

### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

## PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

### FACULTAD DE INGENIERIA

## CONTROL BASADO EN PASIVIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN SIN MEDICIÓN DE VARIABLES MECÁNICAS

### TESIS

OUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL

PRESENTA:

**CUAUHTÉMOC GUERRERO TEJADA** 





2006





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Agradecimientos

No es posible pensar que lo que aqui expongo, sea un producto individual y aislado; más bien, es el resultado de mi transito por esta institución; el resultado de compartir largas jornadas de aprendizaje y trabajo con mis compañeros, con mi asesor, que sin su presencia, instrución y asesoría no hubiera sido posible lograr esta formación.

No se puede avanzar y crecer en la vida sin ser capaz de agradecer, de reconocer que uno no es más que la suma de su propio esfuerzo y el apoyo fundamental, de aquellos que son capaces de amar, capaces de estimular. Pilares familiares insustituibles que nos permiten crecer y reconocer que en ésta vida sólo se puede avanzar acompañado y acompañando.

En el proceso de formación que estoy por concluir es posible que olvide a alguien que ha sido de gran importancia para mi, por lo que ofrezco una sincera disculpa por el olvido.

Deseo agrdecer al Dr. Gerardo Espinosa, mi asesor y director de tesis, su invaluable e indispensable ayuda y orientación en la realización del presente trabajo. Es necesario precisar que sin el, así como los buenos y difíciles momentos que me hizo pasar, siempre con el objetivo de obtener los mejores resultados, la finalización de este trabajo no hubiera sido posible. En otras palabras, mi agradacimiento y admiración hacia él.

Les agradezco al Dr. Jaime Moreno, Dr. Luis Álvarez Icaza, Dr. Tang Yu, Dr. Ricardo Álvarez, Dr. Rafael Martínez y Dr. Gerardo Guerrero el haber aceptado formar parte del jurado en este proceso y los comentarios que sobre el presente trabajo hicieron.

Es importante manifestar mi gran agradecimiento a esta gran Institución, la Universidad Nacional Autónoma de México, por haberme permitido pertenecer a ella para lograr la presente formación.

Quiero de una manera especial agradecer a todas y cada una de las autoridades de la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (antes de Institutos Tecnológicos) que me han apoyado a lo largo de este trayecto. A todos los compañeros de trabajo en esta gran Institución. A Alfredo Ochoa y Mario Beltrán por sus comentarios, apoyo e impulso para seguir. Asimismo, a Betriz Barrientos e Irene Carmona que con sus consejos y ayuda hicieron que viera la vida de distinta forma. Además, recuerdo de una manera muy especial a alguién que se nos adelantó en el camino y que siempre, por su forma de ser, nos hacia pasar momentos muy agradables, al Biologo Jesus de la Vega.

A mis creadores ya que por ese solo hecho estoy aqui presente. A Francisca por expresarme todo su apoyo, comprensión y amor, asi como a mis hijas Laura y Diana por hacerlas pasar y aguantar, muy probablemente, malos ratos. A todos y cada uno de mis familiares, en especial a mi tía Pompeya Guerrero y su esposo Miguel A. Cisneros, a mi prima Maria del Mar Cisneros y su esposo Hector Mancha así como a Maria Rosa Bibiano.

# Índice general

1.	Intr	roducción		
	1.1.	Antecedentes y Motivación	1	
	1.2.	Formulación del Problema	4	
	1.3.	Estado del Arte	5	
	1.4.	Organización de la Tesis	8	
2.	Mot	cor de Inducción: Modelo y Propiedades	11	
	2.1.	Marco $\alpha\beta$	12	
	2.2.	Marco de Referencia Giratorio a una Velocidad Arbitraria	13	
	2.3.	Marco ab	13	
	2.4.	Propiedades del Motor de Inducción	14	
3.	Con	ontrol Sensorless del Motor de Inducción		
	3.1.	Controladores Globalmente Estables	23	
		3.1.1. Propuesta 1	24	
		3.1.2. Propuesta 2	27	
	3.2.	Control <b>Sensorless</b> Basado en Pasividad	29	
		3.2.1. Prueba del esquema propuesto	31	

VI ÍNDICE GENERAL

4.	Res	ultado	s de Simulación	37		
	4.1.	Diseño	o de las Pruebas de Simulación	37		
	4.2.	Respu	esta bajo Condiciones Nominales	40		
		4.2.1.	Respuesta del Controlador Propuesta 1	40		
		4.2.2.	Respuesta del Controlador Propuesta 2	42		
		4.2.3.	Respuesta del controlador PBC	44		
		4.2.4.	Comentarios sobre las Respuestas con Condiciones Nominales	46		
	4.3.	Anális	sis de Robustez	47		
		4.3.1.	Errores de Seguimiento de Velocidad con Valores No-minales .	47		
		4.3.2.	Variación de Par de Carga	48		
		4.3.3.	Variación de la Resistencia de Rotor en el Modelo del Motor .	48		
		4.3.4.	Variación de Parámetros en el Reconstructor de flujos	50		
		4.3.5.	Comentarios sobre las Respuestas con Variaciones en los Parámetros			
5.	Con	clusio	nes y trabajo futuro	57		
Α.	. Disipatividad y Pasividad			61		
	A.1.	Ejemp	olo de disipatividad por medio de un circuito eléctrico	62		
A.2. Espacios $\mathcal{L}_2$ y $\mathcal{L}_{2e}$						
	A.3.	Pasivi	dad y Estabilidad de Ganancia Finita	63		
В.	Rev	risión o	del Control Basado en Pasividad del Motor de Inducción	65		
С.	Can	npo O	rientado	69		
	C.1.	ol por Campo Orientado Directo	70			
	ol por Campo Orientado Indirecto	71				

# Índice de figuras

4.1.	Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta 1)	40
4.2.	Voltajes y corrientes de estator (Propuesta 1)	41
4.3.	Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta 1) $\dots$	42
4.4.	Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta 2)	43
4.5.	Voltajes y corrientes de estator (Propuesta 2)	43
4.6.	Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta 2) $\ \ldots \ \ldots$	44
4.7.	Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta PBC)	45
4.8.	Voltajes y corrientes de estator (Propuesta PBC)	45
4.9.	Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta PBC) $$	46
4.10.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Valores nominales)	48
4.11.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación del $20\%$ par de carga)	49
4.12.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación del $100\%$ resistencia de rotor)	49
4.13.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje menor de inductancia de rotor en el reconstructor de flujos)	50
4.14.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje mayor de inductancia de rotor en el reconstructor de flujos)	51
4.15.	Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje menor de resistencia de estator en el reconstructor de flujos)	52

4.16	Errores de velocidad de los tres algoritmos	s (Variación de un porcentaje	
	mayor de resistencia de estator en el reco	onstructor de flujos)	53
A.1.	Red RLC		62

## Resumen

El problema de control en el cual se evita la utilización de sensores mecánicos en el motor de inducción, es conocido como "control sensorless" ha impuesto en la actualidad un desafio en las lineas de investigación en dicho campo, debido a que el modelo no lineal de este tipo de máquinas no exhibe propiedades de observabilidad global, i.e. existen algunos regímenes de operación para lo cual la observabilidad de la velocidad se pierde. Una forma para sobrellevar esta inevitable limitación, y al mismo tiempo proveer globalidad a los controladores definidos, es considerar que las variables de rotor son estimadas por medio de un observador en lazo abierto, por lo que a los controladores diseñados bajo esta consideración son conocidos como "controladores sensorless globalmente definidos".

En este trabajo se presenta un controlador de velocidad basado en pasividad definido globalmente que pertenece a la categoria de controladores antes mencionados. Se muestra que la estructura de los controladores basados en pasividad reportados con anterioridad, desarrollados bajo la suposición que las variables mecánicas son disponibles para medición, pueden extenderse para operar bajo la condición "sensorless" si un observador es incluido en el esquema de control.

En la primera parte de este trabajo se presenta el modelo del motor de inducción en algunos marcos de referencia;  $\alpha\beta$ , giratorio a una velocidad arbitraria y **ab**, este último es el que se utiliza para el diseño del controlador *sensorless* basado en pasividad, asimismo, se estudian algunas propiedades que tiene el modelo del motor de inducción y que es de gran utilizadad en el desarrollo del diseño.

Debido a que la metodología de diseño de los controladores es necesario considerar las desventajas inherentes a la robustez, se realiza un estudio basado numéricamente para evualuar la utilidad del esquema propuesto que cubre tópicos como incertidumbres de parámetros y perturbaciones (par de carga). Las ventajas y limitaciones del esquema propuesto son establecidos con respecto a otros controladores sensorless definidos globalmente.

## Capítulo 1

## Introducción

## 1.1. Antecedentes y Motivación

De los motores que se utilizan en sistemas eléctricos, el motor de inducción jaula de ardilla es el de construcción más sencilla. No tiene colector, ni anillos rozantes, ni contactos móviles entre el rotor y el estator. Esta construcción determina muchas ventajas entre las que se pueden citar que el funcionamiento requiere de un mantenimiento menor, en comparación a los motores de corriente directa, que es de aplicación en lugares inaccesibles y que funciona en ambientes adversos, en los que el polvo y otros materiales abrasivos constituyen un factor a considerar. Por consecuencia tiene bajo costo, alta confiabilidad y baja inercia, entre otras características.

Es por esto que el motor de inducción ha sido el caballo de batalla de la industria por muchos años y es una de las máquinas eléctricas rotatorias más importantes y utilizadas. Este tipo de motores han sido usados en una gran variedad de aplicaciones de alta potencia a velocidad constante o en líneas de ensamblaje con varias máquinas conectadas a la misma fuente de poder.

Debido a su propia naturaleza de construcción su teoría es más complicada que la de otros motores (su dinámica es no lineal) por lo que durante mucho tiempo se le había considerado difícil de controlar y no conveniente para aplicaciones de alto desempeño dinámico.

En las últimas décadas los avances significativos en la electrónica de potencia y en la microelectrónica, tales como las capacidades de los interruptores semiconductores, han hecho posible realizar convertidores que proveen suministros de voltajes y/o corrientes de frecuencia y magnitud variable conocidos como inversores. Un motor de inducción alimentado desde un inversor constituye un sistema conocido como "AC"

drive", el cual es capaz de tener alta eficiencia y un buen desempeño en la respuesta transitoria. Esto ha conducido a la aplicación de esquemas de control para los motores de inducción con un alto desempeño y ha conducido a la implantación de métodos sofisticados para el control este tipo de máquinas. Hoy en día estos dispositivos se pueden utilizar en aplicaciones en donde tradicionalmente solo se utilizaban máquinas de corriente directa.

El modelo del motor de inducción es un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales muy complejas, por lo que su análisis es difícil. La primera estrategia de control que se le aplicó fue la denominada control escalar. Se utilizó la teoría de control lineal clásica, basada en la linealización de las ecuaciones no lineales en puntos de operación en estado estacionario, aprovechando las ventajas de la teoría de control lineal para el diseño del controlador [Bose, 1986]. Típicamente, esta técnica ha resultado en esquemas donde la amplitud y la frecuencia de voltajes o corrientes de estator son las variables básicas de control. Tales diseños dan desempeños dinámicos variantes cuando se aplican a sistemas no lineales, dependiendo de que tan lejano esté el punto de operación nominal del sistema que es manejado. Otra desventaja de aplicar tales métodos a sistemas multivariables, es el problema de acoplamiento entre entradas y salidas, que hace difícil el control independiente de las salidas.

Algunas deficiencias de lo métodos lineales cuando se aplican al control de máquinas AC se resolvieron con los métodos de control vectorial. Los métodos vectoriales también conocidos como métodos de Control por Campo Orientado (FOC por sus siglas en inglés) permiten un control desacoplado de par y de flujo. Para lograr esto, se utiliza en el diseño el modelo no lineal del motor. El esquema se basa esencialmente en una transformación de coordenadas (una rotación), seguida por una retroalimetación no lineal. Las variables de control básicas son componentes individuales del vector de corrientes de estator en dos dimensiones, ya sea controlado en forma directa o indirecta a través de una ley de voltaje retroalimentado no lineal. Algunas de los requerimientos para la implantación del control por campo orientado son:

- La estimación precisa ya sea de la posición o de la velocidad. Esto implica la necesidad de sensores de velocidad.
- El FOC directo requiere la medición del flujo de rotor usando sobre todo sensores de efecto Hall.
- La implantación del FOC directo usa una integración en lazo abierto de los voltajes de máquina para estimar el flujo, el cual da problemas a bajas velocidades.
- Se prefiere el FOC indirecto por simple, pero su desempeño es altamente dependiente del conocimiento exacto de los parámetros de la máquina.

El concepto del control por campo orientado (FOC) fue introducido por investigadores alemanes al inicio de los setentas del siglo XX y es, a pesar de algunas limitaciones antes mencionadas, en la actualidad de facto el control estándar para aplicaciones de alto desempeño del máquinas de corriente alterna por su relativa facilidad de implementación y la gran confiabilidad que tiene.

Los desarrollos que en los últimos años ha experimentado la teoría de control (sobre todo en el área del control no lineal) han producido, por un lado, una teoría más ri-gurosa debido a la incorporación de herramientas analíticas muy poderosas y que han ayudado para que muchos problemas sean clarificados, mientras que por otro lado ha habido una gran aplicabilidad a distintos problemas prácticos como consecuencia de lo anterior. Especifícamente, ha existido gran interés de aplicar estas teorías de control del motor de inducción utilizando, de igual forma como en el FOC, el modelo no lineal del motor de inducción. Entre estas aplicaciones se pueden mencionar: Diseño por Linealización Exacta, Diseño de Backstepping y Diseño Basado en Pasividad, (véase [Ortega, Loria, Nicklasson & Sira-Ramírez, 1999], capítulo 9). Estas aplicaciones utilizan los grandes avances que se han tenido en cada una de las áreas mencionadas.

Con todas las ventajas que se tienen en la aplicación de esquemas de control del motor de inducción, dichos esquemas necesitan de la retroalimentación de la velocidad angular de la flecha. Para ello es necesario hacer la medición ya sea de la posición a través de un decodificador óptico o directamente de la velocidad por medio de un tacómetro. La instalación de un decodificador para tales aplicaciones lleva a un incremento en los costos, reduce confiabilidad, especialmente en ambientes hostiles y puede incrementar la sensibilidad al ruido electromagnético.

Es por esto que las últimas investigaciones dirigidas hacia la aplicación de control del motor de inducción han sido en el sentido de realizar esta tarea eliminando los sensores de variables mecánicas en las estrategias de control. Con esto se busca, sobre todo, disminuir los costos de los sistemas motor-controlador-inversor y evitar lo más posible tener entrada de ruido al sistema. Este tipo de estrategias de control se le ha denominado como "sensorless", palabra compuesta en inglés y cuya traducción en el caso del motor de inducción debe interpretarse como "sin sensores mecánicos".

Cabe mencionar que el motor de inducción es un sistema multivariable con solo dos entradas (considerando el modelo en dos fases) y debido a su naturaleza, no todo el estado está disponible para medición, además de que está perturbado por el par de carga, que en general es desconocido, y algunos de sus parámetros varían durante la operación. Considerando estas limitaciones y remarcando el hecho de que no se desea medir la velocidad angular, hacen que algún trabajo dirigido en esta dirección sea más interesante y complicado.

El llamado control sensorless del motor de inducción, implica que el control de ve-

locidad de la máquina deberá basarse solo con el conocimiento de las corrientes y voltajes de estator. Esto impone la necesidad del diseño de observadores para los flujos de rotor y de la velocidad angular de la flecha. En este sentido, la motivación principal de este trabajo ha sido la de contribuir al desarrollo de una estrategia de control "sensorless" utilizando la metodología basada en pasividad para el motor de inducción.

### 1.2. Formulación del Problema

El modelo matemático del motor de inducción, que es un sistema de ecuaciones no lineales altamente acopladas, tiene varias propiedades desde el punto de vista físico que se pueden utilizar y aprovechar para obtener alguna ley de control. La mayoría de las estrategias que se han utilizado (considerando o no la medición de la velocidad del rotor), han aprovechado algunas de estas propiedades.

De la misma forma, la metodología basada en ideas de pasividad para obtener una ley de control considera propiedades físicas como conservación y disipación de energía, remoldeando la energía del sistema de una forma conveniente para lograr el seguimiento asintótico de una salida deseada. La meta principal de esta metodología es llevar al sistema a dinámicas deseadas, sin cancelación de dinámicas que pudieran introducir singularidades al controlador.

Con base en la información presentada, el problema de control abordado en este trabajo de tesis se puede plantear como:

Control Sensorless Basado en Pasividad. Considere el modelo matemático no lineal del motor inducción. Suponga que:

- **A.1** Las corrientes de estator  $I_s$  y los flujos de rotor  $\psi_r$  son disponibles para medición.
- A.2 Todos los parámetros del motor son conocidos.
- **A.3** El par de carga  $T_L$  es constante y conocido.
- **A.4** La velocidad deseada  $\omega_d \in \mathbb{R}$  es una función diferenciable.

Bajo estas condiciones, diseñe una ley de Control Basada en Pasividad  $u_c$  que asegure que

$$\lim_{t \to \infty} (\omega - \omega_d) = 0,$$

con todas las señales internas acotadas, donde  $\omega$  es la velocidad angular del rotor.

1.3. Estado del Arte 5

Respecto a la formulación que se ha hecho, es conveniente notar que la suposición A.1 es necesaria ya que se desea solucionar el problema *sensorless* del motor de inducción, mientras que las suposiciones A.2 y A.3 son restrictivas, esto es debido a que los parámetros varían con el funcionamiento y porque en la práctica normalmente el par de carga no se conoce.

Respecto a las suposiciones A.2 y A.3 es conveniente mencionar que estas son requeridas para el diseño del controlador que se ha propuesto. Estas suposiciones, a pesar de que son restrictivas, son utilizadas en el estado del arte para el control sensorless del motor de inducción.

Un camino para intentar remover (en un trabajo futuro) la suposición en el caso de los parámetros, es la propiedad de que el modelo, como cualquier sistema lagrangiano, es lineal en los parámetros, por lo que se puede pensar en hacer control adaptable. En este caso, el regresor depende de variables no medibles, pero en principio, se puede evaluar la situación considerando esta propiedad.

En el caso de intentar remover, de igual forma en un trabajo futuro, la suposición para el caso del par de carga conocido, es usual que este parámetro se considere desconocido, pero constante. Debido a que se han implantado algunos controladores para el motor de inducción midiendo velocidad, ha sido posible hacer una estimación de cuánto es el par de carga, con una carga constante, utilizando la medición de la velocidad. Bajo estas consideraciones es posible utilizar un estimador utilizando la medición de velocidad, que bajo el esquema sensorless no es posible.

## 1.3. Estado del Arte

Para resolver el problema de control sensorless del motor de inducción establecido en la sección anterior, los primeros reportes que existen al respecto abordaron el problema bajo el principio de "equivalencia cierta", en el sentido de que la principal preocupación era diseñar observadores de velocidad del rotor para sustituir directamente la velocidad real por su estimado, en un controlador diseñado bajo el supuesto de que esta variable está disponible para medición [Rajashekara & Kawamura, 1996], [Bodson & Chiasson, 2002]. Aunque éste se consideró como exitoso, los resultados obtenidos fueron caracterizados por la falta de conocimiento formal acerca de las propiedades de los esquemas propuestos, esto debido a que las propiedades del sistema motor-controlador-observador no estaban claramente establecidas.

Esta situación llevó a que la aplicación de estos esquemas de control se realizara solo bajo la restricción de operación a velocidad constante, debido a que en regímenes de operación más complicados aparecían algunas conductas que no podían ser explicadas y las cuales no se presentan cuando se considera que se puede medir la velocidad del

rotor [Harnefors, 2000].

