



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN

“SIMULACION POR COMPUTADORA POR MEDIO DEL
METODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA EL DISEÑO Y
OPTIMIZACION DE UNA ALETA DE ENFRIAMIENTO
POR EL METODO DE TAGUCHI”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A :

LUIS FERNANDO ROMERO CORIA

ASESOR DE TESIS:

I.Q. GILBERTO ATILANO AMAYA VENTURA



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

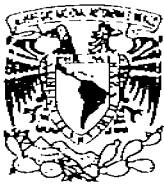
Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: LUIS FERNANDO

DOMERO CORIA

FECHA: 21 FEBRERO 2006

FIRMA: 



**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES**

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

FACULTAD NACIONAL
DE CUAUTITLAN
MEXICO

DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN
P R E S E N T E

ATN: Q. Ma. del Carmen García Mijares
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la FES Cuautitlán

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS:

"Simulación por Computadora por medio del método de elementos finitos para el diseño y optimización de una aleta de enfriamiento por el método de Taguchi".

que presenta el pasante: Luis Fernando Romero Coria,
con número de cuenta: 68154187-6 para obtener el título de:
Ingeniero Químico

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

**ATENTAMENTE
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"**

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 4 de julio del 2005

PRESIDENTE	<u>IQ. Fernando Orozco Ferreyra</u>	
VOCAL	<u>IQ. Ariel Bautista Salgado</u>	
SECRETARIO	<u>IQ. Gilberto Atilano Amaya Ventura</u>	
PRIMER SUPLENTE	<u>MC. José de Jesús Pérez Saavedra</u>	
SEGUNDO SUPLENTE	<u>IQ. Celina E. Urrutia Vargas</u>	

Tutto e possibile.

A todos aquellos que estuvieron conmigo en el momento preciso.

...que Dios te dé la posibilidad de estar donde quieras estar, con los que quieras estar el tiempo que sea necesario estar.

... después de pasar grandes dificultades para establecer contacto con el maestro (Ejo Takata) cierto día temblando de emoción finalmente llamé a su puerta. Apareció un oriental con el cráneo rapado y sin edad –podía tener veinte años o sesenta-, vestido con un hábito de monje, me abrió y de inmediato me trató como si yo hubiera sido amigo suyo desde siempre. Me tomó de la mano para conducirme a la sala de meditación donde me mostró un pedazo de tela blanca fijado al muro y sobre el cual estaba escrita una palabra en japonés, que él se prestó a traducirme y pronunció con dificultad: “felicidad”....

... Y es que cuando me mostró el signo “felicidad” me di cuenta de que me estaba enseñando el secreto del alma: ser feliz a pesar de miserias y fracasos; la vida es una fuente de felicidad y la curación es reconocer que por debajo de este contexto terrible en que vivimos, hay un río de increíble gozo. Luego tomo dos banquitos y me dijo: “Vamos a meditar afuera”. Y a la mitad del camino se detuvo y me entregó uno de los bancos y me pidió: “Ahora llévalo tú”. Ahí entendí todo: durante la primera mitad del camino, el maestro guía al discípulo, pero la parte final del camino debe hacerla éste último sólo. ...

... (De su vida en Japón sólo conozco esta anécdota: mientras los norteamericanos bombardeaban Tokio, en medio de la lluvia de bombas, él seguía meditando.)

Más tarde comprendí que toda estructura narrativa (incluso la de los chistes) puede interpretarse: toda historia es iniciática, si se le observa con detenimiento. Alejandro Jodorowsky, La sabiduría de los chistes. Historias iniciáticas.

...La persistente aspiración de libertad y misterio que envuelve al mundo del guerrero expresan (los) secretos sentimientos de todo ser humano. ... Victor Sánchez: Las enseñanzas de Don Carlos: Aplicaciones prácticas de la obra de Carlos Castaneda.

Siempre le pedimos una oportunidad a la vida siendo que la vida es la oportunidad que ella nos dá. Koan cero, Luis Fernando Romero Coria.

El poder es la velocidad en la capacidad de pasar de las ideas a los hechos.

...sí no somos capaces de cambiar el espíritu no seremos capaces de cambiar la materia. Pablo González Casanova.

..... las tempestades de la libertad son preferibles a la paz (placidez) sepulcral de la servidumbre. Miguel de Ramos Arispe. (L.F.R.C.)

Al M. en C. Gilberto Atilano Amaya Ventura y al Dr. Ricardo Paramont Hernández García por su valiosa orientación y ayuda en la realización de éste trabajo.

A los maestros de mi escuela por su ayuda para mejorar y finalizar este trabajo.

Al I.M.E. Óscar Hernández Sánchez por su ayuda en el área de manejo de paquetes y nociones de arquitectura y operación computacionales.

Al Sr. Técnico Draucin Jiménez Celí por su ayuda para poder observar el calentamiento y enfriamiento en aletas de cristal.

	Página
CAPÍTULO 1:	1
INTRODUCCIÓN	1
1.1 Introducción al diseño de experimentos	1
1.2 Comparación de los diferentes métodos	1
1.3 Áreas de aplicación	2
1.3.1 Desarrollo de procesos	2
1.3.2 Prueba y desarrollo	2
1.3.3 Análisis	2
1.3.4 Aplicación del diseño de experimentos al análisis de elementos finitos	3
1.4 Alcance del proyecto	3
CAPÍTULO 2:	5
INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE TAGUCHI	5
2.1 Fundamentos	5
2.2 Conceptos básicos	5
2.2.1 Definición	5
2.2.2 Un arreglo ortogonal típico	6
2.2.3 Propiedades del arreglo ortogonal	8
2.2.4 Número mínimo y máximo de experimentos a ser llevados a cabo	8
2.3 Suposiciones del Método de Taguchi	9
2.4 Diseño de un experimento	9
2.4.1 Selección de la(s) variable(s) independiente(s)	9
2.4.2 Selección del número de niveles de cada variable independiente	9
2.4.3 Asignación del arreglo ortogonal	10
2.4.4 Asignación de las variables independientes a las columnas	10
2.4.5 Conducción de la experimentación	10
2.4.6 Análisis de datos	10
2.4.7 Inferencia	11
2.5 Diseño robusto	11
CAPÍTULO 3:	12
INTEGRACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS CON EL MÉTODO DE TAGUCHI	12
3.1 Simulando el experimento real	12
3.2 Notas Históricas Acerca del Método de Elementos Finitos	13
3.3 Fundamentos de los Métodos de Elementos Finitos	15

3.4 El método de elementos finitos y el método de Taguchi como una herramienta de diseño	19
3.5 Optimización usando el método integrado	20
CAPÍTULO 4:	22
APROXIMACIÓN A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR MEDIO DE SISTEMAS EXPERTOS (TIPO TABLERO)	22
4.1 Solución de problemas distributiva cooperativa	22
4.2 Aproximación de tipo tablero	22
4.2.1 Conceptos básicos	22
4.3 Implementación de la aproximación tipo tablero	23
4.3.1 Tablero	23
4.3.2 Cúpula de control	25
4.3.3 Fuentes de conocimiento	25
CAPÍTULO 5:	26
IMPLEMENTACIÓN DE LA APROXIMACIÓN INTEGRADA PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA DE LA OPTIMIZACIÓN DE ALETAS DE ENFRIAMIENTO	26
5.1 Suposiciones	26
5.2 Algoritmos de trabajo básicos	26
5.2.1 Generación del arreglo ortogonal programa taguchi5.bas: programa para la generación del arreglo ortogonal	26
5.2.2 Obtención de las curvas seleccionadas: programa elimgaus.bas programa para eliminación gaussiana	28
5.2.3 Generación de la aleta perforada	32
5.2.4 Valoración Estadística de los Resultados	43
5.3 Número total de niveles	48
5.3.1 Selección de la función objetivo variable	48
5.3.2 Generación del arreglo ortogonal	49
5.3.3 Conduciendo el experimento	49
5.3.4 Análisis de datos	50
5.3.5 Salida gráfica	53
CAPÍTULO 6	55
CASO DE ESTUDIO	55
6.1 Descripción del problema	55
6.2 Datos de entrada	55
6.3 El modelo de elementos finitos	56
6.4 Llevando a cabo los experimentos	57
6.4.1 Alimentación de los datos de entrada	57

6.4.2. Selección de las variables independientes	Pág. 57
6.4.3 Selección de la variable objetivo	57
6.4.4 Conduciendo el experimento por medio del método de Taguchi	57
6.5 Post-procesado estadístico	57
6.5.1 Análisis de sensibilidad	58
6.5.2 Porcentaje de contribución	58
6.5.3 Solución cercana al óptimo	58
6.6 Comparación de resultados óptimos locales	59
CAPÍTULO 7:	61
CONCLUSIONES Y ALCANCES FUTUROS	61
7.1 Conclusiones	61
7.2 Alcances futuros	62
 <u>BIBLIOGRAFÍA</u>	 63
 <u>BIBLIOGRAFÍA OBTENIDA DE INTERNET</u>	 66
 <u>APÉNDICE A:</u>	 67
• Influencia de las variables de ruido y su tratamiento estadístico	67
• Caso de tener la medición de: El menor el mejor	67
• Caso de tener la medición de: El mayor el mejor	67
• Ecuaciones para el caso que: El valor nominal sea el mejor	67
• Razón señal a ruido	67
• η : La razón de señal a ruido (η)	68
• La razón de inferencia de Varianzas de dos poblaciones Normales	68
• Hipótesis de prueba de la razón de Dos Varianzas	68
• La distribución F de Fisher-Snedecor	69
 <u>APÉNDICE B:</u>	 70
• Análisis del Programa ANOVA2.BAS, Resultados en bruto del Programa ANOVA2.BAS	70
• <u>Datos obtenidos del programa:</u>	70
Corrida Simulación Inicial	
<u>Datos fuente iniciales</u>	
• <u>Resultados:</u>	70
• <u>Tabla de ANOVA</u>	71
Corrida Simulación Final	
• <u>Datos fuente finales:</u>	71
• <u>Resultados:</u>	71
• <u>Tabla de ANOVA</u>	71

APÉNDICE C:

- **Resultados del Tratamiento Estadístico:** 72
- **Tabla de Datos Experimentales Corrida 1** 72
- **Tabla de Datos Experimentales Corrida 2** 73

APÉNDICE D:

74

- **Datos en bruto obtenidos a partir de la Macro de Excel® Aleta Cúártica.XLS:** 74
Número de Experimento Vs Eficiencia Obtenida.
- **Datos tratados seleccionando los mínimos modificados en Paint a partir de la** 74
Macro de Excel ALETA CUÁRTICA.XLS
- **% de contribución de las variables independientes** 75

APÉNDICE E:

76

- **Relación de experimentos VS Eficiencias obtenidas por factor** 76

APÉNDICE F:

77

- **Gráficos de las Simulaciones obtenidas** 77

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN ^[48]

1.1 Introducción al diseño de experimentos

Los investigadores llevan a cabo experimentos en virtualmente cualquier campo de la investigación humana, con la finalidad de descubrir algo acerca de algún proceso o de un sistema en particular. Literalmente, un experimento es una prueba. Un experimento diseñado es una prueba o una serie de pruebas en las cuales se efectúan cambios hechos "*ex profeso*" sobre las variables de entrada de un proceso o de un sistema, de forma tal que se logre obtener información cuantitativa acerca de las variaciones, que como consecuencia, sufran las variables de salida. El investigador fija varios factores en los experimentos de manera simultánea y cambia otros de experimento en experimento de una forma específicamente planeada. Este procedimiento produce un máximo de información acerca del efecto y/o peso que tiene(n) la(s) variable(s) de entrada sobre las variables de salida.

En algunos casos específicos de experimentos estadísticos, estos requieren simplemente de cálculos aritméticos para producir información suficiente, precisa y confiable. Cada diseño especial tiene una relación racional con el propósito del experimento, y ésta está dada por las necesidades del experimentador, y por las limitaciones físicas específicas del medio en el cual se lleva a cabo el experimento. Tales diseños comienzan con la declaración del experimentador de cual es la finalidad específica de cada experimento y la identificación de los factores que tienen la mayor influencia potencial sobre la respuesta. Algunos de los diseños estadísticos más comunes son:

1. Análisis de regresión
2. Métodos estadísticos
 - Diseño completamente al azar
 - Diseño factorial por bloques
 - Bloque al azar
 - Cuadro Latino, etc.
3. Método de Taguchi

1.2 Comparación de los diferentes métodos

De entre los diseños anteriores, el diseño de experimentos basado en el análisis de regresión se utiliza para encontrar una relación matemática entre la causa (variable de entrada independiente) y el efecto (parámetro de comportamiento) suponiendo que la variable independiente y el(los) parámetro(s) de comportamiento están dados como entidades medibles (números). Cuando la(s) variable(s) independiente(s) es(son) un atributo que no se puede(n) medir (por ejemplo: género, situación, turno en planta, etc.) no se puede utilizar por ejemplo el análisis por regresión. Esto genera una limitación mayor para casos genéricos donde la variable independiente no es un número.

Cuando la intención del investigador es entender la relación entre la causa y el efecto más que solamente obtener ecuaciones que relacionan la causa y el efecto, entonces la aproximación estadística y el método de Taguchi son los más adecuados.

El diseño de experimentos por medio de la aproximación estadística es una aproximación simple y sistemática que identifica los diferentes factores independientes y sus niveles, y lleva a cabo experimentos cambiando cada vez una sola variable. Para reducir el efecto del ruido o error debido a la secuencia en la que los experimentos se llevan a cabo, se efectúa una elección al azar de las variables en cada experimento.

Los experimentos estadísticos consisten de series de experimentos cuidadosamente planeados, llevados a cabo de manera conjunta. El llevar a cabo un experimento estadístico requiere de varios pasos como los siguientes:

1. Selección de variables de respuesta (características de comportamiento de interés) que han de observarse.
2. Identificación del (los) factor(es) independiente(s) o condición(es) de influencia a ser estudiados.
3. Especificación de los diferentes tratamientos (o niveles) a los cuales estos factores se han de fijar en cada experimento.
4. Consideración de bloques; los factores de ruido observables que pueden tener influencia sobre los experimentos como fuentes de error(es) de variabilidad.

La desventaja principal de la aproximación estadística es que no existen líneas precisas para la(s) secuencia(s) en las que se han de llevar a cabo los experimentos y las combinaciones de los niveles de las varias variables independientes para cada experimento. Sin embargo, el número de experimentos se reduce de manera considerable. Y a la vez, no existe pérdida de información debido a la reducción del número de experimentos. Este es el método que se describe en los capítulos subsecuentes.

1.3 Áreas de aplicación

El diseño de experimentos se puede usar tanto en áreas de ingeniería o como ajenas a esta, tales como las administrativas: roles de trabajo, colores de producto, etc., enseguida se describen algunas áreas de ingeniería donde se puede aplicar esta técnica eficazmente.

1.3.1 Desarrollo de procesos

La gran mayoría de los procesos industriales tienen un gran número de variables de las cuales depende el resultado final. La identificación de cada una de las contribuciones y lo intrincado de sus relaciones es esencial para el desarrollo de tales procesos es decir, para diseñar un experimento real o virtual que permita simularlos eficientemente. Por ejemplo la eficiencia (cantidad de piezas procesadas por unidad de tiempo) de una máquina de soldar para el soldado de circuitos impresos depende de varias variables, que incluyen a la temperatura del soldado, la temperatura de precalentamiento, la profundidad de la soldadura, etc.

1.3.2 Prueba y desarrollo

Las pruebas con prototipos son un medio eficiente para ver como operan los conceptos cuando son aplicados a un diseño. Debido a que los elementos físicos experimentales son costosos, la necesidad de cumplir con los objetivos con el menor número de experimentos es una de las prioridades más importantes.

1.3.3 Análisis

En el diseño de productos, procesos y sistemas de ingeniería, la simulación de procesos juega un rol primordial en la transformación de un concepto hasta el diseño final del producto. La aproximación por medio del método de Taguchi se utiliza para llegar a la obtención de los mejores parámetros para una configuración cercana a la óptima de diseño con un número mínimo de investigaciones analíticas (experimentos). A pesar de que existen muchos métodos disponibles para llevar a cabo la

optimización, el método de Taguchi tiene la clara ventaja de operar tratando los factores del experimento como valores o niveles (ajustados a valores) discretos, con ello este método disminuye de manera significativa el consumo de tiempo de computadora en experimentos virtuales, o tiempo y recursos en experimentos reales.

1.3.4 Aplicación del diseño de experimentos al análisis de elementos finitos

En este trabajo se llevará a cabo un diseño de experimentos virtuales, utilizando el método de Taguchi para minimizar el número de experimentos a realizar, que permitan llegar a conclusiones estadísticamente confiables. Los experimentos virtuales corresponderán a la simulación computacional, vía elementos finitos, de procesos de transferencia de calor por conducción a través de aletas de enfriamiento caladas con condiciones de frontera convectivas en estado estacionario.

La técnica de elementos finitos se utiliza para predecir el comportamiento físico de modelos que están gobernados o al menos descritos de manera primordial por ecuaciones diferenciales. Una gran cantidad de problemas de ingeniería puede ser resuelta por medio del método de elementos finitos. Con el uso de este método como una herramienta experimental se pueden llevar a cabo experimentos modificando los valores de las variables independientes. Una vez que los experimentos se han llevado a cabo, la salida respuesta-comportamiento se puede analizar de manera estadística para predecir la influencia de cada variable sobre el rendimiento y/o comportamiento para ese evento. Este es el núcleo de la información en los capítulos siguientes.

1.4 Alcance del proyecto

Esta investigación se ha desarrollado e implementado para llevar a cabo el diseño de experimentos por medio de la utilización del método de Taguchi y la simulación de aletas de enfriamiento por análisis de elementos finitos. El capítulo 2 presenta los fundamentos teóricos del método de Taguchi, el concepto de arreglo ortogonal, la puesta a punto del diseño del proyecto, o como en este caso, del experimento; el análisis de datos de salida, y el procedimiento para encontrar la influencia de cada variable independiente sobre la variable objetivo. En el capítulo 3 se resumen los conceptos fundamentales del método de elementos finitos. Además muestra un bosquejo acerca de cómo el método de Taguchi y el análisis de elementos finitos se pueden utilizar de manera conjunta para llevar a cabo el diseño de experimentos y arribar a una solución cercana al óptimo para problemas genéricos de ingeniería, que pueden ser resueltos usando algún programa del tipo paramétrico como ANSYS®^[48] (ver nota en la página siguiente) para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales parciales por medio del método de elementos finitos. El capítulo 4 muestra como opera un sistema experto para la solución de problemas tipo tablero y es el método en el cual se inspira éste para hacer la programación modular estructurada. En el capítulo 5 se desarrollan programas propios correspondientes a la formulación variacional del método de elementos finitos para la simulación de la transferencia de calor por conducción en aletas de enfriamiento caladas a partir de la solución de la ecuación de Fourier. El capítulo 6 muestra los detalles de cómo se implementa la aproximación del método de Taguchi e ilustra un ejemplo típico del mismo. El capítulo 7 consiste en la conclusión y un planteamiento de los alcances futuros de trabajos dentro del área.

^[48] En 1963 el Dr. John Swanson trabajaba en los laboratorios de Westinhouse Astronuclear en Pittsburg, y era responsable de los análisis de esfuerzos de los componentes de los cohetes a reacción nuclear NERVA. Utilizaba códigos de computadora para predecir los esfuerzos temporales y desplazamientos de los sistemas a reacción debidos a las cargas térmicas y de presión. Swanson siguió desarrollando este sistema para el análisis en tres dimensiones, doblaje de placas, análisis no-

lineal de plasticidad y precolación, y análisis dinámico transiente. En los años siguientes utilizando un programa de elementos finitos para la conducción de calor que fue desarrollado por un Sr. Wilson en Aerojet. Al programa de Swanson se le denominó STASYS (Structural Analysis System).

En 1970 Swanson que había abandonado la compañía en 1969 establece en el garaje de su casa en las afueras de Pittsburg Swanson Analysis Systems. Codificando la primera versión de ANSYS al final de 1970, y en esa fecha sus abogados de patente que entienden ANSYS en lugar de STASYS era solamente un nombre y no significaba nada, obviando la idea inicial del acrónimo de Swanson.

CAPÍTULO 2 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE TAGUCHI

2.1 Fundamentos

La técnica para fijar las condiciones de experimentos que requieren de factores múltiples fue propuesta por vez primera por el inglés, Sir R. A. Fisher^[2]. El método se conoce popularmente con el nombre de análisis factorial de experimentos. Y la idea es que un diseño factorial completo identificará todas las combinaciones posibles para una serie dada de factores. Partiendo de que la mayoría de los experimentos de nivel industrial requieren de un gran número de factores, el diseño factorial completo da como resultado una serie de experimentos que en general es muy grande. Para reducir el número de experimentos a un nivel razonable, sólo se elige una parte pequeña o sea un juego mínimo de todo el universo posible. El método para seleccionar el número limitado de experimentos que produce la mayor cantidad de información se le conoce con el nombre de **experimento de fracción parcial**. A pesar de que este método es bien conocido, Fisher no suministra líneas generales para su aplicación o el análisis de resultados obtenidos del llevar a cabo una serie dada de experimentos. En cambio el Dr. Genichi Taguchi^[3] construyó una serie de pasos guía para experimentos factoriales que cubre muchas áreas de aplicación.

2.2 Conceptos básicos

2.2.1 Definición

Taguchi concibió un nuevo método para llevar a cabo el diseño de experimentos que están basados en líneas muy bien definidas. Este método utiliza una serie de arreglos especiales, llamados **arreglos ortogonales**. Estos arreglos normalizados estipulan una forma de llevar a cabo un número mínimo de experimentos que podrían suministrar toda la información de todos los factores que afectan los parámetros de comportamiento. Lo esencial del método de arreglos ortogonales subyace en la elección de los niveles de combinación de las variables de diseño para cada experimento.

Sir Aylmer Ronald Fisher^[2] (17 de febrero de 1890-29 de julio de 1962) fué un extraordinariamente talentoso biólogo evolucionista y estadístico especializado en genética. El fué descrito por Richard Dawkins Quién es uno de los biólogos más prominentes de la actualidad como: "el más grande de los seguidores de Darwin" y el historiador de la estadística Anders Hald ha dicho que: "Fisher fué un genio de tal dimensión que casi de su sola mano creó los fundamentos de la ciencia moderna de la estadística".

Entre sus contribuciones a la estadística están: la invención de las técnicas de parecido máximo y análisis de varianza, fué un pionero del diseño de experimentos y originó los conceptos de suficiencia y auxiliaridad estadísticas, y de información de Fisher, haciendo de él una de las figuras más importantes para la estadística del siglo XX. Introdujo el concepto de información de Fisher en 1925, muchos años antes que la noción de entropía de Shannon. La información de Fisher ha sido objeto de un renovado interés en los últimos años debido al creciente interés en la inferencia Bayesiana dentro del área de análisis estadístico y debido al libro de B. Roy Frieden: "Physics from Fisher Information", el cual pretende establecer las leyes de la física a partir de un punto de vista fisheriano.

Genichi Taguchi^[51] (1924-) es un Ingeniero y estadístico, el cual desarrollo a partir de 1950 una metodología para aplicar la estadística para la mejora de los bienes manufacturados. Y cuyos métodos han sido controversiales por decir lo menos entre los estadísticos de Occidente. Creció en el pueblo textilero de Takamachi donde originalmente estudió ingeniería textil con la intención de entrar al negocio familiar de la fabricación de kimonos. Sin embargo debido al estallido de la II Guerra Mundial en 1942 fué reclutado por el departamento del Instituto de Navegación dentro de la Marina Imperial Japonesa.

Después de la guerra en 1942 entra al Ministerio de Salud Pública y Bienestar del Japón donde se encuentra bajo la influencia del eminente estadístico Matosaburo Matsuyama quién desarrolla su interés por el diseño de experimentos. Trabajó también en el Instituto de Matemática Estadística, y es en este periodo que apoya trabajos experimentales en la producción de penicilina en los laboratorios Farmacéuticos Morinaga, una compañía de Morinaga Seika.

En 1950, él se trabaja con Electrical Communications Laboratory (ECL) de la Nippon Telephone and Telegraph Company justo en el momento en el que el control de calidad se estaba popularizando en el Japón bajo la influencia de W. Edwards Deming, el cual por cierto fué ignorado en los Estados Unidos, y la Unión Japonesa de Científicos e Ingenieros. ECL rivalizaba con Bell Labs en el desarrollo de barras de transferencia y sistemas de conmutación y fué ahí durante doce años que Taguchi desarrolla sus métodos de Mejora de la Calidad y Confiabilidad. Y es por éstas fechas que él empezaba a ser consultado ampliamente dentro de la Industria Japonesa, siendo Toyota uno de los primeros en adoptar sus ideas.

Durante los años 50's colabora ampliamente con el Instituto Estadístico de India, y en 1954-55 como profesor visitante trabaja con R. A. Fisher y Walter A. Shewhart.

2.2.2 Un arreglo ortogonal típico

Mientras que existen muchos arreglos ortogonales disponibles, cada uno de estos arreglos tiene un significado específico para cada serie de variables de diseño independientes y sus valores posibles representados en este estudio por niveles. Por ejemplo, si se quiere llevar a cabo un experimento para entender la influencia de cuatro (4) diferentes variables independientes con cada una de dichas variables teniendo tres (3) juegos de valores o niveles discretos y normalizados de valores, entonces la elección correcta será la de un **arreglo ortogonal L9**. Este arreglo se encuentra en la página siguiente y presupone que no existe interacción alguna entre cualquier juego de las variables consideradas. Mientras que en muchos casos no se puede asegurar esta condición o sea que no se puede validar la suposición de modelo no interactivo, existen algunos casos donde se puede claramente evidenciar la existencia de una interacción. Un caso típico de interacción sería la interacción entre las propiedades de un material y la temperatura.

La **tabla 2.1** muestra el arreglo original ortogonal L9 obtenido. Existen un total de nueve (9) experimentos propuestos para llevarse a cabo, y cada experimento deberá de estar basado en los valores de nivel normalizados a valores discretos como están mostrados en la **tabla 2.2** o sea tomando el valor de cero como eje para el caso de tener un número impar de niveles y valores equidistantes alrededor del cero en el caso de niveles pares o apareados, de la misma forma en la que se toman los datos en arreglos por pesos estadísticos.

Por ejemplo al llevar a cabo el tercer experimento se deben de mantener los valores de las variables independientes de diseño de la siguiente forma: la variable 1 tendrá el nivel 1, la variable 2 al nivel 3, la variable 3 al nivel 3, y la variable 4 al nivel 3.

ARREGLO L9 (3 ⁴)					
	VARIABLES INDEPENDIENTES				VALOR DEL PARÁMETRO DE COMPOR- TAMIENTO
Experimen to #	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Variable 4	Var. Resp. Eficiencia: μ
1	1	1	1	1	P1
2	1	2	2	2	P2
3	1	3	3	3	P3
4	2	1	2	3	P4
5	2	2	3	1	P5
6	2	3	1	2	P6
7	3	1	3	2	P7
8	3	2	1	3	P8
9	3	3	2	1	P9

Tabla 2.1. Arreglo ortogonal L9 (original)

ARREGLO L9 (3 ⁴)					
	VARIABLES INDEPENDIENTES VAR(i) / VAR NORMALIZADA(i)				VALOR DEL PARÁMETRO DE COMPOR- TAMIENTO
Experimen to #	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Variable 4	Var. Resp. Eficiencia: μ
1	1 (-1)	1 (-1)	1 (-1)	1 (-1)	P1
2	1 (-1)	2 (0)	2 (0)	2 (0)	P2
3	1 (-1)	3 (+1)	3 (+1)	3 (+1)	P3
4	2 (0)	1 (-1)	2 (0)	3 (+1)	P4
5	2 (0)	2 (0)	3 (+1)	1 (-1)	P5
6	2 (0)	3 (+1)	1 (-1)	2 (0)	P6
7	3 (+1)	1 (-1)	3 (+1)	2 (0)	P7
8	3 (+1)	2 (0)	1 (-1)	3 (+1)	P8
9	3 (+1)	3 (+1)	2 (0)	1 (-1)	P9

Tabla 2.2 Normalización del arreglo ortogonal L9

2.2.3 Propiedades del arreglo ortogonal

El arreglo ortogonal tiene las siguientes propiedades especiales que reducen a un mínimo el número de experimentos a ser llevados a cabo.

- 1.- Las columnas verticales bajo cada una de las variables independientes de la tabla anterior tienen un arreglo especial con respecto a los niveles de las mismas. **Todos los niveles aparecen el mismo número de veces.** Por ejemplo: para un arreglo L9, y en la variable 4, los niveles de la variable 1, 2 y 3 aparecen cada uno tres veces. A esta propiedad del arreglo ortogonal se le llama **balanceo**.
- 2.- Todos los niveles significativos posibles de los valores se utilizan para llevar a cabo experimentos.
- 3.- La secuencia de valores para llevar a cabo los experimentos que se muestra en la tabla no debe de ser modificada. La razón para ello es que el arreglo de la columna de cada factor es mutuamente ortogonal a cualquier otra columna en sus valores de nivel. El producto interno de los vectores correspondientes a sus pesos específicos estadísticos sobre la variable es cero. Si se toman en cuenta los valores normalizados o sea los que están entre paréntesis (que están normalizados entre -1, 0 y +1, para los niveles inferior (1), medio (2) y alto (3) respectivamente). Por lo tanto el producto interno de los pesos estadísticos para el caso que involucra a la variable independiente 1 y la variable independiente 3 sería:

$$V_1 \cdot V_3 = 0 \text{ (Producto punto o interno)}$$

$$\{(-1)*(-1)+(-1)*(0)+(-1)*(+1)\}+\{(0)*(0)+(0)*(1)+(0)*(-1)\}+\{(1)*(1)+(1)*(-1)+(1)*(0)\} = 0$$

2.2.4 Número mínimo y máximo de experimentos a ser llevados a cabo

El diseño de experimentos usando el arreglo ortogonal es, en la mayoría de los casos, eficiente comparado con muchos otros diseños estadísticos. El número máximo de experimentos que se abarcan con el experimento fraccional completo serían: 3^4 o sea 81 experimentos, por otra parte. El número mínimo de experimentos que requiere el método de Taguchi (N_{Taguchi}) a ser llevados a cabo se puede calcular basado en una aproximación de grados de libertad:

$$N_{\text{Taguchi}} = 1 + \sum_{i=1}^{NV} (L_i - 1) \quad \text{Ec. 2.1}$$

Donde: NV: es el Número de Variables.

Por ejemplo en el caso de tener 8 variables independientes de estudio teniendo una variable independiente con 2 niveles significativos y las otras 7 con 3 niveles (o sea un arreglo ortogonal L18), el número mínimo de experimentos que se requerirían basados en la ecuación anterior serán 16. Debido a la propiedad de balanceo que poseen estos arreglos ortogonales, el número total de experimentos deberá de ser un múltiplo de 2 y de 3, por dicha razón para este caso se requiere de 18 experimentos. Asimismo para este mismo caso, el experimento fraccional completo requeriría de 4,374 experimentos (es decir, $(2^1)*(3^7)$ experimentos).

