



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

Posgrado en Ciencia e Ingeniería de Materiales  
Instituto de Investigaciones en Materiales

Celdas de Alta Presión y Temperatura  
para Estudios de Tensión Superficial  
en Sistemas Bifásicos

Tesis  
que para obtener el grado de

Maestro en Ciencia  
e Ingeniería de Materiales

presenta

Juan Pablo Jiménez de la Rosa

Director de Tesis  
Dr. Enrique Geffroy



Ciudad Universitaria, México, D. F.

Septiembre, 2006



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Fermín Viniegra

Secretario: Dr. Enrique Geffroy

Vocal: Dr. Guillermo Pulos

Suplente: M. I. Leopoldo A. González

Suplente: Dr. Elfego Ruiz

Lugar donde se realizó la Tesis:

Instituto de Investigaciones en Materiales

Director de Tesis:

Dr. Enrique Geffroy

---

Firma

A Célibataire

*Raise the window*

*Let's listen to the rain...*

A Ramón Tirado Jiménez



## Agradecimientos

Este trabajo se llevó a cabo gracias al apoyo brindado por el Laboratorio de Reología-óptica del Instituto de Investigaciones en Materiales, en la UNAM. Agradezco especialmente al Dr. Enrique Geffroy por haber dirigido esta Tesis (ayudándome a salir de la selva oscura, apartada de todo camino recto, en que me hallaba con respecto a este proyecto), y por todas sus enseñanzas a lo largo de 10 años. Expreso también mi gratitud a los miembros del Laboratorio por su ayuda durante la realización de este trabajo, en especial a Gerardo Guevara, Zeus Zamora y Minerva Méndez por el soporte técnico, y al Dr. Marco A. Reyes por sus consejos para la redacción de este documento.

Agradezco a los Doctores Roberto Zenit y Augusto García Valenzuela por guiarme durante el curso de la Maestría y durante la preparación de esta Tesis. Igualmente, agradezco a los doctores Fermín Viniegra, Guillermo Pulos y Elfego Ruiz, y al Maestro Leopoldo González por revisar esta Tesis y por sus valiosas observaciones y comentarios.

Finalmente, gracias a Vicente Cepeda, a Alejandro Farah y nuevamente a Gerardo Guevara por proveer las herramientas para realizar los cálculos presentados en este trabajo.

Y a ti, Princesa Amanecer, te agradezco por acompañarme en el encierro monástico durante los interminables meses que duró este proceso, y por levantarme el ánimo cada vez que estuve cerca de claudicar. Sin tu amor, no lo habría logrado.

# Índice

<b>Introducción</b>	.....	1
<b>0.1</b>	Antecedentes: Dinámica de formación de gotas .....	3
<b>0.2</b>	Descripción del problema .....	6
<b>0.3</b>	Alcance del proyecto.....	7
<b>Capítulo 1. Descripción del Aparato Experimental</b> .....		9
<b>1.1</b>	Configuración del Equipo .....	9
<b>1.2</b>	Instrumentación.....	11
<b>1.3</b>	Celda de Alta Presión.....	12
<b>1.4</b>	Requerimientos para la Celda Óptica de Alta Presión .....	15
<b>1.4.1</b>	Restricciones .....	16
<b>1.4.2</b>	Balanceo de Requerimientos.....	17
<b>1.5</b>	Propuesta de Diseño para la Celda de Alta Presión .....	19
<b>Capítulo 2. Diseño de la Celda de Alta Presión</b> .....		23
<b>2.1</b>	Breve descripción del Experimento .....	23
<b>2.2</b>	Esfuerzos en una Celda Cilíndrica de Paredes Gruesas .....	26
<b>2.2.1</b>	Deformación plana .....	28
<b>2.2.2</b>	Deformación plana axisimétrica .....	30
<b>2.2.3</b>	Cilindro sometido a presión interna únicamente.....	34
<b>2.2.4</b>	Cilindro cerrado en sus extremos .....	36
<b>2.3</b>	Dimensionamiento del Cuerpo de la Celda.....	36
<b>2.3.1</b>	Criterio de falla .....	37
<b>2.3.2</b>	Esfuerzos no ideales por la presencia de barrenos transversales .....	42
<b>2.4</b>	Influencia de la temperatura en la resistencia mecánica de la celda .....	49
<b>2.5</b>	Conclusión.....	54
<b>Capítulo 3. Análisis de esfuerzos por MEF de una celda axisimétrica</b> .....		59
<b>3.1</b>	Método de Elementos Finitos (MEF).....	61
<b>3.2</b>	Análisis Axisimétrico de Esfuerzos por MEF.....	63
<b>3.2.1</b>	Esfuerzos en un cuerpo con características anguladas .....	63
<b>3.2.2</b>	Esfuerzos en un cuerpo con características redondeadas .....	65
<b>3.2.3</b>	Configuración de malla .....	67
<b>3.2.4</b>	Verificación de la malla de MEF .....	69
<b>3.3</b>	Resultados .....	76
<b>3.3.1</b>	Análisis de MEF en un modelo tridimensional.....	83
<b>3.4</b>	Conclusión.....	90

<b>Capítulo 4.</b>	<b>Diseño de ventanas ópticas para celdas de alta presión .....</b>	<b>93</b>
<b>4.1</b>	Introducción: Definición de ventana óptica.....	93
<b>4.2</b>	Funciones de ventanas ópticas para estudios de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos.....	95
<b>4.2.1</b>	Transformación de funciones en requerimientos.....	97
<b>4.3</b>	Principales tipos de ventanas ópticas y Principio de Bridgman .....	100
<b>4.3.1</b>	Realización de la ventana de contra-fuerza .....	105
<b>4.3.2</b>	Realización de la ventana en voladizo, o configuración de Bridgman.....	109
<b>4.4</b>	Diseño detallado del subsistema ventana-soporte.....	115
<b>4.4.1</b>	Cálculos de esfuerzos en una ventana tipo Poulter.....	117
<b>4.4.2</b>	Estudio de convergencia de distribución de esfuerzos con respecto a la malla de FEM.....	131
<b>4.4.3</b>	Estudio de la singularidad en el borde del canal desde el punto de vista teórico (solución analítica) .....	138
<b>4.4.4</b>	Estudio de la singularidad desde el punto de vista físico.....	145
<b>4.4.5</b>	Cálculos de esfuerzos del conjunto ventana-soporte. Consideraciones adicionales de diseño .....	145
<b>4.5</b>	Conclusiones sobre el diseño para el ensamble ventana-soporte.....	159
<b>Capítulo 5.</b>	<b>Diseño de accesorios del equipo experimental.....</b>	<b>161</b>
<b>5.1</b>	Diseño del Tapón-soporte .....	162
<b>5.1.1</b>	Diseño de las tapas superior e inferior .....	173
<b>5.2</b>	Sello hidrostático trapezoidal.....	173
<b>5.3</b>	Instrumentación.....	185
<b>5.3.1</b>	Control de Temperatura .....	185
<b>5.3.2</b>	Control de Presión.....	188
<b>5.4</b>	Recomendaciones de Seguridad .....	192
<b>Conclusión</b>	.....	197
<b>Anexo</b>	.....	205
<b>A.1</b>	Técnicas para aumentar la resistencia de una celda cilíndrica.....	205
<b>A.1.1</b>	Cilindro compuesto.....	205
<b>A.1.2</b>	Autofrettage .....	206
<b>A.2</b>	Aceros y números de dureza .....	208
<b>Referencias</b>	.....	209

# Introducción

*(...) Así está hecha la naturaleza, para humillación de nuestra poquedad: hay ideas que sobre el papel parecen perfectas y luego ante la prueba de la experiencia se demuestran imperfectas, y nadie sabe por qué razón.*

“La Isla del Día de Antes.”

Umberto Eco, 1994.

El estudio del fenómeno de formación de gotas lleva varios siglos de desarrollo (hay referencias de estudios científicos que datan del siglo XVII, como el trabajo de Mariotte, 1686) y ha recibido un énfasis notorio en la investigación científica desde hace muchas décadas. Múltiples aplicaciones tecnológicas novedosas basan su principio de funcionamiento en dicho fenómeno; tal es el caso de la impresión por inyección de tinta, los aerosoles, o la alimentación de gasolina por inyección en los motores de combustión interna, tecnologías que se han desarrollado esencialmente en los últimos 25 años.

Los anteriores son ejemplos de la formación de gotas en un medio (fluido externo) poco denso y viscoso como es el aire. Por otra parte, el fenómeno de formación de gotas en sistemas bifásicos líquido-líquido tiene una amplia variedad de aplicaciones, como la preparación de emulsiones, la preparación de tintas para impresión, la generación de nano-fibras y nano-partículas para la síntesis de materiales compuestos y circuitos electrónicos, el mezclado de sistemas viscosos multifásicos, y el flujo de petróleo crudo en yacimientos.

El flujo de petróleo crudo en el material poroso de una matriz rocosa, tal como el material que conforma los Yacimientos Naturalmente Fracturados, consiste en la extrusión de una pequeña gota de fluido desde un poro hacia otro adyacente a través del micro-canal que los une. El entendimiento de la mecánica del flujo de aceites a través de poros es indispensable para mejorar la eficiencia en el proceso de extracción de petróleo crudo de yacimientos conformados por matrices de roca. Ello se debe a que la industria petrolera extrae en promedio uno de cada 3 barriles de petróleo in-situ. Para aquellos pozos

que operan principalmente con la presión interna del yacimiento y producen hidrocarburos pesados, entonces la eficiencia puede ser aún más pobre.

Mejorar la eficiencia en la extracción de crudo en yacimientos de naturaleza porosa se ha vuelto indispensable en la industria petrolera actual, debido a que el descubrimiento de nuevas reservas ni siquiera ha sido la requerida para cubrir la demanda actual de hidrocarburos. De este modo, las reservas mundiales de petróleo disminuyen provocando un incremento importante en los precios. El aumento en los precios del crudo habilita el desarrollo de nuevas y más sofisticadas técnicas de exploración y producción, que pretenden principalmente (a) explotar nuevos yacimientos que no estaban al alcance de las técnicas conocidas –tal es el caso de yacimientos en aguas con tirantes superiores a los 600 metros de profundidad– y (b) mejorar la eficiencia del método tradicional, que utilizan únicamente la presión interna del yacimiento para el bombeo del petróleo, para obtener una fracción significativamente mayor de los recursos in-situ.

Como resultado, la industria petrolera ha desarrollado múltiples técnicas que le permiten mejorar las eficiencias de extracción. Dentro de las técnicas más simples de extracción consiste en bombear el petróleo crudo –que es una mezcla de hidrocarburos, coloides, y metales pesados entre otras sustancias– inundando el yacimiento con otro fluido inmiscible como agua, CO<sub>2</sub>, etc. mismas que pueden contener aditivos tales como surfactantes, lubricantes, hidrocarburos diluidos, emulsiones, etc. La eficiencia del proceso significa la extracción de un máximo de hidrocarburos alojados en poros, fracturas y otras cavidades del yacimiento. En cambio, las técnicas avanzadas de extracción deben permitir eficiencias de extracción de al menos 50% y en algunos casos hasta de un 75%, como actualmente ocurre en los yacimientos petrolíferos del Oman.

De esto se deriva la importancia de entender los fenómenos que dominan este tipo de flujos, es decir: la cinemática del flujo y la participación de la tensión superficial en sistemas multifásicos complejos. Este problema dinámico depende en gran medida de la tensión superficial entre dos líquidos o entre un líquido y las paredes del canal poroso, debido a que la longitud característica en el fenómeno es del orden de milésimas de milímetro. En el contexto de extracción de hidrocarburos de yacimientos naturales, el estudio de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas multifásicos (por ejemplo, sistemas líquido-líquido o sistemas [líquido A] – [Sólido] – [líquido B]) debe entenderse bajo condiciones termodinámicas particulares: muy altas presiones (del orden de cinco mil atmósferas) y altas temperaturas (de hasta 500 K). Un enfoque para el estudio de este fenómeno consiste en la observación de gotas formadas a través de un tubo capilar o de una placa de material poroso.

Así, el propósito del presente trabajo de Tesis es desarrollar un equipo experimental para estudios de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos. Tales estudios experimentales

tienen como objetivo principal obtener valores de los parámetros más relevantes que caracterizan el flujo en sistemas bifásicos, simulando las condiciones típicas de los yacimientos petrolíferos mexicanos. Para ello, el equipo experimental debe replicar el flujo de gotas a través de canales de muy pequeñas dimensiones, considerando los efectos de aditivos tales como surfactantes y bajo las condiciones termodinámicas previamente mencionadas.

El aparato experimental aquí propuesto busca proveer al laboratorio con una celda hidrostática de altas presiones (no existen equipos comerciales del tipo jeringa capaces de generar presiones del orden de 500 MPa o superiores) para la observación de los fenómenos transitorios de formación de gotas, acoplada con un sistema de captura de imágenes de alta velocidad y resolución. Posteriormente, estas observaciones suministrarán datos experimentales que se compararán con algoritmos computacionales destinados al cálculo de campos de flujo, presión, así como de la forma de las gotas generadas.

Para tal fin, los requerimientos generales que el equipo experimental debe satisfacer son: dimensiones reducidas que permitan simultáneamente (a) la generación de flujos típicos a presiones extremadamente altas y, (b) la captura de imágenes del goteo con las dimensiones apropiadas. Esto es, la captura de imágenes del proceso de formación de gotas debe considerar un radio y una longitud entre el punto de salida del tubo capilar y el extremo de la gota, tomando en cuenta la presencia de hilos previos a la ruptura que pueden ser considerablemente largos, especialmente en sistemas bifásicos líquido-líquido de viscosidades variables (Doshi *et al.*, 2003). El equipo debe permitir el uso de técnicas ópticas para el estudio de esfuerzos, como la birrefringencia en flujos (Geffroy y Leal, 1992), para la medición del campo de velocidad y la forma instantánea de las gotas, como la Velocimetría de Imágenes de Partículas (denominada PIV por sus siglas en inglés; ver Lawson *et al.*, 1999), y para estudiar el efecto de moléculas surfactantes en la interfaz líquido-líquido, usando por ejemplo marcadores fluorescentes fotoactivados (Dussaud y Troian, 1998).

## 0.1 Antecedentes: Dinámica de formación de gotas

El fenómeno de formación de gotas se ha estudiado de manera extensa desde hace varios siglos. Un interesante repaso cronológico de este tema puede encontrarse en un artículo de Eggers en donde se mencionan alrededor de 250 citas (Eggers, 1997); la más antigua de ellas data de 1686. A pesar de que el estudio del fenómeno lleva un largo recorrido, su entendimiento es aún poco claro y está muy lejos de ser completo. Sin embargo, el estudio de la formación de gotas se ha intensificado en las últimas

décadas debido a la importancia de las aplicaciones tecnológicas que dependen del entendimiento y predicción del fenómeno en cuestión, dando lugar a nuevos hallazgos resultado de las teorías modernas para estudios no lineales denominadas *auto-similitud* y *escalamiento*, acompañadas de elaborados estudios experimentales.

El proceso de goteo se caracteriza por flujos lentos que forman gotas en el extremo de un tubo capilar o en la salida de un orificio. El análisis del experimento de goteo, iniciado por Mariotte en el siglo XVII, y continuado en el siglo XIX por Savart, Plateau y Rayleigh entre otros, consiste inicialmente en la observación de las perturbaciones formadas en un chorro de fluido que finalmente decae en una serie de gotas. Hace apenas unas décadas, el estudio experimental de la formación de gotas adquiere un nuevo enfoque que consiste en observar la bifurcación o ruptura de la gota. Peregrine y colaboradores (1990) describen cualitativamente el proceso de goteo de agua en un ambiente de aire utilizando técnicas de fotografía de alta velocidad. Entre sus principales hallazgos, describieron la formación de una delgada columna de fluido que une el volumen emergente del orificio con el de la gota en proceso de formación. La separación de la gota se produce a partir de la ruptura del hilo en una región cercana a la superficie de la gota. Un segundo punto de ruptura aparece en el extremo del hilo situado en la salida del orificio; posteriormente, el volumen de fluido que conforma el hilo se configura en una o varias gotas satelitales, de menor dimensión que la gota principal.

Más tarde, el trabajo de Shi y colegas (1994) extiende los estudios experimentales para fluidos de altas viscosidades, y analiza la influencia de la viscosidad en la longitud del hilo formado y en la forma de la gota en instantes cercanos a la ruptura. Al mismo tiempo, Shi y colaboradores utilizan ecuaciones unidimensionales para reproducir cualitativamente la estructura de bifurcación observada experimentalmente. Posteriormente, Zhang y Basaran (1995) realizan una amplia serie de experimentos de goteo de fluidos de diferentes viscosidades en aire y encuentran que la longitud del hilo que une la gota al chorro previamente a la ruptura depende de la velocidad del flujo, del tamaño del orificio y de la viscosidad del fluido. Dichos estudios experimentales son acompañados por soluciones numéricas descritas por Wilkes y colaboradores (1999) así como por Zhang (1999-1).

Se registran estudios de formación de gotas en sistemas líquido-líquido desde finales de la década de los sesenta. Scheele y colegas (1968) llevan a cabo estudios experimentales considerando que una gota formada en el extremo de un capilar se desprende de éste cuando las cuatro fuerzas presentes en el fenómeno alcanzan un equilibrio, es decir, cuando la fuerza neta en la gota es igual a cero. Las cuatro fuerzas en cuestión son: tensión superficial, inercia, arrastre y flotación. A partir de sus estudios, Scheele y colaboradores relacionan el volumen de las gotas esféricas obtenidas con el diámetro exterior del tubo capilar, la tensión superficial del sistema, la diferencia de densidades de los

dos fluidos, la velocidad del flujo en el capilar, y la viscosidad del fluido exterior. Por otra parte, Zhang (1999-2) y Zhang y Stone (1997) introducen en las soluciones numéricas el efecto del segundo fluido inmiscible.

El desarrollo teórico para la descripción de la dinámica no lineal en la formación de gotas inició en 1972 con la propuesta de la teoría de lubricación por Peregrine. Otro concepto importante para el estudio teórico de las no linealidades del fenómeno es el de auto-similitud. Este concepto indica que la solución observada en un instante mantiene una forma idéntica en otros instantes siempre y cuando se realice el ajuste adecuado en la escala de las dimensiones. Esto permite una única representación del fenómeno temporal por medio de un mapeo de la solución sobre ejes adecuadamente escalados. Aplicando este concepto en el fenómeno de goteo se encuentra que la dinámica de la formación de una gota, en la cercanía geométrica y temporal de la ruptura, es independiente de la configuración experimental. Tal solución depende únicamente de las propiedades no lineales de las ecuaciones de movimiento. Como consecuencia, se obtienen dos simplificaciones importantes en la solución:

1. La descripción del movimiento del fluido en la región cercana al rompimiento es universal, ya que depende únicamente de la longitud

$$l_v = \frac{v^2 \rho}{\gamma} \quad (0.1)$$

que caracteriza las propiedades internas del fluido, es decir: la viscosidad cinemática  $\nu$ , la densidad  $\rho$ , y el coeficiente de tensión superficial  $\gamma$ .

2. La solución del movimiento cerca del rompimiento (singularidad) es auto-similar. Además, dado que el radio del hilo se reduce a un ritmo mucho mayor que la variación de su longitud, el hilo de fluido adopta –en la cercanía de la ruptura– una forma cilíndrica que puede representarse por medio de ecuaciones unidimensionales.

Así, la separación de gotas es un fenómeno totalmente localizado en el cuello de fluido que momentáneamente la gota con el resto del chorro. Gracias a esta localización, el fenómeno es independiente de las condiciones del experimento, de manera que el estudio de la separación de la gota desde un punto de vista experimental, teórico o numérico adquiere un alcance universal basado en un número reducido de parámetros relevantes asociados a las propiedades del fluido, relacionados por medio de la longitud característica de acuerdo con la Ec. (0.1). Los estados finales de la formación de gotas (previos a la separación) son gobernados por la singularidad de la ruptura, y son representados

por una única solución auto-similar unidimensional. La apariencia del flujo depende únicamente de la escala de observación  $l_{\text{obs}}$  con respecto a la dimensión característica  $l_v$  del fluido. Cuando  $l_{\text{obs}}/l_v$  es grande, como sucede en flujos de baja viscosidad tales como el agua, la forma cerca del punto de rompimiento son superficies cónicas que unen la gota esférica al resto del fluido; cuando  $l_{\text{obs}}/l_v$  es pequeña, como en el caso de fluidos de muy alta viscosidad tales como el glicerol, se forman hilos largos y delgados que se contraen para formar gotas satelitales en instantes posteriores al rompimiento.

## 0.2 Descripción del problema

El experimento de formación de gotas consiste en inyectar hacia una cámara de observación un fluido contenido en un tubo capilar, a una velocidad suficientemente baja de manera que inicialmente las fuerzas de tensión superficial y de gravedad se encuentran en equilibrio. En ese estado, la gota atraviesa por una secuencia de configuraciones en equilibrio, hasta que su volumen alcanza el límite en el que surge una inestabilidad y el peso de la gota –debido a la diferencia de densidades de los fluidos– supera al esfuerzo en la boca del capilar –debido a la tensión superficial. El estado de equilibrio estático está caracterizado por el parámetro adimensional

$$\text{Bo} = \frac{\rho g r_0^2}{\gamma}, \quad (0.2)$$

que se denomina *Número de Bond*, y que relaciona las fuerzas gravitacionales con las fuerzas de tensión superficial. En la Ec. (0.2),  $\rho$  es la densidad de la gota,  $g$  la intensidad del campo gravitacional,  $r_0$  es el radio exterior del tubo capilar, y  $\gamma$  el coeficiente de tensión superficial.

A partir del surgimiento de la inestabilidad, la gota en formación comienza a caer a una velocidad mayor que la del resto del fluido hasta llegar al rompimiento o separación de la columna de fluido que emerge del tubo capilar. A partir del punto de ruptura, la relación entre el número de Bond y la descripción de las gotas generadas (volumen y forma) adquiere una gran complejidad. De hecho, la viscosidad del fluido entra en juego y el *Número de Reynolds*, dado por

$$\text{Re} = \left( \frac{r_0 \gamma}{\nu^2 \rho} \right)^{1/2}, \quad (0.3)$$

se convierte en el parámetro adimensional principal para la descripción de la evolución de la gota. Por ejemplo, los experimentos realizados por Peregrine y colaboradores (1990) y por Shi y colaboradores (1994) muestran que la longitud del hilo del que pende la gota antes de la separación depende de la viscosidad del fluido. Además, Zhang y Basaran (1995) encuentran que el volumen de las gotas formadas depende del gasto volumétrico del fluido en el capilar.

En el caso de formación de gotas en un fluido (externo) inmiscible, la dinámica cambia considerablemente con respecto al caso de goteo en aire. Una razón de tal diferencia se debe a que el fluido exterior debe moverse junto con el fluido interior (gota); otra razón es que el fluido exterior produce sobre el interior fuerzas debidas a esfuerzos cortantes en la superficie libre, que pueden considerarse como despreciables en el caso de un fluido externo gaseoso. Así, la formación de una gota en un fluido inmiscible involucra los esfuerzos viscosos de ambos fluidos, los gradientes de presión producidos por la curvatura en la superficie interfacial, la posibilidad de gradientes en la tensión superficial, entre los principales efectos físicos.

### 0.3 Alcance del proyecto

El experimento que se plantea en este trabajo involucra la presión del fluido exterior como variable adicional. La presión entra en juego debido a que las propiedades comprometidas con el fenómeno de formación de gotas –la densidad, la viscosidad y el coeficiente de tensión superficial– pueden presentar una dependencia con respecto a la presión. Si por otra parte se considera que los efectos viscosos entre ambos fluidos y los gradientes de presión en la interfaz son suficientemente grandes con respecto al término inercial, el estudio del fenómeno puede hacerse dentro del rango de validez de las ecuaciones lineales de Stokes (ver Eggers, 1997 y Cohen *et al.*, 1999).

En el Capítulo 1, se definen las funciones y se describe *la configuración de un arreglo experimental propuesto para estudios de hidrodinámica y tensión superficial a altas temperaturas* (hasta 500 K) y muy altas presiones (hasta 5000 atmósferas) a través de la observación del fenómeno de formación de gotas en una cámara que contiene un fluido inmiscible a alta presión. Los Capítulos 2 y 3 describen los cálculos realizados para asignar materiales, dimensiones y otras características geométricas del *cuerpo de la celda de alta presión*. Los cálculos se realizan primeramente con un enfoque analítico, y posteriormente se amplía la solución analítica utilizando el Método numérico de Elementos Finitos (MEF) para resolver las ecuaciones de esfuerzo y deformación. En el Capítulo 4, se desarrolla el diseño del *sistema de observación compuesto por una ventana y su soporte*, componentes que se alojan en

perforaciones realizadas en las paredes del cuerpo de la celda de alta presión. Los cálculos de esfuerzos y deformaciones necesarios para diseñar tales componentes se efectúan con MEF, previa verificación de resultados preliminares con respecto a soluciones analíticas conocidas. Posteriormente, en el Capítulo 5 se desarrolla *el diseño de algunos componentes adicionales* del aparato experimental así como una propuesta del sistema hidráulico necesario para el trabajo de altas presiones. En el mismo Capítulo, se enuncian algunas recomendaciones de utilización del equipo, con el fin de garantizar la seguridad del equipo y la protección del operario. Finalmente, se plantean las conclusiones relacionadas con el proceso de diseño perseguido en este trabajo, así como sobre la utilización segura de sistemas complejos y peligrosos como el aquí propuesto.

# Capítulo 1

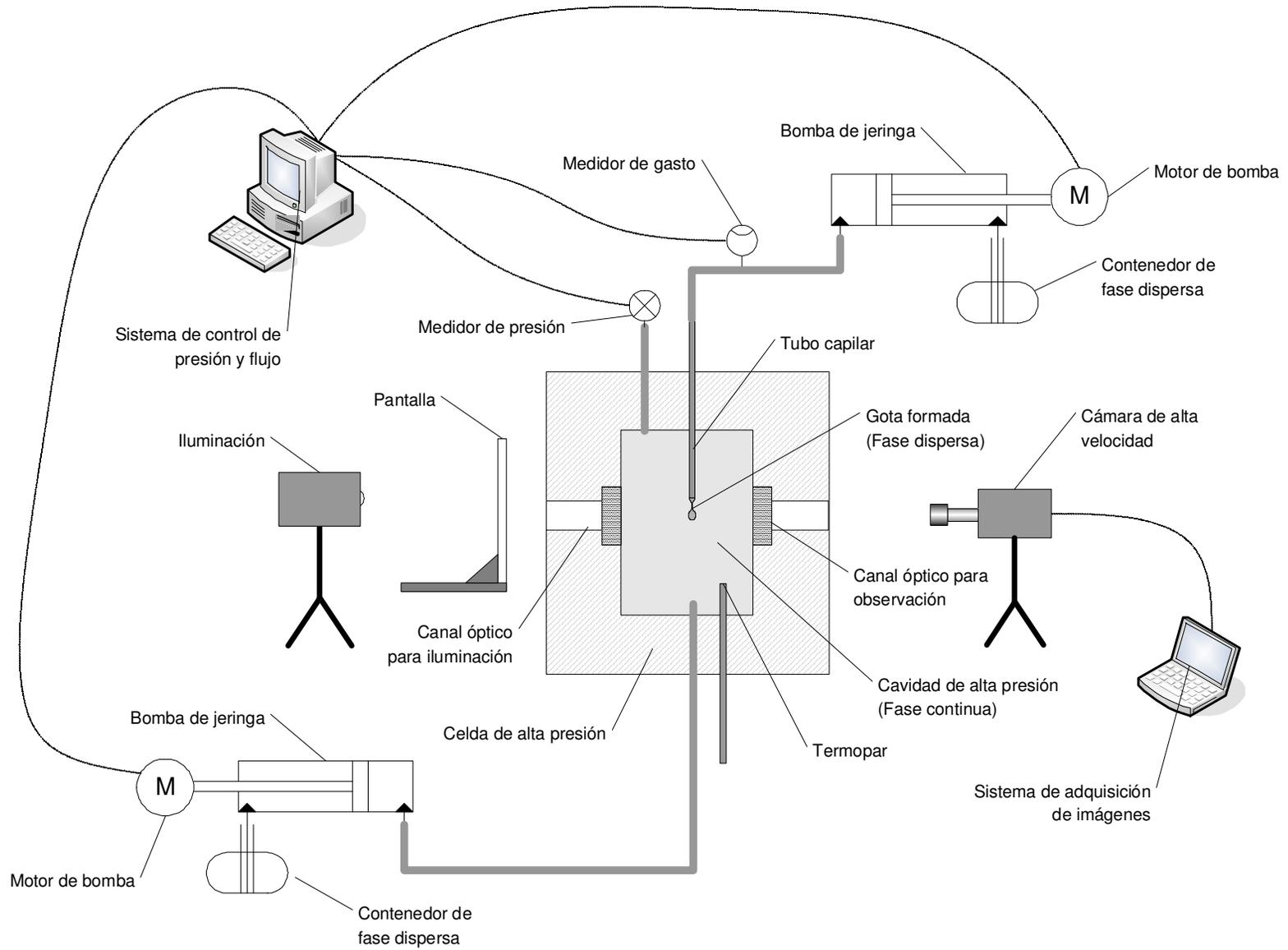
## Descripción del Aparato Experimental

### 1.1 Configuración del Equipo

Una configuración comúnmente utilizada en estudios experimentales de formación de gotas se muestra en la Figura 1.1 (ver, por ejemplo, los trabajos publicados por Wilkes y colaboradores, 1999, y por Furbank y Morris, 2004). El aparato experimental consiste en una celda de observación dentro de la que se ubica un tubo capilar por el que pasa el fluido que forma las gotas. Éstas se generan en el extremo del capilar, en un punto que coincide con el eje del canal óptico que atraviesa la pared de la celda. Dado que la gota pende del perímetro del capilar, entonces el borde debe ser plano y cuasi-ideal; es necesario pulir el extremo cortado mediante un proceso electroquímico, eliminando con ello las deformaciones e irregularidades en los diámetros interior y exterior.

El fluido de las gotas (fase dispersa) se suministra desde un recipiente a través de una bomba de jeringa, que es el tipo más adecuado para aplicaciones que requieren de un control preciso de presión y gasto volumétrico. Además, una bomba de este tipo se controla fácilmente con un servo-motor, que proporciona un torque elevado y se presta para la interfaz de control por computadora. El sistema de control requiere adicionalmente de instrumentos de medición de presión y de gasto volumétrico. El fluido en el que se forman las gotas (fase continua) se suministra por medio de un sistema de alimentación paralelo que cuenta con una bomba de jeringa independiente e integrada al sistema de control por computadora.

La observación de las gotas formadas en el interior de la celda se realiza por medio de una cámara fotográfica digital de alta velocidad, conectada a una computadora para la adquisición de datos. Con base en algunos equipos experimentales reportados en la literatura, un sistema de captura de imágenes de 250 cuadros por segundo es suficiente para observar la formación del delgado hilo del que



**Figura 1.1.** Esquema de un arreglo experimental propuesto para el estudio de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos a muy altas presiones.

pende una gota antes de su desprendimiento total. Tal frecuencia de disparo es suficiente, en el experimento de Furbank y Morris (2004), en el que utiliza aceites de silicón –como medio continuo– y una solución de agua con glicol-polialcaleno en diferentes proporciones. El gasto volumétrico es tal que el número de Reynolds en sus experimentos varía entre 0.007 y 0.4. En contraparte, Zhang y Basaran (1995) requirieron de una frecuencia de disparo de 1000 cuadros por segundo para estudiar el proceso de ruptura y formación de gotas viscosas en aire. Para aumentar la resolución temporal de sus observaciones, Zhang y Basaran realizan tomas fotográficas parciales en su sistema de captura, elevando la frecuencia de disparo hasta 12,000 cuadros por segundo.

La técnica más comúnmente utilizada para iluminar las gotas formadas en el interior de la cámara consiste en proveer un fondo brillante y tomar las imágenes a contraluz (Wilkes *et al.*, 1999, y Furbank y Morris, 2004). Cuando una gota se interpone entre el fondo brillante y la cámara, la luz que pasa a través se difracta de manera que la silueta de la gota se muestra oscura en su totalidad, salvo un pequeño sector en el centro de la gota por donde la luz atraviesa sin difractarse y por tanto aparece brillante. El fondo brillante se logra fácilmente utilizando una placa difusa de vidrio iluminada por una fibra óptica.

## 1.2 Instrumentación

La mayoría de los instrumentos, aparatos y dispositivos complementarios a la celda y que conforman el arreglo experimental propuesto en la Figura 1.1 están disponibles comercialmente para trabajo de altas presiones. Existen fabricantes que proveen toda una gama de componentes (como tuberías, válvulas, conexiones, filtros, etc.) para instalaciones hidráulicas de hasta 150,000 psi de presión, con opción –en algunos casos– a elegir diferentes diámetros internos de tubería. Los catálogos comerciales ofrecen igualmente bombas para presiones muy altas (de hasta 150,000 psi) en configuraciones de tipo jeringa o pistón. Sin embargo, ninguno de los sistemas comerciales garantiza, con sus modelos disponibles, los gastos volumétricos requeridos en nuestros experimentos.

Con respecto a la instrumentación, la medición de presión no es un problema ya que existen varias técnicas de medición para presiones de miles de atmósferas, utilizando técnicas de medición directas o indirectas. En las técnicas directas el transductor de presión se encuentra en contacto directo con el fluido transmisor de presión; algunos ejemplos comunes son los tubos de Bourdon (Maeda y

Koizumi, 1996), las bobinas Manganin<sup>1</sup> (Whalley *et al.*, 1976) y los sensores electrónicos<sup>2</sup> (Pressl y Kriechbaum, 1997). En las técnicas indirectas el instrumento de medición no se encuentra en contacto con el fluido a alta presión; tal es el caso de la técnica de galgas extensométricas, en la que se estima la presión en la cámara interior de la celda a través de la medición de la deformación en las paredes de la celda (Carboni *et al.*, 1993).

Para la medición de temperatura, ésta puede realizarse colocando un sensor en la cámara de alta presión protegido por una vaina, de manera que el transductor se encuentra a presión ambiental y no es necesario identificar un instrumento especial para trabajo a altas presiones. En cambio, la oferta de instrumentos para la medición del gasto másico o volumétrico, con una alta precisión y a presiones del orden de miles de atmósferas es muy limitada en la actualidad; sin embargo esta variable puede estimarse indirectamente a través del desplazamiento del pistón en el generador de presión.

Con respecto al equipo de adquisición de imágenes de alta velocidad, existen diferentes fabricantes que proveen cámaras de alta velocidad del orden de varios miles de cuadros por segundo; algunos modelos incluyen características especiales que multiplican la frecuencia de captura de imágenes almacenando secuencias de fotografías en un mismo buffer (a costa de una menor resolución), alcanzando velocidades de más de 10,000 cuadros por segundo.

### 1.3 Celda de Alta Presión

La disponibilidad comercial de los instrumentos y equipos mencionados en los párrafos anteriores no se presenta en el caso de la celda de alta presión. Algunas marcas comerciales de equipo de alta presión ofrecen contenedores capaces de trabajar a presiones de hasta 150,000 psi,<sup>3</sup> pero en general se trata de diseños de reactores químicos que no cuentan con canales de observación. Algunos proveedores

---

<sup>1</sup> Las bobinas Manganin proporcionan una medición de presión en términos de la variación de la resistencia eléctrica de un metal en función de la presión. La principal ventaja de estos instrumentos es la viabilidad de medir presiones del orden de varios GPa, con un error inferior al 2%.

<sup>2</sup> Los sensores electrónicos consisten en transductores que convierten la presión en una variación de señales de voltaje. Ver, por ejemplo, [www.wika.de](http://www.wika.de).

<sup>3</sup> Ver, por ejemplo, [www.highpressure.com](http://www.highpressure.com).

**Tabla 1.1.** Resumen de características de diseño de una serie de equipos experimentales encontrados en la literatura para estudios ópticos de alta presión.

Ref.	Year	Experiment	Max. Pressure (MPa)	Work Fluid	Min Temp. (K)	Max. Temp. (K)	Cell Body Material	High Pressure Volume (m l)	# Optical Ports	Array type	Optical aperture (mm)	Window Material
1	1978	Not specified	5000				Maraging Steel Grade 300 & 250	2781.79	None	N/A	N/A	N/A
2	1976	Raman spectroscopy	2500	Not described	Room	Room	Maraging Steel Grade 300		3	Two diametral, third axial	0.8	Glass
3	1997	Raman spectroscopy	800	Argon		Room	4340 alloy steel	1215	4	90	5	Quartz/ sapphire
4	1997	Muon spin rotation	800		3.7K	800K	Ti-6Al-4V-ELI	1260	None	N/A	N/A	N/A
5	1978	Optical studies of fluid critical points (birefringence)	500	Helium gas	111K	Room	Beryllium copper	625	2	Diametral	3.17	Sapphire
6	1993	Optical polarization microscopy	400	Argon	Room	200	Nitroy 40B (steel alloy)		2	Axial	2	Sapphire
7	1999	Spectrophotometry (visible and infrared)	400	Ethanol/N/He	10 K	350 K	Beryllium copper	56.1125	2	Axial	2	Sapphire
8	1996	Optical polarization microscopy	300	Silicon oil	Room	250	Maraging Steel	500	2	Axial	~3	Sapphire
9	1997	X-ray scattering	300	Water	-20	80	Cr-Ni-Mo-Ti Steel	16.3	2	Diametral	1.5	Beryllium
10	1998	Optical polarization microscopy	300	Silicon oil	-40	270	Maraging Steel	125	2	Axial	~2	Sapphire or diamond
11	1998	Fluorescence and absorption spectroscopy	300				Vascomax C-300	17951.577	4 or 6	4 at 90, additional pair diametral		Quartz or fused silica
12	1993	Spectrophotometry (visible and infrared)	250				Quartz	600	2	Axial	8	Quartz
13	1995	Raman spectroscopy	100	Water		800K	High strength alloy	6250	3	Two diametral, third axial	~10	Sapphire
14	1999	Small-angle neutron scattering/ Optical observ.	75	Water	Room	400	Inconel 625	183.6	2	Normal to box's largest face	16	Sapphire
15	1998	Optical light scattering	70	Polymer solutions		473K	Stainless Steel	1000	2	Axial	~12.5	Sapphire
16	1995	Spectrophotometry (visible) and Raman	40	Water	Room	600	Hastelloy C-22	550	4	Two diametral, two axial	9	Sapphire
17	1999	Infrared spectrophotometry	38	Substance under study	Room	400	Platinum washer, Ti-6-4 body	0.00004	2	Axial	~3	Diamond
18	2000	Absorption spectroscopy	30	Water	Room	400	Hastelloy C-276	225	2	Axial	6	Sapphire
19	1996	X-ray absorption	16	CO2			Fused-silica capillary	5.00E-05	N/A	90	N/A	Fused silica
20	2000	Scanning tunneling microscopy	6	Gas (oxygen, hydrogen)	Room	400	Stainless Steel 301		1	Axial	N/A	Electrode

ofrecen celdas de ópticas de alta presión,<sup>4</sup> pero sus catálogos están limitados a diámetros de aperturas que son insuficientes para los términos del experimento de goteo.

En general, los experimentos científicos que requieren de celdas ópticas de alta presión demandan características muy particulares en cuanto a presión y temperatura de trabajo, materiales utilizados, volumen de la cámara interior, número de canales ópticos, diámetro de apertura de observación, etc. Para obtener una idea de la gran diversidad de variaciones que se requieren en el trabajo científico experimental de alta presión, se muestra la Tabla 1.1. En ella se reúnen las especificaciones de diseño de una serie de veinte referencias en las que se proponen celdas ópticas para diversos estudios hidrostáticos de alta presión. Estos equipos están destinados a experimentos de diferente naturaleza: difracción de rayos X, difracción de luz visible, espectrofotometría, espectroscopia Raman, microscopía óptica de polarización, espectroscopia de absorción, etc. Existen dos factores comunes en esta lista: todas las celdas están diseñadas para trabajo a altas presiones, aunque el término “alta presión” significa 6 MPa en un extremo de la lista, y 5000 MPa en el extremo opuesto; y todas las celdas disponen de al menos un modo de observación, a excepción de la celda referida en el primer renglón. Esta celda de 5000 MPa, diseñada en 1978 por Lavergne y Whalley, representa el aparato experimental que alcanza el valor más alto de presión hidrostática<sup>5</sup> entre las referencias localizadas durante la elaboración de esta Tesis, y se agregó en la lista como punto de referencia. Es importante notar que no todas las celdas de la lista cuentan con un canal óptico; en algunos casos, el material del cuerpo de la celda es transparente para la radiación electromagnética utilizada y por tanto el modo de “observación” no requiere de ventanas. En la celda descrita en la referencia del último renglón, la radiación electromagnética se transmite hacia el interior de la celda a través de un electrodo, de manera que la celda sí contiene una perforación para monitorear el interior de la celda, aunque no se trata propiamente de una ventana de observación.

Las diferencias entre las celdas citadas en la Tabla 1.1 son diversas, siendo la principal el volumen disponible para las muestras, que varía en proporción inversa con la máxima presión de trabajo. Esto es, el volumen de la cavidad, varía entre 20 nanolitros y hasta los 20 centímetros cúbicos; es decir, existe un factor de  $10^6$  entre la capacidad disponible a las más alta presiones y las más pequeñas. A su vez, la temperatura de trabajo, que alcanza hasta 800 K en unas celdas, en otras se

---

<sup>4</sup> Por ejemplo, [www.newport-scientific.com/OpticalAbsorpCells.htm](http://www.newport-scientific.com/OpticalAbsorpCells.htm).

<sup>5</sup> Actualmente es posible modelar experimentalmente presiones muy superiores, hasta 10 TPa (Juodkazis *et al.*, 2006), pero con procesos o dispositivos totalmente diferentes a los deseables en un experimento de goteo. Por ejemplo, los anviles de diamante se utilizan cotidianamente para estudios hasta 500 Gpa.

trabaja con temperaturas criogénicas de alrededor de 10 K. Otras diferencias son: los medios de transmisión de presión, gaseosos en algunos casos y líquidos de diferentes viscosidades en otros (agua, aceite a base de silicio, soluciones poliméricas); el número de canales de observación y su disposición en la geometría de la celda; y el diámetro de apertura óptica en las celdas que presentan canales de observación, que varía entre 0.8 mm y 16 mm.

En términos generales, entre los veinte ejemplos referidos no existen dos celdas iguales o intercambiables. Ante semejante variedad de parámetros, resulta imposible para los fabricantes de equipo de altas presiones mantener un catálogo rentable que satisfaga las exigencias de la comunidad científica de este ramo. Por estas razones, el investigador interesado en realizar experimentos ópticos de alta presión se ve en la necesidad de diseñar un aparato experimental específico que satisfaga sus necesidades (Zhou *et al.*, 1998, y Sherman y Stadtmuller, 1987).

## 1.4 Requerimientos para la Celda Óptica de Alta Presión

A pesar de la diversidad de modelos ya probados, ninguna de las celdas citadas satisface los requerimientos del experimento de goteo al que se dirige el diseño aquí propuesto, y por lo tanto *el enfoque principal de este trabajo de Tesis consiste en desarrollar una celda óptica de alta presión que cumpla con los requerimientos del experimento*. Los requerimientos específicos del experimento son:

- El diámetro de observación del canal óptico debe permitir la visualización de gotas cuyo radio alcance valores de hasta 10 veces el radio del tubo capilar (de acuerdo con los cálculos del volumen de gotas de Wilkes *et al.*, 1999),
- La celda debe trabajar a presiones de hasta 500 MPa y temperaturas de hasta 500 K,
- Dado que se plantea analizar fluidos de hidrocarburos y agua, es preferible utilizar aceros inoxidable para reducir la corrosión, y
- Las ventanas deben ser transparentes y deben permitir la observación y medición de la geometría de las gotas por medio de un sistema de video, por lo que la distorsión de las imágenes a través de la ventana de observación debe ser la menor posible.

Desde el punto de vista funcional, la celda debe satisfacer las siguientes demandas:

- Es necesario prever medios de iluminación y de visualización. De acuerdo con el esquema propuesto en la Figura 1.1, la celda debe tener dos aperturas ópticas,
- Se requiere un sistema de inyección de fluidos (fase continua y fase dispersa) así como un sistema de drenaje para permitir el control de temperatura constante, y
- Se necesita un sistema de calentamiento del cuerpo de la celda.

Finalmente, para facilitar las condiciones de operación del sistema, y para garantizar la seguridad en su uso, la celda debe:

- contener el menor volumen posible de fluido presurizado, para que la energía almacenada sea mínima,
- concentrar el desgaste por uso o abuso en componentes reemplazables, y
- La manufactura de la celda debe ser viable utilizando procesos de maquinado en torno o fresadora de control numérico.

#### **1.4.1 RESTRICCIONES**

Algunos de los requerimientos anteriores son antagónicos, por lo que es necesario balancearlos y tomar decisiones de prioridad. En particular, el requerimiento de visualización sugiere dimensiones grandes para el diámetro de la ventana, lo que conduce a dimensiones grandes para la cámara interior. Sin embargo, en la mayoría de diseños de celdas de alta presión se busca reducir al máximo el volumen de la cámara interior por cuestiones de seguridad, ya que la energía almacenada por fluido a presión es proporcional al volumen contenido. Por otra parte, al reducir el volumen de la cámara interior se consigue al mismo tiempo reducir el volumen total de la celda, lo que facilita la manejabilidad del equipo, por ejemplo, al transportarlo. Adicionalmente, el costo del maquinado de la materia prima se reduce en proporción con el volumen de la celda. En experimentos que incluyen control de temperatura, el volumen del cuerpo de la celda debe minimizarse para conseguir una inercia térmica baja. Así, se encuentra que el requerimiento de visualización solicita las mayores dimensiones posibles del volumen de la cámara de alta presión, contrariamente a las solicitudes de reducir las mismas por cuestiones de seguridad.

Otro requerimiento en conflicto está relacionado con la resistencia del material del cuerpo de la celda. En la selección de materiales, el sentido común indica que se deben utilizar materiales duros y frágiles como el carburo de tungsteno o el cuarzo, y con ellos alcanzar las presiones de trabajo más

elevadas. Sin embargo, tales materiales dificultan o incluso impiden la manufactura por medios convencionales de eliminación de material (es decir, procesos de corte en torno o fresadora). De hecho, en numerosos artículos publicados se indica la preferencia por los aceros aleados (ver Tabla 1.1) y otros materiales relativamente dúctiles como el titanio y las aleaciones de Ni–Cr o Be–Cu. Siguiendo esta práctica común, se pretende utilizar materiales del tipo dúctil y llevar a cabo un análisis detallado de esfuerzos con el fin de detectar y eliminar concentradores de esfuerzo y de proponer las dimensiones más adecuadas para elevar la capacidad de carga del cuerpo de la celda.

#### **1.4.2 BALANCEO DE REQUERIMIENTOS**

Para cumplir de la mejor manera posible con los requerimientos establecidos, es necesario asignar la mayor prioridad a las dimensiones del canal óptico, ya que la visualización de las gotas es la función esencial del equipo experimental. De esta forma, las dimensiones mínimas del canal óptico quedan definidas como una característica obligatoria y las dimensiones del cuerpo de la celda se definen en función de las primeras. Ahora bien, para satisfacer en la medida de lo posible la reducción del volumen de la cámara de alta presión (volumen de la cámara interior), es necesario llevar a cabo un estudio detallado de diferentes configuraciones de ventanas ópticas, con el fin de encontrar una solución óptima entre las dimensiones de la ventana, y mínimo volumen presurizado.

Así mismo, el requerimiento que establece la presión máxima y la temperatura de trabajo es también prioritario, pues el experimento exige condiciones termodinámicas bien definidas. Sin embargo, los requerimientos de seguridad del equipo no pueden pasar a segundo plano. Por lo tanto, la asignación de forma y dimensiones del cuerpo de la celda debe hacerse a través de un trabajo minucioso de optimización para obtener las mayores presiones de trabajo posibles considerando:

- las dimensiones de los canales ópticos necesarios,
- la preferencia sobre materiales dúctiles, maquinables y que estén disponibles comercialmente,
- la resistencia a la corrosión,
- la manufacturabilidad del diseño, y
- la disposición de los instrumentos de medición y otros accesorios.

Lo anterior debe alcanzarse sin sacrificar los factores de seguridad en el diseño mecánico del cuerpo de la celda y sus componentes accesorios.



A continuación se describe a grandes rasgos el diseño propuesto para la celda de alta presión. De acuerdo con el análisis de requerimientos anterior, la forma y las dimensiones del cuerpo de la celda y de los canales ópticos, así como la configuración de las ventanas, son los factores críticos en el funcionamiento adecuado de la celda. Por lo tanto, los Capítulos 2 y 3 se consagran al estudio detallado del diseño del cuerpo, y el Capítulo 4 se consagra a la descripción del diseño y funcionamiento de la configuración propuesta para las ventanas. Finalmente, los detalles de operación de los sellos de alta y baja presión, así como la fijación de los instrumentos de medición, se detallan en el Capítulo 5.

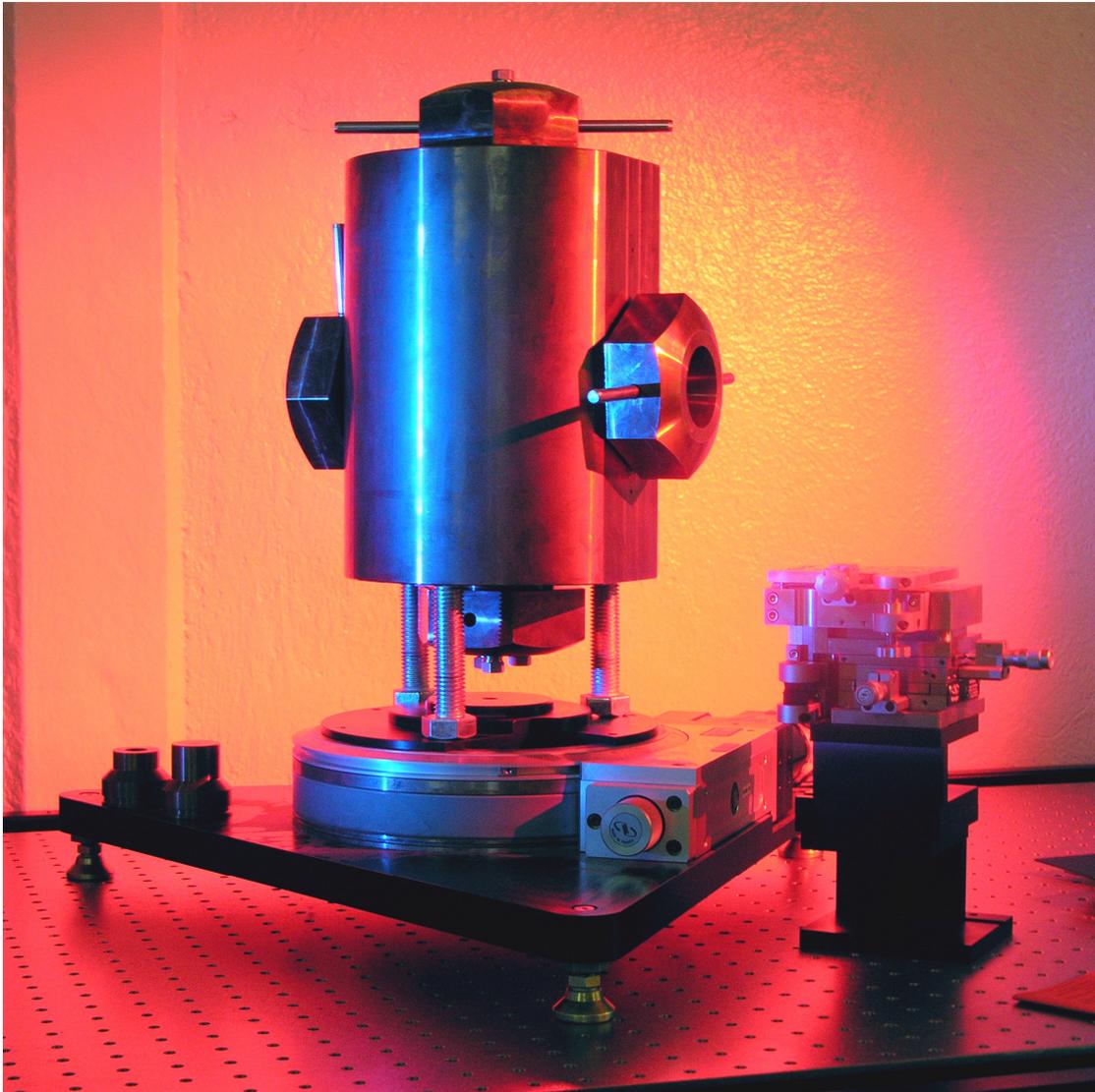
## 1.5 Propuesta de Diseño para la Celda de Alta Presión

La Figura 1.2 muestra el dibujo de ensamble de la celda óptica de alta presión. El cuerpo de la celda se maquinó a partir de un bloque cilíndrico de acero inoxidable endurecido por precipitación, con contenido de 17% de cromo y 4% de níquel. Este material se eligió gracias a sus excelentes propiedades mecánicas (esfuerzo de cedencia entre 720 y 1180 MPa aproximadamente, según el tratamiento térmico), buena maquinabilidad, y disponibilidad en el mercado. El uso de otros materiales de propiedades mecánicas aún superiores, como los aceros tipo Maraging, puede adoptarse en un futuro si el material se encuentra disponible comercialmente para las dimensiones requeridas.<sup>6</sup> La geometría de cuerpo de la celda es la de un cilindro de paredes gruesas, cuya relación de diámetro exterior entre diámetro interior es de aproximadamente 4.2. La cámara de alta presión es un barreno cilíndrico de 37 mm de diámetro, coaxial con el eje del bloque.

En los extremos axiales del cuerpo cilíndrico se proveen tapones, soportados por medio de una unión roscada en el cuerpo de la celda. El tapón superior aloja el tubo capilar, que se monta utilizando una conexión intercambiable para utilizar capilares de diferentes diámetros exteriores, así como la tubería de entrada constituida por tubos de acero inoxidable de diámetro exterior de 1/8 de pulgada (tuberías de alta presión para trabajos de hasta 60,000 psi). El tapón inferior presenta tres perforaciones. En una se aloja la conexión de la tubería de salida; en una segunda perforación se introduce una conexión de alta presión que conduce al manómetro; en la tercera perforación reside una

---

<sup>6</sup> Para el uso no militar de este tipo de aceros, en lingotes con dimensiones mayores a los 10 cms, actualmente existe una limitación severa en su disponibilidad dentro de los Estados Unidos, por razones que de acuerdo a los fabricantes son de “seguridad nacional.”



**Figura 1.3.** Fotografía de la Celda de Alta Presión, que muestra el ensamble de los tapones axiales que soportan las conexiones de tubería, así como los tapones radiales que alojan las ventanas de zafiro.

funda de acero inoxidable que aloja un termopar. La fotografía en la Figura 1.3 ilustra el ensamble de la celda y los tapones previamente descritos.

El cuerpo de la celda cuenta con dos canales ópticos ubicados transversalmente en la sección media del cilindro, dispuestos a  $180^\circ$ . Uno de los canales se utiliza para la iluminación de fondo, y el otro para la captura de imágenes a través de un sistema de video ubicado en el exterior de la celda. Por simplicidad de la imagen, el plano de la Figura 1.2 muestra únicamente uno de los canales. Nótese que el diámetro de los canales ópticos, de 37 mm, tiene el mismo valor que el diámetro de la cámara de alta presión. Con el fin de reducir aristas concentradoras de esfuerzos, las intersecciones entre los cilindros

de la cámara interior y de los canales ópticos se desbastan y pulen hasta formar redondeos de aproximadamente 3 mm de radio.

Cada uno de los canales ópticos aloja una ventana de zafiro sintético cuyo eje  $c$  está orientado paralelo al eje óptico. El disco de zafiro tiene 30 mm de diámetro y 10 mm de espesor, aunque el diseño se presta para utilizar espesores mayores. Las ventanas están montadas sobre soportes de acero inoxidable que, a su vez, se apoyan en un tapón roscado que se fija directamente en el cuerpo de la celda. Para mantener las ventanas en posición durante el ensamble del sistema, se utiliza una delgada camisa de acero que rodea la superficie cilíndrica del conjunto ventana-asiento.

La unión de las ventanas sobre sus soportes se sella utilizando la configuración de Poulter, que garantiza un sellado hermético a una presión proporcional a la presión de trabajo en la cámara interior. En este diseño, la presión del fluido en la cámara interior actúa sobre un área mayor que la región anular de contacto entre la ventana y su soporte, de manera que la presión de contacto es siempre superior a la presión interior, según el principio de *área en voladizo* (principio de Bridgman). Sin embargo, el sello de Bridgman es poco eficiente a bajas presiones; para mantener el sellado hermético en la base de la ventana en condiciones de baja presión, se agrega en la interfaz de contacto entre la ventana y el soporte un sello de extrusión formado por una delgada laminilla (en forma de arandela) de oro de espesor menor a 0.1 mm.

El sello entre el soporte de la ventana y la pared interior del canal óptico se realiza por medio de un sello metálico de sección transversal, que funciona de acuerdo con el principio de Bridgman. Un sello secundario de teflón garantiza el sellado hermético a bajas presiones, además de eliminar el volumen muerto en las pequeñas cavidades maquinadas en la superficie del canal óptico, y que podrían almacenar aire, condición adversa durante la operación de la celda. La unión entre los tapones superior e inferior con el cuerpo de la celda utiliza igualmente un sello doble formado por un anillo metálico de sección trapezoidal y un sello de teflón.

En el caso de una eventual fuga de fluido a alta presión en los sellos metálicos trapezoidales en los tapones superior e inferior, el cuerpo de la celda tiene dos perforaciones transversales que permiten la fuga libre del fluido hacia el exterior de la celda. La función de estas perforaciones de seguridad es imposibilitar que una fuga de fluido se traduzca en una falla catastrófica y peligrosa. Una falla semejante se produciría cuando ante una falla del sello, el fluido a presión se acumula en la base de la rosca del tapón. Dado que la sección de la base de la rosca es mayor que el área mojada del tapón, la presión del fluido de la cámara interior produciría en el tapón una fuerza axial amplificada que, a su vez, puede expulsar violentamente el tapón al desgarrarse la cuerda de la rosca por esfuerzos cortantes. En cambio, la presencia de la perforación de seguridad promueve la salida del fluido hacia el exterior

de la celda desde el inicio de la falla del sello hermético. Esta “fuga bajo condiciones seguras” evita la peligrosa acumulación de fluido de alta presión sobre un área aumentada, además de impedir que la presión en la cámara interior siga aumentando. De esta manera, el operario puede detectar la falla del sello antes de que se produzca una ruptura de la rosca del tapón. En el caso de los tapones colocados en los canales ópticos, las perforaciones de seguridad se ubican en el asiento de la ventana, permitiendo la fuga del fluido hacia el canal óptico.

El sistema hidráulico se compone de tuberías de alta presión de 1/8 de pulgada de diámetro exterior. Las uniones de los tubos en los tapones se realizan con conexiones estándar del tipo collarín. Los extremos de los tubos se maquinan en forma cónica. Los componentes del sistema de tubería son partes comerciales diseñadas para trabajar a presiones de hasta 60,000 psi.

# Capítulo 2

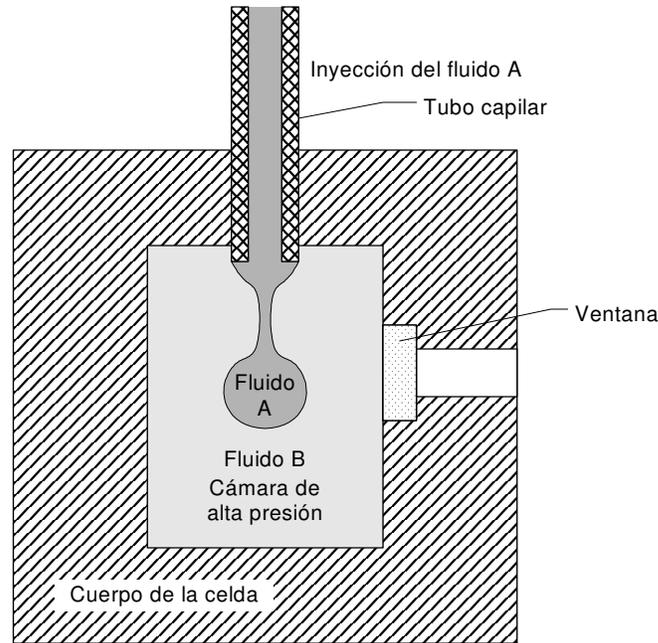
## Diseño de la Celda de Alta Presión

En este Capítulo se analiza la distribución de esfuerzos en una celda de alta presión generados por la aplicación de una presión interna. El análisis se lleva a cabo utilizando las ecuaciones de esfuerzos para cilindros de paredes gruesas, derivadas de la aproximación de deformación plana. Esto es, el estudio teórico aquí presentado representa un modelo de celda ideal, en el que la dimensión axial no es relevante. A partir de estas ecuaciones, y utilizando criterios de cedencia, se establecen los límites de presión soportados por celdas cuya geometría es la de un cilindro de paredes gruesas, en función de los radios interior y exterior de la celda. Finalmente, se describen algunas técnicas que permiten mejorar la resistencia de la celda.

Este análisis teórico es esencial para validar los cálculos por métodos de elemento finito (MEF) que se presentan en el Capítulo 3, en donde se realizan los cálculos para una geometría tridimensional de la celda. Es con base en la comparación del modelo teórico y numérico que se valida en gran medida el diseño experimental propuesto en esta Tesis.

### 2.1 Breve descripción del Experimento

El objetivo de la celda de alta presión aquí propuesta es llevar a cabo experimentos de hidrodinámica bajo condiciones termodinámicas típicas de Yacimientos Naturalmente Fracturados –es decir, presiones de hasta 500 MPa y temperaturas de hasta 500 K– para realizar estudios sobre la tensión superficial en sistemas trifásicos: (líquido 1) – (sólido) – (líquido 2). Tales experimentos consisten en estudiar el goteo de un fluido viscoso *A* dentro de una cámara que contiene un segundo fluido viscoso *B* sometido a alta presión. La inyección del fluido *A* se hace mediante un tubo capilar vertical o de un sólido poroso (ver la Figura 2.1). Para estudiar la forma de las gotas y medir sus dimensiones, tales



**Figura 2.1.** Esquema de celda de alta presión para experimentos de tensión superficial en sistemas trifásicos.

como el diámetro, forma y los ángulos de contacto, todo esto a través del tiempo, la celda de alta presión requiere de un arreglo de ventanas situadas en sus costados. El control de los experimentos se realiza a través de parámetros como son: los diámetros interior y exterior del tubo capilar, la velocidad del flujo de inyección, la viscosidad de los dos fluidos, la presión del fluido B en la cámara, la presencia de surfactantes, etc.

De esta descripción del experimento se desprende la siguiente lista de requerimientos específicos que el cuerpo de la celda debe satisfacer para cumplir con el objetivo general del equipo experimental:

1. El equipo experimental debe operar bajo presiones internas de hasta 500 MPa, en un rango de temperaturas comprendido entre 273 y 500 K.
2. El equipo debe permitir un número significativo de ciclos de operación del orden de centenas como mínimo, sin requerir de recambio de los elementos principales.
3. Los cálculos de resistencia del cuerpo de la celda deben considerar un factor de seguridad de al menos 2.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Carboni y colaboradores (1993) utilizan un factor de seguridad de 2 en su diseño de celda óptica para presiones de hasta 200 MPa. Zhou y colaboradores (1998) mantienen un factor de seguridad de 3.5 en el diseño de una

4. Las dimensiones de la cámara de alta presión deben ser suficientes para alojar gotas de radio  $R_{gota}$  y longitud de cuello  $L_n$ .
5. Las dimensiones de la cámara de alta presión deben permitir el alojamiento de los tubos capilares de inyección y drenaje, los instrumentos de medición (termopares y manómetros), y eventualmente el sistema de ventana-soporte.<sup>2</sup>
6. El volumen de la cámara de alta presión debe mantenerse al mínimo posible.
7. Las dimensiones globales del equipo experimental deben reducirse en lo posible, para mantener un sistema manejable, ligero y seguro.
8. El cuerpo de la celda debe estar provisto de canales ópticos que permitan la visualización e iluminación de la cámara interna, de acuerdo con los requerimientos definidos para el sistema óptico.
9. El diseño del cuerpo de la celda debe evitar en lo posible los concentradores de esfuerzo.
10. El cuerpo de la celda debe ser manufacturable utilizando operaciones de maquinado en torno y fresadora de control numérico.

Los requisitos antes listados se enfocan únicamente al cuerpo de la celda, y pueden clasificarse en tres Categorías. La primera Categoría está relacionada con la resistencia del cuerpo de la celda a la carga de trabajo, en este caso la presión interna  $p_i$ . Los requisitos 1, 2 y 3 pertenecen a esta Categoría, y para su cumplimiento es necesario verificar que los esfuerzos máximos presentes en el cuerpo de la celda para la condición más crítica de trabajo estén por debajo de esfuerzos límites definidos por medio de criterios de falla y cuya magnitud depende del material elegido.

La segunda Categoría agrupa los requerimientos 4 a 7, vinculados con las dimensiones de la celda. Es importante notar que los requerimientos 4 y 5 establecen cotas inferiores para las dimensiones de la celda, mientras que los Puntos 6 y 7 solicitan dimensiones mínimas. Como se verá más adelante, las dimensiones principales de la celda influyen directamente en los esfuerzos en el cuerpo de la celda.

---

celda de hasta 300 MPa. En cambio, Manning y Labrow (1971) recomiendan un factor de seguridad de 1.5 en su libro de diseño para equipo experimental de alta presión.

<sup>2</sup> Como se describe en el capítulo relativo al diseño de la ventana óptica, algunas configuraciones exigen alojar tanto la ventana como una porción del soporte en el volumen de la cámara de alta presión, mientras que otros métodos como el llamado de *Contra-fuerza* permiten alojar estos componentes en el exterior de la celda.

Los requerimientos de la tercera Categoría establecen características geométricas específicas de forma y configuración para el diseño del cuerpo de la celda. Como se verá más adelante, los Puntos 8 y 9 introducen características que influyen en la distribución de esfuerzos del cuerpo de la celda, y por tanto, se relacionan con los criterios de resistencia de la primera categoría.

De los comentarios anteriores puede deducirse que los requerimientos del cuerpo de la celda pueden abordarse en conjunto a través de un estudio detallado de esfuerzos, y de la relación que existe entre las distribuciones de esfuerzo y las dimensiones y formas del diseño.

Dado lo anterior, se plantea el siguiente proceso de diseño, enfocado a satisfacer los requerimientos del cuerpo de la celda a partir de la determinación de las dimensiones y formas del cuerpo de la celda con base en el estudio de esfuerzos y criterios de falla del material:

1. Estimar las distribuciones de esfuerzo en el cuerpo de la celda bajo la acción de una presión interna  $P_i$  para una geometría particular.
2. Deducir los parámetros principales (dimensiones y propiedades del material) asociadas con las distribuciones de esfuerzo, y su relación con los valores extremos de esfuerzo.
3. Obtener datos de falla uniaxial correspondientes a los modos de falla presentes en el problema para un material seleccionado.
4. Definir un factor de seguridad consistente con las restricciones generales del problema.
5. Calcular un “esfuerzo de diseño” dividiendo el esfuerzo de falla entre el factor de seguridad.
6. Determinar la geometría de la parte mecánica calculando sus dimensiones a partir de los criterios de diseño aplicables. En general, éste es un proceso iterativo.
7. Fabricar, probar, modificar y desarrollar experimentalmente la configuración de la parte mecánica hasta que cumpla su función satisfactoriamente.

Las Secciones siguientes pretenden abordar cada uno de los pasos de este proceso de diseño, comenzando con el cálculo de los esfuerzos en una celda de geometría axisimétrica.

## **2.2 Esfuerzos en una Celda Cilíndrica de Paredes Gruesas**

La geometría más comúnmente utilizada para celdas de alta presión es el cilindro de paredes gruesas. Existen varias razones para preferir una forma cilíndrica sobre otras geometrías en el diseño de una celda de alta presión. Primeramente, los materiales más comunes comercialmente y que se pueden

maquinar se ofrecen en barras de sección circular, particularmente cuando se requieren cuerpos de dimensiones grandes (es decir, del orden de varias pulgadas).<sup>3</sup> En segundo lugar, la construcción de una celda cilíndrica –axisimétrica– puede hacerse casi por completo usando procesos de maquinado en torno, a diferencia de otras geometrías –como las celdas tipo yunque o las celdas tetraédricas– que requieren procesos más costosos en fresadoras de tres o más ejes. Finalmente, el análisis teórico de esfuerzo y deformación para recipientes cilíndricos está ampliamente documentado en la literatura (ver por ejemplo, Sherman y Stadmuller, 1987, y Popov, 1990), en donde se hace uso de la simetría axial para hacer simplificaciones en las ecuaciones que determinan el estado de esfuerzos en el cuerpo de la celda, facilitando los cálculos de esfuerzos y deformaciones en el proceso de diseño y optimización. La conveniencia de la geometría cilíndrica para celdas de alta presión en un intervalo de hasta 5 GPa se hace patente al observar el gran número de trabajos experimentales publicados que utilizan esta configuración (ver, por ejemplo, Lavergne y Whalley, 1978). En cambio, en trabajos de presiones ultra altas (más allá de 10 GPa) se encuentra preferencia por otras configuraciones sin simetría axial (ver, como referencia, un ejemplo de celda esférica para presiones de hasta 230 GPa en Hale *et al.*, 2000).

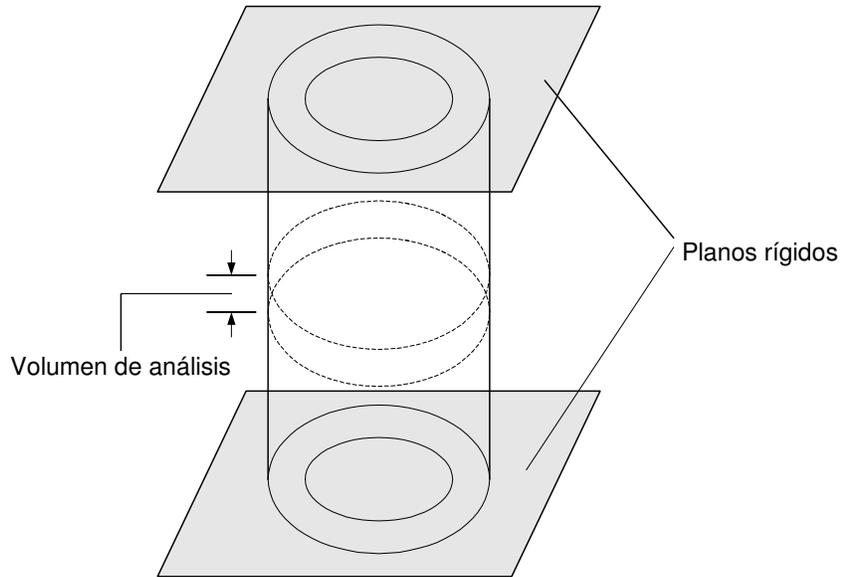
En el párrafo anterior se hace mención al término “cilindro de paredes gruesas”. El calificativo de *paredes gruesas* proviene de las suposiciones de mecánica de sólidos para el cálculo de las distribuciones de esfuerzo y deformación en el cilindro, en donde se entiende por *cilindro de paredes gruesas* aquél en el que el esfuerzo tangencial varía a través del espesor de la pared. Por el contrario, en un *cilindro de paredes delgadas* se asume que el esfuerzo tangencial es constante a través de sus paredes.

