



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

FACULTAD DE INGENIERIA

“FUERZAS DE ARRASTRE Y SUSTENTACION  
SOBRE UNA PLACA PLANA INMERSA EN UN  
FLUJO GRANULAR“

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :  
INGENIERO MECANICO  
P R E S E N T A :  
LUIS JAVIER CASTAÑEDA ZIGALA



ASESOR DE TESIS: DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO

CIUDAD UNIVERSITARIA

2006



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*"La naturaleza hace que los hombres nos parezcamos unos a otros y nos juntemos; la educación hace que seamos diferentes y que nos alejemos."*

**Confucio**

# AGRADECIMIENTOS

Cuando me comentaron que mi Tesis debía llevar un apartado de agradecimientos, me dije a mí mismo, y a quien le voy a agradecer, si yo la voy a hacer. Ahora que he concluido con mi tesis, me doy cuenta que debo estar muy agradecido, empezando con Dios, que ha sido mi guía durante toda mi vida.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, quiero expresarle mi mas profunda gratitud por brindarme la valiosa oportunidad de forjarme para el futuro y mi educación.

A mis padres (Roberto y Maria Elena) y hermanos (Héctor, Romel e Itzel) por darle sentido a mi vida a través de su apoyo, amor, conocimiento y compañía sincera.

A Mónica, por tanto amor, comprensión y por mostrarme que no siempre hay que ser racional sino que debemos aprender a sentir.

A mis otros hermanos (Mauricio, James, Fernando y Artemio) que estuvieron ahí en las buenas y en las malas.

A los amigos de carrera (Héctor, Roberto, Rodrigo, Iván, etc.) por su amistad y por hacer amena mi paso por la Universidad.

A Roberto Zenit por la oportunidad de ser parte de su pequeña comunidad científica en el IIM, por su asesoramiento y su amistad.

A los compañeros del IIM (Carlos, Daniel, Juan, Gilberto, Rene, Bernardo, etc.) por el apoyo técnico y moral.

# INDICE

Agradecimientos .....	III
Resumen .....	1
Introducción .....	2

## **Capítulo I. Antecedentes Generales**

I.1. Antecedentes .....	5
I.2. Conceptos básicos .....	9
I.3. Descripción del comportamiento de los Materiales Granulares .....	14
I.4. Algunas aplicaciones .....	16

## **Capítulo II. Marco Experimental**

II.1. Objetivo del experimento .....	19
II.2. Descripción del arreglo experimental .....	20
II.3. Dispositivos de medición .....	23
II.4. Programas utilizados .....	27
II.5. Definición de variables .....	28
II.6. Desarrollo experimental .....	29
II.6.1. Velocidad del flujo .....	29
II.6.2. Captura de imágenes .....	34
II.6.3. Visualización del flujo .....	36
II.6.4. Calibración de dispositivos de medición .....	41
II.6.5. Medición de Fuerzas de Arrastre y Sustentación .....	43
II.6.6. Captura de resultados .....	44

## ***Capítulo III. Resultados***

---

III.1. Visualización del flujo .....	46
III.1.1. Imagen del flujo alrededor de una placa plana .....	46
III.1.2. Series fotográficas .....	49
III.1.2.1. Serie 1. Variación respecto al tamaño de placa .....	49
III.1.2.2. Serie 2. Variación respecto a la velocidad del flujo .....	51
III.1.2.3. Serie 3. Variación respecto al ángulo de incidencia .....	57
III.1.3. Campo de velocidades .....	61
III.1.4. Tamaño de la zona de vació .....	64
III.2. Fuerzas de Arrastre y Sustentación .....	65
III.2.1. Fuerza como función del tiempo .....	65
III.2.2. Fuerza como función de la velocidad media del flujo .....	67
III.2.3. Fuerza como función del ángulo de incidencia .....	69
III.2.4. Comparación para diferentes tamaños de placa .....	71
III.2.5. Coeficientes de Arrastre y Sustentación .....	73
Conclusiones .....	75
I.1. Trabajo A Futuro .....	77
Bibliografía .....	78

## RESUMEN

Esta tesis trata del estudio de un flujo granular denso sobre una placa plana inmersa a diferentes velocidades del flujo y ángulos de incidencia de la placa. Un material granular es un conjunto de partículas sólidas dispersas en un fluido o en vacío.

El flujo granular se generó en un canal de forma rectangular y con una tobera trapezoidal en su sección inferior. El cambio de velocidad del flujo se logró al modificar la longitud de apertura del canal.

Se llevaron a cabo experimentos para visualizar el comportamiento del flujo a diferentes velocidades, ángulos de incidencia y tamaño de la placa inmersa. Así mismo se midió la fuerza de arrastre y sustentación sobre la placa como función de la velocidad y del ángulo de incidencia.

Los resultados obtenidos muestran que tanto la fuerza de arrastre y sustentación varían únicamente con respecto al ángulo de incidencia y no con respecto a la velocidad del flujo. La máxima fuerza de sustentación que soporta la placa se encuentra justo antes de vencer el ángulo de reposo del material. El flujo presenta una zona de estancamiento aguas arriba de la placa y una zona de vacío aguas abajo. El tamaño de la zona vacía es función de la velocidad del flujo y el ángulo de incidencia. Se observa además una zona de choque de material granular al final de la zona de vacío.

# INTRODUCCIÓN

Hoy en día conocemos mucho acerca del universo y algunas explicaciones de la existencia de tal o cual fenómeno, pero para la humanidad todavía quedan muchos misterios que la naturaleza nos presenta y el hombre está en busca de su por qué. Se han realizado múltiples experimentos y se han propuesto muchas teorías. En particular, la información conocida de los materiales granulares es limitada, ya que muchos aspectos del comportamiento de estos materiales no han sido aún comprendidos.

Actualmente se realizan experimentos para establecer un marco teórico con el que se determine el comportamiento de los materiales granulares. Con estos estudios se pretende optimizar los procesos de la ingeniería práctica y encontrar un diseño adecuado para objetos que interactúan con este tipo de flujos.

El análisis de fenómenos donde se presenta un flujo granular interactuando con un objeto inmerso han avanzado. Sin embargo, actualmente no se tiene un completo entendimiento de como actúan las fuerzas sobre un objeto sumergido en una corriente granular.

Se entiende como material granular a un conjunto o aglomeración de partículas sólidas esparcidas en un fluido o en el vacío, cuyo comportamiento depende de diversos factores como la forma, el tamaño y la elasticidad. También, su comportamiento varía



de acuerdo a su rapidez de deformación, por lo que se modela como un sólido para un “flujo” estático, como un fluido para un flujo lento y, como un gas para un flujo rápido.

Los materiales granulares se encuentran en todas partes, desde la sal de mesa hasta numerosos productos industriales; por ejemplo: la fabricación o procesamiento de productos químicos, productos farmacéuticos, alimentos, minerales y los materiales de construcción. Los flujos granulares también se observan en muchos procesos naturales tales como avalanchas, derrumbes, formación de dunas, e inclusive en la formación de los anillos planetarios. Es entonces, por su predominante presencia, imperante su estudio para establecer ecuaciones que definan su comportamiento.

El interés particular de este trabajo es el análisis del flujo de un material granular alrededor de un objeto sumergido. Tales flujos se observan comúnmente en los dispositivos usados para almacenar, manejar, así como para “probar” los materiales granulares; por ejemplo: las barras agitadoras utilizadas en mezcladoras; los silos que se utilizan como dispositivos de almacenamiento; la construcción de equipo para la labranza agrícola y las puntas de prueba de impacto que se han utilizado para determinar las propiedades del suelo.

El estudio que se realiza en este proyecto de investigación consiste en el análisis de la interacción de partículas sólidas (en este caso, pequeñas esferas de vidrio) con una placa plana inmersa en el flujo granular denso.

En el presente caso de estudio se busca analizar la fuerza de arrastre y sustentación que el flujo ejerce sobre la placa inmersa, así como establecer el perfil de velocidades alrededor de la misma. Para tal efecto se montó un dispositivo que consiste en un canal vertical por el que fluyen las esferas de vidrio y en cuyo interior se encuentra la placa plana, con forma de paralelepípedo rectangular. Por las características del canal se puede considerar que el flujo es aproximadamente bidimensional, lo que simplifica el estudio.

En el experimento dos variables se pueden modificar. Una es la velocidad del flujo, que se controla variando el área de salida de las partículas del canal. Otra es la geometría de la placa (tamaño y la orientación con respecto al flujo).

Así pues, a pesar de la aparente sencillez de los materiales granulares éstos presentan un comportamiento muy peculiar. Su estudio representa un reto para la mecánica de fluidos moderna.

# CAPITULO I

## ANTECEDENTES GENERALES

### I.1. ANTECEDENTES

El manejo de los materiales granulares en México tiene sus inicios desde épocas prehispánicas con los Olmecas. La agricultura, fuente de la generación del alimento, involucraba el manejo de los granos desde su cultivo hasta su almacenamiento. La construcción, generación de los cimientos de la comodidad social, manejaba tierra y piedras para la edificación de los templos, caminos y viviendas. Mucho se ha establecido de los orígenes de éstos materiales en cuanto a su uso, pero poco de su comportamiento. El interés en la dinámica de los materiales granulares ha aumentado significativamente en años recientes.

El estudio formal de estos materiales tiene sus orígenes de hace unos cuantos siglos atrás. Físicos célebres como Coulomb (1773), Faraday (1831) y Reynolds (1885) estudiaron algunas de sus propiedades como la dilatación, la fricción entre los granos, etc (Ramírez, 2003). A finales del S. XIX, H. Janssen estableció un modelo sencillo para el cálculo de la presión en una columna de granos (Nedderman, 1992). Con dicho modelo, se observa que conforme aumenta la profundidad, la presión alcanza un valor de saturación y no continúa creciendo para profundidades mayores.

El flujo de fluidos alrededor de objetos inmersos es un tema importante en el desarrollo de la mecánica de fluidos actual. Fenómenos tales como las fuerzas de fricción, la capa límite y la transición de la turbulencia han avanzado gracias al estudio del flujo alrededor de objetos. Dichos flujos son de gran importancia en muchas aplicaciones de ingeniería y fenómenos naturales.

Así pues, el flujo granular alrededor de objetos fue estudiado primeramente por Wieghardt (1974), quien realizó una serie de experimentos con flujos granulares densos que consistían en cilindros parcialmente sumergidos en arena, con el objeto de medir la fuerza de arrastre. Wieghardt encontró que la fuerza de arrastre en el cilindro inmerso tiene una débil dependencia con la velocidad de translación y con la forma de la sección transversal del cilindro, aunque encontró una dependencia cuadrática con el diámetro proyectado del cilindro. Además, concluyó que la débil dependencia de la velocidad con la fuerza de arrastre propia del cilindro se debía a la fricción ocasionada por la interacción de las partículas circundantes, que es independiente de velocidad.

Más recientemente, Albert *et al.* (1999) realizaron nuevamente este experimento con un aparato similar, usando velocidades mucho más lentas ( de 1 mm/s) que las usadas por Wieghardt (1–100 cm/s). Encontrando resultados similares, pero establecieron una dependencia lineal del diámetro proyectado del objeto en vez de una dependencia cuadrática, observada por Wieghardt. En ambos experimentos (Wieghardt y Albert), el objeto fue sumergido parcialmente en una cama granular estática, por lo que el objeto está sujeto a un campo de tensión que varía con la profundidad y los efectos superficiales deben ser considerados.

Otro de los efectos o características importantes del flujo granular es la naturaleza fluctuante de la fuerza de arrastre. Schiffer *et al.* (2000 - 2001) midieron la fuerza de arrastre en una barra parcialmente sumergida en una cama de granos a bajas velocidades y encontraron que la fuerza de arrastre fluctuaba de manera importante. Ellos explicaron que la naturaleza de estas fluctuaciones dependía de la formación y la ruptura de las cadenas de la fuerza dentro del material y del comportamiento de los contactos entre las partículas y el objeto inmerso. En 1983, Atkinson *et al.* se enfocaron más en la fuerza de arrastre en superficies paralelas al flujo en un canal vertical y encontraron que la fuerza es independiente de la velocidad del flujo granular debido a la fricción ocasionada por las interacciones de las partículas.

En 1985, Nedderman y Tüzün estudiaron la cinemática del flujo y las tensiones de la pared alrededor de objetos triangulares y cuadrados en los silos. Observaron la formación de una zona de estancamiento del material aguas arriba de los objetos y además de una gran región vacía debajo de los objetos. Amarouchene *et al.* (2001) publicaron un análisis de los patrones del flujo alrededor de varios objetos en flujos granulares diluidos. Tsai *et al.* (2002) también reportaron algunos experimentos para demostrar la correlación de las velocidades del flujo granular para el caso de un flujo alrededor de un objeto en un canal en 2-D.

En otros experimentos con silos, Hernández-Cordero *et al.* (2000), encontraron que las pérdidas de granos son debidas al aglutinamiento que sufre el material durante el vaciado. Sin embargo, con el uso de objetos inmersos estas pérdidas se reducen significativamente.

Chehata *et al.* (2003) llevaron a cabo experimentos con un flujo granular denso alrededor de un cilindro inmerso en un dispositivo cuasi – bidimensional. Comprobaron lo observado por Tüzün y Nedderman (1985) y encontraron que la fuerza de arrastre depende del tamaño del cilindro inmerso. También observaron que la temperatura granular y vorticidad de un flujo granular eran diferentes de cero sólo en las proximidades de la superficie del cilindro.

El estudio del flujo granular con simulaciones computacionales con elemento discreto fue usado por Buchholtz y Pöshel (1998) y por Zenit y Karion (2000) con el fin de examinar la interacción del flujo granular diluido en dos dimensiones con objetos inmersos. Ambos grupos de investigadores encontraron que la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo aguas arriba.

A pesar de todos estos avances, aún no se tiene un amplio entendimiento de cómo actúan las fuerzas sobre un objeto sumergido en una corriente granular. En años recientes, ha resurgido el interés por entender el cambio de comportamiento que aparece en el flujo de materiales granulares cuando se incrementa la rapidez de deformación.

## **I.2. CONCEPTOS GENERALES**

### **I.2.1. MATERIAL GRANULAR**

Al citar el concepto de material granular nos referimos a todos los materiales compuestos exclusivamente por granos o partículas independientes, sin importar si son orgánicos o inorgánicos y sin importar su tamaño o su peso. La característica distintiva es que sean granos semejantes y perfectamente identificables como elementos constitutivos del material. Arroz, sal, granos de café, arena, trigo, azúcar, polvos de talco, cemento e incluso bolitas y pastillas de dulce son materiales granulares. El material granular es una de las formas más comunes en las que se presentan los sólidos en la industria mundial.

Los factores del tamaño, forma, elasticidad, peso y cohesión entre las partículas y la humedad a la que se encuentran modifican el comportamiento del material granular. El material granular tiene un comportamiento único, por lo cual muchos autores lo consideran como un nuevo estado de la materia. Los materiales granulares pueden comportarse como un sólido, un líquido o un gas.

## I.2.2. FLUJO GRANULAR

Los flujos granulares juegan un importante papel en muchos procesos productivos, como la minería, la agricultura, la ingeniería civil y la industria farmacéutica. También son importantes en fenómenos naturales como las avalanchas o deslizamientos y la erosión.

Se pueden identificar dos tipos de flujo granular de acuerdo a la fracción volumétrica de las partículas. Para el caso donde la fracción volumétrica es baja (flujos diluidos, donde la fase de gas domina) las partículas se mueven libremente y chocan unas contra otras intercambiando momentum a través de contactos instantáneos. Cuando se tienen objetos inmersos, se forman zonas densas y de menos velocidad alrededor del objeto (Wassgren et al, 2003), zonas que son semejantes a las observadas en flujos compresibles. Puesto que para este caso los choques entre partículas dominan la transferencia de momentum, la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo (Zenit y Karion, 2000). Esta dependencia funcional es precisamente la que esperaríamos de un flujo dominado por efectos inerciales.

Ahora, si la fracción volumétrica de las partículas es alta (flujo denso, donde la fase dispersa domina) las partículas que fluyen no chocan sino que se deslizan manteniéndose en contacto continuo unas con otras. Para el caso de objetos inmersos, las partículas se deslizan de forma suave alrededor del objeto, formando zonas de estancamiento en la parte anterior y en la parte posterior se forman regiones huecas, sin partículas. Debido a que en un flujo denso las partículas transmiten fuerzas a través de contactos



persistentes, generadas gracias a la rugosidad de las partículas, y aunado a que la fuerza de fricción es independiente de la velocidad del punto de contacto, las fuerzas que se generan son independientes de la velocidad.

Es bien sabido que el comportamiento de un material granular cambia cuando los efectos de la colisión de la partícula, en comparación con los efectos de fricción, dominan el flujo. Para el caso del flujo granular alrededor de objetos, la transición entre el comportamiento de un flujo denso (lento) y uno diluido (rápido) se manifiesta como el cambio de la dependencia de la fuerza de arrastre. Así, para un flujo denso la fuerza de arrastre es independiente de la velocidad mientras que para un flujo diluido se tiene una dependencia cuadrática de la velocidad.

### I.2.3. FUERZAS DE ARRASTRE Y SUSTENTACION

Para poder hacer mejores diseños ingenieriles es importante conocer primero el tipo de fuerza que ejerce el flujo sobre un objeto (Fig.1.1).

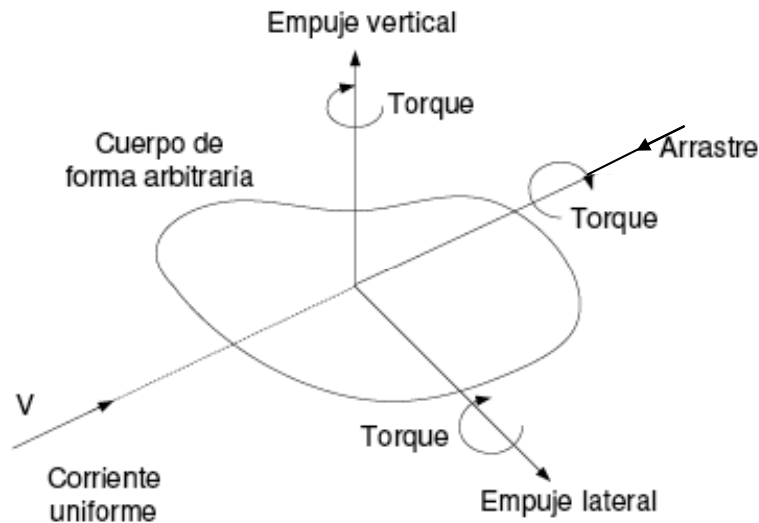


FIGURA 1.1 Fuerzas sobre un objeto inmerso

Cuando un cuerpo presenta una forma y orientación no simétrica, las fuerzas y momentos que ejerce el flujo tienen componentes en las tres direcciones coordenadas. Por lo general, se establece que uno de los ejes coordenados sea paralelo a la dirección de la corriente del flujo. La fuerza sobre el cuerpo en la dirección de este eje se denomina *Fuerza de Arrastre*,  $F_D$ , y el torque se denomina *Momento de Balanceo*.

Adicionalmente, se elige que una de las direcciones perpendiculares a la dirección del flujo coincida con la dirección de la gravedad. La fuerza de flujo que aparece en esta dirección se denomina *Fuerza de Sustentación*,  $F_L$ . En la otra dirección coordenada perpendicular, la fuerza que se denomina *Fuerza Lateral*.

En general, para el caso de estudio, los cuerpos sumergidos poseen por lo menos un eje de simetría con respecto al flujo. Para estos casos únicamente aparecen fuerzas de arrastre y sustentación y momento de balanceo (Fig.1.2). Finalmente, si el cuerpo tiene dos planos de simetría, únicamente aparece la fuerza de arrastre.

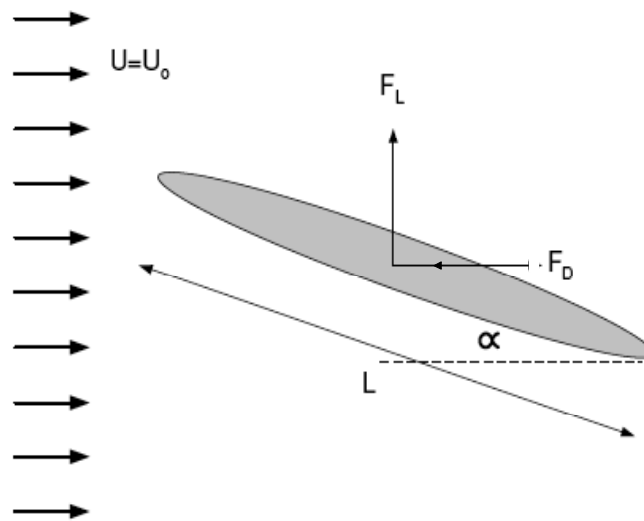


FIGURA 1.2

### **I.3. DESCRIPCION DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES GRANULARES**

Los materiales granulares han sido considerados por algunos autores como otro estado de la materia. Éstos se comportan a veces como un sólido (estado de las partículas que los constituyen) en donde las partículas en movimiento o en estado estático no se deforman de manera significativa y presentan las características típicas de un sólido elástico (se deforma ante cargas). A veces se pueden comportar como un líquido (considerando a un conjunto de partículas como un medio continuo), ya que el material granular puede fluir si se le aplica un esfuerzo cortante (se derrama y puede fluir). También pueden tener el comportamiento similar al de un gas, pues se puede comprimir hasta cierto límite y está formado por partículas sin enlace. Cabe señalar que la superficie libre de un material granular puede permanecer en reposo en un ángulo no horizontal; esto es, el material puede soportar esfuerzos cortantes antes de comenzar a fluir.

