de equilibrio, entonces la línea tangente en el punto de equilibrio será $(y - a) = f'(a)(x - a)$. Lo cual sería equivalente a

$$Y = rx + b \quad \text{si } r = f'(a) \quad \text{y} \quad b = a(1 - f'(a)).$$

Supongamos que tenemos un sistema de la forma $y = 3x + x^2$. Entonces $f'(x) = 3 + 2x$, y si la evaluamos en uno de sus puntos de equilibrio, para el caso serían aproximadamente $(-4.6, 2.4)$ si evaluamos -2.4 para $f'(x)$, tenemos que

$$f'(x) = 3 + 2(-2.4) = -1.8$$

Esto es:

$$Y = -1.8x + [(1 - (-1.8)) * (-2.4)] = -1.8x - 4.32$$

La cual sería la ecuación de nuestra recta tangente que junto con la ecuación original del sistema y la recta que viene del origen, nos permitirá tener una perspectiva visual del comportamiento de los puntos de equilibrio del sistema dinámico, y con la cual podremos ver si los puntos de equilibrio se alejan o tienden a permanecer en equilibrio.

Es importante resaltar el valor de la curva de la derivada en un punto “ a ”, ya que ésta es en cierto sentido la mejor aproximación de la curva en ese punto. Esto es debido a que en muchos casos la aproximación lineal que acabamos de utilizar nos puede dar toda la información que podemos necesitar. Suponiendo que tenemos un valor de equilibrio “ a ” y $f'(a) < 1$, sabemos que si $A(0)$ está lo suficientemente cerca de “ a ”, entonces $\lim_{k \rightarrow \infty} A(k) = a$, lo cual es todo lo que necesitamos para saber que tenemos un sistema dinámico correcto.

Otro caso que podemos encontrar es cuando el valor de “ a ” = 1. En este caso podrá ser atrayente por un lado y repelente por el otro, y lo podemos denominar como un punto semi estable, para el caso donde el valor absoluto de $f'(a) = 1$, y será necesario utilizar otros métodos para examinarlo.

Hasta ahora nos hemos basado en estudiar modelos que se desarrollan de manera discreta, es decir, a un periodo de tiempo lo podemos dividir en pequeños lapsos de tiempo de tamaño “ n ”. Pero existen otros modelos que se desarrollan de manera continua en el tiempo, y este tipo de modelos se estudian mediante ecuaciones diferenciales, ya que gracias a éstas podemos obtener una relación entre la función y su primera derivada.

De tal forma en los modelos discretos el tiempo “ n ” es un valor entero, mientras que en los modelos continuos el tiempo “ t ” puede ser cualquier valor real.

La forma de encontrar la ecuación diferencial es la siguiente

Supongamos que tenemos un tiempo “ t ” que es continuo, y una cantidad que vamos a estudiar que está en función de ese tiempo, es decir $f(t)$. Pretendamos que estamos estudiando cambios que se desarrollan en intervalos de tamaño “ h ” siendo ésta una fracción de “ t ”, entonces desarrollamos un sistema dinámico discreto para $f(t+h)$ en términos de $f(t)$ y luego eliminamos $f(t)$ de ambos lados. Posteriormente factorizamos la “ h ” fuera del lado derecho, esto es debido a que el lado derecho, que equivale al cambio en la cantidad de $f(t)$, es generalmente proporcional a “ h ” y en ocasiones también a $f(t)$. Si dividimos entre “ h ” ambos lados solucionamos este problema, y finalmente tomamos un límite de “ h ” que tienda a cero.

Esto lo podemos aplicar en diversos, casos, supongamos que queremos ver el cambio de un periodo a otro tomando la tasa de interés como en la siguiente ecuación

$A(n+1) - A(n) = \frac{I}{m} A(n)$, si tomamos en cuenta lo sugerido y ponemos la ecuación en términos de “ t ” y “ h ” nos queda de la siguiente manera $\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = If(t)$,

tomando el límite tenemos que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} If(t)$ con lo que

llegamos a derivar la ecuación diferencial, que para este caso específico nos modelaría una tasa de interés compuesto de manera continua $f'(t) = If(t)$ ⁴⁵

Hemos aprendido muchas características de los sistemas dinámicos así como diversas formas de clasificarlos, pero es necesario que nos adentremos un poco más en la formación y clasificación de ciclos dentro de los sistemas dinámicos.

⁴⁵ Esto debido a que en el momento en que “ h ” tiende a cero, asumimos que es un proceso continuo en el tiempo el que estamos estudiando, Sandefur (1990), pp. 32.

En un sistema dinámico discreto común existen muchas órbitas diferentes, es decir “ n ” órbitas, que determinan qué tipo de ciclo es con el que tratamos, en tal caso se diría que tenemos un ciclo de periodo “ n ”.

Para encontrar ciclos de periodo “ n ” será necesario resolver la ecuación $F^n(x) = x$, lo cual no implica elevar la función F a un número “ n ” sino iterar la función F “ n ” veces, por ejemplo $F(x) = x^3 + 2$, en donde $F^3(x)$ no significa que tengamos $(x)^3$, sino que vamos a iterar 3 veces la función F , esto es $F(F(F(x))) = F^3(x) = ((x^3 + 2)^3 + 2)$, con lo que se elevará exponencialmente el número de raíces características de la función.

Un método que nos podría ayudar en muchos casos es graficar la función F^n , verificar los puntos en donde cruza con la gráfica de $y = x$ y compararlos con la gráfica de F , con esto podremos observar que los puntos que se repiten en ambas gráficas son los puntos fijos del sistema, mientras que los demás puntos describen ciclos de periodo “ n ” para F^n .

Cabe aclarar que algunas veces en una función los primeros resultados aparecen como aleatorios y posteriormente pueden describir ciclos de “ n ” períodos, en tal caso sus órbitas son conocidas como órbitas eventualmente periódicas de periodo “ n ”, lo cual implica que los primeros valores no están dentro de un ciclo, mientras que para el caso en el que los ciclos se describen desde el primer momento las llamamos órbitas periódicas de periodo “ n ”. En si el valor de “ n ”, que es el nivel de periodicidad, indica cada cuántos períodos se repite el ciclo, o lo que es lo mismo, cada cuántos valores de “ x ” se obtienen los mismos resultados.

En otras palabras, supongamos que el primer valor al resolver la función es X_0 , el siguiente será X_1 y luego X_2 , y así sucesivamente. De tal forma en una función determinada al resolverla para “ x ” podemos observar que es periódica si X_0 coincide en un ciclo con algún otro valor X_n , por ejemplo si $X_0 = X_5 = X_{10}$, etc, entonces tenemos un ciclo de periodo 5. Por otro lado si tenemos que de X_1 a X_{10} no hay

relación pero a partir de ahí se empiezan a marcar ciclos, entonces tenemos ciclos en órbitas eventualmente periódicas de la función que estamos analizando.

Los métodos gráficos para encontrar tanto puntos fijos y sus características, así como ciclos, son muy importantes debido a la facilidad con que podemos utilizarlos así como por los resultados que nos revelan, ya que esto nos puede dar una idea clara de con qué tipo de sistema dinámico estamos tratando y si en verdad conviene hacer un análisis más exhaustivo.

En muchos casos podemos tener funciones de niveles superiores que poseen muchas raíces, y que por tanto son muy difíciles de encontrar o imposibles, sin embargo mediante el método gráfico podemos encontrarlas de una forma más sencilla o bien podemos obtener un valor cercano para después aproximarnos mediante métodos analíticos como el método de Newton.

Este proceso se complica aún más por métodos analíticos en el caso de los ciclos ya que mientras más alto sea el período de los ciclos, el nivel de la función será de mayor grado, debido a que en general para encontrar ciclos de periodo " n " debemos iterar la función " n " veces.

Así, los métodos gráficos no involucran gran dificultad, pues graficando tanto la función original, la función iterada " n " veces, así como la recta a 45° desde el origen que describe $y = x$, podemos encontrar fácilmente tanto puntos fijos o puntos de equilibrio y si estos tienden a repeler, atraer o son neutrales, así como el número ciclos y su nivel de periodicidad.

Otra característica importante de los sistemas dinámicos es que en determinados casos tanto la estructura de sus órbitas como sus parámetros pueden variar, es decir, en un punto se pueden iniciar o desaparecer, a esto se le llama bifurcaciones. Existen varios tipos de bifurcaciones como la bifurcación tangente, la bifurcación de doble período, o la bifurcación horca, esto dependiendo de donde nace la bifurcación y qué rumbo toman los puntos fijos.

Existen dos tipos de bifurcaciones básicas. La primera llamada la bifurcación nodo-silla⁴⁶, donde nacen puntos fijos, esto es donde dos puntos fijos f_a , siendo uno de estos puntos estable y el otro inestable, los cuales nacen conforme el parámetro “ a ” se incrementa. La segunda conocida como bifurcación de doble período, que se da cuando cualquier bifurcación en donde un ciclo dado cambia de atrayente a repelente, y viceversa, con derivada que pasa por -1 y que a la vez genera un nuevo ciclo teniendo dos veces el período original; para espacios de una dimensión la bifurcación de nodo-silla también se conoce como bifurcación tangente, y se da cuando un punto fijo o periódico de pronto aparece o desaparece dividiéndose en otros puntos fijos que toman diferentes direcciones.

Los sistemas dinámicos tienen aplicaciones diversas en nuestra vida diaria, pero un aspecto importante que nos compete de manera directa en el tema son las finanzas, no sólo porque las finanzas forman parte de la materia económica, sino por la gran relevancia que tienen los aspectos financieros en el desarrollo económico de nuestro país. Hoy en día las finanzas se han convertido en una herramienta de mucha importancia por el gran volumen de capitales que se maneja, posiblemente debido a que la tecnología actual permite realizar operaciones casi al momento, tanto en lo que se refiere al sistema bancario, así como en los mercados de instrumentos financieros como son las acciones y bonos, más aún, viviendo en un mundo globalizado.

A pesar de lo anterior los sistemas dinámicos aplicados a las finanzas no son muy complejos, pues no involucran muchas variables aleatorias, más bien utilizan variables constantes. De tal forma el siguiente sistema dinámico que describe la relación entre la cantidad de una cuenta al final de $n+1$ periodos compuestos y la cantidad después de “ n ” periodos compuestos, se utiliza en un rango amplio de aplicaciones financieras, como para calcular tasas de interés, valores presentes, así como para planificar a un futuro determinado, etc.

$$A(n+1) = \left(1 + \frac{I}{m}\right)A(n) + b \quad \text{donde “} I \text{” es la tasa de interés, y “} m \text{” denota el número de}$$

veces que se compone a esa tasa de interés la cantidad cada año.

⁴⁶ El término nodo-silla deriva de este tipo de bifurcación en un espacio de dos dimensiones en donde la órbita estable es una silla y la órbita inestable es un “atractor” o “nodo”, Alligood, Saver and Yorke (1996).

Otra aplicación práctica de los sistemas dinámicos se da en modelos de crecimiento, ya sean de crecimiento económico, o bien en modelos no tan complejos como los de crecimiento poblacional, como en la teoría de Malthus⁴⁷. En esta teoría Malthus argumenta que la población crece exponencialmente, mientras que los alimentos lo hacen en forma geométrica, con esto él predice una catástrofe mundial, que hasta la fecha no ha llegado. Modelos como éste no sólo nos plantean una idea de lo que puede pasar si las condiciones y nuestras variables o constantes no cambian, sino que también nos pueden ayudar a tener un análisis más completo del problema, el cual nos permita encontrar respuestas para evitar llegar a las predicciones del modelo.

Ejemplificando, supongamos que tenemos un periodo inicial $A(0)$, el siguiente periodo será $A(1)$. Por tanto la diferencia de $A(1) - A(0)$ es el cambio en el tamaño de la población de un periodo a otro. Además de esto supongamos que el número de nacimientos “ b ” así como el de muertes “ d ” en el periodo n es proporcional al tamaño de la población en ese periodo, siendo así $bA(n)$ que denota el número de nacimientos y $dA(n)$ que nos explica el número de muertes. El cambio de la población será el número de nacimientos menos el número de muertos. Si denotamos con “ r ” a la tasa neta de crecimiento, es decir $r = b - d$. Entonces nuestro sistema queda de la siguiente forma:

$$A(k) = (1 + r)^k a_0$$

Una vez hecho esto, si utilizamos hipotéticamente una tasa “ r ” razonable, es decir que no sea muy alta ni muy baja, entonces en principio el sistema parece adecuado, sin embargo conforme avanzan los periodos, los resultados se vuelven irreales o catastróficos, resultado al cual llegó Malthus. Esto no significa necesariamente que el

⁴⁷ Malthus alcanzó la notoriedad académica de forma inmediata con la primera edición, en 1798, de su *Ensayo sobre el principio de la población*, en el que plantea la tendencia de la población a crecer más de prisa que los medios para su subsistencia, la cual es frenada por controles positivos (la enfermedad, la muerte, la miseria) y preventivos (la restricción moral, que retrasa la edad de matrimonio), Collantes, (2001).

sistema este mal especificado, más bien depende de qué información deseemos obtener de él. Ya que para periodos de tiempo cercanos el resultado obtenido puede ser un buen estimador, pero para periodos largos no, porque alcanza valores excesivos.

