



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA.

“INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA EN CAJONES DE  
CIMENTACIÓN Y EN CIMENTACIONES PROFUNDAS”.

T E S I S  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A:  
REYNA ARACELI DELGADO BALTAZAR

DIRECTOR DE TESIS:  
M.I. REGINALDO J. HERNÁNDEZ ROMERO



CIUDAD UNIVERSITARIA

ABRIL 2006



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

**A DIOS** por darnos luz en medio de la oscuridad.

**A MI PADRE**, Arnulfo Delgado López, por ser mi único ejemplo a seguir, gracias por apoyarme en todo momento. Nunca te defraudare.

**A MI MADRE**, Alejandra Baltazar Pérez, por su infinita paciencia y confianza. Sigue confiando en mí como hasta ahora.

**AL M.I. REGINALDO HERNÁNDEZ**, por su tiempo y paciencia, por transmitirme un poco de sus conocimientos. Gracias.

**A MIS MAESTROS**, con respeto, admiración y cariño por la enseñanza de todos estos años.

**A LA FACULTAD DE INGENIERÍA**, por la enseñanza que me brindo, por formarme como profesionista con la mejor preparación.

**A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**, con infinito cariño y agradecimiento por la oportunidad que me dio al elegirme para ser parte de ella.

Araceli Delgado.  
Abril 2006



<b>INTRODUCCIÓN.</b>	1
<b>1. ANTECEDENTES.</b>	1
1.1 Interacción suelo-estructura.	1
1.2 Estado del arte.	4
<b>2. CAJÓN DE CIMENTACIÓN.</b>	9
2.1 Interacción suelo-estructura para cimentaciones total o parcialmente compensadas.	11
2.2 Efecto de la posición del nivel freático.	15
2.2.1 Cimentaciones arriba del nivel freático.	15
2.2.2 Cimentaciones abajo del nivel freático.	21
2.3 Totalmente compensadas.	22
2.3.1 Estado límite de falla.	33
2.3.2 Estado límite de servicio.	33
2.4 Parcialmente compensadas.	34
2.5 Compatibilidad de deformaciones.	35
2.6 Estado límite de falla.	37
<b>3. CIMENTACIONES PROFUNDAS.</b>	38
3.1 Interacción suelo-estructura.	43

---



3.1.1	Fuerza estática horizontal en pilotes.	52
3.2	Compatibilidad de deformaciones	61
3.2.1	Deformación en el terreno de cimentación.	62
3.2.2	Rigidez de la cimentación.	64
3.2.3	Capacidad de carga a la compresión.	65
3.2.4	Capacidad de carga a la tensión.	66
3.2.5	Fricción negativa.	67
3.2.6	Disposición de pilotes.	67
3.2.7	Estabilidad general.	68
3.2.8	Transferencia de la carga pilote-suelo.	68
3.2.9	Modulo de reacción de los pilotes.	69
3.3	Cimentaciones sobre un deposito ínterestratificado.	70
3.3.1	Estabilidad general.	70
3.3.2	Fallas por extrusión.	71
3.3.3	Asentamiento por consolidación.	74
3.4	Estado límite de falla.	76
3.4.1	Condiciones estáticas.	81
3.4.2	Estabilidad general.	84

---



<b>4. PROGRAMA DE ANÁLISIS.</b>	85
4.1 Teoría.	87
4.1.1 Teoría general.	87
4.2 Elemento sólido.	89
4.2.1 Matriz de rigideces.	89
4.2.2 Esfuerzos.	91
4.3 Elemento viga.	93
4.3.1 Matriz de rigideces	93
4.3.2 Esfuerzo.	97
4.4 Elemento cascarón triangular.	98
4.4.1 Matriz de rigideces.	98
4.4.2 Esfuerzo.	105
4.5 Ejemplo.	107
4.6 Resultados.	114
4.6.1 Asentamientos.	114
<b>5 CONCLUSIONES.</b>	128
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	130



## INTRODUCCIÓN

Como todas las estructuras están soportadas por cimentaciones y, finalmente por el suelo o roca, el éxito de un proyecto estructural, depende en gran parte del ingeniero especialista en cimentaciones.

Sin embargo, la planificación general, el proyecto y la construcción de la mayor parte de las obras requieren de los esfuerzos combinados de varias disciplinas. De esta manera, el especialista en cimentaciones forma parte de un equipo de proyecto; encuentra que los tipos de cimentación y los métodos de construcción pueden ser transacciones que resultan de muchos requisitos, además de las condiciones del subsuelo.

En determinados trabajos, como en la construcción de muelles, presas y bordos, puede decirse que el ingeniero de cimentaciones es el profesional principal. En estas obras, como la mayor parte de los edificios, es natural que el ingeniero estructural sean los líderes del equipo y asuman muchas, las responsabilidades del ingeniero especialista en cimentaciones. Sin embargo, la complejidad de las condiciones de la cimentación, no esta necesariamente relacionada al tamaño de la obra. Por lo tanto, puede suceder que la demanda de pericia en la ingeniería de cimentaciones sea mayor en obras pequeñas que en otras más grandes.

Independientemente de cuál sea la jerarquía de las responsabilidades profesionales y de cual pueda ser el tipo y tamaño de la obra, los procedimientos ingenieriles son los mismos para elegir el tipo más adecuado de cimentación para ciertas condiciones de suelos, para elegir valores convenientes de la presión admisible en el suelo o para seleccionar las cargas admisibles por pilote.

El tipo de cimentación más adecuado para una estructura dada, depende de varios factores, como su función, las cargas que debe soportar, las condiciones del subsuelo y el costo de la cimentación comparado con el costo de la superestructura. Puede ser que sea necesario hacer otras consideraciones.

Debido a las relaciones existentes entre estos varios factores, usualmente pueden obtenerse varias soluciones aceptables para cada problema de cimentación.



Es de dudar que alguna vez pueda elaborarse un procedimiento estrictamente científico para el proyecto de cimentaciones, aunque los progresos científicos hayan contribuido mucho al perfeccionamiento de la técnica.

Al elegir el tipo de cimentación, el ingeniero debe dar los siguientes 5 pasos sucesivos.

1. Obtener cuando menos, información aproximada con respecto a la naturaleza de la superestructura y de cargas que se van a transmitir a las cimentaciones.
2. Determinar las condiciones subsuelo en forma general.
3. Considerar brevemente cada uno de los tipos acostumbrados de cimentación, para considerar si pueden construirse en las condiciones prevalecientes; si serían capaces, de soportar cargas necesarias, y si pudieran experimentar asentamientos perjudiciales. En esta etapa preliminar se eliminan los tipos evidentemente inadecuados.
4. Hacer estudios más detallados y aun anteproyectos de las alternativas más prometedoras. Para hacer estos estudios puede ser necesario tener información adicional con respecto a las cargas y condiciones del subsuelo, y generalmente, deberán extenderse lo suficiente para determinar el tamaño aproximado de las zapatas o pilas, o la longitud aproximada y número de pilotes necesarios. También puede ser necesario hacer cimentaciones más refinadas de los asentamientos, para predecir el comportamiento de la estructura.
5. Preparar una estimación del costo de cada alternativa viable de cimentación, y elegir el tipo que represente la transacción más aceptable entre el funcionamiento y el costo.

Habiendo supuesto que resulta práctico construir un tipo de cimentación determinado, bajo las condiciones que prevalecen en el lugar, es necesario juzgar el probable funcionamiento de la cimentación con respecto a los dos tipos de problemas.

---





Por una parte, toda la cimentación, o cualquiera de sus elementos pueden fallar porque el suelo o la roca sean incapaces de soportar la carga. Por otra parte, el suelo o roca de apoyo no pueden fallar, pero el asentamiento de la estructura puede ser tan grande o tan disparejo, que la estructura puede agrietarse y dañarse. El mal comportamiento del primer tipo se relaciona con la resistencia del suelo roca de apoyo y se llama falla por capacidad de carga.

El del segundo tipo esta asociado a las características de la relación esfuerzo-deformación del suelo o roca, y se conoce como asentamiento perjudicial. En realidad, los dos tipos de mal comportamiento frecuentemente están íntimamente relacionados, que la distinción entre ellos es completamente arbitraria.

La selección de cargas en las que debe de basarse el proyecto de una cimentación, influye no solamente en la economía, sino también, algunas veces, hasta en el tipo de cimentación. Además, las mismas condiciones del suelo tienen influencia en las cargas que deberían haberse considerado.

Cada unidad de cimentación debe de ser capaz de soportar, con un margen de seguridad razonable, la carga máxima a la que vaya a quedar sujeta, aún cuando esta carga pueda actuar brevemente o una vez en la vida de la estructura.

Si una sobrecarga o una mala interpretación de las condiciones del suelo hubieran de tener consecuencia, simplemente un aumento excesivo de los asentamientos, pero no una falla catastrófica, pudiera justificarse con un factor de seguridad más pequeño, que si dicha falla pudiera producirse.

Frecuentemente se especifican en los reglamentos de construcción las cargas máximas, las presiones correspondientes en el suelo y las cargas en los pilotes.

Las consideraciones anteriores se refieren a las cargas que influyen en el comportamiento del suelo o roca en que se apoya la cimentación. Además el proyecto estructural de los elementos de las cimentaciones de concreto reforzado, como zapatas, cabezas de pilotes, o losas como actualmente se hacen, utilizando diseño plástico requieren que se le asignen factores de carga que consideran la naturaleza de la misma y la probabilidad de su ocurrencia.

La elección final del tipo de pilote para una obra la dictan las condiciones del subsuelo, las características del hincado de los pilotes, el probable comportamiento de la cimentación, y la economía.



Las comparaciones económicas deben basarse en el costo de toda la cimentación y no únicamente en el costo de los pilotes.

En el primer capítulo se hace una síntesis de algunas de las técnicas desarrolladas para resolver el problema de interacción estática suelo-estructura, también se definen los conceptos relacionados con la interacción.

En el capítulo 2 se analizan los cajones de cimentación compensadas o parcialmente compensadas, bajo condiciones de carga estática.

En el tercer capítulo se menciona el método de interacción suelo-estructura aplicado a las cimentaciones profundas.

En el capítulo 4 se presenta el programa de análisis de elementos finitos y se aplica a cimentación mixta, a un cajón y pilotes de punta.



## 1. ANTECEDENTES.

### 1.1 INTERACCIÓN SUELO- ESTRUCTURA

Se conoce como interacción suelo-estructura a la modificación del movimiento del terreno provocado por la presencia de la estructura y su cimentación. Existe mayor interacción en la medida que el movimiento en la base de la estructura se ve modificada por la presencia de la misma.

El fenómeno de interacción se desarrolla por el acoplamiento de los movimientos del suelo y de la cimentación. Si los desplazamientos en el terreno libre son diferentes que los de la cimentación, se dice que la estructura y el terreno está acoplado y por lo tanto existe interacción suelo-estructura.

El estudio completo del fenómeno de interacción incluye necesariamente dos etapas: el análisis del terreno libre y el de interacción. La estructuración de la cimentación y el esqueleto estructural constituyen un continuo que juega un papel importante en la interacción suelo-estructura de la cimentación.

La importancia de la interacción depende de la naturaleza del suelo, de las características de la construcción y del tipo de cimentación. Para ciertas construcciones cimentadas superficialmente, la interacción puede ser prácticamente despreciable.

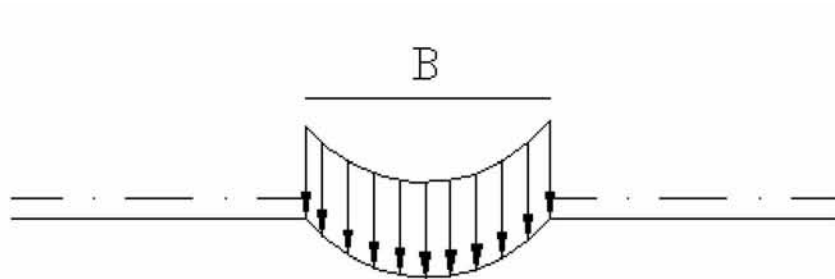
Por lo que, para diseñar estructuralmente una cimentación es necesario conocer los diagramas de los elementos mecánicos, que dependen de la reacción del terreno, que a su vez dependen de la magnitud y distribución de las cargas, de la rigidez de la estructura y de la compresibilidad del suelo.



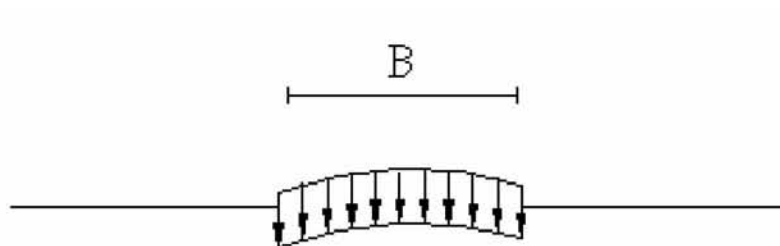
En seguida se analiza el comportamiento de la cimentación en diferentes suelos, considerando cimentaciones flexibles y rígidas:

- i. **Totalmente flexible** sobre un medio totalmente elástico (arcilla saturada) donde la deformación inmediata debida exclusivamente al cambio de forma (excluyendo el asentamiento por consolidación) es mayor al centro que en la periferia (a) el suelo es grava o arena la deformación es mayor en los extremos (b) que la rigidez de estos aumenta con el confinamiento.

a)



b)

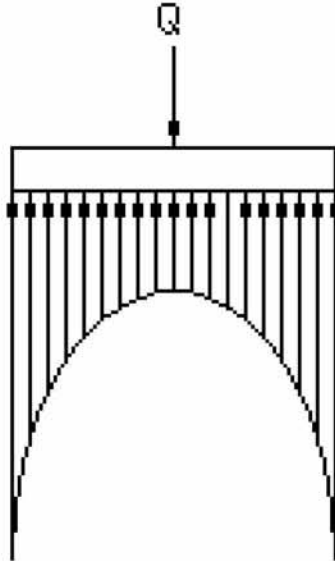


**Figura 1. Cimentación totalmente Flexible**

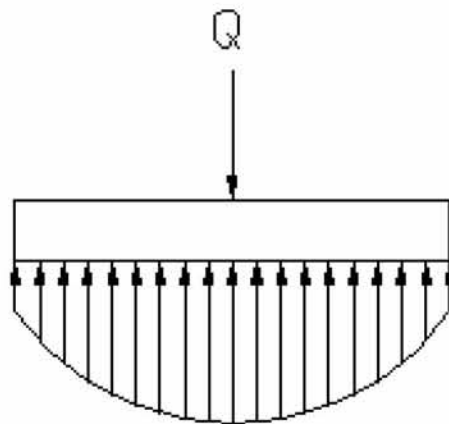


- ii. **Totalmente rígida** sobre un medio totalmente elástico (arcilla saturada) donde la presión es mayor en los extremos que al centro, para llegar a un asentamiento uniforme ocasionado por la rigidez de la placa (a). Si el suelo es grava o arena la presión será mayor al centro y menor en los extremos (b).

a)



b)



**Figura 2. Cimentación totalmente rígida**

En estos casos, es imprescindible tomar en cuenta que la estructura es parte de un sistema constituido por la estructura misma, el suelo y las estructuras vecinas.



## 1.2 ESTADO DEL ARTE

Para resolver el problema de la interacción estática suelo-estructura se han generado innumerables métodos, de los cuales, a manera de antecedente, se mencionarán de forma descriptiva algunas de las técnicas desarrolladas.

**a)** En 1956, Samuel Chamecki, presento unos de los procedimientos para tomar en cuenta la interacción suelo- estructura, aplicable a vigas y marcos estructurales.

Trata de un problema utilizando coeficientes de transferencia de carga de la estructura y calcula los hundimientos del suelo por procedimientos usuales.

Como las relaciones esfuerzo-deformación unitaria en los suelos no son lineales, el procedimiento es iterativo.

**b)** Sommer (1965), desarrollo un método para el análisis de trabes de losas de cimentación flexibles en una sola dirección, que permite tomar en cuenta la rigidez de la superestructura.

En este método, la rigidez de la flexión del total de la estructura expresa la relación entre la rigidez de la cimentación y la superestructura y se muestran las condiciones bajo las cuales los cálculos pueden simplificarse al sustituir, al total de la estructura, por una losa imaginaria sin superestructura, cuya rigidez a la flexión sea igual a la de la estructura real.

El procedimiento representado por Sommer fue desarrollado para analizar cimentaciones incluyendo la rigidez de una estructura a base de marcos y proporciona las presiones de contacto en la cimentación, los asentamientos, y los momentos flexionantes tanto en la cimentación, como en la superestructura.

Para el análisis del suelo y de la estructura, se basa en la teoría de elasticidad y supone un medio isótropo para calcular la distribución de esfuerzos en la masa del suelo.



En términos generales, el método consiste en formar una sección característica de la cimentación, dividida en un cierto número de soportes sometidos a cargas unitarias uniformemente repartidas.

Como los asentamientos producidos por estas cargas no se conocen, entonces se somete a cada una de las subdivisiones de la cimentación imaginaria, a asentamientos unitarios, mismos que a su vez, inducen reacciones adicionales sobre cada uno de los elementos de la cimentación. Por equilibrio, las reacciones del terreno sobre la cimentación y las acciones, deben de ser iguales, por lo que al realizar la superposición de los efectos de las cargas y asentamientos unitarios, se llega a la ecuación:

$$\sum Z_i^k S_k + P_i = Q_i$$

donde

$Q_i$  = Fuerza de reacción final en el soporte rígido  $i$  de la cimentación

$P_i$  = Cargas sobre los soportes rígidos  $i$  de la subestructura apoyada sobre un Suelo indeformable.

$Z_i^k$  = Reacciones producidas en cada soporte por el asentamiento unitario en el Punto  $k$ .

$S_k$  = Asentamiento unitario en el punto  $k$ .

La relación entre los asentamientos y las presiones de contacto se obtiene formando una matriz flexibilidades del suelo a partir de los valores de influencia para asentamientos unitarios.

Finalmente, utilizando el concepto de rigidez relativa cimentación-suelo  $K_r$ , se obtiene una expresión que permite calcular las presiones de contacto en función de la rigidez de la estructura y de la compresibilidad del subsuelo:

$$K_r \varepsilon^3 \sum z_i K a^{-k} q - q_i = -p_i \varepsilon / LB$$



**c)** Flores Victoria (1968), planteo otro método iterativo en el cual se aplica la distribución de presiones al suelo con la que se calculan los asentamientos. Con estos asentamientos se determina el estado de cargas que debe tener la estructura como reacción del suelo. Esa reacción se vuelve a aplicar al suelo sucesivamente hasta lograr la convergencia.

**d)** Flores Victoria y Esteva (1970), presentaron un procedimiento simplificado en el que se considera que el suelo es un medio elástico lineal semiinfinito, que la cimentación es rectangular con una red ortogonal de trabes y que la rigidez de la superestructura puede despreciarse.

**e)** Damy (1977), presento un procedimiento incremental en el que se toma en cuenta el comportamiento no lineal del suelo aplicando incrementos del vector de carga suficientemente pequeños para que el sistema responda linealmente. Al aplicar el último un incremento deben satisfacerse las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo.

**f)** El Dr. Zeevaert (1973,1980,1983), desarrollo un método en el que se forma la ecuación matricial de asentamientos, que relaciona los hundimientos del suelo en función de las cargas aplicadas a la superficie:

$$\delta = Dq$$

donde

$\delta$  = Vector de asentamientos en el contacto cimentación-suelo.

D = Matriz de asentamientos ocasionados por presiones unitarias.

q= Vector de cargas aplicadas en el contacto cimentación-suelo.

La matriz D se forma a partir del concepto de valor de influencia, que es el esfuerzo ocasionado por una presión unitaria en la superficie.

Después se forma la ecuación matricial de interacción, que es la que relaciona las deformaciones de la estructura con las cargas que transmite el suelo:

$$SX = \Delta$$





donde

$S$  = Matriz de flexibilidades del suelo.

$X$  = Vector de cargas del suelo sobre la estructura.

$\Delta$  = Vector de deformaciones de la estructura.

La interacción de la estructura de la cimentación con el suelo depende del valor del módulo de cimentación por área tributaria  $K$ , definido como el cociente de la carga sobre el suelo, entre las deformaciones que produce.

Como  $\Delta$  es función de  $K$ , los valores de  $K_1$  para los diferentes puntos considerados no son independientes entre si y dependen de la distribución de esfuerzos de contacto con la cimentación. La interacción correcta se obtiene usando las reacciones  $X_i$  obtenidas por EMI, en la ecuación matricial de asentamientos EMA, obteniéndose así los desplazamientos verticales  $\delta_i$  que proporcionan los valores del modulo de cimentación, iguales a los utilizados en la ecuación matricial de interacción EMI,  $K_i = X_i / \delta_i$ .

Si los resultados obtenidos no corresponden a los utilizados inicialmente, la interacción obtenida no será la correcta, por lo que se requerirá emplear la ecuación matricial EMA para conciliar el problema.

Para resolver el problema sin llevar acabo iteraciones y obtener resultados precisos, se requiere hallar la ecuación matricial de interacción suelo-estructura (EMISE).

**g)** Demeneghi (1979,1983,1985), propuso otro método de interacción estática suelo-estructura en el que las reacciones del terreno son consideradas como un sistema de cargas sobre la estructura, de igual magnitud y sentido contrario a las cargas que la cimentación transmite al suelo. Durante el proceso de análisis, estas cargas son manejadas como incógnitas. El análisis estructural se lleva a cabo empleando el método de rigideces, pero como no se conocen las reacciones del suelo, las ecuaciones faltantes las proporciona el análisis de hundimientos del terreno de cimentación, en el que se obtienen las deformaciones del suelo en función de las cargas sobre el mismo. En esta etapa se utiliza el concepto de valores de influencia de Zeevaert. Al sustituir las deformaciones del suelo en las ecuaciones obtenidas a través del método de rigideces, el problema se resuelve en forma directa, sin necesidad de iteraciones.



Otra de las ventajas que ofrece este método son que se realiza un análisis tridimensional con relativa sencillez, que permite tomar en cuenta la rigidez de toda la superestructura y que se puede programar en una computadora con cierta facilidad.

**H)** Por último, se mencionará que Sánchez Martínez y Enríquez (1982), propusieron un procedimiento que se emplea en cimentaciones someras y que consiste en analizar el conjunto suelo-estructura como un sistema estructural único que se resuelve utilizando el método general de las rigideces y que no es iterativo.

El suelo es sustituido por una serie de resortes en los que el módulo de reacción depende de toda la masa del suelo. La matriz de rigideces de la estructura se forma a partir de la de sus elementos. Las reacciones de la estructura se consideran a través de resortes que se conectan con la cimentación.

La matriz de rigideces del suelo se determina dando desplazamientos verticales unitarios a cada uno de los resortes que lo idealizan y calculando las fuerzas que aparecen por este efecto en todos ellos; sin embargo, dicha matriz se puede formar obteniendo la inversa de la matriz de flexibilidades.

En este método, también se puede considerar a toda la superestructura, sin más limitación que la capacidad de la computadora que se emplee.

Gran parte de los procedimientos de interacción analizan el problema en forma bidimensional, siendo que las estructuras son tridimensionales. También existen métodos que nos permiten hacer un análisis en dos direcciones ortogonales y suponer los efectos de ellos, representando así el fenómeno tridimensional; aunque la desventaja que se tienen con estas técnicas es que no se pueden conocer los elementos mecánicos en las vigas intermedias de la estructura de cimentación.



## 2. CAJONES DE CIMENTACIÓN.

El uso más común para este tipo de cimentaciones tienen lugar en suelos de baja capacidad de carga, en donde las presiones de cimentación deben de extenderse en una zona tan ancha como sea posible.

Se utilizan también para cimentaciones sobre suelos de compresibilidad variable en los que la rigidez parcial dada por la construcción firme de losas y vigas emplean se emplean para salvar las zonas del suelo más compresible, con lo que el asentamiento diferencial de la losa de cimentación se reduce al mínimo.

Las cimentaciones por medio de cajones pueden usarse por comodidad constructiva en estructuras que se apoyan sobre un emparrillado de columnas distribuidas muy cerca de otras.

El grado de rigidez que proporciona la placa reduce asimismo el asentamiento diferencial.

Los cajones de cimentación se diseñan para utilizar el principio de flotación estos reducen el asentamiento total de la cimentación, así como los asentamientos diferenciales.

La flotación se consigue disponiendo una subestructura hueca de tal profundidad que el peso del suelo eliminado al efectuar la excavación equilibra el peso combinado de la superestructura y la subestructura, o bien es algo inferior.

Los cajones de cimentación deben proyectarse para permitir utilizar la subestructura para tales fines tales como salas de almacenamiento o aparcamiento subterráneos de coches.

Esto requiere superficies bastantes grandes sin columnas o paredes muy juntas, y el suelo consta generalmente de una losa, o bien, de losas y vigas de construcción bastante sólida para dar el grado de rigidez posible.



En seguida se describe el procedimiento de diseño geotécnico con losas o cajones de cimentaciones sobrecompensadas, compensadas o compensada parcial o totalmente, considerando su estabilidad en condiciones estáticas.

Comparando la presión total transmitida en forma permanente por la estructura  $w$  con el esfuerzo total inicial al nivel de desplante  $P_d$ , se determinan las condiciones de trabajo de la cimentación:

Cimentación parcialmente compensada  $w > P_d$  o sea  $w \neq P_d$

Cimentación Compensada.  $w = P_d$

$$w = \frac{W_E}{A}$$

$$P_d = \gamma D_f$$

$W_E$  Carga permanente (acciones permanentes más acciones variables con Intensidad media).

$A$  área de cimentación.

$\gamma$  peso volumétrico total representativo del suelo desde la superficie hasta  $D_f$ .

$D_f$  profundidad de desplante.

Debido a la dificultad de garantizar que el cajón se mantenga estanco durante la vida útil de la estructura, la carga permanente  $W_E$  incluye el peso del agua asociado a la eventual inundación de las celdas de cimentación por debajo del nivel freático.



## 2.1 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA PARA CIMENTACIONES TOTAL O PARCIALMENTE COMPENSADAS

El cálculo consiste en plantear una ecuación matricial de compatibilidad de asentamientos en la superficie; para ello, la distribución de esfuerzos en la masa del suelo se obtiene dividiendo el área de la cimentación en franjas, con objeto de manejar las reacciones en cada franja de manera separada.

Inicialmente se resuelve la ecuación matricial considerando la cimentación flexible sujeta al conjunto de solicitaciones a nivel de la losa del fondo; posteriormente, las reacciones así calculadas se corrigen para tomar en cuenta el asentamiento uniforme asociado a una cimentación rígida y la capacidad límite del suelo en la orilla.

### a) Características de la estructura.

- Establecer un sistema de coordenadas para definir puntos del área de cimentación; es aconsejable que los ejes sean paralelos a las direcciones corta y larga y que el origen se sitúe en la esquina inferior izquierda.
- Solicitaciones estáticas para calcular las presiones medias.

### b) Condiciones estratigráficas y propiedades mecánicas.

- Definición de estratos: profundidades que los limitan y su valor medio, así como sus espesores.
- Esfuerzos efectivos iniciales al nivel del desplante y a la profundidad media de los estratos.



- Parámetros de resistencia en condiciones drenadas (ensaye triaxial CD) representativas de los estratos superficiales.
  
- Gráficas de compresibilidad representativas de cada uno de los estratos o módulos obtenidos de deformación obtenidos de pruebas de placa.

Obtención de los parámetros de deformabilidad.

Los módulos de deformación son función del nivel de esfuerzos a que se somete la masa del suelo; los módulos se estiman considerando la variación de esfuerzos por excavación y recarga bajo el centro del área total de la cimentación, mediante la siguiente secuencia del cálculo:

- Obtener coordenadas de los vértices y centroide del área de cimentación .
  
- Seleccionar el factor de influencia para la distribución de esfuerzos según las características de los suelos.

Proceso de expansión.

- Obtener el decremento de esfuerzos en puntos situados bajo centroide del área de cimentación a la profundidad media de cada uno de los estratos, asociada a una descarga igual al esfuerzo efectivo al nivel de desplante del cajón.
  
- Con los diagramas de esfuerzos efectivos iniciales y el decremento de esfuerzos en cada uno de los estratos, se obtienen los módulos de expansividad  $m_{ve}$  en las ramas de expansión de las gráficas de compresibilidad representativas.

Estado de esfuerzos

Grafica de compresibilidad representativa del estrato

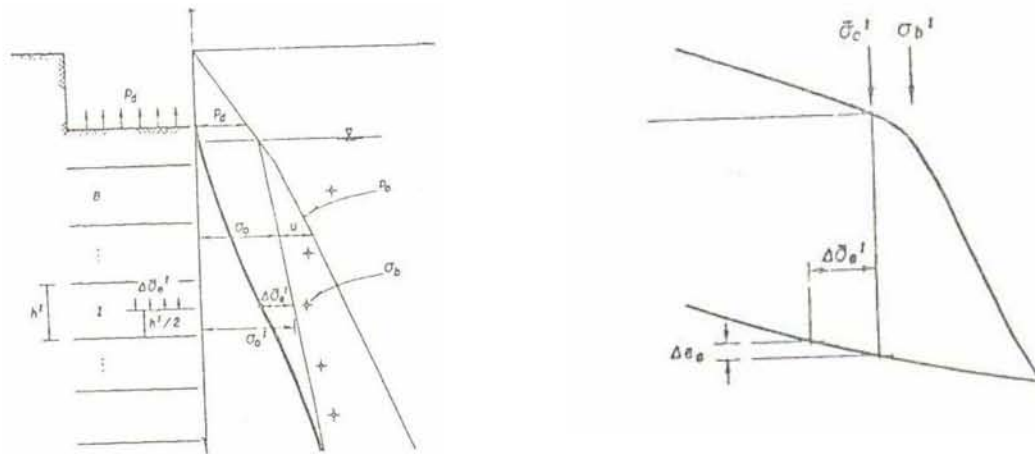


Figura 3 Obtención del modulo de expansividad

Gráfica de esfuerzos

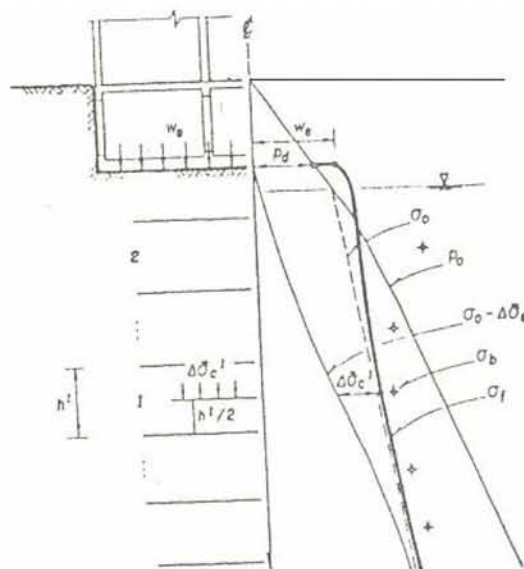


Figura 4 Obtención del modulo de compresibilidad



Proceso de recompresión.

