



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

*Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería*

DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA  
EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS.  
SOLUCIONES TEÓRICAS Y  
APLICACIONES

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN INGENIERÍA CIVIL  
(ESTRUCTURAS)

PRESENTA

**DANNY ARROYO ESPINOZA**

**DIRECTOR: DR. MARIO GUSTAVO ORDAZ SCHROEDER**

MÉXICO, D.F.

CD. UNIVERSITARIA, NOVIEMBRE 2005



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres **Yolanda Espinoza López** y **Pedro Arroyo Rosas** por su apoyo y los principios que sabiamente me han enseñado.

A **Maribel Estrada Hernández**,  
por su paciencia y todo lo que  
felizmente compartimos.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor, Dr. Mario Gustavo Ordaz Schroeder, por la dirección de esta tesis, su apoyo, la formación que me ha dado y por todos los conocimientos que me ha enseñado.

A mis sinodales: Dr. Eduardo Miranda Mijares, Dr. Mario Rodríguez Rodríguez, Dr. Amador Terán Gilmore, Dr. Roberto Meli Piralla, Dr. Ernesto Heredia Zavoni y Dr. Raúl Rueda Díaz del Campo; por su interés y comentarios, los cuales permitieron mejorar considerablemente este trabajo.

Al Dr. Amador Terán Gilmore, por todo el apoyo, la motivación y los conocimientos que siempre me ha brindado.

Al M. en I. Arturo Pérez por su colaboración en algunos cálculos numéricos del capítulo V.

Al CONACYT, por la beca que me otorgó para mis estudios de doctorado.

A mis profesores, compañeros y amigos del área de estructuras de la UAM-A: Hans I. Archundia Aranda, José Juan Guerrero Correa, Arturo Tena Colunga, Eduardo Arellano Méndez, Gerardo Díaz Martínez, Tiziano Perea Olvera, Consuelo Gómez Soberón, Alonso Gómez Bernal, Mario Ramírez Centeno, Emilio Sordo Zabay, Oscar M. González Cuevas, Juan Casillas García de León, Manuel Ruiz Sandoval Hernández, Arturo Quiroz Soto y Leopoldo Quiroz Soto.

# ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>1</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>2</b>
<b>CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>5</b>
1.1 Introducción.....	6
1.2 Objetivos.....	9
1.3 Metodología y alcance.....	10
<b>CAPÍTULO II. DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A RUIDO BLANCO GAUSSIANO.....</b>	<b>13</b>
2.1 Consideraciones iniciales.....	14
2.2 El modelo de Karnopp y Scharon.....	14
2.3 Solución propuesta.....	21
2.4 Evaluación de la metodología propuesta.....	30
2.5 Aplicaciones en osciladores elastoplásticos sujetos a excitaciones sísmicas de banda ancha.....	37
<b>CAPÍTULO III. DEMANDAS MÁXIMAS DE DESPLAZAMIENTO Y RESISTENCIA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A PULSOS SINUSOIDALES.....</b>	<b>56</b>
3.1 Consideraciones iniciales.....	57
3.2 Estudios previos.....	57
3.3 Consideraciones sobre el uso de pulsos sinusoidales como modelo de una excitación sísmica.....	57
3.4 Efecto de los movimiento correctivos en la respuesta dinámica de S1GL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales.....	61
3.5 Efecto de la duración del pulso en la respuesta máxima de S1GL elastoplásticos.....	65
3.6 Solución analítica de un S1GL sujeto a un pulso sinusoidal corregido.....	70
3.7 Comparación con propuestas obtenidas de análisis estadísticos.....	77
3.8 Consideraciones teóricas en la estimación de $R_{\mu}$ .....	86
<b>CAPÍTULO IV. DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A PULSOS SINUSOIDALES .....</b>	<b>93</b>
4.1 Consideraciones iniciales.....	94
4.2 Relación entre la duración y espectro de amplitudes de Fourier en pulsos sinusoidales.....	94
4.3 Comparación con propuestas obtenidas de análisis estadísticos.....	97
4.4 Escenarios teóricos de demandas de energía histerética en la zona del lago del DF.....	102

<b>CAPÍTULO V. IMPLICACIONES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS Y COMPARACIÓN CON EL APÉNDICE A DE LAS NTC-S (2004) DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL DISTRITO FEDERAL.....</b>	<b>114</b>
5.1 Consideraciones iniciales.....	115
5.2 Demandas de energía histerética disipada asociadas a los espectros de diseño del Apéndice A de la NTC-S (2004).....	115
5.3 Escenarios de índice de daño para S1GL elastoplásticos ubicados en la zona del lago del DF diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004).....	123
5.4 Uso del pulso equivalente para estimar las demandas de energía histerética en S1GL con degradación de rigidez y resistencia sujetos a acelerogramas de banda angosta.....	133
<b>CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES Y LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS.....</b>	<b>136</b>
6.1 Conclusiones.....	137
6.2 Líneas de investigación futuras.....	139
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>140</b>
<b>ANEXO A. MAPAS DE ÍNDICE DE DAÑO DE PARK Y ANG.....</b>	<b>145</b>
<b>ANEXO B. MAPAS DE ÍNDICE DE DAÑO DE TERAN Y JIRSA.....</b>	<b>166</b>
<b>ANEXO C. MAPAS DE ÍNDICE DE DAÑO DE RODRIGUEZ.....</b>	<b>187</b>
<b>ANEXO D. MÉTODO DE DER KIUREGHIAN Y NEUENHOFER (1991) PARA ESTIMAR LA DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA ASOCIADA A UN ESPECTRO ELÁSTICO DE RESPUESTA.....</b>	<b>198</b>

## RESUMEN

Con base en el estudio de la respuesta de osciladores elastoplásticos sujetos a ruido blanco gaussiano y a pulsos sinusoidales se presentan métodos para estimar las demandas de energía histerética disipada por osciladores elastoplásticos, sujetos a movimientos sísmicos de banda ancha y de banda angosta, y para estimar las demandas máximas de resistencia y desplazamiento de osciladores elastoplásticos de banda angosta.

A diferencia de las expresiones existentes para estimar dichas demandas, las cuales se basan en estudios estadísticos, los métodos presentados fueron obtenidos de soluciones teóricas. Se muestra que las soluciones obtenidas tienen una aproximación similar a las expresiones existentes, pero tienen la ventaja de que requieren conocer menos parámetros.

Se identifica que es posible obtener un pulso sinusoidal equivalente a los espectros de elásticos de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004). Con base en los resultados obtenidos con dicho pulso equivalente, se muestra que los espectros elásticos de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004) representan razonablemente las demandas de energía histerética esperadas durante un evento sísmico intenso.

Además, con el pulso equivalente se construyen escenarios de: duración del pulso equivalente, número de pulsos equivalentes, demandas de energía histerética disipada, índices de daño para sistemas con resistencia definida por el Apéndice A de las NTC-S (2004); que podrían presentarse durante un evento sísmico con magnitud  $M=8$  y una distancia epicentral  $R=300$  km. Se presenta una discusión de las limitaciones de los resultados obtenidos y se identifica que en ciertas áreas de la zona del lago del Distrito Federal algunos sistemas diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004) podrían presentar altos niveles de daño durante un evento sísmico intenso.

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN



## 1.1 INTRODUCCIÓN

La normatividad actual de diseño sísmico, a nivel mundial, utiliza el desplazamiento máximo que una estructura experimenta durante un evento sísmico intenso como indicador de su comportamiento estructural.

Los reglamentos de diseño establecen que si el desplazamiento máximo que experimenta una estructura durante un evento sísmico es menor que su desplazamiento último ( $x_u$ ) ante carga monotónica la estructura tendrá un nivel de seguridad adecuado contra colapso.

Sin embargo, algunos investigadores han mostrado que la respuesta máxima de desplazamiento, por si sola, no siempre es un buen indicador del comportamiento estructural, sobre todo ante eventos sísmicos de larga duración (Iemura 1980, Park y Ang 1985, Fajfar 1992, Terán 1996, Terán y Jirsa 2003).

Las propiedades mecánicas de una estructura de concreto reforzado, cuando se sujeta a una excitación sísmica, se pueden deteriorar en cada ciclo de carga y conducir a la falla estructural a un nivel de desplazamiento menor que su capacidad máxima de desplazamiento ante carga monotónica. Este fenómeno también se conoce como fatiga de bajo número de ciclos.

Esto es debido a que los elementos que forman a una estructura de concreto reforzado pueden experimentar agrietamiento por flexión, pérdida de adherencia del acero de refuerzo y degradación de su resistencia a cortante durante los ciclos de carga que la excitación sísmica le impone a la estructura. El nivel de degradación depende de las propiedades mecánicas de los elementos así como de la amplitud, secuencia y número de ciclos de carga, por lo que es complicado establecer una metodología racional de diseño.

Una forma de considerar la degradación de las propiedades estructurales, debido a los ciclos de carga que una excitación sísmica impone a las estructuras, es el uso de índices de daño. Diferentes investigadores han estudiado la aplicación de índices de daño para el diseño sísmico de estructuras (Park y Ang 1985, Fajfar 1992, Bertero y Bertero 1992, Cosenza y Manfredi 1996, Arroyo y Terán 2002 y Ridell y García 2002).

Un índice de daño es una función matemática que relaciona las demandas que experimenta un sistema con sus características mecánicas para establecer el nivel de deterioro del sistema cuando se le sujeta a determinada historia de carga.

Normalmente, los índices de daño están calibrados para elementos estructurales. Un valor del índice de daño igual a la unidad se asocia a la falla del elemento. Cabe mencionar que no existe un consenso de lo que constituye la falla de un elemento. En los diferentes índices de daño disponibles la falla del elemento se ha definido de acuerdo al criterio de cada investigador.

Las demandas consideradas generalmente son el desplazamiento máximo y las demandas de desplazamiento acumulado, caracterizadas mediante la demanda de energía histerética

disipada. Mientras que las características mecánicas generalmente consideradas son la capacidad resistente, la capacidad de desplazamiento y la estabilidad del ciclo histerético. Existen numerosas formulaciones de índices de daño, una recopilación y descripción detallada de los índices de daño más utilizados puede encontrarse en Williams y Sexsmith (1995) y en Mehanny y Deirlein (2000).

La ventaja principal de un índice de daño sobre los parámetros de respuesta normalmente utilizados (desplazamiento máximo, velocidad máxima, demanda de ductilidad máxima, *etc.*) es que permite considerar el efecto de la duración de la excitación sísmica en el comportamiento de una estructura. Sin embargo, tienen la desventaja de que algunos parámetros que se requieren para su aplicación no se encuentran lo suficientemente calibrados experimentalmente.

Los índices de daño se clasifican en índices de daño locales e índices de daño globales. Los índices de daño locales definen el estado de deterioro en un elemento estructural, mientras que los índices de daño globales cuantifican el nivel de deterioro de una estructura completa, o en alguno de sus pisos, bajo alguna acción sísmica.

Existen dos planteamientos para calcular índices de daño globales. La primera forma consiste en calcular el índice de daño global como función del índice de daño en los elementos que forman al sistema estructural y de factores peso (Park *et al.* 1985, Kunnath *et al.* 1990).

Los factores de peso pueden determinarse en función de la energía histerética disipada en cada elemento, considerando además su nivel de carga axial. Uno de los aspectos más cuestionables de este método es que los factores de peso se fijan de forma un tanto arbitraria y que no son capaces de predecir fallas de piso suave.

Otro planteamiento para estimar el daño global de una estructura es a través del cambio de ciertas de sus propiedades dinámicas, como lo son los periodos de vibración y las formas modales (Roufaiel y Meyer 1987, DiPasquale *et al.* 1990). Este método tiene la desventaja de que es difícil estimar la distribución del daño en la estructura, principalmente cuando se concentra en pocos elementos.

Entre los diferentes índices existentes el más utilizado es el propuesto por Park y Ang (1985), definido en la ecuación (1.1), debido a que existe numerosa evidencia experimental que los sustenta, principalmente en elementos de concreto reforzado.

$$ID_{PA} = \frac{x_{max}}{x_u} + \beta \frac{E_H}{F_y x_u} \quad (1.1)$$

donde  $x_{max}$  es la demanda de desplazamiento máximo,  $E_H$  es la demanda de energía histerética disipada,  $x_u$  es el desplazamiento último ante carga monótonica,  $F_y$  es la resistencia de fluencia del sistema y  $\beta$  es un parámetro relacionado con la estabilidad del ciclo histerético.

El parámetro  $ID_{PA}$  representa una solución aproximada al problema, ya que como puede observarse no contempla ni la amplitud ni la secuencia en la que se presentan los ciclos de carga y propone una combinación lineal entre el daño producido por las demandas máximas y las demandas acumuladas.

Iemura (1980) ha mostrado claramente que el orden en que se aplican los ciclos de carga afecta al nivel de degradación de las características mecánicas de un elemento de concreto reforzado. Los ciclos de pequeña amplitud tienen poco efecto sobre un elemento cuando son aplicados al comienzo de una historia de carga, pero, tienen un efecto importante cuando se aplican después de ciclos de amplitud considerable. Cabe mencionar que esta es una limitación de todos los índices de daño disponibles, no sólo del índice de Park y Ang.

Diferentes investigadores han mostrado las incongruencias que tiene el  $ID_{PA}$  (Williams y Sexsmith 1995, Terán 1996, Mehanny y Deirlein 2000, Bozorgnia y Bertero 2003).

Cabe aclarar que evaluar los diferentes índices de daño disponibles en la literatura está fuera del alcance de este trabajo. El parámetro  $ID_{PA}$  se presenta en este capítulo sólo a manera de referencia y para ilustrar su aplicación en el contexto del diseño sísmico de estructuras.

De acuerdo a la ecuación (1.1) la capacidad de desplazamiento que un sistema requiere para evitar la falla es:

$$x_u = x_{\max} + \beta \frac{E_H}{F_y} \quad (1.2)$$

De acuerdo a la ecuación (1.2) para determinar la capacidad de deformación que debe suministrarse a un sistema para evitar su falla es necesario conocer la demanda de desplazamiento máximo, la demanda de energía histerética disipada, la estabilidad del ciclo histerético (caracterizada a través de  $\beta$ ) y la resistencia de fluencia del sistema.

Otro enfoque de la aplicación del parámetro  $ID_{PA}$  en el contexto del diseño sísmico se muestra en la ecuación (1.3).

$$x_{\max} = x_u - \beta \frac{E_H}{F_y} \quad (1.3)$$

De acuerdo a la ecuación (1.3) la demanda máxima de desplazamiento que un sistema puede experimentar, sin presentar la falla, depende de su capacidad de desplazamiento, de su resistencia de fluencia, de la estabilidad de su ciclo histerético y de la demanda de energía histerética disipada.

Independientemente del enfoque considerado para aplicar el parámetro  $ID_{PA}$ , y otros índices, en el contexto del diseño sísmico de estructuras es necesario contar con estimaciones confiables de las demandas sísmicas y de las capacidades estructurales.

La contribución de este trabajo es proporcionar herramientas para obtener estimaciones razonables de las demandas de desplazamiento máximas y acumuladas (caracterizadas a través de la demanda de energía histerética disipada). Sin embargo, es importante mencionar que para el concepto de índice de daño pueda ser aplicado, de forma razonable, en el diseño sísmico de estructuras hace falta investigación encaminada a estimar la capacidad de resistencia y capacidad de deformación de estructuras reales.

En el caso de las demandas máximas de desplazamiento diferentes investigadores han propuesto expresiones obtenidas de análisis estadísticos, para estimar los desplazamientos máximos inelásticos de S1GL sujetos a excitaciones sísmicas (Wu y Hanson 1989, Nassar y Krawinkler 1991, Miranda 1993, Ordaz y Pérez 1998, Miranda 2000, Hori e Inoue 2002, Arroyo y Terán 2003 y Ruiz y Miranda 2004).

También en el caso de las demandas de energía histerética disipada diferentes investigadores han propuesto expresiones para estimar dichas demandas basadas en estudios estadísticos (Fajfar y Vidic 1992 y Manfredi 2001).

Sin embargo, pocos esfuerzos se han encaminado a obtener expresiones teóricas (Velestos y Newmark 1960, Karnopp y Scharon 1966 y Ye y Otani 1999). Las expresiones obtenidas de estudios estadísticos representan herramientas muy importantes para el diseño sísmico de estructuras. Pero, debe reconocerse que los resultados obtenidos están influenciados por las características y el número de acelerogramas incluidos en la muestra utilizada en los análisis de regresión y que la aplicabilidad de las expresiones está limitada por los intervalos de los diferentes parámetros considerados en los análisis.

Además, las expresiones obtenidas de análisis estadísticos no proporcionan una descripción física adecuada del fenómeno en estudio. Es evidente que es necesario desarrollar metodologías de diseño más generales fundamentadas en bases teóricas firmes.

Dentro de este contexto, en este estudio se presentan soluciones teóricas para estimar las demandas sísmicas de desplazamiento máximas y acumuladas en sistemas de un grado de libertad (S1GL) elastoplásticos sujetos a ruido blanco gaussiano y a pulsos sinusoidales.

También se muestra la aplicación de las soluciones teóricas para estimar las demandas sísmicas a S1GL sujetos a movimientos sísmicos de banda ancha y banda angosta. Además, se discuten las implicaciones de los resultados obtenidos en el contexto del Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para el diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2004).

## **1.2 OBJETIVOS**

Conforme a lo discutido en la sección anterior los objetivos de este estudio son:

- Obtener una solución teórica para estimar la demanda de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a ruido blanco gaussiano.

- Aplicar la solución obtenida para estimar las demandas de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda ancha.
- Obtener una solución teórica para estimar las demandas de resistencia y desplazamiento máximo en S1GL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales.
- Aplicar la solución obtenida para estimar las demandas máximas de desplazamiento y resistencia en S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta.
- Obtener una solución teórica para estimar la demanda de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales
- Aplicar la solución obtenida para estimar las demandas de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta.
- Discutir las implicaciones de los resultados obtenidos en el contexto del Apéndice A de las NTC-S del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal

### 1.3 METODOLOGÍA Y ALCANCE

En este estudio se considera que el uso de S1GL proporciona una idea razonable del comportamiento de estructuras regulares bajo una excitación sísmica, y por lo tanto se trabaja sólo con dicho tipo de sistemas.

El estudio presentado está enfocado sólo a osciladores de un grado de libertad elastoplásticos. Sin embargo, en el capítulo cinco se incluye una sección donde se muestra la posibilidad de aplicar la metodología obtenida para estimar las demandas de energía histerética por S1GL con degradación de rigidez y resistencia sujetos a acelerogramas de banda angosta.

