



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ANÁLISIS DE GRADIENTES TÉRMICOS EN
TUBOS RESONANTES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

F I S I C O

P R E S E N T A:

RAÚL ESCOBAR PÉREZ

TUTORA: DRA. LUCÍA MEDINA GÓMEZ



MÉXICO 2006



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado

1. Datos del alumno.
Escobar
Pérez
Raúl
Teléfono 11131171
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
2. Datos del tutor.
Doctora
Lucía
Medina
Gómez
3. Datos del sinodal 1.
Doctor
Marcos
Ley
Koo
4. Datos del sinodal 2.
Doctor
Stephen
Muhl
Sauders
5. Datos del sinodal 3.
Físico
Andrés Valentín
Porta
Contreras
6. Datos del sinodal 4.
Doctor
Marcelo Enrique
Galván
Espinosa
7. Datos del trabajo escrito.
Análisis de gradientes térmicos en tubos resonantes
30 Páginas
2006

A mis padres por su apoyo incondicional.

A mi esposa Maru por ser mi compañera en la vida y en las aventuras por el mundo y por su apoyo total para la realización de este trabajo.

A mi hijo Francisco Javier por hacerme ver que lo más importante en la vida es la vida misma.

A mi hija María de los Ángeles a quien le prometí este trabajo y por dejarme compartir con ella sus primeros días de vida aunque ya no esté con nosotros.

A mis hermanos quienes hicieron y han hecho de mi vida un cóctel de sabores.

A mis sobrinos, algunos cerca y otros lejos, pero todos formando parte de nuestra gran familia

A los amigos que en algún momento de mi vida formaron parte importante de la misma.

A Andrés V. por estar siempre ahí y ser un apoyo invaluable.

A Lucía, por creer en mí.

A Alicia Z. por su gran ayuda.

A la UNAM por darme todo lo necesario para mi desarrollo profesional.

A Alcatel y Shanghai Bell por permitirme realizar como un profesional en el área de las telecomunicaciones.

Nadie debe creer que el conocimiento es un tesoro personal ya que las leyes físicas existen aun cuando no exista el ser humano. Sólo somos el medio por el cual el universo se conoce a si mismo.

Índice general

Resumen	1
Introducción	2
1. Teoría termoacústica	4
1.1. Análisis cualitativo	4
1.2. Análisis cuantitativo	5
1.2.1. Oscilaciones de temperatura	5
1.2.2. Transferencia de calor	9
1.2.3. El resonador	11
2. Experimentación	14
2.1. Diseño del refrigerador	14
2.2. Pruebas experimentales	19
2.2.1. Refrigeración	19
2.2.2. Frecuencia de oscilación	21
2.2.3. Intensidad acústica	23
2.2.4. Posición del “stack” en el resonador	24
2.2.5. Separación entre las placas del “stack”	26
2.3. Información técnica	26
Conclusiones	28
Referencias	29

Resumen

El objetivo principal de este trabajo consiste en el análisis de gradientes térmicos dentro de un tubo resonante. Para establecer estos gradientes se construyó un refrigerador termoacústico con materiales de uso común. El fin es poner a disposición de cualquier estudiante de nivel licenciatura los conocimientos básicos para la comprensión del fenómeno termoacústico así como los elementos necesarios para la construcción de un refrigerador.

El primer capítulo presenta una explicación cualitativa y cuantitativa del principio de refrigeración y finalmente el estudio cuantitativo del resonador. No se considera el estudio de todas las variables involucradas en el fenómeno termoacústico ya que lo extenso de su análisis sobrepasa los objetivos del presente trabajo.

El segundo capítulo presenta el diseño y construcción del refrigerador así como una serie de experimentos para conocer el comportamiento del mismo y compararlo con la teoría expuesta en el primer capítulo. El refrigerador alcanzó una temperatura de $-12^{\circ}C$ a temperatura ambiente de $20^{\circ}C$ obteniendo así una diferencia de temperatura de $32^{\circ}C$.

Introducción

La generación de oscilaciones acústicas debidas al calor han sido observadas y estudiadas por poco más de dos siglos¹, sin embargo, la historia de las ondas estacionarias en gases para crear refrigeración es más corta y mucho más reciente. En 1975 Merkli y Thomann² observaron un ligero enfriamiento en la superficie de un tubo cilíndrico en resonancia cerca del antinodo de velocidad y presentaron una teoría confiable del fenómeno.

Desde el desarrollo de los primeros refrigeradores en los 80's, la termoacústica ha recibido más atención como una área de nuevo desarrollo. La mayoría de los aparatos termoacústicos han sido construidos principalmente por Los Alamos National Laboratory (LANL), Naval Postgraduate School (NPS) y Pennsylvania State University (PSU). En 1988, G.W. Swift de LANL publicó un artículo en el Journal Acoustic Society of America titulado "Thermoacoustic engines"¹ en donde se explica el principio del funcionamiento de las máquinas termoacústicas. Este trabajo toma como base el desarrollo expuesto en ese documento.

Aplicaciones

En 1988, en el NPS se diseñó el STAR (Space ThermoAcoustic Refrigerator) para enfriar detectores y sistemas electrónicos.³ El STAR fue lanzado al espacio junto con la nave espacial Discovery en enero de 1992. En 1995, se diseñó el SETAC⁴ (Shipboard Electronics ThermoAcoustic Cooler) y en ese mismo año fue utilizado por un buque de la marina de los Estados Unidos para enfriar su sistema de radar. En el año 2000 se construyó el STADTAR (Solar Thermoacoustically Driven Thermoacoustic Refrigerator)⁵ logrando una diferencia de temperatura de $18^{\circ}C$ con el sol como única fuente de energía. En ese mismo año LANL reportó la separación de gases por ondas termoacústicas.⁶ Hasta este momento, los motores y refrigeradores termoacústicos habían sido considerados para aplicaciones muy específicas debido a su simplicidad, compensando de esta manera su bajo rendimiento. Sin embargo, LANL diseñó en el año 2000, un nuevo tipo de motor termoacústico basado en ondas viajeras.⁷ Este nuevo motor superaba en eficiencia a los motores termoacústicos basados en ondas estacionarias hasta en un 50%. Con una combinación del nuevo diseño y el ya existente refrigerador de pulsos, LANL y PRAXAIR (Compañía de gases industriales envasados) diseñaron en el 2002, el

TASHE-OPTR⁸ (ThermoAcoustic Stirling Heat Engine-Orifice Pulse Tube Refrigeration) para la liquefacción de gas natural. El siguiente paso también fue una máquina híbrida, esto es, un TASHE acoplado a un multiplicador vibro-mecánico.⁹ Con este diseño, en 2004, el equipo del PSU instaló en un establecimiento de la ciudad de Nueva York un prototipo como contenedor de helados de “Ben & Jerry” esperando que sea capaz de mantener una temperatura de $-18^{\circ}C$ con una capacidad de 200 litros.¹⁰

Capítulo 1

Teoría termoacústica

Durante la transmisión de una onda sonora en un gas, las compresiones y las descompresiones están asociadas a un proceso termodinámico de aumento y disminución de temperatura. La transferencia de calor con el medio en donde se propaga es prácticamente nula por lo que se le ha considerado un proceso adiabático. Existen, sin embargo, fenómenos físicos donde se hace evidente que este proceso adiabático puede alterarse de manera significativa.

1.1. Análisis cualitativo

El proceso termodinámico asociado a las ondas sonoras estacionarias en un tubo se modifica de manera importante cuando se coloca una serie de placas paralelas (“stack”) alineadas en la dirección de oscilación de la onda estacionaria.

La figura 1 muestra el ciclo termoacústico generado en el tubo resonador debido a la presencia de las placas. La refrigeración resultante se entiende mediante el análisis cualitativo de una pequeña porción de gas entre las placas.

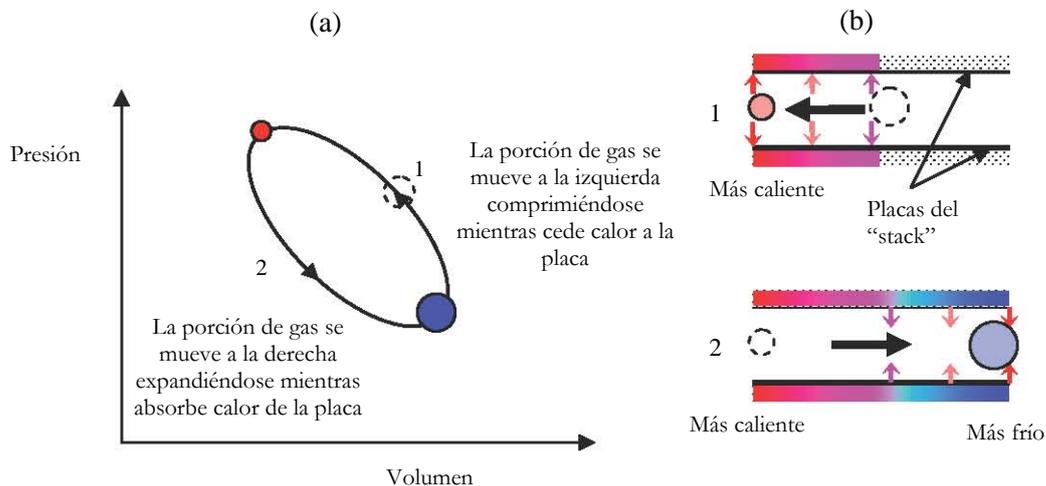


Figura 1. a) Ciclo termoacústico en la representación gráfica presión-Volumen. b) El intercambio de calor entre una porción de gas y las placas genera un gradiente de temperatura.

