UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

LA PROGRAMACIÓN LINEAL Y LOS SISTEMAS DE LEONTIEF

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN INGENIERIA

P R E S E N T A :

MÓNICA ILIANA SÁNCHEZ ZARAGOZA

DIRECTORA DE TESIS:
DRA. IDALIA FLORES DE LA MOTA

2006

No se trata de suspirar por un mundo mejor;
se trata de tomarle la medida a éste único
mundo que existe, y acomodarse en él lo
mejor posible; del mejor modo que se pueda.

Noel Clarasó

A la Universidad Nacional Autónoma de México
por brindarme conocimientos y herramientas
para ser una mejor mexicana y profesionista

Al Posgrado de Ingeniería
por darme la oportunidad de prepararme

A mi directora y mis sinodales,
gracias por sus conocimientos, su apoyo
y su tiempo para concluir este trabajo

A mi madre Juana Zaragoza
por su amor y su confianza.
Gracias *má* por darme todo lo
que soy

A mi padre Roberto Sánchez (†)
por creer en mi

A mis hermanos Norma, Miguel,
Carlos y Pedro por su cariño
y apoyo incondicional

A Jenny y Citali
Gracias estrellitas
por iluminar mi vida

Gracias a todos mis amigos,
por estar siempre,
por creer que esto era posible

Índice

Introducción

En el ámbito económico la matriz de insumo-producto es considerada como uno de los instrumentos más útiles para realizar análisis empírico y análisis regional a pesar de ser un método estático. Una de las ventajas de los modelos insumo producto sobre otras metodologías, es su capacidad para predecir impactos económicos con más detalle a nivel sector, en la actualidad es posible construir modelos con un alto nivel de desagregación cuando se requiere analizar a detalle los impactos económicos, por ejemplo, de una política. En general, los modelos de insumo-producto se han reducido al análisis de corto plazo, en períodos menores de 10 años. Sin embargo, el desuso de los herramientas de planeación dejaron de lado el tipo de análisis sectorial que recientemente se ha retomado, no sólo mediante las técnicas de IP sino también aplicando las técnicas econométricas que pueden complementar este tipo de análisis. En nuestro país se tienen matrices de Insumo Producto a nivel nacional o..ciales para los años de 1950, 1960, 1970, 1975, 1978, 1980 y 1985. El cuadro siguiente muestra un breve resumen de estas matrices

Año	Método de estimación
1950	Directo (full-survey method)
1960	Información censal
1970 y 1975	Indirecto (partial survey method)
1978	Actualización de la matriz de 1975 Método RAS
1980	Actualización de la de 1975, mediante los censos económicos de este mismo año y método RAS
1985	Actualización de la de 1980

La matriz de 1980 tiene una importancia central en el desarrollo del conocimiento estadístico-económico de nuestro debido a que constituyó la base para la estimación de la serie de cuentas nacionales a partir de este año, además de que sirvió para la actualización de la matriz de 1985. Con base en los resultados de la matriz de 1985, la consultoría CIESA. STAT MATRIX estimó por métodos indirectos (matemáticos y utilizando el método RAS[1]) las matrices de insumo-producto de los años 1990 y 1993 para México, las cuales "cuadran" con las cuentas nacionales publicadas por el INEGI. Existen otras dos estimaciones, las de 1996 y 2000, sin embargo estas no son del todo con..ables ya que existen grandes diferencias en los "collares de la matriz"[2].

Con base en la necesidad de conocer mejor las características económicas de las regiones y del país en general, el INEGI está preparando la matriz de Insumo-Producto de 2004, atendiendo a la necesidad de planeación de los recursos, como siempre escasos, con los que se cuenta. Este trabajo se centra en el estudio de las relaciones económicas entre los diversos sectores de la economía correspondientes al año de 1993, tomando como base la matriz de insumo producto de ese año.

En términos económicos este año es relevante para nuestro país por el conjunto de condiciones que a continuación se describen. Durante el gobierno de Carlos Salinas de Gortari (1988-1994) se apoyó el postulado del libre comercio internacional como uno de los pilares del proceso de industrialización. Este proceso supone la necesidad de eliminar las barreras de entrada y reducir la intervención del Estado en la economía del país. Si bien es cierto que durante este periodo, dicha política administrativa condujo a un crecimiento de determinados sectores, también in‡uyó en la desintegración de otros sectores de la economía y tuvo efectos negativos en la cuenta comercial de la balanza de pagos. En este caso, la utilización de la matriz de Insumo-Producto (IP) ayuda a observar la desintegración de diversos sectores económicos ya que en ésta pueden observarse las relaciones entre los mismos.

La nueva realidad comercial derivada de las medidas de política económica implementadas por el gobierno salinista planteó diversas preguntas sobre el comportamiento de la economía, no obstante que para el año de 1993 se tenía un ritmo constante de

[1]Método desarrollado por Richard Alberto Stone en 1961, el cual consiste en un método de repartición biproporcional utilizando valores actuales de producción tanto en renglones como por columnas en la matriz.

[2]Se denomina "collares" a los bordes que se incluyen en la matriz correspondientes a la producción y a los márgenes de comercialización necesarios para utilizar el método RAS.

crecimiento[3], y la tasa de in‡ación disminuyó[4]. Los sectores que integran la economía mexicana, pasarón de un superávit de 272.1 millones de dólares en 1988 a un dé…cit de aproximadamente 10 millones de dólares. 1993 tambioén se caracterizó por ser el año en que las economías entraron en recesión, de hecho, en 1994 México tuvo una fuerte devaluación en la que se desintegran aún más los sectores.

Como se mencionó anteriormente, el presente análisis se centra en el estudio de las relaciones comerciales entre los sectores de la economía a partir del modelo cerrado, esto es, sólo se observa cuál fue el comportamiento interno de nuestra economía. Se presenta una agregación a tres sectores y a nueve sectores utilizando el cálculo del método simplex.

El trabajo se organiza de la siguiente manera: el capítulo uno presenta las ca - racterísticas del modelo estático de Leontief, de…niendo las tablas de Insumo-Producto, así como los supuestos tecnológicos para este modelo, posteriormente se aborda el modelo de Leontief y su relación con la programación lineal. En esta sección se de…ne la utilización de las demandas …nales en este tipo de análisis así como las condiciones de Hawkins-Simon, que permiten observar el comportamiento de los coe…cientes, los cuales determinan de manera matemática si la producción es viable o no. El capítulo cierra con la solución de un sistema de Insumo-Producto.

El capítulo 2 de…ne el conjunto de posibilidades de producción desde el punto de vista del sistema de Leontief y se aborda el teorema de sustitución que da referencia de las combinaciones lineales que pueden utilizarse para optimizar la producción. En el mismo se aborda el papel de los precios y las relaciones que no toman en cuenta estos, para terminar con las relaciones entre precios y costo.

El capítulo 3 se centra en el sistema cerrado de Leontief, se utiliza el concepto de sustitución ya de…nido en el capítulo 2 y se abordan las propiedades algebráicas como un antecedente para observar las características de los grupos de industrias indescomponibles

[3] Según estimaciones o…ciales se tenía un crecimiento del 1.1%; de hecho durante 1989 y 1992 el crecimiento del Producto Interno Bruto fue de 3.75% anual en comparación con el periodo 1982-1988 el cual tuvo un crecimiento de 0.04% anual

[4] La in‡ación disminuyó en aproximadamente un tercio si se comparan estos dos periodos.

y descomponibles.

El capítulo 4 presenta el modelo cerrado de Leontief para México, con base en la matriz de Insumo-producto de 1993; esta matriz se trabaja con la agregación a los tres grandes sectores (primario, secundario y terciario) para posteriormente trabajar con la agregación a nueve sectores. Estos dos modelos se estiman a partir de maximizar la función de producción sujeta a las restricciones por sectores. Esta estimación se realiza utilizando el paquete LINDO.

Al final se presentan las conclusiones derivadas de la aplicación de la técnica de programación lineal al modelo cerrado de Leontief para cada una de las agregaciones. Al término del trabajo se presentan los anexos con la información utilizada así como las estimaciones obtenidas a partir de la aplicación de los modelos.

Capítulo 1

El sistema estático de Leontief

La teoría del Insumo Producto se ha asociado a las técnicas de programación lineal en el sistema más simpli..cado de Insumo-Producto desarrollado por Leontief en donde la sustitución de factores (inputs) no es técnicamente posible, la solución óptima es la única posible. En modelos más generales en donde la sustitución es posible, el sistema sólo queda determinado mediante la solución de un problema de programación lineal convenientemente formulado (o al exigir que se cumplan ciertas condiciones restrictivas externas); el uso de estos modelos ha simpli..cado el análisis y la presentación de la red –extensa y ordenada– de las interdependencias originadas por las actividades industriales. Las técnicas de IP han constituido un instrumento importante en actividades de planeación al proporcionar los conocimientos sobre la estructura productiva y sobre la correspondencia entre recursos disponibles y sus usos; "se le ha empleado para detectar cuellos de botella, prever necesidades de importaciones, etc. Sin embargo, cuando el problema consiste en escoger entre diferentes alternativas de inversión, consumos y asignaciones para la planeación de cambios, la técnica de IP debe integrarse a las técnicas de optimización para obtener resultados prácticos de mayor alcance"[1].

[1] Gómez Flores, José I.; "La técnica de Insumo Producto, un ensayo introductorio". En Cuadernos Prospectivos, Número 7, serie A; Investigación Prospectiva, Fundación Javier Barros Sierra. pág. 3.

1.1 Las tablas de Insumo producto

En la presente sección se hará una descripción de la tabla de Insumo Producto utilizada por Leontief; una matriz de insumo-producto es un esquema contable en el cual se describe el ‡ujo de los bienes y servicios entre los diferentes agentes que participan en la actividad económica, ya sea como productores de bienes y servicios o como consumidores. En ella se concentran los principales agregados que caracterizan una economía, así como su composición sectorial. La base estadística del análisis de IP radica en la denominada matriz de transacciones intersectoriales para México.

Supongamos que se tiene una economía en donde existen diversos bienes, cada uno de los cuales son producidos por una industria determinada por medio de un factor primario, (que en este caso es el trabajo) y de otros insumos (inputs) entre los que se encuentran algunos de los otros bienes producido por otra industria. Leontief rechaza el punto de vista de los economistas austríacos de que se puede identi..car ciertas industrias que se encuentran en las primeras fases de la producción y otras que pertenecen a fases posteriores. Esto es, no es posible hacer un seguimiento de la producción de un pan desde sus primeras fases de producción, no es posible establecer que industria va primero y cual después. Leontief obliga a reconocer que las industrias están relacionadas y no es posible hacer una jerarquía en la producción.

Observemos el siguiente ejemplo. En la tabla 1 se presentan los datos para una economía simpli..cada en donde se tienen dos actividades; la agricultura y la industria[2]. Cada una de ellas emplea insumos de la otra[3] y ambas un factor primario: trabajo

[2] Esta tabla hace referencia al Tableau économique de Quesnay.

[3] Leontief supone generalmente que una industria no emplea bienes producidos por ella misma. Este supuesto no afecta en el modelo estático, sin embargo, es conveniente incluir la posibilidad de que la industria consuma los bienes que ella misma produce. En el modelo dinámico la importancia radica en que la producción lleva tiempo, entonces los insumos que han de utilizarse existen antes de que se produzcan otros.

Actividades	Inputs de la agricultura	Inputs de la industria	Demanda Final	Producciones totales
Agricultura	25	175	50	250
Industria	40	20	60	120
Trabajo	10	40	0	50

Tabla 1

Las dos primeras filas presentan la forma en la que se distribuyen sus producciones totales. La tercera fila corresponde al factor primario del que la comunidad puede disponer de un total de 50 unidades al año. Estas 50 horas se asignan a cada una de las actividades. Las columnas de Inputs hacen referencia a los insumos que cada una de las actividades necesitan para seguir produciendo, la columna de Demanda Final hace referencia a las unidades que se ocupan para el consumo final, es decir, para el consumo de las familias y del Estado.

Debe tenerse en cuenta que todos los elementos de la tabla son flujos, es decir, unidades físicas al año; el hecho de sumar los elementos de una fila tiene sentido por que se esta hablando de los mismos componentes. La columna de productos totales nos da el total del input de trabajo empleado y la producción de cada una de las mercancías. Los elementos que pertenecen a una misma columna no están medidos en las mismas unidades, de manera tal que la suma de dichos componentes no tiene sentido. Para cada una de estas columnas, considerada en conjunto (esto es, como un vector) tiene un sentido concreto y bien definido. La primera columna describe la estructura de costo o de inputs de la agricultura: la producción agrícola de 250 unidades fue producida mediante el empleo de 25 unidades de productos agrícolas, 40 unidades de productos industriales y 10 unidades de trabajo. La segunda columna describe la estructura del input observada en la industria. Si se observan los datos de la columna también puede dar otro tipo de información; una columna da un punto de la función de producción de la industria correspondiente. La columna de demanda final indica, clasificando por artículo o por bienes, lo que existe disponible para el consumo y gastos del Estado. Se adoptará la convención de que el trabajo no puede ser consumido directamente, con el fin de que el análisis se limite a sólo dos mercancías.

Supóngase que se han elegido deliberadamente las unidades físicas en que se miden cada una de las mercancías, de tal forma que para determinar los precios básicos, cada unidad cuesta 1000 pesos, de esta manera los elementos de la tabla anterior representa un valor en miles de pesos y se pueden entonces interpretar las columnas como costos. De esta manera tiene sentido hacer sumas por columnas.

Si observamos los datos del cuadro veremos que el total de los ingresos de la agricultura (a los precios básicos) es de 250 mil pesos, y el costo de producción es de 75 mil pesos, en la industria los ingresos son de 120 mil pesos y los costos son de 235 mil pesos. Por tanto en la agricultura ha habido un beneficio de 175 mil pesos, mientras que en la industria ha habido una pérdida de 115 mil pesos. Si los precios cambian, las sumas de las columnas dejan de tener sentido, ya que los elementos que las componen dejan de representar miles de pesos. Para cualesquiera otros precios, los costos y los ingresos tienen que ser calculados separadamente a partir de los datos que representan los flujos físicos.

Los elementos de la tabla muestran las ventas de las dos actividades a ellas mismas y pueden denominarse como elementos que no componen el Producto Interno Bruto. La columna de demanda final representa el aspecto de la producción del PIB y la fila correspondiente al trabajo representa el costo de los factores de éste en el PIB. Las ventas interindustriales no tienen significado desde el punto de vista del bienestar. Los beneficios sociales provienen del consumo final, y los costos sociales, del empleo del trabajo. La economía puede verse como una maquinaria que consume trabajo y en este ejemplo dispone de 50 unidades al año y además produce un consumo final. Con estas 50 unidades de trabajo la economía es capaz de producir anualmente 50 unidades de productos agrícolas y 60 unidades de productos industriales. Parte del problema es determinar que otros menús de consumo final puede producir la sociedad con sus 50 unidades de trabajo y su tecnología actual.

Supóngamos una sociedad que presenta los siguientes datos; la venta de la agrícultura a la industria pasa de 175 a 185 y que de la agrícultura a ella misma pasan de 25 a 15, manteniendo todo lo demás constante, entonces se tiene

Actividades	Inputs de la agricultura	Inputs de la industria	Demanda Final	Producciones totales
Agricultura	15	185	50	250
Industria	40	20	60	120
Trabajo	10	40	0	50

Tabla 2

al comparar la tabla 1 y la tabla 2 se tiene que la industria es menos productiva y la agrícultura es más productiva. Sin embargo a pesar de este cambio de datos, ambas sociedades se encontrarían en la misma situación, ya que ambas usan la misma cantidad de trabajo y tienen el mismo consumo ..nal; pero estas sociedades tienen tecnologías diferentes y puede suponerse entonces que tendrán menús diferentes de consumo ..nal (pero que tendrán un cruce en el punto mencionado). Para una sociedad que pre..ere una combinación de los productos de demanda ..nal en donde la industria presenta más del 60-50 convendría más una tecnología como la de la sociedad de la tabla 1; si se desea una demanda ..nal en donde predominen los productos agrícolas sería preferible una tecnología como la de la sociedad de la tabla 2, en donde la agricultura es más e..ciente.

1.1.1 Supuestos tecnológicos

Para utilizar la tabla 1 de un instrumento descriptivo a un instrumento analítico hay que hacer algunas hipótesis. De manera general se ha hablado de tecnología, las tablas anteriores no describen todas las posibilidades tecnológicas de una sociedad; es por esta razón por la que se requiere de funciones de producción. Si a la agricultura se le denomina industria 1, y a las manufacturas, industria 2 y al trabajo se le asigna el subíndice 0, la tabla 1 puede ser transformada de forma esquemática de la siguiente manera

Actividades	Inputs de la industria 1	Inputs de la industria 2	Demanda Final	Producciones totales
Industria 1	x_{11}	x_{12}	C_1	X_1
Industria 2	x_{21}	x_{22}	C_2	X_2
Trabajo	x_{01}	x_{02}	$:::$	X_0

Tabla 3

Por tanto, las funciones de producción pueden escribirse como

$$\begin{aligned} X_1 &= F^1(x_{11}; x_{21}; x_{01}) \\ X_2 &= F^2(x_{12}; x_{22}; x_{02}) \end{aligned} \qquad (1)$$

con X_1 y X_2 producciones totales. Además como siempre se pueden sumar ..las, se tiene entonces

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + C_1 &= X_1 \\ x_{21} + x_{22} + C_2 &= X_2 \\ x_{01} + x_{02} + ::: &= X_0 \end{aligned} \qquad (2)$$

sin embargo, si observamos los datos de la tabla 1 proporcionan poca información acerca de las funciones de producción, sólo se sabe que $250 = F^1(25; 40; 10)$ y que $120 = F^2(175; 20; 40)$: Se puede suponer rendimientos constantes a escala y que las super..cies de las isocuantas[4] presentan convexidad, esto es, se puede suponer también que se tienen

[4]Una isocuanta es una curva que representa igual cantidad de producción con diferentes cantidades de factores, según el método que se utilice.

rendimientos decrecientes generalizados. Estas características son distintivas del análisis input-output y Leontief utiliza ambos supuestos y agrega uno que es muy fuerte: los coe..cientes ..jos de producción, esto es, se supone que es necesaria cierta cantidad mínima o input mínimo[5] de cada una de las mercancías (no se excluye el caso donde puede ser igual a cero) por unidad de producción.

Esta función de producción de Leontief puede expresarse como el sistema (1). Sea a_{ij} el input mínimo requerido del bien 1 por unidad de producción del bien j, entonces

$$
\begin{aligned}
X_1 &= \min\left(\frac{x_{11}}{a_{11}}; \frac{x_{21}}{a_{21}}; \frac{x_{01}}{a_{01}}\right) \\
X_2 &= \min\left(\frac{x_{12}}{a_{12}}; \frac{x_{22}}{a_{22}}; \frac{x_{02}}{a_{02}}\right)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Si se multiplica cada una de las x_{ij} por una constante, la correspondiente X_j se multiplicará por esa misma constante, de esta manera se observa que en efecto se tienen rendimientos constantes a escala. Si una de las a_{ij} es cero[6] se puede ya sea omitir el término correspondiente del lado derecho de la igualdad en (3) o considerar que $\frac{x_{ij}}{a_{ij}}$ como 1, en tal caso nunca será tomado como el valor mínimo del mismo sistema (3).

Una forma alterna de escribir (3) se obtiene al observar que X_1 debe ser menor o igual a $\frac{x_{11}}{a_{11}}; \frac{x_{21}}{a_{21}}; \frac{x_{01}}{a_{01}}$: De esta manera $X_j \leq \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$; entonces podemos reescribir de la manera siguiente

$$
\begin{aligned}
&x_{11} \geq X_1 a_{11}; \quad x_{21} \geq X_1 a_{21}; \quad x_{01} \geq X_1 a_{01} \\
&x_{12} \geq X_2 a_{12}; \quad ; x_{22} \geq X_2 a_{22} \quad ; x_{02} \geq X_2 a_{02}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

[5]En este caso, se pueden producir x número de bienes con una cantidad y de insumos, pero pueden producirse la misma cantidad x con una cantidad y + 4 y de insumos; sin embargo, esta actitud desperdiciaría 4 y insumos, lo que no tendría sentido.

[6]Esto equivale a decir que el insumo no se necesita en una determinada industria.

en donde la igualdad se cumple en al menos una vez en cada renglón[7].

Con los supuestos anteriores, los datos de la tabla 1 describen por completo la tecnología de la economía en estudio. Si se supone que no existen bienes libres[8] puede dividirse cada uno de los elementos de la primera columna de la tabla 1 por el total del primer renglón, con la segunda columna se trabaja de la misma manera y con las ecuaciones de (4) $\frac{x_{ij}}{X_j} = a_{ij}$, se obtiene la siguiente tabla

Actividades	Inputs de la industria 1	Inputs de la industria 2	Demanda Final	Producción total de las industrias
Industria 1	0.10	1.46	50	250
Industria 2	0.16	0.17	60	120
Trabajo	0.04	0.33	¢¢¢	50

Tabla 4

Esta nueva tabla nos indica que es necesario para producir en nuestra economía, los siguientes inputs

X 0.10 unidades del bien 1 para fabricar una unidad del bien 1;

X 0.16 unidades del bien 2 para fabricar una unidad del bien 1;

X 0.04 unidades de trabajo para producir una unidad del bien 1;

X 1.46 unidades del bien 1 para fabricar una unidad del bien 2;

X 0.17 unidades del bien 2 para fabricar una unidad del bien 2;

X 0.33 unidades de trabajo para producir una unidad del bien 2.

La tabla también incluye las demandas ..nales, las producciones totales y la mano de obra total disponible. Más adelante se observa que la cuarta columna puede obtenerse a partir de las otras tres, con excepción del valor de X_0 (trabajo).

Ahora bien, se puede reescribir la tabla 3, tal y como se hizo con la tabla 1, y se

[7]La igualdad se presenta si el bien en cuestión no es un bien libre.

[8]Un bien libre es áquel que se encuentra en la naturaleza y no existen restricciones en el uso.

obtiene

Actividades	Inputs de la industria 1	Inputs de la industria 2	Demanda Final	Producciones totales
Industria 1	a_{11}	a_{12}	C_1	X_1
Industria 2	a_{21}	a_{22}	C_2	X_2
Trabajo	a_{01}	a_{02}	$\ldots$	X_0

Tabla 5

1.2 El modelo de Leontief y la programación lineal.

El modelo abordado en las secciones anteriores es un caso especial del modelo de programación lineal o de análisis de actividades. La primera columna de la tabla 4 nos dice que la industria 1 tiene un proceso (y solamente uno) que convierte a las 0.10 unidades del bien 1, 0.16 unidades del bien 2 y 0.04 unidades del factor primario trabajo en una unidad del bien 1. Este proceso puede ampliarse o contraerse en cualquier proporción siempre y cuando haya disponibilidad de los inputs necesarios. Una manera alterna de describir este proceso es decir que se tiene una producción neta de 0.90 unidades del bien 1[9] e inputs del 0.16 del bien 2 y 0.04 unidades de trabajo. Se puede elegir como un nivel unitario de operación del proceso aquel que proporciona una unidad de producción neta del bien 1. Para esto se tendría que aumentar la producción y el uso de los inputs en el factor $\frac{10}{9}$ y así se obtiene una producción neta de una unidad $\left(\text{producción bruta de } \frac{10}{9} - \frac{10}{9}\frac{1}{10} = \frac{10}{9} - \frac{1}{9} = 1\right)$ y unos inputs netos de 0.177 y 0.044 unidades del bien 2 y de trabajo, respectivamente. Otra alternativa es la de efectuar la normalización utilizando como base un input de una unidad de trabajo, con lo cual se obtiene una producción bruta de 25 unidades del bien 1 y una producción neta de $25 - 2.5 = 22.5$ unidades, un input de 4 unidades del bien 2 y una unidad de trabajo. Todas las formas anteriores de considerar el proceso son equivalentes y puede trabajarse de igual manera la columna 2 de la tabla 4; la única limitación

[9] El 0.90 unidades se obtiene de la producción bruta que es igual a 1 unidad menos el 0.10 de las unidades utilizadas como input.

en el sistema es que no se dispone de más de 50 unidades del factor trabajo. En este caso, lo que se tiene es un caso de programación lineal, recordando que el consumo ..nal es el único bene..cio social y el uso del trabajo es el único costo social.

En este modelo, cada actividad produce un bien, si se desea determinada cantidad de cada uno de los bienes para el consumo ..nal o si cada uno de ellos se necesita como input para la producción de un determinado bien, entonces se sabe que deben utilizarse todos los procesos y el problema se reduce a la elección de los niveles.

Existe sin embargo una restricción sobre los coe..cientes a_{ij} de la Tabla 5. Para que una tecnología sea viable, cada uno de los coe..cientes de inputs propios a_{11} y a_{22} deben ser menores a la unidad, ya que en caso contrario habría producciones netas negativas (1 ¡ a_{11} y 1 ¡ a_{22}). Un proceso de producción en donde se tiene producciones negativas se estaría hablando en realidad de un proceso de consumo de existencias previas. Observemos también que si una tabla como la 4 ó 5 se obtienen de tablas como la 1 ó 3, las condiciones de viabilidad se cumplen de forma automática. Los elementos de la diagonal son menores que la suma de sus propias ..las y por tanto el cociente siempre dará $a_{ii} < 1$: De aquí se desprende el hecho de que si se prescinde de la existencia de los stocks, la economía en estudio debe ser productiva en este sentido.

1.2.1 Demandas ..nales factibles

Recordando las relaciones (2) se tiene que

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + C_1 &= X_1 \\ x_{21} + x_{22} + C_2 &= X_2 \\ x_{01} + x_{02} + \ldots &= X_0 \end{aligned}$$

La primera de estas ecuaciones indica que la producción total X_1 fue asignada como input a la industria 1, a la industria 2 o al consumo ..nal ya que X_1 se de..nió como la suma de los otros tres elementos. Si cambiamos el enfoque y se considera a X_1 como la producción total del bien 1, el signo debe cambiar de $=$ a $\leq$. debido a que la producción disponible no puede ser menor que la suma de sus insumos, pero podría ser físicamente mayor. Se debe precisar que si no se trata de un bien libre entonces no debe haber despilfarro, por lo que en las ecuaciones de (2) se mantendrá la desigualdad.