Cabe aclarar que los objetivos de esta investigación se centran en estimar las demandas de energía que pueden presentarse en estructuras sujetas a excitaciones sísmicas. Las aplicaciones que se hacen en el capítulo cinco tienen limitaciones importantes, ya que hasta el momento no se cuentan con estimaciones confiables, basadas en estudios experimentales, de la capacidad de deformación, de la estabilidad del comportamiento histerético y de la sobrerresistencia de estructuras reales. Es decir, se cuenta con estimaciones razonables de las demandas de energía, pero no se cuenta con estimaciones confiables de la capacidad de una estructura para disipar energía.

Por lo tanto, los resultados en cuanto a índices de daño deben interpretarse cuidadosamente. Sin embargo, los resultados obtenidos son interesantes ya que se intentó cubrir un amplio intervalo de las capacidades estructurales y se identificaron zonas en las que podrían presentarse altos niveles de daño a cierto tipo de estructuras.

En el segundo capítulo de esta tesis se presenta una solución teórica para estimar la energía histerética disipada por (S1GL) elastoplásticos sujetos a una familia de ruidos blancos gaussianos. La solución teórica fue obtenida con base en el modelo propuesto originalmente por Karnopp y Scharon (1966). Las expresiones obtenidas son de carácter más general que las propuestas por Karnopp y Scharon (1966) y, a diferencia de estas

últimas, son aplicables a sistemas con propiedades comúnmente utilizadas en ingeniería sísmica.

Se presentan además consideraciones sobre el uso de las expresiones propuestas para estimar las demandas de energía histerética de S1GL sujetos a excitaciones sísmicas características de suelo firme.

En el tercer capítulo se presentan expresiones analíticas para estimar las demandas máximas de desplazamiento y resistencia de S1GL elastoplásticos sujetos pulsos sinusoidales.

Los pulsos utilizados fueron corregidos con el fin de que proporcionaran una descripción realista del movimiento del terreno durante un evento sísmico. Las ecuaciones no lineales de equilibrio, asociadas a los pulsos corregidos, fueron resueltas analíticamente y la solución obtenida se simplificó para facilitar su aplicación práctica.

La solución propuesta se utilizó para estimar las demandas máximas de resistencia y desplazamiento de osciladores elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta y los resultados se compararon con los obtenidos de expresiones obtenidas de estudios estadísticos. Se encontró que la expresión propuesta tiene un nivel de aproximación similar a las expresiones obtenidas de análisis estadísticos.

En el capítulo cuarto se establece una relación teórica entre la duración de un pulso sinusoidal y su espectro de amplitudes de Fourier. Con base en la relación encontrada es posible obtener un pulso sinusoidal equivalente asociado a un acelerograma de banda angosta. El pulso sinusoidal equivalente obtenido refleja en forma adecuada la intensidad y la duración del acelerograma desde el punto de vista de estimación de las demandas de energía.

El pulso equivalente se utilizó para estimar las demandas de energía histerética disipada en osciladores elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta y los resultados se compararon con los obtenidos de expresiones obtenidas de análisis estadísticos. Se encontró que la metodología propuesta tiene un nivel de aproximación similar a las expresiones obtenidas de análisis estadísticos.

El pulso equivalente tiene la ventaja de que no es necesario tener un acelerograma para definirlo. Aprovechando esta ventaja, se construyen escenarios de duración, número de pulsos equivalentes y demandas de energía histerética disipada para un evento sísmico intenso en la zona del Lago del Distrito Federal.

Recientemente, Pérez (2001) ha aplicado una metodología para estimar la densidad espectral de potencia asociada a los espectros de diseño de las NTC-S. Con base en dicha metodología en el capítulo cinco se asocia un pulso equivalente a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004) para la zona del lago del Distrito Federal.

Este pulso equivalente permite estimar el nivel de las demandas de energía histerética asociadas a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S, estas demandas se

comparan con las demandas obtenidas para dos acelerogramas registrados en la zona del lago del Distrito Federal durante el sismo de 1985.

Para establecer el efecto que tendrían las demandas de energía histerética, ocurridas durante un evento sísmico intenso, sobre S1GL elastoplásticos diseñados conforme el Apéndice A de las NTC-S (2004) se construyen escenarios de índice de daño, con las limitaciones discutidas anteriormente.

# CAPÍTULO II

## DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A RUIDO BLANCO GAUSSIANO



## 2.1 CONSIDERACIONES INICIALES

En este capítulo se presenta una solución teórica para estimar la energía histerética disipada por un sistema de un grado de libertad (S1GL) elastoplástico sujeto a una familia de ruidos blancos gaussianos.

La solución teórica fue obtenida con base en el modelo propuesto originalmente por Karnopp y Scharon (1966). Las expresiones obtenidas sólo dependen del periodo y de la resistencia del oscilador, del nivel de amortiguamiento y la densidad espectral de potencia de la familia de ruidos blancos.

Las expresiones obtenidas son de carácter más general que las propuestas por Karnopp y Scharon (1966) y, a diferencia de estas últimas, son aplicables a sistemas con propiedades comúnmente utilizadas en ingeniería sísmica.

Se presentan además consideraciones sobre el uso de las expresiones propuestas para estimar las demandas de energía histerética de S1GL sujetos a excitaciones sísmicas de banda ancha.

## 2.2 EL MODELO DE KARNOPP Y SCHARON

Considere el S1GL, mostrado en la figura 2.1, con masa ( $m$ ), constante de amortiguamiento ( $c$ ), rigidez inicial ( $k$ ) y comportamiento mecánico elastoplástico perfecto ilustrado en la figura 2.2.

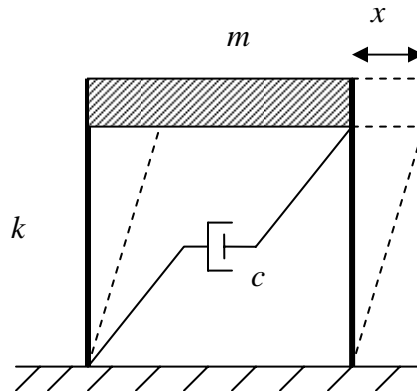


Figura 2.1 Sistema de un grado de libertad amortiguado

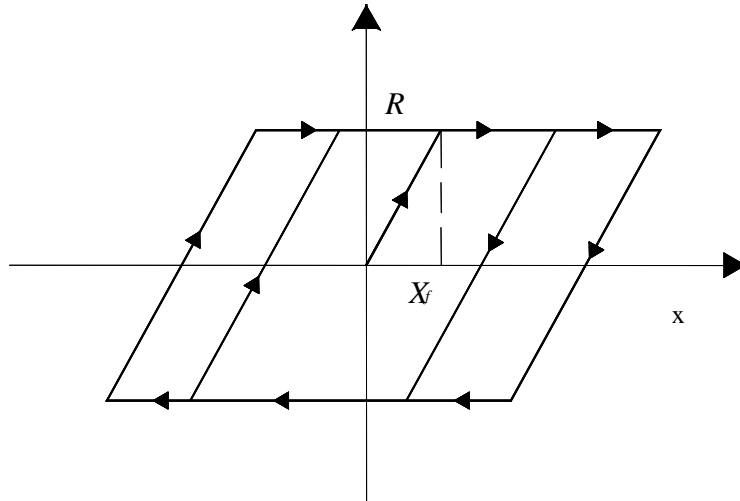


Figura 2.2 Comportamiento elastoplástico perfecto

Donde  $R$  es la resistencia de fluencia del sistema y  $X_f$  es el desplazamiento de fluencia inicial.

Dicho sistema se somete a una familia de aceleraciones formada por ruidos blancos gaussianos. Dicha familia de aceleraciones está definida por su densidad espectral de potencia ( $S(\omega)$ ) definida por la ecuación 2.1.

$$S(\omega) = \lim_{t_d \rightarrow \infty} \frac{E[|A(\omega)|^2]}{2t_d} \quad (2.1)$$

Donde:

$t_d$  es la duración de la señal,  $|A(\omega)|$  es la amplitud del espectro de Fourier de la señal y  $E[ ]$  es un operador que denota valor esperado.

Para el caso de ruido blanco gaussiano la función  $S(\omega)$  es una constante con valor igual a  $S_0$ .

Mientras el desplazamiento del oscilador sea menor al desplazamiento de inicial de fluencia el sistema permanece elástico y su comportamiento queda descrito por la ecuación (2.2).

$$x + 2\xi \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = -a(t) \quad (2.2)$$

Donde:

$\xi$  es el coeficiente de amortiguamiento

$\omega_0$  es la frecuencia natural de vibración del oscilador

$a(t)$  es la familia de aceleraciones considerada

El sistema comienza a fluir, y la ecuación (2.2) deja de ser válida, cuando el desplazamiento del oscilador es igual al desplazamiento de fluencia. A partir de este instante la ecuación (2.3) rige el comportamiento del oscilador, con condiciones iniciales definidas por el desplazamiento y velocidad del oscilador al inicio de la fluencia.

$$\ddot{x} + 2\xi \omega_0 \dot{x} + \frac{R}{m} \operatorname{sgn}(\dot{x}) = -a(t) \quad (2.3)$$

El sistema deja de fluir cuando la velocidad del oscilador cambia de signo; justo en ese instante el sistema tiene un desplazamiento permanente y la ecuación (2.2) vuelve a ser válida con un nuevo desplazamiento de fluencia.

El sistema cambia varias veces del intervalo elástico al plástico y viceversa, por lo que es necesario llevar un registro de la deformación plástica permanente para establecer el nuevo desplazamiento de fluencia después de cada excursión plástica. Esto representa la principal dificultad para encontrar una solución analítica para estimar la respuesta de este tipo de sistemas.

Karnopp y Scharon (1966) propusieron un modelo que evita el tener que llevar un registro de la deformación permanente después de cada excursión plástica del sistema.

El modelo consiste en construir un proceso imaginario ( $\eta(t)$ ) eliminando todos los instantes en que el sistema se encuentre en el intervalo plástico de comportamiento y uniendo los segmentos de respuesta lineal restantes.

El proceso resultante es equivalente a colocar unas barreras infinitamente rígidas y perfectamente elásticas en un desplazamiento igual al desplazamiento de fluencia inicial del sistema. El proceso resultante se ilustra en la figura 2.3 y el plano de fase correspondiente se muestra en la figura 2.4.

Dado que el sistema en el proceso  $\eta(t)$  se comporta linealmente el sistema queda descrito por la ecuación (2.4), suponiendo que el desplazamiento permanente es cero.

$$\ddot{\eta} + 2\xi \omega_0 \dot{\eta} + \omega_0^2 \eta = -a(t) \quad (2.4)$$

Siempre que  $|\eta(t)| < X_f$

Mientras el oscilador permanezca elástico el valor esperado del desplazamiento y de la velocidad están definidos por (Karnopp y Scharon 1966):

$$E[\eta(t)] = \eta_0 g(t) + \dot{\eta}_0 h(t) \quad (2.5)$$

$$E[\dot{\eta}(t)] = \eta_0 \dot{g}(t) + \dot{\eta}_0 \dot{h}(t) \quad (2.6)$$

Donde:

$\eta_0$  y  $\dot{\eta}_0$  son el desplazamiento y la velocidad iniciales respectivamente y

$$g(t) = e^{-\xi\omega_0 t} \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right) \quad (2.7)$$

$$h(t) = \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \quad (2.8)$$

$$\omega_d = \omega \sqrt{1-\xi^2} \quad (2.9)$$

Además, la varianza del desplazamiento ( $\sigma_{\eta t}^2$ ), la varianza de la velocidad ( $\sigma_{\dot{\eta} t}^2$ ) y el coeficiente de correlación entre desplazamiento y velocidad ( $\rho_t$ ) quedan definidos por (Karnopp y Scharon 1966):

$$\sigma_{\eta t}^2 = \sigma_{\eta}^2 + \frac{\sigma_{\eta}^2}{\omega_d^2} e^{-2\xi\omega_0 t} \left( -\omega_0^2 + \xi^2 \omega_0^2 \cos(2\omega_d t) - \xi\omega_0 \omega_d \sin(2\omega_d t) \right) \quad (2.10)$$

$$\sigma_{\dot{\eta} t}^2 = \sigma_{\dot{\eta}}^2 + \frac{\sigma_{\dot{\eta}}^2}{\omega_d^2} e^{-2\xi\omega_0 t} \left( -\omega_0^2 + \xi^2 \omega_0^2 \cos(2\omega_d t) + \xi\omega_0 \omega_d \sin(2\omega_d t) \right) \quad (2.11)$$

$$\rho_t = \frac{S_0 h^2(t)}{\sigma_{\eta t} \sigma_{\dot{\eta} t}} \quad (2.12)$$

Donde:

$$\sigma_{\eta}^2 = \frac{S_0}{2\xi\omega_0^3} \quad (2.13)$$

$$\sigma_{\dot{\eta}}^2 = \frac{S_0}{2\xi\omega_0} \quad (2.14)$$

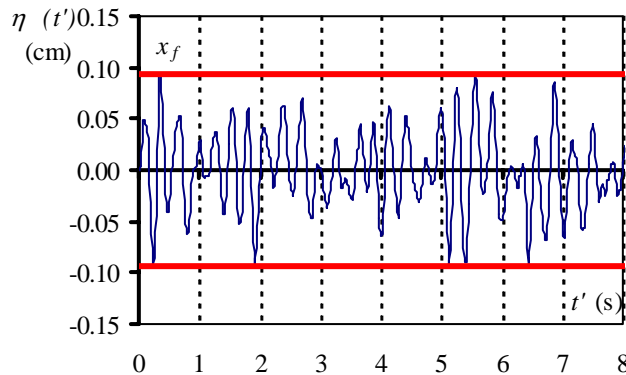


Figura 2.3. Modelo de Karnopp y Scharon

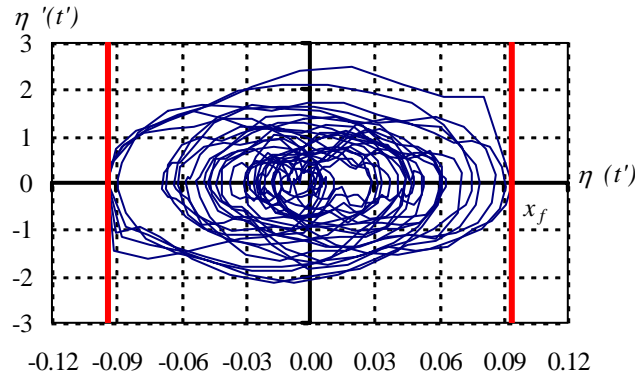


Figura 2.4. Plano de Fase para el modelo de Karnopp y Scharon

En el sistema original la energía cinética al inicio de cada fluencia se disipa durante la excursión plástica, mientras que en el proceso  $\eta(t)$  la disipación ocurre de forma instantánea al contacto con las barreras.

Como la aceleración es un ruido blanco gaussiano, al eliminar los intervalos de tiempo en que el oscilador fluye no se modifican las propiedades estadísticas de la aceleración pues su autocorrelación es igual a cero para cualquier intervalo finito de tiempo.

El proceso  $\eta(t)$  no presenta acumulación del desplazamiento permanente como en el sistema original pero el valor esperado del desplazamiento plástico que ocurre cada vez que el oscilador fluye se estima conforme a lo siguiente:

Considere el intervalo de tiempo definido por el instante en que el oscilador toca alguna barrera (comienza a fluir) y el instante en que oscilador regresa de nuevo dentro de las barreras (descarga).

Durante dicho intervalo de tiempo el comportamiento del oscilador queda definido por la ecuación (2.15).

$$\ddot{\eta} + 2\xi \omega_0 \dot{\eta} + \text{sign}(\eta) \frac{R}{m} = -a(t) \quad (2.15)$$

Se puede demostrar fácilmente que los valores esperados de las energías por unidad de masa; cinética ( $E_K$ ), viscosa ( $E_{H\xi}$ ), plástica ( $E_{H\mu}$ ) y de entrada ( $E_I$ ), para el intervalo de tiempo considerado son:

$$E[E_K] = \frac{1}{2} E[v_f^2] \quad (2.16)$$

$$E[E_{H\xi}] = 2\xi \omega_0 \int_{t_1}^{t_2} E[\dot{\eta}^2] dt \quad (2.17)$$

$$E[E_{H\mu}] = \frac{R}{m} E[|\Delta x_p|] \quad (2.18)$$

$$E[E_I] = - \int_{t_1}^{t_2} E[a(t)\dot{\eta}] dt \quad (2.19)$$

Donde:

$v_f$  es la velocidad del oscilador al contacto con la barrera.

$\Delta x_p$  es igual a la diferencia entre el desplazamiento en la descarga y el desplazamiento al inicio de la fluencia.

$t_1$  y  $t_2$  son el tiempo en que inicia y termina la fluencia respectivamente.

Como se trata de ruido blanco gaussiano  $E[a(t)] = 0$ , por lo que el valor esperado de la energía de entrada en promedio es cero. Además, para sistemas con poco amortiguamiento, como los que normalmente se manejan en ingeniería estructural ( $\xi < 0.1$ ), es razonable despreciar el término de la energía viscosa.

Con base en las observaciones anteriores se concluye que, en promedio, la energía cinética que tiene el oscilador cuando toca alguna barrera se disipa en energía plástica durante la fluencia del sistema.

Además, se puede demostrar que  $E[v_f^2]$  y  $E[\Delta x_p]$  están relacionados conforme a:

$$E[|\Delta x_p|] = \frac{E[v_f^2]}{2\omega_0^2 X_f} \quad (2.20)$$

Por lo que para calcular la energía plástica disipada por el oscilador sólo es necesario conocer el valor de  $E[v_f^2]$  y el número de veces que se toca la barrera durante el proceso.

Karnopp y Scharon propusieron una solución aproximada para estimar el valor de  $E[\Delta x_p]$  basados en la suposición de que el oscilador está regresando de una fluencia y que el tiempo que transcurre para que ocurra el siguiente contacto con las barreras es igual a:

$$t_f = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (2.21)$$

Las hipótesis de Karnopp y Scharon se ilustran en la figura 2.5.