El cambio del comportamiento del material granular se relaciona con el nivel de rapidez de deformación a la que se le someta. Así, en un sólido (elástico), el esfuerzo cortante  $\tau$  es proporcional a la deformación mientras que, en un fluido (newtoniano), es proporcional a la rapidez de deformación. Y es por ello que se modela como un sólido para un flujo estático; como un fluido para un flujo lento, donde, las partículas se mantienen en contacto y el sólido fluye cambiando su configuración y como un gas para un flujo rápido.

La mecánica granular tiene una más clara concepción cuando un material granular permanece en estado estático, y las predicciones teóricas concuerdan bien con las mediciones experimentales (Nedderman 1992). Pero, en general, no se han podido establecer las ecuaciones del comportamiento de un material granular en movimiento.

## **I.4. ALGUNAS APLICACIONES**

Actualmente la tecnología utilizada en la manipulación y control los materiales granulares no ha sido ampliamente desarrollada. Por el mal manejo de éstos, las industrias pierden una gran cantidad de la producción de sus plantas, consecuencia de problemas relacionados con el transporte y almacenamiento de estos materiales. Así, una mejoría en el proceso de manipulación de medios granulares traería grandes beneficios. Una buena comprensión de la física de los materiales granulares es indispensable para diseñar sistemas de manejo eficientes.

Una aplicación del estudio de los materiales granulares y su comportamiento es la enfocada en explicar fenómenos naturales, tales como la dinámica de los terremotos y avalanchas, formación de dunas.

En la fabricación de materiales para construcción los aditivos finamente divididos son materiales pulverizados (granos). Los aditivos se agregan al concreto antes del mezclado o durante éste para mejorar o transformar algunas de las propiedades del concreto de cemento portland en estado plástico o endurecido.

En el campo de las obras civiles existe una tendencia cada vez más generalizada a construir presas de tierra, terraplenes y diques de gran altura. Con el fin de proteger y estabilizar estas obras se utilizan en sus espaldones materiales granulares con partículas de gran tamaño cuyo ángulo de rozamiento intrínseco juega un papel

fundamental en los aspectos económicos y de seguridad del diseño. Dicho parámetro depende fundamentalmente de la granulometría, tipo de material utilizado y presión de confinamiento. Es por ello que se tiene un gran interés en poder utilizar un equipo que permita la determinación de los materiales granulares, aproximándose lo más posible a la realidad el tamaño máximo y presión de las partículas ensayables, haciendo innecesario establecer granulometrías paralelas con tamaños menores compatibles con los equipos convencionales.

El presente trabajo no presenta una aplicación inmediata en la ingeniería, debido a que el estudio se realizó con condiciones del flujo controladas y óptimas. Sin embargo, estos estudios dan pauta y conocimiento a futuras investigaciones para establecer ecuaciones del comportamiento del flujo. Con ello sería posible un mejor diseño de la tecnología implementada para el manejo, almacenamiento y control de estos materiales.

La NASA ha mostrado interés en el estudio de los materiales granulares. Por ejemplo, existen planes para iniciar, en un futuro no muy lejano, proyectos de excavación y explotación minera en otros planetas (Bell *et. al*, 2005). Para lograr este tipo de desarrollos tecnológicos, es necesario conocer la naturaleza fundamental de los materiales granulares pues la maquinaria diseñada en condiciones terrestres no puede usarse en condiciones gravitacionales diferentes. También están interesados en el desarrollo de nuevos vehículos todo terreno. El Spirit y el Opportunity son carros pequeños comparados con los vehículos de gran tamaño que posiblemente se necesitarán para transportar toneladas de rocas y arena del suelo de Marte. Los

vehículos más grandes van a tener más dificultades para desplazarse pues la presión continua del contacto de rodaje sobre los suelos de Marte es muy baja, suficiente para vehículos ligeros. Por ello, es crítico conocer el comportamiento de los materiales granulares ya que se debe tomar en cuenta la presión de contacto de rodaje para que las ruedas no se entierren en el suelo blando o rompan las capas superficiales endurecidas.



# CAPITULO II

## MARCO EXPERIMENTAL

### II.1. OBJETIVO DEL EXPERIMENTO

El objetivo general del presente trabajo es analizar el comportamiento de un cuerpo inmerso en un flujo granular. Más específicamente, se busca determinar las fuerzas de arrastre y sustentación que aparecen sobre una placa plana inmersa en un flujo granular cuasi – bidimensional. También se estudia la relación existente entre la velocidad del flujo y los patrones o perfiles de velocidad alrededor de la placa.

Para ello se generó el flujo en un canal vertical con esferas de vidrio de 3 mm de diámetro y se utilizaron 3 placas de diferente longitud. Se experimentó con 14 velocidades promedio y 6 ángulos de incidencia. Se obtuvieron imágenes del flujo para las diferentes configuraciones, así como las mediciones de fuerza de arrastre y sustentación.

## II.2. DESCRIPCION DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

Se experimentó con un canal vertical (Fig. 2.1) que cuenta con un marco de madera; su geometría es la de un paralelepípedo rectangular y una sección trapezoidal en la parte inferior, y dos hojas de vidrio (que son las paredes frontal y posterior del canal). El canal tiene una altura total de 1250 mm, 300 mm de ancho y 40 mm de espesor entre las paredes de vidrio. Las hojas de vidrio tienen un espesor de 5 mm, que nos permite una buena visualización del flujo y captura de fotografías del mismo. Las paredes de vidrio cuentan con un orificio de 3 mm en la parte central.

La configuración anteriormente descrita del canal nos permite un buen desarrollo del flujo, pues la altura es suficiente. Es posible despreciar los efectos de las paredes laterales del marco sobre la placa. El pequeño espesor del canal, en comparación con las dimensiones de altura y ancho de éste, simula una monocapa de material que simplifica el estudio a dos dimensiones. Con la sección trapezoidal de la parte inferior, que tiene un ángulo de  $60^\circ$ , se controla la velocidad de vaciado del flujo al variar la apertura de 10 a 140 mm.

El canal se coloca de manera vertical en una estructura de madera. Además de ésta, se cuenta con una estructura de metal que permite la colocación de un contenedor en la parte superior del canal, para almacenar el material necesario para la generación de un flujo continuo. La estructura metálica también sirve de soporte para algunos dispositivos de medición y para la variación del ángulo de incidencia.

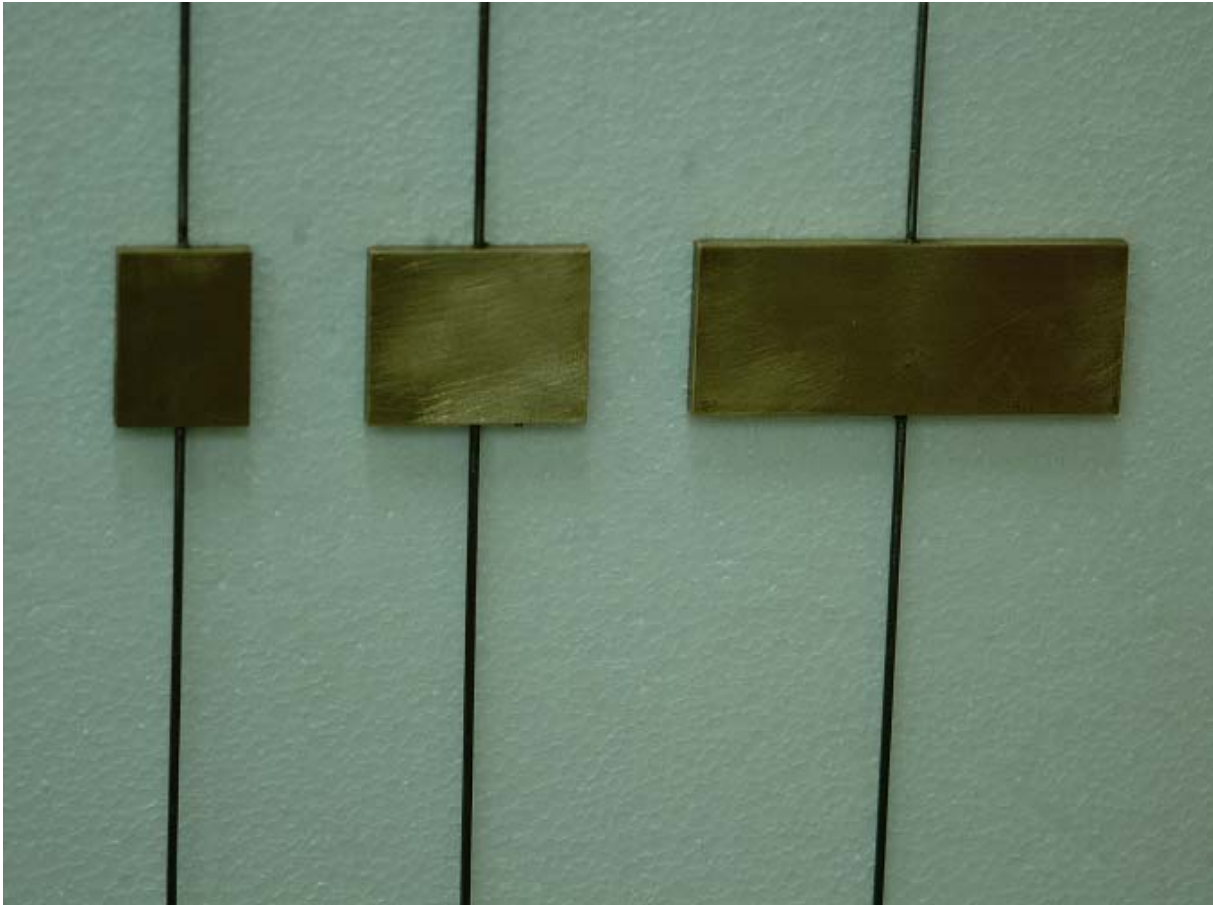
En la parte inferior del canal se montó un contenedor, donde el material es vaciado para su reuso.

**FIGURA 2.1**



El flujo es generado con un total de 32.15 Kg de esferas de vidrio de 3 mm de diámetro y una densidad aproximada de 2500 Kg / m<sup>3</sup>.

Las tres placas utilizadas en el estudio (Fig. 2.2) están hechas de latón de 5 mm de espesor, 38 mm de ancho y longitudes de 30 mm, 50 mm y 100 mm. Cada placa cuenta con una varilla de 2 mm de diámetro y 300 mm de longitud que atraviesan la placa en su sección transversal. La varilla se emplea para sujetar las placas y para la medición de las fuerzas.



**FIGURA 2.2**

## II.3. DISPOSITIVOS DE MEDICION

Para medir las fuerzas de arrastre y sustentación se utilizaron dos galgas extensiométricas, una fuente de poder, un amplificador de instrumentación, un osciloscopio y la computadora, (Fig. 2.3).



**FIGURA 2.3**

Las galgas extensiométricas utilizadas son del tipo de puente completo con cuatro galgas activas. Las galgas son “resistencias” sensibles a la deformación. Así pues, la forma en que las galgas extensiométricas funcionan es midiendo deformación; debido a que al ser deformadas éstas cambian su resistencia eléctrica, la deformación se mide al conectar las galgas a un circuito eléctrico que mide el cambio de resistencia.

Las galgas son alimentadas por una fuente de poder con 10 Volts. Debido a que la señal de los puentes en donde están conectadas las galgas es relativamente pequeña (menos de 10 mV/V , es decir 10 mV de salida por volt de voltaje de excitación). Entonces la señal debe aplicarse a un amplificador de instrumentación (Fig. 2.4) para incrementar la resolución de la medición y mejorar la relación de señal a ruido.

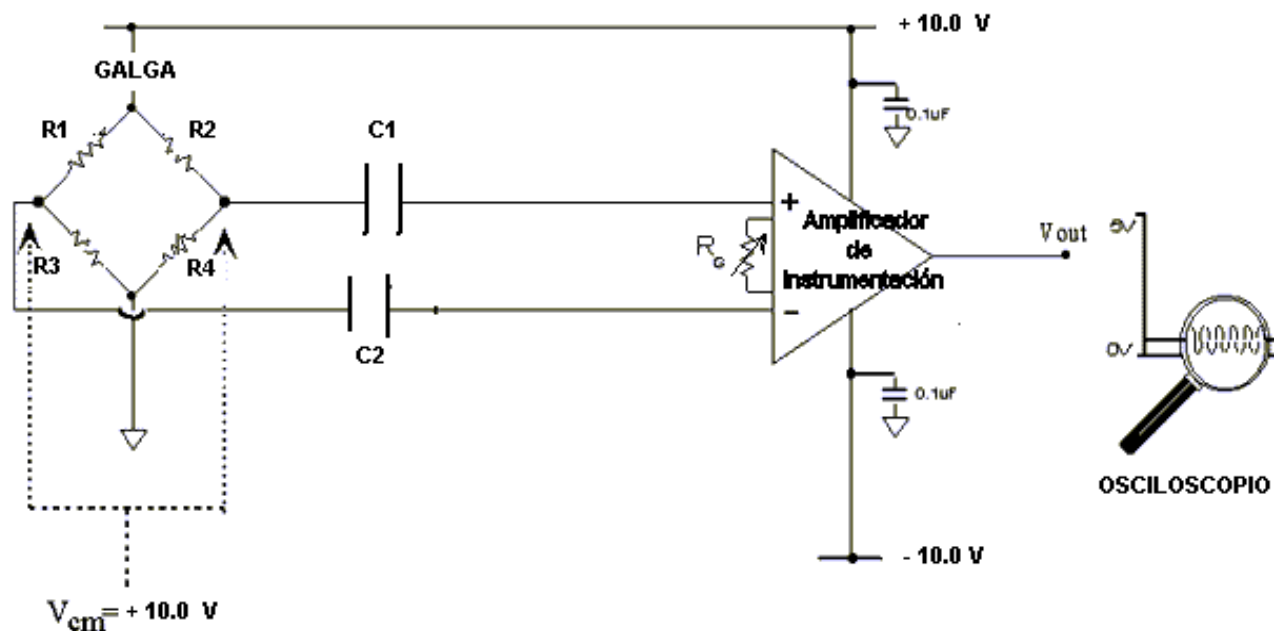
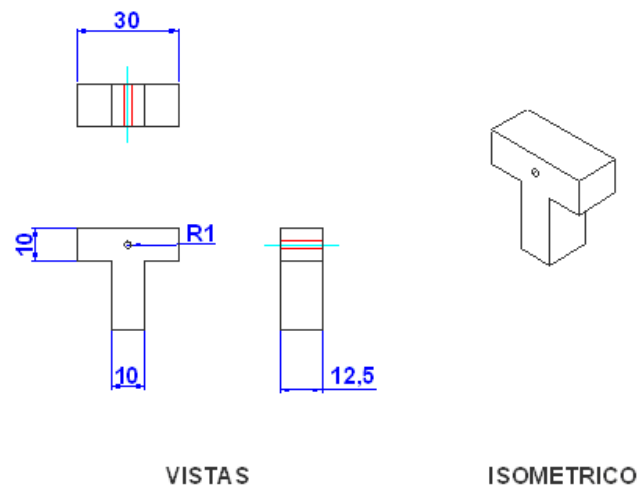
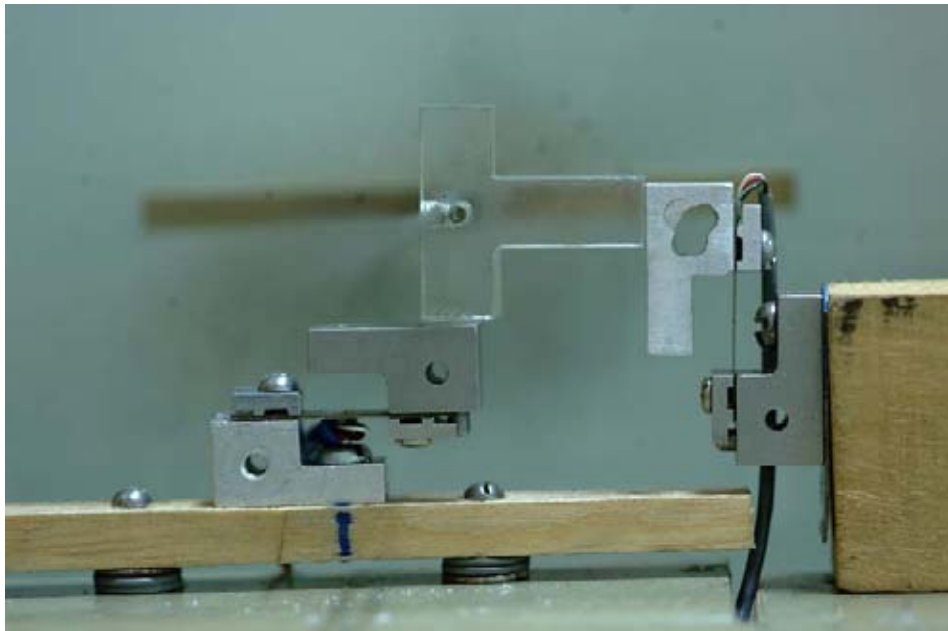


FIGURA 2.4

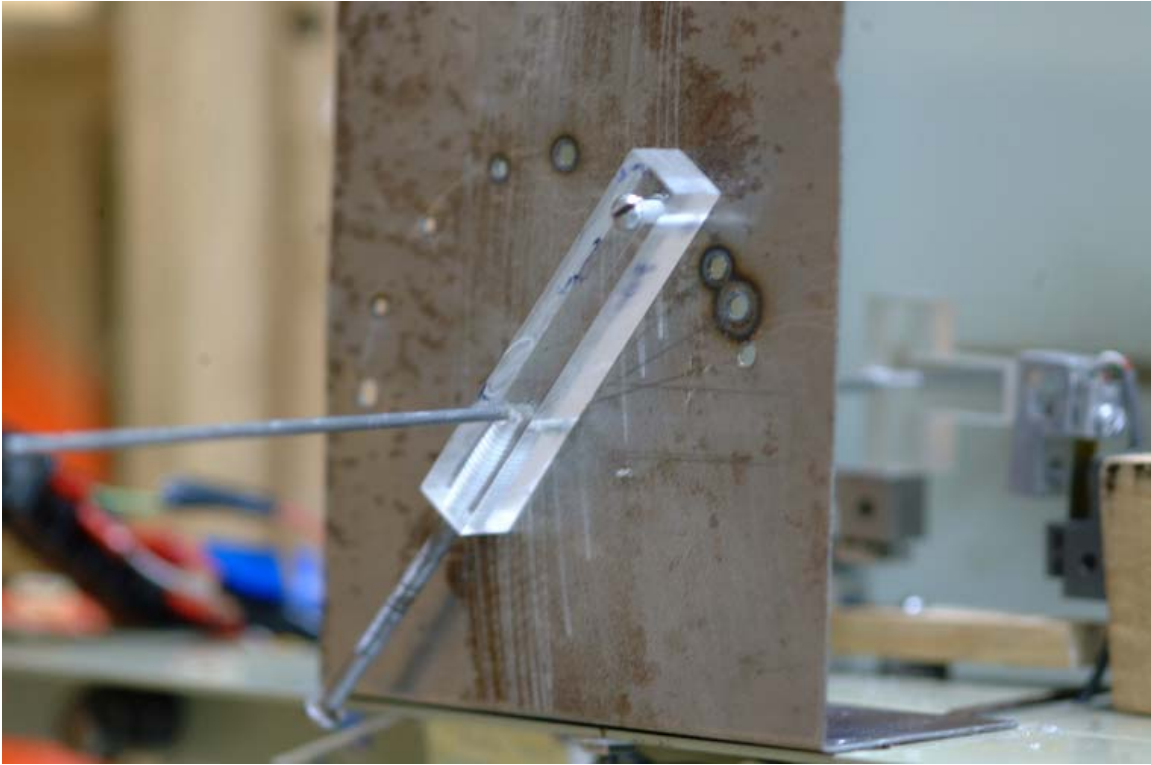
Configuración de la conexión del amplificador de instrumentación AD620

Para poder censar la fuerza que genera el flujo granular se fabricó una T de plástico (Fig. 2.5) que dispone de un orificio de 2 mm donde se introduce la varilla de las placas y se atornilla a ésta, de tal forma que la parte inferior de la T hace contacto con una de las galgas colocada de manera horizontal y una de las partes laterales de la T está en contacto con la otra galga colocada de manera vertical. La zona de medición se

encuentra separada de marco del canal 40 mm. Al generar el flujo la fuerza se transmite por medio de la T a la galga respectiva, ocasionando su deformación y por ende una señal de voltaje. Ello, debido a que las partículas durante el flujo ejercen una presión sobre la placa inmersa conectada a la varilla (Fig.2.6).

