



Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Ingeniería

---

---

# **Análisis tridimensional de la columna vertebral mediante elemento finito.**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA:

GABRIEL VÁZQUEZ PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS: M. I. Álvaro Ayala Ruiz



Ciudad Universitaria, México D.F.

2006



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

*A mis padres:*

***Gabriel Gustavo Vázquez Montes de Oca***

***María Irene Pérez Cerón***

*A quienes les agradezco la vida, lo que soy, por estar siempre conmigo y por todo su apoyo y amor.*

*A mis hermanos:*

***Gustavo Aarón***

***y***

***Joel Tonatiuh***

*Gracias por darme su cariño y comprensión, por crecer conmigo y por estar a mi lado.*

---

---

---

## **Agradecimientos.**

*Mis agradecimientos a la:*

### ***Universidad Nacional Autónoma de México***

*Por haberme permitido pertenecer a esta institución y desarrollarme dentro de sus aulas e instalaciones donde pude adquirir los verdaderos conocimientos.*

*A mi asesor:*

***M. I. Álvaro Ayala Ruiz***

*Por todo el apoyo y consejos que me brindo para la realización de este trabajo.*

*Al honorable jurado.*

*A todos los maestros y profesores a lo largo de mi trayectoria estudiantil.*

*A todas las personas que me apoyaron en la elaboración de este trabajo:*

***Ing. Felipe Lugo Ramírez,***

***Ing. Ricardo Lozada Bastida,***

***Dr. Miguel Camarillo Juárez.***

*Muy en especial doy las gracias al*

***Dr. Luis M. de la Cruz Salas,***

*Jefe del laboratorio de visualización de la DGSCA, por su importante apoyo y contribución para la elaboración de este trabajo.*

*A todos mis compañeros de la Facultad de Ingeniería. Muy en especial a mis amigos y compañeros de estudio:*

***Zeus Zamora Guevara***

***Edgar Chol Orea***

***Omar Ramírez Ramírez***

---

---

---

---

# ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL DE COLUMNA VERTEBRAL MEDIANTE ELEMENTO FINITO

## *Índice*

	<b>Página</b>	
<b>Introducción.</b>	1	
<b>CAPÍTULO I</b>		
<b>Anatomía de la columna vertebral</b>		
1.1	Introducción.	3
1.2	Conceptos fundamentales.	3
1.3	Arquitectura.	3
1.3.1	Vértebras	5
1.3.2	Vértebras cervicales	6
1.3.3	Vértebras dorsales.	6
1.3.4	Vértebras lumbares.	7
1.3.5	Vértebras sacras.	7
1.3.6	Estructura del cuerpo vertebral.	8
1.3.7	Articulaciones vertebrales.	10
1.3.8	Ligamentos vertebrales.	11
1.4	Musculatura de la columna.	12
1.5	Disco intervertebral.	14
1.5.1	Deformaciones y fuerzas que recibe el disco.	15
1.6	Propiedades del hueso.	16
1.6.1	Composición y estructura del hueso.	16
1.6.2	Hueso cortical y trabecular.	18
1.6.3	Clasificación y partes del hueso.	19
1.6.4	Propiedades biomecánicas del hueso.	20

---

	<b>Página</b>
Referencias y bibliografía	23

## **CAPÍTULO II**

### **Resistencia de materiales**

2.1	Introducción.	24
2.2	Resistencia de materiales, esfuerzo.	24
	2.2.1 Tensor de esfuerzos, definición	26
2.3	Deformación.	26
2.4	Ley de Hooke.	28
2.5	Criterios de falla en los materiales.	30
	2.5.1 Criterio de esfuerzo cortante máximo (Tresca).	30
	2.5.2 Criterio de esfuerzo cortante octaédrico (Von Mises).	32
2.6	El método de elemento finito.	34
	2.6.1 El método de elemento finito como herramienta para determinar esfuerzos y deformaciones.	35
Referencias y Bibliografía		39

## **CAPÍTULO III**

### **Biomecánica de la columna vertebral**

3.1	Introducción.	40
3.2	El raquis lumbar en conjunto.	40
3.3	Movimientos de la columna vertebral.	41
	3.3.1 Extensión y flexión de la columna vertebral.	42
	3.3.2 Flexión lateral y rotación de la columna vertebral.	43
3.4	Cargas que soporta la columna vertebral.	44
3.5	Estática del raquis lumbar en posición erecta.	45
	3.5.1 Comportamiento de las cargas en el raquis lumbar con cuerpo erguido, sentado y acostado.	47
	3.5.2 Cargas del raquis lumbar al levantar objetos.	50
3.6	Patologías de la región lumbar.	52

	<b>Página</b>
3.6.1 Patologías de la región lumbar debidas a cargas de compresión.	53
3.6.2 Patologías de la región lumbar debidas a cargas cortantes.	54
3.6.3 Patologías de la región lumbar debidas a cargas torsión.	55
3.6.4 Patologías de la región lumbar debidas a flexión y/o extensión.	56
Referencias y bibliografía.	57

## **CAPÍTULO IV**

### **Análisis de elemento finito**

4.1 Introducción	58
4.2 Descripción del problema.	58
4.3 Caso de estudio.	59
4.3.1 Obtención de las cargas sobre la región lumbar para el caso de estudio.	60
4.4 Desarrollo de modelo del raquis lumbar sano.	63
4.4.1 Obtención de la geometría.	63
4.4.2 Modelado de elemento finito.	67
4.5 Resultados del análisis en raquis lumbar sano.	70
4.5.1 Resultados de deformaciones en Z en raquis lumbar sano.	71
4.5.2 Resultados de deformaciones principales en raquis lumbar sano.	74
4.5.3 Resultados de esfuerzos en raquis lumbar sano.	77
4.6 Desarrollo de modelo del raquis lumbar con espondilolistesis.	80
4.4.1 Obtención de la geometría.	81
4.4.3 Modelado de elemento finito.	81
4.7 Resultados del análisis en raquis lumbar con espondilolistesis.	82
4.7.1 Resultados de deformaciones en Z en raquis lumbar con espondilolistesis.	82
4.7.2 Resultados de deformaciones principales en raquis lumbar con espondilolistesis.	86
4.7.3 Resultados de esfuerzos en raquis lumbar con espondilolistesis.	88
4.8 Comparación entre los diversos resultados obtenidos en el raquis lumbar sano y en el raquis lumbar con espondilolistesis.	91

---

	<b>Página</b>
4.8.1 Análisis de resultados de deformaciones en Z entre el raquis lumbar sano y con espondilolistesis.	91
4.8.2 Análisis de resultados de deformaciones principales, Von Mises, entre el raquis lumbar sano y espondilolistesis.	95
4.8.1 Análisis de resultados de esfuerzos entre el raquis lumbar sano y con espondilolistesis.	97
Referencias y bibliografía.	101
<b>Conclusiones</b>	102

## INTRODUCCIÓN

La columna vertebral es una de las estructuras más importantes y complejas del cuerpo humano, no solo por su anatomía, sino también, por las funciones que realiza. Su estudio e interés en los últimos tiempos ha ido en aumento debido a los problemas y dificultades que presenta a lo largo de su vida. Dichos problemas, la mayoría de las veces, están directamente relacionados con cargas externas o movimientos bruscos que realiza la columna, llegándose a presentar principalmente sobre los elementos del raquis lumbar.

En los últimos años, se han realizado numerosas investigaciones sobre la biomecánica de la columna vertebral con el fin de conocer específicamente cuales son las fuerzas que provocan estos problemas; pero estos trabajos tienen limitaciones, pues los resultados de los experimentos realizados por los investigadores enfocados en esta área, varían por factores como: los procedimientos de medición y la constitución anatómica y fisiológica de los especímenes. No obstante, se sabe que los componentes de la columna vertebral (las vértebras) trabajan a compresión, en donde las fuerzas que reciben son provocadas por el mismo peso del cuerpo y por los movimientos de flexión y rotación que realizan; sin embargo, aún no se ha logrado determinar cuales son las magnitudes de fuerzas y movimientos máximos que pueden soportar las vértebras en conjunto.

Uno de los problemas de la columna más comunes, que se presenta en personas de México, es la espondilolistesis sobre alguna de las vértebras del raquis lumbar. Para solucionar esta enfermedad, es necesario conocer la biomecánica de la columna, con el fin de poder proponer y generar más tarde terapias y prótesis adecuadas que contribuyan a su mejoramiento y solución. A pesar del gran número de personas que presentan el problema de espondilolistesis en México, son mínimos los estudios en la columna vertebral que se han realizado en este país, por lo que no se han desarrollado aun prótesis o terapias, para ser utilizadas en la curación de patologías lumbares.

Como se sabe, la utilización de muestras reales de la columna para su estudio es complicada, pues al venir de cadáveres, sus propiedades mecánicas varían. Además, al ser las pruebas mecánicas en su mayoría destructivas su utilización no solo resulta costosa y compleja, sino que también muy ineficaz. Es por esta razón que en el presente trabajo, se propone un modelo analítico de la región lumbar de la columna, para después ser analizado mediante el uso del método de elemento finito (FEM), y poder de esta forma evaluar su comportamiento ante diversas condiciones de carga.

Para conocer la biomecánica del raquis lumbar, en el presente trabajo se plantean los siguientes objetivos:

- Estudiar el comportamiento de los esfuerzos y deformaciones de raquis lumbar sano y del raquis lumbar con espondilolistesis.
- Conocer y comprender el por qué de la distribución de esfuerzos y deformaciones sobre los diferentes elementos del raquis lumbar.

- Comparar los diferentes resultados de esfuerzos y deformaciones presentados en el raquis lumbar sano y con espondilolistesis ante diversas cargas.

Todos estos objetivos serán de gran utilidad para poder diseñar y proponer prótesis adecuadas que contribuyan a la solución de patologías presentadas en el raquis lumbar, además de contribuir en la formación de terapias curativas.

Para cumplir los objetivos antes citados, en el primer capítulo de este trabajo se revisa y explica brevemente la función y constitución anatómica del raquis lumbar, desde su arquitectura, hasta la composición y propiedades mecánicas de su estructura. En el segundo capítulo se presenta el marco teórico referente a esfuerzos y deformaciones, así como los criterios de falla y la definición del método de elemento finito. En el tercer capítulo, se explican los diferentes movimientos que realiza el raquis lumbar, así como también su comportamiento estático en diversas posiciones y situaciones cotidianas; además, también se mencionan las principales patologías y problemas que son motivo del presente análisis. En el cuarto capítulo, se presenta el planteamiento, las consideraciones y el diagrama del cuerpo libre, que se consideró para este trabajo, además de la descripción del procedimiento realizado y la presentación de los resultados obtenidos. Por último, se presentan las conclusiones de este trabajo y sugerencias para trabajo a futuro.

El proyecto presentado es financiado por la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico (DGAPA) de la UNAM, en el marco del fortalecimiento de la docencia a través del Observatorio de Visualización Ixtli, proyecto IN502206 Biomecánica de la rodilla y columna vertebral.

# CAPÍTULO I

## ANATOMÍA DE LA COLUMNA VERTEBRAL

### ***1.1 Introducción.***

En este capítulo se estudiarán las principales características de la columna vertebral, su funcionamiento, características físicas e importancia como estructura en el cuerpo humano así como los diversos elementos que forman e interactúan con la misma. Para tal motivo se describe la anatomía de la columna y de sus componentes, además de explicar la importancia y funcionamiento de cada uno de ellos.

Al final de éste capítulo también se menciona la composición del hueso, así como sus características físicas y mecánicas. Con el propósito de entender el comportamiento mecánico que presenta el hueso (en especial la vértebra) ante ciertas sollicitaciones externas.

### ***1.2 Conceptos fundamentales.***

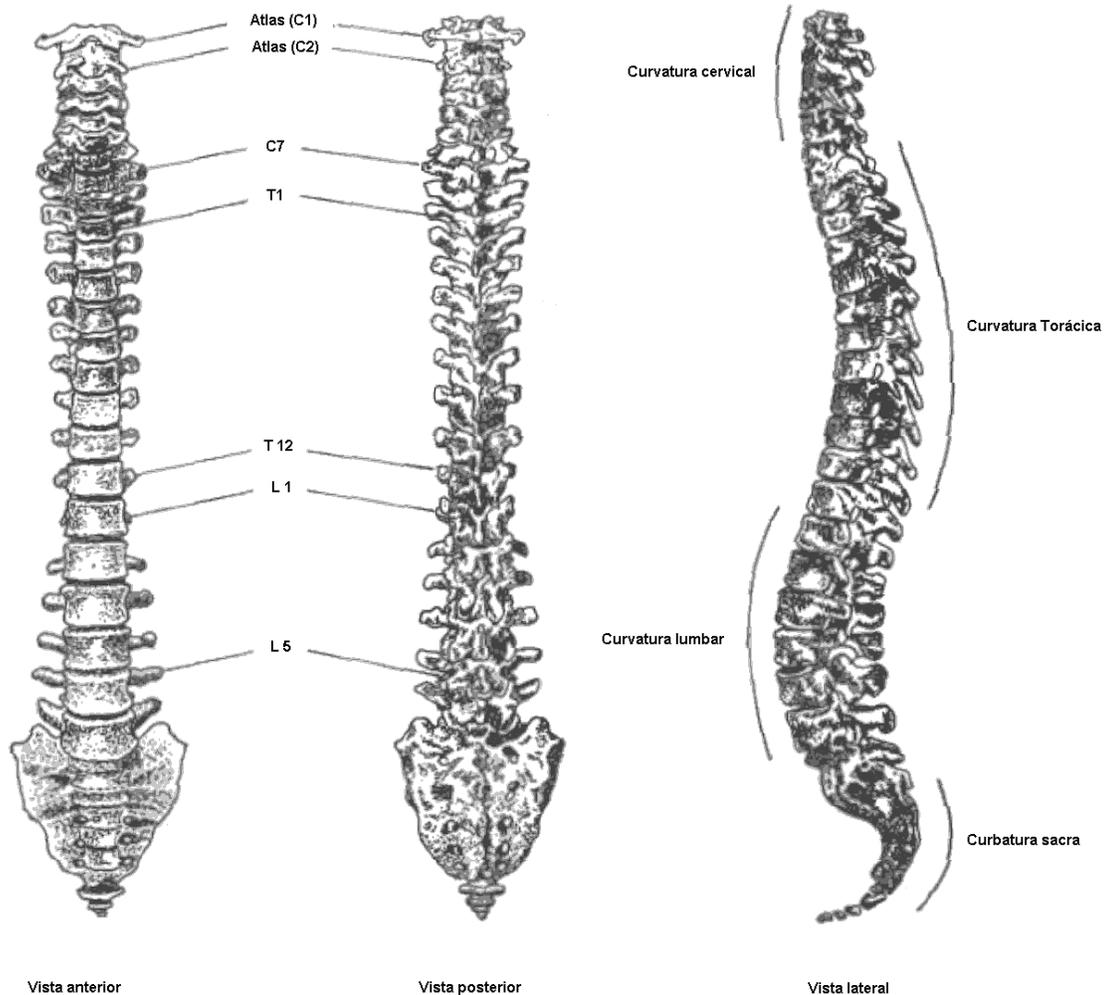
La columna vertebral, también conocida como columna raquídea, espinazo o simplemente raquis, es una de las estructuras más complejas del cuerpo humano cuyas principales funciones son el proteger la espina dorsal y el transferir las cargas provenientes de la cabeza al tronco y a la pelvis. La columna físicamente, es un tallo óseo largo situado en la línea media y en la parte posterior del tronco, que sirve como vaina protectora a la médula espinal y de punto de apoyo para la mayoría de las viseras. Por arriba empieza en la base del cráneo, descendiendo hasta la punta del cóccix mientras que por los lados confina sucesivamente con las regiones laterales del cuello, del tórax, del abdomen y de la pelvis. Su longitud, en un adulto de talla media varía de 73 a 75 cm.

### ***1.3 Arquitectura.***

La columna vertebral está formada por una serie de huesos superpuestos con regularidad, las vértebras, las cuales en el hombre, son en número de 33 a 34; 7 cervicales, 12 torácicas (dorsales), 5 lumbares, 5 sacras y 4 o 5 cóccigeas (figura 1.1) [3]. Las vértebras tienen características comunes entre sí, que las diferencian de los demás huesos, pero a su vez son distintas entre ellas, variando en forma y tamaño por lo que se dividen en regiones para su estudio, de esta forma tenemos (comenzando de arriba hacia abajo) la región cervical, dorsal, lumbar y sacra.

En lo sucesivo, para abreviar el nombre de las vértebras con respecto a la región en que se encuentren, las citaremos con la letra inicial de su nombre (Cervical, Dorsal, Lumbar o Sacra), en mayúscula y el número que de arriba hacia abajo le corresponde en su región; por ejemplo, para citar la segunda vértebra cervical será C2, para la octava vértebra dorsal D8, para la cuarta vértebra lumbar L4, para la primera vértebra sacra S1, etc.

Cada una de las 24 vértebras que componen a la columna vertebral está articulada entre las dos vértebras adyacentes a ella. La espina dorsal adquiere su estabilidad gracias a los discos intervertebrales y a los ligamentos y músculos que la rodean; los discos y ligamentos le proveen estabilidad intrínseca mientras que los músculos le dan soporte extrínseco [1].



**Figura 1.1. La columna vertebral.**

Los cuerpos de las vértebras, que están colocados uno encima del otro, forman una columna fuerte y flexible para sostener el cráneo y tronco, y para proporcionar superficies articulares para la inserción de las costillas. Los arcos (Fig. 1.2) forman un cilindro hueco que protege a la medula espinal. Vista de lado, la columna vertebral presenta cuatro curvaturas (Fig. 1.1), que son alternadamente cóncavas y convexas. Las dos cóncavas, llamadas torácica y pélvica, se llaman curvaturas primarias por que existen desde la vida fetal y corresponden al acomodo de las viseras. Las dos convexas, llamadas cervical y lumbar, se denominan secundarias o compensadoras por que se desarrollan después del nacimiento. La curvatura cervical comienza a aparecer cuando el niño es capaz de sostener su cabeza (alrededor de los 3 a 4 meses) y esta bien formada

cuando se sienta erecto (alrededor de los 19 meses). La curvatura lumbar se forma cuando el niño empieza a caminar, entre los 12 y 18 meses de edad [2].

Las curvaturas espinales confieren a la columna un grado considerable de elasticidad y fuerza, que son aumentadas aun más por los ligamentos amarillos y los discos fibrocartilaginosos [1].

### 1.3.1 Vértebras

Como se menciona anteriormente, la parte fundamental de la columna vertebral son la serie de huesos superpuestos llamados vértebras, La vértebra es la estructura que representa la unidad básica de movimiento funcional de la espina. A pesar de que las vértebras poseen diferencias, en términos generales se les pueden distinguir las siguientes partes:

- a) un cuerpo (1), que tiene la forma de un cilindro y ocupa la porción anterior.
- b) un arco vertebral o neural, detrás del cuerpo, formado por dos porciones laterales, *los pedículos* (2), que se continúan hacia atrás con una lámina (3). Al unirse el arco y el cuerpo se forma un espacio llamado *agujero vertebral*. Los agujeros vertebrales superpuestos forman el canal vertebral (conducto vertebral o raquídeo) donde se aloja la medula espinal y, entre un pedículo y otro, se forma el agujero intervertebral por donde pasan los nervios raquídeos.
- c) Siete salientes llamadas procesos (*apófisis*): entre el pedículo y la lámina hay un proceso transversal, (apófisis transversal (4)); en la parte posterior hay un proceso espinoso (apófisis espinosa (5)) y cuatro procesos articulares (apófisis articulares (6)), de los cuales dos son superiores y se articulan con los procesos articulares inferiores de la vértebra de arriba, y dos son inferiores y se articulan con los procesos articulares superiores de la vértebra que esta abajo [3].

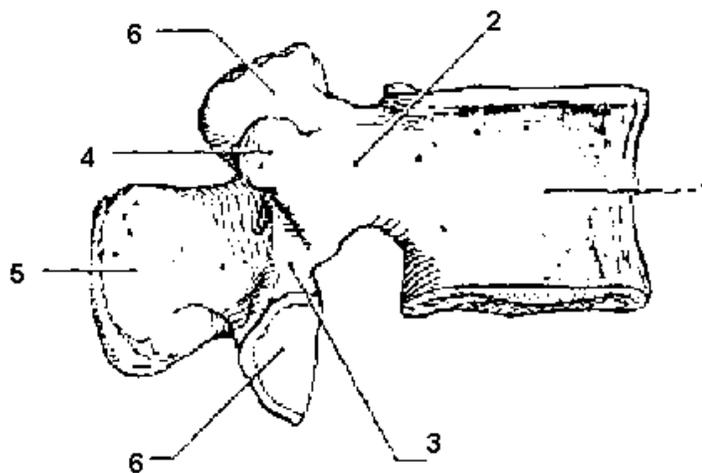


Figura 1.2. Vista lateral de una vértebra.

### 1.3.2 Vértebras cervicales.

Puesto que las vértebras cervicales soportan el menor peso, sus cuerpos son relativamente pequeños y delgados con relación al tamaño del arco vertebral y el foramen vertebral, pero sus arcos son mayores. Las apófisis espinosas son cortas y a menudo están adheridas en su extremo, o sea, son bífidas. Cada apófisis transversa esta atravesada por un agujero (orificio transverso) por el que pasan los nervios, la arteria vertebral y la vena correspondiente [2].

Las vértebras cervicales primera y segunda difieren de modo considerable del resto. La primera o atlas, llamada así porque sostiene a la cabeza (Fig. 1.4), es un anillo óseo que esta formado por un arco anterior y otro posterior y dos masas laterales voluminosas. Estas tienen una superficie articular superior y otra inferior. Cada superficie superior forma una cavidad para recibir el cóndilo occipital correspondiente, con lo que es posible realizar los movimientos hacia atrás y delante de la cabeza. El anillo ase o esta dividido en una sección anterior y otra posterior por un ligamento transverso. La parte posterior de este anillo contiene la medula espinal, y la sección anterior o frontal alberga la prolongación ósea que sale de la cara superior del cuerpo de la segunda vértebra cervical o el axis. Esta prolongación ósea, la apófisis odontoides, forma un pivote y a su alrededor el atlas gira cuando la cabeza se vuelve de un lado a otro, estando articulado firmemente al cráneo (Fig. 1.3) [4].

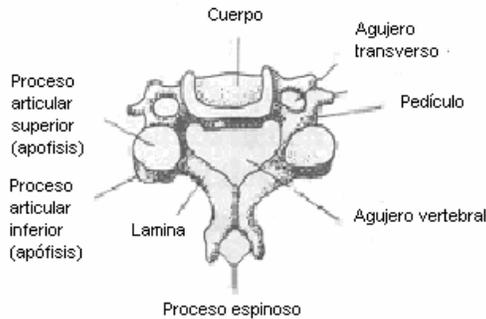


Figura 1.3. Vista superior de una vértebra cervical

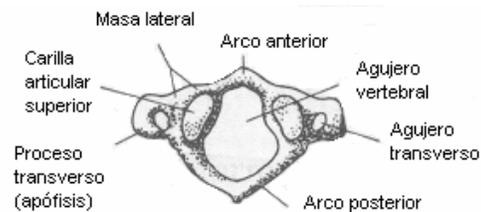


Figura 1.4. Vista superior del Atlas

### 1.3.3 Vértebras dorsales.

Los cuerpos de las 12 vértebras dorsales son mayores y mas fuertes que las cervicales pues dan soporte a las costillas. La primera y las ultimas cuatro tienen peculiaridades especificas, como sus articulaciones costales, para la segunda a la octava pueden cubrirse con una descripción común [2].

El cuerpo de la vértebra dorsal tiene forma de corazón y su longitud y diámetro son mas o menos de la mitad entre el de los centros cervical y lumbar. Las apófisis transversas son más largas y pesadas que las de las cervicales, y todas, excepto las últimas 2 (D11y D12), tienen facetas para la articulación con los tubérculos de las costillas. Las apófisis espinosas son largas y están dirigidas hacia abajo [4].

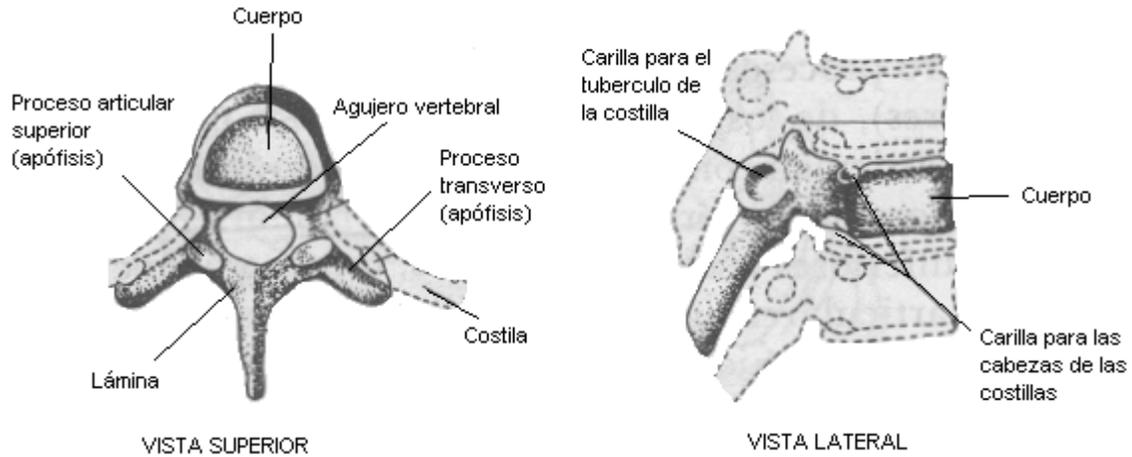


Figura 1.5. Vista superior y lateral derecha de una vértebra dorsal

### 1.3.4 Vértebras lumbares.

Las vértebras lumbares son las 5 más bajas de la columna presacra. Todas sus características están expresadas en proporciones más masivas, pero sus rasgos diagnósticos esenciales son negativos; es decir, se distinguen fácilmente de otros elementos regionales por que carecen de un agujero transverso o de facetas articulares frontales. Las apófisis transversas son planas y con forma de ala en los 4 segmentos lumbares. Las apófisis inferiores son extensiones de las laminas que dirigen las superficies articulares en sentido ventrolateral [2].

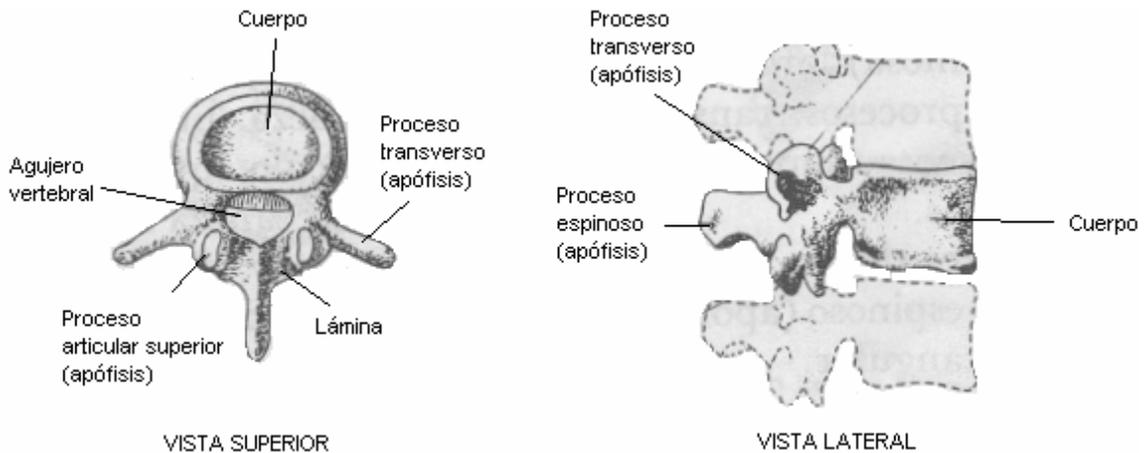


Figura 1.6. Vista superior y lateral derecha de una vértebra lumbar

### 1.3.5 Vértebras sacras.

El sacro consta de cinco vértebras fusionadas que forman un complejo triangular de hueso que da soporte a la columna y constituye la parte posterior de la pelvis. Tiene una acentuada curvatura e inclinación hacia atrás, de manera que su primer elemento se articula con la quinta vértebra lumbar en un ángulo pronunciado (el

ángulo sacrovertebral). Si bien las 24 vértebras de la columna presacra se dividen en tres grupos diferentes en los cuales los miembros individuales pueden reconocerse por una o dos características regionales distintivas, también hay una modificación cráneo caudal gradual, de modo que de diversas maneras, las vértebras que se encuentran por arriba y por debajo del punto de delimitación regional son de transición y tienen algunas de las características de ambas regiones [4].

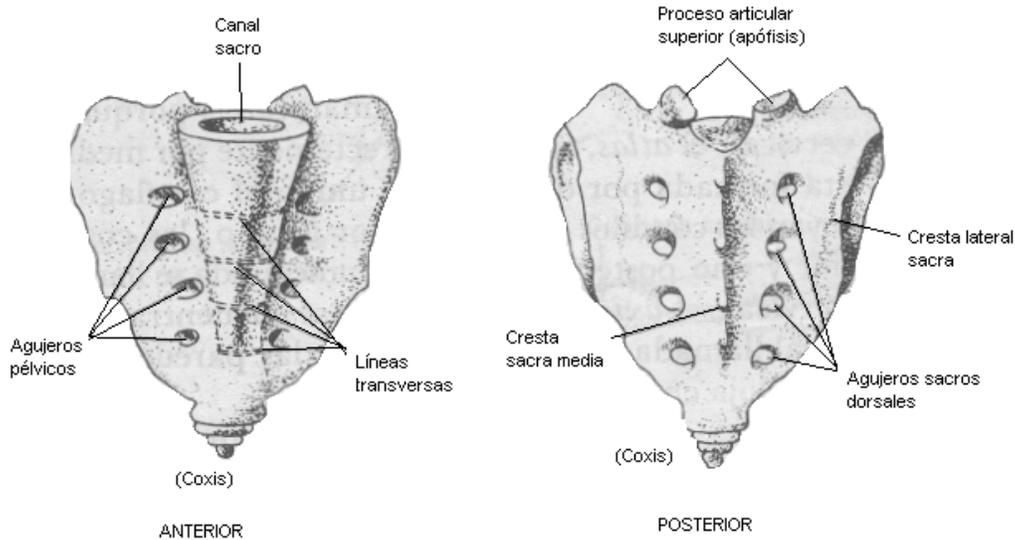


Figura 1.7. Vista superior y lateral derecha del sacro y del coxis

### 1.3.6 Estructura del cuerpo vertebral.

El cuerpo vertebral tiene la estructura de un hueso corto (Fig. 1.8b); es decir, una estructura en cascarón con una cortical de hueso denso rodeando al tejido esponjoso. La cortical de la cara superior y de la cara inferior del cuerpo vertebral se denomina meseta vertebral (m). Este es más espeso en su parte central donde se halla una porción cartilaginosa. La periferia forma un reborde (Fig. 1.8a), el rodete marginal (r). Este rodete procede del punto de osificación epifisaria que tiene la forma de un anillo y se une al resto del cuerpo vertebral hacia los 14 o 15 años de edad.

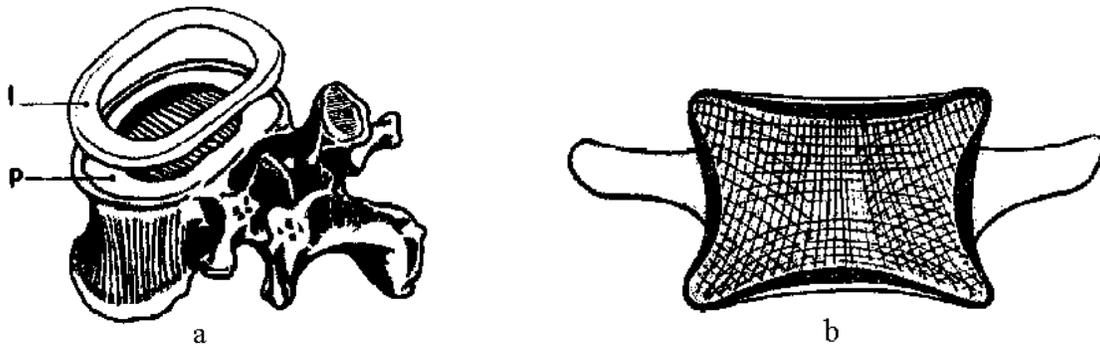


Figura 1.8. (a) Vista del rodete marginal en el cuerpo vertebral. (b) Corte verticofrontal del cuerpo vertebral

Esta estructura de “hueso corto”, le da a la vértebra características físicas especiales que le permiten soportar mayores cargas de compresión. En un corte verticofrontal del cuerpo vertebral (Fig. 1.8b), se puede constatar con claridad, a cada lado, corticales espesas, arriba y abajo, la meseta tibial cubierta por una capa cartilaginosa y en el centro del cuerpo vertebral travéculas de hueso esponjoso que se distribuyen siguiendo líneas de fuerza. Estas líneas son verticales y unen la meseta superior y la inferior, u horizontales que unen las dos corticales laterales, o también oblicuas, uniendo entonces la meseta inferior con las corticales laterales.

En un corte sagital (Fig. 1.9a), aparecen nuevamente las citadas travéculas verticales pero además, existen dos sistemas de fibras oblicuas denominadas fibras de abanico. Por una parte (Fig. 1.9b) un abanico se origina en la meseta superior para expandirse, a través de los dos pedículos, hacia la apófisis articular superior de cada lado y apófisis espinosa. Por otra parte (Fig. 1.10a), un abanico que se origina en la meseta inferior para expandirse, a través de los dos pedículos, hacia las dos apófisis articulares inferiores y la apófisis espinosa.

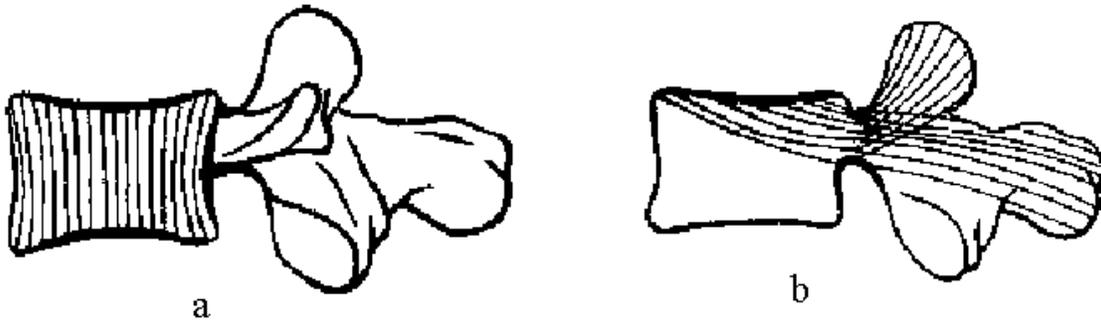


Figura 1.9. (a) Corte sagital del cuerpo vertebral. (b) Fibras en abanico del cuerpo vertebral

El cruce de estos tres sistemas trabeculares permite a la vértebra soportar mayores cargas de compresión, pues al trabajar en conjunto, las travéculas verticales transmiten las cargas de la parte superior a la inferior, mientras que las travéculas horizontales sirven como refuerzo a las verticales transmitiendo estas cargas en forma de tensión a los lados de la vértebra, evitando que la estructura de la vértebra se flexione (Fig. 1.10).

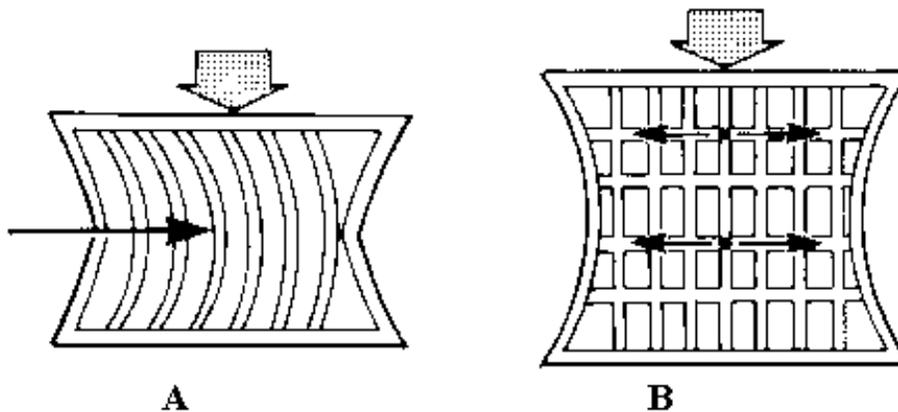


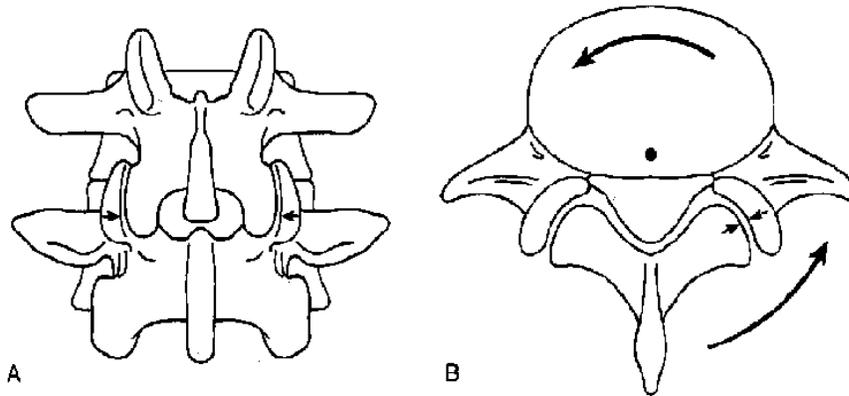
Figura 1.10.(A) Cuerpo vertebral con travéculas verticales . (b) Cuerpo vertebral con travéculas verticales y horizontales.

Lo anterior nos indica que el cuerpo vertebral posee propiedades mecánicas complejas ya que se trata de un material no homogéneo y no lineal, por lo que presenta distintas propiedades mecánicas en diferentes zonas.

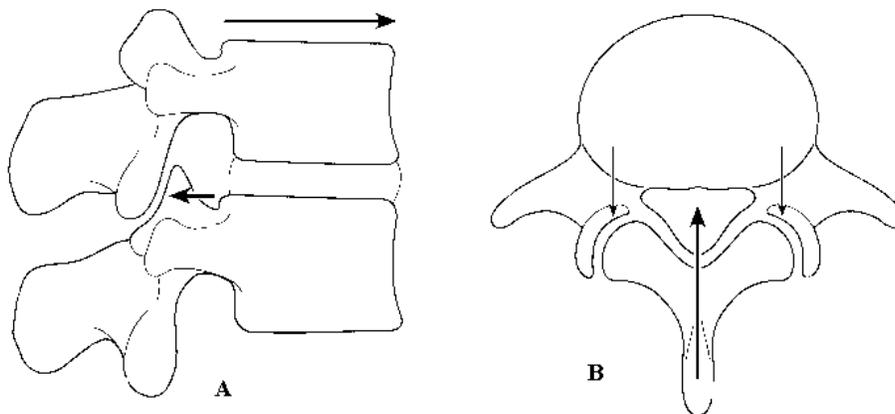
**1.3.7 Articulaciones vertebrales.**

Las articulaciones vertebrales constituyen un papel muy importante en la estructura vertebral pues funcionan como límites del movimiento mecánico, es decir, restringen su movimiento. Las articulaciones vertebrales están diseñadas para restringir los movimientos de rotación axial y de desplazamiento lateral. Al restringir la rotación axial, la articulación protege a los discos intervertebrales de sufrir lesiones debidas a una excesiva torsión. Mientras que al restringir el desplazamiento lateral, previenen la dislocación de los cuerpos vertebrales.

