

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

POSGRADO DE CIENCIAS FÍSICAS

“EFECTOS DE LA TEMPERATURA FINITA EN LAS EXPLOSIONES DE RAYOS
GAMMA”

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)**

PRESENTA:
ALBERTO BRAVO GARCIA

DIRECTOR DE TESIS: DR. SARIRA SAHU

2005



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

1. Introducción	2
1.1. El Modelo de la Bola de Fuego	6
1.1.1. El Problema del Contenido Bariónico	7
2. Teoría de Campo a Temperatura Finita	12
2.1. Propagación de partículas en un medio	14
2.2. Propagadores en la TCTF	15
3. Correcciones Térmicas a la Masa del Electrón	20
3.1. Autoenergía del Electrón	21
4. Dispersión Electrón-Hadrón a temperatura finita	27
4.1. Estructura Hadrónica	27
4.2. Sección Eficaz de Transporte	29
4.2.1. Amplitud de Dispersión	30
4.2.2. Sección Eficaz de Transporte	31
4.2.3. Dispersión Electrón-Neutrón	32
4.2.4. Dispersión Electrón-Protón	35
5. Conclusiones	38

Resumen

Tanto en física como en astrofísica, el estudio de la propagación de partículas en medios con temperatura y densidad finita es un problema fundamental. En el caso de la astrofísica, existen varios fenómenos donde estos procesos ocurren, como las supernovas, el Universo Temprano y las Explosiones de Rayos Gamma (Gamma-Ray Bursts, ERGs). Durante estos procesos, las partículas modifican tanto sus masas efectivas como sus secciones eficaces de dispersión. Los efectos debidas al medio pueden dar lugar a modificaciones importantes en cálculos hechos en el comportamiento de las partículas.

En el caso de las ERGs, un primer ingrediente del modelo estudiado es que el material responsable del origen de los rayos gamma proviene de partículas con una temperatura del orden de MeV, que se expande a velocidades relativistas. Debido a consideraciones geométricas y a la atenuación que los rayos gamma deben experimentar debido a que deben recorrer un camino óptico grande, obligan a la idea de que estas partículas se mueven de manera compacta; es decir, en un objeto compacto al que se le llama Bola de Fuego. Este objeto se considera formado por electrones, positrones, neutrones, protones y fotones. Los procesos nucleares y electromagnéticos que mantienen juntos a esta Bola de Fuego disminuyen conforme se expande la Bola de Fuego, haciendo que se desacoplen los neutrones y después los protones. Para poder calcular el momento en que se desacoplan ambos, se deben tomar en cuenta procesos (de Electrodinámica Cuántica) de dispersión electrón-protón (ep) y electrón-neutrón (en). Estos procesos se ven afectados debido a la presencia del medio dentro del cual se llevan a cabo.

Utilizando el Formalismo de Tiempo Real en la Teoría de Campo a Temperatura Finita, se calcularon los efectos de un medio a temperatura y densidad alta en la dispersión electrón-neutrón y electrón-protón. Primero se calculó la modificación de la masa del electrón debido a correcciones térmicas. Ya que la temperatura del medio que se quiere considerar es del orden de unos cuantos MeV, las masas del protón y del neutrón no van a sufrir una modificación. Después se calculó la energía promedio de los electrones dentro de un baño térmico. Por último, utilizando la masa corregida del electrón y la energía promedio como la energía que tenían los electrones antes de la colisión, se calcularon las secciones eficaces de transporte de las dispersiones electrón-protón y electrón-neutrón, comparándolas con la sección eficaz sin correcciones térmicas.

En el análisis realizado se encontró que dentro de la Bola de Fuego, donde la temperatura es del orden de 2 a 10 MeV, casi no existe cambio en las secciones eficaces en y ep . Por otra parte, existe un cambio grande en la sección eficaz de la dispersión en cuando la temperatura es baja, del orden o menor que la masa del electrón. Hemos encontrado que la masa y la energía promedio de los electrones/positrones cambia cuando se encuentran dentro del medio de la Bola de

Fuego y estos cambios afectan las dispersiones ep y en dentro de la Bola de Fuego. A pesar de esto, los cambios no son lo suficientemente grandes como para poder encontrar una modificación significativa en la dinámica de la Bola de Fuego ni en la producción de neutrinos de alta energía. Probablemente, el cambio en la masa del electrón pueda afectar los procesos de decaimiento beta y de decaimiento beta inverso dentro de la Bola de Fuego, lo cual puede afectar la razón entre el número de protones y de neutrones $\mathcal{R} = n_p/n_n$. Este cambio en \mathcal{R} puede afectar la producción de neutrinos de alta energía a partir de corrientes diferenciales de neutrones en la Bola de Fuego, lo cual debe ser estudiado en detalle a el futuro.

Capítulo 1

Introducción

Las ERGs son explosiones cortas, cuyo espectro es no térmico de fotones de baja energía (100keV- 1MeV) y liberan alrededor de $10^{51} - 10^{53}$ ergs haciéndolas por unos segundos más luminosas que el resto del universo combinado, lo que refleja sus condiciones extremas [1]. Varían de una a otra en espectro, por lo que no existe una ERGs típica, sin embargo las características observacionales que comparten son: El flujo de fotones observado en la tierra es de $10^{-5} - 10^{-7} \text{ erg/cm}^2$, lo cual se traduce en energías totales de $10^{51} - 10^{53}$ ergs debido a su origen cosmológico. El espectro de las ERGs es no térmico y en la mayoría de los casos se observa una cola a altas energías que se asemeja a una ley de potencias en el intervalo de MeV a GeV. El espectro completo de fotones puede ser caracterizado por dos leyes de potencias unidas, lo cual es una indicación importante de la naturaleza de las ERGs. El número de fotones por unidad de energía ϵ varía típicamente como $N(\epsilon) \propto \epsilon^{-\alpha}$, donde $\alpha \sim 1$ a bajas energías y cambia a $\alpha \sim 2-3$ a energías del fotón por arriba de $\epsilon \sim 0.1-1$ MeV[2].

La estructura temporal de las ERGs es bastante irregular con fluctuaciones grandes incluso en el límite de observación de milisegundos, lo cual da evidencia importante de la naturaleza de éstas[3]. Las curvas de luz de los rayos gamma muestran una dependencia temporal que va desde una curva casi exponencial, suave y con un aumento rápido, hasta curvas con varios picos y subestructuras de milisegundos. La duración a energías de MeV varía de $10^{-3}s$ hasta 10^3s con distribuciones bimodales bien definidas [4, 5]. Estas distribuciones temporales pueden dar información acerca de la física y geometría de las fuentes.

Dichas explosiones fueron detectadas inicialmente en los años 60's por los satélites estadounidenses VELA. Estos satélites detectaron explosiones, cuyo origen no se pudo determinar sino hasta 1973 cuando se reportó la detección de 16 explosiones cortas de fotones con energías en el rango de 0.2 a 1.5 MeV y duraciones de entre 0.1 y 30s [6, 7].

Su origen y naturaleza permanecieron por más de dos décadas desconocidos, debido a que en ese tiempo sólo se podían detectar por unos cuantos segundos y

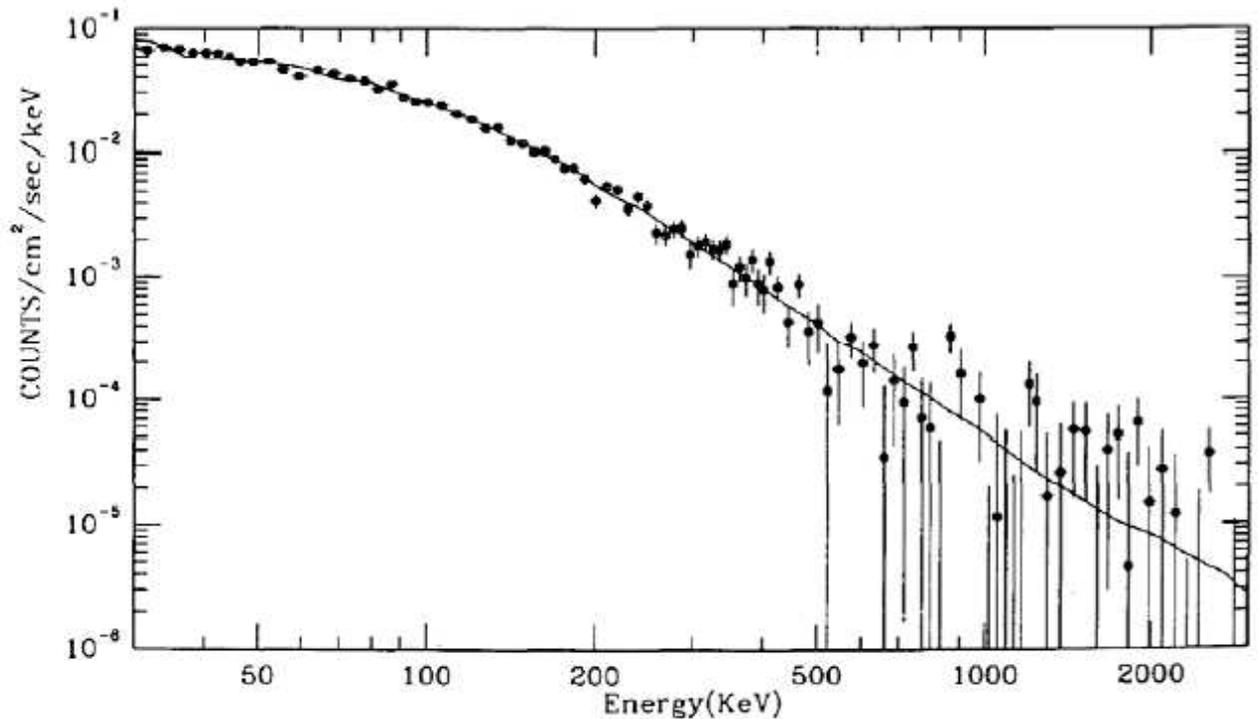


Figura 1.1: Espectro típico de distribución de energía de una ERGs.

exclusivamente a energías de gammas [8, 9, 10, 11]. Una nueva era en la investigación de las ERGs comenzó en 1991 con el lanzamiento del Observatorio Compton de Rayos Gamma (Compton Gamma-Ray Observatory, CGRO) en el que se encontraba el experimento "Burst and Transient Experiment" (BATSE) el cual detectó más de 2700 explosiones y cuyo resultado más importante fue mostrar la distribución isotrópica de las explosiones en el cielo, sin momentos dipolares y cuadrupolares significantes, sugiriendo que las ERGs tienen un origen cosmológico [12, 13]. Hasta la fecha se han publicado más de 2000 artículos sobre ellas.

Uno de los primeros problemas para determinar la energía que liberan estos objetos dado el flujo medido en la tierra, es conocer la distancia de las fuentes emisoras para poder conocer la energía total. Con las mediciones obtenidas con BATSE, se observó una distribución isotrópica de las ERGs en todo el espacio, lo cual dio dos posibilidades para el origen de las ERGs: deberían provenir de fuentes cercanas a la Tierra en la Nube de Oort, donde no existen fuentes capaces de producir estos objetos tan energéticos, o deben entonces tener sus fuentes a distancias mucho mayores que la distancia entre el centro de la galaxia y la Tierra o a distancias cosmológicas. Una vez que se conoce la distancia de las fuentes de las ERGs, se puede conocer la energía liberada por ellas para una distribución isotrópica utilizando la

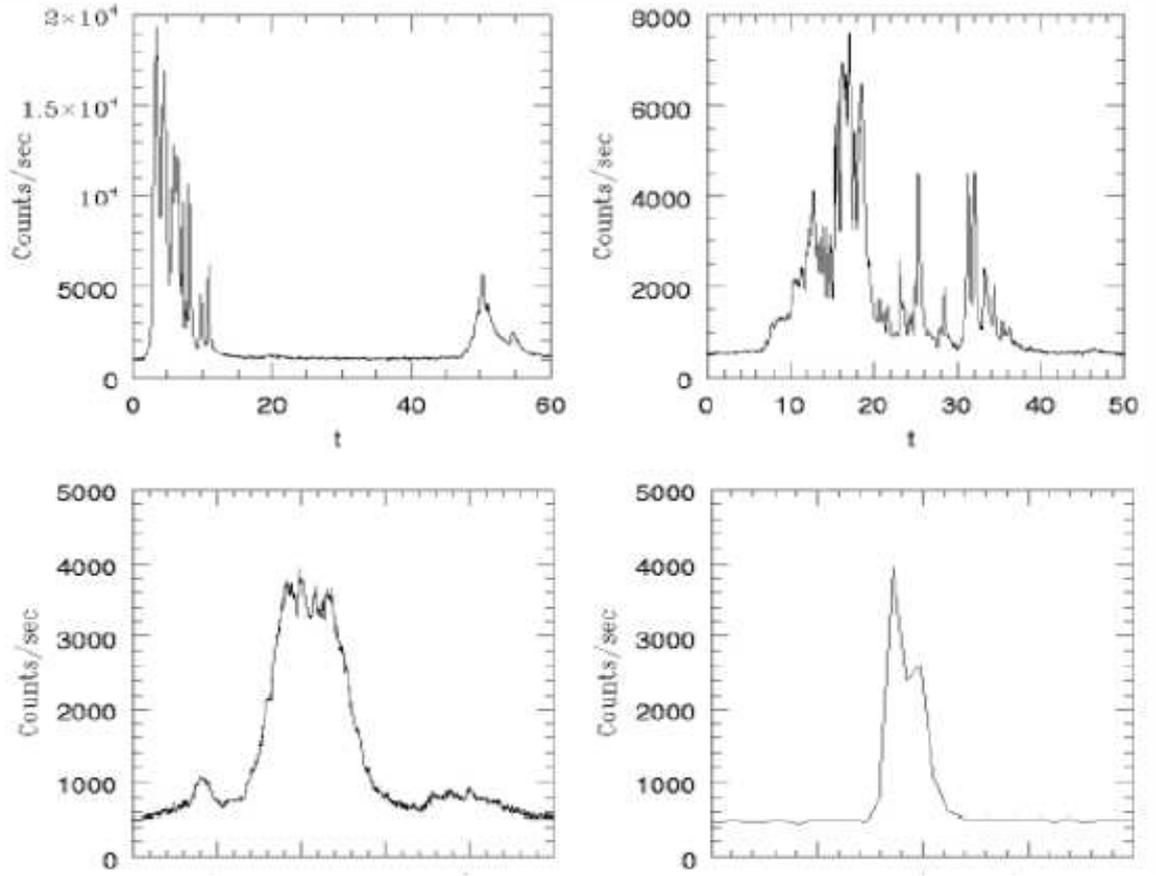


Figura 1.2: Curvas de luz de 4 ERGs.

relación

$$E = 4\pi D^2 F = 10^{50} \text{erg} \left(\frac{D}{3000 \text{Mpc}} \right)^2 \left(\frac{F}{10^{-7} \text{erg/cm}^2} \right), \quad (1.1)$$

con F el flujo observado en el detector y D la distancia del detector a la fuente. Si la distribución de energía ϵ no es isotrópica, se puede utilizar

$$E = 10^{54} \frac{\Omega}{4\pi} \epsilon^{-1}, \quad (1.2)$$

donde el factor angular depende de si la emisión es isotrópica o si emite en forma de chorro colimado, y el factor ϵ depende de la eficiencia de la fuente en convertir energía en radiación.