El cálculo de esfuerzos en un cilindro de paredes gruesas se basa en las ecuaciones de Lamé, en las que los esfuerzos radial, tangencial y axial se expresan como funciones exclusivamente de la coordenada radial del cilindro y de la presión del fluido contenido. Dichas ecuaciones tienen validez para cuerpos de simetría axial, cuya dimensión longitudinal –axial– es muy grande en comparación con las dimensiones de la sección transversal. La sección transversal se define esencialmente por el radio exterior del cilindro  $b$  y el radio de la cavidad interna  $a$ , de tal forma que el espesor  $b - a$  es comparable con los valores de  $a$  y  $b$ .

A continuación se presentará el desarrollo de las ecuaciones de Lamé, partiendo de una simplificación en el estado de esfuerzos conocida como *deformación plana*. Posteriormente, se utilizarán las ecuaciones de Lamé para estimar las dimensiones  $a$  y  $b$  más adecuadas para diseñar una celda de alta presión destinada a estudios experimentales de alta presión.

---

<sup>3</sup> Ver, por ejemplo, [www.onlinemetals.com](http://www.onlinemetals.com)



**Figura 2.2.** Modelo de celda para cálculos de deformación plana.

### 2.2.1 DEFORMACIÓN PLANA

El estudio de elasticidad de un cuerpo tridimensional sometido a un estado de cargas y condiciones de frontera consiste en expresar los esfuerzos y deformaciones inducidos en el material a través de funciones de las coordenadas geométricas y de las propiedades mecánicas del material.

Ahora bien, existe una categoría de problemas de elasticidad en los que, por su geometría y condiciones de frontera, la solución de esfuerzos y deformaciones es independiente de al menos una de las coordenadas. En tales problemas, las ecuaciones de elasticidad se reducen a una forma simplificada de las ecuaciones generales. Al identificar que un problema específico posee la configuración de geometría y condiciones de frontera que permiten clasificarlo en una de estas categorías, se facilita la obtención de la solución al problema de elasticidad.

Una de estas categorías de problemas simplificados se conoce como *deformación plana*. A ella pertenecen los cuerpos cuya dimensión en la dirección  $z$  es muy grande con respecto a las dimensiones transversales en el plano  $(x, y)$ , y cuya condición de carga se caracteriza únicamente de fuerzas perpendiculares a la dirección longitudinal  $z$  y constantes a lo largo de esta dirección. Si tales condiciones se cumplen, puede asumirse que toda sección transversal del cuerpo se encuentra bajo la misma condición de carga (Timoshenko y Goodier, 1990). Ejemplos de aplicación de problemas de esta categoría son: la cortina de una presa, un túnel, y un contenedor cilíndrico con presión interna.

En una primera aproximación, se puede asumir por simplicidad que los extremos del cuerpo están confinados entre dos planos rígidos con el fin de restringir su desplazamiento (ver Figura 2.2). Si

los extremos del cuerpo no se desplazan, y por simetría la sección media tampoco, entonces puede asumirse que la misma condición se mantiene en toda sección transversal del cuerpo.

Bajo tales condiciones, los componentes de desplazamiento en la sección transversal  $u$  y  $v$  son funciones únicamente de las coordenadas transversales  $x$  y  $y$ , y son independientes de  $z$ . Por las restricciones en los extremos del cuerpo, el desplazamiento en la dirección longitudinal  $w$  es igual a cero y por tanto se cumplen las siguientes relaciones para las deformaciones unitarias:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Asímismo, la ley de Hooke generalizada para un elemento de tres dimensiones establece una relación lineal entre los esfuerzos y las deformaciones según

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma},\tag{2.2}$$

en donde  $\mathbf{S}$  es una matriz simétrica y por tanto puede tener hasta 21 términos independientes. Sin embargo, se puede demostrar que en los materiales isótropos –como son la mayoría de las aleaciones metálicas– los términos de  $\mathbf{S}$  son función únicamente de dos parámetros independientes: el módulo de Young  $E$ , y la relación de Poisson  $\nu$ . Así, la expresión generalizada de la ley de Hooke para un material isótropo está dada por

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix},\tag{2.3}$$

en donde  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  y  $\varepsilon_{zz}$  son las elongaciones unitarias,  $\varepsilon_{yz}$ ,  $\varepsilon_{zx}$  y  $\varepsilon_{xy}$  son las deformaciones cortantes unitarias,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  y  $\sigma_{zz}$  son los esfuerzos normales y  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zx}$  y  $\sigma_{xy}$  son los esfuerzos cortantes. La expresión matricial de la Ec. (2.3) se puede representar por medio del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
E\varepsilon_{xx} &= \sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \\
E\varepsilon_{yy} &= \sigma_{yy} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \\
E\varepsilon_{zz} &= \sigma_{zz} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\
E\varepsilon_{yz} &= (1 + \nu)\sigma_{yz} \\
E\varepsilon_{zx} &= (1 + \nu)\sigma_{zx} \\
E\varepsilon_{xy} &= (1 + \nu)\sigma_{xy}.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Al reemplazar en la Ec. (2.4) las igualdades de las Ecs. (2.1) se obtiene que

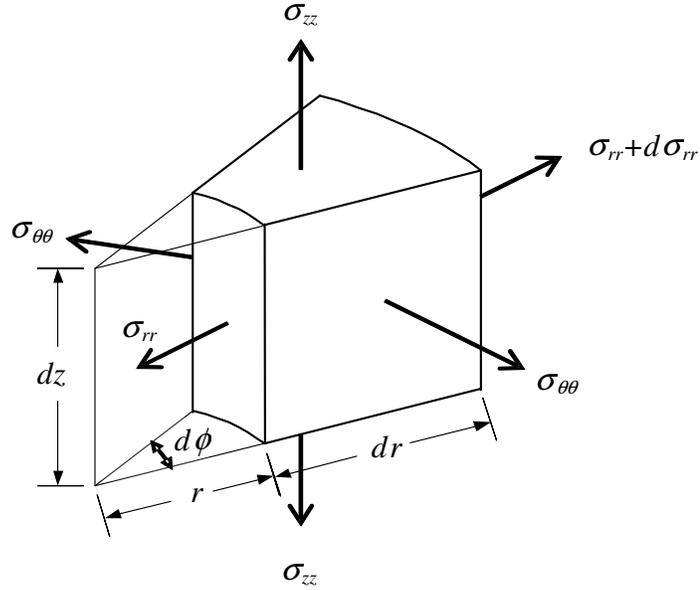
$$\begin{aligned}
\sigma_{zz} &= \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\
\sigma_{yz} &= 0 \\
\sigma_{zx} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

En conclusión, la solución de problemas de deformación plana se convierte en un problema de dos dimensiones y consiste en determinar los esfuerzos  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  y  $\sigma_{xy}$  en función de las variables  $x$  y  $y$ . La expresión final de la Ley de Hooke para deformación plana en materiales isotrópicos está dada por

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{E} = \frac{(1 - \nu^2)\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu(1 + \nu)\sigma_{yy}}{E}, \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu\sigma_{xx}}{E} - \frac{\nu^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{E} = \frac{(1 - \nu^2)\sigma_{yy}}{E} - \frac{\nu(1 + \nu)\sigma_{xx}}{E}, \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1 + \nu}{E}\sigma_{xy}.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

## 2.2.2 DEFORMACIÓN PLANA AXISIMÉTRICA

Cuando en un problema de elasticidad tanto la geometría como las condiciones de frontera poseen simetría con respecto a un eje perpendicular al plano de la sección transversal ( $x, y$ ), la distribución de esfuerzos posee la misma simetría axial. Entonces, transformando las coordenadas ( $x, y$ ) de la sección transversal a un sistema coordenado polar ( $r, \theta$ ) centrado en el eje de simetría, los componentes de esfuerzo son independientes de la coordenada angular  $\theta$  y por tanto son funciones únicamente de la variable radial  $r$ . Por simetría, el esfuerzo cortante  $\sigma_{r\theta}$  es igual a cero (Timoshenko y Goodier, 1990).



**Figura 2.3.** Volumen diferencial de dimensiones  $dr$ ,  $dz$ ,  $rd\phi$ . El esfuerzo normal en la dirección radial es  $\sigma_{rr}$ , el esfuerzo normal en la dirección tangencial es  $\sigma_{\theta\theta}$ . La geometría de este elemento diferencial sugiere la utilización de coordenadas cilíndricas en el desarrollo de las ecuaciones de esfuerzo-deformación.

Ante las consideraciones mencionadas en el párrafo anterior, la condición de equilibrio de un volumen diferencial del cuerpo axisimétrico (ver la Figura 2.3) está asegurada por la acción de los esfuerzos normales radial  $\sigma_{rr}$ , tangencial  $\sigma_{\theta\theta}$  y axial  $\sigma_{zz}$ .<sup>4</sup> Al proyectar las fuerzas que actúan sobre el elemento en la dirección radial se obtiene la relación

$$\sigma_{\theta\theta}dr + r\sigma_{rr} = (r + dr)(\sigma_{rr} + d\sigma_{rr}). \quad (2.7)$$

Desarrollando la Ec. anterior y despreciando los términos diferenciales de orden superior, se tiene que el equilibrio de volumen diferencial está dado por

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} + r \frac{d\sigma_{rr}}{dr} = 0. \quad (2.8)$$

Dado que la simetría axial del cilindro se mantiene a través de la deformación, un punto en la pared del cilindro que se encuentra a una distancia  $r$  del eje de simetría se desplaza hacia una distancia  $r + u$  a través de la deformación. Dadas las condiciones de deformación plana y de simetría axial establecidas anteriormente, la función  $u$  depende únicamente de la variable  $r$  (Slaughter, 2001). De esta manera, las deformaciones unitarias en las direcciones radial y tangencial se definen por

---

<sup>4</sup> El desarrollo de las ecuaciones de esfuerzo-deformación para el problema de deformación plana axisimétrica está tomado de Sherman y Stadmuller, 1987.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{du}{dr}, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r}.\end{aligned}\tag{2.9}$$

Las ecuaciones de la ley de Hooke para un problema de deformación plana expresadas en coordenadas cilíndricas están dadas por

$$\begin{aligned}E\varepsilon_{rr} &= \sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \\ E\varepsilon_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \\ \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}).\end{aligned}\tag{2.10}$$

Considerando que en el estado de deformación plana una sección transversal plana se mantiene plana a través de la deformación, entonces el esfuerzo axial  $\sigma_{zz}$  es constante con respecto a la variable  $r$  (Timoshenko y Goodier, 1991). De esta manera,

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dr} = 0.\tag{2.11}$$

y por tanto, las Ecs. (2.10) implican que

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} = -\frac{d\sigma_{\theta\theta}}{dr}.\tag{2.12}$$

A partir de las Ecs. (2.11) y (2.12), la ley de Hooke (Ecs. (2.10)) puede escribirse como

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{d\varepsilon_r}{dr}.\tag{2.13}$$

Así, la Ec. (2.8) de equilibrio se reescribe como

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{rr} + r \frac{d\varepsilon_{rr}}{dr}.\tag{2.14}$$

Usando en la Ec. (2.14) las Ecs. (2.9), se tiene que

$$\frac{u}{r} = \frac{du}{dr} + r \frac{d^2u}{dr^2}. \quad (2.15)$$

o reacomodando los términos se tiene

$$\left( r \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} - \frac{u}{r} \right) = 0. \quad (2.16)$$

La Ec. (2.16) puede escribirse como

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ur) \right] = 0. \quad (2.17)$$

La solución de esta ecuación diferencial es

$$u = Ar + \frac{B}{r}. \quad (2.18)$$

de manera que las deformaciones unitarias definidas por las Ecs. (2.9) pueden expresarse como

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= A - \frac{B}{r^2} \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= A + \frac{B}{r^2}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Las constantes  $A$  y  $B$  se obtienen a partir de las condiciones de frontera. En el caso más general, cuando el cilindro está cargado con presión interna  $p_i$  y presión externa  $p_o$ , tales condiciones de frontera son

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -p_i \quad \text{para } r = a, \\ \sigma_{rr} &= -p_o \quad \text{para } r = b, \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde  $a$  y  $b$  son los radios interior y exterior del cilindro.

Dado que las condiciones de frontera se expresan en términos del esfuerzo  $\sigma_{rr}$ , es necesario reescribir la ley de Hooke, Ec. (2.10), en forma explícita con respecto a los esfuerzos:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left[ (1-\nu) \varepsilon_{rr} + \nu \varepsilon_{\theta\theta} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left[ (1-\nu) \varepsilon_{\theta\theta} + \nu \varepsilon_{rr} \right]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Utilizando las Ecs. (2.19) y (2.20) en la Ec. (2.21) se obtienen las siguientes expresiones para las constantes  $A$  y  $B$ :

$$\begin{aligned} A &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} \left( \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} \right) \\ B &= \frac{a^2 b^2 (1+\nu)(p_i - p_o)}{E(b^2 - a^2)} ; \end{aligned} \quad (2.22)$$

con lo que se obtiene la expresión para el desplazamiento  $u$ :

$$u = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} \left( \frac{p_i a^2 - p_o b^2}{b^2 - a^2} \right) r + \frac{a^2 b^2 (1+\nu)(p_i - p_o)}{E(b^2 - a^2) r} . \quad (2.23)$$

Finalmente, utilizando las Ecs. (2.19) y (2.22) en las Ecs. (2.21), los esfuerzos en la pared del cilindro están dados por

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{p_i - \omega^2 p_o}{\omega^2 - 1} - \frac{(p_i - p_o) b^2}{\omega^2 - 1} \frac{1}{r^2} \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{p_i - \omega^2 p_o}{\omega^2 - 1} + \frac{(p_i - p_o) b^2}{\omega^2 - 1} \frac{1}{r^2}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

donde se introduce el parámetro  $\omega = b/a$  que caracteriza la geometría del cilindro con respecto a los esfuerzos en sus paredes.

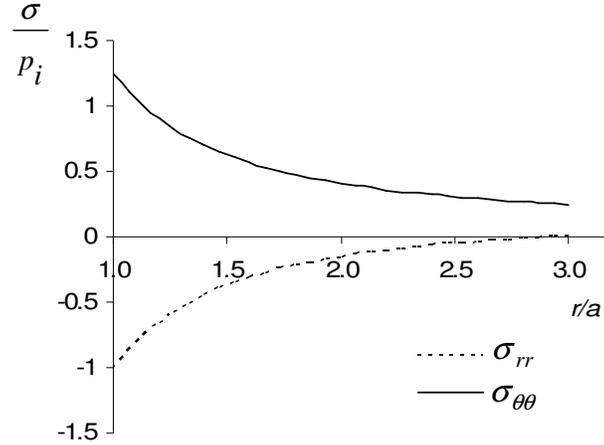
Es importante notar que la suma

$$\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = 2 \frac{p_i - \omega^2 p_o}{\omega^2 - 1} \quad (2.25)$$

es constante en todo el espesor del cilindro, y por tanto el esfuerzo normal axial  $\sigma_{zz}$  es independiente del radio y constante en toda la sección transversal, de acuerdo con la suposición inicial de deformación plana.

### 2.2.3 CILINDRO SOMETIDO A PRESIÓN INTERNA ÚNICAMENTE

En este caso, la presión externa es despreciable y  $p_o = 0$ . Las Ecs. (2.24) y (2.25) se reducen a



**Figura 2.4.** Gráficas de las distribuciones de esfuerzos normales tangencial ( $\sigma_{\theta\theta}$ ) y radial ( $\sigma_{rr}$ ) en función de la coordenada radial  $r/a$ , donde  $a$  es el radio interior del cilindro. Las funciones de esfuerzo, mostradas en unidades adimensionales  $\sigma / p_i$ , presentan valores extremos en la superficie de la cámara de presión del cilindro, es decir en  $r/a = 1$ . Esta gráfica se ha obtenido utilizando un coeficiente de radios  $b/a = 3$ .

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{p_i}{\omega^2 - 1} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{p_i}{\omega^2 - 1} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{zz} &= 2\nu \frac{p_i}{\omega^2 - 1}. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Estas Ecuaciones predicen que en todo el espesor de la pared, el esfuerzo radial es de compresión y el tangencial de tensión. La Figura 2.4 muestra la variación con el radio de los esfuerzos radial y tangencial, expresados en las unidades adimensionales  $\sigma / p_i$ . La coordenada radial se expresa igualmente en forma adimensional, tomando como unidad el radio interior  $a$ . Se observa que los esfuerzos máximos aparecen en la superficie interior del cilindro, y decaen rápidamente hacia el exterior del cilindro. Tales esfuerzos máximos (para  $r = a$ ) están dados por

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -p_i \\ \sigma_{\theta\theta} &= p_i \left( \frac{\omega^2 + 1}{\omega^2 - 1} \right). \end{aligned} \tag{2.27}$$

De acuerdo con las condiciones de frontera expresadas en las Ecs. (2.20), el esfuerzo radial máximo es igual a la presión interna del cilindro, independientemente de la geometría del mismo. Es importante observar que el esfuerzo tangencial máximo es superior al valor de la presión interna en el

cilindro para cualquier valor del parámetro de geometría  $\omega$ , y tiende a  $p_i$  para un cilindro cuyo espesor de pared es infinito.

#### 2.2.4 CILINDRO CERRADO EN SUS EXTREMOS

La solución anterior se puede generalizar superponiendo un esfuerzo uniaxial en la dirección  $z$ , como el que se produciría sobre las paredes del cilindro al agregar tapas en los extremos del contenedor (Slaughter, 2001, y Eremets, 1996). Si se considera que los planos rígidos que confinan el volumen de la celda en la Figura 2.2 se reemplazan por tapaderas, éstas recibirían fuerzas en la dirección  $z$  producidas por las presiones exterior  $p_o$  e interior  $p_i$ . Del equilibrio de fuerzas en el cuerpo de la tapa se obtiene el esfuerzo axial inducido en la sección transversal de las paredes de la celda por el efecto de la tapa es

$$\sigma_{zz} = \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2}. \quad (2.28)$$

Para incluir esta condición en la solución previa, la distribución de esfuerzo dada por

$$\sigma_{zz} = (1 - 2\nu) \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} \quad (2.29)$$

puede superponerse a la solución previamente calculada.

### 2.3 Dimensionamiento del Cuerpo de la Celda

La obtención de las distribuciones de esfuerzos en el cuerpo de la celda se llevó a cabo previamente considerando la simplificación de deformación plana axisimétrica. Dicho estudio condujo a las Ecs. (2.26) que expresan los componentes de esfuerzo en coordenadas cilíndricas para el caso en que la celda trabaja únicamente con una presión  $p_i$  en la cámara interior (la presión  $p_o$  aplicada sobre la cara externa del cilindro es la presión atmosférica, cuya magnitud es despreciable a comparación de la presión elevada  $p_i$ ).

Las Ecuaciones (2.27) y (2.28) indican que, de acuerdo a las simplificaciones hechas hasta este punto (distribución de esfuerzos de deformación plana axisimétrica y condición de carga limitada a  $p_i$ ), los parámetros que dirigen los valores de extremos de esfuerzos en el cuerpo de la celda son los radios interno  $a$  y externo  $b$  –o en su defecto el cociente  $\omega$ – así como la propia carga  $p_i$ .

El siguiente paso en el diseño del cuerpo de la celda de alta presión consiste en identificar un criterio de falla adecuado para el material a utilizar bajo las condiciones de carga vigentes. Una vez definido dicho criterio se toma como referencia para comparar los esfuerzos máximos estimados a través de las ecuaciones de la Sección anterior. Estas comparaciones, que deben incluir el factor de seguridad, permiten definir los valores –o intervalos de valores– para las dimensiones principales del cuerpo de la celda.

### 2.3.1 CRITERIO DE FALLA

De acuerdo con los requerimientos para el cuerpo de la celda establecidos al inicio de este Capítulo, la definición de falla más adecuada para este problema, desde el punto de vista de resistencia mecánica, se relaciona con la transición entre el comportamiento elástico y plástico del material. Dado que la celda incluye geometrías de dimensiones precisas para alojar conectores hidráulicos, instrumentos de medición, y ventanas, y que estos componentes deben presentar un sello hermético en su unión con la celda, entonces la forma y dimensiones iniciales del cuerpo deben mantenerse invariables después de un ciclo de carga y descarga para permitir la operación intermitente del equipo experimental.

La teoría de la *Energía de Distorsión*, también conocido como *criterio de von Mises*, es el criterio de falla más adecuado para predecir el inicio de la deformación plástica en problemas que presentan estados de esfuerzo multiaxiales en materiales dúctiles.

El criterio de von Mises enuncia que un material sometido a un estado de esfuerzos presenta falla –es decir, rebasa el umbral de comportamiento elástico– cuando los valores principales del tensor de esfuerzo  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  verifican la siguiente desigualdad:

$$\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \geq \sigma_f^2 \quad (2.30)$$

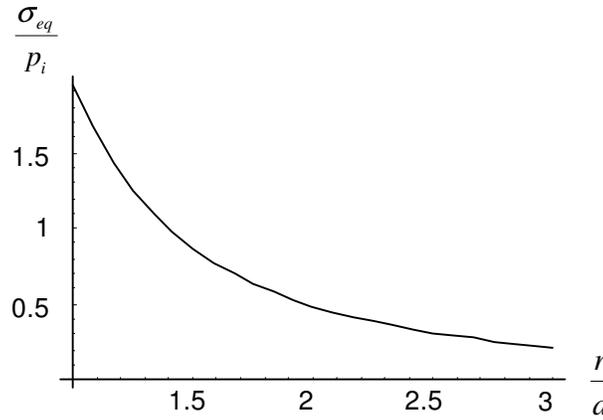
donde  $\sigma_f$ , denominado esfuerzo de cedencia, es el esfuerzo normal que produce la deformación plástica en una prueba de esfuerzo uniaxial. El esfuerzo de cedencia es una propiedad del material.

Para el problema de esfuerzos del cilindro de paredes gruesas, la Ec. (2.30) se escribe

$$\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 \right] \geq \sigma_f^2 \quad (2.31)$$

ó

$$\sigma_{eq} \geq \sigma_f \quad (2.32)$$



**Figura 2.5.** Gráfica del esfuerzo equivalente  $\sigma_{eq}$  expresado en unidades adimensionales  $\sigma/p_i$ , en función de la coordenada radial adimensional  $r/a$ . Se observa que el esfuerzo máximo se manifiesta en la superficie interior del cilindro, y es superior al valor de la presión interna aplicada. Obsérvese también que el valor del esfuerzo equivalente cae rápidamente hacia el exterior de la celda. Esta gráfica se realizó utilizando una relación de radios  $b/a = 3$ .

donde

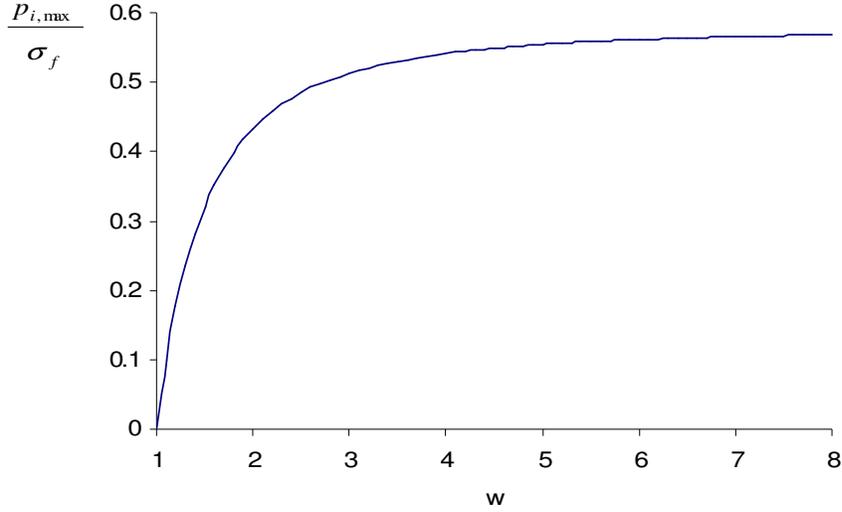
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2]}. \quad (2.33)$$

La Ecuación (2.31) evalúa si en un punto del cuerpo de la celda el estado de esfuerzo – caracterizado por los esfuerzos principales  $\sigma_{\theta\theta}$ ,  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{zz}$ – produce deformación plástica bajo la carga de la presión interior  $p_i$ .

De las Ecs. (2.26) y (2.29) se deduce que los factores de la Ec. (2.33) son máximos cuando  $r = a$ . El valor del esfuerzo equivalente  $\sigma_{eq}$  es máximo en  $r = a$ , como se muestra en la Figura 2.5, y por tanto la deformación plástica inicia en la superficie interior del cilindro. Así, utilizando las Ecs. (2.27) y (2.28) en las Ecs. (2.32) y (2.33) se encuentra una relación entre las dimensiones de la celda, la presión interior  $p_i$ , y la propiedad mecánica del material  $\sigma_f$ . Dicha relación está dada por

$$p_i \frac{\omega^2 \sqrt{3}}{\omega^2 - 1} \geq \sigma_f. \quad (2.34)$$

De acuerdo con los requerimientos para el cuerpo de la celda, se debe considerar un factor de seguridad  $K$ . El factor de seguridad se incluye en el criterio de falla según



**Figura 2.6.** Variación de la presión máxima en función de la relación de radios  $\omega = b/a$  que soporta un cilindro de paredes gruesas antes de alcanzar el límite elástico. Nótese que para valores de  $\omega$  superiores a 3, el incremento de la presión máxima no es significativo. Esto significa que para la obtención de presiones muy altas se necesitan aceros muy resistentes, y no celdas de paredes muy gruesas.

$$p_i \frac{\omega^2 \sqrt{3}}{\omega^2 - 1} \geq \frac{\sigma_f}{K} \tag{2.35}$$

Así, la Ec. (2.35) representa una relación entre las dimensiones del cilindro, caracterizadas por el parámetro  $\omega$ , la presión interior  $p_i$ , el factor de seguridad  $K$  y el esfuerzo de cedencia del material. De esta relación se puede calcular la presión máxima  $p_i$  que soporta una celda cilíndrica de proporciones  $\omega = b/a$ , construida con un material cuyo esfuerzo de cedencia es  $\sigma_f$ , sin rebasar el límite elástico, y respetando un factor de seguridad  $K$ , según

$$p_{i,max} = \frac{\sigma_f (\omega^2 - 1)}{K \omega^2 \sqrt{3}} \tag{2.36}$$

Es importante notar que la presión máxima en el interior del cilindro, factible de aplicar y sin rebasar el límite elástico del material, depende del cociente de radios  $\omega = b/a$ . Sin embargo, la función que establece el valor de  $p_{i,max}$  tiene un límite asintótico cuando  $\omega$  tiende a infinito, dado por

$$\begin{aligned} \lim p_{i,max} &= \frac{\sigma_f}{K \sqrt{3}} \\ &= \frac{0.577}{K} \sigma_f \end{aligned} \tag{2.37}$$

La Figura 2.6 muestra el término  $p_{i,\max} / \sigma_f$  con una variación importante en el intervalo  $1 < \omega < 3$ , y creciendo lentamente a partir de  $\omega = 3$ . De lo anterior se deduce que resulta poco interesante diseñar una celda cuya proporción de radios es mayor a tres, ya que la capacidad máxima de carga de la celda cilíndrica muestra un incremento débil con respecto al incremento de masa y volumen del cuerpo.

Esto significa que un cilindro de proporciones  $\omega = 3$ , diseñado con un factor de seguridad de 2, y haciendo uso de los aceros más resistentes disponibles en el mercado, como por ejemplo *maraging steel 350*<sup>5</sup> cuyo esfuerzo de cedencia rebasa 2300 MPa (ver Tabla 2.1), la capacidad máxima de carga para un cilindro de paredes gruesas es de aproximadamente 590 MPa. En cambio, utilizando un acero inoxidable convencional, como AISI 410 (esfuerzo de cedencia de 600 MPa), la presión interior máxima en el régimen elástico es inferior a 170 MPa, aún considerando paredes de *espesor infinito*. De esta forma se demuestra que para la obtención de presiones muy altas se necesitan aceros muy resistentes, mientras que diseñar una celda con paredes muy gruesas no incrementa sustancialmente la capacidad de carga máxima.

Los requerimientos establecidos en el inicio de este Capítulo indican que la presión máxima capaz de soportar la celda de alta presión es cercana a los 500 MPa, considerando un factor de seguridad de 2. Por lo tanto, en una primera aproximación se estima que es necesario elegir aceros cuyo esfuerzo de cedencia sea del orden de 2 GPa, especificación que reduce las opciones de selección de materiales a los aceros tipo *maraging*.

---

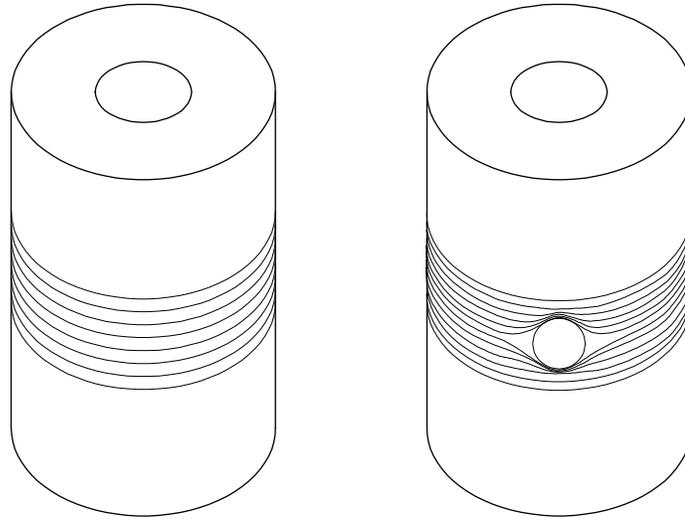
<sup>5</sup> Los aceros denominados *maraging* son aleaciones de hierro con estructura martensítica capaces de alcanzar una alta resistencia mecánica sin perder maleabilidad. A diferencia de muchos otros aceros, los aceros *maraging* no contienen carbono. Su composición contiene proporciones importantes de níquel y cobalto, y proporciones menores de molibdeno, titanio y otros agentes. Además de poseer una resistencia excepcional –su esfuerzo de cedencia varía entre 1400 y 2000 MPa, y se mantiene alto aún a temperaturas hasta de 350 °C– sus ventajas principales son la facilidad de maquinado, buena resistencia a la corrosión, estabilidad dimensional después de tratamientos térmicos. Estos materiales pueden ser soldados, maquinados, trabajados en frío, endurecidos por nitrurizado, y pulidos para lograr un acabado fino y muy estrictas tolerancias dimensionales.

Por sus excelentes propiedades mecánicas, los aceros *maraging* se utilizan ampliamente en las industrias armamentista, aeronáutica, espacial e incluso en el procesamiento de uranio. Su prestancia para tales aplicaciones ha convertido la distribución y comercialización de estos materiales en un asunto de seguridad nacional para los países productores. Por esta razón, el uso de los aceros *maraging* en aplicaciones experimentales como la aquí propuesta puede dificultarse o incluso imposibilitarse. Referencia: [www.key-to-steel.com/Articles/Art103.htm](http://www.key-to-steel.com/Articles/Art103.htm) y [en.wikipedia.org/wiki/Maraging\\_steel](http://en.wikipedia.org/wiki/Maraging_steel).

**Tabla 2.1.** Esfuerzos de cedencia de algunos aceros denominados “de ultra alta resistencia”, es decir, que tienen esfuerzos de cedencia superiores a 115,000 psi (800 MPa). Estos aceros están clasificados en tres grupos: (1) aceros aleados, que contienen pequeñas composiciones de cromo y molibdeno, o cromo, molibdeno y níquel; (2) aceros tipo *maraging*, que contienen un bajo porcentaje de carbono e importantes composiciones de níquel, además de pequeñas composiciones de titanio, cobalto y molibdeno; (3) aceros inoxidable, basados esencialmente en aleaciones de cromo. En esta tabla aparecen también ejemplos de aleaciones de titanio, interesantes por su elevado coeficiente resistencia/peso.

Denominación	Esfuerzo de cedencia	
	(MPa)	(10 <sup>3</sup> psi)
Aceros aleados		
AISI 3140	1650	240
AISI 4140	1720	250
AISI 4340	1585	230
Aceros Maraging		
Grado 200	1480	215
Grado 250	1690	245
Grado 300	2000	290
Grado 350	2345	340
Aceros inoxidables		
AISI 202	380	55
AISI 301	275	40
AISI 316	255	37
AISI 410	600	87
AISI 431	655	95
Aleaciones de titanio		
Aleaciones $\alpha$ - $\beta$ , 6Al-4V	925	134
Aleaciones $\beta$	1380	200

En las estimaciones realizadas en esta Sección se ha tomado como punto de partida una celda de forma cilíndrica de paredes gruesas. Se ha obtenido, con base en las ecuaciones de deformación plana, una relación entre las dimensiones radiales del cilindro y la presión máxima con la que puede trabajar la celda sin alcanzar la falla en la cavidad interna (entendiendo como falla el inicio de deformaciones plásticas). Con estos resultados se pueden sacar las primeras conclusiones acerca de las dimensiones generales de la celda (diámetros interno y externo del cilindro) así como de los materiales a utilizar. Sin embargo, es necesario incluir el efecto concentrador de esfuerzos que induce una



**Figura 2.7.** Concentración del esfuerzo tangencial alrededor de una perforación en la pared. Las líneas en la figura de la izquierda representan los anillos de continuidad del esfuerzo cortante, en ausencia de perforación. Nótese, en la figura de la derecha, que la concentración es máxima en los puntos en que las líneas de continuidad de esfuerzo tienden a ser tangentes con la circunferencia de la perforación.

perforación transversal como las que se requieren para dotar la celda de canales ópticos. Dicho efecto se estudia en la siguiente Sección.

### 2.3.2 ESFUERZOS NO IDEALES POR LA PRESENCIA DE BARRENOS TRANSVERSALES

Los cálculos desarrollados en la Sección anterior proporcionan la distribución de los componentes de esfuerzo en un cuerpo cilíndrico con simetría axial, libre de imperfecciones y alteraciones en sus paredes. Sin embargo, el cuerpo de la celda debe contar con una o varias perforaciones laterales para alojar ventanas –con fines de observación e iluminación–, además de modificaciones para acomodar accesorios para el sistema hidráulico, instrumentos de medición de presión y temperatura, etc.

Al perforar las paredes de la celda por medio de un barreno transversal, el estado de esfuerzos en el material restante sufre modificaciones para mantener el equilibrio entre las fuerzas internas del material y la presión aplicada en la cámara interior de la celda. Así, tales perforaciones distorsionan la distribución de esfuerzos en las paredes del cilindro generando concentraciones de esfuerzo en la región vecina a la perforación. Estas concentraciones de esfuerzo se han estudiado desde hace varias décadas, usando principalmente técnicas de *strain gauges* y fotoelasticidad (ver, por ejemplo, Ajovalasit y Zuccarello, 2000).

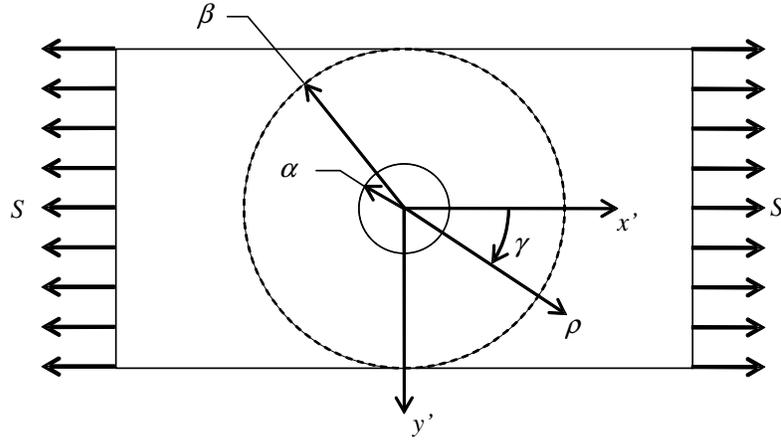
En la Figura 2.7 se ilustra esquemáticamente la redistribución del esfuerzo tangencial en el cuerpo cilíndrico del contenedor de presión al agregar un barreno transversal (Timoshenko y Goodier,

1990). En la celda ideal sin perforación, la distribución del esfuerzo tangencial sigue un patrón de anillos continuos. Cuando se tiene un barreno, la continuidad del esfuerzo tangencial se mantiene pero aglomerándose las líneas de esfuerzo en dos regiones diametralmente opuestas sobre la superficie del barreno. De esta manera, los esfuerzos son máximos en las trazas definidas por la intersección del barreno con el plano formado por el eje de simetría del cuerpo y el eje del barreno. De manera similar, la continuidad del esfuerzo axial en una celda cilíndrica sin perforaciones transversales se puede representar por medio de líneas paralelas al eje del cilindro; al agregar un barreno transversal, tales líneas se distorsionan formando concentraciones alrededor de la intersección de la superficie del barreno con un plano transversal. En cambio, las líneas que representan la continuidad del esfuerzo radial mantienen un arreglo radial al agregar un barreno transversal, sin mostrar distorsiones notables con respecto a una celda cilíndrica sin perforaciones transversales (Sherman y Stadmuller, 1987).

Por lo anterior, se prevé que al agregar un barreno transversal en la pared del cuerpo se generen concentraciones en los componentes de esfuerzo axial y tangencial en la cercanía de barrenos transversales, acompañadas de variaciones despreciables en el esfuerzo radial. Entonces, en las regiones de concentración de esfuerzos, los valores de los componentes de esfuerzo  $\sigma_{\theta\theta}$  y  $\sigma_{zz}$  aumentan en magnitud mientras que  $\sigma_{rr}$  se mantiene aproximadamente constante, de manera que en esas mismas regiones el esfuerzo equivalente definido por la Ec. (2.33) aumenta para un mismo valor de  $p_i$ . En consecuencia, la presión máxima de trabajo  $p_{i,max}$  calculada por el criterio de falla de la Ec. (2.30) disminuye, lo que indica que la presencia de barrenos transversales en el cuerpo de la celda reduce su capacidad de carga.

Para estimar la capacidad de carga  $p_{i,max}$  de un cilindro considerando perforaciones transversales es necesario un análisis cuantitativo del incremento en los componentes de esfuerzo. Una forma de hacer este cálculo consiste en aproximar la condición de esfuerzos en una superficie cilíndrica del cuerpo la de celda por medio de la solución al problema de una perforación en una placa de dimensiones infinitas, como se muestra a continuación (Timoshenko y Goodier, 1990).

Supóngase una placa de dimensiones muy grandes con respecto al radio  $a$  de la perforación, que está centrada en el origen de un sistema coordenado asociado a la placa (ver Figura 2.8). La placa está sometida a tensión en la dirección local  $x'$ , cuya magnitud  $S$  es equivalente al esfuerzo tangencial en el cuerpo de la celda en una capa cilíndrica definida por  $r = R$  (en coordenadas globales del cuerpo de la celda). Para un cilindro definido por su radio exterior  $b$  y por la relación  $\omega = b/a$ , de la Ec. (2.26) se tiene que



**Figura 2.8.** Modelo para el análisis de esfuerzos en una placa con una perforación. Se asume que las dimensiones de la placa son muy grandes con respecto al radio  $a$  de la perforación. El análisis se centra en una región anular comprendida entre la perforación y una circunferencia de radio  $b$ , donde  $b \gg a$ . Para este análisis se considera un sistema local de coordenadas radial  $\rho$  y tangencial  $\alpha$ .

$$\begin{aligned}
 S &= \sigma_{\theta\theta} \Big|_{r=R} \\
 &= \frac{p_i}{\omega^2 - 1} \left( 1 + \frac{b^2}{R^2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{2.38}$$

Considérese una porción anular de la placa contenida en un círculo de radio  $\beta$ , concéntrico a la perforación, y tal que  $\beta \gg \alpha$ . Por el principio de Saint Venant, que indica que la distribución de esfuerzos debe cambiar notablemente en los alrededores de la perforación pero que esta variación es despreciable a distancias grandes comparadas con el radio de la perforación (Timoshenko, 1983), los esfuerzos en la circunferencia de radio  $\beta$  son idénticos a los esfuerzos en una placa sin perforación, y están dados por

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\rho\rho} \Big|_{\rho=\beta} &= S \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} S (1 + \cos 2\gamma) \\
 \sigma_{\rho\gamma} \Big|_{\rho=\beta} &= -\frac{1}{2} S \sin 2\gamma.
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

para cualquier punto de coordenadas  $(\beta, \gamma)$  en el sistema local de coordenadas cilíndricas  $(\rho, \gamma)$ .

Estos esfuerzos actúan sobre la frontera del anillo definido por  $\alpha < \rho < \beta$ , y producen sobre dicho anillo una distribución de esfuerzos que puede separarse en dos contribuciones. La primera contribución es una tensión normal de magnitud  $S/2$ , que produce en el sector una distribución de esfuerzos comparable a la obtenida por las ecuaciones de deformación plana de un cuerpo con simetría

axial sometida a una presión exterior  $p_0 = S/2$ , y una presión interior  $p_i$  nula. De las Ecs. (2.24) y considerando que  $\beta \gg \alpha$  se tiene que

$$\begin{aligned}\sigma_{\rho\rho,1} &= \frac{S}{2} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right) \\ \sigma_{\gamma\gamma,1} &= \frac{S}{2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right).\end{aligned}\tag{2.40}$$

La segunda contribución consiste en una fuerza normal  $(S/2) \cos 2\theta$ , y una fuerza cortante de magnitud  $(S/2) \sin 2\theta$ . La distribución de esfuerzos inducida por dichas fuerzas se define a partir de una función de esfuerzo de la forma

$$\phi = f(\rho) \cos 2\gamma,\tag{2.41}$$

tal que

$$\begin{aligned}\sigma_{\rho\rho,2} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \gamma^2} \\ \sigma_{\gamma\gamma,2} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} \\ \sigma_{\rho\gamma,2} &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right).\end{aligned}\tag{2.42}$$

La función  $\phi$  debe satisfacer la ecuación de compatibilidad

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \gamma^2} \right) = 0\tag{2.43}$$

Usando la Ec. (2.41) en la Ec. (2.43) se obtiene la ecuación diferencial para la función  $f(\rho)$  dada por

$$\left( \frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{4}{\rho^2} \right) \left( \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} - \frac{4f}{\rho^2} \right) = 0\tag{2.44}$$

La solución de la Ec. (2.44) es

$$f(\rho) = A\rho^2 + B\rho^4 + C\frac{1}{\rho^2} + D, \quad (2.45)$$

donde  $A, B, C, D$  son constantes de integración.

De las Ecs. (2.41), (2.42), y (2.45) se obtienen las expresiones

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho,2} &= \left( -2A + \frac{6C}{\rho^4} + \frac{4D}{\rho^2} \right) \cos 2\gamma, \\ \sigma_{\gamma\gamma,2} &= \left( 2A + 12B\rho^2 + \frac{6C}{\rho^4} \right) \cos 2\gamma, \quad \text{y} \\ \sigma_{\rho\gamma,2} &= \left( 2A + 6B\rho^2 - \frac{6C}{\rho^4} - \frac{2D}{\rho^2} \right) \sin 2\gamma, \end{aligned} \quad (2.46)$$

para los esfuerzos normales y cortante, introducidas como segunda contribución –e inducidos por las fuerzas normal y cortante–, y expresados en el sistema coordenado local  $(\rho, \gamma)$ .

La expresión total de los componentes de esfuerzo para ambas contribuciones es la suma de las distribuciones de los componentes dadas por las Ecs. (2.40) y (2.46), es decir

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho} &= \frac{S}{2} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right) + \left( -2A + \frac{6C}{\rho^4} + \frac{4D}{\rho^2} \right) \cos 2\gamma \\ \sigma_{\gamma\gamma} &= \frac{S}{2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right) + \left( 2A + 12B\rho^2 + \frac{6C}{\rho^4} \right) \cos 2\gamma \\ \sigma_{\rho\gamma} &= \left( 2A + 6B\rho^2 - \frac{6C}{\rho^4} - \frac{2D}{\rho^2} \right) \sin 2\gamma. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Las condiciones de frontera para las funciones de distribución de esfuerzos de las Ecs. (2.47) son: los esfuerzos en la frontera exterior del anillo  $(\rho = \beta)$  deben igualar los de una placa sin perforación; es decir, los esfuerzos expresados por las Ecs. (2.39), y los esfuerzos normal  $\sigma_{\rho\rho}$  y cortante  $\sigma_{\rho\gamma}$  en la superficie de la perforación  $(\rho = \alpha)$  son nulos. De estas condiciones se obtiene que

$$A = -\frac{S}{4}; \quad B = 0; \quad C = -\frac{a^4}{4}S; \quad D = \frac{a^2}{2}S, \quad (2.48)$$

y finalmente

$$\begin{aligned}
\sigma_{\rho\rho} &= \frac{S}{2} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right) + \frac{S}{2} \left( 1 + \frac{3\alpha^4}{\rho^4} - \frac{4\alpha^2}{\rho^2} \right) \cos 2\gamma \\
\sigma_{\gamma\gamma} &= \frac{S}{2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right) - \frac{S}{2} \left( 1 + \frac{3\alpha^4}{\rho^4} \right) \cos 2\gamma \\
\sigma_{\rho\gamma} &= -\frac{S}{2} \left( 1 - \frac{3\alpha^4}{\rho^4} + \frac{2\alpha^2}{\rho^2} \right) \sin 2\gamma.
\end{aligned} \tag{2.49}$$

De las Ecs. (2.49) se deduce que la mayor concentración de esfuerzos corresponde al esfuerzo normal  $\sigma_{\gamma\gamma}$  cuando  $\rho = \alpha$  y  $\gamma = \pi/2$ , en cuyo caso se tiene que

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 3S. \tag{2.50}$$

Dado que  $S$  se definió como el esfuerzo tangencial de una capa cilíndrica de la celda en el sistema global de coordenadas cilíndricas  $(r, \theta)$ , la localización que sufre la concentración de esfuerzos de la Ec. (2.50) corresponde a las trazas de un plano definido por el eje del cuerpo de la celda y el eje del barreno transversal, en su intersección con la superficie del barreno. Tal localización corresponde a las regiones indicadas en la Figura 2.7.

En la Figura 2.4 se observa que el valor máximo del esfuerzo tangencial se encuentra en  $r = a$ , por lo que la concentración de esfuerzos más alta debida a un barreno transversal se encuentra en el punto de intersección de las trazas definidas en el párrafo anterior, con la superficie de la cámara de alta presión. Considerando la concentración de esfuerzo, el valor del esfuerzo tangencial en esa localización asciende a

$$\sigma_{\theta\theta} = 3p_i \frac{(\omega^2 + 1)}{(\omega^2 - 1)} \tag{2.51}$$

El esfuerzo axial  $\sigma_{zz}$  inducido por la presión interior sobre las tapas de la celda experimenta igualmente una concentración de esfuerzos. A través de un razonamiento idéntico al que se siguió para determinar el factor de concentración del esfuerzo tangencial, se encuentra que el esfuerzo axial se incrementa por un factor de 3 debido a la presencia de un barreno transversal. Sin embargo, las Ecs. (2.26) y (2.28) indican que la magnitud del esfuerzo tangencial  $\sigma_{\theta\theta}$  es mayor que la del esfuerzo axial  $\sigma_{zz}$  para cualquier valor de  $\omega$  y por lo tanto la concentración de esfuerzos más crítica en presencia de un barreno transversal está asociada al esfuerzo tangencial, en las regiones ilustradas en la Figura 2.7.

De esta manera, en la región crítica se tiene que

$$\sigma_{rr} \approx \sigma_{zz} \approx -p_i, \quad (2.52)$$

ya que estos componentes no experimentan concentración de esfuerzos y su magnitud, según la condición de frontera, es la presión en la cámara interior (el signo negativo indica esfuerzo de compresión). Así, el esfuerzo equivalente definido por la Ec. (2.33) es ahora

$$\sigma_{eq} = p_i \left( 3 \frac{\omega^2 + 1}{\omega^2 - 1} + 1 \right), \quad (2.53)$$

de manera que la presión máxima  $p_{i,max}$  que soporta sin rebasar el límite elástico una celda cilíndrica de proporciones  $\omega = b/a$ , construida con un material cuyo esfuerzo de cedencia es  $\sigma_f$ , respetando un factor de seguridad  $K$ , y considerando el efecto de un barreno transversal, está dada por

$$p_{i,max} = \frac{\sigma_f (\omega^2 - 1)}{K(4\omega^2 + 2)}. \quad (2.54)$$

Nótese que el nuevo valor para la capacidad de carga de la celda se reduce considerablemente debido a la presencia de un barreno transversal. Por ejemplo, para una celda caracterizada por  $\omega = 3$ , y  $K = 2$ ,  $p_{i,max}$  es aproximadamente  $0.105\sigma_f$ , mientras que el valor de  $p_{i,max}$  según la Ec. (2.36), es de aproximadamente  $0.257\sigma_f$ . Esto significa que la presión máxima soportada por el cilindro, cuando se agrega una perforación en la pared se reduce a menos de la mitad a comparación de una celda sin canales transversales.

Sherrman y Stadmuller (1987) determinaron de manera experimental que para perforaciones cuyo radio es aproximadamente la mitad del radio de la cavidad de alta presión, el factor de concentración del esfuerzo tangencial es de alrededor de 2.4 en la circunferencia de la perforación. Asimismo, demostraron que el factor de concentración de esfuerzos aumenta ligeramente para perforaciones de radio más pequeño. Sin embargo, en esos casos el volumen de material afectado por la concentración de esfuerzos es menor, por lo que puede considerarse, dentro de un margen de error aceptable, que el factor de concentración de esfuerzos es independiente del radio de la perforación, en acuerdo con los resultados aquí presentados. Además, otros investigadores han llevado a cabo cálculos que demuestran que la presencia de 2, 3 o 4 perforaciones radiales en la misma sección transversal del

cilindro no aumenta en forma apreciable el factor de concentración de esfuerzos (ver Zhou y colaboradores, 1998).

Finalmente, Sherman y Stadmuller (1987) mencionan que el efecto de rebasar el límite de cedencia en la desembocadura del barreno transversal en la cámara de alta presión consiste en deformaciones plásticas localizadas y la falla no tiende a propagarse en el material de la celda. Esto significa que exceder el límite elástico del material por causa de concentración de esfuerzos en un barreno transversal es aceptable siempre y cuando la superficie del barreno, en esa región, no cumpla ninguna función que requiera de ajustes precisos de dimensiones –por ejemplo, para la realización de un sello hermético–. Por otra parte es necesario tomar en cuenta en tales casos que la vida de fatiga de la celda disminuye considerablemente cuando una región experimenta deformaciones plásticas.

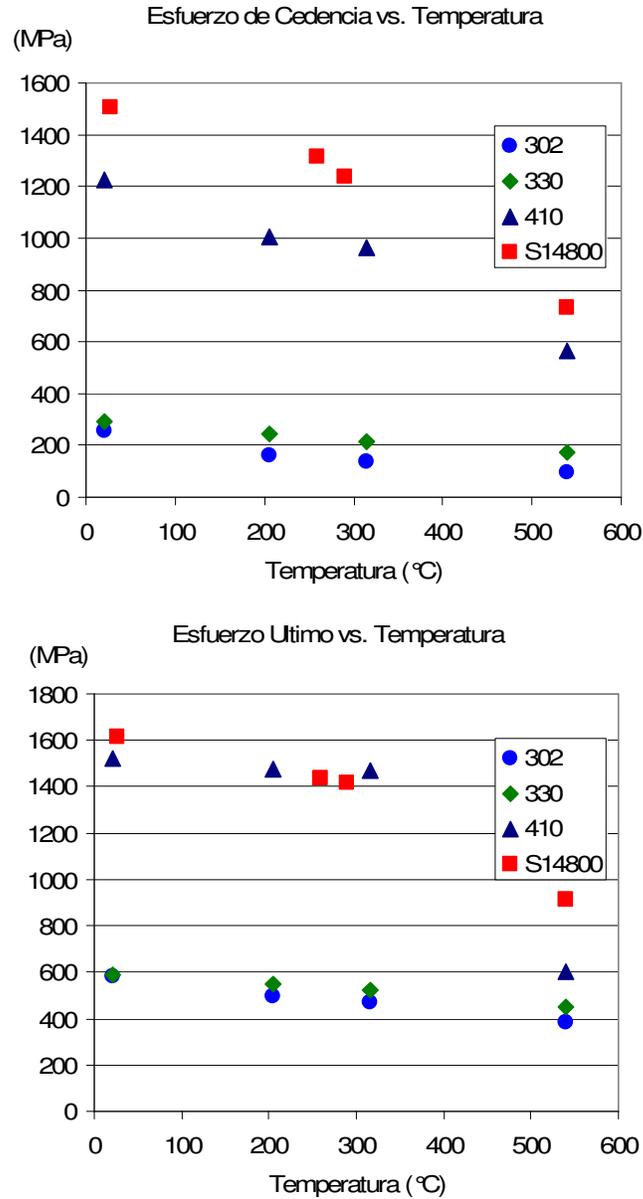
## **2.4 Influencia de la temperatura en la resistencia mecánica de la celda**

Uno de los requerimientos del experimento determina que la celda debe operar en un intervalo de temperaturas entre 290 y 473 K, y por tanto es necesario considerar los efectos de la temperatura en las condiciones de trabajo de la celda. Desde el punto de vista de resistencia mecánica, la temperatura modifica el comportamiento de la celda en dos aspectos. El primero, asociado al valor absoluto de temperatura de trabajo de la celda, tiene que ver con la variación de las propiedades mecánicas de los materiales previstos en el diseño con respecto a la temperatura. El segundo, asociado al gradiente de temperatura en el cuerpo de la celda, se debe a la modificación que sufre el estado de deformación del cuerpo debido a la expansión del material. Eventualmente, la expansión térmica genera también una distribución de esfuerzos que se superpone con el estado de esfuerzos generado por la presión en la cámara interior.

Considerando primeramente el efecto de la temperatura absoluta, la Figura 2.9 indica que para diferentes aceros inoxidables (series 300, 400 y 14000<sup>6</sup>) el esfuerzo de cedencia y el esfuerzo último de

---

<sup>6</sup> Los aceros inoxidables de la serie 300 tienen como principales aditivos: cromo (entre 18 y 30%) y níquel (entre 6 y 20%). Las aleaciones de la serie 400 tienen principalmente adición de cromo (entre 11 y 30%) y su composición en carbono es muy baja. Los aceros inoxidables de la serie 14000 son de alta resistencia, endurecidos por precipitación y contienen principalmente adiciones de cromo y níquel. Referencia: [www.matweb.com](http://www.matweb.com).



**Figura 2.9.** Gráficas de los esfuerzos de cedencia (arriba) y último a la ruptura (abajo) de aceros inoxidable de las series 300, 400 y 14000, en función de la temperatura. Referencia: [www.matweb.com](http://www.matweb.com).

ruptura disminuyen cuando la temperatura aumenta. En consecuencia, la presión máxima que puede soportar la celda dentro del límite elástico disminuye cuando el equipo experimental trabaja a temperaturas mayores que la temperatura ambiente. Nótese en la Figura 2.9 que la resistencia mecánica de los aceros de las series 400 y 1400 cae drásticamente para temperaturas superiores a 500 °C.

Además de la disminución de resistencia mecánica de los metales con el aumento de temperatura, el riesgo de falla de un cilindro a alta presión y alta temperatura puede aumentar debido al fenómeno denominado *creep*, que es la tendencia de algunos materiales a deformarse de manera

permanente al estar sometidos a una combinación de esfuerzos y alta temperatura durante un periodo de tiempo prolongado; tales deformaciones pueden llegar a ser tan importantes que impiden que el componente realice su función de diseño (Collins, 1993).

El segundo efecto está asociado a la presencia de un gradiente de temperatura en las paredes de la celda. Esta condición se produce cuando la distribución de temperatura en el cuerpo del contenedor no es constante debido, entre otros factores, a un sistema de calentamiento irregular como sucede cuando el aparato experimental cuenta con un arreglo de fuentes puntuales de calor –ver, por ejemplo, el sistema de cartuchos calentadores colocados en la superficie exterior del cuerpo en las publicaciones de Bonetti y colaboradores (1999), Maeda y colaboradores (1996), y Reck y colaboradores (1998)–. Debido al gradiente de temperatura, la magnitud de la expansión térmica varía en el volumen de la celda y por tanto se generan esfuerzos asociados a la distribución de deformación no uniforme. A tales esfuerzos, producidos por la restricción del mismo cuerpo a dilatarse libremente ante una distribución no homogénea de temperaturas, se les llama *esfuerzos térmicos*. A continuación se desarrolla el cálculo de los esfuerzos térmicos en el cuerpo de una celda de alta presión sometida a un gradiente de temperatura.

Supóngase el caso de una celda cilíndrica como la aquí propuesta, cuyas superficies interior y exterior se mantienen a temperaturas diferentes  $T_{in}$  y  $T_{out}$  respectivamente. Dada la simetría axial de la geometría, y considerando que la temperatura es constante sobre ambas superficies interior y exterior, el gradiente de temperatura generado en el cuerpo de la celda es aproximadamente radial. Si las temperaturas  $T_{in}$  y  $T_{out}$  se mantienen el tiempo suficiente para alcanzar una condición de equilibrio, la distribución de temperatura en la pared de la celda se puede describir por (Sherman y Stadtmuller, 1987):

$$T = \frac{T_{in} \ln\left(\frac{r}{b}\right) + T_{out} \ln\left(\frac{a}{r}\right)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}. \quad (2.55)$$

Supóngase también que el módulo de elasticidad  $E$  y el coeficiente de expansión térmica  $\alpha$  del material del cilindro son constantes en el intervalo de temperaturas  $T_{in}$  y  $T_{out}$ . Manteniendo las hipótesis de deformación plana y de un material isótropo establecidas anteriormente, se tiene que la ley de Hooke se expresa como

$$\begin{aligned} E\varepsilon_{rr} &= \sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta}) + E\alpha T \\ E\varepsilon_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr}) + E\alpha T, \end{aligned} \quad (2.56)$$

donde las deformaciones  $\varepsilon_{rr}$  y  $\varepsilon_{\theta\theta}$  incluyen un término debido a la expansión térmica en adición a las participaciones asociadas al esfuerzo.

Finalmente, se presume que (a) los esfuerzos producidos por los efectos de la presión interior y de la temperatura son completamente independientes y que (b) la deformación axial  $e_{zz}$  es constante. En este caso, los esfuerzos térmicos radial y tangencial se expresan por

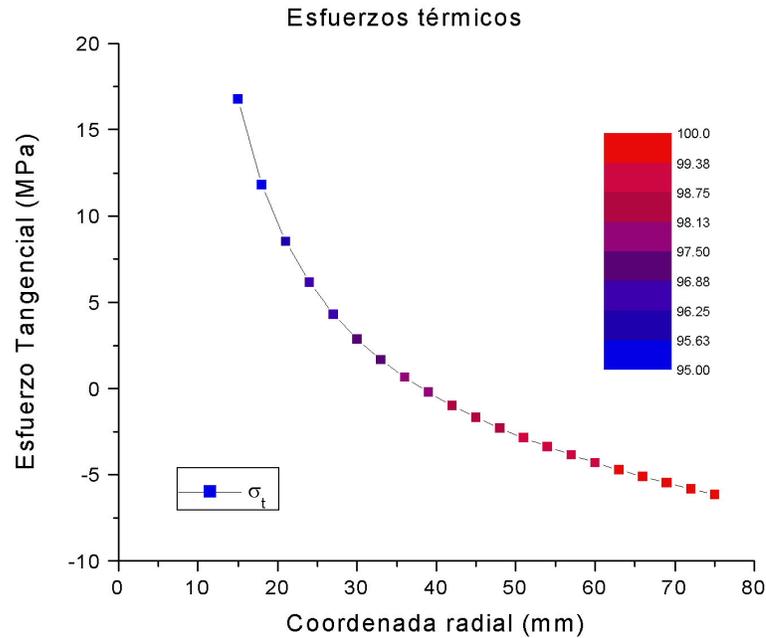
$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta,T} &= \frac{E\alpha(T_{out} - T_{in})}{2(1-\nu)} \left[ \frac{1 + b^2/r^2}{\omega^2 - 1} + \frac{T_{out} - T}{T_{out} - T_{in}} - \frac{1}{\ln \omega} \right] \\ \sigma_{rr,T} &= \frac{E\alpha(T_{out} - T_{in})}{2(1-\nu)} \left[ \frac{1 - b^2/r^2}{\omega^2 - 1} + \frac{T_{out} - T}{T_{out} - T_{in}} \right], \end{aligned} \quad (2.57)$$

donde  $T$  está dada por la Ec. (2.55) (Sherman y Stadmuller, 1987).

Las Ecuaciones (2.57) muestran que si la temperatura de la capa exterior es más alta que la interior se generan esfuerzos tangenciales de tensión en las capas internas y de compresión en las externas, debido a que el material cercano a la superficie exterior (zona caliente) tiende a expandirse pero las capas interiores (zona fría) restringen tal expansión. La situación en la que el calentamiento se inicia en la parte exterior del cilindro ( $T_{out} > T_{in}$ ), que por cuestiones prácticas es la más frecuente en los equipos experimentales (ver Bonetti y colaboradores, 1999, Maeda y colaboradores, 1996, y Reck y colaboradores, 1998), es también la más desfavorable ya que presenta los esfuerzos tangenciales más elevados en la pared interior. En esas condiciones, el valor del esfuerzo tangencial en la superficie de la cámara interior tiende a

$$\sigma_{\theta\theta,T} \frac{E\alpha(T_{out} - T_{in})}{1-\nu}. \quad (2.58)$$

El esfuerzo radial debido a los efectos térmicos es menos relevante que el tangencial, pues el primero es igual a cero en ambas paredes de la celda.



**Figura 2.10.** Esfuerzo tangencial debido a efectos térmicos en una celda de radio interior  $a = 15$  mm y exterior  $b = 75$  mm ( $\omega = 5$ ). El salto total de temperatura entre las superficies interior y exterior de la celda es de  $5$  °C. La escala de colores indica la temperatura, en grados centígrados.

La Figura 2.10 muestra una gráfica de la variación del esfuerzo tangencial sobre el radio de la celda, en donde se utilizó a manera de ejemplo las propiedades mecánicas del Inconel 718, material frecuentemente utilizado en aplicaciones de alta temperatura, y un diferencial de temperaturas de  $5$  °C entre las superficies interior y exterior de una celda de radio interior de 15 mm y exterior de 75 mm.

Nótese que el esfuerzo tangencial generados por una diferencia de temperaturas de unos pocos grados centígrados es del orden de 20 MPa para la geometría propuesta en este ejemplo. Aunque tal nivel de esfuerzos puede parecer despreciable en comparación con los niveles de esfuerzos debidos una presión interna de alrededor de 500 MPa, es necesario considerar que si el aparato experimental es llevado a su capacidad de carga total los esfuerzos térmicos pueden contribuir a rebasar el límite elástico de la celda, sobre todo si se alcanzan cambios rápidos de temperaturas por la utilización de accesorios calefactores potentes en celdas de volumen pequeño.

En conclusión, es conveniente garantizar que los gradientes de temperatura no serán elevados en el equipo experimental que aquí se propone, utilizando materiales tales como aceros inoxidable o superaleaciones que favorecen el flujo de calor y por tanto contribuyen a mantener una distribución de temperatura homogénea en el cuerpo del cilindro. Para ello, es también conveniente incluir en la celda un sistema de control de temperatura compuesto por dos termopares: el primero destinado a monitorear

la temperatura en la cámara interior y el segundo a medir la temperatura en la cercanía del dispositivo generador de calor. La diferencia de temperaturas medida en estos dos puntos permite controlar la magnitud del gradiente utilizando un controlador proporcional, integral y derivativo (PID) que manipule la potencia de los cartuchos calentadores. Adicionalmente, con ayuda de una computadora se puede establecer cambios de temperatura por pasos o en rampa. Un sistema de control de este tipo se describe en los trabajos de Bonetti y colaboradores (1999), de Reck y colaboradores (1998), de Pressl y Kriechbaum (1997) y de Xiong y Kiran (1998).

## 2.5 Conclusión

El presente Capítulo comprende un estudio de esfuerzos y deformación con la finalidad de proponer la forma y dimensiones adecuados para el cuerpo de una celda óptica de alta presión que será destinada a experimentos de hidrodinámica bajo condiciones específicas de presión y temperatura. Los objetivos de diseño para el cuerpo de la celda se basaron en la lista de requerimientos listados al inicio del Capítulo. Tales requerimientos se agruparon en tres clases: de resistencia mecánica, dimensionales, y de características especiales. Siguiendo esa misma clasificación se resumen en esta Conclusión los resultados del desarrollo aquí planteado y la observancia o incumplimiento de los requerimientos.

Con respecto a la resistencia mecánica del cuerpo de la celda, se plantearon las ecuaciones generales que gobiernan la distribución de esfuerzos en un contenedor de presión con la geometría de un cilindro de paredes gruesas, siguiendo la práctica y experiencia de varios investigadores documentada en la literatura. Para el análisis de esfuerzos se asumió que la distribución de esfuerzos y deformación en el cuerpo cilíndrico cumple con las hipótesis de deformación plana y simetría axial. Se asumió igualmente que el material de la celda es isótropo, y el estudio se limitó al régimen lineal de comportamiento elástico.

Con tales bases, se obtuvieron las ecuaciones principales que relacionan el estado de esfuerzos en función de la presión  $p_i$  en la cámara interior y del parámetro adimensional

$$\omega = \frac{b}{a}. \quad (2.59)$$

que sintetiza las dimensiones principales del cilindro (los radios interior  $a$  y exterior  $b$ ). Las ecuaciones de esfuerzos obtenidas demuestran que en el caso de un contenedor sometido a presión interior  $p_i$ , y manteniendo la superficie exterior a presión ambiente (misma que se desprecia en comparación con la

presión elevada  $p_i$ ) los esfuerzos máximos se sitúan en la superficie interior del cilindro y sus valores se relacionan con la geometría del contenedor únicamente a través del parámetro  $\omega$ , de manera que la solución de esfuerzos presenta similitud para una geometría de cualquier escala manteniendo un valor constante de  $\omega$ .

A partir de las expresiones de esfuerzos máximos, se aplicó la definición de falla del denominado criterio de von Mises, que predice que un material dúctil alcanza su límite elástico –es decir, presenta falla por plasticidad– cuando el estado de esfuerzos es tal que la densidad de energía de distorsión en el material es comparable a la de una probeta que presenta falla plástica en una prueba de tensión simple. Dicho criterio se aplica en forma práctica a través del cálculo de un esfuerzo equivalente que sintetiza el tensor de esfuerzos en un único valor escalar. En el caso de la celda cilíndrica, el criterio de von Mises predice que el límite elástico está dado por

$$p_{i,\max} = \frac{\sigma_f (\omega^2 - 1)}{\sqrt{3} K \omega^2}, \quad (2.36)$$

de tal forma que la presión máxima con que la celda puede trabajar, manteniendo deformaciones reversibles, depende del esfuerzo de cedencia del material, y del parámetro  $\omega$ . La Ec. (2.36) tiene varias consecuencias interesantes:

- a. La capacidad máxima de carga de la celda depende sólo del parámetro geométrico adimensional, y no de la escala de la celda. Esta condición permite elegir libremente la escala de la celda asignando arbitrariamente uno de los radios  $a$  o  $b$ . En el caso de la celda para estudios de tensión superficial en sistemas bifásicos, el mayor interés está en definir el valor de  $a$  con base en los requerimientos relacionados con la dimensión mínima para alojar gotas de cierto radio, pero manteniendo un volumen mínimo en la cámara de alta presión.
- b. La Ec. (2.36) tiene un límite asintótico, lo que permite asignar un valor  $b$  tan grande como sea necesario para permitir alojar en el volumen del recipiente los accesorios necesarios para tubería, instrumentos de medición, elementos ópticos, etc.
- c. En el límite asintótico, el valor máximo de presión interior utilizable depende únicamente de la propiedad mecánica  $\sigma_f$  del material de la celda. Esto significa que la capacidad máxima no puede incrementarse por medio de la forma o dimensión de la celda. En cambio, es necesario recurrir a materiales de altas propiedades para alcanzar presiones elevadas.

- d. Al reemplazar en la Ec. (2.36) los valores numéricos de la presión requerida para el experimento y del factor de seguridad, se encuentra que aún en el límite asintótico –es decir, para una celda cuya pared tiene un espesor que tiende a infinito– se requiere de materiales con esfuerzo de cedencia del orden de 2 GPa para trabajar con presiones de 500 MPa. La gama de aceros que presentan tales valores en su propiedad mecánica se reduce a aleaciones de alta tecnología con contenido de níquel y cromo en fase martensítica.

Puesto que uno de los requerimientos principales indica que el cuerpo de la celda debe contar con barrenos que hagan la función de canal óptico, se analizó la concentración de esfuerzos inducida por tales perforaciones. Se encontró que la concentración de esfuerzos se acentúa en la desembocadura del barreno con la cámara de alta presión, en donde el factor de concentración alcanza un valor de 3 para el esfuerzo normal tangencial  $\sigma_{\theta\theta}$ . Esta condición reduce aproximadamente a la mitad la capacidad de carga máxima de la celda para un material específico.

Finalmente, se encontró que un gradiente de temperatura en la dirección radial de las paredes de la celda puede generar esfuerzos térmicos que no deben ignorarse ya que si bien pueden parecer pequeños con respecto a los valores máximos de esfuerzo producidos por la presión interior, su combinación con estos últimos es adversa para la resistencia de la celda. Por otra parte, es importante observar que en el caso de los aceros, sus propiedades mecánicas decrecen al aumentar la temperatura.

Los comentarios de los párrafos anteriores indican que aunque es posible encontrar soluciones que responden de manera balanceada a la lista de requerimientos establecida para el diseño de la celda, el límite máximo de presión interna de la celda exige la utilización de aceros de muy altas prestaciones si se planea utilizar el equipo experimental a presiones de hasta 500 MPa. De hecho, al considerar las concentraciones de esfuerzo generadas en los barrenos transversales, se prevé que aún los aceros tipo maraging están imposibilitados para trabajar con los factores de seguridad deseados. Por ejemplo, la Ec. (2.54) indica que para una celda caracterizada por  $\omega = 5$ , se requiere de un material con esfuerzo de cedencia de alrededor de 4250 MPa para trabajar con una presión interior de 500 MPa usando un factor de seguridad  $K = 2$ .

En adición a lo anterior, es necesario mencionar que la realización de la celda requiere de características adicionales como ángulos, aristas o geometrías con radios de curvatura pequeños que pueden concentrar de manera importante los esfuerzos. Además, una celda de alta presión es un instrumento experimental que requiere de múltiples perforaciones para ventanas, termopares, electrodos y otros accesorios que representan también zonas de concentración de esfuerzos. Por estas razones, las estimaciones obtenidas sólo dan una idea del orden de magnitud de los esfuerzos que

aparecerán en el cuerpo de la celda y expresan, de inicio, que el cuerpo de la celda trabajará continuamente en la cercanía de los límites de cedencia del material para trabajar con la mayor presión interior posible.

En conclusión, es recomendable llevar a cabo un estudio de esfuerzos más detallado que permita conocer los niveles de esfuerzo en geometrías más complejas para detectar otras posibles regiones de concentraciones de esfuerzo. El objetivo final de este estudio es proveer al investigador un diseño que permita trabajar bajo ciertas condiciones de presión y temperatura, respetando al mismo tiempo un factor de seguridad, y previendo los límites en la presión interior que permitirán que el equipo opere al menos varias centenas de ciclos antes de fallar por ruptura, por fatiga, o por plasticidad.

Para este estudio adicional se emprenderá en el Capítulo siguiente un análisis de esfuerzos utilizando el Método de Elementos Finitos, con el fin de evaluar numéricamente las soluciones de las ecuaciones de esfuerzos y deformación para geometrías de mayor complejidad que las propuestas en el presente Capítulo.