- Obtener el incremento de esfuerzos en puntos situados bajo el centroide del área de cimentación a la profundidad media de cada uno de los estratos, asociada a una presión igual al peso total de la estructura dividida entre el área del cajón.
- Con los diagramas de esfuerzos efectivos posteriores a la descarga y del incremento de esfuerzos, se obtienen los módulos de compresibilidad  $m_{vc}$ , en las ramas de recompresión de las gráficas de compresibilidad.

Módulos de deformación.

Los coeficientes de deformación volumétrica en expansión  $\alpha_e^I$  y en recompresión  $\alpha_c^I$  para cada estrato I, se calculan con las siguientes expresiones:

$$\alpha_e^I = m_{ve}^I h^I \quad \alpha_c^I = m_{vc}^I h^I$$





## 2.2 EFECTO DE LA POSICIÓN DEL NIVEL FREÁTICO.

### 2.2.1 CIMENTACIONES ARRIBA DEL NIVEL FREÁTICO.

#### a) Expansiones por Excavación.

La matriz de expansiones unitarias representa las expansiones provocadas por una descarga unitaria en la superficie; para el cálculo de esta matriz, los decrementos de esfuerzo en la masa de suelo se calculan dividiendo el área de cimentación de franjas y sumando posteriormente el efecto de todas las franjas a cada profundidad.

La secuencia de cálculo de la matriz  $[\delta_{eij}]$  se describe a continuación:

División del área de cimentación en franjas.

- El área se divide en franjas paralelas a la dirección corta, escogiendo el ancho de manera que sean en total un número par entre 6 y 10 franjas.
- Se obtienen las coordenadas de los vértices y puntos centrales de las franjas.

Influencias para cargas unitarias en cada una de las franjas.

- Se enumeran las franjas a partir del origen ( $i= 1,2,3\dots n$ )
- Se declaran las coordenadas de los vértices de la franja  $i$ , con una de esfuerzo unitario.
- Las profundidades de cálculo corresponden a la profundidad media de cada estrato.



- Se calculan los esfuerzos bajo los puntos centrales  $j$  de cada una de las franjas debido a estos valores están asociados a un esfuerzo unitario, para cada punto  $j=1,2,3,\dots,m$  se obtiene un vector de coeficientes de influencia  $|\ell_{ji}|$ .
- Con el conjunto de vectores  $|\ell_{ji}|$  se forma la matriz de influencia  $[I_{ji}]$  para cada una de las franjas  $i = 1,2,3,\dots,n$

$$[I_{j1}] = [|\ell_{1,1}| \quad |\ell_{2,1}| \quad \dots \quad |\ell_{m,1}|]$$

$$[I_{j2}] = [|\ell_{1,2}| \quad |\ell_{2,2}| \quad \dots \quad |\ell_{m,2}|]$$

.. .. .. .. ..

$$[I_{jn}] = [|\ell_{1,n}| \quad |\ell_{2,n}| \quad \dots \quad |\ell_{m,n}|]$$

### b) Asentamientos Unitarios.

La matriz de asentamientos unitarios  $[\delta_{ji}]$  representa los asentamientos provocados por la aplicación de la carga unitaria en la superficie; para el cálculo de esta matriz, los incrementos de esfuerzos en la masa del suelo se calculan dividiendo el área de la cimentación en franjas y sumando posteriormente el efecto de todas las franjas a cada profundidad; de esta manera se facilita la determinación de las reacciones en las losas de cimentación, que presentan una distribución no uniforme.

La secuencia de cálculo de la matriz  $[\delta_{ji}]$  es análoga a la matriz de expansiones, pero sustituyendo los coeficientes de compresión de los estratos  $\alpha_c^l$  en lugar de los coeficientes de expansión ahí indicados.



### c) Reacciones para una cimentación rígida.

El sistema de reacciones del suelo contra una losa de cimentación rígida, corresponde al conjunto de cargas que provocan un asentamiento uniforme; para el cálculo se siguen los siguientes pasos:

- Se determinan los asentamientos que provocarían las cargas de las estructuras si la cimentación fuera flexible (rigidez nula)
- Posteriormente se calcula la distribución de cargas (reacciones) que producirían un asentamiento uniforme igual al promedio de los asentamientos calculados para la cimentación flexible.
- Las reacciones y los asentamientos uniformes así calculados se corrigen revisando que se cumpla el equilibrio entre solicitaciones y reacciones.

### ASENTAMIENTOS PARA UNA CIMENTACION FLEXIBLE.

- A partir de las solicitaciones a nivel de cimentación, se calcula la carga media  $q_i$  en cada franja:

$$q = \frac{\sum Q_i}{a_i}$$

donde

$\sum Q_i$  y  $a_i$  son respectivamente la suma de las cargas y el área de la franja  $i$

- Con la matriz de asentamientos unitarios  $[\delta_{ji}]^T$  y las cargas medias en las franjas  $|q_i|$ , se calculan los asentamientos mediante la siguiente expresión:



$$|\delta_j^q| = [\bar{\delta}_{ji}]^T |q_i|$$

donde

$|\delta_j^q|$ , es un vector cuyas componentes son los asentamientos en los puntos centrales de las franjas.

### ASENTAMIENTOS Y REACCIONES PARA UNA CIMENTACIÓN RIGIDA.

- Se obtiene el promedio de los asentamientos  $\delta_a$  calculados para una cimentación flexible:

$$\delta_a = \frac{\sum \delta_j^q}{m}$$

- Se calcula la inversa de la matriz de asentamientos unitarios para obtener las reacciones asociadas a un asentamiento uniforme:

$$|q_i| = ([\bar{\delta}_{ji}]^T)^{-1} \cdot \delta_a$$

donde

el vector  $|q_i|$  denota las reacciones en cada una de las franjas.

- Los valores  $q_i$  deben de corregirse para cumplir el equilibrio de fuerzas verticales; por tanto, el factor de corrección  $f$  resulta de dividir el peso de la estructura  $W$  entre la reacción total  $W'$  asociada a las presiones  $q_i$ , es decir:



$$f = \frac{W_e}{W'}$$

donde

$$W' = \sum a_i q_i$$

- Finalmente, el asentamiento y las reacciones se calculan afectando los valores antes calculados por f:

$$\delta_a = \delta'_a \cdot f$$

y

$$|q_i| = |q'_i| \cdot f$$

#### d) Reacciones en la dirección corta.

Las reacciones  $|q_i|$  calculadas son los valores medios de las franjas consideradas; para obtener la variación de las reacciones a lo largo de la franja, las  $|q_i|$  que corrigen a partir de la distribución de reacciones en la dirección corta para un asentamiento unitario, como se describe a continuación.

- Se calcula la matriz de asentamientos unitarios  $[\delta_{ji}]^r$  dividiendo en n franjas la dirección corta.
- Se obtienen las reacciones medias en la dirección corta  $|q_i|$  para un asentamiento unitario.

$$|q_i| = [\delta_{ji}]^r - 1 \cdot |1|$$



- Se calcula la reacción media  $q_m$  y el factor de corrección  $\lambda_i$  para cada franja:

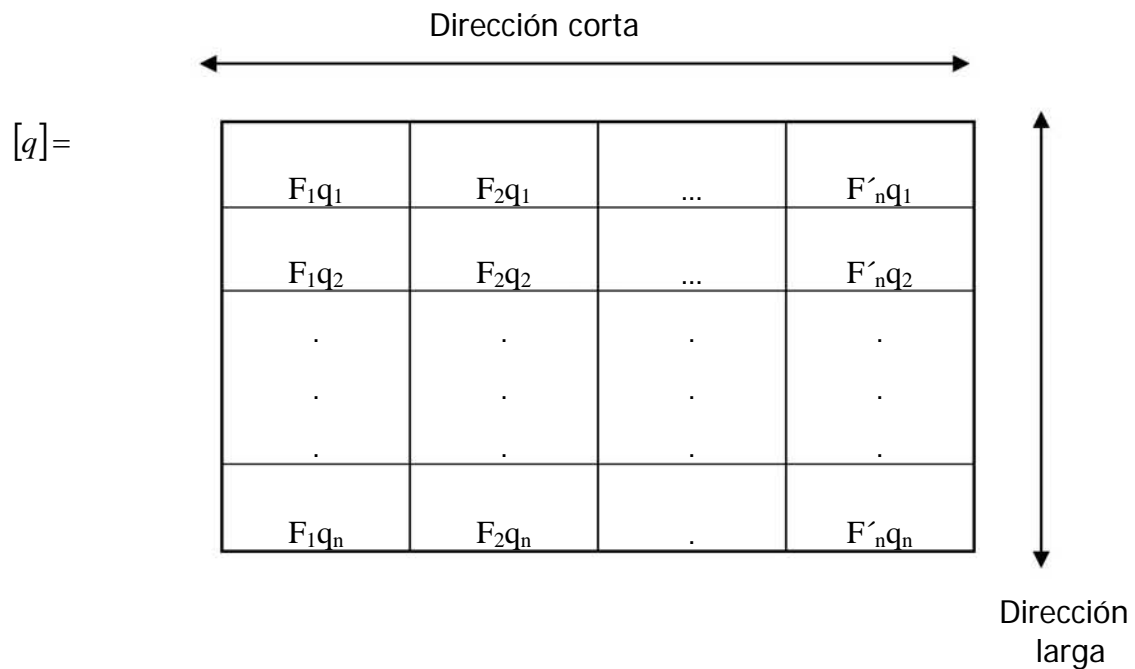
$$q_m = \frac{\sum q_i}{n'}$$

$$F_i = \frac{q_i}{q_m} \quad i=1,2,3,\dots,n'$$

- Finalmente, se multiplican las reacciones medias  $|\bar{q}_i|$  de la dirección larga por los  $F_i$  de la dirección corta

$$[\bar{q}] = [F_1 \cdot |\bar{q}_i| \quad F_2 \cdot |\bar{q}_i| \quad \dots \quad F_{n'} \cdot |\bar{q}_i|]$$

En forma tabular:



donde

cada término representa la reacción media en la subárea correspondiente.



### 2.2.2 Cimentación abajo del nivel freático.

Cuando se requiere excavar por debajo del nivel freático para lograr la compensación de la estructura, es necesario contar con un sistema de abatimiento durante la construcción; además de permitir excavar en seco, el sistema de bombeo incrementa la estabilidad y disminuye las expansiones y el asentamiento subsecuente.

- a) Expansiones reducidas en excavaciones con bombeo.

El efecto del abatimiento consiste en aumentar los esfuerzos previamente a la excavación, por lo que las expansiones  $\delta_e$  se calculan con la ecuación:

$$|\delta_e| = |\delta_e^{(Pd)}| - |\delta_i^\lambda|$$

- b) Reacciones considerando la recuperación del nivel freático.

El sistema de reacciones comprende dos componentes: a) la subpresión uniforme debida a la recuperación del nivel freático y b) las reacciones no uniformes función de la compresibilidad de la fase sólida de los suelo; la secuencia del calculo es la siguiente:

- Se determinan los asentamientos netos que provocaría las cargas de la estructura si la cimentación fuera flexible (rigidez nula), considerando la reducción del asentamiento que provocará la recuperación del nivel freático.
- Posteriormente se calcula la distribución de cargas (reacciones) que producirían un asentamiento uniforme; debido a que estas reacciones incluyen un efecto de esfuerzos efectivos más subpresión, el cálculo se realiza con la suma del promedio de los asentamientos netos calculados para la cimentación flexible más el efecto de recuperación del nivel freático. Las reacciones en términos de esfuerzos efectivos y el asentamiento uniforme así calculados se corrigen revisando que se cumpla el equilibrio entre solicitaciones y reacciones.



## 2.3 TOTALMENTE COMPENSADAS

Una cimentación compensada requiere de una excavación para retirar el peso de material del suelo aproximadamente equivalente al peso de la estructura en cuestión.

Cuando el nivel del agua superficial queda bajo el nivel de desplante y no se hace necesario alterar por bombeo las condiciones hidrostáticas existentes, entonces las expresiones antes deducidas son aplicables en la forma en que están siendo expuestas.

Sin embargo, si las condiciones hidráulicas o hidrodinámicas iniciales se alteran por bombeo durante las excavaciones, entonces será necesario tomar en cuenta los cambios en esfuerzos efectivos producidos por el cambio de presiones hidráulicas en la masa del suelo y efectuar la corrección correspondiente a la ecuación matricial de desplazamientos verticales para el cálculo correcto de expansiones y hundimientos subsecuentes debidos a la reaplicación de la carga.

Para analizar este fenómeno, formulemos un punto P en el centro de un estrato N a la profundidad media  $z=i$ . El estado de esfuerzo total, efectivo y presión hidráulica antes de efectuar la excavación y bombeo será:

$$P_{0i} = \sigma_{0i} + U_{0i}$$

Al efectuar la excavación el bombeo deberá permanecer estable durante la excavación y construcción de la cimentación, consecuentemente se tendrán las condiciones

$$P_i = \sigma_i + U_i$$

del tal manera que el cambio ocurrido en el punto P a la profundidad  $z=i$  será

$$(P_{0i} - P_i) = (\sigma_{0i} - \sigma_i) + (U_{0i} - U_i)$$



en donde

$(P_{0i} - P_i)_t$  cambio en presión total.

$(\sigma_i - \sigma_{oi})_t$  reducción del esfuerzo efectivo.

$(U_{0i} - U_i) = \lambda \gamma_w$  cambio en presiones hidráulicas. Aquí  $\lambda$  representa el cambio medio en niveles piezométricos producidos por el bombeo para abatir el nivel de agua en la excavación y poder trabajar.

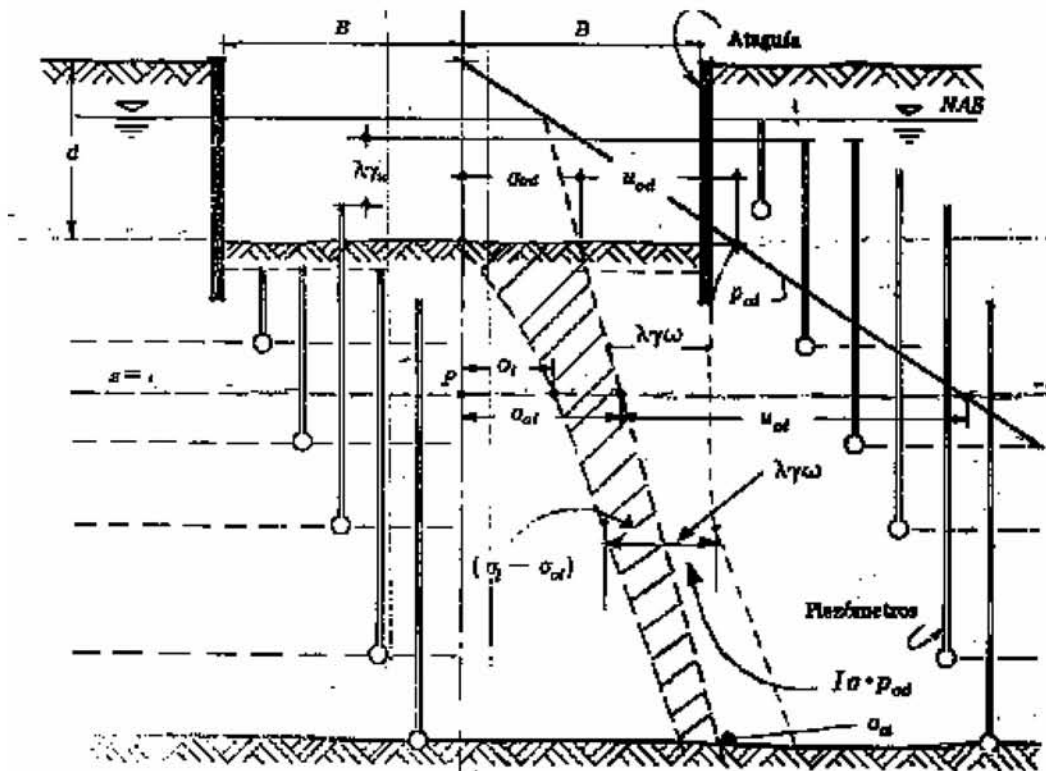


Figura 5 Abatimiento de niveles piezométricos por bombeo



La reducción del esfuerzo efectivo inducido en el centro del estrato será

$$(\sigma_i - \sigma_{0i})_N = (\gamma_w \lambda_i)_N - (P_{0i} - P_i)_N$$

en el fondo de la excavación de las condiciones iniciales son

$$\sigma_{0d} = P_{0d} - U_{0d}$$

puesto que el cambio de presión en el fondo de la excavación es total, a la profundidad  $z=i$  será

$$(P_{0i} - P_i)_N = I_i^N \cdot P_{0d}$$

en donde  $I_i^N$  es el factor de influencia debido al alivio de presión total  $P_{0d}$ . La expresión anterior se puede escribir de la forma

$$(P_{0i} - P_i)_N = I_i^N (\sigma_{0d} + U_{0d})$$

sustituyendo en la ecuación

$$(\sigma_i - \sigma_{0i})_N = (\gamma_w \lambda_i^N) - I_i^N (\sigma_{0d} + U_{0d})$$

y la expansión producida en el estrato N se obtendrá multiplicando la expresión anterior por la expresión volumétrica del estrato  $\alpha_e$  correspondiente

$$(\Delta \delta_{ei})_N = (\gamma_w \lambda_i^N) \alpha_{ei}^N - (\sigma_{0d} + U_{0d}) (I_i^N \alpha_e^N)$$



La expansión total del suelo en un punto  $i$  en el fondo de la excavación debido a la expansión de todos los estratos es

$$\delta_{ei} = \gamma_w \cdot \sum_1^N \lambda_i^N \alpha_e^N - (\sigma_{0d} + U_{0d}) \cdot \sum_1^N I_{ji}^N \alpha_e^N$$

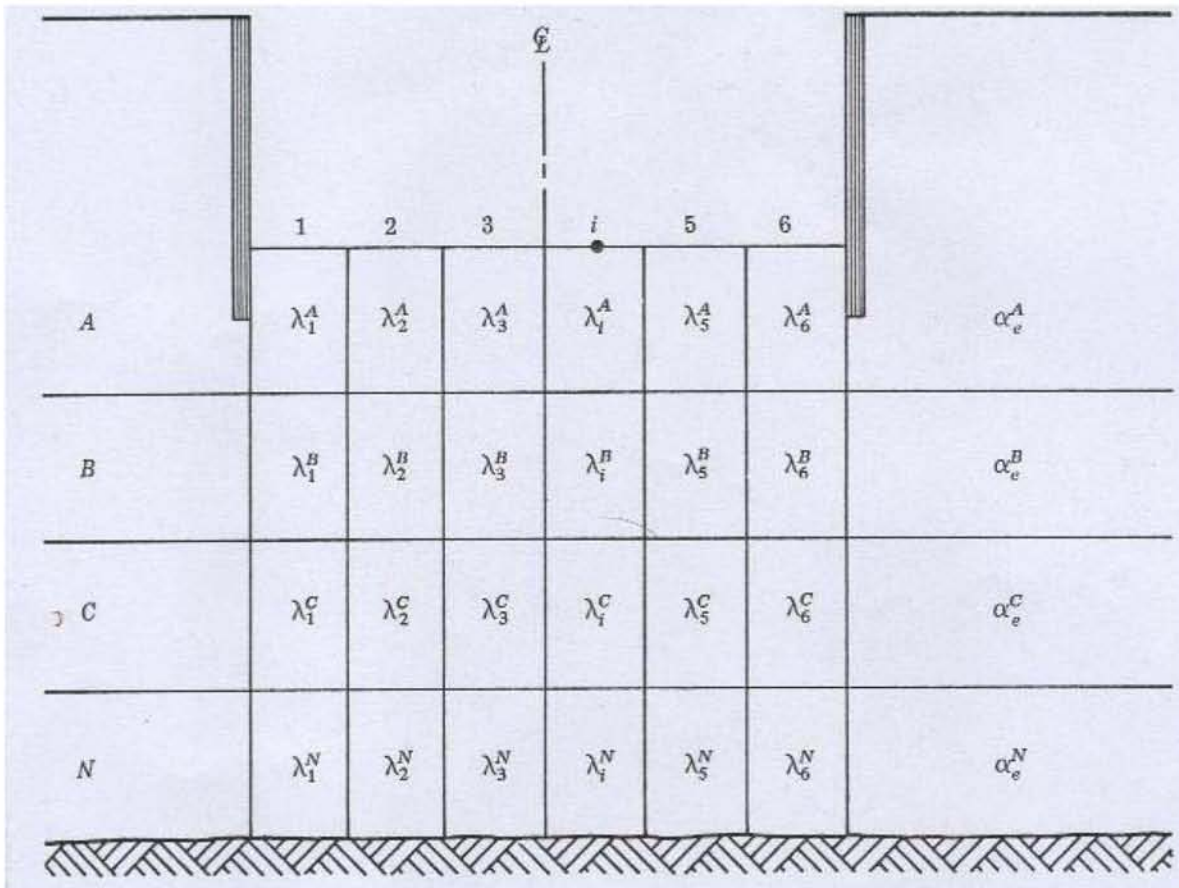
El alivio de esfuerzos en el suelo es cuestión de dos términos, el primero involucra exclusivamente los cambios en las condiciones hidrodinámicas en la masa del suelo originadas por el bombeo, y el segundo el cambio total de la presión al nivel de desplante de la cimentación.

$$\delta_{ei} = \delta_i^\lambda - \delta_{ei}^{(\sigma+U)}$$

Si se requiere encontrar la configuración por expansión en la superficie del fondo de la excavación de las áreas tributarias  $\bar{a}$ , se verá que el segundo término podrá calcularse por medio de la ecuación matricial,

$$\left| \delta_{ei}^{(\sigma+U)} \right| = \left[ \bar{\delta}_{ji} \right]_{\text{exp}} \cdot \left| \sigma_{0d} + U_{0d} \right|$$

Los cambios bajo la cimentación para cada estrato obtenidos en un estudio de flujo hidrodinámico inducido por el bombeo en la masa del suelo se consigna como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 6 Cambio de las condiciones hidrodinámicas producidas por el bombeo.**

La matriz de  $[\lambda_i^N]$ , transpone y se multiplica por la matriz columnar de  $\alpha_e^N$ , con lo cual se obtienen los valores de

$$|\delta_i^z| = \gamma_w \cdot [\lambda_i^N]^T \cdot |\alpha_e^N|$$

Debido al alivio de esfuerzo inducido por la excavación y efectos que se inducen al alterarse las condiciones iniciales piezométricas del agua en la masa del subsuelo por el bombeo.



$$|\delta_{ei}| = \gamma_w [\lambda_i^N]^T \bullet |\alpha_e^N| - [\bar{\delta}_{ji}]_{\text{exp}}^T \bullet |\sigma_{od} + U_{od}|$$

Al terminar la cimentación, suprimir el bombeo y colocar todas las cargas el edificio se reestablecen las condiciones iniciales ( $\sigma_{od} + U_{od}$ ).

Sin embargo, el valor de la carga total  $q_i$  del edificio podría ahora ser variable para cada área tributaria, el provocarse el efecto reversible de la expansión, correspondiente a la rama de la compresión del suelo, formándose así un ciclo de histéresis completo para alcanzar el esfuerzo efectivo ( $q_i - U_{od}$ ) de reacciones de la cimentación.

En estas condiciones los hundimientos por recompresión estarán dados por:

$$|\delta_{ci}| = [\bar{\delta}_{ji}]_{\text{cpr}}^T \bullet |q_i| - \gamma_w \bullet [\lambda_i^N]_{\text{cpr}}^T \bullet |\alpha_c^N|$$

En la matriz de desplazamientos unitarios  $[\bar{\delta}_{ji}]_{\text{recompresión}}^T$  se calcula ahora con los valores de  $\alpha_c^N$  de las compresiones volumétricas de los estratos.

Después de calcular los desplazamientos verticales se aumentase el peso del edificio, entonces el incremento en los desplazamientos verticales sería únicamente.

$$|\Delta\delta_{ci}| = [\bar{\delta}_{ji}]_{\text{cpr}}^T$$

la expresión queda de la forma

$$|\delta_{ci}| = [\bar{\delta}_{ji}]_{\text{cpr}}^T \bullet |\sigma_i + \Delta\sigma_i| + [\bar{\delta}_{ji}]_{\text{cpr}}^T U_{od} - \gamma_w [\lambda_i^N]_{\text{cpr}}^T \bullet |\alpha_c^N|$$



Los términos segundo y tercero, quedan invariantes al aumentar o disminuir las reacciones o cargas efectivas que se apliquen al desplante de la cimentación

La revisión por capacidad de carga se efectúa cuando se transmite al suelo una sobre carga neta . La ecuación presentada involucra una resistencia no drenada del suelo, correspondiente a la aplicación rápida de carga.

Existe una condición adicional de esfuerzos en la orilla  $\Delta W_e$ , la cual se evalúa con la siguiente expresión:

$$\Delta W_e = \frac{M_e}{I} x \quad M_e = W_E e$$

donde

$M_e$  momento estático.

$I$  momento de inercia del cajón en la dirección donde exista la excentricidad de cargas.

$X$  distancia del centroide del área de la cimentación a la orilla considerada.

$W_E$  resultante de cargas permanentes de la estructura.

$e$  excentricidad de la resultante  $W_E$  respecto al centroide del área de cimentación.

### Asentamientos en condiciones estáticas.

El incremento no uniforme de esfuerzos en la masa del suelo tendrá a inclinar la estructura conforme ocurra el proceso de consolidación.

La presión neta máxima transmitida localmente por la estructura  $W_n$  resulta:

$$W_n = W + \Delta W_e - Pd$$



La capacidad de carga última se determina con las siguientes expresiones:

$$q_u = cN_{cs}$$

$$N_{cs} = 5.14 \left( 1 + 0.25 \frac{D_f}{B} + 0.25 \frac{B}{L} \right)$$

para  $\frac{D_f}{B} \leq 2$       y       $\frac{B}{L} \leq 1$

donde

c      parámetro de cohesión en condiciones no drenadas.

$N_{cs}$       factor de capacidad de carga propuesta por Skempton.

$D_f$       profundidad de desplante.

B,L      ancho y largo del cajón de cimentación, respectivamente.

En caso de que  $D_f/B$  y  $B/L$  no cumplan las desigualdades anteriores, se considerarán iguales a 2 y 1, respectivamente.

La resistencia c corresponde a los depósitos localizados en un espesor igual a una vez el ancho B, medido a partir de la profundidad de desplante, o por debajo de la costra superficial en su caso.

### Excentricidad de cargas.

Expresamente se limita al 1% de la longitud correspondiente del cajón; sin embargo, se admite un valor mayor a condición que el efecto de la concentración de esfuerzos inducidos se incluya en la revisión por capacidad de carga.

Debe de procurarse que coincidan la resultante de las cargas que transmitirá la estructura y el centroide de el área del cajón de cimentación, con una excentricidad máxima del orden del 1% de la longitud del cajón en la dirección considerada; en caso contrario, existirá una sobrecarga adicional por efecto del momento estático inducido misma que deberá considerarse en el cálculo de la capacidad de carga y asentamientos en condiciones estáticas.

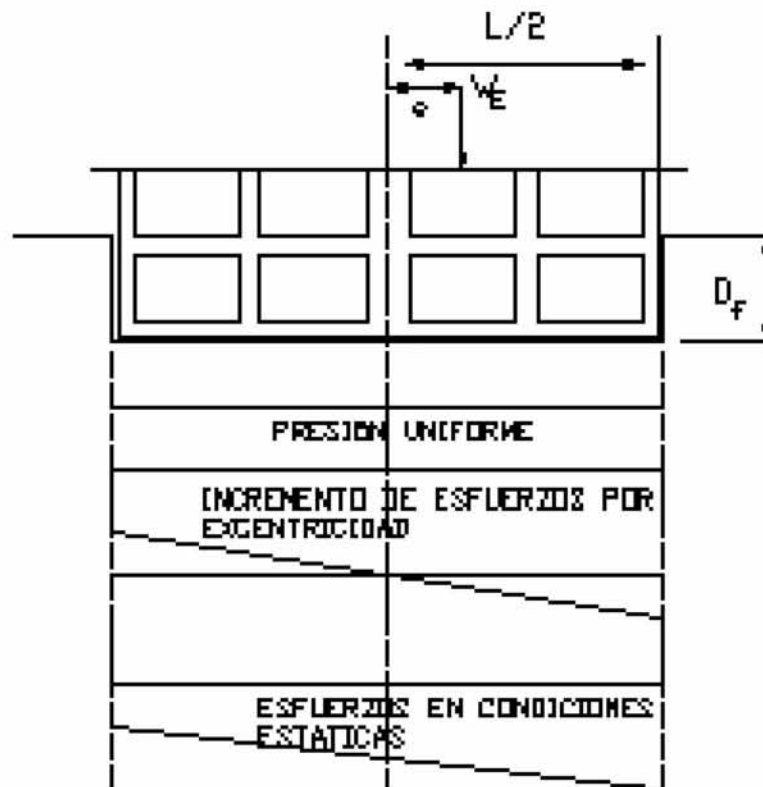


Figura 7 Efecto de la excentricidad de cargas.