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + C_1 &\leq X_1 \\ x_{21} + x_{22} + C_2 &\leq X_2 \\ x_{01} + x_{02} + \dots &\leq X_0 \end{aligned} \tag{5}$$

De esta manera, el proceso de producción de la Industria 1 produce una unidad del bien 1, en bruto, cuando actúa a un nivel unitario. Por tanto, para tener una producción bruta de X_1 unidades del mismo bien el proceso debe actuar al nivel de X_1; de forma análoga, en el proceso de la industria 2 se puede indentificar la producción total X_2 con la intensidad o nivel de actividad del proceso. Sin importar cuales fueran las intensidades de los procesos, X_1 se distribuye de la manera siguiente: $a_{11}X_1$ se utilizará en la misma industria 1 y $a_{12}X_2$ se consumirá en la industria 2 (como puede observarse en la tabla 5). El resto, es decir, $X_1 - a_{11}X_1 - a_{12}X_2$, debe ser, si nos remitimos a las ecuaciones (2), por lo menos igual al consumo final C_1. Una relación igual debe cumplirse para X_2: Para el factor trabajo, la relación que aparece en (2) debe ser más sencilla, ya que el trabajo no se produce, sino que se encuentra disponible en una cantidad igual a X_0; el uso del trabajo es de $a_{01}X_1$ en la industria 1 y de $a_{02}X_2$ en la industria 2. Por tanto se tiene

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 &\geq C_1 \\ - a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 &\geq C_2 \end{aligned} \tag{6}$$

$$a_{01}X_1 + a_{02}X_2 \leq X_0 \tag{7}$$

Supongamos que la sociedad especi..ca un conjunto de demandas ..nales C_1 y C_2, de forma inmediata las pregunta son ¿es factible la producción de este conjunto de bienes? ¿está dentro de las posibilidades de producción neta de la sociedad?, ¿tiene la sociedad a su diposición mano de obra su..ciente para producir las demandas ..nales especi..cadas?, supóngase por un momento que las industrias del modelo tienen límites de capacidad[10] de manera tal, que es necesario comprobar que el conjunto de bienes se puede producir sin que la producción bruta exceda la capacidad disponible. En ambos casos hay que encontrar cuáles son las producciones brutas que se necesitan para alcanzar las demandas ..nales C_1 y C_2: La solución estará en el conjunto de soluciones que satisfagan las dos desigualdades de (6).

grá..ca 1

Si en el plano cartesiano representamos a las industrias X_1 y X_2 respectivamente, la recta L_1 estará determinada por $(1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 = C_1$ y la región correspondiente a la desigualdad estará a la derecha de la recta (con rayas horizontales). La distancia de 0A

[10]Esta suposición parecerá extraña, ya que las industrias siempre tienen restricciones de capacidad, sin embargo esta suposición se maneja de forma natural en los modelos dinámicos.

es $\frac{C_1}{1 - a_{11}}$ (con signo positivo, ya que $1 - a_{11} > 0$). La tangente de L_1 es $\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{1 - a_{11}}{a_{22}}$ es positiva (si $a_{22} = 0$, entonces L_1 es vertical).

La linea L_2 estará representada por $-a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 = C_2$ y la región correspondiente a la desigualdad estará hacia arriba de la recta (con rayas verticales). La distancia de 0B es $\frac{C_2}{1 - a_{22}}$. La tangente de L_1 es $\frac{dX_1}{dX_2} = \frac{a_{21}}{1 - a_{22}}$. Las producciones brutas que permiten la obtención de C_1 y C_2 es la zona en donde se intersectan ambas regiones y que empieza a partir del punto L hacia arriba. Cualquier nivel de producción bruta o intensidad del proceso que pertenezca a esta región permitirá a la sociedad el consumo C_1 y C_2 de ambos bienes.

En el punto de intersección L se cumplen ambas igualdades de la ecuaciones (6) y no hay desperdicio de ninguno de los dos bienes. Cualquier otra producción de la región cuadriculada tiene ambas producciones mayores que en el punto L. Observemos que la forma eficiente de alcanzar producciones netas de C_1 y C_2 es mediante producciones mínimas compatibles, esto es, X_1 y X_2 en el punto L, sin embargo ¿representa L un conjunto factible de intensidades de proceso o de producciones?, veamos que si la industria 1 tiene un límite de capacidad M_1, se puede comparar X_1 con M_1: Si $X_1 \leq M_1$, entonces no se tiene problemas, pero en caso contrario, L no es factible, así como tampoco lo es ningún programa en donde $X_1 > X_1$ y en consecuencia, la sociedad no podría disfrutar de los consumos finales C_1 y C_2. Por otro lado se tiene la restricción sobre el trabajo disponible, el input del trabajo en L es $a_{01}X_1 + a_{02}X_2$ que se tiene que comparar con X_0: Si la ecuación (7) se satisface, el programa es factible. En caso contrario, el programa requiere demasiada mano de obra, y además cualquier otro programa de producciones brutas mayores tendría la misma característica.

La restricción $X_1 \leq M_1$ representa una recta vertical y la región a su izquierda; $X_2 \leq M_2$ es una recta horizontal y la región situada por debajo de ella. La restricción sobre la mano de obra (7) $a_{01}X_1 + a_{02}X_2 \leq X_0$ es una recta descendente (L_3) y la región situada entre ella y el origen. Entonces la región de producciones brutas factibles es la delimitada por el polígono $0M_2CDM_1$, que se puede observar en la figura 1. Si L se encuentra dentro de este polígono, entonces las demandas especificadas son posibles. En caso de que L se encuentre fuera de la región, entonces la sociedad no puede producir un consumo final tan grande. Si L se encuentra estrictamente dentro de la región factible, entonces se pueden ampliar ambas producciones más allá de L y la sociedad podría aumentar ambas producciones y en consecuencia aumentar ambos consumos finales por arriba de C_1 y C_2:

Pero ¿existe siempre el punto L? Si L_1 y L_2 fueran paralelas (esto es, con pendientes iguales), entonces no existiría el punto L; ya que es un punto de intersección. Si L_2 tiene una pendiente mayor que L_1, tampoco existe el punto L. Si L_2 creciera con una pendiente mayor que L_1 las dos rectas serían divergentes, por lo cual no habría punto L , pero tampoco habría región de intersección. Por tanto, sería imposible satisfacer las ecuaciones de (6) para producciones positivas, más aún, sería imposible satisfacer (6) para cualquier demanda final positiva por muy pequeña que sea; esto es, no es posible la producción de ninguna demanda final.

1.2.2 Condiciones de Hawkins-Simon

Con relación a la sección anterior, ¿cuál es la condición para la existencia de L? o ¿qué garantiza la existencia de que un conjunto determinado de bienes pueda producirse?, la condición desde el punto de vista de la matemática es que la pendiente de L_2 sea menor a la de L_1; esto es

$$\frac{a_{21}}{1-a_{22}} < \frac{1-a_{11}}{a_{12}}$$

esto es

$$(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21} > 0 \tag{8}$$

que también puede expresarse en forma de determinante

$$\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{vmatrix} > 0 \tag{8.a}$$

Esta es la restricción sobre los coeficientes de input y que puede interpretarse de la manera siguiente: (8) y (8.a) asegura que si sumamos los inputs directos e indirectos han de ser menor a la unidad. Si una unidad del bien producido por la industria 1 contiene directa e indirectamente más de una unidad de insumos de la misma industria, la producción no es viable. La desigualdad de (8.a) junto con $1 - a_{11} > 0$; y $1 - a_{22} > 0$ constituyen las condiciones de Hawkin-Simon[11]. Estas condiciones pueden extenderse a sistemas de más de dos bienes con la consiguiente extensión del determinante de la ecuación (8.a). La interpretación es la misma, todos los subgrupos de bienes deben bastarse a si mismos directa e indirectamente.

1.3 Solución de un sistema de Insumo-producto

Para encontrar las producciones brutas que permitieran los consumos finales especificados (que debía comprobarse si el programa era factible o no) podría haberse elegido otra alternativa. Se puede comenzar por las demandas finales dadas C_1 y C_2; luego se agrega a C_1 la primera ronda de inputs que se necesitan del bien 1, esto es $a_{11}C_1 + a_{12}C_2$, se agrega a C_2 la primera ronda de inputs del bien 2, esto es $a_{21}C_1 + a_{22}C_2$; luego se pasa a la segunda ronda de inputs del bien 1 en cada una de las rondas primeras de inputs, esto es, $a_{11}(a_{11}C_1 + a_{12}C_2) + a_{12}(a_{21}C_1 + a_{22}C_2)$, para el bien 2 se tiene $a_{21}(a_{11}C_1 + a_{12}C_2) + a_{22}(a_{21}C_1 + a_{22}C_2)$; luego se continúa con la tercera y así sucesivamente: la regla que permite encontrar los inputs de la ronda $k -$ ésima a partir de la ronda $(k - 1) -$ ésima es la siguiente

$$\begin{aligned} X_1^{(k)} &= a_{11}X_1^{(k-1)} + a_{12}X_2^{(k-1)} \\ X_2^{(k)} &= a_{21}X_1^{(k-1)} + a_{22}X_2^{(k-2)} \end{aligned}$$

[11] D. Hawkins y H. A. Simon; "Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability", Econometrica, núm. 17, pág. 245-248 (julio-octubre, 1949).

Pero se propone un método menos laborioso. Al considerar las dos ecuaciones o desigualdades simúltaneamente, como se hizo en la figura 1, se termina con la cadena de rondas. Se utilizará un teorema que permitirá hacer más sencillo el procedimiento.

Teorema. Si un sistema productivo es viable, la suma infinita de todas las rondas converge a un límite, y este límite es igual a la solución simúltanea.

Se probará la equivalencia de los dos sistemas.

Observando los términos de la primera y segunda ronda, la solución es de la forma

$$
\begin{aligned}
X_1 &= C_1 + a_{11}C_1 + a_{11}^2 C1 + a_{12}a_{21}C_1 + \cdots + a_{12}C_2 + a_{11}a_{12}C_2 + a_{12}a_{22}C_2 + \cdots \\
&= \left(1 + a_{11} + a_{11}^2 + a_{12}a_{21} + \cdots\right) C_1 + (a_{12} + a_{11}a_{12} + a_{12}a_{22} + \cdots) C_2 \\
&= A_{11}C_1 + A_{12}C_2 \qquad (9)\\
X_2 &= (a_{21} + a_{21}a_{11} + a_{22}a_{21} + \cdots) C_1 + \left(1 + a_{22} + a_{21}a_{12} + a_{22}^2 + \cdots\right) C_2 \\
&= A_{21}C_1 + A_{22}C_2
\end{aligned}
$$

esto es, las producciones brutas son funciones lineales de las demandas finales. Los coeficientes A son valores definidos por las ecuaciones (9).

Un punto de vista alterno es, suponer que X_1 está compuesto por dos etapas: primero, el consumo final solo es C_1; después se supone que las demandas derivadas de la primera ronda son una especie de demanda final secundaria que se le hace al sistema. Entonces la producción bruta necesaria para obtener esta demanda suplementaria será

$$A_{11}(a_{11}C_1 + a_{12}C_2) + A_{12}(a_{21}C_1 + a_{22}C_2)$$

entonces se tiene

$$
\begin{aligned}
X_1 &= C_1 + A_{11}(a_{11}C_1 + a_{12}C_2) + A_{12}(a_{21}C_1 + a_{22}C_2) \\
&= (1 + A_{11}a_{11} + A_{12}a_{21}) C_1 + (A_{11}a_{12} + A_{12}a_{22}) C_2 \qquad (10)
\end{aligned}
$$

de forma análoga

$$
\begin{aligned}
X_2 &= C_2 + A_{21}(a_{11}C_1 + a_{12}C_2) + A_{22}(a_{21}C_1 + a_{22}C_2) \\
&= (A_{21}a_{11} + A_{22}a_{21})\,C_1 + (1 + A_{21}a_{12} + A_{22}a_{22})\,C_2 \qquad (10.a)
\end{aligned}
$$

Se tiene entonces dos formas de calcular X_1 y X_2: Como han de dar el mismo resultado siempre, deben ser idénticas coeficiente a coeficiente. Por tanto, se tienen cuatro ecuaciones para encontrar las cuatro incógnitas $A_{11}; A_{12}; A_{21}; A_{22}$:

Por ejemplo

$$
\begin{aligned}
A_{11} &= 1 + a_{11}A_{11} + a_{21}A_{12} \\
A_{12} &= \phantom{1 + {}} a_{12}A_{11} + a_{22}A_{12}
\end{aligned}
$$

ó

$$
\begin{aligned}
(1 - a_{11})\,A_{11} - \phantom{(1 - a_{22})}\,a_{21}A_{12} &= 1 \\
-\,a_{12}A_{11} + (1 - a_{22})\,A_{12} &= 0
\end{aligned}
$$

resolviendo el sistema se tiene que los valores para A_{11} y A_{12} son

$$
\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{(1 - a_{22})}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \\
A_{12} &= \frac{a_{12}}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}}
\end{aligned} \qquad (11)
$$

de forma análoga, los valores para A_{21} y para A_{22}

$$
\begin{aligned}
A_{21} &= \frac{a_{21}}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \\
A_{22} &= \frac{(1 - a_{11})}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}}
\end{aligned} \qquad (11.a)
$$

Debe notarse que se ha utilizado una solución simultánea para evitar la cadena infinita[12].

En la figura 1 el punto $L(X_1; X_2)$ es la solución de un par de ecuaciones simúltaneas[13]

$$(1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 = C_1 \tag{12.a}$$

$$-a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 = C_2 \tag{12.b}$$

Si multiplicamos (12.a) por $1 - a_{22}$ y (12.b) por a_{12} y se obtiene que X_1 y X_2 son

$$X_1 = \frac{1 - a_{22}}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} C_1 + \frac{a_{12}}{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}} C_2 \tag{13}$$

$$X_2 = \frac{a_{21}}{(1 - a_{22})(1 - a_{11}) - a_{12}a_{21}} C_1 + \frac{(1 - a_{11})}{(1 - a_{22})(1 - a_{11}) - a_{12}a_{21}} C_2 \tag{14}$$

Si se compara esta expresión con (9), (11) y con (11.a) se puede ver que son idénticas. Se ha mostrado entonces, que el método de las rondas y la solución simúltanea inmediata de (12.1) y (12.2) dan el mismo resultado.

Este hecho muestra además que la ecuación (13) que proporciona las producciones brutas son funciones lineales de las demandas finales C_1 y C_2: Los coeficientes A_{ij} y sus valores dados en (11) y (11.a) tienen la siguiente interpretación , A_{ij} es la producción bruta total directa e indirecta del bien i necesaria para obtener una unidad de consumo final del bien j: $A_{11}C_1$ es la cantidad de X_1 necesaria para un consumo final de C_1; $A_{12}C_2$ es la cantidad necesaria para un consumo final de C_2: Por tanto,

$$X_1 = A_{11}C_1 + A_{12}C_2$$

[12] Las A mayúsculas se identificarán como los elementos de la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{pmatrix}$:

En trabajos sobre input-output, la matriz de inputs tiene coeficientes a; y la matriz inversa A:

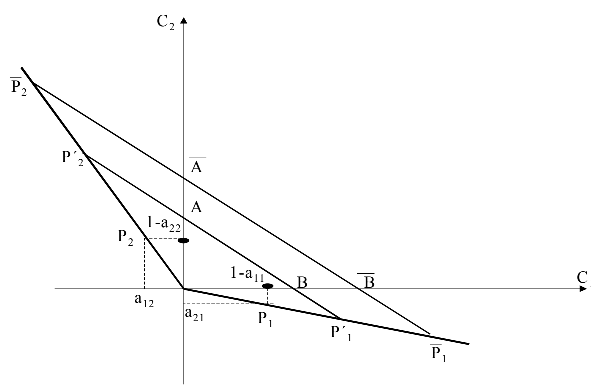
[13] Dadas C_1 y C_2, se deben encontrar los productos brutos X_1; X_2 de tal modo que el producto neto de la economía sea precisamente C_1 y C_2: El producto final que se desea C_1 y C_2 será posible si X_1 y X_2 son no negativos.

Capítulo 2

Las posibilidades de producción en el sistema de Leontief

Cualquier consumo final propuesto puede transformarse mediante los métodos antes descritos; en las producciones brutas requeridas de cada industria. La restricción de los factores fijos junto con los de capacidad (si es que existen) definen un conjunto de posibilidades de producción bruta. Esto es, si es posible producir un conjunto determinado de demandas finales, dadas las disponibilidades de mano de obra de la economía ¿puede hacerse algo más?, ¿puede presentarse de manera explícita el conjunto de todas las combinaciones posibles de demandas finales que pueden producirse?, ¿es posible hacer una lista de producciones netas ó de posibilidades de consumo?. Para responder estas preguntas obsérvese la gráfica 2, que es una representación de la técnica de insumo-producto. En el eje de las abscisas se encuentra el Bien 1 y en el eje de las ordenadas el Bien 2, pero como se van a analizar las producciones netas, los ejes serán C_1 y C_2: Obsérvese entonces cuál es el efecto neto de la actuación de la Industria 1 a un nivel unitario. El efecto es un aumento neto de $1 - a_{11}$ unidades del Bien 1 y una disminución neta de a_{21} unidades del Bien 2, lo que aparece como P_1 que está situado a la derecha del origen para indicar la producción neta del Bien 1 y debajo del mismo para indicar el insumo neto del Bien 2. Como se tienen rendimientos constantes a escala, si se duplica o reduce a la mitad la intensidad o la producción bruta de la industria, se duplicará o reducirá en esa misma proporción la intensidad o la producción neta y el insumo. Entonces, el resultado neto de la industria, cuando actúa a cualquier nivel, está dado por los puntos P_1 situados en el rayo que pasa por P_1. De manera análoga, la industria 2 operando a un nivel unitario, produce el resultado neto indicado por P_2 : producción neta $1 - a_{22}$ del Bien 2 y $-a_{12}$ del Bien 1. También el rayo que pasa por P_2 contiene los resultados netos de la industria 2 cuando se opera a cualquier nivel de producción bruta.

En el punto P_1, el insumo del factor fijo, en este caso el trabajo, en la industria 1 es a_{01} unidades, nos preguntamos ¿en que punto del rayo será el insumo neto de trabajo exactamente igual a una unidad?, la respuesta a esta pregunta es, en el punto que corresponda a una producción bruta de $\frac{1}{a_{01}}$ unidades $\left[\text{producción neta de } \frac{(1 - a_{11})}{a_{01}} \text{ unidades del Bien 1, } - a_{21}a_{01} \text{ unidades del Bien 2}\right]$ y que está representado por el punto P_1^0. De manera análoga P_2^0 emplea una unidad de trabajo en la industria 2. Dado cualquier punto P del rayo que pasa por P_1; la razón $\frac{0P}{0P_1}$ es la producción bruta correspondiente a P y la razón $\frac{0P}{0P_1^0}$ es el insumo de trabajo correspondiente.



gráfica 2

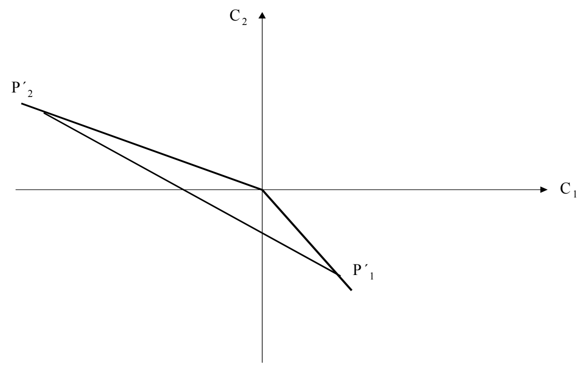
Si se supone que existe solo una unidad de trabajo que puede dividirse entre las industrias 1 y 2 en una proporción que debe decidirse, ¿cuáles serían los resultados netos que podrían obtenerse?, se sabe que si la unidad entera se destina a la industria 1 se obtendría P_1^0 y si se destina por completo a la industria 2 se obtiene P_2^0. Si se calcula el resultado neto de dividir el trabajo entre todas las proporciones posibles, se obtienen todos los puntos que unen P_1^0 y P_2^0. Si se divide el trabajo en exactamente 50-50 para cada industria se obtiene exactamente el punto medio de la recta que une a los puntos; si se dedica una proporción de .60 para la industria 1 y .40 para la industria 2, se obtiene un punto en la recta con esa proporción.

Si solo hubiera una unidad de trabajo disponible ($X_0 = 1$) las producciones netas susceptibles de ser producidas será cualquier combinación lineal de P_1^0 y P_2^0, sin embargo se debe notar que no tiene sentido la existencia de producciones negativas (sólo en el caso de que exista un consumo de stocks), las producciones netas que realmente se disponen son las situadas en el segmento AB. Como antes, es posible desperdiciar cierta cantidad de producto neto, entonces, cualquier cantidad que se encuentre dentro del triángulo AOB es posible, aunque sólo los situados sobre el segmento de recta AB es eficiente.

Entonces, sea cual sea la cantidad de trabajo disponible X_0 es posible encontrar los puntos P_1 y P_2, situados en los dos rayos que lo absorberían por completo. Las coordenadas de P_1, tienen la forma $C_1 = \left(\frac{1 - a_{11}}{a_{01}}\right) X_0$; y $C_2 = \left(-\frac{a_{21}}{a_{01}}\right) X_0$: Entonces, para encontrar las producciones netas posibles que se pueden alcanzar asignando X_0 entre las dos industrias, se debe trazar una línea recta entre P_1 y P_2: Igual que antes, solo interesa el segmento AB; que representa las producciones netas no negativas. OAB muestra las producciones netas posibles y AB es la lista de posibilidades de consumo que se buscan.

Dada la cantidad de trabajo disponible pueden ser elegidos los consumos finales de los dos bienes en cualquier cantidad que correspondan a puntos situados en la frontera AB: Todos los puntos AB usan todo el trabajo disponible y los puntos que se encuentran dentro del triángulo dejan una parte del trabajo sin utilizar.

Supóngase que los dos rayos de la gráfica 2 tuvieran la siguiente forma



gráfica 3

Si se unen los puntos P_1^0 y P_2^0 con una linea recta no se tienen puntos en común en el primer cuadrante, y más aún, no existe ninguna manera de conectar los dos rayos de manera tal que se tengan elementos en el cuadrante positivo, en términos económicos no puede existir ninguna producción neta positiva mediante ninguna combinación de las dos industrias. Tanto en la gráfica 2 y 3 se ha supuesto de manera explícita que $1 - a_{11} > 0$ y que $1 - a_{22} > 0$; esto es, las dos ramas de actividad tienen producciones netas positivas de sus bienes respectivos. Pero, ¿qué puede garantizar que se tendrá un comportamiento como el de la gráfica 2 y no como el de la gráfica 3? En la gráfica 2 la tangente del rayo P_1 es de menor pendiente (algebraícamente mayor porque ambas tangentes son negativas) que la del rayo P_2; y como consecuencia se tiene que las lineas que las unen se encuentran en el cuadrante positivo (primer cuadrante). En la gráfica 3 el rayo P_1 se ha girado hasta tener una pendiente mayor que la del rayo P_2: La característica fundamental de la gráfica 2 es que la tangente del rayo P_1 es mayor que la tangente del rayo P_2;

$$-\frac{a_{21}}{1-a_{11}} > -\frac{1-a_{22}}{1-a_{12}}$$
$$(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21} > 0$$

con lo que se tienen las condiciones de Hawkins-Simon.

Se tratará de encontrar la ecuación de la recta que es la frontera de las posibilidades de consumo. Se ocuparán cálculos hechos anteriormente. Recordando la ecuación (7) indica la frontera de posibilidades de producción bruta

$$a_{01}X_1 + a_{02}X_2 = X_0$$

pero por (9) las producciones brutas se pueden expresar como una función lineal de las demandas finales

$$\begin{aligned} X_1 &= A_{11}C_1 + A_{12}C_2 \\ X_2 &= A_{21}C_1 + A_{22}C_2 \end{aligned}$$

luego se sustituye X_1 y X_2 y se obtiene

$$\begin{aligned} a_{01}(A_{11}C_1 + A_{12}C_2) + a_{02}(A_{21}C_1 + A_{22}C_2) &= X_0 \\ a_{01}A_{11}C_1 + a_{01}A_{12}C_2 + a_{02}A_{21}C_1 + a_{02}A_{22}C_2 &= X_0 \\ (a_{01}A_{11} + a_{02}A_{21})C_1 + (a_{01}A_{12} + a_{02}A_{22})C_2 &= X_0 \qquad (15) \end{aligned}$$

y definiendo

$$\begin{aligned} A_{01} &= a_{01}A_{11} + a_{02}A_{21} \\ A_{02} &= a_{01}A_{12} + a_{02}A_{22} \end{aligned}$$

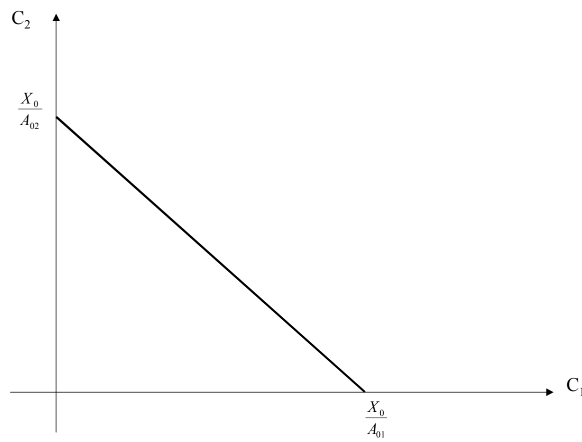
se tiene entonces

$$A_{01}C_1 + A_{02}C_2 = X_0 \qquad (16)$$

obteniendo de esta forma la frontera de posibilidades de consumo. Las demandas finales que satisfacen $A_{01}C_1 + A_{02}C_2 \leq X_0$ son todas producibles; si se cumple la desigualdad estricta, no se emplea todo el trabajo disponible, y el punto se encuentra dentro de la frontera.

Los nuevos coeficientes A_{01} y A_{02} pueden interpretarse de manera semejante a las A anteriores. Puede observarse que en (15) A_{01} es el insumo directo de trabajo, no de una unidad de C_1, sino de todas las producciones brutas tanto directas como indirectas X_1 y X_2 que son necesarias para alcanzar una unidad de C_1; esto es A_{01} representa el trabajo total directo e indirecto que esta contenido en una unidad de consumo final del bien 1, y A_{02} tiene el mismo significado pero asociado a una unidad del bien 2. La explicación de (16) es que solo se puede producir de forma eficiente las demandas que requieren X_0 unidades de trabajo para su producción.