Finalmente, se hace referencia a un Anexo en donde se comentan algunas técnicas existentes para aumentar los límites de carga de contenedores de presión cilíndricos usando materiales convencionales. Desafortunadamente, tales técnicas se basan en predeformaciones plásticas y elásticas y por tanto no son adecuadas para celdas ópticas que requieren de alta precisión dimensional en las superficies interiores de la celda, principalmente para lograr condiciones herméticas entre el cuerpo de la celda y los accesorios ópticos.



# Capítulo 3

## Análisis de esfuerzos por MEF de una celda axisimétrica

En el Capítulo anterior se analizó el estado de esfuerzo y deformación en el cuerpo de una celda de alta presión cuya forma es la de un cilindro de paredes gruesas. Las distribuciones de esfuerzos se obtuvieron resolviendo analíticamente las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de las fuerzas internas en el material del cuerpo generadas por la aplicación de presión en sus superficies exterior e interior. Para la obtención de estas soluciones analíticas, el estudio se basó en las siguientes suposiciones: (a) simetría axial en la geometría y en el estado de carga del cuerpo, y (b) estado de deformación plana en la sección transversal del cuerpo. Con base en estas suposiciones, la solución obtenida muestra que:

- los componentes de esfuerzo son función únicamente de la coordenada radial,
- el componente de esfuerzo axial es constante, y
- toda sección transversal se mantiene plana a través de la deformación.

Tal solución es válida sólo cuando se cumplen las siguientes condiciones:

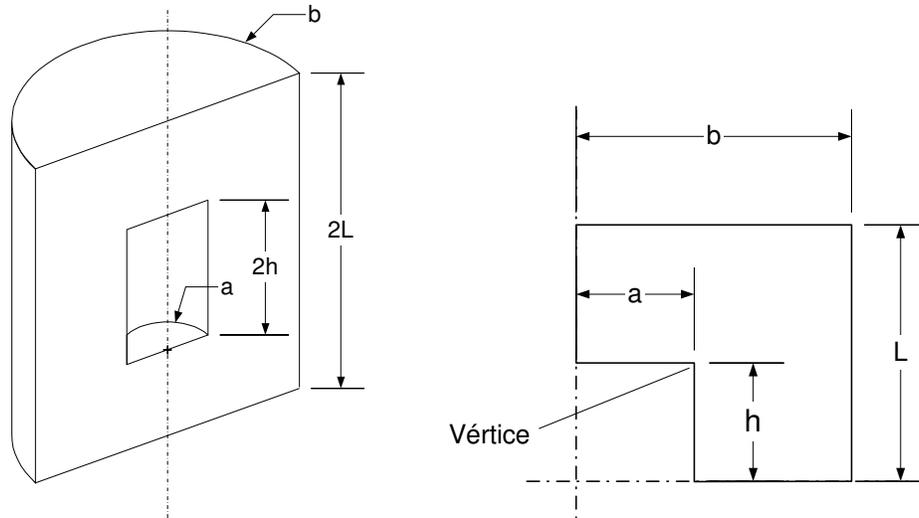
- a. La longitud axial del cilindro es muy grande con respecto a la sección transversal.
- b. Las cargas aplicadas están contenidas en el plano de una sección transversal.
- c. El cuerpo y el estado de carga tienen simetría axial.

La solución analítica así obtenida proporciona una aproximación de la distribución de esfuerzos que permite identificar las zonas de esfuerzos máximos, la dependencia de éstos con el cociente del diámetro exterior entre el interior, y la capacidad de carga máxima  $p_{i,max}$  calculada con el criterio de falla de von Mises.

Sin embargo, el diseño de un cuerpo que cumpla con los Requerimientos definidos para la celda de alta presión requiere considerar aquellas desviaciones no despreciables con respecto a las suposiciones en que se basa la solución analítica. Así, la suposición (a) es incompatible con los Requerimientos dimensionales 6 y 7, que solicitan la reducción del volumen del cuerpo. La suposición (b) pierde validez al considerar que las tapas del cilindro son deformables y tienen dimensiones comparables con el diámetro del cilindro. La suposición (c) no se cumple al agregar barrenos transversales para los canales ópticos. Por ejemplo, la celda propuesta por Zhou y colaboradores (1998) tiene 133.4 mm de diámetro y 190.5 mm de altura y cuenta con seis perforaciones transversales que rompen con la simetría axial en cuanto a geometría y estado de carga.

Por lo anterior, la solución analítica anteriormente propuesta no corresponde con la distribución de esfuerzos de la propuesta de diseño para el cuerpo de la celda; al menos, no predice dicha distribución con la suficiente precisión deseable para el diseño. Para tomar en cuenta los efectos resultado de la distribución de esfuerzos, las condiciones de carga y geométricas de la propuesta de diseño, es necesario retomar el cálculo de esfuerzos y deformación estudiando las desviaciones mencionadas. Para ello, en este Capítulo se conduce el análisis de la distribución de esfuerzos en el cuerpo de una celda cuyos diámetros interior y exterior son comparables con la longitud axial de la celda ( $2L$ ), la altura de la cámara de presión interior ( $2h$ ), y el espesor de las tapas del cilindro ( $e$ ). En este nuevo modelo, las fuerzas en las tapas superior e inferior inducen un esfuerzo axial variable sobre la sección transversal, y por tanto deformaciones que no son necesariamente planas. El estudio de desarrolla inicialmente manteniendo la simetría axial en la geometría y en el estado de carga. Posteriormente se conduce un estudio más detallado que considera la acción de barrenos transversales.

La Figura 3.1 muestra el modelo axisimétrico propuesto para estudiar representado éste mediante un esquema, en corte longitudinal. Este modelo, que representa de manera muy simplificada el cuerpo de la celda en proceso de diseño, constituye un problema complejo para la obtención de la distribución de esfuerzos utilizando métodos analíticos clásicos. La complejidad del modelo tiende a aumentar durante el proceso de diseño ya que éste consiste en agregar paulatinamente características adicionales para eliminar concentradores de esfuerzo y para representar con mejor aproximación la geometría del cuerpo de la celda; en consecuencia, el enfoque analítico del problema de esfuerzos se torna rápidamente inaccesible y surge la necesidad de utilizar métodos numéricos de solución.



**Figura 3.1.** (a) Corte longitudinal de la celda de dimensiones finitas. En este modelo axisimétrico las longitudes  $2h$  y  $2L$  son comparables con los radios  $a$  y  $b$ . (b) Sección longitudinal para el análisis de esfuerzos axisimétricos en la celda. Por simetría con respecto al plano transversal medio el cilindro, se considera únicamente la mitad superior de la sección.

### 3.1 Método de Elementos Finitos (MEF)

Para la solución de esfuerzos en sistemas de geometría y condiciones de carga complejas, se propone el uso de una herramienta numérica denominada Método de Elementos Finitos (MEF). Este método permite obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales partiendo del concepto de discretización, que consiste en segmentar el dominio de la solución en un arreglo de pequeñas superficies de geometría simple denominadas *elementos finitos*. A dicha subdivisión del dominio se le denomina *malla*, y los puntos extremos que definen a los elementos finitos se denominan *nodos*.

Supóngase una ecuación diferencial de la forma

$$d(u) = q. \quad (3.1)$$

El MEF consiste en proponer una solución aproximada  $u$  de la forma

$$u = \sum_{k=1}^n \varphi_k u_k. \quad (3.2)$$

donde  $\phi_k$  son funciones de forma,  $u_k$  son coeficientes inicialmente desconocidos y  $n$  se elige igual al número de nodos en la malla. La solución aproximada  $u$  es tal que cumple con las condiciones de frontera del problema de la forma

$$u(x_0) = u_0. \quad (3.3)$$

Sin embargo, la solución aproximada propuesta no garantiza el cumplimiento de las condiciones de frontera de la forma

$$\frac{du(x_0)}{dx} = q_0. \quad (3.4)$$

y por tanto existe un error, o residuo, que se puede definir por

$$R = d(u) - q. \quad (3.5)$$

El siguiente paso en el MEF consiste en reducir el error  $R$  utilizando la integral

$$\int w(x)R(x)dx = 0 \quad (3.6)$$

donde  $w(x)$  es una *función de peso*. El MEF propone definir la función de peso como una función por partes construida a partir de funciones individuales  $w_i(x)$  asignadas a cada elemento finito tales que

$$w_i(x) = \phi_i(x); \quad (3.7)$$

donde  $\phi_i$  son funciones de formas similares a aquellas definidas en la Ec. (3.2).

De esta manera, el MEF proporciona una solución aproximada al problema a través de un ensamble de funciones simples denominadas funciones de forma. En general, las funciones de forma elegidas son polinomios. La precisión de la solución obtenida depende del orden de las funciones de forma polinomiales, así como del número de elementos en el dominio del problema.

En el caso de un problema de esfuerzo-deformación, los *nodos* corresponden a las coordenadas espaciales en donde la función de desplazamiento de cada elemento se acopla de manera continua y suave con el desplazamiento de los elementos adyacentes. En otras palabras, la variable de desplazamiento se resuelve para cada nodo de manera que el desplazamiento de un elemento es continuo y suave con respecto al del elemento adjunto en los nodos que comparten. Los

desplazamientos obtenidos en cada uno de los nodos que forman un elemento finito se traducen en deformación del mismo. A su vez, la deformación del elemento corresponde a un estado de esfuerzo de acuerdo con las propiedades elásticas del elemento. El sistema completo, sometido a cargas y condiciones de frontera, se encuentra en equilibrio por la interacción de las fuerzas internas que generan los esfuerzos sobre cada elemento, y que están acopladas –transmiten fuerzas finitas– a los elementos vecinos a través de los nodos comunes entre sí.

## 3.2 Análisis Axisimétrico de Esfuerzos por MEF

### 3.2.1 ESFUERZOS EN UN CUERPO CON CARACTERÍSTICAS ANGULADAS

El cálculo de la distribución de esfuerzos en el cuerpo de la celda se retoma utilizando un modelo axisimétrico sometido a una presión interna  $p_i$ . La aproximación axisimétrica es válida ya que tanto la geometría como las cargas aplicadas poseen simetría axial. Por tanto: los elementos del material no sufren desplazamientos acimutales, y los desplazamientos radial y axial son independientes de la coordenada cilíndrica  $\theta$ . En consecuencia, los componentes de esfuerzo son también independientes de  $\theta$ , y los esfuerzos cortantes  $\sigma_{r\theta}$  y  $\sigma_{\theta z}$  son iguales a cero (Timoshenko y Goodier, 1990).

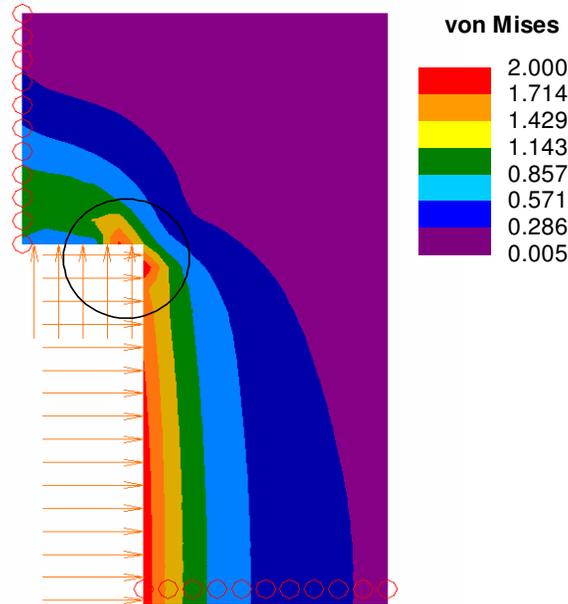
Considérese una sección longitudinal del cuerpo como la que se muestra en la Figura 3.1. En este caso, la sección longitudinal de la celda es también simétrica con respecto al plano transversal medio, por lo que el problema se simplifica al estudio de una mitad de la sección.

El modelo propuesto se construye con aproximadamente 300 elementos cuadrangulares axisimétricos, cuyos nodos poseen dos grados de libertad: desplazamiento en las direcciones radial y axial. Se utilizan elementos lineales, es decir, elementos formados por cuatro nodos, y cuyas funciones de forma son polinomios de primer orden. La interpolación de la solución de desplazamiento, esfuerzo y deformación para elementos lineales se basa igualmente en funciones lineales.

El material del cuerpo se define como homogéneo e isótropo, con módulo de Young igual a 210 GPa y relación de Poisson de 0.3.

Como condiciones de frontera, se agrega una presión uniforme  $p_i$  en la superficie de la cámara interior, y se definen las siguientes restricciones de desplazamiento:

- En el eje de revolución, se impide el desplazamiento radial.



**Figura 3.2.** Gráfica de esfuerzo de von Mises obtenida por MEF. Los contornos de colores representan el valor del esfuerzo en términos de la magnitud de la presión interior  $p_i$ . La zona encerrada por el círculo muestra una diferencia entre la distribución de esfuerzos calculada con MEF, que muestra esfuerzos máximos en los primeros nodos vecinos del vértice, y la solución analítica, que predice que el máximo de esfuerzos se localiza en el vértice.

- En el plano transversal medio, se impide el desplazamiento axial para simular la condición de simetría de la sección con respecto a este plano.

La solución de esfuerzos obtenida por MEF se muestra en la Figura 3.2. En esta gráfica, el color corresponde al valor del esfuerzo de von Mises, de acuerdo con los intervalos indicados en la escala de colores, expresados éstos en función de la presión interior  $p_i$ . La solución aproximada de MEF produce dos máximos en nodos cercanos a la esquina, y un descenso abrupto del esfuerzo en el nodo del vértice (región señalada por el círculo en la Figura).

De acuerdo con soluciones *analíticas* existentes para geometrías anguladas como la que aquí se presenta (Barber, 1992), la distribución de esfuerzos muestra una singularidad en el vértice. Para tal solución, el esfuerzo de von Mises en un punto de la sección axisimétrica aumenta en proporción inversa con la distancia al vértice de la cavidad interior, y el esfuerzo máximo ocurre precisamente en el ángulo. En contraste, se observa que la solución aproximada de MEF incurre en un error importante, pues los valores máximos del esfuerzo se presentan en los primeros nodos vecinos del nodo en la esquina, y no en ésta como predice la solución analítica.

Dicho error se debe al tipo de elementos (mallado) utilizados en la solución de MEF. Las funciones de forma de los elementos lineales (polinomios de primer orden) no tienen capacidad para

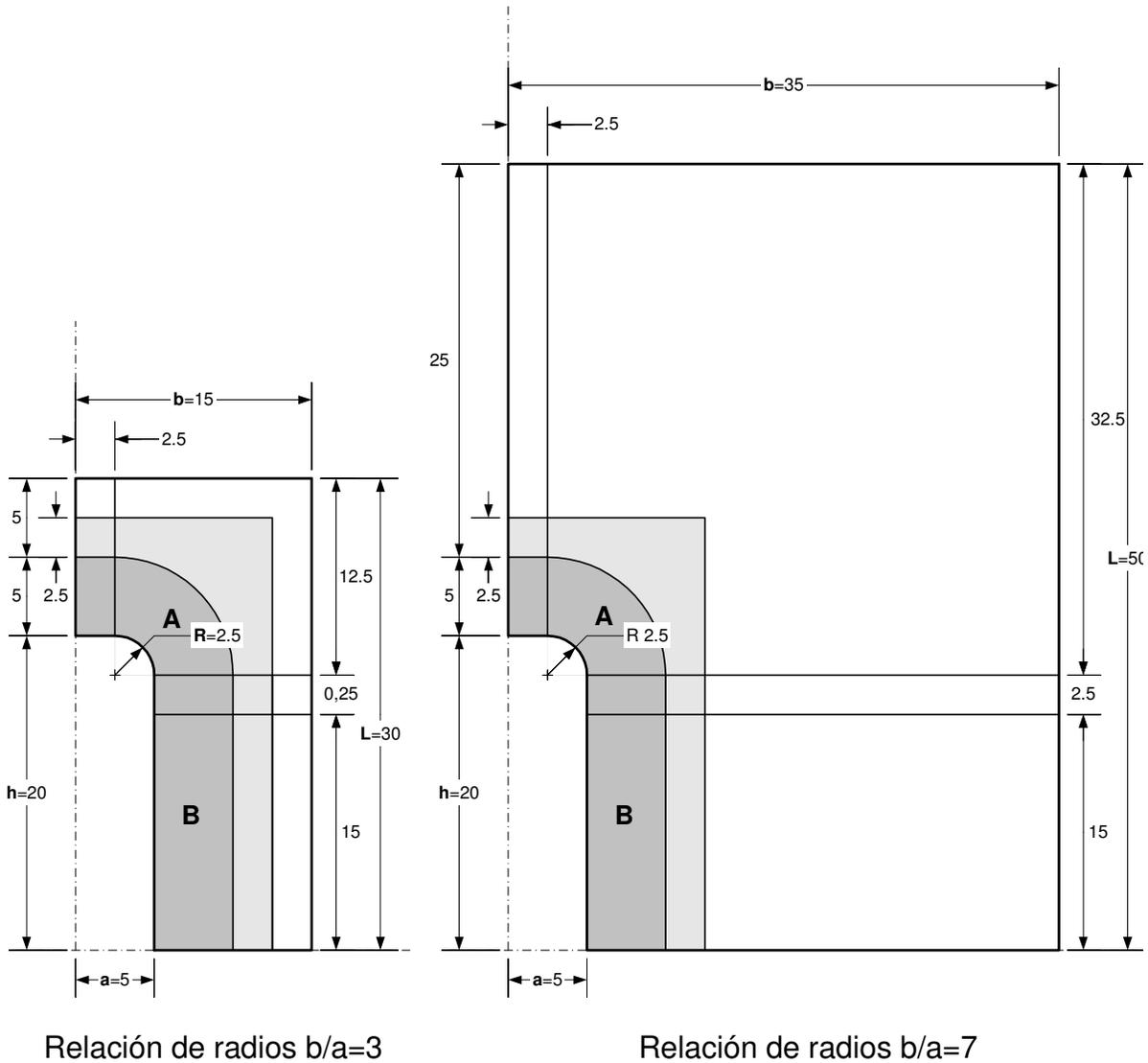
representar los gradientes de esfuerzo y deformación típicos de una geometría angulada. Para el estudio de una geometría semejante, existe un tipo especial de elemento finito que permite calcular esfuerzos singulares como los que se presentan en análisis de propagación de grietas (Cook *et al.*, 1989). Sin embargo, antes de sustituir los elementos lineales por otros de formulación más compleja, es conveniente cuestionar en este punto la validez de la geometría angulada para modelar la cavidad interior del cuerpo de la celda.

Desde el punto de vista de modelado, la existencia de un vértice en la superficie de la cámara interior de la celda es sólo una idealización del sistema físico, ya que en realidad no es posible generar una esquina afilada en un proceso de maquinado como el que se prevé para la construcción del cuerpo de la celda: las operaciones de torneado o fresado generan inevitablemente pequeños radios de curvatura en las esquinas y ángulos, resultado de la geometría de las herramientas. Además, una de las recomendaciones principales en la literatura de diseño de celdas de alta presión es la necesidad de eliminar todas las aristas y esquinas afiladas sobre las superficies sometidas a presión elevada (Pauwee, 1977). En resumen, la singularidad en esfuerzos inducida por la esquina es indeseable desde el punto de vista del método numérico, ya que incrementa el error en la solución y obliga a utilizar elementos de formulación más compleja que los lineales. Y desde el punto de vista del diseño mecánico, esta geometría concentra esfuerzos y dificulta considerablemente su manufactura. Por estas razones, se propone remplazar el vértice en la cavidad de la celda por un redondeo de radio  $R$ , cuyo análisis se desarrolla a continuación.

### 3.2.2 ESFUERZOS EN UN CUERPO CON CARACTERÍSTICAS REDONDEADAS

Se propone evaluar los esfuerzos en dos modelos axisimétricos que se muestran en la Figura 3.3. El objetivo de este nuevo análisis es observar:

- La influencia en las distribuciones de esfuerzo de un redondeo en la cámara interior. El radio propuesto es  $R = 0.5a$ .
- La variación de los esfuerzos máximos en función del parámetro de geometría  $\omega = b/a$ . De acuerdo con los resultados de las soluciones analíticas para cilindros de paredes gruesas, el criterio de falla de von Mises indica que la capacidad de carga de la celda de alta presión varía de manera importante para valores de  $\omega$  menores que 3, mientras que para valores mayores que 3 el límite de la presión máxima de trabajo dentro del límite elástico del cuerpo aumenta moderadamente. Para verificar la validez de tales resultados en cilindros que no satisfacen las condiciones de la solución analítica para cilindros de paredes gruesas, se propone evaluar la distribución de esfuerzos para  $\omega = 3$  y  $\omega = 7$ .



**Figura 3.3.** Modelos axisimétricos de la celda para el análisis por Elemento Finito. Las regiones entintadas representan una mayor densidad de elementos en la malla. La zona A que circunda al redondeo (color gris oscuro) contiene el mayor número de elementos por unidad de área, ya que es ahí donde se espera un mayor gradiente de esfuerzos. La densidad de elementos para la región B debe ser acorde con la de la región A debido a que sus elementos vecinos tienen una arista común. Nótese que se utiliza sólo la mitad de la sección axisimétrica, aprovechando la simetría con respecto a la sección transversal media. Las dimensiones están dadas en milímetros.

Los valores de las dimensiones indicados en la Figura 3.3 se eligen de manera arbitraria, ya que las ecuaciones de cilindros gruesos demuestran que los valores de esfuerzo son independientes de la escala del modelo. Así, los factores adimensionales relevantes para el modelo de MEF aquí propuesto son:

- El parámetro de geometría:  $\omega = b/a$ .

- La relación entre el radio del redondeo y el radio interior:  $R/a$
- La razón entre las dimensiones de la sección transversal y la dimensión axial:  $L/a$ .

Las proporciones de los dos modelos propuestos se resumen en la Tabla 3.1. Las propiedades mecánicas del material, que es homogéneo e isótropo, son 210 GPa de módulo de Young, y 0.3 de relación de Poisson.

Como condiciones de frontera, se agrega una presión uniforme  $p_i = 500$  MPa en la cámara interior, y se definen las siguientes restricciones de desplazamiento:

- En el eje de revolución, se impide el desplazamiento radial.
- En el plano transversal medio, se impide el desplazamiento axial para simular la condición de simetría de la sección con respecto a este plano.

**Tabla 3.1.** Parámetros de proporciones geométricas para los modelos axisimétricos de MEF.

		Modelo $\omega 3$	Modelo $\omega 7$
Proporción del cilindro	$\omega = b/a$	3	7
Redondeo $R/a$	$R/a$	0.5	0.5
Dimensión axial	$L/a$	6	10

### 3.2.3 CONFIGURACIÓN DE MALLA

La solución numérica para la distribución de esfuerzo que proporciona MEF es aproximada. Esto significa que en comparación con las distribuciones de esfuerzo obtenidas por una solución analítica, la solución de MEF presenta hasta cierto grado un error, si se considera que la solución analítica es correcta. En los párrafos siguientes, *se denominará error a las diferencias entre la solución de MEF y la analítica*, mismas que se deben entre otros factores a:

1. la aproximación numérica por redondeo inherente al cómputo numérico.
2. la distorsión geométrica de los elementos (también denominada calidad geométrica de los elementos)
3. la elección inadecuada de tipo, forma y orden de los elementos finitos,
4. la discretización el dominio, es decir la representación de una estructura continua por medio de elementos finitos,

En la lista anterior, el error de redondeo (primer punto) depende de la computadora utilizada y de los algoritmos internos del software utilizado para obtener la solución de MEF. Sin embargo, mas allá de elegir la computadora y software, el usuario tiene poca influencia sobre la magnitud del error de redondeo. El error asociado a la calidad geométrica de los elementos (segundo punto) puede ser manipulado por el usuario hasta alcanzar (idealmente) un estado en que el error por distorsión es despreciable –por ejemplo, si los elementos cuadrangulares utilizados en el modelo aquí propuesto alcanzan su mejor nivel de calidad geométrica cuando son cuadrados regulares–. El tercer punto involucra decisiones exclusivas del usuario; la selección de la formulación de los elementos depende de las particularidades de cada problema y la elección adecuada debe hacerse con base en la experiencia. Finalmente, el cuarto punto está asociado con una característica fundamental del método numérico: la discretización del dominio, y por tanto el error asociado a esta característica depende de la técnica utilizada para subdividir el dominio en una malla de elementos finitos.

El error de discretización se debe a dos razones: (a) la geometría del dominio se aproxima (por ejemplo, un círculo se representa en MEF como un polígono) y (b) la solución de MEF se obtiene como una función por partes (formada por polinomios lineales, en este caso), mientras que la solución analítica es una función de orden  $n$ . El error inducido por la interpolación de la solución entre los nodos o entre los puntos de cuadratura de Gauss está asociado al uso de funciones de interpolación cuyo grado difiere del de la función de la solución analítica. A través de un análisis del orden de magnitud, es factible demostrar que el error en el desplazamiento es proporcional al cuadrado de la longitud característica de los elementos de la malla, y que los errores en la deformación unitaria y en el esfuerzo son proporcionales a la longitud característica (Cook *et al.*, 1989).

De lo anterior se deduce la importancia de la configuración de la malla en la precisión de las soluciones obtenidas por MEF. En términos generales, esta precisión depende directamente de la fineza o densidad de la malla (una malla fina tiene una alta densidad de elementos por unidad de área), pues los elementos de una malla fina tienen una longitud característica pequeña, respecto de las dimensiones globales del modelo. Vale la pena mencionar que, en el caso de las ecuaciones de tipo difusivo, como lo son las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad de un problema de esfuerzos en sólidos, son posibles soluciones aún para mallas gruesas. Pero la *precisión* de dicha solución depende de la densidad de la malla. No sucede lo mismo en problemas que involucran ecuaciones no lineales, como en las simulaciones de esfuerzo-deformación que involucran contacto, en donde una malla gruesa puede conducir a soluciones totalmente erróneas (Pepper y Heinrich, 1992).

La configuración de malla que se propone para los Modelos  $\omega_3$  y  $\omega_7$  (ver Figura 3.3) presenta regiones con diferentes densidades de elementos. La zona de mayor número de elementos por unidad

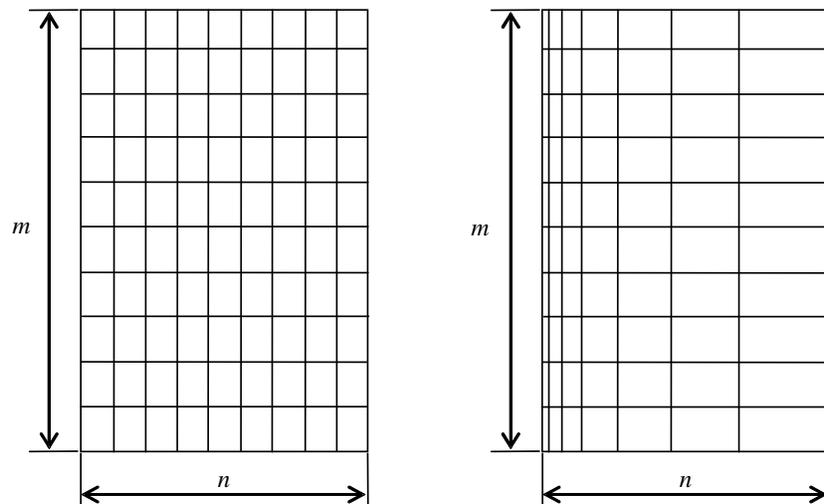
de área (distinguidas en la Figura con un tono gris oscuro) es la cercana a la superficie interna, y principalmente alrededor del redondeo, pues en esa región se espera un gradiente de esfuerzos significativo. Las zonas con baja densidad de elementos (el área blanca) es aquella en donde se espera una variación débil de los esfuerzos: es decir, en las zonas exteriores. Asimismo, se ha incluido regiones de densidad de elementos media (tono gris claro), como transición entre las regiones de alta y baja densidad de elementos. Se busca conformar una malla con mayoría de elementos rectangulares, excepto en: el sector circular del redondeo, donde se utilizan trapecios, y en las regiones de transición, donde se utilizan triángulos para acoplar el tamaño de los elementos entre una fila y la siguiente.

### 3.2.4 VERIFICACIÓN DE LA MALLA DE MEF

Antes de proceder al cálculo de la distribución de esfuerzos para la sección axisimétrica de los modelos, se estima la precisión de los resultados que proporciona la malla propuesta. Para ello, se comparan los resultados de la solución de MEF con los resultados obtenidos por un método analítico. Esta comparación tiene dos finalidades: la primera es corroborar que los elementos elegidos (en este caso, elementos cuadrilaterales lineales) son adecuados para el problema de esfuerzo-deformación que se pretende resolver, ya que como se mencionó anteriormente la elección de la formulación de los elementos depende de las características particulares de cada problema. La segunda finalidad es evaluar la densidad de malla más conveniente para obtener un nivel de precisión aceptable en comparación con la solución analítica.

El procedimiento de verificación de malla consiste en comparar la solución numérica de MEF para un cilindro sin tapas con las dimensiones de las paredes de la celda del Modelo  $\omega 3$  (ver la Figura 3.3) con la solución analítica para cilindros de paredes gruesas. Tal solución analítica predice que la distribución de esfuerzos normales en las paredes del cilindro están dadas por

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{p_i}{\omega^2 - 1} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{p_i}{\omega^2 - 1} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{zz} &= \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}).\end{aligned}\tag{3.8}$$

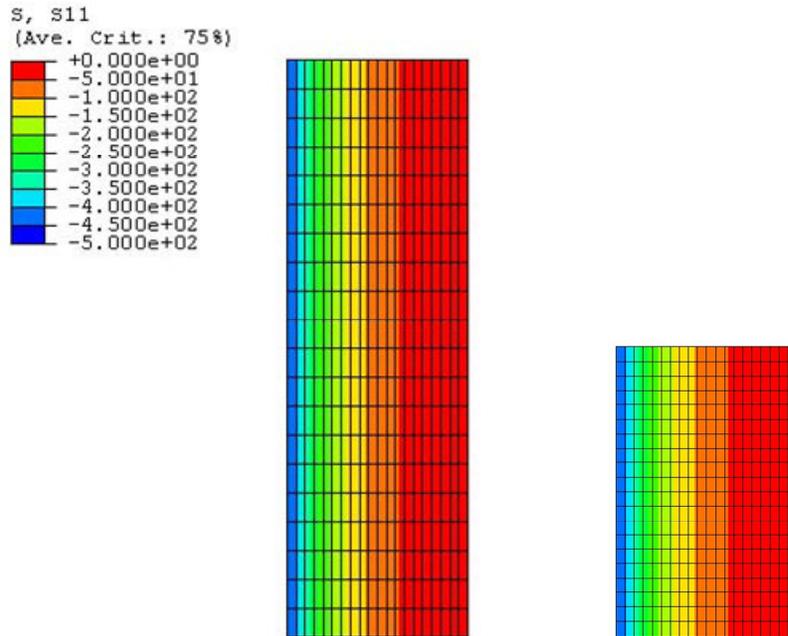


**Figura 3.4.** Configuración de malla en la Región B del modelo  $\omega_3$  utilizado para el proceso de verificación de malla.  $m$  es el número de elementos en la dirección axial,  $n$  en la dirección radial. En la Figura del lado izquierdo los elementos están distribuidos regularmente, y en la del lado derecho están distribuidos según una progresión geométrica de la dimensión radial de los elementos.

La malla de la sección axisimétrica se conforma por  $m$  elementos en la dirección axial y  $n$  elementos en la dirección radial. El cálculo de esfuerzos se efectúa para diferentes combinaciones de los valores  $m$  y  $n$ , según se resume en la Tabla 3.2. Las mallas tienen una distribución regular de elementos rectangulares, a excepción de las Mallas E y F que se componen de elementos cuya dimensión radial sigue una progresión geométrica, de manera que los elementos más cercanos a la cavidad interior de la celda tiene la longitud más pequeña de la serie de elementos. En la Figura 3.4 se ilustran las mallas de arreglo regular y en serie geométrica, así como los parámetros  $m$  y  $n$ .

**Tabla 3.2.** Código de nomenclatura de las diferentes densidades de elementos utilizadas en la verificación de la malla de MEF. Los números  $m$  y  $n$  corresponden a la cantidad de elementos en la malla en la dirección axial y radial respectivamente. En las mallas E y F, señaladas con un asterisco, la distribución de elementos en la dirección radial sigue una progresión geométrica.

	Identificador	$m$	$n$
$m$ constante	A	20	10
	B	20	20
	C	20	30
	D	20	40
	E *	20	20
	F *	20	40
$n$ constante	G	20	20
	H	30	20
	I	40	20

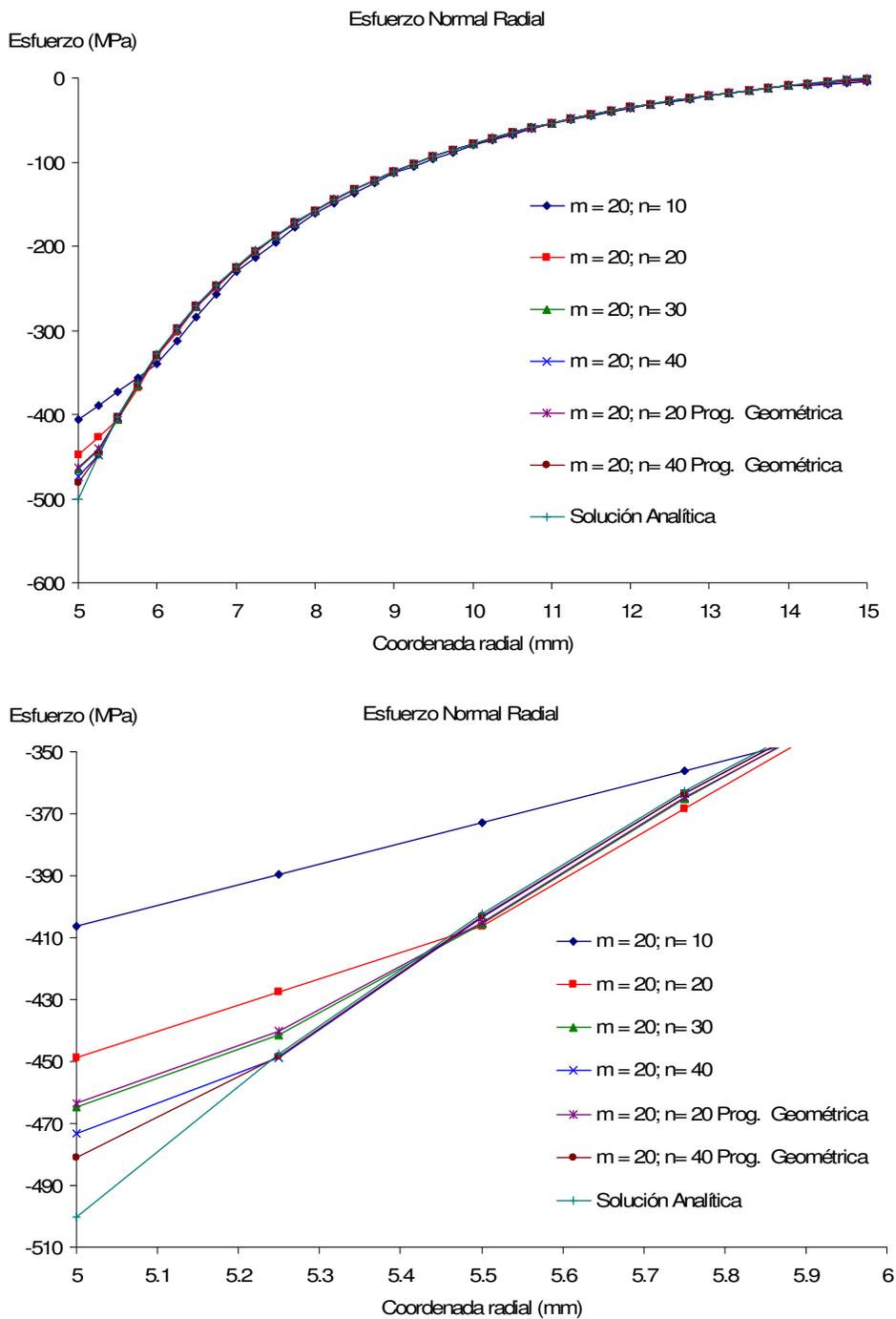


**Figura 3.5.** Distribución del esfuerzo radial en la sección axisimétrica de dos modelos de diferente longitud axial. Se observa que los valores de esfuerzo son idénticos en ambos modelos. Asimismo, estas gráficas de contornos indican que el esfuerzo radial es constante con respecto a la variable axial  $z$ . Lo mismo sucede con las distribuciones de esfuerzos axial y tangencial, que no se muestran en esta figura.

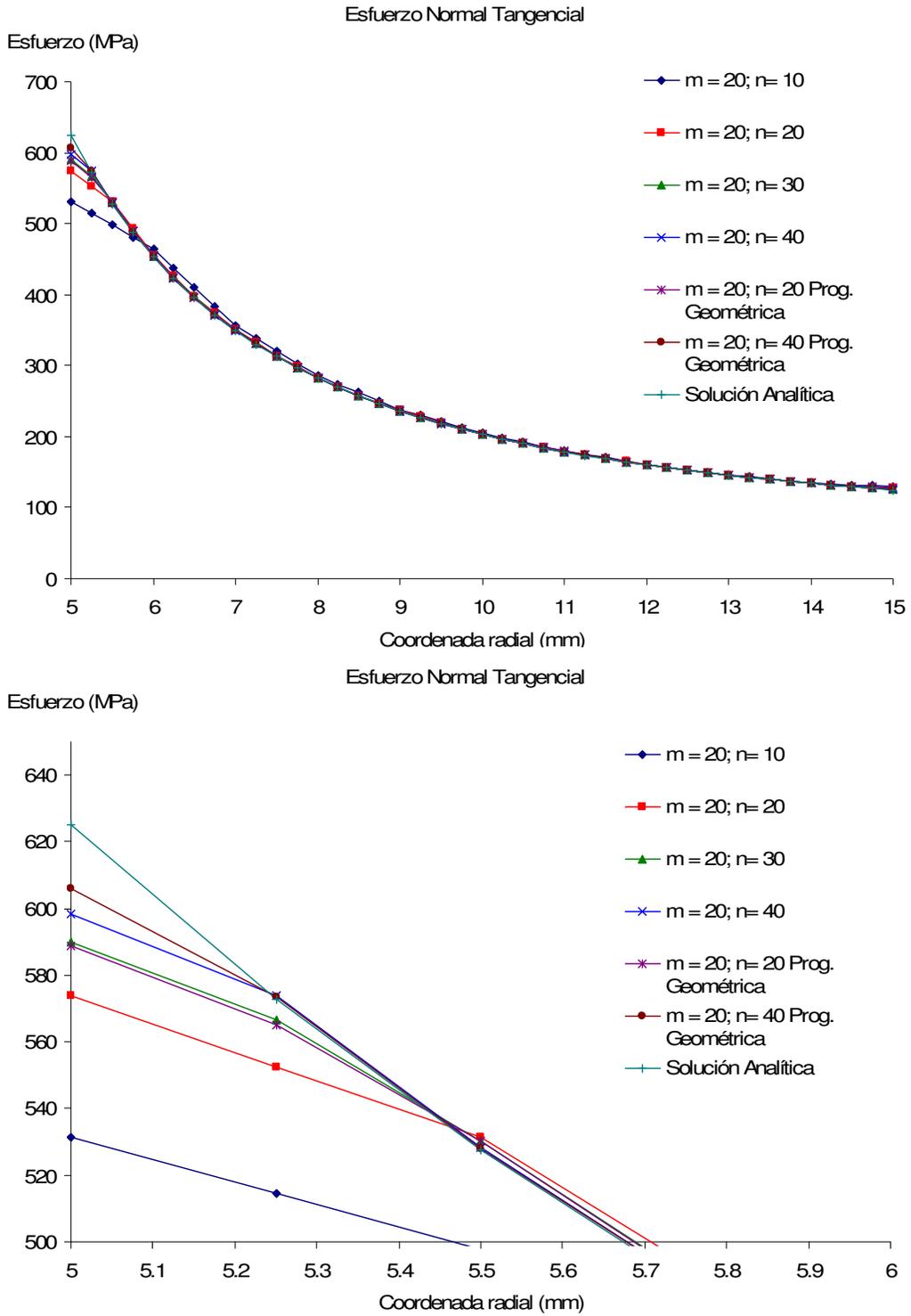
La comparación de las soluciones de esfuerzos de MEF y analítica se lleva a cabo en tres etapas: en la primera, variando la dimensión axial del modelo para los valores constantes  $n = 20$  y  $m = 20$ ; en la segunda etapa, se observa la variación de los resultados obtenidos para diferentes valores de  $n$ , manteniendo constante  $m$  y la dimensión axial del modelo; en la tercera etapa, se varía  $m$  para valores constantes de  $n$  y de la dimensión axial.

En la Figura 3.5 se muestra la distribución del esfuerzo radial en dos modelos con diferente longitud axial, pero con mallas análogas. Así, los resultados de la primera etapa de la comparación indican que la distribución de esfuerzos obtenida por MEF es independiente de la dimensión axial del modelo. Asimismo, se observa que, en coincidencia con la solución analítica provista por las Ecs. (3.8), la distribución de esfuerzo es independiente de la variable  $z$ .

Las gráficas de la Figura 3.6 muestran las distribuciones de esfuerzos normales en función de la coordenada radial obtenidas en la segunda etapa de verificación, en donde la solución analítica provista por las Ecs. (3.8) se compara con las soluciones obtenidas de mallas con diferentes valores de  $n$ . En estas gráficas se observa que la solución de MEF presenta diferencias en los valores de los componentes de esfuerzo con respecto a la solución analítica, particularmente en la cercanía de la



**Figura 3.6.** Distribuciones de esfuerzos normales obtenidos por MEF, usando 6 mallas de diferente densidad (descritas en la Tabla 3.2), en comparación con la solución analítica. En esta página se muestra la distribución del esfuerzo radial calculado en el plano de simetría transversal, en función de la coordenada radial. En la página siguiente se muestra el esfuerzo normal tangencial. Para estos dos componentes, la gráfica superior muestra la distribución del esfuerzo en todo el espesor de la pared de la celda, y la gráfica inferior presenta únicamente la región próxima a la pared interior. El esfuerzo normal axial no se incluye en estas figuras ya que tanto la solución analítica como MEF predicen un valor constante sobre el espesor de la pared. La pared de la cámara de alta presión corresponde a  $r = 5$  mm, y la pared exterior a  $r = 15$  mm.



(Figura 3.6. Continuación)

superficie de la cámara de alta presión. En la Tabla 3.3 se presenta el porcentaje de la diferencia entre las soluciones de MEF (mallas A a F) con respecto a la solución analítica, para los cálculos de esfuerzo en sus componentes  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{\theta\theta}$ . En lo que respecta al esfuerzo axial  $\sigma_{zz}$ , la solución de MEF coincide para todas las mallas con el valor constante predicho por la solución analítica (ver Ec. (3.8)).

**Tabla 3.3.** Diferencia entre los valores de esfuerzo obtenidos por las diferentes mallas de MEF y la solución analítica. Los valores de error se estiman considerando los esfuerzos sobre la pared interior del cilindro de alta presión ( $r = 5$  mm).

Malla	$m$	$n$	Error en $\sigma_{rr}$ (%)	Error en $\sigma_{\theta\theta}$ (%)
A	20	10	-18.8	-15.0
B	20	20	-10.2	-8.2
C	20	30	-7.0	-5.6
D	20	40	-5.4	-4.3
E	20	20	-7.3	-5.8
F	20	40	-3.8	-3.0

El porcentaje de diferencia varía sensiblemente con el parámetro  $n$ . Evidentemente, la mejor aproximación de la solución de MEF con respecto a la solución analítica se obtiene incrementando la densidad de elementos en la dirección radial. Es interesante observar que la Malla E, cuyos elementos tienen una longitud en la dirección radial obtenida de una progresión geométrica, arroja porcentajes de diferencia similares a los de la Malla C, cuya densidad de elementos es mayor. Igualmente, la Malla F produce porcentajes de error menores a los de la Malla D, a pesar de que ambos modelos tienen el mismo número de elementos. Así, se prevé que una malla definida en progresión geométrica es más eficiente en términos de métodos numéricos que una malla regular, ya que reduce las diferencias con respecto a la solución analítica con menor número de elementos.

Finalmente, en la tercera etapa de verificación de la malla se utilizan las mallas G, H e I que se componen de 20 elementos en la dirección radial y 20, 30 y 40 elementos en la dirección axial. Las soluciones de MEF arrojan valores idénticos de esfuerzos entre las diferentes mallas, lo que indica que en el caso del cilindro de paredes gruesas sin tapas en los extremos el parámetro  $m$  no es relevante.

Es importante observar que a partir de las diferentes mallas utilizadas la solución de MEF subestima los valores máximos de esfuerzos con respecto a la solución analítica. Al calcular el esfuerzo equivalente de von Mises con los valores de MEF, se encuentra también un valor inferior al obtenido a través de la solución analítica. De esta manera, la solución numérica a este problema específico

sobreestima la capacidad máxima de trabajo de la celda de alta presión con respecto a los cálculos obtenidos analíticamente.

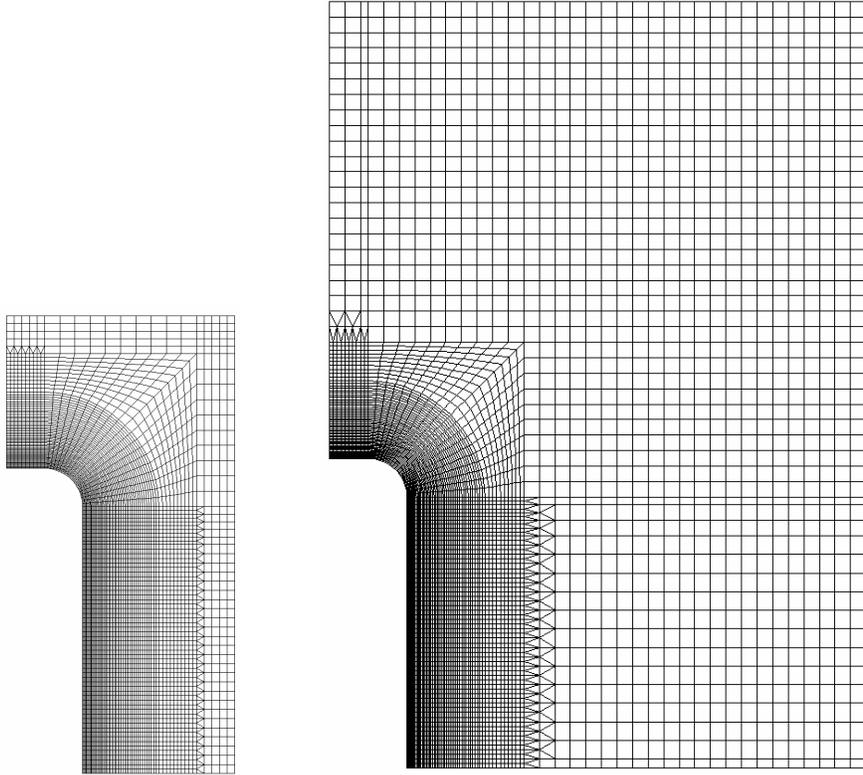
Otra observación con respecto a la solución de MEF tiene que ver con las condiciones de frontera. Según Pepper y Heinrich, 1992, la formulación del método numérico en su planteamiento débil,<sup>1</sup> garantiza el cumplimiento de las condiciones de frontera de Dirichlet (es decir, las condiciones asociadas con la derivada cero de la función solución, ver Ec. (3.3)), pero no asegura el cumplimiento de las condiciones de frontera de Neumann (es decir, aquellas relacionadas con la primera derivada de la función, ver Ec. (3.4)). Esto, llevado al caso de un problema de esfuerzo-deformación, implica que las condiciones de frontera sobre la primera derivada de la función de desplazamiento no están garantizadas por la solución, y por tanto el error en la solución de deformación unitaria, y de esfuerzo, es importante. Esto explica que la diferencia entre la solución numérica y la analítica se acentúe en la pared interior de la celda, superficie que recibe las condiciones de frontera asociadas al esfuerzo (a saber, la presión interior).

Asimismo, es importante notar que dicho error se concentra en la cercanía de la región en donde se aplican las condiciones de frontera, y no se propaga sobre el resto del dominio. Esta característica permite confinar el error a las primeras franjas de elementos cercanas a la condición de frontera. Esto se traduce en una ventaja adicional de la malla en progresión geométrica, ya que los elementos pequeños en la cercanía de la superficie interior confinan el error a una franja de dimensiones pequeñas con respecto al espesor de la pared.

En resumen, se encuentra que la malla más adecuada para este problema se conforma por elementos cuya dimensión radial varía según una progresión geométrica, colocando el elemento más pequeño en la cercanía de la región donde se aplican las condiciones de frontera. Es importante señalar en un modelo como el propuesto en la Figura 3.3, en el que se prevé que el esfuerzo axial no es constante por el efecto de las tapas del cilindro, el parámetro  $m$  (en la Región B) puede tener cierta influencia en los resultados. Sin embargo, la alta dependencia de la solución con respecto al parámetro  $n$  conduce a definir la malla con base en la dimensión radial de los elementos y utilizar un valor del parámetro  $m$  tal que los elementos sean lo más cercano a cuadrados. En general, se recomienda que la proporción de largo entre ancho de los elementos (coeficiente de aspecto) no exceda un valor de 11 (Schaeffer, 1979).

---

<sup>1</sup> Este término se refiere al planteamiento algebraico en que se basa el método numérico, denominado en inglés *weak statement*.



**Figura 3.7.** Mallas propuestas para los modelos  $\omega_3$  (izquierda) y  $\omega_7$  (derecha).

La Figura 3.7 muestra las configuraciones finales de las mallas para los modelos  $\omega_3$  y  $\omega_7$ . Nótese que las zonas de alta densidad de elementos están conectadas a las regiones exteriores de baja densidad por medio de filas de elementos triangulares. Estos elementos triangulares inducen errores locales, por lo que se ha tenido cuidado de colocarlos en regiones donde los gradientes de esfuerzo son bajos.

### 3.3 Resultados

Con base en los resultados de la validación de malla, se proponen los modelos de MEF mostrados en la Figura 3.7. El modelo  $\omega_3$  tiene un radio exterior  $b = 3a$ ; y el modelo  $\omega_7$  de  $b = 7a$ . Las características de los elementos, las propiedades mecánicas del material, y las condiciones de frontera son las mismas que en los análisis descritos en los párrafos anteriores.

Los resultados de la distribución de esfuerzos obtenidos por MEF se muestran en la Figura 3.8. Se incluyen las curvas de los componentes de esfuerzo  $\sigma_{rr}$  (normal radial),  $\sigma_{\theta\theta}$  (normal tangencial) y

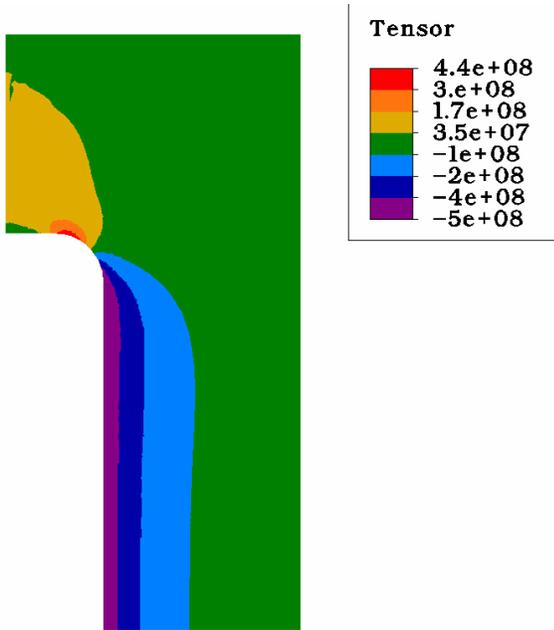
$\sigma_{zz}$  (normal axial), y  $\sigma_{rz}$  (cortante en la sección axisimétrica). Como se mencionó en el principio de este Capítulo, en el caso axisimétrico los esfuerzos cortantes  $\sigma_{r\theta}$  y  $\sigma_{\theta z}$  son iguales a cero. En esta misma Figura, se muestra el esfuerzo de von Mises. En estas gráficas se observan algunos errores locales, visualizados como islas o irregularidades en los contornos de colores, producto de la utilización de elementos triangulares en pequeños sectores de la malla. Dado que se ha tenido el cuidado de no colocar tales elementos en zonas críticas, estos errores pueden ignorarse.

En la región de la pared cilíndrica alejada de la tapa, las distribuciones de la solución de MEF para los componentes de esfuerzo  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{\theta\theta}$  son similares a la solución analítica basada en las hipótesis de deformaciones planas. En dicha región,  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{\theta\theta}$  dependen esencialmente de la coordenada radial. En cambio, la distribución  $\sigma_{zz}$  de la solución de MEF muestra importantes desviaciones con respecto a la solución analítica: en la última, el esfuerzo normal axial es constante sobre la sección transversal, mientras que en la solución de MEF presenta una variación aproximadamente lineal con respecto a la coordenada radial. La distribución de  $\sigma_{zz}$  se observa mejor en las gráficas de la Figura 3.9, donde se muestran los esfuerzos en la sección transversal media de la celda. La diferencia entre la solución de MEF y la solución analítica se debe al efecto de las tapas del cilindro.

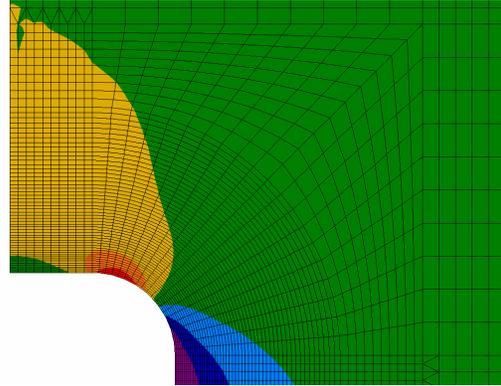
La aportación más importante de este análisis axisimétrico de MEF es la obtención del estado de esfuerzos en la zona del redondeo en la cámara interior de la celda. En esta región se observa una alta concentración de los esfuerzos  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{zz}$ , así como la aparición de un fuerte gradiente del esfuerzo cortante  $\sigma_{rz}$ , el cual es igual a cero en el resto de la superficie. Esta concentración de esfuerzos en la cercanía del redondeo se puede interpretar como la respuesta del material en esa zona a la “expansión” de la celda como consecuencia de la presión interna: el material de la tapa tiende a comprimirse y a desplazarse hacia arriba, mientras que el de la pared vertical se comprime y se desplaza hacia el exterior de la celda. De tal forma que la pequeña región que conecta la pared vertical y la tapa, alrededor del arco del redondeo, experimenta importantes esfuerzos de tensión para mantener el equilibrio del cuerpo. La combinación de estos esfuerzos puede estudiarse a través del esfuerzo de von Mises, que efectivamente presenta un incremento en la cercanía de la superficie interior, en la zona del redondeo. A partir de estos resultados, la región del redondeo se identifica como concentradora de esfuerzos, y por lo tanto, la capacidad máxima que puede resistir la celda dentro del límite elástico del material depende directamente del esfuerzo máximo equivalente (según el criterio de von Mises) en esa región.

### Modelo axisimétrico $\omega_3$

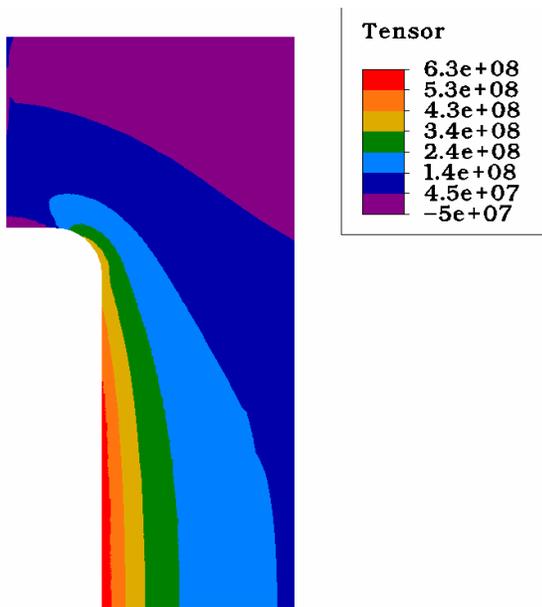
Esfuerzo normal radial  $\sigma_{rr}$ .



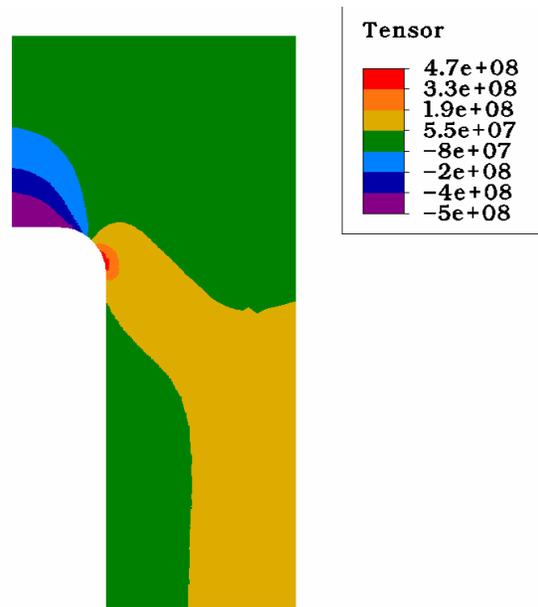
Esfuerzo normal radial  $\sigma_{rr}$ . Acercamiento sobre la región del redondeo.



Esfuerzo normal tangencial  $\sigma_{\theta\theta}$ .



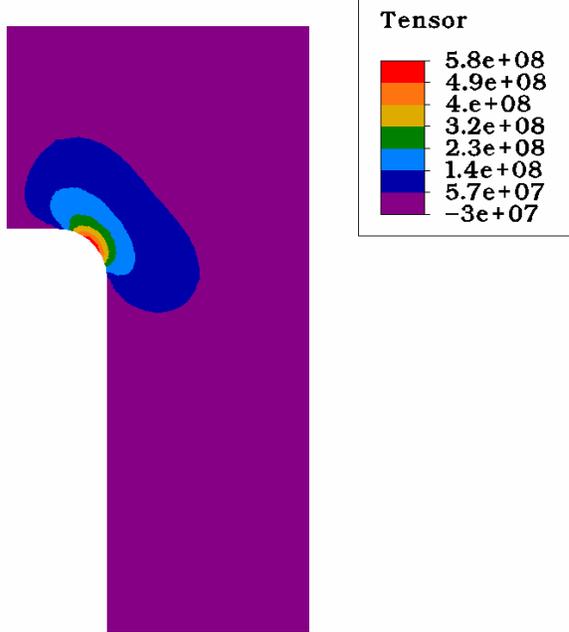
Esfuerzo normal axial  $\sigma_{zz}$ .



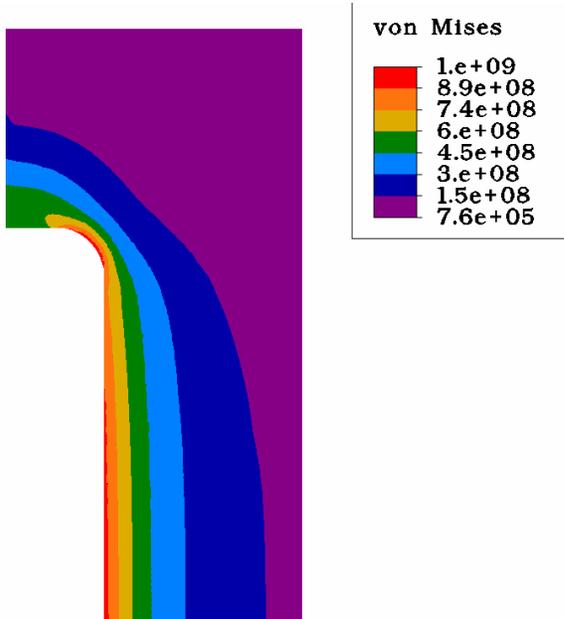
**Figura 3.8.** Resultados de las soluciones de esfuerzos obtenidas por MEF para los modelos de celdas axisimétricas  $\omega_3$  y  $\omega_7$ . Los valores en las leyendas están en pascuales.

**Modelo axisimétrico ω3**

Esfuerzo cortante  $\sigma_{rz}$ .

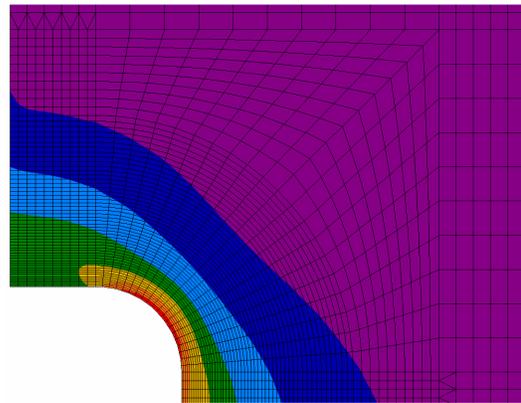


Esfuerzo equivalente de von Mises



Esfuerzo equivalente de von Mises.

Acercamiento sobre la región del redondeo.



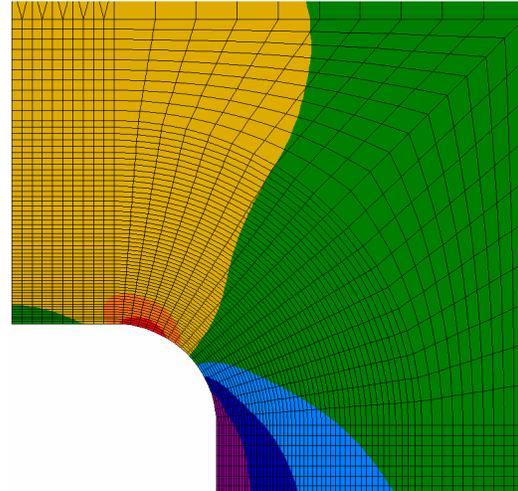
(Figura 3.8. Continuación.)

### Modelo axisimétrico ω7

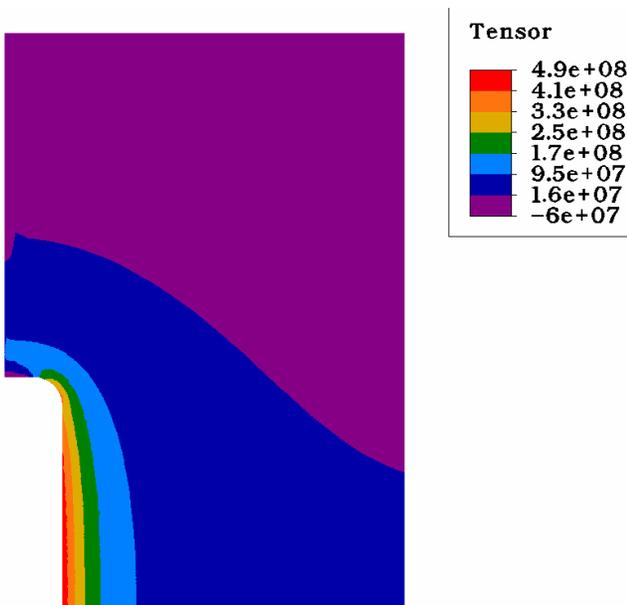
Esfuerzo normal radial  $\sigma_{rr}$ .



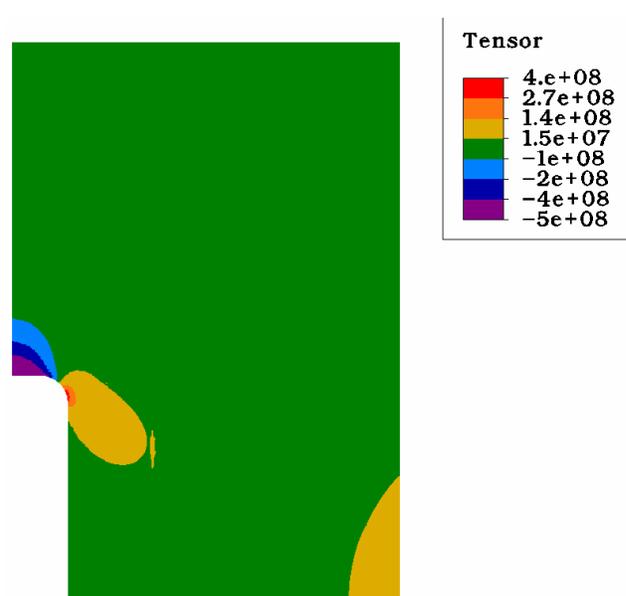
Esfuerzo normal radial  $\sigma_{rr}$ . Acercamiento sobre la región del redondeo.



Esfuerzo normal tangencial  $\sigma_{\theta\theta}$ .



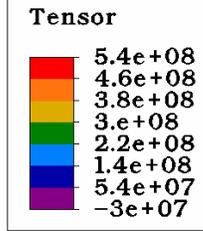
Esfuerzo normal axial  $\sigma_{zz}$ .



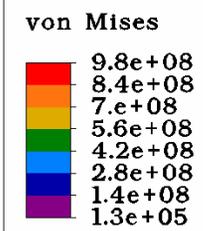
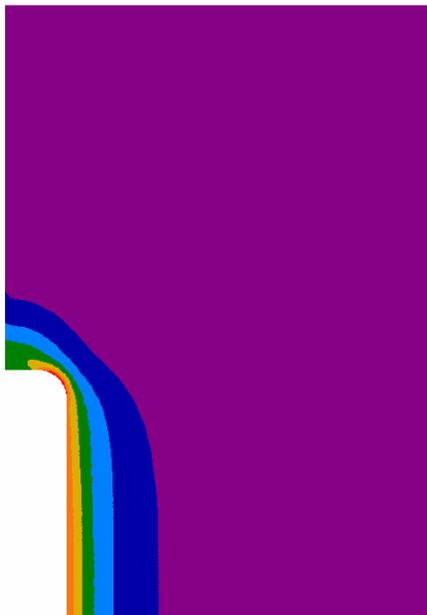
(Figura 3.8. Continuación)

**Modelo axisimétrico ω7**

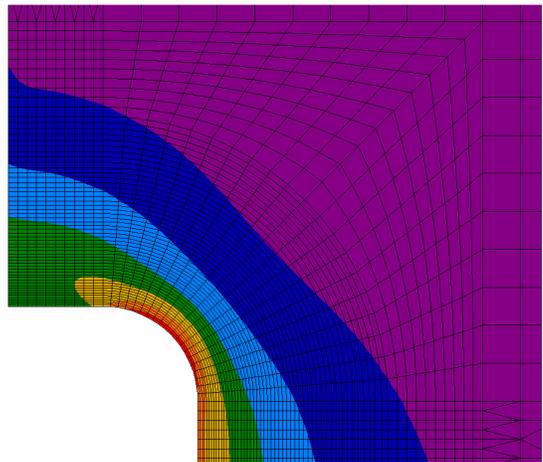
Esfuerzo cortante  $\sigma_{rz}$ .



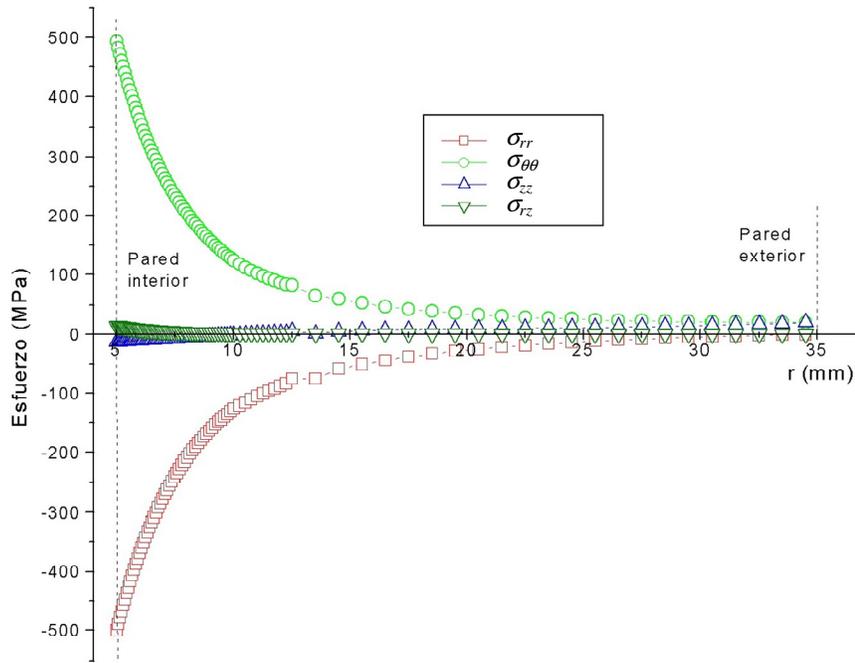
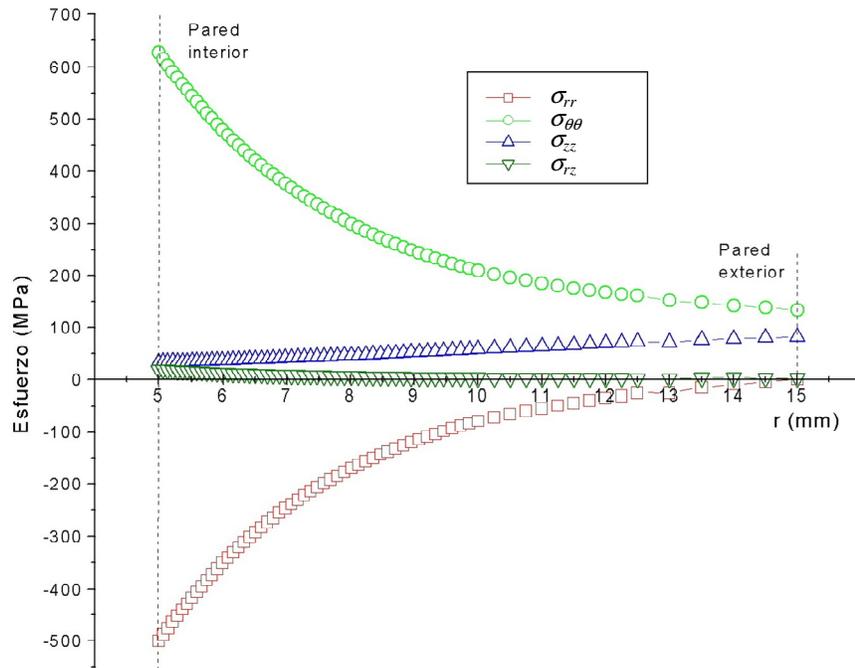
Esfuerzo equivalente de von Mises



Esfuerzo equivalente de von Mises.  
Acercamiento sobre la región del redondeo.



