



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTIMACIÓN DE GASTOS MÁXIMOS EN SITIOS NO  
AFORADOS UTILIZANDO SIMULTANEAMENTE ANÁLISIS  
REGIONAL Y ANÁLISIS DE FRECUENCIAS CONJUNTO**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – OBRAS HIDRÁULICAS

PRESENTA:

**ING. JESÚS LÓPEZ DE LA CRUZ**

TUTOR:

**DR. FRANCISCO JAVIER APARICIO MIJARES**



JIUTEPEC, MORELOS

NOVIEMBRE DE 2006



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M. I. Roberto Mejía Zermeño  
Secretario: Dr. Francisco J. Aparicio Mijares  
Vocal: Dr. M. Alfonso Gutiérrez López  
1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. M. Alfonso Gutiérrez López  
2<sup>do</sup>. Suplente: M. I. Juan Fco. Gómez Martínez

Lugar donde se realizo la tesis:

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO CAMPUS MORELOS

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Francisco J. Aparicio Mijares

## **Agradecimientos:**

Un sincero agradecimiento al Dr. Francisco J. Aparicio Mijares, por su apoyo, ideas y tiempo en la dirección y desarrollo de este trabajo, sobre todo, por la paciencia mostrada en el transcurso del trabajo.

A los miembros del jurado: Dr. Aldo Iván Ramírez Orozco, Dr. Francisco J. Aparicio Mijares, Dr. M. Alfonso Gutiérrez López, M. I. Roberto Mejía Zermeño y M. I. Juan Fco. Gómez Martínez, por el tiempo invertido en la revisión, por sus observaciones y sugerencias que enriquecieron al presente trabajo.

Un agradecimiento especial a la Subcoordinación de Hidrología y Mecánica de Ríos, por su apoyo, confianza y amistad a todos los compañeros de trabajo.

Por el apoyo recibido al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), ya que si su apoyo no hubiese sido posible la realización de este objetivo en mi vida.

A todos los compañeros michoacanos con los cuales hemos hecho muchas cosas y nos ha servido para no sentirnos tan alejados de nuestra familia, gracias a todos.

A todos mis compañeros de generación de la maestría en Hidráulica.

## **Dedicatorias:**

Este trabajo esta dedicado con todo mi amor, cariño y respeto a mis padres Jesús y Filomena, los cuales me han formado y apoyado a lo largo de toda mi vida.

A mis hermanos Sandra y José, con los cuales nos hemos acompañado y vivido muchas cosas a lo largo de la vida.

A mi sobrina Estefanía la cuál es una personita muy especial que le ha traído a la familia muchas cosas bellas.

A ti bety por que tú sabes lo importante que eres en mi vida y todo lo que me has apoyado en la consecución de este logro, y vamos a estar juntos en muchas cosas más.

A todos mis amigos les quiero agradecer su amistad, y apoyo.

## **Dedicatorias:**

María de Jesús Corona Ramos †

Ramón de la Cruz †

José López Pulido †

María Ceja †

<b>ÍNDICE</b>	<b>Pág.</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes de los modelos regionales	3
1.2. Antecedentes de estimación de avenidas en redes de ríos	4
1.3. Antecedentes de regionalización en México	5
1.4. Objetivo	6
1.5. Organización del trabajo	6
<b>2. Análisis de la zona de estudio</b>	<b>7</b>
2.1. Estaciones hidrométricas dentro de la zona	13
2.2. Características fisiográficas y climatológicas de las cuencas correspondientes a las estaciones hidrométricas	17
2.3. Homogeneidad hidrológica en la zona de estudio	23
2.3.1. Prueba de Kolgomorov – Smirnov (K – S)	23
2.3.2. Prueba de Wilcoxon	25
2.3.3. Prueba de Langbein	27
2.3.4. Resultados de las pruebas de homogeneidad	31
2.4. Análisis de frecuencias	33
2.4.1. Función de distribución Doble Gumbel	34

<b>3. Aplicación de los modelos regionales y análisis de frecuencias conjunto</b>	<b>37</b>
3.1 Regionalización hidrológica	37
3.2. Modelos regionales	38
3.2.1. Método de las estaciones año	39
3.2.2. Método de la avenida índice	46
3.2.3. Método de la avenida índice para dos poblaciones	52
3.2.4. Modelos regionales de regresión de potencias	56
3.2.4.1. Modelo regional directo	58
3.2.4.2. Modelo regional indirecto	61
3.2.5. Aplicación regional de la transformación de Box-Cox	64
3.2.6. Análisis regional de frecuencia GVE/MPP	70
3.3. Análisis de frecuencias conjunto	75
3.3.1. Primer caso (La Junta)	77
3.3.2. Segundo caso (Quiotepec)	79
3.4. Estimación del ajuste de los métodos	81
3.5. Resumen de resultados	83
<b>4. Estimación de gastos máximos en La Junta mediante modelos regionales y análisis de frecuencias conjunto</b>	<b>88</b>
4.1. Metodología	88
4.2. Caso 1	90
4.3. Caso 2	92



4.4.	Caso 3	96
4.5.	Caso 4	99
4.6.	Caso 5	102
4.7.	Caso 6	108
4.8.	Caso 7	113
4.9.	Análisis de resultados	118
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>129</b>
	<b>Apéndice A. Conceptos de probabilidad, variable aleatoria y funciones de distribución</b>	<b>132</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>146</b>

## **CAPÍTULO I**

### **INTRODUCCIÓN**

La mayor parte de los procesos hidrológicos son de naturaleza tan compleja, que una manera de ser interpretados o explicados es desde el punto de vista probabilístico. Esto se debe principalmente a que los eventos hidrológicos son aleatorios. La información para poder conocer estos procesos se encuentra en los registros que se obtienen de las observaciones climatológicas e hidrométricas.

En varios casos el diseño de una obra con características relacionadas con aspectos hidrológicos de valores máximos debe basarse en una “avenida de diseño”. Los métodos para determinar la avenida de diseño se basan en encontrar relaciones teóricas y observadas entre el periodo de retorno ( $T_r$ ) y la magnitud de las avenidas extraordinarias y, de la determinación del periodo de retorno óptimo a utilizar en el diseño.

El hidrólogo desconoce la magnitud de los escurrimientos que afectarán al proyecto en el futuro, por lo que debe calcular la probabilidad de ocurrencia de cierto evento, asociándolo con un período de retorno. Uno de los métodos más utilizados en la estimación de avenidas es el llamado análisis de frecuencias (Ramírez, 1995). El análisis de frecuencias es una de

las técnicas estadísticas aplicadas en hidrología para tratar de estimar las probabilidades asociadas con eventos de diseño (Raynal, 1985).

Sin embargo, en muchas ocasiones el hidrólogo se enfrenta al problema de que el sitio donde se requiere proyectar la obra, no cuenta con la información adecuada ó definitivamente ésta no existe. Debido a este problema, el análisis y la estimación de avenidas de diseño es un tema que ha sido objeto de numerosas investigaciones y para el cual se han propuesto diversas metodologías.

Entre los métodos que se han desarrollado para estimar la magnitud de los eventos de diseño en sitios no aforados se tienen los métodos de transferencia de información de escurrimientos entre sitios con características meteorológicas similares, modelos lluvia-escurrimiento los cuales se basan en un enfoque hidrometeorológico y modelos que tienen un enfoque hidrométrico.

En muchas de las ocasiones las zonas de interés no corresponde a una sola corriente, sino a una verdadera red de ríos, como se muestra en la figura 1.1. Este caso es muy usual en las llanuras de inundación de los ríos importantes. De acuerdo a lo anterior es necesario implementar procedimientos de análisis de frecuencias aplicable a tales redes hidrográficas.

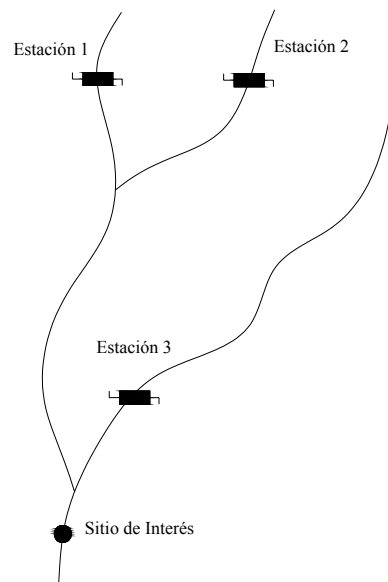


Figura 1.1 Red de ríos

La aplicación del análisis de frecuencias conjunto en redes de ríos, consiste en modelar el análisis de gastos máximos o alguna otra variable aleatoria en algún punto de la red hidrográfica. La metodología establece la relación entre la probabilidad de ocurrencia y/o período de retorno de la avenida de diseño y la probabilidad de ocurrencia y/o período de retorno de eventos presentados en las corrientes individuales en base a la

consideración aplicación de distribuciones de probabilidad de valores extremos univariadas y multivariadas (Ramírez, 1995)

Para la aplicación tanto de los modelos regionales como el análisis de frecuencia conjunto se debe garantizar la homogeneidad hidrológica en la zona de estudio. Para saber si un cierto número de muestras aleatorias pueden ser tratadas como un grupo homogéneo, existen básicamente dos tipos de pruebas: las llamadas paramétricas y las no paramétricas.

## 1.1 ANTECEDENTES DE LOS MODELOS REGIONALES

Cuando se requiere estimar un evento para un cierto periodo de retorno se emplea un análisis de frecuencias, sin embargo, en muchas ocasiones se puede tener el problema de que el sitio de interés carezca de información. Este tipo de dificultades ha llevado a la necesidad de generar modelos de estimación regional. El análisis regional permite inferir eventos para ciertos periodos de retorno en sitios con escasa o nula información, a través de las características fisiográficas o meteorológicas de la cuenca en estudio y de sus cuencas vecinas.

Un modelo de regionalización propuesto fue el método conocido como de la avenida índice, el cual fue desarrollado por W. B Langbein (Dalrymple, 1960). Esta técnica considera que las muestras se ajustan a la distribución de valores extremos tipo I (Gumbel), y para su aplicación se necesita primeramente definir las regiones homogéneas, para posteriormente obtener funciones que permitan estimar la avenida de diseño en un sitio dado, en función de algunas de sus características fisiográficas y climatológicas. Para poder trabajar con esta técnica se requieren longitudes de registro comunes. Este método puede presentar problemas para estaciones con longitudes de registro pequeñas ya que se usa un periodo de retorno de 10 años como base de cálculo para la prueba de homogeneidad regional

Las modificaciones al método original de la avenida índice han dado lugar a diversos procedimientos de análisis regionales uno de ellos es el método de la avenida índice basado en PWM (frecuencia de probabilidad de momentos pesados) sugerido por Greenwood et al.(1979) y el de momentos-L propuesto por Hosking y Wallis (1997) (Maidmet; Parida et al., 1998; Kjeldsen et al., 2002) a diferencia del método original que utiliza la distribución Gumbel ajustada por momentos. La aplicación de esta metodología en análisis regionales de avenidas ha dado resultados muy satisfactorios, según Kjeldsen et al. (2002) en USA.

Por su parte, Chander *et al* (1978) propusieron el uso de la transformación de Box – Cox para la estimación de eventos hidrológicos. Esta técnica se puede extender fácilmente para aplicarse regionalmente a series homogéneas e independientes.

Otra técnica es la de correlación y regresión múltiple, en la cual los gastos máximos anuales pueden expresarse en términos de algunos índices geomorfológicos o factores climatológicos de la cuenca. La dependencia o independencia de las variables se estima para cada sitio aforado mediante un proceso de correlación y regresión discriminante, donde se prueba la aportación de cada variable independiente hasta lograr un modelo de

regresión, en el cual todas las variables que en él intervengan sean estadísticamente significativas para la estimación de la variable dependiente analizada (Benson, 1982). Es importante mencionar que se recomienda no exceder el número de variables independientes en más de un tercio del número de observaciones. Por lo tanto, se debe tener cuidado de no arriesgar la confiabilidad de la estimación de los coeficientes por hacer intervenir un número excesivo de variables.

Cunane (1988) desarrolló un técnica de regionalización llamada estaciones - año para la que se considera una sola muestra de datos conformada por un registro estandarizado de eventos de diferentes estaciones de la región homogénea, el cual una vez que se construye se ajusta a un conjunto de distribuciones de probabilidad. En esta técnica se pueden manejar muestras aunque no tengan una longitud de registro común (Escalante y Reyes, 2002). Es recomendable para este modelo que al menos cada muestra de datos tenga al menos una extensión de 10 años.

Cortés y Escalante (1999) presentaron las bases fundamentales para la inferencia y pronóstico de eventos con base en la teoría de los subconjuntos borrosos. Se plantea la generación de un sistema de inferencia borrosa que produce el comportamiento del modelo de Kirpich para la determinación del tiempo de concentración de una cuenca. Con un enfoque similar, establecen un modelo para la predicción de avenidas máximas en tiempo real a partir de información usada para la modelación y la calidad de respuesta del modelo.

En los últimos años se han utilizado técnicas con enfoque multivariados para el análisis regional (Cunane, 1988), Raynal (1985) y Escalante (1991) han aplicado la teoría de funciones bivariadas y trivariadas para mejorar los estimados de avenidas con buenos resultados.

## **1.2 ANTECEDENTES DE LA ESTIMACIÓN DE AVENIDAS EN REDES DE RÍOS**

La estimación de eventos en sitios ubicados en redes de ríos en los cuales sólo se cuenta con información aguas arriba no es recomendable realizarla mediante el análisis de frecuencias convencional, el cual se basa en el tratamiento probabilístico de registros de escurrimiento univariados (generalmente gastos máximos).

Linsey y Franzini (1979) propusieron un técnica para modelar análisis de gastos aguas abajo de la confluencia de dos ríos, cuando hay información disponible aguas arriba de la confluencia. Estos autores supusieron la completa o total dependencia como únicas opciones entre gastos máximos medidos en los sitios disponibles, y sus análisis se basaron en esquemas empíricos.

Salas (1980) planteó el problema de la confluencia de dos ríos a través de un método estadístico no paramétrico, considerando también los casos de total dependencia o independencia.

Raynal (1990) se refirió al caso de dependencia parcial a través del uso de modelos probabilísticos basados en la aplicación de distribuciones bivariadas extremas (modelo

logístico). El modelado de la suma de las dos variables aleatorias es a través de una integral de convolución y una función de densidad bivariada.

Ramírez (1995) planteó una metodología la cual establece una relación entre la probabilidad de ocurrencia o periodo de retorno de la avenida aplicable a una obra dentro de la red de ríos y la probabilidad de ocurrencia de eventos presentados en las corrientes individuales con base en la consideración de aplicación de distribuciones de probabilidad de valores extremos univariadas y multivariadas. Esta metodología permite considerar también la dependencia parcial entre los eventos en las estaciones en las corrientes individuales.

### 1.3 ANTECEDENTES DE REGIONALIZACIÓN EN MÉXICO

A partir del desarrollo de modelos regionales, estos han sido aplicados en todo el mundo, sin ser nuestro país la excepción.

La Comisión del Plan Nacional Hidráulico (CPNH) en 1975 (SARH, 1975), realizó una regionalización de gastos máximos en México, con el fin de estimar gastos máximos anuales para diferentes periodos de retorno. Para lo cual utilizó 206 estaciones hidrométricas distribuidas en todo el país, y las siguientes características fisiográficas y climatológicas de las cuencas: área, longitud y pendiente del cauce principal, precipitación media anual y precipitación máxima en 24 horas para un periodo de retorno de 10 años. Como resultado de lo anterior, el CNPH obtuvo 13 regiones homogéneas, para las cuales determinó modelos regionales con base en los parámetros de la función de distribución Gumbel y las características mencionadas de las cuencas.

Gutiérrez (1994) desarrollo ecuaciones regionales para la región hidrológica No.10, utilizando modelos de correlación. Se construyeron las ecuaciones regionales bajo dos enfoques: la primera consistía en correlacionar las características hidrológicas significativas de la región, con los gastos máximos asociados a diferentes periodos de retorno. La segunda consistió en correlacionar los gastos máximos para diferentes periodos de retorno, con los parámetros de las distribuciones de probabilidad empleadas para obtener dichos gastos. La función de distribución empleada fue la Doble Gumbel.

Campos (1994) obtuvo modelos regionales para la región hidrológica No.10, ubicada en la costa del pacifico de México. La determinación de los modelos regionales se llevó acabo mediante la aplicación de tres técnicas para el análisis regional de frecuencias de crecientes. La primera es la aplicación del método de índice de crecientes (MIC), utilizando la prueba de homogeneidad de Langbein. La segunda técnica consiste en un algoritmo para regionalizar con los primeros tres momentos de probabilidad pesada (MPP). Como resultado, Campos obtuvo modelos regionales de regresión para cada uno de los criterios. Dichos modelos relacionan los gastos máximos con el área de la cuenca. Además comparó los resultados de los modelos regionales con los resultados del análisis de frecuencias de gastos máximos de cuencas aforadas, dando como resultado que en general lo modelos regionales son congruentes con los resultados obtenidos del análisis de frecuencias de gastos máximos.

En 1997, el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA, 1997) realizó una regionalización de gastos máximos para todo el país de México, para lo cual seleccionó 125 estaciones hidrométricas. La determinación de las 23 regiones homogéneas resultantes se realizó mediante la prueba de homogeneidad de Kolgomorov – Smirnoff. Además, se determinaron los modelos matemáticos para cada una de las 23 regiones. Estos modelos relacionan los parámetros de la función de distribución de probabilidad de Gumbel con las características fisiográficas y climatológicas de las cuencas; dichas características fueron las mismas que utilizó la CPNH en 1975.

### **1.3 OBJETIVO**

El objetivo principal de este trabajo es llevar a cabo una comparación en la estimación de gastos máximos en un sitio no aforado ubicado en una red de ríos, para diferentes periodos de retorno, a partir de los resultados obtenidos con la aplicación de diversos modelos regionales, análisis de frecuencias conjunto y los resultados obtenidos a partir de una metodología utilizando el análisis regional y el análisis de frecuencias conjunto de manera simultánea en la zona.

### **1.4 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO**

En el capítulo II se presenta una descripción de la zona de estudio, información y características de la misma, así como la determinación de la homogeneidad de la región y el análisis de frecuencias univariado de las estaciones en la zona.

En el capítulo III se presenta la aplicación de diversos modelos regionales y análisis de frecuencia conjunto a la zona de estudio, haciendo un estudio comparativo de los métodos y observar cuál describe mejor la función de distribución de probabilidad en los sitios.

En el capítulo IV se presenta la construcción de la función de distribución de probabilidad en un sitio no aforado utilizando los modelos regionales y el análisis de frecuencia conjunto simultáneamente, así como la comparación de los resultados con los obtenidos de manera individual por cada método.

Finalmente, en el capítulo V, se establecen las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

## CAPÍTULO II

### ANÁLISIS DE LA ZONA DE ESTUDIO

Las cuencas del país se encuentran agrupadas en 37 regiones hidrológicas para la realización de estudios hidrológicos y de calidad del agua (figura 2.1). Esta regionalización fue elaborada en los años sesenta por la entonces Dirección de Hidrología de la Secretaría de Recursos Hidráulicos (SARH, 1975).

La zona que se seleccionó para el estudio es una subcuenca del río Papaloapan perteneciente a la región hidrológica No. 28, figura 2.2. El río Papaloapan es el que le da nombre a la cuenca, siendo el más importante de la región junto a los ríos Actopan, la Antigua y Jamapa. El río Papaloapan nace en la Sierra Madre de Oaxaca y el Nudo Mixteco y comprende parte de los estados de Puebla y Oaxaca. Tiene su curso inferior en el estado de Veracruz y desemboca en el Golfo de México. Cubre una superficie de 46,687 km<sup>2</sup>. La extensión territorial de la región hidrológica es de 57,355 km<sup>2</sup>, y la precipitación media anual es de 1,808 mm.

El área de estudio comprende una superficie aproximada de 14,094.290 km<sup>2</sup>. En esta zona se cuenta con una red de ríos con varias estaciones hidrométricas y climatológicas, lo que la hace factible para la aplicación de las metodologías descritas en este trabajo.



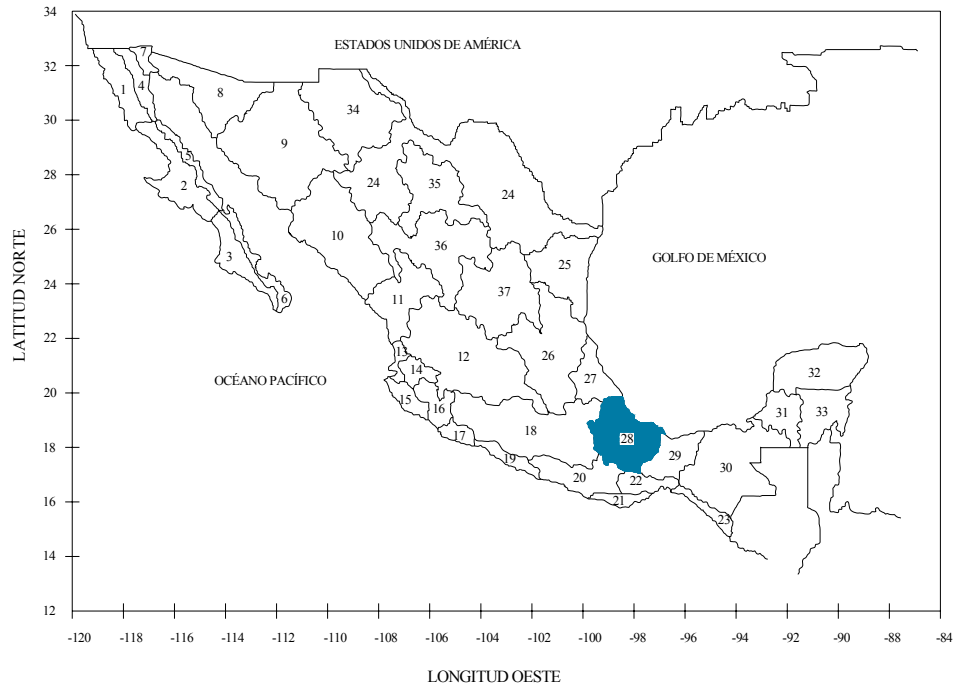


Figura 2.1 Regiones hidrológicas del país y ubicación de la región 28.



Figura 2.2 Ubicación de la zona de estudio dentro de la región hidrológica 28.

En la figura 2.3 se muestra la delimitación de la cuenca de la zona de estudio, la cual corresponde a la estación hidrométrica Cantón.

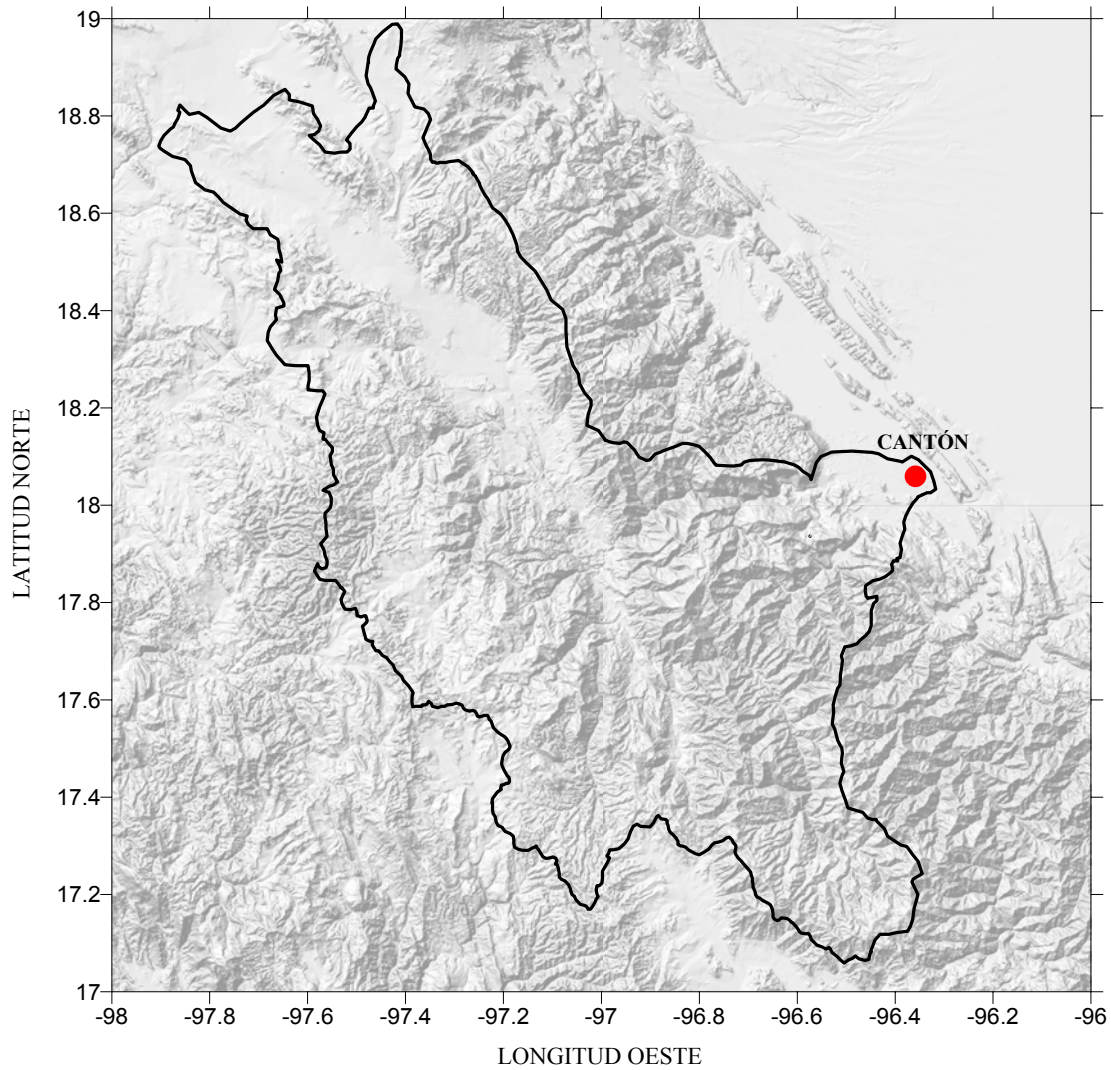


Figura 2.3 Parteaguas de la cuenca de la zona de estudio y punto de salida de la cuenca.

Los principales ríos que se encuentran dentro de la zona de estudio son los ríos Salado, Grande, Santo Domingo, Tomellín y Xiquila, los cuales se pueden observar en la figura 2.4.

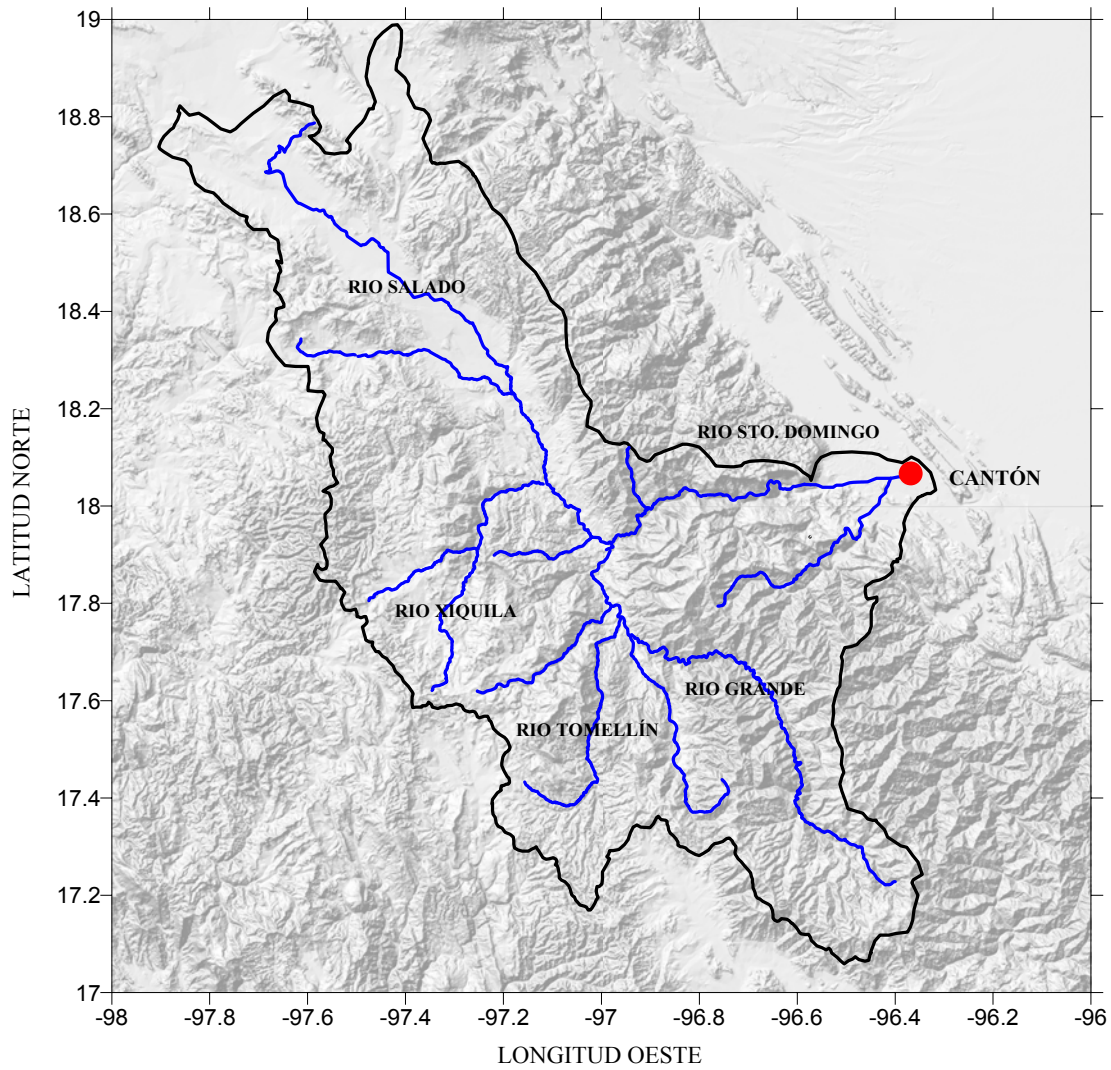


Figura 2.4 Ríos principales dentro de la cuenca.

En las figuras 2.5, 2.6 y 2.7 se muestran vistas de los modelos de elevación de la zona de estudio.

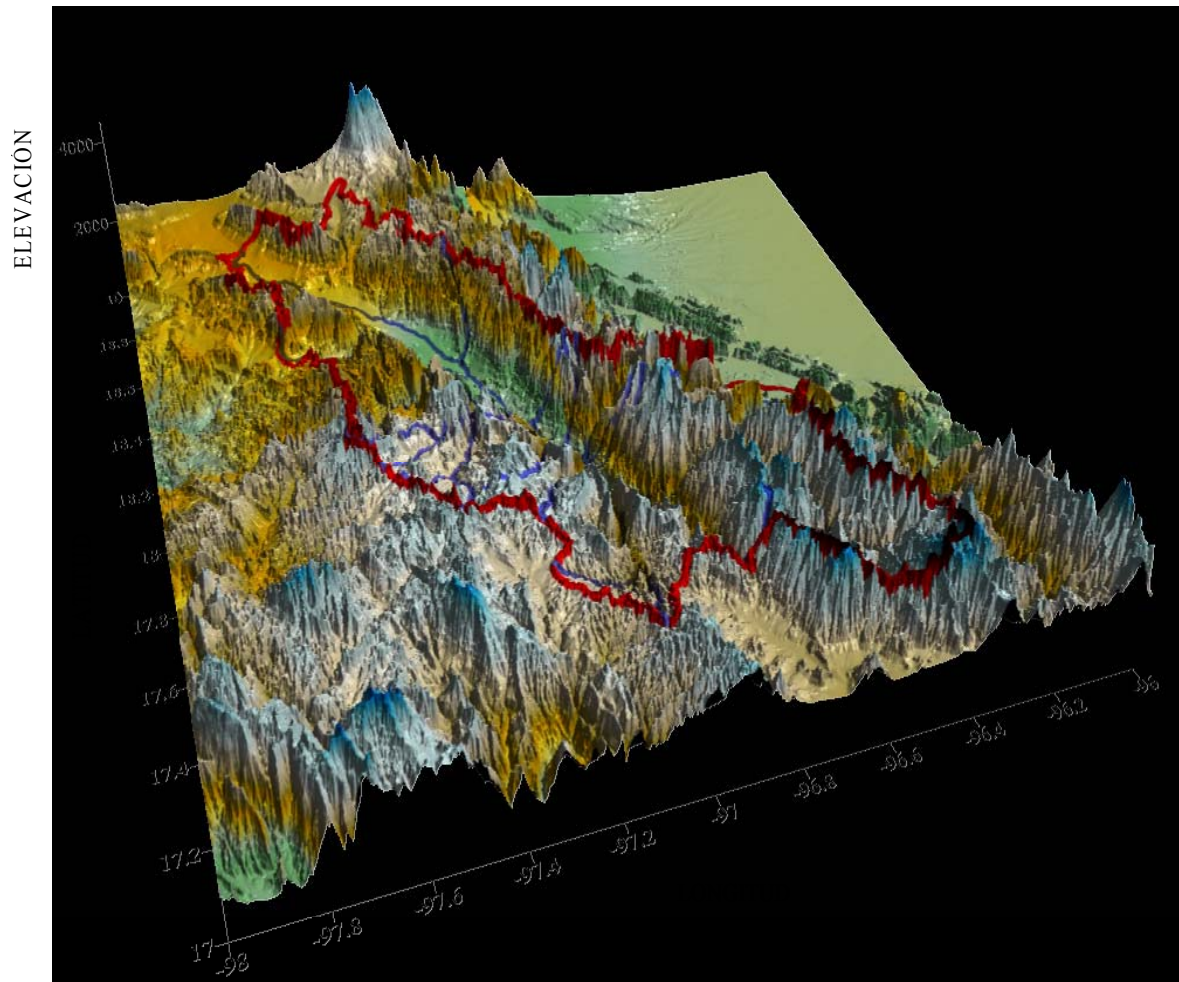


Figura 2.5 Modelo de elevación de la zona de estudio



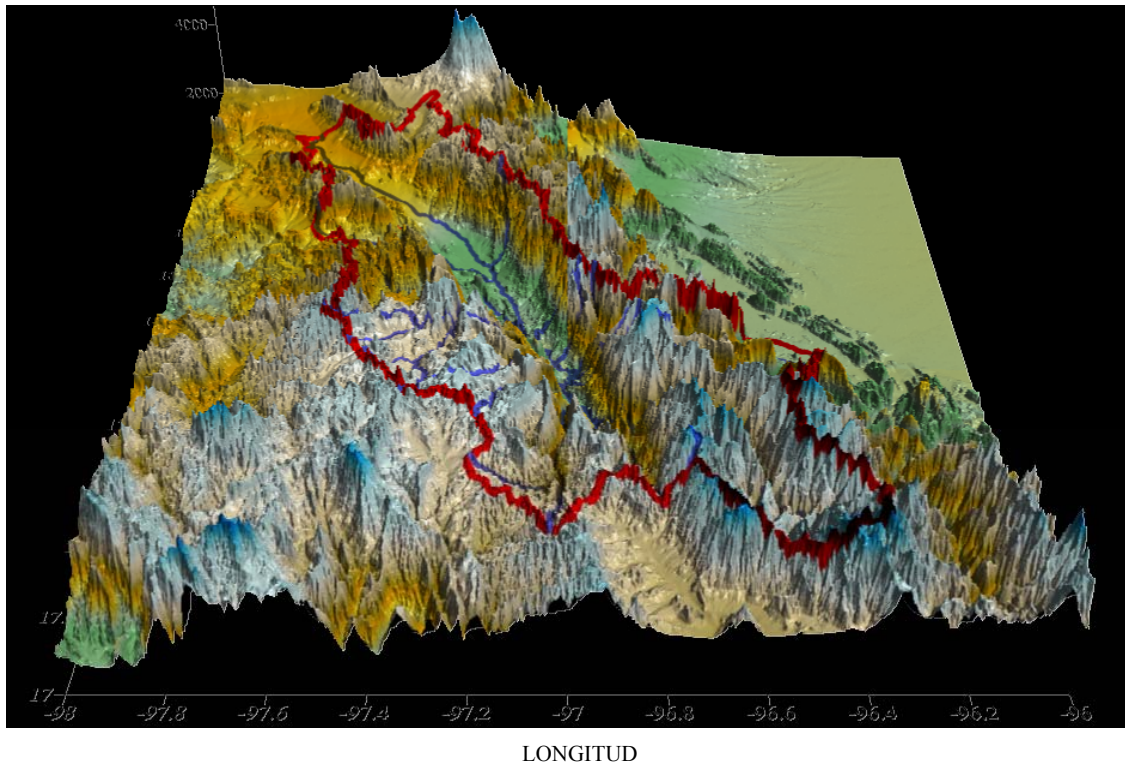


Figura 2.6 Modelo de elevación de la zona de estudio

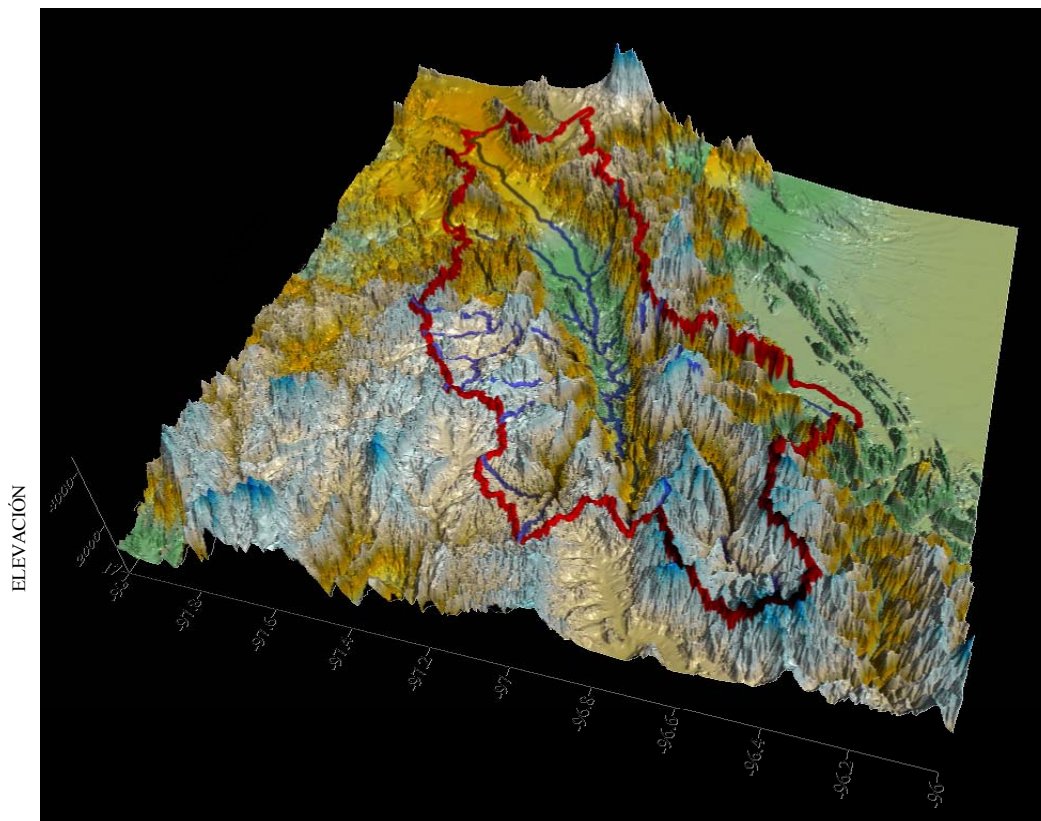


Figura 2.7 Modelo de elevación de la zona de estudio

## 2.1 ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DENTRO DE LA ZONA

Dentro de la zona se ubicaron 12 estaciones hidrométricas. En la tabla 2.1 se muestra la ubicación de las estaciones hidrométricas y en la tabla 2.2 se muestran los periodos de registro para cada una de las estaciones.

Tabla 2.1 Estaciones hidrométricas de la zona de estudio.

No	Clave	Nombre	Corriente	Cuenca	Estado	Longitud °W	Latitud °N
1	28016	Cantón	Río Santo Domingo	Río Papaloapan	Oax	-96.333	18.050
2	28019	Quiotepec	Río Grande	Río Quiotepec	Oax	-96.967	17.917
3	28064	Santo Domingo	Río Santo Domingo	Río Papaloapan	Oax	-96.550	18.033
4	28066	La Junta	Río Santo Domingo	Río Papaloapan	Oax	-96.933	17.925
5	28072	Xiquila	Río Xiquila	Río Papaloapan	Oax	-97.125	18.033
6	28074	La Angostura	Río Salado	Río Quiotepec	Oax	-97.042	18.000
7	28077	Tepelmeme	Río Tepelmeme	Río Xiquila	Oax	-97.325	17.886
8	28079	Dominguillo	Río Jayacatlan	Río Grande	Oax	-96.887	17.641
9	28082	Apoala	Río Apoala	Río Papaloapan	Oax	-96.983	17.767
10	28084	Matamba	Río Grande	Río Quiotepec	Oax	-97.132	17.754
11	28102	Axusco	Río Zapotitlan	Río Salado	Oax	-97.221	18.213
12	28104	Tomellín	Río Tomellín	Río Quiotepec	Oax	-96.916	17.764

Tabla 2.2 Periodo de registro de las estaciones.

No	Clave	Nombre	Periodo de Registro	Años de registro
1	28016	Cantón	1948 - 1988	41
2	28019	Quiotepec	1949 - 1978	30
3	28064	Santo Domingo	1953 - 1987	35
4	28066	La Junta	1954 - 1984	31
5	28072	Xiquila	1955 - 1980	26
6	28074	La Angostura	1955 - 1978	24
7	28077	Tepelmeme	1955 - 1978	24
8	28079	Dominguillo	1956 - 1986	31
9	28082	Apoala	1957 - 1979	23
10	28084	Matamba	1956 - 1986	31
11	28102	Axusco	1958 - 1978	21
12	28104	Tomellín	1959 - 1986	28
Media				27

Se tiene en promedio una longitud de registro de 29 años en las estaciones mencionadas. La estación Cantón es la que tiene la mayor longitud al contar con 41 años, mientras que la estación Axusco es la de menor longitud de registro al contar solamente con 21 años.

En la figura 2.8 se muestra la ubicación de las estaciones hidrométricas.

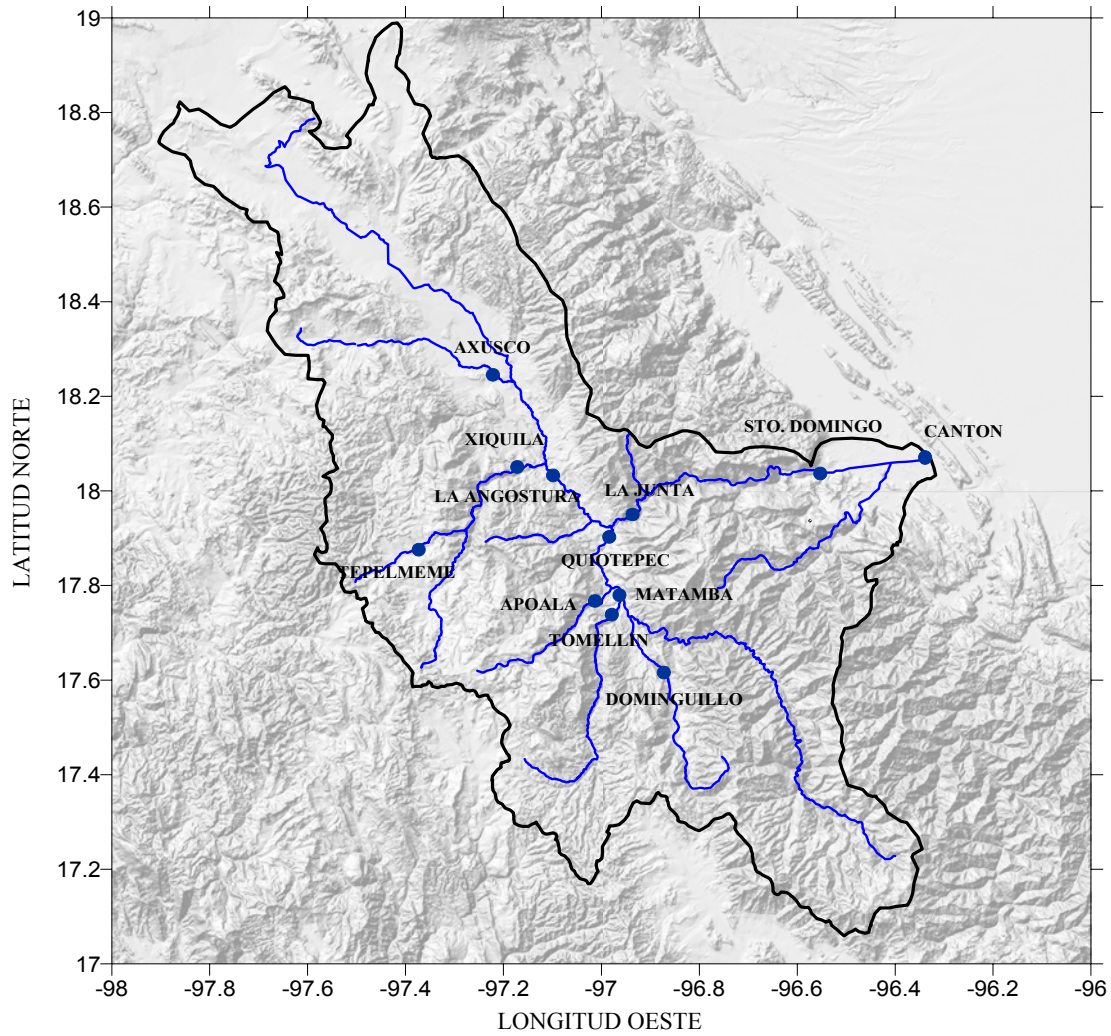


Figura 2.8 Ubicación de las estaciones hidrométricas.

Para cada una de las estaciones, se obtuvieron los gastos máximos anuales del Banco Nacional de Aguas Superficiales (BANDAS, 2000), que se muestran en las tablas 2.3 y 2.4.

Tabla 2.3 Gastos máximos anuales registrados en las estaciones hidrométricas (m<sup>3</sup>/s).

Año	Cantón 28016	Quiotepec 28019	Santo Domingo 28064	La Junta 28066	Xiquila 28072	La Angostura 28074
1948	900.30					
1949	938.00	208.00				
1950	2926.74	411.00				
1951	2306.87	390.00				
1952	2585.00	437.00				
1953	1565.00	357.00	740.00	484.00		
1954	2178.00	492.00	1260.00	506.00		
1955	1772.20	765.00	1242.00	1034.00	209.60	301.00
1956	2171.55	248.00	650.00	360.00	105.60	123.00
1957	1290.00	103.00	392.00	219.00	236.10	267.00
1958	4880.00	1415.00	1648.00	1440.00	221.00	268.00
1959	1958.00	260.00	825.00	502.00	310.00	355.00
1960	3060.00	639.00	1300.00	843.00	281.00	381.00
1961	2505.00	491.00	968.00	582.00	161.00	225.00
1962	1609.00	221.00	545.00	695.00	361.00	409.00
1963	1725.00	310.00	734.00	538.00	181.00	220.00
1964	1765.20	252.00	495.00	589.00	129.00	212.00
1965	2470.00	338.00	772.00	377.00	94.00	153.00
1966	2437.11	357.00	678.00	506.00	211.00	269.00
1967	1685.00	320.00	535.00	433.00	132.00	197.00
1968	2351.87	305.00	724.00	456.00	108.00	132.00
1969	3960.00	815.00	1697.00	1052.00	410.00	431.00
1970	2212.00	457.00	656.00	508.00	183.00	253.00
1971	1425.93	607.00	503.00	335.00	223.00	325.00
1972	2548.00	362.00	822.00	475.00	134.00	213.00
1973	3835.00	908.00	1340.00	1016.00	86.00	259.00
1974	3594.00	1430.00	1497.00	1505.00	315.00	358.00
1975	3968.00	976.00	1475.00	1032.00	169.00	260.00
1976	1990.87	431.00	885.84	620.00	246.00	267.00
1977	994.80	183.00	204.00	275.00	138.00	157.00
1978	1732.53	371.00	276.00	325.00	109.00	322.00
1979	2772.92		280.00		265.90	
1980	2150.78		1418.00		286.80	
1981	5082.00					
1982	1353.16		716.46	249.96		
1983	3691.00		1303.79	760.96		
1984	2392.00		888.08	570.92		
1985	1760.00		902.20			
1986	2021.88		735.69			
1987	1179.80		1010.39			
1988	2810.89					



Tabla 2.4 Gastos máximos anuales registrados en las estaciones hidrométricas (m<sup>3</sup>/s).

Año	Tepelmeme 28077	Dominguillo 28079	Apoala 28082	Matamba 28084	Axusco 28102	Tomellín 28104
1948						
1949						
1950						
1951						
1952						
1953						
1954						
1955	26.60					
1956	11.30	22.80		315.00		
1957	65.10	4.91	72.11	347.00		
1958	26.70	42.07	117.00	327.00	36.10	
1959	24.70	14.18	32.30	695.00	52.00	37.63
1960	26.00	37.22	40.40	538.00	38.00	54.78
1961	12.80	25.23	89.50	182.00	23.10	54.16
1962	17.20	10.10	21.70	784.00	43.50	53.60
1963	21.30	16.99	58.82	439.00	129.00	203.00
1964	12.70	5.66	5.84	312.00	136.00	102.00
1965	8.59	8.27	18.00	281.00	62.20	405.64
1966	9.33	23.32	64.40	275.00	96.80	26.47
1967	22.20	23.86	74.30	259.00	61.20	19.72
1968	14.50	16.20	22.02	244.00	35.00	41.38
1969	29.70	105.45	77.80	714.00	55.20	103.67
1970	17.20	14.50	114.15	254.00	71.70	138.00
1971	14.00	6.67	22.30	458.00	109.00	263.00
1972	13.60	12.88	17.00	278.00	188.00	72.50
1973	21.30	62.01	93.70	618.00	263.00	139.00
1974	50.40	113.56	93.00	335.00	48.00	133.00
1975	14.70	110.00	190.00	448.00	125.00	276.00
1976	14.70	43.00	98.40	256.00	72.50	147.00
1977	10.80	6.10	53.42	272.00	81.00	63.00
1978	12.60	39.00	37.81	639.00	261.00	24.30
1979			80.56			48.07
1980						93.93
1981						91.21
1982		7.05				
1983		26.81				44.89
1984		71.37				64.49
1985		19.94				49.70
1986		5.23				48.94

Es importante notar que las estaciones se encuentran en cauces naturales donde no hay regulación. En la tabla 2.5 se muestran los datos estadísticos de las series de gastos máximos anuales para cada una de las estaciones dentro de la zona de estudio.