Un modelo que se utiliza para explicar el fenómeno de las ERGs, tomando en cuenta la estructura temporal de las explosiones y la naturaleza no térmica del espectro, llamado Bola de Fuego, considera que la liberación de grandes cantidades de rayos gamma dentro de una región compacta con un radio de aproximadamente

2704 BATSE Gamma-Ray Bursts

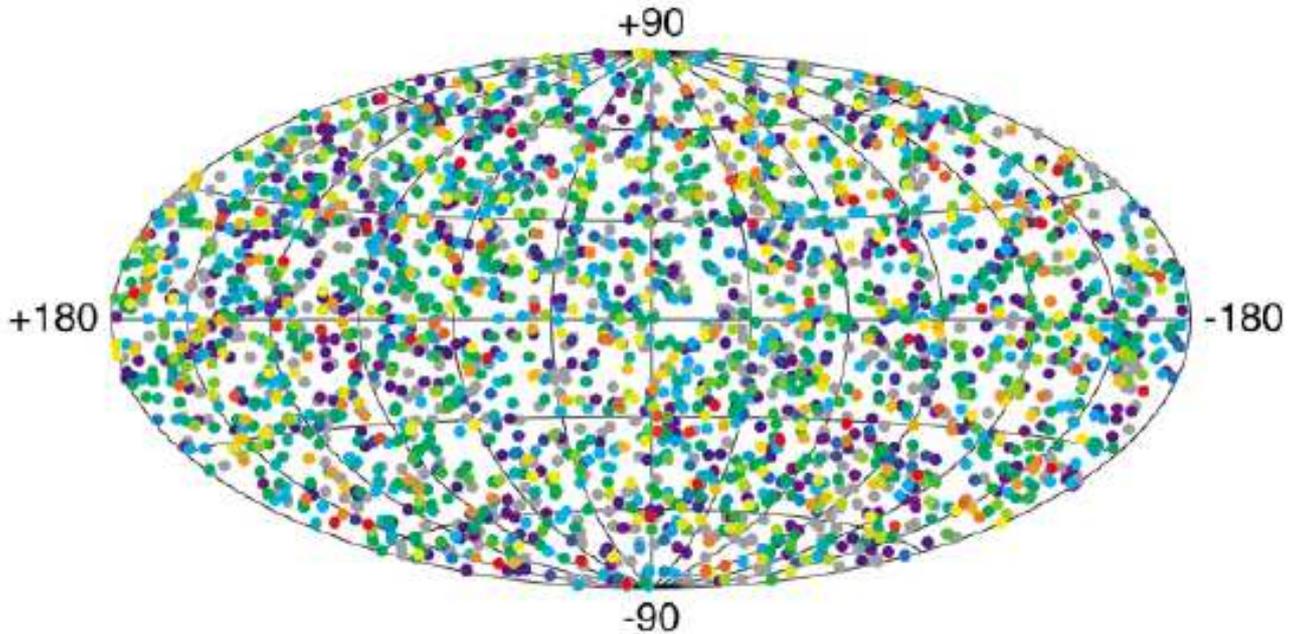


Figura 1.3: Distribución en el cielo de 2704 ERGs detectadas por BATSE.

100 km crea una Bola de Fuego opaca formada de fotones y leptones debido al proceso $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$.

Además de los pares electrón-positrón y los fotones, las bolas de fuego deben contener algunos bariones, en especial neutrones libres, tanto del progenitor como del medio que las rodea, lo cual afectará la expansión de la Bola de Fuego, cambiando crucialmente el mecanismo de desaceleración debido a un medio externo. Al desacelerarse la Bola de Fuego de iones los neutrones decaen, dejando atrás los productos de decaimiento que se mueven a velocidades relativistas, mezclados con el medio, y que causan un choque con las capas posteriores, lo cual produce una emisión de fotones en diferentes longitudes de onda llamado Crepúsculo. [14].

Los electrones asociados con la materia pueden aumentar la opacidad y, por tanto, retardar el proceso de emisión de radiación. Los bariones pueden ser acelerados junto con la Bolas de Fuego y convertir parte de la energía de radiación en energía cinética de bulto. Sin considerar esto, la carga bariónica tiene que ser muy pequeña, de otra forma, la expansión de la Bola de Fuego será no relativista, lo cual es inconsistente con las observaciones presentes.

Se ha sugerido una solución al problema de la carga bariónica suponiendo que

la oscilación de neutrinos muónicos a neutrinos estériles (que no interactúan) tiene una longitud de oscilación comparable al ancho de la región bariónica con lo que los neutrinos, al entrar en esta región, cambian a estériles y se convierten de nuevo en neutrinos muónicos a la salida. Los neutrinos estériles que son inertes no interactúan con el barión. A la salida, estos neutrinos se aniquilan y forman la llamada Bola de Fuego [15].

El inconveniente de esta idea es que se requiere de un tipo especial de motor central para generar sobre todo neutrinos del tipo muónico y obviamente no existe un mecanismo por el cual el motor central produzca sólo neutrinos del tipo muónico. Además, no está claro por qué los neutrinos muónicos oscilarán a neutrinos estériles y no a otros sabores. El efecto de la materia también ha sido considerado para oscilaciones de neutrinos en este contexto. La evolución de las bolas de fuego puras (sin bariones) también ha sido estudiada.

Las observaciones sugieren que el motor central debe ser compacto. Los candidatos principales son: las fusiones de dos estrellas de neutrones (NS-NS), sistemas binarios de hoyos negros con estrellas de neutrones (BH-NS) y modelos de colapso de hipernovas que involucran un progenitor estelar masivo [16, 17].

En todos estos modelos, la energía gravitacional es liberada en su mayor parte de forma $\nu\bar{\nu}$, radiación gravitacional y una pequeña fracción (10^{-3}) es responsable de dar poder a los ERGs. Se generan neutrinos de 10-30 MeV debido al colapso estelar o evento de fusión que dispara la explosión. Puede ser debido a procesos de bremsstrahlung nucleónico $NN \rightarrow NN\nu\bar{\nu}$ y $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ en los que se produzcan neutrinos muónicos y tauónicos durante el proceso de fusión y su flujo será muy pequeño. Muchos o la mayoría de los motores centrales propuestos para los ERGs tienen objetos compactos que son, por ellos mismos, altamente neutronizados o son acompañados de flujos intensos de neutrinos. Las interacciones débiles inducidas por estos neutrinos pueden resultar en un número significativo de conversiones de protones a neutrones, especialmente si la transformación resonante del sabor del neutrino ocurre y esto puede afectar la producción de neutrinos de ultra alta energía [18, 19].

1.1. El Modelo de la Bola de Fuego

A distancias cosmológicas el flujo observado de las ERGs implica una energía del orden de 10^{54} erg y debido a la causalidad, ésta debe ser liberada dentro de regiones compactas cuyo tamaño sea del orden de cientos de kilómetros a escalas de tiempo de segundos. Independientemente del progenitor, una explosión tan breve, intensa y localizada implica la formación de una Bola de Fuego que contenga pares electrón-positrón y fotones [43]. Por otra parte, el espectro no térmico indica que la emisión debe provenir de una región ópticamente delgada, sin embargo,

debido al tamaño de la Bola de Fuego, ésta debe ser ópticamente gruesa para la creación de pares [44, 45, 46, 47]. Tal fuente no puede emitir de forma no térmica. Éste es el problema de Compactamiento. La forma más simple de sobreponerse a este problema es si la fuente se mueve de forma ultra-relativista hacia nosotros [48, 49, 50]. Esta hipótesis es natural, debido a que la mayor parte de la energía del espectro se observa a más de 0.5 MeV , por lo que la profundidad óptica en contra de la creación de pares $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ es enorme y la expansión viene del valor de la luminosidad que sobrepasa el límite de Eddington. Para no tener problemas de compactamiento de la fuente ni de causalidad, se deben formar choques con la materia dentro de la Bola de Fuego que al irse desacelerando emitan las ERGs que se observan y un Crepúsculo debido a choques con el medio. Estos choques deben de ser extremadamente relativistas con factores de Lorentz mayores a 100. El modelo de la Bola de Fuego sugiere que la ERGs se desarrolla en tres etapas:

-Primero una fuente produce un flujo de energía relativista. El motor central que lo produce se encuentra escondido y no puede ser observado directamente, dejando sólo evidencia circunstancial de la naturaleza de la fuente.

-La energía se transfiere de forma relativista desde la fuente hasta una región a una distancia mayor que 10^{13} cm donde el sistema es ópticamente delgado. Esto se realiza posiblemente en forma de un flujo de partículas relativistas, pero puede también ser a través de un flujo de Poynting. Este flujo debe ser altamente irregular para producir los choques internos.

-El material lanzado a velocidad relativista pierde velocidad y los choques producidos convierten la energía cinética a energía interna en las partículas aceleradas las cuales, a su vez, emiten los rayos gamma observados.

1.1.1. El Problema del Contenido Bariónico

Una ERGs estándar debe contener neutrones libres que provengan del medio donde fue depositada la energía o del progenitor cambiando ésto crucialmente el mecanismo de desaceleración de la Bola de Fuego debido al medio externo. Por lo tanto, la composición inicial de la Bola de Fuego y su evolución durante la expansión es crucial para la física de la explosión, siendo particularmente importantes los neutrones durante la explosión. En particular, el movimiento relativo de los neutrones y de los iones dentro de la Bola de Fuego puede dar lugar a una emisión observable de neutrinos con energías de GeV [51].

La aceleración del plasma de la Bola de Fuego está regida por la presión de radiación. Los protones de la Bola de Fuego son acelerados a través de su

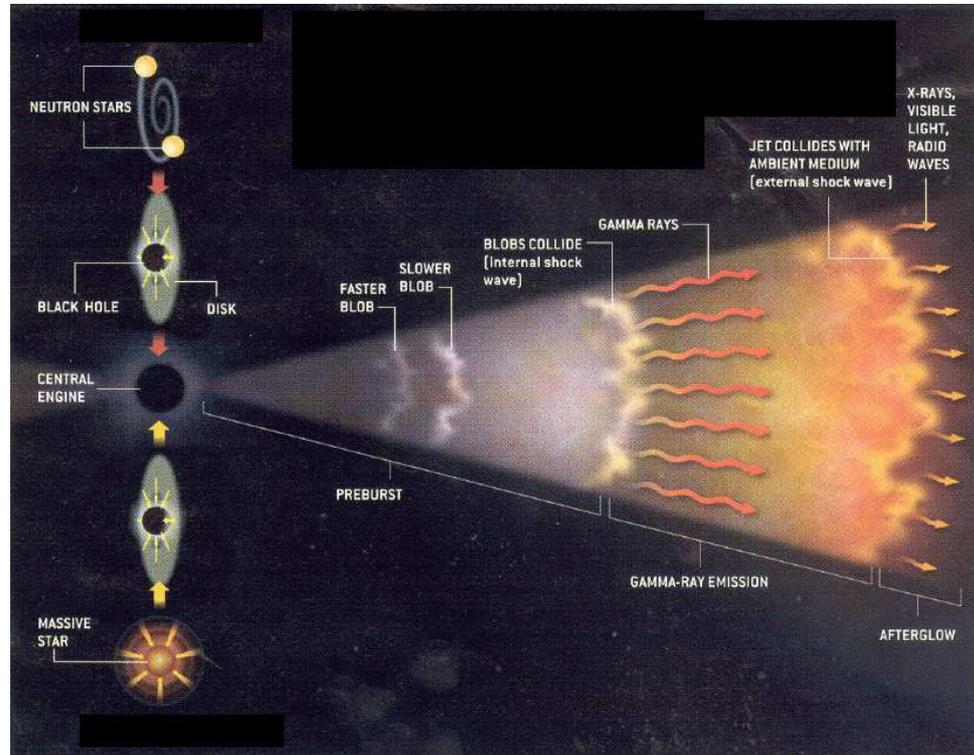


Figura 1.4: Modelo de la Bola de Fuego de una ERGs.

acoplamiento con los electrones los que a su vez se encuentran acoplados a los fotones de la Bola de Fuego. Los neutrones se acoplan a través de interacciones con los protones, y además por un acoplamiento más débil a los electrones, debido a una interacción con el momento magnético del neutrón. Se asume que los electrones se encuentran acoplados a los fotones durante la fase de aceleración, pero esto puede no suceder si la carga bariónica es muy baja, lo cual puede causar que la radiación se desacople de los electrones a una distancia menor que el radio final que alcanza la Bola de Fuego antes de la emisión de los fotones.

Una pequeña carga bariónica, mayor que $10^{-8}M_{\odot}$, aumenta la profundidad óptica debido a dispersión de Thomson de los electrones asociados con los protones, por lo que la mayoría de la energía de radiación se debe convertir en energía cinética de los bariones, antes de que el plasma se vuelva ópticamente transparente [52, 53]. Esto produciría una expansión no relativista que está en contradicción con las observaciones. A este problema es al que se le conoce como problema de contenido bariónico de la Bola de Fuego.

La profundidad óptica de Thomson de la Bola de Fuego está dada por el producto del tiempo de expansión, $r/\Gamma(r)c$, y la tasa de dispersión de Thomson para fotones, $n_e c \sigma_T$. Las densidades del protón y del electrón en el sistema de referencia

que se mueve junto con ellos son iguales y se determinan al igualar el flujo de masa del viento, $4\pi r^2 c \Gamma(r) n_p m_p$, con la tasa de pérdida de masa de la fuente, que se encuentra relacionada con la tasa a la que se emite la energía como $\dot{M} = L/(\eta c^2)$, donde η es un valor típico de la Bola de Fuego. Por lo tanto, durante la fase de aceleración, $\Gamma(r) = r/r_0$, y la profundidad óptica de Thomson es proporcional a r^{-3} . Si $\eta > \eta_*$, con

$$\eta_* = \left(\frac{\sigma_T L}{4\pi r_0 m_p c^3} \right)^{1/4} = 1 \times 10^3 L_{52}^{1/4} r_{0,7}^{-1/4}, \quad (1.3)$$

entonces la radiación se desacopla del plasma de la Bola de Fuego a $\Gamma = \eta_*^{4/3} \eta^{-1/3}$. Si es mucho mayor, entonces la mayor parte de la energía de radiación no se convierte en energía cinética antes del desacoplamiento de la radiación y la mayor parte de la energía de la Bola de Fuego escapa en la forma de radiación térmica. Por lo tanto, la carga bariónica de las capas de la Bola de Fuego deben encontrarse dentro del intervalo de $10^2 < \eta < \eta_* < -10^3$ para permitir la producción del espectro no térmico de los rayos gamma [54].