(Figura 3.8. Continuación)

Celda  $\omega 7$ Celda  $\omega 3$ 

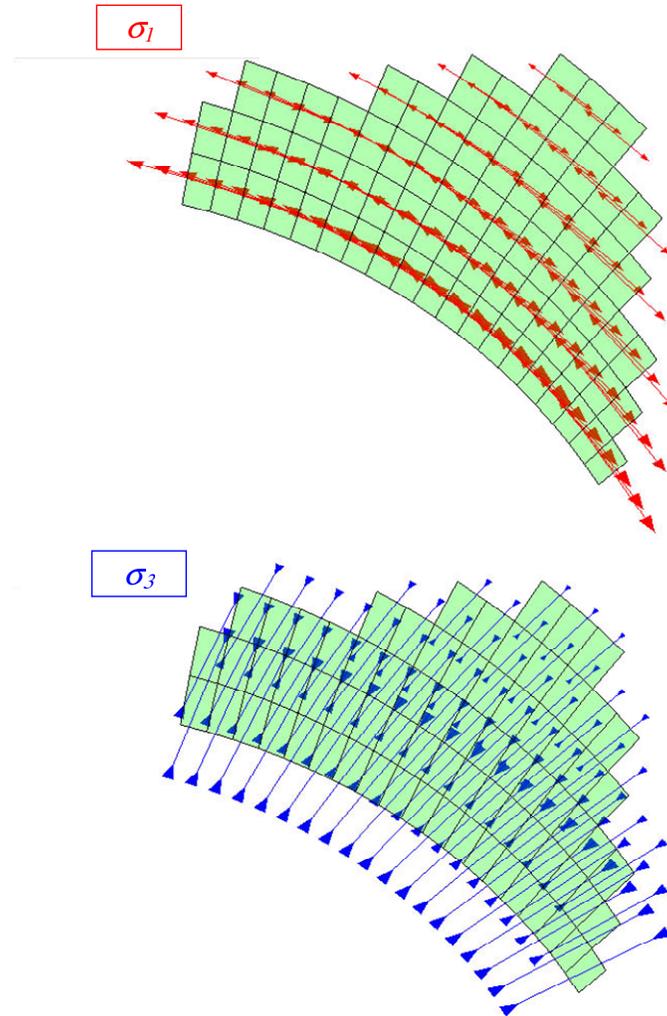
**Figura 3.9.** Valores de esforços de la solución de MEF, con respecto a la coordenada radial, evaluados en la sección transversal media de la celda. La gráfica superior corresponde al modelo de celda  $\omega 7$ , y la inferior a  $\omega 3$ .

Es igualmente interesante analizar el estado de esfuerzos en el redondeo, considerando los valores principales del tensor de esfuerzos, ya que en ellos se basan los criterios de cedencia para materiales frágiles. Para ello se consideran los nodos situados sobre un rayo bisector del redondeo, es decir, a lo largo de una línea perpendicular a la superficie interior y que parte del punto medio del arco del redondeo (dicho rayo forma un ángulo de  $45^\circ$  con el eje de coordenadas radial). La solución de MEF indica que en esos nodos las direcciones principales del tensor de esfuerzos en el plano  $zr$  forman ángulos cercanos a  $\pm 45^\circ$  ( $42.67^\circ$  y  $-47.33^\circ$ ) con respecto al eje radial. La Figura 3.10 muestra la orientación del esfuerzo principal máximo  $\sigma_1$  (en este caso, de tensión) y del principal mínimo  $\sigma_3$  (de compresión) en la región del redondeo. El esfuerzo principal  $\sigma_2$  coincide con el componente en coordenadas cilíndricas  $\sigma_{\theta\theta}$ . Las gráficas en la Figura 3.11 muestran la variación de estos esfuerzos principales con respecto a la coordenada  $s$ , definida sobre el radio bisector del redondeo.

Finalmente, los resultados de MEF permiten hacer una comparación entre el comportamiento de las celdas  $\omega 3$  y  $\omega 7$ . En la Figura 3.12 se comparan los esfuerzos de von Mises para ambos casos. En dicha figura se grafican los componentes de esfuerzos  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$ ,  $\sigma_{zz}$  y  $\sigma_{rz}$ , con respecto a la coordenada radial, evaluados en el plano de simetría transversal así como a lo largo del rayo bisector  $s$  del redondeo. En la sección transversal, la celda  $\omega 7$  presenta una disminución de 12% en el esfuerzo de von Mises con respecto a la celda  $\omega 3$ . En el rayo del redondeo, zona crítica de la celda, esta disminución es cercana al 5.5%. Estos resultados confirman las conclusiones enunciadas anteriormente con base en el estudio analítico de esfuerzos basado en las hipótesis de deformaciones planas, que exponen la dificultad que surge para incrementar la resistencia mecánica de un cilindro de paredes gruesas. Las soluciones aquí mostradas, tanto analíticas como numéricas, indican que el límite en la capacidad de carga de una celda cilíndrica de paredes gruesas, dentro del comportamiento elástico del material, se acerca a un límite asintótico para valores moderados de  $\omega$ . Así, una celda en donde  $\omega = 7$  mejora la capacidad de carga en apenas un 5.5% con respecto a una celda donde  $\omega = 3$ , y en cambio el volumen total del cuerpo de la primera es casi diez veces el volumen de la segunda. Sin embargo, es importante notar que la celda  $\omega 7$  presenta grandes regiones en donde los esfuerzos son muy bajos en comparación con las zonas críticas. Estas regiones relativamente “libres” de esfuerzos se prestan para practicar en ellas maquinados tales como perforaciones, roscas, careados, etc. necesarios para la sujeción de tubería, instrumentos de medición, elementos ópticos entre otros.

### 3.3.1 ANÁLISIS DE MEF EN UN MODELO TRIDIMENSIONAL

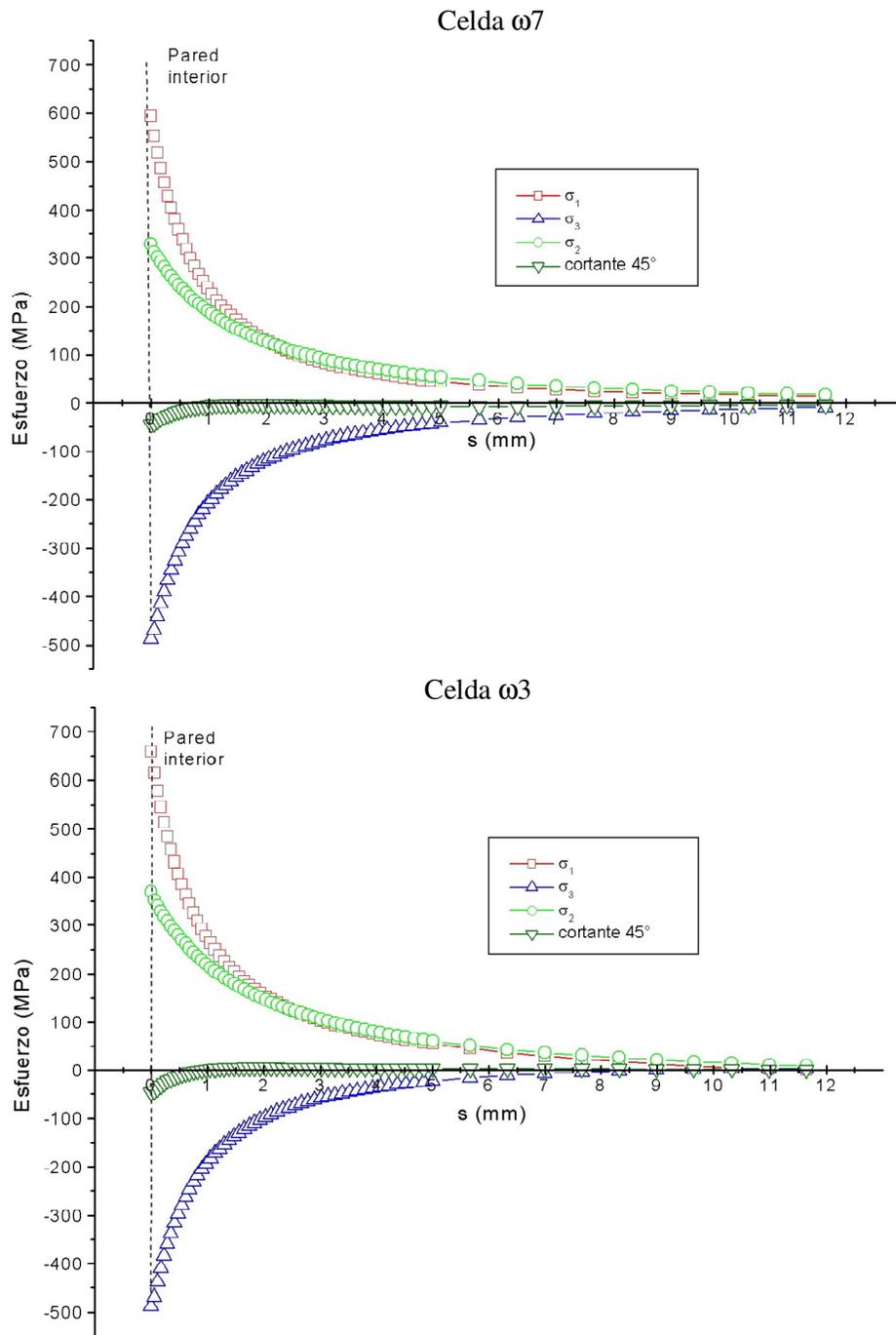
Una de las principales ventajas de MEF es su capacidad para resolver problemas de geometrías complejas. En este caso, el método numérico permite calcular las distribuciones de esfuerzos en el



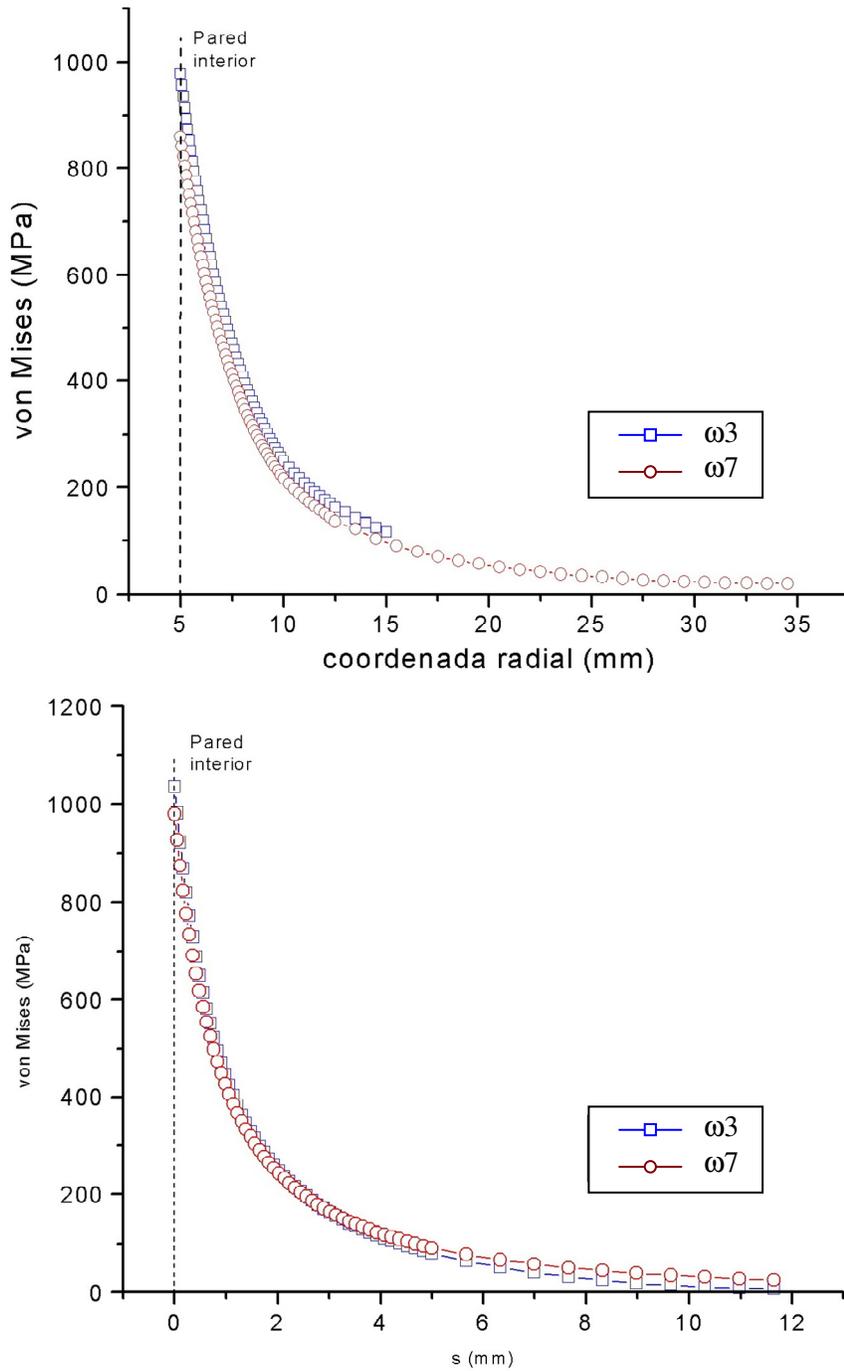
**Figura 3.10.** Orientación de los esfuerzos principales máximo ( $\sigma_1$ ) y mínimo ( $\sigma_3$ ) en la superficie interior de la celda, en la cercanía de la región del redondeo. Los símbolos indican que el esfuerzo  $\sigma_1$  es de tensión y  $\sigma_3$  es de compresión. La magnitud de las flechas es proporcional a la magnitud del componente de esfuerzo.

volumen propuesto para el cuerpo de la celda incluyendo características adicionales como barrenos transversales, variaciones en el diámetro de la cámara interna, redondeos, chaflanes, etc.

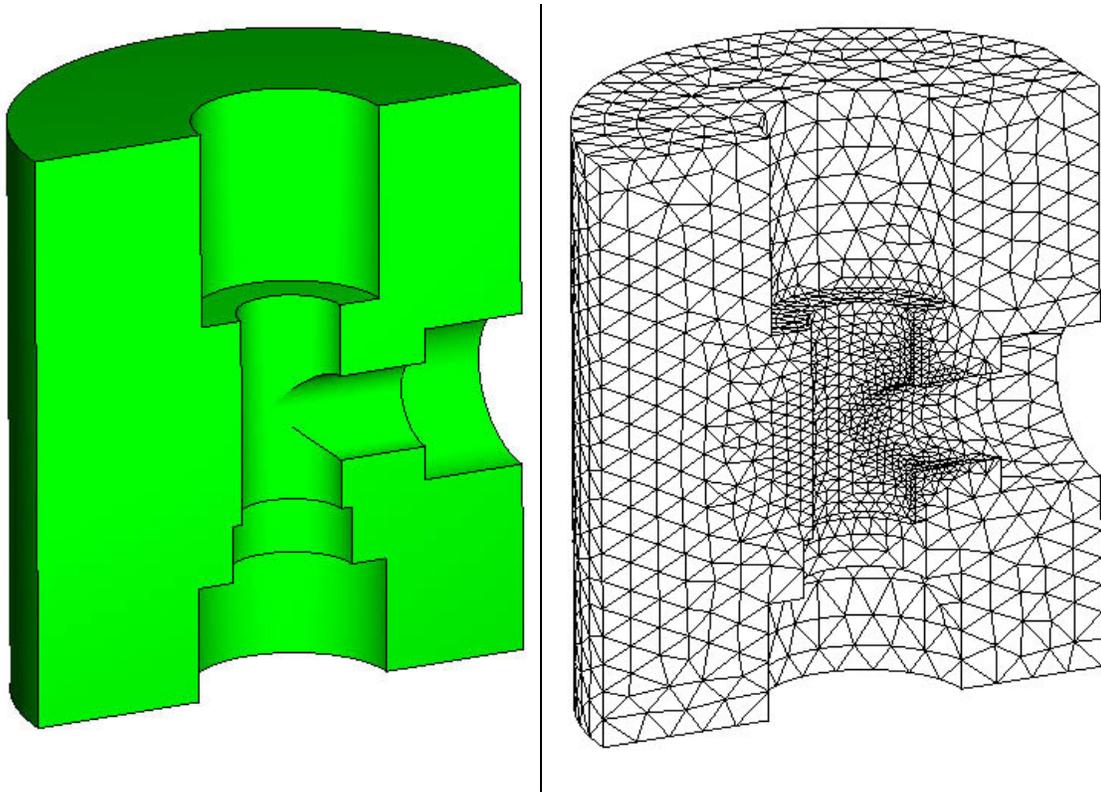
En esta última parte del presente Capítulo, se presenta la solución de esfuerzos por MEF de la geometría propuesta para el cuerpo de la celda de alta presión. El modelo consiste en un bloque de 190 mm de diámetro por 250 mm de alto. El cuerpo está totalmente atravesado en la dirección axial por un barreno que conforma la cámara interior de 37 mm de diámetro, de manera que el parámetro de geometría  $\omega$  es de aproximadamente 5. El diámetro del barreno aumenta hacia los extremos del cuerpo



**Figura 3.11.** Valores de esfuerzos en los nodos de un rayo bisector de la región del redondeo, calculados por MEF. La gráfica superior corresponde al modelo de celda ω3, y la inferior a ω7.



**Figura 3.12.** Comparación del esfuerzo de von Mises en las celdas  $\omega_3$  y  $\omega_7$ . La gráfica superior, correspondiente a los nodos situados en la sección transversal media, tiene como abscisa la coordenada radial del cilindro. En la gráfica inferior, los valores del esfuerzo son los de los nodos situados en el rayo bisector de la zona del redondeo. La abscisa  $s$  es la distancia sobre ese rayo, medida desde la pared interior de la celda.



**Figura 3.13.** Del lado izquierdo se muestra el modelo tridimensional de MEF para el análisis de esfuerzo-deformación de la celda de alta presión. La malla (figura del lado derecho) se constituye por elementos tetraédricos de segundo orden. Nótese que el modelo se reduce a la mitad en virtud de la simetría del cuerpo con respecto al plano longitudinal formado por el eje axial y el eje del barreno transversal. La malla se refina en la vecindad de las superficies en donde se aplica la presión de 500 MPa (región señalada por segmentos rojos); la mayor densidad de elementos se aplica en los bordes de intersección entre los barrenos axial y transversal, ya que en esas aristas se esperan los máximos esfuerzos.

para alojar los tapones de la celda. El cuerpo contiene un barreno transversal de 37 mm de diámetro que funciona como canal óptico, y que presenta igualmente un ensanchamiento hacia el exterior de la celda. Adicionalmente, el cuerpo tiene una superficie plana en la desembocadura del barreno transversal, cuya finalidad es facilitar el maquinado del canal óptico y el ensamble del tapón que sostiene la ventana.

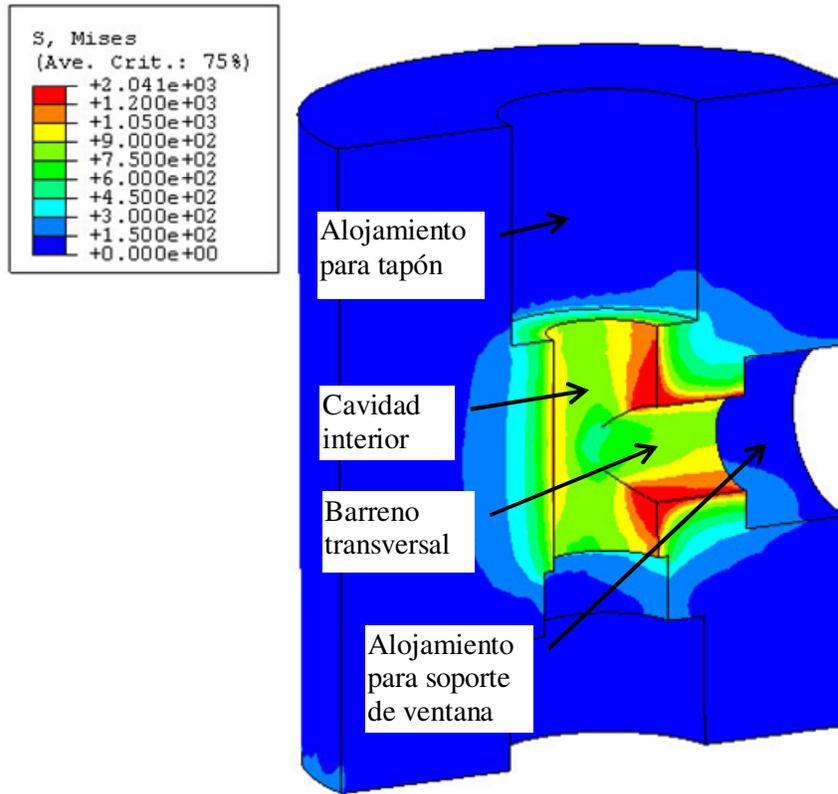
La Figura 3.13 muestra el modelo de MEF para este estudio de esfuerzo-deformación basado en un modelo tridimensional. La malla incluye algunas características geométricas del cuerpo de la celda, como el barreno transversal, la cavidad de la cámara de alta presión, los alojamientos para las tapas superior e inferior de la cámara interior y para el soporte de la ventana, y el aplanado practicado en la superficie exterior. Sin embargo, algunas características se suprimen para reducir la complejidad del modelo. Es el caso de las cuerdas helicoidales que sujetan a los tapones, los redondeos y chaflanes

en los cambios de diámetro de los barrenos, y las pequeñas perforaciones de seguridad para alivio de presión en caso de fugas.

El modelo de MEF se construye con un algoritmo generador de mallas que utiliza elementos tetraédricos. Este tipo de algoritmos generadores tiene como principal cualidad la capacidad de mallar geometrías complejas con topologías indefinidas. Esta capacidad es muy ventajosa en el mallado de geometrías tridimensionales en comparación con otras técnicas basadas en elementos tipo hexaedro, que se limitan a volúmenes prismáticos (también denominados sólidos de extrusión en la jerga del software de MEF y de dibujo asistido por computadora) o a volúmenes de revolución. De esta forma, el mallado de un volumen complejo utilizando hexaedros requiere de una subdivisión del cuerpo en volúmenes simples que se puedan mallar por métodos de extrusión o de revolución a partir del mallado bidimensional de una sección generatriz.

La desventaja de utilizar elementos tetraédricos es que su formulación debe ser cuadrática para que la precisión en la solución de desplazamientos y esfuerzos sea aceptable. Esto se debe a que la formulación de los tetraedros lineales produce soluciones en donde la variable de deformación unitaria es constante en todo el elemento. En cambio, los tetraedros cuadráticos arrojan soluciones en las que la deformación unitaria varía linealmente en el volumen del elemento, produciendo una excelente precisión para cálculos de esfuerzo-deformación (Cook *et al.*, 1989). Un tetraedro cuadrático se define por 10 nodos, en vez de los cuatro nodos de un tetraedro de interpolación lineal, de manera que el número de nodos en un modelo de MEF se incrementa considerablemente al utilizar elementos tetraédricos de segundo orden. Esta condición genera dificultades en la capacidad de procesamiento y almacenamiento en memoria de los recursos computacionales.

La magnitud de un modelo formado por tetraedros crece rápidamente al incrementar la densidad de malla del modelo. Además, si se utiliza un algoritmo generador de malla automático –en la actualidad, el modelado de MEF tiende a ser completamente automatizado–, las posibilidades de manipular localmente la densidad de malla son pocas, de manera que la utilización de una longitud característica pequeña con respecto a las dimensiones globales del modelo obliga a generar un número desmedido de elementos. Por ejemplo, los modelos axisimétricos mostrados en la Figura 3.7 se componen de alrededor de 5 000 nodos y 10 000 grados de libertad, mientras que el modelo de malla tetraédrica mostrado en la Figura 3.13 tiene alrededor de 36 000 nodos y más de 100 000 grados de libertad, considerando que se aprovecha la simetría del cuerpo para reducir el modelo a la mitad. Los requerimientos de cómputo para resolver los modelos se resumen en la Tabla 3.4.



**Figura 3.14.** Resultados de MEF obtenidos en el modelo tridimensional. Los contornos indican el esfuerzo equivalente de von Mises, expresado en MPa. Estos resultados corresponden a un caso de carga de 500 MPa de presión aplicada uniformemente en la cavidad interior así como en el barreno transversal. Los alojamientos de los tapones y del soporte de la ventana no están sometidos a presión.

**Tabla 3.4.** Requerimientos de cómputo para la solución de MEF de un modelo axisimétrico (2D) y un modelo de malla tetraédrica (3D).

Modelo	Grados de libertad	Operaciones de punto flotante	Memoria requerida (MB)	Espacio en disco requerido (MB)	Tiempo real de proceso (s)
Axisimétrico (2D)	10 000	5.1 E + 07	16.4	6.2	3
Tetraédrico (3D)	107 000	3.5 E + 10	96.6	322.2	136

El material del cuerpo de la celda se define con los mismos parámetros que en los modelos bidimensionales descritos anteriormente. Como condición de frontera se restringe el desplazamiento en la dirección axial de los nodos situados en la base del cuerpo, y se agrega una restricción de desplazamiento y rotación en los nodos situados en el plano de corte longitudinal para representar la

condición de simetría. La carga aplicada es una presión uniforme de 500 MPa aplicada en la cámara interior.

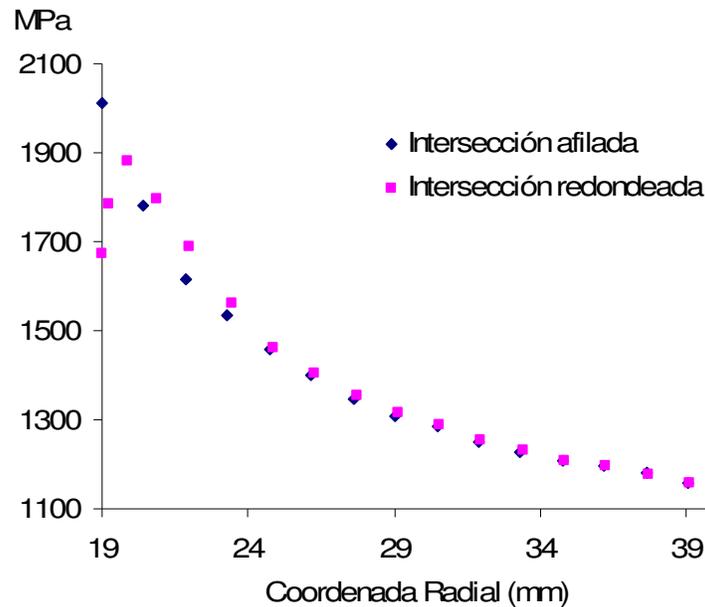
Los resultados de MEF se muestran en la Figura 3.14. De acuerdo con los resultados de los estudios anteriores, el barrenado axial de la cámara interior induce un gradiente de esfuerzos de manera que el esfuerzo máximo se localiza en la pared de la cámara de alta presión. El esfuerzo equivalente de von Mises en esa superficie tiene un valor entre 900 y 1000 MPa, es decir, casi dos veces el valor de  $p_i$  aproximadamente. Este valor coincide con el estimado por la solución analítica para una celda en la que  $\omega = 5$ . Por otra parte, el barrenado transversal induce una concentración de esfuerzos en su intersección con la cámara interior, especialmente en los extremos superior e inferior de la intersección. El valor máximo de esfuerzo de von Mises en esa región crítica alcanza valores que rebasan 2000 MPa, es decir, aproximadamente cuatro veces  $p_i$ . La solución analítica prevé, de acuerdo con la Ecuación 2.56, un valor de 2125 MPa, es decir 4.2 veces  $p_i$ .

La solución numérica de MEF permite calcular el efecto de un redondeo de 3 mm de diámetro, que se agrega en la arista formada por la intersección entre los barrenos axial y transversal, con la finalidad de atenuar la concentración de esfuerzos en esa región. Los resultados de esta modificación se muestran en la Figura 3.15. En comparación con el máximo de esfuerzo en la intersección de los barrenos, el modelo con redondeado presenta un esfuerzo de von Mises máximo de 1880 MPa, es decir, una reducción de 6.5%. Aunque en términos relativos la disminución no parece relevante, la condición de trabajo del material mejora ya que la distribución de esfuerzos se suaviza al agregar el redondeado.

## 3.4 Conclusión

En este Capítulo se utiliza el MEF en la obtención de soluciones de esfuerzo-deformación para analizar los efectos de algunas características geométricas que los métodos analíticos no pueden considerar, debido principalmente a las limitaciones de estos últimos en la definición de los dominios de solución.

Al utilizar el MEF es indispensable estimar el nivel de error en la solución provista por el método numérico. Para ello, es conveniente partir de un modelo simple para el que existe una solución analítica que se toma como referencia, de manera que las desviaciones entre las soluciones numérica y analítica se consideran como error para la primera. Evidentemente, semejante definición de error parte de la hipótesis que la solución analítica representa de manera satisfactoria el problema físico. Así, en este trabajo se toma como base que las ecuaciones de esfuerzos para cilindros de paredes gruesas (conocidas como Ecuaciones de Lamé) representan adecuadamente la distribución de esfuerzos y



**Figura 3.15.** Variación del esfuerzo equivalente de von Mises sobre la generatriz del barreno transversal. La abscisa es la coordenada radial, en mm, a partir de la pared de la cámara interior. Se observa que el esfuerzo máximo de 2010 MPa obtenido en un modelo de MEF en el que la intersección entre la cámara interior y el barreno transversal es un borde afilado, se reduce a 1880 MPa.

deformaciones en el cuerpo de la celda de alta presión, y partir de esa base se buscan configuraciones de mallas axisimétricas (modelo bidimensional) y tetraédricas (tridimensional) que producen un error relativo a la solución analítica menor a 5%. De esta manera, la solución de MEF permite verificar que la influencia del parámetro de geometría  $\omega$  (definido como el cociente del radio exterior del cuerpo entre el radio de la cámara interior) en el valor del esfuerzo máximo en la pared interior de la celda es importante cuando  $\omega$  tiene un valor de alrededor de 3 o menor, mientras que cuando del valor de  $\omega$  es igual o mayor que 7 el esfuerzo crítico en la celda no puede reducirse más. Con estos resultados, se concluye que las geometrías más convenientes de la celda son aquellas en las que  $3 < \omega < 7$ .

A través de las soluciones de MEF es posible evaluar el efecto de un redondeo tanto en las superficies interiores que conforman la cámara de alta presión, como en la intersección que se forma entre la pared de la cámara interior y el barreno transversal del canal óptico. De esta manera, se encuentran los factores de concentración de esfuerzos en las principales regiones críticas, y se estudia el efecto benéfico de los redondeos para reducir los valores extremos de esfuerzo.

Igualmente, la solución numérica permite estudiar las distribuciones de esfuerzo en una geometría que presenta cierta similitud con el modelo analítico de “cilindro de paredes gruesas”, pero que incluye a su vez otras características que inducen desviaciones en la distribución de esfuerzos con

respecto a la solución analítica. Así, se obtiene que el esfuerzo normal axial varía sobre una sección transversal del cilindro debido al efecto de los extremos cerrados (tapas) del cilindro, produciendo deformaciones que no son planas en las secciones transversales.

Por otra parte, la aproximación de la simetría axial no es indispensable en la obtención de soluciones por medio de MEF. Utilizando modelos tridimensionales es posible resolver las distribuciones de esfuerzos en geometrías asimétricas. Sin embargo, la existencia de planos de simetría se debe aprovechar para reducir el tamaño del modelo numérico, puesto que el número de operaciones de punto flotante requeridas para resolver el modelo numérico se incrementa rápidamente al abordar problemas de tres dimensiones.

Finalmente, es importante destacar que en el proceso de solución de problemas de esfuerzo-deformación por medio de MEF es crucial partir de una solución anticipada que permita identificar las regiones susceptibles de concentrar esfuerzos. De esta forma, el modelo se construye de manera educada, permitiendo consolidar los recursos computacionales en las zonas de mayor gradiente de esfuerzos, con el fin de acotar el error a regiones de pequeñas dimensiones (en relación con las dimensiones globales del modelo). Sólo a partir de un modelo de MEF representativo del problema, el proceso iterativo de mejora del diseño puede proceder.

# Capítulo 4

## Diseño de ventanas ópticas para celdas de alta presión

### 4.1 Introducción: Definición de ventana óptica

Una celda óptica de alta presión es un contenedor diseñado para facilitar el estudio espectroscópico de muestras sometidas a condiciones controladas de alta presión. De esta definición se desprenden los principales elementos que conforman a la celda:

- Recipiente de alta presión
- Ventana (o ventanas)
- Sistema de control de presión interior

Este Capítulo se concentra en la definición de la ventana, que es una apertura en la pared del contenedor concebida de tal forma que permita el paso eficiente de radiación electromagnética para el estudio espectroscópico. Para contener el fluido de alta presión en el interior de la celda, la ventana está compuesta de un elemento de material transparente,<sup>1</sup> insertado en la apertura, y soportada en forma que transmita hacia las paredes de la celda la fuerza que la presión del fluido interior ejerce sobre su superficie.

---

<sup>1</sup> La transparencia del material de la ventana se define con base en la longitud de onda de interés para un experimento dado. Por ejemplo, materiales como el cuarzo o el zafiro son transparentes para la luz visible e infrarroja (longitud de onda entre 0.2  $\mu\text{m}$  y 6.0  $\mu\text{m}$  para el zafiro, y entre 0.2  $\mu\text{m}$  y 4.0  $\mu\text{m}$  para el cristal de cuarzo); el berilio es transparente para las espectroscopias de rayos X.

Una celda óptica debe tener al menos una ventana, aunque en algunos casos la naturaleza del experimento exige la existencia de varias de ellas. Una excepción a esta regla aparece cuando el material del contenedor de presión es transparente para la frecuencia de la radiación electromagnética utilizada en el experimento, en cuyo caso el cuerpo de la celda constituye en sí una ventana sin necesidad de aperturas en las paredes. Otro caso de celda que no requiere ventanas es aquella que permite la transmisión de la radiación electromagnética a través de la pared de la celda por medio de terminales eléctricas. Sin embargo, las excepciones mencionadas constituyen casos puntuales, mientras que en el resto mayoritario de ejemplos se requieren una o más. El número de ventanas necesarias en una celda depende de la naturaleza propia de cada experimento, y en los casos más comunes varía entre uno y cuatro. Las características del experimento definen también las dimensiones de las aperturas ópticas, así como el arreglo en que éstas están dispuestas.

Por su complejidad, el diseño de las ventanas es una etapa crítica en el proceso de concepción y desarrollo de celdas ópticas de alta presión. Algunas dificultades que se presentan en el diseño de ventanas ópticas se enuncian a continuación: (a) Los materiales típicos para ventanas (tales como la sílica, el zafiro o el diamante) tienen un comportamiento mecánico frágil –es decir, tienden a fallar súbitamente por ruptura, sin presentar deformaciones plásticas–. Además, (b) algunos materiales como el zafiro pueden presentar rupturas prematuras debido a la existencia de planos de falla en el material. Por estas condiciones, los materiales típicos para ventanas son difícilmente predecibles y poco confiables a pesar de que sus propiedades mecánicas pueden ser superiores a las de los metales. (c) Otra complicación en el diseño de ventanas es que las aperturas ópticas inducen concentraciones de esfuerzos en las paredes de la celda, lo que reduce la capacidad máxima del contenedor para soportar altas presiones. (d) Las ventanas de una celda de alta presión son el punto crítico de generación de fugas del fluido interior, por lo que el sellado entre la ventana y la celda exige especial cuidado. Y Por último, (e) las dimensiones de la ventana deben ser compatibles con las exigencias ópticas del experimento, con las condiciones de resistencia de materiales tanto de la celda como de la ventana, y con las condiciones dimensionales globales del equipo experimental. Más adelante se analizan las metodologías que permiten balancear estos requerimientos en el diseño de una ventana..

Es importante mencionar que los párrafos anteriores se refieren a las características y complejidades específicas de las ventanas de celdas hidrostáticas. En la literatura referente a equipo experimental de alta presión se estudian también las celdas de alta presión de estado sólido, y las celdas de “yunques de diamante” (*diamond anvil cells*, comúnmente conocidas como *DACs* por sus siglas en

inglés). Estos tipos de celdas utilizan soluciones diferentes para resolver el diseño de sus ventanas, y no son tratadas en este trabajo.<sup>2</sup>

Hasta ahora he descrito la función genérica de las ventanas ópticas para celdas de alta presión. A partir de este punto se definirán las funciones y características específicas de las ventanas ópticas adecuadas para una celda de alta presión para estudios de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos.

## 4.2 Funciones de ventanas ópticas para estudios de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos

El primer paso para desarrollar el diseño de un sistema es plantear las funciones que éste debe cumplir; posteriormente, las funciones listadas se transforman en requerimientos técnicos específicos (de preferencia numéricos) del sistema. Estos requerimientos, al nivel del sistema, se disocian, partiendo de los requerimientos generales y descendiendo hasta establecer los requerimientos individuales asignados a subsistemas y componentes, de manera que el cumplimiento individual de dichos requerimientos garantice las funciones esperadas del sistema completo. Dicho proceso de disociación se conoce como *cascadeo*, debido a que el proceso consiste en descender “en cascada” los requerimientos de un sistema hacia los subsistemas de estratos inferiores. Durante el proceso de *cascadeo* es muy importante considerar la interacción que los diferentes subsistemas y componentes pueden tener entre sí para reducir la probabilidad de eventos inesperados, así como para eliminar la redundancia de funciones entre componentes.

Antes de enunciar los requerimientos de un sistema, se debe plantear la definición del sistema mismo, así como precisar los elementos que lo componen. En el primer párrafo de este Capítulo se definió el concepto de ventana, se explicó que se compone de una apertura y de un elemento transparente, y se indicó que dicho subsistema (que a partir de este punto se denominará *arreglo de ventanas*) puede constar de una ventana o de un conjunto de ellas. Ahora bien, las funciones específicas del *arreglo de ventanas* se desprenden directamente de las funciones globales definidas para el sistema “celda óptica de alta presión”, mismas que fueron establecidas en los Capítulos anteriores.

---

<sup>2</sup> Es importante mencionar que tanto en las celdas de estado sólido como en las *DACs* el gradiente de presión en la cámara interior no es de tipo hidrostático.

Las funciones del arreglo de ventanas ópticas se pueden agrupar según los siguientes criterios: ópticos, mecánicos, técnicos y de seguridad. Algunos criterios ópticos, como la cantidad de luz que debe transmitir la ventana (expresada en términos de la apertura numérica del sistema óptico) en un experimento de espectrofotometría o el ángulo de apertura requerido para un experimento de difracción, suelen estar relacionados con las dimensiones del canal óptico; en cambio, otros criterios ópticos como el índice de absorción o el rango de transmisión de la ventana se relacionan con la selección de material para la ventana. Los criterios mecánicos se dirigen principalmente a los cálculos de resistencia de materiales para las condiciones de trabajo de alta presión. Los criterios técnicos están relacionados, entre otros aspectos, con los sellos de alta presión, la facilidad de ensamble y desmontaje del equipo experimental, y la necesidad de sustituir partes dañadas. Finalmente, los criterios de seguridad enuncian las condiciones de trabajo del equipo tales que la integridad de los usuarios quede garantizada durante la operación del sistema.

De la definición global del equipo experimental al que se dirige este trabajo se desprenden las siguientes funciones del subsistema del arreglo de ventanas ópticas:

### **Funciones ópticas (O)**

- O-A. El diámetro libre de la ventana debe permitir observar sin obstrucción la formación de gotas cuyo radio sea de hasta un valor igual a  $R_{gota}$ .
- O-B. El canal óptico debe permitir la filmación del experimento mediante una cámara de video colocada en el exterior de la celda, y debe prestarse a la iluminación del interior de la celda con un dispositivo colocado en el exterior.
- O-C. La ventana debe ser transparente para la luz en el rango del visible.
- O-D. La ventana debe permitir mediciones de la geometría de la gota. Para ello, la imagen de la gota debe estar libre de distorsión.

### **Funciones mecánicas (M)**

- M-A. La ventana debe resistir un diferencial de presión entre sus caras interna y externa de hasta 500 MPa.
- M-B. El canal óptico y el asiento de la ventana deben resistir condiciones de trabajo de presión de hasta 500 Mpa.

### **Funciones técnicas (T)**

- T-A. El montaje de la ventana debe permitir su reemplazo en caso de ruptura o daño. El reemplazo debe realizarse de preferencia desmontando únicamente componentes del mismo subsistema de la ventana. Los componentes no deben dañarse o destruirse en el proceso de reemplazo de la ventana.

- T-B. El montaje de la ventana debe garantizar el correcto posicionamiento de la ventana, con o sin presión interior en la celda.
- T-C. El sistema y método de montaje de la ventana debe proveer las condiciones de sellado del fluido interior de la celda en condiciones de trabajo de hasta 500 Mpa.
- T-D. El desgaste inducido por las condiciones de trabajo debe darse principalmente en componentes de reemplazo. Dichos componentes deben limitarse a: sellos, ventana, asiento de la ventana. La sujeción de la ventana no debe producir deformaciones permanentes en el cuerpo de la celda.
- T-E. El montaje de la ventana debe permitir la utilización de ventanas de diferentes espesores.

### **Funciones de seguridad (S)**

- S-A. La ruptura de la ventana no debe ser explosiva.
- S-B. El inicio de falla de la ventana debe desembocar en un estado “sin riesgos” para los usuarios.
- S-C. El inicio de falla de la ventana debe ser visible y fácil de detectar.

#### **4.2.1 TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES EN REQUERIMIENTOS**

El proceso de conversión de las funciones del subsistema de arreglo de ventanas en requerimientos específicos se resume en la Tabla 4.1. La transformación de las funciones en requerimientos es un procedimiento que busca establecer especificaciones técnicas objetivas y de preferencia medibles, con el fin de verificar cuantitativamente su cumplimiento. Nótese que en algunos casos la función misma define un requerimiento medible, como en el caso del intervalo de transmisión de la ventana. Otras funciones, como las denominadas técnicas, no pueden convertirse en requerimientos numéricos y su cumplimiento queda sujeto a una evaluación en cierto grado subjetiva.

Para que los requerimientos sean objetivos y medibles en mayor grado, su definición debe concentrarse en variables o parámetros de subsistemas o componentes. Tal valor o condición debe corresponder a una propiedad física definido igualmente en el requerimiento, de manera que su cumplimiento se traduzca en una relación comparativa precisa. En el mejor de los casos, las variables

**Tabla 4.1.** Transformación de las funciones del sistema del arreglo de ventanas en requerimientos.

	FUNCIÓN	DEFINICIÓN DEL REQUERIMIENTO	VARIABLE AFECTADA
OPTICAS	O-A	El diámetro del canal óptico debe ser mayor que la dimensión $2R_{\text{gota}}$ , donde $R_{\text{gota}}$ es el radio máximo de las gotas formadas.	Diámetro del canal óptico Dimensiones de la ventana
	O-B	La configuración del canal óptico de observación debe permitir el alojamiento del sistema de captura de video y de iluminación.	Configuración de la ventana
	O-C	El intervalo de transmisión del material de la ventana debe incluir el espectro visible	Material de la ventana: intervalo de transmisión
	O-D	La calidad óptica de la ventana debe permitir una captura de imágenes con rapidez y sin aberraciones	calidad de pulido, paralelismo entre las caras, planitud de las caras, apertura numérica
MECANICAS	M-A	El esfuerzo máximo producido en la ventana cuando la presión en el interior de la celda sea de hasta 500MPa debe ser menor que el esfuerzo de ruptura del material, de acuerdo al criterio de falla más adecuado para el material elegido.	Propiedades mecánicas del material de la ventana. Dimensiones de la ventana. Diámetro del canal óptico.
	M-B	El esfuerzo máximo producido en el asiento de la ventana (soporte) y en las paredes de la celda en la zona del canal, para presiones hasta de 500 MPa, debe ser menor al esfuerzo de cedencia del material de la celda.	Dimensiones de la ventana Diámetro del canal óptico. Propiedades mecánicas del material del soporte de ventana y de la celda.
TECNICAS	T-A	La ventana y su soporte deben ser desmontables para permitir su reemplazo en caso de daño o desgaste.	Configuración de la ventana
	T-B	El sistema de montaje de la ventana debe incluir un componente de posicionamiento y fijación.	Configuración de la ventana
	T-C	El sello entre la ventana y el soporte, debe calcularse hasta presiones de trabajo de 500 MPa.	Dimensiones de los sellos. Propiedades mecánicas del material de los sellos.
	T-D	Los componentes del soporte de la ventana deben absorber las deformaciones permanentes para proteger el cuerpo de la celda.	Configuración de la ventana Propiedades mecánicas del material del soporte de ventana, de la celda y de los sellos.
	T-E	El sistema de soporte de la ventana debe permitir variación en las dimensiones de la ventana.	Configuración de la ventana
SEGURIDAD	S-A S-B S-C	El estado crítico de esfuerzos debe prever un modo de falla seguro. Por ejemplo, el inicio de falla de la ventana debe producir una caída de presión en la cámara interna.	Configuración de la ventana. Propiedades mecánicas del material de la ventana.

afectadas son numéricas y entonces su objetivo se puede establecer por medio de una expresión matemática. En cambio, cuando los parámetros afectados son generales o imprecisos el cumplimiento del requerimiento sólo puede evaluarse a través de un juicio posterior.

La Tabla 4.1 muestra que algunos de los requerimientos están asociados a variables numéricas, como dimensiones o propiedades mecánicas. En cambio, para otros requerimientos la variable asociada se define simplemente como “configuración de la ventana”. Esto significa que la definición del requerimiento no permite por el momento identificar una variable específica con la ejecución de la función, ya sea porque la función involucra demasiados parámetros que no pueden dissociarse o porque la función no tiene naturaleza numérica. Por ejemplo el Requerimiento O-B demanda la posibilidad de instalar un sistema de video para monitoreo a través de la ventana. La ejecución de dicha función está asociada con la disposición global de los componentes en la celda de alta presión, así como con las dimensiones generales del sistema, mismas que no se conocen de entrada: por lo tanto, no es posible definir objetivos con dimensiones específicas. Asimismo, este Requerimiento no especifica las dimensiones del sistema de video, por lo que no es posible asignar en un inicio las dimensiones que permitan su instalación. En estos casos se busca cumplir con el requerimiento de manera abierta, es decir: concebir la ventana de tal forma que sea posible acoplar cualquier equipo de video de última generación o de diseño especial en el exterior de la celda.

El Requerimiento T-A ilustra la situación de función no numérica; la definición del Requerimiento T-A establece que la ventana y su soporte sean inmóviles; no existe ningún criterio numérico asociado a tal condición. En estos casos, la ejecución de la función se verifica por medio de una evaluación o juicio a posteriori.

Es importante observar que algunas variables están involucradas simultáneamente con varios requerimientos, como se indica en la Tabla 4.2. Cuando esto sucede, existe la posibilidad de encontrar conflictos entre ellos. Por ejemplo, los requerimientos ópticos demandan diámetros grandes de apertura y un espesor pequeño de la ventana para así aumentar la cantidad de luz transmitida, mientras que los requerimientos mecánicos buscan el mayor espesor de ventana posible y un diámetro de apertura pequeño para incrementar la resistencia de la ventana. Al asignar objetivos numéricos en un caso como éste, puede aparecer una incongruencia en las ecuaciones relacionadas con las dimensiones de la ventana. Cuando aparecen requerimientos en conflicto, el proceso de diseño exige una redefinición de los objetivos numéricos para resolver la incongruencia. A esta modificación de los objetivos se le denomina *balance de requerimientos*.

Otro aspecto de gran importancia en el diseño de ventanas ópticas para alta presión se relaciona con la incertidumbre en los valores de las variables de diseño. Los valores de toda variable física

medible, sean éstos una dimensión o el esfuerzo de cedencia de un material, tienen un error asociado tanto al proceso de manufactura como al de medición. Es decir, el valor de cada variable se conoce con un grado limitado de precisión y por tanto puede existir incertidumbre en el acatamiento de los requerimientos numéricos. La consideración de los márgenes de incertidumbre es crucial en el diseño de una celda de alta presión ya que algunos requerimientos pueden situarse en la región límite de las capacidades de un material o componente, y la incertidumbre puede ser la causa de que el sistema completo funcione o falle. Un ejemplo de esta situación es la resistencia a la ruptura del material de la ventana: de este valor dependerá directamente la presión máxima en la celda, por lo que la incertidumbre en su valor implica incertidumbre en la presión de trabajo.

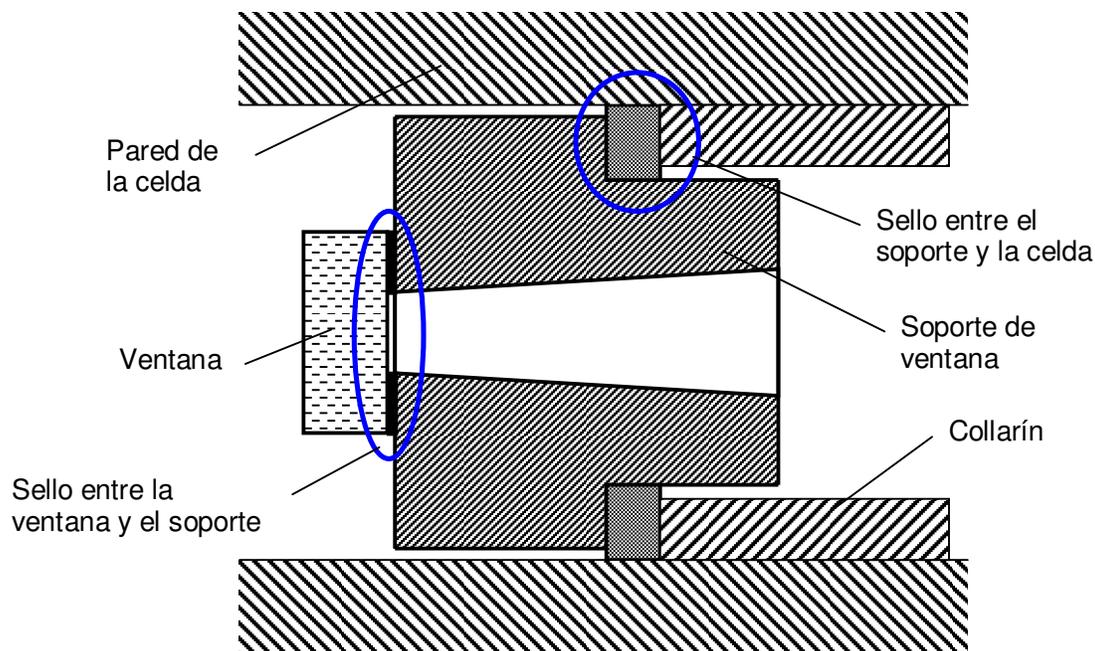
La exposición de las funciones y requerimientos del arreglo de ventanas ópticas, así como la identificación de variables y su dependencia con respecto a los requerimientos es el primer paso en el proceso de diseño. Una vez definidos estos elementos se procede a materializarlos y convertirlos en propuestas de diseño de los componentes mecánicos.

**Tabla 4.2.** Relación de dependencia de las variables con respecto a los requerimientos.

Variable	Requerimiento asociado
Diámetro del canal óptico	O-A; M-A; M-B
Dimensiones de la ventana	O-A; M-A; M-B;
Configuración de la ventana	O-B; T-A; T-B; T-D; T-E; S-A ; S-B ; S-C
Material de la ventana	O-C; M-A; S-A; S-B; S-C
Material del soporte de ventana	M-B; T-D
Material de la celda	M-B; T-D
Material de los sellos	T-C
Dimensiones de los sellos	T-C

### 4.3 Principales tipos de ventanas ópticas y Principio de Bridgman

Existe un interés creciente en la investigación científica por trabajar con equipos experimentales capaces de alcanzar altas presiones. Sin embargo, el desarrollo del conocimiento en este campo se ve limitado por las capacidades que ofrecen los equipos experimentales disponibles comercialmente. Existe una laguna entre los requerimientos que demanda la investigación actual y el equipo de alta presión que se ofrece comercialmente, lo cual motiva el desarrollo innovador de celdas de alta presión



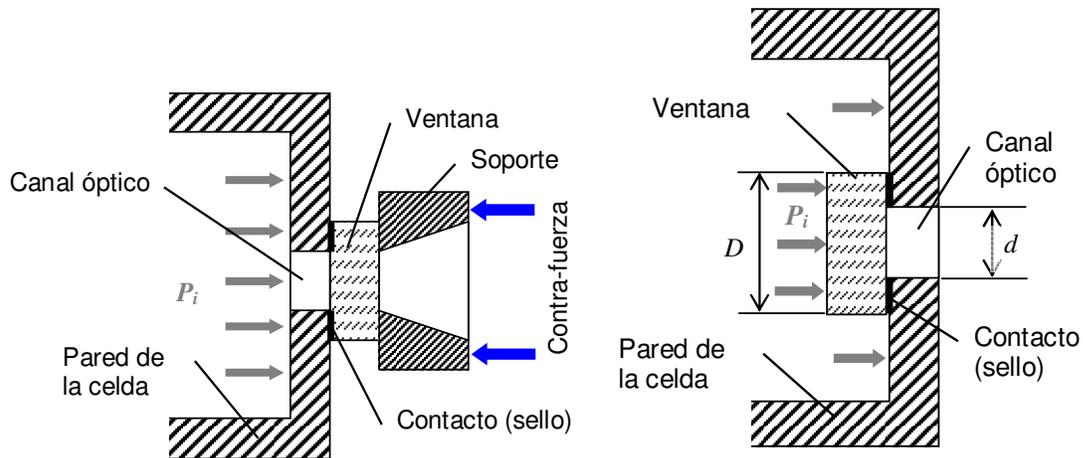
**Figura 4.1.** Diseño esquemático de una ventana óptica. Los sellos indicados, así como la resistencia mecánica de la ventana y del soporte, son los elementos principales en quienes recaen los requerimientos del arreglo de ventanas.

por parte de los investigadores, buscando sistemas que satisfagan las funciones específicas requeridas por su experimento.

Tal situación es aún más crítica al hablar de *celdas ópticas de alta presión*, ya que los componentes de las ventanas ópticas no suelen estar disponibles comercialmente. Esto podría deberse a que los parámetros que definen las características de la ventana no son pocos: criterios ópticos, de resistencia de materiales, consideraciones prácticas de montaje y de sellado, compatibilidad química con el medio de alta presión, etc., a diferencia de otros componentes de alta presión como tuberías, conectores, y válvulas que existen en catálogos comerciales y se pueden elegir en función de algunos pocos parámetros (la presión de trabajo, el medio de transmisión de alta presión, el gasto volumétrico). Esta falta de disponibilidad comercial obliga al investigador a desarrollar por completo los subensambles ópticos.

Actualmente, el diseño, la construcción y la verificación de equipos de alta presión para la investigación científica están ampliamente documentados. Numerosas referencias de instrumentación experimental utilizan un método de desarrollo común, que consiste en encauzar los requerimientos del arreglo de ventanas ópticas hacia cuatro elementos de diseño (ver Figura 4.1):

- a) Sello de alta presión entre la ventana y su soporte
- b) Sello entre el soporte y la celda



**Figura 4.2.** Configuraciones básicas de la ventana de contra-fuerza (izquierda) y de la ventana en voladizo (derecha).

- c) Resistencia mecánica de la ventana
- d) Resistencia mecánica del soporte y del mecanismo de fijación con la celda

En términos generales, la presión máxima que puede soportar la ventana depende de estos cuatro elementos de diseño. A continuación se discuten diferentes soluciones para dichos elementos, iniciando con los dos esquemas generales más utilizados en el diseño de ventanas de alta presión: la *ventana de contra-fuerza*, y la *ventana en voladizo*.

Para celdas de alta presión, las dos técnicas más utilizadas para proporcionar soporte y sellado a la ventana son la *ventana de contra-fuerza* y la *ventana en voladizo* (ver Figura 4.2). La diferencia principal entre estas dos técnicas es la forma en que se genera la fuerza de soporte y sellado: en la ventana de contra-fuerza, la fuerza se genera desde el exterior de la celda por medio de un sistema mecánico adicional; en la ventana en voladizo, la fuerza se produce a partir de la presión misma del fluido contenido ( $P_i$ ).

La técnica de *contra-fuerza* consiste en aplicar sobre la cara exterior de la ventana una fuerza directamente opuesta – es decir, de igual magnitud y de sentido opuesto – a la fuerza ejercida por la presión alta del fluido sobre la cara interior de la ventana. Si dicha contra-fuerza es mayor que la fuerza del fluido contenido, se genera en la superficie de unión entre la ventana y el soporte una presión de contacto proporcionando así un sellado hermético (a condición de que las superficies de contacto empenen perfectamente).

La técnica de *ventana en voladizo* se basa en el llamado Principio de Bridgman (o principio de área en voladizo), que consiste en utilizar la presión propia del fluido interior para generar un sellado hermético en el contacto por medio de una amplificación de la presión interior.

La ventana en voladizo se monta desde el interior de la celda (ver Figura 4.2). La presión interior  $P_i$  actúa sobre la superficie total de la ventana, ejerciendo una fuerza de magnitud

$$F_i = P_i \pi \frac{D^2}{4}, \quad (4.1)$$

donde  $D$  es el diámetro de la ventana,  $P_i$  la presión interior en la celda, y  $F_i$  la fuerza ejercida sobre la cara interior de la ventana.

La cara externa de la ventana está en contacto con el soporte sobre una superficie anular de área  $A_c$  dada por

$$A_c = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2), \quad (4.2)$$

donde  $d$  es el diámetro del canal óptico. La superficie que desemboca al canal óptico es el área “en voladizo” que da nombre a este tipo de diseño.

La presión de contacto en  $P_c$  está dada por

$$P_c = \frac{F_c}{A_c}, \quad (4.3)$$

es decir

$$P_c = \frac{F_c}{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}. \quad (4.4)$$

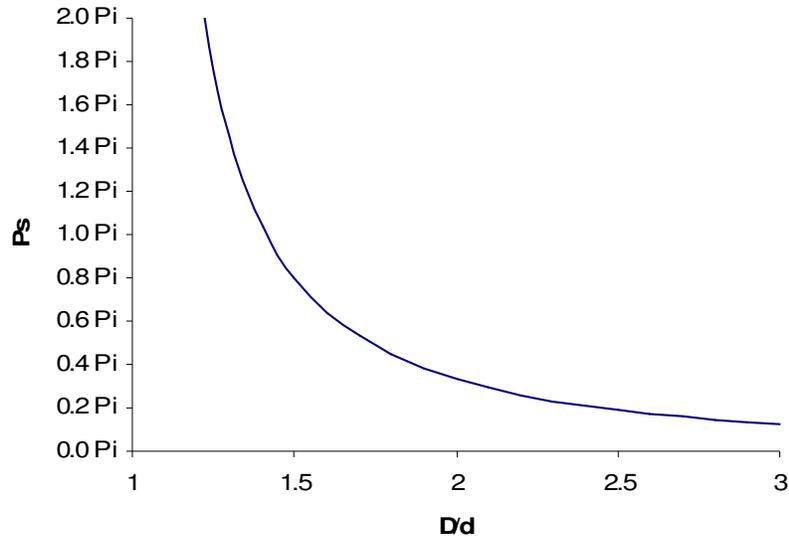
Ahora bien, el balance de fuerzas en la ventana implica que

$$F_i = F_c, \quad (4.5)$$

y por tanto

$$P_i \pi \frac{D^2}{4} = P_c \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2), \quad (4.6)$$

de donde se obtiene que la presión de contacto  $P_c$  y la presión interior  $P_i$  están relacionadas por



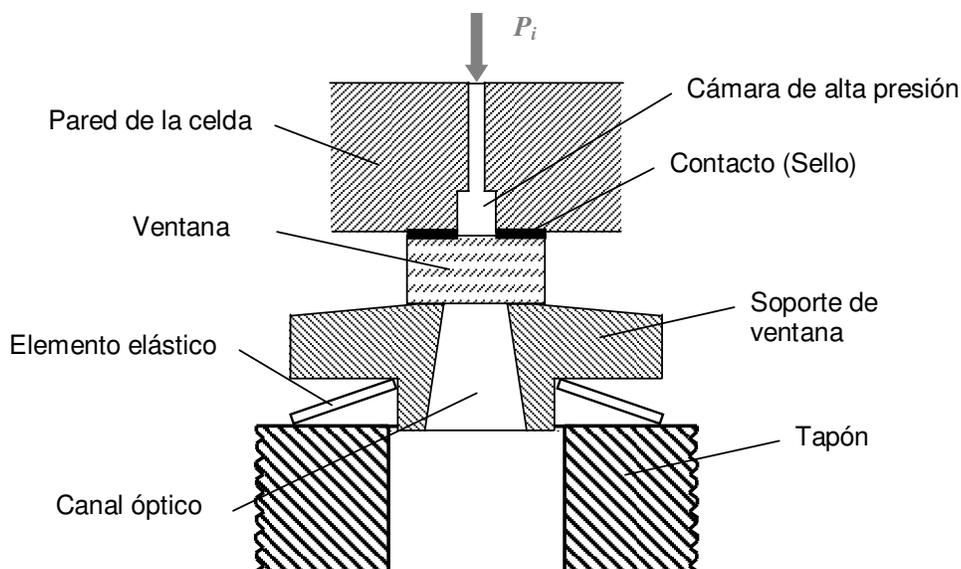
**Figura 4.3.** Gráfica de la presión excedente de sellado  $P_s$  en función del cociente de diámetros  $D/d$ , según el principio de Bridgman. El eje de las ordenadas está expresado en términos de la magnitud de la presión interior  $P_i$ .

$$P_c = P_i \frac{D^2}{D^2 - d^2}. \quad (4.7)$$

Así, debido a que la superficie de contacto entre la ventana y el soporte es sólo una fracción de la superficie total de la ventana, la presión producida por la fuerza de contacto es mayor a la presión interior en la cámara. La diferencia entre la presión de contacto  $P_c$  y la presión interior  $P_i$  es una presión de sellado  $P_s$  que impide la fuga del fluido a presión y está dada por

$$P_s = P_c - P_i = P_i \frac{d^2}{D^2 - d^2}. \quad (4.8)$$

Esta última Ecuación expresa el llamado Principio de Bridgman para sellos estáticos. La reducción de área en el contacto garantiza una presión excedente de sellado  $P_s$  que aumenta como el inverso del factor  $(D^2/d^2 - 1)$ . La gráfica de la Figura 4.3 muestra la presión excedente de sellado  $P_s$  en función del cociente de diámetros  $D/d$ . Obsérvese que la sobrepresión de sellado aumenta rápidamente cuando el diámetro de la ventana  $D$  se aproxima al diámetro  $d$  de la sección circular que se encuentra “en voladizo”. Por su simplicidad y robustez, el principio de Bridgman se ha utilizado ampliamente en el trabajo experimental de alta presión para diversos tipos de sellos en ventanas, tapones, conectores, etc.



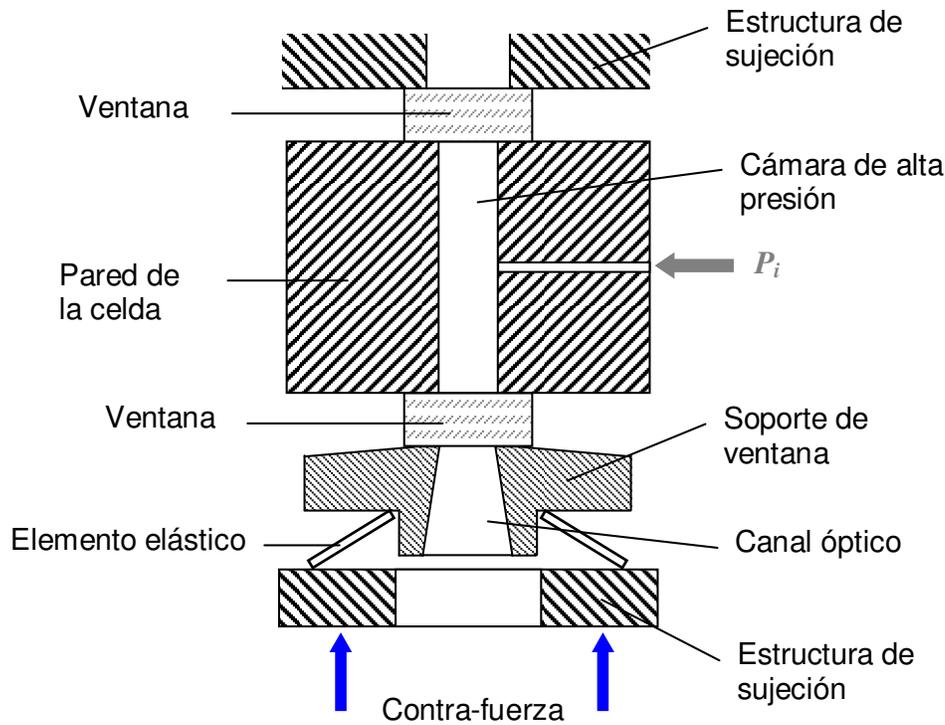
**Figura 4.4.** En este diseño de ventana de contra-fuerza, la cámara de alta presión tiene un volumen muy reducido incapaz de alojar a la ventana (Abdullah y Sherman, 1980). En este caso, las dimensiones requeridas para cumplir con los requerimientos de resistencia mecánica de la ventana no son compatibles con las dimensiones de la cámara interior, establecidas por los requerimientos de volumen interior reducido de un experimento de espectrometría Raman invertida. La fuerza de retención es producida por un elemento elástico y transmitida a la ventana a través del soporte. El elemento elástico se sostiene en un componente adicional, el tapón, que por medio de una rosca se sujeta a una estructura externa, no mostrada en la figura.

#### 4.3.1 REALIZACIÓN DE LA VENTANA DE CONTRA-FUERZA

La configuración llamada ventana de contra-fuerza requiere de la aplicación de una carga externa a la celda para generar tanto la fuerza de retención de la ventana como la presión de sellado en la superficie de contacto entre la ventana y la pared de la celda.

Una de las ventajas principales de la ventana de contra-fuerza es que el volumen de la cámara interior puede ser tan pequeño como sea conveniente,<sup>3</sup> gracias a que tanto el cuerpo de la ventana como los componentes que la sujetan se encuentran fuera de la cámara de alta presión. Un ejemplo, mostrado por Sherman y Stadmuller (1987), analiza una celda para estudios de espectrometría Raman invertida propuesta por Abdullah y Sherman (1980). En este ejemplo se observa que la ventana, el soporte y el sistema que proporciona la contra-fuerza, todos componentes muy voluminosos, están colocados en el exterior de la celda permitiendo mantener un volumen muy pequeño para la cámara de alta presión (Ver Figura 4.4).

<sup>3</sup> Estas razones se desarrollan en el Capítulo *Diseño de la Celda de Alta Presión*.



**Figura 4.5.** Celda con dos ventanas ópticas para experimentos de infrarrojo lejano. La cámara de alta presión es simplemente un barreno pasado, que recibe la intersección de un orificio perpendicular para la alimentación del fluido de trabajo.

Este mismo ejemplo ilustra otra ventaja del diseño de contra-fuerza que lo hace adecuado para equipos experimentales de trabajo hidrostático de muy altas presiones: puesto que el volumen de la cámara de alta presión no impone restricciones en las dimensiones de la ventana y su sistema de sujeción, éstas pueden ser tan grandes como sea necesario para cumplir con los requisitos de resistencia mecánica a muy altas presiones.

Otra bondad de la técnica de contra-fuerza es que permite diseños muy simples del canal óptico. La simplicidad de un diseño es siempre una ventaja, pero se convierte en una exigencia en algunos casos en que se requieren de un control preciso de la longitud óptica (*optical pathlength*), como sucede para los estudios de espectrometría infrarroja (Hoffman, 2000). La Figura 4.5 muestra esquemáticamente la simplicidad con que se puede llevar a cabo una celda con dos ventanas de contra-fuerza para estudios de infrarrojo (ejemplo tomado de Martineau *et al.*, 1969).

La desventaja principal de la configuración de contra-fuerza radica básicamente en la dificultad para generar la presión de sellado de la ventana. Por sus trabajos experimentales, Sherman y Stadmuller (1987) recomiendan una presión en el sello superior a la presión del fluido en 15 o 20%. La fuerza  $F_{ret}$  necesaria para retener la ventana se obtiene del balance de fuerzas en el cuerpo de la ventana (ver Figura 4.2). El equilibrio estático de la ventana establece que

$$F_{ret} = \frac{\pi d^2}{4} P_i + \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} P_i \times 1.2, \quad (4.9.1)$$

$$= \frac{\pi P_i}{4} (d^2 + 1.2D^2 - 1.2d^2), \quad (4.9.2)$$

$$= \frac{\pi P_i}{4} (1.2D^2 - 0.2d^2). \quad (4.9.3)$$

La Ecuación (4.9.3) muestra que la fuerza de retención puede llegar a ser de gran magnitud cuando se combinan valores altos de presión interna con ventanas de diámetro importante. Por ejemplo, la celda mostrada en la Figura 4.4 tiene un diámetro  $d$  de 2 mm y trabaja a presiones de hasta 1 GPa. El diámetro  $D$  de la ventana no está reportado en la referencia, pero suponiendo un cociente  $D/d$  igual a 3, entonces la fuerza de retención alcanza un valor de más de 33 kN (aproximadamente 3.4 toneladas fuerza). En el caso de la celda que se propone en este trabajo, los requerimientos establecen un canal óptico de alrededor de 20 mm capaz de trabajar a presiones de 500 MP; eligiendo *a priori* una relación  $D/d$  igual a 3, entonces la fuerza de retención requerida alcanza el valor de 170 toneladas fuerza, magnitud que implica enormes dificultades de diseño para el sistema de soporte y sujeción.

Otra desventaja de la ventana de contra-fuerza se deriva de la condición de contacto entre la ventana y su soporte cuando la presión interior de la celda se descarga. Como se vio anteriormente, la fuerza de retención  $F_{ret}$  se calcula para obtener un excedente de presión en el sello con respecto a la presión máxima de trabajo de la celda. Sin embargo, la presión en la superficie de contacto aumenta cuando la presión en la cámara es inferior a la presión máxima de trabajo. Así, cuando la presión interior se reduce a cero la presión en el sello tendrá un valor máximo  $P_{s,max}$  dado por

$$P_{s,max} = \frac{F_{ret}}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}, \quad (4.10.1)$$

$$= P_{i,max} \left( \frac{1.2D^2 - 0.2d^2}{D^2 - d^2} \right), \quad (4.10.2)$$

$$= P_{i,max} \left( 1.2 + \frac{d^2}{D^2 - d^2} \right). \quad (4.10.3)$$

Esto implica que los cálculos de resistencia de materiales en la zona de soporte de la ventana, así como del sello y de la ventana misma, deben considerar una condición de carga aún más crítica que la propia presión de sellado, misma que a su vez es más crítica que la presión máxima de trabajo de la celda. Por ejemplo, si el diámetro exterior  $D$  es igual al doble del diámetro del canal óptico  $d$ , la presión máxima en el sello es aproximadamente 1.53 veces la presión máxima de trabajo en la celda.