La deformación volumétrica de los estratos designada por  $\alpha$  se puede presentar por dos formas:

- a) Cuando se trata de reducción de esfuerzos del subsuelo;  $\alpha_e$  se llamará expansión volumétrica de los estratos e implica en este caso una respuesta elástica del suelo.
- b) Si se trata de un incremento de esfuerzos de recompresión:  $\alpha_c$  se llamará compresión volumétrica de los estratos debido a la recompresión.
  - i. La expansión volumétrica de un estrato  $\alpha_e$  se origina cuando se lleva a cabo un alivio de esfuerzo en dicho estrato.

$$\alpha_e^N = (\rho_e M_{ez} d)_N$$

en donde

$M_{ez}$  es el módulo de deformación unitaria correspondiente a la respuesta elástica total del suelo a la profundidad  $z$ , representativa de un estrato  $N$ , se determina por medio de pruebas de laboratorio.

El valor  $\rho_e$  representa un factor de expansión que es función de un alivio de esfuerzo medio  $(\Delta\sigma_{ei})_N$  en el estrato  $N$  y  $d$  es el espesor del estrato.

Cuando se efectúa una excavación el alivio de esfuerzos  $\Delta\sigma_{ei}$  es variable y disminuye con la profundidad. Si  $\sigma_{0i}$  es el esfuerzo medio existente en el estrato  $N$  entonces

$$\rho_e = \left( \frac{\Delta\sigma_{ei}}{\sigma_{0i}} \right)^{c-1}$$



Su valor varía entre  $0 < \rho_c < 1$ .

- ii. La compresión volumétrica de los estratos es función del modulo de deformación unitaria del suelo dada por  $M_c$  y de la magnitud del incremento de esfuerzo sobre el esfuerzo efectivo inicial a la profundidad del estrato N. Como el parámetro  $M_c$  se determina en el laboratorio por medio de pruebas convencionales, será necesario corregir su valor por medio de un factor de recompresión  $\rho_c$ . Para el estrato N de espesor d

$$\bar{M}_c^N = (\rho_c M_c)_N$$

de donde la compresión volumétrica del estrato N es

$$\alpha_c^N = (\rho_c M_c d)_N$$

El valor del factor de recompresión varía  $0 < \rho_c < 1$  y es válido únicamente para el caso en que el subsuelo sufra una recompresión debido a un alivio previo de carga como es el caso de cimentaciones compensadas, de lo contrario no hay recompresión  $\rho_c = 1$ .

Su valor es aproximadamente

$$\rho_c \approx \rho_e \frac{1 + (K_p + K_{vp}) \Delta \sigma_{ei} / \sigma_{0i}}{1 + (K_p + K_{vp})}$$

en donde

$$K_p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{\Delta \varepsilon_e}, \quad K_{vp} = \frac{\Delta \varepsilon_{vp}}{\Delta \varepsilon_e}$$

$\Delta \varepsilon_p$ , deformación plástica unitaria.

$\Delta \varepsilon_{vp}$ , deformación visco-plástica unitaria.



### 2.3.1 ESTADO LÍMITE DE FALLA.

La revisión se efectúa comprobando la siguiente desigualdad:

$$\sum QF_c A_c \leq p_v + R$$

donde

- $\sum QF_c$  suma de acciones consideradas en la combinación afectadas por un factor de carga  $F_c = 1.4$
- $A_c$  área del cajón.
- $P_v$  presión vertical total actuante a la profundidad de desplante.
- $R$  capacidad de carga del cajón  $q_u$  multiplicada por un factor de resistencia  $F_r = 0.7$

En caso de cargas excéntricas, la desigualdad anterior se verifica utilizando el área reducida ; asimismo deberá referirse la revisión contra la flotación de la estructura, adoptando una posición conservadora del nivel freático.

### 2.3.2 ESTADO LÍMITE DE SERVICIO.

Las Normas Técnicas restringen el asentamiento medio en el predio a un máximo de 30 cm en construcciones aisladas y de 15 cm en construcciones colindantes; por su parte, la emersión máxima se limita a 30 cm.

Finalmente, cuando en cimentaciones ubicadas en la zona del lago (zona III) se tenga una sobre-compresión mayor de  $15 \text{ t/m}^2$ , este valor deberá de justificarse en términos de no afectación a las estructuras colindantes. En cualquier caso deberá considerarse el efecto de la velocidad de deformaciones en los daños a colindancias.



## 2.4 PARCIALMENTE COMPENSADAS.

En cimentaciones parcialmente compensadas, deberá verificarse que la presión neta transmitida,  $W_n$  sea menor que la capacidad de carga admisible  $q_a$ :

$$W_n \leq q_a$$

donde  $q_a$ , se obtiene dividiendo la capacidad de carga última  $q_u$  entre un factor de dimensionamiento  $F_{De}$ , mínimo de 3;  $q_u$  se determina con las siguientes expresiones:

$$q_u = cN_{cs}$$

$$N_{cs} = 5.14 \left( 1 + 0.25 \frac{D_f}{B} + 0.25 \frac{B}{L} \right)$$

$$\text{para } \frac{D_f}{B} \leq 2 \quad \text{y} \quad \frac{B}{L} \leq 1$$

donde

- c      parámetro de cohesión en condiciones no drenadas.
- $N_{cs}$     factor de capacidad de carga propuesto por Skempton.
- $D_f$     profundidad de desplante.
- B,L     ancho y largo del cajón de cimentación, respectivamente.

En caso de que  $D_f/B$  y  $B/L$  no cumplan las desigualdades anteriores, se consideraran iguales a 2 y 1, respectivamente.

La resistencia  $c$  corresponde a los depósitos localizados en un espesor igual a una vez en ancho de  $B$ , medido a partir de la profundidad de desplante, o por debajo de la de la costra superficial en su caso.



## 2.5 COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES.

Las deformaciones volumétricas de los estratos designadas por  $\alpha$  se puede representar por dos formas:

- a) Cuando se trata de reducción de esfuerzos en el subsuelo;  $\alpha_e$  se llamará expansión volumétrica de los estratos e implica en este caso una respuesta elástica del suelo.
  - b) Si se trata de un incremento de esfuerzos o recompresión:  $\alpha_c$  se llamará compresión volumétrica de los estratos debido a la recompresión.
- a) La expansión volumétrica de un estrato  $\alpha_e$  se origina cuando se lleva a cabo un alivio de esfuerzo en dicho estrato. Así su valor vendrá dado por:

$$\alpha_e^N = (\rho_e M_{ez} d)_N$$

en donde  $M_z$  es el modulo de deformación unitaria correspondiente a la respuesta elástica total del suelo a la profundidad  $z$ , representativa de un estrato  $N$ , se determina por medio de pruebas de laboratorio.

El valor de  $\rho_e$  representa un factor de expansión que es función del alivio de esfuerzo medio  $(\Delta\sigma_{ei})_N$  en el estrato  $N$  y  $d$  es el espesor del estrato.

Cuando se efectúa una excavación el alivio de esfuerzos  $\Delta\sigma_{ei}$  es variable y disminuye con la profundidad. Si  $\sigma_{0i}$  es el esfuerzo medio existente en el estrato  $N$  entonces

$$\rho_e = \left( \frac{\Delta\sigma_{ei}}{\sigma_{0i}} \right)^{c-1}$$

su valor varía entre  $0 < \rho_e < 1$ .



- b) La compresión volumétrica de los estratos es función del modulo de deformación unitaria del suelo dado por  $M_c$  y de la magnitud del incremento de esfuerzo sobre el esfuerzo efectivo inicial a la profundidad del estrato N. Como el parámetro  $M_c$  se determina en el laboratorio por medio de pruebas convencionales, será necesario corregir su valor por medio de un factor de recompresión  $\rho_c$ . Para el estrato N de espesor d

$$\bar{M}_c^N = (\rho_c M_c)_N$$

De donde la compresión volumétrica del estrato N es

$$\alpha_c^N = (\rho_c M_c d)_N$$

El valor del factor de compresión varía  $0 < \rho_c < 1$  y es válido únicamente para el caso en que el subsuelo sufra una recompresión debido a un alivio previo de carga como es el caso en cimentaciones compensadas, de lo contrario cuando no hay recompresión  $\rho_c = 1$ .

Su valor es aproximadamente

$$\rho_c \approx \rho_e \frac{1 + (K_p + K_{vp}) \Delta \sigma_{ei} / \sigma_{0i}}{1 + (K_p + K_{vp})}$$

en donde

$$K_p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{\Delta \varepsilon_e}, \quad K_{vp} = \frac{\Delta \varepsilon_{vp}}{\Delta \varepsilon_e}$$

$\Delta \varepsilon_p$ , deformación plástica unitaria.

$\Delta \varepsilon_{vp}$ , deformación visco-plástica unitaria.



## 2.6 ESTADO LÍMITE DE FALLA

Debe de revisarse que las reacciones en las orillas de la cimentación sean menores a la capacidad de carga local  $q_{ed}$  a largo plazo:

$$\bar{q} = \bar{q}_n \leq q_{ed1}$$

donde

$$q_{ed} = 2c_0 \sqrt{N_{\phi d}} + K_0 N_{\phi d} \sigma_{0d}$$

con

$c_d, \phi_d$  parámetros de resistencia en condiciones drenadas.

$K_0$  coeficiente de empuje de tierras en reposo.

$\sigma_{0d}$  esfuerzo efectivo inicial al nivel del desplante.

En caso de no cumplirse, debe cumplirse el sistema de reacciones  $q_1'$  asociado a una redistribución de cargas que no sobrepase el esfuerzo límite  $q_{ed}$ .

A partir de los valores  $|q_i|$  y  $\delta_a$  calculados, los nuevos valores de asentamiento  $\delta_a$  y de las reacciones  $q_i$  pueden expresarse de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\delta_a = \delta'_a + f \cdot \bar{\delta}_a$$

$$q_i = q'_i + f \cdot \bar{q}_i$$

donde  $f$  es el nuevo factor de corrección y  $q_i$  es un sistema de reacciones que provoca un asentamiento unitario  $\delta_a$ .



### 3. CIMENTACIONES PROFUNDAS.

Se considera a una cimentación profunda aquella en la que se usan pilotes para recibir las cargas a través de la estructura de cimentación y transmitir las a estratos resistentes profundos.

Los pilotes son elementos relativamente largos y delgados que se emplean para transmitir las cargas de cimentación a través de estratos de suelo de baja capacidad de carga hasta suelos más profundos o estrato de roca que posean una capacidad de carga más elevada.

Se utilizan normalmente en terrenos en condiciones normales para resistir grandes fuerzas de elevación o en suelos en malas condiciones para contrarrestar las cargas horizontales.

Los pilotes constituyen un método de cimentación conveniente para obras sobre el agua, tales como muelles o pilares de puentes.

A menudo se hincan en grupos o en filas conteniendo cada uno suficientes pilotes para soportar la carga de una sola columna muro. Las pilas, por otra parte, tienen usualmente una sección transversal mayor, siendo cada una de ellas capaz de transmitir toda la carga de una sola columna al estrato de apoyo.

Las columnas con poca carga pueden, en algunos casos, necesitar un solo pilote. Sin embargo, ya que en las condiciones de trabajo de campo, la posición real de un pilote puede quedar varios centímetros de la posición proyectada, difícilmente pueden evitarse las cargas excéntricas.

Una de las decisiones técnicas más importantes en conexión con cualquier trabajo en el que vayan a usarse los pilotes, es la elección del tipo más apropiado para las circunstancias particulares de cada caso.





Los pilotes se usan:

1. Cuando la carga transmitida por el edificio no puede ser distribuida suficientemente a través de una cimentación superficial y en la solución posible se exceda la capacidad portante del suelo. En este caso debemos incluir la situación en que la capacidad portante no sobrepase y, si embargo, los asientos sean mayores que lo aceptable.
2. Cuando los estratos inmediatos al cimiento puedan determinar asientos imprevisibles y en cierta profundidad, que con los medios actuales se puede alcanzar económicamente, existe u suelo resistente. Este es el caso de edificios que se deban de apoyar sobre fangos o rellenos de baja calidad.
3. Cuando el terreno es susceptible de sufrir, superficialmente, grandes variaciones estacionales: hinchamientos y retracciones.
4. En edificios sobre el agua.
5. Cuando los cimientos puedan estar solicitados a tracción. Esto ocurre en varias situaciones:
  - En edificios altos sometidos a esfuerzos de viento.
  - En construcciones que para su equilibrio necesitan de elementos sometidos a tracción: estructuras de cables y en general cualquier estructura anclada al suelo.;
  - Cuando sea presumible un levantamiento del fondo de una excavación por haber extraído un gran volumen de suelo o por haber aumentado considerablemente el contenido de humedad.
6. Cuando sea necesario resistir cargas inclinadas. Tal es el caso de de los pilotes inclinados que se disponen en los cimientos de u muro de contención y en los de u muelle para resistir el impacto de ataque de barcos.
7. Para realzar cimientos existentes.



Por lo dicho vemos que es de primordial interés el tener en cuenta, lo más exactamente posible, La dirección de los esfuerzos que solicitarán a los pilotes, sean de tracción, de compresión, verticales o inclinados.

Otra Consideración a hacer es la necesidad de asegurarnos de que las fuerzas transmitidas puedan ser resistidas por el suelo. En suelos flojos, la parte de la carga que se transmite por rozamiento en el contacto fuste del pilote-suelo es muy importante.

Desde ese punto de vista los pilotes que, por estar contruidos in situ presentan una superficie rugosa, son claramente ventajosos; un pilote de superficie lisa es más fácil de hincar.

La eficacia del pilote depende de:

- El rozamiento y adherencia entre el suelo y el fuste del pilote;
- La resistencia por punta(en el caso de transmitir compresiones; para absorber esfuerzos de tracción se puede ensanchar la parte inferior del pilote, de tal manera que trabaje el suelo superior);
- La combinación de ambas.

Y debe de ser proyectada o escogido de manera que pueda cumplir con estos apartados.

El material utilizar, el tipo de pilotes y el método de puesta en obra, debe de seleccionados en función de las circunstancias especiales que inciden en cada caso.

Los pilotes se construyen en una gran variedad de tamaños, formas, y materiales para adaptarse a muchos requisitos especiales, incluyendo la competencia económica.

Aunque su variedad desafía las clasificaciones sencillas, pueden estudiarse desde el punto de vista de los principales materiales de que están hechos. Que incluyen la madera, el concreto y el acero.



Los pilotes se clasifican comúnmente en pilotes de punta y de fricción.

Si el estrato de carga para los pilotes de la cimentación es de un material duro y relativamente impenetrable, como roca o arena y gravas muy densas, los pilotes derivan la mayor parte de su capacidad de soporte de la resistencia del estrato a la punta de los pilotes.

En estas condiciones, se llaman pilotes de carga final o de punta. Por otro lado, si los pilotes no alcanzan un estrato impenetrable, pero son llevados por alguna distancia hacia suelo impenetrable, su capacidad de soporte se deriva en parte de la carga final y en parte de la fricción superficial entre la superficie empotrada del pilote y el suelo adyacente.

Los pilotes que obtienen la mayor parte de su capacidad de soporte por medio de fricción superficial o adhesión son llamados pilotes de fricción.

Los principales tipos de pilotes de uso general son los siguientes:

- a) **Pilote hincado.** Unidades preformadas, usualmente de madera, concreto o acero, hincado hacia el suelo mediante martillo.
- b) **Pilotes hincado y colados en sitio.** Formados hincando un tubo con una orilla cerrada hacia el suelo y llenando el tubo con concreto
- c) **Pilotes de gato.** Unidades de acero o concreto hincado en el suelo mediante gato hidráulico.
- d) **Pilotes perforados y colados en sitio.** Pilotes formados perforando un orificio en el suelo e llenándolo con concreto.
- e) **Pilotes mixtos.** Combinaciones de dos ó más de los tipos anteriores, o combinaciones de diferentes materiales en el mismo tipo de pilote.

Los pilotes de punta obtienen casi toda su capacidad de carga de la roca o suelo que esta cerca de la punta, y muy poca del suelo que rodea su fuste.



Por otra parte, un pilote de fricción adquiere su capacidad de carga principalmente del suelo que lo rodea, por la resistencia al corte que se desarrolla entre el suelo y el pilote. El suelo que esta cerca del extremo inferior del pilote soporta un porcentaje muy pequeño de carga.

En contraste con las condiciones relativamente sencillas de apoyo que implica la clasificación de los pilotes en estas dos categorías, la manera que realmente están apoyadas no es tan sencilla.

Por ejemplo, en muchos casos que presenta la naturaleza, la rigidez o compacidad relativa del subsuelo, aumenta en general con la profundidad. Los pilotes pueden hincarse a través de las capas blandas superiores y a través de los mantos progresivamente más duros hasta alcanzar la capacidad necesaria.

Estos pilotes obtienen una parte apreciable de su apoyo del material que los rodea, especialmente en la porción inferior de su longitud, pero también pueden obtener un apoyo considerable, de la capacidad de carga en su punta.

La capacidad de los pilotes de fricción depende de las características del material que rodea el pilote. Por lo tanto, como regla general, la resistencia estructural de un pilote de fricción cargado axialmente no gobierna su proyecto. Si un pilote de fricción tiene lados paralelos, la carga se transmite del pilote al suelo exclusivamente por corte. Si el pilote tiene conicidad, una porción de la carga se transmite por apoyo directo, pero todavía la mayor parte se transmite por corte.



### 3.1 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

Se entienden por pilotes a elementos de diámetro de 60 cm o menor que generalmente son introducidos desde la superficie del suelo, su base se apoya en un estrato resistente del subsuelo. Se distinguen dos casos de cimentaciones profundas.

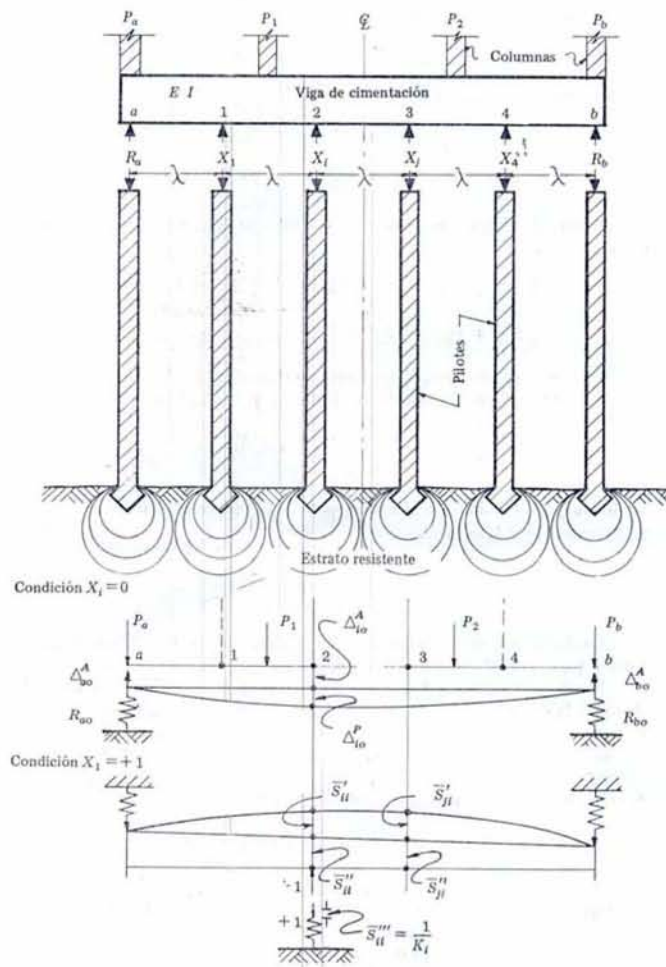
- I. Aquellas en que la punta de los pilotes quede firmemente apoyada en un depósito de muy baja compresibilidad y de gran espesor.
- II. Aquellos en que la punta de los pilotes queda firmemente apoyada en un estrato resistente de espesor limitado de baja compresibilidad pero bajo el cual se localizan estratos compresibles.

#### CASO I.

Consideremos una viga de cimentación solicitada por un sistema de cargas simétricas y apoyada en líneas de pilotes equidistantes  $\lambda$  entre si. La condición  $X_i=0$ , estáticamente determinada. Las reacciones incógnitas son  $X_1, X_2, X_3, X_4$ . Los desplazamientos verticales debido a las cargas que obran en la viga serán  $\Delta_{i0}$ , que representan todas las causas a las que queda sujeta la viga en esta condición.

Los desplazamientos en los puntos  $i$  y  $j$  serán  $S_{ii}$  y  $S_{ji}$  respectivamente. Por consiguiente la condición de interacción se establece como sigue:

$$\begin{array}{cccc}
 S_{11}X_1 & S_{12}X_2 & S_{13}X_3 & S_{14}X_4 = \Delta_{10} \\
 S_{21}X_1 & S_{22}X_2 & S_{23}X_3 & S_{24}X_4 = \Delta_{20} \\
 S_{31}X_1 & S_{32}X_2 & S_{33}X_3 & S_{34}X_4 = \Delta_{30} \\
 S_{41}X_1 & S_{42}X_2 & S_{43}X_3 & S_{44}X_4 = \Delta_{40}
 \end{array}$$



**Figura 8. Cimentación con pilotes.  
caso I**

En donde la condición  $X_i=0$

$$\Delta_{i0} = \Delta_{i0}^P + \Delta_{i0}^A$$

y en las condiciones  $X_i= +1$

$$\bar{S}_{11} = \bar{S}_{ii} + \bar{S}_{ij} + \frac{1}{K_i}$$

$$\bar{S}_{ij} = \bar{S}_{ij} + S_{ij}$$



Cuando las cargas son simétricas e iguales no hay rotación, por tanto se puede escribir:

$$\begin{matrix} S_{11} + S_{14} & S_{12} + S_{13} & * & X_1 & = & \Delta_{10} \\ S_{21} + S_{24} & S_{22} + S_{23} & & X_2 & = & \Delta_{20} \end{matrix}$$

Este sistema de ecuaciones resuelve para los valores de  $X_1 = X_4$  Y  $X_2 = X_3$ . En este caso los valores del modulo de cimentación K vendrán dados por:

$$\bar{K}_i = \frac{1}{(\bar{\delta}_p + \bar{\delta}_{spi})} = \frac{K_{pi} \cdot K_{spi}}{K_{pi} + K_{spi}}$$

en donde  $\bar{\delta}_{pi}$  es la deformación unitaria de los pilotes en el punto i para una carga unitaria  $X_i = +1$ , esto es:

$$\bar{\delta}_{pi} = \frac{h \cdot M_p}{(n_p a_p)_i}, \quad K_p = \frac{1}{\bar{\delta}_{pi}}$$

En donde  $M_p$  es el modulo de deformación unitaria del material de los pilotes y  $(n_p a_p)_i$  es el área de todos los pilotes en la línea i y h su longitud.

El valor de  $\bar{\delta}_{spi}$  es el desplazamiento vertical unitario en el estrato de apoyo debido a la carga de reacción  $X_i = +1$ .

Considerando que los esfuerzos se disipan en las cercanías de la punta del pilote y suponiendo un módulo de deformación unitaria del suelo  $M_e$ , se puede escribir la Teoría de la Elasticidad (Zeevaert, 1973), para una carga uniforme sobre una placa rígida circular de área  $\pi r_0^2$

$$\delta_a = 0.95(2r_0)(1 - \zeta^2)M_e q_{as}$$



Sustituyendo valores de  $q_a = \frac{1}{(n_p a_p)_i}$  y  $M_e = M_c$ , se obtiene

$$\bar{\delta}_{spi} = \left( \frac{1.9 r_0 M_c}{n_p a_p} \right)_i, \quad K_{spi} = \frac{1}{\bar{\delta}_{spi}}$$

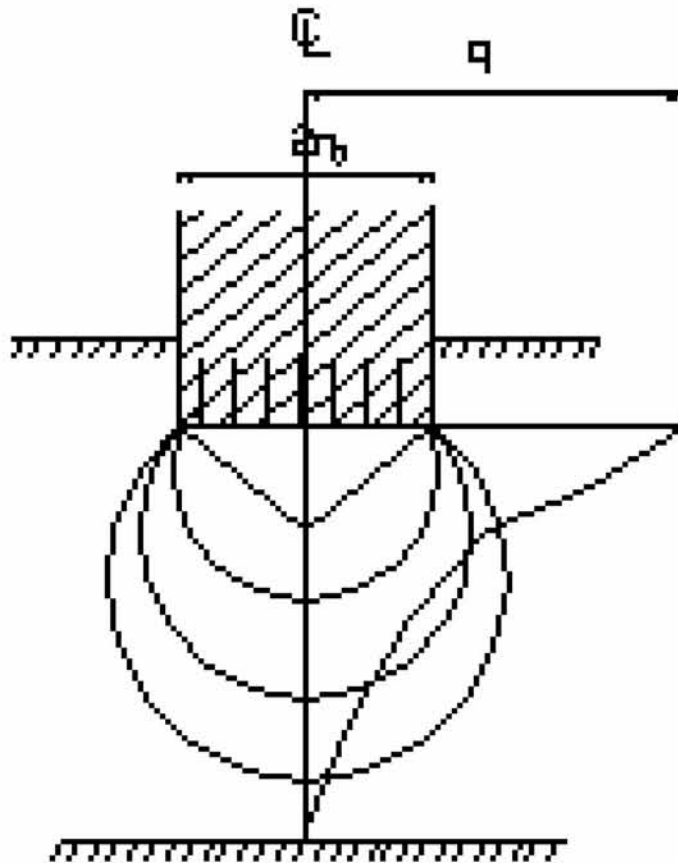


Figura 9 Apoyo en la punta de un pilote.





de donde resulta

$$\bar{K}_i = \frac{(n_p a_p)_i}{hM_p + 1.9r_0 M_c}$$

Se observa que si todos los pilotes tienen la misma sección y longitud y su número  $n_p$  es igual en cada línea, además si se considera un valor de  $M_c$  constante para el estrato resistente de apoyo de la punta de los pilotes, entonces  $\bar{K}_i = \bar{K}_a = \bar{K}_2 = \dots \dots \dots \bar{K}_b$ . Estos valores de  $K$  se pueden suponer como constantes de resorte con acción y propiedades mecánicas independientes entre sí.

Conocidos los valores de las reacciones  $X_i$  se podrán determinar los desplazamientos verticales en cada punto  $i$  por medio de la siguiente expresión:

$$\delta_i = \frac{X_i}{K_i}$$

Se puede generalizar obteniendo la ecuación matricial de interacción (EMI) en la siguiente forma para la obtención de las reacciones incógnitas

$$\{X_i\} = [S_{ij}]^{-1} \cdot \{\Delta_{i0}\}$$

la cual se puede resolver para un caso particular simétrico y asimétrico.



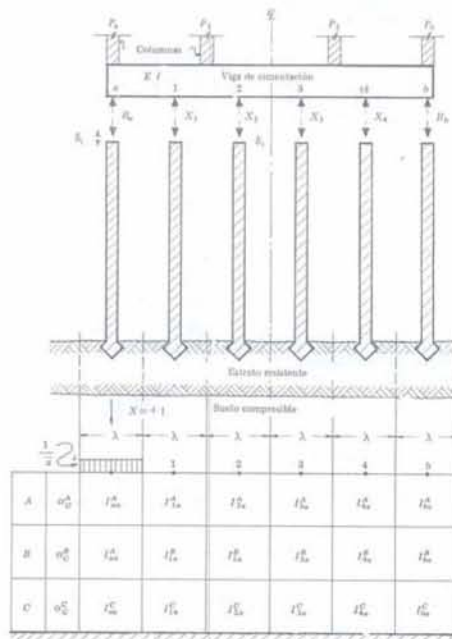
**CASO II**

Cuando existe un deposito compresible subyaciendo al estrato resistente de apoyo, el valor de  $K_i$  no se puede considerar constante para cualquier punto  $i$  ya que en este caso interviene la deformación de los estratos compresibles A,B,...,N, que subyacen en el estrato resistente donde apoyan los pilotes.

Así pues, será necesario establecer la ecuación matricial de desplazamientos verticales de los estratos compresibles de la misma forma en que se ha efectuado para las cimentaciones superficiales, en este caso para la condición  $X_i=+1$ , las áreas tributarias sobre los sedimentos compresibles bajo el estrato resistente quedan cargadas con  $1/a$ , por consiguiente:

$$|\bar{\delta}_{ji}| = \frac{1}{a} [I_{ji}^N]^T \bullet |\alpha_c^N|$$

Proporcionara los valores de los desplazamientos unitarios por la compresión de los estratos subyacentes al estrato resistente para la sección del área tributaria  $\bar{a} = \lambda(2B)$ , siendo B el semiancho de la viga de cimentación. De las expresiones para cada punto de reacción se forma la matriz de hundimientos  $[\bar{\delta}_{ji}]$ .



**Figura 10. Cimentación con pilotes. Caso II**



Finalmente, la ecuación matricial de hundimientos para los estratos A,B,...N, considerados

$$|\delta_{ssi}| = [\bar{\delta}_{ji}]^T \bullet \left| \frac{X_i}{a} \right|$$

Los valores  $\bar{\delta}_{ssi}$  representan los desplazamientos de los estratos compresibles subyacentes al estrato resistente.

