



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTILÁN**

“Problemario de Transferencia de Masa Aplicada  
a la Ingeniería Química”

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERA QUIMICA**

PRESENTA:

**ALEJANDRA LOZANO RAMÍREZ**

**ASESOR: I.Q. FERNANDO OROZCO FERREYRA**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN**  
**UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR**  
**DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES**

**ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS**

U. N. A. M.  
FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES CUAUTITLÁN



**DRA. SUEMI RODRIGUEZ ROMO**  
**DIRECTORA DE LA FES CUAUTITLÁN**  
**P R E S E N T E**

AT'N: Q. Ma. del Carmen García Mijares  
Jefa del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 19 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS:

Problemario de Transferencia de Masa Aplicada a la Ingeniería Química

que presenta la pasante: Alejandra Lozano Ramirez

con número de cuenta: 09714797-8 para obtener el TITULO de:

Ingeniera Química

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO

**A T E N T A M E N T E.**

**"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"**

Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 03 de Abril de 2006

**PRESIDENTE**

IQ. Fernando Orozco Ferreyra

**VOCAL**

IQ. Gloria Borjon Apan Ruíz

**SECRETARIO**

IQ. Ariel Bautista Salgado

**PRIMER SUPLENTE**

Dr. Adolfo Obaya Valdivia

**SEGUNDO SUPLENTE**

IQ. Margarita Castillo Ágreda

## **Agradecimientos:**

### **Tere y Polo:**

Gracias por brindarme su infinita paciencia, amor y apoyo incondicional en todo momento. Gracias por creer en mí. Este logro es más suyo que mío.

### **Adriana:**

Gracias por enseñarme que la vida es cuestión de actitud. (Que ese bebé que está en camino –mi sobrino- complete tus sueños).

Gracias a todos aquellas personas (profesores, familia, amigos, compañeros) que me privilegiaron con tocar mi vida y dejar en ella enseñanza.

Finalmente, un agradecimiento con toda mi admiración y respeto a mi asesor, Ing. Fernando Orozco, quién me acompañó a lo largo de la elaboración de este material.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>I) OBJETIVOS Y ALCANCE.....</b>	<b>1</b>
<b>II) INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>2</b>
<b>Capítulo 1. DIFUSIÓN MOLECULAR</b>	
1.1. Generalidades.....	5
1.2. Difusión molecular en estado estable (estacionario o régimen permanente) en fluidos sin movimiento y en régimen de flujo laminar.....	7
1.2.1 Sistema Binario.....	7
1.2.2 Sistema Multicomponente.....	9
1.3. Obtención de Difusividades (D) .....	10
1.3.1. Método de Wilke-Lee.....	10
1.3.2. Método de Wilke-Chang.....	12
1.4. Difusión en sólidos.....	12
1.4.1. Difusión en sólidos en estado estable (estacionario o régimen permanente)....	12
1.4.2. Difusión en sólidos en estado inestable (no estacionario o transciente).....	14
1.4.2.1. Soluciones de Newman.....	15
1.4.2.2. Soluciones de Gurney-Lurie.....	15
1.4.3. Difusión en sólidos porosos.....	16
1.4.3.1. Enfoque Difusional.....	16
1.4.3.2. Enfoque Hidrodinámico.....	19
1.5. Evaluación de algunas propiedades de mezcla.....	19
Sección de Problemas Resueltos. ....	20
Nomenclatura del Capítulo 1.....	59

## **Capítulo 2. DIFUSIÓN TURBULENTA. TRANSFERENCIA DE MASA.**

2.1. Generalidades.....	62
2.2. Coeficientes de transferencia de masa, tipo k y F.....	62
2.3. Analogía entre transferencia de masa y calor.....	63
Sección de Problemas Resueltos. ....	65
Nomenclatura del Capítulo 2. ....	103

## **Capítulo 3. TRANSFERENCIA DE MASA INTERFACIAL.**

3.1. Generalidades.....	107
3.2. Balance de Materia y Energía.....	108
3.2.1. Línea Operante.....	108
3.2.2. Línea de Fuerzas Impulsoras.....	109
3.2.3. Coeficientes globales en función de los individuales .....	111
3.3. Determinación del número de etapas teóricas.....	112
3.3.1. Método de McCabe-Thiele.....	112
3.3.2. Ecuaciones de Kremser-Brown-Souders.....	114
3.4. Altura de lecho empacado.....	115
3.5. Eficiencia de etapa.....	115
3.6. Eficiencia puntual.....	116
Sección de Problemas Resueltos. ....	117
Nomenclatura del Capítulo 3. ....	184

## **Capítulo 4. TORRES DE PLATOS PERFORADOS Y EMPACADAS.**

### **CONTACTO GAS-LÍQUIDO.**

4.1. Generalidades.....	188
4.2. Diseño de Torres .....	193
4.2.1 Diseño de Torres de Platos.....	193
4.2.2 Diseño de Torres Empacadas.....	193
4.2.2.1 Relación entre alturas individuales y globales.....	196
4.3. Altura equivalente de un plato teórico (HEPT) .....	196
Sección de Problemas Resueltos.....	197
Nomenclatura del Capítulo 4. ....	289

## **Capítulo 5. OPERACIONES DE HUMIDIFICACIÓN.**

5.1. Generalidades.....	296
5.2. Conceptos básicos.....	297
5.3. Ecuaciones de Diseño.....	299
5.4. Método de Mickley.....	301
5.5. Equipo empleado.....	304
Sección de Problemas Resueltos. ....	306
Nomenclatura del Capítulo 5. ....	357

## **Capítulo 6. CONCLUSIONES..... 362**

## **BIBLIOGRAFIA..... 363**

## **OBJETIVOS**

Proporcionar a los estudiantes, a los profesionistas del área de ingeniería química y a todos aquellos interesados en operaciones de separación que involucran transferencia de masa, una herramienta útil que provea una descripción clara de las aplicaciones de este fenómeno en la ingeniería atendiendo a la resolución de problemas.

Elaborar un manual para que los alumnos desarrollen sus habilidades en la resolución de problemas de transferencia de masa teniendo como base un análisis de los mismos a fin de evaluar la ruta óptima a seguir.

Se pretende que este manual llegue a ser considerado como una opción más para el estudio de las operaciones de transferencia de masa como apoyo a la enseñanza.

## **ALCANCE**

Bajo la premisa de que se pretenden proporcionar ejemplos concisos y entendibles, la presente tesis se limita a la resolución de los mismos, por lo que no resultan de interés en el presente trabajo: a) el desarrollo de las ecuaciones o de las correlaciones a emplear, b) la determinación respecto a qué metodología proporciona el resultado “más” exacto; ni c) el proporcionar información respecto a propiedades fisicoquímicas de las sustancias involucradas en los ejemplos.

Por lo tanto se utilizarán las expresiones ya establecidas en la bibliografía, pretendiendo enfatizar el análisis del modelo o caso concreto y las alternativas de solución. Asimismo la tesis está pensada como un complemento de una clase teórica por lo que el lector deberá consultar otros manuales y libros existentes a fin de profundizar en los conceptos e información que aquí se maneja.

## INTRODUCCION

La transferencia de masa es el fenómeno que constituye la base de las principales operaciones de separación en la ingeniería; siendo ejemplos de ellas: la destilación y la absorción gaseosa, la adsorción y la desorción, las operaciones de humidificación, el secado, la extracción líquido-líquido, etc.

El presente problemario pretende apoyar a los alumnos que se encuentran en los primeros contactos con el tema de transferencia de masa y que requieren una guía sustentada en ejemplos o casos prácticos a fin de comprender la metodología de resolución y el porqué se eligió tal metodología como la apropiada para resolver un caso específico. A través de las páginas de este material, el alumno y el profesional de la Ingeniería Química visualizarán las etapas que conlleva un problema de transferencia de masa, resaltando, como parte principal el análisis inicial del mismo que proporcionará la pauta para el desarrollo de su resolución.

Si bien es posible atender un problema de transferencia de masa de diversas maneras, sin un entendimiento claro del mismo es factible que se resuelvan un cúmulo de ecuaciones que conduzcan a nada. Además considerando que las metodologías a emplear toman un tiempo considerable, y dado que el futuro profesionalista no puede darse el lujo de desperdiciar tan preciado recurso, es importante desarrollar la capacidad de análisis, el juicio y la toma de decisiones, recordando que si bien el raciocinio es una virtud que ha sido proporcionada al ser humano se tienen que sacar ventaja de ella; ya que esta capacidad de análisis desde la abstracción hasta lo tangible es la que proporciona la valía de tan noble profesión como lo es la Ingeniería Química.

Se pretende presentar ejemplos significativos, claramente desarrollados, que abarquen las operaciones típicas de ingeniería para un curso inicial en Transferencia de Masa, a fin de que el lector sea capaz de generalizar las metodologías y llevar esto un grado más allá, desarrollando la capacidad para entender el planteamiento de un problema, reconociendo al análisis del mismo como base fundamental de su solución y más importante que el efectuar los cálculos que arrojen valores numéricos. Bajo esta perspectiva, se tendrá que el análisis del problema ha de contemplar tres cuestiones fundamentales que son: ¿Qué se requiere?, ¿Qué información se tiene? y ¿De qué manera es posible alcanzar el objetivo?.

Existen no pocos libros dedicados a la enseñanza de los fundamentos de la transferencia de masa, libros en los que se trata tanto teoría como problemas; no obstante, debido a la amplitud del tema, son pocos los problemas que se presentan resueltos, además que en la mayoría de los casos los autores dan por sentada la comprensión de los mismos, entrando de lleno a la solución sin antes explicar la metodología a seguir y las alternativas de otras soluciones posibles.

Lamentablemente para la resolución de los problemas de transferencia de masa no existe una metodología estricta debido a la variedad de casos que se pueden presentar, por lo que cabe aclarar que ningún libro o manual proporcionará la respuesta a todos los problemas, sin embargo; la respuesta a ellos se podrá hallar cuando los conocimientos básicos se hayan adquirido y además se tenga la habilidad de aplicarlos a cualquier sistema.

La transferencia de masa forma parte fundamental de los fenómenos que se observan diariamente, siendo la difusión el proceso mediante el cual moléculas, iones u otras partículas pequeñas se mezclan espontáneamente, moviéndose de regiones de relativamente alta concentración hacia regiones de baja concentración. Este proceso puede ser analizado desde dos perspectivas. Primeramente puede ser descrito mediante la ley de Fick y un coeficiente de difusión; o bien, puede ser explicado en términos de coeficientes de transferencia de masa, una idea aproximada de ingeniería que provee una simple descripción.

La tesis ha sido dividida en 6 capítulos. El primer capítulo plantea ejemplos sobre difusión molecular tanto en sistemas gaseosos, líquidos como sólidos; sobre estos últimos se incluyen algunos de los desarrollos matemáticos típicos como los de Newman y de Gurney-Lurie para el caso de sólidos con geometría regular; cubriendo de esta manera el primer enfoque que contempla los coeficientes de difusión o difusividades.

Desde el segundo capítulo en adelante se abarca la perspectiva del uso de coeficientes de transferencia de masa. Concretamente en el capítulo 2 se emplean analogías entre la transferencia de masa y calor a fin de evaluar dichos coeficientes, expresándolos en términos de grupos adimensionales que se emplean en este rubro. El capítulo 3 se concreta a la determinación de coeficientes de transferencia de masa tanto individuales como globales, así como su interrelación.

En el capítulo 4 no es el interés primordial el diseño de equipo, específicamente de columnas de platos, sin embargo se presentan algunos ejemplos sobre esta temática ya que representan la base sobre la cual han de desarrollarse otros conceptos que atañen a nuestro tema de estudio, como es el caso de la eficiencia hidrodinámica. Asimismo en este mismo capítulo se presenta la metodología para evaluar los números y alturas de unidades de transferencia de masa en columnas empacadas.

Las operaciones de humidificación se presentan en el capítulo 5, como un ejemplo más de la transferencia de masa en un sistema líquido-gas, siendo en este caso representativo el efecto de la transferencia de calor que se presenta simultáneamente. Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones generales del presente escrito.

Por otra parte, cabe aclarar que, la presente tesis está pensada como un complemento de una clase teórica, pues contiene básicamente ejemplos de problemas resueltos, por lo que el lector deberá consultar otros manuales y libros existentes a fin de profundizar sobre los conceptos que aquí se manejan. Además el diseño del presente problemario parte sobre la base de que el alumno posee conocimientos previos sobre balances de materia y energía, así como conocimientos básicos sobre reacciones químicas, transferencia de momentum y calor.

## CAPITULO 1 DIFUSION MOLECULAR

### 1.1. Generalidades

Existe para todas las combinaciones de fases, una condición llamada equilibrio, para la cual el intercambio neto de propiedades (masa y energía en procesos químicos), es igual a cero. Para todas aquellas combinaciones que no se encuentran en equilibrio, la diferencia de concentración de alguna propiedad entre la que tiene en la condición existente y la que tendría en las condiciones de equilibrio, constituye una fuerza impulsora que tiende a alterar el sistema conduciéndolo hacia el equilibrio.

La fuerza impulsora para la difusión molecular de masa la proporciona la diferencia de potenciales químicos; sin embargo, debido a que para una misma fase el potencial químico es directamente proporcional a la concentración, se emplea este segundo concepto a fin de determinar los coeficientes de difusión ya que puede ser evaluado más fácilmente. Además aunque la causa habitual de la difusión es un gradiente de concentración, la difusión también puede ser originada por un gradiente de presión, un gradiente de temperatura o por la aplicación de una fuerza externa como en el caso de la centrifugación. Siendo en todos los casos la velocidad de transferencia proporcional al cociente entre la magnitud de la fuerza impulsora y la resistencia a tal transferencia.

$$velocidad\ de\ transferencia \propto \frac{Fuerza\ impulsora}{Resistencia}$$

La difusividad es una propiedad dual de un componente frente a otro, siendo función de: temperatura, presión, concentración, dirección de la difusión y naturaleza de los componentes. De manera general, de acuerdo al estado de agregación del sistema estudiado, alguno o algunos de los anteriores parámetros presentará una mayor importancia, tal y como lo muestra la tabla 1.1

**Tabla 1.1 Parámetros que afectan significativamente a la difusividad**

Fase	Difusividad es función de:
Gases	temperatura, presión y naturaleza de los componentes.
Líquidos	temperatura, concentración y naturaleza de los componentes.
Sólidos	temperatura, concentración, dirección de la difusión y naturaleza de los componentes.

En todas las operaciones de transferencia de masa, la difusión ocurre por lo menos en una fase, y con frecuencia en dos fases. En absorción de gases, el soluto se difunde a través de la fase gaseosa hacia la interfase y a través de la fase líquida desde la interfase. En destilación el componente más volátil se difunde a través de la fase líquida hacia la interfase y desde ésta hacia el vapor. El componente menos volátil se difunde en sentido contrario y pasa a través del vapor hasta el seno del líquido. En humidificación no hay difusión a través de la fase líquida debido a que ésta es un componente puro y no existe gradiente de concentración en ella; pero en la fase gaseosa, el componente se difunde hacia o desde la interfase gas-líquido hacia fuera o hacia adentro de tal fase. En el secado, el agua líquida se difunde a través del sólido hasta la superficie del mismo, se evapora, y después se difunde como vapor en la fase gaseosa.

Este capítulo muestra que los coeficientes de difusión o difusividades en gases y en líquidos pueden ser estimados con cierta exactitud mediante el empleo de correlaciones empíricas o bien por el ajuste a las condiciones del sistema estudiado (Presión, Temperatura, Concentración) de los valores obtenidos de tablas. Sin embargo en sólidos no es posible la estimación de tales coeficientes, salvo por métodos experimentales; las teorías permiten que los datos sean correlacionados pero raramente predecibles.

### Ley de Fick

“Cada especie tiene cierto grado de movilidad respecto a otra”, lo cual es representado mediante

$$J_A \propto -\frac{\partial c_A}{\partial z} \quad (\text{ec.1.1})$$

donde  $J_A$  es la velocidad o flujo difusional de A en B, en relación a la velocidad media del sistema A+B y se mide como moles de A que se difunden por unidad de tiempo y unidad de área normal a la dirección del flujo.

El coeficiente de difusión o difusividad ( $D_{A,B}$ ), es aquél elemento que cubre la proporcionalidad planteada en la ec. 1.1

$$J_A = -D_{A,B} \frac{\partial c_A}{\partial z} \quad (\text{ec.1.2})$$

Ahora bien, a fin de determinar la masa que se difunde en relación a una porción fija del sistema (concepto de ingeniería), se introduce el término  $N_A$  que también es una velocidad de flujo difusional. Ambos conceptos se relacionan tal y como lo muestra la ec. 1.3

$$N_A = J_A + \frac{c_A}{c} N \quad (\text{ec.1.3})$$

donde

$$N = \sum_{i=A}^n N_i$$

## 1.2. Difusión molecular en estado estable (estacionario o régimen permanente) en fluidos sin movimiento y en régimen de flujo laminar

### 1.2.1. Sistema Binario

La condición de estado estable considera que la concentración es función de la posición y no del tiempo. Entonces, el gradiente de la concentración es constante:

$$\frac{\partial c_A}{\partial z} = \text{constante}$$

por lo que de la ec. 1.3, se obtiene

$$N_A = \frac{N_A}{N} \cdot \frac{c \cdot D_{A,B}}{z} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,2}}{c}}{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,1}}{c}} \right) \quad (\text{ec.1.4})$$

Se tienen dos casos bastante comunes

**a) Difusión de A en B no difusible**

implica  $N_A \neq 0$  y  $N_B = 0$  siendo  $N = N_A + N_B$   $N_A/N = 1$

por lo que de la ec. 1.4

$$N_A = \frac{c \cdot D_{A,B}}{z} \ln \left( \frac{1 - \frac{c_{A,2}}{c}}{1 - \frac{c_{A,1}}{c}} \right) \quad (\text{ec.1.5})$$

para sistemas gaseosos, de acuerdo a la ley de gases ideales, recordando que:

$$PV = nRT \quad \text{y} \quad y_A = \frac{n_A}{n} = \frac{c_A}{c} = \frac{\bar{p}_A}{P}$$

la ec. 1.5 puede ser reescrita como:

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} \cdot \frac{P}{RT} \cdot \ln \left( \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_{A,1}} \right) = \frac{D_{A,B}}{z} \cdot \frac{P}{RT} \cdot \ln \left( \frac{P - \bar{p}_{A,2}}{P - \bar{p}_{A,1}} \right) \quad (\text{ec.1.6})$$

donde los subíndices 1 y 2 indican el principio y fin de la trayectoria de la difusión

por definición de media logarítmica:

$$y_{B,M} = \frac{y_{B,2} - y_{B,1}}{\ln \left( \frac{y_{B,2}}{y_{B,1}} \right)} \quad p_{B,M} = \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{\ln \left( \frac{p_{B,2}}{p_{B,1}} \right)} \quad (\text{ecs.1.7 y 1.8})$$

De lo anterior, la ecuación general (ec. 1.6) también puede ser expresada como:

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} \cdot \frac{P}{RT} \cdot \frac{1}{y_{B,M}} (y_{A,1} - y_{A,2}) = \frac{D_{A,B}}{z} \cdot \frac{P}{RT} \cdot \frac{1}{p_{B,M}} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) \quad (\text{ec.1.9})$$

De manera análoga, la ec. 1.5 es expresada para sistemas líquidos como:

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} \cdot \frac{\bar{c}}{x_{B,M}} (x_{A,1} - x_{A,2}) \quad (\text{ec.1.10})$$

donde  $\bar{c} = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)$

### b) Contradifusión equimolar

implica  $N_A = N_B$        $N = N_A + N_B$        $N = N_A + (-N_A) = 0$        $N_A/N \rightarrow \infty$

por lo que, para un sistema gaseoso, la ec 1.4

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} (c_{A,1} - c_{A,2}) = \frac{D_{A,B}}{zRT} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) = \frac{D_{A,B} \cdot P}{zRT} (y_{A,1} - y_{A,2}) \quad (\text{ec.1.11})$$

en tanto que para un sistema líquido

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} (c_{A,1} - c_{A,2}) = \frac{D_{AB} \cdot \bar{c}}{z} (x_{A,1} - x_{A,2}) \quad (\text{ec.1.12})$$

## 1.2.2. Sistema Multicomponente

$$N_i = \frac{N_i}{N} \cdot \frac{c \cdot D_{i,M}}{z} \ln \left( \frac{\frac{N_i}{N} - \frac{c_{i,2}}{c}}{\frac{N_i}{N} - \frac{c_{i,1}}{c}} \right) \quad (\text{ec.1.13})$$

Para la difusividad de A en una mezcla (M) de componentes

$$D_{A,M} = \frac{N_A - y_A N}{\sum_{i=A}^n \frac{1}{D_{A,i}} (y_i N_A - y_A N_i)} \quad (\text{ec.1.14})$$

### 1.3. Obtención de Difusividades

Hasta ahora, se ha tratado el coeficiente de difusión como una constante de proporcionalidad, el parámetro de proporcionalidad que aparece en la ley de Fick.

Para calcular valores de difusividad particulares de un flujo y perfil de concentración se requiere saber el valor de las difusividades para estas situaciones particulares. Por lo cual se depende ampliamente de las medidas experimentales de estos coeficientes, debido a que ninguna teoría universal permite un primer cálculo exacto. Coeficientes de difusión en gases y líquidos pueden ser estimados con una buena exactitud, pero en sólidos esto no es posible.

Existen diversas fuentes de información a las cuales se puede recurrir a fin de obtener valores de difusividades, entre las principales fuentes se encuentran:

- 1) Tablas (consulta bibliográfica)
- 2) Correlaciones empíricas (modelos matemáticos fruto del trabajo experimental)

En general se debe optar por conseguir datos mediante consulta bibliográfica ya que estos datos son obtenidos de manera experimental y en caso de que no se encuentren han de emplearse las correlaciones.

A continuación se presentan dos de las correlaciones empíricas que pueden emplearse

#### 1.3.1. Método de Wilke-Lee, ecuación para sistemas gaseosos

Restricciones: por lo menos uno o ambos componentes gaseosos deben ser no-polares

$$D_{A,B} = \frac{(10^{-4}) \left( 1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}} \right) \cdot T^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P_T (r_{A,B})^2 \cdot f \left( \frac{kT}{\epsilon_{A,B}} \right)} \quad (\text{ec.1.15})$$

donde

$D_{AB}$  = Difusividad de A en B,  $\text{kmol m}^2 / \text{s}$

$T$  = Temperatura Absoluta,  $^{\circ}\text{K}$

$P_T$  = Presión absoluta,  $\text{N/m}^2$  o Pa

$M_A$  ,  $M_B$  = peso molecular de A y B respectivamente

$r_{A,B}$  =  $(r_A+r_B)/2$  =separación molecular guante el choque, nm

$\epsilon_{A,B}$  =  $\sqrt{\epsilon_A \cdot \epsilon_B}$  = energía de atracción molecular

$k$  = constante de Boltzman

$f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right)$  = Función de choque, figura 2.5 Treybal<sup>(19)</sup>

Para un sistema dado se pueden realizar correcciones debidas a la presión y temperatura.

De acuerdo con la ec. de Wilke-Lee

$$\frac{D_{A,B} P_T}{T^{3/2}} f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) = \text{constante}$$

por lo que

$$\left[ \frac{D_{A,B} P_T}{T^{3/2}} f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} P_T}{T^{3/2}} f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_{II} \quad (\text{ec.1.16})$$

siendo  $I$  y  $II$  las condiciones de presión y temperatura del sistema

\*Nota. Para otro tipo de gases, consúltese la bibliografía

### 1.3.2. Método de Wilke-Chang, ecuación para sistemas Líquidos

Restricciones: para soluciones diluidas

$$D_{A,B}^{\circ} = \frac{117.3(10^{-18})(\phi \cdot M_B)^{0.5} T}{\mu \cdot v_A^{0.6}} \quad (\text{ec.1.17})$$

donde

$D_{A,B}^{\circ}$  = Difusividad de A en solución diluida con solvente B,  $\text{kmol m}^2 / \text{s}$

T = Temperatura Absoluta, °K

$P_T$  = Presión absoluta,  $\text{N/m}^2$  o Pa

$M_B$  = peso molecular B

$\mu$  = viscosidad de la solución.  $\text{Kg/m s}$

$v_A$  = volumen molar de A líquido a  $T_b$  (temperatura de ebullición normal),  $\text{m}^3 / \text{kmol}$

$\phi$  = factor de asociación del disolvente

Para un sistema dado se pueden realizar correcciones debidas a la concentración y temperatura:

$$\left[ \frac{D_{A,B}^{\circ} \cdot \mu}{T} \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B}^{\circ} \cdot \mu}{T} \right]_{II} \quad (\text{ec.1.18})$$

### 1.4. Difusión en Sólidos

El fenómeno difusional en sólidos es tratado bajo los mismos conceptos de la difusión en líquidos y gases, siendo la velocidad de flujo difusional de la sustancia A a través del sólido por unidad de sección transversal ( $N_A$ ) proporcional al gradiente de concentración en la dirección de la difusión que se analiza, normal al flujo difusional. Sin embargo, en sistemas sólidos solo se presenta difusión de tipo molecular, no turbulenta ni convectiva. Además la mayoría de los procesos difusionales que se presentan en sólidos son en estado inestable, siendo la concentración una función del tiempo; como ejemplo típico de ello puede considerarse un proceso de secado de una partícula inicialmente con humedad uniformemente distribuida que es sometida a la acción de un secador rotatorio.

No existen correlaciones empíricas que permitan estimar el valor de los coeficientes de difusión de sistemas sólidos debido a que la dirección de la difusión y la naturaleza del componente juegan un papel importante en estos sistemas. No obstante algunos investigadores se dieron a la tarea de estudiar la difusión en ciertos sólidos de geometrías regulares específicas y considerando ciertas trayectorias, generando soluciones gráficas que es posible emplear para obtener valores aproximados, si bien no de las difusividades, si de las concentraciones que se esperarían después de un tiempo determinado pasado el inicio del fenómeno difusional. Dentro de estos análisis geométricos se encuentran dos vertientes, la primera analiza los sistemas en estado estable y la segunda en estado inestable. Dos de los trabajos más reconocidos que se refieren a soluciones gráficas para sistemas sólidos fueron proporcionados por Newman y por Gurney-Lurie, cada uno de los cuales estableció sus condiciones de frontera, que a continuación se mencionan.

Las correlaciones y gráficas proporcionadas por Newman parten de ciertas restricciones del sistema considerando que no existe reacción química, y que se conocen las concentraciones promedio en el lugar en que ha de iniciar su trayectoria el flujo difusional, así como la concentración promedio del cuerpo sólido estudiado; siendo dichas concentraciones constantes. Asimismo implica que no existe resistencia a la difusión del fluido que rodea al sólido; es decir, la única resistencia a la transferencia de masa se encuentra en el sólido mismo.

De acuerdo a lo anterior, Newman ha resumido los resultados que se encuentran a manera de gráficas de acuerdo a las geometrías mas comunes que él estudió; para los casos que se requiera, el planteamiento para alguna otra geometría implica la integración de la ecuación de continuidad que expone el cambio de concentraciones en función de la posición y del tiempo.

#### **1.4.1. Difusión en Sólidos en Estado Estable (Estacionario o Régimen Permanente).**

Como se mencionó con anterioridad, es poco común encontrar estado estable en sistemas sólidos, sin embargo para el caso en que hubiese que tratarlo de esta manera, se emplean relaciones en función de la geometría del sólido estudiado. Recuérdese que

$$N_A = cte$$

En general la forma de la expresión a emplear, resulta:

$$\bar{A}N_A = \bar{A} \frac{D_{A,B}}{z} (c_{A,1} - c_{A,2}) \quad (\text{ec.1.19})$$

donde  $\bar{A}$  representa el valor promedio del área normal a la dirección del flujo difusional.

Para difusión en la pared de sólidos cilíndricos con:

$a_1$  = radio interno,  $a_2$  =radio externo y  $L$  = longitud del cilindro.

$$\bar{A} = 2\pi \cdot \bar{r} \cdot l \quad \bar{r} = \frac{a_2 - a_1}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

Para difusión en la pared de sólidos esféricos con  $a_1$  = radio interno,  $a_2$  =radio externo

$$\bar{A} = 4\pi \cdot a_1 \cdot a_2 \quad \bar{a} = \sqrt{a_1 \cdot a_2}$$

#### 1.4.2. Difusión en Sólidos en estado Inestable (No Estacionario o Transciente) -

concentración en función del tiempo y de la posición-.

Existe movimiento tridimensional, transferencia de masa que conlleva a balances infinitesimales de materia contemplando el efecto de la difusión en las coordenadas tridimensionales (x, y, z).

$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta} = D_{A,B,x} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + D_{A,B,y} \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + D_{A,B,z} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \quad (\text{ec.1.20})$$

Como se supone la anterior ecuación es bastante más compleja que el considerar una sola dirección de flujo, por lo que se han propuesto ciertas soluciones gráficas basadas en la anterior expresión que permiten realizar una estimación de la concentración y el tiempo en sistemas sólidos; tal es el caso de las soluciones de Newman y Gurney-Lurie.

### 1.4.2.1. Soluciones de Newman para sólidos de geometría regular

Las soluciones gráficas pueden encontrarse en la figura 4.2 Treybal<sup>(19)</sup>

Emplea concentración promedio.

Restricciones:

- Difusividad constante
- No hay reacción química
- La concentración del componente A permanece constante en la superficie del sólido para cualquier tiempo, concentración de equilibrio ( $c_{A,\infty}$ ).
- Concentración de A promedio en el sólido para un tiempo específico ( $c_{A,\theta}$ ).
- Concentración inicial de A constante en cualquier punto del sólido ( $c_{A,0}$ )
- No hay resistencia a la difusión de A fuera del sólido.

$$\frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f\left(\frac{D_{A,B} \cdot \theta}{a^2}\right) = E \quad (\text{ec.1.21})$$

donde

$c_{A,\theta} - c_{A,\infty}$  = cantidad de A que aun existe a un tiempo  $\theta$

$c_{A,0} - c_{A,\infty}$  = cantidad de A que teóricamente puede difundirse

$a$  = máxima longitud del camino de la difusión de A en el sólido

### 1.4.2.2. Soluciones de Gurney-Lurie, soluciones para sólidos de geometría regular

Las soluciones gráficas de estos autores pueden ser encontradas en el apéndice F del Welty<sup>(20)</sup>

Restricciones:

- Difusividad constante
- No hay reacción química
- $c_A$  Concentración de A en un punto y tiempo determinados
- $c_{A,0}$  Concentración de inicial de A uniforme en el sólido
- $c_{A,S}$  Concentración de equilibrio de A en la superficie del sólido

Considera resistencia fuera del sólido ( $m$ = resistencia relativa dentro y fuera del sólido)

$$Y = \frac{c_A - c_{A,S}}{c_{A,0} - c_{A,S}} \quad X = \frac{D_{A,B}\theta}{(x_1)^2} \quad n = \frac{x}{x_1} \quad m = \frac{D_{A,B}}{k_c x_1}$$

$n$ = posición relativa

$x$ = distancia del centro del sólido al punto considerado

$x_1$  = máxima longitud del camino de la difusión.

$\theta$  = tiempo

$k_c$ = coeficiente de transferencia de masa convectiva en el fluido fuera del sólido.

### 1.4.3. Difusión en sólidos porosos

Otro caso que es de interés considerar es la difusión en sistemas sólidos porosos, destacando que existen dos perspectivas o enfoques desde los cuales puede ser estudiado el fenómeno en estos sistemas:

- a) Enfoque Difusional. Considera el movimiento del fluido en virtud de un gradiente de concentraciones
- b) Enfoque hidrodinámico. Considera el movimiento del fluido en virtud de una diferencia de presiones totales.

#### 1.4.3.1 Enfoque Difusional

En el caso de un soluto difundiendo a través de poros llenos de fluido pertenecientes a un sólido, la difusión tiene lugar solamente a través de los estrechos y tortuosos poros. Debido a que los poros no son rectos, la difusividad es mucho menor por la propia naturaleza tortuosa de los poros: variación de longitud, diámetro, forma. Es por ello necesario emplear una difusividad "efectiva".

$$D_{ef} = \frac{\epsilon}{a^2} D \quad (\text{ec.1.22})$$

Siendo  $D$  el coeficiente de difusión convencional, en el cual  $\epsilon$  representa la fracción vacía, y  $a$  es la longitud real del poro relacionada con la distancia en la dirección de la difusión. En otros casos, este coeficiente de difusión efectivo es definido menos explícitamente, como:

$$D_{ef} = \frac{D}{\tau} \quad (\text{ec.1.23})$$

donde  $\tau$  es la tortuosidad que procura ser tomada en cuenta para reducir el área de poros largos.

### **Difusión de Gas a baja Presión: Difusión de Knudsen.**

El concepto de tortuosidad es una aproximación aplicable a cualquier poro medio. Para una geometría más específica, un poro cilíndrico recto (poro ideal) en el cual la difusión de moléculas individuales de soluto se presente de manera que la molécula particular colisionará mucho más seguido con las paredes del poro, no colisionando frecuentemente con otras moléculas, este tipo de transporte es llamado difusión de Knudsen. Siendo importante siempre que las distancias libres promedio entre choques moleculares sean más grandes que el diámetro del poro. Esta relación de distancias es definida como un grupo adimensional, el número de Knudsen ( $Kn$ ):

$$Kn = \frac{\lambda}{d} \quad (\text{ec.1.24})$$

en el cual  $\lambda$  es la distancia libre promedio entre choques moleculares y  $d$  es el diámetro del poro. Sobre la anterior relación, pueden presentarse tres casos particulares:

si  $\frac{d}{\lambda} > 20$  existe flujo difusional tipo Fick (D)

si  $0.2 < \frac{d}{\lambda} < 20$  coexistencia entre flujo tipo Knudsen y tipo Fick

si  $\frac{d}{\lambda} < 0.2$  existe flujo Difusional tipo Knudsen ( $D_K$ )

Para líquidos, el valor de la trayectoria libre es comúnmente unos cuantos Anstrongs; así que el número de Knudsen no es tan pequeño, y la difusión de Knudsen no es importante. Por otra parte, en gases, el valor de la trayectoria libre puede ser estimado mediante la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{3.2\mu}{P} \left( \frac{RT}{2\pi g_c M} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.1.25})$$

y el valor de  $\lambda$  es mayor, por lo que el número de Knudsen disminuye y la difusión tipo Knudsen sí es importante.

Una vez siendo introducido el término de difusividad efectiva ( $D_{A,B,ef}$ ), que es el resultado del trabajo experimental, se define la velocidad de flujo difusional tipo Fick como:

$$N_A = \frac{N_A}{N} \cdot \frac{cD_{A,B,ef}}{z} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,2}}{c}}{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,1}}{c}} \right) \quad (\text{ec.1.26})$$

Para un sólido dado

$$\frac{D_{A,B}}{D_{A,B,ef}} = cte = \frac{D_{C,B}}{D_{C,B,ef}} = \dots = \frac{D_{i,B}}{D_{i,B,ef}}$$

siendo evaluada la difusividad tipo Knudsen como:

$$D_{K,A} = \frac{d}{3} \left( \frac{8g_c RT}{\pi M_A} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.1.27})$$

y la velocidad promedio del flujo difusional para poros reales

$$N_A = \frac{D_{K,A}}{RT \cdot z} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) \quad (\text{ec.1.28})$$

### 1.4.3.2. Enfoque Hidrodinámico

Se consideran los poros como si se tratasen de pequeñas tuberías, para los cuales son aplicables las siguientes relaciones:

Ecuación de Hagen Poiseuille

$$N_A = \frac{d^2 g_c}{32\mu \cdot l \cdot RT} \bar{P}(P_1 - P_2) \quad (\text{ec.1.29})$$

para poros reales

$$N_A = \frac{K}{RTz} \bar{P}(P_1 - P_2) \quad (\text{ec.1.30})$$

## 1.5. Evaluación de algunas Propiedades de Mezcla

Gaseosa

$$\mu_G = \frac{\mu_A y_A M_A^{1/2} + \mu_B y_B M_B^{1/2}}{y_A M_A^{1/2} + y_B M_B^{1/2}} \quad (\text{ec.1.31})$$

$$\rho_G = \frac{P\bar{M}_G}{RT} \quad (\text{ec1.32})$$

$$\bar{M}_G = \sum M_i y_i \quad (\text{ec.1.33})$$

Líquida

$$\bar{M}_L = \sum M_i x_i \quad (\text{ec.1.34})$$

## SECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

### CAPÍTULO 1. DIFUSIÓN MOLECULAR

#### ❖ PROBLEMA 1.1

##### ENUNCIADO:

En una mezcla gaseosa de oxígeno-nitrógeno a 1 atm y 25°C, las concentraciones del oxígeno en dos planos separados 2 mm son 10 y 20% en volumen, respectivamente. Calcular la velocidad de flujo difusional del oxígeno para el caso en que:

- El nitrógeno no se está difundiendo
- Existe una contradifusión equimolar de los dos gases

##### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

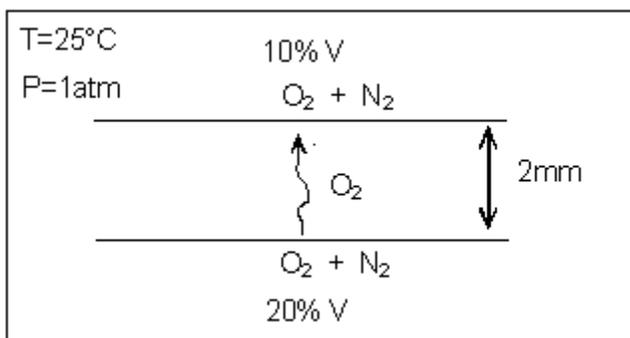
La velocidad de flujo difusional ( $N$ ), cuantifica la rapidez con la cual un componente, con un gradiente de concentración en un punto y dirección dada, se mueve en cualquier punto y en cualquier dirección y es expresada a través de la difusividad ( $D_{AB}$ ) que es una medida del grado de movilidad de una sustancia respecto a otra. La difusividad es una característica de un componente y de su entorno, siendo por tanto afectada por la presión, temperatura y concentración.

Este problema plantea la existencia de un gradiente de concentraciones que presenta una mezcla gaseosa en la cual fueron cuantificadas las concentraciones en dos planos separados una distancia ( $z$ ); lo cual propicia una difusión de masa desde el plano de alta concentración hacia el de baja concentración. El mecanismo mediante el cual se efectúa este movimiento de masa es la difusión molecular, ya que este es el mecanismo que se presenta en fluidos estancados o fluidos que se mueven únicamente en flujo laminar. Además, el sistema aquí tratado ha de analizarse como un sistema en estado estable o estacionario, es decir, las concentraciones en cualquier punto del equipo permanecen constantes con el paso del tiempo; siendo la concentración únicamente función de la posición. Así pues, las concentraciones no variarán en los puntos de inicio y fin de la trayectoria de los componentes que se difunden.

La primera pregunta se refiere a la evaluación de la velocidad de flujo difusional considerando que la única sustancia que se difunde es el oxígeno. Siendo en este caso la velocidad de flujo difusional del nitrógeno igual a cero debido a que no se difunde.

La segunda pregunta considera que existe una contratransferencia de masa equimolar, es decir, por cada molécula de oxígeno que se difunde en un sentido, existe una molécula de nitrógeno que se difunde en sentido opuesto y con la misma velocidad; por lo que ambas sustancias poseen la misma velocidad de flujo difusional siendo constante debido al estado estacionario del sistema.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:



Caso a)

Difusión molecular de A en B no difusible

siendo

A = Oxígeno B = Nitrógeno

Figura 1.1 Difusión molecular de Oxígeno en Nitrógeno

Para este caso, de difusión de un componente (A) en otro (B) que no se difunde para gases en estado estable, una expresión que resulta adecuada para evaluar la velocidad del flujo difusional de A

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{z} \frac{P}{RT\bar{p}_{B,M}} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) \quad (\text{ec.1})$$

donde

$$\bar{p}_{B,M} = \frac{\bar{p}_{B,2} - \bar{p}_{B,1}}{\ln\left(\frac{\bar{p}_{B,2}}{\bar{p}_{B,1}}\right)} \quad (\text{ec. 2})$$

De acuerdo a la ecuación para gases ideales  $\%volumén = \%presión = \%moles$ , por lo que se tiene:

$$y = \frac{V_i}{V} = \frac{\bar{p}_i}{P} \quad \rightarrow \quad \bar{p}_i = \frac{\%V}{100} P$$

$$\bar{p}_{A,1} = 0.2(1\text{atm}) = 0.2\text{atm}$$

$$\bar{p}_{A,2} = 0.1(1\text{atm}) = 0.1\text{atm}$$

$$\bar{p}_{B,1} = P - \bar{p}_{A,1} = (1 - 0.2)\text{atm} = 0.8\text{atm}$$

$$\bar{p}_{B,2} = P - \bar{p}_{A,2} = (1 - 0.1)\text{atm} = 0.9\text{atm}$$

de la ec.2

$$\bar{p}_{B,M} = \frac{(0.9 - 0.8)\text{atm}}{\ln\left(\frac{0.9\text{atm}}{0.8\text{atm}}\right)} = 0.849\text{atm}$$

Evaluación de la difusividad de la mezcla gaseosa oxígeno -nitrógeno (A-B), a las condiciones de operación,  $D_{A,B} \Big|_{1\text{atm}}^{25^\circ\text{C}}$

\*NOTA

El valor de las difusividades puede ser obtenido de varias formas siendo elección personal el seleccionar que método ha de emplearse. Sobre esto se destacan dos opciones:

- Consulta bibliográfica, para este caso, tanto en la tabla J.2 del apéndice J del Welty<sup>(20)</sup>, tabla 2.4 del Treybal<sup>(19)</sup> y tabla 2-371 del Perry<sup>(14)</sup>, entre otros; se encuentran reportados diversos valores de la difusividad.
- Empleo de correlaciones empíricas, dentro de las que destacan para sistemas líquidos las correlaciones de Wilke Chang y para sistemas gaseosos las correlaciones de Wilke Lee.

En general, se recomienda la consulta bibliográfica obteniendo valores directo de tablas, para luego, en los casos que resulte necesario, corregir dichos valores ajustándolos a las condiciones de operación. Por otro lado, para aquellos casos en que no se cuente con información bibliográfica han de emplearse las correlaciones empíricas.

de la Tabla 2.1 Treybal<sup>(19)</sup>

$$D_{A,B} \Big|_{P=1\text{atm}}^{t=0^\circ\text{C}} = 1.81(10^{-5}) \text{ m}^2/\text{s}$$

Empleando las ecuaciones de Wilke-Lee a fin de realizar un ajuste al valor de difusividad encontrado y llevarlo a las condiciones de nuestro sistema

$$\left[ \frac{D_{A,B}P}{T^{3/2}} \cdot f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B}P}{T^{3/2}} \cdot f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_{II} \quad (\text{ec.3})$$

Siendo  $I$  ( $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ) y  $II$  ( $25^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ) las condiciones de referencia y las del problema, respectivamente.

de la Tabla 2.2 Treybal<sup>(19)</sup>, se obtiene:

**Tabla 1.2 Relación entre la Energía de atracción molecular/ constante de Boltzman.**

	Gas	$\epsilon/k$ ( $^\circ\text{K}$ )
B	$\text{N}_2$	71.4
A	$\text{O}_2$	106.7

$$\frac{\epsilon_{A,B}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \frac{\epsilon_B}{k}} = \sqrt{(106.7)(71.4)} = 87.28^\circ\text{K}$$

$$\left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_I = \frac{1}{87.28^\circ\text{K}} (273.15)^\circ\text{K} = 3.129$$

$$\left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_{II} = \frac{1}{87.28^\circ\text{K}} (298.15)^\circ\text{K} = 3.416$$

de la figura 2.5 Treybal<sup>(19)</sup>

$$\left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_I = f(3.129) = 0.47$$

$$\left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_{II} = f(3.416) = 0.46$$

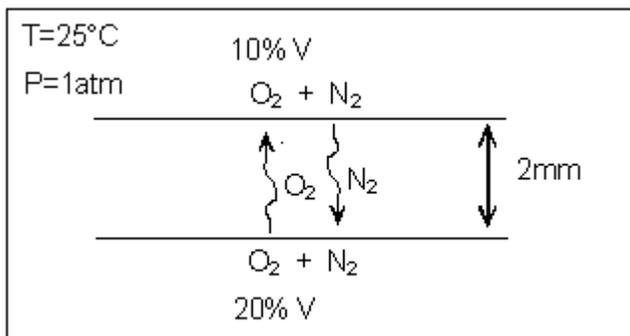
sustituyendo en ec. 3

$$\left[ \frac{1.81(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} (1\text{atm})}{(273.15^\circ\text{K})^{3/2}} \cdot (0.47) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} (1\text{atm})}{(298.15^\circ\text{K})^{3/2}} \cdot (0.46) \right]_{II} \rightarrow D_{A,B} \Big|_{\substack{t=25^\circ\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 2.11(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Sustituyendo en la ec. 1 los parámetros evaluados

$$N_A = \frac{2.11(10^{-5}) \frac{m^2}{s}}{0.002m} \cdot \frac{101325 \frac{N}{m^2}}{8314 \frac{N \cdot m}{kmol \cdot ^\circ K} (298.15^\circ K)(0.849) atm} (0.2 - 0.1) atm = 5.079(10^{-5}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

$N_A$	$5.079(10^{-5}) kmol/m^2 \cdot s$
-------	-----------------------------------



### Caso b)

#### Contradifusión Equimolecular

Para este caso, contradifusión equimolecular en estado estable, una expresión que resulta adecuada para evaluar la velocidad del flujo difusional de A es:

Figura 1.2 Contradifusión equimolecular de  $O_2 - N_2$

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{zRT} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) \quad (\text{ec.4})$$

de donde ya evaluamos con anterioridad los parámetros requeridos en la ec. 4, por lo que al sustituirlos se obtiene:

$$N_A = \frac{2.11(10^{-5}) \frac{m^2}{s}}{0.002m \left( 0.0821 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot ^\circ K} \right) (298.15^\circ K)} \left| \frac{1000L}{m^3} \right| \left| \frac{1kmol}{1000mol} \right| (0.2 - 0.1) atm = 4.31(10^{-5}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

$N_A$	$4.31(10^{-5}) kmol/m^2 \cdot s$
-------	----------------------------------

❖ **PROBLEMA 1.2****ENUNCIADO:**

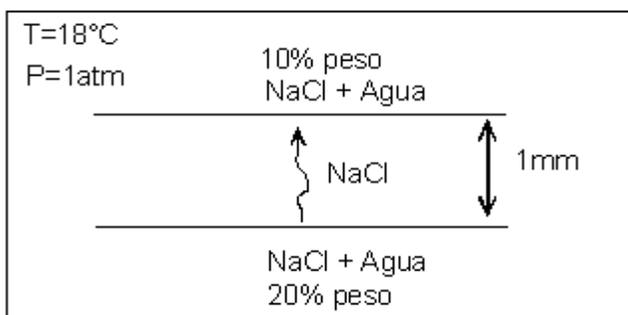
Calcular el flujo difusional de NaCl a  $18^{\circ}\text{C}$ , a través de una película de agua estancada de 1 mm de espesor, cuando las concentraciones son 20 y 10% en peso, respectivamente, en cada lado de la película.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Este problema plantea la existencia de un gradiente de concentraciones que presenta una mezcla líquida (solución acuosa de NaCl) en la cual fueron cuantificadas las concentraciones en dos planos separados una distancia  $z=0.001$  m. El gradiente de concentraciones, existente entre ambos planos, propicia una difusión de masa en líquidos desde el plano de alta concentración hacia el de baja concentración. El mecanismo mediante el cual se efectúa esta transferencia de masa es la difusión molecular, ya que este es el mecanismo que se presenta en fluidos estancados o fluidos que se mueven únicamente en flujo laminar. Además, el sistema aquí tratado ha de analizarse como un sistema en estado estable o estacionario, es decir, las concentraciones en cualquier punto del equipo permanecen constantes con el paso del tiempo; siendo la concentración únicamente función de la posición. Así pues, las concentraciones no variarán en los puntos de inicio y fin de la trayectoria de los componentes que se difunden.

Debido a que la difusividad es función de la concentración en líquidos, resulta necesario el referirla a la concentración promedio del sistema.

La pregunta se refiere concretamente a la evaluación de la velocidad de flujo difusional del NaCl en agua, siendo el NaCl el único componente capaz de difundirse; asumiendo que la velocidad de flujo difusional del agua es cero.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Difusión molecular de A en B no difusible, en estado estable, en líquidos

Sea

A= NaCl

B=  $\text{H}_2\text{O}$

Figura 1.3 Difusión molecular de NaCl en solución acuosa

$$M_A = 58.5 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$M_B = 18.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Para este caso, de difusión de un componente (A) en otro (B) que no se difunde, para líquidos en estado estable, una expresión que resulta adecuada para evaluar la velocidad del flujo difusional de A es:

$$N_A = \frac{D_{A,B} \bar{c}}{z \cdot x_{B,M}} (x_{A,1} - x_{A,2}) \quad (\text{ec.1})$$

donde

$$x_{B,M} = \frac{x_{B,2} - x_{B,1}}{\ln\left(\frac{x_{B,2}}{x_{B,1}}\right)} \quad (\text{ec.2})$$

de la información proporcionada en el enunciado

$$x_{A,2} = \frac{n_{A,2}}{n} = \frac{\frac{0.1}{58.5}}{\frac{0.1}{58.5} + \frac{0.9}{18.02}} = 0.0331$$

$$x_{B,2} = 1 - x_{A,2} = 0.9669$$

$$x_{A,1} = \frac{n_{A,1}}{n} = \frac{\frac{0.2}{58.5}}{\frac{0.2}{58.5} + \frac{0.8}{18.02}} = 0.0715$$

$$x_{B,1} = 1 - x_{A,1} = 0.9285$$

de ec. 2

$$x_{B,M} = \frac{0.9669 - 0.9285}{\ln\left(\frac{0.9669}{0.9285}\right)} = 0.9476$$

por definición, se puede decir que  $x_{A,M} = 1 - x_{B,M} = 0.0524$  (ec.3)

Evaluación de la concentración promedio del sistema  $\bar{c}$

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2}{2} \quad (\text{ec.4})$$

siendo 1 y 2 los subíndices que hacen referencia a las concentraciones de 20 y 10 % en peso, respectivamente.

$$\bar{M}_1 = \sum x_i M_i = 0.0715(58.5) + 0.9285(18.02) = 20.914 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_2 = \sum x_i M_i = 0.0331(58.5) + 0.9669(18.02) = 19.36 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$c_i = \frac{\rho_i}{\bar{M}_i} \quad (\text{ec. 5})$$

de la tabla 3-87, Perry<sup>(14)</sup> se obtienen los siguientes datos de densidades para soluciones de NaCl

**Tabla 1.3 Densidad de NaCl acuoso**

t	10°C	25°C
% peso	Densidad g/ cm <sup>3</sup>	
8	1.05907	1.05412
10	1.074265	1.068885
12	1.08946	1.08365
20	1.15254	1.14533

Interpolando tanto para la temperatura como % en peso requeridos, se obtienen:

$$\rho_2 \Big|_{18^\circ\text{C}}^{10\% \text{ peso}} = 1.071395 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho_1 \Big|_{18^\circ\text{C}}^{20\% \text{ peso}} = 1.14869 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

de ec. 4 y ec. 5

$$c_1 = \frac{1.14869(10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{20.914 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 54.924 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \quad c_2 = \frac{1.071395(10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{19.36 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 55.34 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{c} = \frac{(54.924 + 55.34) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}}{2} = 55.13 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Evaluación de la difusividad NaCl en agua  $D_{A,B} \Big|_{\substack{t=18^{\circ}C \\ P=1atm}}$

de la tabla 3-87, Perry <sup>(14)</sup>, se obtienen los siguientes datos a 18°C y 1 atm

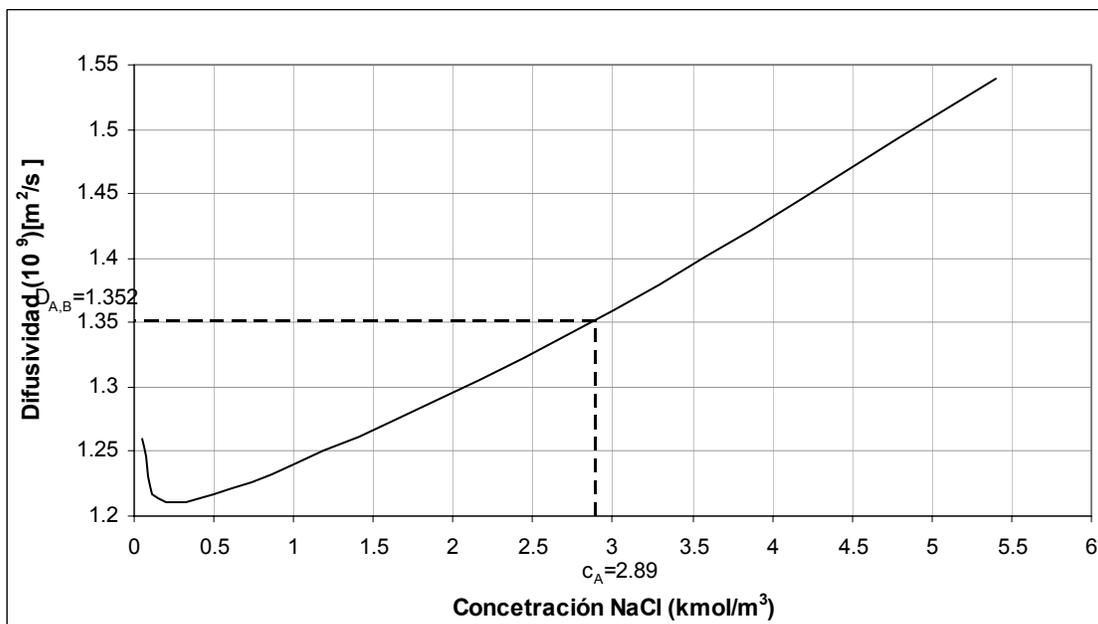
**Tabla 1.4 Difusividad de NaCl acuoso**

[NaCl] kmol/m <sup>3</sup>	D <sub>AB</sub> (m <sup>2</sup> /s) (10 <sup>9</sup> )
0.05	1.26
0.2	1.21
1	1.24
3	1.36
5.4	1.54

La concentración a la que habrá de referirse esta difusividad es la promedio, siendo de la ec. 3

$$x_{i,M} = \frac{\bar{c}_i}{\bar{c}} \quad \bar{c}_A = \bar{c}x_{A,M} = 55.13 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} (0.0524) = 2.89 \frac{\text{kmol}_A}{\text{m}^3}$$

Como se observa en los datos de la tabla anterior, no existe un valor de D<sub>AB</sub> que corresponda precisamente a la concentración requerida, por lo que se sugiere una interpolación. La interpolación a emplear no será de tipo lineal debido a que la variación de D<sub>AB</sub> respecto de la concentración no es proporcional, por lo que conviene entonces una interpolación gráfica, tal y como se presenta en la figura 1.4.



**Figura 1.4 Estimación de la difusividad mediante interpolación gráfica**

De la figura 1.4 se estima la difusividad a la concentración y temperatura de interés (2.892 kmol<sub>A</sub> / m<sup>3</sup> y 18°C), obteniéndose un valor de

$$D_{A,B} \Big|_{\substack{t=18^{\circ}C \\ \bar{c}_A=2.89 \text{ kmol}_A/m^3}} = 1.352 (10^{-9}) \text{ m}^2/\text{s}$$

Sustituyendo en ec. 1

$$N_A = \frac{1.352(10^{-9}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} (55.19) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}}{0.001 \text{m} (0.9476)} (0.0714 - 0.03305) = 3.02(10^{-6}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$N_A$	$3.02 (10^{-6}) \text{ kmol/ m}^2 \text{ s}$
-------	--

### ❖ PROBLEMA 1.3

#### ENUNCIADO:

Una gota de agua, con un diámetro inicial de 0.1 plg está suspendida en el seno de un gran volumen de aire en reposo a 80°F conteniendo una humedad que ejerce una presión parcial de vapor de agua igual a 0.01036 atm. Estimar el tiempo requerido para la completa evaporación de la gota, si la presión total es de 1atm.

Para las presentes condiciones, al evaporarse la gota de agua su temperatura cae a un valor estable de 60°F.

#### ANALISIS DEL PROBLEMA:

El mecanismo de la evaporación es un proceso de difusión molecular del agua en fase gaseosa en estado transiente en el seno de aire en reposo. Por lo cual, el diámetro de la gota es una variable debido a que conforme transcurre el tiempo se va evaporando y por lo tanto disminuye su tamaño. Por lo anterior habrá que plantear la ecuación de velocidad de flujo difusional ( $N_A$ ) en función de las variables incluyendo el diámetro.

El único componente transferible es el agua; por lo que la velocidad de transferencia de masa del aire ( $N_B$ ) es cero.

El área normal a la transferencia de masa es variable (área de gota) y por lo tanto el valor de  $N_A$  también es variable.

Se considerará que la gota tiene forma esférica y que permanece con esta geometría hasta su evaporación total.

### SOLUCION PROPUESTA

Difusión de A (agua) en B (aire) no difusible en estado gaseoso, en pseudo estado estable

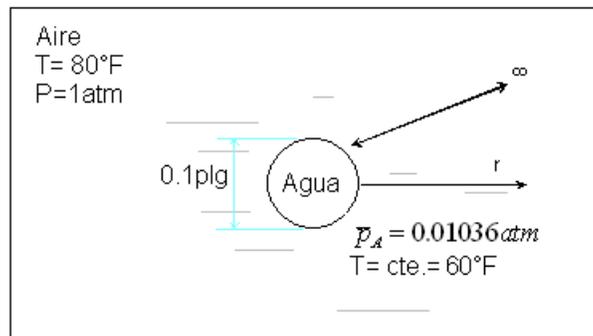


Figura 1.5 Gota de líquido inmersa en seno de aire

Aplicando la ecuación de velocidad de transferencia de masa al sistema, se tiene:

$$N_A = -D_{A,B} \frac{dc_A}{dr} + \frac{\bar{P}_A}{P} (N_A + N_B) \quad (\text{ec.1})$$

Se observa que  $N_B = 0$  debido a que no se difunde aire hacia el agua.

$$N_A = -D_{A,B} \frac{dc_A}{dr} + \frac{\bar{P}_A}{P} N_A \quad (\text{ec.2})$$

En la ec.2, agrupando términos semejantes y sustituyendo, de acuerdo a la ley de gases

ideales ,  $c_A = \frac{n_A}{V} = \frac{\bar{P}_A}{RT}$

$$N_A \left(1 - \frac{\bar{p}_A}{P}\right) = -D_{A,B} \frac{dc_A}{dr} = -\frac{D_{A,B}}{RT} \frac{d\bar{p}_A}{dr} \quad (\text{ec.3})$$

de la ec. 3

$$N_A = -\frac{D_{A,B}P}{RT(P - \bar{p}_A)} \frac{d\bar{p}_A}{dr} \quad (\text{ec.4})$$

De la geometría de la gota, considerando que su forma es esférica, se definen el volumen y el área de la misma como:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad A = 4\pi r^2$$

incluyendo la expresión de área en la ec. 4

$$4\pi r^2 N_A = -\frac{4\pi r^2 D_{A,B}P}{RT(P - \bar{p}_A)} \frac{d\bar{p}_A}{dr} \quad (\text{ec.5})$$

agrupando términos e integrando la ec. 5, considerando que el grupo  $4\pi r^2 N_A \left(\frac{\text{mol}_A}{\theta}\right)$  si es constante.

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 N_A \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} &= -\frac{4\pi D_{A,B}P}{RT} \int_{\bar{p}_{A,\text{inicial}}}^{\bar{p}_{A,\text{final}}} \frac{d\bar{p}_A}{(P - \bar{p}_A)} \\ -\left(4\pi r^2 N_A \left(\frac{1}{r}\right)_r^\infty\right) &= \frac{4\pi D_{A,B}P}{RT} \ln \frac{P - \bar{p}_{A,\text{final}}}{P - \bar{p}_{A,\text{inicial}}} \\ -\left(r^2 N_A \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r}\right)\right) &= \frac{D_{A,B}P}{RT} \ln \frac{P - \bar{p}_{A,\text{final}}}{P - \bar{p}_{A,\text{inicial}}} \quad (\text{ec.6}) \end{aligned}$$

por definición 
$$N_A = -\frac{\rho \cdot dr}{M_A d\theta} \quad (\text{ec.7})$$

sustituyendo en ec.6 la ec.7, se obtiene:

$$N_A = -\frac{\rho \cdot dr}{M_A d\theta} = \frac{D_{A,B} P}{RT r} \ln \frac{P - \bar{p}_{A,final}}{P - \bar{p}_{A,inicial}} \quad (\text{ec.8})$$

Agrupando términos e integrando en la ec. 8, cuando  $\theta=0 \rightarrow r=r_0$  y cuando  $\theta=\theta \rightarrow r=0$

$$-\theta = \frac{\rho \cdot RT}{M_A D_{A,B} P \ln \frac{P - \bar{p}_{A,final}}{P - \bar{p}_{A,inicial}}} \int_{r_0}^0 r dr \quad \rightarrow \quad \theta = \frac{\rho \cdot R \cdot T \cdot r_0^2}{2 M_A D_{A,B} P \ln \frac{P - \bar{p}_{A,final}}{P - \bar{p}_{A,inicial}}} \quad (\text{ec.9})$$

La ec. 9 es aquella expresión que permitirá determinar el tiempo requerido para la completa evaporación de la gota.

De la Tabla 2-5 del Perry<sup>(14)</sup> 
$$p_A \Big|_{T=60^\circ F=15.55^\circ C} = 13.25 \text{ mmHg} = 0.1744 \text{ atm}$$

De la Tabla 2-28 del Perry<sup>(14)</sup> 
$$\rho_A \Big|_{\substack{T=15.55^\circ C \\ P=1 \text{ atm}}} = 999.014 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 62.3664 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}$$

De la Tabla 2-317 del Perry<sup>(14)</sup> 
$$D_{\text{Agua,Aire}} \Big|_{\substack{T=0^\circ C=273.15^\circ K \\ P=1 \text{ atm}}} = 0.22 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 2.2(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Realizando el ajuste del valor de la difusividad a las condiciones del proceso (80°F=26.67°C), se tiene:

$$\left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} \right]_{II} \quad (\text{ec.10})$$

Siendo en la ec.10 las condiciones *I* [0°C,1 atm] y *II* [26.67°C, 1 atm]

$$\left[ \frac{2.2(10^{-5})m^2/s}{D_{A,B} \Big|_{\substack{T=26.67^\circ C \\ P=1atm}}} \right] = \left[ \frac{273.15^\circ K}{(26.67 + 273.15)^\circ K} \right]^{3/2} \rightarrow D_{A,B} \Big|_{\substack{T=15.55^\circ C=60^\circ F \\ P=1atm}} = 2.53(10^{-5}) \frac{m^2}{s}$$

$$D_{A,B} \Big|_{\substack{T=26.67^\circ C=80^\circ F \\ P=1atm}} = 2.53(10^{-5}) \frac{m^2}{s} = 0.98036 \frac{pies^2}{h}$$

Sustituyendo en ec. 9 los parámetros conocidos, se obtiene:

$$\theta = \frac{\left( 62.3664 \frac{lb}{pie^3} \right) \cdot 0.7302 \frac{atm \cdot pie^3}{lbmol \cdot ^\circ R} \cdot (539.67^\circ R) \cdot \left( 0.05 p \lg \left| \frac{1 pie}{12 p \lg} \right| \right)^2}{2 \left( 18.02 \frac{lb}{lbmol} \right) 0.98036 \frac{pies^2}{h} (1atm) \ln \frac{1 - 0.01036}{1 - 0.01744}} = 1.682 \text{ h}$$

$$= 6055.03 \text{ s}$$

$\theta$	6055.03 s
----------	-----------

#### ❖ PROBLEMA 1.4

##### ENUNCIADO:

Se esta fraccionando amoníaco sobre un catalizador sólido, de acuerdo con la reacción:



En cierta zona del aparato, en donde la presión es 1 atm y la temperatura es 200°C, el análisis del gas es 33.33% NH<sub>3</sub> (A), 16.67% N<sub>2</sub> (B) y 50% H<sub>2</sub> (C) en volumen. Las condiciones son tales que el NH<sub>3</sub> se difunde desde la corriente del gas hasta la superficie del catalizador; además, los productos de la reacción se difunden en sentido contrario, como si hubiese difusión molecular a través de una película gaseosa de 1mm de espesor, bajo régimen laminar. Calcular la rapidez local de fraccionamiento, kg NH<sub>3</sub>/ s m<sup>2</sup> de superficie de catalizador que se presentaría si la reacción es controlada por difusión

(velocidad de reacción química muy rápida) con la concentración de  $\text{NH}_3$  sobre la superficie del catalizador igual a cero.

### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Se trata de un proceso de reacción química con difusión del  $\text{NH}_3$ , desde el seno de la corriente gaseosa hasta la superficie del catalizador donde se da la reacción de descomposición del  $\text{NH}_3$  a gran velocidad y luego transferencia de los productos formados ( $\text{N}_2$  y  $\text{H}_2$ ), que se desprenden tan rápido como se producen, desde la superficie del catalizador hacia el seno de la fase gaseosa.

En este problema, y atendiendo al enunciado, solo se contempla el mecanismo de difusión molecular, a través de una película gaseosa de 1 mm de espesor, adyacente a la superficie del catalizador, considerando que las concentraciones dadas de los componentes gaseosos están justamente en la cara exterior de dicha película y en esa cierta zona del reactor.

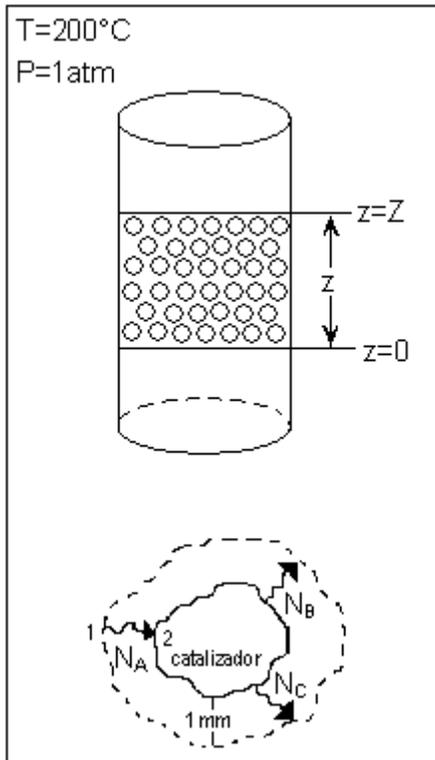
Por otra parte se considera que el mecanismo cinético de la reacción química es tan rápido (instantáneo) que no influye en la velocidad de fraccionamiento. El proceso completo para la descomposición del  $\text{NH}_3$  involucra dos etapas: primero elevar el  $\text{NH}_3$  hasta la superficie del catalizador (difusión molecular) y luego la reacción química (descomposición del  $\text{NH}_3$  y formación de los productos). Este segundo paso es instantáneo y por lo tanto la velocidad de fraccionamiento es prácticamente igual a la velocidad de la difusión molecular del  $\text{NH}_3$  ( $N_A$ ).

Luego entonces, bajo las suposiciones establecidas, se trabajará con el proceso de difusión molecular en estado estable en gases en el cual el  $\text{NH}_3$  se difunde en un sentido y el  $\text{H}_2$  y  $\text{N}_2$  lo hacen en sentido contrario, pero no equimolarmente.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

De acuerdo con la composición gaseosa, sea

$\text{NH}_3 = A$	33.33%	$y_A = 1/3$
$\text{N}_2 = B$	16.67%	$y_B = 1/6$
$\text{H}_2 = C$	50.00%	$y_C = 1/2$



**Figura 1.6** Fraccionamiento de amoníaco a través de un lecho empacado

La expresión general de la velocidad de flujo difusional para gases en estado estacionario, será:

$$N_A = \frac{N_A}{N} \frac{D_{A,m} P}{zRT} \ln \left( \frac{N_A/N - y_{A,2}}{N_A/N - y_{A,1}} \right) \quad (\text{ec.1})$$

donde

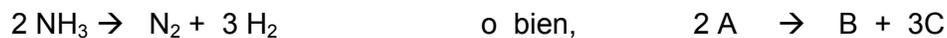
$$N = \sum N_i = N_A + N_B + N_C \quad (\text{ec.2})$$

donde las  $y_A$  de la ec. 1 se refieren a la concentración de A respecto a su trayectoria de flujo difusional, o bien:

$$y_{A,1} = \frac{1}{3} \quad \text{fracción de A en la cara exterior de la película gaseosa}$$

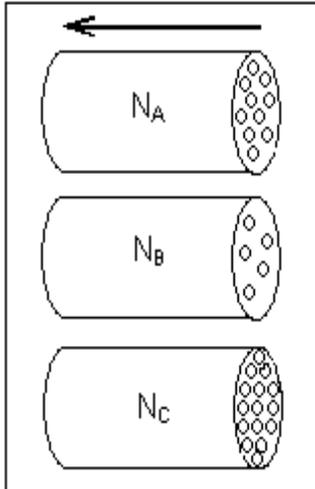
$y_{A,2} = 0$  por tratarse de la concentración de A en la interfase del sistema estudiado, es decir, sobre la superficie de la partícula de catalizador en donde la reacción es tan rápida (instantánea) que A desaparece tan pronto como toca el catalizador, descomponiéndose en los productos B y C.

Velocidad de flujo difusional (N)



La estequiometría de la reacción y su consecuente interpretación, expresada en moles de productos en función de moles de reactivos iniciales, representa una base conveniente a la cual pueden referirse las velocidades de flujo difusional de los diferentes componentes que intervienen en la reacción.

Recordando que la velocidad de flujo difusional (N) es expresada dimensionalmente como mol / (tiempo área); para una misma área y un mismo recorrido (1mm) en el mismo tiempo se tendrán distintos flujos molares para los distintos elementos de la reacción.



**Figura 1.7 Relación de velocidades de flujo difusional**

Así se puede tomar como base arbitraria un flujo inicial de 10 moles A / h que entran por un canal cuya sección transversal es  $1 \text{ m}^2$ , para lo cual  $N_A = 10 \text{ mol / h m}^2$ . Ahora bien por cada 10 moles de A que ingresen, una vez ocurrida la reacción de descomposición de A, se producen 5 moles de B, siendo la velocidad de B referida a la misma sección transversal  $N_B = 5 \text{ moles B / h m}^2$ . Finalmente por cada 10 moles de A que se ponen en contacto con el catalizador se producen 15 moles de C, por lo que nuevamente refiriéndose a la misma área se tiene  $N_C = 15 \text{ moles C / h m}^2$ .

Estableciendo una relación entre las velocidades de flujo difusional de los tres componentes,  $N_B/N_A = 5/10 = 1/2$  y  $N_C/N_A = 15/10 = 3/2$ ; por lo tanto la velocidad de flujo difusional de B es la mitad de la velocidad de flujo difusional de A y la velocidad de flujo difusional de C equivale a 1.5 veces la velocidad de flujo difusional de A, sin importar cual sea la base de flujo inicial de A. En resumen, se tiene:

$$N_B = -1/2 N_A$$

$$N_C = -3/2 N_A$$

Nótese que el signo de la velocidad es función de la dirección del flujo de cada componente.

de la ec. 2

$$N = \sum N_i = N_A + \left(-\frac{1}{2} N_A\right) + \left(-\frac{3}{2} N_A\right) = N_A \left(\frac{2-1-3}{2}\right) = -N_A \quad \rightarrow \quad \frac{N_A}{N} = -1$$

sustituyendo en ec. 1 los valores conocidos

$$N_A = \frac{N_A}{N} \frac{D_{A,m} P}{zRT} \ln \left( \frac{N_A/N - y_{A_2}}{N_A/N - y_{A_1}} \right) = -1 \cdot \frac{D_{A,m} \left( 101325 \frac{N}{\text{m}^2} \right)}{(0.001\text{m}) \left( 8314 \frac{N \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right) (473.15\text{K})} \ln \left( \frac{-1-0}{-1-1/3} \right)$$

simplificando la parte numérica de la anterior expresión, se obtiene

$$N_A = 7.41 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^4} D_{A,m} \quad (\text{ec. 3})$$

Difusión de A en una mezcla multicomponente,  $D_{A,m}$

$$D_{A,m} = \frac{N_A - y_A \sum_{i=A}^n N_i}{\sum_{i=A}^n \frac{1}{D_{A,i}} (y_i N_A - y_A N_i)} \quad (\text{ec. 4})$$

planteando la ec. 4 en términos de una mezcla de tres componentes (A,B y C)

$$D_{A,m} = \frac{N_A - y_A (N)}{\frac{1}{D_{A,A}} (y_A N_A - y_A N_A) + \frac{1}{D_{A,B}} (y_B N_A - y_A N_B) + \frac{1}{D_{A,C}} (y_C N_A - y_A N_C)} \quad (\text{ec.5})$$

sustituyendo en la ec. 5 las fracciones mol y los flujos difusionales, se tiene;

$$D_{A,m} = \frac{N_A - \frac{1}{3}(-N_A)}{\frac{1}{D_{A,B}} \left( \frac{1}{6}(N_A) - \frac{1}{3} \left( -\frac{1}{2} N_A \right) \right) + \frac{1}{D_{A,C}} \left( \frac{1}{2} N_A - \frac{1}{3} \left( -\frac{3}{2} N_A \right) \right)}$$

$$D_{A,m} = \frac{\frac{4}{3}(N_A)}{\frac{1}{D_{A,B}} \left( \frac{1}{3} \right) (N_A) + \frac{1}{D_{A,C}} (N_A)} = \frac{4}{\frac{1}{D_{A,B}} + \frac{3}{D_{A,C}}} \quad (\text{ec.6})$$

Evaluación de las difusividades,  $D_{A,B}$  y  $D_{A,C}$

Para evaluar las difusividades de las mezclas gaseosas a continuación se emplea la ec. de Wilke Lee

$$D_{A,i} = \frac{10^{-4} \left( 1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_i}} \right) \cdot T^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_i}}}{P(r_{A,i})^2 f \left( \frac{kT}{\epsilon_{A,i}} \right)} \quad (\text{ec.7})$$

de la tabla 2.2 Treybal<sup>(19)</sup>

**Tabla 1.5 Caracterización de reactantes y producto.**

	Componente	$\frac{\epsilon}{k}$ (°K)	r (nm)	M <sub>i</sub>
A	NH <sub>3</sub>	558.3	0.29	17
B	N <sub>2</sub>	71.4	0.3798	28
C	H <sub>2</sub>	59.7	0.2827	2

de acuerdo a la metodología propuesta para la ec. 7 , de Wilke Lee

Evaluación de la difusividad de Amoníaco-Nitrógeno, D<sub>A,B</sub>

$$r_{A,B} = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{(0.29 + 0.3798)nm}{2} = 0.3349nm$$

$$\frac{\epsilon_{A,B}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \cdot \frac{\epsilon_B}{k}} = \sqrt{(558.3^\circ K)(71.4^\circ K)} = 199.65^\circ K$$

$$\frac{kT}{\epsilon_{A,B}} = \frac{1}{199.65^\circ K} (473.15^\circ K) = 2.37$$

de la figura 2.5 Treybal<sup>(19)</sup>  $f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) = f(2.37) = 0.52$

sustituyendo en la ec. 7

$$D_{A,B} \Big|_{P=1atm}^{t=200^\circ C} = \frac{10^{-4} \left( 1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{28}} \right) \cdot (473.15)^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{28}}}{1(0.3349)^2 (0.52)} = 5.3945(10^{-5}) \frac{m^2}{s}$$

Evaluación de la difusividad de Amoníaco-Hidrógeno, D<sub>A,C</sub>

$$r_{A,C} = \frac{r_A + r_C}{2} = \frac{(0.29 + 0.2827)nm}{2} = 0.28635nm$$

$$\frac{\epsilon_{A,C}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \cdot \frac{\epsilon_C}{k}} = \sqrt{(558.3^\circ K)(59.7^\circ K)} = 182.56K$$

$$\frac{kT}{\epsilon_{A,C}} = \frac{1}{182.56^\circ K} (473.15^\circ K) = 2.59$$

de la figura 2.5 Treybal<sup>(19)</sup>  $f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,C}}\right) = f(2.59) = 0.46$

sustituyendo en la ec. 7

$$D_{A,C} \Big|_{\substack{t=200^\circ C \\ P=1atm}} = \frac{10^{-4} \left( 1.084 - 0.249 \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{2}} \right) \cdot (473.15)^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{2}}}{1(0.286)^2 (0.46)} = \mathbf{1.8 (10^{-4})} \frac{m^2}{s}$$

retomando la ec. 6

$$D_{A,m} \Big|_{P=1atm} = \frac{4}{\frac{1}{D_{A,B}} + \frac{3}{D_{A,C}}} = \frac{4}{\frac{1}{5.3945(10^{-5})} + \frac{3}{1.8(10^{-4})}} = \mathbf{1.136 (10^{-4})} \frac{m^2}{s}$$

sustituyendo en valor de  $D_{A,m}$  en la ec. 3

$$N_A = 7.41 \frac{kmol}{m^4} D_{A,m} = 7.41 \frac{kmol}{m^4} \left( 1.136(10^{-4}) \frac{m^2}{s} \right) = 8.42(10^{-4}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

$N_A$	$8.42 (10^{-4}) \text{ kmol} / \text{m}^2 \text{ s}$
-------	--

Finalmente, la velocidad de descomposición (S), será:

$$S = N_A M_A = 8.42(10^{-4}) \frac{kmol_A}{m^2 \cdot s} \Big|_{\frac{17 \text{ kg}_A}{kmol_A}} = 0.01431 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s}$$

S	$=0.01431 \text{ kg}_A / \text{m}^2 \text{ s}$
---	--

**❖ PROBLEMA 1.5****ENUNCIADO:**

Se ha demostrado que la eliminación del aceite de soya que impregna una arcilla porosa por contacto con un disolvente del aceite, es ocasionada por difusión interna del aceite a través del sólido. Una placa de arcilla, 1/16 plg de espesor, 1.80 plg de longitud y 1.08 plg de anchura (1.588mm x 45.7mm x 27.4mm), con los lados estrechos sellados, se impregno con aceite de soya hasta una concentración uniforme de 0.229 kg aceite/kg arcilla seca. Se sumergió en una corriente en movimiento de tetracloroetileno puro a 120°F (49°C), en donde el contenido de aceite de la placa se redujo a 0.048 kg de aceite/kg arcilla seca en 1 h. La resistencia a la difusión puede considerarse que reside completamente en la placa; el contenido final de aceite en la arcilla puede considerarse como cero cuando se pone en contacto con el solvente puro durante un tiempo infinito.

- a) Calcule la difusividad efectiva
- b) Un cilindro de la misma arcilla, 0.5 plg de diámetro, 1 plg de longitud, contiene una concentración inicial uniforme de 0.17 kg aceite/kg arcilla seca. Cuando se sumerge en una corriente en movimiento de tetracloroetileno puro a 49°C, ¿a qué concentración descenderá el contenido en aceite después de 10 h si las dos caras extremas están selladas?
- c) Vuelva a calcular (b) para los casos en que únicamente una de las puntas del cilindro este sellada y en que ninguna de las puntas este sellada.
- d) En cuanto tiempo descenderá la concentración hasta 0.01 kg aceite/ kg arcilla seca para el caso (b) cuando ninguno de los extremos este sellado.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

La difusión en sólidos, contempla el movimiento que puede efectuar la sustancia que se difunde en el volumen del sólido, siendo esta difusión del tipo molecular ya que las características del sistema mismo no permiten que exista flujo turbulento apreciable. En general, el fenómeno difusional en sólidos es tratado bajo los mismos conceptos que para la difusión en líquidos y gases, siendo la velocidad de flujo difusional de la sustancia A ( $N_A$ ) a través del sólido proporcional al gradiente de concentración en la dirección de la difusión que se analiza. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de difusión o difusividad ( $D_A$ ).

En el caso de la difusión en sólidos, el proceso se realiza en condiciones transcientes (en estado inestable). La velocidad de flujo difusional es variable en virtud de que el gradiente de las concentraciones dentro del sólido cambia.

Un balance diferencial de masa proporciona el modelo matemático que involucra la variación de la concentración en función del tiempo y de la posición en el sólido. Así se obtiene una expresión diferencial (ecuación de continuidad) como la siguiente:

$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta} = D_{AB,x} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + D_{AB,y} \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + D_{AB,z} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}$$

en la dirección “z”, se tiene:

$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta} = D_{AB,z} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}$$

Para sólidos de formas geométricas muy comunes, Newman presenta soluciones gráficas a la anterior ecuación diferencial bajo las siguientes condiciones de frontera:

- No hay reacción química
- No hay resistencia a la difusión de A fuera del sólido.
- Concentración promedio inicial en el sólido,  $c_{A,0}$  en un tiempo  $\theta = 0$
- Concentración promedio en el sólido,  $c_{A,\theta}$  en un tiempo  $\theta = \theta$
- Concentración en la superficie del sólido, constante,  $c_{A,\infty}$  en un tiempo  $\theta = \infty$  (concentración de equilibrio).

Las soluciones numéricas que desarrolló Newman son de la forma:

$$E = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f\left(\frac{D \cdot \theta}{z^2}\right)$$

donde

$D$  = difusividad de A en el sólido

$\theta$  = tiempo

$z$  = máxima longitud del camino o trayectoria difusional dentro del sólido.

La figura 4.2 de Treybal<sup>(19)</sup> presenta la solución gráfica para sólidos paralelepípedos, cilíndricos y esféricos.

En este problema se pide calcular la Difusividad Efectiva primeramente. Esto significa que deberá estimarse tal difusividad del aceite de soya mencionado en el tetracloroetileno puro a esa temperatura (49°C) y caracterizada por la particular estructura porosa de la arcilla indicada.

Si fuera otra arcilla con diferente estructura porosa o si la temperatura cambiara, la difusividad del mismo aceite de soya en el mismo solvente sería distinta. Es por eso que tal difusividad que se pide, es la “efectiva” para las características establecidas.

La segunda y tercer pregunta requieren de la determinación de la concentración promedio que se espera tenga un cilindro de arcilla después de transcurrido cierto tiempo, lo cual puede determinarse nuevamente mediante las soluciones gráficas de Newman. La última requiere la determinación del tiempo que habrá de transcurrir para que la concentración promedio en un cilindro de arcilla disminuya hasta un valor dado.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

A= aceite de soya, B= arcilla seca

Para la placa de arcilla porosa

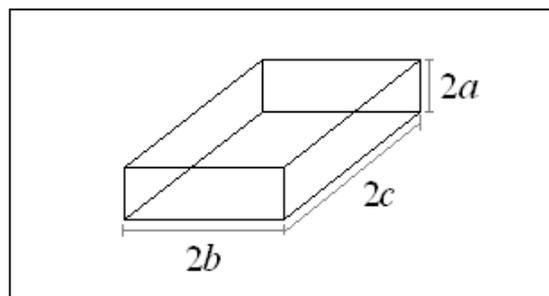


Figura 1.8 Caracterización dimensional de placa de arcilla.

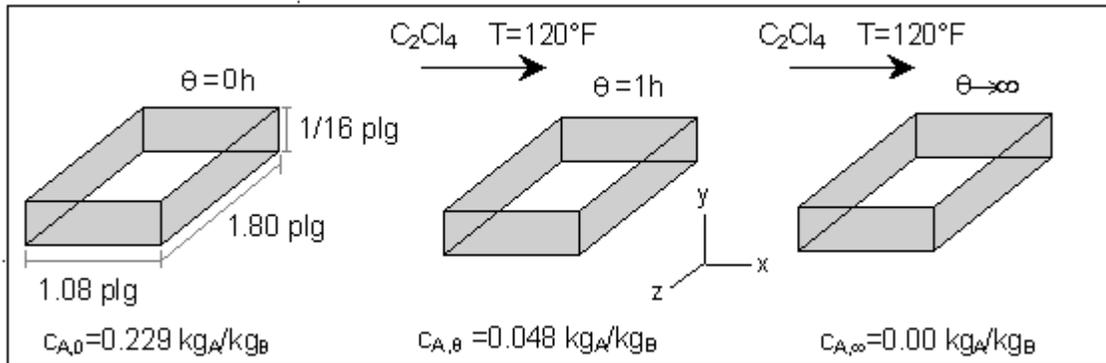


Figura 1.9 Difusión de aceite en placa de arcilla, con extremos sellados, para diferentes tiempos.

de donde se observa que el camino de la difusión sigue la dirección de las “y”, por lo que:

$$2a = \frac{1}{16} \text{ plg} \rightarrow a = \frac{1}{32} \text{ plg} = \frac{1}{384} \text{ pies}$$

además se tiene disponible la siguiente información

$$c_{A,0} = 0.229 \frac{\text{kg}_A}{\text{Kg}_B} \quad \theta = 1h \quad c_{A,\theta=1h} = 0.048 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \quad c_{A,\infty} = 0.00 \frac{\text{kg}_A}{\text{Kg}_B}$$

para placas rectangulares con extremos sellados

$$E = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f\left(\frac{D_{ef}\theta}{a^2}\right) \quad (\text{ec.1})$$

sustituyendo:

$$E = \frac{0.048 - 0}{0.229 - 0} = 0.2096 = f\left(\frac{D_{ef}(1h)}{\left(\frac{1}{384} \text{ pies}\right)^2}\right) = f\left(147456 D_{ef} \frac{\text{pies}^2}{h}\right) \quad (\text{ec.2})$$

de la figura 4.2 Treybal<sup>(19)</sup> para la geometría de placas rectangulares  $\frac{D\theta}{a^2} \Big|_{\text{losa}}^{E=0.2096} = 0.54$

$$\text{por lo que de ec.2} \quad 0.54 = 147456 D_{ef} \frac{\text{pies}^2}{h} \rightarrow D_{ef} = 3.662(10^{-6}) \frac{\text{pies}^2}{h}$$

$D_{ef}$	$3.662 (10^{-6}) \text{ pies}^2/h$
----------	------------------------------------

Para el caso en que ambos extremos del cilindro se encuentran sellados. La trayectoria que puede seguir A, es radial únicamente,

$$2a = \frac{1}{2} p l g \quad \rightarrow \quad a = \frac{1}{4} p l g = \frac{1}{48} \text{ pies}$$

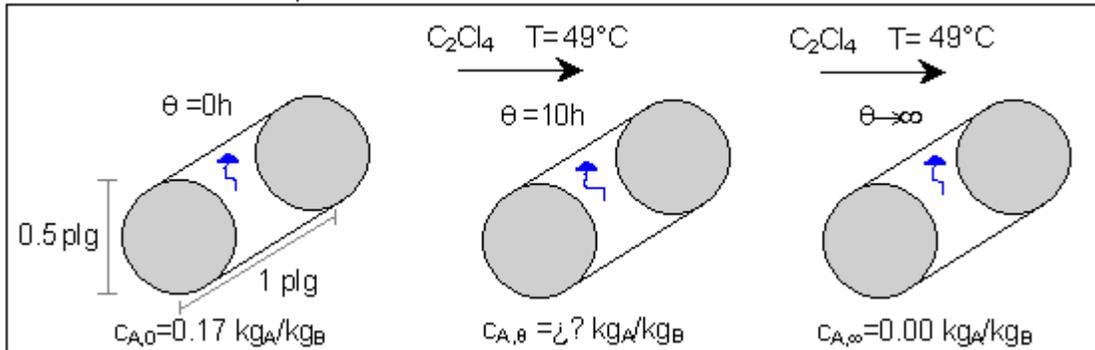


Figura 1.10 Difusión de aceite en cilindro de arcilla, con extremos sellados, para diferentes tiempos.

además se tiene disponible la siguiente información

$$c_{A,0} = 0.17 \frac{kg_A}{Kg_B} \quad \theta = 10h \quad c_{A,\infty} = 0.00 \frac{kg_A}{Kg_B}$$

Para cilindros con extremos sellados

$$E_r = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f''\left(\frac{D_{ef}\theta}{a^2}\right) \quad (\text{ec.3})$$

Del desarrollo para la placa rectangular se obtuvo  $D_{ef} = 3.662 (10^{-6})$  pies<sup>2</sup>/h , por lo que sustituyendo los parámetros conocidos en ec. 3, se tiene:

$$E_r = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} = f''\left(\frac{3.662(10^{-6})(10)}{\left(\frac{0.25}{12}\right)^2}\right) = f''(0.0844) \quad (\text{ec.4})$$

De la figura 4.2 Treybal<sup>(19)</sup>  $E_r|_{f''=0.0844}^{\text{cilindro}} = 0.45$

de la ec. 4:

$$0.45 = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} \quad \rightarrow \quad c_{A,\theta} = 0.45(0.17) = 0.0765 \frac{kg_A}{kg_B}$$

$c_{A,\theta}$	0.0765 kg <sub>A</sub> / kg <sub>B</sub>
----------------	--

Para el caso en que ninguno de los extremos del cilindro este sellado

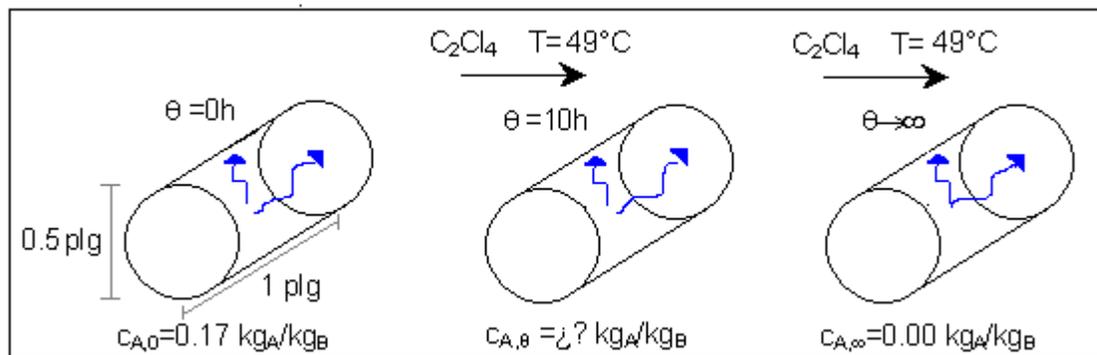


Figura 1.11 Difusión de aceite en cilindro de arcilla, para diferentes tiempos.

El componente A puede difundirse en la dirección radial y en dirección axial (eje del cilindro).

$$\text{Trayectoria radial} \quad 2a = \frac{1}{2} p \text{lg} \quad \rightarrow \quad a = \frac{1}{4} p \text{lg} = \frac{1}{48} \text{pies}$$

$$\text{Trayectoria axial} \quad 2c = 1 p \text{lg} \quad \rightarrow \quad c = \frac{1}{2} p \text{lg} = \frac{1}{24} \text{pies}$$

además se tiene disponible la siguiente información

$$c_{A,0} = 0.17 \frac{kg_A}{kg_B} \quad \theta = 10h \quad c_{A,\infty} = 0.00 \frac{kg_A}{kg_B}$$

para cilindros sin extremos sellados

$$E = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f\left(\frac{D_{ef}\theta}{c^2}\right) \cdot f''\left(\frac{D_{ef}\theta}{a^2}\right) = E_c E_r \quad (\text{ec.5})$$

Del desarrollo para la placa se obtuvo  $D_{ef} = 3.662(10^{-6})$  pies<sup>2</sup>/h, por lo que sustituyendo los parámetros conocidos en la ec. 5

$$E = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} = f \left( \frac{3.662(10^{-6})(10)}{\left(\frac{1}{24}\right)^2} \right) \cdot f'' \left( \frac{3.662(10^{-6})(10)}{\left(\frac{1}{48}\right)^2} \right) = f(0.0211) \cdot f''(0.0844) \quad (\text{ec.6})$$

de la figura 4.2 Treybal<sup>(19)</sup>  $E_r \Big|_{cilindro}^{f''=0.0844} = 0.45$  y  $E_c \Big|_{placa}^{f=0.0211} = 0.85$

por lo que:

$$E = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} = 0.85(0.45) = 0.3825 \rightarrow c_{A,\theta} = 0.3825(0.17) = 0.065025 \frac{kg_A}{kg_B}$$

$c_{A,\theta}$	0.065025 kg <sub>A</sub> / kg <sub>B</sub>
----------------	--

Para el caso en que solo uno de los extremos del cilindro esté sellado

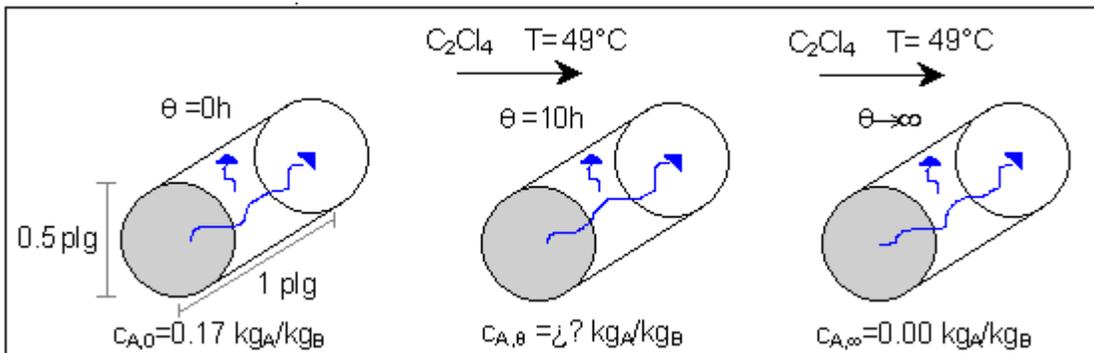


Figura 1.12 Difusión de aceite en cilindro de arcilla, con un extremos sellado, para diferentes tiempos.

El componente A puede difundirse en la dirección radial y en dirección axial (eje del cilindro).

Trayectoria radial  $2a = \frac{1}{2} p \text{lg} \rightarrow a = \frac{1}{4} p \text{lg} = \frac{1}{48} \text{pies}$

Trayectoria axial  $c = 1 p \text{lg} = \frac{1}{12} \text{pies}$

además se tiene disponible la siguiente información

$$c_{A,0} = 0.17 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \quad \theta = 10h \quad c_{A,\infty} = 0.00 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

Para cilindros con solo un extremo sellado

$$E = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f' \left( \frac{D_{ef}\theta}{c^2} \right) \cdot f'' \left( \frac{D_{ef}\theta}{a^2} \right) = E_{2c} E_r \quad (\text{ec.7})$$

sustituyendo los parámetros conocidos en ec. 7

$$E = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} = f' \left( \frac{3.662(10^{-6})(10)}{\left(\frac{1}{12}\right)^2} \right) \cdot f'' \left( \frac{3.662(10^{-6})(10)}{\left(\frac{1}{48}\right)^2} \right) = f'(0.0053) \cdot f''(0.0844) \quad (\text{ec.8})$$

de la figura 4.2 Treybal<sup>(19)</sup>  $E_r \Big|_{\substack{f''=0.0844 \\ \text{cilindro}}} = 0.45$     y     $E_{2c} \Big|_{\substack{f=0.0053 \\ \text{placa}}} = 0.9$

de lo anterior:

$$E = \frac{c_{A,\theta} - 0}{0.17 - 0} = 0.9(0.45) = 0.405 \quad \rightarrow \quad c_{A,\theta} = 0.405(0.17) = 0.06885 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

$c_{A,\theta}$	0.06885 kg <sub>A</sub> / kg <sub>B</sub>
----------------	---

Ninguno de los extremos sellados

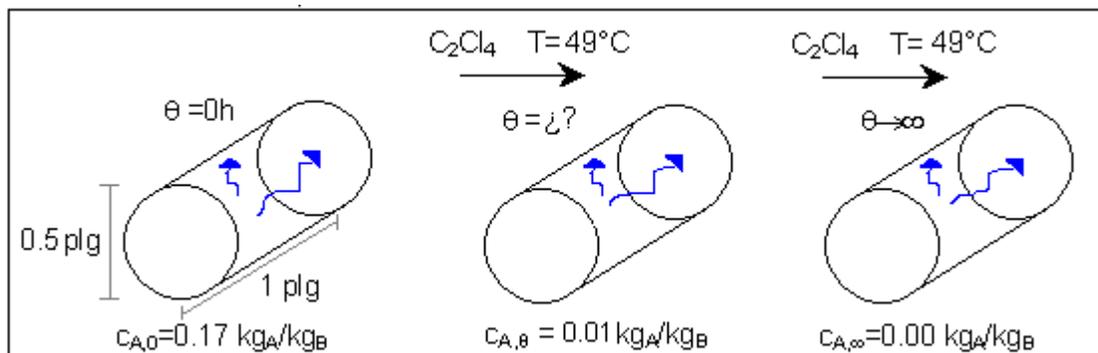


Figura 1.13 Difusión de aceite en cilindro de arcilla, para diferentes tiempos.