Hay un gran número de investigaciones relacionados con este problema. Referencias con una visión general del problema de control sensorless del motor de inducción son [Rajashekara & Kawamura, 1996] y [Holtz, 2002]. De acuerdo a estas referencias las principales contribuciones se concentran en tres direcciones principales: Métodos de salientes espaciales del motor de inducción con excitación fundamental e inyección de señal de alta frecuencia, Técnica de filtro de Kalman y Enfoque de sistema adaptable.

El interés que existe para realizar aplicaciones de alto desempeño del motor de inducción ha conducido a que las principales investigaciones en el desarrollo de algoritmos de control sensorless sean en la tercera dirección. En [Kubota & Matsuse, 1994] se presenta un observador de flujos de rotor, el cual es adaptable con respecto a la variación de la resistencia de estator-rotor. En este mismo trabajo, los autores proponen un observador de flujos de rotor-estimador de velocidad considerando a la velocidad como un parámetro constante del modelo del motor de inducción y además analizan una combinación de algoritmos de estimación de resistencia de estator-rotor y estimación de velocidad. Utilizan una prueba de estabilidad simplificada para construir los algoritmos de estimación de parámetros. La desventaja principal de este enfoque es el que considera la variable de interés (la velocidad angular del rotor) constante.

[Montanari, et al, 2000] presentan un observador de velocidad-flujos de rotor, el cual es adaptable con respecto a la resistencia de rotor basada en un análisis riguroso de estabilidad de Lyapunov. Pruebas de simulación y experimental demuestran la viabilidad de estos controladores construidos usando estos esquemas de observación velocidad-flujo.

El enfoque de Hiperestabilidad es utilizado en [Schauder, 1992] bajo la suposición que el vector de flujo de rotor puede ser reconstruido por la integración de la ecuación dinámica de la corriente de estator. El algoritmo de estimación de la velocidad se construye considerando la velocidad como un parámetro constante, lo que constituye la desventaja principal de este enfoque.

A pesar de una extensa actividad en investigaciones que se han llevado durante las últimas décadas, desde el punto de vista teórico el control sensorless del motor de inducción aún contiene tópicos de investigación abiertos debido a: 1) simplicaciones importantes en las suposiciones sobre la dinámica de velocidad del motor de inducción, e.g. la velocidad del motor es considerada como un parámetro constante; 2) la necesidad de integración o derivada pura de las corrientes de estator. Ha sido en los últimos años que el problema de control sensorless del Motor de Inducción ha atraído la atención de la comunidad de control (no lineal) ya que el problema planteado bajo este esquema es muy complicado e interesante. Este interés se ha reflejado en tres grandes líneas de investigación:

1.3. Estado del Arte 7

■ Explicar qué posibilidades de solución tiene el problema de control sensorless. Los trabajos desarrollados en esta línea se han orientado al análisis de observabilidad bajo la operación sensorless del Motor de Inducción, es decir, sin la medición de variables mecánicas de éste y solo la medición de las corrientes de estator. En [Canudas, et al, 2000] se derivan condiciones suficientes de observabilidad a partir de un análisis de geometría diferencial y se presentan algunos casos particulares donde estas condiciones resultan necesarias, mientras que en [Ibarra, Moreno & Espinosa, 2004] se demuestra que las variables de estado de velocidad y flujos son no detectables desde mediciones de corrientes bajo excitación de CD, es decir, consideran las limitaciones impuestas por la falta de observabilidad bajo ciertas condiciones de operación. Estas son caracterizadas, incluyendo la explicación acerca del relativo éxito obtenido bajo la suposición de operación a velocidad constante.

- Diseño de observadores con prueba de las propiedades de convergencia. Bajo este tópico varios observadores se han propuesto basados, principalmente, en la extensión del estado del motor para obtener una estructura lineal en las variables no medibles y/o en incertidumbres de parámetros. Aunque el principal problema con estos diseños está en la complejidad de su estructura, tienen la ventaja de relacionar claramente sus propiedades de convergencia con la falta de observabilidad antes mencionada [Besancon & Ticlea, 2003] e [Ibarra-Rojas, 2005].
- Desarrollo de controladores *sensorless*. En este caso el objetivo ha sido el diseño simultáneo de un observador y un controlador que no requieren del conocimiento ni de la posición ni de la velocidad del rotor. Los trabajos reportados se pueden clasificar en dos grandes tópicos, estos son:
  - 1. Controladores Globalmente Estables. En estos, la velocidad del rotor se obtiene de un observador y se reconstruyen los flujos de rotor por medio de observadores en lazo abierto, utilizando tanto la medición de co-rrientes como de los voltajes de estator. Estos flujos, se utilizan en lugar de los flujos reales en el diseño del esquema propuesto del controlador, asumiendo que el par de carga es conocido [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] y [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004], obteniendo un seguimiento asintótico global.
  - 2. Controladores *Localmente Estables*. Estos tienen la característica de que se estructuran con observadores para los flujos de rotor así como para la velocidad angular del rotor considerando que el par de carga es conocido [Marino, Tomei, Verrelli, Dic 2004] y [Montanari, Tilli, Peresada, 2004]. Se obtiene seguimiento exponencial local para la velocidad del rotor y los flujos de rotor.

Cabe mencionar que los resultados que se presentan en este trabajo de tesis pertenecen a los citados en la categoría en donde se supone inicialmente medición de flujo y posteriormente estos se reconstruyen por medio de observadores en lazo abierto.

El esquema propuesto para resolver el problema sensorless del motor de inducción, es desarrollado teniendo como base la metodología del control basado en pasividad para el caso en que se dispone de la medición de la velocidad angular, heredando las propiedades de ésta como son la interpretación física y la facilidad de sintonización, entre otros.

En el presente trabajo se presenta un esquema de control, que resuelve el problema de control sensorless para el motor de inducción, con la metodología basada en pasividad. Éste controlador es muy sencillo para su implementación y sintonización respecto a los controladores que se ubican dentro de la categoría globalmente estables. Las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado logra un seguimiento asintótico global de la velocidad angular del rotor y regulación de la norma del flujo de rotor con todas las variables internas acotadas.

Los resultado teóricos del controlador PBC son probados en simulaciones junto con esquemas que caen en la clasificación de globalmente estables.

## 1.4. Organización de la Tesis

El material incluido en este trabajo está organizado de la siguiente forma:

En el capítulo 2 se describe el modelo matemático del motor de inducción en dos fases en distintos marcos de referencia: el marco de referencia en que los ejes para el estator tienen una posición fija mientras que los ejes correspondientes al rotor son giratorios a una velocidad angular, el marco de referencia giratorio a una velocidad arbitraria, y el marco fijo en el estator. Esto es debido a que en el diseño del algoritmo del controlador que se trabajó considera el modelo en el marco de referencia fijo en el estator, mientras que los controladores que se han diseñado para resolver el problema sensorless la mayoría utiliza el modelo en el marco de referencia giratorio a una velocidad arbitraria. También se presentan una serie de propiedades útiles para el desarrollo del algoritmo de control sensorless, como es la propiedad de pasividad que presenta el modelo del motor de inducción o la positividad de la matriz que contiene los elementos disipativos.

En la primera parte del capítulo 3 se muestran las propuestas de dos esquemas que resuelven el problema de control sensorless del motor de inducción ubicados en la categoría globalmente estables, los cuales son [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] y [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004]. Así mismo, se presenta la aportación del pre-

sente trabajo, un esquema de control *sensorless* basado en pasividad. Los primeros dos esquemas se muestran como un referente y con la finalidad de compararlos respecto al esquema desarrollado en el presente trabajo.

Debido a que los esquemas presentados en la primera sección del capítulo 3 y el esquema basado en pasividad se consideran que están dentro de la misma categoría, en el capítulo 4 se presentan resultados de simulación considerando las mismas condiciones en la implementación, como lo es la misma referencia de velocidad, par de carga y norma de flujo de rotor.

Para finalizar el trabajo en el capítulo 5 se presentan una serie de conclusiones que se pueden extraer del trabajo realizado y se mencionan los problemas abiertos que hay para resolver plenamente el problema de control sensorless del motor de inducción.

En el presente trabajo se presenta un esquema de control, que resuelve el problema de control sensorless para el motor de inducción, con la metodología basada en pasividad, heredando las propiedades que se utilizaron en el diseño del control cuando se mide la velocidad angular. Éste controlador es muy sencillo para su implementación y sintonización respecto.

Las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado logra un seguimiento asintótico global de la velocidad angular del rotor y regulación de la norma del flujo de rotor con todas las variables internas acotadas.

Los resultado teóricos del controlador PBC son probados en simulaciones junto con los esquemas que caen en la clasificación de globalmente estables.

A pesar del hecho de que no se tiene la medición de la velocidad angular del rotor, el desarrollo por el Control por Pasividad preserva una estructura relativamente simple, físicamente interpretable. Mas aún, la sintonización del controlador sensorless PBC es también simple en comparación con los otros controladores que estan basados bajo el esquema del control por Campo Orientado.

## Capítulo 2

## Motor de Inducción: Modelo y Propiedades

La máquina de inducción representa una de las formas más utiles de dispositivos electromecánicos giratorios de potencia de corriente alterna. Estos pueden construirse sin alguna conexión física externa en los devanados del rotor, solo suministrandole corriente a los circuitos del estator. Las corrientes de rotor son generadas debido al acoplamiento magnético entre el estator y el rotor, por lo tanto, la máquina resulta extremadamente robusta, segura y libre de mantenimiento [Meisel, 1966].

Ahora bien, partiendo del hecho de que en muchas aplicaciones, sobre todo a nivel industrial, la máquina de inducción es operada desde fuentes de sistemas trifásicos, se tiene el interés en trabajar con el motor de inducción trifásico. Debido a que el modelo del motor en tres fases es un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales de séptimo orden, véase [Meisel, 1966], el cual es difícil de analizar y de realizar alguna estrategia de control, es necesario hacer una transformación de coordenadas al conjunto de ecuaciones diferenciales de séptimo orden que da como resultado un modelo de ecuaciones diferenciales no lineales de quinto orden.

En este trabajo se considera que el motor de inducción tiene devanados por fase distribuidos sinusoidalmente y fases idealmente simétricas. Además las terminales del rotor son cerradas por anillos deslizantes o bien están en corto circuito internamente. Bajo estas supociones los motores jaula de ardilla, los cuales son de gran importancia, son considerados.

Para el presente trabajo se considera desde un inicio el modelo matemático del motor de inducción en dos fases.

## 2.1. Marco $\alpha\beta$

El modelo del motor de inducción en dos fases, en el cual los ejes de los devanados para el estator son ortogonales y tienen una posición fija mientras que para los ejes de los devanados del rotor, también ortogonales, giran a una velocidad angular, es conocido como el modelo  $\alpha\beta$  [Meisel, 1966]. Dicho modelo está dado por

$$L_s \frac{d}{dt} i_s + R_s i_s + n_p M \omega \mathcal{J} e^{\mathcal{J} n_p \theta} i_r + M e^{\mathcal{J} n_p \theta} \frac{d}{dt} i_r = u$$
 (2.1a)

$$L_r \frac{d}{dt} i_r + R_r i_r - n_p M \omega \mathcal{J} e^{-\mathcal{J} n_p \theta} i_s + M e^{-\mathcal{J} n_p \theta} \frac{d}{dt} i_s = 0$$
 (2.1b)

$$J\frac{d\omega}{dt} + B\omega - n_p M(i_s^T \mathcal{J}e^{\mathcal{J}n_p\theta}i_r) = -T_L$$
 (2.1c)

donde  $u = [u_{sa}, u_{sb}]^T$  son voltajes de estator,  $i_s = [i_{sa}, i_{sb}]^T$  son corrientes de estator,  $i_r = [i_{ra}, i_{rb}]^T$  corrientes de rotor y  $\omega$  es la velocidad angular del rotor. Los parámetros  $R_s$ ,  $R_r > 0$  son las resistencia de estator y rotor,  $L_s$ ,  $L_r$ , M > 0 son las inductancias de estator, de rotor e inductancia mutua, respectivamente, mientras que J, B > 0 son la inercia de rotor, coeficiente de fricción viscosa.  $T_L$  es el par de carga,  $n_p$  es el número de par de polos y

$$e^{jn_p\theta} = \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) & -\sin(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta) & \cos(n_p\theta) \end{bmatrix}, \quad e^{-jn_p\theta} = (e^{jn_p\theta})^T \qquad \mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\mathcal{J}^T \quad (2.2)$$

con  $\theta$  la posición angular del rotor.

El vector de flujos es definido como  $\lambda \stackrel{\triangle}{=} [\lambda_s^T, \lambda_r^T]^T$  está relacionado con el vector de corrientes por

$$\lambda_s = L_s i_s + M e^{\mathcal{J} n_p \theta} i_r \tag{2.3a}$$

$$\lambda_r = L_r i_r + M e^{-\mathcal{J}n_p \theta} i_s \tag{2.3b}$$

Debido a que los devanados del rotor jaula de ardilla están en cortocircuito, (2.1b) es dado por

$$\dot{\lambda}_r + R_r i_r = 0 \tag{2.4}$$

Es importante notar la dependencia con respecto a la posición del modelo anterior. Esto se debe a que las variables de estator no están representadas en el mismo sistema de referencia que las variables de rotor. Sin embargo, la gran ventaja que el modelo  $\alpha\beta$  presenta, es que es una representación directa del motor en tres fases.

## 2.2. Marco de Referencia Giratorio a una Velocidad Arbitraria

Una de las desventajas de la representacion  $\alpha\beta$  del motor es su dependencia con la posicion angular. Con el fin de eliminar esta dependencia, es posible encontrar un cambio de coordenadas que permite representar a la máquina sin que esta desventaja se presente. A partir de esta transformacion se obtienen diferentes representaciones alternativas del motor.

Para obtener el modelo matemático expresado en un marco de referencia girando a una velocidad arbitraria  $\omega_s$ , es necesario definir las siguientes variables

$$\psi_r \stackrel{\triangle}{=} e^{-\mathcal{J}(\theta_s - n_p \theta)} \lambda_r \qquad I_s \stackrel{\triangle}{=} e^{-\mathcal{J}\theta_s} i_s \qquad u_s \stackrel{\triangle}{=} e^{\mathcal{J}\theta_s} u$$
 (2.5)

en donde  $\psi_r$  son los flujos de rotor,  $I_s$  corrientes de estator y  $u_s$  los voltajes de estator en esta nueva representación y  $\theta_s$  es la solución de  $\dot{\theta}_s = \omega_s$ ,  $\theta_a(0) = 0$ . El modelo es

$$\frac{d}{dt}I_s = -\gamma I_s + \frac{MR_r}{L_s\bar{\sigma}L_r^2}\psi_r - \frac{n_p M}{L_s\bar{\sigma}L_r}\omega \mathcal{J}\psi_r - \omega_s \mathcal{J}I_s + \frac{1}{L_s\bar{\sigma}}u_s$$
 (2.6a)

$$\frac{d}{dt}\psi_r = -\frac{R_r}{L_r}\psi_r + n_p\omega\mathcal{J}\psi_r - \omega_s\mathcal{J}\psi_r + \frac{MR_r}{L_r}I_s$$
(2.6b)

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{n_p M}{J L_r} I_s^T \mathcal{J} \psi_r - \frac{B}{J} \omega - \frac{T_L}{J}$$
(2.6c)

donde

$$\bar{\sigma} = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}, \qquad \gamma = \frac{M^2 R_r}{\bar{\sigma} L_r^2 L_s} + \frac{R_s}{\bar{\sigma} L_s}$$

Para llegar a este modelo es necesario tomar en cuenta, además del modelo dado por (2.1), la estructura de los flujos expresados por (2.3). Este modelo, que ya no muestra la dependencia respecto a la posición angular, se le ha utilizado en algunas propuestas de controladores considerando a  $\omega_s$  como una entrada de control auxiliar.

## 2.3. Marco ab

Si se considera que  $\omega_s = 0$  se tiene el modelo del motor de inducción en un marco de referencia fijo al estator, conocido como ab, el cual ha sido muy utilizado en distintas

aplicaciones

$$\frac{d}{dt}I_s = -\gamma I_s + \frac{MR_r}{L_s\bar{\sigma}L_r^2}\psi_r - \frac{n_p M}{L_s\bar{\sigma}L_r}\omega \mathcal{J}\psi_r + \frac{1}{L_s\bar{\sigma}}u_s$$
 (2.7a)

$$\frac{d}{dt}\psi_r = -\frac{R_r}{L_r}\psi_r + n_p\omega\mathcal{J}\psi_r + \frac{MR_r}{L_r}I_s$$
(2.7b)

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{n_p M}{I L_r} I_s^T \mathcal{J} \psi_r - \frac{B}{J} \omega - \frac{T_L}{J}$$
(2.7c)

El modelo del marco de referencia ab es el más conocido y utilizado en la mayoría de los esquemas sensorless. Con fines de presentacion, que seran claros mas adelante en el documento, en este punto es conveniente observar que el modelo anterior puede ser representado de manera matricial de la siguiente forma

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma I_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_r J \end{bmatrix}}_{D} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{I}_s \\ \dot{\psi}_r \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p M \mathcal{J} \psi_r \\ 0 & -n_p \omega \mathcal{J} & 0 \\ -n_p M \psi_r^T \mathcal{J}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \\ \omega \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma \gamma I_2 & -\beta_3 I_2 & 0 \\ -\beta_3 I_2 & \beta_1 I_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_r B \end{bmatrix}}_{R} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \\ \omega \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_r u_s \\ 0 \\ -L_r T_L \end{bmatrix}}_{Q} (2.8)$$

donde  $I_s$ ,  $\psi_r$  y  $\omega$  son las variables de estado del sistema,  $I_2$  es la matriz identidad de 2x2 y  $\mathcal{J}$  es la matriz antisimétrica definida en la ecuación (2.2). Adicionalmente, los parametros involucrados estan dados por

$$\beta_1 = \frac{R_r}{L_r}, \qquad \beta_3 = \frac{R_r M}{L_r} \qquad \sigma = \bar{\sigma} L_s = \frac{L_s L_r - M^2}{L_r} \qquad \gamma = \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_r^2}$$

Con base en la explicacion anterior, el modelo se puede escribir en forma compacta como

$$D\dot{x} + C(x)x + Rx = Q \tag{2.9}$$

## 2.4. Propiedades del Motor de Inducción

Tanto en [Ortega, Loria, Nicklasson & Sira-Ramírez, 1999] como en [Espinosa, 1993] se presentan varias propiedades del modelo (2.1). Debido a que en el presente trabajo se utiliza básicamente el modelo (2.8) se presentan dichas propiedades con este modelo.

La primera propiedad que se presenta es la que se refiere a la antisimetría de la matriz C(x) de (2.9) la cual contiene términos que no producen trabajo. Esta propiedad es fundamental para el diseño del controlador sensorless basado en pasividad.

#### Propiedad 2.1

La matriz

$$C(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p M \mathcal{J} \psi_r \\ 0 & -n_p \omega \mathcal{J} & 0 \\ -n_p M \psi_r^T \mathcal{J}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (2.10)

es antisimétrica, es decir,  $x^T C(x) x = 0$ 

#### Prueba

Considere a la matriz C(x) premultiplicada por  $x^T$  y postmultiplicada por x, se tiene que

$$x^{T}C(x)x = \begin{bmatrix} I_{s}^{T} & \psi_{r}^{T} & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_{p}M\mathcal{J}\psi_{r} \\ 0 & -n_{p}\omega\mathcal{J} & 0 \\ -n_{p}M\psi_{r}^{T}\mathcal{J}^{T} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s} \\ \psi_{r} \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$= n_{p} \begin{bmatrix} I_{s}^{T} & \psi_{r}^{T} & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M\mathcal{J}\psi_{r}\omega \\ -\omega\mathcal{J}\psi_{r} \\ -M\psi_{r}^{T}\mathcal{J}^{T}I_{s} \end{bmatrix}$$

$$= n_{p} \left[\omega MI_{s}^{T}\mathcal{J}\psi_{r} - \omega\psi_{r}^{T}\mathcal{J}\psi_{r} - \omega M\psi_{r}^{T}\mathcal{J}^{T}I_{s} \right] = 0$$

Con esta propiedad es posible establecer las propiedades de pasividad del motor, ya que establece la existencia de voltajes y fuerzas que no destruyen la estabilidad de la máquina.