Una lista de posibilidades de consumo (14) como la que se observa en la figura siguiente puede ser considerada como una curva de transformación social[1].



gráfica 4

Si se desea consumir solamente C_1; puede producirse una cantidad $\frac{X_0}{A_{01}}$ dados los

[1]Una curva de transformación es el conjunto de las distintas combinaciones alternativas máximas de dos bienes y servicios que se podrían producir en un periodo determinado cuando se tiene disponibilidad de factores y tecnología limitados.

recursos y tecnología disponibles. Si por el contrario se desea renunciar a una parte de C_1 para consumir C_2; las sustituciones son posibles si se desplaza a lo largo de la curva de transformación. Como la frontera es una línea recta, la sustitución de C_1 por C_2 tiene costos constantes. La relación marginal de sustitución (RMS) es constante, esto es

$$-\left(\frac{dC_2}{dC_1}\right) = \frac{A_{02}}{A_{01}}$$

si se renuncia a una unidad de C_1 se libera ya sea de manera directa o indirecta A_{01} unidades de trabajo. Para obtener una unidad más de C_2 se necesita A_{02} unidades de trabajo. Si la sociedad renuncia a una unidad de C_1 entonces puede procurarse $\frac{A_{01}}{A_{02}}$ unidades de C_2.

El hecho de que se tengan costos constantes a lo largo de la curva de transformación indica la linealidad de la tecnología pero indica además la presencia de un solo factor primario y la ausencia de producción conjunta[2].

2.1 Un teorema sobre sustitución.

Una consecuencia del sistema de Leontief es que, aunque hubiera diferentes procesos disponibles en cada una de las industrias sólo se usará uno de ellos. La economía siempre se comportará como si sólo se conociera un conjunto de relaciones de insumos para cada bien. Sin embargo esto no quiere decir que los cambios en la información tecnológica no produzca variaciones en los insumos observados, sino que para una tecnología dada hay un conjunto de insumos preferidos que continuará siendo preferido no importando sea cual sea el consumo final deseado.

Tampoco puede interpretarse como que los cambios en los precios relativos no han de provocar variaciones en las proporciones de insumos. Este teorema se basa (en parte) en que en la tecnología de Leontief los precios relativos no pueden cambiar.

[2]Siempre que se supongan rendimientos proporcionales a escala, un solo factor primario y que no haya producción conjunta, puede deducirse que la relación marginal de transformación es constante.

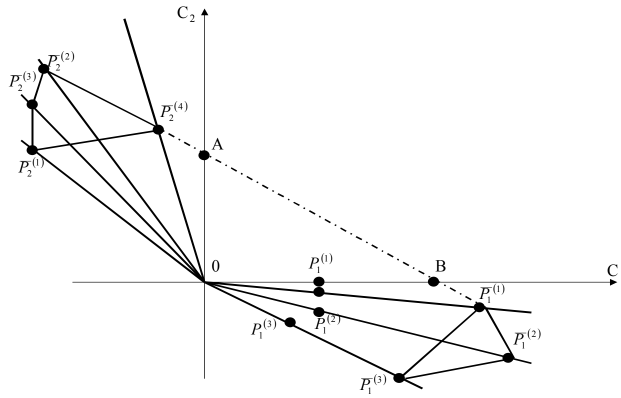
Recuérdese que por hipótesis hay un único factor fijo, un solo costo social. Los precios relativos de los bienes dependerán unicamente del contenido directo e indirecto del trabajo. Si se tiene una variación en los salarios esto hará que se tenga un incremento proporcional en el precio de todos los bienes pero mantendrá invariante a los precios relativos. Como el trabajo es lo que debe economizarse, es posible que se tenga un conjunto de actividades cuyo empleo del trabajo sea más económico, independientemente de los bienes finales que se desean.

	Insumos de la industria 1				Insumos de la industria 2				Consumo final
Bien 1	$a_{11}^{(1)}$	$a_{11}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{11}^{(h)}$	$a_{12}^{(1)}$	$a_{12}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{12}^{(k)}$	C_1
Bien 2	$a_{21}^{(1)}$	$a_{21}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{21}^{(h)}$	$a_{22}^{(1)}$	$a_{22}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{22}^{(k)}$	C_2
Trabajo	$a_{01}^{(1)}$	$a_{01}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{01}^{(h)}$	$a_{02}^{(1)}$	$a_{02}^{(2)}$	$\ldots$	$a_{02}^{(k)}$	

tabla 6

Supóngase que la tabla 6 es la matriz de tecnología ampliada; para cada rama de actividad hay varias columnas diferentes que representan los diferentes procesos o métodos de producción. Obsérvese que una unidad del bien 1 puede producirse con los insumos $a_{11}^{(1)}$ del Bien 1, $a_{21}^{(1)}$ del Bien 2 y $a_{01}^{(1)}$ de trabajo; o con los insumos $a_{11}^{(2)}$ del Bien 1, $a_{21}^{(2)}$ del Bien 2 y $a_{01}^{(2)}$; y así sucesivamente. Agregando la hipótesis de rendimientos constantes a escala y de aditividad, cada industria puede utilizar cualquier subconjunto de sus procesos de manera simultánea, y los insumos y productos pueden ser calculados para cada uno de los procesos y combinarse después.

Si se observa la siguiente figura existe un punto diferente $P_1^{(1)}; P_1^{(2)}; \ldots; P_1^{(h)}$ para cada uno de los procesos que se tienen en la industria 1, de forma análoga hay un punto diferente $P_2^{(1)}; P_2^{(2)}; \ldots; P_2^{(k)}$ para cada uno de los procesos de la industria 2. Se tiene entonces la existencia de varios rayos para cada una de las industrias, y en cada rayo se tiene un punto $P_1^{(1)}; \ldots; P_1^{(h)}; \ldots; P_2^{(1)}; \ldots; P_2^{(k)}$. Estos $h + k$ puntos muestran el resultado neto si todo el trabajo disponible se aplicara a uno solo de los procesos conocidos.



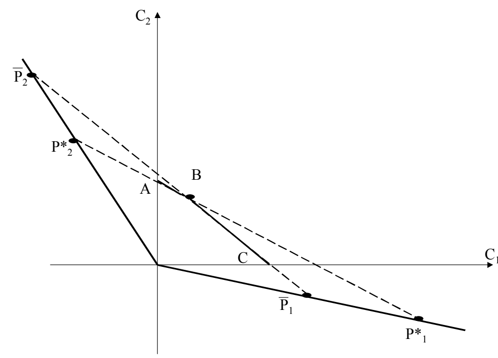
grá..ca 3

Al recordar lo observado en la grá..ca 2, podemos extrapolar el razonamiento aplicado en ese momento, si se reparte el trabajo disponible entre los diferentes procesos puede tomarse una media ponderada de los puntos P_i. De esta manera se forma la totalidad de todas las medias ponderadas (con pesos no negativos) de los procesos puros[3]. El conjunto de puntos de la grá..ca anterior se denomina el casco convexo de los puntos $P_1^{(1)}; \ldots ; P_1^{(3)}; \ldots ; P_2^{(1)}; \ldots ; P_2^{(4)}$: Cualquier punto del casco convexo (el conjunto de forma irregular $0P_2^{(1)}P_2^{(3)}P_2^{(2)}P_2^{(4)}ABP_1^{(1)}P_1^{(2)}P_1^{(3)}0$) representa un consumo ..nal producible mediante determinadas combinaciones de los siete procesos (ocho si se cuenta el origen). La frontera de posibilidades de consumo es el segmento AB. Todos los puntos situados en la frontera AB se obtienen como medias ponderadas de un solo proceso de la industria 1 y un solo proceso de la industria 2. La industria 1 pre..ere el proceso $P_1^{(1)}$, sin embargo la industria 2 tiene dos procesos preferidos $P_2^{(2)}$ y el $P_2^{(4)}$; y cualquier combinación entre los dos es igualmente buena. Lo que sigue siendo cierto es que la industria 2 puede establecer de..nitivamente un conjunto de proporciones de insumos que no necesitan variar, sean

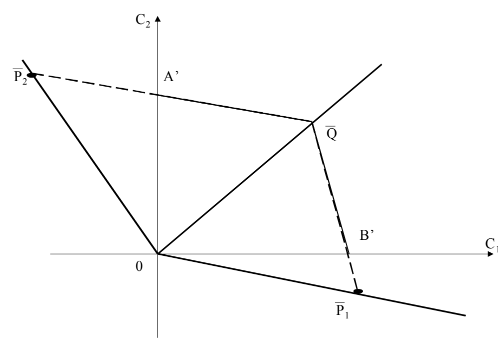
[3]Se re..ere a procesos puros a aquellos que no forman parte de una combinación de procesos, ya que cualquiera dos procesos pueden forman otro que ya no es considerado puro.

cuales fueren los bienes ..nales que se deseen, con lo que se muestra el teorema de la sustitución.

La siguiente grá..ca muestra lo que ocurre si hubiera un factor ..jo, v. gr. la tierra. En cada rayo del proceso se deben distinguir dos puntos P_1 y $P_1^{¤}$ en un rayo, y P_2 y $P_2^{¤}$ en el otro. P_i representa las producciones netas si toda la tierra se asigna al proceso. Se tiene una frontera de consumo para cada uno de los factores ..jos tomados por separado.



grá..ca 6



grá..ca 7

Sin embargo sólo pueden alcanzarse las producciones netas que se encuentran dentro o sobre ambas fronteras. Las listas de posibilidades de consumo ..nal es la línea ABC: La relación marginal de sustitución cambia a partir del vértice B: La característica de costo marginal constante desaparece cuando se tienen dos factores aún cuando sólo haya un proceso por industria.

En la grá..ca 7 se regresa al caso de un solo factor ..jo, pero se introduce un tercer proceso, representado por el rayo que pasa por Q, este es un proceso de producción conjunta. Se emplea el trabajo como insumo y arroja como resultado producciones netas positivas de ambos bienes. La frontera de posibilidades de consumo viene dada por A^0QB^0: Las producciones netas sobre la recta A^0Q son el resultado de una combinación de P_2 y Q; las de la línea QB^0 son una combinación de Q y P_1:

2.2 Los precios en el sistema de Leontief

Si se recuerda la relación marginal de sustitución (constante), esta es $\frac{A_{01}}{A_{02}}$, la cual es una expresión que determina el precio relativo de los dos bienes

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{A_{01}}{A_{02}} \tag{17}$$

Se ha interpretado a A_{01} como el contenido total de trabajo de una unidad de producción ..nal del Bien 1. Si se de..ne al salario unitario por w se tiene que

$$\begin{aligned} p_1 &= A_{01}w = (a_{01}A_{11} + a_{02}A_{21})\,w \\ p_2 &= A_{02}w = (a_{01}A_{12} + a_{02}A_{22})\,w \end{aligned} \tag{18}$$

ya que el trabajo es el único elemento que genera costo en el sistema, y a partir de aquí no puede hacerse nada más; un sistema real como el de Leontief solo puede determinar precios relativos. El nivel absoluto de precios es completamente indeterminado. En este caso sería natural la elección del trabajo como numerario.

Las relaciones entre precios pueden comprobarse de manera intituitiva. En el equilibrio competitivo a largo plazo puede suponerse que los precios son iguales a los costos unitarios, para ser más precisos puede decirse que los precios son a lo más igual al costo unitario; para que un bien pueda ser producido esta igualdad debe cumplirse, sin embargo el precio puede ser inferior al costo unitario de un bien que no se produce (por esa razón no se produce). Los insumos utilizados en la producción de una unidad del Bien 1 son a_{11} unidades del bien 1 y a_{21} del bien 2 y a_{01} unidades de trabajo; el costo unitario es entonces

$$a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + a_{01}w$$

Entonces las condiciones de equilibrio quedan determinadas por

$$\begin{aligned} p_1 &\leq a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + a_{01}w \\ p_2 &\leq a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + a_{02}w \end{aligned}$$

reordenando los datos se tiene

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})\,p_1 - a_{21}p_2 &\leq a_{01}w \\ - a_{12}p_1 + (1 - a_{22})\,p_2 &\leq a_{02}w \end{aligned} \tag{19}$$

Como en el sistema se producen los dos bienes, puede entonces utilizarse el signo = y resolver el sistema de ecuaciones (19).

Despejando p_2 de la segunda ecuación de (19) se tiene

$$p_2 = \frac{a_{02}w + a_{12}p_1}{1 - a_{22}}$$

realizando operaciones algebráicas se tiene que

$$p_1 = A_{01}w$$

y el valor de p_2 esy por tanto

$$p_2 = A_{02}w$$

entonces, obteniendo el cociente, el precio relativo es igual a la relación marginal de sustitución.

Recuérdense las igualdades contables de (6) con dos bienes

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 &\geq C_1 \\ - a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 &\geq C_2 \end{aligned} \qquad (6)$$

haciendo la comparación con las desigualdades entre precio y costo de (19), se puede observar que los coe..cientes de los dos primeros miembros son los transpuestos respectivos: las columnas pasan a ser ..las, y las ..las son columnas. Además las desigualdades han sido invertidas. Con esto se puede considerar a (6) y (19) como las restricciones de los programas duales (las variables –precios y producciones brutas – son necesariamente positivos)

1. Minimizar $wa_{01}X_1 + wa_{02}X_2$ sujeto a las restricciones de (6)
2. Maximizar $p_1C_1 + p_2C_2$ sujeto a las restricciones de (19).

Esto es, se deben elegir las producciones brutas que minimicen los costos totales de trabajo, siempre y cuando se alcance el conjunto especi..cado de bienes ..nales; o elegir los precios que maximicen el valor de la producción neta, tomando en cuenta las desigualdades entre costos y precios.

En programación lineal existe el teorema fundamental de dualidad[4] que expresa que

[4] TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA DUALIDAD

Para los problemas primal y dual, una y sola una de las siguientes a..rmaciones es cierta:

Si uno de ellos tiene solución óptima, el otro también tendrá solución óptima con

$ZP^* = ZD^*$

Si uno de ellos tiene solución ilimitada, el otro tendrá solución inconsistente (infactible o inexistente).

Si uno de ellos tiene solución inconsistente, el otro tendrá solución ilimitada o inconsistente (no se puede asegurar nada con corteza, hasta no resolver el dual).

el valor mínimo del costo total del trabajo es exactamente igual al valor máximo de la expresión que se va a maximizar. Recordando la gráfica 1, los puntos de intersección L y P, cuando se cumplen todas las igualdades de (6) y (19), entonces

$$wa_{01}X_1 + wa_{02}X_2 = p_1C_1 + p_2C_2 \tag{20}$$

2.3 Relaciones reales o relaciones que no consideran los precios

Para comenzar esta sección se debe recordar lo siguiente

Sean $(X_1; X_2; :::; X_n)$ los totales de producciones posibles y X_0 el total de un bien primario no producido (como lo es el trabajo).

Sean $(C_1; C_2; :::; C_n)$ el consumo final total de cada uno de los bienes producidos. Por suposición, $C_0 = 0$.

Sean x_{ij} la cantidad de insumos del bien $i-$ésimo consumido en la producción del bien $j-$ésimo: Por tanto, x_{0j} representa el trabajo asignado a la producción del bien $j-$ésimo:

El total de cualquier bien, tal como X_i, se asigna como consumo final C_i o como insumos intermedios $x_{i1}; x_{i2}; :::; x_{in}$ de tal manera que

$$X_i \geq x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{in} + C_i \qquad i = 0; 1; 2; :::; n$$

pero como X_i es un bien escaso, puede suponerse que está utilizado completamente y puede cambiarse la desigualdad $\geq$ por $=$, de esta manera la ecuación anterior puede escribirse como

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{in} + C_i \qquad i = 0; 1; 2; :::; n \tag{21}$$

Estas expresiones representan relaciones contables puras, y se observará que el bien primario X_o, o trabajo, está sujeto a una relación similar.

Si se suponen los clásicos rendimientos constantes a escala, se puede escribir la función de producción que relaciona la producción X_j con los insumos x_{ij}, de la manera siguiente:

$$X_j = F^j(x_{0j}; x_{1j}; \ldots; x_{nj}) \qquad j = 1; 2; \ldots; n \tag{22}$$

donde F^j una función homogénea de primer grado.

Leontief hace el supuesto de coeficientes fijos, según el cual la producción de X_j requiere una proporción fija de cada uno de los insumos x_{ij}, de tal forma que

$$x_{ij} = a_{ij} X_j \qquad j = 1; 2; \ldots; n; \qquad i = 0; 1; 2; \ldots; n \tag{22.a}$$

donde

$$\begin{matrix} a_{01} & a_{02} & a_{03} & \ldots & a_{0n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{matrix} = \begin{bmatrix} a_{0j} \\ a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a \end{bmatrix} \tag{22.b}$$

representan los coeficientes técnicos no negativos que indican las cantidades del insumo $i-$ésimo necesarias para producir una unidad del producto $j-$ésimo. Cada uno de los a_{ij} representa los insumos unitarios necesarios por unidad de producto: no es válida la suma de $a_{ij} + a_{ik}$ o la de $a_{ij} + a_{kj}$; además, si se duplica el tamaño de la unidad de producción j habrá que duplicar el coeficiente a_{ij}, pero si se duplica el tamaño de la unidad de insumo i habrá que reducir a_{ij} a la mitad.

Con (21) y (22) se tiene, para cada variable desconocida,

$$\begin{aligned} X_i &= a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \cdots + a_{in}X_n + C_i \\ &= \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + C_i \qquad i = 0; 1; 2; \ldots; n \end{aligned} \tag{23}$$

donde, por convención, $C_0 = 0$.

Si $(C_1; C_2; \dots; C_n)$ son dadas, la ecuación (23) representa $n+1$ ecuaciones lineales con $n+1$ incógnitas, que son las X. Si se elimina la primera ecuación que define X_0 se observa que las últimas n ecuaciones lineales determinan completamente $(X_1; X_2; \dots; X_n)$ en función de las C finales. Ahora por sustitución sucesiva o eliminación, se puede expresar finalmente cada una de las X_i producidas mediante una función lineal de las C. Entonces se tiene

$$\begin{aligned} X_i &= A_{i1}C_1 + A_{i2}C_2 + \cdots + A_{in}C_n \\ &= \sum_{k=1}^{n} A_{ik}C_k \qquad i = 0; 1; 2; \dots; n \end{aligned} \tag{24}$$

donde las A_{ik} representan el total X_i necesario para producir solamente una unidad de C_k. Estas A dependen solamente de los coeficientes a, que no incluyen el trabajo.

La forma de (24) es lineal, lo cual quiere decir que el total de cualquier producción necesaria para alcanzar un objetivo asignado de bienes de consumo puede formarse por la suma de las distintas producciones necesarias para alcanzar cada una de las partes de que se compone el objetivo perseguido. Las A representan el total de insumos necesarios, directos e indirectos, para la producción de cada uno de los bienes que se necesitan por cada unidad de consumo.

No es evidente que exista una relación de la forma (24) para el trabajo. Pero de la primera ecuación de (23) se tenía que

$$\begin{aligned} X_0 &= a_{01}X_1 + \dots + a_{0n}X_n + 0 \\ X_0 &= a_{01}(A_{11}C_1 + A_{12}C_2 \dots + A_{1n}C_n) + \dots \\ &\quad + a_{0n}(A_{n1}C_1 + A_{n2}C_2 \dots + A_{nn}C_n) \\ X_0 &= (a_{01}A_{11} + a_{02}A_{21} + \dots + a_{0n}A_{n1})C_1 + \dots \\ &\quad + (a_{01}A_{1n} + a_{02}A_{2n} \dots + a_{0n}A_{nn})C_n \end{aligned}$$

las expresiones entre paréntesis representan los incrementos totales de trabajo necesarios en cada industria para producir una unidad adicional del bien de consumo. La respuesta final se puede formar por superposición de términos lineales independientes. Entonces la relación (24) se cumple también para X_0, si se definen $(A_{01}; A_{02}; \ldots; A_{0n})$ de la siguiente manera

$$\begin{aligned} A_{01} &= a_{01}A_{11} + a_{02}A_{21} + \cdots + a_{0n}A_{n1} \\ &\vdots \\ A_{0n} &= a_{01}A_{1n} + a_{02}A_{2n} \cdots + a_{0n}A_{nn} \end{aligned} \tag{25}$$

donde A_{0j} es el trabajo total necesario (en todas las industrias) para producir una unidad adicional neta del bien consumible j. Se tiene entonces

$$X_0 = A_{01}C_1 + A_{02}C_2 + \cdots + A_{0n}C_n \tag{26}$$

La ecuación (26) muestra el menú de posibilidades de producción para la economía de Leontief. Para cualquier lista de bienes establecida anteriormente $(C_1; C_2; \ldots; C_n)$ indica el trabajo total X_0 necesario; y para cualquier cantidad de trabajo total dado, se puede convertir linealmente –a costos constantes– un bien en otro.

El esquema siguiente muestra los insumos necesarios para cualquier conjunto de bienes de consumo:

$$\begin{array}{lclll} C_1 & \rightarrow & X_0 = A_{01}C_1; & X_1 = A_{11}C_1; & \cdots \;\; X_0 = A_{n1}C_1; \\ C_2 & \rightarrow & X_0 = A_{02}C_2; & X_1 = A_{12}C_2; & \cdots \;\; X_0 = A_{n2}C_2; \\ \vdots & & \cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots & \quad\;\; \cdots\cdots\cdots \\ \text{Total de insumos} & & & & \\ \text{necesarios} & & X_0 = \sum & X_0 = \sum & \quad\;\; X_0 = \sum \end{array}$$

En el modelo de Leontief no actúan los rendimientos decrecientes. Con el trabajo como único factor primario, no pueden ocurrir los cambios en las proporciones de los factores que son la base de las leyes de economía en teoría Clásica.

El modelo estático de Leontief nunca podrá explicar por qué en períodos de prosperidad suben los precios de los alimentos con relación a los demás precios; el modelo no reconoce la incapacidad para producir tierra o aumentar la capacidad del capital a costos constantes. En este sentido no analiza los cambios de la producción de tiempos de guerra a períodos de paz ni tampoco las sustituciones tecnológicas de un factor por otro.

2.4 Relaciones de precio y costo

El coeficiente A_{0j} representa el costo total en función del trabajo del bien de consumo $j-$ésimo C_j. Este costo total de trabajo excede al costo de trabajo directo a_{oj} en la cantidad de trabajo indirecto necesario para producir los productos intermedios x_{ij} necesarios a su vez para producir el bien de consumo $j-$ésimo:

Este trabajo total congelado en el bien $j-$ésimo no puede descomponerse como si fuera una suma del trabajo aplicado a todas las fases previas de producción.

En el modelo general de Leontief se necesita de todo para producir de todo. No hay fases primeras y últimas, no hay fases previas y tampoco hay fases superiores e inferiores. Ninguno de los bienes tiene prioridad sobre el otro. Estas interdependencias circulares hacen que sea completamente imposible descomponer el trabajo total de j, A_{0j}, en las cantidades de trabajo directo correspondientes a un número finito de fases previas. Puede demostrarse que la cadena infinita de procesos va disminuyendo a medida que nos vamos adentrando en el remoto pasado hipotético, de modo que la suma de todas las cantidades de trabajo directo empleadas en el pasado será rigurosamente igual a cada una de las A_{0j}.

Como se vio anteriormente las A_{0j} se definen resolviendo las ecuaciones simultáneas de (23). No es necesario sumar ninguna serie infinita. Donde las A_{0j} se definen como la cantidad total de trabajo o costo de una unidad del bien de consumo j.

Además cualquier A_{0j} es igual al costo de trabajo directo a_{0j} más los costos de trabajo total de todos y cada uno de los bienes intermedios x_{ij} empleados en su producción. Así, se tiene

$$A_{0j} = a_{0j} + A_{01}a_{1j} + A_{02}a_{2j} + \cdots + A_{0n}a_{nj} \tag{27}$$

Se tienen n ecuaciones lineales para determinar las n A_{0j}. Estas ecuaciones deben resolverse simultáneamente. La simultaneidad es el medio del que dispone para resolver la interdependencia circular y evitar todas las cadenas de series infinitas.

En condiciones estáticas de competencia perfecta, el precio de equilibrio para cada uno de los bienes producibles debe ser exactamente igual a su costo unitario de producción. El costo unitario de producción consiste en los costos por unidad de todos y cada uno de los bienes intermedios necesarios, más el costo de trabajo directo. El costo por unidad para el bien $j-$ésimo del $i-$ésimo insumo necesario es $P_i a_{ij}$, y el costo del trabajo directo sería el producto del salario por la cantidad de trabajo necesaria, o sea, $P_0 a_{0j}$. Así, para cada uno de los n bienes producidos, se tienen las siguientes condiciones de mercado:

$$P_j = P_0 a_{0j} + P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \cdots + P_n a_{nj} \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{28}$$

El nivel absoluto de los precios no desempeña ningún papel en el modelo de Leontief. La solución de los precios no esta determinada por las $n + 1$ variables, pero puede determinarse a cualquiera de los precios como numerario y obtener los valores de los n precios restantes relacionados con el numerario. En el sistema de Leontief, el numerario se determina por las unidades de salario, esto es, $P_0 = 1$, o de manera equivalente obteniendo los valores de las incógnitas $\left(\frac{P_1}{P_0}, \frac{P_2}{P_0}, \cdots, \frac{P_n}{P_0}\right)$. Dividiendo las ecuaciones de (28) por P_0 se tienen n ecuaciones lineales para determinar los n precios relativos desconocidos.

Las ecuaciones lineales de (28) tienen exactamente los mismos coeficientes a que las ecuaciones (27), lo cual confirma que los coeficientes A_{0j}, que representan los costos de trabajo total del bien $j-$ésimo, serán exactamente iguales que $\frac{P_j}{P_0}$, el precio relativo determinado en régimen de competencia de ese bien respecto al salario. Además por (26), los precios relativos competitivos corresponden a las tangentes o relaciones marginales de transformación de la escala de posibilidades de producción.

Al comparar las ecuaciones (28) con las primeras de (23) puede observarse que aparecen muchas de las a; de hecho, en ambas aparecen $(a_{11}; a_{12}; \ldots; a_{1n}; a_{n2}; \ldots; a_{nn})$, esto es, forman una matriz cuadrada en la que no aparecen los coeficientes a que no incluyen el trabajo, pero con una característica importante: las filas de (23) son columnas en (28); i.e., a_{ij} se transpone en a_{ji}; además, los coeficientes constantes de (23) son bienes de consumo –que suelen llamarse los elementos finales abiertos del modelo– mientras que los coeficientes constantes de (27) son los coeficientes de trabajo directo, siendo el trabajo el único factor primario en un modelo abierto.

Como puede observarse existe una relación de dualidad entre las cantidades y los precios en el sistema de Leontief: si se trasponen las a del problema de cantidades, se obtiene el problema de los precios, y viceversa, trasponiendo las a del problema de los precios se obtiene el problema de las cantidades.

Un ejemplo de esto es el producto nacional que puede considerarse desde dos puntos de vista:

1) como el valor de un flujo de productos finales,

2) como el costo total de insumos de factores.