Una forma de solucionar este problema de contenido bariónico en ciertos modelos de ERGs es la conversión de un número importante de bariones a neutrones. De manera interesante, la mayoría de los objetos propuestos como motores centrales para las ERGs involucra objetos compactos que se encuentran altamente neutronizados o que se encuentran acompañados de flujos intensos de neutrinos, lo que puede resultar en una conversión significativa de protones a neutrones por medio de interacciones débiles entre protones y neutrinos [55, 56]. Debido a la pequeña interacción de los neutrones con los fotones, electrones y positrones del plasma de la Bola de Fuego, no va a existir una conversión tan grande de la energía de radiación de éstos en energía cinética de los bariones, permitiendo obtener el espectro no térmico observado. Para ver esto, se puede tomar como primera aproximación, a neutrones no interactuantes con el plasma. Suponiendo que al inicio, en la Bola de Fuego se tienen pares electrón-positrón, fotones y protones, y que todos interactúan entre ellos, dándole energía cinética a los protones. Si éstos protones son convertidos en neutrones no interactuantes, éstos se van a quedar atrás al expandirse la Bola de Fuego de manera relativista evitando así la pérdida de energía. Por supuesto, los neutrones reales sí interactúan a través de su momento dipolar magnético con los electrones y además interactúan con los protones a través de interacciones fuertes, por lo que esto va a limitar ese mecanismo mientras no haya una conversión total de protones a neutrones, haciendo que la solución al problema de la carga bariónica dependa del exceso de neutrones en el ambiente de la Bola de Fuego [55].

En un modelo de la Bola de Fuego con contaminación de bariones, la energía es transportada en la forma de energía cinética de una capa de partículas relativistas. La energía cinética se convierte en energía térmica de partículas relativistas por medio de choques y subsecuentemente estas partículas producen la radiación observada.

Esto puede ser explicado mediante dos modelos de conversión de energía (i) Choques Externos y (ii) Choques Internos.

Choques Externos

Los choques externos se deben a la interacción de la materia relativista que es lanzada con el medio que lo rodea, el medio interestelar o con un viento que provenga de una etapa anterior de la explosión. Estos choques con el medio interestelar se producen cuando la capa de partículas relativistas con ancho Δ a una distancia típica de la escala de Sedov [57] $l \equiv (E/n_{ism}m_p c^2)^{1/3}$. La masa en reposo dentro de una esfera de radio l , iguala la energía de la capa típicamente cuando $l \simeq 10^{18}$ cm. Cuando los choques son relativistas, éstos convierten una fracción grande de su energía cinética en $R_\gamma = l/\gamma^{2/3} \simeq 10^{15} - 10^{16}$ cm, cuando la masa externa con la que se encuentra es igual a γ^{-1} de la masa de la capa.

Choques Internos

En [58] Sari y Piran y Fenimore et al. en [59] han demostrado que la estructura temporal tan variable observada de las ERGs no puede ser producida eficientemente por los choques externos, por lo que el único otro posible método de producción es a través de choques internos. Estos choques surgen debido a que en el flujo irregular, capas más rápidas alcanzan a las más lentas [60, 61, 62]. Estos choques internos pueden extraer sólo una fracción de la energía total, por lo que el resto de la energía puede ser extraída por medio de los choques externos que van a producir una emisión a distintas longitudes de onda, el Brillo Posterior [58, 63, 64, 65], dando una cuarta etapa en la evolución de la ERGs:

-El flujo relativista que ha sido desacelerado pero no se ha detenido, se detiene aún más debido al medio que lo rodea, produciendo el Brillo Posterior. Esta fase es regular y puede ser modelada bastante bien con la solución auto-similar adiabática de Blandford-McKee [66]. En este modelo de conversión de energía, cuando una capa interna alcanza a una más lenta, las dos capas chocan produciendo una sola. Si γ_f y γ_s son los factores de Lorentz de las capas y si $\gamma_f \geq \gamma_s \sim \gamma$ entonces la capa interna alcanzará a la externa en

$$R \simeq \gamma^2 \delta \simeq 10^{14} \text{ cm } \delta_{10} \gamma_{100}^2, \quad (1.4)$$

donde δ es la separación inicial entre las capas en el sistema de referencia en reposo del observador y $\delta_{10} = \delta/10^{10}$ cm y $\gamma_{100} = \gamma/100$. Estos choques internos convierten aproximadamente 2-20 % de la energía cinética del flujo en energía interna. Los protones y electrones van a ser acelerados aquí, en la presencia de un campo magnético, estas partículas cargadas van a emitir fotones de alrededor de 220 keV. Al expandirse la Bola de Fuego de forma relativista, estos fotones van a correrse al azul encontrándose en el rango de los MeV al llegar a nosotros.

Se ha demostrado por muchos autores que el contenido de la Bola de Fuego influye su dinámica así como la producción de su brillo posterior y de rayos cósmicos de alta energía. La influencia de la componente de neutrones en la Bola de Fuego depende grandemente en si ésta está acoplada a una componente cargada (electrones o protones) o no. Los neutrones libres que provienen del motor central son acelerados por medio de colisiones con protones. Con la expansión de la Bola de Fuego, las colisiones entre protones y neutrones decrecen y a un radio dado, son tan pequeñas que la mayoría de los neutrones escapan sin producirse más colisiones posteriores.

Si asumimos que la Bola de Fuego tiene una masa bariónica $M_b \sim 10^{-6}M_\odot$ y un radio inicial $R \sim 500$ Km, entonces $n_p \sim 6,5 \times 10^{31}/cm^3$. Aquí estamos considerando una Bola de Fuego con carga neutral por lo que $n_e = n_p$ y además por simplicidad tomamos $n_p = n_n$ (consideramos la misma cantidad inicial de neutrones y protones). Por lo que usando todo esto, obtenemos $\nu \simeq 2 \times 10^6/cm$. Esto disminuirá cuando la Bola de Fuego se expanda, debido a que la densidad de número de protones disminuirá. La difusión de la componente de neutrones de la componente de protones va a ocasionar colisiones inelásticas entre ellos y por lo tanto se producirán piones. Estos piones darán lugar a la producción de neutrinos de alta energía en el rango de 5 - 15 GeV [67], lo cual sólo es posible si se encuentran neutrones presentes en la Bola de Fuego. También se predice la producción de neutrinos de ultra alta energía.

En los siguientes capítulos de la tesis se va a estudiar el efecto que tiene la temperatura finita en los procesos que se llevan a cabo dentro de la Bola de Fuego de las ERGs, comparando con los cálculos que hasta ahora se han realizado dentro de este modelo. Para esto, en el capítulo 2 se da una pequeña introducción a la Teoría Térmica de Campo, explicando las modificaciones respecto a la Teoría Cuántica de Campo, cómo se modifican las relaciones de dispersión, la autoenergía y los propagadores. En los siguientes dos capítulos se utiliza esto para calcular las modificaciones a la masa efectiva del electrón y a la sección eficaz de transporte de los procesos $e^\pm + H \rightarrow e^\pm + h$, donde la H representa hadrones (protones o neutrones). Por último en el capítulo 5 se aplican estos cálculos a la Bola de Fuego de las ERGs y se dan las conclusiones.

Capítulo 2

Teoría de Campo a Temperatura Finita

Existen varios escenarios cosmológicos y astrofísicos donde se necesita tener una ecuación de estado para la materia a densidades mayores que $10^{15} \text{gr cm}^{-3}$; por ejemplo en: las estrellas de neutrones, las primeras fases del universo temprano y los agujeros negros. A estas densidades (y en algunos casos temperaturas) tan altas, no se puede trabajar con una teoría de campo normal ya que éstas no incluyen los efectos de la densidad ni de la temperatura que para estos escenarios son de gran importancia [20].

Para trabajar en estos escenarios, es necesario usar la Teoría Térmica de Campo donde se considera que las partículas se encuentran dentro de un baño térmico en un equilibrio termodinámico. Los efectos de la temperatura finita se toman en cuenta a través de funciones de distribución estadísticas que renormalizan las masas de las partículas, al igual que las constantes de acoplamiento, es decir, se modifican los vértices y propagadores de la teoría en el vacío, lo cual afecta los procesos de decaimiento y dispersión [21].

Por ejemplo, si se toma el caso del Universo Temprano, éste usualmente se describe como un gas caliente de partículas que se encuentran casi en equilibrio termodinámico. En este caso, para poder entender el exceso de generación de bariones, la época relevante es $t \simeq 10^{-35}$ seg (después de la explosión), cuando la temperatura alcanza el orden de 10^{15} GeV. Se sugiere que en ese momento pudieron ocurrir interacciones que no conservaran el número bariónico, que se vieron afectadas por los efectos de la temperatura finita del medio [22].

Cuando una partícula se propaga en un medio, que tiene temperatura y densidad finitas se modifican las propiedades de las partículas con respecto a las del vacío. En particular, se modifican su masa efectiva y sus relaciones de dispersión, las cuales gobiernan su propagación. Estos cambios se pueden representar en términos

de un índice de refracción o de un potencial efectivo, a partir de la parte real de la autoenergía inducida por el medio [23, 25]. En la Teoría de Campo a temperatura finita, el potencial efectivo puede ser calculado utilizando las contribuciones del medio a la autoenergía de la partícula que se propaga en el medio.

Usualmente cuando se considera al medio como un baño térmico, también se considera que las partículas se comportan como partículas libres. Las interacciones sólo son responsables del equilibrio termodinámico y no contribuyen a la densidad de energía. Sin embargo, las partículas en el medio sienten potenciales efectivos debido a interacciones con otras partículas, que modifican sus relaciones de dispersión o introducen masas efectivas para las partículas.

El Formalismo de Tiempo Real (FTR) de la Teoría de Campo a Temperatura Finita (TCTF), utiliza a las energías como variables reales. Existen al menos tres enfoques para este formalismo que son: la formulación en integrales de trayectoria, el formalismo canónico y la dinámica de campos térmicos, que son equivalentes, en los cuales se involucran funciones de Green ordenadas y anti-ordenadas temporalmente. En este formalismo, el número de campos se duplica respecto a los de temperatura cero, lo cual conduce a que los propagadores y las autoenergías sean matrices [26, 27].

La Teoría de Campo a Temperatura Finita o Teoría de Campo Estadística, es la unión de la Teoría Cuántica de Campo con la mecánica estadística. Esto se hizo ya que en la física de partículas se tienen problemas de muchos cuerpos como el desconfinamiento de la materia hadrónica. La posibilidad de transiciones de fase, en teorías de norma con simetrías rotas espontáneamente, es la responsable del aumento en el interés por la Teoría de Campo a Temperatura Finita desde los años 70.

La Teoría Cuántica de Campo describe el comportamiento de las partículas elementales y se utiliza para describir la dinámica de las partículas en procesos de colisión. Una idea fundamental en esta teoría es la idea de fluctuaciones cuánticas representadas perturbativamente por diagramas de Feynman. Por otra parte, la mecánica estadística se usa cuando se quiere estudiar problemas de muchas partículas. Una de sus ideas principales es que[24]:

Si un sistema en equilibrio térmico tiene muchos estados posibles no degenerados, la probabilidad de que el sistema tenga energía E_n es

$$P(E_n) = \frac{e^{-E_n/kT}}{\sum_n e^{-E_n/kT}}, \quad (2.1)$$

donde la suma se realiza sobre todos los estados posibles del sistema.

Dentro de las distintas áreas donde se utiliza como herramienta para el estudio de algunos sistemas físicos, se encuentran las teorías de restauración de simetría,

donde se considera que se puede reestablecer una simetría tanto global como local que está espontáneamente rota subiendo la temperatura. Otro problema es el de colisiones de iones pesados a altas energías donde se busca el plasma de quarks y gluones. En el área de la astrofísica, los problemas donde se puede utilizar a la TCTF los núcleos de estrellas de neutrones, supernovas y enanas blancas, entre otras, se forman de plasmas muy densos con densidades del orden de $10^6 - 10^{15}$ gr/cm³, donde en las estrellas de neutrones se alcanzan las densidades del orden de la del neutrón por lo que se espera que los núcleos se traslapen y formen un plasma de quarks y gluones. Por otra parte, se necesita conocer el índice de refracción de los neutrinos que se propagan en materia para estudiar el mecanismo Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) de oscilaciones de neutrinos en un medio. En este último problema se tienen varios enfoques para estudiarlo, donde uno de los más idóneos es la TCTF [26].

2.1. Propagación de partículas en un medio

Cuando una partícula se propaga en un baño térmico, las relaciones de dispersión cambian respecto a las del vacío. En el caso de la propagación de fermiones en presencia de un medio, la ecuación de Dirac cambia respecto de la del vacío, al agregarse el término de la autoenergía $\Sigma(k)$ a la ecuación para el vacío, es decir, que si se considera un fermión sin masa, la ecuación de Dirac sería [25, 27, 26]

$$[\not{k} - \Sigma(k)]\Psi = 0, \quad (2.2)$$

en lugar de

$$\not{k}\Psi = 0. \quad (2.3)$$

Además el lagrangiano para un fermión sin masa libre (izquierdo), que en vacío es

$$L_{vac} = \bar{\psi}_L(k) \not{k} \psi_L(k) \quad (2.4)$$

cambia a

$$L_{med} = \bar{\psi}_L(k) (\not{k} - \Sigma(k)) \psi_L(k). \quad (2.5)$$

A su vez, la autoenergía en un medio cambia con respecto de la autoenergía en vacío ya que en el vacío depende sólo del cuadrivector de momento de la partícula, mientras que en el medio se agrega una dependencia con la velocidad del medio.

En el vacío se tiene

$$-Re\Sigma = a \not{k}, \quad (2.6)$$

mientras que para el medio se tiene

$$-Re\Sigma = a \not{k} + b \not{u}, \quad (2.7)$$

donde u es el cuadrivector unitario de velocidad del medio, que en nuestro caso se considera en reposo ($u^\mu = (1, 0)$) y las funciones a y b son funciones invariantes de Lorentz que dependen de k^2 y de u .

Para calcular las interacciones en el vacío de los electrones, se utilizan las reglas de Feynman con los propagadores de fermiones y bosones. Al considerar la propagación en un baño térmico formado por partículas y antipartículas en el formalismo de tiempo real de la Teoría de Campo, se utilizan las mismas reglas, sólo que los propagadores se modifican para tomar en cuenta los efectos del baño térmico [28].

En las siguientes secciones se calculan los propagadores y las reglas de Feynman que se utilizan en los siguientes capítulos.