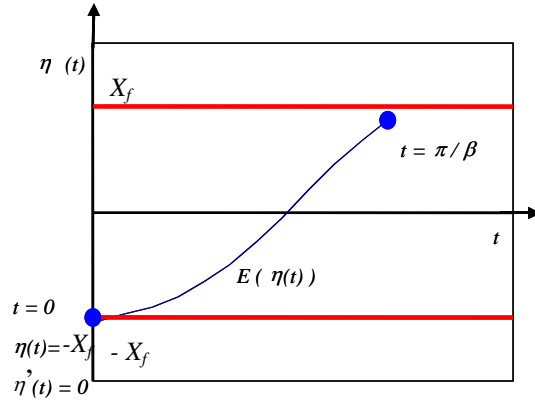


Figura 2.5. Hipótesis de Karnopp y Scharon para la solución del oscilador considerado

La expresión propuesta por Karnopp y Scharon para estimar el valor esperado del desplazamiento plástico es:

$$E[|\Delta x_p|] = \frac{\sigma_{\eta t}}{P_0 \sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-a^2 \delta}{8}\right)} - \frac{a\sqrt{\delta}\sigma_{\eta t}}{2} \quad (2.22)$$

Donde:

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.23)$$

$$a = \frac{X_f}{\sigma_{\eta t}} \quad (2.24)$$

$$P_0 = 1 - \Phi\left(\frac{a\sqrt{\delta}}{2}\right) \quad (2.25)$$

$\Phi()$  es un operador que denota distribución normal estándar y  $\sigma_{\eta t}$  es la desviación estándar del desplazamiento elástico del oscilador evaluada para  $t=t_f$ .

La tasa de contactos en la barrera por unidad de tiempo es (Karnopp y Scharon 1966):

$$v_c = a \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2\pi}} \omega_0 e^{-\frac{a^2}{2}} \left( \frac{1}{1 - 2P_0 + P_0} \right) \quad (2.26)$$

Vanmarcke y Lai (1979) observaron que la solución de Karnopp y Scharon es válida sólo cuando el proceso se vuelve estacionario, lo cual ocurre cuando el nivel de resistencia es alto y pasa tiempo considerable para que se presente el primer contacto con las barreras.

La principal debilidad de la solución de Karnopp y Scharton es que todos los sistemas con el mismo periodo de vibración tienden a tocar la barrera al mismo tiempo, independientemente de la resistencia.

En realidad, mientras menor sea la resistencia las barreras se encontrarán más cercanas y el sistema las tocará más rápido.

Esta debilidad no es importante para los sistemas para los que fue desarrollado su planteamiento, pues tienen altas resistencias y altas frecuencias de vibración (del orden de 1600 rad / s).

Sin embargo, para los sistemas que comúnmente aparecen en la ingeniería estructural esta debilidad se refleja en errores muy importantes, ya que prácticamente todos los sistemas con el mismo periodo tienen el mismo valor de  $E[|\Delta x_p|]$  y de  $E[v_f^2]$  independientemente de su resistencia.

## 2.3 SOLUCIÓN PROPUESTA

### *Aspectos preliminares.*

La figura 2.6 muestra las cinco posibles trayectorias que el oscilador sujeto a ruido blanco puede seguir partiendo de las condiciones iniciales  $\eta_0 = -X_f$  y  $\eta'_0 = 0$ .

- a) El oscilador parte con velocidad positiva y toca la barrera positiva
- b) El oscilador parte con velocidad positiva y toca la barrera negativa
- c) El oscilador parte con velocidad positiva y no toca ninguna barrera
- d) El oscilador parte con velocidad negativa y toca la barrera negativa
- e) El oscilador parte con velocidad negativa y no toca ninguna barrera

En el análisis del modelo sólo las trayectorias definidas en los tres primeros incisos son las que se deben considerar para calcular el valor esperado del cuadrado de la velocidad al primer contacto con las barreras, ya que en el contexto del oscilador no lineal, son los casos que realmente representan una descarga y una nueva fluencia del oscilador.

Con el fin de ilustrar cualitativamente las limitaciones de la solución propuesta por Scharton y Karnopp la figura 2.7 muestra la función de densidad de probabilidades del tiempo al primer contacto de adentro hacia fuera con alguna de las barreras, para un oscilador con un periodo de vibración  $T= 0.1$  segundos y dos diferentes niveles de resistencia.



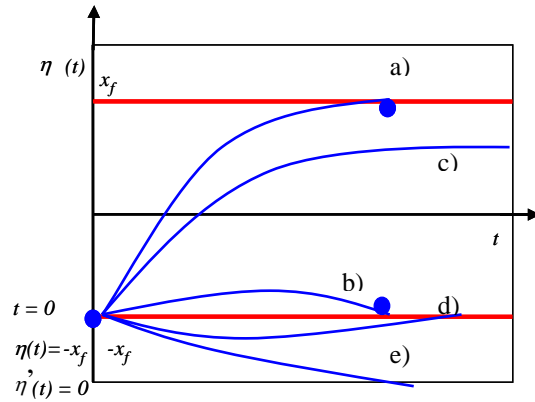


Figura 2.6. Posibles trayectorias del oscilador sujeto a ruido blanco

Cabe mencionar que en este capítulo la resistencia del oscilador se caracteriza mediante el parámetro  $\alpha$ , definido como:

$$\alpha = \frac{R}{m a_{rms}} \quad (2.27)$$

Donde:

$a_{rms}$  es la aceleración cuadrática media.

El valor de  $a_{rms}$  está relacionado con  $S_0$  conforme a:

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{2 S_0}{\Delta t}} \quad (2.28)$$

Las funciones de densidad de probabilidades fueron obtenidas sometiendo al oscilador a cien mil simulaciones de ruido blanco utilizadas como acelerogramas. El número de simulaciones se fijó de tal forma que las densidades de probabilidad obtenidas tuvieran formas suavizadas. Cabe aclarar que sólo se muestran los primeros 0.2 segundos de las funciones por cuestiones de escala.

Con línea gruesa se muestra el valor del tiempo que Karnopp y Scharon consideran que ocurre el primer toque con las barreras.

Es claro el efecto que la resistencia tiene en la forma de la función de densidad de probabilidad del primer toque con las barreras. Además, se observa que no es razonable considerar que el tiempo en que se toca por primera vez alguna barrera es independiente de la resistencia.

Conforme a lo discutido en la sección anterior, para estimar la energía plástica disipada por el oscilador se requiere conocer el valor esperado del cuadrado de su velocidad en el instante que toca por primera vez alguna de las barreras y la frecuencia con la que esto ocurre.

Por ello es necesario conocer la función de densidad de probabilidad del primer toque con las barreras. Obtener dicha densidad de probabilidad es un problema clásico en procesos estocásticos que es conocido en inglés como “first passage time problem”.

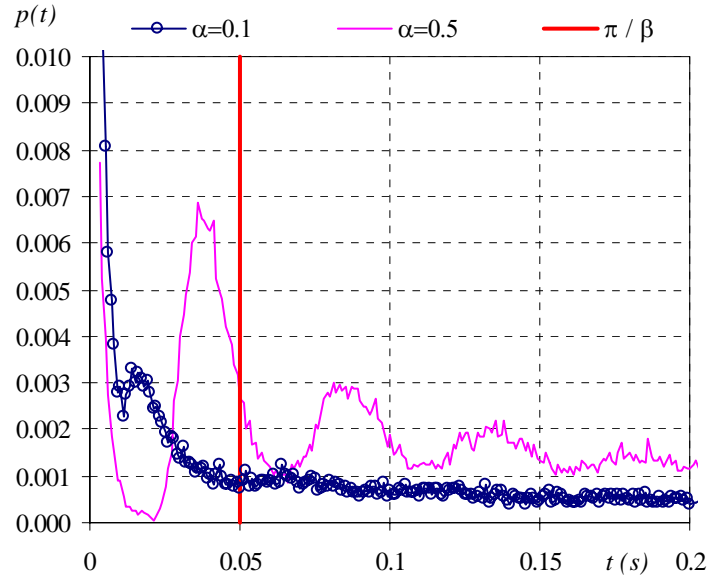


Figura 2.7. Función de densidad de probabilidad, obtenida con simulaciones, del primer toque del oscilador con alguna de las barreras,  $\xi=0.05$

Este es un problema muy complejo y sólo existen soluciones exactas para procesos de difusión como el proceso de Wiener. En el proceso de Wiener el valor esperado y la varianza del desplazamiento crecen linealmente con el tiempo.

Para el caso del oscilador en estudio las expresiones para los valores esperados y las varianzas del desplazamiento y de la velocidad son bastante más complicadas que las del proceso de Wiener (ver ecuaciones (2.5), (2.6), (2.10) y (2.11)).

En este estudio se trató de obtener la expresión exacta para la función de densidad de probabilidad del primer toque con las barreras pero no fue posible debido a complicaciones matemáticas fuertes. En particular, en lo que se refiere a la obtención de la transformada de Laplace de expresiones que involucraban al valor esperado y a la varianza del desplazamiento y de la velocidad.

Sin embargo, se encontró una solución aproximada que permite estimar el valor esperado del cuadrado de la velocidad justo al primer contacto con las barreras y de la frecuencia con lo que esto ocurre, la cual se describe a continuación.

### ***Solución aproximada propuesta***

Se desean obtener las siguientes funciones de densidad de probabilidad:

- 1)  $p^+(t)$  función de densidad de probabilidad del tiempo al primer toque con velocidad positiva con la barrera colocada en  $X_f$ .
- 2)  $p^-(t)$  función de densidad de probabilidad del tiempo al primer toque con velocidad negativa con la barrera colocada en  $-X_f$ .

Como ya se ha discutido anteriormente no fue posible encontrar una expresión exacta que defina estas densidades.

Sin embargo, es posible calcular la tasa de cruces del desplazamiento por la barrera en  $X_f$  con velocidad positiva durante el intervalo de tiempo  $(t, t + dt)$  conforme a (Roberts, 1968):

$$v^+(t) = \int_0^{+\infty} |v| p(X_f, v) dv \quad (2.29)$$

En donde  $v$  es la velocidad en el instante  $t$  y  $p(X_f, v)$  es la función de densidad de probabilidad conjunta entre desplazamiento y velocidad, en el instante  $t$ , evaluada en el desplazamiento igual a  $X_f$ .

La densidad  $p(X_f, v)$  puede expresarse como función de la densidad condicional de acuerdo a:

$$p(X_f, v) = p(v | \eta = X_f) p(X_f) \quad (2.30)$$

En donde  $p(v | \eta = X_f)$  es la función de densidad de probabilidad de la velocidad dado que el desplazamiento es igual al desplazamiento de fluencia y  $p(X_f)$  es la función de densidad de probabilidad del desplazamiento evaluada en  $X_f$ .

Sustituyendo la ecuación (2.30) en la ecuación (2.29) se obtiene:

$$v^+(t) = p(X_f) \int_0^{+\infty} |v| p(v | \eta = X_f) dv \quad (2.31)$$

De esta forma es posible obtener una expresión exacta para  $v^+(t)$  ya que  $p(X_f)$  y  $p(v | \eta = X_f)$  están definidas por:

$$p(X_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta t}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(X_f - E[\eta])^2}{\sigma_{\eta t}^2}} \quad (2.32)$$

$$p(v | \eta = X_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} Svc^+} e^{-\frac{1}{2} \frac{(v - Evc^+)^2}{(Svc^+)^2}} \quad (2.33)$$

Donde  $Evc^+$  es el valor esperado de la velocidad dado que el desplazamiento es igual a  $X_f$  y  $Svc^+$  es la desviación estándar de la velocidad dado que el desplazamiento es igual a  $X_f$ , y están definidos por:

$$Evc^+ = E[\dot{\eta}(t)] + (X_f - E[\dot{\eta}(t)]) \frac{\sigma_{\eta t}}{\sigma_{\eta t}} \rho_t \quad (2.34)$$

$$Svc^+ = \sigma_{\eta t} \sqrt{1 - \rho_t^2} \quad (2.35)$$

Resolviendo la integral de la ecuación (2.31), con ayuda del programa Maple 8 (2002), y simplificando los términos se obtiene:

$$v^+(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta t}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(X_f - E[\dot{\eta}(t)])^2}{\sigma_{\eta t}^2}} \left( Evc^+ \Phi\left(\frac{Evc^+}{Svc^+}\right) + \frac{Svc^+}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Evc^+}{Svc^+}\right)^2} \right) \quad (2.36)$$

La tasa de cruces por  $-X_f$  con velocidad negativa puede obtenerse de manera similar, cambiando los límites de integración en la ecuación (2.31) de menos infinito a cero y sustituyendo  $X_f$  por  $-X_f$ .

De esta forma, la expresión para estimar la tasa de cruces del desplazamiento por la barrera en  $-X_f$  con velocidad negativa durante el intervalo de tiempo  $(t, t + dt)$  es:

$$v^-(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta t}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(-X_f - E[\dot{\eta}(t)])^2}{\sigma_{\eta t}^2}} \left( Evc^- \left( \Phi\left(\frac{Evc^-}{Svc^-}\right) - 1 \right) + \frac{Svc^-}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{Evc^-}{Svc^-}\right)^2} \right) \quad (2.37)$$

Donde  $Evc^-$  es el valor esperado de la velocidad dado que el desplazamiento es igual a  $-X_f$  y  $Svc^-$  es la desviación estándar de la velocidad dado que el desplazamiento es igual a  $-X_f$  y están definidas por:

$$Evc^- = E[\dot{\eta}(t)] + (-X_f - E[\dot{\eta}(t)]) \frac{\sigma_{\eta t}}{\sigma_{\eta t}} \rho_t \quad (2.38)$$

$$Svc^- = \sigma_{\eta t} \sqrt{1 - \rho_t^2} \quad (2.39)$$

La figura 2.8 muestra una comparación entre  $p^+(t)$  y  $v^+(t)$ .  $p^+(t)$  fue obtenida mediante 50000 simulaciones y  $v^+(t)$  con la ecuación (2.36). La figura 2.9 compara  $p^-(t)$  y  $v^-(t)$ .  $p^-(t)$  fue obtenida también mediante 50000 simulaciones y  $v^-(t)$  con la ecuación (2.37). Nuevamente, el número de simulaciones se fijó para que se observaran tendencias suavizadas de  $p^+(t)$  y  $p^-(t)$ .

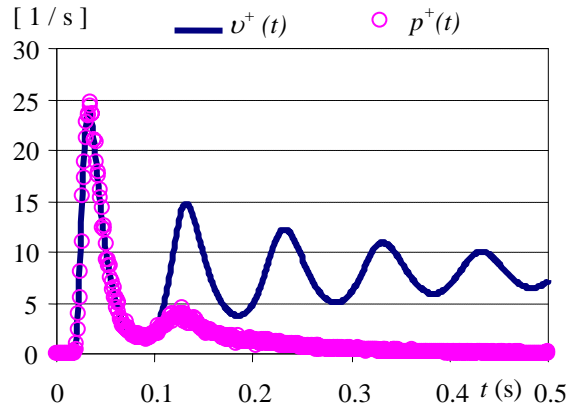


Figura 2.8. Comparación entre  $p^+(t)$  y  $v^+(t)$ ;  $T= 0.1$  segundos,  $\alpha= 0.365$ ,  $\xi=0.05$  y  $\Delta t= 0.001$  segundos.

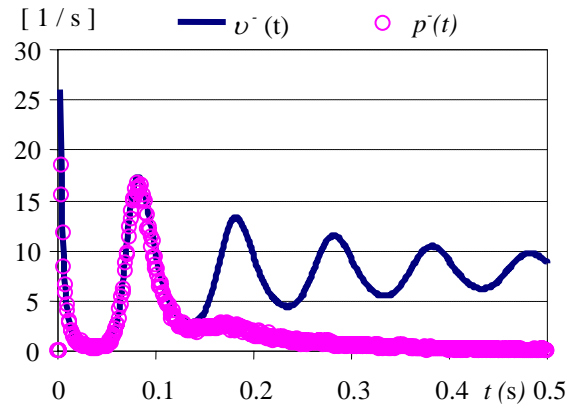


Figura 2.9. Comparación entre  $p^-(t)$  y  $v^-(t)$ ;  $T= 0.1$  segundos,  $\alpha= 0.365$ ,  $\xi=0.05$  y  $\Delta t= 0.001$  segundos.

Como puede observarse, para valores de  $t$  cercanos a cero  $p^+(t)$  y  $v^+(t)$ ; y  $p^-(t)$  y  $v^-(t)$  son prácticamente iguales y conforme el tiempo se incrementa adquieren valores muy diferentes. Cuando el tiempo tiende a infinito  $p^+(t)$  y  $p^-(t)$  tienden a cero mientras que  $v^+(t)$  y  $v^-(t)$  tienden a un valor constante.

La interpretación física de esta observación es la siguiente: las ecuaciones (2.36) y (2.37) proporcionan una estimación del número de veces que se cruzan las barreras en un intervalo de tiempo  $dt$ , cuando el valor de  $t$  es cercano a cero; es probable que estos cruces correspondan a la primera vez que se toca la barrera. Conforme el tiempo crece probablemente ya se habrá cruzado anteriormente alguna de las barreras.

En las figuras 2.8 y 2.9 se observa también que las modas de  $p^+(t)$  y  $p^-(t)$  coinciden con los primeros máximos de las funciones  $v^+(t)$  y  $v^-(t)$  respectivamente.

Vale la pena discutir ciertos aspectos sobre la ecuación (2.37), la cual se utiliza para calcular la tasa de cruces con velocidad negativa por  $-X_f$ .

Para valores de  $t$  cercanos a cero los valores obtenidos con la ecuación (2.37) crecen rápidamente, como puede observarse en la figura 2.9. Cuando  $t$  es exactamente igual a cero la ecuación (2.37) se indetermina y en el límite tiende a infinito. Esta particularidad se debe a que el coeficiente de correlación entre velocidad y desplazamiento tiene una discontinuidad en  $t$  igual a cero, como puede observarse en la ecuación (2.12).

Las representaciones de  $p^+(t)$  y  $p^-(t)$  mostradas en las figuras 2.8 y 2.9 proporcionan la siguiente información que al ser complementada con ciertas hipótesis permite obtener la solución propuesta:

- 1) Para  $t$  muy cercano a cero no se presentan contactos con la barrera positiva; sólo existen trayectorias del tipo b).
- 2) Una vez que comienzan a presentarse contactos con la barrera positiva estos tienden a ocurrir con mayor frecuencia que los contactos con la barrera negativa.
- 3) Las trayectorias del tipo b) tienden a concentrarse en dos grupos: el grupo más numeroso tiende a presentarse cuando  $t$  es muy pequeño y el segundo grupo se presenta después de que ocurrió la moda de las trayectorias tipo a).

Con base en estas observaciones se puede estimar la probabilidad de que ocurran trayectorias a) y trayectorias b) de acuerdo a lo siguiente:

Sea  $t_l$  el tiempo que transcurre para que se presente el primer contacto con la barrera positiva, es decir el tiempo que debe pasar para que  $p^+(t)$  sea mayor a cero.