**FIGURA 2.5****FIGURA 2.6**

Para evitar que la placa gire al momento de generarse el flujo debido al momento ejercido por las partículas, el extremo de la varilla se fija a un brazo de palanca que a su vez, se fija en un orificio con un ángulo de incidencia establecido (Fig. 2.7). El brazo de palanca se encuentra a 80 mm de la zona de medición y a 120 mm del marco del canal.



**FIGURA 2.7**

La señal de voltaje amplificada es enviada al osciloscopio. El osciloscopio está conectado a la computadora (Puerto GPIB), en donde mediante un programa de cómputo, se almacenan los datos para su análisis posterior.



## II.4. PROGRAMAS UTILIZADOS

La adquisición de datos de las fuerzas de arrastre y sustentación se realizó mediante un programa en “Visual Basic”. Se programó que se capturaran 500 datos por segundo. Además, para la obtención de la gráfica de la variación de la fuerza como función del tiempo se utilizó el programa de computo “Scope Explorer” de LeCroy.

La toma de fotografías del flujo se llevó a cabo con la cámara de alta velocidad y el software “Redlake Imaging Motion Scope” que me permite tomar desde 60 hasta 8000 imágenes por segundo.

Para analizar el flujo alrededor de la placa se utilizó el software “Flow Manager”, que es un programa de procesamiento de imágenes. Con él, se realizó la correlación cruzada entre pares de imágenes para obtener el campo de velocidades en cada punto alrededor de la placa. Una vez conocido el campo de velocidades fue posible encontrar las líneas de corriente, la vorticidad, etc. La medición de la zona de vacío que se genera debajo de la placa, se realizó mediante un programa en “MatLab”.

## II.5. DEFINICION DE VARIABLES

Las variables que se controlaron en el experimento fueron la velocidad del flujo, el tamaño de placa y el ángulo de incidencia. La velocidad se controla variando el área de salida de las partículas del canal. El ángulo de incidencia o la orientación de la placa respecto a la dirección del flujo se varió girando el eje que soportaba la placa. Las velocidades del flujo se obtuvieron realizando experimentos con aperturas de 20,30,50,70,90,110 y 130 mm.

La variación del ángulo de incidencia se realizó al colocar una placa sujeta a la estructura metálica, la cual contenía orificios en ángulos de incidencia predeterminados, respecto a la horizontal. Así, al fijar la varilla de la placa un brazo de palanca que se fijaba en los orificios de la placa, se giraba la placa para el ángulo de incidencia que se deseaba realizar la medición. Se realizaron experimentos para ángulos de  $0^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ ,  $25^{\circ}$ ,  $35^{\circ}$ ,  $50^{\circ}$  y  $90^{\circ}$ , para cada una de las tres placas.

## II.6. DESARROLLO EXPERIMENTAL

### II.6.1. VELOCIDAD DEL FLUJO

La velocidad promedio del flujo se obtuvo al calcular el gasto másico de vaciado del flujo. Para ello, se llenó el canal y el contenedor superior con el material y se midió el tiempo de descarga con un cronometro para cada una de las aperturas (Tabla 2.1), que van desde 10 a 140 mm. Se pesó el material del contenedor inferior con la báscula. Para todos los experimentos el peso total de las partículas fue 32.15 Kg.

TABLA 2.1

Apertura de Compuerta [m]	Tiempo de Descarga $t_D$ [s]
0,01	268,96
0,02	66,62
0,03	31,15
0,04	19,56
0,05	13,92
0,06	10,52
0,07	8,16
0,08	6,28
0,09	5,36
0,10	4,51
0,11	3,98
0,12	3,55
0,13	2,79
0,14	2,56

Con el tiempo de descarga (para cada apertura) y la masa total de material se obtuvo la velocidad promedio del flujo, dada la siguiente memoria de cálculo:

$$1.- \quad \dot{m} = \frac{m_{Tp}}{t_D}$$

donde:

$\dot{m}$  = Gasto másico del flujo; Kg/s

$m_{Tp}$  = Masa total de las partículas; Kg

$t_D$  = Tiempo de descarga; s

$$2. - \quad \rho_T = \rho_s(1 - \varepsilon) + \rho_l \varepsilon$$

donde:

$\rho_T$  = Densidad efectiva del material; Kg/m<sup>3</sup>

$\rho_s$  = Densidad de las partículas; Kg/m<sup>3</sup>

$\rho_l$  = Densidad del fluido en el espacio intersticial; Kg/m<sup>3</sup>

$\varepsilon$  = Fracción volumétrica del espacio intersticial.

El valor  $(1 - \varepsilon)$  representa la fracción volumétrica de las partículas, el cual se considera constante. Empíricamente, para un medio granular compacto se suele considerar que  $(1 - \varepsilon) = 0.64$ . Además, si consideramos que  $\rho_s \gg \rho_l$ , la ecuación se reduce a:

$$\rho_T = \rho_s(1 - \varepsilon)$$

3.- 
$$\dot{Q} = \frac{\dot{m}}{\rho_T}$$

donde:

$\dot{Q}$  = Gasto Volumétrico del material; m<sup>3</sup>/s

$\dot{m}$  = Gasto másico del flujo; Kg/s

$\rho_T$  = Densidad efectiva del material (de 2); Kg/m<sup>3</sup>

4.- 
$$A = l \times e$$

donde:

A = Área transversal del canal; m<sup>2</sup>

l = Ancho del canal; 0.3 m

e = Espesor del canal; 0.04 m

Finalmente,

5.- 
$$\bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A}$$

donde:

$\bar{V}$  = Velocidad promedio del flujo; m/s

$\dot{Q}$  = Gasto Volumétrico del material (de 3); m<sup>3</sup>/s

A = Área transversal del canal (de 4); m<sup>2</sup>

En la Tabla 2.2 se muestran los datos calculados con las fórmulas anteriores.

**TABLA 2.2**

Apertura de Compuerta [m]	Tiempo de Descarga $t_D$ [s]	Gasto Másico $\dot{m}$ [Kg/s]	Gasto Volumétrico $\dot{Q}$ [m <sup>3</sup> /s]	Velocidad Promedio $\bar{V}$ [m/s]	Velocidad Promedio $\bar{V}$ [mm/s]
0,01	268,96	0,120	0,000075	0,00623	6,23
0,02	66,62	0,483	0,000302	0,02513	25,13
0,03	31,15	1,032	0,000645	0,05376	53,76
0,04	19,56	1,644	0,001027	0,08561	85,61
0,05	13,92	2,310	0,001444	0,12029	120,29
0,06	10,52	3,056	0,001910	0,15917	159,17
0,07	8,16	3,940	0,002462	0,20521	205,21
0,08	6,28	5,119	0,003200	0,26664	266,64
0,09	5,36	5,998	0,003749	0,31240	312,40
0,10	4,51	7,129	0,004455	0,37128	371,28
0,11	3,98	8,078	0,005049	0,42072	420,72
0,12	3,55	9,056	0,005660	0,47168	471,68
0,13	2,79	11,523	0,007202	0,60017	600,17
0,14	2,56	12,559	0,007849	0,65409	654,09

**DATOS PARA EL CALCULO:**

**Masa Total ,  $m_{Tp} = 32.15$  Kg**

**Densidad de las partículas,  $\rho_s = 2500$  Kg/m<sup>3</sup>**

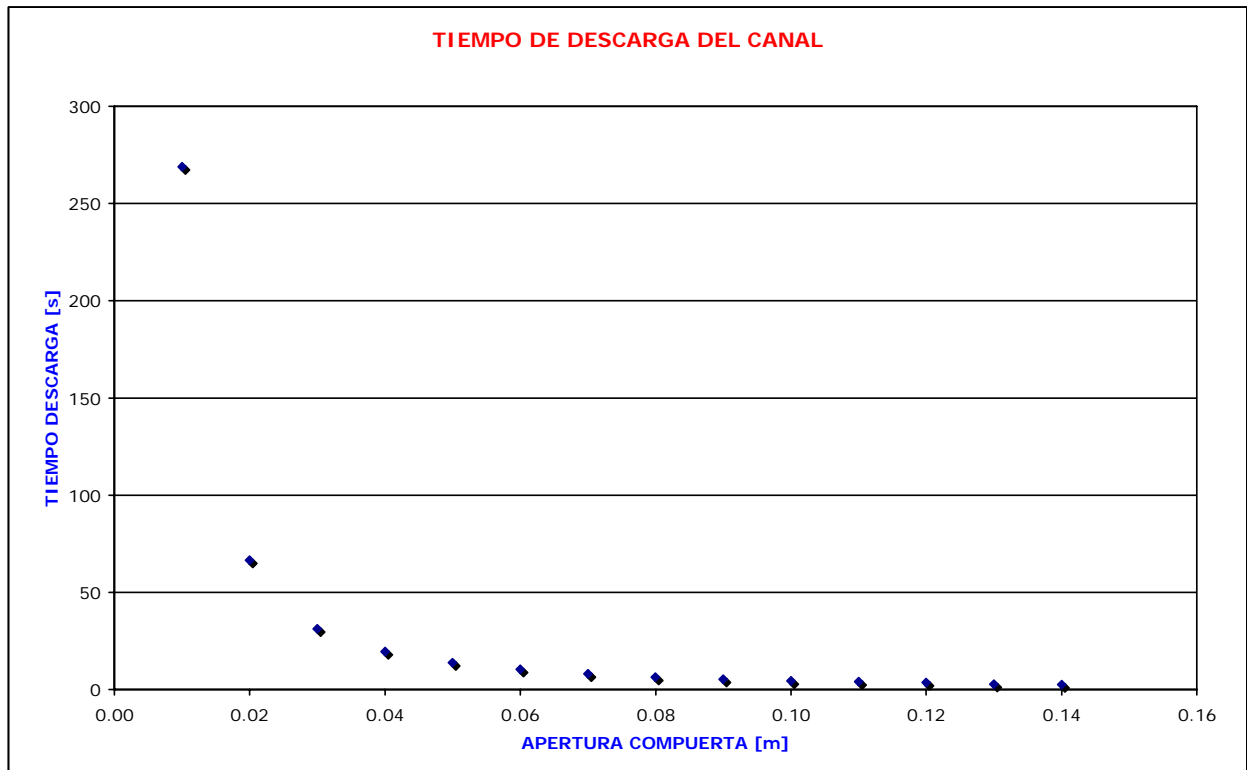
**Densidad efectiva,  $\rho_T = 1600$  Kg/m<sup>3</sup>**

**(1 -  $\epsilon$ ) = 0.64 ; valor empírico , para un material sin dispersión de tamaño.**

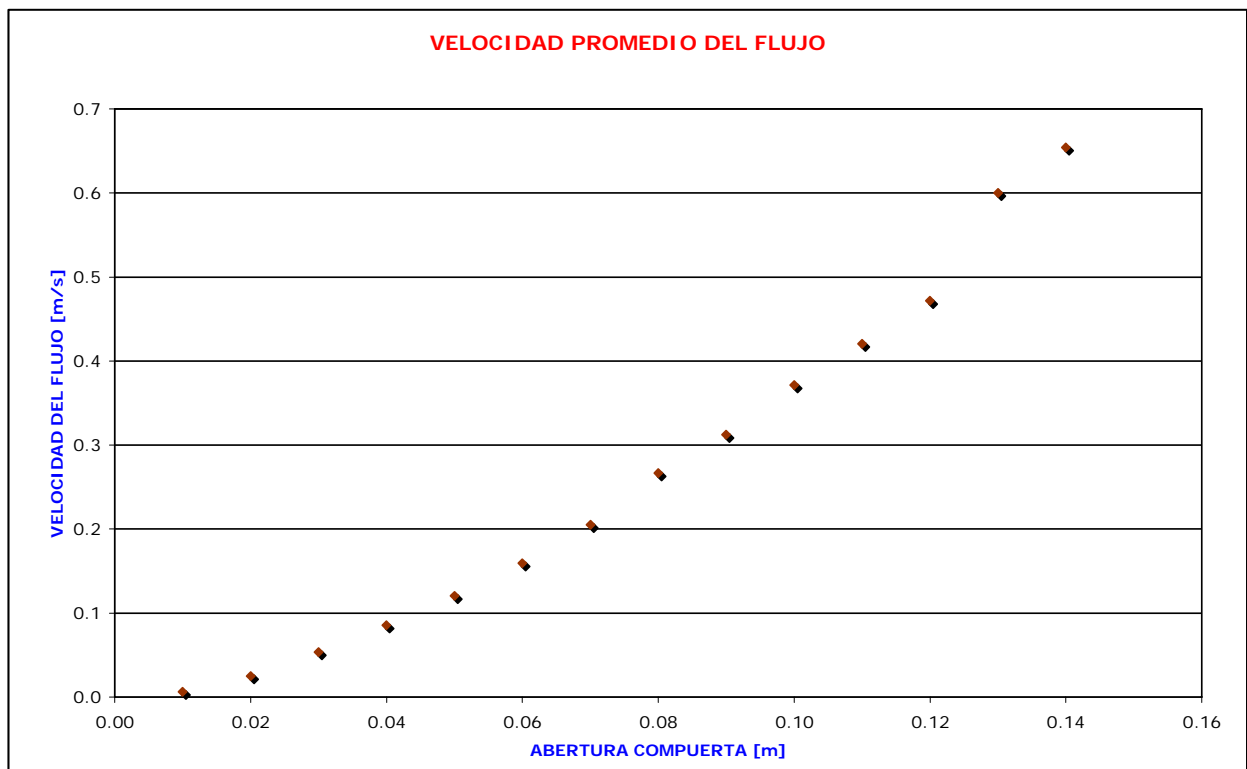
**A = 0.012 m<sup>2</sup>**

En las gráficas 2.1 y 2.2, se representan la variación del tiempo de descarga y la velocidad del flujo, como función de la abertura de la compuerta.

GRÁFICA 2.1



GRÁFICA 2.2



## II.6.2. CAPTURA DE IMÁGENES

La toma de imágenes se realizó con una cámara de alta velocidad (Fig. 2.9). La cámara se conecta a la computadora, donde con el software “Redlake Imaging Motion Scope” (Fig. 2.8) es posible tomar imágenes a una razón de hasta 8000 cuadros por segundo.

Para cada evento se ajustó el diafragma de la cámara a la distancia y apertura deseada, de tal forma que el cuadro de captura abarcara la placa y el flujo hasta las paredes laterales del marco del canal. También se ajustó la iluminación para obtener la mejor nitidez de las fotos. Además se ajustó la velocidad del obturador para lograr imágenes claras y con buen contraste.

Una vez establecido el flujo se iniciaba la captura de fotos para cada una de las velocidades y ángulos de incidencia. Una vez almacenados en la memoria de la cámara, la serie de imágenes se guardó en el disco duro de la computadora para su posterior análisis. Adicionalmente, la cámara se conectaba a un televisor para observar el experimento de forma simultánea y así verificar que las tomas eran adecuadas.

Se tomó una serie de fotos para cada una de las placas, con un ángulo de incidencia de  $0^\circ$  y para aperturas de 10 en 10 cm desde 10 hasta 140 mm . Adicionalmente, se tomó una serie de fotos para la placa de 10 cm de longitud, con las mismas aperturas y los 6 ángulos de incidencia.



FIGURA 2.8. IMAGEN TÍPICA DEL PROGRAMA DE LA CÁMARA



FIGURA 2.9 CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD



### II.6.3. VISUALIZACIÓN DEL FLUJO

Las fotos capturadas se analizaron con el programa de computo "Flow Manager". El análisis se realizó para las tres placas con un ángulo de incidencia de  $0^{\circ}$  y aperturas de la compuerta de 30,50,70,90,110 y 130 mm.

Se genera una base de datos en el programa (Fig. 2.10), a donde se "importan" las imágenes. Posteriormente, se coloca una "mascara" (Fig. 2.11a) en la zona de vacío y las paredes del canal con el objeto de no considerar dicha región al momento de realizar la correlación cruzada (Fig. 2.11b). El mapa de vectores generado se hace pasar por un proceso de validación y filtrado (Fig. 2.11c y 2.11d) para desechar errores. Una vez obtenido el campo de velocidades promedio se pueden calcular la magnitud de velocidad, la verticidad y las líneas de corriente (Fig. 2.11e, 2.11f y 2.11g).

Las imágenes mostradas también se generaron con éste mismo programa. Se obtuvo un arreglo estadístico de todas las fotografías importadas, que es un promedio de pixeles de las imágenes.

Para el caso de la placa de 100 mm de longitud se analizó el tamaño de la zona de vacío en función de la velocidad del flujo. Con un programa en MatLab se encontraba el centro de la zona "vacío" y se localizaba la interfaz de dicha zona con una línea horizontal. Se midió el ancho de la zona de vacío para diferentes distancias aguas abajo de la placa.

FIGURA 2.10. IMAGEN TÍPICA DEL ANÁLISIS

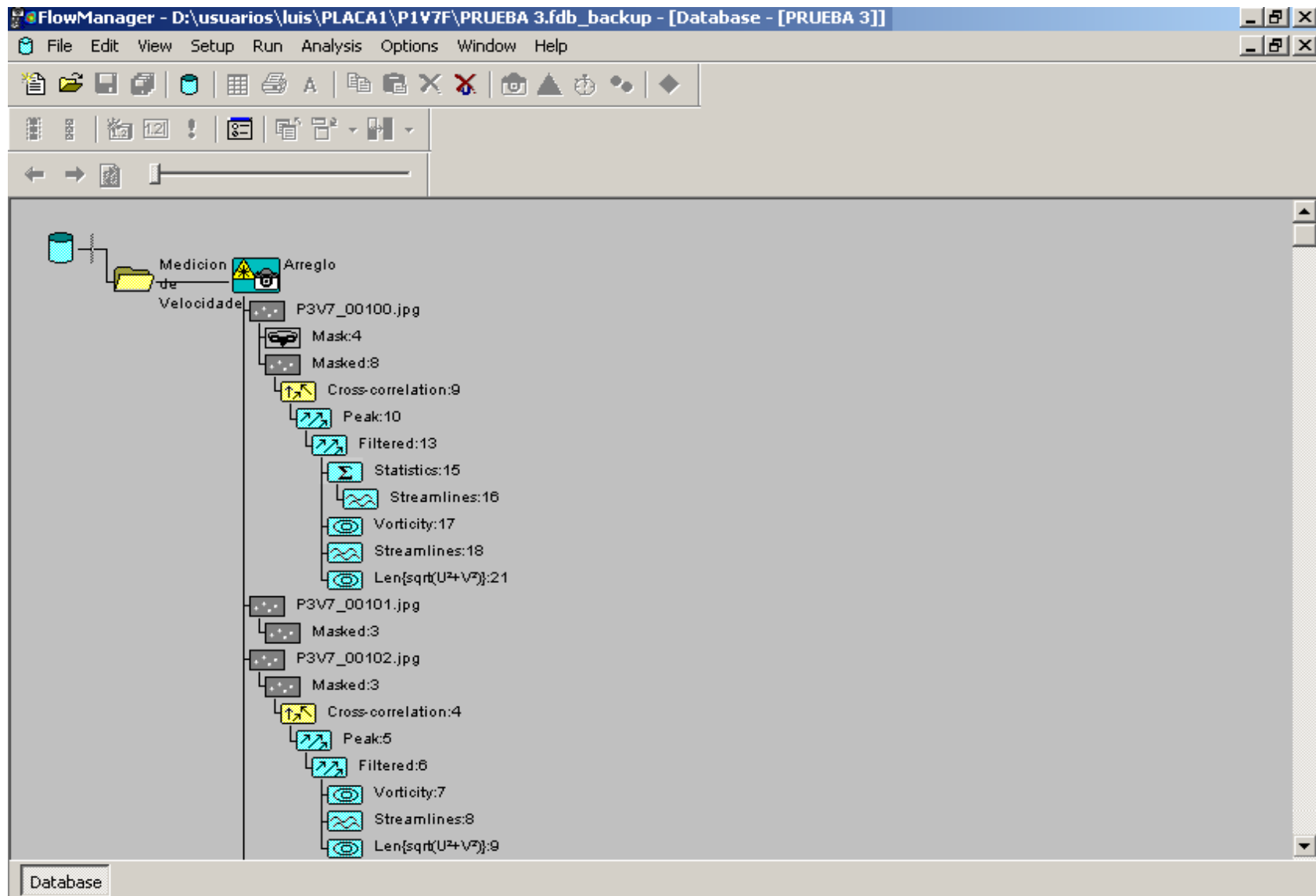
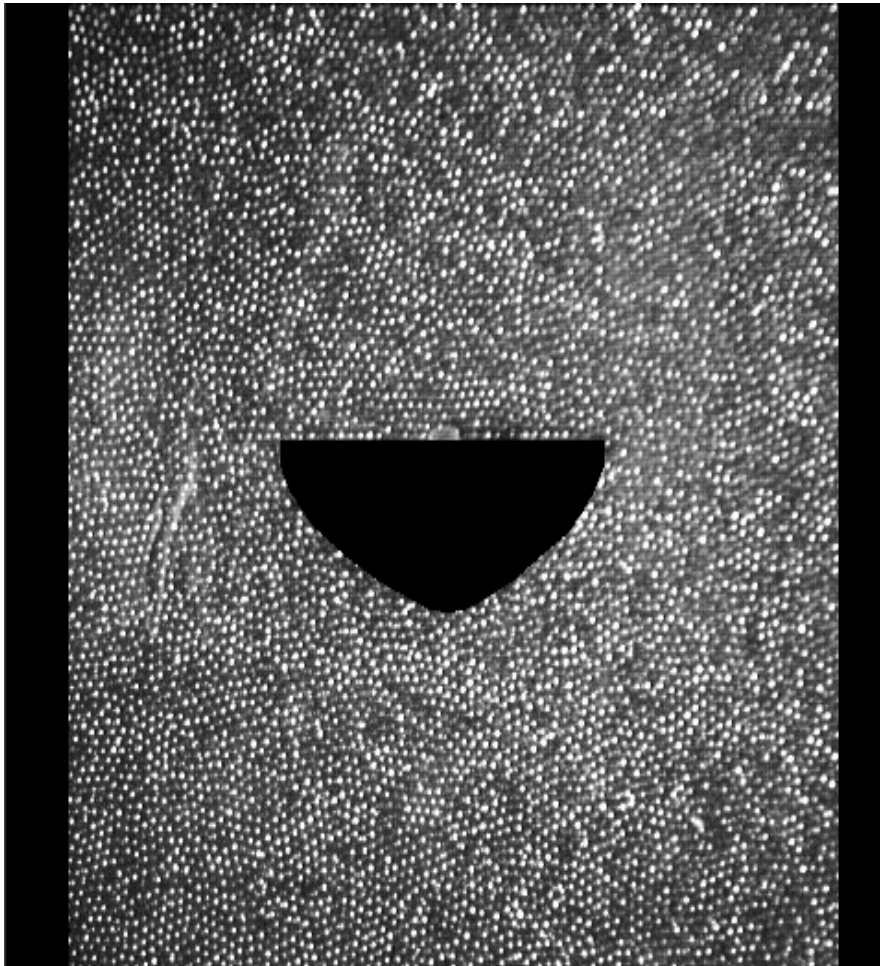