2.3 Suposiciones del Método de Taguchi

La suposición aditiva implica que los efectos individuales o principales de las variables independientes se pueden separar del parámetro de comportamiento. Bajo esta suposición, el efecto de cada factor puede ser lineal, cuadrático o de un orden aún mayor, pero el modelo asume que no existen efectos (interacciones) de producto interno (punto) entre todos y cada uno de los factores individuales. Esto significa que el efecto de la variable 1 sobre el parámetro de comportamiento no depende del valor o del nivel de cualquier otra variable independiente y viceversa. Si en cualquier momento se viola esta suposición, entonces la aditividad no se mantiene, y las variables interactúan.

2.4 Diseño de un experimento

El diseño de un experimento requiere de los siguientes pasos:

- 1.- Selección de la(s) variable(s) independiente(s).
- 2.- Selección del número de niveles de cada variable independiente.
- 3.- Selección del arreglo ortogonal.
- 4.- Asignación de la(s) variable(s) independiente(s) a cada columna.
- 5.- Llevar a cabo el(los) experimento(s).
- 6.- Análisis de datos.
- 7.- Inferencia(s).

A continuación se dan los detalles de cada uno de los pasos descritos anteriormente.

2.4.1 Selección de la(s) variable(s) independiente(s)

Antes de llevar a cabo un experimento, el conocimiento del producto o proceso bajo investigación es de importancia primordial para identificar los factores que afectan la influencia del resultado del mismo. Para obtener una lista exhaustiva de factores, para los parámetros de entrada del experimento se debe tener en cuenta a toda aquella gente que tenga experiencia en el área y de manera alguna esté relacionada con el proyecto.

2.4.2 Selección del número de niveles de cada variable independiente

Una vez que se ha decidido cuáles son las variables independientes, se debe elegir él o los valores de los niveles, y estos dependen a su vez de cómo se ve afectado el parámetro de comportamiento debido a estos diferentes niveles. Si el parámetro de comportamiento es una función lineal de la variable independiente, entonces el número de niveles ha de ser de dos (2 niveles). Sin embargo si la variable independiente no está relacionada de una manera lineal, entonces se puede requerir de tres o cuatro niveles o más dependiendo de que el tipo de relación sea cuadrática, cúbica o de cualquier otro orden mayor.

En ausencia de la naturaleza exacta de relaciones entre la variable independiente y el parámetro de comportamiento, se pueden escoger dos (2). Después de analizar los datos experimentales, se puede decidir si ésta ha sido una decisión correcta o no, basado en el porcentaje de contribución y el (los) cálculo(s) del error respectivo(s).

2.4.3 Asignación del arreglo ortogonal

Se asigna el arreglo ortogonal de acuerdo al criterio sugerido en la sección 2.2.2. Debe fijarse el número mínimo de experimentos a efectuar, basado en el número de grados de libertad presentes en el estudio. El número mínimo de experimentos que se deben realizar para estudiar los factores, debe ser mayor al número de grados de libertad disponibles. El investigador debe de quitar un nivel del conteo del número total de grados de libertad a la media de la respuesta bajo estudio. El número de grados de libertad asociado a cada factor estudiado es uno menos que el número de niveles disponibles para ese factor. Por lo tanto el número total de grados de libertad sin efectos por interacción es uno más que el que los dados por la ecuación 2.1. Por ejemplo en el caso de 11 variables independientes, teniendo cada una de ellas 2 niveles, el número total de grados de libertad es de 12. Consecuentemente el arreglo ortogonal deberá tener al menos 12 experimentos, un arreglo ortogonal L12 satisface esta condición. Una vez que se ha decidido el número mínimo de experimentos, se selecciona el arreglo ortogonal correspondiente basado en el número de variables y niveles para cada factor de la(s) variable(s) independiente(s).

2.4.4 Asignación de las variables independientes a las columnas

El orden en el cual se colocan las variables independientes en las columnas es esencial. En el caso de niveles de variable(s) mezclado(s) e interacción entre las variables, la asignación adecuada debe ser aquella que dicta el arreglo ortogonal.

Finalmente, antes de llevar a cabo el experimento se debe de decidir por cuales han de ser los valores adecuados que van a ser seleccionados como base para generar los niveles para cada variable independiente. Y cabe notar que la significancia y la correspondiente contribución porcentual de cada variable dependerá de los valores asignados a cada nivel. Y, por lo tanto es responsabilidad de los diseñadores y/u operadores del producto y/o proceso el fijar los valores adecuados de éstas variables.

2.4.5 Conducción de la experimentación

Una vez que se ha seleccionado el arreglo ortogonal correspondiente, se deben de llevar a cabo los experimentos como lo muestran las combinaciones de nivel. Es necesario llevar a cabo todos los experimentos. Las columnas de interacción y las columnas de variables virtuales (dummy[ies]) no se toman en cuenta para llevar a cabo cada experimento, pero se requieren durante el análisis de datos para entender y balancear la interacción de los efectos, haciendo más fácil su análisis.

2.4.6 Análisis de datos

Partiendo del hecho de que cada experimento es una combinación de los diferentes niveles de los factores, es esencial separar cada efecto individual de las variables independientes. Esto se puede hacer sumando los valores del parámetro de comportamiento correspondientes a los niveles de los factores. Por ejemplo para saber el efecto principal del nivel 1 de la variable independiente (factor) 2, (refiérase a la tabla 2.2), se suman los valores de los parámetros de comportamiento correspondientes a los experimentos 1, 4 y 7. Asimismo para la misma variable y el nivel 2 habrán de sumarse los valores de los parámetros de comportamiento correspondientes a los experimentos 2, 5 y 8.

Una vez que el valor medio de cada nivel de la variable independiente se ha calculado, se calcula la suma de los cuadrados de las desviaciones de cada media del valor calculado de la gran media (media de medias). Esta suma de los cuadrados de la desviación de cada variable en particular muestra la sensibilidad del parámetro de comportamiento al cambio de valor en el nivel. Si la suma del cuadrado de la desviación es cercana a cero o insignificante, se puede concluir que la

variable de diseño no afecta el comportamiento del proceso. En otras palabras, llevando a cabo el análisis de sensibilidad y realizando el análisis de varianza (ANOVA), se puede decidir qué factor (variable) independiente es el dominante y el porcentaje de contribución de esa variable independiente en particular. El detalle del análisis de varianza se muestra en el capítulo 5.

2.4.7 Inferencia

A partir del análisis experimental anterior, es claro que mientras sea más alto el valor del cuadrado de la variable independiente, ésta tiene más influencia sobre el parámetro de comportamiento. También se puede calcular la razón de la suma de los cuadrados de cualquier variable independiente al total de la suma de los cuadrados de todas las variables. Esta razón da el porcentaje de la contribución de la variable independiente sobre el parámetro de comportamiento.

En adición a lo anterior, se puede encontrar una solución cercana a la solución óptima del problema. Este valor óptimo podría en un momento dado no ser la solución óptima global del problema (i.e.: *Máximo Maximorum*, o *mínimo minimorum*). Sin embargo, esta solución puede ser muy bien usada como un valor inicial de arranque formal para cualquier técnica de optimización estándar de cualquier nivel.

2.5 Diseño robusto

Una de las causas principales de una producción pobre en procesos de manufactura es la variación "natural" en la misma manufactura. Estas variaciones de manufactura incluyen variaciones en la temperatura o humedad, variación de la materia prima y desplazamiento, y arrastre (offset) de los parámetros del proceso. Esta fuente de ruido o variación, son las variables que son muy difícilmente posibles de llegar a controlar, o que su control resulta muy elevado desde el punto de vista económico.

El objetivo de un diseño robusto es el encontrar los valores de control para los parámetros del proceso en los cuales estos presenten un mínimo de ruido o de variaciones en las características funcionales o utilitarias del producto o proceso. Cabe notar que la finalidad no es encontrar los valores del(los) parámetro(s) para variables de proceso que no son controlables sino principalmente para las variables de diseño controlables. Para alcanzar este objetivo, el control de los parámetros, también conocido como arreglo interno de las variables, éstas se varían de manera sistemática en la forma en la que muestra el arreglo ortogonal. Para cada experimento del arreglo se dan series para los diferentes experimentos que varían los niveles con el fin de anular los efectos de ruido dados por variables con ruido aparentemente incontrolable. Las combinaciones de niveles para las variables de ruido se llevan a cabo en la matriz del arreglo ortogonal exterior.

^{152]} La influencia del ruido en las características del comportamiento se pueden encontrar usando la razón:

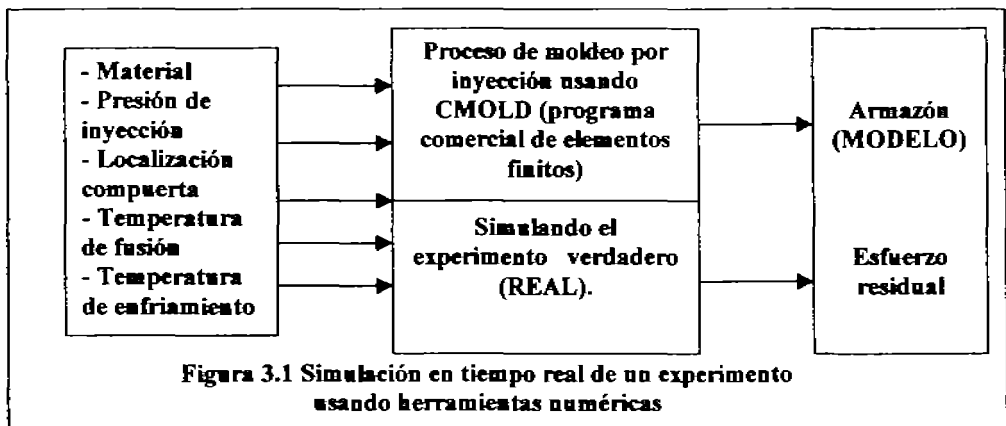
$$S/N = 10 \log (\text{MSD}) \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Sin embargo cuando las características funcionales no están afectadas por ruidos externos, o haciendo un arreglo adecuado de la operatividad de las variables, (se pueden evitar inclusive), no hay necesidad de llevar a cabo experimentos utilizando el(los) arreglo(s) ortogonal(es) externo(s). Lo cual evidentemente sigue siendo verdadero para el caso de experimentos que se llevan a cabo por medio de simulaciones por computadora debido a que la repetibilidad para un experimento de esta naturaleza es muy elevado. Ver Apéndice A.

CAPÍTULO 3 INTEGRACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS ¹⁴⁸¹ CON EL MÉTODO DE TAGUCHI

3.1 Simulando el experimento real

La forma tradicional de implementar el método de Taguchi para diseño de experimentos es fijar los niveles de las combinaciones de los principales factores de influencia y llevar a cabo el experimento en tiempo real para posteriormente analizar estadísticamente los resultados. Sin embargo existen muchos casos en los cuales no es posible llevar a cabo un experimento real. Uno de los requerimientos básicos del método de Taguchi es que todos los experimentos deben realizarse sin alterar las combinaciones de nivel de las entradas de variables de diseño para cada experimento. Esto no siempre puede ser posible en un experimento real debido a dificultades prácticas en la conducción del experimento; tales como el requerir de un estudio en condiciones de temperatura o presión extremas, condiciones peligrosas, excesiva inversión de tiempo, costo, etc., En lugar de llevar a cabo un experimento, éste se puede simular por medio de varias técnicas analíticas o numéricas. Por ejemplo, para estudiar el comportamiento del esfuerzo residual debido a un proceso por moldeo de inyección, se puede simular el experimento de acuerdo a como se muestra en la figura 3.1, usando cualquier programa de simulación de flujo de fluidos en régimen laminar basado en técnicas numéricas.



Las siguientes son las ventajas potenciales de simular un experimento real:

1. Es fácil variar el rango de entrada de los parámetros. En el caso de un experimento real para el caso de valores extremos, es probable que estén limitados por impedimentos prácticos.
2. Es posible cualquier combinación de niveles.
3. La repetibilidad de los resultados experimentales de la simulación es muy elevada.
4. El tiempo y costo requeridos para simular son en muchos casos menores.
5. En general es fácil tener acceso a resultados, que en una situación real quizá no fuese(n) posible(s).

La siguiente sección explica las bases matemáticas del método y como se puede utilizar el análisis de elementos finitos como una herramienta experimental la cual se puede aunar al método de Taguchi como una herramienta para la planeación y ejecución del(los) experimento(s).

3.2 Notas Históricas Acerca del Método de Elementos Finitos^[14]

A pesar de que el método de elementos finitos es relativamente reciente, la idea de aproximación por segmentos es antigua. Los geómetras griegos utilizaron "elementos finitos" para la determinación del valor de π ^[14]. Ellos dibujaban un círculo con polígonos adscritos y circunscritos. El promedio del perímetro de cada pareja de polígonos correspondían a aproximaciones por elementos finitos al perímetro de la circunferencia. De esta forma fueron capaces de obtener valores para π cada vez más exactos a medida que se consideraban polígonos de mayor número de lados. Arquímedes^[14] utilizó estas ideas para determinar las áreas de figuras planas y volúmenes de sólidos, a pesar de que, por supuesto, él no manejaba un concepto preciso de procedimiento límite. En sí fue solamente este hecho lo que impidió el descubrimiento del cálculo diferencial e integral en la cultura helénica unos 2000 años antes de Newton y Leibniz^[4]. El punto curioso aquí es que la mayoría de los problemas de matemáticas aplicadas son formulados en términos de ecuaciones diferenciales y la solución por elementos finitos de tales ecuaciones, utiliza ideas mucho más antiguas que las que se usan para formular dichos modelos.

El uso moderno de los elementos finitos realmente empezó en el campo de la ingeniería estructural. Probablemente los primeros intentos fueron hechos por Hrennikoff (1941)^[22] y McHenry (1943)^[24] quienes desarrollaron analogías entre elementos discretos reales (barras y vigas) y las correspondientes porciones de un sólido continuo, aunque existen algunos autores que postulan el que fue Richard Courant^[13] es el que plantea un método parecido basado en el método de Ritz de análisis numérico del cálculo variacional para obtener soluciones aproximadas a sistemas vibratorios, y en autores anteriores entre 1938 y 1943^[52]. Estos métodos pertenecen a una clase de técnicas semianalíticas que se usaron en los años 40's para diseño estructural de aeronaves. Con el desarrollo de naves aéreas de velocidad relativamente alta, como el avión a chorro (Jet), su método resultó ser inadecuado y se inició la búsqueda de una mejor técnica para una aproximación más confiable. Una aproximación directa basada en el principio de trabajo virtual, fué propuesta por Argyris (Argyris y Kelsey, 1960)^[4], y en una serie de artículos, él y sus colegas desarrollaron un algoritmo para resolver problemas muy complejos usando técnicas computacionales. Aproximadamente en esa misma época, Turner (1956)^[58] presentó la formulación de la matriz de rigidez local, basada en consideraciones de desplazamiento para un elemento triangular, junto con el procedimiento de ensamblaje para obtener la matriz de rigidez global.

El término "Elemento Finito" fué introducido por Clough (1960)^[116] en un documento que describe las aplicaciones en el campo de la elasticidad plana.

Los ingenieros habían catalogado al método de los elementos finitos como una técnica práctica para resolver problemas de elasticidad, y aunque no se habían desarrollado sus bases matemáticas rigurosamente, en pocos años el mundo científico fue testigo de la expansión del método para resolver una gran variedad de problemas estructurales.

La resolución de problemas tridimensionales requirió solamente de extensiones "simples" de la teoría básica bidimensional (Argyris, 1964)^[3,2]. El problema obvio a considerar después de los problemas planos era el de la placa doblada; fue ahí donde los investigadores encontraron las primeras dificultades serias y los primeros intentos no fueron para nada satisfactorios. Fue hasta algunos años después en que los problemas de compatibilidad de las geometrías plana y curva pudieron ser parcialmente resueltos (Bazely *et al*, 1965)^[6].

Un campo de aplicación de los elementos planos bidimensionales era el de la modelación de **corazas delgadas**. Clough y Johnson (1968)^[11] lograron algunos éxitos en esta área. Sin embargo, la representación de una pequeña coraza delgada mediante una superficie poliédrica compuesta por placas planas puede provocar serios problemas cuando la curvatura de la coraza es muy pronunciada y pronto llegó a quedar claro que era necesario el desarrollo de elementos curvos.

Los elementos finitos planos bidimensionales presentan ciertas dificultades para los investigadores, pero son pequeñas comparadas con los problemas asociados con elementos curvos. Los primeros elementos curvos reales desarrollados fueron **elementos axisimétricos** (Grafton y Strome, 1963)^[20], y a ellos les siguió una secuencia completa de elementos cilíndricos, elípticos, parabólicos, y otras geometrías curvas (Gallagher, 1969)^[17]. El rápido desarrollo del análisis lineal en la década de los 80's ha permitido resolver casi todos los problemas prácticos de mecánica de sólidos y fenómenos de transporte relacionados con geometrías curvas.

Los investigadores de los años 60's pronto fijaron su atención en la solución de **problemas no lineales**. Turner (1960)^[29] mostró como usar una técnica incremental para resolver problemas no lineales. Es decir, problemas en los cuales la deformación permanece pequeña pero los desplazamientos son grandes. El **análisis de la estabilidad** también cae dentro de esta categoría y fue abordado por Martin et al en 1965^[29]. Los **problemas de plasticidad**, que involucran el comportamiento no lineal de algunos materiales (sólidos no Hookianos) fueron modelados en esa época (Gallagher, 1962)^[16], y el método fue aplicado también a la solución de problemas de **viscoelasticidad** (Zienkiewicz et al, 1968)^[44].

Finalmente, al lado del análisis de problemas de estática descrito anteriormente, también han sido abordados **problemas de dinámica**. Archer (1963)^[2] introdujo el concepto de **matriz de masa consistente**. Zienkiewicz et al (1966) consideraron problemas de **vibración**, mientras que Koenig y Davids (1969)^[24] resolvieron problemas en **estado transitorio**. Entonces, desde la época de su nacimiento en los primeros años de la década de los 50's, su desarrollo a mediados de los 60's y su maduración a principios de los 80's, el método ha sido aplicado extensamente por la comunidad de ingeniería.

Simultáneamente los **matemáticos** han desarrollado los **teoremas** que soportan el método. Cada grupo aparentemente independientemente del trabajo de otros. A finales de los años 40's Syngé^[36] y sus **colaboradores** desarrollaron el **método de Hiperciclos** que utiliza muchas de las ideas del método de los elementos finitos. Previamente, Courant (1943)^[13] dio una solución al problema de torsión, utilizando aproximaciones lineales por segmentos dentro del dominio de la ecuación diferencial dividido en un mallado triangular y formulando el problema a partir del **principio de mínima energía potencial**. Artículos similares fueron reportados por Polya (1952)^[34] y Weinberger (1956)^[40]. Greenstadt (1959)^[21] presentó la idea de considerar una región continua como un ensamblaje de varias partes discretas, y hacer consideraciones de continuidad de las variables en cada región, utilizando la noción del **principio variacional** para encontrar los valores de dichas variables.

En 1968, Birkhoff y Zlamal^[3, 48] publicaron independientemente una prueba de **convergencia y error** para los métodos de elementos finitos que apareció en la literatura de matemáticas aplicadas. Sin embargo, la primera prueba de convergencia en publicaciones de ingeniería fue reportada por Melosh (1963)^[31] quien utilizó el principio de mínima energía potencial y su trabajo fue extendido por Jones (1964)^[23] utilizando el principio variacional de Reissner. Una vez que los investigadores se dieron cuenta de que la técnica podría ser interpretada en términos de métodos variacionales, las ideas de matemáticos e ingenieros hallaron convergencia y pronto se desarrollaron muchas

extensiones del método a nuevas áreas. En particular, se dieron cuenta de que el concepto de **aproximación polinomial por segmentos** ofrece un procedimiento simple y eficiente para la aplicación del **método clásico de Rayleigh-Ritz**. Desde el punto de vista físico, ello significa que el método de los elementos finitos es aplicable a cualquier problema de campo que pueda ser formulado en base a un **principio variacional**. Eso fue lo que justamente hicieron **Zienkiewicz y Cheung** en 1965^[62], al aplicar el método en la solución de la ecuación de Poisson, y por **Doctors** en 1970^[13] para resolver problemas de flujo de potencial. Similarmente los problemas de conducción de calor en régimen transitorio fueron considerados por **Wilson y Nickell** en 1966^[41].

Posteriormente el método fue extendido ajustándolo al bien conocido **método de residuos ponderados** (Szabo y Lee, 1969)^[37]. Este desarrollo ha permitido la solución de problemas para los cuales no existe un principio variacional, o cuando dicho principio es difícil de encontrar, por ejemplo en el flujo de fluidos viscosos (**Connor y Brebbia**, 1976)^[12] o problemas de campo no lineales en teoría electromagnética (**Zienkiewicz et al**, 1977)^[45, 46].

Debe mencionarse que hay mucho trabajo por realizar en el área de problemas **no lineales**. Por ejemplo, el problema de difusión-convección involucrado en la solución de la ecuación de Navier-Stokes está lejos de tener una solución satisfactoria desde el punto de vista de elementos finitos. Los problemas que actualmente se intentan resolver por este método cubren el **espectro completo de ciencias físicas**, incluyendo tanto fenómenos estacionarios como no estacionarios. También ha encontrado campo de aplicación en la **ingeniería bioquímica** (**Gould**, 1976)^[19], donde los problemas exhiben todas las dificultades relacionadas a la geometría compleja y a la **no linealidad** en el comportamiento de los materiales. El texto de **Zienkiewicz y Taylor** (1994)^[47] ofrece una serie de formulaciones para **problemas lineales, no lineales, acoplados y en régimen transitorio en las áreas de mecánica de sólidos, dinámica de fluidos, transferencia de calor** (tanto conducción como convección), **biomecánica**, etc. Por otra parte **Ayappa et al.** (1991)^[5] han aplicado el método en la resolución de problemas de **radiación de alimentos en hornos de microondas**, (**Roussar et al.** En 1996)^[33], describe aplicaciones del método como red dentro del área de deposición electrolítica.

El método del elemento finito ofrece muchos retos interesantes para ingenieros, físicos, matemáticos tanto teóricos como aplicados, y analistas numéricos. Todos estos grupos de científicos han hecho contribuciones importantes en el pasado y seguramente seguirán haciéndolo en lo futuro para contribuir a su evolución.

3.3 Fundamentos de los Métodos de Elementos Finitos

Los modelos matemáticos que caracterizan los procesos de transferencia de calor, masa y momentum, son ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden, en las cuales las variables independientes son las coordenadas espaciales y el tiempo.

Cuando las condiciones de frontera son irregulares o cuando se tienen que considerar varios términos, (algunos de los cuales podrían ser no lineales), puede resultar bastante complicado intentar obtener una solución analítica para la caracterización de dichos procesos. Entonces, muchas veces resulta conveniente implementar un método numérico de solución. Es decir, evitar el problema de análisis matemático y, mediante un artificio adecuado y una serie de cálculos numéricos exhaustivos, obtener una solución aproximada.

Por fortuna, el rápido avance de la tecnología electrónica provee actualmente de máquinas muy veloces y con gran capacidad de memoria para lograr los objetivos perseguidos.

Las dos técnicas numéricas más populares utilizadas para resolver ecuaciones diferenciales parciales son el método de diferencias finitas y el de elementos finitos; en ambos métodos se reemplazan las ecuaciones diferenciales originales por un conjunto de ecuaciones algebraicas. A continuación se delinearará una breve descripción comparativa de ambas técnicas.

El método numérico más fácil de implementar es el de **Diferencias Finitas**, en el que simplemente recordando la definición dada por el teorema de L'Hopital, las derivadas parciales se sustituyen por cocientes de incrementos finitos. Para empezar se discretiza (mediante una malla) el espacio de solución dividiéndolo en subregiones, con puntos nodales en los extremos de cada una de ellas. Para cada uno de dichos nodos se escribe la ecuación diferencial sustituyendo las derivadas por incrementos finitos, obteniéndose una ecuación algebraica. El despeje de la variable de interés permite ir calculando, a partir de los datos de coordenadas vecinas y tiempos anteriores, la evolución espacio-temporal de dicha variable en cada uno de los puntos nodales, barriendo toda la región en consideración (dominio de la solución). Este constituye el esquema implícito, en el que el cálculo para cada punto nodal se hace directamente sin tomar en cuenta mas que los nodos inmediatamente vecinos. En una segunda versión, que se conoce como esquema explícito, para cada nivel de tiempo es necesario resolver un sistema de ecuaciones simultáneas lineales que considera como incógnitas a los valores de la variable de interés en todo el dominio de la solución. La complejidad de este segundo esquema respecto al primero no es grande, solo hay que implementar dentro del algoritmo una subrutina de resolución de sistemas de ecuaciones simultáneas, mientras que las ventajas son considerables, ya que el método implícito es incondicionalmente estable, en tanto que el explícito adolece de fluctuaciones de la solución, físicamente inaceptables, cuando se violan los límites del tamaño de los intervalos de tiempo o de espaciamiento entre nodos.

Mediante el **método de diferencias finitas** se sustituye el problema de resolver una ecuación diferencial parcial por el de resolver un sistemas de ecuaciones algebraicas (simultáneas en el caso del esquema implícito y aisladas en el esquema explícito) ^[9].

La gran popularidad que goza el método de diferencias finitas en el ámbito de la ingeniería se debe a que es fácil de implementarlo ya que no tiene fundamentos matemáticos muy profundos. Su exactitud se puede controlar al momento de discretizar el espacio de solución, es decir al especificar el número de nodos a manejar en cada una de las direcciones del espacio y la magnitud de los intervalos de tiempo en el caso de procesos en régimen inestable.

Otro método, que es ampliamente usado en la actualidad, y que debe su popularidad a su alta precisión así como a su versatilidad, es el de los **elementos finitos**. Este método puede considerarse como semianalítico, ya que tiene un fundamento matemático considerablemente más firme que el de diferencias finitas. La idea fundamental es proponer una función de aproximación a la solución de la ecuación diferencial, por ejemplo un polinomio cuadrático. Enseguida se discretiza el espacio de solución, dividiéndolo en subregiones. Para cada subregión (elemento) se escribe la ecuación diferencial sustituyendo la variable dependiente en términos de la función de aproximación y se optimizan los parámetros ajustables de dicha función por minimización del cuadrado del error, imponiendo condiciones de continuidad en las fronteras de cada elemento. Esto da lugar a un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución permite obtener los valores de la variable de interés en los puntos nodales, así como los parámetros de ajuste en cada subregión. El siguiente ejemplo da una idea más clara de esta técnica numérica:

Considere la ecuación diferencial:

$$y'' - 4x = 0, \text{ con } \underline{\text{Condiciones de Frontera (C.F.):}}$$

$$\text{C.F. 1 : } y(0) = -2$$

$$\text{C.F. 2 : } y(1) = 1$$

cuya solución analítica es: $y = 2/3 x^3 + 7/3 x - 2$

El primer paso es proponer una función de aproximación, por ejemplo:

$y = a x^2 + b x + c$, un polinomio cuadrático.

Luego se determinan la primera y segunda derivadas:

$$y' = 2 a x + b$$

$$y'' = 2 a$$

la sustitución de las condiciones de frontera conducen a:

$$c = -2 ; \quad b = 3 - a$$

es decir, c es una constante y b ha sido puesta como una función de a .

La primera y segunda derivadas se sustituyen en la ecuación diferencial, dando:

$$2a - 4x = 0.$$

Si la función de aproximación coincidiera con la solución exacta de la ecuación diferencial, el lado derecho de esta última ecuación sería idénticamente igual a cero, pero como el polinomio cuadrático es en realidad una aproximación a la solución exacta, debe haber algún error o residuo, R , por lo tanto

$$2a - 4 = R.$$

El objetivo es minimizar dicho error. La función residuo, R , se presenta en todo el intervalo de solución, dando desviaciones positivas en algunos puntos de dicho intervalo y negativas en otros. Para minimizar el error, primero se elevan al cuadrado los residuos para eliminar el signo, luego se suman en todo el intervalo mediante una integración con límites definidos, y finalmente se minimiza la suma de errores mediante el procedimiento clásico de obtener la primera derivada e igualarla a cero. como el único parámetro de la función de aproximación es a (ya que b es función de a , y $c = -2$):

$$\frac{d}{da} \int_b^1 R^2 dx = \int_b^1 \frac{d}{da} R^2 dx = \int_b^1 2R \frac{dR}{da} dx = 0$$

$$\int_b^1 4(2a - 4x) dx = 0; \quad \left[ax - x^2 \right]_b^1 = 0$$

De donde $a = 1$.

Por lo tanto, la mejor solución cuadrática que resuelve la ecuación diferencial en el intervalo (elemento) de 0 a 1, es:

$$y = x^2 + 2x - 2.$$

Si el dominio de la solución se divide en subregiones, en cada una de las cuales se procediera a plantear las ecuaciones con las que se optimizan los parámetros de la función de aproximación, imponiendo condiciones de continuidad en las fronteras de cada intervalo en un proceso de globalización, se habría desarrollado una de las modalidades del método de los elementos finitos, denominada **residuos ponderados** [28]. Normalmente cuando se globalizan las ecuaciones que definen los valores óptimos de las funciones de aproximación, se obtiene un conjunto de ecuaciones simultáneas lineales, cuya solución da el valor más cercano de los parámetros de las funciones de ajuste en cada uno de las subregiones. El resultado obtenido es una función que es válida para todo el subdominio dentro de cada elemento y no nada más en los

vértices de una red nodal como en el método de las diferencias finitas. Un mismo algoritmo, escrito para una geometría determinada de la región de solución puede ser fácilmente adaptada a otra, simplemente redefiniendo las coordenadas nodales. Las condiciones de frontera, también se pueden manejar de una manera muy flexible. En cambio, por diferencias finitas, normalmente es necesario reescribir el programa completo.

Otra modalidad de las técnicas de elementos finitos consiste en los métodos variacionales. Cuando una ecuación diferencial satisface la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{dF}{dy} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial y'} = 0$$

entonces es posible escribir un principio variacional. Al resolver las ecuaciones resultantes, se optimiza la funcional; hallándose automáticamente la mejor solución a la ecuación diferencial, por minimización del acercamiento.

El principio variacional para la ecuación de Laplace es:

$$I = \frac{1}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

donde I es la funcional a que se hacía referencia y ϕ es la función de aproximación, que muy frecuentemente es un polinomio cuadrático.

Entonces el procedimiento es:

- discretizar el espacio de solución en subregiones (elementos).
- escribir las ecuaciones de principio variacional para cada elemento, identificando su posición con las coordenadas x_b , y_b , de cada nodo, así como los correspondientes valores de la función de aproximación ϕ_b , obteniendo un conjunto de ecuaciones por elemento,
- ensamblar el conjunto de ecuaciones obtenidas por elemento para conformar el sistema de ecuaciones simultáneo lineal correspondiente al dominio completo, esto se logra sumando los coeficientes de cada ecuación en cada nodo común a dos elementos (ver figura 3.2),
- modificar el sistema de ecuaciones global introduciendo las condiciones de frontera,
- resolver el sistema de ecuaciones resultante.

El siguiente esquema representa el procedimiento de ensamblaje del sistema de ecuaciones simultáneo lineal que resulta de la aplicación del método de elementos finitos, ya sea en su formulación variacional o por residuos ponderados (ver fig. 3.2).