De donde el módulo de cimentación necesario de usar en la ecuación EMI deducida anteriormente será

$$\bar{K}_i = \frac{X_i}{\delta_{pi} + \delta_{spi} + \delta_{ssi}}$$

en donde

$$K_{pi} = \frac{X_i}{\delta_{pi}}, \quad K_{spi} = \frac{X_i}{\delta_{spi}}, \quad K_{ssi} = \frac{X_i}{\delta_{ssi}}$$

Sustituyendo

$$\bar{K}_i = \frac{1}{\frac{1}{K_{pi}} + \frac{1}{K_{spi}} + \frac{1}{K_{ssi}}}$$



O bien

$$\bar{K}_i = \left( \frac{K_p \bullet K_{sp} \bullet K_{ss}}{K_p K_{sp} + K_p K_{ss} + K_{sp} K_{ss}} \right)_i$$

Si  $K_{ss} \rightarrow \infty$ , entonces se obtendría el caso I, esto es

$$\bar{K}_I = \left( \frac{K_p \bullet K_{sp}}{K_p + K_{sp}} \right)_i$$

Para encontrar las reacciones  $X_i$  sobre los pilotes será necesario utilizar la ecuación EMI en donde ahora interviene el valor de  $\bar{K}_i$  completo en la matriz  $[\bar{S}_{ij}]$ .

Para resolver el problema de interacción será necesario, como en casos anteriores, encontrar el valor correcto de  $\bar{K}_i = \frac{X_i}{\delta_i}$  que satisfaga tanto la ecuación EMI como la ecuación EMA de desplazamientos verticales en la cabeza de los pilotes.

Por tanto será necesario corregir la matriz  $[\bar{\delta}_{ji}]^T$ , en la forma que sigue. Llamemos  $\bar{\delta}_\pi = \bar{\delta}_p + \bar{\delta}_{sp}$  al desplazamiento unitario del efecto de los pilotes y de su apoyo el cual es invariante a la distribución de reacciones  $X_i$ , por tanto la matriz de desplazamientos unitarios queda como sigue para el caso de 6 líneas de pilotes.



$$[\bar{\delta}_{ji}]_{\pi}^T = [\bar{\delta}_{ssi}]^T + [\bar{\delta}_{PI} + \bar{\delta}_{spi}]_D$$

$$\begin{vmatrix} \bar{\delta}_{aa} + \bar{\delta}_{\pi} & \bar{\delta}_{a1} & \bar{\delta}_{a2} & \bar{\delta}_{a3} & \bar{\delta}_{a4} & \bar{\delta}_{ab} \\ \bar{\delta}_{1a} & \bar{\delta}_{11} + \bar{\delta}_{\pi} & \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{1b} \\ \bar{\delta}_{2a} & \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{22} + \bar{\delta}_{\pi} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{2b} \\ \bar{\delta}_{3a} & \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{33} + \bar{\delta}_{\pi} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{3b} \\ \bar{\delta}_{4a} & \bar{\delta}_{41} & \bar{\delta}_{42} & \bar{\delta}_{43} & \bar{\delta}_{44} + \bar{\delta}_{\pi} & \bar{\delta}_{4b} \\ \bar{\delta}_{ba} & \bar{\delta}_{b1} & \bar{\delta}_{b2} & \bar{\delta}_{b3} & \bar{\delta}_{b4} & \bar{\delta}_{bb} + \bar{\delta}_{\pi} \end{vmatrix}$$

o bien

$$[\bar{\delta}_{ji}]_{\pi}^T = [\bar{\delta}_{ji}]^T + [\bar{\delta}_{\pi i}]$$

Así la ecuación matricial de desplazamientos verticales en la cabeza del pilote será

$$|\delta_i| = [\bar{\delta}_{ji}]_{\pi}^T \bullet |X_i|$$

De donde se podrán encontrar los valores de  $K_i = \frac{X_i}{\delta_i}$  para encontrar la ecuación EMI y proseguir con el método de iteración con la ecuación matricial de asentamientos (EMA) hasta encontrar los valores únicos de  $X_i$ , que satisfagan las expresiones.

### 3.1.1 FUERZA ESTÁTICA HORIZONTAL EN PILOTES.

En numerosas ocasiones es necesario soportar cargas horizontales estáticas o transitorias sobre la cabeza de pilotes. Lo anterior induce en el elemento, fuerzas cortantes y momentos flexionantes que es necesario valorizar para efectuar el diseño racional de estos elementos que trabajen a flexo-compresión.

Además, es de vital importancia determinar los desplazamientos horizontales, los cuales deberán de ser compatibles con la funcionalidad de la estructura.

La solución de estos problemas consistirá en encontrar las reacciones del suelo  $R_a, X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, R_b$ , que ponen en equilibrio el pilote con la fuerza máxima  $P$  aplicada en la cabeza.

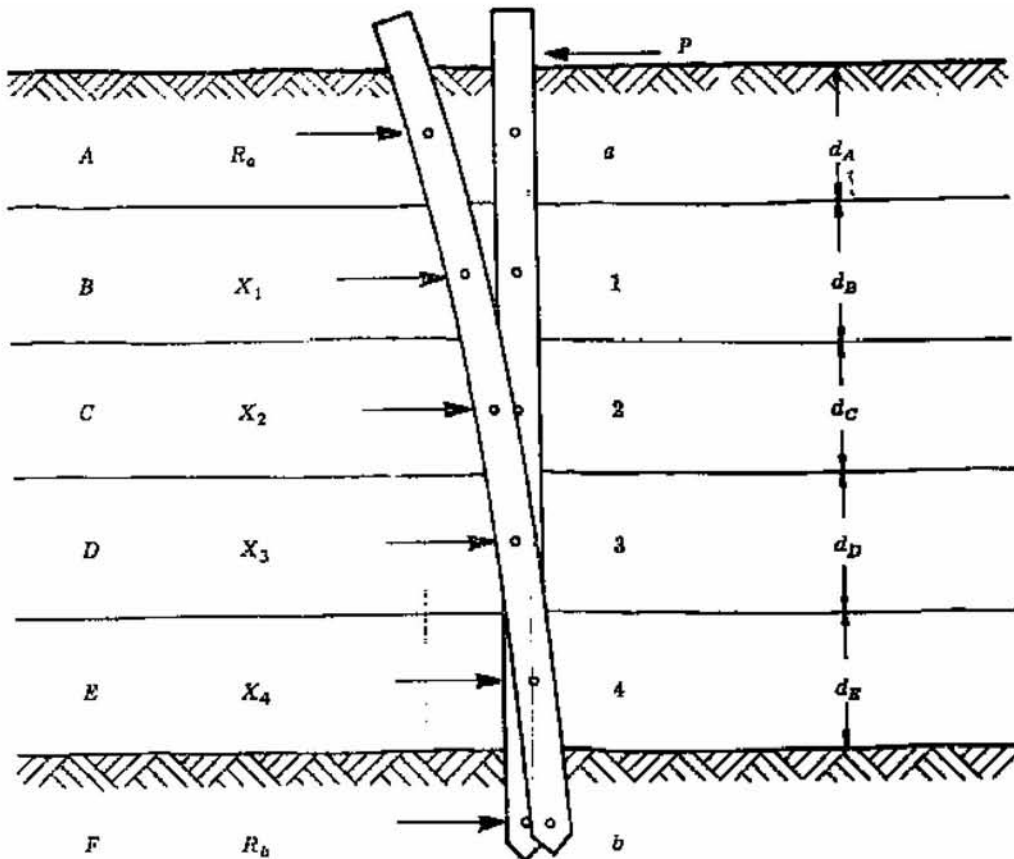


Figura 11. Fuerzas horizontales en un pilote.



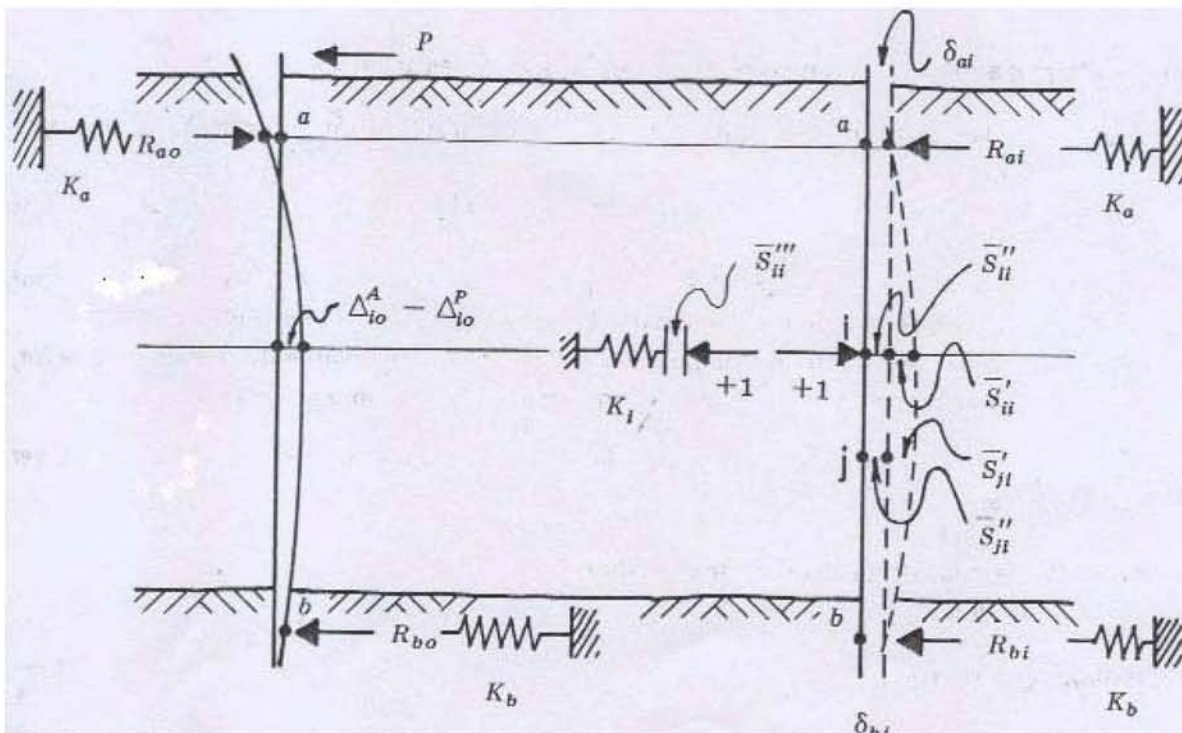
Los desplazamientos horizontales dependerán de las condiciones de empotramiento del pilote. Pueden presentarse cuatro casos a saber:

- CASO I. Pilote libre de girar en sus extremos.
- CASO II. Pilote empotrado en la estructura de cimentación y libre de girar en la punta.
- CASO III. Pilote libre de girar en la cabeza y empotrado en la base.
- CASO IV. Pilote empotrado en ambos extremos con giro en la base.

**CASO I.**

Condición  $X_i=0$

Condición  $X_i=+1$



**Figura 12. Libre de girar en sus extremos.**



Libre de girar en sus extremos, Condición  $X_i=0$

$$\Delta_{i0} = \Delta_{i0}^A - \Delta_{i0}^P$$

en donde

$\Delta_{i0}^P$  Deformaciones por flexión del pilote apoyado en a y b, debido a la carga horizontal P aplicada en la cabeza.

$\Delta_{i0}^A$  Desplazamiento horizontal del pilote como elemento rígido al ceder los apoyos a y b por deformación del suelo, estos valores son función del modulo horizontal tal de cimentación  $K_a$  y  $K_b$  respectivamente.

Condición  $X_i=+1$ .

En el punto i

$$\bar{S}_{ii} = \bar{S}'_{ii} + \bar{S}''_{ii} + \bar{S}'''_{ii}$$

en el punto j

$$\bar{S}_{ji} = \bar{S}'_{ji} + \bar{S}''_{ji}$$

Aquí los desplazamientos unitarios representan las siguientes acciones:

$\bar{S}'_{ii}$  Deformación del pilote por flexión en el punto i por la carga  $X_i=+1$  aplicada en i

$\bar{S}'_{ji}$  Deformación del pilote por flexión en el punto j debido a la carga  $X_i=+1$  aplicada en i.

$\bar{S}''_{ii}$  Deformación horizontal en el punto i del pilote como elemento rígido por deformación de los apoyos a y b con carga  $X_i=+1$  aplicada en i.





$\bar{S}_{ji}''$  Desplazamientos en el punto j del pilote como elemento rígido por los apoyos a y b con carga  $X_i=+1$  aplicada en i.

$\bar{S}_{ii}''' = \frac{1}{K_i}$  Deformación del suelo por la carga  $X_i=+1$  aplicada en el punto i.

### CASO II

Condición  $X_i=0$

Condición  $X_i=+1$

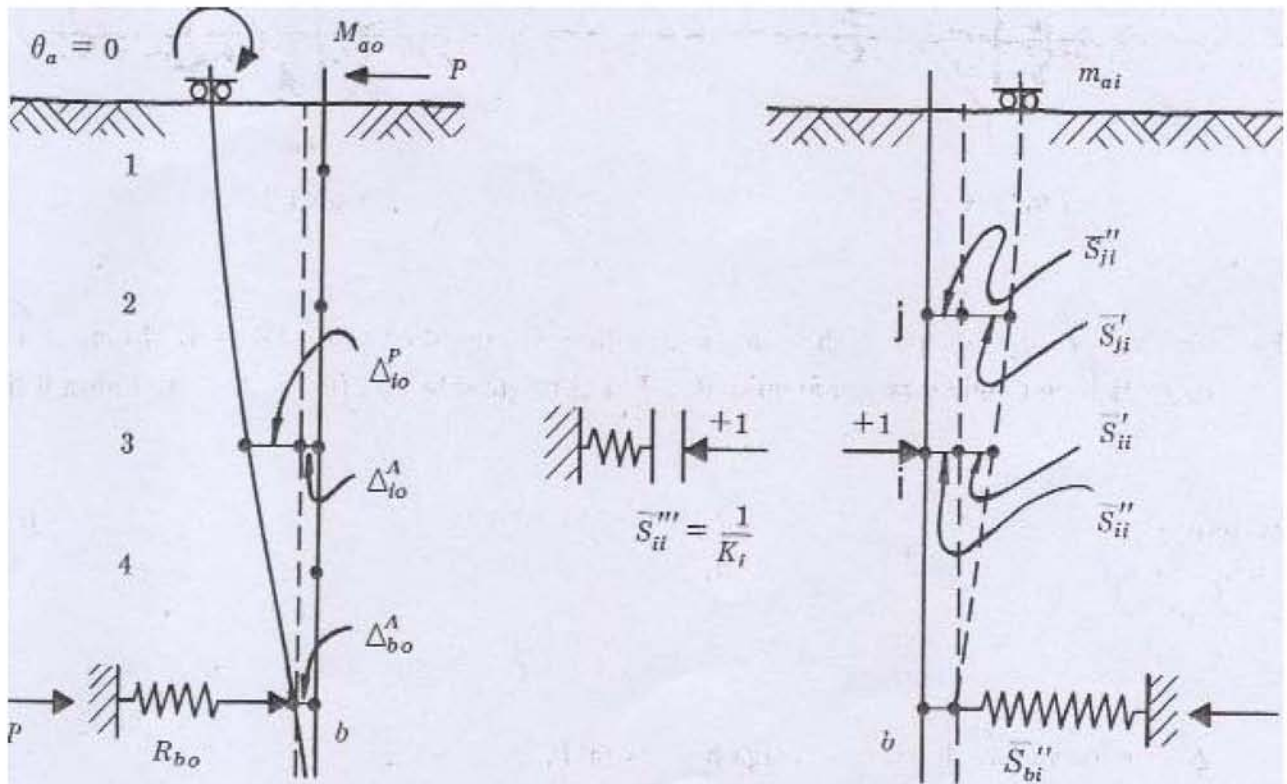


Figura 13. Pilote empotrado en la cabeza y libre de girar en la punta



Pilote empotrado en la cabeza y libre de girar en la punta.

Condición  $X_i=0$

$$\Delta_{io} = \Delta_{io}^P + \Delta_{io}^A$$

$\Delta_{io}^P$  Flexión del pilote en el punto i debido a la carga P en la cabeza.

$\Delta_{io}^A$  Deformación horizontal en el punto i al ceder al apoyo b por compresión Del suelo.

Condición  $X_i=+1$ .

$\bar{S}_{ii}'$  Flexión del pilote por flexión en el punto i por la carga  $X_i=+1$  en el mismo punto.

$\bar{S}_{ji}'$  Desplazamiento del punto j por flexión al aplicar la carga unitaria en i.

$\bar{S}_{ii}''$  Desplazamientos del punto i al ceder el apoyo b al aplicar la carga unitaria en i.

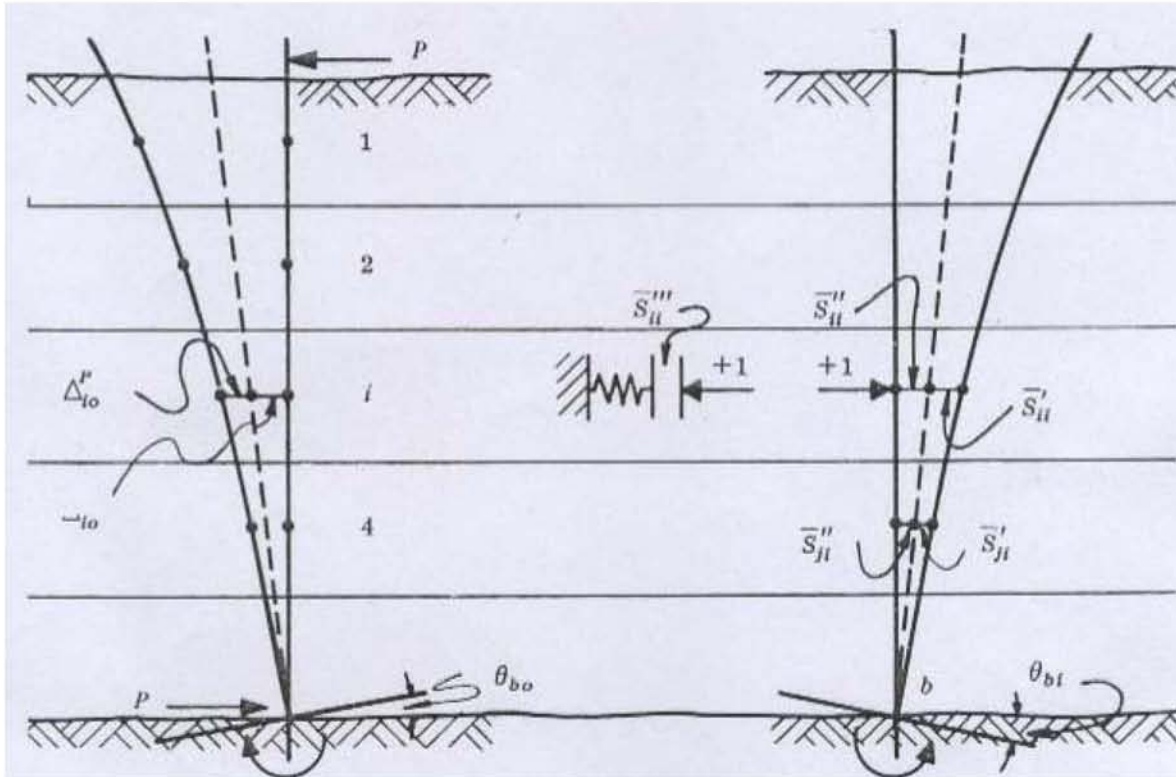
$\bar{S}_{ji}''$  Desplazamientos en j al ceder el apoyo b al aplicar la carga unitaria en i.

$\bar{S}_{ii}'''$  Desplazamientos del suelo en el punto i debido a la carga unitaria aplicada en el suelo.

**CASO III.**

Condición  $X_i=0$

Condición  $X_i+1$



**Figura 14. Pilote libre de girar en la cabeza y empotrado en la punta.**

Pilote libre de girar en la cabeza y empotrado en la punta.

En este caso se supone que la base no se desplaza en el sentido horizontal pero el empotramiento en la base puede girar un ángulo  $\theta_b$ .

Por consiguiente condición  $X_i=0$ .



En puntos i, en la base; en donde

$$\Delta_{i0} = \Delta_{i0}^p + \Delta_{i0}^\theta$$

$\Delta_{i0}^p$  Flexión en i debido a la carga horizontal en P.

$\Delta_{i0}^\theta$  Desplazamiento horizontal en i al girar el apoyo en b por el momento  $M_{b0}$ .

Para la condición  $X_i = +1$

$$\bar{S}_{ii} = \bar{S}'_{ii} + \bar{S}''_{ii} + \bar{S}'''_{ii}$$

$$\bar{S}_{ji} = \bar{S}'_{ji} + \bar{S}''_{ji}$$

$\bar{S}'_{ii}$  Desplazamientos horizontal en el punto i debido al giro en la base por la fuerza unitaria aplicada en i.

$\bar{S}''_{ji}$  Desplazamiento horizontal unitario en el punto j por el giro que origina el  $m_{bi}$  en el momento base.



## CASO IV

Pilote empotrado en ambos extremos con giro en la base.

Se considera desplazamiento horizontal de la base  $\delta_b$  es despreciable no así el giro que deberá tomarse en cuenta, por consiguiente condición  $X_i=0$  y  $X_b=0$

$\Delta_{i0} = \Delta_{i0}^P$  y  $\theta_{b0}$  en la base.

$\Delta_{i0}^P$  Flexión de la pila debido a la fuerza P aplicada en el punto a.

$\theta_{b0}$  Giro en la base de la pila por aplicar la fuerza horizontal P en a.  
Condición  $X_i=+1$

$$\bar{S}_{ii} = \bar{S}'_{ii} + \bar{S}''_{ii}$$

$$\bar{S}_{ji} = \bar{S}'_{ji}$$

Condición  $X_b=+1$

$$\bar{S}'_{ib} , \bar{S}'_{jb}$$

$$\bar{\theta}_{bb} = \bar{\theta}_{bb} + \bar{\theta}''_{bb}$$

La definición de los desplazamientos unitarios como se ha expresado para los casos anteriores. Las formulas para el cálculo de los valores de los desplazamiento.



CONDICIONES.

$$X_i=0, X_b=0$$

$$X_i=+1$$

$$X_b=+1$$

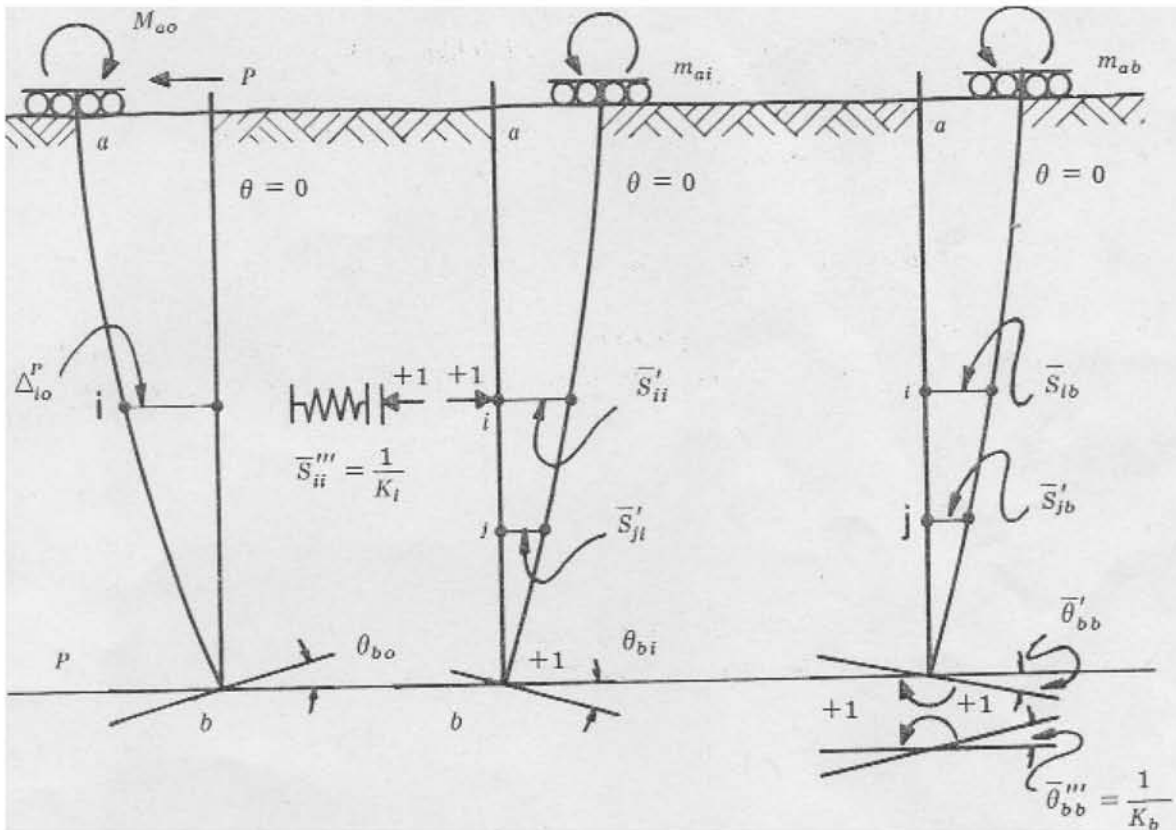


Figura 15. Pilote empotrado en ambos extremos con giro en la base



### 3.2 COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES.

Debido a que el suelo no se despegaba de la subestructura, se puede establecer la compatibilidad de deformaciones entre la cimentación y el terreno de apoyo, lo que significa que los desplazamientos de la subestructura son iguales a los del terreno en el contacto entre ambos.

Analíticamente la compatibilidad de deformaciones se establece al sustituir valores. Como los desplazamientos lineales están determinados en función de las reacciones, se forma un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los giros en los nudos y las reacciones del terreno.

Este sistema tiene el mismo número de incógnitas que de ecuaciones independientes, por lo que su solución es única y de ella se obtienen los valores de los giros de los nudos, así como los de las reacciones del suelo de cimentación, sin necesidad de llevar a cabo iteraciones.

Una vez conocidas dichas reacciones, se pueden determinar los hundimientos del terreno de apoyo.

La capacidad de un pilote aislado cuando se carga individualmente no solamente puede ser diferente de su capacidad cuando se cargan todos los pilotes de un grupo, sino que toda la relación puede ser sorprendentemente diferente.

En consecuencia, los asentamientos de los grupos de pilotes no pueden, en general, predecirse apoyándose en una prueba de carga de un pilote.

Además, si debajo de la cimentación de pilotes queda, aunque sea a mucha profundidad, un depósito compresible, toda la cimentación puede sufrir asentamientos, debido a la consolidación de este estrato, aun cuando los pilotes individuales no se muevan separadamente con respecto al suelo en que se han hincado. El dejar de reconocer esta posibilidad ha producido ejemplos espectaculares de asentamientos excesivos e imprevistos.



### 3.2.1 DEFORMACIONES EN EL TERRENO DE CIMENTACIÓN

Las deformaciones que se presentan en el terreno de cimentación dependen de las cargas que la estructura transmite al terreno de apoyo, mismas que por la tercera ley de Newton son iguales en magnitud y en sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura. Por este motivo, los asentamientos del terreno se pueden calcular en función de las cargas.

Llamando  $r_k$  a una reacción linealmente repartida que actúa sobre la superficie.

La presión vertical vale  $r_k l_k / a_k$ , donde  $l_k$  y  $a_k$  son la longitud y el área en las que actúa la carga, respectivamente.

La deformación del estrato de espesor  $H_{ij}$ , debida a la carga  $r_k$  es

$$\delta_{ijk} = (M_z)_{ij} H_{ij} (\sigma_z)_{ijk}$$

pero

$$(\sigma_z)_{ijk} = \frac{I_{ijk} r_k l_k}{a_k}$$

donde

$I_{ijk}$

Es el valor de influencia, el cual está dado por el esfuerzo normal vertical en el punto  $ij$ , producido por una presión unitaria actuando en el área  $a_k$ .

$(M_z)_{ij}$

Es el módulo lineal de deformación, el cual se define como el cociente de deformación vertical del estrato, entre el esfuerzo normal vertical que la ocasiona. En este sentido, es importante mencionar que para determinar el módulo lineal de deformación ( $M_z$ ) se deben tomar en cuenta las condiciones ambientales en la zona, es decir: la estratigrafía general del lugar y específica del sitio en cuestión, como se formó, cuáles son las condiciones hidráulicas que operan en ese momento y que cambios futuros pueden presentarse, etc., de tal forma que los parámetros de deformación sean representativos de la realidad.





Ello requiere de criterio y de la experiencia del ingeniero, ya que las pruebas del laboratorio con que se deben de obtener dichos módulos tienen que ser congruentes con la realidad del caso que se este estudiando.

$$\delta_{ijk} = \frac{(M_z)_{ij} H_{ij} I_{ijk} r_k l_k}{a_k}$$

La deformación del estrato, debida a todas las cargas vale:

$$\delta_{ij} = \frac{(M_z)_{ij} H_{ij} \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} r_k l_k}{a_k}$$

donde

$n_r$  = Número total de cargas.

Por último el asentamiento bajo el punto  $i$  se calcula con:

$$\delta_i = \frac{\sum_{j=1}^{e_n} (M_z)_{ij} H_{ij} \sum_{k=1}^{r^n} I_{ijk} r_k l_k}{a_k}$$

donde

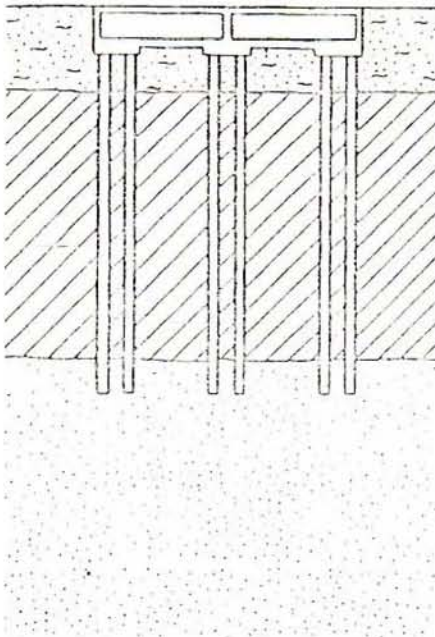
$n_e$  = Número total de estratos.