Mientras el gas oscila hacia delante y hacia atrás, la porción de gas cambia su temperatura. Cada porción de gas comprendida entre las placas del “stack” sigue un ciclo termodinámico donde, al moverse a la izquierda, se comprime y calienta cediendo calor al “stack”, y al moverse a la derecha, se expande y enfría absorbiendo calor del “stack”, por lo tanto, cada porción de gas mueve una pequeña cantidad de calor de derecha a izquierda, de frío a caliente, durante cada ciclo de la onda sonora. El espacio entre las placas es muy importante para su buen funcionamiento ya que un espacio demasiado estrecho causa un buen contacto térmico entre la placa y el gas, manteniéndolo prácticamente a la misma temperatura que la del “stack” mientras que un espacio demasiado grande mantiene al gas en un pobre contacto térmico con la placa con la consecuente baja transferencia de calor.

1.2. Análisis cuantitativo

Consideremos un gas soportando una onda acústica plana estacionaria y una pequeña placa alineada paralelamente a la dirección de la vibración de la onda. Como veremos en la sección 1.2.2, la onda estacionaria se modifica por la presencia de la placa generando un flujo de calor a una distancia cercana a una profundidad de penetración térmica δ , definida como¹

$$\delta = \sqrt{\frac{2K}{\omega\rho_m c_p}} \quad 1.1$$

Donde ρ_m es la densidad del gas, c_p es el calor específico por unidad de masa a presión constante, ω es la frecuencia angular y K es la conductividad térmica de gas.

1.2.1. Oscilaciones de temperatura

Antes de comenzar cualquier cálculo, consideremos las siguientes variables que oscilan con frecuencia angular ω :

$$T = T_m(x) + T_1(x, y)e^{i\omega t} \quad 1.2$$

$$s = s_m(x) + s_1(x, y)e^{i\omega t} \quad 1.3$$

$$u = u_1(x)e^{i\omega t} \quad 1.4$$

$$p = p_m + p_1(x)e^{i\omega t} \quad 1.5$$

$$\rho = \rho_m(x) + \rho_1(x, y)e^{i\omega t} \quad 1.6$$

Donde T es la temperatura, s la entropía por unidad de masa, u la velocidad del gas en la dirección x , p es la presión dentro del tubo y ρ es la densidad del gas. El subíndice 1 indica las oscilaciones dependientes de la posición y el subíndice m se refiere al valor de la variable en caso de que no existan dependencias temporales y espaciales de las variables oscilatorias.

En esta notación, $p_1 = P_A \cos(kx)$ y $u_1 = -i(P_A / \rho_m c) \text{sen} kx = iu_1^s(x)$, donde P_A es la amplitud de la presión en el antinodo de presión, c es la velocidad del sonido en el gas y k es el número de onda ($k = 2\pi / \lambda$).

Sin placa

En ausencia de la placa, la onda sonora es adiabática. De la ecuación de estado $s = s(T, p)$ se tiene que

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T dp \quad 1.7$$

Considerando las relaciones de Maxwell y que $ds = 0$ ya que no hay intercambio de calor, tenemos que la oscilación de temperatura T_1 relacionada con la oscilación de presión p_1 es

$$T_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s p_1 \quad 1.8$$

Usando nuevamente las relaciones de Maxwell, las propiedades de las derivadas parciales, la definición del coeficiente de expansión térmica y la capacidad térmica a presión constante junto con el hecho de que el inverso del volumen específico es la densidad, la ecuación 1.8 se escribe como:

$$T_1 = \frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1 \quad 1.9$$

Debido a que $T_m \beta / \rho_m c_p$ es real y positivo, T_1 y p_1 están en fase.

Para un gas ideal tenemos que el coeficiente de expansión térmica es

$$\beta = \frac{1}{T_m} \quad 1.10$$

Considerando las ecuaciones 1.10 y 1.9, los calores específicos a presión y volumen constantes y la razón de los calores específicos γ , tenemos que

$$\frac{T_1}{T_m} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p_1}{p_m} \quad 1.11$$

Para gases monoatómicos, $\gamma = 1.6$ y para gases diatómicos $\gamma = 1.4$, por lo que para gases ideales, los cambios fraccionales de temperatura son del orden de los cambios fraccionales de presión. Por otra parte, los cambios fraccionales de temperatura para un gas monoatómico son 31% mayores que para un gas diatómico. Esta es una buena razón para utilizar helio como fluido de trabajo.

Una sola placa

Consideremos ahora un gas en un tubo donde se establece una onda plana y estacionaria. En el interior del tubo se encuentra una placa pequeña alineada a lo largo del eje x , en la dirección de la vibración de la onda, de longitud Δx , de ancho $\Pi/2$ y de grosor despreciable como se aprecia en la figura 2.

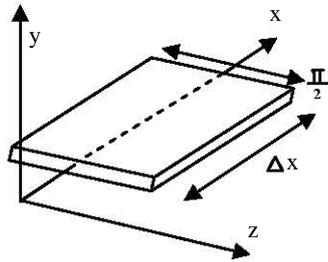


Figura 2. Placa alineada en la dirección de la oscilación de la onda

Antes de realizar los cálculos pertinentes para encontrar el valor de las variaciones de temperatura T_1 cerca de la placa, se hacen algunas suposiciones para simplificar los cálculos. Se supone que la longitud de la placa es lo suficientemente pequeña comparada con la longitud de onda λ ($\Delta x \ll \lambda/4$) y que la misma está suficientemente alejada de los nodos de presión y velocidad de tal manera que p_1 y u_1 pueden considerarse uniformes en toda la placa, el gas tiene viscosidad despreciable por lo que u_1 no depende de y . Suponemos que la placa tiene una capacidad calorífica por unidad de volumen (calor específico) lo suficientemente grande de tal manera que su temperatura no cambia apreciablemente debido a la onda acústica. Suponemos

que la placa tiene un gradiente de temperatura ∇T_m en la dirección x (dirección de propagación de la onda) y se desprecia la conducción térmica de la misma en esta dirección. Se desprecia también la conducción térmica del fluido a lo largo de la dirección x . Finalmente, la temperatura del gas $T_m(x)$, es independiente de y y es la misma que la de la placa.

Para calcular las oscilaciones de temperatura del gas, se utiliza la ecuación general de transferencia de calor¹ sin considerar los términos de segundo orden:

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + u \cdot \nabla s \right) = \nabla \cdot [K \nabla T] \quad 1.12$$

Para expresar s en términos de p y T , escribimos

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T dp \quad 1.13$$

Considerando el calor específico a presión constante y las relaciones de Maxwell tenemos que la diferencial de entropía por unidad de masa es:

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \frac{\beta}{\rho} dp \quad 1.14$$

Desarrollando los términos de la ecuación 1.12, utilizando las ecuaciones 1.2 a 1.5 y 1.14, manteniendo sólo los términos de primer orden y eliminando el factor común $e^{i\omega t}$ tenemos que la ecuación 1.12 se expresa como:

$$i\omega \rho_m c_p T_1 - K \frac{d^2 T_1}{dy^2} = i\omega T_m \beta p_1 - \rho_m c_p \nabla T_m u_1 \quad 1.15$$

Resolviendo la ecuación diferencial 1.15 con las condiciones de frontera, $T_1(0) = 0$ impuesta por la placa y $T_1(\infty) = \text{valor finito}$ tenemos que

$$T_1 = \left(\frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1^s - \frac{\nabla T_m}{\omega} u_1^s \right) (1 - e^{-(1+i)y/\delta}) \quad 1.16$$

Como se puede apreciar, el primer término de esta ecuación es el mismo que el de la ecuación 1.9, por lo que la presencia de la placa generó dos términos más.

Analizando los dos términos extras de la ecuación 1.16, es interesante notar que $T_1 = 0$ cuando:

1. $e^{-(1+i)y/\delta} = 1$
2. $\frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1^s = \frac{\nabla T_m}{\omega} u_1^s$

La primera condición se cumple cuando $y=0$, concordando con la condición de frontera impuesta al problema. La segunda condición significa que la amplitud de las oscilaciones de temperatura de la partícula de gas, debidos a los cambios de presión, $(T_m \beta) p_1^s / (\rho_m c_p)$ son iguales a la temperatura de la placa en el extremo del desplazamiento de la partícula de gas debido al gradiente de temperatura en la placa, $(\nabla T_m x_1 = \nabla T_m u_1^s / \omega)$, por lo tanto, no habrá transferencia de calor entre el gas y la placa. A este gradiente, se le llama gradiente de temperatura crítico

$$\nabla T_{crit} = \frac{T_m \beta \omega p_1^s}{\rho_m c_p u_1^s} \quad 1.17$$

1.2.2. Transferencia de calor

Debido a que no hay conducción térmica a lo largo del eje x , la única manera en la que el calor es transportado en esta dirección es mediante el transporte hidrodinámico de entropía llevado a cabo mediante la velocidad oscilatoria u_1 ¹

$$q = T_m s_1 \rho_m u_1 \quad 1.18$$

donde q es el flujo de calor por unidad de área.

Considerando la ecuación 1.14, eliminando el factor común exponencial dependiente del tiempo y sustituyendo s_1 en la ecuación 1.18 tenemos que

$$q = T_m \rho_m u_1 \left[\frac{c_p}{T_m} T_1 - \frac{\beta}{\rho_m} p_1 \right] = \rho_m c_p T_1 u_1 - T_m \beta p_1 u_1$$

Obteniendo el valor promedio temporal de q tenemos que

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho_m c_p \operatorname{Re}[T_1 \bar{u}_1] - \frac{1}{2} T_m \beta \operatorname{Re}[p_1 \bar{u}_1]$$

Pero $p_1 \bar{u}_1$ es un imaginario puro ya que $p_1 = P_A \cos(kx)$ y $u_1 = -i(P_A / \rho_m c) \operatorname{sen} kx$ por lo que $\operatorname{Re}[p_1 \bar{u}_1] = 0$. Sólo la parte imaginaria de T_1 contribuye en el primer término de la ecuación anterior ya que \bar{u}_1 es imaginario puro. Por lo tanto

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho_m c_p \operatorname{Im}[T_1] u_1^s \quad 1.19$$

La dependencia del flujo de calor por unidad de área con respecto a y es la misma que la de T_1 y se puede apreciar en la gráfica de la figura 3, donde se ha graficado el término $1 - e^{-(1+i)y/\delta}$ en su parte real como en su parte imaginaria. Se aprecia que la transferencia de calor máxima es cercana a $y = \delta$ y que para $y = 2\delta$ la transferencia de calor decae rápidamente a cero.