En síntesis, la ventana de contra-fuerza presenta mayores ventajas cuando se conjugan los siguientes parámetros:

- Volumen interior de la celda pequeño
- Diámetro del canal óptico pequeño
- Relación de cocientes  $D/d$  de hasta 5

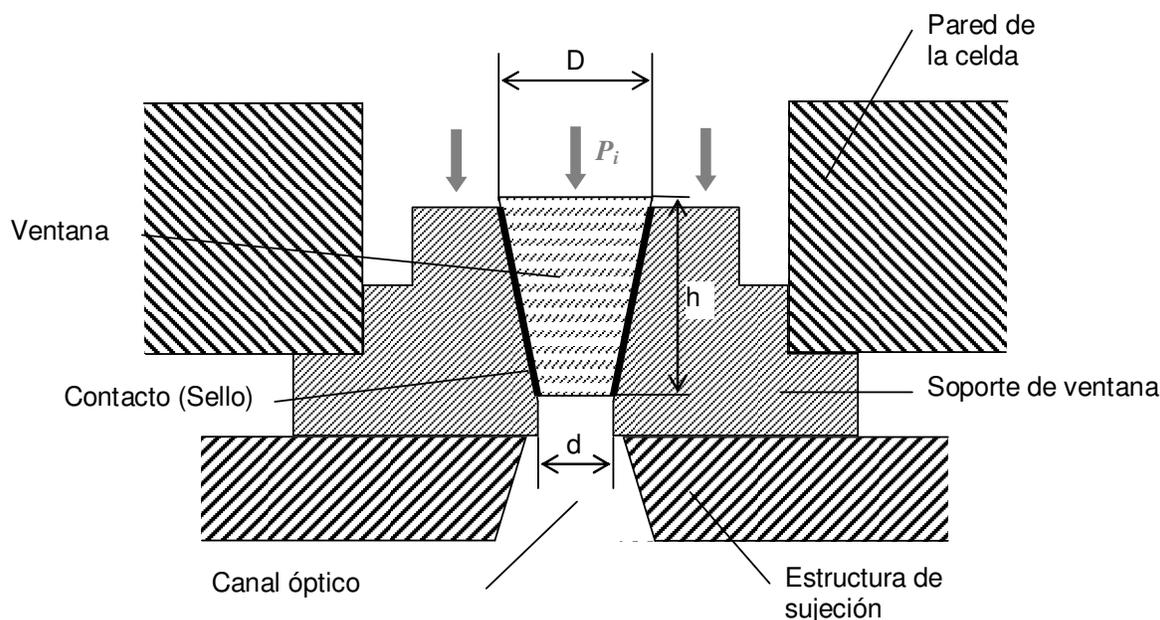
Cuando las condiciones anteriores se cumplen, la ventana puede tener grandes dimensiones sin afectar el volumen de trabajo de alta presión, manteniendo una fuerza de retención moderada, y sin elevar demasiado la presión máxima de contacto en el sello cuando la celda se descarga. Por ejemplo, para una celda con los siguientes parámetros:

Diámetro de canal óptico $d$	1 mm
Diámetro de ventana $D$	3 mm
Relación $D/d$	3
Presión máxima de trabajo $P_i$	1 GPa

se obtienen las siguientes condiciones de funcionamiento:

Fuerza de retención $F_{ret}$	8.3 kN (0.85 ton-fuerza)
Presión máxima de contacto $P_{s,max}$	1.325 GPa

Algunos ejemplos de celdas ópticas que utilizan las ventanas de contra-fuerza se citan a continuación. Maeda y Koizumi (1996) presentan una celda muy compacta que permite un control de temperatura preciso ( $\pm 0.1$  K). El diseño de Takahashi y colaboradores (2000) garantiza una longitud óptica de 25 mm que se acopla con el arreglo óptico  $f/4$  del experimento. Sin embargo, su diseño necesita soportes de ventanas robustos para sustentar la fuerza de retención de cada ventana, que es de más de 4 kN. La celda de Xiong y Kiran (1998) tiene la finalidad de proveer una distancia óptica del orden de 250  $\mu\text{m}$  y respectivamente. Finalmente, la celda de Hoffman y colaboradores (2000) provee un volumen interior extremadamente pequeño, una distancia óptica mínima de 25  $\mu\text{m}$ ; el diseño de la



**Figura 4.6.** Diseño de ventana de Amagat, en un equipo presentado por Stromberg y Schock.

celda es muy simple –sólo tres componentes– aunque de elaboración muy sofisticada, ya que el cuerpo de la celda está formado por las mismas ventanas de diamante sintético (CVD) y de una arandela de platino que establece la longitud óptica con precisión. Esta celda es un buen ejemplo de la simplicidad y miniaturización que se pueden lograr en el cuerpo de la celda, a cambio de un sistema de retención de las ventanas complejo y robusto.

### 4.3.2 REALIZACIÓN DE LA VENTANA EN VOLADIZO, O CONFIGURACIÓN DE BRIDGMAN

El diseño de ventana en voladizo, que opera bajo el principio de Bridgman explicado anteriormente, se ha desarrollado en la práctica de equipo experimental bajo dos configuraciones esenciales: las ventanas de Amagat, y de Poulter (Sherman y Stadmuller, 1987).

#### 4.3.2.1 La ventana de Amagat

El diseño de *ventana de Amagat* consiste en un cono truncado que se aloja en un soporte afianzado en las paredes de la celda, como se muestra en la Figura 4.6. La ventana y su alojamiento deben tener la misma conicidad para proveer una superficie de contacto en toda la longitud del barreno, además de que las caras cónicas tanto del barreno como de la ventana deben ser suficientemente lisas para que el contacto sea hermético. La dificultad que representaría maquinar semejante barreno directamente en la

pared de la celda justifica el uso de un componente adicional: el soporte. Ello presenta la conveniencia de concentrar en un componente reemplazable el desgaste que sufrirá la superficie de contacto.

Como se ilustra en la Figura 4.6, la cara mayor de la ventana cónica se encuentra sometida a la presión alta de la cámara interior  $P_i$ , mientras que la cara menor está a presión atmosférica. La cara cónica ejerce sobre el alojamiento una presión de contacto superior a la presión de la cámara interior, gracias a la amplificación de presión que produce la configuración en voladizo (principio de Bridgman). De esta forma, el diseño de ventana de Amagat provee un sello hermético en el montaje de la ventana, a condición de que las superficies de la ventana y del soporte sean lisas y de misma conicidad.

Como se vio anteriormente, la eficiencia de sellado según el principio de Bridgman depende de la relación entre los diámetros de la ventana y del canal óptico; la presión de sellado es más elevada cuando la relación  $D/d$  se acerca a uno (ver Figura 4.3). En el caso de la ventana cónica de Amagat, esta relación se traduce en el cociente del diámetro mayor del cono truncado sobre su diámetro menor.

Ahora bien, la forma cónica de la ventana introduce una variable adicional: el ángulo de conicidad, el cual se relaciona con el cociente de diámetros  $D/d$  a través la altura  $h$  del cono (ver Figura 4.3). Para una relación  $D/d$  determinada, un ángulo de conicidad pequeño implica una altura de cono (o espesor) grande; cuando el ángulo de conicidad es grande, la ventana tiene un espesor pequeño.

En adición al cociente de diámetros, el ángulo de conicidad es un parámetro importante para la condición de sellado de la ventana, ya que de éste dependen tanto la magnitud de las fuerzas radiales entre la ventana y el soporte, como el área de la superficie cónica de contacto. Para un cociente  $D/d$  dado, un ángulo de conicidad pequeño produce fuerzas radiales altas y un área de contacto grande. Tal condición presenta como ventaja una condición de sellado eficiente, pero tiene asociadas las siguientes desventajas:

- las dimensiones del soporte deben ser grandes debido a la altura significativa de la ventana cónica y a la robustez necesaria para soportar las altas fuerzas radiales;
- el volumen de la cámara de presión se incrementa para alojar el soporte de grandes dimensiones;
- la dificultad de manufactura de la ventana cónica – cuyo material es generalmente duro – aumenta junto con sus dimensiones;

- por último, la eficiencia de transmisión de radiación se reduce al aumentar el espesor de la ventana.

Cuando el ángulo de conicidad es grande, un cociente  $D/d$  dado se obtiene con una ventana relativamente delgada. Las ventajas que ofrece una ventana de conicidad grande con respecto a una conicidad pequeña son las siguientes: la manufactura de la ventana es más factible, las dimensiones del soporte y de la cámara de presión se reducen, y la eficiencia de transferencia óptica mejora. Sin embargo, una ventana delgada es más propensa a fallar, sobre todo ante los altos esfuerzos cortantes que se generan en el cuerpo de la ventana y que aumentan junto con el ángulo de conicidad; además, la superficie cónica de contacto es reducida y por tanto menos confiable que cuando el ángulo de conicidad es pequeño.

Generalmente, en la mayoría de los experimentos de espectrometría óptica de alta presión se busca optimizar la transferencia de radiación a través de la ventana y, como se mencionó anteriormente, reducir al mínimo el volumen de la cámara interior. Por estas razones, la ventana de Amagat de conicidad grande es más adecuada para los requerimientos de celdas ópticas más comunes. Puesto que las ventanas de conicidad grande tienen limitaciones de resistencia mecánica y de sellado, la ventana de Amagat resulta ser más adecuada para equipos de presión relativamente baja, a comparación de las configuraciones de Poulter y de ventana de contra-fuerza.

El diseño de Amagat, montado por primera vez en 1893 en un dispositivo experimental que soportaba presiones de hasta 0.15 GPa, fue el diseño estándar para ventanas de alta presión hasta alrededor de 1930. Según reportan numerosas citas en Sherman y Stadtmuller (1987), la ventana de Amagat se mantuvo en uso frecuentemente por alrededor de 50 años más. Uno de los ejemplos más destacados es el de Stromberg y Schock (ver Figura 4.6), que trabajaba con una presión límite de 1.2 GPa. En las referencias encontradas durante la realización del presente trabajo de tesis y que datan de los últimos 30 años no se hace referencia al diseño de Amagat más que como antecedente histórico en el trabajo de alta presión. En cambio, el diseño cónico de Amagat ha encontrado un uso práctico extenso en soportes metálicos de terminales eléctricas y de fibras ópticas.

#### 4.3.2.2 La ventana de Poulter

La llamada *Ventana de Poulter*<sup>4</sup> consiste en un cuerpo cilíndrico cuya cara de apoyo es lisa y pulida para establecer un contacto uniforme con la superficie igualmente lisa y pulida del soporte. En el

---

<sup>4</sup> En 1932, T. C. Poulter presentó su diseño de ventana en un equipo experimental que alcanzó, por primera vez en la historia de la experimentación científica, una presión hidrostática máxima de al menos 1.2 GPa. Antes de la

diseño de Poulter, el cuerpo de la ventana está completamente inmerso en el fluido de la cámara interior y por tanto está sometido a la presión alta  $P_i$  del fluido de trabajo. La superficie exterior de la ventana se apoya sobre una sección anular del soporte, en la que se desarrolla una presión amplificada  $P_c$  según establece el principio de Bridgman en la Ec. (4.7):

$$P_c = P_i \frac{D^2}{D^2 - d^2}. \quad (4.7)$$

La región central circular en la cara de soporte –la intersección del canal óptico– se encuentra a presión ambiental, y por tanto corresponde a la región no-soportada, o en voladizo.

La diferencia entre la presión en la cámara interior y la presión de contacto es la presión de sellado  $P_s$ , expresada por la Ec. (4.8), y que asegura la unión hermética entre la ventana y su soporte.

$$P_s = P_c - P_i = P_i \frac{d^2}{D^2 - d^2}. \quad (4.8)$$

Obsérvese que el cociente de la presión de sellado  $P_s$  entre la presión interior  $P_i$  es un factor que depende únicamente de los diámetros de la ventana y del canal óptico ( $D$  y  $d$  respectivamente). Dicho factor se denomina *factor de sobrepresión* y se utiliza comúnmente para caracterizar la condición de sellado de la ventana en voladizo (principio de Bridgman).

La Ecuación anterior manifiesta la principal ventaja de la ventana de Poulter: la presión de sellado es proporcional –a través del factor de sobrepresión– a la presión interior de la cámara, garantizando un contacto hermético para cualquier presión de trabajo. Además, la presión de contacto induce menores esfuerzos a la ventana y al soporte en comparación con la configuración de contra-fuerza. Por ejemplo, en una ventana tipo Poulter cuyas dimensiones sean las mismas que en el cálculo realizado en el párrafo de la ventana de contra-fuerza:

Diámetro de canal óptico $d$	1 mm
Diámetro de ventana $D$	3 mm
Relación $D/d$	3
Presión máxima de trabajo $P_i$	1 GPa

---

propuesta de Poulter, la presión máxima alcanzada en celdas ópticas hidrostáticas era de 0.4 GPa, utilizando ventanas tipo Amagat.

se obtiene una presión máxima de contacto  $P_c = 1.125$  GPa, a comparación de 1.325 GPa en la configuración de contra-fuerza.

Una ventaja más de la ventana tipo Poulter es que la fuerza necesaria para retener la ventana depende únicamente del diámetro de la ventana, y no del cociente  $D/d$ . Esto permite elegir valores altos para este cociente, lo que es adecuado para experimentos en los que se requiere un canal óptico de diámetro grande. Asimismo, el componente necesario para sostener la ventana de Poulter en su alojamiento es más simple que el mecanismo exterior necesario para generar la fuerza de retención en la ventana de contra-fuerza, ya que la fuerza de sellado se genera automáticamente por la presión interior sin necesidad de ajustar la fuerza de retención.

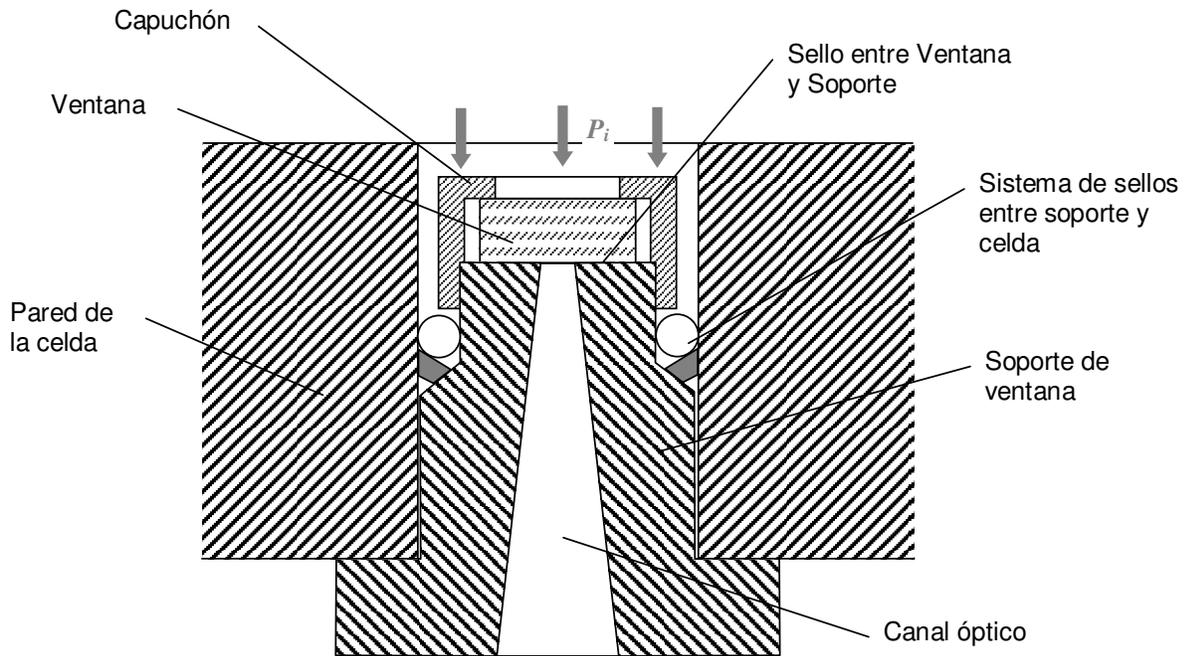
La principal desventaja del diseño de ventana de Poulter radica en la necesidad de pulir con calidad óptica las superficies de contacto. La eficacia del sello depende altamente de la calidad del maquinado de las superficies de contacto, cuya rugosidad debe ser tan fina que se necesitan técnicas ópticas para su verificación. Otra desventaja es que la presión de contacto es muy baja al iniciar la presurización de la cámara, por lo que es necesario agregar un sello adicional para bajas presiones así como un método de sujeción de la ventana en el soporte. Un inconveniente más de este diseño es que el cuerpo de la ventana queda inmerso en la cámara de alta presión, aumentando en consecuencia el volumen de la cámara y, por tanto, las dimensiones globales de la celda.

En resumen, la configuración propuesta por Poulter es adecuada cuando:

- El canal óptico es de diámetro grande
- Se necesita un sello muy confiable y no se dispone de espacio para el mecanismo de retención externo.
- El volumen máximo de la cámara interior no está acotado por un requerimiento del experimento

(Nótese que los primeros dos puntos están relacionados con la posibilidad de asignar un cociente  $D/d$  grande.)

Al igual que en el diseño de Amagat, la ventana de Poulter se apoya en un componente adicional denominado *soporte*, y con ello, sin apoyarse directamente en las paredes de la celda. La justificación de este componente adicional es facilitar los procesos de maquinado y pulido en un componente desmontable, en vez de maquinar y pulir directamente el voluminoso cuerpo de la celda. Al usar un componente desmontable se facilita igualmente el ensamble de la ventana en la celda, y se consigue concentrar el eventual desgaste en un componente intercambiable. Ahora bien, la desventaja



**Figura 4.7.** Diseño de ventana tipo Poulter en la celda de muy alta presión de Whalley *et al.* (1976).

de utilizar un soporte desmontable es que agrega la dificultad de sellar el soporte sobre las paredes de la celda (ver Figura 4.1).

El arreglo Poulter ha resultado ser altamente confiable para trabajo de altas presiones. Prueba de ello es que la mayoría de los equipos experimentales descritos en la bibliografía de este trabajo utilizan ventanas tipo Poulter, siempre que la presión de trabajo sea superior a 100 MPa. Aún para celdas que operan a presiones de entre 50 y 100 MPa, la decisión de utilizar la configuración de contra-fuerza se justifica por otras necesidades, principalmente la exigencia de mantener una distancia óptica (*optical path-length*) constante, muy pequeña y repetible. Tales son los casos de los diseños de Bonetti y colaboradores (1999), de Xiong y Kiran (1998), así como de Hoffmann y colaboradores (2000). En este último ejemplo, la razón de utilizar la ventana de contra-fuerza se debe esencialmente a la necesidad de mantener un volumen de cámara interior muy reducido.

Uno de los ejemplos más significativos de uso de ventanas tipo Poulter es el diseño de Whalley, Lavergne y Wong (1976). Este equipo alcanza presiones de hasta 2.5 GPa y dispone de tres ventanas tipo Poulter. Las ventanas son de vidrio óptico y tienen un diámetro de 4.8 mm y espesor de 3.2 mm. El diámetro del canal óptico es de 800  $\mu\text{m}$ ; el cociente  $D/d$  es de 6 y por tanto el factor de sobrepresión es menor a 3%. El sello entre la ventana y el soporte se logra puliendo ambas superficies de contacto con calidad óptica, y agregando un capuchón que mantiene la ventana en contacto con el asiento al mismo tiempo que provee una presión de contacto inicial. Este ejemplo ilustra la

configuración de una ventana que soporta muy altas presiones a cambio de reducir el diámetro de apertura, limitando la recolección de la señal y de dificultar la alineación del haz de luz con respecto al canal óptico. En la Figura 4.7 se muestra esquemáticamente el diseño de ventana tipo Poulter propuesto por Whalley y colaboradores (1976).

Las características señaladas anteriormente para las diferentes configuraciones de ventanas indican que el diseño de Poulter es el más apto para celdas de alta presión destinadas a estudios de hidrodinámica y tensión superficial, ya que en tales experimentos se requieren volúmenes grandes en la cámara de presión (permitiendo alojar la ventana tipo Poulter) y canales ópticos de diámetro suficientemente grande para la observación de las gotas formadas. A continuación se estudiará y describirá en detalle las particularidades de realización de este tipo de ventanas.

#### **4.4 Diseño detallado del subsistema ventana-soporte**

El desempeño óptimo de una ventana tipo Poulter depende de la selección adecuada de materiales así como de las dimensiones y formas asignadas a la ventana y al soporte. En general, la geometría de la ventana es un cilindro corto y en la mayoría de los casos se elabora con materiales duros y frágiles (como el vidrio, el zafiro o el diamante). Por ello, no es viable considerar modificaciones en la geometría de la ventana para manipular las condiciones de esfuerzos del sistema. En cambio, el soporte se presta mejor para agregar modificaciones y características de diseño que reduzcan las concentraciones de esfuerzo, ya que:

- suele ser de materiales maquinables, como los aceros inoxidable o el titanio;
- tiene dimensiones mayores que la ventana y por tanto presenta un mayor volumen para alojar formas;
- se elabora por medio de procesos de maquinado (generalmente, torneado) que permiten generar formas más complejas que un cilindro recto.

La presión máxima que puede soportar una ventana tipo Poulter depende de cuatro factores principalmente:

1. Resistencia mecánica de la ventana (es decir, su distribución de esfuerzos bajo carga máxima en relación a sus propiedades mecánicas);
2. Resistencia mecánica del soporte;

3. Eficacia del sello en el contacto ventana-soporte;
4. Eficacia del sello entre el soporte y las paredes de la celda.

En general, los primeros tres puntos están acoplados y dependen tanto de la configuración geométrica del ensamble como de su condición de deformación debido a la carga, como se explica a continuación. En primera instancia, la distribución de esfuerzos en la ventana y en el soporte depende de la relación de diámetros  $D/d$  y del espesor de la ventana. Ahora bien, la condición del soporte deformado influye en la distribución de la presión de contacto en la interfaz con la ventana y por tanto afecta tanto en la eficacia del sello como en la distribución de esfuerzos en el cuerpo de la ventana. Aún más, si la deformación de la ventana es importante las variaciones no lineales en la distribución de esfuerzo pueden ser significativas.

Con el objeto de maximizar la presión que la ventana puede soportar –sin presentar ruptura ni fugas–, el proceso de diseño debe considerar las interacciones mencionadas e identificar las zonas críticas de concentración de esfuerzo, así como entender los mecanismos que producen tales extremos en las distribuciones de esfuerzo para finalmente desarrollar técnicas que contribuyan a modularlos.

Sin embargo, no es trivial calcular los esfuerzos aplicados para los distintos estados o predecir las deformaciones en el conjunto de ventana y soporte. Los métodos analíticos aplicados a las ecuaciones de elasticidad permiten obtener sólo soluciones que explícitamente excluyen las interacciones entre componentes: o, en el mejor de los casos, lo hacen de manera muy limitada. Las soluciones analíticas identificadas durante la realización de esta tesis consideran que la presión de contacto en la interfaz ventana-soporte tiene una distribución conocida *a priori*, eliminando la interacción entre la rigidez del soporte y la distribución de esfuerzos de la ventana. Por ejemplo, se presupone que el soporte es indeformable y que la presión de contacto tiene una distribución constante. Asimismo, las soluciones analíticas conocidas tienen validez sólo en el régimen lineal, y por tanto ignoran la variación de las condiciones de soporte de la ventana a lo largo de su deformación bajo cargas grandes pero finitas.

En cambio, es posible utilizar técnicas de métodos numéricos capaces de simular condiciones más variadas y complejas (y eventualmente más cercanas al proceso físico real) en la búsqueda de distribuciones de esfuerzo que satisfagan las ecuaciones de elasticidad en el sistema ventana-soporte. Por ejemplo, el método numérico de Elementos Finitos (MEF) permite cálculos de distribuciones de esfuerzo aproximadas considerando geometrías peculiares, y por tanto es adecuado para el estudio de sistemas complejos formados por varios componentes que interactúan entre sí. Así, es posible modelar con MEF un sistema que incluya la ventana y el soporte, ambos como elementos deformables,

permitiendo estimar la distribución de la presión de contacto en la interfaz, y eliminando con ello la necesidad de proponer dicha distribución como una hipótesis inicial del problema. Otra bondad de MEF es que permite agregar condiciones no lineales tales como fricción, plasticidad o grandes deformaciones. Finalmente, una técnica computacional como MEF permite realizar cálculos iterativos, permitiendo variar las condiciones de frontera y las cargas aplicadas y evaluar el impacto que éstas variaciones tienen en la solución.

Los párrafos siguientes se dedican a estudiar la distribución de esfuerzos en el sistema ventana-soporte utilizando MEF con el objetivo de identificar las geometrías que minimizan los picos de esfuerzo en el ensamble de componentes considerando dimensiones y condiciones de carga de interés experimental. Después de las simulaciones numéricas, se consideran detalles adicionales relacionados con las condiciones de sellado y detalles de diseño tomados de la experiencia documentada en las publicaciones científicas y que permiten salvar los obstáculos más recurrentes en el trabajo de experimentación óptica con celdas de alta presión.

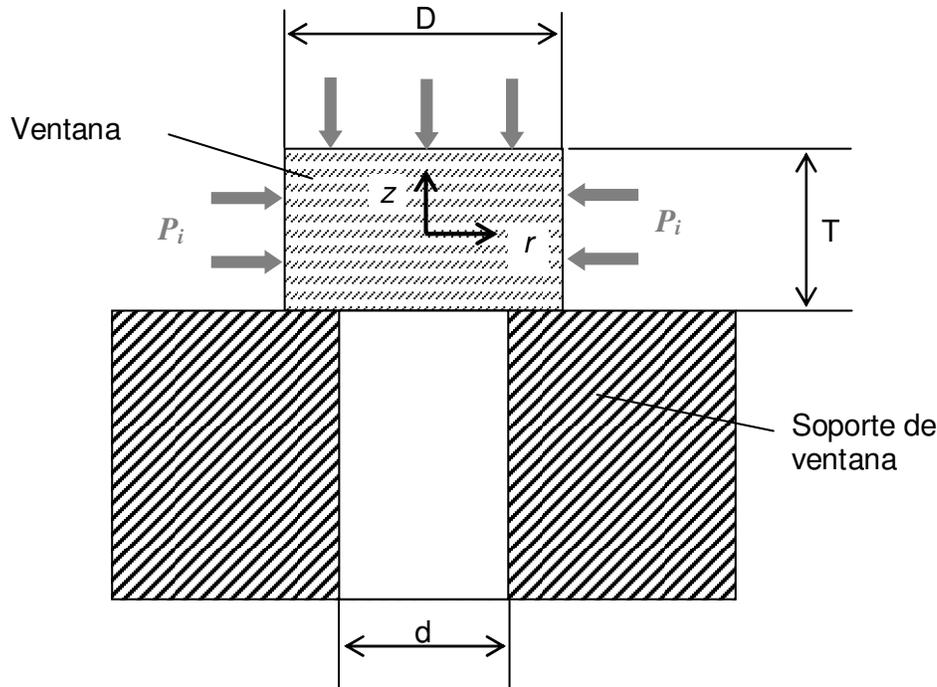
#### **4.4.1 CÁLCULOS DE ESFUERZOS EN UNA VENTANA TIPO POULTER (PRIMERA APROXIMACIÓN)**

En una primera aproximación se analiza por MEF la distribución de esfuerzos en el cuerpo de la ventana considerando las mismas condiciones e hipótesis establecidas en el trabajo de Alt y Kalus (1982). Ello con las siguientes finalidades:

- Comparar los resultados que Alt y Kalus obtienen utilizando las funciones de deformación de Love para una ventana axisimétrica, con los resultados de la solución obtenida por MEF.
- Discutir las recomendaciones principales de Alt y Kalus para las dimensiones de la ventana (diámetro y espesor).
- Adoptar las relaciones de dimensiones más adecuadas para el diseño de celda hidrostática al que se dirige esta tesis.

##### **4.4.1.1 Estudio de esfuerzos de Alt y Kalus**

El objetivo del estudio teórico de esfuerzos realizado por Alt y Kalus (1982) es conocer las distribuciones de esfuerzos en la geometría simplificada de Poulter, en función de la presión hidrostática de la celda y con base en los siguientes parámetros: el diámetro  $D$  de la ventana, su espesor  $T$ , y el diámetro del canal óptico  $d$ . De esta manera, los valores máximos de esfuerzos encontrados para una triada de los parámetros  $(D, d, T)$  y para una presión propuesta pueden compararse con los criterios



**Figura 4.8.** Configuración básica del arreglo Poulter utilizado en el cálculo de esfuerzos reportado por Alt y Kalus. La coordenada azimutal está dada por  $\theta$ .

de fractura del material, permitiendo al diseñador dimensionar la ventana para las condiciones particulares del experimento. Por ejemplo, en el caso de la celda hidrostática para estudios de tensión superficial, el diámetro mínimo de la apertura óptica está determinado por los requerimientos de visualización del experimento, y el material de la ventana suele ser zafiro por tener propiedades muy superiores a las del vidrio, pero al mismo tiempo por ser más accesible en costo y facilidad de manufactura que el diamante. Por tanto, el problema de diseño se restringe a la elección de las dimensiones del diámetro y espesor de la ventana.

El estudio de esfuerzos reportado en el artículo de Alt y Kalus considera la configuración mostrada en la Figura 4.8. La ventana es de vidrio (módulo de Young: 72 GPa; relación de Poisson: 0.2) y tiene un diámetro  $D$  y espesor  $T$ ; el diámetro del canal óptico es  $d$ . La geometría del arreglo, así como la presión sobre las paredes y las condiciones de frontera, presentan simetría axial. Las hipótesis principales del análisis son las siguientes:

- i. El material de la ventana es homogéneo e isótropo. Esta hipótesis permite aplicar las ecuaciones de elasticidad de Navier para describir la respuesta lineal de un material; *i. e.*, es aplicable para el estudio de materiales amorfos como el vidrio, y puede utilizarse como buena aproximación para materiales como el zafiro en los que el módulo de Young en las direcciones principales varía sólo ligeramente (entre 345 y 386 GPa). Por otra parte, la mayoría de los materiales para

ventanas –como el vidrio óptico y el zafiro– tienen propiedades mecánicas frágiles, por lo que un comportamiento lineal es una buena aproximación.

- ii. La distribución de la presión de contacto entre la ventana y el soporte es conocida. Anteriormente se mencionó la dificultad que existe en los métodos analíticos para considerar distribuciones variables en la interfaz de contacto, además de la falta de información respecto a la función de distribución de esfuerzos de contacto en esa zona. La comparación de soluciones entre el método semianalítico de Alt y Kalus y los cálculos de MEF permiten caracterizar la influencia de la distribución de presión en el contacto en los resultados de esfuerzo en la ventana y en el soporte.
- iii. El contacto entre la ventana y el soporte es libre de fricción. Esta hipótesis se basa en que las superficies de contacto están pulidas con calidad óptica, por lo que los esfuerzos cortantes en el contacto deben ser despreciable comparada con los esfuerzos normales de contacto.

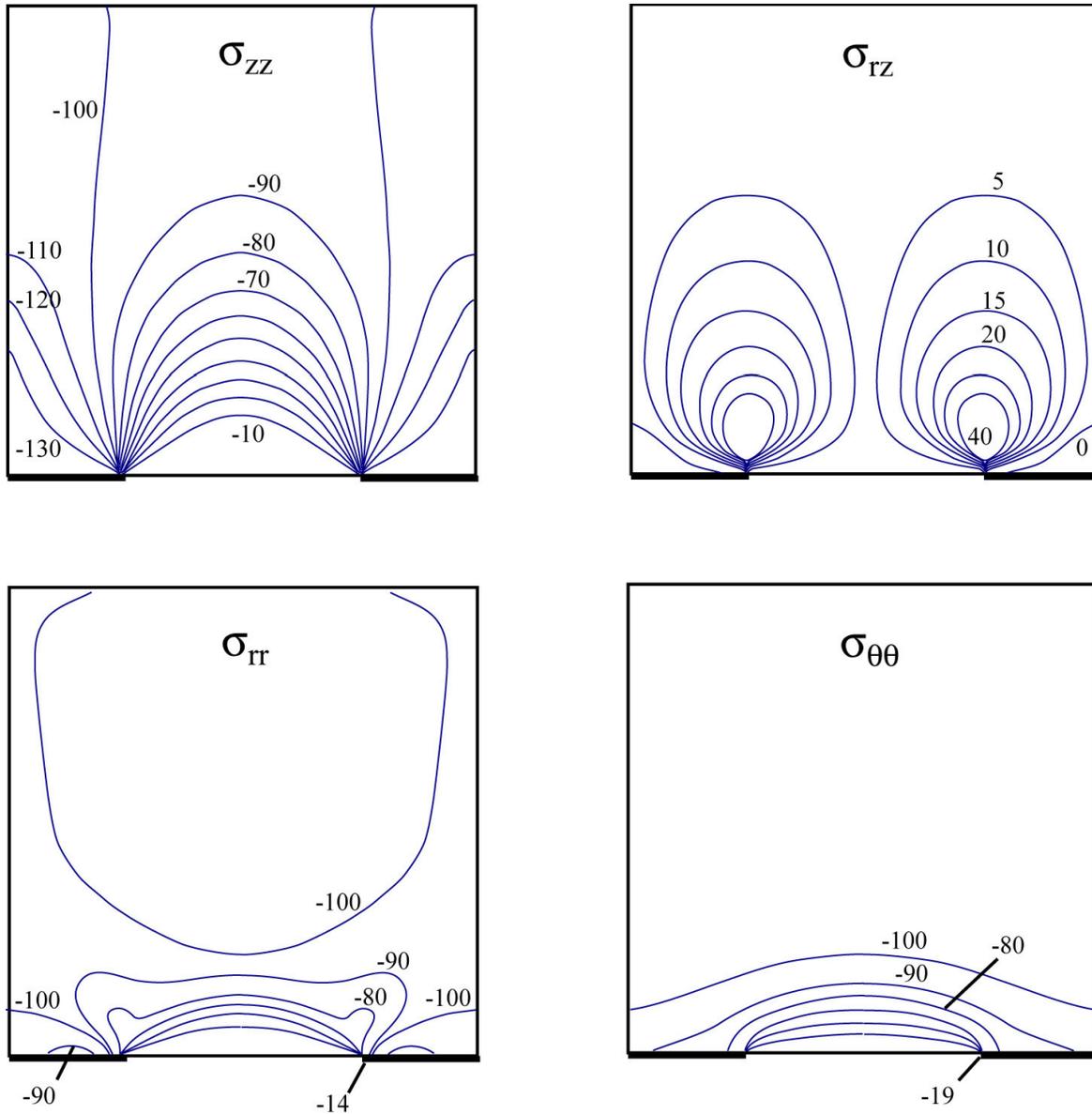
La solución de Alt y Kalus resuelve las ecuaciones de deformación de un cuerpo homogéneo y libre de cargas de cuerpo utilizando una forma generalizada de la función de deformación (*strain*) de Love, expresada en términos de funciones de Bessel.

Las condiciones de frontera en coordenadas cilíndricas son:

$$\begin{aligned}
 z = \frac{T}{2}: \quad & \sigma_{zz} = -P_i, & \sigma_{zr} = 0, \\
 z = -\frac{T}{2}: \quad & \sigma_{zz} = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq d/2 \\ -P_i \frac{D^2}{D^2 - d^2}, & d/2 \leq r \leq D/2 \end{cases}, & \sigma_{zr} = 0, \\
 r = \frac{D}{2}: \quad & \sigma_{rr} = -P_i, & \sigma_{zr} = 0.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Nótese que la condición de frontera para el esfuerzo normal axial en la zona de contacto es la magnitud obtenida por el principio de área en voladizo de Bridgman.

Los resultados obtenidos por Alt y Kalus se grafican en la Figura 4.9 para una ventana Poulter de diámetro  $D$  arbitrario y espesor tal que  $D/T = 1$  y diámetro del área en voladizo  $d = D/2$ . Las distribuciones de esfuerzo se muestran por medio de curvas de esfuerzo constante (isopletras). En la Figura 4.9 los valores de las isopletras se dan como porcentaje de la presión interior  $P_i$ , dado que los



**Figura 4.9.** Resultados de la solución de Alt y Kalus para la distribución de esfuerzos en una ventana axisimétrica de diámetro  $D$  y espesor  $T$  de valores tales que  $T/D = 1$ . El diámetro del canal óptico es  $d = D/2$ . Las gráficas representan curvas de igual esfuerzo cuyos valores están dados en porcentaje sobre el valor de presión hidrostática  $P_i$ . Las líneas gruesas en la cara inferior de la ventana representan la superficie de contacto con el soporte.

componentes del tensor de esfuerzos  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  y  $\sigma_{rz}$  son funciones en las que la presión  $P_i$  aparece como una constante multiplicativa. De esta manera, las condiciones de frontera se traducen en:  $\sigma_{zz} = -100$  en la cara plana superior de la ventana,  $\sigma_{zz} = -133$  en la interfaz de contacto con el soporte,  $\sigma_{zz} = 0$  en la superficie en voladizo,  $\sigma_{rr} = -100$  en la cara cilíndrica, y  $\sigma_{rz} = 0$  en todas las caras.

Para la relación elegida entre los valores  $(D, d, T)$ , las isopletras indican esfuerzos normales compresivos<sup>5</sup> en todo el volumen de la ventana. La región axisimétrica formada por los puntos tales que  $0 \leq z \leq T/2$  presenta un estado de esfuerzos casi hidrostático, es decir  $\sigma_{zz} \approx \sigma_{rr} \approx \sigma_{\theta\theta} \approx -P_i$ , y por tanto el esfuerzo cortante en esa región es cercano a cero. En la superficie en voladizo el material presenta un estado de esfuerzos biaxial en compresión ya que  $\sigma_{rr} \approx \sigma_{\theta\theta} < 0$  y  $\sigma_{zz} = 0$ . Los esfuerzos normales extremos  $\sigma_{rr} = -0.14P_i$  y  $\sigma_{\theta\theta} = -0.19P_i$  se presentan en el centro de la superficie en voladizo. La solución muestra un gradiente de esfuerzos muy acentuado en la vecindad del borde de la superficie de soporte, es decir cuando  $z \rightarrow -T/2$ ,  $r = d/2$ . Las curvas de esfuerzo normal ( $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ , y  $\sigma_{\theta\theta}$ ) constante convergen en dicho borde, y por tanto el estado de esfuerzos es esencialmente indefinido localmente. La disposición de las isopletras de esfuerzo cortante muestran que la función de esfuerzo cortante tiene un máximo en el borde; Alt y Kalus reportan que el valor del esfuerzo cortante máximo es de  $0.40 P_i$ .

Con respecto a la resistencia mecánica de la ventana, los materiales más comúnmente utilizados en aplicaciones de trabajo hidrostático de alta presión presentan comportamiento frágil, con la característica adicional de tener una mejor resistencia a la compresión que a la tensión. Por otra parte, materiales como el vidrio o el zafiro tienen características poco predecibles con respecto al esfuerzo cortante, el cual juega un papel importante en el caso de la configuración Poulter, como lo muestra la solución previamente expuesta.

Mediante la solución de Alt y Kalus es posible calcular los valores de esfuerzos normales máximos, así como estimar el pico de esfuerzo cortante, y llevar a cabo comparaciones contra las propiedades mecánicas de algunos materiales. Con base en un criterio de falla para materiales frágiles, es preferible elegir dimensiones para la ventana tales que los esfuerzos normales tiendan hacia los valores negativos –es decir, compresibles–, reduciendo al mismo tiempo los esfuerzos cortantes. En la configuración elegida, donde  $D/T = 1$  y  $d = D/2$ , se obtiene un estado de esfuerzos de compresión en toda la sección axisimétrica, y una concentración de esfuerzos caracterizada por un valor extremo en el esfuerzo cortante. Sin embargo, los resultados de Alt y Kalus indican que manteniendo la relación  $D/T = 1$  el esfuerzo normal radial se hace positivo para  $d > 0.5 D$  cuando el módulo de Poisson es 0.2, y para  $d > 0.6 D$  cuando el módulo de Poisson es 0.3.

---

<sup>5</sup> En este caso, los valores de porcentaje negativo indican esfuerzos de compresión, ya que se definió como condición de frontera que la presión hidrostática en las caras de la ventana ejerce un esfuerzo normal igual a  $-P_i$ .

Los resultados muestran que los esfuerzos máximos de compresión se incrementan al reducir el espesor de la ventana. Sin embargo, se observa que los esfuerzos en una ventana de dimensiones  $D/T = 0.5$  no son mucho más altos que para una relación  $T/D = 1$  y los esfuerzos cortantes son idénticos en ambos casos. A su vez, una ventana con dimensiones  $T/D = 2$  no muestra diferencias en sus valores de esfuerzo en comparación con la configuración  $T/D = 1$ . De estos datos se concluye que, para un estudio lineal como el aquí mostrado, la relación  $T/D = 0.5$  es óptima para las ventanas tipo Poulter, ya que los esfuerzos normales no mejorarán sustancialmente al aumentar el espesor por encima de  $0.5 D$ . En cambio, los esfuerzos aumentan considerablemente cuando el espesor es menor a la mitad del diámetro y por tanto no es recomendable utilizar ventanas delgadas excepto si los diámetros de apertura son del orden de  $0.2D$ .

En resumen, las relaciones más adecuadas para una ventana tipo Poulter son:

- $(T/D) \approx 0.5$  para desplazar los esfuerzos normales hacia los valores negativos. Sin embargo, los efectos no lineales inducidos por grandes deformaciones pueden generar una deformación tipo bóveda en la región cercana a la superficie en voladizo, en cuyo caso un espesor  $0.5D \leq T \leq 1.0D$  puede ser más favorable.
- $d/D < 0.5$  para mantener esfuerzos normales compresivos y para moderar la magnitud pico de esfuerzo cortante. Nótese que con esta relación, la sobrepresión de sellado es igual o menor a 33%.

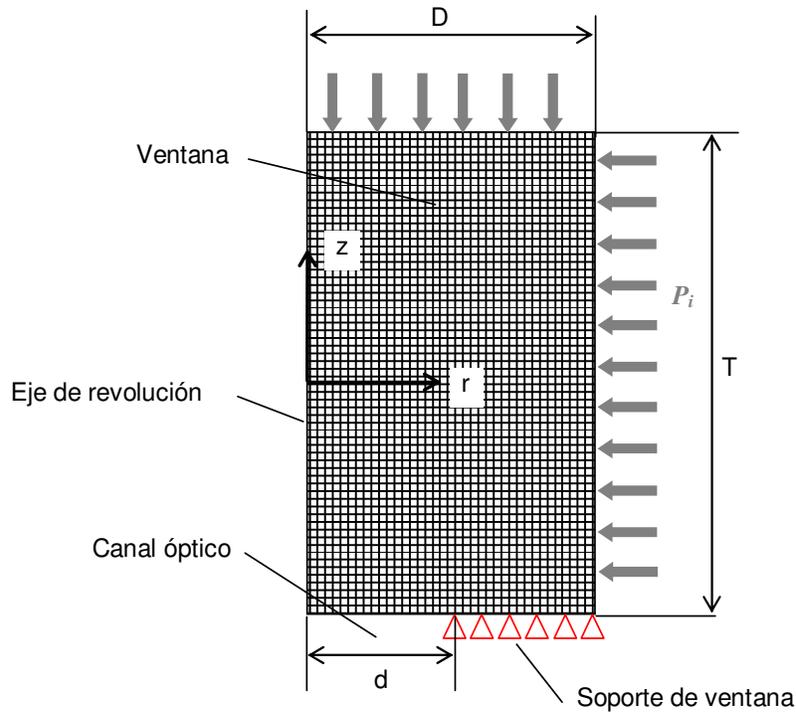
#### 4.4.1.2 Cálculo de esfuerzos por MEF

En esta sección se presentan los cálculos de esfuerzos en la ventana tipo Poulter utilizando el método numérico de MEF para un modelo equivalente a la configuración analizada por Alt y Kalus. La geometría del modelo consiste en un rectángulo cuya altura es el espesor de la ventana  $T$  y cuya base es el radio de la ventana  $D/2$  (ver Figura 4.10). La dimensión  $D$  se elige arbitrariamente igual a 6 mm, por lo que  $T = 6$  mm y  $d = 3$  mm.

La malla se genera con elementos cuadrangulares axisimétricos<sup>6</sup> de longitud característica 0.05, de manera que la sección axisimétrica se forma por  $60 \times 120$  elementos y 7,380 nodos, generando cerca de 15,000 grados de libertad. El material de la ventana se considera homogéneo e isotrópico (módulo de Young: 72 GPa; relación de Poisson: 0.2). Como condiciones de frontera, se agrega una

---

<sup>6</sup> Los elementos axisimétricos están formados por nodos que tienen dos grados de libertad (desplazamiento en las direcciones radial y axial.)



**Figura 4.10.** Modelo axisimétrico de elementos finitos para el análisis de esfuerzos de una ventana tipo Poulter. La sección axisimétrica consiste en una semi-sección axial de la ventana de diámetro  $D$  y espesor  $T$ . La malla se compone de elementos cuadrangulares. En los nodos que forman la frontera de la cara cilíndrica y la cara superior de la ventana, se aplica una carga uniformemente repartida  $P_i$ . El soporte rígido se modela con condiciones de frontera que restringen el desplazamiento en  $z$ , y permiten deslizamiento libre en la dirección  $r$ . El sistema de coordenadas para el análisis coincide con el establecido en el modelo de Alt y Kalus.

presión uniforme  $P_i$  en las caras de la ventana, y se definen las siguientes restricciones de desplazamiento:

- En el eje de revolución, se impide el desplazamiento radial.
- En la superficie de soporte, se restringe el desplazamiento en la dirección axial. El desplazamiento radial es libre y sin fricción.

Es importante notar que la condición de frontera definida en la superficie de soporte modela la condición de un soporte infinitamente rígido, ya que impide por completo el desplazamiento axial de los nodos de la interfaz. Dicha condición de frontera no corresponde exactamente a la establecida en la solución de Alt y Kalus, pues no exige una distribución de presión constante sobre la superficie de contacto; en cambio, la solución de MEF calcula una distribución de presión de contacto tal que la restricción de desplazamiento en los nodos de la interfaz se cumple.

En MEF es más conveniente establecer las condiciones de frontera por medio de una restricción de desplazamientos, en vez de establecer condiciones para los valores de esfuerzo en las

fronteras. La justificación de esta conveniencia está relacionada con el algoritmo del método numérico. En la técnica de MEF, el primer paso consiste en encontrar una solución a los desplazamientos de cada nodo del sistema, de tal manera que las fuerzas internas generadas en cada nodo debido a la rigidez local de cada elemento finito, balanceen las fuerzas exteriores aplicadas. Esto se puede representar en forma matricial por medio de la forma generalizada de la ley de Hooke:

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{K}][\mathbf{u}], \quad (4.12)$$

donde  $[\mathbf{F}]$  es el vector de fuerzas externas,  $[\mathbf{K}]$  es la matriz de rigidez del sistema, y  $[\mathbf{u}]$  es el vector de desplazamientos de todos los nodos del sistema. Ahora bien, la matriz de rigidez de un modelo libre de restricciones suele ser singular, por lo que es necesario agregar al menos una condición de frontera del tipo  $u_{k,i} = 0$ , donde  $u_{k,i}$  es el desplazamiento en la dirección  $i$  del  $k$ -ésimo nodo del modelo, para eliminar la singularidad y encontrar una solución  $[\mathbf{u}]$  que cumpla con la ecuación de equilibrio de Hooke.

Además, una solución estática por MEF requiere que el sistema se encuentre en condición de equilibrio estático. En este caso, es necesario que la fuerza total ejercida por la presión  $P_i$  sobre la cara circular de la ventana esté balanceada por la fuerza total ejercida en los nodos de la superficie de contacto.<sup>7</sup> Como se explicó anteriormente, la presión de contacto en la interfaz está dada por la relación

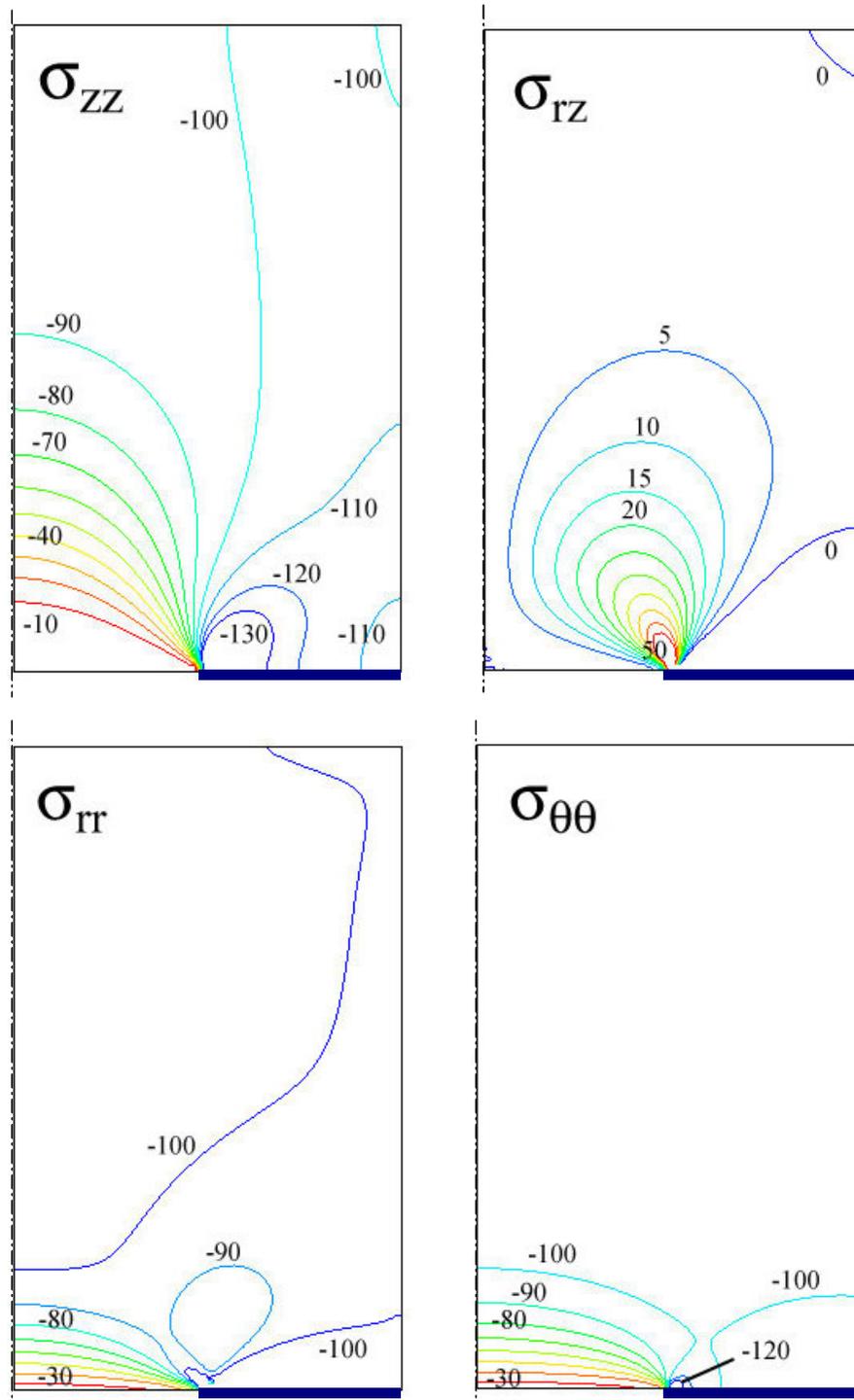
$$P_c = P_i \frac{D^2}{D^2 - d^2}. \quad (4.7)$$

Dado que para éste cálculo  $d = D/2$ , la presión de contacto en la sección anular es igual a  $4 P_i / 3$ .

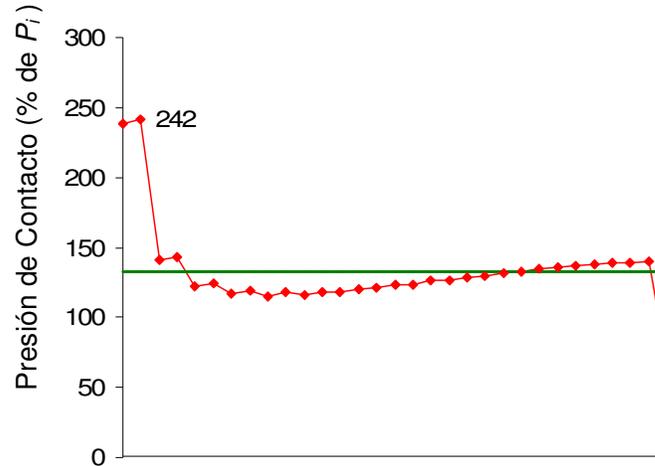
Ahora bien, MEF obliga a introducir el factor  $4/3$  en formato decimal con un número limitado de dígitos, por lo que es necesario trunca la expresión en 1.333. El error inducido por la precisión limitada en los números de punto flotante afecta el equilibrio final del modelo de MEF. La utilización de condiciones de frontera por medio de la restricción de los desplazamientos no sólo salva este problema de precisión numérica, sino que además proporciona una solución de la distribución de la presión de contacto que considera la deformación del cuerpo de la ventana.

---

<sup>7</sup> La fuerza ejercida por la presión  $P_i$  sobre la cara cilíndrica de la ventana se balancea por sí misma, ya que  $\int_S P_i \vec{n} ds = 0$  donde  $S$  es la superficie cilíndrica y  $\vec{n}$  la normal del diferencial de superficie  $ds$ .



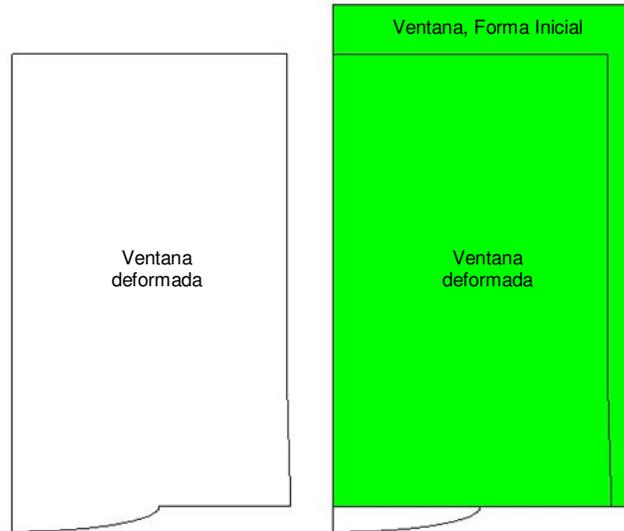
**Figura 4.11.** Resultados de esfuerzos en la ventana tipo Poulter obtenidos por MEF. Las figuras representan la sección axisimétrica, limitada del lado izquierdo por el eje de revolución. Las líneas gruesas en la cara inferior de la ventana representan la superficie de contacto con el soporte. La condición de frontera en esa cara es una de nulo desplazamiento en la dirección axial, simulando un soporte infinitamente rígido.



**Figura 4.12.** Distribución de la presión de contacto (esfuerzo normal axial en la cara inferior de la ventana) sobre la interfaz entre la ventana y el soporte. La distribución calculada por MEF presenta un valor máximo equivalente a 242% de  $P_i$  en el borde interior del soporte. La línea verde indica la presión de contacto promedio (133%) calculada por el principio de Bridgman.

Los resultados del análisis de esfuerzos de MEF se muestran en la Figura 4.11. El color de las isopletas está asociado con el valor del esfuerzo, expresado éste como porcentaje de la magnitud de la presión interior  $P_i$ . La distribución de las isopletas es parecido a las curvas de la solución de Alt y Kalus en casi todo el volumen de estudio, excepto en aquella región cercana a la superficie de contacto con el soporte. Se puede observar que los esfuerzos normales axiales  $\sigma_{zz}$  no tiene una distribución constante a lo largo de la superficie de contacto; en cambio, en la solución de MEF la presión de contacto presenta un máximo en el borde del canal óptico, y disminuye hacia la cara cilíndrica de la ventana. La distribución de presión de contacto se puede estudiar con más detalle en la gráfica de la Figura 4.12, donde se observa un pico en la distribución de la presión de contacto concentrado en los nodos localizados hacia el canal óptico y que alcanza un valor de casi  $2.5 P_i$ . Después del pico, la distribución de la presión de contacto decrece y mantiene valores por debajo de la presión promedio calculada por el principio de Bridgman ( $1.33 P_i$ ) en la mayor parte de la superficie de contacto. Sólo en los últimos elementos, que abarcan menos del 10% de la superficie del soporte, la presión de contacto es aproximadamente igual a la presión promedio de Bridgman.

El comportamiento de la presión de contacto produce incrementos importantes en el estado de esfuerzos del material de la ventana especialmente alrededor del borde del canal óptico. En comparación con los resultados de Alt y Kalus, el esfuerzo normal radial supera el 100% de  $P_i$ , el normal tangencial supera el 120% y el esfuerzo cortante se eleva por encima del 150%. Además, las isopletas de esfuerzo cortante se inclinan hacia el eje de simetría, mientras que en la solución de Alt y



**Figura 4.13.** A la izquierda, imagen deformada del modelo de la ventana. La deformación está ampliada por un factor de 100. En la figura de la derecha se muestra la ventana deformada superpuesta en el modelo inicial sin deformar.

Kalus las isopletas de esfuerzo cortante son aproximadamente simétricas con respecto a una línea paralela al eje de revolución que pasa por el borde interior de la superficie de contacto. Esto indica que en la solución numérica, la distorsión angular de los elementos es más acentuada para el material de la ventana que se encuentra por encima del canal óptico, favoreciendo la concavidad de la ventana en la región que se encuentra en voladizo.

Es importante resaltar que los resultados de Alt y Kalus prevén el incremento en el esfuerzo cortante, el corrimiento de los esfuerzos normales hacia valores más positivos, y la tendencia de deformación convexa, todo esto como consecuencia de una distribución irregular de la presión de contacto. Asimismo indican que dicha situación –más cercana al estado real de esfuerzos– es un efecto desfavorable para la resistencia mecánica de la ventana, ya que los materiales frágiles trabajan mejor a compresión que a tensión. El perfil deformado de la sección axisimétrica de la ventana se muestra en la Figura 4.13, ilustrando la convexidad en la sección en voladizo. Nótese que las porciones de material cercano a las caras de la ventana, en contacto con la presión interior  $P_i$ , se encuentran en un estado de compresión biaxial, por lo que los elementos experimentan una disminución en su volumen por compresión, pero sin mostrar una distorsión. En cambio, los elementos cercanos al borde interior de la cara de soporte están distorsionados y han perdido su forma inicial de cuadriláteros regulares.

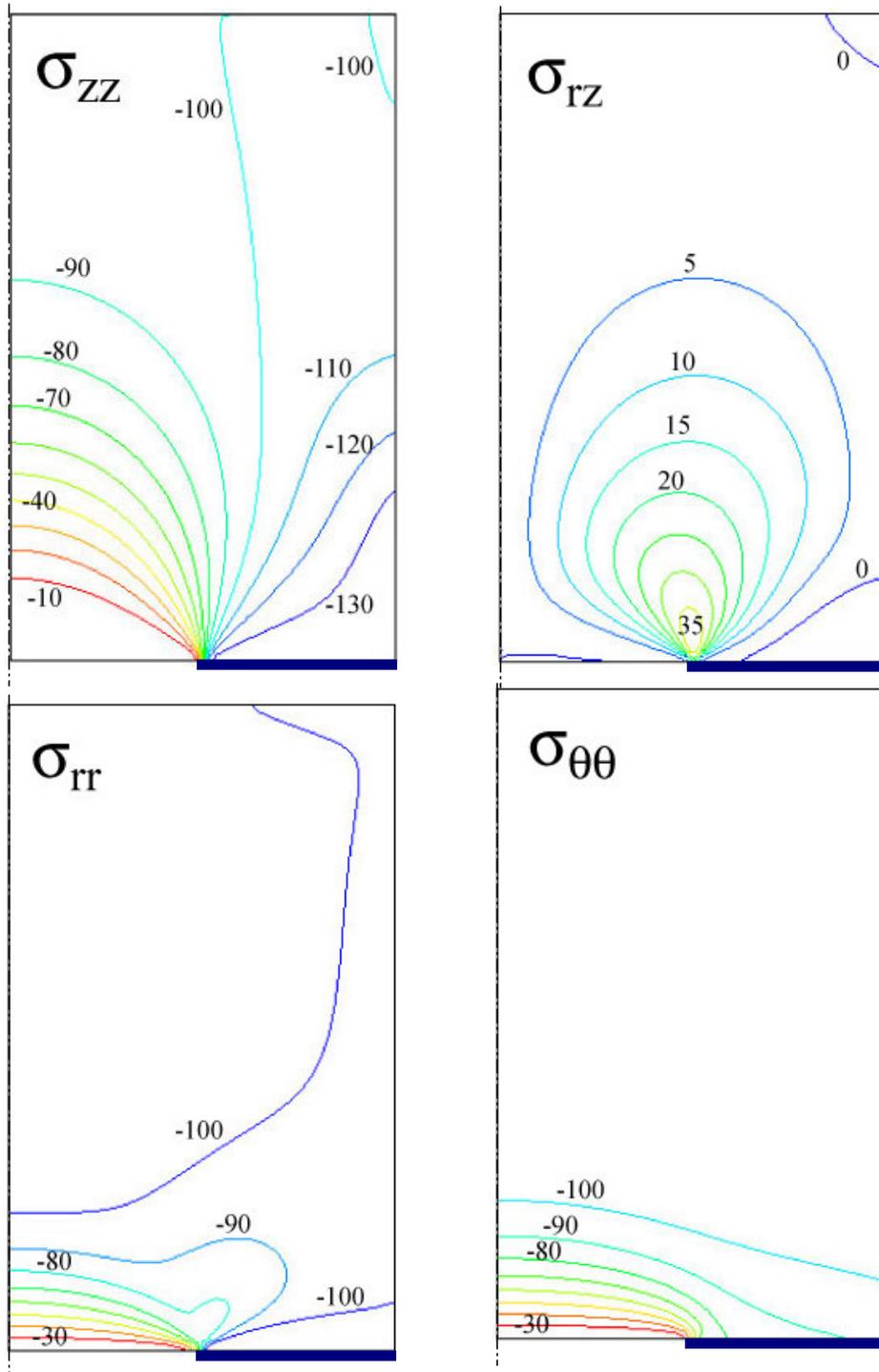
Una segunda comparación aún más completa entre el resultado de Alt y Kalus y la solución por MEF, se tiene cuando se reemplaza la condición de frontera de restricción de desplazamiento axial por una carga uniformemente distribuida en la superficie de contacto, y de magnitud igual –pero opuesta–

a la fuerza producida por la presión interior  $P_i$  en la cara plana opuesta. Para las dimensiones propuestas en el cálculo anterior, la presión en la superficie de soporte debe tener una magnitud igual a  $4/3 P_i$ , según indica el principio de Bridgman. En este caso, se asigna al factor  $4/3$  un valor aproximado igual a 1.333333.

El uso de tales condiciones de frontera requiere considerar dos puntos importantes. Por una parte, un modelo de MEF así definido no tiene ninguna restricción en el grado de libertad de traslación axial, y por lo tanto puede experimentar movimiento de cuerpo rígido en esa dirección. Desde el punto de vista de la obtención de una solución numérica, el problema es indeterminado ya que el vector de desplazamientos nodales puede tomar formas infinitas, las cuales satisfacen la ecuación de equilibrio. El software de MEF detecta esta condición e indica que el sistema presenta una singularidad numérica asociada a la falta de rigidez del sistema con respecto al grado de libertad de traslación axial. Por otra parte, la magnitud de la presión de contacto produce una fuerza que difiere de la fuerza producida por la presión interior en la cara opuesta. Esto se debe al truncamiento necesario en la magnitud de la presión de contacto. En términos de la solución de MEF, esto se traduce en una fuerza residual igual a la diferencia de la resultante de fuerza externa aplicada sobre el sistema menos la resultante de las fuerzas internas generadas en los nodos. Para un sistema en equilibrio, la fuerza residual debe ser igual a cero. Sin embargo, se obtiene una fuerza residual de magnitud despreciable y el software juzga que es posible obtener la solución de esfuerzos.

La segunda solución de esfuerzos, mostrada en la Figura 4.14, no muestra diferencias con respecto a la solución de Alt y Kalus; las trayectorias de las isopleas y los valores máximos de las diferentes componentes del tensor de esfuerzos son coincidentes en la solución numérica obtenida por funciones de Bessel y la solución numérica de MEF. Por lo tanto, las conclusiones extraídas del artículo de Alt y Kalus pueden considerarse como aplicables a los resultados de MEF, y es posible utilizar el método de MEF para profundizar en las preguntas que Alt y Kalus dejan abiertas.

El estudio de Alt y Kalus (1982) concluye que la distribución de esfuerzos en una ventana tipo Poulter permite al diseñador elegir las dimensiones de una ventana basándose en un criterio de fractura del material. Ahora bien, los materiales típicos para ventanas de alta presión, como el vidrio óptico y el zafiro, tienen comportamiento mecánico frágil. Esto significa que en general presentan alta resistencia a los esfuerzos compresivos, pero baja resistencia en tensión y flexión. Por otra parte, el efecto del esfuerzo cortante es incierto en este tipo de materiales. El enfoque de Alt y Kalus busca definir las proporciones de las dimensiones  $D$ ,  $d$ , y  $T$  para una ventana tipo Poulter de manera que los esfuerzos normales sean preferentemente compresivos y minimizando los esfuerzos cortantes. Su conclusión indica que la relación



**Figura 4.14.** Solución de esfuerzos obtenida por elementos finitos, habiendo reemplazado la restricción de desplazamiento en el soporte por una presión uniformemente distribuida de magnitud igual a  $1.333333 \text{ Pi}$ .

$$\frac{T}{D} = 0.5 \quad (4.13)$$

es óptima, ya que geometrías con mayor relación de espesor sobre diámetro no cambian sustancialmente su distribución de esfuerzos compresivos y de tensión. En cambio, el diámetro de la apertura óptica con respecto al diámetro de la ventana afecta de manera importante el corrimiento de los esfuerzos normales hacia los valores positivos, reduciendo la capacidad de carga de la ventana Poulter. Así, una ventana dimensionada con las relaciones  $T/D = 0.5$  y  $d/D = 0.5$  presenta esfuerzos normales compresivos en todo su volumen<sup>8</sup> y un esfuerzo cortante del orden de  $0.4 P_i$ .

Ahora bien, algunos puntos merecen una discusión más detallada, a partir de las conclusiones mencionadas. En primer lugar, la manera en que el efecto de convexidad en la región no-soportada de la ventana Poulter afecta la distribución de esfuerzos. En segundo lugar, la redistribución de la presión de contacto cuando se considera un soporte deformable, y el efecto de esta nueva condición de frontera sobre los esfuerzos en la ventana. Finalmente, la validez de obtener un esfuerzo cortante máximo acotado, tal y como se encuentra por las soluciones de Alt y Kalus y por MEF.

El primer punto, relacionado con la influencia de la propia deformación de la ventana en su distribución de esfuerzos, exige un estudio de esfuerzos que considere la no linealidad geométrica del problema. El segundo punto, relacionado con la condición flexible del soporte, es un problema que requiere tomar en consideración los efectos no lineales de grandes deformaciones –no linealidad geométrica–, la aparición de no linealidades en las propiedades mecánicas del material (es decir, plasticidad), y finalmente el efecto no lineal de la interfaz de contacto. Sin embargo, un primer enfoque que considere simplemente el carácter finito de la rigidez del soporte es viable, aún sin introducir ecuaciones no lineales. El tercer punto, relacionado con estudio de singularidades locales en la distribución de esfuerzos cortantes en la ventana, se puede estudiar variando la convergencia de la malla de MEF. A continuación, se tratan los tres puntos mencionados siguiendo un orden de lo más simple a lo más complejo: inicialmente, se estudia la convergencia de la solución de esfuerzos con respecto a la densidad de malla de elementos. Seguidamente, se estudia el efecto de elasticidad en el

---

<sup>8</sup> Estos resultados corresponden a valores de relación de Poisson de 0.2. Si el valor del coeficiente de Poisson es mayor (0.3 es también un valor común en materiales típicos para ventanas ópticas) el esfuerzo normal radial tiene un corrimiento hacia los valores positivos. Por ejemplo, para  $T/D = 0.5$ ,  $d/D = 0.5$  y  $\nu = 0.3$ , el esfuerzo normal radial máximo alcanza un valor positivo de 5% de  $P_i$ .

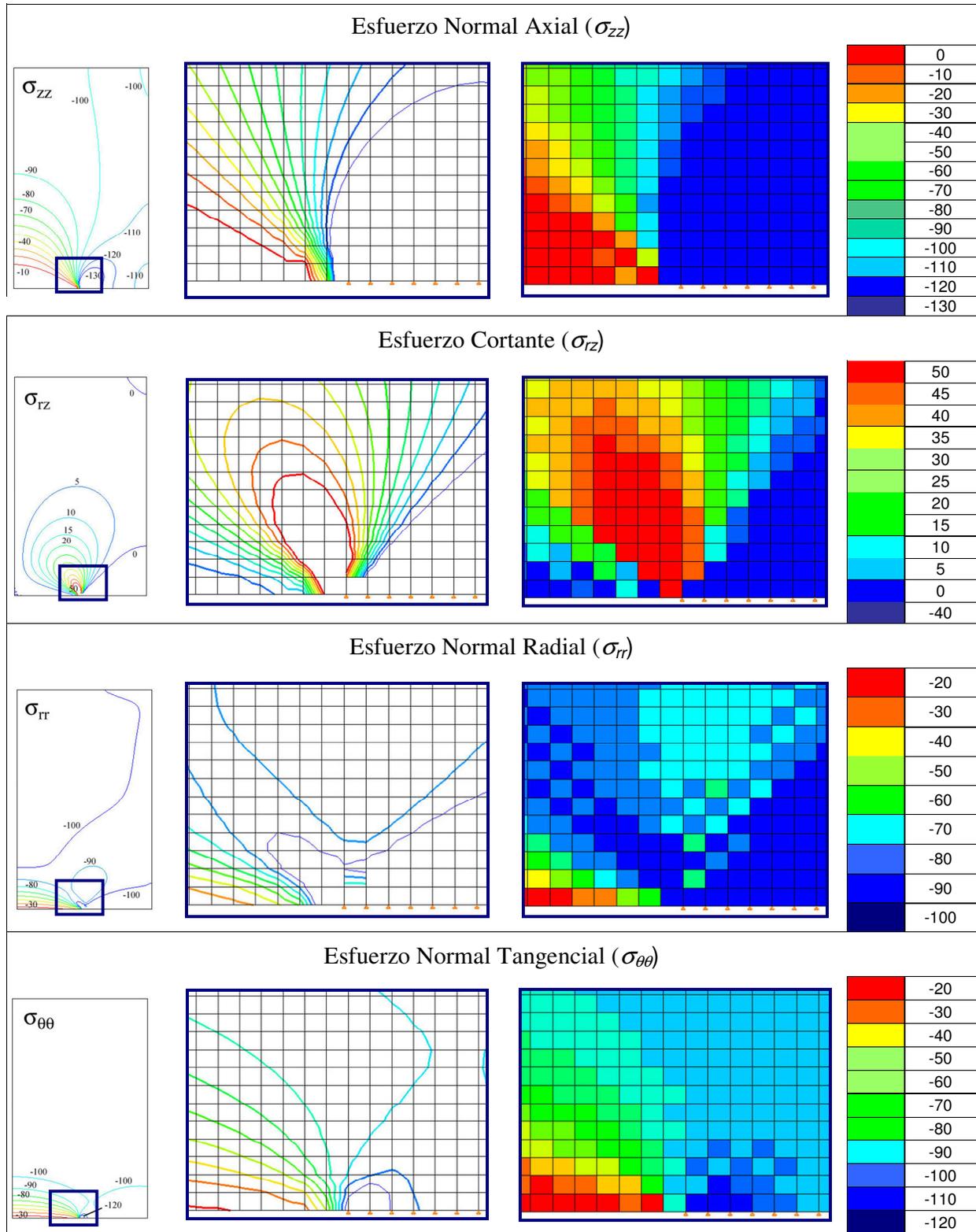
soporte de la ventana. Finalmente, se estudian los efectos no lineales de grandes deformaciones y de contacto en la interfaz ventana-soporte.

#### **4.4.2 ESTUDIO DE CONVERGENCIA DE DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS CON RESPECTO A LA MALLA DE MEF**

El método MEF, aplicado a problemas de esfuerzo-deformación, es una herramienta que provee resultados asociados a un espacio discretizado del dominio en estudio. El método provee un único valor de desplazamiento para cada nodo, y un tensor de esfuerzos definido en cada elemento del modelo, este último calculado con base en los desplazamientos relativos entre los nodos que lo forman. Así, la precisión de la solución depende de la resolución o finura de la malla; aún para mallas finas, la aproximación puede contener errores importantes para dominios que presentan gradientes de esfuerzo grandes.

Una técnica frecuentemente aplicada para mejorar la precisión de la solución en presencia de gradientes importantes consiste en refinar la malla de MEF, reduciendo la longitud característica promedio de los elementos (es decir, aumentando la densidad la malla). Idealmente, la solución numérica provista por el modelo tiende hacia un valor límite a medida que se aumenta la densidad de la malla. Cuando un modelo de MEF arroja una solución cuya variación con respecto a la densidad de la malla es despreciable, se dice que el modelo tiene una solución convergente.