La rotación axial de las vértebras lumbares ocurre alrededor del eje que se encuentra aproximadamente a 1/3 del cuerpo vertebral y del disco lumbar (Fig. 1.11B). Cuando la rotación se esta llevando a cabo sobre este eje, los elementos posteriores de la vértebra inferior (apófisis superiores) chocan con las apófisis inferiores de la vértebra superior, que se mueven en sentido contrario, para restringir el movimiento. Este tipo de articulación se presenta en todas las vértebras, y su rango de movimiento dependerá de la anatomía de cada vértebra.



**Figura 1.11. Movimiento de rotación entre dos vértebras. A) Vista posterior, B) vista superior.**



**Fig. 1.12. Movimiento de deslizamiento lateral entre dos vértebras. (A) Vista lateral, (B) vista superior.**

Para restringir el desplazamiento axial entre una vértebra y otra, las articulaciones entre las apófisis sirven como tope a este movimiento, siendo las responsables de esta restricción las apófisis posteriores nuevamente. En una vista de perfil (Fig. 1.12 A) podemos ver como el deslizamiento entre las vértebras es limitado por las apófisis inferiores de la vértebra superior al chocar con las apófisis inferiores de la vértebra inferior.

### 1.3.8 Ligamentos vertebrales.

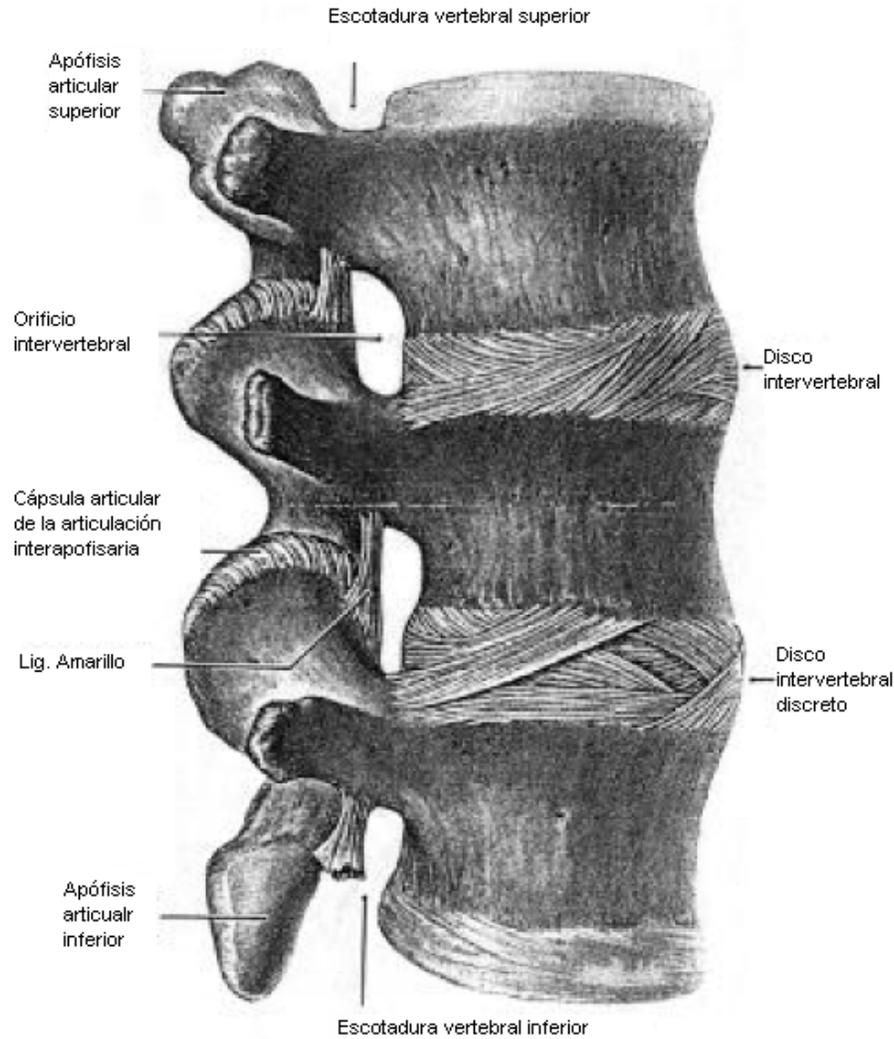
Los cuerpos vertebrales están conectados por las dos formas de anfiartrosis. Las sínfisis están representadas por los discos intervertebrales y las sindesmosis están formadas por los ligamentos vertebrales común anterior y posterior. Las articulaciones entre los cuerpos de las vértebras son ligeramente movibles y las situadas entre los arcos son muy movibles. Las vértebras están unidas a distancia por sus láminas, por sus apófisis espinosas y por sus apófisis transversas. Las articulaciones intervertebrales anteriores son articulaciones cartilaginosas secundarias destinadas a reforzar la unión ósea y mantener el peso corporal. Las caras articulares de las vértebras adyacentes están tapizadas con cartílago hialino y conectadas por un disco fibrocartilaginoso (conocido como disco intervertebral) y por dos poderosos ligamentos longitudinales, anterior y posterior.

El ligamento común anterior se extiende a lo largo de las caras anteriores de los cuerpos vertebrales desde el axis hasta el sacro, el ligamento común posterior se encuentra en el interior del conducto raquídeo y se extiende a lo largo de las caras posteriores de los cuerpos desde el axis hasta el sacro. Las apófisis articulares están unidas entre sí por artródias; en otras palabras, estas articulaciones sinoviales ocurren entre las apófisis articulares inferiores de una vértebra superior y las apófisis articulares superiores de la vértebra inferior. Cada articulación se rodea de una cápsula articular laxa y fina que se inserta en los bordes articulares de las apófisis. La cápsula fibrosa es mas larga y laxa en la región cervical que en las regiones dorsal y lumbar, por eso la flexión que permite el cuello es mayor. La cápsula fibrosa de cada articulación esta revestida de una membrana sinovial, estas articulaciones permiten movimientos de deslizamiento entre las vértebras [1][4].

Las láminas vertebrales están unidas por ligamentos anchos y delgados llamados ligamentos amarillos, que son ligamentos anchos y gruesos formados por fibras elásticas. Las apófisis espinosas están unidas en sus extremos por el ligamento supraespinoso que se extiende desde la séptima cervical hasta el sacro. Se continúa hacia arriba como ligamento a la nuca, que va desde la protuberancia del occipucio a la apófisis espinosa de la séptima vértebra cervical.

En cuanto a las apófisis espinosas adyacentes estas están unidas por ligamentos ínterespinosos que se extienden desde la raíz hasta el extremo de cada apófisis y se unen a los ligamentos amarillos por delante, y al ligamento supraespinoso por detrás. Las apófisis transversas esta unidas por los ligamentos íntertransversos que están colocados entre ellas. Estas apófisis desempeñan una labor de suma importancia ya que evitan el deslizamiento entre cuerpos vertebrales, pues su orientación es tal que cuando el cuerpo se flexiona hacia delante, el mismo peso del cuerpo, que actúa en una dirección que generaría fuerzas cortantes en los discos y

vértebras, produce fuerzas de compresión, y por lo tanto, la deformación que se genera en el disco por el esfuerzo cortante es pequeño [3] [4].



**Figura 1.13. Articulaciones vertebrales**

#### ***1.4 Musculatura de la columna.***

Los músculos son estabilizadores dinámicos de la columna vertebral con funciones idénticas a las realizadas en otras partes del sistema musco-esquelético. En su capacidad para controlar el movimiento y proporcionar estabilidad, los músculos deben verse no como estructuras aisladas, sino como parte de un sistema que incluye ligamentos, articulaciones y sus cápsulas y un mecanismo intrincado de retroalimentación neurológica que en general se denomina coordinación.[2]

La columna vertebral consta de una serie de articulaciones simétricas y filogenéticamente adaptadas para proteger la red de comunicaciones neurales que vinculan al cerebro con la periferia. En la actualidad, raras veces se reconoce el papel decisivo que desempeña la musculatura de la columna vertebral para proteger y

vitalizar en forma dinámica estas articulaciones con sus apoyos ligamentosos pasivos que acompañan a las líneas de transmisión neural. Sin embargo, se reconoce que la musculatura de la columna vertebral le brinda a esta soporte extrínseco. [2]

Dependiendo de su localización en el cuerpo los músculos de la columna vertebral se pueden clasificar en intrínsecos y extrínsecos. Dentro de estas clasificaciones existen muchos músculos, sin embargo, solo mencionaremos aquellos que intervienen directamente en el movimiento de la columna vertebral en la zona lumbar.

Si realizamos un corte horizontal al cuerpo que pase por la tercera vértebra lumbar (figura 1.14, parte inferior del corte) podríamos identificar tres grupos de músculos del tronco.

Los músculos del grupo posterior se distribuyen en tres planos:

- Un plano profundo que contiene:
  - Los músculos transversos espinosos (1), que ocupan el ángulo diedro formado entre el plano sagital de las apófisis espinosas y el plano frontal de las apófisis transversas, y que se ajustan estrechamente a las laminas vertebrales;
  - El músculo dorsal largo (2) que recubre el precedente y lo sobrepasa por fuera;
  - El músculo sacrolumbar (3), masa carnosa voluminosa localizada por fuera del precedente;
  - Y por ultimo, el músculo epiespinoso (4), que se inserta en las apófisis espinosas y se sitúa por detrás del transverso espinoso y del dorsal largo.
- Un plano medio conformado por el serrato menor posterior e inferior (5);
- Un plano superficial representado en la región lumbar por un solo músculo, el dorsal ancho (6); que se inserta en la gruesa aponeurosis lumbar (8).

Los músculos laterovertebrales son dos:

- el cuadrado lumbar (8), capa muscular que se extiende entre la última costilla, la cresta ilíaca y el vértice de las apófisis transversas;
- el psoas (9), que ocupa el ángulo diedro formado por las caras laterales de los cuerpos vertebrales y las apófisis transversas.

Los músculos de la pared del abdomen se distribuyen en dos grupos:

- los músculos rectos del abdomen (13), situados por delante, a ambos lados de la línea media;
- Los músculos anchos del abdomen que son tres y constituyen la pared anterolateral del abdomen: el músculo transverso del abdomen (10); el oblicuo menor del abdomen (11); el oblicuo mayor del abdomen (12).

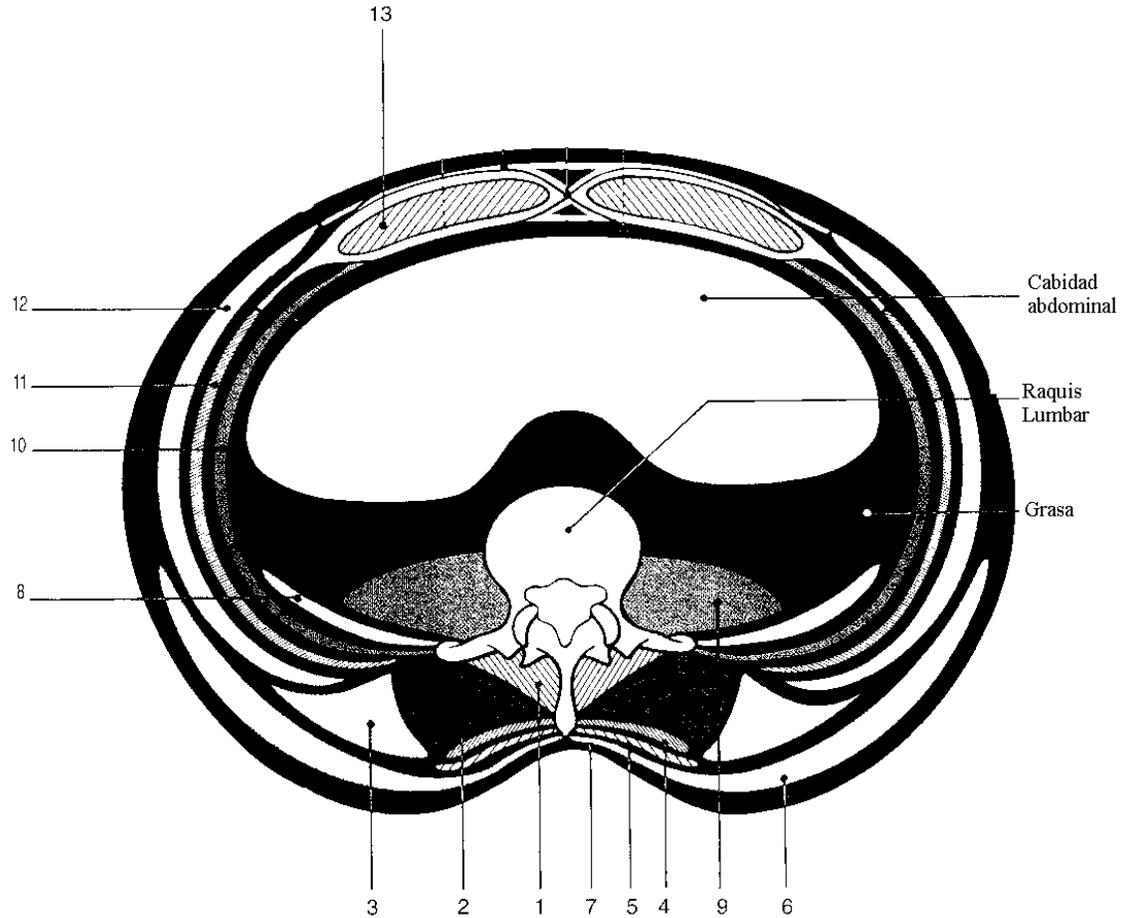


Figura 1.14 Corte transversal de la musculatura del cuerpo y las fascias a la altura de L3.

### ***1.5 Disco intervertebral.***

El disco intervertebral es un complejo cartilagenoso que forma la articulación entre los cuerpos de las vértebras. Aunque proporciona una unión muy fuerte, asegura el grado de fijación intervertebral necesaria para la acción eficaz y la alineación protectora del conducto neural, la suma de los movimientos limitados que permite que cada disco imparta a la columna vertebral como un todo su movimiento general característico. Es la estructura que carga y distribuye las cargas y restringe el movimiento excesivo. Los discos de las diferentes regiones raquídeas difieren bastante su tamaño y en ciertos detalles, pero básicamente son idénticos en su organización estructural. Cada uno consta de dos componentes: la masa semilíquida interna: el núcleo pulposo, y su envoltura fibrosa laminar: el anillo fibroso [2].

El núcleo pulposo es una masa gelatinosa rica en agua y muy hidratada, dicha hidratación se pierde al paso de los años. El núcleo pulposo se encuentra exactamente en el centro de todos los discos excepto en aquellos de la región lumbar, donde se encuentra un poco en la posición posterior. Esta masa interna está rodeada por una cubierta externa, el anillo fibroso, compuesto por fibrocartilago. El arreglo entre cruzado de la basta fibra de

colágena unida con el fibrocartílago permite al anillo fibroso soportar grandes cargas cortantes y de torsión. La lamina externa, compuesta de cartílago hialino, separa el disco del cuerpo vertebral. La composición del disco es similar al cartílago articular [2],[1].

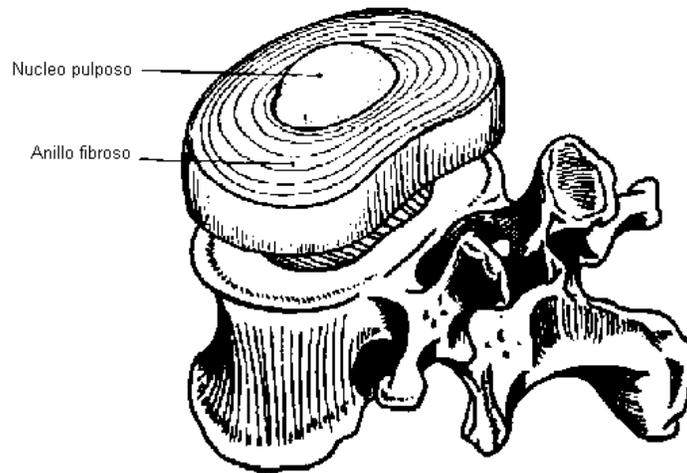


Figura 1.15. Partes del disco intervertebral.

### 1.5.1 Deformaciones y fuerzas que recibe el disco.

Durante las actividades cotidianas el disco es sometido a cargas complejas y usualmente sujeto a la combinación de compresión, flexión, y torsión. La flexión, extensión, y flexión lateral de la espina producen principalmente esfuerzos de tensión y compresión en el disco, mientras que la rotación produce principalmente esfuerzos de corte.

Cuando un segmento de movimiento es transducido verticalmente, el núcleo pulposo del disco sobresale, indicando que esta bajo presión. Se ha demostrado que la magnitud de la presión normal interdiscal en un núcleo pulposo de cadáver es de aproximadamente 10 N por centímetro cuadrado. Al aplicar una carga a la espina dorsal, el disco actúa hidrostáticamente permitiendo la distribución uniforme a través del disco; de esta forma, el disco entero funciona hidrostáticamente en el segmento de movimiento, actuando como un cojín entre los cuerpos vertebrales para acumular energía y distribuir las cargas [1].

En un disco sujeto a compresión, la presión es aproximadamente de 1.5 veces la carga externa aplicada por unidad de área [1]. Debido a que el material del núcleo es compresible solamente un poco, una carga compresiva provoca que el disco se deforme lateralmente mientras que el esfuerzo de tensión circunferencial es soportado por las fibras anulares. En la espina lumbar la magnitud del esfuerzo de tensión presentado en la parte posterior del anillo fibroso ha sido estimada en 5 veces la carga axial aplicada. El esfuerzo de tensión en la fibra anular de la espina torácica es menor que en la espina dorsal debido a las diferencias geométricas del disco. El diámetro mayor del disco reduce el esfuerzo circunferencial [1].

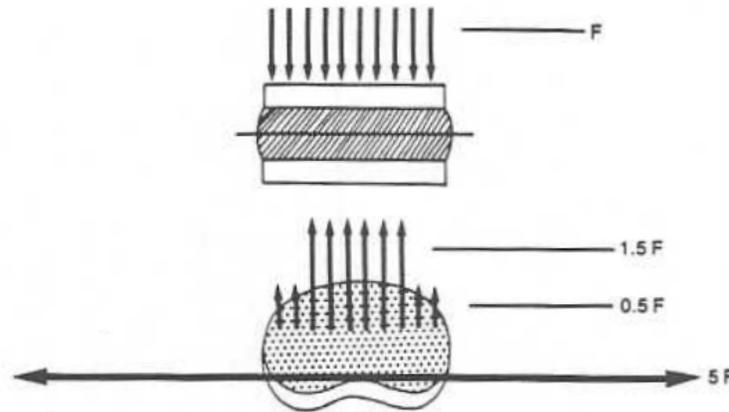


Figura 1.16. Distribución de esfuerzos en el disco.

La degeneración del disco reduce su contenido proteoglicínico y esto a su vez su capacidad hidrofílica. Mientras mas seco se vuelve el disco, su elasticidad y su habilidad de acumular cargas y distribuirlas gradualmente disminuye; estos cambios disminuyen su capacidad para resistir cargas.

### ***1.6 Propiedades del hueso.***

El propósito del sistema óseo es proteger los órganos internos, proveer de estabilidad cinemática al cuerpo y de sujeción a los músculos, además de facilitar la acción de estos en el movimiento del cuerpo. El hueso es la única estructura que posee las propiedades mecánicas adecuadas para desarrollar todas estas actividades. Es la estructura mas fuerte del cuerpo humano, solo la dentina y el esmalte en los dientes son más fuertes que él. Además de ser una de las estructuras mas dinámicas y metabólicas del cuerpo humano, el hueso posee una excelente capacidad de auto - reparación y le es posible alterar sus propiedades y respuestas en función del cambio en las demandas mecánicas a las que este sujeto [4].

#### **1.6.1 Composición y estructura del hueso.**

El tejido óseo, al igual que otros tejidos conectivos del cuerpo, esta formado de células y posee una matriz inorgánica extracelular compuesta de fibras y sustancias celulares. La característica principal que distingue al hueso de otros organismos del cuerpo es su alto contenido de materia inorgánica, en forma de sales minerales. El componente inorgánico del hueso lo hace fuerte y rígido, mientras que el componente orgánico le proporciona flexibilidad y elasticidad [1].

La porción mineral del hueso está compuesta principalmente por calcio y fosfato, en forma de pequeños cristales. Estos minerales, que constituyen del 65 al 70% del peso total de hueso seco, le dan al hueso su consistencia sólida. El hueso también sirve como reserva de minerales (principalmente calcio) para el cuerpo [1] [4].

Los minerales del hueso están fijados en varias fibras orientadas de colágeno (la porción fibrosa de la matriz extracelular). Las fibras de colágeno son fuertes y flexibles, soportan grandes estiramientos y poseen un pequeño grado de extensibilidad. El colágeno compone cerca del 95% de la matriz extracelular y aproximadamente 30% de peso total del hueso.

El agua es un componente abundante en el hueso llegando a abarcar 25% del peso total de este. Del porcentaje neto de agua que posee el hueso alrededor del 85% se encuentra en la matriz orgánica (en las fibras de colágena y en las sustancias celulares), mientras que el otro 15% se localiza en los canales y cavidades que albergan a las células y llevan los nutrientes al tejido óseo [1].

A nivel microscópico la unidad estructural fundamental del hueso es el osteón, (Fig. 1.17) también conocido como sistema de Havers. En el centro de cada osteón se encuentra un canal, llamado canal Haversiano, que corre a lo largo del hueso y que alberga los vasos sanguíneos y las fibras nerviosas. El osteón mismo esta formado por una serie de capas concéntricas (llamadas laminillas óseas) de matriz mineralizada que rodean al canal central.

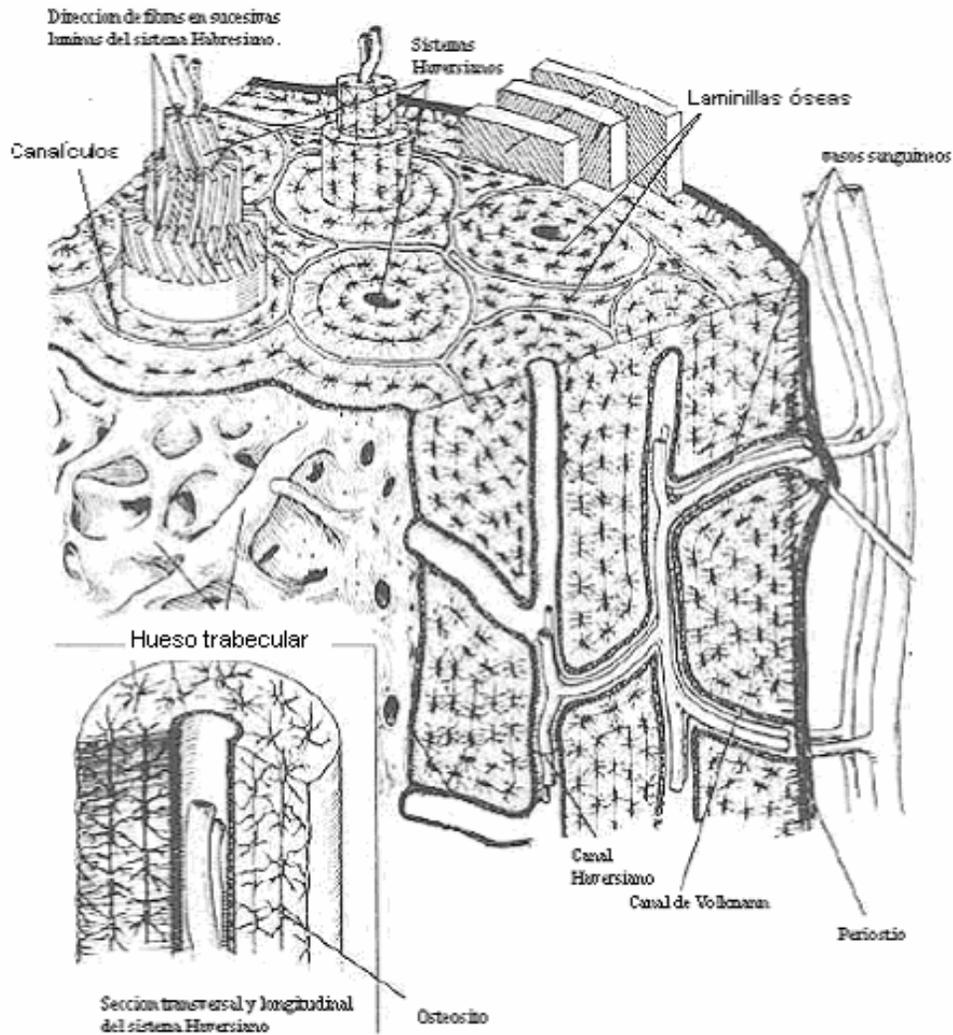


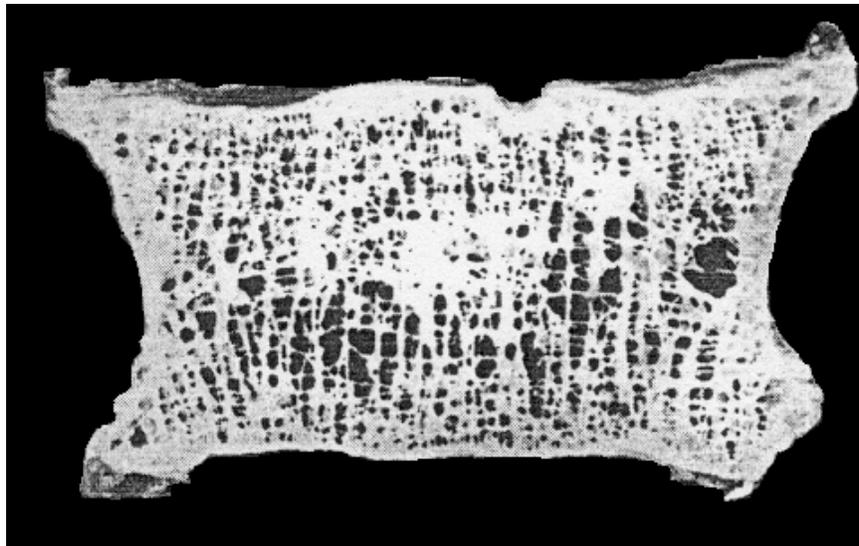
Figura 1.17. Estructura del hueso cortical

A lo largo de los límites de cada capa, o laminilla, se localizan pequeñas cavidades conocidas como lagunas óseas donde se encuentran los osteocitos, que se originan de unas células llamadas osteoblastos, las lagunas a su vez se comunican entre sí por medio de pequeños canales llamados canalículos [5].

### 1.6.2 Hueso cortical y trabecular

El hueso puede ser de dos tipos: cortical o compacto, o bien, trabecular o esponjoso. Ambos huesos tienen la misma composición de matriz y la misma estructura, pero la masa de la matriz del hueso cortical es mayor por unidad de volumen, es decir, el hueso cortical posee una densidad mayor o una menor porosidad (aproximadamente 10 % de porosidad) que el hueso trabecular (50 a 90% de porosidad). Como la resistencia a la compresión del hueso es proporcional a su densidad, el módulo de elasticidad y el esfuerzo máximo de compresión en el hueso cortical podría llegar a ser 10 veces mayor que aquel en el hueso trabecular para un mismo volumen.

El hueso cortical conforma aproximadamente el 80% del esqueleto humano; rodea a la médula y a las plaquetas de hueso trabecular. En huesos largos o tubulares (Figura 1.19) la diáfisis está formada por hueso cortical denso, y puede no haber ni una pequeña cantidad de hueso trabecular. El espesor de la pared de hueso cortical en la diáfisis se vuelve más delgada e incrementa su diámetro mientras se va formando la epífisis, donde las plaquetas de hueso trabecular se orientan para proveer soporte a la delgada cubierta de hueso subcondrial que está debajo del cartílago articular. En huesos cortos, como el tarso, *las vértebras*, la pelvis y el cráneo, generalmente se tiene una menor cantidad de hueso cortical. De hecho, los cuerpos de las vértebras, los huesos de la pelvis y la epífisis de los huesos están constituidos casi en su totalidad por hueso trabecular, llegando a presentar solo una pequeña capa de hueso cortical que lo cubre [1], [5].



**Figura 1.18.** Sección de hueso de una vértebra, donde se ve una pequeña pared de hueso cortical a los lados y hueso trabecular en la sección interna. La parte superior e inferior corresponde a cartílago articular.

Aunque el hueso trabecular y el cortical poseen la misma composición y están hechos del mismo material, las diferencias en su distribución y el arreglo de sus tejidos son los responsables de las diferencias en las propiedades mecánicas que se presentan en huesos específicos y en partes de huesos. En huesos largos, el hueso cortical de la diáfisis le provee una máxima resistencia a la torsión y a la flexión, mientras que el hueso trabecular en la epífisis le permite una mayor capacidad de deformación. El hueso trabecular en la epífisis es de suma importancia pues funciona como absorbedor de fuerza de impacto gracias a su capacidad de deformación, evitando que las fuerzas se transmitan a lo largo del hueso y lleguen a afectar las articulaciones.

Tanto la estructura del hueso cortical como del trabecular cambia en respuesta a las cargas aplicadas, a la inmovilización, a las influencias hormonales y a otros factores. El hueso trabecular tiene aproximadamente 20 veces más área de superficie por unidad de volumen que el hueso cortical, y sus células se encuentran entre las lamelas o sobre su superficie, donde pueden estar directamente influenciados por las células de la medula ósea. En contraste, una elevada proporción de las células del hueso cortical están completamente rodeadas por la matriz ósea. Es por estas diferencias en la organización de las células que el hueso trabecular tiene una alta actividad metabólica permitiéndole remodelarse y responder más rápidamente a cambios en las cargas mecánicas que al hueso cortical [5], [1].

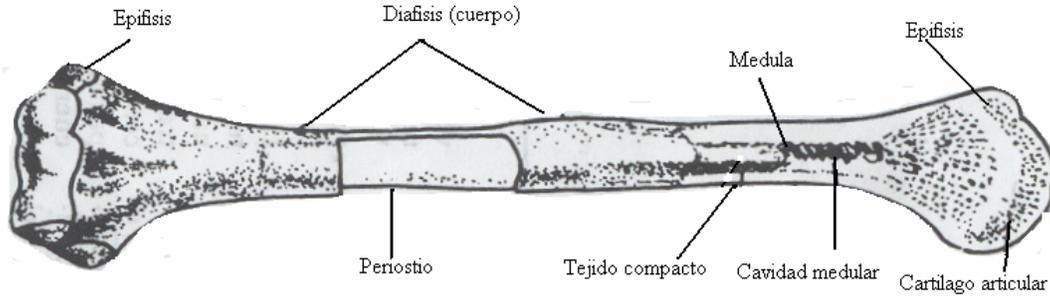
### **1.6.3 Clasificación y partes del hueso.**

Según su forma, los huesos se clasifican en largos, planos y cortos. Otras clasificaciones incluyen otro grupo, el de los huesos irregulares [3].

Los huesos largos se caracterizan por que en ellos predomina su eje longitudinal, es decir, son más largos que anchos; por ejemplo, el fémur, el humero, la tibia, el radio, etcétera. Tienen una parte media o diáfisis y dos extremidades o epífisis (Fig. 1.18).

La diáfisis está formada por tejido óseo compacto y en su interior se encuentra el conducto o cavidad medular, tapizada por una membrana llamada endosito que contiene osteoblastos. Dentro de la cavidad medular se encuentra la medula ósea, formada por células precursoras de la sangre. Las epífisis están constituidas por tejido esponjoso, que tiene aspecto poroso; entre sus travéculas también hay medula ósea y están cubiertas por cartílago articular.

El hueso vivo, excepto donde está cubierto por cartílago articular, está cubierto por el periostio, que es una membrana formada por dos capas; una exterior que contiene vasos sanguíneos, linfáticos y nervios y otra interna que contiene fibras elásticas, vasos sanguíneos y osteoblastos; estas últimas son las células capaces de formar nuevo tejido óseo, razón por la cual el periostio es indispensable para el crecimiento del hueso, su reparación y su nutrición.



**Figura 1.18. Estructura y partes del fémur (hueso largo).**

En los huesos planos predominan los ejes longitudinal y transversal; son más largos y anchos que gruesos; por ejemplo, los parietales que se encuentran en el cráneo. Están constituidos por dos láminas o tablas de tejido compacto, una interna y otra externa, entre las cuales hay tejido esponjoso llamado diploe.

Los huesos cortos miden aproximadamente lo mismo de largo, ancho y grosor, por ejemplo los huesos del carpo y del tarso, formados por tejido compacto en la periferia y tejido esponjoso en el interior [3].

#### **1.6.4 Propiedades biomecánicas del hueso.**

Biomecánicamente el tejido óseo puede ser visto como una composición bifásica de material, con la matriz mineral como una fase y con la colágena como otra. En tales composiciones, en donde un material resistente y frágil es embebido con uno débil, pero más flexible que el primero, el material resultante demuestra ser más resistente para su peso que cualquiera de sus componentes solos [6].

Funcionalmente, la propiedad mecánica más importante del hueso es su fuerza y su rigidez. Estas y otras características pueden ser comprendidas examinando el comportamiento del hueso bajo cargas externas, es decir, sometiendo una muestra de hueso (probeta) a pruebas mecánicas de tensión biaxial- deformación y de fatiga. Los resultados de estas pruebas son mostrados generalmente en forma de curvas, en donde se relaciona la carga con la deformación. Una curva obtenida de una prueba de tensión uniaxial del hueso se muestra en la figura 1.17 [6].

La porción inicial (la línea recta) de la curva, la región elástica, muestra la elasticidad de la estructura, es decir, su capacidad de regresar a su forma original una vez que se le ha dejado de aplicar una carga externa, Conforme la carga continua siendo aplicada, las fibras más externas de la estructura comienzan a ceder en un punto. Este punto de cedencia señala el límite elástico de la estructura. Si la carga excede este límite, la estructura comienza a exhibir un comportamiento plástico, reflejado en la segunda porción de la curva, conocida como región plástica. En este punto, la estructura no regresará a su forma original una vez que se haya retirado la carga, por el contrario, permanecerá con deformaciones permanentes. Si la carga continuara incrementándose, la estructura fallaría en cierto punto (fractura). Este punto indica el punto último de falla.

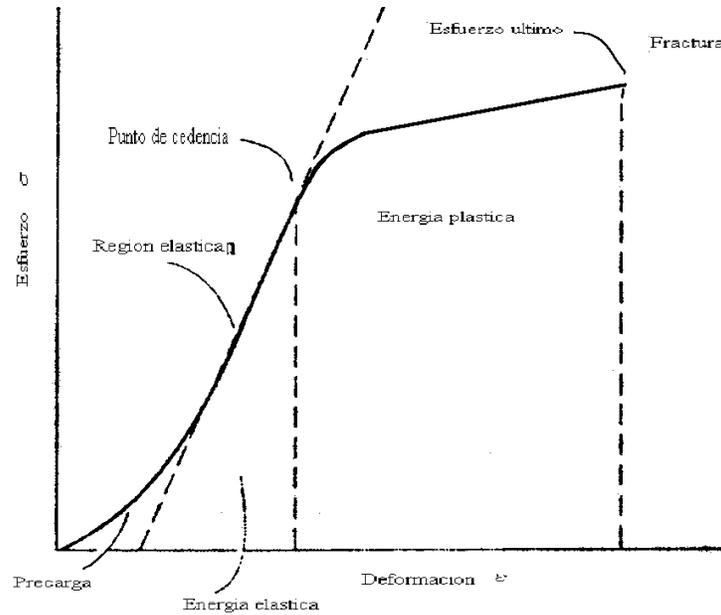


Figura 1.19. Gráfica de esfuerzo-deformación de una prueba de tensión uniaxial a un fémur humano [7].

No obstante que los ensayos mecánicos para la caracterización de propiedades mecánicas del hueso son numerosos y se tienen normas para llevarlas a cabo, es muy difícil llegar a un estándar en estas, pues el hueso al ser un material biológico en constante cambio presenta propiedades muy diversas en cada ensayo (densidad, esfuerzo máximo, esfuerzo de cedencia, etc.). Sin embargo, se ha podido obtener datos estimados de las propiedades mecánicas que presenta el hueso en su sección trabecular y cortical [6].

Tabla 1. Propiedades mecánicas del hueso.

	E [MPa]	Resistencia a la tensión [MPa]	Resistencia a la compresión [MPa]	Radio de Poisson	Densidad [Kg/m3]
Cortical	10 000	167-215	66-107	0.3	900
trabecular	100	3-7.1	9-21.3	0.2	100

Las propiedades mecánicas del hueso varían en las dos clases de hueso (cortical y trabecular). El hueso cortical es más rígido que el trabecular, soportando un esfuerzo máximo mayor, pero siendo muy frágil. El hueso trabecular in vitro no falla hasta que el esfuerzo a la tensión excede en 75% la región elástica, mientras que el hueso cortical falla apenas al 2%. El hueso cortical puede almacenar una energía mayor debido a su estructura porosa [5].

Pruebas mecánicas al hueso cortical han demostrado que la porción elástica de la curva no es recta (Fig. 1.17), sino que es ligeramente curva, indicando que el hueso no es linealmente elástico. La cedencia en el hueso (en

pruebas del para de la tensión) es causada por la deformación de los osteones en las líneas de cemento y por la microfractura [1].

Debido a que la estructura del hueso varía en la dirección transversal y longitudinal, las propiedades mecánicas que presenta al ser sometido en diferentes ejes varia, esta característica es conocida como anisotropía. La figura 1.20 muestra las variaciones en la resistencia – deformación del hueso cortical en pruebas de tensión en diferentes direcciones. Aunque la relación entre los patrones de carga y las propiedades mecánicas del hueso en el esqueleto es extremadamente compleja, se puede decir que generalmente la resistencia del hueso es mayor en las direcciones donde las cargas son mas comúnmente aplicadas [1].

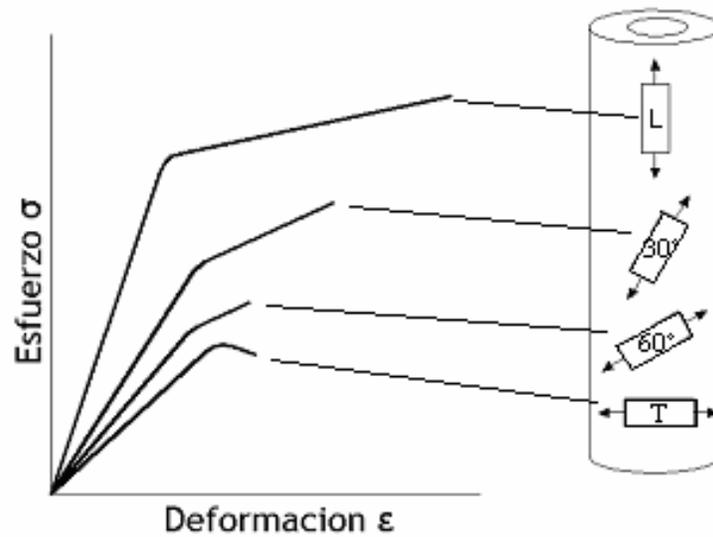


Figura 1.20. Anisotropía del hueso cortical.

## Referencias y Bibliografía

- [1] *Margarete Nordin, Victor H. Frankel.* **Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System.** LEA&FEBIGER 1989 USA.
- [2] *Rothman-Simone.* **Columna Vertebral.** Mc. Graw Hill México 2000.
- [3] *Bertha Higashida.* **Ciencias de la Salud.** Mc.Graw Hill México 1997.
- [4] *Diana Kimber.* **Manual de anatomía y fisiología.** La prensa medica mexicana., México1974.
- [5] *J. A. Buckwalter, M. J. Glimcher, R. R. Cooper & R. Recker.* **Bone Biology.** The journal of bone and joint surgery. Vol 77 No. 8 August 1995.
- [6] *A. I. Kapandi.* **Fisiología articular tomo 3, Tronco y raquis.** 5ta edición Ed. Panamericana. España 1998.
- [7] *Yuehuei H. An.,* **Mechanical properties of Bone.** CRC Press LLC 2000.
- [8] *Paul Allard, Aurelio Cappozo, ARNE Lundberg & Christopher Vaughon.* **Three-dimensional Análisis of human locomotion.** Wiley GB 1997.
- [9] *Miguel Aguilar Gutiérrez.* **Biomecánica: La física y la fisiología.** CSIC. España 2000.