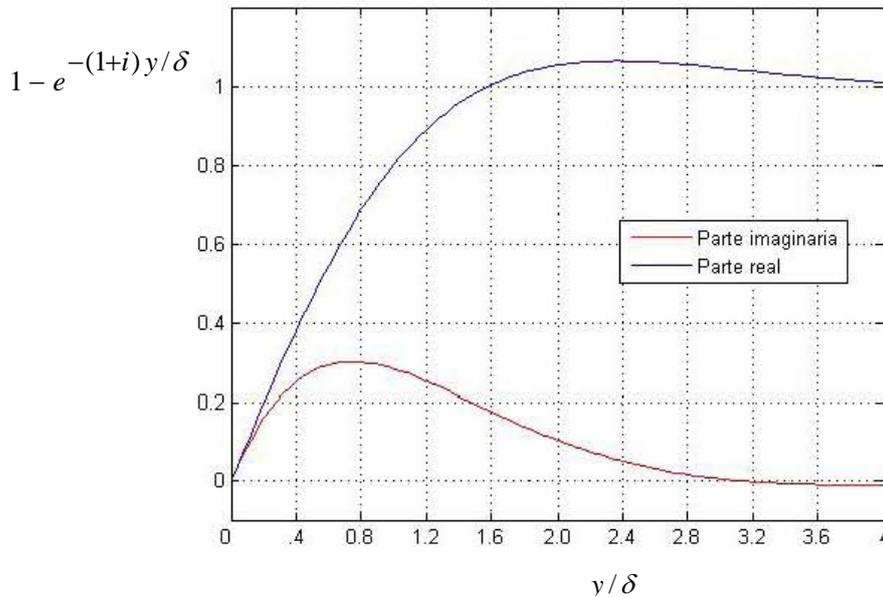


Figura 3. La parte imaginaria representa el flujo de calor por unidad de área

El flujo total de calor \bar{Q} a lo largo de la placa en la dirección de x se encuentra mediante la integración de la ecuación 1.19 sobre el plano yz . Considerando la ecuación 1.16 y 1.17 tenemos finalmente que

$$\bar{Q} = -\frac{1}{4} \Pi \delta T_m \beta p_1^s u_1^s \left(\frac{\nabla T_m}{\nabla T_{crit}} - 1 \right) \quad 1.20$$

Cambio de la temperatura con respecto al tiempo

La ley de enfriamiento de Newton establece que la razón de pérdida de calor de un cuerpo con respecto al tiempo, es proporcional a la diferencia de temperatura del cuerpo y sus alrededores, esto es

$$\frac{dQ}{dt} = -\alpha(T - T_{amb}) \quad 1.21$$

Donde T es la temperatura del cuerpo, T_{amb} es la temperatura ambiente y α es la constante de proporcionalidad. En nuestro caso T representa la temperatura de la placa y T_{amb} la temperatura que alcanza el elemento de gas cercano a la placa. En cada período de oscilación, una pequeña cantidad de calor se transfiere a la placa hasta que el gradiente de temperatura es tal que la temperatura del gas es la misma que la de la placa. En este caso T_{amb} sería el límite en el cual ya no existe transferencia de calor siendo entonces la temperatura mínima o máxima alcanzada en los extremos del “stack”. En este trabajo se supondrá que la razón de pérdida o ganancia de calor en los extremos del “stack” obedece la ley de enfriamiento de Newton.

Considerando la definición del calor específico a presión constante tenemos que

$$c_p = \frac{Q}{m_p \Delta T} \quad 1.22$$

donde m_p es la masa de la placa que intercambia calor con el elemento de gas. Sustituyendo 1.22 en 1.21 tenemos que

$$m_p c_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_{amb}) \quad 1.23$$

Reagrupando términos e integrando 1.23

$$\text{Ln} \left[\frac{T - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}} \right] = -\frac{\alpha t}{m_p c_p} \quad 1.24$$

Donde T_0 es la temperatura del cuerpo en $t = 0$.

Aplicando la función exponencial en ambos lados de la ecuación 1.24 y reagrupando términos tenemos finalmente que

$$T(t) = T_{amb} + B e^{-\beta t} \quad 1.25$$

Donde $\beta = \alpha / m_p c_p$ y $B = T_0 - T_{amb}$.

Ahora bien, cuando $t \rightarrow \infty$, $T(t) \rightarrow T_{amb}$, que en este caso podría ser la temperatura máxima o mínima del extremo del “stack”.

1.2.3. El resonador

Para aquellos resonadores en los que tenemos un tubo abierto en sus dos extremos o un tubo con un extremo cerrado y con un extremo abierto, la resonancia es fácil de analizar debido a las condiciones de frontera.

El resonador que se utiliza en el diseño del refrigerador termoacústico consiste de un tubo recto, cerrado en uno de sus extremos, con una bocina en el otro. En este tipo de configuración, la resonancia está determinada por las propiedades de la bocina y el gas por lo que este arreglo se podría utilizar para construir un resonador cuya longitud sea más pequeña que $\lambda/4$ (ref. 2). Para obtener la condición de resonancia en esta configuración hagamos el siguiente análisis.

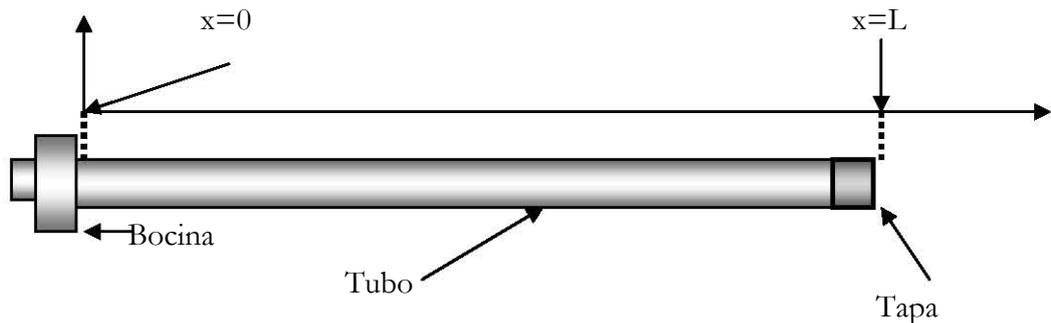


Figura 4. Configuración del resonador

Consideremos un tubo recto de área transversal A , de longitud L (ver figura 4), excitado por una bocina en uno de sus extremos ($x = 0$) y lleno con un gas. Si la membrana de la bocina oscila generando ondas armónicas planas en la dirección x , la presión en el tubo es de la forma:

$$p(x,t) = A_0 e^{i(\omega t + k(L-x))} + B_0 e^{i(\omega t - k(L-x))} \quad 1.26$$

Donde A_0 y B_0 se determinan por las condiciones de frontera en $x = 0$ y $x = L$.

Consideremos al cono de la bocina oscilando mediante una fuerza externa F en $x = 0$, de masa m_c , rigidez r e impedancia mecánica Z_{mb} . Dentro del tubo se encuentra un gas de densidad ρ_0 donde el sonido viaja a velocidad c , con impedancia mecánica Z_{m0} y Z_{mL} en $x = 0$ y $x = L$ respectivamente. Considerando la segunda ley de Newton aplicada al cono de la bocina tendremos finalmente que la condición de resonancia es¹¹

$$\cot kL = \frac{m_c}{A\rho_0} k - \frac{r}{A\rho_0 c^2} \frac{1}{k}$$

O bien

$$\cot kL = ak - b \frac{1}{k} \quad 1.27$$

Donde k es el número de onda y

$$a = \frac{m_c}{A\rho_0} \quad 1.28$$

$$b = \frac{r}{A\rho_0 c^2} \quad 1.29$$

La figura 5 muestra las gráficas de $\cot kL$ y de $ak - b/k$ versus k para un valor de $L = 0.9m$ y para dos conjuntos de valores de a y b . Como se puede apreciar, la resonancia se da para tubos con longitudes cercanas a $\lambda/4$, para el caso de $a = 0.1m$ y $b = 0.1m^{-1}$ o tubos con longitudes cercanas a $\lambda/2$, para el caso de $a = 10m$ y $b = 10m^{-1}$.