2.2. Propagadores en la TCTF

Como ya se dijo, los propagadores en un medio se definen como matrices de 2×2

$$\Delta_F = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

para los bosones y

$$S_F = \begin{pmatrix} S_{F11} & S_{F12} \\ S_{F21} & S_{F22} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

para los fermiones. Las componentes de los propagadores libres para el campo escalar complejo en el espacio de momentos están dadas por [28]:

$$\begin{aligned} \Delta_{11}(k) &= \frac{1}{k^2 - M_B^2 + i\epsilon} - 2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) \eta_B(k \cdot u), \\ \Delta_{22}(k) &= -\frac{1}{k^2 - M_B^2 - i\epsilon} - 2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) \eta_B(k \cdot u), \\ \Delta_{21}(k) &= -2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) [\eta_B(k \cdot u) + \theta(-k \cdot u)], \\ \Delta_{12}(k) &= -2\pi i \delta(k^2 - M_B^2) [\eta_B(k \cdot u) + \theta(k \cdot u)], \end{aligned} \quad (2.10)$$

y

$$\begin{aligned}
S_{F11}(k) &= (\not{k} + m) \left[\frac{1}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) \eta_f \right], \\
S_{F22}(k) &= (\not{k} + m) \left[-\frac{1}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) \eta_f \right], \\
S_{F12}(k) &= (\not{k} + m) 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) [\eta_f - \theta(-k \cdot u)], \\
S_{F21}(k) &= (\not{k} + m) 2\pi i \delta(k^2 - m_e^2) [\eta_f - \theta(k \cdot u)].
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Aquí la función η se define (para fermiones (f) y bosones (B)) como

$$\eta_{f,B}(p \cdot u) = \theta(p \cdot u) f_{f,B}(p \cdot u) + \theta(-p \cdot u) f_{f,B}(-p \cdot u), \tag{2.12}$$

y la función f es la distribución de partículas, que para el caso de fermiones está dada por

$$f_f(x) = \frac{1}{e^x + 1}, \tag{2.13}$$

y para el caso de bosones es

$$f_B(x) = \frac{1}{e^x - 1}. \tag{2.14}$$

En las dos ecuaciones anteriores x se define como

$$x = \beta(k \cdot u - \mu). \tag{2.15}$$

En esta última ecuación, μ es el potencial químico, β el inverso de la temperatura y θ la función escalón. Para las antipartículas se tienen relaciones similares \bar{f} y \bar{f} , sólo que en este caso se cambia μ por $-\mu$ [28].

Si S'_F es el propagador exacto del fermión, se puede escribir en términos de matrices utilizando la matriz de autoenergía como

$$S'_F = S_F + S_F \Sigma S'_F, \tag{2.16}$$

donde S_F es el propagador libre.

Los propagadores exactos no son independientes, sino que cumplen las relaciones [28]

$$\begin{aligned} [iS'_{F11}(K)]^* &= iS'_{F22}(K) \\ S'_{F11} + S'_{F22} &= S'_{F12} + S'_{F21} \\ S'_{F12} &= e^x S'_{F21}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Entonces se pueden escribir en términos de la matriz S'_F de la forma

$$S'_F = U_F \begin{pmatrix} S'_{F11} & 0 \\ 0 & \bar{S}'_{F22} \end{pmatrix} U_F, \quad (2.18)$$

donde se tiene que

$$\bar{S}'_F \equiv \gamma^{0\dagger} S'_F \gamma^0, \quad (2.19)$$

y U_F esta dada por

$$\begin{aligned} U_{11} &= U_{22} = \sqrt{1 - \eta_F}, \\ U_{12} &= \frac{-\eta_F + \theta(-k \cdot u)}{\sqrt{1 - \eta}}, \\ U_{21} &= \frac{-\eta_F + \theta(k \cdot u)}{\sqrt{1 - \eta}}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Para el caso de los bosones se tiene que cambiar η_B en lugar de $-\eta_f$.

Escribiendo

$$S'_F = \frac{1}{\not{k} - m - \Sigma}, \quad (2.21)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= \Sigma - (\Sigma - \bar{\Sigma})\eta_F \\ \Sigma_{22} &= -\bar{\Sigma} - (\Sigma - \bar{\Sigma})\eta_F \\ \Sigma_{12} &= (\Sigma - \bar{\Sigma})[\eta_F - \theta(-k \cdot u)] \\ \Sigma_{21} &= (\Sigma - \bar{\Sigma})[\eta_F - \theta(k \cdot u)] \end{aligned} \quad (2.22)$$

Aquí la barra sobre Σ tiene el mismo significado que en Ec. (2.19).

De la Ec. (2.22) se tiene que

$$Re\Sigma = Re\Sigma_{11} \quad (2.23)$$

y

$$Im\Sigma = \frac{\Sigma_{12}}{2i [\eta_F - \theta(-k \cdot u)]} = \frac{\epsilon(k \cdot u)\Sigma_{12}}{2if_F(x)}, \quad (2.24)$$

donde

$$\epsilon(k \cdot u) = \theta(k \cdot u) - \theta(-k \cdot u). \quad (2.25)$$

Para el caso del propagador de bosones vectoriales se utiliza la norma unitaria con lo que se puede hacer el cambio

$$\Delta'_{\mu\nu} \rightarrow \Delta_{\mu\nu} \equiv \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}}{k^2 + i\epsilon}. \quad (2.26)$$

obteniendo una expresión similar a la de la Ec. (2.20) para éstos. De ésta, se obtienen (en forma similar al caso del propagador fermiónico) las expresiones para las componentes de la matriz de autoenergías para fotones ($\Pi^{\mu\nu}$) y de éstas, a su vez, se obtienen las ecuaciones

$$\begin{aligned} Re\pi^{\mu\nu} &= Re\pi_{11}^{\mu\nu}, \\ Im\pi^{\mu\nu} &= \frac{i\pi_{12}^{\mu\nu}\epsilon(k \cdot u)}{2f_B(x)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

La norma unitaria se utiliza para el propagador de bosones vectoriales ya que sin utilizar una norma, existe una redundancia en la descripción, es decir, existen más grados de libertad de los que son físicos y con esta norma se eliminan términos que corresponden a grados de libertad que no son físicos, quedando sólo los estados físicos del Higgs y del bosón de norma masivo [29].

Cuando se habla de la parte real o imaginaria de las autoenergías, ya sea para la del fotón o la de un fermión, se piensa que la parte real es la parte que se

dispersa en el medio, mientras que la parte imaginaria es la parte que es absorbida [28, 26, 30].

Con estos propagadores, tanto de bosones como de fermiones, en el capítulo siguiente se calcularán las correcciones que tiene la masa del electrón cuando se propaga dentro de un baño térmico, y posteriormente los efectos que esto tiene en la dispersión de electrones con protones y neutrones.

Capítulo 3

Correcciones Térmicas a la Masa del Electrón

La dinámica de los electrones en un baño térmico se ve modificada por las interacciones electromagnéticas entre los electrones y el medio. Estos efectos del medio sobre los electrones se pueden calcular utilizando la autoenergía del electrón a temperatura finita, tomando en cuenta la presencia de electrones, positrones y fotones en el medio además de las correcciones que existen en el caso del vacío, donde se consideran creaciones y aniquilaciones de partículas virtuales que son las que contribuyen para obtener la masa que se mide en el vacío $m_0 = 0.511$ MeV [31, 32, 33, 34]. Las interacciones con los neutrinos están suprimidas cuando la temperatura es del orden de unos cuantos MeV ya que éstas involucran el intercambio de bosones W y Z que no pueden existir en un medio con esta temperatura que además, si existieran, serían suprimidas debido a que son proporcionales al inverso del cuadrado de la masa del bosón (W ó Z) [35]. La masa física del electrón corregida a temperatura finita se obtiene al evaluar el propagador renormalizado y encontrar su polo, es decir, el cero del inverso del propagador [21].

Para el cálculo de la autoenergía se van a utilizar los propagadores del electrón y del fotón a temperatura finita dados por las Ecuaciones (2.11) y (2.10), sólo que el propagador del fotón ahora es de una partícula sin masa, por lo que usando los momentos definidos en la Figura 3.1, se obtienen los siguientes propagadores:

$$S_e(q) = (\not{q} + m) \left(\frac{i}{q^2 - m^2} + 2\pi i \delta(q^2 - m^2) \eta_f(q \cdot u) \right), \quad (3.1)$$

donde $q = p + k$, y en la norma unitaria

$$D_{\mu\nu}(k) = g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{k^2} - 2\pi i \delta(k^2) \eta_B(k \cdot u) \right), \quad (3.2)$$

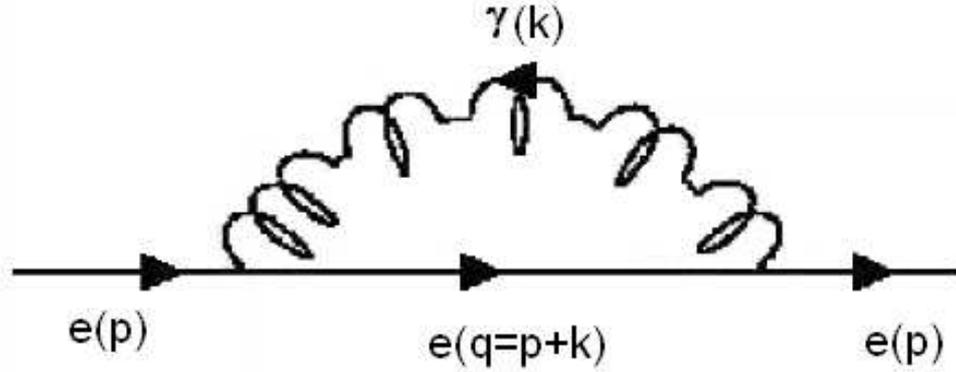


Figura 3.1: Diagrama de autoenergía de burbuja en QED para un electrón.

3.1. Autoenergía del Electrón

La autoenergía del electrón en presencia de un medio está dada por:

$$\begin{aligned}
i\Sigma(p) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (-ie\gamma^\mu) iS_e(q) (-ie\gamma^\nu) iD_{\mu\nu}(k) \\
&= \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int 2d^4k (2m - \not{k}) \left(\frac{i}{q^2 - m^2} + 2\pi i \delta(q^2 - m^2) \eta_f(q \cdot u) \right) \\
&\times \left(\frac{1}{k^2} - 2\pi i \delta(k^2) \eta_B(k \cdot u) \right) \\
&= \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \left[\left(\frac{1}{q^2 - m^2} \right) \left(\frac{1}{k^2} \right) 2(2m - \not{k}) \right. \\
&+ (2m - \not{k}) \left(\frac{1}{q^2 - m^2} \right) 2\pi i \delta(k^2) \eta_B(k \cdot u) \\
&\left. + (2m - \not{k}) \frac{1}{k^2} 2\pi i \delta(q^2 - m^2) \eta_f(q \cdot u) \right]. \tag{3.3}
\end{aligned}$$

La autoenergía se puede separar en dos partes: en la contribución debida a la temperatura y en la contribución debida a interacciones del electrón consigo mismo en el vacío $\Sigma(p) = +\Sigma_T \Sigma_{T=0}(p)$.

La parte real de la autoenergía debida al medio es entonces

$$\text{Re}\Sigma_T(p) = \frac{e^2}{4\pi^3} \int d^4k (2m - \not{k}) \left[\frac{\eta_f(q \cdot u) \delta(q^2 - m^2)}{k^2} - \frac{\delta(k^2) \eta_B(k \cdot u)}{q^2 - m^2} \right]. \tag{3.4}$$

Estos dos términos para la autoenergía se deben a que en el medio existen dos

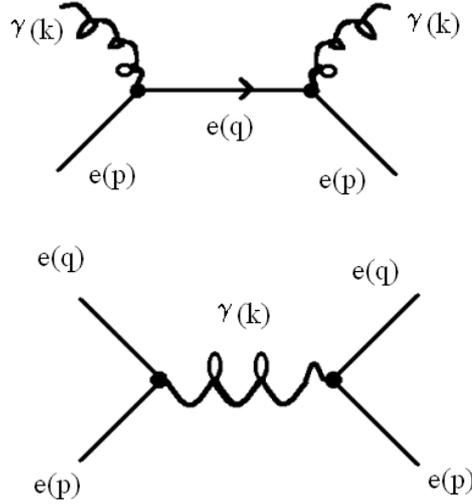


Figura 3.2: Diagramas correspondientes a dispersiones $e + \gamma$ y $e + e$.

distribuciones de partículas distintas, la distribución de fermiones y la distribución de bosones. En la Figura 3.2 se muestran cada uno de los diagramas correspondientes a estos términos, que se pueden interpretar como dispersiones $e + \gamma$ y $e + e$ respectivamente.

Para la parte fermiónica, como consideramos $q = p + k$ (aunque sería un tratamiento similar si se considera la dirección opuesta de la propagación del fotón, $q = p - k$ sólo cambiando un signo total) tenemos que

$$\int d^4k \frac{(2m - \not{p} - \not{k})}{k^2} \eta_f((p+k) \cdot u) \delta((p+k)^2 - m^2). \quad (3.5)$$

Haciendo un cambio de variable $k \rightarrow k - p$ y tomando al medio en reposo, es decir, $u = (1, \vec{0})$ podemos reescribir esta integral como

$$\int d^4k \frac{(2m - \not{k})}{2w_k(k-p)^2} \eta_f(w_k) [\delta(k_0 - w_k) + \delta(k_0 + w_k)]. \quad (3.6)$$

En el caso de la contribución bosónica

$$\begin{aligned} & \int d^4k \frac{2m - (\not{p} + \not{k}) \delta(k^2) \eta_B(k_0)}{(p+k)^2 - m^2} \\ &= \int d^4k \frac{2m - (\not{p} + \not{k})}{(p+k)^2 - m^2} \frac{1}{2|\vec{k}|} [\delta(k_0 - |\vec{k}|)] \eta_B(k_0). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Por lo que podemos escribir la autoenergía como[31]

$$Re\Sigma(p) = \Sigma_{T=0}(p) + \frac{\alpha}{4\pi} [(\not{p} - m)I_A + \not{A} + (2m - \not{p})J_A + \not{B}_B], \quad (3.8)$$

donde

$$\begin{aligned}
I_A &= 8\pi \int \frac{dk}{k} f_B(k), \\
I^\mu &= 2 \int \frac{d^3k}{k_0} f_B(k) \frac{(k_0, \vec{k})}{E_p k_0 - \vec{p} \cdot \vec{k}}, \\
J_A &= \int \frac{d^3k}{\omega_k} f_f(\omega_k) \left[\frac{1}{E_p \omega_k + m^2 - \vec{p} \cdot \vec{k}} - \frac{1}{E_p \omega_k - m^2 + \vec{p} \cdot \vec{k}} \right], \\
J_B^\mu &= \int \frac{d^3k}{\omega_k} f_f(\omega_k) \left[\frac{(E_p + \omega_k, \vec{p} + \vec{k})}{E_p \omega_k + m^2 - \vec{p} \cdot \vec{k}} - \frac{(E_p - \omega_k, \vec{p} + \vec{k})}{E_p \omega_k - m^2 + \vec{p} \cdot \vec{k}} \right]. \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Escribiendo la autoenergía como

$$-Re\Sigma_T(p) = a(p) \not{p} + b(p) \not{\mu} + c = X, \quad (3.10)$$

y utilizando las definiciones

$$\begin{aligned}
T_p &= -\frac{1}{4} Tr[\not{p}X], \\
T_u &= -\frac{1}{4} Tr[\not{\mu}X], \\
T_c &= -\frac{1}{4} Tr[X], \quad (3.11)
\end{aligned}$$

podemos escribir [36]

$$\begin{aligned}
a &= \frac{T_u p_0 - T_p}{|\vec{p}^2|} \\
b &= T_u - a p_0 \\
c &= T_c. \quad (3.12)
\end{aligned}$$