Si se considera que todas las trayectorias del tipo b) ocurren en los primeros  $t_l$  segundos, la probabilidad de ocurrencia de trayectorias b) ( $P(B)$ ) puede calcularse como:

$$P(B) = \int_0^{t_l} p^-(t) dt \quad (2.40)$$

Suponiendo que la probabilidad de que el oscilador no toque nunca la barrera positiva es nula (esta suposición es verdadera para el caso de ruido blanco teórico, ya que como este tiene una duración infinita siempre existe la posibilidad de que se toque la barrera) la probabilidad de ocurrencia de trayectorias a) ( $P(A)$ ) queda definida por:

$$P(A) = 1 - P(B) \quad (2.41)$$

El problema para aplicar las ecuaciones (2.40) y (2.41) es que no se cuenta con una expresión para  $p^-(t)$ , pero, suponiendo que  $p^-(t)$  puede aproximarse razonablemente, siempre que  $t_l$  sea pequeño, con la función  $v^-(t)$  entonces  $P(B)$  puede aproximarse conforme:

$$P(B) \approx \int_{0.002}^{t_l} v^-(t) dt \quad (2.42)$$

Note que en la ecuación (2.42) se ha cambiado el límite inferior de integración, respecto a la ecuación (2.40), debido a que la función  $\dot{v}(t)$  tiene una discontinuidad en  $t$  igual a cero, el efecto de la discontinuidad tiende a suavizarse para el tiempo  $t=0.002$  segundos.

Con las ecuaciones (2.42) y (2.41) es posible estimar la proporción con la que ocurren los contactos con las barreras positiva y negativa respectivamente.

Ahora, la función  $p^+(t)$  se idealiza como una delta de Dirac localizada en un tiempo igual a  $t_f$  que se define como el tiempo en el que se presenta el primer máximo en la función  $\dot{v}^+(t)$ .

$$p^+(t) \approx \delta(t - t_f) \quad (2.43)$$

Mientras que la función  $p^-(t)$  se idealiza como una delta de Dirac localizada en un tiempo igual a cero.

$$p^-(t) \approx \delta(t) \quad (2.44)$$

Por otro lado, el valor esperado del cuadrado de la velocidad dado que se cruza la barrera en  $X_f$  con velocidad positiva ( $E[v^2]^+$ ) es igual a:

$$E[v^2]^+ = (Evc^+)^2 + (Svc^+)^2 + \frac{Evc^+ Svc^+}{\sqrt{2\pi} \Phi\left(\frac{Evc^+}{Svc^+}\right)} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Evc^+}{Svc^+}\right)^2} \quad (2.45)$$

De esta forma, es posible estimar el valor esperado del cuadrado de la velocidad dado que se toca la barrera en  $X_f$  con velocidad positiva conforme a:

$$E[v_f^2]^+ = \int_0^{\infty} E[v^2]^+ \delta(t - t_f) dt \quad (2.46)$$

$$E[v_f^2]^+ = E[v^2(t = t_f)]^+ \quad (2.47)$$

Es decir, el valor de  $E[v_f^2]^+$  se obtiene evaluando al ecuación (2.45) para  $t$  igual a  $t_f$ .

Bajo el mismo razonamiento se puede obtener el valor esperado del cuadrado de la velocidad dado que se toca la barrera en  $-X_f$  con velocidad negativa. Pero, como la delta de Dirac se coloca en cero el valor esperado del cuadrado de la velocidad también es igual a cero.

$$E[v_f^2]^- = 0 \quad (2.48)$$

Finalmente, el valor esperado del cuadrado de la velocidad dado que se toca alguna barrera de adentro hacia fuera queda definido por:

$$E[v_f^2] = \frac{E[v_f^2]^+ P(A) + E[v_f^2]^- P(B)}{P(A) + P(B)} = E[v_f^2]^+ P(A) \quad (2.49)$$

Suponiendo que la energía cinética que tiene el oscilador al inicio de cada fluencia se disipa completamente en energía plástica durante el tiempo que tarda en descargar el oscilador es posible estimar el valor esperado de la energía plástica por unidad de masa disipada en cada fluencia ( $E[\Delta E_{H\mu}]$ ) conforme a:

$$E[\Delta E_{H\mu}] = \frac{1}{2} E[v_f^2] \quad (2.50)$$

Conocido el valor de  $E[\Delta E_{H\mu}]$  es posible estimar el valor esperado de la energía plástica disipada por el oscilador para cierta duración ( $t_d$ ) del ruido blanco conforme a:

$$E[E_{H\mu}] = E[\Delta E_{H\mu}] E[n_f] \quad (2.51)$$

Donde  $E[n_f]$  es el valor esperado del número de fluencias en una duración del ruido blanco de ( $t_d$ ) segundos.

De acuerdo a lo discutido durante esta sección el valor de  $E[n_f]$  se puede obtener conforme:

$$E[n_f] = E[n_f]^+ + E[n_f]^- \quad (2.52)$$

Donde  $E[n_f]^+$  y  $E[n_f]^-$  son el valor esperado del número de fluencias con trayectorias a) y b) respectivamente.

El valor de  $E[n_f]^+$  se obtiene conforme:

$$E[n_f]^+ = \int_0^{t_d} v^+(t) dt \quad (2.53)$$

El valor de  $E[n_f]^-$  se obtiene de forma diferente debido a la discontinuidad que se presenta en la función  $v^-(t)$  cuando  $t$  es igual a cero.

$$E[n_f]^- \approx \int_{t_1}^{t_d} v^-(t) dt + \frac{P(B)}{P(A)} E[n_f]^+ \quad (2.54)$$

Se mencionó anteriormente que las trayectorias del tipo b) tienden a concentrarse en dos grupos: el grupo más numeroso tiende a presentarse cuando  $t$  es muy pequeño y el segundo grupo se presenta después de que ocurrió la moda de las trayectorias tipo a). Dentro de este contexto, en la ecuación (2.54) el segundo término representa los casos b) del primer grupo y el primer término representa los casos restantes.



Se decidió adoptar esta forma de estimar el número de casos b) para evitar complicaciones numéricas en la obtención de la integral de  $\dot{v}(t)$  debido a la discontinuidad que dicha función tiene para  $t$  cercano a cero.

Cabe mencionar que la ecuación (2.54) supone que la probabilidad de que ocurra un contacto con la barrera es igual a uno, lo cual pudiera no ser válido para duraciones muy cortas respecto al periodo del sistema y altos niveles de resistencia.

A continuación se presenta un resumen de los pasos de la metodología propuesta:

- 1) Conocidos: el periodo de la estructura ( $T$ ), la resistencia del sistema por unidad de masa ( $R/m$ ), el coeficiente de amortiguamiento viscoso ( $\xi$ ), la densidad espectral de potencia del ruido ( $S_\theta$ ), la duración del ruido ( $t_d$ ) y el ancho de banda del ruido caracterizado mediante el  $\Delta t$  con que se genera el ruido blanco discreto.
- 2) Calcular el valor del desplazamiento inicial de fluencia del sistema ( $X_f$ ).
- 3) Estimar el valor de  $t_l$ , que es el valor mínimo positivo de  $t$  que hace que la ecuación (2.36) sea distinta de cero.
- 4) Calcular el valor de  $P(B)$  mediante la ecuación (2.42). Si  $t_l$  es menor que (0.002 segundos)  $P(B)$  se considera igual a cero.
- 5) Estimar el valor de  $P(A)$  con la ecuación (2.41).
- 6) Encontrar el valor de  $t_f$ , que es valor de  $t$  en el que se presenta el valor máximo de la ecuación (2.36).
- 7) Estimar el valor de  $E[v_f^2]^+$  sustituyendo el valor de  $t_f$  en la ecuación (2.47).
- 8) Calcular el valor de  $E[v_f^2]$  con la ecuación (2.49).
- 9) Obtener el valor de  $E[\Delta E_{H\mu}]$  mediante la ecuación (2.50).
- 10) Calcular el valor de  $E[n_f]^+$  con la ecuación (2.53).
- 11) Calcular el valor de  $E[n_f]^-$  con la ecuación (2.54).
- 12) Calcular el valor de  $E[n_f]$  con la ecuación (2.52).
- 13) Calcular el valor de  $E[E_{H\mu}]$  mediante la ecuación (2.51).

Debido a la complejidad algebraica de las ecuaciones (2.36) y (2.37) los pasos 3, 4, 6, 10 y 11 tienen que resolverse numéricamente.

## 2.4 EVALUACIÓN DE LA MÉTODO PROPUESTO

Para evaluar el desempeño de las expresiones propuestas se calculó la respuesta dinámica de S1GL con comportamiento elástoplastico perfecto sujeto a 1000 acelerogramas de ruido blanco gaussiano discreto, con duración de 16.384 segundos y  $\Delta t$  de 0.001. La duración se escogió para que el número de puntos fuera múltiplo de  $2^n$ .

Se consideraron periodos de 0.1 a 6 segundos y resistencias, caracterizadas a través del parámetro  $\alpha$ , de 0.01 a 3.

Los resultados obtenidos con las simulaciones se compararon con los estimados mediante el procedimiento descrito en la sección anterior.

La figura 2.10 muestra una comparación entre valores de  $E[v_f^2]$  calculados mediante la metodología propuesta y valores obtenidos con las simulaciones. Como puede observarse, las expresiones propuestas conducen a estimaciones razonables de  $E[v_f^2]$ , excepto para el caso de resistencias muy bajas ( $\alpha=0.01$ ) donde la metodología propuesta tiende a sobrestimar los valores observados en las simulaciones.

Como puede observarse, a partir de  $\alpha=0.25$  se presentan dispersiones importantes en los valores de  $E[v_f^2]$  observados en las simulaciones para periodos largos, debido a que para estas combinaciones de periodo y resistencia es muy poco probable que se presenten fluencias para la duración considerada. Es decir, las diferencias en resistencias altas y periodos largos se deben a la falta de simulaciones.

En cambio, las diferencias en resistencias muy bajas se deben a que en cálculo de  $P(B)$  mediante la ecuación (2.42) sólo se consideran los contactos con las barrera en  $-X_f$  que ocurren entre 0.002 y  $t_I$  segundos.

Si la resistencia es muy baja el valor de  $t_I$  tenderá a ser muy pequeño y es muy probable que después de  $t_I$  segundos todavía se sigan presentando contactos con la barrera con  $-X_f$ , los cuáles tendrían una velocidad muy pequeña y no son considerados. Cabe mencionar, que sistemas con  $\alpha=0.01$  no están dentro del campo de interés de la ingeniería sísmica pues se observó, en las simulaciones, que tendrían demandas de ductilidad máxima del orden de  $1 \times 10^4$ .

La figura 2.11 compara los valores de  $E[\Delta E_{H,\mu}]$  calculados mediante la metodología propuesta y valores obtenidos con las simulaciones. Como puede observarse, las expresiones propuestas conducen a estimaciones razonables de  $E[\Delta E_{H,\mu}]$ .

Para el caso de  $\alpha=0.01$  se sobrestima ligeramente el valor de  $E[\Delta E_{H,\mu}]$  debido a la sobrestimación en  $E[v_f^2]$ , mientras que para resistencias altas y periodos largos se observa también la falta de simulaciones.

Las figuras 2.12 y 2.13 comparan los valores observados en las simulaciones de  $E[n_f]^+$  y  $E[n_f]$  con aquellos obtenidos con la metodología propuesta. Se observa una excelente coincidencia entre los valores estimados y los observados para valores de  $E[n_f]^+$  y  $E[n_f]$  mayores a uno, mientras que para valores menores a uno la metodología propuesta tiende a sobrestimar dichos valores. Esta sobrestimación se debe a que para desarrollar la metodología propuesta se supuso que la probabilidad de que el oscilador fluya es igual a uno.

Cabe mencionar que en el contexto de la ingeniería sísmica los casos de interés son aquellos en los que, por lo menos,  $E[n_f]$  es igual a uno, ya que valores menores indican que el sistema en promedio tiende a permanecer elástico y, por lo tanto, sin daño.

Finalmente, la figura 2.14 compara los espectros de  $E[E_{H,\mu}]$  obtenidos mediante simulaciones y los obtenidos con la metodología propuesta. En general se observa una buena aproximación. Para  $\alpha=0.01, 0.05$  y  $0.1$  las diferencias se atribuyen a que la energía cinética

del oscilador en la fluencia no se disipa completamente en energía plástica durante la fluencia como lo supone la metodología desarrollada y las suposiciones utilizadas para desarrollar la metodología propuesta.

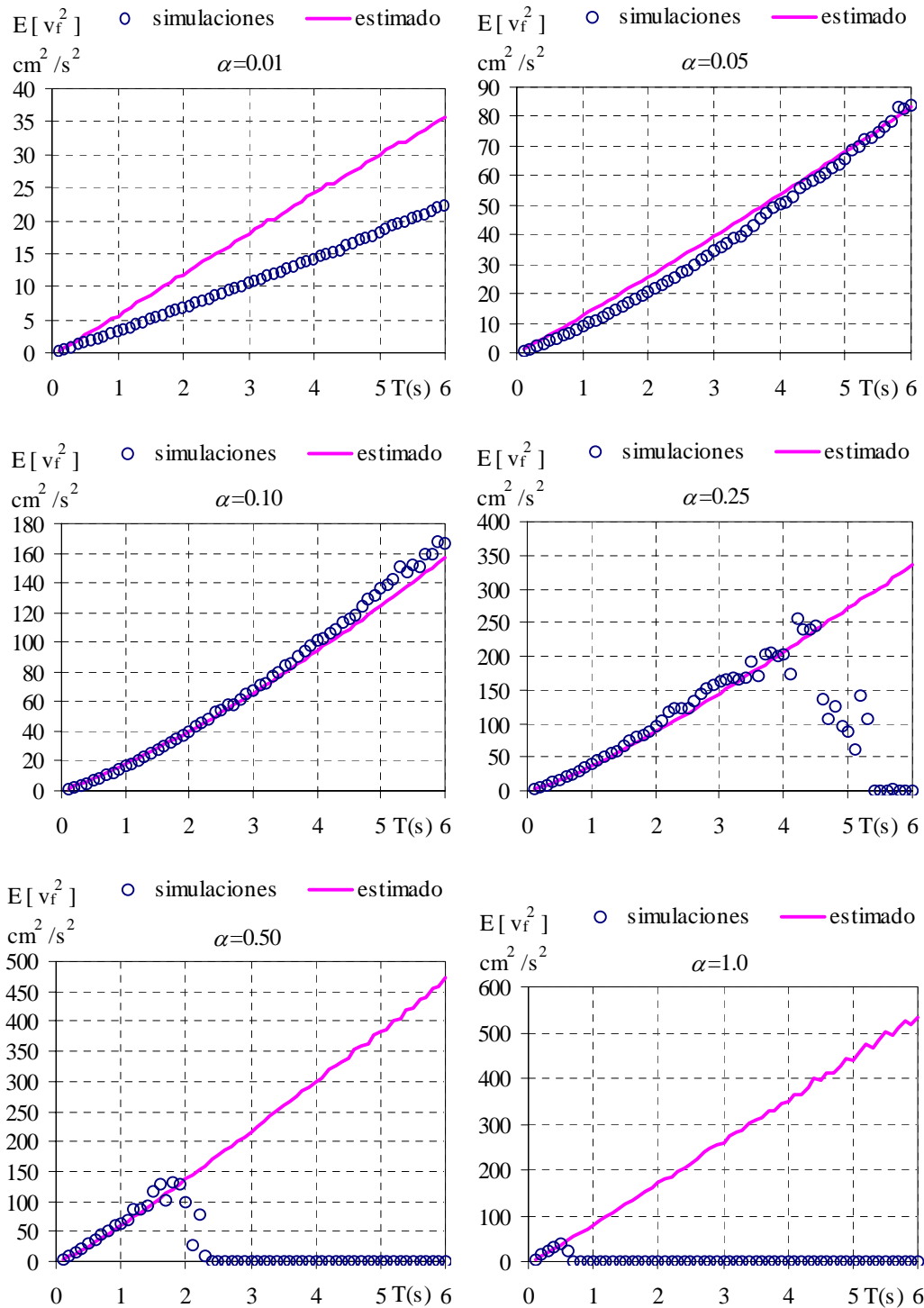


Figura 2.10. Comparación entre el valor de  $E[v_f^2]$  obtenido con la metodología propuesta y el calculado con simulaciones,  $\zeta=0.05$ .

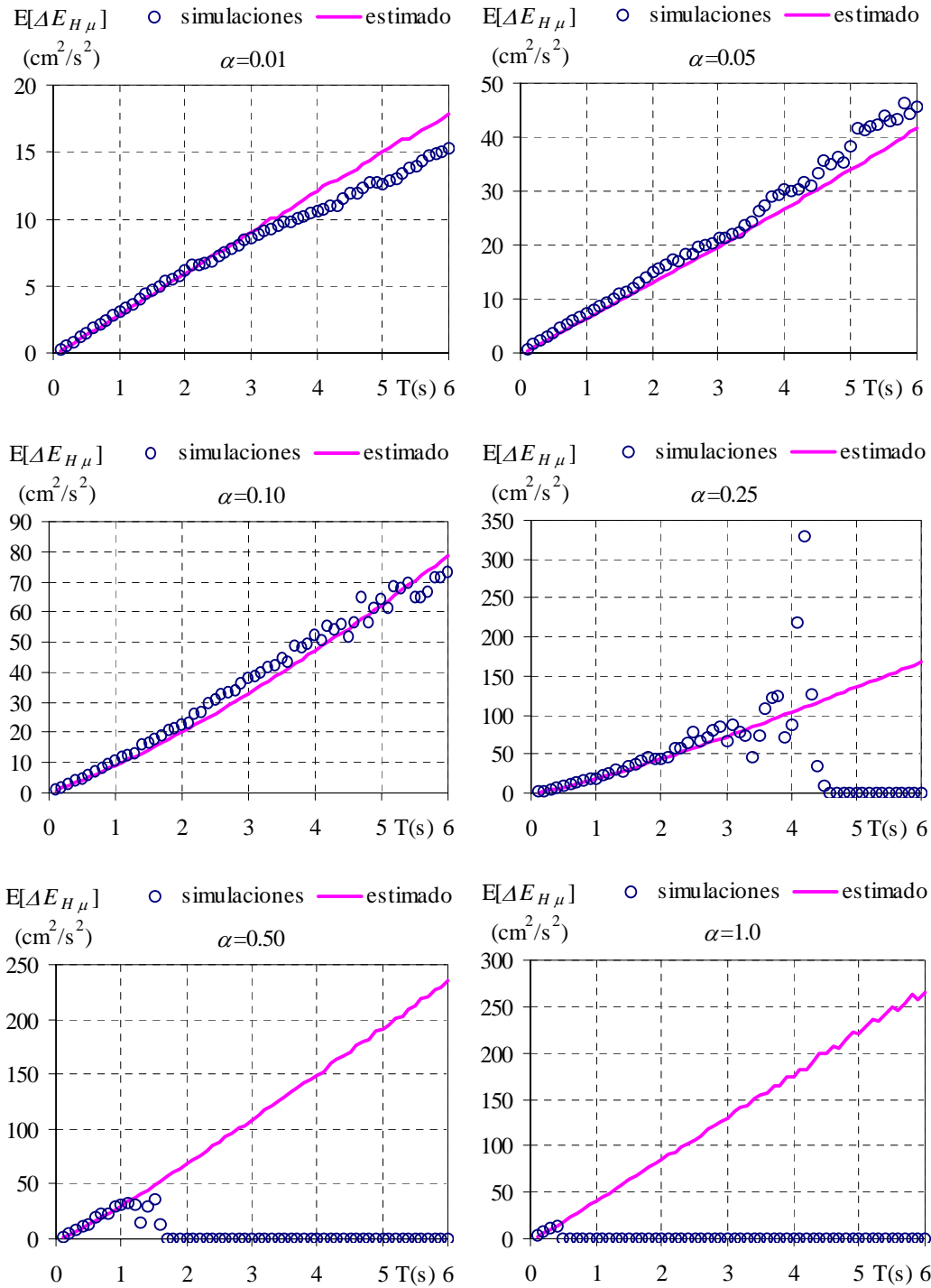


Figura 2.11. Comparación entre el valor de  $E[\Delta E_{H\mu}]$  obtenido con la metodología propuesta y el calculado con simulaciones,  $\xi=0.05$ .