Tabla 2.5 Estadísticos de las series de gastos máximos anuales ( $m^3/s$ ).

Clave	Estación	Media	Desv. Estandar	Coef. Var.	Coef. Asimetría
28016	Cantón	2355.01	1002.29	0.43	0.98
28019	Quiotepec	495.30	328.98	0.66	1.68
28064	Santo Domingo	885.84	403.21	0.46	0.37
28066	La Junta	630.65	332.16	0.53	1.24
28072	Xiquila	204.08	86.91	0.43	0.61
28074	La Angostura	264.88	84.11	0.32	0.20
28077	Tepelmeme	20.75	13.08	0.63	2.26
28079	Dominguillo	31.94	32.15	1.01	1.62
28082	Apoala	64.98	43.04	0.66	0.99
28084	Matamaba	403.04	176.57	0.44	0.92
28102	Axusco	94.63	69.14	0.73	1.49
28104	Tomellín	103.67	90.53	0.87	1.94

## 2.2 CARACTERÍSTICAS FISIAGRÁFICAS Y CLIMATOLÓGICAS DE LAS CUENCAS CORRESPONDIENTES A LAS ESTACIONES HIDROMÉTRICAS

Para la aplicación de los modelos regionales de regresión de potencias se requieren algunas características de las cuencas, por lo que éstas se determinarán para cada una de las estaciones hidrométricas.

Las características fisiográficas que se obtuvieron fueron el área de la cuenca, la longitud y la pendiente del cauce principal. Las características climatológicas que se determinaron fueron la precipitación media anual y la precipitación máxima en 24 horas para un periodo de retorno de 10 años. La climatología se obtuvo del Extractor Rápido de Información Climatológica (ERIC I).

Las características fisiográficas se determinaron con ayuda del software ARCVIEW y con la información vectorizada (topográfica, ríos y cuerpos de agua) en escala 1:250,000, la cual es editada por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía, e Informática (INEGI).

Las características climatológicas (precipitación media anual y máxima en 24 horas para un periodo de retorno de 10 años), se determinaron mediante polígonos de Thiessen y a partir de 55 estaciones climatológicas.

Las características fisiográficas y climatológicas obtenidas se muestran en la tabla 2.6.

Tabla 2.6 Características fisiográficas y climatológicas de las cuencas.

No	Clave	Estación	Área (km <sup>2</sup> )	Longitud del cauce principal (km)	Pendiente del cauce principal	hpa (mm)	hp max 24 h (mm)
1	28016	Cantón	14094.29	291.675	0.000923	943.00	123.00
2	28019	Quiotepec	4938.17	152.374	0.005135	711.00	81.00
3	28064	Santo Domingo	12325.14	216.435	0.005234	694.00	86.00
4	28066	La Junta	11420.54	160.325	0.005532	603.00	76.00
5	28072	Xiquila	1002.98	72.138	0.015864	547.00	81.00
6	28074	La Angostura	6051.72	140.976	0.008477	571.00	78.00
7	28077	Tepelmeme	157.38	21.215	0.003134	534.66	74.50
8	28079	Dominguillo	714.56	48.872	0.027935	526.13	78.00
9	28082	Apoala	367.47	44.053	0.046877	635.29	86.00
10	28084	Matamba	3854.38	111.282	0.010133	711.62	84.00
11	28102	Axusco	851.16	60.522	0.017330	973.00	93.00
12	28104	Tomellín	906.49	72.289	0.018567	585.00	83.00

\* hpa (precipitación media anual)

\*\* hp max 24 h (precipitación máxima en 24 h para Tr = 10 años)

Se delimitaron las subcuencas correspondientes a cada una de las estaciones hidrométricas involucradas en el estudio. En la tabla 2.7 y figura 2.9 se tienen las subcuencas definidas para cada una de las estaciones hidrométricas.

Tabla 2.7 Subcuencas dentro de la zona de estudio.

No.	Clave	Nombre	No.	Clave	Nombre
1	28016	Cantón	7	28077	Tepelmeme
2	28019	Quiotepec	8	28079	Dominguillo
3	28064	Santo Domingo	9	28082	Apoala
4	28066	La Junta	10	28084	Matamba
5	28072	Xiquila	11	28102	Axusco
6	28074	La Angostura	12	28104	Tomellín

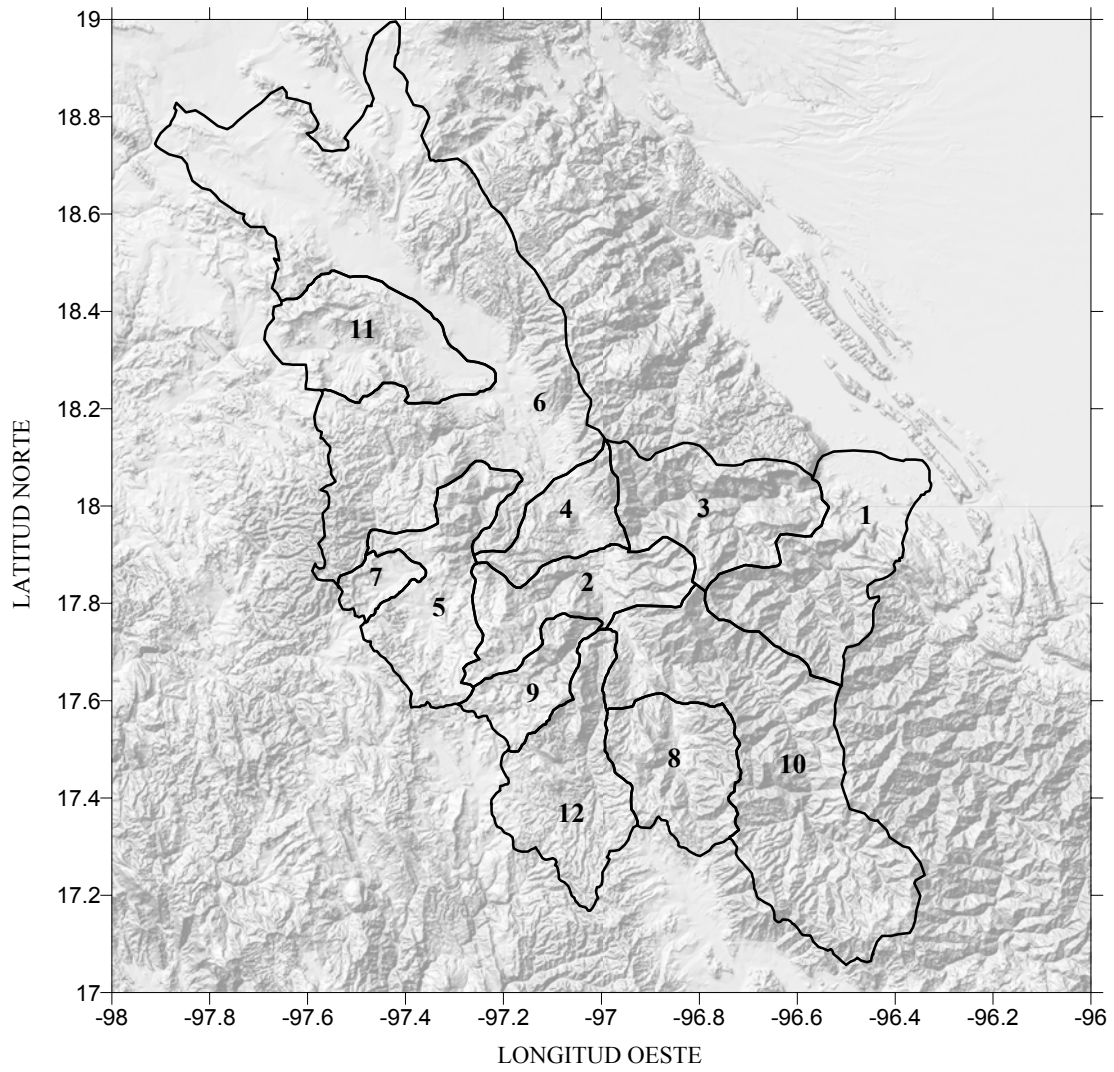


Figura 2.9 Subcuencas para cada una de las estaciones hidrométricas.

En la figura 2.10 se muestra la ubicación de las estaciones climatológicas que se utilizaron para la determinación de la hpa (precipitación media anual) y la hp max 24 h (precipitación máxima en 24 horas).

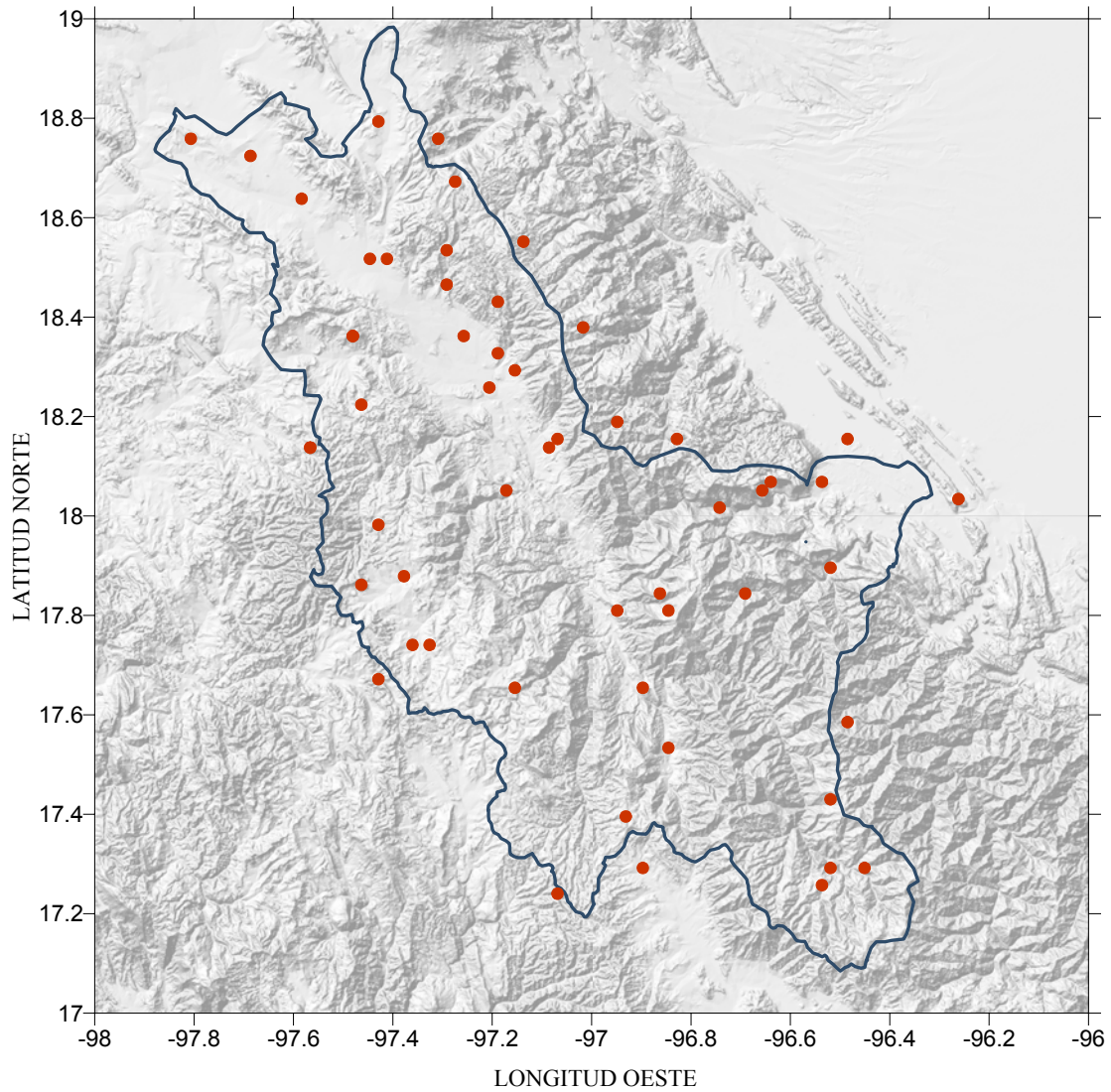


Figura 2.10 Ubicación de las estaciones climatológicas.

En la figura 2.11, se tienen los polígonos de Thiessen para las estaciones que se tomaron en cuenta.

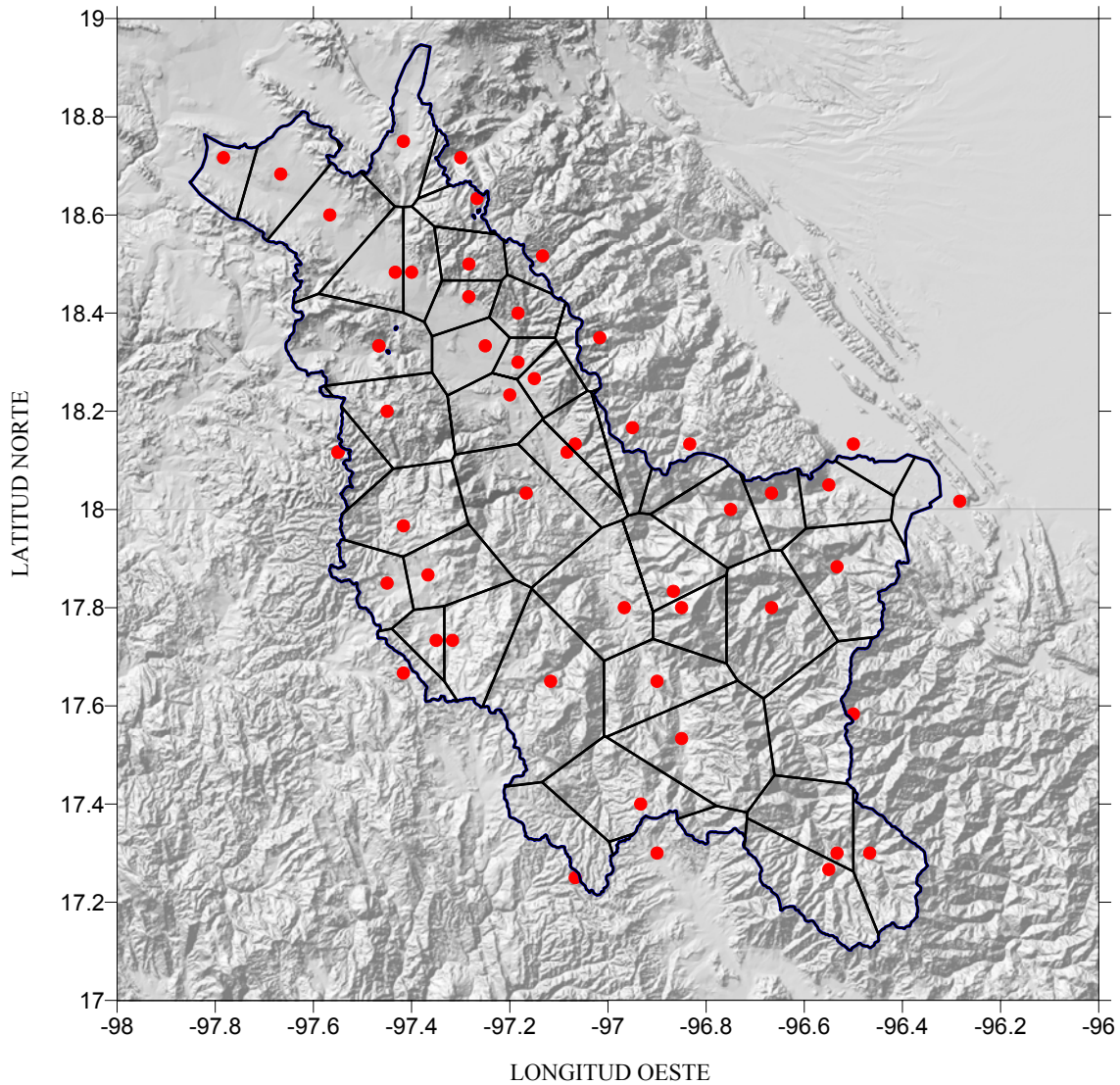


Figura 2.11 Polígonos de Thiessen para las estaciones climatológicas consideradas.



En la figura 2.12 se tiene las subcuencas para cada estación hidrométrica.

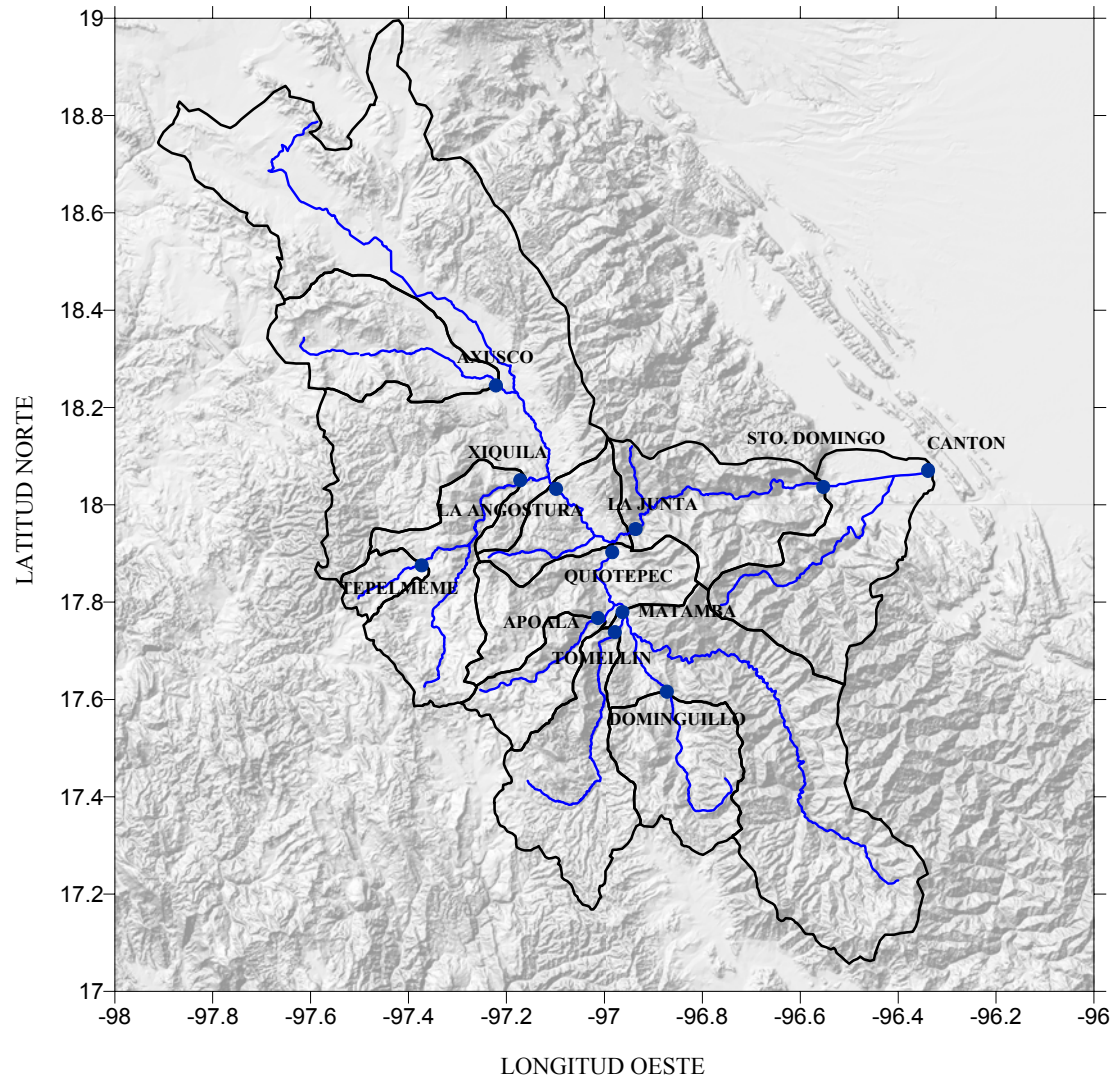


Figura 2.11 Subcuencas y estaciones hidrométricas.

## 2.3 HOMOGENEIDAD HIDROLÓGICA EN LA ZONA DE ESTUDIO

Para la aplicación de modelos regionales y análisis de frecuencia conjunto en una red de ríos es necesario que las estaciones que intervendrán presenten homogeneidad entre sí, por lo que se determinará con la aplicación de las pruebas de Kolgomorov – Smirnov, Wilcoxon y Langbein. Y con los resultados de estas pruebas se seleccionarán las estaciones que forman la región homogénea.

### 2.3.1 PRUEBA DE KOLGOMOROV – SMIRNOV (K – S)

Esta prueba permite determinar si los datos de dos muestras que, para este caso son gastos máximos anuales, provienen o no de una misma función de distribución, aún cuando ésta se desconozca. La única consideración de esta prueba es que las muestras a comparar sean independientes entre sí (Gómez, 2003).

La prueba se lleva a cabo mediante la obtención del estadístico de prueba  $D^*$ , el cual representa el máximo valor absoluto de la diferencia entre las funciones de distribución de probabilidad acumulada de las dos muestras, esto es (Benjamín *et al*, 1970)

$$D^* = \max |F_1^*(X^i) - F_2^*(Y^j)| \quad (1)$$

$$F_1^*(X^i) = \frac{i}{n_1} \quad \text{y} \quad F_2^*(Y^j) = \frac{j}{n_2} \quad (2)$$

donde

$F_1^*(X^i)$  y  $F_2^*(Y^j)$  son los valores de la función de distribución acumulada de la primera y segunda muestra respectivamente.

$X^i$  y  $Y^j$  son el  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo valor observado, ordenados de mayor a menor en la muestra de tamaño  $n$ .

$n_1$  y  $n_2$  son las longitudes de las dos muestras

Los valores de  $D_C$  se muestran en la tabla 2.8. Posteriormente, es necesario obtener un estadístico crítico  $D_C$ , el cual se estima en función del nivel de significancia  $\alpha$  y del tamaño de la muestra  $n$ . El valor del tamaño de muestra se obtiene con la siguiente ecuación:

$$n = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \quad (3)$$



Se tomará la prueba de la hipótesis nula de que las dos muestras provienen de la misma población, la cual consiste en comparar el valor  $D^*$  con el estadístico crítico  $D_C$ . Si el primero resulta menor, se concluye que las muestras provienen de la misma población.

Tabla 2.8 Valores del estadístico crítico  $D_C$  para la prueba K-S  
(Benjamín *et al*, 1970).

Longitud de la muestra ( $n$ )	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
5	0.51	0.56	0.67
10	0.37	0.41	0.49
15	0.30	0.34	0.40
20	0.26	0.29	0.35
25	0.24	0.26	0.32
30	0.22	0.24	0.29
40	0.19	0.21	0.25
Para valores de $n$ mayores	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Los resultados de la prueba se muestran en la tabla 2.9. La prueba fue realizada para un nivel de significancia  $\alpha$  de 0.05. Después de observar los resultados obtenidos de la prueba se puede determinar que se tiene una región homogénea con 9 estaciones hidrométricas ya que la prueba sirvió para determinar que las estaciones Axusco (28102), Cantón (28016) y La Angostura (28074), no pueden ser agrupadas o consideradas en la región homogénea, por lo que la región homogénea estaría conformada por las estaciones Santo Domingo (28064), La Junta (28066), Xiquila (28072), Dominguillo (28079), Tepelmeme (28077), Apoala (28082), Matamba (28084), Quiotepec (28019) y Tomellín (28104) los resultados de la prueba se muestran en la tabla 2.9.

Tabla 2.9 Resultados de la prueba de K – S.

Clave	28016	28019	28064	28066	28072	28074	28077	28079	28082	28084	28102	28104
28104	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
28102	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0		
28084	0	1	1	1	1	1	1	1	1			
28082	1	1	1	1	1	0	1	1				
28079	0	1	1	1	1	1	1					
28077	0	1	1	1	1	1						
28074	0	1	1	0	0							
28072	1	1	1	1								
28066	1	1	1									
28064	0	1										
28019	0											
28016												

\* 1 (homogénea), 0 (no homogénea)

### 2.3.2 PRUEBA DE WILCOXON

Esta prueba consiste en probar la hipótesis nula de que dos muestras provienen de una misma población, aún cuando no se conozca su función de distribución. Esta prueba toma la hipótesis de que las muestras son dependientes. Esta prueba solamente se puede aplicar a datos aparejados de las muestras, por lo que es necesario tomar un periodo común (Mendenhall, 1994).

Esta prueba se lleva a cabo mediante la obtención de las diferencias ( $D_i$ ) para cada uno de los  $n$  pares de datos, es decir

$$D_i = X_i - Y_i \quad (4)$$

donde

$X_i$  y  $Y_i$ , son los valores de las observaciones de la primera y segunda muestra respectivamente. Si las diferencias son igual a cero, éstas se eliminan, por lo que el número de pares de datos ( $n$ ) se reduce.

Se ordenan los valores absolutos de las diferencias obtenidas asignándole rango uno al más pequeño, rango dos al siguiente y así sucesivamente. Si dos o más de los valores absolutos de las diferencias tienen el mismo resultado para un mismo rango, se le asigna a cada miembro del conjunto empatado el promedio de los rangos que se les había asignado a estas diferencias.

Después de proceder a calcular la suma de los rangos para las diferencias negativas  $T_c^-$  y también para las diferencias positivas  $T_c^+$  y al valor más pequeño de ambas sumas se le denomina estadístico de prueba  $T$ , con este valor se evalúa la hipótesis de que las muestras provienen de la misma población.

El valor  $T$ , se debe comparar con el estadístico  $T_c$ , el cual se obtiene de la tabla 2.10 en función de un nivel de significancia  $\alpha$  y del número de pares de datos  $n$ . Si el valor de  $T$  es menor o igual que  $T_c$ , la hipótesis se acepta, por lo que las dos series provienen de una misma población. De lo contrario se rechaza, y se concluye que las series no provienen de una misma población.

Tabla 2.10 Valores críticos de  $T_c$  para la prueba de Wilcoxon (Mendenhall, 1994).

$\alpha$	Número de datos aparejados															
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0.1	1	2	4	6	8	11	14	17	21	26	30	36	41	47	54	60
0.05		1	2	4	6	8	11	14	17	21	25	30	35	40	46	52
0.02			0	2	3	5	7	10	13	16	20	24	28	33	38	43
0.01				0	2	3	5	7	10	13	16	19	23	28	32	37

$\alpha$	Número de datos aparejados															
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	35
0.1	68	75	83	92	101	110	120	130	141	152	163	175	188	201	214	214
0.05	59	66	73	81	90	99	107	117	127	137	148	159	171	183	195	195
0.02	49	56	62	69	77	85	93	102	111	120	130	141	151	162	174	174
0.01	33	49	55	68	68	76	84	92	100	109	118	128	138	149	160	160

$\alpha$	Número de datos aparejados														
	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
0.1	228	242	256	271	287	303	319	336	353	371	389	408	427	446	466
0.05	208	222	235	250	264	279	295	311	327	344	361	379	397	415	434
0.02	186	198	211	224	238	252	267	281	297	313	329	345	362	380	398
0.01	171	183	195	208	221	234	248	262	277	292	307	323	339	356	373

Para la aplicación se tomó un valor de significancia  $\alpha$  de 0.05. En la tabla 2.11 se muestran los resultados de la prueba, en los que se puede observar que las estaciones Axusco (28102), Cantón (28016) y Xiquila (28072), no pueden ser tomadas en cuenta dentro de la región homogénea, por lo que la región homogénea para esta prueba estaría conformada por La Junta (28066), La Angostura (28074), Quiotepec (28019), Matamba (28084), Apoala (28082), Tomellín (28104), Tepelmeme (28077), Domingullo (28079) y Santo Domingo (28064).

Tabla 2.11 Resultados de la prueba de Wilcoxon.

Clave	28016	28019	28064	28066	28072	28074	28077	28079	28082	28084	28102	28104
28104	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
28102	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1		
28084	1	1	1	1	0	1	1	1	1			
28082	1	1	1	1	0	1	1	1				
28079	1	1	1	1	1	1	1					
28077	1	1	1	1	0	1						
28074	1	1	1	1	0							
28072	0	1	0	1								
28066	1	1	1									
28064	1	1										
28019	1											
28016												

\* 1 (homogénea), 0 (no homogénea)

### 2.3.3 PRUEBA DE LANGBEIN

Esta prueba fue propuesta por Langbein y consiste en determinar cuándo los registros de un grupo de estaciones difieren entre ellos en cantidades que no son razonablemente esperadas al azar (Darlymple, 1960).

La prueba de Langbein supone que los gastos máximos anuales siguen una función de distribución de probabilidad Gumbel, debido a que fue desarrollada para el análisis de valores extremos (Gumbel, 1958).

$$F(q) = \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(q-\beta)}{\alpha}\right)\right\} \quad (5)$$

Para poder aplicar el método se necesita contar con un periodo común de datos para cada estación considerada  $n_1 = n_2 = n_3 \dots = n_{\text{común}}$ .

Se deberá calcular, de la serie de datos ordenados de mayor a menor, los gastos para un periodo de retorno de 2.33 años (evento medio según la distribución según la fdp de Gumbel) y para un periodo de 10 años para cada una de las series, y así poder calcular la relaciones  $R_{10}$ .

$$R_{10} = \frac{Q_{10}}{Q_{2.33}} \quad (6)$$

Los valores también se pueden obtener con la forma inversa de la distribución Gumbel.

$$X = \beta - \alpha \text{Ln}\{-\text{Ln}[F(x)]\} \quad (7)$$

$$X = \beta + \alpha(y) \quad (8)$$

$$y = -\text{Ln}\{-\text{Ln}[F(x)]\} \quad (9)$$

donde

$\alpha$  parámetro de escala

$\mu$  parámetro de ubicación

La variable reducida “y” tiene una desviación estándar (Darlymple, 1960):

$$\sigma_y = \frac{e^y}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{T_r - 1}} \quad (10)$$

donde

$n$  número de años del registro

$T_r$  período de retorno en años

Se obtiene el promedio de la relación  $Q_{2.33}/Q_{10}$  para toda la región. Además se vuelve a calcular el gasto para un periodo de retorno de 10 años, a partir de la relación promedio.

Entonces se acepta que el 95% de los valores se comportan según una distribución normal (Spiegel, 1970) y por lo tanto entrarán en el intervalo  $\pm 2\sigma_y$  del valor de  $T_r$ .

Como la prueba se basa en una avenida con un periodo de retorno de 10 años, se tiene:

$$2\sigma_y = \frac{0.666e^y}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

De esta manera, el valor de la variable reducida para un periodo de retorno de 10 años es 2.25 y los límites de confianza estará dados por (Gutiérrez, 1994):

$$2.25 \pm 6.33/\sqrt{n} \quad (12)$$

En la tabla 2.12 se muestran los intervalos de confianza para la prueba de Langbein, para diferentes tamaños de muestra.

Tabla 2.12 Intervalos de confianza de la prueba de homogeneidad de Langbein (Gutiérrez, 1994).

Tamaño de la muestra	Límite inferior $y - 2s_y$	Límite inferior $T_I$ (años)	Límite superior $y + 2s_y$	Límite superior $T_S$ (años)
5	-0.59	1.2	5.09	160
10	0.25	1.8	4.25	70
20	0.83	2.8	3.67	40
50	1.35	4.4	3.15	24
100	1.62	5.6	2.88	18
200	1.80	6.5	2.7	15
500	1.97	7.7	2.53	13
1000	2.05	8.3	2.45	12

Cada estación a ser probada se ubica en la gráfica de los intervalos de confianza, y si alguna de las estaciones queda fuera de los límites de confianza es excluida de la región homogénea. Para poder determinar cuáles estaciones tienen datos que no sean homogéneos se debe aplicar la prueba quitando cada una de las estaciones ya que una estación podría hacer que algunas quedaran fuera erróneamente.

Se tomó un periodo común de 20 años de registro. En la tabla 2.13 se muestran los gastos para los periodos de retorno de 2.33 y 10 años para cada una de las estaciones.

Se realizó la prueba de Langbein intentando encontrar la región homogénea. La prueba se realizó quitando cada una de las estaciones y se identificó que la estación Axusco provocaba que varias estaciones quedaran fuera, por lo que después de realizar varias pruebas se retiró la estación Axusco y todas las demás estaciones resultaron homogéneas. Los resultados de la prueba se muestran en la figura 2.12.

Tabla 2.13 Valores  $Q_{2.33}$  y  $Q_{10}$  para cada estación.

Estación	Gasto Máximo (m <sup>3</sup> /s)		$R = Q_{10}/Q_{2.33}$	$Q_m$	Longitud efectiva de registro (n)	$T_r$ para $Q_m$
	$Q_{2.33}$	$Q_{10}$				
Cantón	2351.870	3930.238	1.671	4383.68	41	17.491
Santo Domingo	885.837	1484.429	1.676	1651.121	34	16.121
Xiquila	214.911	325.222	1.513	400.575	26	17.133
Tepelmeme	18.233	37.980	2.083	33.985	24	9.196
Apoala	73.597	115.575	1.570	137.179	23	15.317
Matamba	238.679	371.000	1.554	444.877	23	18.187
La Angostura	267.252	392.200	1.468	498.134	24	31.340
Quiotepec	424.587	967.226	2.278	791.393	30	6.240
La Junta	572.205	1052.000	1.839	1066.540	29	10.187
Tomellín	91.210	264.857	2.904	170.007	27	6.175
Dominguillo	20.289	39.507	1.947	37.817	28	4.180

$R_{promedio} =$	1.8639
------------------	--------

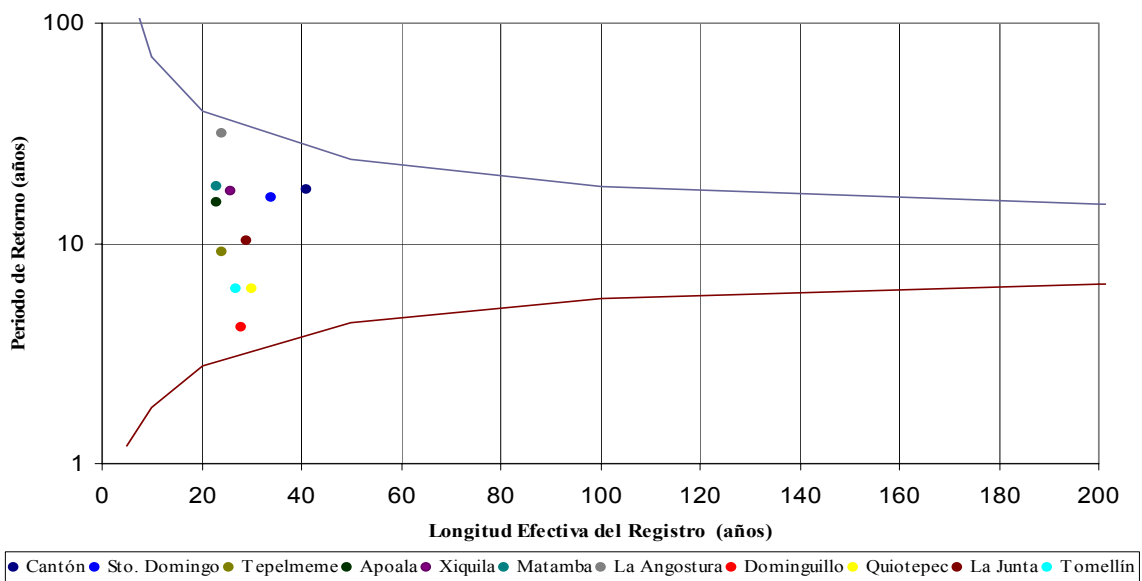


Figura 2.12 Prueba de Langbein a la zona de estudio.

También se aplicó la prueba de Langbein para dos poblaciones. La metodología es la misma que la anterior, sólo que ahora las hipótesis es que las series se ajustan a una distribución Gumbel Doble, y se deben tomar los nuevos límites para la prueba de homogeneidad de Langbein, los cuales se muestran en la tabla 2.14.

Tabla 2.14 Intervalos de confianza para la prueba de Langbein para dos poblaciones (Gutiérrez y Ramírez, 2005).

Tamaño de la muestra	Límite inferior $y - 2 s_y$	Límite inferior $T_I$ (años)	Límite superior $y + 2 s_y$	Límite superior $T_S$ (años)
5	0.84	2.84	3.66	39.54
10	1.25	4.01	3.25	26.30
20	1.54	5.20	2.96	19.75
30	1.67	5.84	2.83	17.41
40	1.75	6.27	2.75	16.15
50	1.80	6.58	2.70	15.34
100	1.93	7.43	2.57	13.52
200	2.03	8.10	2.47	12.37
500	2.11	8.75	2.39	11.44
1000	2.15	9.10	2.35	10.99

Al aplicar la prueba de Langbein con los límites para dos poblaciones se observa que las estaciones que quedan fuera de la región homogénea son La Angostura, Dominguillo y Cantón.

En la figura 2.13 se muestra de la prueba de homogeneidad de Langbein con los límites de confianza para dos poblaciones.

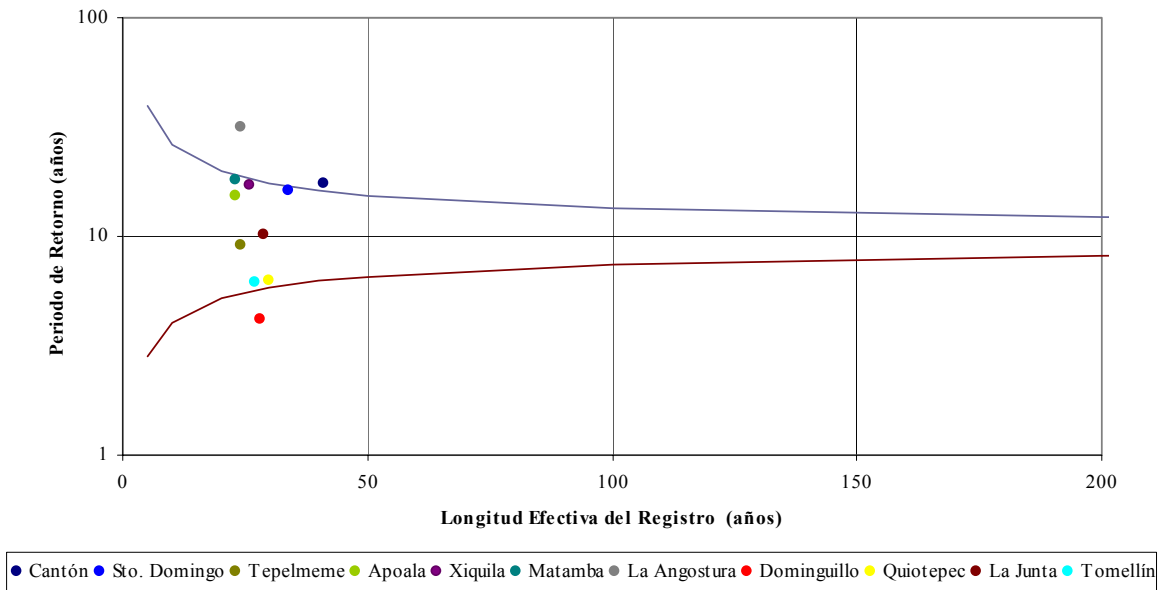



Figura 2.13 Prueba de Langbein para dos poblaciones en la zona de estudio.

### 2.3.4 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE HOMOGENEIDAD

Después de observar los resultados obtenidos de las pruebas de homogeneidad tabla 2.15, se determinó que estaciones se consideran homogéneas para la región de estudio en función de la prueba de Langbein ya que esta prueba además de tener bases estadísticas tiene bases hidrológicas. En consecuencia la estación Axusco no podrá formar parte de la región hidrológica.

Tabla 2.15 Resultados de la pruebas de homogeneidad.

Estación	Pruebas de Homogeneidad			
	K-S	Wilcoxon	Langbein	Langbein dos poblaciones
Cantón				
Quiotepec				
Santo Domingo				
La Junta				
Xiquila				
La Angostura				
Tepelmeme				
Dominguillo				
Apoala				
Matamaba				
Axusco				
Tomellín				

 Región homogénea

La región homogénea queda entonces conformada por las estaciones Cantón, Quiotepec, Santo Domingo, La Junta, Xiquila, La Angostura, Tepelmeme, Dominguillo, Apoala, Matamba y Tomellín, por lo que esta región será con la que se trabajará en los modelos regionales, excepto para el método de la avenida índice (dos poblaciones), ya que para ella se utilizarán las estaciones que se obtuvieron como resultado de la aplicación de la prueba de Langbein para dos poblaciones, en la que quedan excluidas Cantón, Dominguillo y La Angostura.

En las figura 2.14 se muestran las región definida con las que se trabajará con los modelos regionales.



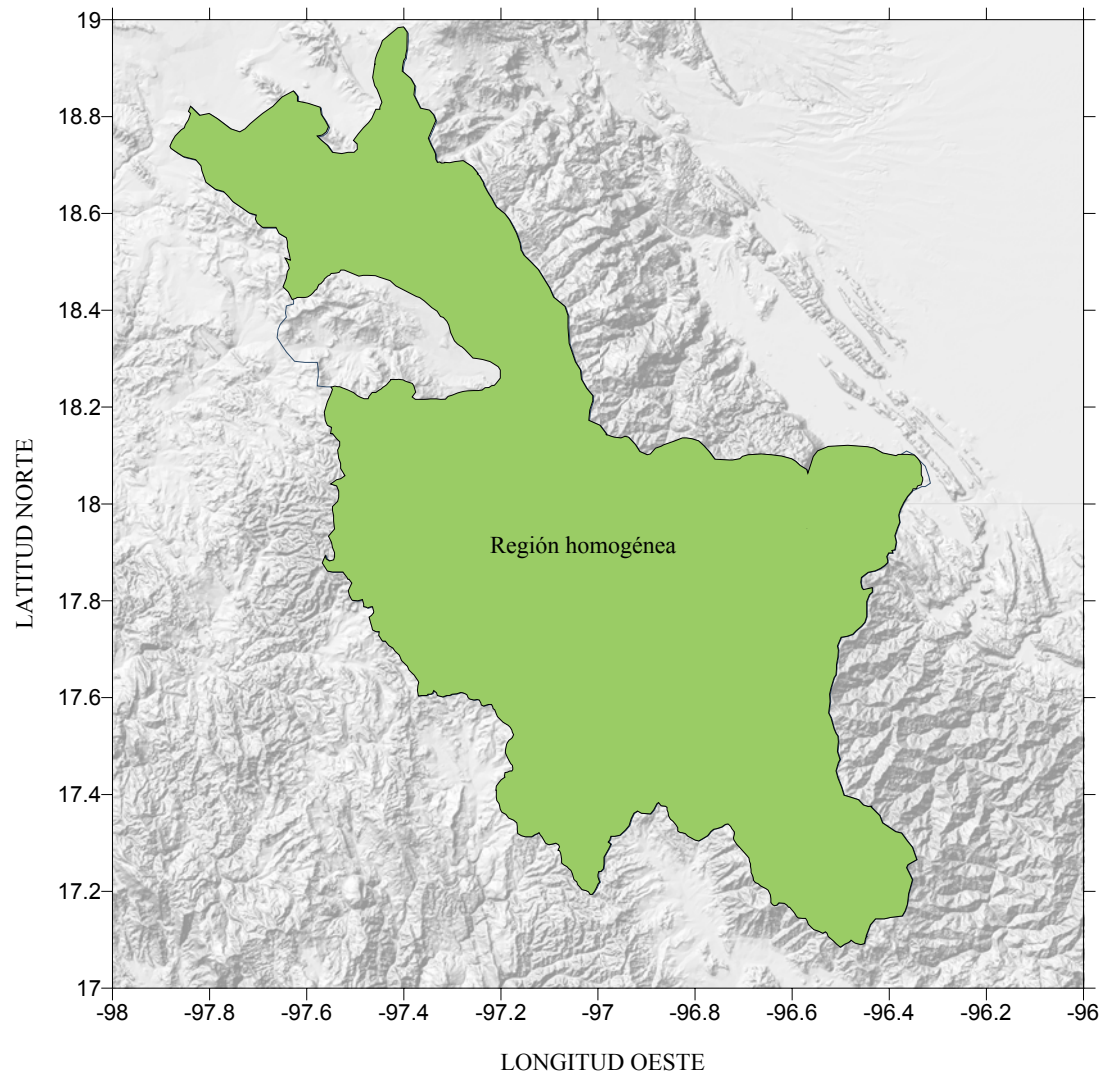


Figura 2.14 Región homogénea.

## 2.4 ANÁLISIS DE FRECUENCIAS

Casi todas las funciones de distribución existentes para variables aleatorias continuas pueden aplicarse en hidrología, pero la experiencia ha demostrado que solamente un número limitado de funciones se ajustan a distribuciones empíricas hidrológicas, en particular para valores extremos.

Las funciones de distribución que se utilizaron para el análisis de frecuencias de los gastos máximos anuales fueron:

- a. Normal
- b. Log Normal con 2 y 3 parámetros
- c. Gumbel
- d. Gumbel Doble
- e. Gamma 2 y 3 parámetros
- f. Exponencial 2 parámetros

El ajuste se realizó con ayuda del programa AX.EXE (Jiménez, 1997) con el que se determinó la función de mejor ajuste para cada una de las estaciones usando la estimación de parámetros por momentos. Para el caso de la distribución Gumbel Doble, sus parámetros se optimizaron mediante el algoritmo de Rosenbrock (Campos, 1989).

De los resultados obtenidos se observó que la función de distribución Gumbel Doble fue la que mejor ajuste tuvo a cada una de las estaciones optimizando los cinco parámetros. El EEA (Error estándar de ajuste) correspondiente se muestra en la tabla 2.16.

Tabla 2.16 Errores estándar de ajuste.

Clave	Estaciones	EEA							
		Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
			2p	3p			2p	3p	
28016	Cantón	274.61	163.95	168.92	161.64	<b>115.8</b>	171.39	163.55	214.02
28019	Quiotepec	147.73	90.63	93.2	101.44	<b>73.22</b>	94.17	86.73	79.41
28064	Santo Domingo	147.73	90.63	93.2	101.44	<b>53.25</b>	94.17	86.73	79.41
28066	La Junta	120.5	78.93	80.86	80.8	<b>51.53</b>	80.61	76.68	75.92
28072	Xiquila	19.11	15.62	14.07	14.43	<b>9.56</b>	12.84	13.61	22.29
28074	La Angostura	14.04	17.36	13.73	18.4	<b>12.35</b>	14.68	296.53	29.28
28077	Tepelmeme	7.08	4.78	4.75	5.33	<b>1.99</b>	5.21	4.56	4.32
28079	Dominguillo	15.75	11.62	10.59	11.31	<b>4.48</b>	9.3	9.69	8.78
28082	Apoala	13.19	12.94	10.84	10.63	<b>10.18</b>	10.97	10.69	12.83
28084	Matamaba	58.09	56.39	57.45	51.53	<b>40.93</b>	51.48	52.68	62.83
28102	Axusco	30.05	21.95	21.24	21.72	<b>10.16</b>	19.79	19.71	18.32
28104	Tomellín	44.82	27.55	27.31	31.21	<b>17.87</b>	25.63	24.89	22.83

Nota: 2p (2 parámetros), 3p (3 parámetros)

### 2.4.1 FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN GUMBEL DOBLE

En muchos lugares, especialmente en las zonas costeras de México, los gastos máximos anuales pertenecen a dos poblaciones diferentes: la primera es de los gastos producidos por precipitaciones relacionadas con los fenómenos meteorológicos dominantes en la región de estudio, y la segunda de los gastos producidos por precipitaciones ciclónicas, normalmente mayores que los primeros (Aparicio, 1997).

Para el análisis se plantea la función de distribución de probabilidad para dos poblaciones considerando que los grupos son mutuamente excluyentes, es decir un cierto gasto se debe a un evento ciclónico o no, por lo que la función de distribución de probabilidad para una muestra que presente la presencia de dos poblaciones estará definida como (Campos, 1989).

$$F(q) = P \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(q-\beta_1)}{\alpha_1}\right)\right\} + (1-P) \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(q-\beta_2)}{\alpha_2}\right)\right\} \quad (13)$$

donde:

$P$  es la probabilidad de tener eventos no ciclónicos, adimensional

$q$  es el gasto máximo anual para el cual se estima la probabilidad de no excedencia en  $m^3/s$

$\alpha_1$  es el parámetro de escala de la población no ciclónica en  $m^3/s$

$\beta_1$  es el parámetro de ubicación de la población no ciclónica en  $m^3/s$

$\alpha_2$  es el parámetro de escala de la población ciclónica en  $m^3/s$

$\beta_2$  es el parámetro de ubicación de la población ciclónica en  $m^3/s$

la función de densidad es:

$$f(q) = \frac{dF(q)}{dq} = \frac{P}{\alpha_1} \exp\left\{-\frac{(q-\beta_1)}{\alpha_1} - \exp\left(-\frac{(q-\beta_1)}{\alpha_1}\right)\right\} + \frac{(1-P)}{\alpha_2} \exp\left\{-\frac{(q-\beta_2)}{\alpha_2} - \exp\left(-\frac{(q-\beta_2)}{\alpha_2}\right)\right\} \quad (14)$$

Para la estimación de los parámetros se utilizó el método del error cuadrático mínimo. El cual esta dado por la siguiente ecuación:

$$E = \sum_{i=1}^n [\hat{F}(q_i) - F(q_i)]^2 W_i \quad (15)$$

donde

- $E$  error cuadrático pesado
- $F(q_i)$  valores empíricos
- $\hat{F}(q_i)$  valores estimados
- $n$  número de registros
- $W_i$  peso asignado al error cometido, que es la estimación de la función de distribución en el orden  $i$

Esta ecuación para resolverse debe minimizarse, y el algoritmo utilizado para minimizar las funciones es el de Rosenbrock (Campos, 1989), el cual se aplica a funciones de múltiples variables no restringidas y su característica principal es la búsqueda de la solución de forma directa y rápida, es decir no hay que evaluar las derivadas de las funciones.

Los parámetros obtenidos con la optimización de parámetros para la función Gumbel Doble se muestran en la tabla 2.17. De la misma manera, en la tabla 2.18 se muestran los gastos para los diferentes periodos de retorno obtenidos para cada estación.

Tabla 2.17 Parámetros de la función Gumbel Doble.