## CAPÍTULO II

### RESISTENCIA DE MATERIALES

#### ***2.1 Introducción.***

En este trabajo se considera fundamental conocer los conceptos básicos de la resistencia de materiales, para determinar la vida útil y eficiente de la estructura (columna vertebral) que se pretende analizar y diseñar. Tales como: esfuerzos, ley de Hooke, elasticidad, resistencia y criterios de falla.

Estos conceptos nos permitirán estudiar el comportamiento de la columna vertebral.

En la segunda parte del capítulo se da a conocer los principales daños que presenta la columna vertebral (región lumbar) causados por cargas mecánicas aplicadas a esta.

#### ***2.2 Resistencia de materiales, esfuerzo.***

La resistencia de materiales (también llamada mecánica de materiales o mecánica de los cuerpos deformables) es una rama de la mecánica aplicada que trata del comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a varios tipos de carga.

El objetivo principal de la mecánica de materiales es determinar los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en estructuras y sus componentes debido a cargas que actúan sobre ellas. Si podemos encontrar esas cantidades para todos los valores de las cargas hasta las que causan las fallas, tendremos una representación completa del comportamiento mecánico de esas estructuras. Entender este comportamiento mecánico es esencial para el diseño seguro de todos los tipos de estructuras, desde, puentes, prótesis, y barcos, hasta aeroplanos y naves espaciales. Esta es la razón por lo que la mecánica de materiales es una disciplina básica en muchos campos de la ingeniería. Si bien la estática y dinámica son esenciales en la resistencia de materiales, esta va mucho mas lejos al examinar los esfuerzos y deformaciones unitarias dentro de los cuerpos reales; es decir, cuerpos de dimensiones finitas que se forman bajo carga [1].

El esfuerzo es una función de la fuerza interior en un cuerpo, y se produce por la aplicación de cargas exteriores. Para entender la composición y distribución de las fuerzas interiores, consideremos una barra simple sujeta a una fuerza axial  $F$  en cada extremo, como se indica en la figura 2.1 (a). Supóngase que esta barra está formada de un gran número de fibras alineadas paralelamente. Si se hace una sección de la barra, se obtiene un diagrama de cuerpo libre similar al indicado en la figura 2.1 (b).

Una regla básica de la estática es que si una estructura esta en equilibrio, cualquier porción de la estructura esta en equilibrio. En este diagrama de cuerpo libre, la fuerza externa aplicada esta a la derecha. Como el

cuerpo esta en equilibrio, debe también haber fuerzas que actúan a la izquierda. Estas fuerzas que resisten a la carga aplicada son transmitidas por las fibras de la barra. La suma de las cargas soportadas por cada fibra es igual a la carga aplicada [2].

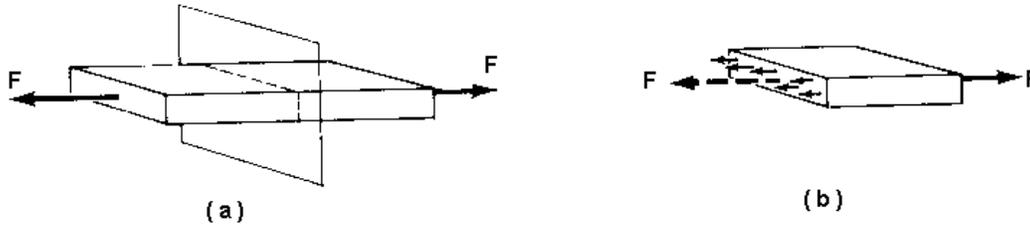


Figura 2.1

La fuerza interior total en la barra es la resultante de todas las fuerzas en las fibras, y es igual a  $F$  [N]. Sin embargo, no es común hablar de la fuerza total en la barra, sino más bien de la intensidad de fuerza en las fibras. Esta intensidad de la fuerza se llama *esfuerzo*, o esfuerzo unitario. El esfuerzo unitario se define como la fuerza por unidad de área. En términos algebraicos,

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

donde

$\sigma$  = esfuerzo unitario en [fuerza/ unidad de área]

$F$  = Carga aplicada [fuerza]

$A$  = área sobre la cual actúa la carga [en unidad de área]

Ahora bien, en el caso anterior se consideró al esfuerzo uniformemente distribuido a través de una sección transversal, sin embargo, para muchos otros casos, el esfuerzo no siempre se encuentra distribuido uniformemente en un plano  $mm'$ . En este caso, para obtener la magnitud del esfuerzo actuando en una pequeña área  $\Delta A$  localizado en una superficie interior o exterior donde actúa una fuerza  $\Delta F$ , se considera un sistema ortogonal constituido por los elementos  $n$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ , colocando el origen de este sistema en un punto  $P$ , donde  $n$ , es la normal y  $s_1$ ,  $s_2$  son tangentes a  $\Delta A$ . La descomposición de  $\Delta F$  en sus componentes permite definir el esfuerzo normal  $\sigma_n$  y el esfuerzo cortante  $\zeta_s$  como se muestra a continuación:

$$\sigma_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\tau_{s1} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{s1}}{\Delta A}$$

Estas expresiones determinan las componentes de los esfuerzos en el punto  $P$  para lo cual el  $\Delta A$  es reducida al límite. La descripción completa de cualquier esfuerzo requiere la especificación sobre todos los planos que pasan a través del punto  $P$  [5].

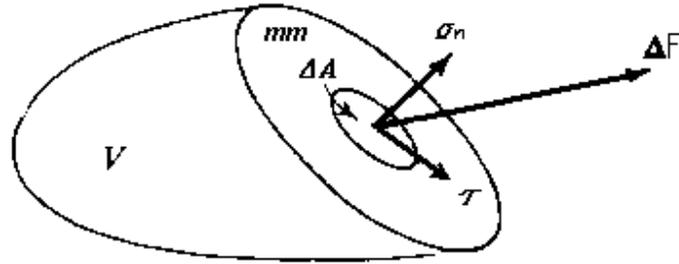


Figura 2.2. Descomposición de  $\Delta F$  en su componente normal ( $\sigma_n$ ) y tangencial  $\tau$  sobre una  $\Delta A$

### 2.2.1 Tensor de esfuerzos, definición.

Como se menciona anteriormente, el esfuerzo en un punto  $P$  está definido por la determinación de los esfuerzos en un número infinito de planos que pasan a través de él. Sin embargo, de forma general para su estudio, solo se especifican las componentes de los esfuerzos sobre tres planos mutuamente perpendiculares que pasan a través del punto  $P$  [6]. Estos tres planos, perpendiculares entre si, formarían un paralelepípedo infinitesimal (figura 2.3):

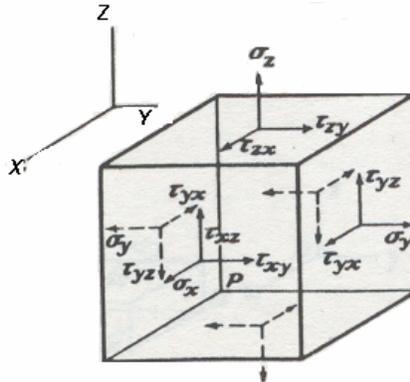


Figura 2.3. Esfuerzos presentes en un paralelepípedo.

Ahora bien, los esfuerzos que actúan sobre estos tres planos (paralelepípedo) pueden ser descompuestos en un esfuerzo normal al plano  $\sigma_i$  y en dos esfuerzos cortantes paralelos al plano  $\tau_{ij}$  y  $\tau_{ik}$  (Fig. 2.3). Considerando que existe equilibrio en el cuerpo, el paralelepípedo (Fig. 2.3), los esfuerzos tienen que ser idénticos en ambas caras paralelas, teniendo de esta forma nueve componentes escalares que definen el estado de esfuerzos en el punto  $P$  (figura 2.4). La representación de estas tres tercias de esfuerzos pueden ser representados de forma general por un tensor  $T$  de esfuerzos ubicado en dicho punto  $P$  [6], donde cada tercia de componentes  $T_{ij}$  establece los componentes de los tres vectores de esfuerzo. De esta forma, tenemos que  $T_{11}$ ,  $T_{12}$  y  $T_{13}$  denotan los componentes de  $T(1)$  mientras que  $T_{21}$ ,  $T_{22}$ , y  $T_{23}$  son los componentes de  $T(2)$ , y  $T_{31}$ ,  $T_{32}$ ,  $T_{33}$  son los componentes de  $T(3)$ , como se ilustra en la figura 2.4:

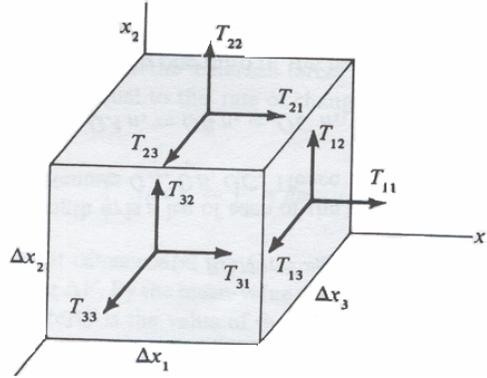


Figura 2.4

Los componentes de los tres vectores pueden ser vistos en forma de arreglo o matriz de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Donde cada renglón representa el grupo de esfuerzos actuando sobre un plano pasando a través del punto  $P(x,y,z)$ . Este arreglo representa un tensor de segundo rango, requiere dos índices para identificar sus elementos o componentes [3], [5].

### 2.3 Deformación.

El desplazamiento de las partículas en un cuerpo elástico será resuelto dentro de sus componentes  $v$ ,  $v$ ,  $w$  paralelas al de los ejes de coordenadas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  respectivamente, asumiendo que las cantidades de estas componentes son muy pequeñas y varían continuamente sobre el volumen del cuerpo. Considerando un elemento pequeño del cuerpo elástico  $\Delta V (dx, dy, dz)$  (figura 2.5), si el cuerpo sufre una deformación y  $u$ ,  $v$ ,  $w$  son las componentes del desplazamiento en el punto  $P$ , el desplazamiento en la dirección de  $X$  de un punto adyacente  $A$  sobre el eje  $X$  es en primera instancia:

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \tag{1}$$

debido al incremento  $(\partial u / \partial x)dx$  de la función  $u$  con incremento de la coordenada  $X$ . Por lo tanto el incremento en longitud del elemento  $PA$  debido a la deformación es entonces  $(\partial u / \partial x)dx$ , siendo la unidad de elongación  $\partial u / \partial x$  del punto  $P$  en la dirección de  $X$ . De la misma forma se puede demostrar que la unidad de elongación en la dirección  $Y$  y  $Z$  son las derivadas  $\partial v / \partial y$  y  $\partial w / \partial z$ .

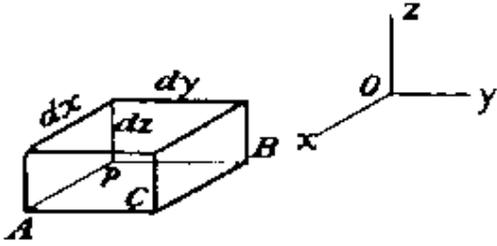


Figura 2.5

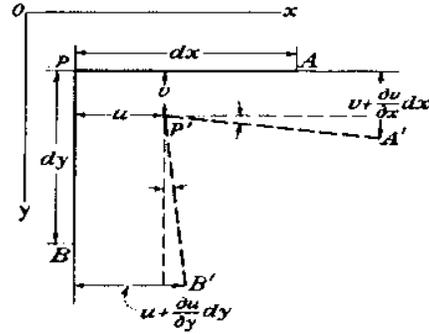


Figura 2.6

Consideremos ahora la distorsión de un ángulo entre los elementos PA y PB (figura 2.6). Si tenemos los desplazamientos en  $u$  y  $v$  del punto P en la dirección X y Y, el desplazamiento del punto A en la dirección de Y y del punto B en la dirección X será:  $v + (\partial v / \partial x)dx$  y  $u + (\partial u / \partial y)dy$ , respectivamente. A causa de estos desplazamientos la nueva dirección P'A' del elemento PA es inclinada a la dirección inicial por el pequeño ángulo indicado en la figura, igual a  $\partial v / \partial x$ . De la misma manera la dirección P'B' es inclinada a PB por el pequeño ángulo  $\partial u / \partial y$ . Debido a lo anterior podemos ver que el ángulo APB formado por los elementos PA y PB es disminuido por el ángulo  $\partial v / \partial x + \partial u / \partial y$ . Esto se conoce como la deformación por esfuerzo cortante entre los planos XZ y YZ. La deformación por esfuerzo cortante entre los planos XY y XZ y entre los planos YX y YZ pueden ser obtenidos de la misma manera.

Usualmente se usa la letra  $\epsilon$  como unidad de deformación y la letra  $\gamma$  como unidad de deformación por esfuerzo cortante. Para indicar las direcciones de la deformación usaremos los mismos subíndices que usamos en los componentes del esfuerzo. De esta forma tenemos:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

Estas 6 ecuaciones son conocidas como las componentes de la deformación.

### 2.4 Ley de Hooke.

Las relaciones lineales entre las componentes del esfuerzo y las componentes de la deformación son conocidas generalmente como las leyes de Hooke. Si consideramos un elemento paralelepípedo rectangular con los lados paralelos a los ejes de coordenadas y lo sometemos a la acción del esfuerzo normal  $\sigma_x$

uniformemente distribuido en sus dos lados opuestos, como en una prueba de tensión uniaxial. La unidad de elongación del elemento sometido a su límite proporcional es dado por:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (a)$$

En donde E es el módulo de elasticidad en tensión del material. Esta extensión del elemento en la dirección de X esta acompañada por la deformación lateral de los componentes (contracciones)

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (b)$$

En donde  $\nu$  es una constante del material conocida como radio de Poisson. Ambas ecuaciones (a), (b) pueden ser usadas tanto para compresión como para tensión. De esta forma tenemos que para un estado tridimensional de esfuerzos, cada una de las seis componentes de esfuerzo pueden ser expresada como una función lineal de seis componentes de deformación dentro del rango lineal. Esta es la generalización de la Ley de Hooke para cualquier material elástico homogéneo.

$$\sigma_x = C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} + C_{13}\varepsilon_{33} + C_{14}\gamma_{23} + C_{15}\gamma_{13} + C_{16}\gamma_{12}$$

donde C es la constante elástica que depende del material.

Se puede suponer expresiones similares para  $\sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ , las cuales se pueden escribir relacionando diferentes constantes. Al estar referidas a un sistema de coordenadas existe simetría entre las constantes  $C_{ij} - C_{ji}$ . Inicialmente, tenemos 36 constantes  $C_{ij}$ , pero existen seis constantes donde  $i = j$ . Esto permite dejar solo 30 constantes donde  $i=j$ , sin embargo, solo la mitad de estas son constantes independientes de  $C_{ij} - C_{ji}$ . En general, para un sólido elástico linear isotrópico hay  $30/2 + 6 = 21$  constantes elásticas independientes. Como resultado de las condiciones de simetría en diferentes estructuras cristalinas, el número de constantes elásticas independientes pueden ser reducidas aun más [3],[4]. Por lo tanto, para un material homogéneo isotrópico, las constantes tienen que ser idénticas en todas las direcciones en cualquier punto reduciéndolas solo a 2 (E y  $\nu$ ).

Para un esfuerzo bidimensional, isotrópico y homogéneo de espesor unitario, las deformaciones se expresan como sigue:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (3)$$

y para el esfuerzo cortante puro

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{E} \quad (4)$$

Para un estado tridimensional de esfuerzos en un material homogéneo isotrópico, las ecuaciones de deformación son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\
 \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G}
 \end{aligned} \tag{5}$$

## 2.5 Criterios de falla en los materiales.

Como hemos mencionado anteriormente, todo material está sujeto a diversas cargas (tensión, compresión, etc.), que provocan esfuerzos y deformaciones en este. La combinación de estos esfuerzos puede dar como resultado una fluencia en el material o bien, una fractura. Para predecir los límites adecuados de esfuerzos combinados a los que un material puede estar sujeto y el tipo de fractura que presentara, es necesaria la aplicación de teorías o criterios de falla [7].

Existen un gran número de criterios de falla para los materiales, de los cuales algunos predicen la falla por fluencia, y otros por fractura; sin embargo, para nuestro caso solo estudiaremos el de Tresca y el de von Mises.

### 2.5.1 Criterio de esfuerzo cortante máximo (Tresca).

La fluencia de materiales dúctiles es casi siempre predicha cuando el máximo esfuerzo cortante máximo en cualquier plano rebasa el valor crítico de  $\tau_0$ , que es una propiedad del material.

$$\tau_0 = \tau_{\max} \tag{6}$$

Esta es la base del criterio de esfuerzo cortante máximo, también llamado criterio de Tresca.

Los esfuerzos cortantes máximos son obtenidos de los principales esfuerzos normales por las siguientes ecuaciones:

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \quad \tau_2 = \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2}, \quad \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \tag{7}$$

A partir de estas ecuaciones, el criterio puede ser expresado como sigue:

$$\tau_0 = \text{MAX} \left( \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right) \text{ (En la fluencia)} \tag{8}$$

Este tipo de esfuerzo cortante ( $\tau_0$ ) puede ser obtenido directamente de una prueba simple cortante, como la de un tubo de pared delgada sujeta a torsión. No obstante en la mayoría de los materiales, solo se puede contar con el esfuerzo de sedancia uniaxial  $\sigma_0$  obtenido de pruebas de tensión, por lo que es conveniente calcular  $\tau_0$  a partir de  $\sigma_0$ . En una prueba de tensión uniaxial, los esfuerzos definidos mientras la resistencia cede son:

$$\sigma_1 = \sigma_0, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (9)$$

Substituyendo estos valores en la ecuación de criterio (8) obtenemos:

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2} \quad (10)$$

En pruebas uniaxiales, podemos ver que el máximo esfuerzo cortante ocurre en planos orientados a 45 con respecto al eje del esfuerzo aplicado. Lo anterior y la ecuación (10) pueden ser comprobados fácilmente usando el círculo de Mohr.

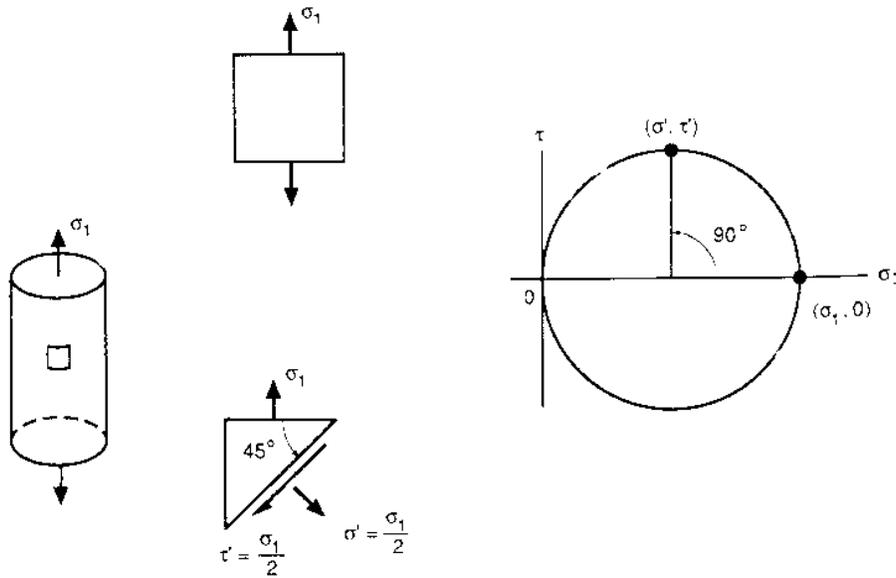


Figura 2.7. Plano de máximo cortante en una prueba de tensión uniaxial.

La ecuación (8) también puede ser escrita en términos de  $\sigma_0$ .

$$\sigma_0 = MAX(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (11)$$

El esfuerzo efectivo queda definido como, quedando igual al esfuerzo uniaxial  $\sigma_0$  en el punto de fluencia.

$$\bar{\sigma}_s = MAX(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (12)$$

Donde el subíndice S especifica el criterio de esfuerzo cortante máximo. El factor de seguridad en la fluencia es entonces:

$$X = \frac{\sigma_0}{\sigma_S} \quad (13)$$

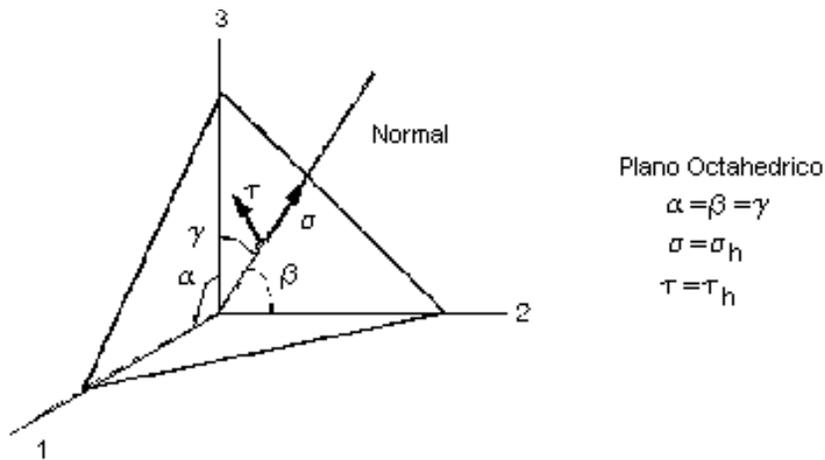
### 2.5.2 Criterio de esfuerzo cortante octaédrico (von Mises).

Otro criterio de fluencia usualmente ocupado para materiales dúctiles es aquel que se presenta cuando el esfuerzo cortante sobre un plano octaédrico rebasa el valor crítico.

$$\tau_h = \tau_{ho} \quad (\text{en la fluencia}) \quad (14)$$

donde  $\tau_{ho}$  es el valor del esfuerzo octaédrico  $\tau_h$  necesario para causar la fluencia. El resultado del criterio de máximo esfuerzo cortante octaédrico, es usualmente llamado von Mises o criterio de energía de distorsión y representa una alternativa para el criterio de cortante máximo. Este criterio se basa en el cálculo de la energía de distorsión en un material dado, es decir, de la energía asociada con cambios en la forma de material (distinto de la energía asociada con el cambio de volumen en el mismo material). De tal forma, que un componente estructural dado es seguro siempre que el valor máximo de la energía de distorsión por unidad de volumen en ese material, permanezca más pequeño que la energía de distorsión por unidad de volumen requerida para hacer fluir el material.

Si consideramos un plano oblicuo donde los ejes x-y-z coincidan con el eje del esfuerzo normal principal (figura 2.8), tendríamos un esfuerzo normal  $\sigma$  y un esfuerzo cortante  $\tau$ . La dirección del eje normal al plano oblicuo es definido por los ángulos  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$ . Para el caso en que  $\alpha = \beta = \gamma$  ( $54.7^\circ$ ) el plano oblicuo intercepta a los principales ejes en una misma distancia al origen. Este plano es llamado “plano octaédrico”.



**Figura 2.8. Plano octaédrico mostrando su esfuerzo normal principal y su esfuerzo cortante, así como los ángulos que forma con los ejes x, y, z.**

Basándonos en el equilibrio de fuerzas, el esfuerzo normal en el plano puede ser mostrado como:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (15)$$

Mientras que el esfuerzo cortante queda como:

$$\tau_h = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (16)$$

Partiendo de estas ecuaciones y de que el criterio de máximo esfuerzo cortante es adecuado para expresar el valor crítico en términos de la resistencia de resistencia para una prueba de tensión, podemos expresar el criterio como:

$$\tau_{ho} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_0 \quad (17)$$

Donde  $\sigma_0 = \sigma_1$ . Puede ser mostrado que el plano en donde el esfuerzo uniaxial actúa está relacionado con el plano octaédrico haciéndolo rotar un ángulo  $\alpha$ . El mismo resultado puede ser visto en el círculo de Mohr (figura 2.9), haciendo notar que en la tensión uniaxial el esfuerzo normal en el plano es:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_1}{3} \quad (18)$$

Combinando las ecuaciones (16) y (17) el criterio queda expresado como:

$$\sigma_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (19)$$

Donde el subíndice H especifica que es el esfuerzo efectivo basado en el criterio de esfuerzo cortante octaédrico.

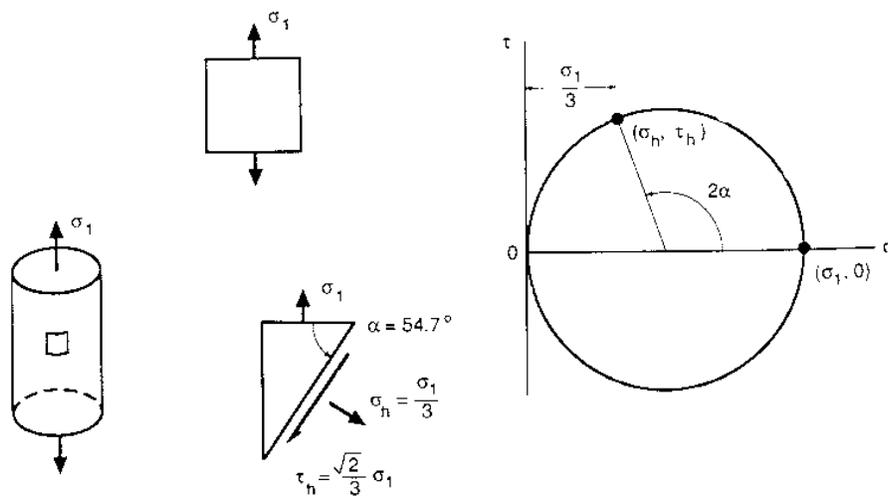


Figura 2.9. Plano cortante octaédrico en una prueba de tensión uniaxial.

Ambos criterios, el de Tresca y el de von Mises, pueden ser representados graficando  $\sigma_1$  contra  $\sigma_2$ . Donde los puntos fuera del hexágono o de la elipse (según corresponda al criterio) corresponden a la fluencia (falla) mientras que los de adentro son seguros [7].

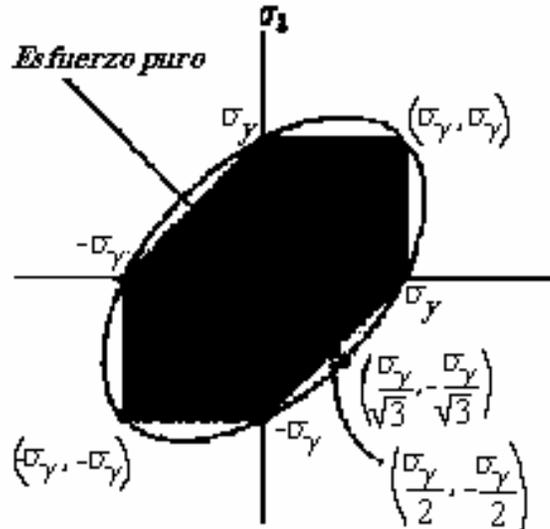


Figura 2.10. Representación gráfica de los criterios de falla (Tresca y von Mises).

## 2.6 El método de elemento finito.

Dos de los objetivos más importantes que se buscan obtener mediante el análisis ingenieril es la capacidad de identificar principios básicos que rigen el comportamiento de un sistema y además, relacionar estos principios en una o varias ecuaciones que pueden ser resueltas, con el fin de predecir el comportamiento cuantitativo y cualitativo del sistema, teniendo presente siempre que esta predicción debe ser precisa.

Para modelos relativamente simples, es posible analizar el problema mediante el uso de sistemas tradicionales, como los aprendidos en cursos elementales como ecuaciones diferenciales. Sin embargo, para sistemas complejos es necesario el uso de un método de aproximación o un método numérico.

El método del elemento finito nos permite obtener aproximaciones a la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales relacionadas con un problema de carácter físico o ingenieril.

Para aplicar el método del elemento finito, se requiere que el problema este definido en un espacio geométrico, o dominio, para así ser subdividido en un número finito de regiones pequeñas (elementos), formando una especie de red o malla. A cada elemento se le asigna una función de desplazamiento o bien, de otra propiedad (dependiendo de que fenómeno estemos analizando), donde cada elemento esta relacionado con todos los demás. Posteriormente se establecen las relaciones conocidas del material necesarias para derivar la ecuación de cada elemento finito. El conjunto de todas estas ecuaciones resulta en una serie de ecuaciones algebraicas, que pueden ser expresadas en notación matricial.

Para solucionar esta matriz, es necesario introducir las condiciones específicas de nuestro sistema, es decir, las condiciones de frontera (Fuerzas, restricciones, momentos, etc.).

Una vez que se ha resuelto el sistema de ecuaciones, podemos ocupar estos resultados para obtener la solución de otras propiedades del sistema (esfuerzos, deformaciones, etc.).

Debido a que el método de elemento finito ha presentado resultados aceptables para diversos análisis realizados en diferentes modelos, se decidió utilizar este para el análisis de la estática del raquis lumbar.

### 2.6.1 El método de elemento finito como herramienta para determinar esfuerzos y deformaciones.

En el elemento finito, el sólido es discretizado por un número finito de elementos, no solo en sus nodos, sino a lo largo de fronteras en inter-elementos hipotéticos. Dichos elementos son finitos e individuales de un cuerpo elástico e isotropico. El caso mas general de análisis se representa para un estado tridimensional de esfuerzos, donde las variables de las ecuaciones se representaran en un sistema cartesiano (x, y, z) y sus condiciones son las siguientes:

$$u = [u, v, w]^T \quad (17)$$

donde u, v, w son los desplazamientos en las direcciones de x, y, z; entonces de igual forma los esfuerzos y las deformaciones se representan como:

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \quad (18)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T \quad (19)$$

por lo tanto, de la ecuación (1) y de la ley de Hooke (a), se pueden obtener las relaciones Deformación/Desplazamiento y Esfuerzo / Deformación:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (20)$$

donde la matriz D(6 x 6) contiene las propiedades del material.

La relación entre desplazamientos y deformaciones unitarias pueden representarse como:

$$\varepsilon = \left[ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^T \quad (21)$$

Desarrollando la ecuación que modela un sistema tridimensional, se obtiene la ecuación (22) de la forma:

$$\sigma = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Asimismo, se deben considerar las fuerzas de cuerpo y los elementos de tracción, condiciones de frontera:

$$f = [f_x, f_y, f_z]^T \quad (23)$$

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T \quad (24)$$

De tal forma que para un campo de fuerzas aplicado a un cuerpo las ecuaciones de equilibrio quedan expresadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Las componentes de todas las ecuaciones ahora están representadas para cada uno de los ejes del sistema cartesiano. Para este tipo de análisis tridimensional, se desconocen las variables de los esfuerzos, las funciones de desplazamiento y las deformaciones.

Como se menciona anteriormente, para problemas de análisis estático se obtienen los esfuerzos y deformaciones partiendo de sus desplazamientos, por lo que es necesario obtener las funciones de desplazamiento para cada elemento. Dichas funciones deben de considerar las propiedades y condiciones de frontera a las que esta sujeto nuestro problema. A la obtención y arreglo (en forma matricial) de estas funciones se le llama matriz de rigidez.

En la actualidad se cuenta con diversos métodos para obtener y desarrollar las funciones de desplazamiento que definan el comportamiento de cada uno de los elementos. Uno de los métodos mas empleados, debido a que es aplicable a casi todo tipo de problemas, es el método de Galerkin.

El método de Galerkin usa el conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema (aquellas que definen su comportamiento), en el desarrollo de una forma integral.

Para el análisis (cualquiera que este sea), al intentar encontrar una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales que gobiernan al fenómeno agregaríamos un error  $\varepsilon(x)$ , llamado residuo. Como en análisis estáticos lo que comúnmente nos interesa conocer es la distribución de esfuerzos y deformaciones, tomamos en consideración las ecuaciones de equilibrio (25) en la elasticidad. Por lo tanto al agregar el error, quedarían de la siguiente manera:

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z$$

Los métodos aproximados consisten en hacer igual a cero este residuo relativo a una función pesada  $W_i$ .

$$\int_V W_i \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z \right) dV = 0$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

La selección de la función pesada  $W_i$  conduce a varios métodos de aproximación. En el método de Galerkin, las funciones pesadas  $W_i$  se escogen a partir de las funciones base usadas para construir  $\bar{u}$  (función de desplazamiento que gobierna el fenómeno). Podemos representar  $\bar{u}$  por:

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^n Q_i G_i \quad (26)$$

donde  $G_i$ ,  $i = 1$  a  $n$ , son funciones base (usualmente polinomios de  $x, y, z$ ). Aquí escogemos las funciones pesadas como una combinación lineal de las funciones base  $G_i$ . Específicamente, considere una función arbitraria  $\phi$  dada por

$$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i G_i \quad (27)$$

donde los coeficientes  $\phi_i$  son arbitrarios, excepto que se requiere que  $\phi$  satisfaga condiciones de frontera homogéneas.

La ecuación integral en el método de Galerkin queda de la siguiente forma:

$$\int_V \left[ \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x \right) \phi_x + \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y \right) \phi_y + \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z \right) \phi_z \right] dV = 0 \quad (28)$$

donde

$$\phi = [\phi_x, \phi_y, \phi_z]^T \quad (29)$$

es un desplazamiento arbitrario consistente con las condiciones de frontera de  $u$ . Si  $n = [n_x, n_y, n_z]^T$  es una normal unitaria en un punto  $x$  sobre la superficie, la formula de integración por partes es:

$$\int_V \frac{\partial \alpha}{\partial x} \theta dV = - \int_V \alpha \frac{\partial \theta}{\partial x} dV + \int_S n_x \alpha ds \quad (30)$$

donde  $\alpha$  y  $\theta$  son funciones de  $(x, y, z)$ . Para problemas multidimensionales, la ecuación (30) se llama teorema de la divergencia de Green-Gauss. Usando esta fórmula, integrando por partes la ecuación (28) y reordenando términos obtenemos

$$\begin{aligned} - \int_V \sigma^T \varepsilon(\phi) dV + \int_V \phi^T f dV + \int_S [(n_x \sigma_x + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz}) \phi_x \\ + (n_x \tau_{xy} + n_y \sigma_y + n_z \tau_{yz}) \phi_y + (n_x \tau_{xz} + n_y \tau_{yz} + n_z \sigma_z) \phi_z] dS = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

donde

$$\varepsilon(\phi) = \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x}, \frac{\partial \phi_y}{\partial y}, \frac{\partial \phi_z}{\partial z}, \frac{\partial \phi_y}{\partial z} + \frac{\partial \phi_z}{\partial y}, \frac{\partial \phi_x}{\partial z} + \frac{\partial \phi_z}{\partial x}, \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right]^T \quad (32)$$

es la deformación unitaria correspondiente al campo de desplazamiento arbitrario  $\phi$ .

Simplificando la ecuación y agregando fuerzas de campo (P y T), la ecuación (31) da la forma con variación o “forma débil” de Galerkin para el análisis tridimensional de esfuerzos:

$$\int_V \sigma^T \varepsilon(\phi) dV - \int_V \phi^T f dV - \int_S \phi^T T dS - \sum_i \phi^T P = 0 \quad (33)$$

donde  $\phi$  es un desplazamiento arbitrario consistente con las condiciones de frontera especificadas y se puede ocupar para obtener soluciones aproximadas.

**Referencias y Bibliografía.**

- [1] Gere & Timoshenco. Mecánica de materiales. Ed. ITP. 4ta edición, México, 1998
- [2] Robert W. Fitzgerald. Resistencia de materiales. Ed. RSI, México, 1977
- [3] Timoshenco & Goodier. Theory of elasticity. Ed. Mc. Graw Hill. U.S.A 1970
- [4] Y. C. Fung. A first course in continuum mechanics for physical and biological engineers and scientist. Ed. Prentice Hall U.S.A 1994
- [5] Malvern, Lawrence. Introduction to the mechanics of a continuous medium. Ed.
- [6] Ugural A. C. Advanced strength and applied elasticity. Oxford, Elsevier, 1984.
- [7] Norman E. Dowling. Mechanical Behavior of Materials. Prentice Hall. USA 1993.
- [8] Tirupathi R. Chandrupatla & Ashok D. Belegundu. Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería. Prentice Hall. México 1999.

## CAPÍTULO III

### BIOMECÁNICA DE LA COLUMNA VERTEBRAL

#### ***3.1 Introducción.***

En este capítulo se dará a conocer las principales características y funciones que realiza del raquis lumbar durante actividades cotidianas, así como la explicación de sus principales movimientos. Posteriormente se estudiará y analizará estáticamente la región lumbar para saber a que cargas está sometida durante diversas actividades y posturas que realiza el cuerpo humano (el estar sentado, de pie y levantando objetos).

Para finalizar se exponen algunas de los principales daños y patologías de la región lumbar relacionadas con defectos y/o fracturas de sus componentes (articulaciones, vértebras, y discos).

#### ***3.2 El raquis lumbar en conjunto.***

Si observamos la región lumbar en una radiografía de plano sagital (Fig. 3.1), vemos que el raquis lumbar es rectilíneo y simétrico en relación a la línea de las apófisis espinosas (m); que la anchura de los cuerpos vertebrales al igual que la de las apófisis transversas decrece regularmente de abajo a arriba y que la línea horizontal (h) que discurre por la parte mas elevada de las dos crestas iliacas, pasa entre L4 y L5.

Si ahora viéramos en un plano frontal (Fig. 3.2) la región en una radiografía, podríamos constatar las siguientes características de la lordosis lumbar y de la estática raquídea descritas por De Seze [1]:

- el ángulo sacro (a) constituido por la inclinación de la meseta superior de la primera vértebra sacra sobre la horizontal. Su valor medio es de  $30^\circ$ ;
- el ángulo lumbosacro (b), formado entre el eje de la quinta vértebra lumbar y el eje sacro, tiene un valor medio de  $140^\circ$ ;
- el ángulo de inclinación de la pelvis (c) constituido por la inclinación sobre la horizontal de la línea que se extiende entre el premonitorio y el borde superior de la sínfisis púbica, tiene un valor medio de  $60^\circ$ ;
- la flecha de lordosis lumbar (f) la cual puede trazarse a partir de la cuerda de la lordosis lumbar que une el borde posterosuperior de la primera vértebra lumbar al borde posterior de la quinta vértebra lumbar. La flecha representa el punto máximo de la curva, generalmente a la altura de la tercera vértebra lumbar. Es tanto mas pronunciada en cuanto mas acentuada sea la lordosis; puede ser nula cuando el raquis lumbar es rectilíneo; incluso puede invertirse en ciertos casos, aunque no es frecuente [2];
- la reversión posterior (R) representa la distancia entre el borde posteroinferior de la quinta vértebra lumbar y la vertical que desciende del borde posterosuperior de la primera vértebra lumbar.