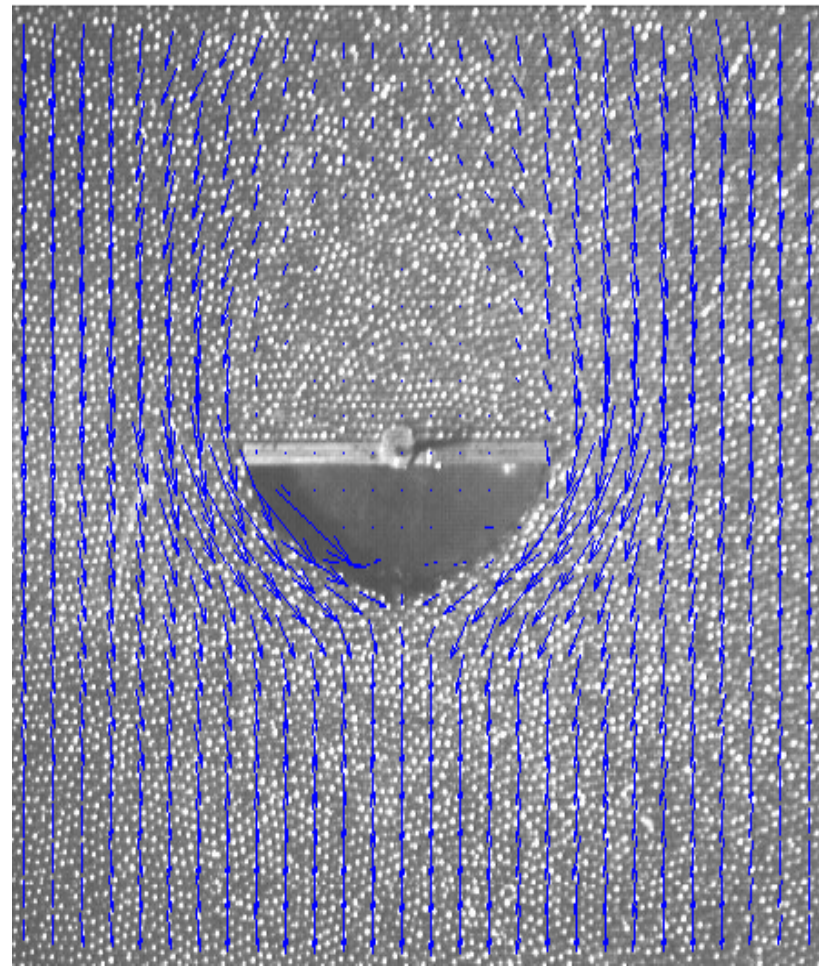
FIGURA 2.11. PROCESO DE PROCESAMIENTO DE IMÁGENES EN FLOW MANAGER

MÁSCARA

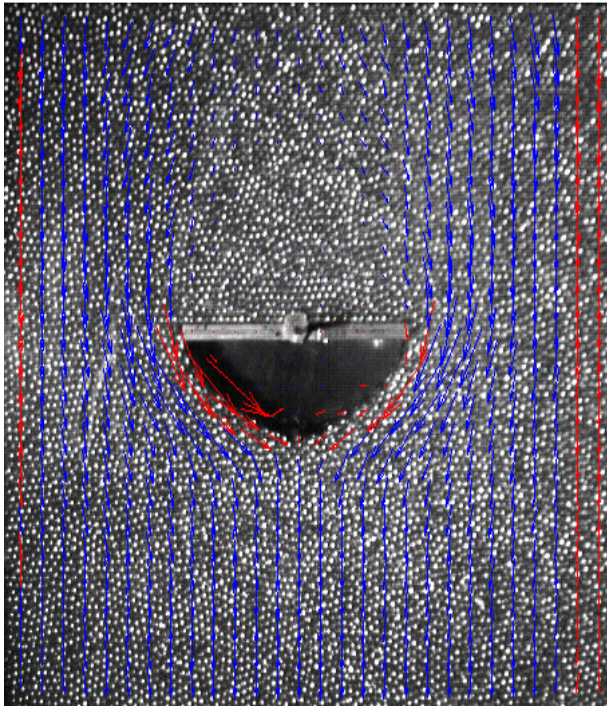


a) Se cubren la zona de vacío y las paredes del canal con figuras geométricas de color negro.

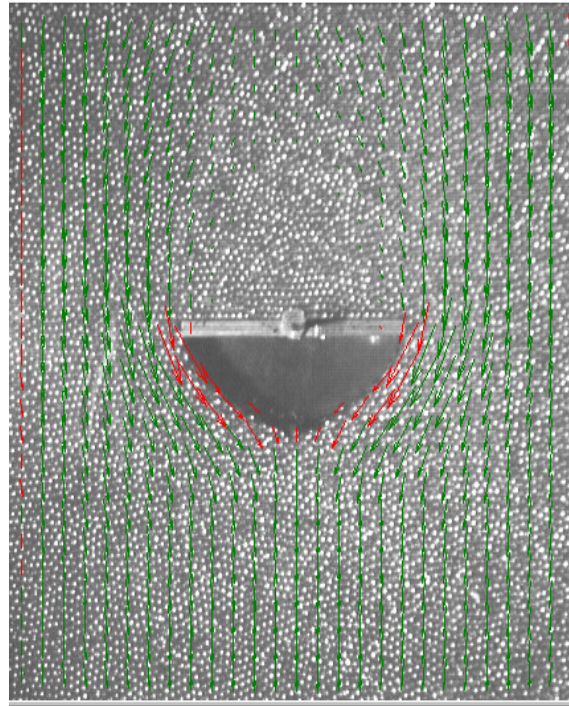
CORRELACIÓN CRUZADA



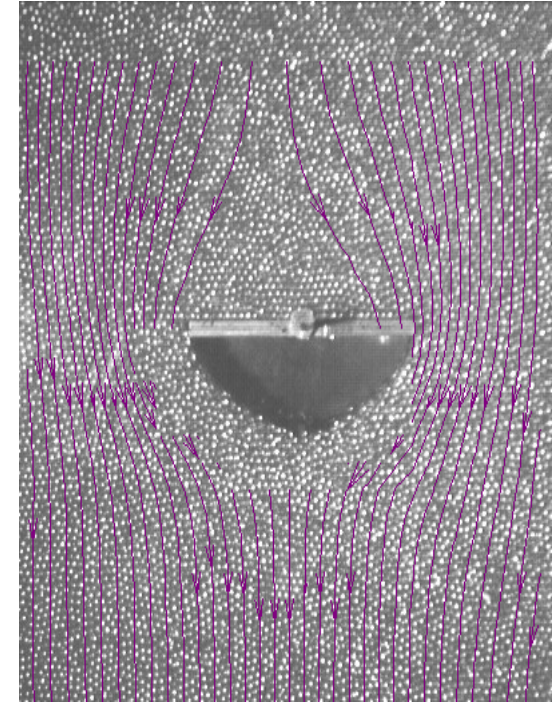
b) Se generan los vectores de correlación, que describen el movimiento del flujo.

**DISCRETIZACIÓN MATEMÁTICA**

c) Los vectores alrededor de la zona de vacío y las paredes del canal, se eliminan del análisis del flujo, por no estar en la zona presente.

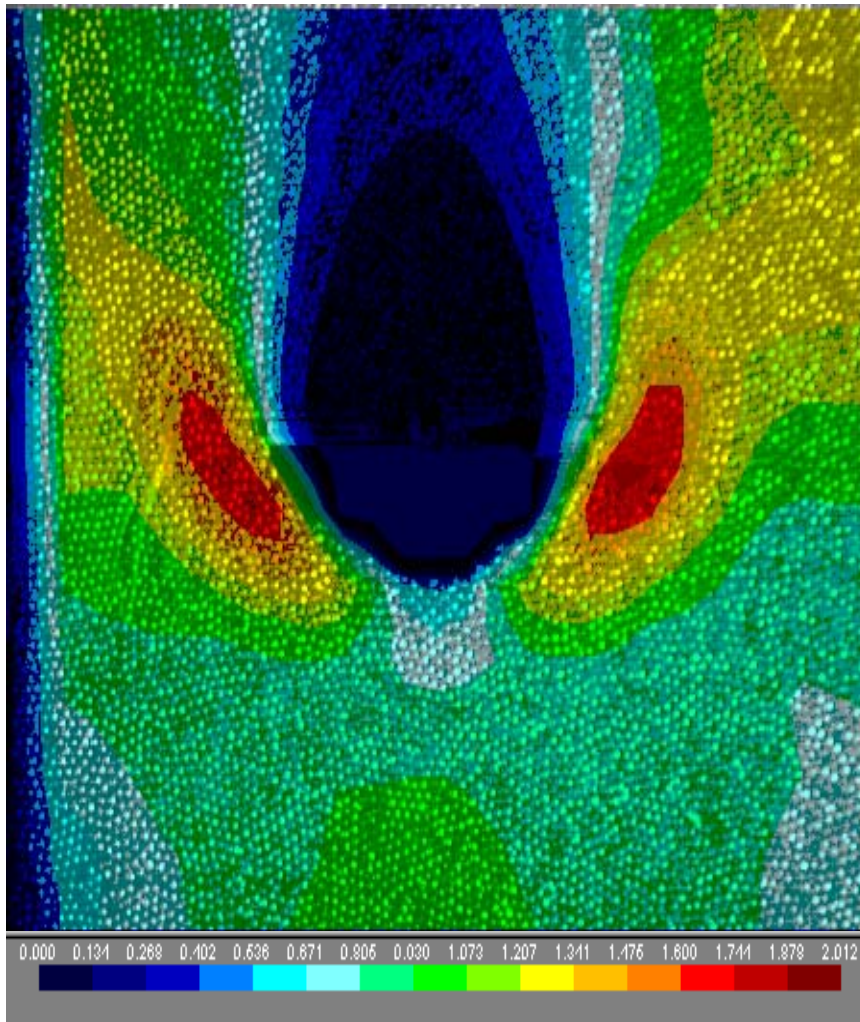
**FILTRO**

d) Los vectores no presentes en la zona de vacío y paredes, son remplazados en la etapa del filtrado.

**LÍNEAS DE CORRIENTE**

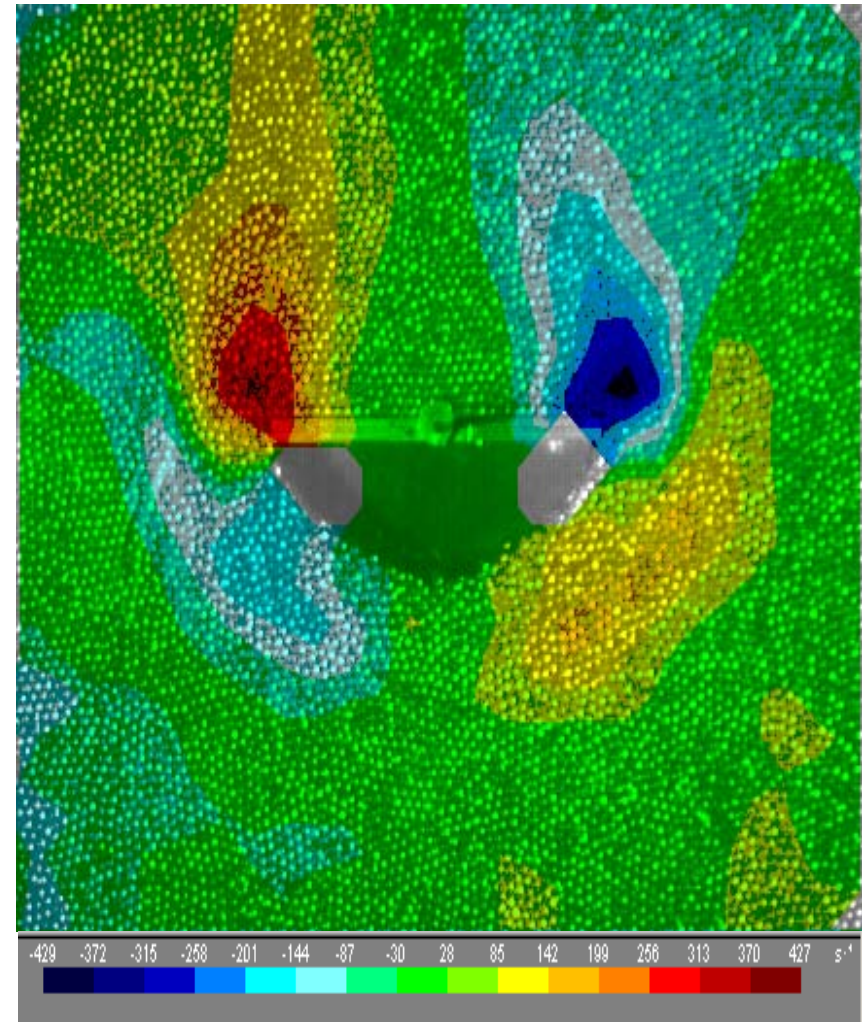
e) Las líneas se generan por la unión de los vectores que generó la corriente del flujo.

## VELOCIDAD



f) La velocidad que experimenta el flujo se genera en un mapa en diferentes colores, que representan las diferentes velocidades que tiene el flujo.

## VORTICIDAD



g) Adicionalmente, se presenta el mapa de vorticidad generado junto con su escala en 1/s.

## II.6.4. CALIBRACIÓN DE DISPOSITIVOS DE MEDICIÓN

Como las galgas generan una señal de voltaje y no de fuerza, se obtuvo una calibración empírica. Para ello se tomaron pesos conocidos, de 0.1 a 1 Kg, y se colgaron sobre la varilla. El sistema de medición registro el voltaje generado. Posteriormente se estableció una ecuación lineal para cada placa y dirección de fuerza.

A continuación se muestran las tablas 2.3 y 2.4, y las gráficas 2.3 y 2.4 generadas, que muestran los resultados de la calibración. En lo sucesivo se entenderá por PLACA 1 a la placa de longitud de 100 mm; PLACA 2 a la placa de longitud de 50 mm; y por PLACA 3 a la placa de longitud de 30 mm.

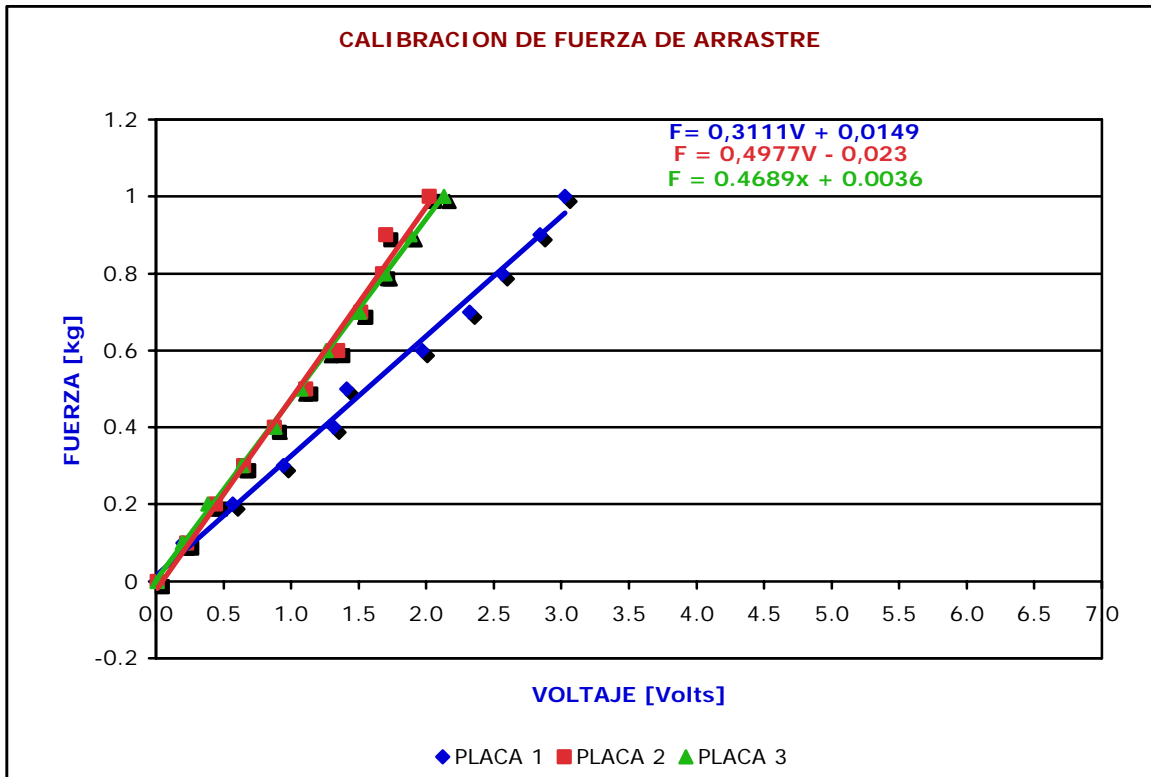
**TABLA 2.3. FUERZA DE ARRASTRE**

	PLACA 1	PLACA 2	PLACA 3
FUERZA [Kg]	VOLTAJE [Volts]	VOLTAJE [Volts]	VOLTAJE [Volts]
0	0,091	4,708	0,438
0,1	0,288	4,925	0,625
0,2	0,656	5,138	0,813
0,3	1,033	5,348	1,063
0,4	1,406	5,577	1,313
0,5	1,499	5,806	1,500
0,6	2,058	6,047	1,688
0,7	2,409	6,214	1,938
0,8	2,654	6,375	2,125
0,9	2,933	6,399	2,313
1	3,118	6,721	2,563