Clave	Estaciones	Parámetros				
		$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$P$
28016	Cantón	659.20	1804.98	600.96	4332.49	0.918
28019	Quiotepec	116.82	305.15	227.79	977.37	0.870
28064	Santo Domingo	278.24	618.38	113.83	1434.43	0.836
28066	La Junta	148.30	416.22	239.06	1105.28	0.806
28072	Xiquila	50.68	139.38	54.77	296.00	0.752
28074	La Angostura	62.17	211.88	28.06	383.97	0.868
28077	Tepelmeme	4.89	14.03	22.92	41.21	0.856
28079	Dominguillo	30.07	54.06	43.71	236.17	0.856
28082	Apoala	27.19	188.03	58.85	326.04	0.868
28084	Matamaba	109.13	242.62	177.96	877.82	0.846
28102	Axusco	11.85	13.47	19.29	95.06	0.846
28104	Tomellin	28.30	52.05	75.47	215.36	0.774

Tabla 2.18 Gastos ( $m^3/s$ ) obtenidos para diferentes.

Clave	Estaciones	Tr ( años)									
		2	5	10	20	50	100	500	1000	5000	10000
28016	Cantón	2133.51	3112.63	3998.91	4629.88	5280.75	5731.35	6737.56	7167.40	8150.82	8567.63
28019	Quiotepec	373.93	592.12	911.10	1143.61	1384.16	1551.15	1925.25	2083.35	2451.02	2617.69
28064	Santo Domingo	803.54	1353.59	1508.64	1625.57	1784.09	1920.46	2308.09	2495.30	2935.65	3134.67
28066	La Junta	525.86	915.76	1197.03	1400.61	1638.31	1809.61	2198.44	2364.67	2747.38	2922.63
28072	Xiquila	184.76	291.81	342.42	385.26	437.88	476.45	564.69	602.59	690.23	728.13
28074	La Angostura	248.87	358.16	399.11	429.04	468.99	502.40	591.90	633.66	733.87	773.46
28077	Tepelmeme	16.92	25.64	39.39	60.78	84.77	101.53	139.09	155.06	192.16	207.89
28079	Dominguillo	21.08	47.64	94.46	113.18	133.14	147.18	178.70	192.20	223.55	236.00
28082	Apoala	204.19	254.32	315.52	371.24	432.61	475.65	572.05	612.91	707.93	748.47
28084	Matamaba	397.46	683.81	759.76	846.83	1005.13	1141.68	1464.03	1603.16	1923.80	2070.37
28102	Axusco	72.72	135.05	230.73	274.04	319.53	351.39	422.86	453.25	522.99	553.15
28104	Tomellín	75.60	172.36	257.39	320.83	395.61	449.66	572.52	624.77	747.89	796.49

## **CAPÍTULO III**

### **APLICACIÓN DE MODELOS REGIONALES Y ANÁLISIS DE FRECUENCIAS CONJUNTO**

En este capítulo se realiza la estimación de gastos para diferentes períodos de retorno en sitios no aforados ubicados en una red de ríos, utilizando las metodologías de modelos regionales y análisis de frecuencia conjunto. Para la calibración se consideran tres sitios como si no estuvieran aforados (Quiotepec, Tomellín y La Junta). Con el objeto de comparar los resultados con mediciones, ya que las estaciones Quiotepec y La Junta se encuentran aguas abajo de una confluencia de ríos y se conoce la función de distribución en los sitios, se determinará qué tanto los métodos mencionados representan estadísticamente la función de distribución en cada sitio y se determinará el modelo regional que mejor se ajusta a la zona de estudio.

#### **3.1 REGIONALIZACIÓN HIDROLÓGICA**

Las técnicas de regionalización hidrológica han sido desarrolladas principalmente para estimar escurrimientos puntuales en sitios en donde no existen estaciones hidrométricas o que la información hidrométrica es limitada o escasa (Taffa, 1991). Gracias a la robustez de los procedimientos regionales, éstos son una excelente herramienta para estimar eventos extremos en países en donde las redes de medición aún no se encuentran muy desarrolladas

(Koutsoyiannis *et al*, 1998; Ouarda *et al.*, 2001). Existen numerosas ventajas al utilizar un procedimiento regional sobre un grupo de cuencas hidrológicamente homogéneas, comparado por ejemplo, con un análisis de frecuencias sobre un solo sitio de medición. En general se puede afirmar que estas técnicas de regionalización comprenden tres etapas fundamentales:

1. *La delimitación de regiones hidrológicamente homogéneas.* Esta es la etapa más difícil de un proceso de regionalización hidrológica (Smithers y Schulze, 2001). La desagregación de una gran región en subregiones similares, permitiría por ejemplo, disminuir los errores que se generan al transferir tormentas o datos hidrológicos en general de una cuenca a otra.
2. *Un análisis de frecuencias en cada punto de medición* (Krzysztofowicz, 2001). Ésta sigue siendo una etapa primordial debido a que los eventos deben asociarse con los períodos de retorno específicos de cada región (Wiltshire, 1985 y 1986; Burn, 1989 y 1997); Castellarin *et al.*, 2001). En regiones afectadas por fenómenos hidrometeorológicos extremos, la distribución de probabilidad de Gumbel continúa siendo la más utilizada (Heo *et al.*, 2001).
3. *Desarrollar relaciones regionales.* El procedimiento más utilizado para identificar estas relaciones es la correlación múltiple. Normalmente se correlacionan los gastos asociados a diferentes períodos de retorno con las características fisiográficas de la cuenca. Incluso una práctica común consiste en asociar los parámetros de la distribución de ajuste con las características fisiográficas (Prabhata *et al*, 1995).

### 3.2 MODELOS REGIONALES

El análisis regional hidrológico tiene como objetivo inferir eventos para ciertos periodos de retorno en sitios donde se cuenta con información escasa o nula. Existen diversos métodos para realizar dicho análisis, algunos de los cuales emplean las características fisiográficas y/o meteorológicas de la zona de estudio.

La mayoría de las técnicas regionales se basan en series de máximos anuales y unas pocas en series de excedentes anuales.

En este capítulo se aplicaron los siguientes métodos: Estaciones-Año, Avenida Índice (Gumbel), Avenida Índice Dos Poblaciones, Modelos de Regresión de Potencias, Aplicación de la Transformación de Box-Cox y Análisis Regional de Frecuencia GVE/MPP.

A continuación se hace una breve descripción de los métodos, su aplicación y los resultados obtenidos.

### 3.2.1 MÉTODO DE LAS ESTACIONES-AÑO

El método de las estaciones-año usa una sola muestra de datos conformada por un registro de eventos estandarizados con la media y la desviación estándar. Para la aplicación de esta técnica no se requiere que las muestras tengan una longitud de registro común. Sin embargo, se recomienda que cada estación usada en el análisis cuente con una longitud de registro de 10 años como mínimo (Escalante y Reyes, 2002).

#### METODOLOGÍA

La notación para los eventos analizados (gastos máximos anuales) será  $Q_i^j$ , donde  $j$  es el número de sitio (estación hidrométrica) dentro de la región e  $i$  representa el tamaño de la muestra, la metodología comprende los siguientes pasos:

- a) Para poder emplear la técnica de las estaciones-año se deberá previamente probar la homogeneidad de las series, la cual se determinó en el capítulo anterior. Una vez definida la región homogénea, se procede a determinar los estadísticos  $\bar{X}_j$  y  $S_j$  de las series  $Q_i^j$ .

Donde

$\bar{X}_j$  es la media de la serie del sitio  $j$

$S_j$  es la desviación estándar de la serie del sitio  $j$

- b) Se genera una muestra estandarizada para cada estación:

$$q_i^j = \frac{(Q_j^i - \bar{X}_j)}{S_j} \quad (16)$$

- c) Se forma un solo registro llamado estaciones-año de tamaño  $n_T = \sum_{j=1}^{ms} n_j$ , usando la variable estandarizada  $q_i^j$ .

Al registro formado por los valores estandarizados, se le ajustan diversas distribuciones de probabilidad, seleccionando la que proporcione mejor ajuste de acuerdo con una prueba de bondad. Una vez determinada la función de mejor ajuste se estiman los eventos regionales para los diferentes periodos de retorno:

$$(q)_{T_r} = \left( \frac{Q - \bar{X}}{S} \right)_{T_r} \quad (17)$$



En este caso se usarán periodos de retorno de 2, 5, 10, 20, 50, 100, 500, 1000, 5000 y 10000 años.

- d) Con los valores de los eventos regionales para los diferentes periodos de retorno es posible determinar un evento  $Q_{Tr}^j$ , aún cuando sea en un sitio con escasa información, simplemente utilizando la ecuación siguiente.

$$Q_{Tr}^j = (q * S_j + \bar{X}_j) \quad (18)$$

- e) Para llevar acabo la inferencia de los eventos  $Q_{Tr}^j$  en los sitios no aforados se deberán realizar las gráficas  $A_j - \bar{X}_j$  y  $A_j - S_j$  donde  $A_j$  es área drenada de cada estación. A partir de las gráficas se establece una correlación lineal, potencial o polinomial, dependiendo de su coeficiente de correlación, y de la ecuación obtenida se infieren los datos  $\bar{X}$  y  $S$  para cada área drenada del sito, y a partir de estos estadísticos se pueden obtener los eventos  $Q_{Tr}^j$  en el sito no aforado.

## APLICACIÓN

Para la aplicación del método se tomó en cuenta la región homogénea definida en el capítulo anterior.

En la tabla 3.1 se muestran los estadísticos de las estaciones usadas en la aplicación.

Tabla 3.1 Estadísticos para cada una de las estaciones (m<sup>3</sup>/s).

Estación	$n$	$\bar{X}$	$S$
Cantón	41	2355.01	1002.29
Santo Domingo	34	885.84	403.21
Xiquila	26	204.08	86.91
Apoala	23	64.98	43.04
La Angostura	24	264.88	84.11
Dominguillo	28	31.94	32.15
Tepelmeme	24	20.75	13.08
Matamba	23	403.04	176.57
	$\Sigma = 223$		

donde

$n$  es el número de datos de la estación

Al registro formado por los valores estandarizados se le ajustaron diferentes distribuciones de probabilidad, obteniendo como mejor ajuste la distribución Gumbel, lo cual se obtuvo con la aplicación del software AX.EXE (Jiménez, 1997). En la tabla 3.2 se muestran los estadísticos y los parámetros obtenidos para la serie estandarizada.

Tabla 3.2 Estadísticos de la serie estandarizada ( $m^3/s$ ).

$N$	223
$\bar{X}$	0.000
$S$	0.9841
$\alpha$	1.303
$\beta$	-0.443

En la tabla 3.3 se muestran los valores regionales para los diferentes periodos de retorno de la zona en estudio.

Tabla 3.3 Valores regionales para los diferentes periodos de retorno.

Tr (años)	$q_{Tr}$
2	-0.162
5	0.708
10	1.284
20	1.837
50	2.552
100	3.088
500	4.327
1000	4.859
5000	6.095
10000	6.627

Se realizaron la gráficas  $A_j - \bar{X}_j$  y  $A_j - S_j$ . Se optó por obtener las gráficas por separado para un área  $< 5000 \text{ km}^2$  y para área  $> 5000 \text{ km}^2$ , ya que con éstos se mejoraron los coeficientes de correlación de las curvas de ajuste a los datos. Se utilizaron ajustes lineal, de orden dos, de orden tres, exponencial, potencial y logarítmico. Con estos se obtuvieron las ecuaciones 20, 21, 22 y 23 con las cuales se tenía el mejor coeficiente de correlación. Con estas ecuaciones es posible estimar  $\bar{X}_j$  y  $S_j$ , en función del área drenada del sitio de interés. En la tabla 3.4 se muestran los valores de los estadísticos obtenidos para las estaciones Quiotepec, Tomellín y La Junta.

Para Área < 5000 km<sup>2</sup>:

$$\bar{X} = 0.1216 * A + 21.079 \quad (19)$$

$$S = 0.0457 * A + 19.469 \quad (20)$$

Para Área > 5000 km<sup>2</sup>:

$$\bar{X} = 5E - 07 * A^{2.2575} \quad (21)$$

$$S = 5E - 09 * A^{2.6449} \quad (22)$$

En las figuras 3.1 a 3.4 se muestran las gráficas de inferencia regional de la zona,  $A - \bar{X}$  y  $A - S$ .

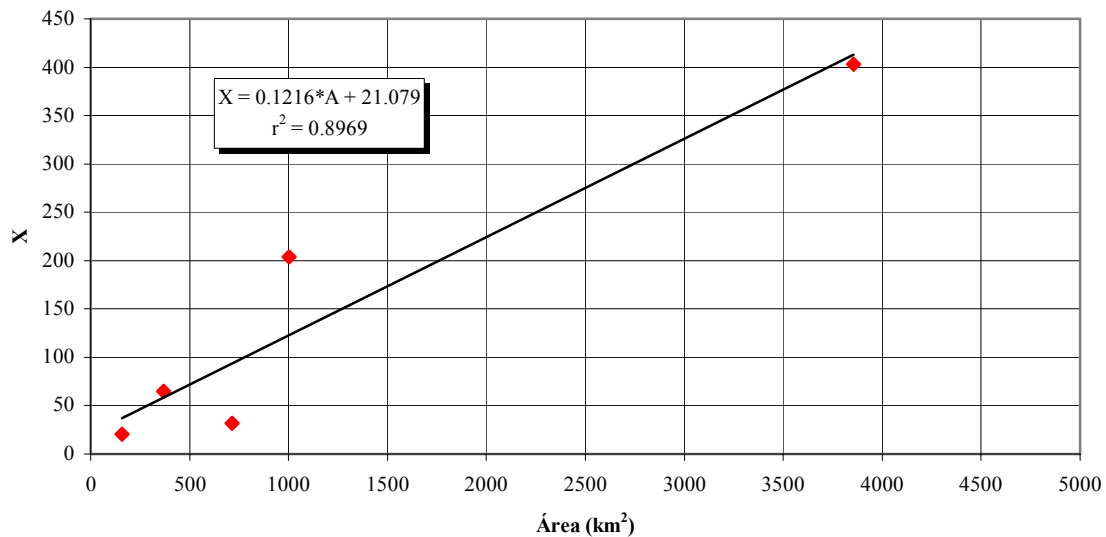


Figura 3.1 Gráfica de inferencia de la zona  $A - \bar{X}$  para  $A < 5000$  km<sup>2</sup>.

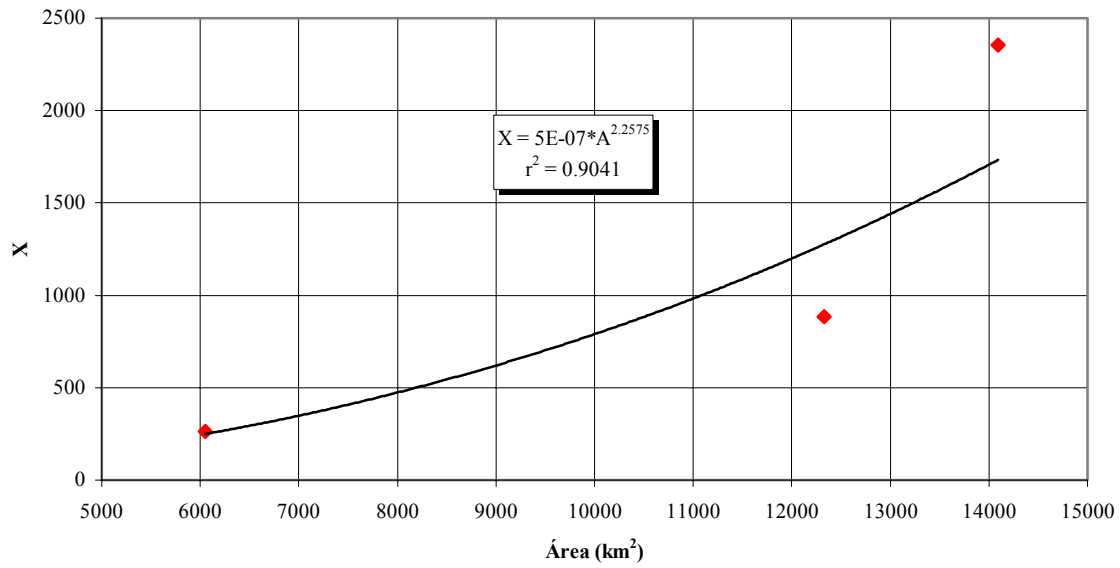


Figura 3.2 Gráfica de inferencia de la zona  $A - \bar{X}$ , para  $A > 5000 \text{ km}^2$ .

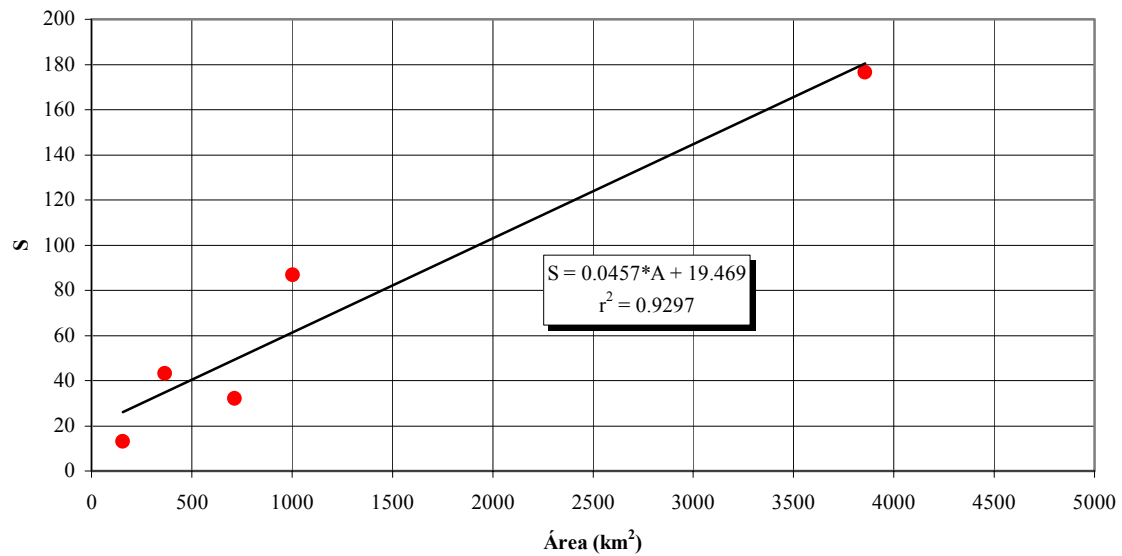


Figura 3.3 Gráfica de inferencia de la zona  $A - S$ , para  $A < 5000 \text{ km}^2$ .

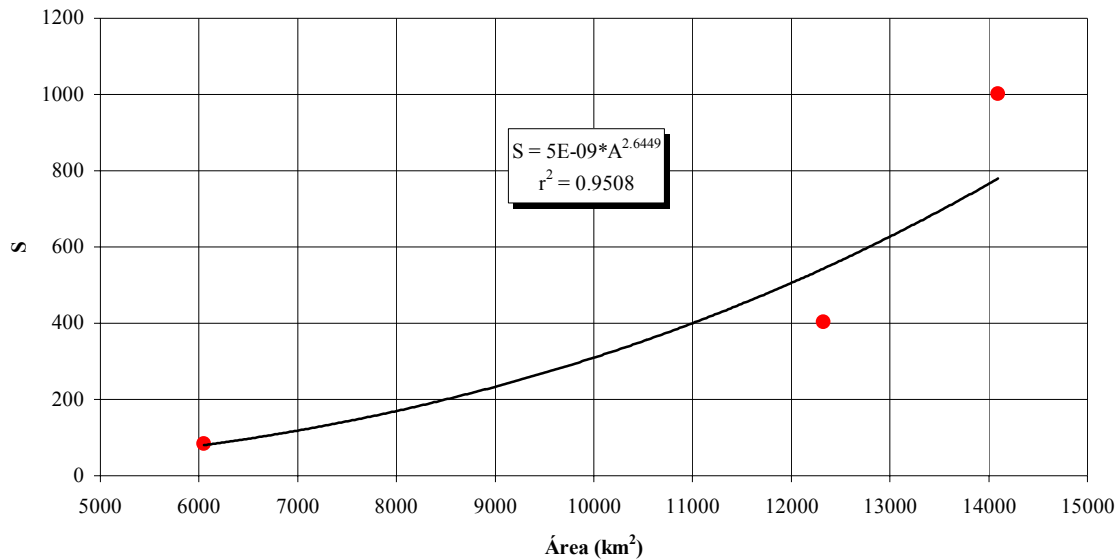


Figura 3.4 Gráfica de inferencia de la zona  $A - S$ , para  $A > 5000 \text{ km}^2$ .

Tabla 3.4 Valores de los estadísticos para las estaciones consideradas sin aforar ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

Estación	$\bar{X}$	$S$
QUIOTEPEC	621.561	245.143
TOMELLÍN	131.308	60.896
LA JUNTA	723.098	269.864

Obteniendo los gastos para diferentes periodos de retorno para cada estación, en la tabla 3.5 y las figuras 3.5 a 3.7 se muestran los gastos obtenidos con estaciones año y los obtenidos con análisis de frecuencias de los datos de la estación.

Tabla 3.5 Gastos estimados con el método de estaciones-año.

Tr (años)	$Q_{\text{QUIOTEPEC}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$Q_{\text{TOMELLÍN}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$Q_{\text{LA JUNTA}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
2	581.91	121.46	679.45
5	795.20	174.44	914.24
10	936.41	209.52	1069.69
20	1071.86	243.17	1218.80
50	1247.19	286.72	1411.81
100	1378.57	319.36	1556.45
500	1682.18	394.78	1890.67
1000	1812.71	427.20	2034.36
5000	2115.64	502.45	2367.84
10000	2246.08	534.85	2511.43

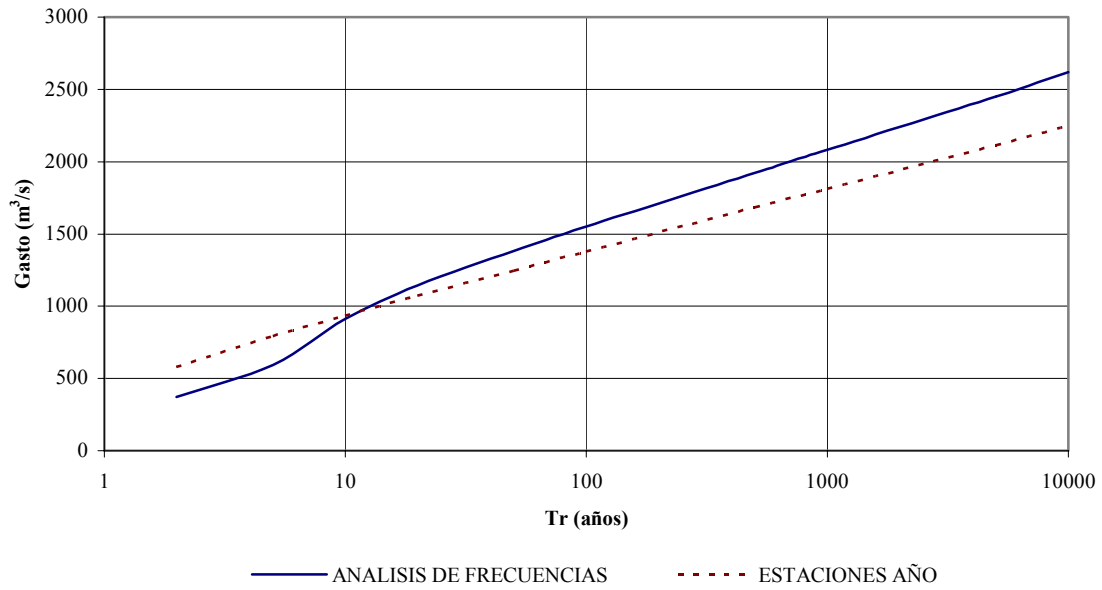


Figura 3.5 Gastos estimados en la estación Quiotepec.

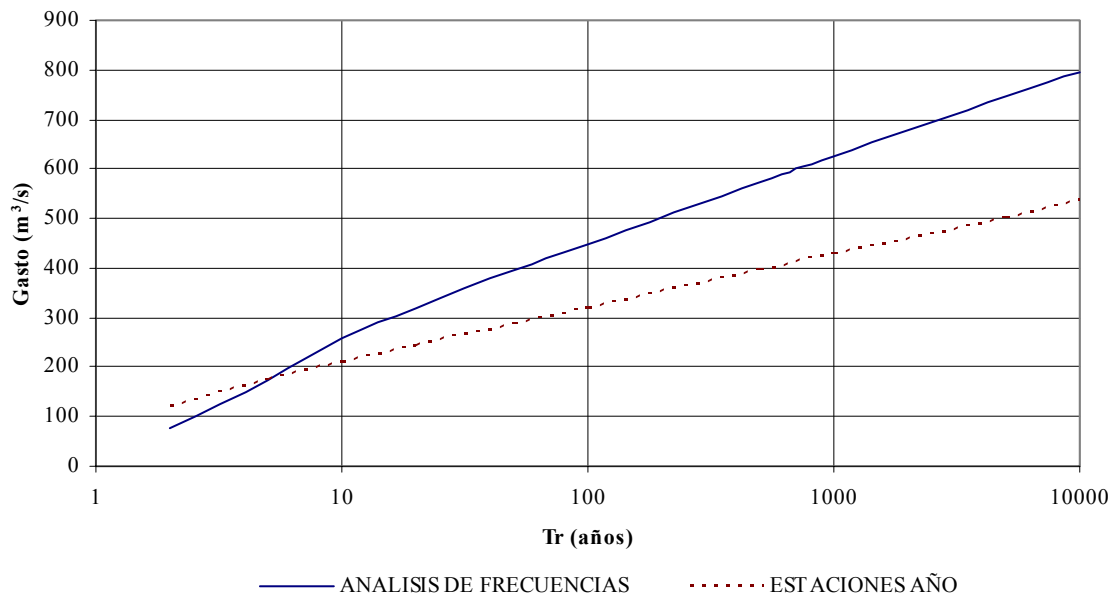


Figura 3.6 Gastos estimados para la estación Tomellín.

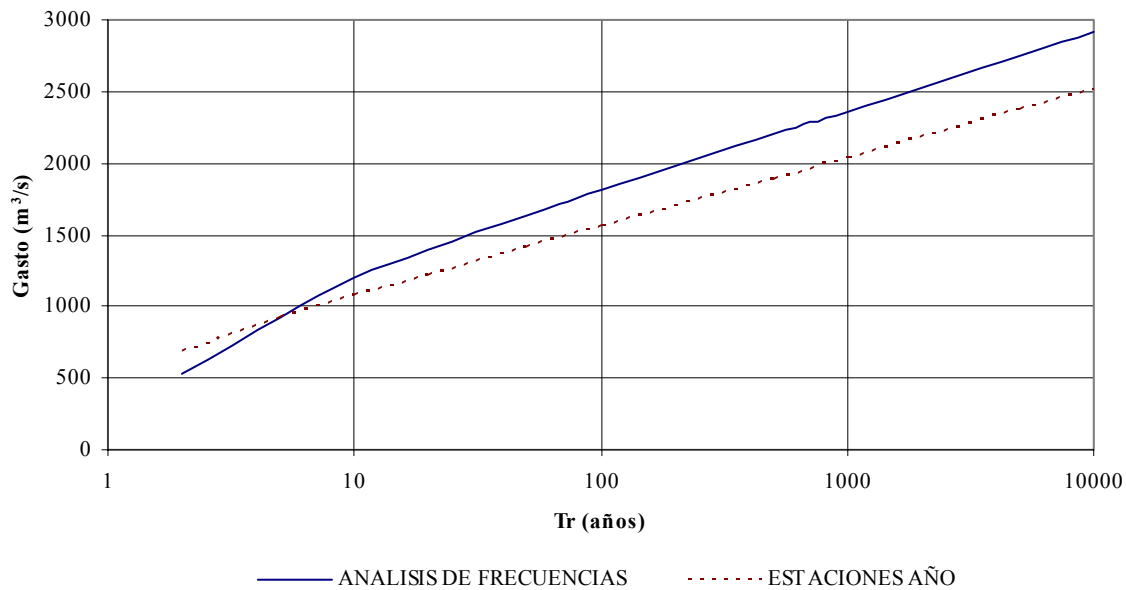


Figura 3.7 Gastos estimados para la estación La Junta.

En las figuras 3.5 a 3.7 se observa que para periodos de retorno menores a diez años se tiene una sobreestimación del gasto, mientras que para periodos de retorno mayores se presenta una subestimación del gasto, presentándose la mayor variación para el caso del sitio Tomellín.

### 3.2.2 MÉTODO DE LA AVENIDA ÍNDICE

El método de la avenida índice es una técnica sencilla de regionalización con una larga historia en la hidrología y en los análisis de frecuencia de avenidas (Maidmet,). El método fue propuesto formalmente por U. S. Geological Survey como una forma de agrupar características regionales de una zona de manera exitosa (Viessman, 1989). En este método se aceptará que las muestras se ajustan a la distribución de valores extremos tipo I (Gumbel).

Como la prueba de homogeneidad se define como una distribución para gastos normalizados es necesario determinar un factor de normalización, dicho factor para esta prueba es el valor del gasto medio según la fdp de Gumbel ( $Q_{2,33}$ ) (Sveinsson, 2001). El valor de  $Q_{2,33}$  es mucho más estable y confiable que la media aritmética, ya que esta estimación da un mayor peso a las avenidas medias que a las extremas cuyos errores de muestreo pueden ser grandes, y por esta razón no está influenciado por un cambio en la inclusión o exclusión de una gran avenida, como la media aritmética (Darlymple, 1960).

## METODOLOGÍA

De los resultados, con los que se obtuvo la región homogénea, ahora se puede aplicar la metodología de la avenida índice para inferir la información en los sitios.

- a) Se calculan el evento  $Q_{2.33}$  para  $T = 2.33$  años, evento medio según la fdp de Gumbel  $Q_{2.33}(i)$ , por alguna de las alternativas mostradas a continuación.
  - Interpolando linealmente los datos tabulados  $T$ -  $Q$ , es decir de la muestra de datos.
  - De la distribución, a partir de la curva  $Q$ - $T$ , interceptando la abcisa  $T=2.33$  con la curva y leyendo el valor de la ordenada.
- b) Teniendo las estaciones que conformarán la región homogénea, se calculan las relaciones  $R_{T_r}^j = \frac{Q_{T_r}^j}{Q_{2.33}^j}$ , obteniendo los eventos  $Q_{T_r}^j$  de los ajustes a una función Gumbel. Se realiza una correlación de los valores  $R_{T_r}^j$  y  $T_r^j$ , y se obtiene una curva regional  $T_r^j - R_{T_r}^j$ .
- c) Ahora si se requiere un evento  $Q_{T_r}^j$  en un sitio  $j$  con escasa información, bastará multiplicar la relación regional  $R_{T_r}^j$ , por su correspondiente valor de  $Q_{2.33}^j$ . Para poder realizar la inferencia de información en un sitio  $j$  no aforado se necesita realizar un correlación para obtener una curva regional  $A^j - Q_{2.33}^j$ , para a partir de esta última poder obtener  $Q_{2.33}^j$  para una área drenada dada, y multiplicar el valor por el obtenido de la curva regional  $T_r^j - R_{T_r}^j$ .

## APLICACIÓN

Teniendo las estaciones que conformarán la región homogénea se calcularon las relaciones

$$R_{T_r} = \frac{Q_{T_r}}{Q_{2.33}} \quad (23)$$

De la curva regional  $T_r^j - R_{T_r}^j$  figura 3.8, se ajustó a una ecuación la cual resultó con mejor correlación una ecuación logarítmica:

$$R_{T_r} = 0.4206 * \ln(T_r) + 0.7296 \quad (24)$$



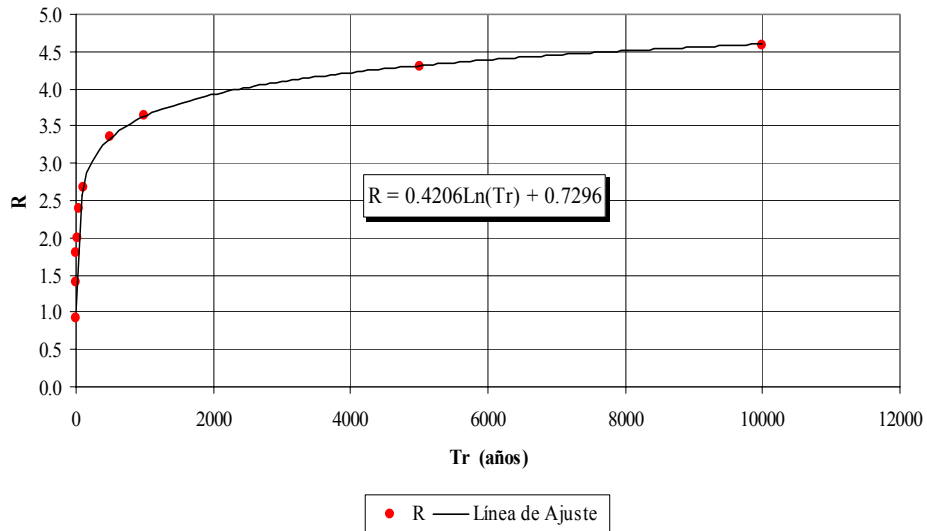


Figura 3.8 Curva regional  $T_r^j - R_r^j$ .

Por lo que las relaciones regionales para los diferentes periodos de retorno son los que se muestran en la tabla 3.6.

Tabla 3.6 Relaciones  $R_{Tr} = Q_{Tr}/Q_{2.33}$  para diferentes periodos de retorno.

Tr	$R_{Tr}$
2	1.021
5	1.407
10	1.698
20	1.990
50	2.375
100	2.667
500	3.343
1000	3.635
5000	4.312
10000	4.603

Se propuso obtener dos curvas regionales  $A_j - Q_{2.33}^j$  figura 3.9 y 3.10, para área < 5000 km<sup>2</sup> y para un área > 5000 km<sup>2</sup>, ya que con estos se mejoraron los coeficientes de correlación. Para las curvas de ajuste a los datos, se utilizaron ajuste lineal, de orden dos, de orden tres, exponencial, potencial y logarítmico.

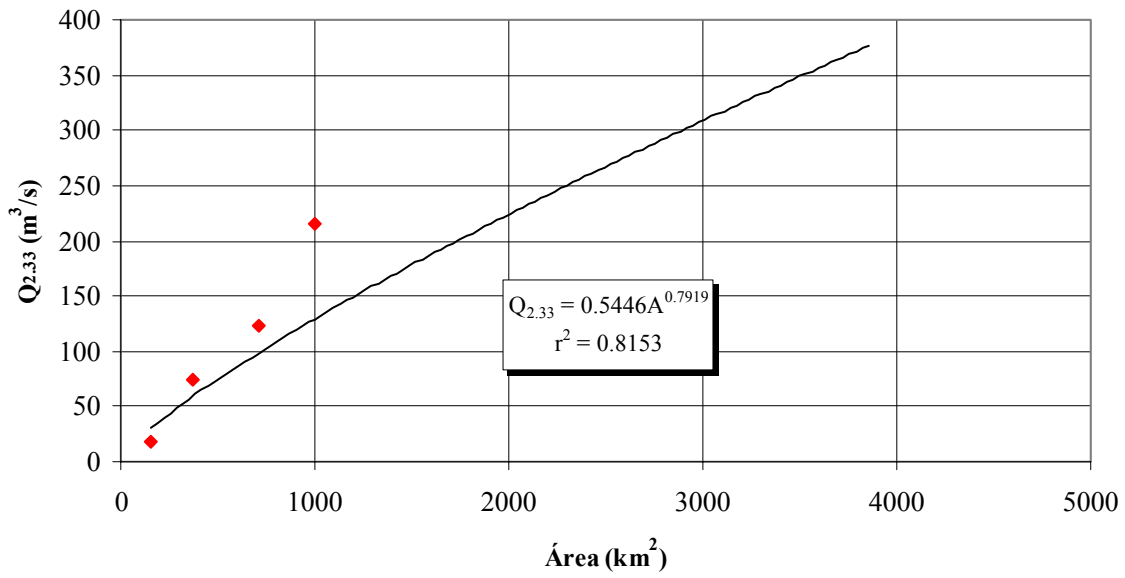


Figura 3.9 Curva regional  $A_j - Q_{2.33}^j$ , para  $A < 5000 \text{ km}^2$ .

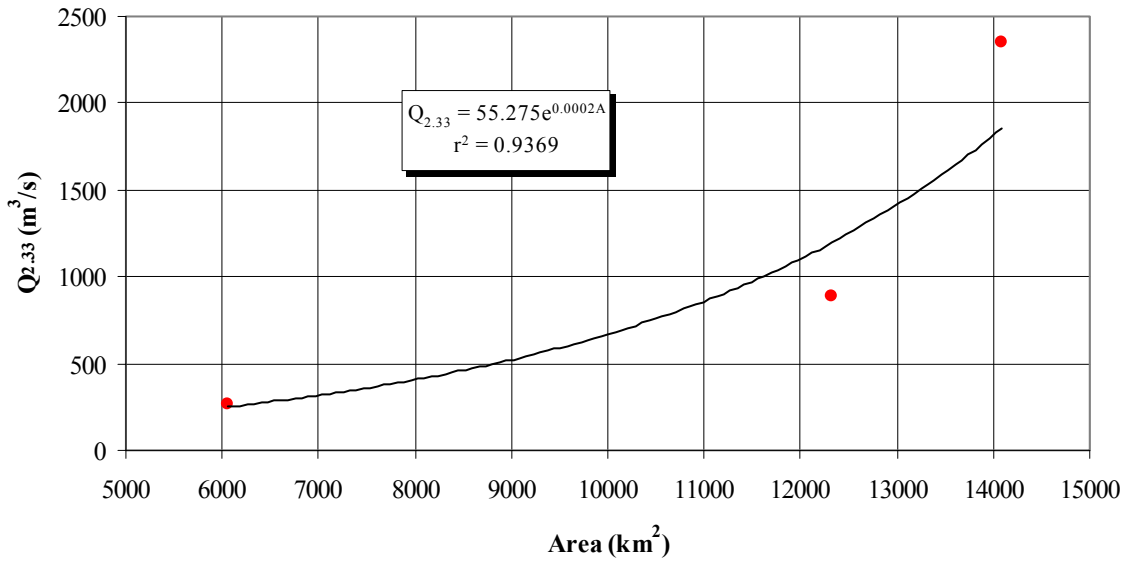


Figura 3.10 Curva regional  $A_j - Q_{2.33}^j$ , para  $A > 5000 \text{ km}^2$ .

Así, los gastos para un periodo de retorno de 2.33 años para Quiotepec, Tomellín y La Junta son los que se muestran en la tabla 3.7.

Tabla 3.7 Avenida media anual obtenida para las estaciones ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

Estación	$Q_{2.33}$
QUIOTEPEC	477.42
TOMELLÍN	97.51
LA JUNTA	500.66

Con lo anterior, en la tabla 3.8 y las figuras 3.11 a 3.13 se muestran los gastos obtenidos con avenida índice y los obtenidos con análisis de frecuencias de los datos de cada estación.

Tabla 3.8 Gastos estimados con avenida índice.

Tr (años)	$Q_{\text{QUIOTEPEC}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$Q_{\text{TOMELLÍN}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$Q_{\text{LA JUNTA}}$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
2	496.58	128.08	546.30
5	684.00	176.42	752.49
10	825.77	212.99	908.46
20	967.55	249.56	1064.43
50	1154.96	297.90	1270.61
100	1296.74	334.47	1426.58
500	1625.93	419.38	1788.74
1000	1767.71	455.95	1944.71
5000	2096.90	540.86	2306.86
10000	2238.67	577.42	2462.84

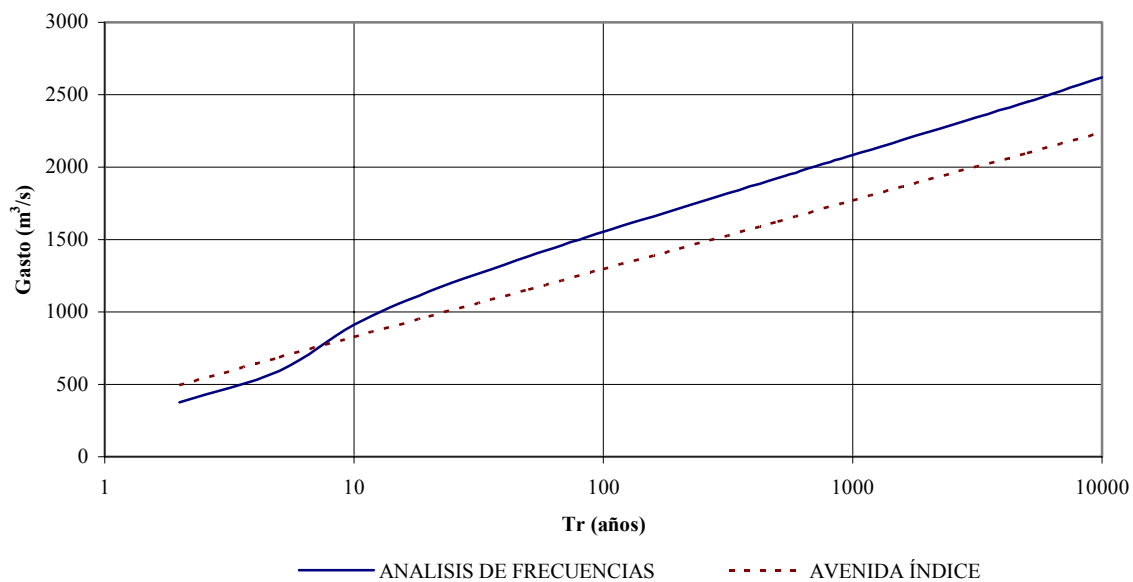


Figura 3.11 Gastos estimados en la estación Quiotepec.

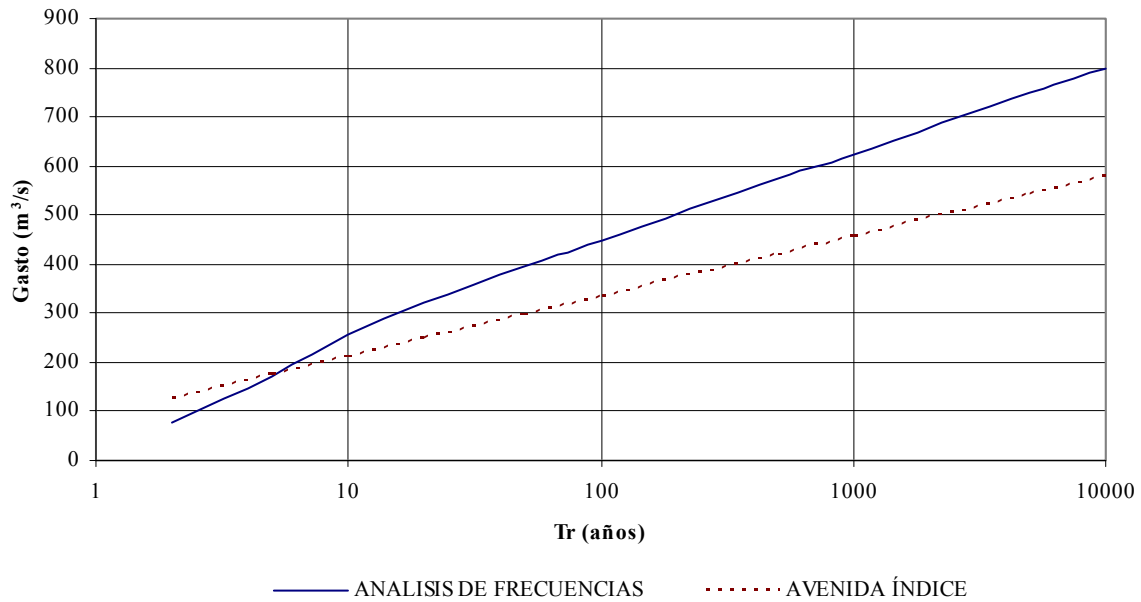


Figura 3.12 Gastos estimados en la estación Tomellín.

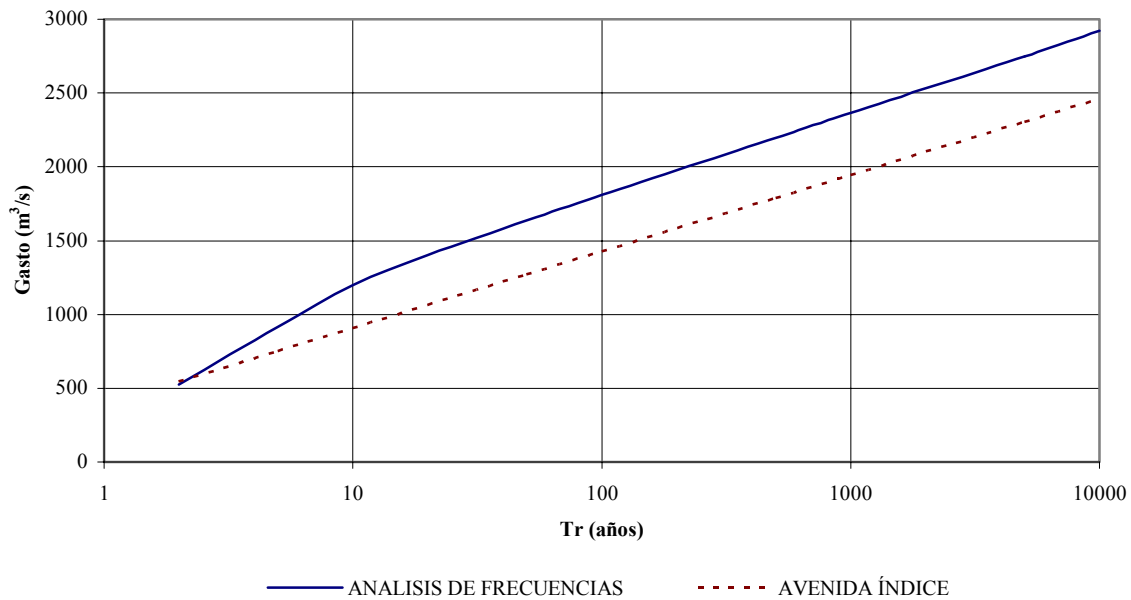


Figura 3.13 Gastos estimados en la estación La Junta.

En los resultados obtenidos en las figuras 3.11 a 3.13, se observa que existe una subestimación en los gastos para los tres sitios, observándose que conforme se incrementan los periodos de retorno está es mayor.

### 3.2.3 MÉTODO DE LA AVENIDA ÍNDICE PARA DOS POBLACIONES

El método de la avenida índice fue pensado para mejorar las ecuaciones regionales obtenidas a partir de las relaciones planteadas entre las características fisiográficas de las cuencas y sus registros hidrométricos. El procedimiento fue originalmente desarrollado sobre la base de que los registros están descritos estadísticamente por una distribución de valores extremos tipo I (Gumbel) (Gutiérrez y Ramírez, 2005).

Sin embargo, en muchas ocasiones ocurre en México que los eventos provienen de dos poblaciones como pueden ser ciclones tropicales o huracanes y lluvias convectivas, donde la distribución Gumbel Doble es la que describe mejor estos eventos. Por ello han sido obtenidos los límites para la prueba de homogeneidad de Langbein para adaptar el método a la función Gumbel Doble y poder tomar en cuenta la mezcla de poblaciones (Gutiérrez y Ramírez, 2005).

#### APLICACIÓN

Después de aplicar la prueba de Langbein para dos poblaciones y teniendo las estaciones que conformarán la región homogénea se procede con la metodología la cual es la misma que la avenida índice.

Ahora teniendo las estaciones que conformarán la región homogénea se calculan las relaciones  $R_{Tr}^j = \frac{Q_{Tr}^j}{Q_{2.33}^j}$ . Se realiza una correlación de los valores  $R_{Tr}^j$  y  $T_r^j$ , y se genera una curva regional  $T_r^j - R_{Tr}^j$ , la cual se muestra en la figura 3.14.

$$R_{Tr} = 0.4032 * \ln(T_r) + 0.7215 \quad (25)$$

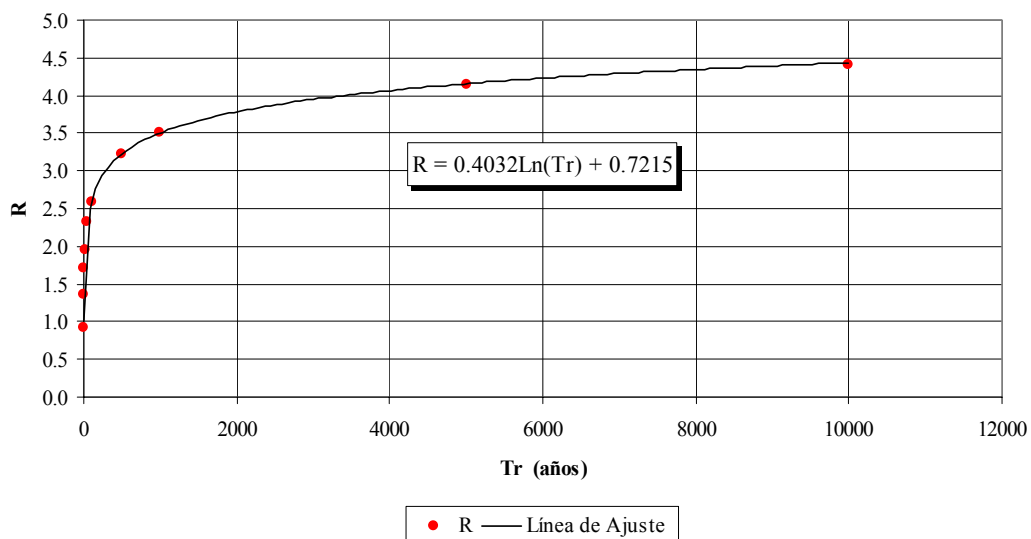


Figura 3.14 Curva regional  $T_r^j - R_{Tr}^j$ .

Las relaciones regionales para los diferentes periodos de retorno son los que se muestran en la tabla 3.9.

Tabla 3.9 Relaciones  $R_{Tr} = Q_{Tr}/Q_{2.33}$  para diferentes periodos de retorno.

Tr	$R_{Tr}$
2	1.001
5	1.370
10	1.650
20	1.929
50	2.299
100	2.578
500	3.227
1000	3.507
5000	4.156
10000	4.435

De la curva regional  $A_j - Q_{2.33}^j$  figura 3.15, se obtuvo la ecuación de la línea de ajuste con mejor coeficiente de correlación.