El componente A puede difundirse en la dirección radial y en dirección axial (eje del cilindro).

$$\text{Trayectoria radial} \quad 2a = \frac{1}{2} p l g \quad \rightarrow \quad a = \frac{1}{4} p l g = \frac{1}{48} \text{ pies}$$

$$\text{Trayectoria axial} \quad 2c = 1 p l g \quad \rightarrow \quad c = \frac{1}{2} p l g = \frac{1}{24} \text{ pies}$$

además se tiene disponible la siguiente información

$$c_{A,0} = 0.17 \frac{kg_A}{Kg_B} \quad \theta = i?h \quad c_{A,\theta=i?h} = 0.01 \frac{kg_A}{kg_B} \quad c_{A,\infty} = 0.00 \frac{kg_A}{Kg_B}$$

Para cilindros

$$E = \frac{c_{A,\theta} - c_{A,\infty}}{c_{A,0} - c_{A,\infty}} = f\left(\frac{D_{ef}\theta}{c^2}\right) \cdot f''\left(\frac{D_{ef}\theta}{a^2}\right) = E_c E_r \quad (\text{ec.9})$$

sustituyendo los parámetros conocidos en ec. 9

$$E = \frac{0.01 - 0.00}{0.17 - 0.00} = 0.0588 = f\left(\frac{3.662(10^{-6})(\theta)}{\left(\frac{1}{24}\right)^2}\right) \cdot f''\left(\frac{3.662(10^{-6})(\theta)}{\left(\frac{1}{48}\right)^2}\right)$$

$$E = f(0.00211\theta) \cdot f''(0.00844\theta)$$

Por lo que se requiere de un proceso iterativo para el cual se supone  $\theta$  y se determinan sus respectivas funciones a fin de estimar E; el proceso iterativo concluye cuando, de acuerdo a la expresión anterior, el producto de las funciones  $E_c E_r$  se iguala a  $E=0.0588$

Tabla 1.6 Obtención de tiempo mediante proceso iterativo.

$\theta$ (h)	$f''(0.00844\theta)$	figura 4.2 Treybal <sup>(19)</sup> $E_r \left  \begin{array}{l} f''=0.00844\theta \\ \text{cilindro} \end{array} \right.$	$f(0.00211\theta)$	figura 4.2 Treybal <sup>(19)</sup> $E_c \left  \begin{array}{l} f=0.00211\theta \\ \text{placa} \end{array} \right.$	$E_r \cdot E_c$
10	0.0847	0.45	0.0211	0.85	0.3825
20	0.1687	0.26	0.0422	0.78	0.2028
30	0.253	0.17	0.0633	0.72	0.1224
40	0.337	0.10	0.0844	0.68	0.068
41	0.346	0.090	0.0865	0.68	0.0612
42	0.354	0.085	0.0880	0.67	0.057

El resultado se encuentra entre 41-42 h, considérese 41 ½ h debido a que por tratarse de un método iterativo no es posible determinar con exactitud la solución.

$\theta$	41 ½ h
----------	--------

### ❖ PROBLEMA 1.6

#### ENUNCIADO:

Una tablilla de arcilla de 5 cm de espesor se coloca sobre una banda dentro de un secador de flujo de aire continuo, restringiéndose el secado a solo la superficie superior de la tablilla que se encuentra en contacto con el flujo de aire. El contenido inicial de agua en la tablilla es 15% en peso y el contenido en la superficie, bajo condiciones de secado constante, se mantendrá en 4% en peso. Determinar el tiempo necesario para reducir el contenido de humedad en el centro a 10% en peso.

$$D_{ef} = 1.3 (10^{-4}) \text{ cm}^2/\text{s} \text{ del agua a través de la arcilla.}$$

#### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Los investigadores Gurney & Lurie desarrollaron las soluciones matemáticas a la ecuación diferencial de balance de materia en los sólidos con condiciones de frontera incluyendo valores para la resistencia relativa ( $m$ ), así como la posición relativa ( $n$ ) de un punto dentro del sólido; además incluyeron las condiciones consideradas por Newman.

Estas condiciones establecen que:

$$Y = \frac{c_A - c_{A,s}}{c_{A,0} - c_{A,s}} \quad X = \frac{D_{ef} \theta}{(x_1)^2} \quad n = \frac{x}{x_1} \quad m = \frac{D_{ef}}{k_c x_1}$$

donde:

$c_A$  = Concentración del componente A, en un punto y en un tiempo  $\theta$ .

$c_{A,0}$  = Concentración de A promedio inicial en el sólido.

$c_{A,s}$  = Concentración de A en la superficie del sólido, constante: concentración de equilibrio.

$x_1$  = Máxima longitud de la trayectoria difusional.

$x$  = Distancia desde el centro a un punto determinado (posición determinada).

$k_c$  = Coeficiente de transferencia de masa convectivo en el fluido que rodea al sólido.

Las soluciones gráficas correspondientes a las mismas geometrías comunes del sólido: placas, cilindros y esferas, se pueden consultar en el apéndice F de Welty <sup>(20)</sup>.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

Sea A= Agua      B= Arcilla seca

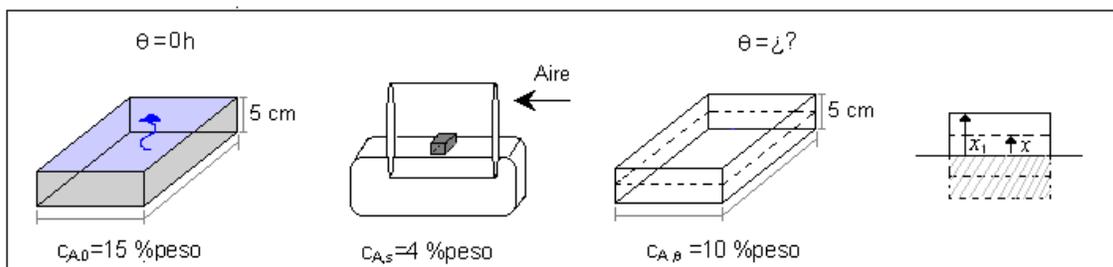


Figura 1.14 Secado de tablilla de arcilla en contracorriente con aire, a diferentes tiempos.

de las concentraciones

$$c_{A,0} = \frac{15}{100 - 15} = 0.1765 \frac{kg_A}{kg_B}$$

$$c_{A,s} = \frac{4}{100 - 4} = 0.04166 \frac{kg_A}{kg_B}$$

$$c_{A,\theta=i?} = \frac{10}{100 - 10} = 0.111 \frac{kg_A}{kg_B}$$

De acuerdo a la nomenclatura empleada para las soluciones de Gurney- Lurie:

$$x_1 = 5\text{cm} \qquad x = 2.5\text{cm} \qquad n = \frac{x}{x_1} = \frac{2.5\text{cm}}{5\text{cm}} = 0.5$$

$$m = \frac{D_{A,B}}{k_c x_1} \cong 0$$

debido a que no se tiene información sobre la resistencia a la difusión en el fluido fuera del sólido, se asume que conforme la humedad sale del sólido es desplazada por una corriente que renueva el entorno y por lo tanto la resistencia relativa será cero.

$$Y = \frac{c_A - c_{A,s}}{c_{A,0} - c_{A,s}} = \frac{(0.111 - 0.04166) \text{kg}_A / \text{kg}_B}{(0.1765 - 0.04166) \text{kg}_A / \text{kg}_B} = 0.5142 \quad (\text{ec.1})$$

$$X = \frac{D_{A,B} \theta}{(x_1)^2} = \frac{1.3(10^{-4}) \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \theta}{(5\text{cm})^2} = 5.2(10^{-6}) \theta \quad (\text{ec.2})$$

Se requiere determinar el valor para  $X$  para  $n=0.5$ ,  $m \cong 0$  y  $Y=0.5142$  por lo que de la figura F-1 o F-7 del Welty<sup>(20)</sup> y dado que no existe el valor directamente para  $n=0.5$  se obtiene la siguiente información

$$X_{n=0.4} \Big|_{m=0}^{Y=0.5142} = 0.3 \qquad X_{n=0.6} \Big|_{m=0}^{Y=0.5142} = 0.17$$

Interpolando entre los valores obtenidos arriba, el que correspondería a  $n=0.5$ , sería:

$$X_{n=0.5} \Big|_{m=0}^{Y=0.5142} = 0.235$$

Sustituyendo en la ec. 2

$$X = 0.235 = 5.2(10^{-6}) \theta \qquad \rightarrow \qquad \theta = 45192\text{s} \approx 12.553 \text{ h}$$

$\theta$	12.553 h
----------	----------

**❖ PROBLEMA 1.7****ENUNCIADO:**

Una placa de porcelana sin vidriar, de 5 mm de espesor, tiene un diámetro de poro promedio de 0.2 micra. Gas oxígeno puro a una presión absoluta de 20 mmHg, 100°C, en un lado de la placa pasa a través de ella con una rapidez de 0.093 cm<sup>3</sup> (a 20 mmHg, 100°C) por segundo por cm<sup>2</sup> cuando la presión corriente abajo es tan baja que puede considerarse despreciable. Calcular la rapidez de paso del gas hidrógeno a 25°C y a una presión de 10 mmHg abs; despréciase la presión corriente abajo.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Este problema plantea un caso de difusión a través de sólidos porosos, describiendo en primer lugar el comportamiento de un gas A para un arreglo físico determinado, resultando posible caracterizar el material del sólido para este componente mediante la determinación de su difusividad. Con esta información de la placa porosa, se requiere estimar la velocidad de flujo de otro gas (hidrógeno) a través de la misma placa pero a otras condiciones de temperatura y presión.

Es importante que para cada gas (oxígeno e hidrógeno) se determine qué mecanismo de difusión pudiera darse, difusión tipo Fick o tipo Knudsen, dependiendo del valor del número de Knudsen ( $Kn$ ) en función del diámetro promedio del poro y de la longitud de la trayectoria media molecular ( $\lambda$ ).

Por otra parte, primeramente habrá que estimar si el movimiento de los fluido obedece a un flujo difusivo (gobernado por un gradiente de concentraciones) o a un flujo hidrodinámico (gobernado por una diferencia de presiones totales).

En principio parecería que el movimiento molecular a través del sólido se debe a una diferencia de presiones absolutas totales, esto es: un movimiento hidrodinámico. Pero pudiera ser originado también por un gradiente de las presiones (concentraciones) de los gases entre ambos lados de la placa de porcelana, como si fuera un movimiento difusional. Se trabajará por lo tanto bajo ambos puntos de vista.

## SOLUCIÓN PROPUESTA 1: Movimiento Hidrodinámico

Sea A= oxígeno      B= hidrógeno

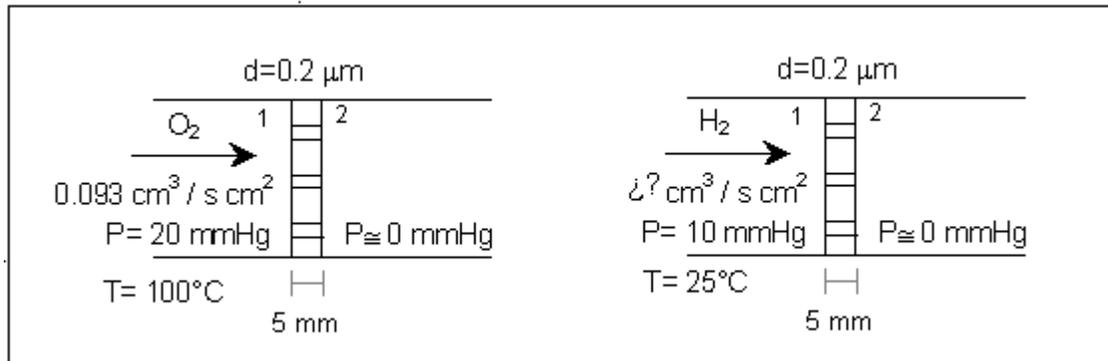


Figura 1.15 Paso de Oxígeno y Nitrógeno a través del mismo arreglo en placa plana sin vidriar.

Para un sólido poroso con poros reales, un ajuste de la ecuación de Hagen-Poiseuille sería la siguiente expresión:

$$N_A = \frac{k}{R \cdot T \cdot z} \bar{P}(P_1 - P_2) \quad (\text{ec.1})$$

donde  $k$  es un factor experimental y entonces:

$$\frac{k}{z} \alpha \frac{d^2 g_c}{32 \mu \cdot l} \quad (\text{ec.2})$$

Ecuación de Hagen-Poiseuille para flujo en poros ideales de longitud  $l$  y diámetro  $d$

$$N_A = \frac{d^2 g_c}{32 \mu \cdot l} \frac{1}{R \cdot T} \bar{P}(P_1 - P_2) \quad (\text{ec.3})$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad (\text{ec. 4})$$

para el  $\text{O}_2$  (A), de acuerdo al enunciado del problema, fluye a  $0.093 \text{ cm}^3 / \text{cm}^2 \text{ s} = 0.00093 \text{ m}^3 / \text{m}^2 \text{ s}$ ,  $P_1 = 20 \text{ mmHg} = 2666 \text{ N/m}^2$ ,  $P_2 = 0 \text{ mmHg}$ ,  $T = 100^\circ\text{C} = 373.15^\circ\text{K}$

$$N_A = \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \left| \frac{P}{RT} \right| = 0.00093 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \left| \frac{2666 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}} (373.15^\circ\text{K})} \right| = 7.99(10^{-7}) \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \quad (\text{ec. 5})$$

de ec. 4

$$\bar{P} = \frac{(20+0)\text{mmHg}}{2} = 10\text{mmHg} = 1333 \text{ N/m}^2$$

Sustituyendo los valores conocidos en la ec. 1

$$7.99(10^{-7}) \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = \frac{k_A}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}} (373.15^\circ\text{K})(0.005\text{m})} 1333 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (2666-0) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

de donde

$$k_A = 3.487(10^{-9}) \frac{\text{m}^4}{\text{N} \cdot \text{s}} \quad (\text{ec. 6})$$

de la ec. 2 se establece la siguiente proporcionalidad

$$\frac{k}{z} \propto \frac{3.487(10^{-9}) \frac{\text{m}^4}{\text{N} \cdot \text{s}}}{0.005\text{m}} = 6.975(10^{-7}) \frac{\text{m}^3}{\text{N} \cdot \text{s}} \propto \frac{d^2 g_c}{32\mu \cdot l}$$

por lo que es función de la naturaleza del componente que fluye, en este caso O<sub>2</sub>, al incluir su viscosidad  $\mu_A$  (100°C, 20 mmHg), siendo los demás parámetros función de la geometría del sólido poroso

De la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>  $\mu_A|_{100^\circ\text{C}} = 0.025\text{cp}$

para el H<sub>2</sub> (B), que fluye por los mismos poros que el O<sub>2</sub>, de acuerdo al enunciado,  $P_1 = 10\text{mmHg} = 1333.5 \text{ N/m}^2$ ,  $P_2 = 0\text{mmHg}$ ,  $T = 25^\circ\text{C} = 298.15\text{K}$  y de la ec. 4

$$\bar{P} = \frac{(10+0)\text{mmHg}}{2} = 5\text{mmHg} = 666.5 \text{ N/m}^2$$

Sustituyendo los valores conocidos de la ec. 1

$$N_B = \frac{k_B}{8314 \frac{N \cdot m}{\text{kmol} \cdot K} (298.15K)(0.005m)} 666.5 \frac{N}{m^2} (1333 - 0) \frac{N}{m^2}$$

Simplificando la parte numérica de la anterior expresión

$$N_B = 71.6829 \frac{N \cdot \text{kmol}}{m^6} (k_B) \quad (\text{ec.7})$$

Nótese, que la  $k$  que aparece en la ec. 7 no es la misma que la  $k$  evaluada en ec. 6 para A ( $O_2$ ). Por lo que, en ausencia de información respecto a la velocidad de flujo difusional para B ( $N_B$ ), sobre la base del análisis realizado con anterioridad y de la ec.2 aplicada tanto para el componente A y B, se establece

$$\frac{k_A}{z} \propto \frac{d^2 g_c}{32 \mu_A \cdot l} \qquad \frac{k_B}{z} \propto \frac{d^2 g_c}{32 \mu_B \cdot l}$$

$$\frac{\frac{k_A}{z} \frac{d^2 g_c}{32 \mu_A \cdot l}}{\frac{k_B}{z} \frac{d^2 g_c}{32 \mu_B \cdot l}} = \frac{\mu_B}{\mu_A} \qquad k_B = k_A \left( \frac{\mu_A}{\mu_B} \right) \quad (\text{ec.8})$$

Se observa, de la ec. 8, que partir de la relación de viscosidad entre ambas sustancias (A y B) se puede evaluar el factor que en conjunto con el valor estimado para  $k_A$  permitirá determinar  $N_B$ .

De la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>  $\mu_B|_{25^\circ C} = 0.009 \text{cp}$

Sustituyendo en ec. 8 los valores conocidos, se tiene:

$$k_B = 3.487(10^{-9}) \frac{m^4}{N \cdot s} \left( \frac{0.025 \text{cp}}{0.009 \text{cp}} \right) = 9.687(10^{-9}) \frac{m^4}{N \cdot s}$$

Entonces, de la ec. 7

$$N_B = 71.6829 \frac{N \cdot \text{kmol}}{m^6} 9.687(10^{-9}) \frac{m^4}{N \cdot s} = 6.94(10^{-7}) \frac{\text{kmol}_B}{s \cdot m^2}$$

$N_B$	$6.94 (10^{-7}) \text{ kmol}_B / s \text{ m}^2$
-------	---

### SOLUCIÓN PROPUESTA 2: Movimiento Difusivo

Para determinar que mecanismo de difusión se presenta en la placa para el oxígeno y para el hidrógeno, habrá que estimar el número de Knudsen ( $Kn$ ) para ambos gases

$$Kn = \frac{d_p}{\lambda}$$

Se requiere calcular  $\lambda$  para el oxígeno y para el hidrógeno a las condiciones del enunciado, para lo cual se emplea la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{3.2\mu}{P} \left( \frac{RT}{2\pi \cdot g_c \cdot M} \right)^{0.5} \left[ \frac{3.2 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \left( \frac{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \text{K}}{2\pi \left( 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}^2} \right) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \right)^{0.5} \right] \text{m} \quad (\text{ec.9})$$

Para el  $O_2$  (A), de la ec.9

$M=32 \text{ kg/ kmol}$ ,  $P_1 = 20\text{mmHg} = 2666 \text{ N/m}^2$ ,  $P_2 = 0\text{mmHg}$ ,  $\bar{P} = 10\text{mmHg} = 1333\text{N/m}^2$ ,  $T = 100^\circ\text{C} = 373.15^\circ\text{K}$ ,  $\mu_A \Big|_{1\text{atm}}^{100^\circ\text{C}} = 0.025\text{cp} = 2.5 (10^{-5}) \text{ kg/ m s}$

$$\lambda_A = \frac{3.2(2.5(10^{-5})) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{1333 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \left( \frac{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} (373.15)^\circ\text{K}}{2\pi \left( 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}^2} \right) 32 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_A}} \right)^{0.5} = 7.45(10^{-6}) \text{m} \quad (\text{ec.10})$$

Para el H<sub>2</sub> (B), de la ec. 9

$$M=2.02 \text{ kg/ kmol}, P_1 = 10\text{mmHg} = 1333 \text{ N/m}^2, P_2 = 0\text{mmHg}, \bar{P} = 5\text{mmHg} = 666.5 \text{ N/m}^2, T = 25^\circ\text{C} = 298.15^\circ\text{K}, \mu_B \Big|_{1\text{atm}}^{25^\circ\text{C}} = 0.009\text{cp} = 9 (10^{-6}) \text{ kg/ m s}$$

$$\lambda_B = \frac{3.2(9(10^{-6})) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{666.5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \left( \frac{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}} (298.15)^\circ\text{K}}{2\pi \left( 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}^2} \right) 2.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_B}} \right)^{0.5} = 19.2(10^{-6})\text{m} \quad (\text{ec.11})$$

De las ecuaciones 10 y 11, se determina el comportamiento predominante del flujo para cada componente, siendo:

$$\frac{d}{\lambda_A} = \frac{0.2(10^{-6})\text{m}}{7.45(10^{-6})\text{m}} = 0.027 < 0.2 \text{ difusividad tipo Knudsen}$$

$$\frac{d}{\lambda_B} = \frac{0.2(10^{-6})\text{m}}{19.2(10^{-6})\text{m}} = 0.0104 < 0.2 \text{ difusividad tipo Knudsen}$$

Evaluada con anterioridad  $N_A = 7.99(10^{-7}) \frac{\text{kmol}_A}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$

$$N_A = \frac{D_{K,A,ef}}{zRT} (\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2}) \quad (\text{ec.12})$$

sustituyendo en ec. 12 los parámetros conocidos, se tiene:

$$7.99(10^{-7}) \frac{\text{kmol}_A}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = \frac{D_{K,A,ef}}{(0.005\text{m}) \left( 8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}} \right) (373.15^\circ\text{K})} (2666.5 - 0) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

de donde  $D_{K,A,ef} = 4.65(10^{-6}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

Recuérdese que para un sólido poroso dado, se cumplen la siguiente relación:

$$\frac{D_{K,A}}{D_{K,A,ef}} = cte = \frac{D_{K,B}}{D_{K,B,ef}} \quad (\text{ec.13})$$

Evaluación de  $D_{K,i}$

$$D_{K,i} = \frac{d}{3} \left( \frac{8g_c RT}{\pi \cdot M_i} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.14})$$

Combinando las ecs. 13 y 14, se tiene:

$$\frac{D_{K,B}}{D_{K,A}} = \frac{\frac{d}{3} \left( \frac{8g_c RT_B}{\pi \cdot M_B} \right)^{1/2}}{\frac{d}{3} \left( \frac{8g_c RT_A}{\pi \cdot M_A} \right)^{1/2}} = \left( \frac{T_B}{M_B} \right)^{1/2} = \left( \frac{T_B M_A}{T_A M_B} \right)^{1/2} = \left( \frac{(298.15K) \left( 32 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)}{(398.15K) \left( 2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)} \right)^{1/2} = 3.4614$$

Nuevamente, de la ec. 13

$$D_{K,B,ef} = \frac{D_{K,B}}{D_{K,A}} (D_{K,A,ef}) = (3.4614) 4.65(10^{-6}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 1.61(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Finalmente, de la ec. 12, se obtiene la velocidad de flujo difusional del componente B

$$N_B = \frac{1.61(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{(0.005\text{m}) \left( 8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}} \right) (298.15^\circ\text{K})} (1333 - 0) \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1.73(10^{-6}) \frac{\text{kmol}_B}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

$N_B$	$1.73 (10^{-6}) \text{ kmol}_B/\text{s m}^2$
-------	--

## NONMENCLATURA

### Capítulo 1.

SIMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
$a, b, c$	Máxima longitud de la trayectoria difusional	$L$
$A$	Área normal a la dirección del flujo difusional	$L^2$
$c$	Concentración	$\frac{mol}{L^3}$
$d$	Diámetro del poro	$L$
	Operador diferencial	$\Phi$
$D$	Difusividad o coeficiente de difusión	$\frac{L^2}{\theta}$
$D_{ef}$	Difusividad efectiva	$\frac{L^2}{\theta}$
$D_{i,m}$	Difusividad del componente i en la mezcla m	$\frac{L^2}{\theta}$
$D_K$	Difusividad de Knudsen	$\frac{L^2}{\theta}$
$E$	Fracción de soluto eliminado	$\Phi$
$f, f', f''$	Funciones	$\Phi$
$g_c$	Factor de conversión	$\frac{M \cdot L}{F \cdot \theta^2}$
$J$	Velocidad de A en B en relación a la velocidad promedio de la mezcla A+B	
$k$	Una constante empírica	$\frac{L^4}{F \cdot \theta}$
$k_c$	Coeficiente de transferencia de masa convectiva (Gurney-Lurie)	
$\frac{k}{\epsilon}$	Constante de Boltzman / energía de atracción molecular	$\frac{1}{T}$
$Kn$	Número de Knudsen = $\frac{\lambda}{d}$	$\Phi$
$l$	Longitud, longitud del poro	$L$
$m$	Resistencia relativa (Gurney-Lurie)	

$M$	Peso molecular	$\frac{M}{mol}$
$n$	Número de moles	$mol$
	Posición relativa (Gurney-Lurie)	$\Phi$
$N$	Velocidad de flujo difusional	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$\bar{P}$	Presión parcial	$\frac{F}{L^2}$
$P$	Presión	$\frac{F}{L^2}$
$r$	Separación molecular durante el choque (nm)	$L$
	Radio	$L$
$R$	Constante universal de los gases	$\frac{F \cdot L}{mol \cdot T}$
$S$	Velocidad de descomposición (fraccionamiento)	$\frac{M}{L^2 \theta}$
$T$	Temperatura absoluta (°K)	$T$
$v_A$	Volumen molar del componente A líquido a temperatura de ebullición normal	$L^3$
$V$	Volumen	$L^3$
$x$	Distancia desde el centro a cualquier punto (Gurney-Lurie)	$L$
$x_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el líquido	$\frac{mol}{mol}$
$X$	Tiempo relativo (Gurney-Lurie)	$\theta$
$y_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el gas	$\frac{mol}{mol}$
$Y = E$	Cambio incompleto, razón (Gurney-Lurie)	$\Phi$
$z$	Distancia en dirección z	$L$
%V	Composición expresada como porcentaje en volumen	$\frac{L^3}{L^3}$
%w	Composición expresada como porcentaje en peso	$\frac{M}{M}$

$\mu$	Viscosidad	$\frac{M}{L \cdot \theta}$
$\tau$	Tortuosidad de poro	
$\phi$	Factor de asociación del disolvente (Wilke Chang)	$\Phi$
	Diámetro del equipo	$L$
$\rho$	Densidad	$\frac{M}{L^3}$
$\theta$	Tiempo	$\theta$
$\lambda$	Distancia libre promedio entre choques moleculares	$L$
$\pi$	Constante = 3.1416	$\Phi$
$\epsilon$	Fracción hueca	$\Phi$
<b>Subíndices</b>		
$A, B$	Componentes A, B	
$ef$	Efectiva	
$i$	Componente i	
$K$	Knudsen	
$m$	Multicomponente	
$M$	Media	
$s$	Superficie del sólido	
$0$	Inicial (en el tiempo cero)	
$1,2$	Posiciones 1 y 2	
$I, II$	Condiciones de referencia $I$ y $II$	
$\theta$	En el tiempo $\theta$	
$\infty$	Al tiempo infinito, en el equilibrio	
<b>Exponentes y Superíndices</b>		
---	Valor promedio	

## **CAPITULO 2 DIFUSION TURBULENTA. TRANSFERENCIA DE MASA.**

### **2.1. Generalidades**

La difusión no está restringida a la transferencia molecular a través de capas estacionarias de sólidos o fluidos en reposo o en flujo laminar. También tiene lugar en fases fluidas en flujo turbulento. Este hecho recibe el nombre de difusión en régimen turbulento

Los coeficientes de transferencia de masa representan una descripción simple de cómo ocurre la difusión desde de una interfase dentro de una solución relativamente homogénea englobando los efectos causados en la zona laminar, de transición y turbulenta. Además son lo suficientemente exactos para correlacionar resultados experimentales de las separaciones industriales, proporcionando las bases para el diseño de nuevo equipo. Por otra parte, tales coeficientes resultan útiles debido a que describen qué tan rápido ocurre una separación; representando un paso más allá de la termodinámica, la cual establece el máximo grado de separación posible.

Es común que en la ingeniería se requiera predecir el comportamiento de un sistema dado, evitando realizar experimentos tanto como sea posible; por lo es de vital importancia el empleo adecuado de la información fruto del trabajo de alguien más, datos ya reportados, que ahorran trabajo y sobre todo la inconveniencia del alto costo experimental. En general, las analogías ofrecen la ventaja de poder determinar los coeficientes en base a información disponible, por lo cual se han de emplear coeficientes de transferencia de masa siempre que sea posible. Sin embargo, estos coeficientes son rara vez reportados como valores individuales, pero lo son como correlaciones de números adimensionales.

### **2.2. Coeficientes de transferencia de masa, tipo k y F**

Existen principalmente dos tipos de coeficientes de transferencia de masa, el tipo F y el tipo k, y su empleo depende de las características del sistema en específico. Asimismo existen coeficientes de transferencia de masa, tanto tipo F como k, globales e individuales, en función de la fuerza impulsora bajo la cual sean descritos.

Los coeficientes de transferencia de masa tipo F [moles/ s m<sup>2</sup> (moles/tiempo área)] son locales o puntuales e instantáneos, y se encuentran definidos mediante las siguientes expresiones:

$$N_A = \frac{N_A}{N} \cdot \frac{cD_{A,B}}{z} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,2}}{c}}{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,1}}{c}} \right) \quad \rightarrow \quad N_A = \frac{N_A}{N} F \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,2}}{c}}{\frac{N_A}{N} - \frac{c_{A,1}}{c}} \right) \quad (\text{ec.2.1})$$

de donde se observa que

$$F \approx \frac{cD_{A,B}}{z}$$

Existen modelos simplificados que contemplan coeficientes tipo k, siendo de manera general

$$k \equiv \frac{N_A}{\text{Fuerza impulsora}}$$

Estas simplificaciones tienen ciertas restricciones en su uso, y son válidas solo en los casos en que la velocidad de transferencia de masa es baja y la transferencia sea de A en B no transferible o una contradifusión de masa equimolar.

Asimismo existen expresiones para convertir coeficientes de masa tipo k a tipo F; sobre esto puede consultarse la Tabla 3.1 Treybal<sup>(19)</sup>

### 2.3. Analogías entre transferencia de masa y calor

Las analogías son herramientas útiles para predecir el comportamiento de sistemas para los cuales es limitada la cantidad de información disponible.

La tabla 2.1 presenta las relaciones físicas que representan los grupos adimensionales más comunes.

Tabla 2.1 Relaciones físicas de grupos adimensionales comunes

Grupo	Significado físico	Usado en	
Sherwood=	<u>velocidad de transferencia de masa</u> velocidad de difusión	Variable dependiente	Sh
Stanton=	<u>velocidad de transferencia de masa</u> velocidad de flujo	Ocasional variable dependiente	St
Schmidt=	<u>difusividad de momentum</u> difusividad de masa	Correlaciones de información de gases y líquidos	Sc
Lewis=	<u>difusividad de energía</u> difusividad de masa	Transferencia simultanea de masa y calor	Le
Prandtl=	<u>difusividad de momentum</u> difusividad de energía	Transferencia de calor	Pr
Reynolds=	<u>velocidad de flujo</u> velocidad de momentum	Convección forzada	Re
Péclet=	<u>velocidad de flujo</u> velocidad de difusión	Correlaciones de información de gases y líquidos	Pe

Los números de Sherwood y Stanton involucran el coeficiente de transferencia de masa directamente. Los números de Schmidt, Lewis y Prandtl involucran diferentes tipos de difusión; los números de Reynolds y Péclet describen el flujo. La definición exacta de cada uno de estos grupos implica un sistema físico específico.

Los coeficientes tipo  $k$  pueden ser obtenidos a partir de correlaciones empíricas que involucren grupos adimensionales. Muchas de las correlaciones poseen la misma forma general, involucrando al número de Sherwood, el cual contiene el coeficiente de transferencia de masa. Sobre esto puede consultarse la tabla 3.2 Treybal<sup>(19)</sup>, la tabla 9.3-2 Cussler<sup>(1)</sup>, entre otros. Asimismo, se han publicado correlaciones, como las que se encuentran en la tabla 3.3 Treybal<sup>(19)</sup>, que permiten determinar los coeficientes a través del empleo de grupos adimensionales y para diversos arreglos físicos.

Resultados experimentales pueden ser convertidos en coeficiente de transferencia de masa. Asimismo, estos coeficientes pueden ser eficazmente organizados como correlaciones adimensionales.

## SECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

### CAPÍTULO 2. DIFUSIÓN TURBULENTA. TRANSFERENCIA DE MASA.

#### ❖ PROBLEMA 2.1

##### ENUNCIADO:

Calcule el coeficiente de transferencia de masa y el espesor efectivo de la película que se esperaría en la absorción de amoníaco contenido en aire por una solución de ácido sulfúrico 2N, en una torre de paredes mojadas, en las siguientes condiciones:

Flujo de aire = 41.4 g/min (sólo aire)

Presión parcial promedio del amoníaco en el aire = 30.8 mm Hg

Presión total = 760 mmHg

Temperatura promedio del gas = 25°C

Temperatura promedio del líquido = 25°C

Diámetro de la torre = 1.46 cm

Para la absorción de amoníaco en ácido sulfúrico de esta concentración, la resistencia total a la transferencia de masa se encuentra en el gas; la presión parcial del amoníaco en la interfase puede despreciarse.

Nota: Las condiciones corresponden a la corrida 47 de Chambers y Sherwood<sup>(1)</sup>, quienes observaron que  $d/z_F = 16.6$

##### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Una torre de pared húmeda o mojada es un dispositivo generalmente de sección circular (como un tubo) instalado verticalmente en el cual se alimenta una corriente de líquido de manera que descienda mojando homogéneamente la pared interior, formando una película descendente. En corriente paralela o a contracorriente se alimenta una fase gaseosa de manera que se establezca el contacto con la película líquida y entonces se da el proceso de transferencia de masa, en este caso, entre ambas fases.

De la información del enunciado se deduce que el proceso de transferencia de masa (absorción gaseosa) se da solo en la fase gaseosa, entre la superficie interfacial y el seno de la corriente gaseosa en la cual se encuentra toda la resistencia a la transferencia. En la

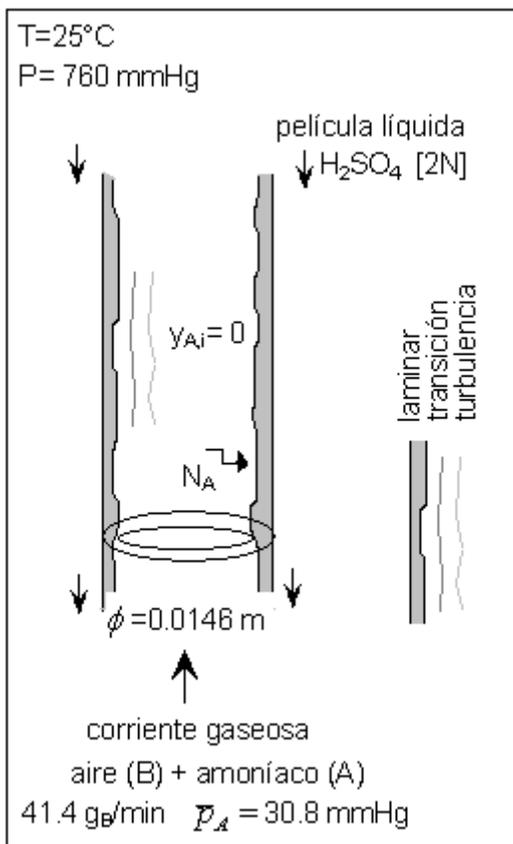
película líquida no hay transferencia de masa ya que no existe resistencia apreciable. Además en la interfase, la concentración del amoníaco es cero.

El coeficiente de transferencia de masa que se requiere es aquel que corresponda a las condiciones dadas en el enunciado. Es decir, en aquel lugar de la torre en el que prevalezcan el flujo, las concentraciones, la presión y la temperatura dadas. A otras condiciones en la torre, el coeficiente tendrá otro valor.

El arreglo físico del flujo de las fases y el entorno geométrico establece que se trata de un proceso de transferencias de masa en fase gaseosa fluyendo axialmente en un ducto circular a través de una sección transversal circular determinada por la superficie interfacial líquido-gas.

La segunda pregunta se refiere concretamente a estimar el espesor de una película de la fase gaseosa (película ficticia) que fluyendo en régimen laminar representaría una resistencia a la transferencia de masa equivalente a la suma de las resistencias reales a la transferencia de masa a través de las zona laminar, la zona de transición y la zona de régimen turbulento.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:



Para estimar el coeficiente de transferencia de masa, deberá encontrarse una correlación empírica correspondiente a este arreglo físico: flujo de gases dentro de ductos circulares.

En la tabla 3.3 Treybal<sup>(19)</sup> se localizan dos correlaciones que corresponden a diferentes valores de los números de Reynolds ( $Re$ ) y de Schmidt ( $Sc$ ). Por lo tanto, habrá que determinar estos valores para decidir cual es la correlación apropiada

Nota: No olvidar que el problema de la transferencia de masa está en la fase gaseosa y no en la líquida.

Considérese que  $A = \text{NH}_3$  y  $B = \text{aire}$

**Figura 2.1 Absorción de amoníaco en torre de paredes mojadas.**

La verdadera área de la sección transversal al flujo gaseoso no se conoce por no saber el espesor de la película de líquido. Entonces se está considerando el diámetro de la torre.

$$A = \frac{\pi}{4} \phi^2 = \frac{\pi}{4} (1.46(10^{-2})m)^2 = 1.674(10^{-4})m^2$$

Evaluación del flujo de la corriente gaseosa

Se tiene como dato del problema el flujo del aire solo, pero se requiere el flujo total de la corriente gaseosa a fin de evaluar Re, para lo cual emplearemos relaciones molares

$$G' = G'_A + G'_B \quad (\text{ec.1})$$

$$G'_B = 41.4 \frac{g}{\text{min}} \left| \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right| \left| \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \right| \frac{1}{1.674(10^{-4})m^2} = 4.1215 \frac{kg_B}{m^2 s}$$

$$Y_A = \frac{n_A}{n_B} = \frac{\bar{p}_A}{\bar{p}_B} = \frac{30.8}{760 - 30.8} = 0.0422 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \quad (\text{ec.2})$$

$$Y'_A = Y_A \frac{M_A}{M_B} = \frac{30.8}{760 - 30.8} \cdot \frac{17.03}{29} = 0.0248 \frac{kg_A}{kg_B} \quad (\text{ec.3})$$

$$G'_A = Y'_A G'_B = 0.0248 \frac{kg_A}{kg_B} (4.1215) \frac{kg_B}{m^2 s} = 0.1022 \frac{kg_A}{m^2 s}$$

sustituyendo los valores encontrados en ec.1

$$G' = G'_A + G'_B = 4.1215 \frac{kg_B}{m^2 s} + 0.1022 \frac{kg_A}{m^2 s} = 4.2237 \frac{kg}{m^2 s} \quad (\text{ec.4})$$

Propiedades de mezcla

$$y_A = \frac{30.8 \text{ mmHg}}{760 \text{ mmHg}} = 0.0405 \quad y_B = 1 - y_A = 0.9595 \text{ (mezcla binaria)}$$

$$\bar{M}_G = \sum M_i y_i = 17.03 \frac{\text{kg}_A}{\text{kmol}} \left( \frac{30.8}{760} \right) + 29 \frac{\text{kg}_B}{\text{kmol}} \left( 1 - \frac{30.8}{760} \right) = 28.515 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{\rho}_G = \frac{P \bar{M}_G}{RT} = \frac{101330 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (28.515) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol}^\circ \text{K}} (298.15)^\circ \text{K}} = 1.165 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Para una mezcla gaseosa, la viscosidad de mezcla puede ser definida mediante la expresión

$$\bar{\mu}_G = \frac{\mu_A y_A M_A^{1/2} + \mu_B y_B M_B^{1/2}}{y_A M_A^{1/2} + y_B M_B^{1/2}} \quad (\text{ec.5})$$

de la figura 2-32 Perry<sup>(14)</sup>  $\mu_{\text{NH}_3} \Big|_{\substack{t=25^\circ\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 0.011 \text{cp}$   $\mu_{\text{aire}} \Big|_{\substack{t=25^\circ\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 0.018 \text{cp}$

sustituyendo en ec. 5

$$\bar{\mu}_G = \frac{0.011(0.0405)(17.03)^{1/2} + 0.018(0.9595)(29)^{1/2}}{(0.0405)(17.03)^{1/2} + (0.9595)(29)^{1/2}} = 0.0178 \text{cp}$$

Evaluación de la Difusividad de Amoníaco-Aire,  $D_{A,B}$

De la Tabla 2.1 Treybal<sup>(19)</sup>  $D_{A,B} \Big|_{\substack{t=0^\circ\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 1.98(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

corrigiendo por temperatura, el valor encontrado en tablas, de acuerdo a las correlaciones de Wilke-Lee

$$\left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} f \left( \frac{kT}{\epsilon} \right) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} f \left( \frac{kT}{\epsilon} \right) \right]_{II} \quad (\text{ec.6})$$

donde *I* (273.15 K, 1atm) y *II* (298.15 K, 1atm) son las condiciones de referencia y a las que se requiere la difusividad, respectivamente

de la Tabla 2.2 Treybal<sup>(19)</sup>

**Tabla 2.2 Relación entre la Energía de atracción molecular/ constante de Boltzman.**

	Gas	$\frac{\epsilon}{k}$ (K)
A	NH <sub>3</sub>	558.3
B	aire	78.6

$$\frac{\epsilon_{A,B}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \frac{\epsilon_B}{k}} = \sqrt{(558.3)(78.6)} = 209.48 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$\left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_I = \frac{1}{209.48^\circ\text{K}} (273.15)^\circ\text{K} = 1.31 \quad \left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_{II} = \frac{1}{209.48^\circ\text{K}} (298.15)^\circ\text{K} = 1.42$$

de la figura 2.5 Treybal

$$\left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_I = f(1.31) = 0.62 \quad \left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_{II} = f(1.42) = 0.61$$

sustituyendo en ec. 6

$$\left[ \frac{1.98(10^{-5}) \frac{m^2}{s} \text{atm}}{(273.15^\circ\text{K})^{3/2}} \cdot (0.62) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} \text{atm}}{(298.15^\circ\text{K})^{3/2}} \cdot (0.61) \right]_{II} \rightarrow D_{A,B} \Big|_{P=1\text{atm}}^{t=25^\circ\text{C}} = 2.295(10^{-5}) \frac{m^2}{s}$$

Evaluación de grupos adimensionales

$$\text{Re} = \frac{dG'}{\mu} = \frac{1.46(10^{-2}) m \left( 4.2237 \frac{kg}{m^2 s} \right)}{0.0178(10^{-3}) \frac{kg}{ms}} = 3464.5 \quad (\text{ec.7})$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{A,B}} = \frac{0.0178(10^{-3}) \frac{kg}{m \cdot s}}{1.165 \frac{kg}{m^3} 2.295(10^{-5}) \frac{m^2}{s}} = 0.676 \quad (\text{ec.8})$$

con estos valores de Re y Sc de la tabla 3.3 del Treybal<sup>(19)</sup> nos encontramos en el caso de movimiento de fluidos dentro de tubos circulares, para gases el número de Sherwood se define como

$$Sh = 0.023 Re^{0.83} Sc^{0.44} = 16.77 \quad (\text{ec.9})$$

$$Sh = \frac{Fl}{cD_{A,B}} \quad (\text{ec.10})$$

$$l = d = 1.46(10^{-2})m \quad c = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{101330 \frac{N}{m^2}}{8314 \frac{N \cdot m}{kmol \cdot K} (298.15)^\circ K} = 0.0409 \frac{kmol}{m^3}$$

despejando F de la ec. 10 y sustituyendo los valores conocidos

$$F = \frac{cD_{A,B}Sh}{l} = \frac{0.0409 \frac{kmol}{m^3} 2.295(10^{-5}) \frac{m^2}{s} 16.77}{1.46(10^{-2})m} = 1.078(10^{-3}) \frac{kmol}{sm^2}$$

F	1.078 (10 <sup>-3</sup> ) kmol / s m <sup>2</sup>
---	---

Para la segunda pregunta, se debe encontrar el espesor de una película ficticia gaseosa en flujo laminar, en donde se considere se encuentra la resistencia total.

Reacuérdesse que la difusión molecular es el mecanismo que se presenta en sustancias en reposo o en flujo laminar, entonces la expresión correspondiente para la velocidad de flujo difusional en estado estable es

$$N_A = \frac{N_A}{N} \frac{D_{A,B}c}{z} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - y_{A,2}}{\frac{N_A}{N} - y_{A,1}} \right)$$

y que el modelo propuesto que incluye los tres mecanismos difusionales (en flujo laminar, en la zona de transición y en régimen turbulento) es:

$$N_A = \frac{N_A}{N} \cdot F \cdot \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - y_{A,2}}{\frac{N_A}{N} - y_{A,1}} \right)$$

donde F es el llamado coeficiente de transferencia de masa tipo F.

Por consiguiente, comparando ambos modelos, puede aceptarse que

$$\frac{D_{A,B}c}{z} \approx F$$

de lo anterior que z representará la longitud de la trayectoria difusional para el caso en que únicamente se tratase de difusión molecular. Luego entonces:

$$z = \frac{D_{A,B}c}{F} \quad \text{o bien,} \quad z_F = z_{ficticia} = \frac{D_{A,B}c}{F} \quad (\text{ec.11})$$

sustituyendo los parámetros conocidos en ec. 11

$$z_F = \frac{D_{A,B}c}{F} = \frac{2.295(10^{-5}) \frac{m^2}{s} (0.0409) \frac{kmol}{m^3}}{1.078(10^{-3}) \frac{kmol}{sm^2}} = 8.706(10)^{-4} m$$

$z_F$	8.7 (10 <sup>-4</sup> ) m
-------	---------------------------

$$\frac{d}{z_F} = \frac{1.46(10^{-2})}{8.706(10^{-4})} = 16.77 \quad (\text{ec.12})$$

$d/z_F$	16.77
---------	-------

Lo que corrobora lo observado en la corrida 47 de los investigadores mencionados en el enunciado del problema.

❖ **PROBLEMA 2.2****ENUNCIADO:**

Powell evaporó agua del exterior de cilindros en una corriente de aire que fluía paralela a los ejes de los cilindros. La temperatura del aire era 25°C; la presión total, la atmosférica. Los resultados están dados por:

$$\frac{wl}{p_w - \bar{p}_A} = 3.17 \times 10^{-8} (ul)^{0.8}$$

En donde

$w$  = agua evaporada, g/s cm<sup>2</sup>

$\bar{p}_A$  = presión parcial del agua en la corriente de aire, mmHg

$p_w$  = presión vapor de agua a la temperatura de la superficie, mm Hg

$u$  = velocidad de la corriente de aire, cm/s

$l$  = longitud del cilindro, cm

- Transforme la ecuación a la forma  $j_D = \psi(\text{Re}_l)$ , en donde  $\text{Re}_l$  es un número de Reynolds basado en la longitud del cilindro.
- Calcule la rapidez de sublimación de un cilindro de naftaleno de 0.075 m de diámetro por 0.60 m de largo (o 3 pulgadas de diámetro por 24 pulgadas de largo) en una corriente de dióxido de carbono puro a una velocidad de 6 m/s (20 pies/s) a 1 atm, 100°C. La presión de vapor del naftaleno a la temperatura superficial puede tomarse como 1330 N/m<sup>2</sup> (10 mmHg); la difusividad en el dióxido de carbono puede considerarse como 5.15(10<sup>-6</sup>) m<sup>2</sup>/s a 0°C, 1 atm. Expresar los resultados en kg de naftaleno evaporados/h.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Este problema muestra la información que experimentalmente se obtuvo para cuantificar la velocidad con la cual se evaporó (transferencia de masa en gases) un líquido desde una superficie cilíndrica hacia el seno de una corriente gaseosa fluyendo paralelamente a dicha superficie.

Los investigadores reportan sus resultados a través de una correlación empírica, sin especificar los intervalos en los valores de longitudes de cilindros, velocidades de la corriente gaseosa, ni concentraciones de dicha corriente.

La primera pregunta, concretamente se refiere a la obtención de una correlación empírica para estimar coeficientes de transferencia de masa en gases fluyendo paralelamente al eje de cilindros con transferencia desde la superficie hacia el seno de la corriente gaseosa. Esta correlación deberá obtenerse en función de los grupos adimensionales  $j_D$  (factor de transferencia de masa) y  $Re_l$  (Reynolds en base a la longitud del cilindro); pero ante la ausencia de información respecto de intervalos de valores para el número de Reynolds y de Schmidt que validarían tal correlación.

En la segunda pregunta se pretende aplicar la correlación obtenida en la respuesta anterior, a fin de determinar la velocidad de sublimación de un cilindro de naftaleno en una corriente gaseosa paralela a la superficie cilíndrica. Es decir, una configuración geométrica y un arreglo físico como el de los datos de los investigadores mencionados en el enunciado del problema.

### **SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Observando los términos de la correlación obtenida por Powell (en el enunciado) y las definiciones de los mismos, se puede concluir que  $w$  parecería un término de velocidad de transferencia de masa ( $N_A$ ) si se convierten las unidades a moles, además tomando en cuenta que el área del cilindro se encuentra perpendicular (normal) al flujo difusional. Además, la diferencia de las presiones ( $p_w - \bar{p}_A$ ) es justamente la fuerza impulsora para el proceso. Puede concluirse que tal correlación se puede transformar para que adquiera la forma del modelo de velocidad de transferencia de masa en función de un coeficiente tipo “ $k$ ”.

$$N_A = k_G (p_{A,1} - p_{A,2})$$

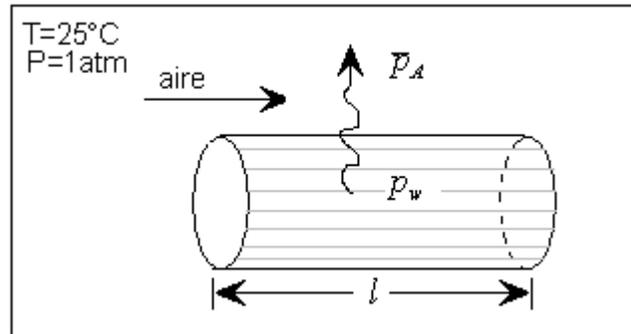
A fin de facilitar el manejo de la información aquí presentada conviene que se establezca un sistema homogéneo de unidades y realizar las transformaciones pertinentes para tal fin, en este caso se empleará el Sistema Internacional de Unidades (S.I.U), así:

L[m]

U[m/s]

 $N_A$ [ kmol / m<sup>2</sup>s] $p_A$  [N/m<sup>2</sup>]

Sea:                      A= Agua                      B= aire



**Figura 2.2** Evaporación del agua contenida en cilindro situado en corriente paralela a flujo de aire.

Adecuando  $w \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2\text{s}} \right]$  a la forma  $N_A \left[ \frac{\text{kgmol}_A}{\text{m}^2\text{s}} \right]$

$$w \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2\text{s}} \right] \left| \frac{1\text{kg}}{1000\text{g}} \right| \left| \frac{100\text{cm}^2}{1\text{m}} \right|^2 \left| \frac{1\text{kmol}_A}{18.02\text{kg}} \right| = N_A \left[ \frac{\text{kmol}_A}{\text{m}^2\text{s}} \right] \rightarrow 0.555 \cdot w_A \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2\text{s}} \right] = N_A \left[ \frac{\text{kmol}_A}{\text{m}^2\text{s}} \right]$$

$$0.555 \cdot w_A \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2\text{s}} \right] = N_A \left[ \frac{\text{kmol}_A}{\text{m}^2\text{s}} \right]$$

$$w_A = \frac{1}{0.555} N_A = 1.802 N_A \quad (\text{ec. 1})$$

Para la diferencia de presiones, se tiene

$$(p_w - \bar{p}_A) [\text{mmHg}] \left| \frac{1\text{atm}}{760\text{mmHg}} \right| \left| \frac{101325\text{Pa}}{1\text{atm}} \right| = (p_w - \bar{p}_A) [\text{Pa}]$$

$$\rightarrow 133.322 (p_w - \bar{p}_A) [\text{mmHg}] = (p_w - \bar{p}_A) [\text{Pa}]$$

$$(p_w - \bar{p}_A)[mmHg] = \frac{1}{133.322} (p_w - \bar{p}_A)[Pa] \quad (\text{ec. 2})$$

de forma análoga se obtiene

$$l[cm] \left| \frac{m}{100cm} \right| [=] L[m] \quad l[cm] \left| \frac{m}{100cm} \right| [=] 100 \cdot L[m] \quad (\text{ec. 3})$$

$$u \left[ \frac{cm}{s} \right] \left| \frac{m}{100cm} \right| [=] U \left[ \frac{m}{s} \right] \quad u \left[ \frac{cm}{s} \right] [=] 100 \cdot U \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (\text{ec. 4})$$

Reemplazando las expresiones de las ecs. 1,2,3 y 4 en la expresión original encontrada experimentalmente, se tiene:

$$\frac{wl}{p_w - \bar{p}_A} = 3.17 \times 10^{-8} (ul)^{0.8} \quad \rightarrow \quad \frac{1.802 N_A 100 \cdot L}{(p_{A,1} - p_{A,2}) / 133.322} = 3.17 \times 10^{-8} (100 \cdot U (100 \cdot L))^{0.8}$$

$$N_A = \frac{3.17 \times 10^{-8} [U \cdot L (10^4)]^{0.8}}{1.802 (10^2)} \left( \frac{p_{A,1} - p_{A,2}}{133.322} \right) = \frac{3.17 \times 10^{-8} [U \cdot L]^{0.8} [(10^4)]^{0.8}}{1.802 (10^2)} \left( \frac{p_{A,1} - p_{A,2}}{133.322} \right)$$

Simplificando la parte numérica de la anterior expresión

$$N_A = 2.091 (10^{-9}) \frac{[U \cdot L]^{0.8}}{L} (p_{A,1} - p_{A,2}) \quad (\text{ec. 5})$$

Comparando la expresión encontrada (ec.5) con el modelo de velocidad de transferencia de masa en función de un coeficiente tipo "k".

$$N_A = k_G (p_{A,1} - p_{A,2}) \quad (\text{ec.6})$$

Se observa que:  $k_G = 2.091 (10^{-9}) \frac{[UL]^{0.8}}{L}$  (ec. 7)

En donde los términos de la ecs. 5 y 7 están expresados en las unidades del S.I.U.

Ahora bien, una vez unificado el sistema de unidades de la expresión encontrada experimentalmente por Powell, se prosigue el desarrollo del problema, atendiendo al

primer requerimiento del presente problema y basados en que el objetivo es llegar a una expresión del tipo  $j_D = \psi(\text{Re}_1)$

De la tabla 3.2 Treybal<sup>(19)</sup> se obtienen las siguientes expresiones que resultan de utilidad para el presente caso

$$\text{Número de Reynolds} \quad \text{Re}_l = \frac{UL\rho}{\mu} \quad (\text{ec. 8})$$

$$\text{Número de Stanton} \quad \text{St}_D = \frac{k_G \bar{P}_{B,M} \bar{M}}{U\rho} \quad (\text{ec. 9})$$

$$\text{Factor adimensional de transferencia de masa} \quad j_D = \text{St}_D \text{Sc}^{2/3} \quad (\text{ec. 10})$$

$$\text{Número de Schmidt} \quad \text{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_{A,B}} \quad (\text{ec. 11})$$

Sustituyendo ec. 9 en ec. 10 y a su vez sustituyendo ec. 7, se obtiene:

$$j_D = \frac{k_G \bar{P}_{B,M} \bar{M}}{\rho U} \text{Sc}^{2/3} = 2.091(10^{-9}) \frac{U^{0.8} L^{0.8}}{L} \frac{\bar{P}_{B,M} \bar{M}}{\rho U} \text{Sc}^{2/3}$$

simplificando al incluir la definición de Re de la ec. 8

$$j_D = 2.091(10^{-9}) \frac{U^{0.8} L^{0.8}}{L} \frac{\bar{P}_{B,M} \bar{M}}{\rho U} \text{Sc}^{2/3} \left| \frac{\mu^{0.8}}{\mu^{0.8}} \left\| \frac{\rho^{0.8}}{\rho^{0.8}} \right\| \frac{\mu}{\mu} \right| = 2.091(10^{-9}) \bar{P}_{B,M} \cdot \bar{M} \cdot \text{Sc}^{2/3} \frac{L^{0.8} U^{0.8} \rho^{0.8}}{\mu^{0.8}} \frac{\mu}{LU\rho \rho^{0.8} \mu^{0.2}}$$

$$j_D = 2.091(10^{-9}) \bar{P}_{B,M} \bar{M} \cdot \text{Sc}^{2/3} \text{Re}_l^{0.8} \frac{1}{\text{Re}_l} \frac{1}{\rho^{0.8} \mu^{0.2}}$$

$$j_D = 2.091(10^{-9}) \bar{P}_{B,M} \bar{M} \cdot \text{Sc}^{2/3} \text{Re}_l^{-0.2} \rho^{-0.8} \mu^{-0.2} \quad (\text{ec. 12})$$

Como se observa, la ec. 12 se asemeja a la expresión deseada  $j_D = \psi(\text{Re}_1)$ , sin embargo aun resulta necesario el sustituir todos aquellos factores que resulte posible calcular en base al sistema que se trabaja, de A= agua, B= aire.

De la ec. 11 se tiene  $Sc = \frac{\mu}{\rho D_{A,B}}$ , por lo cual han de evaluarse los parámetros que incluye esta expresión.

De las correlaciones propuestas en la sección 10 del Lange<sup>(8)</sup>, se obtiene la siguiente expresión

$$\log p^{\circ}_{H_2O} [mmHg] = 8.10765 - \frac{1750.286}{235 + t [^{\circ}C]} \quad (\text{ec.13})$$

De acuerdo al enunciado del problema la temperatura del aire durante el experimento era de 25°C; sin embargo no proporciona información sobre la temperatura de la película del agua líquida que se encontraba sobre el cilindro. Sobre esto cabe aclarar que en primera instancia se esperaría que la temperatura del agua líquida fuese menor de 25°C debido a que el calor latente que requiere dicha agua para evaporarse lo toma principalmente de la propia agua, como calor sensible; de ahí que la temperatura del líquido disminuya (aproximadamente a 8°C, temperatura de bulbo húmedo del aire seco). Lo anterior se puede observar si en una carta psicométrica se localiza inicialmente un punto de temperatura de bulbo seco igual a 25°C y 0 % humedad y se sigue la trayectoria de la línea de saturación adiabática hasta llegar al punto de saturación que corresponde a una temperatura final de equilibrio, o bien, a una temperatura de bulbo húmedo con un valor aproximado a 8°C.

Una vez planteado lo anterior, resulta conveniente evaluar en la ec.13 la presión vapor a 8°C

$$p_w = p_{A,1} = p_{H_2O}^{\circ} \Big|_{P=1atm}^{t=8^{\circ}C} = 8.032 mmHg$$

$\bar{p}_A = p_{A,2} \cong 0$  considera que el vapor de agua transferido a la corriente gaseosa es constantemente desalojado de la zona de transferencia y sustituido por aire seco nuevo, a la velocidad U

$$p_{B,1} = P - p_{A,1} = (760 - 8.032) mmHg = 751.97 mmHg$$

$$p_{B,2} = P - p_{A,2} = (760 - 0) mmHg = 760 mmHg$$

$$\bar{p}_{B,M} = \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{\ln\left(\frac{p_{B,2}}{p_{B,1}}\right)} = \frac{(760 - 751.97) \text{ mmHg}}{\ln\left(\frac{760}{751.97}\right)} = 755.98 \text{ mmHg} = 100788.76 \text{ Pa}$$

Evaluando la fracción mol promedio en la corriente gaseosa

$$\bar{y}_B = \frac{\bar{p}_{B,M}}{P} = \frac{755.98}{760} = 0.9947$$

$$\bar{M}_G = \sum M_i y_i = 29(0.9947) + 18.02(1 - 0.9947) = 28.942 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

la densidad *promedio* de la mezcla, será:

$$\bar{\rho}_G = \frac{P \cdot \bar{M}_G}{RT} = \frac{101325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (28.942) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}}{8314 \frac{\text{Nm}}{\text{kmolK}} (298.15) \text{K}} = 1.183 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Dado que la mayor parte de la mezcla gaseosa es aire (99.47 % mol), su viscosidad es como la del aire a 25°C

de la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>  $\bar{\mu}_G \cong \mu_{\text{aire}} \Big|_{P=1 \text{ atm}}^{t=25^\circ \text{C}} = 0.018 \text{ cp}$

de la tabla 2.1 Treybal<sup>(19)</sup>  $D_{A,B} = D_{\text{H}_2\text{O}, \text{Aire}} \Big|_{P=1 \text{ atm}}^{t=25.9^\circ \text{C}} = 2.58(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

pero se requiere a 25°C y 1 atm; en este caso debido a la pequeña diferencia entre la temperatura a la que se reporta el dato de difusividad y la temperatura a la cual debe ajustarse, puede considerarse una expresión simplificada para corregir datos de difusividad para gases en base a la expresión de Wilke-Lee, para lo cual se tiene:

$$\left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} P}{T^{3/2}} \right]_{II} \quad (\text{ec.14})$$

Esto significa que 
$$\left| \frac{f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right)_I}{f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right)_{II}} \right| \cong 1$$

Siendo  $I$  (25.9°C, 1atm) y  $II$  (25°C, 1 atm); las condiciones de referencia y las del problema, respectivamente.

Entonces, empleando la ec. 14, se tiene:

$$\left[ \frac{2.58(10^{-5}) \frac{m^2}{s} 1atm}{(299.05K)^{3/2}} \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} 1atm}{(298.15K)^{3/2}} \right]_{II} \rightarrow D_{A,B} \Big|_{\substack{t=25^\circ C \\ P=1atm}} = 2.57(10^{-5}) \frac{m^2}{s}$$

El valor del número de Schmidt, de la ec.11, es:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{A,B}} = \frac{0.018(10^{-3}) \frac{kg}{ms}}{1.183 \frac{kg}{m^3} \left( 2.57(10^{-5}) \frac{m^2}{s} \right)} = 0.592 \quad (\text{ec.15})$$

Sustituyendo ec.15 en ec.12, así como los valores conocidos, se tiene:

$$j_D = 2.091(10^{-9}) \bar{p}_{B,M} \bar{M} \cdot Sc^{2/3} Re_l^{-0.2} \rho^{-0.8} \mu^{-0.2}$$

$$j_D = 2.091(10^{-9}) (100788.76) (28.942) (0.592)^{2/3} Re_l^{-0.2} (1.183)^{-0.8} (0.018(10^{-3}))^{-0.2} = 0.03314 Re_l^{-0.2}$$

$$j_D = 0.03314 Re_l^{-0.2} \quad (\text{ec.16})$$

$j_D$	$= 0.03314 Re_l^{-0.2}$
-------	-------------------------

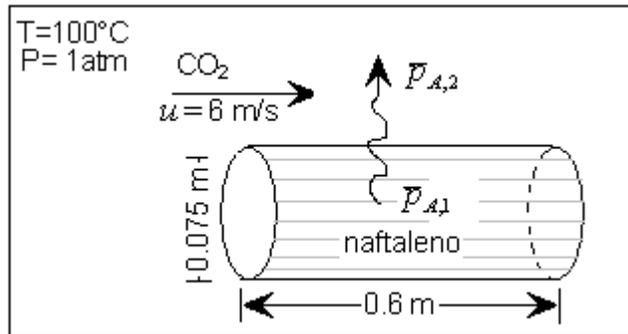
Atendiendo a la pregunta del inciso b), se tiene un caso análogo al estudiado por Powell, por lo que se empleará la expresión empírica obtenida en el inciso a); ec. 16

$$j_D = 0.03314 \text{Re}_l^{-0.2}$$

Sea: A= naftaleno, B= CO<sub>2</sub>

$$D_{A,B} \Big|_{\substack{t=0^\circ\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 5.15(10^{-6}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$p_A^o = p_{\text{naftaleno}}^o = 1330 \text{Pa}$$



**Figura 2.3 Sublimación de cilindro de naftaleno situado en corriente paralela a flujo de dióxido de carbono.**

La velocidad o rapidez de sublimación del cilindro de naftaleno (expresada en kg de naftaleno evaporados / h) es justamente la velocidad de transferencia de masa para el naftaleno (A) en el seno de la corriente gaseosa (dióxido de carbono puro) multiplicada por el área transversal o perpendicular a la dirección de la transferencia. Tal área para la transferencia deberá considerarse como la de la superficie cilíndrica y no las áreas de los extremos del cilindro (superficies circulares).

Diferente a la expresión obtenida en el inciso a) sería la que se aplicara cuando se trate de transferencia de masa en flujo gaseosa perpendicular a tales áreas circulares.

En concreto, en esta situación, el área cilíndrica a utilizar será

$$s = \pi \cdot d \cdot l = \pi(0.075\text{m})(0.60\text{m}) = 0.14137\text{m}^2 \quad (\text{ec.17})$$

entonces la velocidad de sublimación será

$$S \left[ \frac{\text{kg}_A}{\text{h}} \right] = N_A M_A s (3600) \quad (\text{ec.18})$$

Sustituyendo "s" en ec. 18

$$S \left[ \frac{\text{kg}_A}{\text{h}} \right] = N_A M_A (0.14137\text{m}^2) (3600) \quad (\text{ec.19})$$

calculando la velocidad de transferencia de masa

$$N_A = k_G(\bar{p}_{A,1} - \bar{p}_{A,2})$$

donde

$$\bar{p}_{A,1} = p^\circ_A = 1330 Pa$$

$$\bar{p}_{A,2} \cong 0 Pa \quad \text{por tratarse de CO}_2 \text{ puro}$$

$$\bar{p}_{B,1} = P - \bar{p}_{A,1} = (101325 - 1130) Pa = 100195 Pa$$

$$\bar{p}_{B,2} = P - \bar{p}_{A,2} = (101325 - 0) Pa = 101325 Pa$$

$$\bar{p}_{B,M} = \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{\ln\left(\frac{p_{B,2}}{p_{B,1}}\right)} = \frac{(101325 - 100195) Pa}{\ln\left(\frac{101325}{100195}\right)} = 100759 Pa$$

Evaluando la fracción mol promedio de CO<sub>2</sub>  $\bar{y}_B = \frac{\bar{p}_{B,M}}{P} = \frac{100759}{101325} = 0.9944$

Dadas las proporciones naftaleno-CO<sub>2</sub> (0.56% mol A- 99.44% mol B), se considerarán los valores del CO<sub>2</sub> como los de la mezcla

$$\bar{\rho}_G \cong \rho_{CO_2} \Big|_{P=1atm}^{t=100^\circ C} = \frac{PM}{RT} = \frac{101325 \frac{N}{m^2} (44) \frac{kg}{kmol}}{8314 \frac{Nm}{kmol^\circ K} (373.15)^\circ K} = 1.437 \frac{kg}{m^3}$$

de la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>  $\bar{\mu}_G \cong \mu_{CO_2} \Big|_{P=1atm}^{t=100^\circ C} = 0.017 cp$

De los datos del problema se cuenta con el valor de la difusividad del sistema Naftaleno-CO<sub>2</sub> a 0°C y 1 atm (5.15(10<sup>-6</sup>)m<sup>2</sup>/s), sin embargo se requiere el valor de la difusividad a

100°C y 1 atm. A fin de corregir por temperatura se empleará la expresión de Wilke-Lee para mezclas gaseosas, para lo cual se tiene:

$$\left[ \frac{D_{A,B}P}{T^{3/2}} \cdot f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B}P}{T^{3/2}} \cdot f\left(\frac{kT}{\epsilon_{A,B}}\right) \right]_{II} \quad (\text{ec.20})$$

Siendo  $I$  (0°C, 1atm) y  $II$  (100°C, 1 atm) las condiciones de referencia y las del problema, respectivamente.

de la Tabla 2.2 Treybal<sup>(19)</sup>

**Tabla 2.3 Relación entre la Energía de atracción molecular/ constante de Boltzman.**

	Gas	$\epsilon/k$ (°K)
B	CO <sub>2</sub>	195.2

El dato de la relación  $\epsilon/k$  del naftaleno (C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>) no viene directamente en las tablas, por lo que se emplearan las correlaciones pertinentes que se encuentran anexas a la Tabla 2.2 Treybal<sup>(19)</sup>, de donde se tiene

$$\frac{\epsilon_A}{K} = 1.21T_b \quad (\text{ec.21})$$

donde  $T_b$  es la temperatura de ebullición normal, expresada en K

de la sección 10 del Lange<sup>(8)</sup>, se obtiene la siguiente expresión para el naftaleno (A)

$$\log p^\circ_A (\text{mmHg}) = 7.01065 - \frac{1733.71}{201.86 + t(^{\circ}\text{C})} \quad (\text{ec.22})$$

sustituyendo en la ec.22 el valor de 1 atm, se obtiene la  $T_b$

$$\log(760) = 7.01065 - \frac{1733.71}{201.86 + t(^{\circ}\text{C})} \quad \rightarrow \quad t = T_b = 218^{\circ}\text{C}$$

de la ec.21

$$\frac{\epsilon_A}{K} = 1.21(218^{\circ}\text{C}) = 263.78^{\circ}\text{K}$$

Continuando con la metodología

$$\frac{\epsilon_{A,B}}{k} = \sqrt{\frac{\epsilon_A}{k} \frac{\epsilon_B}{k}} = \sqrt{(263.78)(195.2)} = 226.91^\circ K$$

$$\left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_I = \frac{1}{226.91^\circ K} (273.15)^\circ K = 1.20 \quad \left[ \frac{kT}{\epsilon} \right]_{II} = \frac{1}{226.918^\circ K} (373.15)^\circ K = 1.64$$

de la figura 2.5 Treybal<sup>(19)</sup>

$$\left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_I = f(1.20) = 0.68 \quad \left[ f\left(\frac{kT}{\epsilon}\right) \right]_{II} = f(1.64) = 0.59$$

sustituyendo en ec. 20

$$\left[ \frac{5.15(10^{-6}) \frac{m^2}{s} 1atm}{(273.15^\circ K)^{3/2}} (0.68) \right]_I = \left[ \frac{D_{A,B} 1atm}{(373.15^\circ K)^{3/2}} (0.59) \right]_{II}$$

obteniéndose  $D_{A,B} \Big|_{\substack{t=100^\circ C \\ P=1atm}} = 9.47(10^{-6}) \frac{m^2}{s}$

Sustituyendo en ec. 11

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{A,B}} = \frac{0.017(10^{-3}) \frac{kg}{ms}}{1.437 \frac{kg}{m^3} \left( 9.47(10^{-6}) \frac{m^2}{s} \right)} = 1.25 \quad (\text{ec.23})$$

de ec. 8

$$Re_l = \frac{lu\rho}{\mu} = \frac{0.6m \left( 6 \frac{m}{s} \right) 1.437 \frac{kg}{m^3}}{0.017(10^{-3}) \frac{kg}{ms}} = 304305.882 \quad (\text{ec.24})$$

La evaluación del coeficiente  $k_G$  se desarrolla a partir de la correlación empírica obtenida previamente (ec. 16)

$$j_D = 0.03314 \text{Re}_l^{-0.2}$$

recordando:

$$j_D \equiv St_D \cdot Sc^{2/3} \equiv \frac{k_G p_{B,M} \bar{M}}{u \cdot \rho} \cdot Sc^{2/3}$$

por lo tanto

$$0.03314 \text{Re}_l^{-0.2} = \frac{k_G p_{B,M} \bar{M}}{u \cdot \rho} \cdot Sc^{2/3} \quad (\text{ec.25})$$

Sustituyendo en ec. 25 los valores conocidos

$$0.03314(304305.882)^{-0.2} = \frac{k_G(100759 \text{Pa})(44 \text{kg} / \text{kmol})}{6 \text{m} / \text{s} \cdot (1.437 \text{kg} / \text{m}^3)} \cdot (1.25)^{2/3}$$

$$\rightarrow k_G = 4.446(10^{-9}) \frac{\text{kmol}}{\text{Pa} \cdot \text{m}^2 \text{s}}$$

Aplicando el valor de este coeficiente encontrado a la expresión general de velocidad (ec.6)

$$N_A = k_G(p_{A,1} - p_{A,2}) = 4.446(10^{-9}) \frac{\text{kmol}}{\text{Pa} \cdot \text{m}^2 \text{s}} * (1330 - 0) \text{Pa} = 5.913(10^{-6}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

como se requieren kg naftaleno evaporados/hora, de la ec. 19, se obtiene:

$$S \left[ \frac{\text{kg}_A}{\text{h}} \right] = N_A M_A s(3600) = 5.913(10^{-6}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}} \left| \frac{128 \text{kg}_{\text{naft}}}{1 \text{kmol}} \right| \left| \frac{3600 \text{s}}{1 \text{h}} \right| (0.14137 \text{m}^2) = 0.3852 \frac{\text{kg}_A}{\text{h}}$$

S	0.3852 Kg <sub>A</sub> /h
---	---------------------------

### ❖ PROBLEMA 2.3

#### ENUNCIADO:

Winding y Cheney [Ind. Eng. Chem; 40, 1087 (1948)] pasaron aire a través de un banco de varillas de naftaleno. Las varillas tenían sección transversal aerodinámica, colocadas escalonadamente en un arreglo en “S”, con el aire fluyendo perpendicularmente a los ejes de las varillas. El coeficiente de transferencia de masa fue determinado, midiendo la velocidad de sublimación del naftaleno. Para una forma, tamaño y espaciamiento particulares de tales varillas, con el aire a 37.8°C (100°F), 1 atm std, los datos pudieron correlacionarse con la expresión:

$$k_G = 3.58(10^{-9})G'^{-0.56}$$

donde  $G'$  es la masa velocidad,  $\text{kg/m}^2\text{s}$  y  $k_G$  es el coeficiente de transferencia de masa en  $\text{kgmol/m}^2\text{s N/m}^2$ . Estimar el coeficiente de transferencia de masa que se esperaría para la evaporación de agua en una corriente de gas hidrógeno para el mismo arreglo geométrico cuando el hidrógeno fluye con una velocidad lineal de 15.25 m/s (50 pies/s) a 37.8°C (100°F) y una presión total de 2 atm std.

$$D_{G,\text{Naftaleno-Aire}} \Big|_{\substack{P=1\text{atm} \\ T=37.8^\circ\text{C}}} = 7.03(10^{-6})\text{m}^2/\text{s}$$

$$D_{G,\text{Agua-Hidrógeno}} \Big|_{\substack{P=1\text{atm} \\ T=0^\circ\text{C}}} = 7.5(10^{-5})\text{m}^2/\text{s}$$

#### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Los coeficientes de transferencia de masa expresados en función de números adimensionales son de utilidad cuando se desea predecir el comportamiento de ciertas situaciones complejas, sin experimentar y tomar ventaja de las medidas o determinaciones hechas por alguien más.

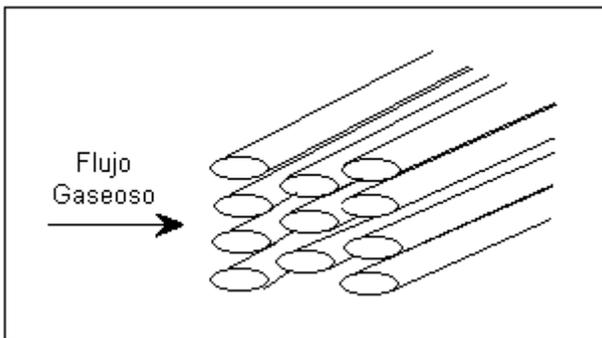
Este problema muestra la información experimental obtenida para determinar el coeficiente de transferencia de masa para la fase gaseosa del naftaleno en aire; es esto, una medida de la velocidad de sublimación del naftaleno. Para ello se reportan los resultados mediante una expresión empírica, sin especificar el intervalo de condiciones

de operación en el cual es válida tal correlación; pero en ausencia de más información se ha de emplear indistintamente para los propósitos del presente caso.

La pregunta se refiere a la predicción del comportamiento de otro componente situado en el mismo arreglo físico pero con otra composición de corrientes. Se pretende aplicar la correlación encontrada por los investigadores a fin de determinar el coeficiente de transferencia de masa en la evaporación de agua en una corriente de hidrógeno en el mismo arreglo físico que el empleado por los investigadores.

Recuérdese que  $j_D$  es un grupo adimensional de transferencia de masa resultante del producto de los números de Stanton (St) y Schmit (Sc), y que a su vez St relaciona el coeficiente de transferencia de masa/ velocidad del flujo y Sc la difusividad de momentum/ difusividad de masa. Por lo cual el valor de  $j_D$  es dependiente del arreglo físico del sistema y de las condiciones de flujo que se generan. Por lo anterior se sugiere encontrar  $j_D$  a fin de poder extrapolar los datos de los investigadores.

## SOLUCIÓN PROPUESTA



Dado el mismo arreglo para ambos sistemas de flujo, puede considerarse que:

$j_D$  para aire-naftaleno =  $j_D$  para vapor de agua-hidrógeno al mismo número de Reynolds.

Figura 2.4 Banco de varillas de naftaleno, arreglo en "S".

$$j_D = \frac{k_G \cdot \bar{M}_G \cdot p_{B,M} \cdot Sc^{2/3}}{G} = f(\text{Re}) \quad (\text{ec.1})$$

de la ec. 1, se observa que se requiere evaluar el número de Sc para ambos sistemas a fin de correlacionar los coeficientes de transferencia de masa de los mismos.

de la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>

$$\mu_{\text{aire}} \Big|_{\substack{T=37.8^{\circ}\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 1.87 (10^{-5}) \text{ kg/ m s}$$

$$\mu_{\text{H}_2} \Big|_{\substack{T=37.8^{\circ}\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 0.90 (10^{-5}) \text{ kg/ m s}$$

$$\mu_{\text{H}_2\text{O}} \Big|_{\substack{T=37.8^{\circ}\text{C} \\ P=1\text{atm}}} = 0.95 (10^{-5}) \text{ kg/ m s}$$

de la Tabla 2-5 del Perry<sup>(14)</sup>

$$p^{\circ} \Big|_{\substack{T=37.8^{\circ}\text{C} \\ \text{Agua}}} = 49.157 \text{ mmHg}$$

de la Tabla 2-8 del Perry<sup>(14)</sup>

$$p^{\circ} \Big|_{\substack{T=37.8^{\circ}\text{C} \\ \text{Naftaleno}}} < 1 \text{ mm Hg}$$

Sistema Aire-Naftaleno

A= Naftaleno      B= Aire

En la superficie de las varillas, la presión parcial del naftaleno es la misma que su presión vapor, por lo tanto:

$$p_{A,1} = 1 \text{ mm Hg}$$

$$p_{B,1} = (760-1)\text{mm Hg} = 759 \text{ mm Hg}$$

En el seno de la corriente gaseosa  $p_{A,2} = 0$ , debido a que la corriente es constantemente reemplazada por una nueva.

$$p_{B,2} = 760 \text{ mm Hg}$$

$$p_{B,M} = \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{\ln\left(\frac{p_{B,2}}{p_{B,1}}\right)} = \frac{760 - 759}{\ln\left(\frac{760}{759}\right)} = 759.5 \text{ mmHg} \Big|_{\frac{101325 \text{ Pa}}{760 \text{ mmHg}}} = 1.01258 (10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$y_{B,M} = \frac{P_{B,M}}{P} = \frac{759.5}{760} = 0.999342 \qquad y_{A,M} = 0.000658$$

$$\bar{M}_G = \sum y_i M_i = 0.999342(29) + 0.000658(128.16) = 29.065 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\rho_G = \frac{PM}{RT} = \frac{1.01325(10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \left( 29.065 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} (311^\circ\text{K})} = 1.139 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

para el Aire-Naftaleno, de los datos del problema  $D_{G,\text{Aire-Naft}} \Big|_{\substack{P=1\text{atm} \\ T=37.8^\circ\text{C}}} = 7.03(10^{-6}) \text{m}^2/\text{s}$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{1.87(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{1.139 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 7.03(10^{-6}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)} = 2.3354$$

Sistema Hidrógeno-Vapor de Agua

A= Vapor de agua                      B= Hidrógeno

En la superficie de las varillas, la presión parcial del agua es la misma que su presión vapor, por lo tanto:

$$p_{A,1} = 49.157 \text{ mmHg} \qquad \rightarrow \qquad p_{B,1} = (1520 - 49.157) \text{ mm Hg} = 1470.843 \text{ mm Hg}$$

En el seno de la corriente gaseosa  $p_{A,2} = 0$ , debido a que la corriente es constantemente reemplazada por una nueva.

$$p_{B,2} = 1520 \text{ mm Hg}$$

$$p_{B,M} = \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{\ln\left(\frac{p_{B,2}}{p_{B,1}}\right)} = \frac{1520 - 1470.843}{\ln\left(\frac{1520}{1470.842}\right)} = 1495.287 \text{ mmHg} \left| \frac{101325 \text{ Pa}}{760 \text{ mmHg}} \right| = 1.99355(10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$y_{B,M} = \frac{P_{B,M}}{P} = \frac{1495.287}{1520} = 0.98374 \quad y_{A,M} = 0.01626$$

$$\bar{M}_G = \sum y_i M_i = 0.98374(2.016) + 0.01626(18.02) = 2.276 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\rho_G = \frac{PM}{RT} = \frac{2(1.01325(10^5)) \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \left( 2.276 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} (311^\circ\text{K})} = 0.17838 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

para el Hidrógeno-Agua ( $\text{H}_2\text{-H}_2\text{O}$ ), de los datos del problema

$$D_{G,\text{H}_2\text{-H}_2\text{O}} \Big|_{\substack{P=1\text{atm} \\ T=0^\circ\text{C}}} = 7.5(10^{-5}) \text{m}^2/\text{s}$$

pero se requiere a 2 atm y  $37.8^\circ\text{C}$ , por lo que realizando los ajustes pertinentes, se obtiene:

$$D_{G,\text{H}_2\text{-H}_2\text{O}} \Big|_{\substack{P=2\text{atm} \\ T=37.8^\circ\text{C}}} = 7.5(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \left( \frac{311^\circ\text{K}}{273.15^\circ\text{K}} \right)^{3/2} \cdot \left( \frac{1\text{atm}}{2\text{atm}} \right) = 4.55(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{0.9(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{0.17838 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 4.55(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)} = 1.1089 \quad (\text{ec.2})$$

Flujo de las corrientes gaseosas

$$G_{\text{H}_2\text{-H}_2\text{O}} = \frac{v\rho_G}{\bar{M}_G} = \frac{15.25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( 0.17838 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}{2.276 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 1.195 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Como se mencionó en el planteamiento de la ec. 1, para un mismo valor de Re

$$\left( \frac{dG'}{\mu} \right)_{\text{Aire-Naft}} = \left( \frac{dv\rho'}{\mu} \right)_{\text{H}_2\text{-H}_2\text{O}} \quad (\text{ec.3})$$

además, el valor “d” en la ec. 3 es el mismo para ambos sistemas, por lo que:

$$G'_{Aire-Naft} = \left( \frac{\nu\rho}{\mu} \right)_{H_2-H_2O} \cdot \mu_{Aire-Naft} = \frac{15.25 \frac{m}{s} \left( 0.17838 \frac{kg}{m^3} \right)}{0.9(10^{-5}) \frac{kg}{m \cdot s}} \left( 1.87(10^{-5}) \frac{kg}{m \cdot s} \right) = 5.656 \frac{kg}{m^2 s}$$

$$G_{Aire-Naft} = \frac{G'}{M_G} = \frac{5.656 \frac{kg}{m^2 s}}{29.065 \frac{kg}{kmol}} = 0.1946 \frac{kmol}{m^2 s}$$

Aplicando la expresión que encontraron los investigadores

$$k_G = 3.58(10^{-9}) G'^{-0.56} = 3.58(10^{-9}) \left( 5.656 \frac{kg}{m^2 s} \right)^{-0.56} = 1.35668(10^{-9}) \frac{kmol}{m^2 s (N/m^2)} \quad (ec.4)$$

$$\left( \frac{k_G \cdot M_G \cdot p_{B,M} \cdot Sc^{2/3}}{G} \right)_{Aire-Naft} = \left( \frac{k_G \cdot M_G \cdot p_{B,M} \cdot Sc^{2/3}}{G} \right)_{H_2-H_2O} \quad (ec.5)$$

Sustituyendo en la ec. 5 los parámetros conocidos

$$\left( \frac{1.35668(10^{-9}) \frac{kmol}{m^2 s (N/m^2)} \cdot \left( 29.065 \frac{kg}{kmol} \right) (759.5 mmHg) \cdot (2.3354)^{2/3}}{0.1946 \frac{kmol}{m^2 s}} \right)_{Aire-Naft} = \left( \frac{k_G \cdot (1495.287) \left( 2.276 \frac{kg}{kmol} \right) \cdot (1.1089)^{2/3}}{1.195 \frac{kmol}{m^2 s}} \right)_{H_2-H_2O}$$

de la ec. anterior se obtiene

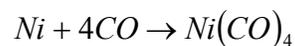
$$k_{G,H_2-H_2O} = 8.8787(10^{-8}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s} (\text{N}/\text{m}^2)}$$

$k_{G,H_2-H_2O}$	$8.8787(10^{-8}) \text{ kmol/ m}^2 \text{ s}(\text{N}/\text{m}^2)$
------------------	--

#### ❖ PROBLEMA 2.4

##### ENUNCIADO:

Se va a producir carbonilo de níquel pasando monóxido de carbono en fase gaseosa, descendientemente, a través de un lecho de esferas de níquel, 12.5 mm de diámetro. El lecho tiene una sección transversal de 0.1 m<sup>2</sup> y está empacado de tal forma que hay un 30% del volumen vacío. El CO puro entra a 50°C, 1 atm, con un flujo de 2(10<sup>-3</sup>) kmol/s. La reacción es:



Para el propósito actual se hacen las siguientes suposiciones.

1. La reacción es muy rápida, de tal forma que la presión parcial de CO en la superficie metálica es esencialmente cero. El carbonilo se forma como gas, el cual se difunde tan rápido como se forma desde la superficie metálica hasta la corriente de gas. La velocidad de la reacción esta completamente controlada por la rapidez de la transferencia de masa del CO desde el gas hasta la superficie metálica y la del Ni(CO)<sub>4</sub> hasta el gas.
2. Durante todo el proceso, la temperatura permanece a 50°C y la presión a 1atm.
3. La viscosidad del gas = 2.4(10<sup>-5</sup>) kg/ m s y el número de Schmidt= 2.0 durante todo el proceso.
4. El tamaño de las esferas de níquel permanece constante.

Calcular la profundidad requerida del lecho para reducir el contenido de CO del gas hasta 0.5%.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Se trata de un proceso de reacción química con transferencia de masa del CO, desde el seno de la corriente gaseosa hasta la superficie metálica del Ni donde se da la reacción a gran velocidad y luego transferencia del Ni(CO)<sub>4</sub> formado, que se desprende tan rápido como se produce, desde la superficie metálica hacia el seno gaseoso.

Así pues, se considera que el proceso completo de producción del Ni(CO)<sub>4</sub> está controlado por el mecanismo de transferencia de masa y no por el de reacción química; por lo que la resistencia a la reacción química es despreciable.

En realidad cualquier reacción química va acompañada de generación o absorción de energía térmica y por lo tanto el proceso no es isotérmico, sin embargo en este caso se partirá del supuesto de que la temperatura es constante a 50°C.

La presión dentro del reactor, en verdad no es constante, ya que existe una caída de presión en la fase gaseosa debido a la fricción y al impacto contra el lecho de esferas de Ni. También debido a que el número de moles gaseosos en la corriente va disminuyendo, estequiométricamente cada vez que 4 moles de CO reaccionan, se forma un solo mol de Ni(CO)<sub>4</sub>, de donde se nota que tres moles desaparecen originando una disminución de presión interna. Sin embargo se considerará una presión constante de 1atm.

La corriente gaseosa inicialmente es puro CO, a la salida del reactor es Ni(CO)<sub>4</sub> con solo 0.5% de CO. Las propiedades físicas de tal corriente estarán variando fuertemente y entre ellas está la viscosidad, la densidad y la difusividad. No obstante, se trabajará asumiendo que la viscosidad y el número de Schmidt permanecen constantes.

Finalmente, si el Ni es uno de los reactivos, éste se está consumiendo y las esferas metálicas disminuirán su tamaño y variarán de forma, teniendo como consecuencia que el espacio hueco fraccional disminuirá, además de representar esto otra causa de mayor caída de presión.

Entonces, bajo las suposiciones establecidas, se trabajará sobre los procesos de transferencia de masa que se llevan a cabo en estado inestable. La fuerza impulsora está variando en función de la profundidad del lecho de reacción ( $z$ ). En el seno de la corriente gaseosa, la fracción mol de CO será  $y_{CO} = 1.0$  siendo  $z = 0$  y  $y_{CO} = 0.005$  cuando  $z = Z$ .

Concretamente se buscará una expresión diferencial que relacione estas variables para determinar a qué profundidad ( $Z$ ), el contenido de CO en la corriente gaseosa disminuirá hasta  $y_{CO} = 0.005$ .

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

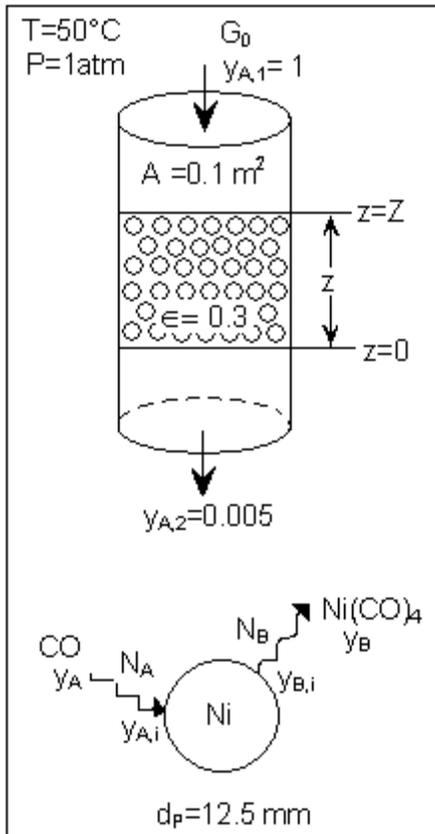


Figura 2.5 Producción de carbonilo de níquel en lecho empacado.

Considérese que  $A = \text{CO}$  y  $B = \text{Ni}(\text{CO})_4$ . A cualquier profundidad  $z$ , la corriente gaseosa será  $G$  ( $\text{kmol}/\text{m}^2 \text{ s}$ ) y tendrá una concentración  $y_A$ , fracción mol de CO. De los datos del problema y de las consideraciones, la concentración del CO en la superficie metálica será  $y_{A,i} = 0$  (reacción química muy rápida). Por lo tanto el modelo de velocidad de transferencia de masa en fase gaseosa será

$$N_A = \frac{N_A}{N} F_G \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{N} - y_{A,i}}{\frac{N_A}{N} - y_A} \right] \quad (\text{ec.1})$$

En donde  $y_A$  es variable, el coeficiente de transferencia de masa  $F$  (contratransferencia no-equimolar) también será variable por los cambios tan notables en la naturaleza de la corriente gaseosa, y por lo tanto  $N_A$  también variará.

Por la estequiometría de la reacción se sabe que por cada 4 moles de A que se consumen se forma un mol de B; expresado matemáticamente en función de las velocidades, se tiene

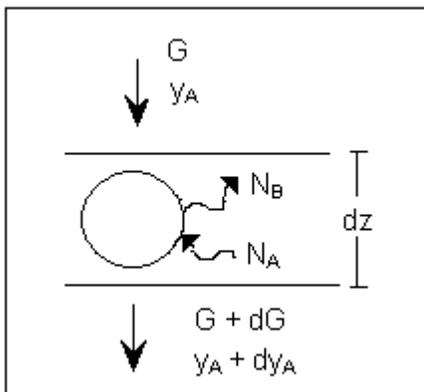
$$N_A = -4N_B \text{ o bien, } -\frac{1}{4}N_A = N_B$$

$$N = \sum N_i = N_A + N_B = N_A + \left(-\frac{1}{4}\right)N_A = \frac{3}{4}N_A \quad \rightarrow \quad \frac{N_A}{N} = \frac{N_A}{\frac{3}{4}N_A} = \frac{4}{3}$$

sustituyendo estas cantidades en la ec.1, se tiene

$$N_A = \frac{4}{3} F_G \ln \left[ \frac{\frac{4}{3} - 0}{\frac{4}{3} - y_A} \right] = \frac{4}{3} F_G \ln \left[ \frac{4}{4 - 3y_A} \right] \quad (\text{ec.2})$$

Para definir a  $N_A$  en función de las variables  $y_A$  y  $z$  tómesese una sección diferencial del reactor de altura  $dz$ , para la cual se tendrá incrementos de concentración expresada como fracción mol ( $dy_A$ ) e incrementos de flujo de la fase gaseosa ( $dG$ )



Sea:

- STM= superficie de las partículas de níquel, normal a la dirección de la transferencia de masa,  $L^2$ .
- STR= sección transversal del reactor para el flujo de la fase gaseosa,  $L^2$ .

**Figura 2.6 Elemento diferencial de lecho empacado.**

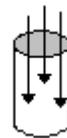
Balance de materia para A (CO) en la sección diferencial

$$Gy_A - N_A \left( \frac{STM}{STR} \right) = (G + dG)(y_A + dy_A) \quad (\text{ec.3})$$

$$G = \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2_{STR}} \quad \text{masa velocidad molar del flujo gaseoso}$$

$$G_0 = G_{A,0} \quad \text{masa velocidad molar inicial (CO puro)}$$

$$N_A = \frac{\text{kmol}_{CO}}{\text{s} \cdot \text{m}^2_{STM}} \quad \text{velocidad de transferencia de masa}$$



Recordar que para lechos fijos de partículas

$$a_p = \frac{6(1-\epsilon)}{d_p} \quad (\text{ec.4})$$

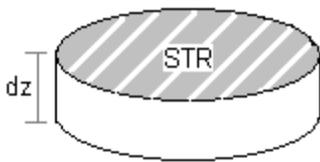
donde

$a_p$  = área específica de las partículas en el lecho

=(superficie de todas las partículas)/(volumen del lecho empacado)

$d_p$  = diámetro de una esfera para la cual la relación superficie/volumen es la misma que la de la partícula en cuestión.

$\epsilon$  = fracción hueca volumétrica



$$a_p = \frac{STM}{(STR)dz} \quad \rightarrow \quad a_p \cdot dz = \frac{STM}{STR} \quad (\text{ec.5})$$

$$\text{volumen} = (STR)(dz)$$

Sustituyendo en la ec. 3 la relación encontrada (ec.5) a fin de que la expresión sea dimensionalmente consistente:

$$Gy_A - N_A a_p dz = (G + dG)(y_A + dy_A) \quad (\text{ec.6})$$

siendo expresada la ec. 6 dimensionalmente como:

$$\frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2_{STR}} - \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2_{STM}} \frac{\text{m}^2_{STM}}{\text{m}^2_{STR}} = \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2_{STR}}$$

Agrupando términos y desarrollando la ec. 6, se obtiene

$$Gy_A = Gy_A + Gdy_A + y_A dG + dGdy_A + N_A a_p dz$$

$$dGdy_A \approx 0 \quad Gdy_A + y_A dG \approx d(G \cdot y_A)$$

$$N_A a_p dz = -d(G \cdot y_A)$$

$$N_A = -\frac{d(G \cdot y_A)}{a_p dz} \quad (\text{ec.7})$$

Sustituyendo ec.7 en ec. 2

$$-\frac{d(G \cdot y_A)}{a_p dz} = \frac{4}{3} F_G \ln \left[ \frac{4}{4 - 3y_A} \right] \quad (\text{ec.8})$$

Nuevamente, de la estequiometría de la reacción, se tiene que:

**Tabla 2.4 Relaciones estequiométricas entre reactantes y productos, expresadas en moles.**

CO consumido	Ni(CO) <sub>4</sub> formado	Moles desaparecidos
4 moles	1 mol	3 moles
$n_{CO}$	$n_{Ni(CO)_4}$	$G_0 - G$

Cantidad de CO consumido en el lecho hasta una profundidad  $z = \frac{4}{3}(G_0 - G)$

Además  $G_0 - G$  serán los moles gaseosos desaparecidos hasta ese punto. Entonces, mediante la clásica “regla de tres” o relaciones y proporciones:

**Tabla 2.5 Relaciones estequiométricas entre reactantes y productos**

CO consumido	Moles desaparecidos	Ni(CO) <sub>4</sub> formado
$\frac{4}{n_{CO}}$	$\frac{3}{G_0 - G}$	$\frac{1}{n_{Ni(CO)_4}}$

Cantidad de CO remanente =  $G y_A = \text{CO}_{\text{inicial}} - \text{CO}_{\text{consumido}}$

$$= G_0 - \frac{4}{3}(G_0 - G) \rightarrow G = \frac{G_0}{4 - 3y_A} \quad (\text{ec.9})$$

Cantidad de Ni(CO)<sub>4</sub> formado =  $\frac{1}{3}(G_0 - G)$

Definiendo la masa velocidad en función de cada componente en base al balance de materia

$$G'_{CO} = \left[ G_0 - \frac{4}{3}(G_0 - G) \right] M_{CO} = \left[ G_0 - \frac{4}{3}(G_0 - G) \right] 28 = \left( -\frac{1}{3}G_0 + \frac{4}{3}G \right) 28$$

$$G'_{Ni(CO)_4} = \left[ \frac{1}{3}(G_0 - G) \right] M_{Ni(CO)_4} = \left[ \frac{1}{3}(G_0 - G) \right] 170.7 = \left( \frac{1}{3}G_0 - \frac{1}{3}G \right) 170.7$$

Flujo total, sustituyendo ec. 9 la expresión anterior

$$G' = G'_{CO} + G'_{Ni(CO)_4} = \left( \frac{170.7 - 28}{3} \right) G_0 + \left( \frac{4(28) - 170.7}{3} \right) G = 47.56G_0 - 19.56 \frac{G_0}{4 - 3y_A}$$

simplificando

$$G' \left[ \frac{kg}{m^2 s} \right] = G_0 \left( 47.56 - \frac{19.56}{4 - 3y_A} \right) \quad (\text{ec.10})$$

multiplicando ambos miembros de la ec.10 por  $(y_A)$  y diferenciando:

$$G y_A = G_0 \frac{y_A}{4 - 3y_A} \quad d(G \cdot y_A) = d \left( G_0 \frac{y_A}{4 - 3y_A} \right)$$

siendo  $G_0 = \text{cte}$

$$d(G \cdot y_A) = G_0 \left( \frac{(4 - 3y_A) dy_A - y_A d(4 - 3y_A)}{(4 - 3y_A)^2} \right) = G_0 \left( \frac{4 dy_A - 3y_A dy_A + 3y_A dy_A}{(4 - 3y_A)^2} \right)$$

Simplificando la expresión anterior

$$d(G \cdot y_A) = G_0 \frac{4 dy_A}{(4 - 3y_A)^2} \quad (\text{ec.11})$$

sustituyendo la ec.11 en ec. 8

$$-\frac{G_0 4 dy_A}{(4 - 3y_A)^2} \frac{1}{a_p dz} = \frac{4}{3} F_G \ln \left[ \frac{4}{4 - 3y_A} \right] \quad (\text{ec.12})$$

A fin de evaluar el coeficiente  $F_G$ , se emplearán las correlaciones empíricas correspondientes a flujo de fluidos a través de lechos fijos de partículas, que es el arreglo físico en este problema.