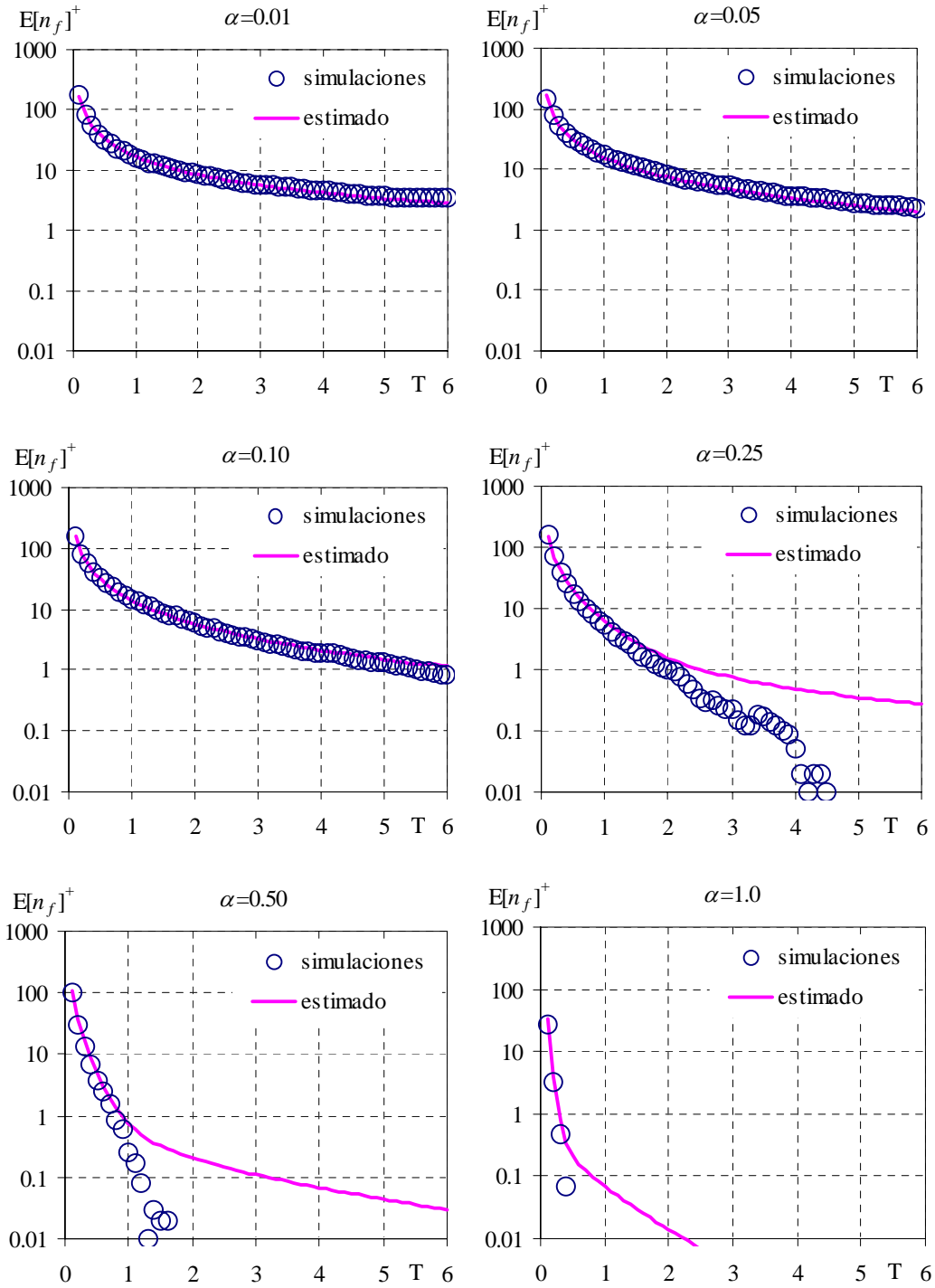


Figura 2.12. Comparación entre el valor de  $E[n_f]^+$  obtenido con la metodología propuesta y el calculado con simulaciones,  $\xi=0.05$  y  $t_d=16.384$  segundos.

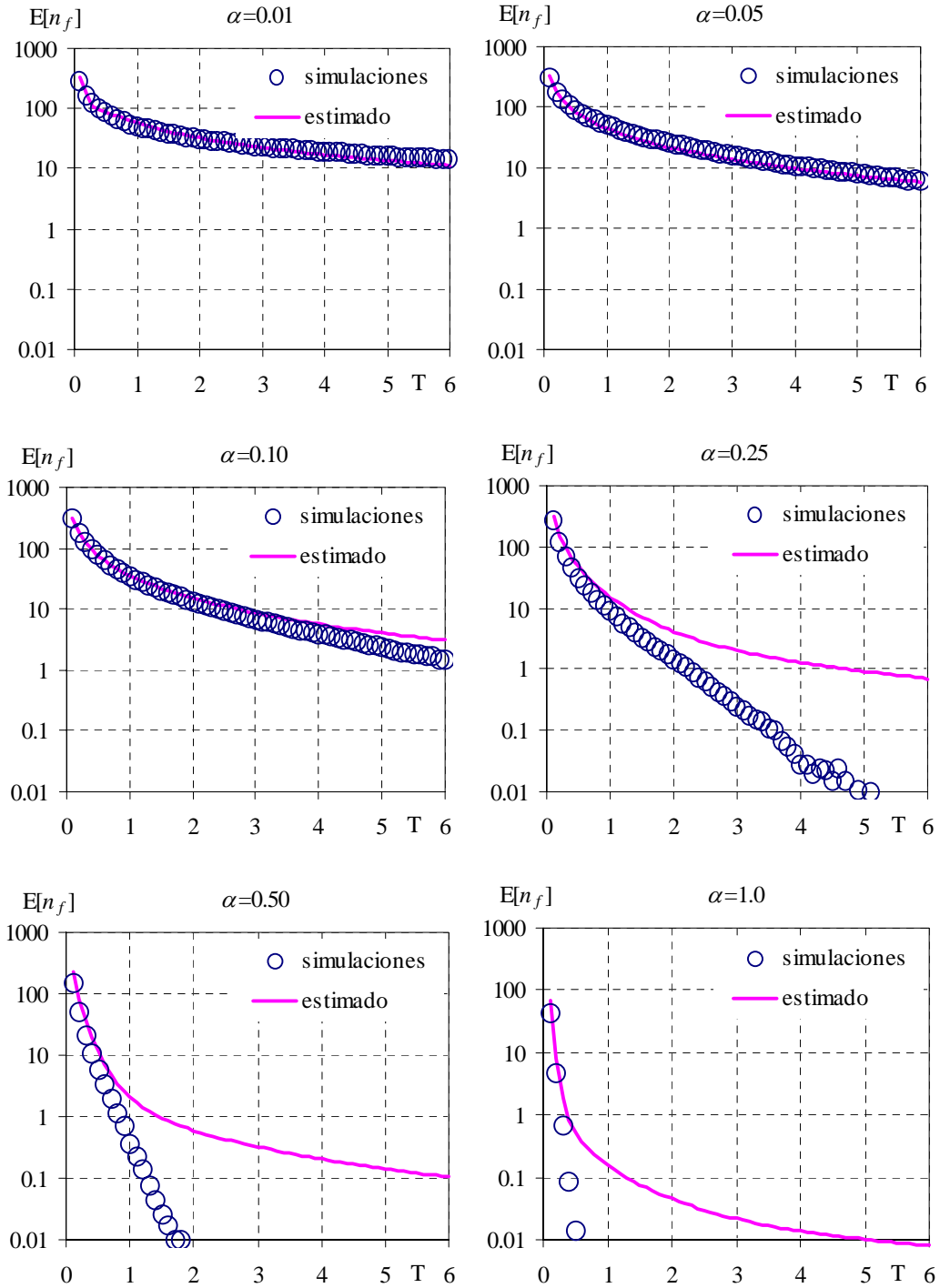


Figura 2.13. Comparación entre el valor de  $E[n_f]$  obtenido con la metodología propuesta y el calculado con simulaciones,  $\xi=0.05$  y  $t_d=16.384$  segundos.

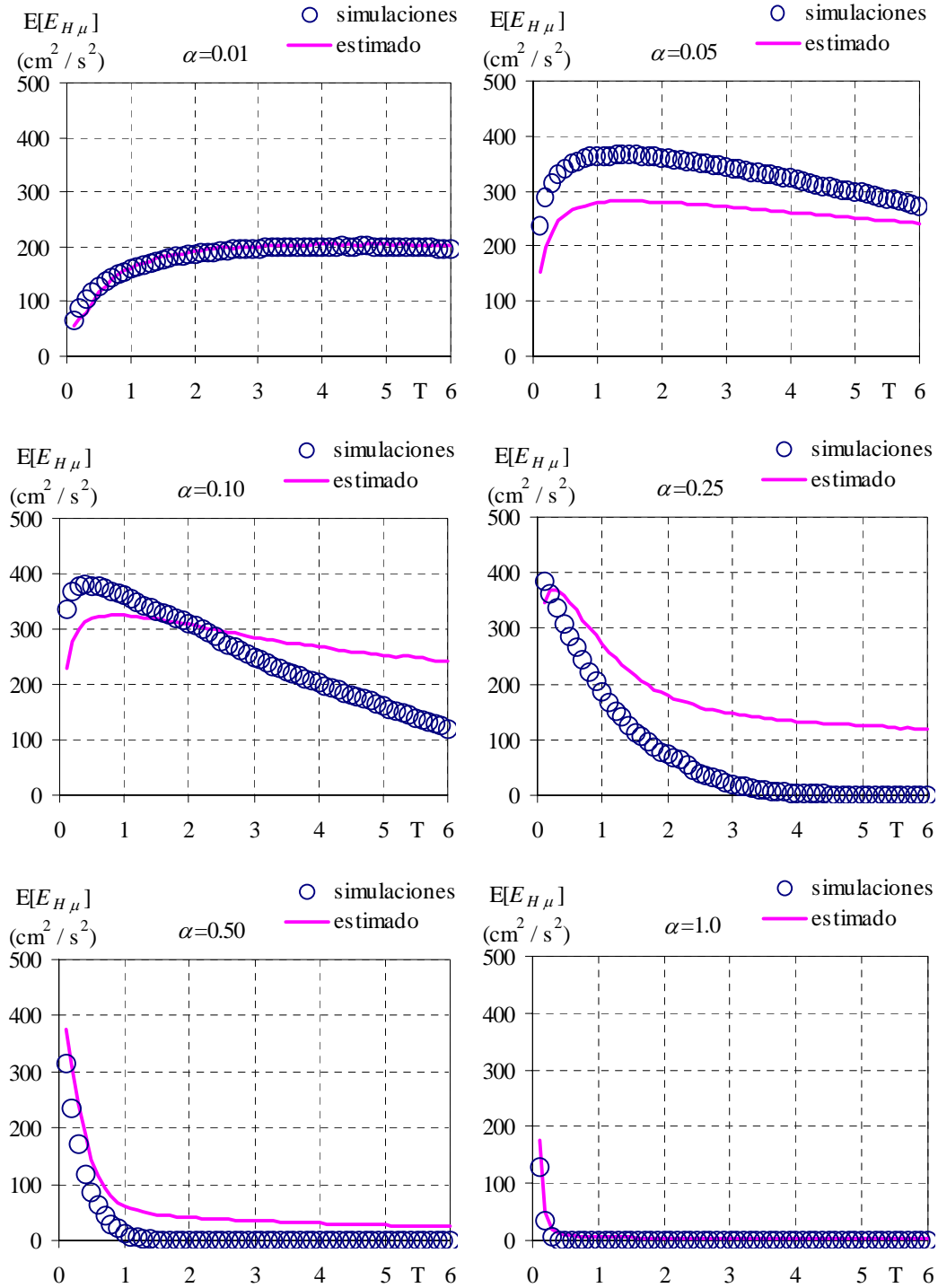


Figura 2.14. Comparación entre el valor de  $E[E_{H\mu}]$  obtenido con la metodología propuesta y el calculado con simulaciones,  $\xi=0.05$  y  $t_d=16.384$  segundos.

## 2.5 APLICACIONES EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A EXCITACIONES SÍSMICAS DE BANDA ANCHA

La metodología obtenida en la sección anterior fue desarrollada para ruido blanco gaussiano. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, es aplicable a excitaciones sísmicas de banda ancha.

Para aplicar la metodología propuesta es necesario caracterizar a la aceleración del suelo mediante un ruido blanco gaussiano equivalente. La información necesaria para definir el ruido blanco equivalente se encuentra en el espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del movimiento sísmico.

El procedimiento para obtener las propiedades del ruido blanco equivalente se describe a continuación, partiendo de que el espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración es conocido.

- 1) Determinar la banda de frecuencias en las que la solución de ruido blanco es aplicable. Dicha banda de frecuencias queda definida por la frecuencia mínima ( $f_{min}$ ) y la frecuencia máxima ( $f_{max}$ ) tal como se muestra en la figura 2.15. Los valores de  $f_{min}$  y  $f_{max}$  se definen como los límites en los que el espectro de amplitudes de Fourier tiende a permanecer constante. Cabe mencionar que para definir el ancho de banda se trabajó sólo con la parte del espectro entre 0.1 y 10 Hz que es la banda de frecuencias en la que normalmente se encuentran las estructuras.
- 2) El valor de  $f_{max}$  obtenido en el inciso 1) define el  $\Delta t$  del ruido blanco equivalente conforme a:

$$\Delta t = \frac{1}{2f_{max}} \quad (2.55)$$

- 3) Calcular el valor esperado del espectro de amplitudes de Fourier  $E[|A(\omega)|]$  y del cuadrado del espectro de amplitudes de Fourier  $E[|A(\omega)|^2]$  conforme a:

$$E[|A(\omega)|] = \frac{1}{n_f} \sum_{f_{min}}^{f_{max}} |A(\omega)|_i \quad (2.56)$$

$$E[|A(\omega)|^2] = \frac{1}{n_f} \sum_{f_{min}}^{f_{max}} |A(\omega)|_i^2 \quad (2.57)$$

Donde  $n_f$  es el número de frecuencias contenido en la banda definida por  $f_{min}$  y  $f_{max}$  y  $|A(\omega)|_i$  es el valor del espectro de amplitudes de Fourier para la  $i$ -ésima frecuencia contenida en dicha banda.

- 4) Generar una señal de ruido blanco suponiendo alguna duración ( $t_d$ ) conforme a:

$$a(t) = \sqrt{-2 \ln(u_1)} \sin(2\pi u_2) \sqrt{\frac{E[|A(\omega)|^2]}{\Delta t t_d}} \quad (2.58)$$

Donde  $u_1$  y  $u_2$  son dos números aleatorios con distribución uniforme entre cero y uno.

- 5) Calcular el espectro de Fourier de la señal generada; si la transformada de Fourier de dicha señal es igual al valor de  $E[|A(\omega)|]$  obtenido en el inciso 3) la duración del ruido



blanco equivalente es la que se utilizó en la ecuación 2.58. En caso de que el espectro de Fourier de la señal generada no coincida con el  $E[|A(\omega)|]$  obtenido en el inciso 3) se debe proponer un nuevo valor de duración y generar una nueva señal hasta que ambos valores coincidan.

Aunque se trata de un proceso iterativo el cálculo de la duración del ruido equivalente converge rápidamente si se toma como valor inicial la duración del acelerograma calculada conforme a Trifunac y Brady (1975). Para la muestra de acelerogramas utilizada mas adelante se encontró que la duración del ruido equivalente era prácticamente igual a la duración calculada conforme a la definición de Trifunac y Brady.

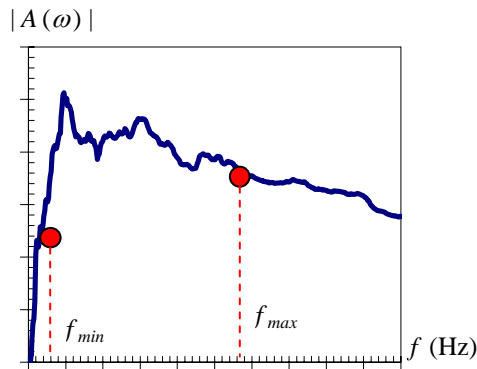


Figura 2.15 Definición del ancho de banda de un espectro de amplitudes de Fourier de un movimiento sísmico

Una vez conocidos los valores de  $E[|A(\omega)|^2]$  y de la duración del ruido blanco equivalente el valor de  $S_0$  a utilizar en la metodología propuesta se estima de acuerdo con:

$$S_0 = \frac{E[|A(\omega)|^2]}{2t_d} \quad (2.59)$$

Cabe mencionar que la metodología propuesta es válida en el intervalo de frecuencias delimitado por  $f_{max}$  y  $f_{min}$  y fuera de dicho intervalo no es aplicable.

Para el caso de acelerogramas reales si la frecuencia del sistema tiende a infinito la energía histerética tiende a cero independientemente de la resistencia del sistema. Con base en este límite teórico se propone la siguiente expresión para calcular la energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda ancha:

$$E[E_{H\mu}] = \begin{cases} T \int_{f_{min}}^{f_{max}} E[E_{H\mu}]_{f_{max}} & \text{Si } T < 1/f_{max} \\ E[\Delta E_{H\mu}] E[n_f] & \text{Si } 1/f_{max} \leq T \leq 1/f_{min} \end{cases} \quad (2.60)$$

Donde  $E[\Delta E_{H\mu}]$  y  $E[n_f]$  se calculan conforme la metodología descrita en la sección anterior y  $E[\Delta E_{H\mu}]_{f_{max}}$  es el valor que se obtiene al evaluar la metodología propuesta para un valor de  $T$  igual  $1/f_{max}$ .