En la mayoría de los sistemas de contabilidad estos dos valores son iguales en virtud de una definición residual del beneficio como el pago de un factor. En un sistema competitivo estático es una condición de equilibrio, y no una definición contable, el que los beneficios de equilibrio sean nulos. Así, para tales sistemas se llega a una igualdad más significativa entre las dos maneras de considerar el producto nacional.

El valor total de la producción final en el sistema de Leontief puede ser fácil de calcular. Puede observarse que no es igual a $P_1X_1 + P_2X_2 + \ldots + P_nX_n$, ya que gran parte de cada una de las X_i son bienes intermedios consumidos en la producción. Solamente el consumo C_i cuenta como producción final; de manera que el total que se busca es

$P_1C_1 + P_2C_2 + \cdots + P_nC_n$.

El costo total de los insumos en el sistema de Leontief no esta dado por el costo total de todos los materiales consumidos más el costo del trabajo, pues de ser así, se contarían algunas cosas dos veces, ya que el costo de los bienes intermedios también se puede descomponer en sus costos de trabajo. En un sistema de Leontief estático con un solo factor primario, todo el valor agregado se mide únicamente por el costo de trabajo, de tal forma que la segunda manera de medir el producto es por $P_0[x_{01} + x_{02} + \cdots + x_{0n}]$, o de forma simplificada por P_0X_0, que es el importe total de todos los salarios.

La identidad fundamental que se busca es entonces

$$P_1C_1 + P_2C_2 + \cdots + P_nC_n \equiv P_0X_0 \tag{29}$$

En esta identidad se encuentra todo el problema de la agregación o absorción del producto, unido con la hipótesis de costos constantes a escala y el teorema de Euler sobre las funciones homogéneas.

Capítulo 3

El sistema cerrado de Leontief

Durante un largo tiempo Leontief ha trabajado en el sistema abierto, más que en el sistema cerrado ya que en este tienen que tomarse en cuenta elementos maltusianos y hablar del consumo de las personas (esto es, de los alimentos); para Malthus y otros que creían en la teoría de salarios de un mínimo de subsistencia, los elementos que componen el consumo son necesarios ..siológicamente para crear el trabajo. En un principio, Leontief adoptó la convención de considerar el consumo (incluso de los artículos de lujo) como las necesidades de insumos para la producción de trabajo de los particulares. En consecuencia, C_i se transforma en $a_{i0}X_0$, donde a_{i0} se trata como cualquier otra constante a_{ij}.

Los cocientes a_{i0} vienen determinados por las propensiones psicológicas y hábitos de las personas con relación al de una cantidad adicional de ingreso, como reconoció Leontief.

Un sistema completamente cerrado e integral, sin ningún grado de libertad, debe satisfacer relaciones de equilibrio especiales, una especie de Ley de Say[1] para todos los artículos de consumo. Luego las nuevas a_{i0} deben ser dependientes de todos los a_{ij} técnicos antiguos[2]. El signi..cado completo de un sistema cerrado se puede apreciar solamente con relación a las cuestiones del

[1]La Ley de Say fundamenta la idea de que toda oferta crea su propia demanda.

[2]Leontief expresaba esto mediante la anulación del determinante aumentado ¢ =

1) crecimiento dinámico de un sistema que reinvierte o acumula parte de la producción consumible, y

2) de la posibilidad de que el sistema permanezca en estado de reposo y se reproduzca al mismo tiempo en que las unidades de consumo experimentan unos niveles de consumo especi..cados.

El problema que plantea el sistema cerrado no tiene relación con la convención adoptada para el consumo sino a qué es lo que se quiere predecir. Si se desean predecir los cambios en el nivel de empleo producidos por cambios de cualquier variable autónoma –como lo son las inversiones extranjeras, los tipos impositivos o la inversión– entonces las C del modelo abierto de Leontief no son constantes que permanecerán a los mismos niveles, sino que más bien son variables relacionadas con variaciones en el empleo X_0. Siendo así, los elementos conocidos del análisis del multiplicador del ingreso son aplicables, y las propensiones marginales al consumo –que pueden designarse como proporcionales a a_{i0} o a cualquier otro conjunto de constantes– entran en el resultado ..nal con una interpretación de Leontief-Malthus.

Ahora bien, si en lugar de querer demostrar que las propensiones son producto del efecto psicológico de los consumidores tales como las necesidades tecnológicas de insumos que tienen las industrias, debe analizarse en forma análoga; y se obtendrá entonces un cuadro de Leontief que indica la estructura de los gastos expresados en unidades monetarias de todas las industrias y una columna que dé el detalle los porcentajes (ya sean marginales o medios) del gasto en consumo de los particulares[3]

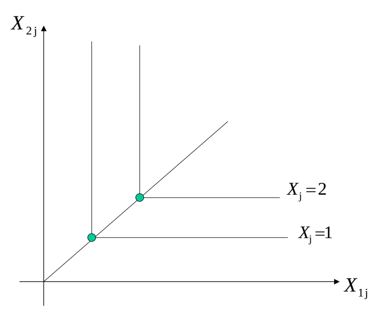
$$\begin{bmatrix} 1 & -a_{01} & \cdots & -a_{0n} \\ -a_{10} & 1-a_{11} & \cdots & -a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n1} & \cdots & 1-a_{nn} \end{bmatrix}$$ y la indeterminación de escala del sistema homogéneo

[3] Aquí debe hacerse una aclaración. Las industrias de bene..cio cero gastan todo su dinero; pero para no hacer que el multiplicador del ingreso se expanda, parte del dinero de los consumidores debe ser ahorrado, esto es $a_{10} + a_{20} + \cdots + a_{n0} =$ ahorro y así garantizar la estabilidad.

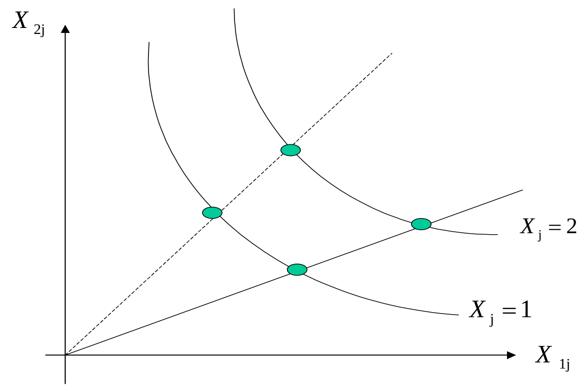
3.1 Sustitución en el sistema de Leontief.

Como Leontief opera con coe..cientes ..jos de producción, a_{ij}, se piensa que se debe eliminar la posibilidad de sustitución, tal como se supone en la teoría clásica de la producción y del equilibrio general de Clark-Wicksteed-Walras. Sin embargo, se puede demostrar que en un sistema de Leontief con un solo factor primario la teoría en que se basa este modelo es compatible con el caso general de sustituibilidad. Aunque la sustitución es físicamente posible, se desechará por razones económicas.

La conclusión y el razonamiento se pueden presentar en un esquema, sin embargo quizá convenga indicar de forma intuitiva el porqué de esto. Supóngase que se elevan los salarios en un sistema de Leontief. ¿Qué le ocurre entonces al empleo de una industria cualquiera? La respuesta indicaría que si es posible la sustituibilidad, otros factores (tales como la maquinaria) vendrán a sustituir al trabajo y el empleo disminuirá. Sin embargo, en un sistema de Leontief todo es trabajo congelado; de aquí que al elevar los salarios también se eleva el costo de las máquinas en la misma proporción. Aunque la sustituibilidad técnica es posible, no la habrá en la realidad, porque no se produce ninguna variación en los precios relativos de ninguno de los factores. Las a de Leontief serán las mismas.



grá..ca 8



grá..ca 9

La grá..ca 8 muestra la función de producción para el caso de coe..cientes ..jos de Leontief. En la grá..ca 9 aparece el caso clásico general de una función de producción sujeta a la ley de rendimientos constantes a escala y de rendimientos decrecientes para las variaciones en las proporciones. El conocimiento de una sola curva, quizá la correspondiente a una producción unitaria, indica cómo se puede alcanzar cualquier producción. La curva de producción unitaria para la industria j arroja directamente una relación implícita entre los coe..cientes técnicos $(a_{0j}; a_{1j}; :::; a_{nj})$. En lugar de tener una sola columna j ¡ ésima en la matriz de Leontief, tenemos en la columna j ¡ ésima una serie de tecnologías posibles, de donde debemos elegir. En la grá..ca 9 pueden elegirse las a dadas por la recta continua que pasa por el origen, o si se desea pueden emplearse las a que vienen dadas por la recta punteada.

Si se observan los puntos señalados con un círculo en la raya contínua para un conjunto de consumo C, entonces, sea cual sea el cambio de las C, no se observará ninguna otra técnica (tal como se indica por la línea punteada). Esto quiere decir que nunca se podrá inferir, basándose en las observaciones realizadas, si los coe..cientes ..jos de la grá..ca 8 son verdaderamente ciertos o si lo son los coe..cientes sustituibles variables de la grá..ca

9, lo que después de todo no tiene relevancia[4].

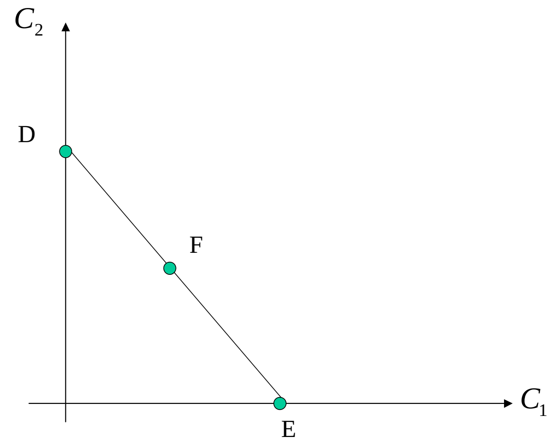
Utilizando el álgebra de Leontief puede verse por qué un conjunto alternativo de coe..cientes, tal como $(a^*_{01}; a^*_{11}; \ldots; a^*_{n1})$ de la grá..ca 9 nunca puede resultar preferible de manera clara a las a observadas en la situación inicial $(a_{01}; a_{11}; \ldots; a_{n1})$:

Para que esta a..rmación sea más clara deben verse las ecuaciones de precios (28). Empleando a en vez de a^* se determinan las $\left(\frac{P_1}{P_0}; \frac{P_2}{P_0}; \ldots; \frac{P_n}{P_0}\right)$. Sustituyendo ahora las a en la ecuación de costo de producción de la primera industria por las a^* alternativas. Se deben probar las P antiguas para todos los otros bienes y ver si el costo de producción es mayor o menor que el antiguo. ¿Cuál debe ser la respuesta correcta? Ciertamente en el problema primitivo y con las C primitivas, uno u otro debe ser el óptimo; para concretar supongamos que las a dan un $\frac{P_1}{P_0}$ más bajo que las a^*, de forma que se rechazan estas últimas. (Lo que se quiere decir más exactamente es que quien las rechaza es la mano invisible impersonal de la competencia perfecta, que sin duda ha de alcanzar formas óptimas en estas circunstancias ideales de rendimientos constantes a escala y condiciones estáticas.)

Cambiemos ahora las C de forma radical. Puede hacerse el mismo cálculo para las ecuaciones (28). Debe observarse que estas ecuaciones de precios o de costo de producción unitario no cambian para ninguna variación de las C. No hay cantidades variables a escala en estas ecuaciones, tales como C o X. Una vez más, las a^* deben ser rechazadas por muy costosas, y de no ser así, la ley competitiva de supervivencia de los más aptos las eliminará. Puede deducirse que las a deben ser iguales para todas las industrias, sea cual sea la variación del conjunto de bienes ..nales demandados

La grá..ca 10 da una representación del teorema de no sustitución para el caso de dos industrias.

[4]Sin embargo, si se cambian las a por variables a ..cticias o si se ponen algunos de los otros factores como factores primarios, que no son reproducibles a costos constantes en el periodo de estudio, entonces si existe diferencia entre las dos situaciones tecnológicas alternativas de las grá..cas 8 y 9.



gráfica 10

Suponga que solamente se prescribe C_2 con $C_1 = 0$, entonces pueden elegirse los mejores métodos para cada industria con objeto de obtener el mejor C_2 para una unidad dada de trabajo. El punto D muestra el máximo de C_2 producible por los primeros métodos. De forma análoga, si se quiere solamente C_1, puede elegirse un mejor conjunto de métodos o una matriz de Leontief mejor para llegar a un máximo C_1. El segundo conjunto de métodos puede ser diferente del primero; pero lo que se puede mostrar es que el primer conjunto de métodos nos llevará necesariamente al punto E.

Ahora bien, puede trazarse una recta entre D y E y elegir cualquier punto sobre esa recta, si se divide la unidad de trabajo entre los conjuntos de métodos que se acaban de describir en proporciones ya sea 50:50, 60:40, 90:10, 10:90, etc. En cualquier punto intermedio, como lo puede ser F, se usan de forma simultánea los dos conjuntos de métodos. Más aún, si se quiere, puede definirse una tercera matriz de Leontief, que es una combinación de las dos matrices de cada uno de los métodos, siendo esta nueva matriz una ponderación de la relación de F a D y E. Partiendo de la ecuación (26) del análisis previo, puede deducirse que este tercer sistema de Leontief tiene una lista de posibilidades de consumo que es una recta que pasa por F. Si sucediera que no hay coincidencia con

DE habría entonces una contradicción en la afirmación de que D y E son cada una de ellas óptimas, por lo tanto, deben coincidir. De esta manera se ha mostrado que un sistema de Leontief, a saber el tercero con el que se ha trabajado, puede, sin necesidad de sustituciones, hacer lo mismo que otro cualquiera con sustituciones. (Puede observarse que los dos sistemas coexistiendo en F deben dar exactamente los mismos precios o, de lo contrario, no podrían continuar coexistiendo.)

Existen dos diferencias importantes con respecto al sistema de insumo-producto considerado como un problema de la programación lineal: la ausencia de producción conjunta y la presencia de solo un factor primario en el sistema de Leontief. Si se eliminan ambos supuestos, se presenta la posibilidad económica de la sustitución. Puede considerarse que la matriz de Leontief da una o más actividades para cada una de las industrias. Si las industrias se mantienen unidas por flujos, de insumos intermedios, entonces es probable que, por lo menos, una actividad de cada industria esté operando. La pregunta es saber cuál y si cambiará la elección si las demandas finales cambian. En el caso de la empresa competitiva la respuesta es sí. En el caso de Leontief, debido a las diferencias mencionadas, la respuesta es no. Como hay solamente un factor escaso a economizar, la elección de actividades es independiente de la demanda final. Si hubiera dos o más factores escasos, las actividades tendrían que ser elegidas para economizar en la medida de lo posible el factor cuya oferta fija sea más elevada por el consumo deseado. La producción conjunta tiene un efecto análogo o similar (algunas actividades pueden desechar se porque producen bienes en proporciones muy diferentes de las demandas finales). Estas actividades podrían resultar provechosas si se efectuara un cambio en la demanda.

3.2 Propiedades algebráicas de un sistema de Leontief

Empleando notación matricial puede resumirse el sistema de Leontief de la manera siguiente:

$$
\begin{aligned}
X &= aX + C \qquad \text{o} \qquad (I - a)X = C && (1)\\
X &= AC \qquad \text{donde} \qquad A = (I - a)^{-1} && (2)\\
X_0 &= a_0'X = a_0'AC = a_0'(I - a)^{-1}C = A_0'C && (3)
\end{aligned}
$$

donde A_0' es una matriz de $1 \times n$ o el vector fila $[A_{01}; A_{02}; \ldots; A_{0n}]$

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{P}{P_0}\right)' &= \left(\frac{P}{P_0}\right)' a + a_0 \qquad \text{o} \qquad \left(\frac{P}{P_0}\right)' (I - a) = a_0' \\
&= a_0'(I - a)^{-1} = A_0' && (4)
\end{aligned}
$$

La fórmula de una serie geométrica convergente se puede aplicar al desarrollo del multiplicador, lo que permite obtener soluciones aproximadas de las incógnitas X y P sin necesidad de resolver las ecuaciones simultáneas. Así

$$
\begin{aligned}
X &= (I - a)^{-1}C = (I + a + a^2 + \cdots)C \\
&= C + aC + a(aC) + a(a^2C) + \cdots && (5)
\end{aligned}
$$

Se tiene el proceso del multiplicador de Cornfield-Leontief el cual se enumera a continuación: primero se calculan las producciones necesarias para el nuevo C; luego se calculan las necesidades directas de la primera ronda para producir C, y se obtiene aC; después se calculan las necesidades directas de la segunda ronda que se utilizan en la producción de los elementos que componían la primera ronda, etc. De esta manera se forma un total creciente hasta que los términos de la sucesión infinita decreciente se reducen a proporciones muy pequeñas e insignificantes. Para las a de Leontief el proceso es convergente.

Para llegar al P final como la suma del trabajo directo congelado en un número infinito de fases previas, se escribe la sucesión del multiplicador de Gaitskell:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{P}{P_0}\right)' &= a_0'(I - a)^{-1} = a_0'(I + a + a^2 + \cdots) \\
&= a_0' + (a_0')\,a + (a_0'a)\,a + \left(a_0'a^2\right) a + \cdots
\end{aligned}
\tag{6}
$$

El costo total de trabajo de un bien se interpreta como la suma del costo de trabajo directo inicial, más los costos de trabajo directo de los insumos que emplea directamente en la primera ronda, más los costos de trabajo directo de los factores de la segunda ronda necesarios para producir los factores de la primera ronda, etc., hasta que los términos de la serie infinita se hacen despreciables. La serie será convergente; es simplemente otra forma de considerar las anteriores series del multiplicador.

De manera intuitiva puede observarse que una reducción de los coeficientes a_{ij} que no incluyen el trabajo hará que las X sean menores y que una disminución de cualquier a_{0j} reducirá el X_0 requerido. También los adelantos tecnológicos reducen todos los $\left(\frac{P}{P_0}\right)$ y puede probarse que

$$
\frac{\partial A_{ij}}{\partial a_{rs}} = A_{ir}A_{sj} \geq 0
$$

Basta con observar que si las necesidades directas de factores a, aumenta infinitesimalmente, el total requerido r debe aumentar lo suficiente para producir A_{sj} y, por tanto, el total requerido de i debe aumentar en el factor $A_{ir}A_{sj}$. Todas estas derivadas son no negativas, de lo que se puede deducir que si se reducen las cantidades de factores requeridos en un sistema de Leontief que se comporta debidamente, este sistema sigue comportándose del mismo modo. Pero si se aumentan las cantidades requeridas de factores, llegará un momento en que el sistema sea incapaz de producir ningún consumo neto positivo y dará origen a multiplicadores divergentes, y a valores negativos, los que no puede ser observados en la realidad si se basa en el esquema de Leontief.

Pero, ¿cómo se sabe que un sistema de Leontief se comporta bien en el sentido de tener multiplicadores convergentes, soluciones únicas, y consumos, insumos y productos no negativos?, la respuesta es, porque el sistema fue estudiado por los matemáticos Minkowski, Frobenius y Marko¤, cuyas propiedades de buen comportamiento ya han sido analizadas por ellos. Además, el sistema de Leontief es afín con el sistema keynesiano de modelos de renta multinacionales y con el modelo de Hicks, de estabilidad de mercados múltiples.

3.3 Grupos de industrias indescomponibles y descomponibles

Antes de exponer un teorema general sobre los sistemas observables de Leontief, se deben señalar algunas ordenaciones posibles que se pueden hacer con las industrias. 1) Toda industria podría utilizar algún insumo positivo de todas las demás; y de no ser así; 2) toda industria podría utilizar indirectamente algún insumo positivo de todas las demás, si no comprándolo directamente de ellas, al menos comprándolo de las industrias intermediarias que compran directa o indirectamente de aquellas, formando una cadena de intermediarios desde $1; 2; \ldots;$ hasta $n - 1$ industrias.

Si se pudieran calcular las ventas hasta la última unidad monetaria es probable que cualquier economía real tuviera la propiedad llamada indescomponible, en la cual todos los pares de industrias están unidas, directa o indirectamente, por una relación en dos direcciones.

Sin embargo, esto contrasta con la estructura de la producción de la escuela austriaca, en la que una industria vende directa o indirectamente a otra, pero sin comprar a esta. De esta manera, un grupo de industrias puede tener la propiedad de que algunos de sus pares estén unidos solamente por una relación en una sola dirección (ya sea de manera directa o indirecta), esta propiedad es denominada descomponible[5]. Un caso extremo

[5] Este concepto se debe a Frobenius.

de descomponibilidad es aquel en donde un subgrupo de industrias es totalmente independiente de otro grupo, con compras y ventas nulas entre industrias si los grupos están separados. A este tipo de grupos se les denomina grupo completamente descomponible.

Sin embargo, al hablar de la matriz de Leontief al tener ceros y números positivos aunque muy pequeños no pueden tratarse de la misma manera; los conceptos de descomponibilidad e indescomponibilidad son cualitativos y no cuantitativos y dependen solamente del esquema que presenten las a positivas y cero, y no de la magnitud de las a positivas.

Un sistema de Leontief debe ser indescomponible, lo cual quiere decir que cada par de industrias está unido de forma directa o indirecta en las dos direcciones, además de ser observable[6], lo que en términos coloquiales quiere decir que el sistema es productivo en el sentido de que puede tener producciones netas positivas. Un sistema improductivo tendrá entonces una producción neta solamente recurriendo a existencias acumuladas anteriormente.

TEOREMA. Cualquier sistema observable de Leontief que sea indescomponible, tiene todas y cada una de las siguientes propiedades estrictamente equivalentes, es decir, cada una de ellas implica las demás.

1.a. Por lo menos un a_{0j} es positivo.

1.b. Todos los precios relativos $\frac{P_j}{P_0}$ son positivos.

2. Por lo menos un precio relativo $\frac{P_j}{P_0}$ es positivo.

3.a. Por lo menos un conjunto de artículos de demanda final es producible.

3.b. Cualquier conjunto de artículos de demanda final es producible siempre y cuando se pueda disponer del trabajo necesario.

4.a. Hay por lo menos un conjunto de unidades de medidas en las que ninguna suma de filas (suma de columnas) es mayor que la unidad y por lo menos una suma de filas (suma de columnas) es menor que la unidad.

[6] Todas sus x_{ij} son no negativas.

4.b. En las unidades especiales en que cada $\frac{P_j}{P_0} = 1$; $a_{1j} + a_{2j} + \ldots + a_{nj} \leq 1$; cumpliéndose la desigualdad para un índice j por lo menos.

4.c. En las unidades especiales en que cada $X_j = 1$; $\hat{a}_{i1} + \hat{a}_{i2} + \ldots + \hat{a}_{in} \leq 1$

5.a. Las raíces características de la matriz $[a_{ij}]$ que son invariantes para cualquier cambio de unidades, son todas menores que 1 en valor absoluto, de modo que la serie del multiplicador $I + a + a^2 + \ldots$ converge a $(I - a)^{-1} = (A_{ij})$:

5.b. $I + a + a^2 + \ldots = (I - a)^{-1}$.

5.c. $I + \hat{a} + \hat{a}^2 + \ldots = (I - \hat{a})^{-1}$

5.d. $a^{\infty} = a^{\infty} = \hat{a}^{\infty} = 0$

6. Todos los elementos de $(I - a)^{-1}$ son postivos.

7. $(I - \theta a)$ es no singular para todo θ, $0 \leq \theta \leq 1$.

8. Al disminuir cualquier coeficiente de factores requeridos a_{ij} disminuyen todos los elementos de A.

9a. $I - a$ es del tipo de Hicks; es decir, todos sus menores principales son positivos.

9.b. Todos los subsistemas indescomponibles de a tienen todas las propiedades de a.

Ahora bien, si el conocimiento de las a no procede de un cuadro observado sino de estimaciones tecnológicas de las distintas industrias, el resultado podría ser un sistema de Leontief no viable y no bien comportado, y por tanto ser incapaz para producir de manera regular bienes de consumo.

En esta etapa puede hacerse una redefinición y eliminar todas las transacciones dentro de las empresas y dentro de las industrias para que todos los elementos a_{ii} sean nulos. Como se trata de un modelo estático, las dos convenciones son aceptables.

En términos matemáticos, las producciones de Z de Leontief están dadas por

$$Z_i = (1 - a_{ii}) X_i$$

y (1) se escribe

$$Z_i = C_i + \sum_j \left(\frac{a_{ij}}{1 - a_{jj}} \right) (1 - a_{jj}) X_j = C_i + \sum_j \left(\frac{a_{ij}}{1 - a_{jj}} \right) Z_j$$

donde la j se suma para todas las variables, excepto para la variable i, y donde las expresiones fraccionarias son las a de Leontief, siendo las diagonales nulas. El análisis ha demostrado que para todo sistema bien comportado de Leontief la expresión $1 - a_{jj}$ será positiva, de modo que las transformaciones son siempre posibles.

Cuando se deja de lado el punto de vista estático y se supone que existe un intervalo de tiempo entre los insumos y la producción, el problema deja de ser una mera convención. El que se necesite una cantidad de un y insumo en el periodo t para producir el mismo producto en el periodo $t + 1$, entonces, las a_{ii} adecuadas dependen de la misma realidad, y por esta razón se ha aumentado a la formulación general.

3.3.1 Sistemas descomponibles.-

Si las industrias no tienen entre sí una relación en dos direcciones, puede ocurrir que existan subgrupos distintos de industrias que no estén nunca en contacto directo o indirecto entre si, ya sea suministrando insumos, o requiriéndolos. Tales subgrupos que están totalmente separados, pueden tratarse como si fueran completamente independientes, y por tanto, son nulas las repercusiones que sobre un subgrupo pueda tener una variación en el consumo o en los coeficientes de insumos de otro subgrupo independiente. Utilizando matrices en el caso de estos subgrupos completamente independientes, pueden nuevamente numerarse las industrias de tal manera que

$$a = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & & a_m \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & & 0 \\ 0 & A_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & A_m \end{bmatrix}$$

donde cada a_k, y $A_k = (1 - a_k)^{-1}$ es cuadrada y está formada por elementos no negativos.

La situación más interesante es el análisis al interior de cada una de las a_k. Puede ser simplificado el caso y trabajar sólo con a_1 y suponer que no se tienen industrias que no puedan descomponerse en subsistemas completamente separables. De esto se deduce que todas las industrias están directa o indirectamente relacionadas con las demás industrias. Así, podría ocurrir que la Industria 1 compre y venda a la Industria 2; que la 1 venda a la Industria 3, pero que no le compre nada; análogamente, la Industria 4 podría comprar a la Industria 1, pero no venderle; la Industria 5, en cambio, quizá no compre ni venda nada a la Industria 1, pero podría estar relacionada indirectamente con la 1 en virtud de que tiene efectivamente transacciones con la Industria 2, la 3 ó la 4.