Para un sistema con n elementos, primero se especifican n matrices locales de dimensión igual al número de nodos. En seguida se construyen las ecuaciones locales por elemento, las cuales hacen referencia a los valores de las variables en los nodos que tiene como vértices, y se ubican los coeficientes de dichas variables en las casillas de los arreglos matriciales correspondientes. Esto se representa en las matrices numeradas de I a V en la figura. Luego se empalman las cinco matrices sumando los coeficientes que se repitan en cada casilla, lo cual se ilustra con diferentes colores: rojo para solo una contribución, verde para dos y azul para cinco. Posteriormente se introducen las condiciones de frontera y finalmente se resuelve el sistema de ecuaciones simultáneas lineales

Los métodos variacionales son preferibles frente a los de residuos ponderados porque comúnmente dan lugar a matrices simétricas, que son más fáciles de resolver, ya sea por eliminación gaussiana, descomposición LU o por el método de Gauss-Seidel con relajación [26].

Ensamblando:

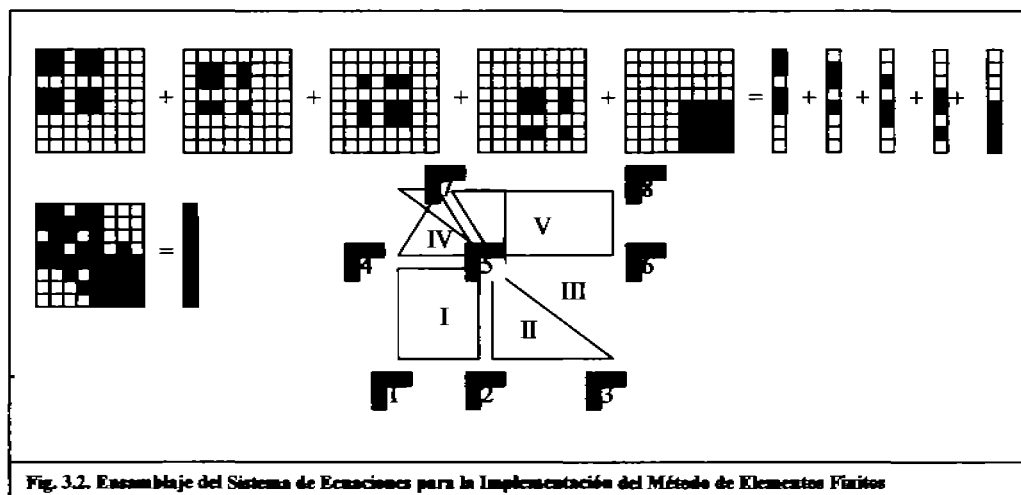


Fig. 3.2. Ensamblaje del Sistema de Ecuaciones para la Implementación del Método de Elementos Finitos

Un algoritmo típico para la aplicación del método de los elementos finitos en la solución de una ecuación diferencial consideraría los siguientes pasos. Obsérvese el ciclo externo de diferencias finitas que se utilizaría para casos de régimen inestable. En estado estacionario dicho ciclo no se implementa.

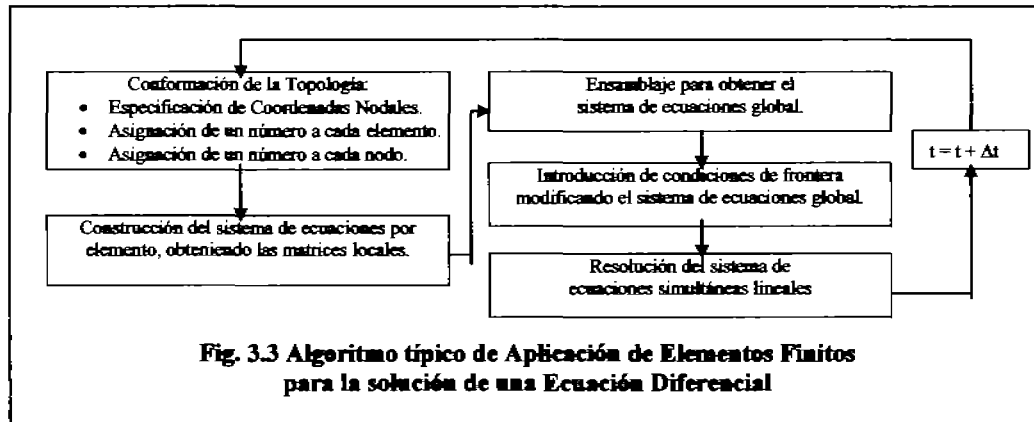


Fig. 3.3 Algoritmo típico de Aplicación de Elementos Finitos para la solución de una Ecuación Diferencial

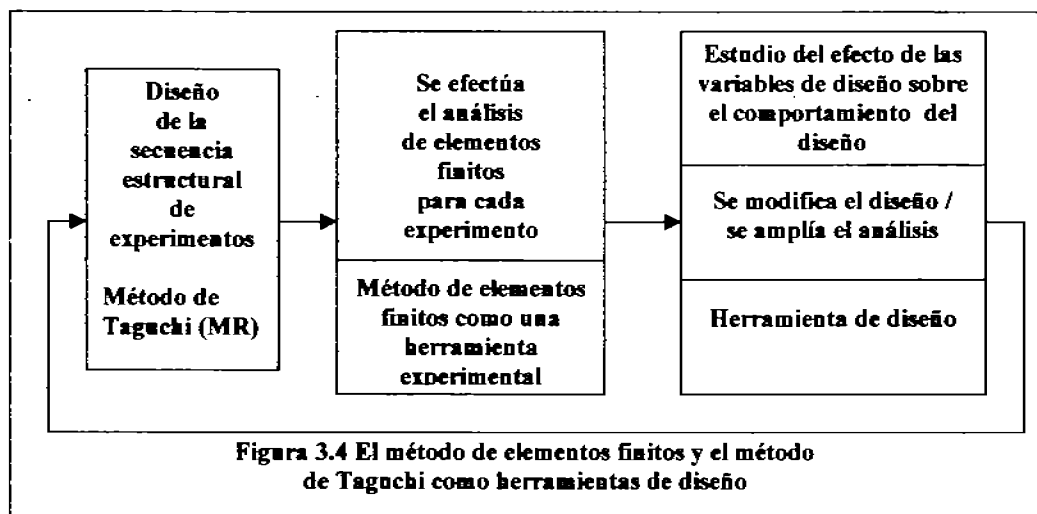
3.4 El método de elementos finitos y el método de Taguchi como una herramienta de diseño

El método de elementos finitos es una de las más poderosas herramientas numéricas para resolver fenómenos físicos complejos que son limitados, representados o gobernados por ecuaciones diferenciales.

Muchos de los problemas prácticos de ingeniería tales como: estructurales, térmicos, magnéticos, acústicos, etc., pueden ser resueltos por medio del método de elementos finitos. Aún más, el método

de elementos finitos es una herramienta que se está haciendo de uso cada vez más común para el diseño de ingeniería. Cada diseño como producto final se define por medio de una serie de variables de diseño que afectan el resultado del mismo.

Para mejorar el desempeño del diseño, es esencial el arribar a combinaciones adecuadas de nivel de los parámetros iniciales que afectan el resultado del diseño. Y a la vez, por obvias razones no es necesario considerar las variables de diseño que no contribuyen en favor de éste de manera significativa. Muchos de los paquetes y programas de elementos finitos no tienen la capacidad de verificar la contribución o peso específico, como significado sobre una variable de diseño sobre el parámetro de desempeño (función objetivo). Una forma de resolver esta cuestión es usar el diseño de experimentos para variar los valores de los parámetros de diseño y predecir cual será el significado para cada variable estudiando el cambio en la función objetivo (parámetro de comportamiento o desempeño).



El método de Taguchi es una herramienta útil para llevar a cabo los experimentos utilizando una aproximación estadística para entender el peso de los factores independientes y los niveles de cada uno de ellos. La ventaja del método de Taguchi es que el número de experimentos llevados a cabo es, en la mayoría de los casos, menor que cualquier otra serie, usando una aproximación puramente estadística.

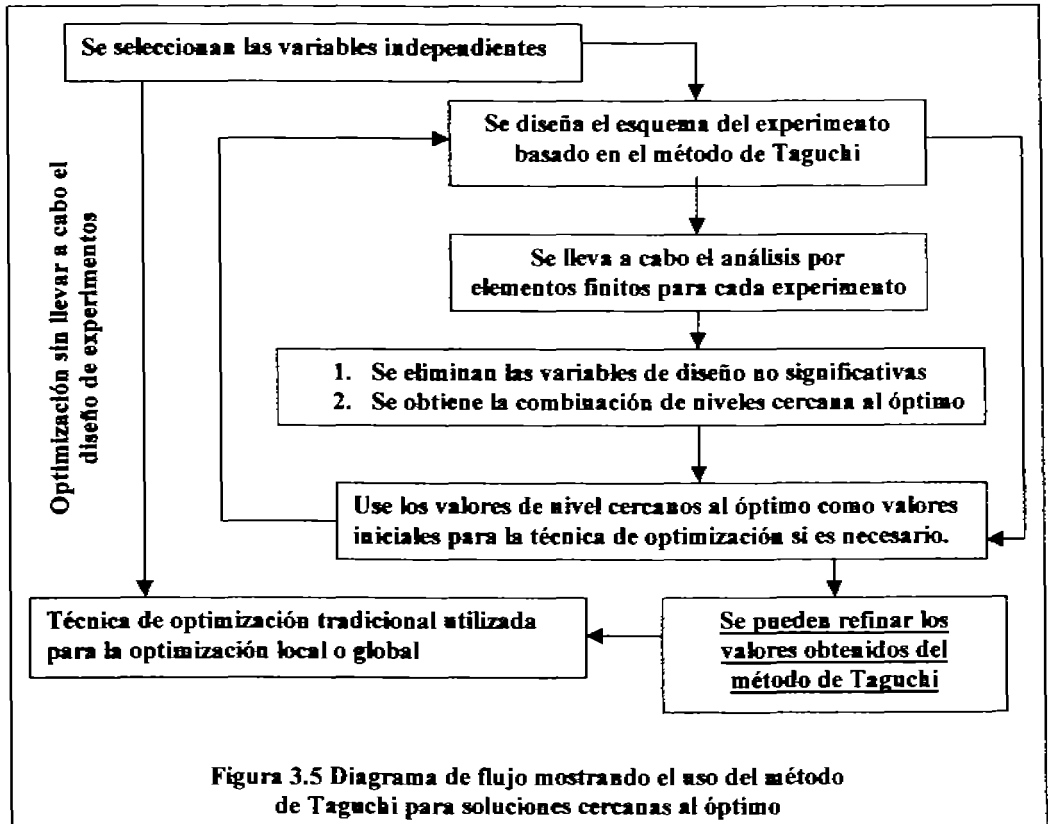
Al integrar el método de elementos finitos y el de Taguchi se logra una metodología de diseño eficiente. Esta aproximación integrada incluye las bondades de ambas y de cada técnica. Usando esta idea es posible obtener: el porcentaje de contribución, la significancia y el nivel apropiado para cada valor de diseño de cada variable. El concepto de integrar el diseño de experimentos de Taguchi y el método de elementos finitos se ilustra en la figura 3.4.

3.5 Optimización usando el método integrado

El método de Taguchi se puede usar para obtener una solución cercana a la óptima en los problemas de ingeniería. En lugar de usar el método estándar procediendo a la optimización matemática con todas las variables de diseño, se puede llevar a cabo experimentos basado en el método de Taguchi

eliminando las variables sin gran significado para la función objetivo. Después de eliminar dichas variables, se puede proceder a utilizar el método estándar de optimización matemática. El valor inicial para el proceso de optimización estará cerca de los niveles óptimos, resultando con esto en un ahorro significativo del tiempo de cómputo. Esto se explica en la figura 3.5.

En el caso de la optimización usando el método de elementos finitos, este conduce el análisis de elementos finitos hasta que la solución converge. Después de cada iteración se dibuja una superficie de respuesta entre las variables independientes y la función objetivo, y entonces se calcula la siguiente solución cercana a la óptima basada en la relación entre ambas.



El capítulo siguiente explica la aproximación distributiva cooperativa para la solución de problemas usando el método de Taguchi integrado con el método de elementos finitos y la implementación de la misma para desarrollar programas de computadora.

CAPÍTULO 4 APROXIMACIÓN A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR MEDIO DE SISTEMAS EXPERTOS (TIPO TABLERO)

4.1 Solución de problemas distributiva cooperativa

Para resolver un problema de diseño complejo, se tiene la necesidad de llevar a cabo una larga serie de tareas. Si todas las tareas necesarias se incorporaran secuencialmente en un solo código, dicho código abarcaría tal magnitud que sería imposible mantener en forma dicho código. Además de que sería prácticamente imposible leer dicho código para hacerle modificaciones o adiciones. Por tanto se requiere de descomponer este gran problema en problemas similares de tamaño manejable de forma tal que cada área se pueda orientar y definir e incluso escribir para llevar a cabo una tarea individual común. Estas pequeñas tareas son fáciles de manejar y pueden ser controladas por medio de un controlador central. Este controlador es responsable de distribuir las tareas y organizarlas basado en función de su importancia relativa. Este concepto se denomina método de solución distributiva cooperativa. Para implementar la idea anterior se utiliza una aproximación de tipo tablero.

4.2 Aproximación de tipo tablero

4.2.1 Conceptos básicos

La aproximación de tipo tablero es un medio poderoso de combinar de manera flexible el desarrollo de sistemas de programas de cómputo y módulos dentro de una sola aplicación. El Constructor Genérico de Sistemas Expertos Tipo Tablero (CGSETT) es un medio ambiente orientado a objetos para desarrollar programas de aplicaciones de alta eficiencia en el cual los módulos de programas interactúan en una forma muy similar a la que utilizan los expertos humanos para resolver problemas complejos.

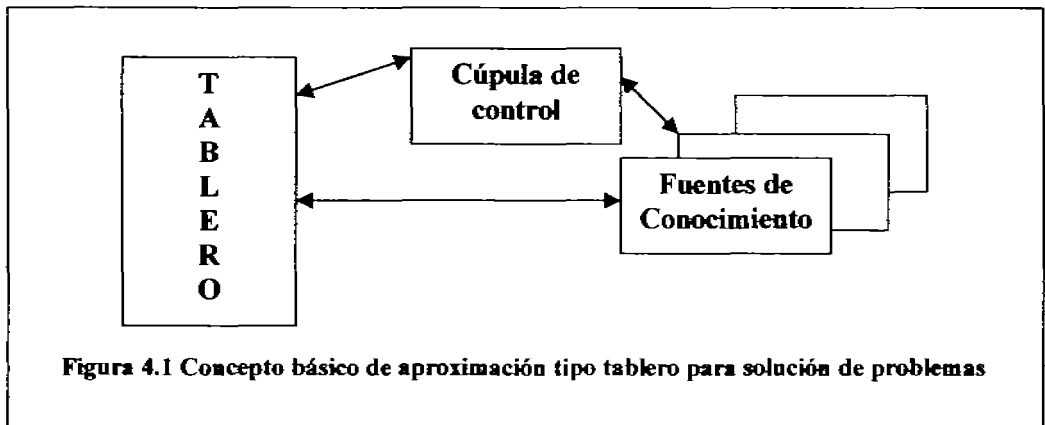


Figura 4.1 Concepto básico de aproximación tipo tablero para solución de problemas

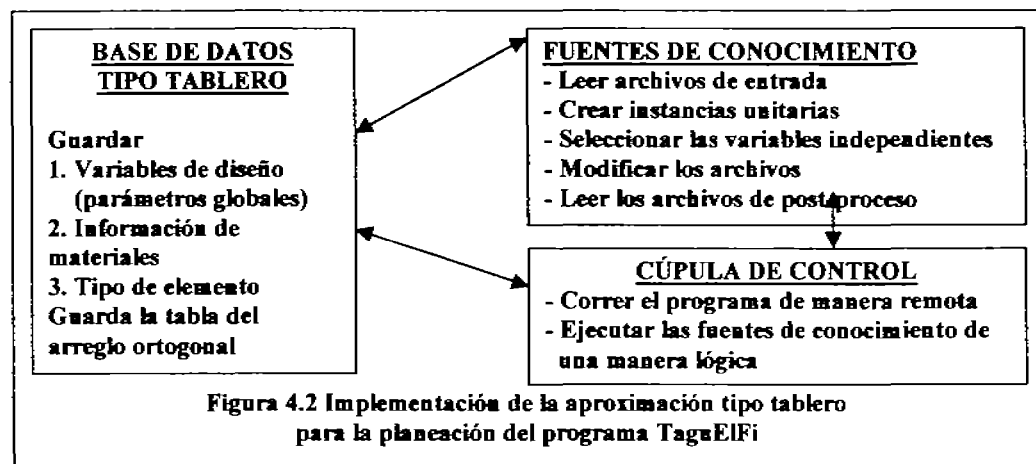
Una aplicación CGSETT está constituida por tres componentes mayores como se muestra en la figura 4.1.

1. Los módulos de programas especialistas, denominados Fuentes de Conocimiento (FC). Como los expertos humanos en la metáfora del tablero, cada FC nos provee de conocimiento experto requerido por la aplicación.
2. El tablero, un depósito de problemas comunes compartidos, soluciones parciales, sugerencias y contribuciones informativas. El tablero puede ser concebido como una biblioteca dinámica de contribuciones de problemas actuales que han sido "publicados" (hechos públicos) por otras FC's.
3. Una cúpula de control, que controla el flujo de actividades para la solución de problemas en el sistema.

La ventaja de la aproximación tipo tablero es que el tablero puede ser utilizado para organizar el conocimiento en una forma modular y las FC's pueden estar en diferentes computadores. Adicionalmente a esto, se puede utilizar la aproximación orientada a objetos para tener un manejo más adecuado, específico y eficiente de datos.

4.3 Implementación de la aproximación tipo tablero

Los programas y algoritmos básicos del Software TaguEIFi (Acrónimo de: *Integración de método de Taguchi para diseño de Experimentos con el método de Elementos Finitos*) desarrollado para este proyecto está inspirado en la aproximación de tipo tablero para la solución de problemas por medio del método distributivo-cooperativo. El desarrollo de una estrategia para estructurar la base de datos tipo tablero requiere de una cuidadosa consideración de las varias fuentes de conocimiento (FC's) que se han de construir, la integración de las herramientas expertas existentes, y la definición de objetos varios. Esto se explica en la figura 4.2.



4.3.1 Tablero

El tablero maestro para el programa TaguEIFi consiste en una serie de tableros diferentes con espacios definidos en cada uno de ellos. Los espacios están caracterizados por unidades que se han de guardar en ellos. Bajo cada una de estas unidades espaciales se definen diferentes clases. Las clases unitarias contienen la estructura de diferentes tipos de datos, varias direcciones para guardar información perteneciente a esa clase unitaria, y los enlaces entre las ranuras de una clase unitaria y otra.

Los siguientes son tres diferentes tableros propuestos para el manejo de información.

- **Tablero para diseño de experimentos (TAGUCHI5.Bas)**

Este tablero contiene el espacio para el arreglo ortogonal. Bajo este espacio, se define la estructura básica para generar cada uno de los arreglos ortogonales, cada uno de los cuales está definido por medio de una clase unitaria arreglo ortogonal como se muestra en la **Tabla 4.1**. Toda la información relacionada con el arreglo ortogonal tal como el número de niveles manejados (5 niveles), número de variables de diseño (6 variables), número total de experimentos a llevar a cabo y combinaciones de las variables de diseño se muestran como operaciones y resultados en pantalla. Una vez que se ha instanciado generando los sitios dentro del programa para las variables se han de llenar (completar) con los valores correspondientes y adecuados.. Posteriormente, se habrán de recuperar los datos del arreglo ortogonal para llevar a cabo el diseño de experimentos.

A continuación se muestra un tipo de Constructor Genérico de Sistemas Expertos Tipo Tablero: (CGSETT) con su arreglo de variables:

<u>TABLERO</u>	<u>ESPACIO UNITARIO</u>	<u>CLASE UNITARIA</u>	<u>LUGAR VARIABLES</u>
1. Diseño de Experimentos	1. Arreglos Ortogonales (AO)	1. Arreglos Ortogonales (AO)	1. nombre del AO 2. niveles 3. No. máximo de factores.
2. Modelo definido	1. Tipos de elementos	1. Tipo-nombre	1. tipo de elemento
3. Variable	1. Parámetros	1. Parámetro definido (como)	1. nombre-variable 2. lista-de-relación 3. val-inic-del-nivel 4.descripcion
		2. Material definido	1. no. de material 2. nombre-de-matl 3. valor-propiedad
		3. Parámetro de diseño	1. nombre-variable 2. valor-del-nivel 3. descripción
		4. Diseño del material	1. nombre-de-matl 2. no. de material 3. material-as-nivel 4.nombre-prop 5. valor-nivel
	2. Objetivo	1. Función	1. nombre-variable 2. tipo 3. descripción

Tabla 4.1 Clases de objeto unitario y variables de direcciones (ranura: slot)

- **Modelo de tablero definido**

El modelo de tablero definido contiene tipos de elementos en el espacio unitario. Este espacio unitario está para el almacenamiento de los tipos de elementos usados en el análisis de elementos finitos. Como se explicará posteriormente, la selección de una variable función objetivo está en la mayoría de los casos basada en el tipo de elemento que se ha estado usando. Se crean las instancias *tipodenombre* una vez que se ha leído el archivo de entrada ANSYS.

- **Tablero de variables**

El tablero de variables contiene los espacios unitarios *parámetros y objetivos*. Este espacio unitario tiene 4 diferentes clases de unidades, es decir: *parámetros definidos, material definido, diseño de parámetros y diseño de material*. Los espacios unitarios: *parámetros definidos* y *material definido* están para guardar la información relacionada a todos los parámetros y materiales definidos en el archivo paramétrico ANSYS®. Las clases unitarias *parámetro de diseño* y *material de diseño* se crean durante el proceso de selección de las variables independientes. El espacio unitario *objetivo* está para guardar los datos pertenecientes a la función objetivo.

4.3.2 Cúpula de control

La cúpula de control ejecuta las fuentes de conocimiento en orden lógico. En un medio ambiente más complicado, donde cada fuente de conocimiento se ejecute en función de la información disponible en la base de datos, la cúpula de control juega un papel muy importante.

4.3.3 Fuentes de conocimiento

Las fuentes de conocimiento se pueden desarrollar usando una programación orientada a objetos, lisp común, o programa en C++ o algún programa externo que corra fuera del medio ambiente del lisp común, tal como los programas de elementos finitos, etc., Los varios valores numéricos y lógicos generados al correr las fuentes de conocimiento se alimentan en la base de datos de tipo tablero.

Algunas de las tareas desarrolladas por las fuentes de conocimiento para este proyecto incluyen: la inicialización de las bases de datos, la lectura de los valores archivados, recuperación de variables y materiales asignados, la creación de la tabla del arreglo ortogonal, la selección de variables de diseño, el número de niveles y la función objetivo, la selección automática del arreglo ortogonal específico, llevar a cabo los experimentos de elementos finitos, leer las variables de parámetros de proceso, calcular el efecto(s) principal(es), y porcentaje(s) de contribución, etcétera.

CAPÍTULO 5 ^[48]
IMPLEMENTACIÓN DE LA APROXIMACIÓN INTEGRADA
PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA DE LA
OPTIMIZACIÓN DE ALETAS DE ENFRIAMIENTO

5.1 SUPOSICIONES

La implementación del método de Taguchi de diseño de experimentos y el procedimiento para un diseño robusto están basadas en la suposición de que sea posible separar el efecto debido a cada variable independiente sobre la variable función objetivo. Esta naturaleza aditiva solamente será válida, si y sólo si: no existe interacción entre todas y cada una de las variables independientes. El programa desarrollado solamente funciona para modelos aditivos.

En adición a lo anterior, el número de niveles para todas las variables de diseño debe de ser el mismo. En el caso de que se tengan modelos de diferentes niveles, se debe(n) de crear nivel(es) "virtual(es)" o "dummy(ies)", para igualar el número de niveles. Aún más los programas generados solamente pueden ser utilizados para la variable función objetivo definida para esta tesis como eficiencia en la transferencia de calor. Véanse los comentarios al respecto.

5.2 ALGORITMOS DE TRABAJO BÁSICOS

Programas

Una vez que se han desarrollado los aspectos teóricos de los procedimientos para transferencia de calor, se presenta una serie de los posibles algoritmos con los que se ejemplifica y se llevó a cabo este tipo de cálculos. Cabe señalar que estos programas aunque pueden simular el calentamiento de manera eficiente, solamente persiguen fines didácticos, más no de operación o diseño.

5.2.1 GENERACIÓN DEL ARREGLO ORTOGONAL

Este programa obtiene por medio de los datos alimentados que son el Número de Variables: NV y Numero de Niveles: NN los elementos básicos para saber cual va a ser el número máximo, mínimo y real de experimentos, así como el algoritmo genera por medio de una modificación sobre un contador la posibilidad de obtener y verificar de manera automática los vectores y la ortogonalidad que requiere el arreglo de Taguchi. Como se dijo en el Capítulo 2, la base del método de Taguchi son los arreglos ortogonales. El objetivo de presentar aquí el programa de cómputo en lenguaje QBasic® es hacer asequible al lector, el modo en el cual se operó para obtener el algoritmo generador de la tabla de Taguchi, como podrá observarse en los diagramas de bloques.

El programa fue construido con la idea en mente de que sea fácilmente manejable, en grado tal que pueda considerársele interactivo, ya que el ingreso de datos se hace de forma simple en los campos señalados que son solamente las dos variables principales que aparecen al principio del programa (NN: Número de Niveles y NV: Número de Variables) y a partir de ellas se obtienen las variables de operación requeridas para generar de manera automática el arreglo ortogonal requerido:

- El Número Total Posible de Experimentos (TOTPOSEXP),
- El Número Total de Experimentos (NTOTEXP),
- El Número Mínimo de Experimentos (NMINEXP),
- El Número de Experimentos (NEXP),

y finalmente por medio de estos resultados, se seleccionan las variables a controlar durante la experimentación con sus correspondientes niveles, respetando el arreglo ortogonal, ya que ello permite minimizar el número de experimentos. Las variables que se seleccionaron para llevar a cabo los experimentos virtuales de aletas de enfriamiento fueron:

- Las alturas locales en cuatro (4) puntos de la aleta con las cuales se calcularon los parámetros: i) A (a), ii) B(b), iii) C(c) y iv) D(d), de la parábola cuártica con la que se define la geometría de la aleta.
- v) El número de perforaciones y calados, y
- vi) El número de Nusselt ajustado.

La forma en la que se ingresa a este y a los demás programas depende de donde se encuentre el programa fuente que contiene al software con QBasic®; si no se tiene ya instalado, se instala de la manera siguiente:

- 1.- Se introduce el disquette de 3 ½" o disco ya sea VCD o DVD que contenga al programa fuente (QBasic) en el puerto correspondiente,
- 2.- Se selecciona el icono del recuadro que contiene a QBasic,
- 3.- Oprimir [Esc] como lo indica el Cuadro de Diálogo para acceder al intérprete de QBasic,
- 4.- Seleccionar de la Barra de herramientas la opción "Archivo" y se abren los programas disponibles,
- 5.- Seleccionar del Cuadro de Diálogo la opción correspondiente al puerto de 3 ½", aunque depende de la configuración de la PC, generalmente se trata de la opción "A",
- 6.- Una vez que se tienen los programas existentes en el disco se selecciona el programa que se desee aunque para nuestra operación lo más recomendable es ir en el orden sugerido.

Cabe hacer notar que para la adición de datos se deberá de tomar en cuenta las observaciones que al respecto se hacen para cada uno de los programas de manera individual.