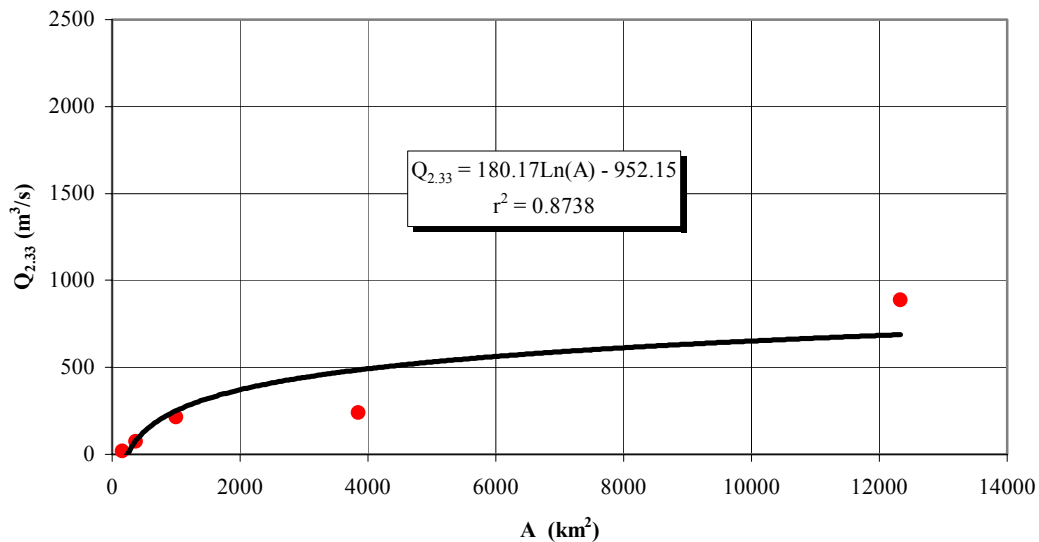


Figura 3.15 Curva regional  $A_j - Q_{2.33}^j$ .

Por lo que los gastos para un periodo de retorno de 2.33 años en las estaciones no aforadas, Quiotepec, Tomellín y La Junta son los que se muestran en la tabla 3.10.

Tabla 3.10 Avenida media anual obtenida para las estaciones (m<sup>3</sup>/s).

Estación	Q <sub>2.33</sub>
QUIOTEPEC	580.17
TOMELLÍN	172.44
LA JUNTA	631.12

En la tabla 3.11 y las figuras 3.16 a 3.18, se muestran los gastos obtenidos con avenida índice para dos poblaciones y los obtenidos con análisis de frecuencias de los datos de la estación.

Tabla 3.11 Gastos estimados con avenida índice para dos poblaciones.

T (años)	Q <sub>QUIOTEPEC</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>TOMELLÍN</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>LA JUNTA</sub> (m <sup>3</sup> /s)
2	580.74	172.61	631.73
5	795.08	236.32	864.90
10	957.22	284.51	1041.28
20	1119.37	332.71	1217.66
50	1333.71	396.42	1450.83
100	1495.86	444.61	1627.21
500	1872.34	556.51	2036.76
1000	2034.49	604.71	2213.14
5000	2410.98	716.61	2622.69
10000	2573.12	764.80	2799.07

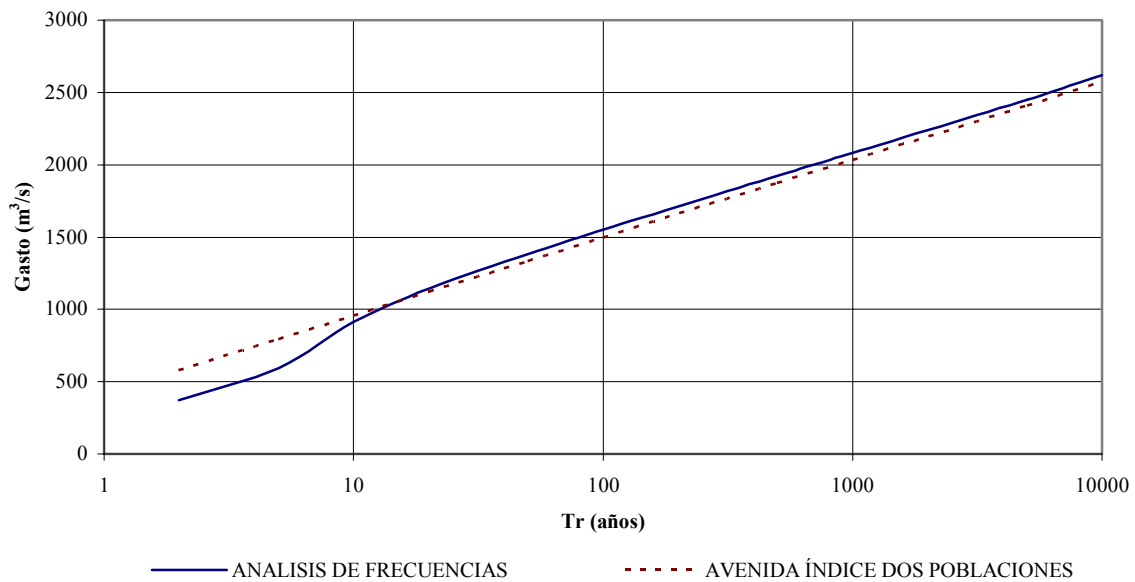


Figura 3.16 Gastos estimados en la estación Quiotepec.

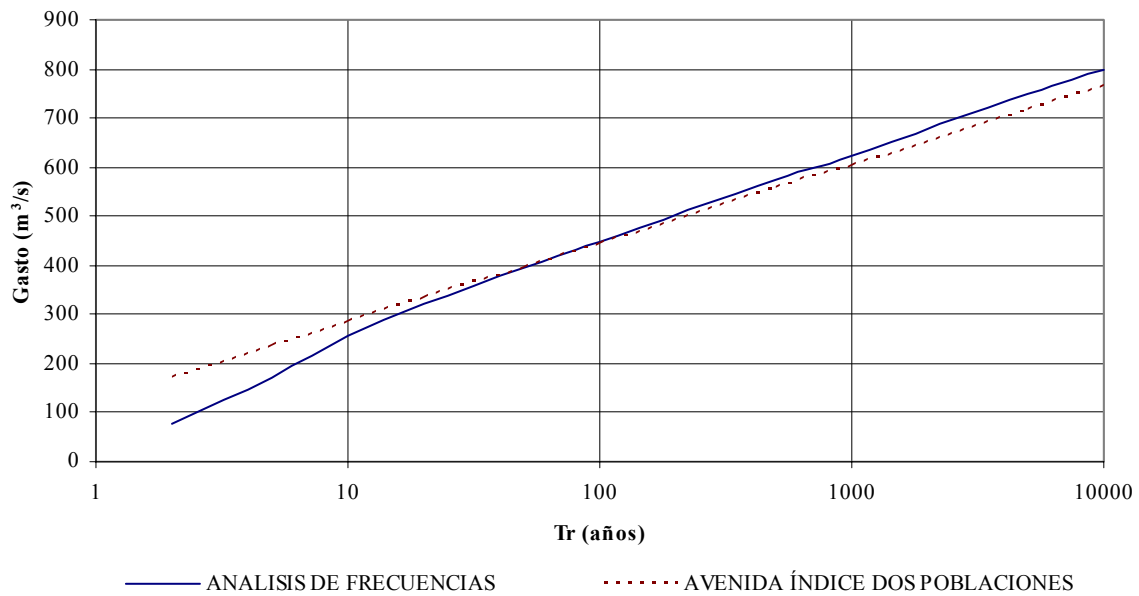


Figura 3.17 Gastos estimados en la estación Tomellín.

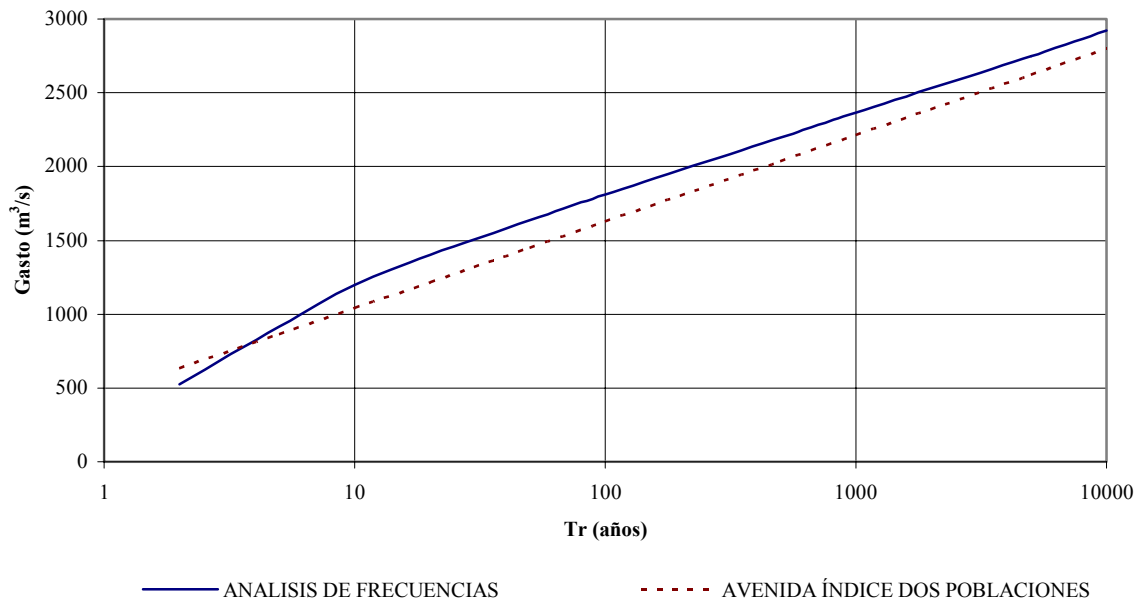


Figura 3.18 Gastos estimados en la estación La Junta.

En las figuras 3.16 a 3.18, se observa que existe una mejor estimación de los gastos máximos mediante este método, ya que se observan diferencias menores a los que se presentaron con los modelos anteriores, respecto de los obtenidos con el análisis de frecuencias de la información medida en los sitios.



### 3.2.4 MODELOS REGIONALES DE REGRESIÓN DE POTENCIAS

Existe un gran número de funciones diferentes que se pueden utilizar como un modelo del valor medio de la variable de respuesta (gastos máximos o parámetros de la función Gumbel doble) en función de varias variables independientes (características de la cuenca), (Springal, 1970).

Cruff y Rantz (Viessman *et al.*, 1989) estudiaron varios métodos de análisis regional de avenidas y encontraron que en cuencas no aforadas los modelos de regresión de potencias pueden dar mejores estimaciones de gastos máximos, incluso que el método de la avenida índice o que cualquier método de ajuste de frecuencias.

Este modelo tiene la siguiente forma (Gómez, 2003):

$$\hat{y}_i = k_0 A^{k_1} L^{k_2} ha^{k_3} hm^{k_4} S^{k_5} \varepsilon \quad (26)$$

Donde

$k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  son los coeficientes a determinar del modelo de regresión

$\varepsilon$  término multiplicativo, el cual es una variable aleatoria que se puede interpretar como la incapacidad de tener un modelo exacto de la realidad. En este caso se tomará igual a la unidad.

$\hat{y}_i$  variable dependiente, que en este caso es cada uno de los gastos para un cierto periodo de retorno

$A$  área de la cuenca en  $\text{km}^2$

$L$  longitud del cauce principal en km

$ha$  precipitación media anual en mm

$hm$  precipitación máxima en 24 horas para un periodo de 10 años en mm

$S$  pendiente del cauce principal

Para estimar los coeficientes se linealizará la ecuación mediante logaritmos, para poder estimar los parámetros del modelo linealizado por medio del método de mínimos cuadrados.

La ecuación linealizada es

$$\text{Ln}(\hat{y}_i) = \text{Ln}(k_0) + k_1 \text{Ln}(A) + k_2 \text{Ln}(L) + k_3 \text{Ln}(ha) + k_4 \text{Ln}(hm) + k_5 \text{Ln}(S) \quad (27)$$

o bien

$$\hat{y}_i' = b + k_1 A' + k_2 L' + k_3 ha' + k_4 hm' + k_5 S' \quad (28)$$

para obtener los coeficientes de la ecuación (28) se utiliza el método de mínimos cuadrados, el cual consiste en minimizar el error cuadrático, es decir, la suma de los cuadrados de los errores entre los valores reales de la variable dependiente  $y_i'$  y los valores estimados con el modelo  $\hat{y}_i$  (Gómez, 2003).

$$EC = \sum_{i=1}^N (y_i' - \hat{y}_i)^2 \quad (29)$$

donde:

$N$  Número de puntos conocidos (estaciones hidrométricas) para el cual se ajustará el modelo

$y_i'$  Logaritmo natural de la variable dependiente real

Para minimizar (29) es necesario derivarla con respecto a cada uno de los coeficientes a determinar e igualar a cero cada una de las derivadas resultantes y posteriormente resolver el sistema de ecuaciones algebraicas por un método numérico (Gómez, 2003).

El sistema de ecuaciones del modelo lineal a resolver es entonces:

$$\begin{aligned} bN + k_1 \sum_{i=1}^N A'_i + k_2 \sum_{i=1}^N L'_i + k_3 \sum_{i=1}^N ha'_i + k_4 \sum_{i=1}^N hm'_i + k_5 \sum_{i=1}^N S'_i &= \sum_{i=1}^N y'_i \\ b \sum_{i=1}^N A'_i + k_1 \sum_{i=1}^N A'^2_i + k_2 \sum_{i=1}^N A'_i L'_i + k_3 \sum_{i=1}^N A'_i ha'_i + k_4 \sum_{i=1}^N A'_i hm'_i + k_5 \sum_{i=1}^N A'_i S'_i &= \sum_{i=1}^N A'_i y'_i \\ b \sum_{i=1}^N L'_i + k_1 \sum_{i=1}^N A'_i L'_i + k_2 \sum_{i=1}^N L'^2_i + k_3 \sum_{i=1}^N L'_i ha'_i + k_4 \sum_{i=1}^N L'_i hm'_i + k_5 \sum_{i=1}^N L'_i S'_i &= \sum_{i=1}^N L'_i y'_i \\ b \sum_{i=1}^N ha'_i + k_1 \sum_{i=1}^N A'_i ha'_i + k_2 \sum_{i=1}^N L'_i ha'_i + k_3 \sum_{i=1}^N ha'^2_i + k_4 \sum_{i=1}^N ha'_i hm'_i + k_5 \sum_{i=1}^N S'_i ha'_i &= \sum_{i=1}^N ha'_i y'_i \\ b \sum_{i=1}^N hm'_i + k_1 \sum_{i=1}^N A'_i hm'_i + k_2 \sum_{i=1}^N L'_i hm'_i + k_3 \sum_{i=1}^N ha'_i hm'_i + k_4 \sum_{i=1}^N hm'^2_i + k_5 \sum_{i=1}^N S'_i hm'_i &= \sum_{i=1}^N hm'_i y'_i \\ b \sum_{i=1}^N S'_i + k_1 \sum_{i=1}^N A'_i S'_i + k_2 \sum_{i=1}^N L'_i S'_i + k_3 \sum_{i=1}^N S'_i ha'_i + k_4 \sum_{i=1}^N S'_i hm'_i + k_5 \sum_{i=1}^N S'^2_i &= \sum_{i=1}^N S'_i y'_i \end{aligned} \quad (30)$$

A continuación se presentan dos variantes de esta metodología: el modelo regional directo y el indirecto. Para la aplicación de los dos modelos se tomó en cuenta a la región definida según los resultados obtenidos en las pruebas de homogeneidad.

### 3.2.4.1 MODELO REGIONAL DIRECTO

Para este método se utilizan los gastos para los diferentes periodos de retorno como variables independientes mediante la expresión.

$$Q_{Tr} = \exp(b)A^{k_1}L^{k_2}ha^{k_3}hm^{k_4}S^{k_5} \quad (31)$$

donde

$Q_{Tr}$  es el valor del gasto para los diferentes periodos de retorno  $Tr$ .

Conociendo los coeficientes asociados a los periodos de retorno, con solo sustituir las características de la región homogénea se pueden determinar directamente los gastos.

Usando los datos de las estaciones anteriormente descritas y el procedimiento enunciado antes, los valores de los coeficientes dentro de la región en estudio para los diferentes periodos de retorno son los que se muestran en la tabla 3.12.

Tabla 3.12 Valores de los coeficientes para el modelo regional directo.

Tr (años)	$b$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
2	-6.28375	-0.44169	2.17682	5.84647	-7.49720	-0.04269
5	-8.77880	-0.18566	1.65709	5.86783	-6.64923	0.05426
10	-10.52690	-0.21657	1.62859	4.36376	-3.93600	0.01773
20	-11.14830	-0.28961	1.61594	4.09911	-3.29181	-0.04083
50	-11.71310	-0.37688	1.67515	3.88645	-2.75733	-0.07161
100	-11.95750	-0.42454	1.71652	3.76894	-2.47958	-0.08417
500	-12.11260	-0.48895	1.77539	3.56079	-2.06006	-0.10127
1000	-12.13910	-0.50137	1.78219	3.49982	-1.93708	-0.10548
5000	-12.13540	-0.51459	1.77850	3.40209	-1.73851	-0.11180
10000	-12.23280	-0.51067	1.75829	3.42101	-1.71672	-0.11200

Con los coeficientes determinados para la zona se procedió a determinar los gastos correspondientes para los diferentes periodos de retorno en las estaciones Quiotepec, Tomellín y La Junta.

Los resultados obtenidos para las estaciones son los que se muestran en la tabla 3.13. Así mismo en las figuras 3.19, 3.20 y 3.21, se muestran los resultados gráficamente.

Tabla 3.13 Gastos estimados con el modelo regional directo.

Tr (años)	Q <sub>QUIOTEPEC</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>TOMELLÍN</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>LA JUNTA</sub> (m <sup>3</sup> /s)
2	714.876	75.151	414.819
5	1094.121	126.440	521.805
10	1190.830	202.499	669.386
20	1310.298	252.557	837.774
50	1455.562	315.929	960.222
100	1566.220	362.237	1038.615
500	1837.740	466.991	1234.664
1000	1959.859	510.864	1324.434
5000	2247.312	610.279	1537.543
10000	2375.282	648.272	1621.575

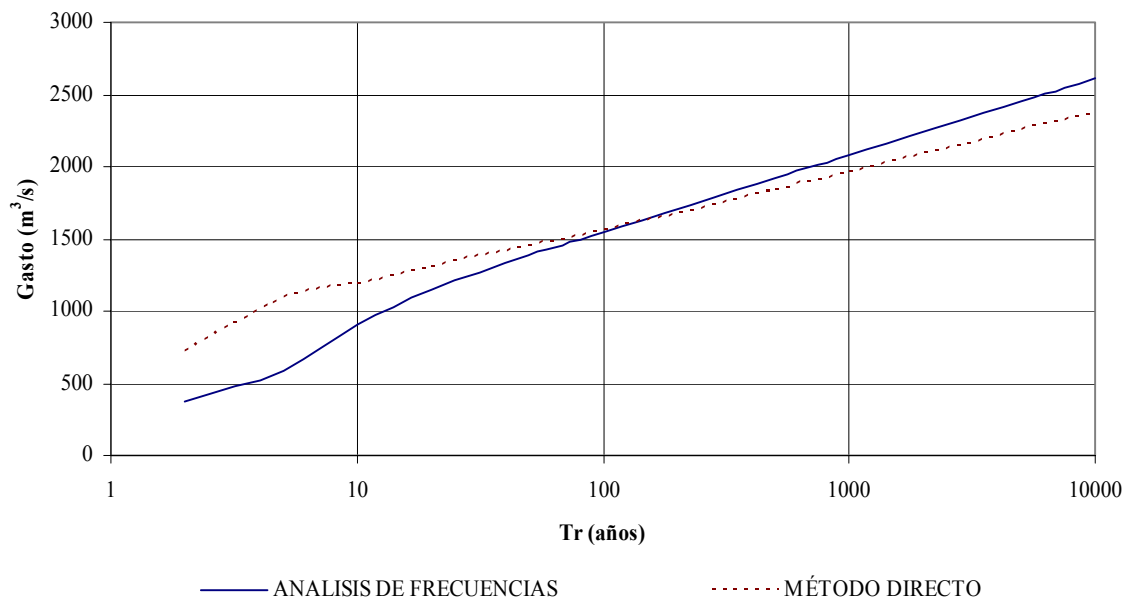


Figura 3.19 Gastos estimados en la estación Quiotepec.

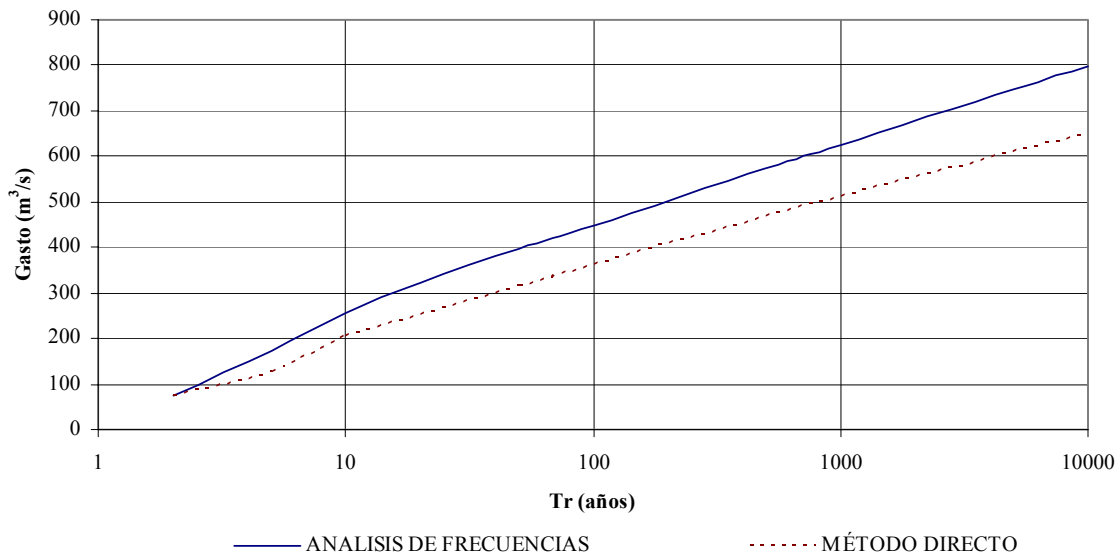


Figura 3.20 Gastos estimados en la estación Tomellín.

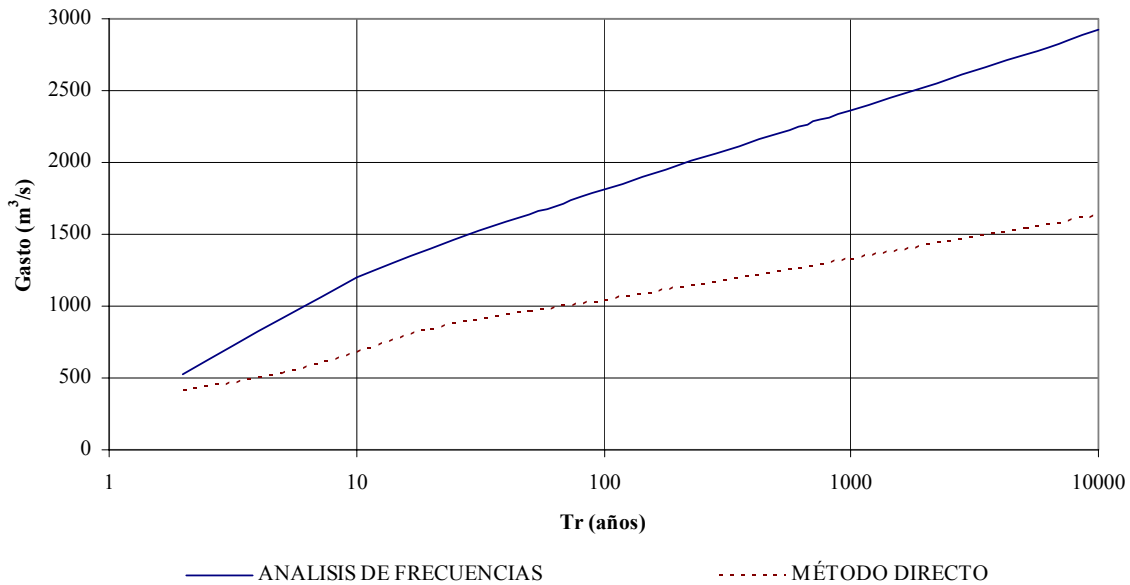


Figura 3.21 Gastos estimados en la estación La Junta.

En las figuras 3.19 a 3.21, se observa una subestimación en los gastos para los sitios Tomellín y La Junta, mientras que para Quiotepec se observa una sobrestimación para periodos de retorno menor a 100 años y subestimación para mayores. La mayor variación del método se presentó para el sitio La Junta.

### 3.2.4.2 MODELO REGIONAL INDIRECTO

En este modelo regional obtendremos los parámetros de la función Gumbel Doble, y con estos podremos estimar los gastos máximos en los sitios que se encuentran sin aforar.

Los parámetros a calcular son  $P$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  (ver capítulo 2.4), los cuales al sustituirse en el sistema de ecuaciones tomando en cuenta las características fisiográficas y climatológicas, podremos obtener los parámetros para una cuenca no aforada.

Una vez calculados los parámetros se procederá a sustituirlos en la función de distribución de probabilidad:

$$F(Q_{Tr}) = 1 - \frac{1}{Tr} = P \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(Q_{Tr} - \beta_1)}{\alpha_1}\right)\right\} + (1 - P) \exp\left\{-\exp\left(-\frac{(Q_{Tr} - \beta_2)}{\alpha_2}\right)\right\} \quad (32)$$

donde

$P$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son los parámetros de la función de distribución Gumbel Doble obtenidos con los modelos regionales

$Q_{Tr}$  es el gasto correspondiente al periodo de retorno  $Tr$

$$P = \exp(b) A^{k_1} L^{k_2} h a^{k_3} h m^{k_4} S^{k_5}$$

$$\alpha_1 = \exp(b) A^{k_1} L^{k_2} h a^{k_3} h m^{k_4} S^{k_5}$$

$$\alpha_2 = \exp(b) A^{k_1} L^{k_2} h a^{k_3} h m^{k_4} S^{k_5}$$

$$\beta_1 = \exp(b) A^{k_1} L^{k_2} h a^{k_3} h m^{k_4} S^{k_5}$$

$$\beta_2 = \exp(b) A^{k_1} L^{k_2} h a^{k_3} h m^{k_4} S^{k_5}$$

Luego, mediante un método numérico, se obtendrá el gasto para los diferentes periodos de retorno. Usando los datos de las estaciones anteriormente descritos y el procedimiento enunciado antes, los valores de los coeficientes dentro de la región en estudio para los diferentes  $Tr$  son los que se muestran en la tabla 3.14.

Tabla 3.14 Valores de los coeficientes estimados para la región.

Parámetro	b	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>5</sub>
P	-1.70796	0.001327	0.021294	-0.665172	1.27211	-0.029734
$\alpha_1, m^3/s$	-16.1949	-0.212609	1.79161	2.20405	0.07872	0.128668
$\beta_1, m^3/s$	-6.76195	-0.26755	2.00041	2.16462	-2.12616	-0.04936
$\alpha_2, m^3/s$	-19.96970	-1.22073	2.69972	0.75909	3.55990	-0.16945
$\beta_2, m^3/s$	-12.78410	-0.01841	1.33719	1.40916	0.87209	-0.00230

Los valores de los parámetros que se obtuvieron para la estación Quiotepec, Tomellín y La Junta son los que se muestran en la tabla 3.15.

Tabla 3.15 Parámetros estimados para la distribución Gumbel Doble.

Parámetro	Quiotepec	Tomellín	La Junta
$P, m^3/s$	0.810	0.899	0.820
$\alpha_1, m^3/s$	171.238	49.645	109.545
$\beta_1, m^3/s$	468.052	96.830	340.131
$\alpha_2, m^3/s$	114.413	91.563	31.249
$\beta_2, m^3/s$	971.138	286.008	758.692

Los valores de los gastos obtenidos son los que se muestran en la tabla 3.16. Así mismo en las figuras 3.22 a 3.24 se muestran la gráficas de los gastos para los diferentes periodos de retorno.

Tabla 3.16 Gastos estimados con el modelo regional indirecto.

Tr (años)	$Q_{\text{QUIOTEPEC}} (m^3/s)$	$Q_{\text{TOMELLÍN}} (m^3/s)$	$Q_{\text{LA JUNTA}} (m^3/s)$
2	592.84	123.23	456.71
5	926.95	199.43	665.77
10	1052.42	267.05	828.56
20	1152.32	339.11	979.16
50	1275.84	429.88	1166.08
100	1368.57	495.64	1303.27
500	1590.25	644.65	1617.36
1000	1689.84	708.28	1752.06
5000	1931.75	855.73	2064.62
10000	2040.24	919.20	2199.23

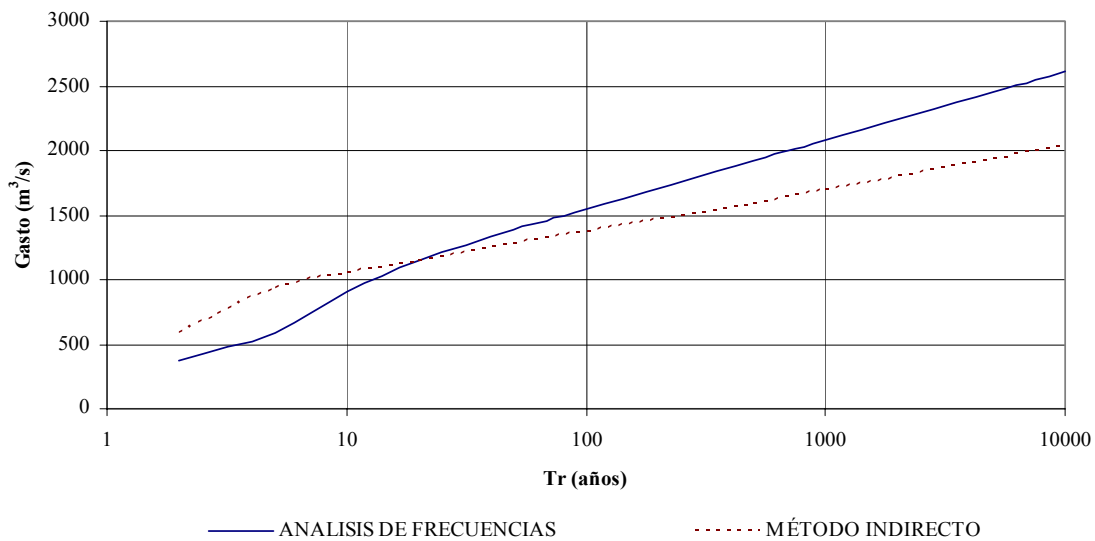


Figura 3.22 Gráfica de los gastos estimados en la estación Quiotepec.

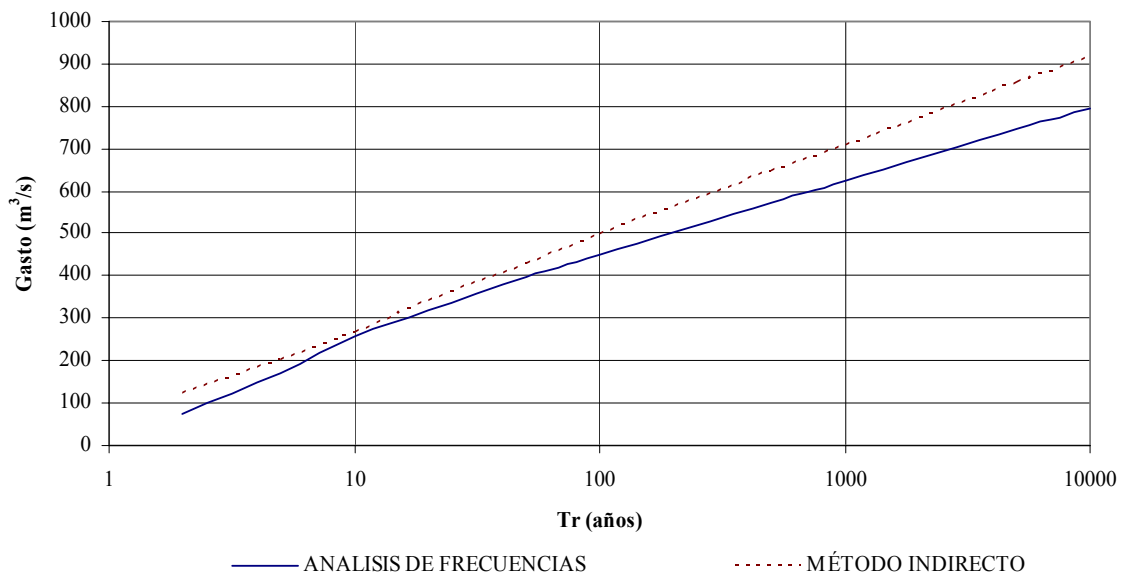


Figura 3.23 Gastos estimados en la estación Tomellín.

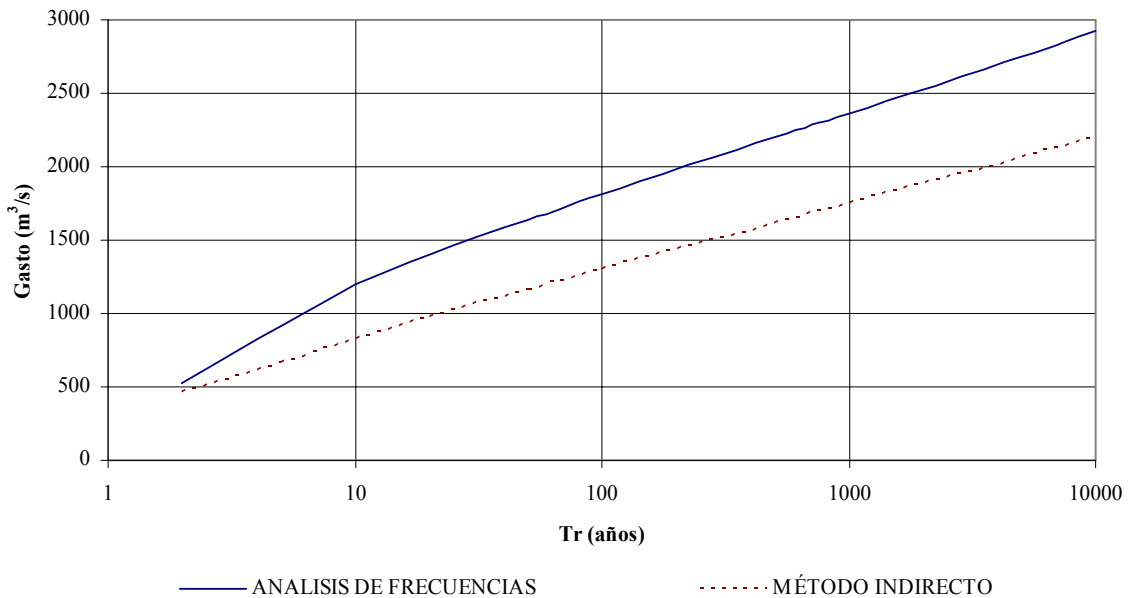


Figura 3.24 Gastos estimados en la estación La Junta.

En las figuras 3.22 a 3.24, se observa una sobreestimación en los gastos para el sitio Tomellín, mientras que para La Junta se tiene una subestimación. Solo para el caso de Quiotepec se observa una sobrestimación para periodos de retorno mayores a 10 años y una subestimación para los mayores a éste.



### 3.2.5 APLICACIÓN REGIONAL DE LA TRANSFORMACIÓN DE BOX-COX

En este método se usa la transformación normalizante de Box-Cox para la estimación de eventos hidrológicos  $Q_T$  (Chander *et al*, 1978).

El método consiste en realizar un proceso de normalización de las series de acuerdo con la siguiente expresión (Escalante, 2002):

$$x_i = \frac{(Q_i)^\lambda - 1}{\lambda} \quad \lambda \neq 0, \quad Q_i > 0 \quad (33)$$

donde:

- $Q_i$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, n$  serie a normalizar
- $x_i$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, n$  serie transformada
- $\lambda$ , parámetro de transformación

Con esta técnica sólo se tiene normalizado el coeficiente de asimetría  $g = 0$ , pero no la curtosis  $k \neq 3$ . Para lograr la normalización de la curtosis se emplea la transformación de Box-Cox doble potencia donde se realiza una segunda transformación. Para esta aplicación se usará la transformación de Box-Cox.

Teniendo estimado el parámetro  $\lambda$  de las series, debido a la variabilidad de éste, se obtiene un valor promedio de las series denominado regional:

$$\lambda_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (34)$$

Con el valor del coeficiente regional se generan las series  $x_i^j$ .

$$x_i^j = \frac{(Q_i^j) - 1}{\lambda_r} \quad \lambda_r \neq 0 \quad (35)$$

Para cada una de las series normalizadas  $x_i^j$ , se obtienen sus estadísticos  $\mu_x^j$  y  $\sigma_x^j$ .

Para poder realizar la inferencia de gastos para diferentes periodos de retorno se deben determinar estimadores regionales  $\mu_x^R$  y  $\sigma_x^R$ ; éstos se pueden realizar construyendo ecuaciones de regresión de los valores de  $\mu_x^j$  y  $\sigma_x^j$ , con respecto alguna característica, que se recomienda sea el área drenada de la estación hidrométrica, obteniendo ecuaciones del tipo (Chander *et al*, 1978).

$$\mu_x^R = a + b * A \qquad \sigma_x^R = a + b * A \qquad (36)$$

donde

$a, b$  son parámetros que se obtienen al correlacionar las medias y desviaciones estándar  
 $A$  área de la cuenca

Teniendo los estimadores regionales para el sitio en estudio, se puede inferir un evento  $Q_T^j$  utilizando las siguientes ecuaciones (Escalante y Reyes, 2002):

$$x_T = \mu_x + \sigma_x U_T \qquad (37)$$

donde

$U_T$  variable normal estándar

$$U_T \approx v - \frac{b_0 + b_1 v + b_2 v^2}{1 + b_3 v + b_4 v^2 + b_5 v^3} \qquad (38)$$

donde

$$\begin{aligned} b_0 &= 2.515517 & b_3 &= 1.432788 \\ b_1 &= 0.802853 & b_4 &= 0.189269 \\ b_2 &= 0.010328 & b_5 &= 0.001308 \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\text{Ln} \left\{ \frac{1}{[F(x)]^2} \right\}} \qquad (39)$$

Donde para una probabilidad acumulada  $0.5 < F(x) \leq 1$  se cambia  $F(x)$  por  $[1 - F(x)]$  y se le cambia el signo al valor  $U_T$ .

Despejando  $Q_T^j$  de la ecuación de transformación tenemos la ecuación de inferencia para cualquier evento (Escalante y Reyes, 2002).

$$Q_T^j = (\lambda_r x_T^j + 1)^{1/\lambda_r} \qquad (40)$$

## APLICACIÓN

De la normalización de la series de gastos de cada una de las estaciones por Box-Cox, se obtuvo un parámetro regional  $\lambda_r$ , y se procedió a generar las series normalizadas con el parámetro regional, obteniendo los estadísticos que se muestran en la tabla 3.17. Es

importante notar que los estadísticos son los de la serie normalizada con el parámetro regional.

$$\lambda_r = -0.0051 \quad (\text{parámetro regional})$$

Tabla 3.17 Características estadística de las series normalizadas con Box-Cox.

Estaciones	$\mu$	$\sigma$	Área (km <sup>2</sup> )
Cantón	7.515	0.428	13374.329
Santo Domingo	6.556	0.504	12254.290
Xiquila	5.186	0.432	1002.977
La Angostura	5.449	0.331	5980.873
Tepelmeme	2.875	0.490	157.375
Apoala	3.873	0.803	367.468
Matamba	5.826	0.398	1998.564
Dominguillo	2.999	0.941	714.561

Al asociar los valores de la tabla anterior se obtuvieron las siguientes ecuaciones para obtener los parámetros estadísticos  $\mu_x$  y  $\sigma_x$ , de las estaciones consideradas como no aforadas.

$$\mu_x^R = 3.8859 + 0.000175 * A \quad (41)$$

$$\sigma_x^R = 0.61014 - 0.0000154 * A \quad (42)$$

Con lo que sustituyendo en las ecuaciones anteriores se pueden obtener los estimadores regionales para los tres sitios, tabla 3.18.

Tabla 3.18 Estimadores regionales de los sitios considerados no aforados.

Estaciones	$\mu$	$\sigma$
Quiotepec	4.750	0.534
Tomellín	4.044	0.596
La Junta	5.872	0.435

Sustituyendo los valores de la tabla 3.18 en las ecuaciones 37 y 40, se pueden estimar los eventos para los diferentes periodos de retorno mediante la ecuación:

$$Q_T^R = (-0.0051 * x_T + 1)^{1/-0.0051} \tag{43}$$

Los resultados estimados para los sitios considerados se muestran en las tablas 3.19, 3.20 y 3.21, y gráficamente en las figuras 3.25, 3.26 y 3.27.

Tabla 3.19 Resultados estimados para la estación Quiotepec.

Tr (años)	P = 1 - (1/T)	U <sub>T</sub>	x	Q <sub>QUIOTEPEC</sub> (m <sup>3</sup> /s)
2	0.5	-0.0009	4.900	142.85
5	0.8	0.8397	5.348	226.49
10	0.9	1.2795	5.583	288.37
20	0.95	1.6425	5.777	352.08
50	0.98	2.0509	5.995	440.84
100	0.99	2.3231	6.140	512.19
500	0.998	2.8741	6.435	694.11
1000	0.999	3.0858	6.548	780.21
5000	0.9998	3.5349	6.788	1000.05
10000	0.9999	3.7136	6.883	1103.94

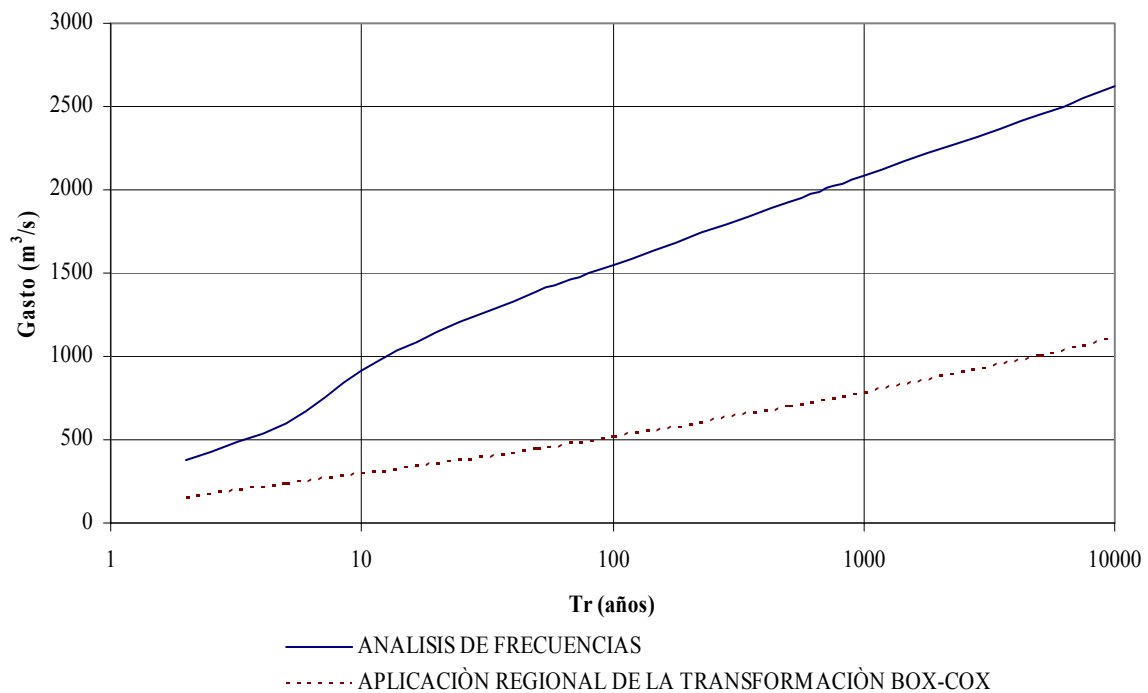


Figura 3.25 Resultados estimados en Quiotepec.

Tabla 3.20 Resultados estimados para la estación Tomellín.

Tr (años)	P = 1 - (1/T)	U <sub>T</sub>	X	Q <sub>TOMELLÍN</sub> (m <sup>3</sup> /s)
2	0.5	-0.0009	4.044	59.51
5	0.8	0.8397	4.545	99.34
10	0.9	1.2795	4.807	129.95
20	0.95	1.6425	5.024	162.25
50	0.98	2.0509	5.267	208.34
100	0.99	2.3231	5.429	246.17
500	0.998	2.8741	5.758	345.20
1000	0.999	3.0858	5.884	393.16
5000	0.9998	3.5349	6.152	518.24
10000	0.9999	3.7136	6.258	578.48

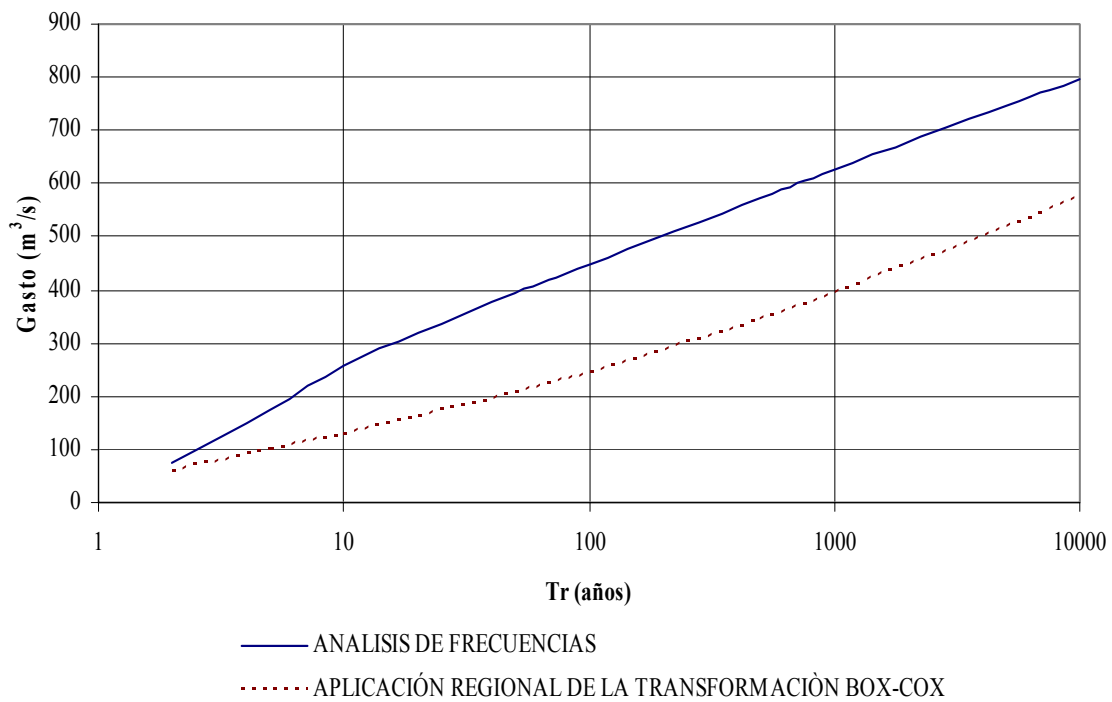


Figura 3.26 Resultados estimados en Tomellín.

Tabla 3.21 Resultados estimados para la estación La Junta.

Tr (años)	$P = 1 - (1/T)$	$U_T$	X	$Q_{LA JUNTA}$ ( $m^3/s$ )
2	0.5	-0.0009	5.872	388.18
5	0.8	0.8397	6.237	566.15
10	0.9	1.2795	6.429	689.92
20	0.95	1.6425	6.587	812.36
50	0.98	2.0509	6.764	976.44
100	0.99	2.3231	6.883	1103.92
500	0.998	2.8741	7.123	1415.47
1000	0.999	3.0858	7.215	1557.50
5000	0.9998	3.5349	7.410	1907.99
10000	0.9999	3.7136	7.488	2068.54

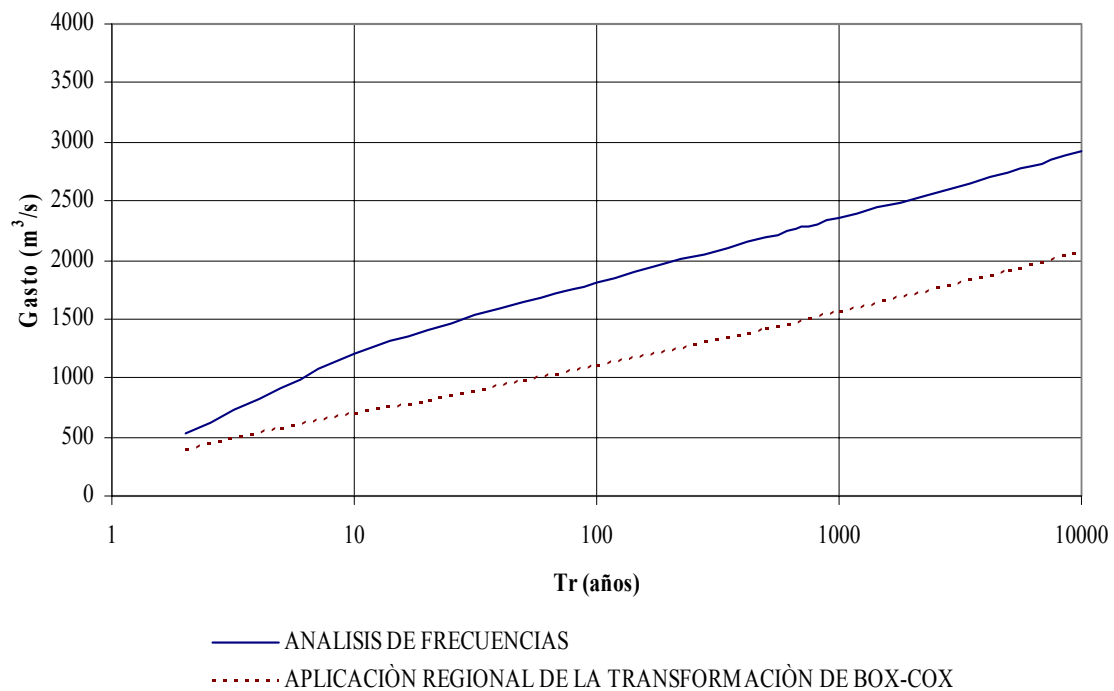


Figura 3.27 Resultados estimados en La Junta.

En las figuras 3.25 a 3.27, se observa que este modelo fue el que presento los resultados más imprecisos para cada sitio, lo cual se puede deber al hecho de determinar un parámetro regional  $\lambda_r$ , el cual es muy variable para cada sitio.

### 3.2.6 ANÁLISIS REGIONAL DE FRECUENCIA GVE/MPP

Se puede establecer una relación entre un gasto para un cierto periodo de retorno ( $Q_T$ ) en un sitio sin información y la avenida media anual ( $Q_m$ ) con la introducción de un factor regional  $X_T$ , que es definido por una distribución de frecuencia sin dimensiones común a todos los sitios dentro de una región homogénea (Howe, 2003). Dicha relación es:

$$Q_T = X_T Q_m \quad (44)$$

La función de distribución seleccionada para su aplicación a escala regional ha sido la GVE, la cual se ha aplicado sobre un amplio rango de cuencas y regiones climáticas del mundo con éxito (Meight *et al.*, 1997) y tiene la siguiente forma:

$$F(x) = \exp\left\{ \left[ 1 - k(x-u)/\alpha \right]^{1/k} \right\} \quad (45)$$

donde  $\alpha$ ,  $u$  y  $k$  son los parámetros de la distribución.