El factor de seguridad contra la penetración local de los elementos de cimentación, se calcula tomando en cuenta únicamente la resistencia aportada por pilotes sin efecto de compensación, excluyendo también cualquier efecto de flotación debido a la posibilidad de cambios en el nivel freático en el sitio.

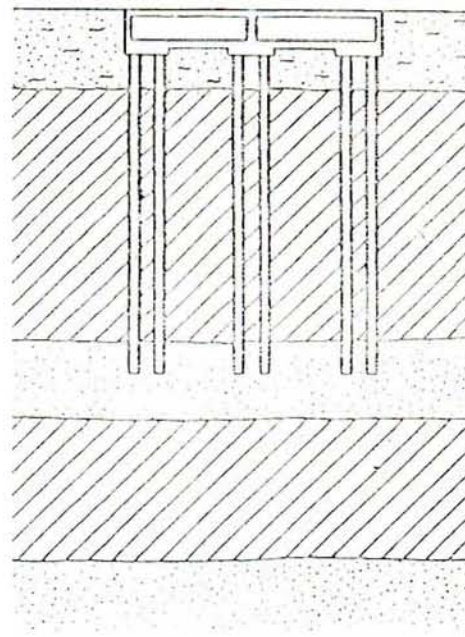
Las componentes de capacidad de carga debidas a la punta y a la fricción en el fuste se afectan por factores de dimensionamiento de diferentes, para considerar explícitamente las diferencias de desplazamiento necesarias para movilizar la resistencia de cada una. En el caso de falla general en suelos interestratificados, se considera la resistencia del estrato de soporte y de los suelos blandos subyacentes.

Se resume el diseño de pilotes apoyados sobre un deposito resistente que se extiende al menos una vez el ancho de la planta de cimentación; en caso de que este estrato sea de menor espesor y sobre yazca a un deposito de suelos de menor resistencia, deberán de seguirse además los cálculos siguientes.

Cimentación apoyada en un deposito homogéneo



Cimentación apoyada en un deposito interestratificado



**Figura 16. Cimentaciones profundas con pilas o pilotes de punta.**

### 3.2.2 RIGIDEZ DE LA CIMENTACIÓN.

Se prevé que la distribución final de elementos de cimentación consiste en pequeños grupos de pilotes alojados bajo cada columna o muro de rigidez: estas condiciones son compatibles con el análisis estructural, en que generalmente no se considera el efecto de rigidez de la cimentación.

En caso de un campo uniforme de pilotes, además de diseñar para las solicitaciones mencionadas, la revisión considerando la rigidez de la cimentación puede realizarse de manera aproximada aplicando la ecuación de la escuadría.



### 3.2.3 CAPACIDAD DE CARGA A LA COMPRESIÓN.

El diámetro de los pilotes necesarios para soportar la carga transmitida a la estructura se obtiene en función de la carga admisible  $Q_a$ , con la siguiente expresión:

$$Q_a = \frac{Q_{pu}}{F_{Db}} + \frac{Q_{fu}}{F_{Df}}$$

donde

$Q_{pu}$  Capacidad de carga ultima por punta.

$Q_{fu}$  Fricción en el fuste del pilote.

$F_{Db}, F_{Df}$  Factores de dimensionamiento respecto a la capacidad de carga en La base y por fricción, respectivamente.

A partir de los resultados del sondeo del cono,  $Q_{pu}$  se calcula mediante la siguiente expresión propuesta por Vesíé

$$Q_{pu} = q_{cp} A_p$$

donde

$q_{cp}$  Resistencia de punta de cono, representativa del estrato de apoyo del pilote.

$A_p$  Área transversal de la punta del pilote.

Por su parte, la fuerza de fricción en el fuste del pilote se determina con suficiente aproximación con la formula:

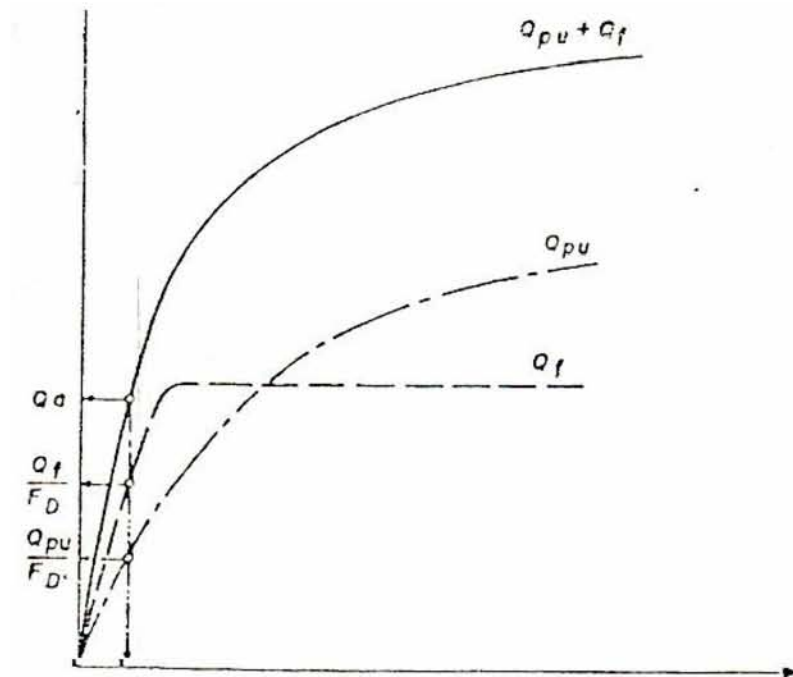
$$Q_{fu} = 0.3w \int \sigma_0 dz$$



donde

$w$  Es el perímetro del pilote.

$\int \sigma_0 dz$  Área del diagrama de esfuerzos efectivos verticales iniciales en la Longitud del pilote.



**Figura 17. Efecto de la compatibilidad de desplazamientos en los factores de dimensionamiento.**

Con las expresiones anteriores y aplicando factores de dimensionamiento mínimos  $F_{Db}=3$  y  $F_{Df}=2$  para la base y para el fuste, respectivamente, se obtiene la capacidad asociada a diferentes secciones de pilotes trabajando a la compresión e condiciones estáticas.

### 3.2.4 CAPACIDAD DE CARGA A LA TENSIÓN.

La fricción positiva en el fuste para soportar tensiones  $Q_{ta}$  es igual a  $Q_{fu}$  dividida entre el factor de dimensionamiento mínimo de 1.5.



### 3.2.5 FRICCIÓN NEGATIVA.

Si el depósito del suelo que rodea a los pilotes se encuentra sometido a un proceso de consolidación por hundimiento regional o por compactación de rellenos artificiales, se desarrollará fricción negativa en el fuste; en este caso, la capacidad de carga se calcula con la siguiente expresión:

$$Q_a = \frac{Q_{pu} - FN}{F_D}$$

donde

FN            Fricción negativa en el fuste del pilote.

$F_D$  =        Factor de dimensionamiento mínimo de 2.

La fricción negativa FN puede considerarse igual a la fuerza de fricción  $Q_{fu}$ ; deberá verificarse que la FN así calculada sea menor igual al peso propio del suelo comprendido en el área tributaria alrededor del pilote.

### 3.2.6 DISPOSICIÓN DE PILOTES .

Se determina según las cargas máximas de trabajo obtenidas en el análisis estructural, procurando alojar un máximo de cuatro pilotes o dos pilas de cada columna o extremo del muro de rigidez .

Excepcionalmente, en algunas columnas serán indispensables grupos hasta de seis pilotes. En cualquier caso deberá considerarse la factibilidad constructiva del dado para la liga de pilotes en la estructura.



### 3.2.7 ESTABILIDAD GENERAL.

La estabilidad del conjunto de pilotes se realiza revisando que la suma de las resistencias  $\sum Q_{ga}$  aportadas por los subgrupos de pilotes en que pueda dividirse la cimentación, afectadas por un factor de dimensionamiento, sea mayor de la suma de las resistencias admisibles de los pilotes individuales  $\sum Q_a$ ; en  $A_p$  el valor del área transversal y en  $w$  el valor del perímetro de la envolvente de cada uno de los subgrupos, respectivamente.

Como en general el estrato de apoyo presenta una alta resistencia, esta revisión no es crítica en la mayoría de los casos.

### 3.2.8 TRANSFERENCIA DE LA CARGA PILOTE-SUELO.

La fricción en el fuste del pilote provoca un incremento o disminución de los esfuerzos efectivos en el suelo adyacente; a su vez a esta variación de esfuerzos corresponde una disminución o incremento a la carga del pilote, respectivamente, cuya distribución con la profundidad  $z$  puede elevarse de manera aproximada mediante la siguiente expresión:

$$(Q_f)_z = \frac{C_1}{1 \pm C_2 Z} Z^2$$

$$C_0 = wK_\phi \quad C_1 = C_0 \frac{\int \sigma_0 dz}{D_f^2} \quad C_2 = \frac{C_0}{3a}$$

$$w = 2\pi r_0 \quad a = \pi(12r_0)^2 \quad r_0 = 1.05 \frac{d}{2}$$



donde

$K_\phi$  Coeficiente de fricción ( $\cong 0.33$ )

$D_f$  Longitud del pilote.

$D$  Diámetro del pilote.

### 3.2.9 MODULO DE REACCIÓN DE LOS PILOTES.

Se define como el desfuerzo aplicado en la cabeza del pilote necesario para generar un asentamiento unitario:

$$K = \frac{\sigma}{\delta} = \frac{\sigma}{\delta_c + \delta_e}$$

El módulo de reacción de pilotes individuales apoyados en un estrato homogéneo se evalúa con la siguiente ecuación:

$$K = \frac{8EE_s}{8D_fE_s + (3 - 4\nu)E_c d}$$



### 3.3 CIMENTACIÓN SOBRE UN DEPÓSITO INTERESTRATIFICADO

Cuando el estrato de apoyo sobreyazca a un depósito de suelos arcillosos, el cálculo efectuado deberá complementarse con la revisión de la estabilidad general considerando capacidad de carga así como el cálculo de asentamientos, en los estratos blandos subyacentes al estrato de apoyo de los pilotes.

#### 3.3.1 ESTABILIDAD GENERAL.

Se verifica el factor de seguridad  $F_{sg}$  contra la generación de una superficie de falla de los estratos blandos subyacentes, aplicando la siguiente expresión:

$$F_{sg} = \frac{Q_{gu}}{\sum Q}$$

$$Q_{gu} = 1.82(L + D) \sum C_i \Delta_i + BL \sum s_D \Delta_z$$

donde

$Q_{gu}$  Resistencia de los estratos bajo la punta de los pilotes.

$\sum Q$  Suma de cargas sobre los pilotes incluyendo fricción negativa.

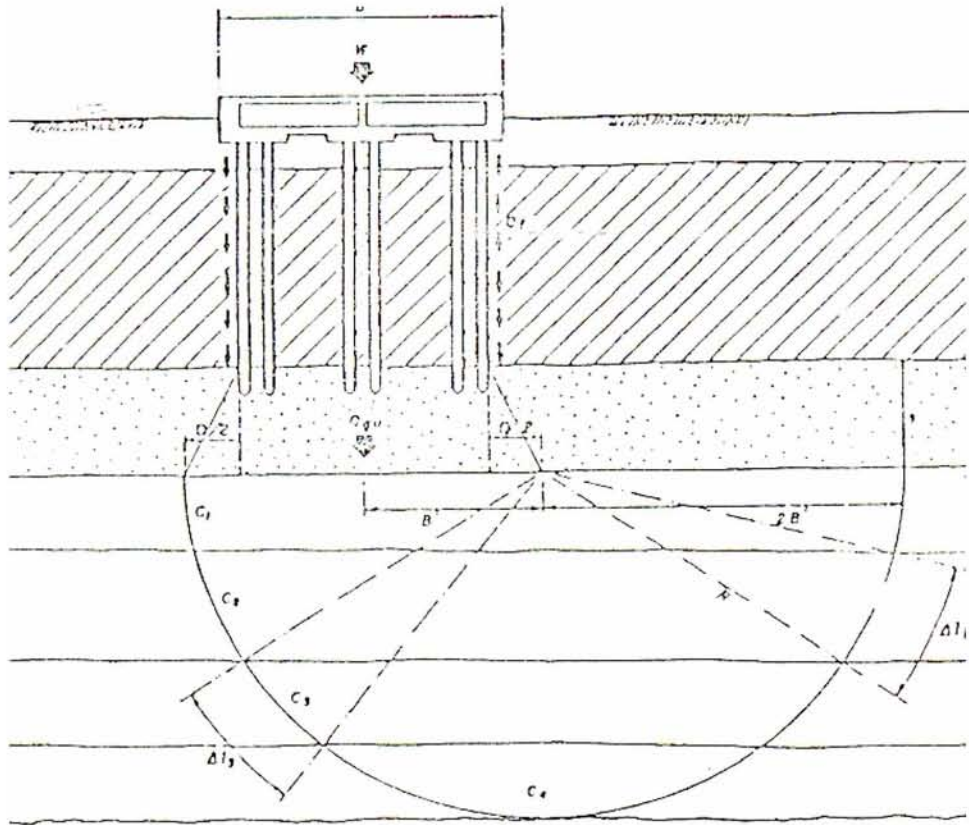
$B, L$  Ancho y largo del área de cimentación.

$D$  Espesor del estrato de apoyo en los pilotes.

$\sum C_i \Delta_i$  Suma de la resistencia en la superficie de falla potencial en los suelos blandos.

$\sum s_D \Delta_z$  Suma de la resistencia en la superficie de falla potencial en el estrato de apoyo.





**Figura 18. Falla general.**

Considerando la alta compresibilidad de los suelos, en el mecanismo propuesto se omite la resistencia de los suelos que sobreyacen al estrato de apoyo.

El factor de seguridad así calculado deberá de ser mayor a 3, de lo contrario se deberá de profundizar los pilotes para apoyarlos por debajo de los estratos blandos.

### **3.3.2 FALLAS POR EXTRUSIÓN.**

Cuado en el estrato de apoyo esta intercalada una capa de suelo blando, debe de verificarse que el esfuerzo medio transmitido por la cimentación  $q$  sea menor al empuje pasivo para evitar la extrusión de dicho material; este caso se presenta en cimientos apoyados en la capa dura.



La expresión de cálculo es la siguiente:

$$\frac{\sigma_0 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi}}{q + \sigma_0 - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}}}$$

donde

$$q = \frac{\sum Q}{BL}$$

$$N_\phi \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

Los parámetros de resistencia de la capa interestratificada, cohesión  $C$  y el ángulo de fricción  $\phi$ , se obtienen de pruebas triaxiales con las condiciones de drenaje correspondientes a las condiciones de revisión: a corto plazo ensaye no consolidado-no drenado (TXX-UU) y a largo plazo ensaye consolidado-drenado (TX-CD).

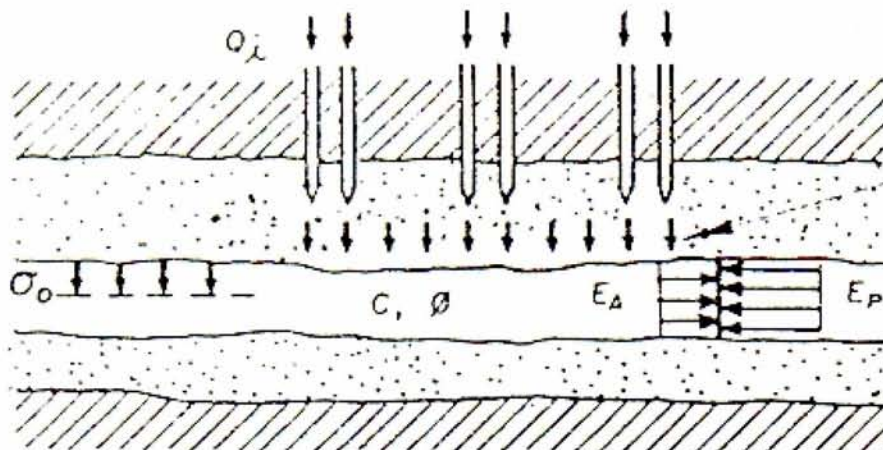


Figura 19. Falla por extrusión



El asentamiento  $\delta$  bajo carga estática de los pilotes trabajando por punta estática de los pilotes trabajando por punta, se evalúa con la suma del acortamiento elástico del elemento trabajando como columna corta  $\delta_c$  sumando el asentamiento originado en el material de apoyo  $\delta_e$

$$\delta = \delta_c + \delta_e$$

con

$$\delta_c = \frac{QD_f}{A_p E} \quad \text{Y} \quad \delta_e = \frac{(3-4\nu)(1+\nu)}{2\pi} \frac{Q}{E_s d}$$

donde

- Q Carga media de trabajo de los pilotes incluyendo fricción negativa.
- $D_f$  Longitud efectiva del pilote.
- E Módulo de rigidez representativo del pilote.
- $E_s$  Módulo de rigidez representativo de los suelos de apoyo en los pilotes.
- $\nu$  Relación de Poisson.

En grupos de pilotes  $\delta_e$ , se evalúa sustituyendo en el diámetro equivalente del área envolvente del grupo y en Q la suma de cargas actuantes .

Los asentamientos así calculados se presentan en una planta de cimentación , indicando además el asentamiento diferencial entre columnas, cuyo máximo deberá de ser compresible con la rigidez de la estructura ; considerando que los suelo de apoyo sean granulares, los asentamientos ocurrirán en su mayor parte durante la construcción.

### Condiciones estáticas.

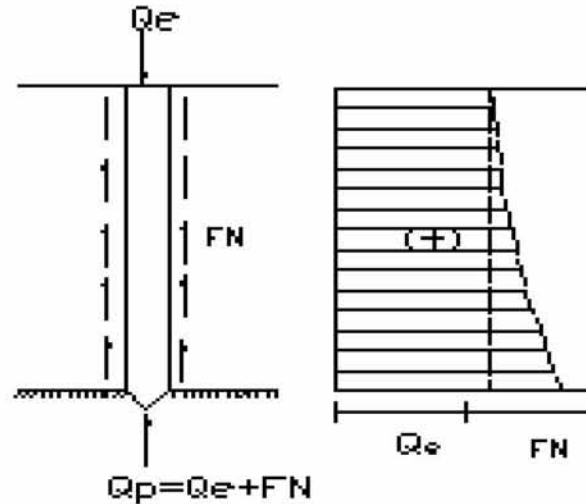


Figura 20. Compresión estática y fricción negativa.

### 3.3.3 ASENTAMIENTOS POR CONSOLIDACIÓN.

Al valor calculado se deberá sumar el asentamiento por consolidación de los suelos finos subyacentes,  $\delta_f$ , aplicando la siguiente ecuación:

$$\delta_f = \sum m_{vi} \Delta\sigma_i h_i$$

donde

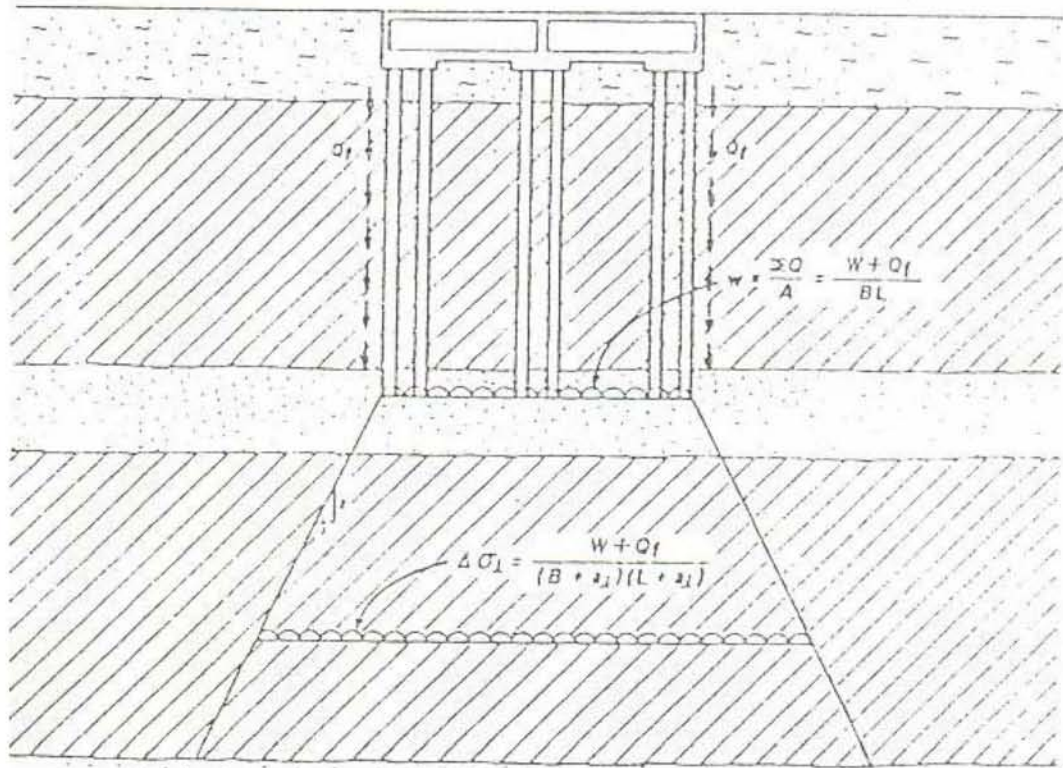
$m_{vi}$  Módulo de deformación representativo del estrato  $i$  obtenido de ensayos de Consolidación.

$\Delta\sigma_i$  Incremento de esfuerzo medio en el estrato  $i$  obtenido según la teoría de Midlin.

$H_i$  Espesor total del estrato  $i$ .



La distribución de  $\Delta\sigma_i$  con la profundidad puede determinarse de manera aproximada con el criterio simplificado de la siguiente figura:



**Figura 21**

**Criterio para el cálculo de asentamientos.**

El asentamiento de un pilote proviene del acortamiento elástico del fuste del pilote y, en parte, de la distorsión del suelo alrededor del pilote. Como mejor se determinan estos efectos es por el ensayo de carga.

El asentamiento se puede determinar por un análisis estático de la resistencia del pilote, calculando el acortamiento elástico de cada sección del fuste del pilote, teniendo en cuenta la porción de la carga total que queda en esa sección.



El mayor asentamiento en todos los pilotes, excepto los que se apoyan en roca, proviene de la consolidación del suelo subyacente por los esfuerzos que desarrolla el grupo de pilotes.

### 3.4 ESTADO LÍMITE DE FALLA.

La máxima capacidad de carga de un pilote es la suma de la resistencia por la punta y por la fricción lateral en el instante de la carga máxima:

$$Q_0 = Q_{BB} + Q_{SF}$$

Los valores máximos de  $Q_{EBC}$  y  $Q_{SFC}$  se pueden analizar separadamente. ambos están basados en el estado de los esfuerzos alrededor del pilote (o de cualquier cimentación profunda) y en la forma de distribución del esfuerzo cortante que se desarrolla al fallar.

En el pilote resistente por la punta, esta se asemeja a una cimentación por superficie enterrada profundamente. Cuando se carga el pilote se forma un cono de suelo no alterado que se adhiere a la punta. Como la punta va penetrando mas profundamente conforme aumenta la carga, el cono fuerza el suelo hacia los lados cortando la masa a lo largo de una superficie curva.

Si el suelo es blando, compresible o tiene un modulo de elasticidad bajo, la masa situada mas allá de la zona de esfuerzo cortante se comprime o deforma, permitiendo que el cono penetre mas. Esta es una forma de esfuerzo cortante local similar al descrito para las cimentaciones poco profundas.

Si el suelo o la roca son muy rígidos, la zona de esfuerzo cortante se extiende hasta que el desplazamiento total permita al cono perforar el suelo hacia abajo. Se han propuesto varias formas para la zona de esfuerzo cortante para evaluar la resistencia por la punta. Igual que los resultados de los análisis de las cimentaciones poco profundas, estos se pueden expresar en la forma general siguiente:

$$q_0 = B_r N_r + c N_c + q' N_q$$



Para los pilotes en que B es pequeño, frecuentemente se omite el primer termino:

$$q_0 = cN_c + q'N_q$$

Aunque se ha deducido muchos factores diferentes de capacidad de carga para cimentaciones profundas, la variación de los que han sido verificados con alguna extensión, por ensayos en pilotes de tamaño natural, se representan en figuras.

Las curvas inferiores son los factores de Meyerhof para cimentaciones poco profundas, corregidas para la forma circular o cuadrada. Las curvas superiores son para la falla general de esfuerzo cortante, adaptadas de las de Meyerhof y se requiere el desarrollo completo de la zona de esfuerzo cortante, lo que solamente puede ocurrir en un sólido rígido-plástico o en una arena compacta.

Las curvas intermedias son adaptadas de los trabajos de Berezantzev; en arena estas curvas se ajustan a los resultados de los ensayos en modelos a escala grande y a tamaño natural en pilotes hincados.

Es difícil precisar cual es el factor de capacidad de carga correcto que debe usarse en cada caso. Los factores para cimentaciones poco profundas se aplican a los pilotes resistentes por la punta o a los pilotes, cuando descansan en estratos duros, y sobre los cuales se encuentran formaciones débiles.

También se aplican a los pilotes embebidos en arcillas blandas y arenas sueltas. Los factores mas altos se aplican solamente a las arcillas mas duras y a las arenas muy compactas, en las cuales la punta del pilote queda embebida a una profundidad de 10D.

Los factores para condiciones intermedias entre estos limites, se pueden hallar por interpolación, pero con cautela. Los ensayos han demostrado, en muchos casos reales, que las curvas intermedias son aplicables.

Si los pilotes son hincados en el suelo, el ángulo de fricción que debe usarse es el que se obtiene después de la hinca. Según Meyerhof, en las arenas se produce un aumento de 2 a 5 grados sobre el valor obtenido antes de la hinca.

Si la colocación del pilote se hace con chiflón de agua o con perforación previa, el ángulo no cambia prácticamente.





El valor apropiado de  $q'$  al nivel de la cimentación, depende de la longitud del pilote.

$$q' = rz \text{ si } z < z_c$$

$$q' = rz_c \text{ si } z > z_c$$

La fricción lateral que actúa a lo largo del fuste del pilote es igual a la suma de la fricción más la adherencia en la superficie del pilote o a la resistencia al esfuerzo cortante del suelo inmediatamente adyacente al pilote, cualquiera que sea menor. Si  $f$  es la fricción lateral:

$$f = c' + 'h \tan ' \phi$$

$$f = ca + 'h \tan$$

donde  $ca$  es la adherencia y el ángulo de rozamiento entre el suelo y la superficie del pilote.

Los valores de  $ca$  y de  $\tan$  se pueden determinar por una prueba directa de esfuerzo cortante, substituyendo una mitad de la caja del aparato para el ensayo por el material de la superficie del pilote.

Los ensayos hechos con pilotes de tamaño natural indican los siguientes valores de  $ca$  son relación a los de  $c$  en arcillas saturadas, obtenidos en pruebas de esfuerzo cortante sin drenaje:

$$ca = 0.9c \quad c < 0.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$ca = 0.9 + 0.6(0.49c - 1) \quad c > 0.5 \text{ Kg/cm}^2$$

En estas expresiones  $c$  y  $ca$  están en  $\text{Kg/cm}^2$ . La más baja proporción en el aumento de  $ca$  en suelos en los cuales  $c > 0.5 \text{ Kg/cm}^2$ , parece ser debido a un pequeño vacío que se forma alrededor del pilote durante la hincada y posiblemente a los esfuerzos de tracción que se producen alrededor del extremo superior del fuste del pilote durante la carga. Hay alguna evidencia de que  $ca$  aumenta lentamente con el tiempo hasta llegar a igualarse a  $c$ .





Se han hecho correlaciones empíricas entre la resistencia por la punta y fricción lateral de pilotes en suelos no cohesivos y la resistencia a penetración media durante las exploraciones en el lugar.

La resistencia por la punta determinada por el ensayo con el cono estático holandés, en arenas no cohesivas es, aproximadamente, igual a la resistencia por la punta de un pilote colocado en el mismo material.

La fricción lateral en los pilotes de acero y de hormigo es aproximadamente, el doble de la determinada por el cono de fricción, para pilotes con  $L/D > 20$ . Cuando se hace la prueba estándar de penetración,  $N$ , Meyerhof sugiere lo siguiente:

$$q_0 = 4N \text{ ( en Kg / cm}^2\text{)}$$

$$f_0 = 0.02N \text{ ( en Kg / cm}^2\text{)}$$

Inmediatamente después de la hinca, la resistencia del suelo (y la adherencia) corresponden a la condición de reamasado. Después de que un suelo de arcilla ha tenido la oportunidad de reconsolidarse y, en algunos casos, endurecerse tixotrópicamente, la adherencia y la resistencia del suelo inmediatamente adyacente al pilote aumenta y hasta puede exceder la resistencia original del suelo.

Los pilotes extraídos de suelo arcilloso, frecuentemente están cubiertos con una capa de suelo de varios centímetros de espesor que esta adherida firmemente a la superficie del pilote.

La capacidad total de carga de un pilote es nominalmente, la suma de la resistencia por la punta que se ha movilizado y el producto de la fricción unitaria lateral movilizada por el área de la superficie lateral del pilote.