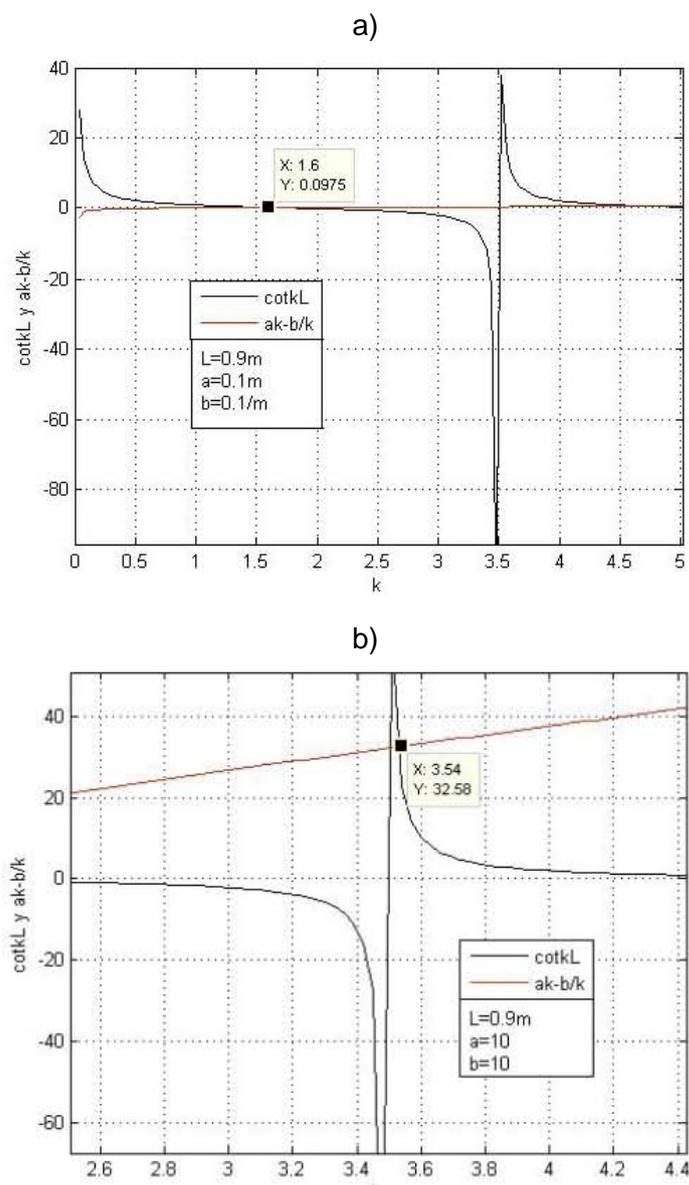


Figura 5. a) El valor $k = 1.5$ implica la condición $L = \lambda/4.65$. b) El valor $k = 3.54$ implica la condición $L = \lambda/1.97$

Capítulo 2

Experimentación

Este capítulo comienza con la descripción de las diferentes partes del refrigerador termoacústico, que consiste principalmente del tubo de resonancia y el “stack”. La segunda parte presenta los resultados experimentales y los compara con la teoría expuesta en el capítulo anterior.

2.1. Diseño del refrigerador

El resonador

Como se mencionó en el primer capítulo, la condición de resonancia para el refrigerador termoacústico se da para una longitud del tubo cercana a $\lambda/2$ ó $\lambda/4$ dependiendo de las características de la configuración tubo-bocina.

Utilizando las ecuaciones 1.28 y 1.29 se obtuvieron experimentalmente los valores de a y b

$$a = 15.23$$

$$b = 18.44$$

Donde $m_c = .0034 \text{Kg.}$, $r = 4137 \text{Kg.s}^{-2}$ y $\rho_0 = 0.169 \text{Kg.m}^{-3}$.

La figura 6 muestra la gráfica de $\cot kL$ y de $ak - b/k$ versus k para un tubo de longitud $L = 0.94 \text{m}$ y valores experimentales a, b antes mencionados

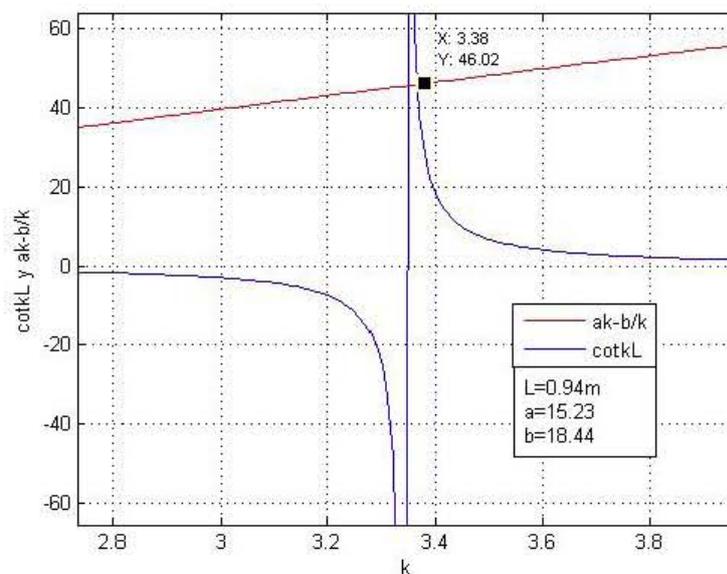


Figura 6. El valor $k = 3.38$ junto con la condición $L = 0.94 \text{m}$ implica un frecuencia de resonancia $f = 539.5$ para un tubo lleno con helio y una velocidad del sonido $c = 1003 \text{ms}^{-1}$.

Para calcular la frecuencia de resonancia en la condición $k = 3.38m^{-1}$, se considera que la velocidad del sonido en el helio a temperatura ambiente de $22^{\circ}C$ es de $1003ms^{-1}$. Esta velocidad se obtuvo mediante la relación¹²

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

donde M es la masa de un mol, R es la constante molar y considerando que la velocidad del sonido c_0 a una temperatura $T_0 = 273K$ es de $965 m/s$.¹³

La frecuencia de resonancia es entonces

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2\pi} k = \frac{1003ms^{-1}}{2\pi} 3.38m^{-1} = 540.6Hz$$

La figura 7 muestra una gráfica experimental de la configuración que se utilizará como refrigerador termoacústico en donde la frecuencia de resonancia para un tubo comercial hidráulico de PVC de 2.9 centímetros de diámetro interno cerrado por un extremo y con una bocina en el otro, de longitud = 94 cm. lleno con helio a temperatura ambiente de $22^{\circ}C$ es de 540 Hz. Este valor concuerda con el valor predicho previamente y demuestra que tenemos un resonador de prácticamente media longitud de onda.

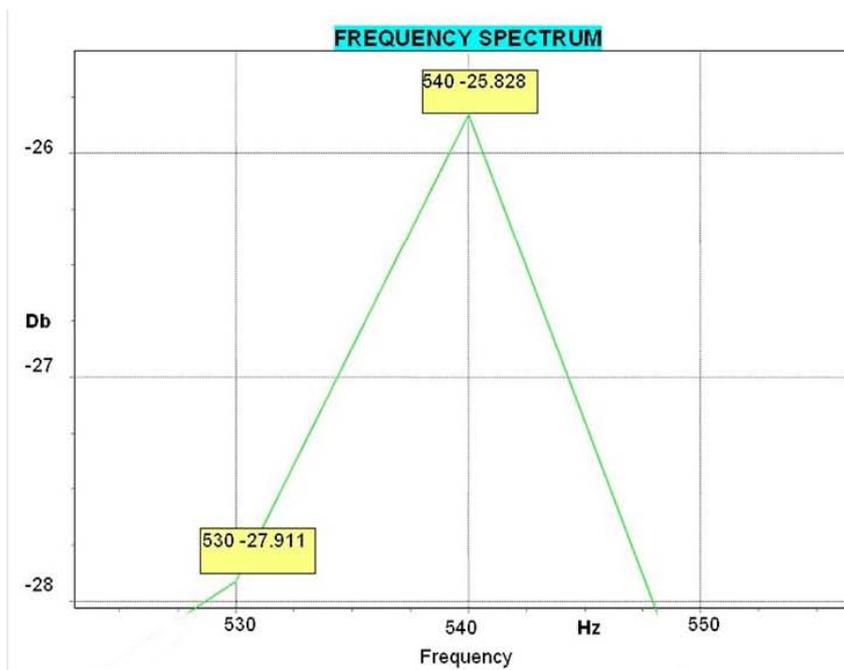


Figura 7. Resonancia a 540 Hz. en un tubo de 94 cm. con helio en su interior.

El “stack”

Considerando la ecuación 1.1 tenemos que la profundidad de penetración térmica es

$$\delta = 0.3 \text{ mm}$$

donde se utilizaron los valores de $c_p = 5193 \text{ J/kg}^0\text{C}$, $\rho_m = 0.169 \text{ kg/m}^3$, $\omega = 2\pi(540 \text{ Hz})$ y $K = 0.146 \text{ W/m}^0\text{C}$.

El valor recomendado¹ para la separación entre placas es $2\delta \leq d \leq 4\delta$, por lo tanto la separación de las placas está en el intervalo $0.6 \text{ mm} \leq d \leq 1.2 \text{ mm}$.

La parte más crítica de la construcción del refrigerador termoacústico es el “stack”. Existen varias técnicas para su elaboración, desde las más complejas,¹⁴ parecidas a las de la construcción de los catalizadores de auto hasta las más sencillas, hechas con hilo nylon y acetato. Obviamente las técnicas más sofisticadas suponen un alto costo de manufactura además de la alta tecnología requerida para su elaboración pero por otra parte se asegura durabilidad, patrones geométricos más perfectos, distancia uniforme entre placas y espaciamientos menores a 1 mm. Para la construcción del “stack” nos basamos en una de las más sencillas.¹⁵

Esta técnica recomienda utilizar una tira larga de acetato donde pequeños trozos de hilo de pescar se pegan mediante cinta adhesiva (ver figura 8) de tal manera que al enrollarla, exista una separación de al menos 2δ entre vuelta y vuelta.

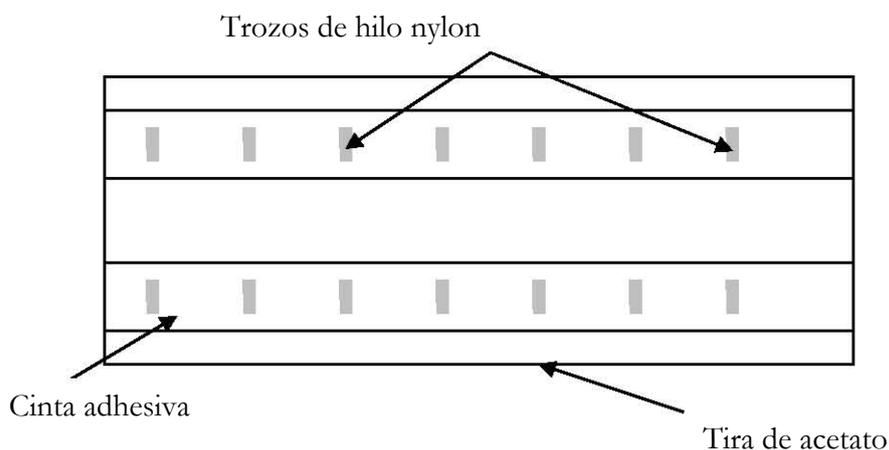


Figura 8. Una de las técnicas más sencillas para construir un “stack”.