En la tabla 3.3 Treybal<sup>(19)</sup>, para gases, se presentan tales correlaciones para intervalos de valores de Re y un valor para Sc de 0.6

$$\text{Estimación de } Re'' = \frac{d_p G'}{\mu}$$

donde

$$d_p = 12.5 (10^{-3}) \text{ m} \quad \mu = 2.4(10^{-5}) \text{ kg/ m s} \quad G_0 = \frac{2(10^{-3}) \text{ kmol/s}}{0.1 \text{ m}^2} = 2(10^{-2}) \frac{\text{ kmol}}{\text{ m}^2 \text{ s}}$$

y sustituyendo la expresión para G' antes determinada (ec.10) al evaluar el Re, se tiene:

$$Re'' = \frac{12.5(10^{-3}) \left[ 47.56 - \frac{19.56}{4 - 3y_A} \right] 2(10^{-2}) \frac{\text{ m kg}}{\text{ m}^2 \text{ s}}}{2.4(10^{-5})} \left[ = \right] \frac{\text{ kg}}{\text{ ms}} = 495.4167 - \frac{203.75}{4 - 3y_A} \quad (\text{ec.13})$$

La variación del valor del número de Reynolds de acuerdo a la ec. 13, es este problema será:

$$\text{cuando } y_A=1 \quad (z=0) \quad Re'' = 495.4167 - \frac{203.75}{4 - 3(1)} = 291.67$$

$$\text{cuando } y_A=0.005 \quad (z=Z) \quad Re'' = 495.4167 - \frac{203.75}{4 - 3(0.005)} = 444.28$$

En la tabla 3.3 antes citada, se observa que para Re'' de 90 a 4000 la correlación propuesta es:

$$j_D = j_H = \frac{2.06}{\epsilon} Re''^{-0.575} \quad (\text{ec.14})$$

el número de Sc deberá ser de aproximadamente 0.6. En éste caso, el Sc considerado es de 2.0 para todo el reactor. En ausencia de otra correlación más ajustada al caso, se utilizara la expresión antes presentada.

Por definición, de la tabla 3.2 Treybal<sup>(19)</sup>

$$j_D \equiv St_D Sc^{2/3} \equiv \frac{F}{G} Sc^{2/3} \quad \rightarrow \quad F = \frac{j_D G}{Sc^{2/3}} \quad (\text{ec.15})$$

sustituyendo ec. 14 en ec. 15

$$F = \frac{2.06}{\epsilon} \text{Re}^{-0.575} \frac{G}{\text{Sc}^{2/3}} \quad (\text{ec.16})$$

Sustituyendo ec. 9 y ec.13 en ec. 16

$$F = \frac{2.06}{\epsilon} \left[ 495.4167 - \frac{203.75}{4-3y_A} \right]^{-0.575} \frac{G_0}{4-3y_A} \frac{1}{\text{Sc}^{2/3}} \quad (\text{ec.17})$$

Evaluación de  $a_p$

$$a_p = \frac{6(1-\epsilon)}{d_p} = \frac{6(1-0.3)}{12.5(10^{-3})} = 336 \frac{m^2}{m^3} \quad (\text{ec.18})$$

Retomando ec. 12 y sustituyendo en ella la ec. 17 y los parámetros conocidos  $G_0=2(10^{-2})$  kmol/m<sup>2</sup> s,  $\text{Sc}=2$ ,  $\epsilon=0.3$ ,  $a_p = 336 \text{ m}^2/\text{m}^3$

$$-\frac{4G_0 dy_A}{(4-3y_A)^2} \frac{1}{a_p dz} = \frac{4}{3} F_G \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right]$$

$$-\frac{4[2(10^{-2})] dy_A}{(4-3y_A)^2} \frac{1}{(336) dz} = \frac{4}{3} \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right] \frac{2.06}{0.3} \left[ 495.4167 - \frac{203.75}{4-3y_A} \right]^{-0.575} \frac{2(10^{-2})}{4-3y_A} \frac{1}{(2)^{2/3}}$$

$$-\frac{dy_A}{(4-3y_A)^2} \frac{1}{dz} = 4593.9374 \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right] \left[ \left( 24791.6 - \frac{10208.3}{4-3y_A} \right) \right]^{-0.575} \frac{1}{4-3y_A}$$

Separando variables e integrando para los límites  $z=0 \rightarrow y_A=1$  y  $z=Z \rightarrow y_A=0.005$

$$-\frac{dy_A}{(4-3y_A)^2} \frac{\left[ \left( 24791.6 - \frac{10208.3}{4-3y_A} \right) \right]^{0.575}}{\ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right]} \frac{4-3y_A}{1} = 4593.9374 dz$$

$$-dz = \frac{1}{4593.9374} \frac{\left[ \left( 24791.6 - \frac{10208.3}{4-3y_A} \right) \right]^{0.575}}{(4-3y_A) \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right]} dy_A$$

$$\int_{z=0}^{z=Z} dz = 2.1768(10^{-4}) \int_{y_A=1.0}^{y_A=0.005} \frac{\left[ \left( 24791.6 - \frac{10208.3}{4-3y_A} \right) \right]^{0.575}}{(4-3y_A) \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right]} dy_A \quad (\text{ec. 19})$$

Por integración numérica de la integral del segundo miembro de la ec.19, se obtiene:

$$f(y_A) = \int_{y_A=1.0}^{y_A=0.005} \frac{\left[ \left( 24791.6 - \frac{10208.3}{4-3y_A} \right) \right]^{0.575}}{(4-3y_A) \ln \left[ \frac{4}{4-3y_A} \right]} dy_A = 607.624 \quad (\text{ec. 20})$$

Sustituyendo en ec. 19 el valor estimado en la ec.20

$$\int_{z=0}^{z=Z} dz = 2.1768(10^{-4})(607.624) = 0.1323 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \int_{z=0}^{z=Z} dz = Z - 0 = Z = 0.1323 \text{ m} \quad (\text{ec. 20})$$

Z	0.1323 m
---	----------

Por otro lado, si se prefiere, puede realizarse la integración numérica, teniendo en cuenta que el error que se presenta en este método disminuye al aumentar el número de incrementos de la variable  $y_A$  (disminuir el tamaño del incremento).

Tabla 2.6 Tabla de valores empleados en la integración numérica de la ec. 19.

$y_A$	$\Delta y_A$	$f(y_A)$	$\tilde{f}(y_A)$	Área parcial $\Delta y_A \cdot \tilde{f}(y_A)$
0.005		21096.68		
0.01	0.005	10565.62	15831.15	79.16
0.02	0.01	5300.24	7932.93	79.33
0.03	0.01	3545.24	4422.74	44.23
0.04	0.01	2667.84	3106.54	31.07
0.05	0.01	2141.47	2404.66	24.05
0.06	0.01	1790.64	1966.06	19.66
0.07	0.01	1540.10	1665.37	16.65
0.08	0.01	1352.25	1446.17	14.46
0.09	0.01	1206.19	1279.22	12.79
0.1	0.01	1089.38	1147.78	11.48
0.2	0.1	565.07	827.23	82.72
0.4	0.2	307.31	436.19	87.24
0.5	0.1	258.07	282.69	28.27
0.7	0.2	206.61	232.34	46.47
0.9	0.2	184.90	195.75	39.15
1	0.1	178.80	181.85	18.18
<b>Área Total =</b>				<b>634.90</b>

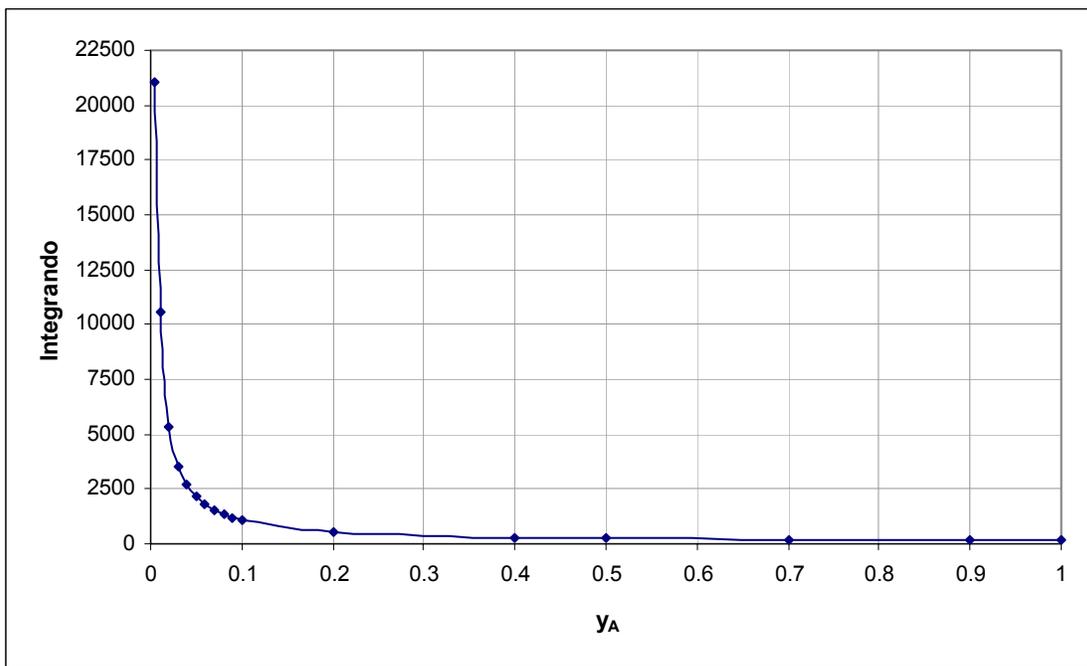


Figura 2.7 Representación gráfica de la integración numérica de la ec.19

Este valor presenta una variación del 4.3% respecto al evaluado analíticamente, siendo en este caso de la ec. 19

$$\int_{z=0}^{z=Z} dz = Z = 2.1768(10^{-4})(634.9) = 0.1382 \text{ m}$$

Z	0.1382 m
---	----------

## NONMENCLATURA

### Capítulo 2.

SIMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
$a_p$	Superficie específica de empaque, área/volumen	$\frac{L^2}{L^3}$
$A$	Superficie o área de transferencia de masa	$L^2$
$c$	Concentración	$\frac{mol}{L^3}$
$D$	Difusividad o coeficiente de difusión	$\frac{L^2}{\theta}$
$d$	Diámetro de columna	$L$
	Operador diferencial	$\Phi$
$d_p$	Diámetro promedio de partícula	$L$
$f, f', f''$	Funciones	$\Phi$
$F$	Coeficiente de transferencia de masa tipo F	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$G$	Masa velocidad molar de la fase gaseosa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$G'$	Masa velocidad de la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$h$	Altura	$L$
$j_D$	Factor de transferencia de masa, adimensional	$\Phi$
$j_H$	Factor de transferencia de calor, adimensional	$\Phi$
$k$	Coeficiente individual tipo k de transferencia de masa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta \text{concentración}}$
$\frac{k}{\epsilon}$	Constante de Boltzman / energía de atracción molecular	$\frac{1}{T}$
$l$	Longitud, distancia	$L$
$Le$	Número de Lewis	$\Phi$
$M$	Peso molecular	$\frac{M}{mol}$
$n$	Numero de moles	$mol$

$N$	Velocidad de flujo difusional	$\frac{mol}{L^2\theta}$
$\bar{p}$	Presión parcial	$\frac{F}{L^2}$
$p^\circ$	Presión de vapor	$\frac{F}{L^2}$
$P$	Presión	$\frac{F}{L^2}$
$r$	Separación molecular durante el choque (nm)	$L$
$Pr$	Número de Prantl	$\Phi$
$Pe$	Número de Péclet	$\Phi$
$R$	Constante universal de los gases	$\frac{F \cdot L}{mol \cdot T}$
$Re$	Número de Reynolds = $\frac{lu\rho}{\mu}$	$\Phi$
$Re''$	Numero de Reynolds para el flujo en lechos granulados	$\Phi$
$s$	Área cilíndrica para la transferencia de masa	$L^2$
$S$	Velocidad de sublimación	$\frac{M}{\theta}$
$Sc$	Número de Schmidt = $\frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$	$\Phi$
$Sh$	Número de Sherwood = $\frac{F \cdot l}{c \cdot D_{AB}}$	$\Phi$
$St$	Número de Stanton = $\frac{Sh}{Re \cdot Sc} = \frac{F}{c \cdot u}$	$\Phi$
$t$	Temperatura (°C)	T
$T$	Temperatura absoluta (°K)	T
$T_b$	Punto de ebullición normal	T
$u$	Velocidad lineal	$\frac{L}{\theta}$
$V$	Volumen	$L^3$

$x_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el líquido	$\frac{mol}{mol}$
$X$	Relación molar en la fase líquida	$\frac{mol_A}{mol_{No\_A}}$
$X'$	Relación másica en la fase líquida	$\frac{M_A}{M_{No\_A}}$
$y_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el gas	$\frac{mol}{mol}$
$Y$	Relación molar en la fase gaseosa	$\frac{mol_A}{mol_{No\_A}}$
$Y'$	Relación másica en la fase gaseosa	$\frac{M_A}{M_{No\_A}}$
$z$	Distancia en dirección z	$L$
	Longitud del camino de difusión	$L$
$z_F$	Espesor efectivo de película	$L$
$Z$	Altura de la sección empacada	$L$
$\mu$	Viscosidad	$\frac{M}{L \cdot \theta}$
$\rho$	Densidad	$\frac{M}{L^3}$
$\epsilon$	Volumen vacío fraccionario en un lecho empacado seco	$\frac{L^3}{L^3}$
$\pi$	Constante = 3.1416	$\Phi$
$\phi$	Diámetro del equipo	$L$
Subíndices		
$A, B$	Componentes A, B	
$D$	Referido a difusividad, $St_D$	
$G$	Fase gaseosa	
$i$	Componente i	
$l$	Referido a longitud, $Re_l$	
$L$	Fase líquida	

$M$	Media	
$o$	Orificio	
$0$	Inicial	
$1,2$	Posiciones 1 y 2, inicio y fin de la trayectoria de la difusión	
$I, II$	Condiciones de referencia $I$ y $II$	
Exponentes		
---	Valor promedio	

## CAPITULO 3 TRANSFERENCIA DE MASA INTERFACIAL

### 3.1. Generalidades

El material analizado en el presente capítulo es una sólida alternativa para estudiar la difusión a través de la interfase; siendo una herramienta útil para los ingenieros químicos ya que los modelos que involucran coeficiente de transferencia de masa son básicos para el análisis y diseño de procesos industriales de separación.

El empleo de coeficientes de transferencia de masa es usado para la transferencia a través de los límites de fase, asumiendo que los cambios significativos de concentración ocurren solamente cerca de estos límites y que las fases lejos de estos límites se encuentran perfectamente mezcladas. La velocidad de transferencia de materia a través de la superficie interfacial controlará el grado de equilibrio de las fases. Se emplean coeficientes de transferencia de masa como un camino fácil para describir cómo ocurre la transferencia desde o hacia una interfase dentro de una solución relativamente homogénea.

Las condiciones hidrodinámicas de cada fase y las difusividades de soluto se combinan para dar ciertos coeficientes de velocidad de transferencia de materia dentro de las dos fases ( $k$  o  $F$ ). Los coeficientes de transferencia de materia se definen en función de la velocidad de transferencia de un componente  $A$  a través de la interfase ( $N_A$ ), que tiene dimensiones de moles por unidad de tiempo y por unidad de área interfacial.

Generalmente la presión parcial interfacial y la concentración de  $A$  no son medibles fácilmente en un aparato de separación; por tanto, es normalmente más conveniente definir y trabajar en función de coeficientes globales de transferencia de materia.

Los coeficientes globales incluyen las contribuciones de los dos coeficientes individuales (en cada una de las dos fases en contacto) y los coeficientes individuales están relacionados a las condiciones hidrodinámicas y difusividades del soluto en sus respectivas fases. Son los coeficientes globales los que se utilizan con mayor facilidad en el diseño y análisis del aparato de separación, pero es para los coeficientes individuales para los que existen mejores correlaciones.

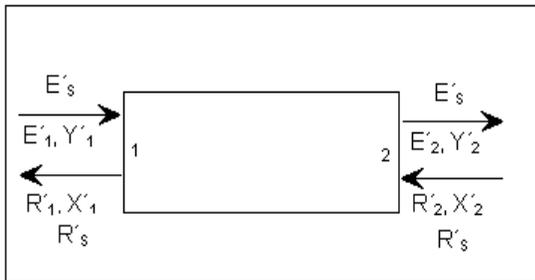
Un valor elevado en la pendiente promedio de la curva de equilibrio denota una baja solubilidad en la fase líquida y tiende a hacer que el proceso de transferencia de masa sea controlado por la fase líquida ( $K_L \cong k_L$ ), mientras que un valor bajo de la pendiente (elevada solubilidad en el líquido) tiende a hacer que el proceso de transferencia de masa sea controlado por la fase gaseosa ( $K_G \cong k_G$ ).

### 3.2. Balances de Materia y Energía

#### 3.2.1 Línea operante

El balance de materia para un proceso dado define lo que se conoce como la “línea operante del proceso” que permite determinar la historia de la variación de las concentraciones en el equipo. A continuación se presentan los balances resultantes en estado estacionario, de los arreglos de flujo más comunes:

##### a) Flujo en Contracorriente



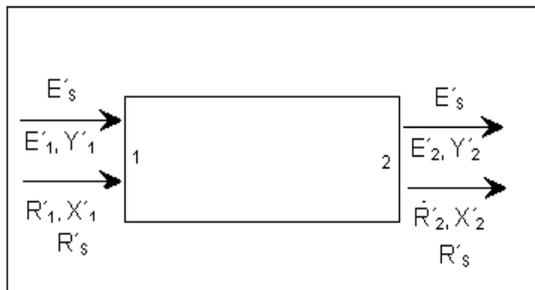
$$E'_s Y'_1 + R'_s X'_2 = E'_s Y'_2 + R'_s X'_1$$

$$E'_s (Y'_1 - Y'_2) = R'_s (X'_1 - X'_2)$$

$$\frac{R'_s}{E'_s} = \frac{(Y'_1 - Y'_2)}{(X'_1 - X'_2)} \quad (\text{ec. 3.1})$$

Figura 3.1 Proceso con flujos a contracorriente

##### b) Flujo en Paralelo



$$E'_s Y'_1 + R'_1 X'_1 = E'_s Y'_2 + R'_s X'_2$$

$$E'_s (Y'_1 - Y'_2) = R'_s (X'_2 - X'_1)$$

$$-\frac{R'_s}{E'_s} = \frac{(Y'_1 - Y'_2)}{(X'_1 - X'_2)} \quad (\text{ec. 3.2})$$

Figura 3.2 Proceso con flujos en paralelo

### c) Flujo Cruzado en Cascada

Los balances en este caso son una repetición de los de una sola etapa revisados para flujo en paralelo.

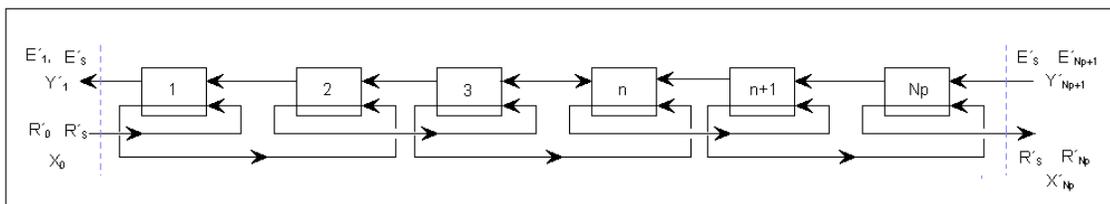


Figura 3.3 Proceso con flujo a contracorriente en cascada

$$\frac{R'_s}{E'_s} = \frac{(Y'_1 - Y'_{Np+1})}{(X'_0 - X'_{Np})} \quad (\text{ec. 3.3})$$

### 3.2.2. Línea de Fuerzas Impulsoras

En el equilibrio las velocidades en ambos sentidos se igualan y de acuerdo a la teoría de Lewis, si en la interfase no hay resistencia a la transferencia, considerando una fase líquida y una gaseosa:  $N_{A,G} = N_{A,L}$ .

$$k_y (y_{A,G} - y_{A,i}) = k_x (x_{A,i} - x_{A,L}) \quad (\text{ec.3.4})$$

$$-\frac{k_x}{k_y} = \frac{y_{A,G} - y_{A,i}}{x_{A,L} - x_{A,i}} \quad (\text{ec.3.5})$$

La ec. 3.5 representa la ecuación de línea de fuerzas impulsoras en términos de coeficientes tipo  $k$  (medida de la tendencia al equilibrio). Un valor grande en la pendiente  $m = -k_x/k_y$  denota una baja resistencia a la transferencia de masa en la fase líquida.

La relación  $k_x/k_y$  representa la relación de la resistencia en la fase gaseosa a la resistencia en la fase líquida.

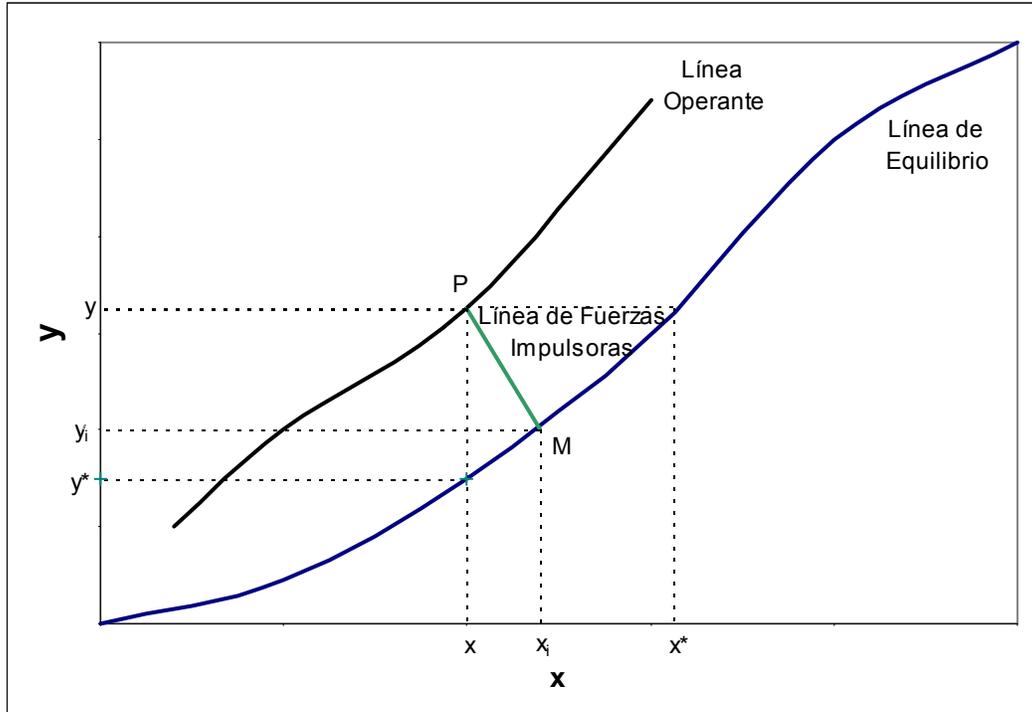


Figura 1.4 Representación gráfica de línea de fuerzas impulsoras.

Se pueden emplear fuerzas impulsoras globales con un coeficiente global de transferencia de masa y valores al equilibrio.

Recuérdese que la ec. 3.4 también puede ser expresada en términos de:

$$N_A = K_G(p_A - p_A^*) = K_y(y_A - y_A^*) = K_x(x_A - x_A^*)$$

Por otra parte, si no se pueden emplear coeficientes tipo K se emplean los tipo F cuyas expresiones son más complejas:

$$N_A = \frac{N_A}{N} F_G \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - y_{A,i}}{\frac{N_A}{N} - y_{A,G}} \right) = \frac{N_A}{N} F_L \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - x_{A,L}}{\frac{N_A}{N} - x_{A,i}} \right) \quad (\text{ec.3.6})$$

$$N = \frac{N_A}{N} F_{OG} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - y_A^*}{\frac{N_A}{N} - y_{A,G}} \right) = \frac{N_A}{N} F_{OL} \ln \left( \frac{\frac{N_A}{N} - x_{A,L}}{\frac{N_A}{N} - x_A^*} \right) \quad (\text{ec.3.7})$$

Siendo definida la ecuación de línea de fuerzas impulsoras para coeficientes tipo F, como:

$$\frac{\frac{N_A}{N} - y_{A,i}}{\frac{N_A}{N} - y_{A,G}} = \left( \frac{\frac{N_A}{N} - x_{A,L}}{\frac{N_A}{N} - y_{A,i}} \right)^{F_L/F_G} \quad (\text{ec.3.8})$$

### 3.2.3. Coeficientes globales en función de los individuales

Coeficientes tipo k

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \quad (\text{ec.3.9})$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m \cdot k_y} + \frac{1}{k_x} \quad (\text{ec.3.10})$$

si la pendiente m (de la línea de equilibrio) tiende a ser pequeña, entonces se dice que:

$$\frac{1}{K_y} \cong \frac{1}{k_y}$$

Coeficientes tipo F

$$\exp \left[ \frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_{OG}} \right] = \exp \left[ \frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_G} \right] + m \frac{N_A / \sum N - x_{A,L}}{N_A / \sum N - y_{A,G}} \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_L} \right] \right\} \quad (\text{ec.3.11})$$

$$\exp \left[ -\frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_{OL}} \right] = \frac{1}{m} \left( \frac{N_A / \sum N - y_{A,G}}{N_A / \sum N - x_{A,L}} \right) \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_G} \right] \right\} + \exp \left[ -\frac{N_A}{\left( \frac{N_A}{\sum N} \right) F_L} \right] \quad (\text{ec.3.12})$$

las ecs. 3.8 y 3.9 se simplifican para los caso de difusión de un solo componente (ecs. 3.13 y 3.14) y contradifusión equimolar (ecs. 3.15 y 3.16).

$$e^{N_A/F_{OG}} = e^{N_A/F_G} + m \cdot \frac{1-x_{A,L}}{1-y_{A,G}} \left( 1 - e^{-N_A/F_L} \right) \quad (\text{ec. 3.13})$$

$$e^{-N_A/F_{OG}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1-y_{A,G}}{1-x_{A,L}} \left( 1 - e^{N_A/F_L} \right) + e^{-N_A/F_L} \quad (\text{ec. 3.14})$$

$$\frac{1}{F_{OG}} = \frac{1}{F_G} + \frac{m}{F_L} \quad (\text{ec. 3.15})$$

$$\frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{mF_G} + \frac{1}{F_L} \quad (\text{ec. 3.16})$$

### 3.3. Determinación del número de etapas teóricas

#### 3.3.1. Método de McCabe-Thiele

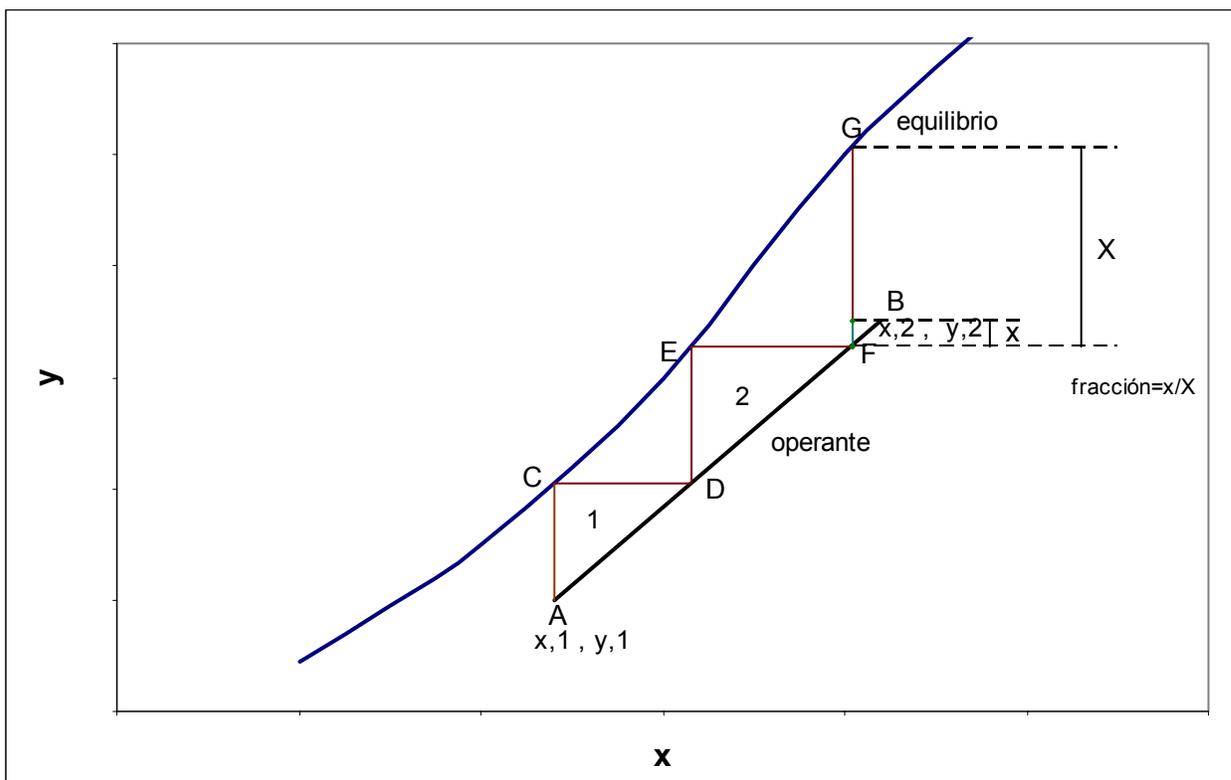
Es un método que permite estimar gráficamente el número de etapas en una operación dada a partir de la curva de equilibrio del sistema y de la línea operante del proceso, resultado del balance de materia. El método de McCabe-Thiele es empleado frecuentemente debido a su versatilidad ya que no tiene restricciones y puede ser empleado sin importar la tendencia tanto de la curva de equilibrio como de la línea operante

Metodología.

Una vez que se cuenta tanto con la curva de equilibrio como con la línea operante (segmento A-B)

- 1) Desde el punto A traza una vertical hasta que se intercepte la curva de equilibrio (punto C)
- 2) Desde el punto C trazar una horizontal hasta que se intercepte con la línea operante (punto D)

- 3) Partiendo de D trazar una vertical hasta interceptar nuevamente la curva de equilibrio (punto E).
- 4) Repetir los pasos 2) – 3) hasta que el último triángulo formado contenga el último segmento de la línea operante
- 5) El número de etapas se ha de contabilizar numerando los triángulos formados, en este caso se tienen 2 más un segmento comprendido entre FB. La fracción de esta etapa se contabilizara relacionando el cambio que habría de esperarse para una etapa ideal completa (segmento FG) y el cambio que se tiene (segmento FB), estando la fracción dada por  $FB/FG = x/X \cong 0.13$  en este ejemplo. Siendo por tanto 2.13 el número de etapas ideales necesarias para llevar a cabo la separación que plantean los extremos A-B de la línea operante.



**Figura 3.5 Determinación del número de etapas teóricas mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele**

\*Nota. No importa en que extremo de la curva A-B se inicie el trazado del método, iniciando en el punto A o en el B se obtendría el mismo número de etapas.

### 3.3.2. Ecuaciones de Kremser-Brown - Souders

Estas soluciones numéricas con su respectiva interpretación gráfica resultan válidas para soluciones diluidas y pueden ser empleadas siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Se tenga una curva de equilibrio recta desde el origen
- La línea operante sea recta

Las ecs. de Kremser-Brown-Souders son:

Para la transferencia de R a E (desorción de R)

$$\text{Si } A \neq 1 \quad N_p = \frac{\log \left[ \frac{X_0 - \frac{Y_{N_p+1}}{m}}{X_{N_p} - \frac{Y_{N_p+1}}{m}} (1-A) + A \right]}{\log \left( \frac{1}{A} \right)} \quad (\text{ec. 3.17})$$

$$\text{Si } A = 1 \quad N_p = \frac{X_0 - X_{N_p}}{X_{N_p} - \frac{Y_{N_p+1}}{m}} \quad (\text{ec. 3.18})$$

Para la transferencia de E a R (absorción en R)

$$A \neq 1 \quad N_p = \frac{\log \left[ \frac{Y_{N_p+1} - mX_0}{Y_1 - mX_0} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A} \right]}{\log(A)} \quad (\text{ec. 3.19})$$

$$\text{Si } A = 1 \quad N_p = \frac{Y_{N_p+1} - Y_1}{Y_1 - mX_0} \quad (\text{ec. 3.20})$$

En las ecs. 3.17 – 3.20 la letra “R” representa a la fase gaseosa y “E” a la fase líquida, siendo Y y X sus respectivas concentraciones. En tanto “A” es definida como factor de absorción, siendo su inverso ( $S = 1/A$ ) el factor de desorción.

Por definición:  $A = \frac{R_S}{mE_S}$  y  $m = \frac{Y}{X}$  en el equilibrio

\*Nota. Sobre esto consultese la figura 5.16 Treybal<sup>(19)</sup>, con su respectivo marco teórico.

### 3.4. Altura de lecho empacado.

La determinación de la altura de un lecho empacado en equipos de este tipo (operación de contacto continuo de las fases gaseosa y líquida con flujos en contracorriente) se puede realizar mediante los conceptos de números y alturas de unidades de transferencia de masa. Esto es:

$$Z = N_{tG} \cdot H_{tG}$$

$$Z = N_{tL} \cdot H_{tL}$$

$$Z = N_{tOG} \cdot H_{tOG}$$

$$Z = N_{tOL} \cdot H_{tOL}$$

La selección de la expresión conveniente depende de la información que se tenga, para la fase gaseosa o para la fase líquida. También depende de los coeficientes de transferencia de masa, ya sean los individuales o los globales.

Este tema se verá más a detalle en la sección de diseño de torres empacadas del capítulo 4 del presente trabajo.

### 3.5. Eficiencia de etapa

Dentro de una etapa simple, el contacto entre dos fases es continuo para el tiempo en que entran a la etapa hasta que la dejan. Hasta ahora el análisis de la transferencia de masa por contacto en etapas siempre ha dependido de una enorme consideración: que las dos corrientes dejan la etapa con sus concentraciones en equilibrio. Para cualquier aparato de

separación real será necesario corregir un análisis basado en el equilibrio de los productos para tener en cuenta los efectos de arrastre, mezclado y limitaciones de la transferencia de masa y calor.

La definición de eficiencia permite describir qué tan cerca se encuentra una etapa del equilibrio. La descripción más común para la eficiencia de una etapa, es la denominada eficiencia de Murphree ( $E_M$ ), la cual se basa en las composiciones de una fase o de la otra fase en la separación. De esta manera  $E_M$  es una medida del cambio de composición que tiene lugar en una fase en proporción con el que tendría lugar si se alcanzase el equilibrio con la composición real de salida de la otra fase.

Eficiencia en términos de cada fase, según Murphree

$$E_{M(G)} = \frac{y_2 - y_1}{y^* - y_1} \quad E_{M(L)} = \frac{x_2 - x_1}{x^* - x_1} \quad (\text{ecs. 3.21 y 3.22})$$

### 3.6. Eficiencia Puntual

La eficiencia puntual se refiere a un simple punto o lugar en la etapa real. En este punto, el modelo visualiza una simple corriente de gas burbujeando ascendentemente a través del líquido; la masa es transferida entre el gas y el líquido conforme ascienden las burbujas. El cambio cuantitativo del componente en la burbuja de gas será igual a la transferencia a través de la interfase para un intervalo de tiempo específico.

Si la cantidad total de gas no cambia, como sería en el caso de contradifusión equimolar o en gases diluidos, se obtiene una expresión en donde la eficiencia puntual es una función exponencial del coeficiente de transferencia de masa, el área interfacial, y la masa velocidad molar del gas.

$$E = 1 - e^{-K_y a_M / G} \quad (\text{ecs. 3.23})$$

Sin embargo, la utilidad de la eficiencia puntual es limitada debido a la dificultad de evaluar composiciones puntuales.

## SECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

### CAPÍTULO 3. TRANSFERENCIA DE MASA INTERFACIAL

#### ❖ PROBLEMA 3.1

##### ENUNCIADO:

Se desea absorber el 95% de la acetona contenida en una mezcla gaseosa acetona-aire con 2% en moles de acetona, en una torre de platos con borboteadores con agua a contracorriente empleando un 20% en exceso de la cantidad mínima de agua. La mezcla gaseosa se alimenta a razón de 1000 lb/h y el agua pura se introduce por el domo de la torre. Encontrar el número de etapas de equilibrio requeridas para ésta separación. La torre opera a 80°F y 1 atm. La relación de equilibrio es  $y=2.53x$ , donde “x” y “y” son las fracciones mol de la acetona en las fases líquida y gaseosa respectivamente.

Utilice un método gráfico y un método analítico para determinar el número de etapas teóricas.

##### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Este problema plantea la recuperación en solución líquida de acetona contenida en una mezcla aire-acetona, mediante el proceso de absorción, empleando una torre de platos con borboteadores.

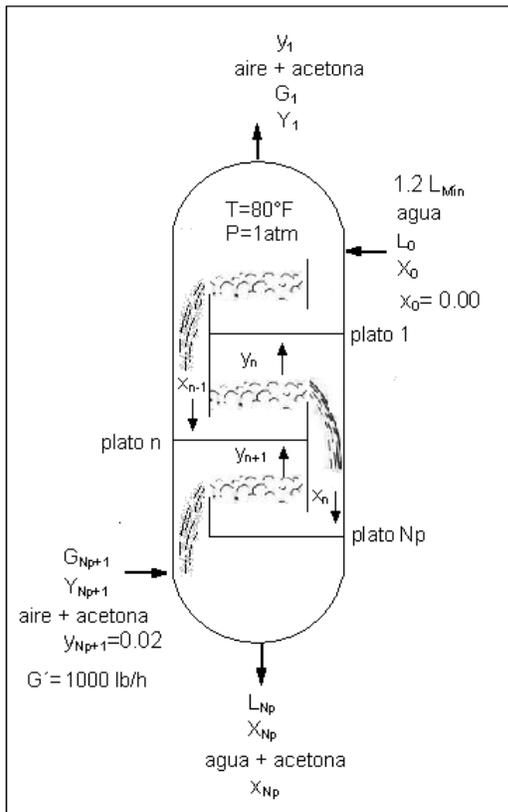
En un equipo de absorción una mezcla de gases fluye desde el fondo de la columna, un líquido entra por la parte superior del equipo y absorbe uno o más componentes del gas de manera selectiva; obteniéndose una solución de estos en el líquido. Esta operación requiere la transferencia de masa de una sustancia de la corriente gaseosa al líquido.

El método de McCabe Thiele es un método gráfico conveniente para la determinación del número de etapas teóricas requeridas. Este método requiere el trazo de la línea operante del proceso y de la curva de equilibrio que rige al mismo.

Por otra parte, las ecs. de Kremser-Brown-Souders representan uno de los métodos analíticos más empleados debido a su simplicidad. Pueden emplearse las ecs. directamente o las gráficas que las representan.

Para la resolución de este problema, se considera que la acetona es el único componente transferible. Por lo tanto, los flujos de agua y aire libres de acetona permanecen constantes (flujos de no transferibles). Conviene entonces, el realizar los balances de materia del proceso en función de flujos de no transferibles, ya que esto permitirá que la línea operante del proceso sea recta y se facilite su manejo para el método gráfico.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**



**Figura 3.6 Absorción de acetona en columna de platos con borbotadores**

Sea: A= acetona , B= aire , C= agua

$L_S$ = Flujo líquido de no transferibles, agua libre de acetona

$G_S$ = Flujo gaseoso de no transferibles, aire libre de acetona

**ABSORBEDOR**

Balance de materia para A en función de flujos de no transferibles

$$L_S X_0 + G_S Y_{Np+1} = L_S X_{Np} + G_S Y_1$$

$$G_S (Y_{Np+1} - Y_1) = L_S (X_{Np} - X_0)$$

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{Y_{Np+1} - Y_1}{X_{Np} - X_0} \tag{ec.1}$$

La ec.1 representa la ecuación de la línea operante del absorbedor, siendo el resultado del balance de materia en el mismo, donde:

Y= moles A/ moles B

X= moles A/ moles C

$L_S$ = moles C / h

$G_S$ = moles B/ h

$$y_{Np+1} = 0.02 \quad Y_{Np+1} = \frac{0.02}{1-0.02} = 2.0408(10^{-2}) \frac{mol_A}{mol_B}$$

$$x_0 = 0 \quad X_0 = 0$$

Se desea recuperar el 95% de la acetona del flujo gaseoso, por lo cual queda remanente en éste el 5% restante.

$$Y_1 = 2.0408(10^{-2}) \frac{mol_A}{mol_B} (0.05) = 1.0204(10^{-3}) \frac{mol_A}{mol_B}$$

$$y_1 = \frac{Y_1}{1+Y_1} = \frac{1.0204(10^{-3})}{1+1.0204(10^{-3})} = 1.01936(10^{-3})$$

sustituyendo en la ec.1 los valores conocidos, se tiene:

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{[2.0408(10^{-2}) - 1.0204(10^{-3})] \frac{mol_A}{mol_B}}{[X_{Np} - 0] \frac{mol_A}{mol_C}} \quad (\text{ec.2})$$

A fin de determinar el flujo de circulación del agua, primero debe estimarse el flujo mínimo del mismo. Esto implica que en la ecuación de la línea operante la relación ( $L_S/G_S$ ) sea mínima; de la ec. 2 se observa que para un valor constante de  $G_S$  la relación  $L_S/G_S$  se hace mínima para un valor máximo de  $X_{Np}$ .

$$\left( \frac{L_S}{G_S} \right)_{Min} = \frac{[2.0408(10^{-2}) - 1.0204(10^{-3})] \frac{mol_A}{mol_B}}{[X_{Np,Máx} - 0] \frac{mol_A}{mol_C}} \quad (\text{ec.3})$$

En este problema, y cada vez que se cuente con la ec. de la curva de equilibrio, se puede proceder de dos maneras a fin de determinar el valor máximo de  $X_{Np}$ .

- a) Método gráfico. Requiere el trazo de la curva de equilibrio ubicando en ella las coordenadas  $(X_0, Y_1)$ , trazándose desde este punto una recta con pendiente mínima posible que terminará en una ordenada  $Y_{Np+1}=2.0408(10^{-2})$ . Esta recta será, de acuerdo a la geometría de la curva de equilibrio, una tangente a ella que definirá el valor máximo para  $X_{Np}$ .
- b) Método Analítico. Se emplea la ecuación de la curva de equilibrio. Recuérdese que por definición la línea operante tendrá un valor de pendiente mínima  $(L_S/G_S)_{Min}$  para  $X_{Np,Máx}$ ; es decir, para aquel valor de  $X_{Np}$  que corresponda al equilibrio de  $Y_{Np+1}$ .

El siguiente procedimiento corresponde al método analítico, ya que representa menor incertidumbre respecto al gráfico.

De la ecuación de la línea operante, se establece:

$$y = 2.53x \quad \rightarrow \quad Y = \frac{2.53X}{1-1.53X} \quad (\text{ec.4})$$

$$X = \frac{Y}{2.53+1.53Y} \quad (\text{ec.5})$$

sustituyendo  $Y_{Np+1}$  en la ec. 5, se tiene:

$$X_{Np,Máx} = \frac{Y_{Np+1}}{2.53+1.53Y_{Np+1}} = \frac{2.0408(10^{-2})}{2.53+1.53(2.0408(10^{-2}))} = 7.968(10^{-3}) \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

de la ec. 3

$$\left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{Min} = \frac{[2.0408(10^{-2})-1.0204(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[7.968(10^{-3})-0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{Min} = 2.433$$

$$\left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{op} = 1.2 \left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{Min} = 1.2 (2.433) = 2.92$$

sustituyendo la relación encontrada en la ec. 2

$$2.92 = \frac{[2.0408(10^{-2}) - 1.0204(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[X_{Np} - 0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} \rightarrow X_{Np} = 6.64(10^{-3}) \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C} \quad (\text{ec.6})$$

Con objeto de atender al requerimiento del problema, la determinación del número de etapas teóricas, puede procederse de las siguientes formas:

- Gráficamente mediante el método de McCabe –Thiele.
- Analíticamente empleando las ecuaciones de Kremser para absorción, ya que se cumplen las condiciones para emplear dichas ecuaciones, es decir, la línea operante es recta y la de equilibrio es recta desde el origen (forma  $y=mx$ ).

A continuación se presenta el método gráfico, que emplea la curva de equilibrio y la línea operante.

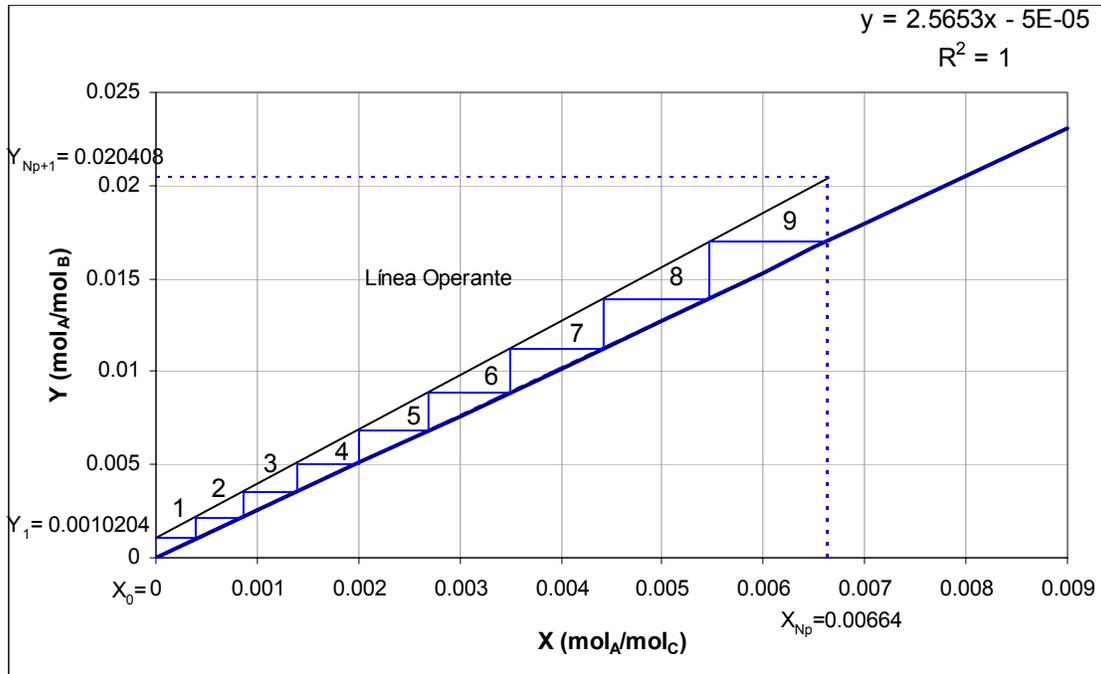
Trazo de la curva de equilibrio.

Mediante el empleo de la ec.4 se obtienen los siguientes datos de equilibrio:

**Tabla 3.1 Distribución al equilibrio de la acetona (A) en aire (B) y en agua (C), a 80°F y 1 atm.**

X (mol <sub>A</sub> /mol <sub>C</sub> )	0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
Y(10 <sup>3</sup> ) (mol <sub>A</sub> /mol <sub>B</sub> )	0	0.00253	0.00508	0.00762	0.01018	0.01275	0.01532	0.01790	0.02049	0.02309

Con los datos de la anterior tabla se traza la curva de equilibrio junto con la línea operante del absorbedor (ec.6)



**Figura 3.7** Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el absorbedor mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 80°F y 1 atm.

Empleando el método de McCabe-Thiele, figura 3.7, se obtiene el número de etapas teóricas necesarias para llevar a cabo la operación de separación en el absorbedor.

$N_p = 9$  etapas teóricas o ideales

$N_p$	9 etapas teóricas
-------	-------------------

Ahora bien; si se desean emplear las ecuaciones de Kremser, se tiene la siguiente expresión:

$$A = \frac{L_s}{mG_s} = \text{factor de absorción} \qquad A = \frac{2.92}{2.5653} = 1.13827$$

Nótese que el valor de la pendiente empleada es el de la curva de equilibrio expresada en términos de relaciones molares ( $X, Y$ ).

$$N_p = \frac{\log \left[ \frac{Y_{Np+1} - mX_0 \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A}}{Y_1 - mX_0 \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A}} \right]}{\log(A)} = \frac{\log \left[ \frac{2.0408(10^{-2}) - m(0) \left( 1 - \frac{1}{1.13827} \right) + \frac{1}{1.13827}}{1.0204(10^{-3}) - m(0) \left( 1 - \frac{1}{1.13827} \right) + \frac{1}{1.13827}} \right]}{\log(1.13827)}$$

$N_p = 9.2375$  etapas teóricas

$N_p$	9.2375 etapas teóricas
-------	------------------------

Como se observa, al emplear el método gráfico de McCabe-Thiele para determinar el número de etapas teóricas se obtuvieron 9 etapas y al utilizar las ecs. de Kremser se tienen 9.2375 etapas teóricas. En general siempre se elige el mayor número de estos valores con objeto de asegurar un margen adecuado de operación –recuérdese que ambos resultados se verán afectados al incluir la eficiencia de la etapa-.

### ❖ PROBLEMA 3.2

#### ENUNCIADO:

Una mezcla de acetona y aire, conteniendo 85% en volumen de aire, se va a despojar del 95% de su contenido de acetona por contacto a contracorriente con una corriente de agua en una columna de platos con borboteadores. La columna opera a 68°F y 1 atm de presión. Se espera una eficiencia global de platos del 30%. Los datos de equilibrio para acetona-agua a 20°C son:

**Tabla 3.2 Distribución al equilibrio de la acetona en aire y en agua, a 20°C (68°F) y 1 atm.**

% en mol de acetona en el líquido	3.33	7.2	11.7	17.1
Presión parcial de la acetona en el gas, mmHg	30	62.8	85.4	103

Calcular:

- El valor mínimo L/G (moles agua/ mol aire)
- El número de platos reales requeridos, para un valor de L/G de 1.25 el mínimo.
- La concentración de acetona en el licor a la salida.

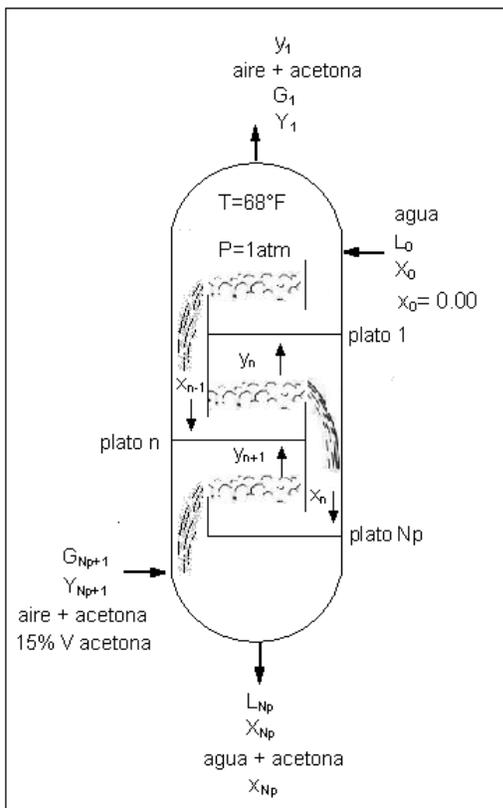
## ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

En este problema, se requiere despojar una mezcla gaseosa acetona-aire de su contenido de acetona mediante una operación de absorción.

Los problemas hasta aquí tratados consideran que las fases dejan la etapa en equilibrio al evaluar el número de etapas teóricas; lo cual implicaría que el equipo está trabajando con una eficiencia del 100%. No obstante, esta consideración no es del todo acertada y se requiere el introducir el concepto de eficiencia que permite el determinar la cantidad de platos reales (físicos) que se requerirán para lograr la separación deseada, teniendo en consideración todos aquellos aspectos hidrodinámicos que no permiten que se alcance el equilibrio en cada etapa.

Se considera que la acetona es el único componente transferible y que el sistema se comporta idealmente.

## SOLUCIÓN PROPUESTA:



Sea A= acetona      B= aire      C= agua

$L_S$  = Flujo líquido de no transferibles, agua libre de acetona

$G_S$  = Flujo gaseoso de no transferibles, aire libre de acetona

### ABSORBEDOR

Balance de materia para A en función de flujos de no transferibles

$$L_S X_0 + G_S Y_{Np+1} = L_S X_{Np} + G_S Y_1$$

$$G_S (Y_{Np+1} - Y_1) = L_S (X_{Np} - X_0)$$

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{Y_{Np+1} - Y_1}{X_{Np} - X_0} \quad (\text{ec.1})$$

**Figura 3.8** Absorción de acetona en columna de platos con borbotadores

La ec.1 representa la ecuación de la línea operante del absorbedor, siendo el resultado del balance de materia en el mismo, donde:

$$Y = \text{moles A / moles B}$$

$$X = \text{moles A / moles C}$$

$$L_S = \text{moles C / tiempo}$$

$$G_S = \text{moles B / tiempo}$$

Recuérdese que para gases ideales %mol=%volumen. Por lo cual, tomando como base para la corriente gaseosa un flujo de 100 moles/h, se establece:

$$Y_{N_p+1} = \frac{0.15}{1-0.15} = 0.17647 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \qquad X_0 = 0 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

Se desea recuperar el 95% del contenido de acetona del flujo gaseoso, por lo cual queda remanente el 5% restante.

$$Y_1 = Y_{N_p+1}(0.05) = 0.17647 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} (0.05) = 8.8235(10^{-3}) \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}$$

sustituyendo en la ec.1 los valores conocidos, se tiene:

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{[0.17647 - 8.8235(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[X_{N_p} - 0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} \qquad (\text{ec.2})$$

Para estimar la concentración de acetona en el licor de salida ( $X_{N_p}$ ) se requiere conocer la relación de operación L/G.

Del enunciado se sabe que la relación de operación L/G es 1.25 veces la relación mínima; la cual se presenta cuando el valor de  $X_{N_p}$  se maximiza "alcanzando" las condiciones de equilibrio

$$\left( \frac{L_S}{G_S} \right)_{\text{Mín}} = \frac{[0.17647 - 8.8235(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[X_{N_p, \text{Máx}} - 0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} \qquad (\text{ec.3})$$

## Trazo de la curva de equilibrio

Se requiere el trazo de la curva de equilibrio en términos de X,Y; por lo cual se realizan los cambios necesarios a fin de trasladar los datos proporcionados en el enunciado del problema a la forma requerida.

$$X = \frac{x}{1-x} \quad \%mol = 100x \quad \rightarrow \quad X = \frac{\%mol}{100 - \%mol} \quad (\text{ec.4})$$

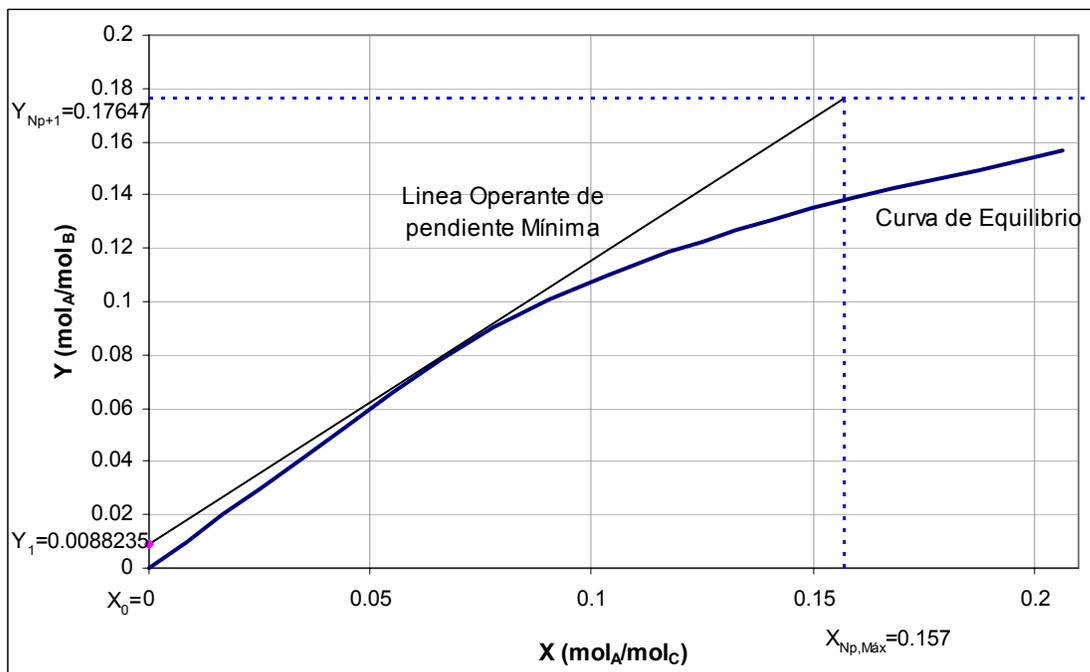
$$Y = \frac{y}{1-y} \quad y_A = \frac{\bar{P}_A}{P} \quad \rightarrow \quad Y = \frac{\bar{P}}{760 - \bar{p}} \quad (\text{ec.5})$$

Aplicando las ecs. 4 y 5 a los datos de la tabla 3.2, se obtiene:

**Tabla 3.3 Distribución al equilibrio de la acetona (A) en aire (B) y en agua (C), a 20°C (68°F) y 1 atm.**

X (mol <sub>A</sub> /mol <sub>C</sub> )	0	0.03445	0.07759	0.13250	0.20627
Y (mol <sub>A</sub> /mol <sub>B</sub> )	0	0.04110	0.09007	0.12659	0.15677

Ahora bien, sobre la gráfica de la curva de equilibrio, ubíquese el punto (X<sub>0</sub>,Y<sub>1</sub>) con los valores conocidos (0,0.0088235) y desde este punto trázese una recta con pendiente mínima que terminará en una ordenada Y<sub>1</sub>=0.17647. Esta recta será, de acuerdo a la geometría de la curva de equilibrio, una tangente a ella.



**Figura 3.9 Distribución de acetona en aire y agua, a 68°F y 1 atm**

de la figura 3.9, de la recta tangente a la curva de equilibrio, se obtiene:

$$X_{Np, Máx} = 0.157 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

por lo cual, de la ec.3, se obtiene:

$$\left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{\text{Mín}} = \frac{[0.17647 - 8.8235(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[0.157 - 0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} = 1.0678$$

$(L_S/G_S)_{\text{Mín}}$	1.0678
--------------------------	--------

Si se emplea 1.25 veces la relación de flujos mínima, de la ec.2 se obtiene la  $X_{Np}$  de operación

$$\left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{\text{op}} = 1.25 \left(\frac{L_S}{G_S}\right)_{\text{Mín}} = 1.25(1.0678) = 1.3347$$

$$1.3347 = \frac{[0.17647 - 8.8235(10^{-3})] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}}{[X_{Np} - 0] \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}} \quad \rightarrow \quad X_{Np} = 0.1256 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

$X_{Np}$	$X_{Np} = 0.1256 \text{ mol}_A/\text{mol}_C$
----------	--

Mediante el método de McCabe-Thiele, se obtiene el número de etapas teóricas necesarias para llevar a cabo la operación de separación en el absorbedor.

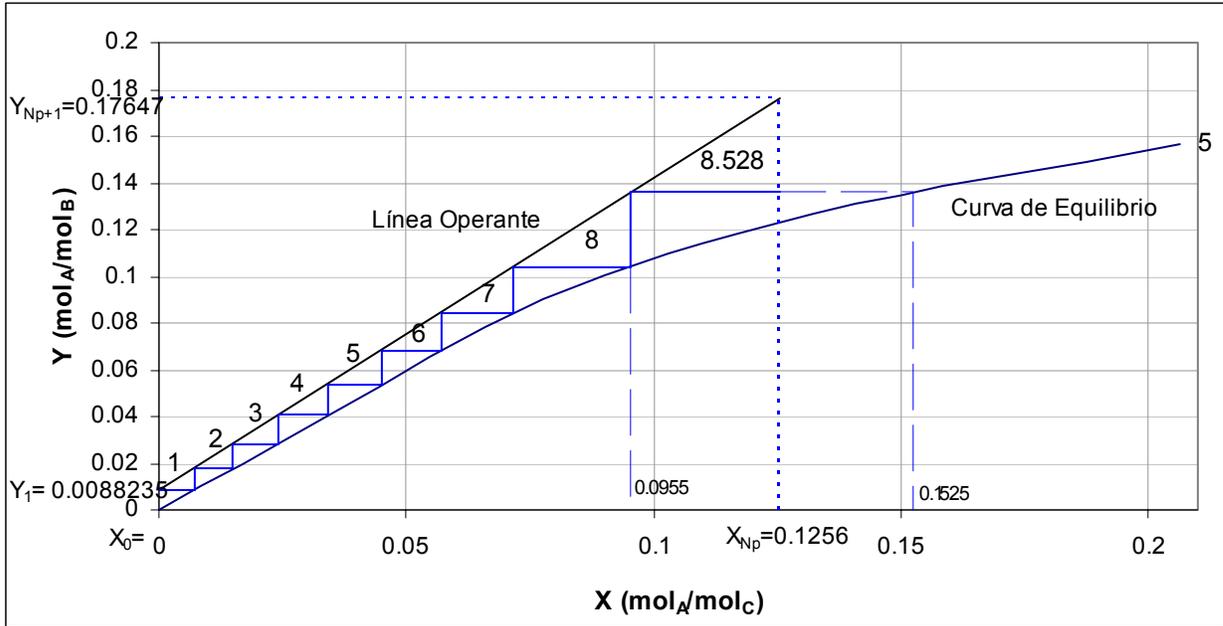


Figura 3.10 Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el absorbedor mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 68°F y 1 atm.

$N_p = 8.528$  etapas teóricas o ideales

$N_p$	8.528 etapas teóricas
-------	-----------------------

### ❖ PROBLEMA 3.3

#### ENUNCIADO:

Una torre de 60cm de diámetro, con una sección empacada de 1.2m de altura, con anillos Raschig de 2" se emplea para producir una solución de oxígeno en agua para ciertas operaciones de control de la contaminación. El espacio empacado será presurizado a 5 atm std. con  $O_2$  gaseoso puro que provienen de un cilindro de este gas. No habrá corriente gaseosa de salida y el  $O_2$  entrará en cantidad suficiente para mantener la presión, conforme se disuelve en el líquido. El agua fluirá a la torre continuamente a razón de 1.5 kg/s. La temperatura es de 25°C. Suponiendo que el agua entra libre de  $O_2$  disuelto, ¿cuál será la concentración de  $O_2$  que se espera en el líquido efluente?

Datos:

$$D_{L,O_2-H_2O} \Big|_{5atm}^{25^\circ C} = 2.5(10^{-5}) cm^2/s \quad \mu_L = 0.894 cp$$

solubilidad del  $O_2$  en agua sigue la ley de Henry:  $\bar{p}^* = 4.38(10^4)x$

donde:  $\bar{p}^*$  = presión parcial en equilibrio, atm

$x$  = fracción mol de  $O_2$  en el líquido.

Despreciar el contenido de vapor de agua en el gas.

### ANALISIS DEL PROBLEMA:

La mayoría de los problemas sobre torres empacadas hasta aquí tratados consisten en dimensionar un equipo determinado a partir de condiciones de operación definidas y del grado de separación que se requiere lograr, mediante el empleo de coeficientes de transferencia de masa y conceptos como número de unidades de transferencia de masa y altura de una unidad de transferencia.

Este ejemplo, por el contrario, establece la existencia de un equipo físico requiriendo predecir el desempeño del mismo en términos del grado de separación que es capaz de alcanzarse, empleando como una medida indirecta la concentración del líquido efluente. Para este fin habrá que ir en sentido inverso al que regularmente se sigue cuando se dimensiona un equipo, caracterizando los elementos que lo componen y empleando conceptos como el de área para transferencia de masa.

Asimismo, este caso presenta la variante de que existen dos corrientes de entrada, pero solo una de salida ya que se requiere mantener el equipo presurizado a 5 atm.

Se trata pues, de una operación de absorción, en la cual el flujo gaseoso cumple dos funciones; por una parte es recuperado en solución y por otra ayuda a mantener las condiciones de operación del equipo.

Se parte de dos consideraciones fundamentales, de acuerdo al enunciado del problema, que simplifican enormemente la resolución: 1) la corriente líquida es de componentes no transferibles y 2) la única sustancia que se transfiere es el oxígeno.

También se supone que el comportamiento de los fluidos es ideal y que por tanto sigue la ley de Henry facilitando la obtención de datos de equilibrio.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

Sea A= Oxígeno      B= Agua

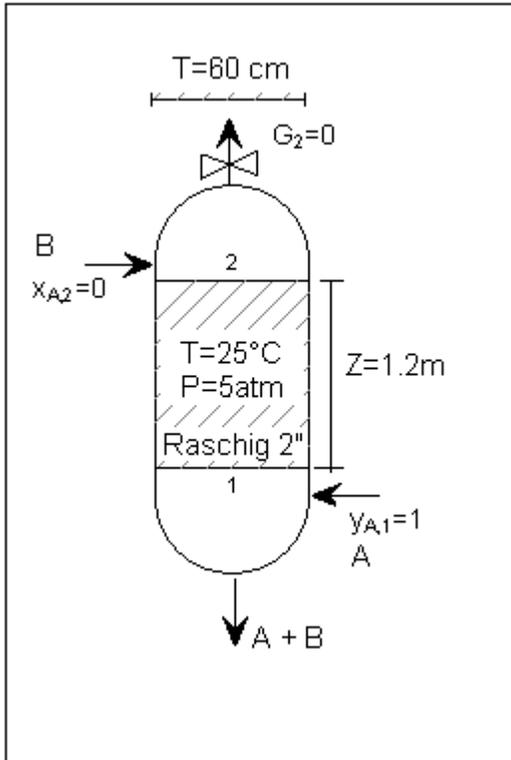


Figura 3.11 Producción de solución de oxígeno en torre empacada.

Balance de Materia para el Oxígeno (A)

$$G_1 y_1 + L_2 x_2 = L_1 x_1 + G_2 y_2 \quad (\text{ec.1})$$

$G_2 = 0$  No existe corriente gaseosa de salida.

$y_1 = 1$  El oxígeno proviene de un tanque de oxígeno puro.

$y_2 = y_1 = 1$  El oxígeno que pasa a través de la sección empacada sin disolverse contribuye a mantener la presión del sistema, y no se mezcla con ningún otro componente

$$Y_1 = Y_2 = \frac{y}{1-y} = \infty$$

$x_2 = 0$  Agua pura a la entrada del equipo, libre de oxígeno.

$$X_2 = \frac{x}{1-x} = \frac{0}{1-0} = 0$$

Reescribiendo el balance de materia (ec.1) en función de relaciones molares y corrientes de flujos no transferibles, se obtiene la siguiente expresión que representa la ecuación de la línea operante

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad (\text{ec.2})$$

donde:

$L_S$  = Flujo de agua libre de oxígeno.

$G_S$  = flujo de oxígeno que no se transfiere, pasa a través del lecho empacado y contribuye a mantener la presión de operación de la columna.

sustituyendo en ec.2 los valores conocidos

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{0}{X_1 - 0} \quad (\text{ec.3})$$

de la ec. 3 se observa que sin importar que valor tome la variable  $X_1$ , la pendiente de la línea operante tenderá a cero; representándose gráficamente con una línea horizontal en un diagrama X,Y. Asimismo, nótese que se desconoce la relación de flujos L/G, así como el flujo de entrada del oxígeno puro; pero se cuenta con el valor de la altura del lecho empacado y la difusividad como datos; por lo que ha de trabajarse con esta información.

de los datos del problema

$$\bar{p}^* = 4.38(10^4)x \quad (\text{ec.4})$$

la ec. 4 es la que representa la ecuación de la curva de equilibrio, la cual proporciona el valor de x en la interfase ( $x_i$ ).

si se desea conocer el valor de  $x_i$  basta con sustituir el valor de  $y^*$

$$y^* = \frac{\bar{p}_A}{P} \quad \rightarrow \quad y^* = \frac{4.38(10^4)x_i}{P} = \frac{4.38(10^4)x_i}{5atm} = 8760x_i \quad (\text{ec.5})$$

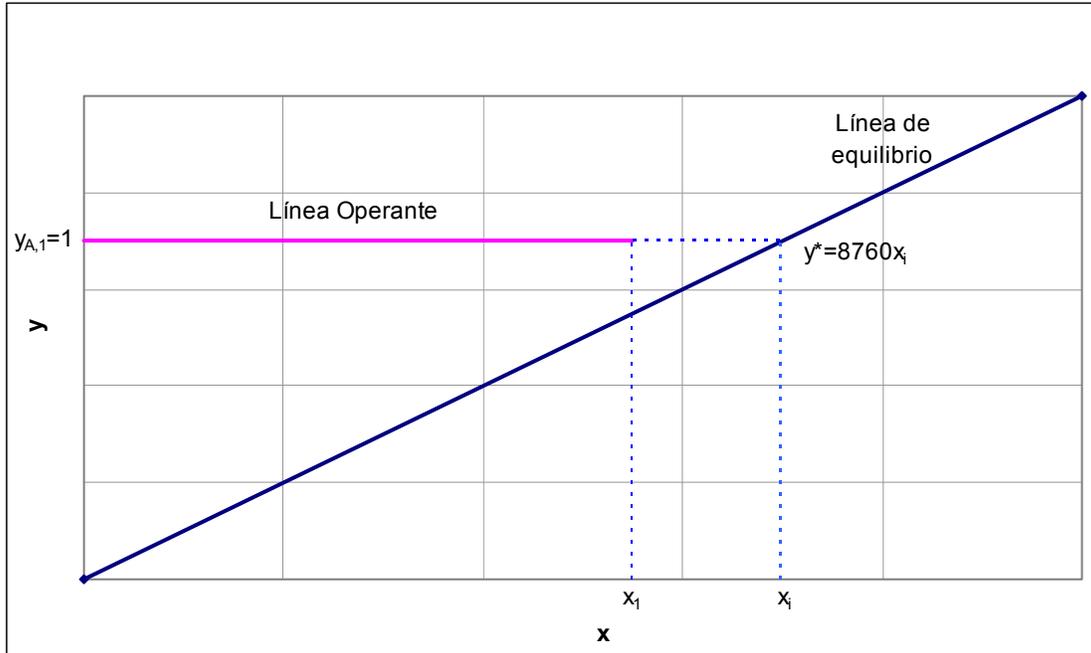


Figura 3.12 Representación grafica de la ec. 3 en un diagrama x, y. Torre empacada 25°C y 5atm.

Área de la sección transversal del equipo

$$A = \frac{\pi}{4} \phi^2 = \frac{\pi}{4} (0.6m)^2 = 0.2827m^2 \quad (\text{ec.6})$$

masa velocidad del líquido

$$L'_2 = \frac{1.5 \frac{kg}{s}}{0.2827m^2} = 5.305 \frac{kg}{m^2 s}$$

en términos de corrientes molares

$$L_2 = L_s = \frac{L'_2}{M_L} = \frac{5.305 \frac{kg}{m^2 s}}{18.02 \frac{kg}{kmol}} = 0.2944 \frac{kmol}{m^2 s} \quad (\text{ec.7})$$

Recuérdese que del balance de materia para una sección diferencial del lecho empacado de altura dz, considerando que el flujo de la fase líquida prácticamente es constante (muy baja solubilidad del oxígeno en agua); se obtienen las siguientes expresiones:

$$N_A = -\frac{Ldx}{a_m dz} = k_x(x_i - x) = K_x(x^* - x) \quad (\text{ec.8})$$

$$H_{tL} = \frac{L}{k_x a_m} \quad (\text{ec.9})$$

de la ec. 8, separando variables e integrando desde los límites  $[x_1, x_2]$  y  $[0, Z]$ , se obtiene:

$$N_A = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x_i - x} = \frac{k_x a_m}{L} \int_0^Z dz = \frac{k_x a_m Z}{L} = \frac{Z}{H_{tL}} \quad (\text{ec.10})$$

resolviendo la integral que aparece en la ec.10 para la variable x, con  $x_i =$  constante

$$-\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x_i - x} = \ln\left(\frac{x_i - x_2}{x_i - x_1}\right) = \ln\left(\frac{x_i - 0}{x_i - x_1}\right) = \ln\left(\frac{x_i}{x_i - x_1}\right) \quad (\text{ec.11})$$

de las ecs. 10 y 11 se establece

$$\ln\left(\frac{x_i}{x_i - x_1}\right) = \frac{Z}{H_{tL}} \quad (\text{ec. 12})$$

Evaluación de  $H_{tL}$

De acuerdo a la definición de  $H_{tL}$ , proporcionada en la ec. 9, se debe determinar el coeficiente volumétrico de transferencia de masa para la fase líquida.

Debido a que se conoce qué tipo de empaque conforma el lecho de la columna, es posible caracterizarlo mediante información bibliográfica y obtener el coeficiente de transferencia y el área para transferencia de masa para después determinar la altura de una unidad de transferencia.

Área interfacial anillos Raschig de cerámica 2", para solución acuosa (oxígeno-agua)

$$a_m = a_{AW}$$

De la Tabla 6.4 Treybal<sup>(19)</sup>, para  $L' = 5.305 \text{ kg/m}^2\text{s}$  dentro del rango  $2.0 < L' < 6.1 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , se obtiene la siguiente información:

$$m=34.03 \quad n=0 \quad p=0.362$$

$$a_{vW} = m \left( \frac{808G'}{\rho_G^{0.5}} \right)^n (L')^p \quad (\text{ec.13})$$

$$a_{vW} = 34.03 \left( \frac{808G'}{\rho_G^{0.5}} \right)^0 (5.305)^{0.362} = 34.03(1)(5.305)^{0.362} = 62.26 \frac{m^2}{m^3} \quad (\text{ec.14})$$

De la tabla 6.5 del Treybal<sup>(19)</sup>  $d_s = 0.0725m$

Expresiones para el coeficiente líquido (ecs. de Shulman)

$$\frac{k_L d_s}{D_L} = 25.1 \left( \frac{d_s L'}{\mu_L} \right)^{0.45} Sc_L^{0.5} \quad (\text{ec.15})$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D} \quad (\text{ec.16})$$

de la Tabla 2-28 del Perry<sup>(14)</sup>, por tratarse de una solución diluida puede considerarse que la densidad de la solución es prácticamente la misma que la del líquido puro (agua)

$$\rho|_{sol}^{25^\circ C} \approx \rho|_{agua}^{25^\circ C} = 997.045 \frac{kg}{m^3}$$

de la ec. 16

$$Sc = \frac{0.894(10^{-3}) \frac{kg}{m^2 s}}{997.045 \frac{kg}{m^3} \left( 2.5(10^{-5}) \frac{cm^2}{s} \right) \left( \frac{1m}{100cm} \right)^2} = 358.66$$

sustituyendo en la ec.15 los valores conocidos, se tiene:

$$\frac{k_L (0.0725m)}{2.5(10^{-9}) \frac{m^2}{s}} = 25.1 \left( \frac{0.0725m \left( 5.305 \frac{kg}{m^2 s} \right)}{0.894(10^{-3}) \frac{kg}{m \cdot s}} \right)^{0.45} (358.66)^{0.5}$$

$$\rightarrow k_L = 2.5106(10^{-4}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s \left( \frac{kmol}{m^3} \right)}$$

Recuérdese que  $k_L x_{B,M} c = k_x x_{B,M}$ , por lo que la ec.9 puede ser reescrita como:

$$H_{iL} = \frac{L}{k_x a_m} = \frac{L}{k_L a_m c} = \frac{5.305 \frac{kg}{m^2 s} \left| \frac{1kmol}{18.02kg} \right|}{2.5106(10^{-4}) \frac{kmol}{m^2 s \left( \frac{kmol}{m^3} \right)} \left( 62.26 \frac{m^2}{m^3} \right) \left( 997.045 \frac{kg}{m^3} \left| \frac{1kmol}{18.02kg} \right| \right)} = 0.3404m$$

Ahora es posible sustituir el valor  $H_{iL}$  en la ec. 12 y conocer el valor de la integral

$$\ln \left( \frac{x_i}{x_1 - x_i} \right) = \frac{1.2m}{0.3404m} = 3.52526 \quad (\text{ec.17})$$

La ec.17 contiene los términos de la concentración interfacial de la fase líquida ( $x_i$ ) y la concentración de la solución efluente del equipo, que es el parámetro a evaluar ( $x_1$ ).

Nótese que de un análisis previo, sobre los datos de equilibrio, se obtuvo la ec. 5 que permite la evaluación del valor interfacial de la fase líquida asociado  $y_{A,1}=1$ , para lo cual se obtiene:

$$x_i = \frac{y^*}{8760} = \frac{1}{8760} = 1.1415525(10^{-4}) \quad (\text{ec.18})$$

Finalmente, sustituyendo en ec. 17 los parámetros conocidos:

$$\ln\left(\frac{x_i}{x_i - x_1}\right) = \ln\left(\frac{1.1415525(10^{-4})}{1.1415525(10^{-4}) - x_1}\right) = 3.52526$$

$$\frac{1.1415525(10^{-4})}{1.1415525(10^{-4}) - x_1} = e^{3.52526} = 33.9626 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1.1079(10^{-4})$$

$x_1$	$1.1079(10^{-4})$
-------	-------------------

#### ❖ PROBLEMA 3.4

##### ENUNCIADO:

Una columna de absorción se alimenta con una corriente gaseosa que contiene 5% en moles de benceno y 95% en moles de aire. A contracorriente se alimenta un aceite absorbente no volátil que contiene 0.2% en peso de benceno. Se pretende remover el 90% del benceno alimentado en el gas.

Datos adicionales:

Aceite absorbente alimentado: 4'000 lb/h

Presión total: 1 atm

Temperatura del sistema: 80°F

Peso molecular del aceite: 230 lb/lbmol

Presión vapor benceno: 106 mmHg a 80°F

Flujo gaseoso entrante: 40'000 pies<sup>3</sup>/h

Empaque de columna: anillos Raschig cerámica de ½"

Velocidad másica del gas entrante: 300 lb/ h pie<sup>2</sup>

Coefficiente volumétrico de transferencia de masa:  $K_y a = 1.8 \text{ lbmol/h pie}^3 \text{ fracción mol}$

Determinar:

- a) Diámetro de la columna
- b) Altura de la sección empacada
- c) La potencia del sistema de inyección requerida, si su eficiencia mecánica es del 55%.

### **ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Se efectúa una operación de absorción cuyo objetivo es despojar a una corriente gaseosa de su contenido de benceno mediante la formación de una mezcla orgánica aceite-benceno que después pueda ser separada. Este tipo de operaciones son llevadas a cabo por dos razones primordiales: 1) El valor comercial del producto recuperado y/o 2) Regulaciones ambientales y sanitarias.

De la información proporcionada en el enunciado se conoce el valor del coeficiente volumétrico de transferencia de masa, así como la caracterización del empaque; por lo que pueden determinarse la altura de la columna como el producto del número de unidades de transferencia de masa y altura de una unidad de transferencia.

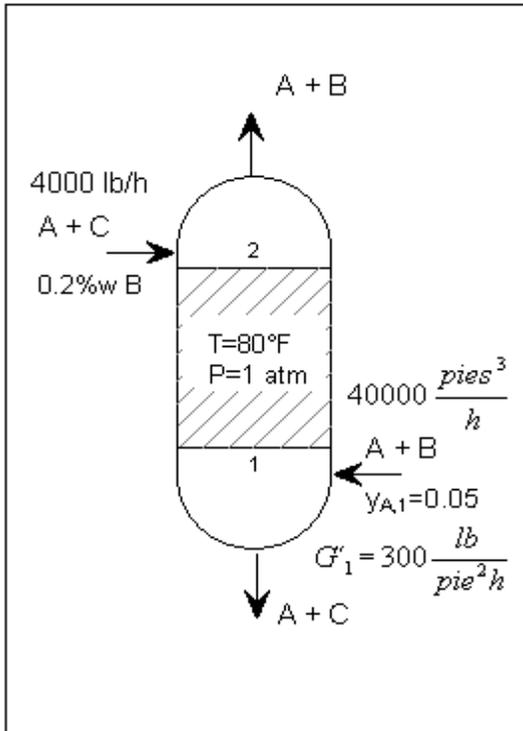
Este problema tiene la particularidad, como se explica durante el desarrollo, de permitir el empleo de formas simplificadas en las expresiones para evaluar  $N_{tOG}$  y  $H_{tOG}$  debido a las características del sistema que contempla coeficientes de transferencia de masa constantes, soluciones diluidas, curva de equilibrio recta, etc.

Se considera que la única sustancia transferible entre ambas fases es el benceno, es decir, no existe transferencia de aceite hacia la corriente gaseosa ni se transfiere aire al aceite. La presión y la temperatura se mantienen constantes a lo largo del equipo.

Finalmente, se desea conocer la potencia del sistema de inyección requerido, el dispositivo que introduce  $300 \text{ lb/h pie}^2$  de fase gaseosa en el fondo de la columna. Para ello se requiere considerar las caídas de presión existentes a lo largo del equipo, incluyendo el paso a través del empaque, por lo que ha de emplearse la gráfica de Eckert como una herramienta que permitirá determinarlas. Asimismo ha de considerarse la eficiencia del equipo de inyección y otras pérdidas derivadas de la estructura que constituye la torre.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Sea A= Benceno    B= Aire    C= Aceite

**Balance de Materia del Benceno**

Considerando en este caso que los flujos de ambas fases son prácticamente constantes y soluciones diluidas.

$$LX_2 + GY_1 = LX_1 + GY_2$$

$$L(X_2 - X_1) = G(Y_2 - Y_1)$$

$$\frac{L}{G} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad (\text{ec.1})$$

**Figura 3.13** Absorción de benceno en columna empacada.

De los datos del problema

$$Y_1 = \frac{y}{1-y} = \frac{0.05}{1-0.05} = 5.26316(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} \quad y_1 = 0.05$$

$$Y_2 = 0.10(Y_1) = 0.10 \left( 5.26316(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} \right) = 5.26316(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B} \quad y_2 = \frac{Y}{1+Y} = 5.2356(10^{-3})$$

$$x_2 = \frac{\frac{0.002}{78}}{\frac{0.002}{78} + \frac{0.998}{230}} = 5.8745(10^{-3})$$

$$X_2 = \frac{x}{1-x} = 5.90925(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_C}$$

Mediante un balance de materia entre las corrientes de entrada y salida del equipo es posible determinar el valor numérico para  $X_1$ .

Aceite puro a la entrada

$$4000 \frac{lb}{h} \left( \frac{99.8}{100} \right) = 3992 \frac{lb_C}{h} \left| \frac{1 lbmol_C}{230 lb_C} \right| = 17.3565 \frac{lbmol_C}{h}$$

Benceno puro a la entrada de la corriente líquida

$$4000 \frac{lb}{h} \left( \frac{0.20}{100} \right) = 8 \frac{lb_A}{h} \left| \frac{1 lbmol_A}{78 lb_A} \right| = 0.1025 \frac{lbmol_A}{h}$$

cantidad de A absorbida= cantidad de A que desorbe la fase gaseosa

Por lo cual se requiere conocer el flujo molar de la fase gaseosa

Peso Molecular Promedio de la Mezcla Gaseosa a la entrada de la torre

$$M_{G,1} = \sum M_i y_i = 0.05(78) + 0.95(29) = 31.45 \frac{lb}{lbmol}$$

$$AG_1 = \frac{PV}{RT} = \frac{1 atm \left( 40000 \frac{pie^3}{h} \right)}{0.7302 \frac{atm \cdot pie^3}{lbmol \cdot R} (539.67^\circ R)} = 101.5056 \frac{lbmol}{h} = 1.279(10^{-2}) \frac{kmol}{s} \quad (ec.2)$$

$$AG'_1 = AG_1(M_{G,1}) = 101.5056 \frac{lbmol}{h} \left( 31.45 \frac{lb}{lbmol} \right) = 3192.35 \frac{lb}{h} = 0.40223 \frac{kg}{s}$$

donde:  $G$  = Masa velocidad molar de la fase gaseosa  
 $G'$  = Masa velocidad de la fase gaseosa  
 $A$  = Área de la sección transversal de la torre

de los datos del problema

$$G'_1 = 300 \frac{lb}{h \cdot pie^2}$$

entonces:

$$A = \frac{AG'_1}{G'_1} = \frac{3192.35 \frac{lb}{h}}{300 \frac{lb}{h \cdot pie^2}} = 10.6411 pie^2 \quad (\text{ec.3})$$

La ec. 3 da por resultado el valor de la sección transversal del equipo. Mediante geometría se obtiene el diámetro al cual corresponde dicha sección transversal considerando una columna cilíndrica

$$\phi = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(10.6411 pie^2)}{\pi}} = 3.68 \text{ pies} = \text{diámetro de la columna}$$

$\phi$	3.68 pies
--------	-----------

Retomando la determinación de  $X_1$

Si se desea remover el 90% de A alimentado en la fase gaseosa

$$\text{Cantidad de benceno removido} = 101.5056 \frac{lbmol}{h} (0.05) 0.90 = 4.5677 \frac{lbmol_A}{h}$$

de lo anterior

$$x_1 = \frac{\text{moles}_A}{\text{moles}_{\text{totales}}} = \frac{0.1025 + 4.5677}{0.1025 + 4.5677 + 17.3565} = 0.212 \quad \rightarrow \quad X_1 = 0.269 \quad (\text{ec.4})$$

### Altura del Lecho Empacado

Para líneas de distribución (equilibrio) rectas y relación entre coeficientes de transferencia de masa constante, resulta apropiado emplear coeficientes de transferencia globales. Asimismo para soluciones diluidas como es este caso, y considerando que la línea operante y la curva de equilibrio son ambas prácticamente rectas, graficadas en fracción mol, las ecuaciones de diseño para obtener la altura de la sección empacada serán:

$$N_{iOG} = \frac{y_1 - y_2}{(y - y^*)_M} = \frac{K_G a \cdot z \cdot P}{G} = \frac{K_y a \cdot z}{G} \quad (\text{ec.5})$$

donde

$$(y - y^*)_M = \frac{(y_1 - y_1^*)(y_2 - y_2^*)}{\ln\left(\frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*}\right)} \quad (\text{ec.6})$$

### Datos de equilibrio

Considerando que el sistema se comporta idealmente, siguiendo la Ley de Raoult, se obtiene la ec. de la curva de equilibrio

$$y_A = \frac{P_A}{P} \quad \text{en el equilibrio} \quad y^*_A = \frac{P^{\circ}_A}{P} x = \frac{106 \text{ mmHg}}{760 \text{ mmHg}} = 0.1395x \quad (\text{ec.7})$$

de la ec. 7 se obtiene los datos de equilibrio que se requieren en la ec. 6

$$y_1^* = 0.1395x_1 = 0.1395(0.212) = 2.957(10^{-2})$$

$$y_2^* = 0.1395x_2 = 0.1395(5.8745(10^{-3})) = 8.1934(10^{-4})$$

sustituyendo en ec. 6 los valores conocidos

$$(y - y^*)_M = \frac{(y_1 - y_1^*)(y_2 - y_2^*)}{\ln\left(\frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*}\right)} = \frac{(0.05 - 0.02957)(0.0052356 - 0.00081934)}{\ln\left(\frac{0.05 - 0.02957}{0.0052356 - 0.00081934}\right)} = 0.010455$$

sustituyendo en ec. 5, se obtiene:

$$N_{iOG} = \frac{y_1 - y_2}{(y - y^*)_M} = \frac{0.05 - 0.0052356}{0.010455} = 4.2817 \quad (\text{ec.8})$$

Nuevamente de la ec. 5, despejando z

$$Z = \frac{N_{iOG} G}{K_y a} \quad (\text{ec.9})$$

En la ec. 9 debe emplearse el valor promedio de la masa velocidad molar de la corriente gaseosa, siempre y cuando sea posible contar con tal información.

$$\bar{G} = \frac{G_1 + G_2}{2} \quad (\text{ec.10})$$

$$G_2 = G_1 - \text{cantidad de benceno removido} = 101.5056 - 4.5677 = 96.9379 \frac{\text{lbmol}}{h}$$

$$\bar{G} = \frac{101.5056 + 96.9379}{2} = 101.5050 \frac{\text{lbmol}}{h} \left| \frac{1}{10.6411 \text{pie}^2} \right| = 9.3244 \frac{\text{lbmol}}{h \cdot \text{pie}^2}$$

Sustituyendo en ec.9 los parámetros conocidos

$$Z = \frac{N_{iOG} G}{K_y a} = \frac{4.2817 \left( 9.3244 \frac{\text{lbmol}}{h \cdot \text{pie}^2} \right)}{1.8 \frac{\text{lbmol}}{h \cdot \text{pie}^2 (\text{lbmol}/\text{lbmol})}} = 22.18 \text{pies} \approx 22.2 \text{pies} \quad (\text{ec.11})$$

Z	22.2 pies
---	-----------

Potencia del sistema de inyección requerido

A fin de determinar la potencia del sistema de inyección requerido se han de evaluar las caídas de presión a lo largo de la columna.

La caída de presión en la sección empacada se determinará a las condiciones en el fondo de la torre, que representan las más críticas en este caso, empleando las coordenadas de Eckert de la figura 6.34 de Treybal<sup>(19)</sup>.

$$G'_1 = 300 \frac{lb}{h \cdot pie^2}$$

$$L'_1 = \frac{4000 \frac{lb}{h} + 4.5677 \frac{lbmol_A}{h} \left| \frac{78lb}{1lbmol_A} \right|}{10.6411 pie^2} = 409.3825 \frac{lb}{h \cdot pie^2}$$

$$\rho_{G,1} = M_{G,1} \frac{P}{R \cdot T} = 31.45 \frac{lb}{lbmol} \frac{1atm}{0.7302 \frac{atm \cdot pie^3}{lbmol^\circ R} (539.67^\circ R)} = 0.0798 \frac{lb}{pie^3}$$

Debido a que en el enunciado del problema no se especifica que aceite absorbente no volátil se emplea para la separación, puede considerarse un compuesto orgánico del tipo del keroseno y obtener las propiedades físicas que se requieren

De la tabla 2-365 y figura 2-33 del Perry<sup>(14)</sup>, se obtiene  $\mu_L \Big|_{\text{keroseno}}^{T=80^\circ F} = 2.1 \text{ cp}$

De la tabla 2-118 del Perry<sup>(14)</sup> se obtiene la densidad relativa del keroseno= 0.8 y de la tabla 2-28 del mismo autor se obtiene

$$\rho_L \Big|_{\text{Agua}}^{T=80^\circ F} = 996.5 \frac{kg}{m^3}$$

$$\text{por lo tanto } \rho_L \Big|_{\substack{T=80^\circ F \\ \text{kesoseno}}} = 0.8 \left( 996.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( \frac{1 \text{ lb} / \text{pie}^3}{16.019 \text{ kg} / \text{m}^3} \right) = 49.766 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}$$

$$\text{De la tabla 6.3 de Treybal}^{(19)} \quad C_f \Big|_{\substack{\text{Anillos Raschig} \\ 1/2'' \text{ cerámica}}} = 580$$

Evaluando las coordenadas para emplear el gráfico de Eckert (figura 6.34 Treybal<sup>(19)</sup>)

$$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \right)^{1/2} = \frac{409.3825 \frac{\text{lb}}{h \cdot \text{pie}^2} \left( \frac{0.0798}{49.766 - 0.0798} \right)^{1/2}}{300 \frac{\text{lb}}{h \cdot \text{pie}^2}} = 0.0547 \quad (\text{ec.12})$$

de la nota al pie de la figura 6.34 de Treybal<sup>(19)</sup>, se obtiene  $J = 1.502$  y  $g_c = 4.18(10^8)$

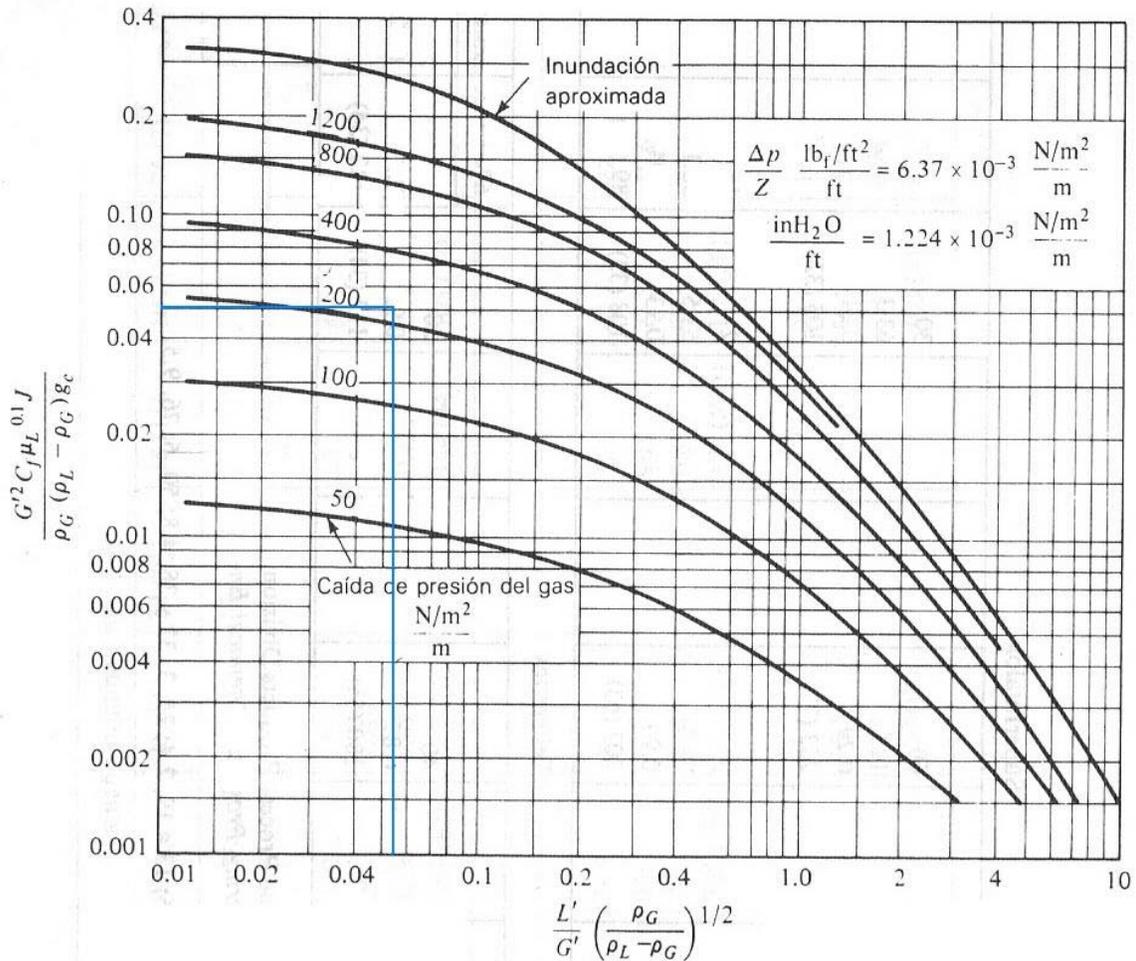
$$\frac{G'^2 C_f \mu_L^{0.1} J}{\rho_G (\rho_L - \rho_G) g_c} = \frac{(300)^2 (580) (2.1)^{0.1} 1.502}{0.0798 (49.766 - 0.0798) 4.18(10^8)} = 0.05095 \quad (\text{ec.13})$$

Ubicando las coordenadas resultantes de las ecs. 12 y 13, en la figura anteriormente citada (veáse figura 3.14 ) se obtiene:

$$\frac{\Delta P}{Z} = 240 \frac{\text{N} / \text{m}^2}{\text{m}} = 1.5288 \frac{\text{lb} / \text{pie}^2}{\text{pie}}$$

Por lo que la caída de presión para la sección empacada será:

$$\Delta P = 1.5288 \frac{\text{lb} / \text{pie}^2}{\text{pie}} Z = 1.5288 \frac{\text{lb} / \text{pie}^2}{\text{pie}} (22.2 \text{ pies}) = 33.94 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2}$$



**Figura 6.34** Inundación y caída de presión en torres con empaques al azar (coordenadas de Eckert <sup>[37]</sup>, *Chemical Process Products Division, Norton Co.*) Para unidades SI (kg, m · s),  $g_c = 1$ ,  $C_f$  de la tabla 6.3, y utilizar  $J = 1$ . Para  $G' = \text{lb}_m/\text{ft}^2 \cdot \text{h}$ ,  $\rho = \text{lb}_m/\text{ft}^3$ ,  $\mu_L = \text{centip.}$ ,  $g_c = 4.18(10^8)$ ,  $C_f$  de la tabla 6.3, y utilizar  $J = 1.502$ .

**Figura 3.14** Determinación de la caída de presión en la sección empacada.

Copia fiel de la figura 6.34 Treybal<sup>(19)</sup>.