Esto sucede debido a que la tasa de crecimiento “ r ” para largos periodos de tiempo ya no es constante, y debe por tanto considerarse como función de $A(n)$. Además de dos aspectos muy importantes, si la población sobrepasa cierto límite, entendamos a “ L ” como límite, entonces se carecerán de medios suficientes para sobrevivir en su ecosistema, es decir no habrá suficiente espacio ni alimento, y la tasa de crecimiento “ r ” será negativa. En el caso contrario para un nivel de población inferior a “ L ” habrá exceso de lugar y alimento por lo que la tasa de crecimiento será positiva. Expresando lo anterior matemáticamente

$$f(A(n)) < 0 \text{ cuando } A(n) < L.$$

$$f(A(n)) > 0 \text{ cuando } A(n) > L.$$

$$\text{Y } f(A(n)) = 0 \text{ cuando } A(n) = L.$$

La siguiente función lineal satisface las restricciones anteriores:

$$f(A(n)) = r \left(1 - \frac{A(n)}{L} \right).$$

Donde “ r ” es conocida como la tasa de crecimiento sin

restricciones. Y “ L ” es conocida como la capacidad de carga del medio ambiente. Por tanto el sistema dinámico que modela el crecimiento de la población es:

$$A(n+1) = (1+r)A(n) - bA^2(n),$$

mejor conocido como la ecuación logística⁴⁸, en donde $b = r/L$. Y “ $-bA^2(n)$ ” es conocido como un término de barrera, pues evita que se vayan hasta el infinito los resultados.

⁴⁸ Este concepto proviene de ser la ecuación principal del Modelo Logístico. En el modelo logístico a partir de una población que consiste de seres humanos se pretende modelar su crecimiento en el tiempo, en el cual la reproducción se asume como un proceso continuo de todos los miembros sin tomar en cuenta la edad o diferencias de sexo a una tasa promedio per cápita. Esta constante es la diferencia entre los nacimientos per cápita y las tasas de mortandad de la población en su conjunto. El nivel de población en el tiempo “ t ” es denotado por $N(t)$, Beltrami (1987).

En general estos valores obtenidos nos ayudan a tener un sistema dinámico que nos dé una idea más clara y cercana a la realidad, y que nos pueda ayudar a comprenderla mejor para encontrar formas de solucionar diversos problemas, como en este caso, poder tener una mejor planificación del crecimiento de la población para conseguir un desarrollo sustentable. Desgraciadamente, y como le sucedió a Malthus, los integrantes de este sistema dinámico son muy variantes, aunando a que deben ser utilizados con ciertos rangos para impedir que los resultados queden fuera de ser confiables o reales. Además de que un ecosistema es mucho más complejo como para poder tener una predicción altamente acertada.

Otro caso similar podría ser para elaborar estrategias de supervivencia de especies en extinción, mediante sistemas dinámicos que introduzcan variables como la mortandad, nacimientos, y población actual. Esto podría llevar a niveles más extremos las restricciones de su caza, para intentar tener un equilibrio. Aunque en el caso de especies en peligro de extinción los resultados podrían ser más exactos debido a que el campo de estudio es menor que en el caso de grandes poblaciones como los seres humanos, no sólo en cuanto a la cantidad de la población, sino en cuanto a las áreas geográficas en las cuales se distribuye.

Un detalle que hay que tener claro, es que posiblemente por la complejidad de las variables del sistema así como del control que de éste se pueda tener, será difícil poder observar y basarse en un punto fijo que funcione como un punto de equilibrio exacto como en algunos otros sistemas dinámicos. En estos casos será más sencillo, que en vez de utilizar puntos fijos de la población, utilicemos proporciones fijas de la población. Es decir un rango que represente un punto fijo dentro de nuestro sistema dinámico.

En este sentido, los sistemas dinámicos, no sólo nos pueden servir para hacer una predicción y en base a eso planear lo que vamos a hacer una vez que esa predicción se haga realidad, sino que también en base a esa predicción podemos encontrar los componentes que nos llevan a esos resultados, y así tomar decisiones que nos permitan evitar crisis o poder alargar los períodos de auge. Es decir, si tenemos un problema como resultado, al tenerlo como una predicción dentro de nuestro estudio, es posible que podamos encontrar alguna solución para evitar llegar a ese punto, o en un determinado caso para retrasar los resultados.

Anteriormente, hemos hablado de la complejidad que muchas veces puede tener el encontrar puntos de equilibrio en los sistemas dinámicos no lineales, es decir, de encontrar las soluciones a la ecuación $x = f(x)$. Que escrita de otra forma sería $g(x) = f(x) - x$. Donde el problema sería cómo calcular los valores de 0 para la función $g(x)$, en donde $g(x) = 0$. Esto es debido a que en la mayoría de los casos $f(x)$ es de orden superior y es más complicado encontrar sus raíces. Para los casos en los que la función es de nivel dos, basta con la ecuación cuadrática para poder encontrar los valores fácilmente. Sin embargo cuando tratamos con funciones de orden tres o mayores, es preciso utilizar otro tipo de métodos.

Para esto presentaremos a continuación un método que nos puede ayudar a resolver este problema de una manera más sencilla, conocido como el Método de Newton⁴⁹. Este método se basa en la idea de que si se comienza con una aproximación X_0 que esté cercana a la raíz, con frecuencia se puede encontrar una buena aproximación al hallar la intersección X_1 con el eje X de una recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $X = X_0$.

La idea es la siguiente:

Supongamos que queremos encontrar una raíz de un polinomio $f(x)$, es decir un número "n" tal que $f(n) = 0$. La idea es, ya sea de manera intuitiva o bien por métodos gráficos proponer un resultado cercano, y a partir de ese irnos aproximando. Supongamos que decimos que la raíz es $A(0) = a_0$. Posteriormente localizamos el punto $(a_0, f(a_0))$ en la gráfica del polinomio. Luego dibujamos la tangente a la curva $f(x)$ en ese punto. Por último utilizamos la intersección "x" de la tangente representada por $A(1)$, siendo esta nuestra nueva aproximación, y repetimos los pasos. De esa forma cada vez el resultado será más cercano al valor exacto de la raíz.

⁴⁹ El primer escrito donde aparece el Cálculo Diferencial e Integral fue un manuscrito de Newton que entregó a su mentor Isaac Barrow (1630-1677) en 1669. De este pequeño tratado, *De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, circularon copias en los círculos matemáticos de Inglaterra. Allí Newton expone un método para hallar soluciones de ecuaciones, que luego utiliza para invertir series de potencias y así desarrollar su cálculo. http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/cnumerico/recursos/newton.html

Cuando nos encontramos cerca de un punto de equilibrio, es posible que nos encontremos de un lado o del otro, siendo la derivada la mejor aproximación a una curva, el método nos permite acercarnos hasta situarnos en el punto de equilibrio de una manera natural, sin embargo, no debemos olvidar que es posible encontrarnos con sistemas que tengan varios puntos de equilibrio, con lo que al elegir de manera demasiado aleatoria un punto buscando que el método de Newton nos lleve al equilibrio, no resultará siempre en el punto de equilibrio más adecuado.

Como ejemplo, supongamos el polinomio $f(x) = x^2 - 3$.

En donde podemos ver que $\sqrt{3}$ es la raíz del polinomio. Suponiendo que no sabemos esto, adivinemos una solución, la cual puede ser $a_0 = 3$. Entonces $f(3) = 9 - 3 = 6 \neq 0$, por lo cual nuestro supuesto de que 3 es una raíz que satisfaga que $f(x) = 0$ es erróneo, aún así no importa, pues nos ayudará a encontrar el valor verdadero. Entonces, construimos una tangente de $f(x) = x^2 - 3$ en el punto $(a_0, f(a_0)) = (3, 6)$.

Como $f'(x) = 2x$, entonces, la pendiente de la tangente en $(3, 6)$ es $f'(3) = 6$. Por tanto, la ecuación de la tangente es:

$$y = 6x - 6$$

El intercepto "x" de la tangente es el punto donde $y = 0$, $y - 6 = 6(x - 3)$, por tanto, $y = 6x - 12$. Lo que es lo mismo $x = 12/6$. Entonces, nuestro nuevo valor $A(1) = 2$.

Repetimos el proceso:

$$f(2) = 4 - 3 = 1$$

$$f'(2) = 4$$

la ecuación de la tangente es:

$y - 1 = 4(x - 2)$ lo que es lo mismo $y = 4x - 7$, con la cual encontramos que $x = 7/4$, este sería el nuevo valor aproximado $A(2) = 7/4$.

Y volvemos a repetir la operación “n” veces hasta aproximarnos lo más posible al valor verdadero. Es importante observar que: la raíz de 3, $\sqrt{3} \approx 1.7320$. El primer valor que supusimos fue $A(0) = 3$, el cual estaba lejano al resultado de $\sqrt{3}$, sin embargo el siguiente valor $A(1) = 2$ se aproximaba más al resultado. Y el último valor que encontramos, correspondiente a $A(2) = 7/4 = 1.75$ está mucho más cercano al valor que buscamos. De tal forma que si seguimos repitiendo este procedimiento encontraremos valores más cercanos al valor exacto de la raíz que satisface que $f(x) = 0$.

La forma de saber cuál es el valor que podemos usar para representar esta raíz, es evaluando los valores obtenidos en la función inicial y ver qué tan cercanos están a 0, mientras el resultado sea mayor a 0, será posible acercarnos más al valor exacto de la raíz, pero cuando se obtiene un valor negativo al sustituir el valor aproximado en la ecuación inicial, entonces significa que entre ese valor y el valor estimado anterior hay una raíz.

En general este es un método que debemos tener siempre en cuenta al tratar con sistemas dinámicos, pues nos puede facilitar los cálculos, ya que podemos encontrar soluciones de una forma más sencilla. Así, básicamente el método de Newton supone que tenemos una función $f(x)$ y un número “a” tal que $f(x)$ es continua y diferenciable en términos de “a”. Asimismo, $f(a) = 0$, y $f'(a) \neq 0$. Entonces, “a” es un valor de equilibrio estable para el sistema dinámico

$A(n+1) = A(n) - \frac{f(A(n))}{f'(A(n))}$. Lo cual significa que si encontramos un valor a_0 que este

lo suficientemente cerca de la raíz “a”, entonces, $\lim_{k \rightarrow \infty} A(k) = a$, y eso es lo que necesitamos saber.

2.2 El concepto de Caos

El concepto de caos matemáticamente tiene que ver con algo que es impredecible, sin embargo es un tema que en sus inicios no era asociado necesariamente con las ecuaciones diferenciales ni con las ecuaciones en diferencia, debido a que este tipo de ecuaciones eran comúnmente predecibles. Sin embargo en la actualidad el concepto de caos dentro de este tipo de ecuaciones es más común. Un elemento crucial es la “dependencia sensitiva en las condiciones iniciales”, esto es por ejemplo, si tomamos dos puntos base o dos semillas, que sean muy cercanas entre sí o idénticas en sus primeros “ n ” dígitos, y los utilizamos para evaluar una función para cada uno de ellos, estos inicialmente pueden describir órbitas muy similares, casi idénticas inclusive, pero esas órbitas eventualmente se irán apartando una de la otra dentro del intervalo de las semillas que utilizamos, y esto es lo que entendemos por dependencia sensitiva en las condiciones iniciales.

La dependencia tiene gran relevancia cuando modelamos con ecuaciones diferenciales o en diferencia, ya que si la dependencia sensitiva en las condiciones iniciales existe, entonces las predicciones numéricas que hagamos para conocer el destino de las órbitas, así como las soluciones que obtengamos, serán sumamente desconfiables. Esto es debido a que con pequeños cambios en las semillas podemos obtener comportamientos totalmente distintos al final o lo que es lo mismo, comportamientos inestables, y este tipo de comportamientos nos acercan cada vez más al caos, ya que éste se da cuando en cualquier punto del sistema tenemos este tipo de comportamientos inestables⁵⁰.

2.3 Teorema de Poincaré-Bendixon

Por último analizaremos el Teorema de Poincaré-Bendixon. Este teorema básicamente nos habla de la existencia de patrones cíclicos, los cuales describen a una curva característica cerrada que representa una solución periódica. Esto habla esencialmente de la existencia de ciclos límite.

⁵⁰ Un sistema caótico manifiesta dos comportamientos: por un lado, existe un atractor por el que el sistema se ve atraído, pero a la vez, dispone de "fuerzas" que lo alejan de él.

Esta teoría propone lo siguiente:

Asumimos que $C : (x(t), y(t)), t \geq t_0$, es una característica media positiva contenida en una región cerrada limitada $R \subset D$. Por tanto si C' contiene no singularidad de V ⁵¹, entonces una de dos:

1. $C (= C')$ es una característica cíclica, o bien
2. C' consiste en un ciclo límite donde C se aproxima mediante una espiral que puede tener una dirección de adentro hacia fuera o viceversa⁵².

Estos últimos conceptos y teorías se han introducido no sólo por su valor dentro de las ciencias matemáticas y su contribución dentro del estudio de los sistemas dinámicos, sino porque en el capítulo siguiente haremos uso y mención de estos para llevar a cabo el modelo que describa los ciclos económicos.

⁵¹ V es un vector de la siguiente forma: $V(x, y) = (P, Q)$, que es el vector campo que definen los vectores $P(x, y)$ y $Q(x, y)$.

⁵² Hurewicz (1990), pp. 109.

3. MODELO DE CICLOS ECONÓMICOS BASADO EN EL ÍNDICE DE CONFIANZA DEL CONSUMIDOR

3.1 Desarrollo del Modelo

En el primer capítulo describimos las características de diversas teorías sobre ciclos económicos, con el objeto de tener un panorama más amplio acerca de su comportamiento y las implicaciones que éstos tienen dentro de una entidad económica.

Por otro lado, en el capítulo segundo estudiamos las propiedades matemáticas de los sistemas dinámicos, así como diversos métodos que nos permiten resolverlos de una forma menos compleja.