De esta manera, las relaciones entre las industrias podrían ser tales que se tenga en realidad el caso de un sistema indescomponible en el que cada industria tiene una relación directa o indirecta en las dos direcciones con todas las demás. El caso intermedio es aquel en que:

1) siempre hay alguna relación entre cada par de industrias, de forma que se desecha la separabilidad completa,

2) no todas las relaciones son en dos direcciones.

En este caso, pueden reordenarse las industrias de forma que la a_1 (que se denominará a para facilir el trabajo), puede escribirse de la forma siguiente

$$a = \begin{bmatrix} h_1 & * & \cdots & * \\ 0 & h_2 & \cdots & * \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & h_m \end{bmatrix}$$

en donde cada diagonal h_i es una submatriz indescomponible, donde por debajo de la diagonal hay solamente ceros, y donde encima de la diagonal hay bloques de elementos no negativos con un elemento positivo, por lo menos, en cada columna. Puede haber algunos ceros encima de la diagonal, pero no todos pueden ser ceros o el sistema sería completamente descomponible.

Las industrias en el primer subgrupo h_1, compran solo a las pertenecientes a dicho subgrupo; una de ellas, por lo menos, vende a algunas otras industrias. Las industrias, en el segundo subgrupo h_2, compran y venden entre sí; una por lo menos compra a una industria perteneciente al primer bloque y una por lo menos vende a las restantes industrias. Las industrias del tercer sub-bloque compran y venden entre sí; por lo menos una de ellas compra de los bloques anteriores 1 ó 2, y una por lo menos vende a un bloque posterior. Debe observarse que la posición del primer bloque es única: en un sistema descomponible pero no separable, solo un conjunto de industrias puede dejar de comprar a otro conjunto de industrias. Sin embargo, las posiciones relativas de h_2 y h_3 o cualquiera de las restantes pueden ser arbitrarias.

Ya que ningún bloque de industrias nunca requiere de insumos procedentes de industrias posteriores, un aumento en un C anterior no será la causa del aumento de un X posterior. Por tanto la matriz A debe tener todos los ceros debajo de la diagonal. Además el aumento de C en cualquier industria de cualquier subgrupo tendrá que aumentar las X en todas las otras industrias del mismo subgrupo. Esto se debe a que, todos los miembros de cada subgrupo están en una relación en dos direcciones entre ellos. Se deduce entonces que las A en todos los bloques diagonales son positivos.

Se puede ver que toda industria requiere determinada cantidad de insumos de almenos una de las industrias del primer subgrupo: luego un aumento en cualquier C requerirá cierta producción adicional procedente de una de las primeras industrias y como cada una de las industrias del primer grupo requiere (directa o indirectamente) todo lo necesario procedente de las demás, se puede deducir que un aumento en un C cualquiera hará que aumenten todos los X del primer subgrupo. Luego todos los A de la primera ..la de bloques son positivos.

Por lo anterior no es posible agregar más propiedades acerca de los signos de A y no puede decirse nada acerca de si las industrias h_2 son con precisión anteriores a las h_3. El ejemplo anterior sólo indica que h_2 puede ser en realidad no posterior a h_3; y al mismo tiempo h_3 puede ser no posterior a h_2. En casos ambiguos como éste, un aumento en C en cualquiera de los dos grupos tendrá repercusiones cero en el otro grupo. De esta forma, las A situadas encima de la diagonal pueden ser cero, más que positivas definidas; en ningún sistema observable de Leontief puede un A ser realmente negativo.

Con relación a las A situadas encima de la diagonal se puede decir que en cualquiera de los bloques no puede haber otra cosa que o todo ceros o todo números positivos, y no es posible ninguna combinación entre ambos. Supongamos que el aumento del C de una industria, v. gr., el C_j, del bloque $j-$ésimo, aumenta la X de una industria, al menos de h_k, y llamése X_k; entonces todas las industrias de h_k, que por definición tienen una relación de dos direcciones entre ellas, debe ser necesarias para la producción de X_k, de tal forma que todos los totales deben aumentar. Esto muestra que todas las A de la columna que pertenecen a la industria cuya C ha aumentado, debe tener el mismo signo.

Y es precisamente el mismo signo el que debe darse para todos los cambios inducidos por una C de cualquier otra industria en el bloque $j-$ésimo. Esto se debe a que un cambio aumenta necesariamente todas las X del bloque j-ésimo, incluyendo X_j. Pero un aumento de X_j tendrá el mismo efecto cualitativo sobre X_k, como el que tuvo C_j, lo que muestra que todo elemento del bloque $(k; j)$ es positivo.

Puede resumirse la forma de A correspondiente a la a general descomponible, pero no separable, ya dada anteriormente. Así se tiene que,

$$A = \begin{bmatrix} + & + & \cdots & + \\ 0 & + & & + \text{ ó } 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & & + \end{bmatrix}$$

donde el signo más o el cero en un bloque situado encima de la diagonal significa que todos son signos más o ceros en ese bloque.

Capítulo 4

Una aplicación de los sistemas de Leontief

La tradición de realizar matrices de Insumo Producto como elemento para la planeación de una economía ha llevado a México a realizar las mismas para los siguientes años: elaboradas por el Banco de México, 1950 (32 Sectores de actividad económica), 1960 (45 Sectores de actividad económica); elaboradas por el INEGI: 1970, 1975, 1978 y 1980 (todas a 72 Ramas de actividad económica). Posteriormente se realizó una homogeneización de las matrices de 1950-1960-1970 a 30 Sectores de actividad económica. Sin embargo después de 1980 no se realizó otra matriz por parte de los organismos federales. Las matrices que existen para 1990, 1993, 1996 y 2000 fueron hechas por una consultoria privada a partir de estimaciones de la matriz de 1980, esto es, las matrices presentan la misma estructura que la última matriz o..cial. Una aclaración es pertinente en este caso, las matrices de 1996 y 2000 presentan problemas en el cálculo de sus estimaciones; razón por la cual no fueron utilizadas para este modelo. La importancia de las matrices de Insumo Producto (MIP) radica en que es un instrumento analítico fundamental en el diseño de políticas públicas ya que muestra la interrelación entre los diferentes sectores económicos.

4.1 La matriz de 1993 a 3 sectores

Para este capítulo se ha trabajado con la matriz de Insumo-Producto de 1993, agregada a tres grandes sectores: el sector primario que consiste de agricultura, ganadería, pesca y minería; el sector secundario conformado por las industrias de la transformación, así como hidrocarburos; y el sector terciario que se compone de todos los servicios que son ofrecidos en México. La matriz agregada tiene entonces la forma siguiente[1]:

Concepto	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario	Demanda ..nal	Producción total
Sector primario	29,618	166,831	1,714	90,254	288,417
Sector secundario	34,217	522,545	155,227	1,249,518	1,961,507
Sector terciario	13,588	232,309	353,933	1,415,006	2,014,836
Trabajo	26,595	193,022	446,174	0	665,791

Los elementos de esta tabla son ‡ujos, esto es, unidades físicas por año y no es posible sumar por columnas a menos de que se trabaje con cantidades monetarias y en este caso re‡ejarían los costos aunque si los precios cambian los costos dejan de tener sentido. En el modelo de Leontief, uno de los supuestos es el uso de coe..cientes ..jos de producción, esto es, cada sector utiliza un mínimo de insumos, que son los coe..cientes de la demanda interna que se obtienen calculando $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$; la tabla que contiene las demandas internas es entonces

Concepto	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario	Demanda ..nal	Producción total
Sector primario	0.103	0.578	0.006	90,254	288,417
Sector secundario	0.017	0.266	0.079	1,249,518	1,961,507
Sector terciario	0.007	0.115	0.176	1,415,006	2,014,836
Trabajo	0.040	0.290	0.670	0	665,791

[1] La matriz desagregada a 72 sectores de 1993 puede verse en el anexo 1.

La restricción que tiene el sistema de Leontief sobre los coeficientes a_{ij} es que $a_{ij} < 1$ para que la tecnología sea viable, en el caso contrario se tienen producciones negativas lo cual indica que se consumen existencias previas para poder producir. Ahora bien, los requisitos mínimos para la producción son:

$$\begin{array}{l}\text{Sector}\\ \text{primario}\end{array} = \min\left(\frac{29,618}{0.103}, \frac{166,931}{0.578}, \frac{1,714}{0.006}\right) = [287553, 288635, 285667]$$

$\Rightarrow$ los requerimientos mínimos son 287,553

$$\begin{array}{l}\text{Sector}\\ \text{secundario}\end{array} = \min\left(\frac{34217}{0.017}, \frac{522,545}{0.266}, \frac{155,227}{0.079}\right) = [2012765, 1964455, 1964899]$$

$\Rightarrow$ los requerimientos mínimos son 1,964,455

$$\begin{array}{l}\text{Sector}\\ \text{terciario}\end{array} = \min\left(\frac{13,588}{0.007}, \frac{232,309}{0.115}, \frac{353,933}{0.176}\right) = [1941143, 2020078, 2010983]$$

$\Rightarrow$ los requerimientos mínimos son 1,941,143

que son los requisitos mínimos en unidades físicas que necesita la economía para producir. Como puede observarse en este último cálculo, la economía mexicana necesita de muy pocos insumos provenientes de la agricultura, ganadería y pesca para la producción. Las unidades físicas necesarias para los sectores de la manufactura y servicios tiene las más altas necesidades físicas para trabajar.

De ahora en adelante se llamará al conjunto de coeficientes a_{ij} como A, de esta manera el sistema puede ser escrito como

$$Ax + C = x = Ix$$

ó

$$(I - A)x = C$$

la matriz A de demandas internas se denomina matriz de tecnología y la matriz $I - A$ se denomina Matriz de Leontief, si esta matriz es invertible, entonces el sistema tiene solución única. La pregunta en este caso es ¿cuántas unidades de cada sector es necesario producir para activar la economia a fin de que se satisfaga la demanda de la sociedad y gobierno?, matemáticamente las solución al sistema esta dado por

$$x = (I - A)^{-1}C$$

utilizando la matriz de tecnologías y el vector de consumo

$$A = \begin{bmatrix} 0.103 & 0.578 & 0.006 \\ 0.017 & 0.266 & 0.079 \\ 0.007 & 0.115 & 0.176 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 90{,}254 \\ 1{,}249{,}518 \\ 1{,}415{,}006 \end{bmatrix}$$

se tiene entonces que el sistema a resolver es

$$x = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.103 & 0.578 & 0.006 \\ 0.017 & 0.266 & 0.079 \\ 0.007 & 0.115 & 0.176 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 90{,}254 \\ 1{,}249{,}518 \\ 1{,}415{,}006 \end{bmatrix}$$

en este caso, si lo que se desea es que la economía se encuentre en equilibrio de acuerdo con los requerimientos que necesita cada uno de los sectores, la producción necesaria para que la oferta y la demanda se igualen es entonces

	Producción necesaria
Sector primario	1,370,160
Sector secundario	1,949,436
Sector terciario	2,000,949

lo cual al compararlo con los resultados de la matriz I-P se tiene que en el sector primario es necesaria una mayor producción, en este rubro se tiene un déficit de producción, sin embargo en los otros dos sectores se tiene una mayor producción de acuerdo a los requerimientos, el vector resultante es:

$$\begin{pmatrix} \text{Vector de requerimientos} \\ 1;370;160 \\ 1;949;436 \\ 2;000;949 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Vector de requerimientos real} \\ 288;417 \\ 1;916;507 \\ 2;014;836 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Vector resultante} \\ 1;081;743 \\ ¡\ 12;071 \\ ¡\ 13;887 \end{pmatrix}$$

en este punto se puede hacer referencia al trabajo de Valenzuela Feijóo [1994], "...las importaciones crecen a altísmos ritmos y el dé..cit externo alcanza una magnitud impresionante"[2], sin embargo los sectores de la manufactura y de servicios tienen producciones más altas que las que se producirían con los insumos utilizados El vector obtenido indica que son necesarias 1,370,160 unidades físicas provenientes del sector primario; 1,949,436 unidades físicas del sector secundario y 2,000,949 unidades de servicios para activar la economía y satisfacer la demanda externa.

Ahora incluyendo el sector trabajo se tiene que las relaciones en la economía mexicana de 1993 estaban constituídas como

$$\begin{array}{rrrrcr} 0{:}103x_1+ & 0{:}578x_2+ & 0{:}006x_3+ & 90;254 & = & 288;417 \\ 0{:}017x_1+ & 0{:}266x_2+ & 0{:}079x_3+ & 1;249;518 & = & 1;961;507 \\ 0{:}007x+ & 0{:}115x_2+ & 0{:}176x_3+ & 1;415;006 & = & 2;014;836 \\ 0{:}040x_1+ & 0{:}290x_2+ & 0{:}670x_3+ & 0 & = & 665;791 \end{array}$$

ahora bien, como el uso de los factores debe ser menor o a lo más igual al nivel de producción, los signos de igualdad en realidad son menor o igual, por tanto el sistema de ecuaciones es

$$\begin{array}{rrrrcr} 0{:}103x_1+ & 0{:}578x_2+ & 0{:}006x_3+ & 90;254 & \cdot & 288;417 \\ 0{:}017x_1+ & 0{:}266x_2+ & 0{:}079x_3+ & 1;249;518 & \cdot & 1;961;507 \\ 0{:}007x+ & 0{:}115x_2+ & 0{:}176x_3+ & 1;415;006 & \cdot & 2;014;836 \\ 0{:}040x_1+ & 0{:}290x_2+ & 0{:}670x_3+ & 0 & \cdot & 665;791 \end{array}$$

como se procedió anteriormente el nivel de producción está dado por el vector X; el

[2] Valenzuela, F. J. "Trayectoria del Modelo Neoliberal" en Investigación Económica. pág. 19.

cual buscamos sea el óptimo, entonces nuevamente escribimos el sistema de ecuaciones sustituyendo este valor

$$
\begin{array}{llllcl}
\text{maximizar} & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & & & & \\
\text{sujeto a} & & & & & \\
0{:}103x_1+ & 0{:}578x_2+ & 0{:}006x_3+ & 90;254 & \cdot & x_1 \\
0{:}017x_1+ & 0{:}266x_2+ & 0{:}079x_3+ & 1;249;518 & \cdot & x_2 \\
0{:}007x_1+ & 0{:}115x_2+ & 0{:}176x_3+ & 1;415;006 & \cdot & x_3 \\
0{:}040x_1+ & 0{:}290x_2+ & 0{:}670x_3+ & 0 & \cdot & x_4
\end{array},
$$

este sistema se corre en LINDO para obtener los resultados óptimos, de lo cual se obtiene el vector siguiente

$$
\left(\begin{array}{lr}
\text{Sector primario} & 1{,}370{,}159.875 \\
\text{Sector secundario} & 1{,}949{,}435.500 \\
\text{Sector terciario} & 2{,}000{,}949.250 \\
\text{Trabajo} & 1{,}960{,}778.75
\end{array}\right)
$$

$$
\begin{array}{lr}
\text{Máximo de la producción} & 7{,}281{,}323
\end{array}
$$

puede entonces concluirse que en 1993, eran necesarios un millón trescientas setenta mil unidades provenientes del sector primario, un millón novecientas cuarenta y nueve mil unidades provenientes del sector secundario y dos millones de unidades de servicios así como un millón novecientos sesenta mil trabajadores para tener una producción máxima que permitiera activar la economía y satisfacer el consumo.

Con base en las estimaciones anteriores, la economía es intensiva en el sector secundario y terciario, no así en el sector primario el cual presenta un dé..cit si se compara con la cantidad de insumos necesarios para mantener a la economía en equilibrio.

4.2 La matriz de Insumo Producto a 10 sectores

En la sección anterior se estimó el modelo para tres sectores, sin embargo para un análisis un poco re..nado, se procede a agrupar la matriz de 72 a 10 sectores, la cual se presenta a continuación.[3]:

Concepto	Agricultura	ganadería y pesca	Mineria y petróleo	Madera y papel	Alimentos, bebidas y tabaco	Productos textiles
Agricultura	8627	16562	741	324	40710	2142
Ganadería y pesca	67	99	126	0	65805	277
Mineria y petróleo	10610	2429	113183	7587	11493	13546
Madera y papel	70	287	6721	23053	2895	1671
Alimentos, bebidas y tabaco	0	13309	2798	1178	47289	1552
Productos textiles	502	508	2518	1549	1030	26091
Maquinaria y equipo	375	1841	8331	1876	2503	1860
Construcción, electricidad gas y agua	520	101	12115	1270	1271	587
Comercio, comunicaciones y transportes	3069	2087	38541	10749	22353	13250
Servicios comunales, sociales y personales	1170	993	17705	5434	9144	4352
Trabajo	94769	42078	254549	46886	157848	49043

[3]La agregación realizada se puede ver en el anexo 2 de este trabajo

Maquinaria y equipo	Construcción, electricidad, gas y agua	Comercio, comunicaciones y transportes	Servicios comunales, sociales y personales	Demanda ..nal	Producción total
542	0	0	875	54358	124882
19	0	0	740	14968	82102
59001	66479	25400	21368	204381	535498
10289	7260	7226	8932	42424	110836
29	4	0	1850	332162	400178
3839	1074	2461	5897	82532	128181
126889	11830	30991	34396	362048	582936
2219	3738	3193	6527	246899	278443
49024	28158	37282	33954	624784	863244
22423	17445	89925	183696	790222	1142515
180909	128615	639196	832858	0	2503814

La matriz de coe..cientes asociada a 10 sectores es

Concepto	Agricultura	ganadería y pesca	Minería y petróleo	Madera y papel	Alimentos, bebidas y tabaco	Productos textiles
Agricultura	0.069	0.133	0.006	0.003	0.326	0.017
ganadería y pesca	0.001	0.001	0.002	0.000	0.802	0.003
Mineria y petróleo	0.020	0.005	0.211	0.014	0.021	0.025
Madera y papel	0.001	0.003	0.061	0.208	0.026	0.015
Alimentos, bebidas y tabaco	0.000	0.033	0.007	0.003	0.118	0.004
Productos textiles	0.004	0.004	0.020	0.012	0.008	0.204
Maquinaria y equipo	0.001	0.003	0.014	0.003	0.004	0.003
Construcción, electricidad gas y agua	0.002	0.000	0.044	0.005	0.005	0.002
Comercio, comunicaciones y transportes	0.004	0.002	0.045	0.012	0.026	0.015
Servicios comunales, sociales y personales	0.001	0.001	0.015	0.005	0.008	0.004
Trabajo	0.006	0.009	0.048	0.012	0.048	0.015

Maquinaria y equipo	Construcción, electricidad, gas y agua	Comercio, comunicaciones y transportes	Servicios comunales sociales y personales	Demanda ..nal	Producción total
0.004	0.000	0.000	0.007	54358	124882
0.000	0.000	0.000	0.009	14968	82102
0.110	0.124	0.047	0.040	204381	535498
0.093	0.066	0.065	0.081	42424	110836
0.000	0.000	0.000	0.005	332162	400178
0.030	0.008	0.021	0.046	82532	128181
0.218	0.020	0.053	0.059	362048	582936
0.008	0.013	0.011	0.023	246899	278443
0.057	0.033	0.043	0.039	624784	863244
0.020	0.015	0.079	0.161	790222	1142515
0.065	0.032	0.046	0.070	0	2503814

Puede obsevarse que todos los coe..cientes $a_{ij} < 1$, por lo tanto la tecnología usada es viable y no se consumen stocks del periodo anterior. Los coe..cientes ..jos de la producción son para cada sector los que se muestran en la siguiente tabla:

Concepto	
Agricultura	108,000
Ganadería y pesca	63,000
Mineria y petróleo	485,800
Madera y papel	70,000
Alimentos, bebidas y tabaco	370,000
Productos textiles	125,500
Maquinaria y equipo	375,000
Construcción, electricidad, gas y agua	254,000
Comercio, comunicaciones y transportes	767,250
Servicios comunales, sociales y personales	117,000

De esta manera, los sectores ganadero y de madera y papel son los que requieren de la más baja cantidad de insumos para producir, los sectores que tienen la mayor relevancia son: comercio, comunicaciones y transporte con 767 mil unidades físicas, y mineria y petróleo con aproximadamente 486 mil unidades. Para resolver el problema del vector de producción ideal que satisfaga las necesidades de consumo de la economía, se tiene como antes

$$x = (I - A)^{-1}C$$

la pregunta de nueva cuenta es ¿cuántas unidades de cada sector es necesario producir para activar la economía a ..n de que se satisfaga la demanda por parte de la sociedad y el gobierno?, utilizando entonces

$$A = \begin{bmatrix} 0.069 & 0.133 & 0.006 & 0.003 & 0.326 & 0.017 & 0.004 & 0.000 & 0.000 & 0.007 \\ 0.001 & 0.001 & 0.002 & 0.000 & 0.802 & 0.003 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.009 \\ 0.020 & 0.005 & 0.211 & 0.014 & 0.021 & 0.025 & 0.110 & 0.124 & 0.047 & 0.040 \\ 0.001 & 0.003 & 0.061 & 0.208 & 0.026 & 0.015 & 0.093 & 0.066 & 0.065 & 0.081 \\ 0.000 & 0.033 & 0.007 & 0.003 & 0.118 & 0.004 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.005 \\ 0.004 & 0.004 & 0.020 & 0.012 & 0.008 & 0.204 & 0.030 & 0.008 & 0.021 & 0.046 \\ 0.001 & 0.003 & 0.014 & 0.003 & 0.004 & 0.003 & 0.218 & 0.020 & 0.053 & 0.059 \\ 0.002 & 0.000 & 0.044 & 0.005 & 0.005 & 0.002 & 0.008 & 0.013 & 0.011 & 0.023 \\ 0.004 & 0.002 & 0.045 & 0.012 & 0.026 & 0.015 & 0.057 & 0.033 & 0.043 & 0.039 \\ 0.001 & 0.001 & 0.015 & 0.005 & 0.008 & 0.004 & 0.020 & 0.015 & 0.079 & 0.161 \end{bmatrix} \quad \text{y}$$

$$C = \begin{bmatrix} 54358 \\ 14968 \\ 204381 \\ 42424 \\ 332162 \\ 82532 \\ 362048 \\ 246899 \\ 624784 \\ 790222 \end{bmatrix}$$

resolviendo, de la misma manera que se hizo con la matriz a tres sectores se tiene que el vector de requerimiento para la economía mexicana es de

$$X = \begin{pmatrix} \text{Agricultura} \\ \text{Ganadería y pesca} \\ \text{Mineria y petróleo} \\ \text{Madera y papel} \\ \text{Alimentos, bebidas y tabaco} \\ \text{Productos textiles} \\ \text{Maquinaria y equipo} \\ \text{Construcción, electricidad, gas y agua} \\ \text{Comercio, comunicaciones y transportes} \\ \text{Servicios comunales, sociales y personales} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 268,801 \\ 349,497 \\ 530,138 \\ 385,981 \\ 402,272 \\ 238,460 \\ 620,023 \\ 317,269 \\ 790,093 \\ 1,057,080 \end{pmatrix}$$

En esta desagregación puede observarse que la economía necesita para producir más de un millón de unidades de servicios y que los sectores que le siguen en importancia son comercio, comunicaciones y transportes, maquinaria y equipo y minería y petróleo; esto sectores deben utilizar más de 500 mil unidades físicas para cumplir con la demanda. Observemos el comportamiento de este vector de requerimientos con el que indica la matriz de I-P del año 1993

$$\overset{\text{Vector de requerimientos}}{\begin{pmatrix} 268,801.26 \\ 349,497.52 \\ 530,138.11 \\ 385,981.26 \\ 402,271.62 \\ 238,460.30 \\ 620,022.66 \\ 317,269.42 \\ 790,093.49 \\ 1,057,080.31 \end{pmatrix}} - \overset{\text{Vector de requerimientos real}}{\begin{pmatrix} 124,882 \\ 82,102 \\ 535,498 \\ 110,836 \\ 400,178 \\ 128,181 \\ 582,936 \\ 278,443 \\ 863,244 \\ 1,142,515 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 143,919.26 \\ 267,395.52 \\ -5,359.89 \\ 275,145.26 \\ 2,093.62 \\ 110,279.30 \\ 37,086.66 \\ 38,826.42 \\ -73,150.51 \\ -85,434.69 \end{pmatrix}$$

A excepción de los tres sectores mencionados anteriormente, en todos los demás casos los sectores presentan dé..cits en el uso de unidades físicas necesarias para cumplir las necesidades de demanda.