Existen otras caídas de presión originadas por el flujo gaseoso a través de los soportes, distribuidor del líquido (estas despreciables en un buen diseño), sección de eliminación de arrastre cuando la hay, y las pérdidas por la expansión a la entrada y las pérdidas por contracción a la salida. Las pérdidas por la expansión a la entrada y las pérdidas por contracción a la salida pueden estimarse en 1.5 la carga de velocidad del gas en las tuberías de entrada y salida, esto es:  $1.5 \frac{v_G^2}{2g_C}$ . Suponiendo una velocidad lineal de la fase gaseosas, en las tuberías, de 25 pies/s, entonces:

$$\Delta P_{\text{exp.ansión+contracción}} = 1.5 \frac{v_G^2}{2 \cdot g_c} \rho_G = 1.5 \left( \frac{\left( 25 \frac{\text{pies}}{s} \right)^2}{2 \left( 32.2 \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{\text{lb} \cdot s^2} \right)} \right) 0.0798 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 1.16 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2}$$

Caída de Presión Total

$$\Delta P_{\text{Total}} = \sum \Delta P = 33.94 + 1.16 = 35.1 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2} \quad (\text{ec.14})$$

Evaluación de la potencia del sistema requerido

$$\text{Potencia}[\text{HP}] = \frac{\Delta P \cdot \text{GPM}}{\eta \cdot 1714} \quad (\text{ec.15})$$

$\Delta P$  = caída de presión [lb/in<sup>2</sup>]

$\eta$  = eficiencia del equipo = 0.55 de acuerdo al enunciado del problema

GPM= flujo expresado en galones por minuto  $40000 \frac{\text{pies}^3}{h} = 4987 \text{GPM}$

sustituyendo en ec.15

$$\text{Potencia} = \frac{35.1 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2} \left| \frac{1 \text{pie}^2}{144 \text{in}^2} \right| 4987}{0.55(1714)} = 1.289 \text{HP} \left| \frac{745.7 \text{W}}{1 \text{HP}} \right| = 961.2 \text{W}$$

Alternativamente, la potencia puede ser evaluada de la siguiente manera

$$\text{Potencia} = \frac{35.1 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^2} \left( 300 \frac{\text{lb}}{h \cdot \text{pie}^2} (10.6411 \text{pies}^2) \right)}{0.0798 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}} \left| \frac{1 h}{3600 s} \right| = 390.04 \frac{\text{lb} \cdot \text{pie}}{s}$$

incluyendo la eficiencia del equipo

$$Potencia = \frac{390.04}{0.55} = 709.164 \frac{lb \cdot pie}{s} \left| \frac{1.356W}{1 \frac{lb \cdot pie}{s}} \right| = 961.6W$$

Potencia Requerida	≈ 962 W ≈ 1 ½ HP
--------------------	------------------

### ❖ PROBLEMA 3.5

#### ENUNCIADO:

En cierto aparato utilizado para la absorción de dióxido de azufre, SO<sub>2</sub>, de aire mediante agua, y en cierto punto del mismo, el gas contiene 10% de SO<sub>2</sub> en volumen y está en contacto con un líquido que contiene 0.4% SO<sub>2</sub> (densidad = 990 kg/cm<sup>3</sup> = 61.8 lb/pie<sup>3</sup>). La temperatura es de 50°C y la presión total de 1 atm. El coeficiente global de transferencia de masa, basado en las concentraciones de gas es K<sub>G</sub> = 7.36 × 10<sup>-10</sup> kmol SO<sub>2</sub> / m<sup>2</sup>s(N/m<sup>2</sup>) = 0.055 lb mol SO<sub>2</sub> / pie<sup>2</sup> h atm. De la resistencia total a la transferencia de masa, el 47% está en la fase gaseosa y el 53% en la líquida. Los datos de equilibrio, a 50°C, son:

**Tabla 3.4 Distribución al equilibrio de dióxido de azufre en agua y aire, a 50°C y 1 atm.**

kg SO <sub>2</sub> / 100 kg agua	0.2	0.3	0.5	0.7
Presión parcial SO <sub>2</sub> (mm Hg)	29	46	83	119

Calcule el coeficiente global basado en las concentraciones del líquido en función de moles/vol.

- Calcule el coeficiente individual de transferencia de masa para el gas, expresado en k<sub>G</sub> mol/tiempo (área)(presión), k<sub>y</sub> mol/tiempo (área)(fracción mol) y k<sub>c</sub> mol/tiempo (área)(mol/vol) y para el líquido como k<sub>L</sub> mol/tiempo (área) y k<sub>x</sub> mol/tiempo (área)(fracción mol).
- Determine las composiciones interfaciales en las dos fases.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Un equipo de absorción es el arreglo físico en el cual una mezcla gaseosa se pone en contacto con un líquido (el agente de separación) con la finalidad de disolver de manera selectiva uno o más componentes del gas y obtener una solución de estos en tal fase; existiendo por tanto una transferencia de masa de una sustancia en la corriente gaseosa hacia el fluido. Así pues, para este caso se considera un proceso de absorción operando con flujos a contracorriente o en paralelo en el cual es alimentada una mezcla de aire-SO<sub>2</sub> poniéndola en contacto con un líquido (agua) el cual lo despoja de su contenido de SO<sub>2</sub>.

La primera y segunda preguntas se refieren a la evaluación de coeficientes de transferencia de masa para un punto determinado del equipo en el cual se conocen las concentraciones prevalecientes de acuerdo a la información proporcionada por el enunciado, es decir, los coeficientes a evaluar han de ser válidos únicamente en aquel lugar del equipo en el que prevalezcan el flujo, las concentraciones, la presión y temperatura dadas, por lo que a otras condiciones del equipo el coeficiente tendrá otro valor. Concretamente, la primera pregunta se refiere a la evaluación del coeficiente global de transferencia de masa en base a la fase líquida y debido a que éste se puede expresar en términos de coeficientes individuales será necesario evaluar primero los coeficientes individuales en base a cada fase, lo cual satisfará la segunda pregunta que se refiere a la evaluación de los coeficientes de transferencia de masa individuales expresados en función de diversas fuerzas impulsoras.

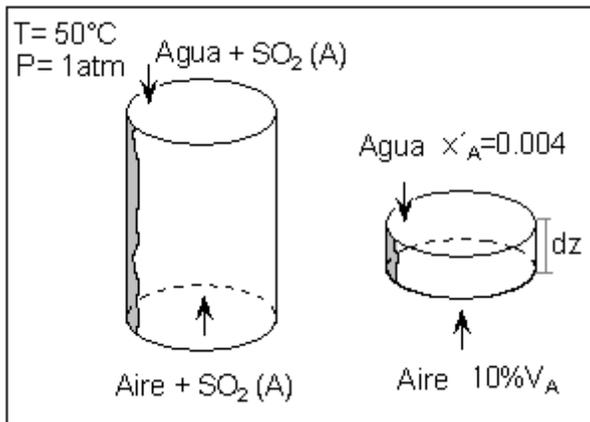
A fin de definir los componentes transferibles de una fase a otra, se partirá de la consideración de que el aire no se transfiere al líquido (agua) y aunque es factible que exista transferencia de agua hacia al aire, en este caso se considera que el agua no se transfiere al aire. Por lo tanto el único componente transferible entre las fases será el SO<sub>2</sub>.

Finalmente, la tercer pregunta se refiere a la evaluación de las composiciones interfaciales tanto en la fase líquida como en la gaseosa empleando para ello los principios de la transferencia de masa interfacial, expresados en términos de la fuerza impulsora que prevalece en el sistema, y que está en función de los coeficientes individuales de transferencia de masa en ambas fases.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Observando la información proporcionada en el enunciado del problema, se tiene que el 47% de la resistencia total a la transferencia de masa se encuentra en la fase gaseosa y el 53% en la líquida

Sea A= SO<sub>2</sub>    B= Agua    C= Aire



$R_G$ = resistencia a la transferencia de masa en la fase gaseosa

$R_L$ = resistencia a la transferencia de masa en la fase líquida

$R_T$ = resistencia total a la transferencia de masa

Figura 3.15 Equipo para absorción de SO<sub>2</sub>

entonces:

$$R_G = 0.47R_T \quad R_L = 0.53R_T$$

Empleando fracciones mol para la fuerza impulsora, las expresiones que relacionan los coeficientes globales con los individuales son:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \quad \frac{1}{K_x} = \frac{1}{mk_y} + \frac{1}{k_x}$$

de donde, para la primer expresión,  $\frac{1}{k_y}$  representa la resistencia en la fase gaseosa,  $\frac{m}{k_x}$

la resistencia en la fase líquida y  $\frac{1}{K_y}$  la resistencia total medida en base a la fase

gaseosa. Por otra parte, para la segunda expresión,  $\frac{1}{mk_y}$  representa la resistencia en la

fase gaseosa,  $\frac{1}{k_x}$  la resistencia en la fase líquida y  $\frac{1}{K_x}$  la resistencia total medida en

base a la fase líquida.

Asimismo, si se utilizan presiones parciales para la fuerza impulsora en fase gaseosa y mol/volumen para la fase líquida, se tiene

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{m}{k_L} \quad (\text{ec.1})$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{mk_G} + \frac{1}{k_L} \quad (\text{ec.2})$$

donde, para la ec.1,  $\frac{1}{k_G}$  representa la resistencia en la fase gaseosa,  $\frac{m}{k_L}$  la resistencia en la fase líquida y  $\frac{1}{K_G}$  la resistencia total medida en base a la fase gaseosa. Por otra parte, para la ec.2,  $\frac{1}{mk_G}$  representa la resistencia en la fase gaseosa,  $\frac{1}{k_L}$  la resistencia en la fase líquida y  $\frac{1}{K_L}$  la resistencia total medida en base a la fase líquida.

Siendo en todas las anteriores expresiones

$m$  = pendiente de la curva de equilibrio del sistema (obsérvese que éste valor dependerá, en cada caso, de las unidades de concentración que se utilicen para representar tal curva).

Si se emplean éstas últimas dos expresiones (ecs. 1 y 2), entonces:

$$\frac{1}{k_G} = 0.47 \frac{1}{K_G} \quad (\text{ec.3})$$

$$\frac{m}{k_L} = 0.53 \frac{1}{K_G} \quad (\text{ec.4})$$

Siendo necesario seleccionar un sistema de unidades para garantizar una consistencia dimensional en las expresiones, en este caso, se elige el sistema inglés para el manejo de los valores en este problema

Se tiene como dato que  $K_G = 0.055 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \text{atm}}$  por lo que sustituyendo en la ec. 3

$$k_G = \frac{0.055}{0.47} = 0.11702 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \text{atm}} \quad (\text{ec.5})$$

$k_G$	$0.11702 \text{ lbmol}_A / \text{pie}^2 \text{ h atm}$
-------	--

de la ec. 4 es posible obtener  $k_L$  pero se requiere el valor de la pendiente ( $m$ ) de la curva de equilibrio. Para tal fin han de graficarse los datos de equilibrio, no sin antes verificar la consistencia de las unidades a emplear en la gráfica.

Dimensionalmente

$$k_L \left[ \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)} \right] \quad k_G \left[ \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot (\text{atm})} \right]$$

Por lo tanto, han de emplearse atmósferas para la fase gaseosa y  $\text{lbmol}/\text{pie}^3$  para la fase líquida.

Definiendo unidades en términos de concentraciones para la fase líquida

$$\text{sea } a = \frac{\text{kg}_A}{100 \text{kg}_B} \quad \frac{a}{100} = \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \quad (\text{ec.6})$$

fracción peso de  $\text{SO}_2$  ( $x'_A$ )

$$x'_A = \frac{x'_A}{\sum x'_i} = \frac{\frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}}{\frac{\text{kg}_B}{\text{kg}_B} + \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}} = \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_A + \text{kg}_B} = \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}} = \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}} \quad (\text{ec.7})$$

sustituyendo ec. 6 en ec. 7

$$x'_A \left[ \frac{lb_A}{lb} \right] = \frac{\frac{a}{100}}{1 + \frac{a}{100}} = \frac{a}{100 + a} \quad (\text{ec.8})$$

Empleando la densidad  $\rho$  de la solución y el peso molecular del  $\text{SO}_2$

$$c_A \left[ \frac{lbmol_A}{pie^3} \right] = \frac{x'_A \rho}{M_A} = x'_A \frac{lb_A}{lb} \left| \frac{61.8 lb}{pie^3} \right| \left| \frac{1 lbmol_A}{64 lb_A} \right| \quad (\text{ec.9})$$

Retomando el valor de  $a$  junto con expresiones ec. 8 y ec. 9

$$c_A \left[ \frac{lbmol_A}{pie^3} \right] = \frac{\frac{kg_A}{100 kg_B}}{100 + \frac{kg_A}{100 kg_B}} x \frac{61.8}{64} \quad (\text{ec.10})$$

Definiendo unidades en términos de presión (atm) para la fase gaseosa

sea  $pp = mmHg$

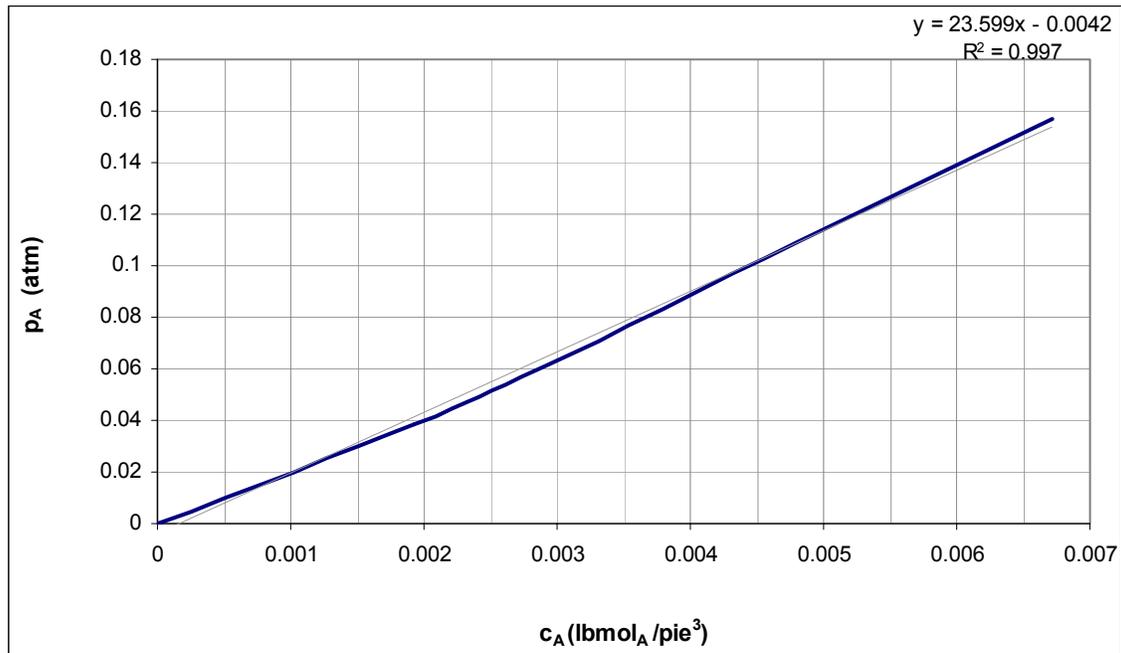
$$mmHg \left| \frac{1 atm}{760 mmHg} \right| [=] atm \quad \rightarrow \quad \bar{p}_A [atm] = \frac{pp}{760} \quad (\text{ec.11})$$

Con las expresiones de las ec. 10 y ec. 11, se realiza el cambio de unidades de los datos de equilibrio proporcionados en el enunciado del problema (tabla 3.4), obteniéndose:

**Tabla 3.5 Distribución al equilibrio de dióxido de azufre (A) en agua (B) y aire (C), a 50°C y 1 atm.**

$c_A (10^3) \left[ \frac{lbmol_A}{pie^3} \right]$	0	1.93	2.89	4.80	6.71
$\bar{p}_A (10^3) [atm]$	0	38.16	60.53	109.21	156.58

Graficando los datos de equilibrio



**Figura 3.16** Estimación de la pendiente promedio de la curva de equilibrio para la distribución de A en B y C, a 50°C y 1 atm.

De la gráfica anterior se puede evaluar una pendiente promedio determinando pendientes en distintas zonas de la curva; o bien, de la regresión lineal obtenida se observa que la curva de equilibrio se asemeja a una recta ( $R^2=0.997$ ) y por tanto, de la ecuación obtenida de la línea de tendencia central ha de tomarse el valor de la pendiente buscada.

$$m = 23.599 \frac{\text{atm}}{\frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3}}$$

de la ec. 4 se evalúa  $k_L$

$$k_L = m \frac{K_G}{0.53} = 23.599 \frac{\text{atm}}{\frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3}} \frac{(0.055) \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \text{atm}}}{0.53} = 2.45 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)}$$

$k_L$	2.45 lbmol <sub>A</sub> / pie <sup>2</sup> h (lbmol/pie <sup>3</sup> )
-------	--

Hasta ahora se ha evaluado  $k_G$  y  $k_L$ ; sin embargo se requiere evaluar  $k_y, k_x$  y  $k_c$ , para los cual se emplearán las relaciones entre los distintos coeficientes. De la tabla 3.1 del Treybal<sup>(19)</sup> se obtienen las siguientes relaciones:

Para la fase gaseosa  $k_G \bar{P}_{B,M} = k_y \frac{\bar{P}_{B,M}}{P_T} = k_c \frac{\bar{P}_{B,M}}{RT}$  (ec.12)

para la fase líquida  $k_L x_{B,M} c = k_x x_{B,M}$  (ec.13)

de la ec.5 y ec. 12

$$k_y = k_G P_T = 0.11702 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \text{atm}} (1 \text{atm}) = 0.11702 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} (\text{fracción}_\text{mol})}$$
 (ec.14)

$k_y$	0.11702 lbmol <sub>A</sub> / pie <sup>2</sup> h (fracción mol)
-------	--

de ec.12 y ec. 5, para  $t = 50^\circ\text{C} = 581.67^\circ\text{R}$

$$k_c = k_G RT = 0.11702 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \cdot \text{atm}} (0.7302) \frac{\text{atm} \cdot \text{pie}^3}{\text{lbmol}^\circ\text{R}} (581.67^\circ\text{R})$$

$$k_c = 49.702 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \text{h} \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)}$$
 (ec 15)

$k_c$	49.702 lbmol <sub>A</sub> / pie <sup>2</sup> h (lbmol/pie <sup>3</sup> )
-------	--

de la ec. 13

$$k_x = k_L c$$
 (ec.16)

La concentración total en la fase líquida será:

$$\bar{c} = \frac{\bar{\rho}_L}{\bar{M}_L} [=] \frac{\frac{\text{lb}}{\text{pie}^3}}{\frac{\text{lb}}{\text{lbmol}}} [=] \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3}$$
 (ec.17)

Evaluación del peso molecular promedio de la solución, recordando que A= SO<sub>2</sub> y B= agua

$$\bar{M}_L = \sum M_i x_i = M_A x_A + M_B x_B \quad (\text{ec.18})$$

Se conoce la composición del SO<sub>2</sub> en el líquido (0.4%). Recordando que para la fase líquida y fase sólida, cuando la concentración se expresa en porcentaje sin indicar en que unidades, deberá entenderse que es % en peso.

$$x_A = \frac{\%A \left( \frac{1}{M_A} \right)}{\%A \left( \frac{1}{M_A} \right) + \%B \left( \frac{1}{M_B} \right)} [=] \frac{\frac{lb_A}{lb} \left( \frac{lbmol_A}{lb_A} \right)}{\frac{lb_A}{lb} \left( \frac{lbmol_A}{lb_A} \right) + \frac{lb_B}{lb} \left( \frac{lbmol_B}{lb_B} \right)} [=] \frac{lbmol_A}{lbmol_A + lbmol_B}$$

sustituyendo la composición en la expresión anterior

$$x_A = \frac{0.004 \left( \frac{1}{64} \right)}{0.004 \left( \frac{1}{64} \right) + (1 - 0.004) \left( \frac{1}{18.02} \right)} = 0.0011295 \quad x_B = 1 - x_A = 0.998705$$

de ec. 18

$$\bar{M}_L = (64)(0.0011295) + (18.02)(0.998705) = 18.069 \frac{lb}{lbmol}$$

de ec. 17

$$\bar{c} = \frac{61.8 \frac{lb}{pie^3}}{18.069 \frac{lb}{lbmol}} = 3.42 \frac{lbmol}{pie^3}$$

de ec. 16 y el valor determinado para  $k_L$

$$k_x = k_L c = 2.45 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 h \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)} \cdot 3.42 \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} = 8.38 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 h (\text{fracción}_\text{mol})} \quad (\text{ec.19})$$

$k_x$	8.37 $\text{lbmol}_A / \text{pie}^2 h$ (fracción mol)
-------	---

Cálculo del coeficiente global basado en las concentraciones del líquido en función de moles/vol.

A partir de la relación entre coeficientes individuales y globales, se tiene

$$\frac{1}{K_L} = \frac{1}{mk_G} + \frac{1}{k_L} = \frac{1}{23.599(0.11702)} + \frac{1}{2.45} \rightarrow K_L = 1.2986 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^2 \cdot h \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)} \quad (\text{ec.20})$$

$$\frac{1}{K_L} [=] \frac{\frac{\text{atm}}{\text{lbmol}} \left( \frac{1}{\text{pie}^2 h \cdot \text{atm}} \right)}{\text{pie}^3} + \frac{1}{\text{pie}^2 h \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)} [=] \frac{\text{pie}^2 h \left( \frac{\text{lbmol}}{\text{pie}^3} \right)}{\text{lbmol}}$$

$K_L$	1.2986 $\text{lbmol}_A / \text{pie}^2 h$ ( $\text{lbmol} / \text{pie}^3$ )
-------	--

Finalmente, se estimarán las composiciones interfaciales. Las composiciones en el seno de las fases son:

0.4% peso  $\text{SO}_2$  en el líquido

10 % volumen  $\text{SO}_2$  en el gas

Transformando a las unidades que se están empleando:

$$c_A = 0.004 \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}} \left\| \frac{1 \text{ lbmol}_A}{64 \text{ lb}_A} \right\| \left\| \frac{61.8 \text{ lb}}{\text{pie}^3} \right\| = 0.003862 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^3}$$

para los gases %volumen = % presión, por lo que:  $\bar{p}_A = 0.1(P) = 0.1(1atm) = 0.1atm$

La forma general de la línea de fuerzas impulsoras, en función de las unidades de concentración que se están manejando, es:

$$-\frac{k_L}{k_G} = \frac{\bar{p}_A - \bar{p}_{A,i}}{c_A - c_{A,i}} \quad (\text{ec.21})$$

sustituyendo los valores de los coeficientes conocidos en la anterior ecuación (ec.21), así como los datos de concentraciones del enunciado del problema, se obtiene:

$$-\frac{2.45}{0.11702} = -20.9366 = \frac{0.1 - \bar{p}_{A,i}}{0.003862 - c_{A,i}} \quad (\text{ec.22})$$

De la gráfica de la curva de equilibrio se obtendrán las concentraciones interfaciales.

Obsérvese que ésta ecuación de la línea de fuerzas impulsoras es una recta de pendiente  $-\frac{k_L}{k_G} = -20.9366$ , que parte del punto  $(c_A, \bar{p}_A)$  y llega al punto  $(c_{A,i}, \bar{p}_{A,i})$  que corresponde a las concentraciones interfaciales que se encuentran sobre la curva de equilibrio.

Puede facilitarse el trazo de la línea recta ubicando el punto (0.003862, 0.1) y, dando cualquier valor a  $\bar{p}_{A,i}$  en la ec.22, se obtendrá un valor para  $c_{A,i}$  que satisfará la ecuación. Luego, ubicando éste segundo punto, con una regla se traza la recta entre esos dos puntos. Cuando tal recta cruce, o al prolongarla toque a la curva de equilibrio, se determinará en ella un punto cuyas coordenadas serán las concentraciones interfaciales buscadas. Entonces, suponiendo  $\bar{p}_{A,i} = 0.08$  de la ec. 22 se tiene que  $c_{A,i} = 0.0048$ , ubicando este último punto (0.0048, 0.08) se traza la recta entre éste y el punto de las concentraciones en el seno de las fases (0.003862, 0.1), tal y como lo muestra las figuras 3.17 a 3.19.

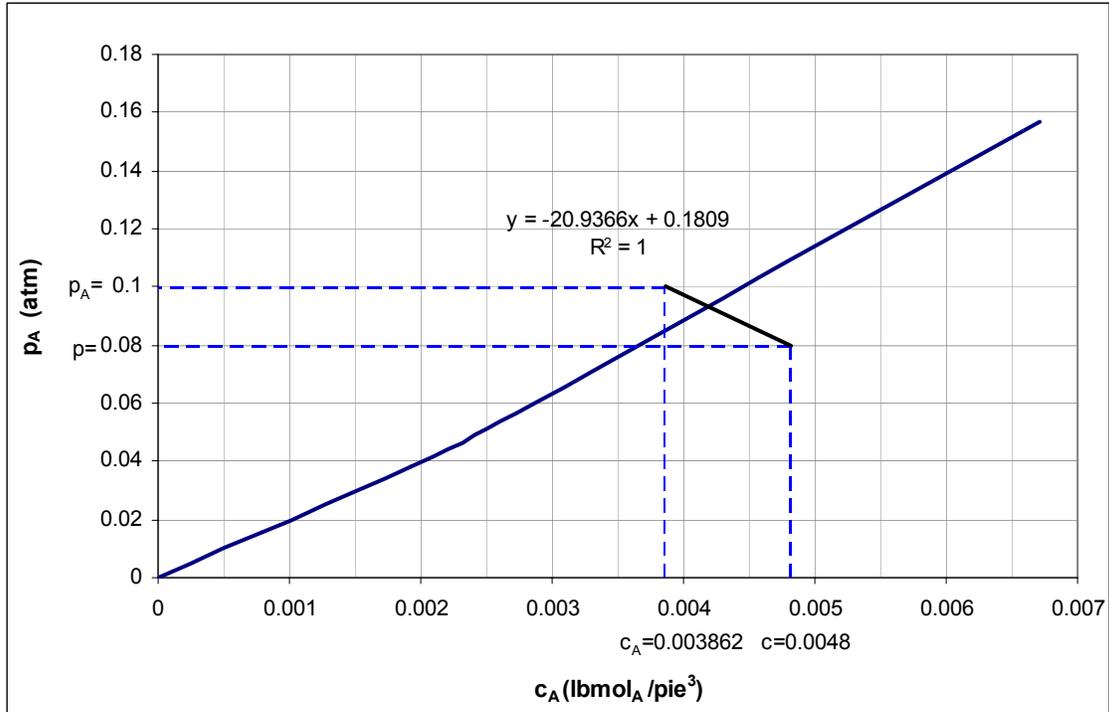


Figura 3.17 Trazo de la línea de fuerzas impulsoras, a 50°C y 1 atm, en base a una pendiente conocida.

Teniendo únicamente sentido físico el intervalo comprendido entre las coordenadas (0.003862,0.1) y la curva de equilibrio

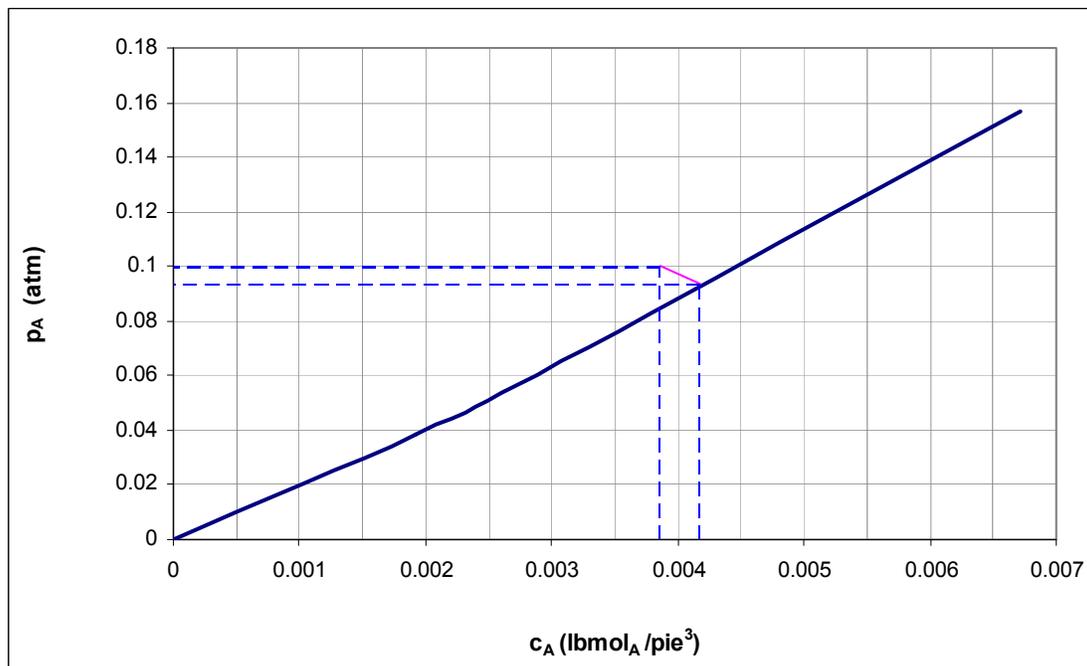


Figura 3.18 Condición límite de la línea de fuerzas impulsoras, a 50°C y 1 atm.

Ampliando la sección de interés en la gráfica anterior, a fin de visualizar los valores de las concentraciones interfaciales, se tiene:

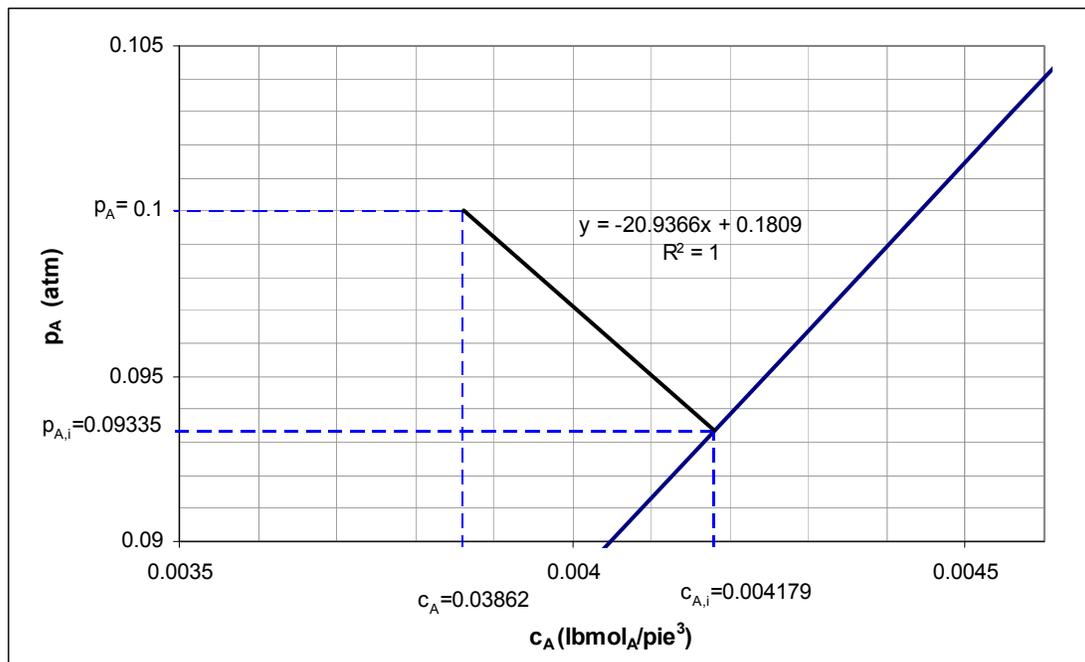


Figura 3.19 Ampliación de la figura 3.18. Línea de fuerzas impulsoras, a 50°C y 1 atm.

En la gráfica de la figura 3.19, se observa que el punto de cruce de la recta trazada con la curva de equilibrio es (0.004179,0.09335)

$$c_{A,i} = 0.004179 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{pie}^3} \quad \bar{p}_{A,i} = 0.09335 \text{ atm}$$

$\bar{p}_{A,i}$	0.09335 atm
-----------------	-------------

$c_{A,i}$	0.004179 lbmol/ pie <sup>3</sup>
-----------	----------------------------------

❖ **PROBLEMA 3.6****ENUNCIADO:**

La adsorción en el equilibrio de vapor de benceno sobre cierto carbón activado a 33.3°C se ha informado como:

**Tabla 3.6 Distribución al equilibrio de benceno en nitrógeno y carbón activado, a 33.3°C y 1 atm.**

cm <sup>3</sup> adsorbidos de vapor de benceno (medidos a 0°C, 1 atm)/ g de carbón libre	15	25	40	50	65	80	90	100
Presión parcial del benceno mm Hg	0.0010	0.0045	0.0251	0.115	0.251	1.00	2.81	7.82

- a) Se desea remover el 95% del benceno contenido en una mezcla benceno-nitrógeno que contiene 1% de benceno en volumen, haciendo pasar 100 pies<sup>3</sup>/min de esta mezcla a contracorriente con carbón activado. El carbón entra con un contenido inicial de 15 cm<sup>3</sup> de vapor de benceno (a condiciones estándar) / g de carbón activado libre. La temperatura y la presión de operación se mantendrán en 33.3°C y 1 atm, respectivamente. El nitrógeno no se adsorbe. Determinar la mínima cantidad de carbón que puede utilizarse en función del tiempo y cual sería la concentración del benceno adsorbido sobre el carbón saliente si se emplea el doble de la cantidad mínima de este.
- b) Repetir a) considerando que el proceso se efectúa con las corrientes en paralelo.
- c) Se va a realizar una desorción de carbón activado sobre el cual se han adsorbido 100 cm<sup>3</sup> (a condiciones estándar) de vapor de benceno / g de carbón libre. La corriente de carbón a la entrada es de 100 lb/h y se pretende disminuir la concentración del benceno en el carbón hasta 55 cm<sup>3</sup> (a condiciones estándar) / g de carbón libre. Para ello se utilizará, a contracorriente, nitrógeno puro, a 1 atm. La temperatura se mantiene a 33.33°C. ¿Cuál es el flujo mínimo de nitrógeno que se requeriría?; si se usa el doble del flujo mínimo de nitrógeno ¿cuál será el contenido de benceno en el gas saliente? ¿Cuál será el número de etapas teóricas para el proceso?

## ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

La adsorción es una operación de separación que involucra una fase sólida que se pone en contacto íntimo con una fase líquida o con una fase gaseosa. Se basa en la capacidad particular de ciertos sólidos para retener sobre su superficie sustancias específicas de tales soluciones líquidas o gaseosas (en forma de sólidos porosos, tales materiales presentan grandes superficies activas).

Se conocen dos tipos del fenómeno de adsorción: física y química. La adsorción física o de "Van der Waals", fácilmente reversible, es el resultado de las fuerzas intermoleculares de atracción entre las moléculas del sólido y la sustancia adsorbida.

La adsorción química o quimisorción o adsorción activada es el resultado de la interacción química entre el sólido y la sustancia adsorbida. La fuerza de la unión química de adhesión es generalmente mayor que la observada en la adsorción física. El proceso generalmente es irreversible y puede que no se formen compuestos químicos en el sentido usual. El calor liberado es parecido al de una reacción química pero menor que el producido en la adsorción física.

Para las circunstancias del presente problema, evidentemente se trata de un proceso de adsorción física y posteriormente una desorción física. Para las dos primeras preguntas, se tiene la separación selectiva del benceno en fase gaseosa, que se transfiere de su solución con el nitrógeno hacia la superficie de cierto carbón activado sólido.

En la tercera pregunta, la operación de separación es una desorción física (contraria a la adsorción física) cuando el benceno retenido por el carbón activado es transferido al seno de una corriente de nitrógeno gaseoso. En ambos casos, se considera que el nitrógeno no es adsorbible sobre ese carbón activado, tampoco el carbón sólido se transfiere hacia la fase gaseosa. En concreto, únicamente el benceno es la sustancia transferible.

Así pues, es muy conveniente desarrollar los balances de materia en base a los flujos de los "no transferibles" en ambas fases; además tales balances deberán realizarse en masa y no en moles debido a que se desconoce el peso molecular del carbón activado libre, en este problema. Como consecuencia de lo anterior, las ecuaciones de las líneas operantes representarán líneas rectas en diagramas de equilibrio empleando concentraciones definidas como relaciones másicas.

La primera pregunta establece que el adsorbedor se encuentra operando los flujos de alimentación a contracorriente, es decir, por un extremo del equipo se alimenta una

mezcla gaseosa de benceno-nitrógeno y por el otro extremo se hace circular el carbón activado que ya contiene cierta cantidad de benceno por lo que la cantidad de benceno en el carbón al final del proceso resultará la suma de la cantidad inicial del mismo al entrar al equipo más la cantidad adsorbida durante el proceso. Ahora bien, la mínima cantidad de carbón que se puede utilizar en función del tiempo será aquella que permita una transferencia de masa suficiente para despojar a la mezcla gaseosa del 95% de su contenido inicial de benceno, estando esta cantidad relacionada con la máxima cantidad de benceno que es capaz de adsorber el carbón y por tanto con la curva de equilibrio el sistema que describa la transferencia de masa entre ambas fases. Al establecer la relación mínima, se debe tener en cuenta que ésta se presenta en aquél punto en el cual la fuerza impulsora tiende a cero lo que representa una línea operante cercana a la curva de equilibrio; es decir, la línea operante que toque en cualquier punto a la curva de equilibrio representa una relación mínima de sólido a gas.

Una vez evaluada la mínima cantidad de carbón necesaria para la transferencia de masa, se ha de duplicar esta cantidad a fin de estimar la concentración con la cual saldría el carbón bajo las mismas condiciones de operación.

La segunda pregunta se refiere a requerimientos análogos a los de la primera, con la variante de que en este caso se contempla que el adsorbedor se encuentra operando los flujos de alimentación en paralelo. Ambos flujos se alimentan por el mismo extremo del adsorbedor.

La tercera pregunta se refiere a la operación contraria a la adsorción: la desorción. En este caso a una corriente de carbón con cierta cantidad de benceno adsorbido se le ha de despojar del mismo al ponerlo en contacto con una corriente de nitrógeno puro. Se conoce el flujo de carbón con benceno entrante, sin embargo no se conoce el flujo de nitrógeno que se requiere para disminuir su contenido hasta  $55 \text{ cm}^3$  de benceno (condiciones estándar)/ g de carbón libre. Asimismo se solicita el contenido en benceno del gas saliente (mezcla nitrógeno-benceno) al emplear el doble de la cantidad mínima.

Finalmente, la tercer pregunta también se refiere a la estimación del número de etapas teóricas necesarias que requiere el proceso de desorción, al emplear el doble del flujo mínimo de nitrógeno necesario para la transferencia. Para ello se empleará el método gráfico de McCabe-Thiele.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Sea A= benceno B= nitrógeno C= carbón activado libre de benceno

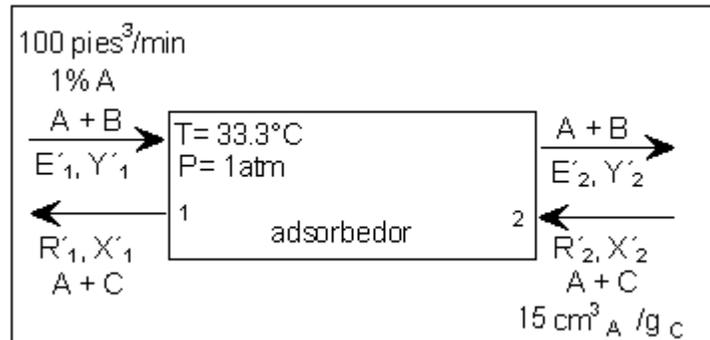


Figura 3.20 Proceso de adsorción de benceno con flujos a contracorriente.

$E'$  = corriente de mezcla gaseosa benceno-nitrógeno, lb/min

$R'$  = corriente de carbón activado con benceno adsorbido, lb/min

$E'_s$  = flujo másico de la corriente gaseosa libre de benceno = lb<sub>B</sub>/min

$R'_s$  = flujo másico de la corriente de carbón activado libre de benceno = lb<sub>C</sub>/min

Relaciones másicas

$$Y' = \frac{lb_A}{lb_B} \text{ en fase gaseosa} \quad X' = \frac{lb_A}{lb_C} \text{ en fase sólida}$$

$$R' = R'_s(1 + X') \quad E' = E'_s(1 + Y')$$

Balance de materia en base a los componentes no transferibles de cada corriente

$$E'_s Y'_1 + R'_s X'_2 = E'_s Y'_2 + R'_s X'_1 \quad (\text{ec.1})$$

$$\left(\frac{lb_B}{\text{min}}\right)\left(\frac{lb_A}{lb_B}\right) + \left(\frac{lb_C}{\text{min}}\right)\left(\frac{lb_A}{lb_C}\right) = \left(\frac{lb_B}{\text{min}}\right)\left(\frac{lb_A}{lb_B}\right) + \left(\frac{lb_C}{\text{min}}\right)\left(\frac{lb_A}{lb_C}\right) = \frac{lb_A}{\text{min}}$$

de la ec. 1

$$E'_s (Y'_1 - Y'_2) = R'_s (X'_1 - X'_2) \quad \rightarrow \quad \frac{R'_s}{E'_s} = \frac{(Y'_1 - Y'_2)}{(X'_1 - X'_2)} \quad (\text{ec.2})$$

Recuérdese que la forma de la ecuación de la línea operante debe contener las concentraciones del transferible en las fases que coexisten en contacto íntimo en un punto dado del equipo, de manera que tales concentraciones sean las coordenadas de un punto sobre el diagrama de equilibrio y que entonces representen físicamente lo que realmente sucede.

En éste caso se observa que la ecuación (ec.2) representa una línea recta con pendiente positiva ( $R'_s/E'_s$ ) que es característica de los procesos en contracorriente.

Composición inicial de la mezcla gaseosa: 1% volumen de benceno a una rapidez de 100 pies<sup>3</sup>/min. Entonces, 99 pies<sup>3</sup>/min son nitrógeno (B) y 1 pie<sup>3</sup>/min es benceno (A); la cantidad de nitrógeno expresada en moles resulta:

$$n_B = \frac{PV}{RT} = \frac{1 \text{ atm} \left( 99 \frac{\text{pies}^3}{\text{min}} \right)}{0.7302 \frac{\text{atm} \cdot \text{pie}^3}{\text{lbmol}^\circ R} (551.61^\circ R)} = 0.2458 \frac{\text{lbmol}_B}{\text{min}}$$

por lo que la corriente gaseosa libre de benceno es:

$$E'_s = 0.2458 \frac{\text{lbmol}_B}{\text{min}} \left| \frac{28 \text{ lb}_B}{1 \text{ lbmol}_B} \right| = 6.88 \frac{\text{lb}_B}{\text{min}}$$

Debido a que para gases %volumen=%mol, las composiciones de esta corriente resultan

$$Y'_1 = \frac{1 \text{ mol}_A}{99 \text{ mol}_B} \left| \frac{1 \text{ lbmol}_B}{28 \text{ lb}_B} \right| \left| \frac{78 \text{ lb}_A}{1 \text{ lbmol}_A} \right| = 2.8138 (10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B}$$

Dado que se requiere remover el 95% del benceno entrante, en la fase gaseosa a la salida quedará el 5% restante. Entonces:

$$Y'_2 = 0.05 Y'_1 = (0.05) 2.8138 (10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B} = 1.407 (10^{-3}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B}$$

Para el carbón entrante que contiene 15 cm<sup>3</sup><sub>A</sub> (condiciones estándar)/ g<sub>C</sub>, empleando el sistema internacional de unidades y la ley general de los gases:

Benceno adsorbido (A)=

$$\frac{PV}{RT} = \frac{\frac{15\text{cm}^3_A}{\text{g}_C} \left| \frac{1\text{m}^3}{1(10^6)\text{cm}^3} \right| 101325\text{Pa}}{8314 \frac{\text{m}^3\text{Pa}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} (273.15\text{K}) \left| \frac{1\text{kmol}}{1(10^3)\text{mol}} \right|} = 6.6923(10^{-4}) \frac{\text{mol}_A}{\text{g}_C} \left| \frac{78\text{g}_A}{1\text{mol}_A} \right| = 5.22(10^{-2}) \frac{\text{g}_A}{\text{g}_C}$$

por lo tanto

$$X'_2 = 5.22(10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_C}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la ec. 1

$$\frac{R'_S}{6.88 \frac{\text{lb}_B}{\text{min}}} = \frac{\left( 2.8138(10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B} \right)}{\left( X'_1 - 5.22(10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_C} \right)} \quad (\text{ec.3})$$

En esta expresión, minimizar  $R'_S$  es estimar la mínima cantidad de carbón activado libre que se requiere en el proceso. Es decir que se obtendrá  $R'_{2,Min}$ , lo que se pregunta, con la expresión  $R'_{2,Min} = R'_{S,Min} (1 + X'_2)$ .

Cuando  $R'_S$  sea mínima, la pendiente de la línea operante será mínima. Esto se podrá determinar con la ayuda de la expresión gráfica de la curva de equilibrio para el sistema en cuestión.

Como se recordará, la curva de equilibrio representa las condiciones de las concentraciones del transferible en la interfase; es este caso, la máxima cantidad de benceno que este carbón puede adsorber, a la presión y temperatura especificadas. La línea operante de pendiente mínima implica, por lo tanto, que  $X'$ , se haga máxima.

Curva de equilibrio

Los datos de equilibrio proporcionados deben expresarse en las unidades de concentración de benceno en ambas fases que fueron seleccionadas por conveniencia, es decir,  $X'$  y  $Y'$ .

Para el benceno contenido en el carbón activado se requiere cambiar de

$$\frac{cm^3_A}{g_C} \rightarrow X' \left[ \frac{lb_A}{lb_C} \right]$$

$$n_A = \frac{PV}{RT} = \frac{1atm \left( \frac{cm^3_A}{g_C} \right)}{82.057 \frac{atm \cdot cm^3}{mol \cdot K} (273.15K)} \left[ = \right] \frac{mol_A}{g_C} \left| \frac{lbmol_A}{lb_C} \right| \left| \frac{78lb_A}{1lbmol_A} \right| = \frac{lb_A}{lb_C}$$

Por lo que

$$X' = \frac{\frac{cm^3_A}{g_C} (78)}{82.057(273.15)} = \frac{lb_A}{lb_C} \quad (ec.4)$$

para el benceno contenido en la corriente gaseosa se requiere cambiar de

$$\bar{p}_A [mmHg] \rightarrow Y' \left[ \frac{lb_A}{lb_B} \right]$$

$$Y = \frac{\bar{p}_A}{\bar{p}_B} = \frac{\bar{p}_A}{P - \bar{p}_A} \left[ = \right] \frac{mmHg_A}{mmHg_B} \left[ = \right] \frac{lbmol_A}{lbmol_B} \quad \rightarrow \quad Y' = \frac{lbmol_A}{lbmol_B} \left| \frac{78lb_A}{1lbmol_A} \right| \left| \frac{1lbmol_B}{28lb_B} \right| = \frac{lb_A}{lb_B}$$

$$Y' = \frac{mmHg_A}{760 - mmHg_A} \cdot \frac{78}{28} \left[ = \right] \frac{lb_A}{lb_B} \quad (ec.5)$$

Con las ecs. 4 y 5 se realizan los cambios pertinentes en los datos de equilibrio proporcionados en el enunciado (tabla 3.6), obteniendo la siguiente tabla

**Tabla 3.7 Distribución al equilibrio de A en B y C, a 33.3°C y 1 atm.**

$X'(10^2) = \frac{lbmol_A}{lbmol_C}$	0	5.20	8.70	13.92	17.40	22.62	27.84	31.32	34.80
$Y'(10^5) = \frac{lbmol_A}{lbmol_B}$	0	0.37	1.65	9.20	42.16	92.03	367.02	1033.80	2896.15

Con estos datos se gráfica la curva de equilibrio del sistema y se ubican las coordenadas conocidas de acuerdo a la ec. 3 (Veáse figura 3.21)

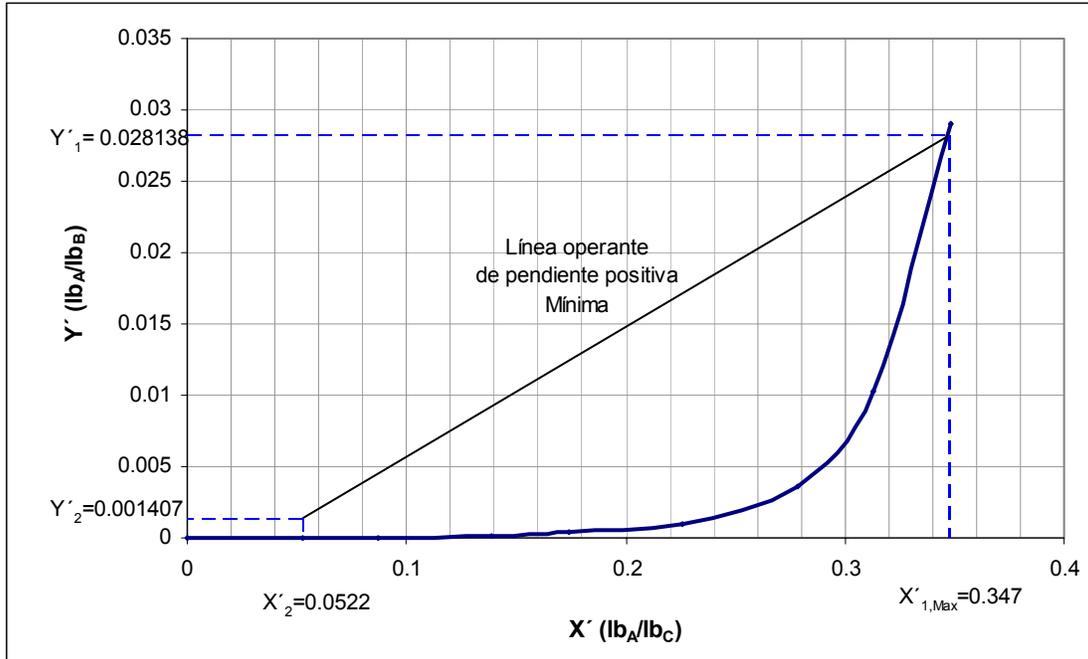


Figura 3.21 Distribución al equilibrio de A en B y C, a 33.3°C y 1 atm. Estimación de  $X'_{1, \text{Máx}}$ .

Como ya se comentó con anterioridad, el valor máximo para  $X'_1$  corresponde al punto en donde la curva de equilibrio tiene una ordenada  $Y'_1$

De la figura 3.21 se observa que  $X'_{1, \text{Máx}} = 0.347 \frac{\text{lbmol}_A}{\text{bmol}_C}$

Ahora resulta posible conocer la mínima cantidad de flujo másico de carbono requerido para la operación de adsorción. En la ec. 3 :

$$\frac{R'_{S, \text{Min}}}{6.88 \frac{\text{lb}_B}{\text{min}}} = \frac{\left( 2.8138(10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_B} \right)}{\left( X'_{1, \text{Máx}} - 5.22(10^{-2}) \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_C} \right)} = \frac{2.8132(10^{-2}) - 1.407(10^{-3})}{0.347 - 5.22(10^{-2})}$$

$$R'_{S, \text{Min}} = 0.624 \frac{\text{lb}_C}{\text{min}} \quad (\text{ec. 6})$$

$R'_{S, \text{Min}}$	0.624 lb <sub>C</sub> / min
----------------------	-----------------------------

$$R'_{2, \text{Min}} = R'_{S, \text{Min}} (1 + X'_2) = 0.624 \frac{\text{lb}_C}{\text{min}} \left( 1 \frac{\text{lb}_C}{\text{lb}_C} + 0.0522 \frac{\text{lb}_A}{\text{lb}_C} \right) = 0.656 \frac{\text{lb}}{\text{min}}$$

$R'_{2, \text{Min}}$	0.656 lb / min
----------------------	----------------

Ahora bien, si se emplea el doble de esta cantidad

$$R'_{S,op} = 2R'_{S,Min} = 2(0.624) \frac{lb_C}{min} = 1.248 \frac{lb_C}{min} \quad (ec.7)$$

Por lo que la línea operante en este caso estará definida por

$$\frac{1.248 \frac{lb_C}{min}}{6.88 \frac{lb_B}{min}} = \frac{\left( 2.8138(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B} \right)}{\left( X'_1 - 5.22(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_C} \right)} \quad (ec. 8)$$

de donde

$$X'_1 = 0.199 \frac{lb_A}{lb_C}$$

$X'_1$	$0.199 lb_A / lb_C$
--------	---------------------

Atendiendo al segundo cuestionamiento del problema, se considerará la misma operación de adsorción estudiada hasta aquí, pero en arreglo de flujos en paralelo

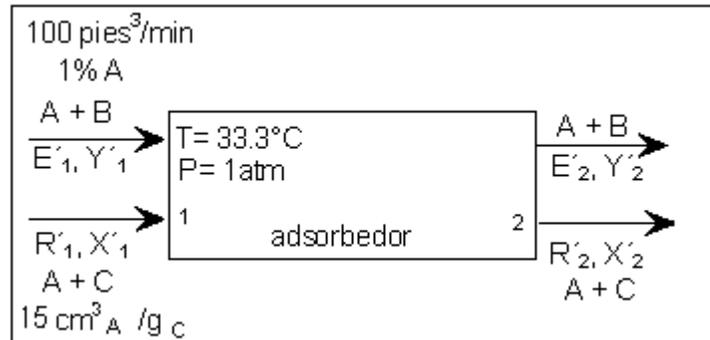


Figura 3.22 Proceso de adsorción de benceno con flujos en paralelo.

Balance de materia en base a los componentes no transferibles de cada corriente

$$E'_s Y'_1 + R'_1 X'_1 = E'_s Y'_2 + R'_s X'_2 \quad (ec. 9)$$

$$E'_s (Y'_1 - Y'_2) = R'_s (X'_2 - X'_1) \quad \rightarrow \quad - \frac{R'_s}{E'_s} = \frac{(Y'_1 - Y'_2)}{(X'_1 - X'_2)} \quad (ec. 10)$$

Debido a que los datos del problema son independientes del arreglo empleado, se tiene de la ec. 2

$$E'_S = 6.88 \frac{lb_B}{min} \quad Y'_1 = 2.8138(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} \quad Y'_2 = 1.407(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B}$$

Nótese que la corriente R' ahora fluye en paralelo a la E', por lo que:

$$X'_1 = 5.22(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_C}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la ec. 10

$$-\frac{R'_{S,Min}}{6.88 \frac{lb_B}{min}} = \frac{\left(2.8138(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B}\right)}{\left(5.22(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_C} - X'_{2,Máx}\right)} \quad (\text{ec. 11})$$

Ahora se tiene una línea operante recta con pendiente negativa que deberá minimizarse. Lo anterior, dará como consecuencia, un valor máximo para  $X'_2$ .

El procedimiento, como antes, requiere del apoyo de la curva de equilibrio del sistema. En la gráfica correspondiente, se ubican los valores de las concentraciones conocidas en la ec. 11

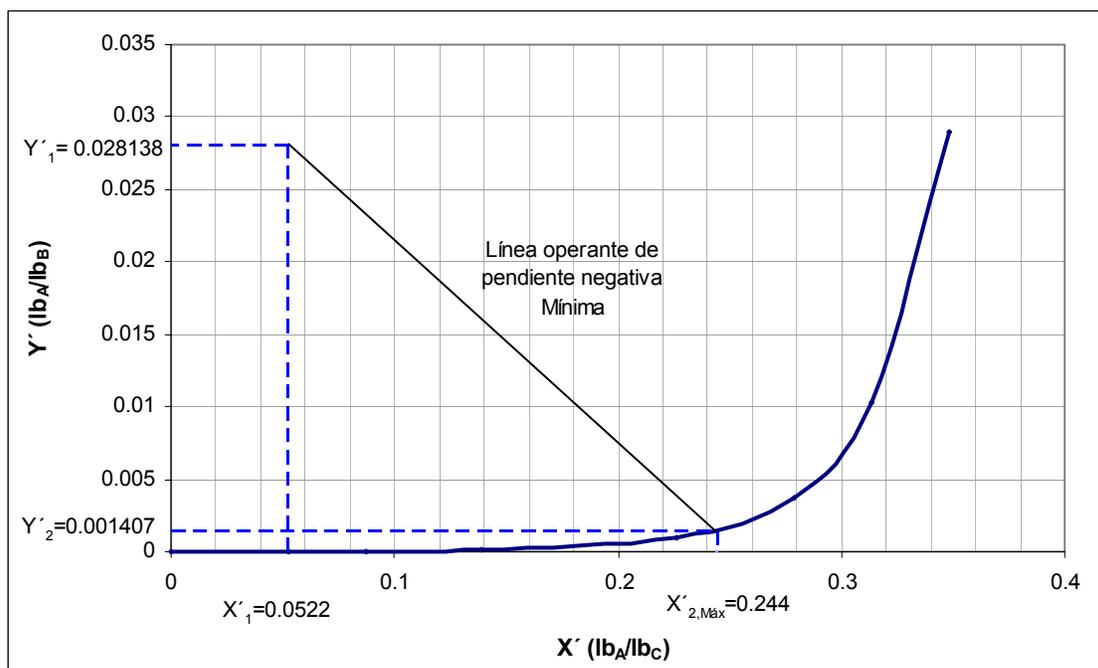


Figura 3.23 Distribución al equilibrio de A en B y C, a 33.3°C y 1 atm. Estimación de  $X'_{2,Máx}$ .

de la figura 3.23 se obtiene:  $X'_{2,Máx} = 0.244 \frac{lb_A}{lb_C}$

sustituyendo el valor encontrado en la ec.11

$$-\frac{R'_{S,Min}}{6.88 \frac{lb_B}{min}} = \frac{\left(2.8138(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B}\right)}{\left(5.22(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_C} - 0.244 \frac{lb_A}{lb_C}\right)} \rightarrow R'_{S,Min} = 0.959 \frac{lb_C}{min} \quad (\text{ec.12})$$

$R'_{S,Min}$	0.959 lb <sub>C</sub> / min
--------------	-----------------------------

$$R'_{1,Min} = R'_{S,Min} (1 + X'_1) = 0.959 \frac{lb_C}{min} \left(1 \frac{lb_C}{lb_C} + 0.0522 \frac{lb_A}{lb_C}\right) = 1.01 \frac{lb}{min}$$

$R'_{1,Min}$	1.01 lb / min
--------------	---------------

Ahora bien, si se emplea el doble de esta cantidad

$$R'_{S,op} = 2R'_{S,Min} = 2(0.959) \frac{lb_C}{min} = 1.918 \frac{lb_C}{min} \quad (\text{ec.13})$$

Por lo que la línea operante en este caso estará definida por

$$-\frac{1.918 \frac{lb_C}{min}}{6.88 \frac{lb_B}{min}} = \frac{\left(2.8138(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_B} - 1.407(10^{-3}) \frac{lb_A}{lb_B}\right)}{\left(5.22(10^{-2}) \frac{lb_A}{lb_C} - X'_2\right)} \quad (\text{ec.14})$$

de donde

$$X'_2 = 0.148 \frac{lb_A}{lb_C}$$

$X'_2$	0.148 lb <sub>A</sub> / lb <sub>C</sub>
--------	---

Finalmente la tercera pregunta se refiere a un proceso de desorción de benceno desde el carbón activado hacia el nitrógeno, con flujo a contracorriente:

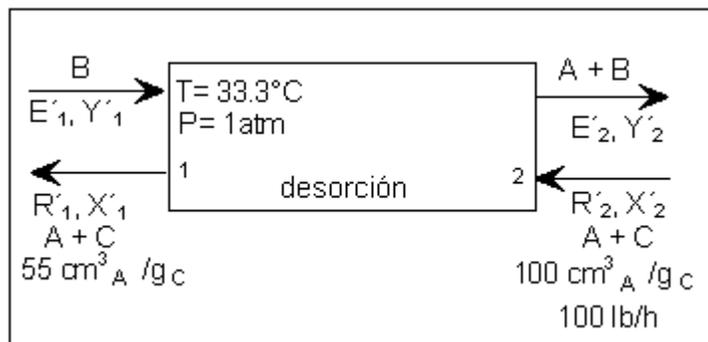


Figura 3.24 Proceso de desorción de benceno con flujos a contracorriente

Balance de materia en base a los componentes no transferibles de cada corriente

$$E'_s Y'_1 + R'_s X'_2 = E'_s Y'_2 + R'_s X'_1 \quad (\text{ec. 15})$$

$$\frac{R'_s}{E'_s} = \frac{Y'_2 - Y'_1}{(X'_2 - X'_1)} \quad (\text{ec. 16})$$

$$Y'_1 = 0 \frac{lb_A}{lb_B} \quad \text{por tratarse de nitrógeno puro, libre de benceno}$$

de los datos del problema se conocen las concentraciones de entrada y salida para la corriente R', en base a la ec. 4 se obtiene

$$X'_1 = \frac{55 \frac{cm^3_A}{g_C} (78)}{82.057(273.15)} = 0.1914 \frac{lb_A}{lb_C} \quad X'_2 = \frac{100 \frac{cm^3_A}{g_C} (78)}{82.057(273.15)} = 0.348 \frac{lb_A}{lb_C}$$

Además se tiene la relación

$$R' = R'_s (1 + X') \left[ \frac{lb_C}{\min} \left( \frac{lb_C}{lb_C} + \frac{lb_A}{lb_C} \right) = \frac{lb_C + lb_A}{\min} = \frac{lb}{\min} \right]$$

$$R'_2 = R'_s (1 + 0.348) \left[ \frac{lb}{\min} \right], \quad \text{siendo } R'_2 = 100 \frac{lb}{h} \quad \rightarrow \quad R'_s = \frac{100}{(1 + 0.348)} = 74.184 \frac{lb_C}{h}$$

sustituyendo los valores conocidos en ec. 16

$$\frac{74.184 \frac{lb_C}{h}}{E'_{S,Min}} = \frac{(Y'_{2,Máx} - 0) \frac{lb_A}{lb_B}}{(0.348 - 0.1914) \frac{lb_A}{lb_C}} \quad (\text{ec.17})$$

Nuevamente, se tiene la ecuación de una línea recta para la línea operante en la que, ahora al maximizar la pendiente, se logrará tener el valor de  $E'_S$  mínimo. En la gráfica de la curva de equilibrio se ubica el punto cuyas coordenadas son las concentraciones de las corrientes en el extremo 1 del equipo ( $X'_1, Y'_1$ ) y la abscisa  $X'_2$ .

Recuérdese que la línea operante de un proceso estará ubicada en la zona entre la curva de equilibrio y el eje de las concentraciones de la fase desde donde se origina la transferencia. Una línea operante no debe cruzar la curva de equilibrio; es decir, que no tiene sentido que un componente se transfiera de una fase a otra y luego lo haga en sentido contrario.

Entonces, en la situación presente, la línea operante de pendiente máxima es aquella que sólo toca a la curva de equilibrio en un punto de tangencia. Aquí es donde justamente el número de etapas teóricas se hace infinito, esto es, el equipo sería de tamaño infinito. Esta línea tangente, al prolongarla hasta la abscisa en  $X'_2$ , determina un punto cuya  $Y'_2$  será la máxima posible.

Así pues, en base a la ec. 17 se localiza en la curva de equilibrio el punto en el cual  $Y'_2$  se maximiza. (Veáse figura 3.25)

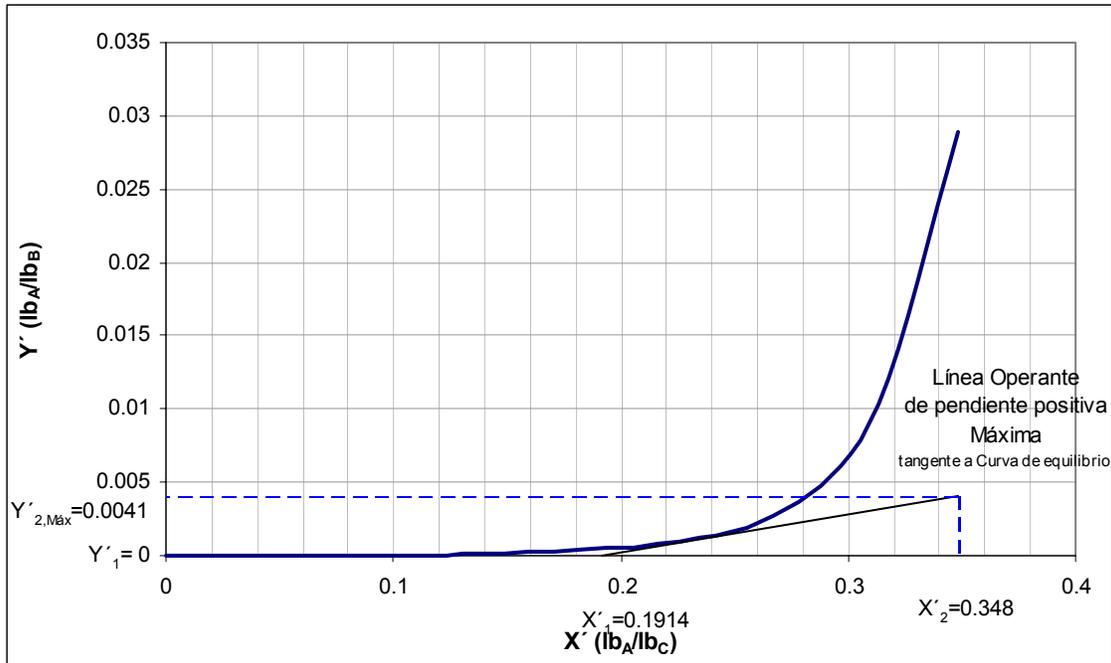


Figura 3.25 Distribución al equilibrio de A en B y C, a 33.3°C y 1 atm. Estimación de  $Y'_{2,Máx}$ .

de la figura 3.25 se observa que  $Y'_{2,Máx} = 0.0041 \frac{lb_A}{lb_B}$

En la ec. 17

$$E'_{S,Min} = \frac{74.184 \frac{lb_C}{h} (0.348 - 0.1914) \frac{lb_A}{lb_C}}{(0.0041 - 0) \frac{lb_A}{lb_B}} = 2833.47 \frac{lb_B}{h}$$

$E'_{S,Min}$	2833.47 lb <sub>B</sub> / h
--------------	-----------------------------

Empleando el doble de la cantidad mínima de nitrógeno entrante ( $2E'_{S,Min}$ ) se puede estimar la composición a la salida  $Y'_2$  (contenido de benceno del gas)

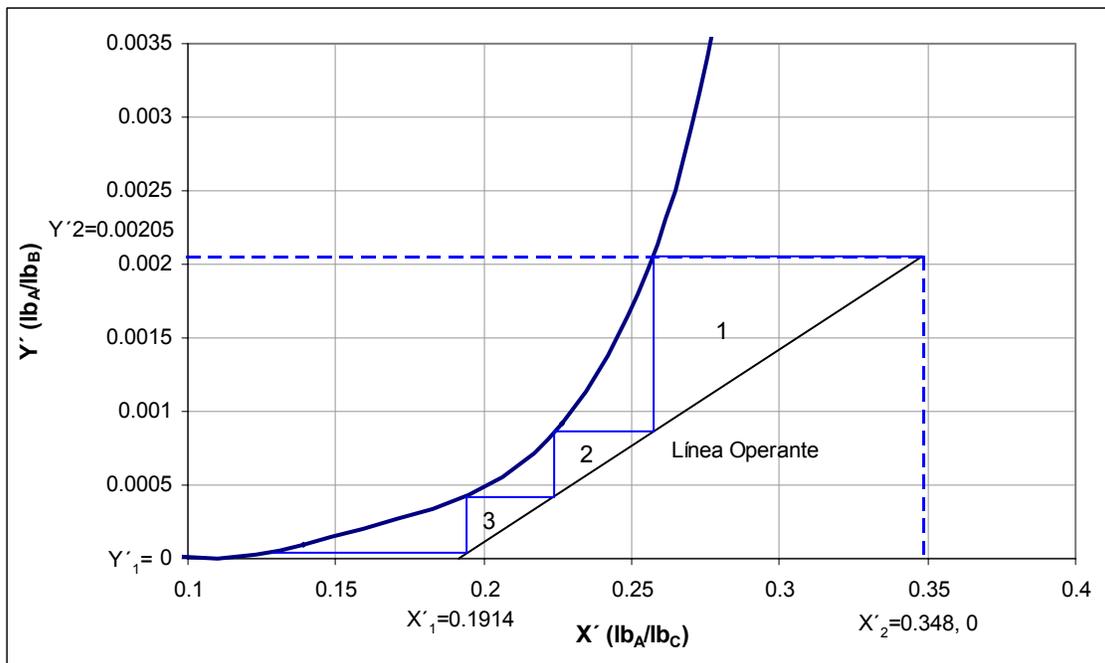
$$Y'_2 = \frac{74.184 \frac{lb_C}{h} (0.348 - 0.1914) \frac{lb_A}{lb_C}}{2(2833.47) \frac{lb_B}{h}} = 0.00205 \frac{lb_A}{lb_B}$$

$Y'_2$	0.00205 lb <sub>A</sub> / lb <sub>B</sub>
--------	---

Siendo definida la línea operante del sistema por la expresión:

$$\frac{74.184 \frac{lb_C}{h}}{5666.94 \frac{lb_B}{h}} = \frac{(0.00205 - 0) \frac{lb_A}{lb_B}}{(0.348 - 0.1914) \frac{lb_A}{lb_C}} \quad (\text{ec.18})$$

Para evaluar el número de etapas teóricas o ideales empleando el método gráfico de McCabe-Thiele, se debe trazar la línea operante real del sistema (ec.18) y luego realizar el trazo de las etapas. Esto se presenta en la siguiente gráfica en donde se hace un acercamiento del área a analizar



**Figura 3.26** Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el equipo de desorción mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 33.3°C y 1 atm.

de la figura 3.26, se obtiene  $N_p = 3.04$  etapas

$N_p$	3.04 etapas teóricas o ideales o de equilibrio
-------	--

### ❖ PROBLEMA 3.7

#### ENUNCIADO:

Se va a desorber propano de un aceite no volátil mediante vapor de agua en una torre trabajando a contracorriente, 4 moles de vapor se alimentan en el fondo de la torre por cada 100 moles de alimentación aceite-propano en la parte superior. El aceite contiene originalmente 2.5% en mol de propano y la concentración debe reducirse a 0.25% en mol. La temperatura es de 280°F y la presión de 35 psia. El peso molecular del aceite es 300 kg/kmol y el peso molecular del propano es 44 kg/kmol. La relación de equilibrio es  $y=33.4x$  donde “x” y “y” son fracciones mol de propano en el líquido y en el vapor respectivamente.

- a) ¿Cuántas etapas de equilibrio se requieren para realizar esta operación?
- b) Si la presión aumenta hasta 70 psia ¿Cuántas etapas de equilibrio se requerirán?
- c) ¿Cuál sería la mínima relación de flujo de vapor necesaria para proporcionar la misma recuperación de propano para el caso de a)?
- d) ¿Cuál será el efecto de disminuir la temperatura de desorción?

#### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

La desorción o desabsorción mejor dicho, es la operación contraria a la absorción gaseosa, siendo llevada a cabo en un equipo cuyo arreglo físico permite poner en contacto una mezcla gaseosa con un líquido con la finalidad de separar de manera selectiva uno o más componentes del líquido y obtener una solución de ellos en el gas. Existe por tanto una transferencia de masa de una sustancia de la corriente líquida hacia la corriente gaseosa. En estos casos, la fase o sustancia desorbente tiene la particularidad de ser selectiva respecto a los componentes que recibe en su seno, es decir, tiene afinidad por uno o más componentes específicos en función de las propiedades fisicoquímicas de los mismos, propiciando una transferencia de masa selectiva. Sobre esta base, para el caso particular aquí tratado, el material desorbente es el vapor de agua que selectivamente recoge en su seno al propano al ponerse en contacto con una mezcla propano-aceite.

Este problema plantea una operación de separación que tiene como finalidad el despojar a un aceite no volátil de su contenido inicial de propano mediante contacto continuo con una corriente de vapor de agua. Para tal propósito, se aprovecharán las propiedades

desorbentes del vapor de agua sobre la mezcla aceite- propano, teniendo únicamente lugar el fenómeno de transferencia de masa para el componente propano. Se considera que el aceite no se transfiere al vapor –por tratarse de un aceite no volátil- , ni el vapor se transfiere al seno del aceite; por lo que resulta conveniente el estudiar el comportamiento del sistema en función de los componentes no transferibles al realizar el balance de materia debido a que estas cantidades permanecerán constantes. Además se sabe que el proceso de despojamiento de propano de la mezcla propano-aceite, se da por finalizado cuando la cantidad de propano remanente es del 0.25% mol respecto al flujo total de la mezcla aceite-propano una vez finalizada la operación. Asimismo se considerará que no existen cambios de presión y temperatura considerables dentro del equipo, por lo que estas condiciones serán contempladas como constantes.

El equipo empleado para realizar la anterior operación es una torre cuyos flujos de alimentación de vapor y de aceite se encuentran operando en contracorriente, es decir por la parte superior del equipo se introduce la mezcla aceite-propano y por la inferior la corriente de vapor de agua que inicialmente no contiene aceite.

La primera pregunta se refiere a la determinación del número de etapas ideales necesarias para efectuar la separación deseada, es decir, despojar a la mezcla aceite-propano de la cantidad de propano necesaria para salir del equipo con una concentración de 0.25% en mol de propano. Para ello se empleará el método gráfico de McCabe-Thiele que a partir de la curva de equilibrio del sistema y de la línea operante del proceso permite determinar gráficamente el número de etapas ideales necesarias para que la transferencia de masa, planteada en la ecuación de la línea operante, se lleve a cabo.

La segunda pregunta trata el mismo problema que la primera con la variante de que en este caso la presión del equipo será de 70 psia (el doble, respecto a la primera pregunta). Por lo tanto, de manera general, el procedimiento será el mismo que el explicado con anterioridad, teniendo en cuenta que este nuevo valor de la presión afecta las condiciones de equilibrio del propio sistema -sobre todo para la fase gaseosa- de manera que, para la misma línea operante, se espera que el número de etapas necesarias varíe. A mayor presión, la desorción se hace más difícil y se espera que aumente el número de etapas teóricas.

La tercera pregunta se refiere a la evaluación del flujo mínimo de vapor necesario para efectuar la desorción del propano mencionada, estando este flujo directamente relacionado con la máxima cantidad de propano que es capaz de desorber el vapor de

agua y por tanto con la curva de equilibrio del sistema que describe el equilibrio de la transferencia de masa entre ambas fases (aceite y vapor).

Finalmente, la última pregunta se refiere a predecir el comportamiento que tendría el sistema si se disminuye la temperatura de operación de la desorción. Lo cual afectaría las condiciones de equilibrio del mismo sistema y por lo tanto repercutiría en la cantidad de etapas teóricas necesarias para llevar a efecto la misma separación estudiada con anterioridad.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

Sea  $A = C_3H_8$

$B =$  Aceite no volátil

$C =$  Vapor de Agua

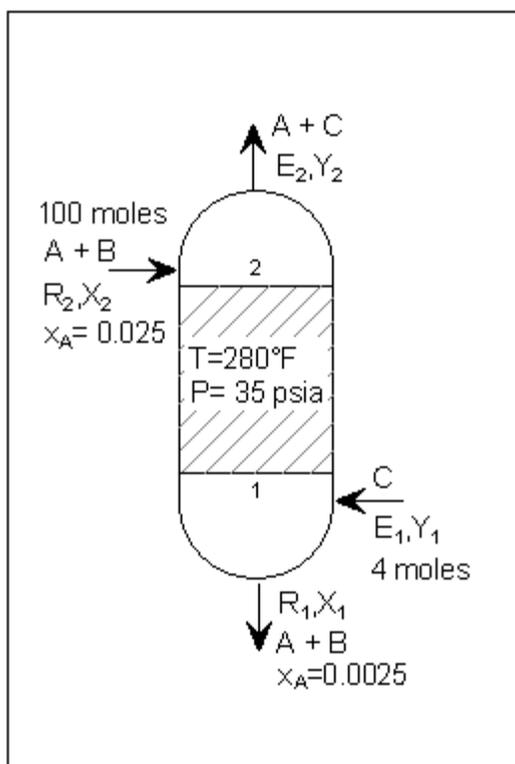


Figura 3.27 Desorción de propano en columna con flujos a contracorriente.

$E =$  flujo molar de la mezcla gaseosa de vapor de agua + propano, mol

$R =$  flujo molar de la fase líquida con aceite + propano, mol

$Y =$  relación molar en fase gaseosa,  $\text{mol}_A/\text{mol}_C$

$X =$  relación molar en fase líquida,  $\text{mol}_A/\text{mol}_B$

$E_S =$  flujo molar de vapor de agua (constante),  $\text{moles}_C$

$R_S =$  flujo molar de aceite no volátil (constante),  $\text{moles}_B$

Balace de materia para A,

$$E_S Y_1 + R_S X_2 = E_S Y_2 + R_S X_1$$

$\rightarrow$

$$R_S (X_2 - X_1) = E_S (Y_2 - Y_1)$$

$$\frac{R_S}{E_S} = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} \quad (\text{ec. 1})$$

La ec. 1 representa la línea operante del proceso. De los datos del problema:  $x_1=0.0025$ ,  $x_2=0.025$ ,  $y_1=0$ ; por lo cual:

$$X_1 = \frac{0.0025}{1 - 0.0025} = 0.002506 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \qquad X_2 = \frac{0.025}{1 - 0.025} = 0.02506 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}$$

$$Y_1 = 0 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C} \qquad \text{por tratarse de vapor de agua libre de propano}$$

Flujos

$$R_S = R_2(1 - X_2) = 100(1 - 0.025) = 97.5 \text{ moles}_B$$

$$E_S = 4 \text{ moles}_C$$

sustituyendo los valores conocidos en ec. 1

$$\frac{97.5 \text{ moles}_B}{4 \text{ moles}_C} = \frac{(Y_2 - 0) \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}}{(0.02506 - 0.002506) \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}} \quad (\text{ec.2})$$

$$\text{de donde} \quad Y_2 = 0.5639 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

A fin de estimar el número de etapas de equilibrio que se requieren para llevar a cabo la separación deseada, se empleará el método gráfico de McCabe-Thiele. Por lo que es necesario construir la curva de equilibrio del sistema, así como trazar la línea operante del proceso, resultante del balance de materia. La línea operante será una recta entre los puntos  $(X_1, Y_1)$  y  $(X_2, Y_2)$

$$X_2 = 0.02564 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}, Y_2 = 0.5639 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C} \qquad X_1 = 0.002506 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}, Y_1 = 0 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

Del enunciado se tiene que la ecuación de la curva de equilibrio es  $y = 33.4x$ . Pero debido a que tanto la curva de equilibrio como la línea operante han de trazarse sobre la misma gráfica, resulta conveniente cualquiera de los siguientes cambios:

- 1) Cambiar la ecuación de la línea operante a términos de fracciones mol.
- 2) Cambiar la ecuación de la línea de equilibrio en función de las relaciones molares "X" y "Y".

En este caso se optará por la segunda opción

Por definición  $y = \frac{Y}{1+Y}$   $x = \frac{X}{1+X}$

aplicando estas expresiones a la ec. de la curva de equilibrio, se tiene:

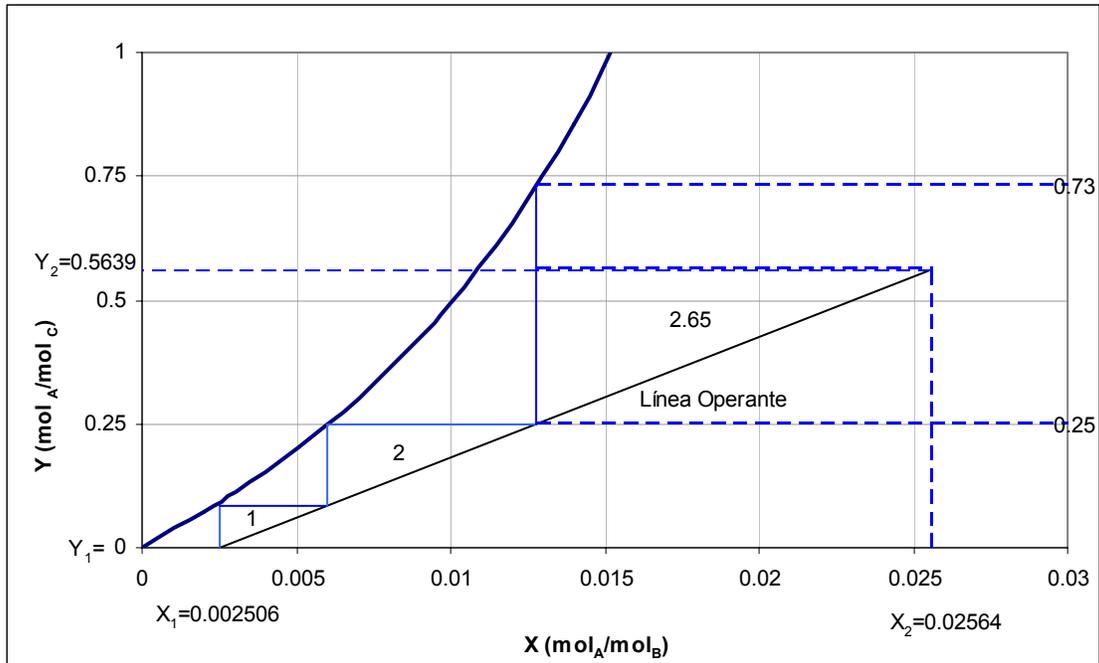
$$\frac{Y}{1+Y} = 33.4 \frac{X}{1+X} \qquad \rightarrow \qquad Y = \frac{33.4X}{1-32.4X} \qquad (\text{ec.3})$$

Tabulando la ec. 3 (dando valores arbitrarios a X se obtienen valores de Y)

**Tabla 3.8 Distribución al equilibrio de A en B y C, a 280°F y 35 psia.**

X	0	0.002	0.004	0.006	0.008	0.01	0.012	0.014	0.016	0.02	0.022	0.024	0.026
Y	0	0.071	0.153	0.249	0.361	0.494	0.656	0.856	1.11	1.898	2.558	3.604	5.51

Posteriormente, con los datos obtenidos en la anterior tabla, se traza la curva de equilibrio y enseguida la línea operante del proceso, estimando, mediante el método de McCabe-Thiele el número de etapas teóricas necesarias para lograr la separación deseada. (Veáse figura 3.28)



**Figura 3.28** Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el equipo de desorción mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 280°F y 35 psia.

de donde el número de etapas teóricas ( $N_p$ ) necesarias para llevar a cabo la separación deseada es  $N_p = 2.65$

$N_p$	2.65 etapas teóricas	$P = 35 \text{ psia}$	$T = 280 \text{ °F}$
-------	----------------------	-----------------------	----------------------

La segunda pregunta se refiere también a cuantas etapas se requieren para la misma separación planteada en la primera pregunta; considerando, que en este caso, que la presión será de 70 psia.

Por lo que lo único que variará será la curva de equilibrio que se verá afectada por la presión, considerando que “x” no se ven considerablemente afectadas por el cambio de presión (por tratarse de una fase líquida) y que la fase gaseosa se trata de un gas ideal:

Por definición 
$$y = \frac{n_i}{n} = \frac{\bar{P}_i}{P}$$

sean *I* y *II* las condiciones de operación del sistema, relacionando el término de fracción mol para la fase gaseosa en ambas condiciones

$$y = y_I \text{ cuando } P = P_I = 35 \text{ psia}$$

$$y = y_{II} \text{ cuando } P = P_{II} = 70 \text{ psia} = 2P_I$$

entonces, de la ecuación de la curva de equilibrio, se tiene:

$$y_I = \frac{\bar{P}_A}{P_I} = 33.4x$$

$$y_{II} = \frac{\bar{P}_A}{P_{II}} = \frac{\bar{P}_A}{2P_I} = \frac{1}{2}y_I = \frac{1}{2}(33.4x) \quad \rightarrow \quad y_{II} = 16.7x \quad (\text{ec.4})$$

la curva de equilibrio será, por lo tanto,  $y=16.7x$  cuando  $P=70$ psia.

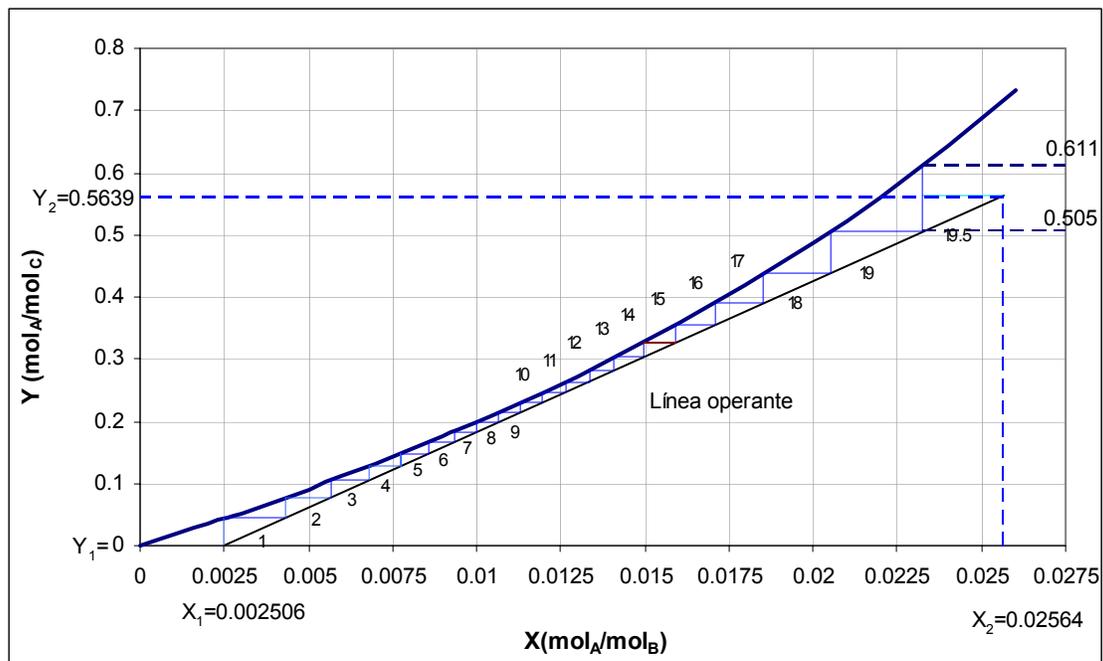
De manera análoga a como se hizo para la primera pregunta

$$\frac{Y}{1+Y} = 16.7 \frac{X}{1+X} \quad \rightarrow \quad Y = \frac{16.7X}{(1-15.7X)} \quad (\text{ec.5})$$

La ec. 5 es la que se empleará para la construcción de la curva de equilibrio, por lo que procediendo de manera similar a como se hizo para la primer pregunta, se obtienen las etapas teóricas requeridas

**Tabla 3.9 Distribución al equilibrio de A en B y C , a 280°F y 70 psia.**

X	0	0.002	0.004	0.006	0.008	0.01	0.012	0.014	0.016	0.02	0.022	0.024	0.026
Y	0	0.034	0.071	0.111	0.153	0.198	0.247	0.3	0.357	0.487	0.561	0.643	0.734



**Figura 3.29 Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el equipo de desorción mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 280°F y 70 psia.**

de donde se obtiene el número de etapas teóricas necesarias para llevar a cabo la separación deseada,  $N_p = 19.5$

$N_p$	19.5 etapas teóricas	P= 70 psia	T= 280 °F
-------	----------------------	------------	-----------

Para determinar el flujo mínimo de vapor de agua necesario para la separación establecida en el enunciado (tercera pregunta), habrá que minimizar  $E_S$ . Así, en la ec.2 para el balance de materia, deberá maximizarse la pendiente de la línea operante. Esto requiere estimar el valor máximo para  $Y_2$ .

$$\frac{97.5 \text{ moles}_B}{(E_{S,Min}) \text{ moles}_C} = \frac{(Y_{2,Máx} - 0) \frac{\text{moles}_A}{\text{moles}_C}}{(0.02564 - 0.002506) \frac{\text{moles}_A}{\text{moles}_B}} \quad (\text{ec. 6})$$

En la gráfica de la curva de equilibrio, para una  $P=35$  psia, se traza esta línea operante de pendiente máxima, siendo una línea recta tangente a la curva de equilibrio, desde el punto  $(X_1, Y_1)$  hasta el punto  $X_2$ .

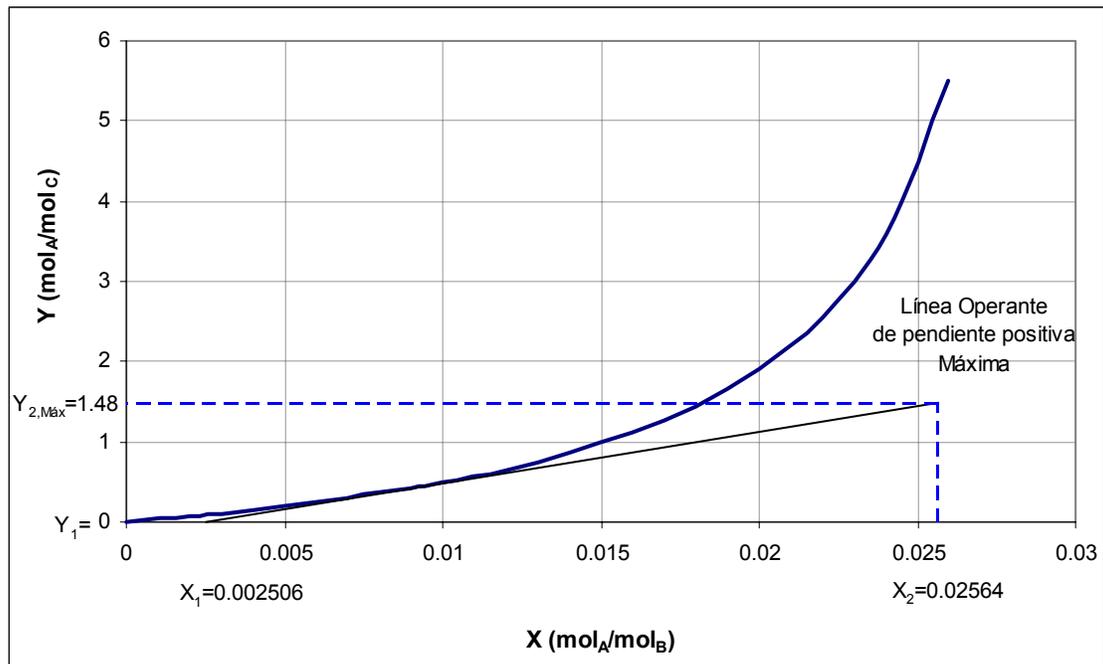


Figura 3.30 Distribución de A en B y C, a 280°F y 35 psia. Estimación de  $Y_{2, Máx}$ .

de la figura 3.30, se obtiene  $Y_{2,Máx} = 1.48$

sustituyendo en ec. 6 el valor encontrado de  $Y_{2,M\acute{a}x}$ .

$$\frac{97.5 \text{ moles}_B}{(E_{S,Min}) \text{ moles}_C} = \frac{(1.48 - 0) \frac{\text{moles}_A}{\text{moles}_C}}{(0.02564 - 0.002506) \frac{\text{moles}_A}{\text{moles}_B}} \rightarrow E_{S,Min} = 1.5 \text{ moles}_C \quad (\text{ec. 7})$$

$E_{S,Min}$	1.5 moles de vapor de agua = $E_{1,Min}$
-------------	--

Por último, si la temperatura para el proceso de desorción disminuyera (pregunta d), la presión de vapor del propano líquido disminuye y la pendiente de la curva de equilibrio será menor. La solubilidad del vapor de propano aumenta en la fase líquida; esta retiene con mayor fuerza al soluto A, es decir, éste compuesto será menos volátil y la separación se dificultará.

En conclusión, al disminuir la pendiente de la curva de equilibrio, ésta se acerca a la línea operante, la magnitud de las fuerzas impulsoras disminuye reduciéndose la velocidad de transferencia de masa y como consecuencia: aumenta el número de etapas de equilibrio.

## NONMENCLATURA

### Capítulo 3

SIMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
$a$	Superficie específica de transferencia de masa	$L^2$
$a_{vw}$	Área específica para el contacto de un gas con un agua pura	$\frac{L^2}{L^3}$
$A$	Factor de absorción = $\frac{L}{mG}$	$\Phi$
$c$	Concentración	$\frac{mol}{L^3}$
$C_f$	Factor de caracterización de empaque	$\Phi$
$d_s$	Diámetro de una esfera de la misma superficie que una partícula de empaque, diámetro equivalente de empaque	$L$
$D$	Difusividad o coeficiente de difusión	$\frac{L^2}{\theta}$
exp	Constante =2.7181	
$E$	Fase E, flujo total de la fase E	$\frac{mol}{\theta}$
$E_s$	Flujo de un disolvente que no se difunde en la fase E	$\frac{mol}{\theta}$
$F$	Coeficiente de transferencia de masa tipo F	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}$
$G'$	Masa velocidad de la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$H_t$	Altura de una unidad de transferencia de masa	$L$
$k$	Coeficiente individual de transferencia de masa tipo k	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}$
$k_x$	Coeficiente individual de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (fracción\_mol)}$
$k_y$	Coeficiente individual de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase gaseosa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (fracción\_mol)}$

$k_L$	Coeficiente individual de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (mol/L^3)}$
$K$	Coeficiente global de transferencia de masa tipo $k$	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}$
$K_x$	Coeficiente global de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (fracción\_mol)}$
$K_y$	Coeficiente global de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase gaseosa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (fracción\_mol)}$
$L$	Longitud	$L$
$L'$	Masa velocidad de la fase líquida	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$m$	Pendiente promedio de la curva de equilibrio	$\frac{[gas]}{[liquido]}$
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$M$	Peso molecular	$\frac{M}{mol}$
$n$	Número de moles	mol
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$N$	Velocidad de flujo difusional	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$N_t$	Número de unidades de transferencia de masa	$\Phi$
$N_p$	Número total de etapas teóricas	$\Phi$
$P$	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$\bar{P}$	Presión parcial	$\frac{F}{L^2}$
$P$	Presión	$\frac{F}{L^2}$
$\Delta P$	Caída de presión	$\frac{F}{L^2}$
$R$	Constante universal de los gases	$\frac{F \cdot L}{mol \cdot T}$
	Fase R; flujo total de la fase R	$\frac{mol}{\theta}$

$R_G$	Resistencia a la transferencia de masa en la fase gaseosa	$\frac{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}{mol}$
$R_L$	Resistencia a la transferencia de masa en la fase líquida	$\frac{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}{mol}$
$R_S$	Flujo del disolvente que no se difunde en la fase R	$\frac{mol}{\theta}$
$R_T$	Resistencia total a la transferencia de masa	$\frac{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}{mol}$
$S$	Factor de desorción = $\frac{1}{A} = \frac{mG}{L}$	$\Phi$
$Sc$	Número de Schmidt = $\frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$	$\Phi$
$T$	Temperatura absoluta (K)	$T$
$V$	Volumen	$L^3$
$x'$	Fracción peso	$\frac{M}{M}$
$x_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el líquido	$\frac{mol}{mol}$
$X$	Relación molar en la fase líquida	$\frac{mol_A}{mol_{No\_A}}$
$X'$	Relación másica en la fase líquida	$\frac{M_A}{M_{No\_A}}$
$y_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el gas	$\frac{mol}{mol}$
$Y$	Relación molar en la fase gaseosa	$\frac{mol_A}{mol_{No\_A}}$
$Y'$	Relación másica en la fase gaseosa	$\frac{M_A}{M_{No\_A}}$
$Z$	Altura del lecho empacado	$L$
$\rho$	Densidad	$\frac{M}{L^3}$
$\phi$	Diámetro del equipo	$L$
$\eta$	Eficiencia fraccionaria del equipo	$\Phi$

$\mu$	Viscosidad	$\frac{M}{L \cdot \theta}$
Subíndices		
$A, B, C$	Componentes A, B, C	
G	Fase gaseosa	
$i$	Componente $i$	
	Interfase	
L	Fase líquida	
$M$	Media	
Máx	Máximo	
Mín	Mínimo	
$op$	Operación	
$O$	global	
S	Que no se difunde, flujo de la fase libre de componentes que se difundan	
1, 2	Posiciones 1 y 2; etapas 1 y 2	
$I$	Condiciones de referencia $I$	
$II$	Condiciones de referencia $II$	
Exponentes		
*	Equilibrio	
---	Valor promedio	

## **CAPÍTULO 4 TORRES DE PLATOS PERFORADOS Y EMPACADAS**

### **4.1. Generalidades**

La diferencia de composición de las fases respecto del equilibrio entre las fases vapor y líquido puede utilizarse para separar a determinados componentes o mezclas de estos. El equipo industrial utilizado en estas operaciones de transferencia se proyecta de modo que sea posible el íntimo contacto entre ambas fases, así como su separación y manipulación posteriores. Siendo las operaciones de transferencia de masa llevadas a cabo en torres de platos y en columnas empacadas, representando las torres empacadas equipos de contacto continuo y las torres de platos equipo de contacto por etapas. Con mucho estos equipos son los que tiene las mayores aplicaciones.

En el presente capítulo se presenta la aplicación de los balances de materia y de las velocidades de transferencia de masa para el diseño de equipo industrial. Asimismo se trata del análisis hidrodinámico del comportamiento de las fases en contacto para estimar caídas de presión y secciones transversales del equipo, que influyen en las condiciones de inundación, el arrastre y otros parámetros en la operación industrial.