Cabe aclarar que no existe una razón teórica para que a partir de  $f_{max}$  el valor de  $E[\Delta E_{H\mu}]$  disminuya linealmente hasta cero; simplemente se decidió utilizar la variación mas sencilla posible.

El procedimiento descrito se aplicó para estimar la energía histerética disipada por S1GL sujetos a una muestra de acelerogramas de banda ancha. La tabla 2.1 lista los diferentes acelerogramas considerados en la muestra. La tabla incluye los valores de la aceleración máxima del suelo ( $A_{max}$ ), así como la duración calculada conforme a Trifunac y Brady (1975).

Tabla 2.1 Acelerogramas de banda ancha considerados

Fecha	Estación	Comp	Ms	$f_{min}$ (Hz)	$f_{max}$ (Hz)	Dur (s)	$A_{max}$ (cm/s <sup>2</sup> )	$v_{gmax}$ (cm/s)
09/11/74	PRQ	EW	7.2	0.2	5.96	18	46.2	4.01
09/11/74	PRQ	NS	7.2	0.2	4.68	14	69.2	4.33
20/09/99	HWA023	NS	7.6	0.1	2.8	17	36.4	6.66
20/09/99	HWA023	EW	7.6	0.1	2.7	23	36.7	8.54
18/10/89	Hollister SV	270	7.1	0.1	2.8	16	35.4	7.08
18/10/89	Hollister SV	360	7.1	0.1	2.7	15	58.4	8.41
17/01/94	LA Wonderland	95	6.8	0.2	5.9	9	110	8.66
17/01/94	LA Wonderland	185	6.8	0.3	4.17	7	169	11.8
17/01/94	Antelope Buttes	0	6.8	0.1	5.5	15	44.9	3.58
17/01/94	Antelope Buttes	90	6.8	0.1	3.42	14	67.0	4.32
19/09/85	Filo de Caballo	NS	8.1	0.2	2.86	25	67.2	8.34
19/09/85	Filo de Caballo	EW	8.1	0.2	3.0	31	69.2	9.15
25/04/89	Los magueyes	EW	6.9	0.1	3.9	9	7.34	0.66
25/04/89	Los magueyes	NS	6.9	0.1	3.0	8	7.25	1.46
30/09/99	Mezcala	NS	7.5	0.2	2.7	36	9.90	1.27
30/09/99	Mezcala	EW	7.5	0.2	4.4	37	12.3	1.12

Las figura 2.16 muestra los espectros elásticos de energía de entrada de los acelerogramas considerados, se observa que los registros tienen un espectro elástico de energía de entrada de banda ancha.

La figura 2.17 muestra los espectros de Fourier de los acelerogramas listados en la tabla 2.1 así como los espectros de los ruidos blancos equivalentes asociados a cada registro. Se observa claramente que todos los registros son de banda ancha.

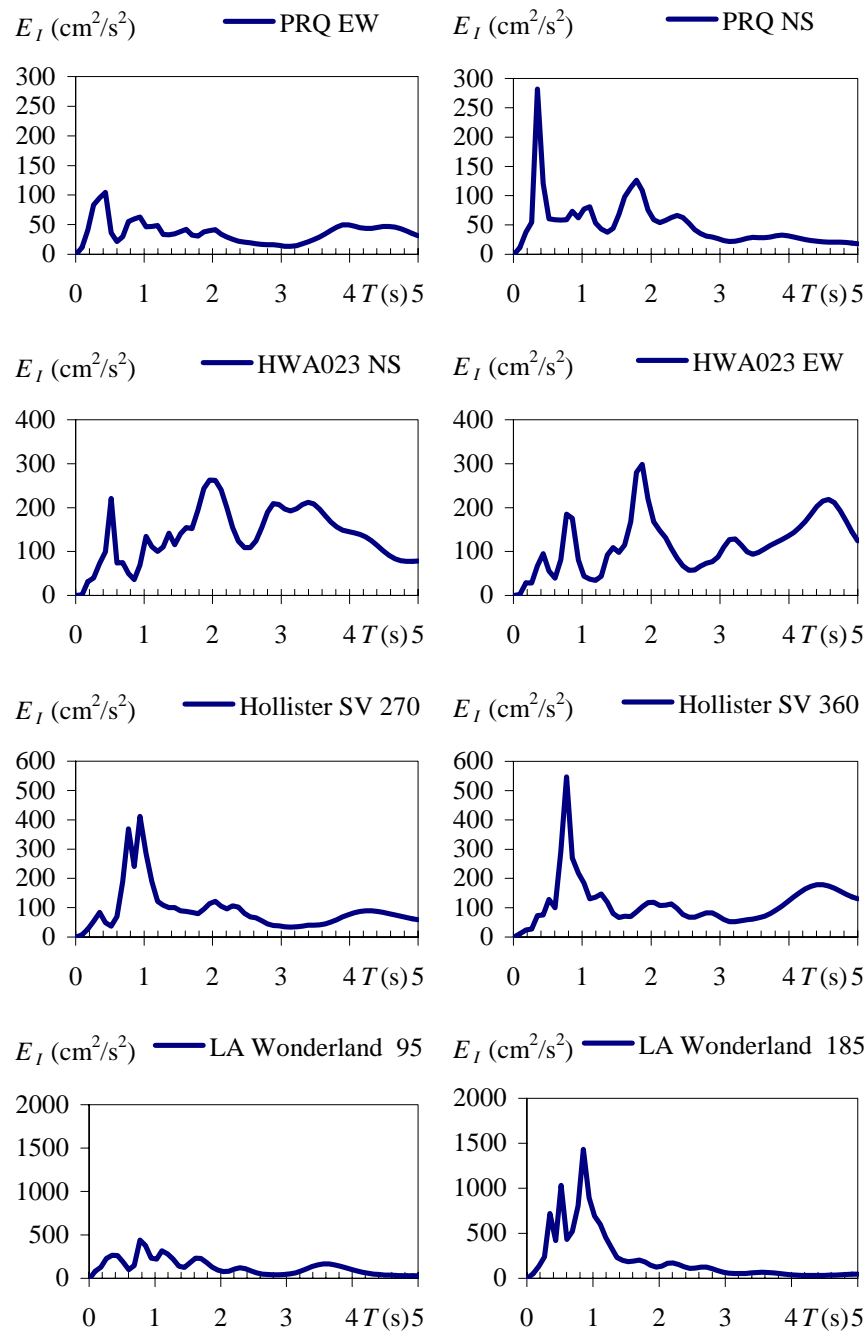


Figura 2.16 Espectros elásticos de energía de entrada para los acelerogramas de banda ancha considerados,  $\xi=0.05$ .

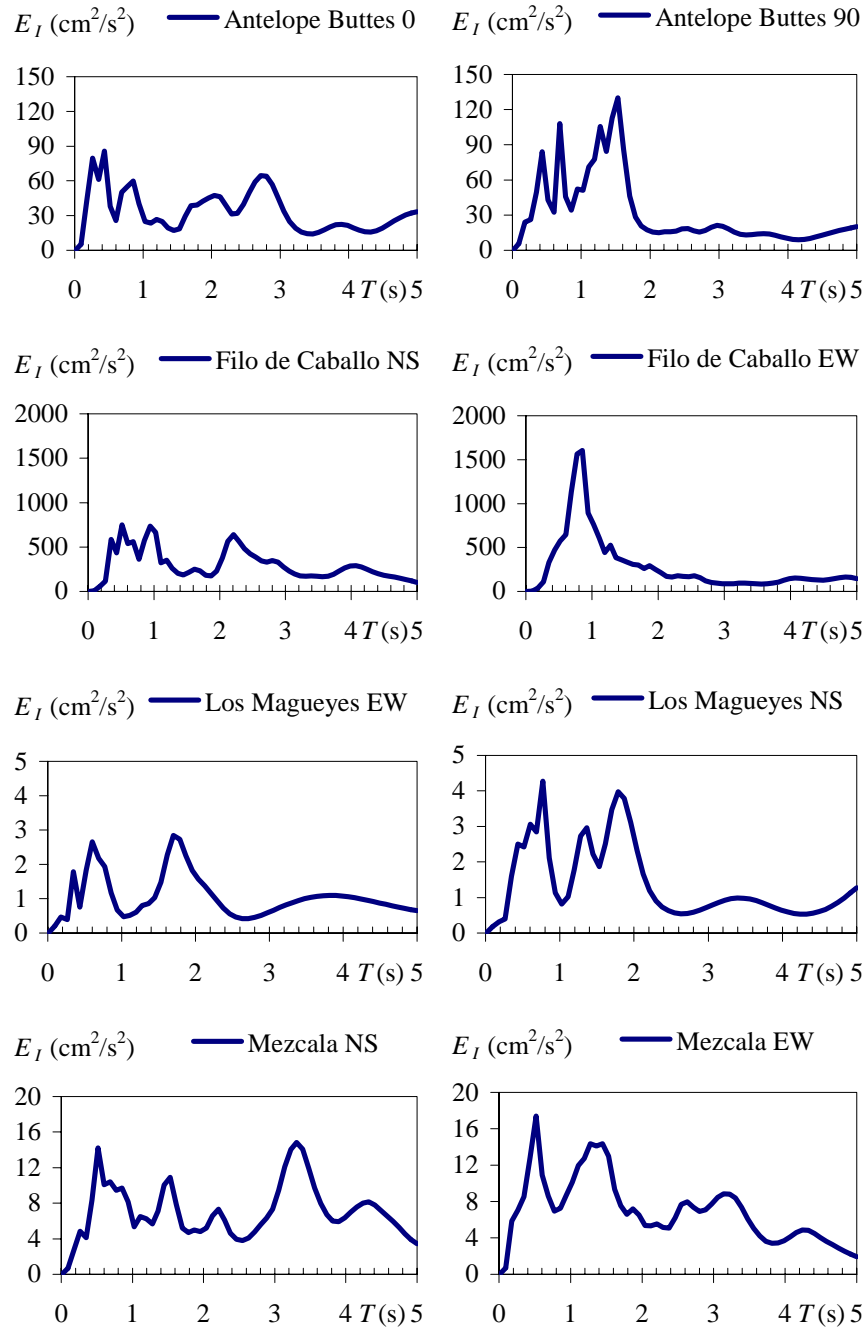


Figura 2.16 Continua

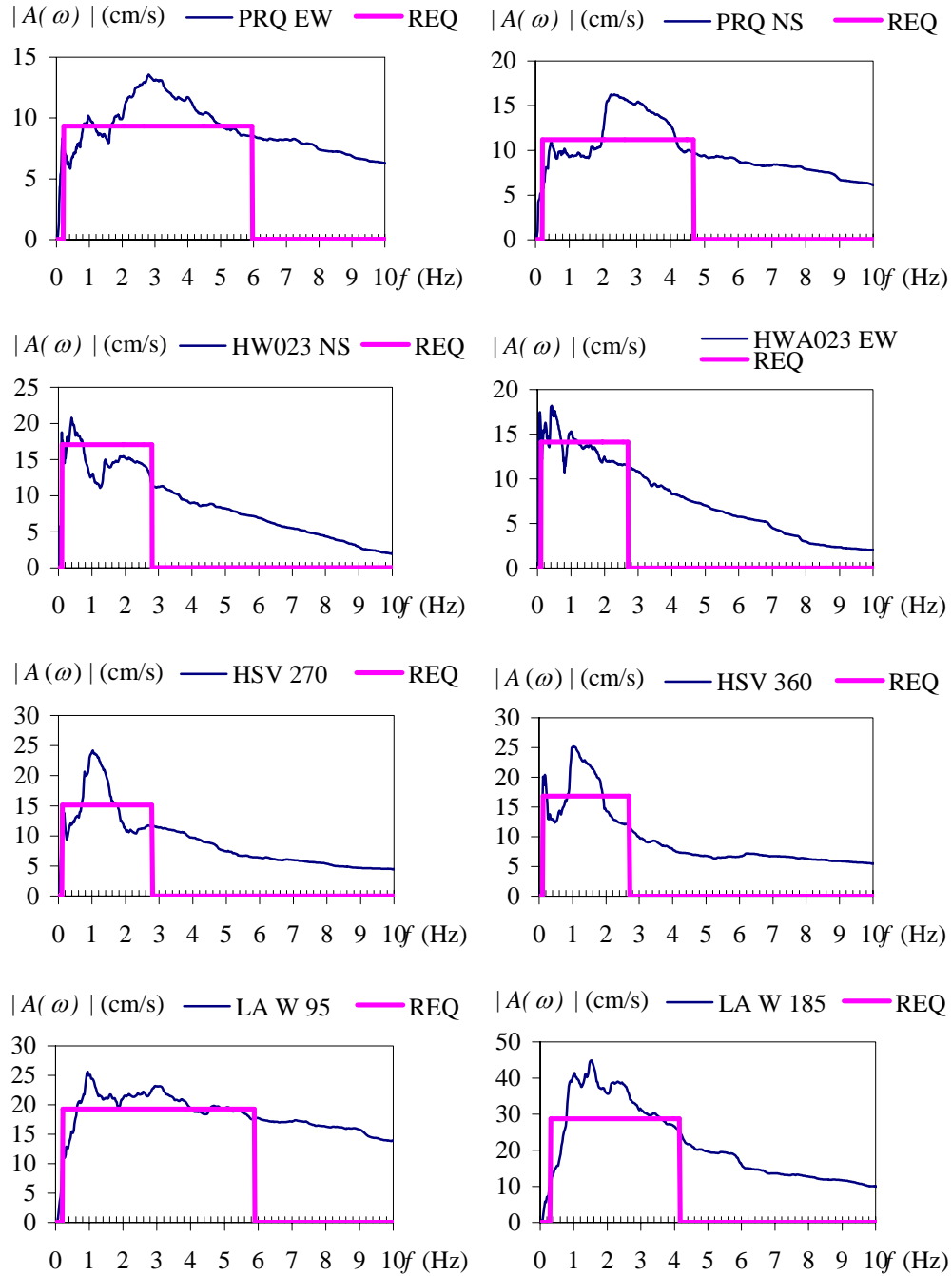


Figura 2.17 Espectros de amplitudes de Fourier de los acelerogramas utilizados y de los ruidos blancos equivalentes considerados.

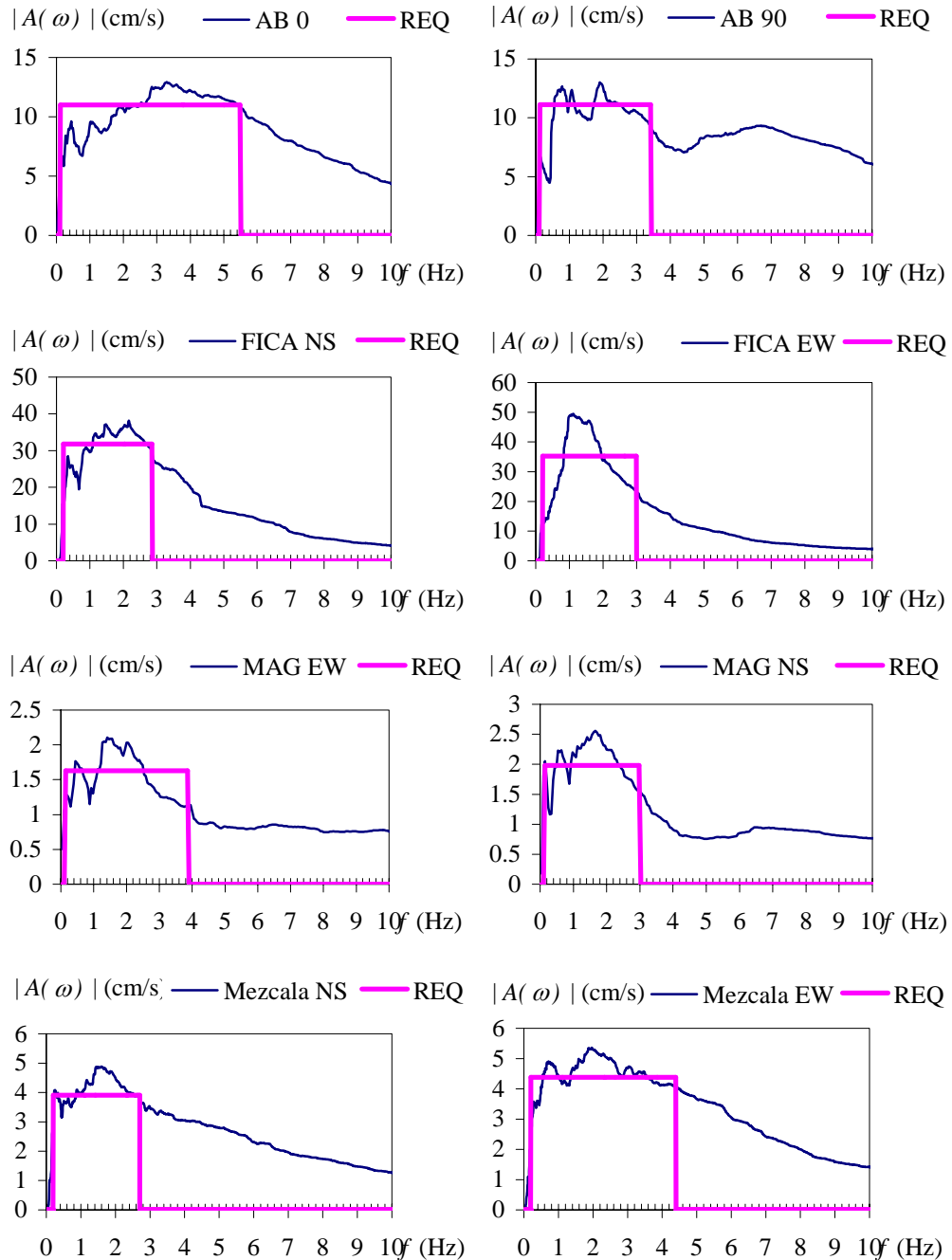


Figura 2.17 (Continua)

Los resultados obtenidos con la metodología propuesta se compararon con resultados obtenidos mediante dos reglas para estimar las demandas de energía histerética por unidad de masa ( $E_{H\mu}$ ) en S1GL, obtenidas mediante análisis estadísticos, desarrolladas por otros investigadores. Las reglas consideradas fueron:

a) Fajfar y Vidic (1992) para estimar la demanda de ( $E_{H\mu}$ ) en S1GL bilineales con diez por ciento de endurecimiento por deformación propusieron la siguiente expresión.

$$E_{H\mu} = \left( \frac{\gamma \mu SA}{R_\mu \omega_0} \right)^2 \quad (2.61)$$

donde  $SA$  es la pseudoaceleración,  $\mu$  es la demanda máxima de ductilidad y  $\gamma$  está definido por:

$$\gamma = z_T z_\mu z_g \quad (2.62)$$

$$z_T = \begin{cases} 0.90 & \text{Si } T \leq T_1 \\ 0.90 - 0.25 \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} & \text{Si } T_1 \leq T \leq T_2 \\ 0.65 & \text{Si } T \geq T_2 \end{cases} \quad (2.63)$$

$$z_\mu = \frac{(\mu - 1)^{c_\mu}}{\mu} \quad (2.64)$$

$$z_g = \left( \frac{\int a(t)^2 dt}{PGA PGV} \right)^{c_g} \quad (2.65)$$

$$T_1 = 2\pi \frac{c_v PGV}{c_a PGA} \quad (2.66)$$

$$T_2 = 2\pi \frac{c_d PGD}{c_v PGV} \quad (2.67)$$

Para S1GL bilineales  $c_g = 0.4$ ,  $c_\mu = 0.7$  y  $c_a = c_v = 2$  y  $c_d = 1.8$  y  $A_{max}$ , PGV, PGD son la aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno, respectivamente.

b) Manfredi (2001) con base en el estudio de S1GL sujetos a 122 acelerogramas propuso la siguiente expresión para estimar  $E_{H\mu}$ :

$$E_{H\mu} = (\mu_c - 1) n_e \left( \frac{SA}{\omega_0} \right)^2 \left( \frac{1}{R_\mu} \right)^2 \quad (2.68)$$

$$n_e = 1 + 0.18 (R_\mu - 1)^{3/5} I_D \delta^{-1/6} \tau^{-1/2} \quad (2.69)$$

$$I_D = \frac{\int_0^{t_d} a(t)^2 dt}{A_{\max} PGV} \quad (2.70)$$

$$\tau = \begin{cases} \frac{T}{T_1} & \text{Si } T \leq T_1 \\ 1 & \text{Si } T > T_1 \end{cases} \quad (2.71)$$

$\mu_c$  es la ductilidad cíclica y para  $\xi=0.05$ ,  $\delta=1$ .