Obtenidos los parámetros y de acuerdo con la expresión inversa (Hosking *et al.*, 1985), los factores para los diferentes periodos de retorno se determinan por la función de distribución expresada como (Álvarez, 2001):

$$X_T = u + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \left( -\text{Ln} \left( 1 - \frac{1}{T} \right)^k \right) \right\} \quad (46)$$

La estimación de los parámetros se llevó a cabo mediante los momentos ponderados probabilísticamente (MPP), los cuales fueron introducidos por Greenwood *et al.*, 1979 y posteriormente analizados por Hosking, 1986. Los MPP se definen por la siguiente expresión:

$$M_{ijk} = E \left[ x^i F^j (1-F)^k \right] \quad (47)$$

donde :  $i, j, k$  son números reales. Si  $j = k = 0$  e  $i$  es un entero negativo, entonces  $M_{i00}$  es el momento de orden  $i$ . En el caso particular de  $i = 1$ , y ya sea  $j = 0$  o  $k = 0$ ,  $M_{10k}$  y  $M_{1j0}$  son lineales y pueden ser empleados para determinar los parámetros de función de probabilidades GVE.  $M_{10k}$  y  $M_{1j0}$  son interdependientes y están relacionados entre si mediante las expresiones:

$$M_{10k} = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (-1)^j M_{1j0} \quad M_{1j0} = \sum_{k=0}^j \binom{k}{j} (-1)^k M_{10k} \quad (48)$$

La expresión del momento  $M_{1j0} = E(XF^j)$  determina la ponderación de la variable por la probabilidad que tiene de no ser superada, con lo que los valores máximos de la serie tienen un mayor peso.

Como alternativa, la fórmula de posición es una función de ponderación que se expresa como:

$$F_i = (i - 0.35) / N \quad (49)$$

Finalmente, los valores de  $M_{10k}$  y  $M_{1j0}$  para una muestra son determinados por las expresiones:

$$M_{1j0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i^j X_{(i)} \quad M_{10k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [1 - F_{(i)}]^k X_{(i)} \quad (50)$$

donde  $X_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$  son los valores de la muestra ordenados en forma creciente.

Wallis (1980) propuso para la estimación de los parámetros de manera regional dividiendo los valores de cada una de las estaciones por su correspondiente valor medio  $M_{100}$ , y de esta forma obtener valores estandarizados en la región expresados como:

$$m_{(j)} = M_{1j0} / M_{100} \quad m_{(k)} = M_{10k} / M_{100} \quad (51)$$

Posteriormente se determinan los valores promedio de  $m_{(j)}$  y  $m_{(k)}$  de la región compuesta por  $S$  estaciones según:

$$\bar{m}_{(j)} = \sum_{r=1}^S m_{(j)r} [N_r / L] \quad \bar{m}_{(k)} = \sum_{r=1}^S m_{(k)r} [N_r / L] \quad (52)$$

donde la contribución de cada estación al promedio regional en función de la longitud de la serie  $N_r$ . Por lo que los valores regionales de  $\bar{m}_{(j)}$  o  $\bar{m}_{(k)}$  se usan para determinar los parámetros de la función.

(Hosking *et al*, 1985) propuso un sencillo algoritmo para la obtención de los parámetros:

$$C = \frac{2\bar{m}_{110} - \bar{m}_{100}}{3\bar{m}_{120} - \bar{m}_{100}} - \frac{\log 2}{\log 3} \quad (53)$$

$$k = 7.8590C + 2.9554C^2 \quad (54)$$



$$\alpha = \frac{[2\bar{m}_{110} - \bar{m}_{100}]k}{\Gamma(1+k)(1-2^{-k})} \quad (55)$$

$$u = \bar{m}_{100} + \alpha[\Gamma(1+k)-1]/k \quad (56)$$

Con lo que finalmente se pueden evaluar los factores  $X_T$ .

## APLICACIÓN

Para la estimación de la avenida  $Q_m$  en las cuencas en las que no se dispone de información hidrométrica puede ser determinada mediante una ecuación de regresión. Las ecuaciones de regresión utilizadas fueron las obtenidas en el método de la avenida índice.

$$Q_m = 0.5446A^{0.7919} \quad A < 5000 \text{ km}^2 \quad (57)$$

$$Q_m = 55.275e^{0.0002A} \quad A > 5000 \text{ km}^2 \quad (58)$$

Los resultados de los parámetros adimensionales, así como los parámetros de la distribución GVE como los factores para diferentes periodos de retorno se dan en las tablas 3.22 y 3.24.

Tabla 3.22 Parámetros adimensionales MMP y parámetros de la distribución GVE.

$\bar{m}_{100}$	1.000
$\bar{m}_{110}$	0.681
$\bar{m}_{120}$	0.523
$C$	0.003
$k$	0.026
$\alpha$	0.534
$u$	0.666
$\Gamma(1+k)$	0.984

Por lo que la curva región quedaría:

$$\frac{Q_T}{Q_m} = 0.6665 - 20.2749 \left[ 1 - \left\{ -\text{Ln} \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right\} \right]^{0.0264} \quad (59)$$

Los valores obtenidos de  $Q_m$ , para las estaciones se muestra en la tabla 3.23.

Tabla 3.23 Avenidas medias anuales para las estaciones ( $m^3/s$ ).

Estaciones	$Q_m$
Quiotepec	486.301
Tomellín	125.432
La Junta	534.996

Tabla 3.24 Factores de la región para diferentes periodos de retorno.

$T_r$	$X_T$
2	0.8614
5	1.4524
10	1.8340
20	2.1931
50	2.6479
100	2.9815
500	3.7292
1000	4.0411
5000	4.7431
10000	5.0364

Los valores de los gastos obtenidos son los que se muestran en las tablas 3.25, y en las figuras 3.28, 3.29 y 3.30 se muestran la gráficas de los gastos para los diferentes periodos de retorno.

Tabla 3.25 Gastos estimados para diferentes periodos de retorno en las estaciones.

T (años)	$Q_{\text{QUIOTEPEC}}$ ( $m^3/s$ )	$Q_{\text{TOMELLÍN}}$ ( $m^3/s$ )	$Q_{\text{LA JUNTA}}$ ( $m^3/s$ )
2	418.89	108.05	460.84
5	706.29	182.17	777.01
10	891.90	230.05	981.21
20	1066.53	275.09	1173.32
50	1287.70	332.14	1416.64
100	1449.91	373.98	1595.09
500	1813.53	467.77	1995.13
1000	1965.17	506.88	2161.95
5000	2306.59	594.94	2537.55
10000	2449.20	631.73	2694.45

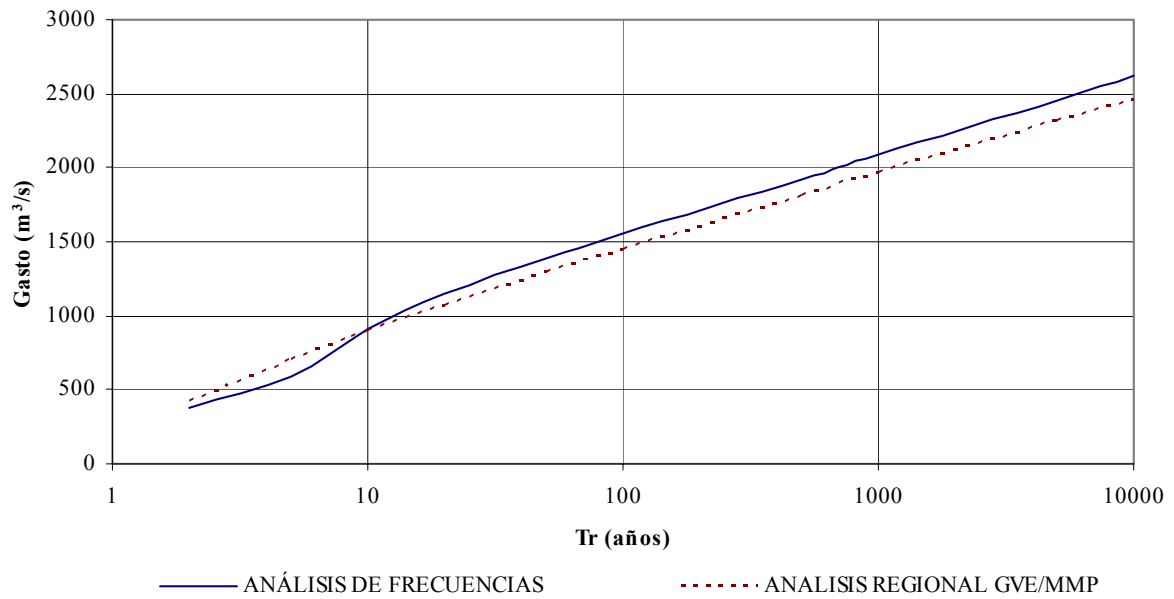


Figura 3.28 Resultados estimados en Quiotepec.

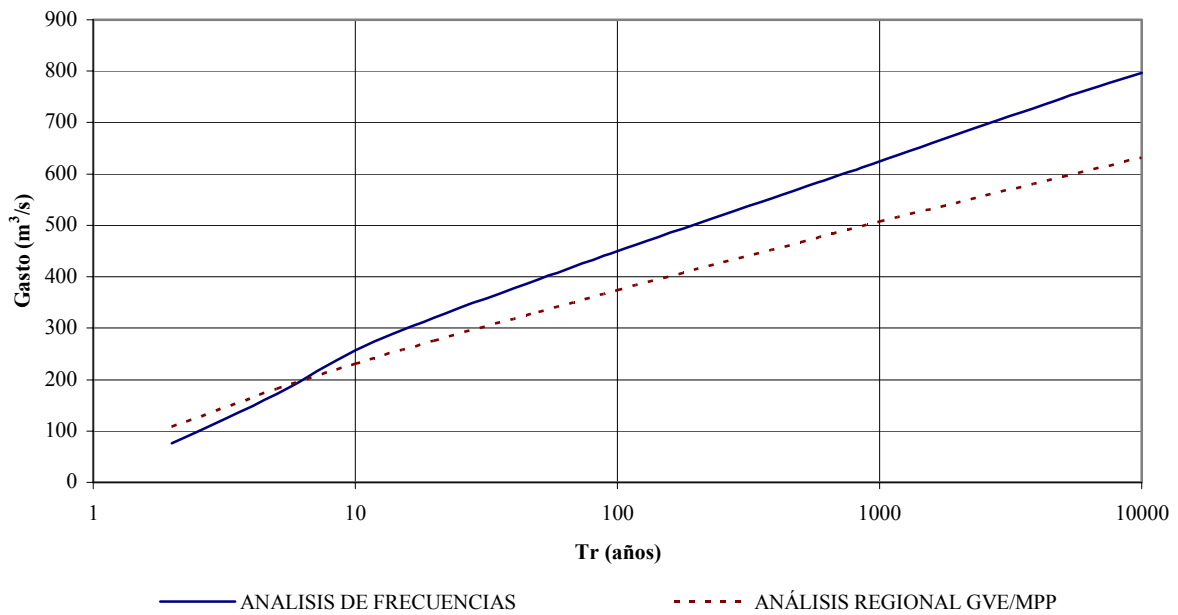


Figura 3.29 Resultados estimados en La Junta.

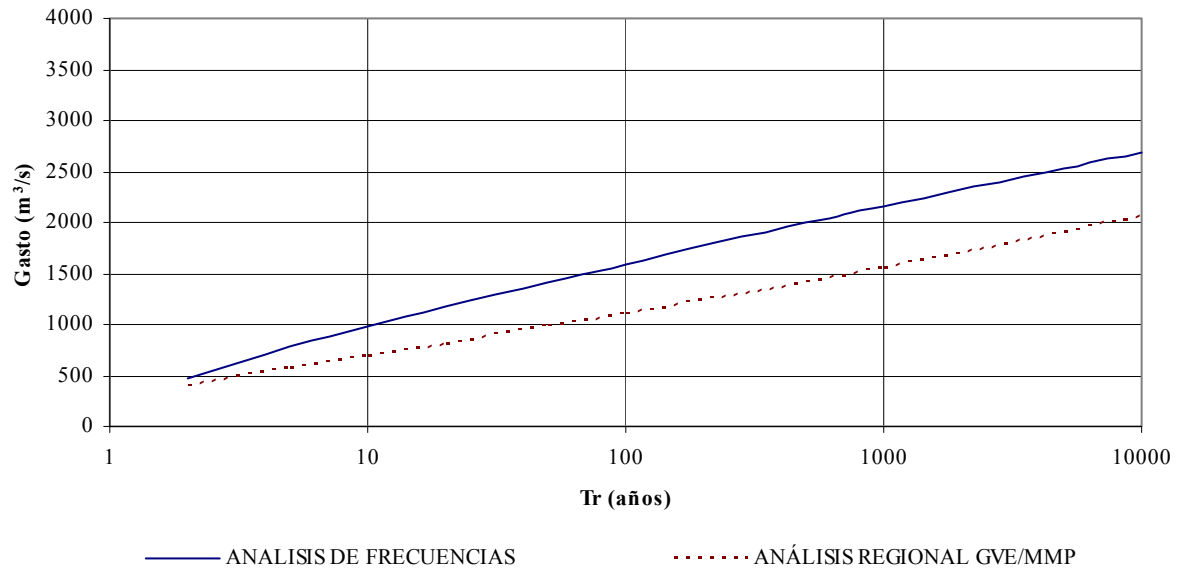


Figura 3.30 Resultados estimados en Tomellín.

En las figuras 3.28 a 3.30, se observa que aunque se tienen ciertos sesgos en la estimación de los gastos máximos, en general este modelo regional proporcionó buenos resultados para los tres sitios respecto del análisis de frecuencias con la información en cada sitio.

### 3.3 ANÁLISIS DE FRECUENCIAS CONJUNTO

Para la estimación de los gastos en las confluencias de ríos que se presentan en la zona de estudio se aplicó el análisis de frecuencia conjunto. Se tienen dos confluencias en el cual se conocen las funciones de distribución acumuladas (La Junta y Quiotepec), en cada una de las corrientes aguas arriba de la confluencia. Para los dos casos presentados se tomó la consideración de total independencia de los eventos en las corrientes y se realizó un proceso de optimización de la solución, tomando la combinación que proporcionara el mayor gasto.

Entre las funciones de distribución de valores extremos se ha establecido que el modelo logístico propuesto por Gumbel describe con una muy buena aproximación este fenómeno. El modelo está dado por la siguiente expresión (Ramírez, 1995):

$$F(x_1, x_2, \dots, x_k; m) = \exp\left(-\left\{[-LnF_1(x_1)]^m + [-LnF_2(x_2)]^m + \dots + [-LnF_k(x_k)]^m\right\}^{1/m}\right) \quad (60)$$

donde  $m$  es el parámetro de asociación que cumple con  $m \geq 1$ , el cual está ligado estrechamente con el coeficiente de correlación lineal múltiple.

Como se mencionó para la aplicación de los dos casos, se partirá de la total independencia de los eventos en las corrientes, de modo que  $m = 1$ , lo que equivale a tener un coeficiente de correlación nulo. Con esto la expresión anterior resulta:

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k; 1) = \exp[LnF_1(x_1) + LnF_2(x_2) + LnF_3(x_3) + \dots + LnF_k(x_k)] \quad (61)$$

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k; 1) = F_1(x_1)F_2(x_2)F_3(x_3) \dots F_k(x_k) \quad (62)$$

donde  $k$  es el número de corrientes individuales.

Para el caso de dos corrientes se puede demostrar que la expresión general resulta (Ramírez, 1995):

$$T_{12} = \frac{1}{1 - F_1(x_1) - F_2(x_2) + F_1(x_1)F_2(x_2)} \quad (63)$$

De tal forma que sustituyendo de acuerdo con la definición de periodo de retorno se tiene:

$$T_{12} = \frac{1}{[1 - F(x_1)][1 - F(x_2)]} \quad (64)$$

Por otra parte la probabilidad de que un evento con un periodo de retorno,  $Tr$ , ocurra o sea excedido es:

$$P(X \geq x) = \frac{1}{Tr} \quad (65)$$

La ecuación anterior es la relación del periodo de retorno con la probabilidad de excedencia. La probabilidad de no excedencia se expresa de la siguiente manera:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{Tr} \quad (66)$$

Por lo tanto, el periodo de retorno, que es el inverso de la probabilidad de excedencia, se expresa de la siguiente manera:

$$Tr = \frac{1}{1 - P(X \leq x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (67)$$

Por lo que sustituyendo en la ec. 64, se tiene que:

$$T_{12} = T_1 T_2 \quad (68)$$

Por lo que el caso de  $k$  variables aleatorias resulta:

$$T_{123\dots k} = T_1 T_2 T_3 \dots T_k \quad (69)$$

Como existen diversos vectores de valores que dan solución al periodo de retorno conjunto, la solución será aquella combinación que proporcione el mayor gasto.

Se aplicará la metodología para dos sitios de confluencias de ríos que se presentan dentro de la zona y en los cuales se inferirá la información aguas abajo de la confluencia y teniendo la información medida se compara con la obtenida.

Para la aplicación de este método es indispensable que mediante alguna prueba se determine que las estaciones son homogéneas, como se hizo en el capítulo anterior

### 3.2.1 PRIMER CASO (LA JUNTA)

El primer caso se presenta en la confluencia del río Salado y el río Grande. Se tomará en cuenta la información de las estaciones “La Angostura” y “Quiotepec”, y aguas abajo de la confluencia sobre el río Santo Domingo se encuentra la estación “La Junta”. El esquema de lo anterior se puede observar en la figura 3.31.

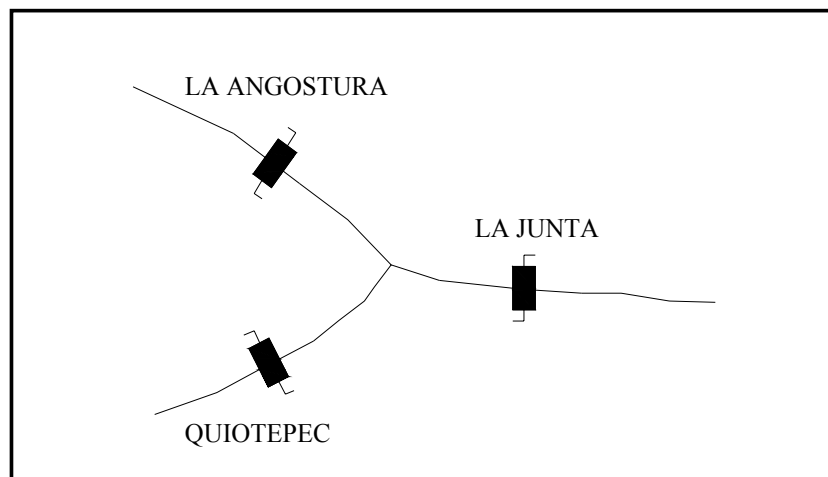


Figura 3.31 Esquema en la confluencia caso 1.

La función Doble Gumbel fue la función que resultó con mejor ajuste para los datos de las estaciones La Angostura y Quiotepec. En la tabla 3.26, se muestran los resultados de los parámetros.

Tabla 3.26 Parámetros de las estaciones para la función Gumbel Doble.

Estación	$\alpha_1, \text{m}^3/\text{s}$	$\beta_1, \text{m}^3/\text{s}$	$\alpha_2, \text{m}^3/\text{s}$	$\beta_2, \text{m}^3/\text{s}$	$P$
Quiotepec	116.82	305.15	227.79	977.37	0.870
La Angostura	62.17	211.88	28.06	383.97	0.868

A continuación se muestran en la tabla 3.27 los vectores solución que dieron el mayor gasto para los diferentes periodos de retorno considerados.

Tabla 3.27 Soluciones para los diferentes periodos de retorno caso 1.

La Angostura	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
171.33	345.24	<b>516.33</b>	0.13	1.15	0.43	1.75	2.00
154.89	570.07	<b>724.89</b>	0.07	1.08	0.78	4.64	5.00
139.29	900.12	<b>1039.29</b>	0.03	1.04	0.9	9.65	10.00
150.06	1128.91	<b>1278.91</b>	0.06	1.06	0.95	18.84	20.00
173.41	1349.45	<b>1523.41</b>	0.14	1.16	0.98	43.22	50.00
149.02	1539.60	<b>1688.60</b>	0.06	1.06	0.99	94.45	100.00
166.61	1900.10	<b>2066.61</b>	0.11	1.12	1.00	445.3	500.00
175.25	2049.76	<b>2225.25</b>	0.14	1.17	1.00	856.88	1000.00
160.02	2431.92	<b>2591.92</b>	0.09	1.09	1.00	4566.45	5000.00
160.12	2589.96	<b>2749.90</b>	0.09	1.09	1.00	9132.91	10000.00

En la figura 3.32 se muestran los resultados obtenidos con los medidos en la estación La Junta que se encuentra aguas abajo de la confluencia.

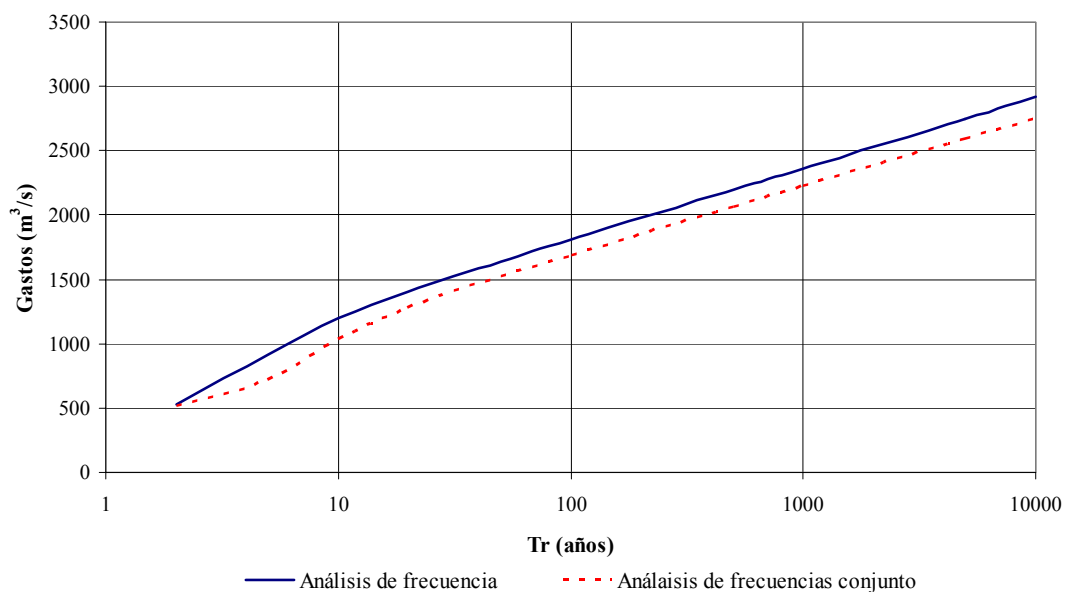


Figura 3.32 Resultados estimados en la estación La Junta.

### 2.2.2 SEGUNDO CASO (QUIOTEPEC)

El segundo caso se presenta la confluencia de las corrientes del río Apoala, río Tomellín y río Grande. Se tomará en cuenta la información de las estaciones “Apoala” y “Matamba” aguas abajo de la confluencia sobre el mismo río Grande se encuentra la estación “Quiotepec”; el esquema de lo anterior se puede observar en la figura 3.33.

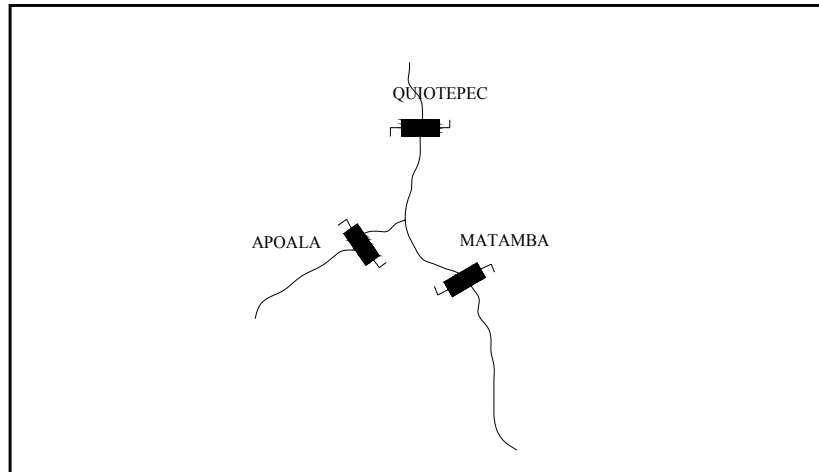


Figura 3.33 Esquema en la confluencia caso 2.

Para las dos estaciones la función de mejor ajuste fue la función Gumbel Doble. En la tabla 3.28, se muestran los resultados de los parámetros para las estaciones.

Tabla 3.28 Parámetros de las estaciones para la función Gumbel Doble.

Estación	$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	P
Matamba	200.01	429.62	52.02	751.07	0.826
Apoala	27.19	188.03	58.85	326.04	0.868

Al igual que en el caso anterior la determinación del vector solución se hizo tomando la más adversa sin realizar ningún proceso de optimización. En la tabla 3.29 se muestran los resultados.



Tabla 3.29 Soluciones para lo diferentes periodos de retorno caso 2.

Matamba	Apoala	Quiotepec	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
168.45	197.92	<b>366.38</b>	0.11	1.13	0.43	1.76	2.00
271.54	224.81	<b>496.35</b>	0.39	1.64	0.67	3.03	5.00
623.15	198.14	<b>821.30</b>	0.82	5.64	0.43	1.77	10.00
1037.83	157.67	<b>1195.50</b>	0.94	19.18	0.04	1.04	20.00
1008.56	223.78	<b>1232.34</b>	0.94	16.80	0.66	2.97	50.00
1190.36	214.29	<b>1404.66</b>	0.97	40.66	0.59	2.45	100.00
1520.22	205.65	<b>1725.88</b>	0.99	242.73	0.51	2.06	500.00
1724.52	181.30	<b>1905.83</b>	0.99	758.76	0.24	1.31	1000.00
2050.94	160.04	<b>2210.98</b>	1.00	4735.87	0.05	1.05	5000.00
2174.87	159.51	<b>2334.38</b>	1.00	9500.05	0.05	1.05	10000.00

En la figura 3.34 se muestran los resultados obtenidos con los medidos en la estación Quiotepec que se encuentra aguas abajo de la confluencia.

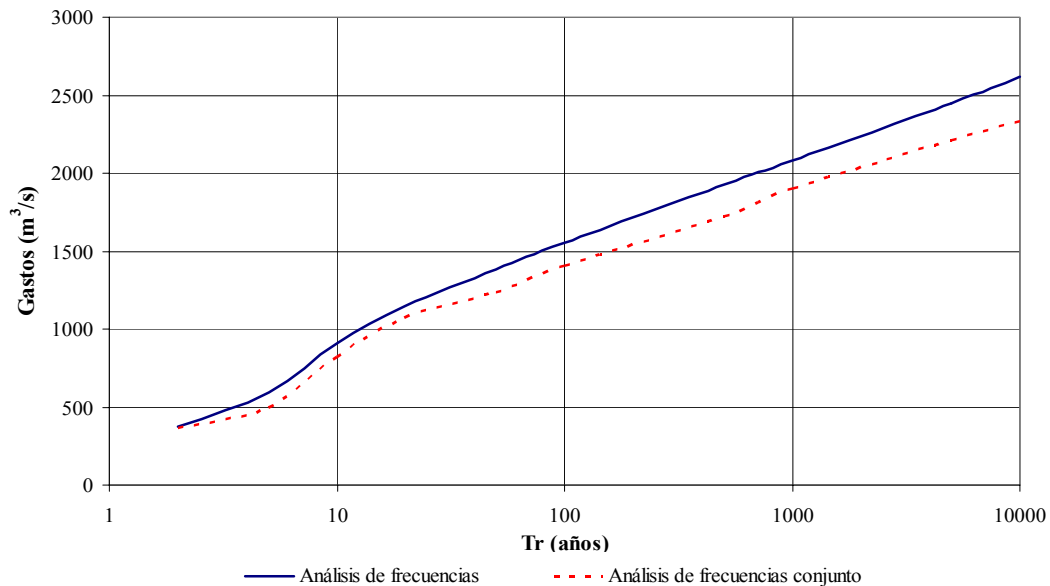


Figura 3.34 Resultados obtenidos en la estación Quiotepec.

### 3.4 ESTIMACIÓN DEL AJUSTE DE LOS MÉTODOS

Con el propósito de hacer una comparación entre los resultados obtenidos con los modelos regionales y el análisis de frecuencia conjunto es necesario evaluar numéricamente la calidad del ajuste de cada uno de los métodos, para lo cual se utilizará la prueba del error cuadrático mínimo.

#### PRUEBA DEL ERROR CUADRÁTICO MÍNIMO

La prueba del error cuadrático mínimo se define como:

$$ECM = \left[ \sum_{i=1}^n (Q_{o_i} - Q_{p_i})^2 \right]^{1/2} \quad (70)$$

donde:

$Q_o$  son los gastos máximos anuales observados

$Q_p$  son los gastos estimados, con el modelo regional, que corresponden a la misma probabilidad asociada con los gastos registrados

$n$  es en número de datos del registro

Los resultados de la prueba a la aplicación de los modelos para la estación Quiotepec, Tomellín y La Junta, se muestran en las tablas 3.30, 3.31 y 3.32 respectivamente.

Tabla 3.30 Resultados de la prueba en la estación Quiotepec.

Método	ECM
Estaciones año	228.42
Avenida índice	252.45
<b>Avenida índice dos poblaciones</b>	<b>100.53</b>
Método directo	245.51
Método indirecto	330.96
Aplicación Box-Cox	1038.33
Análisis regional de frecuencias GVE/MPP	107.99

Tabla 3.31 Resultados de la prueba en la estación Tomellín.

Método	ECM
Estaciones año	154.46
Avenida índice	132.46
<b>Avenida índice dos poblaciones</b>	<b>41.29</b>
Método directo	94.23
Método indirecto	67.51
Aplicación Box-Cox	181.40
Análisis regional de frecuencia GVE/MPP	94.42

Tabla 3.32 Resultados de la prueba en la estación La Junta.

Método	ECM
Estaciones año	265.56
Avenida índice	354.25
<b>Avenida índice dos poblaciones</b>	<b>148.28</b>
Método directo	835.73
Método indirecto	506.21
Aplicación Box-Cox	661.74
Análisis regional de frecuencia GVE/MPP	198.85

Los resultados nos muestran que los modelos regionales que mejor representaron la función de distribución en la estación Quiotepec, Tomellín y La Junta fue el modelo de la *avenida índice (dos poblaciones)*, como se señala con negritas en las tablas anteriores.

En la tabla 3.33, se muestran los errores cuadráticos mínimos para los sitios Quiotepec y La Junta.

Tabla 3.33 Resultados en la estación La Junta y Quiotepec.

Estación	Método	ECM
Quiotepec	Análisis de frecuencias conjunto	97.51
La Junta	Análisis de frecuencias conjunto	139.27

Se puede observar que mediante el método de *análisis de frecuencias conjunto* aplicado en las confluencias de Quiotepec y La Junta, se obtuvo una mejor representación de la función de distribución de probabilidad, para el caso de los sitios La Junta y Quiotepec que con el modelo regional de la *avenida índice para dos poblaciones* el cual proporcionó los mejores resultados de los modelos regionales.

### 3.5 RESUMEN DE RESULTADOS

En las figuras 3.35, 3.36, 3.37, 3.38, 3.39, 3.40, 3.41, 3.42, 3.43 y 3.44 se muestran los resultados de los diferentes modelos regionales y el análisis de frecuencia conjunto para los diferentes periodos de retorno de las estaciones Quiotepec, Tomellín y La Junta.

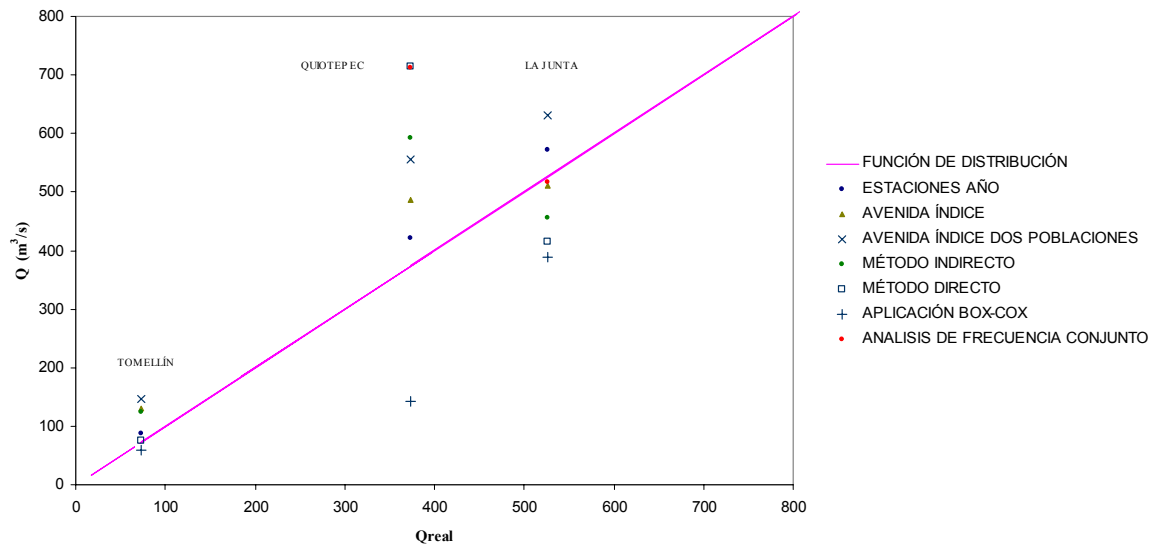


Figura 3.35 Comportamiento de los métodos para un Tr = 2 años.

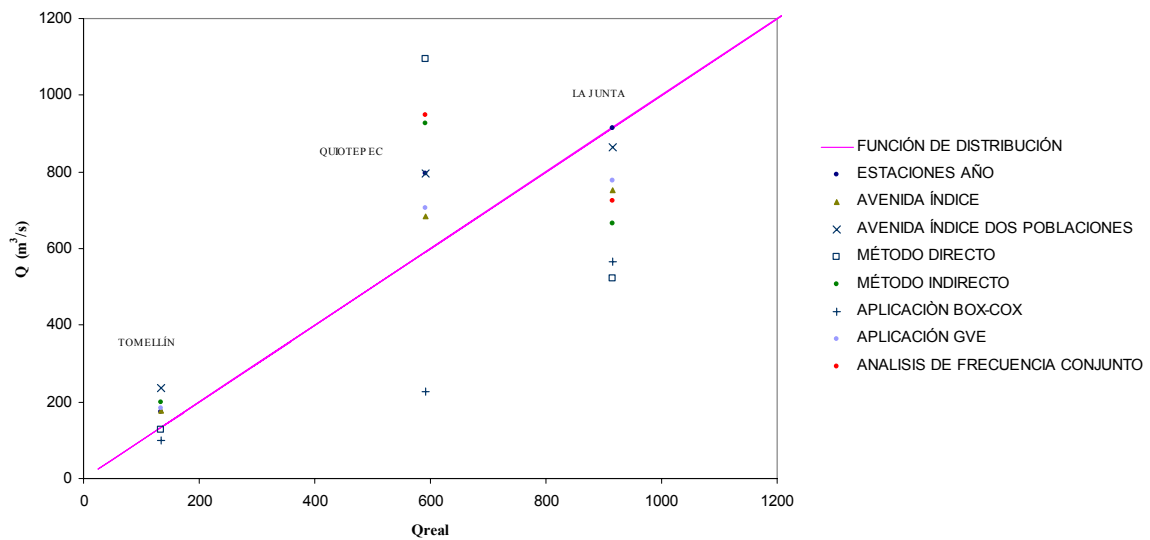


Figura 3.36 Comportamiento de los métodos para un Tr = 5 años.

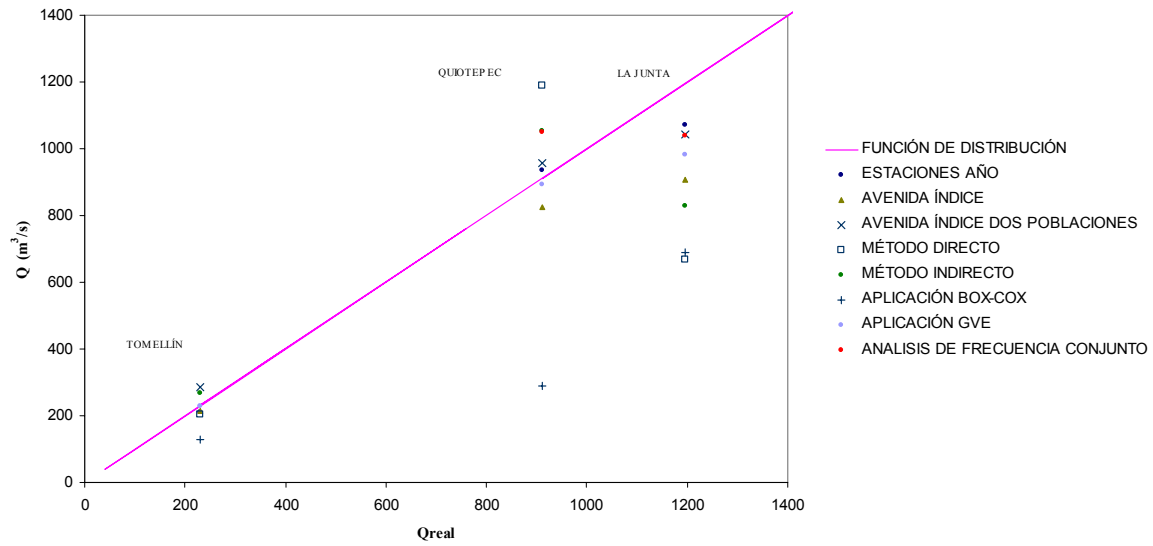


Figura 3.37 Comportamiento de los métodos para un Tr = 10 años.

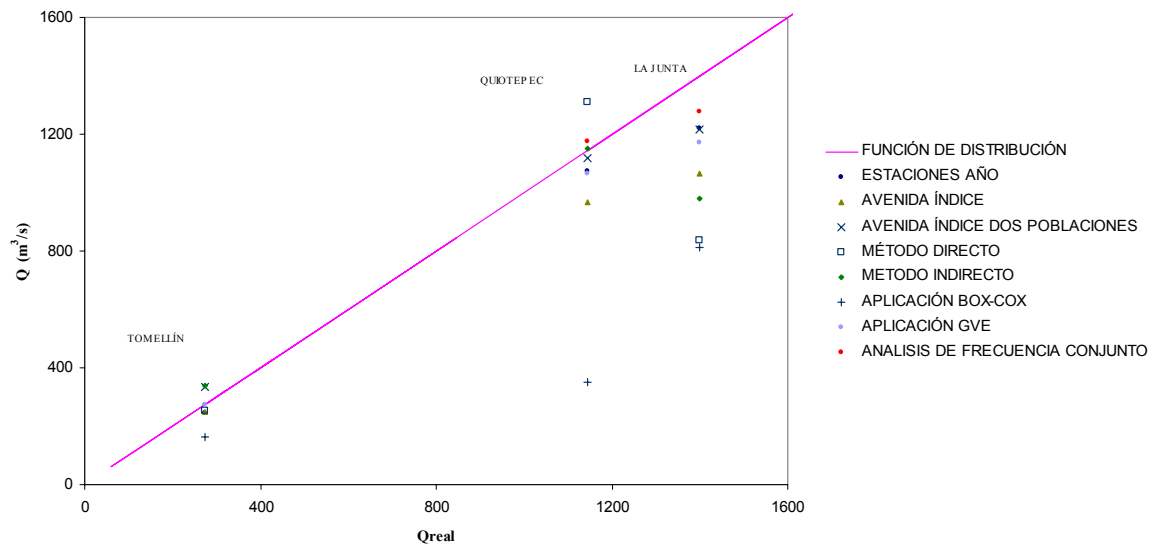


Figura 3.38 Comportamiento de los métodos para un Tr = 20 años.

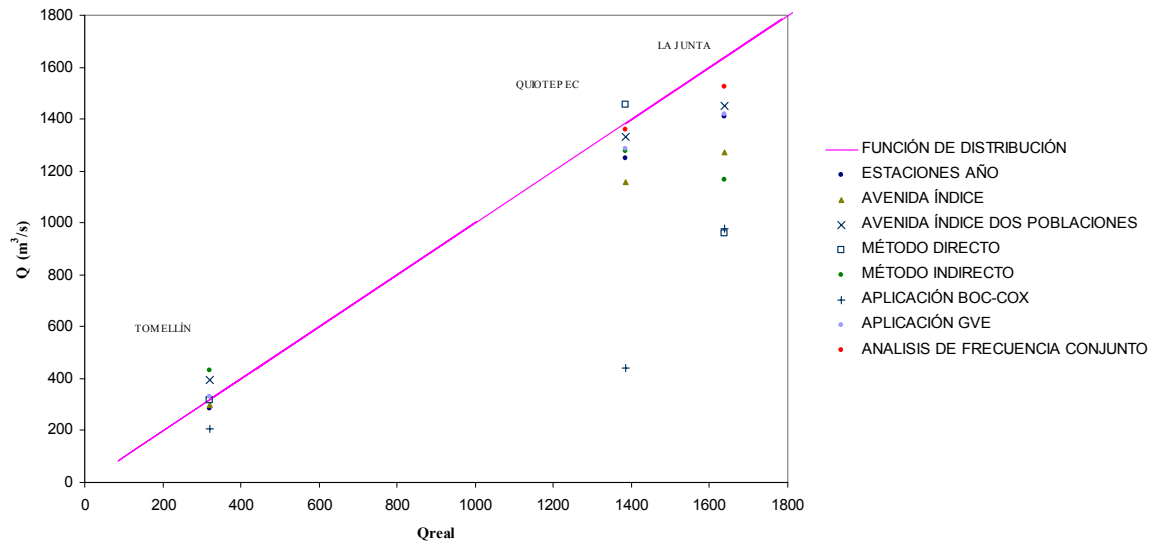


Figura 3.39 Comportamiento de los métodos para un Tr = 50 años.

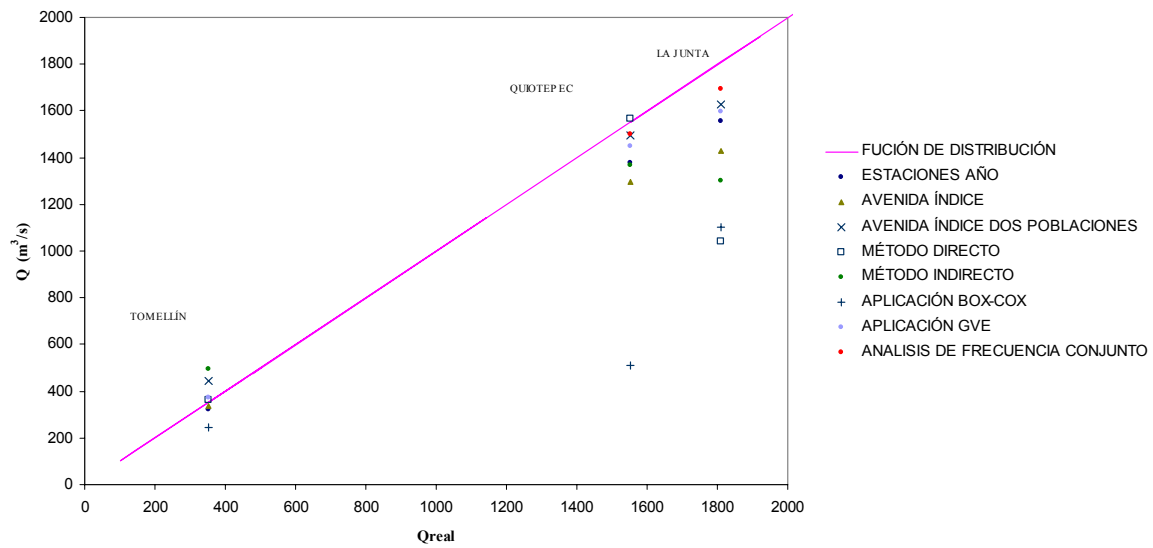


Figura 3.40 Comportamiento de los métodos para un Tr = 100 años.

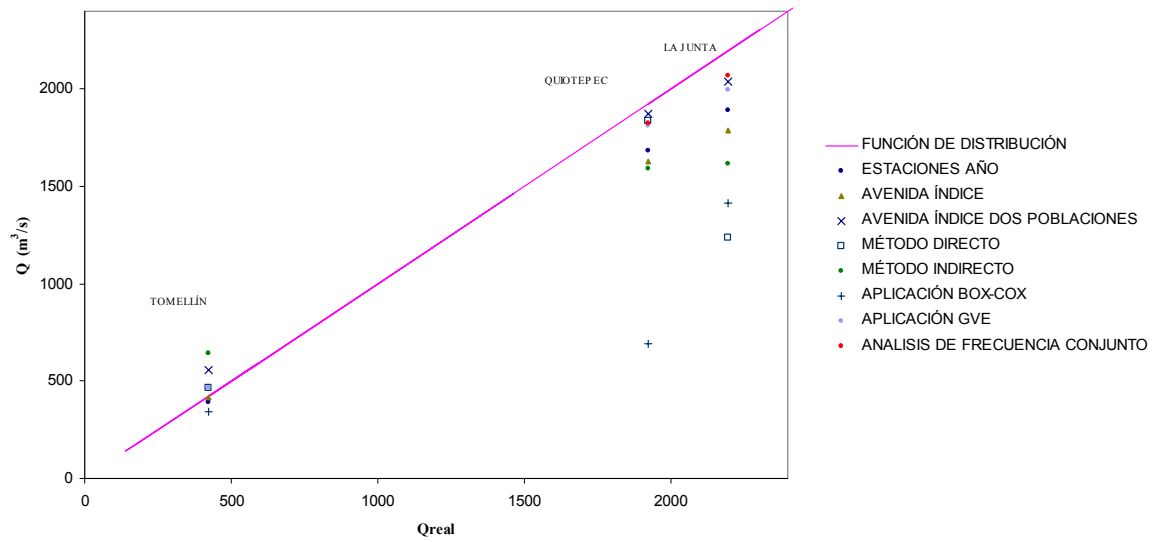


Figura 3.41 Comportamiento de los métodos para un Tr = 500 años.

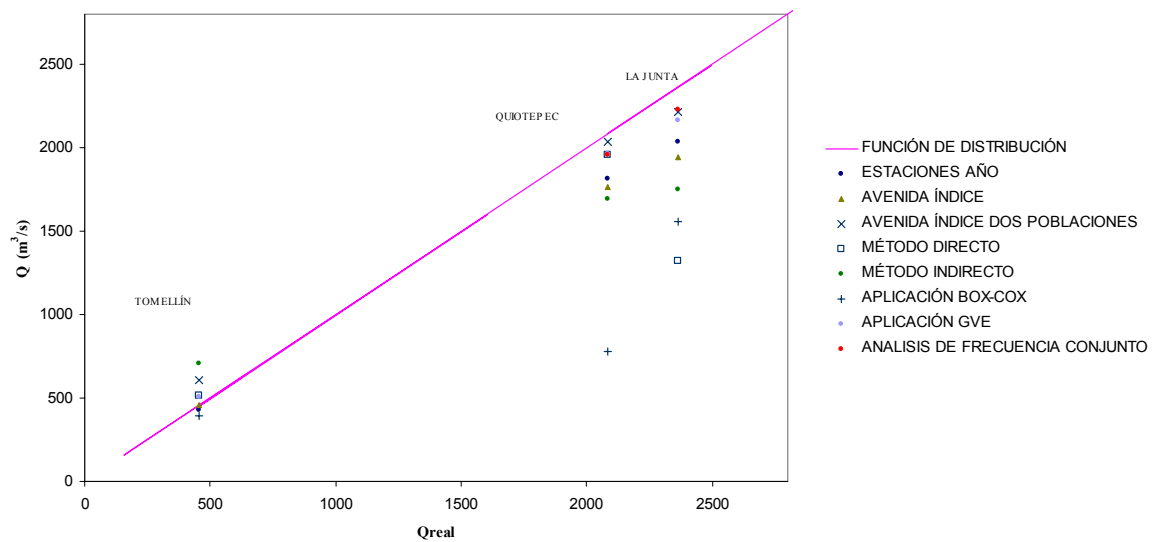


Figura 3.42 Comportamiento de los métodos para un Tr = 1000 años.

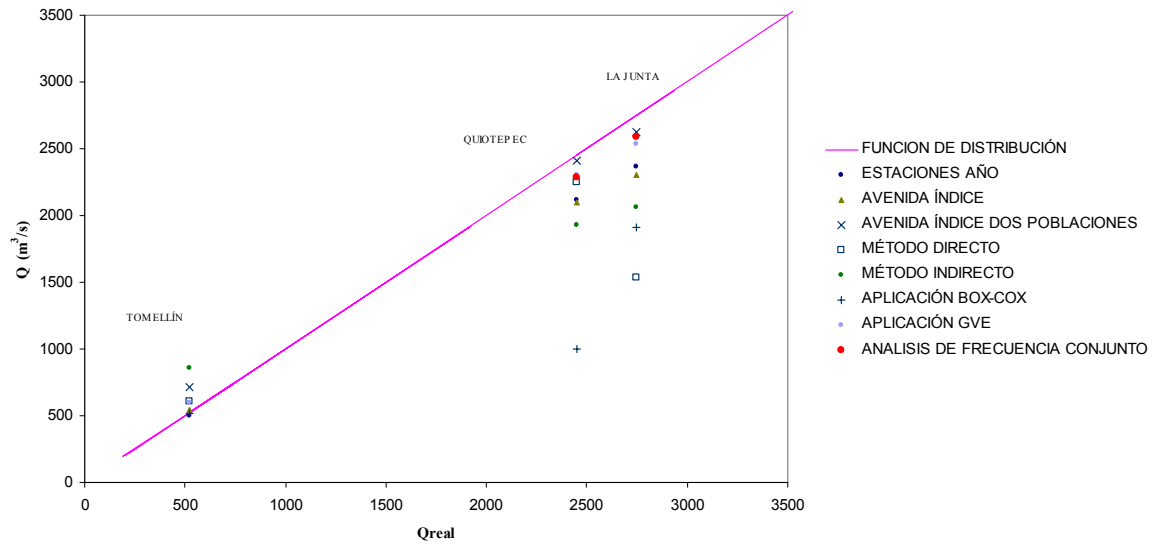


Figura 3.43 Comportamiento de los métodos para un  $Tr = 5000$  años.