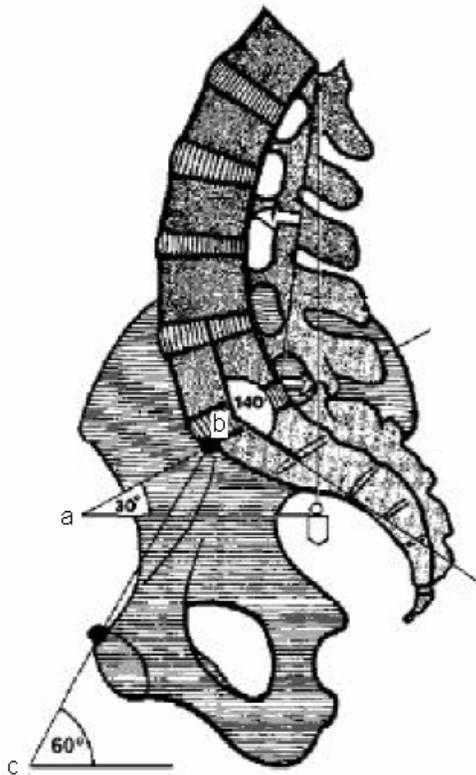


Figura 3.1

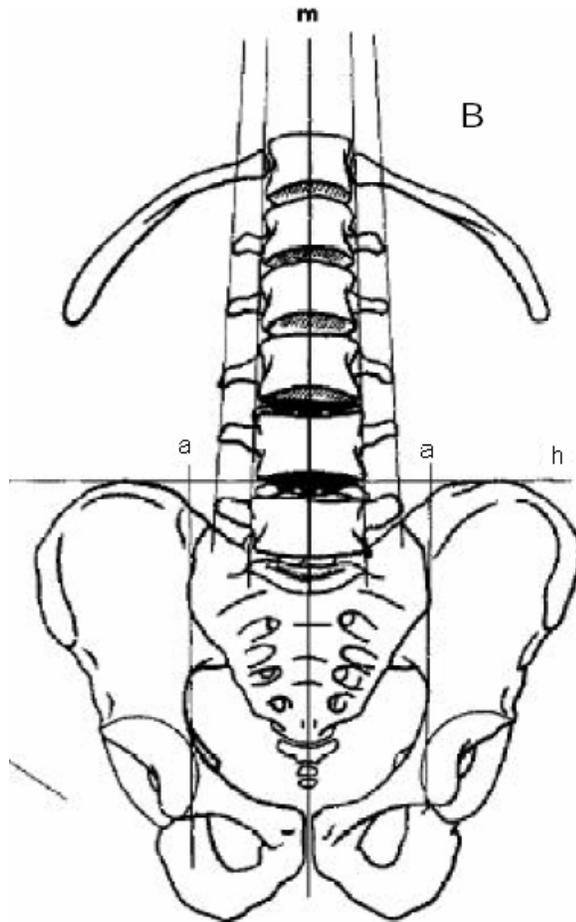


Figura 3.2

### 3.3 Movimiento de la columna vertebral.

El rango de movimiento de la columna vertebral varía considerablemente de un individuo a otro. Dependiendo de la actividad que desarrolle a lo largo de su vida. Por ejemplo, la extensión exagerada que exhiben los acróbatas que colocan la cabeza entre las piernas, determinaría una hiperextensión de la columna en cualquier otra persona. En términos generales podemos afirmar que el rango normal de movimiento de la columna esta limitado por:

- a) el grosor y la capacidad de compresión de los discos intervertebrales,
- b) la resistencia de los músculos y ligamentos del dorso del tronco, y
- c) la tensión de las cápsulas articulares de las articulaciones interapofisárias.

Los movimientos entre las vértebras adyacentes ocurren en los núcleos pulposos elásticos de los discos intervertebrales y en las articulaciones interapofisárias, aunque los movimientos entre las vértebras adyacentes son muy escasos, la sumatoria de todos estos pequeños movimiento explica el rango considerable de movilización de la columna vertebral en conjunto [2].

Dependiendo de la arquitectura de las vértebras, la columna vertebral poseerá diferentes rangos de movimiento, siendo más libres movimientos en la región cervical y lumbar [1]. Los movimientos asimétricos de la columna vertebral son los siguientes: extensión (Fig. 3.3a), flexión (Fig. 3.3b), flexión lateral (Fig. 3.4) y torsión (Fig. 3.6). En las articulaciones de los cuerpos vertebrales se producen movimientos de balanceo, rotación y deslizamiento, mientras que en las articulaciones interapofisárias solo se observan movimientos de deslizamiento.

### 3.3.1. Extensión y Flexión de la columna vertebral.

Durante el movimiento de extensión (figura 3.3), la vértebra superior se desplaza hacia atrás y retrocede en el sentido de la flecha E. Al mismo tiempo, el disco intervertebral se hace más delgado en su parte posterior y se ensancha en su parte anterior, el espacio intervertebral disminuye por atrás y el núcleo es proyectado hacia delante. Debido a esto la vértebra superior tiende a recuperar su posición inicial.

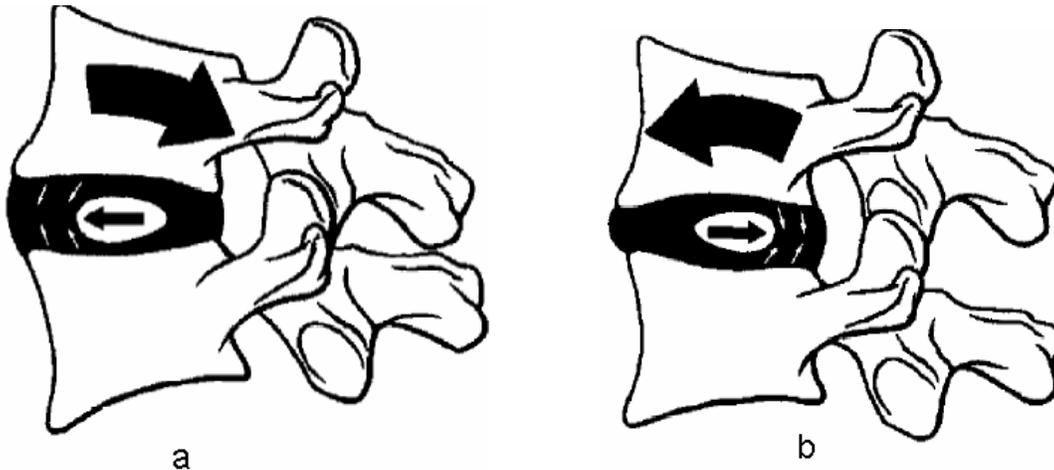


Figura 3.3. Movimientos de la columna vertebral, a) extensión, b) flexión.

Durante el movimiento de flexión (figura 3.4) el cuerpo vertebral de la vértebra superior se desplaza hacia delante y el espacio intervertebral disminuye por delante. De este modo el disco intervertebral toma forma de cuña en su base posterior y el núcleo pulposo se ve desplazado hacia atrás. Aquí también se presenta el mecanismo de auto estabilización (capítulo I) por la acción conjugada del par núcleo-anillo [1], [2].

Las amplitudes de flexo extensión del raquis lumbar varían según los individuos y según la edad. Por lo tanto, todas las cifras propuestas a continuación son casos particulares o promedios. No obstante, se puede asumir:

- que la extensión, que se acompaña de una hiperlordosis lumbar, tiene una amplitud de 30°;
- que la flexión, que se acompaña de un enderezamiento de la lordosis lumbar, tiene una amplitud de 40°

### 3.3.2. Flexión lateral y rotación de la columna vertebral.

En los movimientos de flexión lateral (figura 3.4a) la vértebra superior se inclina del lado de la flexión, el núcleo por consecuencia hacia el lado de la convexidad de la curvatura. La flexión lateral es mayor en la región lumbar y queda limitada en la región dorsal por las costillas. Como en el caso de la flexo-extensión, la amplitud de la flexión lateral, varía según la edad y según los individuos: sin embargo, se puede afirmar (figura 3.4b) que en término medio, la inclinación es de 30° a cada lado.

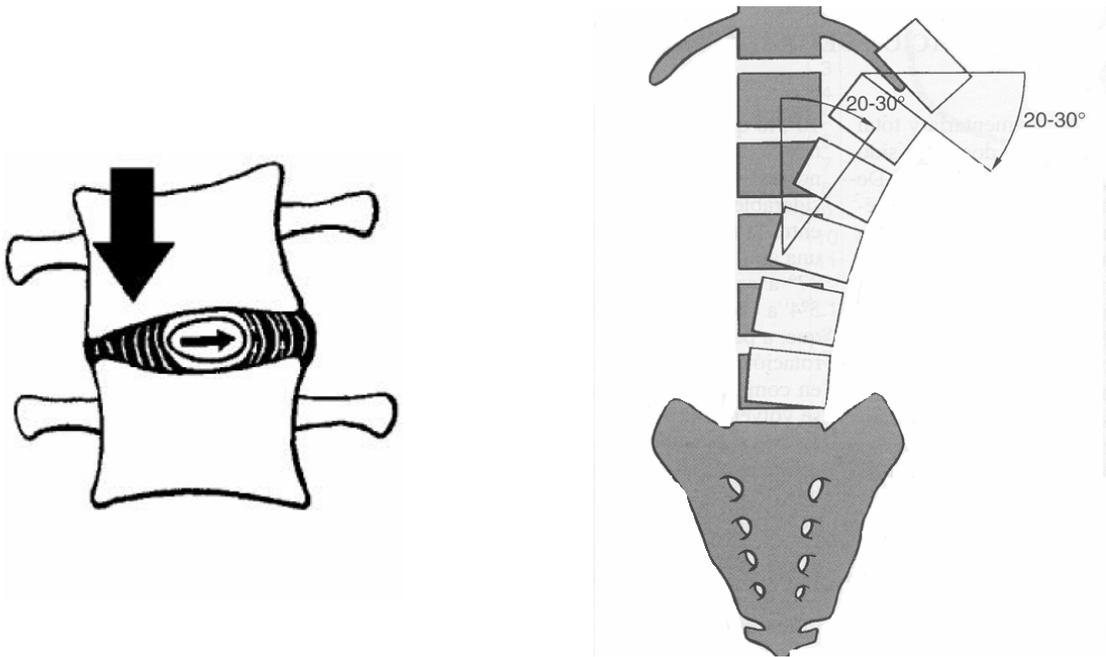


Figura 3.4. Movimiento de flexión lateral de la columna vertebral.

En los movimientos de torsión (figura 3.5), las fibras del anillo de oblicuidad opuestas al sentido de rotación se tensan; en cambio, las fibras de las capas intermedias, cuya oblicuidad es inversa aparecen distanciadas. La tensión alcanza un grado máximo en las capas centrales, cuyas fibras son las mas oblicuas. En este movimiento, el núcleo se halla fuertemente comprimido y su presión interna aumenta proporcionalmente con el grado de rotación [1], [3].



Figura 3.5. Movimiento de torsión de la columna vertebral.

### 3.4 Cargas que soporta la columna vertebral (región lumbar).

Las cargas que soporta la columna vertebral son producidas principalmente por el mismo peso del cuerpo (cabeza y tronco), por la actividad muscular, por el pre-esfuerzo de los ligamentos y por la aplicación de cargas externas. Cálculos preliminares de las cargas que soporta la columna a varios niveles pueden obtenerse mediante el uso de la técnica del diagrama de cuerpo libre simplificado para fuerzas coplanares. Si consideramos los esfuerzos estáticos a los que esta sometida una vértebra ligeramente oblicua (Fig. 3.6), podemos descomponer la fuerza  $F$  en dos componentes, una normal  $N$  y una paralela  $T$  (cortante).

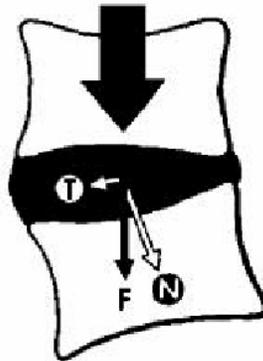


Figura 3.6. Esfuerzos estáticos aplicados en las vértebras.

La fuerza  $N$  apoya a la vértebra superior sobre la inferior, mientras que la fuerza  $T$  hace que se deslice hacia delante, poniendo en tensión a las fibras oblicuas alternativamente en cada capa fibrosa.

De esta forma tenemos que cualquiera que sea la compresión impuesta en el disco intervertebral, esta se refleja siempre en un incremento de la presión interna del núcleo y en un aumento de la tensión de las fibras del anillo. Pero gracias al desplazamiento relativo del núcleo, el grado de tensión de las fibras es diferente, lo cual tiende a situar al sistema en su posición inicial [1].

Para obtener la información directa de las cargas que recibe la columna en sus diferentes discos intervertebrales, se realiza una medición interna de la presión de los discos, tanto in vitro como in vivo. Así, se pueden conocer las cargas críticas (el punto en cual ocurre la flexión lateral o el pandeo) que se presentan en el disco. Sin embargo, estos valores varían tanto in vitro como in vivo, pues dependen mucho de la edad de los individuos en estudio, no obstante, estos valores son considerados como los más cercanos a la realidad.

Debido a que este método es muy complejo para aplicaciones generales, se emplea un método de medición semidirecta (muy frecuentemente usado) que involucra la medición en la actividad mioeléctrica de los músculos del tronco, correlacionando esta actividad con los valores calculados de contracción de los músculos. Los valores obtenidos correlacionan en buen grado con aquellos obtenidos a través de la medición de presión intradiscal, por lo que el método puede ser usado para predecir las cargas en la columna [2].

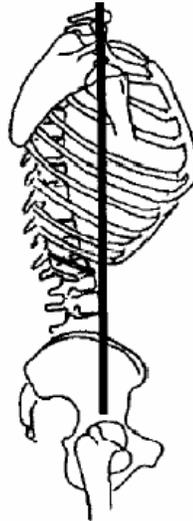
Otro método empleado comúnmente es aquel que involucra el uso de modelos matemáticos para estimar las fuerzas que están asignadas a las cargas en la región lumbar y las fuerzas de contracción en los músculos del tronco para ser calculados en diversas actividades físicas; los valores obtenidos con este método concuerdan adecuadamente con los obtenidos por medio del método directo y semidirecto [2].

### ***3.5 Estática del raquis lumbar en posición erecta.***

Cuando una persona se encuentra erguida, los músculos encargados de la postura se encuentran constantemente activos. Esta actividad es disminuida cuando los segmentos del cuerpo están bien alineados. Mientras que el cuerpo se encuentra en posición erguida, la línea de gravedad del tronco pasa usualmente por el abdomen y por el centro de la cuarta vértebra lumbar L4 (Fig. 3.7) [2].

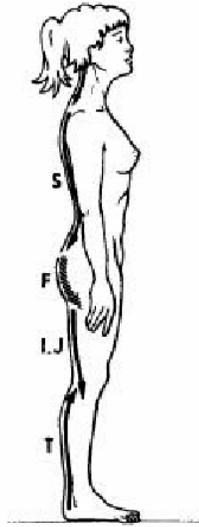
De esta manera, el vientre cae al eje transversal de movimiento de la columna, y los segmentos de movimiento están sujetos a un momento de flexión delantero, el cual debe ser contrarrestado por la acción de los ligamentos y músculos erectores de la columna.

Cualquier desplazamiento de esta línea de gravedad altera la magnitud y dirección del momento en la espina. Para que el cuerpo vuelva a estar en equilibrio, el momento debe ser contrarrestado por un incremento en la actividad muscular, la cual ocasiona una desviación periódica de la postura.



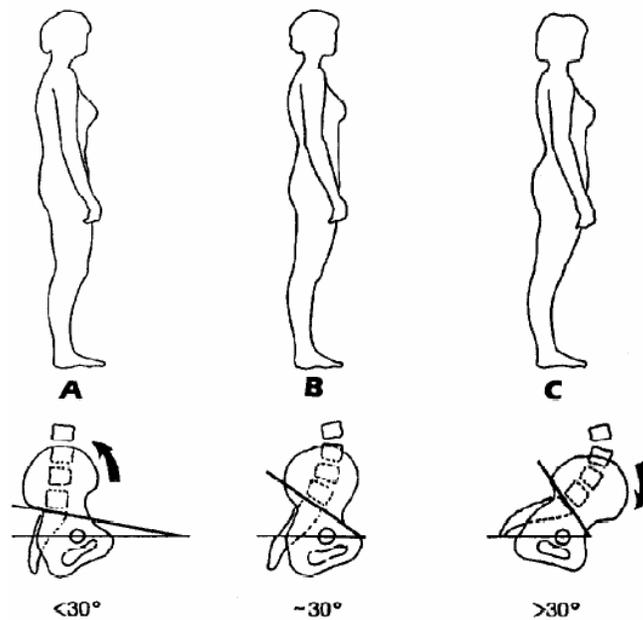
**Figura 3.7. Línea de gravedad del tronco en posición de pie, erecta y relajada.**

En posición erecta rectilínea (Fig. 3.8), el ligero desequilibrio hacia delante esta controlado por las contracciones tónicas de los músculos del plano posterior, tríceps surales (T), isquiotibiales (I, J), glúteos (F), y los músculos espinales (S), en cambio, los músculos del abdomen están intermitentemente activos para mantener la posición erecta del tronco. La porción vertebral del músculo psoas esta también involucrado en el mantenimiento la posición erecta. Si bien todos estos músculos intervienen para mantener la posición erecta del cuerpo, su actividad varía en cada individuo y depende, en cierta medida, de la forma y de la magnitud de la cifosis y la lordosis lumbar.



**Figura 3.8. Músculos que mantienen la posición erguida del tronco.**

La pelvis juega también un papel importante en la actividad muscular y en las cargas resultantes sobre la espina durante la posición erguida del cuerpo (Fig. 3.9). Generalmente, casi en todas las personas, la base del sacro esta inclinada hacia delante y hacia abajo. El ángulo de inclinación, o ángulo sacro, es alrededor de  $30^\circ$  con respecto al plano transversal mientras el cuerpo esta de pie y relajado (Fig. 3.9-B). Inclinando la pelvis cerca del eje transversal entre la articulación femorotibial el ángulo cambia. Cuando la pelvis esta inclinada hacia atrás, el ángulo sacro decrece y la lordosis lumbar se aplanana (Fig. 3.9A) Este aplanamiento afecta la espina torácica, que se extiende ligeramente para ajustar el centro de gravedad del tronco. De este modo la energía, en términos de trabajo muscular, disminuye [2].



**Figura 3.9. Influencia de la inclinación de la pelvis en las cargas sobre el raquis lumbar.**

Por otra parte, cuando la pelvis se inclina hacia delante, el ángulo sacro aumenta, acentuando la lordosis lumbar y la cifosis dorsal (Fig. 3.9C). La inclinación hacia delante y hacia atrás de la pelvis modifica la actividad de los músculos que intervienen en la postura, pues afectan las cargas estáticas sobre la columna [2]

### 3.5.1 Comportamiento de las cargas en el raquis lumbar con cuerpo erguido, sentado y acostado.

La posición del cuerpo afecta la magnitud de las cargas en la columna vertebral. Estas cargas son mínimas mientras esta acostado con buen apoyo, permanecen bajas cuando el cuerpo está de pie rectilíneo y relajado, y crecen mientras está sentado. Las cargas relativas que se presentan sobre la columna en diversas posturas del cuerpo se presentan en la figura 3.10 [2].

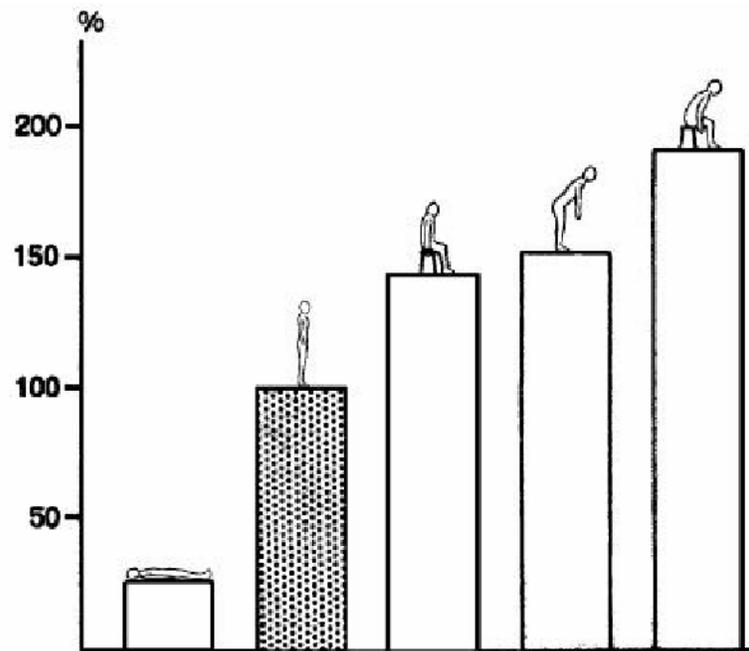


Figura 3.10. Comparación de las cargas relativas sobre el tercer disco lumbar en varias posiciones del cuerpo.

Mientras el cuerpo está erguido, vertical y relajado, la carga sobre el tercer disco lumbar, calculada desde la presión interna del disco, se ha demostrado que es de 70 kg en un hombre de 70 kg:: la carga es casi el doble del peso del cuerpo arriba del nivel medido, es cual es aproximadamente el 65% del peso total del cuerpo o aproximadamente 45 kg [2]. La flexión del tronco, pues se suma a la carga del momento de flexión realizado hacia delante de la columna.

El momento de flexión es producto de la fuerza producida por el peso de la parte superior del cuerpo ( $W$ ) y el aumento del brazo de palanca ( $Lw$ ). La inclinación hacia delante del cuerpo también provoca un aumento en los esfuerzos de tensión y compresión a los que está sujeto el disco, ocasionando una protuberancia sobre el lado de compresión y una retracción en el lado de tensión. (Fig. 3.11) [2].

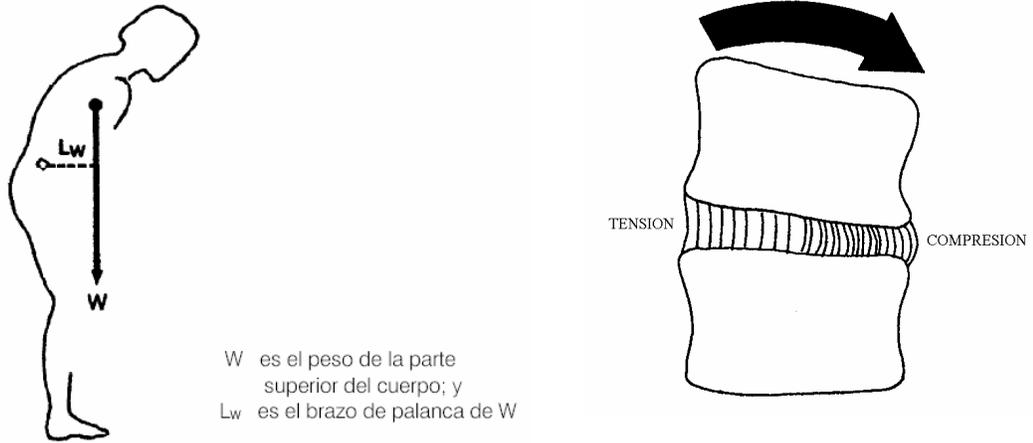


Figura 3.11. La inclinación del cuerpo hacia adelante aumenta la carga en el raquis lumbar.

Cuando una persona esta sentada sin apoyo para la espalda, las cargas en la región lumbar son mayores que las que recibe el cuerpo estando en pie, erguido y relajado [2]. En esta posición sentada la pelvis es inclinada hacia atrás y la lordosis lumbar se endereza. También, la línea de gravedad para la parte superior del cuerpo, cambia mas allá del vientre, provocando un incremento en el brazo de palanca de la fuerza ejercida por el peso del tronco. (Fig. 3.12A,B). Este brazo de palanca mas largo produce un incremento en el momento, o toque, sobre el raquis lumbar, que incrementa aun mas si el tronco es inclinado hacia adelante. La actividad del músculo psoas también contribuye con las cargas sobre la región lumbar mientras una persona permanece sentada [2].

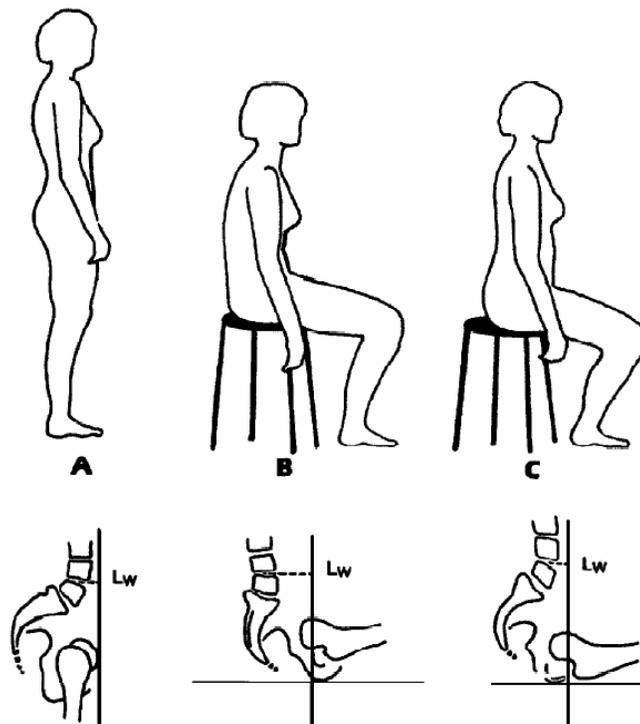


Figura 3.12. Deslizamiento de la línea de gravedad para tres diferentes posiciones.

Si la persona se encuentra sentada de una forma erecta, la inclinación hacia delante de la pelvis y el incremento de la lordosis lumbar reducen las cargas sobre el raquis lumbar, sin embargo, estas cargas continúan siendo mayores a las producidas cuando la persona se encuentra de pie en posición erecta y relajada (Fig. 3.12 C). Durante la posición sentada, particularmente si las rodillas están algo extendidas, los tendones de los músculos pueden restringir la inclinación hacia delante de la pelvis, causando un incremento en la carga sobre la región lumbar [2].

Las cargas en el raquis lumbar son menores cuando se apoya la espalda en posición sentada, que cuando la espalda no se apoya; esto es debido a que una parte del peso del tronco esta apoyada en el respaldo. Una inclinación hacia atrás del respaldo y el uso de un apoyo lumbar reduce aun más las cargas. Sin embargo, el uso de un soporte en la región dorsal, empujara el raquis dorsal hacia delante del tronco, provocando que se mueva el raquis lumbar hacia una cifosis para quedar en contacto con el respaldo, incrementando las cargas en el raquis lumbar ( Fig. 3.13) [2].

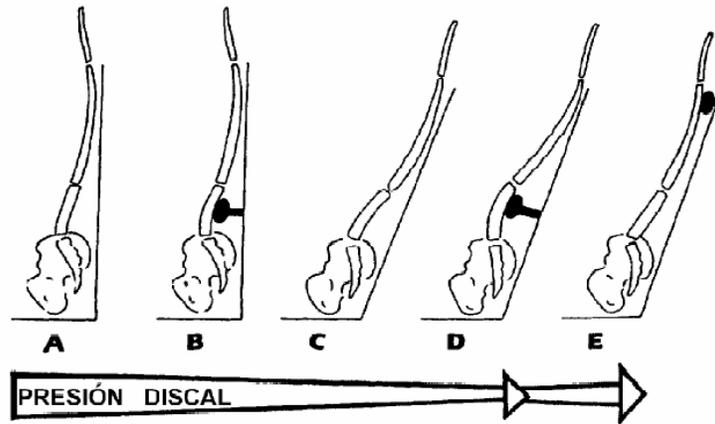


Figura 3.13. Influencia de la inclinación del respaldo y el soporte posterior, sobre las cargas del raquis lumbar.

Las cargas en la columna son mínimas cuando el individuo esta en decúbito dorsal (acostado boca arriba) porque las cargas producidas por el peso del cuerpo se eliminan.

### 3.5.2 Cargas estáticas del raquis lumbar al levantar objetos.

Las cargas mas altas que se presentan sobre la columna vertebral son generalmente causadas por cargas externas, tales como aquellas producidas cuando se comienza a levantar objetos pesados. Desde hace algunas décadas (1960) se han realizado pruebas para conocer cuanta carga puede sostener la columna antes de que sufra daño. Eie (1966) fue un pionero en esta investigación, al tomar como muestra vértebras de humanos adultos y someterlas a pruebas de compresión, sus resultados mostraron que el intervalo de falla (a compresión) esta entre los 5000 y los 8000 N. Posteriormente diferentes investigadores han realizado diversas pruebas llegando a reportar valores de carga que oscilan en un rango superior a 10000 N e inferior a 5000 N [2]. Se puede afirmar que la edad y la degeneración de los discos intervertebrales influyen en este intervalo [2].

Eie (1966) observó que durante pruebas de compresión, el punto de fractura en la columna vertebral se presentaba en el cuerpo vertebral o en la cara superior o inferior del mismo, antes de presentarse en el disco. Este hallazgo mostró que el hueso posee menos capacidad de resistencia a la compresión que el disco intervertebral. Durante la prueba, el punto de cedencia era extendido antes de que la vértebra o las caras del cuerpo vertebral se fracturaran. Cuando la carga era removida en este punto, el cuerpo vertebral se recuperaba, pero era más susceptible a sufrir daño cuando se aplicaban nuevamente las cargas.

Estudios más recientes han proporcionado evidencia de que la columna puede incurrir en microdaño como resultado de altas cargas aplicadas *in vivo*. Hanson (1977) observó microfracturas en especímenes tomados de vértebras lumbares “normales” de humanos e interpretó estos microdaños como fracturas producidas por fatiga, resultado de tensión excesiva *in vivo*.

Elevar y cargar un objeto a una cierta distancia horizontal es una situación común en donde las cargas aplicadas sobre la columna vertebral pueden ser tan altas como para dañarla. Existen diversos factores que influyen en las cargas de la columna durante estas actividades:

1. La posición del objeto relativa al centro de movimiento del raquis,
2. El tamaño, forma, peso y densidad del objeto; y
3. Los grados de flexión o rotación de la espina.

Sostener un objeto cerca del cuerpo en lugar de tenerlo separado al cuerpo, reduce el momento de flexión sobre el raquis lumbar; porque la distancia (brazo de palanca) desde el centro de gravedad del objeto al centro de movimiento de la columna vertebral, es menor. Entre más corta sea la distancia de la fuera producida por el peso de un objeto dado, más pequeña será la carga sobre el raquis lumbar [2].

La geometría, peso y densidad de un objeto influyen en las cargas de la columna. Si dos objetos del mismo peso, forma y densidad pero de diferentes tamaños se sostienen, el brazo de palanca para la fuerza producida por el peso de los objetos será más largo para el objeto grande; y de igual manera, el momento de flexión en el raquis lumbar será mayor (Fig. 3.14).

Generalmente cuando una persona está cargando un objeto inclina el cuerpo hacia delante, de tal manera que la fuerza producida por el peso del objeto más la producida por el peso de la parte superior del cuerpo, al inclinar el cuerpo, generan un momento de flexión en el disco, incrementando las cargas sobre la columna. Este momento de flexión es más grande que el producido cuando una persona está de pie recta sosteniendo un objeto (Fig. 3.15).

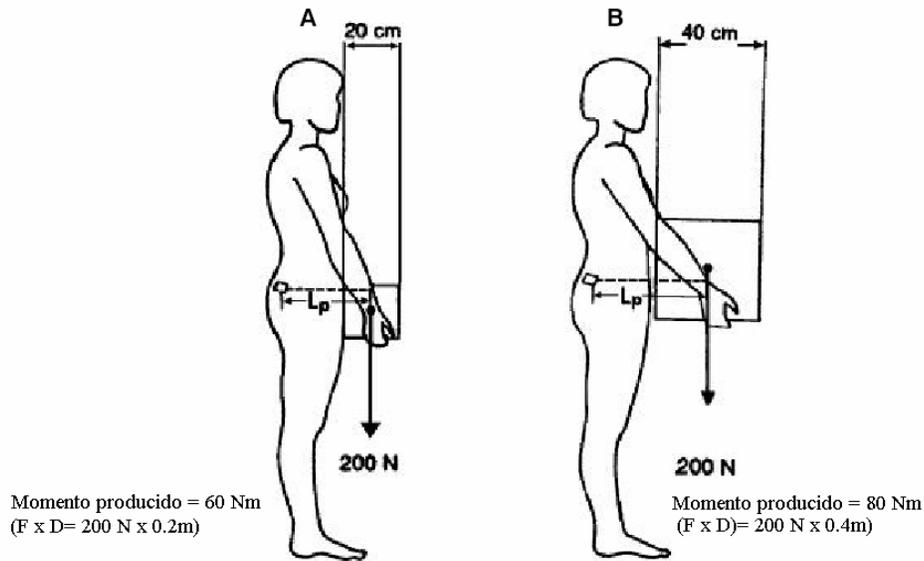


Figura 3.14. Influencia del tamaño de los objetos en el valor del momento producido sobre el raquis lumbar.

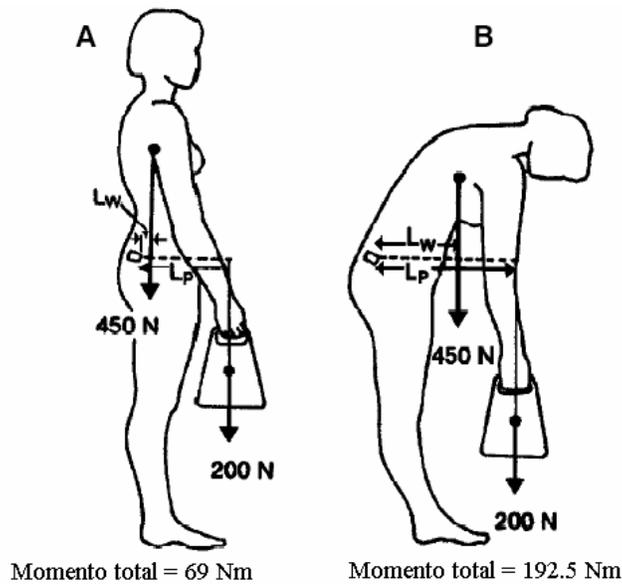


Figura 3.15. Influencia de la inclinación del cuerpo, al cargar un objeto, sobre las cargas en el raquis lumbar.

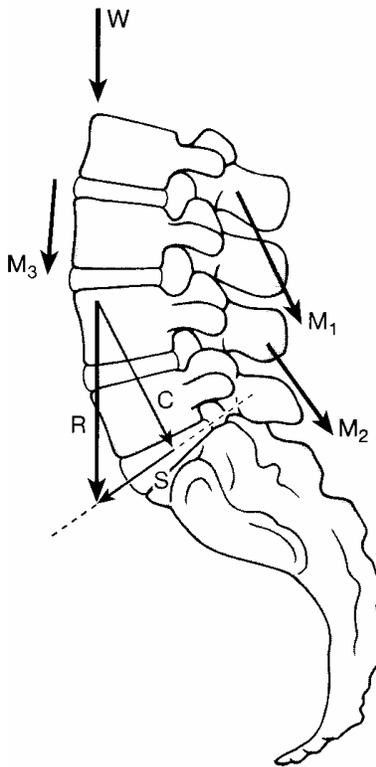
En la figura 3.15 podemos comparar el momento producido al levantar un objeto sin inclinar el cuerpo e inclinandolo. Para el primer caso (Fig. 3.15 A) El brazo de palanca ( $L_p$ ) del peso del objeto es de 30 cm, creando un momento de 60 Nm ( $200\text{N} \times 0.3\text{m}$ ). El momento creado por la parte superior del cuerpo es de 9 Nm, por lo que el momento total es de 69 Nm. En el caso del levantamiento del objeto e inclinación del cuerpo (Fig. 3.15 B), el brazo de palanca producido por el peso del objeto es de 40 cm, creando un momento de 80 Nm ( $200\text{N} \times 0.4\text{m}$ ), pero, la fuerza producida por el peso de la parte superior del cuerpo (450 N) produce un momento mayor, pues su línea de acción se desplaza (0.25m), creando un momento de 112.5 Nm ( $450 \text{ N} \times 0.25\text{m}$ ). Esto trae como consecuencia un momento mayor aplicado sobre la región lumbar de 192.5 Nm.

Por lo anterior, es recomendable que al levantar objetos pesados, las rodillas sean dobladas y la espalda permanezca relativamente recta, para reducir las cargas sobre el raquis lumbar.

### **3.6 Patologías en la región lumbar.**

Las patologías de la columna vertebral son muchas y diversas, tanto su estudio y como su prevención han sido estudiados desde hace varias décadas. En esta sección solo mencionaremos aquellas que están directamente relacionadas con sollicitaciones mecánicas a la región lumbar, pues estas son las más comunes y en su mayoría ocurren en actividades de la vida común.

Estudios recientes han demostrado que la mayoría de los dolores lumbares en las personas están relacionados directamente con una concentración de esfuerzos en las articulaciones vertebrales [4].



**Figura 3.16. Cargas soportadas por la región lumbar, de compresión C y cortante S.**

#### **3.6.1 Patologías en la región lumbar debidas a cargas de compresión.**

Como se ha mencionado anteriormente, el principal tipo de fuerza que sostiene la columna es de compresión, y es causada principalmente por el peso de la parte superior del cuerpo. La carga de compresión (Fig. 3.16) en la columna es principalmente soportada por el cuerpo vertebral y por los discos, sin embargo, las articulaciones (vértebras) también sostienen parte de este peso (del 10-16%) [4].

El disco es el encargado de transmitir las fuerzas de una vértebra a otra, pero además debido a naturaleza sirve como amortiguador de cargas, llegando a poseer una resistencia a la compresión mucho mayor que la de la vértebra. Es por esto que los principales problemas en la columna debidos a fuerzas de compresión se presentan en el cuerpo vertebral, ya sea en alguna de sus caras o en su estructura travecular. Existen diversos tipos de fallas que se presentan en el cuerpo vertebral debidas a la compresión, las principales se ilustran y clasifican en la figura 3.17.

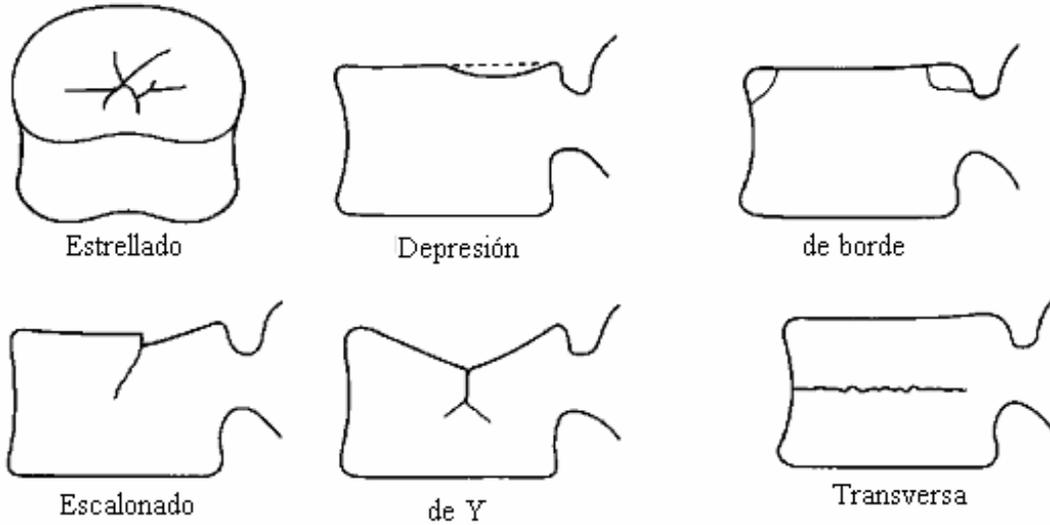


Figura 3.17. Tipos de falla en el cuerpo vertebral debido a cargas de compresión.

El cuerpo vertebral posee sus caras planas, sin embargo, con el paso del tiempo estas caras se van volviendo cóncavas debido a la acción de cargas repetitivas sobre ellas. Esta concavidad puede llegar a dañar el disco intervertebral, provocando lo que se conoce como hernias discales.

En una vértebra con caras planas, el núcleo ejerce una fuerza de presión que evita al anillo fibroso colapsarse dentro de él en respuesta a una carga de compresión grande (Fig. 3.18 A), sin embargo, cuando la cara de la vértebra esta cóncava, el núcleo no puede ejercer correctamente esta presión, ocasionando de esta forma la hernia discal (Fig. 3.18 B).