A partir de los elementos presentados, desarrollaremos en el tercer capítulo un modelo basándonos en la “Ecuación Diferencial de Lienard”, utilizando una modificación a esa ecuación realizada por Van der Pol conocida como la “Ecuación de Van der Pol”, la cual nos permite demostrar la existencia de ciclos límite. Utilizaremos dos variables, el índice de confianza del consumidor y la tasa de desempleo.

Recordemos que para la existencia de ciclos se deben cumplir ciertas características: en primer lugar la existencia y unicidad de uno o varios puntos de equilibrio, lo cual no implica la existencia de una solución. Una vez que podamos encontrar ésta no significa que tengamos la existencia de ciclos, ya que necesitamos que los equilibrios sean inestables y la inestabilidad sea acotada⁵³. Sin embargo si nuestro modelo cumple con los lineamientos de la ecuación de Van der Pol, bastará para demostrar la existencia de ciclos y por tanto cumplirá con todas las características mencionadas anteriormente necesarias para su existencia como se demuestra a continuación.

La ecuación de Van der Pol en su forma generalizada es la siguiente:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + f(x) \frac{\partial x}{\partial t} + g(x) = 0$$

(1)

⁵³ En el capítulo I, analizando el artículo “Los ciclos: aspectos reales y financieros” de Joseph González i Calvet, pudimos estudiar con más detalle las características necesarias para la existencia tanto de soluciones, como de equilibrios y ciclos.

en donde f y g satisfacen las condiciones para ser especificadas apoyándonos en el siguiente teorema.

De Lienard, quien estudió el caso $g(x) = x$. La esencia de este método, formulado para la ecuación (1) es la introducción de las variables (x, η) en el “plano de Lienard” escribiendo la ecuación (1) en una forma equivalente:

$$(2) \quad \frac{\partial x}{\partial t} = \eta - F(x), \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -g(x)$$

en donde $F(x) := \int_0^x g(s) ds$. Debido a la equivalencia de las ecuaciones (1) y (2) las condiciones $f \in C^0(R)$, $g \in C^1(R)$ aseguran la existencia y unicidad para condiciones iniciales arbitrarias. Además podemos observar también que la ecuación de Van der Pol se puede escribir como una ecuación diferencial o bien como un sistema de segundo orden.

Lo anterior es un resultado general para la existencia de una solución periódica no constante para la ecuación (1) debido al teorema de Levinson y Smith que se presenta a continuación:

Asumiendo que $f \in C^0(R)$, $g \in C^1(R)$ y teniendo que $G(x) := \int_0^x g(s) ds$; si f es par, existe un $x_0 > 0$ tal que $F(x) < 0$ para $0 < x < x_0$, y $F(x) > 0$ para $x > x_0$, g es impar, $xg(x) > 0$ para $x \neq 0$, F tiene un crecimiento monótono en (x_0, ∞) , y $F(x) \rightarrow \infty$, $G(x) \rightarrow \infty$ como $x \rightarrow \infty$, de tal forma la ecuación (1) tiene una única solución constante no periódica. Con lo cual se demuestra que la ecuación de Van der Pol satisface todos los requerimientos⁵⁴.

⁵⁴ En el capítulo I estudiamos características muy específicas que se deben tener para la existencia de ciclos. Sin embargo al final del capítulo II presentamos el teorema de Poincaré Bendixon que

El índice de confianza del consumidor, es un estadístico que en los últimos años ha ido adquiriendo gran relevancia, especialmente en los países del primer mundo, como por ejemplo en Estados Unidos de América (EUA), donde es desarrollado por algunas universidades en vez de organismos gubernamentales.

Existen diversos trabajos que permiten observar la importancia de este indicador dentro del estudio del comportamiento de la economía de EUA como es el caso de Middleton en 1997, quien propone un modelo en donde examina la relación que existe entre los niveles de confianza y las expectativas, lo cual es crucial basándose en el modelo SOC, del que hablamos en el capítulo 1, para las economías y los mercados financieros. Middleton nos da evidencia que las desviaciones normalizadas de la tasa de desempleo de los EUA de un movimiento promedio exponencial, estadísticamente "causa" cambios en las medidas de estudio de la confianza del consumidor.

La relación de "animal spirits" a "expectativas" tiene apelación intuitiva a un sentido común de la naturaleza humana. Comprobando consistentemente de manera estadística con la inferencia de que un SOC no lineal introduce en la serie de tiempo económica niveles de adaptación, animal spirits y expectativas, todo esto a través de un camino que recorre animal spirits \geq expectativas $>$ utilidad de la riqueza esperada $>$ decisiones económicas, con lo que nos muestra la importancia de este tipo de indicadores psicológicos en las decisiones económicas.

Es importante mencionar otros trabajos que nos muestran la postura inversa como el de Loria(2004), "Is the Consumer Confidence Index a Sound Predictor of the Private Demand in the United States?", en este artículo por medio de un modelo econométrico se estudia la influencia del índice de confianza del consumidor de EUA en el consumo y la inversión privada, obteniendo como resultados, que existen problemas en el test de causalidad de Granger así como una falta de cointegración entre las variables, por lo que se llega a la conclusión de que mediante esta metodología y especificación del modelo,

complementó lo mencionado en el primer capítulo de una forma mucho más formal. La ecuación de Lienard y por tanto la de Van der Pol, fueron elaboradas bajo los mismos argumentos teóricos que permitirían obtener resultados cíclicos.

para el caso del consumo y la inversión privada de EUA el factor psicológico no es representativo.

En México podemos encontrar que este índice sí es elaborado por organismos gubernamentales como el INEGI y el Banco de México quienes elaboran conjuntamente este estadístico, los cuales desarrollan su medición de manera mensual desde el año 2002 mediante la Encuesta Nacional sobre Confianza del consumidor (ENCO), la cual se lleva a cabo los primeros 20 días de cada mes y tiene como base una muestra de 2336 viviendas urbanas a nivel nacional en 48 ciudades que comprenden las 32 entidades federativas del país y el nivel de confianza de sus resultados es de 90%, con un error máximo esperado del 15%.

La información captada en esta encuesta permite estimar el Índice de Confianza del Consumidor, que para nuestro país tiene base igual a 100 en enero de 2003 y resulta de promediar cinco indicadores parciales de los cuales dos hacen referencia a la situación económica actual y esperada de cada hogar entrevistado, otros dos se refieren a la situación económica del país, tanto actual como la esperada, y el último indicador parcial refleja qué tan propicio se considera el momento actual para la compra de bienes de consumo duraderos⁵⁵.

Como ya mencionamos el Índice de Confianza del Consumidor se construye por medio de encuestas a la población, donde se le pregunta a los encuestados su opinión sobre el desarrollo de las actividades económicas del país, enfocando las preguntas hacia las expectativas de la gente. Esto parecería arrojar resultados bastante especulativos, porque a diferencia de otro tipo de información estadística se basa en opiniones, sin embargo esa es la idea, pues el ánimo de la gente no sólo es un factor sumamente relevante dentro de las transacciones, sino que en gran medida es contagioso. Esto en el sentido de que buenas y malas expectativas entre la gente llegan a ser causa importante de auges o crisis entre los diferentes mercados.

El índice de confianza del consumidor, es un índice que permite medir en cierta forma el comportamiento psicológico de los individuos en una sociedad, lo cual lo ha llevado a

⁵⁵ Comunicado 150/05, del Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, emitido el 2 de Septiembre de 2005

ser un indicador líder, pues refleja en gran medida el estado de las expectativas de los agentes económicos y es por tanto relevante para evaluar y predecir decisiones de compra-venta en el corto y mediano plazo.

Cuando se pretende invertir, siempre es importante tener una visión clara del comportamiento de la economía en donde se planea invertir, observando variables relevantes según el área de interés, además de las expectativas de inversión existentes en ese momento, en general estas expectativas se dan en cifras, y son expectativas de ventas principalmente, y enfocadas en los niveles de ganancia. De tal forma, puesto que el índice de confianza del consumidor se elabora basándose en expectativas sobre todo de compra y venta de la gente, esa confianza o desconfianza no sólo puede ser semejante a la de los inversionistas, sino que también contagia a los inversionistas. Así mientras mayor sea la inversión en el país, mayores serán las ofertas de empleo, lo cual llevará a que la tasa de desempleo se contraiga en cierta medida.

Por otro lado tenemos la tasa de desempleo, que es un importante estadístico que refleja en gran medida la situación de un país tanto en el ámbito económico como en el social, y que de cierta manera puede afectar en decisiones de inversión, tanto privada como gubernamental, así como en los mercados financieros, aún cuando este estadístico tenga sus inconvenientes, sobre todo en su forma de medición, que varía en cierto grado dependiendo del país que se trate. Esto significa que estamos hablando de un estadístico que afecta a elementos básicos de la macroeconomía del país, ya que estos repercuten directamente tanto en la demanda agregada, como en el Producto Interno Bruto.

A partir de 1982 con el período presidencial de Miguel de la Madrid, México se encontró con graves resultados de las malas administraciones anteriores, con un modelo de desarrollo estabilizador recomendado por el Fondo Monetario Internacional (FMI) que había encontrado su fin, por lo que fue necesaria bajo la recomendación del mismo órgano una nueva iniciativa de política económica llamada Programa Inmediato de Reordenación Económica (PIRE), que fue una estrategia mixta, enfocando desde ese entonces el destino del país hacia la liberalización, sin embargo la estrategia tuvo que ser cambiada en 1986 al Programa de Aliento al Crecimiento (PAC) y en 1987 al Programa de Solidaridad Económica (PSE) con el que por fin logra la meta de reducir la

inflación y recuperar el crecimiento, sin embargo se perdieron cerca de 10 millones de empleos, con lo que la tasa de desempleo en nuestro país subió de una manera impresionante.

Es donde podemos ver la importancia de éste índice, debido a que la política económica hasta la fecha sigue privilegiando la búsqueda de bajas tasas de inflación a costa de bajos niveles de crecimiento y altas tasas de desempleo, de las cuales el país a la fecha no se ha podido recuperar.

Es cierto que influyen muchos más aspectos como podrían ser los niveles de salarios, el tipo de gente que se necesitaría para tales fuentes de trabajo, si existen las materias primas necesarias en el caso de una empresa que se dedique a la producción de algún bien, entre otros. De la misma forma lo hemos comentado con los diversos factores que influyen para que el índice de confianza del consumidor tenga repercusiones en la tasa de desempleo.

Todos estos aspectos serían importantes si quisiéramos plantear un modelo más complejo, sin embargo, los objetivos de nuestro modelo no son esos, sino demostrar que aún bajo un modelo sencillo que no tome en cuenta variables puramente económicas, ciertos tipos de variables psicológicas, nos permiten entender el problema más a fondo, es decir, situarnos un paso antes de que las variables económicas comiencen a cambiar.

De tal forma, aún sabiendo que en México la medición del desempleo es algo obsoleta, puesto que la tasa de desempleo varía mucho según el sexo, actividad desempeñada, o más aún, según la entidad federativa, ya que en México la tasa de desempleo mayor es la que se da en la Ciudad de México y Área Metropolitana, a pesar de eso la tasa de desempleo tiene grandes aportaciones en el estudio del comportamiento de un país.

Lo anterior es debido a que ambos estadísticos con los que estamos tratando tienen un carácter que refleja expectativas de crecimiento y desarrollo de una entidad, en este caso de un país, y en ese sentido dejan de ser poco importantes debido al factor psicológico que desempeñan en las esperanzas de los inversionistas y de una nación.

Sabemos de antemano que en procesos estocásticos los modelos multivariados⁵⁶ nos permiten tener una perspectiva más adecuada para el caso del comportamiento de los ciclos, dentro de la muestra que utilicemos, lo que no nos traería mayores complicaciones en ese tipo de modelos. Sin embargo en modelos determinísticos las complicaciones son mayores, no sólo al trabajar con más variables, sino por la posibilidad de trabajar con sistemas de orden superior, lo cual no sólo implica el hecho de trabajar en dimensiones mayores sino que también será necesario buscar una mayor cantidad de puntos fijos, y por tanto la existencia de más puntos de equilibrio, aunque no precisamente todos nos permitan llegar a demostrar la existencia de ciclos.

De tal forma es necesario aclarar que el hecho de delimitar el modelo a dos ecuaciones y dos variables no tiene su origen precisamente en hacerlo más sencillo para su elaboración, sino que buscamos demostrar que aún con la simplicidad que supone un modelo con dos variables es posible no sólo explicar el comportamiento de los ciclos económicos sino que también nos permite demostrar la relevancia de variables que contengan factores de confianza de orden psicológico dentro de los agentes económicos, donde la clave para tener modelos más cercanos a la realidad, sobre todo en modelos de previsión, es el poder identificar ese tipo de variables y manejarlas como variables de gran relevancia. En si con la existencia de una sola variable de este tipo podremos demostrar su influencia no sólo en los agentes, sino en variables importantes como la tasa de desempleo y en la economía en general, así como su relación con estos.