'PROGRAMA TAGUCHI5.BAS: PROGRAMA PARA LA GENERACIÓN DEL ARREGLO ORTOGONAL

```
CLS
NN = 5 'NÚMERO DE NIVELES
NV = 6 'NÚMERO DE VARIABLES
TOTPOSEXP = NN ^ NV
NTOTEXP = NV * NN
N = NTOTEXP
NMINEXP = NV * (NN - 1)
NEXP = NN * (INT(NMINEXP / NN) + 1)
PRINT "No. MAX. DE EXPS.(FRACC. PARCIAL TOTAL, MÁX. MÁXIMORUM):"; TOTPOSEXP
PRINT "No. MIN. DE EXPS.(mínimo mínimo):"; NMINEXP
PRINT "No. DE EXPS. SEGÚN EL MÉTODO DE TAGUCHI, NEXP="; NEXP
DIM EXP1(NN, NEXP), EXP2(NN, NEXP), EXP3(NN, NEXP), EXP4(NN, NEXP), EXP5(NN, NEXP), EXP6(NN, NEXP)
CONT = 0
DO
LOOP WHILE INKEYS = ""
PRINT "NN="; NN
FOR C = 1 TO NN
FOR D = 1 TO NN
CONT = CONT + 1
EXP1(NN, CONT) = C
EXP2(NN, CONT) = D
F = C + D - 1: IF F > 5 THEN F = F - 5
```

```

G = F + 1 * (C - 1): IF G > 5 THEN G = G - 5
EXP3(NN, CONT) = F
EXP4(NN, CONT) = G
H = G + INT((CONT - 1) / NN): IF H > 5 THEN H = H - 5
EXP5(NN, CONT) = H
J = H + INT((CONT - 1) / NN): IF J > 5 THEN J = J - 5
EXP6(NN, CONT) = J
PRINT "EXPERIMENTO"; CONT; "("; EXP1(NN, CONT); EXP2(NN, CONT);
PRINT EXP3(NN, CONT); EXP4(NN, CONT); EXP5(NN, CONT); EXP6(NN, CONT); ")"
NEXT D
NEXT C
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
FOR CONT = 1 TO NEXP
  PRODPUNT = 0
  EXP1(NN, CONT) = EXP1(NN, CONT) - 3
  EXP2(NN, CONT) = EXP2(NN, CONT) - 3
  EXP3(NN, CONT) = EXP3(NN, CONT) - 3
  EXP4(NN, CONT) = EXP4(NN, CONT) - 3
  EXP5(NN, CONT) = EXP5(NN, CONT) - 3
  EXP6(NN, CONT) = EXP6(NN, CONT) - 3
  PRODPUN1 = EXP1(NN, CONT) * EXP2(NN, CONT) + EXP1(NN, CONT) * EXP3(NN, CONT) + EXP1(NN,
  CONT) * EXP4(NN, CONT) + EXP1(NN, CONT) * EXP5(NN, CONT) + EXP1(NN, CONT) * EXP6(NN, CONT)
  PRODPUN2 = EXP2(NN, CONT) * EXP3(NN, CONT) + EXP2(NN, CONT) * EXP4(NN, CONT) + EXP2(NN,
  CONT) * EXP5(NN, CONT) + EXP2(NN, CONT) * EXP6(NN, CONT)
  PRODPUN3 = EXP3(NN, CONT) * EXP4(NN, CONT) + EXP3(NN, CONT) * EXP5(NN, CONT) + EXP3(NN,
  CONT) * EXP6(NN, CONT)
  PRODPUN4 = EXP4(NN, CONT) * EXP5(NN, CONT) + EXP4(NN, CONT) * EXP6(NN, CONT) + EXP5(NN,
  CONT) * EXP6(NN, CONT)
  PRODPUNT = PRODPUN1 + PRODPUN2 + PRODPUN3 + PRODPUN4
  PRINT "A="; EXP1(NN, CONT); "B="; EXP2(NN, CONT); "C="; EXP3(NN, CONT); "D="; EXP4(NN, CONT);
  "E="; EXP5(NN, CONT); "F="; EXP6(NN, CONT); "ProdPuntExp. No.("; CONT; ")="; PRODPUNT
  NEXT CONT
  DIM EXPER(CONT, NN, CONT), SUMEXPER(NN, CONT), PROSUMEXPER(NN, CONT)
  EXPER(CONT, NN, CONT) = 0: SUMEXPER(NN, CONT) = 0: PROSUMEXPER(NN, CONT) = 0
  CONT = 0
  FOR I = 1 TO NEXP
    EXPER(CONT, NN, CONT) = 0
    FOR J = 1 TO ((NEXP) / (NV))
      DO WHILE J = NN AND I = EXPER(CONT, NN, CONT)
        SUMEXPER(NN, CONT) = SUMEXPER(NN, CONT) + EXPER(CONT, NN, CONT)
        CONT = CONT + 1
        PROSUMEXPER(NN, CONT) = SUMEXPER(NN, CONT) / (CONT)
      PRINT "PROMEDIO DE LA SUMA DEL EXPERIMENTO: PROSUMEXPER ("; PROSUMEXPER(NN, CONT); ")"
    LOOP
  NEXT J
NEXT I

```

5.2.2 OBTENCIÓN DE LAS CURVAS SELECCIONADAS

Para poder llevar a cabo la simulación de transferencia de calor se requiere del modelo de la aleta, por tanto si lo que se desea es analizar el efecto de la geometría sobre la eficiencia (μ) de las aletas de enfriamiento se requiere de una forma específica para la aleta, para ello se propone un perfil parabólico cuártico, con parámetros ajustables. La expresión matemática de la aleta como una curva parabólica cuártica es:

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad \text{Ec. 5.1}$$

En el programa que se presenta en esta tesis se da la posibilidad de que el usuario especifique los valores de la altura en cuatro puntos específicos (a 1/4 de la longitud de la base, a 1/2, a 3/4 y en el

extremo derecho en la base de la aleta, en la cual la altura es cero (0)). A la altura en el origen se le asignó un valor unitario. Una vez que el usuario especifica la altura de los puntos seleccionados, el programa realiza un ajuste a la parábola córtica y obtiene los parámetros de la ecuación a (A), b (B), c (C) y d (D). El objetivo de presentar aquí el programa de cómputo en lenguaje QBasic es hacer asequible el modo en el cual se operó para obtener el software, como podrá observarse en los diagramas de bloques. El ajuste a la parábola córtica a partir de los pares de valores (x,y) que introduce el usuario es por medio del planteamiento del sistema de ecuaciones simultáneo lineal que se obtiene al substituir en la Ecuación 5.1 los valores de (x,y) de manera consecutiva. Por ejemplo, suponiendo una aleta en la que las alturas en el origen del sistema de coordenadas, a un cuarto de la base, a la mitad, a tres cuartos de la base y al final de la aleta fueran 1, 1/2, 1/3, 1/4 y 1/2, respectivamente, las ecuaciones que se obtienen por substitución serían:

$$\begin{aligned} 1 &= a (0)^4 + b (0)^3 + c (0)^2 + d (0) + e \\ 1/2 &= a (1/4)^4 + b (1/4)^3 + c (1/4)^2 + d (1/4) + e \\ 1/3 &= a (1/2)^4 + b (1/2)^3 + c (1/2)^2 + d (1/2) + e \\ 1/4 &= a (3/4)^4 + b (3/4)^3 + c (3/4)^2 + d (3/4) + e \\ 1/2 &= a (1)^4 + b (1)^3 + c (1)^2 + d (1) + e \end{aligned}$$

es decir cinco ecuaciones con cinco incógnitas, que al ser resueltas dan los valores de los coeficientes a (A), b (B), c (C), d (D) y e (E), que definen la forma geométrica del perfil de la aleta, aunque el coeficiente e (E) se obtiene directamente de la primera ecuación. En el algoritmo de cómputo que se presenta en esta tesis, se utilizó el método de eliminación gaussiana (por pares de ecuaciones) para resolver el sistema de ecuaciones; la subrutina en forma de programa se presenta a continuación:

* PROGRAMA ELIMGAUS.BAS PROGRAMA PARA ELIMINACIÓN GAUSSIANA

CLS

LOCATE 14, 13: PRINT "CALCULANDO"

N = 5

MG1(1, 1) = 1 / 625: MG1(1, 2) = 1 / 125: MG1(1, 3) = 1 / 25: MG1(1, 4) = 1 / 5: MG1(1, 5) = -.8

MG1(2, 1) = 16 / 625: MG1(2, 2) = 8 / 125: MG1(2, 3) = 4 / 25: MG1(2, 4) = 2 / 5: MG1(2, 5) = -.8

MG1(3, 1) = 81 / 625: MG1(3, 2) = 27 / 125: MG1(3, 3) = 9 / 25: MG1(3, 4) = 3 / 5: MG1(3, 5) = -.8

MG1(4, 1) = 256 / 625: MG1(4, 2) = 64 / 125: MG1(4, 3) = 16 / 25: MG1(4, 4) = 4 / 5: MG1(4, 5) = -.8

MG1(5, 1) = 1: MG1(5, 2) = 1: MG1(5, 3) = 1: MG1(5, 4) = 1: MG1(5, 5) = -1

FOR R = 1 TO N - 1

PRINT

FOR I = R + 1 TO N

QT = MG1(I, R) / MG1(R, R)

FOR J = R + 1 TO N + 1

MG1(I, J) = MG1(I, J) - QT * MG1(R, J)

NEXT J

NEXT I

FOR I = R + 1 TO N

MG1(I, R) = 0

NEXT I

NEXT R

X(N) = MG1(N, N + 1) / MG1(N, N)

FOR NX = 1 TO N - 1

SUMAT = 0

I = N - NX

FOR J = I + 1 TO N

SUMAT = SUMAT + MG1(I, J) * X(J)

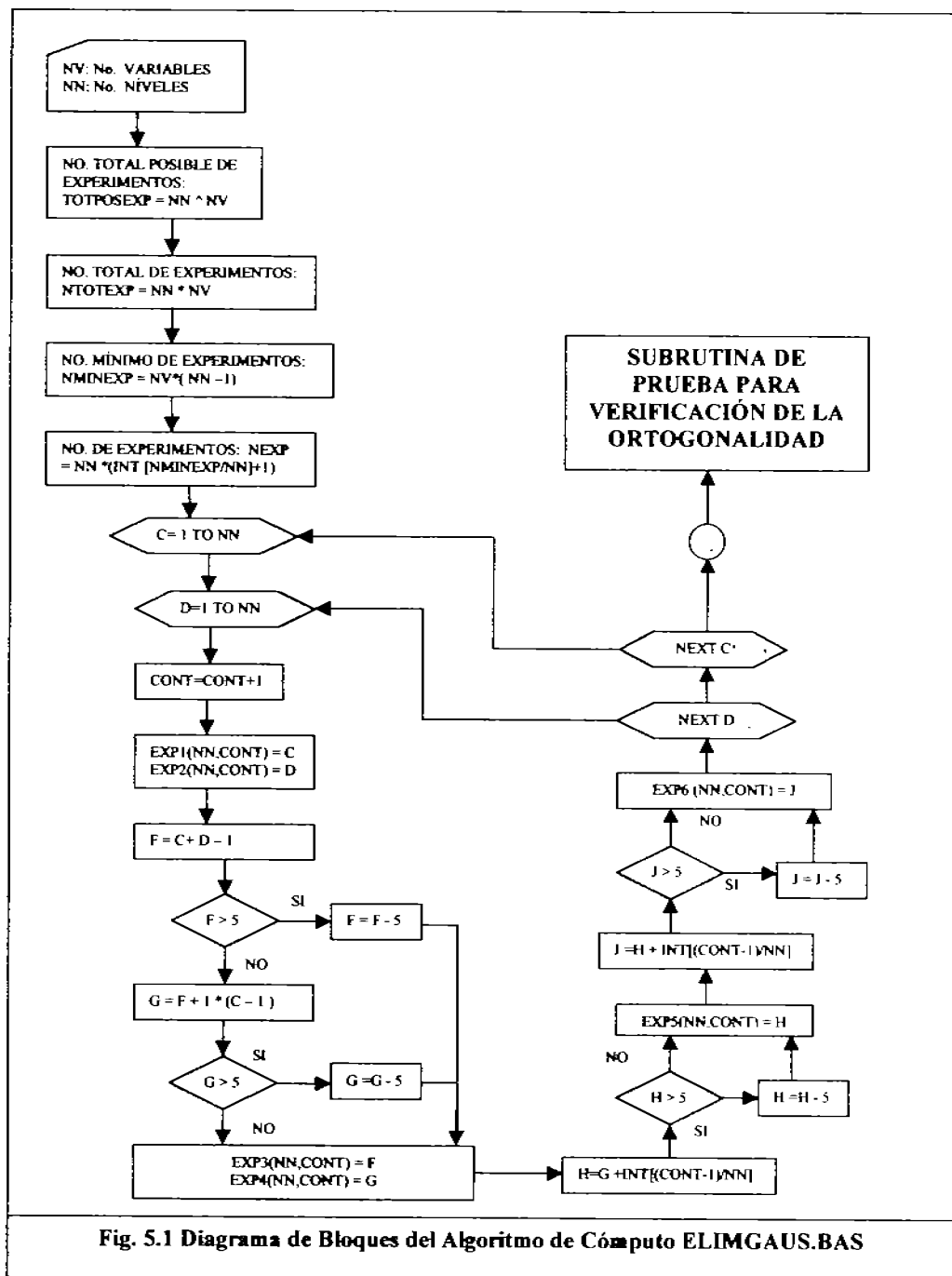
NEXT J

X(I) = (MG1(I, N + 1) - SUMAT) / MG1(I, I)

NEXT NX

FOR I = 1 TO N

PRINT "X"; I; "=", X(I)
NEXT I



SUBROUTINA DE PRUEBA PARA LA VERIFICACIÓN DE LA ORTOGONALIDAD

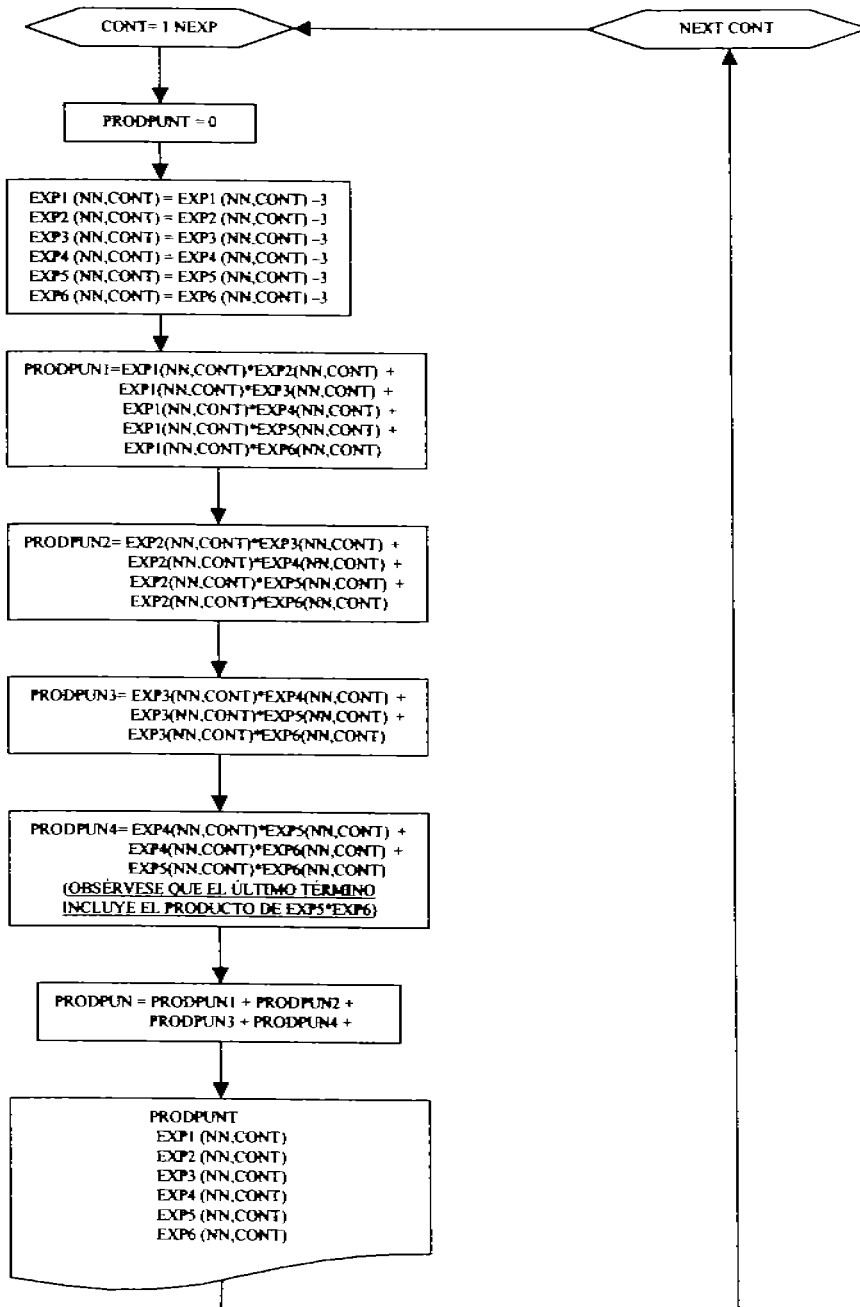


Fig. 5.2 Diagrama de Bloques de la Subrutina de prueba para verificación de la ortogonalidad

5.2.3 GENERACIÓN DE LA ALETA PERFORADA

El objetivo del presente programa es que aprovechando los resultados analíticos de los programas anteriores les adiciona las funciones para la caracterización del sistema como uno capaz de ya simular la transferencia de calor en aleta perforada o calada, la cual se representa por medio de las suposiciones siguientes:

- 1) se trata de una aleta de pared delgada,
- 2) que se tienen dos paredes fuentes de calor isotérmicas y
- 3) una frontera convectiva,
- 4) un régimen de transmisión de calor estacionario, el cual por así decirlo "al alcanzar una condición de cuasi-equilibrio" es el momento en el cual se muestra, y,
- 5) la aleta tiene al menos una perforación para acelerar la transferencia de calor generando al menos 3n nuevas fronteras convectivas artificiales, dentro del sistema.

Este programa fue construido con la idea en mente de que sea fácilmente manejable, en grado tal que pueda considerársele interactivo, ya que el ingreso de datos se hace de forma simple en los campos señalados que para este caso son todas las (seis) variables seleccionadas las cuales posibilitan el mostrar el comportamiento de las características seleccionadas como las más representativas del fenómeno escogido para ser simulado. Así finalmente por medio de ellos el arreglo ortogonal, con sus valores finales respectivos para evaluar todas y cada una de las variables en los experimentos, con sus respectivos niveles, permite llegar a valores que ya pueden ser utilizados y considerados como finales de esta primera etapa, aunque hay que señalar que se deben de ajustar los valores del Número de Nusselt a valores cercanos a múltiplos de dos mil para poder utilizar con confianza el modelo de Taguchi.

Cabe señalar que se generaron programas para cada una de las series de perforaciones de las aletas. Por lo tanto se tienen programas para 1, 3, 5, 7 y 9 perforaciones o calados, con el fin de hacer la revisión de cada uno de los nuevos programas, y principalmente lograr una mayor reproducibilidad y hacer más confiables y fáciles los cálculos. Los parámetros que se modifican para la forma de la aleta son en la sub-rutina de Topología en las líneas 9 a 13 se cambian los valores obtenidos en la Macro Aleta Cuártica en Excel® (Apéndice C), en la sub-unidad de coordenadas perforadas (de calado) de la sub-rutina de Topología, se define el número de perforaciones y su posición. Así como la línea diez de la sub-rutina Menú de Inicio, se modifica el coeficiente de transferencia (KT).

La simulación de la aleta perforada se realiza resolviendo la ecuación de Fourier para la conducción del calor en estado estacionario, utilizando el método de elementos finitos en su formulación variacional de la ecuación de Laplace, considerando elementos triangulares. El listado del programa se muestra a continuación:

```
'PROGRAMA ALCUART(i).BAS; i = { 1, 3, 5, 7, 9}
'PROGRAMA DE SIMULACIÓN DE LA ALETA PERFORADA
DEFDBL A-H, O-Z
GOSUB GAMACOLOR:           'ESCALA DE COLORES
GOSUB DIMENSIONAMIENTO:   'ARREGLOS MATRICIALES
GOSUB INICIO:              'MENÚ DE INICIO
GOSUB TOPOLOGIA:          'ESPECIFICA TOPOLOGÍA
GOSUB MALLA:              'IMPRESIÓN DE LA TOPOLOGÍA
GOSUB ENSAMBLAJE:        'ENSAMBLAJE E INT DE CONDICIONES DE FRONTERA
```

```

GOSUB IMPMATRIZ:          'DESPLIEGA LOS ELEMENTOS DE LA MATRÍZ
GOSUB CALTEMP:           'CÁLCULO DE LA TEMPERATURA
GOSUB MOSAICO:           'PATRONES DE IMPRESIÓN
GOSUB DESPRESULT:        'DESPLIEGA LOS RESULTADOS
GOSUB CALFLUX:           'BALANCE DE CALOR
GOSUB IMPRFLUX:          'CÁLCULO RELACIÓN DE TRANSFERENCIA DE CALOR
FIN:                      'FIN DEL TRATAMIENTO
END

```

```
***** SUBROUTINAS *****
```

```
***** ESPECIFICACIÓN DE LA ESCALA DE COLORES *****
```

```
GAMACOLOR: 'ESPECIFICA ESCALA DE COLORES
```

```
SCREEN 12 'MODO GRÁFICO DE ALTA RESOLUCIÓN
```

```
GBLANC%=15: GAMAR%=14: GCIEL%= 11: GVERD%= 10: GVIOLET%= 13: GROSPI%= 12: GAZUL%= 9
```

```
GNEGR%= 0: GIL%= 4
```

```
COLOR GBLANC%: CLS
```

```
ON KEY(30) GOSUB FIN: KEY(30) ON
```

```
IMAX = 82: JMAX = 10
```

```
RETURN
```

```
***** ARREGLOS MATRICIALES Y PANTALLA ***** DIMENSIONAMIENTO:
```

```
DIM X(IMAX, IMAX), Y(IMAX), Z(IMAX), T(IMAX), EX(IMAX), EY(IMAX)
```

```
DIM XG(IMAX), YG(IMAX)
```

```
DIM TBL(IMAX), EL(IMAX, 2), BD(IMAX, 2), CE(2, 2)
```

```
DIM A(IMAX, JMAX), B(IMAX)
```

```
DIM ALES(20), AREA(82), LONGIT(81), TPROM(82), QCONV(82), AGUJ(81, 3, 2)
```

```
RETURN
```

```
***** MENÚ DE INICIO *****
```

```
INICIO:
```

```
CLS : N = 9
```

```
LINE (0, 0)-(640, 440), 15, BF
```

```
COLOR GIL%: LOCATE 6, 21: PRINT "COND TÉRMICA ALETA VÍA E. FINITO"
```

```
COLOR GCIEL%: LOCATE 9, 21: PRINT USING "NÚMERO DE MALLAS(<9)= #?": N
```

```
COLOR GIL%: LOCATE 9, 44: INPUT "", AS:
```

```
IF AS <> "" THEN N = VAL(AS)
```

```
IF N > 8 OR N < 3 THEN N = 9
```

```
ALT = .05: ANCH = 1: GROS = .001: TB = 30: TAMB = 10: KT = .1353: HF = 50
```

```
***** ALIMENTAR DATOS DE ALETA *****
```

```
H0 = .6: H1 = .2: H2 = .6: H3 = 1
```

```
H0 = .05 * H0: H1 = .05 * H1: H2 = .05 * H2: H3 = .05 * H3
```

```
RETURN
```

```
***** ESPECIFICACIÓN DE TOPOLOGÍA ***** TOPOLOGÍA:
```

```
N1 = N - 1: IX% = 560 / (N * 8) - 1: IY% = 360 / (N * 16) - 1
```

```
IX = IX% * 9: IY = IY% * 18
```

```
LX0 = 16 + 8: LY0 = 420 - 8: LX = IX * N: LY = IY * N
```

```
'VÉRTICE INF IZQ EN (LX0, LY0); DELTAX = 9, DELTAY = 18
```

```
'DELTAS DE: ALTURA = DH; BASE = DB; SUPERFÍCIE = DS, DIAGONAL = DW
```

```
DH = ALT / N: DB = ANCH / N: DS = DH * DB / 2: DW = SQR(DB * DB + DH * DH)
```

```
H = .6 * ALT:
```

```
ECUART = 1
```

```
ACUART = -2.1333
```

```
BCUART = 3.2
```

```
CCUART = -1.4666
```

```
DCUART = -.6:
```

```
COLOR 14
```

```
LOCATE 1, 1: PRINT "ACUART="; ACUART; "BCUART="; BCUART; "CCUART="; CCUART;  
"DCUART="; DCUART; "ECUART="; ECUART
```

```
DO
```

```
LOOP WHILE INKEYS = ""
```

```
PRINT
```

```
HPAR(9) = 0
```

```
FOR J = 0 TO N - 1
```

```

X4 = J * DB:
HPAR(J) = ACUART * X4 ^ 4 + BCUART * X4 ^ 3 + CCUART * X4 ^ 2 + DCUART * X4 + ECUART
HPAR(J) = HPAR(J) * 9 / (N - J) * .05
PRINT "HPAR"; J; "=-"; HPAR(J)
NEXT J
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""

```

CLS

```

'NÚMERO DE NODO
INMAX = 0
COLOR 14
FOR J = 0 TO N:
FOR I = 0 TO N - J
INMAX = INMAX + 1
'XS% = (LX0 + I * IX) / 8: YS% = (LY0 - J * IY + 8) / 16
'AS = MID$(STR$(INMAX), 2, 2)
'COLOR GAMAR%: LOCATE YS%, XS%: PRINT AS:
EX(INMAX) = LX0 + I * IX:
EY(INMAX) = LY0 - J * HPAR(I) * 800
XG(INMAX) = EX(INMAX)
YG(INMAX) = EY(INMAX)
LOCATE I, I
' IMPRIME COORDENADAS NODALES EN PANTALLA:
PRINT "nodo="; INMAX, "x="; EX(INMAX); "y="; EY(INMAX)
PSET (EX(INMAX), EY(INMAX)), 15
NEXT:
NEXT:
N7 = N
FOR J = 0 TO N
FOR I = 1 TO N7 - J
LINE(XG(I+SUM+J), YG(I + SUM + J))-(XG(I + SUM + J + 1), YG(I + SUM + J + 1)), 1
LINE(XG(I+J+SUM), YG(I + J + SUM))-(XG(I + N + 1 + SUM), YG(I + N + 1 + SUM))
LINE(XG(I+J+SUM+1), YG(I+J+SUM+1))-(XG(I+N+1 + SUM), YG(I + N + 1 + SUM))
NEXT I
SUM = SUM + N7 - J
NEXT J
'*** NÚMERO DE ELEMENTO ***
I0 = 0: J0 = N + 1: J1 = N: J2 = -1
J00 = N + 1: J01 = N - 1: J02 = N + 2: JE2 = 2 * N
FOR J = 1 TO 2 * N - 1
IF (J MOD 2) > 0 THEN
J0 = J0 - J00: J1 = J1 - J01: J2 = J2 + J02
J00 = J00 - 1: J01 = J01 - 1: J02 = J02 - 1
ELSE
J0 = J0 + 2: J2 = J2 - JE2: JE2 = JE2 - 2
END IF
FOR I = 1 TO N - J \ 2: I0 = I0 + 1
'XS% = (LX0 + (I - (INT(J) MOD 2) * .5) * IX) / 8 - 2
'YS% = 1 + (LY0 - (J * .5 - (INT(J + 1) MOD 2) * .25) * IY) / 16
'AS = MID$(STR$(I0), 2, 2)
'COLOR GAZUL%: LOCATE YS%, XS%: PRINT AS
EL(I0, 0) = I0 + J0: EL(I0, 1) = I0 + J1: EL(I0, 2) = I0 + J2:
NEXT: NEXT
IEMAX = I0
'*** NÚMERO DE FRONTERA ***
I0 = 0:
FOR I = 1 TO N: I0 = I0 + 1:
'XS% = (LX0 + I * IX - .5 * IX) / 8: YS% = (LY0 + 8) / 16
'AS = MID$(STR$(I0), 2, 2)

```

```

*COLOR GROS1%: LOCATE YS%, XS%: PRINT AS
BD(10, 0) = 0: BD(10, 1) = 10 + J10: BD(10, 2) = 10 + I:
NEXT
J10 = -N: J11 = N: J20 = 1: J21 = N - 1
FOR J = 1 TO N: I0 = I0 + 1
*XS% = LX0 / 8: YS% = (LY0 - J * IY + .5 * IY + 9) / 16
*AS = MIDS$(STR$(I0), 2, 2)
*COLOR GROS1%: LOCATE YS%, XS%: PRINT AS:
BD(I0, 0) = 0: BD(I0, 1) = I0 + J10: BD(I0, 2) = I0 + J20:
J10 = J10 + J11: J11 = J11 - 1: J20 = J20 + J21: J21 = J21 - 1
NEXT
J10 = -N: J11 = N - 1: J20 = 0: J21 = N - 2
FOR J = 1 TO N: I0 = I0 + 1
*XS% = (LX0 + (N - J + 1) * IX - .5 * IX) / 8 + 1
*YS% = (LY0 - J * IY + .5 * IY + 9) / 16
*AS = MIDS$(STR$(I0), 2, 2)
*COLOR GROS1%: LOCATE YS%, XS%: PRINT AS:
BD(I0, 0) = 2: BD(I0, 1) = I0 + J10: BD(I0, 2) = I0 + J20:
J10 = J10 + J11: J11 = J11 - 1: J20 = J20 + J21: J21 = J21 - 1
NEXT
***** COORDENADAS DE LAS PERFORACIONES (CALADO) *****
NAGUJ = 1
AGUJ(1, 1, 1) = 12: AGUJ(1, 1, 2) = 13 * BORDE 1
AGUJ(1, 2, 1) = 12: AGUJ(1, 2, 2) = 21 * BORDE 2
AGUJ(1, 3, 1) = 13: AGUJ(1, 3, 2) = 21 * BORDE 3
*****
FOR K = 1 TO NAGUJ
FOR P = 1 TO 3 * P = CONTADOR DE BORDES DE ELEMENTO
I0 = I0 + 1
BD(I0, 0) = 2: BD(I0, 1) = AGUJ(K, P, 1): BD(I0, 2) = AGUJ(K, P, 2):
NEXT P
NEXT K
IBMAX = I0
DO
LOOP WHILE INKEYS = ""
CLS
RETURN
***** IMPRIME TOPOLOGÍA ***** MALLA:
CLS
COLOR GAMAR%: LOCATE 1, 1: PRINT "Elemento No.   Nodo No."
COLOR GBLANC%
FOR IE = 1 TO IEMAX
LOCATE 2, 1:
PRINT USING " #### ##, ##, ##, "; IE; EL(IE, 0); EL(IE, 1); EL(IE, 2)
NEXT:
COLOR GAMAR%: LOCATE 5, 1: PRINT "Elemento No.  Nodo No.  Condición de Frontera No."
COLOR GBLANC%
FOR IB = 1 TO IBMAX
LOCATE 7, 1
PRINT USING " ####   ##   ##   ##"; IB; BD(IB, 1); BD(IB, 2); BD(IB, 0)
NEXT
RETURN
*** ENSAMBLAJE E INTRODUCCIÓN DE CONDICIONES DE FRONTERA ***
ENSAMBLAJE:
CLS
LINE (0, 0)-(640, 480), 15, BF
C0 = KT / (4 * DS): Q = 0
AE(0) = -DB: AE(1) = DB: AE(2) = 0
BE(0) = -DH: BE(1) = 0: BE(2) = DH
FOR I = 0 TO 2:

```

```

FOR J = 0 TO 2:
  CE(I, J) = C0 * (AE(I) * AE(J) + BE(I) * BE(J))
NEXT J
NEXT I
CQ = Q * DS / 3
FOR I = 1 TO INMAX
  LINE (5 * I + 5, 0 + 5) - (5 * I + 5, INMAX * 5 + 5), 9
  LINE (0 + 5, 5 * I + 5) - (INMAX * 5 + 5, 5 * I + 5), 9
NEXT I
FOR K = 1 TO IEMAX:
  FOR I = 0 TO 2
    FOR J = 0 TO 2
      X(EL(K, I), EL(K, J)) = X(EL(K, I), EL(K, J)) + CE(I, J)
      FOR I1 = 0 TO 4
        FOR J1 = 0 TO 4
          PSET (EL(K, I) * 5 + I1, EL(K, J) * 5 + J1), 12
        NEXT J1
      NEXT I1
    NEXT J
    Y(EL(K, I)) = Y(EL(K, I)) + CQ
    IF Y(EL(K, I)) = 0 THEN CLR% = 4 ELSE CLR% = 2
    FOR I2 = 0 TO 4
      FOR J2 = 0 TO 4
        PSET (INMAX * 7 + I2, EL(K, I) * 5 + J2), CLR%
      NEXT J2
    NEXT I2
  NEXT I
NEXT K
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
CQW = 0: CHW = DW * HF / 6
FOR K = 1 TO IBMAX
  IF BD(K, 0) = 0 THEN 'FRONTERA ISOTÉRMICA = 0
    T(BD(K, 1)) = TB: T(BD(K, 2)) = TB
    Z(BD(K, 1)) = 1: Z(BD(K, 2)) = 1
    FOR I4 = 0 TO 4
      FOR J4 = 0 TO 4
        PSET (5 * BD(K, 1) + I4, 5 * BD(K, 1) + J4), 8
        PSET (5 * BD(K, 2) + I4, 5 * BD(K, 2) + J4), 8
        PSET (INMAX * 7 + I4, BD(K, 1) * 5 + J4), 8
      NEXT J4
    NEXT I4
  ELSEIF BD(K, 0) = 1 THEN 'FRONTERA ADIABÁTICA = 1
    FOR I = 1 TO 2: Y(BD(K, I)) = Y(BD(K, I)) + CQW: NEXT I
  ELSEIF BD(K, 0) = 2 THEN 'FRONTERA CONVECTIVA = 2
    X(BD(K, 1), BD(K, 1)) = X(BD(K, 1), BD(K, 1)) + CHW * 2
    X(BD(K, 2), BD(K, 1)) = X(BD(K, 2), BD(K, 1)) + CHW:
    X(BD(K, 1), BD(K, 2)) = X(BD(K, 1), BD(K, 2)) + CHW:
    X(BD(K, 2), BD(K, 2)) = X(BD(K, 2), BD(K, 2)) + CHW * 2
    Y(BD(K, 1)) = Y(BD(K, 1)) + 3 * CHW * TAMB
    Y(BD(K, 2)) = Y(BD(K, 2)) + 3 * CHW * TAMB
    FOR I = 0 TO 4
      FOR J = 0 TO 4
        PSET (5 * BD(K, 1) + I, 5 * BD(K, 1) + J), 4
        PSET (5 * BD(K, 1) + I, 5 * BD(K, 2) + J), 4
        PSET (5 * BD(K, 2) + I, 5 * BD(K, 1) + J), 4
        PSET (5 * BD(K, 2) + I, 5 * BD(K, 2) + J), 4
      NEXT J
    NEXT I
  FOR I3 = 0 TO 4