La segunda propiedad del modelo del motor de inducción está relacionada con la positividad de las matrices D y R de (2.9). Esta propiedad se explota en el diseño del controlador propuesto sobre todo en lo referente a la matriz de términos disipativos R para inyectar amortiguamiento en el controlador.

#### Propiedad 2.2

Las matrices

$$D = \begin{bmatrix} L_r \sigma I_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_r J \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} L_r \sigma \gamma I_2 & -\beta_3 I_2 & 0 \\ -\beta_3 I_2 & \beta_1 I_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_r B \end{bmatrix}$$
(2.11)

son definidas positivas.

#### Prueba

El caso de D es directo ya que es una matriz diagonal, considerando que los parámetros del motor son positivos y que

$$\bar{\sigma} = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} > 0$$

es el factor de dispersión total del motor. Para R se tiene que son 5 menores principales, los cuales todos son positivos, es decir, el primer menor principal es

$$\frac{M^2R_r + L_r^2R_s}{L_r} > 0$$

el segundo menor principal es

$$\left(\frac{M^2R_r + L_r^2R_s}{L_r}\right)^2 > 0$$

mientras que el tercero esta dado por

$$\left(\frac{M^2R_r + L_r^2R_s}{L_r}\right)(R_sR_r) > 0$$

el cuarto

$$\frac{R_r^2 R_s}{L_r} > 0$$

y el último por

$$R_s^2 L_r^3 B > 0$$

La matriz D contiene parámetros de inductancias así como de la inercia del rotor, mientras que la matriz R contiene a los términos asociados a los elementos disipativos, por lo que deben ser positivos.

La siguiente propiedad está relacionada con las características de disipación de energía del motor. Se demuestra que el motor de inducción establece un mapa pasivo si se considera como entradas las fuerzas externas, voltajes de estator y par de carga, y salidas las corrientes de estator y la velocidad angular del rotor afectadas directamente por esas fuerzas. En el apéndice A se muestran definiciones de disipatividad y pasividad, pero para efectos de presentar la siguiente propiedad se establece la siguiente definición de pasividad

**Definición de Pasividad.** Un sistema  $\Sigma: u \to y$  con entrada  $u \in \mathbb{R}^m$ , salida  $y \in \mathbb{R}^m$  y vector de estado  $x \in \mathbb{R}^n$  es pasivo si existe  $\mathcal{H} \in \mathcal{C}^1$ ,  $\mathcal{H}(0) = 0$ ,  $\mathcal{H}(x) > 0$  y  $c \geq 0$  tal que, para toda  $u \in \mathcal{L}_{2e}^m$  y para todo  $t \geq 0$  se tiene que

$$\underbrace{\mathcal{H}\left[x(t)\right] - \mathcal{H}\left[x(0)\right]}_{\text{almacenada}} + \underbrace{c \int_{0}^{t} \|x(s)\|^{2} ds}_{\text{disipada}} \leq \underbrace{\int_{0}^{t} y(s)^{T} v(s) ds}_{\text{suministrada}}$$

#### Propiedad 2.3

Considere el modelo (2.9) del motor de inducción y defina como vector de entrada

$$u = \begin{bmatrix} u_s \\ -T_L \end{bmatrix}$$

y como vector de salida

$$y = \begin{bmatrix} I_s \\ \omega \end{bmatrix}$$

Bajo estas condiciones, el mapa

$$\Sigma: u \to y$$

es pasivo

#### Prueba.

Considere la funcion de energía almacenada

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T Dx$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (2.8) es

$$\dot{V}(x) = x^T D \dot{x} + \frac{1}{2} x^T \dot{D} x$$

sustituyendo de (2.8) para  $D\dot{x}$ , considerando que  $\dot{D}=0$  y la antisimetria de  $C(\omega)$  se tiene que

$$\dot{V}(x) = x^T (Q - C(x)x - Rx) + \frac{1}{2}x^T \dot{D}x$$

$$= x^T Q - x^T Rx + x^T C(x)x$$

$$= x^T Q - x^T Rx$$

$$= L_r I_s^T u_s - L_r \omega T_L - x^T Rx$$

Integrando de 0 a t del resultado obtenido se tiene que la ecuación de balance de energía es

$$V(t) - V(0) = L_r \int_0^t (I_s^T u_s - \omega T_L) ds - \int_0^t x^T Rx ds$$

donde s es la variable de integración.

De esta expresión tenemos

$$V(t) - V(0) = L_r \int_0^t y^T v ds - \int_0^t x^T R x ds$$

por lo que llegamos a

$$\underbrace{V(t) - V(0)}_{\text{almacenada}} + \underbrace{c \int_{0}^{t} \|x\|^{2} ds}_{\text{disipada}} \leq \underbrace{L_{r} \int_{0}^{t} y^{T} v ds}_{\text{suministrada}}$$
(2.12)

donde  $c = \lambda_{min}\{R\} > 0$ . Con esto se prueba que el mapeo de  $[u_s^T, -T_L]^T \mapsto [I_s^T, \omega]^T$  es pasivo, con función de almacenamiento V(x).

Es claro que (2.12) cumple con lo establecido en la definición de pasividad, en donde el lado derecho de (2.12) es la energía suminsitrada desde el exterior hacia la máquina, donde la función de razón de suministro  $y^t v$  es la potencia desarrollada desde la fuente externa  $(u_s^T I_s)$  es potencia potencia eléctrica y  $-T_L \omega$  potencia mecánica), mientras que en el lado izquierdo se tiene la energía almacenada y disipada en el sistema. Es decir, la máquina es un sistema pasivo el cual no puede almacenar más energía que la suministrada desde el exterior.

La siguiente y última propiedad es el establecimiento de la relación que existe entre la rotación del vector de flujos y el par generado por el motor. Esta es de gran importancia en el diseño del controlador basado en pasividad, ya que para resolver el problema establecido se recurre a esta conducta física de la máquina, es decir, se definen flujos de rotor deseados tales que su comportamiento en forma natural sean señales senoidales.

#### Propiedad 2.4

Considere que los flujos de rotor están dados por la expresion

$$\psi_r = \|\psi_r\| \begin{bmatrix} \cos(\rho) \\ \sin(\rho) \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

donde

$$\rho = \arctan\left(\frac{\psi_{r2}}{\psi_{r1}}\right) \tag{2.14}$$

es la posición angular del vector de flujos de rotor y  $\|\psi_r\| \stackrel{\triangle}{=} \sqrt{\psi_{r1}^2 + \psi_{r2}^2}$  es la norma euclideana.

La velocidad angular del vector de flujos de rotor está dado en términos del par generado y la velocidad angular del rotor de la forma

$$\dot{\rho} = n_p \omega + \frac{R_r}{n_p \|\psi_r\|} T_e \tag{2.15}$$

y los flujos de rotor estan dados por

$$\dot{\psi}_r = \left[ n_p \omega + \frac{R_r}{n_p \|\psi_r\|^2} T_e \right] \mathcal{J}\psi_r \tag{2.16}$$

#### Prueba

Derivando (2.13) obtenemos

$$\dot{\psi}_r = \dot{\rho} \mathcal{J} \psi_r \tag{2.17}$$

Por otro lado, derivando (2.14) se tiene

$$\dot{\rho} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\psi_{r2}}{\psi_{r1}}\right)^2} \frac{\dot{\psi}_{r2}\psi_{r1} - \dot{\psi}_{r1}\psi_{r2}}{\psi_{r1}^2}$$

$$= \frac{1}{\|\psi_r\|^2} \dot{\psi}_r^T \mathcal{J} \psi_r = -\frac{1}{\|\psi_r\|^2} \psi_r^T \mathcal{J} \dot{\psi}_r$$

sustituyendo de la ecuación (2.8) el valor de  $\dot{\psi}$ 

$$\dot{\rho} = -\frac{1}{\|\psi_r\|^2} \psi_r^T \mathcal{J} \left[ n_p \omega \mathcal{J} \psi_r + \frac{MR_r}{L_r} I_s - \frac{R_r}{L_r} \psi_r \right]$$
$$= n_p \omega - \frac{MR_r}{\|\psi_r\|^2 L_r} \psi_r^T \mathcal{J} I_s$$

El par mecánico de origen eléctrico es  $T_e = -\frac{n_p M}{L_r} \psi_r^T \mathcal{J} I_s$  por lo que se tiene la ecuación de la velocidad angular del flujo (2.15)

Ahora bien, sustituyendo el valor de la ecuación (2.15) en (2.17) se obtiene (2.16).

La suposición para la estructura de los flujos de rotor (2.13) no está fuera de contexto. De hecho, en estado estacionario es lo que se espera para estas variables.

Las propiedades presentadas en este capítulo son utilizadas para el desarrollo del esquema de control propuesto en este trabajo, el cual se presenta en el siguiente capítulo.

## Capítulo 3

## Control Sensorless del Motor de Inducción

Es conocido que el motor de inducción es la máquina eléctrica rotatoria más atractiva en muchas aplicaciones industriales. Como consecuencia, los problemas para diseñar controladores han sido ampliamente estudiados.

Se puede considerar que la aplicación de técnicas no lineales para el control del motor de inducción, utilizando medición de corrientes de estator y velocidad angular de la flecha, ha llegado a una maduración tal que actualmente, en adición al problema de estabilidad, es posible considerar objetivos tales como la mejor sintonización de los parámetros de los controladores, trabajan en valores óptimos de flujo o par, entre otros.

Como una consecuencia natural del desarrollo mencionado, en los últimos años se han propuestos esquemas de control en los cuales se evita la medición de variables mecánicas, con el propósito de reducir costos (desde un punto de vista económico) y no tener entrada de ruido de naturaleza mecánica (desde un punto de vista técnico), el cual es un tópico que ha atraido la atención debido a sus implicaciones en el uso de este tipo de dispositivos [Rajashekara & Kawamura, 1996]

La característica principal del problema de control sensorless del motor de inducción es la suposición de no realizar medición de variables mecánicas, ya sea de posición o de velocidad angular, de la máquina. Con el contexto anterior y además de las limitaciones prácticas para usar sensores para variables de rotor (para flujos y/o corrientes) hacen que el enfoque de este problema sea desde una perpectiva de estimación/observación. Es en este sentido, que al aplicar alguna técnica para realizar control sensorless se convierte en un trabajo muy interesante, debido a las complicaciones que presenta el motor de inducción por su propia naturaleza, si se considera

que otro estado no está disponible para medición, se complica el contexto.

A pesar de las limitaciones para aplicar control sensorless al motor de inducción en [Harnefors, 2000] se realiza un análisis de las publicaciones, que hasta esa fecha se habían realizado, de cómo remedian problemas de inestabilidad tanto a velocidades nominales como a baja frecuencia en este contexto, mientras que, más recientemente, tanto en [Canudas, et al, 2000] como [Ibarra, Moreno & Espinosa, 2004] se han establecido las propiedades de observabilidad del modelo del motor de inducción. Por otro lado [Ibarra-Rojas, 2005] reorganiza varios hechos como lo es la existencia de trayectorias inobservables dadas por pares de trayectorias de estados diferentes con la misma conducta entrada/salida, o la posibilidad de tener propiedades definidas de observabilidad globalmente bajo el esquema sensorless.

Bajo las condiciones descritas anteriormente, la principal pregunta que surge es ¿cómo sobrellevar el problema de control sensorless asumiendon las inevitables limitaciones existentes para resolverlo? En este sentido, se han realizado esfuerzos en proponer una solución desde una perspectiva de diseño de observador puro como en [Besancon & Ticlea, 2003] y desde un punto de vista de diseñar, de una forma incrustada, el observador de velocidad en el diseño del controlador como en [Marino, Tomei, Verrelli, Dic 2004]. A pesar de los desempeños notables logrados por estos esquemas, en el sentido de razones de convergencias altas para los observadores y propiedades de estabilidad exponencial para el controlador, como se espera, su utilidad está restringida a las trayectorias observables y propiedades de estabilidad local, respectivamente.

Una solución dada al problema establecido, a pesar de ser controversial hasta cierto punto debido a que es poco robusto a la variación de parámetros, es el diseño simultáneo del observador de velocidad y la ley de control asumiendo que las variables de rotor son medibles, para posteriormente sustituirla por variables obtenidas desde en lazo abierto [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001], observador [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] y [Montanari, Tilli, Peresada, 2004]. La principal ventaja de estos enfoques es que, como se mencionó anteriormente, la medición de variables de rotor garantiza que las trayectorias inobservables del motor de inducción ya no existen haciendo posible diseñar esquemas controlador/observador globalmente definidos. La desventaja evidente es la falta de robustez introducido por el procedimiento de reconstrucción para obtener un estimado de variables de rotor. Sin embargo, se cree que dicha desventaja es aceptable considerando las propiedades globales obtenidas desde el diseño. Más aun, una suposición práctica ha sido introducida para reducir las desventajas del calculo de las variables de rotor, es decir, se asume que la máquina está en reposo al inicio de la operación de control, i.e. las condiciones iniciales de los flujos del motor son cero evitando el requerimiento de estimar estos valores.

Con el fin de ilustrar este hecho, por un lado, y el de introducir la contribución de esta tesis en este contexto, por el otro lado, en este capítulo se hace una revisión de los esquemas más importanes (a juicio del autor de esta tesis), reportados en la literatura para finalizar con el control basado en pasividad que se propone en este trabajo.

### 3.1. Controladores Globalmente Estables

La característica principal de este tipo de esquemas es la medición de flujos. Se reconstruyen en lazo abierto, en donde el problema principal es el conocimiento de las condiciones iniciales, por lo que se supone que el motor está en reposo para que las condiciones iniciales sean cero. El mecanismo que usualmente se utiliza para este fin es el que se presenta en la siguiente sección. Éste se basa en la estructura del modelo de la máquina.

#### Reconstrucción de flujos de rotor

Por la propia naturaleza de la máquina de inducción, es muy difícil y cara la medición de los flujos, por lo que ha sido una práctica en el diseño de esquemas sensorless el realizar la reconstrucción de éstos en lazo abierto y considerar que éstos son los flujos reales. Una forma de obtenerlos es bajo las consideraciones del modelo del motor, de las ecuaciones (2.3) y de la definición de las variables (2.5), en donde éstos pueden escribirse como

$$\psi_r = \frac{L_r}{M} \left( \psi_s - L_s I_s \right) + M I_s \tag{3.1}$$

donde  $\psi_s = [\psi_{s1}, \psi_{s2}] \in \mathbb{R}^2$  denota el vector de flujos de estator. Esta variable, que de manera evidente tampoco puede suponerse medible, se puede calcular a partir de variables que si son medibles, considerando la siguiente ecuación dinámica

$$\dot{\psi}_s = -R_s I_s + u_s \tag{3.2}$$

Desafortunadamente, el considerar la expresion anterior implica tener conocimiento de las condiciones iniciales de los flujos de estator. En este sentido, este obstáculo ha sido salvado en la literatura suponiendo que la aplicación de las estrategias de control se realiza considerando que el motor de inducción está incialmente en reposo, lo que implica que  $\psi_s(0) = 0$ .

### 3.1.1. Propuesta 1

Esta propuesta es presentada en [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001]. El modelo que utiliza son las ecuaciones dadas por (2.6) las cuales están en un marco de referencia variante en el tiempo, el cual es

$$L_I \dot{I}_s = -R_I I_s + \beta_1 \psi_r - n_p \omega \mathcal{J} \psi_r - L_I \omega_s \mathcal{J} I_s + \beta_5 u_c$$
(3.3a)

$$\dot{\psi}_r = -\beta_1 \psi_r + n_p \omega \mathcal{J} \psi_r - \omega_s \mathcal{J} \psi_r + \beta_3 I_s \tag{3.3b}$$

$$J\dot{\omega} = \alpha_2 I_s^T \mathcal{J}\psi_r - B\omega - T_L \tag{3.3c}$$

donde  $\omega_s$  se considera como una entrada de control auxiliar,  $\mathcal{J}$  la matriz antisimétrica definida en el capítulo 2 y los parámetros

$$\beta_1 = \frac{R_r}{L_r} \qquad \beta_2 = \frac{n_p M}{\sigma L_r} \qquad \beta_3 = \frac{R_r M}{L_r} \qquad \beta_4 = \frac{n_p M}{J L_r} \qquad \beta_5 = \frac{L_r}{M} \qquad \alpha_2 = \sigma \beta_2$$

$$L_I = \frac{L_r L_s - M^2}{M}, \qquad R_I = \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{L_r M}$$

Considere que además las trayectorias deseadas de velocidad de rotor así como sus primeras dos derivadas están restringidas por las siguientes cotas:

$$\|\omega_d\| < \zeta_{d0} \qquad \|\dot{\omega}_d\| < \zeta_{d1} \qquad \|\ddot{\omega}_d\| < \zeta_{d2}$$

donde  $\zeta_{di}$ 's son constantes positivas conocidas.

Los voltajes de control tienen la forma

$$u_{c} = \frac{1}{\beta_{5}} \left[ k_{2} \eta_{I} + \Omega_{3} + k_{n} \|\Omega_{4}\|^{2} \eta_{I} + \beta_{3} \eta_{\psi} + \alpha_{2} e \omega_{o} \left( \mathcal{J} \psi_{rd} - \mathcal{J} \eta_{\psi} \right) \right]$$
(3.4)

donde  $k_2$  es una constante positiva y los errores de seguimiento de corrientes y flujos definidos como

$$\eta_I = I_{sd} - I_s 
\eta_{\psi} = \psi_{rd} - \psi_r$$

con el subíndice d denotando los valores deseados. La señal de error de seguimiento de velocidad observada del rotor se define como

$$\omega_o = \omega_d - \hat{\omega}$$

donde  $\hat{\omega}$  denota la velocidad de rotor estimada.

Las corrientes de rotor deseadas son de la forma

$$I_{sd1} = \frac{1}{\beta_3} \left[ k_1 \eta_{\psi_1} + \beta_1 \psi_{rd1} + k_n \left( k_o n_p \right)^2 \eta_{\psi_1} + k_n \left( k_o n_p \omega_o \right)^2 \eta_{\psi_1} + \alpha_2 \omega_o I_{sd2} + \dot{\psi}_{rd1} \right]$$
(3.5)

$$I_{sd2} = \frac{T_d}{\alpha_2 \psi_{rd1}} \tag{3.6}$$

y el par deseado

$$T_{d} = k_{s}\omega_{o} + J\dot{\omega}_{d} + B\omega_{d} + T_{L} + k_{n}\left(k_{o}n_{p}\psi_{rd1}\right)^{2}\omega_{o} + n_{p}\eta_{\psi_{2}}\psi_{rd1}$$
(3.7)

donde  $k_s$ ,  $k_n$ ,  $k_o$  y  $k_1$  son ganancias constantes positivas.