Sin embargo, aumentar la densidad de malla implica incrementar notablemente el número de variables del modelo con el consecuente aumento de requerimientos de recursos computacionales (tiempo de CPU, memoria y alojamiento de disco duro), e implica al mismo tiempo una mayor inversión en tiempo para construir la malla. Si bien es cierto que el desarrollo continuo tanto de procesadores con muy grandes capacidades de cálculo como de software generador de malla permite trabajar con modelos cada vez más grandes y complejos, también es cierto que los recursos computacionales siguen siendo limitados y constituyen un compromiso económico en costo y en tiempo. Por lo tanto, en un análisis de MEF siempre es saludable y rentable agregar una etapa dedicada a estudiar la convergencia de las soluciones de esfuerzo y deformación.



**Figura 4.15.** Detalle aumentado del gradiente de esfuerzos en el borde del canal óptico, según la solución obtenida por FEM. Cada componente del tensor de esfuerzo se muestra de dos formas de contornos de color: a través de curvas isopletas, y asignando un color único por elemento. Las leyendas, a la derecha de las gráficas, indican el esfuerzo en MPa.

Existen casos en los que el modelo no arroja una solución convergente: los valores de esfuerzo varían indefinidamente conforme se aumenta la densidad de la malla. En tales situaciones se vuelve impráctico aumentar el número de variables del modelo y con ello los recursos computacionales requeridos. Un estudio de convergencia es también un indicador de la tendencia del modelo a proporcionar una solución convergente, así como de la precisión alcanzada en regiones de concentraciones de esfuerzo.

El análisis de esfuerzos de la ventana tipo Poulter contiene regiones de concentración de esfuerzos en los alrededores de la interfaz de contacto, principalmente en la cercanía del borde del canal óptico. Con el fin de mejorar la precisión de la solución numérica, se llevó a cabo un estudio de convergencia y buscando definir la densidad de malla más adecuada que proporcione un balance entre la convergencia de solución y la extensión del modelo.

El análisis de MEF descrito en los párrafos anteriores muestra una solución para la distribución de esfuerzos en un modelo axisimétrico de ventana tipo Poulter sobre un soporte: (a) infinitamente rígido y (b) relativamente suave, con respecto a la elasticidad del material de la ventana. En ambos casos, la solución de MEF, en coincidencia con la solución aproximada –utilizando una serie de funciones de Bessel– muestra un gradiente de esfuerzos poco realista en los componentes normales radial y circunferencial en la región localizada sobre la cara en voladizo de la ventana, así como una concentración de esfuerzos alrededor del borde del canal óptico. Las representaciones gráficas del tensor de esfuerzos (ver Figuras 9, 11 y 14) muestran que las isopletas confluyen hacia ese punto, lo que dificulta determinar la magnitud local de los esfuerzos.

La Figura 4.15 muestra nuevamente las distribuciones de los componentes de esfuerzo calculados por MEF en la condición de soporte rígido, en un acercamiento sobre el borde del canal óptico. Los valores están expresados como un porcentaje de la presión aplicada sobre las caras de la ventana ( $P_i$ ), de manera que 100 significa  $1.0 P_i$ , 150 significa  $1.5 P_i$ , etc. Para comprender mejor los efectos de la condición local de esfuerzos en el borde del canal óptico, se trazan dos tipos de representación de los esfuerzos: por medio de curvas isopletas y por asignación de colores a los elementos en función del valor del esfuerzo. La representación de curvas isopletas requiere de un procesamiento gráfico complejo que consiste en calcular valores de esfuerzo para cada nodo promediando los valores de esfuerzo asignados a los elementos asociados al nodo, y posteriormente interpolando los valores de esfuerzo entre ese nodo y sus primeros vecinos. Las gráficas de curvas isopletas muestran los *valores de esfuerzo nodales*, y son útiles para indicar los gradientes de esfuerzo a través de la concentración de isopletas. La gráfica por asignación de colores representa de forma

directa los valores obtenidos en el cálculo de MEF, ya que la solución del método numérico proporciona, para cada elemento de la malla, un valor único de cada componente del tensor de esfuerzos; la gráfica se genera asignando un color al elemento de acuerdo con una escala de colores (leyenda de colores en la Figura). Esto es, los gráficos de color indican valores de *esfuerzo por elemento* y permite detectar los saltos de esfuerzos cuando dos elementos adyacentes tienen colores que no son consecutivos en la escala.

En este caso, las gráficas de asignación de colores muestran grandes variaciones entre el último elemento soportado y el primer elemento en voladizo. Así, el esfuerzo normal axial alcanza un extremo de  $-434$  mientras que los elementos adyacentes tienen valores de  $-150$  (elemento en voladizo) y  $-214$  (elemento sostenido). El esfuerzo cortante presenta un pico de  $102$ , mientras que el elemento contiguo en voladizo tiene un esfuerzo de  $0$ , y los elementos contiguos sostenidos tienen esfuerzos de signo opuesto con magnitud de  $-34$ . Los esfuerzos normales radial y circunferencial muestran variaciones un poco más suaves que los otros componentes de esfuerzo, y presentan valores extremos de  $-263$  y  $-170$  respectivamente.

Grandes saltos para los valores del esfuerzo entre elementos contiguos requiere estudiar si dichos valores extremos dependen del tamaño de los elementos. En este punto surge la necesidad de llevar a cabo un estudio de convergencia para evaluar la dependencia de los valores extremos de esfuerzo en función de la densidad de la malla. Así, con el fin de estudiar la convergencia de la malla en el modelo de la ventana axisimétrica, se propone repetir el estudio de MEF variando la dimensión característica de los elementos y monitoreando los resultados más relevantes en aquellas zonas que presentan los mayores gradientes de esfuerzos, como son:

- los valores extremos de esfuerzos en el borde del canal óptico,
- el valor de los esfuerzos normales radial y tangencial en el centro de la cara en voladizo, y
- el desplazamiento en el centro de la cara en voladizo.

La Tabla 4.3 resume los resultados de un análisis de convergencia de malla. Para este estudio, se calculan los estados de esfuerzo variando el número de elementos sobre el radio de la sección axisimétrica:  $n = 15, 30, 60$  y  $300$  elementos, y asignando el número de elemento en la dirección axial correspondiente para obtener elementos regulares. La Tabla 4.3 contiene los valores de tamaño de elemento, número de elementos en la dirección radial, la densidad calculada en número de elementos por unidad de área, así como los valores de los esfuerzos calculados a través de cada una de las cuatro mallas propuestas. Se proveen los componentes del tensor de esfuerzos en el borde de la superficie de contacto con el soporte (arista del canal óptico). El esfuerzo cortante presenta un máximo y un mínimo

consecutivos en ese punto (ver la Figura 4.15), por lo que se proporcionan ambos extremos. Con respecto al punto central del área en voladizo, la Tabla 4.3 proporciona los esfuerzos normales, radial y tangencial, así como el desplazamiento de ese punto debido a la deformación de la ventana. Los valores de esfuerzo normal axial y del esfuerzo cortante no se indican en la Tabla ya que son prácticamente cero.

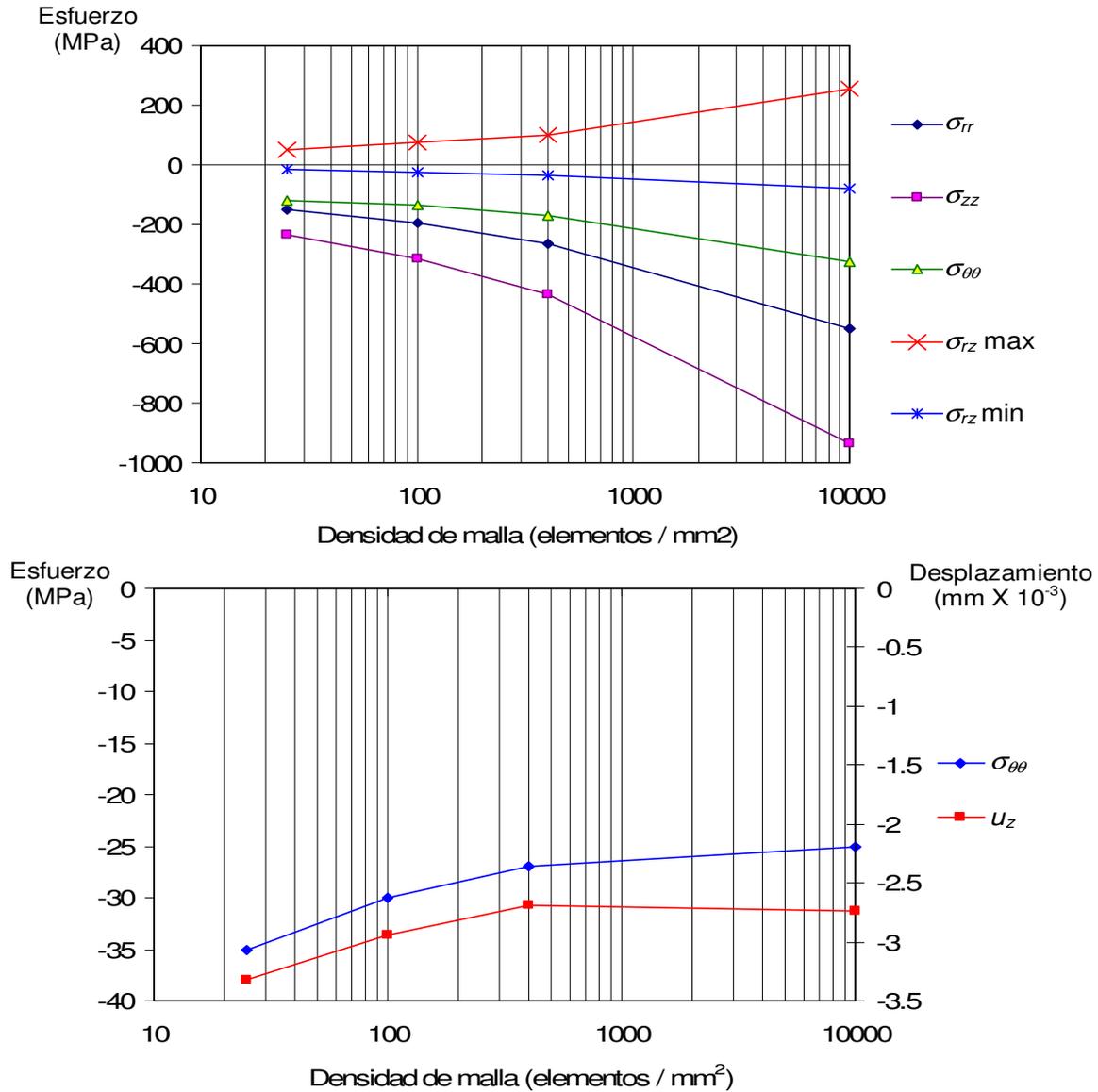
**Tabla 4.3.** Valores de esfuerzo y deformación en la ventana Poulter (en la cara dirigida al soporte) para diferentes densidades de malla de MEF.  $n$  es el número de elementos en la dirección radial de la sección axisimétrica. La densidad es el número de elementos por  $\text{mm}^2$  correspondiente.

			Borde del canal óptico					Centro del área en voladizo		
Tamaño de elemento	$n$	Densidad	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{\theta\theta}$	$\sigma_{rz}$		$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\theta\theta}$	$u_z$
						max	min			
(mm)		(#elem/mm <sup>2</sup> )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(% $P_i$ )	(mm $\times 10^3$ )
0.01	300	10 000	-551	-935	-326	256	-80	-25	-25	-2.74
0.05	60	400	-263	-435	-170	102	-34	-27	-27	-2.69
0.1	30	100	-197	-315	-137	73	-23	-30	-30	-2.94
0.2	15	25	-152	-237	-118	51	-16	-35	-35	-3.32

La variación de los componentes del tensor de esfuerzo con respecto a la densidad de la malla se presenta en la Figura 4.16 a través de gráficas en escala logarítmica. Los valores de esfuerzo en el borde del canal óptico aumentan conforme crece la densidad de la malla. Para todos los componentes de esfuerzo evaluados en el borde del soporte, la distribución de valores de esfuerzo con respecto a la densidad muestra una tendencia que se puede representar por medio de una función de potencia del tipo

$$y = Ax^B \quad (4.14)$$

donde  $0 < B < 1$ , y por tanto es una función monotonía creciente. La gráfica logarítmica permite apreciar la tasa de aumento en la magnitud del esfuerzo para mallas de alta densidad. En el límite, una malla de densidad infinita, es decir continua, da como resultado valores infinitos de los componentes de esfuerzo. En consecuencia, la distribución de esfuerzos presenta una singularidad en la arista formada por la superficie de contacto y el canal óptico. Más adelante se estudia mediante soluciones analíticas la singularidad en ese punto, para corroborar la conclusión obtenida a través del estudio de convergencia de malla.



**Figura 4.16.** Gráficas de estudio de convergencia de malla. En la Gráfica superior se representa la variación de los componentes de esfuerzo en el vértice del canal óptico, y en la inferior el esfuerzo normal radial (cuyo valor es idéntico al esfuerzo normal tangencial en ese punto), y el desplazamiento axial, ambos valores calculados en el centro del área circular en voladizo.

En cambio, la magnitud del esfuerzo en la región central de la cara no-soportada de la ventana muestra una tendencia monótona creciente para valores relativamente bajos de densidad de malla, pero la tasa de crecimiento se vuelve despreciable para densidades superiores a 1000 elementos por mm<sup>2</sup>. La Gráfica en escala logarítmica muestra variaciones de menos del 10% cuando la densidad aumenta en un factor de 25. De hecho, la pequeña variación que se observa en el esfuerzo con el incremento de densidad por mallas muy finas se debe a un error numérico asociado con las funciones

de forma de MEF, y no a un problema de convergencia de malla. Asimismo, el valor de la deformación en el eje de simetría muestra un valor límite para densidades mayores a 400 elementos/mm<sup>2</sup>.

Finalmente, en la Tabla 4.4 se resumen los requerimientos de recursos computacionales para resolver los diferentes modelos de MEF con respecto a las densidades de malla. El número de variables en el modelo es directamente proporcional al número de elementos, y por tanto proporcional también a la densidad de la malla. El espacio requerido tanto en memoria como en disco duro no son valores directamente dependientes del número de variables, ya que el software utiliza diferentes técnicas de optimización en el método numérico de inversión de la matriz de rigidez. Por ejemplo, el orden de numeración de los nodos que forman la malla de elementos tiene una influencia importante en la optimización de la inversión de la matriz: si la numeración es tal que la mayoría de los términos fuera de la diagonal de la matriz son ceros, entonces requiere menos memoria para almacenar sus términos y además su inversión puede calcularse con menos iteraciones en comparación a una matriz con muchos elementos diferentes de cero en posiciones matriciales alejadas de la diagonal (en tal caso, se dice que la matriz es *sparse*). El tiempo de cómputo tampoco depende directamente del número de variables, pues depende en primera instancia de dispersión de la matriz (es decir, del número de elementos diferentes de cero fuera de la diagonal), en segundo lugar de la optimización lograda por el software,<sup>9</sup> y del número de operaciones input-output entre los buffers de memoria y el disco duro.

En general, no es fácil estimar los requerimientos de un sistema de MEF para un modelo de  $k$  variables. Sin embargo, los datos en la Tabla 4.4 indican que para densidades pequeñas y moderadas, incrementar la densidad por un factor de cuatro multiplica el tiempo de CPU por factores entre 1.5 y 2.3. En cambio, para modelos grandes, incrementar la densidad por un factor de 25 magnifica el tiempo de CPU por un factor de 70. Cabe hacer notar que lo anterior tiene una explicación posible en el ámbito de la arquitectura del sistema computacional, aún sin considerar la estructura matemática del modelo.

Al considerar en conjunto la mejoría en la aproximación de la solución y los recursos de cómputo necesarios para el sistema, se deduce que debe existir un tamaño de elemento a partir del cual la aproximación de la solución no será sustancialmente mejorada, y a cambio los recursos necesarios se incrementan notablemente. En el caso específico del modelo axisimétrico de ventana Poulter, se concluye que la densidad de malla de 400 elementos por mm<sup>2</sup> produce una buena aproximación en los resultados de esfuerzo y deformación en el centro de la superficie no-soportada, y en conclusión constituye la densidad de malla más adecuada para este modelo.

---

<sup>9</sup> Una técnica común de optimización para la inversión de la matriz es conocida como “reducción de frente de onda” (ver Cook *et al.*, 1989).

En resumen, el estudio de convergencia muestra que:

- Los esfuerzos en el borde del canal óptico aumentan indefinidamente junto con la densidad de la malla, debido probablemente a la existencia de una singularidad en la distribución de esfuerzos en ese punto.
- Los resultados de esfuerzos en la zona del eje de simetría sobre la cara no-soportada tienen una convergencia aceptable para una densidad de malla de 400 elementos por  $\text{mm}^2$ .

Ahora resta verificar por medio de una solución teórica que una singularidad se presenta en efecto en el borde de la ventana. Por otra parte, se propondrá un refinamiento local en la región de la superficie no-soportada, con el fin de reducir las necesidades de recursos computacionales sin afectar la aproximación de la solución.

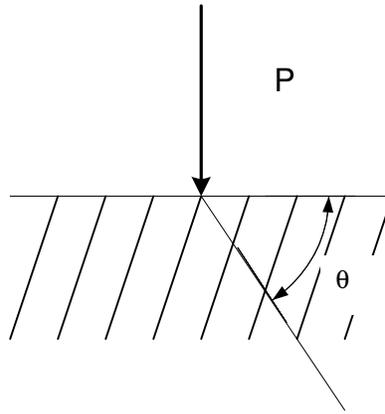
**Tabla 4.4.** Demanda de recursos de cómputo para el modelo axisimétrico en función de la densidad de malla.

Tamaño de elemento	Densidad	No. de variables en el modelo	Memoria requerida	Espacio en disco requerido	Tiempo de CPU
(mm)	(#elem/ $\text{mm}^2$ )		(MB)	(MB)	(s)
0.01	10 000	361802	257	331	486
0.05	400	14762	26.7	9.6	7
0.1	100	3782	15.2	2.0	3
0.2	25	992	14.7	0.43	2

#### 4.4.3 ESTUDIO DE LA SINGULARIDAD EN EL BORDE DEL CANAL DESDE EL PUNTO DE VISTA TEÓRICO (SOLUCIÓN ANALÍTICA)

##### 4.4.3.1 Caso de una fuerza puntual en una frontera recta

Considérese el caso bidimensional de una fuerza vertical puntual de magnitud  $P$  que actúa perpendicularmente sobre la frontera recta de una placa semi-infinita. La distribución de la intensidad  $P$  sobre el espesor de la placa es constante, por lo que se puede hacer el análisis para una placa de espesor unitario.  $P$  es entonces la intensidad de la fuerza por unidad de longitud en el espesor; ver Figura 4.17.



**Figura 4.17.** Modelo de placa semi-infinita sobre la que actúa una fuerza perpendicular, distribuida uniformemente a lo largo del espesor de la placa.

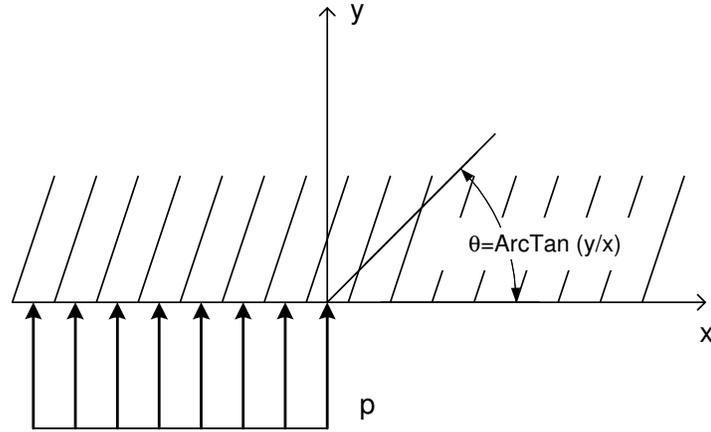
Existe una solución a este problema basada en la aproximación de *distribución radial simple* (Timoshenko y Goodier, 1990). Dicha aproximación supone que cualquier elemento de la placa, situado a una distancia  $r$  del punto de aplicación de la fuerza  $P$ , está sometido a compresión simple en la dirección radial. Una distribución de esfuerzos así descrita está dada por

$$\sigma_{rr} = -\frac{2P \cos \theta}{\pi r}, \quad (4.15.1)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0, \quad (4.15.2)$$

considerando que el sistema de coordenadas polares  $(r, \theta)$  tiene por origen el punto de aplicación de la carga. Esta solución satisface las condiciones de frontera del problema ( $\sigma_{\theta\theta}$  y  $\tau_{r\theta}$  son iguales a cero en la superficie libre de cargas), así como las ecuaciones de compatibilidad de un problema de esfuerzos bidimensional.

Una solución de este tipo proporciona una distribución finita de esfuerzos sobre toda la superficie de la placa, excepto en el punto de aplicación de la fuerza. En ese punto, el esfuerzo es teóricamente infinito debido a que una fuerza finita actúa sobre una superficie infinitamente pequeña. Tal singularidad matemática puede interpretarse físicamente de la siguiente manera: una pequeña región (volumen) en la vecindad del punto de aplicación de la fuerza sufre deformación plástica, de tal manera que la carga actúa sobre una superficie finita y el valor del esfuerzo queda acotado igualmente a un valor finito. La solución dada por las ecuaciones anteriores es válida para toda la sección de la placa, excepto en la región deformada plásticamente.



**Figura 4.18.** Modelo de placa semi-infinita que recibe una carga perpendicular uniformemente distribuida sobre la mitad de su superficie recta.

Tanto el radio característico que delimita la región de flujo plástico alrededor del punto de aplicación, como el esfuerzo finito máximo que se produce en la superficie de aplicación de la fuerza, depende de los parámetros físicos del problema; es decir: en el laboratorio, la magnitud  $P$  de la carga, del esfuerzo de cedencia del material y de la forma geométrica del punto o punzón que aplica la fuerza definen la región y el esfuerzo máximo.

#### 4.4.3.2 Caso de una carga uniforme en una frontera recta

Considérese ahora el problema de una carga uniformemente distribuida  $p$  actuando en la frontera recta de una placa semi-infinita, como se muestra en la Figura 4.18. La carga se extiende indefinidamente hacia la izquierda sobre la superficie. Una solución para el estado de esfuerzos de este problema parte de una función de esfuerzos propuesta con la siguiente forma:

$$\phi = Ar^2\theta \quad (4.16)$$

donde  $A$  es una constante y  $(r, \theta)$  es un sistema de coordenadas polares con origen en la frontera recta, en el punto donde inicia la carga distribuida. De esta función de esfuerzo propuesta se deriva la siguiente distribución de esfuerzos en coordenadas cartesianas

$$\sigma_{xx} = -\frac{p}{\pi} \left( \arctan \frac{y}{x} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \quad (4.17.1)$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{p}{\pi} \left( \arctan \frac{y}{x} - \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \quad (4.17.2)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{p}{\pi} \frac{y^2}{x^2 + y^2}. \quad (4.17.3)$$

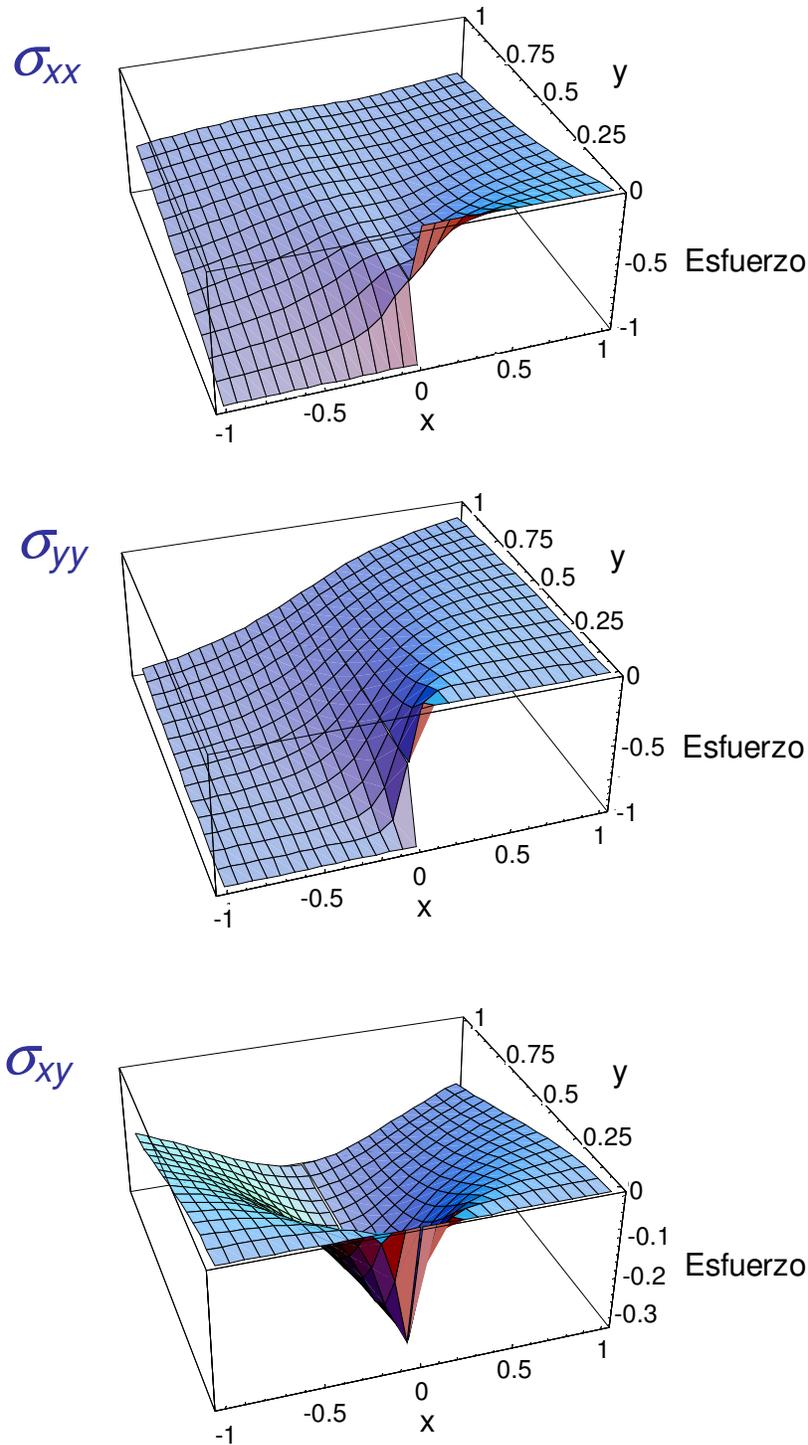
Las Ecuaciones (4.17) son funciones discontinuas en el origen. Esto puede demostrarse al calcular los límites de las funciones en el origen por diferentes trayectorias:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sigma_{xx} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \sigma_{xx} &= -p \\ \lim_{y \rightarrow 0} \sigma_{xx} &= -\frac{p}{2} \end{aligned} \quad (4.18.1)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sigma_{yy} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \sigma_{yy} &= -p \\ \lim_{y \rightarrow 0} \sigma_{yy} &= -\frac{p}{2} \end{aligned} \quad (4.18.2)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sigma_{xy} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \sigma_{xy} &= 0 \\ \lim_{y \rightarrow 0} \sigma_{xy} &= -\frac{p}{\pi} \end{aligned} \quad (4.18.3)$$

Las Gráficas en la Figura 4.19 muestran el comportamiento en las funciones de esfuerzo en la vecindad del origen. Semejante distribución de esfuerzos produce deformaciones indeterminadas en la cercanía del punto (0,0). Al igual que en el caso de la fuerza puntual sobre la placa, es necesario considerar que en un pequeño volumen de material alrededor del punto singular (0,0) aparecen deformaciones no lineales a través de las cuales sucede una auto-adaptación del material a tales condiciones peculiares de esfuerzos. Las ecuaciones de distribución de esfuerzos, Ecs. (4.17), tienen validez sólo en el exterior de esa región.



**Figura 4.19.** Gráficas de las funciones de esfuerzo que constituyen una solución al problema de la placa semi-infinita sometida a una carga de distribución uniforme aplicada sobre la mitad de la superficie plana de la placa. Las superficies graficadas representan los valores de los esfuerzos normales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ , así como del esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$ , sobre el dominio  $-1 \leq x \leq 1$ ;  $-1 \leq y \leq 1$ .

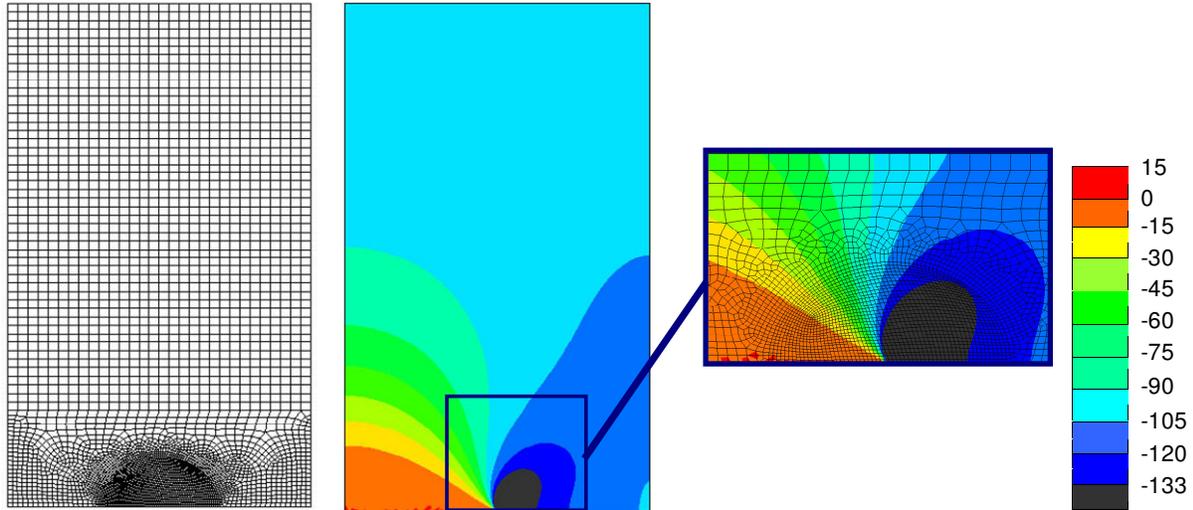
Los casos anteriormente estudiados pueden extrapolarse al problema de la sección axisimétrica de la ventana sostenida por un soporte cilíndrico. En este caso, el borde del soporte es el punto singular equivalente al punto en donde inicia la carga uniforme. La solución numérica obtenida por MEF arroja resultados que tienden a infinito en la cercanía del nodo crítico, equivalentes a la solución analítica. De la misma manera como se calculó anteriormente, podemos considerar que el material en el vecindario del nodo singular presenta distorsiones no lineales hasta que la distribución de esfuerzos queda definida y acotada por un valor finito en el nodo crítico.

Con esta base se puede esbozar una técnica de mallado que confine la incertidumbre de los resultados a una región en donde los esfuerzos no son lineales. Si se propone una malla con densidad de elementos alta en una pequeña región alrededor del punto crítico, los esfuerzos alcanzan valores que exceden los límites de cedencia o fractura de los materiales tanto de la ventana como del soporte. En el problema físico, dichos esfuerzos tienen un comportamiento no lineal ya que:

- El problema se traslada a la región de comportamiento no lineal de los materiales
- Las condiciones de frontera cambian (la distribución de presión de contacto se varía en función de la deformación de la ventana y del soporte)
- La hipótesis de pequeñas deformaciones en que se basa la solución lineal de MEF pierde validez.

Así pues, se propone una malla que conjugue los resultados obtenidos de los estudios previos de MEF y del estudio de convergencia. Dicha malla debe tener una densidad relativamente alta alrededor del punto crítico, una densidad moderada sobre la cara en voladizo (es decir, una densidad suficiente para obtener una solución convergente sin aumentar excesivamente el número de variables del modelo) y una densidad baja en el resto de la sección axisimétrica de la ventana Poulter.

El estudio de esfuerzos para una malla de densidad de 400 elementos/mm<sup>2</sup> indica que, para las dimensiones de la ventana definidas arbitrariamente en el estudio de convergencia de malla ( $D = 6$  mm,  $T = 6$  mm), las magnitudes de los componentes normales de esfuerzo exceden la magnitud de la presión de contacto ( $1.33 P_i$ ) sólo en una región delimitada por un arco de radio 0.6 mm centrado en el borde del canal óptico. Asimismo, los esfuerzos normales radial y tangencial muestran un gradiente alto –con respecto al resto de la sección axisimétrica– entre la cara no soportada y un plano paralelo a esta cara y separado por 1.15 mm. El intervalo de variación de esfuerzos en dicha región parte del mínimo del esfuerzo en el dominio de la sección axisimétrica (alrededor de  $0.3 P_i$ ) hasta igualar la magnitud  $P_i$ . A partir de estas consideraciones se propone la malla mostrada en la Figura



**Figura 4.20.** La imagen de la izquierda muestra una propuesta de malla que incluye una región de densidad alta en la cercanía del punto crítico; una densidad moderada en la región que presenta gradientes de esfuerzos normales, y finalmente una malla burda en la zona donde el gradiente es bajo. Se ilustra asimismo los resultados del esfuerzo normal axial. En esta imagen, se utiliza el color negro para los esfuerzos que exceden el valor de la presión de contacto calculada por el principio de Bridgman ( $1.33 P_i$  para las dimensiones elegidas). Nótese que dicha zona de esfuerzos altos está contenida en la región de malla refinada.

4.20, que presenta una densidad de malla del orden de  $2500 \text{ elementos} / \text{mm}^2$  en la vecindad del punto crítico, una densidad de  $400 \text{ elementos} / \text{mm}^2$  en la región sobre la cara en voladizo, y finalmente una malla gruesa de  $100 \text{ elementos} / \text{mm}^2$  en el resto de la sección axisimétrica.

En la misma Figura 4.20 se muestra un ejemplo gráfico de los resultados producidos por la malla propuesta. Se ha señalado con color negro la región en la que la magnitud del esfuerzo excede el valor de presión de contacto calculada por el principio de Bridgman, y que debido a la singularidad encontrada anteriormente puede alcanzar valores indefinidamente elevados. Los patrones de curvas isopletas para el esfuerzo cortante axial corroboran que en esta región los esfuerzos elevados están contenidos dentro de la zona de malla fina, de manera que el método de MEF proporciona una buena aproximación y resolución en dicha zona sin afectar el costo de cómputo. El análisis para la malla propuesta se obtuvo en 5 segundos, tiempo inferior aún al utilizado en el modelo de malla regular con densidad de  $400 \text{ elementos} / \text{mm}^2$

Así, la malla propuesta hace uso de una de las mayores ventajas del método numérico de MEF: la libertad para ajustar la malla en diferentes regiones. A diferencia de otras técnicas numéricas, como la de diferencias finitas, el método de MEF no exige que los elementos estén distribuidos regularmente en todo el dominio de solución. Adicionalmente, se puede demostrar que el error de la solución en puntos de altos gradientes o singulares no se propaga a la solución en el resto del dominio. La malla

propuesta presenta entonces un balance entre mejor aproximación y mayor resolución en las regiones donde es necesario, manteniendo a la vez moderado el número de variables en el modelo numérico.

#### **4.4.4 ESTUDIO DE LA SINGULARIDAD DESDE EL PUNTO DE VISTA FÍSICO**

La singularidad de la solución analítica para los esfuerzos en la ventana tipo Poulter está asociada a la idealización del vértice formado por la superficie de contacto y el canal óptico. En MEF, es una práctica común omitir en el modelo detalles de pequeñas dimensiones tales como redondeados o chaflanes de las partes o componentes. Ahora bien, este tipo de simplificaciones conduce a singularidades en el tensor de esfuerzo en esa localización. Sin embargo, esta singularidad de esfuerzos no se reproduce en la situación física del problema debido a las siguientes razones:

- El borde del canal óptico, obtenido por algún proceso de maquinado, es en realidad redondeado. El borde no tiene un filo agudo como se ha supuesto hasta ahora.
- El soporte no tiene rigidez infinita. La distribución del esfuerzo de contacto depende de la deformación del soporte.
- Las deformaciones sufridas por el borde del soporte –especialmente si se desarrolla un esfuerzo importante en el contacto– tienden a aumentar el radio del redondeado, reduciendo el pico de esfuerzo en el punto crítico.

Dadas estas razones, sale a la luz la necesidad de añadir la geometría del soporte en el modelo de análisis de esfuerzos. Tomando en cuenta las observaciones hechas hasta este punto, se deduce la conveniencia de considerar las deformaciones –lineales y plásticas– del soporte así como el radio del borde redondeado. La Sección siguiente se dedica a estudiar algunas configuraciones del conjunto ventana-soporte, modificando las formas geométricas y las dimensiones de los componentes, de modo que los esfuerzos en ambos componentes sean menores, logrando así mejorar la capacidad de trabajo de la celda de presión.

#### **4.4.5 CÁLCULOS DE ESFUERZOS DEL CONJUNTO VENTANA–SOPORTE. CONSIDERACIONES ADICIONALES DE DISEÑO**

En un artículo dedicado al diseño de celdas ópticas de alta presión, Whalley *et al.*, (1976) enuncian que en términos generales es posible diseñar una ventana de material duro de tal forma que pueda soportar *cualquier* presión, siempre y cuando el diámetro  $d$  de la apertura sea suficientemente pequeño para inducir esfuerzos moderados en la ventana. Por lo tanto, para trabajar con presiones altas el diámetro del canal óptico debe ser tan pequeño como lo permitan los requerimientos ópticos del experimento, y

el diámetro de la ventana debe ser tan grande como lo permitan las restricciones dimensionales de la celda. De esta manera se logra reducir los esfuerzos en el conjunto ventana-soporte, aunque por otra parte es necesario vigilar que el factor de sobrepresión de Bridgman no disminuya debajo del 15%, para no afectar la eficiencia del sello por contacto.

En contraparte, Chervin *et al.*, (1994) insisten en la conveniencia de mantener al mínimo las dimensiones de la ventana, ya que éstas determinan las dimensiones del soporte y del cuerpo completo de la celda. A grandes rasgos, duplicar las dimensiones de la ventana implica duplicar las dimensiones interiores y exteriores de la celda, y por tanto multiplicar su costo y peso por un factor de ocho. Asimismo, Chervin y colaboradores discrepan con la idea generalizada de que una ventana de mayores dimensiones mejora el desempeño en seguridad de la celda de alta presión. Según estos autores, en el caso de una ventana de alta presión el principio de “mientras más grande, más seguro” no funciona por las siguientes razones:

- i. Si el volumen de la celda es proporcional a la ventana, entonces el volumen a alta presión crece también en forma proporcional y en consecuencia la energía almacenada aumenta igualmente.
- ii. Varios materiales utilizados en la manufactura de ventanas de alta presión, como el zafiro y el cuarzo, son más susceptibles a incluir defectos (planos de falla) al aumentar su volumen.
- iii. La diferencia de deformación bajo carga entre la ventana y el soporte aumenta en proporción a las dimensiones del conjunto, y por tanto incrementa las probabilidades de falla del sistema.

En adición a los argumentos anteriores asociados con los criterios de seguridad, existen también motivos relacionados con los criterios ópticos que inducen a reducir las dimensiones de la ventana, ya que al disminuir el diámetro de la ventana mejoran algunas de sus características ópticas, como número de apertura  $f$  y la transparencia.

Por todas estas razones, la optimización de las dimensiones de la ventana y consecuentemente del soporte constituye un paso importante en el diseño de este sistema de la celda óptica hidrostática. Tratando de conjuntar las recomendaciones de los autores citados en los párrafos anteriores, el proceso para dimensionar el conjunto ventana-soporte consiste en:

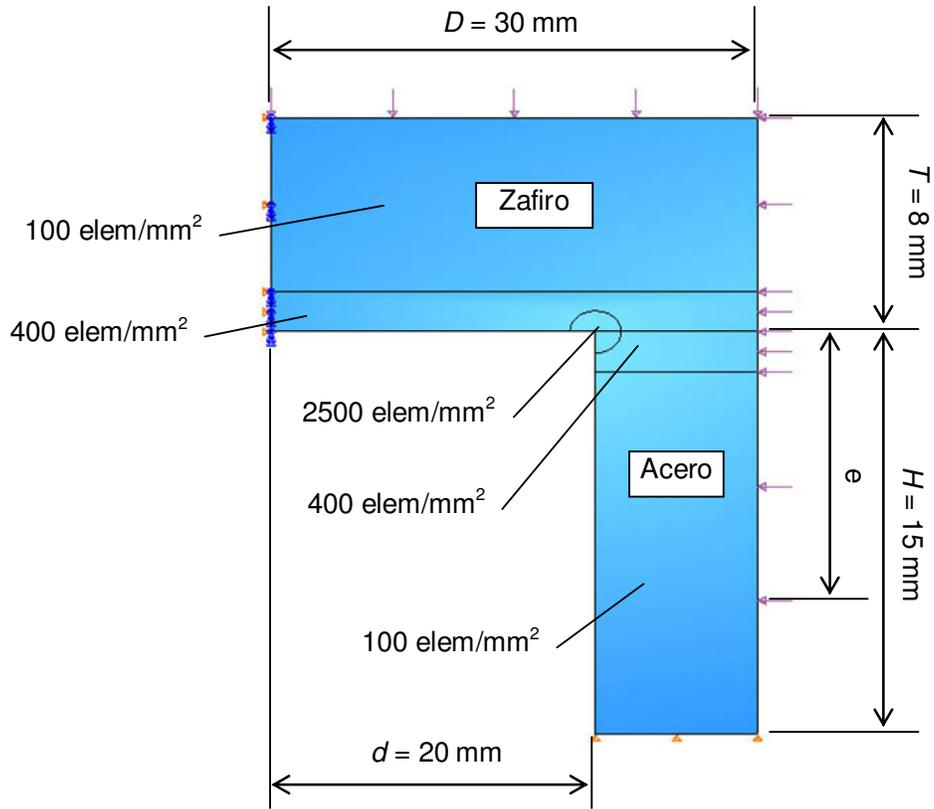
1. Definir el diámetro del canal óptico  $d$ , a partir de los requerimientos del experimento. En este paso queda definido el valor mínimo de  $D$  según las relaciones recomendadas por Alt y Kalus (1982):  $D \geq 2 d$ .
2. Establecer un valor máximo para el diámetro  $D$  en función de las dimensiones de la cámara de alta presión en la celda.

3. Verificar que el factor de sobrepresión de Bridgman no sea menor a 15% aún para el valor máximo para  $D$ .
4. Calcular el espesor  $T$  a partir del valor final elegido para  $D$ , según la relación  $0.5D \leq T \leq 1.0D$ .

Estas relaciones básicas entre las dimensiones de la ventana y del canal óptico proporcionan cierto nivel de confianza con respecto a la resistencia mecánica de la ventana de material frágil, y por tanto (a) presentan una mejor resistencia a los esfuerzos compresivos que a los de tensión y (b) tienen un comportamiento errático con respecto a los esfuerzos cortantes.

Sin embargo, las relaciones así establecidas pueden ser conservadoras, según un estudio experimental realizado por Chervin y colaboradores para evaluar la resistencia mecánica de ventanas de zafiro tipo Poulter sometidas a presión hidrostática en un intervalo de 100 a 700 MPa. En su experimento, Chervin y colaboradores prueban la resistencia mecánica de ventanas cilíndricas de zafiro considerando los efectos de tratamiento térmico (*annealing*) y de la orientación del eje  $c$  del cristal con respecto a las caras planas de la ventana necesario puesto que el zafiro es un cristal anisótropo. Con tal fin, ellos utilizan un equipo experimental cuya configuración es muy similar al esquema propuesto en la Figura 4.8, aunque con una diferencia importante; esto es, los autores determinan, basándose en su amplia experiencia, que el perímetro exterior de la superficie de soporte debe ser de igual diámetro que la ventana, para evitar la incrustación de la ventana sobre la superficie de apoyo a altas presiones, ya que esta condición induciría una falla de la ventana al descargar la celda si el material del soporte alcanzó deformaciones plásticas. Esta práctica es también recomendada por Sherman y Stadmuller (1987) como un diseño mucho más confiable, mencionando que varios autores han reportado incrementos en la presión máxima de trabajo después de haber adoptado esta técnica.

El experimento de Chervin y colegas consistió en probar (estallar) 34 ventanas de 12 mm de diámetro y con espesores entre 0.7 y 3 mm y con diámetros de canal óptico entre 3.7 y 8 mm. Es decir, la ventana que trabaja bajo condiciones más críticas tiene las siguientes relaciones:  $T/D = 0.06$  y  $d/D = 0.667$ . La ventana que alcanzó el máximo valor de presión en el experimento (742 MPa) cumple con las siguientes relaciones:  $T/D = 0.25$  y  $d/D = 0.58$ . Así, el experimento realizado con ventanas de zafiro indica que es posible alcanzar presiones iguales o incluso superiores a 500 MPa, que es el valor objetivo para el equipo experimental que se intenta diseñar en la presente tesis.



**Figura 4.21.** Modelo axisimétrico para el conjunto ventana-soporte.

#### 4.4.5.1 Estudio de esfuerzos y verificación de una propuesta de diseño novedosa (segunda Aproximación)

Con base en los valores experimentales de Chervin y colaboradores (1994) se propone el arreglo de ventana y soporte mostrado en la Figura 4.21. La dimensión propuesta inicialmente para el canal óptico surge del requerimiento óptico O-A, el cual indica un diámetro de 20 mm según se establece en la Tabla 4.1. Posteriormente, se decide una relación de diámetros  $d/D = 0.667$  con el fin de cumplir con el requerimiento óptico manteniendo al mínimo el volumen de la ventana y del soporte. Nótese que este valor para la relación de diámetros es el máximo utilizado por Chervin y colaboradores, y alcanza presiones de hasta 479 MPa en su experimento. Finalmente, se calcula el espesor de la ventana utilizando la siguiente relación empírica propuesta por Chervin *et al.*:

$$P_{i,\max} = A \frac{T}{D} + B \left( \frac{T}{D} \right)^2 \quad (4.19)$$

donde

$$A = 360 - 2160 \frac{d}{D}, \quad (4.20)$$

$$B = 40450 - 45000 \frac{d}{D}.$$

Para  $d = 20\text{mm}$ ,  $D = 30\text{mm}$  y  $P_i = 500\text{ MPa}$ , la Ecuación (4.19) arroja un valor de  $T = 8.29\text{mm}$ .

La Ecuación (4.19) caracteriza la dependencia de  $P_i$  en función de  $T$  para diferentes valores de  $d/D$ . Chervin *et al.*, puntualizan que dicha relación tiene validez en el intervalo de presión entre 100 y 600 MPa y debe utilizarse considerando las siguientes observaciones:

- La relación aplica únicamente a las ventanas fabricadas con un proceso y composición del material específico. La extrapolación al uso de otros materiales queda sujeta a verificación.
- Las extrapolaciones para valores de  $d/D$  menores a 0.5 y mayores a 0.66 consideran un comportamiento lineal de la dependencia de los coeficientes  $A(d)$  y  $B(d)$ .
- Las extrapolaciones para valores de  $D$  mayores a 16 mm deben considerar que la resistencia mecánica de un material como el zafiro sufre una disminución debido al efecto de tamaño. Esto significa que en ventanas grandes la posibilidad de encontrar defectos en el cristal es mayor que en ventanas pequeñas. Adicionalmente, ventanas con diámetros mayores a 16 mm pueden presentar un comportamiento diferente debido al incremento del diferencial de deformaciones entre la ventana y el soporte.
- El uso de la Ec. (4.19) no exime al diseñador de agregar elementos de protección (tales como vidrio a prueba de balas) y al experimentalista de considerar reglas de seguridad en el uso del equipo.

Dadas las limitaciones expuestas en el uso de la ecuación para calcular el valor de  $T$ , a continuación se utiliza nuevamente MEF para verificar el espesor de la ventana calculando los valores máximos de esfuerzos y comparándolos con los valores de resistencia mecánica tomados de referencias técnicas de materiales específicos. Adicionalmente, MEF permite agregar algunas modificaciones al diseño que mejoren las condiciones de esfuerzo del sistema, con el fin de otorgar al sistema mayor confiabilidad.

La Figura 4.21 muestra las condiciones de este nuevo modelo de MEF. La malla considera densidades superiores en las regiones de alto gradiente de esfuerzos, de acuerdo al estudio de convergencia previo. Es lógico suponer que el borde del canal óptico en el modelo del soporte

presentará esfuerzos altos, como sucede en la región de la ventana colindante, por lo que se asigna una densidad de malla alta en esa región. Los materiales utilizados en este modelo son acero para el soporte y zafiro para la ventana; sus propiedades mecánicas se presentan en la Tabla 4.5.

**Tabla 4.5.** Propiedades mecánicas lineales utilizadas en el modelo de ventana y soporte.

	Zafiro <sup>10</sup>	Acero Maraging Grado 350 <sup>11</sup>
Módulo de Young (GPa)	345 ~ 386	200
Relación de Poisson	0.25 ~ 0.3	0.3
Resistencia Máxima a la tensión (MPa)	400 a 25°C	1140
Resistencia Máxima de ruptura en flexión (MPa)	350 ~ 690	
Módulo de cedencia (MPa)		827

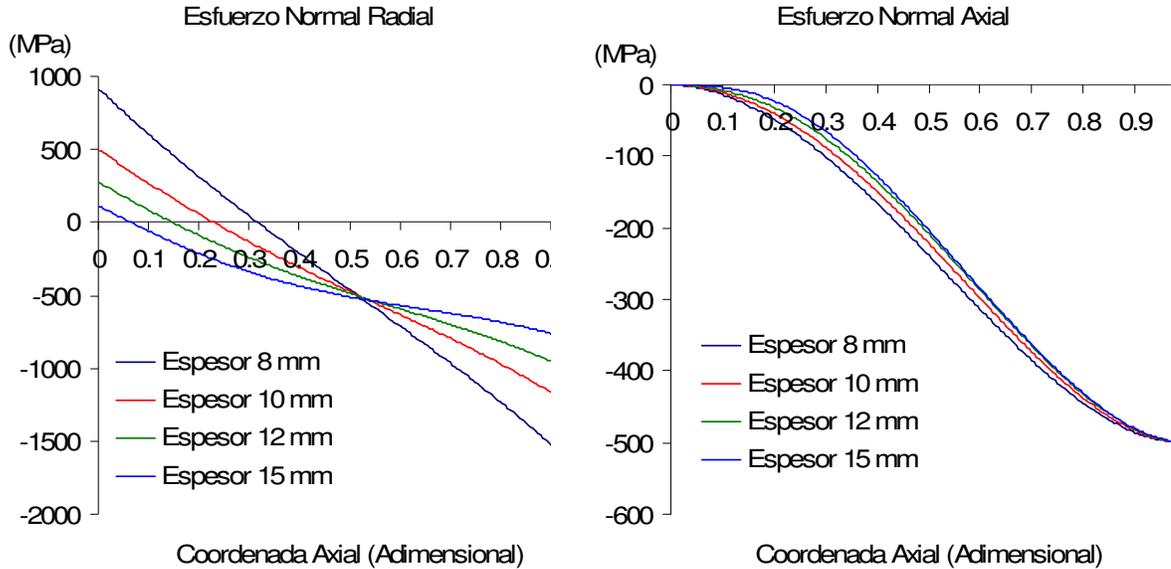
Como condición de carga, se aplica una presión uniformemente distribuida de magnitud 500 MPa (ver requerimiento M-A en Tabla 4.1) sobre las caras de la ventana y sobre una porción de la cara cilíndrica exterior del soporte. El conjunto está sostenido por las condiciones de frontera definidas en la base del soporte. A su vez, la ventana se sostiene a través de una fuerza de interacción que se manifiesta en la superficie de contacto entre estos dos componentes. Es importante mencionar que aunque se considerarán propiedades mecánicas lineales en este análisis, el uso de un modelo de interacción de contacto hace necesario un algoritmo de solución numérica no lineal.

Primeramente, se realiza un estudio de la variación del estado de esfuerzos en función del espesor  $T$  de la ventana. Partiendo del valor calculado por la Ecuación de Chervin y colegas (1994) para la presión, con base en los diámetros elegidos y  $T \approx 8$  mm, se replica el estudio de MEF con valores de  $T = 10, 12$  y  $15$  mm.

---

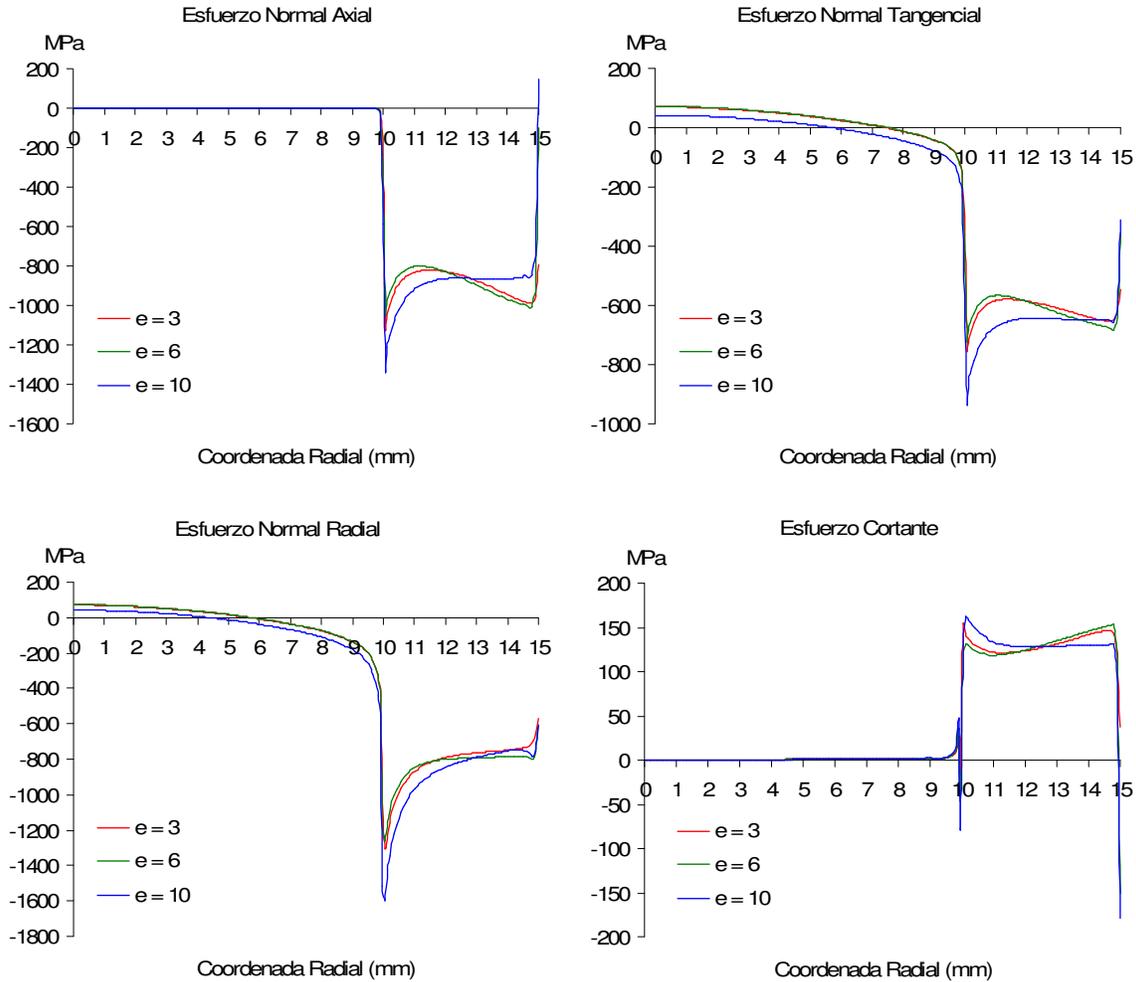
<sup>10</sup> Datos técnicos tomados del sitio [www.mkt-intl.com](http://www.mkt-intl.com), MarkeTech Internacional.

<sup>11</sup> Datos técnicos tomados de [www.matweb.com](http://www.matweb.com).



**Figura 4.22.** Variación del esfuerzo a lo largo del eje de simetría de la ventana, en función de su espesor. Las gráficas representan la magnitud de esfuerzo normal radial y normal axial a través del espesor de la ventana. La abscisa es un número adimensional que corresponde a la coordenada axial dividida entre el espesor total de la ventana de tal forma que el valor 0 corresponde a la cara en voladizo de la ventana, y 1 corresponde a la cara sometida a la presión  $P_i$ .

En la Figura 4.22 se muestran Gráficas de los componentes del tensor de esfuerzos a lo largo del eje de simetría de la ventana. Se incluyen únicamente los gráficos de los esfuerzos normales radial y axial, dado que los esfuerzos normales radial y tangencial son iguales entre sí y que el esfuerzo cortante es prácticamente igual a cero en la cercanía del eje de simetría. Los resultados muestran una importante variación en el esfuerzo normal radial (y tangencial) en función del espesor de la ventana. El esfuerzo máximo de tensión en la dirección radial se localiza en la intersección del eje de simetría con la cara en voladizo. Para un espesor de 8 mm, la magnitud del esfuerzo de tensión alcanza una magnitud de aproximadamente 900 MPa, es decir  $1.8 P_i$ . Este valor excede ampliamente el esfuerzo de tensión máxima indicado en la Tabla 4.5. Para un espesor de 10 mm, el esfuerzo de tensión máxima es de 495 MPa, es decir aproximadamente igual a la magnitud de  $P_i$ . El esfuerzo máximo de tensión para 12 mm y 15 mm, 270 MPa y 110 MPa respectivamente, no excede el esfuerzo de ruptura en tensión del material indicado en la Tabla 4.5. Por otra parte, los valores de esfuerzo de compresión en la cara de la ventana sometida a la presión de la cámara para los espesores de  $T = 8, 10, 12$  y 15 mm son 1820 MPa ( $3.6 P_i$ ), 1380 MPa ( $2.8 P_i$ ), 1110 MPa ( $2.2 P_i$ ) y 867 MPa ( $1.7 P_i$ ). Con base en estos resultados, se puede concluir que un espesor de 12 mm es más conveniente si se pretende trabajar con presiones de hasta 500 MPa en la celda hidrostática.



**Figura 4.23.** Gráficas de los componentes de esfuerzo calculados en la cara de la ventana del lado del soporte. La abscisa representa la coordenada radial medida desde el eje del disco de la ventana. Para  $0 < r < 10$  mm la ventana se encuentra no-soportada. Para  $10 < r < 15$  mm la ventana está en contacto con el soporte.

En la Figura 4.21 se observa que la presión interior  $P_i$  se aplica sobre una longitud  $e$  a lo largo de la superficie exterior del soporte. El valor de esta longitud no está determinado inicialmente. En algunos diseños como el realizado por Johnson (1999), esta longitud es pequeña con respecto a las dimensiones de la ventana (aproximadamente la tercera parte del espesor), mientras que en otros ejemplos, como el de Whalley y colaboradores (1976), es mayor que el espesor de la ventana. La aplicación de presión sobre diferentes longitudes en la cara externa del soporte inducirá en éste diferentes deformaciones, modificando la distribución de esfuerzos de la ventana debido a los siguientes factores:

- La deformación del soporte modifica la distribución de la presión de contacto en la interfaz con la ventana.

- Si la interacción de contacto entre la ventana y el soporte presenta fricción, la contracción radial del soporte puede inducir esfuerzos radiales de compresión en la región no-soportada de la ventana.

Con el propósito de estudiar el efecto de la presión sobre la cara externa del soporte, se presentan estudios de MEF para valores de  $e$  iguales a 3, 6 y 10 mm. En la Figura 4.23 se muestran las Gráficas de los componentes de esfuerzo calculados para una ventana de dimensiones  $D = 30$  mm,  $T = 12$  mm y diámetro del canal óptico  $d = 20$  mm. En estos cálculos se consideró un coeficiente de fricción entre el zafiro y el acero igual a 0.15.<sup>12</sup> Los valores de esfuerzo en la cara de la ventana opuesta a la cámara de presión indican que la variación de la longitud  $e$  tiene un efecto moderado en el estado de esfuerzos de la ventana y del soporte. Para  $e = 10$  mm el esfuerzo de tensión en el centro de la cara no soportada se reduce de 70 MPa (esfuerzo para  $e = 3$  y 6 mm) a 40 MPa. Esta variación es pequeña en comparación de la diferencia que se observa entre los cálculos anteriores sin fricción, y el cálculo con coeficiente de fricción igual a 0.15.

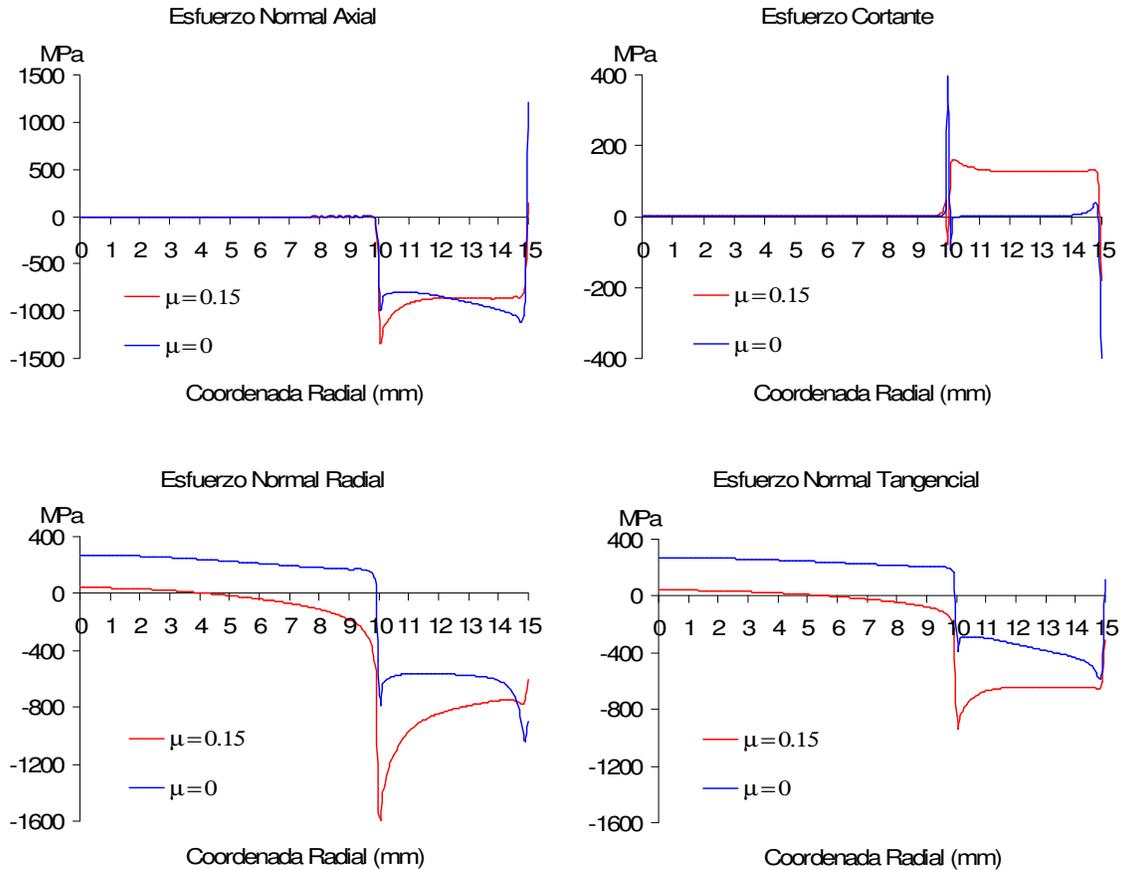
En la Figura 4.24 se muestran las diferencias en las distribuciones de esfuerzo entre modelos con y sin fricción; en ambos caso se utilizó  $e = 10$  mm. Se puede observar que la adición de fricción en el contacto traslada los esfuerzos en la base de la ventana (y en la cara de contacto del soporte) hacia valores más negativos. Para las dimensiones utilizadas, los esfuerzos normales radial y tangencial se reducen de 270 MPa a alrededor de 40 MPa en el centro de la cara en voladizo, lo cual significa una ventaja significativa, considerando que el material frágil de la ventana trabaja mejor a compresión que a tensión. En cambio, en la cercanía de la cara de contacto en el soporte, las magnitudes de todos los componentes de esfuerzo aumentan y la intensidad de la singularidad se acentúa. Sin embargo, la fricción no produce una situación más adversa en el soporte, pues la magnitud máxima del esfuerzo de von Mises en el modelo con fricción es de 1376 MPa, a comparación de 1664 MPa en el modelo sin fricción.

A partir de los resultados anteriores se puede concluir que la presencia de fricción en el contacto entre el soporte y la ventana es favorable para el ensamble con respecto al estado de esfuerzos, ya que:

- los esfuerzos en la superficie en voladizo de la ventana corren hacia los valores compresivos, y el efecto de convexidad se reduce;
- el esfuerzo de von Mises en la cara de contacto del soporte disminuye.

---

<sup>12</sup> Según datos de MarketTech Internacional, [www.mkt-intl.com](http://www.mkt-intl.com).



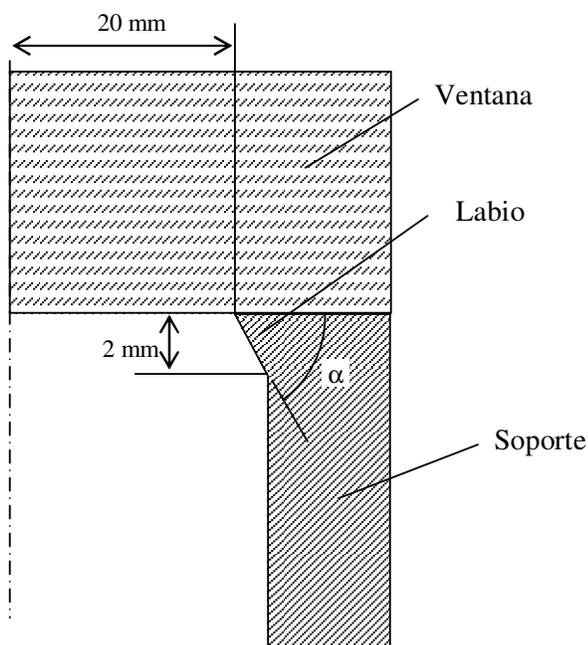
**Figura 4.24.** Esfuerzos en la cara de la ventana de lado del soporte para contacto sin fricción entre la ventana y el soporte ( $\mu=0$ ) y contacto con coeficiente de fricción  $\mu=0.15$ .

En cambio, un efecto adverso de la fricción es que la intensidad de la singularidad en el borde del canal óptico se acentúa.

#### 4.4.5.2 Propuestas para atenuar la concentración de esfuerzos (singularidad)

La singularidad en el borde del canal representa un problema para las condiciones de trabajo del ensamble ventana-soporte, debido principalmente a que el esfuerzo cortante es muy alto en esa línea y por lo tanto puede inducir una falla si la ventana presenta defectos —en su estructura cristalina— para esas regiones. Ahora bien, anteriormente se mencionó que la singularidad en el borde del canal es un efecto asociado a la rigidez elevada del soporte y a la presencia de un filo entre la cara de contacto y la superficie del canal óptico. Entonces, se pueden identificar mecanismos capaces de reducir la intensidad de la singularidad a través de:

1. Atenuar la rigidez del soporte en la vecindad del canal.
2. Eliminar o modificar el borde afilado.

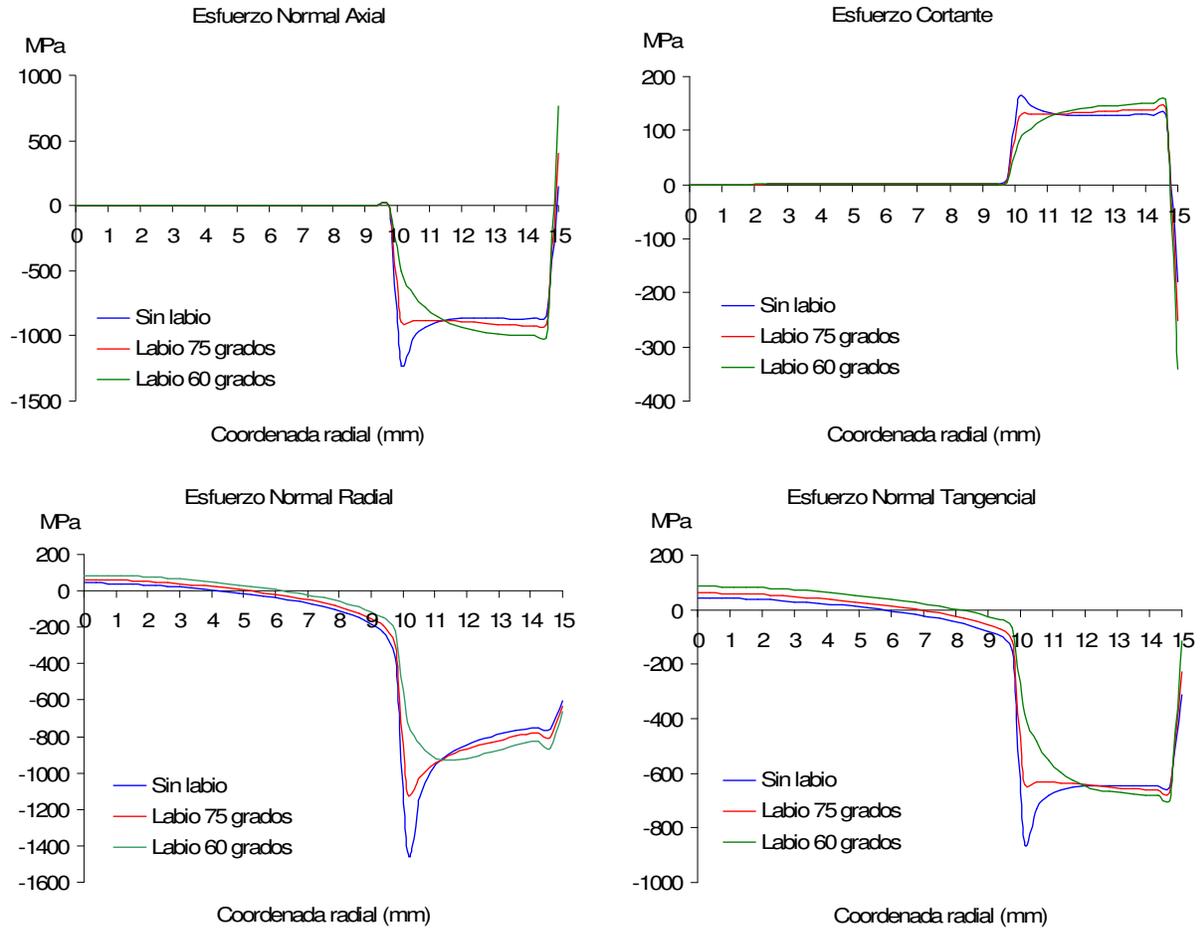


**Figura 4.25.** Modelo de soporte con un labio adicional para reducir localmente la rigidez estructural en la cercanía del borde del canal óptico.

La primera opción puede lograrse modificando la sección del soporte, agregando un labio en la superficie del canal óptico del lado del contacto con la ventana, como se muestra en la Figura 4.25. Manteniendo el mismo diámetro en el borde ( $d = 20$  mm), se agrega una superficie cónica en la pared del canal óptico que forma un ángulo  $\alpha$  con respecto a la superficie de contacto.

En la Figura 4.26 se observan las diferencias en los esfuerzos cuando el soporte contiene un labio en el borde del canal óptico. El labio reduce notoriamente la magnitud de los esfuerzos en la vecindad del punto crítico. Para un labio de 75 grados, las distribuciones de esfuerzos normal axial, normal tangencial y cortante en la región de contacto son prácticamente equivalentes. El esfuerzo normal radial aún presenta un pico en el borde del canal, pero el máximo calculado en el modelo con borde a 75 grados es 1115 MPa, mientras que en el modelo sin borde es 1428 MPa (se utilizaron mallas con tamaño de elementos idénticos en todos los modelos). En este caso, la reducción del esfuerzo es superior al 20% de valor máximo. Para un soporte con un labio a 60 grados, la singularidad ha desaparecido completamente; los esfuerzos muestran una variación suave a través de la coordenada radial, lo cual es conveniente para la resistencia de la ventana.