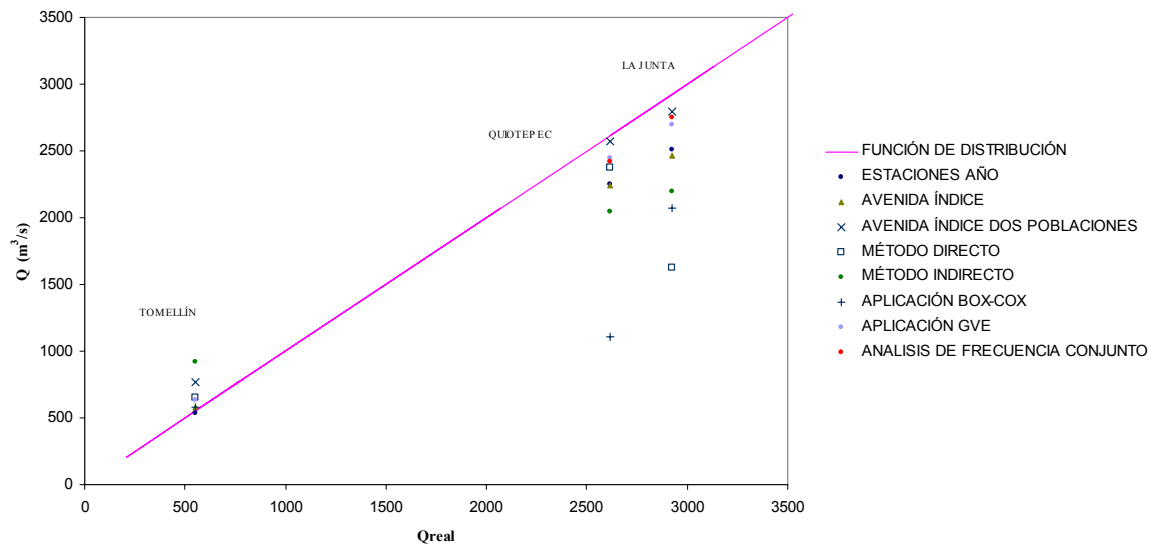


Figura 3.44 Comportamiento de los métodos para un  $Tr = 10000$  años.



## **CAPÍTULO IV**

### **ESTIMACIÓN DE GASTOS MÁXIMOS EN LA JUNTA MEDIANTE MODELOS REGIONALES Y ANÁLISIS DE FRECUENCIAS CONJUNTO**

En este capítulo se presenta la estimación de gastos máximos en sitios no aforados utilizando simultáneamente modelos regionales y análisis de frecuencias conjunto, utilizando registros de información fuera del sitio. Se tomará la estación La Junta como objetivo considerándolo no aforado para los casos de aplicación, con el objeto de comparar con los resultados obtenidos en el análisis de frecuencias de la información registrada en la estación.

#### **4.1 METODOLOGÍA**

La metodología propuesta para la aplicación de las metodologías de manera complementaria, es de la manera siguiente:

Se estimaron los gastos máximos de las corrientes no aforadas mediante modelos regional obteniendo una serie de 20 datos y mediante la aplicación un análisis de frecuencias a la

serie se determinó la función de mejor ajuste, así como los parámetros de la función para usar el análisis de frecuencias conjunto para estimar los gastos en sitios aguas abajo hasta llegar al sitio que se tenga como objetivo.

Se llevo acabo la aplicación de la metodología a siete casos en los que se verá cómo resultan los gastos máximos estimados en el sitio La Junta, bajo diferentes consideraciones de información en la zona. Se verá también qué tan factible es estimar gastos máximos mediante modelos regionales en las corrientes no aforadas.

De los resultados obtenidos en el capítulo anterior se tiene que el modelo regional de la avenida índice para dos poblaciones fue el que proporcionó los mejores resultados por lo que será este método el que se utilicé para estimar los gastos máximos en las corrientes no aforadas.

## 4.2 CASO 1

En este caso se supone que se cuenta con información en La Angostura y no se tiene información en Quiotepec, figura 4.1. Usando el análisis regional se determinó una serie sintética en Quiotepec y con la información de Quiotepec y La Angostura, se construyó el registro de La Junta con análisis de frecuencias conjunto.

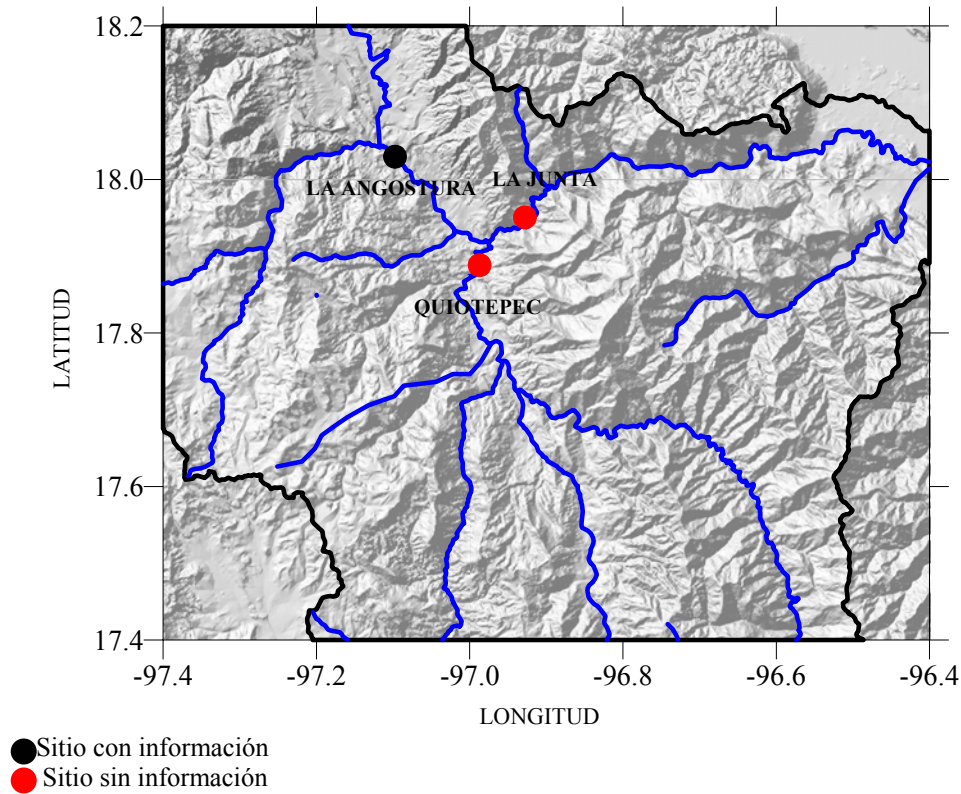


Figura 4.1 Caso 1.

En la tabla 4.1 se tiene la serie sintética obtenida con regionalización para el sitio Quiotepec.

Tabla 4.1 Serie para Quiotepec.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	1130.78	1.91	569.85
10.50	968.63	1.75	549.50
7.00	873.78	1.62	530.77
5.25	806.49	1.50	513.44
4.20	754.29	1.40	497.30
3.50	711.64	1.31	482.20
3.00	675.58	1.24	468.02
2.63	644.34	1.17	454.65
2.33	616.79	1.11	442.00
2.10	592.15	1.05	430.00

Después de realizar el análisis de frecuencias a la serie en Quiotepec se determinó que la que mejor se ajustó fue la función Doble Gumbel tabla 4.2, obteniendo lo parámetros de la serie, tabla 4.3.

Tabla 4.2 Determinación de la función de mejor ajuste a la serie sintética en Quiotepec.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Quiotepec	65.835	46.251	43.293	42.915	<b>29.801</b>	51.395	39.561	39.350

Tabla 4.3 Parámetros de las estaciones Quiotepec y La Angostura.

La Angostura	Gumbel Doble	Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	62.170	$\alpha_1, m^3/s$	87.719
$\beta_1, m^3/s$	211.880	$\beta_1, m^3/s$	508.241
$\alpha_2, m^3/s$	28.060	$\alpha_2, m^3/s$	168.919
$\beta_2, m^3/s$	383.970	$\beta_2, m^3/s$	881.642
<b>P</b>	0.868	<b>P</b>	0.784

Realizando el análisis de frecuencias conjunto con las estaciones La Angostura y Quiotepec se determinó el registro de la estación La Junta, obteniendo los resultados mostrados en la tabla 4.4 y figura 4.2.

Tabla 4.4 Resultados obtenidos para el Caso 1.

La Angostura	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
248.77	339.29	<b>588.06</b>	0.50	2.00	0.00	1.00	2.00
159.12	778.72	<b>937.84</b>	0.08	1.09	0.78	4.58	5.00
152.79	958.04	<b>1110.82</b>	0.07	1.07	0.89	9.35	10.00
179.13	1077.79	<b>1256.91</b>	0.16	1.19	0.94	16.81	20.00
184.89	1240.56	<b>1425.45</b>	0.19	1.23	0.98	40.73	50.00
186.50	1360.36	<b>1546.86</b>	0.19	1.24	0.99	80.72	100.00
187.49	1634.58	<b>1822.07</b>	0.20	1.25	1.00	401.25	500.00
187.88	1751.68	<b>1939.56</b>	0.20	1.25	1.00	800.67	1000.00
188.20	2023.54	<b>2211.74</b>	0.20	1.25	1.00	3995.63	5000.00
189.24	2139.62	<b>2328.86</b>	0.21	1.26	1.00	7942.24	10000.00

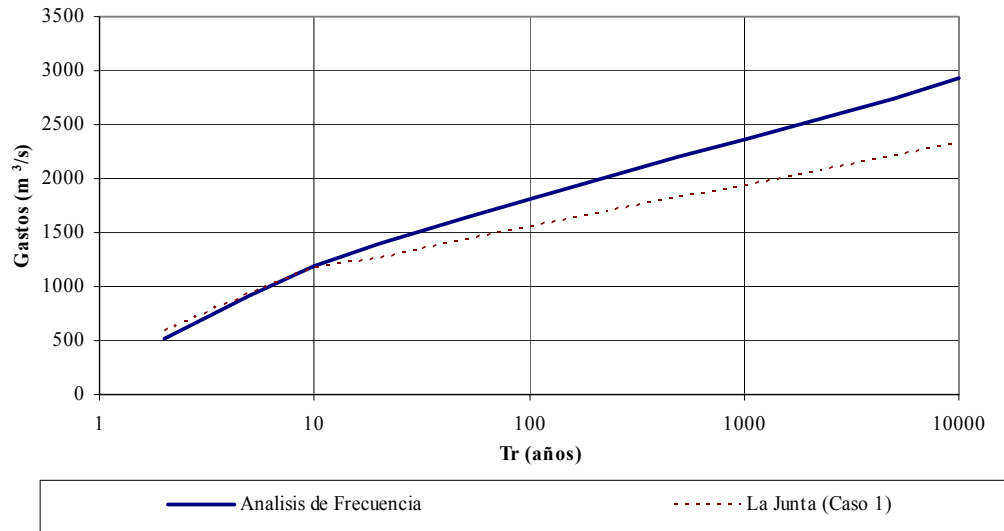


Figura 4.2 Resultados obtenidos para el Caso 1.

### 4.3 CASO 2

En este caso se tiene que se cuenta con información en La Angostura y no se tiene información en Quiotepec, pero en este caso se considerará la corriente S/A<sub>1</sub> (corriente sin aforar 1), figura 4.3.

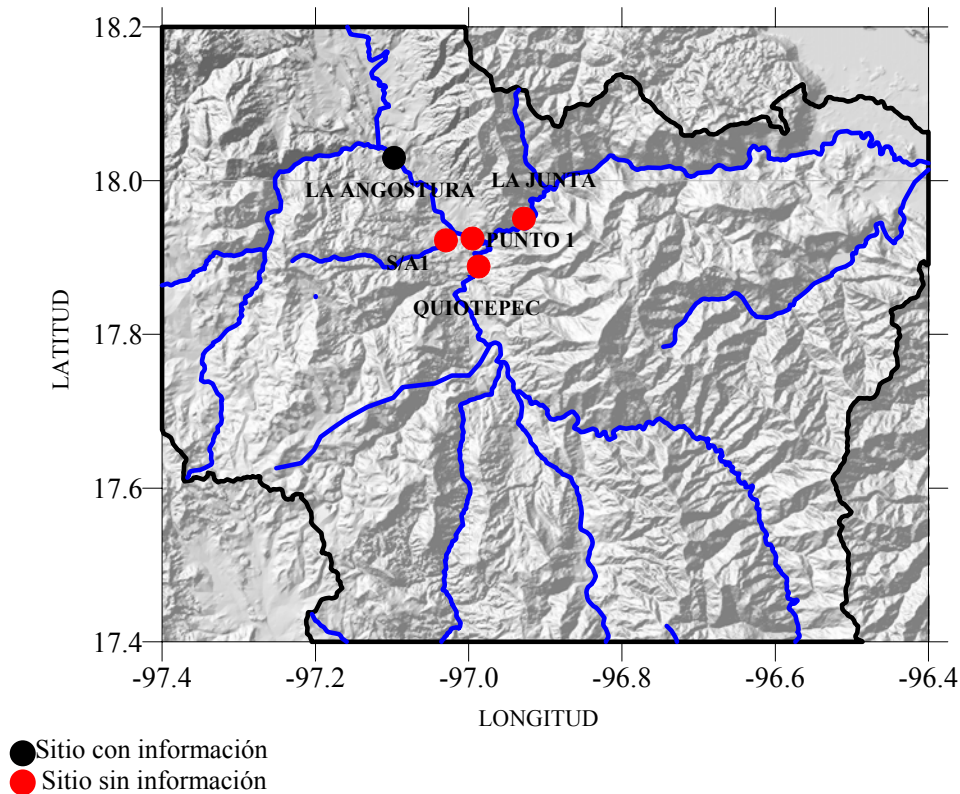


Figura 4.3 Caso 2.

Se determinó una serie sintética para la corriente S/A<sub>1</sub> mediante regionalización, tabla 4.5.

Tabla 4.5 Serie para S/A<sub>1</sub>.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	187.95	1.91	94.716
10.50	161.00	1.75	91.333
7.00	145.23	1.62	88.221
5.25	134.05	1.50	85.340
4.20	125.37	1.40	82.657
3.50	118.28	1.31	80.148
3.00	112.29	1.24	77.791
2.63	107.10	1.17	75.568
2.33	102.52	1.11	73.466
2.10	98.42	1.05	71.472

A esta serie se le aplicó un análisis de frecuencias determinando la función de mejor ajuste resultando la función Doble Gumbel, tabla 4.6.

Tabla 4.6 Estimación de la función de mejor ajuste a la serie sintética en S/A<sub>1</sub>.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
S/A <sub>1</sub>	10.945	7.691	7.197	7.135	<b>1.778</b>	8.546	6.577	6.539

Por lo que los parámetros para la S/A<sub>1</sub>, y los de La Angostura de la función de mejor ajuste Doble Gumbel se muestran en la tabla 4.7.

Tabla 4.7 Parámetros para S/A<sub>1</sub> y La Angostura.

S/A <sub>1</sub>	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	14.573
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	84.486
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	28.079
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	146.539
<b>P</b>	0.784

La Angostura	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	62.170
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	211.880
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	28.060
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	383.970
<b>P</b>	0.868

Con la información de S/A<sub>1</sub> y La Angostura se construyó mediante análisis de frecuencia conjunto una serie en el Punto 1, tabla 4.8.

Tabla 4.8 Serie para el Punto 1.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	504.08	1.91	307.510
10.50	472.44	1.75	297.303
7.00	450.16	1.62	287.401
5.25	428.13	1.50	277.876
4.20	401.16	1.40	268.213
3.50	376.99	1.31	258.392
3.00	358.53	1.24	247.908
2.63	343.25	1.17	236.572
2.33	330.09	1.11	222.923
2.10	318.37	1.05	204.167

Aplicando un análisis de frecuencias, se determinó la función de mejor ajuste, resultando la función Doble Gumbel, tabla 4.9.

Tabla 4.9 Determinación de la función de mejor ajuste a la serie sintética en Punto 1.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Punto 1	17.929	14.421	14.469	15.783	<b>4.436</b>	14.198	14.064	23.987

Se determinaron los parámetros en el Punto 1 para la función de mejor ajuste, y se tienen los parámetros estimados en Quiotepec en el caso anterior, tabla 4.10.

Tabla 4.10 Parámetros para el Punto 1 y Quiotepec.

Punto 1	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	57.422
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	272.562
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	31.265
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	463.367
<b>P</b>	0.848

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	87.719
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	508.241
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	168.919
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	881.642
<b>P</b>	0.784

Con la serie sintética determinada en Quiotepec en el caso anterior, mediante regionalización y con la información del Punto 1, se construyó el registro de La Junta mediante análisis de frecuencia conjunto, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4.11 y figura 4.4.

Tabla 4.11 Resultados obtenidos para el Caso 2.

Punto 1	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
238.789	549.092	<b>787.881</b>	0.140	1.163	0.419	1.720	2.000
222.781	780.397	<b>1003.178</b>	0.079	1.085	0.783	4.608	5.000
232.911	945.875	<b>1178.786</b>	0.115	1.130	0.887	8.847	10.000
239.847	1081.151	<b>1320.998</b>	0.145	1.169	0.942	17.105	20.000
244.145	1245.071	<b>1489.216</b>	0.164	1.197	0.976	41.777	50.000
245.647	1364.871	<b>1610.518</b>	0.172	1.207	0.988	82.844	100.000
246.582	1639.056	<b>1885.638</b>	0.176	1.214	0.998	411.978	500.000
247.067	1756.054	<b>2003.121</b>	0.178	1.217	0.999	821.612	1000.000
263.879	2009.408	<b>2273.287</b>	0.265	1.360	1.000	3675.125	5000.000
248.023	2144.393	<b>2392.416</b>	0.183	1.224	1.000	8169.610	10000.000

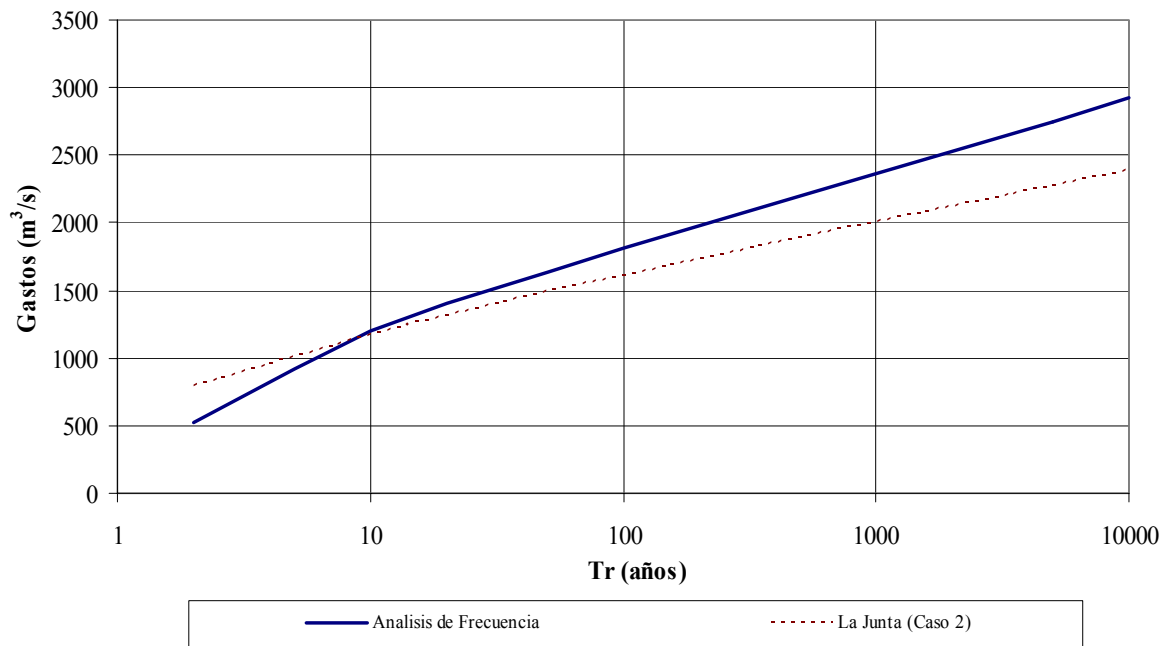


Figura 4.4 Resultados obtenidos para el Caso 2.



### 4.4 CASO 3

En este caso se tiene que se cuenta con información en La Angostura, Apoala, Matamba y no se tiene información en Quiotepec y La Junta, figura 4.5.

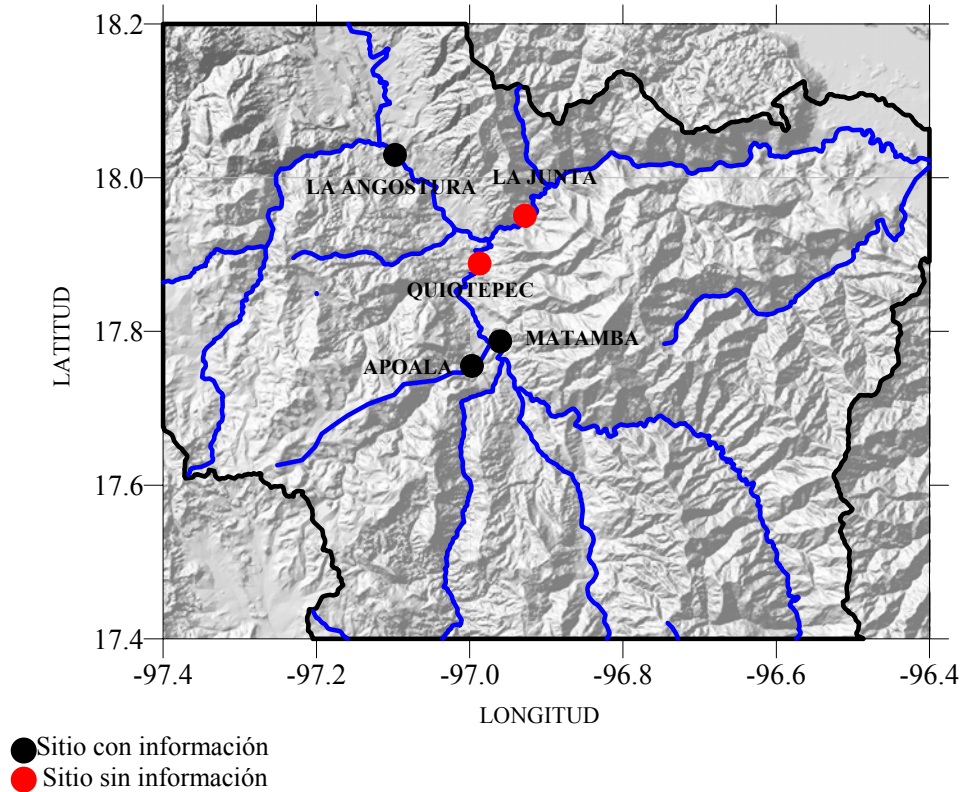


Figura 4.5 Caso 3.

Se construyó una serie con análisis de frecuencias conjunto para Quiotepec con los parámetros de los registros de Apoala y Matamba, tabla 4.12, para los cuales la función Doble Gumbel fue la de mejor ajuste. En la tabla 4.13 se muestra la serie para Quiotepec.

Tabla 4.12 Parámetros de las estaciones Apoala y Matamba.

Apoala	Gumbel Doble	Matamba	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	62.170	$\alpha_1, m^3/s$	109.135
$\beta_1, m^3/s$	211.880	$\beta_1, m^3/s$	242.624
$\alpha_2, m^3/s$	28.060	$\alpha_2, m^3/s$	177.968
$\beta_2, m^3/s$	383.970	$\beta_2, m^3/s$	877.827
<b>P</b>	0.868	<b>P</b>	0.846

Tabla 4.13 Serie obtenida para Quiotepec.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	1199.22	1.91	445.465
10.50	1025.49	1.75	425.973
7.00	870.40	1.62	407.024
5.25	702.40	1.50	388.338
4.20	621.34	1.40	369.247
3.50	574.74	1.31	349.966
3.00	540.45	1.24	328.858
2.63	512.36	1.17	305.828
2.33	487.88	1.11	277.385
2.10	465.95	1.05	238.640

Aplicando un análisis de frecuencias, se determinó la función de mejor ajuste, resultando la función Doble Gumbel, tabla 4.14.

Tabla 4.14 Determinación de la función de mejor ajuste para la serie obtenida en Quiotepec.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Quiotepec	100.777	68.271	68.681	70.039	<b>10.524</b>	73.102	63.916	60.109

Con los parámetros obtenidos para la serie en Quiotepec y los conocidos para la estación La Angostura, tabla 4.15, y aplicando análisis de frecuencia conjunto se determinaron los gastos en La Junta, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4.16 y figura 4.6.

Tabla 4.15 Parámetros para las estaciones Quiotepec y La Angostura.

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	110.522
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	377.409
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	211.999
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	1006.531
<b>P</b>	0.846

La Angostura	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	62.170
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	211.880
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	28.060
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	383.970
<b>P</b>	0.868

Tabla 4.16 Resultados obtenidos para el Caso 3.

La Angostura	Quitepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
241.47	271.84	<b>513.30</b>	0.47	1.87	0.06	1.07	2.00
148.16	669.06	<b>817.21</b>	0.05	1.06	0.79	4.73	5.00
152.06	984.98	<b>1137.04</b>	0.06	1.07	0.89	9.37	10.00
163.90	1180.29	<b>1344.18</b>	0.10	1.11	0.94	18.01	20.00
169.90	1396.00	<b>1565.90</b>	0.12	1.14	0.98	43.91	50.00
171.87	1549.14	<b>1721.02</b>	0.13	1.15	0.99	87.06	100.00
173.25	1895.18	<b>2068.44</b>	0.13	1.16	1.00	432.53	500.00
173.55	2042.58	<b>2216.14</b>	0.14	1.16	1.00	863.84	1000.00
173.85	2384.09	<b>2557.94</b>	0.14	1.16	1.00	4313.20	5000.00
169.98	2534.84	<b>2704.83</b>	0.12	1.14	1.00	8779.62	10000.00

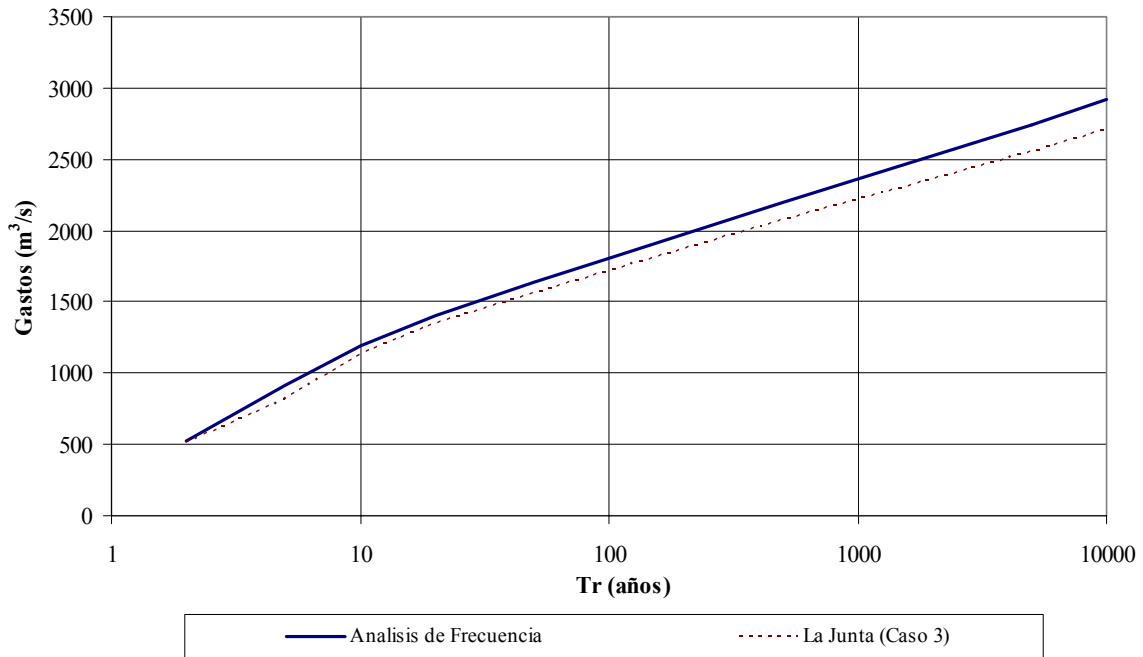


Figura 4.6 Resultados obtenidos para el Caso 3.

### 4.5 CASO 4

En este caso al igual que el anterior se tiene que se cuenta con información en La Angostura, Apoala, Matamba y no se tiene información en Quiotepec y La Junta, pero ahora se tomara en cuenta la S/A<sub>1</sub>, figura 4.7.

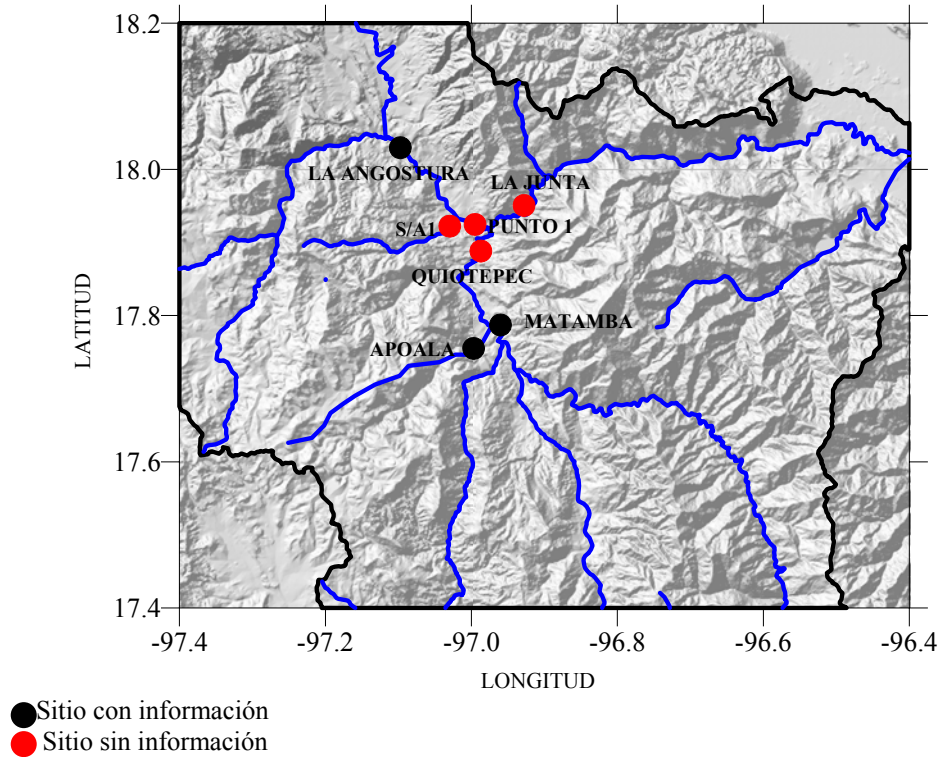


Figura 4.7 Caso 4.

Del caso 3 tenemos la serie que se creó con el análisis de frecuencia conjunto para Quiotepec, tabla 4.17, con los parámetros de las estaciones Apoala y Matamba, y sus parámetros de la serie para la función de mejor ajuste Doble Gumbel, tabla 4.18.

Tabla 4.17 Serie obtenida para Quiotepec.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	1199.22	1.91	445.465
10.50	1025.49	1.75	425.973
7.00	870.40	1.62	407.024
5.25	702.40	1.50	388.338
4.20	621.34	1.40	369.247
3.50	574.74	1.31	349.966
3.00	540.45	1.24	328.858
2.63	512.36	1.17	305.828
2.33	487.88	1.11	277.385
2.10	465.95	1.05	238.640

Tabla 4.18 Parámetros para la estación Quiotepec.

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1, \text{m}^3/\text{s}$	110.522
$\beta_1, \text{m}^3/\text{s}$	377.409
$\alpha_2, \text{m}^3/\text{s}$	211.999
$\beta_2, \text{m}^3/\text{s}$	1006.531
<b>P</b>	0.846

Del caso 2 tenemos la serie para el punto 1, tabla 4.19 y sus parámetros para la función de mejor ajuste Doble Gumbel, tabla 4.20.

Tabla 4.19 Serie para el Punto 1.

Tr (años)	Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	Tr (años)	Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
21.00	504.08	1.91	307.510
10.50	472.44	1.75	297.303
7.00	450.16	1.62	287.401
5.25	428.13	1.50	277.876
4.20	401.16	1.40	268.213
3.50	376.99	1.31	258.392
3.00	358.53	1.24	247.908
2.63	343.25	1.17	236.572
2.33	330.09	1.11	222.923
2.10	318.37	1.05	204.167

Tabla 4.20 Parámetros para el Punto 1.

Punto 1	Gumbel Doble
$\alpha_1, \text{m}^3/\text{s}$	57.422
$\beta_1, \text{m}^3/\text{s}$	272.562
$\alpha_2, \text{m}^3/\text{s}$	31.265
$\beta_2, \text{m}^3/\text{s}$	463.367
<b>P</b>	0.848

Con los parámetros obtenidos para los sitios de Quiotepec y el Punto 1, se construyó el registro de la estación La Junta. En la tabla 4.21 y figura 4.8 se muestran los resultados obtenidos para el caso 4.

Tabla 4.21 Resultados obtenidos para La Junta Caso 4.

Punto 1	Quitepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
161.746	448.295	<b>610.041</b>	0.001	1.001	0.500	1.999	2.000
211.785	671.533	<b>883.318</b>	0.048	1.050	0.790	4.763	5.000
215.893	987.038	<b>1202.931</b>	0.058	1.062	0.894	9.421	10.000
225.944	1183.343	<b>1409.287</b>	0.089	1.098	0.945	18.217	20.000
230.784	1399.801	<b>1630.585</b>	0.107	1.120	0.978	44.650	50.000
233.024	1552.549	<b>1785.573</b>	0.116	1.131	0.989	88.418	100.000
234.823	1898.070	<b>2132.893</b>	0.123	1.140	0.998	438.422	500.000
242.658	2037.257	<b>2279.915</b>	0.158	1.187	0.999	842.481	1000.000
234.245	2388.127	<b>2622.372</b>	0.121	1.137	1.000	4396.121	5000.000
228.489	2540.489	<b>2768.978</b>	0.098	1.109	1.000	9016.584	10000.000

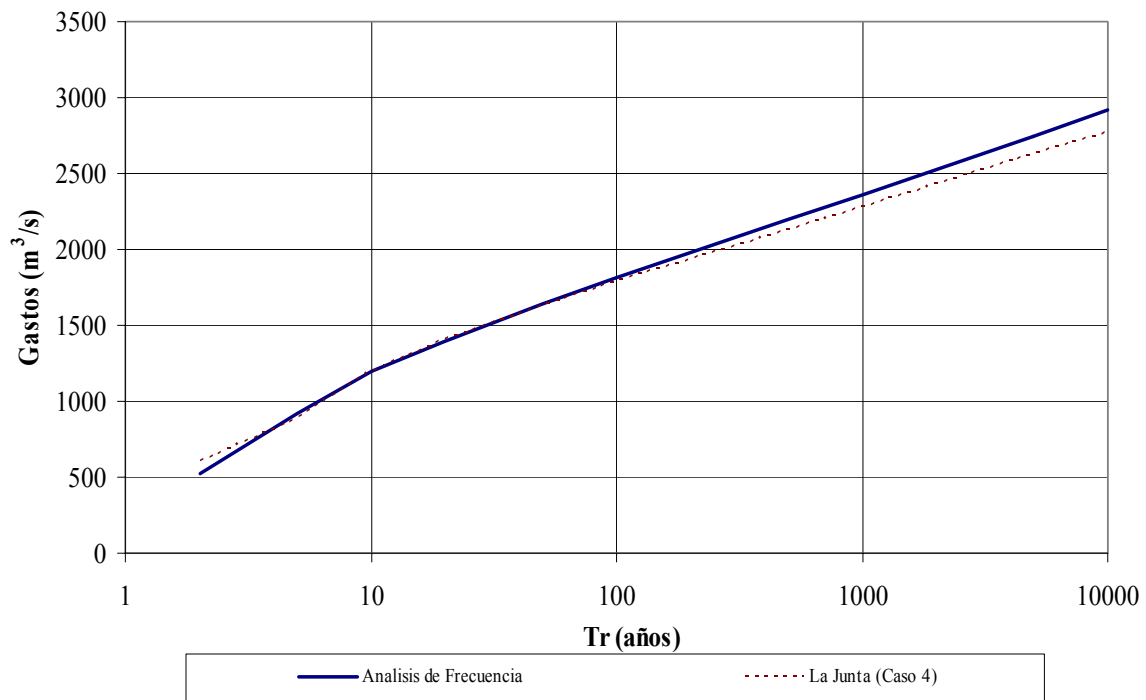


Figura 4.8 Resultado obtenidos para La Junta Caso 4.

#### 4.6 CASO 5

En este caso se contará con información en los sitios La Angostura, Apoala, Tomellín, Dominguillo y no se contará con información en Matamba, Quiotepec y La Junta. Se consideraran las corrientes sin aforar S/A<sub>1</sub> y S/A<sub>2</sub>, figura 4.9.

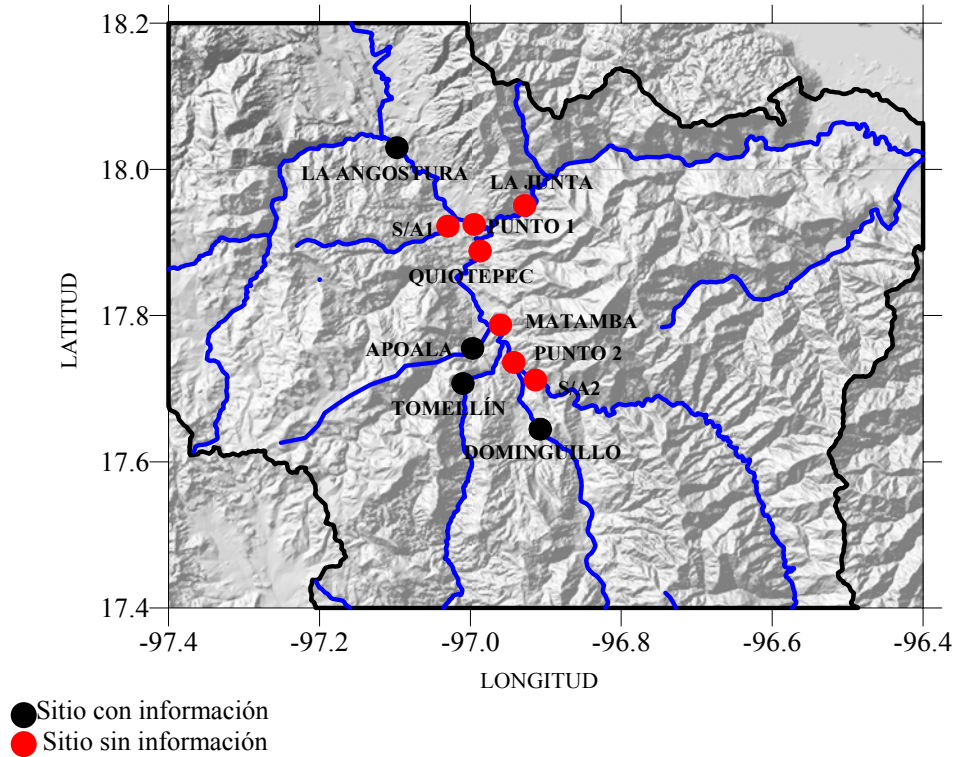


Figura 4.9 Caso 5.

Mediante regionalización se estimó una serie sintética para S/A<sub>2</sub> y se determinó la función de mejor ajuste a la serie y los parámetros de esa función, tablas 4.22, 4.23 y 4.24.

Tabla 4.22 Serie determinada para el sitio S/A<sub>2</sub>.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	595.81	1.91	300.256
10.50	510.37	1.75	289.532
7.00	460.40	1.62	279.666
5.25	424.94	1.50	270.532
4.20	397.44	1.40	262.028
3.50	374.97	1.31	254.073
3.00	355.97	1.24	246.601
2.63	339.51	1.17	239.556
2.33	324.99	1.11	232.892
2.10	312.00	1.05	226.570

Tabla 4.23 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio S/A<sub>2</sub>.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
S/A <sub>2</sub>	34.697	24.38	22.816	22.618	<b>15.695</b>	27.091	20.852	20.730

Con los parámetros estimados en el sitio S/A<sub>2</sub> y lo conocidos en Dominguillo, tabla 4.24, se determino mediante análisis de frecuencia conjunto una serie sintética en el sitio Punto 2, determinando la función de mejor ajuste a la serie, tablas 4.25 y 4.26.

Tabla 4.24 Parámetros para el sitio S/A<sub>2</sub> y Dominguillo.

S/A <sub>2</sub>	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	46.200
$\beta_1, m^3/s$	267.823
$\alpha_2, m^3/s$	89.008
$\beta_2, m^3/s$	464.536
<b>P</b>	0.784

Dominguillo	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	30.073
$\beta_1, m^3/s$	54.056
$\alpha_2, m^3/s$	43.710
$\beta_2, m^3/s$	236.174
<b>P</b>	0.856

Tabla 4.25 Serie determinada para el sitio Punto 2.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	611.35	1.91	320.784
10.50	537.20	1.75	311.666
7.00	487.00	1.62	302.861
5.25	446.33	1.50	294.223
4.20	412.86	1.40	285.534
3.50	387.22	1.31	276.684
3.00	368.19	1.24	267.107
2.63	353.45	1.17	256.709
2.33	341.21	1.11	243.928
2.10	330.51	1.05	226.673



Tabla 4.26 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Punto 2.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Punto 2	33.193	23.656	22.292	21.848	<b>15.871</b>	26.156	20.712	21.826

Con los parámetros estimados para la serie del Punto 2 con la función que mejor se ajustó Doble Gumbel y los parámetros para la estación Tomellín tabla 4.27, se construyó una serie con análisis de frecuencia conjunto para el sitio Matamba tabla 4.28.

Tabla 4.27 Parámetros para el sitio Punto 2 y Tomellín.

Punto 2	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	52.651
$\beta_1, m^3/s$	289.046
$\alpha_2, m^3/s$	81.440
$\beta_2, m^3/s$	522.203
<b>P</b>	0.838

Tomellín	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	28.300
$\beta_1, m^3/s$	52.050
$\alpha_2, m^3/s$	75.470
$\beta_2, m^3/s$	215.360
<b>P</b>	0.774

Tabla 4.28 Serie determinada para el sitio Matamba.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	635.07	1.91	340.249
10.50	561.96	1.75	330.754
7.00	508.18	1.62	321.465
5.25	462.07	1.50	312.417
4.20	427.48	1.40	302.849
3.50	404.16	1.31	293.823
3.00	387.00	1.24	283.667
2.63	373.07	1.17	272.522
2.33	361.03	1.11	259.011
2.10	350.25	1.05	240.723

Se determinó la función de mejor ajuste para la serie en Matamba, la cual resultó la Doble Gumbel, tabla 4.29. Con los parámetros obtenidos para la serie en Matamba y los obtenidos con la información en la estación Apoala (tabla 4.30), se construyó mediante análisis de frecuencias conjunto una serie de datos para el sitio Quiotepec, tabla 4.31.

Tabla 4.29 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Matamba.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Matamba	33.706	24.335	22.758	22.299	<b>17.436</b>	26.873	21.227	22.526

Tabla 4.30 Parámetros para el sitio Matamba y Apoala.

Matamba	Gumbel Doble	Apoala	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	54.037	$\alpha_1, m^3/s$	62.170
$\beta_1, m^3/s$	306.162	$\beta_1, m^3/s$	211.880
$\alpha_2, m^3/s$	84.595	$\alpha_2, m^3/s$	28.060
$\beta_2, m^3/s$	550.592	$\beta_2, m^3/s$	383.970
<b>P</b>	0.844	<b>P</b>	0.868

Tabla 4.31 Serie obtenida para el sitio Quiotepec.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	815.64	1.91	504.022
10.50	727.79	1.75	491.934
7.00	663.77	1.62	479.935
5.25	624.81	1.50	468.085
4.20	596.83	1.40	455.931
3.50	576.38	1.31	443.069
3.00	559.08	1.24	429.549
2.63	543.71	1.17	414.427
2.33	529.64	1.11	395.863
2.10	516.53	1.05	370.379

Aplicando un análisis de frecuencias, se determinó la función de mejor ajuste para la serie en Quiotepec, resultando la función Doble Gumbel, tabla 4.32, así como sus parámetros tabla 4.33.

Tabla 4.32 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Matamba.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Quiotepec	30.242	22.847	21.165	20.547	<b>10.067</b>	24.946	20.177	26.254

Tabla 4.33 Parámetros para el sitio Quiotepec.

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1, \text{m}^3/\text{s}$	66.103
$\beta_1, \text{m}^3/\text{s}$	457.029
$\alpha_2, \text{m}^3/\text{s}$	104.373
$\beta_2, \text{m}^3/\text{s}$	708.437
<b>P</b>	0.846

Del caso 2 tenemos los parámetros obtenidos para el Punto 1, los cuales se obtuvieron obteniendo una serie mediante regionalización para el sitio S/A<sub>1</sub> y con análisis de frecuencia conjunto con La Angostura y S/A<sub>1</sub>, se obtuvo una serie para el Punto 1 realizando análisis de frecuencias y obteniendo los parámetros de la función de mejor ajuste tabla 4.34.

Tabla 4.34 Parámetros para el sitio Punto 1.

Punto 1	Gumbel Doble
$\alpha_1, \text{m}^3/\text{s}$	57.422
$\beta_1, \text{m}^3/\text{s}$	272.562
$\alpha_2, \text{m}^3/\text{s}$	31.265
$\beta_2, \text{m}^3/\text{s}$	463.367
<b>P</b>	0.848

Con los parámetros obtenidos para los sitios Quiotepec y Punto 1, se construyó mediante análisis de frecuencias conjunto el registro en La Junta, mostrándose los resultados obtenidos en la tabla 4.35 y figura 4.10.

Tabla 4.35 Resultados obtenidos para La Junta Caso 5.

Punto 1	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
259.626	463.193	<b>722.819</b>	0.242	1.320	0.340	1.516	2.000
255.907	588.008	<b>843.915</b>	0.223	1.287	0.743	3.886	5.000
257.124	693.905	<b>951.029</b>	0.229	1.297	0.870	7.709	10.000
419.761	601.527	<b>1021.288</b>	0.788	4.708	0.765	4.248	20.000
425.832	732.870	<b>1158.702</b>	0.796	4.910	0.902	10.183	50.000
430.785	814.445	<b>1245.230</b>	0.804	5.106	0.949	19.586	100.000
435.198	987.178	<b>1422.376</b>	0.812	5.312	0.989	94.134	500.000
434.873	1060.553	<b>1495.426</b>	0.811	5.295	0.995	188.849	1000.000
434.879	1228.651	<b>1663.530</b>	0.811	5.296	0.999	944.192	5000.000
434.860	1300.916	<b>1735.776</b>	0.811	5.295	0.999	1888.724	10000.000

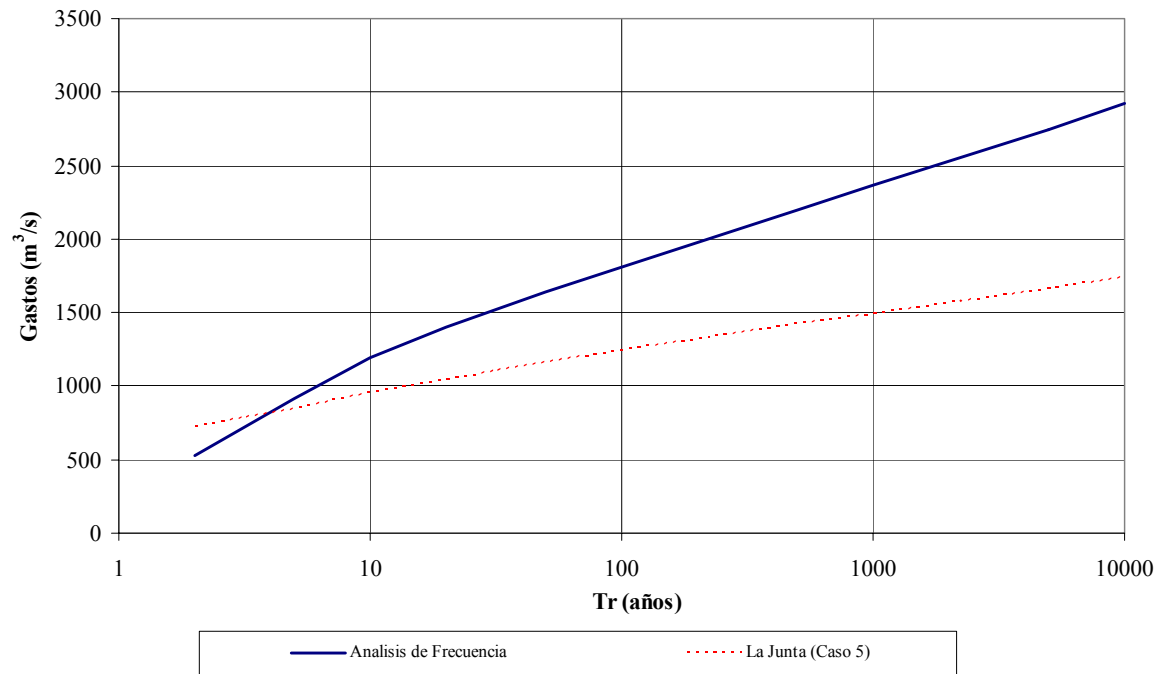


Figura 4.10 Resultado obtenidos para La Junta Caso 5.

### 4.7 CASO 6

En este caso se contará con información en los sitios La Angostura, Apoala y Tomellín y no se contará con información en Matamba, Quiotepec, La Junta y el Punto 2, se considera la corriente sin aforar S/A<sub>1</sub>, figura 4.11.