Incluyendo el sector trabajo como estaba contabilizado en 1993 se tiene un sistema

$0{:}069x_1 + 0{:}133x_2 + 0{:}006x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}326x_5 + 0{:}017x_6 + 0{:}004x_7 + 0{:}000x_8 + 0{:}00x_9 + 00{:}007x_{10} + 54;358 = 124;882$

$0{:}001x_1 + 0{:}001x_2 + 0{:}002x_3 + 0{:}000x_4 + 0{:}802x_5 + 0{:}003x_6 + 0{:}000x_7 + 0{:}000x_8 + 0{:}00x_9 + 00{:}009x_{10} + 14;968 = 82;102$

$0{:}020x_1 + 0{:}005x_2 + 0{:}211x_3 + 0{:}014x_4 + 0{:}021x_5 + 0{:}025x_6 + 0{:}110x_7 + 0{:}124x_8 + 0{:}047x_9 + 0{:}040x_{10} + 204;381 = 535;498$

$0{:}001x_1 + 0{:}003x_2 + 0{:}061x_3 + 0{:}208x_4 + 0{:}026x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}093x_7 + 0{:}066x_8 + 0{:}065x_9 + 0{:}081x_{10} + 42;424 = 110;836$

$0{:}000x_1 + 0{:}033x_2 + 0{:}007x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}118x_5 + 0{:}004x_6 + 0{:}000x_7 + 0{:}000x_8 + 0{:}000x_9 + 0{:}005x_{10} + 332;162 = 400;178$

$0{:}004x_1 + 0{:}004x_2 + 0{:}020x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}008x_5 + 0{:}204x_6 + 0{:}030x_7 + 0{:}008x_8 + 0{:}021x_9 + 0{:}046x_{10} + 82;532 = 128;181$

$0{:}001x_1 + 0{:}003x_2 + 0{:}014x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}004x_5 + 0{:}003x_6 + 0{:}218x_7 + 0{:}020x_8 + 0{:}053x_9 + 0{:}059x_{10} + 362;048 = 582;936$

$0{:}002x_1 + 0{:}000x_2 + 0{:}044x_3 + 0{:}005x_4 + 0{:}005x_5 + 0{:}002x_6 + 0{:}008x_7 + 0{:}013x_8 + 0{:}011x_9 + 0{:}023x_{10} + 246;899 = 78;443$

$0{:}004x_1 + 0{:}002x_2 + 0{:}045x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}026x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}057x_7 + 0{:}033x_8 + 0{:}043x_9 + 0{:}039x_{10} + 624;784 = 863;244$

$0{:}001x_1 + 0{:}001x_2 + 0{:}015x_3 + 0{:}005x_4 + 0{:}008x_5 + 0{:}004x_6 + 0{:}020x_7 + 0{:}015x_8 + 0{:}079x_9 + 0{:}161x_{10} + 790;222 = 1;142;515$

$0{:}006x_1 + 0{:}009x_2 + 0{:}048x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}048x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}065x_7 + 0{:}032x_8 + 0{:}046x_9 + 0{:}070x_{10} + \quad = 2503814$

ahora bien, como el uso de los factores debe ser menor o a lo más igual al nivel de producción, los signos de igualdad en realidad son menor o igual, y el sistema de ecuaciones a optimizar es

maximizar $\quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + {}_9 + x_{10} + x_{11}$

sujeto a

$0{:}069x_1 + 0{:}133x_2 + 0{:}006x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}326x_5 + 0{:}017x_6 + 0{:}004x_7 + 0{:}000x_8 +$
$0{:}000x_9 + 0{:}007x_{10} + 54;358 \cdot \; x_1$

$0{:}001x_1 + 0{:}001x_2 + 0{:}002x_3 + 0{:}000x_4 + 0{:}802x_5 + 0{:}003x_6 + 0{:}000x_7 + 0{:}000x_8 +$
$0{:}000x_9 + 0{:}009x_{10} + 14;968 \cdot \; x_2$

$0{:}020x_1 + 0{:}005x_2 + 0{:}211x_3 + 0{:}014x_4 + 0{:}021x_5 + 0{:}025x_6 + 0{:}110x_7 + 0{:}124x_8 +$
$0{:}047x_9 + 0{:}040x_{10} + 204;381 \cdot \; x_3$

$0{:}001x_1 + 0{:}003x_2 + 0{:}061x_3 + 0{:}208x_4 + 0{:}026x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}093x_7 + 0{:}066x_8 +$
$0{:}065x_9 + 0{:}081x_{10} + 42;424 \cdot \; x_4$

$0{:}000x_1 + 0{:}033x_2 + 0{:}007x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}118x_5 + 0{:}004x_6 + 0{:}000x_7 + 0{:}000x_8 +$
$0{:}000x_9 + 0{:}005x_{10} + 332;162 \cdot \; x_5$

$0{:}004x_1 + 0{:}004x_2 + 0{:}020x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}008x_5 + 0{:}204x_6 + 0{:}030x_7 + 0{:}008x_8 +$
$0{:}021x_3 + 0{:}046x_{10} + 82;532 \cdot \; x_6$

$0{:}001x_1 + 0{:}003x_2 + 0{:}014x_3 + 0{:}003x_4 + 0{:}004x_5 + 0{:}003x_6 + 0{:}218x_7 + 0{:}020x_8 +$
$0{:}053x_9 + 0{:}059x_{10} + 362;048 \cdot \; x_7$

$0{:}002x_1 + 0{:}000x_2 + 0{:}044x_3 + 0{:}005x_4 + 0{:}005x_5 + 0{:}002x_6 + 0{:}008x_7 + 0{:}013x_8 +$
$0{:}011x_9 + 0{:}023x_{10} + 246;899 \cdot \; x_8$

$0{:}004x_1 + 0{:}002x_2 + 0{:}045x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}026x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}057x_7 + 0{:}033x_8 +$
$0{:}043x_9 + 0{:}039x_{10} + 624;784 \cdot \; x_9$

$0{:}001x_1 + 0{:}001x_2 + 0{:}015x_3 + 0{:}005x_4 + 0{:}008x_5 + 0{:}004x_6 + 0{:}020x_7 + 0{:}015x_8 +$
$0{:}079x_9 + 0{:}161x_{10} + 790;222 \cdot \; x_{10}$

$0{:}006x_1 + 0{:}009x_2 + 0{:}048x_3 + 0{:}012x_4 + 0{:}048x_5 + 0{:}015x_6 + 0{:}065x_7 + 0{:}032x_8 +$
$0{:}046x_9 + 0{:}070x_{10} + \qquad \cdot \; x_{11}$

este sistema se corre en LINDO para obtener los resultados óptimos, de lo cual se obtiene el vector siguiente

Agricultura	268; 801:26
Ganadería y pesca	349; 497:52
Mineria y petróleo	530; 138:11
Madera y papel	385; 981:26
Alimentos, bebidas y tabaco	402; 271:62
Productos textiles	238; 460:30
Maquinaria y equipo	620; 022:66
Construcción, electricidad, gas y agua	317; 269:42
Comercio, comunicaciones y transportes	790; 093:49
Servicios comunales, sociales y personales	1; 057; 080:31
Trabajo	1; 960; 778:75
Máximo de la producción	6; 920; 395

En este caso puede observarse que aunque la producción disminuye en 360 mil unidades, esto puede deberse a la pérdida de e..ciencia en algunos sectores en los cuales se tiene un dé..cit de insumos medidos en unidades físicas.

En suma la economía es intensiva en los sectores comercio, comunicaciones y transportes; minería y petroléo; y servicios comunales, sociales y personales, mientras que en los otros seis, el dé..cits es permanante en el uso de recursos.

Conclusiones

En 1973, Leontief obtiene el Premio Nobel de Economía por el desarrollo del método de Insumo-Producto y su aplicación en problemas económicos. Las tablas de IP fueron la culminación de una larga tradición teórica que puede remontarse a los ..siócratas y Quesnay; con los desarrollos matemáticos de Walras, Leontief comenzó a desarrollar su modelo teórico en la Escuela de Kiel, pero no fue hasta 1941 que pudo publicar su "The Structure of the American Economy", libro en el que por primera vez se presentaba un trabajo empírico realizado con esta metodología.

Las tablas IP, son un instrumento estadístico que desglosa la Producción Nacional entre los sectores que la han originado y los sectores que la han recibido; razón por la cual reciben el nombre de "Tablas Intersectoriales". La técnica de Insumo-Producto proviene de las palabras inglesas output que designa el producto que sale de una empresa o industria mientras que los inputs son los factores o recursos que se requieren para realizar esa producción. Las tablas IP muestran la producción total de cada sector productivo y cuál es el destino de esa producción: cuánto de lo producido lo adquiere el consumidor y cuánto es adquirido por cada uno de los demás sectores. Leontief descubrió que las economías pueden ser intensivas en trabajo más no en capital; en la parte aplicada de este trabajo se ha observado la misma conclusión: existen dé..cits en el uso de los insumos, pero la cantidad de trabajo involucrada es importante para el tamaño de la producción.

Si bien durante el gobierno de Carlos Salinas de Gortari (1988-1994) –y en los siguientes sexenios– se ha apoyado el postulado del libre comercio internacional como uno de los pilares del proceso de industrialización, este proceso ha sido uno de los factores que han in‡uido de manera importante en la desintegración de diversos sectores de la economía. Es cierto que durante el sexenio Salinista la política administrativa llevó a un crecimiento de los sectores pero con efectos negativos en la balanza de pagos. Con la utilización de la matriz de Insumo-Producto (IP) de 1993 puede observarse el comportamiento de desintegración de los sectores de la economía. La problemática comercial observada plantea importantes retos para el comportamiento económico, desgraciadamente el desuso de las herramientas de planeación han dejado de lado las técnicas de IP que junto con otros métodos pueden ayudar en la toma de decisiones que controlen los efectos negativos y potencie los recursos de nuestro país.

Como se mencionó, el trabajo se centró en el estudio de las relaciones comerciales entre los sectores de la economía a partir del modelo cerrado, esto es sólo se observa cuál fue el comportamiento interno de nuestra economía mediante la agregación a tres y nueve sectores económicos utilizando el cálculo del método simplex.

De acuerdo a la estructura que presenta la matriz de Insumo-Producto para 1993, la economía mexicana tiene sectores de..citarios principalmente en el sector agropecuario. De hecho, aunque se realice una desagregación mayor este sector continúa trabajando con menores insumos a los que se necesitan para que la economía se encuentre en equilibrio. Cuando se analiza el caso a tres sectores, se puede decir de primera intención que sólo el sector primario presenta problemas y que el sector industrial y el sector servicios utilizan pocas unidades físicas de "fuera", no obstante cuando se hace una mayor desagregación este hecho puede observarse más claramente cuando se hace una desagregación a 10 sectores, puede observarse más claramente que son sólo tres sectores los que demandan mayores insumos a los que se necesitarían, estos son: Minería y petróleo, comercio, comunicaciones y transporte y todo lo relacionado a los servicios. Entre los sectores que tienen un menor uso de unidades físicas en sus producciones se encuentran la agricultura, la ganadería, madera y papel y los productos textiles, estos sectores en conjunto deberían trabajar con una mayor cantidad de insumos para mantener la demanda interna. En estos sectores la estimación presenta la necesidad de mayores insumos; si esto debe cumplirse para que se satisfaga el consumo entonces puede suponerse una mayor dependencia del sector externo. En este momento no es posible hacer tal aseveración ya que el modelo trabajado para la matriz I-P fue hecho con un modelo cerrado, el cual no incluye las relaciones con el sector de importaciones ni la relación de precios entre los sectores. Debe mencionarse que las nuevas condiciones de economía abierta y, consecuentemente, de mayor competencia, signi…caron, para la economía mexicana que muchas empresas tuvieran pérdidas en el valor de sus acervos de capital y obsolescencia tecnológica de sus procesos productivos. Obviamente, ello ha impactado los niveles de producción. Por su parte, la mayor competencia originada por la disponibilidad en el mercado interno de productos del exterior ha afectado las ventas de algunas industrias. La reestructuración de los procesos productivos que se ha emprendido con el propósito de mejorar la productividad, ha signi…cado interrupciones temporales de la producción en un sinnúmero de empresas. Igualmente, el cambio estructural requiere de una reasignación de los recursos físicos y humanos de unos sectores a otros, proceso que no ocurre de manera inmediata y que, por tanto, in‡uye sobre la producción y el empleo.

Aunque no debe pasarse por alto que la matriz de 1993 es una estimación hecha a partir de la matriz de 1980, los resultados que arroja sobre los sectores de la economía son aplicables hoy en día. La dependencia del sector externo puede deducirse del comportamiento de cada uno de los sectores en las dos agregaciones realizadas. Las conclusiones que pueden hacerse con este ejercicio pueden estar relacionados con el comportamiento actual de la economía, aunque no debe olvidarse que México vivió una crisis …nanciera en 1994 y que es bastante probable que la estructura del propio país haya cambiado, pero con la realización de la matriz de IP de 2004 que llevará a cabo el INEGI éstos estudios pueden actualizarse y proponer nuevos caminos económicos. Este trabajo es sólo una propuesta de que las técnicas cuantitativas pueden ser tomadas como referencias para nuevas estimaciones y futuras investigaciones.

ANEXOS

ANEXO 1

La matriz de Insumo-Producto de 1993 a 72 sectores

Matriz I-P de 1993

CONCEPTO	1a Maíz	1b Arroz	1c Trigo	1d Frijol	1e Sorgo	1f Cebada	1g Soya	1h Cártamo	1i Ajonjolí	1j Algodón	1k Caña de Azúcar	1l Café	1m Tabaco	1n Cacao	1o Henequén	1p Otros Productos Agrícolas	2a Bovino	2b Porcino	2c Ovino y Caprino	2d Avicultura	2e Apicultura	2f Otra Ganadería	3a Productos de Madera	3b Productos No Maderables	4 Caza y Pesca	5 Carbón y Derivados	6 Extracción de Petrol. y Gas	7 Mineral de Hierro	8 Min. Metálicos. No Ferrosos	9 Cant., Arena, Grava y Arc.	10 Otros Minerales No Metalic
1a Maíz	1035	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	556	1183	14	1592	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1b Arroz	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1c Trigo	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1d Frijol	0	0	0	431	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1e Sorgo	0	0	0	0	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1011	1575	0	4823	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1f Cebada	0	0	0	0	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1g Soya	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1h Cártamo	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1i Ajonjolí	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1j Algodón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1k Caña de Azúcar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	72	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1l Café	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1m Tabaco	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1n Cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1o Henequén	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1p Otros Productos Agrícolas	3177	48	226	400	67	15	9	8	21	186	313	0	0	0	0	2107	5627	33	28	86	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2a Bovino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2b Porcino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2c Ovino y Caprino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2d Avicultura	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2e Apicultura	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2f Otra Ganadería	13	0	3	6	4	1	0	0	0	1	4	3	1	0	0	31	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3a Productos de Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3b Productos No Maderables	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4 Caza y Pesca	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 Carbón y Derivados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	589	0	0	72	0	0
6 Extracción de Petrol. y Gas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7 Mineral de Hierro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	815	0	0	0
8 Min. Metálicos. No Ferrosos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2327	0	0
9 Cant., Arena, Grava y Arc.	6	0	10	6	7	0	0	0	0	0	12	5	0	1	0	11	0	0	0	1	0	12	0	0	0	0	0	0	1	89	2
10 Otros Minerales No Metalic	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	3	1	4	0	0	0	0	0	0	235	0	14	0	23
11 Produc. Cárnicos y Lácteos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12 Env. de Frutas y Legumbres	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 Molienda de Trigo y Prod.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	505	39	3	37	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 Procesamiento de Café	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16 Azúcar y Subproductos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17 Aceites y Grasa Comest. V.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18 Alimentos para Animales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7345	1351	126	3286	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19 Otros Produc. Alimenticios	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	68	11	0	18	6	1	0	0	415	0	0	0	0	0	1
20 Bebidas Alcohólicas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21 Cerveza	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	7	1	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22 Refrescos Embotellados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23 Tabaco y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	69	0	0	0	0	0	0
25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	90	1	73	14	92	9	1	4	2	2	0	42	10	0	0	151	0	0	0	0	0	0	2	0	15	1	0	0	1	15	3
26 Otras Industrias Textiles	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	338	0	1	0	0	0	0
27 Prendas de Vestir	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0	83	0	0	0	0	48	3
28 Cuero y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51	0	0	0	7	0	0	0	0
29 Aserraderos incluso Tripl.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	15	0	0	0	0	0	7	0	0	26	1	0	0	11	0	0
30 Otras Ind. de la Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MIP cont.

CONCEPTO	1a Maíz	1b Arroz	1c Trigo	1d Frijol	1e Sorgo	1f Cebada	1g Soya	1h Cártamo	1i Ajonjolí	1j Algodón	1k Caña de Azúcar	1l Café	1m Tabaco	1n Cacao	1o Henequén	1p Otros Productos Agrícolas	2a Bovino	2b Porcino	2c Ovino y Caprino	2d Avicultura	2e Apicultura	2f Otra Ganadería	3a Productos de Madera	3b Productos No Maderables	4 Caza y Pesca	5 Carbón y Derivados	6 Extracción de Petrol. y Gas	7 Mineral de Hierro	8 Min. Metálicos. No Ferrosos	9 Cant., Arena, Grava y Arc.	10 Otros Minerales No Metalic
31 Papel y Cartón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	231	1	0	3	0	16	0	4	0	0	26	2
32 Imprentas y Editoriales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	22	0	0	20	2
33 Refinación de Petroleo	76	4	31	21	60	2	1	2	2	7	38	1	9	2	0	671	61	11	0	25	1	1	110	0	368	11	148	15	43	76	10
34 Petroquímica Básica	36	0	66	1	83	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70	0	0	0	1
35 Química Básica	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	128	0	4
36 Abonos y Fertilizantes	1727	58	479	305	747	19	3	2	13	47	537	75	17	28	0	1811	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0
37 Resina Sint. y Fibras Art.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	1	0	0	0	0
38 Productos Medicinales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	399	164	5	367	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39 Jabones,Deter.Perf.y Cosm.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
40 Otras Industrias Químicas	117	12	33	16	125	3	2	0	2	53	65	5	8	10	0	487	3	3	0	4	0	6	27	0	10	5	119	26	57	152	2
41 Productos de Hule	50	1	12	10	20	1	0	2	1	3	20	0	1	0	0	32	1	1	0	1	0	0	27	0	5	0	5	0	0	3	0
42 Artículos de Plástico	53	1	58	8	54	5	1	2	1	3	0	25	0	0	0	1616	128	43	2	50	1	0	3	0	283	0	0	6	0	0	0
43 Vidrio y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	1
44 Cemento	6	0	10	3	7	0	0	0	0	0	10	4	1	1	0	127	1	1	0	1	0	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45 Otros Prod. de Min.No Met.	2	0	3	1	2	0	0	0	0	0	3	1	0	0	0	46	0	0	0	0	0	12	0	0	0	7	0	107	28	0	3
46 Ind.Básicas Hierro y Acero	24	1	4	6	9	1	0	0	0	6	19	1	1	0	0	6	7	8	0	9	0	18	0	0	0	0	290	0	23	0	0
47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	2	0	0	1	1	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	5	6	0	7	0	0	12	0	0	13	0	18	66	29	4
48 Muebles y Acces. Metálicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49 Produc. Met. Estructurales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50 Otros Productos Metálicos	80	2	12	21	29	2	1	1	1	5	60	5	4	1	1	62	28	35	1	41	1	47	195	14	151	13	0	8	74	41	0
51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	22	1	4	6	8	1	0	0	0	2	25	0	1	0	0	19	16	11	0	13	1	0	87	0	155	14	0	13	18	33	3
52 Maq. y Aparatos Eléctricos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53 Aparatos Electro-Doméstic.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54 Equipo y Acc. Electrónicos	17	2	4	6	7	1	0	0	0	2	20	0	0	0	0	0	65	76	3	88	0	0	88	0	217	52	0	0	139	172	36
55 Otros Epos.y Aparat. Eléc.	11	0	1	3	4	0	0	0	0	3	4	0	0	0	0	7	14	17	1	19	0	0	20	0	154	8	0	0	0	16	1
56 Vehículos Automóviles	7	0	1	3	1	0	0	0	0	2	7	1	0	0	0	1	19	23	1	27	0	0	27	0	0	22	0	26	67	64	13
57 Carroc. y P. Automotrices	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0
58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	289	1	0	0	0	0	0
59 Otras Ind. Manufactureras	43	1	8	20	14	1	0	0	0	4	13	8	1	1	0	22	15	229	4	281	2	1	13	0	99	0	0	0	0	0	0
60 Construcción e Instalación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61 Electricidad, Gas y Agua	8	0	81	14	25	5	0	0	3	14	0	0	0	0	0	370	65	4	0	25	0	1	2	0	6	12	34	48	204	75	201
62 Comercio	422	18	120	77	36	8	3	4	5	47	173	18	21	10	0	1139	361	141	6	210	1	2	173	9	540	79	1121	47	382	110	40
63 Restaurantes y Hoteles	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	78	9	0	0	4	239	19
64 Transporte	222	9	62	100	122	4	1	2	2	24	90	56	26	5	0	232	281	109	5	163	1	2	69	5	190	36	1967	21	205	42	27
65 Comunicaciones	1	0	2	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	46	0	75	1	24	0	0	25	2
66 Servicios Financieros	545	18	69	92	187	25	5	12	17	43	15	0	1	0	1	58	250	13	0	33	0	2	107	0	61	4	165	0	1	100	8
67 Alquiler de Inmuebles	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	9	42	251	16
68 Servicios Profesional	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	42	0	0	0	0	16	319	14	1	19	1	1	8	0	149	6	59	0	3	161	13
69 Servicios de Educación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70 Servicios Médicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	260	0	0	0	0
71 Servicios de Esparcimiento	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72 Otros Servicios	6	0	1	2	2	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	3	0	0	0	1	0	0	19	0	51	20	73	22	58	94	14
Total de Insumos Nacionales	7798	189	1624	1574	1788	122	29	46	74	492	1550	372	113	58	4	9187	17313	5122	202	11489	19	177	1121	28	3894	957	4606	1182	3970	1880	452
Importaciones	665	41	179	217	430	541	10	1	6	46	219	29	11	14	0	2681	121	86	3	636	0	3	0	0	3	131	3327	382	533	14	228
Total de Insumos	8463	230	1803	1792	2218	663	39	47	80	538	1769	402	124	72	4	11868	17434	5208	206	12125	19	180	1121	28	3898	1088	7933	1564	4503	1894	680
Valor Agregado Bruto	17042	435	3969	6317	6003	190	87	276	134	1551	4007	4547	225	253	58	49675	21782	5442	1295	8868	691	933	3067	2142	4019	3176	30273	3369	10805	7007	2799
A Remuneración de Asalariados	3482	40	118	712	316	23	6	8	27	212	804	336	86	81	36	3281	4363	888	85	1684	67	202	1135	0	1372	488	4034	312	992	1150	255
B Superávit de Explotación	13018	382	3745	5437	5525	161	77	262	102	1294	3069	4103	130	163	20	45121	17031	4448	1196	6976	617	718	1823	2142	2510	1452	15150	1627	5380	3273	1536
C Imptos. Indirec.-Subsidios	543	13	105	168	162	7	5	6	5	45	134	108	10	9	2	1274	388	107	15	208	7	14	109	0	137	1236	11090	1430	4433	2584	1008
Valor Bruto de Producción	25505	665	5771	8109	8221	854	127	323	214	2089	5775	4949	349	325	62	61544	39217	10650	1501	20993	711	1113	4188	2170	7917	4264	38206	4933	15308	8901	3479

MIP cont.

CONCEPTO	11 Produc. Cárnicos y Lácteos	12 Env. de Frutas y Legumbres	13 Molienda de Trigo y Prod.	14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	15 Procesamiento de Café	16 Azúcar y Subproductos	17 Aceites y Grasa Comest. V.	18 Alimentos para Animales	19 Otros Produc. Alimenticios	20 Bebidas Alcohólicas	21 Cerveza	22 Refrescos Embotellados	23 Tabaco y sus Productos	24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	26 Otras Industrias Textiles	27 Prendas de Vestir	28 Cuero y sus Productos	29 Aserraderos incluso Tripl.	30 Otras Ind. de la Madera	31 Papel y Cartón	32 Imprentas y Editoriales	33 Refinación de Petroleo	34 Petroquímica Básica	35 Química Básica	36 Abonos y Fertilizantes	37 Resina Sint. y Fibras Art.
1a Maíz	0	0	33	8269	484	0	0	1028	2953	19	121	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1b Arroz	0	0	0	0	0	0	0	0	657	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1c Trigo	0	0	5091	44	0	0	0	261	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1d Frijol	0	166	8	10	0	0	0	483	211	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1e Sorgo	2	0	114	0	0	0	7	293	216	3	164	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1f Cebada	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	835	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1g Soya	0	0	0	0	0	0	117	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1h Cártamo	0	0	6	0	0	0	309	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1i Ajonjolí	0	3	2	0	0	0	7	25	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1j Algodón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2070	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1k Caña de Azúcar	0	0	0	0	0	5702	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1l Café	0	0	0	0	4862	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1m Tabaco	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	348	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1n Cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	255	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1o Henequén	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1p Otros Productos Agrícolas	38	4257	0	0	158	0	0	262	979	1811	0	0	54	0	10	0	0	0	0	0	324	0	0	0	63	125	0
2a Bovino	35625	0	398	0	0	0	0	0	21	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2b Porcino	10519	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2c Ovino y Caprino	1231	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	142	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2d Avicultura	11006	45	1422	0	0	0	0	0	7	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2e Apicultura	0	15	0	0	0	0	0	0	154	0	0	0	0	74	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2f Otra Ganadería	398	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3a Productos de Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3684	312	175	0	0	0	0	0	0
3b Productos No Maderables	0	0	3	71	0	0	0	3	277	7	0	0	0	0	90	89	36	83	0	0	0	0	0	0	19	0	27
4 Caza y Pesca	0	16	0	0	0	0	0	1	4907	0	0	0	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 Carbón y Derivados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	27	0	2
6 Extracción de Petrol. y Gas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11124	3680	0	0	0
7 Mineral de Hierro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8 Min. Metálicos. No Ferrosos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	53	81	0	252	1	0
9 Cant., Arena, Grava y Arc.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	1	16	0	14	3	0
10 Otros Minerales No Metalic	1	16	2	0	0	0	0	21	2	0	0	2	0	0	0	0	0	51	0	0	3	0	4	6	90	1273	25
11 Produc. Cárnicos y Lácteos	1410	70	132	0	2	0	0	208	298	2	0	12	0	2	2	21	0	1493	0	4	0	0	0	0	0	9	0
12 Env. de Frutas y Legumbres	25	399	278	0	0	0	0	0	214	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 Molienda de Trigo y Prod.	0	4	5907	0	0	0	0	149	96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	0	0	0	16055	0	0	0	0	11	0	55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 Procesamiento de Café	0	0	0	0	1535	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16 Azúcar y Subproductos	19	276	1579	0	117	1009	0	77	1022	395	0	729	0	0	0	2	0	1	0	0	1117	1	0	0	154	0	158
17 Aceites y Grasa Comest. V.	156	189	2433	0	3	0	380	991	359	0	0	0	0	0	0	4	0	1	8	0	5	0	0	0	39	0	34
18 Alimentos para Animales	0	0	0	0	0	0	0	213	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19 Otros Produc. Alimenticios	158	55	1166	0	7	0	52	197	1549	32	85	5256	0	23	0	1	2	0	0	0	43	0	1	10	14	0	1
20 Bebidas Alcohólicas	0	0	0	0	0	0	0	1	0	191	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21 Cerveza	0	0	0	0	0	0	0	15	14	2	942	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22 Refrescos Embotellados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23 Tabaco y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	693	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	0	0	77	0	0	6	373	0	47	0	0	0	0	2531	4	1807	8214	67	1	650	68	21	1	0	0	0	77
25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	0	0	1	0	11	7	0	0	15	0	13	0	10	13	434	38	0	0	1	74	10	7	1	0	0	71	0
26 Otras Industrias Textiles	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	0	2094	2233	203	0	260	1	17	4	0	0	0	0
27 Prendas de Vestir	8	7	18	5	11	66	38	41	12	3	159	74	28	73	14	183	3114	19	80	62	86	126	128	8	16	21	81
28 Cuero y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	488	4511	0	26	0	6	23	2	0	0	0
29 Aserraderos incluso Tripl.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	0	13	823	4220	754	6	0	0	0	0	2
30 Otras Ind. de la Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	1	0	0	69	0	14	0	699	70	5	0	0	0	0	0