Sin embargo, la carga máxima o de falla,  $Q_0$ , no es necesariamente igual a la suma de la resistencia máxima por la punta y la fricción lateral máxima. Primero, porque puede que no se movilicen simultáneamente las resistencias por la punta y por fricción lateral en las diferentes secciones del fuste del pilote.

Considérese un pilote cuyo fuste este en un suelo débil, no rígido, pero cuya punta descansa en un estrato rígido.



Un movimiento relativamente pequeño del pilote, hacia abajo, sería suficiente para producir la falla por capacidad de carga, mientras que el mismo movimiento no sería lo suficientemente grande para producir la falla por fricción lateral; por consiguiente, solo una parte de la fricción lateral se habría movilizó en el instante de la falla.

La reflexión del fuste del pilote por efecto de la carga (que es máxima en la superficie del terreno, pero menor en la punta), la diferente rigidez de los distintos estratos en contacto con el pilote y la compresión del suelo debajo de la punta del pilote, también contribuyen a una movilización desigual de la resistencia por la punta y de la fricción lateral.

El resultado final es que la verdadera capacidad de carga del pilote puede ser notablemente menor que la suma de los valores máximos. Esta diferencia se agrava en los suelos ultra susceptibles, donde la falla produce una pérdida de resistencia. Por estas razones la fricción lateral de los estratos débiles generalmente se desprecia en los cálculos.

El pilote hincado tiene, generalmente, una capacidad de carga máxima mayor que la del pilote colocado con excavación previa o con chiflón de agua, porque los valores máximos, tanto el de resistencia por la punta como el de fricción, se alcanzan durante la hinca.

Una segunda causa de la diferencia entre la capacidad de carga calculada y la real de los pilotes, proviene de la fricción negativa. Los esfuerzos que se desarrollan en el suelo por el pilote y por cualquier carga superficial, como el relleno, no soportada directamente por los pilotes, hace que el suelo no consolide.

Si hay algún estrato muy compresible a algún nivel por arriba de la punta del pilote, la consolidación hará que el suelo de arriba se mueva hacia abajo con respecto al pilote. Esto estratos en vez de soportar el pilote, debido a su movimiento descendente, añaden carga al pilote. Esta fricción negativa ha sido tan grande en algunos casos, que ha producido la falla de la cimentación por pilotaje y debe por lo tanto, considerarse en el proyecto.



### 3.4.1 CONDICIONES ESTÁTICAS

La revisión se efectúa comprobando a siguiente desigualdad:

$$\sum QF_c < \sum R$$

donde

$\sum QF_c$  Suma de las acciones consideradas en la combinación afectadas por un factor de carga  $F_c=1.4$ ; se incluirá el efecto de fricción negativa que pudiera desarrollarse sobre el fuste o envoltente de pilotes afectada de un  $F_c=1.1$

$\sum R$  Suma de las resistencias individuales de los pilotes afectadas por un factor de resistencias  $F_R$

En este caso, la suma de las resistencias comprende la capacidad de punta  $Q_p$  y de fricción  $Q_f$ :

$$\sum R = \sum (Q_p + Q_f)$$

Si como lo permite el reglamento, se recurre a los resultados de sondeo de cono, es posible evaluar la capacidad de carga por punta de los pilotes individuales  $Q_p$  mediante la secuencia de cálculo siguiente:

1. Se determina la resistencia de punta de cono estático  $q_{cp}$ , representativa del suelo al nivel de desplante del pilote; en caso de contarse únicamente con información de penetración estándar  $q_{cp}$  puede estimarse con ayuda de la tabla 7 propuesta por Schmertmann.



Tabla 1 CORRELACION ENTRE RESISTENCIA DE CONO  $q_c$  ( $kg/cm^2$ ) Y NUMERO DE GOLPES DE PRUEBA DE PRENETRACION ESTANDAR.

<i>Tipo de suelo</i>	<i><math>q_c/N</math></i>
Limos, limos arenosos mezclas limo-arena li- geramente cohesivas.	2
Arenas limpias finas a medias y arenas ligeramente li- mosas	3.5
Arenas gruesas y arenas con algo de grava.	5
Gravas arenosas y gravas	6

2. Se estima el valor del ángulo de fricción interna  $\phi$  en términos de esfuerzos efectivos .
3. La capacidad de carga  $Q_p$  se calcula con la siguiente expresión.

$$Q_p = (\sigma_d N_q F_{re} F_{Rp} + P_d) A_p$$

donde

$\sigma_d$  Esfuerzos efectivos al nivel de desplante, considerando la disminución por fricción negativa  $\Delta\sigma_{FN}$  en su caso.

$N_q$  Factor de capacidad de carga.



- $F_{Rp}$  Factor de resistencia por punta igual a 0.35
- $P_d$  Esfuerzos totales al nivel de desplante.
- $A_p$  Área transversal de la punta del pilote.
- $F_{re}$  Factor de escala cono-pilote, aplicable únicamente para elementos de más De 0.5 m de diámetro:

$$F_{re} = \left[ \frac{d + 0.5}{2d} \right]^n$$

donde  $d$  es el ancho del pilote expresado en metros y  $n$  adquiere valores de 1,2, ó 3, según se trate de suelos de compacidad suelta, media o densa, respectivamente.

Tabla 2 Factor de Capacidad de Carga.

$\phi^0$	20	25	30	35	40
$N_{max}$	13	26	55	132	350
$N_{min}$	7	12	20	39	78
$L_e/d$	5.7	6.3	6.9	7.7	8.6

Por otra parte, la capacidad media por fricción  $Q_f$  se determina con la siguiente expresión:

$$Q_f = F_{rf} Q_{fu}$$



$$Q_{fu} = \frac{wK_{\phi}}{1 - \frac{wK_{\phi}}{3} \frac{D_f}{a}} \int \sigma_0 dz$$

con

$$w = 2\pi r_0 \quad r_0 = 1.05 \frac{d}{2} \quad a = \pi(12r_0)^2$$

donde

$F_{Rf}$  Factor de resistencia por fricción igual a 0.7

$K_{\phi}$  Coeficiente de fricción (=0.33)

$D$  Diámetro del pilote

$\int \sigma_0 dz$  Área del diagrama de esfuerzos efectivos iniciales en la longitud del pilote.

$A$  Área tributaria nominal de influencia.

$D_f$  Longitud del pilote.

### 3.4.2 ESTABILIDAD GENERAL.

La estabilidad del conjunto de pilotes se realiza sustituyendo  $\sum R$  en la ecuación  $\sum QF_c < \sum R$  por la suma de resistencias aportadas por los subgrupos de pilotes en que pueda dividirse la cimentación.



## 4. PROGRAMA DE ANÁLISIS

Muchas estructuras de tierra, tales como presas de enrocamiento con pantalla de concreto, túneles revestidos, cimentaciones, pilotes, etc, no se pueden modelar solamente con elementos sólidos, si se desea considerar correctamente el problema de interacción suelo-elemento estructural, ya que los elementos sólidos no consideran giros o flexiones.

Por consiguiente, es necesario incluir aquellos elementos estructurales, tales como viga, placa y cascarón, que pueden soportar flexiones.

Por ejemplo, en una presa de enrocamiento con pantalla de concreto, el cuerpo del material de enrocamiento se puede modelar con elementos sólidos para el suelo y elementos placa (o cascarón) para la cimentación.

Los pilotes se pueden modelar como elementos viga

El programa Tridimensional Estático se puede utilizar para analizar el problema de interacción suelo-estructura incluye los elementos finitos arriba mencionados, y tiene las siguientes características especiales:

1. Se puede implementar en cualquier computadora personal (PC) compatible con el sistema IBM-PC.
2. El problema es tridimensional y estático.
3. El programa tiene la opción de modelar el proceso de construcción por etapas o la forma de aplicación de cargas secuenciales.



4. Este programa tiene capacidad de expansión del conjunto de elementos actual, que consiste de: elementos sólidos, cascarón y viga, y así como la consideración del comportamiento no lineal de los materiales.
  
5. El sistema de ecuaciones se resuelve con la solución directa de Gauss empleando conceptos de columna activa y bloques, de tal manera que prácticamente no existe el límite en cuanto al tamaño del problema por analizar.

En el siguiente subcapítulo se menciona brevemente la teoría general del elemento finito y con más detalle, los elementos incluidos en el programa, especialmente, aquellos que son estructurales.





## 4.1 TEORÍA

### 4.1.1 TEORÍA GENERAL

Las etapas principales del análisis consisten en:

1. Discretizar el dominio del problema por analizar en un conjunto de elementos discretos.
2. Calcular las matrices de rigidez de cada elemento, ensamblarlas al sistema global y, además, incluir las condiciones de frontera impuestas en el sistema global.
3. Resolver el sistema lineal de ecuaciones.
4. Calcular los resultados adicionales.

El sistema de ecuaciones lineales se pueden denotar como :

$$[K]\{u\} = \{f\}$$

donde el vector  $\{u\}$  contiene los grados de libertad no nulos del sistema total. Aquí, los grados de libertad se refieren a desplazamientos, giros, presión de poro o temperatura.

---



La matriz de rigidez  $[K]$  del sistema global es función de la geometría y propiedades de los materiales.

A su vez, el vector  $\{f\}$  es debido a los efectos gravitacionales y/o de las cargas externas que pueden ser axiales y/o momentos dependiendo del tipo de elemento que se trata.

Debe notarse que para el programa,  $[K]$  debe de ser simétrica por el proceso de solución utilizado, y las condiciones de frontera deben de darse en coordenadas globales; además de que no se pueden incluir aquellos grados de libertad que son prescritos o nulos.



## 4.2 ELEMENTO SÓLIDO

### 4.2.1 MATRIZ DE RIGIDEZ

La matriz de rigidez de un elemento sólido isoparamétrico tridimensional con 8 nudos está dada por:

$$[K^e] = \int [B]^T [D] [B] dv$$

donde el desplazamiento y la fuerza en el nudo 1 se define como

$$\{a_i^e\}^T = [u_i v_i w_i]$$

$$\{f_i^e\}^T = [U_i V_i W_i]$$

respectivamente, de tal manera

$$[K^e] \{a^e\} = \{f^e\}$$



La matriz  $[B]$  se calcula como

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

y  $N_i$  es la función de interpolación. La matriz  $[D]$  tiene la siguiente forma

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \beta & 0 & 0 \\ & & & & \beta & 0 \\ & & & & & \beta \end{bmatrix}$$

donde  $\alpha = \nu/(1-\nu)$ ,  $\beta = (1-2\nu)/(2(1-\nu))$ ,  $E$  es el módulo de elasticidad y  $\nu$ , relación de Poisson.

---



### 4.2.2 ESFUERZOS

Si el valor de esfuerzos se define como

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}]$$

la formula para calcularlo es

$$\{\sigma\} = [D][B]\{a^e\}$$

donde  $\{a^e\}$  es el vector de desplazamientos para cada elemento.

El calculo de esfuerzos principales y sus correspondientes direcciones se lleva a cabo, primero, utilizando las expresiones explícitas para resolver la ecuación cúbica se obtienen los 3 valores de esfuerzos principales  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , siendo signo positivo el esfuerzo de tensión.

Los cosenos directores de los esfuerzos principales se calculan como

$$n_{xi} = \cos(n_i, x) = A_i / D$$

$$n_{yi} = \cos(n_i, y) = B_i / D$$

$$n_{zi} = \cos(n_i, z) = C_i / D$$



$$A_i = (\sigma_y - \sigma_i)(\sigma_z - \sigma_i) - \tau_{zy}\tau_{yz}$$

$$B_i = \tau_{zy}\tau_{zx} - \tau_{xy}(\sigma_z - \sigma_i)$$

$$C_i = \tau_{xy}\tau_{yz} - \tau_{xz}\sigma_i(\sigma_y - \sigma_i)$$

$$D = A_i^2 + B_i^2 + C_i^2$$

donde  $\sigma_i$  son esfuerzos principales ( $i = 1, 2, 3$ ).

Si se desea transformar un vector de esfuerzos,  $\{\sigma\}$  a un vector de esfuerzos principal  $\{\sigma_p\}^T = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$ , o viceversa, se recurre utilizar la siguiente formula

$$\{\sigma_p\} = [\phi]\{\sigma\}$$

y

$$\{\sigma\} = [\phi']\{\sigma_p\}$$

donde

$$[\phi] = \begin{bmatrix} n_{x1}^2 & n_{y1}^2 & n_{z1}^2 & 2n_{x1}n_{y1} & 2n_{y1}n_{z1} & 2n_{z1}n_{x1} \\ n_{x2}^2 & n_{y2}^2 & n_{z2}^2 & 2n_{x2}n_{y2} & 2n_{y2}n_{z2} & 2n_{z2}n_{x2} \\ n_{x3}^2 & n_{y3}^2 & n_{z3}^2 & 2n_{x3}n_{y3} & 2n_{y3}n_{z2} & 2n_{z3}n_{x3} \end{bmatrix}$$

y

$$[\phi'] = [\phi]^{-1}$$





donde el desplazamiento y la fuerza, en coordenadas locales, en el nudo 1 están definidas como

$$\{a^{e*}\}^T = [u_i v_i w_i \theta_{xi} \theta_{yi} \theta_{zi}]$$

$$\{f_i^{e*}\}^T = [U_i V_i W_i M_i M_{xi} M_{yi} M_{zi}]$$

respectivamente, de tal manera que

$$[K^*]\{a^{e*}\} = \{f^{e*}\}$$

Las expresiones de  $S_i$  (1,.....,10) son

$$S_1 = \frac{EA}{L} \quad S_3 = \frac{12EI}{L^3(1+\phi_z)}$$

$$S_2 = \frac{12EI}{L^3(1+\phi_y)} \quad S_4 = \frac{GJ}{L}$$

$$S_5 = \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} \quad S_6 = \frac{(4+\phi_z)EI_y}{L^3(1+\phi_z)}$$





$$S_7 = \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} \quad S_8 = \frac{(4+\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)}$$

$$S_9 = \frac{(2-\phi_z)EI_y}{L(1+\iota_z)} \quad S_{10} = \frac{2-\phi_y EI_z}{L(1+\phi_y)}$$

Donde

E	módulo de elasticidad.
G	módulo de corte.
$I_y, I_z$	momento de inercia con respecto al eje local y y z.
$\phi_y, \phi_z$	momento de corte con respecto al eje local y y z.
J	momento de rotación.
A	área de sección transversal.
L	longitud de la viga.

Nótese que los ejes locales  $x, y$  y  $z$  mencionados arriba son denotados con ejes 1, 2 y 3.

La transferencia de  $[K^*]$  en coordenadas locales a  $[K]$  en coordenadas globales se hace mediante

$$[K] = [\Gamma]^T [K^*] [\Gamma]$$



donde  $[\Gamma]$  es la matriz de transformación, que esta compuesta por la matriz  $[\lambda]$  como

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \\ & \lambda & \\ & & \lambda \\ 0 & & \lambda \end{bmatrix}$$

donde

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{x'x} & \lambda_{x'y} & \lambda_{x'z} \\ \lambda_{y'x} & \lambda_{y'y} & \lambda_{y'z} \\ \lambda_{z'x} & \lambda_{z'y} & \lambda_{z'z} \end{bmatrix}$$

$(x', y', z')$  y  $(x, y, z)$  forman el sistema local y el global, respectivamente.



### 4.3.2 ESFUERZO

Para el elemento viga, los esfuerzos y las cargas son exactamente los mismos, por lo que si  $\{\sigma\}$  es el vector de esfuerzo, se tiene

$$\{\sigma\} = \{f^{e*}\} = [K^*]\{a^{e*}\}$$

donde  $\{a^{e*}\}$  es el vector de desplazamiento en coordenadas locales y es obtenido del vector de desplazamientos en coordenadas globales  $\{a^e\}$  mediante

$$\{a^{e*}\} = [\Gamma]\{a^e\}$$



## 4.4 ELEMENTO CASCARÓN TRIANGULAR

### 4.4.1 MATRIZ DE RIGIDEZ

La matriz de rigidez de un elemento triangular plano en coordenadas locales está dada por

$$[K_{rs}^*] = \begin{bmatrix} K_{rs}^p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & K_{rs}^b & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde el desplazamiento y la fuerza en el nudo 1 están definidos como

$$\{a_i^{e*}\}^T = [u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \theta_{zi}]$$

$$\{f_i^{e*}\}^T = [U_i \ V_i \ W_i \ M_{xi} \ M_{yi} \ M_{zi}]$$



respectivamente, de tal manera que

$$[K_{rs}^*] \{a^{e*}\} = \{f^{e*}\}$$

La matriz  $[K_{rs}^p]$  se refiere a la de un elemento de placa plana y  $[K_{rs}^b]$  de esfuerzo plano.

Para transformar la matriz  $[K_{rs}]$  al sistema global sin problemas en el caso coplanar, se requiere una rigidez ficticia asociada con  $\theta_{zi}$ .

Si i, j y k denotan los nudos de un elemento triangular, respectivamente, en coordenadas locales se tiene:

$$\begin{bmatrix} M_{zi} \\ M_{zj} \\ M_{zk} \end{bmatrix} = \alpha Et \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ & 1 & -0.5 \\ \text{sim} & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{zi} \\ \theta_{zj} \\ \theta_{zk} \end{bmatrix}$$

donde E es el modulo de elasticidad, t, espesor del elemento y  $\alpha$  un coeficiente por especificar.

La matriz de rigidez  $[K^p]$  corresponde a un elemento triangular en estado de esfuerzo plano.



Si el desplazamiento y la fuerza para este caso son

$$\{a_i^p\}^T = [u_i v_i]$$

$$\{f_i^p\}^T = [U_i V_i]$$

$$[K^p] \{a^p\} = \{f^p\}$$

$[K^p]$  tiene la siguiente forma

$$[K_{ij}^p] = [B_i]^T [D] [B_j] t \Delta$$

donde

$$[B_i] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix} \quad [D] = \frac{E}{1-\nu^{25}} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$\Delta$  es el área del triángulo y  $\nu$  la relación de Poisson. Los valores de  $b_i$  y  $c_i$  se calculan como:

$$b_i = y_j - y_m$$

$$c_i = x_m - x_j$$



donde  $i = 1, 2, 3$ ;  $j = i+1$  y  $j = j-3$ , si  $j > 3$ ;  $m = i+2$ , y  $m = m-3$ , si  $m > 3$ .  $x_i$  y  $y_i$  son ordenadas de los nudos.

La matriz de rigidez  $[K^b]$  corresponde a una placa triangular. Si el desplazamiento y la fuerza en el nudo 1 se define como

$$\{a_i^b\}^T = [w_i \theta_{xi} \theta_{yi}]$$

$$\{f_i^b\}^T = [W_i M_{xi} M_{yi}]$$

$$[K^b] \{a^b\} = \{f^b\}$$

$[K^b]$  tiene la siguiente forma

$$[K^b] = [T^s]^T [K^{ss}] [T^s]$$

donde

$$[T^s] = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{2\Delta} & 1 & 0 & \frac{c_2}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{c_3}{2\Delta} & 0 & 0 \\ \frac{-b_1}{2\Delta} & 0 & 1 & \frac{-b_2}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{-b_3}{2\Delta} & 0 & 0 \\ \frac{c_1}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{c_2}{2\Delta} & 1 & 0 & \frac{c_3}{2\Delta} & 0 & 0 \\ \frac{-b_1}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{-b_2}{2\Delta} & 0 & 1 & \frac{-b_3}{2\Delta} & 0 & 0 \\ \frac{c_1}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{c_2}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{c_3}{2\Delta} & 1 & 0 \\ \frac{-b_1}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{-b_2}{2\Delta} & 0 & 0 & \frac{-b_3}{2\Delta} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$[K^{ss}]$  esta expresada de la siguiente forma integral

$$[K_{ij}^{ss}] = \iint [B_i]^T [D] [B_j] dx dy$$

donde

$$[D] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial y^2} & -\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$

y

$$N_{xi} = (b_k L_j - b_j L_k) L_i^2 + \frac{1}{2} (b_k - b_j) L_i L_j L_k$$

$$N_{yi} = (c_k L_j - c_j L_k) L_i^2 + \frac{1}{2} (c_k - c_j) L_i L_j L_k$$





donde  $L_i$  es ordenada de área que esta definida como

$$L_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y)$$

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j.$$

Las derivadas pueden expresarse explícitamente como

$$(4\Delta^2) \frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x^2} = 2b_i^2 [b_k L_j - b_j L_k] + b_i b_j [4b_k L_i + (b_k - b_j) L_k] + b_i b_k [-4b_j L_i + (b_k - b_j) L_j] + b_j b_k [(b_k - b_j) L_i]$$

Para obtener  $\frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial y^2}$  se sustituyen  $b_i$ ,  $b_j$  y  $b_k$  que están fuera de los paréntesis rectangulares por  $c_i$ ,  $c_j$  y  $c_k$ .

Para obtener  $\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x^2}$  se sustituyen  $b_j$  y  $b_k$  que están dentro de los paréntesis rectangulares por  $c_j$  y  $c_k$ .

Para obtener  $\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial y^2}$  se sustituyen todos  $b_i$ ,  $b_j$  y  $b_k$  por  $c_i$ ,  $c_j$  y  $c_k$ , además:



$$\begin{aligned} (4\Delta^2) \frac{\partial^2 N_{xi}}{\partial x \partial y} = & 2b_i c_i [b_k L_j - b_j L_k] + (b_i c_j + c_i b_j) \left[ 2b_k L_i + \frac{1}{2}(b_k - b_j) L_k \right] + (b_i c_k + c_i b_k) \left[ -2b_j L_i + \frac{1}{2}(b_k - b_j) L_j \right] \\ & + (b_j c_k + c_j b_k) [(b_j - b_i) L_i] \end{aligned}$$

Para obtener  $\frac{\partial^2 N_{yi}}{\partial x \partial y}$ , basta sustituir  $b_j$  y  $b_k$  que están dentro de los paréntesis rectangulares por  $c_j$  y  $c_k$ .

Una vez calculada la matriz  $[K_{rs}]$  se debe de transformar a coordenadas globales mediante

$$[K_{rs}] = [\Gamma]^T [K_{rs}^*] [\Gamma]$$

donde  $K_{rs}$  es la matriz de rigideces en coordenadas globales y  $[\Gamma]$ , la matriz de transformación, se calcula de acuerdo con

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} \lambda & & & & 0 \\ & \lambda & & & \\ & & \lambda & & \\ & & & \lambda & \\ 0 & & & & \lambda \end{bmatrix}$$



#### 4.4.2 ESFUERZO

Una vez calculado el vector de desplazamiento en cada elemento  $\{a^e\}$  se requiere de transformarlo en coordenadas locales de manera

$$\{a^{e*}\} = [\Gamma]\{a^e\}$$

y enseguida el vector  $\{a^{e*}\}$  en coordenadas locales se compone de tres partes:

$$\{a_i^{e*}\} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_i \\ e_{xi} \\ e_{yi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e_{zi} \end{bmatrix}$$

y

$$\{b_i\}^T = [u_i \ v_i] \bullet \{a_i^p\}^T = [w_i \ e_{xi} \ e_{yi}]$$

Ahora se definen dos vectores de esfuerzo

$$\{\sigma_i^b\}^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \tau_{xy}]$$



$$\{\sigma^p\}^T = [M_x M_y M_{xy}]$$

Y para calcular se emplean las siguientes formulas

$$\{\sigma^b\} = [D][B]\{a^b\}$$

y

$$\{\sigma^p\} = [D][B][T^s]\{a^p\}$$

## 4.5 EJEMPLO

El problema a resolver se trata de un edificio de 15 niveles, cimentado en un sistema cajón-pilotes de fricción en un suelo homogéneo.

La cimentación en planta es de 24 X 24 el cajón esta desplantado a 6m y los pilotes a 15m de profundidad a partir de la losa del cajón.

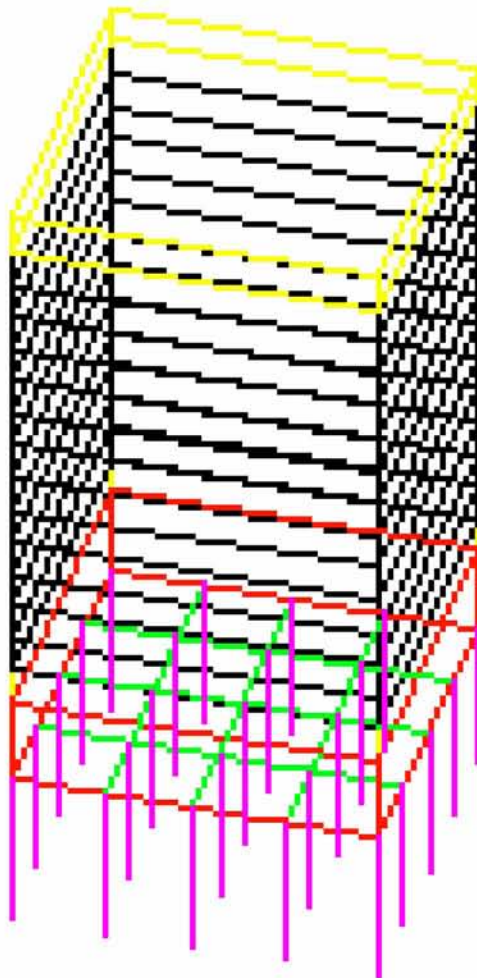


Figura 22. Edificio 15 niveles



## MEMORIA DE CÁLCULO

Para el cálculo de las cargas a nivel de piso se efectuó la bajada de cargas que se muestra a continuación:

### Dimensiones:

Viga                    20X40 cm

Columna              40X40 cm

Trabe                   30X50 cm

### ÁREAS TRIBUTARIAS.

#### Columna 2-B

$$12 \text{ m} \times 12 \text{ m} = 144 \text{ m}^2$$

#### Columna 1-C; 3-C; 1-A; 3-A

$$6 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 36 \text{ m}^2$$

#### Columna 1-B; 3-B

$$6 \text{ m} \times 12 \text{ m} = 72 \text{ m}^2$$

#### Columna 2-A; 2-C

$$12 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 72 \text{ m}^2$$

**Columna 2-B**

Peso de la losa

$$144m^2 \times 0.1m \times 2.4T / m^3 = 34.56T$$

**Carga viva**

$$144m^2 \times 150kg / m^2 = 21.6T$$

Peso losa + carga viva

$$34.56T + 21.6T = 56.16T$$

**Carga muerta**

Viga

$$0.2m \times 0.4m \times 12m \times 2.4T / m^3 = 2.304T$$

Trabe

$$0.3m \times 0.5m \times 12m \times 2.4T / m^3 = 4.32T$$

Columna

$$0.4m \times 0.4m \times 2.5m \times 2.4T / m^3 = 0.96T$$

Peso total de la carga muerta

$$2.304T + 4.32T + 0.96T = 7.584T$$

Carga total = carga muerta + carga viva

$$56.16T + 7.584T = 63.744T$$

Multiplicado por 17 pisos

$$63.744T \times 17 = 1083.648T$$



**Carga total**      1083.648T

**Columna 1-C; 3-C; 1-A; 3-A**

Peso de la losa

$$36m^2 \times 0.1m \times 2.4T / m^3 = 8.64T$$

**Carga viva**

$$36m^2 \times 150kg / m^2 = 5.4T$$

Peso losa + carga viva

$$8.64T + 5.4T = 14.04T$$

**Carga muerta**

Viga

$$0.2m \times 0.4m \times 6m \times 2.4T / m^3 = 1.152T$$

Trabe

$$0.3m \times 0.5m \times 6m \times 2.4T / m^3 = 2.16T$$

Columna

$$0.4m \times 0.4m \times 2.5m \times 2.4T / m^3 = 0.96T$$

Peso total de la carga muerta

$$1.152T + 2.16T + 0.96T = 4.272T$$

Carga total = carga muerta + carga viva

$$14.04T + 4.272T = 18.312T$$

Multiplicado por 17 pisos

$$18.312T \times 17 = 311.304T$$





**Carga total**      311.304T

**Columna 1-B; 3-B**

Peso de la losa

$$72m^2 \times 0.1m \times 2.4T / m^3 = 17.28T$$

**Carga viva**

$$72m^2 \times 150kg / m^2 = 10.8T$$

Peso losa + carga viva

$$17.28T + 10.8T = 28.08T$$

**Carga muerta**

Viga

$$0.2m \times 0.4m \times 6m \times 2.4T / m^3 = 1.152T$$

Trabe

$$0.3m \times 0.5m \times 12m \times 2.4T / m^3 = 4.32T$$

Columna

$$0.4m \times 0.4m \times 2.5m \times 2.4T / m^3 = 0.96T$$

Peso total de la carga muerta

$$1.152T + 4.32T + 0.96T = 6.432T$$

Carga total = carga muerta + carga viva

$$28.08T + 6.432T = 34.512T$$

Multiplicado por 17 pisos

$$34.512T \times 17 = 586.704T$$

**Carga total**      586.704T

---

**Columna 2-A; 2-C**

Peso de la losa

$$72m^2 \times 0.1m \times 2.4T / m^3 = 17.28T$$

**Carga viva**

$$72m^2 \times 150kg / m^2 = 10.8T$$

Peso losa + carga viva

$$17.28T + 10.8T = 28.08T$$

**Carga muerta**

Viga

$$0.2m \times 0.4m \times 12m \times 2.4T / m^3 = 2.304T$$

Trabe

$$0.3m \times 0.5m \times 6m \times 2.4T / m^3 = 2.16T$$

Columna

$$0.4m \times 0.4m \times 2.5m \times 2.4T / m^3 = 0.96T$$

Peso total de la carga muerta

$$2.304T + 2.16T + 0.96T = 5.424T$$

Carga total = carga muerta + carga viva

$$28.08T + 5.424T = 33.504T$$

Multiplicado por 17 pisos

$$33.504T \times 17 = 569.568T$$

**Carga total**      569.568T



**Peso total.**

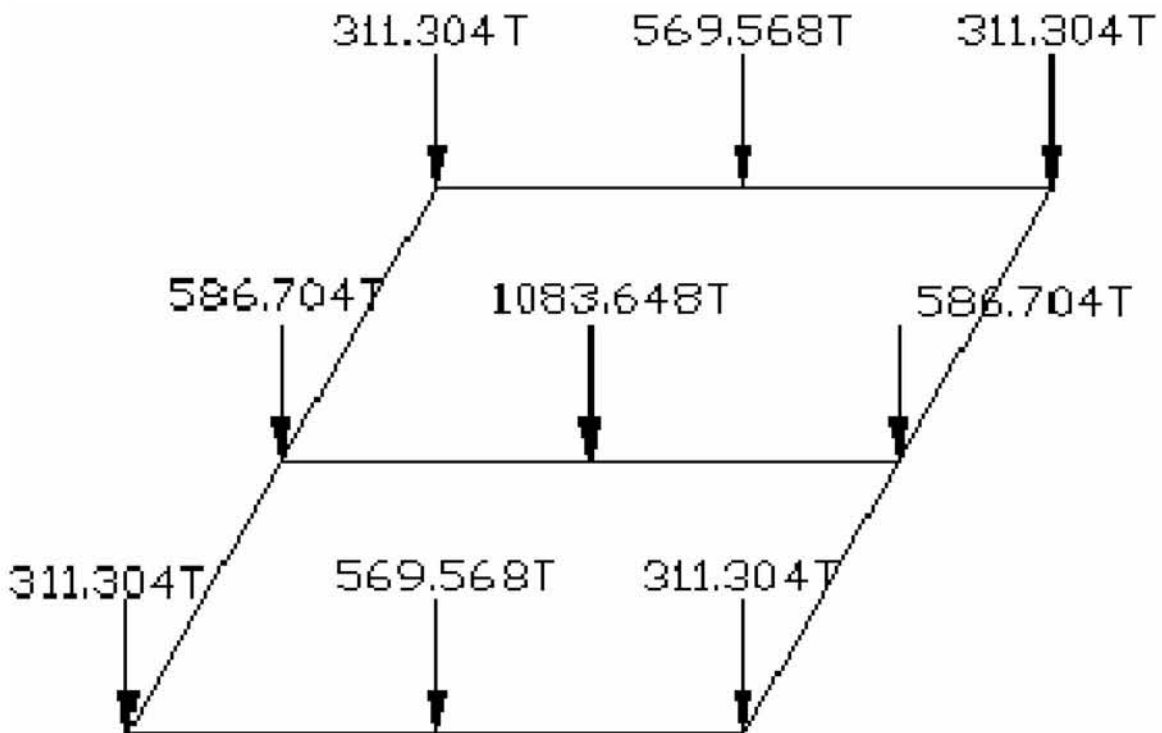
$$1245.216 + 1173.408 + 1139.136 + 1083.648 = 4641.408T$$

$$q_n \approx 32.232T$$

$$W_n = W \cdot C_s = (4641.408T) \frac{(0.1\sigma_g)}{g} = 696.2112T$$

$$\text{Momento} = 4177.2672 T \cdot M$$

De forma esquemática las cargas a nivel de piso se muestran en la figura



**Figura 23. Cargas a nivel de piso**



El modelo de elementos finitos que representa el edificio, a su cimentación y al suelo sobre el que esta desplantado se presenta en la figura