Para los flujos de rotor deseados se considera que  $\psi_{rd1}(t)$  es una función definida estrictamente positiva con las primeras dos derivadas en el tiempo acotadas, es decir

$$\|\dot{\psi}_{rd1}\| \le \kappa_1 \qquad \|\ddot{\psi}_{rd1}\| \le \kappa_2$$

con  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  son constantes positivas conocidas y  $\psi_{rd2}(t) = 0$  de tal forma con esta elección asegurar que para  $I_{sd}$  y  $\psi_{rd}$  se tenga la siguiente relación

$$\alpha_2 I_{sd}^T \mathcal{J} \psi_{rd} = T_d \tag{3.8}$$

La velocidad de rotor se estima con

$$J\hat{\omega} = v - k_o L_I I_{s2} \tag{3.9}$$

donde la dinámica de la señal  $v(t) \in \mathbb{R}^2$  está dada por

$$\dot{v} = -B\hat{\omega} - T_L + \alpha_2 I_s^T \mathcal{J}\psi_r - n_p \eta_{\psi_2} \psi_{rd1} + k_o \left[ \beta_1 \psi_{r2} - R_I I_{s2} - \omega_s L_I I_{s1} - n_p \hat{\omega} \psi_{r1} + \beta_5 v_{c2} \right]$$

con  $k_o$  una ganancia constante positiva y

$$\omega_s = \frac{1}{\psi_{rd1}} \left( -k_1 \eta_{\psi_2} + \beta_3 I_{sd2} + n_p \hat{\omega} \psi_{rd1} + \alpha_2 \omega_o I_{sd1} \right)$$
(3.10)

Si las ganancias son elegidas de tal forma que se satisface la siguiente desigualdad

$$||z(0)|| \le \sqrt{\frac{k_n \lambda_1}{\lambda_2} \left(k_o n_p \psi_{rd1} + B - \frac{3}{k_n}\right)}$$
 (3.11)

donde z es el vector de estados de los errores y  $\lambda_1,\,\lambda_2$  y  $\lambda_3$  son constantes definidas como

$$\begin{array}{rcl} \lambda_1 & = & \frac{1}{2} \min \left\{ 1, J, L_I \right\} \\ \\ \lambda_2 & = & \frac{1}{2} \max \left\{ 1, J, L_I \right\} \\ \\ \lambda_3 & = & \frac{1}{2} \min \left\{ \kappa, (k_s + B), (k_1 + \beta_1), k_2 \right\} \end{array}$$

entonces el controlador-observador dado por las ecuaciones (3.4), (3.5), (3.6), (3.7), (3.9) y (3.10) aseguran seguimiento de velocidad de rotor exponencial semiglobal en el sentido de que

$$\|\eta_{\omega}\| \le \mu_1 \exp(-\mu_2 t) \tag{3.12}$$

con el error de seguimiento de velocidad  $\eta_{\omega}$ ,  $\mu_1$  y  $\mu_2$  constantes positivas.

Las ganancias  $\Omega$ 's tienen la siguiente estructura

$$\Omega_3 = \Omega_1 + R_I I_s - \beta_1 \psi_r + \omega_s \mathcal{J} L_I I_s + n_p \hat{\omega} \mathcal{J} \psi_r 
\Omega_4 = \Omega_2 + n_p \mathcal{J} \psi_r$$

donde  $\Omega_1 = [\Omega_{11}, \Omega_{12}]^T$  con

$$\Omega_{11} = \frac{L_I}{\beta_3} \left[ k_1 \Omega_b + \ddot{\psi}_{d1} + \beta_1 \dot{\psi}_{d1} + k_n (k_o n_p)^2 \Omega_b \right. \\
\left. + k_n (k_o n_p)^2 (2\omega_o \Omega_a \eta_{\psi 1} + \omega_o^2 \Omega_b) + \alpha_2 \left( \Omega_a I_{sd2} + \frac{\omega_o \Omega_{12}}{L_I} \right) \right] \\
\Omega_{12} = \frac{L_I \Omega_d}{\alpha_2 \psi_{d1}} - \frac{L_I T_d \dot{\psi}_{d1}}{\alpha_2 \psi_{d1}^2}$$

$$\Omega_{a} = \frac{1}{J} \left[ -(k_{s} + B)\omega_{o} - k_{n}(k_{o}n_{p}\psi_{d1})^{2}\omega_{o} + \alpha_{2} \left( I_{sd}^{T}\mathcal{J}\eta_{\psi} + \eta_{I}^{T}\mathcal{J}\psi_{d} - \eta_{I}^{T}\mathcal{J}\eta_{\psi} \right) \right] 
\Omega_{b} = \beta_{3}\eta_{I1} - (k_{1} + \beta_{1})\eta_{\psi1} - n_{p}\hat{\omega}\eta_{\psi2} + \omega_{s}\eta_{\psi2} - k_{n}(k_{o}n_{p})^{2}\eta_{\psi1}(1 + \omega_{o}^{2}) - \alpha_{2}\omega_{o}I_{sd2} 
\Omega_{c} = \beta_{3}\eta_{I2} - (k_{1} + \beta_{1})\eta_{\psi2} + n_{p}\hat{\omega}\eta_{\psi1} - \omega_{s}\eta_{\psi1} + \alpha_{2}\omega_{o}I_{sd1} 
\Omega_{d} = k_{s}\Omega_{a} + J\ddot{\omega}_{d} + B\dot{\omega}_{d} + k_{n}(k_{o}n_{p})^{2}(2\psi_{d1}\dot{\psi}_{d1}\omega_{o} + \psi_{d1}^{2}\Omega_{a}) + n_{p}(\Omega_{c}\psi_{d1} + \eta_{\psi2}\dot{\psi}_{d1})$$

y 
$$\Omega_2 = [\Omega_{21}, \Omega_{22}]^T$$
 con

$$\Omega_{21} = \frac{L_I}{\beta_3} \left[ k_1 \Omega_f + k_n (k_o n_p)^2 \Omega_f + k_n (k_o n_p)^2 (2\omega_o \Omega_e \eta_{\psi 1} + \omega_o^2 \Omega_f) \right. \\
\left. + \alpha_2 \left( \Omega_e I_{sd2} + \frac{\omega_o \Omega_{22}}{L_I} \right) \right] \\
\Omega_{22} = \frac{L_I \Omega_h}{\alpha_2 \psi_{d1}}$$

$$\Omega_e = \frac{1}{J} \left[ -k_o n_p \psi_{d1} + k_o n_p \eta_{\psi 1} \right] 
\Omega_f = -n_p \eta_{\psi 2} 
\Omega_g = -n_p \psi_{d1} + n_p \eta_{\psi 1} 
\Omega_h = k_s \Omega_e + k_n (k_o n_p)^2 (\psi_{d1}^2 \Omega_e) + n_p \Omega_q \psi_{d1}$$

Una vez definido el problema de control, se establece que se dispone de las mediciones de corrientes y voltajes con lo cual se tiene disponible los flujos de rotor (ecuaciones (3.1)-(3.2). Asimismo, se sigue la estrategia utilizada para el control por campo orientado, con lo cual los objetivos son que se logre seguimiento de velocidad de rotor, así como la orientación del campo. Utilizando análisis y diseño de Lyapunov se logra proponer las ecuaciones (3.4), (3.5), (3.6), (3.7) y (3.9) necesarias para asegurar que el controlador-observador permanezca acotado.

El esquema que se acaba de presentar resuelve el problema de control senorless del motor de inducción utilizando el enfoque del control por campo orientado. Para su implementación requiere de las ecuaciones (3.4)-(3.10) así como de las ganancias  $\Omega$ 's y debido a que el diseño de dicho esquema es con el modelo del motor de inducción en un marco de referencia girando a una velocidad arbitraria  $\omega_s$ , se requiere de la transformación de coordenadas de los voltajes de control para poderse utilizar en el modelo del motor en un marco de referencia fijo o en el marco  $\alpha\beta$  y una transformación de coordenadas de los flujos de rotor y de las corrientes de estator para utilizarse en el algoritmo.

### 3.1.2. Propuesta 2

El esquema que a continuación se presenta es de [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004]. El modelo que se utiliza en esta propuesta son las ecuaciones dadas por (2.6) reparametrizado de la siguiente forma

$$\dot{I}_s = -\gamma I_s + \beta_1 \beta_2 \psi_r - n_p \beta_2 \omega \mathcal{J} \psi_r - \omega_s \mathcal{J} I_s + \frac{1}{\sigma} u_c$$
 (3.13a)

$$\dot{\psi}_s = -\beta_1 \psi_r + n_p \omega \mathcal{J} \psi_r - \omega_s \mathcal{J} \psi_r + \beta_3 I_r \tag{3.13b}$$

$$\dot{\omega} = \beta_4 I_s^T \mathcal{J} \psi_r - \frac{T_L}{J} \tag{3.13c}$$

con  $\gamma$ ,  $\sigma$  definidas en el capítulo 2 y se considera que no hay fricción, es decir, B=0 y las constantes  $\beta$ 's definidas en la sección anterior.

Las señales de referencias se definen como  $I_{dq}^* = [I_d^*, I_q^*]^T$ ,  $\psi_{dq}^* = [\psi^*, 0]^T$ ,  $\omega^*$  para las corrientes, los flujos y la velocidad angular respectivamente. Considere que  $\omega^*(t)$  y  $\psi^*(t) > 0$  como señales acotadas con primera y segunda derivada en el tiempo acotadas para las salidas que se quiere controlar las cuales son la velocidad de rotor  $\omega(t)$  y la norma del flujo de rotor  $\|\psi_r(t)\|$ .

Siguiendo la estrategia del Control por Campo Orientado (véase el apéndice C) se diseña un compensador retroalimentado de velocidad sensorless sin la medición de

la velocidad de rotor  $\omega(t)$  y eligiendo  $\omega_s(t)$  y  $u_c(t)$  para que con cualquier condición inicial  $\omega(0)$ ,  $\psi_r(0)$ ,  $I_s(0)$  se satisfaga

$$\lim_{t \to \infty} [\omega(t) - \omega^*(t)] = 0 \tag{3.14}$$

у

$$\lim_{t \to \infty} \left[ \psi_{r1}(t) - \psi^*(t) \right] = 0 \tag{3.15}$$

$$\lim_{t \to \infty} \left[ \psi_{r2}(t) \right] = 0 \tag{3.16}$$

lo cual implica que

$$\lim_{t \to \infty} [\|\psi_r - \psi^*(t)\|] = 0 \tag{3.17}$$

Los voltajes de control son de la forma

$$u_c = -\sigma \left[ \Phi_0 + \beta_1 M P^T \tilde{\psi}_r + k_i \tilde{I}_s \right]$$
 (3.18)

donde  $\tilde{I}_{dq} = I_{dq} - I_{dq}^*$  es el error de seguimiento de corriente y  $\Phi_0 = [\phi_{d0}, \phi_{q0}]^T$  tal que

$$\phi_{d0} = -\gamma I_{s1} + \beta_1 \beta_2 \psi_{r1} + n_p \beta_2 \hat{\omega} \psi_{r2} + \omega_s I_{s2} - \frac{1}{M} \dot{\psi}^* - \frac{1}{\beta_1 M} \ddot{\psi}^*$$

$$\phi_{q0} = -\gamma I_{s2} + \beta_1 \beta_2 \psi_{r2} - n_p \beta_2 \hat{\omega} \psi_{r1} - \omega_s I_{s1} - \frac{1}{\beta_4 \psi^{*2}} \dot{\psi}^* \left[ -k_{\omega} \operatorname{sat} \left( \hat{\omega} - \omega^* \right) + \frac{T_L^*}{J} + \dot{\omega}^* \right]$$

$$-\frac{1}{\beta_4 \psi^*} \left[ -k_{\omega} \operatorname{sat} \left( \dot{\hat{\omega}} - \dot{\omega}^* \right) + \frac{\dot{T}_L^*}{J} + \ddot{\omega}^* \right]$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

y  $k_{\omega}$  y  $k_i$  son constantes positivas.

Las corrientes de referencia son

$$I_{dq}^{*} = \begin{bmatrix} I_{d}^{*} \\ I_{q}^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi^{*}}{M} + \frac{\dot{\psi}^{*}}{\beta_{1}M} \\ \frac{1}{\beta_{4}\psi^{*}} \left[ -k_{\omega}\operatorname{sat}(\hat{\omega} - \omega^{*}) + \frac{T_{L}^{*}}{J} + \dot{\omega}^{*} \right] \end{bmatrix}$$
(3.19)

у

$$\omega_s = \hat{\omega} + \frac{\beta_1 M i_q}{\psi^*} \tag{3.20}$$

mientras que la velocidad de rotor estimada resulta

$$\dot{\hat{\omega}} = \beta_4 I_s^T \mathcal{J} \psi_r - \frac{T_L}{J} + \frac{1}{\theta} \left[ -\psi_{dq}^{*T} \mathcal{J} \tilde{\psi}_{dq} + \beta_2 \psi_{dq}^T \mathcal{J} \tilde{I}_{dq} \right]$$
(3.21)

donde  $\theta$  es una constante positiva y  $\tilde{\psi}_{dq} = \psi_r - \psi_{dq}^*$  es el error de seguimiento de los flujos de rotor y  $\tilde{I}_{dq} = I_s - I_{dq}^*$  es el error de seguimiento de las corrientes.

El controlador (3.18), (3.19), (3.20) y (3.21) sustituido en el modelo (3.13) llevan al sistema en lazo cerrado en coordenadas dq sea estable asintótica globalmente y exponencialmente estable en forma local. En particular para cualquier condición inicial  $\omega(0)$ ,  $\psi_r(0)$ ,  $i_s(0)$ ,  $\hat{\omega}(0)$  y  $\epsilon_0(0)$  se logran las condiciones (3.17) y (3.14) y además

$$\lim_{t \to \infty} [\hat{\omega}(t) - \omega(t)] = 0 \tag{3.22}$$

Para el diseño de este algoritmo, como en el anterior, se define que se dispone de las mediciones de corrientes y voltajes con lo cual se tiene disponible los flujos de rotor (ecuaciones (3.1)-(3.2). De igual forma, se sigue la estrategia utilizada para el control por campo orientado, con lo cual los objetivos son que se logre seguimiento de velocidad de rotor, así como la orientación del campo. Utilizando análisis y diseño de Lyapunov se logra proponer las ecuaciones (3.18), (3.19) y (3.21) necesarias para asegurar que el controlador-observador permanezca acotado.

Este algoritmo de control es relativamente sencillo para su implementación ya que solo requiere de las ecuaciones (3.18)-(3.21), pero igual que en el algoritmo anterior, su diseño es realizado con el modelo del motor de inducción lo que requiere de las trasnformaciones de coordenadas de los voltajes de control así como de los flujos de rotor y las corrientes de estator.

Los esquemas presentados en esta sección, resuelven el problema de control sensorless del motor de inducción, siguiendo la metodología del control por campo orientado. Estos consideran que los flujos de rotor están disponibles y en su estructura tienen un observador de velocidad angular del rotor, obteniendo seguimiento asintótico global para el seguimiento de ésta.

#### 3.2. Control Sensorless Basado en Pasividad

En esta sección se presenta el resultado principal de esta investigación, i.e. la proposición de un control sensorless para el motor de inducción que resuelve el problema formulado para el seguimiento de velocidad en el capítulo 1. La principal diferencia de este esquema respecto a los esquemas presentados en las secciones ante-riores, que están basados en la metología del control por campo orientado, es que en

este caso se sigue de una forma cercana las ideas planteadas para la metodología del control basado en pasividad bajo la medición de velocidad angular del rotor [Espinosa & Ortega, 1994], [Ortega, Nicklasson & Espinosa, 1996]. En estas referencias el algoritmo es desarrollado con el modelo de motor de inducción en el marco  $\alpha\beta$  dado por las ecuaciones (2.1) y en el apéndice B se presenta el desarrollo de este algoritmo con el modelo ab dado por (2.8) que es el utilizado en el desarrollo del esquema que se presenta.

Para establecer la estructura del controlador [Guerrero, 2006] considere el modelo del motor de inducción dados por (2.8), que en forma matricial es

$$D\dot{x} + C(x)x + Rx = Q \tag{3.23}$$

Proposición 3.1 Considere el modelo del motor de inducción (3.23). Suponga que:

- **A.1** Las corrientes de estator  $I_s$  y los flujos de rotor  $\psi_r$  son disponibles para medición.
- A.2 Todos los parámetros del motor son conocidos.
- **A.3** El par de carga  $T_L$  es una función constante y conocido.
- **A.4** La velocidad deseada  $\omega_d \in \mathbb{R}$  es una función diferenciable.

Sea la ley de control definida como

$$u_c = \frac{1}{L_r} (L_r \sigma \dot{I}_{sd} + n_p M \mathcal{J} \psi_r \omega_d + L_r \sigma \gamma I_{sd} - \frac{M R_r}{L_r} \psi_{rd} - K_1 e_s - n_p M \omega_p \mathcal{J} e_r) \quad (3.24)$$

con  $e_s = I_s - I_{sd}$  el error de corriente,  $e_r = \psi_r - \psi_{rd}$  el error de los flujos de rotor y  $\omega_p = \omega_d - \hat{\omega}$  el error entre las velocidades deseadas y estimadas.

Se definen las corrientes de estator deseadas como

$$I_{sd} = \left[ \frac{L_r}{n_p M \beta^2} T_d \mathcal{J} + \frac{1}{M} I_2 \right] \psi_{rd} - \frac{L_r}{R_r} n_p \omega_p \mathcal{J} I_s ; \qquad \beta = \|\psi_{rd}\|$$
 (3.25)

donde  $\beta$  es la norma de los flujos de rotor deseados, mientras que estos son obtenidos como la solución de la ecuación diferencial

$$\dot{\psi}_{rd} = \left[ n_p \hat{\omega} + \frac{R_r}{n_p \beta^2} T_d \right] \mathcal{J} \psi_{rd}; \quad \psi_{rd}(0) = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix}$$
 (3.26)

con

$$T_d = J\dot{\omega}_d + B\omega_d + T_L + K_\omega \omega_p \tag{3.27}$$

es el par deseado generado, mientras que el observador de velocidad está dado por

$$\dot{\hat{\omega}} = -n_p \frac{M}{L_r J} \psi_r^T \mathcal{J} I_s - \frac{1}{J} T_L - \frac{B}{J} \hat{\omega} + \frac{1}{\gamma_1} \left( n_p e_r^T \mathcal{J} \psi_{rd} + n_p M I_{sd}^T \mathcal{J} e_r - L_r K_\omega \omega_p \right)$$
(3.28)

Bajo estas condiciones, si las ganancias del controlador  $K_1$ ,  $K_{\omega}$  y  $\gamma_1 > 0$  satisfacen

$$K_1 > -L_r R_s \qquad \frac{\gamma_1 B}{J L_r} > K_\omega > -B \tag{3.29}$$

el sistema en lazo cerrado logra seguimiento asintótico global de velocidad y regulación de la norma del flujo con todas las variables internas acotadas.

#### 3.2.1. Prueba del esquema propuesto

Si las variables de error son definidas como  $e=x-x_d$  con  $x_d$  un comportamiento deseado para el estado del motor

$$e = x - x_d = \begin{bmatrix} I_s - I_{sd} \\ \psi_r - \psi_{rd} \\ \omega - \omega_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_s \\ e_r \\ e_\omega \end{bmatrix}$$
 (3.30)

entonces el modelo del motor (3.23) puede reescribirse como

$$D\dot{e} + C(x)e + Re = \Phi \tag{3.31}$$

donde

$$\Phi = Q - \{D\dot{x}_d + C(x)x_d + Rx_d\}$$
(3.32)

De las primeras dos ecuaciones de  $\Phi$  se obtiene

$$\Phi_1 = L_r u_c - \left( L_r \sigma \dot{I}_{sd} + n_p M \mathcal{J} \psi_r \omega_d + L_r \sigma \gamma I_{sd} - \frac{M R_r}{L_r} \psi_{rd} \right)$$
(3.33)

Escogiendo los voltajes de control expresados por la ecuación (3.24), donde se incorpora un término de amortiguamiento en los errores de corrientes, se tiene que

$$\Phi_1 = -K_1 e_s - n_p M \omega_p \mathcal{J} e_r 
= -K_1 e_s - n_p M \tilde{\omega} \mathcal{J} e_r + n_p M e_{\omega} \mathcal{J} e_r$$
(3.34)

donde se ha introducido el error de estimación  $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$  con  $\hat{\omega}$  la velocidad estimada.