MIP cont

CONCEPTO	11 Produc. Cárnicos y Lácteos	12 Env. de Frutas y Legumbres	13 Molienda de Trigo y Prod.	14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	15 Procesamiento de Café	16 Azúcar y Subproductos	17 Aceites y Grasa Comest. V.	18 Alimentos para Animales	19 Otros Produc. Alimenticios	20 Bebidas Alcohólicas	21 Cerveza	22 Refrescos Embotellados	23 Tabaco y sus Productos	24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	26 Otras Industrias Textiles	27 Prendas de Vestir	28 Cuero y sus Productos	29 Aserraderos incluso Tripl.	30 Otras Ind. de la Madera	31 Papel y Cartón	32 Imprentas y Editoriales	33 Refinación de Petroleo	34 Petroquímica Básica	35 Química Básica	36 Abonos y Fertilizantes	37 Resina Sint. y Fibras Art.
31 Papel y Cartón	31	48	283	26	46	36	31	77	239	11	503	29	115	77	8	186	241	55	27	51	7921	2833	60	4	51	14	391
32 Imprentas y Editoriales	9	3	8	2	13	28	16	12	26	59	194	588	97	62	24	99	494	7	22	44	81	1323	18	0	10	6	183
33 Refinación de Petroleo	76	15	105	252	9	287	10	8	57	2	59	266	58	43	5	29	26	14	55	60	109	26	2149	117	24	71	84
34 Petroquímica Básica	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	66	0	0	113	12	1317	46	416	1766	4702
35 Química Básica	2	33	20	0	0	77	6	49	247	0	110	246	0	895	81	128	104	183	80	107	1187	7	0	164	623	601	2332
36 Abonos y Fertilizantes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	275	271	215
37 Resina Sint. y Fibras Art.	1	7	0	0	43	0	0	0	388	0	21	0	202	3813	0	1786	2542	154	73	434	214	235	29	1	80	0	720
38 Productos Medicinales	1	9	1	0	0	0	0	94	59	6	0	61	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
39 Jabones,Deter.Perf.y Cosm.	0	0	1	0	1	6	3	3	0	0	9	5	2	7	1	2	9	1	5	6	8	12	34	1	2	1	9
40 Otras Industrias Químicas	9	4	17	2	10	79	32	51	228	1	13	10	53	110	6	138	99	140	118	354	300	739	288	48	175	16	428
41 Productos de Hule	0	1	1	0	0	13	1	0	2	0	2	3	1	4	1	25	6	48	1	3	14	3	0	1	2	0	6
42 Artículos de Plástico	17	119	85	14	0	0	72	169	120	0	0	189	0	37	0	624	1356	381	0	327	65	135	57	0	62	0	293
43 Vidrio y sus Productos	69	347	0	0	1	0	269	0	48	247	459	455	0	2	0	1	0	3	0	76	0	2	44	1	0	0	2
44 Cemento	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	0	0	2	0
45 Otros Prod. de Min.No Met.	0	8	0	95	0	26	0	1	1	0	0	0	0	0	0	4	0	9	0	2	24	0	11	1	53	0	0
46 Ind.Básicas Hierro y Acero	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	366	0	0	3	0	0	0	1	0	158	10	17	27	1	3	0	0
47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	3	5	11	7	2	149	11	4	21	2	15	27	201	40	7	21	25	36	16	55	117	446	24	2	288	0	49
48 Muebles y Acces. Metálicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0
49 Produc. Met. Estructurales	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0	0	0	0
50 Otros Productos Metálicos	131	939	139	15	3	230	30	8	220	13	249	2366	10	59	30	87	199	96	52	828	393	54	186	2	9	7	70
51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	3	6	16	8	3	170	13	2	23	2	4	14	5	42	7	21	28	7	19	18	113	10	18	9	3	0	54
52 Maq. y Aparatos Eléctricos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	2	0	0	0
53 Aparatos Electro-Doméstic.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54 Equipo y Acc. Electrónicos	18	32	60	37	12	765	58	12	110	6	122	268	23	191	34	81	122	34	86	85	325	116	28	10	91	0	246
55 Otros Epos.y Aparat. Eléc.	1	3	6	4	1	69	5	8	10	0	28	37	3	17	3	8	10	3	8	7	27	12	76	5	7	14	23
56 Vehículos Automóviles	7	12	23	14	4	291	22	10	43	3	37	60	10	72	13	32	46	13	30	31	1	45	0	0	33	29	95
57 Carroc. y P. Automotrices	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	2	0	3	0
59 Otras Ind. Manufactureras	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	302	758	0	6	56	633	27	0	0	0	0
60 Construcción e Instalación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61 Electricidad, Gas y Agua	58	30	176	223	14	92	37	46	247	9	150	170	19	273	22	110	121	61	60	155	937	116	286	2430	2119	206	366
62 Comercio	5002	800	744	98	183	486	676	308	2079	289	932	1742	308	2072	152	1381	3889	1360	1539	2307	1494	1409	1049	405	609	261	618
63 Restaurantes y Hoteles	2	19	32	4	39	241	140	97	1	6	348	182	93	279	46	82	532	1	204	229	339	530	285	0	56	51	320
64 Transporte	2763	343	476	536	115	834	259	163	941	127	877	884	179	1074	89	663	1900	570	807	1169	990	594	1764	433	681	287	603
65 Comunicaciones	0	2	4	1	4	26	16	24	0	1	84	37	10	30	5	9	56	0	22	24	36	56	92	38	6	11	34
66 Servicios Financieros	1	8	14	1	16	102	58	75	1	2	273	138	39	116	20	34	222	1	85	96	141	220	345	132	23	39	134
67 Alquiler de Inmuebles	38	76	188	182	51	119	16	45	443	40	46	323	100	222	30	388	1038	223	119	776	301	854	72	0	76	30	133
68 Servicios Profesional	14	13	75	4	37	161	96	227	363	70	1422	2113	176	199	32	62	469	41	138	206	241	399	1068	30	41	101	213
69 Servicios de Educación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
70 Servicios Médicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	159	75	0	0	0
71 Servicios de Esparcimiento	2	49	10	0	2	0	1	1	66	12	23	30	21	3	0	1	21	7	0	10	3	9	0	0	1	0	0
72 Otros Servicios	6	14	25	13	10	287	40	14	37	3	31	56	21	104	17	30	120	12	59	62	156	119	259	148	38	24	129
Total de Insumos Nacionales	68860	8472	21189	25991	7810	11365	3200	5784	20337	3417	8754	16439	2883	14822	1253	10400	28068	10791	8223	14057	18379	11210	21203	7813	6547	5316	12858
Importaciones	6175	124	3531	8047	32	241	7146	6354	4697	51	410	938	81	960	62	5869	4592	2321	29	1520	6000	3382	4889	1761	6476	1647	4050
Total de Insumos	75035	8596	24720	34038	7842	11606	10346	12139	25034	3468	9164	17376	2965	15781	1316	16269	32660	13113	8252	15577	24379	14592	26091	9574	13023	6962	16908
Valor Agregado Bruto	31543	5628	16430	19340	6326	6565	6695	3871	26219	3992	10898	15411	4930	10227	1164	10176	18886	8590	4495	10647	13651	12884	12093	4727	11755	2425	11032
A Remuneración de Asalariados	3109	1611	3374	968	483	1808	621	518	4114	551	1444	3682	619	2884	242	2644	4933	1838	1031	1993	2823	4415	2578	1306	1735	423	1787
B Superávit de Explotación	19874	2870	9758	14089	4715	3297	4712	2070	17987	2840	7842	9086	3675	5253	722	5405	9815	5006	2438	6542	7780	6240	6446	2270	8037	1255	7012
C Imptos. Indirec.-Subsidios	8559	1147	3298	4283	1129	1460	1362	1283	4118	601	1612	2643	635	2090	199	2126	4138	1746	1026	2112	3049	2229	3069	1150	1983	747	2232
Valor Bruto de Producción	106578	14224	41150	53378	14168	18171	17041	16010	51253	7460	20062	32788	7895	26008	2479	26445	51546	21703	12747	26224	38031	27476	38184	14301	24778	9388	27939

MIP cont

CONCEPTO	38 Productos Medicinales	39 Jabones, Deter. Perf. y Cosm.	40 Otras Industrias Químicas	41 Productos de Hule	42 Artículos de Plástico	43 Vidrio y sus Productos	44 Cemento	45 Otros Prod. de Min.No Met.	46 Ind.Básicas Hierro y Acero	47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	48 Muebles y Acces. Metálicos	49 Produc. Met. Estructurales	50 Otros Productos Metálicos	51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	52 Maq. y Aparatos Eléctricos	53 Aparatos Electro-Doméstic.	54 Equipo y Acc. Electrónicos	55 Otros Epos. y Aparat. Eléc.	56 Vehículos Automóviles	57 Carroc. y P. Automotrices	58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	59 Otras Ind. Manufactureras	60 Construcción e Instalación	61 Electricidad, Gas y Agua	62 Comercio	63 Restaurantes y Hoteles
1a Maíz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1b Arroz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1c Trigo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1d Frijol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1e Sorgo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1f Cebada	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1g Soya	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1h Cártamo	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1i Ajonjolí	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1j Algodón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1k Caña de Azúcar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1l Café	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1m Tabaco	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1n Cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1o Henequén	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1p Otros Productos Agrícolas	35	42	441	0	0	0	0	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	542	0	0	0	0
2a Bovino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2b Porcino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2c Ovino y Caprino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2d Avicultura	29	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2e Apicultura	39	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	0	0
2f Otra Ganadería	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3a Productos de Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0
3b Productos No Maderables	281	1	57	161	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4 Caza y Pesca	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
5 Carbón y Derivados	0	0	23	9	0	1	0	7	2516	58	0	0	40	20	0	0	0	734	0	92	0	10	0	0	0	0
6 Extracción de Petrol. y Gas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8630	0	0
7 Mineral de Hierro	0	0	0	0	0	0	149	0	3842	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	94	0	0	0
8 Min. Metálicos. No Ferrosos	0	0	27	5	0	11	0	233	418	5903	22	39	671	11	8	83	0	66	0	128	0	1507	0	0	0	0
9 Cant., Arena, Grava y Arc.	0	0	4	4	3	74	916	1256	154	4	0	0	0	2	0	0	0	4	0	52	0	0	5604	0	0	0
10 Otros Minerales No Metalic	0	0	28	0	0	9	75	67	8	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	32	342	0	0	0
11 Produc. Cárnicos y Lácteos	74	758	202	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12 Env. de Frutas y Legumbres	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 Molienda de Trigo y Prod.	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 Procesamiento de Café	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16 Azúcar y Subproductos	231	126	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17 Aceites y Grasa Comest. V.	37	481	296	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
18 Alimentos para Animales	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19 Otros Produc. Alimenticios	105	1	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	0	0	0	4	0	0
20 Bebidas Alcohólicas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21 Cerveza	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22 Refrescos Embotellados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23 Tabaco y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	0	69	2	10	119	1	0	25	0	0	5	0	3	0	1	0	0	21	0	16	0	173	0	1	0	0
25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	0	0	0	0	0	1	0	0	7	16	1	1	8	0	0	0	0	0	0	4	0	9	0	4	497	0
26 Otras Industrias Textiles	19	0	2	197	550	4	0	0	0	0	46	0	28	91	17	0	0	17	429	1254	17	283	694	8	0	669
27 Prendas de Vestir	15	0	9	38	121	57	119	102	134	99	9	26	142	55	108	26	301	36	443	439	4	48	0	335	1229	503
28 Cuero y sus Productos	0	0	4	2	2	0	0	0	0	2	11	0	0	4	0	0	0	0	0	3	1	39	0	32	0	0
29 Aserraderos incluso Tripl.	0	0	73	0	33	3	0	13	0	0	93	0	36	20	76	0	186	5	0	457	8	219	3791	13	0	0
30 Otras Ind. de la Madera	0	1	0	1	15	2	0	0	0	0	16	49	104	84	0	9	5462	0	0	53	2	83	2218	53	30	0

MIP cont

CONCEPTO	38 Productos Medicinales	39 Jabones, Deter. Perf. y Cosm.	40 Otras Industrias Químicas	41 Productos de Hule	42 Artículos de Plástico	43 Vidrio y sus Productos	44 Cemento	45 Otros Prod. de Min.No Met.	46 Ind.Básicas Hierro y Acero	47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	48 Muebles y Acces. Metálicos	49 Produc. Met. Estructurales	50 Otros Productos Metálicos	51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	52 Maq. y Aparatos Eléctricos	53 Aparatos Electro-Doméstic.	54 Equipo y Acc. Electrónicos	55 Otros Epos. y Aparat. Eléc.	56 Vehículos Automóviles	57 Carroc. y P. Automotrices	58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	59 Otras Ind. Manufactureras	60 Construcción e Instalación	61 Electricidad, Gas y Agua	62 Comercio	63 Restaurantes y Hoteles
31 Papel y Cartón	47	125	58	32	331	177	781	173	59	143	16	14	309	89	150	15	545	73	174	377	14	166	871	176	3542	869
32 Imprentas y Editoriales	734	1024	58	38	123	47	61	311	88	43	13	19	82	22	99	70	170	45	936	198	6	475	0	132	2887	337
33 Refinación de Petroleo	15	18	86	16	68	114	145	192	108	51	5	16	101	39	41	14	69	36	57	232	5	279	2338	525	631	416
34 Petroquímica Básica	64	682	1072	1	375	10	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	491	0	256	0	0
35 Química Básica	64	1190	516	49	243	1785	14	507	128	1171	0	28	189	66	36	67	69	247	0	46	10	338	412	442	0	0
36 Abonos y Fertilizantes	0	0	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37 Resina Sint. y Fibras Art.	23	4	330	1379	2160	94	0	129	0	131	18	7	97	39	27	4	711	213	0	581	19	466	1	24	762	0
38 Productos Medicinales	303	34	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26	0	11	0	0
39 Jabones,Deter.Perf.y Cosm.	0	83	9	4	12	5	10	5	9	10	1	3	15	5	10	2	28	0	35	42	1	4	11	30	231	264
40 Otras Industrias Químicas	57	200	1084	374	680	103	76	348	48	194	65	36	678	49	119	165	453	78	186	526	36	242	1633	170	219	94
41 Productos de Hule	1	1	1	212	2	6	8	20	9	3	1	1	50	78	5	20	4	3	943	101	39	27	633	3	40	34
42 Artículos de Plástico	1295	7	108	1	1419	153	0	6	0	309	177	41	249	68	626	678	1371	1208	0	1033	17	438	788	5	3624	0
43 Vidrio y sus Productos	419	179	93	0	109	1173	0	29	1	25	1	64	13	4	31	151	2106	13	601	363	16	323	973	10	23	260
44 Cemento	0	0	1	0	0	0	138	346	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11794	37	0	0
45 Otros Prod. de Min.No Met.	2	1	118	0	54	8	0	3437	85	0	32	0	121	49	154	86	286	304	0	1065	0	74	8478	54	0	0
46 Ind.Básicas Hierro y Acero	0	0	3	6	20	2	11	156	14404	89	205	1094	1157	1106	1089	344	498	570	60	10702	528	152	14742	28	15	0
47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	10	8	53	17	219	72	68	100	336	1321	40	338	1279	948	2265	475	1562	3191	40	4984	87	1044	1983	42	307	270
48 Muebles y Acces. Metálicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	1	22	0	0	0	0	0	0	88	0	0	0
49 Produc. Met. Estructurales	0	0	0	0	0	0	0	208	43	0	0	1831	0	287	344	0	0	0	0	0	0	15	2097	121	0	0
50 Otros Productos Metálicos	75	67	318	81	217	177	346	297	1698	584	124	99	381	84	467	678	1759	316	30	3641	252	213	3834	246	1397	529
51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	11	9	7	13	47	63	69	88	133	46	51	46	236	534	348	34	39	38	48	280	109	45	2836	24	345	231
52 Maq. y Aparatos Eléctricos	0	0	0	0	2	0	0	3	2	0	0	1	0	240	333	1188	0	31	43	0	47	0	1430	157	0	6
53 Aparatos Electro-Doméstic.	0	0	0	0	48	0	0	0	0	0	24	0	0	0	0	3441	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54 Equipo y Acc. Electrónicos	49	39	58	56	182	291	517	346	892	143	9	41	379	75	740	1052	46885	1052	102	1621	37	0	0	109	2508	1410
55 Otros Epos.y Aparat. Eléc.	5	4	5	5	27	26	117	31	982	31	7	5	0	154	0	205	712	0	23	91	175	0	5741	115	883	370
56 Vehículos Automóviles	19	15	23	22	71	110	160	132	333	60	6	15	142	62	37	29	75	61	161	303	1	34	0	0	757	608
57 Carroc. y P. Automotrices	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	23	0	813	0	0	0	0	41894	21503	73	0	0	153	0	0
58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	242	0	0	1	0	0
59 Otras Ind. Manufactureras	0	14	6	0	178	7	0	0	0	0	97	0	186	0	265	0	34	42	0	0	22	1516	794	470	436	1012
60 Construcción e Instalación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61 Electricidad, Gas y Agua	87	91	92	142	523	889	1005	639	1513	647	21	59	426	129	109	96	273	210	230	988	34	150	624	3114	2477	1569
62 Comercio	1248	1085	1357	782	3043	151	292	1308	2247	2230	292	723	2492	1839	2598	1355	5890	2382	5284	9611	470	2817	10653	4630	3560	3036
63 Restaurantes y Hoteles	15	9	10	151	496	238	383	223	87	410	33	101	556	201	441	85	1222	84	1111	1823	27	137	73	366	5613	1968
64 Transporte	604	495	776	382	1586	391	307	845	1474	1209	128	391	1325	872	1294	619	2895	1162	2720	4973	183	1318	10715	1266	12428	992
65 Comunicaciones	2	1	1	16	54	26	93	24	21	45	4	11	60	21	47	9	130	8	302	196	15	14	577	317	3708	2500
66 Servicios Financieros	6	3	4	63	207	99	298	93	68	171	14	42	231	83	183	35	508	35	845	760	23	57	4856	1034	8273	3452
67 Alquiler de Inmuebles	215	98	164	109	811	136	73	505	326	224	99	192	770	436	481	283	1735	564	87	1547	17	687	1897	78	10102	10926
68 Servicios Profesional	36	130	46	116	455	161	723	187	166	319	28	68	490	166	310	125	1157	201	3892	1280	78	183	6865	1135	37866	15906
69 Servicios de Educación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70 Servicios Médicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26	0	88	19	9	0
71 Servicios de Esparcimiento	5	23	7	3	23	0	9	7	0	9	1	0	22	6	3	13	64	26	62	12	1	17	0	0	516	2071
72 Otros Servicios	18	14	21	43	134	132	146	146	243	114	10	27	207	83	99	37	252	66	164	539	12	52	803	231	1287	1256
Total de Insumos Nacionales	6308	7192	7751	4541	14759	6811	7107	12578	32671	15819	1737	5452	13275	8935	12958	11515	77452	13144	60904	71944	2657	14764	111371	24617	106202	51558
Importaciones	7181	3592	5314	1669	11988	770	11	1758	7387	4073	181	438	10367	7552	5968	1308	35399	12424	31870	19599	654	12981	8866	4975	273	0
Total de Insumos	13490	10785	13065	6210	26747	7581	7118	14335	40058	19891	1918	5889	23643	16486	18927	12824	112851	25568	92774	91542	3311	27744	120237	29592	106475	51558
Valor Agregado Bruto	16796	9554	10872	5495	13660	9156	9216	19136	26734	11098	1472	4563	17336	12800	11105	6036	31878	10079	46699	41612	3393	17307	103585	25030	396766	104083
A Remuneración de Asalariados	4091	2680	2742	2104	4029	1883	1070	3116	2708	1086	517	1166	4356	4487	3573	1518	8290	3471	3219	11703	961	4171	55606	10941	67929	51222
B Superávit de Explotación	10268	5230	6202	2447	6393	5926	6832	13313	18696	7537	681	2553	9690	5955	5122	3008	12075	3753	32353	19257	1892	9525	39338	14612	323178	50889
C Imptos. Indirec.-Subsidios	2437	1643	1927	944	3237	1347	1314	2707	5331	2474	275	845	3291	2359	2409	1510	11513	2855	11128	10653	540	3611	8640	-523	5659	1972
Valor Bruto de Producción	30285	20338	23936	11706	40407	16737	16334	33472	66792	30989	3390	10452	40979	29286	30031	18860	144729	35646	139473	133155	6704	45052	223822	54621	503241	155640

MIP cont

CONCEPTO	64 Transporte	65 Comunicaciones	66 Servicios Financieros	67 Alquiler de Inmuebles	68 Servicios Profesional	69 Servicios de Educación	70 Servicios Médicos	71 Servicios de Esparcimiento	72 Otros Servicios	DI	CP	CG	FBKF	VE	X	DF	VBP
1a Maíz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17295	8208	149	0	-271	123	8210	25505
1b Arroz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	667	0	0	0	-3	0	-3	665
1c Trigo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5646	0	0	0	-27	153	125	5771
1d Frijol	0	0	0	0	0	49	190	0	0	1547	6489	159	0	-119	31	6561	8109
1e Sorgo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8292	0	0	0	-72	1	-71	8221
1f Cebada	0	0	0	0	0	0	0	0	0	858	0	0	0	-4	0	-4	854
1g Soya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122	6	0	0	-2	0	5	127
1h Cártamo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	326	0	0	0	-3	0	-3	323
1i Ajonjolí	0	0	0	0	0	0	0	0	0	76	3	0	0	-2	136	138	214
1j Algodón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2099	0	0	0	-10	0	-10	2089
1k Caña de Azúcar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5777	4	0	0	-6	0	-2	5775
1l Café	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4984	0	0	0	-35	0	-35	4949
1m Tabaco	0	0	0	0	0	0	0	0	0	350	0	0	0	-1	0	-1	349
1n Cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	0	255	0	0	0	-1	71	70	325
1o Henequén	0	0	0	0	0	0	0	0	0	62	0	0	0	0	0	0	62
1p Otros Productos Agrícolas	0	0	0	0	0	29	607	0	0	22165	21524	482	2748	-582	15206	39378	61544
2a Bovino	0	0	0	0	0	33	136	0	0	36328	2108	2	73	-264	971	2889	39217
2b Porcino	0	0	0	0	0	21	11	0	0	10556	30	0	93	-62	32	94	10650
2c Ovino y Caprino	0	0	0	0	0	2	0	0	0	1375	135	0	1	-10	0	126	1501
2d Avicultura	0	0	0	0	0	64	303	0	0	12928	7844	97	323	-198	0	8065	20993
2e Apicultura	0	0	0	0	0	0	0	0	0	335	4	0	0	-3	374	376	711
2f Otra Ganadería	0	0	0	0	0	22	0	68	0	556	524	7	18	-13	21	556	1113
3a Productos de Madera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4177	1	1	0	-14	24	11	4188
3b Productos No Maderables	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1209	707	0	0	-16	271	961	2170
4 Caza y Pesca	0	0	0	0	0	2	78	0	0	5055	1922	12	0	-50	978	2862	7917
5 Carbón y Derivados	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4203	0	0	0	-1	62	61	4264
6 Extracción de Petrol. y Gas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23435	0	0	0	-4	14775	14771	38206
7 Mineral de Hierro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4901	0	0	33	-1	1	32	4933
8 Min. Metálicos. No Ferrosos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11850	0	0	22	-3	3440	3458	15308
9 Cant., Arena, Grava y Arc.	0	0	0	48	0	10	0	0	26	8371	0	17	8	-2	507	529	8901
10 Otros Minerales No Metalic	0	0	0	0	0	0	0	0	15	2373	24	0	14	-1	1067	1105	3479
11 Produc. Cárnicos y Lácteos	0	0	0	0	0	15	575	0	0	5289	91775	18	0	8112	1382	101288	106578
12 Env. de Frutas y Legumbres	0	0	0	0	0	4	101	0	0	1022	8196	12	6	927	4061	13202	14224
13 Molienda de Trigo y Prod.	0	0	0	0	0	14	248	0	0	7015	30293	11	4	3003	824	34135	41150
14 Molienda de Nixt.y P. Maíz	0	0	0	0	0	8	185	0	0	16315	32994	12	61	3985	10	37063	53378
15 Procesamiento de Café	0	0	0	0	0	3	95	0	0	1633	5607	6	1	1176	5745	12535	14168
16 Azúcar y Subproductos	0	0	0	0	0	3	75	0	0	7116	8114	8	11	1180	1742	11055	18171
17 Aceites y Grasa Comest. V.	0	0	0	0	0	3	71	0	0	5493	9801	7	8	1299	434	11548	17041
18 Alimentos para Animales	0	0	0	0	0	42	34	77	0	12483	312	281	14	2846	73	3526	16010
19 Otros Produc. Alimenticios	0	0	0	0	0	10	268	0	0	9622	31350	78	27	3821	6355	41631	51253
20 Bebidas Alcohólicas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	192	5200	0	4	482	1582	7268	7460
21 Cerveza	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1055	14949	0	0	1321	2737	19007	20062
22 Refrescos Embotellados	0	0	0	0	0	8	11	0	0	84	29893	8	7	2445	350	32703	32788
23 Tabaco y sus Productos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	693	5751	0	6	567	877	7201	7895
24 Hil.Tejidos de Fib.Blandas	0	0	0	0	0	3	0	0	5	14470	2521	0	11	1723	7284	11539	26008
25 Hil.Tejidos de Fib. Duras	53	0	0	0	0	0	0	0	5	1839	151	0	0	200	289	640	2479
26 Otras Industrias Textiles	183	148	0	78	0	86	1292	0	227	11544	5573	132	319	2129	6747	14901	26445
27 Prendas de Vestir	366	107	266	16	202	264	762	12	64	11078	25716	565	39	7285	6863	40468	51546
28 Cuero y sus Productos	18	40	0	0	0	40	13	0	1390	6719	7942	13	9	2917	4104	14984	21703
29 Aserraderos incluso Tripl.	0	0	0	79	0	6	0	0	41	11065	28	12	400	692	550	1682	12747
30 Otras Ind. de la Madera	9	0	0	0	0	6	50	7	10	9165	7054	1	3487	2131	4386	17059	26224