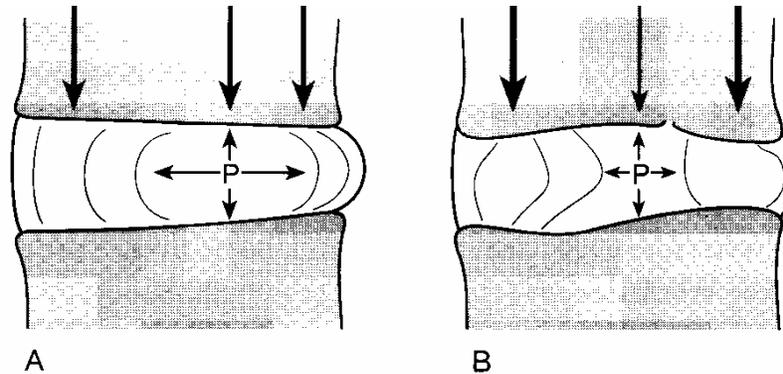


Figura 3.18. Presión ejercida por el núcleo del disco intervertebral. A) En una vértebra con capas planas, B) en una vértebra con caras cóncavas.

Las cargas de compresión son cotidianas en el raquis lumbar, pues se presentan en casi todas las actividades ordinarias que realizamos, llegando a causar problemas, al levantar objetos pesados, o bien al realizar una tarea repetitiva, pues genera microdaños en la vértebra causadas por fatiga.

### **3.6.2 Patologías en la región lumbar debidas a cargas cortantes.**

Como se ha mencionado, la fuerza resultante que soporta el raquis lumbar se puede descomponer en una normal (compresión) y en una perpendicular a la primera (cortante). La fuerza cortante si bien en magnitud es mucho menor a la de compresión, también puede llegar a causar problemas en el cuerpo vertebral.

Casi todos los componentes del cuerpo vertebral están diseñados específicamente para soportar cargas de compresión, siendo por otra parte el arco vertebral el principal encargado de soportar cargas cortantes.

La principal función del arco vertebral es evitar la dislocación entre vértebras al restringir el movimiento de deslizamiento. Su daño se presenta al someter a la región lumbar a cargas repetitivas, o bien, a cargas excesivamente grandes.

Uno de las principales patologías que presenta el raquis lumbar debido a cargas cortantes es la espondilolistesis y se presenta (casi siempre) en la articulación lumbo-sacra. Se presenta en esta articulación debido a que es la que soporta cargas mayores en actividades cotidianas.

Para entender la aparición de la espondilolistesis es necesario entender el mecanismo entre la vértebra L5 y la S1. Cuando el raquis lumbar esta flexionándose hacia delante, como podemos ver en la figura 3.19 A, el cuerpo de la quinta vértebra lumbar tiende escurrirse hacia abajo y hacia delante. El peso P de la parte superior del cuerpo, lo podemos dividir en dos componentes: una fuerza N perpendicular a la cara superior del sacro y una fuerza G paralela a la cara superior del sacro que impide al cuerpo vertebral L5 ir hacia delante. Este desplazamiento se ve impedido por la sólida sujeción del arco posterior de L5.

En una vista superior, podríamos ver que las apófisis articulares inferiores de L5 encajan entre las apófisis articulares superiores de la primera sacra; la fuerza G' de deslizamiento aplica fuertemente las apófisis de L5 sobre las apófisis superiores del sacro, que resisten a ambos lados de acuerdo a una fuerza R. La transmisión de estos impulsos se realiza por un punto de paso obligado a nivel del istmo vertebral. Cuando este istmo esta roto o destruido (Fig. 3.19 B) se dice que hay una espondilólisis. Dado que el arco posterior ya esta retenido por detrás sobre las apófisis superiores del sacro, el cuerpo vertebral resbala hacia abajo y hacia delante, creando una espondilolistesis.

Cuando ocurre la espondilolistesis los únicos elementos que retienen a la 5L sobre el sacro y le impiden resbalar son el disco lumbosacro y los músculos de los canales vertebrales, en cuya contracción permanente

esta el origen de los dolores de la espondilolistesis, que se presentan en la región lumbar, y a veces en las nalgas y en la cara posterior del muslo.

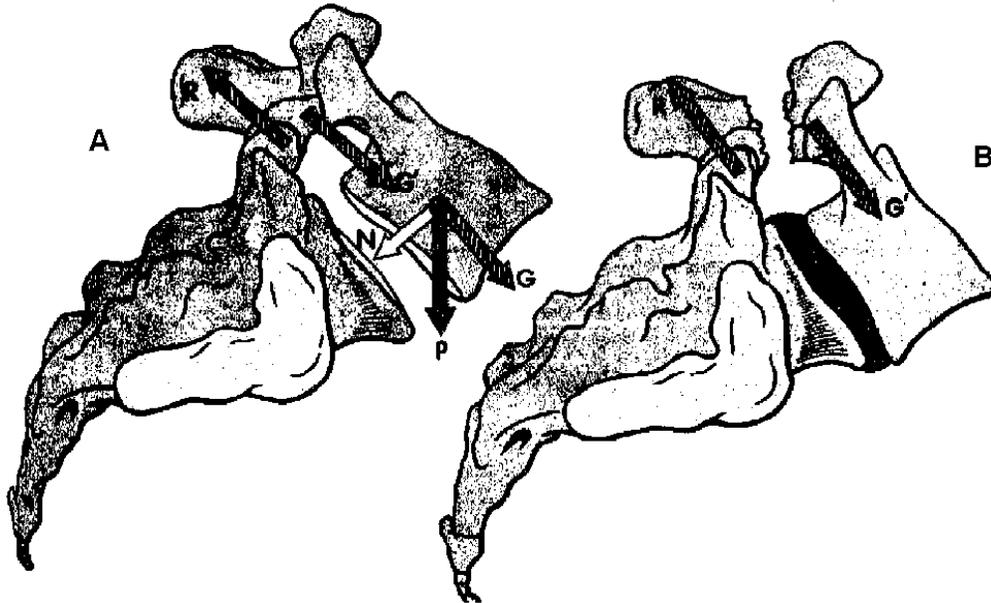


Figura 3.19. Fuerzas que provocan la espondilolistesis a nivel lumbosacro.

Existen diferentes tipos de espondilolistesis, algunas relacionadas con traumatismos, otras con malas posturas y otras más patológicas.

### 3.6.3 Patologías en la región lumbar debidas a torsión.

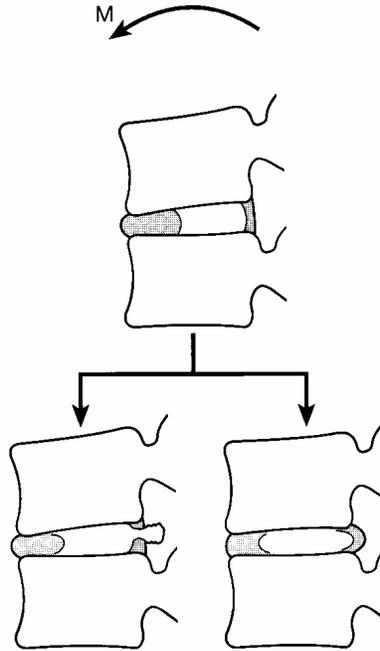
A pesar de que la región lumbar posee un rango muy pequeño de rotación, es posible que se presenten daños debido a cargas de torsión cuando se aplican torques mayores a 30 Nm [3]. Estos daños se presentan únicamente entre las apófisis inferiores de una vértebra superior y las superiores de una inferior. El disco intervertebral no sufre daño alguno debido a su composición, pues el anillo fibroso al poseer una estructura circunferencial no ejerce ninguna restricción a este movimiento.

Las fracturas debidas a torsión son muy raras, y se llegan a presentar en individuos que practican deportes de contacto (Rugby o fútbol americano), o bien, por algún accidente.

### 3.6.4 Patologías en la región lumbar debidas a flexión y/o extensión.

Las lesiones por flexión y/o extensión se presentan al realizar movimiento bruscos que el cuerpo no esta acostumbrado a hacer. Estos movimientos, o daños, afectan en primer lugar a los ligamentos longitudinales

posteriores e interespinosos y en segundo lugar (cuando son más graves) a los arcos y discos vertebrales (Fig. 3.20), llegando a provocar fracturas, o bien, hernias discales.



**Figura 3.20. Lesiones en el disco intervertebral debidas a movimientos excesivos de flexión.**

### Referencias y Bibliografía

- [1] A. I. Kapandji. **Fisiología Articular**. Ed. Panamericana. 5ta edición, España, 1998
- [2] Margarete Nordin, Victor H. Frankel. **Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System**. LEA&FEBIGER USA 1989 .
- [3] Michael Adams, Nikolai Bogduk, Kim Burton & Patricia Dolan. **The biomechanics of back pain**. Ed. Churchill Livingtone. UK 2002.
- [4] J. Marqués. El dolor lumbar. Ed. JIMS.España 1988.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO

#### ***4.1 Introducción.***

En el presente capítulo se mencionará el por qué del uso del MEF en nuestro estudio, mostrando las características de este y las ventajas que proporciona el método en el análisis de la biomecánica de la columna vertebral. Posteriormente se explicará y analizará el caso de estudio que se aborda en este trabajo. En la segunda parte del capítulo, y la más importante de todo el trabajo, se explicará el método empleado para la obtención, edición y análisis del modelo de la columna vertebral sana, para posteriormente presentar los resultados de estos análisis.

#### ***4.2 Descripción del problema.***

El estudio de la biomecánica del cuerpo es de suma importancia para el ser humano, pues a medida de que su conocimiento sea más amplio sobre este campo, mayor será su capacidad de evitar problemas o bien, de corregirlos.

Una de las estructuras del cuerpo humano más estudiadas para el conocimiento de su biomecánica es la columna vertebral, debido a que comúnmente presenta problemas relacionados con malas posturas o bien, con cargas y momentos aplicados sobre ella. Sin embargo, su estudio y análisis mecánico es complejo, debido a que al ser una estructura orgánica, presenta las siguientes características.

Presenta propiedades mecánicas específicas en cada individuo, por lo que la caracterización de sus propiedades mecánicas no puede ser precisa ni aplicable a todos los especímenes. Al presentar los especímenes propiedades mecánicas únicas [3], solo se pueden ocupar una vez, pues las pruebas mecánicas alteran estas propiedades, evitando de esta forma la variación de condiciones de frontera y por ende su comparación con otras pruebas u especímenes.

Es una estructura que trabaja y está compuesta por diversos materiales (tendones, ligamentos, hueso, etc.), donde cada uno presenta propiedades mecánicas diferentes.

Además, al ser una estructura orgánica y viva, las propiedades mecánicas deben de ser probadas en individuos vivos, pues en cadáveres dichas propiedades cambian [5].

Al presentar una geometría irregular, el análisis mecánico se dificultaría, además de que su estudio sería costoso, largo y muy tedioso.

Por otra parte, la aplicación y utilización del método de elemento finito (MEF), como herramienta de análisis, ha ido en aumento, debido a la aparición de sistemas computacionales cada vez más aptos para resolver los sistemas de matrices, y sobre todo a la gran eficiencia que se ha demostrado en su utilización. Además, los avances del MEF han contribuido su extensa utilización en el campo de la ingeniería, siendo algunas de sus ventajas las siguientes:

- El método puede ser aplicado a cuerpos compuestos de diversos materiales, es decir; las propiedades de los materiales adyacentes no deben de ser los mismos.
- Las formas irregulares de los elementos pueden obtenerse por aproximación con elementos o caras planas. De tal forma que el método no se limita a geometrías simples.
- El tamaño de los elementos puede variar. Esto permite que el elemento pueda ser expandido o refinado en zonas críticas, según sea la necesidad para obtener así la solución mas aproximada.
- El método puede manejar diferentes condiciones de frontera.
- Puede ser aplicado a problemas de diferentes áreas de la ingeniería; tales como transferencia de calor, mecánica de fluidos, magnetismo, análisis estructurales, etc.

Debido a las características que presenta nuestro trabajo, tales como la geometría irregular, la presencia de diversos materiales y la complejidad del análisis, se decidió ocupar el MEF para el análisis y estudio de la biomecánica de la columna vertebral.

#### ***4.3 Caso de estudio.***

El propósito de este trabajo es el de conocer la biomecánica que presenta el raquis lumbar sano, ante diferentes cargas aplicadas a su estructura, para posteriormente comparar estos resultados con los presentados en un raquis lumbar con espondilolistesis en el cuerpo vertebral de L5. Lo anterior con la finalidad de comparar que tanto afecta esta patología a la biomecánica del raquis lumbar.

Para llevar a cabo el estudio de la biomecánica de la columna vertebral mediante el uso del MEF, se modeló y ocupó un raquis lumbar de una persona sana, de 45 años aproximadamente, con una estatura de 1.70 m y con 72 Kg. de masa corporal. La geometría fue obtenida en base a tomografías de la región lumbar.

Una vez obtenida la geometría de la región, se realizaron dos tipos de análisis, uno con las condiciones que posee el raquis lumbar sano, y otro con las condiciones que presenta un raquis lumbar con espondilolistesis.

Las propiedades de los materiales fueron obtenidas de la literatura ([1], [2]), mientras que las magnitud de las cargas que actuaban sobre la región lumbar se calcularon utilizando el análisis propuesto por Nordin & Frankel, para fuerzas coplanares ([3], capítulo 10).

Por otra parte, el modelo que se desarrolla en este trabajo presenta las siguientes características:

- Se considera que el hueso y el disco intervertebral son materiales homogéneos, isotrópicos y lineales. Tomando en cuenta que la mayor parte del hueso de la vértebra esta formado por hueso trabecular [1], [5].
- Se considera que el raquis esta en equilibrio, por lo que  $\sum F = 0$  y  $\sum M = 0$ . Con cargas externas aplicadas a la L1 y restricciones de movimiento en la parte inferior del quinto disco intervertebral.

**4.3.1 Obtención de cargas sobre la región lumbar, para el caso de estudio.**

Se sabe que el peso que recibe la región lumbar del paciente respecto al peso total del cuerpo, equivale al 65%, por lo tanto, para una persona de 72 Kg, la fuerza de compresión que actúa en la zona lumbar es de 46.8 Kg, que equivalen a 462 N aproximadamente.

A continuación, se muestra el procedimiento que se siguió para la obtención de las cargas que actúan sobre la región lumbar al estar el sujeto de estudio inclinado 30° y levantando un objeto de 200 N, figura 4.1. (Tomado de [3], capítulo 10).

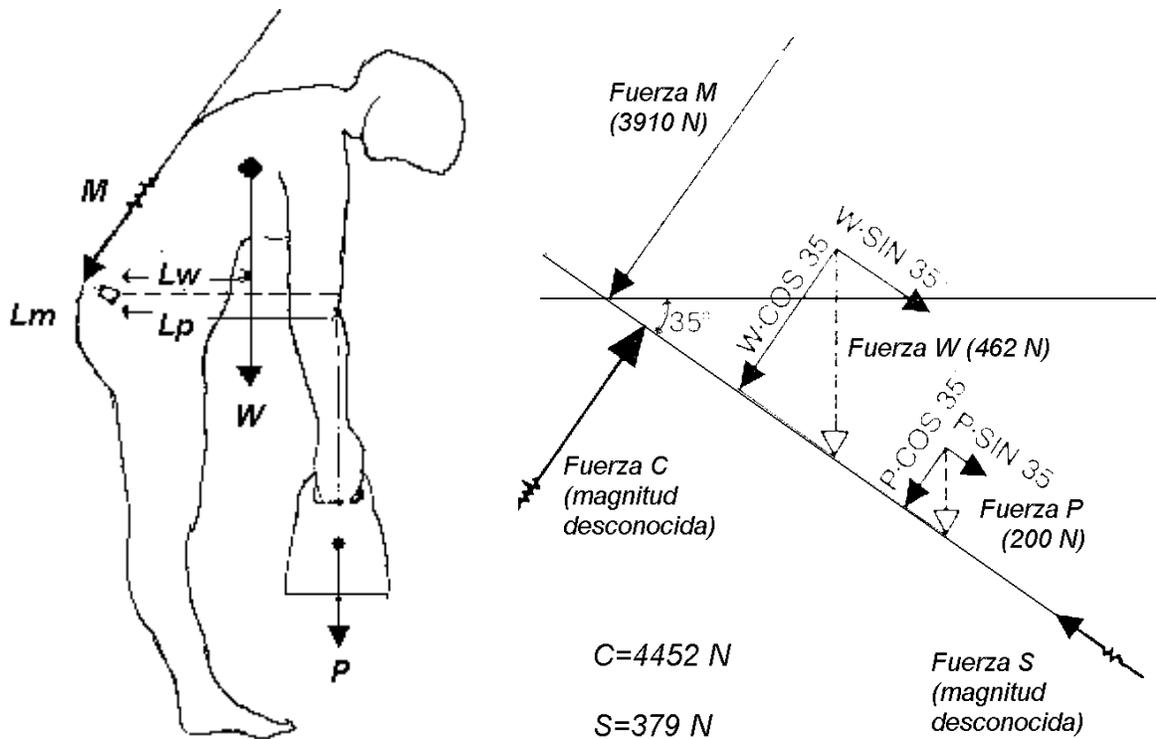


Figura 4.1 Diagrama de cuerpo libre utilizado para determinar la fuerza resultante sobre la región lumbar.

Las cargas sobre un disco lumbar serán calculadas para un punto a la vez, cuando una persona cuyo peso de  $W = 72Kg$  levanta un objeto de  $P = 200N$ . La columna esta flexionada cerca de  $35^\circ$ . En este caso, (Fig. 4.1) las tres fuerzas principales que actúan sobre el raquis lumbar a nivel lumbo-sacro son:

1. La fuerza producida por el peso del tronco  $W$ , calculando que es de  $462 N$  (aproximadamente el 65 % de la fuerza ejercida por el peso total del cuerpo),
2. La fuerza producida por el peso del objeto  $P$  de  $200 N$ ; y
3. La fuerza producida por la contracción de los músculos erectores de la columna  $M$ , los cuales tienen una dirección y punto de aplicación conocidos pero una magnitud desconocida.

Ya que estas tres fuerzas actúan a una distancia desde el centro de movimiento de la columna crearán momentos en el raquis lumbar. Dos momentos de flexión delanteros  $WL_W$  y  $PL_P$ , los cuales son el producto de las fuerzas  $W$  y  $P$ , y la distancia perpendicular de estas fuerzas (brazos de palanca) desde el centro instantáneo hasta el punto de aplicación de la fuerza. Un momento de equilibrio y sentido contrario  $ML_M$  es producto de  $M$  y su brazo de palanca. El brazo de palanca para  $W$  es de  $0.25 m$ , para  $P$  de  $0.4 m$  y para  $M$  de  $0.05 m$ .

La magnitud de  $M$  puede encontrarse a través del uso de la ecuación de equilibrio para los momentos. Para que el cuerpo este en equilibrio de momentos, la suma de los momentos actuando sobre el raquis lumbar debe ser cero (en este ejemplo, los momentos que giran en sentido de las manecillas del reloj se consideran positivos, y los que giran en sentido contrario a las manecillas del reloj se consideran negativos); así:

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \\ (W \times L_W) + (P \times L_P) - (M \times L_M) &= 0 \\ (462N \times 0.25m) + (200 \times 0.4m) - (M \times 0.05) &= 0 \\ M \times 0.05m &= 115.5Nm + 80Nm \\ M &= 3910N \end{aligned}$$

La fuerza de compresión total ejercida sobre el disco intervertebral  $C$  ahora puede calcularse por trigonometría (Fig. 4.1 B). Donde  $C$  es la suma de las fuerzas de compresión que actúan por encima del disco, el cual esta inclinado  $35^\circ$  con respecto al plano transversal. Dichas fuerzas son:

1. La fuerza de compresión producida por el peso del tronco  $W$ , la cual actúa inclinada sobre el disco a  $35^\circ$  ( $W \times \cos 35^\circ$ ).
2. La fuerza producida por el peso del objeto  $P$ , el cual actúa de forma inclinada sobre el disco a  $35^\circ$  ( $P \times \cos 35^\circ$ ).
3. La fuerza producida por los músculos erectores de la columna  $M$ , los cuales actúan aproximadamente en ángulo recto a la inclinación del disco.

La fuerza de compresión total  $C$  que actúa sobre el disco tiene un punto de aplicación, una línea de aplicación y sentido conocido, pero de magnitud desconocida. La magnitud de  $C$  puede encontrarse por medio del empleo de la ecuación de equilibrio para las fuerzas. Para que el cuerpo este en equilibrio de fuerzas, la suma de estas debe ser igual a cero, por lo tanto:

$$\begin{aligned}\sum F_{NORMAL} &= 0 \\ (W \times \cos 35^\circ) + (P \times \cos 35^\circ) + (M - C) &= 0 \\ (462N \times \cos 35^\circ) + (200N \times \cos 35^\circ) + 3910N - C &= 0 \\ C &= (378.4 + 163.8 + 3910)N \\ C &= 4452N\end{aligned}$$

Para la fuerza cortante  $S$  que actúa sobre el disco se tiene:

$$\begin{aligned}\sum F_{CORTANTE} &= 0 \\ (W \times \text{sen}35^\circ) + (P \times \text{sen}35^\circ) - S &= 0 \\ (462N \times \text{sen}35^\circ) + (200N \times \text{sen}35^\circ) - S &= 0 \\ S &= (265 + 114)N \\ S &= 379N\end{aligned}$$

Como  $C$  y  $S$  forman un ángulo recto, se emplea el teorema de Pitágoras para encontrar la fuerza de reacción total sobre el disco:

$$R = \sqrt{C^2 + S^2} \qquad R = \sqrt{4452^2 + 379^2} = 4468N$$

Finalmente, la dirección de  $R$  se determina por funciones trigonométricas:

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{C}{R} \qquad \theta = \text{sen}^{-1} \frac{4452}{4468} = 85.1^\circ$$

Se obtuvieron las componentes  $C$  y  $S$  para diversos valores de  $P$  (peso del cuerpo), en todos los casos se considero el mismo ángulo de inclinación ( $30^\circ$ ) y el mismo peso corporal del individuo  $W$ . Dichos valores se presentan en la tabla 2.

**Tabla 2. Valores de las componentes de la fuerza que se aplicaron a la cara superior de la L1**

Carga aplicada	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
Componente <b>C</b> [N]	2688	4452	7098	9743
Componente <b>S</b> [N]	264	379	552	724
Resultante <b>R</b> [N]	2701	4468	7120	9770
Ángulo de la resultante	∠ 84.4°	∠ 85.1°	∠ 85.6°	∠ 85.8°

#### ***4.4 Desarrollo de modelo del raquis lumbar sano.***

##### **4.4.1 Obtención de la geometría.**

Como se ha mencionado, la columna vertebral es una de las estructuras más complejas que posee el cuerpo humano, no sólo por las funciones que realiza, sino también por el tipo de geometría que posee. Para el presente trabajo, el modelado de la región lumbar no se realizó de forma habitual, es decir, manualmente, pues la geometría al ser en 3D, requería además, de un gran tiempo de modelado, una gran cantidad de coordenadas y medidas. En vez de esto, la geometría se obtuvo a partir de tomografías en 3D, mediante el uso del programa MIMICS, para después modificar éste archivo mediante una versión de prueba del programa RapidForm, y obtener así una geometría compatible con el programa de análisis NX3.

El programa NX3, es un software creado por la compañía UGS que permite modelar y analizar estáticamente diversas estructuras para obtener valores de esfuerzos, desplazamientos y deformaciones. Dicho programa se encuentra disponible en el Centro de Diseño y Manufactura (CDM) de la UNAM.

##### ***Obtención de la tomografía en 3D.***

Las máquinas que se usan comúnmente para obtener tomografías con fines médicos, son aquellas que escanean el cuerpo humano y logran conseguir una imagen de hueso, de músculo o bien de piel de la persona. En la actualidad se pueden conseguir geometrías en 3D a partir de varias tomografías en 2D.

Uno de los softwares, relativamente nuevos, que a partir de tomografías en 2D puede conseguir una geometría en 3D es *MIMICS*. El programa *MIMICS* posee un algoritmo que le permite identificar una base de datos correspondiente a diversas tomografías en 2D que se han tomado, para organizarlas de una forma coherente y correcta (figura 4.2 A), y finalmente conseguir una geometría en 3D uniendo y completando los espacios existentes entre tomografías (figura 4.2 B).

De esta forma, se pueden conseguir imágenes y geometrías en 3D de piel, músculo y hueso, de diferentes partes del cuerpo.

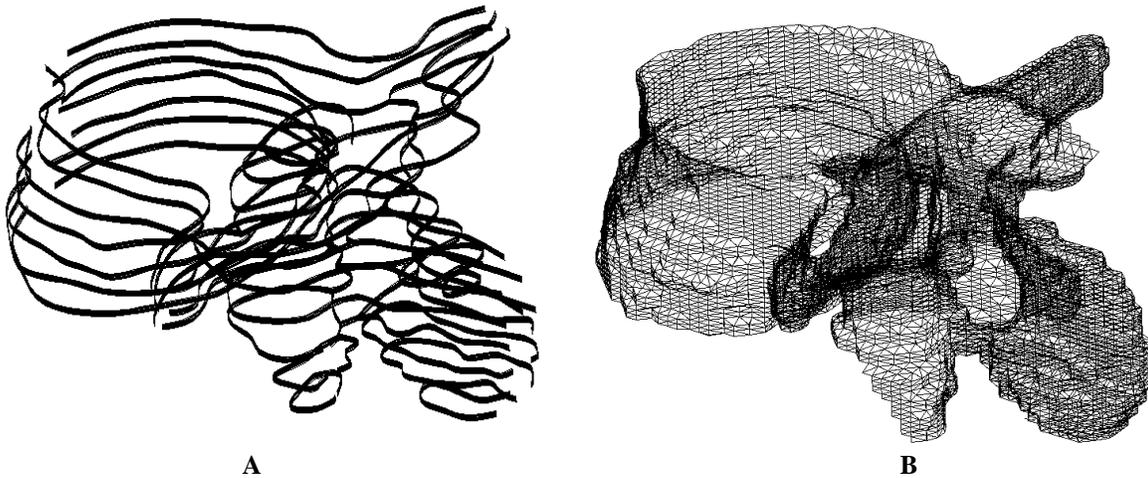


Figura 4.2 A) tomografías de 2D superpuestas de una vértebra lumbar, B) tomografía en 3D.

La Dirección General de Computo Académico (DGSCA) de la UNAM cuenta tanto con el programa *MIMICS* como con la base de datos (tomografías) de todo el sistema óseo de un hombre. La base de datos fue editada en el laboratorio de visualización de la DGSCA con el fin de conseguir un archivo que poseyera un formato compatible con los programas de Dibujo Asistido por Computadora (CAD).

Después de probar con un gran número de formatos diferentes de dibujo, el archivo que se obtuvo finalmente por medio del programa *MIMICS* fue de formato *dxf*, y correspondía a toda la columna vertebral, es decir, las 33 vértebras que la componen junto con el sacro (figura 4.3).

Dicho archivo en formato *dxf*, fue proporcionada al Centro de Diseño y Manufactura (CDM) con la finalidad de llevar a cabo este estudio. Cabe señalar que el modelo en 3D que posee la DGSCA y que fue proporcionado al CDM, corresponde a una persona masculina de 45 años aproximadamente y físicamente saludable.

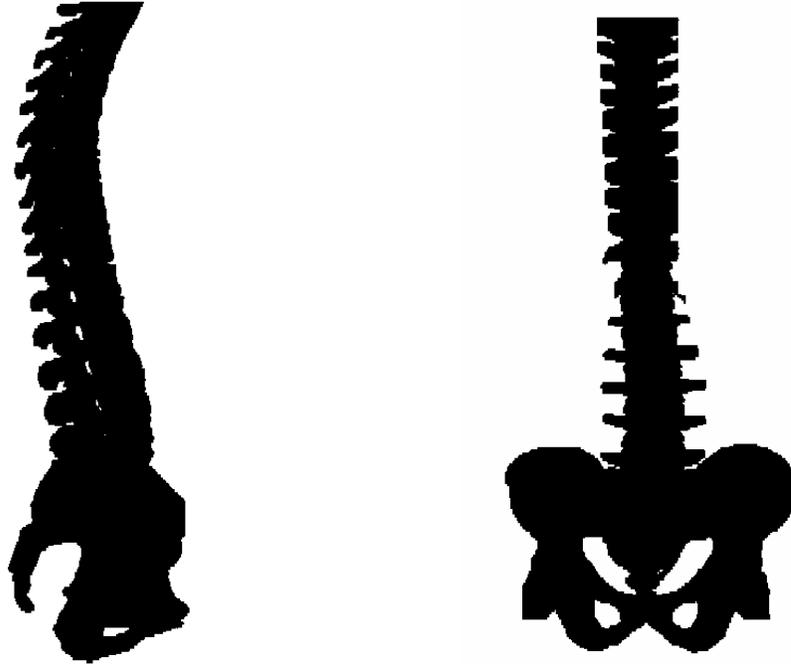


Figura 4.3. Geometría de la columna vertebral, junta con la pelvis, obtenida mediante el programa MIMICS.

La geometría debió que ser editada, pues para este trabajo solo se utilizarían las 5 vértebras lumbares. Para llevar a cabo la modificación del archivo se utilizó el programa MECHANICAL DESKTOP ed. 6, por ser uno de los programas aptos para abrir este tipo de formato (*dxg*) y por encontrarse disponible en el CDM, en él se obtuvo la región lumbar de la columna para después conseguir las 5 vértebras lumbares individualmente (archivos separados).

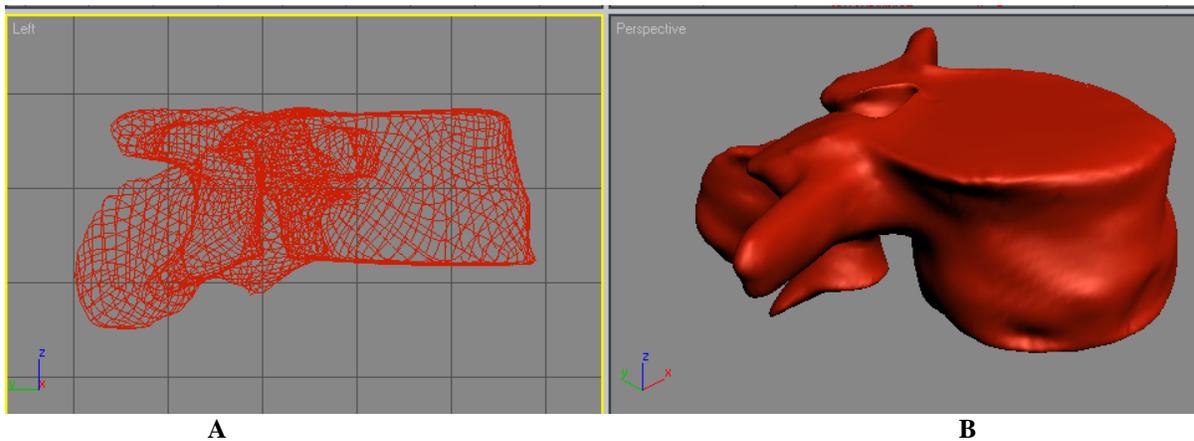
### ***Edición de la geometría en 3D.***

Una vez que se tuvieron los 5 archivos correspondientes a las 5 vértebras lumbares de la columna vertebral, se editó la geometría de estas con el fin de que fueran compatibles (legibles) con el programa de análisis NX3. Pues cabe señalar que la geometría con la que se contaba hasta ese momento ( formato *dxg*) estaba formada por miles de geometrías primitivas (básicas), por lo que su importación a otro tipo de extensión resultaba ineficaz al obtener un archivo muy grande.

Para llevar a cabo la edición de la geometría, se consiguió y utilizó posteriormente una versión de prueba del programa RAPIDFORM 6X, de únicamente 20 días de duración. Dicho programa esta diseñado específicamente para la edición y obtención de geometrías.

En la versión de prueba del programa RAPIDFORM 6X se trabajó sobre la geometría original compuesta por “superficies primitivas” (figura 4.3 A), primero para conseguir una geometría cerrada, y posteriormente para transformar esta geometría cerrada en una más “suave” compuesta por NURBS (Non Uniform Rational B-

Splines), el resultado de este proceso fue una geometría de superficies más simple, con menor número de elementos y cerrada (figura 4.4B). El archivo final obtenido de todo este proceso fue en formato *iges*.



**Figura 4.4. Geometría de L3 editada en RAPIDFORM, a base de NURBS.**

***Importación y ensamble de la geometría en NX3.***

Ya que se tenía una geometría cerrada, de superficies simples y de una dimensión pequeña (bytes), se llevó a cabo la importación al programa NX3, pues el archivo con el que se poseía hasta ese momento era de tipo *iges*. La importación se llevó a cabo mediante la utilización del programa de “translators” de NX3.

Una vez obtenida la geometría compatible en NX3 (*prt*), se llevó a cabo nuevamente la edición de las superficies mediante el uso del modulo MODELING de NX3, pues para el análisis estático y tridimensional se necesitaba una geometría sólida. La edición de la geometría del raquis lumbar se realizó en cada una de sus vértebras por separado.

Al poseer las geometrías sólidas de las 5 vértebras que conforman el raquis lumbar, se procedió a realizar su ensamble, el cual fue complicado, pues estas debían de quedar perfectamente alineadas, para formar la geometría correcta del raquis.

Teniendo el ensamble adecuado de las vértebras se llevó a cabo la formación de los discos intervertebrales, pues hay que señalar que el escaneó de la geometría de la columna vertebral (tomografías) no reconoce límites entre vértebras, y por consiguiente, tampoco el limite entre vértebras y sus discos intervertebrales. Para su realización se seleccionó una sección del cuerpo vertebral, la cual se editó para generar los límites del disco intervertebral.

Las dimensiones del disco intervertebral fueron dadas tomando en cuenta el espesor que poseen al estar bajo presión (carga axial), dicho espesor corresponde a aproximadamente 1/3 del cuerpo intervertebral [3].

Una vez obtenidos los 5 discos intervertebrales se procedió a unir las vértebras a partir de sus apófisis mediante operaciones *booleanas*. Con los 5 discos intervertebrales formados y las vértebras unidas entre sí mediante las apófisis, la geometría del raquis lumbar estaba completa y lista para ser analizada (figura 4.5).

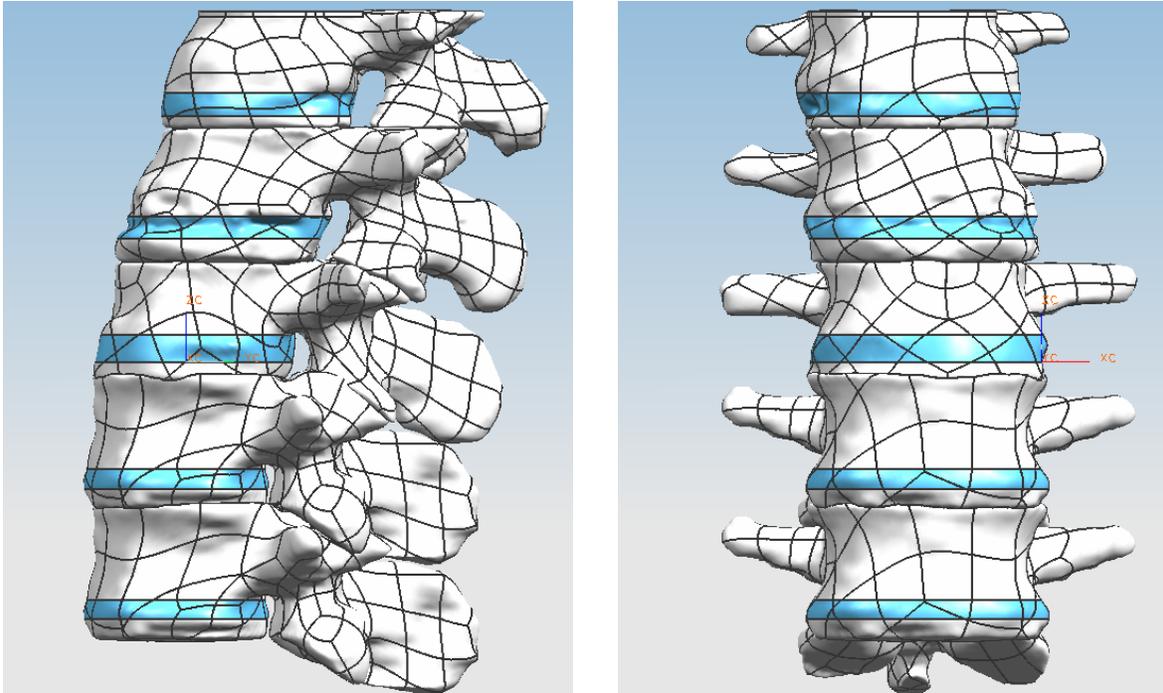


Figura 4.5. Geometría del raquis lumbar en conjunto en el programa NX3.

#### 4.4.2. Modelado de Elemento Finito.

El análisis mediante elemento finito del raquis lumbar sano, se llevo a cabo mediante la utilización del modulo de STRUCTURE del programa NX3, el cual, al igual que el modulo de MODELING se encuentra disponible en el CDM.

Para llevar a cabo el análisis estático del raquis lumbar, se necesitó asignarle al modelo propiedades mecánicas además de aplicarle sus condiciones de frontera, es decir, cargas y restricciones.

##### *Asignación de propiedades del material.*

Si bien es verdad que en el movimiento de la columna vertebral intervienen músculos y ligamentos, además de hueso, también es cierto que en el soporte de cargas axiales, su intervención es mínima [5], es por esta razón que para este estudio, no se tomaron en cuenta estos elementos.

Como se mencionó anteriormente, para este estudio sólo se tomaron en cuenta las vértebras de la región lumbar y sus discos intervertebrales. En donde de la literatura [1], [2] se obtuvieron las propiedades de los materiales, los cuales se consideran homogéneos, isotrópicos y lineales.

**Tabla 3. Propiedades del material.**

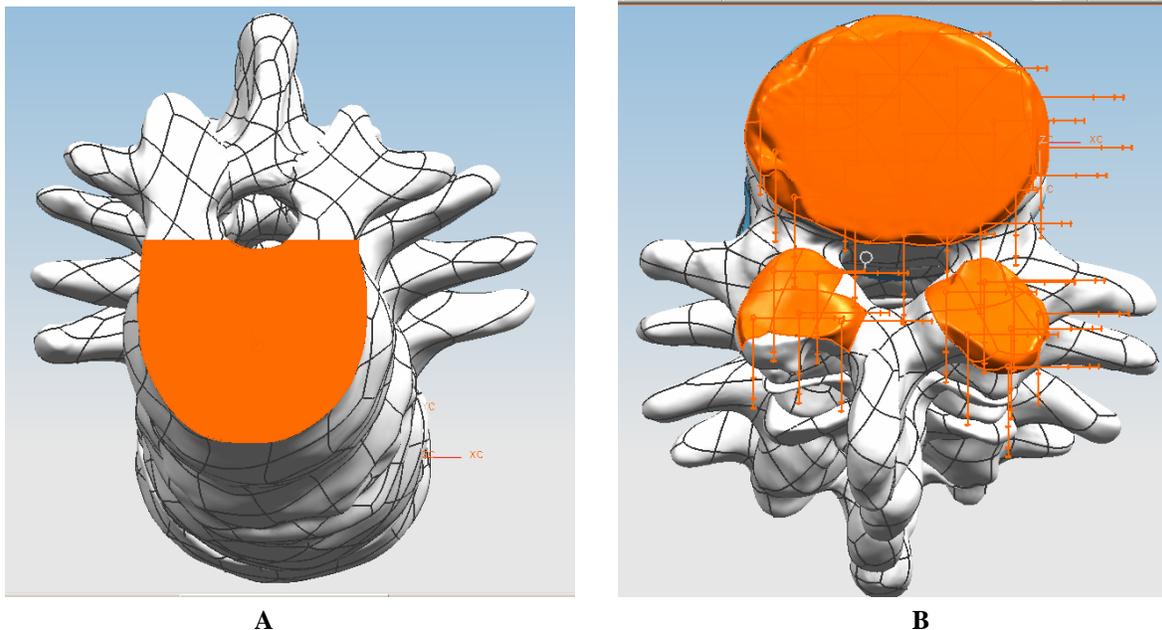
Material	Densidad $\left[ \frac{Kg}{m^3} \right]$	Módulo de Elasticidad $[MPa]$	Radio de Poisson
<b>HUESO TRAVECULAR</b>	<b>110</b>	<b>100</b>	<b>0.2</b>
<b>DISCO INTERVERTEBRAL</b>	<b>1000</b>	<b>4.2</b>	<b>0.45</b>

Cabe señalar que a las vértebras se les asignó únicamente la propiedad del hueso travecular, pues el 95% de su estructura está compuesto por este [4], mientras que al disco sólo se le asignó la propiedad del núcleo intervertebral.