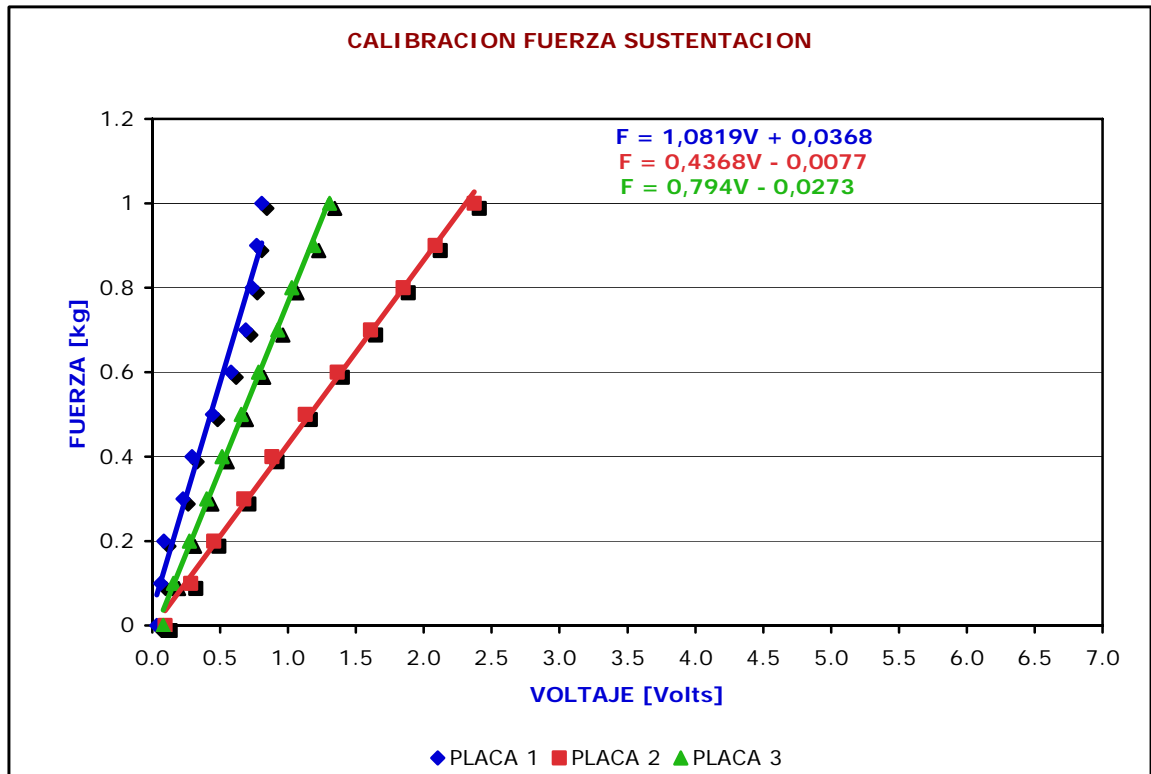
**TABLA 2.4. FUERZA DE SUSTENTACIÓN**

	PLACA 1	PLACA 2	PLACA 3
FUERZA [kg]	VOLTAJE [Volts]	VOLTAJE [Volts]	VOLTAJE [Volts]
0	0,633	4,396	2,180
0,1	0,661	4,584	2,257
0,2	0,683	4,753	2,373
0,3	0,828	4,972	2,501
0,4	0,891	5,181	2,613
0,5	1,042	5,428	2,756
0,6	1,178	5,663	2,884
0,7	1,288	5,907	3,023
0,8	1,337	6,149	3,126
0,9	1,367	6,384	3,287
1	1,404	6,669	3,406

GRÁFICA 2.3



GRÁFICA 2.4





### **II.6.5. MEDICIÓN DE FUERZAS DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN**

La medición de las fuerzas es la parte central de este trabajo. Antes de cada evento se inició el sistema de medición antes descrito, verificando que todos los equipos funcionaran correctamente y calibrados para la medición. Igualmente, se verificó que el canal se encontrara bien nivelado y vertical para evitar cargas externas. Así mismo, al momento de iniciar el experimento se verificó el funcionamiento del osciloscopio de la conexión por el puerto GPIB con la computadora.

Se llenó el canal con el material. Se creó una nueva hoja de cálculo para cada evento, donde se almacenaron los datos (voltajes) observados en el osciloscopio. Posteriormente se abrió la compuerta para generar el flujo y se capturaron los datos en la computadora.

Después de capturar los datos en la hoja de cálculo, se corroboró mediante una gráfica y el osciloscopio, que dichos datos coincidieran, de lo contrario el experimento se repetía. Los experimentos se realizaron con cada placa para los 6 ángulos de incidencia descritos y aperturas de 20,30,50,70,90,110 y 130 mm.

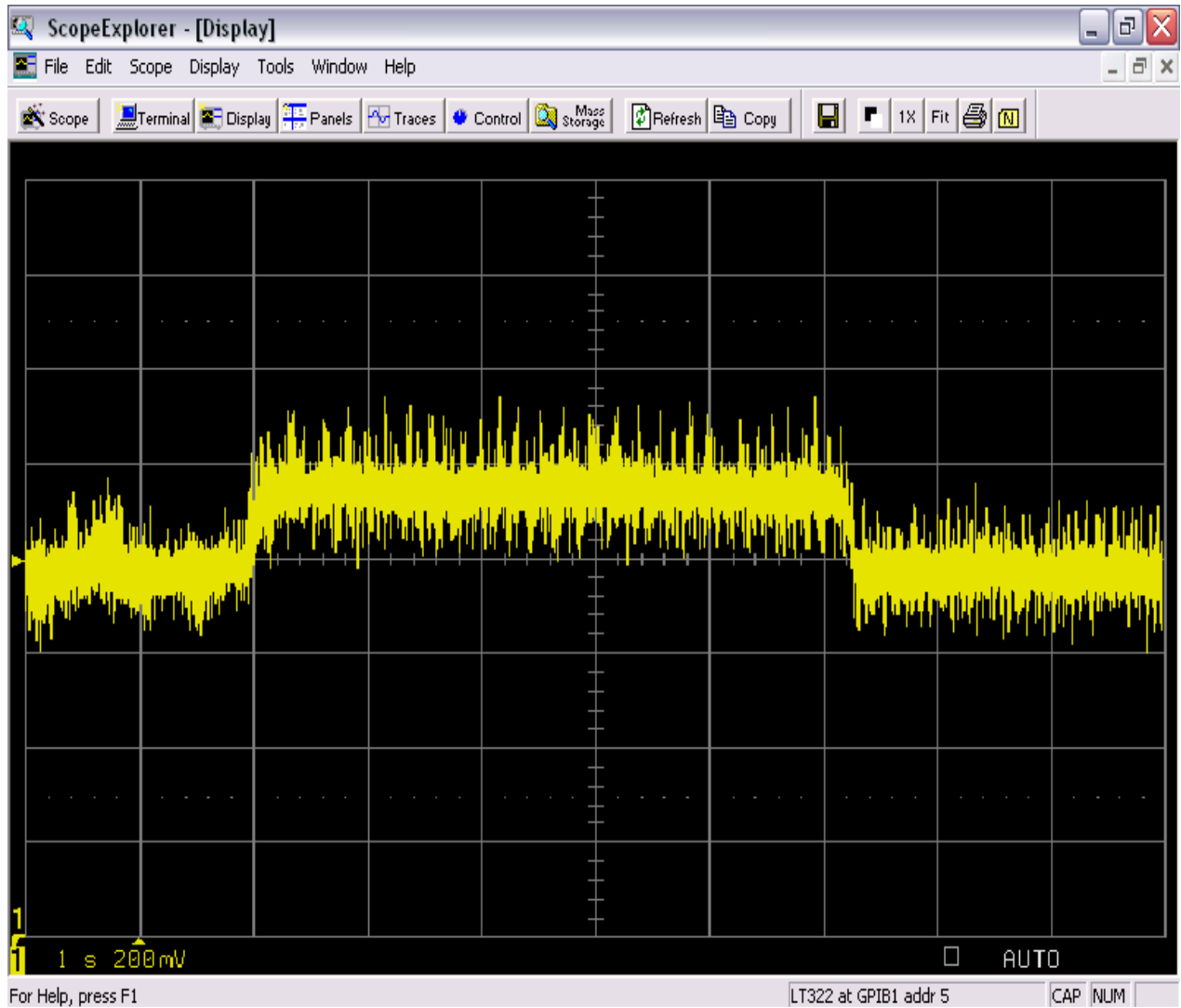
### **II.6.6. CAPTURA DE RESULTADOS**

Todos los datos que se obtuvieron generaban una gráfica típica de voltaje como función del tiempo. La figura 2.12, muestra la imagen típica observada en “Scope Explorer”, que generó los datos del experimento.

En la gráfica presentada se observa una gran cantidad de datos. Además, se observa el ruido que se presenta en la señal.

Los datos se almacenaron en “EXCEL”, donde se analizaban. Con éste mismo software se generó las curvas de calibración para obtener el valor de la fuerza.

FIGURA 2.12 IMAGEN TÍPICA DE CAPTURA DE RESULTADOS



# CAPITULO III

## RESULTADOS

### III.1. VISUALIZACIÓN DEL FLUJO

#### III.1.1. IMAGEN DEL FLUJO ALREDEDOR DE UNA PLACA PLANA

Una parte importante del análisis del flujo granular es la visualización de éste, pues con ello podemos determinar algunas características de su comportamiento.

En la figura 3.1 se muestra una imagen típica de un flujo granular alrededor para una placa de 100 mm de longitud, con un ángulo de incidencia de  $0^\circ$  y una velocidad promedio del flujo de 312.4 mm/s.

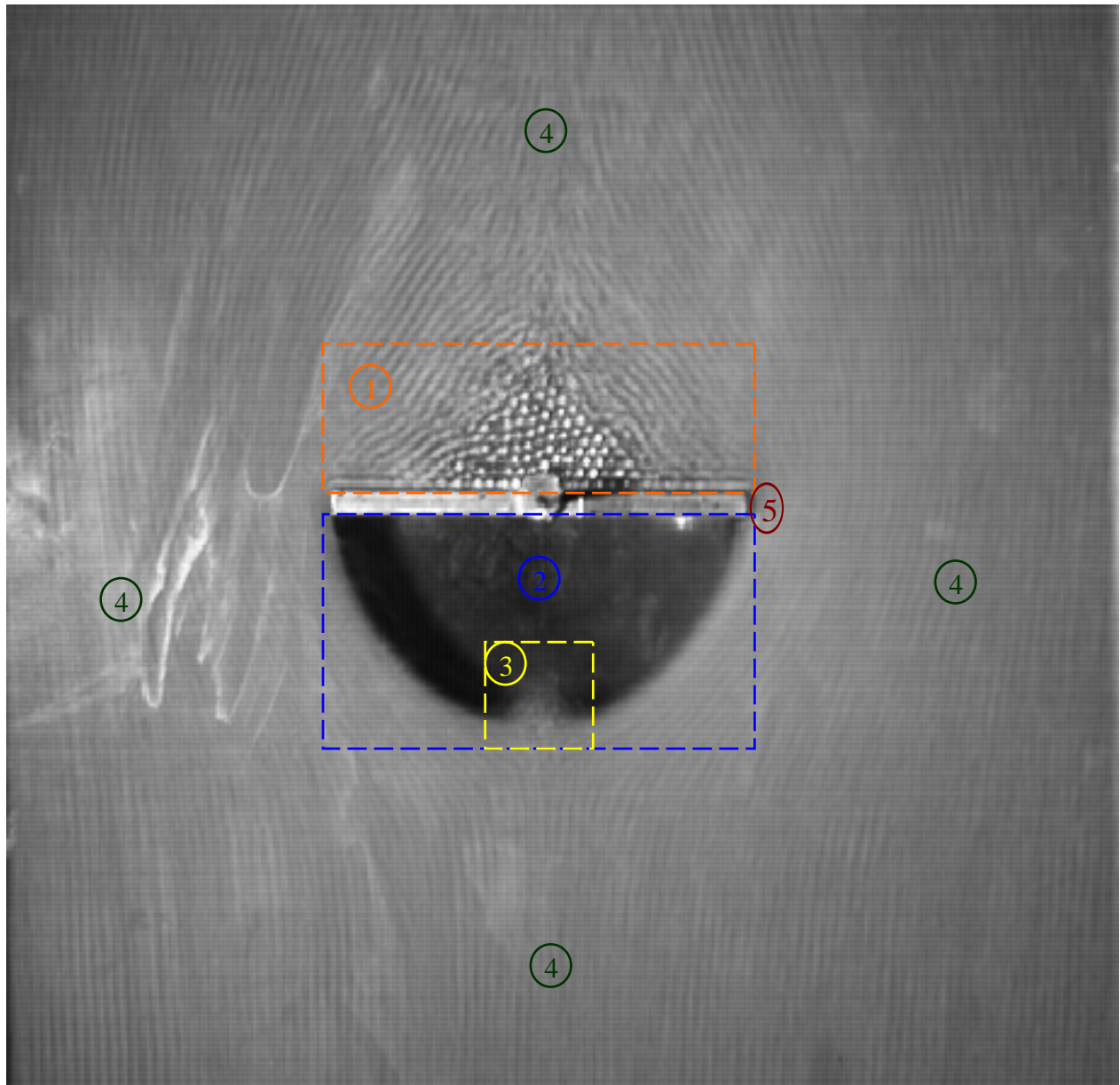
En la fotografía podemos identificar claramente cuatro zonas. La primera característica del flujo es la formación de una zona de estancamiento del material, aguas arriba de la placa. Dicha zona varía en tamaño como función del tamaño de placa y del ángulo de incidencia. Cabe notar que su tamaño es independiente de la velocidad del flujo.

Por debajo de la placa, aguas abajo, aparece una zona de “vacío” de material, cuya geometría y tamaño dependen de tres factores: ángulo de incidencia, tamaño de placa y velocidad del flujo.

Una tercera zona es la generada en la parte final de la zona de “vacío”, pues existen partículas que chocan al encontrarse las corrientes de cada lado de la placa. Esta zona de choque depende del tamaño de placa, la velocidad del flujo y el ángulo de incidencia.

La última zona es la comprendida por las partículas que no interactúan de manera directa con la placa. Esta zona varía de acuerdo al tamaño de placa, a la velocidad del flujo y al ángulo de incidencia, sólo en la zona que rodea a la placa.

FIGURA 3.1 IMAGEN DEL FLUJO ALREDEDOR DE UNA PLACA PLANA



1. — ZONA DE ESTANCAMIENTO
2. — ZONA DE “VACÍO”
3. — ZONA DE CHOQUE
4. — TRAYECTORIA DE LAS PARTÍCULAS (FLUJO)
5. — PLACA

### **III.1.2. SERIES FOTOGRÁFICAS**

#### **III.1.2.1. SERIE 1. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO AL TAMAÑO DE PLACA**

En esta serie de fotografías, se presentan las tres placas para un ángulo de incidencia de  $0^\circ$ , y velocidad promedio del flujo de 205.21 mm/s.

En cada una de las placas se observan las cuatro zonas antes descritas. Para este caso se observa que la única variación existente es el tamaño de las cuatro zonas descritas. Dicho tamaño es proporcional al tamaño de placa. La configuración del flujo permanece estable.

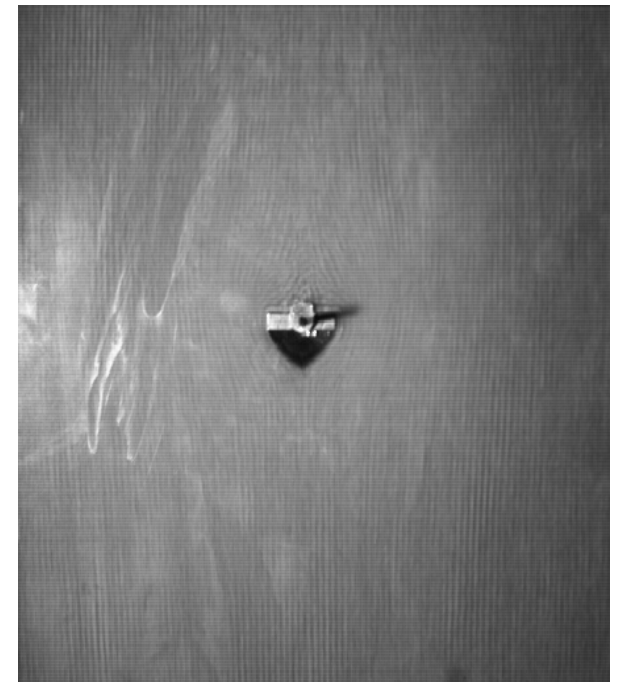
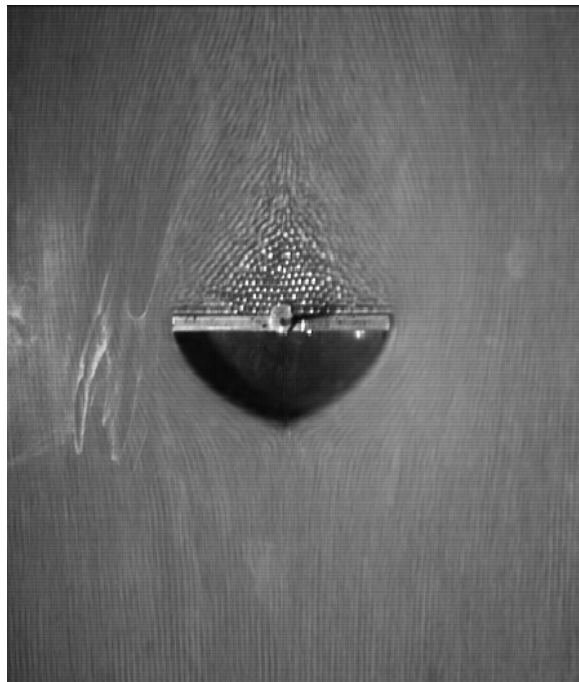
**SERIE 1. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO AL TAMAÑO DE PLACA**

**VELOCIDAD DEL FLUJO : 205.21 mm/s**  
**ÁNGULO DE INCIDENCIA : 0°**

PLACA 1

PLACA 2

PLACA 3





### III.1.2.2. SERIE 2. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO A LA VELOCIDAD DEL FLUJO

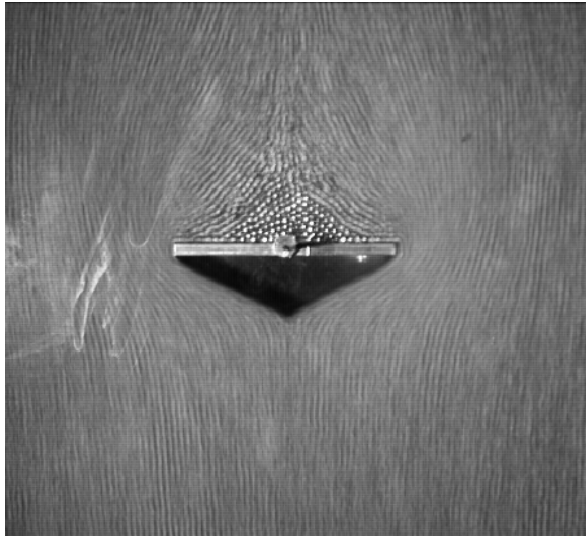
Las fotografías muestran una placa de 100 mm de longitud, para 6 de las velocidades estudiadas y ángulos de incidencia de  $0^\circ$ ,  $25^\circ$  y  $50^\circ$ . Se puede observar que la zona de estancamiento, no varía en ni en magnitud, ni en geometría.

Para la zona de “vacío, la geometría a bajas velocidades presenta una forma triangular, sufriendo un cambio gradual con forme aumenta la velocidad que llevan a una forma de parábola.

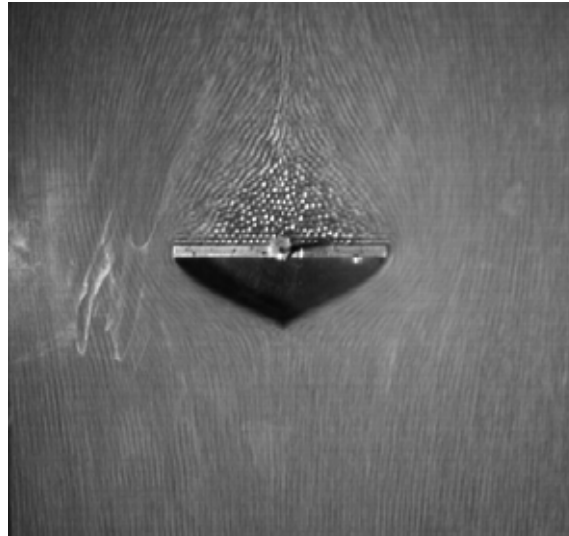
Para bajas velocidades, la zona de choque es casi imperceptible, pero para velocidades altas, las partículas que interactúan son más conforme aumenta la velocidad del flujo.