```

```

FOR J3 = 0 TO 4
  IF Y(BD(K, 1)) < 0 THEN CLR% = 3 ELSE CLR% = 14
  PSET (INMAX * 7 + I3, BD(K, 1) * 5 + J3), CLR%
  IF Y(BD(K, 2)) < 0 THEN CLR% = 3 ELSE CLR% = 14
  PSET (INMAX * 7 + I3, BD(K, 2) * 5 + J3), CLR%
NEXT J3
NEXT I3
END IF
NEXT
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
FOR K = 1 TO INMAX
  IF Z(K) = 1 THEN
    FOR KK = 1 TO INMAX: Y(KK) = Y(KK) - T(K) * X(KK, K): NEXT
  END IF
NEXT
L = 1
FOR K = 1 TO INMAX
  IF Z(K) < 1 THEN
    B(L) = Y(K): TBL(L) = K: MM = 1
    FOR KK = K TO INMAX
      IF Z(KK) < 1 THEN
        A(L, MM) = X(K, KK): MM = MM + 1
        IF MM > N + 1 THEN GOTO CL1
      END IF
    NEXT KK:
  CL1: L = L + 1
  END IF
NEXT K
N0 = L - 1
RETURN
***** DESPLIEGA LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ ***** IMPMATRIZ:
CLS :
COLOR GVERD%: LOCATE 1, 27: PRINT "Elementos de la Matriz"
COLOR GBLANC%
PRINT " A(K,1) A(K,2) A(K,3) A(K,4) A(K,5) A(K,6) A(K,7) B(K)"
FOR K = 1 TO N0: FOR J = 1 TO 7
  IF A(K, J) < 0 THEN COLOR GBLANC% ELSE COLOR GAZUL%
  PRINT USING "#.###^"; A(K, J);
  NEXT J
  COLOR GIL%
  PRINT USING "#.###^"; B(K)
NEXT
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
RETURN
***** CÁLCULOS DE TEMPERATURA *****
CALTEMP:
N1 = N
FOR K = 1 TO N0
  M = 2
  WHILE (M <= 1 + N1) AND (M <= N0 - K + 1)
    A(K, M) = A(K, M) / A(K, 1): M = M + 1
  WEND
  L = K + 1
  WHILE (L <= K + N1) AND (L <= N0)
    M = 1
    WHILE (M <= K + N1 - L + 1) AND (M <= N0 - L + 1)
      A(L, M) = A(L, M) - A(K, L - K + 1) * A(K, M + L - K) * A(K, 1)
      M = M + 1
    WEND
  WEND
NEXT K

```

```

WEND
L = L + 1
WEND
NEXT K
FOR K = 1 TO N0
  A(K, 0) = B(K)
  M = K - 1
  WHILE ((M >= K - N1) AND (M >= 1))
    A(K, 0) = A(K, 0) - A(M, 0) * A(M, K - M + 1)
    M = M - 1
  WEND
NEXT K
FOR K = N0 TO 1 STEP -1
  I = (K - 1) \ N + 1: J = K - (I - 1) * N
  A(K, 0) = A(K, 0) / A(K, 1)
  M = K + 1
  WHILE (M <= K + N1) AND (M <= N0)
    A(K, 0) = A(K, 0) - A(M, 0) * A(K, M - K + 1): M = M + 1
  WEND
  T(TBL(K)) = A(K, 0):
NEXT K
FOR K = 1 TO INMAX: PRINT T(K): NEXT
RETURN
***** CÁLCULOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR ***** CALFLUX:
'PRINT "COORDENADAS NODALES DE CADA ELEMENTO:"
FOR I = 1 TO 81
  X1 = (XG(EL(I, 0)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  X2 = (XG(EL(I, 1)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  X3 = (XG(EL(I, 2)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  Y1 = (YG(EL(I, 0)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  Y2 = (YG(EL(I, 1)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  Y3 = (YG(EL(I, 2)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  TPROM(I) = (T(EL(I, 0)) + T(EL(I, 1)) + T(EL(I, 2))) / 3
  AREA(I) = 1 / 2 * ABS((X2 - X1) * (Y3 - Y1) - (Y2 - Y1) * (X3 - X1))
  QCONV(I) = (TPROM(I) - TAMB) * AREA(I)
  QCONV1 = QCONV1 + QCONV(I)
  SUMAREA = SUMAREA + AREA(I)
  IF I = 1 OR I = 18 OR I = 33 OR I = 46 OR I = 57 OR I = 66 OR I = 73 OR I = 78 OR I = 81 THEN PERIM =
  PERIM + X3 - X1
  IF I = 9 OR I = 25 OR I = 39 OR I = 51 OR I = 61 OR I = 69 OR I = 75 OR I = 79 OR I = 81 THEN PERIM =
  PERIM + SQR((X3 - X2) ^ 2 + (Y3 - Y2) ^ 2)
  COLOR 14
  'PRINT "X"; I; " "; XG(EL(I, 0)); XG(EL(I, 1)); XG(EL(I, 2))
  'PRINT "Y"; I; " "; INT(YG(EL(I, 0))); INT(YG(EL(I, 1))); INT(YG(EL(I, 2)))
  COLOR 3
  LOCATE I, 1
  'PRINT "ÁREA"; I; AREA(I); "M^2"
NEXT I
FOR I = 1 TO IBMAX
  X1B = (XG(BD(I, 1)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  X2B = (XG(BD(I, 2)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  Y1B = (YG(BD(I, 1)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  Y2B = (YG(BD(I, 2)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  LONGIT(I) = SQR((Y2B - Y1B) ^ 2 + (X2B - X1B) ^ 2)
  AREAB = AREAB + LONGIT(I) * GROS
NEXT
AREAB = AREAB - ANCH * GROS
'PRINT "AREAB="; AREAB
ARSINAL = ANCH * GROS
'PRINT "SUMAREA="; SUMAREA; "ARSINAL="; ARSINAL

```



```

DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
  DELTAA = (SUMAREA + AREAB - SUMARAG) / ARSINAL:
  QSUM = 0
  FOR IB = 1 TO IBMAX
    QSUM = QSUM + LONGIT(IB) * GROS * ((T(BD(IB, 1)) + T(BD(IB, 2))) / 2! - TAMB)
  NEXT
  QSINAL = (TB - TAMB) * ANCH * GROS
  QSUM = QSUM - QSINAL
  DELTAQ = (QSUM + QCONV1) / QSINAL: EFIC = DELTAQ / DELTAA
  LOCATE 1, 1: PRINT "QSUM="; QSUM; "QCONV="; QCONV1; "QSINAL="; QSINAL

```

```

DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
RETURN

```

***** BALANCE DE CALOR *****

```

IMPRFLUX:
  COLOR 14: LOCATE 2, 1: PRINT USING "Área de transf. =###.###"; DELTAA
  LOCATE 1, 1: PRINT USING "Incr de Calor =###.###"; DELTAQ
  SUMPER = SUMPER + PERIM
  LOCATE 3, 1: PRINT "Perímetro="; SUMPER:
  PRINT USING "Eficiencia de aleta =#.#####"; EFIC;
  LOCATE 4, 41: PRINT USING "Conductividad(W/m°K) #.#####"; KT
  LOCATE 5, 41: PRINT USING "Coeficiente convectivo(W/m2°K) ###.##"; HF
  LOCATE 6, 35: PRINT "Perfil=":
  LOCATE 6, 41: PRINT USING "##.##"; ACUART;
  LOCATE 6, 45: PRINT "X^4+"
  LOCATE 6, 49: PRINT USING "##.##"; BCUART
  LOCATE 6, 53: PRINT "X^3+"
  LOCATE 6, 57: PRINT USING "##.##"; CCUART
  LOCATE 6, 61: PRINT "X^2+"
  LOCATE 6, 65: PRINT USING "##.##"; DCUART
  LOCATE 6, 69: PRINT "X+"
  LOCATE 6, 73: PRINT USING "##.##"; ECUART

```

COLOR GBLANC%

```

DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
RETURN

```

***** DIBUJA MARCO PARA DESPLEGADO GRÁFICO DE RESULTADOS *****

```

MARCO:
SUM = 0
FOR J = 0 TO N
  FOR I = 1 TO N - J
    COLOR 15
    LINE (XG(I + SUM + J), YG(I+SUM+J))-(XG(I+SUM+J+1), YG(I+SUM+J+1))
    LINE (XG(I + J + SUM), YG(I+J + SUM))-(XG(I + N + 1 + SUM), YG(I + N + 1 + SUM))
    LINE (XG(I + J + SUM + 1), YG(I+ J + SUM + 1))-(XG(I+N+1+SUM), YG(I+N+1+ SUM))
  NEXT I
  SUM = SUM + N - J
NEXT J
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
RETURN

```

***** DESPLEGADO DE RESULTADOS *****

```

DESPRESULT:
CLS
LINE (0, 0)-(640, 480), 3, BF
GOSUB MARCO

```

```

IF TB > TAMB THEN TMIN = TAMB: TMAX = TB ELSE TMIN = TB: TMAX = TAMB
GOSUB ESCALA
DTMAX = TMAX - TMIN: IF DTMAX = 0 THEN RETURN
DTM = DTMAX / 20.99
FOR IE = 1 TO IEMAX
  IF IE = 19 THEN 2310 ELSE 2320
2310 T1 = 0: T2 = 0: T3 = 0
  X1 = EX(EL(IE, 0)): X2 = EX(EL(IE, 1)): X3 = EX(EL(IE, 2))
  Y1 = EY(EL(IE, 0)): Y2 = EY(EL(IE, 1)): Y3 = EY(EL(IE, 2))
  X1AG = (XG(EL(IE, 0)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  x2AG = (XG(EL(IE, 1)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  X3AG = (XG(EL(IE, 2)) - XG(EL(0, 0))) * DB / IX
  Y1AG = (YG(EL(IE, 0)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  y2AG = (YG(EL(IE, 1)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  Y3AG = (YG(EL(IE, 2)) - YG(EL(0, 0))) * DH / IY
  SUMARAG = SUMARAG + 1 / 2 * ABS(x2AG - X1AG) * (Y3AG - Y1AG) - (y2AG - Y1AG) * (X3AG - X1AG)
  SUMPER = SUMPER + SQR((x2AG - X1AG) ^ 2 + (y2AG - Y1AG) ^ 2) + SQR((X3AG - x2AG) ^ 2 + (Y3AG - y2AG) ^ 2) + SQR((X1AG - X3AG) ^ 2 + (Y1AG - Y3AG) ^ 2)
  PAINT ((X1 + X2 + X3) / 3, (Y1 + Y2 + Y3) / 3), ALES(K), GBLANC%: GOTO 2330
2320 T1 = T(EL(IE, 0)): T2 = T(EL(IE, 1)): T3 = T(EL(IE, 2))
  X1 = EX(EL(IE, 0)): X2 = EX(EL(IE, 1)): X3 = EX(EL(IE, 2))
  Y1 = EY(EL(IE, 0)): Y2 = EY(EL(IE, 1)): Y3 = EY(EL(IE, 2))
  PAINT ((X1 + X2 + X3) / 3, (Y1 + Y2 + Y3) / 3), ALES(K), GBLANC%
2330 TC = TMIN: K = 20
  WHILE (TC <= TMAX)
    TC = TC + DTM: TCH = TC + DTM: K = K - 1
    IF ((T1 > TCH) AND (T2 > TCH) AND (T3 > TCH)) THEN GOTO DW2
    IF ((T1 > TC) AND (T2 > TC) AND (T3 > TC)) THEN GOTO DW3
    AS = ""
    IF (T1 - TC) * (T2 - TC) < 0 THEN
      XS = X1 + (TC - T1) / (T2 - T1) * (X2 - X1)
      YS = Y1 + (TC - T1) / (T2 - T1) * (Y2 - Y1)
      AS = "1"
    END IF
    IF (T2 - TC) * (T3 - TC) < 0 THEN
      XE = X2 + (TC - T2) / (T3 - T2) * (X3 - X2)
      YE = Y2 + (TC - T2) / (T3 - T2) * (Y3 - Y2)
      IF AS = "1" THEN
        LINE (XS, YS)-(XE, YE), GBLANC%
        IF T2 > TC THEN
          PAINT ((XS + XE + X2) / 3, (YS + YE + Y2) / 3), ALES(K), GBLANC%
        ELSE
          PAINT ((XS + XE + X1 + X3) / 4, (YS + YE + Y1 + Y3) / 4), ALES(K), GBLANC%
        END IF
      END IF
      GOTO DW2
    ELSE
      XS = XE: YS = YE: AS = "2"
    END IF
  END IF
  IF (T3 - TC) * (T1 - TC) < 0 THEN
    XE = X3 + (TC - T3) / (T1 - T3) * (X1 - X3)
    YE = Y3 + (TC - T3) / (T1 - T3) * (Y1 - Y3)
    LINE (XS, YS)-(XE, YE), GBLANC%
    IF AS = "1" THEN
      IF T1 > TC THEN
        PAINT ((XS + XE + X1) / 3, (YS + YE + Y1) / 3), ALES(K), GBLANC%
      ELSE

```

```

        PAINT ((XS + XE + X2 + X3) / 4, (YS + YE + Y2 + Y3) / 4), ALES(K), GBLANC%
    END IF
ELSEIF AS = "2" THEN
    IF T3 > TC THEN
        PAINT ((XS + XE + X3) / 3, (YS + YE + Y3) / 3), ALES(K), GBLANC%
    ELSE
        PAINT ((XS + XE + X1 + X2) / 4, (YS + YE + Y1 + Y2) / 4), ALES(K), GBLANC%
    END IF
END IF
GOTO DW2
END IF
IF T1 <= TC THEN GOTO DW2
DW3: PAINT ((X1 + X2 + X3) / 3, (Y1 + Y2 + Y3) / 3), ALES(K), GBLANC%
DW2: WEND
NEXT
RETURN
***** MODOS DE MOSAICO *****
MOSAICO:
ALES(0) = CHR$(&H55) + CHR$(&HAA) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HAA) + CHR$(&H55) +
CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(1) = CHR$(&H11) + CHR$(&H44) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H44) + CHR$(&H11) +
CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(2) = CHR$(&H0) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(3) = CHR$(&H0) + CHR$(&H11) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&H44) +
CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(4) = CHR$(&H0) + CHR$(&H55) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HAA) +
CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(5) = CHR$(&H0) + CHR$(&H77) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HDD) +
CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(6) = CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF)
ALES(7) = CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H77) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&HDD) + CHR$(&HFF)
ALES(8) = CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H55) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&HAA) + CHR$(&HFF)
ALES(9) = CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H11) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&H44) + CHR$(&HFF)
ALES(10) = CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(11) = CHR$(&H11) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H44) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(12) = CHR$(&H55) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HAA) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(13) = CHR$(&H77) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HDD) + CHR$(&HFF) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(14) = CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(15) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H77) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HDD) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(16) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H55) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HAA) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(17) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H11) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H44) +
CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(18) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&H0) + CHR$(&HFF)
ALES(19) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&H11) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) +
CHR$(&H44) + CHR$(&HFF)
ALES(20) = CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) + CHR$(&H55) + CHR$(&HFF) + CHR$(&HFF) + CHR$(&H0) +
CHR$(&HAA) + CHR$(&HFF)
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
CLS
RETURN

```

***** BARRA DE COLOR *****

ESCALA:

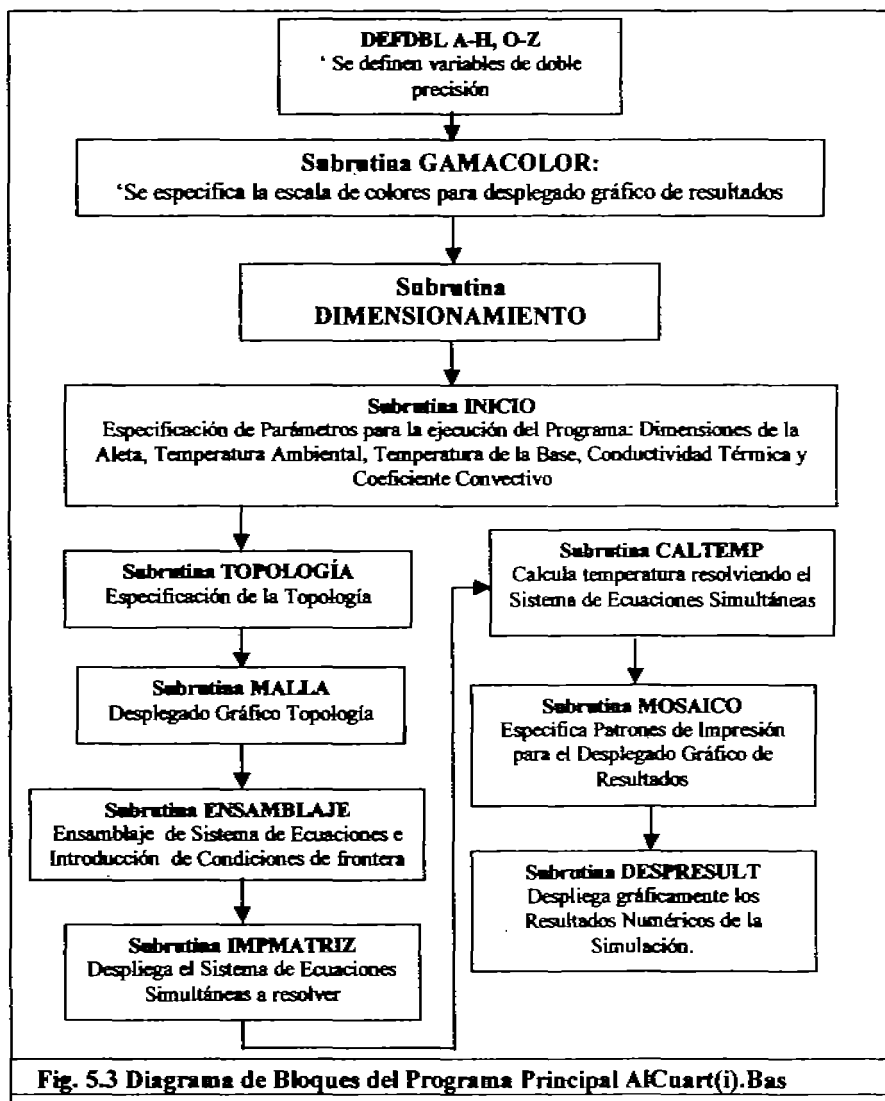
```

LOCATE 1, 28
COLOR 15
PRINT "T="; TMIN: LOCATE 1, 53: PRINT (TMIN + TMAX) / 2
LOCATE 1, 75: PRINT TMAX
XREN = 264: YREN = 31: DXREN = 16: DYREN = 16
LINE (XREN, YREN)-(XREN + DXREN * 21, YREN - DYREN), GBLANC%, B
FOR I = 1 TO 20
  LINE (XREN + I * DXREN, YREN)-(XREN + I * DXREN, YREN - DYREN), GBLANC%
NEXT
FOR K = 0 TO 20
  PAINT (XREN + 1 + K * DXREN, YREN - 1), ALES(20 - K), GBLANC%
NEXT
LINE (XREN, YREN)-(XREN + DXREN * 21, YREN - DYREN), GNEGR%, B
FOR I = 1 TO 20
  LINE (XREN + I * DXREN, YREN)-(XREN + I * DXREN, YREN - DYREN), GNEGR%
NEXT
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
RETURN

```

En la página siguiente se muestra el diagrama de bloques que representa el algoritmo de cómputo para la determinación de los perfiles de temperatura en una aleta de enfriamiento de perfil parabólico. En primera instancia se presenta el diagrama de bloques del programa principal, seguido por cada una de las subrutinas que lo conforman.

Este programa está construido de forma tal que el usuario puede modificar fácilmente la geometría y las condiciones de frontera accediendo a las subrutinas topología y ensamblaje que conforman el programa principal. El perfil geométrico de la aleta puede especificarse como una función continua o puede indicarse la altura de la aleta en cada coordenada de las abscisas (x) a lo largo de ella.



5.2.4 Valoración Estadística de los Resultados

El programa presente aprovecha los datos de la simulación y analiza la eficiencia en la transferencia de calor ajustándola a criterios estadísticos que tienen como finalidad el validar los resultados ^{A)} con la que se construyó este programa fue la de asegurar la obtención de respuestas estadísticamente consistentes, para ello se utilizó una aproximación basada en el Análisis de Varianza (Análisis Of Variance: ANOVA), y este programa por medio de los datos obtenidos en los programas anteriores para decir si estos son significativos en el sentido estadístico por medio del tratamiento de los datos de eficiencia con la finalidad de segregar el nivel de cada variable del parámetro de desempeño (comportamiento). El programa calcula:

- 1) El promedio de cada nivel de la(s) variable(s) de diseño,
- 2) Suma(s) de los cuadrados de las variables de diseño,
- 3) Suma del total de los cuadrados,
- 4) Porcentaje de contribución,
- 5) Valor óptimo de la función objetivo,
- 6) Prueba de confirmación,
- 7) Prueba de Análisis de Varianza, ANOVA.

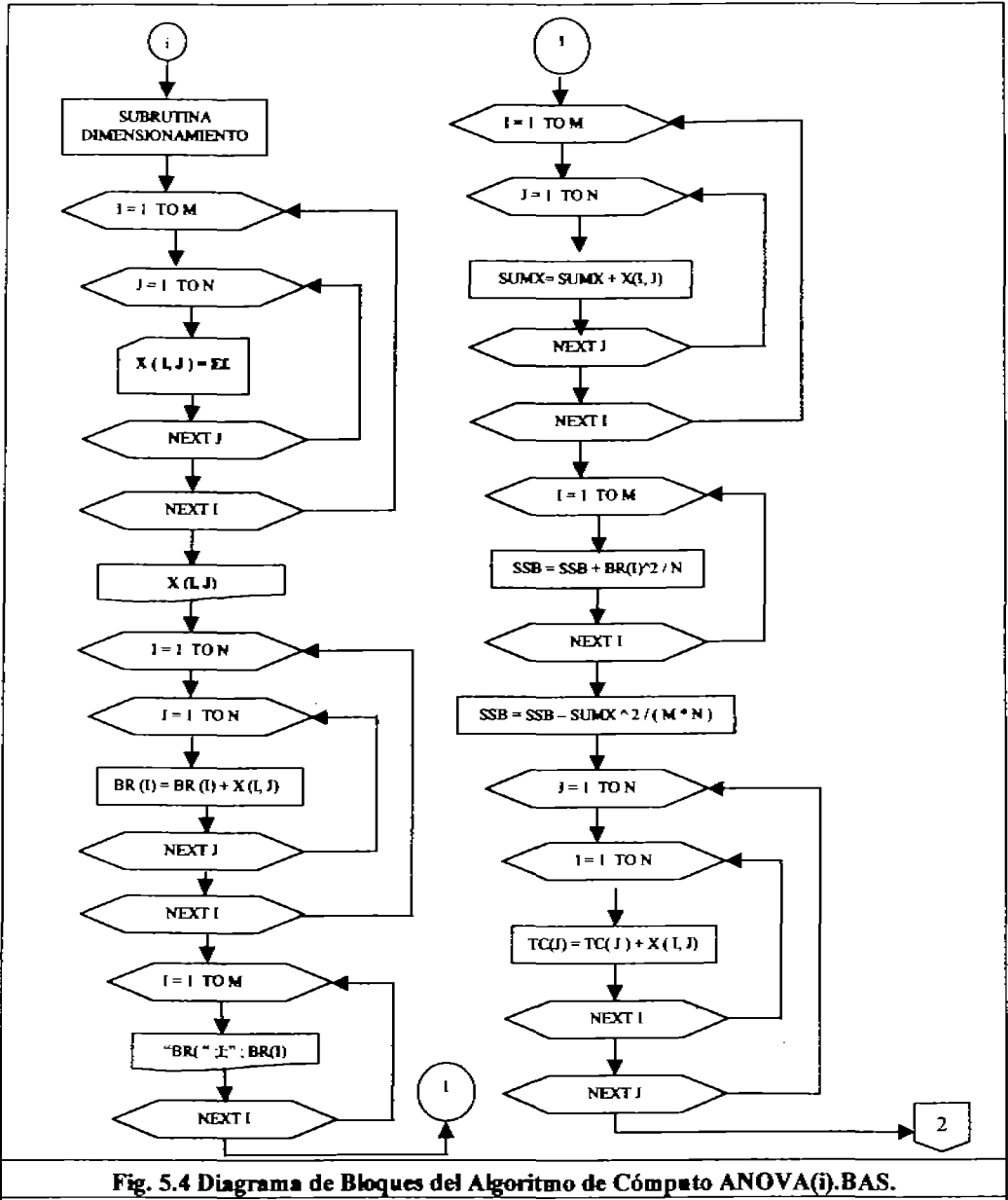


Fig. 5.4 Diagrama de Bloques del Algoritmo de Cómputo ANOVA(i).BAS.

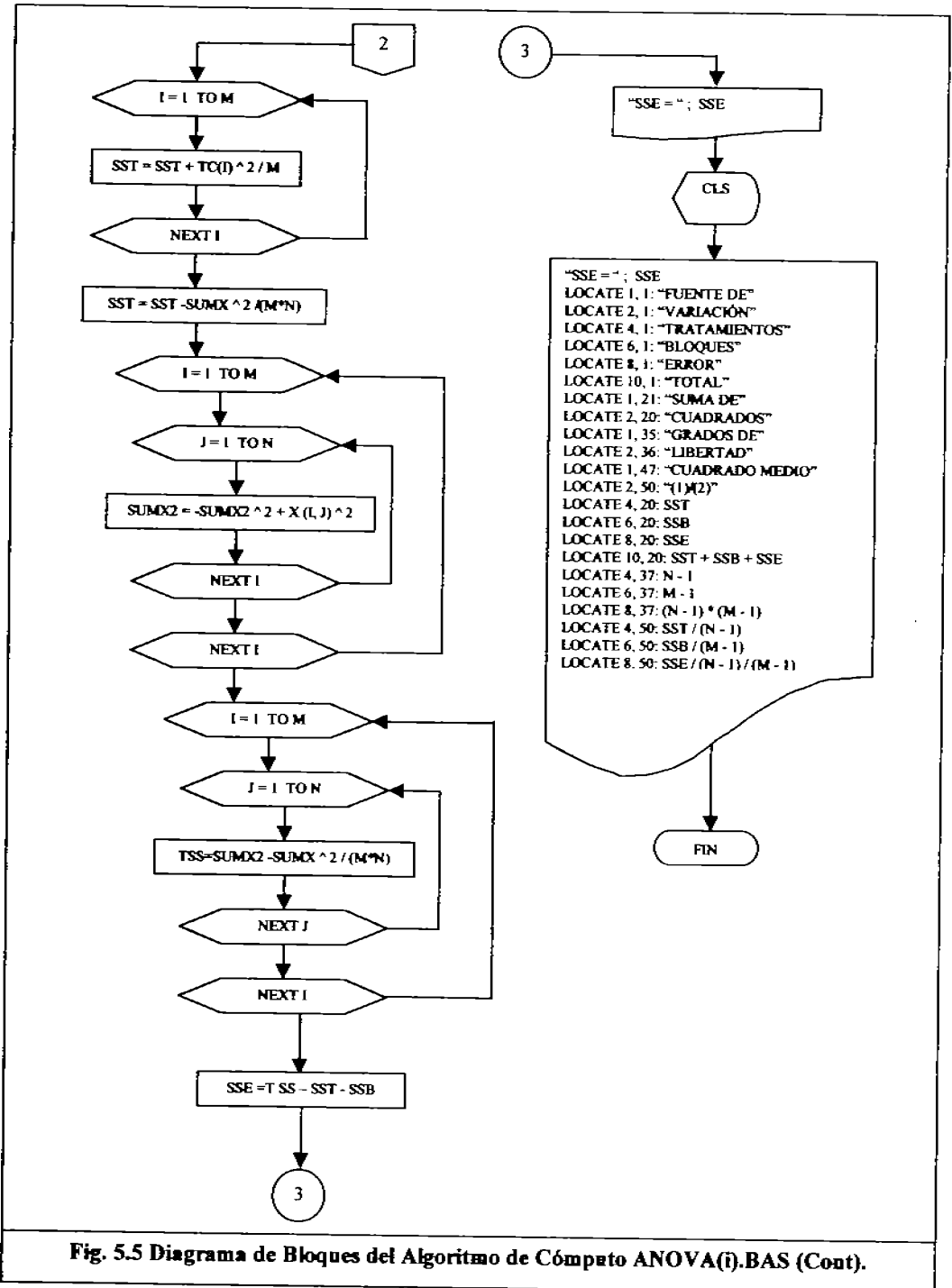


Fig. 5.5 Diagrama de Bloques del Algoritmo de Cómputo ANOVA(i).BAS (Cont).

Los datos de eficiencia se deben de alimentar en la línea diez (10) del programa y los resultados se muestran en el Apéndice B al final de esta tesis.