La técnica que se utiliza en este trabajo es una modificación de la que acabamos de mencionar. Se utiliza acetato pero en vez de hilo nylon, se utilizan puntillas comerciales de carbón de 0.7

mm ($\approx 2.3\delta$) que se pegan a las orillas mediante pegamento de contacto tipo brocha de secado rápido a 5mm de distancia entre ellas permitiendo de este modo una separación homogénea entre los canales del “stack” (figura 9).

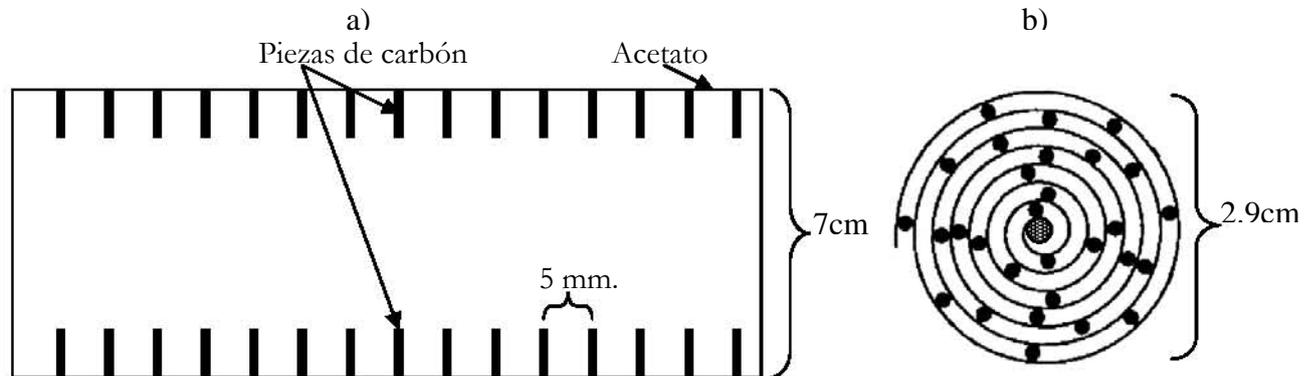


Figura 9. a) Tira de acetato con puntillas de carbón. b) Vista frontal del “stack”.

Esta técnica evita las irregularidades que se presentan en la vecindad de los trozos de hilo nylon generados por la cinta adhesiva además de dar mayor rigidez al “stack” al momento de enrollarlo ya que los trozos de carbón se colocan en la orilla de la tira de acetato.

Las puntillas se cortan con una pinza de corte especial que permitió una medida casi igual en corte longitudinal para todos los trozos. El número de piezas de carbón necesarias para construir un “stack” de 2.9 cm de ancho (el diámetro interno del tubo PVC) es aproximadamente 450, lo que requiere una tira de acetato de un metro de largo y un tiempo de manufactura de 4 a 6 horas. Las piezas se colocan una por una mediante pinzas de joyero debido a que el largo y ancho de cada laminilla es aproximadamente de 8 mm. y 0.7 mm. respectivamente.

La longitud del “stack” está relacionada con su posición dentro del resonador según la eficiencia deseada.¹⁶ En nuestro caso, un “stack” con longitud de 7 cm. implica que la posición del centro del mismo debe ubicarse a 12 centímetros del cono de la bocina para un máximo de eficiencia.

La configuración

La configuración experimental se muestra en la figura 10. Se colocó un tubo de cobre entre la bocina y el tubo de PVC con hilos metálicos en su interior para que hiciera las funciones de intercambiador de calor. El serpentín ayuda a mantener la temperatura del intercambiador lo más cercana a la temperatura ambiente. Una bomba sumergible de fuente hace circular el agua a través del serpentín. Se utilizó un multímetro digital Steren para medir temperaturas con

termopares de Cromo-Aluminio, dos amplificadores de audio, Sony y JVC, conectados en serie para amplificar la señal sinusoidal generada por la computadora. Se utilizó gas helio publicitario marca PRAXAIR¹⁷ que contiene más de 99% de helio puro en un tanque con capacidad de 2 m^3 .

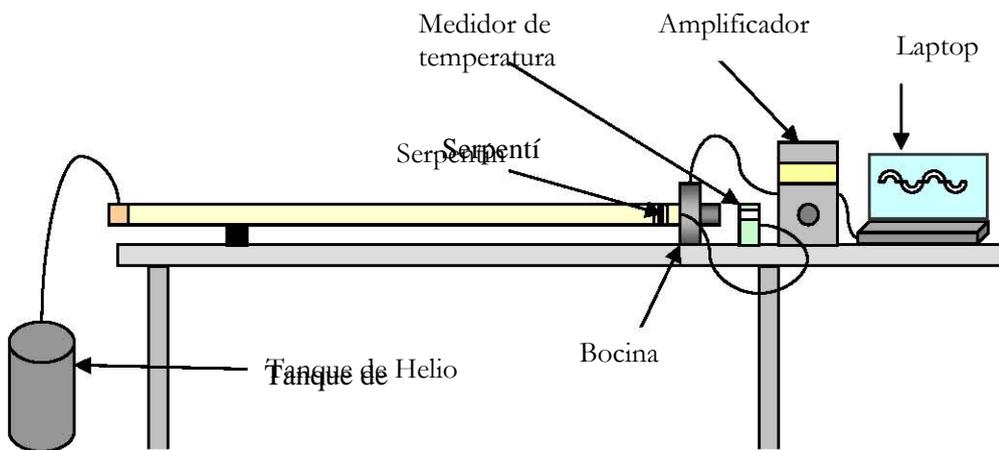


Figura 10. Configuración experimental del refrigerador termoacústico

La figura 11 muestra un corte longitudinal del refrigerador en donde se aprecia con detalle su estructura interna.

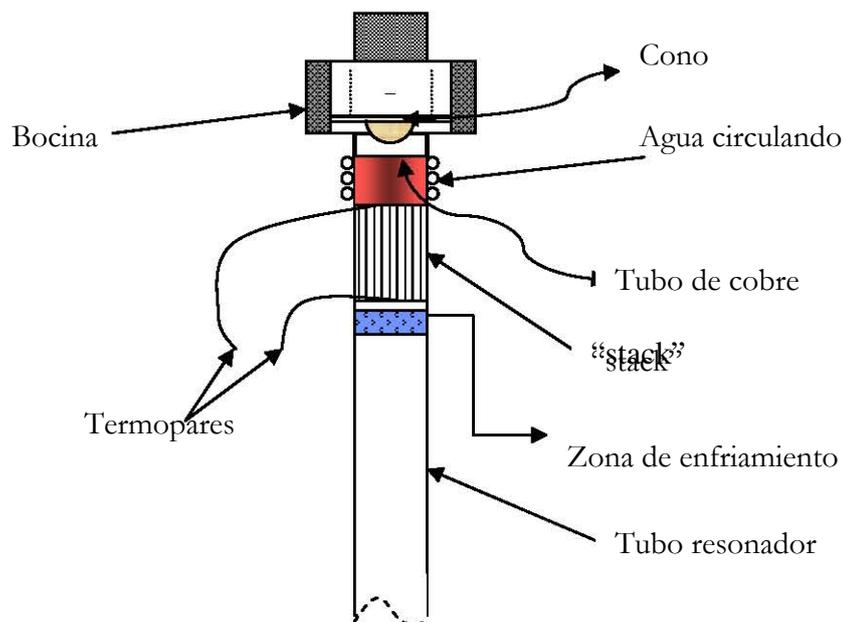


Figura 11. Partes principales del refrigerador termoacústico

2.2. Pruebas experimentales

2.2.1 Refrigeración

La prueba de refrigeración consistió en aplicar la mayor potencia posible a la bocina, 23 watts, y establecer ondas estacionarias a la frecuencia de resonancia. El espaciamiento en los canales del “stack” es de 2.3δ , la posición del centro del mismo se encuentra a 12 cm. del cono de la bocina y su longitud es de 7 cm.

La figura 12 muestra la forma en que la temperatura cambia en los extremos del “stack” con respecto al tiempo. La parte más cercana al antinodo de presión es la que aumenta su temperatura mientras que la parte más cercana al nodo de presión disminuye su temperatura. La distancia entre el antinodo y el nodo de presión es la mitad de la longitud del resonador, en nuestro caso es de 47 cm.

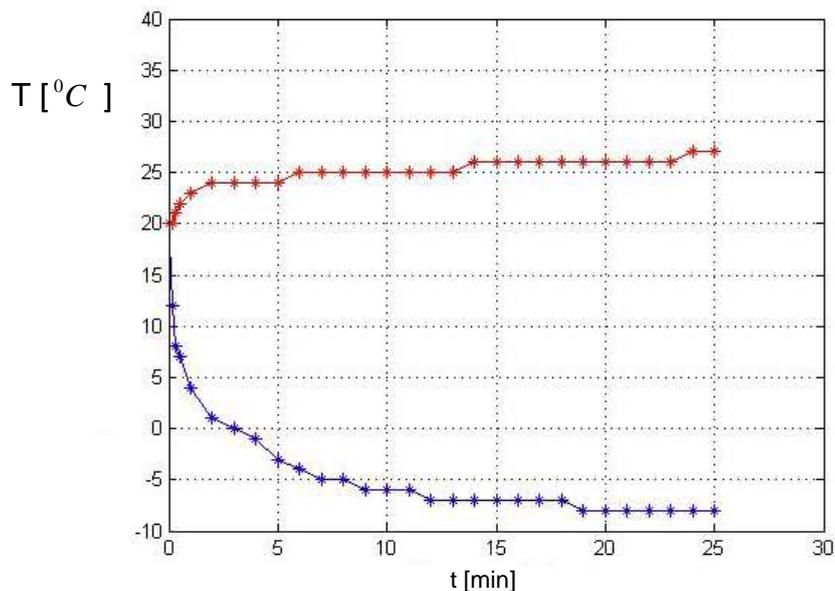


Figura 12. Temperatura versus tiempo en ambos extremos del “stack”. Las marcas en las líneas indican las medidas experimentales. La línea continua es sólo una referencia visual para el lector.