## SERIE 2. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO A LA VELOCIDAD DEL FLUJO

ÁNGULO DE INCIDENCIA : 0°



53.76 mm/s



120.29 mm/s



205.21 mm/s



312.40 mm/s



420.72 mm/s



600.17 mm/s

## ÁNGULO DE INCIDENCIA 15°



53.76 mm/s



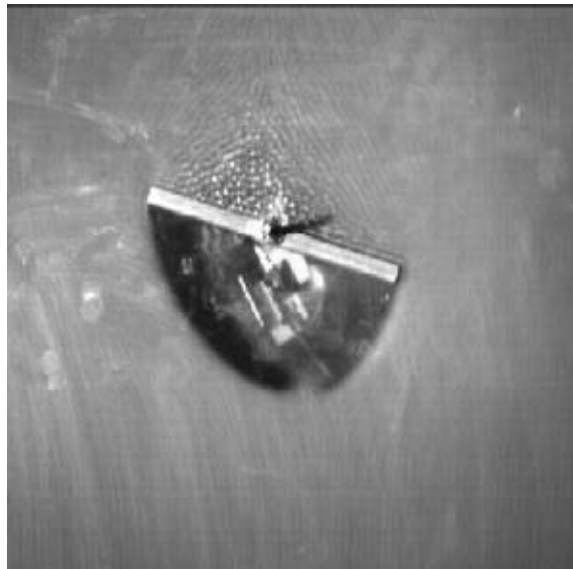
120.29 mm/s



205.21 mm/s



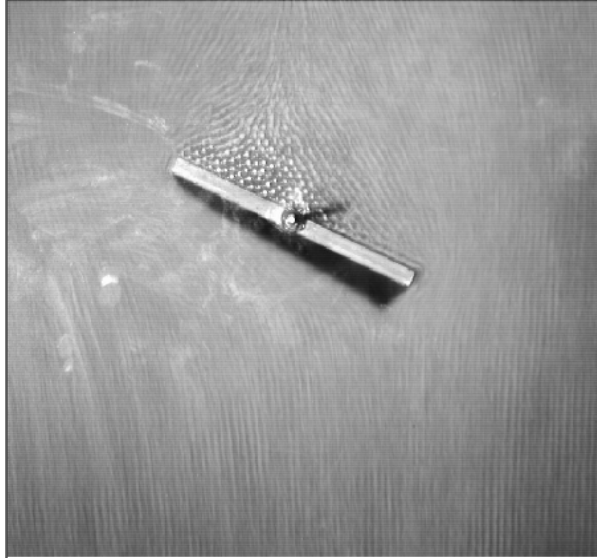
312.40 mm/s



420.72 mm/s



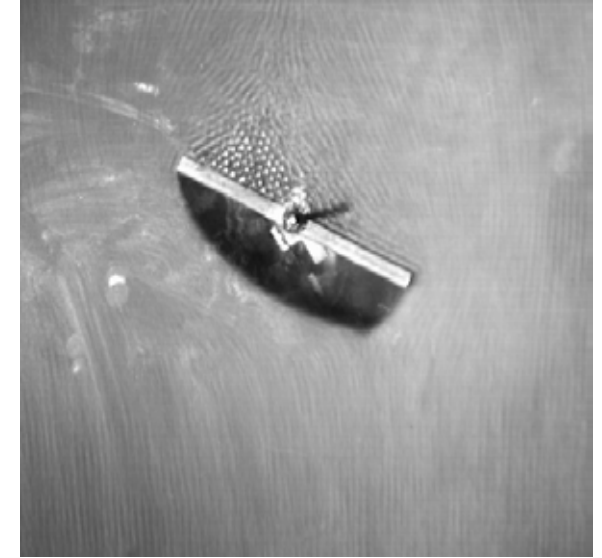
600.17 mm/s

**ÁNGULO DE INCIDENCIA 25°**

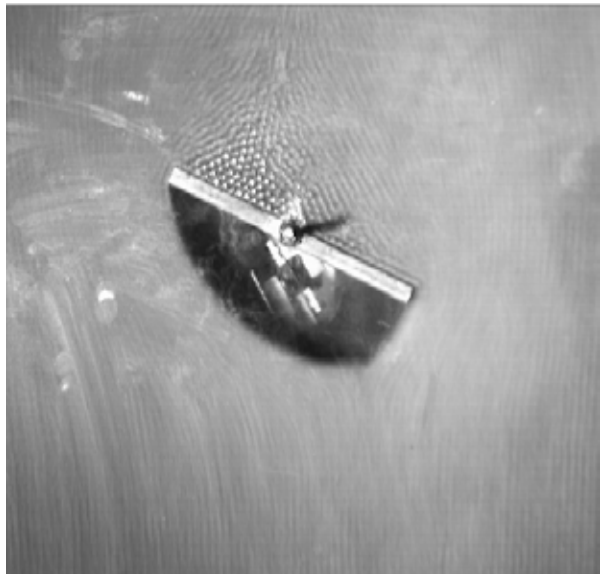
53.76 mm/s



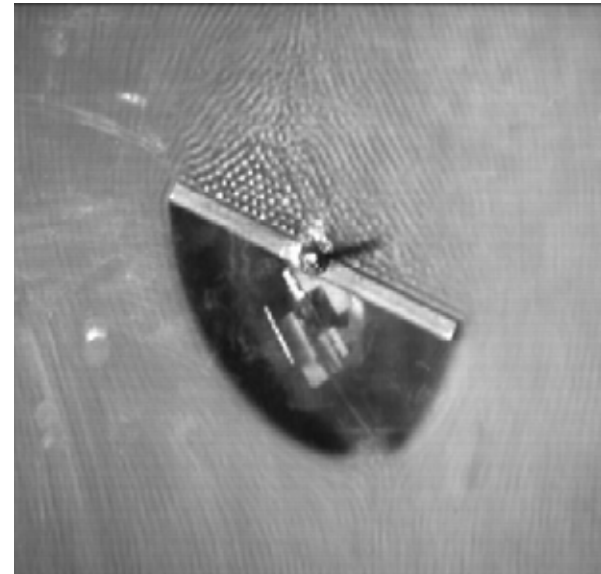
120.29 mm/s



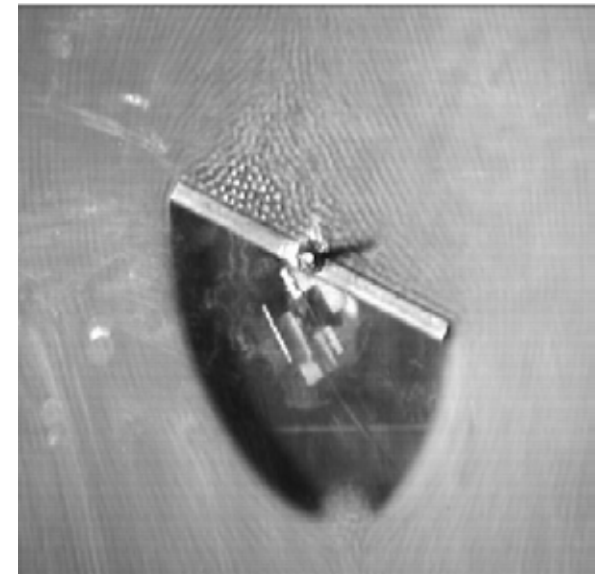
205.21 mm/s



312.40 mm/s



420.72 mm/s



600.17 mm/s

**ÁNGULO DE INCIDENCIA 35°**

53.76 mm/s



120.29 mm/s



205.21 mm/s



312.40 mm/s



420.72 mm/s



600.17 mm/s

## ÁNGULO DE INCIDENCIA 50°



53.76 mm/s



120.29 mm/s



205.21 mm/s



312.40 mm/s



420.72 mm/s



600.17 mm/s

### III.1.2.3. SERIE 3. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA

En las figuras se presentan fotografías de una placa de 100 mm de longitud, para 5 ángulos de incidencia y una velocidad de 205.21 mm/s.

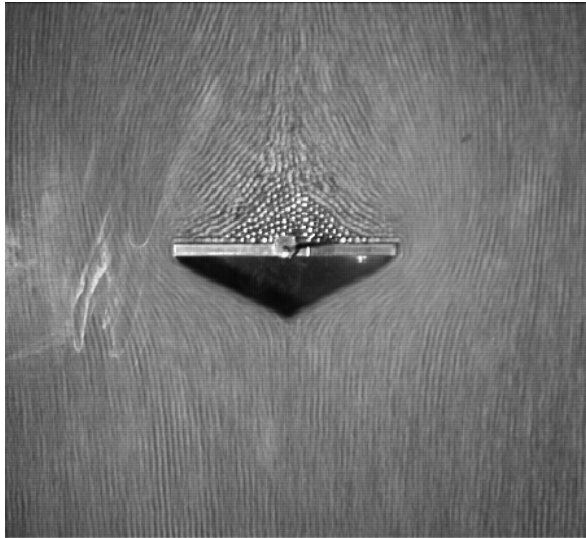
Se observa que la zona de estancamiento presenta una geometría de forma triangular, y que a medida que incrementa el ángulo de incidencia, disminuye el tamaño de ésta y la geometría sufre un cambio gradual, pasando de un triángulo isósceles a un escaleno, para terminar en uno equilátero.

Al igual que en la zona de estancamiento, al aumentar el ángulo de incidencia la zona de “vacío” disminuye en tamaño y la geometría experimenta un cambio gradual. Se observa un característica peculiar. Para ángulos pequeños ( $0^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $25^\circ$ ) se presenta una sola zona de “vacío” aguas abajo mientras que para ángulos grandes ( $35^\circ$  y  $50^\circ$ ) presenta dos zonas de “vacío”. La principal es de tamaño mediano, de forma parabólica, y una segunda muy pequeña de forma triangular, que va siendo imperceptible conforme aumenta el ángulo.

La mayor cantidad de partículas en la zona de choque se presenta para un ángulo de  $0^\circ$ , disminuyendo paulatinamente conforme el ángulo aumenta hasta un ángulo grande.

## SERIE 3. VARIACIÓN DEL FLUJO CON RESPECTO AL ÁNGULO DE INCIDENCIA

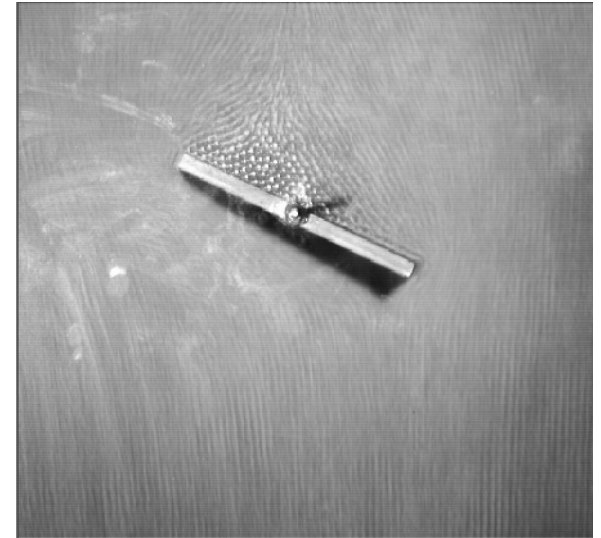
VELOCIDAD DEL FLUJO : 53.76 mm/s



0°



15°



25°



35°



50°



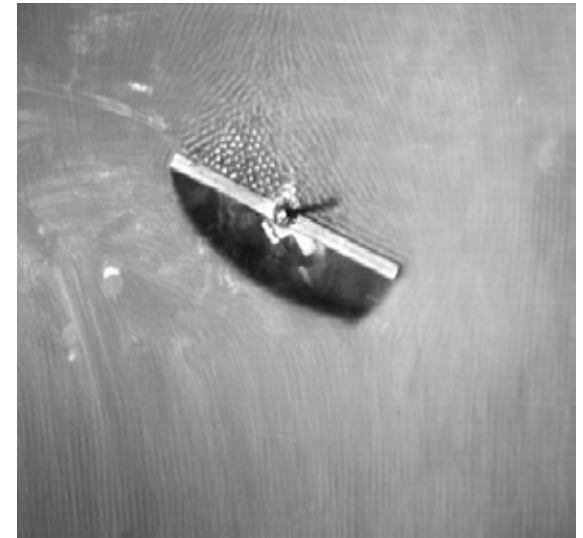
VELOCIDAD DEL FLUJO : 205.21 mm/s



0°



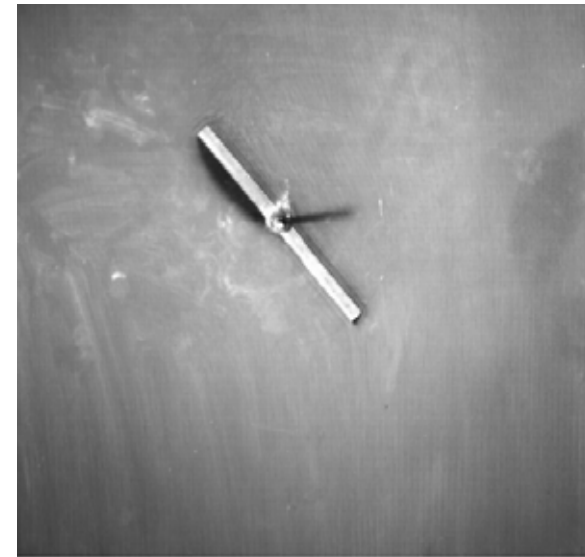
15°



25°

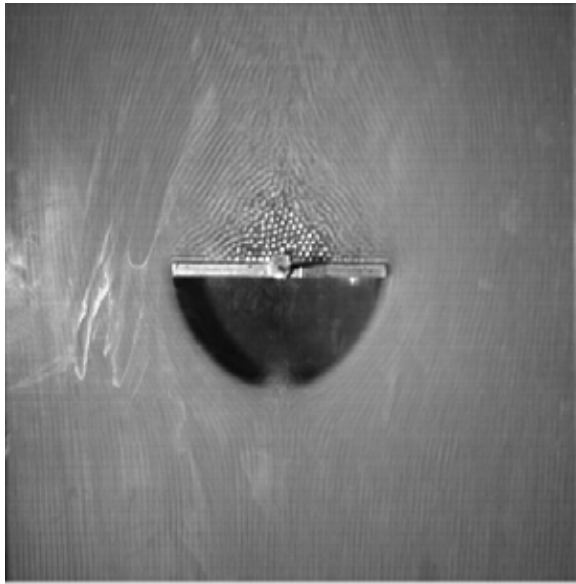


35°

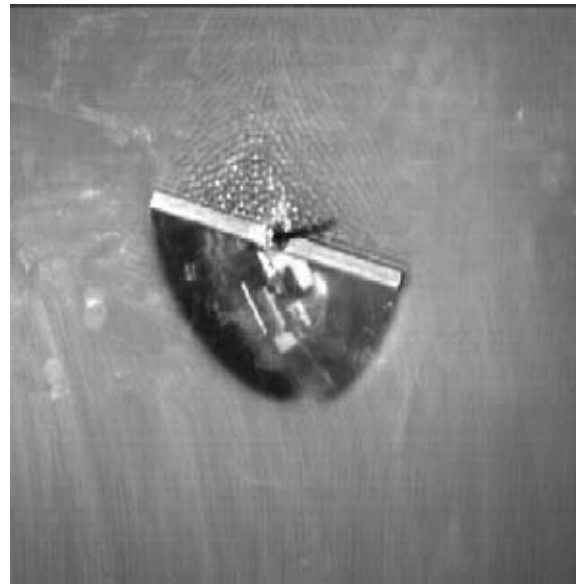


50°

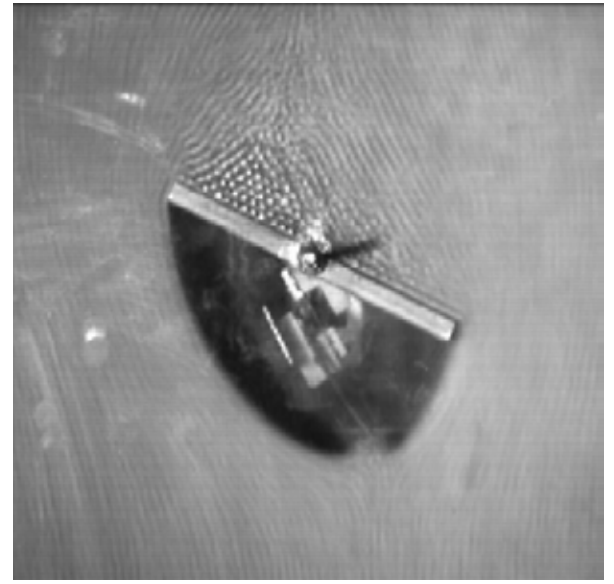
VELOCIDAD DEL FLUJO : 420.72 mm/s



0°



15°



25°



35°



50°

### III.1.3. CAMPO DE VELOCIDADES

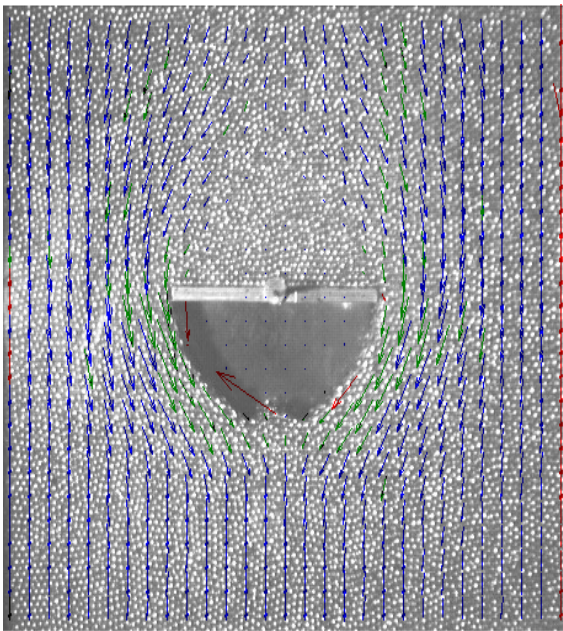
El comportamiento del flujo granular alrededor del objeto (Fig. 3.2 y 3.3), se analizó para las placas planas de 30,50 y 100 mm de longitud, a  $0^\circ$  de incidencia y una velocidad del flujo de 420.72 mm/s.

La velocidad que experimenta el flujo alrededor de la placa, se debe a la diferencia de presiones entre la parte anterior y posterior de la placa. El campo de velocidades promedio presenta las magnitudes de los vectores que marcan el flujo. Se observa que la velocidad disminuye en las cercanías a la zona de estancamiento, llegando a ser cero en dicha zona, y aumenta en los extremos laterales de la placa (donde presenta el máximo valor de la velocidad del flujo); aguas abajo, la velocidad comienza a disminuir alrededor del contorno de la zona de vacío hasta un punto mínimo que tiene lugar donde se genera la zona de choque. La velocidad es uniforme en el resto del flujo, en las zonas de la trayectoria del flujo.

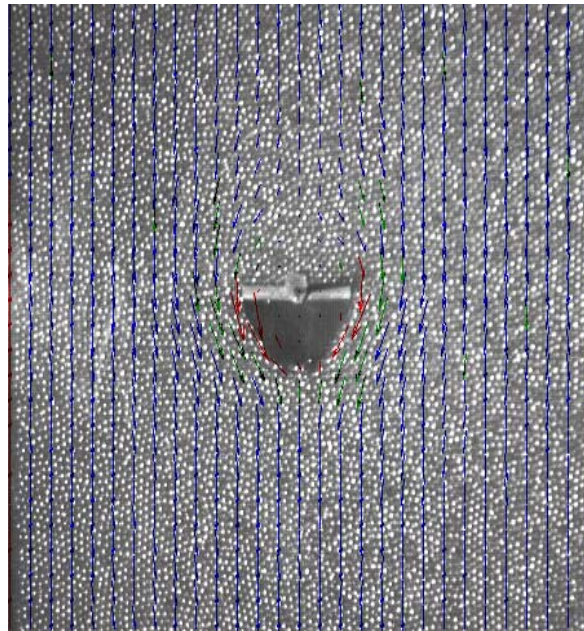
El mapa de vectores, analizado transversalmente, presenta una caída en magnitud cerca de las paredes del canal que contienen al flujo. La velocidad es menor que la del flujo en general. Esto debido a la fuerza de fricción que existe entre el flujo y las paredes del canal. A medida que se varía la velocidad de descarga del flujo y el tamaño de placa, la velocidad presenta un escalamiento en cuanto a su magnitud.