La tercera y cuarta ecuación de  $\Phi$  son

$$\Phi_2 = -\left\{\dot{\psi}_{rd} - n_p \omega \mathcal{J}\psi_{rd} - \frac{MR_r}{L_r} I_{sd} + \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd}\right\}$$
(3.35)

Sustituyendo en (3.35) el valor de la velocidad angular  $\omega$  por su equivalente de velocidad estimada y el error de estimación se obtiene

$$\Phi_2 = -\left\{\dot{\psi}_{rd} - n_p\left(\tilde{\omega} + \hat{\omega}\right)\mathcal{J}\psi_{rd} - \frac{MR_r}{L_r}I_{sd} + \frac{R_r}{L_r}\psi_{rd}\right\}$$
(3.36)

Ahora bien, tomando en cuenta la Propiedad 2.4.3, se puede considerar que la estructura de los flujos de rotor deseados son de la forma

$$\psi_{rd} = \beta \begin{bmatrix} \cos(\rho_d) \\ \sin(\rho_d) \end{bmatrix}, \qquad \beta = \|\psi_{rd}\|$$

lo que implica que

$$\dot{\psi}_{rd} = \dot{\rho}_d \mathcal{J} \psi_r \tag{3.37}$$

donde  $\rho_d$  es la posición angular del vector de flujos de rotor deseado son de la forma

$$\rho_d = \arctan\left(\frac{\psi_{rd2}}{\psi_{rd1}}\right) \tag{3.38}$$

con lo cual se obtiene la velocidad angular de los flujos de rotor deseado como

$$\dot{\rho}_d = -\frac{1}{\beta^2} \psi_{rd}^T \mathcal{J} \dot{\psi}_{rd} \tag{3.39}$$

De la ecuación (3.36) se considera que

$$\dot{\psi}_{rd} = n_p \hat{\omega} \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{MR_r}{L_r} I_{sd} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd}$$
(3.40)

Sustituyendo el valor de la ecuación de (3.40) en (3.39) se tiene que la velocidad angular de los flujos de rotor es de la forma

$$\dot{\rho}_d = n_p \hat{\omega} + \frac{R_r}{n_p \beta^2} T_d \qquad \text{con} \quad T_d = -\frac{n_p M}{L_r} \psi_{rd}^T \mathcal{J} I_{sd}$$
 (3.41)

Por lo que, en la ecuación (3.37) se sustituye el valor de  $\dot{\rho}_d$ , dado por (3.39), se obtiene el valor para los flujos de rotor deseado dados por la ecuación (3.26).

Ahora bien, sustituyendo el valor de  $\dot{\psi}_{rd}$  de (3.26) en la ecuación (3.36), tenemos la siguiente expresión para  $\Phi_2$ 

$$\Phi_{2} = -\left\{ \left[ \frac{R_{r}}{n_{p}\beta^{2}} T_{d} + n_{p} \hat{\omega} \right] \mathcal{J} \psi_{rd} - n_{p} \left( \tilde{\omega} + \hat{\omega} \right) \mathcal{J} \psi_{rd} - \frac{MR_{r}}{L_{r}} I_{sd} + \frac{R_{r}}{L_{r}} \psi_{rd} \right\}$$

$$= -\left\{ \left[ \frac{R_{r}}{n_{p}\beta^{2}} T_{d} \mathcal{J} + \frac{R_{r}}{L_{r}} I_{2} \right] \psi_{rd} - n_{p} \tilde{\omega} \mathcal{J} \psi_{rd} - \frac{MR_{r}}{L_{r}} I_{sd} \right\} \tag{3.42}$$

Si se escogen las corrientes deseadas representadas por la ecuación (3.25), genera

$$\Phi_2 = n_p \tilde{\omega} \mathcal{J} \psi_{rd} - n_p M \omega_p \mathcal{J} I_s 
= n_p \tilde{\omega} \mathcal{J} \psi_{rd} - n_p M \tilde{\omega} \mathcal{J} I_s + n_p M e_{\omega} \mathcal{J} I_s$$
(3.43)

La última ecuación de  $\Phi$  en la ecuación (3.32) es

$$\Phi_{3} = -L_{r}T_{L} - \left\{L_{r}J\dot{\omega}_{d} + L_{r}B\omega_{d} + n_{p}M\psi_{r}^{T}\mathcal{J}I_{sd}\right\}$$

$$= -L_{r}\left\{T_{L} + J\dot{\omega}_{d} + B\omega_{d} + \frac{n_{p}M}{L_{r}}(e_{r} + \psi_{rd})^{T}\mathcal{J}I_{sd}\right\}$$

$$= -L_{r}\left\{T_{L} + J\dot{\omega}_{d} + B\omega_{d} + \frac{n_{p}M}{L_{r}}e_{r}^{T}\mathcal{J}I_{sd} - T_{d}\right\}$$
(3.44)

Si el par deseado se define como en (3.27), resulta

$$\Phi_{3} = -L_{r} \left\{ \frac{n_{p}M}{L_{r}} e_{r}^{T} \mathcal{J} I_{sd} - K_{\omega} \omega_{p} \right\}$$

$$= -n_{p}M e_{r}^{T} \mathcal{J} (I_{s} - e_{s}) + L_{r}K_{\omega} (\tilde{\omega} - e_{\omega})$$

$$= n_{p}M I_{s}^{T} \mathcal{J} e_{r} + n_{p}M e_{r}^{T} \mathcal{J} e_{s} + L_{r}K_{\omega} \tilde{\omega} - L_{r}K_{\omega} e_{\omega} \tag{3.45}$$

Considerando los calculos anteriores, el sistema en lazo cerrado queda descrito por la siguiente expresion

$$D\dot{e} + \bar{C}e + \bar{R}e = \bar{\Phi} \tag{3.46}$$

donde

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} (L_r \sigma \gamma + K_1) I_2 & -\beta_3 I_2 & 0 \\ -\beta_3 I_2 & \beta_1 I_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_r (B + K_\omega) \end{bmatrix}$$
(3.47)

mientras que

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} -n_p M \tilde{\omega} \mathcal{J} e_r \\ n_p \tilde{\omega} \mathcal{J} \psi_{rd} - n_p M \tilde{\omega} \mathcal{J} I_s \\ L_r K_{\omega} \tilde{\omega} \end{bmatrix}$$
(3.48)

con

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p M \mathcal{J} \psi_r - n_p M \mathcal{J} e_r \\ 0 & -n_p \omega \mathcal{J} & -n_p M \mathcal{J} I_s \\ -n_p M \psi_r^T \mathcal{J}^T - n_p M e_r^T \mathcal{J} & -n_p M I_s^T \mathcal{J} & 0 \end{bmatrix}$$
(3.49)

de donde se observa que la matriz  $\bar{C}$  preserva la estructura antisimétrica.

Con el fin de garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado y, al mismo tiempo, justificar la estructura del observador de velocidad propuesto, considere la siguiente función definida positiva

$$V = \frac{1}{2}e^T De + \frac{\gamma_1}{2}\tilde{\omega}^2 \tag{3.50}$$

 $con \gamma_1 > 0.$ 

Su derivada en el tiempo a lo largo del sistema (3.46) es

$$\dot{V} = e^{T} \left( -\bar{C}e - \bar{R}e + \bar{\Phi} \right) + \gamma_{1}\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}$$

$$= -e^{T}\bar{R}e - n_{p}M\tilde{\omega}e_{s}^{T}\mathcal{J}e_{r} + n_{p}\tilde{\omega}e_{r}^{T}\mathcal{J}\psi_{rd} - n_{p}M\tilde{\omega}e_{r}^{T}\mathcal{J}I_{s} + \tilde{\omega}L_{r}K_{\omega}e_{\omega} + \gamma_{1}\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}$$

$$= -e^{T}\bar{R}e + \tilde{\omega}^{2}L_{r}K_{\omega} + \tilde{\omega}\left(n_{p}e_{r}^{T}\mathcal{J}\psi_{rd} + n_{p}MI_{sd}^{T}\mathcal{J}e_{r} - L_{r}K_{\omega}\omega_{p} + \gamma_{1}\dot{\tilde{\omega}}\right) \quad (3.51)$$

Para el diseño del observador de velocidad, considere el error de estimación tal que

$$\dot{\tilde{\omega}} = \dot{\omega} - \dot{\hat{\omega}} = -\frac{1}{J} \left( n_p \frac{M}{L_r} \psi_r^T \mathcal{J} I_s + B\omega + T_L \right) - \dot{\hat{\omega}}$$
 (3.52)

Eligiendo el estimador de velocidad como

$$\dot{\hat{\omega}} = -n_p \frac{M}{L_r J} \psi_r^T \mathcal{J} I_s - \frac{1}{J} T_L - \frac{B}{J} \hat{\omega} + v_1$$
(3.53)

se tiene que

$$\dot{\tilde{\omega}} = -\frac{B}{J}\tilde{\omega} - v_1 \tag{3.54}$$

por lo que se escoge a  $v_1$  como

$$v_1 = \frac{1}{\gamma_1} \left( n_p e_r^T \mathcal{J} \psi_{rd} + n_p M I_{sd}^T \mathcal{J} e_r - L_r K_\omega \omega_p + \gamma_1 \dot{\tilde{\omega}} \right)$$

se tiene que el estimador de velocidad angular será de la forma dada en (3.28), y el cual produce que la ecuación el error de estimación sea

$$\dot{\tilde{\omega}} = -\frac{B}{J}\tilde{\omega} - \frac{1}{\gamma_1} \left( n_p e_r^T \mathcal{J} \psi_{rd} + n_p M I_{sd}^T \mathcal{J} e_r - L_r K_\omega \omega_p + \gamma_1 \dot{\tilde{\omega}} \right)$$
(3.55)

por lo que sustituyendo el valor de  $\tilde{\omega}$  dada por la ecuación (3.55) en la ecuación (3.51), esta última da como resultado

$$\dot{V} = -e^T \bar{R}e - \tilde{\omega}^2 \left( \gamma_1 \frac{B}{J} - L_r K_\omega \right)$$
 (3.56)

De esta última expresión se observa que para que el término entre paréntesis del segundo miembro del lado derecho de (3.56) sea positivo, será necesario que

$$\frac{\gamma_1 B}{JLr} > K_{\omega} \tag{3.57}$$

La parte final de la prueba esta relacionada con el hecho de garantizar que la matriz

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} (L_r \sigma \gamma + K_1)I_2 & -\beta_3 I_2 & 0\\ -\beta_3 I_2 & \beta_1 I_2 & 0\\ 0 & 0 & L_r (B + K_\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$
(3.58)

donde

$$A_{11} = (L_r \sigma \gamma + K_1) I_2; \qquad A_{12} = \begin{bmatrix} -\beta_3 I_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -\beta_3 I_2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A_{22} = \begin{bmatrix} \beta_1 I_2 & 0 \\ 0 & L_r (B + K_\omega) \end{bmatrix}$$

sea definida positiva.

Para este fin, note que en la matriz  $A_{22}$ , considerando que  $\beta_1 > 0$  por los parámetros del motor, es necesario que  $K_{\omega} > -B$  para que sea definida positiva

El determinante de  $\bar{R}$  es

$$\det \bar{R} = \det (A_{22}) \det (A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21})$$

efectuando las operaciones para el término entre paréntesis del segundo miembro de la última ecuación resulta

$$A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} = \left(L_r\sigma\gamma + K_1 - \frac{\beta_1^2}{\beta_3}\right)I_2$$

Realizando las operaciones para el determinante de  $\bar{R}$ 

$$\det \bar{R} = \beta_1^2 L_r(K_\omega + B) \left( L_r \sigma \gamma + K_1 - \frac{\beta_1^2}{\beta_3} \right)^2$$

Una condición para que la matriz  $\bar{R}$  sea definida positiva, es que su determinante sea positivo, por lo que

$$\beta_1^2 L_r(K_\omega + B) \left( L_r \sigma \gamma + K_1 - \frac{\beta_1^2}{\beta_3} \right)^2 > 0$$

Con esto se debe cumplir que

$$K_1 > -L_r R_s \tag{3.59}$$

Con el esquema de control basado en pasividad propuesto se resuelve el problema de control sensorless para el motor de inducción, el cual es una extensión de los controladores PBC reportados bajo la condición de la medición de velocidad.

Las principales características del esquema PBC son:

• A pesar del hecho de que la velocidad del rotor es no medible, el desarrollo del Control Basado en Pasividad preserva una estructura simple físicamente

interpretable, ya que solo se necesita la ley del control (3.24), el estado del controlador de la norma del flujo deseado (3.26), los valores deseados de las corrientes (3.25), el par deseado (3.27) y la estimación de velocidad del rotor (3.28) así como de las ganancias  $K_1$ ,  $K_{\omega}$  y  $\gamma_1$ , que para la implantación de los experimentos de simulación es muy simple.

- Con la estructura de los flujos de rotor dada por (3.26) se logra la regulación de la norma del flujo de rotor. Con esta estructura se obtiene el establecimiento de la relación que existe entre la rotación del vector de flujos de rotor deseados y el par deseado, es decir, se definen los flujos de rotor deseado sean señales sinusoidales.
- La facilidad de sintonización de la ganancia  $K_1$  y la norma de los flujos deseados  $\beta$  es relativamente muy simple. Sin embargo, la relación impuesta a las ganancias  $K_{\omega}$  y  $\gamma_1$  dadas en (3.29) merece una atención más detenida, debido a que involucra la constante de amortiguamiento mecánico B. En este sentido, la principal complicación es debido al hecho conocido de que B es usualmente muy pequeña, reduciendo (principalemte) la cota superior. Sin embargo, esta limitación puede manejarse facilmente incrementando el valor de la ganancia  $K_1$  poniendo a  $\gamma_1$  lo suficientemente grande, notando que el valor de esta ganancia no puede ser arbitrariamente grande debido a que el término "correctivo" en el observador de velocidad (3.28) es dado por  $\gamma_1^{-1}$ . Afortunadamente, como se muestra en el siguiente capítulo en la evaluación numérica, para valores físicos de B es posible elegir  $K_{\omega}$  y  $\gamma_1$  de tal forma que las tazas de convergencias de la estimación y de los errores de control son razonables.
- Debido a que el diseño del controlador está basado en el modelo del motor de inducción en el marco de referencia ab, los voltajes de estator así como los flujos de rotor y las corrientes de estator no necesitan de una transformación de coordenadas. Esta es una diferencia con respecto a los otros esquemas que se han propuesto en la comunidad. Esto conlleva que en el presente diseño no es necesario la definición de  $\omega_s$  y solo se define  $\omega_p$ , el cual es la diferencia de la velocidad deseada y la estimación de la velocidad.
- En la ley de control es necesario el derivar las corrientes deseadas y esto es algo que se tiene que sobrellevar, ya que en la definición de las corrientes deseadas (3.25), es necesario el conocimiento de las corrientes reales lo cual implica que se debe conocer la velocidad real del motor.
- A pesar de las desventajas mencionadas, en las simulaciones se ilustrará como el controlador funciona muy bien con diferentes referencias de velocidad y con la presencia de un par de carga distinto de cero.

### Capítulo 4

#### Resultados de Simulación

En este capítulo se presentan resultados de simulación con la intención de evaluar numéricamente el comportamiento del esquema sensorless basado en pasividad que se ha diseñado en el presente trabajo.

Primero, se muestran los resultados de tres experimentos que se le realizaron a los algoritmos diseñados tanto en [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] como en [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004], los cuales están ubicados en la categoría de controladores globalmente estables, así como del controlador sensorless basado en pasividad, que se considera también dentro de esta misma categoría. Dichas pruebas fueron realizadas bajo las mismas condiciones, es decir, los algoritmos fueron implementados en Simulink/Matlab<sup>TM</sup> utilizando los bloques básicos proporcionados por Simulink y el mismo método de integración. También, se utilizaron los valores de los parámetros del motor de inducción que se proporcionan en la tabla 4.1, así como el mismo valor de la norma del flujo y del par de carga constante, con este último aplicado desde un inicio de los experimentos.

Con los resultados obtenidos de estos experimentos, se dió pauta para realizar una comparación entre los algoritmos que se implementaron.

Posteriormente, se realiza un análisis de robustez de los tres esquemas sensorless bajo la condición de que algunos parámetros varían en el funcionamiento.

#### 4.1. Diseño de las Pruebas de Simulación

Los datos del motor de inducción que se consideró son los de un motor trifásico, tipo jaula de ardilla en configuración estrella, de 1 HP, velocidad nominal de 1725 rpm a

60 Hz, 4 polos, clase H, diseño NEMA B y código NEMA L. El motor es de la marca BALDOR, modelo ZDNM3581T. Tiene una capacidad de operación de 0-200 Hz y un voltaje de linea de 230/460 y una corriente nominal de 1.8/0.9 ampere.

Descripción	Notación	Valor	Unidades
Número de par de polos	$n_p$	2	
Momento de Inercia	J	0.005983	$kg$ - $m^2$
Coeficiente de Fricción	В	0.01	Nm-seg/rad
Resistencia de Estator	$R_s$	2.516	Ω
Resistencia de Rotor	$R_r$	1.9461	Ω
Inductancia de Estator	$L_s$	0.2340	Н
Inductancia de Rotor	$L_r$	0.2302	Н
Inductancia Mutua	$L_{sr}$	0.2226	Н

Cuadro 4.1: Parámetros del motor de inducción

Los parámetros del motor utilizados se presentan en la tabla 4.1 y son reportados en [Guerrero, 2000]. Los datos eléctricos se obtuvieron como un resultado de aplicar diferentes métodos de estimación, mientras que los datos mecánicos se tomaron del manual del usuario de la máquina.

El método de integración que se utilizó en todas las simulaciones fue el ODE5 el cual es una versión de paso fijo basado en una fórmula par explícita Runge-Kutta y Dormand-Prince y es un solucionador de un paso y se utilizó un paso de integración de 0.1 ms.

Debido a que los tres algoritmos consideran que los flujos de rotor están disponibles, se utilizó la reconstrucción de estos por las ecuaciones dadas en (3.1), considerando que el motor de inducción está inicialmente en reposo, lo que implica que las condiciones iniciales son cero.

Como se mencionó en el inicio del capítulo, se utilizó el mismo valor de la norma del flujo de rotor en todos los experimentos de los tres algoritmos y esta fue

$$\beta = 0.2$$

esto debido a que en las simulaciones que se realizaron del algoritmo reportado en [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] este fue el valor que, bajo el método de integración utilizado en Simulink, numéricamente daba una respuesta aceptable. Los otros dos algoritmos que se implementaron en la simulación pueden utilizar valores más grandes de esta variable y tener desempeños aceptables.

De igual forma, para todos los experimentos de los algoritmos, se utilizó el mismo

valor del par de carga, siendo constante desde el inicio de las simulaciones, este fue

$$T_L = 0.5Nm$$

Para todas las simulaciones que se realizaron en la implementación para el algoritmo de [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] los valores de las constantes que requiere dicho algoritmo fueron las siguientes

$$k_s = 0.5$$
  
 $k_1 = 10$   
 $k_o = 0.5$   
 $k_n = 0.5$   
 $k_2 = 20$ 

De igual forma, para todas las simulaciones realizadas en la implementación del algoritmo de [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] los valores de las constantes que requiere fueron

$$\theta = 0.01$$

$$k_{\omega} = 800$$

$$k_i = 5000$$

mientras que para las constantes del algoritmo del control sensorless basado en pasividad propuesto fueron puestos a

$$K_1 = 5$$

$$K_{\omega} = 20$$

$$\gamma_1 = \frac{c_1 J L_r K_{\omega}}{B} \quad \text{con} \quad c_1 = 2$$

Para la implementación de los algoritmos se utilizó el modelo del motor de inducción en un marco fijo de referencia (modelo ab), por lo que para los primeros dos algoritmos fue necesario realizar una transformación en los voltajes de control, así como en los flujos de rotor y corrientes de estator, ya que los diseños de estos son realizados con el modelo del motor de inducción en un marco de referencia variante a una velocidad arbitraria, mientras que para el algoritmo basado en pasividad no es necesaria dicha transformación.