Una torre empacada es esencialmente un cuerpo cilíndrico lleno de material inerte o “empaquete de torre”, cuyo objetivo es dispersar la fase líquida. Esta se alimenta por la parte superior de la torre y desciende a través del empaque; la fase gaseosa se inyecta en el fondo de la columna, fluyendo en contracorriente. El contacto íntimo entre el gas y el líquido logra de esta manera efectuar la transferencia requerida.

El líquido fluye sobre la superficie del material de relleno, en películas y gotas, ofreciendo una gran superficie de contacto para los gases que ascienden por la torre a través del espacio hueco que deja el material de empaque. En estos arreglos, el efecto global del cambio de concentraciones se estima mediante balances diferenciales en un elemento de la sección empacada que, combinados con ecuaciones de velocidad de transferencia de masa, generan expresiones que definen los Números de Unidades de Transferencia de Masa y las Alturas de Unidades de Transferencia de Masa; tanto globales como individuales, en base a una fase o a la otra.

La llamada torre de platos constituye un aparato muy eficaz en el cual la fase gaseosa es dispersada justamente en el plato, formando burbujas en el seno de una corriente del líquido que fluye sobre la superficie del plato. Una construcción típica de este género la constituye una cámara cilíndrica vertical, dentro de la cual se ha montado cierto número de platos circulares igualmente espaciados. En un arreglo típico, a uno de los lados de cada plato se tiene un segmento circular donde va conectado el bajante, destinado a permitir el paso del líquido desde un plato hasta el inmediato inferior; en el lado opuesto del mismo plato se introduce el líquido por un conducto similar, procedente del plato inmediato superior.

Un plato perforado está constituido por una placa que posee un cierto número de orificios de dimensiones convenientes y distribuidos equidistantemente, a través de los cuales puede ascender la fase gaseosa procedente de los platos inferiores impidiendo de esta manera que el líquido se escurra por los mismos. La alimentación del líquido llega del plato de arriba y cae por el bajante hacia el plato inferior, mientras que los vapores pasan hacia arriba, burbujeando en el líquido y mezclándose de modo íntimo con él a causa de la dispersión provocada por las perforaciones. Luego, los vapores escapan de la superficie del líquido y ascienden al plato inmediato superior. De este modo se establece un flujo en contracorriente entre el líquido que pasa hacia abajo y los vapores que ascienden por la columna, pero de hecho el flujo sobre cada plato es cruzado. Cada plato equivale a una etapa de contacto.

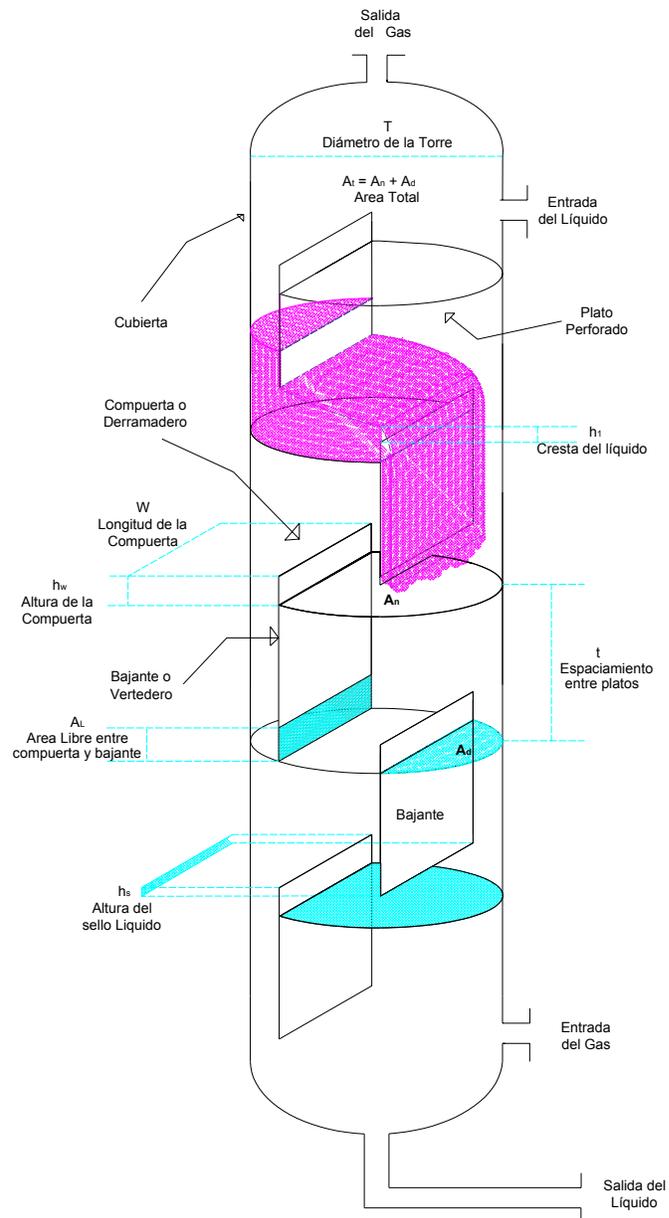
El concepto de etapa de equilibrio, ideal o teórica, hace posible el diseño adecuado de los procesos de separación. Un proceso hipotético, cuyas etapas de contacto son totalmente etapas de equilibrio, es creado sobre papel para realizar la separación deseada en una planta de proceso real. El número de etapas de equilibrio requeridas en un proceso hipotético está relacionado al número requerido de etapas de contacto reales mediante factores proporcionales (eficiencias de etapas) los cuales describen una comparación entre el desempeño de una etapa de contacto real y el desempeño de una etapa de equilibrio. El concepto de etapa de equilibrio asume que las fases que dejan cada etapa se encuentran en equilibrio termodinámico.

Si bien el objetivo del presente escrito no es el diseño completo del equipo industrial, resulta necesario detenerse en esta parte de manera general, sin abarcar selección de materiales, diseño detallado de soportería y otros; ya que los problemas que involucran la

determinación de coeficientes de transferencia de masa de un equipo dado requieren algunas de las características físicas de los mismos.

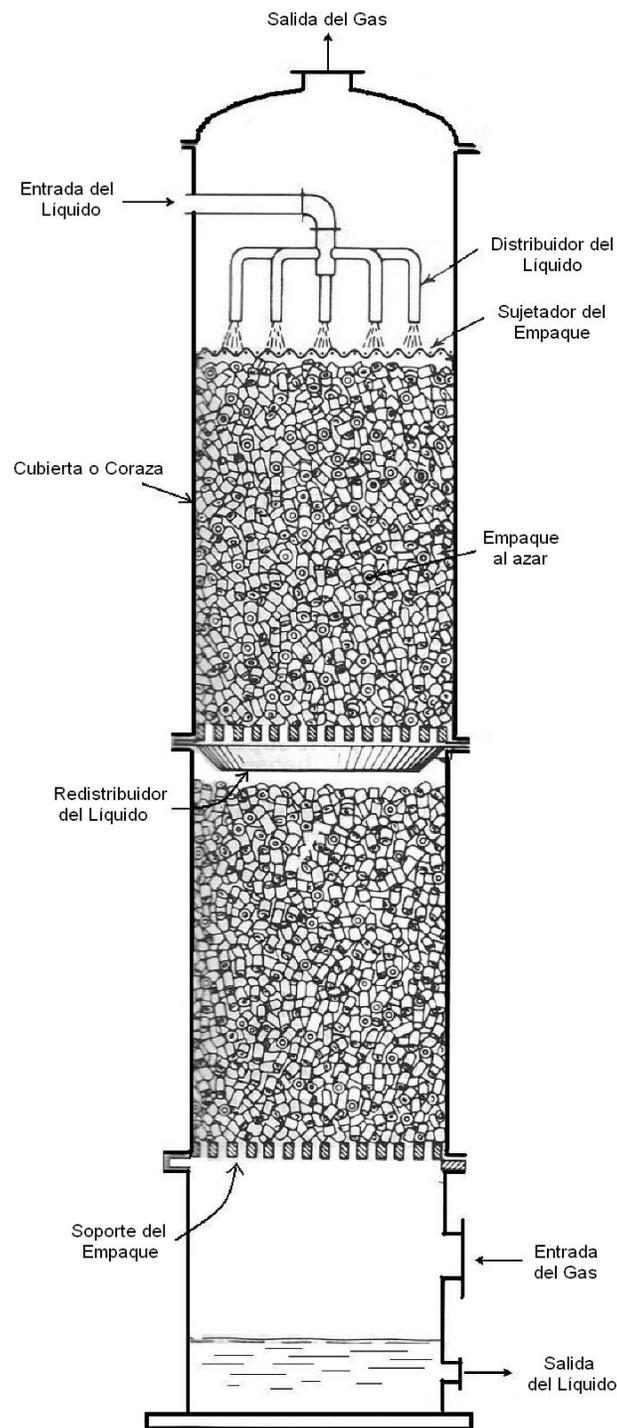
Un entendimiento de las fuerzas impulsoras y la resistencia en un punto, permite la evaluación de los parámetros de transferencia solamente para ese punto. Ahora existe una necesidad de relacionar los valores de la transferencia en todos los puntos dentro de un equipo con el área total de transferencia requerida para el equipo de proceso. Específicamente, en transferencia de masa, es deseable saber qué tan alto debe ser un contactor para proporcionar la separación. La respuesta a este cuestionamiento es mejor formulada como una ecuación de diseño la cual relacione el valor de la transferencia a través del área total de transferencia para lograr el cambio total en las propiedades. La solución de la ecuación de diseño requiere el conocimiento del balance de materia, la relación de equilibrio del sistema, y un parámetro específico en la forma de coeficiente de transferencia de masa.

La figura 4.1 muestra las características generales de las torres de platos, en términos de la metodología de diseño empleada por Treybal<sup>(19)</sup>, y la figura 4.2 las características generales de las torres empacadas.



- Considerando*
- *Recomendaciones  $q/T$*
  - *Sello líquido*
  - *Caídas de presión permisibles*
  - *Distribución de perforaciones*
  - *Eficiencia de etapa*
  - *Eficiencia global*

**Figura 4.1 Características generales de Torres de Platos**



*Considerando*

- *Tipo de empaque*
- *Altura del lecho empacado*

**Figura 4.2 Características generales de Torres Empacadas**

## 4.2. Diseño de Torres

### 4.2.1. Diseño de Torres de Platos

El diseño de torres de platos contempla primordialmente dos aspectos:

- Diseño de proceso de transferencia de masa. Relacionado con el proceso de separación requerido. Involucra balances de materia y energía.
- Diseño hidrodinámico. Considera parámetros como las caídas de presión permisibles, sección transversal del equipo y aquellos que garantizan que el equipo opere sin arrastre o goteo excesivos.

*El método que se emplea en el presente escrito es el proporcionado por Treybal<sup>(19)</sup> en su capítulo 6, por lo que se sugiere remitirse a esta fuente para mayor detalle al respecto.*

### 4.2.2. Diseño de Torres Empacadas

Un método conveniente para estimar la altura de una columna empacada está basado en los conceptos de números ( $N_t$ ) y alturas ( $H_t$ ) de unidades de transferencia. Definiendo la altura del lecho empacado como el producto del número de unidades de transferencia y la altura de una unidad de transferencia.

$$Z = N_t \cdot H_t$$

El valor de la “altura de una unidad de transferencia ( $H_t$ )” es proporcional a la resistencia a la transferencia de masa y el “número de unidades de transferencia ( $N_t$ )” es una medida del grado de dificultad de la separación.

Tanto el número de unidades de transferencia como la altura de una unidad de transferencia pueden ser expresados como función de fuerzas impulsoras ya sean individuales o globales, tal y como se muestra en la tabla 4.1

Tabla 4.1 Determinación de la altura de un lecho empacado en función de la fuerza impulsora.

	Fuerza impulsora	Número de unidades de transferencia	Altura de una unidad de transferencia	Altura del lecho empacado	
Contratransferencia	$y_i - y$	$N_{iG} = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(y_i - y)}$	$H_{iG} = \frac{G}{k_y a_M}$	$Z = N_{iG} H_{iG}$	ec. 4.1
	$y^* - y$	$N_{iOG} = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(y^* - y)}$	$H_{iOG} = \frac{G}{K_y a_M}$	$Z = N_{iOG} H_{iOG}$	ec. 4.2
	$x - x_i$	$N_{iL} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(x - x_i)}$	$H_{iL} = \frac{L}{k_x a_M}$	$Z = N_{iL} H_{iL}$	ec. 4.3
	$x - x^*$	$N_{iOL} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(x - x^*)}$	$H_{iOL} = \frac{L}{K_x a_M}$	$Z = N_{iOL} H_{iOL}$	ec. 4.4
Transferencia de A en B	$y - y_i$	$N_{iG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,M} dy}{(1-y)(y - y_i)}$	$H_{iG} = \frac{G}{k_y a(1-y)_{i,M}}$	$Z = N_{iG} H_{iG}$	ec. 4.5
	$x_i - x$	$N_{iL} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{(1-x)_{i,M} dx}{(1-x)(x_i - x)}$	$H_{iL} = \frac{L}{k_x a(1-x)_{i,M}}$	$Z = N_{iL} H_{iL}$	ec. 4.6
	$y - y^*$	$N_{iOG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{*,M} dy}{(1-y)(y - y^*)}$	$H_{iOG} = \frac{G}{K_y a(1-y)_{*,M}}$	$Z = N_{iOG} H_{iOG}$	ec. 4.7
	$x^* - x$	$N_{iOL} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{(1-x)_{*,M} dx}{(1-x)(x^* - x)}$	$H_{iOL} = \frac{L}{K_x a(1-x)_{*,M}}$	$Z = N_{iOL} H_{iOL}$	ec. 4.8

Para las ecs. 4.5 y 4.6, por definición:

$$(1-y)_{i,M} = \frac{(1-y_i) - (1-y)}{\ln\left(\frac{(1-y_i)}{(1-y)}\right)} \quad (1-x)_{i,M} = \frac{(1-x_i) - (1-x)}{\ln\left(\frac{(1-x_i)}{(1-x)}\right)} \quad (\text{ec. 4.9})$$

Si puede emplearse el promedio aritmético en lugar del logarítmico con poco error. Entonces puede reescribirse la expresión para determinar el número de unidades de transferencia de las ecs. 4.5 y 4.6 como:

$$N_{iG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y_i} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - y_2}{1 - y_1} \quad N_{iL} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x_i - x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - x_1}{1 - x_2} \quad (\text{ec. 4.10})$$

En ciertos casos, cuando la integración gráfica necesaria requiere de rangos muy grandes del integrando en las ordenadas, pueden logarimizarse las expresiones anteriores reemplazando el término “dy” por su igual “ydlny” y “dx” por “xdlnx”.

$$N_{IG} = \int_{\ln y_2}^{\ln y_1} \frac{y}{y - y_i} d \ln y + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - y_2}{1 - y_1} \quad N_{IL} = \int_{\ln x_2}^{\ln x_1} \frac{y}{x_i - x} d \ln x + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - x_1}{1 - x_2} \quad (\text{ec. 4.11})$$

El mismo tratamiento puede hacerse para las ecs. 4.7 y 4.8.

Para soluciones diluidas, el segundo término de la derecha de las ecs. 4.10 y 4.11 puede despreciarse.

Asimismo, para soluciones diluidas existen ciertas simplificaciones que permiten estimar más fácilmente el número de unidades de transferencia. Estas soluciones numéricas con su respectiva interpretación gráfica parten de la aplicación de la ley de Henry y derivan en expresiones tales como las de Kremser-Brown-Souders que se estudiaron en el capítulo 3.

Para absorbedores

$$N_{iOG} = \frac{\ln \left[ \frac{y_1 - mx_2}{y_2 - mx_2} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A} \right]}{1 - \frac{1}{A}} \quad (\text{ec. 4.12})$$

Para desorbedores

$$N_{iOL} = \frac{\ln \left[ \frac{x_2 - y_1/m}{x_1 - y_1/m} (1 - A) + A \right]}{1 - A} \quad (\text{ec. 4.13})$$

La solución gráfica de las ecs. 4.12 y 4.13 puede consultarse en la figura 8.20 del Treybal<sup>(19)</sup>.

#### 4.2.2.1. Relación entre Alturas individuales y Globales

La altura de una unidad de transferencia de masa global se relaciona mediante las siguientes expresiones con las alturas individuales:

$$H_{iOG} = H_{iG} + \frac{mG}{L} H_{iL} \quad (\text{ec. 4.14})$$

$$H_{iOL} = H_{iL} + \frac{L}{mG} H_{iG} \quad (\text{ec. 4.15})$$

#### 4.3. Altura Equivalente de un Plato Teórico (HEPT)

La HEPT es una cantidad determinada experimentalmente, característica de cada empaque. Representa la altura de empaque necesaria para que se efectúe la misma separación que en un plato.

Por lo tanto, para emplear este método, se requiere primero la determinación del número de platos teóricos necesarios para llevar a cabo un proceso para luego multiplicar esta cantidad por la HEPT y obtener una altura de lecho empacado.

No obstante, téngase en consideración que se requiere información experimental para poder emplear este método, además de que presenta la desventaja de ser dependiente de varias variables que afectan el valor de HEPT.

## SECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

### CAPÍTULO 4. TORRES DE PLATOS PERFORADOS Y EMPACADAS. CONTACTO GAS-LÍQUIDO

#### ❖ PROBLEMA 4.1

##### ENUNCIADO:

Una solución diluida acuosa de metanol se va a purificar con vapor de agua en una torre de platos perforados. Se escogieron las siguientes condiciones para el diseño.

Vapor: 0.100 kmol/s (794 lb mol/h), 18% en mol es de metanol.

Líquido: 0.25 kmol/s (1984 lb mol/h), 15% en masa es de metanol.

Temperatura: 95 °C

Presión: 1 atm

- a) Diseñese un plato de flujo transversal adecuado.
- b) Una vez diseñado el plato, calcule su eficiencia.

##### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Este problema plantea una operación de destilación con vapor vivo a fin de purificar una sustancia, lo cual requiere poner en contacto íntimo dos fluidos (gas-líquido) permitiendo una transferencia de masa interfacial de sus componentes. El equipo empleado para las operaciones de destilación, torres de platos, son cuerpos generalmente cilíndricos en los que la fase gaseosa se dispersa en el seno de la fase líquida sobre los platos.

Los diferentes arreglos, dimensiones y condiciones de operación que se escogen para un diseño de plato dado son los que la experiencia ha demostrado proporcionan condiciones adecuadas, por lo que los procedimientos para el diseño de platos obedecen a relaciones, en su mayoría empíricas, que arrojan valores que deben ser verificados en base a la experiencia (recomendaciones) para asegurar que el diseño sea satisfactorio en cuando a caída de presión y flexibilidad en la operación del plato.

Frecuentemente, muchas estimaciones de arreglos y dimensiones de los elementos mecánicos que constituyen los platos son seleccionados de intervalos de valores sugeridos por la práctica en el diseño y operación de torres de destilación, a lo largo de los años.

La primera pregunta, concretamente, se refiere al diseño de un plato de flujo transversal; sin especificar el número de pasos ni detalles del mismo; por lo que en principio habrá que puntualizar al respecto. Actualmente los platos perforados han desplazado en gran medida a los originales y convencionales platos de capuchas o borboteadores fijos. Existen dos importantes razones para ello: los platos perforados son de menor costo y generan menores caídas de presión de la fase gaseosa en comparación a los platos con capuchas. Por otro lado, el flujo transversal de la fase líquida (de un lado a otro del plato) en un solo paso es el arreglo más común.

Por lo anterior, en este caso, se tratará de dimensionar (quizá mejor dicho que “diseñar”) un plato perforado de flujo transversal de un paso.

Es también importante recordar que en un equipo en el que se desea llevar a cabo una operación de separación, las fases en contacto íntimo, con transferencia de masa y calor entre ellas, sufren cambios continuamente en cantidad, temperatura, concentración, y por lo tanto en sus propiedades físicas (y en propiedades químicas, eventualmente). En una torre o columna de platos, cada uno de ellos maneja flujos de las fases con esas características cambiantes, por lo cual, en un sentido estricto, debería diseñarse cada plato en particular.

Sin embargo, generalmente prevalece el criterio de establecer cuáles y dónde se dan las condiciones críticas del proceso, tanto en lo que se refiere a la hidrodinámica de los flujos así como a la dificultad para la transferencia de masa y de ahí tomar la decisión de qué plato o qué platos deberán dimensionarse. El resto de los platos tendrán el mismo diseño que el o los platos “críticos” (aquellos que manejan los mayores flujos y las mayores dificultades para el proceso de la transferencia).

En el presente problema, no se requiere realizar el análisis anterior. El enunciado especifica la temperatura, la presión y las concentraciones de las fases que se considera entran al plato en cuestión.

Diversos autores (Treybal<sup>(19)</sup>, ;entre otros), sugieren metodologías para el diseño de platos perforados, algunas seguramente más precisas que otras; sin embargo, dado que el objetivo del presente desarrollo no es el verificar o validar metodologías se trabajará con las relaciones y recomendaciones proporcionadas por Treybal<sup>(19)</sup> que resultan válidas y convenientes para el presente problema.

Asimismo, debido a que algunas de las correlaciones a emplear son de carácter empírico, resulta de suma importancia expresar y emplear los parámetros que se involucran en las unidades para las cuales son válidas tales expresiones.

Al diseñar un plato existen ciertos parámetros que lo han de caracterizar, como son: diámetro del plato ( $T$ ), espaciamiento entre platos ( $t$ ), longitud de la compuerta ( $W$ ), altura de la compuerta ( $h_w$ ), arreglo de perforaciones, espaciamiento entre centros de las perforaciones "pitch" ( $p'$ ), diámetro de perforaciones ( $d_o$ ), espesor del plato ( $l$ ). Tales parámetros habrán de seleccionarse o evaluarse a fin de obtener el diseño del plato que se tendrá que comprobar como satisfactorio (verificar) al compararlo contra ciertos valores derivados de la experiencia, valores recomendados, que representan condiciones para las cuales se tiene un adecuado manejo de los flujos y garantizan una operación satisfactoria del plato evitando problemas tales como: caída de presión excesiva tanto en el líquido como en el gas, chorreo o goteo, inundación y arrastre excesivo.

La segunda pregunta, concretamente se refiere a la evaluación de la eficiencia del plato, eficiencia del plato de Murphree ( $E_{MG}$ ); que representa el cambio real de concentraciones que tiene una fase determinada en relación al cambio ideal que tendría la misma fase al alcanzarse el equilibrio para una etapa dada. Es importante señalar que cada plato en la torre representa una etapa real en el proceso de separación, siendo por tanto el efecto global el contacto múltiple de las fases.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

Considérese A= metanol y B= Agua

Flujos de Fase Líquida y Gas

$$y_A = \mathbf{0.18}$$

$$x_A = \frac{15/32}{15/32 + 85/18.02} = \mathbf{0.0904}$$

Peso molecular promedio del líquido

$$\bar{M}_L = \sum M_i x_i = \left( \frac{32 \text{ kg}_A}{1 \text{ kmol}_A} \right) 0.0904 + \left( \frac{18.02 \text{ kg}_B}{1 \text{ kmol}_B} \right) (1 - 0.0904) = \mathbf{19.2835} \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Peso molecular promedio del gas

$$\bar{M}_G = \sum M_i y_i = \left( \frac{32 \text{ kg}_A}{1 \text{ kmol}_A} \right) 0.18 + \left( \frac{18.02 \text{ kg}_B}{1 \text{ kmol}_B} \right) (1 - 0.18) = \mathbf{20.5364} \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Densidad del gas, estimación considerando idealidad

$$\rho_G = \frac{n \bar{M}_G}{V} = \frac{P \bar{M}_G}{RT} = \frac{1 \text{ atm} \left( 20.5364 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right) \left| \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \right| \left| \frac{1 \text{ kmol}}{1000 \text{ mol}} \right|}{0.08206 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot ^\circ \text{K}} (368.15^\circ \text{K})} = \mathbf{0.6798} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Densidad del líquido, de la tabla 2-109 del Perry<sup>(14)</sup> se obtiene

$$\rho_L \Big|_{95^\circ \text{C}}^{15\% \text{ peso}} = \mathbf{959} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Flujo del Gas (Q)

$$Q = \frac{0.1 \frac{\text{kmol}}{\text{s}} \left( 0.08206 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot ^\circ \text{K}} \right) 368.15^\circ \text{K}}{1 \text{ atm}} = \mathbf{3.021} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Flujo del Líquido (q)

$$q = 0.25 \frac{\text{kmol}}{\text{s}} \left| \frac{19.2835 \text{kg}}{1 \text{kmol}} \right| \left| \frac{\text{m}^3}{959} \right| = \mathbf{5.027(10^{-3})} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

### Diámetro de la Torre (T)

Velocidad de inundación ( $V_F$ ). Velocidad lineal de la fase gaseosa a través del área neta ( $A_n$ ). El área neta es el área de la sección transversal para el flujo gaseoso entre los platos adyacentes.

$$V_F = C_F \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.1})$$

Constante de inundación ( $C_F$ )

$$C_F = \left[ \alpha \cdot \log \left( \frac{1}{\left( \frac{L'}{G'} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5}} \right) + \beta \left( \frac{\sigma}{0.02} \right)^{0.2} \right] \quad (\text{ec.2})$$

$\sigma$  = Tensión superficial (N/m)

Las expresiones para evaluar las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  se encuentran en la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(19)</sup>, en función de las relaciones:

$\frac{A_0}{A_a}$  y  $\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2}$ , por lo que primero habrá que evaluar estos parámetros

$$\frac{A_0}{A_a} = 0.907 \left( \frac{d_o}{p'} \right)^2 \quad (\text{ec. 3})$$

Se selecciona un arreglo triangular con  $d_o = 4.5 \text{ mm}$  y  $p' = 2.5d_o = 11.25 \cong 12 \text{ mm}$ <sup>1</sup>

De la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(19)</sup>, eligiendo acero inoxidable<sup>2</sup> como material estructural se tiene

$$\frac{l}{d_o} \Big|_{\substack{d_o=4.5\text{mm} \\ \text{acero\_inoxidable}}} = 0.43$$

siendo el espesor del plato (l)

$$l = 0.43d_o = 0.43(4.5\text{mm}) = 1.93\text{mm}$$

Se sugiere seleccionar un espesor de lámina comercial. Este espesor será, de la página 6-45 Marks<sup>(10)</sup>, el correspondiente a lámina calibre estándar 14, de espesor = 0.0781 plg (1.98 mm)

$$l = \mathbf{1.98 \text{ mm}}$$

de la ec. 3

$$\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{4.5}{12} \right)^2 = \mathbf{0.1275}$$

De la relación de flujo, se sabe que  $L'$  y  $G'$  se encuentran dadas en función del área transversal del equipo, la cual no se conoce aun, por lo que sobre la base de que ambos términos se encuentran afectados por la misma área se tiene

$$L' = \frac{q\rho_L}{A} \qquad G' = \frac{Q\rho_G}{A}$$

<sup>1</sup> Nótese que estos valores se encuentran dentro de los rangos sugeridos para  $3\text{mm} \leq d_o \leq 12\text{mm}$  y  $2.5d_o \leq p' \leq 5d_o$ .

<sup>2</sup> El material estructural de acuerdo al sistema metanol-agua podría ser acero al carbón debido a que no se requiere una alta resistencia a la corrosión; sin embargo debido a que no se cuenta con valores de la relación  $l/d_o$  para este material y el diseño está a libre criterio, se opta por emplear acero inoxidable.

$$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = \frac{q \rho_L \rho_G^{0.5}}{Q \rho_G \rho_L^{0.5}} = \frac{q}{Q} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.4})$$

de la ec. 4

$$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = \frac{q}{Q} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/2} = \frac{5.027(10^{-3})}{3.021} \left( \frac{959}{0.6798} \right)^{1/2} = \mathbf{0.0625}$$

De la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(19)</sup> para los valores encontrados:

$$\frac{A_o}{A_a} = 0.1275 \quad \text{y} \quad \frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = 0.0625 \quad \text{utilizar 0.1 para evaluar } C_F^3$$

las expresiones a emplear son

$$\alpha = 0.0744t + 0.1173 \quad \text{y} \quad \beta = 0.0304t + 0.015$$

Como se observa, las expresiones anteriores se encuentran en términos del espaciamiento entre platos. De la Tabla 6.1 del Treybal<sup>(19)</sup> se tiene que el espaciamiento recomendado está en función del diámetro de la torre (T), por lo que habrá que seleccionar un espaciamiento a fin de evaluar numéricamente el diámetro de la torre, comprobando estos valores respecto a caídas de presión recomendadas y manejo adecuado de los flujos.

Arbitrariamente se elige  $t = 0.5m$ , por lo que

$$\alpha = 0.0744(0.5) + 0.1173 = 0.04893$$

$$\beta = 0.0304(0.5) + 0.015 = 0.0302$$

Tensión superficial de la solución:

$$\sigma_L \Big|_{95^\circ C}^{15\% \text{ peso } _A} = \mathbf{0.04} \frac{N}{m}$$

<sup>3</sup> Información proporcionada en Tabla 6.2 del Treybal<sup>(1)</sup>, en función del rango en que se encuentra la relación evaluada para determinar G.

Obteniendo la constante de inundación  $C_F$  de la ec.2

$$C_F = \left[ 0.04893 \log\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.0302 \right] \left(\frac{0.04}{0.02}\right)^{0.2} = \mathbf{0.0909}$$

de la ec. 1

$$V_F = 0.0909 \left( \frac{959 - 0.6798}{0.6798} \right)^{1/2} = \mathbf{3.413 \frac{m}{s}}$$

Considérese <sup>4</sup> la  $V_{op} = 0.8V_F = 0.8(3.413) = \mathbf{2.73 \frac{m}{s}}$

Por lo que el área neta en la torre es:

$$A_n = \frac{Q}{V_{op}} = \frac{3.021 \frac{m^3}{s}}{2.73 \frac{m}{s}} = \mathbf{1.106 m^2} \quad (\text{ec.5})$$

Obsérvese que el área neta para la torre es el área de un segmento circular (si la torre tiene una sección transversal circular). Proyectada ésta área sobre el plato de flujo transversal de un solo paso seleccionado, y considerando que el bajante estará constituido como un espacio delimitado por el cuerpo de la torre y una placa plana como prolongación de la compuerta (arreglo muy común), entonces el área del círculo ( $A_T$ ) será la suma del área neta ( $A_n$ ) mas el área de la sección transversal del bajante ( $A_d$ ).

$$A_T = A_n + A_d \quad (\text{ec.6})$$

Asimismo para evaluar el área del bajante resulta necesario seleccionar una proporción entre la longitud de la compuerta ( $W$ ) y el diámetro del plato ( $T$ ). En este caso se selecciona  $\mathbf{W = 0.7T}$  <sup>5</sup>

<sup>4</sup> El sistema metanol-agua es considerado como un sistema no espumante por lo que se recomienda que la velocidad de operación ( $V_{op}$ ) se encuentre entre el 80 y el 85% de la velocidad de inundación ( $V_F$ ).

<sup>5</sup> Relación típica en el diseño de platos, de acuerdo a tabla 6.1 Treybal<sup>(1)</sup>  $0.6T \leq W \leq 0.8T$

De la Tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup> con este valor de W se obtiene:

Distancia desde el centro de la torre hasta la compuerta =  $0.3571T$

Porcentaje del área de la torre utilizada por el bajante = 8.808 %

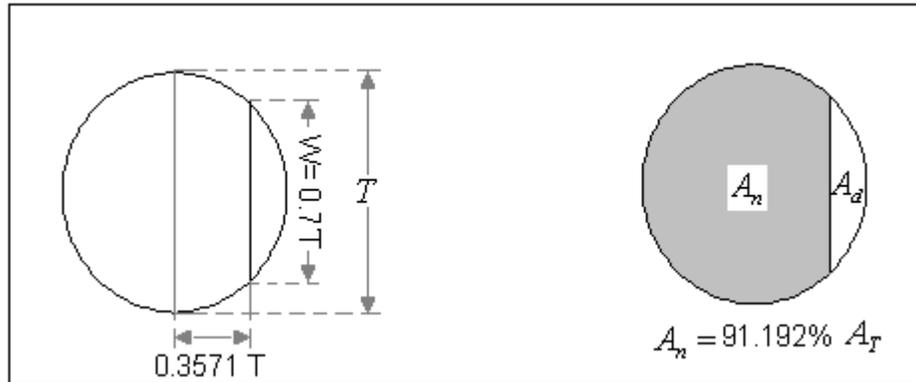


Figura 4.3 Vista Superior de Plato Perforado de 1 paso.

por lo que se puede evaluar el  $A_T$  como:

$$A_T = A_n + 0.08808A_T \quad \rightarrow \quad A_T = \frac{1.106}{1 - 0.08808} = 1.2134m^2$$

evaluando el diámetro de la torre

$$T = \sqrt{\frac{4A_T}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(1.2134)}{\pi}} = 1.243m \cong \mathbf{1.25\ m} \quad (\text{ec.7})$$

de acuerdo a las recomendaciones de la Tabla 6.1 del Treybal<sup>(19)</sup>, para un buen diseño de plato de flujo transversal de un solo paso que maneje el flujo del líquido evitando la inundación del plato, se debe cumplir la siguiente condición:

$$\frac{q}{T} \leq 0.015 \frac{m^3}{m \cdot s} \quad (\text{ec.8})$$

siendo en este caso  $\frac{q}{T} = \frac{5.027(10^{-3}) \frac{m^3}{s}}{1.25m} = 0.004 \frac{m^3}{m \cdot s}$  y por lo tanto se satisface la condición recomendada

Debido a que se ajustó el valor del diámetro del plato, a fin de que sea prácticamente más fácil de construir, resulta necesario corregir las áreas  $A_T$  y  $A_d$ , así como la longitud de la compuerta que también se encuentra expresada en función de  $T$ ; siendo los valores corregidos los empleados de aquí en adelante

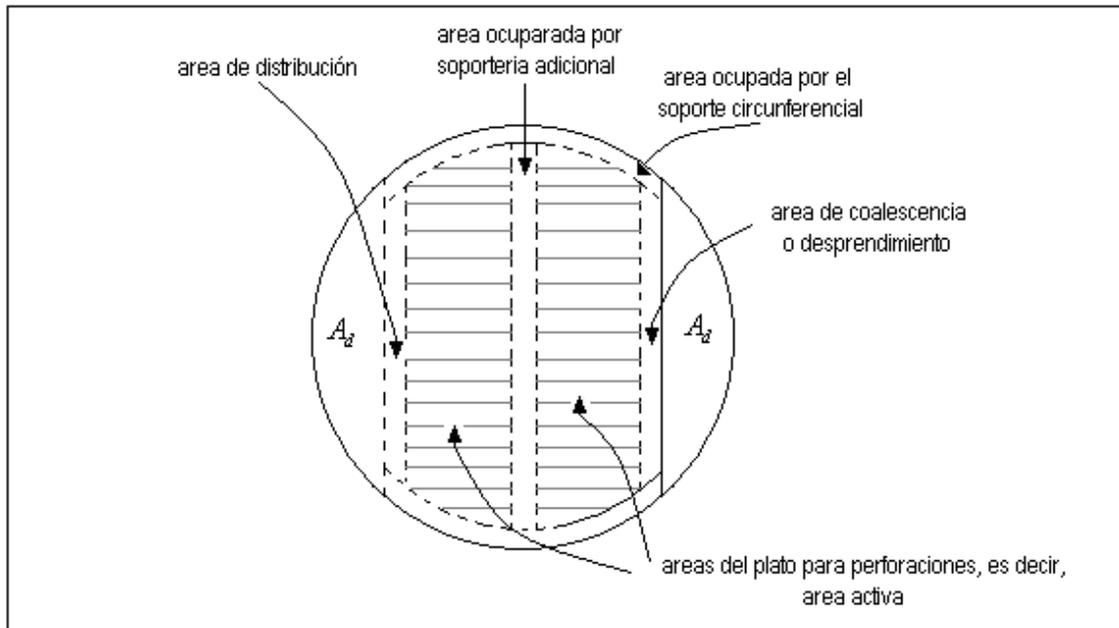
$$A_T = \frac{\pi}{4} T^2 = \frac{\pi}{4} (1.25m)^2 = \mathbf{1.227 \text{ m}^2}$$

$$A_d = 0.08808 A_T = 0.08808 (1.227m^2) = \mathbf{0.1081 \text{ m}^2}$$

$$W = 0.7(1.25m) = \mathbf{0.875 \text{ m}}$$

El área activa del plato ( $A_a$ ) para la transferencia de masa, y por tanto el área disponible para las perforaciones resulta, de acuerdo al arreglo que se tiene:

$$A_a = A_T - 2 A_d - \text{área ocupada por (soporte del plato + zonas de separación y distribución)}$$



**Figura 4.4 Vista superior de plato perforado de 1 paso. Distribución de áreas.**

Debido a que el área ocupada por la soportería del plato más las zonas de distribución y separación o coalescencia requeriría un diseño bastante más detallado del aquí presentado, se sugiere emplear la Tabla 6.2 Treybal<sup>(19)</sup> en donde se citan áreas activas típicas en función del diámetro de la torre. Para este caso:

$$\frac{A_a}{A_T} \Big|_{T=1.25m} = 0.7 \quad \text{por lo que } A_a = 0.7(1.227m^2) = \mathbf{0.8589 m^2}$$

### Caracterización de la compuerta o derramadero

La altura de la compuerta ( $h_w$ ) determina en gran medida la altura o profundidad promedio del líquido sobre el plato. La recomendación (Tabla 6.2 Treybal<sup>(19)</sup>) es que la profundidad del líquido se encuentre entre 50mm y 100mm y que se considere la relación  $50\text{mm} < (h_w + h_1) < 100\text{mm}$  para seleccionar un valor para  $h_w$ . Siendo  $h_1$  la altura de la cresta del líquido sobre la compuerta.

Se selecciona  $h_w = \mathbf{50 \text{ mm}}$

Para estimar  $h_1$  se propone emplear una forma ajustada de la ecuación de Francis que se emplea en la hidráulica.

$$h_1 = 0.666 \left( \frac{q}{W} \right)^{2/3} \left( \frac{W}{W_{\text{eff}}} \right)^{2/3} \quad (\text{ec.9})$$

En ésta expresión,  $W_{\text{eff}}$  es la longitud de una compuerta virtual, la longitud de una cuerda situada a una distancia del centro igual a la distancia a la que se encuentra la compuerta real más  $h_1$ .

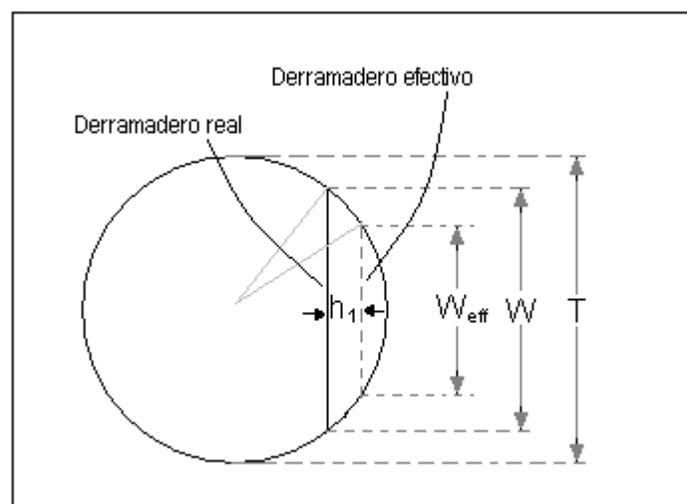


Figura 4.5 Longitud efectiva de la compuerta.

Por la geometría, se puede obtener otra relación interesante:

$$\left(\frac{W_{eff}}{W}\right)^2 = \left(\frac{T}{W}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{T}{W}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2h_1}{T} \frac{T}{W} \right\}^2 \quad (\text{ec.10})$$

Algebraicamente hablando, las ecuaciones 9 y 10 pueden resolverse simultáneamente para obtener  $h_1$  (sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas).

Es más fácil seguir un procedimiento por iteraciones (prueba y error) suponiendo un valor para  $h_1$ , sustituido en la ec. 10 para obtener  $W_{eff}/W$  y este valor probarlo en la ec.9 para obtener  $h_1$ . Se compara este valor obtenido con el supuesto hasta que coincidan. Recuérdese, para la primera suposición, que  $h_1 < h_w$ .

1era. Suposición.

Sea  $h_1=0.02$  m, de la ec. 10 se obtiene:

$$\left(\frac{W_{eff}}{W}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.7}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{1}{0.7}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2(0.02)}{1.25} \frac{1}{0.7} \right\}^2 \quad \rightarrow \quad \frac{W_{eff}}{W} = 0.9511$$

de la ec. 9

$$h_1 = 0.666 \left( \frac{5.027(10^{-3})}{0.875} \right)^{2/3} (0.9511)^{2/3} = 0.02066$$

2da. Suposición.

Sea  $h_1=0.02066$  m, de la ec. 10 se obtiene:

$$\left(\frac{W_{eff}}{W}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.7}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{1}{0.7}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2(0.02066)}{1.25} \frac{1}{0.7} \right\}^2 \quad \rightarrow \quad \frac{W_{eff}}{W} = 0.94943$$

de la ec. 9

$$h_1 = 0.666 \left( \frac{5.027(10^{-3})}{0.875} \right)^{2/3} (0.94943)^{2/3} = 0.02064 \cong 0.02066$$

Por lo que la altura de la cresta del líquido sobre el plato será  $h_1=0.0206 \text{ m}$

$h_w + h_1 = 50 \text{ mm} + 20.6 \text{ mm} = 70.6 \text{ mm}$  que se encuentra dentro del rango recomendado (50-100 mm), por lo que son válidos los valores seleccionados y estimados.

#### Caída de Presión para el Gas ( $h_G$ )

El flujo gaseoso a través de la torre, para un plato determinado, presenta en función de su trayectoria, diversas caídas de presión causadas por

- a) Fricción del flujo gaseoso a través de las paredes de la torre (generalmente despreciable).
- b) Contracción a la entrada de los orificios.
- c) Fricción en la pared de los orificios.
- d) Expansión al salir de los orificios.
- e) Carga hidrostática debida a la altura del líquido
- f) Tensión superficial de las burbujas en el seno del líquido (caída de presión residual).

De acuerdo a lo anterior, con base en lo propuesto por Treybal<sup>(19)</sup> en el capítulo de diseño de platos, los anteriores efectos quedan cubiertos mediante la expresión

$$h_G = h_D + h_L + h_R \quad (\text{ec.11})$$

donde:

$h_G$ = pérdida de carga total para la fase gaseosa a través del plato.

$h_D$ = pérdida de carga a través del “plato seco” (suma de las pérdidas por contracción + fricción + expansión).

$h_L$ = pérdida de carga hidrostática

$h_R$ = pérdida de carga residual

Por conveniencia estas caídas de presión para el gas se expresan como cargas de líquido claro de densidad  $\rho_L$  sobre el plato.

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho_L} \frac{g_c}{g}$$

$h_D$  Pérdida de carga a través del plato seco

$$\frac{2h_D g \rho_L}{V_o^2 \rho_G} = C_0 \left[ 0.4 \left( 1.25 - \frac{A_o}{A_n} \right) + \frac{4lf}{d_o} + \left( 1 - \frac{A_o}{A_n} \right)^2 \right] \quad (\text{ec. 12})$$

En esta correlación están consideradas las pérdidas de carga de la fase gaseosa por contracción, por fricción y por expansión. Siendo  $f$  el factor de fricción de Fanning y  $C_0$  es un coeficiente de orificio.

$$C_0 = 1.09 \left( \frac{d_o}{l} \right)^{0.25} = 1.09 \left( \frac{0.0045}{0.0020} \right)^{0.25} = 1.335 \quad (\text{ec. 13})$$

Velocidad del flujo gaseoso a través de los orificios ( $V_o$ ).

$$A_o = 0.1275 A_a = 0.1275 (0.8589) = \mathbf{0.1095} \text{ m}^2$$

$$V_o = \frac{Q}{A_o} = \frac{3.021 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0.1095 \text{ m}^2} = \mathbf{27.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ec. 14})$$

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (aceleración de la gravedad)}$$

A fin de obtener el factor de fricción de Fanning ( $f$ ), se requiere evaluar el número de Reynolds para el gas fluyendo en un orificio

$$\text{Re}_o = \frac{d_o V_o \rho_G}{\mu_G} \quad (\text{ec. 15})$$

de la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup> se obtiene

$$\mu_A \Big|_{1 \text{ atm}}^{95^\circ \text{C}} = 1150 (10^{-5}) \text{ cp} \qquad \mu_B \Big|_{1 \text{ atm}}^{95^\circ \text{C}} = 1250 (10^{-5}) \text{ cp}$$

$$\mu_G = \frac{\sum \mu_i y_i M_i^{1/2}}{\sum y_i M_i^{1/2}} = \frac{0.18(1150(10^{-5}))(32)^{1/2} + 0.82(1250(10^{-5}))(18.02)^{1/2}}{0.18(32)^{1/2} + 0.82(18.02)^{1/2}} = 1.23(10^{-2}) \text{ cps}$$

$$\mu_G = 1.23(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

de la ec. 15

$$\text{Re}_o = \frac{d_o V_o \rho_G}{\mu_G} = \frac{0.0045 \text{ m} \left( 27.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) 0.679 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1.23(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}} = 6871$$

de la figura A-22b del Crane<sup>(2)</sup>, considerando que la superficie cilíndrica del orificio es lisa (no rugosa)

$$f \Big|_{\substack{\text{Re}=6871 \\ \frac{\epsilon}{d}=0}} = 0.033$$

sustituyendo valores en la ec.12:

$$\frac{2h_D (9.807) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} (959) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left( 27.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 (0.679) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1.335 \left[ 0.4 \left( 1.25 - \frac{0.1095}{1.106} \right) + \frac{4(0.002 \text{ m})(0.033)}{0.0045 \text{ m}} + \left( 1 - \frac{0.1095}{1.106} \right)^2 \right]$$

de donde  $h_D = 0.048856 \text{ m}$

$h_L$  Pérdida de carga hidrostática.

$$h_L = 6.1(10^{-3}) + 0.725 h_w - 0.238 h_w V_a \rho_G^{0.5} + 1.225 \frac{q}{z} \quad (\text{ec.16})$$

$$V_a = \frac{Q}{A_a} = \frac{3.021 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0.8589 \text{ m}^2} = 3.517 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{ec.17})$$

$$z = \frac{T + W}{2} = \frac{1.25 + 0.875}{2} = \mathbf{1.0625 \text{ m}} \quad (\text{ec.18})$$

Reacuérdesse que  $z$  es la anchura promedia del caudal del líquido sobre el plato.

sustituyendo en ec.15

$$h_L = 6.1(10^{-3}) + 0.725(0.05) - 0.238(0.05)(3.517)(0.679)^{0.5} + 1.225 \frac{5.027(10^{-3})}{1.0625} = \mathbf{0.01366 \text{ m}}$$

$h_R$  Pérdida de carga residual

$$h_R = \frac{6\sigma g_c}{\rho_L d_o g} = \frac{6 \left( 0.04 \frac{N}{m} \right) 1 \frac{kg \cdot m}{N \cdot s^2}}{959 \frac{kg}{m^3} (0.0045m) 9.807 \frac{m}{s^2}} = \mathbf{5.6708(10^{-3}) \text{ m}} \quad (\text{ec.19})$$

de la ec. 11 se obtiene la pérdida de carga total para el gas

$$h_G = h_D + h_L + h_R = (0.048856 + 0.01366 + 0.0056708)m = \mathbf{0.06818 \text{ m}}$$

Pérdida de carga para el líquido ( $h_2$ )

El flujo líquido a través de la torre, para un plato determinado, presenta en función de su trayectoria diversas caídas de presión causadas por

- Fricción en las superficies del bajante del plato.
- El cambio de dirección al salir del bajante y entrar al plato.
- Fricción del flujo líquido que viaja sobre el plato.

Nuevamente, de acuerdo a la metodología propuesta por Treybal<sup>(19)</sup>, los efectos arriba mencionados quedan englobados mediante la expresión:

$$h_2 = \frac{3}{2g} \left( \frac{q}{A_{da}} \right)^2 \quad (\text{ec.20})$$

en donde  $A_{da}$  es la menor de dos áreas

- 1) Área de la sección transversal de bajante ( $A_d$ )
- 2) Área libre entre el borde o faldón del bajante y el piso del plato ( $A_L$ )

El valor de  $A_d$  fue estimado con anterioridad, siendo  $A_d=0.1081 \text{ m}^2$ , por otro lado a fin de estimar  $A_L$  es necesario establecer la altura del sello líquido<sup>6</sup> ( $h_s$ ) para el bajante el cual se sugiere como  $h_s= 25 \text{ mm}$

Por lo que la  $A_L$  está determinada por el ancho de la compuerta ( $W=0.875 \text{ m}$ ) y el valor de  $h_W-h_s= 0.050-0.025= 0.025 \text{ m}$

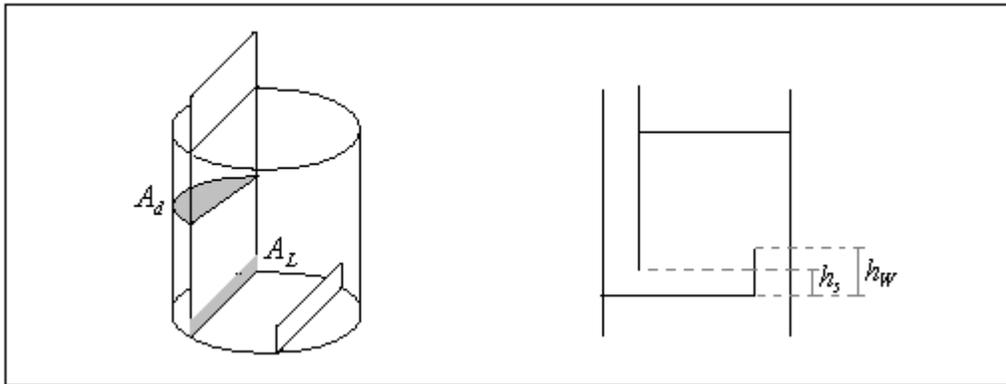


Figura 4.6 Área libre entre la el faldón del bajante y el piso del plato.

$$A_L = 0.875 \text{ m} (0.025 \text{ m}) = 0.0219 \text{ m}^2$$

De donde  $A_L < A_d$  ( $0.0219 \text{ m}^2 < 0.1081 \text{ m}^2$ ), por lo que  $A_{da} = 0.0219 \text{ m}^2$

en la ec. 19

$$h_2 = \frac{3}{2(9.807)} \left( \frac{5(10^{-3})}{0.0219} \right)^2 = 7.97(10^{-3}) \text{ m}$$

Ahora es posible estimar la caída de presión total por plato ( $\Delta P_{plato}$ ), resultando de la suma de las pérdidas de carga para la fase gaseosa y las pérdidas de carga que experimenta la fase líquida, por lo que

<sup>6</sup> El valor de  $h_s$  se selecciona de acuerdo a la tabla 6.1 Treybal<sup>(1)</sup>. En este caso, para platos que operan a presión atmosférica y superior se recomienda  $25 \text{ mm} \leq h_s \leq 40 \text{ mm}$

$$\Delta h_{plato} = h_G + h_2 = 0.06818 + 0.00797 = \mathbf{0.07615 \text{ m}}$$

$$\rho_L = 959 \text{ kg /m}^3$$

$$\Delta P_{plato} = \Delta h_{plato} \rho_L \frac{g}{g_c} = 0.07615 \text{ m} \left( 959 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( \frac{9.807 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{1 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right) = \mathbf{716.18 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}$$

De la Tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup> se tiene que para una torre que opera a 1 atm de presión, la caída de presión normal (recomendada) por plato debe encontrarse en el intervalo de 500 -800 N/m<sup>2</sup>. Por lo que el parámetro evaluado, según el diseño establecido, se encuentra dentro de este intervalo.

Además de acuerdo a la experiencia, un diseño seguro requiere que el nivel del líquido en el bajante no sea mayor a la mitad del espaciamiento entre platos. Esto previene el peligro de la inundación del plato por la fase líquida. Entonces:

$$h_w + h_1 + h_3 < \frac{t}{2} \quad (\text{ec.21})$$

En donde  $h_3$  representa la diferencia de nivel entre el líquido dentro e inmediatamente fuera del bajante o vertedero, siendo:

$$h_3 = h_G + h_2 = 0.06818 \text{ m} + 0.00797 \text{ m} = \mathbf{0.07615 \text{ m}} \quad (\text{ec.22})$$

La diferencia entre las presiones de operación de un plato y el adyacente superior es justamente la causante de esta diferencia de alturas  $h_3$ .

De lo anterior, se concluye para este caso:

$$h_w + h_1 + h_3 = (0.05 + 0.025 + 0.07615) \text{ m} = 0.15115 \quad \text{y} \quad \frac{t}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ m}$$

Por lo que se satisface esta desigualdad planteada en ec. 21, es decir:

$$h_w + h_1 + h_3 = 0.15115 \text{ m} < \frac{t}{2} = 0.25 \text{ m}$$

Hasta aquí se ha verificado que el plato diseñado cubra los requerimientos en cuanto a caídas de presión recomendadas. No obstante, resulta necesario verificar el diseño en función de los efectos de chorreo y del arrastre a fin de evaluar si este diseño provee un adecuado manejo de los flujos.

## CHORREO

Con el objeto de evitar chorreo excesivo en el plato, se debe tener una velocidad de operación del flujo gaseoso ( $V_o$ ) mayor que la velocidad mínima del gas a través de los orificios ( $V_{ow}$ ), para evitar que el líquido caiga por dichos orificios y origine una caída de la eficiencia del plato. El valor de  $V_{ow}$  es determinado mediante la siguiente expresión:

$$\frac{V_{ow}\mu_G}{\sigma g_c} = 0.0229 \left( \frac{\mu_G^2}{\sigma \cdot g_c \cdot \rho_G \cdot d_o} \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.379} \left( \frac{l}{d_o} \right)^{0.293} \left( \frac{2A_a d_o}{\sqrt{3}(p')^3} \right)^{\frac{2.8}{(Z/d_o)^{0.724}}} \quad (\text{ec.23})$$

En donde Z es la mínima longitud de la trayectoria del líquido sobre el plato, o bien, el doble de la distancia del centro del plato hasta la compuerta, para este arreglo.

Recordando la relación seleccionada  $W=0.7T$  de la tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup>, empleando un análisis de la geometría de circunferencias, se obtiene que  $0.3571T$  corresponde a la distancia existente desde el centro del plato hasta la cuerda formada por la compuerta, de longitud W, por lo que:

$$Z = 2(0.3571)(1.25) = \mathbf{0.893 \text{ m}}$$

sustituyendo valores en ec.20

$$\frac{V_{ow}(1.17(10^{-5}))}{(0.04)1} = 0.0229 \left( \frac{(1.17(10^{-5}))^2}{(0.04)(1)(0.679)(0.0045)} \frac{959}{0.679} \right)^{0.379} \left( \frac{0.002}{0.0045} \right)^{0.293} \left( \frac{2(0.8589)(0.0045)}{\sqrt{3}(0.012)^3} \right)^{\frac{2.8}{(0.893/0.0045)^{0.724}}}$$

$$V_{ow} = \mathbf{8.64 \frac{m}{s}}$$

por lo que se concluye que el plato diseñado no presentara chorreo debido a que  $V_o > V_{ow}$  ( $27.6 \text{ m/s} > 8.64 \text{ m/s}$ )

## ARRASTRE

El arrastre, expresado como la fracción del líquido que entra al plato y es arrastrado o acarreado por el flujo gaseoso hacia el plato superior (E), puede ser determinado mediante la figura 6.17 Treybal<sup>(19)</sup>, en función de:

$$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.06216 \quad \text{y} \quad \frac{V_{op}}{V_F} = 0.8, \quad \text{se obtiene } E = 0.05$$

lo que significa que el vapor arrastra apenas el 5% del líquido que entra al plato diseñado, un valor extremadamente bajo, por lo que no existe arrastre excesivo.

**Tabla 4.2 Resumen de los parámetros físicos característicos del plato diseñado. Plato perforado de flujo transversal de un solo paso de acero inoxidable con arreglo de orificio en triángulo equilátero.**

parámetro	valor	parámetro	valor
$d_o$	0.0045 m	$h_R$	0.00567 m
$p'$	0.0120 m	$h_G$	$= h_D + h_L + h_R = 0.06822$ m
$l$	0.0020 m	$h_s$	0.025m
$T$	1.25 m	$h_2$	0.00797 m
$W$	$=0.7T = 0.875$ m	$h_3$	$= h_G + h_2 = 0.07619$ m
$h_W$	0.05 m	$Z$	0.893 m
$A_T$	1.227 m <sup>2</sup>	$z$	1.0625 m
$A_d$	0.1081 m <sup>2</sup>	$V_F$	3.415 m/s
$A_n$	$=A_T - A_d = 1.1189$ m <sup>2</sup>	$V_{op}$	$=0.8V_F = 2.73$ m/s
$A_a$	$=0.7 A_T = 0.8589$ m <sup>2</sup>	$V_o$	$= Q/ A_o = 27.6$ m/s
$A_o$	$=0.1275 A_a = 0.1095$ m <sup>2</sup>	$V_a$	$= Q/ A_a = 3.52$ m/s
$h_1$	0.0221 m	$V_{ow}$	8.64 m/s
$h_D$	0.04895 m	$E$	0.05
$h_L$	0.0136 m		

**Tabla 4.3 Resumen de las propiedades características de los flujos manejados en el plato diseñado.**

parámetro	valor	parámetro	valor
$Q$	3.023 m <sup>3</sup> /s	$\bar{M}_L$	19.26
$q$	0.005 m <sup>3</sup> /s	$\bar{M}_G$	20.52
$x_A$	0.0903	$\sigma_L$	0.04 N/m
$y_A$	0.18	$\mu_G$	1.23 (10 <sup>-5</sup> ) kg / m s
$\rho_L$	959 kg/m <sup>3</sup>	$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2}$	0.06216
$\rho_G$	0.679 kg/m <sup>3</sup>		

Para estimar la eficiencia esperada para este plato dimensionado, resulta necesario efectuar el siguiente análisis de los conceptos que se requieren, con el auxilio del siguiente esquema

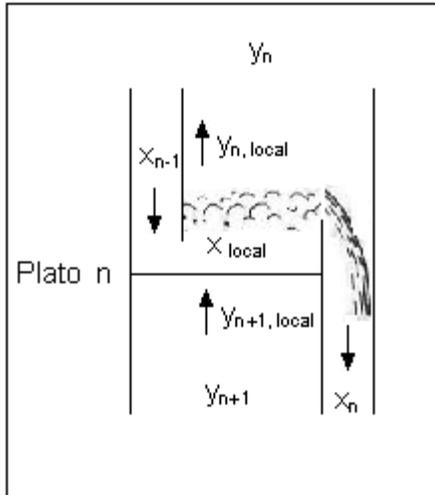


Figura 4.7 Eficiencia de plato.

La eficiencia del plato, eficiencia del plato de Murphree ( $E_{MG}$ ), se expresa de acuerdo al anterior esquema, en términos de

$$E_{MG} = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n+1}} \quad (\text{ec.24})$$

siendo  $y_n^*$  el valor de la concentración de la fase gaseosa si estuviese en equilibrio con la real concentración del líquido saliente ( $x_n$ ).

De la anterior definición se observa que a fin de evaluar  $E_{MG}$  resulta necesario conocer el cambio real de concentración que la fase gaseosa sufre en el plato diseñado. Sin embargo, debido a que solo se conocen las concentraciones promedio para una etapa dada, resulta imposible emplear la anterior definición a fin de evaluar la eficiencia del plato. No obstante, bajo el supuesto de que estas concentraciones promedio de la fase gaseosa y líquida corresponden a las concentraciones puntuales (locales) para una etapa, aplicando el concepto de eficiencia puntual ( $E_{OG}$ )

$$E_{OG} = \frac{y_{n,local} - y_{n+1,local}}{y_{n,local}^* - y_{n+1,local}} \quad (\text{ec. 25})$$

que también puede ser expresada como

$$E_{OG} = 1 - e^{-N_{iOG}} \quad (\text{ec.26})$$

$N_{iOG}$  es el número de unidades de transferencia de masa globales en función de las concentraciones de la fase gaseosa. Este valor puede obtenerse en función de los números de unidades de transferencia de masa individuales en base a cada una de las fases, ( $N_{iG}$  y  $N_{iL}$ ). Esto es:

$$\frac{1}{N_{iOG}} = \frac{1}{N_{iG}} + \frac{mG}{L} \frac{1}{N_{iL}} \quad (\text{ec.27})$$

En donde  $m$  es la pendiente promedio de la curva de equilibrio para el sistema, siendo  $G$  y  $L$  las masas velocidad molares de la fase gaseosa y de la líquida, respectivamente.

Por lo que al evaluar  $N_{iOG}$  resultará posible determinar  $E_{OG}$  de la ec. 26

Posteriormente considerando las condiciones del flujo sobre el plato en lo que se refiere al grado de mezclado, representado mediante el número de Péclet ( $Pe$ ), es posible relacionar la eficiencia puntual ( $E_{OG}$ ) y la del plato ( $E_{MG}$ ), mediante la expresión

$$\frac{E_{MG}}{E_{OG}} = \frac{1 - e^{-(\eta+Pe)}}{(\eta+Pe) \left(1 + \frac{\eta+Pe}{\eta}\right)} + \frac{e^\eta - 1}{\eta \left(1 + \frac{\eta}{\eta+Pe}\right)} \quad (\text{ec.28})$$

$$\eta = \frac{Pe}{2} \left[ \left(1 + \frac{4mGE_{OG}}{L \cdot Pe}\right)^{0.5} - 1 \right] \quad (\text{ec.29})$$

Número de Péclet para flujo en platos

$$Pe = \frac{Z^2}{D_E \theta_L} \quad (\text{ec.30})$$

Tiempo de residencia de la fase líquida sobre el plato

$$\theta_L = \frac{\text{vol. líquido sobre el plato}}{\text{flujo volumétrico del líquido}} = \frac{h_L \cdot z \cdot Z}{q} \quad (\text{ec.31})$$

Es importante señalar que para evaluar  $N_{iOG}$  de la ec. 27 se requiere información experimental sobre el número de unidades individuales de transferencia de masa en base a la fase gaseosa ( $N_{iG}$ ) y el número de unidades individuales de transferencia de masa en base a la fase líquida ( $N_{iL}$ ). Asimismo se requiere información experimental sobre la

difusividad turbulenta ( $D_E$ ) para evaluar el número de Péclet que permitirá relacionar  $E_{OG}$  con  $E_{MG}$ . Sin embargo, debido a que no se cuenta con tal información, para este caso se sugiere emplear algunas expresiones empíricas que describen razonablemente bien el comportamiento de los platos perforados<sup>7</sup>, que permitan estimar  $N_{IG}$ ,  $N_{IL}$  y  $D_E$ , en función de variables conocidas.

$$N_{IG} = \frac{0.776 + 4.57h_w - 0.238V_a\rho_G^{0.5} + \frac{104.6q}{Z}}{Sc_G^{0.5}} \quad (\text{ec.32})$$

$$N_{IL} = 40000D_L^{0.5} \left( 0.213V_a\rho_G^{0.5} + 0.15 \right) \theta_L \quad (\text{ec.33})$$

$$D_E = \left( 3.93(10^{-3}) + 0.0171V_a + \frac{3.67q}{Z} + 0.18h_w \right)^2 \quad (\text{ec.34})$$

\*Nota. Debido a que las expresiones de las ecs. 31-33 son empíricas, debe cuidarse el respetar el sistema de unidades para el cual están planteadas; en este caso S.I.U.

Finalmente, una vez estimada la eficiencia del plato  $E_{MG}$ , se debe corregir este valor considerando el efecto del arrastre del líquido por el gas (expresado como fracción,  $E$ ) mediante la expresión:

$$E_{MGE} = \frac{E_{MG}}{1 + E_{MG} \left( \frac{E}{1-E} \right)} \quad (\text{ec. 35})$$

donde  $E_{MGE}$  es la eficiencia de Murphree para el plato corregida por el arrastre.

Una vez definida la metodología a seguir, se procede a realizar las sustituciones numéricas pertinentes de los valores obtenidos durante la primera parte de la solución del presente problema.

Para estimar los parámetros  $N_{IG}$ ,  $N_{IL}$  y  $D_E$  de las ecs. 31-33 se requiere la difusividad para la mezcla líquida ( $D_L$ ) y la difusividad para la mezcla gaseosa ( $D_G$ ) a las condiciones de operación del plato (95°C, 1 atm). Para ello se han de emplear los métodos descritos con anterioridad en el capítulo 1, obteniéndose:

<sup>7</sup> Para mayor detalle al respecto. Consultar:

- "Bubble-Tray Design Manual", American Institute of Chemical Engineers; Nueva York, 1958
- Fair, J.R. *Chem. Eng.*; **76**, 90 (14 de Julio 1970)
- Gerster, J.A.: *Chem. Engr. Progr.*, **59**, 28 (1956) **17**, 631 (1971)

$$D_L \Big|_{x_A=0.0903}^{95^\circ\text{C}, 1\text{atm}} = 6.22(10^{-9}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \text{y} \quad D_G \Big|_{y_A=0.18}^{95^\circ\text{C}, 1\text{atm}} = 2.25(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Sc_G = \frac{\mu_G}{\rho_G D_G} = \frac{1.23(10^{-5})}{0.679(2.25(10^{-5}))} = 0.805$$

$$N_{iG} = \frac{0.776 + 4.57(0.05) - 0.238(3.52)(0.679)^{0.5} + \frac{104.6(5.027(10^{-3}))}{0.893}}{(0.805)^{0.5}} = 1.003$$

$$\theta_L = \frac{0.0136\text{m} \cdot (1.0625)\text{m} \cdot (0.893)\text{m}}{5.027(10^{-3}) \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 2.581 \text{ s}$$

$$N_{iL} = 40000(5.94(10^{-9}))^{0.5} (0.213(3.52)(0.679)^{0.5} + 0.15) 2.581 = 6.11$$

$$D_E = \left( 3.93(10^{-3}) + 0.0171(3.52) + \frac{3.67(5.027(10^{-3}))}{0.893} + 0.18(0.05) \right)^2 = 0.0088 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

de la ec. 26

$$\frac{1}{N_{iOG}} = \frac{1}{N_{iG}} + \frac{mG}{L} \frac{1}{N_{iL}}$$

se observa que se requiere la pendiente promedio de la curva de equilibrio (m) del sistema metanol (A)-agua (B) , así como el valor de la relación G/L

$$\text{Se sabe que} \quad L = \frac{q\rho_L}{A \cdot M_L} \quad , \quad G = \frac{Q\rho_G}{A \cdot M_G}$$

siendo común el área (A) a la cual se refieren ambos flujos; por lo que:

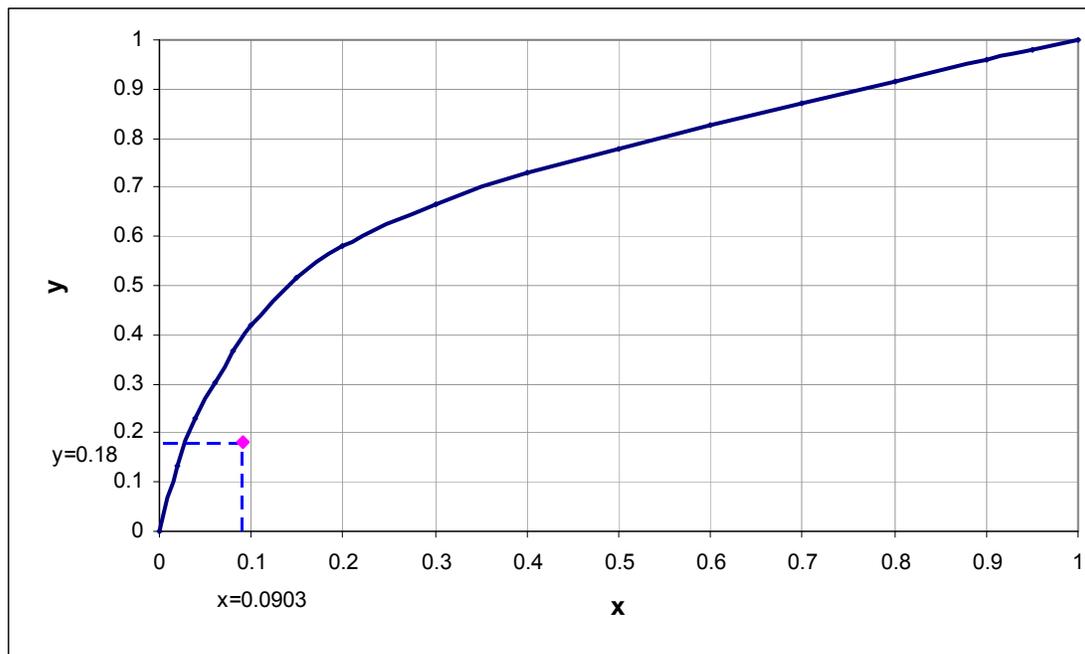
$$\frac{L}{G} = \frac{\frac{q\rho_L}{A \cdot \bar{M}_L}}{\frac{Q\rho_G}{A \cdot \bar{M}_G}} = \frac{q\rho_L \bar{M}_G}{Q\rho_G \bar{M}_L} = \frac{5.027(10^{-3})959(20.52)}{3.023(0.679)(19.26)} = \mathbf{2.49}$$

A fin de estimar la pendiente promedio de la curva de equilibrio, de la tabla 13-1 del Perry<sup>(14)</sup> para el sistema metanol-agua, se obtienen los siguientes datos de equilibrio para el sistema metanol-agua a 1 atm. de presión

**Tabla 4.4 Distribución al equilibrio, sistema metanol-agua, 95 °C y 1 atm**

<b>x</b>	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1
<b>y</b>	0	0.134	0.23	0.304	0.365	0.418	0.517	0.579	0.665	0.729	0.779	0.825	0.87	0.915	0.958	0.979	1

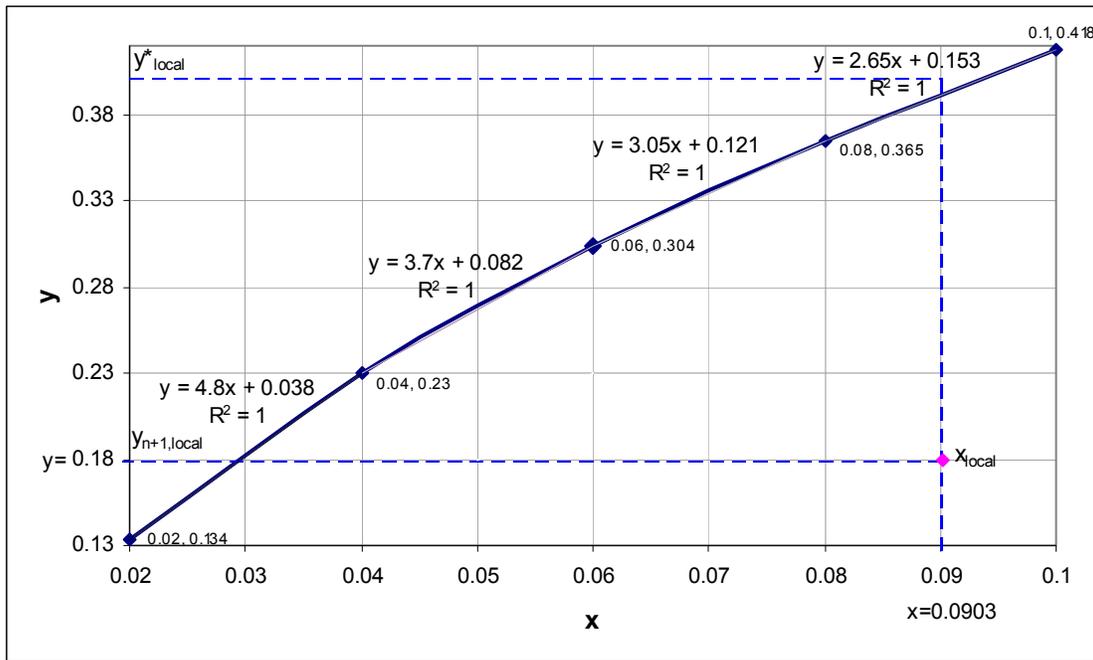
En la siguiente gráfica se presenta la curva de equilibrio del sistema y el punto formado por las concentraciones puntuales que se conocen ( $x_{n,local}$ ,  $y_{n+1,local}$ ) que formarían parte de la línea operante del proceso, resultado del efecto global de los múltiples platos.



**Figura 4.8 Curva de distribución al equilibrio, sistema metanol-agua, 95°C y 1 atm.**

Resulta de utilidad el evaluar la pendiente promedio de la curva de equilibrio solo para aquella zona en la que puede presentarse la línea de fuerzas impulsoras para este punto dado, es decir, considerando los extremos, por un lado una pendiente de la línea de fuerzas impulsoras igual a cero y por otro una pendiente de la línea de fuerzas impulsoras

que tienda al infinito. Por lo que ampliando la zona de la gráfica que describe las anteriores condiciones, se tiene la siguiente gráfica



**Figura 4.9 Estimación de la pendiente promedio de la curva de equilibrio. Sistema metanol-agua, 1 atm y 95°C.**

Empleando los valores de la curva de equilibrio que conforman el intervalo de interés y evaluando la pendiente para cada intervalo, se tiene:

Tabla 4.5 Estimación de la pendiente promedio de la curva de equilibrio.

x	y	m
0.02	0.134	
0.04	0.23	4.8
0.06	0.304	3.7
0.08	0.365	3.05
0.1	0.418	2.65

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Evaluando el promedio de estas pendientes, se obtiene

$$\bar{m} = \frac{4.8 + 3.7 + 3.05 + 2.65}{4} = \mathbf{3.55}$$

de la ec. 26

$$\frac{1}{N_{tOG}} = \frac{1}{0.976} + 3.55 \frac{1}{2.49} \frac{1}{6.11} \quad \rightarrow \quad N_{tOG} = \mathbf{0.795}$$

de la ec. 25

$$E_{OG} = 1 - e^{-N_{tOG}} = 1 - e^{-0.795} = \mathbf{0.548}$$

de las ecs. 28-30

$$Pe = \frac{(0.893)^2}{(0.0088)(2.581)} = 35.11$$

$$\eta = \frac{35.11}{2} \left[ \left( 1 + 4(3.55) \frac{1}{2.49} \frac{0.548}{35.11} \right)^{0.5} - 1 \right] = 0.7646$$

$$\frac{E_{MG}}{0.548} = \frac{1 - e^{-(0.7646+35.11)}}{(0.7646+35.11) \left( 1 + \frac{0.7646+35.11}{0.7646} \right)} + \frac{e^{0.7646} - 1}{0.7646 \left( 1 + \frac{0.7646}{0.7646+35.11} \right)}$$

$$E_{MG} = \mathbf{0.806}$$

de la ec. 35, se corrige la eficiencia al considerar el arrastre

$$E_{MGE} = \frac{0.806}{1 + 0.806 \left( \frac{0.05}{1 - 0.05} \right)} = \mathbf{0.773}$$

$E_{MGE}$	0.773
-----------	-------

❖ **PROBLEMA 4.2****ENUNCIADO:**

Una torre de platos perforados se va a diseñar para purificar una solución anilina-agua con vapor. Las circunstancias en la parte superior de la torre, que se van a utilizar para establecer el diseño son:

$$\text{Temperatura} = 98.5 \text{ }^\circ\text{C}, \text{ Presión} = 745 \text{ mm Hg abs}$$

Líquido:

Composición = 7.00 % en masa de anilina, flujo másico = 6.3 kg/s = 50000 lb/h,

densidad = 961 kg/m<sup>3</sup> = 60 lb/ pie<sup>3</sup>, viscosidad = 3 (10<sup>-4</sup>) kg/ m s = 0.3 cp,

Tensión superficial = 0.058 N/m = 58 dinas/cm,

difusividad anilina en agua = 52(10<sup>-10</sup>) m<sup>2</sup>/s = 52(10<sup>-6</sup>) cm<sup>2</sup>/s.

Vapor:

Composición = 3.6 % en mol de anilina, flujo másico = 3.15 kg/s = 25000 lb/h, difusividad de anilina en vapor de agua = 1.261(10<sup>-5</sup>) m<sup>2</sup>/s = 0.1261 cm<sup>2</sup>/s.

Los datos de equilibrio indican que  $\bar{m} = 0.0636$  a esta concentración.

- a) Diseñe un plato de flujo transversal adecuado para esta torre. Dar los detalles con respecto al tamaño de las perforaciones y el arreglo de las mismas, diámetro de la torre, espaciamiento de los platos, longitud del derramadero o compuerta y altura del mismo, sello líquido del plato, caída de presión del gas, altura del líquido en el bajante y arrastre en el gas. Verificar para chorreo excesivo.
- b) Calcule la eficiencia del plato para este diseño.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Este problema es muy similar al problema 4.1 tratado con anterioridad. Con la evidente variante de que en este caso se trata de un sistema anilina-agua.

Nuevamente se plantea una operación de destilación con vapor vivo a fin de purificar una sustancia, lo cual requiere poner en contacto íntimo dos fluidos (gas-líquido) permitiendo una transferencia de masa interfacial de sus componentes. Empleando una torre de platos para tal operación.

Reacuérdense además que los diferentes arreglos, dimensiones y condiciones de operación que se escogen para un diseño de plato dado son los que la experiencia ha demostrado proporcionan condiciones adecuadas

La primera pregunta requiere el diseño de un plato el cual será realizado sobre la base de la temperatura, la presión y las concentraciones de las fases que entran al plato en cuestión representan las condiciones críticas del equipo. Asimismo habrá que verificar si el diseño propuesto es adecuado y garantiza una operación satisfactoria del plato evitando problemas tales como: caída de presión excesiva tanto en el líquido como en el gas, chorreo o goteo, inundación y arrastre excesivo.

La segunda pregunta, concretamente se refiere a la evaluación de la eficiencia del plato, eficiencia del plato de Murphree ( $E_{MG}$ ); que representa el cambio real de concentraciones que tiene una fase determinada en relación al cambio ideal que tendría la misma fase al alcanzarse el equilibrio para una etapa dada.

Así bien, con el objeto de mostrar que este tipo de problemas posee más de una solución posible, ya que se encuentra en base al criterio de quien dimensiona, se realizará el dimensionamiento simultáneo para dos diferentes arreglos.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

La siguiente información es compartida por ambos arreglos, considérese:

A= anilina ( $C_6H_5NH_2$ ) y B= Agua ( $H_2O$ )       $M_A = 93 \text{ kg/kmol}$        $M_B = 18.02 \text{ kg/kmol}$

Composición de los Flujos de Fase Líquida y Gas

$$y_A = 0.036 \qquad x_A = \frac{7/93}{7/93 + 93/18.02} = 0.01436$$

Peso molecular promedio del líquido

$$\bar{M}_L = \sum M_i x_i = \left( \frac{93 \text{ kg}_A}{1 \text{ kmol}_A} \right) 0.01436 + \left( \frac{18.02 \text{ kg}_B}{1 \text{ kmol}_B} \right) (0.98564) = 19.077 \frac{\text{kg}_L}{\text{kmol}_L}$$

Peso molecular promedio del gas

$$\bar{M}_G = \sum M_i y_i = \left( \frac{93 \text{ kg}_A}{1 \text{ kmol}_A} \right) 0.036 + \left( \frac{18.02 \text{ kg}_B}{1 \text{ kmol}_B} \right) (0.964) = 20.7 \frac{\text{kg}_G}{\text{kmol}_G}$$

Densidad del gas, estimación considerando idealidad

$$\rho_{G,molar} = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{0.98 \text{ atm}}{0.08206 \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (371.65 \text{ K})} = 3.21(10^{-2}) \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 3.21(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_G = 3.21(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \left| \frac{20.7 \text{ kg}}{\text{kmol}} \right| = 0.665 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Flujo del Gas (Q)

$$Q = 3.15 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left| \frac{\text{m}^3}{0.665(10^{-2}) \text{ kg}} \right| = 4.737 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Flujo del Líquido (q)

$$q = 6.3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left| \frac{\text{m}^3}{961 \text{ kg}} \right| = 6.55(10^{-3}) \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Viscosidad del gas

De la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup> se obtiene

$$\mu_B \Big|_{1 \text{ atm}}^{98.5^\circ \text{C}} = 1250(10^{-5}) \text{ cps}$$

$$\mu_A \Big|_{1 \text{ atm}}^{95^\circ \text{C}} = \text{No se encontró}$$

Sin embargo debido a que la fracción de anilina es mínima en la mezcla ( $y_A=0.036$ ), se considera que la viscosidad de la mezcla gaseosa corresponde prácticamente a la del componente B

$$\mu_G \cong 1.25(10^{-2}) \text{ cps} = 1.25(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

### Relación de masas-velocidad

Se tiene que ambos flujos ( $L'$  y  $G'$ ) se encuentran dadas en función del área transversal del equipo, la cual no se conoce aun, por lo que sobre la base de que ambos términos se encuentran afectados por la misma área se tiene

$$L' = \frac{q\rho_L}{A} \quad G' = \frac{Q\rho_G}{A}$$

$$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = \frac{q\rho_L}{Q\rho_G} \frac{\rho_G^{0.5}}{\rho_L^{0.5}} = \frac{q}{Q} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/2} = \frac{6.55(10^{-3})}{4.737} \left( \frac{961}{0.665} \right)^{1/2} = 0.05256$$

**Tabla 4.6 Resumen de la información proporcionada en el enunciado y la evaluada**

parámetro	valor	parámetro	valor
P	0.98 atm	$\bar{M}_L$	19.08 kg/ kmol
T	317.62 K	$\bar{M}_G$	20.70 kg/kmol
Q	4.737 m <sup>3</sup> /s	$\sigma_L$	0.058 N/m
q	0.00655 m <sup>3</sup> /s	$\mu_G$	1.25 (10 <sup>-5</sup> ) kg / m s
$x_A$	0.01436	$\mu_L$	3 (10 <sup>-4</sup> ) kg / m s
$y_A$	0.036	$D_{AB,L}$	52 (10 <sup>-10</sup> ) m <sup>2</sup> /s
$\rho_L$	961 kg/m <sup>3</sup>	$D_{AB,G}$	1.261 (10 <sup>-5</sup> ) m <sup>2</sup> /s
$\rho_G$	0.665 kg/m <sup>3</sup>	$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2}$	0.05256

## Diámetro de la Torre (T)

Velocidad de inundación ( $V_F$ )

$$V_F = C_F \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/2} \quad (\text{ec.1})$$

Constante de inundación ( $C_F$ )

$$C_F = \left[ \alpha \cdot \log \left( \frac{1}{\left( \frac{L'}{G'} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5}} \right) + \beta \left( \frac{\sigma}{0.02} \right)^{0.2} \right] \quad (\text{ec.2})$$

Las expresiones para evaluar las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  se encuentran en la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(19)</sup> en función de las relaciones:

$$\frac{A_0}{A_a} \text{ y } \frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2}$$

A fin de determinar el valor de los parámetros arriba presentados, será necesario establecer el arreglo y diámetro de las perforaciones. Asimismo se establecerá el espaciamiento entre platos y la relación diámetro compuerta, los cuales también son seleccionados y se emplearán más adelante.

**Tabla 4.7 Selección de parámetros característicos de platos perforados. Diseños en arreglo A y B.**

		Plato perforado de flujo transversal de un solo paso	
		ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
Material	<sup>8</sup>	Acero inoxidable	Acero inoxidable
Arreglo Orificio		Triangulo equilátero	Triangulo equilátero
$d_o$	<sup>9</sup>	0.0045 m	0.0060m
$p'$		= $3d_o$ =0.0135 m	= $2.5d_o$ =0.0150m
$t$	<sup>10</sup>	0.40 m	0.60m
$W$	<sup>11</sup>	=0.65T	=0.75T

<sup>8</sup> El material estructural de acuerdo al sistema metanol-agua podría ser acero al carbón debido a que no se requiere una alta resistencia a la corrosión; sin embargo debido a que no se cuenta con valores de la relación  $l/d_o$  para este material y el diseño esta a libre criterio, se opta por emplear acero inoxidable.

<sup>9</sup> Nótese que estos valores se encuentran dentro de los rangos sugeridos para  $3mm \leq d_o \leq 12mm$  y  $2.5d_o \leq p' \leq 5d_o$ .

<sup>10</sup> Se considera que 15 cm es un valor mínimo aceptable. No obstante se pueden emplear otros valores de espaciamiento, como en este caso.

De la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(19)</sup>, se obtiene:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\frac{l}{d_o} \Big _{\substack{d_o=4.5mm \\ \text{acero\_inoxidable}}} = 0.43$	$\frac{l}{d_o} \Big _{\substack{d_o=6mm \\ \text{acero\_inoxidable}}} = 0.32$

Siendo el espesor del plato ( $l$ )

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$l = 0.43d_o = 0.43(4.5mm) = 1.93mm \cong 2mm$	$l = 0.32d_o = 0.32(6.0mm) = 1.92mm \cong 2mm$

Para arreglo triangular

$$\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{d_o}{p'} \right)^2 \quad (\text{ec. 3})$$

por lo cual, sustituyendo los parámetros conocidos en la ec. 3, se obtiene:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{4.5}{13.5} \right)^2 = 0.10078$	$\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{6}{15} \right)^2 = 0.14512$

Estimación de  $\alpha$  y  $\beta$

De la Tabla 6.2 Treybal<sup>(19)</sup> :

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
Para $\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{4.5}{13.5} \right)^2 = 0.10078$ y	$\frac{A_o}{A_a} = 0.907 \left( \frac{6}{15} \right)^2 = 0.14512$ y
$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = 0.05256$	$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = 0.05256$

<sup>11</sup> Relación típica en el diseño de platos, de acuerdo a tabla 6.1 Treybal  $0.6T \leq W \leq 0.8T$

<sup>12</sup> Emplear 0.1 en la relación de flujos al evaluar  $C_F$ , Información proporcionada en T. 6.2 en función del rango en que se encuentra la relación de flujos y que debe emplearse al evaluar  $C_F$ .

Las expresiones a emplear son:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\alpha = 0.0744t + 0.1173$	$\alpha = 0.0744t + 0.1173$
$\beta = 0.0304t + 0.015$	$\beta = 0.0304t + 0.015$

Como se observa, las expresiones anteriores, se encuentran en términos del espaciamiento entre platos (t), por lo que habrá que emplear los valores seleccionados para "t" a fin de evaluar numéricamente el diámetro de la torre y comprobando posteriormente estos valores respecto a caídas de presión recomendadas y manejo adecuado de los flujos.

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
t= 0.40 m	t=0.60 m

Sustituyendo "t" en las expresiones para  $\alpha$  y  $\beta$

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\alpha = 0.0744(0.4) + 0.1173 = 0.04149$	$\alpha = 0.0744(0.6) + 0.1173 = 0.05637$
$\beta = 0.0304(0.4) + 0.015 = 0.02716$	$\beta = 0.0304(0.6) + 0.015 = 0.03324$

Obteniendo  $C_F$  de la ec.2

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$C_F = \left[ 0.04149 \log\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.02716 \right] \left(\frac{0.058}{0.02}\right)^{0.2}$	$C_F = \left[ 0.05637 \log\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.03324 \right] \left(\frac{0.058}{0.02}\right)^{0.2}$
=0.08494	=0.11087

y de la ec. 1

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
-------------	-------------

$V_F = 0.08494 \left( \frac{961 - 0.665}{0.665} \right)^{1/2} = 3.23 \frac{m}{s}$	$V_F = 0.11087 \left( \frac{961 - 0.665}{0.665} \right)^{1/2} = 4.21 \frac{m}{s}$	
Considérese <sup>13</sup> $V_{op} = 0.75V_F$	$V_{op} = 0.75V_F$	
$V_{op} = 0.75V_F = 0.75(3.23) = 2.42 \frac{m}{s}$	$V_{op} = 0.75V_F = 0.75(4.21) = 3.16 \frac{m}{s}$	(ec.4)

Por lo que el área neta del plato sin compuerta ( $A_n$ ), será:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"	
$A_n = \frac{Q}{V_{op}} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{2.42 \frac{m}{s}} = 1.957 m^2$	$A_n = \frac{Q}{V_{op}} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{3.16 \frac{m}{s}} = 1.499 m^2$	(ec.5)

Recordando el arreglo de este tipo de platos en una torre, se tiene que el área total ( $A_t$ ) es la suma del área ocupada por el bajante ( $A_d$ ) mas el área que representa la superficie del plato ( $A_n$ )

$$A_t = A_n + A_d \quad (\text{ec.6})$$

Asimismo para evaluar el área del bajante resulta necesario seleccionar una relación entre la longitud de la compuerta y el diámetro del plato. Sobre esto, ya se había definido que:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"	
W=065T	W=0.75T	

De la Tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup>, para estos valores de W se obtiene:

	ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
Distancia desde el centro de la torre hasta la compuerta=	0.38 T	0.3707 T
Porcentaje del área de la torre utilizada por el bajante =	6.899 %	11.255%

<sup>13</sup> El sistema anilina-agua es considerado como un sistema espumante por lo que se recomienda que la velocidad de operación ( $V_{op}$ ) sea menor al 75% de la velocidad de inundación ( $V_F$ ).

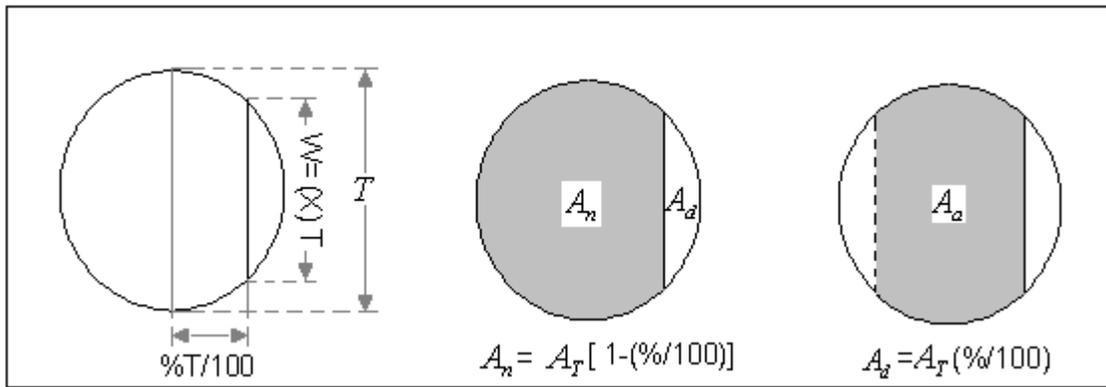


Figura 410 Vista Superior de Plato Perforado de 1 paso.

por lo que es posible determinar el valor de  $A_t$  mediante las siguientes expresiones:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"	
$A_t = \frac{1.957}{1 - 0.06899} = 2.1025m^2$	$A_t = \frac{1.499}{1 - 0.011255} = 1.6891m^2$	(ec.7)

el diámetro de la torre, será:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"	
$T = \sqrt{\frac{4A_t}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(2.1025)}{\pi}} = 1.636m \cong 1.65m$	$T = \sqrt{\frac{4A_t}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(1.6891)}{\pi}} = 1.466m \cong 1.5m$	(ec.8)

de acuerdo a las recomendaciones de la Tabla 6.1 de Treybal<sup>(19)</sup>, para un buen diseño de plato de flujo transversal de un solo paso, se debe cumplir la siguiente relación:

$$\frac{q}{T} \leq 0.015 \frac{m^3}{m \cdot s}$$

siendo en estos casos:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"	
$\frac{q}{T} = \frac{6.55(10^{-3}) \frac{m^3}{s}}{1.65m} = 0.00397 \frac{m^3}{m \cdot s}$	$\frac{q}{T} = \frac{6.55(10^{-3}) \frac{m^3}{s}}{1.5m} = 0.00436 \frac{m^3}{m \cdot s}$	

por lo que, en base a la relación recomendada y los valores determinados para los arreglos “A” y “B”, se concluye que los platos con las características hasta aquí descritas manejaran adecuadamente el flujo del líquido.

Debido a que en la ec. 7 se ajustó el valor del diámetro, a fin de que sea industrialmente más fácil de fabricar, resulta necesario corregir las áreas  $A_t$  y  $A_d$ , así como la longitud de la compuerta que también se encuentra expresada en función de  $T$ ; siendo los valores corregidos los empleados de aquí en adelante.

### Corrección de Áreas

ARREGLO “A”	ARREGLO “B”
sea $T = 1.65m \rightarrow W = 0.65T = 1.0725m$	Sea $T = 1.5m \rightarrow W = 0.75T = 1.125m$
$A_t = \frac{\pi}{4}T^2 = \frac{\pi}{4}(1.65m)^2 = 2.1382m^2$	$A_t = \frac{\pi}{4}T^2 = \frac{\pi}{4}(1.5m)^2 = 1.7671m^2$
$A_d = 0.06899A_t = 0.06899(2.1382m^2) = 0.1475m^2$	$A_d = 0.11255A_t = 0.11255(1.7671m^2) = 0.1989m^2$
$A_n = A_t - A_d = (2.1382 - 0.1475)m^2 = 1.9907m^2$	$A_n = A_t - A_d = (1.7671 - 0.1989)m^2 = 1.5682m^2$

El área activa del plato ( $A_a$ ) para la transferencia de masa, y por tanto el área disponible para las perforaciones resulta, de acuerdo a los arreglos que se tienen (Veáse figura 4.4):

$$A_a = A_T - 2 A_d - \text{área ocupada por (soporte del plato + zonas de separación y distribución)}$$

Debido a que el área ocupada por la soportería del plato más las zonas de distribución y separación o coalescencia requeriría un diseño bastante más detallado del aquí presentado, se sugiere emplear la Tabla 6.2 Treybal<sup>(19)</sup> en donde se citan áreas activas típicas en función del diámetro de la torre.

En estos casos, interpolando en los valores contenidos en la tabla anteriormente mencionada, para los valores de diámetro determinados se tiene:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\frac{A_a}{A_t} \Big _{T=1.65m} \cong 0.72 \rightarrow$	$\frac{A_a}{A_t} \Big _{T=1.5m} \cong 0.72 \rightarrow$
$A_a = 0.72 A_t = 0.72(2.1382m^2) = 1.5395m^2$	$A_a = 0.72 A_t = 0.72(1.7671m^2) = 1.2723m^2$
$V_a = \frac{Q}{A_a} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{1.5395m^2} = 3.077 \frac{m}{s}$	$V_a = \frac{Q}{A_a} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{1.2723m^2} = 3.72 \frac{m}{s}$
$A_o = 0.10078 A_a = 0.10078(1.5395)m^2 = 0.1551m^2$	$A_o = 0.14512 A_a = 0.14512(1.2723)m^2 = 0.1846m^2$
$V_o = \frac{Q}{A_o} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{0.1551m^2} = 30.54 \frac{m}{s}$	$V_o = \frac{Q}{A_o} = \frac{4.737 \frac{m^3}{s}}{0.1846m^2} = 25.66 \frac{m}{s}$

### Caracterización de la compuerta

Altura de la compuerta ( $h_w$ )

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
Se selecciona <sup>14</sup> $h_w=50$ mm	Se selecciona $h_w=60$ mm

Cresta de la compuerta ( $h_1$ )

$$\left(\frac{W_{eff}}{W}\right)^2 = \left(\frac{T}{W}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{T}{W}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2h_1}{T} \frac{T}{W} \right\}^2 \quad (ec.9)$$

$$h_1 = 0.666 \left(\frac{q}{W}\right)^{2/3} \left(\frac{W}{W_{eff}}\right)^{2/3} \quad (ec. 10)$$

Algebraicamente hablando, las ecuaciones 9 y 10 pueden resolverse simultáneamente para obtener  $h_1$  (sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas).

<sup>14</sup> De la Tabla 6.2 del Treybal<sup>(1)</sup> se recomienda que la profundidad del líquido se encuentre en el rango  $50mm < h_w + h_1 < 100$  mm

En el problema 4.1 se mostró que es más fácil seguir un procedimiento por iteraciones (prueba y error) suponiendo un valor para  $h_1$ , sustituido en la ec. 10 para obtener  $W_{eff}/W$  y este valor probarlo en la ec.9 para obtener  $h_1$ . Se compara este valor obtenido con el supuesto hasta que coincidan. Ahora bien, para este caso se habrá de proceder mediante el empleo de otro tipo de herramienta ya que actualmente existen en el mercado diversos tipos de calculadoras programables que permiten resolver sistemas de ecuaciones simultáneas complejas de una manera rápida y eficiente. En este caso se emplea la calculadora HP 48G+, ingresando las siguientes expresiones.

**ARREGLO "A"**

$$\left(\frac{W_{eff}}{1.0725}\right)^2 = \left(\frac{1.65}{1.0725}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{1.65}{1.0725}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2 \left( 0.666 \left( \frac{6.55(10^{-3})}{1.0725} \right)^{2/3} \left( \frac{1.0725}{W_{eff}} \right)^{2/3} \right) 1.65}{1.65 \cdot 1.0725} \right\}^2 \rightarrow W_{eff} = 1.016084 \text{ m}$$

**ARREGLO "B"**

$$\left(\frac{W_{eff}}{1.125}\right)^2 = \left(\frac{1.5}{1.125}\right)^2 - \left\{ \left[ \left(\frac{1.5}{1.125}\right)^2 - 1 \right]^{0.5} + \frac{2 \left( 0.666 \left( \frac{6.55(10^{-3})}{1.125} \right)^{2/3} \left( \frac{1.125}{W_{eff}} \right)^{2/3} \right) 1.5}{1.5 \cdot 1.125} \right\}^2 \rightarrow W_{eff} = 1.084441 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ec.10, se obtiene:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_1 = 0.02307 \text{ m}$	$h_1 = 0.02209 \text{ m}$

Verificando si los valores seleccionados se encuentran dentro del rango de los recomendados (50-100 mm):

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_w + h_1 = 50 \text{ mm} + 23.07 \text{ mm} = 73.07 \text{ mm}$	$h_w + h_1 = 60 \text{ mm} + 22.09 \text{ mm} = 82.09 \text{ mm}$

Se comprueba que los valores seleccionados y determinados se encuentran dentro del rango recomendado, por lo cual se espera un buen desempeño del diseño.