En contraparte, el modelo con labio a 60 grados no está exento de defectos y tiene varios inconvenientes. Primeramente, la deformación de la superficie apoyo en el labio incrementa el efecto de convexidad en la ventana, según se puede deducir a partir del incremento de los esfuerzos normales



**Figura 4.26.** Gráficas de esfuerzo en la cara de la ventana del lado del soporte. Se muestran las diferencias en el estado d esfuerzos al introducir un labio en el borde del canal óptico, en el soporte. Los resultados comparan los esfuerzos entre un soporte sin labio y soportes cuyos labios forman 75° y 60° con respecto a la superficie de contacto (ángulo  $\alpha$ ).

en la ventana en la vecindad del eje de simetría. Sin embargo, la desventaja producida por el incremento del esfuerzo normal de tensión (radial y tangencial) es despreciable a comparación del beneficio obtenido por la eliminación de la singularidad, ya que los esfuerzos de tensión en el centro del área en voladizo se mantienen bajos en comparación con el esfuerzo máximo de ruptura del material. Desde un punto de vista óptico estrictamente, habrá que determinar si la nueva distribución de esfuerzos y convexidad modifican sustancialmente las propiedades de birrefringencia o distancia focal de la ventana.

El segundo inconveniente del labio de 60 grados es que los esfuerzos de von Mises en el borde del labio se incrementa considerablemente (1755 MPa), en comparación con el labio de 75 grados (1515 MPa) y con el modelo sin labio (1417 MPa). Siempre y cuando dicho esfuerzo se mantenga por debajo del esfuerzo de ruptura del material del soporte, el incremento en el nivel de esfuerzos puede ser

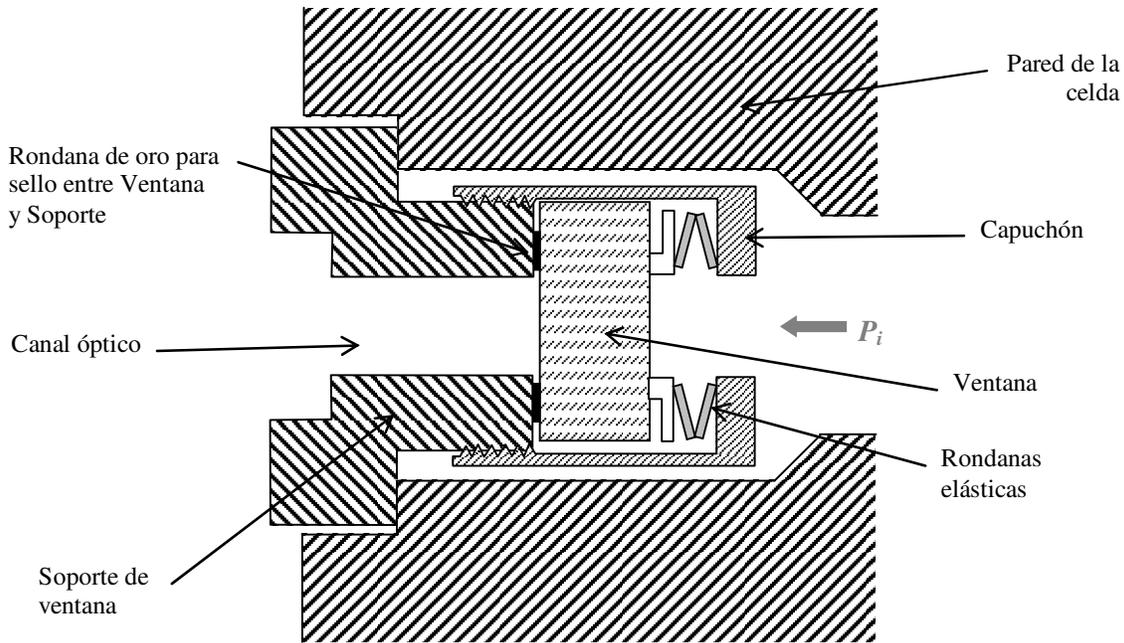
aceptable e incluso puede resultar conveniente, pues la eventual deformación plástica en el labio produciría un claro entre la ventana y la superficie de contacto a bajas presiones y un contacto pleno a altas presiones, promoviendo una interacción gradual y suave entre los componentes. Un tercer inconveniente es que para agregar el labio en el soporte sin modificar el diámetro de la apertura óptica es necesario reducir la sección transversal del soporte, conduciendo a un nivel mayor de esfuerzos a lo largo del cañón del soporte. La aceptación o rechazo de esta condición dependerá del esfuerzo de cedencia del material elegido para el soporte.

En resumen, la introducción del labio en el soporte parece ser adecuada principalmente para reducir los esfuerzos en la ventana alrededor del borde del canal óptico, pero empeora las condiciones de esfuerzo del soporte. Dado que las propiedades mecánicas de la ventana (de zafiro, en este caso) suelen ser menos precisas y confiables que las del soporte, puede resultar más conveniente trasladar las zonas críticas a un componente metálico y dúctil y aliviar las cargas del material duro y quebradizo de la ventana. Eventualmente, la durabilidad del soporte será menor que la ventana, llegando incluso al punto en que el soporte pueda utilizarse sólo una vez si se producen deformaciones permanentes importantes en el labio, o si éste se fractura. En tal caso, la falla gradual del soporte es menos crítica que la falla explosiva de una ventana (ver Chervin y colaboradores, 1994). Por estas razones, la inclusión del labio es recomendable y la decisión del valor del ángulo queda sujeta a la disponibilidad de aceros de muy alta resistencia para la fabricación del soporte.

La segunda opción para reducir la magnitud de la singularidad consiste en redondear el borde afilado entre la superficie de contacto y el canal óptico. Varios autores (Sherman y Stadtmuller, 1987, Chervin *et al.*, 1994, Whalley *et al.*, 1976) recomiendan un redondeo de alrededor de 0.3 mm de radio en el borde del soporte, para evitar el efecto cizallante sobre la ventana.

#### **4.4.5.3 Condiciones mecánicas para sellado**

Para garantizar un sello hermético, Sherman y Stadtmuller (1987) sugieren un excedente de presión  $[(P_c - P_i) / P_i]$  igual o mayor a 15%, lo que implica un cociente de diámetros  $D/d$  de alrededor de 2.77 (ver Figura 4.3). Ahora bien, es posible lograr un contacto hermético con porcentajes de sobrepresión menores a 15% siempre que las superficies de contacto tanto en la ventana como en el soporte estén pulidas con calidad óptica. Disminuir el porcentaje de sobrepresión tiene como ventaja la reducción del nivel de esfuerzos en la ventana permitiendo trabajar con presiones interiores altas, pero asimismo tiene el inconveniente de incrementar rápidamente el diámetro de la ventana ya que requiere de una relación de diámetros  $D/d$  alta. Por esta razón, un porcentaje bajo de sobrepresión –menor a 15%– es adecuado para canales ópticos pequeños (es decir, valores pequeños para  $d$ ), y se presta para trabajar a presiones muy altas.



**Figura 4.27.** Detalle de ventana tipo Poulter que incluye una rondana de oro para sellar a bajas presiones el contacto entre la ventana y el soporte. El capuchón sostiene la ventana en posición y provee una presión de sellado inicial generada por la fuerza de las rondanas elásticas.

En el caso opuesto, un porcentaje de sobrepresión mayor a 15% proporciona condiciones de sellado muy confiables y permite además reducir las dimensiones de la ventana, pero induce esfuerzos muy altos tanto en el cuerpo de la ventana como en el soporte. Por lo tanto, un porcentaje de sobrepresión mayor a 15% es adecuado para trabajos de presión moderada o para celdas que requieren un cociente  $D/d$  bajo, con el fin de aumentar al máximo el diámetro del canal óptico manteniendo las dimensiones moderadas de la ventana.

Para ventanas en voladizo, la sobrepresión de sellado se genera proporcionalmente a la presión en la cámara interior. Por lo tanto, a bajas presiones de trabajo la presión de contacto es débil y el sello entre las superficies pulidas de la ventana y el soporte no es eficaz. Para resolver el problema de sellado a bajas presiones, algunos autores proponen un adhesivo cuya función es sellar la junta ventana-soporte a bajas presiones. Por ejemplo, en un artículo de Pressl y colaboradores (1997) se usa una combinación de gel con pegamento para fijar la ventana sobre el asiento y para asegurar un buen sellado cuando la presión interior es baja. Yamada y Schmidt (1978) recurren igualmente al uso de un adhesivo, mezcla de barniz y tolueno. Otros investigadores han sustituido los adhesivos por delgadas hojas de materiales dúctiles: Johnson (1999) usa una hoja de Indio entre la ventana y la superficie del soporte, y Bowers *et al.*, (1995) proponen una rondana –laminilla– de oro de grosor delgado. Cuando se utilizan sellos dúctiles adicionales es necesario incluir un capuchón para sostener la ventana en el

soporte proporcionando una presión de sellado inicial. Para incrementar la presión inicial, Bowers y colegas (1995) agregan una pila de arandelas elásticas tipo Belleville, como se muestra esquemáticamente en la Figura 4.27. Una solución diferente para asegurar el sello a bajas presiones consiste en introducir el cuerpo de la ventana en una cavidad maquinada en el soporte y de diámetro mayor al de la ventana, de tal forma que la ventana se aloje con holgura en la cavidad. Dicho espacio se rellena con un material dúctil: Carboni y colaboradores (1993) utilizan para ello una resina apta para trabajo a altas presiones; Gorbaty y Bondarenko (1995) usan soldadura de plata, la cual se aplica fácilmente al zafiro y al soporte de la ventana.

Un parámetro crucial para garantizar la condición de sellado hermético en el arreglo Poulter se debe a la rugosidad en las superficies de contacto. En general, los elementos ópticos pueden obtenerse comercialmente con rugosidades muy pequeñas (acabado óptico), por lo que la rugosidad de la superficie de contacto de una ventana comercial es adecuada para el sellado hermético. En cambio, el soporte de la ventana es un componente que se obtiene a través de operaciones de maquinado metálico –por ejemplo, de torneado– que producen estados de superficie de rugosidad significativos en comparación con aquella de una superficie óptica. Por ello, es necesario considerar operaciones de pulido en la manufactura de los soportes metálicos de la ventana, así como procesos de verificación de rugosidad y planicidad utilizando técnicas interferométricas, teniendo especial cuidado en eliminar picos, superficies convexas y planos oblicuos en la superficie del soporte. Sherman y Stadmuller (1987) describen con detalle algunas técnicas de verificación de superficies de contacto para ventanas tipo Poulter.

## 4.5 Conclusiones sobre el diseño para el ensamble ventana-soporte

Con base en los estudios de esfuerzos explicados anteriormente y en las consideraciones recopiladas en diversas referencias de instrumentación experimental de alta presión (varias de estas referencias han sido discutidas en los párrafos anteriores), se determina que las siguientes recomendaciones conducen a un diseño adecuado del subsistema de ventana y soporte:

- Es viable utilizar una relación de diámetros  $d/D = 0.667$ , ya que la fricción en la interfaz de contacto y la presión aplicada sobre la cara externa del soporte contribuyen a trasladar los esfuerzos hacia valores compresivos. En estos casos, si el diámetro del canal óptico es de 20 mm entonces se asigna un diámetro  $D = 30$  mm para la ventana.

- El factor de sobre-presión de sellado  $P_c / P_i$  para estas dimensiones es de 1.8, garantizando un sello eficiente entre la ventana y el soporte.
- Para un diámetro  $D = 20$  mm, el espesor de la ventana más recomendable es 12 mm, y el grosor ínfimo no debe ser menor a 10 mm.
- La longitud sobre la generatriz del cilindro del soporte sobre la que actúa la presión hidrostática no tienen una influencia importante la distribución de esfuerzos. Por lo tanto, se tiene libertad de asignar la longitud necesaria para agregar el sistema de sellos que se describen más adelante.
- Es conveniente agregar en el soporte un labio en el borde interior de la cara de contacto con la ventana, para reducir la concentración de esfuerzos. Para mejorar las condiciones de esfuerzo de la ventana, el ángulo recomendado entre el borde y la superficie de contacto es de  $60^\circ$ . Sin embargo, este ángulo sólo se recomienda si el esfuerzo de cedencia del material del soporte es mayor que  $4 P_i$ . Si se utiliza un material de resistencia mecánica menor, entonces el ángulo puede aumentar hasta un valor de  $75^\circ$ .
- Es recomendable utilizar la técnica de Sherman y Stadmuller (1987), para redondear el borde entre la cara de contacto y el canal óptico.
- La utilización de un sello de material blando, como el oro o el indio, mejora las condiciones de sellado y permite aliviar las altas restricciones de rugosidad en la superficie del soporte. Para fijar la ventana sobre el soporte, se recomienda agregar un cilindro delgado o camisa que recubra el ensamble ventana-rondana-soporte, como proponen Gorbaty y Bondarenko (1995).

# Capítulo 5

## Diseño de accesorios del equipo experimental

En términos generales, el equipo experimental consiste en un recipiente capaz de resistir presiones de hasta 500 MPa y debe permitir, a través de al menos un canal óptico, la observación de la formación de gotas generadas en la cámara interior de alta presión. De esta definición global se desprende que los sistemas principales que componen el equipo se encuentran: el recipiente de alta presión, y el sistema de ventana óptica para la observación e iluminación de la cámara interior. Sin embargo, el sistema experimental requiere de otros sistemas y accesorios para realizar las funciones establecidas en su definición, principalmente:

- Interfaz entre el sistema de ventanas ópticas y el cuerpo de la celda
- Interfaz para los instrumentos de medición de presión y temperatura
- Sistema hidráulico de alta presión

En los Capítulos anteriores se desarrolló el diseño de dos de los sistemas principales que configuran el equipo experimental de la Celda Óptica de Alta Presión: el contenedor de alta presión, y el sistema de la ventana óptica. En este último Capítulo, se proponen alternativas de diseño para los sistemas y accesorios requeridos por el equipo experimental. Primero, se describe el diseño de un tapón-soporte para retener el sistema de la ventana óptica en el cuerpo de la celda. La propuesta de diseño para el tapón-soporte de la ventana óptica se utiliza para definir los tapones superior e inferior que confinan el volumen de la cámara interior en el cuerpo de la celda, al mismo tiempo que alojan los instrumentos de medición. En segundo lugar, se describen algunos tipos de sellos de uso común en equipos experimentales de alta presión, y se desarrolla el diseño detallado de un sello trapezoidal para utilizarlo en la interfaz entre el cuerpo de la celda y el sistema óptico, y en los tapones superior e inferior.

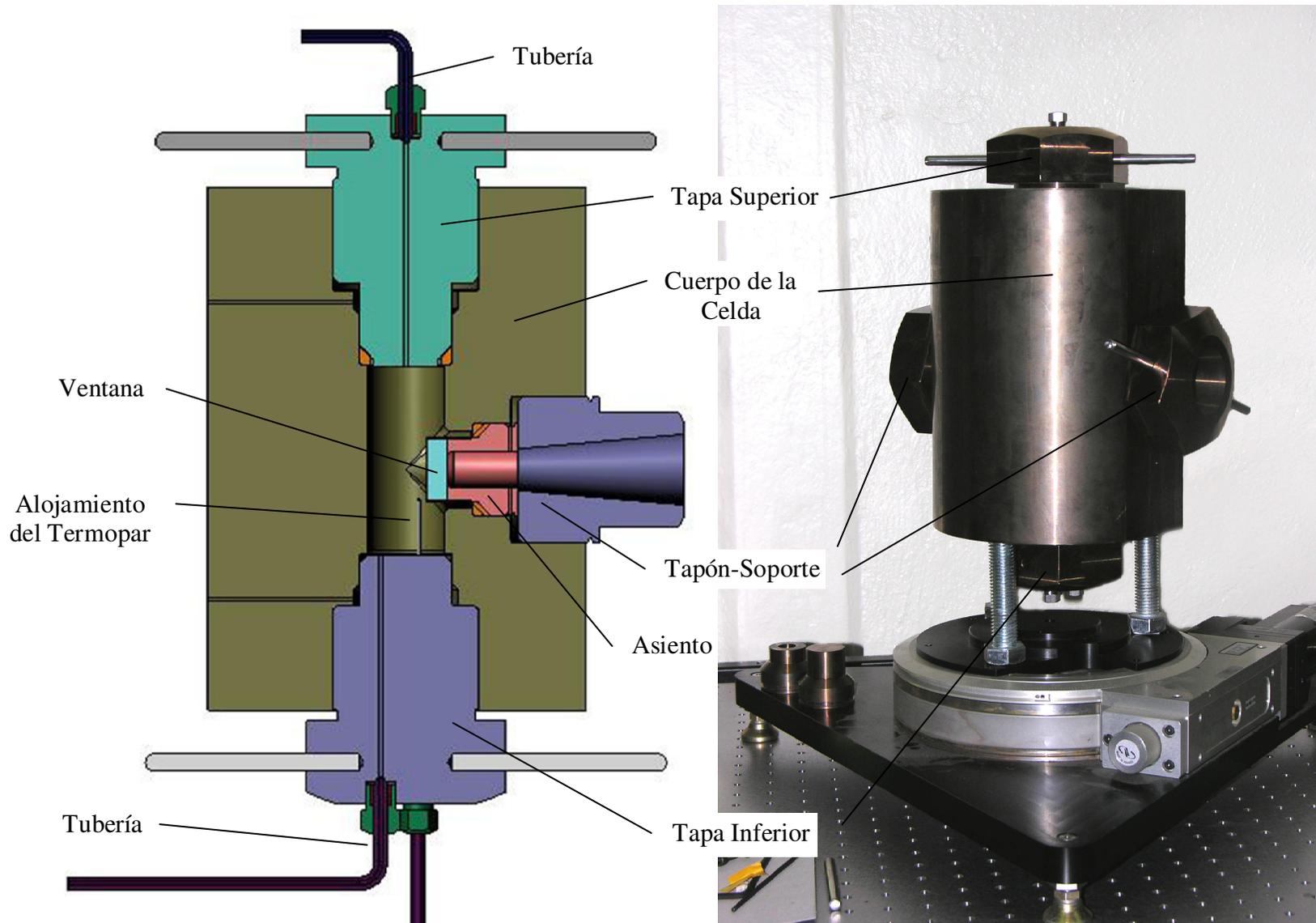
En tercer lugar, se proponen esquemas de instrumentación y control de presión y temperatura en el equipo experimental. Después, se describen algunos accesorios generales para instalaciones hidráulicas de alta presión, con el fin de proponer una instalación hidráulica para el experimento de estudios de tensión superficial en sistemas bifásicos. Finalmente, se enumeran algunas recomendaciones importantes relacionadas con la seguridad del equipo a través del diseño, el ensamble y la operación del aparato.

Para ilustrar las descripciones de diseño de los componentes que se dan a continuación, la Figura 5.1 muestra una imagen virtual del ensamble, así como una fotografía del ensamble construido sobre los planos propuestos en esta Tesis.

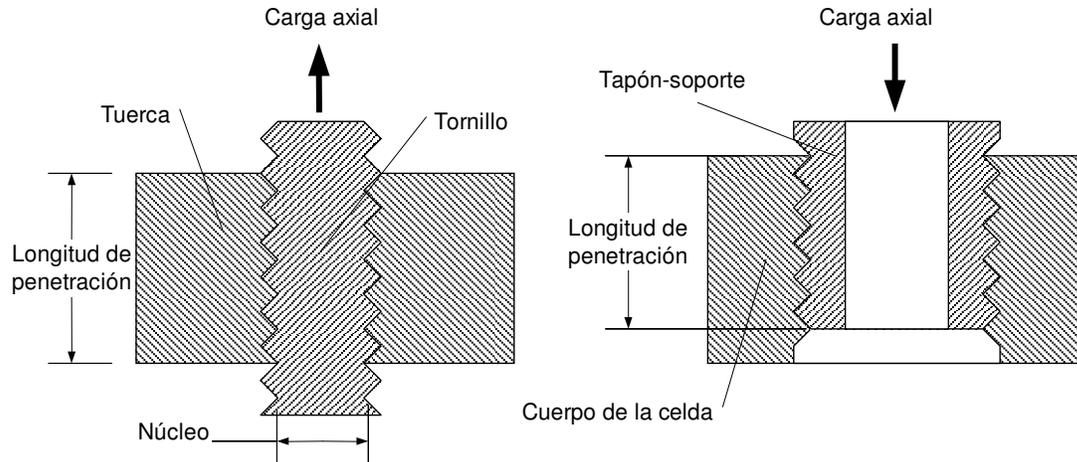
## 5.1 Diseño del Tapón-soporte

El tapón-soporte tiene como función sostener el conjunto de la ventana y su asiento dentro del canal óptico transversal practicado en el cuerpo cilíndrico de la celda. Se trata de una pieza de sección circular, perforada longitudinalmente para permitir el acceso óptico hasta la ventana de zafiro. Dado que la superficie de la ventana es relativamente grande, y que la presión interna es de hasta 500 MPa, el tapón-soporte debe sostener una fuerza del orden de  $10^5 \sim 10^6$  N, paralela a su eje de revolución. Dado que el tapón-soporte está sujeto al cuerpo de la celda a través de una unión roscada, ésta última sustenta el total de la carga y por tanto el cálculo de sus dimensiones es crucial en el diseño del tapón-soporte.

El procedimiento general para definir una unión roscada entre tornillo y tuerca consta de dos pasos principales. Primeramente se calcula el área del núcleo circular del tornillo para soportar los esfuerzos de tensión inducidos por las cargas axiales. Dicho cálculo proporciona el diámetro nominal adecuado para la cuerda, a partir del cual se establecen el resto de los parámetros que definen la cuerda –paso, diámetro de paso, los diámetros mayor y menor–. La segunda etapa consiste en calcular la profundidad de penetración del tornillo en la rosca interna de la tuerca, de tal forma que la carga axial máxima de trabajo no produzca una falla por esfuerzo cortante en la base del hilo de las roscas, tanto interna (tuerca) como externa (tornillo).



**Figura 5.1.** A la izquierda se muestra una imagen virtual del ensamble de la celda en corte longitudinal, indicando la posición de las tapas superior e inferior así como el ensamble de la ventana. Por claridad del esquema, sólo se muestra uno de los dos ensambles de ventanas. La fotografía de la derecha ilustra la construcción del equipo experimental.



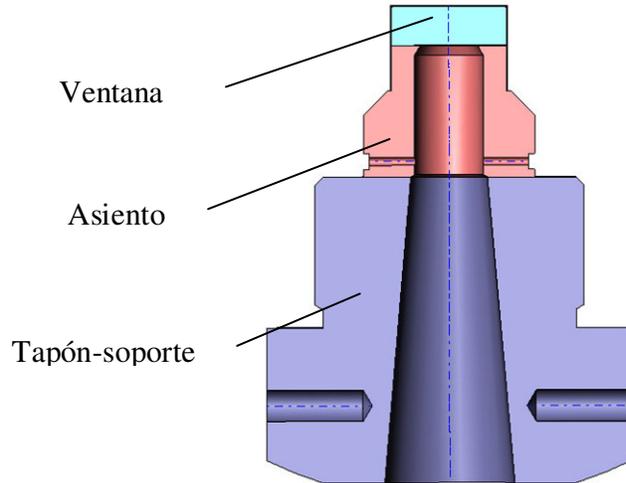
**Figura 5.2.** Esquemas de una unión roscada típica tuerca-tornillo, y de la unión roscada entre el tapón-soporte y el cuerpo de la celda. El cuerpo del tapón-soporte es de sección anular.

El procedimiento para el cálculo de la unión roscada entre el tapón-soporte y el cuerpo de la celda difiere un poco al procedimiento típico para un tornillo, ya que en este caso el tapón-soporte es una pieza axisimétrica de sección anular (es decir, sin núcleo circular) que trabaja en compresión y no en tensión como sucede en el caso general de un tornillo (ver Figura 5.2). El procedimiento de cálculo consiste en evaluar primeramente los esfuerzos compresivos en el tapón-soporte, y obtener los diámetros interior y exterior adecuados de la sección anular; en segundo lugar, calcular la longitud de penetración del tapón-soporte en el cuerpo de la celda para que la unión roscada no falle ante los esfuerzos cortantes producidos por la carga axial.

El análisis de esfuerzos compresivos se hace por MEF, utilizando un modelo axisimétrico del conjunto ventana-asiento, al cual se agrega la sección axisimétrica del tapón-soporte debajo del asiento. Este ensamble permite analizar la propagación de la carga axial que ejerce el fluido a alta presión sobre la superficie de la ventana de zafiro hasta la base del tapón-soporte, a través de los contactos entre la ventana y el asiento, y entre el asiento y el tapón-soporte (ver Figura 5.3). En una primera aproximación del análisis de esfuerzos compresivos en el tapón-soporte, se considera que el extremo del tapón-soporte está en contacto con una superficie perfectamente rígida que lo sostiene axialmente.

Se proponen inicialmente las siguientes dimensiones el cuerpo del tapón-soporte: diámetro exterior de tres pulgadas<sup>1</sup> y diámetro de la apertura 18 mm, al igual que el diámetro de la apertura del asiento. Con tales dimensiones, la sección transversal del tapón-soporte es mayor que la del asiento de

<sup>1</sup> El diámetro exterior del tapón-soporte, que corresponde al diámetro nominal de la cuerda, se propone en pulgadas ya que generalmente los estándares para cuerdas de alta resistencia están definidos en unidades inglesas.



**Figura 5.3.** Ensamble de ventana, asiento y tapón-soporte.

la ventana: el cociente del diámetro exterior entre el diámetro de la apertura es del orden de 4 para el tapón-soporte, mientras que el mismo cociente tiene un valor de 2 para el asiento en su sección más estrecha. De esta comparación se deduce que los esfuerzos producidos por la carga axial son menores en el tapón-soporte que en el asiento.

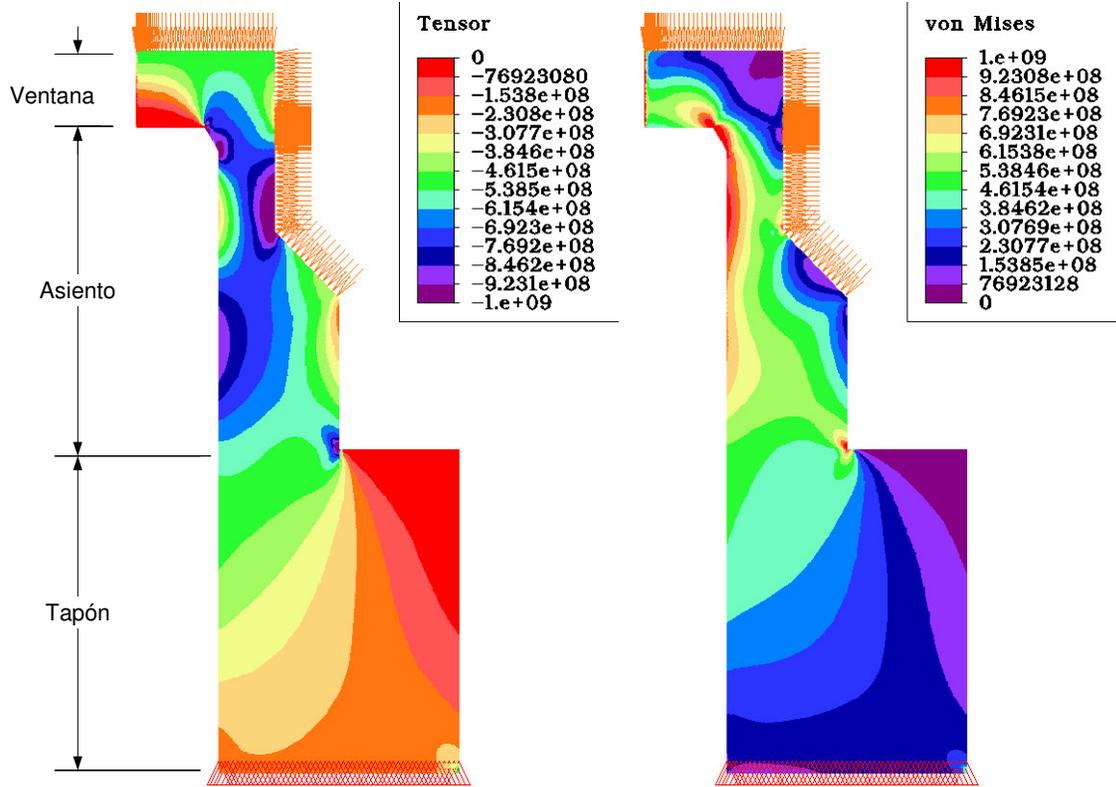
El cuerpo del tapón-soporte está sometido principalmente a un esfuerzo normal axial, correspondiente a  $\sigma_{zz}$  en un sistema de coordenadas cilíndricas asociado al cuerpo del tapón-soporte en el que el eje de simetría es la dirección  $z$  y la sección transversal define el plano  $(r, \theta)$ .

Los esfuerzos calculados por MEF en el cuerpo del tapón-soporte indican que el estado de esfuerzos del tapón se compone esencialmente del esfuerzo normal axial  $\sigma_{zz}$ , mientras que los componentes de esfuerzo  $\sigma_{rr}$  y  $\sigma_{\theta\theta}$  son cercanos a cero. El esfuerzo equivalente de von Mises en el tapón-soporte se puede aproximar por

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_z^2 + \sigma_z^2)} = |\sigma_z|, \quad (5.1)$$

como puede observarse en la Figura 5.4, que muestra los contornos del esfuerzo normal  $\sigma_{zz}$  y del esfuerzo de von Mises para una presión en la cámara interior de la celda de 500 MPa.

Los resultados del análisis por elemento finito muestran que, si el material del tapón-soporte es un acero de alta resistencia, por ejemplo acero *maraging 300* cuya resistencia a la compresión  $\sigma_f$  es de 2000 MPa, el valor de esfuerzo de von Mises es menor que  $\sigma_f / 4$  en la región cercana a la superficie de



**Figura 5.4.** Resultados del análisis por elemento finito del ensamble ventana-asiento-tapón-soporte. Del lado izquierdo se muestra la distribución del esfuerzo normal axial  $\sigma_{zz}$ , del lado derecho el esfuerzo de von Mises. Los demás componentes del tensor de esfuerzos son cercanos a cero en la región del tapón. El esfuerzo de von Mises es aproximadamente igual al valor absoluto de  $\sigma_{zz}$ . Las unidades de esfuerzo en la leyenda son Pa.

contacto con el asiento, y no rebasa  $\sigma_f / 8$  en el resto del tapón-soporte. Por tanto, de acuerdo con este análisis las dimensiones propuestas para el tapón-soporte son adecuadas para este caso.

Ahora se procede al cálculo de la longitud de penetración necesaria para que la cuerda soporte los esfuerzos cortantes. Tales esfuerzos aparecen en una superficie helicoidal que corta los flancos del hilo de la cuerda, debido al efecto de cizalla que produce el hilo de la cuerda complementaria. En teoría, la magnitud de este esfuerzo cortante  $\tau$  está dada por

$$\tau = \frac{F_{axial}}{A_{cinta}} \quad (5.2)$$

donde  $F_{axial}$  es la carga axial que debe soportar la unión de la cuerda, y  $A_{cinta}$  es el área total de la cinta helicoidal donde se produce el efecto de cizalla, a lo largo de todo el hilo introducido en la unión roscada.

Ahora bien, este esfuerzo cortante no es uniforme en todas las revoluciones de la cuerda a lo largo de la unión. Se ha observado experimentalmente que las revoluciones situadas en el extremo de la unión roscada, cerca de la zona donde se aplica la carga axial, sufren esfuerzos cortantes mayores que el resto del hilo. El *Machinery's Handbook* (Oberg, 1992) propone que la magnitud de los esfuerzos cortantes presenta una distribución parabólica a lo largo del eje del cilindro roscado, de tal forma que la magnitud máxima corresponde a las primeras cuerdas y es aproximadamente  $3/2$  veces el valor promedio del cortante en la cuerda.

Usando esta aproximación se propone un factor de concentración de esfuerzos cortantes igual a  $3/2$ , de manera que la condición de falla por esfuerzo cortante en el hilo de la cuerda está dada por

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{F_{axial}}{A_{cinta}} < \frac{\tau_f}{K}, \quad (5.3)$$

donde  $\tau_f$  es el valor de cedencia por cortante del material,  $\tau_{\max}$  es el esfuerzo cortante máximo presente en el hilo, y  $K$  es un factor de seguridad.

El área total de la cinta helicoidal sometida a cortante puede aproximarse por

$$A_{cinta} = \pi d^* w N, \quad (5.4)$$

donde  $N$  es el número de revoluciones involucradas en la unión roscada,  $d^*$  es el diámetro de la hélice, y  $w$  es el ancho del hilo en la sección (ancho de la cinta), ambas dimensiones haciendo referencia a la superficie en donde se presenta el esfuerzo cortante. Los valores  $d^*$  y  $w$  no se conocen *a priori*, pues dependen de los parámetros de la cuerda. Por lo tanto, para estimar el área de la superficie de esfuerzos cortantes es necesario conocer las dimensiones del perfil de la cuerda, y para ello es necesario proponer un tipo de cuerda y su diámetro nominal.

El tipo de cuerda depende de la función específica a que está destinada la unión cordada. En la literatura de diseño de alta presión se recomienda en general la utilización de cuerdas con perfil trapezoidal (denominado ACME) o con perfil en “dientes de sierra” (conocido también por el término inglés *buttress*) (Eremets, 1996; Pauwee, 1977; Sherman y Stadmuller, 1987). Estos perfiles son adecuados porque presentan una mayor área cortante y por lo tanto una mayor resistencia de la cuerda

a cargas axiales elevadas. Su definición se encuentra en el estándar norteamericano ANSI B1.5-1977 para cuerdas tipo ACME y ANSI B1.9-1973 (R1979) para cuerdas tipo *buttruss*.<sup>2</sup>

Sin embargo, la utilización de este tipo de cuerdas sofisticadas tiene algunas desventajas. Por una parte, su realización puede resultar difícil, sobre todo si el material del tapón-soporte es un acero muy duro como el *maraging*, pues el tallado de este tipo de cuerdas requiere de buriles especiales. Por otra parte, el torque necesario para apretar la unión aumenta desmesuradamente en diámetros nominales grandes, debido a que el paso es proporcional al diámetro nominal de la cuerda. Esto implica el uso de llaves con brazos de palanca grandes, es decir, herramientas voluminosas, pesadas y costosas.

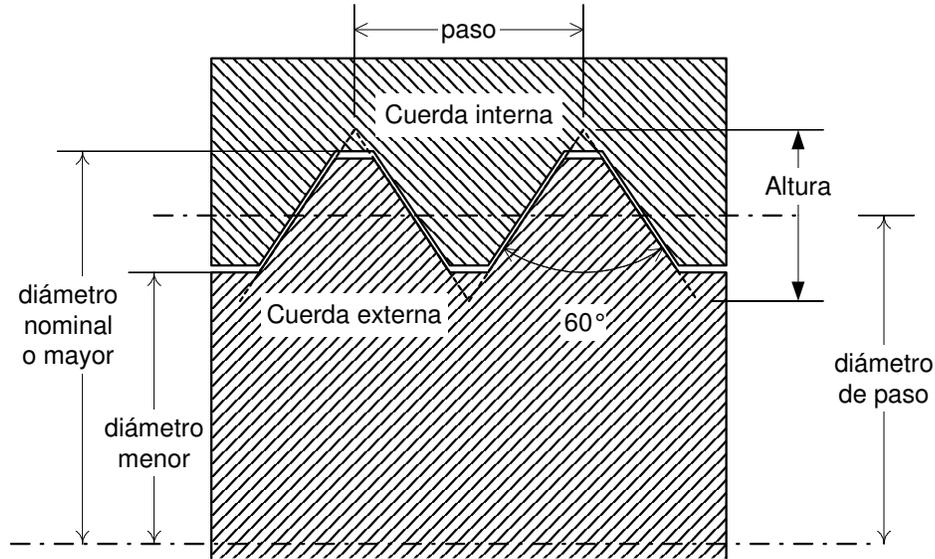
Existe una modalidad del estándar internacional (ISO) para cuerdas con aplicaciones de alta presión y cargas axiales importantes. Dicha modalidad consiste en mantener 8 hilos por pulgada en todos los diámetros nominales superiores a una pulgada, a diferencia del estándar ISO típico en el que el número de hilos disminuye conforme aumenta el diámetro nominal. Las dimensiones del hilo ISO de alta resistencia son pequeñas en comparación con el perfil ISO típico, pero el área cortante de ambos tipos de rosca es equivalente. El perfil ISO alta resistencia proporciona entonces una rosca de gran resistencia ante cargas axiales y que no requiere de un torque elevado para el apriete. Otras ventajas del perfil ISO de alta resistencia sobre las roscas especiales ACME y *buttruss* son: su fabricación es más simple y común, y la información acerca de sus dimensiones, parámetros y tolerancias es más completa en la literatura, como en *Mark's Standard Handbook for Mechanical Engineers* (Avallone, 1987) y en *Machinery's Handbook* (Oberg, 1992), así como el estándar ANSI B1.7M-1984 (R1992).

Con estas consideraciones, el perfil ISO alta resistencia parece ser más conveniente que los perfiles ACME o *buttruss* por su simplicidad de uso y fabricación. Sin embargo, antes de descartar la elección de perfiles especializados, a continuación se realiza el cálculo del área cortante  $A_{cinta}$  y de la longitud de penetración necesaria, tanto para una cuerda ISO de alta resistencia como para una ACME.

La Figura 5.5 muestra los parámetros principales de una unión roscada. La cuerda interna corresponde a la tuerca y la externa al tornillo. Una cuerda se define esencialmente por dos parámetros: uno es el paso, representado por la letra  $p$ , que es la distancia entre dos hilos consecutivos; el otro es el diámetro nominal, que teóricamente coincide con el diámetro mayor (diámetro en las crestas del tornillo), y que en el estándar ISO se representa por  $d$  para una cuerda externa y por  $D$  para una cuerda interna. En general, los parámetros correspondientes a la cuerda externa se representan con letras

---

<sup>2</sup> El estándar ANSI es editado y publicado por la *American Society of Mechanical Engineers* (ASME).



**Figura 5.5.** Parámetros principales de una cuerda tipo ISO. Para el perfil ACME el ángulo entre los flancos del perfil básico es de  $29^\circ$ .

minúsculas y los relacionados con la cuerda interna, con mayúsculas. El diámetro menor teórico es el diámetro en la base del hilo de la cuerda externa, o en la cresta del hilo de la cuerda interna, y se denomina  $d_1$  para la externa y  $D_1$  para la interna. La altura  $H$  es la distancia entre las puntas virtuales del perfil básico en zigzag que define a la cuerda. El diámetro de paso teórico corresponde a los puntos medios del perfil básico en zigzag, y se denomina  $d_2$  o  $D_2$ . En la Figura 5.5 puede observarse una pequeña separación entre los flancos de las cuerdas interna y externa; este juego, que se denomina holgura, es necesario para permitir el movimiento relativo entre las cuerdas interna y externa, y se establece a partir de una diferencia entre los valores prácticos de  $d_2$  y  $D_2$ . Además de la holgura, todas las dimensiones definidas tienen tolerancias asociadas para su fabricación, de tal forma que en la práctica los valores de los diámetros mayor, menor y de paso están definidos dentro de un intervalo de tolerancia, y no son los mismos para las roscas externa e interna.

Con estas definiciones, se deduce que el diámetro de la superficie cortante  $d^*$  para la cuerda externa es, en el caso más desfavorable, el valor máximo de  $D_1$  ( $D_{1max}$ ), y para la cuerda interna el mínimo de  $d$  ( $d_{min}$ ). El ancho de la cinta cortante  $w$  es

$$w_{ext} = \frac{p}{2} + (d_{2min} - D_{1max}) \tan(60^\circ / 2) \quad (5.5)$$

para la cuerda externa, y

$$w_{\text{int}} = \frac{p}{2} + (d_{\text{min}} - D_{2\text{max}}) \tan(60^\circ / 2) \quad (5.6)$$

para la cuerda interna.

Las definiciones anteriores son válidas tanto para el perfil ISO como para el ACME. La diferencia entre estos dos perfiles es el ángulo del perfil básico, que en el estándar ISO es de  $60^\circ$  y en el ACME es de  $29^\circ$ . Entonces, las Ecs. (5.5) y (5.6) son igualmente válidas para el perfil ACME, reemplazando el valor del ángulo. Con estas expresiones es posible calcular las áreas cortantes para las cuerdas interna y externa tanto para el perfil ISO como para el ACME, tomando de la literatura los valores de los diámetros correspondientes.

La Tabla 5.1 incluye los parámetros de cuerdas tipo ISO y ACME para algunos diámetros entre 1 y 3 pulgadas, tomados de *Mark's Standard Handbook for Mechanical Engineers* (Avallone, 1987) y *Machinery's Handbook* (Oberg, 1992). Con estos valores, las Ecs. (5.5) y (5.6) proporcionan las áreas cortantes para cada tipo de cuerda en función del diámetro nominal, mismas que se incluyen en la Tabla 5.1 calculadas para una longitud de penetración igual al paso  $p$  (es decir, por cada vuelta de la rosca). Es importante notar que para el perfil ACME el área cortante por vuelta se vuelve muy grande al aumentar el diámetro nominal, pero el número de cuerdas por pulgada se reduce, mientras que en el perfil ISO el área cortante por vuelta aumenta con una razón menor pero el número de hilos por pulgada se mantiene en un valor constante de 8 para todos los diámetros. De esta forma, el área cortante total por pulgada en el perfil ISO es siempre superior que en el ACME.

Con estos datos es posible calcular la longitud de penetración necesaria en función del diámetro nominal para cada uno de los dos perfiles, usando los siguientes valores para los parámetros de la Ec. (5.3):

- Factor de seguridad igual a 3, debido a que la unión roscada suele ser uno de los elementos de mayor riesgo en las celdas de alta presión (Sherman y Stadmuller, 1987);
- carga axial provocada por la presión de la cámara interna sobre el conjunto ventana-asiento estimada en 795 000 N, considerando que la presión es de 500 MPa y el diámetro equivalente de la superficie sometida a presión es de 44.5 mm, de acuerdo con las dimensiones del conjunto asiento-ventana;

**Tabla 5.1.** Parámetros de cuerdas ISO alta resistencia y ACME.

ISO alta resistencia	Nominal	paso	Parámetros de cuerda externa						Parámetros de cuerda interna					
	D o d	p	d max	d min	d1 max	d1 min	d2 max	d2 min	D max	D min	D1 max	D1 min	D2 max	D2 min
	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)
	1	0.1250	0.9978	0.9826	0.8444	0.8292	0.9166	0.9112	1.0148	1.0000	0.8795	0.8647	0.9264	0.9188
	2	0.1250	1.9969	1.9817	1.8435	1.8283	1.9157	1.9084	2.0148	2.0000	1.8795	1.8647	1.9294	1.9190
	2.5	0.1250	2.4965	2.4813	2.3431	2.3279	2.4153	2.4071	2.5148	2.5000	2.3795	2.3647	2.4305	2.4188
	2.75	0.1250	2.7463	2.7311	2.5929	2.5777	2.6651	2.6564	2.7648	2.7500	2.6295	2.6147	2.6812	2.6688
	3	0.1250	2.9962	2.9810	2.8428	2.8276	2.9150	2.9058	3.0148	3.0000	2.8795	2.8647	2.9318	2.9188

ACME	Nominal	cuerdas/in	Parámetros de cuerda externa						Parámetros de cuerda interna					
	D o d	n	d max	d min	d1 max	d1 min	d2 max	d2 min	D max	D min	D1 max	D1 min	D2 max	D2 min
	(in)	(1/in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)	(in)
	1	5	1.00000	0.99000	0.78000	0.76640	0.89400	0.88490	1.04000	1.02000	0.81000	0.80000	0.90910	0.90000
	2	4	2.00000	1.98750	1.73000	1.71360	1.86650	1.85550	2.04000	2.02000	1.76250	1.75000	1.88600	1.87500
	2.5	3	2.50000	2.48330	2.14670	2.12790	2.32380	2.31130	2.54000	2.52000	2.18340	2.16670	2.34580	2.33330
	2.75	3	2.75000	2.73330	2.39670	2.37760	2.57340	2.56070	2.79000	2.77000	2.43340	2.41670	2.59600	2.58330
	3	2	3.00000	2.97500	2.48000	2.45790	2.73950	2.72480	3.04000	3.02000	2.52500	2.50000	2.76470	2.75000

- área cortante total  $A_{cinta}$  definida en función del paso  $p$  y de la longitud de penetración  $L_p$  según

$$A_{cinta} = A_{rev} \frac{L_p}{p}, \quad (5.7)$$

donde  $A_{rev}$  es el área cortante por revolución (valores de la Tabla 5.2); y

- esfuerzo cortante de cedencia del material medido en un ensayo de torsión, o en caso de no estar éste último disponible, estimado a partir del esfuerzo de cedencia por tensión simple según

$$\tau_{ced} = \frac{\sigma_{ced}}{\sqrt{3}}. \quad (5.8)$$

Se obtiene que la longitud mínima de penetración  $L_p$  está dada por

$$L_p > \frac{3}{2} S \frac{\sqrt{3}}{\sigma_{ced}} \frac{p F_{axial}}{A_{rev}}. \quad (5.9)$$

Los valores mínimos de penetración, en función del diámetro nominal, aparecen en la Tabla 5.3. Nótese que en ambos perfiles la cuerda exterior requiere de una mayor longitud de penetración, debido a que el área cortante es siempre menor en las cuerdas externas. Por otra parte, las longitudes mínimas requeridas por el perfil ISO alta resistencia son menores en todos los casos que las longitudes del perfil ACME. Esta razón, aunada a las ventajas que el perfil ISO presenta sobre el ACME mencionadas anteriormente, indica que en efecto el perfil ISO es la mejor elección para la cuerda de la unión roscada entre el tapón-soporte y el cuerpo de la celda.

Con los valores de longitud de penetración de las cuerdas externas se puede concluir que los diámetros nominales mayores a 2.5 pulgadas requieren longitudes de penetración mínimas que son compatibles con las dimensiones del cuerpo de la celda. Ahora bien, si se desea que el conjunto de la ventana, el asiento y el tapón-soporte tengan la posibilidad de deslizarse a lo largo del canal para ajustes del tren óptico, el diámetro nominal de 2.75 puede ser el valor más adecuado ya que permite un recorrido de la ventana de hasta 8 ó 10 milímetros, es decir, una distancia de ajuste equivalente al espesor de la ventana aproximadamente.

**Tabla 5.2.** Áreas cortantes calculadas por vuelta de penetración, para los perfiles ISO alta resistencia y ACME.

Nominal (in)	Área cortante por hilo (mm <sup>2</sup> )			
	ISO ext	ISO int	ACME ext	ACME int
1	144.04	189.09	196.00	242.64
2	301.65	372.32	532.45	609.29
2.5	378.28	461.83	883.92	1017.9
2.75	415.87	505.44	984.39	1120.1
3	453.39	549.25	1543.9	1835.4

**Tabla 5.3.** Longitudes de penetración mínimas para los perfiles ISO alta resistencia y ACME.

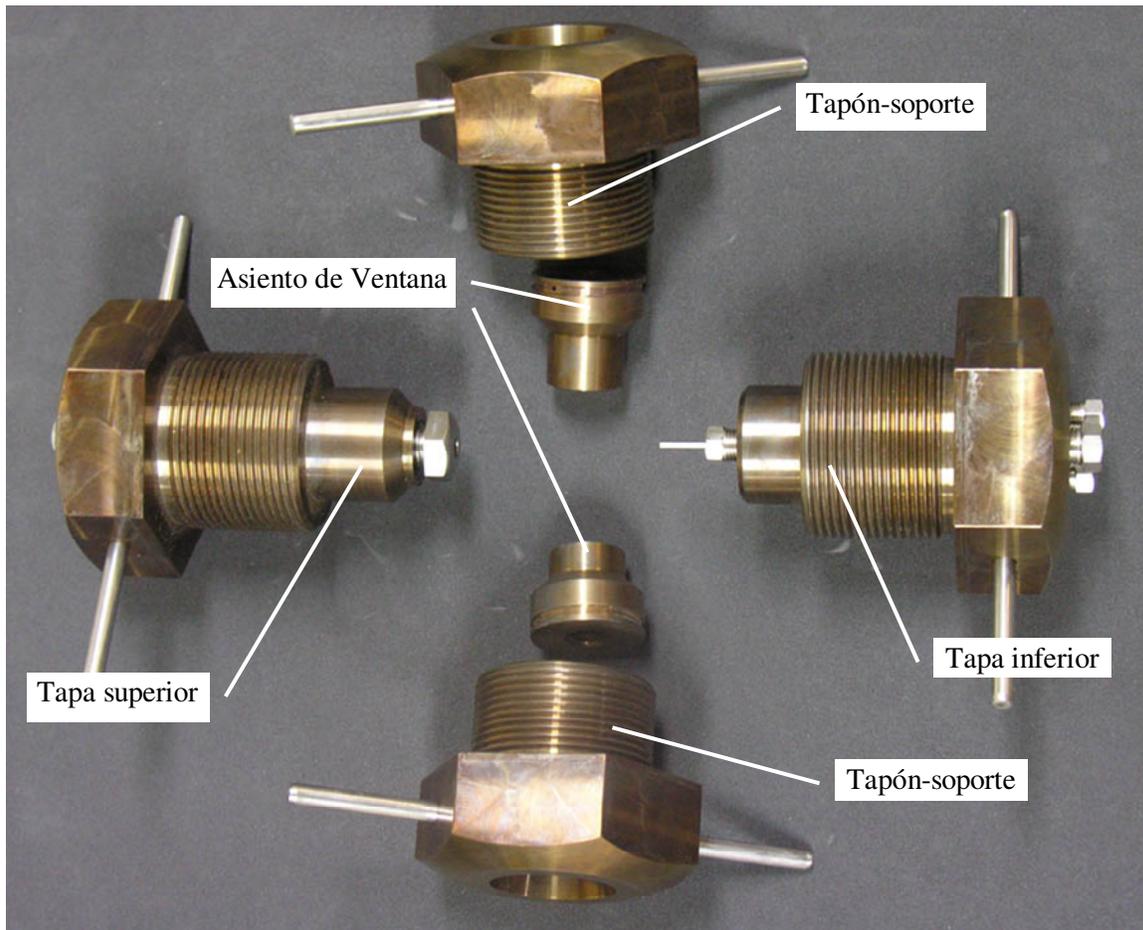
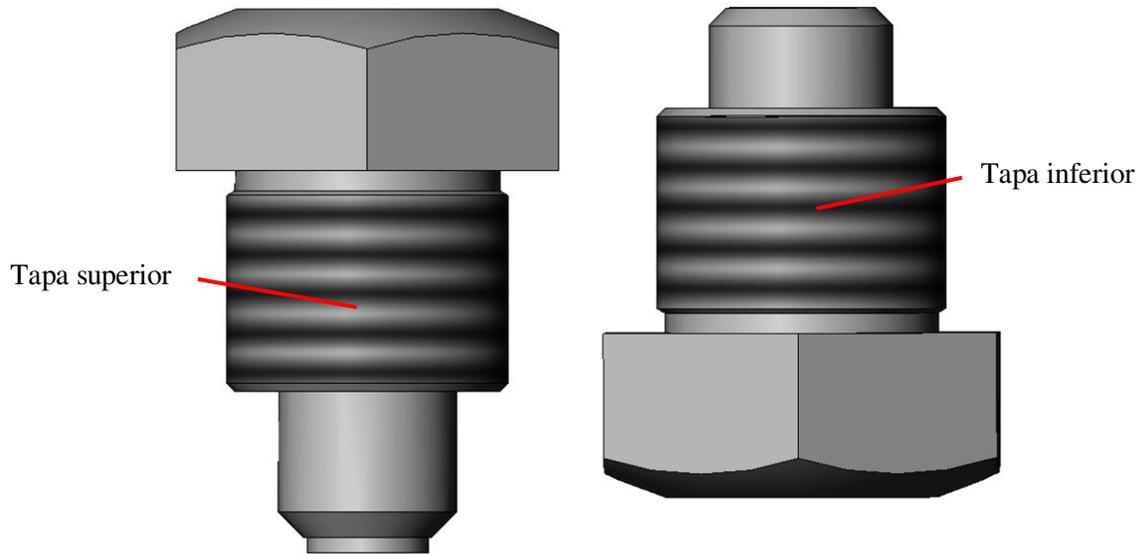
Nominal (in)	Longitud mínima de penetración (mm)			
	ISO ext	ISO int	ACME ext	ACME int
1	68.2934	52.0210	80.3215	64.8743
2	32.6099	26.4205	36.9537	32.2940
2.5	26.0041	21.2998	29.6794	25.7748
2.75	23.6536	19.4617	26.6510	23.4233
3	21.6963	17.9095	25.4893	21.4408

### 5.1.1 DISEÑO DE LAS TAPAS SUPERIOR E INFERIOR

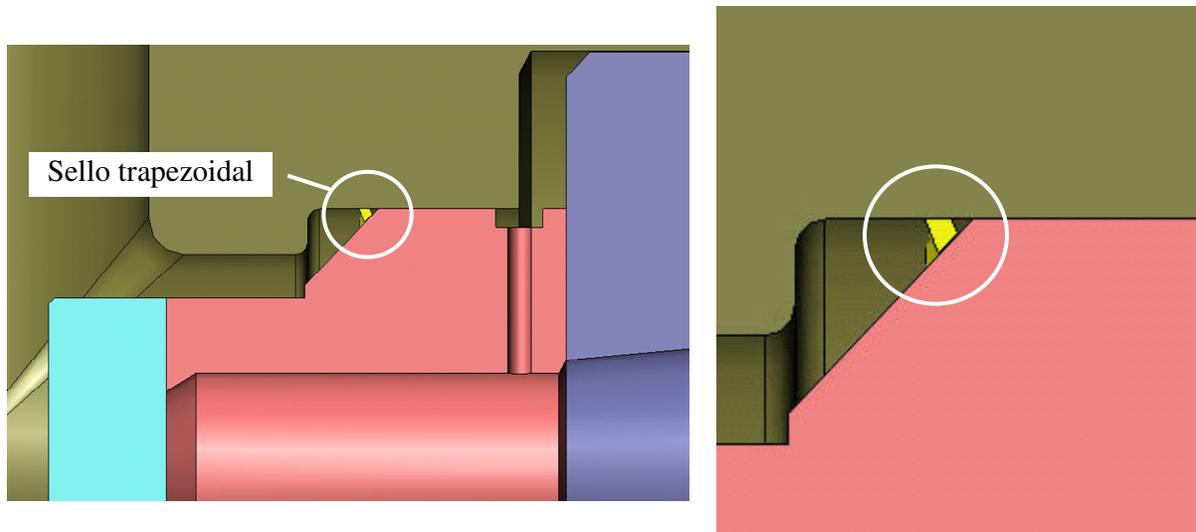
Los extremos superior e inferior del cuerpo de la celda se cierran utilizando tapas que se insertan en el barreno axial del cilindro y se sujetan utilizando uniones de cuerda, al igual que el tapón-soporte. El cálculo de los parámetros de las cuerdas se realiza de manera idéntica al párrafo anterior, y dado que la superficie sometida a la presión interior tiene las mismas dimensiones en los tres tapones (44.5 mm de diámetro), las dimensiones de las cuerdas de estos componentes son idénticas. La Figura 5.6 ilustra el diseño propuesto para las tapas superior e inferior.

## 5.2 Sello hidrostático trapezoidal

El diseño de celda propuesto contiene dos tapas en los extremos axiales sellando la cámara de presión interior, y un tapón-soporte en cada canal óptico dispuesto. Cada una de estas tapas debe sellar herméticamente el conducto en el que se aloja, impidiendo fugas aun cuando la cámara interior se



**Figura 5.6.** Diseño de las tapas superior (arriba izquierda) e inferior (arriba derecha) de la celda de alta presión. La foto inferior muestra la construcción de estas tapas, así como de los tapones y asientos de las ventanas.



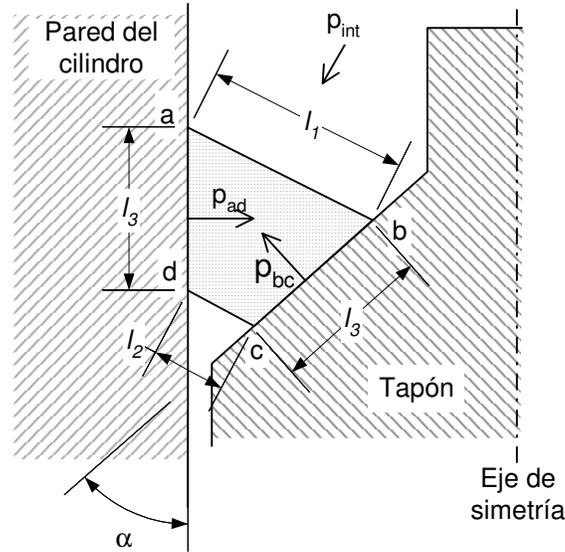
**Figura 5.7.** Cuerpo de la celda de alta presión y detalle del los tapones y el sello trapezoidal.

encuentra a la presión máxima de trabajo. Para asegurar dicha función de cierre hermético, se agrega un sello en la junta entre las superficies del tapón y del cuerpo de la celda. Puesto que los tapones en cuestión no tienen movimiento relativo con respecto al cuerpo de la celda durante la operación del equipo, el sello en las juntas es del tipo estático. Por otra parte, las tapas son componentes sin movimiento de la celda, y por tanto el sello debe ser desmontable. La configuración de los tapones y sellos se ilustra en la Figura 5.7.

Entre los diferentes tipos de sellos estáticos desmontables para uso en equipos experimentales de alta presión descritos en la literatura (Pauwee y Spain, 1977; Sherman y Stadtmuller, 1987) la categoría de sellos basados en el *principio de área en voladizo*, o Principio de Bridgman, tienen la ventaja de producir una presión de sellado que es proporcional a la presión en el fluido en contacto con el sello, produciendo un ajuste hermético muy eficiente. Uno de los diseños del sello tipo *Bridgman* más utilizados para trabajo experimental de altas presiones es el sello de sección trapezoidal que se describe a continuación.

El sello hidráulico de sección trapezoidal es uno de los más utilizados en equipo de alta presión para sellar uniones de partes móviles o desmontables. Se han reportado trabajos en donde sellos de esta naturaleza trabajan a presiones de hasta 50 kbar (Lavergne y Whalley, 1976, y Whalley y Lavergne, 1976). Esta solución se encuentra igualmente en algunos diseños comerciales de cilindros y reactores de alta presión.

La geometría del sello se muestra en la Figura 5.8. Las caras  $ab$  y  $cd$  son perpendiculares a la bisectriz del ángulo  $\alpha$  formado por los flancos  $ad$  y  $bc$ . De acuerdo con algunos autores (Sherman y



**Figura 5.8.** Geometría del sello anular de sección trapezoidal: sección transversal.

Stadmuller, 1987; Whalley y Lavergne, 1978), una sección simétrica como la aquí descrita produce esfuerzos menores en el cuerpo del sello. La presión  $p_i$  de la cámara de alta presión actúa sobre la cara  $ab$ , produciendo sobre el sello una fuerza que es equilibrada por las presiones  $p_{ad}$  (en la superficie de contacto entre el sello y la pared del cilindro), y  $p_{bc}$  (entre el sello y el cuerpo del tapón-soporte).

Con el fin de evaluar la magnitud de las presiones de sellado en los flancos del sello, considérese inicialmente que el contacto de los flancos del sello con la pared del cilindro y el tapón-soporte está exento de fricción. Considérese también que tanto el anillo como las paredes de la celda y del tapón-soporte no se deforman, que el diámetro del tapón-soporte es muy grande comparado con las dimensiones de la sección trapezoidal, y que la presión de contacto en las superficies es uniforme. Con estas hipótesis, el balance de fuerzas paralelas a  $ab$  es

$$p_{ad} l_3 \cos \frac{\alpha}{2} = p_{bc} l_3 \cos \frac{\alpha}{2}, \quad (5.10)$$

luego

$$p_{ad} = p_{bc} = p'. \quad (5.11)$$

Del balance de fuerzas perpendiculares a  $ab$  se obtiene que

$$p_i l_1 = (p_{ad} + p_{bc}) l_3 \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (5.12)$$

y por tanto

$$p' = \frac{p_i l_1}{2 l_3 \sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (5.13)$$

Por la geometría del anillo se tiene que

$$l_1 = l_2 + 2 l_3 \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (5.14)$$

de donde se obtiene que

$$\frac{p'}{p_i} = \frac{l_1}{l_1 - l_2}. \quad (5.15)$$

La Ecuación (5.15) indica que la presión  $p'$  excede el valor de  $p_i$  por un factor que depende de la diferencia entre el área  $l_1$  y el área suspendida  $l_2$ . Este excedente de presión es precisamente el que produce el sello hermético, por lo que la dimensión  $l_2$  debe ser lo menor posible con respecto a  $l_1$  para obtener un sello más eficiente.

Considérese ahora que hay fricción en las superficies de contacto entre el sello y las superficies del tapón-soporte y del cuerpo de la celda, y que el coeficiente de fricción  $\mu$  es el mismo en ambas superficies. El efecto de la presión interna  $p_i$  sobre el sello es un desplazamiento hacia la parte estrecha de la cuña, al que se oponen las fuerzas de fricción  $\mu p_{ad}$  y  $\mu p_{bc}$ . Es decir, la fricción contrarresta la acción de la presión  $p_i$  y por tanto las magnitudes de  $p_{ad}$  y  $p_{bc}$  disminuyen, reduciendo la efectividad del sello. Por lo anterior, es conveniente reducir el coeficiente de fricción para obtener un sello más eficiente.

La relación más adecuada entre las dimensiones  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  para el funcionamiento óptimo del sello se obtiene analizando el balance de fuerzas en el sello, incluyendo ahora la fricción. Del equilibrio de fuerzas paralelas a  $ab$  se obtiene nuevamente que  $p_{ad} = p_{bc} = p'$ , como en el caso libre de fricción. Del equilibrio de fuerzas perpendiculares a  $ab$  se obtiene que

$$\frac{p'}{p_i} = \frac{1}{1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2}} \left( \frac{l_2 + 2l_3 \sin \frac{\alpha}{2}}{2l_3 \sin \frac{\alpha}{2}} \right). \quad (5.16)$$

Utilizando en la Ecuación anterior la relación entre las dimensiones del sello de la Ec. (5.14) se obtiene que

$$\frac{p'}{p_i} = \frac{l_1}{2l_3 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\left( 1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2} \right)}. \quad (5.17)$$

Esta última expresión indica que, en efecto, la reducción del coeficiente de fricción aumenta el cociente de la presión de sellado  $p'$  sobre  $p_i$ , aunque en la práctica no es posible obtener un valor de coeficiente de fricción menor que 0.1. Dado que el cociente mínimo  $p' / p_i$  recomendado en la literatura para lograr un sello hermético es 1.15 (Sherman y Stadmuller, 1987), y que el ángulo entre flancos  $\alpha$  utilizado comúnmente es de  $45^\circ$ , se tiene entonces que la dimensión  $l_3$  no debe ser mayor que  $3 l_2$ , y tampoco mayor que  $0.8 l_1$ .

Es importante considerar en el cálculo de las presiones de sellado que la presión interior produce una expansión en el cuerpo de la celda, por lo que se prevé que la presión de contacto  $p_{ad}$  tiende a disminuir a través de la deformación de las paredes de la celda cilíndrica, hasta un punto en que eventualmente el contacto desaparece. Entonces, para mantener el contacto entre el sello y la pared de la celda, es necesario que el sello trapezoidal se expanda a la misma razón que la pared interior de la celda, lo cual se logra si  $p_{bc}$  es suficientemente mayor que  $p_{ad}$ . Nótese que la presión  $p_{bc}$  no disminuye durante la expansión del sello, ya que éste se desliza sobre la superficie cónica del tapón-soporte manteniendo el contacto hermético.

La deformación radial  $\Delta r$  de las paredes de la celda puede aproximarse a través de la solución de deformación para cilindros de paredes gruesas, según la cual

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{p_i}{E_{celda}}, \quad (5.18)$$

donde  $r$  es el radio del cilindro en donde se evalúa la deformación  $\Delta r$ , y  $E_{celda}$  es el módulo de elasticidad del material de la celda.

Ahora, se aproxima la deformación radial del anillo del sello por medio de las ecuaciones de deformación para un cilindro de paredes delgadas, es decir

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{(p_{bc} - p_{ad})r}{tE_{sello}}, \quad (5.19)$$

donde  $t$  es el grosor equivalente del sello y  $E_{sello}$  es el módulo de elasticidad del material. Ahora bien, para que la pared del sello se mantenga en contacto con la pared de la celda, se requiere que

$$\frac{p_i}{E_{celda}} = \frac{\Delta p r}{tE_{sello}}, \quad (5.20)$$

donde  $\Delta p$  es la diferencia de presiones entre los flancos del sello que produce la deformación en el sello suficiente para que el contacto con la pared de la celda se mantenga.

El balance de fuerzas sobre la sección del sello en la dirección paralela a la cara  $ab$ , incluyendo la fricción y la deformación del sello y de la celda, está dado por

$$p_{ad} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \mu \sin \frac{\alpha}{2} \right) + \Delta p \cos \frac{\alpha}{2} = p_{bc} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \mu \sin \frac{\alpha}{2} \right), \quad (5.21)$$

y en la dirección perpendicular a la cara  $ab$  se tiene que

$$p l_1 = (p_{ad} + p_{bc}) l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right) + \Delta p l_3 \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (5.22)$$

Se utiliza ahora la Ec. (5.20) para evaluar la presión diferencial necesaria en la deformación del sello, de donde se obtiene que las Ecs. (5.21) y (5.22) se convierten en

$$p_{ad} = p_{bc} - \frac{p_i}{\left( 1 - \mu \tan \frac{\alpha}{2} \right)} \frac{E_{sello}}{E_{celda}}, \quad (5.23)$$

y

$$p_i \left( l_1 - \frac{E_{\text{sello}} t}{E_{\text{celda}} r} l_3 \sin \frac{\alpha}{2} \right) = (p_{ad} + p_{bc}) l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right). \quad (5.24)$$

Finalmente, el sistema de Ecs. (5.23) y (5.24) provee las expresiones necesarias para calcular las dimensiones de la sección del sello en función de los cocientes  $p_{bc}/p_i$  y  $p_{ad}/p_i$  tales que se obtenga un sello hermético a través de la deformación, es decir

$$\frac{p_{bc}}{p_i} = \frac{l_1}{2l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)} + \frac{E_{\text{sello}} t}{E_{\text{celda}} r} \left[ \frac{1}{1 - \mu \tan \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2}} \right] \geq 1.15, \quad (5.25)$$

y

$$\frac{p_{ad}}{p_i} = \frac{l_1}{2l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)} - \frac{E_{\text{sello}} t}{E_{\text{celda}} r} \left( \frac{1}{1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2}} \right) \geq 1.15. \quad (5.26)$$

Las expresiones obtenidas proporcionan un valor  $p_{bc}$  superior al obtenido a partir de la Ec. (5.17), ya que el término positivo entre corchetes debe ser mayor que uno, y el término negativo menor que uno. En cambio, la presión de contacto  $p_{ad}$  es menor que en el caso sin deformación del sello. De esta manera, la presión de contacto entre el sello y el tapón-soporte es mayor que la presión en el contacto entre el sello y la pared de la celda. Así, la diferencia entre ambas presiones es un término asociado con la deformación del sello, según

$$\frac{p_{ad}}{p_i} = \frac{p_{bc}}{p_i} - \frac{E_{\text{sello}} t}{E_{\text{celda}} r} \left( \frac{1}{1 - \mu \tan \frac{\alpha}{2}} \right). \quad (5.27)$$

Entonces, dado que  $p_{bc} > p_{ad}$ , las dimensiones del sello deben calcularse a partir de la Ec. (5.26), lo que garantiza el cumplimiento de la Ec. (5.25). Sin embargo, es conveniente que el término asociado a la deformación del sello, es decir

$$\frac{E_{\text{sello}} t}{E_{\text{celda}} r} \left( \frac{1}{1 - \mu \tan \frac{\alpha}{2}} \right), \quad (5.28)$$

sea lo menor posible de manera que ambas condiciones se cumplan sin originar una presión demasiado alta en el contacto con el tapón-soporte. Este término puede minimizarse eligiendo un material del sello tal que el módulo de elasticidad  $E_{sello}$  sea bajo comparado con el del material de la celda. Por otra parte, el espesor efectivo  $t$ , asociado con las dimensiones de la sección, puede reducirse considerablemente con la única restricción de que la longitud  $l_2$  debe ser mayor que la separación máxima entre el tapón-soporte y la celda, para evitar la extrusión del sello a altas presiones.

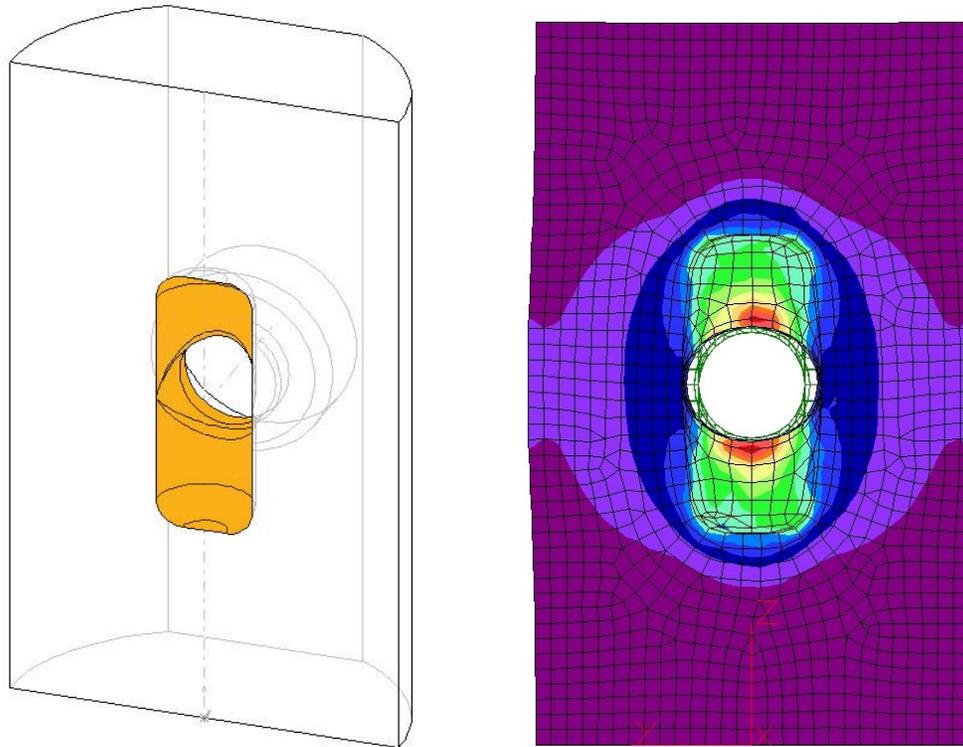
En realidad, las presiones de contacto no son uniformes a lo largo de las caras  $ad$  y  $bc$ . Puesto que la presión comprime el sello hacia la punta de la cuña, las deformaciones en la parte más estrecha de la sección son mayores y en consecuencia, los esfuerzos son máximos en esa región, produciendo una presión de contacto máxima en los puntos  $c$  y  $d$ . Este efecto, que se agudiza al reducir la dimensión  $l_2$ , participa en la obtención del sello hermético, de manera que es conveniente utilizar la mínima dimensión  $l_2$ . Para mantener la relación básica del área suspendida  $l_1/(l_1-l_2)$  de la Ec. (5.15), la dimensión  $l_1$  debe reducirse proporcionalmente a  $l_2$ , lo que sugiere la conveniencia de utilizar la sección trapezoidal más pequeña posible. Una sección pequeña presenta además la ventaja de reducir las superficies de contacto que sufren presiones superiores a la presión interna de la cámara, tanto en la celda como en el tapón-soporte.