Se colocó en cada extremo un termopar de cromo-aluminio conectado a un multímetro digital. Se puede apreciar que se alcanza la temperatura de 0°C en solamente tres minutos. Debido a las

pequeñas fugas por la falta de sellado total, el tanque de gas helio se mantuvo con la válvula abierta para compensar las pérdidas.

La diferencia de temperatura entre la parte caliente y la fría fue de 36°C y la diferencia de temperatura entre la temperatura ambiente y la parte fría fue de 28°C . De no existir agua circulando en la zona caliente del “stack”, la diferencia de temperatura de la parte caliente con respecto a la temperatura ambiente, sería mayor que con la parte fría.

Recordemos ahora la ecuación 1.25 que representa el cambio de la temperatura con respecto al tiempo y obtengamos el valor de B y de β para el caso de los datos experimentales de la figura 12. Tomemos dos puntos de temperatura baja de la gráfica, a los 30 segundos:

$$T(0.5) = -8^{\circ}\text{C} + Be^{-\beta(0.5)} = 8^{\circ}\text{C}$$

Por lo que

$$Be^{\beta(0.5)} = 16^{\circ}\text{C} \quad 2.1$$

Y a los tres minutos

$$T(3) = -8^{\circ}\text{C} + Be^{-\beta(3)} = 0^{\circ}\text{C}$$

Por lo que

$$Be^{-\beta(3)} = 8^{\circ}\text{C} \quad 2.2$$

Dividiendo 2.1 entre 2.2 tenemos que:

$$e^{(2.5)\beta} = \frac{16}{8} \Rightarrow 2.5\beta = \text{Ln}2 \Rightarrow \beta = 0.2773 \text{ min}^{-1}$$

Tomemos ahora $T(0.5)$ para encontrar el valor de B

$$-8^{\circ}\text{C} + Be^{-\beta(0.5)} = 8^{\circ}\text{C} \Rightarrow \frac{16^{\circ}\text{C}}{e^{-0.2773}} = B \Rightarrow B = 18.37^{\circ}\text{C}$$

Por lo que finalmente

$$T(t) = -8^{\circ}\text{C} + 18.37^{\circ}\text{C}e^{-0.2773t} \quad 2.3$$

De igual forma se procede con los datos de temperatura alta y se encuentra que

$$T(t) = 27^{\circ}\text{C} - 5.18^{\circ}\text{C}e^{-0.1824t} \quad 2.4$$

La figura 13 muestra la gráfica de $T(t)$ para ambos casos en relación con los datos experimentales. Como se puede apreciar, las ecuaciones 2.3 y 2.4 representan de manera muy cercana el comportamiento del cambio de temperatura con respecto al tiempo.

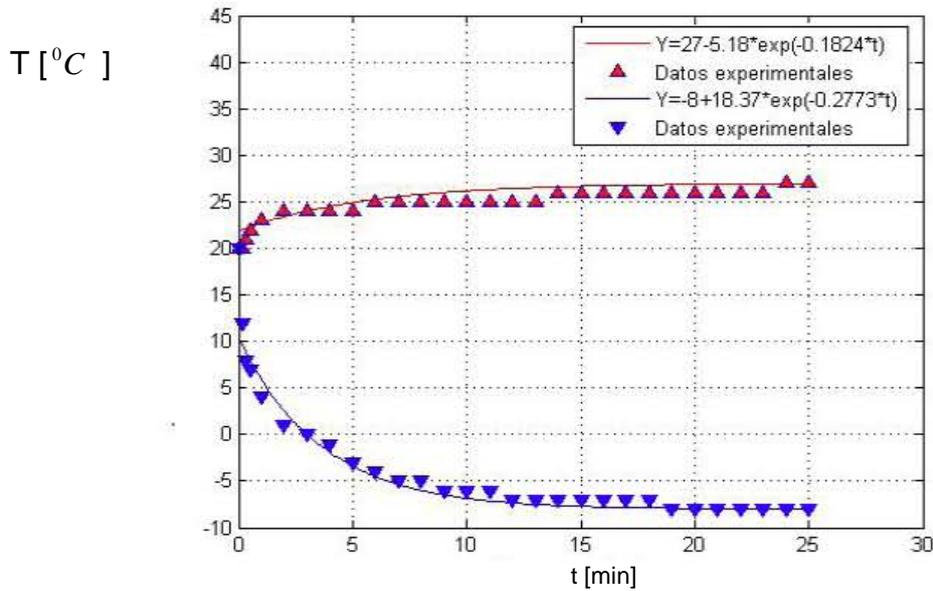


Figura 13. Temperatura versus tiempo en ambos extremos del “stack”. Los triángulos representan los datos experimentales mientras que las líneas continuas representan el comportamiento exponencial aproximado.

Para conocer la cantidad de calor por unidad de tiempo Q_c que es bombeado desde la parte fría del refrigerador, se utilizará el valor de la constante β de acuerdo a la relación⁵

$$Q_c = C_p \left(\frac{\beta}{60} \right) \Delta T$$

donde $C_p = 1.63 JK^{-1}$ es la capacidad térmica de la franja del extremo frío del “stack” y $\Delta T = 28K$, por lo tanto

$$Q_c = 0.2 \text{ Watt}$$

2.2.2. Frecuencia de oscilación

Todas las pruebas a partir de este punto, fueron valoradas con termopares tipo E. Las temperaturas registradas por el multímetro digital STEREN no corresponden con las temperaturas reales en grados Celsius, sin embargo, la figura 14 muestra la correlación de temperaturas del termopar tipo E con un termómetro digital TRACEABLE de COLE PARMER INSTRUMENT ($-50^{\circ}C \mapsto 150^{\circ}C$). La correspondencia es lineal entre una temperatura de

$-13^{\circ}C \mapsto 38^{\circ}C$ y la recta de ajuste se representa mediante la ecuación $y = 0.75x^{\circ}C + 5.6^{\circ}C$, donde y representa la temperatura real y x la temperatura del termopar tipo E.

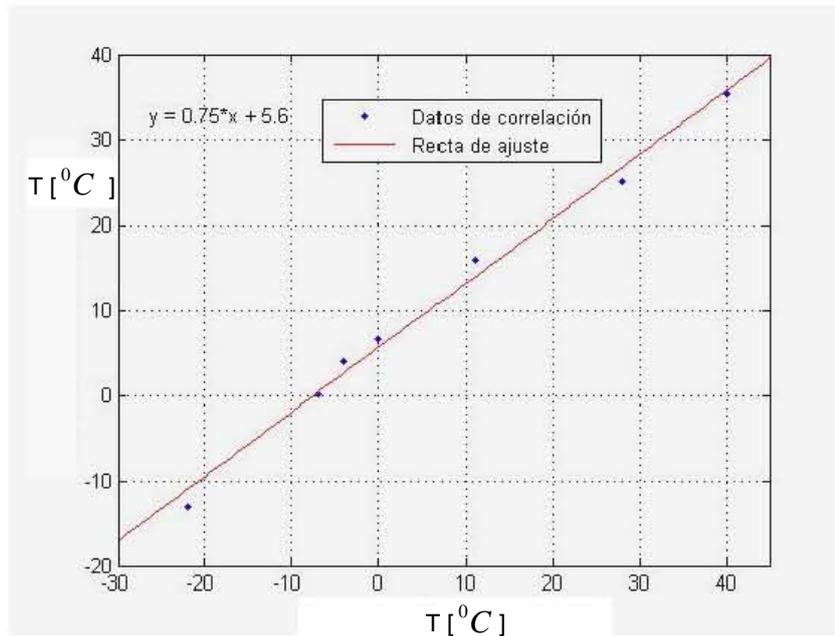


Figura 14. Los puntos representan la correlación entre la temperatura medida con un termopar tipo E y la temperatura medida con un termómetro digital Cole Parmer.

La prueba consistió en variar la frecuencia de oscilación para observar el comportamiento del refrigerador. La potencia en la bocina y la posición del “stack” fueron las mismas que en la prueba de refrigeración. Se considera que la intensidad de sonido emitido por la bocina es la misma en el intervalo de prueba de 530 Hz a 570 Hz. La figura 15 muestra que la frecuencia de resonancia se encontraba entre 550 y 555 Hz. lo que difiere un poco con la frecuencia de resonancia de 540 Hz. encontrada previamente. La diferencia se debe a que la longitud del tubo se modifica ligeramente al colocar la tapa en el extremo cerrado ya que por su manera de embonar, ésta modifica la longitud total del tubo en unos 3 cm, lo que causa que la frecuencia de resonancia varíe de 550Hz a 530 Hz.

El refrigerador logró temperaturas de $0^{\circ}C$ aún a una frecuencia de oscilación de 570 Hz., esto es, con una desviación del 5% con respecto a la frecuencia de resonancia pero es evidente que esta prueba sirve para “entonar” el refrigerador y hacerlo funcionar con el máximo de transferencia de calor.

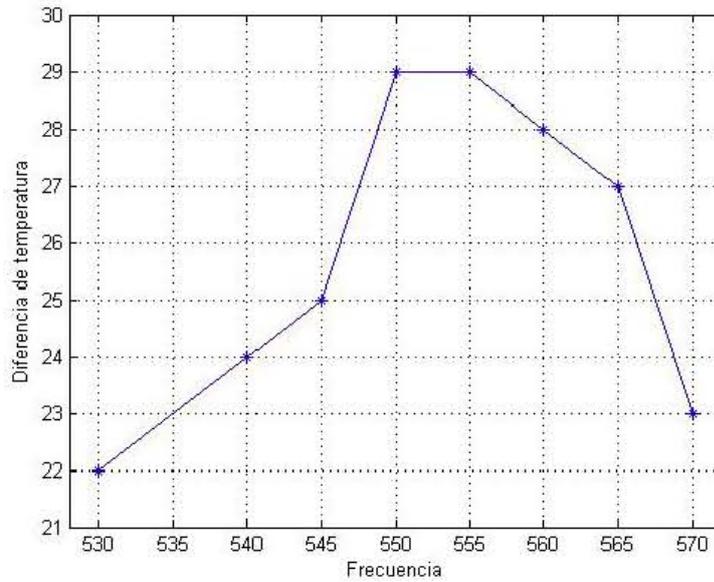


Figura 15. Diferencias de temperaturas con respecto a frecuencias cercanas a la frecuencia de resonancia.