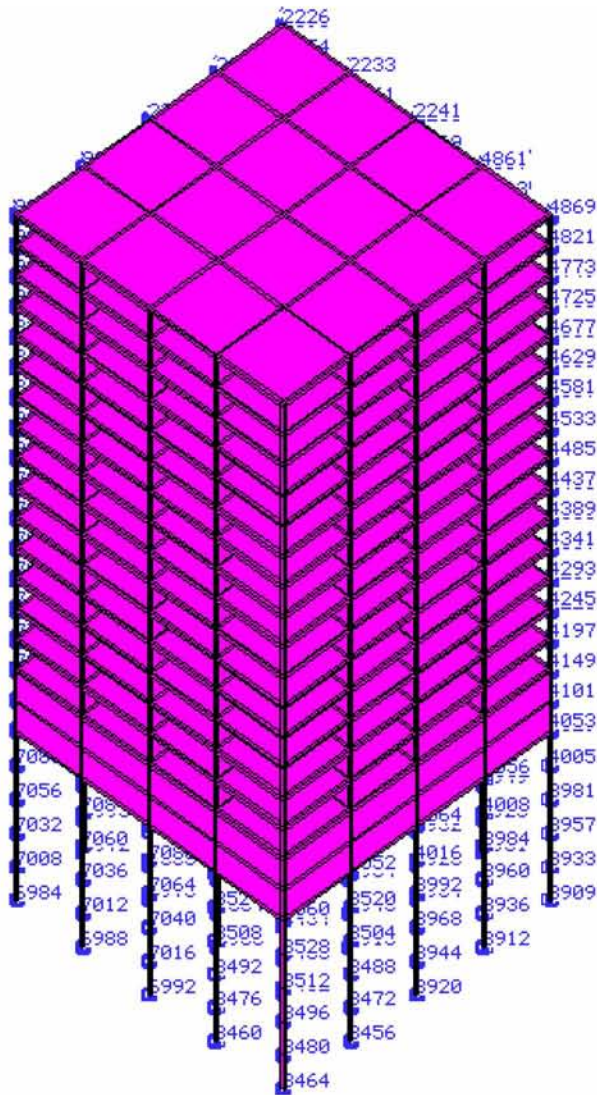
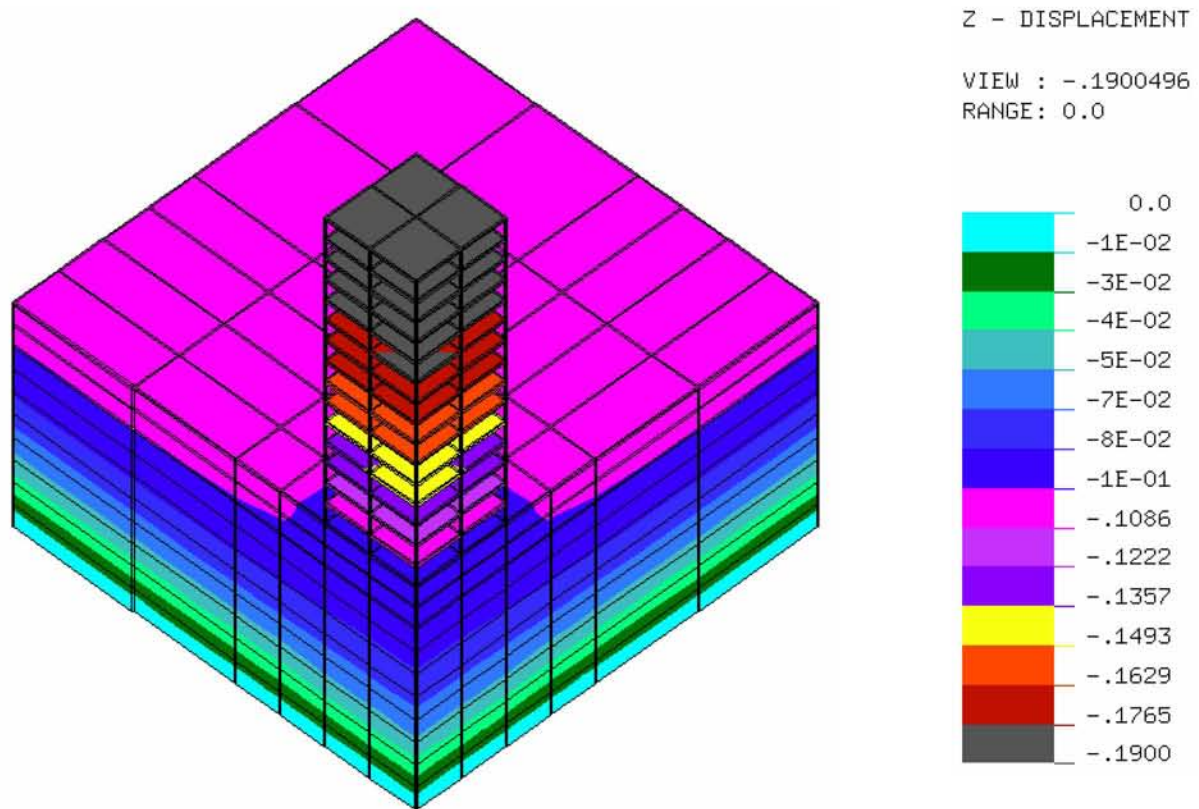


Figura 24. Modelo edificio

## 4.6 RESULTADOS

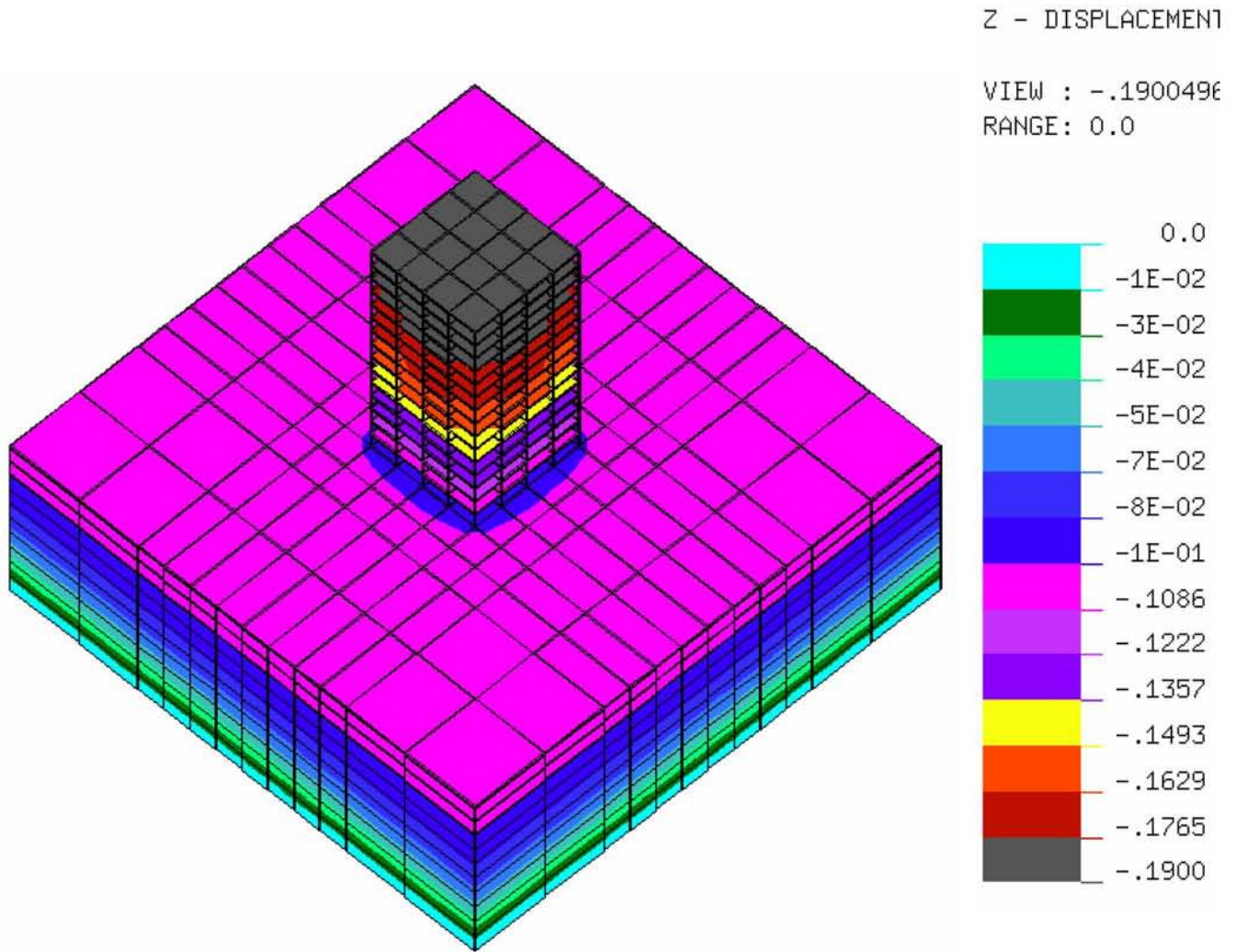
Efectuando el análisis de interacción suelo-estructura del edificio indicado se obtienen los siguientes resultados:

### 4.6.1 ASENTAMIENTOS



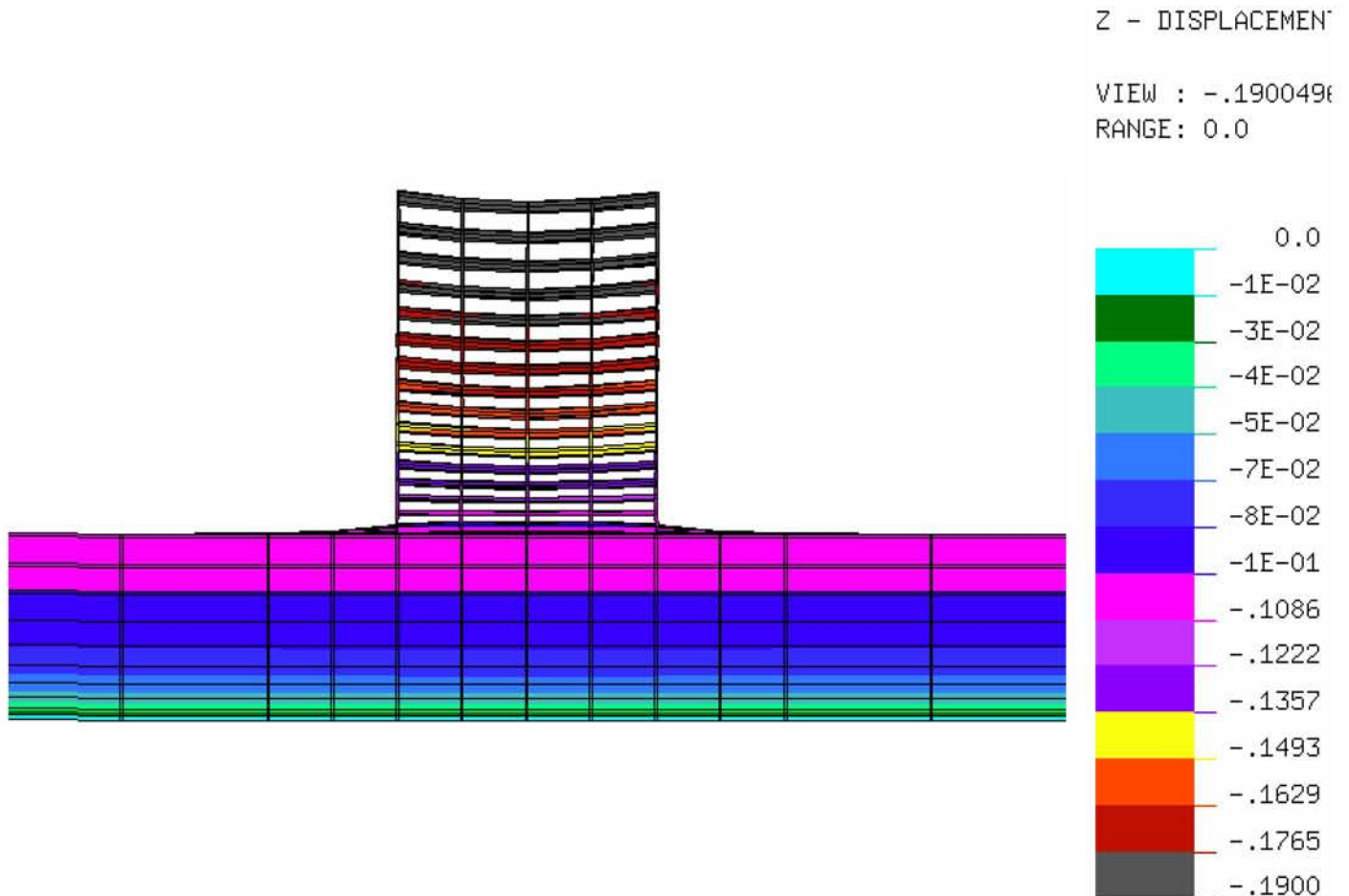
**Figura. 25a**  
**Asentamientos en dos planos de corte.**

La condición de cargas consideradas en el análisis de interacción suelo estructura generan desplazamientos verticales en el edificio, y son transmitidos hacia el suelo en zona perimetral en los estratos superiores (fig. 24a y fig. 24b). A partir de la profundidad  $x$  los asentamientos son insignificantes por que las fuerza son transmitidas hacia el cajón y hacia los pilotes.



**Figura. 25b**  
**Asentamiento isométrico, desplazamiento en z**





**Figura. 26**  
**Asentamiento con deformada vista frontal, desplazamiento en z.**

El edificio presenta mayor grado de deformación en la zona central, en las orillas, se puede observar claramente que no existe deformación alguna, asimismo debido a la acción de los pilotes con respecto a las cargas originadas por el edificio se percibe una ligera emersión.

#### 4.6.2 ESFUERZOS

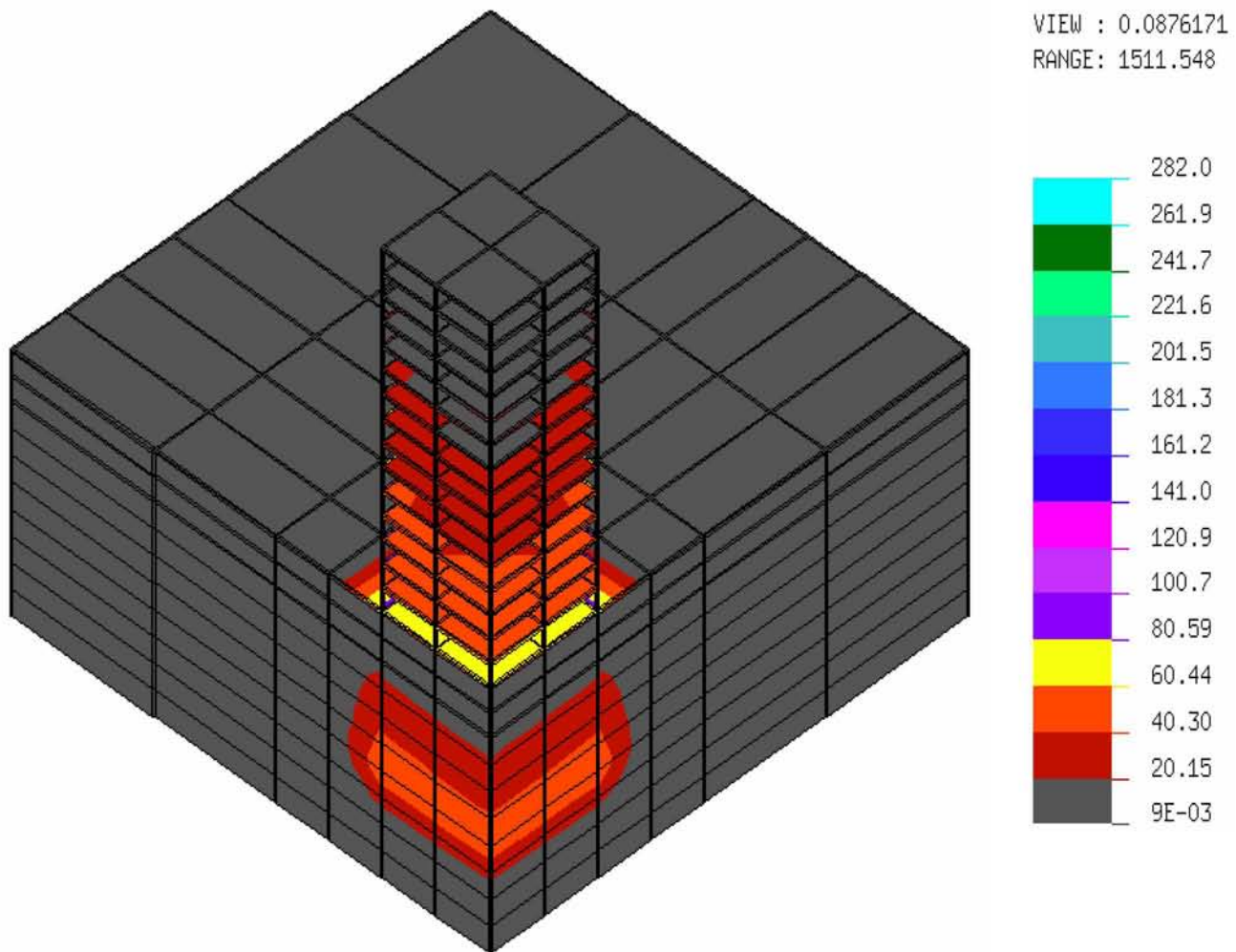
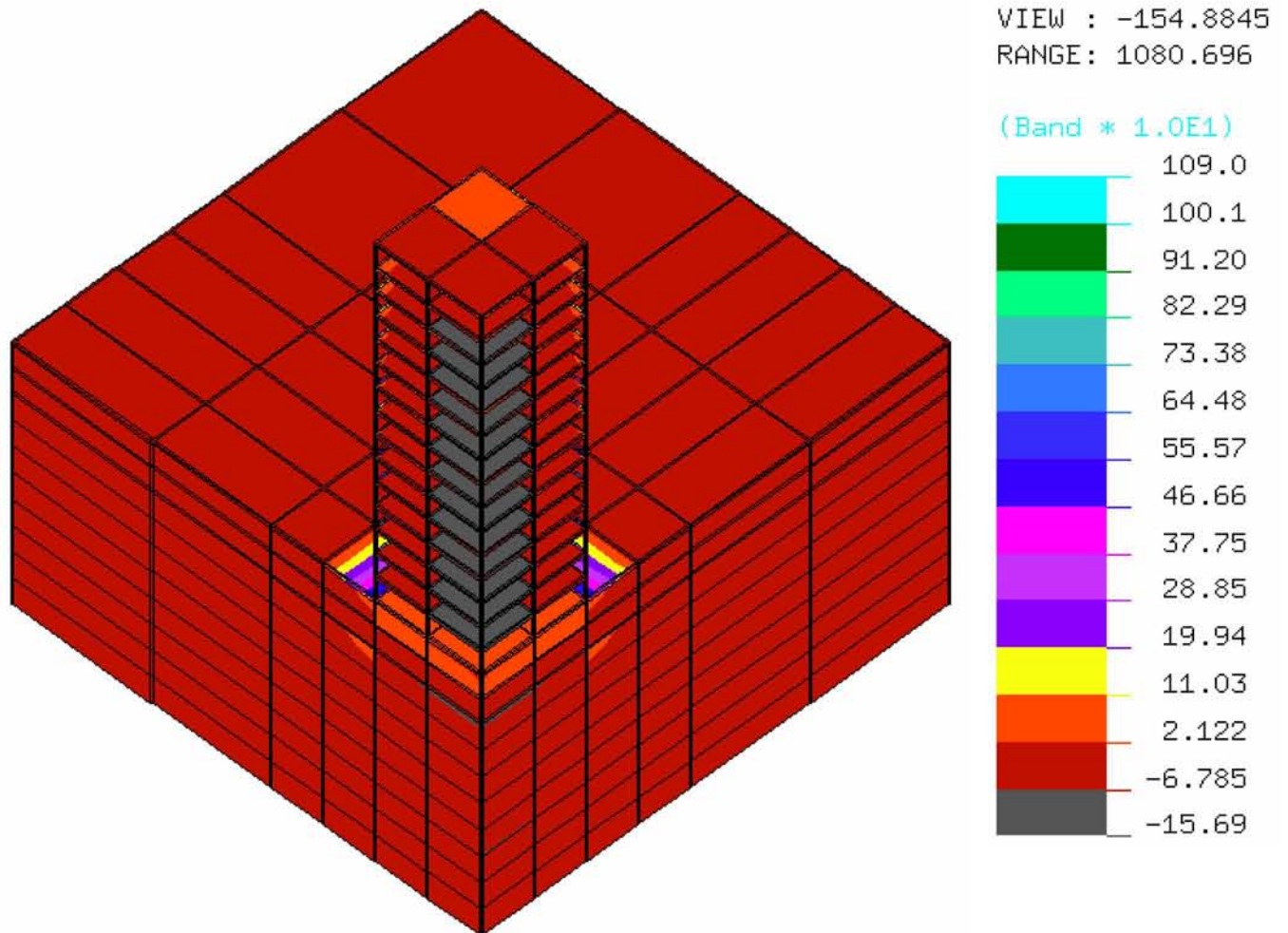


Figura.27

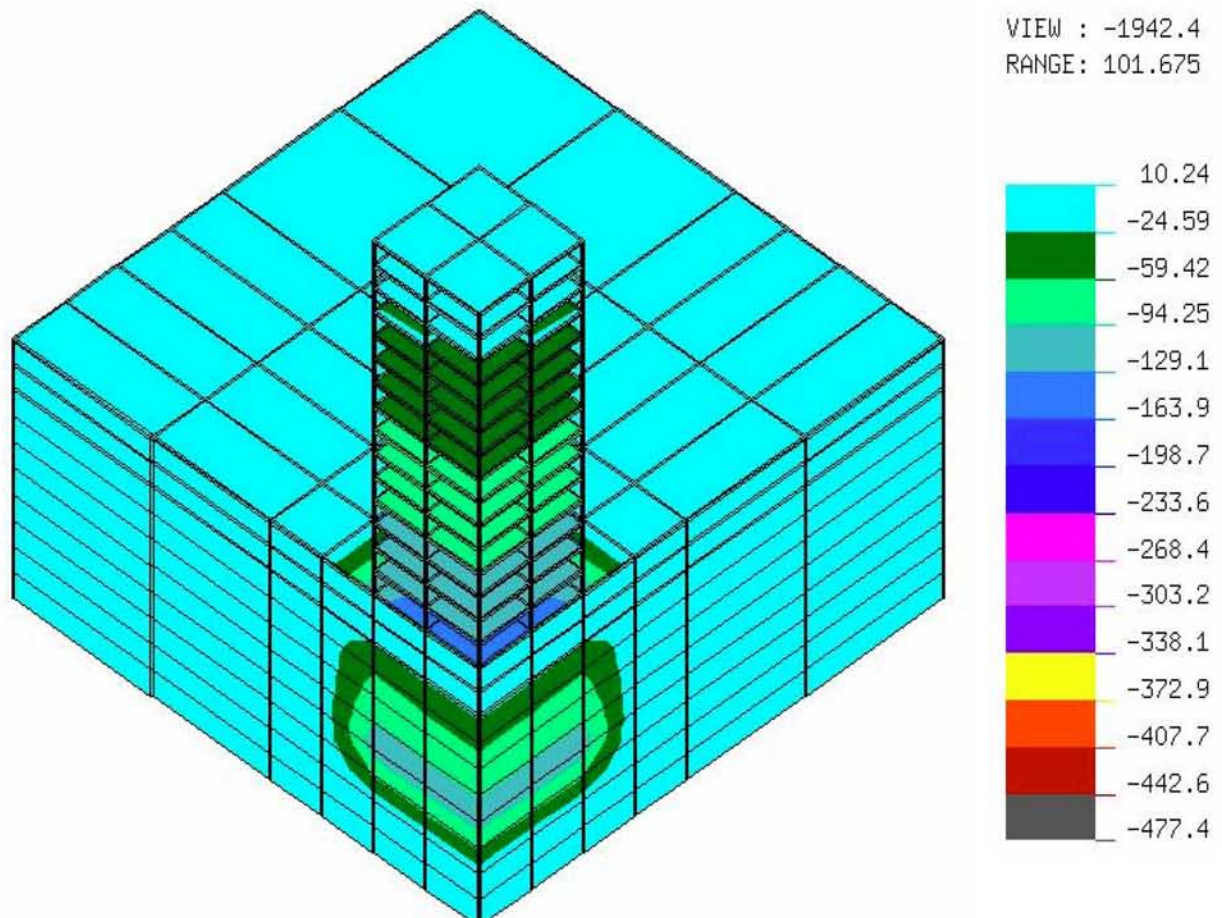
Los mayores esfuerzos cortantes, asociados a la descarga del edificio, se transmiten al suelo principalmente en la zona de los pilotes. Cabe mencionar que el mecanismo de falla de los pilotes esta asociado a la fricción que se desarrolla en el fuste. Por lo que podemos indicar que estos son los elementos de la cimentación sometidos a mayor carga.