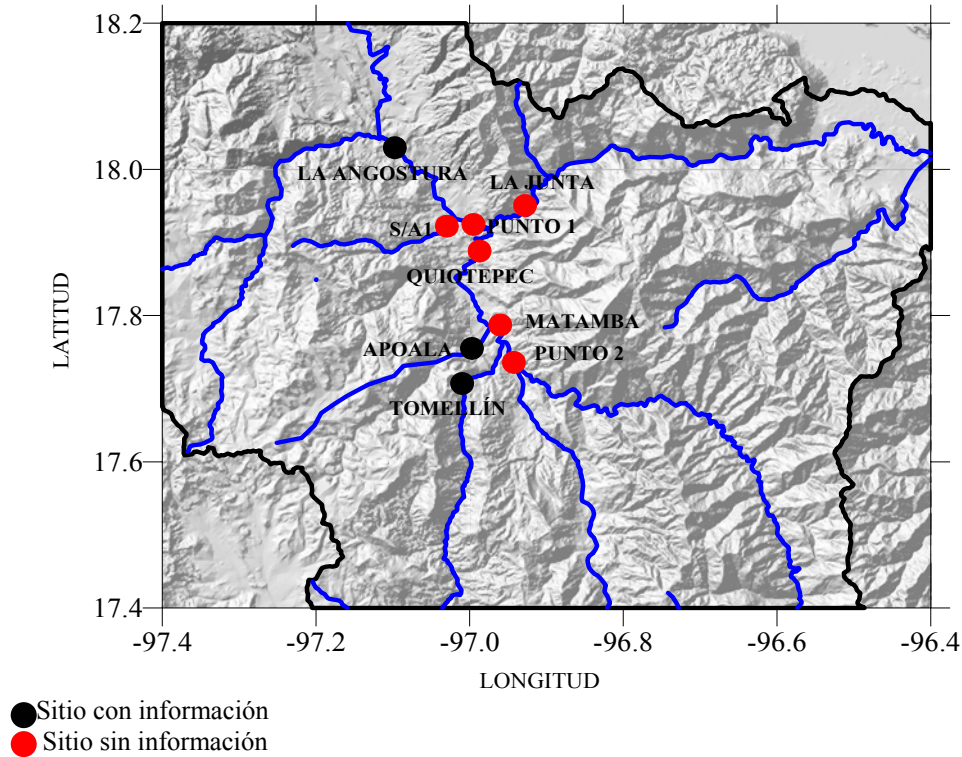


Figura 4.11 Caso 6.

Mediante regionalización se obtuvo una serie sintética para el Punto 2 la cual se muestra en la tabla 4.36, también se determinó la función de mejor ajuste para la serie tabla 4.37.

Tabla 4.36 Serie obtenida para el sitio Punto 2.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	786.09	1.91	396.150
10.50	673.38	1.75	382.008
7.00	607.44	1.62	368.984
5.25	560.66	1.50	356.932
4.20	524.37	1.40	345.713
3.50	494.72	1.31	335.218
3.00	469.65	1.24	325.359
2.63	447.94	1.17	316.064
2.33	428.78	1.11	307.272
2.10	411.65	1.05	298.931

Tabla 4.37 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Punto 2.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Punto 2	45.778	32.166	30.103	29.842	<b>27.351</b>	35.744	27.509	20.710

Con los parámetros obtenidos en el Punto 2 y los obtenidos para la serie en la estación Tomellín tabla 4.38, se construyo mediante análisis de frecuencia conjunto una serie en Matamba, tabla 4.39.

Tabla 4.38 Parámetros para el sitio Punto 2 y Tomellín.

Punto 2	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	60.953
$\beta_1, m^3/s$	353.357
$\alpha_2, m^3/s$	117.426
$\beta_2, m^3/s$	612.901
<b>P</b>	0.784

Tomellín	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	28.300
$\beta_1, m^3/s$	52.050
$\alpha_2, m^3/s$	75.470
$\beta_2, m^3/s$	215.360
<b>P</b>	0.774

Tabla 4.39 Serie obtenida para el sitio Matamba.

Tr (años)	Q ( $m^3/s$ )	Tr (años)	Q ( $m^3/s$ )
21.00	961.54	1.91	571.066
10.50	860.73	1.75	557.432
7.00	785.67	1.62	543.943
5.25	722.80	1.50	530.561
4.20	680.78	1.40	516.853
3.50	654.43	1.31	502.565
3.00	633.93	1.24	487.202
2.63	616.21	1.17	470.172
2.33	600.14	1.11	449.409
2.10	585.24	1.05	420.961

Se procedió a determinar la función de mejor ajuste para la serie obtenida en Matamba tabla 4.40, se con los parámetros de la función de mejor ajuste para la serie de Matamba y los calculados para la serie en la estación Apoala tabla 4.41, se construyo con análisis de frecuencia conjunto una serie en el sitio Quiotepec, tabla 4.42.

Tabla 4.40 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Matamba.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Matamba	44.661	31.835	29.897	29.411	<b>20.194</b>	35.236	27.676	28.431

Tabla 4.41 Parámetros para el sitio Matamba y Apoala.

Matamba	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	67.953
$\beta_1, m^3/s$	374.084
$\alpha_2, m^3/s$	105.097
$\beta_2, m^3/s$	680.410
<b>P</b>	0.836

Apoala	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	62.170
$\beta_1, m^3/s$	211.880
$\alpha_2, m^3/s$	28.060
$\beta_2, m^3/s$	383.970
<b>P</b>	0.868

Tabla 4.42 Serie obtenida para el sitio Quiotepec.

Tr (años)	Q ( $m^3/s$ )	Tr (años)	Q ( $m^3/s$ )
21.00	961.54	1.91	571.066
10.50	860.73	1.75	557.432
7.00	785.67	1.62	543.943
5.25	722.80	1.50	530.561
4.20	680.78	1.40	516.853
3.50	654.43	1.31	502.565
3.00	633.93	1.24	487.202
2.63	616.21	1.17	470.172
2.33	600.14	1.11	449.409
2.10	585.24	1.05	420.961

Con la serie obtenida para el sitio Quiotepec se procedió a determinar la función de mejor ajuste a la serie, la cual resulto ser la Doble Gumbel tabla 4.43. Así mismo en la tabla 4.44 se tienen los parámetros obtenidos.

Tabla 4.43 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Quiotepec.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Quiotepec	41.988	31.724	28.832	28.003	<b>26.085</b>	34.762	27.224	31.177

Tabla 4.44 Parámetros para el sitio Quiotepec.

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	75.919
$\beta_1, m^3/s$	518.475
$\alpha_2, m^3/s$	120.802
$\beta_2, m^3/s$	846.276
<b>P</b>	0.848

Al igual que en el caso anterior del caso 2 tomaremos los parámetros obtenidos para el Punto 1, los cuales se obtuvieron obteniendo una serie mediante regionalización para el sitio S/A<sub>1</sub> y con análisis de frecuencia conjunto con La Angostura y S/A<sub>1</sub>, se obtuvo una serie para el Punto 1 realizando análisis de frecuencias y obteniendo los parámetros de la función de mejor ajuste tabla 4.45.

Tabla 4.45 Parámetros para el sitio Punto 1.

Punto 1	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	57.422
$\beta_1, m^3/s$	272.562
$\alpha_2, m^3/s$	31.265
$\beta_2, m^3/s$	463.367
<b>P</b>	0.848

Con los parámetros obtenidos para los sitios Quiotepec y Punto 1, se construyó mediante análisis de frecuencias conjunto La Junta, mostrándose los resultados obtenidos en la tabla 4.46 y figura 4.12.

Tabla 4.46 Resultados obtenidos para La Junta Caso 6.

Punto 1	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
252.930	532.443	<b>785.373</b>	0.208	1.262	0.369	1.585	2.000
236.593	692.140	<b>928.733</b>	0.131	1.150	0.770	4.347	5.000
241.827	830.174	<b>1072.001</b>	0.154	1.182	0.882	8.463	10.000
257.804	927.253	<b>1185.057</b>	0.233	1.303	0.935	15.346	20.000
414.763	874.941	<b>1289.704</b>	0.781	4.564	0.909	10.956	50.000
273.864	1125.421	<b>1399.285</b>	0.319	1.469	0.985	68.097	100.000
428.759	1172.642	<b>1601.401</b>	0.801	5.022	0.990	99.572	500.000
429.846	1256.581	<b>1686.427</b>	0.803	5.066	0.995	197.400	1000.000
429.754	1451.828	<b>1881.582</b>	0.802	5.062	0.999	987.745	5000.000
429.768	1535.564	<b>1965.332</b>	0.802	5.063	0.999	1975.263	10000.000



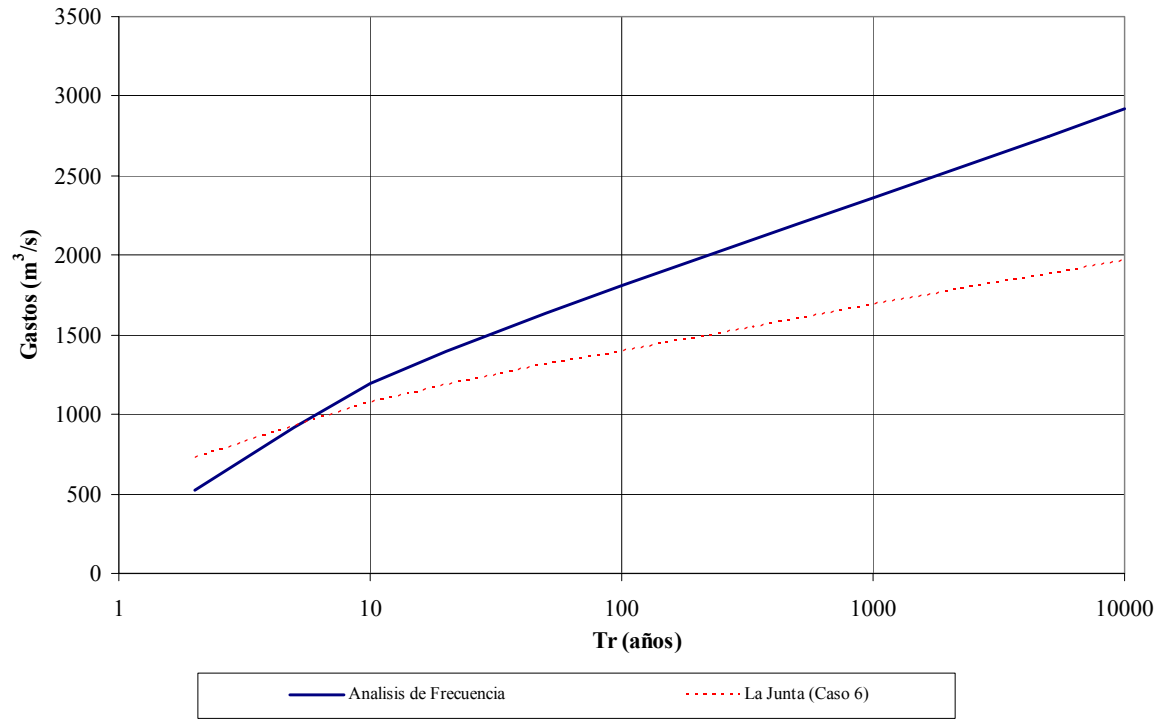


Figura 4.12 Resultado obtenidos para La Junta Caso 6.

### 4.8 CASO 7

En este caso se contará con información en los sitios La Angostura y Apoala y no se contará con información en Tomellín, Matamba, Quiotepec, La Junta y el Punto 2, se considera la corriente sin aforar S/A<sub>1</sub>, figura 4.13.

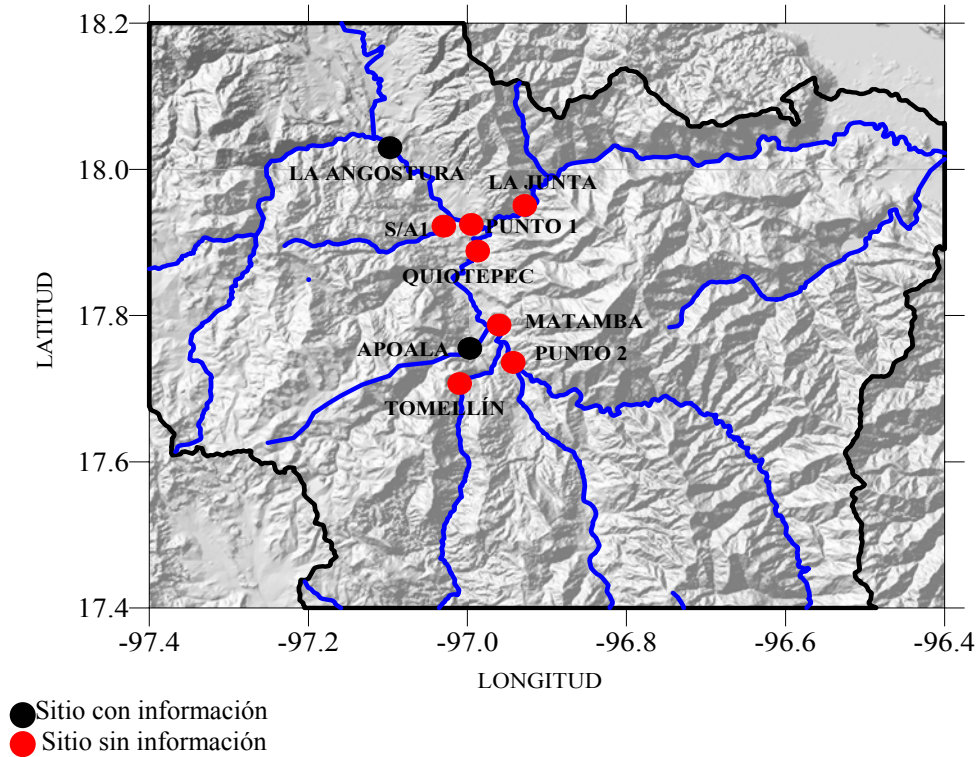


Figura 4.13 Caso 7.

Mediante regionalización se obtuvo una serie sintética para el Punto 2 y Tomellín las cuales se muestran en las tablas 4.47 y 4.48, también se determinó la función de mejor ajuste para las series tabla 4.49.

Tabla 4.47 Serie obtenida para el sitio Punto 2.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	786.09	1.91	396.150
10.50	673.38	1.75	382.008
7.00	607.44	1.62	368.984
5.25	560.66	1.50	356.932
4.20	524.37	1.40	345.713
3.50	494.72	1.31	335.218
3.00	469.65	1.24	325.359
2.63	447.94	1.17	316.064
2.33	428.78	1.11	307.272
2.10	411.65	1.05	298.931

Tabla 4.48 Serie obtenida para el sitio Tomellín.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	336.10	1.91	169.377
10.50	287.91	1.75	163.327
7.00	259.72	1.62	157.762
5.25	239.71	1.50	152.609
4.20	224.20	1.40	147.812
3.50	211.52	1.31	143.325
3.00	200.80	1.24	139.110
2.63	191.52	1.17	135.135
2.33	183.33	1.11	131.376
2.10	176.00	1.05	127.810

Tabla 4.49 Determinación de la función de mejor ajuste para los sitios Punto 2 y Tomellín.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Punto 2	45.778	32.166	30.103	29.842	<b>27.351</b>	35.744	27.509	20.710
Tomellín	19.573	13.753	12.871	12.759	<b>8.854</b>	15.282	11.762	11.694

Con los parámetros obtenidos para los sitios Punto 2 y Tomellín mediante la función de mejor ajuste tabla 4.50, se construyo mediante análisis de frecuencia conjunto una serie en el sitio Matamba tabla 4.51, determinando su función de mejor ajuste tabla 4.52.

Tabla 4.50 Parámetros para el sitio Punto 2 y Tomellín.

Punto 2	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	60.953
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	353.357
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	117.426
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	612.901
<b>P</b>	0.784

Tomellín	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	26.061
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	151.082
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	50.211
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	262.051
<b>P</b>	0.784

Tabla 4.51 Serie obtenida para el sitio Matamba.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	897.31	1.91	514.161
10.50	800.71	1.75	502.363
7.00	735.63	1.62	491.198
5.25	682.77	1.50	480.350
4.20	638.65	1.40	469.597
3.50	604.08	1.31	458.720
3.00	577.99	1.24	446.921
2.63	557.77	1.17	434.315
2.33	541.16	1.11	419.258
2.10	526.88	1.05	398.615

Tabla 4.52 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Matamba.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Matamba	44.819	33.835	29.991	29.522	<b>20.071</b>	37.193	27.739	28.376

Con los parámetros obtenidos para el sitio Matamba para la función Doble Gumbel que resulto la de mejor ajuste y los determinados para la información en la estación Apoala tabla 4.53, se construyo mediante análisis de frecuencia conjunto una serie en el sitio Quiotepec tabla 4.54, determinando su función de mejor ajuste tabla 4.55 y sus parámetros para la función tabla 4.56.

Tabla 4.53 Parámetros para el sitios Matamba y Apoala.

Matamba	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	66.467
$\beta_1, m^3/s$	474.214
$\alpha_2, m^3/s$	103.799
$\beta_2, m^3/s$	774.609
<b>P</b>	0.830

Apoala	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	62.170
$\beta_1, m^3/s$	211.880
$\alpha_2, m^3/s$	28.060
$\beta_2, m^3/s$	383.970
<b>P</b>	0.868

Tabla 4.54 Serie obtenida para el sitio Quiotepec.

Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)	Tr (años)	Q (m <sup>3</sup> /s)
21.00	1059.16	1.91	671.648
10.50	960.16	1.75	658.165
7.00	886.74	1.62	644.788
5.25	824.27	1.50	631.556
4.20	781.00	1.40	618.007
3.50	754.40	1.31	603.951
3.00	734.00	1.24	588.636
2.63	716.42	1.17	571.753
2.33	700.47	1.11	551.224
2.10	685.73	1.05	523.093

Tabla 4.55 Determinación de la función de mejor ajuste para el sitio Quiotepec.

Estación	EEA							
	Normal	Log Normal		Gumbel	Gumbel Doble	Gamma		Exponencial
		2p	3p			2p	3p	
Quiotepec	41.798	32.871	28.695	27.868	<b>25.73</b>	35.74	27.08	30.962

Tabla 4.56 Parámetros para el sitio Quiotepec.

Quiotepec	Gumbel Doble
$\alpha_1$ , m <sup>3</sup> /s	74.738
$\beta_1$ , m <sup>3</sup> /s	618.581
$\alpha_2$ , m <sup>3</sup> /s	117.261
$\beta_2$ , m <sup>3</sup> /s	939.048
<b>P</b>	0.844

Del caso 2 tomaremos los parámetros obtenidos para el Punto 1, los cuales se obtuvieron obteniendo una serie mediante regionalización para el sitio S/A<sub>1</sub> y con análisis de frecuencia conjunto con La Angostura y S/A<sub>1</sub>, se obtuvo una serie para el Punto 1 realizando análisis de frecuencias y obteniendo los parámetros de la función de mejor ajuste tabla 4.57.

Tabla 4.57 Parámetros para el sitio Punto 1.

Punto 1	Gumbel Doble
$\alpha_1, m^3/s$	57.422
$\beta_1, m^3/s$	272.562
$\alpha_2, m^3/s$	31.265
$\beta_2, m^3/s$	463.367
<b>P</b>	0.848

Con los parámetros obtenidos para los sitios Quiotepec y Punto 1, se construyó mediante análisis de frecuencias conjunto La Junta, mostrándose los resultados obtenidos en la tabla 4.58 y figura 4.14.

Tabla 4.58 Resultados obtenidos para La Junta Caso 7.

Punto 1	Quiotepec	La Junta	F(X <sub>1</sub> )	T <sub>1</sub> , años	F(X <sub>2</sub> )	T <sub>2</sub> , años	T <sub>3</sub> , años
X <sub>1</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>2</sub> , m <sup>3</sup> /s	X <sub>3</sub> , m <sup>3</sup> /s					
93.458	666.939	<b>760.397</b>	0.000	1.000	0.500	2.000	2.000
160.756	821.852	<b>982.608</b>	0.001	1.001	0.800	4.996	5.000
242.658	927.196	<b>1169.854</b>	0.158	1.187	0.881	8.425	10.000
259.839	1019.522	<b>1279.361</b>	0.243	1.322	0.934	15.132	20.000
272.679	1128.858	<b>1401.537</b>	0.313	1.455	0.971	34.370	50.000
277.682	1209.570	<b>1487.252</b>	0.340	1.515	0.985	66.026	100.000
429.764	1258.127	<b>1687.891</b>	0.802	5.062	0.990	98.766	500.000
430.582	1339.791	<b>1770.373</b>	0.804	5.097	0.995	196.199	1000.000
430.775	1528.965	<b>1959.740</b>	0.804	5.105	0.999	979.407	5000.000
430.489	1610.524	<b>2041.013</b>	0.804	5.093	0.999	1963.517	10000.000

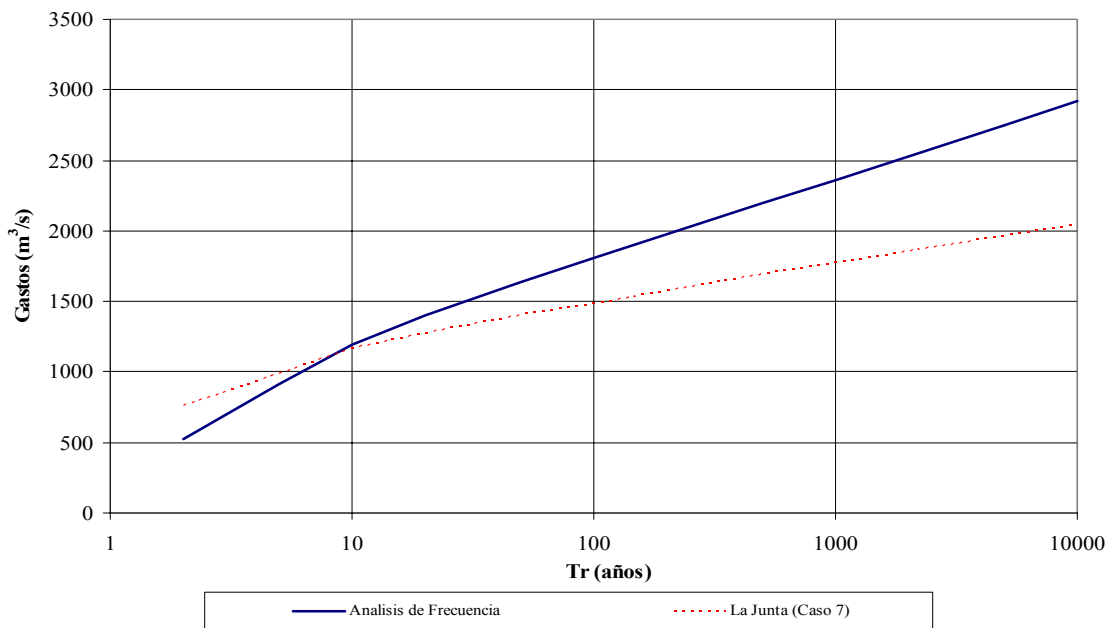


Figura 4.14 Resultado obtenidos para La Junta Caso 7.

## 4.9 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En los resultados obtenidos para cada uno de los casos propuestos se observó que se que al aplicar el análisis de frecuencias conjunto en las confluencias y debido a que las estaciones de la zona de estudio no se encuentran exactamente en la confluencia si no aguas arriba de esta se tiene un área la cual no sería tomada en cuenta, por lo que se procedió a tomar en cuenta las estas áreas mediante un factor de ajuste el cual estará en función de área sin aforar y se obtendrán factores de corrección para los diferentes periodos de retorno.

Las curvas del factor de ajuste se formaron a partir de los valores de los sesgos que se presentaron para los resultados de los siete caso para los diferentes periodos de retorno entre si, con esto se pudo tener un relación de valores del factor de corrección para diferentes periodos de retorno. Para obtener la relación de las áreas para los diferentes periodos de retorno se tomaron en cuentas los resultados de los análisis de frecuencias para las estaciones de la zona y las áreas de estas con lo cuál se pudo obtener las curvas que nos puedan proporcionar un factor de ajuste a partir para diferentes periodos de retorno a partir de un área (área no aforada).

En las figuras 4.15 a 4.21 se muestran en forma sombreada las áreas que se tienen como no aforadas, para cada uno de los casos propuestos.

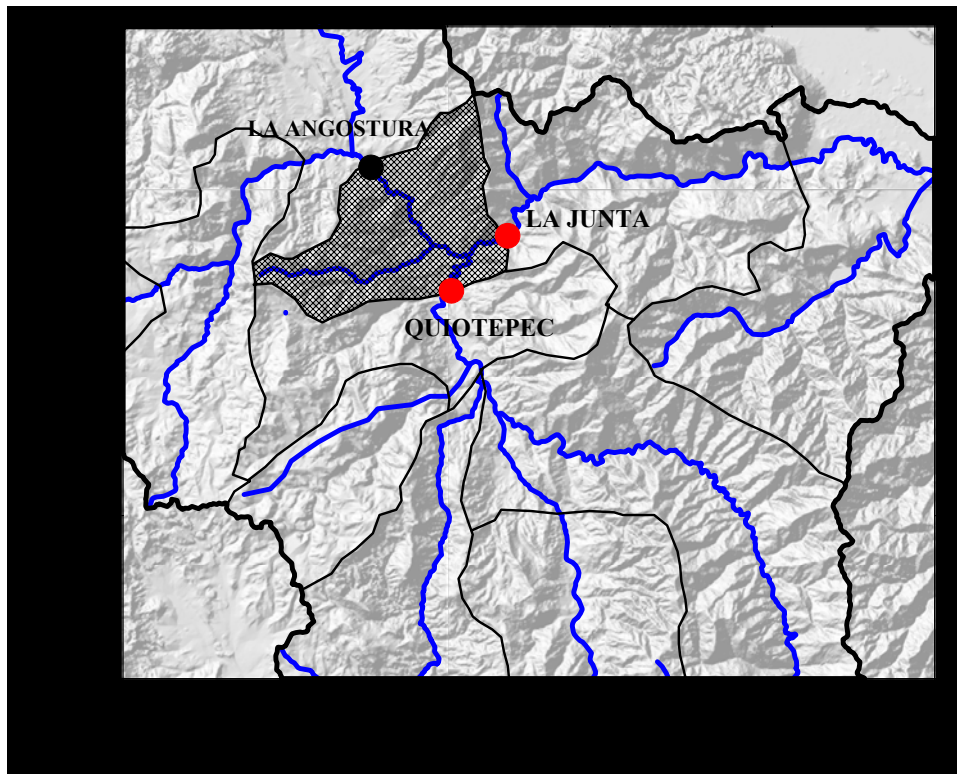


Figura 4.15 Área sin aforar para el Caso 1



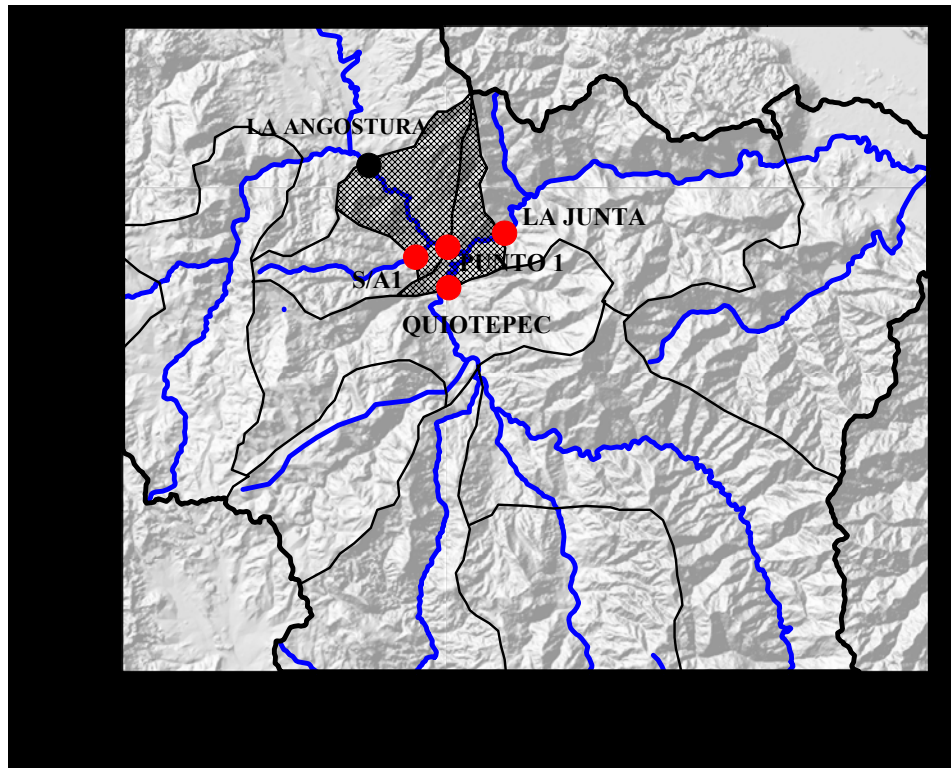


Figura 4.16 Área sin aforar para el caso 2

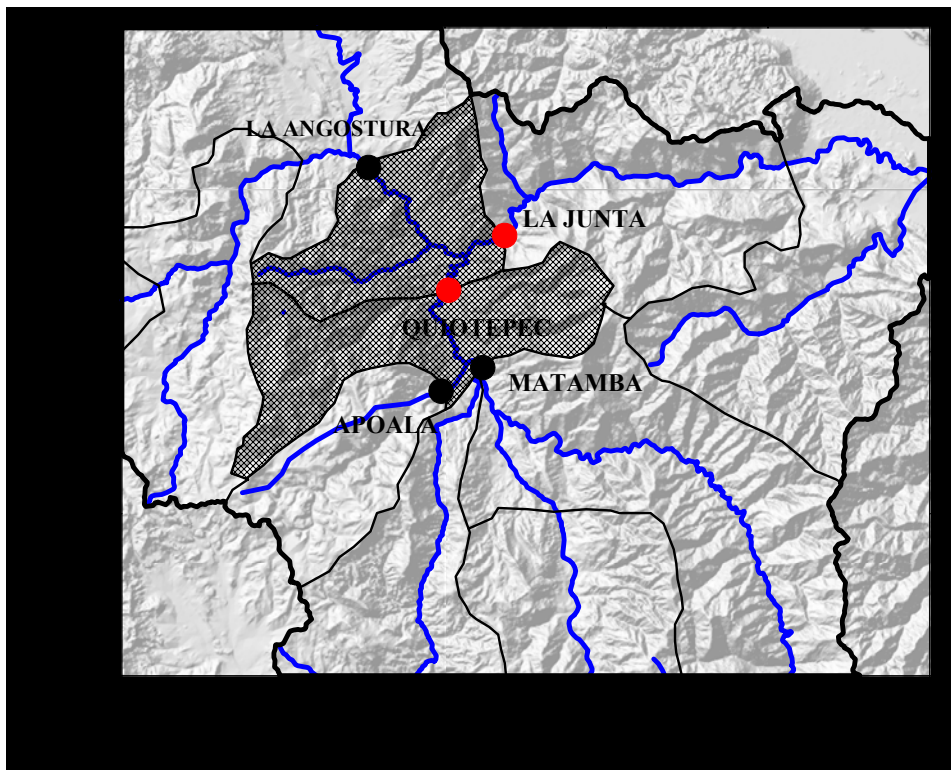


Figura 4.17 Área sin aforar para el caso 3



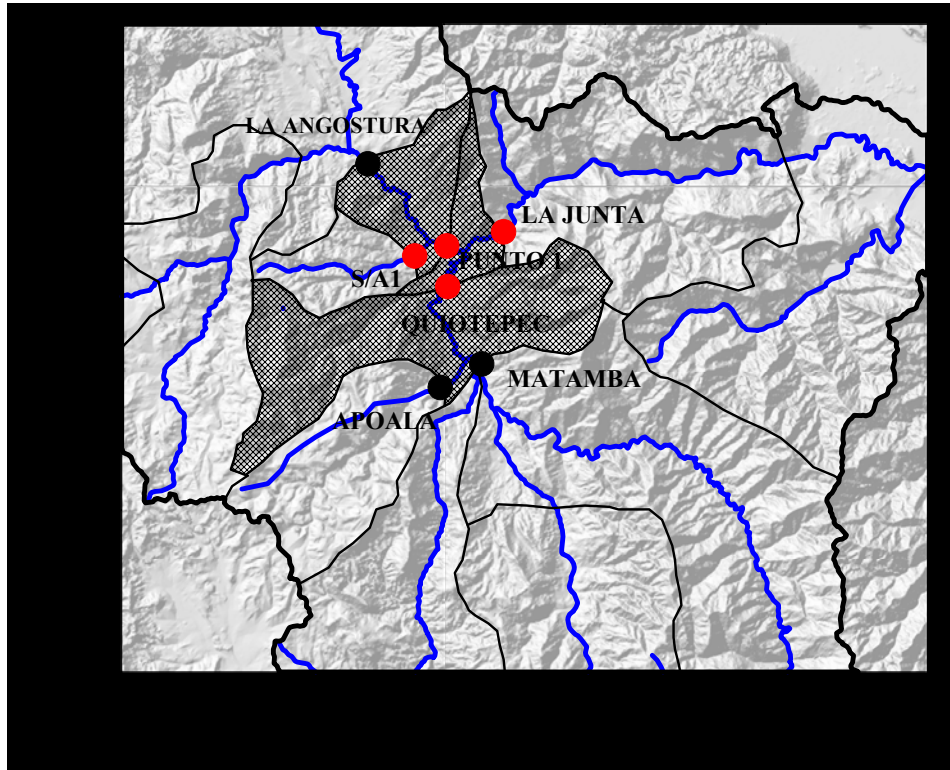


Figura 4.18 Área sin aforar para el caso 4

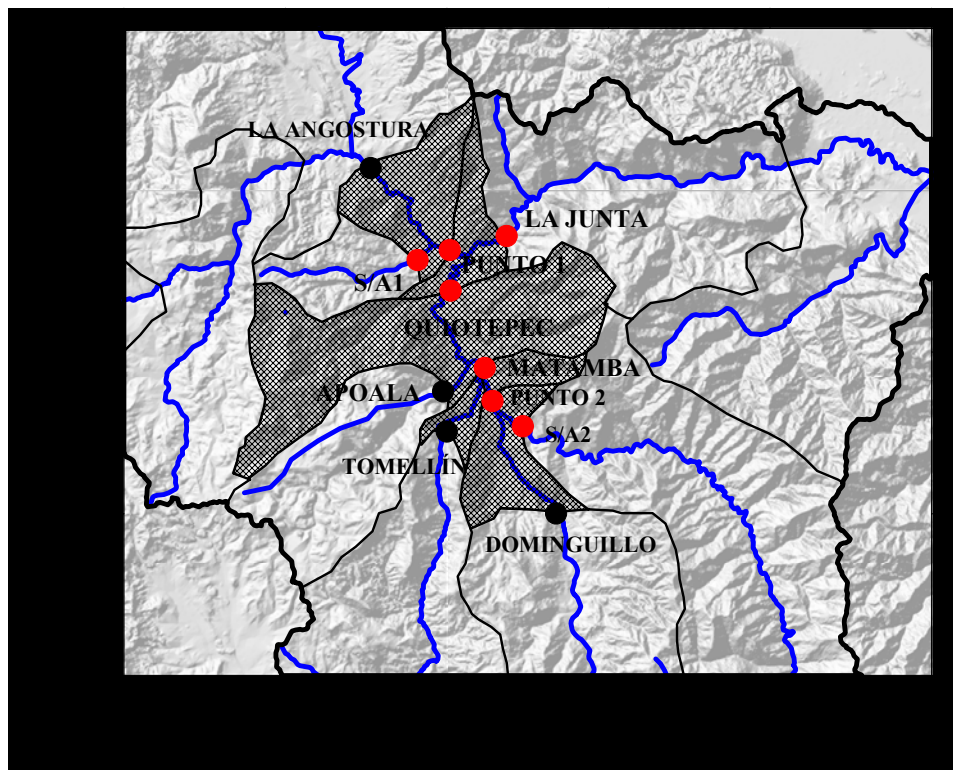


Figura 4.19 Área sin aforar para el caso 5

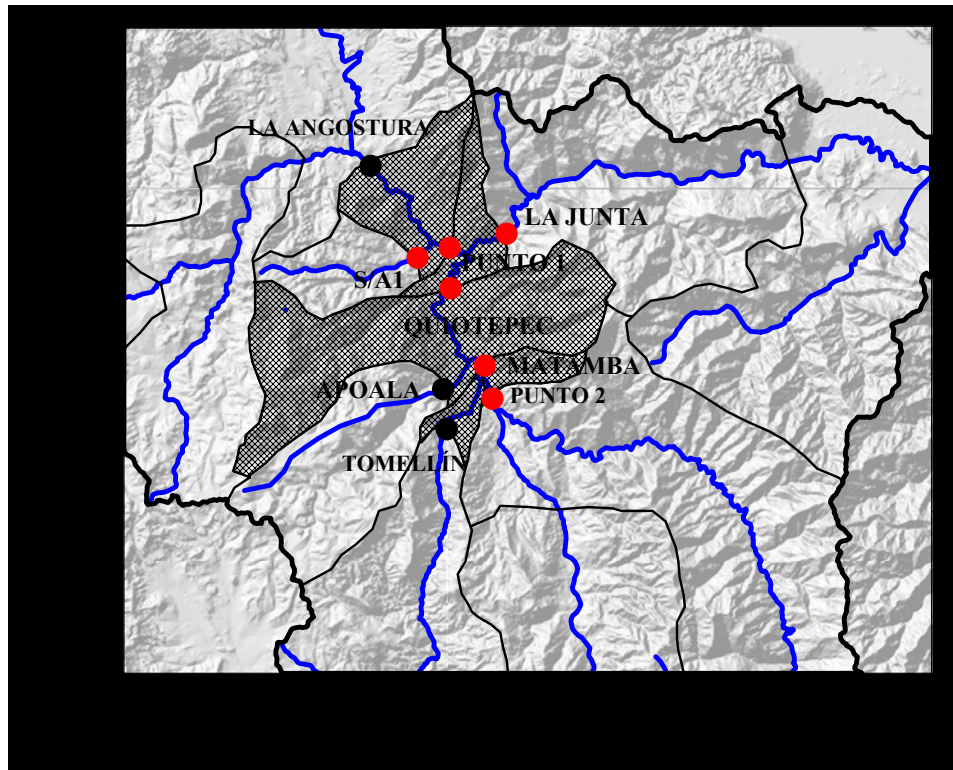


Figura 4.20 Área sin aforar para el caso 6

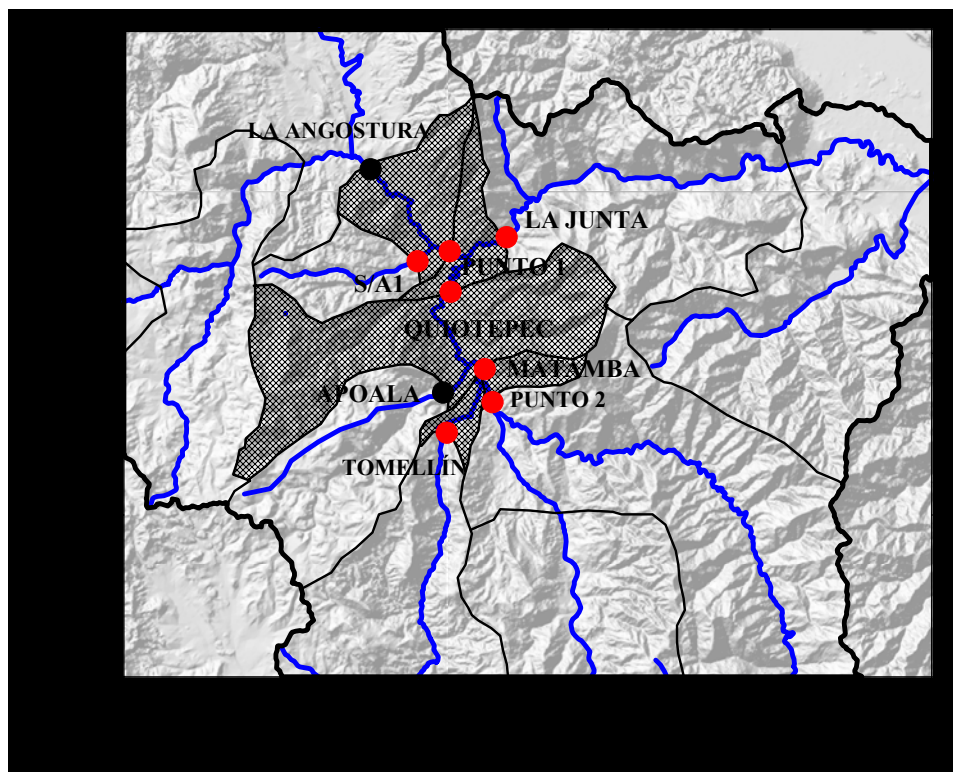


Figura 4.21 Área sin aforar para el caso 7

En la tabla 4.59 se muestran las áreas para cada caso que se tienen sin aforar.

Tabla 4.59 Áreas sin aforar.

Caso	Áreas sin aforar (km <sup>2</sup> )
Caso 1	343.952
Caso 2	531.886
Caso 3	993.460
Caso 4	1032.455
Caso 5	1032.455
Caso 6	1181.395
Caso 7	1198.938

En la figura 4.22, se muestran las curvas para determinar los factores de corrección por cuenca propia para los diferentes periodos de retorno y área.

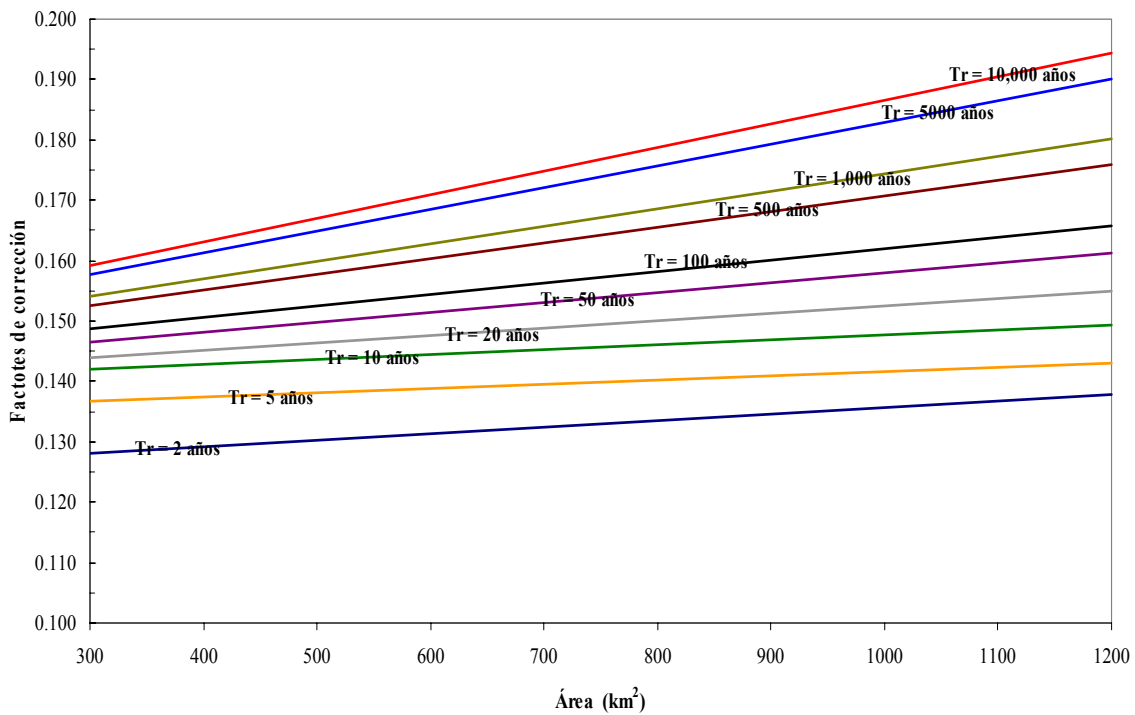


Figura 4.22 Curvas para la obtención de los factores de corrección.

En la tabla 4.60, se tienen los factores que se obtuvieron para los diferentes casos, para los diferentes periodos de retorno.

Tabla 4.60 Factores de corrección.

Tr (años)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7
2	0.1305	0.1290	0.1380	0.1360	0.1385	0.1365	0.1365
5	0.1390	0.1370	0.1435	0.1420	0.1430	0.1420	0.1420
10	0.1440	0.1425	0.1495	0.1475	0.1495	0.1480	0.1480
20	0.1470	0.1445	0.1550	0.1525	0.1550	0.1530	0.1530
50	0.1505	0.1475	0.1610	0.1580	0.1615	0.1585	0.1585
100	0.1530	0.1490	0.1655	0.1620	0.1655	0.1625	0.1625
500	0.1575	0.1530	0.1755	0.1700	0.1760	0.1715	0.1715
1000	0.1605	0.1550	0.1795	0.1740	0.1800	0.1755	0.1755
5000	0.1660	0.1585	0.1890	0.1825	0.1900	0.1840	0.1840
10000	0.1685	0.1605	0.1945	0.1865	0.1945	0.1880	0.1880

De acuerdo a los factores obtenidos los gastos que se obtuvieron para los siete casos se muestran en la tabla 4.61. Así mismo en la figura 4.23 se muestran los resultados gráficamente.

Tabla 4.61 Gastos obtenidos para los siete casos con los factores de corrección.

Tr (años)	Caso 1 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 2 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 3 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 4 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 5 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 6 Q (m <sup>3</sup> /s)	Caso 7 Q (m <sup>3</sup> /s)
2	664.802	889.518	584.135	693.007	822.929	892.576	864.191
5	1068.200	1140.613	934.480	1008.749	964.595	1060.613	1122.138
10	1270.778	1346.763	1307.027	1380.363	1093.208	1230.657	1342.992
20	1441.676	1511.882	1552.528	1624.203	1179.588	1366.371	1475.103
50	1639.980	1708.875	1818.010	1888.217	1345.832	1494.122	1623.681
100	1783.530	1850.485	2005.849	2074.836	1451.316	1626.669	1728.930
500	2109.046	2174.141	2431.451	2495.485	1672.714	1876.041	1977.364
1000	2250.859	2313.605	2613.937	2676.620	1764.603	1982.395	2081.073
5000	2578.889	2633.603	3041.391	3100.955	1979.601	2227.793	2320.332
10000	2721.273	2776.399	3230.919	3285.392	2073.384	2334.814	2424.723

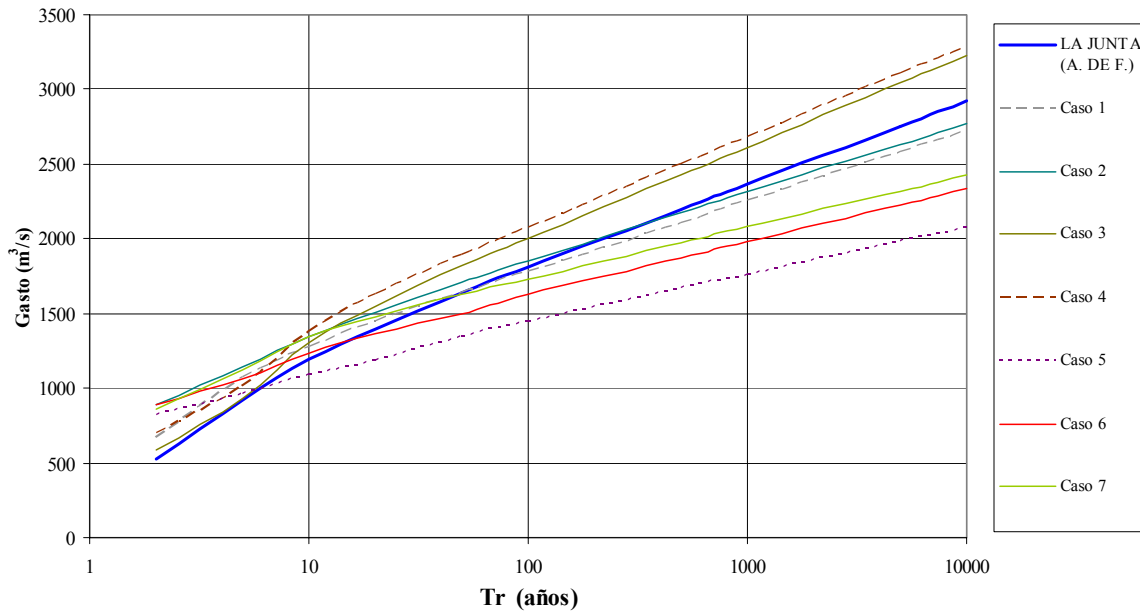


Figura 4.23 Resultado obtenidos para los casos de estudio.

Del análisis de los resultados obtenidos se tiene que el Caso 1 fue el que resulto con menor error cuadrático mínimo de los siete casos estudiados como se muestra en la tabla 4.60.

Tabla 4.60 Determinación del caso con menor error cuadrático.

Caso	Error Cuadrático Mínimo
<b>Caso 1</b>	<b>374.472</b>
Caso 2	511.649
Caso 3	638.467
Caso 4	833.756
Caso 5	1520.314
Caso 6	1038.074
Caso 7	866.152

Al realizar el análisis de los resultados se observó que al tratar de estimar los gastos para los diferentes periodos de retorno en La Junta utilizando lo método de manera conjunta se obtuvieron resultados aceptable para algunos casos. Se observo que al tratar de estimar con registros cada vez mas lejanos se presenta una mayor variación respecto de los datos obtenidos con la información medida en la estación. También se observó que para periodos de retorno menores a 10 años en todos los casos se obtuvieron valores mayores a los del análisis de frecuencias de la información medida en la estación, como se muestra en las figuras 4.24, 4.25, 4.26 y 4.27.

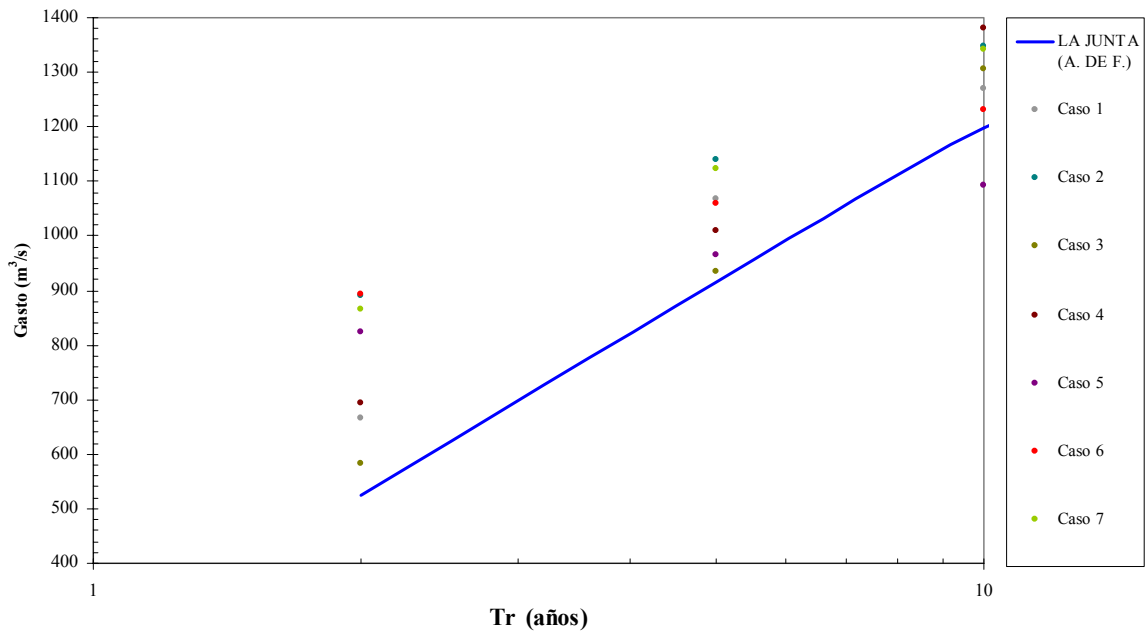


Figura 4.24 Resultados obtenidos para Tr de 1 a 10 años.