De aquí se obtiene que

$$\begin{aligned}
a &= \frac{\alpha}{4\pi^2} \left[I_A + \frac{1}{p^2} \vec{I} \cdot \vec{p} - J_A + \frac{1}{p^2} \vec{J}_B \cdot \vec{p} \right] \\
b &= \frac{\alpha}{4\pi^2} \left[\frac{1}{E} I^0 + \frac{J_B^0}{E} - \frac{1}{p^2} \vec{I} \cdot \vec{p} - \frac{1}{p^2} \vec{J}_B \cdot \vec{p} \right] \\
c &= \frac{\alpha}{4\pi^2} m(I^A - 2J^A). \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Con esto podemos encontrar el polo del propagador que se da cuando

$$p^2 - m^2 - (Re\Sigma_T(p))^2 = 0, \quad (3.14)$$

que a primer orden en α y utilizando la Ec. 3.10 implica:

$$1 - 2\left(a + \frac{b}{E}\right) - (1 - 2a)|\vec{p}|^2 - m^2 + 2mc = 0. \quad (3.15)$$

De esta relación de dispersión se puede obtener la masa física del electrón que se encuentra dentro de un medio con temperatura finita:

$$m_{fis}^2(p) \equiv m_0^2 + \frac{\alpha}{4\pi^2}(2I \cdot p + 2J_B \cdot p + 2m_0^2 J_A). \quad (3.16)$$

Aquí se usa el hecho de que a primer orden en α la energía es $E = E_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m_0^2}$. Haciendo los productos $I \cdot p$ y $J_B \cdot p$ de la ecuación (3.16) se tiene que

$$I \cdot p = I^\mu p_\mu = 2 \int \frac{d^3k}{k_0} f_B(k) = 8\pi \int_0^\infty \frac{k dk}{e^{\beta k} - 1} = \frac{4}{3} \pi^3 T^2 \quad (3.17)$$

y

$$J_B \cdot p = 2 \int \frac{d^3k}{\omega_k} f_f(\omega_k). \quad (3.18)$$

Por lo tanto la masa física que se encuentra puede ser función del momento p del electrón y se puede escribir como

$$m_{fis}^2(p) = m_0^2 + \frac{2}{3} \alpha \pi T^2 + \frac{\alpha}{2\pi^2} m_0^2 J_A(p) + \frac{4\alpha}{\pi} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega_k} f_f(\omega_k). \quad (3.19)$$

Los dos últimos términos en la ecuación (3.4) son relativamente pequeños para temperaturas mucho menores que la masa del electrón debido a que éstos son suprimidos por las funciones de distribución de Fermi-Dirac ó de Bose-Einstein, pero en el caso de temperaturas del orden de MeV, estos términos tienen que considerarse. La contribución del término $J_A(p)$ introduce una dependencia de la masa física en el momento del electrón. Esta dependencia del momento en la masa física del electrón puede tener efectos importantes sobre todo al momento de calcular efectos en las secciones eficaces de neutrinos con las distribuciones del espacio fase dependientes del momento. A pesar de que en este trabajo no se utilizan este tipo de dispersiones, a continuación se calcula el efecto que tiene el término $J_A(p)$ en la masa del electrón. Como se puede ver en la Ec. (3.9), la función $J_A(p)$ es siempre negativa y creciente desde el valor límite

$$\lim_{p \rightarrow 0} J_A(p) = -8\pi \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^2 + (\mu_0)^2}} f_F(\sqrt{x^2 + (\mu_0)^2}), \quad (3.20)$$

hasta el límite $\lim_{p \rightarrow \infty} J_A(p) = 0$, donde $x = |\vec{p} - \vec{k}|/T$ y $\mu_0 = m_0/T$.

En la Fig. 3.3 se muestra la desviación de la masa efectiva calculada incluyendo el término J_A comparada con la masa efectiva que se obtiene sin tomar en cuenta este término, para el caso $p = 0$ donde se tiene la mayor desviación y para el caso $p = \langle p \rangle$, donde el valor promedio del momento se puede definir cómo

$$\langle p \rangle = \frac{\int \frac{d^3p p f(E)}{(2\pi)^3}}{\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E)}. \quad (3.21)$$

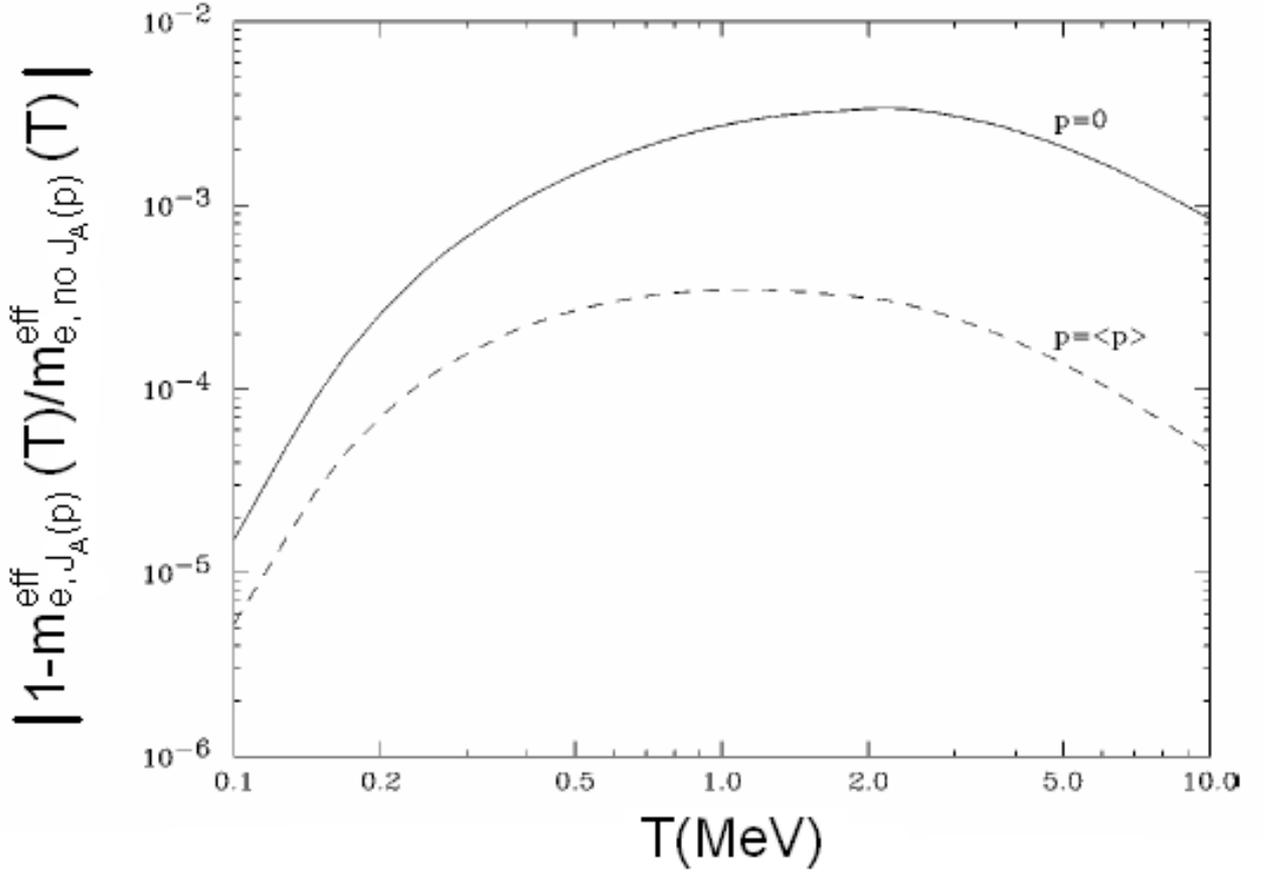


Figura 3.3: Diferencia de la masa efectiva del electrón al incluir el término J_A de cuando este término no se incluye. Se grafica para dos valores distintos de p , la línea para $p = 0$ y la línea cortada para $p = \langle p \rangle$.

Se puede observar que la mayor desviación es del orden de 3×10^{-3} a temperaturas del orden de MeV , por lo que en realidad este término no va a tener una contribución importante ya que las otras contribuciones son siempre al menos un orden de magnitud mayor, así que este término va a ser despreciado en el análisis de este trabajo y sólo se van a utilizar las correcciones a la masa efectiva de los tres primeros términos. Las desviaciones de la masa efectiva respecto a su valor en el vacío, omitiendo la dependencia en p , se muestran en la Figura 3.4, donde se puede observar que en temperaturas del orden de MeV , la masa sufre un cambio del orden de 4.1 para $T = 1 MeV$ y duplica su masa para $T \sim 5 MeV$.

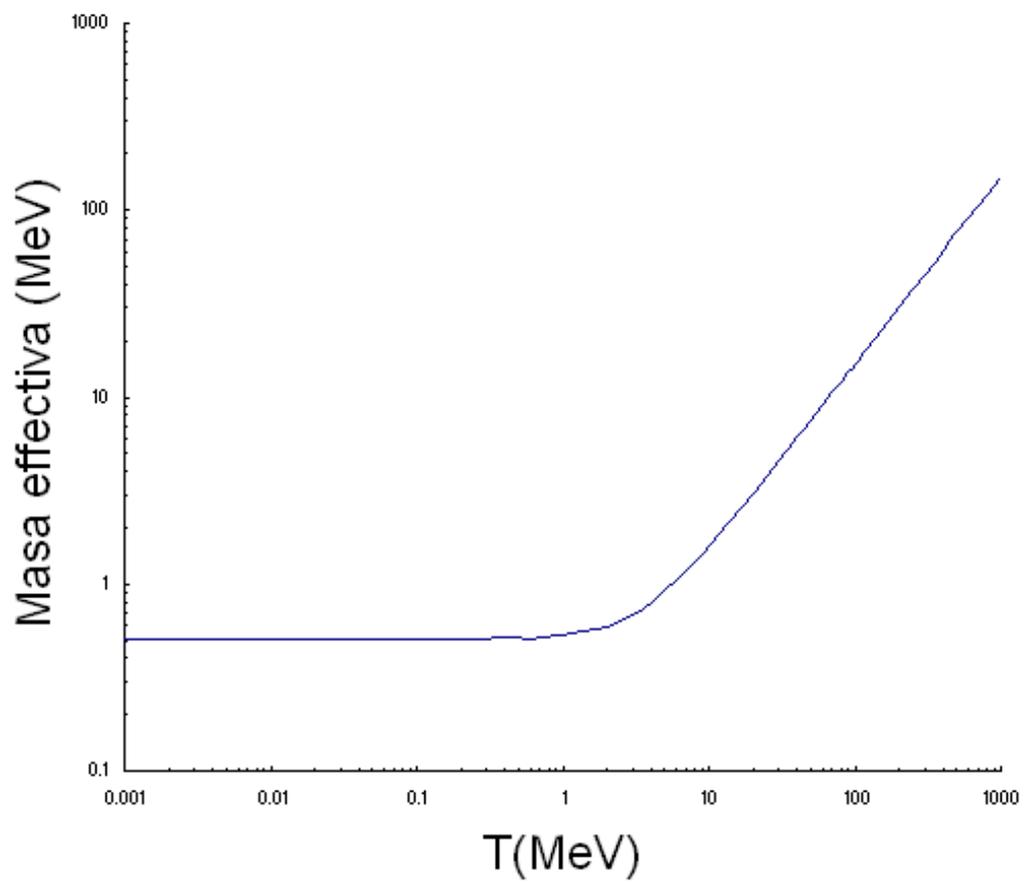


Figura 3.4: Desviación de la masa efectiva del electrón respecto a su masa en el vacío.

Capítulo 4

Dispersión Electrón-Hadrón a temperatura finita

Dentro de los procesos astrofísicos y cosmológicos, la dispersión de electrones por hadrones del medio es uno de los procesos fundamentales [34]. Para calcular la sección eficaz de este proceso se tiene que considerar al hadrón no como una partícula fundamental sino como un objeto con estructura interna. Para ello se tiene que estudiar las corrientes hadrónicas. Además, como se va a considerar a las partículas propagándose en un medio con temperatura y densidad finitas, entonces se tiene que usar la Teoría de Campo a Temperatura Finita, donde se van a usar los propagadores a temperatura finita y las correcciones debidas al medio.

4.1. Estructura Hadrónica

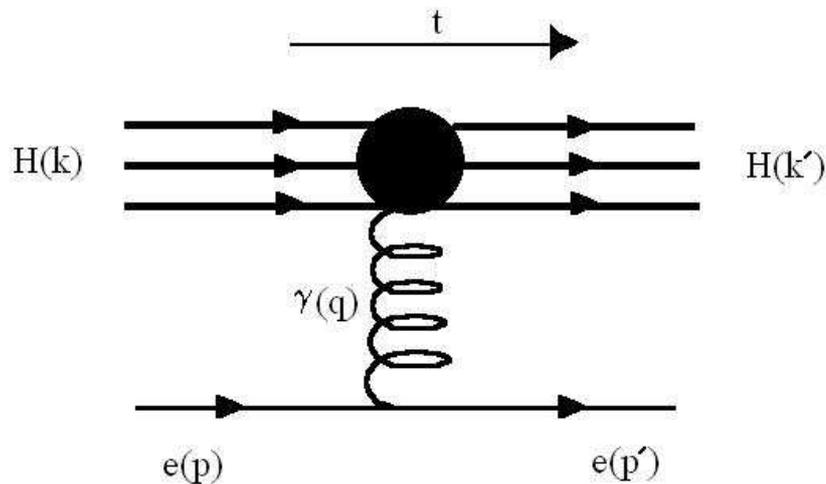


Figura 4.1: Diagrama de dispersión de un electrón con un hadrón.

Como un hadrón tiene una estructura extendida, al interactuar con otra partícula cargada eléctricamente, se transfiere un momento q al hadrón por medio de un fotón, el cual puede interactuar con los quarks de valencia del hadrón o con los del mar. Esto se ve a través de un factor de forma que depende de q^2 . Entonces, al escribir la corriente hadrónica mostrada en la Figura 4.1, ya no se puede escribir como la de una partícula puntual cargada

$$j^\mu = e\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p)e^{i(p'-p)\cdot x}, \quad (4.1)$$

sino que la γ^μ se debe reemplazar por un término que también sea un cuadrivector pero más general. Como este cuadrivector tiene que ser invariante de Lorentz para que la corriente lo sea, se puede construir esta corriente utilizando los cuádrimomentos. En forma general se puede escribir la corriente, que va a dar la contribución al vértice en las reglas de Feynman para calcular la sección eficaz, como

$$e \mu(p')\Gamma^\mu u(p)e^{i(p'-p)\cdot x}, \quad (4.2)$$

donde el término $\bar{u}(p')\Gamma^\mu u(p)$ está dado por

$$\bar{u}(p') \left[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{i}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2(q^2) + F_3(q^2)q^\mu + \gamma^5(\dots) \right]. \quad (4.3)$$

Los términos que incluyen al término γ^5 son cero debido a la conservación de C y T que se conservan en las interacciones electromagnéticas. Además, por conservación de la carga $F_3 = 0$. Cualquier otro término se puede escribir en función de los anteriores. Por lo tanto, el término Γ^μ queda como [37]

$$\Gamma^\mu = F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{i}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2(q^2). \quad (4.4)$$

Ahora, se puede utilizar la Descomposición de Gordon [37, 38]

$$\bar{u}_f \left(\frac{i}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu (p_f - p_i)_\nu \right) u_i = \bar{u}_f \gamma^\mu u_i - \frac{1}{2M}\bar{u}_f (p_f + p_i)^\mu u_i, \quad (4.5)$$

para expresar el vértice de interacción electromagnética del hadrón en un proceso de dispersión Electrón-Hadrón como [38]

$$\Gamma_\mu(k, k') = \gamma_\mu (F_1(q^2) + F_2(q^2)) - \frac{F_2(q^2)}{2M}(k' + k)_\mu, \quad (4.6)$$

donde k y k' son los momentos inicial y final del hadrón, respectivamente, y $q = k' - k$ es el momento transferido del electrón al hadrón.