Para la implementación en Simulink de los derivadores que se utilizan en el algoritmo diseñado en [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] fue necesario hacerlo a través de la implementación de una derivada aproximada, esto debido a que con el uso de bloque de derivador de Simulink ocasionaba que las simulaciones se saturaran.

Por último, cabe mencionar que en los experimentos se utilizó el tiempo de simulación de 25 segundos, ya que este tiempo fue suficiente para mostrar de una manera adecuada los resultados obtenidos.

La velocidad de referencia utilizada en todos los experimentos es dada por la siguiente expresión

$$\omega_d(t) = 500 \arctan(3\sin(0.2t))(1 - \exp(-0.05t^3)) \text{ rpm}$$
 (4.1)

Esta referencia tiene la característica que tiene un cambio de positiva a negativa llegando a una amplitud máxima de 625 rpm.

#### 4.2. Respuesta bajo Condiciones Nominales

#### 4.2.1. Respuesta del Controlador Propuesta 1

Con la expresión de la referencia de velocidad dada por (4.1), las figuras 4.1-4.3 son gráficas de las respuesta del algoritmo de [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001].

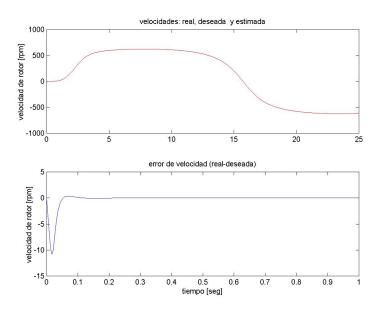


Figura 4.1: Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta 1)

En la gráfica de la parte superior de la figura 4.1 se presenta la respuesta de la velocidad angular del rotor del motor de inducción, donde se muestra tanto la velocidad actual como la deseada así como la velocidad estimada. Por otro lado, en la parte inferior de esta misma figura se muestra el error de seguimiento de velocidad, de la

cual se puede observar que solo hay un error significativo de aproximadamente de 11 rpm al inicio del experimento llegando a un tiempo de asentamiento de error cero a los 0.15 seg. de la simulación.

Como se puede observar en la figura 4.1 a pesar de que hay un cambio de referencia pasando por cero, el error de seguimiento de velocidad sigue siendo cero.

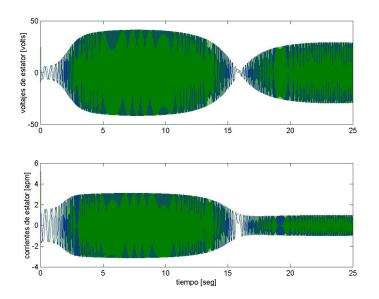


Figura 4.2: Voltajes y corrientes de estator (Propuesta 1)

En la gráfica de la parte superior de la figura 4.2 se muestran la forma de onda de los voltajes de estator las cuales describen el esfuerzo de control requerido cuya amplitud no es mayor a los 42 volts en la amplitud máxima de la referencia de velocidad, con un pico inicial en una de las fases de aproximadamente de 41.5 volts.

En la parte inferior de la figura 4.2 se presenta las corrientes de estator cuya amplitud es de aproximadamente 3.1 amp, con un pico inicial en una de las fase de 5.2 amp.

En la figura 4.3 se muestran los flujos de rotor reconstruidos en la gráfica de la parte de arriba, así como el error de flujos en la parte de abajo. El objetivo en el diseño de este controlador es el de lograr orientación de campo, el cual es logrado observando en la figura que además logra regulación de la norma del flujo.

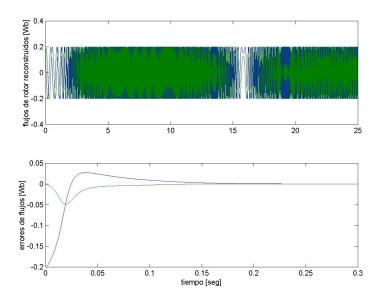


Figura 4.3: Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta 1)

#### 4.2.2. Respuesta del Controlador Propuesta 2

Las figuras 4.4-4.6 son la respuesta del algoritmo de [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] con la referencia de velocidad dada por (4.1).

En la gráfica de la parte superior de la figura 4.4 se muestra la respuesta de la velocidad angular del rotor del motor de inducción, donde se muestra tanto la velocidad actual como la deseada. En la parte inferior de esta misma figura se muestra el error de seguimiento de velocidad.

De las gráficas se puede observar que el algoritmo realiza el seguimiento de velocidad, teniendo un error de seguimiento de aproximadamente de 10 rpms cuando la referencia está en el cuadrante positivo. Cuando la referencia cambia y cruza por cero, el controlador sigue realizando el seguimiento de velocidad pero teniendo error de seguimiento muy grande una vez que hay el cruce por cero de la referencia durante aproximadamente 3 segundos, llegando a un asentamiento de error de alrededor de 12 rpm.

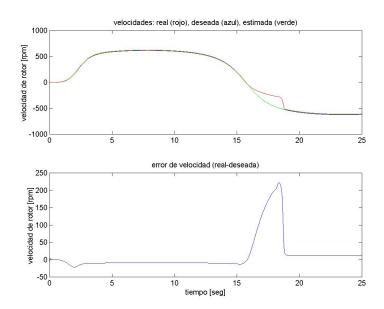


Figura 4.4: Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta 2)

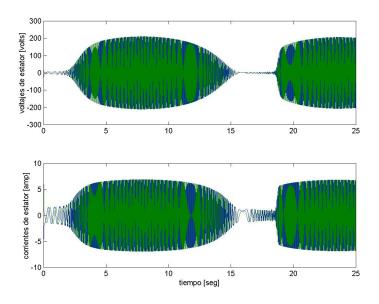


Figura 4.5: Voltajes y corrientes de estator (Propuesta 2)

En parte superior de la figura 4.5 se muestran la forma de onda de los voltajes de estator cuya amplitud es aproximadamente 210 volts en la máxima amplitud de referencia de velocidad. En la parte inferior de dicha figura se presenta las corrientes de estator cuya amplitud es de un poco menos de 6.9 amp con un pico inicial en una de las fase de 7.6 amp aproximadamente.

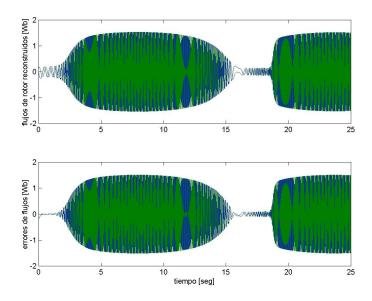


Figura 4.6: Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta 2)

En la figura 4.6 se muestran los flujos de rotor reconstruidos en la gráfica de la parte de arriba, así como el error de flujos en la parte de abajo. Igual que en el algoritmo anterior, el objetivo en el diseño de este controlador es el de lograr orientación de campo, el cual es logrado.

#### 4.2.3. Respuesta del controlador PBC

Las figuras 4.7-4.9 son la respuesta del algoritmo basado en pasividad con la referencia de velocidad dada por (4.1).

En la gráfica de la parte superior de la figura 4.7 se presenta la respuesta de la velocidad angular del rotor del motor de inducción, donde se muestra tanto la velocidad actual como la deseada así como la velocidad estimada. Por otro lado, en la parte inferior de esta misma figura se muestra el error de seguimiento de velocidad, de la cual se puede observar que solo hay un error significativo de aproximadamente de 2.5 rpm al inicio del experimento llegando a un tiempo de asentamiento de error cero a los 0.15 seg. de la simulación.

Igual que la respuesta del primer algoritmo presentado, como se puede observar en la figura 4.1 a pesar de que hay un cambio de referencia pasando por cero, el error de seguimiento de velocidad sigue siendo cero.

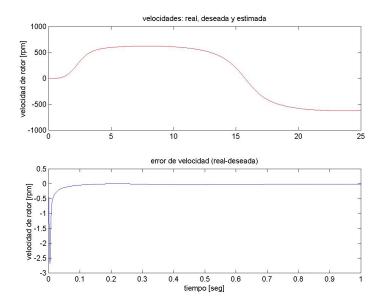


Figura 4.7: Velocidad de rotor y error de velocidad (Propuesta PBC)

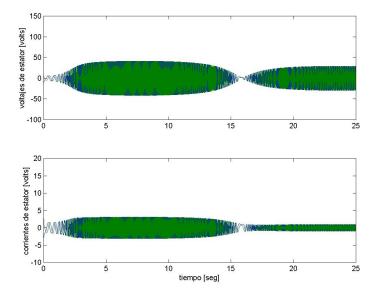


Figura 4.8: Voltajes y corrientes de estator (Propuesta PBC)

En la gráfica de la parte superior de la figura 4.8 se muestran la forma de onda de los voltajes de estator las cuales describen el esfuerzo de control requerido cuya amplitud no es mayor a los 41.5 volts en la amplitud máxima de la referencia de velocidad, con un pico inicial en una de las fases de aproximadamente de 122 volts.

En la parte inferior de la figura 4.8 se presenta las corrientes de estator cuya amplitud es de aproximadamente 3.1 amp, con un pico inicial en una de las fase de 15 amp.

En la figura 4.9 se muestran los flujos de rotor reconstruidos en la gráfica de la parte de arriba, así como el error de flujos en la parte de abajo. De la figura se puede observar que se logra el objetivo de regulación de la norma del flujo de rotor.

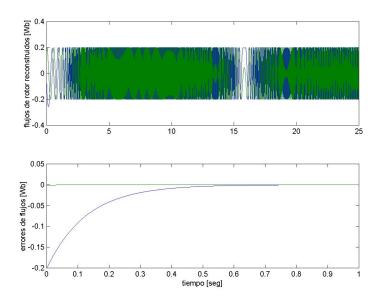


Figura 4.9: Flujos de rotor reconstruidos y error de flujos (Propuesta PBC)

# 4.2.4. Comentarios sobre las Respuestas con Condiciones Nominales

Con la velocidad de referencia dada por la expresión (4.1) tanto el algoritmos de [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] como el basado en pasividad tiene un seguimiento perfecto de la velocidad angular del rotor después de los 0.15 seg, mientras que en el algoritmo de [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] se tiene un error de seguimiento de aproximadamente 10 rpm después de los 5 segundos del inicio de la simulación.

En cuanto a los voltajes de control se puede mencionar que los tres algoritmos requieren de amplitudes que están dentro de las regímenes de funcionamiento del motor de inducción, con la diferencia de que en el algoritmo diseñado en [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004], éste es más exigente en alrededor de 100 volts más respecto a los otros dos. En lo que respecta a las corrientes de estator el algoritmo basado en pasividad y el propuesto por [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] son de casi 2 amperes menos que el otro algoritmo.

#### 4.3. Análisis de Robustez

En las siguientes figuras se presentan una serie de errores de seguimiento de velocidad de los algoritmos de la propuesta 1, la propuesta 2 y el controlador PBC como producto de varios experimentos realizados para éstos con el fin de evaluar la robustez. En las figuras el orden de las gráficas corresponden a: la gráfica de la parte superior al algoritmo de [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001], a la gráfica de la parte central de la figura al algoritmo de [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] y la gráfica de la parte inferior al algoritmo basado en pasividad.

# 4.3.1. Errores de Seguimiento de Velocidad con Valores Nominales

Antes de realizar alguna variación de algún parámetro en la implementación de los controladores, se analizan los errores de seguimiento de velocidad de los tres algoritmos cuando se considera que los valores de los parámetros del motor son los nominales y el valor del par de carga se conoce exactamente. En las gráficas de la figura 4.10 se presentan dichos errores de velocidad con esta condición.

De la figura 4.10 se puede observar que los algoritmos de la propuesta 1 y el PBC logran un seguimiento perfecto de la velocidad angular del rotor, mientras que el algoritmo de la propuesta 2 logra el seguimiento de velocidad pero tiene un error de seguimiento de 10 rpms aproximadamente, pero después del cruce por cero de la referencia de velocidad si logra el seguimiento de velocidad pero durante aproximadamente 3 segundos el error de seguimiento llegando a un valor máximo de casi 200 rpms.

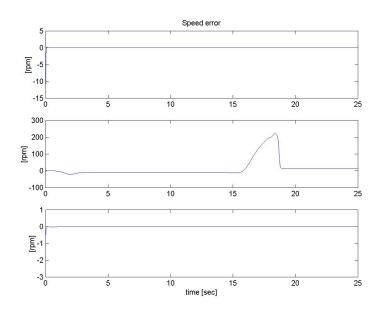


Figura 4.10: Errores de velocidad de los tres algoritmos (Valores nominales)

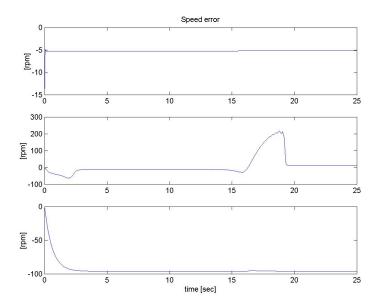
#### 4.3.2. Variación de Par de Carga

El primer experimento para observar la robustez fue cuando se considera que el valor del par de carga tiene una incertidumbre del  $20\,\%$  más de su valor en el modelo del motor de inducción. En las gráficas de la figura 4.11 se presentan los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando está presente esta situación.

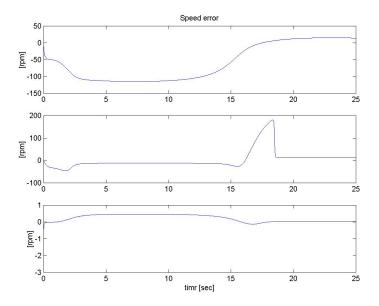
De las gráficas de la figura 4.11 se puede observar que el error de seguimiento es de próximamente 5 rpms, mientras que la respuesta 2 es una respuesta muy similar que con las condiciones de valores nominales. El controlador PBC presenta un error de seguimiento de casi 100 rpms, considerando con esto que es al que más le afecta la variación del valor del par de carga.

# 4.3.3. Variación de la Resistencia de Rotor en el Modelo del Motor

Posteriormente se realizó el experimento cuando la resistencia de rotor tiene una incertidumbre del  $100\,\%$  más de su valor en el modelo del motor de inducción. En las gráficas de la figura 4.12 se presentan los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando está bajo situación.



**Figura 4.11:** Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación del  $20\,\%$  par de carga)



**Figura 4.12:** Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación del  $100\,\%$  resistencia de rotor)

De las gráficas de la figura 4.12 se puede observar que el controlador PBC tiene un error de seguimiento menor de 1 rpm ante esta situación, mientras que el algoritmo de la propuesta 2 es muy semejante a la condición de los valores nominales. El algoritmo de la propuesta 1 presenta un error de seguimiento grande sobre todo cuando la referencia es positiva, éste error llega a tener un máximo de casi 120 rpms, concluyendo de esto que es el algoritmo que más le afecta la variación del valor de la resistencia de rotor en el modelo del motor de inducción.

#### 4.3.4. Variación de Parámetros en el Reconstructor de flujos

Las figuras que a continuación se muestran son referentes a la simulación de los tres algoritmos considerando que se presenta una variación en algunos de los parámetros en el reconstructor de flujos. Cabe mencionar que las gráficas presentadas son con la variación de los valores que permitieron una respuesta aceptable y que la simulación no se volvía singular.

Las gráficas de la figura 4.13 son los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando el valor de la inductancia de rotor en el reconstructor de flujo es de menor valor. Para la propuesta 1 fue de 2% menor del valor, la propuesta 2 fue de 1.5% menos mientras que para el algoritmo PBC de 5% menos.

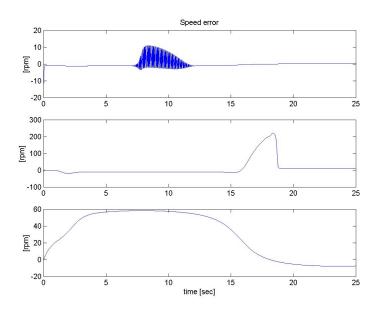


Figura 4.13: Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje menor de inductancia de rotor en el reconstructor de flujos)

De las gráficas de la figura 4.13, cuando se considera la variación hacia abajo en el

valor de la inductancia de rotor en el reconstructor de flujos. Se puede observar que a pesar de que en el controlador PBC aceptó un valor un poco más alto que los otros dos algoritmos, este tuvo un error de velocidad más alto de aproximadamente de 60 rpms en la referencia positiva de velocidad. Los otros dos algoritmos muestran un comportamiento muy cercano al de los valores nominales, excepto en el intervalo de 7 a 12 segundos el algoritmo de la propuesta 1 presenta una oscilación de casi 10 rpm.

Las gráficas de la figura 4.14 son los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando el valor de la inductancia de rotor en el reconstructor de flujo es de mayor valor. Para los tres algoritmos el porcentaje mayor fue del 5%.

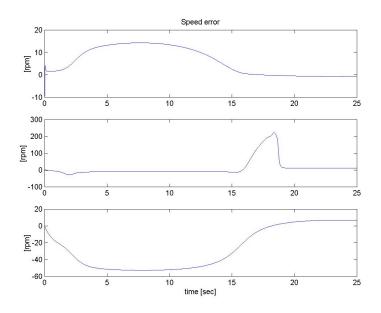


Figura 4.14: Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje mayor de inductancia de rotor en el reconstructor de flujos)

Las gráficas de la figura 4.14 son cuando se considera que la variación de la inductancia de rotor es hacia arriba de su valor nominal en el reconstructor de flujos. De dichas gráficas se puede observar que el que mayor variación presenta en su respuesta al error de velocidad (casi 55 rpms en la referencia positiva) respecto a la respuesta cuando se consideran los valores nominales, es el controlador PBC. Cabe mencionar que a los tres algoritmos se les varió el mismo porcentaje de éste parámetro.

Las gráficas de la figura 4.15 son los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando el valor de la resistencia de estator en el reconstructor de flujo es de menor valor. Para la propuesta 1 el porcentaje de este valor fue de  $0.3\,\%$ , mientras que para los otros dos algoritmos fue de  $1.5\,\%$  menos.

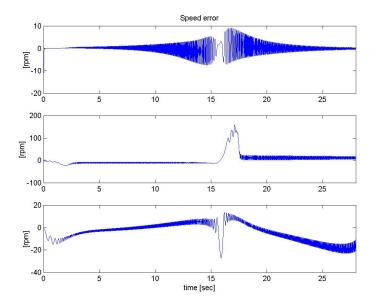


Figura 4.15: Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje menor de resistencia de estator en el reconstructor de flujos)

De las gráficas de la figura 4.15 se puede observar que la variación que más le afecta a los tres algoritmos es la variación del valor de la resistencia de estator en el reconstructor de flujos es hacia abajo. Principalmente el algoritmo del controlador de la propuesta 1 la variación del valor fue muy pequeña, teniendo un error de seguimiento de velocidad con una oscilación de casi 10 rpms cuando la referencia de velocidad se acercaba al cruce por cero. Aunque el porcentaje en la variación del valor para los otros dos algoritmos fue un poco mayor, la respuesta de la propuesta 2 fue semejante cuando los valores son nominales con oscilaciones y el controlador PBC también con oscilaciones con un error de seguimiento de error de aproximadamente 20 rpms.

Las gráficas de la figuras 4.16 corresponde a los errores de velocidad de los tres algoritmos cuando el valor de la resistencia de estator en el reconstructor de flujo es de mayor valor. Para la propuesta 1 el porcentaje de este valor fue de  $0.2\,\%$ , para la propuesta 2 fue de  $6\,\%$  mientras que para los algoritmo PBC fue  $8\,\%$  más.