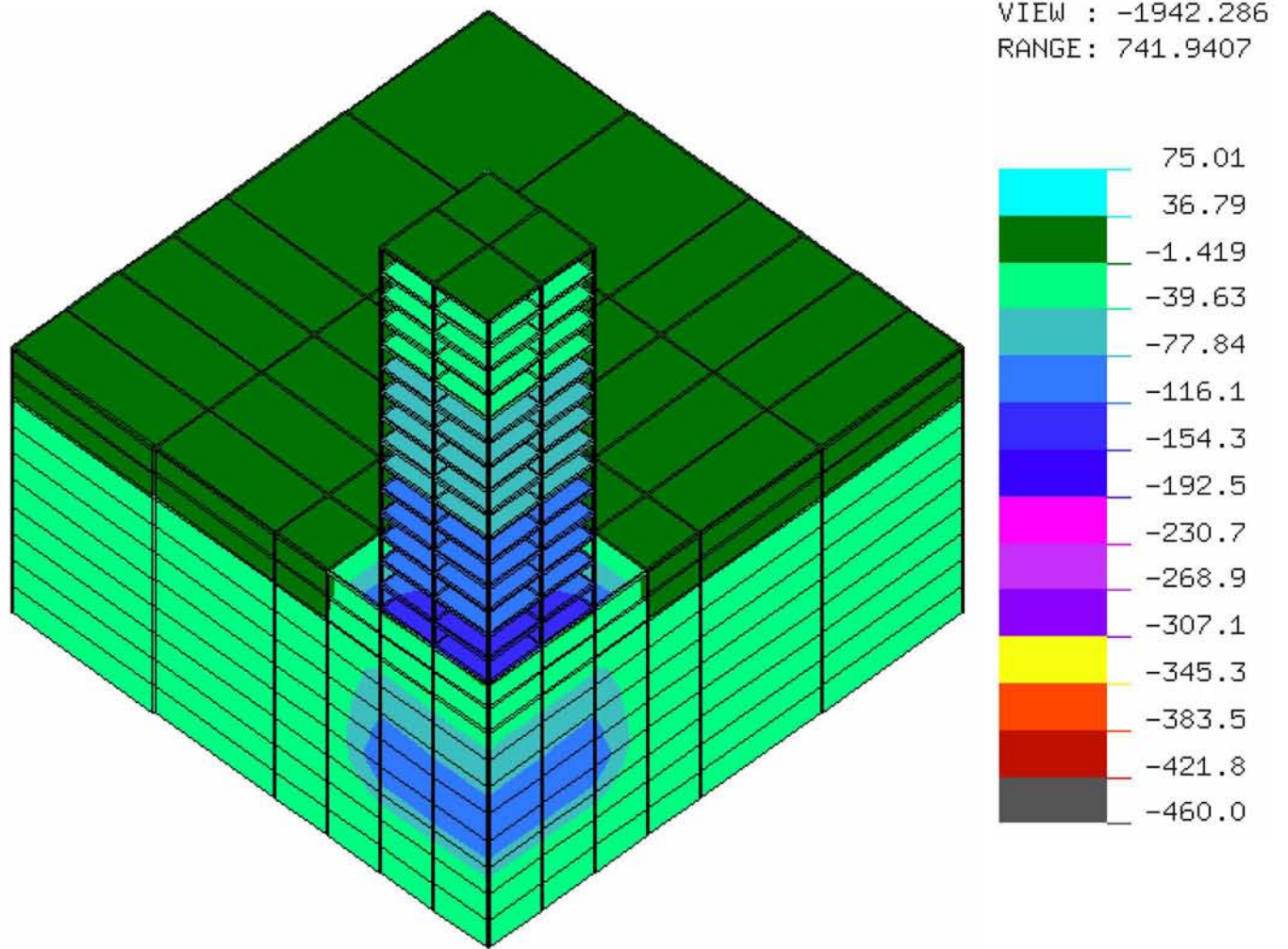
**Figura.28**  
**Esfuerzo principal mayor isométrico corte.**

Debajo del cajón podemos observar una pequeña concentración de esfuerzos debido a que es menor el esfuerzo principal mayor en esa zona (fig. 27). Así mismo se observa con claridad que los esfuerzos alrededor del edificio muestran sus mayores valores.



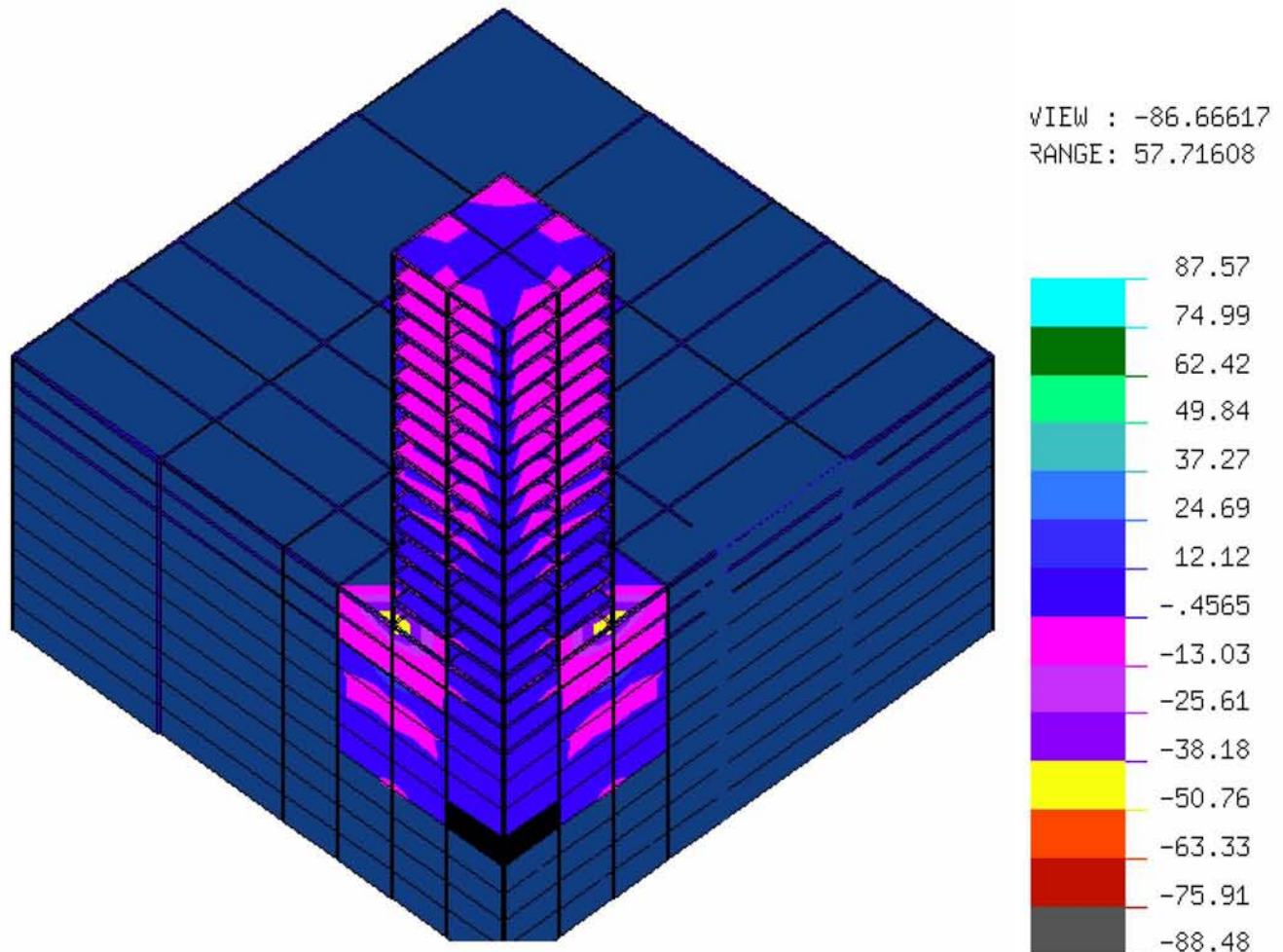
**Figura. 29**  
**Esfuerzo principal menor isométrico corte.**

Las fuerzas de mayor magnitud son descargadas en la zona de pilotes (Fig.28 y 29), como se muestra en la figura, se distingue como los esfuerzos decrecen a medida que se van alejando de las cercanías de el edificio.



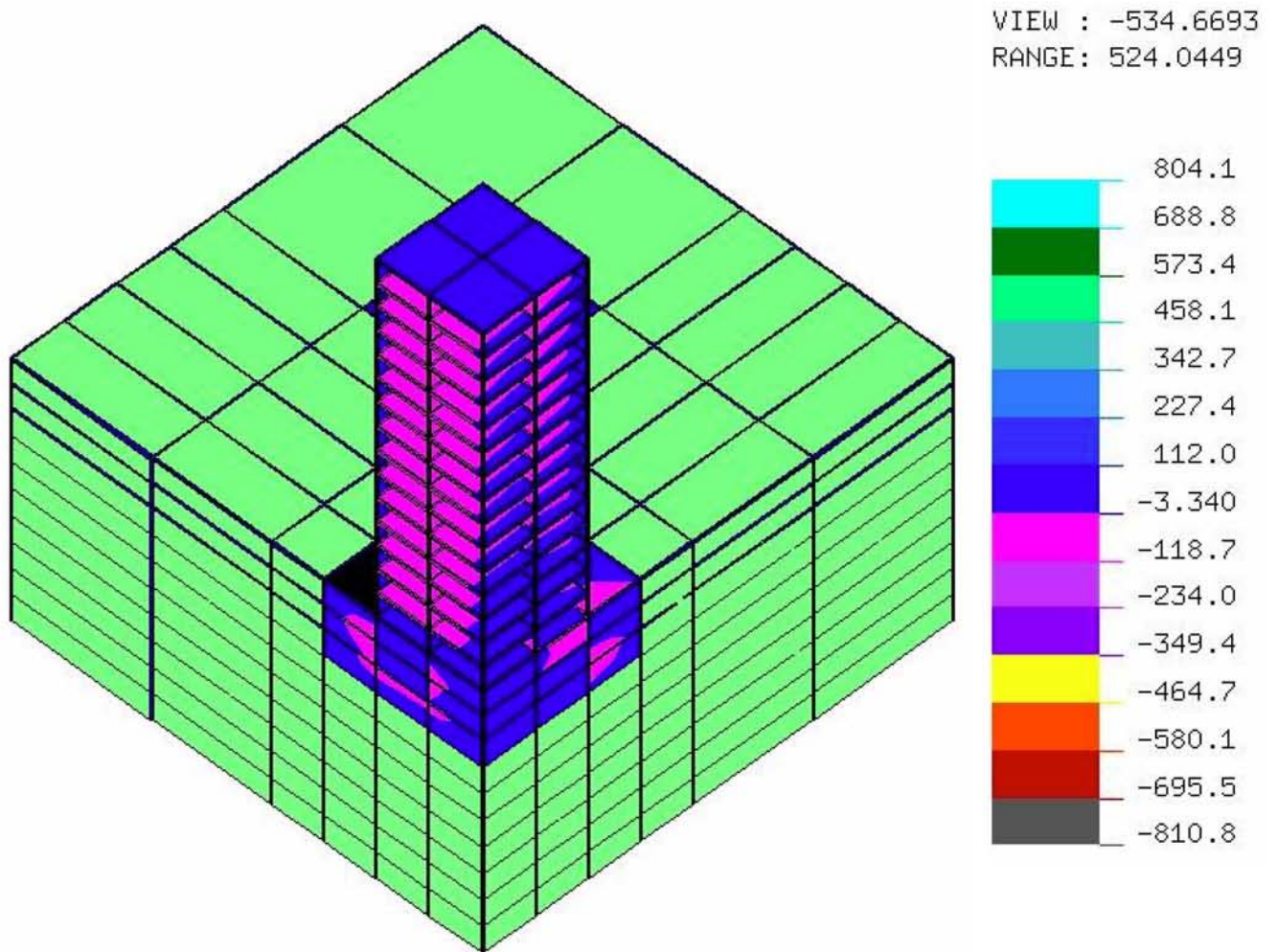
**Figura. 30**  
Esfuerzos en z, corte.





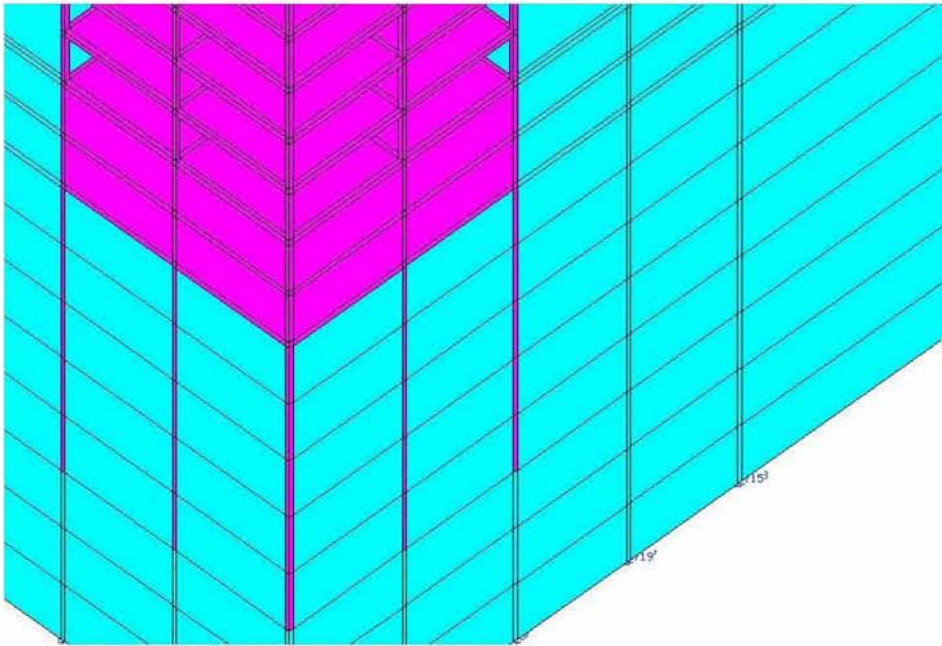
**Figura. 31**  
**Esfuerzo cortante XY .**

El esfuerzo cortante debido a las cargas originadas por el peso de el edificio son absorbidos principalmente en el área de el cajón de cimentación, debajo de él los esfuerzos se reducen considerablemente, en los estratos inferiores los esfuerzos se vuelven insignificantes.



**Figura. 32**  
**Esfuerzos cortante xz.**

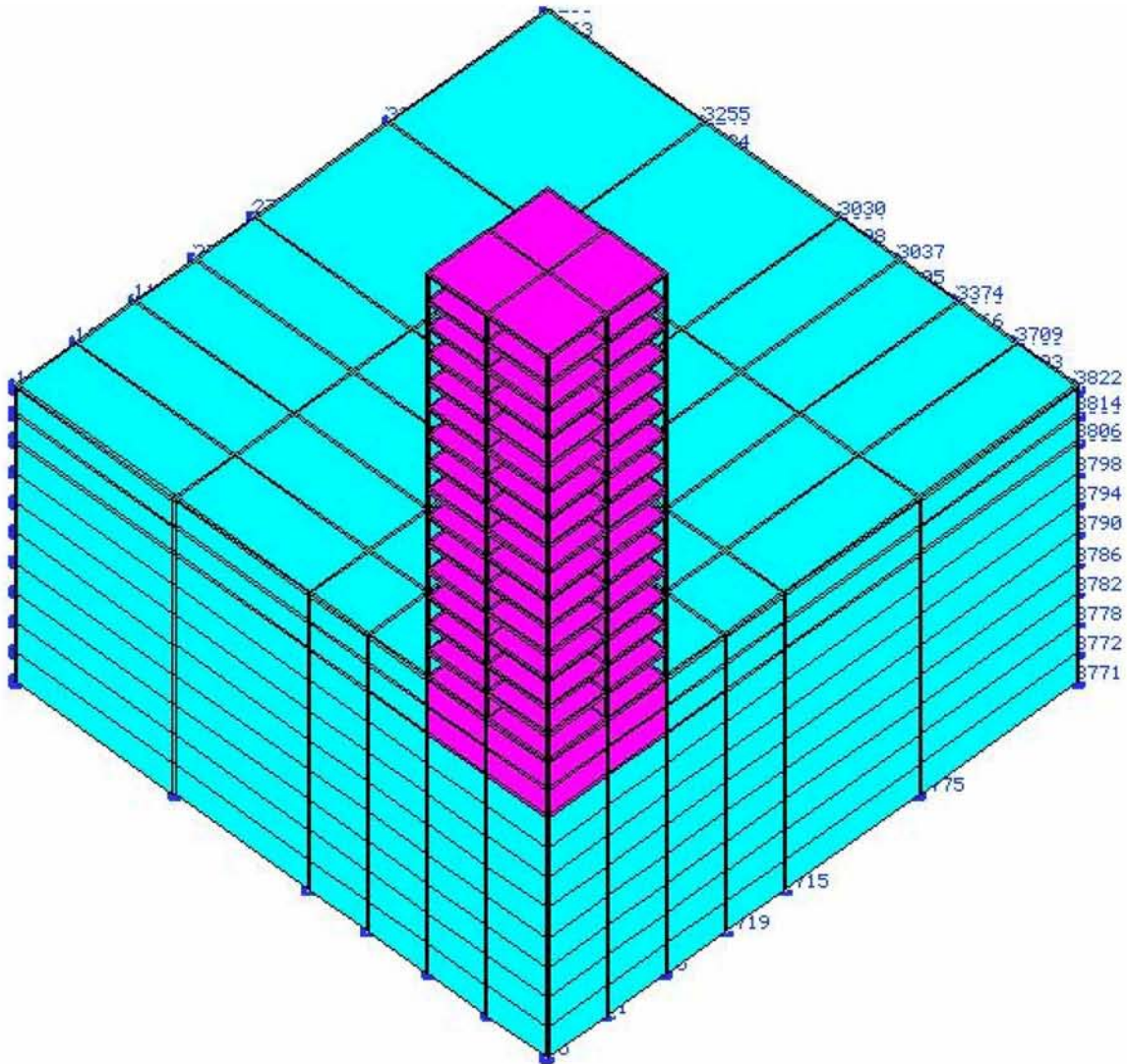
Los esfuerzos cortantes vistos desde un plano xz son de menor magnitud debajo del cajón mostrando valores similares tanto en el área central como en los alrededores del edificio.



**Figura. 33 Suelo**

Debajo de el cajón de cimentación tenemos el estrato de suelo, como dimensiones 15 m de profundidad por 25 m de espesor, cabe mencionar que se tomaron las medidas antes mencionadas para favorecer el trabajo de el cajón, también se puede observar la magnitud de los pilotes respecto al suelo.





**Figura. 34** Modelo edificio, corte.

La posición del edificio con respecto al cajón de cimentación así como las dimensiones de dicho cajón se muestra en las Fig. 33 y 34, se observa también los estratos de suelo en el corte arriba mostrado.

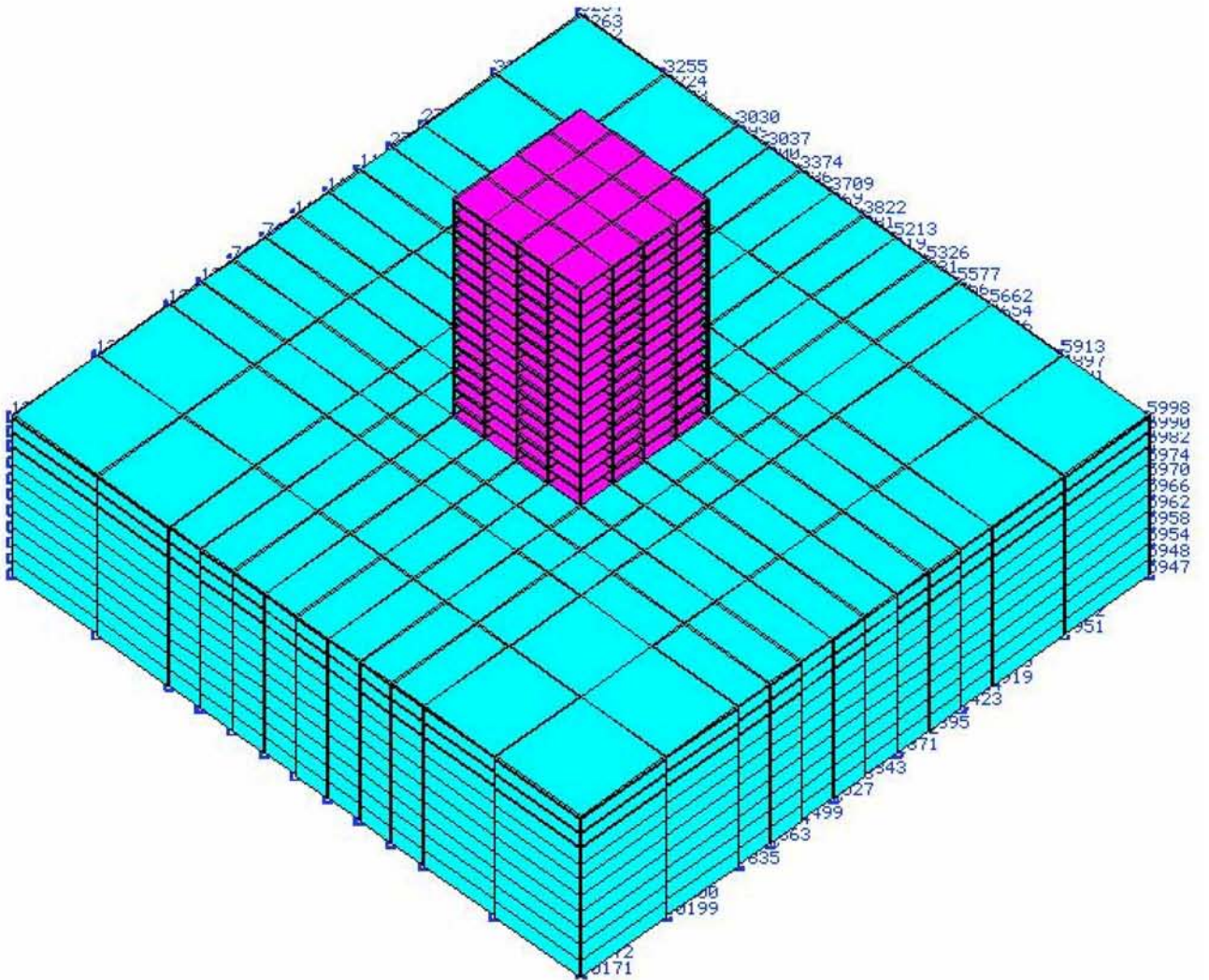
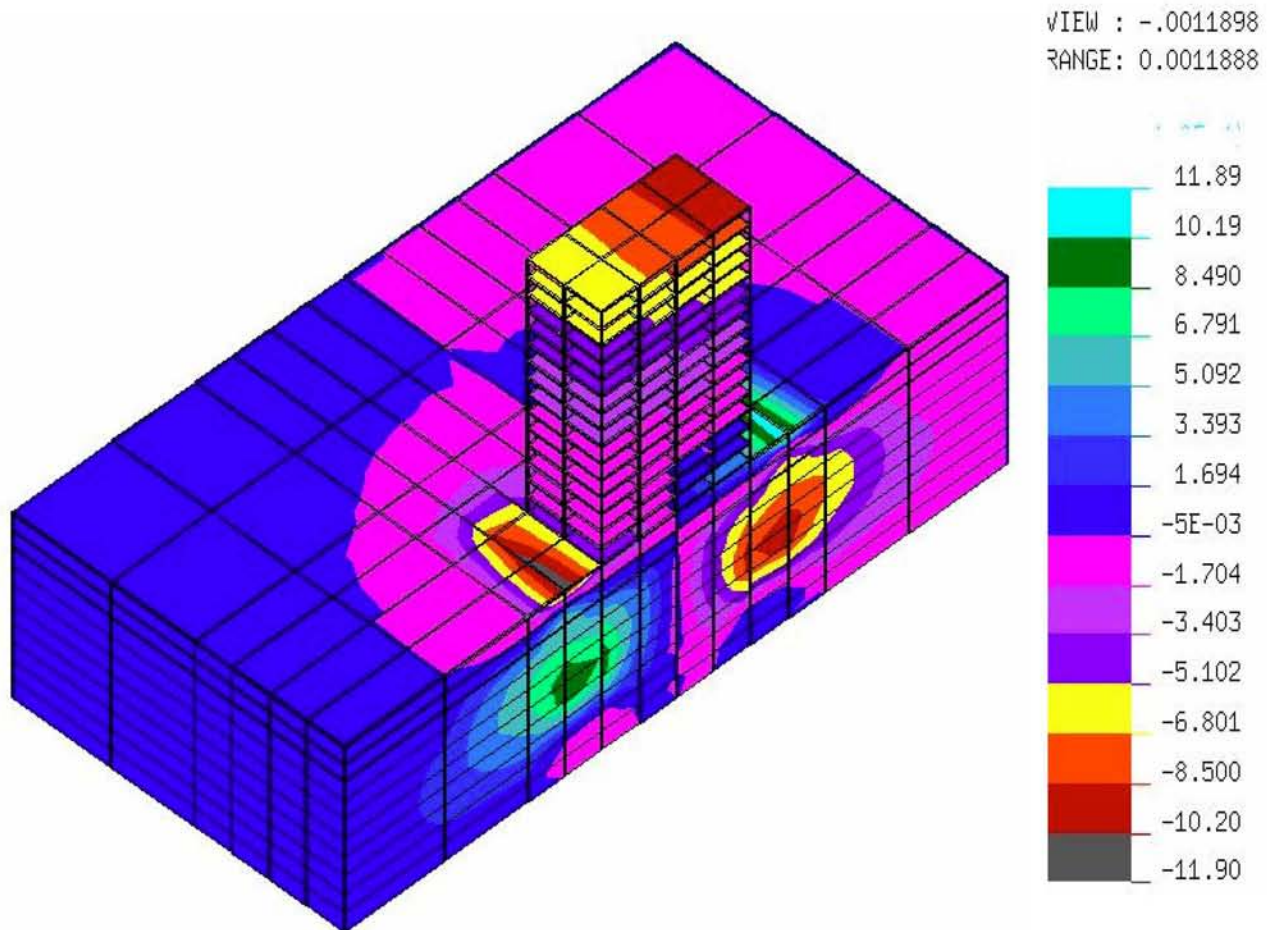


Figura.35 Modelo isométrico.





**Figura. 36** Modelo edificio, corte en Y.

La reacción en esfuerzos provocados por el peso de el edificio es mostrado en la Fig.35, el mayor valor ocurre tanto en la zona de pilotes como en los zonas aledañas a el edificio, en la parte debajo de pilotes los esfuerzos disminuyen.



## CONCLUSIONES

Cuando el suelo situado al nivel en que se desplantaría normalmente una zapata o una losa de cimentación, es demasiado débil o compresible para proporcionar el soporte adecuado, las cargas se transmiten a material más adecuado a mayor profundidad por medio de pilotes.

Los pilotes soportarán la totalidad de las solicitaciones transmitidas por el edificio, por lo que deberán diseñarse estructuralmente para soportar las cargas axiales de trabajo de compresión y tensión de análisis estructural, así como los incrementos de cargas resultantes de la transferencia de carga pilote-suelo por fricción en el fuste .

Asimismo deberá de garantizarse la continuidad estructural entre columna y muros de rigidez y sus pilotes de apoyo; la estructura deberá de ser capaz de soportar los asentamientos diferenciales entre grupos de pilotes , los cuales ocurrirán principalmente durante la construcción.

Por tanto se han desarrollado diferentes técnicas de interacción estática suelo-estructura, en la mayoría de ellas determinan las deformaciones del terreno utilizando la matriz de rigideces, mientras que en otras la de flexibilidades. Todas ellas para evaluar de manera más realista el comportamiento de las estructuras.

El objetivo de este trabajo fue describir el procedimiento de cálculo del sistema de reacciones sobre la losa de fondo de una cimentación parcial o totalmente compensada, desplantada por encima o por debajo del nivel freático, considerando la interacción suelo-estructura para una cimentación en condiciones estáticas.

El programa de análisis propuesto, para la aplicación de método de interacción suelo-estructura, diseñado para las cargas consideradas en un edificio de 15 pisos y una cimentación con pilotes, las cargas son transmitidas principalmente, presentando sus valores mayores en la zona perimetral en los estratos superiores, conforme se avanza en profundidad los valores tienden a disminuir considerablemente hasta ser considerados insignificantes.



Asimismo los mayores esfuerzos asociados a las descargas del edificio son absorbidos principalmente en la zona de pilotes.

El edificio analizado presenta mayor grado de deformación en la zona central, en las orillas se puede observar claramente que no existe deformación alguna, asimismo debido a la acción de los pilotes con respecto a las cargas originadas por el edificio se percibe una ligera emersión.

El asentamiento bajo carga estática se evalúa aplicando el procedimiento suelo-estructura ; sin embargo, deberá de verificarse que la presión neta  $W_n$  tenga un factor de seguridad mínimo contra asentamientos de 1.5 respecto al esfuerzo de preconsolidación en los suelos influenciados por el cajón, para evitar que se desarrollen asentamientos excesivos.

En las cimentaciones sobrecompensadas deberán evaluarse las expansiones adicionales que pueden surgir a largo plazo a consecuencia de la interacción entre la descarga de cimentaciones sobrecompensadas y el proceso de consolidación regional por efecto de absorción de agua en suelos arcillosos .

Las normas técnicas restringen el asentamiento medio en el predio de un máximo de 30 cm en construcciones aisladas y de 15 cm en construcciones colindantes; por su parte, la emersión máxima se limita a 30 cm.

Finalmente cuando en cimentaciones ubicadas en la zona del lago (Zona III) se tenga una sobre- compensación mayor de  $1.5 \text{ t/m}^2$ , este valor deberá de justificarse en términos de no afectación a las estructuras colindantes. En cualquier caso deberá de considerarse el efecto de la velocidad de deformaciones en los daños a colindancias.



## BIBLIOGRAFIA

- Zeevaert, L. (1980), Interacción suelo-estructura de cimentaciones superficiales y profundas. Ed. Limusa, México 1ª. Ed.
- V.C. Launder (1975), Cimientos. Ed. Blume, México. 2ª Ed.
- Marsal Raül. (1986), Diseño y construcción de cimientos en el D.F. Ed. CFE, México. 2ª Ed.
- Gordon A. Fletcher(1991), Estudio de suelos y cimientos en la industria de la construcción, Ed. Limusa. México 1ª Ed.
- Olguín Ernesto(1992), Diseño geotécnico de cimentaciones. Ed. Geo tgc, México 1ª Ed.
- Tamez, E.(1987), Manual de diseño geotécnico, Ed. COVITUR, México1a Ed.
- SMMS(1983), Manual de diseño y construcción de pilas y pilotes. México 1ª Ed.
- Departamento del Distrito Federal(1987), Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, Gaceta oficial del DDF, Quinta época No.9
- SMMS(1976), Cimientos Profundos colados en sitio. México 1ª Ed.
- Peck, Hanson(1995), Ingeniería de cimentaciones. Ed. Limusa, México 5ª Ed.