En el caso de interés, para $T \sim MeV$, se puede considerar el límite $q^2 \rightarrow 0$ para el cual se conocen los factores de forma tanto para el neutrón como para el protón por medio de experimentos de dispersión y están dados por:

$$\begin{aligned} F_1^p(0) &= 1, \\ F_2^p(0) &\equiv \kappa_p = 1.792 \\ F_1^n(0) &= 0 \\ F_2^n(0) &\equiv \kappa_n = -1.913. \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.2. Sección Eficaz de Transporte

A temperaturas del orden de $1MeV$, las propiedades dinámicas de electrones y fotones en un baño térmico cambian respecto a las del vacío. Pero a estas temperaturas, los hadrones no se ven afectados por el baño térmico ya que sus masas son del orden de 1000 veces esta temperatura, por lo que sólo se tiene que tomar en cuenta el efecto de la temperatura finita en la interacción entre electrones y hadrones. Por lo tanto, los efectos de la temperatura finita en este tipo de medios, van a incluir tanto la modificación a la masa efectiva del electrón, como al propagador del fotón, el cual ahora está dado por la Ec.(3.2).

Las secciones eficaces de transporte son necesarias para determinar un gran número de parámetros relacionados con el transporte de electrones dentro de sólidos o de medios densos, como la función de distribución de profundidad, la longitud efectiva de atenuación, la profundidad de escape del electrón, etc. La sección eficaz de transporte describe la fracción de momento perdido debido solamente a la dispersión elástica. Se define como el producto de la fracción de pérdida de momento y la sección eficaz total de dispersión elástica [39].

La sección eficaz de transporte $\sigma_t(T)$ del proceso

$$e^-(E, \vec{p}) + H(\epsilon, \vec{k}) \longleftrightarrow e^-(E', \vec{p}') + H(\epsilon', \vec{k}'), \quad (4.8)$$

donde H denota un hadrón, se define por

$$\sigma_t(T) = \int d\bar{\sigma}(1 - \cos\theta'), \quad (4.9)$$

donde θ' es el ángulo de dispersión. La sección eficaz diferencial (incluyendo el espacio fase térmico) es [34]

$$\begin{aligned} d\bar{\sigma} &= \frac{mM}{E\epsilon} \frac{1}{|\vec{J}_{inc}|V} \frac{m}{E'} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{M}{\epsilon'} \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} S(E', \epsilon') \\ &\times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + k - p' - k') |\bar{\mathcal{M}}|^2. \end{aligned} \quad (4.10)$$

En esta última expresión m es la masa del electrón, M la del hadrón, V el volumen de normalización y el factor estadístico $S(E', \epsilon')$ representa el efecto de bloqueo de Pauli y está dado por

$$S(E', \epsilon') = [1 - f(E')][1 - f(\epsilon')]. \quad (4.11)$$

El flujo incidente de partículas está dado por el número de partículas que atraviesan una unidad de área por unidad de tiempo, entonces, calculando la velocidad de los electrones y los hadrones a través de su momento y su energía como $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$ y $\vec{V} = \frac{\vec{k}}{\epsilon}$, podemos calcular el flujo incidente que es

$$|\vec{J}_{inc}| = \left| \frac{\vec{p}\epsilon - \vec{k}E}{E\epsilon} \right| \frac{1}{V} \quad (4.12)$$

con lo que

$$d\bar{\sigma} = \frac{m^2 M^2}{|\vec{p}\epsilon - \vec{k}E|} \frac{d^3 p'}{E'(2\pi)^3} \frac{d^3 k'}{\epsilon'(2\pi)^3} S(E', \epsilon') \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + k - p' - k') |\bar{\mathcal{M}}|^2. \quad (4.13)$$

4.2.1. Amplitud de Dispersión

Para poder calcular la sección eficaz de transporte primero se tiene que calcular la amplitud de dispersión \mathcal{M} . Como los haces iniciales no están polarizados, existe la misma posibilidad, tanto para electrones como para hadrones, de que sus espines se encuentren orientados hacia arriba o hacia abajo. Por otra parte, para los estados salientes no se considera la orientación de espín con la que salen las partículas, por lo que al calcular la amplitud de dispersión se tiene que promediar sobre espines iniciales y sumar sobre espines finales.

La amplitud de dispersión está dada por

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} &= \bar{u}(p', s')(-ie\gamma^\mu)u(p, s)(-iD_{F\mu\nu}^{11}(q^2)) \\ &\times \bar{u}(k', S')(-ie\Gamma^\nu)u(k, S) \\ &= ie^2 \bar{u}(p', s')\gamma^\mu u(p, s) D_F(q^2) \bar{u}(k', S')\Gamma_\mu u(k, S), \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde $D_{F\mu\nu}^{11}(q^2) = g_{\mu\nu} D_F(q^2)$. Elevando \mathcal{M} al cuadrado se tiene

$$|\mathcal{M}|^2 = \alpha^2 [\bar{u}(p', s')\gamma^\mu u(p, s)]^2 [\bar{u}(k', S')\Gamma^\mu u(k, S)]^2 |D_F(q^2)|^2. \quad (4.15)$$

Al usar la relación de completos para los espinores

$$\sum_s u(p, s)\bar{u}(p, s) = \frac{\not{p} + m}{2m}, \quad (4.16)$$

se tiene $|\bar{\mathcal{M}}|^2$ dada como

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \alpha^2 |D_F(q^2)|^2 \mathcal{L}^{\mu\nu} \mathcal{H}_{\mu\nu}. \quad (4.17)$$

En esta última expresión, $\mathcal{L}^{\mu\nu}$ es el tensor leptónico

$$\mathcal{L}^{\mu\nu} = \frac{1}{2m^2} [p'^\mu p^\nu + p^\mu p'^\nu - g^{\mu\nu}(p' \cdot p - m^2)], \quad (4.18)$$

$\mathcal{H}_{\mu\nu}$ el tensor hadrónico

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mu\nu} &= \frac{1}{2M^2} \left((F_1 + F_2)^2 [k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g^{\mu\nu}(k \cdot k' - M^2)] \right. \\ &\left. - \left[(F_1 + F_2)F_2 - \frac{1}{4}F_2^2 \left(1 + \frac{k \cdot k'}{M^2} \right) \right] (k'_\mu + k_\mu)(k'_\nu + k_\nu) \right), \end{aligned} \quad (4.19)$$

y

$$D_F(q^2) = \frac{1}{q^2} - 2\pi i \delta(q^2) \eta_B(q \cdot u). \quad (4.20)$$

4.2.2. Sección Eficaz de Transporte

En el marco de reposo del hadrón entrante, $k = (M, \vec{0})$, integrando sobre el ángulo de dispersión, se obtiene la sección eficaz de transporte

$$\sigma_t(T) = \frac{m^2 M}{2\pi |\vec{p}|^2} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' (1 - \beta(E')) |\bar{\mathcal{M}}|^2 S(E', \epsilon'), \quad (4.21)$$

donde

$$\beta(E') = \cos\theta' = \frac{E'(M + E) - m^2 - ME}{|\vec{p}| |\vec{p}'|}. \quad (4.22)$$

Para una energía inicial del electrón, E se tienen los límites cinemáticos E'_{min} y E'_{max} dados por la condición $|\cos\theta'| \leq 1$.

Como $q^2 = 2M(E' - E)$ en el marco de reposo del hadrón, entonces el término proporcional a $\delta(q^2)$ del propagador del fotón no va a contribuir ya que para $\cos\theta' = 1$, $E'_{max} = E$ por lo que la amplitud de dispersión al cuadrado se puede escribir como

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = 2 \left(\frac{\pi\alpha}{mM} \right)^2 F(E'), \quad (4.23)$$

donde

$$\begin{aligned} F(E') &= \left(\frac{2EE' + M(E' - E)}{(E' - E)^2} \right) \left[F_1^2 - \frac{1}{2} F_2^2 \left(\frac{E' - E}{M} \right) \right] \\ &+ (F_1 + F_2)^2 \left[1 - \frac{m^2}{M(E' - E)} \right], \end{aligned} \quad (4.24)$$

con lo que la sección eficaz de transporte a temperatura finita es

$$\sigma_t(T) = \frac{\pi\alpha^2}{M |\vec{p}|^2} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' (1 - \beta(E')) F(E') S(E', \epsilon'), \quad (4.25)$$

donde $|\vec{p}|^2 = E^2 - m^2$.

Para poder calcular de forma numérica las secciones eficaces para los procesos de dispersión tomando en cuenta los efectos de la temperatura finita, considerando al hadrón en reposo, es necesario conocer la energía inicial del electrón. Esta energía se considera como la energía promedio que tiene un electrón en un baño a una temperatura T . Para esto es necesario conocer tanto la densidad de energía como la densidad de partículas que se encuentran dentro del baño térmico.

En la Bola de Fuego de las ERGs, de manera similar al caso del Universo Temprano, el número de partículas y la densidad de energía están dados por [40]

$$\begin{aligned} n_e(T) &= g_e \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E), \\ \rho_e(T) &= g_e \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E f(E), \end{aligned} \quad (4.26)$$

respectivamente. El factor g_e es la degeneración del electrón, es decir, el número de grados de libertad, que en este caso son 2 ya que tienen tanto helicidad izquierda como derecha. La energía promedio del electrón es

$$\langle E \rangle = \frac{\rho_e}{n_e} = T \left(\frac{\int_{1/z}^{\infty} dy \frac{y^2 \sqrt{y^2 z^2 - 1}}{e^y + 1}}{\int_{1/z}^{\infty} dy \frac{y \sqrt{y^2 z^2 - 1}}{e^y + 1}} \right), \quad (4.27)$$

con $z = T/m$. Además se pueden considerar los casos para $T \ll m_0$ y $T \gg m_0$. En el primer caso, la energía promedio se puede escribir como $\langle E \rangle_{NR} \simeq m + \frac{3}{2}T$. En el segundo caso, se puede considerar la masa del electrón como cero y escribir la energía promedio como $\langle E \rangle_{UR} \simeq 3.15T$.

En la Figura 4.2 se puede ver que $\langle E \rangle$ se aproxima a $\langle E \rangle_{UR}$ para $T > m_0$ y se vuelve $\langle E \rangle_{NR}$ para $T \leq m_0$. Por lo tanto, esta expresión de la energía promedio se puede usar como la energía inicial en los cálculos de las secciones eficaces.

En la Figura 4.3 se muestran la masa del electrón y su energía promedio. Con esta comparación se puede ver qué tanto de la energía promedio del electrón se debe a su masa, y qué fracción se debe a su momento.

Con estos valores de energía inicial y utilizando los factores de forma dados por la Ec.(4.7), se puede calcular de una forma numérica la sección eficaz para cada uno de estos procesos.

4.2.3. Dispersión Electrón-Neutrón

En el caso de la dispersión de un electrón con un neutrón, debido a que el neutrón no tiene carga eléctrica y solo interactúa a través de su momento magnético con el electrón, entonces $F_1 = 0$ y $F_2 = \kappa_n$, con lo que

$$F(E') = \kappa_n^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{EE' + m^2}{M(E' - E)} \right). \quad (4.28)$$

Para energías muy grandes, es decir, en el caso ultra-relativista ($E \gg m_e$), se puede considerar la masa del electrón como cero por lo que la sección eficaz sería en este caso

$$F(E') = \kappa_n^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{EE'}{M(E' - E)} \right). \quad (4.29)$$

Con esto, las secciones eficaces están dadas por

$$\begin{aligned} \sigma_t(T) &= \frac{\pi\alpha^2}{M|\vec{p}|^2} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' \left(1 - \frac{E'(M + E) - m^2 - ME}{|\vec{p}'||\vec{p}|} \right) \\ &\times \kappa_n^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{EE' + m^2}{M(E' - E)} \right) S(E', \epsilon'), \end{aligned} \quad (4.30)$$

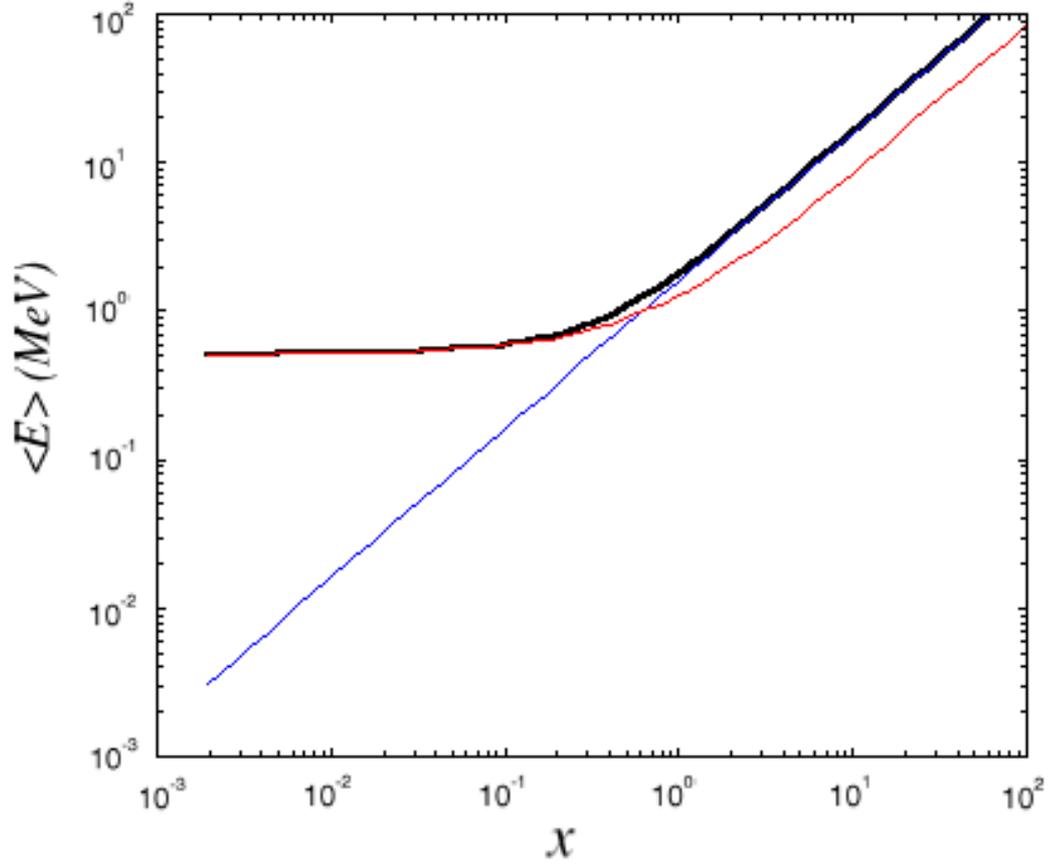


Figura 4.2: Efectos de la temperatura finita en la energía promedio del electrón en función del parámetro $x = T/m_0$. La línea azul representa la energía promedio ultra-relativista, la línea roja la energía promedio no-relativista y la línea negra la energía promedio calculada sin ninguna aproximación.