**Asignación de cargas al modelo.**

Las cargas que se aplicaron al modelo fueron del tipo de presión distribuida uniformemente en un área, siendo el área en donde se aplicó esta presión la cara superior de la L1 (figura 4.6 A).

Las cargas que se aplicaron fueron variadas con la finalidad de simular el peso corporal de la persona y el de diferentes tipos de cargas provocadas por levantar objetos. En total, se aplicaron 4 diferentes magnitudes de presión a la L1, las cuales se muestran previamente en la tabla 2.



**Figura 4.6. A) Vista de la parte superior del modelo sano, donde se muestra el área de aplicación de las cargas a L1. B) Vista inferior del modelo, donde se muestran las áreas restringidas.**

### ***Asignación de restricciones al modelo de raquis lumbar sano.***

Para el raquis lumbar sano, se restringieron las superficies inferiores del último cuerpo vertebral, que simula la sección superior de la S1 (figura 4.6 B), y de las apófisis inferiores de la L5, pues para una persona sana, sin problemas en la región lumbar, se considera que la quinta vértebra lumbar esta unida a la S1 por medio de su disco intervertebral, así como también por medio de sus apófisis inferiores que articulan con las apófisis superiores de la S1.

Las restricciones del raquis lumbar sano se muestran en la figura 4.6 B.

### ***Discretización del modelo en elementos finitos.***

Antes de comenzar la discretización del modelo en elementos finitos se debieron de “relacionar” las superficies de contacto entre discos intervertebrales y vértebras, con la finalidad de que al realizar su discretización en elementos finitos, hubiera comunicación e interacción entre ellos, pues al ser cuerpos individuales, con propiedades diferentes, cada uno tendría sus propios elementos. Además, con la relación de superficies las fuerzas soportadas por los elementos de los cuerpos superiores pueden ser transmitidas a los elementos de los cuerpos inferiores.

Una vez definidas las propiedades de los materiales, las cargas y restricciones del modelo, así como la relación entre sus superficies de contacto, se continuó con la Discretización en elementos finitos. Por poseer una geometría en 3D, se ocuparon elementos en 3D, utilizando específicamente el del tetraedro formado por 10 nodos, donde cada nodo posee 3 grados de libertad.

El tamaño de elemento que se utilizó fue calculado automáticamente por el programa, tomando en cuenta el tamaño y complejidad del modelo, llegando a resultar un tamaño de elemento de 2.5 mm. La Discretización del modelo en elementos finitos fue lenta, ya que se generaron a un total de 105270 nodos y 59050 elementos (figura 4.7).

Cabe señalar que entre más pequeña sea la malla (elementos finitos), la solución aproximada obtenida será mejor, no obstante, para el presente estudio se decidió trabajar con este tamaño de elemento, pues los sistemas computacionales con los que se cuentan en el CDM no pudieron generar una malla en la geometría con un tamaño de elemento menor.

Se debe mencionar también que aunque se pudieron haber mado los discos y las vértebras con diferentes tamaños de elemento (pues son geometrías independientes), era necesario que tuvieran el mismo tamaño ambos, de tal forma que la comunicación entre sus elementos y nodos fuera satisfactoria.

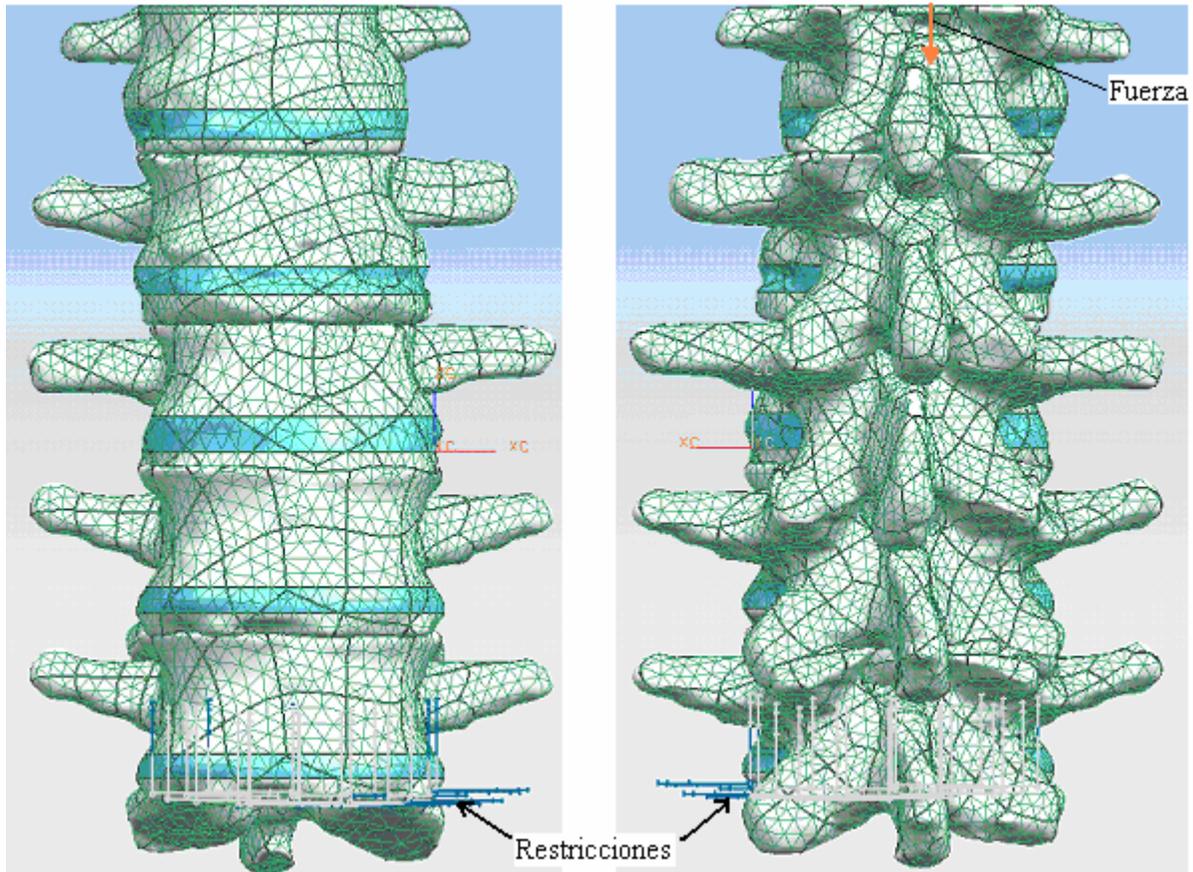


Figura 4.7. Geometría de la región lumbar, discretizada en elementos finitos de forma tetraédrica.

#### ***4.5. Resultados del análisis en raquis lumbar sano.***

El análisis del modelo se realizó ocupando el módulo SOLVER “estructural” del programa NASTRAN, que está incluido en NX3, este programa es quien procesa la información gráfica, la descompone en valores numéricos y realiza el arreglo de una matriz, que contiene toda la ubicación de los nodos, elementos, fuerzas aplicadas, restricciones de movimiento y propiedades del material. Después de arreglar la información, resuelve la matriz y al final crea un nuevo archivo que contiene los resultados, mismos que interpreta el modulo de STRUCTURE del programa NX3, y los muestra en una ventana de representación gráfica de resultados.

La visualización de los resultados se observan gráficamente, y se pueden identificar las diferentes distribuciones y magnitudes de esfuerzos, deformaciones y momentos a partir de una distribución de colores sobre el modelo. Donde los colores representan el intervalo de valores de acuerdo con el tipo de resultado que se este mostrando (para este trabajo, esfuerzos o deformaciones).

***Representación de los resultados.***

Para conocer los efectos que provoca la aplicación de diversas cargas en la biomecánica de la región lumbar, fue necesario realizar 4 análisis diferentes, en cada uno se variaron las cargas aplicadas, para simular el peso que soporta el raquis lumbar del paciente, siendo los causantes de estas cargas el mismo peso del tronco y una carga extra, de 200 [N], 500 [N] y 800 [N].

Para cada simulación, se recabaron los siguientes tipos de resultados: esfuerzos totales bajo el criterio de Von Mises, deformaciones en el eje Z y deformaciones principales, para cada uno de los cuerpos vertebrales.

Los resultados que se muestran a continuación están clasificados por tipo de análisis; se presenta para cada uno sus distribuciones a partir de un rango de colores y su magnitud gráficamente.

**4.5.1 Resultados de deformaciones en Z en raquis lumbar sano.**

El conocimiento de las deformaciones que sufren los elementos que componen el raquis lumbar es de suma importancia, pues estos permiten saber que tanta carga se les puede aplicar antes de que sufran una deformación grave. Como se sabe, el cuerpo vertebral y el disco poseen diferentes características, no obstante, se sabe también que ambos trabajan en conjunto, siendo el cuerpo vertebral quien soporta los esfuerzos, mientras que el disco funciona como amortiguador y distribuidor de cargas.

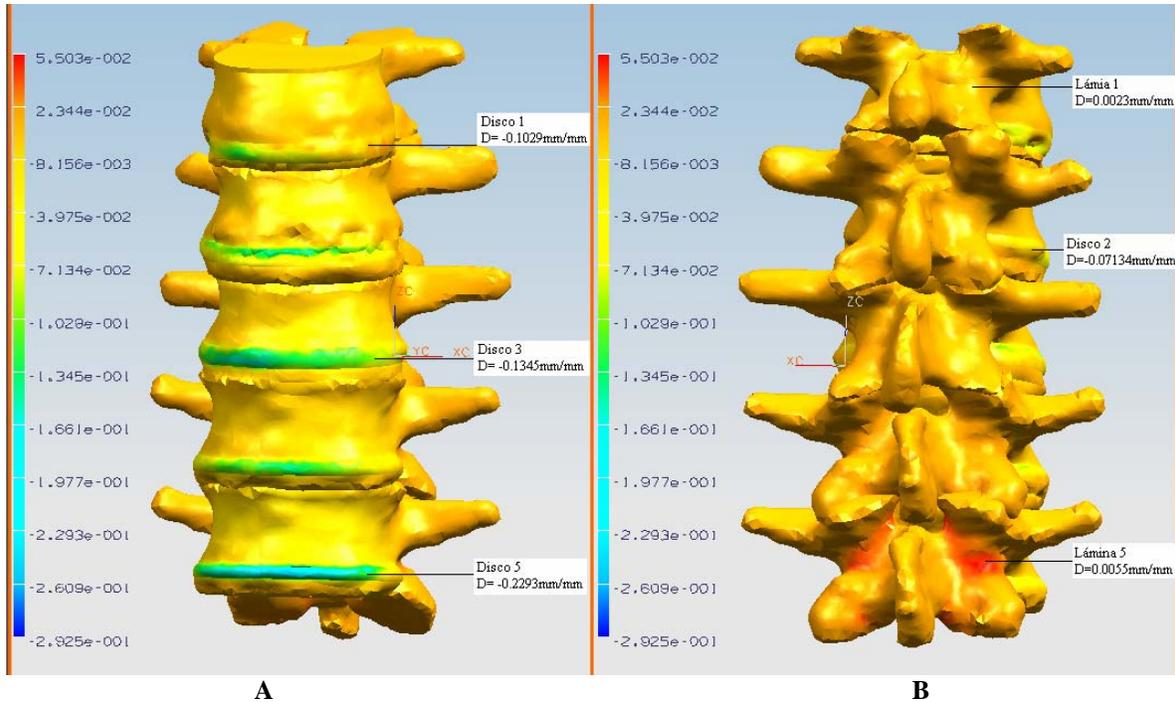
De la distribución de las deformaciones en el raquis lumbar, la más importante es la que se presenta en dirección de Z, debido a que su conocimiento permite identificar que tanto trabajan los discos intervertebrales y en un dado caso, las lesiones ó fracturas que podrían presentar los discos.

En la figura 4.8 se puede ver la distribución de deformaciones, representada por colores tal y como las arroja el programa NX3, sobre la dirección del eje Z en mm/mm, de los diferentes elementos que conforman el raquis lumbar sano de un individuo flexionado 30°, en donde la única fuerza que soporta el raquis lumbar es la generada por el peso de la parte superior del cuerpo. En el lado izquierdo de la imagen aparece una barra con los colores que tienen las franjas, mostrando el valor correspondiente de la deformación para cada color.

Observando la figura 4.8 A se puede ver que las deformaciones se presentan principalmente en los discos intervertebrales, aumentando gradualmente conforme se va llegando al último disco (debajo de la L5). La deformación presentada principalmente en los discos es esperada, tomando en cuenta que son estos elementos los que poseen un módulo de elasticidad menor y funcionan precisamente como amortiguadores de cargas y distribuidores de las mismas hacia los cuerpos vertebrales.

Por otra parte, la deformación en los discos también es mayor conforme mas abajo se encuentran (de -0.1029 hasta -0.23 mm/mm), pues el momento producido aumenta, provocando una carga también más grande.

Ahora bien, la deformación en los discos se presenta principalmente en su parte posterior (delantera, figuran 4.8 A) ya que al ser la flexión de raquis hacia ese sentido, los cuerpos vertebrales tienden a rotar, ejerciendo una fuerza de presión mayor sobre el lado posterior de los discos, provocando una protuberancia en ellos.

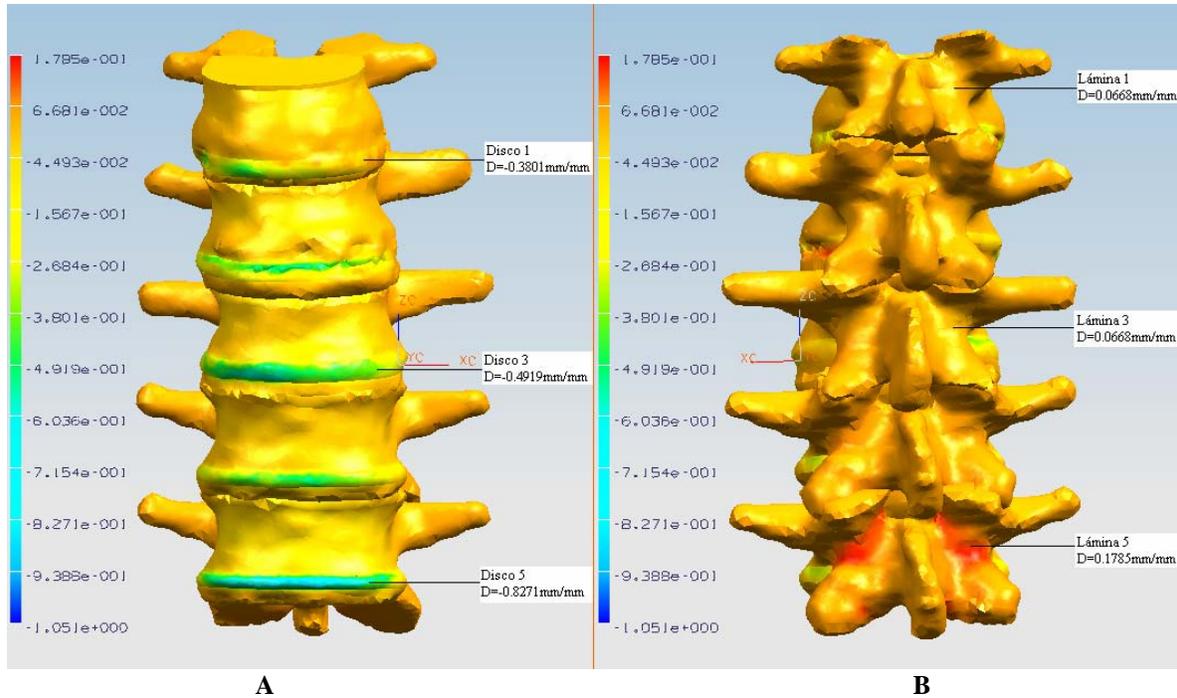


**Figura 4.8. Deformación en Z de raquis lumbar sano con una carga extra nula (0 [N]) A) Vista posterior, B) vista anterior.**

Si se viera la distribución de deformación en ZZ anterior (de espaldas) del raquis lumbar, figura 4.8 B, se observaría una distribución de esfuerzos muy similar, y nula (-0.00815 mm/mm), en casi todos los elementos del raquis, sin embargo; en las láminas del último disco intervertebral (capítulo I, figura 1.2), se vería un deformación diferente (color rojo), de 0.055 mm/mm aproximadamente. Si bien esta magnitud, en valor absoluto, es mucho menor que la mostrada en los discos intervertebrales, es importante, pues al ser positiva, señala que la deformación es producida por una fuerza de tensión y además, al ser la única articulación (lámina) que presenta esta distribución, se puede asumir que esta recibirá esfuerzos mucho mayores a las demás.

Ahora bien, para entender como afecta el levantamiento de objetos a la distribución de deformaciones en dirección ZZ del raquis lumbar, es necesario someterlo a diferentes condiciones de carga, para después comparar los resultados. En este estudio, se analizó el raquis con pesos extra de 200, 500 y 800 [N].

A continuación, la figura 4.9 muestra la distribución de deformaciones en dirección ZZ que presenta el raquis lumbar sano, flexionado 30° y soportando el peso de la parte superior del cuerpo más una carga extra de 800 [N].



**Figura 4.9. Deformación en Z de raquis lumbar sano con una carga extra de 800 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.**

Al observar la figura 4.9 y compararla con la 4.8, se puede apreciar que la distribución de colores, representando las deformaciones en ZZ, es muy similar, teniendo un color amarillo en casi todo el cuerpo vertebral y siendo de color verde en la parte posterior de todos los discos intervertebrales (figura 4.9A). No obstante, a pesar de tener la misma distribución de deformaciones, las magnitudes de deformación que representan son diferentes, y esto se puede observar en las barras de colores que aparecen en el lado izquierdo de cada figura.

De esta forma, para el raquis lumbar sano con un peso extra de 800 [N] (figura 4.9 A), se puede constatar que la deformación en ZZ aumenta con respecto al raquis lumbar sano sin peso extra (figura 4.8 A) en los discos intervertebrales, yendo de -0.38 mm/mm (en los primeros discos) a -0.8271 (en el último disco). Mientras que la distribución de deformaciones en el cuerpo vertebral es constante (color amarillo), y tiene un valor de -0.04493 mm/mm.

Por otra parte, en la figura 4.9 B, también se ve que la distribución de deformaciones es muy similar a la del raquis lumbar sin carga extra (figura 4.8 B), sin embargo; aquí también se presentan magnitudes más grandes, teniendo de esta forma, un deformación máxima en la lámina de la última vértebra lumbar de aproximadamente 0.1785 mm/mm.

Todas estas deformaciones en el raquis lumbar, son provocados por el peso de la parte superior del cuerpo y por la carga extra que se aplica, las cuales, provocan fuerzas de presión y cortantes sobre el raquis lumbar. En

la tabla 4 se muestran las magnitudes de deformaciones en ZZ que presentan los diferentes componentes del raquis lumbar sano, ante diferentes cargas extras.

**Tabla 4. Magnitudes de deformaciones [mm/mm] en ZZ de los diferentes componentes del raquis lumbar sano, ante diferentes cargas extras.**

Lámina de vértebra	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
L1	0.00234	0.01679	0.02932	0.06681
L2	0.00234	0.01679	0.02932	0.06681
L3	0.00234	0.01679	0.02932	0.06681
L4	0.00234	0.01679	0.02932	0.06681
L5	0.00552	0.08722	0.13473	0.17856

Disco intervertebral				
L1	-0.1029	-0.1728	-0.2753	-0.3801
L2	-0.1029	-0.2248	-0.3332	-0.3801
L3	-0.1345	-0.2248	-0.3573	-0.4919
L4	-0.1665	-0.2768	-0.4393	-0.4919
L5	-0.2293	-0.3808	-0.6032	-0.8271

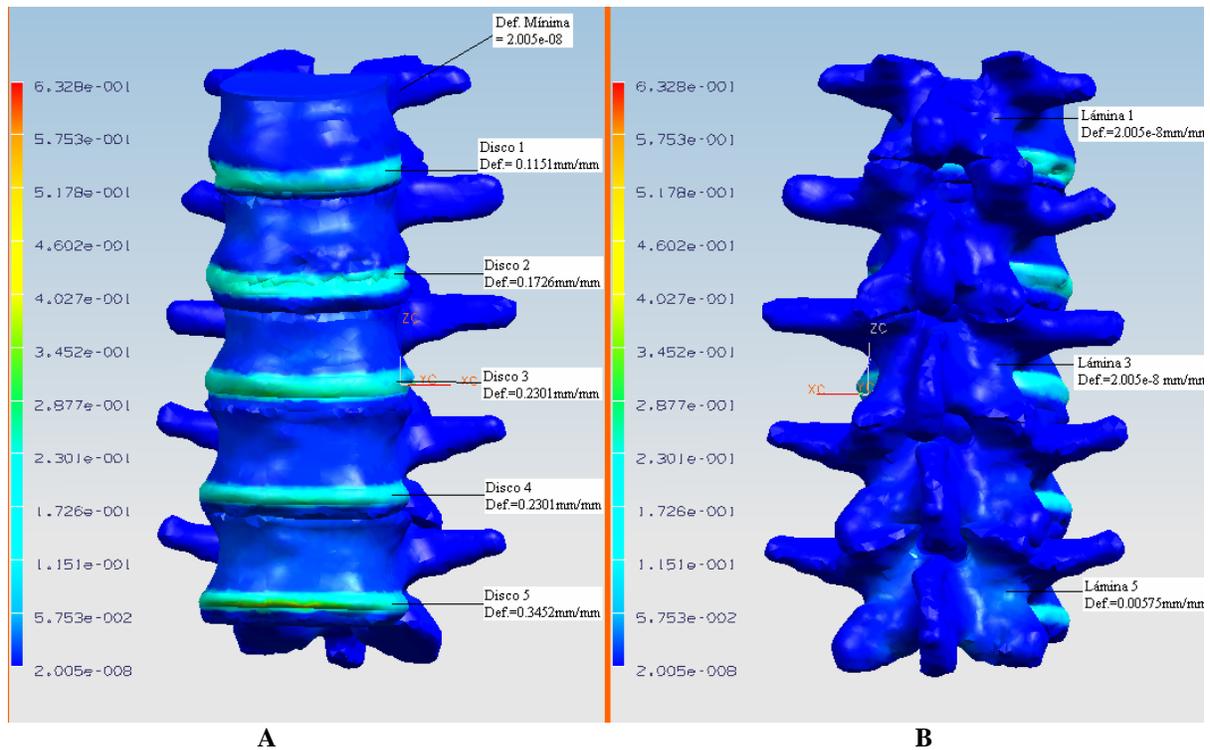
#### 4.5.2 Resultados de deformaciones principales en raquis lumbar sano.

El conocimiento de las deformaciones principales que sufren los elementos que componen el raquis lumbar es muy importante, pues estos permiten conocer cuales son las zonas que sufren las deformaciones mayores.

En la figura 4.10 se puede ver la distribución de deformaciones en mm/mm que recibe el raquis lumbar sano ante una carga de 0 N, es decir; soportando únicamente el peso producido por la parte superior del cuerpo. En ella, al igual que en los resultados de deformaciones en ZZ, se tiene una distribución de colores en la geometría, en donde cada color representa un valor de deformación. En la barra de colores, ubicada en el lado izquierdo, se ven las magnitudes que representa cada color.

En este caso, se ve claramente como los cuerpos vertebrales (en color azul), sufren muy poca deformación, mientras que los discos intervertebrales son quienes presentan las deformaciones más grandes. Esto es lógico, si toman en cuenta las diferentes propiedades que posee el disco intervertebral con respecto al hueso trabecular (vértebra). Las propiedades del disco le permiten sufrir deformaciones grandes cuando se le aplica grandes cargas y regresar a su forma original una vez que se retiran dichas cargas.

Para una carga extra de 0 N aplicada al raquis lumbar sano, se ve que la deformación que sufren los discos varia de 0.1151 a 0.3452 mm/mm aproximadamente (figura 4.10A), siendo más grande en el último disco intervertebral, pues este es el que soporta el mayor momento. De hecho, existen elementos del disco L5 que presentan una deformación máxima de 0.6328 mm/mm.



**Figura 4.10. Deformación es principales, de raquis lumbar sano con una carga extra de 0 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.**

Viendo la figura 4.10A, se puede apreciar que la deformación que sufren los discos es debida a la carga de compresión (negativa), dicha carga, provoca una protuberancia en la parte posterior de los discos. Esta protuberancia se aprecia mejor en el último disco intervertebral por ser la más grande.

Si bien es cierto que los únicos elementos que sobresalen en la distribución de deformaciones son los disco, en la figura 4.10B, se puede ver que las láminas de la última vértebra presentan una deformación de 0.05753 mm/mm, que si bien sigue siendo muy pequeña, con respecto a la presentada en los discos, se diferencia de las demás láminas. Esta deformación, como se sabe, es debida a la restricción del movimiento que opone la articulación de las apófisis inferiores de la L5 con las superiores de la S1.

Ahora bien, para una carga de 800 N aplicada al raquis lumbar sano (figura 4.11), se puede ver como la distribución de colores es casi idéntica a la de la figura 4.10 (raquis sano con caga extra de 0 N), sin embargo su barra de valores (lado izquierdo) posee magnitudes mayores.

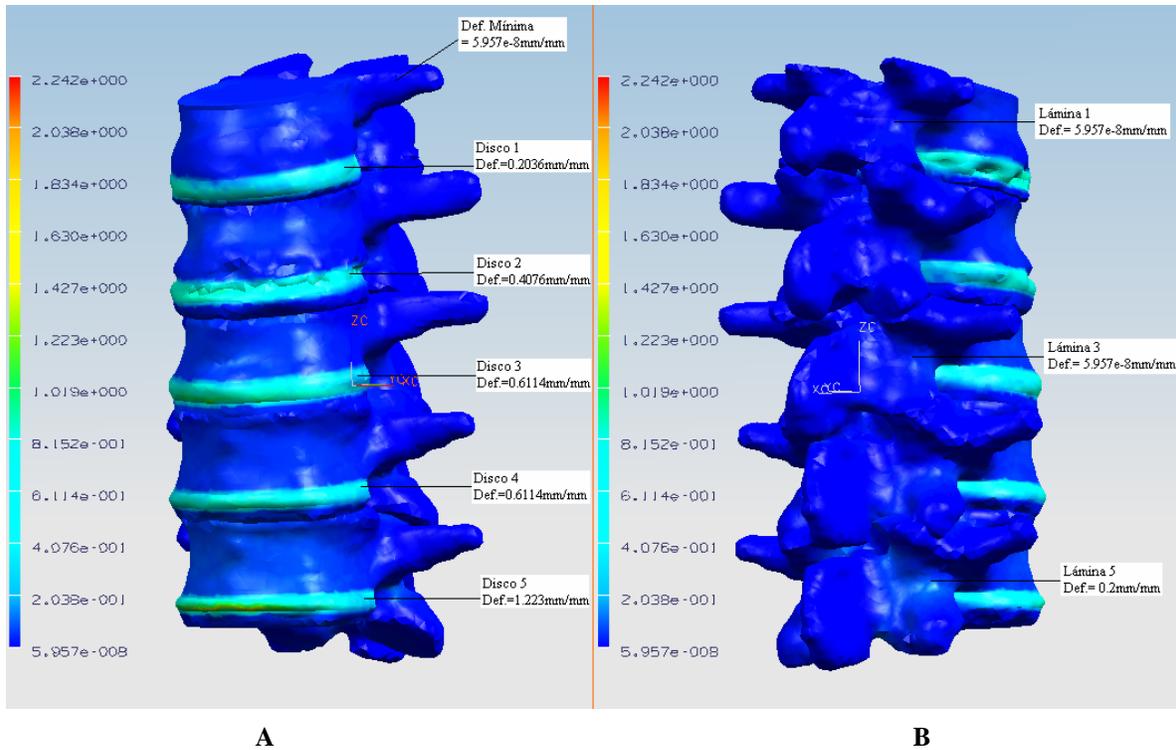


Figura 4.11. Deformación es principales de raquis lumbar sano con una carga extra de 800 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.

La tabla 5 muestra las deformaciones presentadas en los diferentes elementos del raquis lumbar sano ante diversas cargas, en esta tabla, solo se consideran los discos intervertebrales y las láminas de la última vértebra, pues las deformaciones de los demás elementos son despreciables por ser muy pequeñas.

Tabla 5. Deformaciones [mm/mm] presentadas en los diferentes elementos del raquis lumbar sano, ante diversas cargas.

Disco intervertebral	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
L1	0.1151	0.1895	0.225	0.2036
L2	0.1726	0.2842	0.3	0.4076
L3	0.2301	0.379	0.45	0.6114
L4	0.2301	0.379	0.45	0.6114
L5	0.3452	0.4737	0.901	1.223
Láminas de la última vértebra lumbar.	0.005753	0.0947	0.15	0.2

### 4.5.3 Resultados de esfuerzos en raquis lumbar sano.

Los resultados que ahora se muestran, tal vez sean los más importantes del trabajo, pues al igual que cualquier otra estructura, la columna vertebral tiene un rango permisible de esfuerzos, es decir, posee un límite de carga que puede soportar antes de sufrir una fractura en su estructura. Mas aún, estos resultados son importantes si se quiere conocer realmente cual es el efecto que causa la aplicación de cargas extras a la biomecánica del raquis lumbar.

En la figura 4.12 se presenta el resultado de la distribución de los esfuerzos con base en la teoría de falla de von Mises, para el caso del raquis lumbar sano, en la cual actúa el peso de la parte superior del cuerpo (462 N) y una carga extra de 0N. Del lado izquierdo de la geometría, se encuentra la barra de colores que muestra el valor de los esfuerzos que se presentan en el modelo. Dichos esfuerzos están en unidades de MPa. Nuevamente, la distribución de los colores sobre la geometría permite identificar las diferentes magnitudes de esfuerzo que se presentan en nuestro modelo.

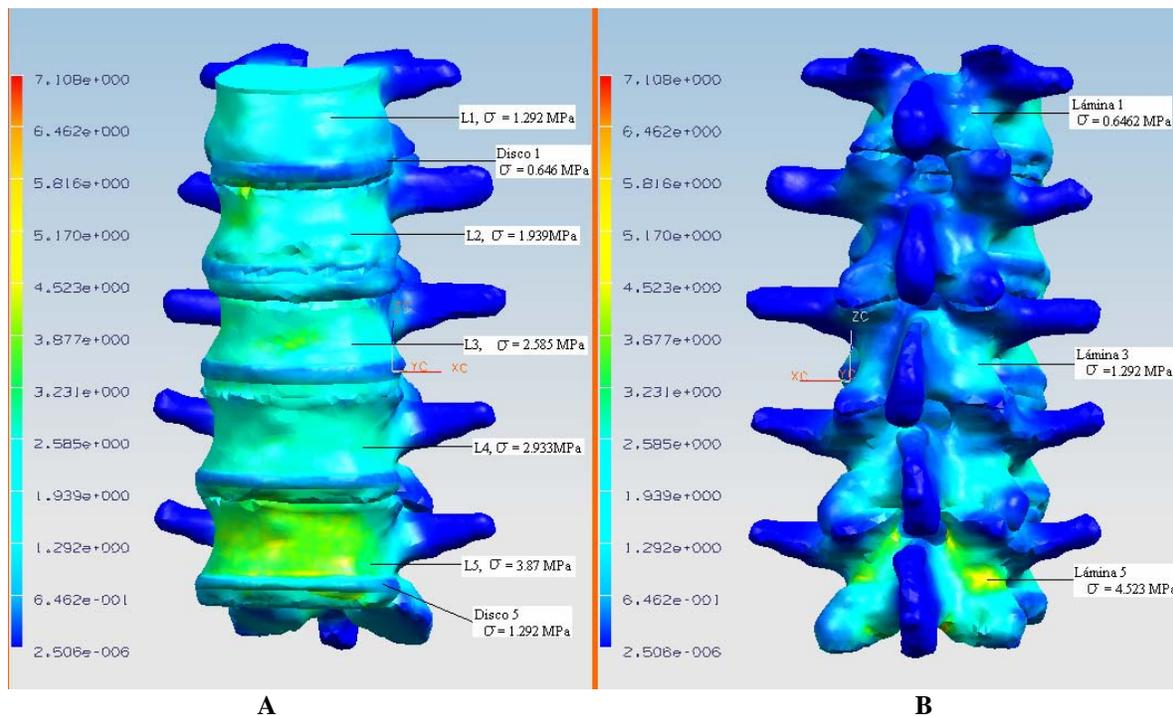


Figura 4.12. Distribución de esfuerzos von Mises sobre el raquis lumbar sano con una carga extra de 0 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.

Como se puede observar en la figura 4.12A, la distribución de esfuerzos que se presenta en las primeras vértebras (L1, L2, L3 y L4) es casi la misma, pues su color es azul claro en todas con pequeños elementos en verde, es decir, esfuerzos que van de 1.292 MPa a 3.87 MPa. Esto hace suponer que los esfuerzos varían únicamente por la magnitud del momento que reciben, pues entre más cerca estén al punto de apoyo (restricciones de movimiento), su momento será mayor.

Al observar el cuerpo de la L5, se identifica una concentración de esfuerzos mucho mayor que en las otras (color verde), con un valor de 3.23 a 3.87 MPa aproximadamente, esto se debe principalmente a que esta vértebra es la que recibe el momento mas grande, y al estar restringida en su parte inferior no puede disipar esta energía en forma de movimiento (como las demás otras), por lo que la concentración de esfuerzos se acentúa.

Por otra parte, los discos intervertebrales presentan esfuerzos muy pequeños, de 0.646 MPa aproximadamente, ya que a diferencia de las vértebras, los discos disocian esta energía en forma de deformación.

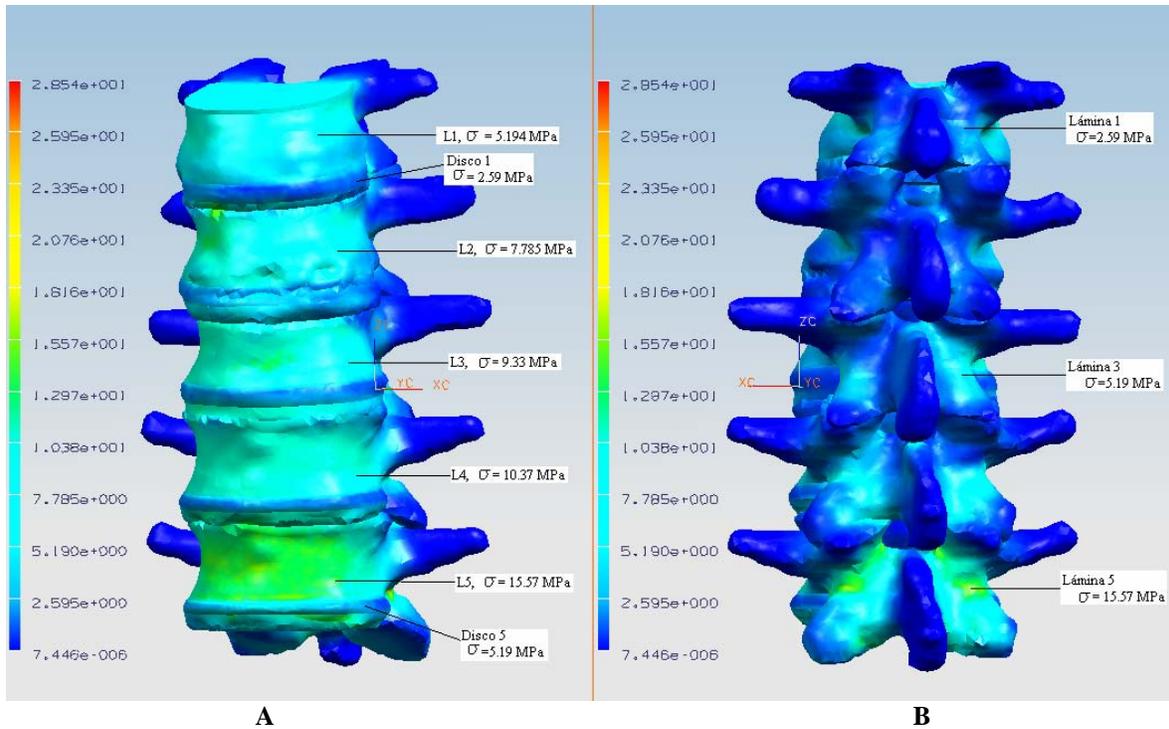
Si bien hasta este momento solo se ha mencionado al cuerpo vertebral y al disco intervertebral, por ser los elementos más importantes y representativos, para este análisis también se mencionara a las láminas, ya que presentan esfuerzos importantes en el cuerpo vertebral durante el movimiento de flexión y el levantamiento de objetos.

Para entender y explicar los esfuerzos que soportan las láminas, es necesario ver la distribución de esfuerzos que presenta el raquis lumbar de espaldas (de lado anterior), figura 4.12 B. En esta posición, se observa que tanto las apófisis como los pediculos tienen un color azul fuerte, lo que hace suponer que no soportan ningún esfuerzo, no obstante, existen porciones que resaltan, pues no son de color azul fuerte, sino de color azul claro y en algunos casos verdes. Estas porciones son parte de la vértebra, y se conocen como láminas.

Las láminas como se sabe (capítulo I), son quines forman el arco de unión entre las apófisis superiores e inferiores. Este arco es el encargado de transmitir las cargas soportadas por las apófisis superiores de la vértebra a las inferiores de la misma, además, evitan que halla desplazamiento horizontal (cortante) entre las vértebras, debido principalmente al movimientos de flexión.

Cuando esta unión falla (rompimiento de la lámina), ocurre la espondilolistesis, siendo el disco el único elemento que evita el desplazamiento. En nuestro caso, figura 4.12B, se puede ver como las láminas ayudan a evitar este desplazamiento entre vértebras, llegando a soportar esfuerzos casi tan grandes como los de los cuerpos vertebrales (0.6462 – 4.523 MPa). Como es de esperarse, las láminas de la L5 son quienes presentan los esfuerzos más grandes (de 4.525), al ser las que reciben el mayor momento flexionante.

En la figura 4.13 se presenta el resultado de la distribución de los esfuerzos con base en la teoría de falla de von Mises, para el caso del raquis lumbar sano, en la cual actúa el peso de la parte superior del cuerpo y una carga extra de 800N. Del lado izquierdo de la geometría, se encuentra la barra de colores que muestra el valor de los esfuerzos que se presentan en el modelo. Dichos esfuerzos están en unidades de MPa. Nuevamente, la distribución de los colores sobre la geometría permite identificar las diferentes magnitudes de esfuerzo que se presentan en nuestro modelo.



**Figura 4.13. Distribución de esfuerzos por teoría de Von Mises sobre el raquis lumbar sano con una carga extra de 800 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.**

Al ver la distribución de esfuerzos que presenta el raquis lumbar sano con una carga de 800 N (figura 4.13) y compararla con la del raquis lumbar sano con una carga de 0 N (figura 4.12), se observa que la distribución de esfuerzos es prácticamente la misma, variando únicamente su magnitud a consecuencia del aumento del momento flexionante.