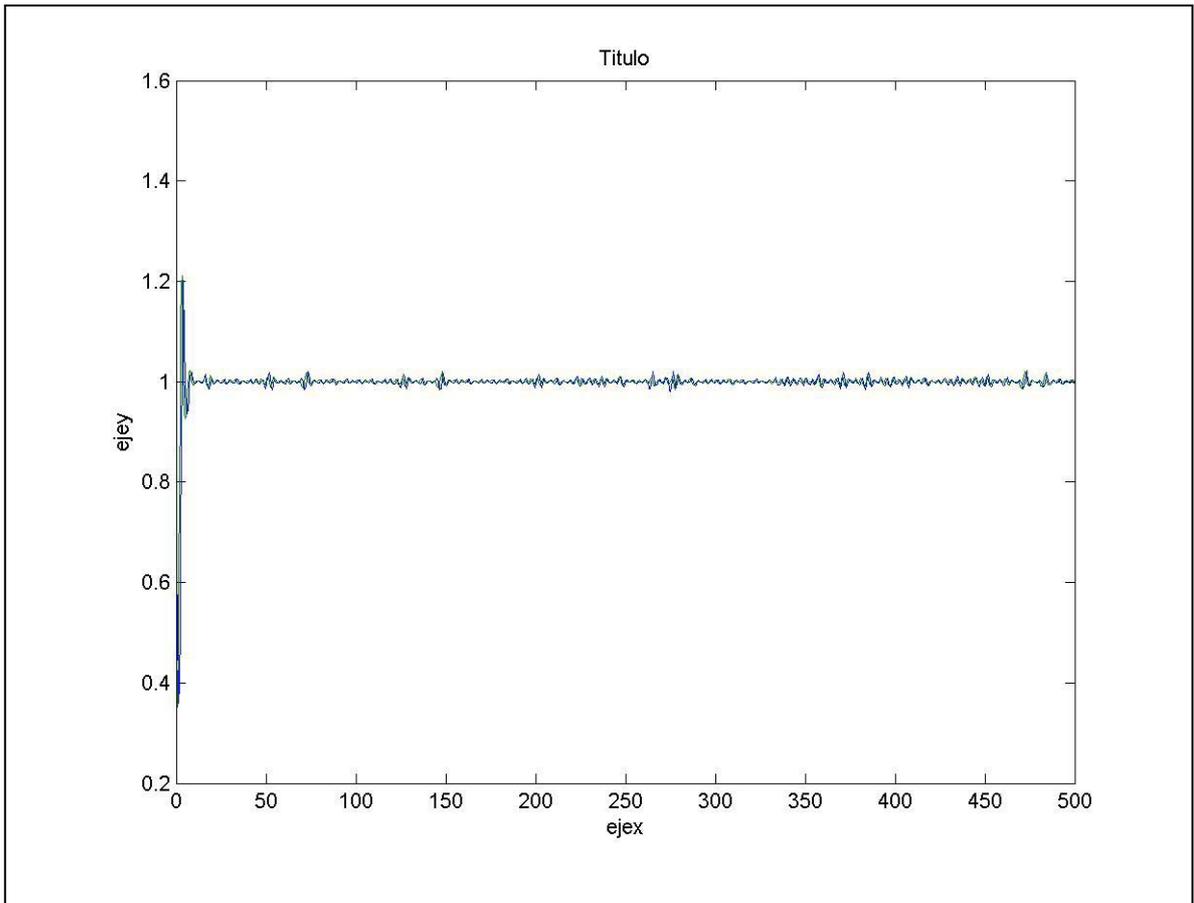
Debido a que en países desarrollados como EUA el índice de confianza del consumidor tiene un periodo mucho mayor de estudio, ha sido posible realizar con mayor facilidad investigaciones en las cuales se demuestre la importancia de éste, como es el caso de Middleton (1997), quien plantea la importancia y la relación entre los niveles de confianza y las expectativas utilizando el modelo de SOC, del cual hablamos en el capítulo 1, esto para el estudio de la economía y los mercados financieros de Estados Unidos, mostrando además que la tasa de desempleo desde un promedio de movimientos exponenciales, estadísticamente causa cambios en la medida de la confianza del consumidor.

⁵⁶ Estos conceptos los hemos abordado en el capítulo anterior para poder tener una idea más clara del tipo de modelo que estamos realizando y de sus características, pero también para poder explicar por qué utilizamos un modelo tan sencillo para evaluar el comportamiento de los ciclos económicos.

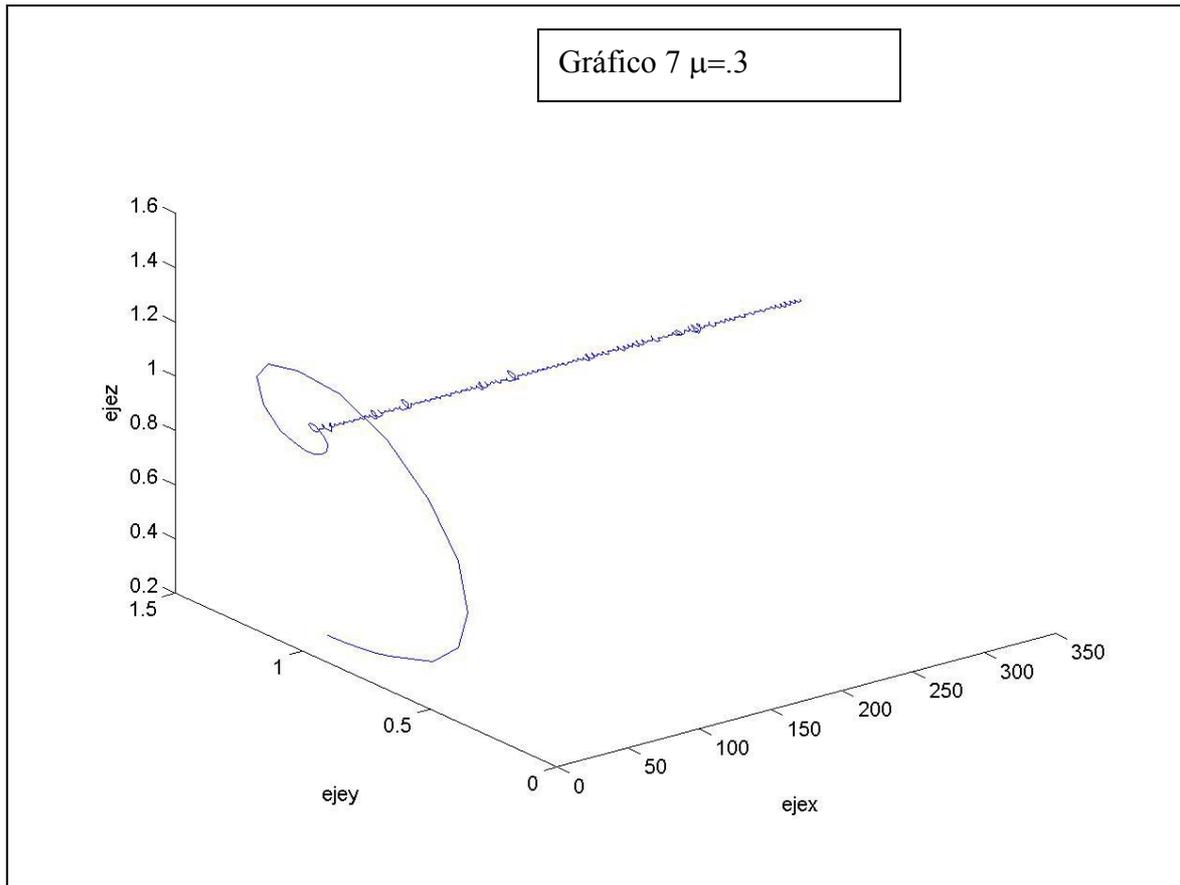
Es necesario cumplir con las características mencionadas al principio del capítulo para poder encontrar equilibrios que sean inestables, que la inestabilidad sea acotada, y que además nos permitan generar ciclos. Para esto se creó el modelo basándonos en la ecuación de Van der Pol y buscando los parámetros adecuados tanto para las variables como para las condiciones iniciales y los niveles de tolerancia, así como para utilizar un rango de integración que permita observar de manera clara los ciclos. A continuación se presenta el proceso sintetizado de cómo se llegó al modelo adecuado.

Estos resultados se obtuvieron a partir de una $.5 < \mu > 0$, específicamente para .2 se encontraron mejores resultados con condiciones iniciales de .7 y .3, que fueron las que más se adecuaron. A partir de eso obtuvimos un modelo que describe un solo ciclo, pero después tiende a un comportamiento inestable. Esto se da debido a que en este caso la inestabilidad no se encuentra acotada, lo cual no cumple con los requerimientos para la especificación de ciclos, ya que tenemos un modelo con solución simultánea que cumple con el teorema de existencia y unicidad y con cada una de las características para obtener un equilibrio inestable, pero no se ha logrado acotar el equilibrio. Presentamos la gráfica en dos y en tres dimensiones para poder observarla desde diferentes perspectivas, ambos gráficos muestran claramente lo que hemos mencionado.

Gráfico 6, estimación de ciclos económicos con grados de libertad y Mu aleatorios



NOTA: Del gráfico 6 al gráfico 11 se muestran algunos de los resultados obtenidos en la búsqueda de una especificación correcta del modelo, así como los problemas por los cuales no era posible describir ciclos mediante estas pruebas. Todo esto mediante el análisis de posiciones de equilibrio, al observar como varían las trayectorias con las diferentes .



Posteriormente se analizaron los resultados con una $1 < \mu > .5$, en este caso tuvimos soluciones razonables para dos valores, el primero con .7, donde los resultados más aceptables se obtuvieron con condiciones iniciales .4 y .6, pero con parámetros de tolerancia menores para evitar que los resultados se fueran a infinito, sin embargo, a pesar de que tenemos las características necesarias para la existencia de ciclos, estos no son homogéneos, lo cual nos complica el análisis, pues nos haría suponer que necesitamos agregar más variables para demostrar periodos cíclicos más estables.

Gráfico 8 en dos dimensiones $\mu=.7$.

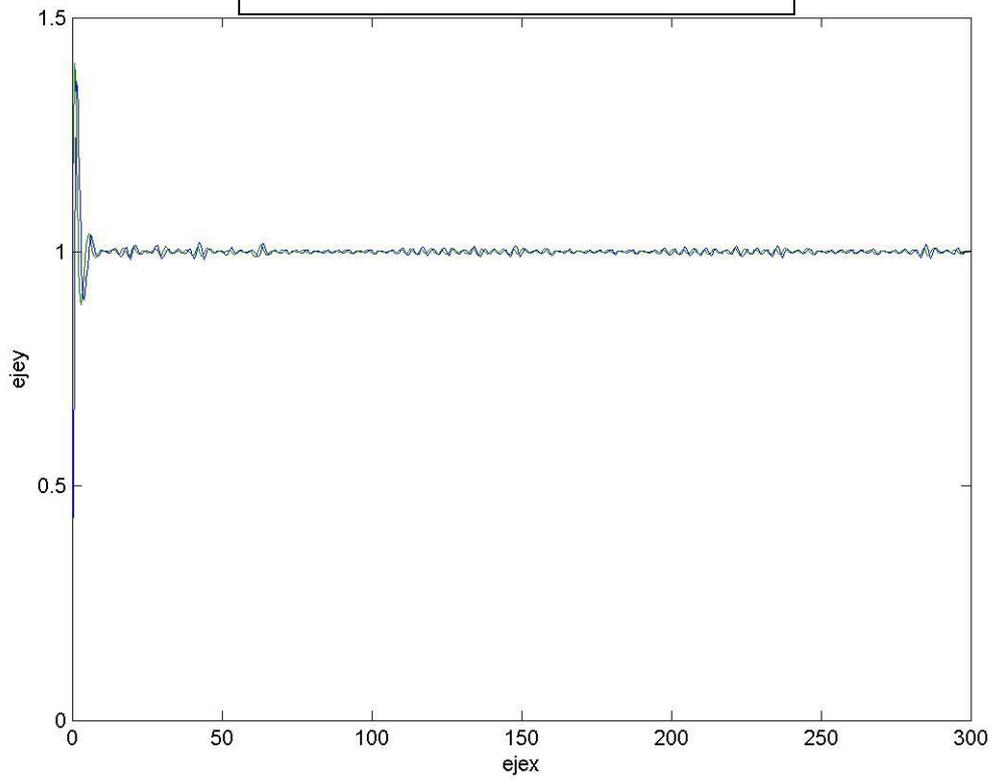
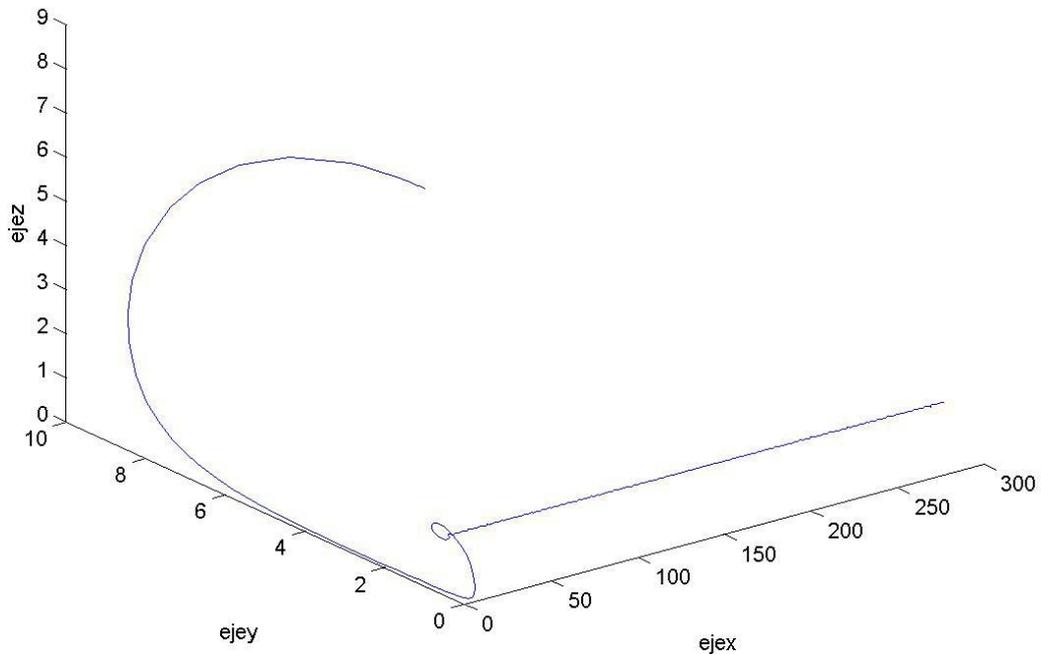
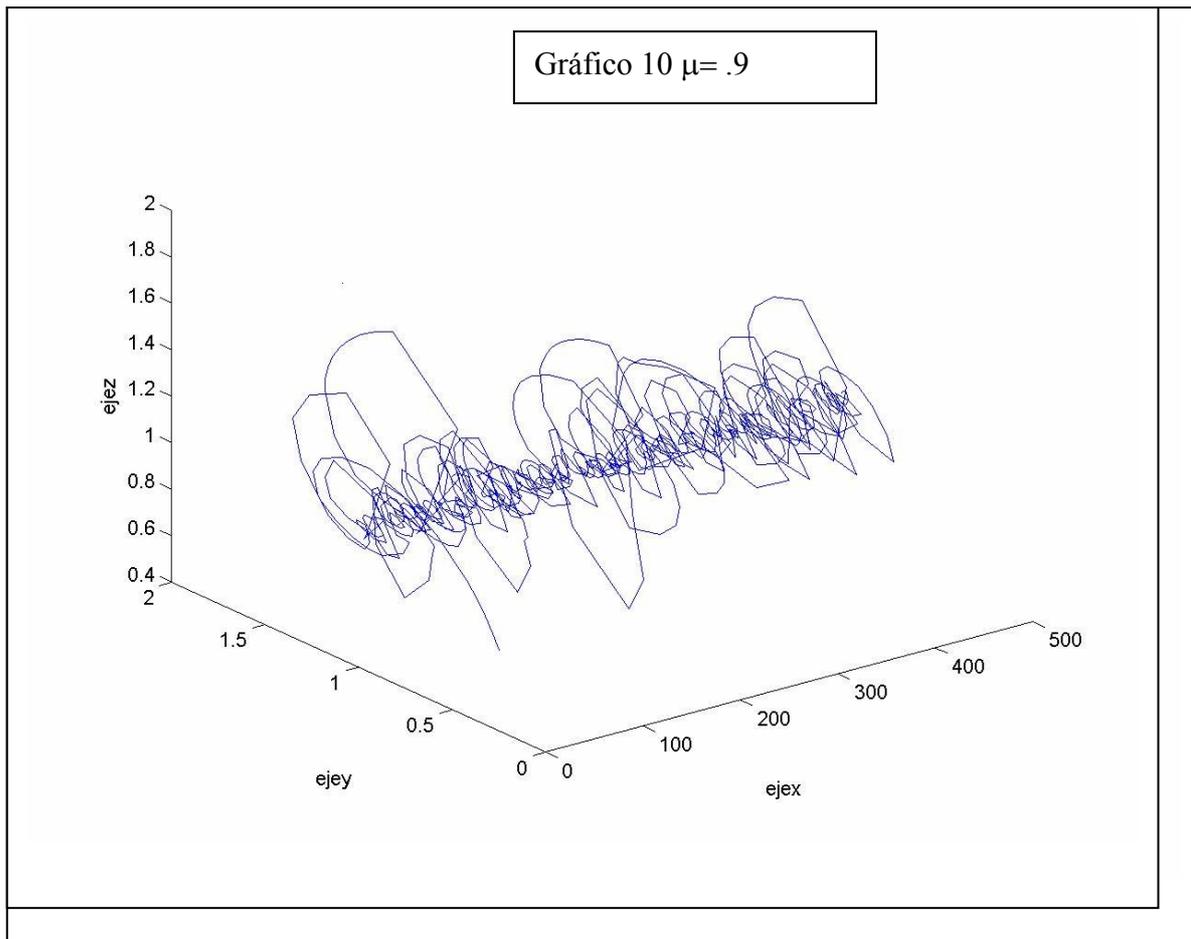