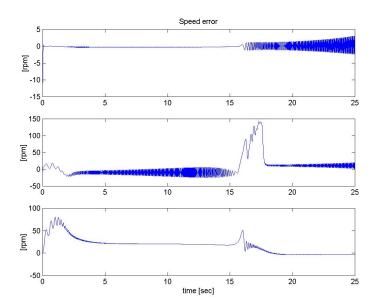


Figura 4.16: Errores de velocidad de los tres algoritmos (Variación de un porcentaje mayor de resistencia de estator en el reconstructor de flujos)

De las gráficas de la figura 4.16 se puede observar que para la propuesta 1, con una variación en el valor del parámetro muy pequeño, éste presenta oscilaciones en el error de seguimiento de la velocidad sobre todo en la parte negativa de la referencia de la velocidad aproximadamente después los 16 seg. de la simulación, mientras que la propuesta 2 presenta una respuesta semejante que presenta con los valores nominales pero con oscilaciones sobre todo en la parte positiva de la referencia de velocidad desde los 3 hasta los 15 seg. Por último, se puede mencionar que para el controlador PBC, que tiene un variación mayor en el valor de este parámetro, éste tiene un error de casi 80 rpms al inicio de la simulación pero posteriormente este llega muy cerca de cero.

# 4.3.5. Comentarios sobre las Respuestas con Variaciones en los Parámetros

A partir de las gráficas de las figuras de las simulaciones de los tres algoritmos y de acuerdo a la tabla 4.2 el controlador basado en pasividad es el que más variación en los parámetros puede soportar, recordando que estos valores son los límites para que la simulación no se hiciera singular.

En cuanto a la respuestas de los controladores con los valores nominales, se tiene que el controlador de la propuesta 1 y el PBC logran un seguimiento perfecto de la velocidad después de los 0.15 seg. con amplitudes de voltajes de estator de 35 volts, los dos controladores, y las corrientes de aproximadamente 3 amperes. Solo al inicio del experimento se puede observar que el controlador PBC tiene un requerimiento más fuerte en una de las fases tanto en las corrientes como de los voltajes. Aun con ese esfuerzo inicial del controlador PBC, están dentro de las especificaciones físicas de la máquina. El controlador de la propuesta 2 se puede observar que, a pesar de que presenta un problema fuerte después del cruce por cero, logra el seguimiento de la velocidad angular, pero las amplitudes de los voltajes y de las corrientes de estator son de mayor amplitud que las requieren los otros dos controladores, pero estos están, de igual forma, dentro de las especificaciones de la máquina.

Con las observaciones anteriores se puede decir que, al realizar los experimentos con los valores nominales de los parámetros y del conocimiento exacto del par de carga, el controlador que presenta mejores características en su implementación, sintonización así como la respuesta de la velocidad y los requerimientos de voltajes y corrientes es el controlador basado en pasividad.

De los experimentos realizados cuando hay alguna variación en algún parámetro, se puede considerar que, a pesar de que se presenta un error de seguimiento muy grande después del cruce por cero de la velocidad de referencia, el controlador que muestra un comportamiento más regular es el algoritmo de la propuesta 2 pero el controlador que acepta más variación en sus parámetros, de acuerdo a la tabla 4.2, es el controlador basado en pasividad, por lo que es más robusto que los otros dos.

Un punto más que se puede hacer mención, es respecto a la utilización de los bloques que se utilizaron para la construcción de las plantillas en Simulink de los controladores que se implementaron. Se tiene como resultado que el controlador de la propuesta 1 fue el que más dificultades tuvo para realizar dicha construcción, ya que, como se puede observar de la tabla 4.3 se necesitaron más bloques. Respecto a la sintonización de las ganancias que se requieren en los controladores, el controlador de la propuesta 2, fue la más difícil y, precisamente por eso, el valor de la norma del flujo de rotor se fijó a  $\beta = 0.2$  también para los otros dos controladores.

	Propuesta 1	Propuesta 2	PBC
$T_L$ modelo MI	+20%	+20%	+20%
$R_r$ modelo MI	+100 %	+100 %	+100 %
Reconstructor de flujos			
$L_r$	-2 %	-1.5 %	-5 %
$L_r$	+5 %	+5 %	+5 %
$R_s$	-0.3 %	-1.5 %	-1.5 %
$R_s$	+0.2 %	+6 %	+8 %

Cuadro 4.2: Porcentajes de variaciones en los parámetros

Ya por último cabe mencionar, que la construcción de los bloques para la implementación de los algoritmos, se hizo utilizando en lo posibles solo bloques básicos de Simulink. Considerando esto la cantidad de bloques que se utilizaron son los que se proporciona en cuadro 4.3

Algoritmo sensorless	bloques de Simulink
Propuesta 1	325
Propuesta 2	119
PBC	90

Cuadro 4.3: Bloques básicos utilizados en Simulink para la implementación de los algoritmos

### Capítulo 5

### Conclusiones y trabajo futuro

Los sistemas de controladores de máquinas de Corriente Alterna sin sensores mecánicos tienen el atractivo de reducir costos y da más confiabilidad pues se disminuyen entradas de ruido al sistema. En muchos de los casos, para la implantación de un esquema, se tiene algún tipo de restricción como puede ser el tiempo computacional, para ello es necesario evaluar que esquema se puede acoplar más a las necesidades o limitaciones que se tienen.

A pesar de una extensa actividad que se ha tenido en las últimas décadas, desde el punto de vista teórico, el control sensorless del motor de inducción presenta aun tópicos de investigación abiertos debido a: 1) fuertes simplificaciones en las suposiciones sobre la dinámica del motor de inducción, e.g. la velocidad del motor es considera como un parámetro constante; 2) Se necesita de integración pura o derivación de las corrientes de estator; 3) muy pocas contribuciones están basadas en un análisis riguroso de estabilidad en lazo cerrado.

La tendencia en la actualidad en los esquemas de los controladores sensorless del motor de inducción ha sido el diseñar simultáneamente un controlador para los voltajes y un observador de la velocidad angular del rotor que no requieran del conocimiento de las variables mecánicas. En unos casos se considera que se reconstruyen los flujos de rotor por medio de observadores en lazo abierto utilizando las mediciones de los voltajes y de las corrientes de estator y éstos se clasifican como controladores globalmente estables, mientras que en otros casos para el diseño del controlador se considera además que no se conocen los flujo de rotor, por lo que es necesario diseñar observadores para estos, clasificandose como controladores localmente estables con observadores tanto de velocidad como de flujos.

En el presente trabajo se presentó un esquema de control, que resuelve el problema de control sensorless para el motor de inducción, con la metodología basada en pasivi-

dad, heredando las propiedades que se utilizaron en el diseño del control cuando se mide la velocidad angular. Éste controlador es muy sencillo para su implementación y sintonización respecto a los controladores que se ubican dentro de la categoría globalmente estables.

Las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado, compuesto por el motor de inducción y el esquema de control propuesto, logra un seguimiento asintótico global de la velocidad angular del rotor y regulación de la norma del flujo de rotor con todas las variables internas acotadas.

Los resultado teóricos del controlador PBC son probados en simulaciones junto con los esquemas que caen en la clasificación de globalmente estables. En las figuras que se muestran en el capítulo 4 se puede observar un buen desempeño bajo las restricciones que se establecen en dicho capítulo capítulo. Los requerimientos tanto de los voltajes y las corrientes de estator para lograr el seguimiento de la velocidad están dentro de las especificaciones de la máquina.

A pesar del hecho de que no se tiene la medición de la velocidad angular del rotor, el desarrollo por el Control por Pasividad preserva una estructura relativamente simple, físicamente interpretable. Mas aún, la sintonización del controlador sensorless PBC es también simple en comparación con los otros controladores que estan basados bajo el esquema del control por Campo Orientado, presentados en el capítulo 3. En la propuesta PBC solo es necesario definir las ganancias  $K_1$  así como  $\gamma_1$  y con esto se obtiene  $K_{\omega}$ , junto con la norma del flujo  $\beta$  y no es necesario definir a  $\omega_s$ .

La relación impuesta a las ganancias  $K_{\omega}$  y  $\gamma_1$  dadas en (3.29) involucra a la constante de amortiguamiento mecánico B. En este sentido, la principal complicación es debido al hecho conocido de que B es usualmente muy pequeña, reduciendo a la cota superior. Sin embargo, esta limitación puede manejarse facilmente incrementando el valor de la ganancia  $K_1$  poniendo a  $\gamma_1$  lo suficientemente grande, notando que el valor de esta ganancia no puede ser arbitrariamente grande debido a que el término "correctivo" en el observador de velocidad (3.28) es dado por  $\gamma_1^{-1}$ .

En las suposiciones del planteamiento del problema a resolver se considera que los parámetros se conocen exactamente, pero es sabido que en el funcionamiento del motor de inducción algunos de estos parámetros cambian de valor. Por lo que una propiedad que puede ser útil es que el modelo, como cualquier sistema lagrangiano, es lineal en los parámetros, por lo que se puede pensar en realizar control adaptable. Desafortunadamente, el regresor depende de variables no medibles, pero en principio, se puede evaluar la situación considerando esta propiedad.

Otra consideración realizada en el planteamiento del problema es el conocimiento del par de carga, por lo que en situaciones prácticas este normalmente no se conoce. Para esta situación es usual que ésta variable se considere desconocida, pero constante,

bajo estas consideraciones es posible utilizar un estimador utilizando medición de velocidad, que bajo el esquema *sensorless* no es posible. En un futuro se desea explotar esta situación.

El trabajo que sigue es en el sentido de quitar la restricción de que se tienen disponibles los flujos de rotor así como el conocimiento del par de carga, por lo que se trabajará en algún esquema de control con la suposición sensorless completo para el motor de inducción, es decir, solo se pueden medir voltajes y corrientes y de que no se tiene disponible ni la posición ni velocidad del rotor, además de considerar que no se conoce el par de carga y existe variación de algunos parámetros.

### Apéndice A

### Disipatividad y Pasividad

Debido a que desarrollo del trabajo principal de esta tesis está basado en lo referente a la propiedad de pasividad del motor de inducción, en el presente capítulo se describen las propiedades de disipatividad y pasividad desarrollados en el apéndice A de [Ortega, Loria, Nicklasson & Sira-Ramírez, 1999].

La disipatividad es una propiedad fundamental de sistemas físicos cercanamente relacionados con el fenómeno intuitivo de pérdida o disipación de energía. Ejemplos típicos de sistemas disipativos son los circuitos eléctricos, en el cual la parte de la energía eléctrica y magnética es disipada como calor en los resistores. Un papel similar es jugado por la fricción en los sistemas mecánicos. Para definir matemáticamente la propiedad de disipatividad se introducen dos funciones: la razón de suministro, que es la razón a la cual la energía fluye hacia el sistema; y la función de almacenamiento, la cual mide la cantidad de energía que es almacenada dentro del sistema. Estas funciones son relacionadas vía la desigualdad de disipación, la cual establece que a lo largo de las trayectorias del tiempo de un sistema disipativo la razón de suministro no es menor que su incremento en el almacenamiento. Esto expresa el hecho que un sistema disipativo no puede almacenar más energía que lo que es suministrada desde el exterior, siendo la diferencia la energía disipada.

Para propósitos del presente trabajo es útil definir la entrada  $u \in \mathbb{R}^m$  y la salida  $y \in \mathbb{R}^m$  para la formulación de la noción de disipatividad. Además, se restringe a una clase particular de sistemas disipativos, es decir sistemas pasivos, para los cuales la función de la razón de suministro es simplemente  $u^Ty$ .

# A.1. Ejemplo de disipatividad por medio de un circuito eléctrico

Antes de proceder con la definiciones matemáticas se ilustrará el concepto básico con un ejemplo.

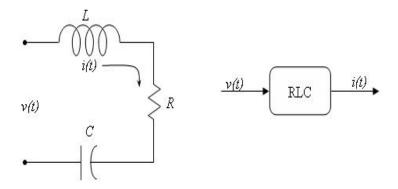


Figura A.1: Red RLC

Considere el circuito RLC Lineal e Invariante en el Tiempo (LTI por sus siglas en inglés) de la figura (A.1). La conducta dinámica del circuito puede obtenerse aplicando las leyes de Kirchoff como

$$v = Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + L \frac{di}{dt}$$

Ahora, multiplicando por i tenemos

$$vi = Ri^{2} + \frac{1}{C}i\int_{0}^{t}i(\tau)d\tau + Li\frac{di}{dt}$$

o equivalentemente

$$vi - Ri^{2} = \frac{d}{dt} \left[ \underbrace{\frac{1}{2C} \left( \int_{0}^{t} i(\tau) d\tau \right)^{2}}_{\mathcal{V}} + \underbrace{\frac{L}{2}i^{2}}_{\mathcal{T}} \right]$$
(A.1)

donde se usan las funciones  $\mathcal{V}$  y  $\mathcal{T}$  para denotar la energía eléctrica almacenada en el capacitor y la energía magnética de la inductancia, respectivamente. Integrando

(A.1) desde 0 a t se tiene la ecuación de balanc de energía

$$\underbrace{\mathcal{H}(t)}_{\text{disponible}} = \underbrace{\mathcal{H}(0)}_{\text{inicial}} + \underbrace{\int_{0}^{t} v(\tau) i(\tau) d\tau}_{\text{suministrada}} - \underbrace{\int_{0}^{t} R i^{2}(\tau) d(\tau)}_{\text{disipada}}$$

donde se ha introducido  $\mathcal{H} \stackrel{\triangle}{=} \mathcal{V} + \mathcal{T}$ , la energía total del circuito. En este ejemplo, la función de razón de sumnistro vi es la potencia desarrollada desde la fuente externa hacia la red, mientras que la función de almacenamiento $\mathcal{H}$  es la energía total del sistema.

#### A.2. Espacios $\mathcal{L}_2$ y $\mathcal{L}_{2e}$

Consideremos el conjunto  $\Xi$  de todas las funciones medibles n-dimensional de valor real del tiempo  $f(t): \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ . Definamos el conjunto

$$\mathcal{L}_2 \stackrel{\triangle}{=} \left\{ x \in \Xi \mid \|f\|_2^2 \stackrel{\triangle}{=} \int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt < \infty \right\}$$

con  $\|\cdot\|$  la norma Euclideana estandar. Este conjunto forma un espacio vectorial normado sobre el campo de los números reales con norma  $\|\cdot\|_2$ . Introduzcamos ahora el espacio extendido  $\mathcal{L}_{2e}$  como

$$\mathcal{L}_{2e} \stackrel{\triangle}{=} \left\{ x \in \Xi \mid \|f\|_{2T}^2 \stackrel{\triangle}{=} \int_0^T \|f(t)\|^2 dt < \infty, \quad \forall T \right\}$$

Se define también el producto interno y el producto interno truncado de dos funciones u y y como

$$\langle u \mid y \rangle \stackrel{\triangle}{=} \int_0^\infty u(t)^T y(t) dt$$
  
 $\langle u \mid y \rangle_T \stackrel{\triangle}{=} \int_0^T u(t)^T y(t) dt$ 

#### A.3. Pasividad y Estabilidad de Ganancia Finita

Aún cuando los conceptos de pasividad y estabilidad estrada-salida son desarrollados independientemente de la definición del estado del sistema, por la búsqueda de simplicidad nos restringimos a sistemas de la forma

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, t), x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x, u) \end{cases}$$
 (A.2)

con el estado  $x \in \mathbb{R}^n$ , la entrada  $u \in \mathbb{R}^m$  y la salida  $y \in \mathbb{R}^m$ . De esta forma, (A.2) define un operador dinámico causal  $\Sigma : \mathcal{L}_{2e} \to \mathcal{L}_{2e} : u \mapsto y$ .

Tenemos las siguientes definiciones:

**Definición A.1 (Disipatividad).**  $\Sigma$  es disipativo con respecto al suministro w(u, y):  $\mathbb{R}^m x \mathbb{R}^m$  si y solo si existe una función de almacenamiento  $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n_{>0}$  tal que

$$\mathcal{H}(T) \le \mathcal{H}(0) + \int_0^T w(u(t), y(t))dt \tag{A.3}$$

para toda u, toda  $T \ge 0$  y toda  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

**Definición A.2 (Pasividad).**  $\Sigma$  es pasivo si es disipativo con una razón de suministro  $w(u,y)=u^Ty$ . Es pasivo estrictamente a la entrada (ISP por sus siglas en inglés) si es disipativo con razón de sumnistro  $w(u,y)=u^Ty-\delta_i\|u\|^2$ , donde  $\delta_i>0$ . Además,  $\Sigma$  es pasivo estrictamente a la salida (OSP) si es disipativo con razón de suministro  $w(u,y)=u^Ty-\delta_o\|y\|^2$ , donde  $\delta_o>0$ .

**Definición A.3 (Estabilidad**  $\mathcal{L}_2$ ).  $\Sigma$  se dice que es  $\mathcal{L}_2$  estable si existe una constante positiva  $\gamma$  tal que para cualquier condición inicial  $x_0$ , existe una constante finita  $\beta(x_0)$  tal que

$$||y||_{2T} \le \gamma ||u||_{2T} + \beta(x_0)$$

Corolario A.1 (Estabilidad  $\mathcal{L}_2$  y disipatividad). Un sistema de espacio de estado  $\Sigma$  es  $\mathcal{L}_2$  estable si es disipativo con una razón de sumnistro  $w(u, y) = \frac{1}{2}\gamma^2 ||u||^2 - ||y||^2$  para algún  $\gamma > 0$ .

## Apéndice B

# Revisión del Control Basado en Pasividad del Motor de Inducción

En [Ortega, Nicklasson & Espinosa, 1996] se desarrolla el algoritmo de control basado en pasividad del motor de inducción considerando el modelo (2.1) del motor de inducción. Debido a que en el presente trabajo el diseño del algoritmo es considerando el modelo (2.9) en el presente capítulo se presenta el algoritmo de control basado en pasividad cuando se considera que se tiene disponible la velocidad angular del rotor.