## FIGURA 3.2 CORRELACIÓN CRUZADA

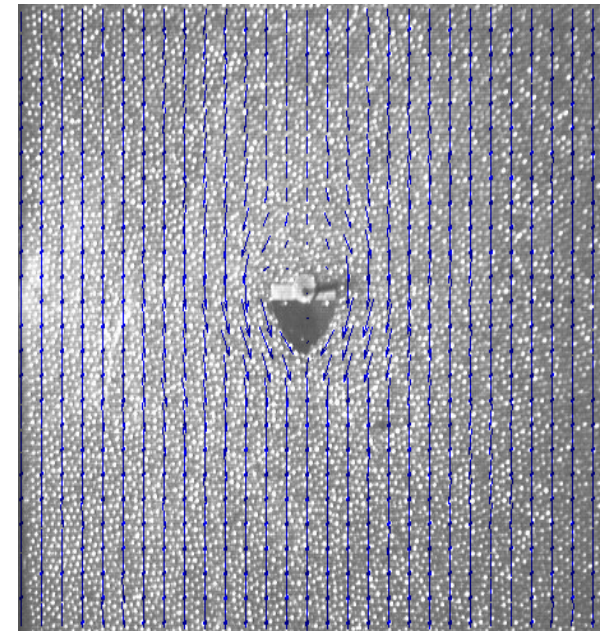
PLACA 1



PLACA 2



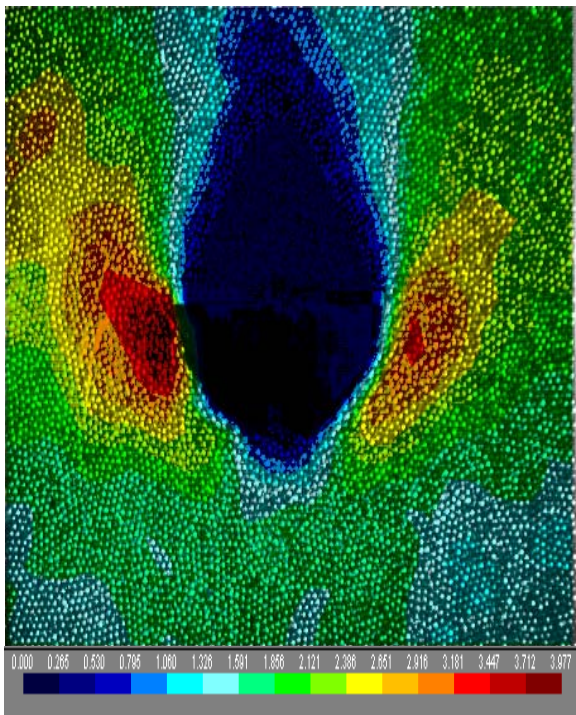
PLACA 3



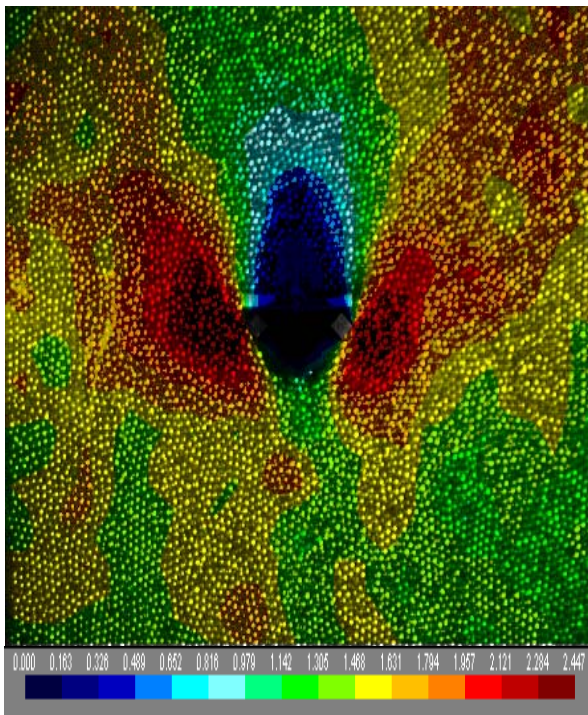
**NOTA:** Los vectores azules representan los generados por la correlación cruzada; los verdes son los remplazados debido al análisis y; los rojos son los que no se tomarán en cuenta para los análisis posteriores.

FIGURA 3.3 VELOCIDAD

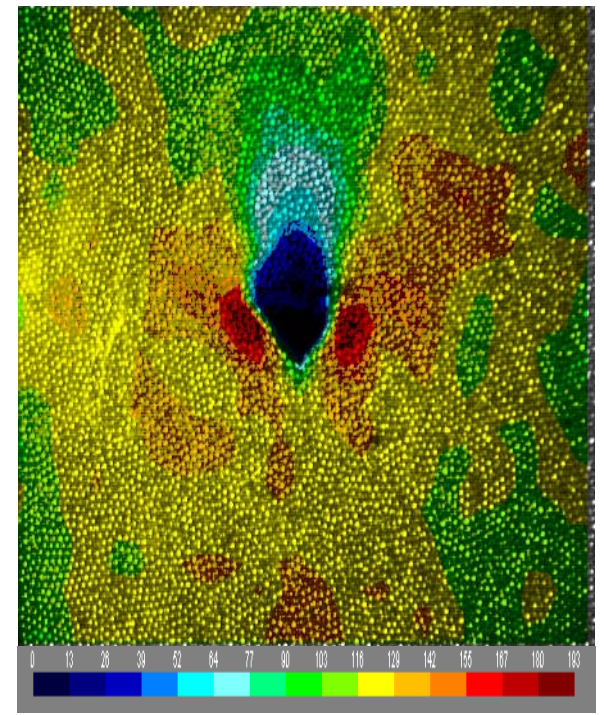
PLACA 1



PLACA 2



PLACA 3



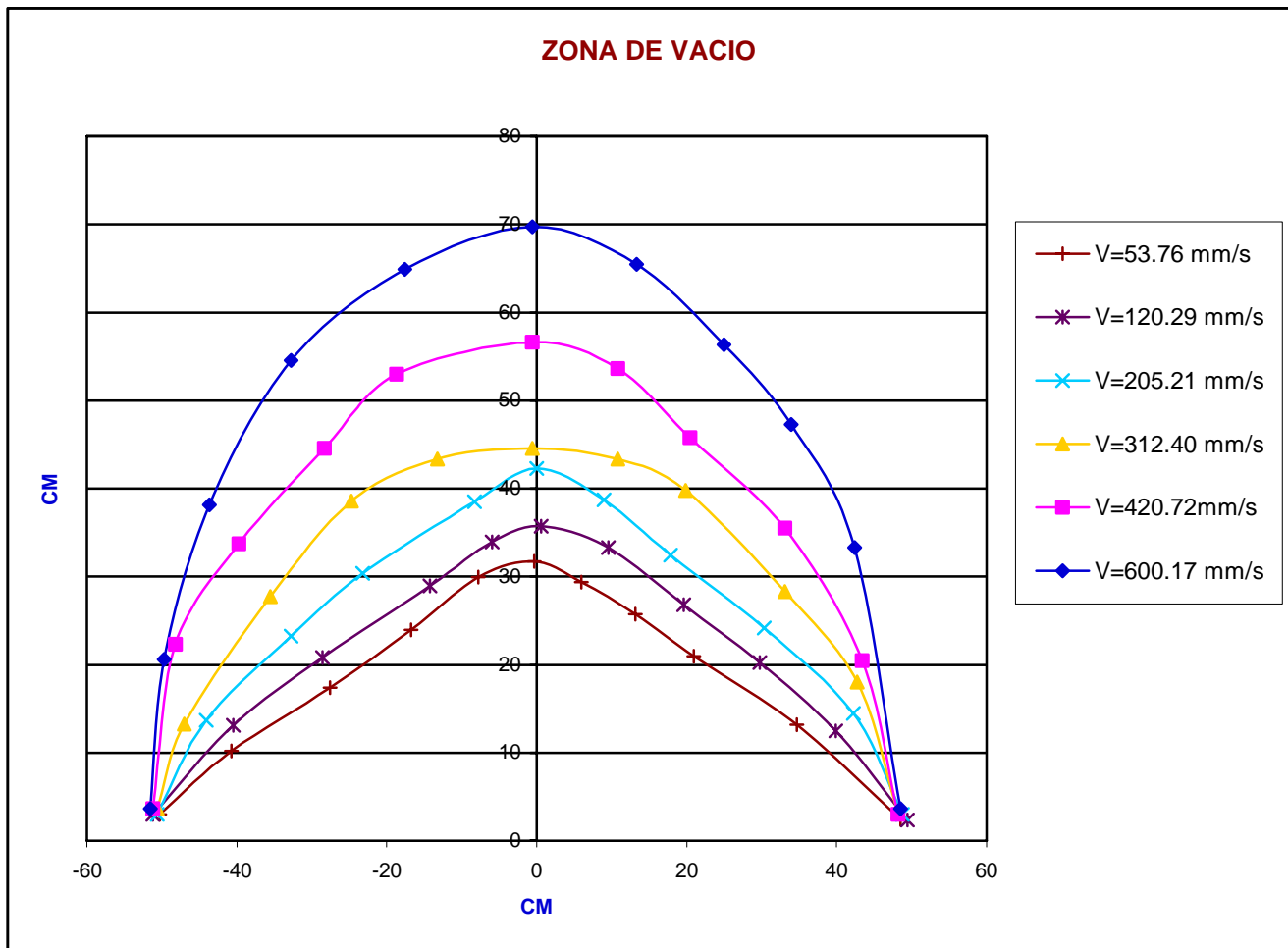
**NOTA:** El campo de velocidades presentado define la magnitud como  $|u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ , en donde los recuadros con cambios de coloración representan el modulo de la velocidad que presenta el flujo en el canal.

### III.1.7. TAMAÑO DE LA ZONA DE VACÍO

La gráfica 3.1 muestra resultados para una placa de 100 mm de longitud, a 0° y aperturas de 30,50,70,90,110 y 130 mm.

Se aprecia que las dos primeras velocidades presentan una configuración geométrica cercana a un triángulo. En las siguientes velocidades, la forma de la zona de “vacío” va tomando la forma de una parábola, hasta completarse en la ultima velocidad. La magnitud del tamaño de la zona incrementa proporcionalmente con la velocidad del flujo.

GRÁFICA 3.1



## III.2. FUERZAS DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN

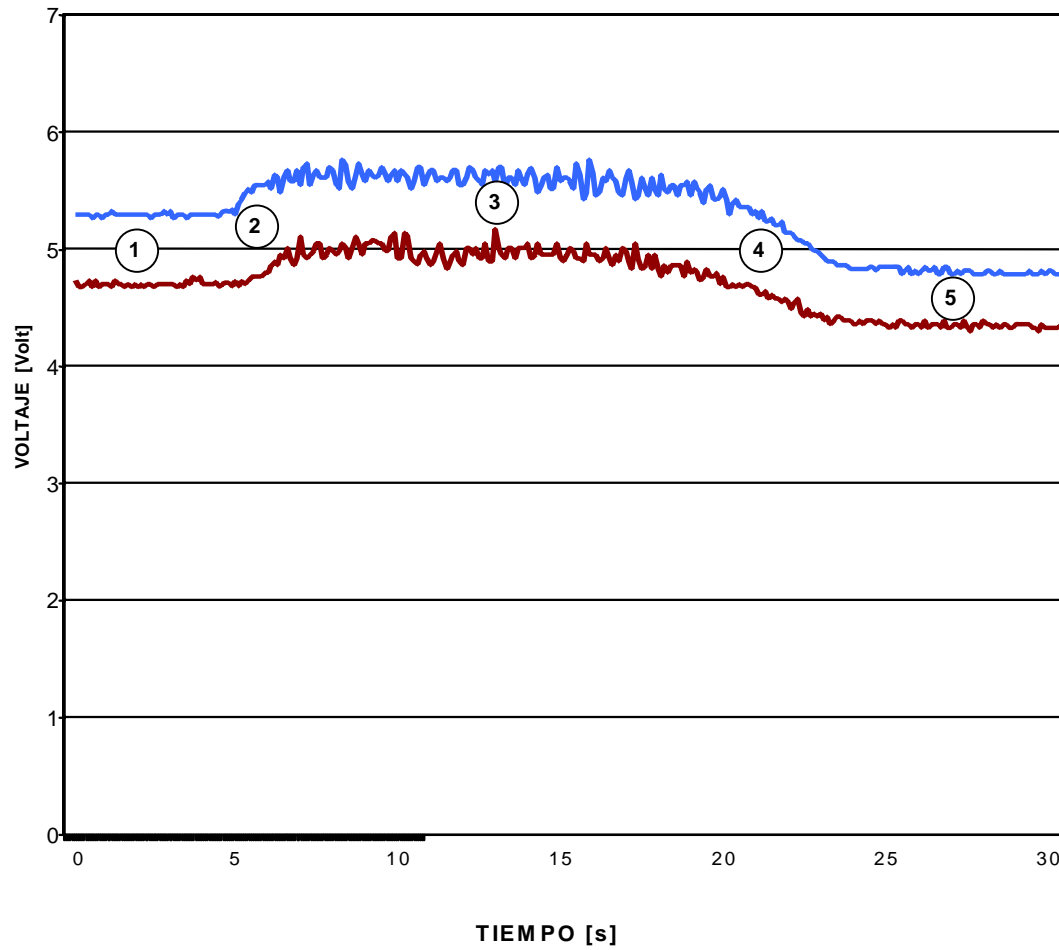
### III.2.1. FUERZA COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO

En la gráfica 3.2 se muestra la variación típica del flujo registrada por el osciloscopio al momento de la descarga del material. En el eje de las abscisas se muestra el tiempo de la descarga en segundos; en el eje de las ordenadas se muestra la fuerza, que por ser medida indirectamente por las galgas, se presenta el voltaje.

En la gráfica se observa que la fuerza es constante cuando no se ha iniciado aún el flujo y el canal se encuentra saturado del material (zona 1). Una vez que se inicia el flujo, la fuerza no adquiere su valor máximo inmediatamente, sino que pasa por una zona de transición (zona 2). La zona 3 de la gráfica muestra un período donde la fuerza de arrastre y sustentación son aproximadamente constantes. Dicha zona presenta pequeñas fluctuaciones debido al acomodo de las partículas durante el flujo. Cuando se está vaciando el canal aparece otra zona transitoria ( zona 4). La última zona 5 representa la ausencia de fuerza, pues el canal ya se encuentra vacío.

La zona 3 es constante debido a que la presión ejercida por las partículas sobre la placa alcanza la zona de saturación en la que no continúa creciendo. Cuando existe diferencia de presión, se presentan las zonas transitorias.

GRÁFICA 3.2



- 1. FUERZA ANTES DE GENERARSE EL FLUJO
- 2. TRANSICIÓN AL GENERARSE EL FLUJO
- 3. FUERZA CONSTANTE
- 4. TRANSICIÓN AL ACABARSE EL FLUJO
- 5. CANAL VACÍO

— FUERZA DE ARRASTRE  
 — FUERZA DE SUSTENTACIÓN

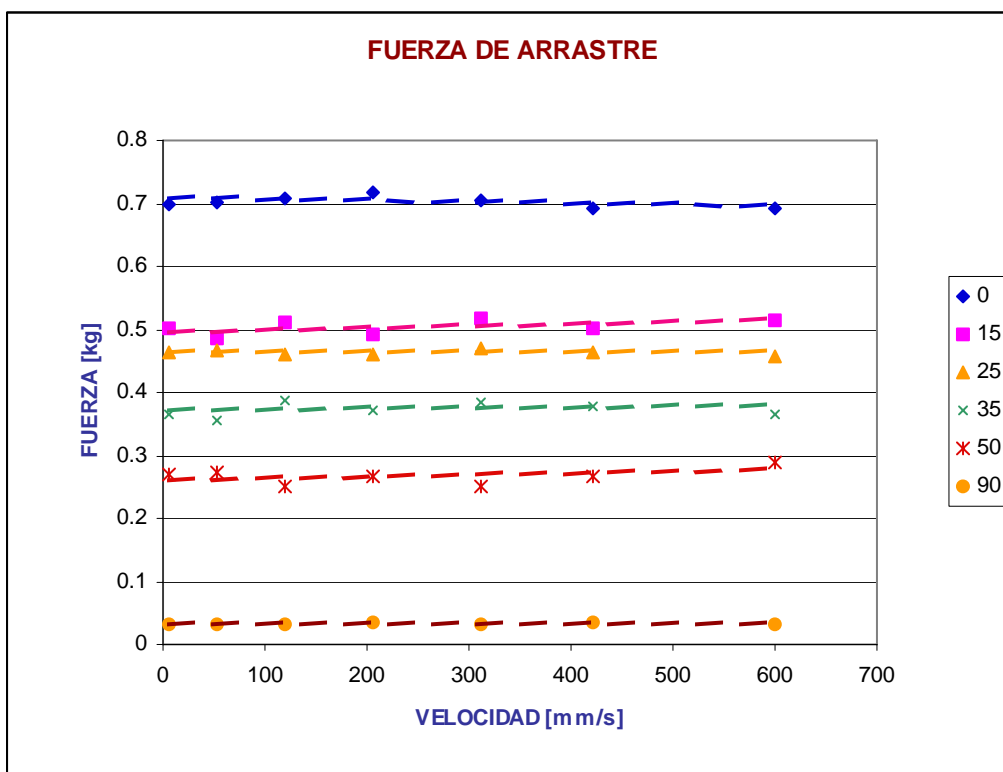


### III.2.2. FUERZA COMO FUNCIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL FLUJO

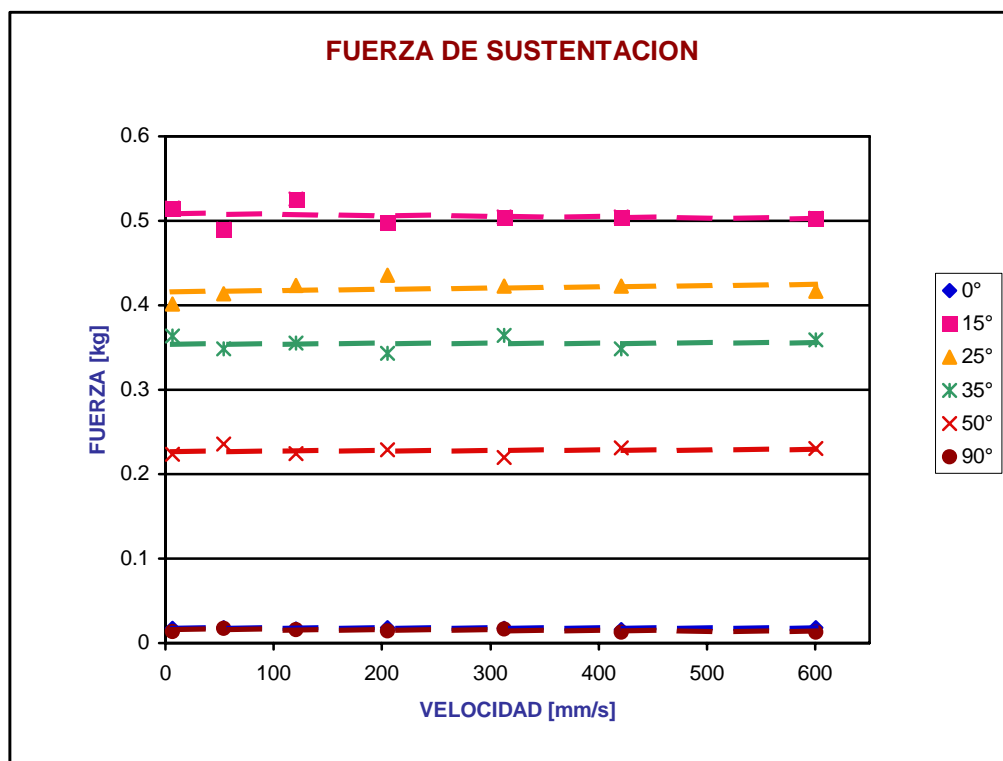
Las gráficas 3.3 y 3.4 muestran la variación de las fuerzas de arrastre y sustentación de la zona 3 respectivamente para una placa de 100 mm de longitud y 6 ángulos. La magnitud de la fuerza mostrada en las gráficas 3.3 y 3.4 es el promedio obtenido de los datos capturados en el experimento de la zona 3, de la gráfica 3.2.

Observamos en ambas gráficas que la fuerza es independiente de la velocidad del flujo para todos los ángulos de incidencia. Esto es completamente diferente de lo que se observa para un fluido ordinario, que presenta una dependencia lineal o cuadrática. Este fenómeno se debe a que las partículas durante el flujo tienen contacto unas con otras, transmitiendo la fuerza por la fricción entre ellas. Como la fuerza de fricción es independiente de la velocidad del punto de contacto, la fuerza para la placa inmersa, es independiente de la velocidad.

GRÁFICA 3.3



GRÁFICA 3.4



### III.2.3. FUERZA COMO FUNCIÓN DEL ÁNGULO DE INCIDENCIA

Opuesto a lo encontrado en el caso anterior, la fuerza si presenta una variación con el ángulo de incidencia de la placa. En las gráficas 3.5 y 3.6 se muestra el comportamiento de la fuerza de arrastre y sustentación respectivamente para la misma placa, velocidades y ángulos que la anterior.