Gráfico 9 $\mu=.7$



El siguiente caso se dio con una $\mu = .9$, con condiciones iniciales de .7 y .3, sin embargo existían problemas en los parámetros de tolerancia, por lo que la tolerancia pasó de ser de $1e-3$ a $1e-2$, pero aún así no pudimos llegar a un modelo adecuado, pues se cumplían características de equilibrio, pero no para la existencia de ciclos. La existencia de problemas de dependencia sensitiva en las condiciones iniciales⁵⁷ también es visible en este caso, pues a pesar de ser lo más adecuado que se logró con una μ de .9, el resultado es visiblemente caótico a pesar de ser acotado.

⁵⁷ En el capítulo de sistemas dinámicos hablamos de la importancia de la dependencia sensitiva de las condiciones iniciales en sistemas dinámicos y modelos predictivos como puede ser éste, siendo muy relevante la búsqueda de resultados que disten de ser caóticos, lo cual nos arrojaría un modelo altamente azaroso e inservible.



Antes de continuar con la exposición del modelo cabe mencionar que para los otras posibilidades de la μ , los resultados no nos permitían observar ni un solo ciclo o eran resultados muy parecidos a los expuestos anteriormente. De tal forma únicamente se presentan los resultados más representativos.

Por último utilizamos una $\mu = .5$ con tolerancia $1e-3$ en donde se obtuvieron resultados satisfactorios para el interés de esta investigación, pues no sólo se cumple con las características propuestas por el teorema de Poincaré-Bendixon⁵⁸ y el modelo de Van der Pol, las cuales nos permiten obtener un sistema que tenga solución; que estas soluciones cumplan con el teorema de existencia y unicidad; que las soluciones nos permitan obtener equilibrios inestables acotados; y que estos equilibrios sean compatibles con la existencia de ciclos. Que también nos permiten obtener resultados

⁵⁸ Al final del capítulo II presentamos de una forma sintetizada el Teorema de Poincaré-Bendixon mediante la suposición del cumplimiento de una característica media positiva contenida en una región cerrada limitada, tomando en cuenta un vector que, de cumplir con singularidad, nos permite demostrar la existencia de ciclos o ciclos límite.

compatibles con el análisis de un sistema que busca analizar el comportamiento de una economía, sin embargo, a pesar de que en prácticamente todas las combinaciones de condiciones iniciales obtenemos resultados satisfactorios que describen ciclos, en la mayoría, los ciclos tienden a ir incrementando o bien a ir disminuyendo el tamaño de su periodo como se muestra en los siguientes gráficos.

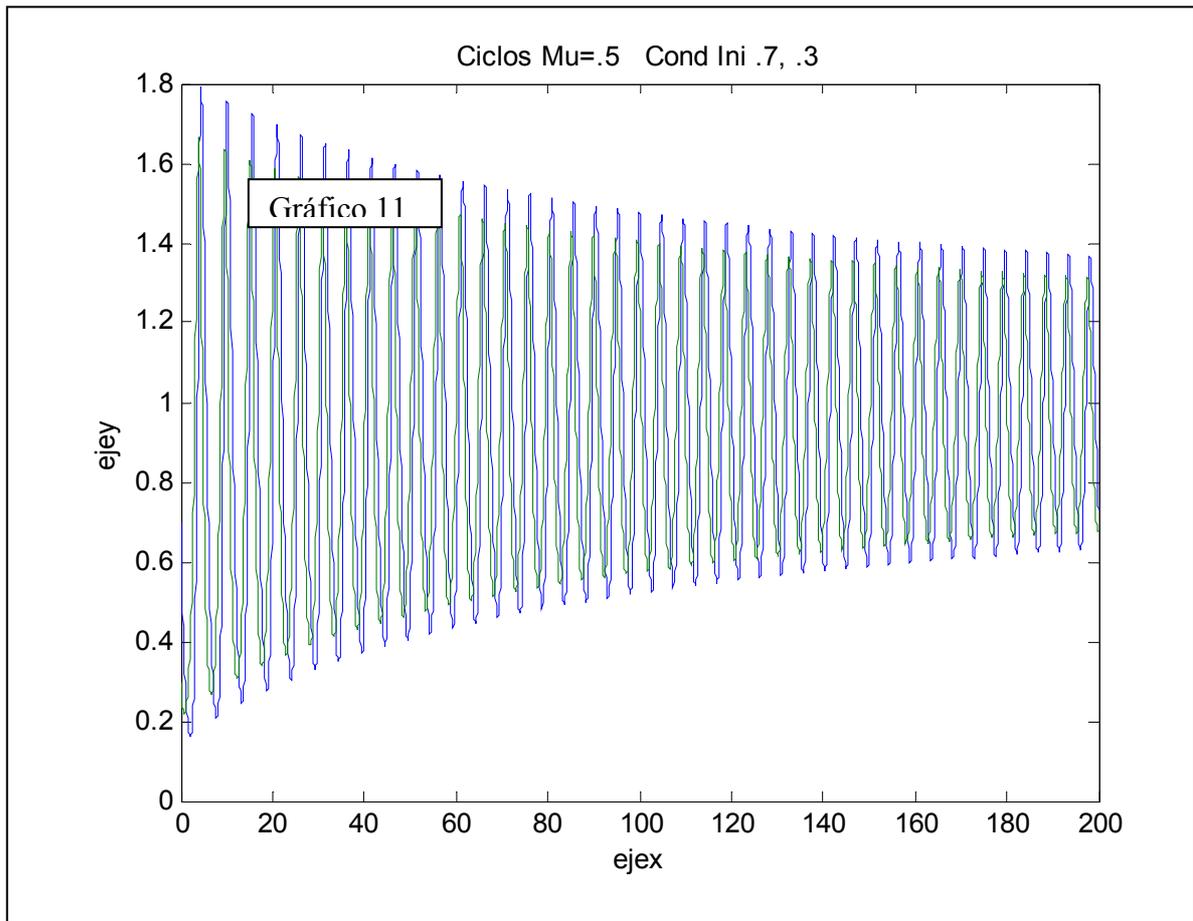


Gráfico 12 Ciclos $\mu = .5$ Cond Ini .7, .3

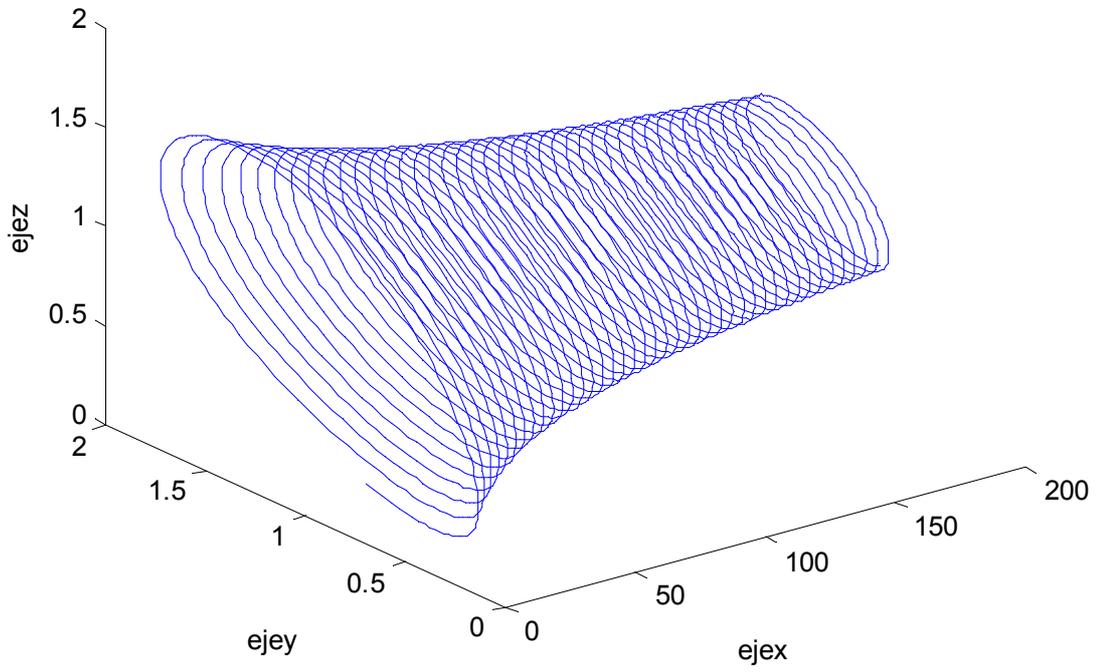
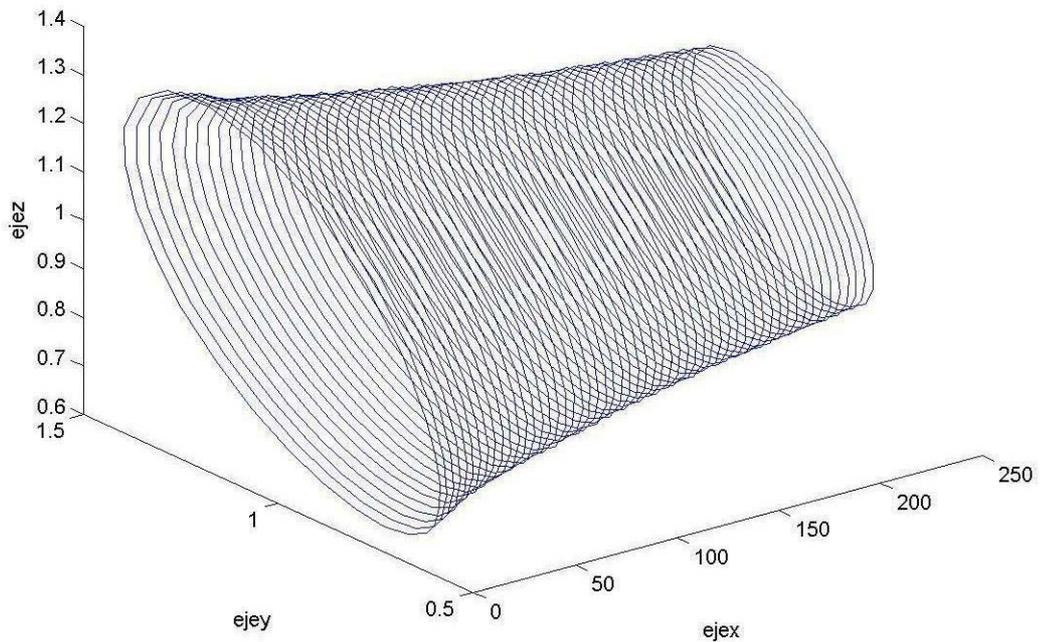


Gráfico 13 $\mu = .5$ Condiciones iniciales .8 , .2



Es importante destacar la existencia de dependencia sensitiva en las condiciones iniciales para cualquier μ , si la diferencia de las condiciones iniciales es mayor a .7, pues el sistema se vuelve caótico desde el primer momento. De la misma forma existen problemas cuando las condiciones iniciales son mayores a 1.7.