### Caída de Presión para el Gas ( $h_G$ )

De acuerdo al método propuesto por Treybal<sup>(19)</sup>, la caída de presión para la fase gaseosa se encuentra en función de la siguiente expresión:

$$h_G = h_D + h_L + h_R \quad (\text{ec. 11})$$

### $h_D$ Pérdida de carga a través del plato seco

$$\frac{2h_D g \rho_L}{V_o^2 \rho_G} = C_0 \left[ 0.4 \left( 1.25 - \frac{A_o}{A_n} \right) + \frac{4lf}{d_o} + \left( 1 - \frac{A_o}{A_n} \right)^2 \right] \quad (\text{ec. 12})$$

$$C_0 = 1.09 \left( \frac{d_o}{l} \right)^{0.25} \quad (\text{ec. 13})$$

De la ec. 12 se ha de obtener  $h_D$ , pero primero será necesario evaluar “ $C_0$ ” de ec. 13 y obtener el factor de fricción de Fanning ( $f$ ) de un diagrama de Moody. Siendo necesario, en primera instancia, el evaluar el número de Reynolds para el gas fluyendo en los orificios

$$\text{Re}_o = \frac{d_o V_o \rho_G}{\mu_G} \quad (\text{ec. 14})$$

sustituyendo en la ec. 13

ARREGLO “A”	ARREGLO “B”
$C_0 = 1.09 \left( \frac{d_o}{l} \right)^{0.25} = 1.09 \left( \frac{0.0045}{0.002} \right)^{0.25} = 1.3350$	$C_0 = 1.09 \left( \frac{0.006}{0.002} \right)^{0.25} = 1.4345$

de la ec. 14

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\text{Re}_o = \frac{0.0045m \left( 30.54 \frac{m}{s} \right) 0.665 \frac{kg}{m^3}}{1.25(10^{-5}) \frac{kg}{m \cdot s}} = 7311.3$	$\text{Re}_o = \frac{0.006m \left( 25.66 \frac{m}{s} \right) 0.665 \frac{kg}{m^3}}{1.25(10^{-5}) \frac{kg}{m \cdot s}} = 8190.7$

de figura A-23b del Crane<sup>(2)</sup>, considerando la superficie de la pared del orificio no rugosa;  
es decir:  $\epsilon/d = 0$

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$f \Big _{\substack{\text{Re}=7311 \\ \epsilon/d=0}} = 0.033$	$f \Big _{\substack{\text{Re}=8190 \\ \epsilon/d=0}} = 0.0317$

sustituyendo en la ec 12

ARREGLO "A"
$\frac{2h_D(9.807) \frac{m^2}{s} (961) \frac{kg}{m^3}}{\left( 30.54 \frac{m}{s} \right)^2 (0.665) \frac{kg}{m^3}} = 1.335 \left[ 0.4 \left( 1.25 - \frac{0.1551}{1.9907} \right) + \frac{4(0.002m)(0.033)}{0.0045m} + \left( 1 - \frac{0.1551}{1.9907} \right)^2 \right]$ <p style="text-align: right;"><math>\rightarrow h_D = 0.06052m</math></p>

ARREGLO "B"
$\frac{2h_D(9.807) \frac{m^2}{s} (961) \frac{kg}{m^3}}{\left( 25.66 \frac{m}{s} \right)^2 (0.665) \frac{kg}{m^3}} = 1.4345 \left[ 0.4 \left( 1.25 - \frac{0.1846}{1.5682} \right) + \frac{4(0.002m)(0.0317)}{0.006m} + \left( 1 - \frac{0.1846}{1.5682} \right)^2 \right]$ <p style="text-align: right;"><math>\rightarrow h_D = 0.04244m</math></p>

$h_L$  Pérdida de carga hidrostática, resultante de la profundidad del líquido sobre el plato.

$$h_L = 6.1(10^{-3}) + 0.725h_w - 0.238h_w V_a \rho_G^{0.5} + 1.225 \frac{q}{z} \quad (\text{ec.15})$$

$$z = \frac{T + W}{2} \quad (\text{ec.16})$$

de ec. 16

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$z = \frac{1.65 + 1.0725}{2} = 1.36125m$	$z = \frac{1.5 + 1.125}{2} = 1.3125m$

sustituyendo en ec.15

ARREGLO "A"
$h_L = 6.1(10^{-3}) + 0.725(0.05) - 0.238(0.05)(3.077)(0.665)^{0.5} + 1.225 \frac{6.55(10^{-3})}{1.36125} = 0.01861m$

ARREGLO "B"
$h_L = 6.1(10^{-3}) + 0.725(0.06) - 0.238(0.06)(3.72)(0.665)^{0.5} + 1.225 \frac{6.55(10^{-3})}{1.3125} = 0.01272m$

$h_R$  Pérdida de carga residual

$$h_R = \frac{6\sigma g_c}{\rho_L d_o g} \quad (\text{ec.17})$$

de ec. 17

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_R = \frac{6 \left( 0.058 \frac{N}{m} \right) 1 \frac{kg \cdot m}{N \cdot s^2}}{961 \frac{kg}{m^3} (0.0045m) 9.8 \frac{m}{s^2}} = 8.2(10^{-3})m$	$h_R = \frac{6 \left( 0.058 \frac{N}{m} \right) 1 \frac{kg \cdot m}{N \cdot s^2}}{961 \frac{kg}{m^3} (0.006M) 9.8 \frac{m}{s^2}} = 6.15(10^{-3})m$

de la ec. 11 se obtiene la pérdida de carga total para el gas

ARREGLO "A"
$h_G = h_D + h_L + h_R = (0.06052 + 0.01861 + 0.0082)m = 0.08733m$

**ARREGLO "B"**

$$h_G = h_D + h_L + h_R = (0.04244 + 0.01272 + 0.00615)m = 0.06131m$$

Pérdida de carga para el líquido ( $h_2$ )

De acuerdo al método propuesto por Treybal<sup>(19)</sup>, la pérdida de carga para la fase líquida ( $h_2$ ), es expresada mediante:

$$h_2 = \frac{3}{2g} \left( \frac{q}{A_{da}} \right)^2 \quad (\text{ec.18})$$

de donde  $A_{da}$  es la menor de dos áreas

- 1) Área de la sección transversal del bajante ( $A_d$ )
- 2) Área libre entre el borde o faldón del bajante y el piso del plato ( $A_L$ )

El valor de  $A_d$  fue estimado con anterioridad siendo

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$A_d=0.1475 \text{ m}^2$	$A_d=0.1989 \text{ m}^2$

Por otro lado, a fin de estimar  $A_L$  es necesario establecer la altura del sello líquido<sup>15</sup> ( $h_s$ ) para el bajante el cual se selecciona como:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_s= 25 \text{ mm}$	$h_s= 40 \text{ mm}$

Por lo que la  $A_L$  esta determinado por el ancho de la compuerta ( $W$ ) y el valor de la diferencia  $h_W-h_s$ . (Veáse figura 4.6)

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$W = 0.65T = 1.0725m$ y $h_W=50 \text{ mm}$ $h_W-h_s = 50\text{mm}-25\text{mm}=25\text{mm}=0.025m$	$W = 0.75T = 1.125m$ y $h_W=60 \text{ mm}$ $h_W-h_s = 60\text{mm}-40\text{mm}=20\text{mm}=0.020m$

<sup>15</sup> El valor de  $h_s$  se selecciona de acuerdo a al tabla 6.1 Treybal<sup>(1)</sup>, en este caso para platos que operan a presión atmosférica se recomienda como mínimo  $h_s = 25 \text{ mm}$ , empleando  $40 \text{ mm}$  preferentemente.

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$A_L = 1.0725 \text{ m} (0.025\text{m}) = 0.02681 \text{ m}^2$	$A_L = 1.125 \text{ m} (0.020\text{m}) = 0.0225 \text{ m}^2$

Comparando ambas áreas  $A_d$  y  $A_L$

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$A_L < A_d \quad (0.02681 \text{ m}^2 < 0.1475 \text{ m}^2)$ por lo que $A_{da} = 0.02681 \text{ m}^2$	$A_L < A_d \quad (0.0225 \text{ m}^2 < 0.1989 \text{ m}^2)$ por lo que $A_{da} = 0.0225 \text{ m}^2$

de la ec. 18

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_2 = \frac{3}{2(9.807)} \left( \frac{6.55(10^{-3})}{0.02681} \right)^2 = 9.13(10^{-3}) \text{ m}$	$h_2 = \frac{3}{2(9.807)} \left( \frac{6.55(10^{-3})}{0.0225} \right)^2 = 12.96(10^{-3}) \text{ m}$

Ahora es posible estimar la caída de presión total por plato ( $\Delta P_{plato}$ ), resultando de la suma de las pérdidas de carga para la fase gaseosa y las pérdidas que experimenta la fase líquida, por lo que

$$\Delta h_{plato} = h_G + h_2 = \quad \quad \quad (\text{ec. 19})$$

de ec. 19

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\Delta h_{plato} = h_G + h_2 = 0.08733 + 0.00913 = 0.09646 \text{ m}$	$\Delta h_{plato} = h_G + h_2 = 0.06131 + 0.01296 = 0.0743 \text{ m}$
$\Delta P_{plato} \rho_L \left  \frac{g}{g_c} \right  [=] 0.09646 \text{ m} \left( 961 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( \frac{9.807 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{1 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right) [=] 909.1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$\Delta P_{plato} \rho_L \left  \frac{g}{g_c} \right  [=] 0.0743 \text{ m} \left( 961 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( \frac{9.807 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{1 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right) [=] 699.98 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

De la Tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup> se tiene que para una torre que opera a 1 atm de presión la caída de presión normal (recomendada) por plato debe encontrarse en el intervalo de 500-800 N/ m<sup>2</sup>.

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
En este caso se excede moderadamente la caída de presión recomendada. No obstante, se puede considerar el diseño como factible debido a que no se aleja demasiado del intervalo recomendado.	En este caso nos encontramos dentro del intervalo recomendado.

Además se tiene que, de acuerdo a la experiencia, un diseño seguro requiere que el nivel del líquido en el bajante no sea mayor a la mitad del espaciamiento entre platos, es decir:

$$h_w + h_1 + h_3 < \frac{t}{2} \quad (\text{ec.20})$$

En donde  $h_3$  representa la diferencia de nivel entre el líquido dentro e inmediatamente fuera del bajante, siendo:

$$h_3 = h_G + h_2 \quad (\text{ec.21})$$

de las ecs. 20 y 21

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$h_3 = h_G + h_2 = 0.08733 + 0.00913 = 0.09646 \text{ m}$	$h_3 = h_G + h_2 = 0.06131 + 0.01296 = 0.0743 \text{ m}$
$h_w + h_1 + h_3 = 0.05 + 0.02307 + 0.09646 = 0.16953 \text{ m}$	$h_w + h_1 + h_3 = 0.06 + 0.02209 + 0.0743 = 0.1563 \text{ m}$
$\frac{t}{2} = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ m}$	$\frac{t}{2} = \frac{0.6}{2} = 0.3 \text{ m}$

comparando

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$0.16953 \text{ m} < 0.2 \text{ m}$	$0.1563 \text{ m} < 0.3 \text{ m}$

Satisfaciéndose, en ambos arreglos, la desigualdad de ec 20.

Hasta aquí se ha verificado que el plato diseñado cubre los requerimientos en cuanto a caídas de presión recomendadas. No obstante, resulta necesario verificar el diseño en función de los efectos de chorreo y arrastre a fin de evaluar si este diseño provee un adecuado manejo de los flujos.

## CHORRREO

Con el objeto de evitar chorro excesivo en el plato, se debe tener una velocidad de operación del flujo gaseoso ( $V_o$ ) mayor que la velocidad mínima del gas a través de los orificios ( $V_{ow}$ ), expresada mediante

$$\frac{V_{ow}\mu_G}{\sigma g_c} = 0.0229 \left( \frac{\mu_G^2}{\sigma \cdot g_c \cdot \rho_G \cdot d_o} \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.379} \left( \frac{l}{d_o} \right)^{0.293} \left( \frac{2A_a d_o}{\sqrt{3}(p')^3} \right)^{\frac{2.8}{(Z/d_o)^{0.724}}} \quad (\text{ec.22})$$

En donde Z es la mínima longitud de la trayectoria del líquido sobre el plato, o bien, el doble de la distancia del centro del plato hasta la compuerta, para estos arreglos de platos.

Recordando la relación seleccionada

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
W=0.65T	W=0.75T

de la tabla 6.1 Treybal<sup>(19)</sup>, empleando un análisis de la geometría de circunferencias, se obtienen las siguientes relaciones, que corresponden a la distancia existente desde el centro del plato hasta la cuerda formada por la compuerta de longitud W

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
0.38T	W=0.3307T

por lo cual

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$Z = 2(0.38)(1.65) = 1.254m$	$Z = 2(0.3307)(1.5) = 0.9921m$

Sustituyendo los valores en la ec.20

ARREGLO "A"
$\frac{V_{ow}(1.25(10^{-5}))}{(0.058)l} = 0.0229 \left( \frac{(1.25(10^{-5}))^2}{(0.058)(1)(0.665)(0.0045)} \frac{961}{0.665} \right)^{0.379} \left( \frac{0.002}{0.0045} \right)^{0.293} \left( \frac{2(1.5395)(0.0045)}{\sqrt{3}(0.0135)^3} \right)^{\frac{2.8}{(1.254/0.0045)^{0.724}}}$
$\rightarrow V_{ow} = 9.917 \frac{m}{s}$

**ARREGLO "B"**

$$\frac{V_{ow}(1.25(10^{-5}))}{(0.058)l} = 0.0229 \left( \frac{(1.25(10^{-5}))^2}{(0.058)(1)(0.665)(0.006)} \frac{961}{0.665} \right)^{0.379} \left( \frac{0.002}{0.006} \right)^{0.293} \left( \frac{2(1.2723)(0.0045)}{\sqrt{3}(0.015)^3} \right)^{\frac{2.8}{(0.9921/0.006)^{0.724}}}$$

$$\rightarrow V_{ow} = 9.583 \frac{m}{s}$$

por lo que se concluye que los platos diseñados no presentaran chorreo excesivo, ya que satisfacen la siguiente desigualdad

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$V_o > V_{ow}$ (30.54m/s > 9.917 m/s)	$V_o > V_{ow}$ (25.66m/s > 9.583 m/s)

**ARRASTRE**

El arrastre, expresado en términos de la fracción del líquido que entra al plato y es arrastrado por el flujo gaseoso hacia el plato superior (E), puede ser determinado mediante la figura 6.17 Treybal<sup>(19)</sup>, en función de:

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = 0.5256$ y $\frac{V_{op}}{V_F} = 0.75$	$\frac{L'}{G'} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{1/2} = 0.5256$ y $\frac{V_{op}}{V_F} = 0.75$

Se obtiene

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
E= 0.05	E= 0.05

lo anterior significa que el vapor arrastra apenas el 5% del líquido en el plato diseñado, un valor extremadamente bajo, por lo que no existe arrastre excesivo.

**Figura 4.8 Resumen de los parámetros característicos de los platos diseñados, arreglo "A" y arreglo "B". Plato perforado de flujo transversal de un solo paso.**

PARÁMETRO	ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
Material	Acero inoxidable	Acero inoxidable
Arreglo Orificio	Triangulo equilátero	Triangulo equilátero
$d_o$	=0.0045 m	=0.0060m
$p'$	= $3d_o=0.0135$ m	= $2.5d_o=0.0150$ m
$t$	=0.40 m	=0.60m
$W$	= $0.65T = 1.0725$ m	= $0.75T=$
$l$	=0.002m	=0.002m
$T$	=1.65 m	=1.50 m
$W_{eff}$	= 1.016 m	= 1.084 m
$h_w$	=0.05 m	=0.06 m
$A_t$	= $2.1382$ m <sup>2</sup>	= $1.7671$ m <sup>2</sup>
$A_d$	= $0.1475$ m <sup>2</sup>	= $0.1989$ m <sup>2</sup>
$A_n$	= $A_t - A_d= 1.9907$ m <sup>2</sup>	= $A_t - A_d= 1.5682$ m <sup>2</sup>
$A_a$	= $0.72 A_t= 1.5395$ m <sup>2</sup>	= $0.72 A_t= 1.2327$ m <sup>2</sup>
$A_o$	= $0.10078 A_a= 0.1551$ m <sup>2</sup>	= $0.14512 A_a= 0.1846$ m <sup>2</sup>
$h_1$	=0.02307 m	=0.02209 m
$h_D$	=0.06052 m	=0.04244 m
$h_L$	=0.01861 m	=0.01272 m
$h_R$	=0.00820 m	=0.00615 m
$h_G$	= $h_D + h_L + h_R= 0.08733$ m	= $h_D + h_L + h_R= 0.06131$ m
$h_s$	=0.025m	=0.040m
$h_2$	=0.00913 m	=0.01296 m
$h_3$	= $h_G + h_2=0.09646$ m	= $h_G + h_2=0.0743$ m
$Z$	=1.254 m	=0.9921 m
$z$	=1.36125 m	=1.3125 m
$V_F$	=3.23 m/s	=4.21 m/s
$V_{op}$	= $0.75V_F= 2.42$ m/s	= $0.75V_F= 3.16$ m/s
$V_o$	= $Q/ A_o = 30.54$ m/s	= $Q/ A_o = 25.66$ m/s
$V_a$	= $Q/ A_a = 3.077$ m/s	= $Q/ A_a = 3.72$ m/s
$V_{ow}$	=9.917 m/s	=9.583 m/s
$E$	=0.05	=0.05

Para estimar la eficiencia esperada para los arreglos de platos dimensionados, resulta necesario emplear el análisis de eficiencia estudiado a detalle en el problema 4.1 (Veáse figura 4.7), de donde se extraen las siguientes expresiones que resultaran de utilidad:

$$E_{MG} = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n+1}} \quad (\text{ec.23})$$

Aplicando el concepto de eficiencia puntual ( $E_{OG}$ )

$$E_{OG} = \frac{y_{n,local} - y_{n+1,local}}{y_{n,local}^* - y_{n+1,local}} \quad (\text{ec. 24})$$

que también puede ser expresada como

$$E_{OG} = 1 - e^{-N_{iOG}} \quad (\text{ec.25})$$

Este valor puede obtenerse en función de los números de unidades de transferencia de masa individuales en base a cada una de las fases, ( $N_{iG}$  y  $N_{iL}$ ).

$$\frac{1}{N_{iOG}} = \frac{1}{N_{iG}} + \frac{mG}{L} \frac{1}{N_{iL}} \quad (\text{ec.26})$$

Por lo que al evaluar  $N_{iOG}$  resultara posible evaluar  $E_{OG}$ . de la ec. 25

Considerando las condiciones del flujo sobre el plato es posible relacionar la eficiencia puntual ( $E_{OG}$ ) y la del plato ( $E_{MG}$ ), mediante la expresión:

$$\frac{E_{MG}}{E_{OG}} = \frac{1 - e^{-(\eta+Pe)}}{(\eta+Pe) \left(1 + \frac{\eta+Pe}{\eta}\right)} + \frac{e^\eta - 1}{\eta \left(1 + \frac{\eta}{\eta+Pe}\right)} \quad (\text{ec.27})$$

$$\eta = \frac{Pe}{2} \left[ \left(1 + \frac{4mGE_{OG}}{L \cdot Pe}\right)^{0.5} - 1 \right] \quad (\text{ec.28})$$

donde el número de Péclet para flujo en platos, se define como:

$$Pe = \frac{Z^2}{D_E \theta_L} \quad (\text{ec.29})$$

Nuevamente, se sugiere emplear algunas expresiones empíricas, que describen razonablemente bien el comportamiento de los platos perforados, que permitan estimar  $N_{IG}$ ,  $N_{IL}$  y  $D_E$ , en función de variables conocidas.

$$N_{IG} = \frac{0.776 + 4.57h_w - 0.238V_a \rho_G^{0.5} + \frac{104.6q}{Z}}{Sc_G^{0.5}} \quad (\text{ec.30})$$

$$N_{IL} = 40000 D_L^{0.5} (0.213 V_a \rho_G^{0.5} + 0.15) \theta_L \quad (\text{ec.31})$$

$$D_E = \left( 3.93(10^{-3}) + 0.0171 V_a + \frac{3.67q}{Z} + 0.18 h_w \right)^2 \quad (\text{ec.32})$$

Tiempo de residencia sobre el plato

$$\theta_L = \frac{h_L \cdot z \cdot Z}{q} \quad (\text{ec.33})$$

Finalmente, una vez estimada la eficiencia del plato  $E_{MG}$ , se debe corregir este valor considerando el efecto del arrastre del líquido por el gas (expresado como fracción, E) mediante la expresión

$$E_{MGE} = \frac{E_{MG}}{1 + E_{MG} \left( \frac{E}{1-E} \right)} \quad (\text{ec. 34})$$

donde  $E_{MGE}$  es la eficiencia de Murphree para el plato corregida por el arrastre

Una vez definida la metodología a seguir se procede a realizar las sustituciones numéricas pertinentes de los valores obtenidos durante la primera parte de la solución del presente problema

Para estimar los parámetros  $N_{IG}$ ,  $N_{IL}$  y  $D_E$  de las ecs. 30-33 se requiere la difusividad para la mezcla líquida ( $D_L$ ) y la difusividad para la mezcla gaseosa ( $D_G$ ) a las condiciones

de operación del plato (95°C, 1 atm), los cuales fueron proporcionados como datos del problema

La ec. 30 involucra al número de Schmit, por lo que

$$Sc_G = \frac{\mu_G}{\rho_G D_G} = \frac{1.25(10^{-5})}{0.665(1.261(10^{-5}))} = 1.49 \quad (\text{ec. 35})$$

de las ecs. 30-33

#### ARREGLO "A"

$$N_{iG} = \frac{0.776 + 4.57(0.05) - 0.238(3.077)(0.665)^{0.5} + \frac{104.6(6.55(10^{-3}))}{1.254}}{(1.49)^{0.5}} = 0.7812$$

$$\theta_L = \frac{0.01861m \cdot (1.36125)m \cdot (1.254)m}{6.55(10^{-3}) \frac{m^3}{s}} = 4.85s$$

$$N_{iL} = 40000(52(10^{-10}))^{0.5} (0.213(3.077)(0.665)^{0.5} + 0.15) 4.85 = 9.575$$

$$D_E = \left( 3.93(10^{-3}) + 0.0171(3.077) + \frac{3.67(6.55(10^{-3}))}{1.254} + 0.18(0.05) \right)^2 = 0.007177 \frac{m^2}{s}$$

#### ARREGLO "B"

$$N_{iG} = \frac{0.776 + 4.57(0.06) - 0.238(3.72)(0.665)^{0.5} + \frac{104.6(6.55(10^{-3}))}{0.9921}}{(1.49)^{0.5}} = 0.8346$$

$$\theta_L = \frac{0.01861m \cdot (1.3125)m \cdot (0.9921)m}{6.55(10^{-3}) \frac{m^3}{s}} = 2.53s$$

$$N_{iL} = 40000(52(10^{-10}))^{0.5} (0.213(3.72)(0.665)^{0.5} + 0.15) 2.53 = 5.808$$

$$D_E = \left( 3.93(10^{-3}) + 0.0171(3.72) + \frac{3.67(6.55(10^{-3}))}{0.9921} + 0.18(0.06) \right)^2 = 0.010521 \frac{m^2}{s}$$

para la resolución de la ec. 26 se requiere la pendiente promedio de la curva de equilibrio que fue proporcionada en el enunciado del problema ( $m=0.0636$ ), así como el valor de la relación  $G/L$

Se sabe que 
$$L = \frac{q\rho_L}{A \cdot \bar{M}_L} \quad , \quad G = \frac{Q\rho_G}{A \cdot \bar{M}_G}$$

siendo común el área ( $A$ ) a la cual se refieren ambos flujos, por lo que

$$\frac{L}{G} = \frac{\frac{q\rho_L}{A \cdot \bar{M}_L}}{\frac{Q\rho_G}{A \cdot \bar{M}_G}} = \frac{q\rho_L \bar{M}_G}{Q\rho_G \bar{M}_L} = \frac{6.55(10^{-3})961(20.70)}{4.737(0.665)(19.077)} = 2.168$$

de la ec. 26

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$\frac{1}{N_{iOG}} = \frac{1}{0.7812} + 0.0636 \frac{1}{2.168} \frac{1}{9.575}$	$\frac{1}{N_{iOG}} = \frac{1}{0.8346} + 0.0636 \frac{1}{2.168} \frac{1}{5.808}$
$\rightarrow N_{iOG} = 0.7793$	$\rightarrow N_{iOG} = 0.8311$

de la ec. 25

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$E_{OG} = 1 - e^{-0.7793} = 0.5413$	$E_{OG} = 1 - e^{-0.8311} = 0.5644$

de las ecs. 27-29

ARREGLO "A"
$Pe = \frac{(1.254)^2}{(0.007177)(4.85)} = 45.176$
$\eta = \frac{45.176}{2} \left[ \left( 1 + 4(0.0636) \frac{1}{2.168} \frac{0.5413}{45.176} \right)^{0.5} - 1 \right] = 0.015874$

$$\frac{E_{MG}}{0.5413} = \frac{1 - e^{-(0.015874 + 45.176)}}{(0.015874 + 45.176) \left( 1 + \frac{0.015874 + 45.176}{0.015874} \right)} + \frac{e^{0.015874} - 1}{0.015874 \left( 1 + \frac{0.015874}{0.015874 + 45.176} \right)}$$

$$\rightarrow E_{MG} = 0.5454$$

### ARREGLO "B"

$$Pe = \frac{(0.09921)^2}{(0.010521)(2.53)} = 36.98$$

$$\eta = \frac{36.98}{2} \left[ \left( 1 + 4(0.0636) \frac{1}{2.168} \frac{0.5644}{36.98} \right)^{0.5} - 1 \right] = 0.01655$$

$$\frac{E_{MG}}{0.5644} = \frac{1 - e^{-(0.01655 + 36.98)}}{(0.01655 + 36.98) \left( 1 + \frac{0.01655 + 36.98}{0.01655} \right)} + \frac{e^{0.01655} - 1}{0.01655 \left( 1 + \frac{0.01655}{0.01655 + 36.98} \right)}$$

$$\rightarrow E_{MG} = 0.5688$$

de la ec. 34, se corrige la eficiencia al considerar el arrastre

ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$E_{MGE} = \frac{0.5454}{1 + 0.5454 \left( \frac{0.05}{1 - 0.05} \right)} = 0.5316$	$E_{MGE} = \frac{0.5688}{1 + 0.5688 \left( \frac{0.05}{1 - 0.05} \right)} = 0.5522$

Tabla 4.9 Resumen de los parámetros de eficiencia

Parámetro	Valor	
	ARREGLO "A"	ARREGLO "B"
$Sc_G$	= 1.49	= ""
$m_{prom}$	= 0.0636	= ""
$L/G$	= 2.168	= ""
$N_{iG}$	= 0.7812	= 0.8346
$\theta_L$	= 4.85 s	= 2.53
$N_{iL}$	= 9.575	= 5.808
$D_E$	= 0.007177	= 0.010521
$N_{iOG}$	= 0.7793	= 0.8311
$E_{OG}$	= 0.5413	= 0.5644
$Pe$	= 45.176	= 36.98
$\eta$	= 0.015874	= 0.01655
$E_{MG}$	= 0.5454	= 0.5688
$E_{MGE}$	= 0.5316	= 0.5522

## ❖ PROBLEMA 4.3

**ENUNCIADO:**

Un gas de alumbrado se va a liberar del aceite ligero por absorción con un aceite pesado como absorbente; el aceite ligero se va a recobrar por desorción de la solución resultante con vapor de agua. Las circunstancias son:

**Absorbedor.** El gas entra a razón de  $0.250 \text{ m}^3/\text{s}$ , a una temperatura de  $26^\circ\text{C}$ , y una presión de  $1.07(10^5) \text{ N/m}^2$  (803 mm Hg), contiene un 2 % en volumen de vapores de aceite ligero. Se va a suponer que todo el aceite ligero es benceno y que se requiere un 95 % de eliminación. El gas no absorbible (gas libre de benceno) tiene un peso molecular de 11 kg/kmol. El aceite de lavado entra a una temperatura de  $26^\circ\text{C}$ , contiene 0.005 fracción mol de benceno. El aceite de lavado libre de benceno tiene un peso molecular de

260. Se va a utilizar un flujo de circulación de aceite de 1.5 veces el mínimo. Las soluciones de aceite de lavado-benceno son ideales. La temperatura va a ser constante e igual a 26°C.

**Desorbedor.** La solución del absorbedor se va a calentar a 120°C y va a entrar al desorbedor a 1 atm de presión. El vapor desorbente va a estar a presión atmosférica, sobrecalentado a 122°C. El aceite para eliminar el benceno, con 0.005 fracción mol de benceno, se va a enfriar a 26°C y va a regresar al absorbedor. Se va a utilizar un flujo de vapor de 1.5 veces el mínimo. La temperatura va a ser constante a 122 °C.

- Calcular el flujo de circulación de aceite y el flujo de vapor que se necesita.
- Calcular el número de platos teóricos que se requieren para el absorbedor y el desorbedor.
- En caso de que el absorbedor sea una torre empacada, de 470 mm diámetro, empacada con sillas Berl de 38 mm (1.5 plg), determínese la altura del lecho empacado, considerando las siguientes propiedades como promedio para las fases en el equipo que opera a 26°C y 803 mm Hg.

$$\text{Líquido: } \mu_L = 2(10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad \rho_L = 840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \sigma_L = 3(10^{-2}) \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad D_L = 4.71(10^{-10}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{Gas: } \mu_G = 1(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad D_G = 1.30(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

El llamado gas de alumbrado es una mezcla de vapores de hidrocarburos ligeros con pequeñas cantidades de hidrocarburos bencénicos, diluidos en un gas inerte de bajo peso molecular. En este problema se considera que es prácticamente benceno el componente que acompaña a los hidrocarburos ligeros y que por ser de alto valor como materia prima para síntesis orgánicas industriales, conviene recuperarlo.

Para ello, se considera un proceso de separación que involucre una operación de absorción gaseosa empleando un aceite hidrocarburo pesado y luego una operación de desabsorción, utilizando vapor de agua en el cual los vapores de benceno desabsorbidos de la solución con el adsorbente pesado, son arrastrados y luego condensados junto con el vapor de agua. El condensado, una mezcla líquida, estará compuesto por una capa

orgánica (el benceno no soluble en agua líquida) y una capa acuosa que pueden separarse por decantación.

Se considera que solo el benceno es el componente transferible en ambas operaciones de separación y por lo tanto el aceite pesado, los gases inertes (gases secos) y el vapor de agua no se transfieren.

Se informa que las soluciones de aceite pesado y benceno son ideales. Por lo tanto es aplicable la ley de Raoult para ellas.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

Para Absorbedor	A= Benceno	B= Gases secos	C= Aceite pesado
Para Desorbedor	A= Benceno	B= Vapor de agua	C= Aceite pesado

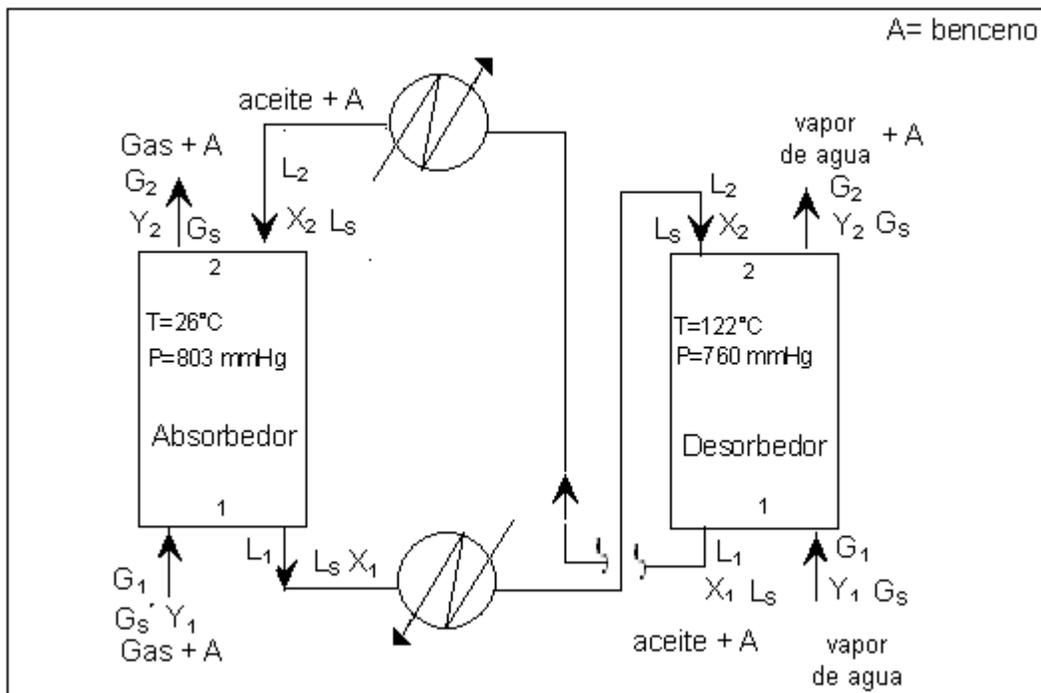


Figura 4.11 Esquema del proceso empleado para la recuperación de aceite ligero (benceno).

### ABSORBEDOR

Balance de materia para A en función de flujos de no transferibles

$$L_S X_2 + G_S Y_1 = L_S X_1 + G_S Y_2$$

$$G_S (Y_1 - Y_2) = L_S (X_1 - X_2)$$

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2} \quad (\text{ec.1})$$

La ec.1 representa la ecuación de la línea operante del absorbedor, siendo el resultado del balance de materia en el mismo.

donde

$$Y = \text{moles A / moles B} \quad X = \text{moles A / moles C} \quad y_1 = 0.02$$

$$L_S = \text{moles C / s} \quad G_S = \text{moles B / s} \quad x_2 = 0.005$$

Flujo gaseoso libre de A ( $G_S$ )

Por la ley de los gases  $n = PV/RT$

$$G_1 = \frac{\left( 803 \text{ mmHg} \left| \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} \right| \right) \left( 0.250 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \left| \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \right| \right)}{0.08206 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (299.15 \text{ K}) \left| \frac{1000 \text{ mol}}{1 \text{ kmol}} \right|} = \mathbf{0.01076} \frac{\text{kmol}}{\text{s}}$$

$$G_S = G_1(1 - y_1) = 0.01076 \frac{\text{kmol}}{\text{s}} (1 - 0.02) \frac{\text{kmol}_B}{\text{kmol}} = \mathbf{0.10545} \frac{\text{kmol}_B}{\text{s}}$$

Composiciones

$$Y_1 = \frac{y_1}{1 - y_1} = \frac{0.02}{1 - 0.02} = 0.0204 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \quad \text{Si se desea recuperar el 95\% del benceno que}$$

entra, entonces el 5% que entra continuara en la fase gaseosa de salida. Por lo tanto:

$$Y_2 = 0.05 \left( 0.0204 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \right) = 0.00102 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}$$

$$X_2 = \frac{x_2}{1-x_2} = \frac{0.005}{1-0.005} = 0.005025 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

Sustituyendo en la ec. de la línea operante, se tiene:

$$\frac{L_S}{0.010545} = \frac{0.0204 - 0.00102}{X_1 - 0.005025} \quad (\text{ec.2})$$

Trazo de la curva de equilibrio, distribución de Benceno (806 mm Hg)

Ley de Raoult  $\bar{p}_A = p^\circ_A x_A$  (ec.3)

$$y_A = \frac{\bar{p}_A}{P} \quad (\text{ec.4})$$

Se requiere la presión del vapor del benceno a 26°C, que es la temperatura de operación del absorbedor

de la tabla 2.8 del Perry<sup>(14)</sup>  $p^\circ_A = p^\circ_{\text{Benceno}} \Big|_{26^\circ\text{C}} \cong 100\text{mmHg}$

Combinando las ecs. 3 y 4, para el equilibrio

$$y^*_A = \frac{p^\circ_A}{P_T} x_A \quad (\text{ec.5})$$

sustituyendo en ec. 5

$$y^*_A = \frac{100}{803} x_A = 0.124533 x_A \quad (\text{ec.6})$$

sin embargo, resulta más conveniente trazar la curva de equilibrio en términos de relaciones molares (X e Y), ya que los datos sobre composiciones a la entrada y a la salida del equipo están expresados de esta manera, por lo que la ec.5, puede describirse como:

$$\frac{Y^*}{1+Y^*} = 0.124533 \frac{X}{1+X} \quad (\text{ec.7})$$

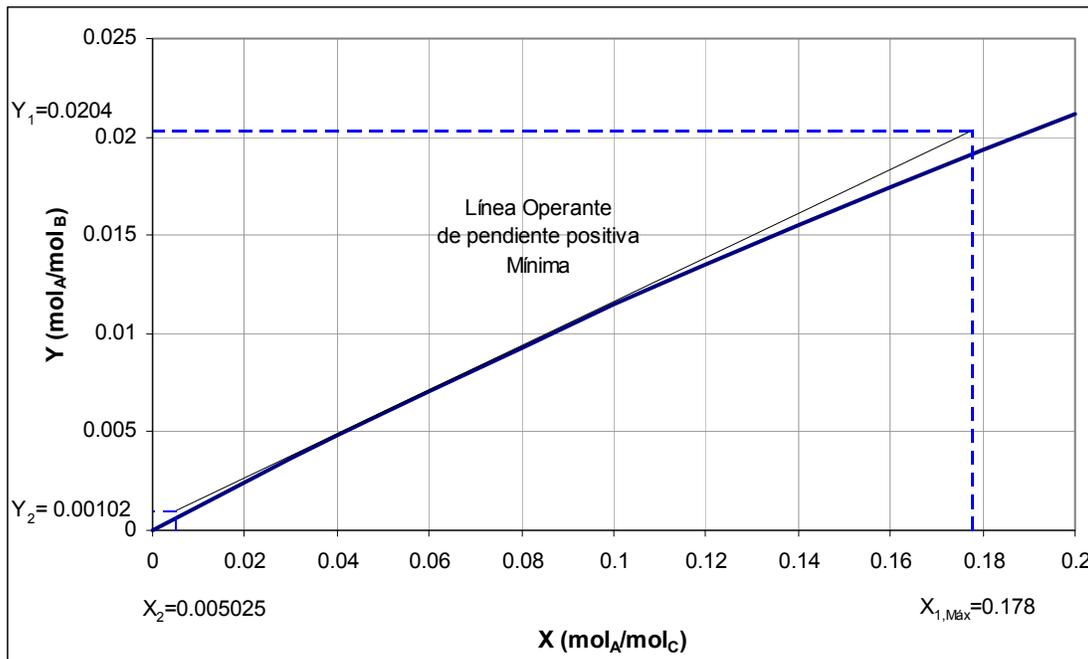
para lo cual se obtienen los siguientes datos de equilibrio

**Tabla 4.10 Datos de distribución al equilibrio del benceno en el absorbedor a 26°C y 803 mm Hg, obtenidos mediante la ec.7**

X (mol <sub>A</sub> /mol <sub>C</sub> )	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
Y(10 <sup>3</sup> ) (mol <sub>A</sub> /mol <sub>B</sub> )	0.00	2.45	4.81	7.10	9.31	11.45	13.52	15.53	17.48	19.36	21.20

Para estimar el flujo de circulación del aceite pesado (aceite de lavado) primero debe determinarse el flujo mínimo. Esto implica que en la ecuación de la línea operante  $L_S$  sea mínimo. Para ello, un análisis de tal ecuación, dice que si  $X_1$  se hace máxima, se obtendrá  $L_{S,Min}$ . Esto es, la pendiente de la línea operante, que es una recta, deberá ser mínima.

Sobre la gráfica de la curva de equilibrio, ubíquese el punto  $(X_2, Y_2)$  con los valores conocidos (0.005025, 0.00102) y desde este punto trácese una recta con pendiente mínima que terminará en una ordenada  $Y_1=0.0204$ . Esta recta será, de acuerdo a la geometría de la curva de equilibrio, una tangente a ella.



**Figura 4.12 Curva de distribución al equilibrio de benceno en el absorbedor a 26°C y 803 mm Hg.**

de la recta tangente, en la figura 4.12, se obtiene:  $X_{1,Max} = 0.178 \frac{mol_A}{mol_C}$

por lo que despejando  $L_S$  en la ec. 2 y sustituyendo el valor encontrado, se obtiene:

$$L_{S,Min} = \frac{(0.0204 - 0.00102)}{0.178 - 0.00503} 0.01054 \frac{kmol_B}{s} = 1.181(10^{-3}) \frac{kmol_C}{s} \quad (ec.8)$$

siendo

$$L_{S,op} = 1.5L_{S,Min} = 1.5(1.181(10^{-3}) kmol_C) = 1.7715(10^{-3}) \frac{kmol_C}{s}$$

$L_{S,op}$	$1.7715 (10^{-3}) kmol_C/s$
------------	-----------------------------

$$L_{2,op} = L_{S,op} (1 + X_2) = 1.7715(10^{-3}) (1 + 0.005025) = \mathbf{1.7804(10^{-3})} \frac{kmol}{s}$$

por lo que, nuevamente de la ec. 2 para el valor de operación de  $L_S$ ; se tiene:

$$\frac{0.0017715 \frac{kmol_C}{s}}{0.01054 \frac{kmol_B}{s}} = \frac{(0.0204 - 0.00102)}{(X_1) - 0.00503} \rightarrow X_1 = 0.1203 \frac{mol_A}{mol_C} \quad (ec.9)$$

## DESORBEDOR

Balance de materia para A en función de flujos de no transferibles

$$L_S X_2 + G_S Y_1 = L_S X_1 + G_S Y_2 \quad L_S (X_2 - X_1) = G_S (Y_2 - Y_1)$$

$$\frac{L_S}{G_S} = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} \quad (ec.10)$$

De acuerdo al esquema mostrado con anterioridad, debido a que se comparten corrientes entre los equipos, se tiene:

$$L_{S,op} = 1.7715(10^{-3}) \frac{kmol_C}{s}$$

ahora  $X_2$  del desorbedor es el valor de  $X_1$  en el absorbedor

$$X_2 = 0.1203 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

$X_1$  del desorbedor es el valor de  $X_2$  en el absorbedor

$$X_1 = 0.00503 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_C}$$

$$Y_1 = 0 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \text{ por tratarse de vapor de agua libre de benceno.}$$

Trazo de la curva de equilibrio, distribución de Benceno ( $P=760$  mm Hg)

El procedimiento es el mismo que el mostrado para el absorbedor, solo que en este caso la presión de vapor del benceno requerida será la que corresponda a  $122^\circ\text{C}$ , que es la temperatura de operación del desorbedor

de las correlaciones del apéndice C del Lange<sup>(3)</sup>  $p_A^\circ = p_{\text{Benceno}}^\circ \Big|_{122^\circ\text{C}} \cong 2359.3 \text{ mmHg}$

sustituyendo en ec. 3

$$y_A^* = \frac{2359.3}{760} x_A = 3.104 x_A \quad (\text{ec.11})$$

en términos de X y Y

$$\frac{Y^*}{1+Y^*} = 3.104 \frac{X}{1+X} \quad (\text{ec.12})$$

para lo cual se obtienen los siguientes datos de equilibrio

**Tabla 4.11 Datos de distribución al equilibrio del benceno en el desorbedor a  $122^\circ\text{C}$  y  $760$  mm Hg, obtenidos mediante la ec.12**

X (mol <sub>A</sub> /mol <sub>C</sub> )	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
Y(10 <sup>2</sup> ) (mol <sub>A</sub> /mol <sub>B</sub> )	0.00	6.48	13.56	21.32	29.86	39.31	49.83	61.60	74.87	89.93	107.2

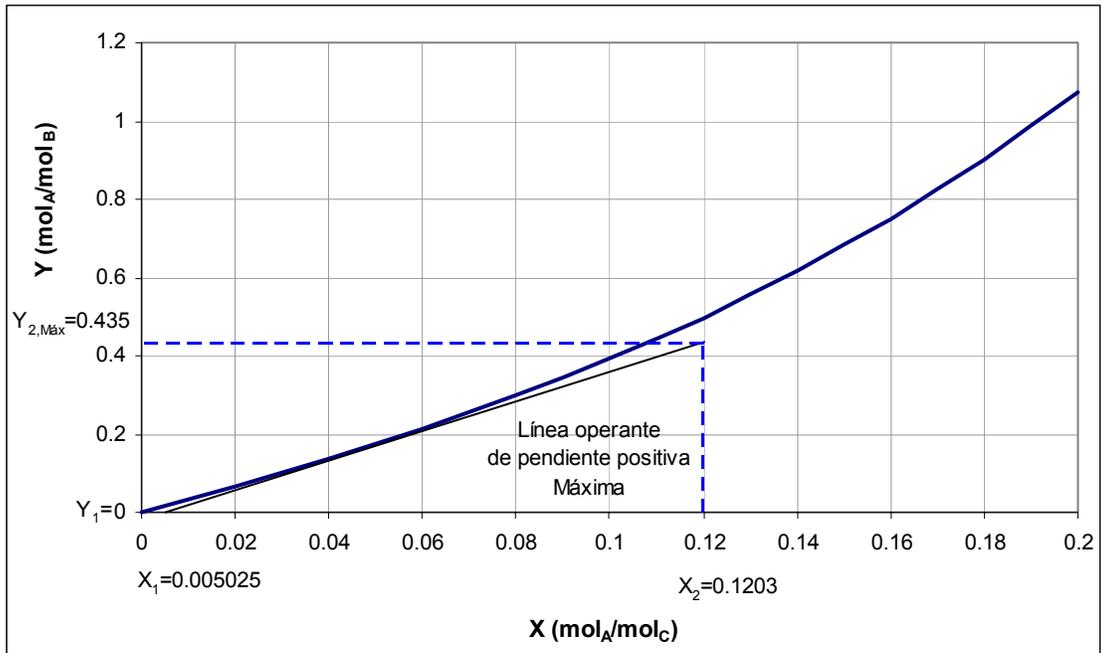


Figura 4.13 Curva de distribución al equilibrio de benceno en el desorbedor, a 122°C y 760mm Hg.

de la recta tangente, en la figura 4.13, se obtiene:  $Y_{2,Máx} = 0.435 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B}$  (ec. 13)

por lo que despejando  $G_S$  de la ec. 10 y sustituyendo el valor obtenido, se tiene:

$$G_{S,Min} = 0.0017715 \frac{(0.1203 - 0.00503)}{0.435} = 4.694(10^{-4}) \frac{\text{kmol}_B}{s}$$

siendo

$$G_{S,op} = 1.5G_{S,Min} = 1.5(4.694(10^{-4})) = 7.041(10^{-4}) \frac{\text{kmol}_B}{s}$$

$G_{S,op}$	$7.041 (10^{-4}) \text{ kmol}_B/s$
------------	------------------------------------

por lo que

$$\frac{0.0017715 \frac{\text{kmol}_C}{s}}{0.0007041 \frac{\text{kmol}_B}{s}} = \frac{Y_2 - 0}{(0.1203 - 0.00503)} \rightarrow Y_2 = 0.290 \frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_B} \quad (\text{ec. 14})$$

Atendiendo al segundo requisito del problema, la determinación del número de etapas teóricas, puede procederse de las siguientes formas:

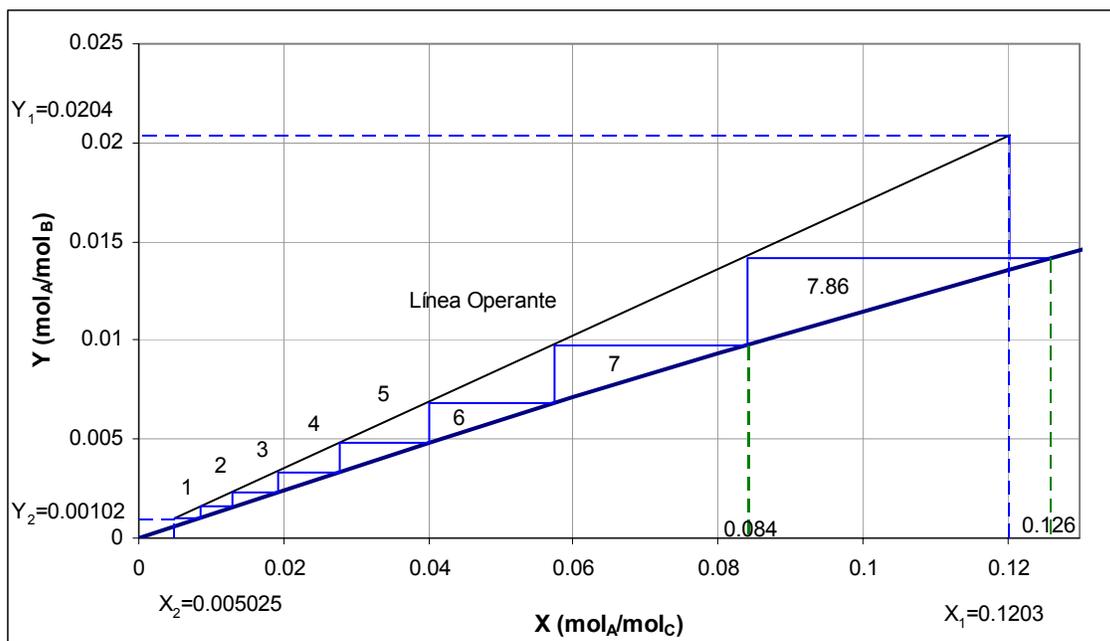
- Gráficamente mediante el método de McCabe –Thiele.
- Analíticamente empleando las ecuaciones de Kremser para absorción, ya que se cumplen las condiciones para emplear dichas ecuaciones, es decir, la línea operante es recta y la de equilibrio es prácticamente recta desde el origen en el intervalo de operación.

A continuación se presenta el método gráfico, que emplea la curva de equilibrio y la línea operante

#### ABSORBEDOR

La ec. 9 es la ecuación de la línea operante del Absorbedor, por lo que trazándola en la gráfica del diagrama de equilibrio (ec.7), y empleando el método de McCabe-Thiele, se obtiene el número de etapas teóricas necesarias para llevar a cabo la operación de separación en el absorbedor.

$$\frac{0.0017715 \frac{\text{kmol}_C}{s}}{0.01054 \frac{\text{kmol}_B}{s}} = \frac{0.0204 - 0.00102}{0.1203 - 0.005025} \quad \text{Ec. Línea Operante}$$



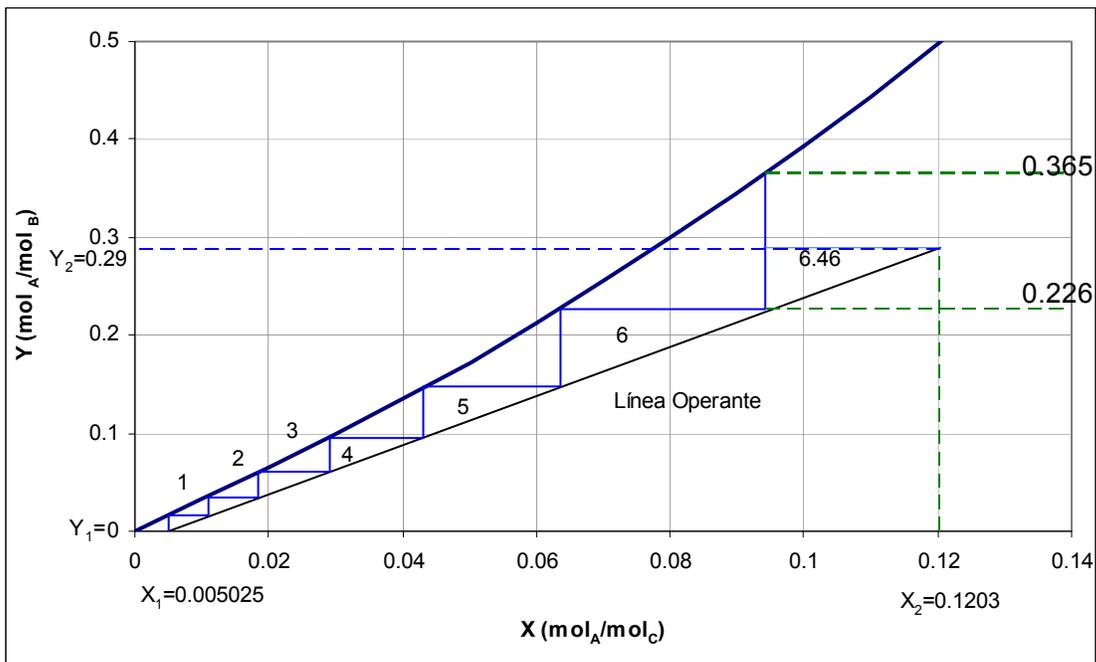
**Figura 4.14** Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el absorbedor mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 26°C y 803 mm Hg.

$N_p$	7.86 etapas teóricas
-------	----------------------

## DESORBEDOR

De igual manera, la ec. 14 es la ecuación de la línea operante del Desorbedor, por lo que trazándola en el diagrama de equilibrio (ec. 12), y empleando el método de McCabe-Thiele, se obtiene el número de etapas teóricas necesarias par llevar a cabo la operación de separación en el desorbedor.

$$\frac{0.0017715 \frac{\text{kmol}_C}{s}}{0.0007041 \frac{\text{kmol}_B}{s}} = \frac{0.290 - 0}{(0.1203 - 0.005025)} \quad \text{Ec. Línea Operante}$$

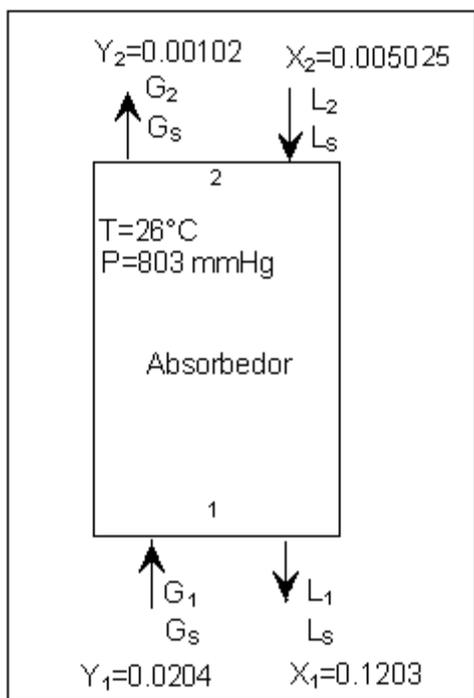


**Figura 4.15** Determinación del número de etapas teóricas requeridas en el desorbedor mediante el método gráfico de Mc. Cabe-Thiele, a 122°C y 760 mm Hg.

$N_p$	6.46 etapas teóricas
-------	----------------------

Ahora bien, si se desean emplear las ecuaciones de Kremser, resulta necesario realizar la siguiente analogía entre las corrientes del absorbedor y las de una torre de platos, a fin de ser consistentes con la nomenclatura de las ecs. de Kremser

### ABSORBEDOR



$$N_p = \frac{\log \left[ \frac{Y_1 - mX_2 \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A}}{Y_2 - mX_2 \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A}} \right]}{\log(A)} \quad (\text{ec. 15})$$

$$A = \frac{L_s}{mG_s} = \text{factor de absorción} \quad (\text{ec. 16})$$

Si se utilizan fracciones mol en lugar de relaciones molares en un diagrama de equilibrio (x,y), entonces la línea de equilibrio será una recta de pendiente  $m=0.124533$  y el factor de absorción será  $A= L/ mG$ .

Los flujos L y G varían en este caso; por lo tanto habrá de estimarse un valor promedio para A.

**Figura 4.16 Absorción de benceno. Detalle de las concentraciones entrantes y salientes.**

$$\bar{A} = \sqrt{A_1 A_2}$$

donde  $A_1 = \frac{L_1}{mG_1}$  y  $A_2 = \frac{L_2}{mG_2}$

así, para el absorbedor

$$L_1 = L_s(1 + X_1) = 0.0017715(1 + 0.1203) = 19.846(10^{-4}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$G_2 = G_s(1 + Y_2) = 0.01054(1 + 0.00102) = 10.55(10^{-3}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$L_1 = 19.846(10^{-4}) \text{ kmol/m}^3$$

$$G_1 = 0.01076 \text{ kmol/m}^3$$

$$L_2 = 1.7804(10^{-3}) \text{ kmol/m}^3$$

$$G_2 = 10.55(10^{-3}) \text{ kmol/m}^3$$

entonces

$$A_1 = \frac{19.849(10^{-4})}{(0.124533)0.01076} = 1.48$$

$$A_2 = \frac{1.7804(10^{-3})}{(0.124533)10.55(10^{-3})} = 1.35$$

$$\bar{A} = \sqrt{(1.35)(1.48)} = 1.417$$

$$y_2 = \frac{Y_2}{1+Y_2} = \frac{0.00102}{1+0.00102} = 1.019(10^{-3})$$

de la ec. 16

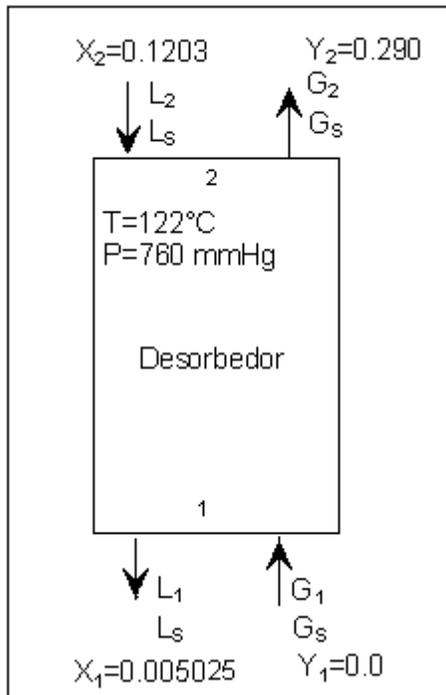
$$N_p = \frac{\log \left[ \frac{y_1 - mx_2}{y_2 - mx_2} \left( 1 - \frac{1}{\bar{A}} \right) + \frac{1}{\bar{A}} \right]}{\log(\bar{A})} = \frac{\log \left[ \frac{0.02 - (0.124533)0.005}{1.019(10^{-3}) - (0.124533)0.005} \left( 1 - \frac{1}{1.417} \right) + \frac{1}{1.417} \right]}{\log(1.417)}$$

$$N_p = 7.79 \text{ etapas teóricas}$$

$N_p$	7.79 etapas teóricas
-------	----------------------

## DESORBEDOR

De manera análoga para el desorbedor



$$N_p = \frac{\log \left[ \frac{x_2 - \frac{y_1}{m}}{x_1 - \frac{y_1}{m}} \left( 1 - \frac{1}{S} \right) + \frac{1}{S} \right]}{\log(S)} \quad (\text{ec. 17})$$

$$S = \frac{1}{A} = \frac{mG_s}{L_s} = \text{factor de desorción} \quad (\text{ec. 18})$$

Nuevamente, los flujos L y G varían en este caso; por lo tanto habrá de estimarse un valor promedio para S.

$$\bar{S} = \sqrt{S_1 S_2}$$

**Figura 4.17 Desabsorción de benceno. Detalle de las concentraciones entrantes y salientes.**

donde  $S_1 = \frac{mG_1}{L_1}$  y  $S_2 = \frac{mG_2}{L_2}$

así, para el desorbedor

$$G_1 = G_s(1 + Y_1) = 0.0007041(1 + 0) = 7.041(10^{-4}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$G_2 = G_s(1 + Y_2) = 0.0007041(1 + 0.29) = 9.083(10^{-4}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$L_2 = 19.846(10^{-4}) \text{ kmol/m}^3$$

$$G_2 = 9.083(10^{-4}) \text{ kmol/m}^3$$

$$L_1 = 1.7804(10^{-3}) \text{ kmol/m}^3$$

$$G_1 = 7.041(10^{-4}) \text{ kmol/m}^3$$

entonces:

$$S_1 = \frac{mG_1}{L_1} = \frac{3.104(7.041(10^{-4}))}{1.7804(10^{-3})} = 1.2275 \quad S_2 = \frac{mG_2}{L_2} = \frac{3.104(9.083(10^{-4}))}{19.846(10^{-4})} = 1.4206$$

$$\bar{S} = \sqrt{(1.2275)(1.4206)} = 1.32$$

$$x_1 = \frac{X}{1+X} = \frac{0.00503}{1+0.00503} = 5.005(10^{-3}) \quad x_2 = \frac{X_2}{1+X_2} = \frac{0.1203}{1+0.1203} = 0.1074$$

Sustituyendo en ec. 17

$$N_p = \frac{\log \left[ \frac{0.1074 - \frac{0}{3.104} \left( 1 - \frac{1}{1.32} \right) + \frac{1}{1.32}}{5.005(10^{-3}) - \frac{0}{3.104} \left( 1 - \frac{1}{1.32} \right) + \frac{1}{1.32}} \right]}{\log(1.32)} = 6.43 \text{ etapas teóricas} \quad (\text{ec.19})$$

$N_p$	6.43 etapas teóricas
-------	----------------------

Alternativamente también pueden emplearse las soluciones gráficas de las ecs. de Kremser; las cuales pueden consultarse en la figura 5.16 del Treybal<sup>(19)</sup>. Determinando primeramente las coordenadas respectivas, tal y como se muestra a continuación:

Absorbedor

$$\frac{y_2 - mx_2}{y_1 - mx_2} = \frac{1.019(10^{-3}) - 0.124533(0.005)}{0.02 - 0.124533(0.005)} = 0.02045 \quad A = 1.417$$

Desorbedor

$$\frac{x_1 - \frac{y_1}{m}}{x_2 - \frac{y_1}{m}} = \frac{5.005(10^{-3}) - \frac{0}{3.104}}{0.1074 - \frac{0}{3.104}} = 0.0466 \quad S = 1.32$$

Ubicando las coordenadas en la figura antes citada, se determina:

$$N_{P, \text{ Absorbador}} \cong 7.8$$

$$N_{P, \text{ Desorbador}} \cong 6.5$$

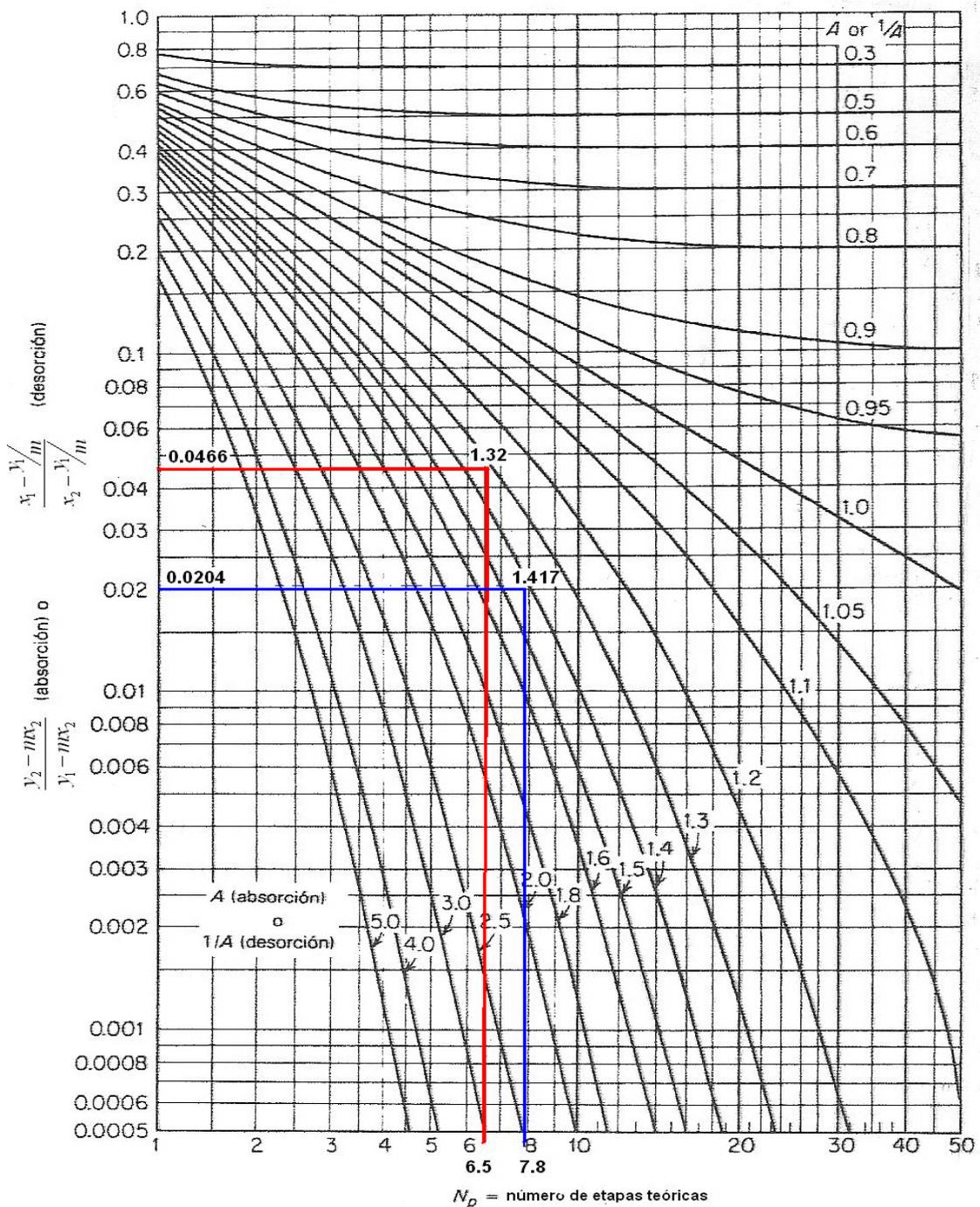


Figura 5.16 Número de etapas teóricas para cascadas a contracorriente, con el equilibrio de la Ley de Henry y factores de absorción o desorción constantes. [Por Hachmuth y Vance, *chem. Eng. Progr.*, 48: 572, 570, 617 (1957)]

Figura 4.18 Estimación del número de etapas teóricas mediante el uso de la gráfica para las ecs. de Kremser. Copia fiel de la figura 5.16 Treybal<sup>(19)</sup>.

Si el absorbedor es una torre empacada, la determinación de la altura del lecho empacado requerido es como sigue:

La información proporcionada y la obtenida, es:

$$\text{Líquido: } \mu_L = 2(10^{-3}) \text{ kg/m} \cdot \text{s} \quad \rho_L = 840 \text{ kg/m}^3 \quad \sigma_L = 3(10^{-2}) \text{ N/m}$$

$$D_L = 4.71(10^{-10}) \text{ m}^2/\text{s}$$

$$x_1 = 0.1074 \quad X_1 = 0.1203 \text{ mol}_A/\text{mol}_C$$

$$x_2 = 5.005(10^{-3}) \quad X_2 = 0.00503 \text{ mol}_A/\text{mol}_C$$

$$L_S = 1.7715(10^{-3}) \text{ kmol/s}$$

$$L_1 = 19.846(10^{-4}) \text{ kmol/s}$$

$$L_2 = 1.7804(10^{-3}) \text{ kmol/s}$$

$$\text{Gas: } \mu_G = 1(10^{-5}) \text{ kg/m} \cdot \text{s} \quad D_G = 1.30(10^{-5}) \text{ m}^2/\text{s}$$

$$y_1 = 0.02 \quad Y_1 = 0.0204 \text{ mol}_A/\text{mol}_B$$

$$y_2 = 1.019(10^{-3}) \quad Y_2 = 0.00102 \text{ mol}_A/\text{mol}_B$$

$$G_S = 0.10545 \text{ kmol}_B/\text{s}$$

$$G_1 = 0.01076 \text{ kmol/s}$$

$$G_2 = 0.01055 \text{ kmol/s}$$

Si bien la determinación de la altura de un lecho empacado en equipos de este tipo (operación de contacto continuo de las fases gaseosa y líquida con flujos en contracorriente) se puede realizar mediante los conceptos de números y alturas de unidades de transferencia de masa. Esto es:

$$Z = N_{tG} \cdot H_{tG}$$

$$Z = N_{tL} \cdot H_{tL}$$

$$Z = N_{tOG} \cdot H_{tOG}$$

$$Z = N_{tOL} \cdot H_{tOL}$$

La selección de la expresión conveniente depende de la información que se tenga, para la fase gaseosa o para la fase líquida. También depende de los coeficientes de transferencia de masa, ya sean los individuales o los globales.

Para el presente problema se trabajará con coeficientes individuales y en base a la fase gaseosa.

Es conveniente evaluar estos coeficientes a las condiciones promedio en la torre empacada. Por lo tanto

$$N_{iG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,M} dy}{(1-y)(y-y_i)} \quad H_{iG} = \frac{\bar{G}}{F_G \cdot a}$$

Si puede emplearse el promedio aritmético en lugar del logarítmico con poco error. Entonces:

$$N_{iG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y-y_i} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-y_2}{1-y_1}$$

En ciertos casos, cuando la integración gráfica necesaria requiere de rangos muy grandes del integrando en las ordenadas, puede logaritimizarse la expresión anterior reemplazando el término “dy” por su igual “y dlny” y entonces.

$$N_{iG} = \int_{\ln y_2}^{\ln y_1} \frac{y}{y-y_i} d \ln y + \frac{1}{2} \ln \frac{1-y_2}{1-y_1}$$

Evaluación de coeficientes volumétricos de transferencia de masa

$$A = \frac{\pi}{4} \phi^2 = \frac{\pi}{4} (0.47m)^2 = 0.1735m^2$$

Las masas-velocidad de las corrientes serán:

$$L'_1 = \frac{1.7715(10^{-3}) \frac{\text{kmol}_C}{s} (260) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_C} + \left( 0.1203 \frac{\text{kmol}_A}{\text{kmol}_C} \right) 1.7715(10^{-3}) \frac{\text{kmol}_C}{s} (78) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_A}}{0.1735 \text{m}^2} = 2.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$L'_2 = \frac{1.7715(10^{-3}) \frac{\text{kmol}_C}{s} (260) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_C} + \left( 0.00503 \frac{\text{kmol}_A}{\text{kmol}_C} \right) 1.7715(10^{-3}) \frac{\text{kmol}_C}{s} (78) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_A}}{0.1735 \text{m}^2} = 2.66 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$G'_1 = \frac{0.010545 \frac{\text{kmol}_B}{s} (11) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} + \left( 0.0204 \frac{\text{kmol}_A}{\text{kmol}_B} \right) 0.010545 \frac{\text{kmol}_B}{s} (78) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_A}}{0.1735 \text{m}^2} = 0.7649 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$G'_2 = \frac{0.010545 \frac{\text{kmol}_B}{s} (11) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} + \left( 0.00102 \frac{\text{kmol}_A}{\text{kmol}_B} \right) 0.010545 \frac{\text{kmol}_B}{s} (78) \frac{\text{kg}}{\text{kmol}_A}}{0.1735 \text{m}^2} = 0.6731 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Debido a que las cantidades de flujo casi no varían de un extremo al otro del equipo de absorción (torre empacada) se puede considerar que los coeficientes de transferencia de masa son constantes, por lo que en base a las condiciones promedio de la torre es posible evaluar estos, para lo cual se determinan los flujos promedio

$$L' = \frac{L'_1 + L'_2}{2} = \frac{2.75 + 2.66}{2} = 2.705 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$\bar{G}' = \frac{G'_1 + G'_2}{2} = \frac{0.7649 + 0.6731}{2} = 0.719 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

peso molecular promedio

$$\bar{M}_{L,1} = \sum M_i x_i = 0.1074(78) + (1 - 0.1074)260 = 240.45 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_{L,2} = 0.005(78) + (1 - 0.005)260 = 259.09 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_{G,1} = \sum M_i y_i = 0.02(78) + (1 - 0.02)11 = 12.34 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_{G,2} = 0.00102(78) + (1 - 0.00102)11 = 11.07 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_L = \frac{\bar{M}_{L,1} + \bar{M}_{L,2}}{2} = \frac{240.45 + 259.09}{2} = 249.77 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\bar{M}_G = \frac{\bar{M}_{G,1} + \bar{M}_{G,2}}{2} = \frac{12.34 + 11.07}{2} = 11.7 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Existen en la literatura correspondiente varias correlaciones para determinar coeficientes de transferencia de masa aplicables a torres empacadas y con ciertos tipos de material de empaque.

Shulman<sup>16</sup> y colaboradores presentan un estudio muy completo para anillos Raschig y sillas Berl que incluye correlaciones para coeficientes, así como para estimar áreas específicas de transferencia de masa.

Se utilizarán estos resultados de Shulman como se presentan en Treybal<sup>(19)</sup> capítulo 6.

De la tabla 6.5 Treybal<sup>(19)</sup> para sillas Berl de cerámica de 1 ½ plg, se definen los siguientes parámetros:

Retención de fase líquida en torres empacadas.

$$d_s \Big|_{1.5 \text{ plg}}^{\text{Sillas - Berl}} = 0.0472 \text{ m}$$

$$\beta = 1.508 d_s^{0.376} \tag{ec.20}$$

$$\varphi_{LsW} = \frac{5.014 (10^{-5})}{d_s^{1.56}} \tag{ec.21}$$

<sup>16</sup> Shulman, H.L. et al.: *AIChE J*; 1, 247,253,259 (1955)

$$\varphi_{LlW} = \frac{2.32(10^{-6})(737.5L')^\beta}{d_s^2} \quad (\text{ec.22})$$

$$\varphi_{Ls} = \frac{4.23(10^{-3})\mu_L^{0.04}\sigma^{0.55}}{d_s^{1.56}\rho_L^{0.37}} \quad (\text{ec.23})$$

debido a que  $\mu_L < 0.02 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$  ( $0.002 < 0.02$ )

$$H = \frac{1404L'^{0.57}\mu_L^{0.13}}{\rho_L^{0.84}(3.24L'^{0.413}-1)} \left( \frac{\sigma}{0.073} \right)^{0.2817-0.262\log(L')} \quad (\text{ec.24})$$

$$\varphi_{Ll} = \varphi_{Lo} + \varphi_{Ls} \quad (\text{ec.25})$$

$$\varphi_{LlW} = \varphi_{LoW} + \varphi_{LsW} \quad (\text{ec.26})$$

$$\varphi_{Lo} = \varphi_{LoW} \cdot H \quad (\text{ec.27})$$

de tabla 6.4 Treybal<sup>(19)</sup>, para sillas Berl 1 ½ plg, y en el rango de L' apropiado (2.0-6.1 kg/m<sup>2</sup> s), se obtienen la siguiente información que permitirá evaluar el área interfacial para la absorción y desorción en líquidos acuosos.

$$m= 62.4$$

$$p= -0.1355$$

$$n=0.0240L'-0.0996$$

$$a_{AW} = m \left( \frac{808 \cdot G'}{\rho_G^{0.5}} \right)^n L'^p \quad (\text{ec.28})$$

$$a_A = a_{AW} \frac{\varphi_{Lo}}{\varphi_{LoW}} \quad (\text{ec.29})$$

de tabla 6.3 del Treybal<sup>(19)</sup>

$$C_f = 65$$

$$\varepsilon = 0.75$$

$$a_p = 44 \text{ pie}^2 / \text{pie}^3$$

$$\varepsilon_{Lo} = \varepsilon - \varphi_{Lt} \quad (\text{ec. 30})$$

$$\frac{F_G Sc_G^{2/3}}{G} = 1.195 \left[ \frac{d_s G'}{\mu_G (1 - \varepsilon_{Lo})} \right]^{-0.36} \quad (\text{ec.31})$$

$$\frac{k_L d_s}{D_L} = 25.1 \left( \frac{d_s L'}{\mu_L} \right)^{0.45} Sc_L^{0.5} \quad (\text{ec. 32})$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D} \quad (\text{ec.33})$$

sustituyendo la información que se tiene en las ecs. anteriores:

$$\beta = 1.508(0.0472)^{0.376} = 0.478$$

$$\varphi_{LsW} = \frac{5.014(10^{-5})}{(0.0472)^{1.56}} = 5.87(10^{-3}) \frac{m^3}{m^3}$$

$$\varphi_{LlW} = \frac{2.32(10^{-6})(737.5(2.705))^{0.478}}{(0.0472)^2} = 0.03935 \frac{m^3}{m^3}$$

$$\varphi_{Ls} = \frac{4.23(10^{-3})(2(10^{-3}))^{0.04}(3(10^{-2}))^{0.55}}{(0.0472)^{1.56}(840)^{0.37}} = 4.65(10^{-3}) \frac{m^3}{m^3}$$

$$H = \frac{1404(2.705)^{0.57}(2(10^{-3}))^{0.13}}{(840)^{0.84}(3.24(2.705)^{0.413} - 1)} \left( \frac{3(10^{-2})}{0.073} \right)^{0.2817 - 0.262 \log(2.705)} = 0.8546$$

$$\varphi_{LoW} = \varphi_{LlW} - \varphi_{LsW} = 0.03935 - 0.00587 = 0.03348 \frac{m^3}{m^3}$$

$$\varphi_{Lo} = \varphi_{LoW} \cdot H = 0.03348(0.8546) = 0.0286 \frac{m^3}{m^3}$$

$$\varphi_{Lt} = \varphi_{Lo} + \varphi_{Ls} = 0.286 + 0.00465 = 0.03326 \frac{m^3}{m^3}$$

del área interfacial

$$n = 0.0240(2.705) - 0.0996 = -0.03469$$

$$\rho_G = \frac{PM}{RT} = \frac{803 \text{ mmHg} \left| \frac{133.3 \text{ N/m}^2}{1 \text{ mmHg}} \right| \left( 11.7 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right)}{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} (299.15 \text{ K})} = 0.5035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$a_{AW} = 62.4 \left( \frac{808 \cdot (0.719)}{0.5035^{0.5}} \right)^{-0.03469} (2.705)^{-0.1355} = 43.21 \frac{m^2}{m^3}$$

$$a_A = 43.21 \left( \frac{0.0286}{0.03348} \right) = 36.912 \frac{m^2}{m^3} \quad (\text{ec. 34})$$

$$\varepsilon_{Lo} = 0.75 - 0.03326 = 0.71674$$

$$Sc_G = \frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} = \frac{1(10^{-5}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{0.504 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 1.3(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)} = 1.527$$

$$G = \frac{G'}{M_G} = \frac{0.719}{11.7} = 6.14(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{s}}$$

$$F_G = 1.195 \frac{6.14(10^{-2})}{(1.527)^{2/3}} \left[ \frac{0.0472(0.719)}{1(10^{-5})(1-0.71674)} \right]^{-0.36} = 1.883(10^{-3}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \quad (\text{ec. 35})$$

$$Sc_L = \frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L} = \frac{2(10^{-3}) \frac{kg}{m \cdot s}}{840 \frac{kg}{m^3} \left( 4.71(10^{-10}) \frac{m^2}{s} \right)} = 5055$$

$$k_L = 25.1 \frac{(4.71(10^{-10})) \left( \frac{(0.0472)(2.705)}{2(10^{-3})} \right)^{0.45}}{(0.0472)} (5055)^{0.5} = 1.1557(10^{-4}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s (kmol/m^3)} \quad (\text{ec. 36})$$

por definición:

$$F_L = k_L \cdot x_{B,M} \cdot c \quad (\text{ec.37})$$

Nótese que para este problema puede considerarse que las concentraciones de benceno en la fase líquida son muy bajas y por lo tanto  $x_{B,M} \approx 1$

$$c = \frac{\rho_L}{M_L} \quad (\text{ec. 38})$$

Sustituyendo en ecs. 35 y 36 los valores conocidos, se tiene:

$$c = \frac{840 \frac{kg}{m^3}}{249.77 \frac{kg}{kmol}} = 3.36 \frac{kmol}{m^3}$$

$$F_L = (1.1557(10^{-4})) \frac{kmol}{m^2 \cdot s (kmol/m^3)} (3.36) \frac{kmol}{m^3} = 3.88(10^{-4}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s} \quad (\text{ec.39})$$

con los valores encontrados en las ecs. 34, 35 y 39, se obtienen los coeficientes volumétricos individuales tipo F de transferencia de masa para las sillas Berl de cerámica de 1 ½ plg

$$F_G a_A = \left( 1.883(10^{-3}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s} \right) 36.912 \frac{m^2}{m^3} = 6.9521(10^{-2}) \frac{kmol}{m^3 \cdot s}$$

$$F_L a_A = \left( 3.88(10^{-4}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right) 36.912 \frac{\text{m}^2}{\text{m}^3} = 1.4334(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}}$$

La ecuación de la línea de fuerzas impulsoras para coeficientes tipo F, en términos de fracción mol se expresa como:

$$\frac{\frac{N_A}{N} - y_i}{\frac{N_A}{N} - y} = \left( \frac{\frac{N_A}{N} - x}{\frac{N_A}{N} - x_i} \right)^{F_L a / F_G a} \quad (\text{ec. 40})$$

entre puntos de la línea operante (x,y) y puntos de la curva de equilibrio (x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>) - coordenadas interfaciales-.

Para este caso de Absorción, se tiene solo transferencia de A en los otros compuestos no transferibles y consecuentemente N<sub>A</sub>/N =1, por lo cual la ec.40 puede reescribirse como:

$$\frac{1 - y_i}{1 - y} = \left( \frac{1 - x}{1 - x_i} \right)^{F_L a / F_G a} \quad (\text{ec. 41})$$

Para generalizar esta expresión y poder graficarla (punto por punto), asígnese a puntos seleccionados de la línea operante las coordenadas (x<sub>op</sub>,y<sub>op</sub>) y sea (x,y) cualquier otro punto de la curva. Cuando esta curva graficada se prolongue hasta la curva de equilibrio, se tendrán los puntos (x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>) correspondientes. Así:

$$\frac{1 - y}{1 - y_{op}} = \left( \frac{1 - x_{op}}{1 - x} \right)^{F_L a / F_G a} \quad (\text{ec. 42})$$

Será necesario representar tanto el diagrama de equilibrio como la línea operante del absorbedor en términos en "x" y "y". Para el diagrama de equilibrio puede emplearse directamente la ec. 6 (y\*=1.24533x), de donde se obtiene la siguiente tabulación:

**Tabla 4.12 Distribución al equilibrio del benceno en el absorbedor, a 26°C y 803 mm Hg, en términos de fracciones mol.**

x	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14
y*(10 <sup>3</sup> )	0	1.25	2.49	3.74	4.98	6.23	7.47	8.72	9.96	11.21	12.45	13.70	14.94	16.19	17.43

Por otra parte, para tener la línea operante en fracción mol, se requieren asignar puntos intermedios de los establecidos en la ec.9 (ecuación de línea operante del absorbedor). Recuérdese que la línea operante resultó una recta al expresar en términos X,Y, y no así para las fracciones mol. Además, por definición:

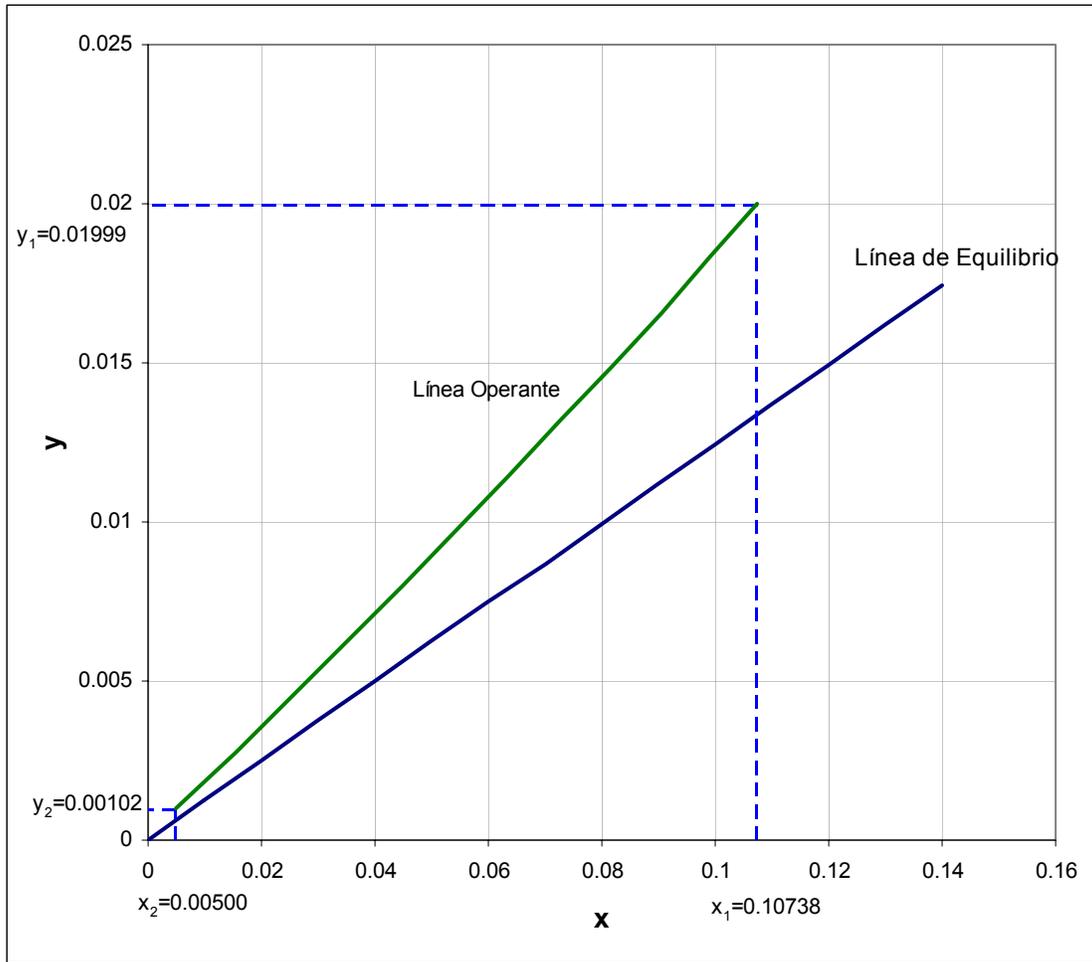
$$y = \frac{Y}{1+Y} \quad \text{y} \quad x = \frac{X}{1+X}$$

Así pues, se obtienen las coordenadas que conforman la línea operante del absorbedor en las unidades adecuadas.

**Tabla 4.13 Equivalencia al equilibrio entre relaciones molares y fracciones mol, de la distribución de benceno en el absorbedor. Línea operante.**

X	Y	x	y
0.1203	0.0204	0.10738	0.01999
0.10982091	0.01863	0.09895	0.01829
0.09934182	0.01687	0.09036	0.01659
0.08886273	0.01511	0.08161	0.01489
0.07838364	0.01335	0.07269	0.01317
0.06790455	0.01159	0.06359	0.01145
0.05742545	0.00983	0.05431	0.00973
0.04694636	0.00807	0.04484	0.00800
0.03646727	0.00630	0.03518	0.00626
0.02598818	0.00454	0.02533	0.00452
0.01550909	0.00278	0.01527	0.00277
0.00503	0.00102	0.00500	0.00102

La siguiente gráfica presenta el trazo tanto de la línea operante como la de equilibrio en un diagrama x,y,



**Figura 4.19** Distribución al equilibrio del benceno en el absorbedor, 26°C y 803mm Hg. Expresada en términos de fracciones mol.

Ahora bien, para el trazo de las líneas de fuerzas impulsoras, retómese la es. 42 sustituyendo los parámetros conocidos y seleccionando el primer punto de la línea operante  $x_{op}=0.10738$ ,  $y_{op}=0.01999$

$$\frac{1-y}{1-y_{op}} = \left( \frac{1-x_{op}}{1-x} \right)^{\frac{F_L a}{F_G a}} = \frac{1-y}{1-0.01999} = \left( \frac{1-0.10738}{1-x} \right)^{\frac{1.4334(10^{-2})}{6.9521(10^{-2})}} \quad (\text{ec.43})$$

sea  $x = 0.109$

$$y = - \left[ (1 - 0.01999) \left( \frac{1 - 0.10738}{1 - 0.109} \right)^{1.4334(10^{-2}) / 6.9521(10^{-2})} - 1 \right] = 0.01962$$

De igual manera se emplea la ec. 43, pero con nuevos valores para  $x$

Sea  $x = 0.111$

$$y = - \left[ (1 - 0.01999) \left( \frac{1 - 0.10738}{1 - 0.111} \right)^{1.4334(10^{-2}) / 6.9521(10^{-2})} - 1 \right] = 0.01917$$

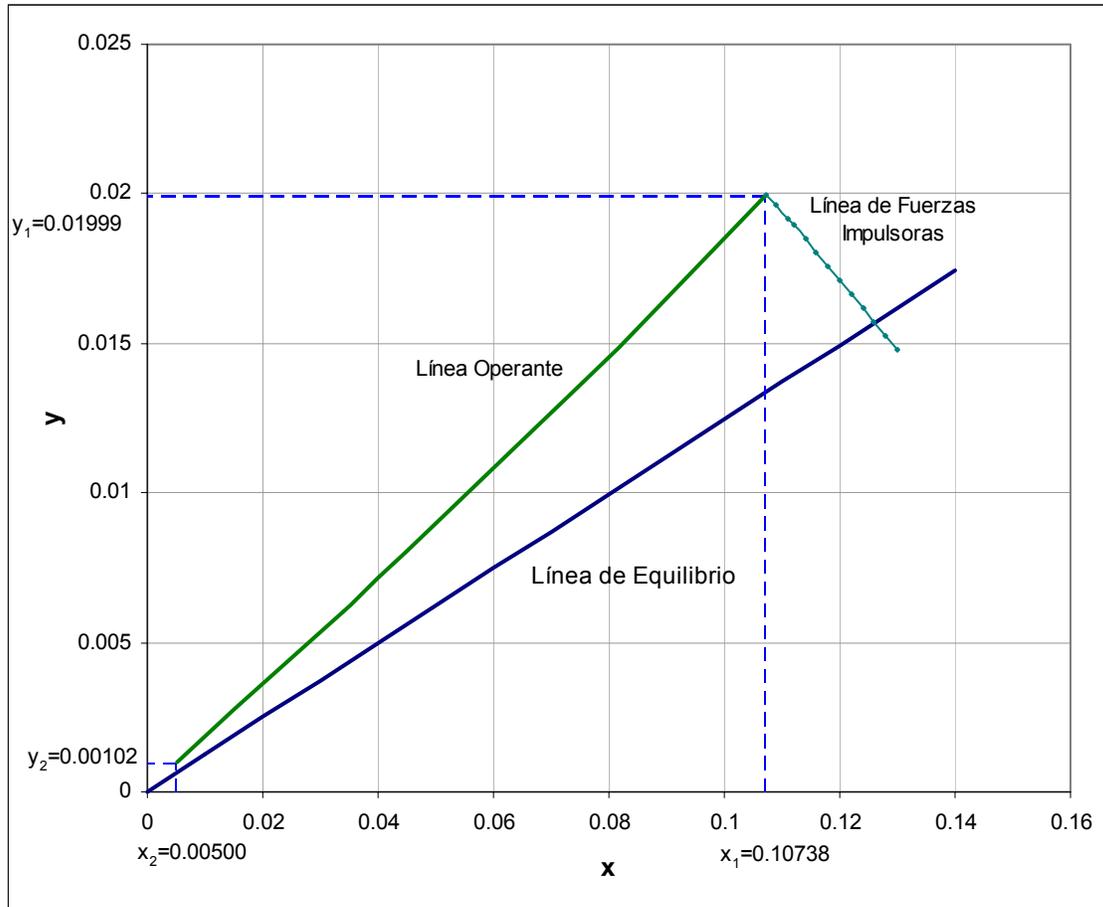
Sea  $x = 0.112$

$$y = - \left[ (1 - 0.01999) \left( \frac{1 - 0.10738}{1 - 0.112} \right)^{1.4334(10^{-2}) / 6.9521(10^{-2})} - 1 \right] = 0.1894$$

Sea  $x = 0.114$

$$y = - \left[ (1 - 0.01999) \left( \frac{1 - 0.10738}{1 - 0.114} \right)^{1.4334(10^{-2}) / 6.9521(10^{-2})} - 1 \right] = 0.01848$$

Se continua con el procedimiento anterior a fin de construir la línea de fuerzas impulsoras para el punto de la línea operante seleccionado ( $x_{op}$ ,  $y_{op}$ ) hasta interceptar la curva de equilibrio, obteniéndose de esta manera las coordenadas [ $x_i$ ,  $y_i$ ]



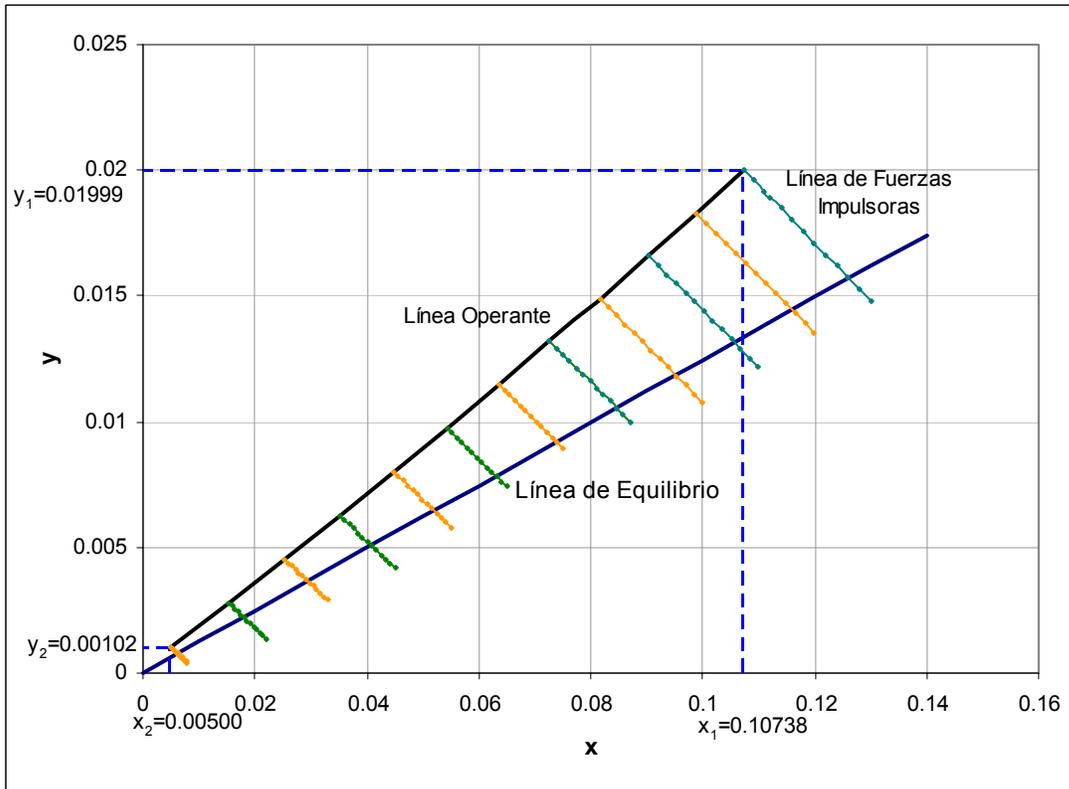
**Figura 4.20** Trazo de la línea de fuerzas impulsoras para un punto de la línea operante del proceso de absorción de benceno, 26°C y 803 mm Hg.

La tabla 4.14 muestra los datos tabulados que representan la anterior gráfica, de acuerdo al procedimiento descrito.

**Tabla 4.14** Trayectoria de la línea de fuerzas impulsoras para el absorbedor a 26°C y 803 mm Hg.

x	0.109	0.111	0.112	0.114	0.116	0.118	0.120	0.122	0.124	0.126	0.128	0.130
y	0.01999	0.01962	0.01917	0.01894	0.01848	0.01802	0.01757	0.01711	0.01664	0.01572	0.01525	0.01479

De la misma manera se efectuó el procedimiento para otros puntos, seleccionando las distintas  $x_{op}, y_{op}$  que conforman la línea operante, obteniéndose las respectivas líneas de fuerzas impulsoras que proporcionarán las concentraciones interfaciales al cruce con la línea de equilibrio.