Como se puede apreciar en la figura 4.13A, la distribución de esfuerzos que se presenta en las primeras vértebras es casi la misma, pues su color es azul claro en todas con pequeños elementos verdes, es decir, esfuerzos que varían de 5.19 MPa a 12.97 MPa aproximadamente.

No obstante, al observar la L5, se identifica una concentración de esfuerzos mucho mayor que en las otras, con un valor de 15.57 MPa aproximadamente, esto se debe principalmente a que esta vértebra es la que recibe el momento mas grande y, pues al estar restringida en su parte inferior, no puede disipar esta energía en forma de movimiento (como las demás otras), por lo que la concentración de esfuerzos se acentúa.

Los discos intervertebrales por su parte, presentan esfuerzos muy pequeños, de 2.59 MPa aproximadamente. Mientras que las láminas soportan esfuerzos casi tan grandes como los de los cuerpos vertebrales (5.19 - 12.97 MPa). Como es de esperarse, las láminas de la L5 son quienes presentan los esfuerzos mas grandes (de 18.16 - 15.57), al ser las que reciben el mayor momento flexionante (figura 4.13B).

La distribución de esfuerzos que presentan los diferentes elementos del raquis lumbar, cuerpo vertebral, disco intervertebral y láminas, con diferentes cargas, se muestran en las tablas 6, 7 y 8 respectivamente.

**Tabla 6. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar sano ante diferentes cargas.**

Vértebra	Peso corporal ( 462 [N] )	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
<b>L1</b>	1.292	2.096	3.275	5.194
<b>L2</b>	1.939	3.144	4.912	7.785
<b>L3</b>	2.585	4.192	6.549	9.33
<b>L4</b>	2.933	4.7	7.233	10.37
<b>L5</b>	4.201	6.838	9.824	15.57

**Tabla 7. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en los discos intervertebrales vertebrales de raquis lumbar sano ante diferentes cargas.**

DISCOS	Peso corporal ( 462 [N] )	Peso corporal + 200 N	Peso corporal +500 N	Peso corporal + 800 N
L1-L2-L3 y L4	0.646	1.046	1.637	2.59
L5	1.292	2.096	3.275	5.19

**Tabla 8. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en las láminas de las diferentes vértebras de raquis lumbar sano ante diferentes cargas.**

Lámina de la vértebra	Peso corporal ( 462 [N] )	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
<b>L1</b>	0.6462	1.048	1.637	2.59
<b>L2</b>	0.6462	1.048	1.637	2.59
<b>L3</b>	1.292	2.096	3.275	5.19
<b>L4</b>	1.939	3.144	4.912	7.785
<b>L5</b>	4.523	7.337	11.46	15.57

#### ***4.6 Desarrollo de modelo del raquis lumbar con espondilolistesis.***

Se desarrolla un modelo de raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, con el propósito de conocer su biomecánica para el caso de estudio, sometiéndolo a las mismas condiciones de cargas que se aplicaron al raquis lumbar sano. Todo esto con la finalidad de poder predecir que tanto afecta esta patología a la correcta biomecánica del raquis lumbar.

#### 4.6.1 Obtención de la geometría.

El método empleado para la obtención de la geometría del raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, fué el mismo que se empleó en la obtención del raquis lumbar sano. Variando únicamente las restricciones de movimiento con el fin de simular la espondilolistesis en el cuerpo vertebral de L5.

#### 4.6.2. Modelado de Elemento Finito.

El análisis mediante elemento finito del raquis lumbar con espondilolistesis, se llevó a cabo nuevamente mediante la utilización del modulo de STRUCTURE del programa NX3.

*Las propiedades mecánicas* que se asignaron a los materiales fueron las mismas que las asignadas a los del modelo del raquis lumbar sano (tabla 3).

*Las cargas* que se aplicaron al modelo del raquis lumbar con espondilolistesis fueron exactamente las mismas a las aplicadas en el modelo del raquis lumbar sano (figura 4.14 A), simulando nuevamente el peso corporal de la persona y diferentes tipos de cargas provocadas por levantar objetos. En total, se aplicaron 4 diferentes magnitudes de presión a la L1, las cuales se muestran en la tabla 2.

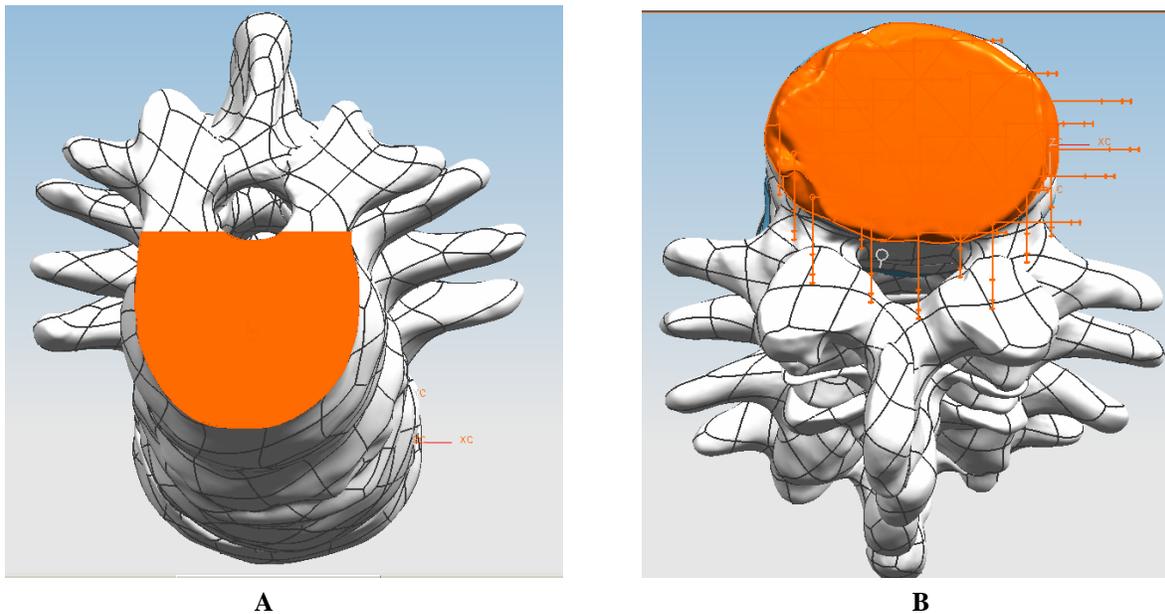


Figura 4.14 A) Vista de la parte superior del modelo con espondilolistesis, donde se muestra el área de aplicación de las cargas a L1. B) Vista inferior del modelo con espondilolistesis, donde se muestran las áreas restringidas.

#### *Asignación de restricciones al modelo de raquis lumbar con espondilolistesis.*

Para el raquis lumbar con espondilolistesis se restringieron las superficies inferiores del último cuerpo vertebral, que simula la sección superior de la S1, pues se supone que la columna al tener esta patología

(espondilolistesis), pierde la articulación entre sus apófisis, por lo que la única unión que existe entre la L5 y la S1 la realiza el disco intervertebral correspondiente. Las restricciones del raquis lumbar con espondilolistesis se muestran en la figura 4.14 B.

#### ***Discretización del modelo en elementos finitos.***

Todo el procedimiento de discretización en elementos finitos del modelo del raquis lumbar con espondilolistesis fue el mismo que se utilizó con el raquis lumbar sano.

#### ***4.7. Resultados del análisis en raquis lumbar con espondilolistesis.***

El análisis del modelo se realizó ocupando nuevamente el módulo SOLVER “estructural” del programa NASTRAN, que está incluido en NX3.

La visualización de los resultados se observan gráficamente, y se pueden identificar las diferentes distribuciones y magnitudes de esfuerzos, deformaciones y momentos a partir de una distribución de colores sobre el modelo. Donde los colores representan el intervalo de valores de acuerdo con el tipo de resultado que se este mostrando (para este trabajo, esfuerzos o deformaciones).

#### ***Representación de los resultados.***

Para conocer los efectos que provoca la espondilolistesis en biomecánica de la región lumbar, fue necesario realizar 4 análisis diferentes. En cada uno se variaron las cargas aplicadas, para simular el peso que soporta el raquis lumbar del paciente, siendo los causantes de estas cargas el mismo peso del tronco y una carga extra, de 200 [N], 500 [N] y 800 [N].

Para cada simulación, se recabaron los siguientes tipos de resultados: esfuerzos totales bajo el criterio de Von Mises, deformaciones en el eje Z y deformación total, para cada uno de los cuerpos vertebrales.

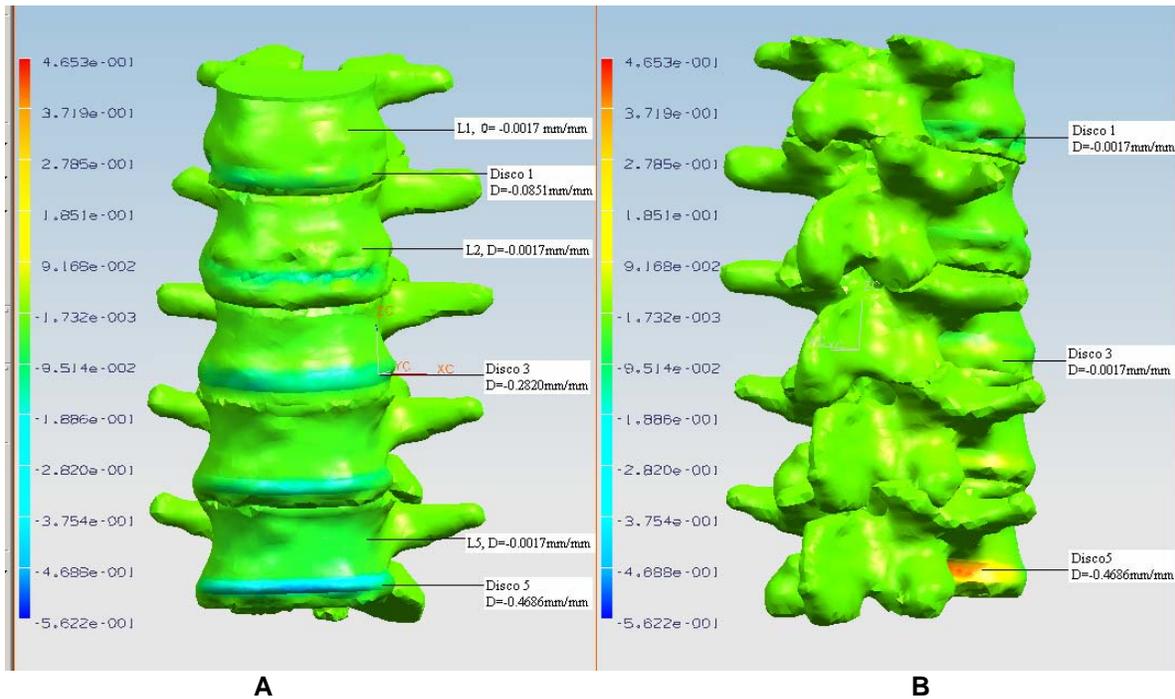
Los resultados que se muestran a continuación están clasificados por tipo de análisis; se presenta para cada uno sus distribuciones a partir de un rango de colores y su magnitud gráficamente.

#### ***4.7.1 Resultados de deformaciones en Z en raquis lumbar con espondilolistesis.***

Para conocer que tanto influye la espondilolistesis en la biomecánica, y en la capacidad de soportar cargas del raquis lumbar, es necesario conocer la distribución de deformaciones y esfuerzos que presenta el raquis

lumbar con espondilolistesis, ante diferentes cargas aplicadas, para después comparar estos resultados con los presentados por el raquis lumbar sano.

En la figura 4.15 se puede apreciar la distribución de deformaciones, representada por colores tal y como las arroja el programa NX3, sobre la dirección del eje Z en mm/mm, de los diferentes elementos que conforman el raquis lumbar con espondilolistesis sobre la L5 de un individuo flexionado 30°, en donde la única fuerza que soporta el raquis lumbar es la generada por el peso de la parte superior del cuerpo. En el lado izquierdo de la imagen aparece una barra con los colores que tienen las franjas, mostrando el valor correspondiente de la deformación para cada color.



**Figura 4.15. Deformación en ZZ de raquis lumbar con espondilolistesis en la L5 con una carga extra nula (0 [N])  
A) Vista posterior, B) vista anterior.**

Observando la figura 4.15 A se puede ver que la distribución de deformaciones en ZZ sobre todos los cuerpos vertebrales del raquis es de un color verde homogéneo, representando una magnitud de deformación de -0.001732 mm/mm. Mientras que los discos intervertebrales por su parte, presentan un color azul, que se hace mas intenso conforme mas abajo se localizan en la estructura del raquis, variando su magnitud de -0.08514 a -0.4686 mm/mm.

Estos resultados obtenidos son lógicos si se considera que el cuerpo vertebral sufre deformaciones muy pequeñas, en comparación de los discos intervertebrales, debido a que son los discos quienes trabajan como disipadores y amortiguadores de cargas. Por otra parte, las deformaciones en los discos van aumentando conforme mas abajo se encuentran en el raquis, a causa de que el momento flexionante que reciben también va aumentando.

Ahora bien, si se observa la figura 4.15 B se ve que tanto las vértebras (cuerpo y apófisis), como los discos, poseen un color verde, al cual corresponde una deformación muy pequeña (-0.001732 mm/mm), sin embargo; al observar la parte anterior del último disco intervertebral, se ve presente una distribución de deformaciones muy diferente a todos los demás elementos del raquis. Esta distribución, en color rojo, señala una deformación de 0.4653 mm/mm y si bien, en valor absoluto, es muy similar al encontrado en la parte posterior del disco de la L5 (figura 4.15 A), su signo positivo indica que la deformación es causada por fuerzas de tensión, las cuales provocan un estiramiento en el disco.

Las diferencias en signos que presenta el último disco intervertebral en ambos lados (anterior y posterior) señalan que sufre deformaciones causadas por fuerzas de compresión (en su lado posterior) y por fuerzas de tensión (en su lado anterior). Dichas deformaciones son importantes, pues por un lado (posterior), pueden causar una protuberancia en el disco, y por el otro (anterior) pueden provocar un desgarro en la pared del disco.

Como se ha explicado, se realizaron análisis con diferentes cargas extras aplicadas al raquis lumbar, con la finalidad de conocer su comportamiento. En la figura 4.16 se muestra la distribución de deformaciones en dirección ZZ que presenta el raquis lumbar con espondilolistesis, flexionado 30° y soportando el peso de la parte superior del cuerpo más una carga extra de 800 [N].

Al observar la figura 4.15 y 4.16, se puede apreciar que la distribución de colores, representando las deformaciones en ZZ, posee variaciones importantes, lo que señala que no solo posee valores de deformación diferentes, sino que además, estas deformaciones poseen una distribución diferente. De esta forma se tiene un color verde en casi todo el cuerpo vertebral, volviéndose cada vez más fuerte conforme las vértebras se encuentran más cerca del sacro. Esta variación de colores señala que las deformaciones en ZZ de los cuerpos vertebrales varían de -0.2039 a -0.4678 mm/mm.

Por otra parte, los discos intervertebrales presentan un color verde (figura 4.16 A), variando a azul conforme más cerca se encuentran del sacro. Esta variación en colores, al igual que en los cuerpos vertebrales, señala un aumento en la deformación, causada por el aumento del momento flexionante. De esta forma, se tiene que para el primer disco intervertebral, su deformación en ZZ es apenas de -0.4678 mm/mm, mientras que en el último, la deformación es de -1.523 mm/mm.

Si se observa al raquis de espaldas (figura 4.16 B), se ve que las apófisis de todas las vértebras la vértebra poseen un color amarillo verdoso, al cual corresponde una deformación muy pequeña (la mínima) de -0.05995 mm/mm aproximadamente, sin embargo; al observar la parte anterior del último disco intervertebral, se ve presente una distribución de deformaciones muy diferente a todos los demás elementos del raquis. Esta distribución, en color rojo, señala una deformación máxima de 1.115 mm/mm y si bien, en valor absoluto, es muy similar al encontrado en la parte posterior del disco de la L5 (figura 4.16 A), su signo positivo indica que la deformación es causada por fuerzas de tensión, las cuales provocan un estiramiento en el disco.

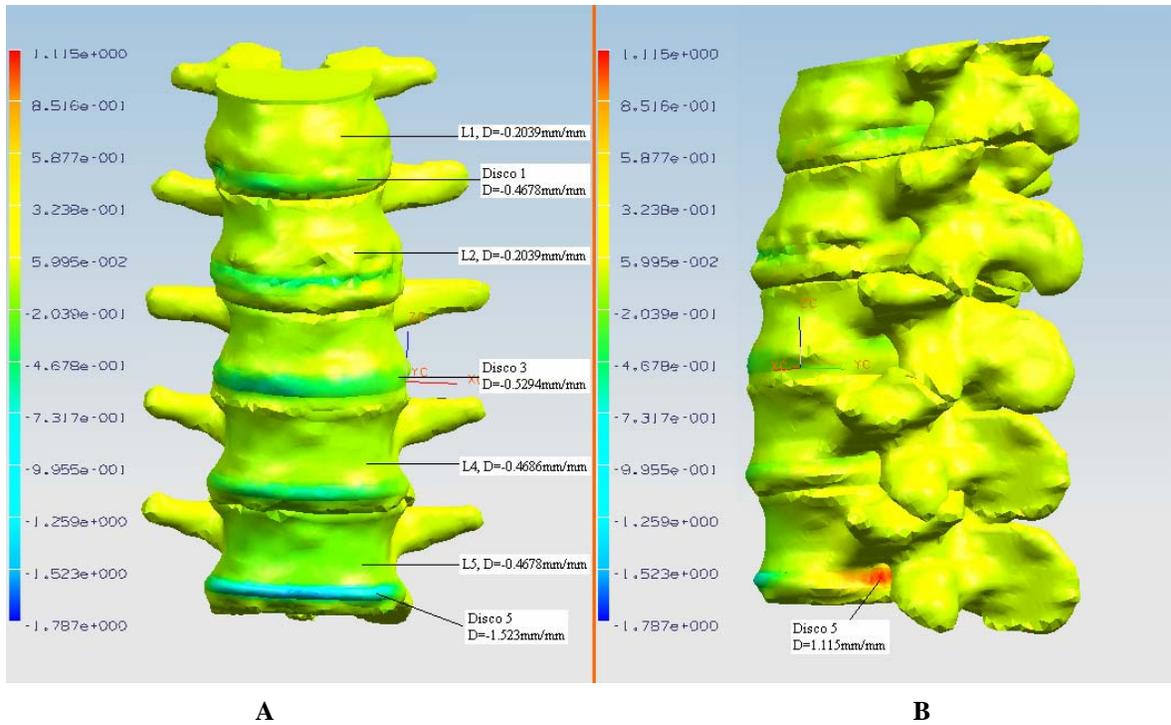


Figura 4.16. Deformación en ZZ de raquis lumbar con espondilolistesis en la L5 con una carga extra de 8000 [N]  
 A) Vista posterior, B) vista anterior.

Todas estas deformaciones en ZZ del raquis lumbar con espondilolistesis, son provocados por el peso de la parte superior del cuerpo y por la carga extra que se aplica, las cuales, provocan fuerzas de presión y cortantes sobre el raquis lumbar. En la tabla 9 se muestran las magnitudes de deformación en ZZ que presentan los diferentes componentes del raquis lumbar con espondilolistesis, ante diferentes cargas extras.

Tabla 9. Magnitudes de deformación [mm/mm] en ZZ en mm/mm de los diferentes componentes del raquis lumbar con espondilolistesis, ante diferentes cargas extras.

Cuerpo de vértebra	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
L1	-0.001732	-0.07201	-0.1381	-0.2039
L2	-0.001732	-0.07201	-0.1381	-0.2039
L3	-0.001732	-0.07201	-0.1381	-0.2039
L4	-0.001732	-0.07201	-0.1381	-0.4678
L5	-0.001732	-0.2002	-0.337	-0.4678

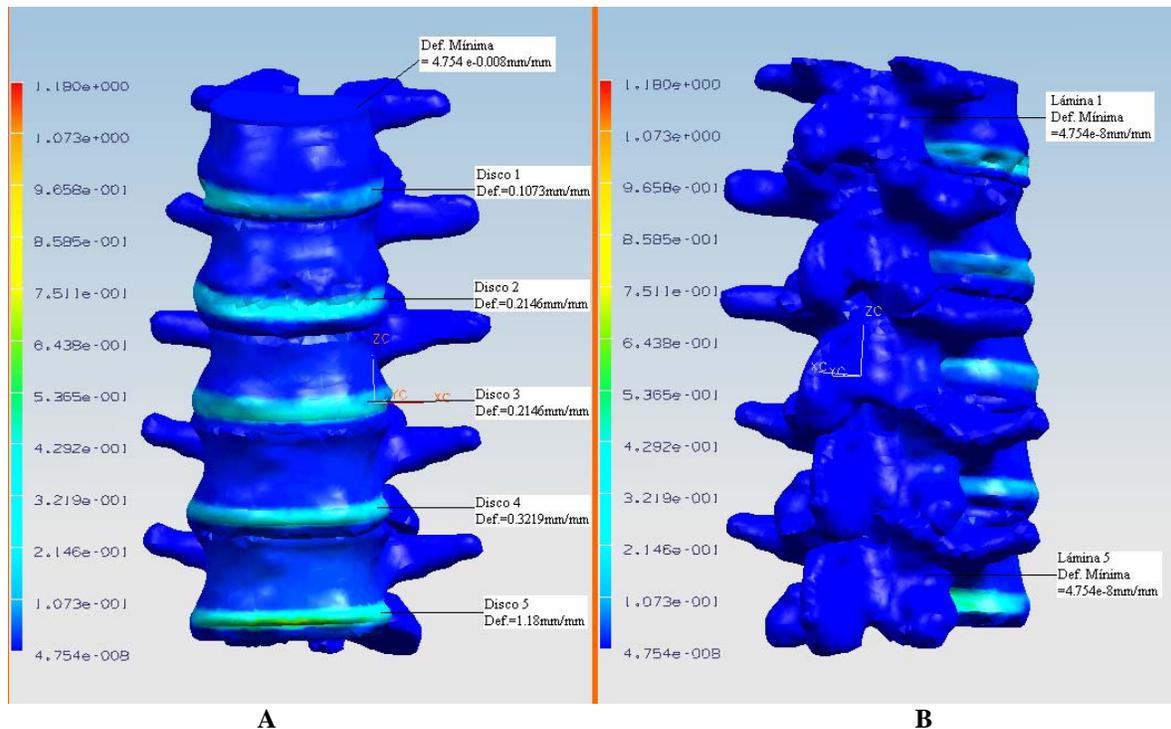
Disco intervertebral				
L1	-0.08514	-0.2002	-0.337	-0.4678
L2	-0.1886	-0.3283	-0.5294	-0.7371

L3	-0.282	-0.3283	-0.5294	-0.7317
L4	-0.282	-0.4565	-0.725	-0.9955
Lado posterior de L5	-0.4686	-0.7126	-1.116	-1.523
Lado anterior de L5	0.4653	0.5687	0.84	1.115

**4.7.2 Resultados de deformaciones principales en raquis lumbar con espondilolistesis.**

Nuevamente, para conocer que tanto influye la espondilolistesis en la biomecánica, y en la capacidad de soportar cargas del raquis lumbar, es necesario conocer la distribución de deformaciones y esfuerzos que presenta ante diferentes cargas aplicadas, para después comparar estos resultados con los presentados por el raquis lumbar sano.

En la figura 4.17 se aprecia la distribución de deformaciones principales, representada por colores tal y como las arroja el programa NX3 en mm/mm, de los diferentes elementos que conforman el raquis lumbar con espondilolistesis sobre la L5 de un individuo flexionado 30°, en donde la única fuerza que soporta el raquis lumbar es la generada por el peso de la parte superior del cuerpo. En el lado izquierdo de la imagen aparece una barra con los colores que tienen las franjas, mostrando el valor correspondiente de la deformación para cada color.



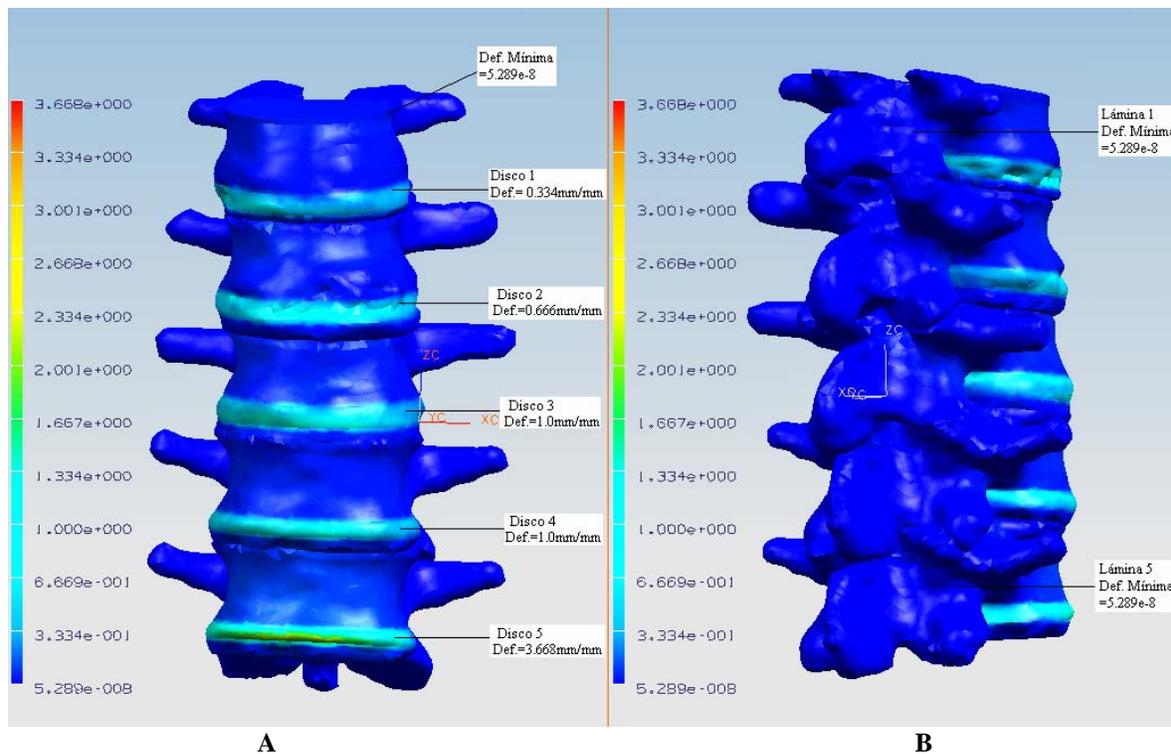
**Figura 4.17. Deformación es principales de raquis lumbar con espondilolistesis con una carga extra de 0 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.**

En este caso, como es de esperarse, se puede ver claramente como los cuerpos vertebrales (en color azul), sufren muy poca deformación (casi nula), mientras que los discos intervertebrales son quienes presentan las deformaciones más grandes (figura 4.17A). Para una carga extra de 0N aplicada al raquis lumbar con espondilolistesis, se observa que la deformación que sufren los discos varia de 0.107 a 0.5365 mm/mm aproximadamente, siendo más grande en el último disco intervertebral, con elementos sufriendo una deformación máxima de 1.18 mm/mm

Por otra parte, en la figura 4.18, se puede observar la distribución de deformaciones en mm/mm que se presenta en el raquis lumbar con espondilolistesis al soportar el peso corporal y una carga extra de 800 N. En esta figura, se ve como la distribución de colores es casi idéntica a la de la figura 4.17, sin embargo su barra de valores (lado izquierdo) posee magnitudes mas grandes.

La deformación más grande se presenta en el quinto disco intervertebral del raquis lumbar con espondilolistesis (figura 4.18), es de 3.668mm. Mientras que en los otros discos varia de 0.334 a 1 mm/mm aproximadamente. Para este caso también se ve que las láminas de la última vértebra lumbar, L5 no presentan ninguna deformación, esto se debe a que al existir la espondilolistesis en la 5L, la articulación de las apófisis inferiores de última vértebra está libre para desplazarse, por lo que no soportan ningún esfuerzo.

La tabla 10 muestra las deformaciones presentadas en los diferentes elementos del raquis lumbar con espondilolistesis ante diversas cargas, en esta tabla, solo se mencionan los discos intervertebrales, pues las deformaciones de los demás elementos son despreciables por ser muy pequeñas.



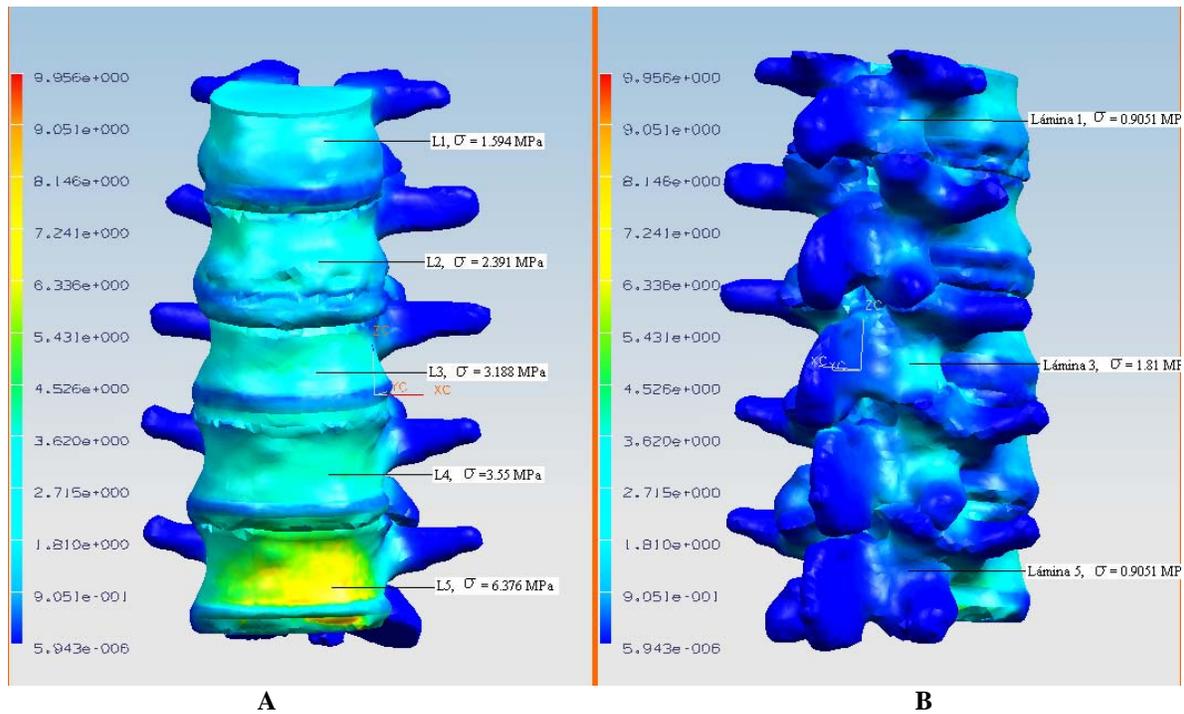
**Figura 4.18. Deformación es principales de raquis lumbar con espondilolistesis con una carga extra de 0 [N] A) Vista posterior, B) vista anterior.**

**Tabla 10. Deformaciones principales [mm/mm] presentadas en los diferentes elementos del raquis lumbar con espondilolistesis, ante diversas cargas.**

Disco intervertebral	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
L1	0.1073	0.1547	0.2437	0.334
L2	0.2146	0.3093	0.4874	0.6669
L3	0.2146	0.3093	0.731	1
L4	0.3219	0.464	0.731	1
L5	1.18	1.701	2.68	3.668

**4.7.3 Resultados de esfuerzos en raquis lumbar con espondilolistesis.**

En la figura 4.19 se presenta el resultado de la distribución de esfuerzos con base en la teoría de falla de von Mises, para el caso del raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, en el cual actúa el peso de la parte superior del cuerpo y una carga extra de 0 N. Del lado izquierdo de la imagen, se encuentra la barra de colores que muestra el valor de los esfuerzos que se presentan en el modelo. Dichos esfuerzos están en unidades de MPa. Nuevamente, la distribución de los colores sobre la geometría permite identificar las diferentes magnitudes de esfuerzo que se presentan en nuestro modelo.



**Figura 4.19. Distribución de esfuerzos sobre el raquis lumbar con espondilolistesis por teoría de Von Mises, con una carga extra nula (0N).**

La distribución de colores que se observa en la figura 4.19 es muy similar a la del raquis lumbar sano (figura 4.13), con un color azul claro en las primeras 4 vértebras, y un color amarillo (con pequeños elementos en color naranja) sobre la L5. Sin embargo, las magnitudes mostradas en la barra de colores, que aparece del lado izquierdo, son mayores en comparación con las del raquis lumbar sano (figura 4.12). Esto se debe a que al no existir la articulación entre las apófisis inferiores de la L5 con las apófisis superiores de la S1, el momento flexionante aumenta, siendo el cuerpo vertebral el único elemento que soporta esta carga.

De esta forma se tiene que los esfuerzos presentados en las primeras cuatro vértebras (figura 4.19 A) son de magnitud pequeña (de 1.594 a 3.55 MPa aproximadamente), siendo su variación producto del aumento del momento flexionante. A su vez, la L5 presenta nuevamente los esfuerzos máximos (de 6.376 a 7.241 MPa), ya que no solo soporta el momento flexionante máximo, sino que al presentar espondilolistesis, debe también de soportar mayores esfuerzos de compresión.

Por otra parte, los esfuerzos en los discos intervertebrales son del orden de 0.9051 MPa, presentando muy poca variación entre ellos, mientras que las láminas (figura 4.19 B) nuevamente presentan una distribución de esfuerzos considerable, salvo la última (L5), pues al no existir la articulación de las apófisis inferiores de L5 con las superiores de S1, las láminas están libres para desplazarse y no oponer ninguna restricción a su movimiento.

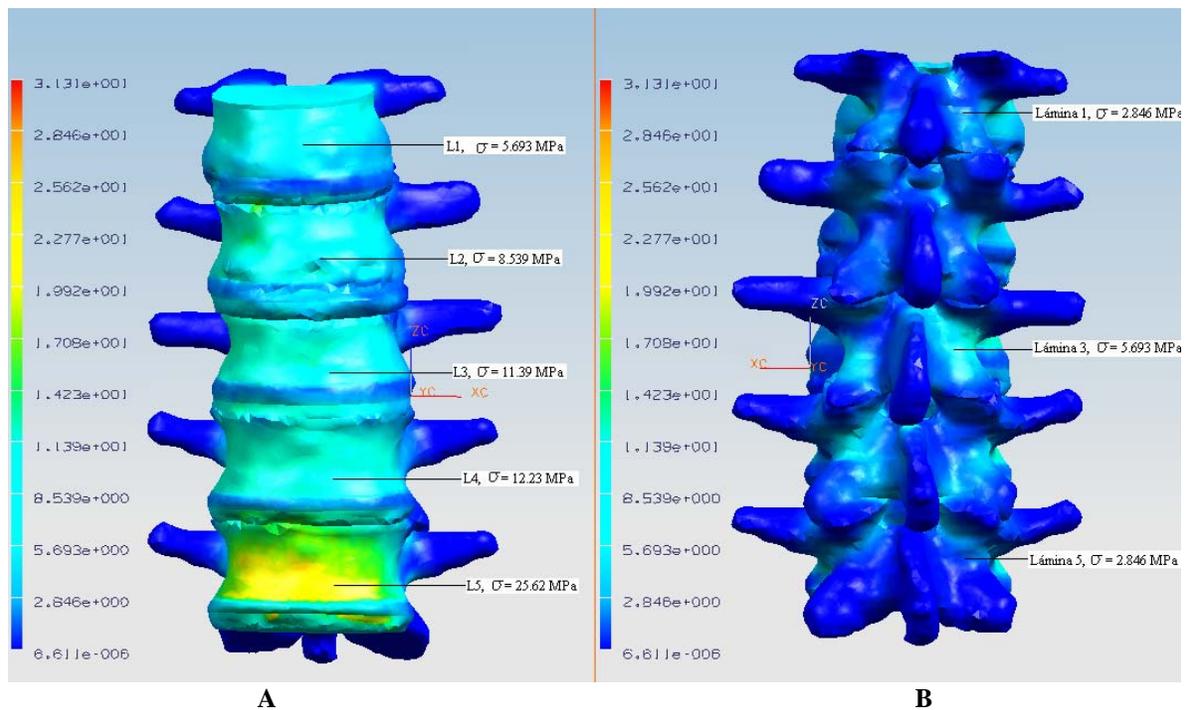


Figura 4.20. Distribución de esfuerzos sobre el raquis lumbar con espondilolistesis por teoría de Von Mises, con una carga extra de 800 N.

Ahora bien, en la figura 4.20 se presenta el resultado de la distribución de los esfuerzos con base en la teoría de falla de von Mises, para el caso del raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, en la cual actúa el peso de la parte superior del cuerpo (462 N) y una carga extra de 800 N. Del lado izquierdo de la geometría, se encuentra la barra de colores que muestra el valor de los esfuerzos que se presentan en el modelo. Dichos esfuerzos están en unidades de MPa. Nuevamente, la distribución de los colores sobre la geometría permite identificar las diferentes magnitudes de esfuerzo que se presentan en nuestro modelo.

La distribución de colores que se observa en la figura 4.20 A permite identificar un color azul claro en las primeras 4 vértebras, y un color amarillo (con pequeños elementos en color naranja) sobre la L5. De esta forma se tiene que los esfuerzos presentados en las primeras cuatro vértebras son de magnitud pequeña (de 5.693 a 12.23 MPa), siendo su variación producto del aumento del momento flexionante. A su vez, la L5 presenta nuevamente los esfuerzos máximos (de 17.08 a 25.62 MPa), ya que no solo soporta el momento flexionante máximo, sino que al presentar espondilolistesis, debe de soportar mayores esfuerzos de compresión.

Por otra parte, los esfuerzos en los discos intervertebrales son del orden de 2.846 MPa, mientras que las láminas (figura 4.20 B) nuevamente presentan una distribución de esfuerzos considerable, salvo la última (L5), pues al no existir la articulación de las apófisis inferiores de L5 con las superiores de S1, la lámina esta libre para desplazarse y no oponer ninguna restricción a su movimiento. En las tablas 11, 12 y 13 se muestran los esfuerzos presentados en los diversos elementos del raquis lumbar con espondilolistesis.