3.2 Resultados del Modelo

El sistema definitivo queda especificado de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y^2 \\ \frac{dy}{dt} = -.5x + y + .5y^2 - xy \end{cases}$$

con los siguientes parámetros de tolerancia $\text{RelTol} = 1\text{e-}7$; $\text{AbsTol} = [1\text{e-}6 \ 1\text{e-}6]$, y condiciones iniciales .9 .9.

El estudio de los ciclos económicos no es un tema reciente como lo hemos mencionado desde el primer capítulo, se han propuesto varias teorías y desde diferentes enfoques, sin embargo la gran mayoría se basan en aspectos y variables puramente económicas, llegando a resultados importantes que nos permiten entender el comportamiento de los ciclos. Aún así en este modelo se pretende mostrar un enfoque poco más humano que podría tener como desenlace las respuestas que han dado grandes teóricos al comportamiento de los ciclos económicos. Por tal motivo intentaré explicar los resultados obtenidos apoyándome un poco en la teoría keynesiana y en el comportamiento que ésta propone de la economía durante un ciclo tanto en la parte real de la economía como en la parte monetaria.

Keynes nos habla de dos factores primordiales que influyen en la generación de ciclos económicos, las fluctuaciones en la propensión a consumir y la eficiencia marginal del capital. De tal forma nos habla de la existencia de fuerzas que toman impulso y producen un efecto acumulativo para comenzar con el ciclo, estas fuerzas pueden ser la propensión a consumir y la eficiencia marginal del capital como factores principales⁵⁹. En nuestro análisis esta fuerza se llama índice de confianza del consumidor. De tal forma, cuando la economía está en su nivel más bajo nos encontramos en un punto donde las fuerzas del mercado se han equilibrado en un punto de inflexión mínimo en donde por un lado todo lo que se produce se puede consumir, y por otro lado el dinero

⁵⁹ Keynes, (1983).

circulante es el necesario para poder llevar a cabo esos procesos. Recordemos que en el punto de partida, nuestro índice, es un índice psicológico, por lo que no nos permite representarlo de manera tangible como tal, pero que sí es un determinante de lo que sucede en los otros elementos que sí podemos observar de una manera más concreta.

Tomando como base lo anterior nos encontramos en el punto más bajo del ciclo donde las expectativas comienzan a subir, y son representadas en su base por el índice de confianza del consumidor, porque la gente ve que se comienza a estabilizar económicamente y comienza a consumir un poco más, así las empresas poco a poco tienen que incrementar su nivel de producción. Hay que tomar en cuenta que la eficiencia marginal del capital no depende únicamente de que tan abundantes o escasos son los bienes de capital y el costo de los mismos, sino que depende mucho de las expectativas respecto a los futuros rendimientos de este tipo de bienes.

Los bienes de capital no pueden tener expectativas de crecimiento si no existen expectativas de crecimiento en la propensión marginal a consumir, la cual, como ya mencionamos se encuentra favorable en un punto donde el ciclo comienza y el índice de confianza del consumidor se encuentra en un nivel favorable, aunque éste no sea muy alto en ese punto del ciclo económico.

Al mismo tiempo en un país con un estado participativo, la institución competente deberá llevar a cabo medidas que fomenten el crecimiento con estabilidad, por lo que en este caso el Banco Central debe fomentar la inversión y seguir fomentando el consumo, esto podría llevarse a cabo con diversas medidas como bajas en la tasa de interés lo cual provocaría un incremento en la inversión así como en la propensión a consumir bajo el supuesto de que el ingreso es igual al consumo más el ahorro con lo que se daría un incremento en la demanda agregada.

En 1982 la economía mexicana tras la acumulación de déficit continuos en la macroeconomía y el endeudamiento creciente se generaron expectativas de bajo crecimiento y alta inflación recurrente año con año, con lo que se generó una gran crisis. En el período presidencial de Miguel de la Madrid de 1982 a 1988 se trató de dar corrección a estos desequilibrios macroeconómicos mediante un control del gasto público drástico, aunado a una reforma fiscal, ajuste cambiario, descentralización de la

industria del estado y combate a la inflación. Sin embargo, en los primeros cinco años se fracasó, fue hasta 1987 con la política económica PSE que se logró reducir la inflación e impulsar el crecimiento del país.

Esta fue sólo la primera fase, ya que para el gobierno de Carlos Salinas de Gortari (1988-1994), se aplicó la reforma estructural que llevó al país más de lleno hacia el nuevo modelo de economía abierta junto con una política de ajuste económico en busca de la consolidación de la estabilidad del país. Son cuatro ejes los que plantea este modelo: Buscar el autonomismo del mercado en todos los ámbitos posibles; introducir la apertura económica para buscar un crecimiento extrovertido; reducir el estado empresario; desregular la economía en todos los ámbitos posibles. Logrando esto mediante alianzas con el campesinado, los sindicatos y los empresarios. Con ello, por un lado reconcentra la dinámica del crecimiento en la exportación en mano de transnacionales y nacionales, y por otro desplaza al resto de productores agropecuarios medios y pequeños y de empresarios industriales medios y pequeños. Un segundo aspecto es la apertura financiera, precedida de la reprivatización de la banca, que gracias a los errores de manejo bancarios por parte de sus nuevos dueños y la apertura indiscriminada, terminaron por transnacionalizar el mercado de dinero.

En este periodo se introdujo el Plan Nacional de Desarrollo (PND) con el que se mantuvo la política estabilizadora, se continuó la desincorporación de empresas públicas y se liberalizaron el comercio y el sector financiero, lo cual se profundizó con la firma del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN). Así, la inflación continuó en descenso, se frenó la tasa de desempleo y se redujo la pérdida del salario real, pero la presión de la oposición política, el desgaste de la sucesión, la rebelión zapatista, así como el mal uso de los fondos producto de la venta de empresas públicas dejaron una economía muy desgastada al final de este período.

Con lo que el gobierno de Ernesto Zedillo de 1994 a 2000, asumió el error de política económica de aplazar la devaluación del tipo de cambio para mantener la inflación a costa de sobrevaluar la moneda, añadiendo la pérdida de confianza por el cambio presidencial que generó gran fuga de capitales con lo que se terminó de deteriorar la estabilidad económica y se entró en la crisis del “error de Diciembre”.

El gobierno de Ernesto Zedillo (1994-2000), consiguió un nuevo préstamo financiado con las exportaciones petroleras, y logró reprogramar el pago de la deuda. Se absorbieron los pasivos del Fondo Bancario de Protección al Ahorro (FOBAPROA) y el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB) con lo que se logró amortiguar los problemas financieros que se venían arrastrando del sexenio anterior. Gracias a esto se lograron ajustes a la política económica con lo que se priorizó nuevamente el ahorro interno, se focalizó el combate a la pobreza extrema por falta de recursos, se fomentó la formación de capital y se mantuvieron las medidas de control de gasto, así como la restricción monetaria y la flexibilidad del tipo de cambio. Con estas medidas se estabilizaron de nuevo las variables macroeconómicas y la inflación, logrando recuperar el crecimiento⁶⁰.

En estos tres períodos es posible observar la onda cíclica de largo plazo que se produce con una recesión de 1982 a 1988, logrando una recuperación moderada de 1988 a 1994, con una gran depresión en 1995 y una recuperación de 1996 a 2000, observando que en cada uno de estos periodos de crisis tanto las expectativas como la tasa de desempleo se encuentran en condiciones graves, mientras que para el 2000 estos mismos índices logran una estabilidad que se ve reflejada en un cambio de período presidencial que no siguió con los antecedentes de crisis sexenales, movimientos que podemos observar con las oscilaciones cíclicas descritas en nuestro modelo⁶¹.

Trabajos recientes describen esta onda cíclica mediante otros métodos, como es el caso de Moritz (2005) en su artículo “Expectation, the business cycle and the Mexican peso crisis”, donde el autor nos presenta un estudio para el caso de México mediante la hipótesis de inestabilidad financiera de Minsky pudiendo observar estos movimientos cíclicos como cambios de regímenes de bajo, medio y alto crecimiento, destacando la importancia de las expectativas, las tasas de crecimiento económico y el financiamiento de la inversión como factores determinantes del ciclo de inversión.

Volviendo a nuestro modelo, la parte más complicada dentro del ciclo económico es no sólo crecer, sino hacerlo con estabilidad, para que el crecimiento nos permita mantenernos en puntos elevados del ciclo la mayor parte del tiempo y para que las

⁶⁰ Ver, Salinas, Edgar, (2005)

⁶¹ Ver, Moritz 2005.

recesiones no sean tan prolongadas ni drásticas, ya que de la misma forma en que el crecimiento se da mediante fuerzas del mercado que se unen en una misma dirección, de la misma forma sucede con las recesiones pero en sentido contrario, pero si se tiene un modelo económico adecuado será posible prolongar el auge y hacer que tanto la recesión como la crisis sean cortas.

Es importante destacar por último que ninguno de los puntos de inflexión del ciclo económico se dan de manera drástica. Es decir, la economía no puede crecer de un día para otro, sin antes formar las bases necesarias y crear las expectativas suficientes tanto en la gente como en los inversionistas. Por el lado de la recesión sucede lo mismo, no basta con altas tasas de interés, altos niveles de producción, o un exceso o falta de circulante en el país, en realidad es un proceso que desencadena como nos dice Keynes con un colapso repentino de la eficiencia marginal del capital, pero para llegar a este colapso se debe tener altas expectativas, las cuales podemos representar en nuestro modelo con altos índices de confianza de consumidor, que se reflejen tanto en los inversionistas como en los consumidores, combinadas con falsas esperanzas reales de crecimiento de una entidad que presenta un modelo de crecimiento inadecuado para las condiciones actuales.