para el caso exacto, y

$$\begin{aligned} \sigma_t(T) &= \frac{\pi\alpha^2}{M|\vec{p}|^2} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' \left(1 - \frac{E'(M+E) - ME}{|\vec{p}||\vec{p}'|} \right) \\ &\times \kappa_n^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{EE'}{M(E'-E)} \right) S(E', \epsilon'), \end{aligned} \quad (4.31)$$

para el ultra-relativista. En el caso de los cálculos realizados dentro de la Bola de Fuego de las ERGs, para los procesos de dispersión de electrones con neutrones, normalmente se utiliza la sección eficaz del vacío calculada por Applegate, Hogan y Scherrer [41]

$$\sigma_t^{AHS} = 3\pi \left(\frac{\alpha\kappa_n}{M} \right)^2 \simeq 8 \times 10^{-31} \text{cm}^2. \quad (4.32)$$

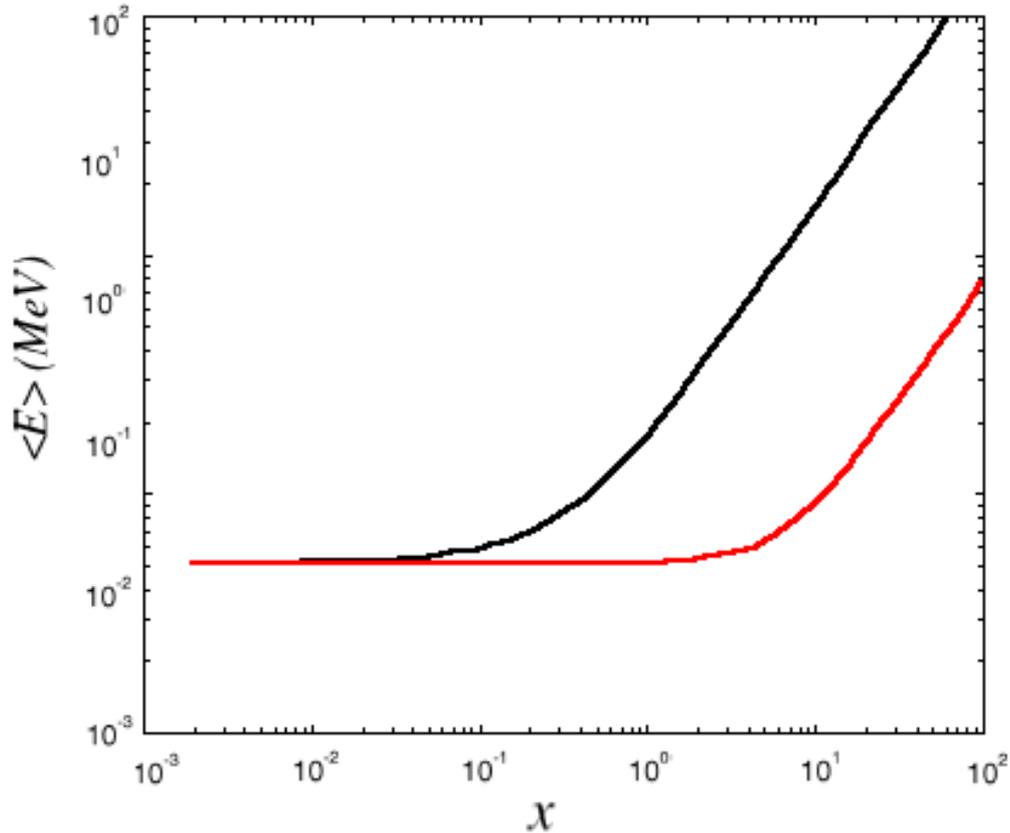


Figura 4.3: Comparación entre la masa y la energía promedio del electrón dentro de un baño térmico. La línea roja es la masa del electrón mientras que la línea negra es la energía promedio.

Esta sección eficaz se basa en la fórmula de Rosenbluth [82], que considera procesos de dispersión electrón hadrón en el vacío, desde el sistema de referencia del hadrón en reposo, suponiendo que el electrón es ultra-relativista, ($m_e \ll E_e$). La fórmula de Rosenbluth toma en cuenta los efectos debidos a la estructura interna del hadrón, a través de los factores de forma. Con esta fórmula de Rosenbluth, Applegate, Hogan y Scherrer, obtuvieron su sección eficaz suponiendo que la energía del electrón es mucho menor que la masa del neutrón. Esta sección eficaz (en el vacío) constante, es la que se quiere comparar con las calculadas a temperatura finita para observar que tanto se desvían una de otra en la región de temperaturas de 1–10 MeV.

La Figura 4.4 muestra las secciones eficaces para el caso relativista y para el cálculo exacto. Se puede ver que a temperaturas del orden de MeV, ambas se aproximan. Tomando esta región, la cual es la de nuestro interés, se ve además la comparación de ambas con la sección eficaz calculada en el vacío, σ_t^{AHS} . Al comparar

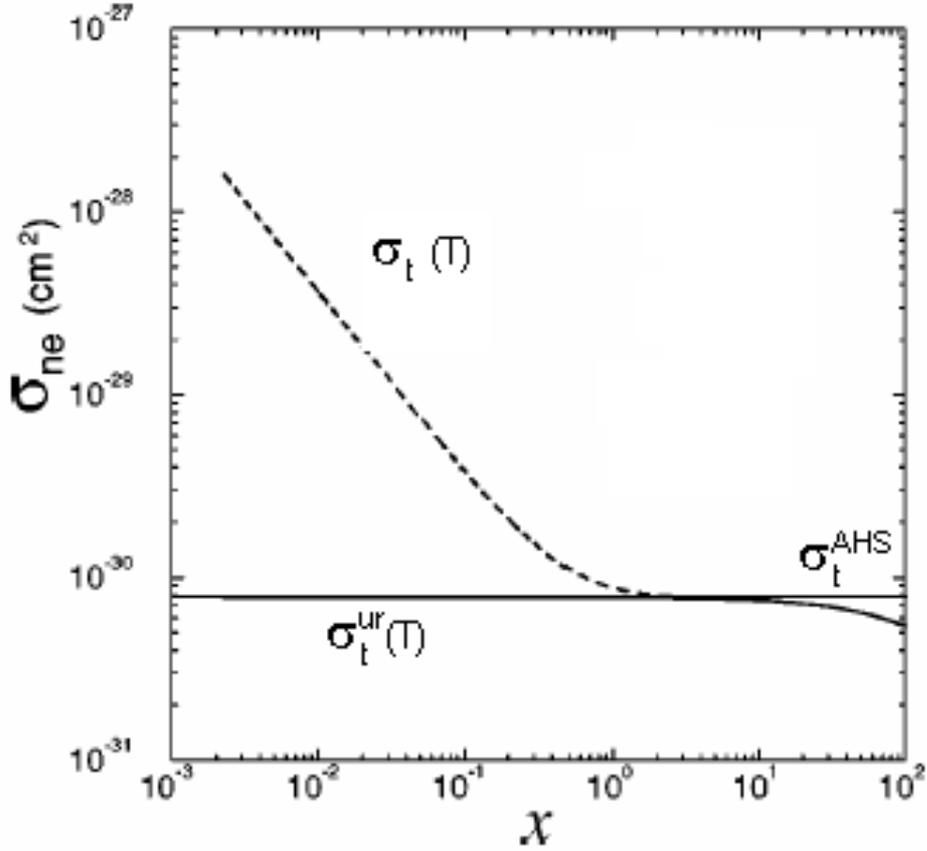


Figura 4.4: Secciones eficaces de transporte para la dispersión electrón-neutrón en función de la temperatura. La línea sólida es el caso ultra-relativista mientras que la punteada es el caso en el que no se hace esta aproximación.

la sección eficaz en el vacío con las calculadas a temperatura finita, se observa que la sección eficaz del vacío es prácticamente igual que la sección eficaz ultra-relativista hasta temperaturas de aproximadamente 5 MeV a partir de la cual, la sección eficaz tanto relativista como la exacta son menores que la del vacío.

4.2.4. Dispersión Electrón-Protón

En la dispersión electrón-protón, a diferencia del caso de la dispersión electrón-neutrón, se han hecho calculos para distintos escenarios astrofísicos y cosmológicos, utilizando una sección eficaz que incluye los efectos de la temperatura, pero considerando solo la dispersión de Coulomb. Para esto normalmente se parte de la fórmula de Mott [38]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2 E^2}{4p^4 \text{sen}^4 \frac{\theta}{2}} \left(1 - v^2 \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (4.33)$$

donde $p = |p|$, $v = p/e$ y $theta$ es el ángulo al cuál es dispersado el electrón. Al relizar la integración de esta fórmula, ésta diverge para ángulos pequeños. Para poder realizar entonces la integración, se introduce un corte, y es en este corte donde se introducen los efectos de la temperatura de una forma fenomenológica a través de una longitud de onda térmica $\lambda_{th} = (2\pi/mT)^{1/2}$ y de una longitud de onda de Debye $\lambda_D = (T/e^2 n_e)^{1/2}$, con lo que se define al logaritmo de Coulomb $\Lambda(T) = \ln(\lambda_D/\lambda_{th})$. De esta forma se obtiene la sección eficaz de transporte para la dispersión de Coulomb [42]

$$\sigma_{pe}^{Coul}(T) = 4\pi\alpha^2 \left(\frac{E}{|\vec{p}|^2} \right) \Lambda(T) [1 - f(E)]. \quad (4.34)$$

En este caso, la sección eficaz de Coulomb es la que se quiere comparar con la sección eficaz que se obtiene a partir de la TCTF, para luego ver el efecto que tiene esta diferencia en la Bola de Fuego de las ERGs.

Para poder realizar el cálculo de la sección eficaz en la TCTF para la dispersión electrón-protón, los factores de forma son $F_1 = 1$ y $F_2 = \kappa_p$ por lo que

$$\begin{aligned} F(E') &= \left(\frac{2EE' + M(E' - E)}{(E' - E)^2} \right) \left[1 - \kappa_p^2 \left(\frac{E' - E}{2M} \right) \right] \\ &+ (1 + \kappa_p)^2 \left[1 - \frac{m^2}{M(E' - E)} \right]. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Y en el caso de electrones ultra-relativistas

$$\begin{aligned} F(E') &= \frac{2EE' + M(E' - E)}{(E' - E)^2} \\ &+ (1 + \kappa_p)^2 - \kappa_p^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{EE'}{M(E' - E)} \right]. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Con esto, se puede escribir a la sección eficaz de transporte como

$$\begin{aligned} \sigma_t(T) &= \frac{\pi\alpha^2}{M(E^2 - m^2)} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' \left(1 - \frac{E'(M + E) - m^2 - ME}{|\vec{p}||\vec{p}'|} \right) \times \\ &\times \left[\left(\frac{2EE' + M(E' - E)}{(E' - E)^2} \right) \left[1 - \kappa_p^2 \left(\frac{E' - E}{2M} \right) \right] \right. \\ &\left. + (1 + \kappa_p)^2 \left[1 - \frac{m^2}{M(E' - E)} \right] \right] S(E', \epsilon'), \end{aligned} \quad (4.37)$$

y si se hace la aproximación para electrones ultra-relativistas

$$\sigma_t(T) = \frac{\pi\alpha^2}{M(E^2)} \int_{E'_{min}}^{E'_{max}} dE' \left(1 - \frac{E'(M + E) - ME}{|\vec{p}||\vec{p}'|} \right) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\frac{2EE' + M(E' - E)}{(E' - E)^2} + (1 - \kappa_p)^2 - \kappa_p^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{EE'}{M(E' - E)} \right] \right] \times \\ & \times S(E', \epsilon'). \end{aligned} \quad (4.38)$$

En la Figura 4.5 se muestran las secciones eficaces protón-electrón no relativista, ultra-relativista y de Coulomb. A altas temperaturas se ve que las tres se acercan, pero siempre es mayor la aproximación de Coulomb, lo cual quiere decir que el introducir efectos de temperatura finita en la masa del electrón y en su energía inicial disminuyen la sección eficaz.

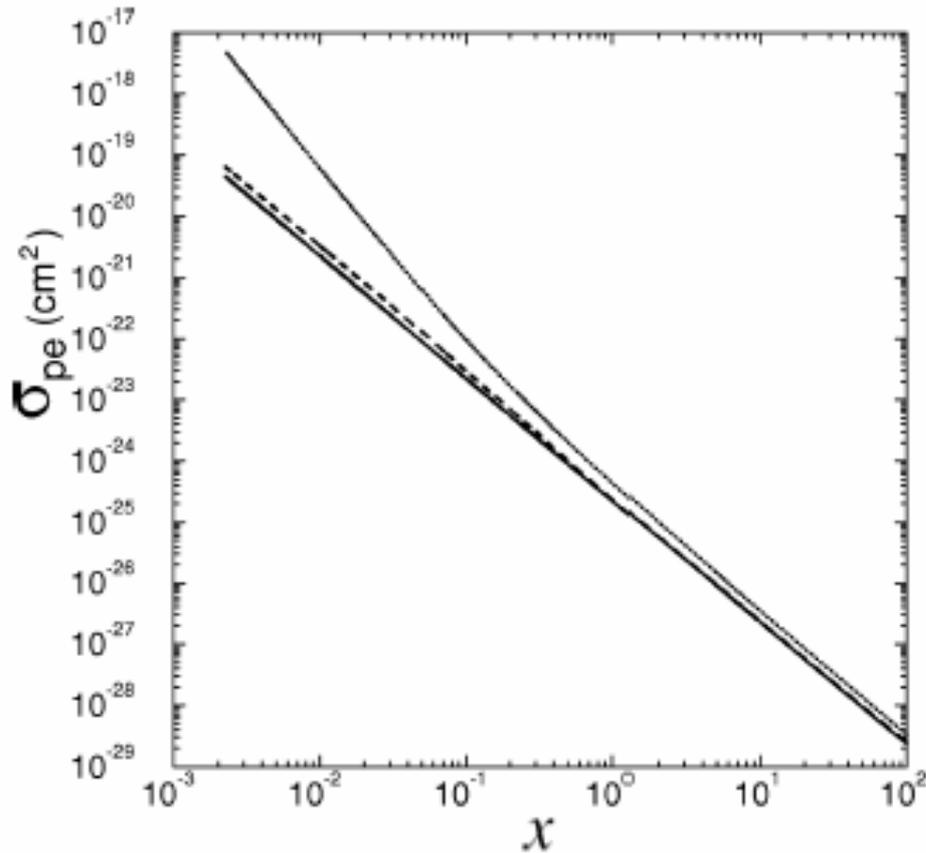


Figura 4.5: Secciones eficaces de transporte para la dispersión electrón-protón en función de la temperatura. La línea a rayas es la sección eficaz calculada a temperatura finita, la línea sólida es el caso ultra-relativista y la línea punteada es el caso en el que sólo se considera la dispersión de Coulomb.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta sección se discuten los resultados obtenidos en la masa del electrón y la energía del electrón, así como en la sección eficaz de dispersión entre electrones, protones y neutrones, al considerar al medio con temperatura finita. La importancia de este cálculo reside en que las partículas antes mencionadas son los principales componentes de la Bola de Fuego de la ERGs.