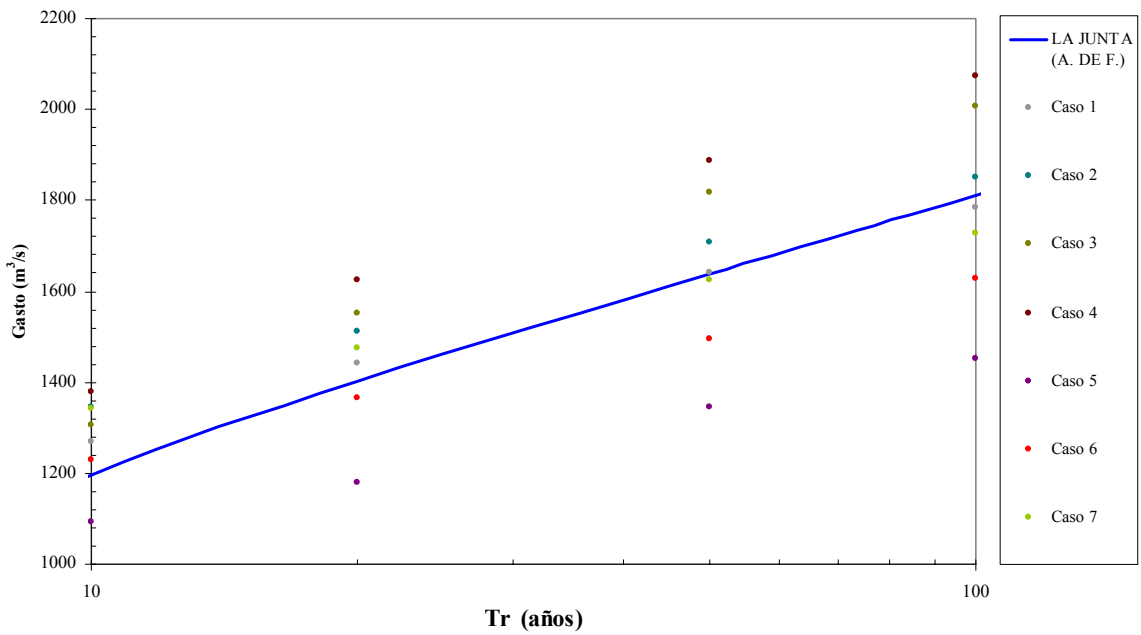


Figura 4.25 Resultados obtenidos para Tr de 10 a 100 años.



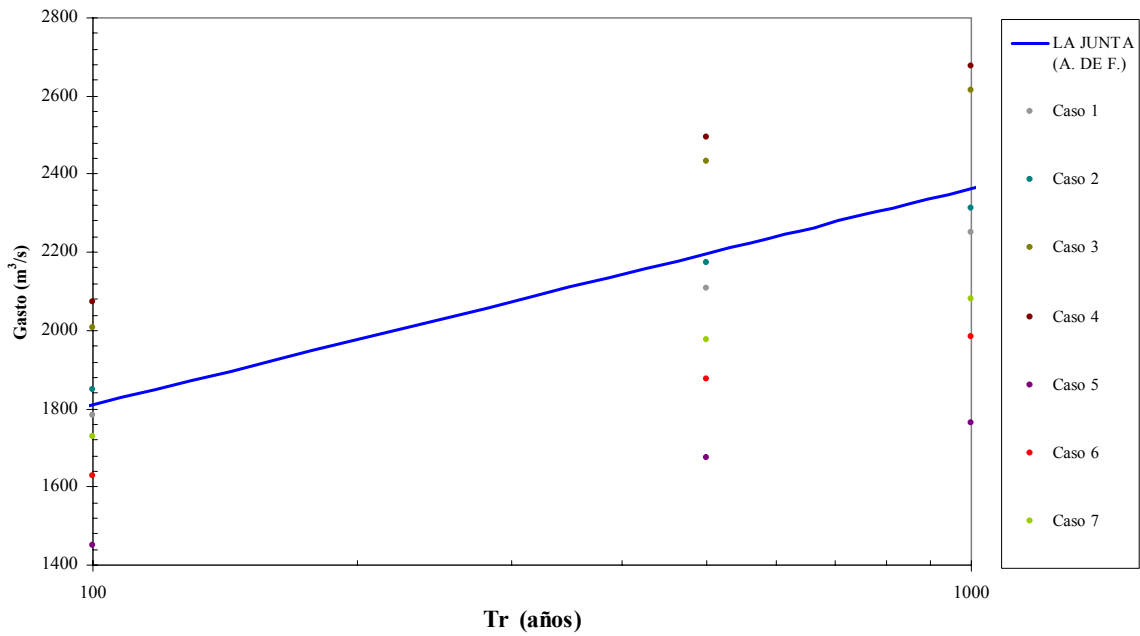


Figura 4.26 Resultados obtenidos para Tr de 100 a 1000 años.

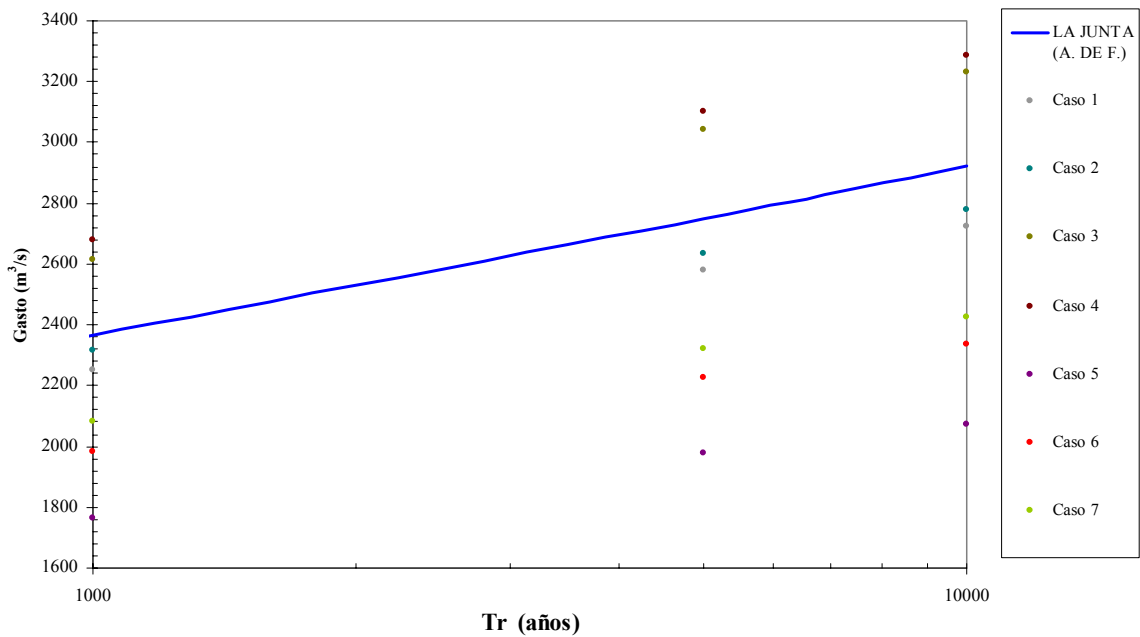


Figura 4.27 Resultados obtenidos para Tr de 1000 a 10000 años.

En la tabla 4.61 y la figura 4.28 se comparan los resultados obtenidos en el Caso 1, con los obtenidos con el modelo regional que proporcionó el mejor ajuste para La Junta en el capítulo 3 el cual se obtuvo con el método de la avenida índice para dos poblaciones, también se lleva a cabo la comparación con los resultados obtenidos mediante análisis de

frecuencia conjunto utilizando la información registrada en las estaciones Quiotepec y La Angostura. En la tabla 4.62 se tienen los errores cuadráticos mínimos.

Tabla 4.61 Resultados obtenidos para La Junta.

Tr (años)	La Junta			
	A. de F. (m <sup>3</sup> /s)	Modelo Regional (m <sup>3</sup> /s)	A. de F. C. (m <sup>3</sup> /s)	Caso 1 (m <sup>3</sup> /s)
2	525.86	631.73	516.33	664.80
5	915.76	864.9	724.89	1068.20
10	1197.03	1041.28	1039.29	1270.78
20	1400.61	1217.66	1278.91	1441.68
50	1638.31	1450.83	1523.41	1639.98
100	1809.61	1627.21	1688.6	1783.53
500	2198.44	2036.76	2066.61	2109.05
1000	2364.67	2213.14	2225.25	2250.86
5000	2747.38	2622.69	2591.92	2578.89
10000	2922.63	2799.07	2749.9	2721.27

Tabla 4.62 Resumen de los errores.

La Junta	ECM
Modelo Regional	468.891
A. de F. C.	441.453
<b>Caso 1</b>	<b>374.472</b>

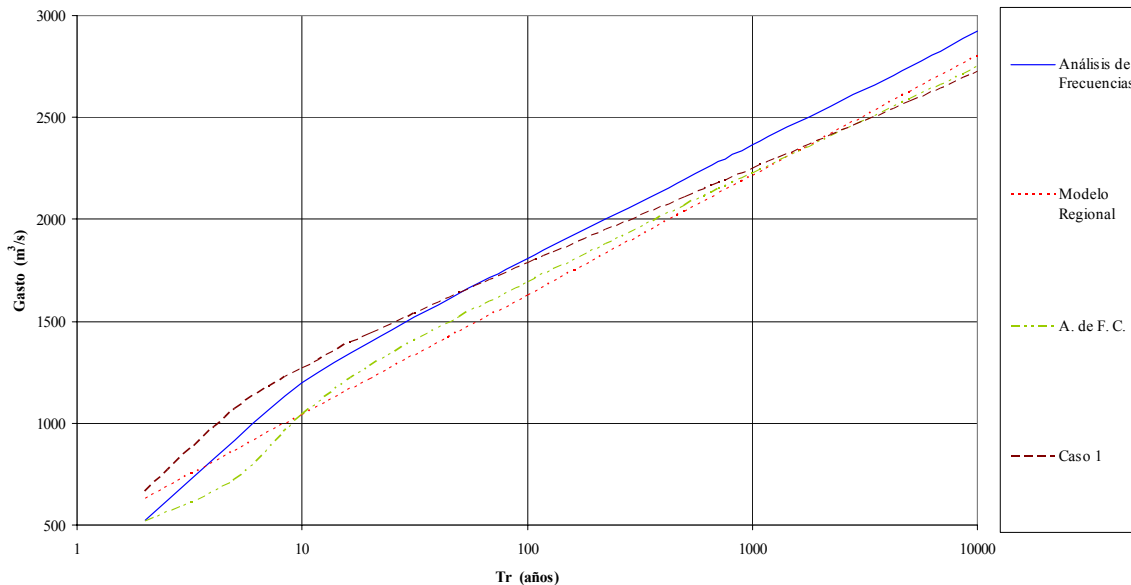


Figura 4.28 Resultados obtenidos para La Junta.



Del análisis de comparación de los resultados obtenidos con los tres métodos (Modelo regional, Análisis de frecuencias conjunto y Modelo Híbrido) en el sitio La Junta, se tiene que al aplicar el modelo híbrido (Caso 1) se obtuvieron los mejores resultados, como lo podemos observar en la tabla 4.62 y figura 4.28.

Es importante mencionar que aunque se obtuvo un menor error para los resultados obtenidos con el caso 1 respecto de los obtenidos con el modelo regional y el análisis de frecuencias conjunto, en los casos 2 y 3 también se obtuvieron resultados aceptables en comparación, con los resultados obtenidos en el análisis de frecuencias a partir de la información de la medida en la estación.

## **CAPITULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

El diseño de algunas obras hidráulicas requiere de la estimación de la avenida de diseño para un cierto periodo de retorno. Sin embargo, en la mayoría de los sitios donde se requiere construir estas obras no se dispone de información hidrométrica, por lo que es necesario emplear metodologías alternativas que permitan estimar la magnitud de la avenida de diseño.

Los modelos regionales son una metodología que permite realizar la estimación de las avenidas de diseño para diferentes periodos de retorno en los sitios donde se requiera información para el diseño de una obra y donde no se cuente con información o se disponga de esta en forma escasa.

Cuando el sitio donde se requiere construir una obra se encuentra en una confluencia de ríos y estas corrientes se encuentran aforadas se puede mediante un análisis de frecuencias conjunto, estimar las avenidas de diseño para los periodos de retorno requeridos.

En este trabajo se realizó la estimación de los gastos de diseño para diferentes periodos de retorno empleando modelos regionales, análisis de frecuencias conjunta y utilizando los dos métodos de manera complementaria, para un sitio dentro de la zona de estudio donde se

encuentra ubicada la estación hidrométrica La Junta. Para poder realizar una comparación se tomó este sitio como no aforado.

Se realizó la estimación de los gastos para diferentes periodos de retorno utilizando modelos regionales determinando que estaciones presentaban homogeneidad hidrológica dentro de la zona de estudio, con un análisis de frecuencias conjunto empleando la información de las estaciones Quiotepec y La Angostura las cuales se encuentran aguas arriba del sitio La Junta. Utilizando los modelos regionales para la estimación de los gastos en corrientes no aforadas y el análisis de frecuencias conjunto para la estimación en confluencias de ríos se definieron siete casos los cuales se presentaron construyendo registros gastos máximos para diferentes periodos de retorno en el sitio La Junta con información cada vez más lejana a la zona de estudio.

En este trabajo se emplearon los métodos de las estaciones año, avenida índice, avenida índice dos poblaciones, modelos regionales de regresión de potencias (directo e indirecto), aplicación de la transformación de Box-Cox y análisis regional de frecuencias GVE/MPP. El método que mejor resultados proporcionó dentro de la zona de estudio fue el método de la avenida índice para dos poblaciones, respecto de los valores obtenidos en base a la información medida en los sitios, también el método del análisis regional de frecuencia GVE/MPP proporcionó resultados razonables.

De los modelos de regresión de potencias se obtuvieron mejores resultados mediante el modelo regional directo respecto al indirecto, aunque se tomaron las características que en otros estudios se han considerado las más importantes dentro de una cuenca, se recomienda tomar más características como la pendiente media de la cuenca, elevación media de la cuenca, perímetro del parteaguas, densidad de drenaje, orden de la corriente principal entre otras y realizar una discriminación de variables para trabajar con las que resulten más significativas para la zona, ya que estas podrían variar de dependiendo la zona.

Cuando se requiera inferir eventos mediante un modelo regional se recomienda la aplicación de varios modelos y así realizar una estimación del modelo que mejores resultados proporciona dentro de la zona que se esté trabajando, ya que al aplicar varios modelos se tendrá un mejor panorama de resultados. Para determinar el modelo que mejor resultados proporciona en la zona se puede probar estimando en los sitios que se tomarían como no aforados y poder aplicar una prueba de estimación del ajuste respecto de los valores reales del sitio, respecto de los estimados con cada modelo aplicado y así seleccionar el modelo con el que se deberá trabajar en la zona.

Para la aplicación del análisis de frecuencia conjunto en la determinación de la distribución de probabilidad de mejor ajuste tanto para los datos observados en las estaciones, como para los datos obtenidos con los modelos regionales, empleando la prueba de bondad del error cuadrático mínimo.

Es importante señalar que para el análisis de frecuencia conjunto en las redes de ríos se tomo la solución convencional de total independencia de las variables aleatorias (gastos máximos); sin embargo, también se pueden tomar en cuenta las soluciones de total

dependencia y dependencia parcial, ya que estas se ha demostrado son más desfavorables que la de total independencia.

De los siete que se tomaron en cuenta los casos tres y cuatro arrojaron resultados razonables, el caso cuatro fue el que mejor resultados proporcionó. Incluso al estimar los errores respecto de los resultados con en análisis de frecuencias en base a la información de la estación, se obtuvieron mejores resultados que los obtenidos al estimar directamente con los modelos regionales en el sitio o con la aplicación del análisis de frecuencias conjunto con las estaciones que se encuentran aguas arriba del sitio. También se observó que al tratar de construir con registros cada vez más lejanos los resultados comienzan a diferir más de los conocidos.

Se realizaron correcciones a los gastos por las áreas propias de algunas cuencas las cuales no se tomaban en cuenta al realizar el análisis de frecuencias conjunto debido a que las estaciones no se encontraban exactamente en la confluencia, por lo que se tomaron en cuenta mediante un factor de corrección, con lo cuál el caso 1 proporcionó el mejor resultado. Al estimar los errores respecto de los resultados con un análisis de frecuencias, se obtuvieron mejores resultados que los obtenidos al estimar directamente con los modelos regionales en el sitio o con la aplicación del análisis de frecuencias conjunto. También se observó que al tratar de construir series con registros cada vez más lejanos, los resultados comienzan a diferir más de los valores medidos.

Para la estimación de los parámetros de la función Doble Gumbel, la cual fue la que se ajustó mejor en general para las estaciones dentro de la zona de estudio, se realizó una optimización empleando el algoritmo de Rosenbrock, lo cual produjo dio una significativa disminución del error estándar de ajuste.

Los gastos de diseño obtenidos mediante modelos regionales, análisis de frecuencias conjunto o combinando ambos, pueden servir como una estimación aproximada de la avenida y brindan la información necesaria para poder realizar los estudios preliminares de obras hidráulicas. Sin embargo se debe tomar en cuenta que la estimación de los eventos esta basada en una ponderación de efectos en una región homogénea y no en la estimación con base en un registro histórico lo cual seria el ideal por lo que los resultados deberán ser tomados con precaución.

## APÉNDICE A

### CONCEPTOS DE PROBABILIDAD, VARIABLE ALEATORIA Y FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN

Algunos matemáticos como Pascal, Fermat, Leibinz y Bernoulli fueron algunos de los que comenzaron con el desarrollo de la teoría de las probabilidades debido a la sed insaciable del hombre por los juegos de azar. Y como resultado se llega a la inferencia estadística, que con todas sus predicciones y generalizaciones, se extiende más allá de los juegos de azar y llega a abarcar otros campos asociados con eventos aleatorios, entre los cuales se encuentra la hidrología. Pero para que estas predicciones sean razonablemente precisas, es esencial una comprensión de los conceptos básicos de la probabilidad (Millar *et al*, 1986).

#### CONCEPTOS DE PROBABILIDAD

Si un evento  $A$  del espacio de eventos está compuesto por  $n$  eventos simples; y además, el número de casos favorables al evento  $A$  es  $n_A$ , entonces la probabilidad  $P(A)$  del evento  $A$  se define como:

$$P(A) = \frac{n_A}{n} \quad (1)$$

Entonces tenemos que la probabilidad de un suceso estará entre 0 y 1. Si tenemos que un evento es imposible, entonces la probabilidad de este es cero. Si tenemos un suceso que ocurre siempre lo que conocemos como un evento seguro su probabilidad es 1 (Campos, 1992).

Esta definición de probabilidad es una definición a priori ya que asume que se pueden determinar de antemano  $n$  y  $n_a$ . Pero, para hidrología es mejor utilizar un concepto de probabilidad que involucra frecuencias relativas y límites, el cuál se establece de la siguiente manera.

Si un experimento se repite  $n$  veces bajo las mismas condiciones y el evento tiene un atributo  $A$ , se designara como  $n_a$  el número de veces que se verifica el evento  $A$ . Si la frecuencia relativa  $n_a/n$  tiende a un cierto valor o límite cualquiera, a medida que el número de repeticiones del experimento crece, se dice que el experimento tiene regularidad estadística de manera que es de esperarse que la probabilidad del evento  $A$  sea:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_a}{n} \quad (2)$$

#### AXIOMAS DE LA PROBABILIDAD

Las probabilidades que se asignan a los diferentes eventos relacionados con los fenómenos aleatorios deben cumplir los siguientes axiomas (Millar *et al*, 1986):

AXIOMA 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (3)$$

AXIOMA 2:

Si  $S$  es el espacio de eventos entonces:

$$P(S) = 1 \quad (4)$$

$P = 1$  evento seguro

$P = 0$  evento imposible

AXIOMA 3:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (5)$$

Ley general de adición de probabilidad pero, si  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes entonces tenemos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (6)$$

## PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si la probabilidad de un evento  $B$  depende de la ocurrencia de un evento  $A$  entonces se escribe  $P(B/A)$  y se dice que la probabilidad de  $B$  dado que  $A$  haya ocurrido. La probabilidad  $P(B)$  está condicionada al hecho de que  $A$  haya ocurrido (Benjamín, 1970).

La probabilidad condicional se calcula como:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (7)$$

por lo que:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \quad (8)$$

## INDEPENDENCIA ESTADÍSTICA

Si dos eventos físicos no están relacionados de ninguna manera no se alteraría la medición de la probabilidad de uno aún cuando se conozca que el otro evento haya ocurrido. Esta noción intuitiva lleva a la definición de independencia estadística. Dos eventos son independientes si y sólo si:

$$P(B|A) = P(B) \quad (9)$$

De esta definición de la independencia de los eventos  $A$  y  $B$  implica que:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (10)$$

## LEY DE MULTIPLICACIÓN DE PROBABILIDADES

Esta es una extensión del concepto de independencia y se expresa por la ecuación (8):

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

La generalización de la ley de multiplicación de probabilidades para  $n$  eventos denominados  $R_i$ , está dada por la siguiente expresión, válida para  $n \geq 2$ :

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n R_i\right) = \prod_{i=1}^n P(R_i | \bigcap_{j=1}^{i-1} R_j) \quad (11)$$

Esta expresión indica la probabilidad de que los eventos  $R_i$  ocurran simultáneamente.

Si los eventos son independiente, se cumple la ecuación (10):

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (12)$$

para el caso de tres eventos independientes:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C) \quad (13)$$

Y en general para el caso de  $n$  eventos independientes  $R_i, i = 1,2,3,\dots,n$  se cumple:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n R_i\right) = \prod_{i=1}^n P(R_i) \quad (14)$$

## CONCEPTOS DE VARIABLE ALEATORIA

Una variable aleatoria es una función definida en un espacio muestral. La variable aleatoria no se puede predecir con certeza en relación de un experimento y su comportamiento se describe mediante su ley de probabilidades, la cuál se especifica por su función de densidad de probabilidad  $f(x)$  o por su función de densidad acumulada  $F(x)$ . El dominio de definición de una variable aleatoria queda establecido por los resultados del experimento aleatorio al cual está asociado (Spiegel, 1970).

Se tienen variables aleatorias discretas y continuas.

### *VARIABLES ALEATORIA DISCRETAS*

Cuando el número de valores  $x$  que puede tomar una variable aleatoria  $X$  es finito, se dice que la variable aleatoria  $X$  es discreta.

### *VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS*

Cuando el número de valores que puede tomar una variable aleatoria  $X$  es infinito, se dice que dicha variable aleatoria es continua.

Cualquier función de una variable aleatoria será siempre también una variable aleatoria:

$X$  variable aleatoria

$$Z = g(X)$$

$Z$  también es una variable aleatoria

Casi en todos los análisis hidrológicos se implican variables continuas, y empleando siempre valores positivos.



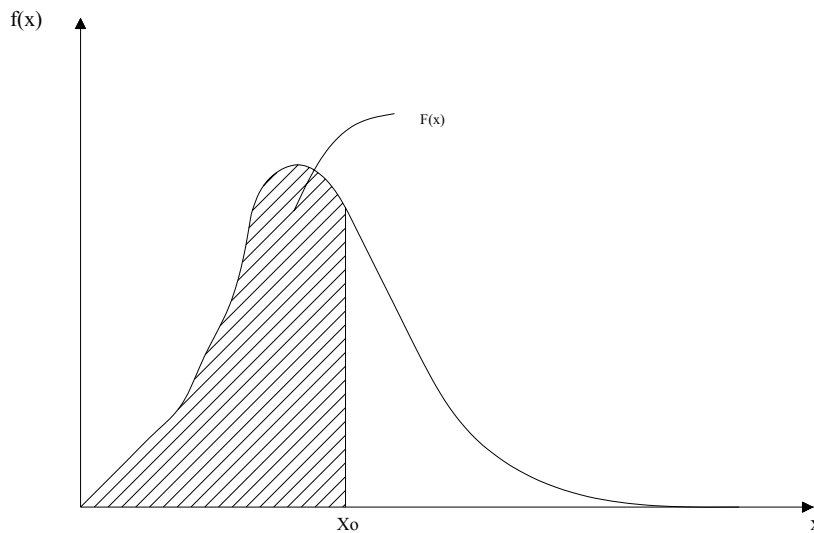
## FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

Una función  $f(x)$  es una función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria continua  $X$  si para cualquier intervalo de números reales se tiene que:

$$f(x) \geq 0, \quad \text{para toda } x \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (16)$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \quad (17)$$



a) Función de densidad de probabilidad

## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

La distribución de probabilidad acumulada o simplemente función de distribución se representa por  $F(x)$  y es la probabilidad del evento en el cual la variable aleatoria  $x$  tome cualquier valor igual o menor que un cierto valor dado de  $x$ . Es decir para una variable aleatoria continua se tendrá:

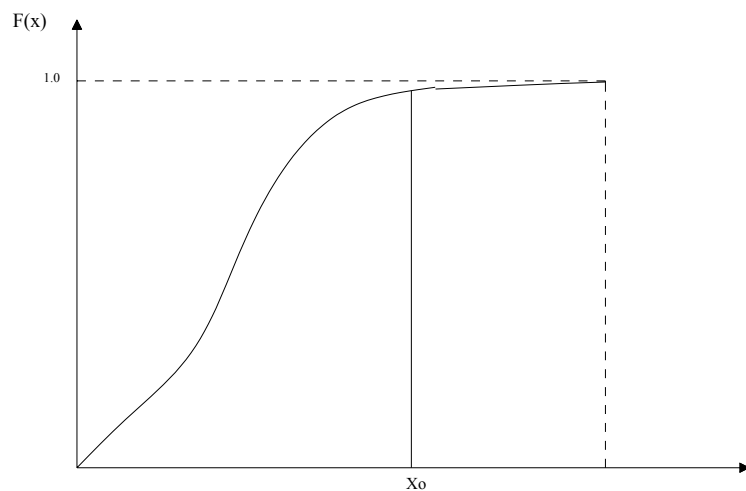
$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(X)dx \quad (18)$$

donde  $F(x)$  es la función que representa la probabilidad del evento en donde la variable aleatoria continua toma cualquier valor igual o menor que  $x$ .  $F(x)$  es monótonamente no decreciente y cumple con:

$$0 \leq F(x) \leq 1 \quad (19)$$

Así mismo se cumple que:

$$f(X) = \frac{dF(X)}{dX} \quad (20)$$



b) Función de distribución de probabilidad

## **FUNCION DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD CONJUNTA**

El concepto de probabilidad conjunta comúnmente se emplea en los casos en donde es necesario conocer el comportamiento simultáneo de dos o más variables aleatorias. Considerando el caso de de dos variables aleatorias  $[x, y]$  definidas en el mismo espacio, teniendo en  $F_x(x)$  y  $F_y(y)$  a las distribuciones de probabilidad correspondientes. El conjunto de puntos que satisface por ejemplo las condiciones  $[x \leq x]$  y  $[y \leq y]$  constituye un evento cuya probabilidad es:

$$p(x \leq x, y \leq y) \quad (21)$$

Lo cuál se puede expresar como:

$$p(x \leq x, y \leq y) = F(x, y) \quad (22)$$

donde  $F(x, y)$  es la función de distribución acumulada.

A las correspondientes función de densidad conjunta se le denota por  $f(x, y)$ .

$$f(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x, y) \quad (23)$$

Teniendo entonces:

$$F(x, y) = p(x \leq x, y \leq y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dy dx \quad (24)$$

En algunas ocasiones es necesario conocer las distribuciones marginales. Para eliminar las consideraciones de  $y$  en el comportamiento de  $x$ , y de  $x$  en comportamiento de  $y$ , se necesita integrar la función de densidad conjunta sobre todos los valores posibles de  $y$  para  $x$  y de  $x$  para  $y$ , por lo que las funciones de densidad marginal resultan:

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y) dy \quad (25)$$

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y) dx \quad (26)$$

Por lo que la distribución acumulada de  $x$  y  $y$ , son:

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x f_x(x) dx = F_{x,y}(x, \infty) \quad (27)$$

$$F_y(y) = \int_{-\infty}^y f_y(y) dy = F_{x,y}(\infty, y) \quad (28)$$

Por lo que tenemos que  $F(x, \infty)$  y  $F(\infty, y)$ , son distribuciones univariadas denominadas distribuciones marginales de  $x$  y  $y$ .

Lo que implica que:

$$f_x(x) = \frac{\partial}{\partial x} F_{x,y}(x, \infty) \quad (29)$$

$$f_y(y) = \frac{\partial}{\partial y} F_{x,y}(\infty, y) \quad (30)$$

Por lo que se tiene entonces:

$$F_x(x) = p(x \leq x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy dx \quad (31)$$

$$F_y(y) = p(y \leq y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy \quad (32)$$

Cumpléndose que:

$$0 \leq F(x, y) \leq 1 \quad (33)$$

También:

$$\begin{array}{cc} F(\infty, \infty) & F(-\infty, -\infty) \\ F(-\infty, y) & F(x, -\infty) \end{array} \quad (34)$$

Desde un punto de vista práctico el análisis de muchos modelos probabilísticas sería muy complejo si no se adoptase el supuesto de independencia de ciertas variables aleatorias en situaciones claves. Sin embargo, aunque la consideración de independencia estadística entre los eventos implica una simplificación del análisis, este hecho en la mayoría de los casos no corresponde a la realidad física del fenómeno (Ramírez, 1995).

## **FUNCIONES MULTIVARIADAS DE VALORES EXTREMOS**

Las distribuciones multivariadas de valores extremos han sido ampliamente utilizadas para la descripción del comportamiento de eventos hidrológicos extremos, principalmente en el análisis de frecuencias de variables hidrológicas de máximos y mínimos.

Si una muestra se ordena de mayor a menor, existen dos casos de particular interés, los cuales están dados por los extremos de dicho ordenamiento. Esto es:

$$Z_n^{(j)} = \text{máx}(x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(n)}) \quad (35)$$

$$L_n^{(j)} = \text{mín}(x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(n)}) \quad (36)$$

estos dos casos dan lugar a la teoría de valores máximos y mínimos, lo que se conoce con el nombre genérico de “teoría de valores extremos” (Ramírez, 1995).

Los modelos para construir las funciones multivariadas de valores extremos, se pueden clasificar en dos clases, diferenciables y no diferenciables (Raynal, 1985).

Las dos posibles funciones de distribución de probabilidades diferenciables para el caso divariado son las obtenidas por Gumbel (1960), Tiago de Oliveira (1962) y Gumbel y Mustafá (1967); a saber:

El modelo mixto:

$$F(x_1, x_2) = F(x_1)F(x_2) \exp \left\{ -\theta \left[ \frac{1}{\ln F_1(x_1)} + \frac{1}{\ln F_2(x_2)} \right]^{-1} \right\}, \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (37)$$

y el modelo logístico:

$$F(x_1, x_2) = \exp \left( - \left\{ [-\ln F_1(x_1)]^m + [-\ln F_2(x_2)]^m \right\}^{1/m} \right), \quad (m \geq 1) \quad (38)$$

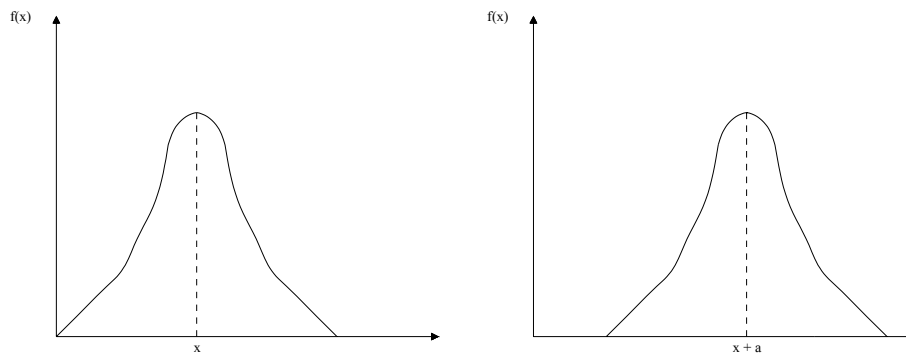
Los casos con  $\theta = 0$  y  $m = 1$  corresponden al hecho de que las variables sean estadísticamente independientes y el caso  $\theta = 1$  y  $m = \infty$  corresponden al caso de completa dependencia entre las variables.

## ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

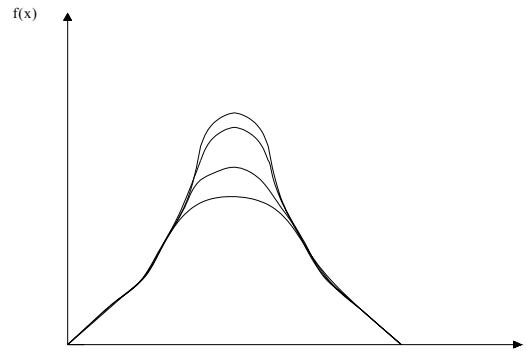
Antes de que se puedan hacer inferencias estadísticas con cualquier distribución de probabilidad es importante la estimación de sus parámetros.

En general, los parámetros pueden asociarse con alguna característica en la distribución.

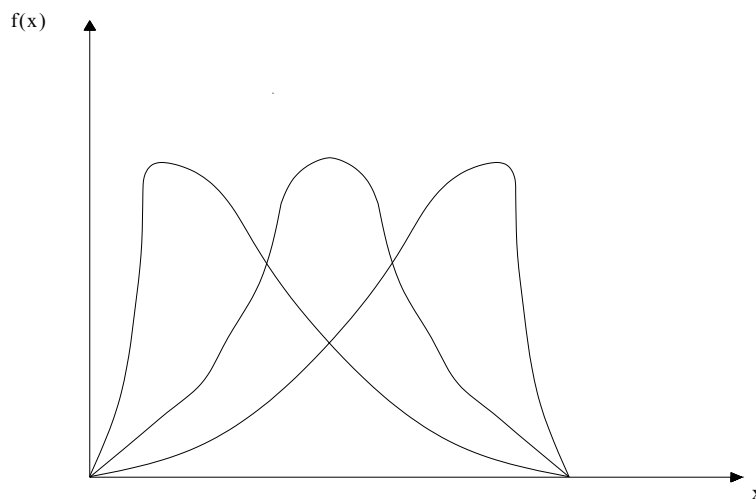
- a. Parámetro de ubicación
- b. Parámetro de escala
- c. Parámetro de forma



a) Parámetro de ubicación



b) Parámetro de escala



c) Parámetro de forma

Cada estimador de un parámetro es una función de los valores de la muestra, los cuales son observaciones de una variable aleatoria. Así el propio parámetro estimado es una variable aleatoria que tiene su propia distribución muestral.

La bondad de un estimador puede ser juzgada, a partir de su distribución. Independientemente de la técnica que se use para la estimación de los parámetros se deben cumplir las siguientes propiedades:

#### *Sesgo Nulo*

Un estimador  $\hat{\theta}$  de un parámetro poblacional  $\theta$  se dice que tiene sesgo nulo cuando  $E(\hat{\theta}) = \theta$ . De lo contrario es sesgado.

*Consistencia*

Un estimador  $\hat{\theta}$  de un parámetro  $\theta$  se dice consistente si para cualquier número positivo  $\varepsilon$   $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| > \varepsilon) = 0$ . Donde  $n$  es el tamaño de la muestra.

*Suficiencia*

$\hat{\theta}$  es un estimador suficiente para  $\theta$ , si  $\hat{\theta}$  emplea toda la información contenida en la muestra.

*Eficiencia*

Un estimador  $\hat{\theta}$  se dice el más eficiente para  $\theta$  si tiene sesgo nulo y su varianza es al menos tan pequeña como cualquier otro estimador no sesgado para  $\theta$ .

Existen una gran variedad de métodos para estimar parámetros de distribuciones, entre los que se pueden mencionar por momentos y por máxima verosimilitud.

**MÉTODO DE MOMENTOS**

Es el método más utilizado en hidrología para la estimación de parámetros. El método consiste básicamente en igualar los primeros momentos poblacionales con los muestrales. Esto produce  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas que al resolver simultáneamente genera el valor de los parámetros (Kite, 1977).

Los momentos poblacionales pueden obtenerse con respecto a la media o con respecto al origen o con respecto a cualquier punto.

Los momentos poblacionales y muestrales se obtienen con las siguientes expresiones:

*1er. Momento (Media)*

$$\text{Poblacional} \quad \mu = E(x) \quad (39)$$

$$\text{Muestral} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i \quad (40)$$

*2do. Momento (Varianza)*

$$\text{Poblacional} \quad \sigma^2 = E[(x - \mu)^2] \quad (41)$$

$$\text{Muestral} \quad S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{segada} \quad (42)$$

$$S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})}{N-1} \quad \text{insesgada} \quad (43)$$

### 3er. Momento (Coeficiente de Asimetría)

$$\text{Poblacional} \quad \alpha_3 = \frac{E[(x - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad (44)$$

$$\text{Muestral} \quad g = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(S^2_{sesg})^{3/2}} \quad \text{sesgado} \quad (45)$$

$$g = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(S^2_{sesg})^{3/2}} \quad \text{insesgado} \quad (46)$$

### 4to. Momento (Curtosis)

$$\text{Poblacional} \quad \alpha_4 = \frac{E[(x - \mu)^4]}{\sigma^4} \quad (47)$$

$$\text{Muestral} \quad k = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(S^2_{sesg.})^2} \quad \text{sesgado} \quad (48)$$

$$k = \frac{N^3}{(N-1)(N-2)(N-3)} \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(S^2_{sesg.})^2} \quad \text{insesgado} \quad (49)$$



## MÉTODO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Si se tienen  $n$  observaciones aleatorias  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , y su distribución conjunta es  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta)$ , ya que la muestra es aleatoria las  $x$  son independientes y su distribución conjunta se puede escribir como:

$$f(x_1; \theta)f(x_2; \theta)f(x_3; \theta)\dots\dots\dots f(x_n; \theta) \quad (50)$$

Esta última expresión es proporcional a la probabilidad de que la muestra aleatoria particular sea obtenida de la población y se conoce como función de verosimilitud ( $L$ ) (Mendenhall *et al*, 1994).

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^k f(x_i; \theta) \quad (51)$$

donde  $\theta$  es el vector de los parámetros los cuales son desconocidos.

Los valores de los parámetros que maximizan,  $L$  se conocen como estimadores de máxima verosimilitud la estimación consiste en encontrar entonces  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$  que maximizan  $L$ , lo cual puede lograrse tomando las derivadas parciales de  $L(\theta)$  con respecto a cada  $\theta$ ; e igualando a cero las expresiones resultantes (Mendenhall *et al*, 1994).

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0 \quad (52)$$

Dado que  $L$  es un producto de funciones, la derivación de dicho producto no es fácil por lo que es más fácil encontrar el valor de los parámetros que maximicen a la función logarítmica  $\ln(L)$ , por lo que la ecuación anterior queda

$$\frac{\partial LL}{\partial \theta_i} = 0 \quad (53)$$

con  $LL = \ln(L)$

Cuando se estiman más de un parámetro es necesario recurrir a los métodos numéricos ya que se obtiene un sistema no lineal.

Este método es muy utilizado cuando las funciones de densidad de probabilidad son complejas o es muy laborioso obtener los momentos.

## MÉTODO DEL ERROR CUADRÁTICO MÍNIMO

El método del error cuadrático mínimo consiste en minimizar la suma de los errores cuadráticos pesados ( $E$ ), entre los valores empíricos  $F(q)$ , esto es

$$F(q) = P \exp \left\{ - \exp \left( - \frac{(q - \beta_1)}{\alpha_1} \right) \right\} + (1 - P) \exp \left\{ - \exp \left( \frac{(q - \beta_2)}{\alpha_2} \right) \right\} \quad (54)$$

y los valores estimados  $\hat{F}(q)$ , esto es (González, 1970):

Encontrar los parámetros tales que minimicen la función:

$$E = \sum_{i=1}^n [\hat{F}(q_i) - F(q_i)]^2 W_i \quad (55)$$

De acuerdo con las siguientes ecuaciones

$$Tr = \frac{n+1}{m} \quad (56)$$

$$Tr = \frac{1}{1 - F(q)} \quad (57)$$

se tiene que los valores estimados de la función de probabilidad están dados por:

$$\hat{F}(q) = 1 - \frac{m}{n+1} \quad (58)$$

donde

$\hat{F}(q_m)$  valor estimado de la función de distribución de probabilidad para el gasto máximo anual

$m$  número de orden del gasto máximo anual ( $q$ ), cuando estos son ordenados en forma creciente

$n$  número de registros

$W_i$  peso asignado al error cometido, que es la estimación de la función de distribución en el orden  $i$

## BIBLIOGRAFÍA

1. Alvarez, E. M., Puertas, A. J. y Díaz-Fierros, V. F., “Análisis regional de avenidas en la zona atlántica de Galicia, noroeste de España”. *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XVI, núm. 2, 2001, pp. 67 – 76.
2. Aparicio, M. F. J., “Fundamentos de hidrología de superficie”. Limusa, México, 1997.
3. Benjamín, J.R. and Cornell, C. A., “Probability, statistics and decision for civil engineers”. Mc Graw-Hill, New York, 1970.
4. Benson, M. A., “Factors influencing the occurrence of floods in a humid region of diverse terrain”, U.S.G.S. *Water Supply Paper* 1580-B, 1982.
5. Burn, D. H., “Delineation of groups for regional flood frequency analysis”, *Journal of Hydrology*, pp. 345-361, 1989.
6. Burn, D. H., “Catchment similarity for regional flood frequency analysis using seasonality measures”, *Journal of Hydrology*, Vol. 202, (1-4), pp. 212-230, 1997.
7. Campos, A. D. F., “Proceso del ciclo hidrológico”. Universitaria Potosina, México, 1992.
8. Campos, A. D. F., “Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel mixta por medio del algoritmo de Rosenbrok”. *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. V, num. 3, 1989, pp. 9 – 18.
9. Castellarin, A., Burn, D. H. y Brath, A., “Assesing the effectiveness of hydrological similarity measures for flood frequency analysis”, *Journal of Hydrology*, Vol. 241 (3-4), pp. 179 – 193, 2001.
10. Chander, S., Spolia, S. K. and Kumar, A., “Flood frequency analysis by power transformation”. Proc. A.S.C.E.J. Hydraulic Division 104, 1978, pp 1495 – 1504.
11. Comisión Nacional del Agua, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (CNA, IMTA). “Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)”, México, D.F., 2000.
12. Cunnane. C., “Methods and merits of regional flood frequency analysis”. *Journal of Hydrology*, No. 100, 1988.
13. Dalrymple, T., “Flood frequency análisis”. US Geol. Surv. *Water Suplí Paper*, 1543 A, 1960.

14. Escalante, S. C., “Distribuciones trivariadas y sus aplicaciones en hidrología”, Tesis doctoral, DEPFI, UNAM, México, 1991.
15. Escalante, S. C., “Análisis regional de eventos extremos”. *XIII Congreso Nacional de Hidráulica*, Tomo II, ponencia No.36. Puebla, Pues., 1994.
16. Escalante, S. C y Reyes C, L., “Técnicas estadísticas en hidrológica”. UNAM, Facultad de ingeniería, 2002.
17. Gómez, M. J. F., “Modelos regionales de gastos máximos para la vertiente del golfo de México”. Tesis de maestría, DEPFI campus Morelos, México, 2003.
18. González, V. F. J., “Contribución al análisis de frecuencias de valores extremos de los gastos máximos en un río”. Instituto de Ingeniería de la UNAM, Núm. 277, México, D.F., 1970, pp. 24.
19. Greenwood, J. A., Landwehr, J. M. y Wallis, J. R., “Probability weighed moments: definitions and relations to parameters of several distributions expressible in inverse form”. *Water Resources Research*, 15(5), 1979, pp. 1049 – 1054.
20. Gumbel, E. J., “Bivariate exponential distributions”. *J. Amer. Statist. Assoc.* N0.55, 1960.
21. Gumbel, E. J., “Statistics of extremes”. Columbia University Press, New York, London, 1958.
22. Gumbel, E. J. y Mustafi, C. K., “Some analytical properties of bivariate extremal distributions”. *Journal of the American Statistical Association*, 1967, 569 – 589.
23. Gutierrez, L. A., “Modelos de transferencia de información hidrológica”. Tesis de maestría, DEPFI, UNAM, México, 1994.
24. Gutiérrez, L. A. y Ramírez O. A. I., “Predicción hidrológica mediante el método de la avenida índice para dos poblaciones”. *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XX, núm. 2, 2005, pp. 37 – 47.
25. Haan, C. T., “Statistical Methods in Hydrology”. Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
26. Heo, J. H., Boes, D. C. y Salas, J. D., “Regional flood frequency análisis based on a Weibull model: Part 1. Estimation and asymptotic variances”. *Journal of Hydrology*, Vol. 242 (3-4), pp. 157-170, 2001.
27. Heo, J. H., Boes, D. C. y Salas, J. D., “Regional flood frequency análisis based on a Weibull model: Part 2. Simulations and applications”. *Journal of Hydrology*, Vol. 242 (3-4), pp. 171-182, 2001.

28. Hosking, J. R., "The theory of probability weighted moments, research report RC12210", IBM Research Division, York – Town Heights, Nueva York, 1986.
29. Hosking, J. R., Wallis J. y Wood, E., "Estimation of the generalized extreme value distribution by the method of probabilityweighted moments". *Technometrics*, vol. 27, núm. 3, 1985, pp. 251 – 261.
30. Howe, L. Y. y Melvin, L. L., "Regional flood estimation for ungauged basins in Sarawak, Malaysia". *Hidrological Sciences Journal*, 48(1), February, 2003, pp. 79 – 94.
31. Kite, G. W., "Frequency and risk analysis in hydrology". *Water Resources Publication*, Colorado State, Univesity Fort Collins, 1977.
32. Intituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA). "Extractor rápido de información climatológica (ERIC II)", México, D.F., 2000.
33. Intituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA). "Estimación de gastos máximos mediante análisis regional". Jiutepec, Mor., México, 1997.
34. Jiménez, E. M., "Ajuste de funciones de probabilidad (AX 1.05)". Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), Facultad de Ingeniería, 1997.
35. Krzysztofowicz, R., "The case for probabilistic forecasting in hydrology". *Journal of Hydrology*, Vol. 249, pp. 2-9, 2001.
36. Linsley, R. K. and Franzini, J. B., "Water Resources Engineering". 3a. Edición. Mc Graw-Hill, 1979, pp. 125 – 126.
37. Magaña, Z. J. y Ramírez O. A., "Parámetros regionales de ajuste de la distribución Gumbel doble en la cuenca Lerma-Balsas". *XVI Congreso Nacional de Hidráulica*.
38. Mapa de las regiones hidrológicas de México  
[http://mapserver.inegi.gob.mx/espanoldatosgeogra/basicos/hidrologia/rios/regiones\\_hidrologicas.cfm?c=519](http://mapserver.inegi.gob.mx/espanoldatosgeogra/basicos/hidrologia/rios/regiones_hidrologicas.cfm?c=519)
39. Meigh, J. R., Farquharson, F. A. Y Stuccliffe, J. V., "A worldwide comparison of regional flood estimation methods and climate". *Hydrological Sciences Journal*, vol. 42, núm. 2, 1997, pp. 225 – 244.
40. Mendenhall, W. D., Wackerly, D. L. and Scheaffer, R., "Estadística matemática con aplicaciones". Iberoamericana, México, 1994.
41. Miller, I. E. and Freund, J., "Probabilidad y estadística para ingenieros". Prentice may, México, 1986.
42. Plan Nacional Hidráulico (PNH), "Regionalización del país". México D. F., 1973.

43. Prabhata, K. Swamee, Chandra Secar P. Ojha y Ali Abbas, "Mean annual flood estimation" *Journal of Water Resources Planning and Management*, pp. 403 – 407, 1995.
44. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH), "Plan Nacional Hidráulico, 1975, segunda parte". México, D. F., 1975.
45. Ramírez, O. A. I., "Estimación de avenidas de diseño en redes de ríos". Tesis de maestría, DEPFI Campus Morelos, México, 1995.
46. Ramírez, O. A. I., "Nuevas metodologías en la estimación de avenidas de diseño". Tesis doctoral, DEPFI Campus Morelos, México, 2000.
47. Raynal, V. J. A., "Análisis de gastos máximos aguas debajo de confluencias de ríos". *Ingeniería Hidráulica en México*, Enero – Abril 1990, pp. 37 – 39.
48. Raynal, V. J. A., "Bivariate extreme value distributions applied to flood frequency analysis". Ph. D. Dissertation. Colorado State University, Ft. Collins, Colorado, U.S.A., 1985.
49. Salas, J. D., "Transfer of information to improbable estimates of flood frequencies", Chapter 17 in *Hydrology for transporting engineers*, Ed. T. G. Sanders, U. S. Dept. of Transportation, 1980.
50. Smithers, J. C. y Schulze, R. E., "A methodology for the estimation of short duration design storms in South Africa using a regional approach based on L-moments", *Journal of Hydrology*, Vol 241, pp. 42-52, 2001.
51. Spiegel, M.R., "Estadística". Mc Graw-Hill, México, 1970.
52. Spingall, G. R., "Hidrología", Instituto de Ingeniería, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1970, pp. 210.
53. Sveinsson, O. G., Boes D. C. y Salas J. D., "Population index flood method for regional frequency análisis". *Water Resources Research*, Vol. 37, núm 11, 2001, pp. 2733-2748.
54. Tiago de Oliveira, J., "Structure theory of bivariate extremes". *Estudios de matemática, estadística y econometría*, Vol. III, 1962.
55. Viessman, W., Lewis, G. L. And Knapp, J. W., "Introduction to hydrology". Harper and Rowe, New York, EUA, 1989.
56. Wallis, J. R., Risk and uncertainties in the evaluation of flood events for the design of hydrological structures. Keynote address at "Seminar on extreme hydrological events-Floods and Droughts". Erice, Italy, 1980, pp.33.

57. Wiltshire, S. E., "Grouping basins for regional flood frequency analysis", *Hydrological Sciences Journal*, 30 (1), pp. 151-159, 1985.