Gráfico 14. Ciclos en un período menor de tiempo

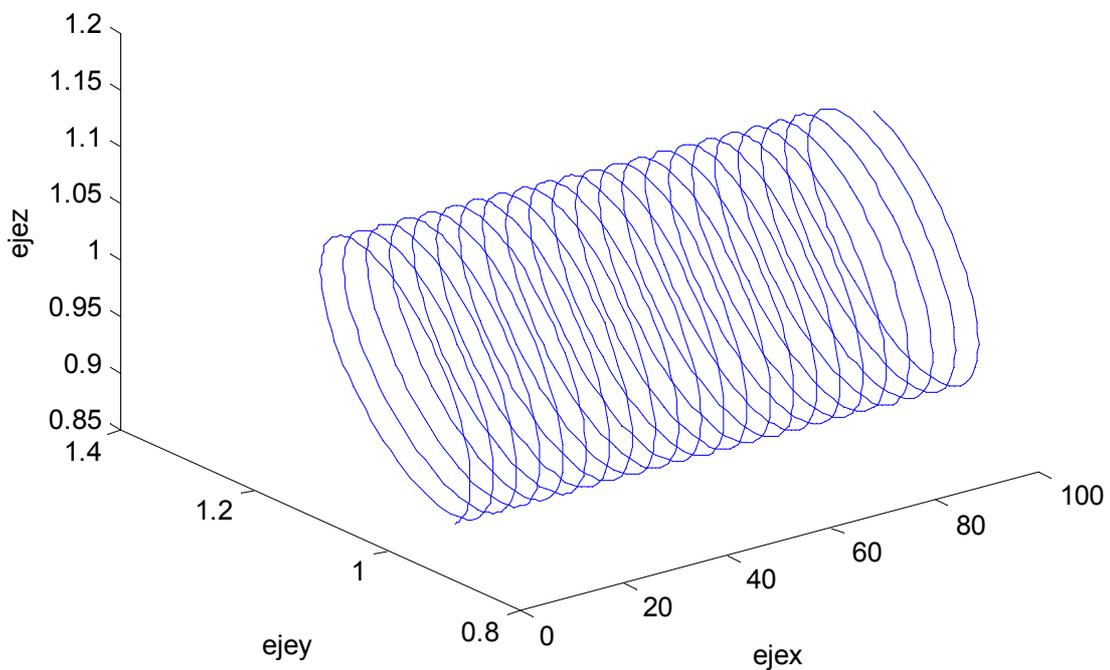


Gráfico 15. Ciclos en dos dimensiones, periodo corto de tiempo

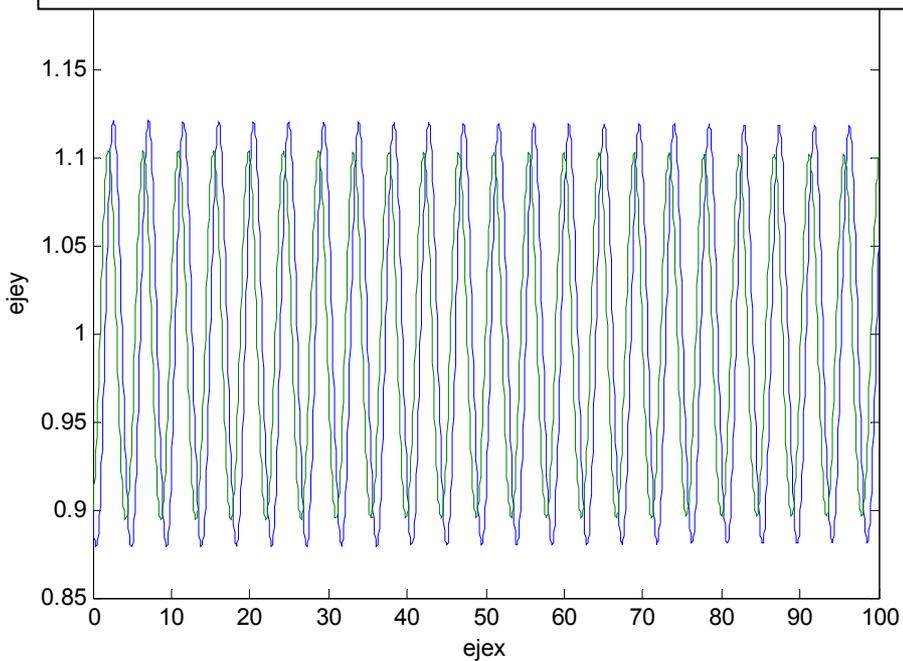


Gráfico 16. ciclos claramente definidos con periodicidad moderada

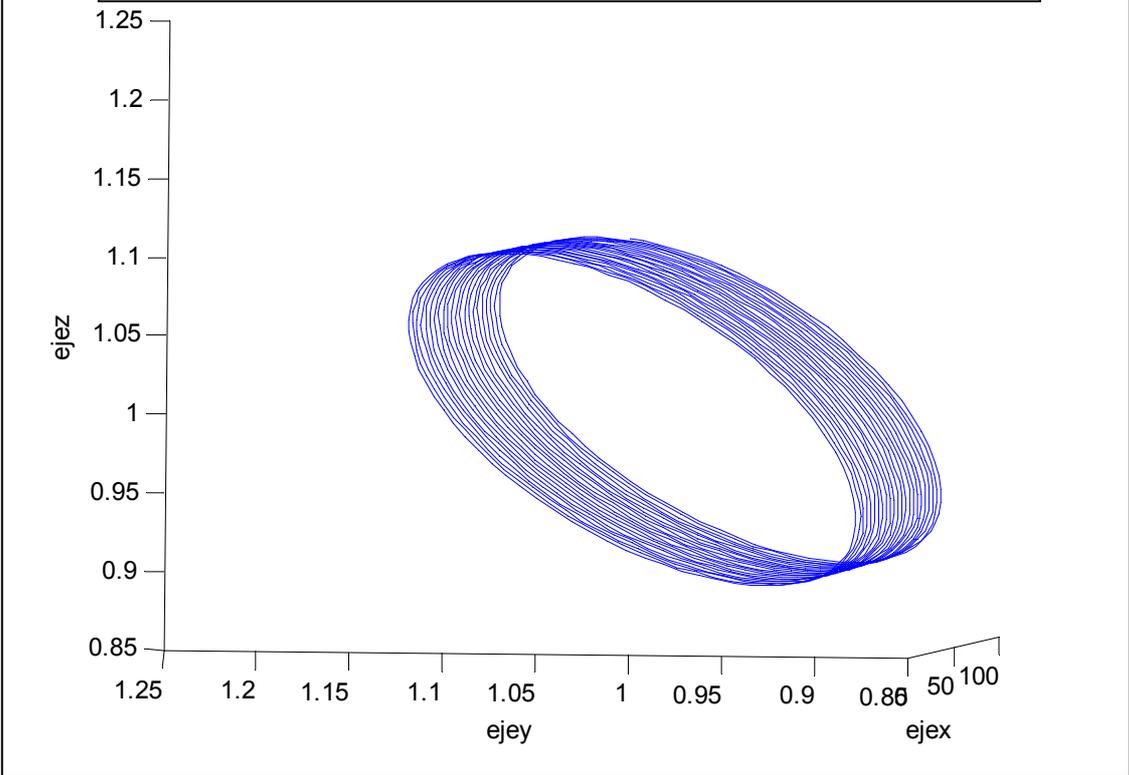
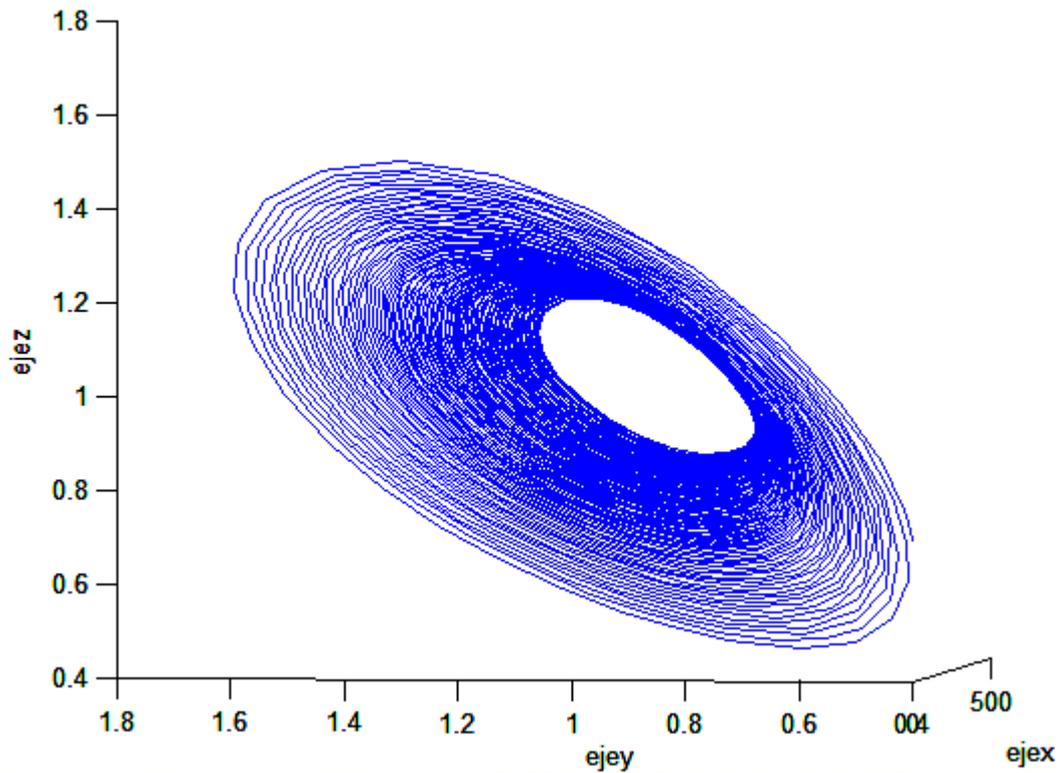


Gráfico 17. Una descripción clara de ciclos con una mayor periodicidad



Bajo los supuestos que hemos manejado se ha podido observar un claro comportamiento cíclico generado por las variables de índice de confianza del consumidor representada por “X” y tasa de desempleo abierta como “Y”, pudiendo apreciar una clara relación inversa entre ambas. Como hemos explicado anteriormente, estas variables pueden tomarse como una de las bases que generan el comportamiento cíclico de una economía, por lo que se ha procurado establecer la relación que existe entre estas dos variables con las variables económicas que son las que en sí se observan como resultado.

A continuación presentamos las tablas de estas dos variables, acotando que es difícil establecer relaciones más claras entre ellas de otra forma a la que hemos presentado, debido a que en México el cálculo de este índice tiene poco tiempo, por lo que no se incluyeron datos anteriores de la tasa de desempleo, ya que estos no podrían ser estudiados para su comparación.

En el caso de la tasa de desempleo presentamos los casos adicionales según el sexo, y para el índice de confianza del consumidor se presenta la tabla completa con los componentes de éste para todos los periodos que se ha llevado a cabo, pretendiendo con esto mostrar que el comportamiento que describen estos datos es efectivamente el mostrado en nuestro modelo.

3.3 Cuadros

Cuadro 1. INDICE DE CONFIANZA DEL CONSUMIDOR Y SUS COMPONENTES

(Base enero de 2003=100) Periodo	Índice de confianza		Componentes									
			Situación económica en el momento actual de los miembros del hogar, comparada con la que tenían hace 12 meses		Situación económica esperada de los miembros del hogar, dentro de 12 meses respecto de la actual		Situación económica del país hoy en día, comparada con la de hace 12 meses		Situación económica del país dentro de 12 meses, con respecto a la situación actual		Posibilidades en el momento actual de los integrantes del hogar, comparadas con las de hace un año para realizar compras, tales como muebles, televisor, lavadora u otros aparatos electrodomésticos, etc.	
	Índice	Variación porcentual anual	Índice	Variación porcentual anual	Índice	Variación porcentual anual	Índice	Variación porcentual anual	Índice	Variación porcentual anual	Índice	Variación porcentual anual
2004												
Enero	95.9	-4.1	95.6	-4.4	101.9	1.9	97.7	-2.3	98.2	-1.8	86.1	-13.9
Febrero	95.5	1.9	97.7	0.1	100.5	1.2	96.3	-1.7	97.6	2.8	85.4	8.7
Marzo	96.4	6.5	99.7	2.6	101.7	7.2	92.2	-1.7	94.6	8.0	93.9	18.9
Abril	96.5	0.7	99.9	-0.7	99.3	0.7	96.7	-0.5	95.4	0.4	91.1	3.9
Mayo	99.9	1.1	101.7	0.9	102.5	0.1	97.8	-3.1	97.9	-2.5	99.8	11.3
Junio	99.6	-0.8	99.7	-1.0	102.7	1.9	97.1	-6.5	98.3	-5.0	100.1	7.9
Julio	96.0	-4.5	97.2	-1.7	102.2	-0.7	95.3	-6.7	96.4	-6.9	88.6	-6.5
Agosto	95.6	-4.1	98.8	-1.5	99.5	-5.1	94.4	-3.0	96.1	-4.9	89.0	-6.1
Septiembre	96.8	-0.4	96.8	0.1	103.0	2.3	96.5	-3.2	97.6	-3.6	90.2	3.0
Octubre	95.4	-1.4	92.5	-4.0	101.0	-0.9	98.2	-1.3	99.4	0.5	85.7	-1.3
Noviembre	95.3	0.4	98.3	1.5	98.3	-0.8	95.1	-2.2	98.6	0.1	86.2	3.7
Diciembre	102.8	7.1	101.7	4.6	104.0	2.7	100.9	5.8	102.9	3.9	104.3	19.7
2005												
Enero	105.2	9.7	103.4	8.2	105.2	3.2	103.9	6.3	106.5	8.5	106.9	24.2
Febrero	107.9	13.0	105.7	8.2	108.7	8.2	105.3	9.3	105.2	7.8	114.6	34.2
Marzo	105.7	9.7	104.8	5.1	107.2	5.4	103.2	11.9	104.3	10.3	109.2	16.3
Abril	100.3	3.9	101.7	1.8	104.1	4.8	96.1	-0.6	98.1	2.8	101.3	11.2
Mayo	99.7	-0.3	101.1	-0.6	102.6	0.1	96.7	-1.1	98.6	0.7	99.3	-0.5
Junio	100.7	1.1	101.5	1.8	104.0	1.3	96.2	-0.9	99.3	1.0	102.4	2.3
Julio	102.2	6.5	100.7	3.6	103.8	1.6	102.9	8.0	101.8	5.6	101.8	14.9
Agosto	100.7	5.3	100.0	1.2	101.5	2.0	99.9	5.8	98.0	2.0	104.3	17.2

NOTA: La encuesta nacional sobre confianza del consumidor se lleva a cabo durante los primeros veinte días de cada mes y tiene como base una muestra de 2,336 viviendas urbanas a nivel nacional, en las que se entrevista personalmente al informante, para el cual se requiere que al menos tenga 18 años de edad. El índice de confianza del consumidor resulta de promediar cinco índices parciales de los cuales dos hacen referencia a la situación económica actual y esperada del hogar del entrevistado, otros dos atienden a la situación económica actual y esperada del país y el quinto índice refleja qué tan propicio consideran el momento actual para la compra de bienes de consumo duradero.

FUENTE: INEGI y Banco de México: Encuesta Nacional sobre Confianza del Consumidor.

Cuadro 2. TASA DE DESEMPLEO ABIERTO GENERAL

Periodo	Total	Hombres	Mujeres
2002	2.70	2.62	2.83
2003	3.28	3.15	3.45
2004	3.78	3.54	4.18
2004			
Enero	3.81	3.60	4.16
Febrero	3.92	3.58	4.48
Marzo	3.86	3.69	4.16
Abril	3.58	3.40	3.87
Mayo	3.48	3.21	3.92
Junio	3.78	3.78	3.77
Julio	3.75	3.30	4.46
Agosto	4.35	4.07	4.82
Septiembre	4.01	3.44	4.96
Octubre	3.60	3.02	4.52
Noviembre	3.78	3.68	3.94
Diciembre	3.04	2.88	3.31
2005			
Enero	3.75	3.34	4.50
Febrero	3.93	3.31	4.68
Marzo	3.95	3.72	4.57
Abril	4.20	3.33	5.47
Mayo	4.29	3.90	4.89
Junio	3.54	2.51	5.22
Julio	3.50	2.64	4.84
Agosto	4.05	2.88	5.88

NOTA: Son promedios ponderados con base en datos del Censo General de Población y Vivienda de 2000, de la población de 12 años y más de cada área urbana considerada en la ENEU.