El modelo (2.9) se puede reescribir de tal forma que solo se tenga la parte eléctrica del motor de inducción esta queda como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}}_{D} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{I}_s \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix}}_{\dot{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & n_p M \omega \mathcal{J} \\ 0 & -n_p \omega \mathcal{J} \end{bmatrix}}_{C(\omega)} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_r \sigma \gamma I_2 & -\beta_3 I_2 \\ -\beta_3 I_2 & \beta_1 I_2 \end{bmatrix}}_{R} \underbrace{\begin{bmatrix} I_s \\ \psi_r \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_r u_s \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q} \tag{B.1}$$

La metodología del diseño basado en pasividad descansa en el hecho de que las variables de error son definidas como

$$e = x - x_d = \left[ \begin{array}{c} e_s \\ e_r \end{array} \right]$$

con  $x_d$  es una conducta deseada para los estados por lo que el modelo del motor (B.1) puede reescribirse como

$$D\dot{e} + C(\omega)e + Re = \Phi \tag{B.2}$$

donde

$$\Phi = Q - \{D\dot{x}_d + C(\omega)x_d + Rx_d\}$$
(B.3)

Para el diseño de los voltatajes de control considere los primeros dos renglones de (B.3) en donde

$$\Phi_1 = L_r u_c - \left( L_r \sigma \dot{I}_{sd} + n_p M \omega \mathcal{J} \psi_{rd} + L_r \sigma \gamma I_{sd} - \frac{M R_r}{L_r} \psi_{rd} \right)$$
(B.4)

por lo que se puede escoger los voltajes de control como

$$u_c = \frac{1}{L_r} (L_r \sigma \dot{I}_{sd} + n_p M \omega \mathcal{J} \psi_{rd} + L_r \sigma \gamma I_{sd} - \frac{M R_r}{L_r} \psi_{rd} - K_1 e_s$$
 (B.5)

donde se incorpora un término de amortiguamiento  $K_1$  en los errores de corrientes, con lo que se llega a

$$\Phi_1 = -K_1 e_s$$

De (B.3) se tiene que la tercera y cuarta ecuación es

$$\Phi_2 = -\left\{\dot{\psi}_{rd} - n_p \omega \mathcal{J}\psi_{rd} - \frac{MR_r}{L_r} I_{sd} + \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd}\right\}$$
 (B.6)

Teniendo en cuenta la Propiedad 2.4.3, se puede definir los flujos de rotor deseados de la forma

$$\psi_{rd} = \beta \begin{bmatrix} \cos(\rho_d) \\ \sin(\rho_d) \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\psi}_{rd} = \dot{\rho}_d \mathcal{J} \psi_r; \qquad \beta = \|\psi_{rd}\| \tag{B.7}$$

donde

$$\rho_d = \arctan\left(\frac{\psi_{rd2}}{\psi_{rd1}}\right)$$

con lo que se obtiene

$$\dot{\rho}_d = -\frac{1}{\beta^2} \psi_{rd}^T \mathcal{J} \dot{\psi}_{rd} \tag{B.8}$$

De (B.6) consideramos que

$$\dot{\psi}_{rd} = n_p \omega \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{MR_r}{L_r} I_{sd} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd}$$
(B.9)

Sustituyendo el valor de la ecuación de (B.9) en la ecuación (B.8), que aplicando las propoiedades de la matriz  $\mathcal{J}$ , se obtiene la siguiente expresión para la velocidad angular de los flujos

$$\dot{\rho}_d = n_p \omega + \frac{R_r}{n_p \beta^2} T_d \qquad \text{con} \quad T_d = -\frac{n_p M}{L_r} \psi_{rd}^T \mathcal{J} I_{sd}$$
 (B.10)

Sustituyendo esta última expresión en (B.7) se obtiene el valor para los flujos de rotor deseado como

$$\dot{\psi}_{rd} = n_p \omega \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{R_r}{n_p \beta^2} T_d \mathcal{J} \psi_{rd}$$
 (B.11)

Sustituyendo el valor de los flujos de rotor deseado dado por la expresión (B.11) en (B.6) se tiene

$$\Phi_{2} = -\left\{ \left[ \frac{R_{r}}{n_{p}\beta^{2}} T_{d} + n_{p}\omega \right] \mathcal{J}\psi_{rd} - n_{p}\omega \mathcal{J}\psi_{rd} - \frac{MR_{r}}{L_{r}} I_{sd} + \frac{R_{r}}{L_{r}}\psi_{rd} \right\}$$

$$= -\left\{ \left[ \frac{R_{r}}{n_{p}\beta^{2}} T_{d}\mathcal{J} + \frac{R_{r}}{L_{r}} I_{2} \right] \psi_{rd} - \frac{MR_{r}}{L_{r}} I_{sd} \right\} \tag{B.12}$$

Escogiendo las corrientes deseados como

$$I_{sd} = \left[\frac{L_r}{n_p M \beta^2} T_d \mathcal{J} + \frac{1}{M} I_2\right] \psi_{rd}$$
 (B.13)

tenemos que  $\Phi_2 = 0$ .

Se puede observar de (B.2) que la matriz  $C(\omega)$  no es antisimétrica, por lo que si en la ecuación de los flujos del modelo del motor se suma y se resta el término  $n_p M \omega \mathcal{J} e_s$  se obtiene, considerando solo el término positivo la siguiente matriz

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & n_p M \omega \mathcal{J} \\ n_p M \omega \mathcal{J} & -n_p \omega \mathcal{J} \end{bmatrix}$$
 (B.14)

Ahora bien, si se considera que el término negativo así como el término de  $\Phi_1$  se ubican en la matriz R se obtiene

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} (L_r \sigma \gamma + K_1) I_2 & -\beta_3 I_2 \\ -(\beta_3 I_2 + n_p M \omega \mathcal{J}) & \beta_1 I_2 \end{bmatrix}$$
(B.15)

con lo que

$$\Phi = 0$$

Escogiendo la siguiente función definida positiva

$$V = \frac{1}{2}e^T De$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (B.2) es

$$\dot{V} = -e^T \bar{R}e - e^T \bar{C}(\omega)e + e^T \Phi$$

Debido a que  $\bar{C}(\omega)$  es antisimétrica y  $\Phi = 0$  solo queda

$$\dot{V} = -e^T \bar{R}e \tag{B.16}$$

Por lo que se debe escoger el valor de  $K_1$  de tal forma que la matriz  $\bar{R}$  sea definida positiva. Para esto considere que  $\bar{R}_s = \frac{1}{2}\bar{R} + \frac{1}{2}\bar{R}^T$ , la cual es

$$\bar{R}_s = \begin{bmatrix} (L_r \sigma \gamma + K_1) I_2 & -(\beta_3 I_2 - \frac{1}{2} n_p M \omega \mathcal{J}) \\ -(\beta_3 I_2 + \frac{1}{2} n_p M \omega \mathcal{J}) & \beta_1 I_2 \end{bmatrix}$$
(B.17)

Utilizando el complemento de Schur para  $\bar{R}_s$ 

$$\bar{R}_s = (L_r \sigma \gamma + K_1)I_2 - \frac{1}{\beta_1} \left[ \beta_3^2 I_2 + \frac{1}{4} (n_p M \omega)^2 I_2 \right]$$

Se necesita que  $R_s > 0$  por lo que si

$$K_1 > \frac{\beta_3^2}{\beta_1} + \frac{n_p^2 M^2 \omega^2}{4\beta_1} - L_r \sigma \gamma$$

se cumple con la condición anterior. Sustituyendo los valores de los parámetros del motor, y consdierando que la resistencia de rotor varia con el funcionamiento, se escoge el siguiente valor para la ganancia  $K_1$  cumpla con la condición

$$K_1(\omega) = \frac{n_p^2 M^2 \omega^2}{4\epsilon}, \qquad 0 < \epsilon < R_r$$
 (B.18)

Debido que para la implementación del controlador se requiere de la derivada de las corrientes deseadas  $\dot{I}_{sd}$ , para lo cual es necesario el par deseado  $T_d$ . Así, si  $T_d$  incluye a la velocidad angular  $\omega$ , se requerirá que la aceleración sea medida. Definiendo el par deseado como

$$T_d(z) = J\dot{\omega}_d - z + T_L \tag{B.19}$$

con z dado por

$$\dot{z} = -az + be_{\omega}, \qquad z(0) = e_{\omega}(0) \tag{B.20}$$

con  $e_{\omega} = \omega - \omega_d$  y a, b > 0, permite retroalimentar efectivamente el error de seguimeinto de velocidad (sin la medición de aceleración)

## Apéndice C

## Campo Orientado

Las ecuaciones dadas por (2.7) nos da el modelo del motor de inducción en un marco de referencia fijo al estator.

En muchas aplicaciones prácticas se utilizan lazos de corrientes de alta ganancia de la forma

$$u = \frac{1}{\epsilon} (i_{ab}^d - i_{ab})$$

para forzar a  $i_{ab}$  a seguir su referencia correspodiente  $i_{ab}^d$ , donde  $\epsilon$  es un número positivo pequeño. Por lo tanto, es razonable considerar que el modelo del motor es singularmente perturbado y que se reduce a

$$\dot{\lambda}_{ab} = -\frac{R_r}{L_r} \lambda_{ab} - n_p \dot{q}_m \mathcal{J} \lambda_{ab} + \frac{R_r L_{sr}}{L_r} i_{ab}$$

$$\ddot{q}_m = \frac{1}{D_m} (\tau - \tau_L)$$

$$\tau = \frac{n_p L_{sr}}{L_m} i_{ab}^T \mathcal{J} \lambda_{ab}$$
(C.1)

cuando  $\epsilon \to 0$ ,  $\mathcal{J}$  definida antes.

La suposición implícita de este modelo es que las corrientes de estator son exactamente iguales a su referencia, i.e.  $i_{ab} \equiv i_{ab}^d$ . Para simplificar aún más estas últimas ecuaciones se introduce un cambio de coordenadas

$$v = e^{-\mathcal{J}n_p q_m} i_{ab} \qquad \lambda_r = e^{-\mathcal{J}n_p q_m} \lambda_{ab}$$
 (C.2)

donde  $e^{-\mathcal{J}n_pq_m}$  es definida como antes.

Con esto  $v = [v_1, v_2]^T$ ,  $\lambda_r = [\lambda_{r1}, \lambda_{r2}]^T$  son cantidades expresadas en marco de referencia giratorio con la velocidad (eléctrica) del motor. En este nuevo estado

de coordenadas  $[\lambda_r, q_m, \dot{q}_m]^T$  y con las nuevas entradas de control v, nos resulta el siguien-te modelo

$$T_r \dot{\lambda}_r = -\lambda_r + L_{sr} v$$

$$D_m \ddot{q}_m = (\tau - \tau_L)$$

$$\tau = \frac{n_p L_{sr}}{L_r} v^T \mathcal{J} \lambda_r$$
(C.3)

El conjunto de ecuaciones definidas por (C.3) es conocido como el modelo dinámico del motor de inducción alimentado por corriente (current fed) y es expresado por el flujo de rotor y las corrientes de estator en un marco de referencia giratorio a la velocidad angular del rotor.

Definiendo la amplitud del flujo de rotor como  $\beta = ||\lambda_r||$  y el ángulo del flujo de rotor como  $\rho = \arctan(\lambda_{r2}/\lambda_{r1})$  e introduciendo el siguiente cambio de coordenadas en la entrada

$$i_{dq} \stackrel{\triangle}{=} \left[ \begin{array}{c} i_d \\ i_q \end{array} \right] = e^{-\mathcal{J}\rho} v$$

con

$$e^{-\mathcal{J}\rho} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) \end{bmatrix}, \qquad (e^{-\mathcal{J}\rho})^{-1} = (e^{-\mathcal{J}\rho})^T = e^{\mathcal{J}\rho}$$

entonces, podemos reescribir el modelo (C.3) en coordenadas polares como

$$T_{r}\dot{\beta} = -\beta + L_{sr}i_{d}$$

$$\dot{\rho} = \frac{R_{r}}{n_{p}\beta^{2}}\tau$$

$$\tau = \frac{n_{p}L_{sr}}{L_{r}}i_{q}\beta$$
(C.4)

### C.1. Control por Campo Orientado Directo

En la primera ecuación de (C.4) se puede observar que  $\beta$  es la salida de un filtro lineal con entrada  $i_d$ , mientras que en la tercera ecuación  $\tau$  es el producto de la segunda entrada de control  $i_q$  y  $\beta$ . Esto motiva a elegir  $i_d$  para regular a  $\beta$  a su valor de referencia  $\beta_*$  y a  $i_q$  para manejar el par a alguna referencia deseada  $\tau_d$  de la siguiente forma

$$i_{dq} = \frac{1}{L_{sr}} \begin{bmatrix} \beta_* \\ \frac{L_r}{n_p \beta_*} \tau_d \end{bmatrix} \left( e^{-\mathcal{J}(\rho + n_p q_m)} i_{ab} \right)$$
 (C.5)

donde

$$\tau_d = -\left(K_P + K_I \frac{1}{p}\right) \dot{\tilde{q}}_m$$

con  $\dot{\tilde{q}}_m \stackrel{\triangle}{=} \dot{q}_m - \dot{q}_{m*}$ ,  $p \stackrel{\triangle}{=} \frac{d}{dt}$ , donde tanto  $\beta_*$  como  $\dot{q}_{m*}$  son valores deseados de la magnitud de flujo y de velocidad respectivamente, y  $K_P$ ,  $K_I > 0$  son las ganacias de sintonización.

Entonces la implantación de las señales reales deben tener la forma

$$i_{ab} = \frac{1}{L_{sr}} e^{\mathcal{J}(\rho + n_p q_m)} \begin{bmatrix} \beta_* \\ \frac{L_r}{n_p \beta_*} \tau_d \end{bmatrix}$$
 (C.6)

El ángulo de flujo  $\rho$  deberá medirse o estimarse. La no disponibilidad de esta señal junto con la alta sensibilidad de sus estimados (con respecto a la alta incertidumbre del parámetro  $T_r$ ), son la principal desventaja de este enfoque que es conocido como Control por Campo Orientado Directo.

#### C.2. Control por Campo Orientado Indirecto

Para evitar la necesidad de medir el ángulo de flujo de rotor  $\rho$  del enfoque anterior, podemos pensar en remplazarlo por su estimado, esto es, el valor al que convergerá si  $\beta$  y  $\tau$  se comporta como su deseado. Aplicando este criterio a la segunda ecuación de (C.4), y llamandole ahora como  $\rho_d$ , tenemos

$$\dot{\rho}_d = \frac{\ddot{R}_r}{n_p \beta_*^2} \tau_d \tag{C.7}$$

$$\tau_d = -\left(K_P + K_I \frac{1}{p}\right) \dot{\tilde{q}}_m \tag{C.8}$$

Continuando con la misma definición para  $\tau_d$  antes presentada y con  $\hat{R}_r > 0$  la resistencia de rotor estimada. Ahora podemos usar este estimado en lugar del  $\rho$  actual en el FOC directo y llegamos a

$$i_{dq} = \frac{1}{L_{sr}} \begin{bmatrix} \beta_* \\ \frac{L_r}{n_p \beta_*} \tau_d \end{bmatrix} \left( e^{-\mathcal{J}(\rho_d + n_p q_m)} i_{ab} \right)$$
 (C.9)

La ley de control resultante es

$$i_{ab} = \frac{1}{L_{sr}} e^{\mathcal{J}(\rho_d + n_p q_m)} \begin{bmatrix} \beta_* \\ \frac{L_r}{n_p \beta_*} \tau_d \end{bmatrix}$$
 (C.10)

conocida como Control por Campo Orientado Indirecto.

## Bibliografía

- [Besancon & Ticlea, 2003] Gildas Besancon & Alexandru Ticlea, Simultaneous state and parameter estimation in asynchronous motors under sensorless speed control, Proceedings of European Control Conference 2003, pp. 440-445, Cambridge, UK, 2003.
- [Bodson & Chiasson, 2002] Marc Bodson & John Chiasson, A comparison of sensorless speed estimation methods for induction motor control, Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, AK May 8-10, 2002
- [Bose, 1986] B. K. Bose, Power Electronics and AC Drives, Prentice Hall, Englewood Clifs, New Jersey, 1986
- [Canudas, et al, 2000] C. Canudas de Wit, A. Youssef, J.P. Barbot, P. Martin & F. Maltrait, Observability conditions of induction motors at low frecuencies, Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Syddney Australia, December 2000.
- [Espinosa, 1993] Gerardo René Espinosa Pérez Control No Lineal de Motores de Inducción. Tesis de Doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM, Diciembre 1993
- [Espinosa & Ortega, 1994] Espinosa-Pérez, G., & R. Ortega, State observers are unnecessary for induction motor control, Systems and Control Letters, Vol. 23, No. 5, pp. 315-323, 1994.
- [Espinosa-Ortega, 1994] Gerardo Espinosa, Romeo Ortega State Observers are unnecessary for Induction Motor Control Systems & Control Letters 23 (1994) 315-323
- [Feemster, Aquino, Dawson & Behal, 2001] M. Feemster, P. Aquino, D.M. Dawson & A. Behal, Sensorless rotor velocity tracking control for induction motors, IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 9, No. 4, July 2001
- [Fiztgerald, 1990] A. E. fitzgerald, Charles Kingsley Jr. & Alexander Kusko Máquinas Eléctricas, McGraw-Hill, quinta edición, 1997

74 BIBLIOGRAFÍA

[Guerrero, 2000] Cuauhtémoc Guerrero Tejada Control de Motores de Inducción para Maximización de Par con mejora en el Desempeño: Una Evaluación Experimental, Tesis de maestria, DEPFI-UNAM, septiembre 2000.

- [Guerrero, 2006] Cuauhtémoc Guerrero, Gerardo Espinosa, Jaime Moreno & Ricardo Álvarez On the globally defined sensorless control of induction motors, International Journal Robust and No Linear Control, A aparecer.
- [Harnefors, 2000] Harnefors, L., Instability phenomena and remedies in sensorless indirect field oriented control, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 4, pp. 773-773, 2000.
- [Holtz, 2002] J. Holtz, Sensorless control of induction motor drives, Proceedings of the IEEE 90(8), 1359-1394, 2002
- [Ibarra, Moreno & Espinosa, 2004] Sebastian Ibarra-Rojas, Jaime Moreno & Gerardo Espinosa-Pérez, Global observability analysis of sensorless induction motors, Elsevier, Automatica, january 2004.
- [Ibarra-Rojas, 2005] Sebastian Ibarra Rojas Análisis y Diseño de Observadores para el Motor de Inducción sin Sensores Mecánicos, Tesis de Doctorado, DEPFI-UNAM, 2005
- [Khalil, 1996] Hassan K. Khalil Nonlinear Systems, Prentice Hall, 1996
- [Krause, 1986] Paul C. Krause Analysis of Electric Machinery, McGraw-Hill, 1986
- [Kubota & Matsuse, 1994] H. Kubota & K. Matsuse, Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation, IEEE Transactions on Industry Applications 30(5), 1219-1224, 1994
- [Leonhard, 1996] Werner Leonhard Control of Electrical Drives, Springer 2nd Edition, 1996
- [Marino, Tomei, Verrelli, Ene 2004] R. Marino, P. Tomei & C. M. Verrelli, A global tracking control for speed-sensorless induction motors, Elsevier, Automatica, january 2004.
- [Marino, Tomei, Verrelli, Dic 2004] Riccardo Marino, Patrizio Tomei & Cristiano Maria Verrelli, Nonlinear tracking control for sensorless induction motors, 43rd IEEE Conference on Decision and Control, December 2004
- [Meisel, 1966] Jerome Meisel, Principles of Electromechanical Energy Conversion, McGraw-Hill, Inc., 1966

BIBLIOGRAFÍA 75

[Montanari, et al, 2000] Marcello Montanari, Sergei Peresada, Andrea Tilli & A. Tonielli, Speed sensorless control of induction motor based on indirect field-orientation, Proceedings of the 35th IEEE Conference on Industry Aplication, Rome, Italy, 2000.

- [Montanari, Peresada, Tilli, 2003] Marcello Montanari, Sergei Peresada & Andrea Tilli, Sensorless indirect field oriented control of induction motor via adaptive speed observer, Proceedings of the American Control Conference 2003, pp. 4675-4680, Denver Colorado, USA, 2003.
- [Montanari, Tilli, Peresada, 2004] Marcello Montanari, Andrea Tilli & Sergei Peresada, Sensorless control of induction motor with adaptive speed-flux observer, 43rd IEEE Conference on Decision and Control, December 2004
- [Ortega, Nicklasson & Espinosa, 1996] Ortega, R., P.J. Nicklasson and G. Espinosa-Pérez, On speed control of induction motors, AUTOMATICA, Vol. 32, No. 3, pp. 455-460, 1996.
- [Ortega, Nicklasson & Espinosa, 1996] Romeo Ortega, Per Johan Nicklasson and Gerardo Espinosa Pérez, On Speed control of induction motors, Automatica, vol. 32, no. 3, pp. 455-460, 1996
- [Ortega, Loria, Nicklasson & Sira-Ramírez, 1999] Romeo Ortega, Antonio Loría, Per J. Nicklasson & hebertt Sira-Ramírez, Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications, Springer, 1999
- [Sepulcre, Jankovic &kokotovic, 1997] R. Sepulchre, M. Jankovic & P. V. Kokotovic, Constructive Nonlinear Control, Springer, 1997
- [Rajashekara & Kawamura, 1996] Kaushik Rajashekara, Atsuo Kawamura & Kouki Matsuse, Sensorless Control of AC Motor Drives, IEEE PRESS, 1996
- [Schauder, 1992] Colin Schauder, Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 28, No. 5 Sep/Oct 1992