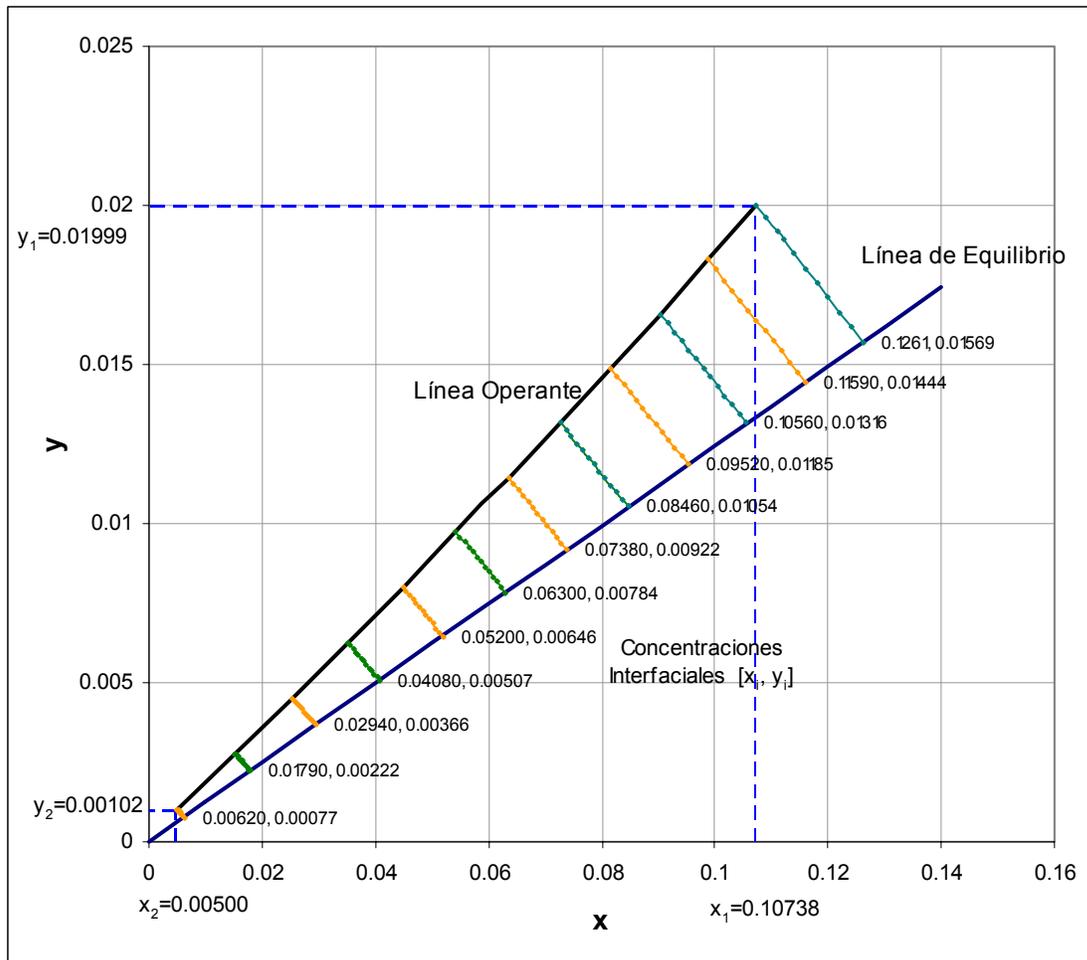


**Figura 4.21** Trazo de las líneas de fuerzas impulsoras para distintos puntos de la línea operante del proceso de absorción de benceno, 26°C y 803 mm Hg.

De la gráfica anterior se obtienen las concentraciones interfaciales que son presentadas en la tabla 4.15

**Tabla 4.15** Concentraciones interfaciales obtenidas mediante el trazo de la línea de fuerzas impulsoras, correspondientes a los puntos de la línea operante indicada a la izquierda de la misma tabla.

Punto de Línea Operante		Concentraciones Interfaciales	
x	y	$x_i$	$y_i$
0.10738	0.01999	0.1261	0.01569
0.09895	0.01829	0.11590	0.01444
0.09036	0.01659	0.10560	0.01316
0.08161	0.01489	0.09520	0.01185
0.07269	0.01317	0.08460	0.01054
0.06359	0.01145	0.07380	0.00922
0.05431	0.00973	0.06300	0.00784
0.04484	0.00800	0.05200	0.00646
0.03518	0.00626	0.04080	0.00507
0.02533	0.00452	0.02940	0.00366
0.01527	0.00277	0.01790	0.00222
0.00500	0.00102	0.00620	0.00077



**Figura 4.22** Estimación de las concentraciones interfaciales para diversos puntos de la línea operante del absorbedor, 26°C y 803 mm Hg.

#### Altura del lecho empacado

Las siguientes expresiones son comúnmente empleadas para determinar la altura de la sección empacada en columnas de absorción, empleando unidades de transferencia y altura de una unidad de transferencia:

$$N_{IG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,M} dy}{(1-y)(y-y_i)} \quad (\text{ec.44})$$

$$(1-y)_{i,M} = \frac{(1-y) - (1-y_i)}{\ln\left(\frac{(1-y)}{(1-y_i)}\right)} \quad (\text{ec.45})$$

$$H_{IG} = \frac{G}{F_G a} \quad (\text{ec. 46})$$

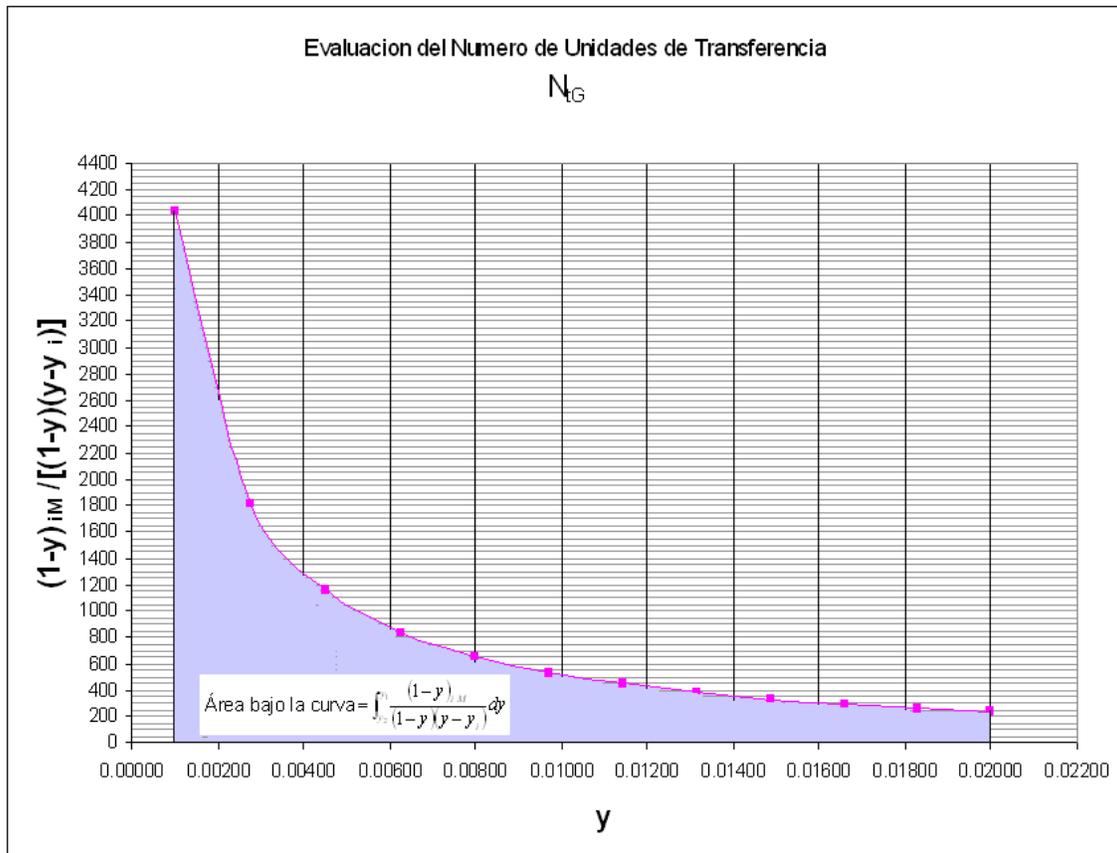
$$Z = N_{IG} H_{IG} \quad (\text{ec. 47})$$

Integrando gráficamente la ec.44

**Tabla 4.16 Evaluación del número de unidades de transferencia de masa ( $N_{IG}$ ), mediante la integración numérica de la ec. 44**

y	$y_i$	$\Delta y$	$(1-y)_{i,M}$ (de ec.45)	$I = \frac{(1-y)_{i,M}}{(1-y)(y-y_i)}$ *Nota 1	$I_{promedio} = \frac{I_1 + I_2}{2}$	Área parcial= $(\Delta y)(I_{promedio})$
0.01999	0.01569		0.98216	233.52195		
0.01829	0.01444	0.00169	0.98363	260.20918	246.86557	0.41831
0.01659	0.01316	0.00170	0.98512	291.99239	276.10079	0.46947
0.01489	0.01185	0.00171	0.98663	330.25914	311.12576	0.53086
0.01317	0.01054	0.00171	0.98814	380.08441	355.17177	0.60812
0.01145	0.00922	0.00172	0.98966	447.37852	413.73146	0.71085
0.00973	0.00784	0.00172	0.99121	530.35297	488.86575	0.84288
0.00800	0.00646	0.00173	0.99277	649.89290	590.12293	1.02101
0.00626	0.00507	0.00174	0.99433	836.07177	742.98233	1.28999
0.00452	0.00366	0.00174	0.99591	1164.29097	1000.18137	1.74263
0.00277	0.00222	0.00175	0.99750	1820.13649	1492.21373	2.60904
0.00102	0.00077	0.00175	0.99910	4039.43048	2929.78348	5.14056
Área Total = $\sum$ Áreas parciales =						<b>15.38373</b>

\*Nota 1. Entiéndase para este problema  $I = \text{Integrando} = \frac{(1-y)_{i,M}}{(1-y)(y-y_i)}$



**Figura 4.23** Representación gráfica de la integración de la ec. 44

Se obtiene 
$$N_{IG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,M} dy}{(1-y)(y-y_i)} = 15.38373$$

de ec. 46

$$H_{iG} = \frac{\bar{G}}{F_G a} = \frac{6.14(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}{6.9521(10^{-2}) \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}}} = 0.883 \text{ m} \quad (\text{ec.48})$$

de ec. 47

$$Z = 0.883 \text{ m}(15.38373) = 13.58 \text{ m}$$

Z	13.58 m
---	---------

Métodos alternativos para el trazo de las líneas de fuerzas impulsoras:

A fin de simplificar la obtención de las concentraciones interfaciales, puede emplearse la siguiente metodología gráfica. Trácese de la manera antes presentada mediante el empleo de la ec.43 algunas líneas de fuerzas impulsoras (A-B, D-E, G-H y J-K)

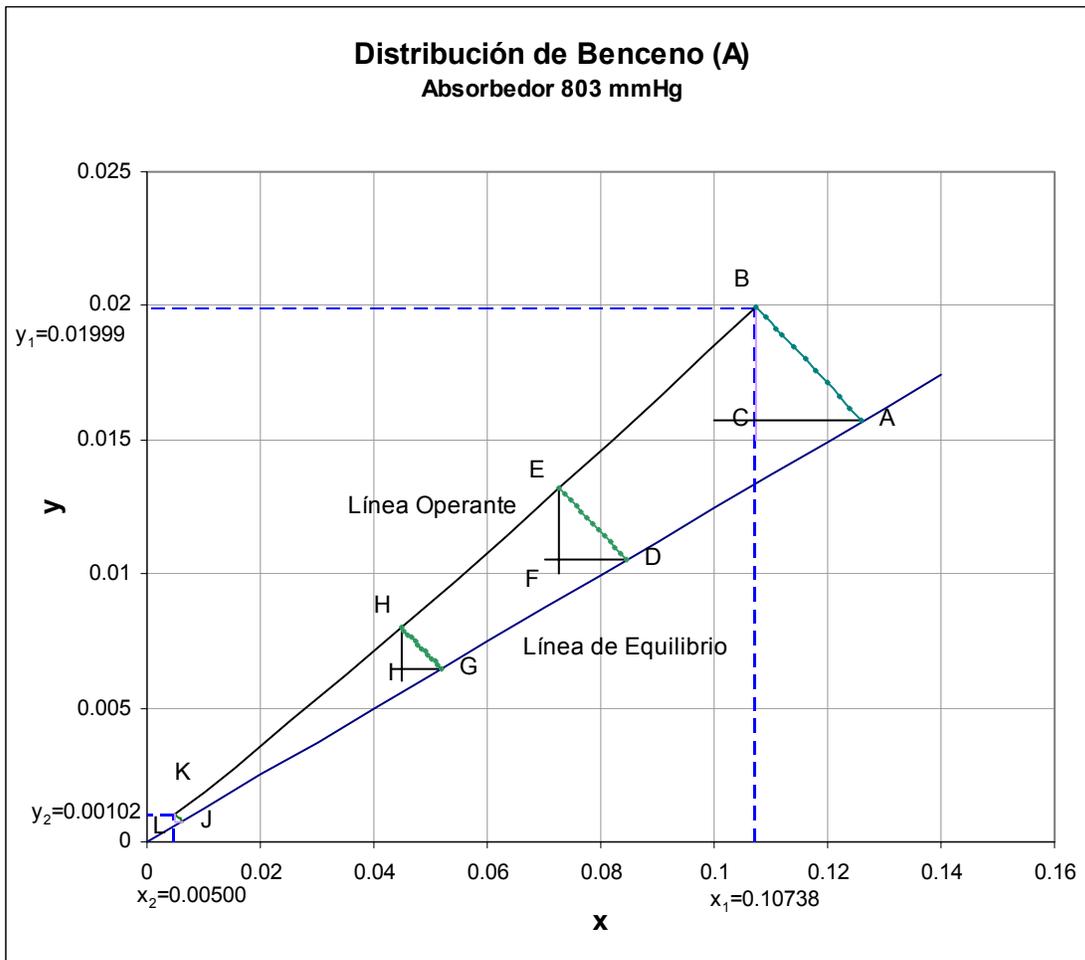
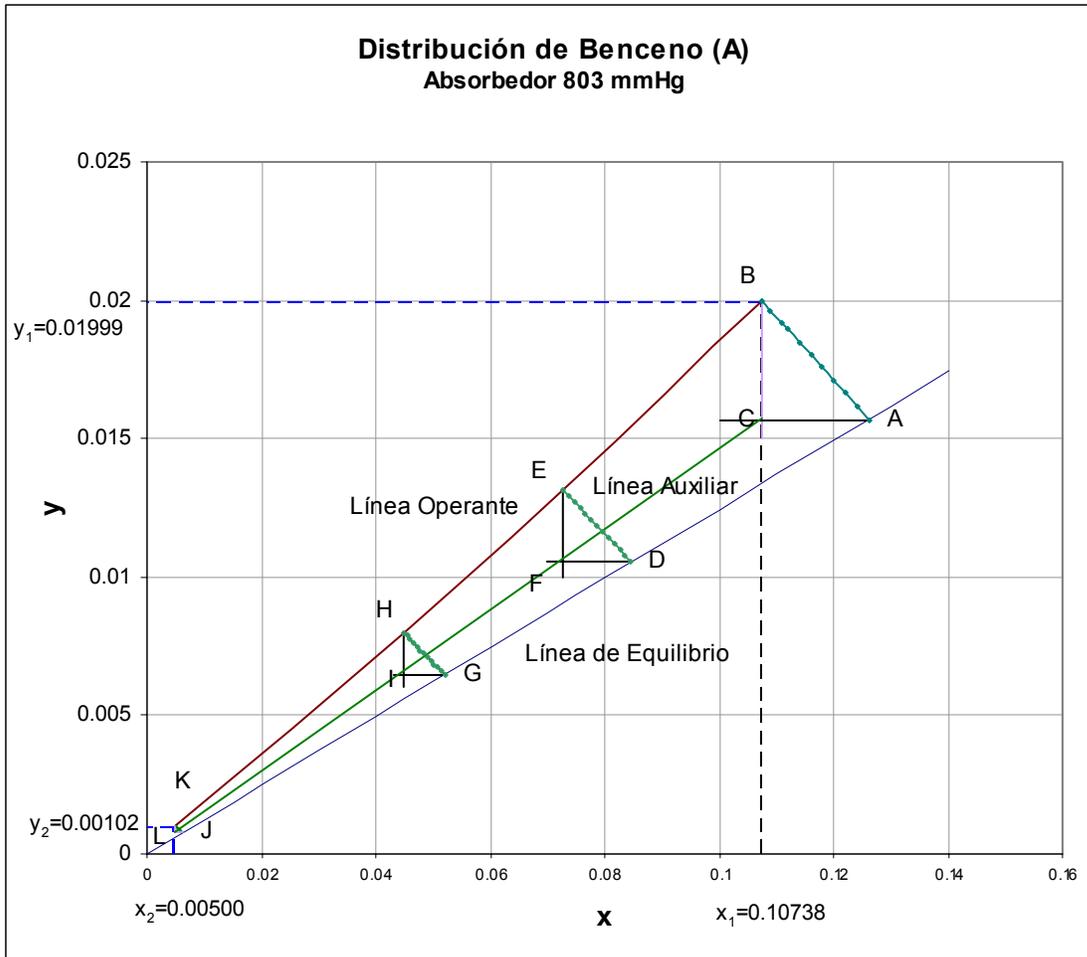


Figura 4.24 Trazo de líneas de fuerzas impulsoras.

Posteriormente trácese una recta vertical desde B hasta que intercepte con una recta horizontal que parta de A. El punto de intersección en este caso será denominado C.

Hágase lo mismo para los demás puntos, obteniendo las intersecciones F, I y L.

Las intersecciones C, F, I y L han de unirse mediante una recta a fin de formar una línea auxiliar. (Veáse figura 4.25)



**Figura 4.25 Trazo de línea auxiliar.**

Para encontrar la concentración interfacial correspondiente a un punto cualesquiera de la línea operante, bastará con trazar una recta vertical desde éste punto hasta la línea auxiliar y proyectarla hacia la curva de equilibrio.

Como se observa, este método no libra de emplear las ecuaciones rigurosas de líneas de fuerzas impulsoras para coeficientes tipo F (ec. 43). No obstante facilita la obtención de concentraciones interfaciales ya que a partir del trazo de sólo algunos puntos puede obtenerse gráficamente toda la información requerida.

Se obtiene, entonces:

**Tabla 4.17 Obtención de las concentraciones interfaciales.**

Punto de Línea Operante		Concentraciones Interfaciales	
x	y	X <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>
0.10738	0.01999	0.1261	0.01569
0.09895	0.01829	0.11590	0.01444
0.09036	0.01659	0.10560	0.01316
0.08161	0.01489	0.09520	0.01185
0.07269	0.01317	0.08460	0.01054
0.06359	0.01145	0.07380	0.00922
0.05431	0.00973	0.06300	0.00784
0.04484	0.00800	0.05200	0.00646
0.03518	0.00626	0.04080	0.00507
0.02533	0.00452	0.02940	0.00366
0.01527	0.00277	0.01790	0.00222
0.00500	0.00102	0.00620	0.00077

Como una variante para evaluar la altura del lecho empacado de columnas de absorción, puede emplearse la forma logaritmizada de las ecs. 44-45, para lo cual se tiene:

$$N_{IG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y_i} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - y_2}{y - y_1} \quad (\text{ec.49})$$

Para soluciones diluidas, como es este caso, el segundo término de la derecha de la ec.49 puede despreciarse

$$N_{IG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y_i} \quad (\text{ec.50})$$

Integrando la ec. 50

Tabla 4.18 Integración numérica de la ec. 50. Estimación de  $N_{IG}$ .

$y$	$y_i$	$\frac{1}{y - y_i}$	$\left(\frac{1}{y - y_i}\right)_{promedio}$	$\Delta y$	Área parcial = $\left(\frac{1}{y - y_i}\right)_{promedio} \Delta y$
0.01999	0.01569	233.012128			
0.01829	0.01444	259.700199	246.3561637	0.00169	0.41744778
0.01659	0.01316	291.484249	275.5922239	0.00170	0.46860564
0.01489	0.01185	329.751842	310.6180452	0.00171	0.52999487
0.01317	0.01054	379.577956	354.6648988	0.00171	0.6072538
0.01145	0.00922	446.87292	413.2254381	0.00172	0.70998429
0.00973	0.00784	529.848215	488.3605678	0.00172	0.84200481
0.00800	0.00646	649.388995	589.618605	0.00173	1.02014074
0.00626	0.00507	835.568716	742.4788556	0.00174	1.28911178
0.00452	0.00366	1163.78877	999.6787456	0.00174	1.74175545
0.00277	0.00222	1819.63514	1491.711958	0.00175	2.60816215
0.00102	0.00077	4038.92999	2929.282566	0.00175	5.13968444
Área Total = $\sum$ Áreas parciales =					<b>15.374</b>

de la ec. 50

$$N_{IG} = \int_{0.01999}^{0.00102} \frac{dy}{y - y_i} = 15.374$$

Si se compara con el valor obtenido del empleo de la ec.44 ( $N_{IG}=15.38373$ ) presenta una variación de menos del 1%

de la de ec. 47

$$Z = 0.883m(15.374) = 13.575m$$

Por otra parte, puede emplearse en lugar de la ec.50 la siguiente expresión que presenta otra forma logaritmizada

$$N_{IG} = 2.303 \int_{\log y_2}^{\log y_1} \frac{y}{y - y_i} d \log y + 1.152 \ln \frac{1 - y_2}{y - y_1} \quad (\text{ec.51})$$

Para soluciones diluidas, como es este caso, el segundo término de la derecha de la ec.51 puede despreciarse

$$N_{iG} = 2.303 \int_{\log y_2}^{\log y_1} \frac{y}{y - y_i} d \log y \quad (\text{ec.52})$$

Integrando la ec.52

**Tabla 4.19 Integración numérica de la ec. 52. Estimación de  $N_{iG}$ .**

y	$y_i$	log y	$\Delta \log y$	$\frac{y}{y - y_i}$	$\left(\frac{y}{y - y_i}\right)_{\text{promedio}}$	Área parcial= $2.303 \left(\frac{y}{y - y_i}\right)_{\text{promedio}} \Delta \log y$
0.01999	0.01569	-1.69926777		4.65704847		
0.01829	0.01444	-1.73774348	0.03847571	4.75038496	4.70371672	0.41679426
0.01659	0.01316	-1.7801158	0.04237232	4.83614475	4.79326486	0.46774336
0.01489	0.01185	-1.82724575	0.04712995	4.90841732	4.87228104	0.52883873
0.01317	0.01054	-1.88031547	0.05306972	5.00017858	4.95429795	0.60551211
0.01145	0.00922	-1.94101087	0.0606954	5.11885902	5.0595188	0.70722718
0.00973	0.00784	-2.01185605	0.07084518	5.15579241	5.13732571	0.83818787
0.00800	0.00646	-2.09688144	0.08502538	5.1954538	5.17562311	1.01345666
0.00626	0.00507	-2.20312749	0.10624605	5.23425267	5.21485324	1.27599457
0.00452	0.00366	-2.34467095	0.14154346	5.26263457	5.24844362	1.71085927
0.00277	0.00222	-2.55696419	0.21229324	5.04684686	5.15474071	2.52021114
0.00102	0.00077	-2.99184258	0.43487839	4.11551077	4.58117881	4.58816484
Área Total = $\sum$ Áreas parciales =						<b>14.673</b>

Se obtiene

$$N_{iG} = 2.303 \int_{\log(0.01999)}^{\log(0.00102)} \frac{y}{y - y_i} d \log y = 14.673$$

Si se compara con el valor obtenido del empleo de la ec.44 ( $N_{iG}=15.38373$ ) presenta una variación de menos de aproximadamente 4%

de la de ec. 47

$$Z = 0.883m(14.673) = 12.956m$$

Como se observa, pueden emplearse métodos simplificados para la evaluación de la altura de un lecho empacado, teniendo en consideración las restricciones de éstos. Así pues, cualquier método que se elija proporcionará un resultado bastante similar.

## NONMENCLATURA

### Capítulo 4.

SIMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
$a$	Área específica, área/volumen	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_A$	Área específica para la absorción y desorción con líquidos no acuosos	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_p$	Área específica de empaque, área/volumen	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_{AW}$	Área específica para la absorción y desorción con agua	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_{VW}$	Área específica para el contacto de un gas con un agua pura	$\frac{L^2}{L^3}$
$A$	Factor de absorción = $\frac{L}{mG}$	$\Phi$
	Área	$L^2$
$A_a$	Área activa, área de la lámina perforada	$L^2$
$A_d$	Área de sección transversal del bajante o vertedero	$L^2$
$A_{da}$	La menor de don áreas $A_d$ o $A_L$	$L^2$
$A_L$	Área libre entre el faldón del bajante y el piso del plato	$L^2$
$A_n$	Área neta de la sección transversal de la torre para el flujo de gas entre platos = $A_t - A_d$ (para platos de flujo transversal)	$L^2$
$A_o$	Área de las perforaciones en un plato	$L^2$
$A_t$	Área de la sección transversal de la torre	$L^2$
$c$	Concentración	$\frac{mol}{L^3}$
$C_f$	Constante empírica, factor de caracterización del empaque, flujo de dos fases. Tabla 6.3 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$C_F$	Constante de inundación para los platos	$\Phi$

$C_o$	Coeficiente de orificio	$\Phi$
$d$	Operador diferencial	$\Phi$
$d_s$	Diámetro de una esfera de la misma superficie que una partícula de empaque, diámetro equivalente de empaque	$L$
$d_o$	Diámetro del orificio	$L$
$D$	Difusividad o coeficiente de difusión	$\frac{L^2}{\theta}$
$D_E$	Difusividad turbulenta o de remolino	$\frac{L^2}{\theta}$
$e$	Constante= 2.7183	$\Phi$
$E$	Arrastre fraccionario, líquido arrastrado/ (líquido arrastrado + flujo de líquido a la salida)	$\frac{mol}{mol}$ o $\frac{M}{M}$
$E_{MG}$	Eficiencia de Murphree o de etapa en base a la fase gaseosa	<i>fracción</i> ó %
$E_{MGE}$	Eficiencia de Murphree en base a la fase gaseosa, corregida por el arrastre fraccionario	<i>fracción</i> ó %
$E_{OG}$	Eficiencia puntual o local de un plato en base a la fase gaseosa	<i>fracción</i> ó %
$f$	Factor de fricción de Fanning	$\Phi$
$F$	Coeficiente de transferencia de masa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$g$	Aceleración de la gravedad	$\frac{L}{\theta^2}$
$g_c$	Factor de conversión	$\frac{M \cdot L}{F \cdot \theta^2}$
$G$	Masa velocidad molar de la fase gaseosa	$\frac{mol}{L^2 \theta}$
$G'$	Masa velocidad de la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$G_s$	Masa velocidad molar en función de los no transferibles para la fase gaseosa Flujo de masa del disolvente	$\frac{mol}{\theta}$

$h_D$	Pérdida de carga para el gas en el plato seco como carga de líquido en el plato, densidad $\rho_L$	$L$
$h_G$	Pérdida de carga total del gas por plato	$L$
$h_L$	Pérdida de carga del gas debido a la retención del líquido sobre el plato	$L$
$h_R$	Pérdida de carga residual del gas	$L$
$h_S$	Altura del sello líquido	$L$
$h_W$	Altura de la compuerta o derramadero	$L$
$h_1$	Cresta líquida en la compuerta	$L$
$h_2$	Pérdida de carga para el líquido debajo del faldón del bajante	$L$
$h_3$	Diferencia entre el nivel del líquido dentro del bajante y el máximo nivel del líquido en el plato	$L$
$H$	Factor de corrección (retención, torres empacadas) Tabla 6.5 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$H_{IG}$	Altura de una unidad de transferencia de masa individual, en base a la fase gaseosa	$L$
$k_L$	Coefficiente individual de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot (mol/L^3)}$
$l$	Espesor del plato	$L$
$L$	Masa velocidad molar de la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$L'$	Masa velocidad de la fase líquida	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$L$	Masa velocidad molar de la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \theta}$
$L_S$	Masa velocidad molar en función de los no transferibles para la fase líquida Flujo de masa del disolvente	$\frac{mol}{\theta}$
$m$	Pendiente promedio de la curva de equilibrio	$\frac{[gas]}{[liquido]}$
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$

$M$	Peso molecular	$\frac{M}{mol}$
$n$	Número de moles	mol
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$N_{iG}$	Número de unidades de transferencia de masa individuales, en base a la fase gaseosa	$\Phi$
$N_{iL}$	Número de unidades de transferencia de masa individuales, en base a la fase líquida	$\Phi$
$N_{iOG}$	Número de unidades de transferencia de masa globales en base a la fase gaseosa	$\Phi$
$N_{iOL}$	Número de unidades de transferencia de masa globales en base a la fase líquida	$\Phi$
$N_p$	Número de unidades teóricas de transferencia de masa	$\Phi$
$N_{iG}$	Número de unidades individuales de transferencia de masa, en base a la fase gaseosa	$\Phi$
$P$	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$p^\circ$	Presión de vapor	$\frac{F}{L^2}$
$\bar{P}$	Presión parcial	$\frac{F}{L^2}$
$p'$	Distancia entre centros de perforaciones adyacentes en los platos (pitch)	$L$
$P$	Presión	$\frac{F}{L^2}$
$Pe$	Número de Péclet = $Re \cdot Sc = \frac{lu}{D_{AB}}$	$\Phi$
$\Delta P_{plato}$	Caída de presión total del plato	$\frac{F}{L^2}$
$q$	Flujo volumétrico de la fase líquida	$\frac{L^3}{\theta}$
$Q$	Flujo volumétrico de la fase gaseosa	$\frac{L^3}{\theta}$

$R$	Constante universal de los gases	$\frac{F \cdot L}{\text{mol} \cdot T}$
$Re$	Número de Reynolds = $\frac{lu\rho}{\mu}$	$\Phi$
$S$	Factor de desorción = $\frac{1}{A} = \frac{mG}{L}$	$\Phi$
$Sc$	Número de Schmidt = $\frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$	$\Phi$
$t$	Espaciamiento entre platos	$L$
$T$	Diámetro de la torre	$L$
	Temperatura absoluta	$T$
$V$	Volumen	$L^3$
$V_a$	Velocidad del gas basada en $A_a$	$\frac{L}{\theta}$
$V_F$	Velocidad de la fase gaseosa en condiciones de inundación, basada en $A_n$	$\frac{L}{\theta}$
$V_o$	Velocidad del gas a través de los orificios, basada en $A_o$	$\frac{L}{\theta}$
$V_{op}$	Velocidad de operación de la fase gaseosa	$\frac{L}{\theta}$
$V_{ow}$	Velocidad mínima de gas a través de los orificios debajo de la cual hay excesivo chorreo o goteo	$\frac{L}{\theta}$
$W$	Longitud de la compuerta	$L$
$W_{eff}$	Longitud efectiva de la compuerta	$L$
$x_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el líquido	$\frac{\text{mol}}{\text{mol}}$
$X$	Relación molar en la fase líquida	$\frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_{No\_A}}$
$y_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el gas	$\frac{\text{mol}}{\text{mol}}$
$Y$	Relación molar en la fase gaseosa	$\frac{\text{mol}_A}{\text{mol}_{No\_A}}$

$z$	Espesor de flujo promedio para el líquido sobre el plato	$L$
$Z$	Longitud de trayectoria sobre un plato	$L$
	Altura de lecho empacado	$L$
$\mu$	Viscosidad	$\frac{M}{L \cdot \theta}$
$\rho$	Densidad	$\frac{M}{L^3}$
$\varepsilon$	Volumen vacío fraccionario en un lecho empacado seco	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varepsilon_{Lo}$	Espacio vacío de operación = $\varepsilon - \varphi_{Lt}$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\sigma$	Tensión superficial	$\frac{F}{L}$
$\beta$	Constante empírica para la retención en el empaque Tabla 6.5 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$\pi$	Constante= 3.1416	$\Phi$
$\theta_L$	Tiempo de residencia del líquido sobre el plato, definido por ec. 6.64	$\theta$
$\alpha$	Constante empírica Tabla 6.2 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$\beta$	Constante empírica para la $V_F$ Tabla 6.2 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$\frac{\varepsilon}{d}$	Rugosidad relativa, empleada para estimar factor de Fanning	$\Phi$
$\varphi_{Lo}$	Retención del líquido en columnas empacadas $= \varphi_{LoW} H$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{Low}$	Retención de agua en columnas empacadas $= \varphi_{LlW} - \varphi_{LsW}$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{Ls}$	Retención estática del líquido en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{LsW}$	Retención estática de agua en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$

$\varphi_{Lt}$	Retención total del líquido en columnas empacadas = $\varphi_{Lo} + \varphi_{Ls}$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{LW}$	Retención total de agua en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$
<b>Subíndices</b>		
$A, B$	Componente A, B	
$i$	Componente i	
	Interfase	
0	Líquido entrante al plato superior	
1	Fondo de una torre empacada Efluente del plato 1 (torre de platos)	
2	Parte superior de una torre empacada Efluente del plato 2 (torre de platos)	
$G$	Fase gaseosa	
$L$	Fase líquida	
$M$	Media	
Máx	Máximo	
Mín	Mínimo	
$op$	Operación	
$N_p$	Efluente del plato $N_p$	
$n$	El último de los componentes	
	Etapa n	
G	Fase gaseosa	
L	Fase líquida	
local	Puntual	
o	Orificio	
<b>Exponentes</b>		
*	equilibrio	
---	Valor promedio	

## CAPITULO 5 OPERACIONES DE HUMIDIFICACION

### 5.1. Generalidades

En todos los casos que involucran transferencia de masa, el calor también debe ser transferido. Cuando un componente es transferido desde la fase gaseosa hacia una solución en fase líquida, el calor latente asociado con la condensación está involucrado. Cuando un componente es transferido desde una solución a otra solución, la diferencia entre los calores de solución del soluto en los dos solventes está involucrada; en todos los casos, la temperatura interfacial se ajustará hasta lograr que el valor de la transferencia de calor se encuentre en balance con el valor de transferencia de calor asociado con la transferencia de masa. En operaciones donde la transferencia de masa procede por contradifusión, como en destilación, o en operaciones donde los efectos del calor latente son pequeños, como en absorción de gases en soluciones diluidas, la transferencia de calor es de menor importancia como un mecanismo limitante de valores. En otros procesos, particularmente donde hay una transferencia de masa neta desde la fase gaseosa hacia una fase condensada o viceversa, la magnitud de transferencia de calor es importante, así como cuando ambas fases están a temperaturas diferentes.

Dentro de todas las operaciones en las que, tanto el fenómeno de transferencia de masa como el de calor tienen importancia, la humidificación y deshumidificación son las más simples y también las aplicaciones más directas de la teoría. En estos casos, solo dos componentes y dos fases están involucradas. La fase líquida es un componente puro, y la fase gaseosa consiste en un gas incondensable en el cual vapores de la fase líquida están presentes.

Las operaciones de humidificación y deshumidificación implican transferencia de materia entre una fase líquida pura y un gas permanente que es insoluble en el líquido. En estas operaciones, el líquido casi no presenta resistencia a la transferencia de masa debido a que se trata de un componente puro, y por tanto no existe gradiente de concentración en esta fase; es decir, no hay difusión a través de la fase líquida; pero el vapor se difunde hacia o desde la interfase gas-líquido hacia fuera o hacia adentro de la fase gaseosa. En estos casos, tanto la transferencia de masa como la de calor son importantes y se condicionan mutuamente; las dos transferencias ocurren conjuntamente y tanto la concentración como la temperatura varían simultáneamente.

Cualquier operación de humidificación contempla el contacto de las fases gas-líquido, abarcando

- enfriamiento de líquidos
- enfriamiento de gases
- humidificación y deshumidificación de gases

Todas estas operaciones poseen el mismo principio básico de operación, tal y como se mostrará a lo largo del presente capítulo.

## 5.2. Conceptos Básicos

En procesos de transferencia simultánea de masa y calor, la dirección de la transferencia y la extensión de la misma son controladas por las condiciones de equilibrio. Por lo que, una visión general de equilibrio de fases es necesaria como la base para la aplicación de ecuaciones para diseño de equipo.

**Tabla 5.1 Conceptos Básicos para operaciones de Humidificación**

A= componente condensable, B= gas incondensable

Término	Símbolo	Significado	Expresión	
Humedad Absoluta	$Y'$	Contenido de vapor de un gas.	$Y = \frac{n_A}{n_B} = \frac{\bar{p}_A}{\bar{p}_B} = \frac{\bar{p}_A}{P - \bar{p}_A}$ $Y' = Y \frac{M_A}{M_B} = \frac{\bar{p}_A}{P - \bar{p}_A} \frac{M_A}{M_B}$	ec.5.1
Humedad absoluta a saturación	$Y'_s$	Contenido de vapor de un gas cuando el sistema ha alcanzado su equilibrio ( $\bar{p}_A = p_A^\circ$ )	$Y = \frac{p_A^\circ}{P - p_A^\circ}$ $Y'_s = Y_s \frac{M_A}{M_B} = \frac{p_A^\circ}{P - p_A^\circ} \frac{M_A}{M_B}$	ec.5.2
% Humedad relativa	$\%HR$	Relación de la presión parcial del vapor hacia la presión parcial de vapor saturado a la temperatura del sistema ( $t_G$ ). También llamada saturación relativa	$\%HR = 100 \frac{y}{y_s} = 100 \frac{\bar{p}_A}{p_A^\circ}$	ec.5.3

% Humedad absoluta	$\%sat$	Relación de la humedad a la humedad de saturación. También denominada % de saturación	$\%sat = 100 \frac{Y}{Y_s} = 100 \frac{Y'}{Y'_s}$	ec.5.4
Volumen húmedo	$v_H$	Volumen de una masa unitaria de gas seco y de su vapor asociado.	$v_H = \left( \frac{1}{M_B} + \frac{Y'}{M_A} \right) \frac{RT}{P}$	ec.5.5
Calor húmedo	$C_S$	Calor requerido para incrementar la temperatura de una masa unitaria del gas y su vapor asociado 1°C, a P constante.	$C_S = C_B + C_A Y'$	ec.5.6
Temperatura de saturación adiabática	$t_{as}$	Temperatura que se obtendría si el gas fuera saturado en un proceso adiabático	$t_{as} = t_G - (Y'_{as} - Y') \frac{\lambda_{as}}{C_S}$	ec.5.7
Temperatura de bulbo seco	$t_G$	Temperatura de una mezcla vapor-gas en condiciones normales.		
Temperatura de bulbo húmedo	$t_w$	Temperatura de régimen estable obtenida con un termómetro de bulbo húmedo en condiciones normales	$t_w = t_G - \frac{\lambda_w (Y'_w - Y')}{h_G / k_Y}$	ec.5.8
Temperatura de punto de rocío	$t_R$	Temperatura a la cual una mezcla vapor-gas se satura cuando se enfría a P constante		
Entalpía Relativa	$H'$	Magnitud termodinámica. Energía asociada a un componente o mezcla de ellos a una P y T específica.	$H' = C_S (t_G - t_0) + Y' \lambda_0$	ec.5.9
Relación de Lewis	$Le$	Relación psicrométrica entre el coeficiente de transferencia de calor y el de masa para un gas.	$Le = \frac{h_G}{k_Y C_S}$	ec.5.10

Los conceptos y definiciones antes descritos se presentan por lo general en forma gráfica en una “carta de humedad” o “carta psicrométrica”. Estas cartas son aplicables a un determinado sistema gas-vapor a una presión dada.

### 5.3. Ecuaciones de diseño

Las ecuaciones de diseño empleadas en las operaciones de humidificación son el resultado de la definición de los siguientes parámetros:

1. Velocidad de Transferencia de Masa del Gas.
2. Velocidad de Transferencia de Calor del Gas.
3. Velocidad de Transferencia de Calor del Líquido.
4. Balance de Entalpía para el gas.
5. Balance de Entalpía del Líquido.
6. Balance de Entalpía total del Sistema.

En las operaciones de enfriamiento de líquidos y deshumidificación de gases, la fuerza impulsora es expresada como una diferencia de entalpía. Para el sistema aire-agua y otros sistemas diluidos gas-líquido, los términos de calor sensible son muy poco importantes frente a los de calor latente en las ecuaciones de balance entálpico.

Considerando como ejemplo una operación de humidificación, se presenta a continuación un esquema típico:

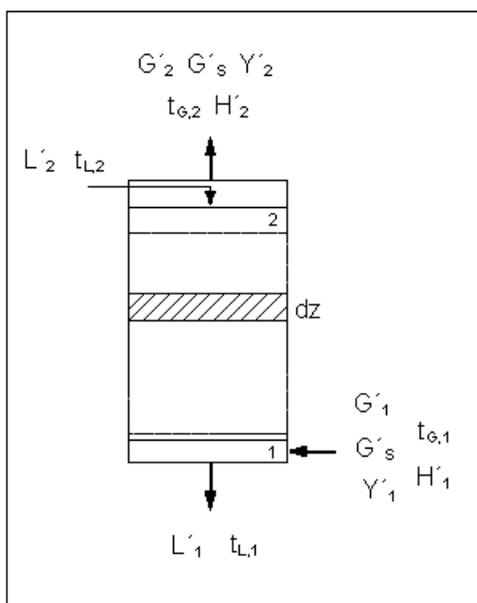


Figura 5.1 Proceso de humidificación.

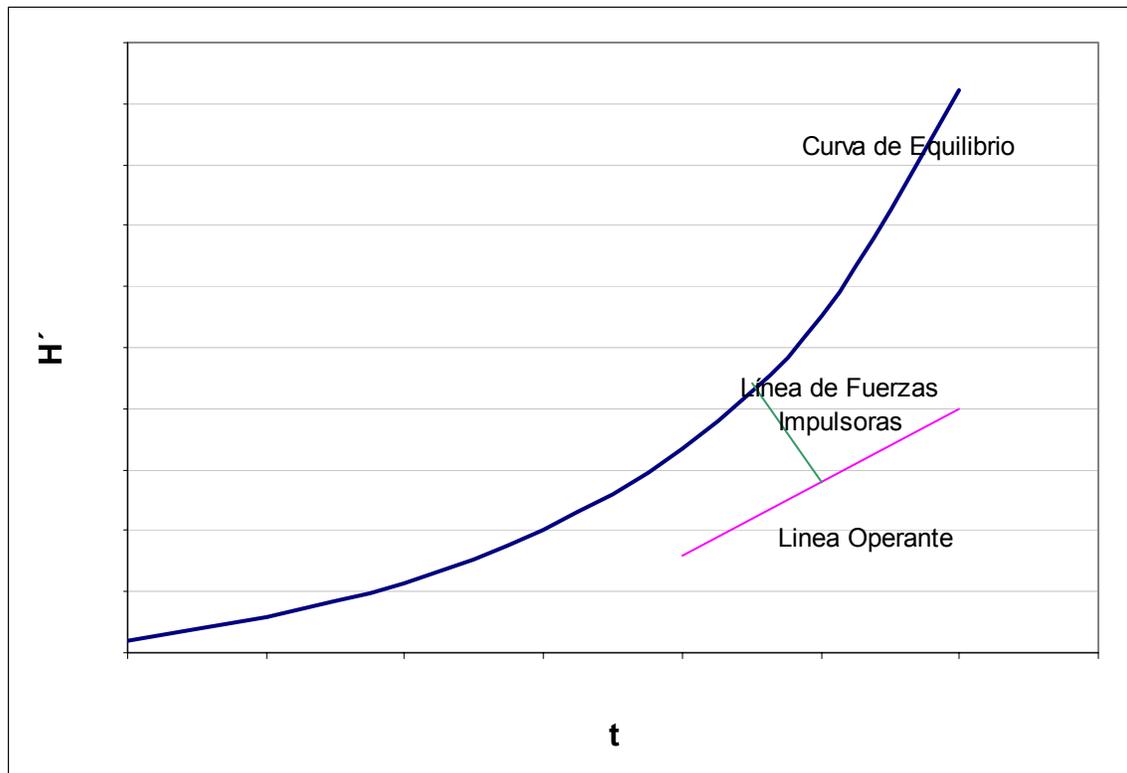
La ecuación de la Línea Operante del Proceso es:

$$\frac{H'_2 - H'_1}{t_{L,2} - t_{L,1}} = \frac{L \cdot C_{A,L}}{G'_S} \quad (\text{ec.5.11})$$

La ecuación de la Línea de Fuerzas Impulsoras, será:

$$-\frac{h_L a}{k_Y a} = \frac{H' - H'_i}{t_L - t_{L,i}} \quad (\text{ec.5.12})$$

Tanto la ecuación de la línea operante como la de fuerzas impulsoras se representan en un diagrama de equilibrio temperatura vs. Entalpía; tal y como lo muestra la figura 5.2



**Figura 5.2** Diagrama Temperatura-Entalpía para un proceso de humidificación.

Sistema aire- vapor de agua

Debido a que el sistema aire-vapor de agua es el más frecuente en las operaciones de humidificación, a continuación se enlistan algunas las expresiones que representan las curvas de la “carta de la humedad” para el sistema aire-vapor de agua. Dichas expresiones se presentan en la tabla 5.2.

**Tabla 5.2 Relaciones psicrométricas para el sistema aire (B) – agua (A) a 1 atm de presión.**

	Unidades Sistema Internacional (kg, m, N, °C)	Unidades inglesas de ingeniería (Btu, pie <sup>3</sup> , lb, °F, lb/in <sup>2</sup> )	
$M_A$	18.02 kg/ kmol	18 lb/ lbmol	
$M_B$	29 kg/ kmol	29 lb/ lbmol	
$Y'$	$\frac{0.622 \bar{p}_A}{1.0133(10^5) - \bar{p}_A} \left[ \frac{kg_A}{kg_B} \right]$	$\frac{0.622 \bar{p}_A}{14.696 - \bar{p}_A} \left[ \frac{lb_A}{lb_B} \right]$	ec.5.13
$Y_S'$	$\frac{0.622 p_A}{1.0133(10^5) - p_A} \left[ \frac{kg_A}{kg_B} \right]$	$\frac{0.622 p_A}{14.696 - p_A} \left[ \frac{lb_A}{lb_B} \right]$	ec.5.14
$v_H$	$(0.00283 + 0.00456Y')(t_G + 273) \left[ \frac{m^3_{mezcla}}{kg_B} \right]$	$(0.0252 + 0.00405Y')(t_G + 460) \left[ \frac{ft^3_{mezcla}}{lb_B} \right]$	ec. 5.15
$C_S$	$1005 + 1884Y' \left[ \frac{J_{mezcla}}{kg_B \text{ } ^\circ C} \right]$	$0.24 + 0.45Y' \left[ \frac{Btu_{mezcla}}{lb_B \text{ } ^\circ F} \right]$	ec.5.16
$t_0$	0°C	32°F	
$\lambda_0$	2502300 J/kg	1075.8 Btu/lb	
$H'$	$(1005 + 1884Y')t_G + 2502300Y' \left[ \frac{J_{mezcla}}{kg_B} \right]$	$(0.24 + 0.45Y')(t_G - 32) + 1075.8Y' \left[ \frac{Btu_{mezcla}}{lb_B} \right]$	ec.5.17
$\frac{h_G}{k_Y}$	950 J/ kg K	0.227 Btu/ lb °F	
$C_{A,L}$	4187 J/ kg °C	1 Btu/ lb °F	

**5.4. Método de Mickley.** Estimación de la humedad y la temperatura de bulbo seco de la fase gaseosa a la salida de torres de enfriamiento (sistema agua-aire).

Para determinar la curva  $t_G$ - $H'$  para la fase gaseosa, Mickley desarrolló un método gráfico conveniente par el sistema aire-agua. Relacionado las ecuaciones tanto de la línea operante como la de la línea de fuerzas impulsoras e introduciendo la relación de Lewis, resolviendo gráficamente la expresión:

$$\frac{dH'}{dt} = \frac{H'_i - H'}{t_i - t_G} \quad (\text{ec. 5.18})$$

Si las condiciones de la fase gaseosa en el fondo de la columna son conocidas, el método puede emplearse para trazar la trayectoria de las condiciones de la fase gaseosa a través de la torre.

El procedimiento paso a paso es el siguiente.

Se requieren la ecs. de la línea operante y de la línea de fuerzas impulsoras

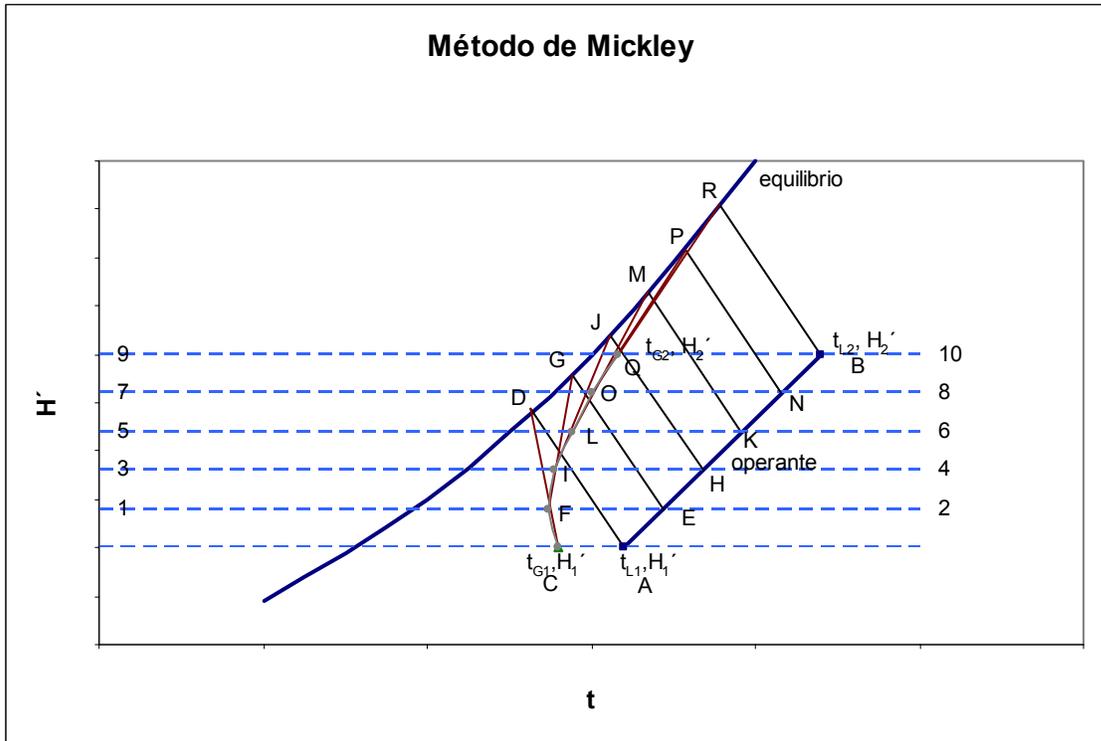
$$\frac{L' C_{A,L}}{G'_S} = \frac{H'_2 - H'_1}{t_{L,2} - t_{L,1}} \quad - \frac{h_L a}{k_Y a} = \frac{H'_i - H'}{t_i - t_L}$$

Una vez trazada la curva de equilibrio y la línea operante (segmento A-B)

- 1) Localizar el punto C ( $t_{G,1}$ ,  $H'_1$ )
- 2) Desde el punto A ( $t_{L,1}$ ,  $H'_1$ ) se traza una línea con la ecuación de la línea de fuerzas impulsoras hasta interceptarla con la curva de equilibrio (punto D).
- 3) Unir mediante una recta los puntos D y C.
- 4) Trazar una línea horizontal que denote un incremento en el eje de la entalpías respecto a  $H'_1$  (línea 1-2) y señalar la intersección de esta recta con la línea operante (punto E) y con la trazada en 3) (punto F)
- 5) Desde el punto E trazar una línea de fuerzas impulsoras hasta interceptarla con la curva de equilibrio (G).
- 6) Unir la intersección G con F.
- 7) Trazar una línea horizontal que denote un incremento en el eje de la entalpías respecto al de la recta 1-2 (línea 3- 4) y señalar la intersección de esta recta con la línea operante (punto H) y con la trazada en 6) (punto I)
- 8) Desde el punto H trazar una línea de fuerzas impulsoras hasta interceptarla con la curva de equilibrio (J).
- 9) Unir la intersección J con H.
- 10) Repetir los pasos señalados en 7)-9) hasta que el último incremento corresponda al valor de  $H'_2$ , en donde se trazará la línea de fuerzas impulsoras y sus respectivas uniones.
- 11) La unión de los puntos de la intersección de los incrementos con la recta que cierra las figuras triangulares, puntos C, F, I, L, O y Q, señala a trayectoria del comportamiento de la fase gaseosa a través del equipo, siendo el punto Q el que corresponde a las condiciones de salida de la fase gaseosa.



Este procedimiento es el mismo sin importar en que sitio se encuentre C ( $t_{G,1}$ ,  $H'_1$ ), tal y como lo muestra la figura 5.5.



**Figura 5.5** Aplicación del Método de Mickley para un proceso de humidificación. Pasos 1-11.

El ejemplo empleado para el trazo del método de Mickley (figuras 5.3, 5.4 y 5.5) se refiere a una operación de humidificación. Este método también puede ser empleado para operaciones de deshumidificación y enfriamiento de líquidos.

### 5.5. Equipo empleado

Generalmente las operaciones de humidificación se llevan a cabo en torres empacadas. Por lo tanto su dimensionamiento corresponderá al descrito en capítulo anterior (capítulo 4).

Cabe mencionar que como en estas operaciones las fuerzas impulsoras importantes son las diferencias entálpicas, la altura de los lechos empacados involucra a las alturas y números de unidades de transferencia entálpica o de transferencia térmica, tanto individuales como globales; así:

$$Z = N_{tG} H_{tG} \qquad H_{tG} = \frac{G'_s}{k_Y \cdot a} \qquad N_{tG} = \int_{H'_1}^{H'_2} \frac{dH'}{H'^* - H}$$

donde:

$N_{tG}$  = número de unidades de transferencia entálpica

$H_{tG}$  = altura de una unidad de transferencia entálpica

$Z$  = altura del lecho empacado

En la industria del diseño y construcción de torres de enfriamiento, se emplea una expresión relacionada

$$Z = \frac{L' C_{A,L}}{k_Y \cdot a} \int_{t_{L,1}}^{t_{L,2}} \frac{dt_L}{H'^* - H'}$$

## SECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

### CAPÍTULO 5. OPERACIONES DE HUMIDIFICACIÓN.

#### ❖ PROBLEMA 5.1

##### ENUNCIADO:

Una torre de enfriamiento de tiro inducido, instalada recientemente, está garantizada por el fabricante con respecto a que enfriará 2000 U.S. gal/min ( $0.1262\text{m}^3/\text{s}$ ) de agua a  $43^\circ\text{C}$  hasta  $30^\circ\text{C}$ , cuando el aire con el que se cuente tenga una temperatura de bulbo húmedo de  $24^\circ\text{C}$ . Una prueba en la torre, operada a la capacidad total del ventilador, proporcionó los siguientes datos:

Agua entrante:  $0.1262\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $46^\circ\text{C}$

Agua saliente:  $25.6^\circ\text{C}$

Aire entrante:  $24.0^\circ\text{C}$  temperatura de bulbo seco,  $15.6^\circ\text{C}$  temperatura de bulbo húmedo

Aire Saliente:  $37.6^\circ\text{C}$ , básicamente saturado

- a) ¿Cuál es la capacidad del ventilador,  $\text{m}^3/\text{s}$ ?
- b) ¿Esperaría que la torre cumpliera con las condiciones de la garantía? Obsérvese que para lograrlo,  $N_{\text{IOG}}$  en la prueba debe ser al menos igual al valor de la garantía, si  $H_{\text{IOG}}$  no cambia.

##### ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Una torre de enfriamiento tiene como principio básico de operación el enfriar una fase líquida pura mediante el contacto de la misma con una mezcla gaseosa no saturada. El descenso de temperatura de la fase líquida es posible mediante la evaporación de una pequeña porción del líquido que se está enfriando y que se evapora obteniendo calor latente de su entorno a fin de alcanzar su punto de burbuja e incorporarse a la fase gaseosa.

Es común encontrar en las torres de enfriamiento ventiladores que permitan llevar el flujo gaseoso de un extremo a otro del equipo; dependiendo de la ubicación de los mismos estos pueden ser de tiro forzado (si se encuentra en la entrada del flujo gaseoso) o de tiro inducido (si se encuentran en la salida del flujo gaseoso). En este caso, de acuerdo al enunciado del problema, el ventilador que posee el equipo se encuentra situado físicamente en la parte superior del mismo.

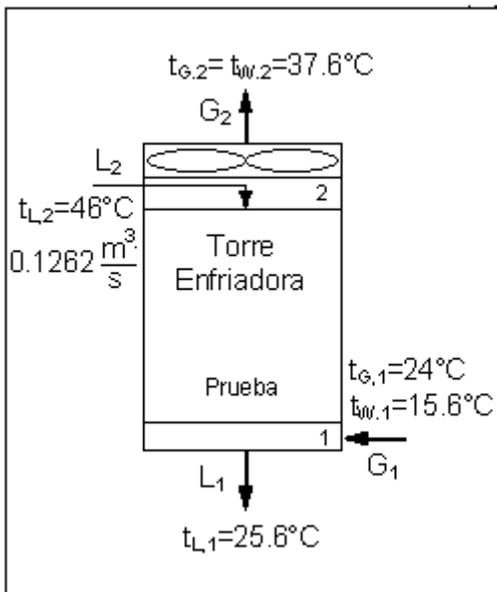
La primera pregunta se refiere a la evaluación de la capacidad del ventilador relacionada con el flujo de la fase gaseosa que es capaz de manejar. Debido a que se cuenta con más información para el caso de la prueba del equipo, se ha de emplear esta información para determinar la capacidad total del ventilador, asumiendo que la capacidad es la misma tanto para la prueba como para la garantía por tratarse de un dispositivo físico con características específicas.

La segunda pregunta se refiere a la verificación de las condiciones de la garantía del fabricante. Para ello se considera que si  $H_{tOG}$  no cambia, el valor de  $N_{tOG}$  no para la prueba debe ser, al menos, igual al valor de  $N_{tOG}$  de la garantía. Recuérdese que  $N_{tOG}$  es una medida del grado de dificultad para llevar a cabo un proceso de transferencia. Además se sabe que  $H_{tOG}$ , la altura de una unidad de transferencia entálpica global es función del flujo gaseoso y del coeficiente volumétrico de transferencia de masa.

Para la torre ya construida, los datos de la prueba se obtuvieron con el mismo tipo de empaque y altura del lecho empacado ( $Z$ ). Además, el flujo de la fase gaseosa es el correspondiente a la capacidad total del ventilador; igualmente el flujo de la fase líquida no ha cambiado. Por lo tanto el coeficiente global de transferencia y los flujos de las fases son los mismos y consecuentemente  $H_{tOG}$  no ha cambiado.

$$N_{tOG} = \frac{Z}{H_{tOG}} \qquad H_{tOG} = \frac{G'_s}{K_Y \cdot a} \qquad Z = N_{tOG} \cdot H_{tOG}$$

En conclusión, si se cumple que:  $N_{tOG,prueba} \geq N_{tOG,garantía}$ , se estarán cumpliendo las condiciones de la garantía del fabricante.

**SOLUCIÓN PROPUESTA:**

De la figura 7.5(a) del Treybal<sup>(19)</sup> o de cualquier carta psicrométrica para el sistema aire-vapor de agua a 1 atm, se obtienen los valores de humedad absoluta de la mezcla gaseosa a la entrada y salida del equipo, siendo

$$Y'_1 \Big|_{\substack{t_{G,1}=24^\circ\text{C} \\ t_{W,1}=15.6^\circ\text{C}}} = 0.008 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

$$Y'_2 = Y'_s \Big|_{\substack{t_{G,2}=37.6^\circ\text{C} \\ \text{Saturación}}} = 0.042 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

**Figura 5.6 Torre de enfriamiento de tiro inducido.**

**Condiciones de prueba.**

El valor de la entalpía de la fase gaseosa puede ser determinado en la misma figura 7.5(a) del Treybal<sup>(19)</sup> o bien puede ser evaluado empleando la expresión correspondiente de la tabla 7.1 de la misma referencia

$$H' \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}_B} \right] = (1005 + 1884Y')t_G + 2502300Y' \quad (\text{ec.1})$$

Empleando la ec. 1 a las condiciones de la torre

$$H'_1 \Big|_{\substack{t_{G,1}=24^\circ\text{C} \\ Y_1'=0.008 \text{ kg}_A/\text{kg}_B}} = (1005 + 1884(0.008))(24) + 2502300(0.008) = 44500.13 \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}$$

$$H'_2 = H'_s \Big|_{\substack{t_{G,2}=37.6^\circ\text{C} \\ \text{saturación}}} = (1005 + 1884(0.042))(37.6) + 2502300(0.042) = 145859.8 \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}$$

de tabla 3.28 del Perry<sup>(14)</sup>  $\rho \Big|_{\substack{46^\circ\text{C} \\ \text{Agua}}} = 989.792 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$A \cdot L' = q \cdot \rho = 0.1262 \frac{m^3}{s} \left( 989.792 \frac{kg}{m^3} \right) = 124.91 \frac{kg}{s}$$

### Ecuación de la Línea Operante

No es objeto del presente trabajo el realizar las simplificaciones de los balances de materia y energía del equipo presentado, si el lector desea conocer a este respecto puede consultar otras fuentes. En conclusión, para el caso práctico del presente problemario, se parte de que la ecuación de la línea operante definida mediante la expresión:

$$\frac{L' C_{AL}}{G'_s} = \frac{H'_2 - H'_1}{t_{L,2} - t_{L,1}} \quad (\text{ec.2})$$

Sustituyendo los valores conocidos en la ec. 2, así como incluyendo el área de la sección transversal de la torre tanto para el flujo líquido como el gaseoso, se obtiene:

$$\frac{A L' C_{AL}}{A G'_s} = \frac{124.91 \frac{kg_A}{s} \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^\circ C} \right)}{A \cdot G'_s} = \frac{(145859.8 - 44500.13) \frac{J}{kg_B}}{(46 - 25.6)^\circ C} = 4968.61 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \quad (\text{ec.3})$$

$$\rightarrow A \cdot G'_s = 105.26 \frac{kg_B}{s}$$

de tabla 7.1 Treybal <sup>(19)</sup>, se obtiene la siguiente expresión para determinar el volumen húmedo de una mezcla aire-vapor de agua:

$$v_H \left[ \frac{m^3}{kg_B} \right] = (0.00283 + 0.00456 Y') (t_G + 273) \quad (\text{ec.4})$$

el volumen húmedo que se requiere evaluar es el que corresponde al flujo gaseoso de la parte superior del equipo, ya que es que donde se encuentra situado el ventilador, siendo de acuerdo a la ec.4

$$v_{H,2} \left| \begin{array}{l} t_{G,2} = 37.6^\circ C \\ Y'_2 = 0.042 \frac{kg_A}{kg_B} \end{array} \right. = (0.00283 + 0.00456(0.042))(37.6 + 273) = 0.9385 \frac{m^3}{kg_B}$$

estando la capacidad del ventilador determinada mediante

$$A \cdot G'_s \cdot v_H = 105.26 \frac{\text{kg}_B}{\text{s}} \left( 0.9385 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}_B} \right) = 98.785 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$A \cdot G'_s \cdot v_H$	98.785 m <sup>3</sup> /s
--------------------------	--------------------------

A fin de comparar el desempeño del equipo, tanto para las condiciones de operación según la garantía y las de prueba, se han de determinar el valor de los  $N_{\text{TOG}}$  correspondientes

$$N_{\text{TOG, prueba}} = \int_{H'_1=44500.13 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=145859.8 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} \quad (\text{ec. 5})$$

Condiciones de operación de acuerdo a la garantía

El fabricante establece que el aire atmosférico tenga una temperatura de bulbo húmedo de diseño de 24°C.

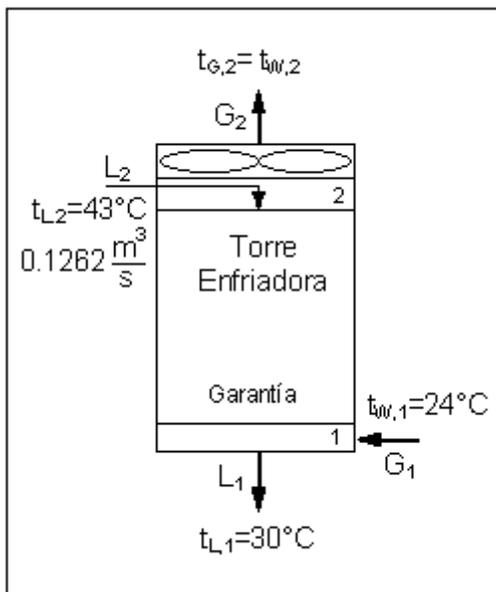


Figura 5.7 Torre de enfriamiento de tiro inducido.

Condiciones de garantía.

$$Y'_S \Big|_{t_w=24^\circ\text{C}} = 0.019 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \quad \text{y} \quad H'_1 \Big|_{t_w=24^\circ\text{C}} = 72522.8 \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}$$

No olvidar que en una carta psicrométrica para aire-vapor de agua, las líneas de enfriamiento y humidificación adiabática son para condiciones de entalpía constante. Es decir que toda la mezcla aire-vapor de agua que tenga una temperatura de bulbo húmedo de 24°C (dato del enunciado) e independientemente de su temperatura de bulbo seco, tendrá la misma entalpía. Por lo tanto, para una temperatura de bulbo húmedo de 24°C y aire saturado, la humedad, leída en una carta psicrométrica correspondiente, será:

Aunque los flujos volumétricos de la fase gaseosa y de la fase líquida no han cambiado (en ambos casos el ventilador trabaja a su capacidad total y el agua a enfriar tiene el mismo caudal volumétrico), las temperaturas son diferentes y por lo tanto sus densidades cambian; estrictamente las masa velocidad correspondientes  $G'_s$  y  $L'$  han variado.

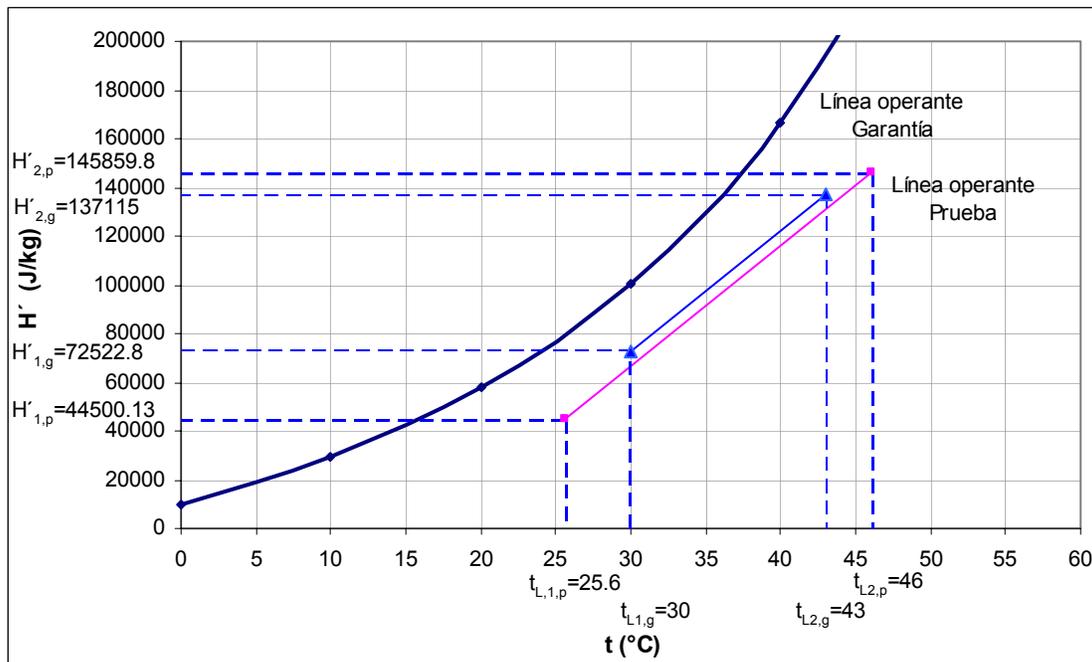
No obstante, puede considerarse que tales variaciones son pequeñas y que por lo tanto el primer miembro de la ecuación de la línea operante (la pendiente de tal línea) para las condiciones del fabricante es prácticamente el mismo valor que el obtenido para los datos de la prueba, es decir:

$$\frac{(L')(C_{AL})}{G'_s} = 4968.61 = \frac{(H'_2 - 72522.8) \frac{J}{kg_B}}{(43 - 30)^\circ C} \quad \rightarrow \quad H'_2 = 137115 \frac{J}{kg_B} \quad (\text{ec. 6})$$

Siendo, para este caso:

$$N_{tOG, \text{garantía}} = \int_{H'_1 = 72522.8 J/kg_B}^{H'_2 = 137115 J/kg_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} = \quad (\text{ec. 7})$$

A continuación se presenta la representación gráfica de las ecs. 3 y 6. Los datos para la construcción de la curva de equilibrio para el sistema aire-agua fueron obtenidos de la tabla 7.1 del Treybal <sup>(19)</sup>



**Figura 5.8** Trazo de líneas operantes del proceso de acuerdo a las condiciones de garantía y prueba. Torre de enfriamiento de tiro inducido.

A fin de realizar la integración gráfica de las ecs. 5 y 7, se requieren los valores al equilibrio de los correspondientes puntos de las líneas operantes; dichos valores pueden estimarse de la anterior gráfica, obteniéndose la siguiente tabulación de valores

**Tabla 5.3 Integración numérica de las ecs. 5& 7. Estimación de  $N_{\text{TOG}}$ .**

Número de Columna									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_L$	$H'_{\text{prueba}}$	$H'_{\text{garantía}}$	$H^*$	$\Delta H'_{\text{prueba}}$	$\Delta H'_{\text{garantía}}$	$\frac{1}{H^{**}-H'}_{\text{prueba}}$	$\frac{1}{H^{**}-H'}_{\text{garantía}}$	$\Delta H' \cdot \left( \frac{1}{H^{**}-H'} \right)_{\text{prom}}_{\text{prueba}}$	$\Delta H' \cdot \left( \frac{1}{H^{**}-H'} \right)_{\text{prom}}_{\text{garantía}}$
25.6	44500.1		79000			2.90E-05			
27	51455.8		85000	6955.7		2.98E-05		0.204	
28.5	58908.8		92000	7452.9		3.02E-05		0.224	
30	66361.7	72522.8	100030	7452.9		2.97E-05	3.64E-05	0.223	
31	71330.4	77491.4	105500	4968.6	4968.6	2.93E-05	3.57E-05	0.146	0.179
32	76299.0	82460.1	111300	4968.6	4968.6	2.86E-05	3.47E-05	0.144	0.175
33	81267.6	87428.7	116700	4968.6	4968.6	2.82E-05	3.42E-05	0.141	0.171
34	86236.2	92397.3	123000	4968.6	4968.6	2.72E-05	3.27E-05	0.138	0.166
35	91204.9	97366.0	129200	4968.6	4968.6	2.63E-05	3.14E-05	0.133	0.159
36	96173.5	102334.6	136000	4968.6	4968.6	2.51E-05	2.97E-05	0.128	0.152
37	101142.1	107303.2	142600	4968.6	4968.6	2.41E-05	2.83E-05	0.122	0.144
38	106110.8	112271.9	150300	4968.6	4968.6	2.26E-05	2.63E-05	0.116	0.136
39	111079.4	117240.5	158200	4968.6	4968.6	2.12E-05	2.44E-05	0.109	0.126
40	116048.0	122209.1	166790	4968.6	4968.6	1.97E-05	2.24E-05	0.102	0.116
41	121016.7	127177.7	175600	4968.6	4968.6	1.83E-05	2.07E-05	0.094	0.107
42	125985.3	132146.4	184300	4968.6	4968.6	1.71E-05	1.92E-05	0.088	0.099
43	130953.9	137115.0	194000	4968.6	4968.6	1.59E-05	1.76E-05	0.082	0.091
44	135922.5		203000	4968.6		1.49E-05		0.076	
45	140891.2		213600	4968.6		1.38E-05		0.071	
46	145859.8		224800	4968.6		1.27E-05		0.066	
								2.408	1.822

Los valores de las columnas 2 y 3 pueden obtenerse directamente de las líneas operantes correspondientes (ecs. 3 y 4). Sin embargo, los datos de la columna 4 han de obtenerse mediante el empleo de la curva de equilibrio para los diversos puntos indicados en la columna 1.

La gráfica resultante con los datos de las columnas 2 vs. 7 y 3 vs. 8 se muestra en la figura 5.9.

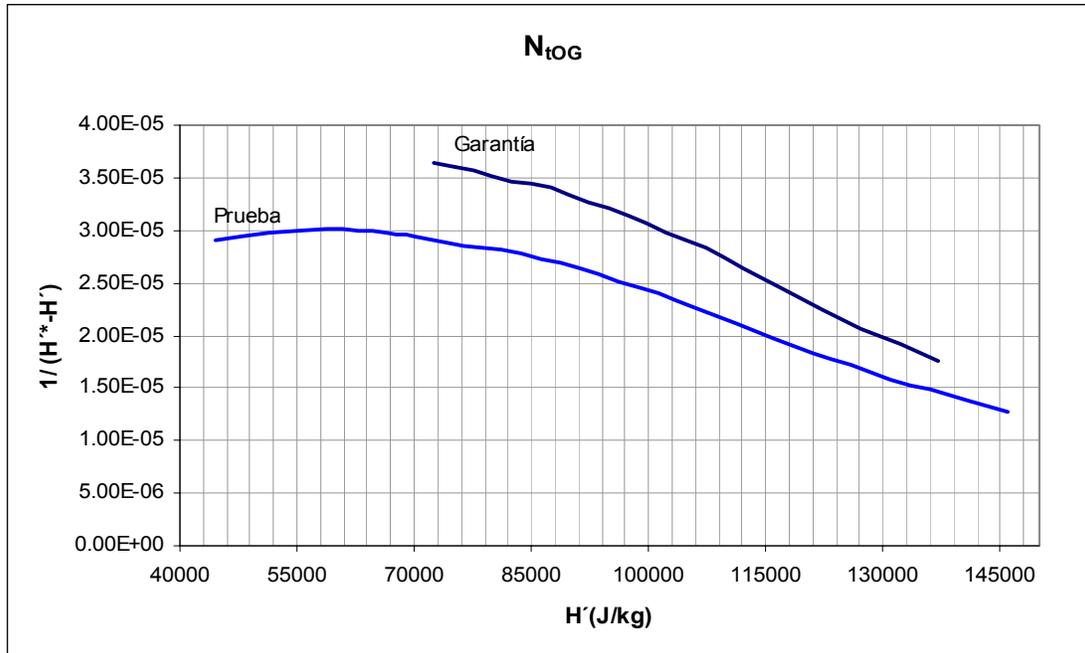


Figura 5.9 Representación gráfica de la integración de las ecs. 5 & 7.

Posterior al desarrollo gráfico y numérico requerido, resultados presentados en las columnas 9 y 10 de la tabla anteriormente mostrada, se obtienen las siguientes áreas que representan los valores de  $N_{tOG}$  que satisfacen a las ecs. 5 y 7

$$N_{tOG,garantía} = \int_{H'_1=72522.8J/kg_B}^{H'_2=137115J/kg_B} \frac{dH'}{H^* - H'} = 1.822$$

$$N_{tOG,prueba} = \int_{H'_1=44500.13J/kg_B}^{H'_2=145859.8J/kg_B} \frac{dH'}{H^* - H'} = 2.408$$

de lo anterior se tiene  $N_{tOG,prueba} > N_{tOG,garantía}$

Recordando que para una misma altura ( $H_{tOG}$ ) el  $N_{tOG}$  representa una medida del grado de dificultad que opone un sistema para llevar a cabo un proceso transferencia de masa, en este caso traducido como enfriamiento. Se concluye que la torre cumple con la garantía, de hecho la excede ya que de acuerdo a la prueba la torre presenta un desempeño adecuado en cuanto al flujo que es capaz de enfriar aun cuando la resistencia a la transferencia de masa sea mayor a la que se supone puede vencer de acuerdo a lo declarado en la garantía del fabricante.

**❖ PROBLEMA 5.2****ENUNCIADO:**

Se desea deshumidificar  $1.2 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $2540 \text{ pie}^3/\text{min}$ ) de aire, que se tiene a las temperaturas de  $38.0 \text{ }^\circ\text{C}$  bulbo seco y  $30.0 \text{ }^\circ\text{C}$  bulbo húmedo, hasta una temperatura de bulbo húmedo de  $15^\circ\text{C}$ , en una torre a contracorriente. Para la deshumidificación se utilizará agua enfriada a  $10^\circ\text{C}$ . El empaque va a ser de anillos Raschig de  $50 \text{ mm}$  (2plg). Para mantener el arrastre al mínimo,  $G'_s$  va a ser  $1.25 \text{ kg aire}/\text{m}^2 \text{ s}$  ( $922\text{lb}/\text{pie}^2\text{h}$ ) y se va a utilizar un flujo del líquido de 1.5 veces el mínimo.

- a) Especifique la sección transversal y la altura de la sección empacada de la torre.
- b) ¿Cuál será la temperatura del agua saliente?

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Un proceso de deshumidificación consiste en despojar al gas de su contenido de humedad a través de su contacto con un líquido puro frío. La mezcla gaseosa se enfría hasta alcanzar su temperatura de rocío; en estas condiciones se da la condensación de su humedad, se libera calor latente que absorbe la fase líquida como calor sensible y aumenta su temperatura. Esta operación involucra inherentemente una transferencia de masa en la fase gaseosa y una transferencia de calor tanto en la fase gaseosa que se enfría y deshumidifica, como en la fase líquida que se calienta en su descenso a través de la torre. Obsérvese que el gas no se transfiere a la fase líquida, solo el vapor que se condensa y se incorpora a la fase líquida.

La primera pregunta se refiere a la determinación de las características del equipo. El área de la sección transversal a los flujos de las fases es función de tales flujos. En este caso, la torre debe operar para una masa velocidad de la fase gaseosa de  $1.25 \text{ kg de aire seco}/\text{m}^2 \text{ s}$  para minimizar el arrastre de líquido por la fase gaseosa hacia el domo de la torre. El flujo volumétrico del aire húmedo ( $1.2 \text{ m}^3/\text{s}$ ) y la masa velocidad del aire seco de diseño, permitirán estimar el área de la sección transversal para que la velocidad de ascenso del gas sea la adecuada para minimizar el arrastre.

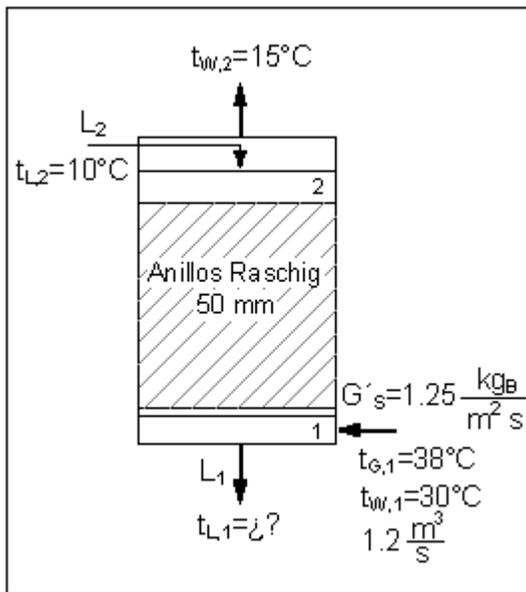
Por otro lado, la altura de la sección empacada involucra el proceso de transferencia entálpica y de transferencia de masa. Deben estimarse el grado de dificultad para lograr las condiciones del aire a la salida (Número de Unidades de Transferencia Entálpica) y la altura de tales unidades de transferencia, lo cual implica trabajar con los coeficientes

volumétricos de transferencia de masa y de transferencia de calor respectivos. En este caso en particular resulta conveniente el uso de coeficientes globales de transferencia de masa ya que, en la ausencia de información que permita caracterizar la línea de fuerzas impulsoras del proceso, no es posible determinar valores interfaciales y por tanto no es posible determinar coeficientes individuales, señalando por tanto que han de evaluarse  $H_{TOG}$  y su respectiva  $N_{TOG}$ .

Finalmente se pide estimar la temperatura del agua a la salida. Esto se logrará mediante los balances de masa y entálpicos necesarios. Esto es: la ecuación de la línea operante para el proceso. Conviene por lo tanto iniciar el proceso de solución atendiendo primero a la segunda pregunta.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

Conociendo las temperaturas de bulbo seco y húmedo del aire entrante, de una carta de humedad, a 1 atm y para el sistema aire-vapor de agua se obtiene la humedad absoluta



$$Y_1 \left| \begin{array}{l} t_{w,1}=30^{\circ}\text{C} \\ t_{G,1}=38^{\circ}\text{C} \end{array} \right. = 0.024 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

A la salida, la fase gaseosa se considera que está saturada. Para que la humedad del aire se condense, es necesario que primero se sature y continuará la condensación mientras continúe en contacto con agua fría. Por lo tanto, el aire de salida estará en esas condiciones y  $t_{G,2} = t_{w,2} = 15^{\circ}\text{C}$

Figura 5.10 Proceso de deshumidificación de aire en columna empacada.

Así pues:

$$Y_2 \left| \begin{array}{l} t_{w,2}=15^{\circ}\text{C} \\ \text{Saturación} \end{array} \right. = 0.011 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

de las expresiones de la tabla 7.1 Treybal<sup>(19)</sup>

$$H' \left[ \frac{J}{kg_B} \right] = (1005 + 1884Y')t_G + 2502300Y'$$

$$H'_1 \left|_{\substack{t_{G,1}=38^\circ C \\ Y'_1=0.024 \frac{kg_A}{kg_B}}} \right. = (1005 + 1884(0.024))(38) + 2502300(0.024) = 99963.41 \frac{J}{kg_B}$$

$$H'_2 \left|_{\substack{t_{G,2}=15^\circ C \\ Y'_2=0.011 \frac{kg_A}{kg_B}}} \right. = (1005 + 1884(0.011))(15) + 2502300(0.011) = 42911.16 \frac{J}{kg_B}$$

Siendo expresada la ec. de la línea operante, para el sistema aire vapor de agua, como:

$$\frac{L'C_{A,L}}{G'_S} = \frac{H'_1 - H'_2}{t_{L,1} - t_{L,2}} \quad (\text{ec.1})$$

sustituyendo los valores conocidos en la ec. 1

$$\frac{L' \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^\circ C} \right)}{1.25 \frac{kg_B}{m^2 \cdot s}} = \frac{(99963.41 - 42911.16) \frac{J}{kg_B}}{(t_{L,1} - 10)^\circ C} \quad (\text{ec.2})$$

de acuerdo a la anterior expresión se tienen dos incógnitas, por un lado se desconoce la temperatura de salida de la fase líquida y por el otro el flujo másico de agua con el que ha de operar el equipo. El concepto de la mínima cantidad de flujo líquido que se requiere para llevar a cabo la operación de deshumidificación está en función de la máxima cantidad de líquido que esta fase es capaz de acoger en su seno (considerando que alcanza el estado de equilibrio), despojando de esta manera a la fase gaseosa de su humedad. De lo anterior se concluye que a un máximo de temperatura a la salida de la fase líquida corresponde un mínimo en el flujo de la misma fase, lo cual puede representarse gráficamente mediante una línea operante de pendiente mínima.

Los datos de la curva de equilibrio pueden ser obtenidos de la tabla 7.1 Treybal<sup>(19)</sup> por tratarse del sistema aire- vapor de agua. A continuación se presenta la gráfica resultante de trazar la curva de equilibrio junto con la línea operante de pendiente mínima que permitirá evaluar el flujo mínimo del líquido necesario para llevar a cabo la operación (figura 5.11)

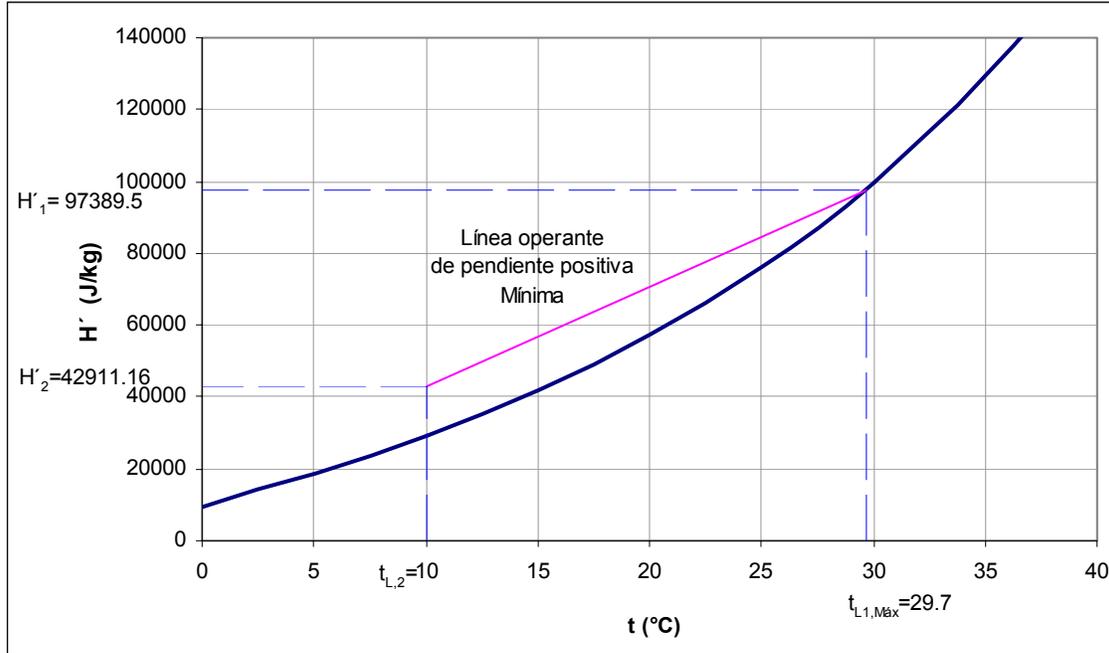


Figura 5.11 Diagrama t-H' para un proceso de deshumidificación. Sistema Aire-Agua.

Estimación de  $t_{L,1,Máx}$ .

de la gráfica anterior se obtiene  $t_{L,Máx} = 29.7^{\circ}C$  y de la ec. 2

$$\frac{L'_{Min} \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^{\circ}C} \right)}{1.25 \frac{kg_B}{m^2 \cdot s}} = \frac{(99963.41 - 42911.16) \frac{J}{kg_B}}{(29.7 - 10)^{\circ}C} \rightarrow L'_{Min} = 0.8646 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s} \quad (\text{ec.3})$$

De acuerdo al enunciado del problema el flujo de operación para la fase líquida será 1.5 veces el flujo mínimo necesario, por lo que se tiene

$$L'_{op} = 1.5(L'_{Min}) = 1.5 \left( 0.8646 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s} \right) = 1.297 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s}$$

Con este flujo de operación real, la temperatura del agua saliente se obtendrá de la ecuación de la línea operante (ec. 2):

$$\frac{1.297 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s} \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^\circ C} \right)}{1.25 \frac{kg_B}{m^2 \cdot s}} = \frac{(99963.4 - 42911.16) \frac{J}{kg_B}}{(t_{L,1} - 10)^\circ C} \rightarrow t_{L,1} = 23.132^\circ C \quad (\text{ec.4})$$

$t_{L,1}$	23.132 °C
-----------	-----------

Evaluación del área de la torre (sección transversal)

Para estimar el flujo másico del aire seco en la corriente gaseosa a la entrada, se requiere determinar el volumen húmedo correspondiente. De la tabla 7.1 Treybal <sup>(19)</sup> se obtiene la siguiente expresión:

$$v_H \left[ \frac{m^3}{kg_B} \right] = (0.00283 + 0.00456Y')(t_G + 273) \quad (\text{ec.5})$$

Empleando la ec. 5

$$v_{H,1} \left| \begin{array}{l} t_{G,1}=38^\circ C \\ Y_1=0.024 \frac{kg_A}{kg_B} \end{array} \right. = (0.00283 + 0.00456(0.024))(38 + 273) = 0.914166 \frac{m^3}{kg_B}$$

Cantidad de aire libre de agua

$$A \cdot G'_S = \frac{1.2 \frac{m^3}{s}}{0.914166 \frac{m^3}{kg_B}} = 1.3127 \frac{kg_B}{s} \rightarrow A = \frac{A \cdot G'_S}{G'_S} = \frac{1.3127 \frac{kg_B}{s}}{1.25 \frac{kg_B}{m^2 \cdot s}} = 1.05 m^2$$

A	1.05 m <sup>2</sup>
---	---------------------

Evaluación de la altura del lecho empacado (Z)

$$Z = H_{tOG} \cdot N_{tOG} \quad (\text{ec.6})$$

$$N_{tOG} = \int_{H'_2=42911.16\text{J/kg}_B}^{H'_1=99963.4\text{J/kg}_B} \frac{dH'}{H' - H'^*} \quad (\text{ec.7})$$

Integración gráfica para determinar  $N_{tOG}$

**Tabla 5.4 Integración numérica de la ec. 7. Estimación de  $N_{tOG}$ .**

$t_L$	$H'$	$H^*$	$1/(H-H^*)$	$dH'$	
10	42911.16	29360.00	7.38E-05	4153.50	0.288
11	47064.66	31600.00	6.47E-05	4153.50	0.255
12	51218.17	34000.00	5.81E-05	4153.50	0.233
13	55371.67	36900.00	5.41E-05	4153.50	0.215
14	59525.18	39200.00	4.92E-05	4153.50	0.198
15	63678.68	42100.00	4.63E-05	4153.50	0.187
16	67832.18	45000.00	4.38E-05	4153.50	0.177
17	71985.69	47800.00	4.13E-05	4153.50	0.168
18	76139.19	51000.00	3.98E-05	4153.50	0.162
19	80292.70	54200.00	3.83E-05	4153.50	0.157
20	84446.20	57570.00	3.72E-05	4153.50	0.153
21	88599.70	61000.00	3.62E-05	4153.50	0.149
22	92753.21	64600.00	3.55E-05	4636.29	0.163
23.13	99963.4	68700.00	3.49E-05		
					2.505

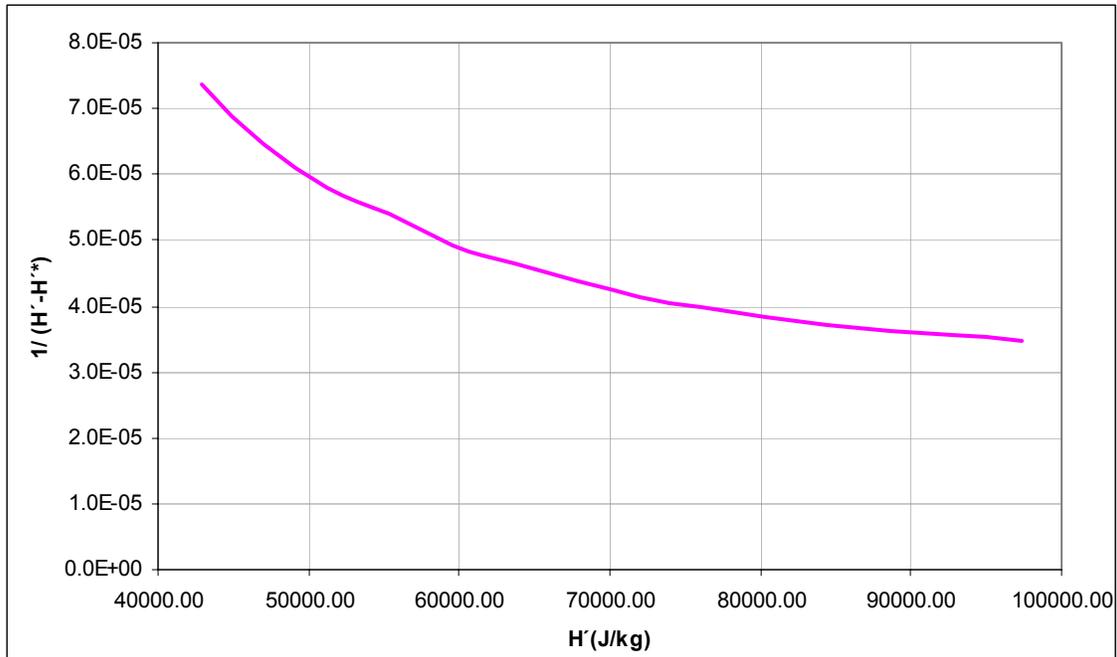


Figura 5.12 Representación gráfica de la integración de la ec. 7. Estimación de  $N_{iOG}$ .

de la ec.7

$$N_{iOG} = \int_{H'_2=42911.16\text{J/kg}_B}^{H'_1=99963.4\text{J/kg}_B} \frac{dH'}{H'-H'^*} = 2.505$$

Evaluación del Coeficiente de transferencia de masa

$$H_{iOG} = \frac{G'_S}{K_Y \cdot a} \quad (\text{ec. 8})$$

$$\frac{1}{K_Y \cdot a} = \frac{1}{k_Y a} + \frac{m}{h_L \cdot a} \quad (\text{ec. 9})$$

El coeficiente de transferencia de masa será evaluado a las condiciones promedio del sistema ya que no existen cambios dramáticos entre las condiciones de entrada y salida del mismo,

$$\bar{Y}' = \frac{Y'_1 + Y'_2}{2} = \frac{(0.011 + 0.024)}{2} \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} = 0.0175 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

$$\bar{t}_G = \frac{t_{G_1} + t_{G_2}}{2} = \frac{(38 + 15)^\circ\text{C}}{2} = 26.5^\circ\text{C}$$

$$\bar{G}' = G'_s(1 + \bar{Y}') = 1.25(1 + 0.0175) = 1.272 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \quad (\text{ec. 10})$$

$$\bar{Y} = \bar{Y}' \frac{M_B}{M_A} = 0.0175 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \left\| \frac{29 \text{kg}_B}{\text{kmol}_B} \right\| \left\| \frac{\text{kmol}_A}{18.02 \text{kg}_A} \right\| = 0.02816 \frac{\text{kmol}_A}{\text{kmol}_B}$$

$$\bar{y}_A = \frac{\bar{Y}}{1 + \bar{Y}} = \frac{0.02816}{1 + 0.02816} = 0.02898 \quad \rightarrow \quad \bar{y}_B = 1 - \bar{y}_A = 0.97102$$

$$\bar{G} = \frac{\bar{G}'}{M_G} = \frac{1.272 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}{28.69 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0.04426 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \quad (\text{ec. 11})$$

Recuérdese que de acuerdo a la información del problema

$$L'_{op} = 1.5L'_{Min} = 1.297 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \quad (\text{ec. 12})$$

$$\bar{L} = \frac{L'}{M_L} = \frac{1.297 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}{18.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0.07197 \frac{\text{kmol}_A}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$\bar{t}_L = \frac{t_{L_1} + t_{L_2}}{2} = \frac{(10 + 23.116)^\circ\text{C}}{2} = 16.5^\circ\text{C} \approx 61.8^\circ\text{F}$$

interpolando de los datos de la tabla 4 del Rase & Barrow<sup>(16)</sup>, se obtiene

$$\mu_L \Big|_{\text{agua}}^{t_L \approx 61.8^\circ\text{F}} = 1.10 \text{cp} = 1.10(10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad \rho_L \Big|_{\text{agua}}^{t_L \approx 61.8^\circ\text{F}} = 62.36 \frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} = 998.9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$k_{th} \Big|_{\text{agua}}^{t_L \approx 61.8^\circ\text{F}} = 0.341 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{pie}^3 \cdot (^\circ\text{F}/\text{pie})} = 0.5903 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} = 0.5903 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}}$$

De la tabla 20-1 del Maron<sup>(6)</sup> interpolando valores

$$\sigma \Big|_{\substack{t_L=16.5^\circ\text{C} \\ \text{agua}}} = 73.25 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}} = 73.25(10^{-3}) \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Shulman desarrolló correlaciones para estimar coeficientes de transferencia de masa y áreas específicas para transferencia de masa que resultan aplicables a este caso debido que se emplean anillos Raschig, siendo la siguiente la metodología a seguir en función de información proporcionada por Treybal<sup>(19)</sup>

De la tabla 6.5 Treybal para anillos Raschig de cerámica de 2 plg, se definen los siguientes parámetros

$$d_s \Big|_{\substack{\text{anillos - Raschig} \\ 2\text{in}}} = 0.0725\text{m}$$

$$\beta = 1.508d_s^{0.376} \quad (\text{ec.13})$$

$$\varphi_{LsW} = \frac{2.47(10^{-4})}{d_s^{1.21}} \quad (\text{ec.14})$$

$$\varphi_{LtW} = \frac{2.09(10^{-6})(737.5L')^\beta}{d_s^2} \quad (\text{ec.15})$$

$$\varphi_{Ls} = \frac{0.0486\mu_L^{0.02}\sigma^{0.99}}{d_s^{1.21}\rho_L^{0.37}} \quad (\text{ec.16})$$

debido a que  $\mu_L < 0.012 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$  ( $0.0011 < 0.012$ )

$$H = \frac{975.7L'^{0.57}\mu_L^{0.13}}{\rho_L^{0.84}(2.024L'^{0.43}-1)} \left( \frac{\sigma}{0.073} \right)^{0.1737-0.262\log(L')} \quad (\text{ec.17})$$

$$\varphi_{Lt} = \varphi_{Lo} + \varphi_{Ls} \quad (\text{ec.18})$$

$$\varphi_{LiW} = \varphi_{LoW} + \varphi_{LsW} \quad (\text{ec.19})$$

$$\varphi_{Lo} = \varphi_{LoW} \cdot H \quad (\text{ec.20})$$

de tabla 6.4 Treybal, para anillos Raschig 2 plg, y en el rango de  $L'$  que incluye el valor que en este caso se tiene ( $1.2475 \text{ kg/ m}^2 \text{ s}$ ), se obtiene:

$$m = 31.52 \quad p = 0.481 \quad n = 0$$

$$a_{AW} = m \left( \frac{808 \cdot G'}{\rho_G^{0.5}} \right)^n L'^p \quad (\text{ec.21})$$

para contacto de un gas con un líquido puro, en este caso específico agua, el área está dada por

$$a_{VW} = 0.85 a_{AW} \frac{\varphi_{LiW}}{\varphi_{LoW}} \quad (\text{ec.22})$$

de tabla 6.3 del Treybal <sup>(1)</sup>

$$C_f = 65 \quad \varepsilon = 0.74 \quad a_p = 28 \text{ pie}^2 / \text{pie}^3$$

$$\varepsilon_{Lo} = \varepsilon - \varphi_{Li} \quad (\text{ec. 23})$$

$$\frac{F_G Sc_G^{2/3}}{G} = 1.195 \left[ \frac{d_s G'}{\mu_G (1 - \varepsilon_{Lo})} \right]^{-0.36} = \frac{k_G \bar{P}_{B,M} Sc_G^{2/3}}{G} \quad (\text{ec.24})$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D} \quad (\text{ec.25})$$

sustituyendo la información que se tiene en las ecs. anteriores (ecs. 13-23)

$$\beta = 1.508(0.0725)^{0.376} = 0.5622$$

Obsérvese tratarse el líquido de agua, en este caso:

$$\varphi_o = \varphi_{oW} \quad \varphi_S = \varphi_{SW} \quad \varphi_t = \varphi_{tW}$$

por lo tanto:

$$\varphi_{LsW} = \frac{2.47(10^{-4})}{(0.0725)^{1.21}} = 5.91(10^{-3}) = \varphi_{Ls}$$

$$\varphi_{LtW} = \frac{2.09(10^{-6})(737.5(1.297))^{0.5622}}{(0.0725)^2} = 0.01846 = \varphi_{Lt}$$

$$\varphi_{LoW} = \varphi_{LtW} - \varphi_{LsW} = 0.01846 - 0.00591 = 0.012936 = \varphi_{Lo}$$

$$a_{AW} = 31.52 \left( \frac{808 \cdot (1.272)}{(1.167)^{0.5}} \right)^0 (1.297)^{0.481} = 35.72 \frac{m^2}{m^3}$$

$$a_{vW} = 0.85(35.72) \left( \frac{0.01846}{0.012936} \right) = 43.33 \frac{m^2}{m^3}$$

$$\varepsilon_{Lo} = 0.74 - 0.01844 = 0.7215$$

Sea A= agua y B= aire

$$\mu_G = \frac{\mu_A y_A M_A^{1/2} + \mu_B y_B M_B^{1/2}}{y_A M_A^{1/2} + y_B M_B^{1/2}}$$

(ec. 26)

de la figura 2-32 del Perry<sup>(14)</sup>

$$\mu \Big|_{\text{aire}}^{26.5^\circ\text{C}} = 0.0185 \text{ cp}$$

$$\mu \Big|_{\text{vapor\_agua}}^{26.5^\circ\text{C}} = 0.00970 \text{ cp}$$

sustituyendo en ec.26

$$\mu_G = \frac{(0.0097)(0.028172)(18.02)^{1/2} + (0.0185)(0.971828)(28.69)^{1/2}}{(0.028172)(18.02)^{1/2} + (0.971828)(28.69)^{1/2}} = 0.0183 \text{ cp}$$

Difusividad de la fase gaseosa  $D_G = D_{AB}$

de la tabla 2.1 del Treybal<sup>(19)</sup>, se obtiene

$$D_{AB} \Big|_{1 \text{ atm}}^{25.9^\circ\text{C}} = 2.58(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

pero se requiere a  $\bar{t}_G = 26.5^\circ\text{C}$ . Debido a que la diferencia de temperaturas entre la requerida y la encontrada no es muy grande, puede emplearse la relación simplificada para realizar el ajuste por temperatura

$$\left[ \frac{D_{AB} P}{T^{3/2}} \right]_I = \left[ \frac{D_{AB} P}{T^{3/2}} \right]_{II} \quad (\text{ec. 27})$$

donde  $I$  [ $25.9^\circ\text{C}$  y  $1 \text{ atm}$ ] y  $II$  [ $26.5^\circ\text{C}$  y  $1 \text{ atm}$ ] son las condiciones del sistemas

$$\left[ \frac{2.58(10^{-5})}{(25.9)^{3/2}} \right]_I = \left[ \frac{D_{AB}}{(26.5)^{3/2}} \right]_{II} \rightarrow D_{AB} \Big|_{1 \text{ atm}}^{26.5^\circ\text{C}} = 2.67(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Evaluación del número de Schmidt, sustituyendo en ec.25

$$Sc_G = \frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} = \frac{0.0183(10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}{1.167 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( 2.67(10^{-5}) \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)} = 0.5873$$

Retomando la ec.24

$$\frac{F_G Sc_G^{2/3}}{G} = 1.195 \left[ \frac{d_s G'}{\mu_G (1 - \epsilon_{Lo})} \right]^{-0.36} = \frac{k_G \bar{P}_{B,M} Sc_G^{2/3}}{G}$$

$$F_G = 1.195 \frac{0.04426}{(0.5873)^{2/3}} \left[ \frac{0.0725(1.272)}{1.83(10^{-5})(1 - 0.7215)} \right]^{-0.36} = 2.2187(10^{-3}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

$$F_G \cdot a_{vw} = 2.2187(10^{-3}) \frac{kmol}{m^2 \cdot s} \left( 43.867 \frac{m^2}{m^3} \right) = 0.09613 \frac{kmol}{m^3 \cdot s} \left| 28.69 \frac{kg}{kmol} \right| = 2.76 \frac{kg}{m^3 \cdot s}$$

En ausencia de correlaciones que permitan estimar directamente el coeficiente de transferencia de calor, se emplean las correlaciones de Shulman para transferencia de masa que permiten establecer una analogía enfocada hacia la transferencia de calor

de la Tabla 3.1 del Treybal<sup>(19)</sup>

$$F = k_Y.$$

$$F_G \cdot a_{vw} = k_Y \cdot a = 2.76 \frac{kg}{m^3 \cdot s} \quad (\text{ec. 28})$$

Evaluación del coeficiente  $h_{La}$

$$Nu = \frac{h_L \cdot d_s}{k_{th}} = 25.1 \left( \frac{d_s L'}{\mu_L} \right)^{0.45} Pr_L^{0.5} \quad (\text{ec. 29})$$

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{k} \quad (\text{ec. 30})$$

sustituyendo en ec.30 los valores conocidos, se obtiene:

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{k_{th}} = \frac{4187 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \left( 1.1(10^{-3}) \frac{kg}{m \cdot s} \right)}{0.5903 \frac{J}{m \cdot s \cdot ^\circ C}} = 7.802$$

de la ec. 25

$$\frac{h_L \cdot (0.0725)}{(0.5903)} = 25.1 \left( \frac{(0.0725)(1.297)}{1.1(10^{-3})} \right)^{0.45} (7.802)^{0.5} \rightarrow h_L = 4125.11 \frac{J}{m^2 s^\circ C}$$

$$h_L \cdot a_{vW} = 4125.11 \frac{J}{m^2 s^\circ C} \left( 43.33 \frac{m^2}{m^3} \right) = 178741.08 \frac{J}{m s^\circ C} \quad (\text{ec. 31})$$

sustituyendo los valores conocidos en ec. 9

$$\frac{1}{K_y a} = \frac{1}{2.76} + \frac{m}{178741.08}$$

donde m es la pendiente promedio de la curva de equilibrio; en este caso por tratarse del sistema aire- agua los datos de equilibrio pueden ser obtenidos de la tabla 7.1 Treybal<sup>(19)</sup>, para lo cual se sugiere solo se contemplen los valores que involucren el intervalo de trabajo requerido, es decir, aquel delimitado por la línea operante.