' ANOVA(I).BAS PROG. P/ANÁLISIS VARIANZA P/EL DISEÑO EXPERIMENTOS MULTIFACTORIALES

```

M = 5: N = 5 DIM X(M, N)
FOR I = 1 TO M
  FOR J = 1 TO N
    READ X(I, J) ' ESCRIBIR LOS DATOS OBTENIDOS DE EFICIENCIA EN LA SIMULACIÓN
    DATA 0.3982, 0.2702, 0.2315, 0.2753, .3074, .2419, .3506, .4298, .2609, .2876, .2560, .1967, .3389, .3706,
    .4581, .2732, .3420, .3209, .4253, .3763, .2618, .3501, .3575, .4245, .4931
  NEXT J
NEXT I
FOR I = 1 TO M
  FOR J = 1 TO N
    PRINT X(I, J),
  NEXT J
  PRINT
DO
LOOP WHILE INKEY$ = ""
NEXT I
PRINT ""

' ***** CÁLCULO DE LA SUMA DE CUADRADOS DEBIDA A LOS BLOQUES (SSB) *****
' SUMATORIA POR RENGLÓN (PRIMER FACTOR)
FOR I = 1 TO M
  FOR J = 1 TO N
    BR(I) = BR(I) + X(I, J)
  NEXT J
NEXT I
' CÁLCULO DE BR POR RENGLÓN (PRIMER FACTOR)
FOR I = 1 TO M
  PRINT "BR(", I, ")="; BR(I)
NEXT I
PRINT ""
' ***** CÁLCULO DE LA SUMA TOTAL *****
FOR I = 1 TO M
  FOR J = 1 TO N
    SUMX = SUMX + X(I, J)
  NEXT J
NEXT I
PRINT "SUMX ="; SUMX
' *****
FOR I = 1 TO M
  SSB = SSB + BR(I) ^ 2 / N
NEXT I
SSB = SSB - SUMX ^ 2 / (M * N)
PRINT "SSB ="; SSB
' *** CÁLCULO DE SUMAS POR COLUMNA (Tc)
FOR J = 1 TO N
  FOR I = 1 TO M
    TC(J) = TC(J) + X(I, J)
  NEXT I
NEXT J
FOR J = 1 TO N
  PRINT "Tc(", J, ")="; TC(J)
NEXT J

```



```

PRINT "
***** CÁLCULO DE SUMA TOTAL DE CUADRADOS *****
FOR I = 1 TO M
    SST = SST + TC(I) ^ 2 / M
NEXT I
SST = SST - SUMX ^ 2 / (M * N)
PRINT "SST ="; SST
***** CÁLCULO DE LA SUMA DE CUADRADOS NORMALIZADA *****
FOR I = 1 TO M
    FOR J = 1 TO N
        SUMX2 = SUMX2 + X(I, J) ^ 2
    NEXT J
NEXT I
***** CÁLCULO DE LA SUMA DE CUADRADOS *****
FOR I = 1 TO M
    FOR J = 1 TO N
        TSS = SUMX2 - SUMX ^ 2 / (M * N)
    NEXT J
NEXT I
PRINT "TSS ="; TSS
***** CÁLCULO DEL PARÁMETRO SSE *****
SSE = TSS - SST - SSB
PRINT "SSE ="; SSE
PRINT "PARA CAMBIAR DE PANTALLA PRESIONE CUALQUIER TECLA"
DO
LOOP WHILE INKEYS = "

```

CLS

```

LOCATE 1, 1: PRINT "FUENTE DE"
LOCATE 2, 1: PRINT "VARIACIÓN"
LOCATE 4, 1: PRINT "TRATAMIENTOS"
LOCATE 6, 1: PRINT "BLOQUES"
LOCATE 8, 1: PRINT "ERROR"
LOCATE 10, 1: PRINT "TOTAL"
LOCATE 1, 21: PRINT "SUMA DE"
LOCATE 2, 20: PRINT "CUADRADOS"
LOCATE 1, 35: PRINT "GRADOS DE"
LOCATE 2, 36: PRINT "LIBERTAD"
LOCATE 1, 47: PRINT "CUADRADO MEDIO"
LOCATE 2, 50: PRINT "{1)/(2)"
LOCATE 4, 20: PRINT SST
LOCATE 6, 20: PRINT SSB
LOCATE 8, 20: PRINT SSE
LOCATE 10, 20: PRINT SST + SSB + SSE
LOCATE 4, 37: PRINT N - 1
LOCATE 6, 37: PRINT M - 1
LOCATE 8, 37: PRINT (N - 1) * (M - 1)
LOCATE 4, 50: PRINT SST / (N - 1)
LOCATE 6, 50: PRINT SSB / (M - 1)
LOCATE 8, 50: PRINT SSE / (N - 1) / (M - 1)

```

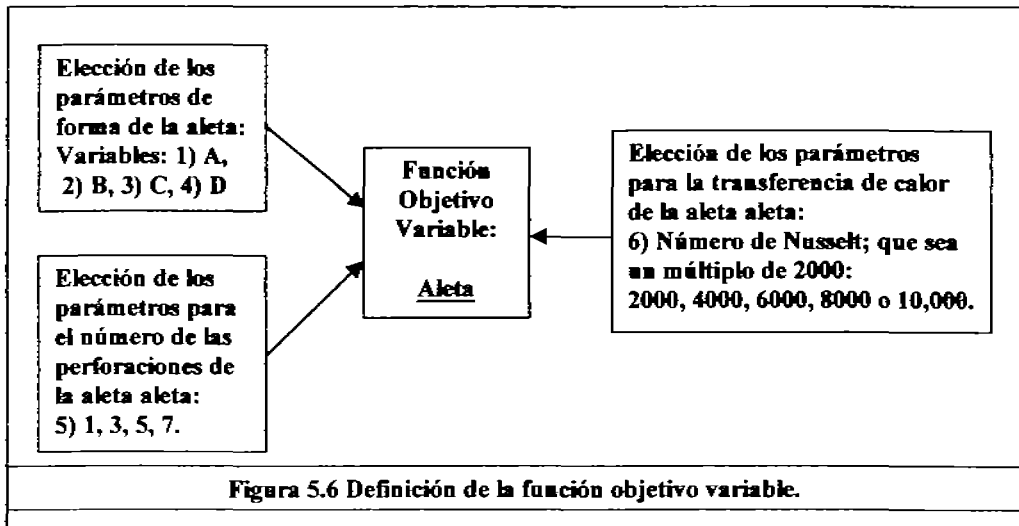
5.3 Número total de niveles

Una vez que las instancias de todas las variables asignadas se han almacenado, la interfase gráfica de usuario le impone a éste el número de niveles del experimento a ser conducido para dichas variables de diseño. Se supone que todas las variables independientes tienen el mismo número de niveles. Aunque en la práctica el número de niveles del experimento puede variar dependiendo de la significancia (estadística) de cada variable, esto puede ser evitado por medio de la creación de niveles virtuales o "dummy(ies)".

En adición a las variables de diseño, se podría considerar a los materiales y sus propiedades como variables independientes. Para las propiedades de transferencia de calor y para la descripción de estas condiciones se utilizan diferentes niveles para poder cambiar y ajustar el Número de perforaciones y el Número de Nusselt.

5.3.1 Selección de la variable función objetivo

El objetivo del experimento es el estudiar el comportamiento de la(s) variable(s) función(es) objetivo(s) tales como flujo de calor, etc., Estas son las variables de post-procesamiento conocidas como variables de estado en el programa. Desde que las variables de estado cambian dependiendo del tipo de elemento, el programa enlista solamente aquellos objetos post-procesables relacionados al tipo particular de elemento. Entonces el sistema ha sido diseñado de forma tal que la lista de funciones objetivo variables son sensibles al contexto del tipo de elemento.



Para la generación de la función objetivo variable, el usuario debe de elegir el tipo de función objetivo (para maximización o minimización) y los parámetros de variable tales como: forma de la aleta, número de perforaciones y condición de transferencia de calor de la aleta. Esto se muestra en la figura 5.4. Si la función objetivo variable es una combinación de varias variables de estado, el usuario definirá su función objetivo basado en la(s) función(es) variable(s) de estado disponibles en los programas pre-existentes. Por ejemplo, si el objetivo de llevar a cabo el diseño de experimentos, fuese el maximizar la magnitud del desplazamiento (d) como se muestra en la Ecuación 5.2, el usuario puede hacerlo escribiendo la ecuación en un archivo de post-procesamiento:

$$d = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \quad \text{Ecuación 5.2.}$$

El archivo de post-procesamiento puede ser la entrada para la optimización de la variable función objetivo. El archivo de post-procesamiento es el archivo **Anova2.Bas**, que está a partir de la Sección 5.6.

5.3.2 Generación del arreglo ortogonal

Una vez que el usuario alimenta los datos de las variables de diseño para llevar a cabo los experimentos, el próximo paso es la generación del arreglo ortogonal diseñado para llevar a cabo el análisis del experimento. La clase unitaria de la base de datos tipo tablero contiene el arreglo ortogonal con 6 variables y 5 niveles, aunque como la programación está ensamblada en bloques a partir de una ecuación del tipo: $ax^3+bx^2+cx^1+(0)dx^0$, la información generada por cada bloque se suma al anterior si es que existen los valores adecuados, llevando a cabo la unión de los términos que existan para dar estos como parámetros para generar la simulación del perfil de la aleta de pared delgada con perforaciones. Generando las direcciones en la clase unitaria y que contienen información acerca del número máximo de variables independientes, el número de niveles, el número de experimentos a llevar a cabo y las combinaciones de nivel de cada variable independiente para cada variable independiente en todos y cada uno de los experimentos.

El proceso de selección está basado en los criterios siguientes:

1. El arreglo ortogonal generado deberá de tener el número adecuado de niveles para cumplir con la selección del usuario
2. El número máximo de variables de diseño del arreglo ortogonal seleccionado debe ser igual o más grande que el número de variables de diseño seleccionadas por el usuario.

Si el número de variables seleccionado es menor que el número de variables de diseño dadas por el arreglo ortogonal, entonces el programa automáticamente crea las variables virtuales o "dummy(ies)". Estas variables no se usan para llevar a cabo los experimentos, sin embargo son esenciales para obtener los términos de error e interacción de estas variables y para permitir la apreciación de cuales son los parámetros más sensibles y útiles para; si es que el caso así lo requiere, refinar los cálculos hacia la obtención de valores mejorados. A pesar de que el algoritmo desarrollado considera solamente el efecto principal de las variables independientes, es posible verificar el que los efectos de interacción son o no significativos basados en una prueba de confirmación y el porcentaje de contribución debido al error.

5.3.3 Conduciendo el experimento

El presente método desarrollado para el diseño de experimentos simula las partes más representativas de lo que es un experimento real. Y se utiliza como herramienta analítica el método de elementos finitos para "llevar a cabo" el experimento. Cada vez que se "efectúa" un experimento virtual, la entrada de datos al archivo se deberá de modificar. El archivo de entrada modificado contiene los niveles de valor de los parámetros seleccionados, "materiales implicados y sus propiedades inherentes", si se requieren.

En adición a las modificaciones de nivel de variables de diseño, el programa añade un archivo de post-proceso que contiene la función objetivo-variable; si se maximiza o minimiza, en este caso se busca maximizar la variable, o sea la transferencia de calor y/o minimizar la generación de calor.

Después de generar un nuevo archivo paramétrico de datos, se corre el programa con estos nuevos datos. Este guarda los valores de la función objetivo como una variable y los asigna a un archivo. Estos valores de la variable función objetivo, también conocidos como parámetros de proceso están disponibles para un post-procesamiento posterior y/o final y dependiendo de la forma en la cual se arreglan las variables, considerando aquel que proporcione la mayor cantidad posible de información, tomando en cuenta el número de experimentos limitado que impone el método en cada caso.

5.3.4 Análisis de datos

Una vez que se han llevado a cabo los experimentos, el programa automáticamente guarda los parámetros de proceso y el correspondiente número de experimento y los niveles de combinación de todas las variables de diseño. Estos datos en bruto se procesan mayormente para segregar el efecto principal de cada variable principal. Los siguientes son parámetros estadísticos importantes que el programa calcula automáticamente:

- i) Valor medio de cada nivel de cada variable de diseño,
- ii) Suma de los cuadrados del valor de las variables de diseño,
- iii) Suma total de los cuadrados,
- iv) Porcentaje de contribución,
- v) Valor cercano al óptimo de la función objetivo,
- vi) Prueba de confirmación,
- vii) Prueba de ANOVA (Análisis de (Of) Variables)

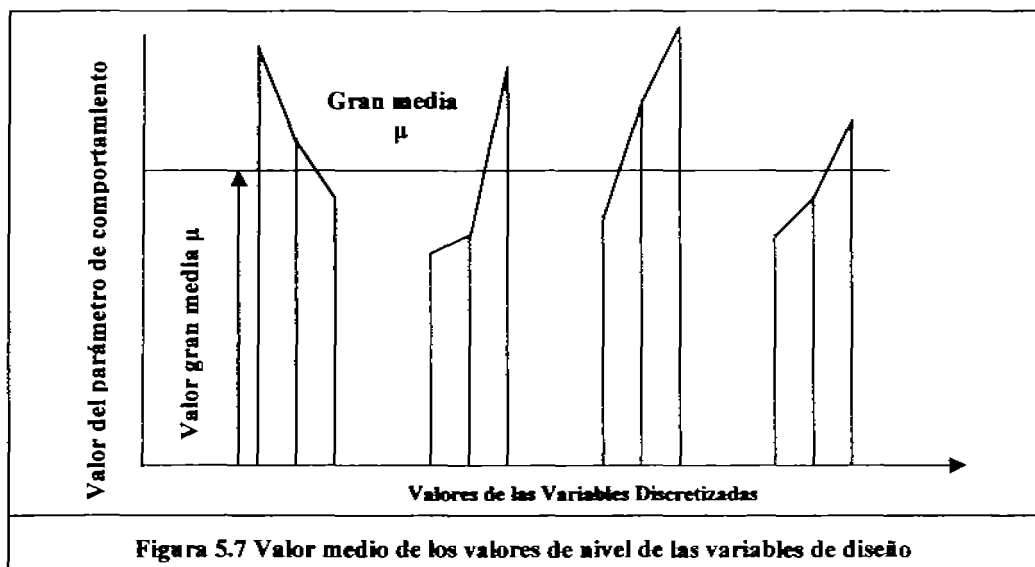


Figura 5.7 Valor medio de los valores de nivel de las variables de diseño

- Media del valor de nivel de cada diseño

La media del valor de nivel de una variable de diseño se calcula sumando los parámetros de proceso pertenecientes a ese nivel individual. En el caso del arreglo ortogonal L9 mostrado en la **Tabla 2.1**, el valor medio del nivel 2 de la variable 3 está dado por la **Ecuación 5.3**.

$$\mu_{32} = \frac{(p2+p4+p9)}{3} \quad \text{Ecuación 5.3.}$$

Debe notarse que la gran media de todos los experimentos es la misma como el promedio de los valores medios de cada nivel de una variable de diseño como lo muestra la figura 5.5. Basado en los valores de cada una de las variables de diseño, se lleva a cabo el análisis de sensibilidad.

• **Suma de los cuadrados de los valores**

La suma de los cuadrados de las variables individuales de diseño se puede calcular, con cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$$SSV_i = \sum_{j=1}^L [\mu - \mu_{ij}]^2 \quad \text{Ecuación 5.4}$$

$$= \frac{1}{R} \sum_{j=1}^L [\mu_{ij} * L]^2 - \frac{[T]^2}{N} \quad \text{Ecuación 5.5}$$

Donde L es el número del nivel, N es el número de experimentos conducidos, R es el número de repeticiones por nivel al cual es igual, T es la suma de los parámetros de proceso de todos los experimentos, μ es el valor de la gran media de todos los experimentos, μ_{ij} es la media del valor del nivel j-ésimo del valor de la i-ésima variable. En el caso del arreglo L9 el cual se da en la Tabla 2.1, la suma total de los cuadrados de la variable 3 se puede calcular usando las Ecuaciones 5.6 o 5.7. Similarmente se puede encontrar la suma de los cuadrados para otras variables.

$$SSV_3 = \left[\mu - \frac{p1+p6+p8}{3} \right]^2 + \left[\mu - \frac{p2+p4+p9}{3} \right]^2 + \left[\mu - \frac{p3+p5+p7}{3} \right]^2 \quad \text{Ecuación 5.6}$$

$$= \frac{(p1+p6+p8)^2 + (p2+p4+p9)^2 + (p3+p5+p7)^2 + \left[\sum_{i=1}^9 p_i \right]^2}{9} \quad \text{Ecuación 5.7}$$

• **Suma de los totales de los cuadrados**

La suma del total de los cuadrados (SSTO) es la suma de la desviación de los parámetros a partir del valor de la gran media del experimento. Esta se puede obtener de las Ecuaciones 5.8 y 5.9

$$SSTO = \sum_{k=1}^N [p_k - \bar{\mu}]^2 \quad \text{Ecuación 5.8}$$

$$= \sum_{i=1}^N [p_i]^2 - \frac{[T]^2}{N} \quad \text{Ecuación 5.9}$$

Donde p_i son los parámetros de comportamiento para el k-ésimo experimento.

Este es el total de la suma de los cuadrados que no necesariamente debe ser igual al total de la suma de los cuadrados de cada una de las variables individuales. Esto puede deberse a la interacción de los efectos entre las variables de diseño o debidas a la introducción de variables virtuales, si estas existen.

• **Porcentaje de distribución**

El porcentaje de distribución de cada variable de diseño es la razón de la suma de los cuadrados de una variable particular de diseño al total de la suma de los cuadrados de todas las variables. Esta razón indica la influencia de la variable de diseño sobre el parámetro de comportamiento debido al cambio en los valores de nivel.

• **Valor cercano al valor óptimo**

Para encontrar un valor cercano al óptimo de la función objetivo, se lleva a cabo un nuevo experimento fijando un valor cercano al óptimo para cada variable de diseño. El valor cercano al óptimo para cualquier variable de diseño se puede encontrar fácilmente a partir de los valores medios de todos los niveles. Los valores óptimos de nivel se pueden utilizar como el valor inicial para una mayor optimización del problema.

• **Prueba de ANOVA (análisis de varianza)**

Debe notarse a partir de las secciones anteriores que el significado de las variables individuales de diseño se puede encontrar a partir del porcentaje de contribución. Pero no es posible el juzgar de manera categórica a partir de un valor de contribución si este es significativo o no. Usando la aproximación por medio del análisis de la varianza (ANOVA), se puede aceptar o rechazar una variable independiente a partir del análisis dado por el nivel o intervalo de confianza. Esto se puede hacer llevando a cabo la prueba de F (Fisher-Snedecor). Como de acuerdo esta prueba, una variable es significativa solamente si la razón de la suma de medias de los cuadrados de la variable (MSV) a la suma del cuadrado del error (MSE) es mayor que el valor obtenido de tablas de F. El cálculo de MSV y MSE están basados en el método de acumulación dado por las siguientes ecuaciones:

$$MSV = \frac{SSV}{\text{No. de Niveles} - 1} = \frac{SSV}{L - 1} \quad \text{Ecuación 5.10}$$

$$MSE = \frac{SSTO - SSV}{(N - 1) - (L - 1)} = \frac{SSTO - SSV}{N - L} \quad \text{Ecuación 5.11}$$

El valor calculado de F está basado en una aproximación estadística que obedece la distribución de Fisher-Snedecor con un numerador con L-1 grados de libertad, y un denominador con N-L grados de libertad como nivel de confianza. La hipótesis para aceptar o rechazar el significado de una variable está dada por las siguientes reglas:

Hipótesis nula (H₀): la variable de diseño no es significativa (5.12a).

Hipótesis alterna (H₁): la variable de diseño es significativa (5.12b).

Se Concluye que se da H₀, si se da la condición dada en (5.12c)

Se Concluye que se da H₁, si se da la condición dada en (5.12d)

$$\frac{MSV}{MSE} \leq F((L - 1), (NV - L), \alpha) \quad \text{Ecuación 5.12c}$$

$$\frac{MSV}{MSE} > F((L - 1), (NV - L), \alpha) \quad \text{Ecuación 5.12d}$$

• Prueba de confirmación

Debe de notarse que a pesar de que se supone que de la combinación cercana al óptimo se obtiene el mejor comportamiento, esto puede no suceder debido a los efectos de la interacción. En ese caso se requiere de una prueba de confirmación. El parámetro de comportamiento cercano al óptimo requiere de una prueba de confirmación basada en la siguiente fórmula:

$$\mu_{\text{Optima}} = \bar{\mu} + \sum_{i=1}^{NV} \left[(\mu_{0_i}) - \bar{\mu} \right] \quad \text{Ecuación 5.13}$$

Donde: NV : es el número de variables de diseño,
 $\bar{\mu}$: es la gran media promedio de todos los experimentos, y
 $(\mu_0)_i$: es el valor medio promedio del parámetro de comportamiento para el valor cercano al óptimo de la i -ésima variable.

Sin embargo, si todos los efectos factoriales fuesen añadidos juntos, estos estarían sobre-estimados. En lugar de dar un peso igual a todos los efectos factoriales se da el peso a las variables de diseño dependiendo de la **significancia** de cada variable. Este método se denomina el método del coeficiente de descuento. Por que en este método el valor estimado para la condición cercana a la óptima está dado por la **Ecuación 5.14**.

$$\mu_{\text{Optima}} = \bar{\mu} + \sum_{i=1}^{NV} \beta_i * \left[(\mu_0)_i - \bar{\mu} \right] \quad \text{Ecuación 5.14}$$

Aquí el coeficiente se calcula basado en la siguiente fórmula:

Si el cálculo anterior está desviado de manera significativa del calculado basado en los

$$\begin{aligned} \beta &= 0 && \text{Cuando: } F_o = \frac{MSV}{MSE} \leq 1 && \circ \\ \beta &= 1 - \frac{1}{F_o} && \text{Cuando: } F_o = \frac{MSV}{MSE} > 1 && \text{Ecuación 5.15} \end{aligned}$$

valores de niveles óptimos, el diseñador debe de verificar la validez de las suposiciones hechas.

5.3.2 Salida gráfica

Se tienen los siguientes gráficos como salida para una fácil visualización de los resultados experimentales.

1. Análisis de sensibilidad
2. Contribución porcentual
3. Nivel óptimo de combinación

• Análisis de sensibilidad

La gráfica de sensibilidad indica el cambio en el valor del parámetro de comportamiento debido al cambio en los valores de nivel para cada variable de diseño. Para una fácil comparación se marca una línea en la abscisa cero para la gran media. Se debe notar que si los valores de todos los niveles de una variable de diseño se encuentran muy cercanos al valor de la gran media, la variable no es

sensible a cambios en los valores del nivel y por lo tanto no es significativa y viceversa. Esto se muestra en las figuras del Apéndice D.

- **Contribución porcentual**

La contribución porcentual de cada variable de diseño está representada por medio de un diagrama de barras como se muestra en la figura 6.6. A partir del gráfico se puede deducir que una variable que es más sensible a cambios en el nivel tendrá una mayor contribución.

- **Nivel óptimo de combinación**

La tabla de la cual se puede obtener el nivel óptimo es la que se muestra en el Apéndice C, la cual muestra todos los valores de las variables de diseño y de los cuales se pueden extraer el valor óptimo para el parámetro de comportamiento. Esta tabla es un resumen del arreglo ortogonal y todos los valores del parámetro de comportamiento para cada uno de los experimentos. Se muestra una grafica típica en la figura 6.7. Esta tabla fue obtenida originalmente del archivo de Excel © TblDtsExps1.

CAPÍTULO 6 CASO DE ESTUDIO

6.1 Descripción del problema

El ejemplo considerado aquí es la simulación de un proceso de enfriamiento de una aleta perforada (calada) con diferentes formas y paredes fuentes de calor (consideradas como isotérmicas) hacia una frontera convectiva, utilizando la aproximación integrada de los métodos de Taguchi y el método de elementos finitos. Se desea optimizar la eficiencia de remoción de calor de la superficie de un equipo de proceso por medio del paso del calor a través de una aleta (área extendida), por lo tanto es **esencial que la cantidad neta de calor disipado sea la máxima posible para un área extendida lo más pequeña posible**, por consideraciones económicas. Teniendo en mente este objetivo se llevan a cabo los experimentos para estudiar los diferentes factores que han de maximizar la disipación de calor por medio de la aleta. Cabe señalar que aunque los experimentos se pudieron llevar a cabo por medio de un experimento real; el obstáculo principal es el de ajustar los factores, consecuentemente hacer los materiales que tuviesen dichas propiedades y después disponer de una pequeña cantidad requerida del material para la manufactura de cada aleta elevando los costos de manera apreciable,.

Con la simulación del experimento por medio de la computadora, el diseño de experimentos se ha hecho más accesible su ejecución y refinado en alto grado.

6.2 Datos de entrada

Los varios factores que afectan la transferencia de calor son los siguientes: El diagrama esquemático de la remoción de calor se muestra en la figura 6.1.

1. Material de la aleta.
2. Velocidad del medio.
3. Medio en el cual se encuentra la aleta.
4. Forma de la aleta.
5. Número de perforaciones.
6. Formas de la transmisión de calor.
7. Fuerza impulsora.
8. Fuerza resistente, resistencia.
9. Coeficiente de convección del medio.
10. Coeficiente de convección del aire.
11. Temperatura de la fuente de calor.
12. Temperatura Ambiente.

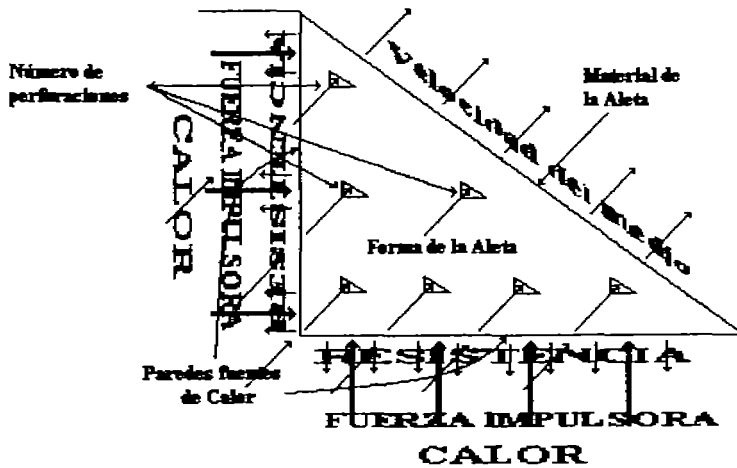


Figura 6.1 Variables de diseño que afectan el flujo de calor en la aleta.

6.3 El modelo de elementos finitos

El modelo de elementos finitos del proceso de enfriamiento consiste en elementos sólidos térmicos de dos dimensiones en los cuales se aplican las ecuaciones de elementos finitos, en este caso, la formulación variacional de la ecuación de Laplace. Este tipo de elementos se usa para llevar a cabo el análisis térmico de estado estacionario con capacidad de conducción. Se puede simular la generación de calor dentro del cuerpo o en los bordes y la convección a lo largo de los bordes y en la superficie de la placa. A partir de los cálculos de la velocidad de transferencia de calor, es posible encontrar la carga total de calor transferida. El modelo de mallas del proceso de maquinado se muestra en la figura 6.2. Cada vez que se lleva a cabo, la geometría se cambia de manera automática de acuerdo a los niveles fijados para las variables de diseño.

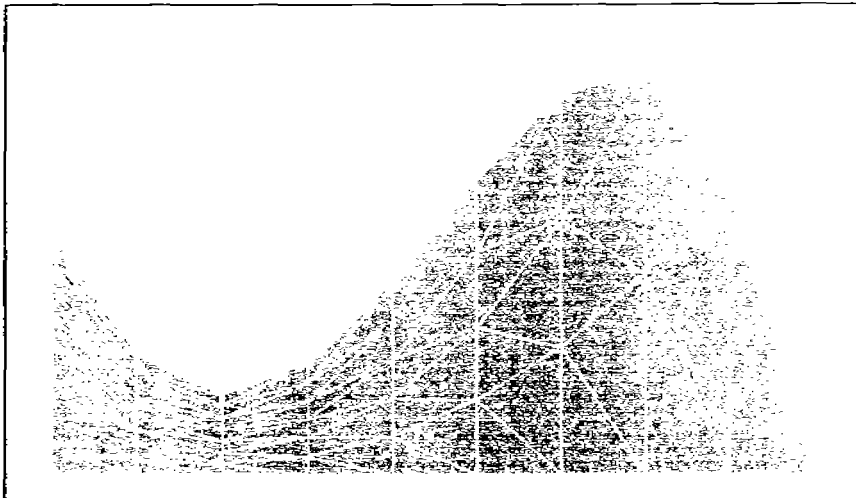


Figura 6.2 Modelo de elementos finitos para el proceso de enfriamiento

6.4 Llevando a cabo los experimentos

Los siguientes son los pasos de los cuales requiere el diseño experimental del proceso de diseño de una aleta de enfriamiento, ver secciones 5.2.1, 5.2.2 y 5.2.3

6.4.1 Alimentación de los datos de entrada

Los datos de entrada se alimentan en los puntos que se sugieren en cada uno de los programas de acuerdo a lo planteado en las secciones 5.2.1, 5.2.2 y 5.2.3.

6.4.2 Selección de las variables independientes

Existe un total demás de 45 variables que se definieron como posibles de ser tomadas en cuenta. Aún pensando que solamente se identifican 12 variables para el problema anterior, solamente se van a tomar en cuenta seis variables, las locaciones para las variables remanentes se utilizan para nodos, generación de elementos y otros propósitos. Por lo tanto no se deben de seleccionar variables de modelado como variables de diseño.

A partir de las posibles variables de diseño, se consideran las siguientes seis para este estudio experimental: Forma de la aleta (cuatro variables): i) A, ii) B, iii) C y iv) D, v) Número de perforaciones: 1, 3, 5, 7, 9, vi) Número de Nussett Ajustado, a un múltiplo de 2,000, o sea: 2,000, 4,000, 6,000, 8,000 o 10,000. Para cada variable de diseño seleccionada, el usuario debe de alimentar 5 valores de niveles significativos diferentes. Esto permite representar los efectos no lineales de las variables de diseño sobre la respuesta, o más precisamente la variable función objetivo.

6.4.3 Selección de la variable función objetivo

La variable función objetivo es el elemento a post-procesar en el programa Anova2.Bas. Para el caso presente, el flujo de calor hacia la aleta se calcula independientemente y se almacena en una serie de direcciones de la computadora definidos en los programas. (Ver la sección 6.4.1).

6.4.4 Conduciendo el experimento por medio del método de Taguchi

Una vez que se han seleccionado las variables de diseño, el programa genera el arreglo ortogonal L25 (Ver Secciones 3.2, 3.2.1, 3.2.2 y 3.2.3). Este arreglo ortogonal es el adecuado para llevar a cabo experimentos con un máximo de 6 variables de diseño, cada una de ellas teniendo 5 niveles.

Después de la generación del arreglo ortogonal, el archivo de entrada se modifica con diferentes combinaciones de valores de nivel de las variables de diseño. Para cada experimento se crea una nueva serie de arreglos. Puesto que la geometría del problema cambia con cada experimento, el programa calcula la matriz de rigidez para cada experimento y resuelve el problema. Y al final de cada experimento, los valores de los parámetros de proceso se guardan en un archivo. Este se usa para el post-procesado estadístico.

6.5 Post-procesado estadístico

Una vez que se han finalizado los experimentos, el programa calcula el valor medio de cada nivel de todas las variables, la suma de los cuadrados, el porcentaje de contribución y el valor cercano al óptimo de cada variable. Basado en el valor cercano al óptimo de cada variable, se lleva a cabo si así se desea un nuevo experimento con cada variable de diseño, fija el valor cercano al nivel óptimo. El programa nos habilita también el calcular el valor F_0 para cada variable de diseño. El resumen de los resultados experimentales se muestra en el archivo de Excel TblDtsExps1, que es el Apéndice D. Se puede observar a partir del análisis de resultados que no todos los factores tienen el mismo peso estadístico, puesto que la prueba de ANOVA efectuada a un nivel de confianza del 90% rechaza la significancia de algunas de estas variables de diseño, aunque habiendo partido de una serie inicial amplia de factores (más de 20 al principio, después 12 y finalmente 6) la discriminación de factores se considera completa y sirve para señalar los factores más importantes dentro de la experimentación y a partir de éstos valores se han de refinar los valores hacia los valores óptimos.

Número de Variable	Valores Nivel					Niv. Ópt.	% de Contrib	Valor F		Prueba ANOVA		
	1	2	3	4	5			Corridas (Inicial, Final)		F(4,1, 0.09)	¿Es Signif? (I / F)	
<u>A</u>	0.2	0.4	0.6	0.8	1	5	5.0989	6.6451	3.5527	19.37	No	No
<u>B</u>	0.2	0.4	0.6	0.8	1	5	11.0943	14.3274	7.8612	19.37	No	No
<u>C</u>	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	8.0800	1.0364	15.1236	19.37	No	No
<u>D</u>	0.2	0.4	0.6	0.8	1	5	0.1658	0.3241	0.0075	19.37	No	No
<u>No. Perf.</u>	1	3	5	7	9	1	61.6924	49.9527	73.4322	19.37	Si	Si
<u>No. Nusselt</u>	2000	4000	6000	8000	10000	1	12.8684	27.7141	0.0226	19.37	Si	No

Tabla 6.1, Resumen de Resultados Experimentales

6.5.1 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad de la operación de enfriamiento muestra que la mayoría de las variables de diseño varían de manera lineal con excepción de la temperatura ambiente. En adición a esto, los resultados mostrados en la figura del Apéndice D no sugieren que el Número de perforaciones y el Número de Nusselt contribuyan en mayor grado que cualquiera otra variable. El resto de las funciones no muestran tener un impacto significativo sobre la variable función objetivo.