Usando el formalismo de Teoría de Campo a Temperatura Finita se calculó el efecto de la temperatura en la masa del electrón, la cual se muestra en la Figura 3.4. La temperatura se encuentra expresada en términos del parámetro adimensional x definido como la temperatura del medio m_0 entre la masa del electrón en el vacío ($x = T/m_0$). Se muestra que, $m_e(T)$ es casi constante hasta $x = 4$ que corresponde a $T=2$ MeV y después de ésta, aumenta hasta 7 MeV para $T=50$ MeV. Por otra parte, en la Figura 4.3, se muestra que la energía promedio del electrón en el baño térmico aumenta mucho antes que la masa, en $2 \times 10^{-1}m_0$ y crece muy rápidamente. En el caso de la Bola de Fuego de las ERGs, cuando la temperatura es del orden de 2 a 10 MeV, existe un pequeño incremento de la masa pero su energía promedio aumenta de $\langle E \rangle = 7\text{MeV}$ para una temperatura de 2 MeV a $\langle E \rangle = 20\text{MeV}$ para $T=10$ MeV.

Para el cálculo de la dispersión electrón-protón (ep) y electrón-neutrón (en), dentro de la Bola de Fuego, es necesaria la masa dependiente de la temperatura y la energía promedio del electrón en las ecuaciones (4.30) y (4.37). Por lo que el cambio en estas cantidades afectará las secciones eficaces. En la Figura 4.4 se muestra el comportamiento de la sección eficaz en en función de la temperatura. Aquí también se muestra que si los electrones son ultra-relativistas casi no existe cambio en σ_{ne} , desde $x = 10^{-3}$ a $x = 10^2$. Pero si los electrones son no relativistas, entonces para temperaturas bajas, la sección eficaz aumenta por un factor de $\sim 2. \times 10^2$. Por ejemplo, cuando $x = 10^{-2}$, $\sigma_{ne} \simeq 0,3 \times 10^2 \sigma_{ne}(T = 0)$.

En la Figura 4.5 se encuentra graficada la σ_{pe} en función de x . Ésta muestra

que casi no existe diferencia entre las secciones eficaces para los casos de electrones ultra-relativistas o no relativistas. Pero para bajas temperaturas existe una diferencia si se compara con la dispersión de Coulomb.

En el presente análisis se encontró que dentro de la Bola de Fuego, donde la temperatura es del orden de 2 a 10 MeV, casi no existe cambio en las secciones eficaces en y ep . Por otra parte, existe un cambio grande en la sección eficaz de la dispersión en cuando la temperatura es baja, del orden o menor que la masa del electrón.

Durante la expansión relativista de la Bola de Fuego, la temperatura decrece y la Bola de Fuego se vuelve transparente cuando la opacidad $\tau \simeq 1$. Ésto ocurre a una temperatura de 20 keV [57] que corresponde a un radio de $\sim 10^{13}cm$. Se puede ver de la Figura 4.4 que a esta temperatura la σ_{ne} es casi un orden de magnitud mayor que $\sigma_{ne}(T = 0)$. Éste es el lugar donde se llevan a cabo las colisiones internas de las diferentes capas ($\sim 10^{12} - 10^{14}cm$). El decaimiento del neutrón se lleva a cabo a una distancia $r_n \simeq ct_n$ cm donde $t_n \simeq 900 \times \Gamma$ seg y Γ es el factor de Lorentz del neutrón. El factor de Lorentz del neutrón en la Bola de Fuego acelerada es casi la misma que el de la componente cargada (protón) que es del orden de 100 a 1000. Por lo tanto, dentro de la distancia $\sim 10^{12} - 10^{14}cm$ el neutrón no ha decaído todavía.

En conclusión, se encontró que la masa y la energía promedio de los electrones/positrones cambia cuando se encuentran dentro del medio de la Bola de Fuego y estos cambios afectan las dispersiones ep y en dentro de la Bola de Fuego. A pesar de ésto, los cambios no son lo suficientemente grandes como para poder encontrar una modificación significativa en la dinámica de la Bola de Fuego ni en la producción de neutrinos de alta energía.

Probablemente, el cambio en la masa del electrón pueda afectar los procesos de decaimiento beta y de decaimiento inverso beta dentro de la Bola de Fuego, lo cual puede afectar la razón entre el número de protones y neutrones $\mathcal{R} = n_p/n_n$. Cuando esta razón cambia, la densidad de protones y neutrones dentro de la Bola de Fuego cambia. Este cambio, en especial el cambio en el número de protones, modificará la producción de piones cargados debido a la interacción con fotones de alta energía. A su vez, este cambio en el número de piones producidos afectará la producción de neutrinos ultra energéticos, los cuales provienen principalmente del decaimiento de piones. Este cambio en \mathcal{R} debido tanto al decaimiento beta como al beta inverso, debe ser estudiado en detalle utilizando la Teoría Térmica de Campo en un futuro.

Bibliografía

- [1] P. Mészáros, *Nucl. Phys. B (proc Suppl.)* 80, 63 (2000).
- [2] D. Band et al., *Astrophys. J.* 413, 281 (1993).
- [3] Tsvi Piran *Phys. Rep.* 333-334, 529 (2000).
- [4] E. E. Fenimore, E. Ramirez-Ruiz, astro-ph/9909299 (1999).
- [5] Andrei M. Beloborodov, Boris E. Stern, Roland Svensson *Astrophys. J. Lett.* 508, L25 (1998).
- [6] Maria M. Kaufman, Diego F. Torres y Gustavo E. Romero, *Ciencia Hoy* 11, (2001).
- [7] <http://www.cco.caltech.edu/~gas/burst.html>.
- [8] K. Hurley, en *Gamma-Ray Bursts, AIP Conf.Proc* 265, 3, Editores W. Paciesas y G. Fishman A.I.P. Nueva York (1992).
- [9] T. Murakami et al., *Nature* 335, 234 (1988).
- [10] A. Yoshida et al., *Pub.Ast.Soc.Japan* 41, 509(1989).
- [11] A. Connors, G. J. Hueter, *Astrophys.J.* 501, 307(1998).
- [12] C. Meegan et al., *Nature* 355, 143 (1992).
- [13] P. Mészáros, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 40, 137 (2002).
- [14] Andrei M. Beloborodov, astro-ph/0302057 (2003).
- [15] S. Sahu, Juan Carlos D'Olivo, *Phys.Rev.D* 71, 047303 (2005).
- [16] R. R. Volkas e Y. Y. Y. Wong, *Astropart. Phys.* 13, 21 (2000).
- [17] J. N. Bahcall y E. Waxman, *Phys. Lett. B* 556, 1 (2003).
- [18] S. Sahu, *Phys. Rev. D* 56, 4378 (1997).
- [19] A. D. Dolgov, *Nucl. Phys. B* 610, 411 (2001), hep-ph/0102125 (2001).

- [20] J. C. Perry y M. J. Perry, *Phys. Rev Lett.* 34, 1353 (1975).
- [21] In-Saeng Suh, G.J. Mathews, *Phys. Rev. D* 58, 123002 (1998), astro-ph/9805179.
- [22] M. A. Namazie y W. A. Sayed, *Phys. Rev. Lett.* 44, 501 (1980).
- [23] R. Horvat, hep-ph/9704365 (1997).
- [24] R. P. Feynman, *Statistical Mechanics; a set of lectures*, Benjamin Reading, Mass. (1972).
- [25] D. Nötzold y G. Raffelt, *Nucl. Phys. B* 307, 924 (1988)
- [26] N.P. Lamdsman y Ch. G. van Weert, *Phys. Rep.* 145 No. 3 y 4, 141 (1987).
- [27] J. F. Nieves, *Phys. Rev D* 40, 866 (1989).
- [28] J. F. Nieves, *Phys. Rev. D* 42, 4123 (1990).
- [29] Ta-Pei Cheng, Ling-Fong Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Oxford University Press, E.U.A. (1984).
- [30] E. S. Tututi, Algunas consideraciones acerca de la invariancia de norma a temperatura finita, Tesis de Doctorado, UNAM (1997).
- [31] John F. Donoghue, Barry R. Holstein , *Phys. Rev. D* 28, 340 (1983).
- [32] H. Arthur Weldon, *Phys. Rev. D* 26, 1394 (1982).
- [33] K. Ahmed y Samina Saleem, *Phys. Rev. D* 35, 1861 (1987).
- [34] In-Saeng Shu, G. J. Mathews ,*Phys. Rev. D* 58, 025001 (1998).
- [35] N. Fornengo, C.W. Kim, J. Song, *Phys. Rev. D* 56, 5123 (1997).
- [36] Alberto Bravo García , *Propagación de Neutrinos en un Medio Extremo*, UNAM, Tesis de Licenciatura (1994).
- [37] F. Halzen, A. d. Martin, *Quarks and leptons : An introductory course in modern particle physics*, John Wiley & sons, E.U.A. (1984).
- [38] W. Greiner and J. Reihardt, *Quantum Electrodynamics*, Springer-Verlag, Berlin (1992).
- [39] A. Jablonski and C. J. Powell, *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* 100, 137 (1999).
- [40] E. W. Kolb y M. S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley, Nueva York, (1990).

- [41] J. H. Applegate, C. J. Hogan and R. J. Scherrer, *Phys. Rev. D* 35, 1151 (1987).
- [42] B. Banerjee y S. M. Chitre, *Phys. Lett. B* 258, 247 (1991).
- [43] G. Cavallo, M. J. Rees *MNRAS* 183, 359 (1978).
- [44] T. Piran, A. Shemi *Astrophys. J. Lett.* 403, L67 (1993).
- [45] E. E. Fenimore, R. I. Epstein, C. H. Ho, *Astron. Astrophys. Supp.* 97, 59 (1993).
- [46] E. Woods, A. Loeb, *Astrophys. J.* 383, 292 (1995).
- [47] T. Piran, en *some Unsolved Problems in Astrophysics*, J. N. Bahcall, J. P. Ostriker (Editores), Princeton University press, Princeton, NJ. (1997).
- [48] M. Ruderman, *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 262, 164 (1975).
- [49] J. Goodman, *Astrophys. J. Lett.* 308, L47 (1986).
- [50] J. H. Krolik, E. A. Pier, *Astrophys. J.* 373, 277 (1991).
- [51] E. V. Derishev, V. V. Kocharovskiy y Vl. V. Kocharovskiy *Astrophys. J.* 521, 640 (1999).
- [52] B. Paczyński, *Astrophys. J.* 363, 218 (1990).
- [53] A. Shemi, T. Piran, *Astrophys. J. Lett.* 365, L55 (1990)
- [54] Eli Waxman, astro-ph/0303517 (2003).
- [55] G. M. Fuller, J. Pruet, K. Abazajian *Phys. Rev. Lett.* 85, 2673 (2000).
- [56] Y.Z. Qian, P. Vogel, G.J. Wasserburg, *Astrophys. J.* 506, 868, astro-ph/9803300 (1998). Y.-Z. Qian, G. M. Fuller, G. J. Mathews, R.W. Mayle, J. R. Wilson, and S. E. Woosley, *Phys. Rev. Lett.* 71, 1965 (1993). D. O. Caldwell, G. M. Fuller, and Y.-Z. Qian, *Phys. Rev. D* 61, 123005 (2000). G. C. McLaughlin, J. M. Fetter, A.B. Balantekin, and G. M. Fuller, *Phys. Rev. C* 59, 2873 (1999).
- [57] T. Piran, *Phys. Rep.* 314, 575 (1999).
- [58] R. Sari, T. Piran, *Astrophys. J.* 485, 270 (1997).
- [59] E. E. Fenimore, C. Madras, S. Nayakshin, *Astrophys. J.* 473, 998 (1996).
- [60] R. Narayan, B. Paczyński, T. Piran, *Astrophys. J. Lett.* 395, L83 (1992).
- [61] B. Paczyński, G. Xu, *Astrophys. J.* 427, 709, (1994).
- [62] M. J. Rees, P. Mészáros, *Astrophys. J. Lett.* 430, L93 (1994).

- [63] R. Mochkovitch, V. Maitia, R. Marques, en *Towardsthe Source of Gamma-Ray Bursts, Proceedings of 29th ESLAB Symposium*, K. Bennett, C. Winkler (editores), 531 (1995).
- [64] S. Kobayashi, T. Piran, R. Sari, *Astrophys. J.* 490, 92 (1997).
- [65] F. Daigne, R. Mochkovitch, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 296, 275 (1998).
- [66] R. D. Blanford, C. F. McKee, *Phys. Fluids* 19, 1130 (1976).
- [67] E. V. Derishev, V. V. Kocharovsky, y Vl. V. Kocharovsky, *Astrophys. J.* 521, 640 (1999).
- [68] E. Waxman, *Lect. Notes Phys.* 598, 393 (2003).
- [69] P. W. Guilbert, A. C. Fabian y M. J. Rees, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 205, 593 (1983).
- [70] M. Ruffert y H.-Th. Janka, *Astron. Astrophys.* 344, 573 (1999).
- [71] J. Hjorth er al., *Nature*(Londres) 423, 847 (2001).
- [72] W. Kluźniak, *Astrophys. J. Lett.* 508, L29 (1998).
- [73] Andrei M. Beloborodov, astro-ph/0210522 (2002).
- [74] R. Surman, G. C. McLaughlin, *Astrophys. J.* 603, 611, (2004).
- [75] R. Salansky, S. Raby, T. Goldman y G. Garvey, *Los Alamos Science* 25, 28 (1997).
- [76] C. Kim y A. Pevsner, *Neutrinos in Physics and Astrophysics*, Hardwood academic publisher (1993)
- [77] M. Herant y colab. *Los Alamos Science* 25, 164 (1997)
- [78] K. Enqvist y colab., *Nucl. Phys. B* 349, 754 (1991)
- [79] R. Barbieri y A. Dolgov, *Nucl. Phys. B* 349, 743 (1991)
- [80] K. Huang, *Quantum Field Theory*, John Wiley and Sons, inc. (1998).
- [81] M. Fukugita, a. suzuki *Physics and astrophysics of neutrinos*, Springer (1994).
- [82] M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* 79, 615 (1950).