**Tabla 11. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar con espondilolistesis ante diferentes cargas.**

Vértebra	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
<b>L1</b>	1.594	2.695	4.187	5.693
<b>L2</b>	2.391	4.042	6.281	8.539
<b>L3</b>	3.188	5.39	8.374	11.39
<b>L4</b>	3.55	5.52	8.61	12.23
<b>L5</b>	6.376	11.13	17.3	25.62

**Tabla 12. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en los discos intervertebrales vertebrales de raquis lumbar con espondilolistesis ante diferentes cargas.**

DISCOS	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal + 200 N	Peso corporal + 500 N	Peso corporal + 800 N
L1-L2-L3 y L4	0.9051	1.346	2.094	2.846

L5	1.81	2.695	4.187	5.693
----	------	-------	-------	-------

**Tabla 13. Distribución de esfuerzos (MPa) mostrados en las láminas de las diferentes vértebras de raquis lumbar con espondilolistesis ante diferentes cargas.**

Lámina de la vértebra	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
<b>L1</b>	0.9051	1.346	2.094	2.846
<b>L2</b>	0.9051	1.346	2.094	2.846
<b>L3</b>	1.81	2.695	4.187	5.693
<b>L4</b>	1.81	2.695	4.187	5.693
<b>L5</b>	0.9051	1.346	2.094	2.846

***4.8 Comparación entre los diversos resultados obtenidos en el raquis lumbar sano y en el raquis lumbar con espondilolistesis.***

**4.8.1 Análisis de resultados de deformaciones en Z entre raquis lumbar sano y con espondilolistesis.**

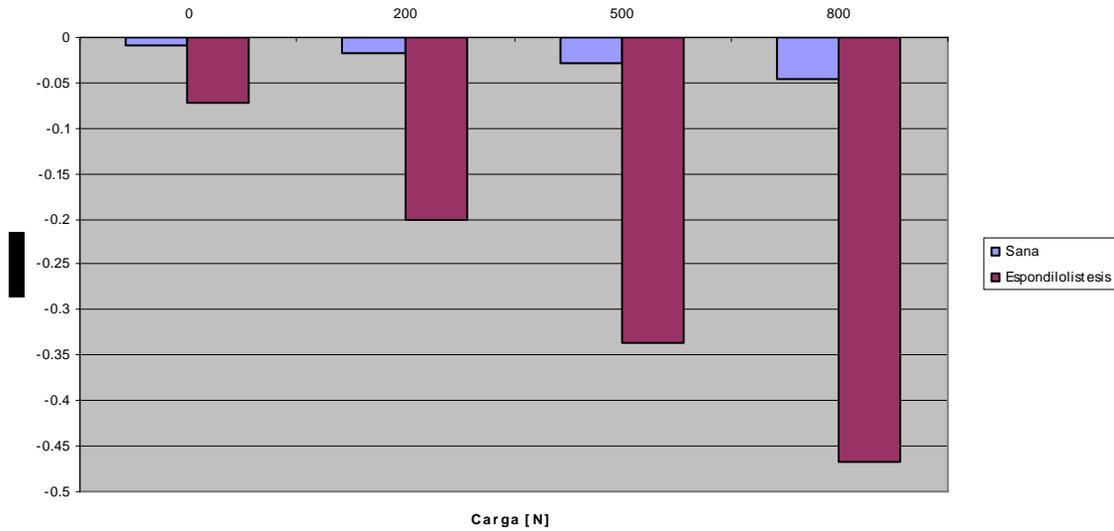
A continuación se analizan los resultados de las deformaciones en ZZ presentados en el raquis lumbar sano y con espondilolistesis. Ambos análisis se realizaron con el mismo caso de estudio, en donde se consideró al individuo flexionado 30° y levantando diferentes cargas.

Las diferencias de deformación en ZZ que se presentan entre los dos raquis (sano y con espondilolistesis) son muy visibles y marcadas, ya que presentan variaciones no solo en magnitud, si no que también en distribución.

Si bien es cierto que las deformaciones de todo el cuerpo vertebral varían en ambos modelos, solo se mencionarán y explicarán los presentados en los cuerpos vertebrales, en las láminas y en los discos intervertebrales, debido a que es ahí donde se presentan las deformaciones más grandes.

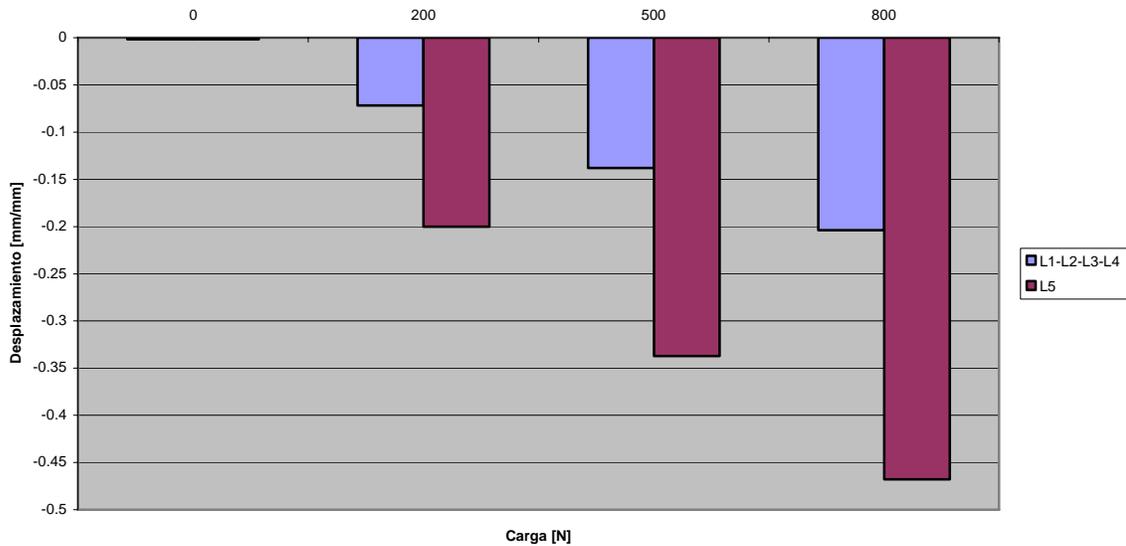
En los cuerpos vertebrales del raquis lumbar sano, todos presentan deformaciones muy similares (por no decir que iguales), en donde su variación se debe única y exclusivamente a la carga aplicada. Por otra parte, en el raquis lumbar con espondilolistesis, se tienen deformaciones en los cuerpos vertebrales no solo más grandes que en el raquis lumbar sano (gráfica 1), sino que además se presenta una diferencia considerable entre las L1, L2, L3 y L4 con la 5L (gráfica 2).

**Deformaciones presentadas en el cuerpo vertebral de la L5 a diferentes cargas en raquis sano y con espondilólisis.**



**Grafica 1. Deformaciones en ZZ del cuerpo vertebral de L5, en raquis lumbar sano y con espondilolistesis.**

**Comparación de deformaciones entre cuerpos vertebrales de raquis lumbar con espondilólisis en L5**

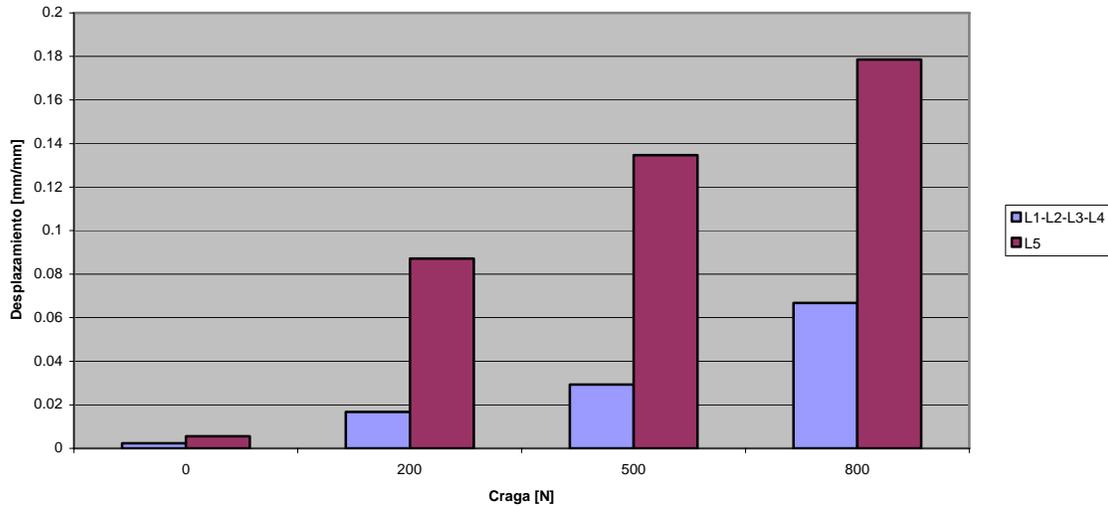


**Grafica 2. Comparación de deformaciones entre cuerpos vertebrales de raquis lumbar con espondilolistesis en L5.**

La diferencia en magnitudes de deformación en ZZ entre el raquis lumbar sano y el raquis lumbar con espondilolistesis (gráfica 1) se debe a que el rompimiento de la articulación entre las apófisis inferiores de L5 con las apófisis superiores de S1 (espondilolistesis) permite un momento flexionante mayor, pues al no existir

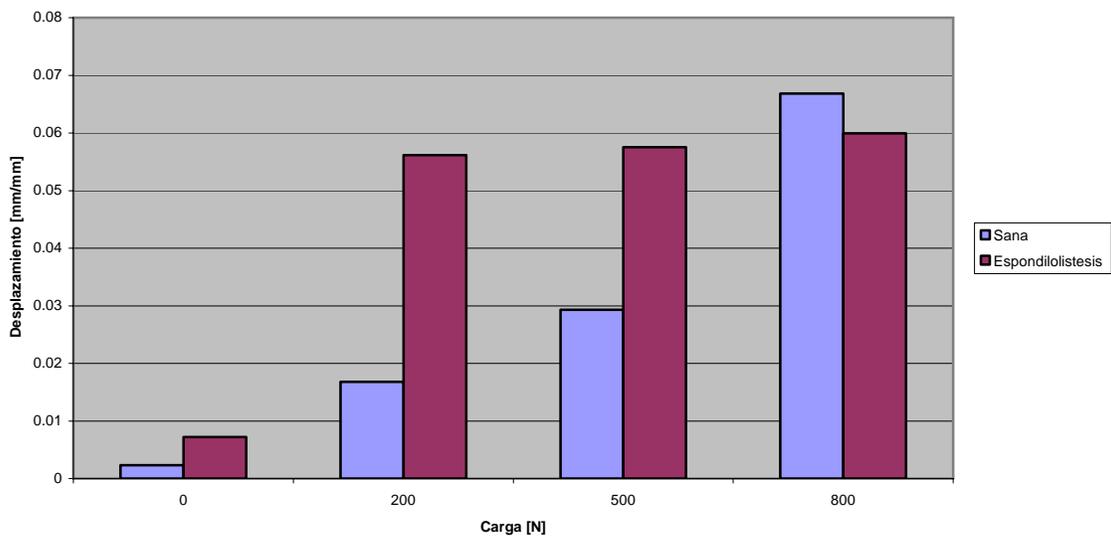
esta articulación, el único elemento que soporta este momento y evita el desplazamiento entre las vértebras L4 y la L5 es el disco intervertebral de L5. Por otra parte, al no existir esta articulación (espondilolistesis), el cuerpo vertebral de L5 recibe esfuerzos muchos mayores a los demás, lo que provoca una deformación mayor. Dicha deformación en el cuerpo vertebral puede causar una falla de tipo *borde* (Figura 3.17), lo que provocaría una hernia discal ante cargas muy grandes.

Comparacion de deformaciones en ZZ entre láminas de vertebras del raquis lumbar sano.



Grafica 3. Comparación de deformaciones en ZZ entre las láminas de las vértebras del raquis lumbar sano.

Deformaciones presentadas en láminas vertebrales a diferentes cargas de raquis lumbar sano y con espondilolistesis.



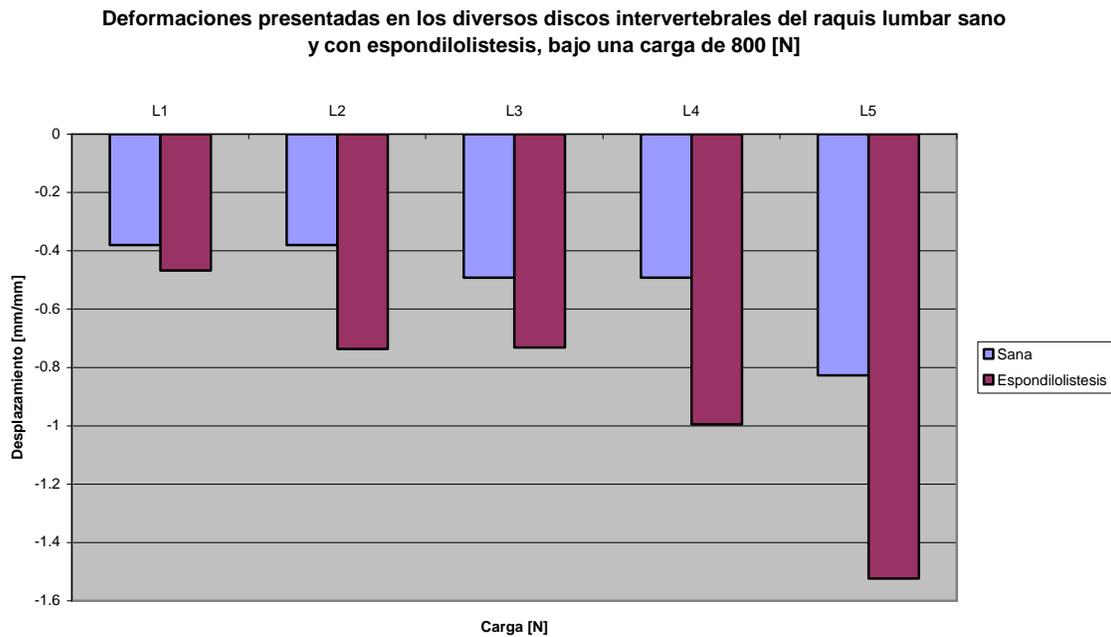
Gráfica 4. Deformaciones presentadas en las láminas vertebrales de L5 a diferentes cargas en un raquis lumbar sano y con espondilolistesis.

La presencia de espondilolistesis en la L5 también provoca un cambio significativo en la deformación de las láminas de las vértebras, por una parte, en el raquis lumbar sano, se ve que las láminas de la L5 presentan una deformación mayor a las otras, pues restringen el movimiento de rotación del raquis (gráfica 3), sin embargo; en el raquis lumbar con espondilolistesis al no existir esta articulación, las láminas de la L5 no soportan ninguna carga, por lo que su deformación es prácticamente la misma que las demás láminas de las vértebras, no obstante, su magnitud es menor en comparación con las de la L5 del raquis lumbar sano.

La diferencia de deformaciones que presentan las diferentes láminas de los cuerpos vertebrales (L1, L2, L3 y L4 únicamente) del raquis lumbar sano y con espondilolistesis se presentan en la gráfica 4.

Por último, se tienen las deformaciones en los discos intervertebrales, las cuales son las más grandes que se presentan en la estructura del raquis lumbar sano y con espondilolistesis, pero además, todas y cada una de ellas varían en magnitud, pues toda la fuerza de compresión que reciben la disipan en forma de deformación, y como se sabe, entre más cerca se encuentren del sacro, el momento de flexión que recibirán será mayor.

En la gráfica 5, se puede ver la magnitud de deformación en ZZ que presentan los discos intervertebrales del raquis lumbar sano y con espondilolistesis, bajo una carga de 800 N. En ambos casos, las deformaciones se acentúan conforme más cerca se encuentran del sacro, sin embargo; en magnitud, se ve que las del raquis lumbar con espondilolistesis presentan un valor de aproximadamente el doble de las del raquis lumbar sano. Esto se debe a que al no existir la articulación entre las apófisis de la L5 con las de la S1, el momento flexionante se acentúa. El aumento del momento flexionante, provoca una deformación mayor en el disco en su parte posterior, lo que podría derivar en una *hernia discal* (Figura 3.20).



**Gráfica 5. Deformaciones presentadas en los discos vertebrales del raquis lumbar sano y con espondilolistesis, bajo una carga de 800 N.**

Ahora bien, las deformaciones presentadas en la parte anterior de los discos intervertebrales de L5 también varían, siendo en el raquis lumbar sano muy pequeños, mientras que en el raquis lumbar con espondilolistesis muy grandes.

Esta aparición de deformaciones en la parte anterior del último disco del raquis lumbar con espondilolistesis se debe a que al no existir la articulación entre las apófisis de L5 con las de S1, el momento flexionante aumenta, provocando una deformación de compresión mayor en la parte posterior del disco, causando una deformación de tensión en su parte anterior. Los valores de las deformaciones presentadas por el último disco intervertebral (L5) en sus partes anterior y posterior, con diferentes cargas, se presentan en la tabla 14, y si bien sus valores absolutos son muy similares, el cambio de signo indica el tipo de deformación que presentan, siendo de compresión con signo negativo y de tensión con signo positivo.

**Tabla 14. Deformaciones [mm/mm] presentadas por el último disco intervertebral (L5) de raquis lumbar con espondilolistesis en sus partes anterior y posterior, ante diferentes cargas aplicadas.**

	Peso corporal 462 [N]	Peso corporal y fuerza de 200 [N]	Peso corporal y fuerza de 500 [N]	Peso corporal y fuerza de 800 [N]
Lado posterior de L5	-0.4686	-0.7126	-1.116	-1.523
Lado anterior de L5	0.4653	0.5687	0.84	1.115

#### 4.8.2 Análisis de resultados de deformaciones principales, Von Mises entre el raquis lumbar sano y con espondilolistesis.

A simple vista se puede suponer que la única diferencia de deformaciones principales que existe entre el raquis lumbar sano y con espondilolistesis, es un aumento en su magnitud en sus discos intervertebrales (pues los cuerpos vertebrales y las apófisis no varían), causada por el aumento del momento en el raquis lumbar con espondilolistesis. Si bien esto es cierto, como se puede ver en las tablas 6 y 7, también es cierto que el raquis con espondilolistesis presenta una deformación muy grande en la parte anterior de su último disco intervertebral (figura 4.21). Esta deformación es muy grande, y es muy crítica también, pues a diferencia de las deformaciones de los otros discos esta es de extensión y no de compresión.

Esta deformación de tipo extensión es provocada precisamente por la falta de articulación entre las apófisis inferiores de la 5L con las superiores de la S1. Al no existir esta “restricción”, el cuerpo vertebral tiende a flexionarse mucho más, provocando no solo una deformación de compresión mayor en la parte posterior del disco intervertebral, sino que también una deformación de extensión en su parte anterior. Dicha deformación de extensión en la parte anterior del disco puede provocar serios problemas, pues la fisiología del disco esta diseñada para soportar grandes cargas de compresión, mas no de extensión. Si la deformación fuera muy grande, se podría llegar a desgarrar el disco intervertebral.

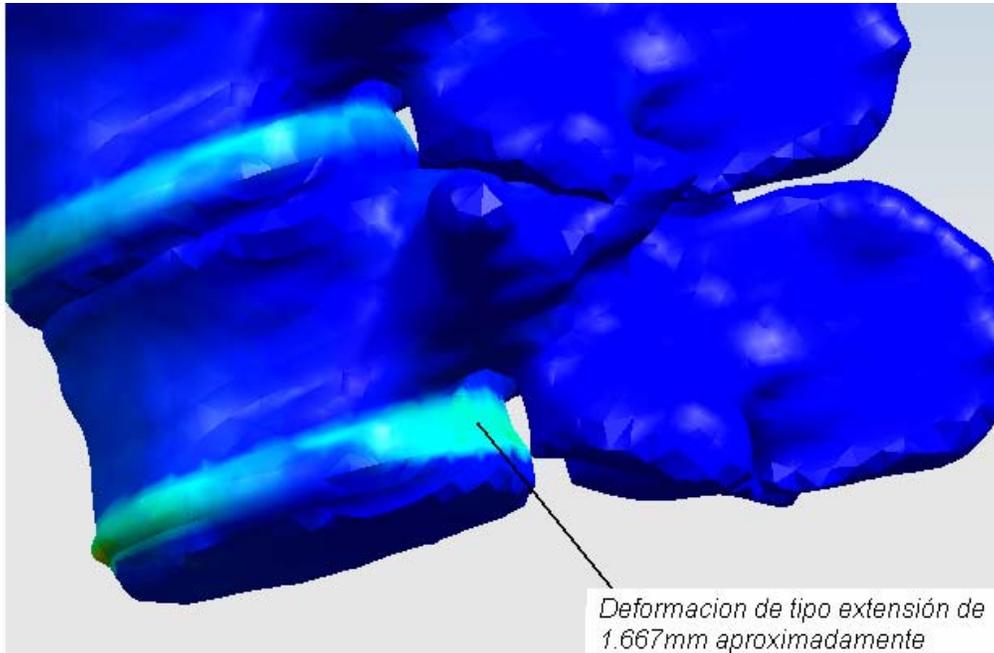
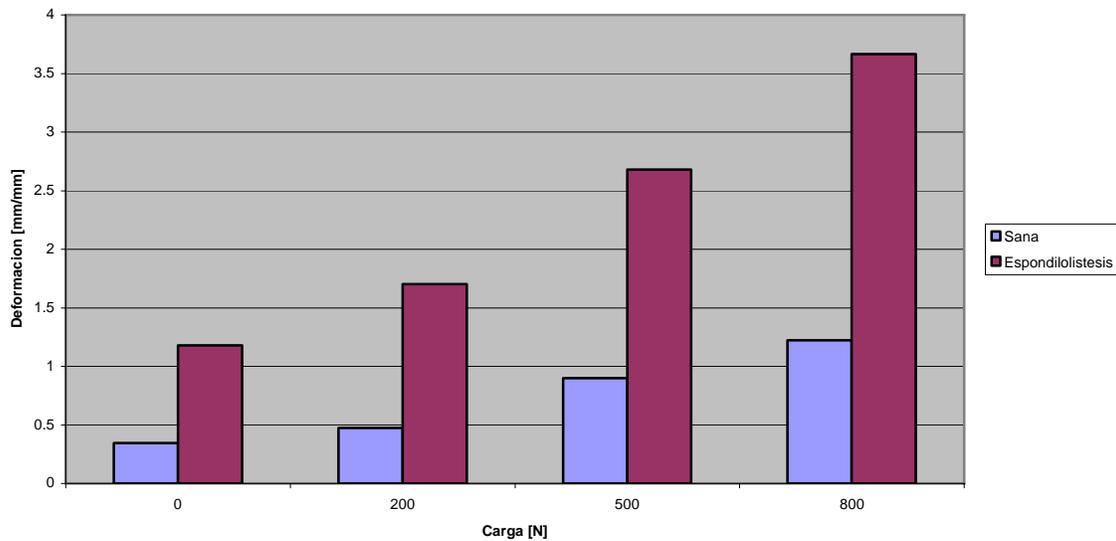


Figura 4.21 Deformación de tipo extensión que se presenta en la parte anterior del último disco intervertebral.

La diferencia en magnitudes de deformación que presenta el último disco intervertebral del raquis lumbar sano y con espondilolistesis, ante diferentes cargas se presenta en la gráfica 6.

Distribucion de deformaciones en el último disco intervertebral de un raquis lumbar sano y otro con espondilólisis, ante diversas cargas.



Grafica 6. Distribución de deformaciones en el último disco intervertebral de un raquis lumbar sano y otro con espondilolistesis, ante diversas cargas

### 4.8.3 Análisis de resultados de esfuerzos entre raquis lumbar sano y con espondilolistesis.

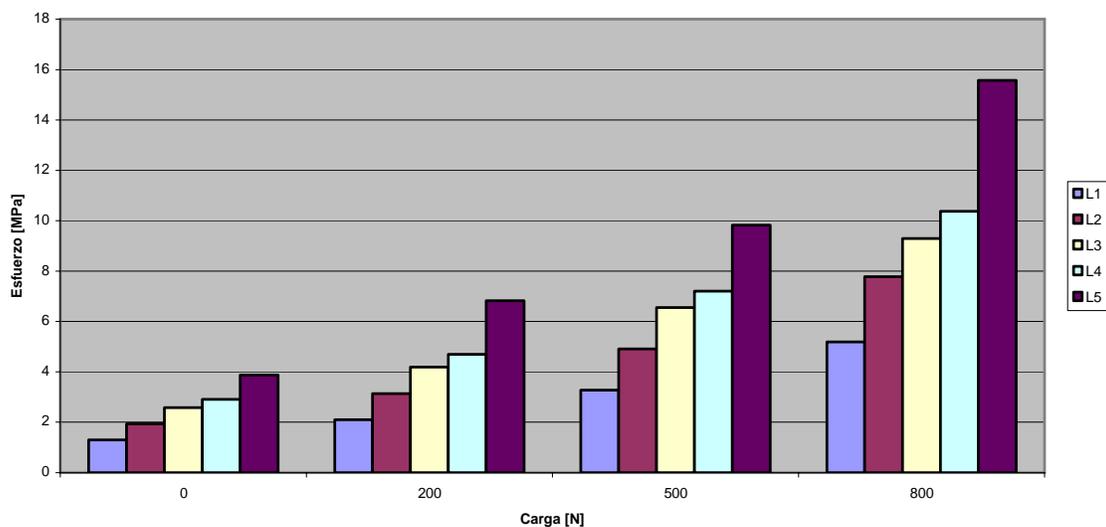
Como se menciona anteriormente, la distribución de esfuerzos en el raquis lumbar sano y con espondilolistesis es casi la misma en las primeras cuatro vértebras y en todos los discos intervertebrales. No obstante, para ambos casos, el último cuerpo vertebral (L5) presenta la mayor diferencia de magnitudes de esfuerzo (gráfica 7 y 8).

El aumento de los esfuerzos presentados en el raquis lumbar con espondilolistesis (gráfica 8) se debe a que el rompimiento de la articulación entre las apófisis inferiores de L5 con las superiores de S1 incrementa el momento flexionante, lo que provoca una fuerza de compresión mayor sobre los cuerpos vertebrales.

Tomando en cuenta la resistencia a la compresión que presenta el cuerpo vertebral (hueso trabecular, *tabla 1*), el cual varía de 9-21.3 MPa, podemos asumir que un raquis lumbar con espondilolistesis sufriría una fractura de tipo transversa (Figura 1.17), pues el esfuerzo que presenta su último cuerpo vertebral L5 es superior a 25 MPa, además de que tendería a sufrir fracturas en la L4, debido a que presenta cargas mayores a 15 MPa. Esto nos permite afirmar que un raquis lumbar con espondilolistesis en la L5 no es apto para soportar cargas mayores a 500 MPa.

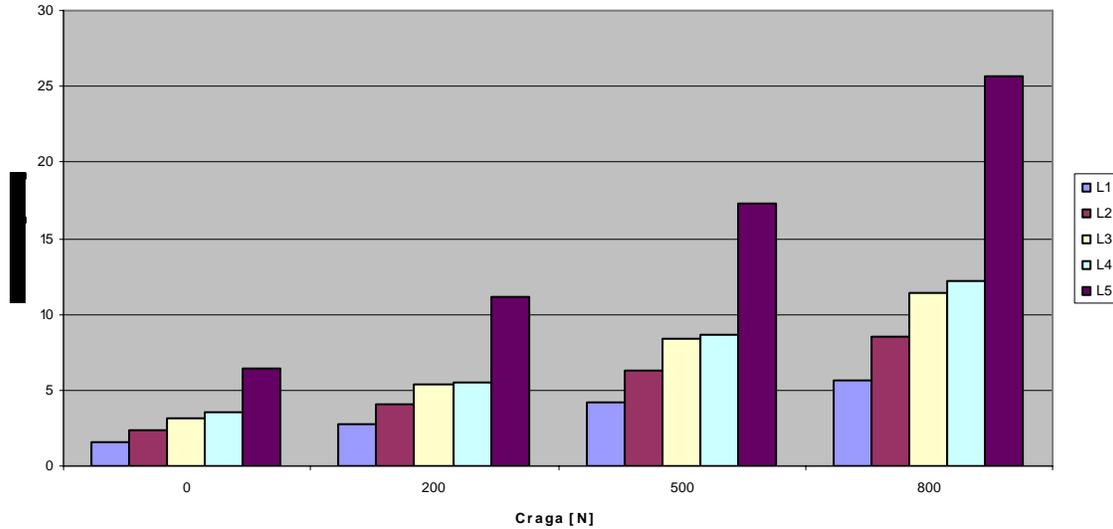
Para el raquis lumbar sano, vemos como todos los esfuerzos en sus cuerpos vertebrales (salvo el último) no superan los 10 MPa, esto nos permite afirmar que pueden soportar cargas de hasta 800 N sin ningún problema. Por su parte, el cuerpo de la L5 presenta esfuerzos superiores a 14 MPa (para un peso extra de 800 N) lo que podría ocasionar posibles fracturas en su estructura.

**Distribución de esfuerzos en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar sano, ante diversas cargas.**



**Gráfica 7. Distribución de esfuerzos en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar sano, ante diversas cargas.**

**Distribución de esfuerzos en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, ante diversas cargas.**



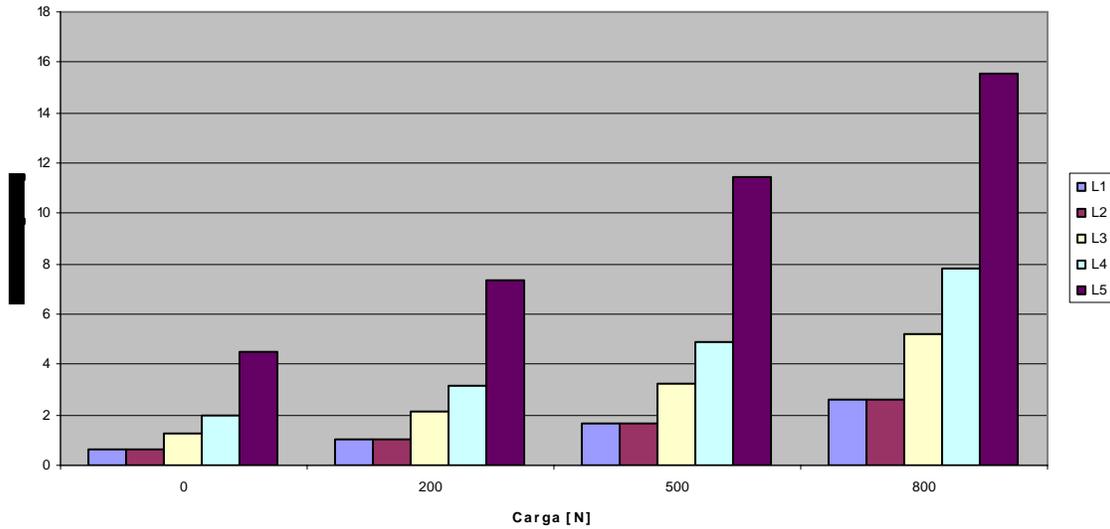
**Gráfica 8. Distribución de esfuerzos en los cuerpos vertebrales de raquis lumbar con espondilolistesis en la L5, ante diversas cargas.**

Por otra parte, las láminas de las vértebras también presentan esfuerzos muy grandes, variando su magnitud conforme más abajo se encuentren. Esto se debe a que el momento que soporten también será mayor. Al observar las magnitudes de esfuerzos de las láminas presentados en el raquis lumbar sano (gráfica 9), vemos como efectivamente la lámina de la L5 es la que presenta el mayor esfuerzo, aumentando su diferencia con las de L4, mientras mayor es la carga aplicada.

Ahora bien, las láminas, a diferencia del cuerpo vertebral, sufren esfuerzos debidos a cargas de tensión, tomando en cuenta la resistencia a la tensión que presenta el hueso cortical (Tabla1), el cual varía de 7.1-5 MPa, podemos afirmar que para cargas extras superiores a 200 N, es muy probable que halla fracturas en las láminas de L5.

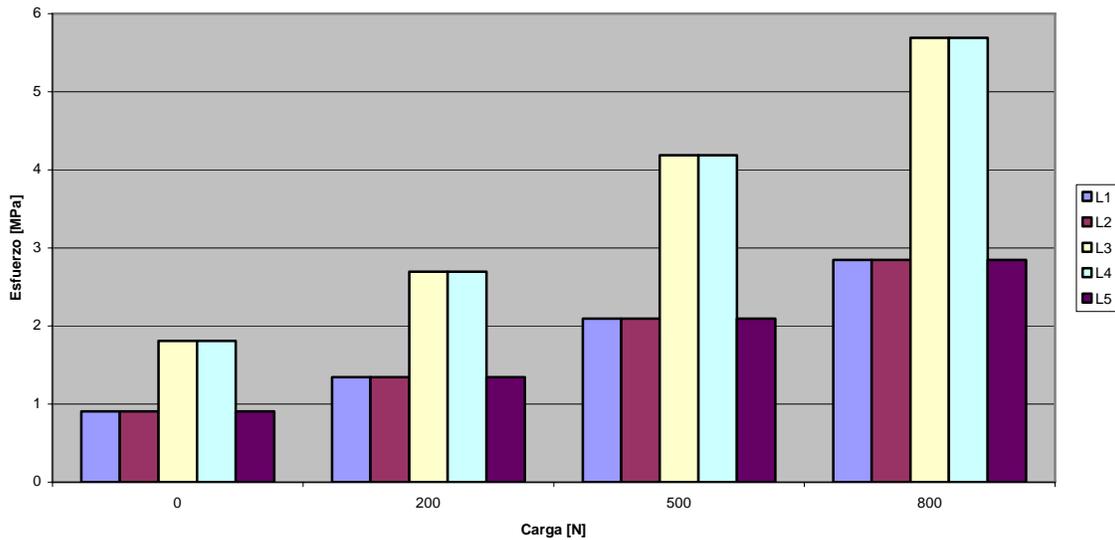
Si bien es cierto que los esfuerzos en las láminas de la vértebra lumbar sana aumentan conforme mas abajo se encuentren, llegando a ser mucho mayor en la L5, en las láminas del raquis lumbar con espondilolistesis se presenta una diferencia, y esta es que las laminas de la L5 presentan un valor muy pequeño. Esto se debe a que al no existir la articulación entre las apófisis inferiores de la L5 con las superiores de la S1, tanto las apófisis de la L5 como sus láminas están libres de restricciones, por lo que se desplazan en vez de soportar esfuerzos.

**Distribución de esfuerzos sobre las diversas láminas de las vértebras de raquis lumbar sano, ante diferentes cargas.**



**Gráfica 9. Distribución de esfuerzos sobre las diversas láminas de las vértebras de raquis lumbar sano, ante diferentes cargas.**

**Distribución de esfuerzos sobre las diversas láminas de las vértebras de raquis lumbar con espondilolistesis en L5, ante diversas cargas.**



**Gráfica 9. Distribución de esfuerzos sobre las diversas láminas de las vértebras de raquis lumbar con espondilolistesis, ante diferentes cargas.**

Estos resultados permiten afirmar que entre mayor sea el momento aplicado al raquis lumbar, provocado por levantar objetos pesados, mayor es la probabilidad de provocar una espondilolistesis. Mientras que entre mayor sea el momento aplicado a un raquis lumbar con espondilolistesis, los esfuerzos de compresión sobre el cuerpo de la última vértebra lumbar serán mucho mayores.

Como se menciona anteriormente, la espondilolistesis es una patología muy común, que se presenta principalmente al levantar objetos pesados de una forma incorrecta. Dependiendo del grado de desarrollo de la espondilolistesis (inicial, degenerativa, grave) se pueden aplicar y recurrir a diferentes soluciones, que van desde simples terapias, hasta prótesis complejas, o bien, el cambio total de la vértebra y el disco intervertebral.

Una de las soluciones más empleadas en nuestro país para la solución de esta patología, es el uso de prótesis, las cuales consisten en un par de tornillos que tienden a unir el cuerpo vertebral con los cuerpos vertebrales adyacentes. Estos tornillos solucionan el dolor y evitan la evolución de la patología, sin embargo, debido a su tamaño y diseño, resultan incómodos para la persona, además de que restringen el rango de movimiento de la columna vertebral.

Con base en este estudio, se podrían diseñar prótesis más adecuadas a las actuales, que permitieran no solo un mayor rango de movimiento, sino que fueran más ergonómicas y económicas. O bien, terapias que tiendan a reparar esta patología.

## Referencias y Bibliografía

- [1] *Guilhem Denozière, David N. Ku.* **Biomechanical comparison between fusion of two vertebrae and implantation of an artificial intervertebral disc.** ELSEVIER, Journal of BIOMECHANICS 39(2006) 766-775.
- [2] Zheng-Cheng Zhonga, Shun-Hwa Wei , Jung-Pin Wang , Chi-Kuang Feng ,Chen-Sheng Chena, Chung-huang Yu. **Finite element analysis of the lumbar spine with a new cage using a topology optimization method.** ELSEVIER, Medical Engineering & Physics. 28(2006) 90-98
- [3] *A. I. Kapandi.* **Fisiología articular tomo 3, Tronco y raquis.** 5ta edición Ed. Panamericana. España 1998.
- [4] *Margarete Nordin, Victor H. Frankel.* **Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System.** LEA&FEBIGER 1989 USA.
- [5] *Michael Adams, Nikolai Bogduk, Kim Burton & Patricia Dolan.* **The biomechanics of back pain.** Ed. Churchill Livingstone. 2002 UK.

## Referencias y Bibliografía

- [1] *Guilhem Denozière, David N. Ku. Biomechanical comparison between fusion of two vertebrae and implantation of an artificial intervertebral disc.* ELSEVIER, Journal of BIOMECHANICS 39(2006) 766-775.
- [2] Zheng-Cheng Zhonga, Shun-Hwa Wei , Jung-Pin Wang , Chi-Kuang Feng ,Chen-Sheng Chena, Chung-huang Yu. Finite element analysis of the lumbar spine with a new cage using a topology optimization method. ELSEVIER, Medical Engineering & Physics. 28(2006) 90-98
- [3] *A. I. Kapandi. Fisiología articular tomo 3, Tronco y raquis.* 5ta edición Ed. Panamericana. España 1998.
- [4] *Margarete Nordin, Victor H. Frankel. Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System.* LEA&FEBIGER 1989 USA.
- [5] *Michael Adams, Nikolai Bogduk, Kim Burton & Patricia Dolan. The biomechanics of back pain.* Ed. Churchill Livingstone. 2002 UK.

## CONCLUSIONES

La simulación del raquis lumbar por medio del análisis de elemento finito, nos ha permitido estudiar y conocer la biomecánica de la columna vertebral, bajo diversas condiciones de carga. Para que de esta forma podamos comprender el comportamiento de los diversos elementos que la conforman.

Este trabajo y modelo servirá de base para la realización de más análisis en la columna vertebral que permitan proponer y diseñar dispositivos que corrijan de una manera más certera las patologías presentadas en esta estructura del cuerpo humano.

Al simular la región lumbar de la columna por medio del método de elemento finito, conocimos la distribución de esfuerzos y deformaciones que se presentan ante diferentes cargas. Con base en los resultados obtenidos en el modelo del raquis lumbar sano, podemos afirmar que entre mayor sean las cargas aplicadas, mayores serán los esfuerzos y deformaciones presentados en los elementos que la conforman, aumentando notablemente en los elementos de la última vértebra lumbar (L5). Esto nos permite comprender y predecir las áreas en donde se presentarían fallas y fracturas.

Por otra parte, la simulación de la región lumbar con espondilolistesis en la L5 nos permitió comprender los efectos que causa esta enfermedad en la distribución de esfuerzos y deformaciones que se presentan sobre el raquis. Al comparar estos resultados con los presentados por el raquis lumbar sano, apreciamos que las deformaciones aumentan en un 200% al presentarse la espondilolistesis, mientras que por su parte, los esfuerzos aumentan en un 55%.

El modelo en tercera dimensión del raquis lumbar, desarrollado en este trabajo, nos ha permitido comprender de una mejor manera el comportamiento de los discos y cuerpos vertebrales en conjunto. No obstante, que en este trabajo solo se presenta un caso de estudio (el de la espondilolistesis), el modelo puede servir para realizar y simular diversos tipos de patologías presentes en los elementos de la columna vertebral (discos, apófisis, láminas, etc.), para después desarrollar prótesis adecuadas para su curación.

Aunque el modelo propuesto es de dimensiones y características prácticamente reales (debido a que se tomó de tomografías en 3D), el modelo no es ideal, pues se hicieron simplificaciones en este, al omitir músculos y ligamentos que actúan en la biomecánica del raquis. Además de que la geometría del raquis lumbar no es la misma en todas las personas, ya que varía en función de la anatomía cada una de ellas.

La biomecánica del cuerpo humano es compleja, sobre todo la de la columna vertebral. Para realizar este trabajo fue necesaria la utilización de diversos paquetes computacionales, además del apoyo de médicos, ingenieros y radiólogos; ya que sin su intervención, no se hubieran logrado conseguir estos resultados.

En la medida que la tecnología computacional aumente, se podrán obtener modelos geométricos de la columna cada vez más cercanos a la realidad. A su vez, mientras más se avance en la investigación sobre la biomecánica de la columna, la generación de prótesis y terapias para su rehabilitación serán mejores, más efectivas y menos costosas.