2.2.3. Intensidad acústica

El flujo de calor por unidad de área está relacionado directamente con las variaciones de presión y velocidad de acuerdo a la ecuación 1.20:

$$\bar{Q} = -\frac{1}{4}\Pi\delta T_m\beta p_1^s u_1^s \left(\frac{\nabla T_m}{\nabla T_{crit}} - 1 \right)$$

El producto $p_1^s u_1^s$ tiene como valor máximo $P_A^2 / 2\rho_m c$, donde c es la velocidad del sonido en el gas, ρ_m es la densidad del gas y P_A es la amplitud máxima de la presión oscilatoria, $T_m\beta$ es 1 para un gas ideal y si suponemos que ∇T_m es cero, tenemos que el valor máximo para el flujo de calor es:

$$\bar{Q} = -\frac{1}{4}\Pi\delta P_A^2 / 2\rho_m c$$

Pero $P_A^2 / 2\rho_m c$ es la intensidad de la onda I , por lo que

$$\bar{Q} \propto I$$

Es un hecho que la transferencia de calor es proporcional a la diferencia de temperaturas, por lo que el comportamiento lineal del logaritmo de las diferencias de temperaturas con respecto al

nivel de sonido en decibeles representado en la figura 16 están de acuerdo con el hecho de que la transferencia de calor sea proporcional a la intensidad.

Para esta prueba se utilizó un medidor de niveles de audio General Radio USA 1565-B colocado en el extremo cerrado del resonado y se hizo variar el nivel de sonido de 130 a 140 decibels.

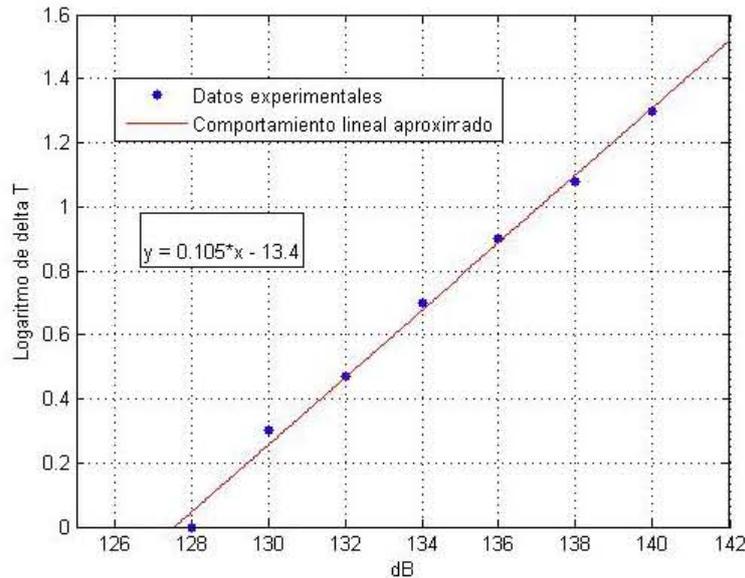


Figura 16. Logaritmo de las diferencias de temperaturas con respecto al nivel de sonido de la onda acústica.

2.2.4. Posición del “stack” en el resonador

La figura 17 muestra la presión y la transferencia de calor según un punto determinado en el resonador para datos normalizados de acuerdo a la ecuación 1.20 considerando $\nabla T_m = 0$, así como la presión y la transferencia de calor para datos experimentales normalizados. La transferencia de calor experimental es proporcional a la diferencia de temperatura máxima alcanzada durante la prueba ya que $mc_p \Delta T = Q$.

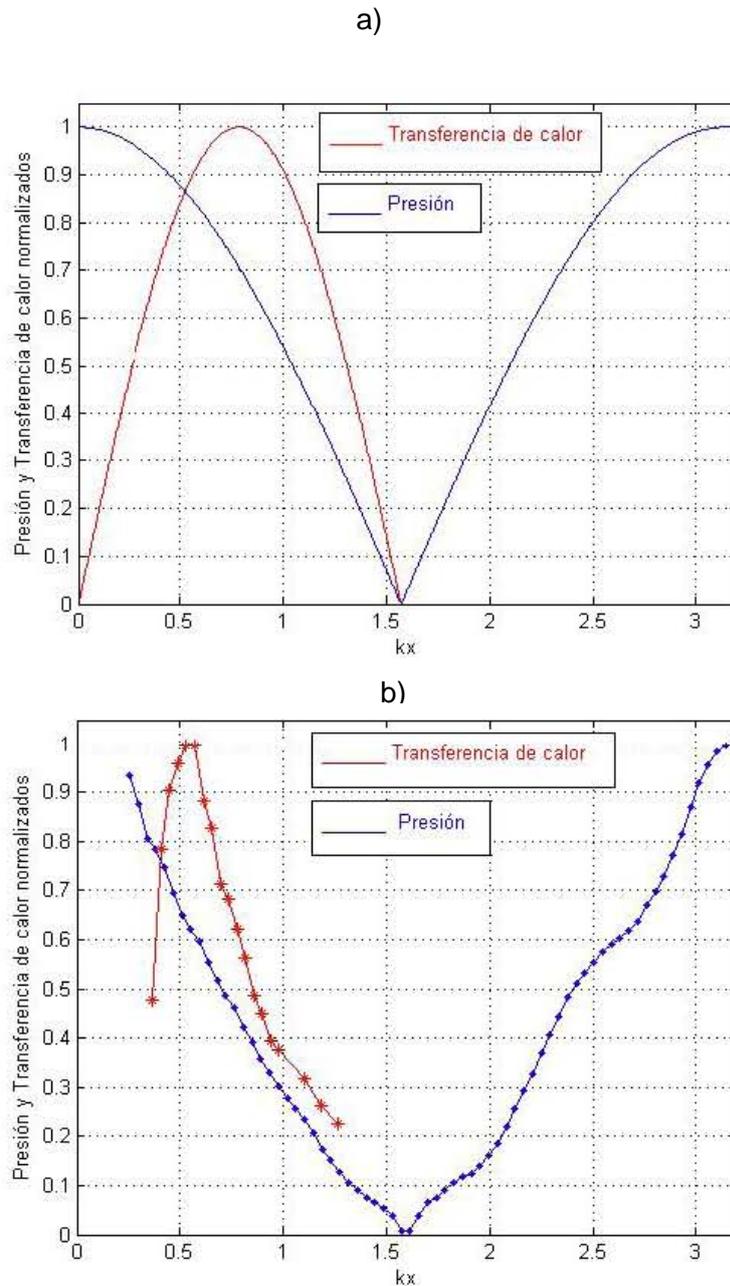


Figura 17. a) Comportamiento teórico normalizado de la presión y la transferencia de calor. b) Comportamiento experimental normalizado de la presión y la transferencia de calor. La línea continua es solo una referencia visual.

El máximo de transferencia de calor experimental con respecto a la posición en el resonador es muy cercano al máximo teórico de transferencia de calor, sin embargo, la forma de la curva experimental no es exactamente igual a la curva teórica. La forma depende de la relación entre la presión máxima de la onda y la presión media del gas (P_m), además del tamaño del “stack”.¹⁶

2.2.5. Separación entre las placas del “stack”

Para realizar esta prueba fue necesario construir 4 “stacks” de diferente separación entre placas utilizando puntillas de carbón de diferente diámetro, alambre telefónico con cubierta plástica y finalmente canutillo de vidrio comercial.

En la figura 18 se observa que las temperaturas mínimas se alcanzan con los “stacks” con espaciamientos de entre 0.70 mm. y 1.0 mm. El óptimo funcionamiento de los “stack” va de acuerdo con el espaciamiento sugerido de $0.6\text{mm} \leq d \leq 1.2\text{mm}$.

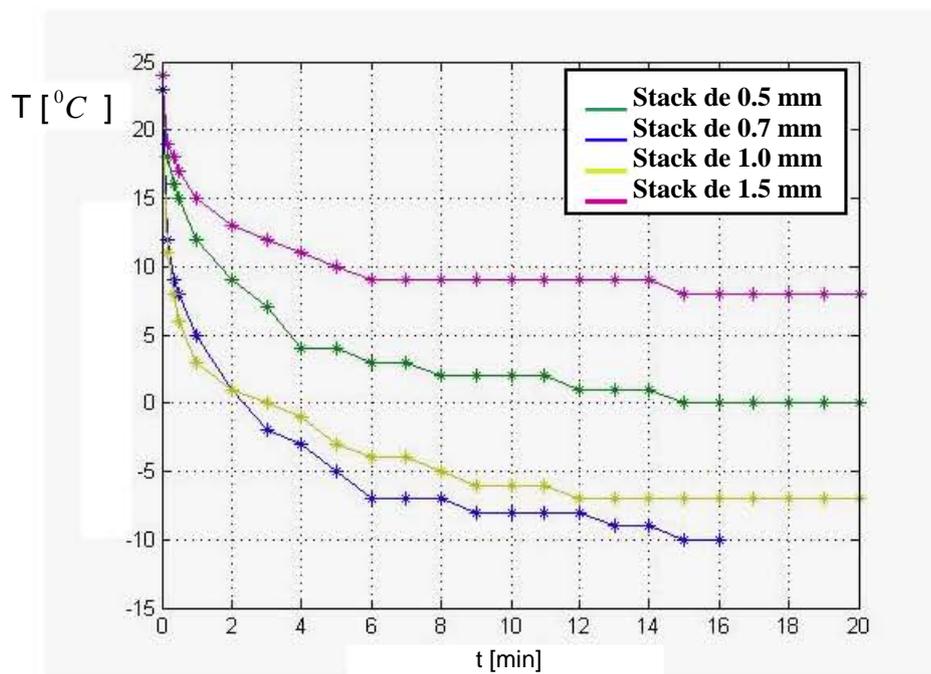


Figura 18. Temperatura versus tiempo para diferentes espaciamientos entre placas del “stack”.