MIP cont

CONCEPTO	64 Transporte	65 Comunicaciones	66 Servicios Financieros	67 Alquiler de Inmuebles	68 Servicios Profesional	69 Servicios de Educación	70 Servicios Médicos	71 Servicios de Esparcimiento	72 Otros Servicios	DI	CP	CG	FBKF	VE	X	DF	VBP
31 Papel y Cartón	302	201	649	671	1531	1023	262	75	241	27967	5298	897	18	1861	1989	10063	38031
32 Imprentas y Editoriales	196	59	1022	424	640	603	275	87	24	14828	8916	427	11	1323	1971	12648	27476
33 Refinación de Petroleo	13137	66	131	323	170	241	198	17	290	26013	4645	393	0	1807	5326	12171	38184
34 Petroquímica Básica	0	0	0	0	0	0	2	0	0	11702	0	0	0	716	1884	2600	14301
35 Química Básica	22	0	0	0	0	134	261	20	1758	17228	29	3	16	1200	6301	7550	24778
36 Abonos y Fertilizantes	0	0	0	0	0	31	6	0	26	6745	0	89	4	544	2006	2643	9388
37 Resina Sint. y Fibras Art.	2	0	0	0	0	0	39	0	45	18088	1024	0	5	1181	7641	9851	27939
38 Productos Medicinales	0	2	0	0	44	61	4970	0	0	6636	19184	13	3	1690	2759	23650	30285
39 Jabones,Deter.Perf.y Cosm.	54	46	106	297	92	87	140	13	106	1897	16133	30	2	812	1466	18442	20338
40 Otras Industrias Químicas	59	12	143	1212	20	123	151	6	792	15248	2527	349	4	1093	4716	8688	23936
41 Productos de Hule	3634	11	7	73	4	40	21	3	249	6622	2275	43	2	464	2299	5083	11706
42 Artículos de Plástico	4	32	72	98	0	78	20	0	42	20431	15150	48	28	1918	2831	19976	40407
43 Vidrio y sus Productos	7	11	0	49	0	75	167	22	20	9367	3102	78	3	804	3383	7370	16737
44 Cemento	6	37	0	51	0	128	154	0	30	12957	0	653	41	1152	1531	3377	16334
45 Otros Prod. de Min.No Met.	8	26	0	1575	0	43	174	0	981	17669	9508	196	23	1820	4256	15802	33472
46 Ind.Básicas Hierro y Acero	0	0	0	0	0	23	4	0	0	48039	0	8	13	2771	15961	18753	66792
47 Ind. Bás. Met. No Ferrosos	139	153	50	86	34	44	40	24	167	23546	456	0	45	929	6013	7443	30989
48 Muebles y Acces. Metálicos	0	0	16	4	0	0	0	0	0	149	143	0	172	74	2853	3241	3390
49 Produc. Met. Estructurales	41	42	0	195	0	25	6	0	249	5574	12	3	3529	873	462	4878	10452
50 Otros Productos Metálicos	398	202	145	895	66	173	109	67	749	28072	1313	87	1197	2141	8169	12907	40979
51 Maq. y Equipo.No Eléctrico	230	62	57	26	38	66	47	26	235	7590	253	216	6374	1569	13285	21697	29286
52 Maq. y Aparatos Eléctricos	47	74	0	0	0	39	14	0	2051	5757	402	27	6872	1391	15582	24275	30031
53 Aparatos Electro-Doméstic.	0	0	0	0	0	1	0	0	212	3727	5616	0	4313	2311	2894	15133	18860
54 Equipo y Acc. Electrónicos	948	797	403	117	190	604	673	399	5565	72254	23546	237	9949	11911	26833	72476	144729
55 Otros Epos.y Aparat. Eléc.	503	202	88	357	48	431	115	77	390	12607	1964	354	1259	1472	17990	23039	35646
56 Vehículos Automóviles	278	261	121	48	78	110	82	56	847	6403	6895	4	21477	4894	99799	133070	139473
57 Carroc. y P. Automotrices	20561	4	0	0	254	1126	18	3	6851	93304	17	113	2389	4524	32808	39851	133155
58 Otros Eq. y Mat. de Trans.	1602	0	0	0	0	2	0	0	147	2359	242	29	1740	420	1914	4345	6704
59 Otras Ind. Manufactureras	295	198	2281	2366	420	2072	459	133	1016	16890	3283	2163	2186	5559	14970	28162	45052
60 Construcción e Instalación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	223822	0	0	223822	223822
61 Electricidad, Gas y Agua	489	227	267	3492	197	464	240	192	106	31544	20074	2145	0	0	858	23077	54621
62 Comercio	8713	439	727	1440	1401	1008	1604	340	2248	126808	233932	1999	50525	0	89977	376434	503241
63 Restaurantes y Hoteles	2704	523	1269	1525	4048	461	388	276	52	31618	100113	441	0	0	23468	124022	155640
64 Transporte	5706	694	1448	631	4742	746	526	109	1730	91882	183675	2599	12269	0	22167	220710	312592
65 Comunicaciones	1202	832	2521	271	4073	645	696	332	188	19771	19878	1184	0	0	6578	27640	47411
66 Servicios Financieros	1955	200	58500	400	2448	560	443	409	182	90706	40130	1831	0	0	0	41961	132667
67 Alquiler de Inmuebles	1155	1297	3602	0	3946	1147	1046	1638	5929	58623	230212	1625	0	0	0	231837	290460
68 Servicios Profesional	14807	1720	11563	460	22207	1688	1906	3196	637	139101	15255	10787	0	0	65	26107	165207
69 Servicios de Educación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	48913	90773	0	0	0	139686	139687
70 Servicios Médicos	250	0	0	0	0	50	52	4	0	991	55505	38572	0	0	0	94077	95068
71 Servicios de Esparcimiento	57	1	145	97	1847	87	75	1383	16	6883	19831	254	447	0	4219	24752	31635
72 Otros Servicios	1260	330	183	11520	1139	368	406	267	552	24371	101599	1355	0	0	4826	107780	132151
Total de Insumos Nacionales	81402	9055	85783	28925	49881	15356	20894	9335	36505	1494031	1573806	162119	356483	105686	556688	2754781	4248812
Importaciones	25399	1717	5790	2	119	219	2793	441	2057	327075	50473	5480	93466	26792	18444	194655	521729
Total de Insumos	106801	10772	91573	28927	50000	15575	23687	9776	38562	1821106	1624278	167599	449949	132477	575132	2949436	4770542
Valor Agregado Bruto	205791	36639	41094	261533	115208	124111	71381	21859	93589	2427706	0	76107	0	0	0	76107	2503814
A Remuneración de Asalariados	53424	11141	29063	5707	40624	102119	33601	4834	35569	654850	0	74140	0	0	0	74140	728989
B Superávit de Explotación	144351	24144	6593	245612	69938	18182	35119	16134	54312	1556633	0	1480	0	0	0	1480	1558113
C Imptos. Indirec.-Subsidios	8016	1355	5438	10214	4646	3810	2660	890	3708	216224	0	487	0	0	0	487	216712
Valor Bruto de Producción	312592	47411	132667	290460	165207	139687	95068	31635	132151	4248812	1624278	243706	449949	132477	575132	3025543	7274355

Anexo 2

La agregación a 3 y 10 sectores

En este anexo se presenta la agregación realizada para el ejercicio a tres sectores y a diez sectores

Agregación a 3 sectores

Sector primario
Maíz
Arroz
Trigo
Fríjol
Sorgo
Cebada
Soya
Cártamo
Ajonjolí
Algodón
Caña de Azúcar
Café
Tabaco
Cacao
Henequén
Otros Productos Agrícolas
Bovino
Porcino
Ovino y Caprino
Avicultura
Apicultura
Otra Ganadería
Productos de Madera
Productos No Maderables
Caza y Pesca
Carbón y Derivados
Extracción de Petróleo y Gas
Mineral de Hierro
Minerales Metálicos No Ferrosos
Cantera, Arena, Grava y Arcilla
Otros Minerales No Metálicos

Sector Secundario

Productos Cárnicos y Lácteos
Envasado de Frutas y Legumbres
Molienda de Trigo y Productos
Molienda de Nixtamal y Productos Maíz
Procesamiento de Café
Azúcar y Subproductos

Aceites y Grasa Comestibles Vegetales
Alimentos para Animales
Otros Productos Alimenticios
Bebidas Alcohólicas
Cerveza
Refrescos Embotellados
Tabaco y sus Productos
Hilados Tejidos de Fibras Blandas
Hilados Tejidos de Fibras Duras
Otras Industrias Textiles
Prendas de Vestir
Cuero y sus Productos
Aserraderos incluso Triplay
Otras Industrias de la Madera
Papel y Cartón
Imprentas y Editoriales
Refinación de Petróleo
Petroquímica Básica
Química Básica
Abonos y Fertilizantes
Resina Sintéticas y Fibras Artificiales
Productos Medicinales
Jabones, Detergentes, Perfumes y Cosméticos
Otras Industrias Químicas
Productos de Hule
Artículos de Plástico
Vidrio y sus Productos
Cemento
Otros Productos de Minerales No Metálicos
Industrias Básicas Hierro y Acero
Industrias Básicas Metales No Ferrosos
Muebles y Accesorios Metálicos
Productos Metálicos Estructurales
Otros Productos Metálicos
Maquinaria y Equipo No Eléctrico
Maquinaria y Aparatos Eléctricos
Aparatos Electro-Domésticos
Equipo y Accesorios Electrónicos
Otros Equipos y Aparatos Electrónicos
Vehículos Automóviles
Carrocerías y Partes Automotrices
Otros Equipos y Materiales de Transporte
Otras Industrias Manufactureras
Construcción e Instalación
Electricidad, Gas y Agua
Sector Terciario

Comercio
Restaurantes y Hoteles
Transporte
Comunicaciones
Servicios Financieros
Alquiler de Inmuebles
Servicios Profesional
Servicios de Educación
Servicios Médicos
Servicios de Esparcimiento
Otros Servicios

Agregación de la matriz a 10 sectores

Agricultura

Maíz
Arroz
Trigo
Fríjol
Sorgo
Cebada
Soya
Cártamo
Ajonjolí
Algodón
Caña de Azúcar
Café
Tabaco
Cacao
Henequén
Otros Productos Agrícolas

Ganadería y Pesca

Bovino
Porcino
Ovino y Caprino
Avicultura
Apicultura
Otra Ganadería
Caza y Pesca
Minería, petroquímica y sus derivados

Carbón y Derivados
Extracción de Petróleo y Gas
Mineral de Hierro
Minerales Metálicos No Ferrosos
Cantera, Arena, Grava y Arcilla
Otros Minerales No Metálicos
Refinación de Petróleo
Petroquímica Básica
Química Básica
Abonos y Fertilizantes
Resina Sintéticas y Fibras Artificiales
Productos Medicinales
Jabones, Detergentes, Perfumes y Cosméticos
Otras Industrias Químicas
Productos de Hule
Artículos de Plástico
Vidrio y sus Productos
Cemento
Otros Productos de Minerales No Metálicos
Industrias Básicas Hierro y Acero
Industrias Básicas Metales No Ferrosos
Muebles y Accesorios Metálicos
Productos Metálicos Estructurales
Otros Productos Metálicos

Madera y Papel
Productos de Madera
Productos No Maderables
Aserraderos incluso Triplay
Otras Industrias de la Madera
Papel y Cartón
Imprentas y Editoriales

Alimentos, Bebidas y Tabaco
Productos Cárnicos y Lácteos
Envasado de Frutas y Legumbres
Molienda de Trigo y Productos
Molienda de Nixtamal y Productos Maíz
Procesamiento de Café
Azúcar y Subproductos
Aceites y Grasa Comestibles Vegetales
Alimentos para Animales
Otros Productos Alimenticios
Bebidas Alcohólicas
Cerveza
Refrescos Embotellados

Tabaco y sus Productos

Productos Textiles
Hilados Tejidos de Fibras Blandas
Hilados Tejidos de Fibras Duras
Otras Industrias Textiles
Prendas de Vestir
Cuero y sus Productos

Maquinaria y Equipo
Maquinaria y Equipo No Eléctrico
Maquinaria y Aparatos Eléctricos
Aparatos Electro-Domésticos
Equipo y Accesorios Electrónicos
Otros Equipos y Aparatos Electrónicos
Vehículos Automóviles
Carrocerías y Partes Automotrices
Otros Equipos y Materiales de Transporte
Otras Industrias Manufactureras

Construcción, Instalación, Electricidad, Gas y Agua
Construcción e Instalación
Electricidad, Gas y Agua

Comercio, Comunicaciones y Transportes
Comercio
Restaurantes y Hoteles
Transporte
Comunicaciones
Servicios Financieros
Alquiler de Inmuebles
Servicios Profesional
Servicios de Educación
Servicios Médicos
Servicios de Esparcimiento
Otros Servicios

Anexo 3

Resultados de cálculo de la matriz de Insumo-Producto en Excel

Se presentan en este Anexo los resultados obtenidos en Excel, tanto para tres como diez sectores

Matriz a tres sectores

Matriz Agregada

CONCEPTO	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario	DF	VBP
Sector primario	29618	166831	1714	90254	288433
Sector secundario	34217	522545	155227	1249518	1954623
Sector terciario	13588	232309	353933	1415006	2005759
Trabajo	200437	755212	1497084	76107	2503814

Matriz Básica

CONCEPTO	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario
Sector primario	29618	166831	1714
Sector secundario	34217	522545	155227
Sector terciario	13588	232309	353933
Trabajo	26595	193022	446174

Matriz de coeficientes o de tecnologías

CONCEPTO	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario
Sector primario	0.103	0.578	0.006
Sector secundario	0.017	0.266	0.079
Sector terciario	0.007	0.115	0.176
Trabajo	0.040	0.290	0.670

Proceso de la Matriz de Leontief

$$(I-A)=\begin{bmatrix} 0.897 & -0.578 & -0.006 \\ -0.017 & 0.734 & -0.079 \\ -0.007 & -0.115 & 0.824 \end{bmatrix}$$

$$(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix} 1.133 & 0.907 & 0.095 \\ 0.028 & 1.405 & 0.135 \\ 0.013 & 0.204 & 1.233 \end{bmatrix}$$

Vector de requerimientos

$$(I-A)^{-1}C=\begin{bmatrix} 1{,}370{,}160 \\ 1{,}949{,}436 \\ 2{,}000{,}949 \end{bmatrix}$$

Matriz Insumo Producto a 10 sectores

Matriz Agregada

Concepto	Agricultura	Ganadería y pesca	Minería y petróleo	Madera y papel	Alimentos, bebidas y tabaco	Productos textiles	Maquinaria y equipo	Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	Comercio, comunicaciones y transportes	Servicios comunales, sociales y personales	Consumo	Producción total
Agricultura	8,627	16,562	741	324	40,710	2,142	542	0	0	875	54,358	124,882
Ganadería y pesca	67	99	126	0	65,805	277	19	0	0	740	14,968	82,102
Minería y petróleo	10,610	2,429	113,183	7,587	11,493	13,546	59,001	66,479	25,400	21,368	204,381	535,498
Madera y papel	70	287	6,721	23,053	2,895	1,671	10,289	7,260	7,226	8,932	42,424	110,836
Alimentos, bebidas y tabaco	0	13,309	2,798	1,178	47,289	1,552	29	4	0	1,850	332,162	400,178
Productos textiles	502	508	2,518	1,549	1,030	26,091	3,839	1,074	2,641	5,897	82,532	128,181
Maquinaria y equipo	375	1,841	8,331	1,876	2,503	1,860	126,889	11,830	30,991	34,396	362,048	582,936
Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	520	101	12,115	1,270	1,271	587	2,219	3,738	3,193	6,527	246,899	278,443
Comercio, comunicaciones y transportes	3,069	2,087	38,541	10,749	22,353	13,250	49,024	28,158	37,282	33,954	624,784	863,244
Servicios comunales, sociales y personales	1,170	993	17,705	5,434	9,144	4,352	22,423	17,445	89,925	183,696	790,222	1142,515
Trabajo	94,769	42,078	254,549	46,886	157,848	49,043	180,909	128,615	639,196	832,858	0	2,503,814

Matriz Básica

Concepto	Agricultura	Ganadería y pesca	Minería y petróleo	Madera y papel	Alimentos, bebidas y tabaco	Productos textiles	Maquinaria y equipo	Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	Comercio, comunicaciones y transportes	Servicios comunales, sociales y personales
Agricultura	8,627	16,562	741	324	40,710	2,142	542	0	0	875
Ganadería y pesca	67	99	126	0	65,805	277	19	0	0	740
Minería y petróleo	10,610	2,429	113,183	7,587	11,493	13,546	59,001	66,479	25,400	21,368
Madera y papel	70	287	6,721	23,053	2,895	1,671	10,289	7,260	7,226	8,932
Alimentos, bebidas y tabaco	0	13,309	2,798	1,178	47,289	1,552	29	4	0	1,850
Productos textiles	502	508	2,518	1,549	1,030	26,091	3,839	1,074	2,641	5,897
Maquinaria y equipo	375	1,841	8,331	1,876	2,503	1,860	126,889	11,830	30,991	34,396
Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	520	101	12,115	1,270	1,271	587	2,219	3,738	3,193	6,527
Comercio, comunicaciones y transportes	3,069	2,087	38,541	10,749	22,353	13,250	49,024	28,158	37,282	33,954
Servicios comunales, sociales y personales	1,170	993	17,705	5,434	9,144	4,352	22,423	17,445	89,925	183,696
Trabajo	94,769	42,078	254,549	46,886	157,848	49,043	180,909	128,615	639,196	832,858

Matriz de Coeficientes o de Tecnologías

Concepto	Agricultura	Ganadería y pesca	Minería y petróleo	Madera y papel	Alimentos, bebidas y tabaco	Productos textiles	Maquinaria y equipo	Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	Comercio, comunicaciones y transportes	Servicios comunales, sociales y personales
Agricultura	0.069	0.133	0.006	0.003	0.326	0.017	0.004	0.000	0.000	0.007
Ganadería y pesca	0.001	0.001	0.002	0.000	0.802	0.003	0.000	0.000	0.000	0.009
Minería y petróleo	0.020	0.005	0.211	0.014	0.021	0.025	0.110	0.124	0.047	0.040
Madera y papel	0.001	0.003	0.061	0.208	0.026	0.015	0.093	0.066	0.065	0.081
Alimentos, bebidas y tabaco	0.000	0.033	0.007	0.003	0.118	0.004	0.000	0.000	0.000	0.005
Productos textiles	0.004	0.004	0.020	0.012	0.008	0.204	0.030	0.008	0.021	0.046
Maquinaria y equipo	0.001	0.003	0.014	0.003	0.004	0.003	0.218	0.020	0.053	0.059
Construcción, instalación, electricidad, gas y agua	0.002	0.000	0.044	0.005	0.005	0.002	0.008	0.013	0.011	0.023
Comercio, comunicaciones y transportes	0.004	0.002	0.045	0.012	0.026	0.015	0.057	0.033	0.043	0.039
Servicios comunales, sociales y personales	0.010	0.001	0.015	0.005	0.008	0.004	0.020	0.015	0.079	0.161
Trabajo	0.069	0.133	0.006	0.003	0.326	0.017	0.004	0.000	0.000	0.007

Proceso de Matriz de Leontief

(I-A)=

0.069	0.133	0.006	0.003	0.326	0.017	0.004	0.000	0.000	0.007
0.001	0.001	0.002	0.000	0.802	0.003	0.000	0.000	0.000	0.009
0.020	0.005	0.211	0.014	0.021	0.025	0.110	0.124	0.047	0.040
0.001	0.003	0.061	0.208	0.026	0.015	0.093	0.066	0.065	0.081
0.000	0.033	0.007	0.003	0.118	0.004	0.000	0.000	0.000	0.005
0.004	0.004	0.020	0.012	0.008	0.204	0.030	0.008	0.021	0.046
0.001	0.003	0.014	0.003	0.004	0.003	0.218	0.020	0.053	0.059
0.002	0.000	0.044	0.005	0.005	0.002	0.008	0.013	0.011	0.023
0.004	0.002	0.045	0.012	0.026	0.015	0.057	0.033	0.043	0.039
0.010	0.001	0.015	0.005	0.008	0.004	0.020	0.015	0.079	0.161
0.069	0.133	0.006	0.003	0.326	0.017	0.004	0.000	0.000	0.007

$(I\text{-}A)^{-1}$=

1.075	0.161	0.016	0.007	0.545	0.027	0.010	0.003	0.004	0.018
0.002	1.032	0.012	0.004	0.940	0.009	0.003	0.002	0.003	0.019
0.030	0.014	1.291	0.028	0.061	0.045	0.197	0.173	0.087	0.090
0.007	0.008	0.118	1.270	0.057	0.032	0.182	0.110	0.117	0.152
0.000	0.039	0.011	0.005	1.170	0.007	0.003	0.002	0.002	0.009
0.007	0.007	0.040	0.021	0.025	1.260	0.062	0.021	0.041	0.080
0.004	0.005	0.032	0.008	0.017	0.008	1.294	0.035	0.082	0.099
0.004	0.001	0.060	0.008	0.011	0.005	0.022	1.023	0.019	0.035
0.007	0.005	0.069	0.019	0.042	0.024	0.092	0.048	1.061	0.064
0.014	0.005	0.033	0.010	0.025	0.010	0.045	0.028	0.105	1.204
1.075	0.161	0.016	0.007	0.545	0.027	0.010	0.003	0.004	0.018

Vector de requerimientos

$$[(I-A)^{-1}C=$$

268,801
349,498
530,138
385,981
402,272
238,460
620,023
317,269
790,093
1,057,080

Anexo 4

Estructura para la optimización en LINDO

Estructura en LINDO
Matriz de Insumo Producto a 3 sectores

```
max x1+x2+x3+x4
subject to

2) 0.897x1-.578x2-0.006x3>=90254
3) -0.017x1+0.734x2-0.079x3>=1249518
4) -0.007x1-0.115x2+0.824x3>=1415006
5) -0.040x1-0.115x2-.824x3+x4>=0

end

LP FEASIBLE FOUND AT STEP      5
        X1
        X2
        X3
        X4

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)     0.7281323+07

  VARIABLE        VALUE               REDUCED COST
        X1        1370159.875000         0.000000
        X2        1949435.500000         0.000000
        X3        2000949.250000         0.000000
        X4        1960778.750000         0.000000


       ROW     SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)        0.000000          -0.906924
        3)        0.000000          -1.405342
        4)        0.000000          -0.203838
        5)        0.000000          -0.580398

 NO. ITERATIONS=      5
```

Estructura en LINDO

Matriz de Insumo Producto a 10 sectores

max x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11

subject to

2)0.931x1-0.133x2-0.006x3-0.003x4-0.326x5-0.017x6-0.004x7-0.007x10>=54358

3) -0.001x1+.999x2-0.002x3-0.802x5-0.003x6-0.009x10>=14968

4)-0.020x1-0.005x2+0.789x3-0.014x4-0.021x5-0.025x6-0.110x7-0.124x8-0.047x9-0.040x10>=204381

5)-0.001x1-0.003x2-0.061x3+0.792x4-0.026x5-0.015x6-0.093x7-0.066x8-0.065x9-0.081x10>=42424

6)-0.033x1-0.007x3-0.003x4+0.882x5-0.004x6-0.005x10>=332162

7)-0.004x1-0.004x2-0.020x3-0.012x4-0.008x5+0.796x6-0.030x7-0.008x8-0.021x9-0.046x10>=82532

8)-0.001x1-0.003x2-0.014x3-0.003x4-0.004x5-0.003x6+0.782x7-0.020x8-0.053x9-0.059x10>=362048

9)-0.002x1-0.044x3-0.005x4-0.005x5-0.002x6-0.008x7+0.978x8-0.011x9-0.023x10>=246899

10)-0.004x1-0.002x2-0.045x3-0.012x4-0.026x5-0.015x6-0.057x7-0.033x8+0.957x9-0.039x10>=624784

11)-0.001x1-0.001x2-0.015x3-0.005x4-0.008x5-0.004x6-0.020x7-0.015x8-0.079x9+0.839x10>=790222

12)-0.006x1-0.009x2-0.048x3-0.012x4-0.048x5-0.015x6-0.065x7-0.032x8-0.046x9-0.070x10+x4>=0

end

LP FEASIBLE FOUND AT STEP 12

X1
X2
X3
X4
X5
X6
X7
X8
X9
X10
X11

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.6920395$E+07

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	268801.000000	0.000000
X2	349497.500000	0.000000
X3	530138.375000	0.000000
X4	385980.625000	0.000000
X5	402272.000000	0.000000
X6	238460.843750	0.000000
X7	620023.250000	0.000000
X8	317268.062500	0.000000
X9	790,093.375000	0.000000
X10	1057080.750000	0.000000
X11	1960778.750000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-4.420190
3)	0.000000	-3.552976
4)	0.000000	-1.354842
5)	0.000000	-3.824982
6)	0.000000	-0.251164
7)	0.000000	-0.116626
8)	0.000000	-0.064904
9)	0.000000	-2.068868
10)	0.000000	-0.393833
11)	0.000000	-0.424448
12)	0.000000	-0.154356

NO. ITERATIONS= 12

Bibliografía

Banco de México. Informe Anual 1993.

Banamex, "La marcha de la economía sintética" en Examen de la Situación Económica de México. Vol. 70. No. 805. pág. 3-35.

Banamex, "La marcha de la economía sintética" en Examen de la Situación Económica de México. Vol. 70. No. 806. pág. 98-117.

Hadley, G., Linear Programming, (Quinta Edición). Addison-Wesley, 1971

D. Hawkins y H.A. Simon; "Note : Some Conditions of Macroeconomica Stability", en Econometrica, núm. 17, pág. 245-248. (Julio-octubre, 1949)

Gómez Flores, José I.; "La técnica de Insumo Producto, un ensayo introductorio". En Cuadernos Prospectivos, Número 7, serie A; Investigación Prospectiva, Fundación Javier Barros Sierra.

Ibarra N. C. "El efecto de la desintegración intersectorial sobre el desempeño macroeconómico de México" en Economía informa. No. 218, junio 1993. Pág. 4-13

Levy, O. N., "Crecimiento económico: ¿apertura comercial o protección económica?", en Economía Informa. No. 224. Diciembre 2003. pág. 23-29.

Luenberger, D.G., Microeconomic Theory. McGraw-Hill International Editions, 1995.

Presidencia de la República. 5± Informe de Gobierno. Carlos Salinas de Gortari, 1993.

Samuelson, P. A., Solow R. M., Dorfman R. Programación y Análisis Económico, (Segunda Edición), Aguilar 1964.

Silberberg, E., Wing S., The Estructure of Economics, a Mathematical Analysis. McGraw-Hill International Editions, 2001.

SSP., Modelo de Insumo-Producto. 2. Bases teóricas y aplicaciones especiales. Serie de Lecturas I. 1ª. Edición, 1981.

Thirlwall, A.P., Growth and Development, with special reference to developing economics. Lynne Rienner Publishers, 2001.

Valenzuela F. J.. Crítica al modelo neoliberal. . Ed. UNAM, Facultad de Economía. 1995. pág.. 96-103

Valenzuela, F. J. "Balance del sexenio: qué sucede con el crecimiento? en Economía Informa. No. 225. Enero 2004. pág. 50-53.

La matriz de Insumo-Producto de 1993 utilizada en el presente fue realizada por la consultoría (CIESA. STAT MATRIX).