FUENTE: INEGI. Encuesta Nacional de Empleo Urbano (ENEU).

4. CONCLUSIONES

Dentro del estudio de los ciclos económicos hemos podido observar desde las diferentes características y formas de clasificarlos, hasta algunas teorías que han buscado estudiar sus comportamientos variados, así también elementos importantes para su desarrollo como son las fluctuaciones. Para esto nos centramos en estudios recientes y en los que identificamos como los primeros estudios sobre ciclos económicos desarrollados de manera más profunda y clara, como los de Marx. Hemos encontrado que el estudio de los ciclos económicos no sólo puede ser visto desde el punto de vista de la economía real, sino que el sector financiero es crucial dentro de cualquier modelo que pretenda explicar el comportamiento de una economía en la actualidad, por más sencillo que éste sea, y más aún si hablamos de un modelo genérico. Un aspecto que mencionamos en varias ocasiones es la importancia de incorporar técnicas o elementos de otras disciplinas, los cuales se puedan relacionar con lo que estamos estudiando. El índice de confianza introduce directamente los dos sectores debido a su fundamentación comentada en el capítulo 3.

En el trabajo recalcamos la importancia de la relación de la economía con las matemáticas, la física y la psicología, debido a que como economistas no podemos estar alejados de esto, ni pretender que con las técnicas que tenemos basta para comprender o predecir el comportamiento económico de una entidad por más pequeña que sea, y mucho menos si tomamos en cuenta que nos encontramos en un sistema capitalista globalizado que no hemos logrado comprender lo suficiente para corregir sus errores, y así poder evitar estancamientos y crisis, que podemos observar claramente en nuestros días aún en países desarrollados como es el caso de Estados Unidos.

En cuanto a los sistemas dinámicos, hemos conocido que existen sistemas de “n” orden dependiendo del problema que estemos analizando, y discutimos diversas formas tanto para evaluarlos, encontrar sus puntos de equilibrio, así como para poder conocer su comportamiento. Vimos tanto métodos gráficos como analíticos, y en general ha sido para enfocarnos en el aspecto clave de esta investigación, los ciclos económicos.

Gracias a esto hemos llegado a observar la importancia del estudio de los sistemas dinámicos como herramienta básica para la modelación económica, debido a que los

hechos económicos son dinámicos, pues son fenómenos sociales directa o indirectamente, que se desarrollan a lo largo del tiempo, aún cuando muchas veces son estudiados como estáticos para evaluar diferentes características, y otras veces sólo se estudian como lapsus de tiempo sin necesidad de verse como constantes.

A partir de la teoría que analizamos y utilizando el índice de confianza del consumidor como un indicador que refleja las expectativas de los individuos y que en los últimos años ha ido adquiriendo gran relevancia hasta considerarse un indicador líder en muchos países, y la tasa de desempleo, de la cual hemos hablado en el capítulo tres sobre su importancia, construimos el modelo basándonos en la modificación de la ecuación diferencial de Lienard, conocida como la ecuación de Van der Pol, utilizando esas dos variables, de tal forma que cumplan con los lineamientos de esta ecuación, lo cual nos permitió mostrar y demostrar la existencia de ciclos económicos.

Logramos demostrar la gran relevancia de ambas variables en la economía en general y sus repercusiones dentro de los sectores real y financiero, y por tanto la influencia de estas dos variables con los demás indicadores de actividad económica.

Con los resultados del modelo podemos observar tanto la influencia de la tasa de desempleo como del índice de confianza del consumidor de una manera independiente dentro de una economía, así como la relación que existe entre estas dos variables.

El estudio de los ciclos económicos data de varios siglos, como lo hemos observado a lo largo de esta investigación, pasando por diversas formas de organización económico-sociales, hasta llegar al capitalismo. En la actualidad nos encontramos en una etapa del capitalismo donde es necesario agregar otro término para entender la situación actual, hablamos del término globalización, o bien neoliberalismo, entendido como la etapa actual del liberalismo económico a gran escala. Esto con el transcurso del tiempo ha desencadenado grandes problemas, para el caso de nuestro país en específico ha generado una gran desigualdad económica, así como polaridad en el ingreso.

Por otro lado, no existe una generación de empleo suficiente para permitir un crecimiento importante y sostenido, esto significa que existe un alto nivel de desempleo por un lado, y por el otro que las remuneraciones son insuficientes para mantener un

nivel de vida satisfactorio, lo que implica que no existe el dinero suficiente en términos macroeconómicos, hablamos de las familias, para generar un crecimiento real de la economía, ya que no es posible tener un crecimiento si no existe el dinero dentro de los consumidores para poder tener un nivel de demanda que obligue a producir más, hecho que genera constantemente crisis y estancamientos económicos.

Desde que el sector financiero fue adquiriendo relevancia, y la especulación por consiguiente fue tomando un nivel de importancia mayor para este ámbito, los métodos de estudio e investigación de orden psicológico han sido necesarios para la existencia de modelos y teorías predictivas de vital importancia en ese sector. En el caso de la economía real ese tipo de estudios también se llevan a cabo, sin embargo se estudiaban mediante variables puramente económicas que desde mi punto de vista les faltaba humanizar un poco más a la economía, en el sentido de entenderla de lo micro a lo macro como bien nos dice la misma teoría, buscando entender que el comportamiento individual de sus integrantes, tanto productores, como consumidores e inversionistas tiene mucho que ver con estados de ánimo e inclusive en muchas ocasiones con las expectativas personales tanto en el ámbito familiar como a nivel macroeconómico.

Cabe aclarar que la propuesta de análisis de ciclos económicos basándonos en factores psicológicos, no implica una especulación como sucede en el caso del sector financiero, ya que no se habla de una incertidumbre sobre el comportamiento de los individuos, sino de expectativas acerca del comportamiento de un país así como del estado económico personal, lo cual simplemente refleja el comportamiento como consumidor y las expectativas de consumo en un futuro no muy lejano.

De tal forma el poder utilizar variables que nos muestren las expectativas económicas de un país desde un punto de vista más personal, así como el utilizar algunos métodos de investigación y modelación que no sean puramente económicos, nos puede ayudar a obtener resultados más adecuados que nos permitan emplear las variables y métodos económicos de una mejor manera para poder crear modelos de desarrollo que nos lleven a generar ciclos económicos más largos y estables, así como a poder incrementar los periodos de auge y tener periodos de recesión más cortos y con crisis menos intensas, porque al final de cuentas, la economía nos habla de los individuos, su comportamiento

y la relación que éstos llevan en un entorno, como tal hablamos de sistemas dinámicos, y en la modelación de sistemas dinámicos no existe una sola forma de plantearlos.

Logramos construir un modelo que refleja fluctuaciones a partir de las dos variables sobre las que hemos venido trabajando, pudiendo demostrar la relación existente entre ellas a nivel macroeconómico dentro del país, pero también hemos podido demostrar que estas dos variables reflejan una parte importante de la situación económica del país en general, y que a su vez poseen una relación clara con muchas de las principales variables económicas. Con esto afirmo que existen componentes de orden psicológico primordiales para el estudio de una economía, en este caso en específico para el estudio de los ciclos económicos, que si bien no son el resultado tangible de un entorno económico dinámico, si forman parte crucial de las bases que permitan llegar a esos resultados.

Los factores psicológicos nos permitieron demostrar que a partir del uso del sentir de la gente con respecto a la economía familiar y al comportamiento esperado de la economía del país se pueden modelar los ciclos económicos de una manera clara, ya que su influencia en la economía es tal que el comportamiento de las variables económicas está altamente relacionado con este tipo de factores, marcando una clara referencia con respecto a las oscilaciones y movimientos cíclicos de la economía, y permitiéndonos retomar el concepto de autorregulación de Per Bak, en donde esa regulación se da precisamente en los puntos de inflexión de los ciclos, pero recordando que es posible, y es precisamente lo más importante de los modelos predictivos, mantener esos niveles altos de regulación de la economía representados por un crecimiento sostenido.

5. FUENTES DOCUMENTALES

Capítulo 1

- Apóstol, Tom M (1962), *Calculus*, Reverté. New York, E.U.A.
- De Juan Asenjo, Oscar y Joseph González I Calvet (2005), *Inestabilidad financiera y ciclos a partir de un modelo depredador-presa*. Departamento de teoría económica. Universidad de Barcelona. España.
- Flaschel, Franke, Semmler (1997), *Dynamic macroeconomics: instability, fluctuation, and growth in monetary economies*, E.U.A.
- Fernández, Carlos y Vegas, José Manuel(1996), *Ecuaciones diferenciales II "Ecuaciones no lineales"*, Universidad Complutense de Madrid. Pirámide, España.
- Gonzales I Calvet, Joseph, *Los ciclos: aspectos reales financieros*, Departamento de teoría económica. Universidad de Barcelona. España.
- Kalecki, Michael (1946), *Teoría de la dinámica económica*, Fondo de Cultura Económica. México
- Lavoie, Marc (1992), *Foundations of Post-Keynesian Economic Analysis*. Inglaterra
- Mansilla, Ricardo (2003), *Introducción a la Econofísica*, España.
- Marcus, Daniel A. (1996), *Ecuaciones diferenciales*, Cecsá, México.p
- Marx, Kart (1982), "La metamorfosis del capital y su ciclo" en *Crítica de la economía política: El capital Volumen II*, Fondo de Cultura Económica. México.
- Middleton (1997) *Adaptation level; animal spirits and expectations: the path to self-organized criticality*.
- Per Bak (1996), *How nature works: the science of self-organized criticality*, Springer-Verlag New York, U.S.A.
- Roll, Eric (1978), *Historia de las doctrinas económicas*, Fondo de Cultura Económica, México.
- Romer, David (1996), *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill. New York, E.U.A.

- Samuelson, Paul A.(1960), *Curso de economía moderna*, Aguilar. Madrid, España
- Shumpeter, Joseph A (1964). *Business cycles: a theoretical, historical and statistical analysis of the capitalist process*, Mc Graw-Hill. New York, E.U.A.
- Wray, L. Randall (1990), *Money and credit in capitalist economies: the endogenous money approach*, Billing & Sons Ltd, Gran Bretaña.
- <http://www.eumed.net/cursecon/economistas/marx.htm> (fecha de consulta: Septiembre de 2004)
- <http://www.gestiopolis.com/canales/economia/articulos/no14/Ciclope11.htm> Fecha de consulta: Enero de 2005

Capítulo 2

- Beltrami, Edward J.(1987), “crecimiento y decadencia, el modelo logístico” en *Mathematics for dynamic modeling*, Academic Press, Inc. Boston, E.U.A.
- Collantes Gutierrez, Fernando (Septiembre 2001), *Robert Malthus: un economista político convertido en demógrafo por aclamación popular*, Comunicación preparada para el *Taller sobre las últimas investigaciones en historia del pensamiento económico en España*, VII Congreso de la Asociación de Historia Económica, Zaragoza, España.
- Devaney, Robert L.(1989), “An Introduction to chaotic dynamical systems.” Robert L. Devaney. Addison-Wesley. Redwood City, California, E.U.A.
- Hoffman, Laurence D. y Gerald L. Bradley (1998), *Cálculo para Administración, Economía y Ciencias Sociales*, Mc. Graw Hill. Santa fe de Bogotá y México.
- Hurewicz, Witold (1990), *Lectures on ordinary differential equations*, Dover Publications, Inc., Ney York, EUA. p.p 109.
- Sandefur, James T (1990)., *Discrete Dynamical Systems, Theory and Applications*, Clarenton press. Oxford, Gran Bretaña.
- Yorke, James A. y Kathleen Alligood (1996), *Chaos, an introduction to dynamical systems*, Springer. New York, E.U.A.
- http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/cnumerico/recursos/newton.html, Fecha de consulta: Diciembre de 2004

Capítulo 3

- Cruz, Moritz; Amann, Edmund and Walters, Bernard (2005), *Expectations, the business cycle and the Mexican peso crisis*, Cambridge Journal of Economics. England.
- Farkas, Miklós (1994), *Periodic motions*, Springer-Verlag, New York, E.U.A.
- INEGI y Banco de México, (Septiembre de 2005) *Encuesta Nacional sobre Confianza del Consumidor*, México.
- Keynes, John M (1983), *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, Fondo de Cultura Económica, México.
- Loria, Eduardo y Brito L.(2004), *is the consumer confidence index a sound predictor of the private demand in the United States*, Estudios de Economía Aplicada, Vol 22-3, Art 22306.
- Salinas, Edgar, y Tavera, Maria Elena, (<http://www.redcelsofurtado.edu.mx/archivosPDF/riosalinas.pdf>, consulta, Abril 2006), *la transición de la economía mexicana, 1982-2000*. Presentado en III Conferencia Internacional de la Red de Estudios sobre el Desarrollo Celso Furtado.
- [<http://www.utdt.edu/departamentos/empresarial/cif/icc.htm> fecha de consulta: Marzo de 2005]
- [<http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/VanDerPolMod.html> fecha de consulta: Mayo de 2005]
- INEGI (Septiembre de 2005), *Encuesta Nacional sobre Empleo Urbano*, México [<http://www.inegi.gob.mx>, fecha de consulta: Octubre de 2005]
- Banco de México (Septiembre de 2005), *Estadísticas Económicas*, México, [<http://www.banxico.org.mx> fecha de consulta: Octubre de 2005]
- [<http://www.eumed.net/cursecon/economistas/keynes.htm> fecha de consulta: Octubre de 2005]