2.3 Información técnica

No todos los textos relacionados con refrigeradores termoacústicos tienen la información técnica acerca de su construcción. Parte del objetivo del presente trabajo es que estudiantes de nivel licenciatura puedan construir uno por lo que la figura 19 presenta información técnica acerca de las medidas de los componentes del refrigerador termoacústico.

La longitud del tubo de PVC mostrada es de 92 cm. para una distancia entre el cono de la bocina y el tubo de aproximadamente 2 cm.

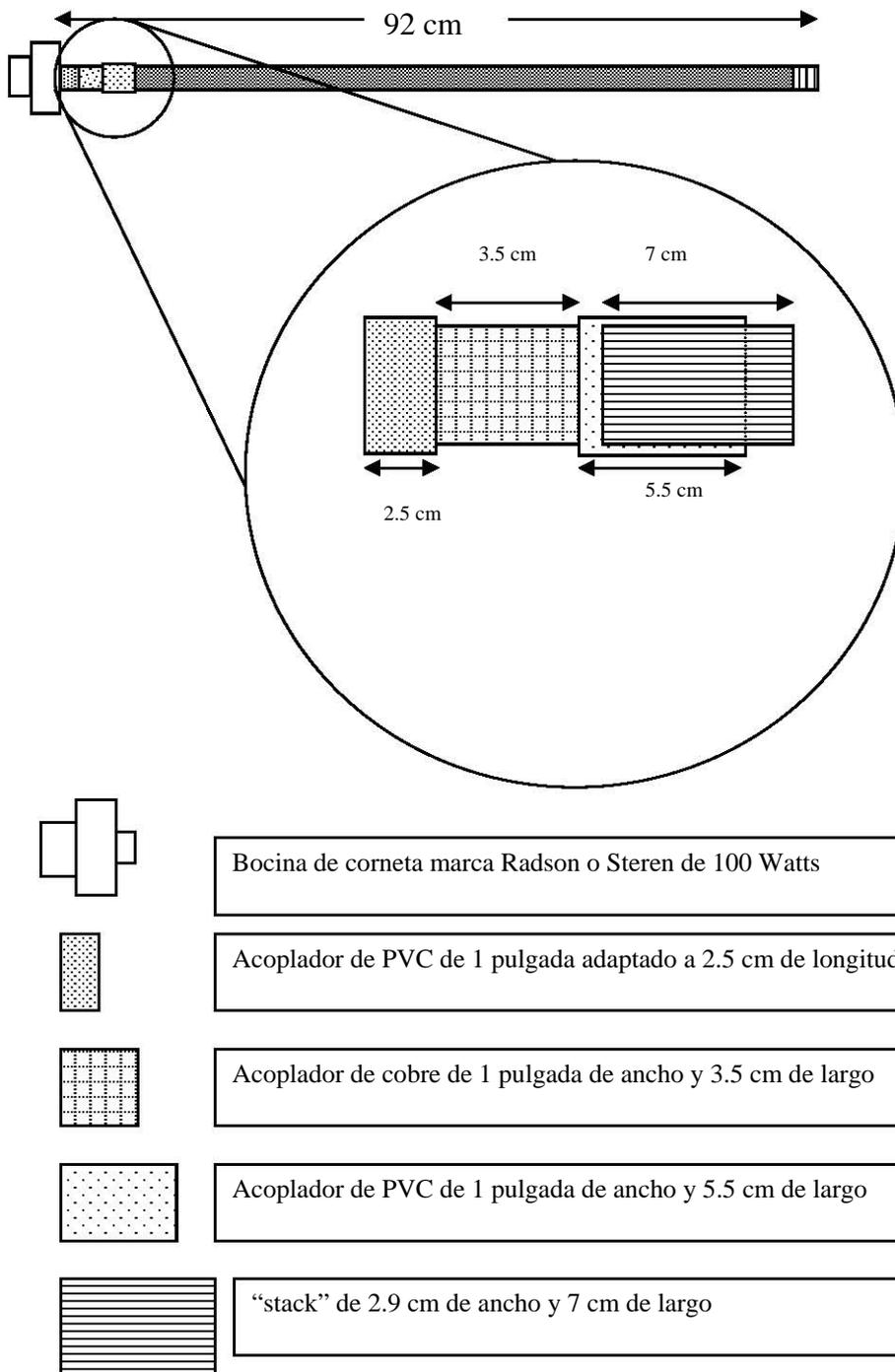


Figura 19. Descripción y características de los componentes del refrigerador termoacústico.

Conclusiones

Las pruebas experimentales confirmaron que en este tipo de refrigerador termoacústico, la resonancia existe para una longitud del tubo cercana a $\lambda/2$ y la distancia de separación requerida para el óptimo funcionamiento del “stack” efectivamente se encuentra entre 2δ y 4δ . Las gráficas experimentales muestran un comportamiento muy cercano a la teoría aún cuando ésta se desarrolló de forma simplificada y que se obtiene una diferencia de temperatura notable y un efecto de refrigeración significativo debido al gradiente de temperatura generado en el “stack”.

Aunque el propósito principal se llevó a cabo con éxito, existen varios factores que se pueden mejorar. Los intercambiadores de calor no fueron un punto importante en este trabajo, pero las temperaturas mínimas que se pueden alcanzar están innegablemente relacionadas con la eficiencia de los intercambiadores.

Un buen intercambiador permite que el calor generado en la parte de temperaturas altas del “stack”, no afecte a la zona de temperaturas bajas del “stack” mejorando así el funcionamiento del refrigerador.

El tubo de PVC no es la mejor cavidad de resonancia. Tiene pérdidas de energía a través de sus paredes y no es el mejor aislante térmico.

La técnica de construcción del “stack” puede mejorarse para hacer los extremos que hacen contacto con los intercambiadores perfectamente lisos y en ángulo recto con la dirección de movimiento del gas de manera que su acoplamiento con el intercambiador permita una buena transferencia de calor.

En vez de pegar las puntillas al acetato con pegamento de secado rápido, se puede utilizar corriente eléctrica a través de la puntilla para pegarla mediante calor.

Es posible construir un refrigerador termoacústico que tenga aire como fluido de trabajo para ocuparlo en demostraciones a estudiantes de nivel bachillerato o licenciatura y así motivarlos al estudio de la termoacústica.

Referencias

- ¹ G. W. Swift, "Thermoacoustic engines", *Journal of the Acoustical Society of America* 84, 1145-1180 (1988), Los Alamos National Laboratory.
- ² Merkli P, Thomann H., "Thermoacoustic effects in a resonance tube", *Journal of fluid Mechanics*, 70, 161-177 (1975).
- ³ Michele Fritzpatrick,"Electrodynamic Driver for the Space Thermoacoustic Refrigerator", Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, (1988).
- ⁴ Stephen C. Ballister, Dennis J. McKelvey, "Shipboard Electronics ThermoAcoustic Cooler", Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, (1995).
- ⁵ Jay A. Adeff, Thomas J. Hofler, "Design and construction of a solar powered thermoacoustically driven thermoacoustic refrigerator", Naval Postgraduate School, Monterey, CA, (2000).
- ⁶ P.S. Spoor, G.W. Swift, "Thermoacoustic separation of He- Ar mixtures" *Physical Review Letters* 85, 1646-1649 (2000).
- ⁷ S. N. Backhaus, G. W. Swift, "A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study", *Journal of the Acoustical Society of America* 107, 3148-3166 (2000).
- ⁸ G. W. Swift, J. J. Wollan, "Thermoacoustics for liquefaction of natural gas" *Gas TIPS*, 8, 4, 21-26 (2002).
- ⁹ Martin E. Poese, Robert W. M. Smith, Steven R. Garrett, Rene Van Gerwen, Pete Gosselin, "Thermoacoustic refrigeration for ice cream sales", www.thermoacousticscorp.com/pdf/10.pdf.
- ¹⁰ Ryan Bigge, "The thermoacoustic freezer", December 12, 2004, (NYT); Magazine Desk Late Edition - Final, Section 6, Page 98, Column 1, 345 words
- ¹¹ Kinsler, Frey, Cooppens, Sanders, "Fundamentals of Acoustic", 4th Ed. 1999, page 273, Wiley, USA, 1999.
- ¹² Marcelo Alonso, Edward J. Finn, "FISICA", Volumen II, 1998, Pag. 711, Addison Wesley Longman, 1998, México.
- ¹³ Resnick, Halliday, Krane, "FISICA", Volumen 1,5th Ed., Pag 431, Compañía Editorial Continental, México, 2003.
- ¹⁴ S. Backhaus, G. W, Swift, "Fabrication and use of parallel plate regenerators in thermoacoustic engines", Los Alamos National laboratory, 2001, www.lanl.gov/projects/thermoacoustics/Pubs/ppplate.pdf.

- ¹⁵ Arturo Orozco Santillán, “Máquinas termoacústicas y algunas aplicaciones”, Tesis de Licenciatura (Física), Facultad de Ciencias UNAM, noviembre de 1992.
- ¹⁶ Moulay El Hassan Tijani, “Loudspeaker-driven thermo-acoustic refrigeration”, Ter verkrijging van de graad van Doctor, Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- ¹⁷ Praxair Material Safety Data Sheet, Form number P-4602-E, www.prest-o-sales.com/other_links/gases/PDF/Msds/Helium.