Para facilitar la aplicación de la propuesta de Manfredi la ductilidad cíclica se aproximó conforme:

$$\mu_c = \mu + 1 \quad (2.72)$$

La ecuación (2.72) resulta en una buena estimación de la ductilidad cíclica si la curva fuerza-desplazamiento del oscilador tiende a permanecer simétrica respecto al origen. La figura 2.18 muestra la definición de  $\mu_c$  considerada. Para una fluencia cualquiera,  $\mu_c$  queda definida por:

$$\mu_c = 1 + \frac{x_2 - x_1}{X_f} \quad (2.73)$$

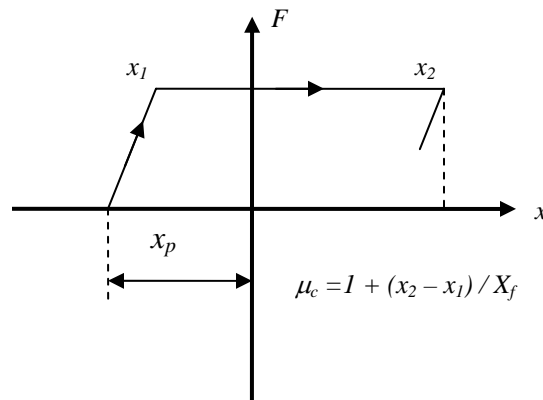


Figura 2.18. Definición de ductilidad cíclica considerada

donde  $x_1$  y  $x_2$  son los desplazamientos en los que se inicia y termina la fluencia respectivamente. Si  $x_2$  coincide con el desplazamiento máximo del oscilador el valor de  $\mu_c$  queda definido por:

$$\mu_c = 1 + \mu - \frac{x_1}{X_f} \quad (2.74)$$



Si el oscilador tiende a permanecer simétrico el valor esperado de  $x_1$  tiende a cero, y por lo tanto, en promedio el valor de  $\mu_c$  queda definido por la ecuación (2.72).

Se calcularon los espectros de energía para los movimientos considerados en la muestra y se compararon con los valores obtenidos con las dos propuestas mencionadas anteriormente y el procedimiento propuesto en este trabajo. Se consideraron valores de  $T$  de 0.1 a 5 segundos y de  $\mu$  de 1.5, 2, 3, 4 y 6.

Para ejemplificar los resultados obtenidos la figura 2.19 muestra una comparación entre los espectros de  $E_{H\mu}$  para el acelerograma LA Wonderland 95 (LA W 95) y los obtenidos con las propuestas consideradas.

La figura 2.19 se muestra sólo con fines cualitativos pues la comparación del nivel de exactitud entre las propuestas consideradas se realizó calculando el error logarítmico promedio para cada propuesta considerada, conforme a:

$$\varepsilon_{\ln} = \sqrt{\frac{1}{qmp} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p \left( \ln \left( \frac{E_{H\mu}}{\overline{E_{H\mu}}} \right) \right)^2} \quad (2.75)$$

donde  $q$ ,  $m$ ,  $p$  son el número de acelerogramas, el número de ductilidades y el número de periodos considerados y  $\overline{E_{H\mu}}$  es el valor estimado de  $E_{H\mu}$ .

La figura 2.20 compara los errores logarítmicos promedio asociados a las diferentes propuestas consideradas para estimar  $E_{H\mu}$ . Como puede observarse, para los 16 registros considerados el procedimiento aquí presentado conduce al menor error logarítmico promedio, a pesar de que no se realizó ninguna regresión estadística para minimizar el error.

El error promedio mas grande se obtiene al utilizar la propuesta de Fajfar, aunque debe reconocerse que esta formulación fue desarrollada para sistemas con endurecimiento por deformación y aquí se aplicó a osciladores elastoplásticos perfectos.

El error promedio tiende a permanecer constante para la propuesta de Fajfar mientras que para la expresión de Manfredi y la desarrollada en este trabajo el nivel de error disminuye al aumentar la ductilidad, como se muestra en la figura 2.21.

En el método propuesto el error tiende a disminuir al aumentar la demanda ductilidad, debido a que al disminuir la resistencia se incrementa el número de fluencias en el oscilador. Al aumentar el número de fluencias la respuesta del oscilador se asemeja más al proceso que dio origen a la solución propuesta.

Para complementar estas observaciones la figura 2.22 muestra los errores logarítmicos, promedio como función del periodo, asociados a las diferentes propuestas consideradas.

Se observa que para bajas demandas de ductilidad a partir de un periodo de 0.5 segundos el error tiende a ser independiente del periodo para la metodología propuesta y para la ecuación de Manfredi. Para ductilidades altas a partir de 0.5 segundos el error aumenta ligeramente conforme se incrementa el periodo.

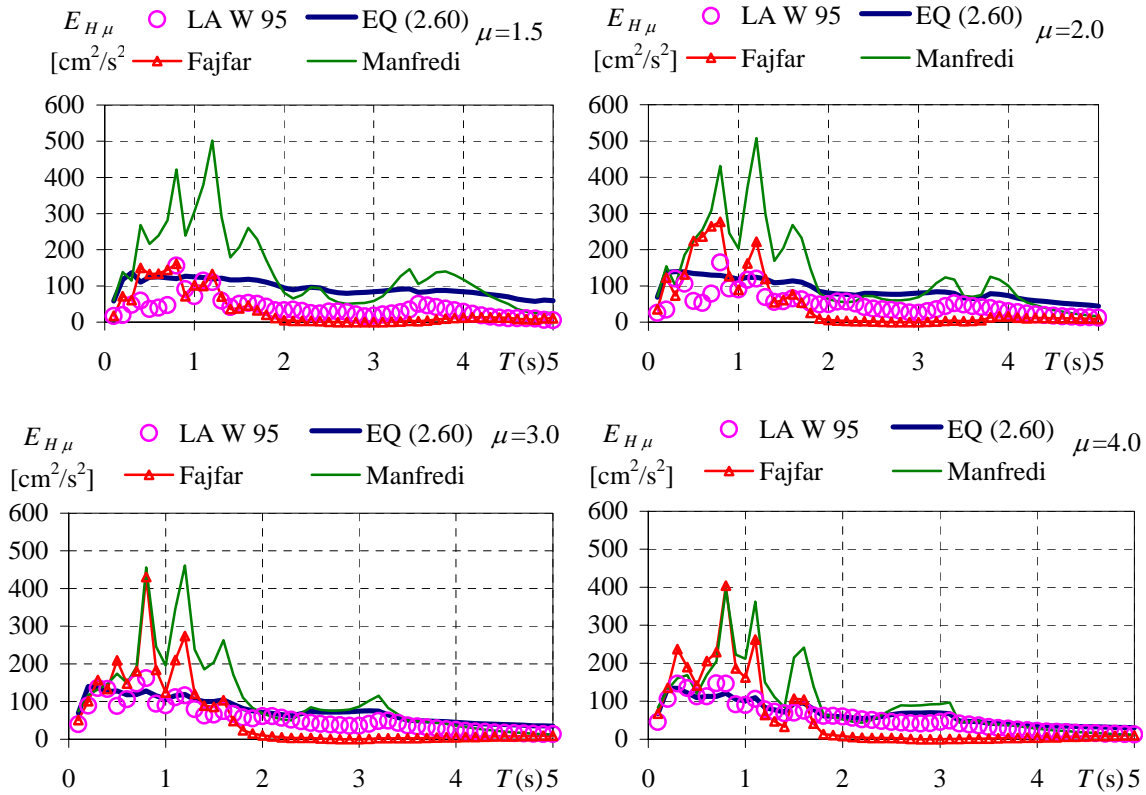


Figura 2.19 Comparación entre diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$  para el acelerograma LA W 95,  $\xi=0.05$ .

Mientras que los errores asociados a la propuesta de Fajfar muestran una variación con el periodo, especialmente en la zona de periodos largos.

Para periodos menores a 0.5 segundos el error asociado a la metodología propuesta tiende a aumentar en forma considerable. Esto es debido a que dichos periodos tienden a acercarse al límite de la banda de los acelerogramas de la muestra considerada.

Las medidas de error mostradas en las figuras 2.20, 2.21 y 2.22 permiten evaluar la magnitud del nivel de error asociado a las diferentes estimaciones consideradas. Sin embargo, no permiten establecer si dichas estimaciones sobrestiman o subestiman sistemáticamente a las demandas de energía.

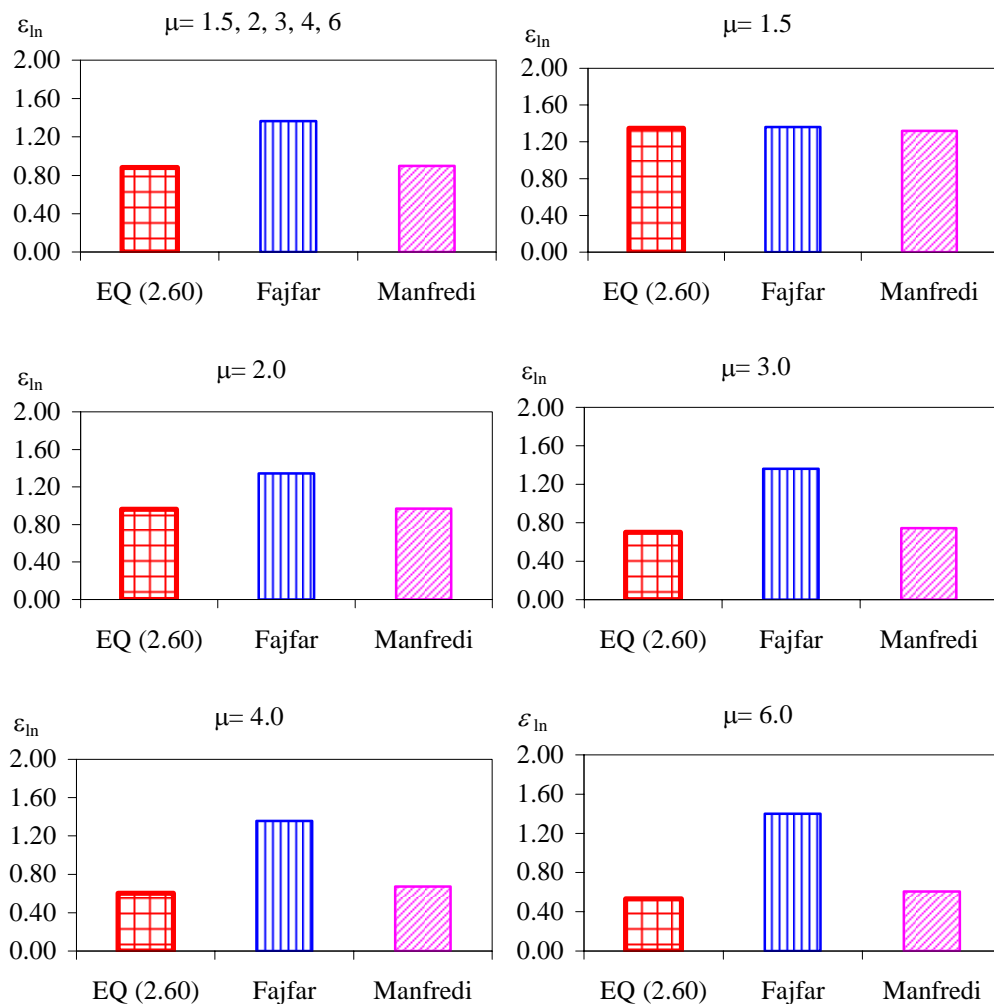


Figura 2.20. Errores logarítmicos promedio asociados a diferentes propuestas para estimar  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$ .

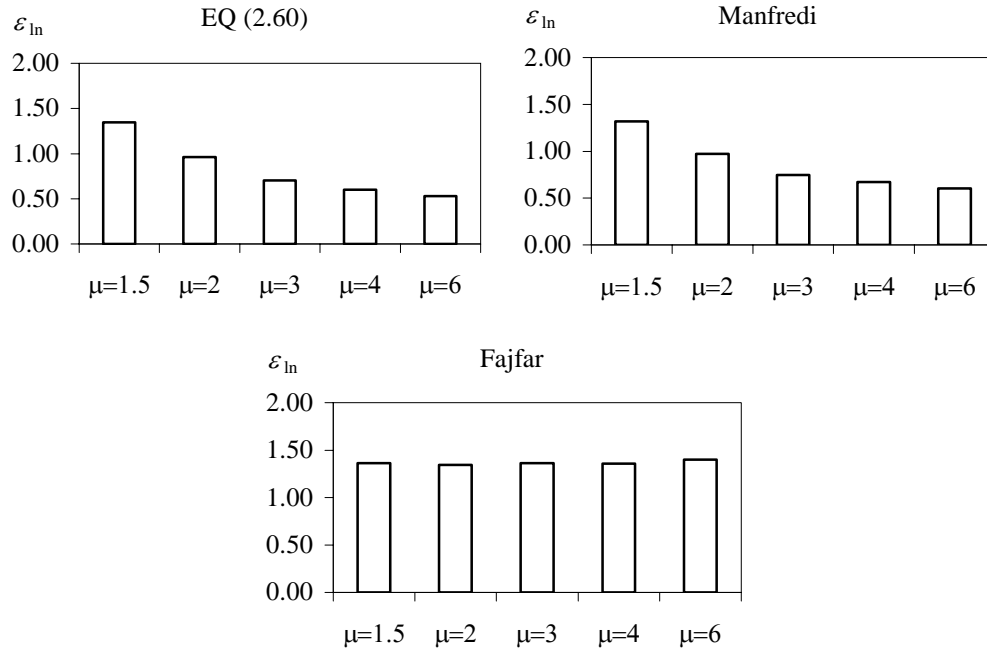


Figura 2.21 Errores logarítmicos promedio como función de la ductilidad para diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

Para definir si las propuestas estudiadas sobrestiman o subestiman a las demandas de energía se utilizó otra medida de error, el valor medio del logaritmo natural de la relación entre el valor observado y el valor estimado ( $\varepsilon$ ) definido en la ecuación (2.76).

$$\varepsilon = \frac{1}{qmp} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p \ln \left( \frac{E_{H\mu}}{\overline{E_{H\mu}}} \right) \quad (2.76)$$

donde  $q$ ,  $m$ ,  $p$  son el número de acelerogramas, el número de ductilidades y el número de periodos considerados y  $\overline{E_{H\mu}}$  es el valor estimado de  $E_{H\mu}$ .

De acuerdo a la ecuación (2.76) se tendrá un valor de  $\varepsilon$  negativo cuando las estimaciones tiendan a sobrestimar sistemáticamente a  $E_{H\mu}$ , mientras que e tendrá un valor positivo cuando las estimaciones subestimen sistemáticamente a  $E_{H\mu}$ .

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 2.23, la ecuación (2.60) tiende a sobrestimar sistemáticamente a  $E_{H\mu}$ , excepto para periodos entre 1 y 2 segundos y demandas de ductilidad de 4 y 6 donde se observa una ligera subestimación de  $E_{H\mu}$ .