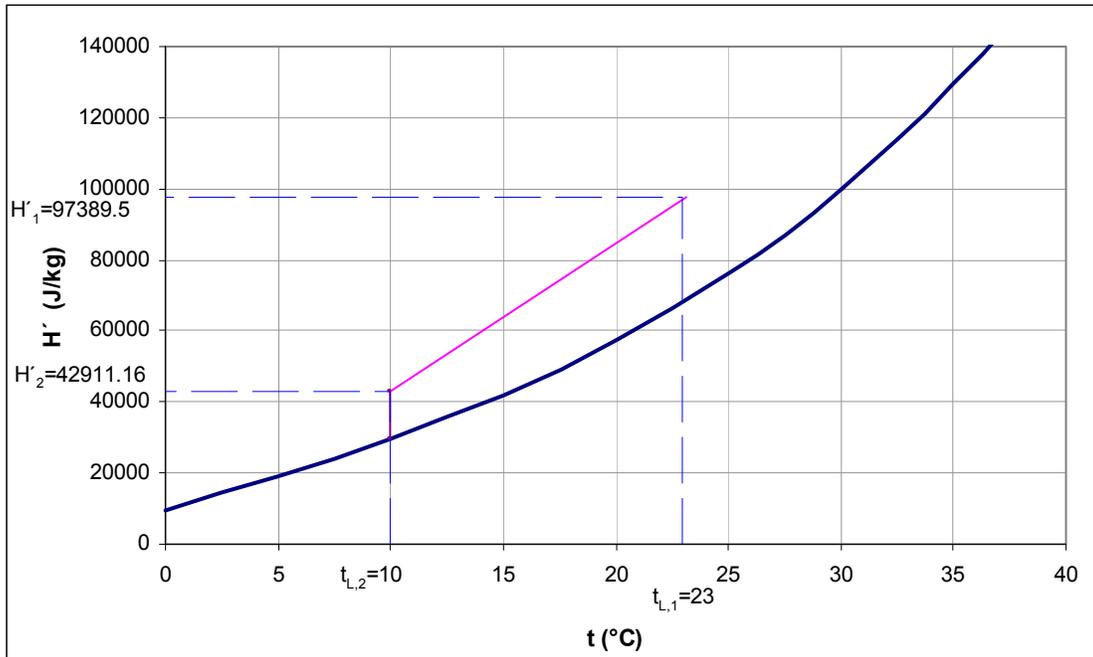


Figura 5.13 Representación gráfica de la línea operante para el proceso de deshumidificación.

**Sistema Aire-Agua.**

Como se observa en la figura 5.12, se debe contemplar el intervalo de la curva de equilibrio que comprende de 10 a 29.5 °C. A continuación se presentan algunos valores obtenidos para la curva de equilibrio en el intervalo de interés

Tabla 5.5 Estimación de la pendiente promedio de la curva de equilibrio

t	H	m
10	29360	
14	39300	2485
18	50800	2875
20	57570	3385
22	64700	3565
26	80500	3950
28	89700	4600
29.5	97389.5	5126
$\bar{m} =$		3712.3

De lo anterior, se concluye que la pendiente promedio de la curva de equilibrio

$$m = 3712 \text{ J/ kg } ^\circ\text{C}$$

Sustituyendo en ec.9

$$\frac{1}{K_Y \cdot a} = \frac{1}{2.76} + \frac{3712}{178741.08} \quad \rightarrow \quad K_Y \cdot a = 2.61 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}}$$

retomando la ec. 8, se obtienen

$$H_{iOG} = \frac{G'_s}{K_Y \cdot a} = \frac{1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}}{2.61 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}}} = 0.4788 \text{m}$$

$$Z = H_{iOG} \cdot N_{iOG} = 2.505 (0.4788 \text{ m}) = 1.2 \text{ m}$$

Z	1.2 m
---	-------

### ❖ PROBLEMA 5.3

#### ENUNCIADO:

Una torre de enfriamiento de tiro natural emplea un empaque que consiste de rejilla de madera y tiene una altura de lecho empacado de 4 m. El agua se alimenta a 49°C a razón de 5000 L / s y el aire entra a 29°C y 30% saturación con una velocidad de 0.35 m/s. La torre tiene un diámetro de 60 m y las siguientes expresiones definen su comportamiento

$$\frac{h_L a}{k_Y a} = 0.63 \frac{W \cdot s}{\text{mol} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$K_Y \cdot a = 0.00029 L' G'_s - 0.114 G'_s - 0.133 L' + 311$$

donde siendo A= agua y B= aire seco

$$K_Y \cdot a \left[ \frac{\text{lb}}{\text{h} \cdot \text{pie}^3 \cdot \Delta Y'} \right] \quad L' \left[ \frac{\text{lb}}{\text{h} \cdot \text{pie}^2} \right] \quad G'_s \left[ \frac{\text{lb}_B}{\text{h} \cdot \text{pie}^2} \right]$$

Determinar la temperatura del agua enfriada y la fracción de agua que se pierde por evaporación en la torre.

## ANÁLISIS DEL PROBLEMA:

Este problema, a diferencia de los otros hasta aquí tratados que involucran torres de enfriamiento presenta las características dimensionales del equipo; sin embargo, se desconoce de manera directa el cambio que sufre cualesquiera de las fases al pasar por el equipo, imposibilitando definir la línea operante con la información proporcionada inicialmente.

La primera pregunta se refiere a la evaluación de la temperatura del agua a la salida del equipo ( $t_{L,1}$ ), la cual puede ser obtenida una vez que se cuente con la ecuación de la línea operante del proceso, sin embargo, dado que se desconoce la temperatura a la salida del gas, resultará necesario llevar a efecto un proceso iterativo a fin de obtener la entalpía del aire saliente, empleando el concepto de número de unidades de transferencia de masa y comparando el valor con el obtenido de los datos existentes del equipo. Recuérdese que la altura de un lecho empacado ( $z$ ) puede definirse como el producto de dos parámetros  $H_{TOG}$  y su respectivo  $N_{TOG}$ . Por un lado, se observa que de la información disponible se conocen las características de ambas corrientes a la entrada del equipo y que se cuenta con una correlación que permite estimar el coeficiente de transferencia de masa del empaque que constituye el lecho empacado de la torre, haciendo posible la determinación de  $H_{TOG}$  (nótese que es global debido a que el coeficiente que es posible estimar es de esta naturaleza). Además, debido a que se cuenta con información respecto al equipo (altura y área), es posible determinar el valor numérico de  $N_{TOG}$ , el cual es definido como una integral cuyos límites corresponden a las entalpías de entrada y salida de la fase gaseosa. Sobre lo anterior, el límite inferior de la integral es conocido debido a que se tiene caracterizado el flujo gaseoso a la entrada del equipo, pero el de salida no se conoce por no encontrarse definida la caracterización del mismo; de donde se observa que el verdadero problema radica en la determinación de este límite superior de la integral que satisfaga la igualdad con el valor numérico de  $N_{TOG}$ .

Una vez determinado el valor de  $H'_2$ , que corresponde al límite superior de la integral, resulta posible establecer la línea operante del proceso y por lo tanto la temperatura de salida del líquido.

La segunda pregunta se refiere a la cantidad de agua evaporada que resulta de la diferencia existente entre las humedades absolutas del aire entrante y el saliente; siendo este un indicador directo de la cantidad de agua que “sustrajo” el aire de la fase líquida y por tanto de la cantidad de agua evaporada. Este valor, al relacionarlo con la cantidad de

agua entrante, proporcionará un valor fraccionario que responde a esta segunda y última pregunta.

A fin de definir la cantidad de agua evaporada, se ha de emplear el concepto de humedad; sin embargo para determinar este parámetro se requiere de por lo menos dos características del flujo a la salida del equipo. Hasta aquí se contará con la entalpía de salida del flujo gaseoso pero faltará otro parámetro. De la información disponible se observa que se cuenta con la pendiente de la línea de fuerzas impulsoras por lo que mediante el método de Mickley será posible estimar la temperatura de salida de la fase gaseosa y posteriormente su humedad. Este valor puede obtenerse directamente de la carta psicrométrica o bien mediante el empleo de correlaciones adecuadas para el sistema aire-agua, una vez que se conoce la entalpía y la temperatura de bulbo seco del aire en este punto.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:

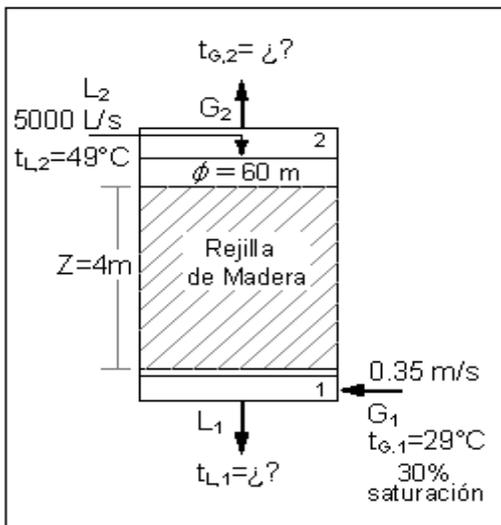


Figura 5.14 Torre empacada de tiro natural empleada en enfriamiento de agua.

Área de la torre

$$A = \frac{\pi}{4} \phi^2 = \frac{\pi}{4} (60)^2 = 2827.4 m^2$$

$$= 30433.88 \text{ pie}^2$$

Flujo de agua

De la tabla 2-28 Perry<sup>(14)</sup>

$$\rho_{\text{agua}}^{49^\circ\text{C}} = 988.485 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^3} = 2.179 \frac{\text{lb}_A}{\text{L}}$$

$$L' \left[ \frac{\text{lb}}{h \cdot \text{pie}^2} \right] = 5000 \frac{\text{L}}{\text{s}} \left| \frac{2.179 \text{ lb}_A}{\text{L}} \right| \left| \frac{3600 \text{ s}}{1 h} \right| \left| \frac{1}{30433.88 \text{ pie}^2} \right| =$$

$$L' = 1288.9 \frac{\text{lb}_A}{h \cdot \text{pie}^2}$$

$$L \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right] = 5000 \frac{L}{\text{s}} \left| \frac{0.988485 \text{kg}_A}{L} \right| \left| \frac{1}{2827.4 \text{m}^2} \right| = 1.748 \frac{\text{kg}_A}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

$$\% \text{ saturación} = 100 \frac{Y'}{Y'_s} = \% \text{ de humedad} = 30\%$$

de la figura 7.5(a) del Treybal<sup>(19)</sup>

$$Y'_s \Big|_{t_G=29^\circ\text{C}}^{\text{Saturación}} = 0.027 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \quad \rightarrow \quad Y'_1 = \frac{30}{100} (0.027) = 0.0081 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

de la tabla 7.1 Treybal<sup>(19)</sup> se obtienen las siguientes correlaciones

$$H' \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}_B} \right] = (1005 + 1884Y')t_G + 2502300Y' \quad (\text{ec. 1})$$

$$v_H \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}_B} \right] = (0.00283 + 0.00456Y')(t_G + 273) \quad (\text{ec. 2})$$

de las ecs. 1 y 2, se obtiene:

$$H'_1 \Big|_{t_{G,1}=29^\circ\text{C}}^{Y'_1=0.0081 \text{kg}_A/\text{kg}_B} = (1005 + 1884(0.0081))(29) + 2502300(0.0081) = 49856.2 \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}$$

$$v_{H,1} \Big|_{t_{G,1}=29^\circ\text{C}}^{Y'_1=0.0081 \text{kg}_A/\text{kg}_B} = (0.00283 + 0.00456(0.0081))(29 + 273) = 0.86581 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}_B}$$

Flujo de aire

Los 0.35 m/s es la velocidad de la mezcla gaseosa, no solo del aire por lo que se puede emplear el concepto de volumen húmedo a fin de evaluar el flujo

$$G'_s \left[ \frac{lb_B}{h \cdot ft^2} \right] = 0.35 \frac{m}{s} \left| \frac{1kg_B}{0.86581m^3} \right| \left| \frac{2.204lb}{1kg} \right| \left| \frac{3600s}{1h} \right| \left| \frac{1m^2}{10.764pie^2} \right| = 298.066 \frac{lb_B}{h \cdot pie^2}$$

$$G'_s \left[ \frac{kg_B}{s \cdot m^2} \right] = 0.35 \frac{m}{s} \left| \frac{1kg_B}{0.86581m^3} \right| = 0.404246 \frac{kg_B}{s \cdot m^2}$$

Ecuación de la línea operante

$$\frac{L' C_{AL}}{G'_s} = \frac{H'_2 - H'_1}{t_{L_2} - t_{L_1}} \quad (\text{ec. 3})$$

sustituyendo en la ec. 3 los valores conocidos:

$$\frac{1.748 \frac{kg_A}{m^2 \cdot s} \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^\circ C} \right)}{0.404246 \frac{kg_B}{m^2 \cdot s}} = \frac{(H'_2 - 49856.2) \frac{J}{kg_B}}{(49 - t_{L_1}) ^\circ C} \quad (\text{ec. 4})$$

La ec. 4 representa la ecuación de la línea operante del proceso, cuyo primer miembro proporciona la pendiente de la misma ( $m=18105$ )

Con la información que se tiene hasta ahora no resulta posible trazar la línea operante ya que se desconoce por un lado, las condiciones de salida de la fase gaseosa ( $H'_2$ ) y por otro, las condiciones de salida del agua enfriada ( $t_{L,1}$ ).

Por lo cual se requiere algún otro parámetro que permita delimitar la línea operante del sistema. Con la información que se proporcionó en el enunciado del problema es posible determinar:

El coeficiente global de transferencia de masa  $K_Y a$  y mediante el uso apropiado de las siguientes expresiones será posible determinar el  $N_{iOG}$ . Recuérdese que:

$$Z = H_{iOG} \cdot N_{iOG} \quad H_{iOG} = \frac{G'_s}{K_Y a} \quad N_{iOG} = \int_{H'_1}^{H'_2} \frac{dH'}{H'^* - H'} \quad (\text{ec. 5, 6 y 7})$$

de la correlación proporcionada en el enunciado del problema, se obtiene:

$$K_{Y,a} = 0.00029(1288.9)(297.6) - 0.114(297.6) - 0.133(1288.9) + 311 = 216.9 \frac{lb_A}{h \cdot pies^3 \cdot \Delta Y'}$$

sustituyendo en ec.6 los valores conocidos

$$H_{iOG} = \frac{298.066 \frac{lb}{h \cdot pie^2}}{216.9 \frac{lb}{h \cdot pie^3 (lb_A/lb_{as})}} = 1.37 \text{ pies}$$

despejando  $N_{iOG}$  de la ec. 5 y sustituyendo, se obtiene:

$$N_{iOG} = \frac{z}{H_{iOG}} = \frac{4m}{1.37 \text{ pies}} \left| \frac{3.28 \text{ pies}}{1m} \right| = 9.57$$

Finalmente, de las ec. 5 y 7 se establece que:

$$N_{iOG} = \int_{H'_1=49856.2J/kg_B}^{H'_2} \frac{dH'}{H'^* - H'} = 9.57 \quad (\text{ec. 8})$$

por lo que se requiere determinar el límite superior de la integral ( $H'_2$ ), requiriendo de un proceso iterativo integral en el que se tendrán que probar distintos límites hasta que se satisfaga la igualdad, teniendo en cuenta que se tiene el valor de la pendiente de la línea operante. Recuérdese que  $N_{iOG}$  es un parámetro adimensional, por lo que puede emplearse la curva de equilibrio del S.I.U. a fin de obtener dicha área. Los datos de equilibrio pueden tomarse de la tabla 7.1 del Treybal<sup>(19)</sup>

En general resulta más conveniente trabajar con temperaturas que con entalpías, ya que de cualquier modo a cada temperatura corresponde una entalpía de acuerdo a la ecuación de la línea operante. Con objeto de delimitar el intervalo de temperaturas en el cual ha de encontrarse aquél valor que satisfaga la igualdad en el proceso iterativo; considérese que:

- a) La ecuación de la línea operante corresponde a una línea recta cuya pendiente es  $m=18105$ , parte de algún punto del eje de las abscisas cuya ordenada es igual a

49°C y termina en una coordenada cuya abscisa se localiza en 49856.2J/kg y ordenada satisface a la pendiente citada.

- b) La temperatura que corresponda al límite inferior de la integral corresponde a una temperatura menor que la del límite superior y a su vez debe ser mayor que la temperatura ambiente, es decir  $25^{\circ}\text{C} < t_{L,1} < t_{L,2} = 49^{\circ}\text{C}$ .
- c) Considérese la condición límite en que la resistencia a la transferencia de masa tiende a infinito y por tanto  $N_{iOG} \rightarrow \infty$ , lo cual es representado mediante una tangente de la línea operante con la de equilibrio.

De lo anterior puede concluirse que aquella tangente a la curva de equilibrio de pendiente  $m=18105$  cuyo inicio sea  $t_{L,2} = 49^{\circ}\text{C}$  y el punto en  $H'$  que la haga tangente a la curva de equilibrio, y como fin posea la coordenada  $H'_2 = 49856.2\text{J}/\text{kg}_B$  satisfará la condición límite que permite delimitar el intervalo de temperaturas en el que conviene iterar.

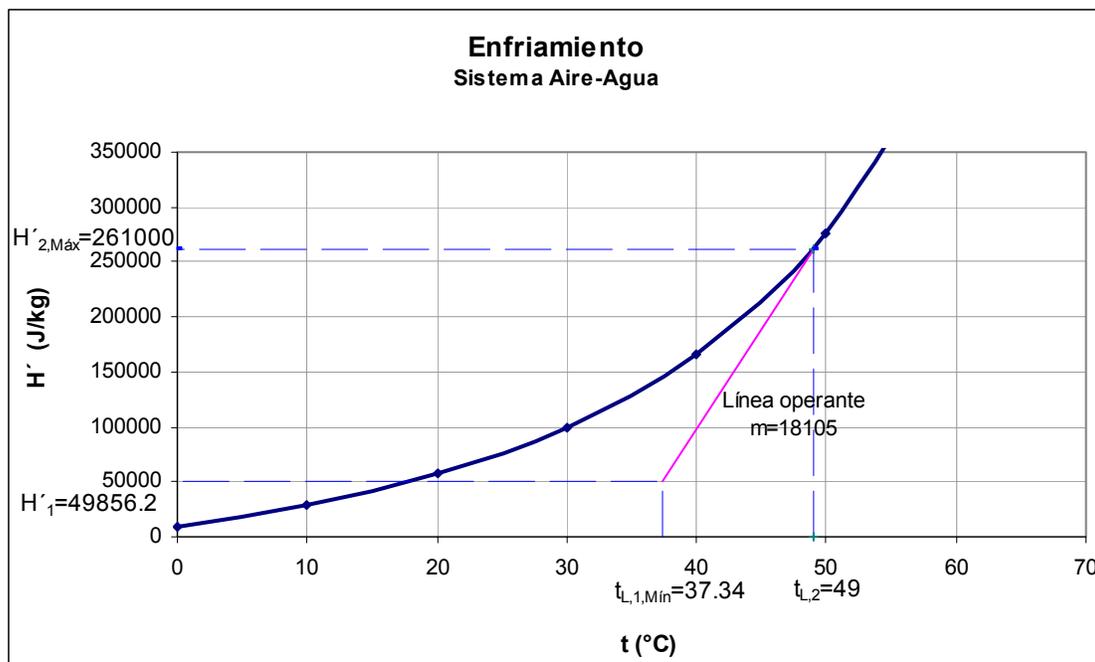


Figura 5.15 Condición límite para el valor de  $t_{L,1, \text{Min}}$

De la gráfica anterior, se concluye que  $37.34 < t_{L,1} < 49^{\circ}\text{C}$ , es decir, el límite superior de la integral ( $H'_2$ ) corresponderá a algún punto entre este intervalo de temperaturas.

A continuación se presentan algunos ensayos del proceso iterativo, recuérdese que aquel que arroje un valor de área igual a 9.56 será la solución.

Ensayo 1 Sea  $t_{L,1} = 40^\circ\text{C}$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 212801.2 \text{ J/kg}_B$

**Tabla 5.6 Integración numerica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 1. Estimación de  $N_{iOG}$ .**

$t_L$	$H^{*'} $	$H'(\text{operante})$	$\Delta H'$	$\frac{1}{H^{*'} - H'}$	$\left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$
40	166790	49856.2		8.5518E-06		
41	175600	67961.2	18105.0	9.2903E-06	8.92109E-06	0.162
42	184300	86066.2	18105.0	1.018E-05	9.73506E-06	0.176
43	194000	104171.2	18105.0	1.1132E-05	1.0656E-05	0.193
44	203000	122276.2	18105.0	1.2388E-05	1.17601E-05	0.213
45	213600	140381.2	18105.0	1.3658E-05	1.30228E-05	0.236
46	224800	158486.2	18105.0	1.508E-05	1.43688E-05	0.260
47	236000	176591.2	18105.0	1.6833E-05	1.59562E-05	0.289
48	248000	194696.2	18105.0	1.876E-05	1.77965E-05	0.322
49	261000	212801.2	18105.0	2.0747E-05	1.97539E-05	0.358
						<b>2.208</b>

$$N_{iOG} = \int_{H'_1=49856.2 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=212801.2 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H^{*'} - H'} = 2.208 \neq 9.57$$

Ensayo 2 Sea  $t_{L,1} = 38.5^\circ\text{C}$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 239958.8 \text{ J/kg}_B$

**Tabla 5.7 Integración numerica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 2. Estimación de  $N_{iOG}$ .**

$t_L$	$H^{*'} $	$H'(\text{operante})$	$\Delta H'$	$\frac{1}{H^{*'} - H'}$	$\left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$
38.5	154200	49856.2		9.5837E-06		0.089
39	158200	58908.7	9052.5	1.0071E-05	9.82754E-06	0.093
39.5	162500	67961.2	9052.5	1.0578E-05	1.03245E-05	0.098
40	166790	77013.7	9052.5	1.1139E-05	1.08582E-05	0.213
41	175600	95118.7	18105.0	1.2425E-05	1.1782E-05	0.240
42	184300	113223.7	18105.0	1.4069E-05	1.32473E-05	0.272
43	194000	131328.7	18105.0	1.5956E-05	1.50128E-05	0.313
44	203000	149433.7	18105.0	1.8668E-05	1.73124E-05	0.366
45	213600	167538.7	18105.0	2.171E-05	2.01893E-05	0.428
46	224800	185643.7	18105.0	2.5539E-05	2.36245E-05	0.512
47	236000	203748.7	18105.0	3.1007E-05	2.82726E-05	0.627
48	248000	221853.8	18105.0	3.8246E-05	3.46265E-05	0.776
49	261000	239958.8	18105.0	4.7526E-05	4.28861E-05	
						<b>4.028</b>

$$N_{iOG} = \int_{H'_1=49856.2J/kg_B}^{H'_2=239958.8J/kg_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} = 4.028 \neq 9.57$$

Ensayo 3 Sea  $t_{L,1} = 37.6 \text{ }^\circ\text{C}$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 256253.3 \text{ J/kg}_B$

**Tabla 5.8 Integración numerica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 3. Estimación de  $N_{iOG}$ .**

$t_L$	$H'^*$	$H'$ (operante)	$\Delta H'$	$\frac{1}{H'^* - H'}$	$\left(\frac{1}{H'^* - H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H'^* - H'}\right)_{prom}$
37.6	147400	49856.2		1.0252E-05		0.038
37.8	149000	53477.2	3621.0	1.0469E-05	1.03603E-05	0.038
38	150300	57098.2	3621.0	1.0729E-05	1.05991E-05	0.100
38.5	154200	66150.7	9052.5	1.1357E-05	1.10433E-05	0.106
39	158200	75203.2	9052.5	1.2049E-05	1.1703E-05	0.112
39.5	162500	84255.7	9052.5	1.278E-05	1.24146E-05	0.119
40	166790	93308.2	9052.5	1.3609E-05	1.31946E-05	0.264
41	175600	111413.2	18105.0	1.558E-05	1.45942E-05	0.306
42	184300	129518.2	18105.0	1.8254E-05	1.69169E-05	0.360
43	194000	147623.2	18105.0	2.1563E-05	1.99084E-05	0.438
44	203000	165728.2	18105.0	2.683E-05	2.41962E-05	0.547
45	213600	183833.2	18105.0	3.3595E-05	3.02122E-05	0.700
46	224800	201938.2	18105.0	4.3741E-05	3.86678E-05	0.963
47	236000	220043.3	18105.0	6.2669E-05	5.32053E-05	1.486
48	248000	238148.3	18105.0	0.0001015	8.20871E-05	2.826
49	261000	256253.3	18105.0	0.00021067	0.000156088	
						8.405

$$N_{iOG} = \int_{H'_1=49856.2J/kg_B}^{H'_2=256253.3J/kg_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} = 8.405 \neq 9.57$$

Ensayo 4 Sea  $t_{L,1} = 37.4 \text{ }^\circ\text{C}$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 259874.3 \text{ J/kg}_B$

**Tabla 5.9 Integración numérica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 4. Estimación de  $N_{tOG}$ .**

$t_L$	$H^{*}$	$H'$ (operante)	$\Delta H'$	$\frac{1}{H^{*}-H'}$	$\left(\frac{1}{H^{*}-H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H^{*}-H'}\right)_{prom}$
37.4	145600	49856.2		1.0445E-05		0.038
37.6	147400	53477.2	3621.0	1.0647E-05	1.05458E-05	0.039
37.8	149000	57098.2	3621.0	1.0881E-05	1.07641E-05	0.040
38	150300	60719.2	3621.0	1.1163E-05	1.10221E-05	0.104
38.5	154200	69771.7	9052.5	1.1844E-05	1.15037E-05	0.111
39	158200	78824.2	9052.5	1.2598E-05	1.22213E-05	0.118
39.5	162500	87876.7	9052.5	1.3401E-05	1.29995E-05	0.125
40	166790	96929.2	9052.5	1.4314E-05	1.38574E-05	0.279
41	175600	115034.2	18105.0	1.6511E-05	1.54126E-05	0.326
42	184300	133139.2	18105.0	1.9546E-05	1.80286E-05	0.389
43	194000	151244.2	18105.0	2.3389E-05	2.14674E-05	0.481
44	203000	169349.2	18105.0	2.9717E-05	2.65528E-05	0.615
45	213600	187454.2	18105.0	3.8247E-05	3.39821E-05	0.817
46	224800	205559.2	18105.0	5.1973E-05	4.51101E-05	1.204
47	236000	223664.3	18105.0	8.1065E-05	6.65191E-05	2.187
48	248000	241769.3	18105.0	0.00016049	0.00012078	9.494
49	261000	259874.3	18105.0	0.00088831	0.0005244	
						16.367

$$N_{tOG} = \int_{H'_1=49856.2 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=259874.3 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H^{*}-H'} = 16.367 \neq 9.57$$

Por lo que la temperatura se encuentra entre  $37.4 < t_L < 37.6$

Ensayo 5 Sea  $t_{L,1} = 37.5 \text{ }^\circ\text{C}$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 258063.8 \text{ J/kg}_B$

**Tabla 5.10 Integración numerica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 5. Estimación de  $N_{IOG}$ .**

$t_L$	$H^{*}$	$H'$ (operante)	$\Delta H'$	$\frac{1}{H^{**}-H'}$	$\left(\frac{1}{H^{**}-H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H^{**}-H'}\right)_{prom}$
37.5	146500	49856.2		1.0347E-05		0.019
37.6	147400	51666.7	1810.5	1.0446E-05	1.03965E-05	0.038
37.8	149000	55287.7	3621.0	1.0671E-05	1.05583E-05	0.039
38	150300	58908.7	3621.0	1.0942E-05	1.08065E-05	0.102
38.5	154200	67961.2	9052.5	1.1596E-05	1.12688E-05	0.108
39	158200	77013.7	9052.5	1.2317E-05	1.19565E-05	0.115
39.5	162500	86066.2	9052.5	1.3083E-05	1.27003E-05	0.122
40	166790	95118.7	9052.5	1.3953E-05	1.35179E-05	0.271
41	175600	113223.7	18105.0	1.6032E-05	1.49922E-05	0.316
42	184300	131328.7	18105.0	1.8878E-05	1.74549E-05	0.374
43	194000	149433.7	18105.0	2.2438E-05	2.06583E-05	0.458
44	203000	167538.7	18105.0	2.82E-05	2.53191E-05	0.579
45	213600	185643.7	18105.0	3.577E-05	3.1985E-05	0.754
46	224800	203748.7	18105.0	4.7503E-05	4.16366E-05	1.070
47	236000	221853.8	18105.0	7.069E-05	5.90966E-05	1.766
48	248000	239958.8	18105.0	0.00012436	9.75245E-05	4.209
49	261000	258063.8	18105.0	0.00034057	0.000232465	
						10.341

$$N_{IOG} = \int_{H'_1=49856.2 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=258063.8 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H^{**}-H'} = 10.341 \neq 9.57$$

Por lo que la temperatura se encuentra entre  $37.5 \text{ }^\circ\text{C} < t_L < 37.6 \text{ }^\circ\text{C}$

Ensayo 6 Sea  $t_{L,1} = 37.55^\circ$  de la ec.3 de la línea operante  $H'_2 = 257158.5 \text{ J/kg}_B$

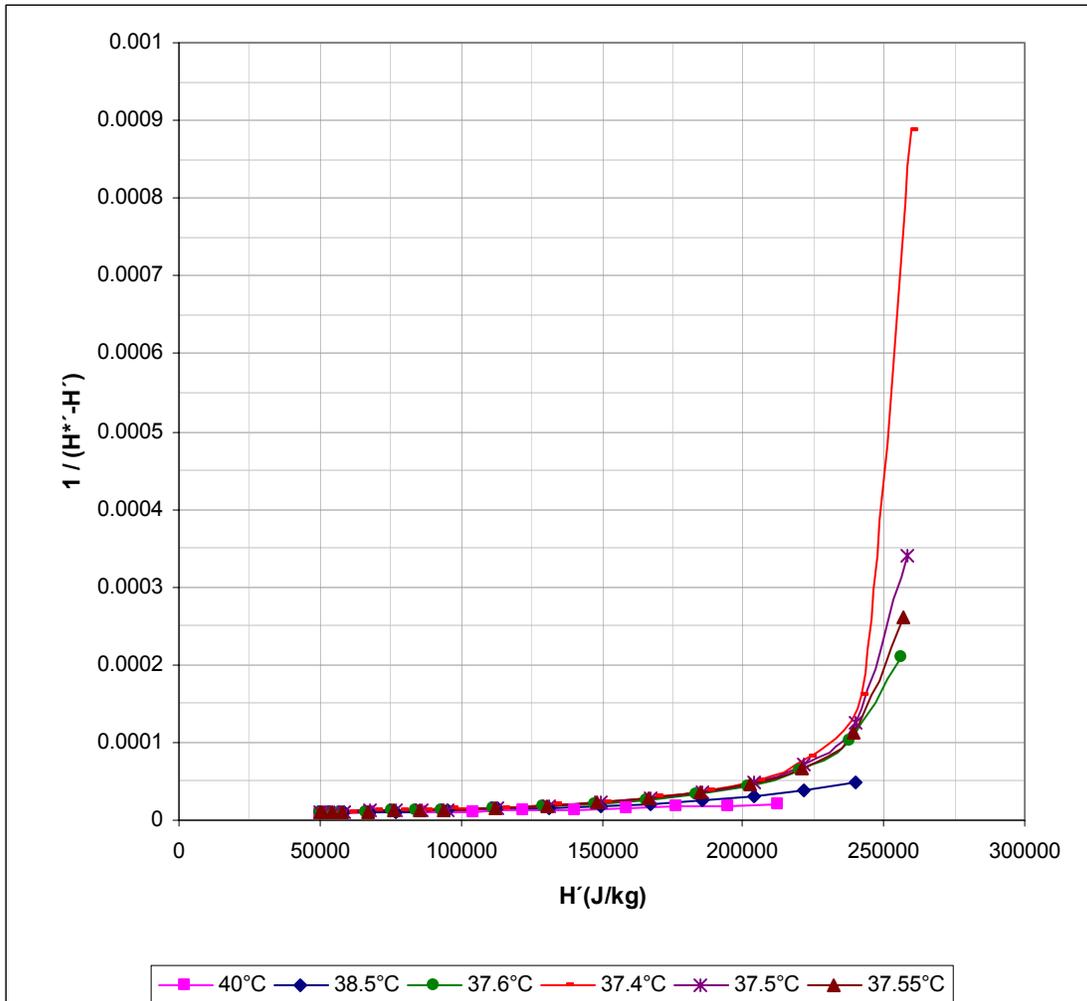
**Tabla 5.11 Integración numerica de la ec. 8, correspondiente al ensayo 6. Estimación de  $N_{IOG}$ .**

$t_L$	$H^{*'} $	$H'(\text{operante})$	$\Delta H'$	$\frac{1}{H^{*'} - H'}$	$\left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H^{*'} - H'}\right)_{prom}$
37.55	147000	49856.2		1.0294E-05		0.009
37.6	147400	50761.5	905.3	1.0348E-05	1.03209E-05	0.038
37.8	149000	54382.5	3621.0	1.0569E-05	1.04584E-05	0.039
38	150300	58003.5	3621.0	1.0835E-05	1.07018E-05	0.101
38.5	154200	67056.0	9052.5	1.1475E-05	1.11549E-05	0.107
39	158200	76108.5	9052.5	1.2182E-05	1.18284E-05	0.114
39.5	162500	85161.0	9052.5	1.293E-05	1.25558E-05	0.121
40	166790	94213.5	9052.5	1.3779E-05	1.33543E-05	0.268
41	175600	112318.5	18105.0	1.5802E-05	1.47905E-05	0.311
42	184300	130423.5	18105.0	1.8561E-05	1.71817E-05	0.367
43	194000	148528.5	18105.0	2.1992E-05	2.02764E-05	0.448
44	203000	166633.5	18105.0	2.7498E-05	2.47448E-05	0.563
45	213600	184738.5	18105.0	3.4648E-05	3.1073E-05	0.726
46	224800	202843.5	18105.0	4.5545E-05	4.00964E-05	1.014
47	236000	220948.5	18105.0	6.6439E-05	5.59916E-05	1.613
48	248000	239053.5	18105.0	0.00011178	8.91071E-05	3.368
49	261000	257158.5	18105.0	0.00026032	0.000186046	
						9.206

$$N_{IOG} = \int_{H'_1=49856.2 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=257158.5 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H^{*'} - H'} = 9.206 \quad \text{se acerca a 9.57}$$

Este resultado ofrece una diferencia aproximadamente del 4% respecto al valor que se requiere, sin embargo debido a que se trata de un método de integración gráfica se puede aceptar esta temperatura como aquella cuya correspondiente entalpía en el límite superior de la integral satisface la igualdad.

La siguiente gráfica presenta los resultados correspondientes a las integraciones realizadas.



**Figura 5.16** Representación gráfica de la integración de las ec. 8, de acuerdo a los ensayos 1-6 y sus correspondientes tablas 5.6-5.11. Estimación de  $N_{\text{TOG}}$ .

Sustituyendo en ec.3 el valor encontrado de  $H'_2 = 257158.5 \text{ J/kg}_B$  en la ecuación de la línea operante del proceso, se obtiene:

$$\frac{1.748 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \left( 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg}_A \cdot ^\circ\text{C}} \right)}{0.404246 \frac{\text{kg}_B}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}} = \frac{(257158.5 - 49856.2) \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}}{(49 - t_{L,1})^\circ\text{C}} \rightarrow t_{L,1} = 37.55^\circ\text{C}$$

que corresponde a la temperatura del agua enfriada

$t_{L,1} =$	37.55°C
-------------	---------

A fin de evaluar la fracción de agua que se pierde por evaporación en la torre, se requiere estimar la temperatura de salida del aire ( $t_{G_2}$ ) y mediante la definición de entalpía será posible estimar la humedad absoluta ( $Y'_2$ ) y así determinar la ganancia en humedad del aire en la torre, lo cual corresponde a la cantidad de agua evaporada

$$H' = (1005 + 1884Y')t_G + 2502300Y' \quad \rightarrow \quad Y'_2 \left[ \frac{kg_A}{kg_{as}} \right] = \frac{H'_2 - 1005 \cdot t_{G_2}}{1884 \cdot t_{G_2} + 2502300}$$

A fin de estimar la temperatura del aire saliente ha de emplearse el método de diferenciación gráfica de Mickley, el cual emplea la línea de fuerzas impulsoras del proceso cuya ecuación es:

$$-\frac{h_L a}{k_Y a} = \frac{H'_i - H'}{t_i - t_L} \quad (\text{ec. 8})$$

de los datos del problema, se obtiene:

$$\frac{h_L a}{k_Y a} = 0.63 \frac{W \cdot s}{mol \cdot ^\circ C} = 0.63 \frac{J}{mol \cdot ^\circ C} \left| \frac{1000 mol}{kmol} \right| \left| \frac{1 kmol}{29 kg_B} \right| = 21.724 \frac{J}{kg_B \cdot ^\circ C}$$

Se observa que de la ec.8 se conoce la pendiente de la línea de fuerzas impulsoras, por lo que partiendo de un punto de la línea operante  $t_{L,1} = 37.55^\circ C$  y  $H'_{1} = 49856.2$  J/kg y de la pendiente se puede obtener una línea de fuerzas impulsoras que servirá como referencia para el trazado del método de Mickley, como ejemplo, sea  $t = 10^\circ C$

$$-\frac{h_L a}{k_Y a} = \frac{H'_L - 49856.3}{10 - 37.55} = -21.724 \frac{J}{kg_B \cdot ^\circ C} \quad \rightarrow \quad H'_L = 50454.696 \text{ J/ kg}_B$$

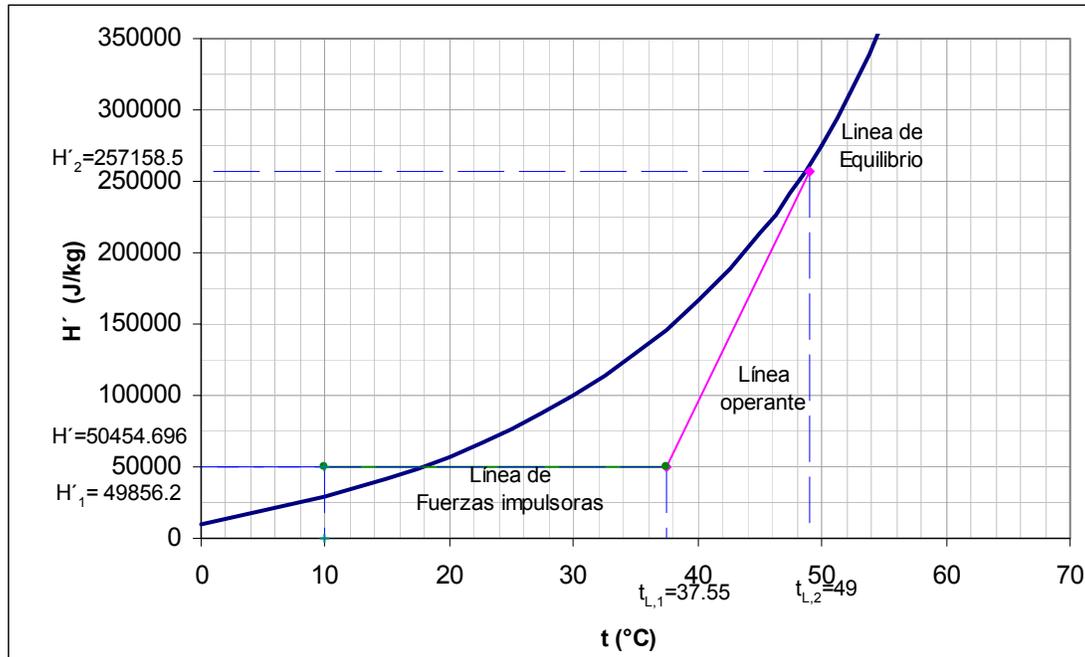
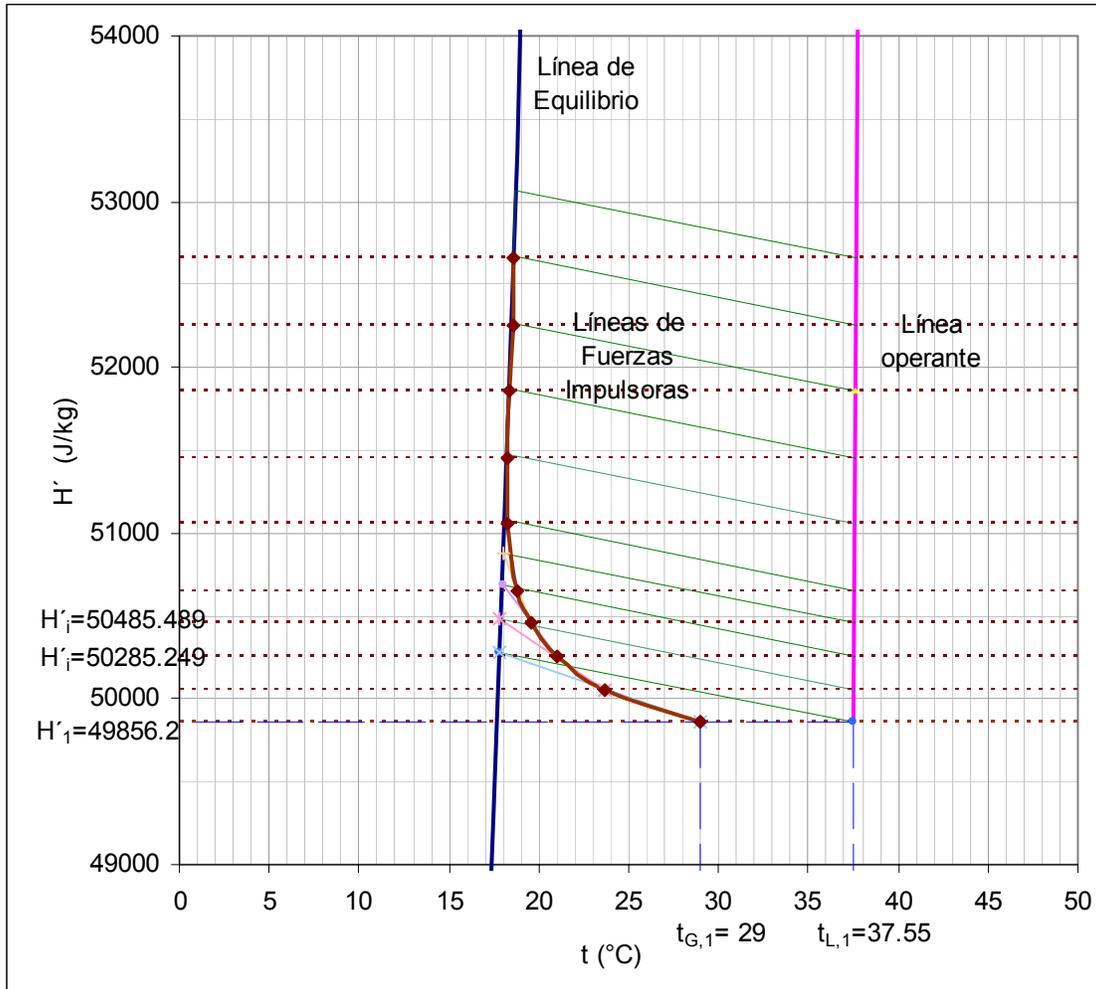


Figura 5.17 Diagrama t-H' para un proceso de enfriamiento de agua. Sistema Aire-Agua.

Como se observa en figura 5.17, la línea de fuerzas impulsoras es prácticamente horizontal en relación a los valores que se tienen para la línea operante del proceso, por lo que una buena aproximación podría obtenerse si se considera como tal.

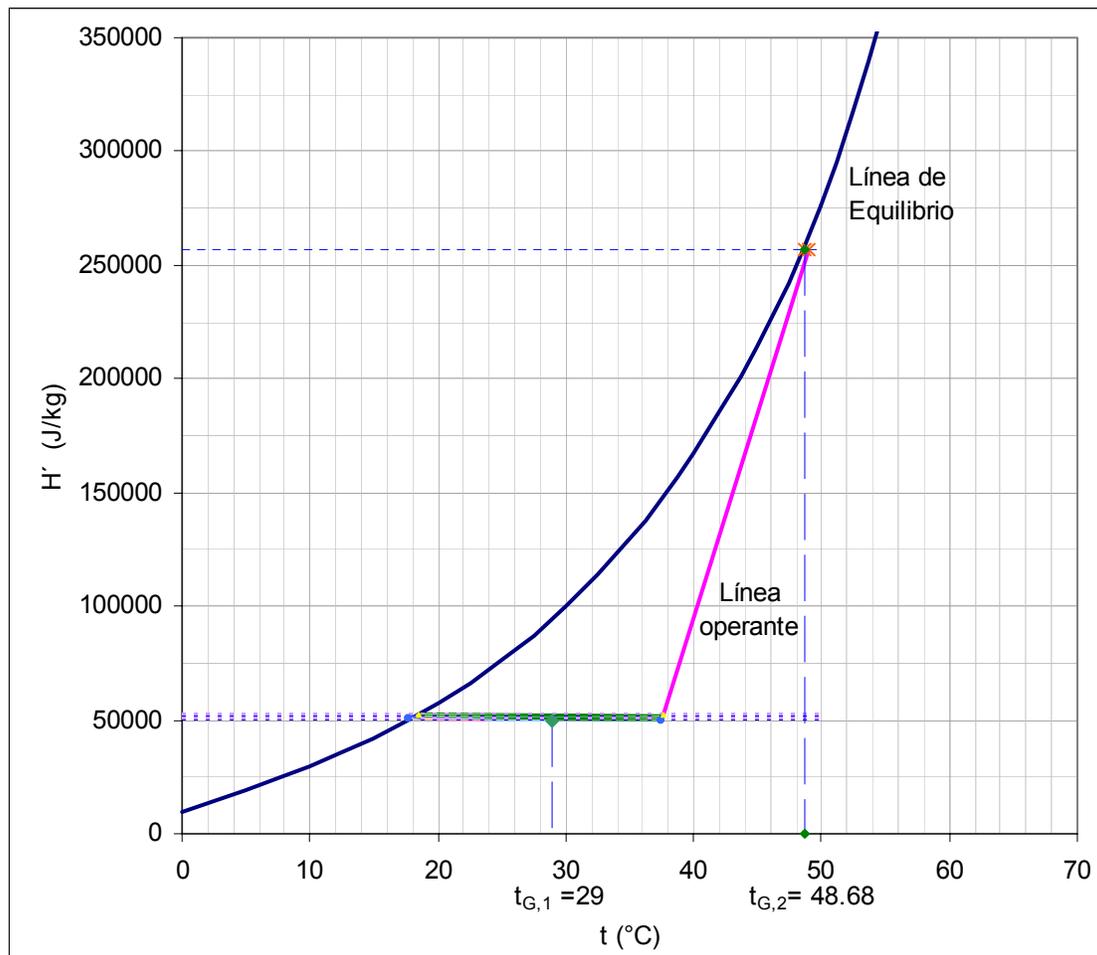
La siguiente gráfica presenta un segmento ampliado de la gráfica anterior en la cual se ha comenzado aplicar el método de Mickley, donde se observa el resultado final que corresponde a una línea que va tangente a la curva de equilibrio y que para el punto correspondiente a  $H'_2$  arroja un valor de  $t_{G,2}$  igual al correspondiente a la intersección de la curva de equilibrio con esta coordenada

\*NOTA. De lo anterior se puede concluir que para los casos en que la pendiente de la línea de fuerzas impulsoras tienda a cero es posible realizar una simplificación en el método de Mickley, de hecho se recomienda tomar directamente el valor de temperatura (temperatura del aire a la salida) que corresponda a la intersección de la entalpía de salida con la curva de equilibrio.



**Figura 5.18** Inicio de la aplicación del método de Mickley para un proceso de enfriamiento de agua. Estimación de la temperatura de salida de la fase gaseosa.

Siguiendo con el procedimiento se obtiene la siguiente gráfica:



**Figura 5.19** Método de Mickley para un proceso de enfriamiento de agua. Estimación de la temperatura de salida de la fase gaseosa.

Ampliando la sección de interés de la figura 5.19.

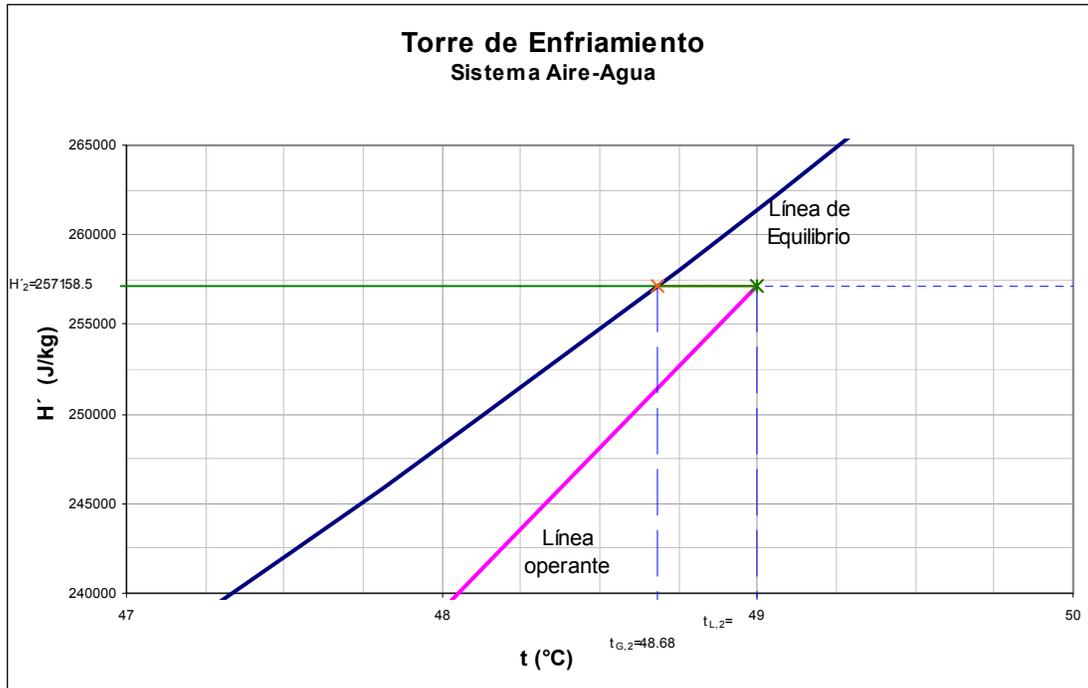


Figura 5.20 Ampliación de la zona de interés de la figura 5.19.

Estimación de la temperatura de salida de la fase gaseosa.

De la figura 5.20, se obtiene:  $t_{G,2} = 48.685^{\circ}\text{C}$

$$Y'_{2} = \frac{H'_{2} - 1005 \cdot t_{G,2}}{1884 \cdot t_{G,2} + 2502300} = \frac{257158.5 - 1005(48.685)}{1884(48.685) + 2502300} = 0.08027 \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

Cantidad de agua que gana el flujo gaseoso

$$\text{Agua evaporada} = G'_s(Y'_{2} - Y'_{1}) = (0.08027 - 0.0081) \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B} \left( 0.404246 \frac{\text{kg}_B}{\text{m}^2 \text{s}} \right) = 0.02917 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^2 \text{s}}$$

En términos de fracción respecto a la cantidad alimentada al equipo

$$\frac{\text{Agua evaporada}}{L'} = \frac{0.02917 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^2 \text{s}}}{1.748 \frac{\text{kg}_A}{\text{m}^2 \text{s}}} = 0.0167 \quad \rightarrow \quad 1.67\%$$

Fracción evaporada de Agua	0.0167
----------------------------	--------

**❖ PROBLEMA 5.4****ENUNCIADO:**

Se va a diseñar una pequeña torre para enfriar  $0.18 \text{ kg/m}^2\text{s}$  de agua desde  $57^\circ\text{C}$  hasta  $17^\circ\text{C}$  empleando un flujo a contracorriente de aire de  $0.6 \text{ m}^3/\text{m}^2\text{s}$ . El aire entra a  $17^\circ\text{C}$  y tiene una humedad relativa de 25%. Suponiendo que la resistencia total a la transferencia de masa a la transferencia de calor reside en la fase gaseosa y que  $k_c a = 0.25 \text{ s}^{-1}$ , estimar la altura empacada requerida y a humedad relativa del aire a la salida de la torre.

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA:**

Este problema plantea el diseño de una torre de enfriamiento estableciendo los flujos de entrada de ambas corrientes así como los parámetros que caracterizan las mismas. Además a falta de información que especifique lo contrario, se considerará que el equipo operará a presión atmosférica ( $P = 1 \text{ atm}$ ).

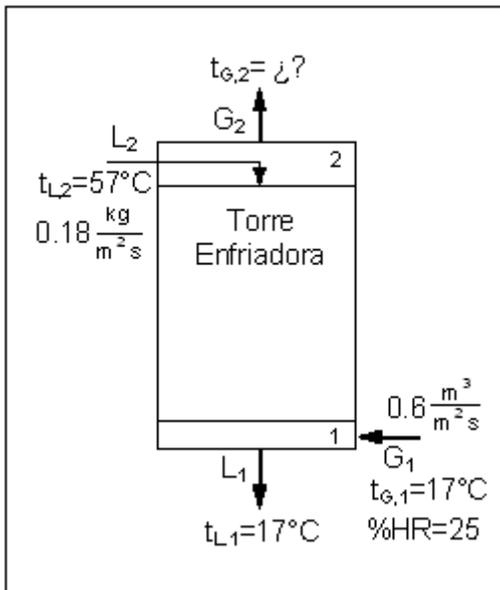
La primera pregunta se refiere a la evaluación de la altura del lecho empacado que se requerirá a fin de llevar a efecto el enfriamiento deseado en la fase líquida. Recuérdese que la altura del lecho empacado puede ser definida mediante el producto de dos parámetros, número de unidades de transferencia de masa ( $N$ ) y altura de una unidad de transferencia de masa ( $H$ ). A su vez, la determinación de  $H$  contempla la determinación del coeficiente de transferencia de masa ( $k$ ) característico del empaque empleado en el lecho de la torre y la determinación de  $N$  contempla el conocimiento de la línea operante en donde se encuentran los límites de la expresión que define este parámetro. Siguiendo con el análisis de la información disponible, se observa que se cuenta con el coeficiente de transferencia de masa que definirá  $H$ .

La segunda pregunta se refiere a determinar la humedad relativa del aire a la salida del equipo, para lo cual será necesario definir las condiciones de salida del mismo, por lo que resulta de utilidad el empleo del método de Mickley que permite estimar gráficamente la temperatura de salida de la fase gaseosa que atraviesa el equipo de enfriamiento ( $t_G$ ). Posteriormente a la determinación de  $t_G$ , mediante el método de Mickley y la entalpía a la salida de la fase gaseosa del equipo, resulta posible evaluar la humedad.

Sin embargo reacuérdese que para el desarrollo del método de Mickley debe conocerse tanto la ecuación de la línea operante del proceso como la de la línea de fuerzas

impulsoras del mismo; sobre ésta última, recuérdese que el inverso de los coeficientes, ya sea de transferencia de masa o de calor, es una representación de la resistencia a la transferencia. Por lo tanto al definir la ecuación de la línea de fuerzas impulsoras, cuya pendiente es  $h_L/k_Y a$  a asumiendo lo citado en el enunciado del problema de que toda la resistencia reside en la fase gaseosa, conduce a que  $m/h_L a$  tienda a cero y por tanto  $h_L$  tienda a infinito; lo anterior conlleva a decir que sin importar el valor de  $k_Y a$ , la pendiente de la línea de fuerzas impulsoras tenderá a infinito lo que se representa por una línea vertical.

### SOLUCIÓN PROPUESTA:



Recuérdese que

$$\%HR = 100 \frac{\bar{p}_A}{p_A^\circ} \quad \bar{p}_A = \frac{\%HR}{100} p_A^\circ$$

$$Y' = \frac{\bar{p}_A}{P_T - \bar{p}_A} \frac{M_A}{M_B}$$

de la Tabla 2-5 del Perry <sup>(14)</sup>

$$p_A^\circ |_{\text{Agua}}^{17^\circ\text{C}} = 14.53 \text{ mmHg}$$

$$\bar{p}_{A_1} = \frac{25}{100} (14.53) = 3.63 \text{ mmHg}$$

**Figura 5.21 Torre de enfriamiento que opera con flujos a contracorriente.**

$$Y'_1 = \frac{3.63}{760 - 3.63} \left( \frac{18}{29} \right) = 2.98 (10^{-3}) \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

$$H'_{1,1} |_{Y'_1 = 2.98(10^{-3}) \text{ kg}_A/\text{kg}_B}^{t_{G,1} = 17^\circ\text{C}} = (1005 + 1884(0.00298))(17) + 2502300(0.00298) = 24637.3 \frac{\text{J}}{\text{kg}_B}$$

$$v_{H,1} |_{Y'_1 = 2.98(10^{-3}) \text{ kg}_A/\text{kg}_B}^{t_{G,1} = 17^\circ\text{C}} = (0.00283 + 0.00456(0.00298))(17 + 273) = 0.8246 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}_B}$$

$$G'_S = \frac{0.6 \frac{m^3}{m^2 s}}{0.8246 \frac{m^3}{kg_B}} = 0.7276 \frac{kg_B}{m^2 s}$$

Ecuación de la línea operante

$$\frac{L'C_{AL}}{G'_S} = \frac{H'_2 - H'_1}{t_{L_2} - t_{L_1}} = \frac{A L'C_{AL}}{A G'_S} \quad (\text{ec. 1})$$

$$\frac{0.18 \frac{kg_A}{m^2 s} \left( 4187 \frac{J}{kg_A \cdot ^\circ C} \right)}{0.7276 \frac{kg_B}{m^2 s}} = \frac{(H'_2 - 24637.3) \frac{J}{kg_B}}{(57 - 17)^\circ C} \rightarrow H'_2 = 66069.95 \frac{J}{kg_B} \quad (\text{ec. 2})$$

de acuerdo al enunciado del problema, la resistencia total a la transferencia de masa y de calor se encuentra solo en la fase gaseosa, por lo que se supone que no existe resistencia en la fase líquida (la resistencia es cero). Recordando que  $h_L$  es el coeficiente de transferencia de calor del agua y que a su vez el inverso de un coeficiente de transferencia de masa es una medida del grado de resistencia a la transferencia, se dice:

$$h_L a \rightarrow \infty \quad \frac{1}{K_Y a} = \frac{1}{k_Y a} + \frac{m}{h_L a}$$

el coeficiente de transferencia de calor tiende a infinito

En la ecuación de la línea de fuerzas impulsoras:

$$-\frac{h_L a}{k_Y a} = \frac{H'_i - H'}{t_i - t_L} \quad (\text{ec. 3})$$

El primer miembro es la pendiente de ésta línea recta y por lo tanto será infinito

Mediante el método de Mickley se obtiene  $t_{G,2}$

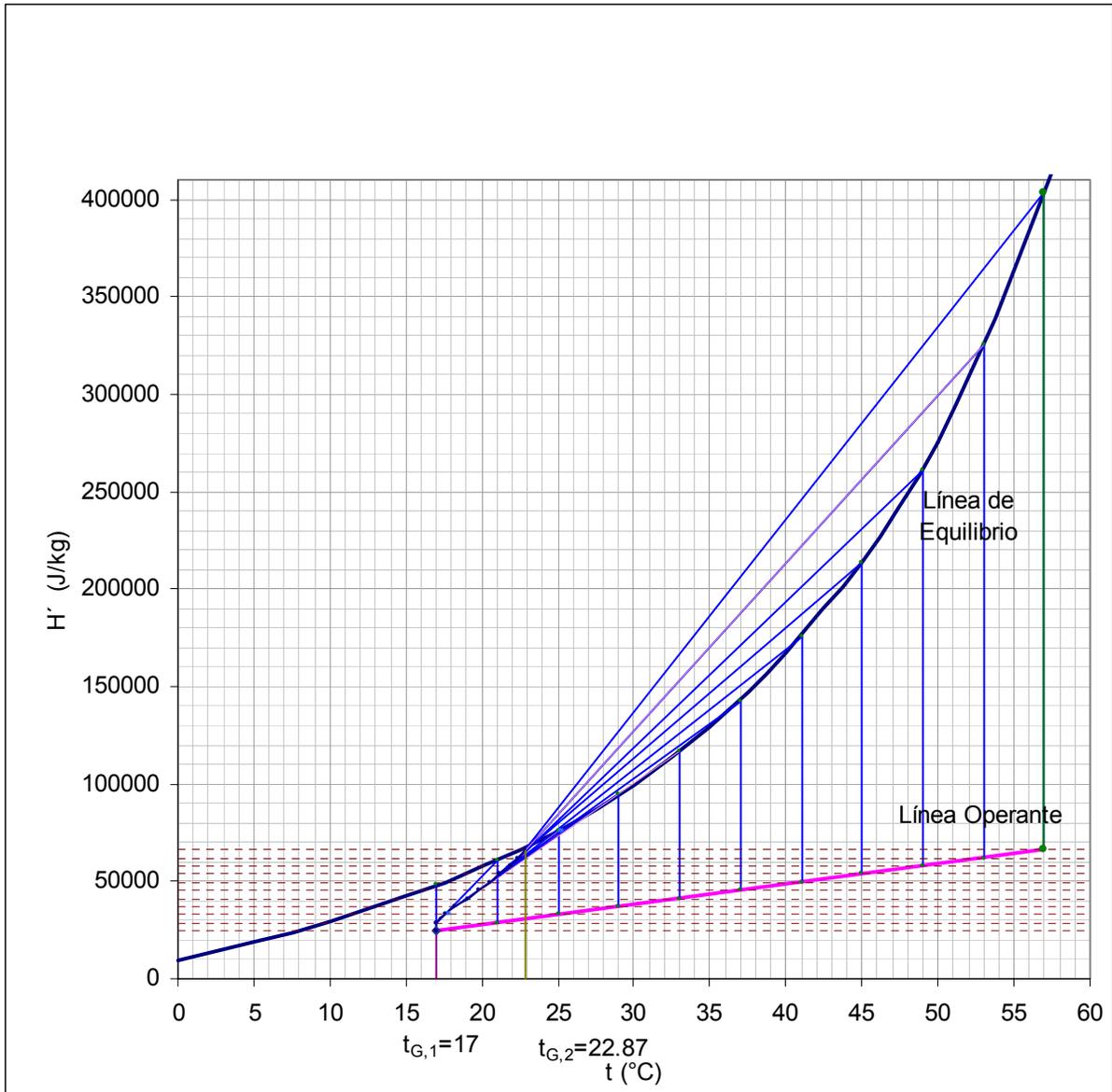


Figura 5.22 Método de Mickley para un proceso de enfriamiento de agua. Estimación de la temperatura de salida de la fase gaseosa.

Haciendo un acercamiento a la zona de interés de la figura 5.22

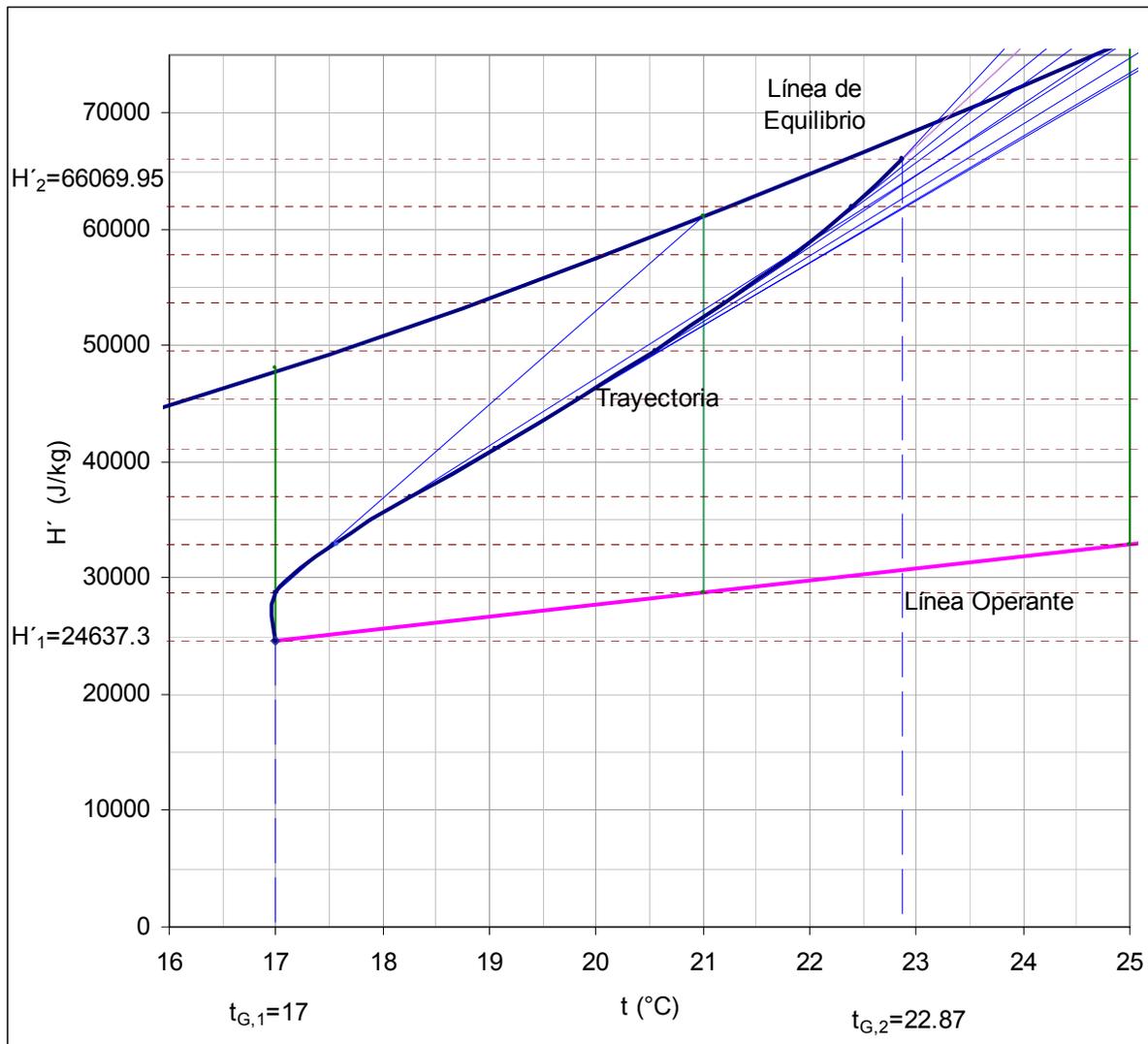


Figura 5.23 Ampliación de la zona de interés de la figura 5.22.

Estimación de la temperatura de salida de la fase gaseosa.

De esta gráfica se tiene  $t_{G,2} \cong 22.9^\circ\text{C}$

Empleando la correlación para entalpía del sistema aire-agua, se obtiene la humedad a la salida de la torre

$$Y_2 \Big|_{\substack{t_{G,2}=22.9^\circ\text{C} \\ H'_2=66069.95\text{ J/kg}}} = \frac{H'_2 - 1005t_{G,2}}{1884t_{G,2} + 2502300} = \frac{66069.95 - 1005(22.9)}{1884(22.9) + 2502300} = 1.69(10^{-2}) \frac{\text{kg}_A}{\text{kg}_B}$$

$Y'_2$	0.0169 kg <sub>A</sub> / kg <sub>B</sub>
--------	--

$$\bar{P}_{A_2} = \frac{Y'_2 P_T}{Y'_2 + \frac{M_A}{M_B}} = \frac{0.0169(760\text{mmHg})}{0.0169 + \frac{18.02}{29}} = 20.14\text{mmHg}$$

Estimación de la altura de la torre

$$Z = H_{iOG} N_{iOG} \quad H_{iOG} = \frac{G'_s}{K_Y a} \quad (\text{ecs. 4 y 5})$$

$$\frac{1}{K_Y a} = \frac{1}{k_Y a} + \frac{m}{h_L a} \quad \text{siendo} \quad \frac{m}{h_L a} \rightarrow 0 \quad \therefore \quad \frac{1}{K_Y a} = \frac{1}{k_Y a}$$

$$K_Y a = k_Y a \quad (\text{ec. 6})$$

Del enunciado del problema se conoce  $k_c a = 0.25\text{s}^{-1}$ , por lo que resulta de utilidad encontrar alguna expresión que relacione este coeficiente con el requerido,  $k_Y a$

De la tabla 3.1 Treybal<sup>(19)</sup> se obtiene la siguiente correlación

$$k_Y = k_c \frac{\bar{P}_{B,M}}{RT} M_B \quad \text{o} \quad k_Y a = k_c a \frac{\bar{P}_{B,M}}{RT} M_B \quad (\text{ec. 7})$$

Recuérdese que

$$\bar{P}_{B,M} = \frac{\bar{P}_{B,2} - \bar{P}_{B,1}}{\ln\left(\frac{\bar{P}_{B,2}}{\bar{P}_{B,1}}\right)} \quad (\text{ec. 8})$$

$$\text{siendo a su vez para el proceso} \quad \bar{P}_{B,M} = \frac{\bar{P}_{B,M,1} + \bar{P}_{B,M,2}}{2} \quad (\text{ec. 9})$$

Resulta necesario el evaluar  $\bar{P}_{B,M}$  tanto en el fondo como el domo del equipo mediante la ec. 8 para poder aplicar la ec. 9 y hacer aplicar la relación entre coeficientes. Debido a que la línea de fuerza impulsoras es vertical se tiene que  $t_{L,2} = t_{i,2} = 57^\circ\text{C}$  y  $t_{L,1} = t_{i,1} = 17^\circ\text{C}$

de la tabla 2-5 Perry<sup>(14)</sup>, se obtiene  $p^\circ|_{\text{agua}}^{17^\circ\text{C}} = 14.53\text{mmHg}$  y  $p^\circ|_{\text{agua}}^{57^\circ\text{C}} = 132.32\text{mmHg}$

para la torre que opera a presión atmosférica  $1\text{atm}=760\text{mmHg}$ , en el fondo

$$p_{B,\text{final}} = P - p_{A,\text{final}} = P - p_{A,\text{final}}^{\circ} = (760 - 14.53)\text{mmHg} = 745.47\text{mmHg}$$

$$\bar{p}_{B,M,1} = \frac{\bar{p}_{B,\text{final}} - \bar{p}_{B,\text{inicial}}}{\ln\left(\frac{\bar{p}_{B,\text{final}}}{\bar{p}_{B,\text{inicial}}}\right)} = \frac{745.47 - 760}{\ln\left(\frac{745.47}{760}\right)} = 752.71\text{mmHg} \left| \frac{101325\text{Pa}}{760\text{mmHg}} \right| = 100353.29\text{Pa}$$

en el domo

$$p_{B,\text{final}} = P - p_{A,\text{final}} = P - p_{A,\text{final}}^{\circ} = (760 - 132.32)\text{mmHg} = 627.68\text{mmHg}$$

$$\bar{p}_{B,M,2} = \frac{\bar{p}_{B,\text{final}} - \bar{p}_{B,\text{inicial}}}{\ln\left(\frac{\bar{p}_{B,\text{final}}}{\bar{p}_{B,\text{inicial}}}\right)} = \frac{627.68 - 760}{\ln\left(\frac{627.68}{760}\right)} = 691.73\text{mmHg} \left| \frac{101325\text{Pa}}{760\text{mmHg}} \right| = 92223.35\text{Pa}$$

sustituyendo en la ec. 9, se obtiene:

$$\bar{p}_{B,M} = \frac{100353.29 + 92223.35}{2} = 96288.32\text{Pa} = 722.22\text{mmHg} \quad (\text{ec. 10})$$

respecto a la temperatura a la cual se encuentra  $k_Y$ , se emplea el valor promedio, es decir:

$$T_G = \frac{t_{G,1} + t_{G,2}}{2} + 273.15 = \frac{17 + 22.9}{2} + 273.15 = 293.1 \text{ K} \quad (\text{ec. 11})$$

sustituyendo en ec.7 los parámetros conocidos

$$k_Y a = 0.25 \frac{1}{s} \cdot \frac{96288.32 \frac{N}{m^2}}{8314 \frac{N \cdot m}{\text{kmol} \cdot K} (293.1K)} \frac{29 \text{kg}_B}{\text{kmol}} = 0.28647 \frac{\text{kg}_B}{m^3 s} \quad (\text{ec. 12})$$

Se concluyó con anterioridad (en ec.6) que  $K_Y a \cong k_Y a$ , por lo que sustituyendo en ec.5 los valores conocidos

$$H_{IOG} = \frac{G'_s}{K_Y a} = \frac{0.7276 \frac{\text{kg}_B}{m^2 s}}{0.28647 \frac{\text{kg}_B}{m^3 s}} = 2.54\text{m}$$

Ahora se determina  $N_{iOG} = \int_{H'_1=24637.3 \text{ J/kg}_B}^{H'_2=66069.95 \text{ J/kg}_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} =$  (ec. 13)

**Tabla 5.12 Integración numérica de la ec. 13. Estimación de  $N_{iOG}$ .**

$t_L$	$H^*$ (J/ kg <sub>B</sub> )	$H'$ (J/ kg <sub>B</sub> )	$\Delta H'$	$\frac{1}{H'^* - H'}$	$\left(\frac{1}{H'^* - H'}\right)_{prom}$	$\Delta H' \left(\frac{1}{H'^* - H'}\right)_{prom}$
17	47800	24637.3		4.32E-05		
18	51000	25673.1	1035.8	3.95E-05	4.13283E-05	0.043
20	57570	27744.7	2071.6	3.35E-05	3.65062E-05	0.076
22	64600	29816.4	2071.6	2.87E-05	3.11389E-05	0.065
24	72350	31888.0	2071.6	2.47E-05	2.67319E-05	0.055
26	80600	33959.6	2071.6	2.14E-05	2.30776E-05	0.048
28	89740	36031.3	2071.6	1.86E-05	2.00298E-05	0.041
30	100030	38102.9	2071.6	1.61E-05	1.73835E-05	0.036
32	111300	40174.5	2071.6	1.41E-05	1.51038E-05	0.031
34	123000	42246.2	2071.6	1.24E-05	1.32215E-05	0.027
36	136000	44317.8	2071.6	1.09E-05	1.16453E-05	0.024
38	150300	46389.4	2071.6	9.62E-06	1.02655E-05	0.021
40	166790	48461.1	2071.6	8.45E-06	9.03734E-06	0.019
42	184300	50532.7	2071.6	7.48E-06	7.96334E-06	0.016
44	203000	52604.3	2071.6	6.65E-06	7.0624E-06	0.015
46	224800	54676.0	2071.6	5.88E-06	6.2636E-06	0.013
48	248000	56747.6	2071.6	5.23E-06	5.55338E-06	0.012
50	275580	58819.2	2071.6	4.61E-06	4.92104E-06	0.010
52	307500	60890.9	2071.6	4.05E-06	4.33419E-06	0.009
54	344500	62962.5	2071.6	3.55E-06	3.80346E-06	0.008
56	383200	65034.1	2071.6	3.14E-06	3.34747E-06	0.007
57	403100	66070.0	1035.8	2.97E-06	3.05505E-06	0.003
						0.579

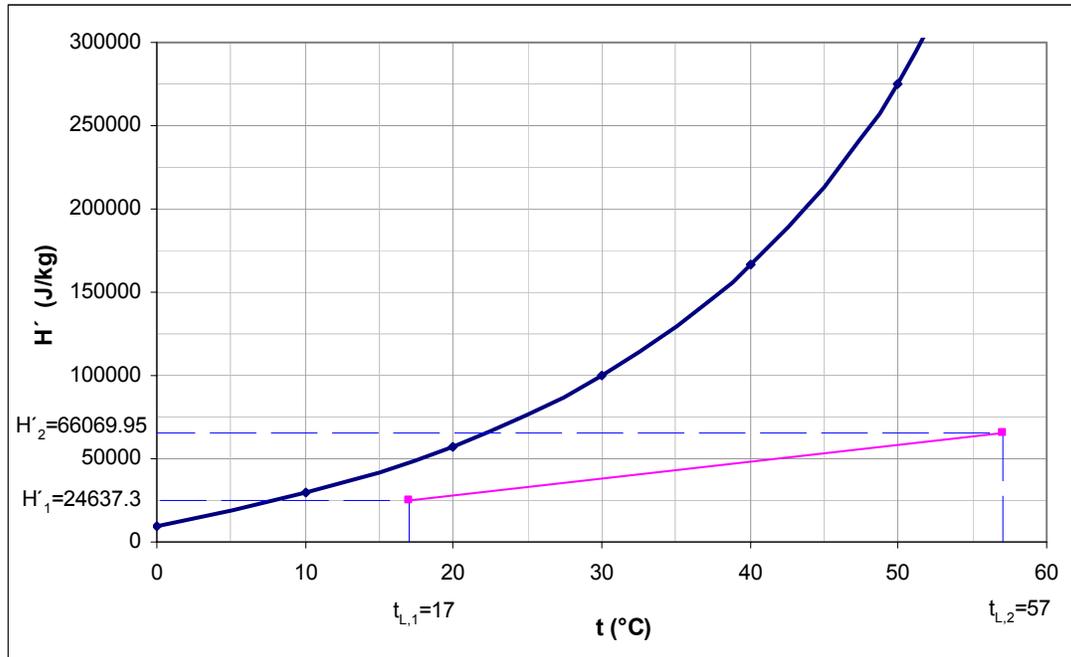


Figura 5.24 Diagrama  $t$ - $H'$ . Línea operante del proceso de enfriamiento.

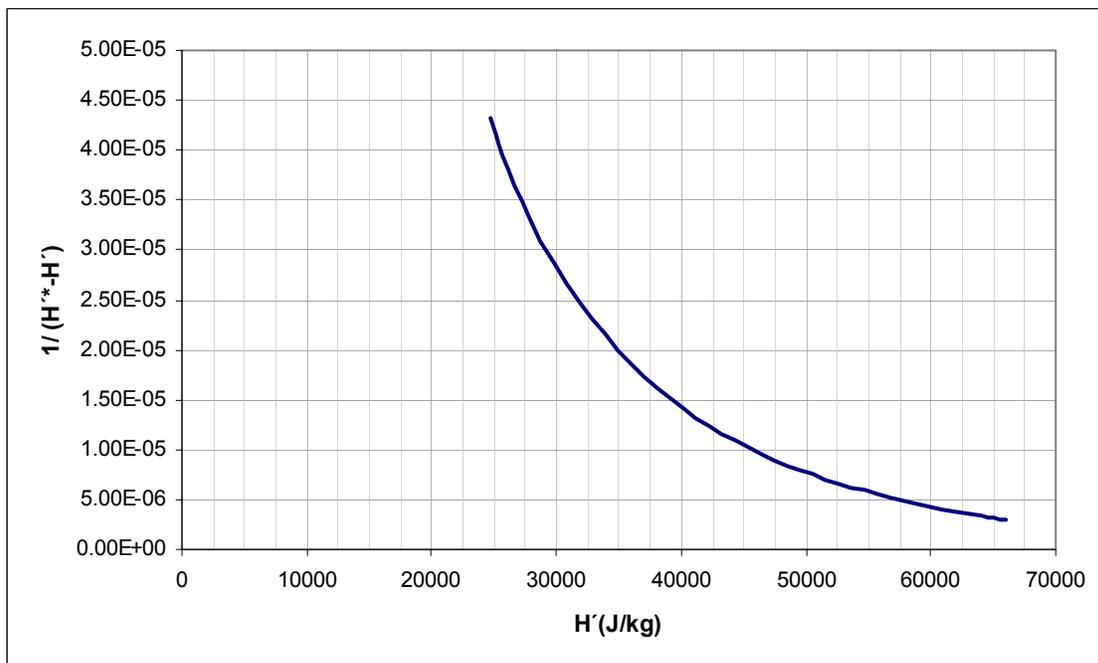


Figura 5.25 Representación gráfica de la integración de la ec. 13. Estimación de  $N_{tOG}$ .

De acuerdo a la integración numérica de la tabla 5.12, se tiene:

$$N_{iOG} = \int_{H'_1=24637.3J/kg_B}^{H'_2=66069.95J/kg_B} \frac{dH'}{H'^* - H'} = 0.579$$

Finalmente sustituyendo en ec.4 se determina la altura del equipo.

$$Z = H_{iOG} N_{iOG} = 2.54m(0.579) = 1.47m$$

Z	1.47 m
---	--------

## NONMENCLATURA

### Capítulo 5.

SIMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
$A$	Área de la sección transversal de la columna	$L^2$
$a$	Área interfacial específica, basada en el volumen de la sección empacada	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_p$	Superficie específica de empaque, área/volumen	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_{AW}$	Área específica para transferencia de masa en la absorción y desorción con agua	$\frac{L^2}{L^3}$
$a_{VW}$	Área para el contacto de un gas con un agua pura	$\frac{L^2}{L^3}$
$c$	Concentración	$\frac{mol}{L^3}$
$C_f$	Constante empírica, factor de caracterización del empaque, flujo de dos fases. Tabla 6.3 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$C_{AL}$	Capacidad calorífica del agua a presión constante = 1 Btu/ lb °F = 4187 J/ kg °C	$\frac{F \cdot L}{M \cdot T}$
$C$	Capacidad calorífica del gas o vapor a presión constante	$\frac{F \cdot L}{M \cdot T}$
$d_s$	Diámetro de una esfera de la misma superficie que una partícula de empaque	$L$
$D$	Difusividad o coeficiente de difusión	$\frac{L^2}{\theta}$
$F$	Coeficiente de transferencia de masa	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta}$
$G$	Masa velocidad molar de la fase gaseosa	$\frac{mol}{L^2 \theta}$
$G'$	Masa velocidad de la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$G'_s$	Masa velocidad del gas seco	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
$h_L$	Coeficiente de transferencia de calor del líquido	$\frac{FL}{L^2 T}$

$H$	Factor de corrección (retención, torres empacadas) Tabla 6.5 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$H'$	Entalpía de mezcla vapor-gas por masa unitaria de gas seco	$\frac{F \cdot L}{M}$
$H_{iOG}$	Altura de una unidad de transferencia de masa global, en base a la fase gaseosa	$L$
%HR	Porcentaje de humedad relativa	$\Phi$
$k_c$	Coeficiente de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \cdot \theta \cdot \Delta c}$
$k_{th}$	Conductividad térmica	$\frac{FL^2}{L^2 T \theta}$
$k_{Y'}$	Coeficiente de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta \cdot (M/M)}$
$K_{Y'}$	Coeficiente global de transferencia de masa tipo $k$ , en base a la fase gaseosa	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta \cdot (M/M)}$
$L$	Masa velocidad molar de la fase líquida	$\frac{mol}{L^2 \theta}$
$L'$	Masa velocidad de la fase líquida	$\frac{M}{L^2 \cdot \theta}$
Le	Relación de Lewis = $\frac{h_G}{k_{Y'}}$	$\frac{FL}{MT}$
$m$	Pendiente promedio de la curva de equilibrio En un diagrama $H^* - t_L$ ; $dH^*/dt_L$	$\frac{FL}{MT}$
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$M$	Peso molecular	$\frac{M}{mol}$
$n$	Número de moles	$mol$
	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$Nu$	Número de Nusselt = $\frac{h \cdot l}{k}$	$\Phi$
$N_{iOG}$	Número de unidades de transferencia de masa globales en base a la fase gaseosa	$\Phi$
$P$	Constante empírica, Tabla 6.4 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$

$\bar{p}$	Presión parcial	$\frac{F}{L^2}$
$p^\circ$	Presión de vapor	$\frac{F}{L^2}$
$P_T$	Presión total	$\frac{F}{L^2}$
$P$	Presión	$\frac{F}{L^2}$
Pr	Número de Prandtl = $\frac{C_p \mu}{k}$	$\Phi$
$q$	Flujo volumétrico de la fase líquida	$\frac{L^3}{\theta}$
$R$	Constante universal de los gases	$\frac{F \cdot L}{mol \cdot T}$
$Sc$	Número de Schmidt = $\frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$	$\Phi$
$t_{as}$	Temperaturas de saturación adiabática	T
$t_{DP}$	Temperatura de rocío	T
$t_G$	Temperatura de bulbo seco	T
$t_L$	Temperatura del líquido	T
$t_W$	Temperatura de bulbo húmedo	T
$t_0$	Temperatura de referencia, 0°C	T
$T$	Temperatura absoluta (K)	T
$v_H$	Volumen húmedo, volumen de mezcla vapor-gas/ masa de gas seco	$\frac{L^3}{M}$
$y_i$	Concentración en fracción mol del componente i en el gas	$\frac{mol}{mol}$
$Y'$	Humedad absoluta, masa vapor/ masa gas seco	$\frac{M}{M}$
$Y'_s$	Humedad absoluta de saturación	$\frac{M}{M}$
$Z$	Longitud o altura de la parte activa del equipo	$L$

$\phi$	Diámetro del equipo	$L$
$\mu$	Viscosidad	$\frac{M}{L \cdot \theta}$
$\rho$	Densidad	$\frac{M}{L^3}$
$\sigma$	Tensión superficial	$\frac{F}{L}$
$\pi$	Constante= 3.1416	$\Phi$
$\beta$	Constante empírica para la retención en el empaque Tabla 6.5 Treybal <sup>(19)</sup>	$\Phi$
$\varphi_{Lo}$	Retención del líquido en columnas empacadas $= \varphi_{LoW} H$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{Low}$	Retención de agua en columnas empacadas $= \varphi_{LtW} - \varphi_{LsW}$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{Ls}$	Retención estática del líquido en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{LsW}$	Retención estática de agua en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{Lt}$	Retención total del líquido en columnas empacadas $= \varphi_{Lo} + \varphi_{Ls}$	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varphi_{LtW}$	Retención total de agua en columnas empacadas	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varepsilon$	Volumen vacío fraccionario en un lecho empacado seco	$\frac{L^3}{L^3}$
$\varepsilon_{Lo}$	Volumen vacío fraccionario de operación $= \varepsilon - \varphi_{Lt}$	$\frac{L^3}{L^3}$
Subíndices		
$A, B$	Componente A, B	
$G$	Fase gaseosa	
$i$	Componente i	
	Interfase	

$M$	Media	
Máx	Máximo	
Mín	Mínimo	
op	Operación	
$s$	Saturación	
$S$	Que no se difunde	
T	Total	
1, 2	Posiciones 1 y 2	
Exponentes		
*	Equilibrio, saturación	
---	Valor promedio	

## Capítulo 6. CONCLUSIONES

Aprender a resolver problemas es parte fundamental de la educación de ingenieros ya que, en la vida profesional difícilmente se enfrentarán con la pregunta "conocida".

Un enfoque creativo permitirá que el alumno o profesionalista de la Ingeniería Química sea capaz de dar soluciones o ideas propias y novedosas ante un problema o situación.

Bajo estas premisas, la resolución de problemas de transferencia de masa debe basarse en un análisis de los mismos, ya que resulta importante atender tanto a los pasos necesarios para la resolución, como a las habilidades necesarias para comprender lo que se requiere.

El análisis de un problema debe contemplar la información que se proporciona en el enunciado y la que puede obtenerse mediante consulta bibliográfica, las limitaciones de aplicación de las distintas correlaciones y, en caso que aplique, las recomendaciones o criterios fruto de la experiencia de diversos investigadores, con el objeto de proponer soluciones posibles y elegir la más conveniente.

En el presente trabajo se atendió a problemas típicos que resultan útiles para que el alumno y el profesionalista de la Ingeniería Química sean capaces de enfrentarse a un ámbito profesional comprendiendo de manera general los fundamentos que rigen las diversas operaciones de separación.

En general, este trabajo fue planteado a un nivel básico de las operaciones de transferencia de masa y debido a la extensión del tema se consideró conveniente minimizar la teoría y maximizar la parte práctica.

Cabe aclarar que ningún libro o manual proporcionará la respuesta a todos los problemas, la respuesta a ellos se podrá hallar cuando los conocimientos básicos se hayan adquirido y entendido plenamente lo que conlleva al desarrollo de la habilidad para aplicarlos a cualquier sistema.

Se pretende que este trabajo llegue a ser considerado como una opción más para el estudio de las operaciones de transferencia de masa como apoyo a la enseñanza teórica.

**BIBLIOGRAFIA**

1. Cussler E.L., "Diffusion. Mass Transfer in Fluid Systems", 1<sup>a</sup> Ed; Cambridge University Press, USA, 1988
2. Crane, "Flujo de Fluidos", 1<sup>a</sup> Ed; Mc. Graw-Hill, México D.F., 1992
3. Foust Alan S, "Principios de Operaciones Unitarias", 2<sup>a</sup> Ed; Cía. Editorial Continental, México D.F., 1987
4. Geankoplis, Chistie J., "Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias", Cía. Editorial Continental, 3era. Ed, México, 1988
5. Holland, Charles, "Fundamentos y Modelos de Procesos de Separación: Absorción, Destilación, Evaporación y Extracción", Prentice Hall, 1981
6. Holland, Charles, "Fundamentals and Modeling of Separation Processes", Prentice Hall, 1981
7. King C. Judson, "Procesos de Separación", Reverte, España, 2003
8. Lange, Norbert Adolph, "LANGE'S Handbook of Chemistry", NY, 13 Ed, Mc. Graw-Hill, 1985
9. Ludwing, Ernest E., "Applied Process Design for Chemical & Petrochemical Plants", Gulf Publishing Co; Texas, 1977
10. Mark's, "Standard Handbook for Mechanical Engineers", 8<sup>a</sup> Ed; McGraw-Hill, N.Y.
11. Maron & Prutton, "Fundamentos de Físicoquímica", 1<sup>a</sup> Ed; Limusa, México D.F., 1977
12. Mc Cabe, Warren L. "Operaciones Básicas de Ingeniería Química", 4<sup>a</sup> Ed; Mc Graw-Hill, México D.F., 1991

13. Ocon, Joaquín, "Problemas de Ingeniería Química", Editorial Aguilar, Madrid, 1980
14. Perry, Robert H, "Manual del Ingeniero Químico", Mc. Graw-Hill, 1992
15. Rase & Barrow, "Project engineering of process plants", John Wiley & sons Inc, New York, 1968
16. Rase & Barrow, "Ingeniería de proyectos para plantas de proceso", Ed. Continental, 1973
17. Sherwood Thomas K & Pigford Robert L., "Absorption & Extraction", Mc Graw-Hill, USA, 1952
18. Smith Buford D., "Design of equilibrium Stage Processes", Mc Graw-Hill, USA, 1963
19. Treybal Robert E., "Operaciones de transferencia de masa", Mc Graw-Hill, 2da.Ed, México D.F., 2001
20. Welty "Engineering Heat transfer" NY, John Welty, 1978