6.5.2 Porcentaje de contribución

La gráfica del porcentaje de contribución se muestra en las figuras del Apéndice D confirma los resultados del análisis de sensibilidad. Como se esperaba el porcentaje de contribución de cada una de las variables está muy diferenciado. Aunque este resultado era predecible de manera lógica, el haber obtenido del programa esta respuesta es muy alentador. En este momento no se pueden eliminar las variables de forma por que aunque presentan peso estadístico, ya son el medio mínimo por el cual llevamos a cabo los experimentos.

6.5.3 Solución cercana al óptimo

La gráfica mostrada en la página siguiente (Figura 6.3), mostrada también en el Apéndice D compara los valores del parámetro de comportamiento de cada experimento llevado a cabo junto con

el arreglo ortogonal generado. Al final de todos los resultados experimentales, se muestran los resultados del experimento para el caso del nivel óptimo. Debe notarse que el flujo de calor óptimo desde la pieza de trabajo es la más alta de todos los experimentos llevados a cabo.

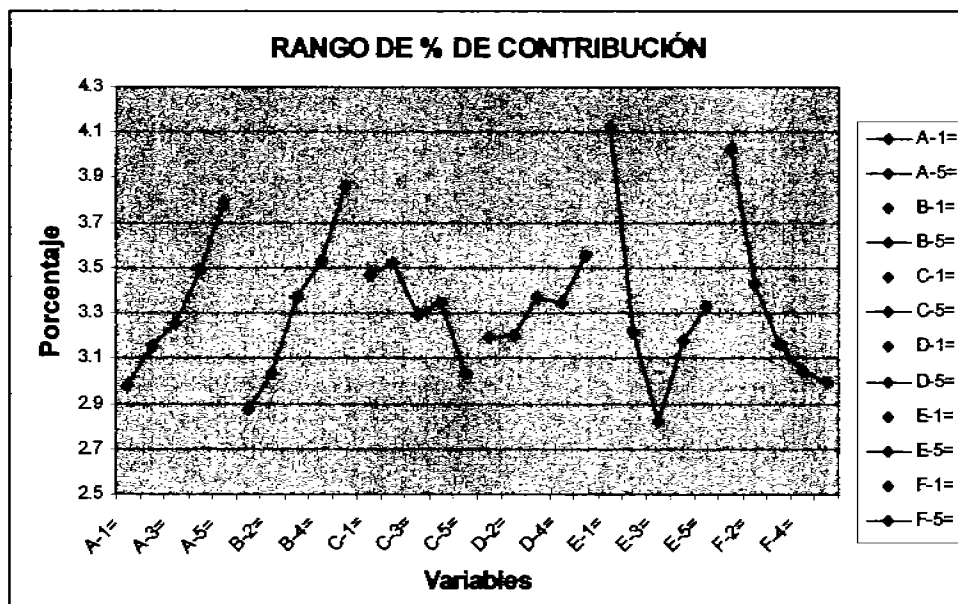


Figura 6.3 Resultados experimentales y valores de nivel óptimos

6.6 Comparación de resultados óptimos locales

El apéndice D es el resumen de los resultados experimentales dados, y está fundamentado en los resultados iniciales de los experimentos basados en el método de Taguchi. Estos resultados pueden ser utilizados con confianza como valores iniciales (semilla) para cualquier otra técnica de optimización matemática.

A partir de la disminución de experimentos, se evidencia que el tiempo consumido para proceso en computadora se reduce drásticamente utilizando el método de Taguchi como un paso inicial antes de llevar a cabo el procedimiento estándar de optimización, más que el proceder directamente a efectuar la optimización basándose en el procedimiento (normal) estándar de optimización.

Nivel => Variable	1	2	3	4	5
A					
B	2.8742(0)				
C					
D					
E			2.8176(4.53)		
F					

Tabla 6.2 Comparación y porcentaje de las variables de optimización locales

Desde que la significancia de los parámetros de diseño muestra un comportamiento lineal, el valor óptimo, toma los valores límite extremos y por lo tanto los valores del parámetro óptimo de comportamiento basándose solamente en el método de Taguchi son mejores que los dos métodos remanentes usando técnicas de optimización estándar.

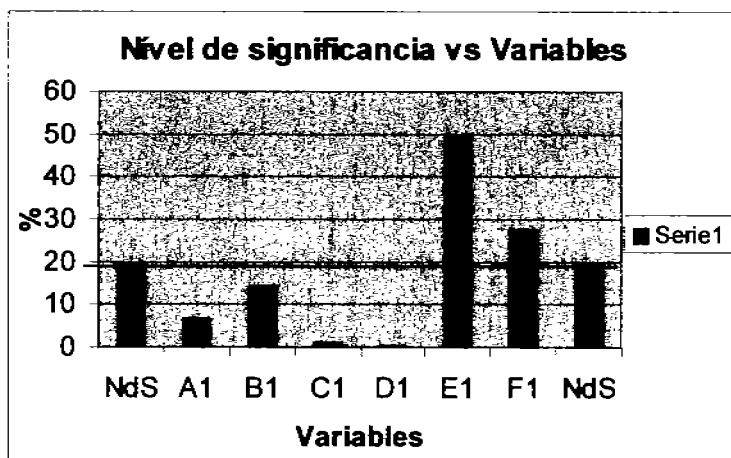


Figura 6.4 Porcentaje de Contribución de las variables independientes, la línea dibujada muestra el valor umbral de significancia: 19.37%

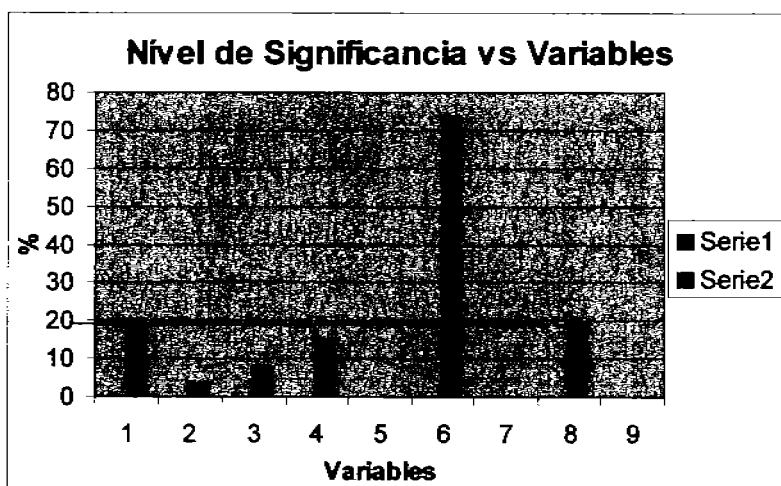


Figura 6.5 Porcentaje de Contribución de las variables independientes. El nivel y la línea entre las barras 1 y 8 representa el Nivel de significancia.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y ALCANCES FUTUROS

En el presente trabajo se ha llegado a una metodología que permite el uso eficiente del método de Taguchi y el método de elementos finitos como una herramienta de diseño. Como un método experimental, el método de Taguchi es una de las mejores herramientas de que se dispone en la actualidad. De igual manera el análisis por medio de elementos finitos es una poderosa herramienta numérica para resolver la mayoría de los problemas de ingeniería representados por medio de ecuaciones diferenciales. Ambos son métodos de optimización. El método de Taguchi, en base a arreglos ortogonales permite obtener el mínimo de experimentos a realizar para obtener resultados estadísticamente confiables, mientras que el método de elementos finitos permite obtener los valores óptimos de los parámetros de una función de aproximación a la solución de una ecuación diferencial. La mayor ventaja de usar el análisis de elementos finitos es que el método no es específico para un problema y puede usarse para casos genéricos.

6.5 Conclusión

La técnica de optimización de estándares está basada en el método de pasos de pendiente descendiente de primer orden. Las interacciones de los ciclos de optimización convergen cuando la(s) diferencia(s) entre dos valores subsecuentes de la función objetivo son menores a 0.1, o sea a un valor (con sentido físico real) definido seleccionado por el usuario.

Los resultados experimentales obtenidos por medio de la aproximación integrada, confirman la expectativa común de que no todos los parámetros son igualmente predominantes. Como el objetivo final del estudio experimental es el optimizar la variable parámetro de comportamiento, entonces el diseñador puede llevar a cabo una experimentación a fondo, manteniendo los valores de nivel cercanos al óptimo como el punto de partida para un nuevo experimento.

En este caso de acuerdo a las contribuciones por factores tomamos aquellas que son las óptimas siendo la configuración resultante (Parámetro, (Nivel)): **A5(1.0)**, **B5(1.0)**, **C2(0.4)**, **D5(0.25)**, **E1(1 Perforación)**, **F1(Nusselt=2000)** y tomando a ésta como la aleta 26la cual al calcularla (llevando a cabo cada uno de los pasos de cálculo y simulándola) obtuvimos una eficiencia de **0.4696**, la cual está arriba de la supuestamente aleta óptima de la configuración experimental inicial, de la cual obtuvimos una eficiencia del **0.4105**, lo cual confirma la eficiencia del método de Taguchi para al menos aislar las respuestas óptimas de acuerdo al nivel de la variable.

Aún más, no se pueden eliminar para un estudio posterior suponiendo que el rango de operación de los factores anteriores cambia con respecto de los experimentos que han estado llevándose a cabo por tratarse del mínimo de factores necesarios para llevar a cabo la experimentación.

7.2 Alcance a futuro

El concepto anterior se puede extender a todas las otras áreas donde el experimento real en tiempo real pueda ser reemplazado por una simulación computacional del (mismo) experimento.

Para hacer el programa (de software) más versátil y flexible, se deben de incorporar los efectos entre variables independientes de diseño, aunque hay que remarcar lo dicho en el texto que es extremadamente raro el que se encuentren relaciones entre más de dos variables, y que gente con amplísima experiencia en el método de Taguchi considera que si se hace una adecuada selección y separación de los efectos de las variables, éstas en algún punto, su relación dependerá de la forma en la cual se encuentran definidas en cuanto al alcance de unas respecto de las otras.

En el momento presente el algoritmo presentado aquí solamente es una herramienta para ayudar al usuario a comprender como opera un programa que se basa en éstos métodos; ello no obsta para considerar que el programa es una base sólida para empezar a entender el uso de otros programas de este tipo incluyendo software comercial.

Finalmente, la optimización del diseño se debe de explorar para alcanzar la optimización tanto global como local por medio de una aproximación integrada. A partir de los resultados de las soluciones cercanas al óptimo, se puede llevar a cabo por la reducción del rango de los límites del intervalo de diseño de la variable. Sin embargo se debe de tener cuidado de que el poder del Método de Taguchi radica en la minimización del número total de experimentos y de que nos provee de una guía clara para llevar a cabo aún el análisis de variables no numéricas, lo cual hace de ésta, una de las técnicas más poderosas de optimización incluso a nivel industrial.

BIBLIOGRAFÍA.

- ^[1]Akim, C., "Applied Numerical Methods for Personal Computers: The Finite Element Method.", McGraw-Hill, Singapore, (1987).
- ^[2]Archer, J.S., "Consistent mass matrix for distributed mass systems". Proc. A.S.C.E. 89ST4, pp. 161-178, (1963).
- ^[3]Argyris, J.H., "Recent advances in matrix methods of structural analysis". Progress on Aeronautics Science. Vol 4, (1964).
- ^[4]Argyris J.H. y S. Kelsey, "Energy theorems and structural analysis.", Butterworths, N.Y., (1960).
- ^[5]Ayappa, K.G. y H.T. Davis, "Analysis of microwave heating of materials with temperature dependent properties". A.I.C.H.E. J., Vol. 37, No. 3, (1992).
- ^[6]Bazeley, G. P.; Y.K., Cheung; B.M., Irons y O.C., Zienkiewicz, "Triangular elements in bending-conforming and nonconforming solutions". Proceedings of Conferences on Matrix Methods in Structural Mechanics. Air Force Institute of Technology, Wright Patterson Air Force, Ohio, pp. 547-576, (1965).
- ^[7]Bird, R.B.; W.E. Stewart, y E.N., Lightfoot, (1960). "Fenómenos de Transporte.", 3ª edición, Editorial Reverté, Barcelona, 1992.
- ^[8]Birkhoff. G.; M.H., Schultz y R.S., Varga., "Piecewise Hermite interpolation in one and two variables with applications to partial differential equations". Numer. Math. Vol. 11, pp. 232-256 (1968).
- ^[9]Brunette, D., "Finite Element Analysis from Concepts to Applications". Addison-Wesley, Wilmington. (1988).
- ^[10]Clough, R.W., "The finite element in plane stress analysis", Proceedings of the 2nd A.S.C.E. Conferences on Electronic Computation, Pittsburgh, pp. 345-378, (1960).
- ^[11]Clough, R. W. y C. P., Johnson, "A finite element approximation for the analysis of thin shells", Int. J. Solids Structs. Vol 4, pp. 43-60, (1968).
- ^[12]Connor, J.J. y C.A., Brebbia., "Finite element techniques for fluid flow.", Newnes-Butterworths, N.Y. (1976).
- ^[13]Courant, R. "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations", Bull. Amer. Math. Soc., 49, pp. 1-23, (1943).
- ^[14]Davies, Alan J., "The finite element method.", Oxford University Press, Oxford, (1980).
- ^[15]Doctors, L. J., "An application of the finite element technique for boundary value problems of potential flows", Int. J. Num. Meth. Engng., 2, 243-252, (1970).

- ¹¹⁶Gallagher R. H.; J. Padlog, y P.P. Bijlaard, "Stress analysis of heated complex shapes.", J. Am. Rocket Soc., 32, pp 700-707, (1962).
- ¹¹⁷Gallagher, R. H, "Finite element analysis of plate and shell structures", Proc. A.S.C.E. Symp. On application of the finite element methods in civil engineering, Van der Bilt University, Nashville, pp. 155-205, (1969).
- ¹¹⁸García Colín, L., "Procesos irreversibles". La Física Contemporánea. Las Ciencias en el Siglo XX. Coordinación de la Investigación Científica. Dirección General de Difusión Cultural. Unidad editorial, UNAM, México, (1983).
- ¹¹⁹Gould, P.L; A., Cataloglu, y R.E., Clark, Mathematical modelling of human aortic valve leaflets. Appl. Math. Modelling, vol. 1, pp. 33-36, (1976).
- ¹²⁰Grafton, P.E. y D. R., Strome, "Analysis of axisymmetrical shells by the direct stiffness method", J.A.I.A.A., 1, pp. 2342-2347, (1963).
- ¹²¹Greenstadt, J.. "On the reduction of continuous problems to discrete form", IBM J. Res. Develop. 3, pp 355-368, (1959).
- ¹²²Hrennikoff, A., "Solution of problems in elasticity by the framework method", J. Appl. Mech. A8, pp. 169-175, (1941).
- ¹²³Jones, R.E., "A generalization of the direct stiffness method of structural analysis", J.A.I.A.A. 2, pp. 821-826, (1964).
- ¹²⁴Koening, H. A. y N. Davis, "The damped transient behaviour of finite beams and plates", Int. J. Num. Meth. Engng. 1, pp. 151-162(1969).
- ¹²⁵Kotake, S. y E. Higata, "Numerical Simulation of heat Transfer and Fluid Flow on a Personal Computer.", John Wiley and Sons. New York, (1992).
- ¹²⁶Kreuzer, H. J., "Nonequilibrium Thermodynamics and its Statistical Foundations.", Oxford Science Publications, Oxford University Press, N.Y., (1981).
- ¹²⁷Lebon, G. (1993), Extended Thermodynamics. Nonequilibrium Thermodynamics with Applications to Solids. International Center for Mechanical Sciences. Springer-Verlag; Wien-N.Y, pp. 139-205, 1993.
- ¹²⁸Livesley, R. K. (1988), "Elementos Finitos. Introducción para Ingenieros.", Limusa, México D.F., (1988).
- ¹²⁹Martin, H.C., "On the derivation of stiffness matrices for the analysis of large deflection and stability problems", Proc. Conf. Matrix Methods in Struct. Mech., pp. 697-716, Air Force Inst. of Tech., Wright Patterson A. F. Base Ohio, (1965).
- ¹³⁰McHenry, D., "A lattice analogy for the solution of plane stress problems", J. Inst. Civ. Eng. 21, pp. 59-82, (1943).

- ^[31]Melosh, R.J., "Basis for the derivation of matrices for the direct stiffness method", J.A.L.A.I. 1, pp. 1631-1637, (1963).
- ^[32]Pike, L. y A. Guerra, "Optimización en Ingeniería.", Alfa-Omega. Barcelona, Capítulo 10, (1991).
- ^[33]Polya, G. "Sur une interprétation de la méthode des différences finies qui peut fournir des bornes supérieures ou inférieures", C. R. Acad. Sci., Paris, 235, pp 995-997, (1952).
- ^[34]Roussar, K.I.; I. Michka y V. Kimula, (1986) Electrochemical Engineering, Elsevier. Prague, (1996).
- ^[35]Syngé, J.L. (1957), The hypercycle method in mathematical physics, Cambridge University Press., Cambridge, 1957.
- ^[36]Szabo, B.A. y G.C., Lee, "Derivation of stiffness matrices for problems in plane elasticity by Galerkin's method", Int. J. Num. Meth. Engng. 1, pp 301-310, (1969).
- ^[37]Turner, M.J.; R.W. Clough.; H.C. Martin, y L.T. Topp., Stiffness and deflection analysis of complex structures, J. Aero. Sci. 23, pp. 805-823, (1956).
- ^[38]Turner, M.J.; E.H. Dill.; H.C. Martín, y R.J. Melosh., "Large deflections of structures subjected to heating and external loads.", J. Aeron. Sci. 27, pp. 97-107, (1960).
- ^[39]Weinberger, H.F., "Upper and lower bounds for eigenvalues by finite difference methods", Comm. Pure appl. Math. 9, pp. 613-623, (1956).
- ^[40]Wilson, E. L. y , R.E. Nickell, "Application of finite element method to heat conduction analysis", Nucl. Engng. Des. 4, pp 1-11, (1966).
- ^[41]Zienkiewicz, O.C. y Y.K. Cheung, "Finite elements in the solution of field problems", The Engineer, 220, pp. 507-510, (1965).
- ^[42]Zienkiewicz, O.C.; B.M.Irons, y B. Nath, "Natural frequencies of complex, free submerged structures by the finite element method", Proc. Symp. Vibration in Civil Eng., pp. 83-93, Butterworths, (1966).
- ^[43]Zienkiewicz, O.C.; M. Watson, I.P. King, "A numerical method of visco-elastic stress analysis", Int. J. Mech. Sci. 10, 807-27, (1968).
- ^[44]Zienkiewicz, O.C. (1977), The finite element method, 3rd ed., Mc Graw -Hill, New York, (1977).
- ^[45]Zienkiewicz, O.C.; J. Lyness.; y D.R.J., Owen, "Three dimensional magnetic field determination and boundary solution procedures", Int. J. Num. Meth. Engng. 11, pp 355-375, (1977).
- ^[46]Zienkiewicz, O.C. y R.L. Taylor, (1994), El Método de los Elementos Finitos. Vol. 1 y 2. Cincc, McGraw-Hill, Barcelona, 1994.
- ^[47]Zlamal, M., "On the finite element method", Numer. Math. 12, pp. 395-409, (1968).

BIBLIOGRAFÍA OBTENIDA DE INTERNET.

- [48] www.ecs.umass.edu/mie/labs/mda/fea
- [49] www.fea-optimization.com/ans_macro/ANS-history.txt
- [50] www.ronakl-fisher.biography.ms
- [51] www.genichi-taguchi.biography.ms
- [52] www.hypermath.com/
- [53] www.hyperphysics.com/

APÉNDICE A

Influencia de las variables de ruido y su tratamiento estadístico

La influencia del ruido sobre el comportamiento se puede encontrar utilizando la razón donde S es la desviación estándar del parámetro de comportamiento para cada arreglo interno; y N es el número total de experimentos del arreglo externo.

Si se tiene el caso de la medición de "el menor el mejor":

$$S/N = 10 \log \text{MSD} \quad \text{Ecuación 2.2.}$$

Donde:

MSD: es la desviación media del cuadrado (mean square deviation)

Y está dada por:

$$\text{MSD} = \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2}{n} \quad \text{Ecuación 2.2.1.}$$

Y si se tiene que, para el caso de que se tenga la medición del mayor el mejor.

$$\text{MSD} = \frac{1/y_1^2 + 1/y_2^2 + \dots + 1/y_n^2}{n} \quad \text{Ecuación 2.2.3.}$$

Ecuaciones para el caso que el valor nominal sea el mejor.

Para asignar los factores que están siendo investigados al tipo adecuado de clasificación, se debe de determinar la magnitud con la cual cada factor contribuye a la variación del proceso y como afecta los resultados de la respuesta promedio. Para determinar el impacto sobre la variación del proceso, se deberá de calcular la razón entre la señal y el ruido. El efecto sobre la respuesta promedio se puede determinar calculando la media o el resultado promedio para cada corrida experimental.

Razón señal a ruido

Para facilitar el entendimiento de los cálculos para la razón de señal a ruido para una condición de nominal el mejor, se revisan las definiciones de algunos términos y establecer algunas ecuaciones de estado esenciales.

- T = Suma de los datos (resultados experimentales)
- n = Número de datos o puntos
- Sm = Suma del cuadrado de la media
- Ve = Varianza experimental
- η = Razón señal a ruido

$$T = \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{Ecuación 2.2.4}$$

1. T: La suma de los datos es simplemente la suma de todos los valores asociados con los datos punto obtenidos del experimento.
2. Sm: Típicamente, la forma más fácil de calcular Sm es elevando al cuadrado la suma de los datos y dividiendo por el número de datos.
3. Ve: La varianza experimental es igual a la suma de cuadrados de la diferencia entre cada valor y la media del experimento dividida entre el número de datos menos uno. Un cálculo más sencillo es el tomar la diferencia entre la suma de cuadrados de todos los datos de la media y

$$SM = n(\bar{y})^2 = \frac{T^2}{n} \quad \text{Ecuación 2.2.5.}$$

dividir la diferencia entre $n-1$.

$$Ve = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2) - Sm}{n-1} \quad \text{Ecuación 2.2.6.}$$

1. η : La razón de señal a ruido (η) es entonces una función logarítmica de la variabilidad en relación a la media, donde $Sm - Ve$ representa la variabilidad alrededor de la media. Partiendo de que estamos usando logaritmos de base 10, las unidades resultantes estarán consecuentemente en potencias de 10.

$$\eta = -10 \log \left| \frac{1}{n} * \frac{(Sm - Ve)}{Ve} \right| \quad \text{Ecuación 2.2.7.}$$

En algunos casos extremos, la característica de calidad se puede definir de forma tal que los valores de respuesta pueden ser tanto positivos como negativos. Debido a que la ecuación anterior para la relación ruido a señal considera la variabilidad en relación al porcentaje de cambio en la media, los valores que se aproximan a cero tienden a reducir el significado de éstos cálculos. Por lo tanto, se debe considerar la variabilidad en términos de una referencia absoluta. Una ecuación más significativa para η (η) en estas situaciones sería:

$$\eta = -10 \log Ve \quad \text{Ecuación 2.2.8.}$$

La razón de inferencia de varianzas de dos poblaciones normales

Si se supone que ambas poblaciones son normales. Los procedimientos para las hipótesis de prueba y los intervalos de confianza son relativamente sencillos.

Hipótesis de prueba de la razón de dos varianzas

Supóngase que se tiene interés en dos poblaciones normales, donde las medias y las varianzas de dichas poblaciones —son $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$, y que éstas son desconocidas. Si se desea probar la hipótesis de probar de igualdad de ambas varianzas, por ejemplo $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Y si se supone que las dos muestras al azar de tamaño n_1 , en la población 1 y de tamaño n_2 en la población 2, y se dispone de ellas como dato y si S_1^2 y S_2^2 , son las varianzas de la muestra. Si se desea comprobar la hipótesis de prueba:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

El desarrollo de un procedimiento de prueba para dicha hipótesis requiere de una nueva distribución de probabilidad.

La distribución F (de Fisher-Snedecor)

Una de las distribuciones más útiles dentro de la estadística es la distribución F. La variable aleatoria F se define como la razón de dos variables aleatorias independientes Φ^2 , cada una dividida entre su número de grados de libertad. Esto es:

$$F = \frac{W/u}{Y/v} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

tiene una función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{u+v}{2}\right) \left(\frac{u}{v}\right)^{\frac{u}{2}} x^{\frac{u}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{u}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \left[\left(\frac{u}{v}\right)x + 1\right]^{\frac{(u+v)}{2}}}, \quad 0 < x < \infty, \quad \text{Ecuación 2.10}$$

y se dice que obedece a una distribución F con u grados de libertad en el numerador y v grados de libertad en el denominador. La cual normalmente se abrevia como $F_{u,v}$.

APÉNDICE B
ANÁLISIS DEL PROGRAMA ANOVA2.BAS

RESULTADOS EN BRUTO DEL PROGRAMA ANOVA2.BAS

DATOS OBTENIDOS DEL PROGRAMA: Corrida Simulación Inicial

DATOS FUENTE FINALES:

0.3982	0.2702	0.2315	0.2753	0.3774
0.2419	0.3506	0.4298	0.2609	0.2876
0.2560	0.1967	0.3389	0.3706	0.4581
0.2732	0.3420	0.3209	0.4253	0.3763
0.2618	0.3501	0.3575	0.4245	0.4931

RESULTADOS:

BR(1) = 1.4826 BR(2) = 1.5708 BR(3) = 1.6203 BR(4) = 1.7377 BR(5) = 1.8870

SUMX = 8.2984

SSB = 1.971381 * 10⁻²

Tc(1) = 1.4311 Tc(2) = 1.5096 Tc(3) = 1.6786 Tc(4) = 1.7566 Tc(5) = 1.9225

SST = 3.071969 * 10⁻²

TSS = 0.1434616

SSE = 9.302814 * 10⁻²

TABLA DE ANOVA

<u>FUENTE DE VARIACIÓN</u>	<u>SUMA DE CUADRADOS</u>	<u>GRADOS DE LIBERTAD</u>	<u>CUADRADO MEDIO (1) / (2)</u>
<u>TRATAMIENTOS</u>	3.071969 * 10 ⁻²	4	7.679922 * 10 ⁻³
<u>BLOQUES</u>	1.971381 * 10 ⁻²	4	4.928452 * 10 ⁻³
<u>ERROR</u>	9.302814 * 10 ⁻²	16	5.814258 * 10 ⁻³

APÉNDICE B (Cont.)
ANÁLISIS DEL PROGRAMA ANOVA2.BAS

DATOS OBTENIDOS DEL PROGRAMA: Corrida Simulación Final

DATOS FUENTE FINALES:

0.3900	0.2960	0.2683	0.3141	0.3486
0.2889	0.3290	0.3538	0.2820	0.3524
0.2918	0.2357	0.2978	0.3895	0.4367
0.3037	0.3608	0.3767	0.3343	0.3562
0.2631	0.3779	0.3951	0.4560	0.3494

RESULTADOS:

BR(1)=1.617 BR(2)=1.6061 BR(3)=1.6917 BR(4)=1.7759 BR(5)=1.8433

SUMX = 8.4658

SSB = 7.485898×10^{-3}

Tc(1)=1.5375 Tc(2)=1.6174 Tc(3)=1.6917 Tc(4)=1.7759 Tc(5)=1.8433

SST = 1.187185×10^{-2}

TSS = 6.73907×10^{-2}

SSE = 4.803297×10^{-2}

TABLA DE ANOVA

<u>FUENTE DE VARIACIÓN</u>	<u>SUMA DE CUADRADOS</u>	<u>GRADOS DE LIBERTAD</u>	<u>CUADRADO MEDIO (1) / (2)</u>
<u>TRATAMIENTOS</u>	1.187185×10^{-2}	4	2.967961×10^{-3}
<u>BLOQUES</u>	1.971381×10^{-2}	4	4.928452×10^{-3}
<u>ERROR</u>	4.803297×10^{-2}	16	3.00206×10^{-3}
<u>TOTAL</u>	6.739070		