Así, el procedimiento para evaluar las dimensiones de la sección del sello comienza con el cálculo de  $l_2$ , asignando a esta dimensión el valor mínimo posible sin que haya extrusión del sello a través de la separación entre el tapón-soporte y la pared de la celda, cuando la presión interna es máxima. Es decir,

$$l_2 \cos \frac{\alpha}{2} > J + \frac{r p_i}{E_{celda}}, \quad (5.29)$$

donde  $J$  es el juego radial debido al ajuste dimensional entre los diámetros del tapón-soporte y del canal que lo aloja, y el segundo término del lado derecho es la estimación de la deformación radial que sufre la celda debido a la presión interna, según el modelo de cilindros gruesos. En general, el ajuste  $J$  debe permitir un ensamble deslizante preciso, por ejemplo  $H 8-f 7$  o  $H 7-g 6$  según el estándar ISO para tolerancias (Chevalier, 1990), que para diámetros del orden de 50 mm corresponde a un juego diametral máximo de 90  $\mu\text{m}$  y 60  $\mu\text{m}$  respectivamente.

El siguiente paso en el procedimiento es calcular el valor máximo de  $l_1$  que cumple con las Ecs. (5.25) y (5.26), usando la condición geométrica de la Ec. (5.14) para eliminar la variable  $l_3$ . De esta forma queda completamente definido el sello trapezoidal.



**Figura 5.9.** (a) Modelo de elemento finito representando media celda, para calcular las deformaciones en la superficie del barreno radial. La presión interna actúa sobre las superficies coloreadas. (b) Resultados del análisis. Obsérvese la forma elíptica adquirida en el barreno radial. Los colores representan el esfuerzo de von Mises.

Es posible utilizar el MEF para obtener una mejor estimación de expansión que sufre la pared de la cámara interior en la vecindad del sello. Para tal fin se utiliza el modelo mostrado en la Figura 5.9, modelo simplificado que consiste en medio volumen de la celda. Para que la simulación de esta media celda corresponda a la de la celda completa, se agregan las siguientes condiciones de frontera en los nodos del plano de corte: restricción de desplazamientos perpendiculares al plano de corte, y restricción de rotación para que esta cara se mantenga plana a través de la deformación. La carga aplicada es la presión interna en las superficies de la cámara interior y del barreno radial, desde la intersección con la cámara interior hasta la circunferencia de sellado (superficies entintadas en la imagen izquierda de la Figura 5.9). Nótese que para este cálculo se excluyen los barrenos axiales, pues los esfuerzos y deformaciones debidos a tales barrenos son localizados y no afectan la concentración de esfuerzos debida al barreno transversal.

La solución de MEF muestra la forma elíptica que adquiere el barreno a través de la deformación. El diámetro mayor en la sección elíptica del barreno es aproximadamente 3 veces el diámetro calculado por la Ec. (5.18), que prevé que la sección del barreno transversal se mantiene circular a través de la deformación.

Con base en los resultados anteriores se establece que el término correspondiente a la deformación del sello en las Ecs. (5.25) y (5.26) debe corregirse por un factor de 3 en el caso del tapón-soporte para el conjunto de la ventana, es decir

$$\frac{p_{bc}}{p_i} = \frac{l_1}{2l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)} + 3 \frac{E_{sello} t}{E_{celda} r} \left( \frac{1}{1 - \mu \tan \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2}} \right) \geq 1.15, \quad (5.30)$$

y

$$\frac{p_{ad}}{p_{int}} = \frac{l_1}{2l_3 \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cos \frac{\alpha}{2} \right)} - 3 \frac{E_{sello} t}{E_{celda} r} \left( \frac{1}{1 + \mu \cot \frac{\alpha}{2}} \right) \geq 1.15. \quad (5.31)$$

Asimismo, el factor de corrección debe incluirse en la Ec. (5.29) para el cálculo del valor mínimo de  $l_2$ :

$$l_2 \cos \frac{\alpha}{2} > J + 3 \frac{r p_{int}}{E_{celda}}. \quad (5.32)$$

Finalmente, se proponen los siguientes valores de los parámetros necesarios para calcular las dimensiones del sello.

- La dimensión propuesta para el diámetro de la superficie de sellado en el diseño de los tres tapones es de 1.75"
- El radio  $r$  es de 22.225 mm
- El juego radial  $J$  máximo es de 45  $\mu\text{m}$ , correspondiente a un ajuste H8f7
- La presión máxima de trabajo es de 500 MPa
- El ángulo entre flancos comúnmente utilizado es  $\alpha = 45^\circ$  (Sherman y Stadmuller, 1987; Whalley y Lavergne, 1976)
- El material para el cuerpo de la celda es acero, cuyo módulo de elasticidad es  $E_{celda} = 210$  GPa.
- El material del sello, por una parte, debe ser suficientemente resistente para que la superficie suspendida de la sección trapezoidal no se destruya y el sello no sea extruido en la unión, pero

por otra parte, debe tener una dureza menor que el del acero de la celda. Por ejemplo, si la dureza del acero *maraging 350* es de aproximadamente 55~58 Rockwell C, Whalley y Lavergne (1976) aconsejan utilizar un material cuya dureza sea entre 42 y 45 Rockwell C (por ejemplo, acero AISI 4340). Para mayor información respecto a los números de dureza y selección de aceros en función de esta propiedad, ver las referencias ASTM A-400-69 y ASTM A-370, ésta última resumida en la Tabla A.1 en el Anexo.

- El coeficiente de fricción debe ser el menor posible para mejorar las condiciones de funcionamiento del sello. Es conveniente aplicar un recubrimiento suave, por ejemplo de soldadura, que reduce de manera importante el coeficiente de fricción ( $\mu = 0.1$ , por ejemplo) al mismo tiempo que permite cierto flujo de metal —deformación plástica— en las superficies de contacto, mejorando la efectividad del sello a bajas presiones.

Con los datos anteriores se obtiene que el valor mínimo para  $l_2$  es de 0.106 mm para los barrenos axiales y de 0.222 mm para el barreno radial. Se adopta un valor de  $l_2 = 0.5$  mm de tal forma que el maquinado del sello pueda hacerse dentro de un margen de error del orden de  $\pm 1\%$  con las tolerancias obtenidas convencionalmente en un torno, que son del orden de 0.01 mm. Finalmente, con este valor para  $l_2$ , y aproximando el espesor promedio del sello  $t$  por

$$t = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)\cos\frac{\alpha}{2}, \quad (5.33)$$

es decir, el espesor de una sección rectangular con igual área que la sección trapezoidal y que está en contacto con la pared de la celda sobre una cara  $l_3$ , se calcula el valor de máximo de  $l_1$  que cumple con la Ec. (5.26) para los tapones axiales, y con la Ec. (5.31) para el tapón-soporte transversal. La Tabla 5.4 resume los resultados finales de  $l_1$  máxima en función del coeficiente de fricción  $\mu$ . Es importante señalar que utilizar valores inferiores de  $l_1$  produce una mejor presión de sellado en el contacto *ad*, pero la presión en el contacto *bc* puede llegar a ser muy alta. Por otra parte, si el coeficiente de fricción es elevado, se requieren sellos cada vez más pequeños.

**Tabla 5.4.** Dimensión de la base mayor en la sección transversal del sello trapezoidal 11, en función del coeficiente de fricción  $\mu$ .

Tapón-soporte axial			Tapón-soporte radial		
$\mu$	$l_1$ max	$p_{bc} / p_i$	$\mu$	$l_1$ max	$p_{bc} / p_i$
0.1	1.57	1.21	0.1	1.42	1.25
0.2	1.17	1.19	0.2	1.12	1.23
0.3	0.99	1.20	0.3	0.96	1.22

## 5.3 Instrumentación

### 5.3.1 CONTROL DE TEMPERATURA

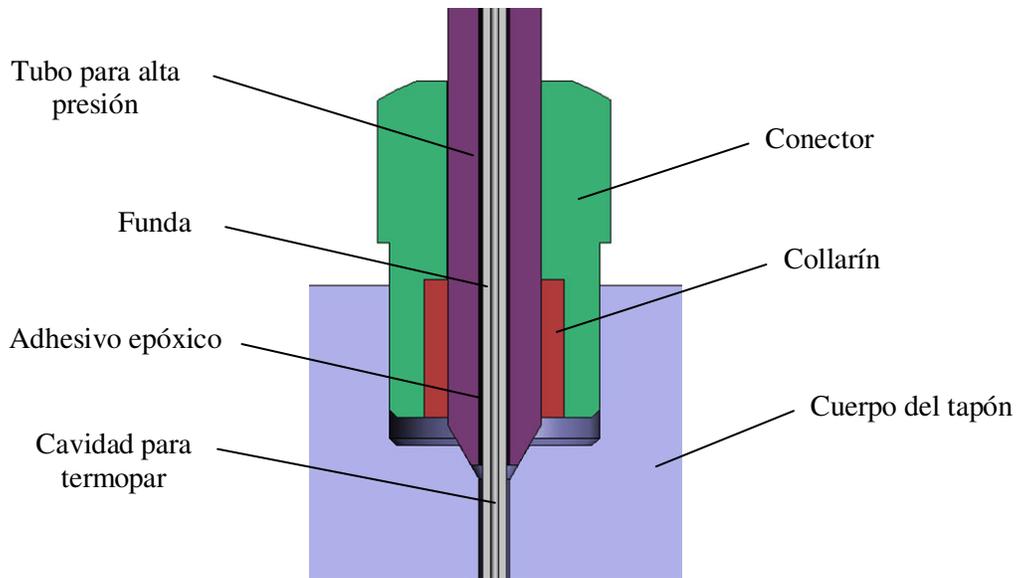
De acuerdo con los requerimientos establecidos, el equipo experimental debe operar en un rango de temperaturas comprendido entre 290 y 473 K. Puesto que la celda óptica está destinada a estudios de tensión superficial en sistemas multifásicos de fluidos viscosos, es indispensable regular la temperatura con precisión para mantener control sobre las variables más relevantes de los fluidos involucrados, como son la viscosidad y la densidad.

El uso de termopares como instrumentos de medición de temperatura es común en equipos experimentales de celdas de alta presión que requieren temperatura controlada (ver las referencias de Maeda y Koizumi, 1996; Reck *et al.*, 1998; Pressl *et al.*, 1997; Xiong y Kiran, 1998; y Takahashi *et al.*, 2000). Un termopar es un sensor de temperatura que presenta como principales ventajas su bajo costo, uso estandarizado, y un intervalo amplio de medición. Su principio de funcionamiento se basa en el efecto Peltier-Seebeck: cuando un material conductor experimenta gradientes de temperatura, éste genera un pequeño voltaje. Así, un termopar produce una señal de voltaje que depende de la diferencia de temperaturas en la unión de dos hilos metálicos de diferente material. Es importante mencionar que un termopar mide la diferencia de temperatura entre dos puntos, y no la temperatura absoluta de ellos. Sin embargo, es posible estimar la temperatura absoluta de un punto fijando el otro extremo de la juntura del termopar a una temperatura de referencia conocida.<sup>3</sup>

Otros equipos utilizan resistores de platino como sensores de temperatura (ver Carboni *et al.*, 1993; Bonetti *et al.*, 1999; y Reck *et al.*, 1998). El principio de funcionamiento de estos sensores se basa en la variación de la resistencia eléctrica del componente de platino en función de la temperatura. Su intervalo de operación es de  $-243\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y son particularmente utilizados en aplicaciones criogénicas. En algunos trabajos, se encuentran sistemas de medición de temperatura que combinan termopares tipo K con resistores de platino.

---

<sup>3</sup> Entre los termopares más utilizados se encuentra el *Termopar Tipo K*, que se compone de una terminal de aleación níquel-cromo (conocida como Cromel) y la otra de aleación níquel-aluminio (Alumel). El tipo *K* es un termopar de uso común y bajo costo, utilizable para mediciones de temperatura en un intervalo de  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $+1200\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Otro termopar comúnmente utilizado es el Tipo *J*, formado por terminales de hierro y Constantan. El intervalo de trabajo de este termopar es de  $-40$  a  $+750\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y por tanto es más limitado que el *K*.



**Figura 5.10.** Ensamble del termopar en uno de los tapones de la celda.

De acuerdo con varias referencias, la forma más adecuada de medir la temperatura en la cámara de alta presión colocando el sensor sumergido en el fluido de alta presión. Sin embargo, para ello es necesario proteger el instrumento por medio de una funda, de manera que el sensor se encuentre sometido a presión atmosférica. Para asegurar la precisión en la medición, el material de la funda debe tener conductividad térmica elevada, y sus paredes deben ser tan delgadas como sea posible para reducir su inercia térmica. La funda puede diseñarse de manera similar a un cilindro de paredes gruesas sometido a una presión  $p_i$  en su pared exterior. Para evitar que la funda se colapse debido a la presión en su cara exterior, es recomendable que el cociente de su radio exterior entre el interior sea superior a tres. Probablemente, la solución más sencilla para diseñar una funda con tales características es utilizar un segmento de tubería comercial para altas presiones, y sellar uno de sus extremos por medio de soldadura. Por ejemplo, un tubo de diámetro exterior de 1/16" y diámetro interior de 0.01" presenta una relación de diámetros superior a seis, y puede alojar un termopar de alambre expuesto, aislado con PTFE o con fibra de vidrio, con un diámetro de punta de 1.5 mm.<sup>4</sup> De esta manera, la funda construida por medio de un tubo comercial para alta presión puede introducirse en un tubo de mayor diámetro, y conectar este último a la pared de la celda o a uno de los tapones utilizando un conector comercial de collarín. En este ensamble, mostrado en la Figura 5.10, la funda debe sellarse en el interior del tubo usando un adhesivo epóxico (Xiong y Kiran, 1998).

<sup>4</sup> Ver, por ejemplo, [www.picotech.com/thermocouples.html](http://www.picotech.com/thermocouples.html).

El calentamiento de la celda se realiza comúnmente (ver, por ejemplo, Bonetti *et al.*, 1999; Maeda y Koizumi, 1996; Reck *et al.*, 1998; Xiong y Kiran, 1998; y Takahashi *et al.*, 2000) utilizando uno o varios cartuchos eléctricos que pueden fijarse al cuerpo de la celda en su superficie exterior, o insertarse en barrenos practicados en las paredes exteriores.<sup>5</sup> La potencia total de los cartuchos debe calcularse en función de la masa total del cuerpo de la celda y del fluido contenido en la cámara interior, de la capacidad calorífica del material de la celda y del fluido, y de la velocidad de cambio de temperatura por unidad de tiempo deseada. Así, la potencia requerida por el sistema de calefactores está dada por:

$$W = \frac{V \cdot C_p \cdot \Delta T}{\Delta t}, \quad (5.34)$$

donde  $W$  es la potencia total necesaria para elevar la temperatura del volumen  $V$ , cuya capacidad calorífica promedio es  $C_p$ , en  $\Delta T$  grados y en un intervalo de tiempo de  $\Delta t$ .

El uso de un sistema de calentamiento como el descrito requiere de un segundo sensor de temperatura localizado entre las superficies calientes (es decir, en cercanía de alguno de los cartuchos) y el volumen de la cámara interior. Finalmente, el control de la temperatura puede hacerse por medio de una computadora (en este caso, es necesario agregar un convertidor analógico digital), como en el esquema de control descrito por Reck *et al.* (1998), cuyo equipo experimental opera en un intervalo de temperatura de  $-40$  °C a  $+270$  °C con una precisión de  $\pm 1$  °C. Utilizando termopares o resistencias calibradas, así como un puente de Wheatstone es factible mantener las fluctuaciones de temperatura menores a  $\pm 0.01$  °C

Otra posibilidad para el control de la temperatura, descrita por Pressl *et al.* (1997), consiste en utilizar módulos Peltier controlados por un microprocesador. Un módulo Peltier es un sistema electrónico conformado por un *lado frío* y un *lado caliente*. Usando el efecto Peltier-Seebeck descrito anteriormente, el elemento Peltier transfiere calor desde el lado frío hacia el lado caliente al energizar eléctricamente el elemento.

---

<sup>5</sup> Información sobre cartuchos calentadores y el cálculo de sus características técnicas puede encontrarse, por ejemplo, en [www.omega.com](http://www.omega.com), en la sección de *Cartridge Heaters*.

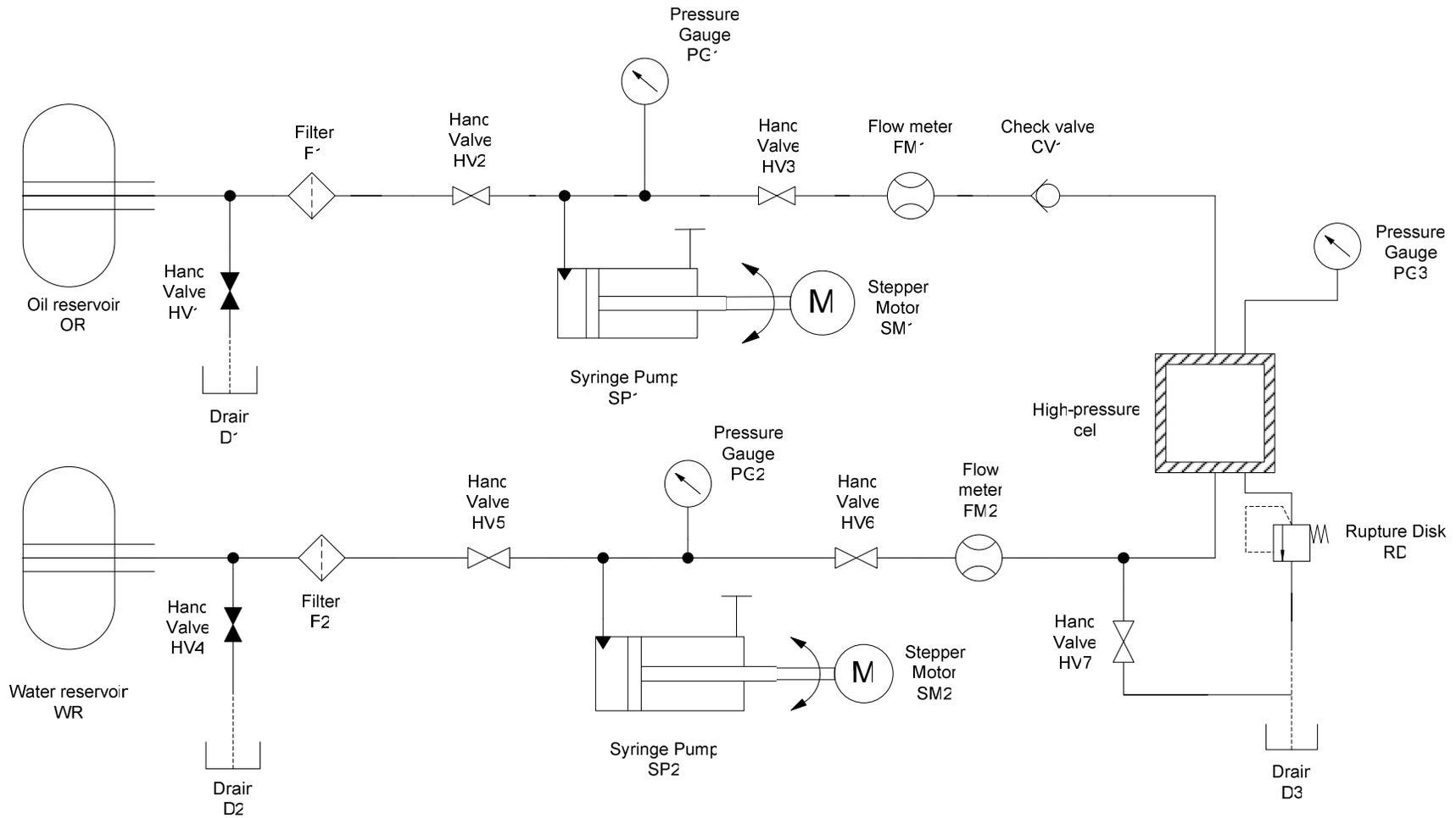
### 5.3.2 CONTROL DE PRESIÓN

La Figura 5.11 muestra una propuesta para la instalación hidráulica de alta presión para el experimento de tensión superficial en sistemas multifásicos. En este diagrama, la línea hidráulica inferior es la correspondiente al medio de transmisión de presión de agua. La línea superior se destina a un fluido inmiscible con el agua, en este caso aceite, para la formación de gotas en la cámara de alta presión de la celda por medio de la inyección del segundo fluido a través de un tubo capilar.

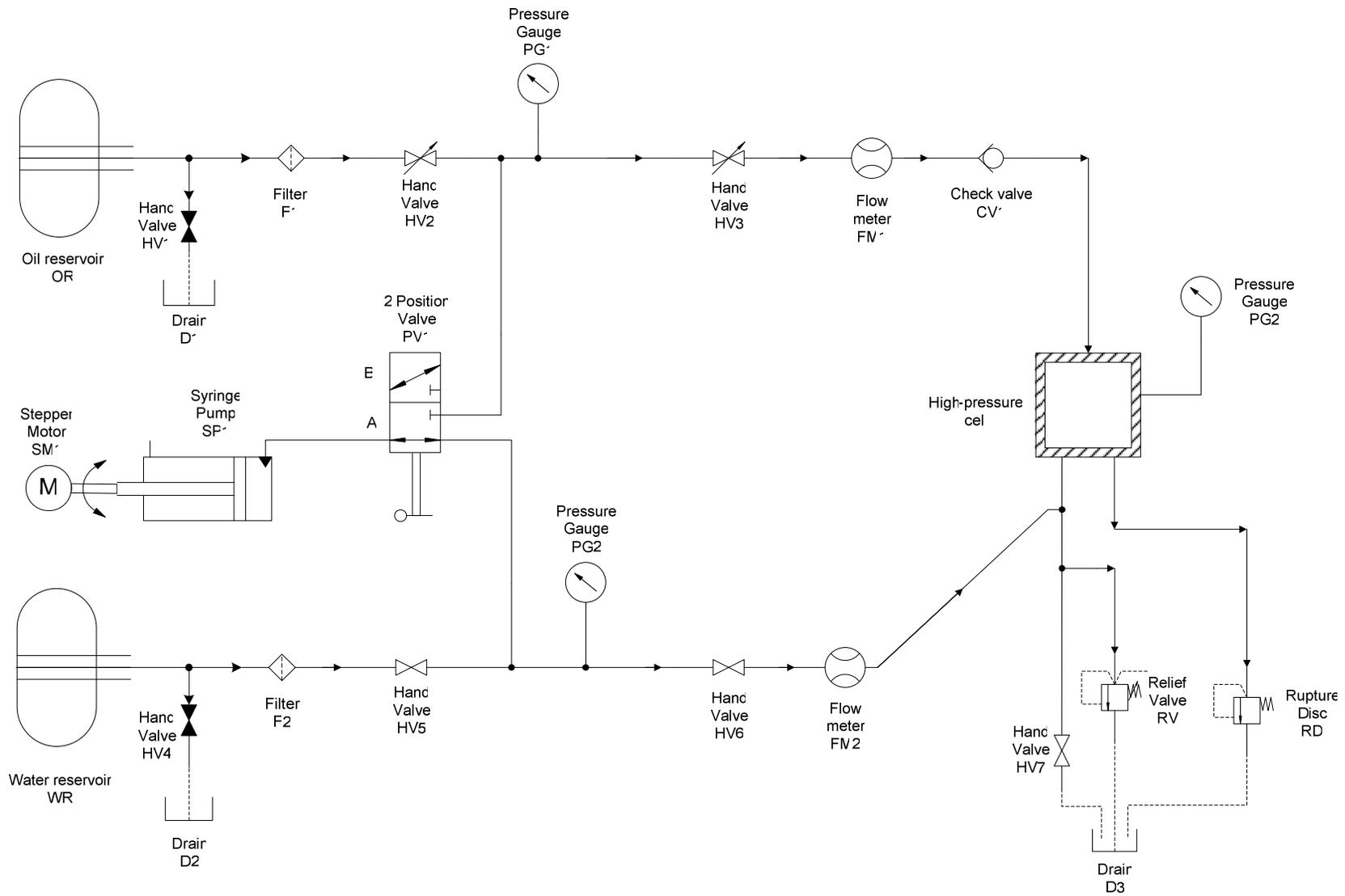
La presión se genera por medio de bombas de desplazamiento tipo jeringa accionadas por motores de pasos controlados por una computadora (que no se muestra en el diagrama), y se utilizan dos bombas independientes: la bomba SP2 para la línea de agua y la bomba SP1 para la de aceite. SP2 requiere de una capacidad suficiente para llenar inicialmente el volumen de la cámara interior y los tubos de la línea de agua. Con las dimensiones del cuerpo de la celda propuesta, el volumen de la cámara de alta presión se estima en alrededor de 140 *ml*, y por tanto se prevé que una bomba de 165 *ml* es suficiente para la línea de agua. La capacidad de la bomba SP1 se calcula para alimentar un número elevado de gotas sin necesidad de recargar la cámara de la jeringa. De acuerdo con los estudios experimentales de Zhang y Basaran (1995), el volumen de una gota generada a través de un tubo capilar cuyo radio exterior es de entre 0.4 mm y 3.2 mm, con un gasto volumétrico de entre 0.01 *ml* y 10 *ml*, varía entre 0.015 y 0.085 *ml*. Así, un volumen de jeringa de aceite de, por ejemplo, 50 *ml*, permite la formación de entre 600 y 5000 gotas. Para alimentar las jeringas, se prevén dos recipientes de reserva: uno para la línea de agua (WR), de 2000 *ml*, y otro para la línea de aceite (OR), de 600 *ml*. Con estos volúmenes de reserva, cada recipiente provee alrededor de 12 cargas de la cámara de la bomba correspondiente.

Cada una de las líneas cuenta con un sistema de válvulas que conectan la bomba con el recipiente de reserva, o con la celda de alta presión. Por ejemplo, en la línea de agua, para cargar la bomba SP2 se cierra la válvula HV6 y se abre la HV5; se acciona el motor de pasos SM2 para succionar volumen hacia la cámara de la jeringa; una vez llena la bomba se cierra la válvula HV5, se abre HV6 y se acciona SM2 en el sentido de eyección para llenar la cámara de la celda de alta presión.

Cuando la cámara de la celda está llena, la acción de la bomba SP2 produce la elevación de la presión en la línea, misma que se mide con el manómetro PG2, y en la cámara interior de la celda, monitoreada con el manómetro PG3. Dos válvulas adicionales permiten la liberación de la línea: HV4 tiene la función de drenar la línea de agua y el contenedor WR hacia el recipiente D2, al abrir HV4 mientras HV5 está cerrada. La válvula de drenaje HV7 desaloja el fluido de la cámara de alta presión en la celda hacia el recipiente D3, al abrir HV7 mientras HV6 se mantiene cerrada.



**Figura 5.11.** Diagrama de instalación hidráulica de alta presión para alimentar la celda hidrostática y para el control de la presión. Este diagrama muestra una configuración en la que se propone el uso de dos bombas tipo jeringa, activadas por medio de motores de pasos. El funcionamiento del sistema se describe en el texto.



**Figura 5.12.** Propuesta alternativa para la instalación hidráulica de alta presión que considera el uso de una única bomba tipo jeringa.

Otros aditamentos necesarios en la línea son el filtro F2, el medidor de flujo volumétrico FM2, y la válvula de seguridad o disco de ruptura RD. Este último componente es indispensable en el sistema y por cuestiones de seguridad en la operación del equipo debe calcularse con cuidado, siguiendo las recomendaciones del fabricante.<sup>6</sup> La función de esta válvula de seguridad consiste en liberar el fluido de la cámara de la celda cuando se produce un pico excesivo en la presión, a través de la ruptura de una membrana de acero. La descarga debe dirigirse hacia el recipiente de drenaje.

La línea de aceite funciona de manera idéntica a la de agua, pero tiene un componente adicional: la válvula anti-retorno (comúnmente denominada *válvula check*) que impide que el agua contamine la línea de aceite. El control de la presión en la cámara interior de la celda se realiza por medio de una computadora, que recibe las señales de los manómetros PG1 y PG2 de las líneas, así como PG3 de la celda; un esquema de control como el utilizado por Reck *et al.* (1998) permite una precisión en el control de la presión del orden de  $\pm 0.5$  MPa. La conexión de los manómetros puede hacerse utilizando un puerto GPIB (siglas en inglés de *General Purpose Interface Bus*).

De acuerdo con las recomendaciones encontradas en literatura para diseño de equipos de alta presión, es recomendable utilizar equipo comercial siempre que sea posible (Pauwee, 1977). En este caso, la instalación puede realizarse utilizando tubería, válvulas y conectores de diámetro exterior de 1/8", para trabajar a presiones de hasta 60 000 Psi (aproximadamente 415 MPa).<sup>7</sup>

Es importante mencionar que las válvulas manuales de cierre y apertura, etiquetadas con el código HV en el diagrama, son de tipo aguja y no deben abrirse cuando la línea está presurizada para evitar ondas de ariete en la tubería. Como medida de seguridad, es conveniente diseñar un dispositivo de bloqueo controlado por la computadora que impida la acción sobre las manijas de las válvulas cuando los manómetros PG1, PG2 y PG3 indiquen presión elevada.

Una propuesta alternativa para el sistema hidráulico se muestra en la Figura 5.12. En esta nueva configuración se busca eliminar una de las bombas tipo jeringa, debido al costo excesivo de estos componentes. Para ello, se utiliza una única jeringa SP1, que se conecta a una u otra líneas de fluido por medio de la válvula de dos posiciones y tres conductos PV1. Cuando la válvula se encuentra en posición A, la bomba se conecta con la línea de agua para inundar los tubos y la celda, así como para elevar la presión en la celda. Al alcanzar el nivel de presión requerido para el experimento de goteo, se cierra la válvula HV6 y se drena la jeringa por completo hacia el recipiente D2. Se cambia PV1 a la

---

<sup>6</sup> Ver, por ejemplo, los componentes denominados *rupture disc* y *safety head* en [www.highpressure.com](http://www.highpressure.com).

<sup>7</sup> Ver, por ejemplo, [www.highpressure.com](http://www.highpressure.com).

posición B, se llena la jeringa con aceite y se procede a inyectar este fluido hacia la cámara de alta presión. El control de presión en un valor constante se obtiene por medio de la válvula de desahogo RV, que debe calibrarse para liberar fluido cuando la presión en la cámara aumenta debido a la inyección de fluido por el tubo capilar.

En este nuevo esquema, el costo del equipo experimental se reduce sustancialmente al eliminar una de las bombas de alta presión, pero surgen varios problemas de operación. En primer lugar, es necesario identificar la existencia de una válvula tipo interruptor PVI que sea capaz de operar a presiones de hasta 60 000 psi. Asimismo, es necesario definir un procedimiento que elimine la necesidad de abrir las válvulas manuales HV3 y HV6 cuando la línea se encuentre a alta presión. En segundo lugar, la utilización de la misma bomba para ambos fluidos puede ocasionar la mezcla indeseada o contaminación de los mismos. En tercer lugar, la estabilidad de la presión en la celda depende únicamente del diseño de la válvula RV, y no puede modularse por medio del sistema de control computarizado. Esta solución puede inducir oscilaciones notorias en la presión de la cámara si la transición de abierto-cerrado de la válvula sucede dentro de un intervalo de presión, en vez de en un valor puntual y preciso.

## 5.4 Recomendaciones de Seguridad

El uso de un equipo de alta presión como el propuesto en este trabajo representa una situación de trabajo de riesgo para el usuario, en comparación con instrumentación típica de laboratorio. Adicionalmente, el equipo experimental aquí propuesto es novedoso en algunos aspectos y por lo tanto las primeras actividades que se realicen con los prototipos exigen especial cuidado. En los primeros ciclos de operación, el equipo estará en una fase de prueba y validación, y en consecuencia es indispensable hacer uso de medidas estrictas de seguridad.

En esta última sección se incluyen algunas observaciones generales de seguridad recomendadas en la literatura especializada de trabajo experimental de alta presión. Primeramente, con respecto al ensamble del equipo experimental de alta presión, Pauwee (1977) y Pauwee y Spain (1977) indican los siguientes enunciados:

- Utilizar tanto equipo estándar de alta presión como sea posible. Es preferible utilizar equipo comercial que ha sido diseñado y probado por los fabricantes, antes que aventurarse en un diseño propio, sobre todo cuando no se tiene experiencia en el campo de alta presión.
- Utilizar exclusivamente material y equipo previsto o diseñado para trabajo en alta presión.

- No utilizar sustitutos de los componentes previstos en el diseño original.
- Simplificar el diseño del aparato experimental. Los sistemas complejos inducen ambigüedades y confusiones que aumentan el margen para los errores.
- Considerar cada componente de un sistema de alta presión como un recipiente de alta presión. En consecuencia, cada componente debe *calcularse* como tal.
- Nunca utilizar materiales quebradizos en equipo de alta presión. Como regla general, el coeficiente de elongación longitudinal debe ser de 18 a 20%, mientras que el de elongación transversal no debe ser mucho menor a 12-15%.
- Durante el ensamble del sistema hidráulico, alinear perfectamente los componentes antes de apretar las juntas, para evitar esfuerzos residuales en las uniones. Por ejemplo, se recomienda utilizar uniones en U en vez de uniones directas entre dos componentes, o agregar formas espirales en las líneas de tubería para evitar esfuerzos de tensión o compresión en los tubos.
- Realizar el doblado de tubos usando herramientas adecuadas, sin dañar la superficie exterior; los radios de doblado deben ser lo más grandes posible (seis veces el radio exterior del tubo como mínimo).
- Las uniones de tubos de alta presión no deben utilizar soldadura; es preferible utilizar conexiones comerciales.
- Calibrar con frecuencia los instrumentos de medición de presión.
- Dar mantenimiento continuo y reparación de los componentes. Para facilitar esta tarea, el diseño del sistema debe permitir el fácil acceso a todos los componentes para las operaciones de mantenimiento.
- Las tuberías deben protegerse contra raspaduras y golpes, así como contra suciedad que puede tapar los conductos.
- El ensamble de tubos no debe hacerse cuando están sometidos a presión, para evitar “latigazos.”
- Considerar los posibles efectos que puede tener una falla en algún componente del sistema. Se deben eliminar las posibles reacciones en cadena, aislando las áreas problemáticas. Por ejemplo, los sellos deben diseñarse de tal forma que, en caso de fuga, el fluido pueda escapar sin elevar la temperatura de un área aún mayor. Asimismo, el área del sello debe ser lo menor posible.

Por otra parte, Sherman y Stadmuller (1987) advierten acerca de los siguientes riesgos y peligros que pueden surgir al utilizar equipos experimentales de alta presión.

- El operario debe protegerse contra los posibles daños que los fluidos utilizados puedan producir si se utilizan, por ejemplo, el uso de sustancias corrosivas o cancerígenas.
- Una fuga de una línea de alta presión puede producir la atomización de los fluidos. La inhalación de aceite atomizado debe evitarse.
- Un chorro emergente de una fuga puede tener la energía suficiente para penetrar en la piel y producir intoxicación o envenenamiento.
- El operario debe estar enterado si el equipo experimental incluye componentes construidos con materiales tóxicos, como el berilio o la aleación de cobre-berilio.

Finalmente, es muy importante conocer los efectos de una falla catastrófica del equipo de alta presión. Principalmente, la explosión del equipo o de alguno de sus subsistemas o componentes puede producir tres tipos de peligros:

1. Una onda de choque
2. Un chorro de fluido
3. Fragmentos disparados a alta velocidad.

En el caso de una celda hidrostática de alta presión, como la propuesta en este trabajo, la ruptura o explosión de algún componente produciría esencialmente los puntos 2 y 3, ya que los fluidos comúnmente utilizados como medios transmisores de presión (por ejemplo, agua) son incompresibles y por tanto no experimentarían una expansión apreciable en la expulsión del fluido a alta presión hacia el exterior. En cambio, una falla catastrófica cuando se utilizan medios líquidos puede producir un chorro de fluido así como la eyección de partículas sólidas a alta velocidad. La medida de seguridad más importante para prevenir daños en el caso de una falla de esta naturaleza es identificar claramente las posibles trayectorias de escape de fluidos y fragmentos sólidos. Considérense principalmente las siguientes fallas:

- En el caso de falla de una ventana óptica, el chorro de fluido y los fragmentos residuales del cuerpo de la ventana escapan de la celda siguiendo la trayectoria del eje óptico. Por lo tanto, se debe establecer una absoluta restricción a observar directamente a través de la ventana óptica. La observación debe hacerse, de acuerdo con las recomendaciones de Chervin *et al.* (1994), a

través de una cámara de video o eventualmente a través de una pantalla protectora de vidrio a prueba de balas. No debe utilizarse un espejo a  $45^\circ$  para observar a través de éste, ya que los fragmentos producidos por la explosión de una ventana viajarán siguiendo la trayectoria óptica e incluso lograrán rebotar en la superficie del espejo antes de romperlo, para continuar en la misma trayectoria óptica. Para proteger al observador, o el equipo de video, la recomendación es utilizar un prisma cúbico para refractar el haz luminoso; en caso de falla explosiva, los fragmentos de ventana serán reflejados hacia la ventana misma, mientras que el equipo de observación se encuentra a  $90^\circ$ .

- En el caso de falla de una válvula, es necesario considerar que la aguja o pivote tiende a salir disparado en la dirección de su eje.
- En el caso de falla de un conector de tubería o de un tapón, el jet líquido y los fragmentos expulsados tienden salir en la dirección del eje del conector o tapón. Adicionalmente, considérese que el tubo desprendido puede dar un *latigazo*.



# Conclusión

El trabajo presentado en esta Tesis gira alrededor de un objetivo principal: desarrollar un equipo experimental para estudios de hidrodinámica y tensión superficial en sistemas bifásicos, a través de la observación del fenómeno de formación de gotas, y bajo las condiciones termodinámicas típicas de los yacimientos petrolíferos mexicanos. Por la naturaleza de los experimentos a los que se dirige el equipo diseñado, las características físicas principales del experimento son cuatro:

- La presión hidrostática es muy alta, del orden de varios miles de atmósferas.
- La temperatura es alta, del orden de 200 °C.
- La longitud característica de las dimensiones de las gotas formadas está dada por el diámetro del tubo capilar, y es del orden de 10 veces dicho diámetro.
- El tiempo característico de observación es muy pequeño, inferior a  $10^{-3}$  segundos.

Los requisitos globales que debe satisfacer el equipo experimental propuesto parten de estas características. Así, la celda propuesta debe trabajar bajo las condiciones de presión y temperatura establecidas, la cámara de alta presión debe alojar gotas de las dimensiones mencionadas, y el sistema de captura debe proveer la resolución temporal determinada. Claramente, los primeros tres requisitos se relacionan con el diseño mecánico de la celda de alta presión (incluyendo los canales ópticos para observación), mientras que el último requisito tiene que ver con la definición del equipo de adquisición de imágenes.

Esta tesis aborda, principalmente, los puntos relacionados con el diseño mecánico, debido a la carencia de sistemas comerciales que satisfagan los requisitos de presión, temperatura y dimensiones. En cambio, existe una gama relativamente amplia de equipos comerciales para cumplir con el requerimiento de captura de imágenes de alta velocidad, del orden de varios miles de cuadros por segundo.

El cuerpo de la celda consiste esencialmente en un recipiente de alta presión, con la peculiaridad de incluir al menos un canal de observación. De acuerdo con la práctica común en varios equipos experimentales de alta presión para estudios ópticos, la geometría más adecuada y simple para la celda de alta presión es el cilindro de paredes gruesas. Las principales ventajas de esta geometría son

la disponibilidad del material bruto para su construcción, la facilidad de maquinado, y la optimización de la relación de capacidad de carga con respecto al volumen, ya que todo el material de la celda trabaja en condiciones de esfuerzo similares. Además, las distribuciones de esfuerzo para esta geometría se han estudiado por décadas y por tanto, existen numerosas referencias en la literatura que proporcionan ecuaciones y criterios de diseño dirigidas al dimensionado adecuado del cuerpo de la celda en función del material y de las condiciones de carga de trabajo.

Sin embargo, debido a la presencia de barrenos transversales (que cumplen la función de canales de observación) y a las proporciones dimensionales de la celda (longitud axial del mismo orden de magnitud que las dimensiones de la sección transversal), es necesario utilizar métodos numéricos que proporcionen soluciones adecuadas a la geometría particular del sistema. En la actualidad, la herramienta numérica más utilizada en el ramo del diseño mecánico para ejercicios de optimización geométrica es el Método de Elementos Finitos. Esta herramienta computacional se basa en las ecuaciones de esfuerzo-deformación y utiliza criterios de resistencia de materiales para guiar al diseñador hacia la geometría y las dimensiones óptimas del sistema.

A través del estudio analítico y numérico de las distribuciones de esfuerzo-deformación, se encontró que el parámetro geométrico más relevante es la relación entre el diámetro exterior del cuerpo y el diámetro de la cámara interior de alta presión. Entonces, la determinación de las dimensiones de la cámara interior puede hacerse con base en las dimensiones estimadas de las gotas formadas en el experimento, y la dimensión global de la celda se define de tal forma que el diámetro exterior sea al menos tres veces el diámetro interior. Sin embargo, una conclusión que resulta de los cálculos analíticos y numéricos indica que los esfuerzos más críticos en el cuerpo de la celda se ubican en la pared de la cámara de alta presión, y no es posible reducir la magnitud de dichos esfuerzo más allá del límite

$$p_i \frac{\omega^2 \sqrt{3}}{\omega^2 - 1}, \quad (\text{C.1})$$

donde  $p_i$  es la magnitud de la presión hidrostática en el interior de la cámara, y  $\omega$  es la relación del diámetro exterior entre el diámetro interior.

A través de la utilización de un criterio de falla, como la teoría de la energía de distorsión (criterio de von Mises), el resultado anterior indica que la capacidad máxima de carga de la celda de alta presión está dada por

$$\frac{\sigma_f}{K\sqrt{3}}, \quad (\text{C.2})$$

donde  $\sigma_f$  es el esfuerzo de cedencia del material del cuerpo de la celda, y  $K$  es un factor de seguridad. Es importante notar que este límite, que establece la presión máxima que una celda cilíndrica puede soportar dentro del límite elástico del material, depende únicamente de las propiedades mecánicas del material, y no es posible incrementarlo a través de modificaciones dimensionales.

Algunas características geométricas adicionales en la celda, tales como aristas, perforaciones y variaciones en las secciones transversales, inducen concentraciones de esfuerzo cuyas magnitudes pueden estimarse por medio de la herramienta computacional de MEF, la cual permite obtener soluciones aproximadas de las ecuaciones de esfuerzo-deformación partiendo del concepto de discretización del dominio de solución. Las soluciones numéricas muestran la presencia de factores concentraciones de esfuerzo del orden de 4, de manera que la capacidad máxima de carga de la celda se obtiene a través de la relación

$$\frac{\sigma_f}{4K}. \quad (\text{C.3})$$

La literatura de diseño de equipo experimental para trabajo de alta presión recomienda un factor de seguridad  $K$  de al menos 2. En conclusión, la realización de una celda que opere a presiones de hasta 500 MPa requiere de la utilización de materiales con esfuerzo de cedencia del orden de 4 GPa, y por criterios de seguridad se requiere que dicho material sea dúctil (es decir, que su elongación a la ruptura sea preferentemente del orden de 20%).

Una búsqueda en bases de datos de proveedores comerciales de materiales metálicos indica que tal material no se encuentra disponible. Los aceros comerciales de más alta resistencia mecánica son los de tipo *maraging*, que presentan un esfuerzo de cedencia de hasta 2 GPa; sin embargo, la distribución de este tipo de materiales está restringida por los gobiernos de los países productores, de manera que la adquisición de un bloque de acero *maraging* con las dimensiones requeridas para la fabricación de la celda no es realizable. Por tales razones, el diseño aquí propuesto para la celda de alta presión depende totalmente de la disponibilidad de la materia prima para su construcción. Hasta la fecha sólo se dispone, dentro de las especificaciones de materiales dúctiles, inoxidable, y maquinables, de aceros inoxidables de alta tecnología, como los endurecidos por precipitación con contenido de cromo y níquel, que ofrecen límites de cedencia de hasta 1.2 GPa.

En resumen, la disponibilidad limitada de aceros de alta resistencia permite, por el momento, la construcción de un prototipo capaz de trabajar a presiones de alrededor de 100 ~ 125 MPa. Ahora bien, de acuerdo con las recomendaciones de seguridad que se mencionan en los últimos párrafos de esta Conclusión, la fabricación de un prototipo es una práctica altamente recomendable para validar el diseño propuesto, para corroborar la funcionalidad de las soluciones tecnológicas accesorias (sellos, instalación hidráulica, ventanas, etc.), antes de aventurarse en el trabajo con presiones del orden de varios miles de atmósferas.

Con respecto al diseño de las ventanas ópticas, la recopilación de experiencias registradas en la literatura indica las ventajas de utilizar una arquitectura tipo Poulter. La confiabilidad de los sellos herméticos que ofrece esta configuración la convierte en la mejor opción, a pesar de la desventaja asociada con el incremento obligatorio del volumen de la cámara interior debido a que el cuerpo de la ventana se encuentra sumergido en el fluido de alta presión. Nuevamente, la herramienta computacional de MEF permite hacer predicciones sobre las distribuciones de la presión de sellado en las juntas entre la ventana y su soporte, y entre el soporte y el cuerpo de la celda. Asimismo, los cálculos de MEF para las distribuciones de esfuerzos ayudan a definir las dimensiones más adecuadas para los discos de las ventanas (cuyo material presenta comportamiento frágil, y hasta cierto punto errático debido a la presencia eventual de fallas en la estructura cristalina del zafiro sintético) y para el soporte metálico. La realización de cálculos y modificaciones geométricas en un proceso iterativo permite identificar algunas características que incrementan la confiabilidad del diseño, a través de la redistribución de los esfuerzos para reducir las concentraciones en zonas críticas. A diferencia del proceso de diseño del cuerpo de la celda, en el caso del diseño del sistema de ventana-soporte la presión hidrostática de operación en la celda puede incrementarse indefinidamente al reducir el factor de sobrepresión en la superficie de contacto entre la ventana y su soporte, o relación de Bridgman, dada por

$$\frac{D^2}{D^2 - d^2} \quad (\text{C.4})$$

donde  $D$  es el diámetro del cuerpo de la ventana, y  $d$  el diámetro del canal óptico. En el diseño propuesto, debe elegirse un par de valores ( $D$ ,  $d$ ) adecuado para satisfacer los requerimientos de visualización, de volumen en la cámara interior, y de presión de trabajo. La utilización de MEF permite identificar, además de las dimensiones adecuadas para el sistema de ventana-soporte, la ventaja de incluir un elemento de material maleable para mejorar las condiciones de sellado hermético. Es

importante señalar que, al igual que en el caso del diseño del cuerpo de la celda, la fabricación de un prototipo es altamente recomendada para validar el diseño propuesto, así como para desarrollar la experiencia necesaria en el manejo de sellos hidrostáticos de alta presión.

Como se deduce de los párrafos anteriores, la herramienta computacional denominada MEF se utiliza ampliamente en este trabajo. Este método numérico, propuesto por primera vez en los años cuarenta por R. Courant, se ha convertido en la actualidad en una herramienta indispensable del diseño mecánico. Esta popularidad se debe principalmente al desarrollo de software comercial de capacidades avanzadas que permite el modelado de sistemas cada vez más grandes: por ejemplo, la compañía MSC.NASTRAN tiene la marca récord por la capacidad de su software para resolver modelos que, en el año 2005, cuentan con alrededor de 10 millones de grados de libertad.

Asimismo, el desarrollo de software de pre- y post-proceso permite al diseñador incursionar en el ámbito de Elementos Finitos sin necesidad conocer a profundidad la teoría en que se fundamenta el método numérico. Es en este punto que la capacidad y versatilidad de la herramienta puede convertirse en una desventaja, ya que puede conducir a un exceso de confianza en el usuario neófito. Por otra parte, la capacidad de algunos paquetes de software para incluir diferentes variables físicas en la simulación numérica puede generar en el usuario una confianza equivocada para representar la física del problema desde un punto de vista demasiado general. Para evitar en la medida de lo posible caer en este error de “exceso de confianza”, una de las conclusiones de este trabajo está relacionada con la precaución que debe mantenerse al utilizar la herramienta de MEF. Probablemente, la regla de oro en la utilización de esta poderosa herramienta es recordar constantemente que la solución obtenida por MEF es sólo una aproximación a la solución analítica de ecuaciones diferenciales que, a su vez, representan únicamente un modelo matemático de un fenómeno físico en particular. Así, la obtención de una solución numérica tiene sentido si y sólo si se trabaja con cierto conocimiento de las ecuaciones en que se basa el cálculo. Como medida de precaución, este trabajo considera la verificación de soluciones analíticas básicas para corroborar los resultados de modelos análogos resueltos por MEF. Estas verificaciones no buscan encontrar “errores” en el código del software utilizado, ya que semejante demostración es generalmente abordada por los desarrolladores del mismo. En cambio, estos ejercicios de corroboración sí buscan encontrar errores en el planteamiento del problema, específicamente en el modelado de las condiciones de frontera, de la representación matemática del comportamiento del material, y en la formulación de las ecuaciones que rigen la relación esfuerzo-deformación en los elementos finitos.

Sin duda alguna, el punto más importante en esta Conclusión tiene que ver con la seguridad en la operación del sistema. Al inicio de esta Tesis, una apostilla tomada de la novela de Umberto Eco *La Isla del Día de Antes* refiere la situación de un hombre de ciencia del siglo XVII, que en la búsqueda del “incremento del conocimiento del gran libro de la naturaleza”, construye una Campana Acuática que le permitiría navegar en el fondo del océano manteniendo secas las ropas (finalmente, un recipiente de alta presión, aunque en ese caso la presión elevada se encuentra en el exterior de la celda). Sin embargo, y en detrimento de la ciencia, el investigador jesuita pierde la vida al poner a prueba en carne propia el singular aparato.

Sin pretender dramatizar en el asunto, este último párrafo enfatiza la importancia de seguir las recomendaciones de seguridad enunciadas en el Capítulo 5 de esta Tesis, y motiva al operario del equipo de alta presión a investigar reglas de seguridad adicionales antes de poner el sistema en funcionamiento. En particular, se recomienda la elaboración de un manual de seguridad del equipo que incluya los resultados de un análisis de modos y efectos de falla. Este método, conocida por sus siglas en inglés FMEA<sup>1</sup>, consiste en identificar previamente los puntos débiles de un sistema que pueden conducir a una falla, con el objetivo de desarrollar medidas de eliminación de los modos de falla desde la fase de diseño y construcción del sistema. Un ejemplo de una medida de prevención en el diseño aquí propuesto es la implementación de las perforaciones de seguridad en la cercanía de los sellos estáticos entre los tapones y la celda: se prevé que los sellos pueden fallar eventualmente, y las perforaciones evitan que dicha falla produzca la expulsión violenta de los tapones. Para evitar tal falla catastrófica, las perforaciones promueven una fuga gradual del fluido interior para modular la presión interna alertando oportunamente al operario que hay un problema en el sistema.

Asimismo se recomienda incluir en el manual de operación una lista de instrucciones a seguir por el caso de una falla. Es muy importante proveer al usuario de los pasos adecuados a seguir para llevar el sistema a un estado seguro con el menor riesgo posible. Elaborar tal instructivo no es tarea fácil, sobre todo cuando se carece de experiencia en la práctica y manejo de equipo de alta presión. Aún ante la complejidad de anticipar los accidentes que pueden surgir, es mucho más conveniente pensar en las situaciones catastróficas en la calma de la prevención, que durante una situación de emergencia.

Finalmente, algunas recomendaciones generales incluyen:

---

<sup>1</sup> Ver, por ejemplo, [www.fmeainfocentre.com](http://www.fmeainfocentre.com).

- Elaborar una bitácora de uso del sistema, en la que se registren las horas de uso y el tiempo de vida útil restante de los componentes, las fechas de operaciones de mantenimiento y reemplazo de las partes, los usuarios autorizados, etc.
- Establecer un reglamento de utilización del sistema que indique la prohibición de descuidar el sistema durante su operación así como prohibir el uso del equipo por un operario solo, ya que una situación de emergencia se resuelve de manera más conveniente cuando al menos dos personas se encuentran presentes.
- Solicitar la aprobación y *visto bueno* de un experto en instalaciones de alta presión una vez que se ha construido el sistema.

Estas recomendaciones no serían necesarias en una situación ideal e hipotética, en donde todo funcionara de acuerdo a su diseño. Sin embargo, en la realidad ninguna medida de seguridad está de sobra.

*(...) Así está hecha la naturaleza, para humillación de nuestra poquedad: hay ideas que sobre el papel parecen perfectas y luego ante la prueba de la experiencia se demuestran imperfectas, y nadie sabe por qué razón.*

“La Isla del Día de Antes.”

Umberto Eco, 1994.



# Anexo

## A.1 Técnicas para aumentar la resistencia de una celda cilíndrica

Según el análisis anterior, una celda basada en la geometría de un cilindro de paredes gruesas no puede soportar presiones internas superiores a 0.5 veces el esfuerzo de cedencia del material. Además, considerando que para este tipo de celdas de alta presión es obligatorio aplicar factores de seguridad de al menos 1.5 o 2 (Zhou *et al.*, 1998; Carboni *et al.*, 1993), el límite de la presión interna de trabajo se reduce a 0.25 veces el esfuerzo de cedencia. Este límite se convierte en una restricción muy fuerte en el diseño de celdas destinadas a trabajar con presiones del orden de varios cientos de MPa, puesto que los límites de cedencia de los aceros convencionales son del orden de 600 – 700 MPa a temperatura ambiente.

Ahora bien, se han desarrollado técnicas que permiten aumentar la resistencia de una celda cilíndrica por medio de diseños más sofisticados (Eremets, 1996; Dawson, 1977). Entre ellos se encuentran los cilindros compuestos y los cilindros plásticamente deformados (técnica de *autofrettage*), mismos que se describen a continuación.

### A.1.1 CILINDRO COMPUESTO

El diseño de un cilindro compuesto consiste en ensamblar, uno dentro de otro, dos cilindros de paredes gruesas construidos con el mismo material o con materiales similares, como se muestra en la Figura A.1. La idea de esta configuración es someter el cilindro interior (Cilindro 1) a una presión externa inicial, que genera una distribución de esfuerzos radiales y tangenciales similares a los de la Fig. 2.4, Capítulo 2, pero siendo ambos esfuerzos de compresión. La presión externa inicial del Cilindro 1 es ejercida por el Cilindro 2, al existir entre ellos un ajuste de apriete<sup>1</sup>: el radio exterior del Cilindro 1 es

---

<sup>1</sup> El ensamble de los cilindros puede realizarse con la ayuda de una prensa, o calentando el cilindro exterior antes de ensamblarlo sobre el cilindro interior que, a su vez, es enfriado previamente.

$c$ , mientras que el radio interior del Cilindro 2 es  $c-\Delta$ . Los esfuerzos tangenciales de compresión en el cuerpo del Cilindro 1, generados a causa del ajuste, son contrarrestados por los esfuerzos tangenciales de tensión provocados por la alta presión interna  $p_i$ . De esta manera, la capacidad de la celda puede aumentar sobre el límite establecido para cilindros simples de paredes gruesas establecido por la Ec. (2.38), Capítulo 2. Si los dos cilindros están contruidos con materiales que tienen aproximadamente el mismo coeficiente Poisson y módulo de elasticidad, se puede demostrar que la presión interna máxima (calculado con el criterio de esfuerzo cortante máximo) que soporta el cilindro compuesto es

$$p_i = \frac{\omega - 1}{\omega} \sigma_f . \quad (\text{A.1})$$

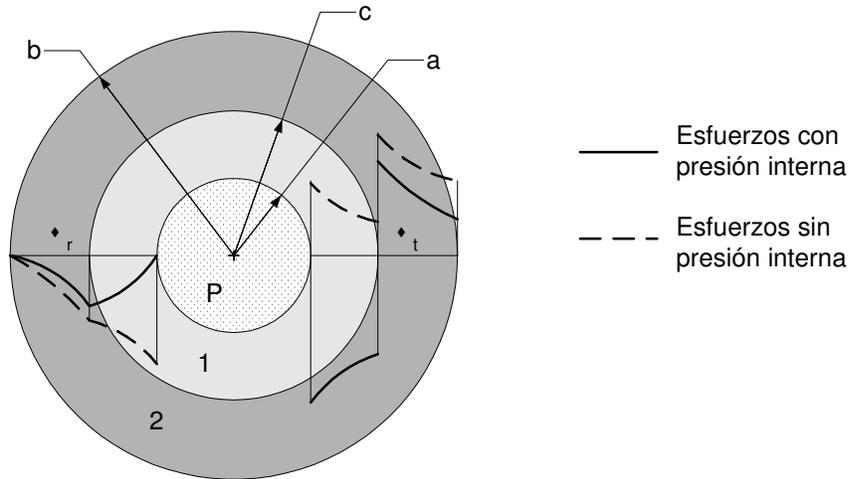
Esto es, se logra prácticamente el doble de la presión máxima soportada por un cilindro simple. Para alcanzar esta condición debe calcularse el valor  $\Delta$  de traslape según

$$\Delta = \frac{p_i \sqrt{ab}}{E}, \quad (\text{A.2})$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad de ambas capas del cilindro compuesto.

### A.1.2 AUTOFRETTAGE

La técnica conocida como *autofrettage* (Sherman y Stadmuller, 1987) es una de las más utilizadas para aumentar la capacidad de celdas cilíndricas. Consiste en precargar el cilindro por medio de una presión interna hasta provocar deformación plástica en la superficie interior. La presión interna se incrementa progresivamente, de tal forma que la capa de material deformado plásticamente avanza hacia el exterior del cilindro, hasta alcanzar cierto radio. Después se elimina la presión interna y la deformación plástica provocada hace aparecer esfuerzos tangenciales residuales de tensión en las capas externas del cilindro y de compresión en las capas internas. Posteriormente, al operar la celda con una presión interna de trabajo  $p_i$ , estos esfuerzos residuales se suman a los esfuerzos producidos por la presión  $p_i$  y se cancelan parcialmente. El valor máximo de  $p_i$  que puede manejar la celda sin llegar al punto de falla es superior al de un cilindro convencional, pues el material del cilindro no sufrirá deformación plástica mientras no se rebase la presión de precarga que se aplicó previamente en el proceso de *autofrettage*.



**Figura A.1.** Cilindro compuesto de dos capas. El cilindro 1 tiene un radio exterior ligeramente mayor que el radio interior del cilindro 2, de tal forma que el ajuste entre ambos cilindros es apretado. Este ajuste genera una distribución inicial de esfuerzos (antes de aplicar la presión interna en la cavidad del cilindro 1) indicada por las líneas continuas. Al aplicar una presión interna  $p$  la distribución de esfuerzos adquiere la forma representada por las líneas cortadas. Los esfuerzos tangenciales de compresión presentes inicialmente en el cilindro 1 son contrarrestados por la acción de la presión interna, lo que aumenta la capacidad de la celda.

La presión interna de precarga  $p_{pre}$  necesaria para generar deformación plástica en un cilindro de paredes gruesas es

$$p_{pre} = \sigma_f \left( \ln \frac{\rho}{a} + \frac{b^2 - \rho^2}{2b^2} \right), \quad (\text{A.3})$$

donde  $\sigma_f$  es el esfuerzo de cedencia del material,  $a$  y  $b$  son los radios interno y externo respectivamente, y  $\rho$  es el radio de la frontera entre las zonas de deformación plástica y elástica en el cuerpo del cilindro. La presión necesaria para alcanzar deformación plástica en todo el cilindro, es decir, hasta una profundidad de  $\rho = b$  es

$$p_{pre} = \sigma_f \ln \frac{b}{a}. \quad (\text{A.4})$$

De acuerdo con la Ec. (A.4), es teóricamente posible alcanzar presiones de precarga infinitas en cilindros gruesos de paredes también infinitas. Por ejemplo, para una relación  $b/a = 7$  la presión de autofrettage es aproximadamente el doble del esfuerzo de cedencia del material. Sin embargo, al eliminar la presión interna de precarga se generan esfuerzos tangenciales residuales que en la pared

interior son suficientemente elevados para alcanzar nuevamente el esfuerzo de cedencia (*reverse yielding*). Este fenómeno se presenta en cilindros con una relación de radios  $b/a$  superior a 2.2 y que son llevados a deformación plástica en todo el material ( $\rho = b$ ). La presión máxima de autofrettage que produce esfuerzos residuales tangenciales en el diámetro interno iguales al esfuerzo de cedencia se denomina *presión de autofrettage de 100%*.

## A.2 Aceros y números de dureza

**Tabla A.1.** Tabla de conversión aproximada de números de dureza para aceros. Datos extraídos de: ASTM A370.

Rockwell C $R_C$	Vickers VHN	Brinnell BHN	Rockwell A $R_A$	Esfuerzo de ruptura (ksi)
60	697	654	81.2	-
59	674	634	80.7	351
58	653	615	80.1	338
57	633	595	79.6	325
56	613	577	79.0	313
55	595	560	78.5	301
54	577	543	78.0	292
53	560	525	77.4	283
52	544	512	76.8	273
51	528	496	76.3	264
50	513	482	75.9	255
49	498	468	75.2	246
48	484	455	74.7	238
47	471	442	74.1	229
46	458	432	73.6	221
45	446	421	73.1	215
44	434	409	72.5	208
43	423	400	72.0	201
42	412	390	71.5	194
41	402	381	70.9	188
40	392	371	70.4	182

# Referencias

- Abdullah y W. F. Sherman, 1980, *J. Phys. E*, **13**, p. 3735.
- Ajovalasit, A. y B. Zuccarello, 2000, "Limitation of Fourier Transform Photoelasticity: Influence of Isoclinics," *Experimental Mechanics*, **40**, 4, pp. 1-9.
- Alt, H. C., y J. Kalus, 1982, "Stress distribution in cylindrical windows for optical high-pressure cells," *Rev. Sci. Instrum.*, **53**, No. 8, pp. 1235-1239.
- Avallone, E. A., 1987, *Marks' standard handbook for mechanical engineers*, McGraw-Hill, New York.
- Barber, J.R., 1992, *Elasticity. Solid Mechanics and its Applications*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- Bonetti, M., J. P. Ambroise, y P. Calmettes, 1999, "A small-angle neutron scattering cell for the study of supercritical fluids at elevated pressure and high temperature: A study of heavy water," *Rev. Sci. Instrum.*, **70**, No. 10, pp. 4015-4019.
- Bowers, W. J., Jr., V. E. Bean y W. S. Hurst, 1995, "Optical Windows for a flow cell to contain aqueous solutions at high pressure and temperature," *Rev. Sci. Instrum.*, **66**, No. 2, pp. 1128-1130.
- Carboni, C., W. K. Robinson, y H. F. Gleeson, 1993, "A polarizing microscope for high pressure studies of liquid crystals," *Meas. Sci. Technol.*, **4**, No. 11, pp. 1238-1243.
- Chervin, J. C., G. Syfosse, y J. M. Besson, 1994, "Mechanical strength of sapphire windows under pressure," *Rev. Sci. Instrum.*, **65**, No. 8, pp. 2719-2724.
- Chevalier, A., 1990, *Guide du Dessinateur Industriel*, Hachette, Paris.
- Cohen, I., M. P. Brenner, J. Eggers, y S. R. Nagel, 1999, "Two Fluid Drop Snap-Off Problem: Experiments and Theory," *Physical Review Letters* **83**, 6, pp. 1147.
- Collins, J. A., 1993, *Failure of materials in mechanical design*, J. Wiley, New York.
- Cook, R. D., D. S. Malkus, y M. E. Plesha, 1989, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, USA.
- Dawson, V. C. D., 1977, "High Pressure Containment in Cylindrical Vessels", in *High Pressure Technology*, ed. by Spain and Pauwee, Dekker, New York.
- Doshi, P., I. Cohen, W. W. Zhang, M. Siegel, P. Howell, O. A. Basaran, y S. R. Nagel, 2003, "Persistence of Memory in Drop Breakup: The Breakdown of Universality," *Science* **302**, 5648, pp. 1185 – 1188.
- Dussaud, A. D. y S. M. Troian, 1998, "Fluorescence visualization of a convective instability which modulates the spreading of volatile surface films," *Phys. Fluids* **10**, 7, pp. 1588.
- Eggers, J., 1997, "Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows," *Rev. Mod. Phys.* **69**, 3, pp. 865-929.
- Eremets, M., 1996, *High Pressure Experimental Methods*, Oxford University, Oxford, UK.
- Furbank, R. J. y J. F. Morris, 2004, "An experimental study of particle effects on drop formation," *Phys. Fluids* **16**, 5, pp. 1777-1790.

- Geffroy, E. y L. G. Leal, 1992, "Flow Birefringence of a Concentrated Polystyrene Solution in a Two-Roll Mill 1. Steady Flow and Start-up of Steady Flow," *J. Polym. Sci. B. Polym. Phys. Ed.*, **30**, 12, pp. 1329-1349.
- Gorbaty, Y. E., y G. V. Bondarenko, 1995, "High-pressure high-temperature Raman cell for corrosive liquids," *Rev. Sci. Instrum.*, **66**, No. 8, pp. 4347-4349.
- Hale, M. A., D. Clausi, C. G. Willson, T. Dallas, J. Hashemi, J. Wilson, D. James, M. Holtz, K. Kuhrts, y B. Combs, 2000, "Ultrahigh pressure cell for materials synthesis," *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, 11, pp. 2784-2790.
- Hoffmann, M. H., R. S. Addleman, y J. L. Fulton, 2000, "Short-pathlength, high-pressure flow cell for static and time-resolved infrared spectroscopy suitable for supercritical fluid solutions including hydrothermal systems," *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, No. 3, pp. 1552-1556.
- Johnson, J. B., 1999, "Hydrostatic optical cell for temperatures below 350 K and pressures to 400 MPa," *Rev. Sci. Instrum.*, **70**, No. 2, pp. 1349-1351.
- Juodkazis, S., K. Nishimura, S. Tanaka, H. Misawa, E. G. Gamaly, B. Luther-Davies, L. Hallo, P. Nicolai, y V. T. Tikhonchuk, 2006, "Laser-Induced Microexplosion Confined in the Bulk of a Sapphire Crystal: Evidence of Multimegabar Pressures," *Phys. Rev. Lett.* **96**, 166101.
- Lavergne, A. y E. Whalley, 1978, "Steel pressure vessels for hydrostatic pressures to 50 kilobars," *Rev. Sci. Instrum.* **49**, 7, pp. 923-925.
- Lawson, N. J., M. Rudman, A. Guerra, J.-L. Llow, 1999, "Experimental and numerical comparisons of the break-up of a large bubble," *Experiments in Fluids* **26** 524-534.
- Maeda, Y. y M. Koizumi, 1996, "New high-pressure hot stage for optical microscopy," *Rev. Sci. Instrum.*, **67**, No. 5, pp. 2030-2031.
- Manning, W. R. D. y S. Labrow, 1971, *High Pressure Engineering*, Chemical Rubber, USA.
- Mariotte, E., 1686, *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, E. Michallet, Paris.
- Martineau, Vu y Vodar, 1969, *Rev. Phys. Appl.*, **4**, p. 463.
- Oberg, E.V., 1992, *Machinery's handbook : A reference book for the mechanical engineer, designer, manufacturing engineer, draftsman, toolmaker, and machinist*, ed. by Robert E. Green, Industrial, New York.
- Pauwee, 1977, "Working with High Pressure", en *High Pressure Technology*, ed. por Spain y Pauwee, Dekker, New York.
- Pauwee, J., y I. L. Spain, 1977, "Components", en *High Pressure Technology*, ed. por I. L. Spain and J. Pauwee, Dekker, New York.
- Pepper, D. W. y J. C. Heinrich, 1992, *The finite element method : Basic concepts and applications*, Taylor & Francis, USA.
- Peregrine, D. H., G. Shoker, y A. Symon, 1990, "The bifurcation of liquid bridges," *J. Fluid Mech.* **212**, 25.
- Popov, E. P., 1990, *Engineering Mecnanics of Solids*, Prentice Hall, USA.
- Pressl, K. y M. Kriechbaum, 1997, "High pressure cell for small- and Wide-angle x-ray scattering," *Rev. Sci. Instrum.*, **68**, No. 12, pp. 4588-4592.

- Reck, T., E. Sautter, W. Dollhopf y W. Pechhold, 1998, "A high-pressure cell for optical microscopy and measurements on the phase diagram of poly(diethylsiloxane)," *Rev. Sci. Instrum.*, **69**, 4, pp. 1823-1827.
- Schaeffer, H. G., 1979, *MSC/NASTRAN Primer: Static and Normal Modes Analysis*, PDA Engineering, USA.
- Scheele, G. F. y B. J. Meister, 1968, "Drop formation at low velocities in liquid-liquid systems: Part I. Prediction of drop volume," *AIChE J.* **14**, 9.
- Sherman, W. F. y A. A. Stadtmuller, 1987, *Experimental Techniques in High-Pressure Research*, John Wiley & Sons LTD.
- Shi, X. D., M. P. Brenner, y S. R. Nagel, 1994, "A cascade of structure in a drop falling from a faucet," *Science* **265**, 219.
- Slaughter, W. S., 2001, *The Linearized Theory of Elasticity*, Birkhäuser.
- Takahashi, K., J. A. Cline, D. M. Bartels, y C. D. Jonah, 2000, "Design of an optical cell for pulse radiolysis of supercritical water," *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, No. 9. pp. 3345-3350.
- Timoshenko, S., 1983, *History of Strength of Materials*, Dover.
- Timoshenko, S., y J. N. Goodier, 1990, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill.
- Whalley, E. y A. Lavergne, 1976, "Modified unsupported/area hydraulic seal for pressures of 50 kilobar," *Rev. Sci. Instrum.*, **47**, 1, pp. 136-137.
- Whalley, E., A. Lavergne, y P. T. T. Wong, 1976, "Hydrostatic optical cell with glass Windows for 25 kilobar," *Rev. Sci. Instrum.*, **47**, No. 7, pp. 845-848.
- Wilkes, E. D., S. D. Phillips y O. A. Basaran, 1999 "Computational and experimental analysis of dynamics of drop formation," *Phys. Fluids* **11**, 12, pp. 3577.
- Xiong, Y., y Kiran, E., 1998, "High-pressure Light scattering apparatus to study pressure-induced phase separation in polymer solutions," *Rev. Sci. Instrum.*, **69**, No. 3, pp. 1463-1471.
- Yamada, M., y V. H. Schmidt, 1978, "Hydrostatic optical cell with simple window structure for low temperature and hydrostatic pressure up to 5 kilobars," *Rev. Sci. Instrum.*, **49**, No. 8, pp. 1226-1227.
- Zhang, D. F. y H. A. Stone, 1997, "Drop formation in viscous flows at a vertical capillary tube," *Phys. Fluids* **9**, 8, pp. 2234-2242.
- Zhang, X., 1999-1, "Dynamics of growth and breakup and breakup of viscous pendant drops into air," *J. Colloid Interface Sci.* **212**, 107.
- Zhang, X., 1999-2, "Dynamics of drop formation in viscous flows," *Chem. Eng. Sci.* **54**, pp. 1759.
- Zhang, X., y O. A. Basaran, 1995, "An experimental study of dynamics of drop formation," *Phys. Fluids* **7**, 1184.
- Zhou, J. G., A. Ostrow, S. Koulas, y P. L. Chong, 1998, "New instrument design of high pressure optical cell for biophysical and chemical research," *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 11, pp. 3958-3965.