La fuerza de arrastre presenta una dependencia lineal con el ángulo que toma la placa. Para  $0^\circ$  se presenta el máximo de la magnitud de la fuerza de arrastre, la cual va decreciendo conforme aumenta el ángulo de incidencia respecto al flujo sin variar con la velocidad. Así, para  $90^\circ$  se tiene el mínimo de la fuerza de arrastre que es muy cercano a 0. Esta dependencia lineal – descendiente se debe a que el material acumulado en la zona de estancamiento va disminuyendo conforme se gira la placa y la transmisión de fuerza es menor cada vez.

La fuerza de sustentación presenta un comportamiento diferente, pues para  $0^\circ$  se tiene un mínimo de la magnitud. Al girar a  $15^\circ$  la placa, la magnitud de la fuerza crece drásticamente, pero a  $25^\circ$  y posteriores dicha magnitud comienza a decrecer hasta alcanzar nuevamente el mínimo a  $90^\circ$ . Así pues, la fuerza de sustentación comienza a crecer hasta llegar a un máximo valor y después caer a su mínimo.



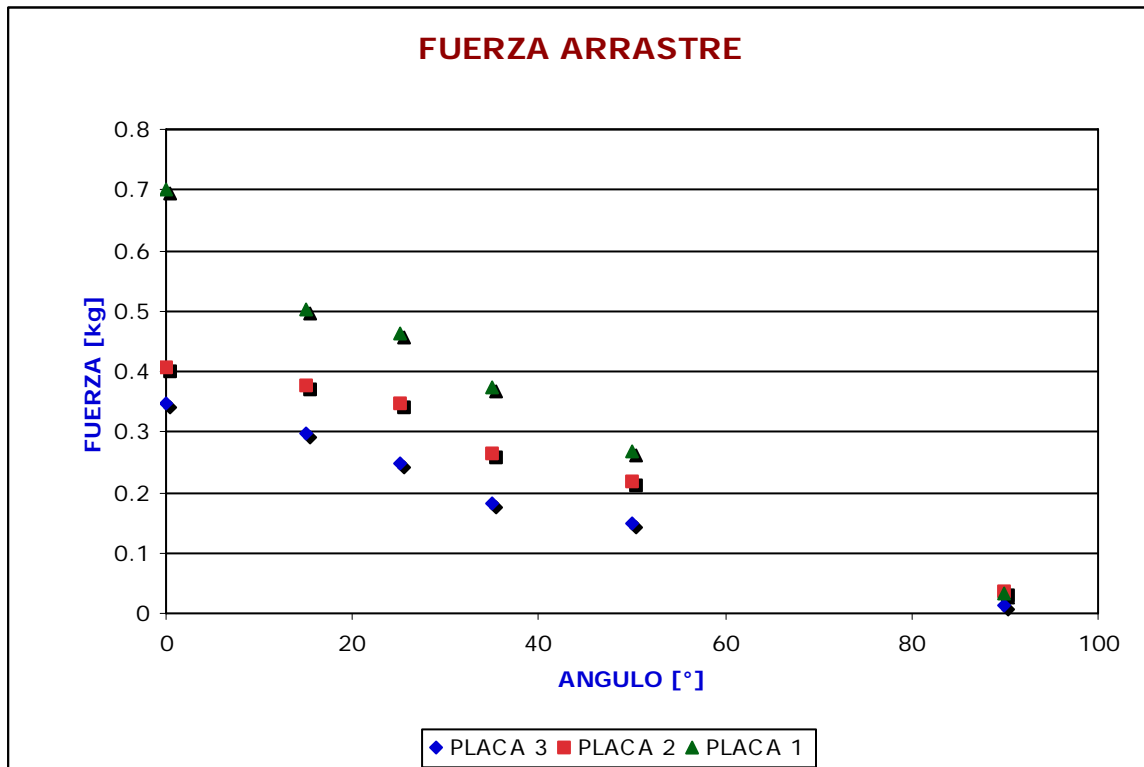
### III.2.4. COMPARACIÓN PARA DIFERENTES TAMAÑOS DE PLACA

Los datos mostrados en las gráficas 3.7 y 3.8 para las tres placas representan el promedio de los puntos para cada velocidad a diferentes ángulos.

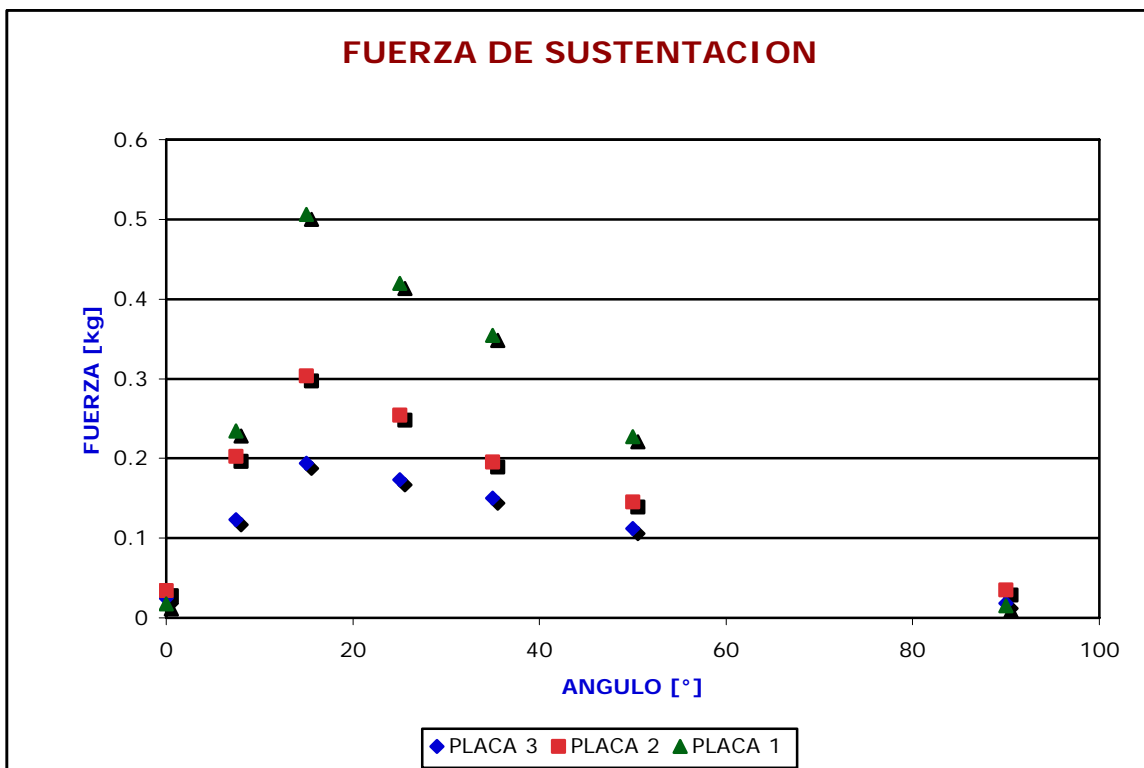
El comportamiento de la fuerza de arrastre para las tres placas es muy similar, pues todas presentan una variación lineal – descendiente respecto al ángulo. La magnitud de la fuerza es proporcional al tamaño de la placa.

Para corroborar el comportamiento de la fuerza de sustentación, adicional a los ángulos presentados previamente, se realizaron experimentos para un ángulo de  $7.5^\circ$  a velocidades de 420.72 y 120.29 mm/s, incorporados en la gráfica 3.8. Se observa que el comportamiento sigue lo antes explicado.

GRÁFICA 3.7



GRÁFICA 3.8



### III.2.5. COEFICIENTES DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN

Para presentar los resultados obtenidos en forma adimensional (gráficas 3.9 y 3.10) se utiliza la definición clásica del coeficiente de arrastre y sustentación, con lo que:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho_T \bar{V}^2 A_P}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho_T \bar{V}^2 A_P}$$

donde:

$F_D$  = Fuerza de Arrastre; N

$F_L$  = Fuerza de Sustentación; N

$\rho_T$  = Densidad Efectiva; Kg/m<sup>3</sup>

$\bar{V}$  = Velocidad Promedio del Flujo; m/s

$A_p$  = Área proyectada por la placa; m<sup>2</sup>

$$A_p = eL \cos \alpha$$

$e$  = Espesor de la placa; m

$L$  = Longitud de la placa; m

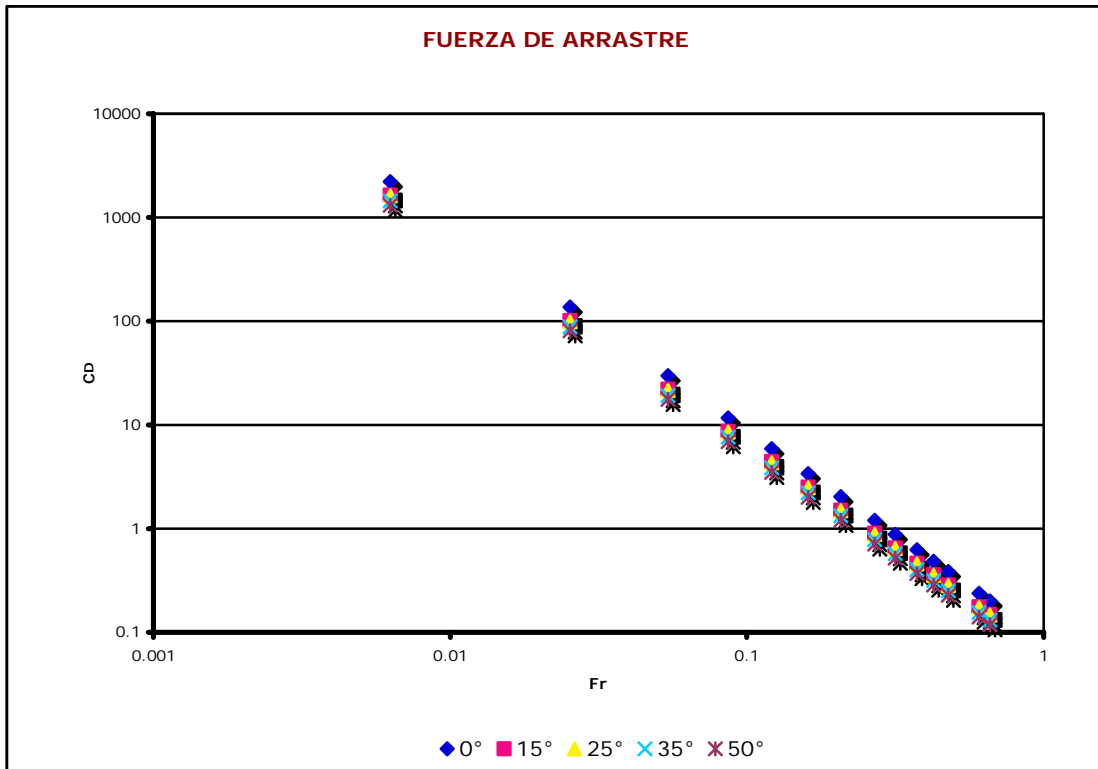
$\alpha$  = Ángulo de incidencia

El número de Froude:

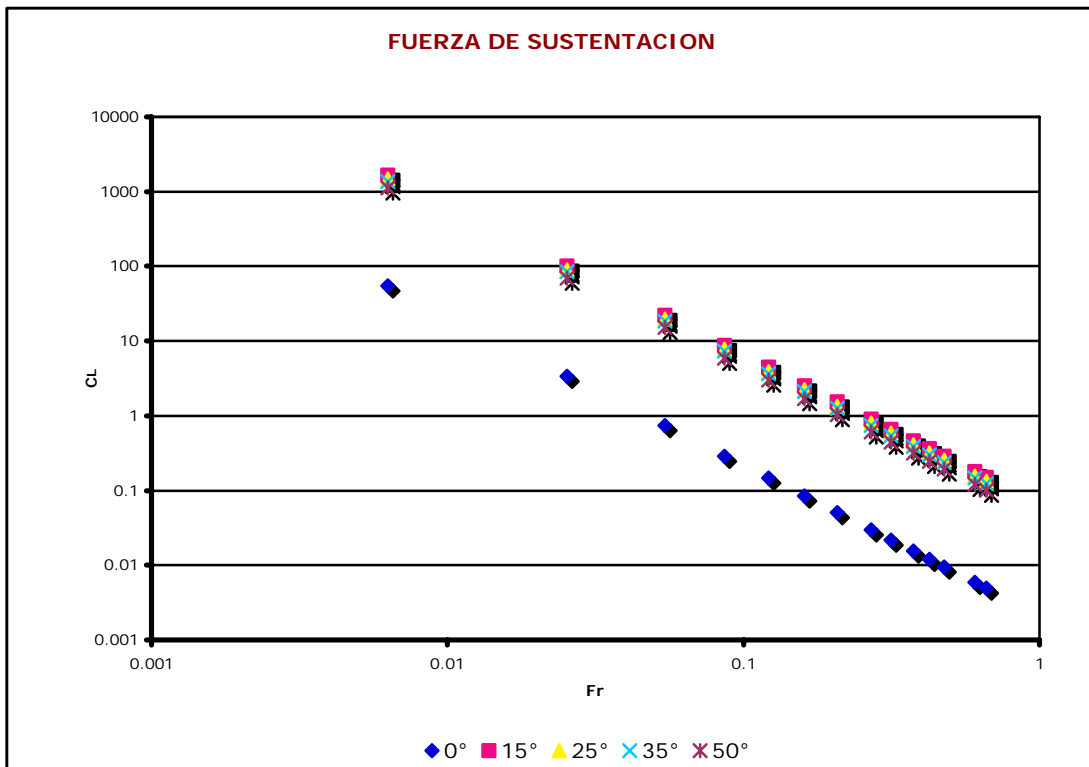
$$Fr = \frac{\bar{V}}{\sqrt{gL}}$$

se utiliza para presentar la velocidad en términos adimensionales.

GRÁFICA 3.9



GRÁFICA 3.10





## CONCLUSIONES

El movimiento de una partícula de material granular no representa por sí solo un problema de difícil análisis. Sin embargo, un conjunto de ellas presentan un comportamiento peculiar. Aún no es posible predecir su comportamiento para cualquier caso. Por ello se analizan, para explicar y establecer una teoría que defina su comportamiento, como es el caso de los fluidos y gases.

Bajo las condiciones establecidas en el experimento, el comportamiento del flujo alrededor de la placa presenta variaciones respecto al tamaño de la placa, a la velocidad del flujo y al ángulo de incidencia de la placa.

La variación de la velocidad del flujo implica cambios en la zona de “vacío”. La estela de vacío cambia en su geometría, pues pasa de una forma triangular a una parabólica. También cambia su tamaño, ya que a bajas velocidades presenta un tamaño pequeño mientras que, para altas velocidades la estela es más grande.

El flujo alrededor de la placa cambia con el ángulo de incidencia. Al aumentar el ángulo (de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ ) de la placa, su interacción con el flujo disminuye, con lo que la trayectoria del flujo es muy uniforme a los  $90^\circ$ . Las zonas de estancamiento y vacío al variar el ángulo cambian en su configuración geométrica y tamaño. Al aumentar el ángulo disminuye el área de éstas zonas. El flujo presenta un comportamiento similar para

placas de diferente tamaño. Por lo que las características del flujo presentan un escalamiento con el tamaño de la placa.

Las fuerzas de sustentación y arrastre que ejercen las partículas sobre la placa se deben al roce de éstas, por lo tanto no fue sorprendente encontrar que las fuerzas son independientes de la velocidad del flujo. La fuerza de arrastre presenta una dependencia lineal con el ángulo de incidencia de la placa, pues al incrementar el ángulo la fuerza disminuye. Su máximo valor se presenta a  $0^\circ$  y el mínimo a  $90^\circ$ .

La fuerza de sustentación cambia con el ángulo de incidencia. Es nula a  $0^\circ$  y se incrementa gradualmente conforme se aumenta el ángulo de incidencia. Alcanza un valor máximo aproximadamente a los  $20^\circ$  (ángulo de reposo). Una vez alcanzado el ángulo de reposo, donde la cantidad de material estancado que soporta la placa presenta fluidez, la fuerza comienza a disminuir para finalmente ser nula a  $90^\circ$ . Las fuerzas de arrastre y sustentación presentan un comportamiento similar en las diferentes placas.

En suma, el comportamiento del flujo granular alrededor de objetos está relacionado con el ángulo de reposo que presenta el material. Cuando el ángulo de incidencia de la placa es menor al de reposo, el comportamiento del flujo no presenta variaciones a bajas velocidades. Si el ángulo de incidencia es mayor al de reposo, el comportamiento del flujo no presenta variaciones a altas velocidades.

## I.1. TRABAJO A FUTURO

Los resultados que se presentan en esta tesis son preliminares y por ello se necesita continuar con esta investigación. Desde el punto de vista técnico, se deben llevar a cabo mejoras en el sistema de adquisición de datos. El sistema usado no permite variar la razón de adquisición de muestras. Sería interesante poder tomar mediciones de fuerza a una gran frecuencia de muestreo para así poder analizar las fluctuaciones de fuerza. .

Entre varios aspectos que se pueden continuar investigando podemos mencionar lo siguiente:

- Hacer un estudio más detallado de la relación del ángulo de reposo con la formación de zonas de estancamiento y vacío.
- Llevar a cabo mediciones con flujo monodispersos pero con otros tamaños de partículas, así como con materiales compuestos por mezclas de partículas de diferentes tamaños (flujos polidispersos).
- Realizar experimentos con flujos diluidos, puesto que en ese régimen la dependencia del arrastre con respecto a la velocidad es importante.
- Estudiar flujo no estacionario.

## BIBLIOGRAFÍA

- E. Ramírez, “Flujo alrededor de una placa inmersa en una corriente granular”, Tesis de Licenciatura Facultad de Ingeniería, UNAM, 2003.
- R.M. Nedderman, “Statics and Kinematics of Granular Materials” , Cambridge University Press, 1992.
- K. Wiegardt, “Forces in granular flow,” Mech. Res. Commun. 1,3 (1974).
- R. Albert, M.A. Pfeifer, A.-L. Barabási, and P. Schiffer, “Slow drag in a granular medium,” Phys. Rev. Lett. 82,205 (1999).
- I. Albert, P. Tegzes, R. Albert, J. G. Sample, M.A. Pfeifer, A. L. Barabási, T. Vicsek, and P. Schiffer, “Jamming and fluctuations in granular drag,” Phys. Rev. Lett. 84, 5122 (2000)
- I. Albert, P. Tegzes, R. Albert, J. G. Sample, A. L. Barabási, T. Vicsek, B. Kahng, and P. Schiffer, “Stick-slip fluctuations in granular drag,” Phys. Rev. E 64, 031307 (2001)
- T.D. Atkinson, J.C. Butcher, M.J. Izzard, and R.M. Nedderman, “The forces on obstacles suspended in flowing granular materials,” Chem. Eng. Sci. 38,91 (1983).

- U. Tüzün and R.M. Nedderman, “Gravity flow of granular materials round obstacles. I. Investigation of the effects of inserts on flow patterns inside a silo,” Chem. Eng. Sci. 40, 325 (1985).
- Y. Amarouchene, J. F. Boudet, and H. Kellay, “Dynamic sand dunes,” Phys. Rev. Lett. 86, 4286 (2001).
- J. C. Tsai, W. Losert, G. A. Voth, and J. P. Gollub, “Two-dimensional granular Poiseuille flow on an incline: Multiple dynamical regimes,” Phys. Rev. E 65, 011306 (2002).
- J. Hernandez-Cordero, R. Zenit, E. Geffroy, B. Mena, and R.R. Huilgol, “Experiments on granular flow in a hexagonal silo: A design that minimizes dynamic stresses,” Korea-Australia J. Rheol. 12, 269 (2000).
- D. Chehata, R. Zenit, and C.R. Wassgren, “Dense granular flow around a cylinder,” Phys. Fluids 15, 1622 (2003).
- U. Tüzün and R.M. Nedderman, “Gravity flow of granular materials round obstacles—II,” Chem. Eng. Sci. 40,337 (1985).
- V. Buchholtz and T. Pöschel, “Interaction of a granular stream with an obstacle,” Granular Matter 1 ,33 (1998).

- 
- R. Zenit and A. Karion, "Granular flow around a cylinder," Proceedings of the 2000 AIChE Annual Fall Meeting, Los Angeles, CA, 2000.
  - C.R. Wassgren, J.A. Cordova, R. Zenit and A. Karion, "Dilute granular flow around an immersed cylinder," *Phys. Fluids*, 15 (2003) 3318.
  - T.E. Bell and T. Phillips, "Las arenas de Marte," *Ciencia@NASA*, (2005)