APÉNDICE C
RESULTADOS DEL TRATAMIENTO ESTADÍSTICO
TABLA DE DATOS EXPERIMENTALES CORRIDA 1

No.	V/N	V/N	V/N	V/N	V/N	V/N	$\mu_{Ef. Or.}$	NiVr	PrVr	ValExp μ	PrVr	%Cntr $\mu >$	Ct (μ) ²	%Ct μ^*E^2	%Ct μ^*Exp	(VP- μ) ²	μ_{prom}
0							0.3319										
1	A-1	B-1	C-1	D-1	E-1	F-1	0.3962	A-1=	0.2	0.29652	A-1=	0.012596	0.00015	0.000606	0.0829787	0.001254	0.3319
2	A-1	B-2	C-2	D-2	E-2	F-2	0.2702	A-2=	0.4	0.31416	A-2=	0.003173	1.01E-5	0.009118	0.0158658	0.000316	0.3319
3	A-1	B-3	C-3	D-3	E-3	F-3	0.2315	A-3=	0.6	0.32406	A-3=	0.000623	3.88E-7	%Ct μ^*E^2	0.0031146	8.2E-05	0.3319
4	A-1	B-4	C-4	D-4	E-4	F-4	0.2753	A-4=	0.8	0.34754	A-4=	0.002445	5.98E-6	6.645149	0.0122255	0.000243	0.3319
5	A-1	B-5	C-5	D-5	E-5	F-5	0.3074	A-5=	1	0.3774	A-5=	0.020757	0.00043		0.1037838	0.002067	0.3319
6	A-2	B-1	C-2	D-3	E-4	F-5	0.2419	B-1=	0.2	0.29622	B-1=	0.020988	0.00044	0.001306	0.1049375	0.00209	0.3319
7	A-2	B-2	C-3	D-4	E-5	F-1	0.3506	B-2=	0.4	0.30192	B-2=	0.009048	8.19E-5	0.009118	0.0452376	0.000901	0.3319
8	A-2	B-3	C-4	D-5	E-1	F-2	0.4298	B-3=	0.6	0.33572	B-3=	0.000144	2.07E-8	%Ct μ^*E^2	0.0007189	1.43E-05	0.3319
9	A-2	B-4	C-5	D-1	E-2	F-3	0.2609	B-4=	0.8	0.35132	B-4=	0.003773	1.42E-5	14.32745	0.0188661	0.000376	0.3319
10	A-2	B-5	C-1	D-2	E-3	F-4	0.2876	B-5=	1	0.3845	B-5=	0.027746	0.00077		0.1387303	0.002763	0.3319
11	A-3	B-1	C-3	D-5	E-2	F-4	0.256	C-1=	0.2	0.34548	C-1=	0.001842	3.39E-6	9.45E-05	0.0092108	0.000183	0.3319
12	A-3	B-2	C-4	D-1	E-3	F-5	0.1967	C-2=	0.4	0.3508	C-2=	0.003498	1.22E-5	0.009118	0.0174806	0.000348	0.3319
13	A-3	B-3	C-5	D-2	E-4	F-1	0.3389	C-3=	0.6	0.32778	C-3=	0.000173	3.01E-8	%Ct μ^*E^2	0.0006673	1.73E-05	0.3319
14	A-3	B-4	C-1	D-3	E-5	F-2	0.3708	C-4=	0.8	0.33362	C-4=	2.85E-05	8.1E-10	1.036443	0.0001424	2.84E-06	0.3319
15	A-3	B-5	C-2	D-4	E-1	F-3	0.4581	C-5=	1	0.3022	C-5=	0.00888	7.88E-5		0.0443976	0.000684	0.3319
16	A-4	B-1	C-4	D-2	E-5	F-3	0.2732	D-1=	0.2	0.31792	D-1=	0.001973	3.86E-6	2.96E-05	0.0068538	0.000196	0.3319
17	A-4	B-2	C-5	D-3	E-1	F-4	0.342	D-2=	0.4	0.31888	D-2=	0.001712	2.93E-6	0.009118	0.0085588	0.00017	0.3319
18	A-4	B-3	C-1	D-4	E-2	F-5	0.3209	D-3=	0.6	0.33582	D-3=	0.000151	2.29E-8	%Ct μ^*E^2	0.0007574	1.51E-05	0.3319
19	A-4	B-4	C-2	D-5	E-3	F-1	0.4253	D-4=	0.8	0.33334	D-4=	1.98E-05	3.9E-10	0.324117	9.898E-05	1.97E-06	0.3319
20	A-4	B-5	C-3	D-1	E-4	F-2	0.3763	D-5=	1	0.35372	D-5=	0.004785	2.27E-5		0.023827	0.000475	0.3319
21	A-5	B-1	C-5	D-4	E-3	F-2	0.2818	E-1=	1	0.41052	E-1=	0.062014	0.00384	0.004555	0.3100721	0.008175	0.3319
22	A-5	B-2	C-1	D-5	E-4	F-3	0.3501	E-2=	3	0.32022	E-2=	0.001378	1.9E-06	0.009118	0.0068821	0.000137	0.3319
23	A-5	B-3	C-2	D-1	E-5	F-4	0.3575	E-3=	5	0.28058	E-3=	0.028486	0.00070	%Ct μ^*E^2	0.1324271	0.002637	0.3319
24	A-5	B-4	C-3	D-2	E-1	F-5	0.4245	E-4=	7	0.3165	E-4=	0.002393	5.73E-6	49.95273	0.0119637	0.000238	0.3319
25	A-5	B-5	C-4	D-3	E-2	F-1	0.4931	E-5=	9	0.33188	E-5=	5.8E-08	3.3E-15		2.9E-07	5.78E-08	0.3319
26							0.3319	F-1=	2k	0.40122	F-1=	0.048205	0.00232	0.002527	0.241024	0.0048	0.3319
27							$\Sigma\mu = 8.2984$	F-2=	4k	0.34174	F-2=	0.000985	9.32E-7	0.009118	0.0048262	9.61E-05	0.3319
28								F-3=	6k	0.31476	F-3=	0.002963	8.78E-6	%Ct μ^*E^2	0.0148128	0.000295	0.3319
29								F-4=	8k	0.30368	F-4=	0.008018	6.43E-5	27.71411	0.0400881	0.000798	0.3319
30								F-5=	10k	0.29828	F-5=	0.011375	0.00012		0.0568747	0.001133	0.3319
								$\Sigma(ValExp \mu) =$		9.95808							
							$\mu = 0.3319$					$\Sigma(Ct \mu^*E) =$	0.00911			$\Sigma(VP-\mu)^2 =$	0.028692

No.	V/N	$\mu_{Ef. Or.}$	NiVr	PrVr	ValExp μ	PrVr	%Cntr $\mu >$	Ct (μ) ²	%Ct μ^*E^2	%Ct μ^*Exp	(VP- μ) ²	μ_{prom}
-----	-----	-----------------	------	------	--------------	------	---------------	---------------------------	----------------	----------------	---------------------------	--------------

Donde:

V/N: Variable/Nivel
 $\mu_{Ef. Or.}$: Eficiencia Original
NiVr: Nivel de la variable
% $Ct (\mu^*E)^2$: % de Contribución por Experimentos ocurridos (*5)
(VP- μ)²: Cuadrado de la Diferencia
ValExp μ : Valor Experimental μ
% $Cntr \mu$: % de Contribución μ
Ct (μ)²: (% de Contribución μ)²
% $Ct \mu^*Exp$: % de Contribución total
 μ_{prom} : Eficiencia promedio

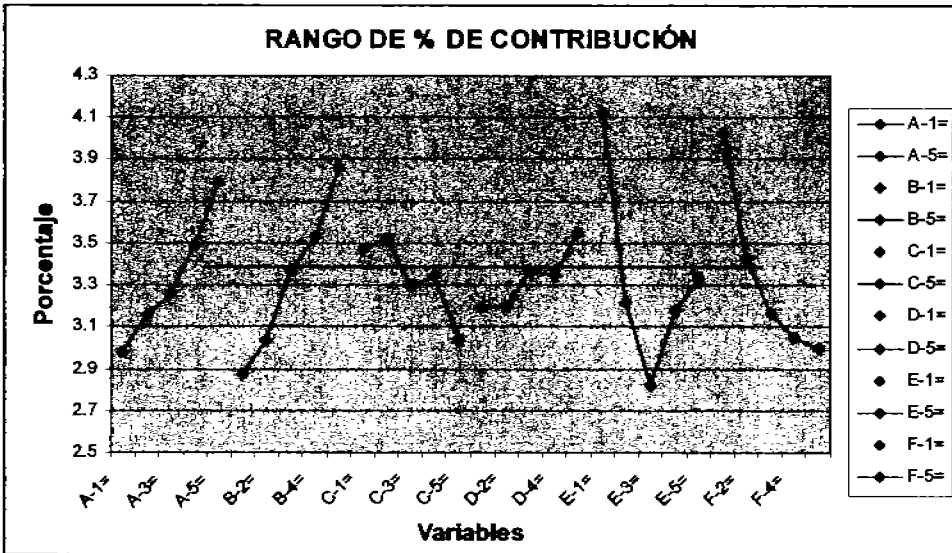
APÉNDICE C (Cont.)
RESULTADOS DEL TRATAMIENTO ESTADÍSTICO
TABLA DE DATOS EXPERIMENTALES CORRIDA 2

No.	V/N	V/N	V/N	V/N	V/N	V/N	$\mu = E\{O.r.}$	NiVr	PrVr	ValExp μ	PrVr	%Cntr $\mu >$	Ct (μ) ²	%Ct μ^*E^2	%Ct μ^*NExp	(VP- μ) ²	μ_{prom}
0							0.3394										
1	A-1	B-1	C-1	D-1	E-1	F-1	0.39	A-1=	0.2	0.3234	A-1=	0.002511	8.31E-06	8.08E-05	0.012557	0.000256	0.3394
2	A-1	B-2	C-2	D-2	E-2	F-2	0.296	A-2=	0.4	0.32322	A-2=	0.002569	6.6E-06	0.002277	0.012841	0.000262	0.3394
3	A-1	B-3	C-3	D-3	E-3	F-3	0.2683	A-3=	0.6	0.3339	A-3=	0.000296	8.77E-08	%Ct μ^*E^2	0.001481	3.02E-05	0.3394
4	A-1	B-4	C-4	D-4	E-4	F-4	0.3141	A-4=	0.8	0.34814	A-4=	0.000751	5.65E-07	3.552758	0.003757	7.65E-05	0.3394
5	A-1	B-5	C-5	D-5	E-5	F-5	0.3486	A-5=	1	0.3683	A-5=	0.008206	6.73E-05		0.04103	0.000836	0.3394
6	A-2	B-1	C-2	D-3	E-4	F-5	0.2889	B-1=	0.2	0.3085	B-1=	0.008774	7.7E-05	0.000179	0.043871	0.000894	0.3394
7	A-2	B-2	C-3	D-4	E-5	F-1	0.329	B-2=	0.4	0.32348	B-2=	0.002486	6.18E-06	0.002277	0.012431	0.000253	0.3394
8	A-2	B-3	C-4	D-5	E-1	F-2	0.3538	B-3=	0.6	0.33834	B-3=	1.09E-05	1.18E-10	%Ct μ^*E^2	5.43E-05	1.11E-06	0.3394
9	A-2	B-4	C-5	D-1	E-2	F-3	0.282	B-4=	0.8	0.35518	B-4=	0.002448	5.98E-06	7.861233	0.012238	0.000249	0.3394
10	A-2	B-5	C-1	D-2	E-3	F-4	0.3524	B-5=	1	0.37046	B-5=	0.009478	8.98E-05		0.047391	0.000965	0.3394
11	A-3	B-1	C-3	D-5	E-2	F-4	0.2918	C-1=	0.2	0.3791	C-1=	0.015483	0.00024	0.000344	0.077415	0.0001577	0.3394
12	A-3	B-2	C-4	D-1	E-3	F-5	0.2537	C-2=	0.4	0.3522	C-2=	0.001611	2.59E-06	0.002277	0.008054	0.000164	0.3394
13	A-3	B-3	C-5	D-2	E-4	F-1	0.2978	C-3=	0.6	0.34206	C-3=	6.96E-05	4.89E-09	%Ct μ^*E^2	0.000349	7.12E-06	0.3394
14	A-3	B-4	C-1	D-3	E-5	F-2	0.3685	C-4=	0.8	0.31494	C-4=	0.005871	3.45E-05	15.12366	0.028356	0.000588	0.3394
15	A-3	B-5	C-2	D-4	E-1	F-3	0.4367	C-5=	1	0.31046	C-5=	0.00822	6.76E-05		0.041089	0.000837	0.3394
16	A-4	B-1	C-4	D-2	E-5	F-3	0.3037	D-1=	0.2	0.3372	D-1=	4.72E-05	2.23E-09	1.71E-07	0.000236	4.8E-06	0.3394
17	A-4	B-2	C-5	D-3	E-1	F-4	0.3608	D-2=	0.4	0.34118	D-2=	3.14E-05	9.86E-10	0.002277	0.000157	3.2E-06	0.3394
18	A-4	B-3	C-1	D-4	E-2	F-5	0.3767	D-3=	0.6	0.33338	D-3=	0.000365	1.26E-07	%Ct μ^*E^2	0.001775	3.61E-05	0.3394
19	A-4	B-4	C-2	D-5	E-3	F-1	0.3343	D-4=	0.8	0.34392	D-4=	0.000201	4.05E-08	0.007508	0.001007	2.05E-05	0.3394
20	A-4	B-5	C-3	D-1	E-4	F-2	0.3652	D-5=	1	0.34128	D-5=	3.5E-05	1.23E-09		0.000175	3.56E-06	0.3394
21	A-5	B-1	C-5	D-4	E-3	F-2	0.2631	E-1=	1	0.39946	E-1=	0.035431	0.001255	0.001672	0.177156	0.003608	0.3394
22	A-5	B-2	C-1	D-5	E-4	F-3	0.3779	E-2=	3	0.31918	E-2=	0.004012	1.61E-05	0.002277	0.020058	0.000409	0.3394
23	A-5	B-3	C-2	D-1	E-5	F-4	0.3651	E-3=	5	0.29436	E-3=	0.019913	0.000997	%Ct μ^*E^2	0.099566	0.0002028	0.3394
24	A-5	B-4	C-3	D-2	E-1	F-5	0.458	E-4=	7	0.33078	E-4=	0.000728	5.3E-07	73.43221	0.003641	7.42E-05	0.3394
25	A-5	B-5	C-4	D-3	E-2	F-1	0.3494	E-5=	9	0.35318	E-5=	0.001867	3.49E-06		0.008334	0.00019	0.3394
26							0.3394	F-1=	2k	0.3401	F-1=	4.92E-06	2.42E-11	5.15E-07	2.46E-05	5.01E-07	0.3394
27							$\Sigma\mu = 8.4848$	F-2=	4k	0.33352	F-2=	0.000339	1.15E-07	0.002277	0.001693	3.45E-05	0.3394
28								F-3=	6k	0.33372	F-3=	0.000316	9.98E-08	%Ct μ^*E^2	0.00158	3.22E-05	0.3394
29								F-4=	8k	0.34284	F-4=	0.000117	1.36E-08	0.022635	0.000584	1.19E-05	0.3394
30								F-5=	10k	0.34678	F-5=	0.000536	2.87E-07		0.00268	5.46E-05	0.3394
								$\Sigma(\text{ValExp } \mu) =$		10.1836							
							$\mu = 0.3394$					$\Sigma(Ct \mu^*E) =$	0.002277		$\Sigma(VP-\mu) =$	0.013515	

No.	V/N	$\mu = E\{O.r.}$	NiVr	PrVr	ValExp μ	PrVr	%Cntr $\mu >$	Ct (μ) ²	%Ct μ^*E^2	%Ct μ^*NExp	(VP- μ) ²	μ_{prom}
-----	-----	------------------	------	------	--------------	------	---------------	---------------------------	----------------	-----------------	---------------------------	--------------

Donde:

V/N:	Variable/Nivel	ValExp μ :	Valor Experimental μ
$\mu = E\{O.r.}$:	Eficiencia Original	%Cntr μ :	% de Contribución μ
NiVr:	Nivel de la variable	Ct (μ) ² :	(% de Contribución μ) ²
%Ct (μ^*E) ² :	% de Contribución por Experimentos ocurridos (*5)	%Ct μ^*Exp :	% de Contribución total
(VP- μ) ²	Cuadrado de la Diferencia	μ_{prom} :	Eficiencia promedio



% DE CONTRIBUCIÓN DE LAS VARIABLES INDEPENDIENTES

NOTA: LA LÍNEA MUESTRA EL NIVEL UMBRAL DE SIGNIFICANCIA PARA LA F DADA, $F(4,1, \alpha)$, 19.37

NdS = NIVEL DE SIGNIFICANCIA

APÉNDICE E
RELACIÓN DE EXPERIMENTOS VS.
EFICIENCIAS OBTENIDAS POR FACTOR

EXP	Efic.F1	EXP	Efic.F2	EXP	Efic.F3	EXP	Efic.F4	EXP	Efic.F5	EXP	Efic.F6
0	0.33194	0	0.33194	0	0.33194	0	0.33194	0	0.33194	0	0.33194
1	0.3982	1	0.3982	1	0.3982	1	0.3982	1	0.3982	1	0.3982
2	0.2702	2	0.2419	2	0.2876	2	0.2609	2	0.4298	2	0.3506
3	0.2315	3	0.256	3	0.3706	3	0.1967	3	0.4581	3	0.3389
4	0.2753	4	0.2732	4	0.3209	4	0.3763	4	0.342	4	0.4253
5	0.3074	5	0.2618	5	0.3501	5	0.3575	5	0.4245	5	0.4931
6	0.2419	6	0.2702	6	0.2702	6	0.2702	6	0.2702	6	0.2702
7	0.3506	7	0.3506	7	0.2419	7	0.2876	7	0.2609	7	0.4298
8	0.4298	8	0.1967	8	0.4581	8	0.3389	8	0.256	8	0.3706
9	0.2609	9	0.342	9	0.4253	9	0.2732	9	0.3209	9	0.3763
10	0.2876	10	0.3501	10	0.3575	10	0.4245	10	0.4931	10	0.2618
11	0.256	11	0.2315	11	0.2315	11	0.2315	11	0.2315	11	0.2315
12	0.1967	12	0.4298	12	0.3506	12	0.2419	12	0.2876	12	0.2609
13	0.3389	13	0.3389	13	0.256	13	0.3706	13	0.1967	13	0.4581
14	0.3706	14	0.3209	14	0.3763	14	0.342	14	0.4253	14	0.2732
15	0.4581	15	0.3575	15	0.4245	15	0.4931	15	0.2618	15	0.3501
16	0.2732	16	0.2753	16	0.2753	16	0.2753	16	0.2753	16	0.2753
17	0.342	17	0.2609	17	0.4298	17	0.3506	17	0.2419	17	0.2876
18	0.3209	18	0.3706	18	0.1967	18	0.4581	18	0.3389	18	0.256
19	0.4253	19	0.4253	19	0.2732	19	0.3209	19	0.3763	19	0.342
20	0.3763	20	0.4245	20	0.4931	20	0.2618	20	0.3501	20	0.3575
21	0.2618	21	0.3074	21	0.3074	21	0.3074	21	0.3074	21	0.3074
22	0.3501	22	0.2876	22	0.2609	22	0.4298	22	0.3506	22	0.2419
23	0.3575	23	0.4581	23	0.3389	23	0.256	23	0.3706	23	0.1967
24	0.4245	24	0.3763	24	0.342	24	0.4253	24	0.2732	24	0.3209
25	0.4931	25	0.4931	25	0.2618	25	0.3501	25	0.3575	25	0.4245

APÉNDICE F: GRÁFICOS DE LAS SIMULACIONES OBTENIDAS

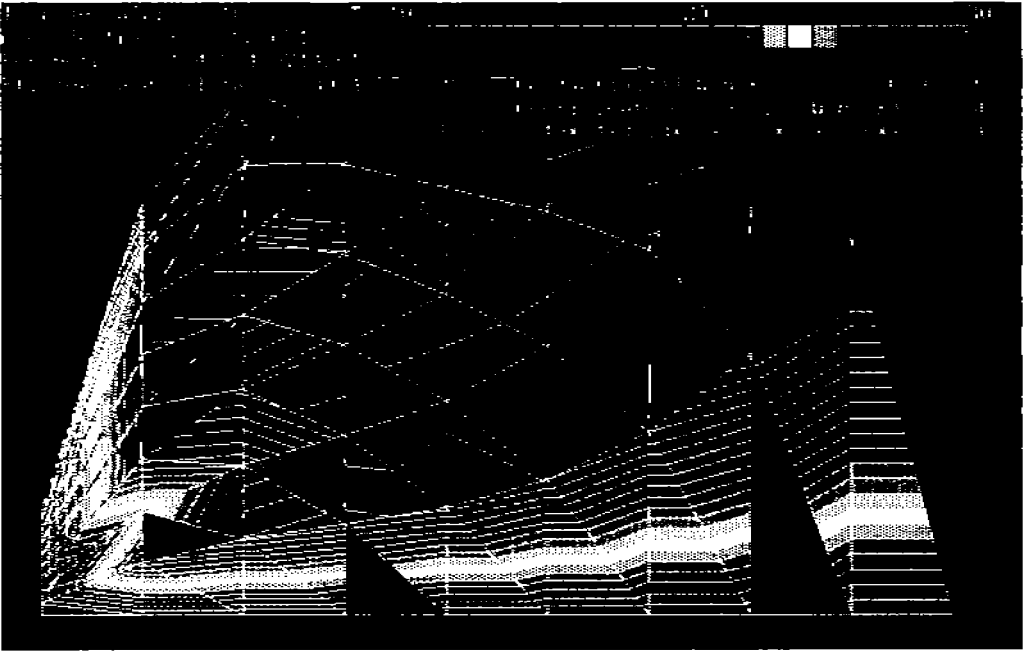


FIGURA F.1, ALETA FINAL EXPERIMENTO 5 (Máximo para la Variable A: A5)

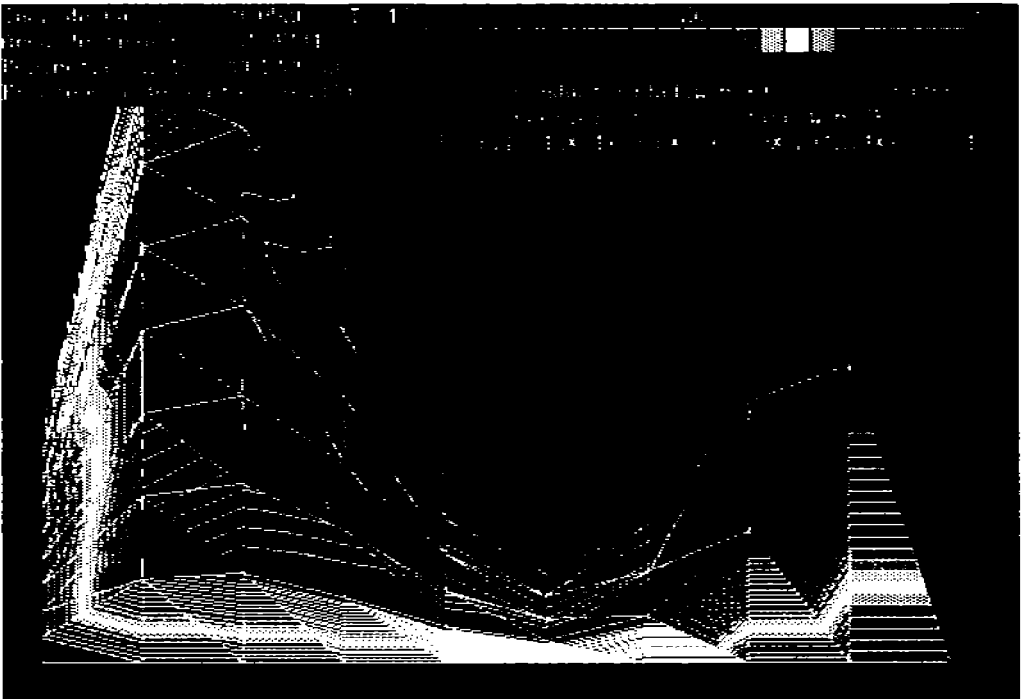


FIGURA F.2, ALETA FINAL EXPERIMENTO 10 (Máximo para la Variable B: B10)

APÉNDICE F: GRÁFICOS DE LAS SIMULACIONES OBTENIDAS (Cont.)

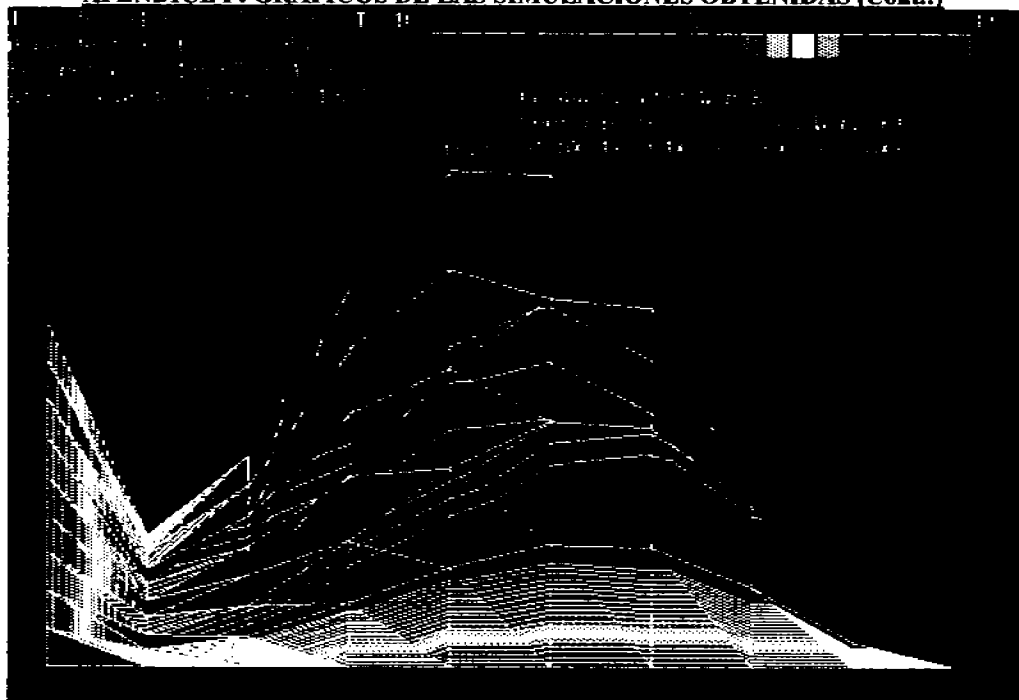


FIGURA F.3, ALETA FINAL EXPERIMENTO 12 (Máximo para la Variable C: C12)

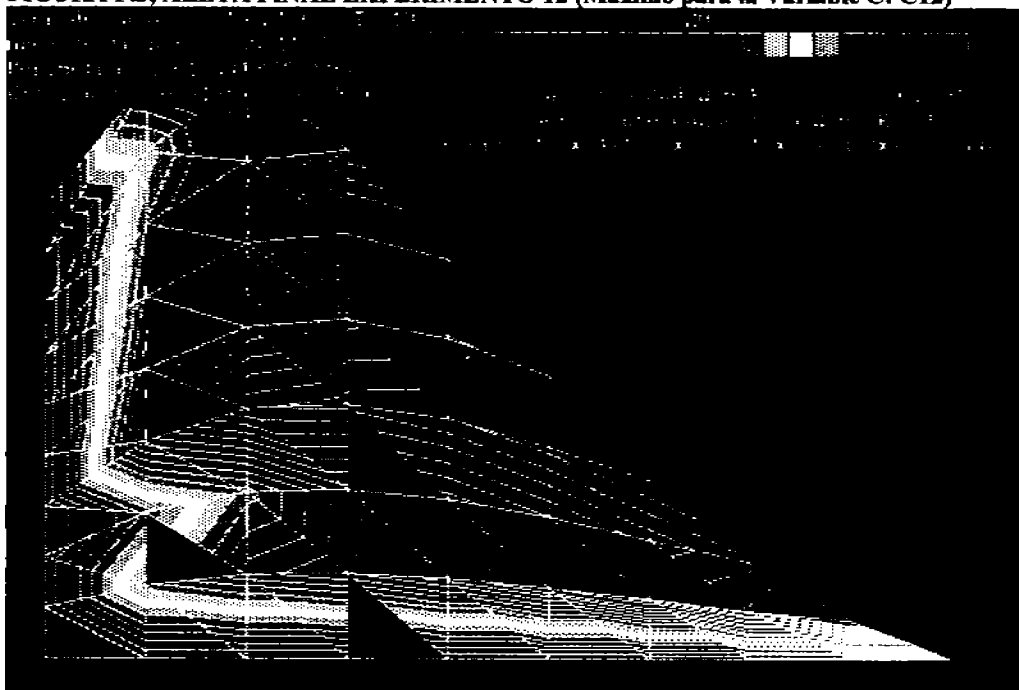


FIGURA F.4, ALETA FINAL EXPERIMENTO 20 (Máximo para la Variable D: D20)

APÉNDICE F: GRÁFICOS DE LAS SIMULACIONES OBTENIDAS (Cont.)

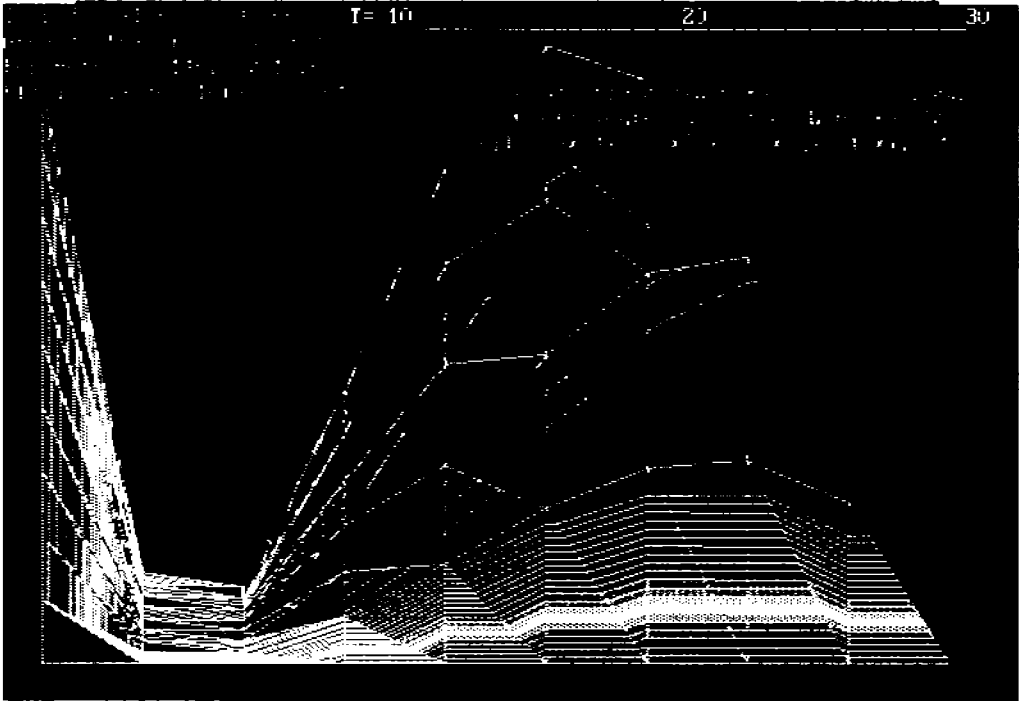


FIGURA F.5, ALETA FINAL EXPERIMENTO 21 (Máximo para la Variable E: E21)

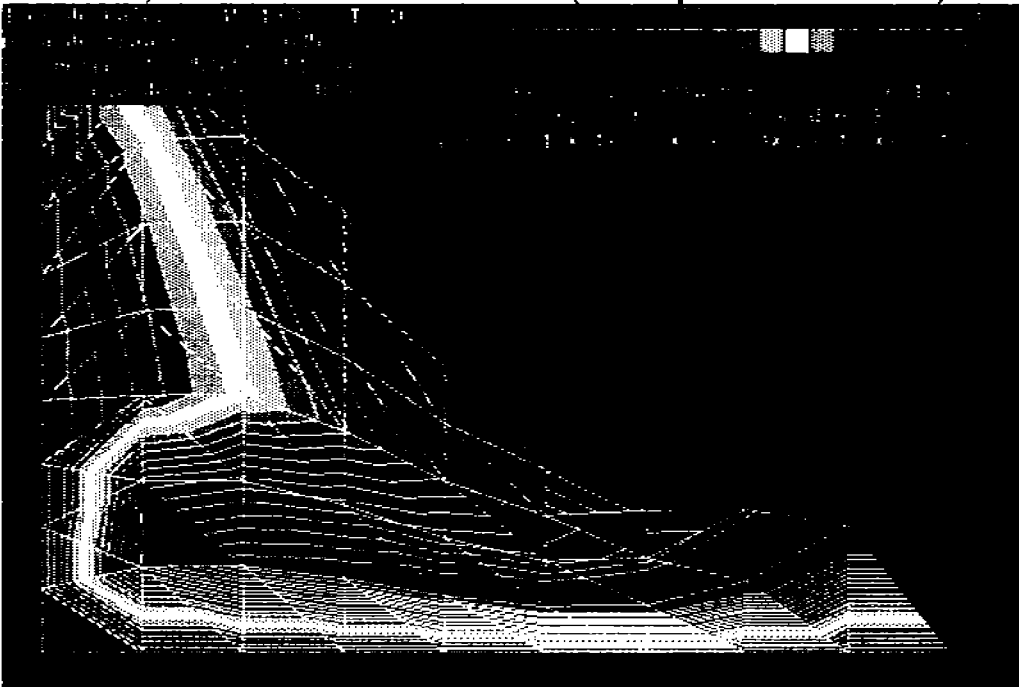


FIGURA F.6, ALETA FINAL EXPERIMENTO 26 (Máximo de todas las Variables X: X26)