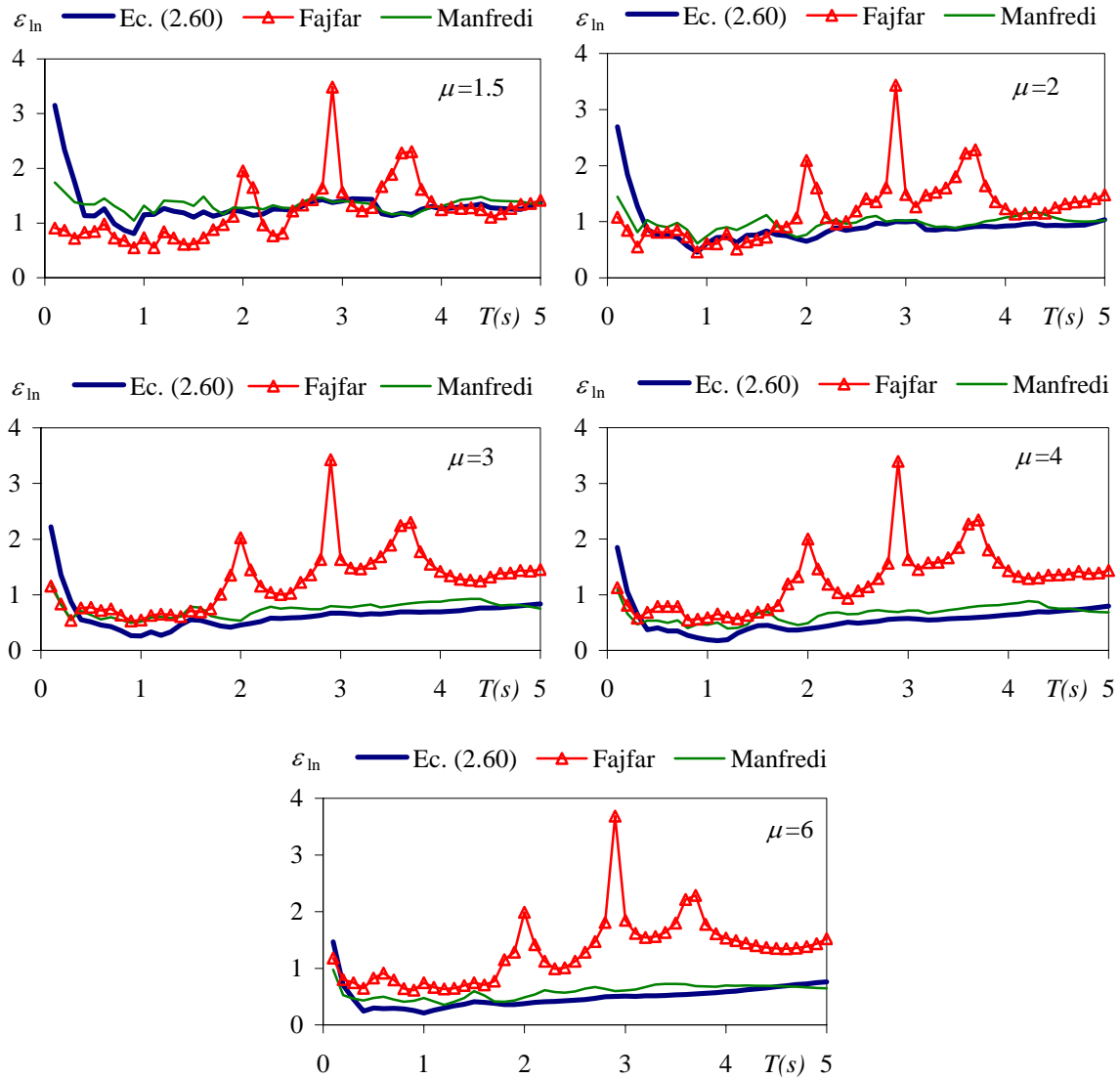


Figura 2.22 Errores logarítmicos promedio como función del periodo para diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

También se observa que la propuesta de Manfredi sobrestima sistemáticamente a  $E_{H\mu}$  en todos los casos considerados. En general, se observan tendencias similares en los valores de  $\varepsilon$  para la propuesta de Manfredi y la ecuación (2.60).

Para la propuesta de Fajfar se observan diferentes tendencias, para periodos menores a dos segundos su propuesta tiende a sobrestimar sistemáticamente a  $E_{H\mu}$ , mientras que para periodos mayores a dos segundos dicha propuesta subestima sistemáticamente a  $E_{H\mu}$ .

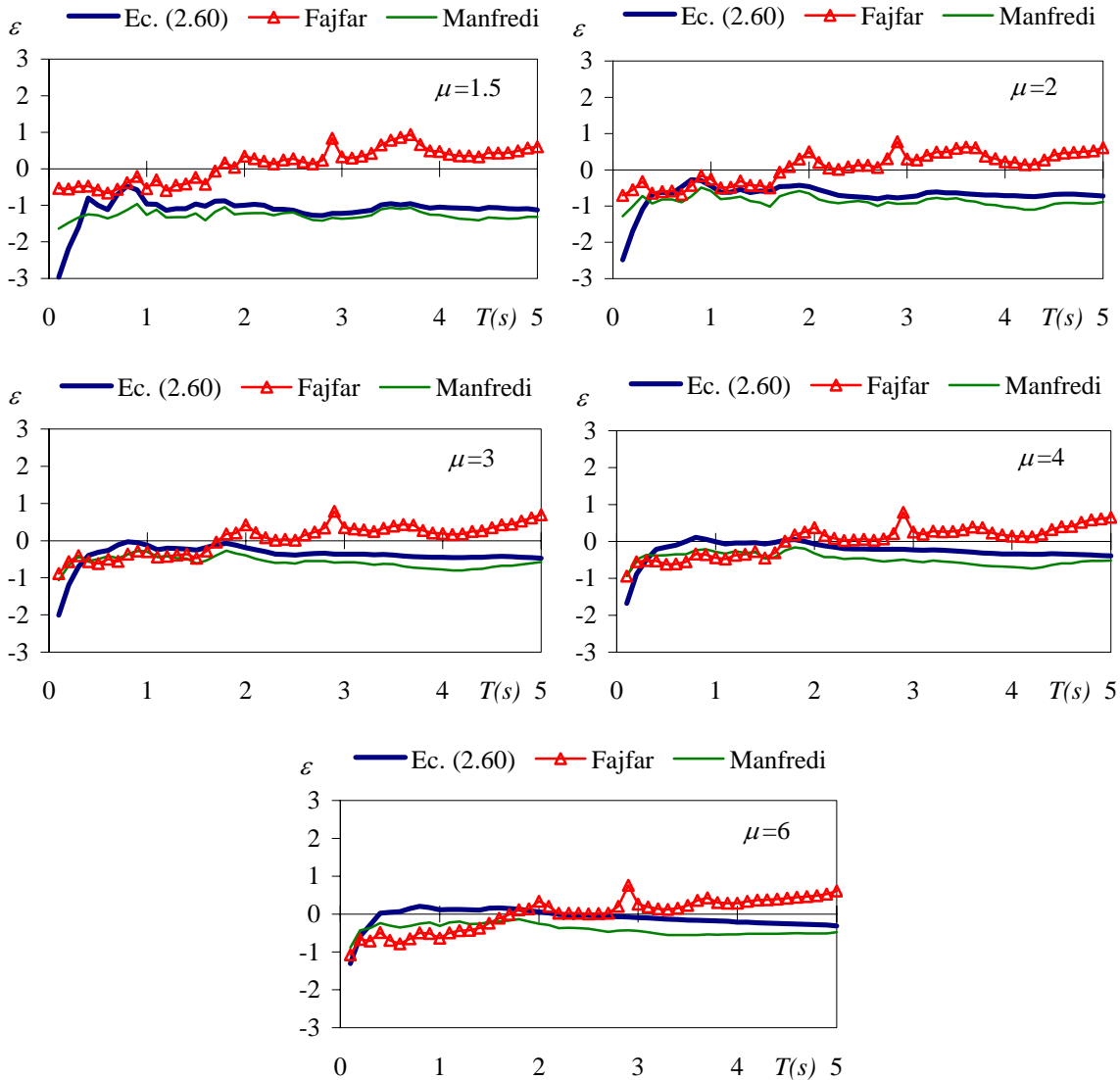


Figura 2.23 Valores medios de la relación entre valores observados y estimados como función del periodo para diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

Para evaluar el efecto de los resultados descritos en los párrafos anteriores se decidió comparar el promedio de los espectros de  $E_{H\mu}$  de los 16 acelerogramas mostrados en la tabla 2.1 con el promedio de los espectros de  $E_{H\mu}$  obtenidos con las diferentes propuestas consideradas. Para realizar la comparación todos los acelerogramas fueron escalados para que todos tuvieran una velocidad máxima ( $v_{gmax}$ ) de 11.8 cm/s, que corresponde al acelerograma con la velocidad más grande de la muestra.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 2.24. Como se observa, la ecuación (2.60) sobrestima considerablemente a los valores de  $E_{H\mu}$ , tal como se había mostrado en las figuras 2.20 a 2.22, para valores de  $\mu$  de 1.5 y 2. Para valores mayores de  $\mu$  la ecuación (2.60) conduce a buenas estimaciones razonables de  $E_{H\mu}$ . Conforme a lo mostrado en la figura 2.24, la aproximación mejora considerablemente al aumentar el valor de  $\mu$ .

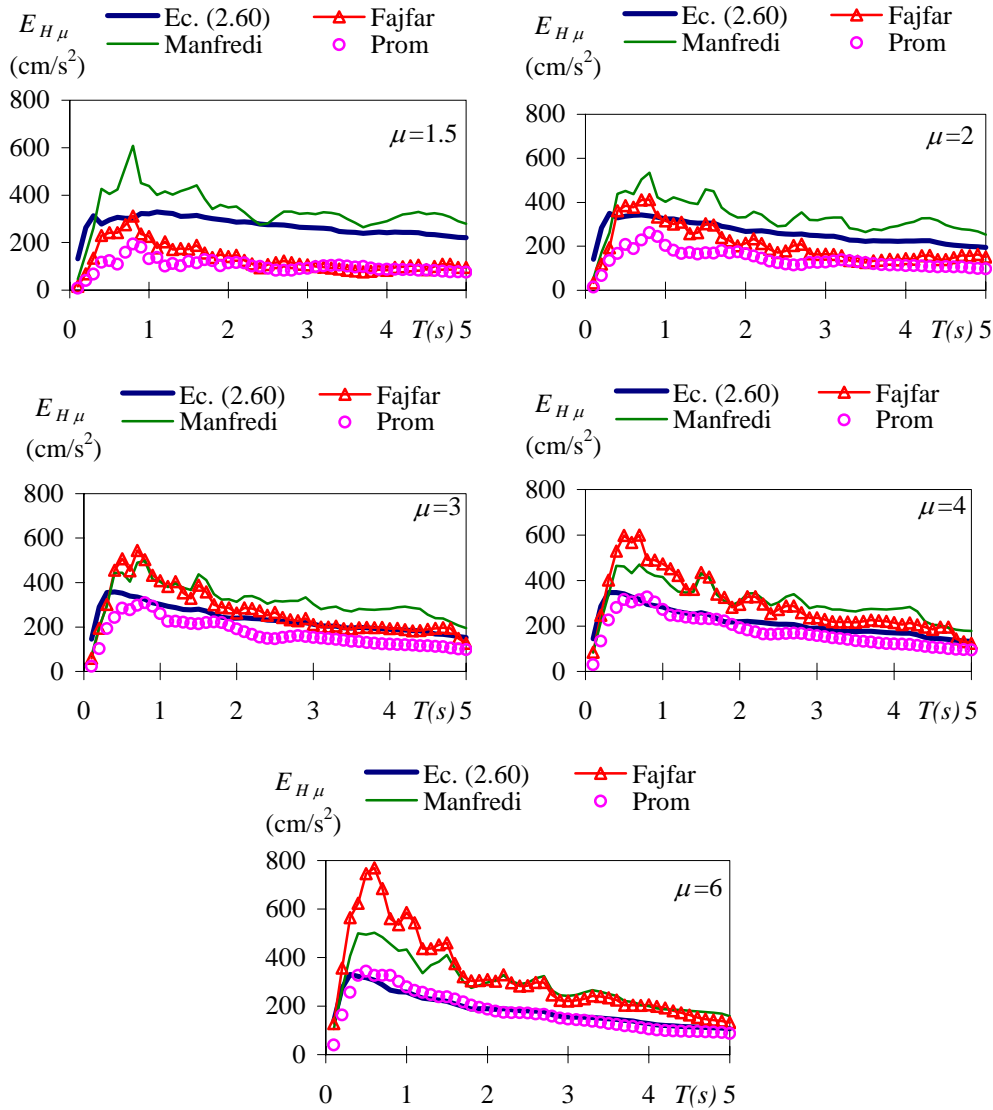


Figura 2.24 Comparación entre diferentes espectros de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

Tendencias similares se observan para la propuesta de Manfredi, aunque esta propuesta sobrestima siempre el valor de  $E_{H\mu}$ .

La propuesta de Fajfar conduce a estimaciones razonables de  $E_{H\mu}$  para ductilidades bajas, mientras que para ductilidades altas su aproximación disminuye notablemente, especialmente en la zona de periodos entre 0.5 y 1.5 segundos.

La figura 2.25 muestra la misma información que la figura 2.24, pero los resultados se presentan agrupados por propuesta. La figura 2.25 permite observar diferencias importantes entre las propuestas consideradas, en lo que respecta al efecto de  $\mu$  en los valores de  $E_{H\mu}$ .

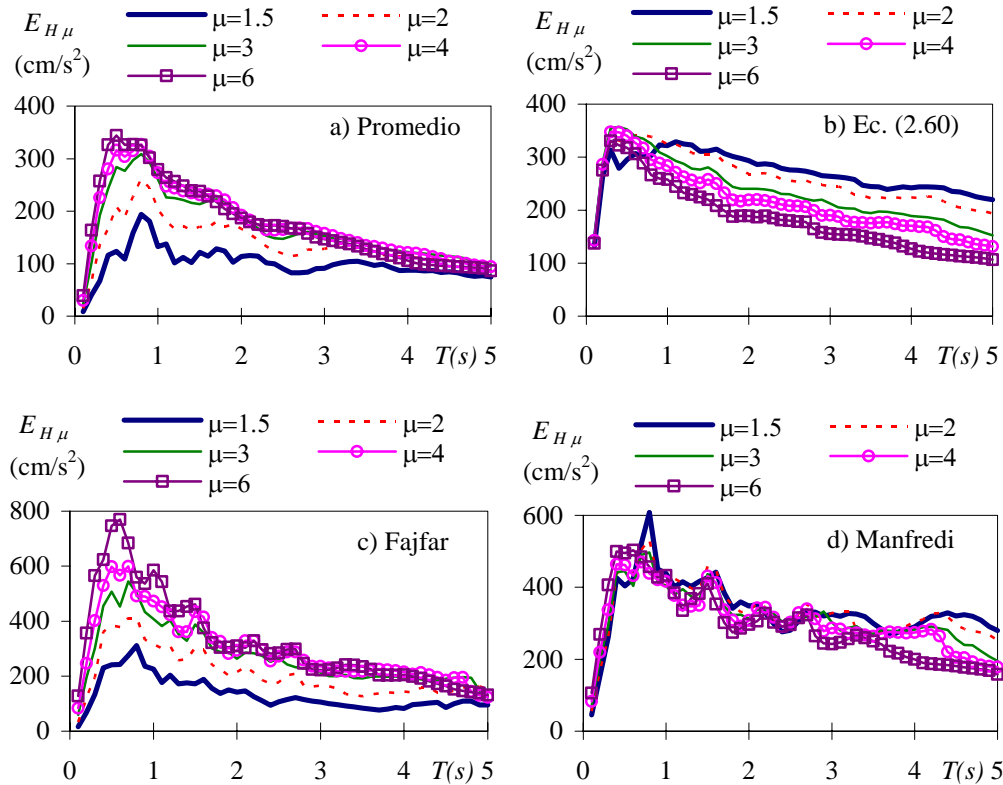


Figura 2.25 Comparación entre diferentes espectros de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

En la figura 2.25 a), que corresponde al promedio de los espectros de  $E_{H\mu}$  de la muestra, se observan las siguientes tendencias en lo que respecta al efecto de  $\mu$  en los valores de  $E_{H\mu}$ :

- 1) Los valores de  $E_{H\mu}$  para  $\mu=1.5$  siempre son los menores respecto a otros valores de  $\mu$ .
- 2) En el intervalo de periodos entre 0 y 3.5 segundos se observa que conforme aumenta el valor de  $\mu$  los valores de  $E_{H\mu}$  también se incrementan.
- 3) En la zona de periodo largo, los valores mayores de  $E_{H\mu}$  corresponden a  $\mu=3$  y  $\mu=2$ , mientras que se observan valores menores de  $E_{H\mu}$  para  $\mu=4, 6$ . El menor valor corresponde a  $\mu=1.5$ .

Entre las propuestas consideradas, la que mejor reproduce a las tendencias descritas en el párrafo anterior es la propuesta de Fajfar, como puede observarse en la figura 2.25 c), aunque es la que corresponde al mayor nivel de error, como se ha mostrado anteriormente.

La ecuación (2.60) y la propuesta de Manfredi reproducen a las tendencias observadas sólo a partir de  $\mu=3$ , como se observa en las figuras 2.25 b) y d). Para valores menores de  $\mu$  estas propuestas sobrestiman considerablemente a los valores de  $E_{H\mu}$  y por lo tanto sus estimaciones contradicen a las tendencias observadas en la muestra de acelerogramas utilizada. Sin embargo, tal como se ha mostrado estas propuestas tienen un mejor nivel de aproximación que el obtenido con la propuesta de Fajfar.



Con base en lo discutido en esta sección puede considerarse que las tres propuestas estudiadas conducen a estimaciones semejantes de  $E_{H\mu}$ .

Para valores de  $\mu$  de 1.5 y 2 la propuesta de Fajfar conduce a las mejores estimaciones, mientras que para valores de  $\mu$  de 3, 4, y 6 la ecuación (2.60) y la propuesta de Manfredi tienen mejor aproximación. Debe tenerse en cuenta que las demandas de  $E_{H\mu}$  son más importantes para el comportamiento de un sistema bajo una excitación sísmica conforme aumenta el valor de  $\mu$ .

Cabe mencionar que las propuestas Fajfar y Manfredi tienen la ventaja de que su aplicación práctica es más sencilla que la de la metodología propuesta. Sin embargo, la metodología propuesta requiere de menos información para su aplicación.

Para aplicar las ecuaciones de Fajfar y Manfredi es necesario conocer:

- 1) El periodo del oscilador.
- 2) La resistencia de fluencia del oscilador por unidad de masa ( $SA/R_\mu$ ).
- 3) La demanda de ductilidad máxima del oscilador.
- 4) La aceleración máxima del terreno.
- 5) La velocidad máxima del terreno.
- 6) El desplazamiento máximo del terreno.
- 7) El valor de  $\int a(t)^2 dt$

En cambio la aplicación de la metodología propuesta requiere conocer:

- 1) El periodo del oscilador.
- 2) La resistencia de fluencia del oscilador.
- 3) El espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del movimiento del suelo.

La metodología propuesta sólo requiere del espectro de amplitudes de Fourier, dicho espectro puede ser obtenido directamente de un acelerograma, o bien, mediante reglas semi-empíricas basadas en modelos sismológicos teóricos como función de una magnitud y una distancia al epicentro (Boore, 1983).

Para el caso de las propuestas de Fajfar y Manfredi los parámetros requeridos para su aplicación pueden ser obtenidos directamente de un acelerograma, o mediante leyes de atenuación para calcular la aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno y el valor de  $\int a(t)^2 dt$  puede ser obtenido del espectro de amplitudes de Fourier conforme a la ecuación (2.77).

$$\int_0^{dur} a(t)^2 dt = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |A(\omega)|^2 d\omega \quad (2.77)$$

La ventaja del método presentado es que requiere de menos parámetros en comparación con las otras expresiones consideradas.

El trabajo desarrollado en este capítulo muestra que toda la información necesaria para estimar la demanda de energía histerética de osciladores elastoplásticos sujetos a excitaciones sísmicas de banda ancha se encuentra contenida en el espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del terreno.

Es importante mencionar que la metodología presentada es aplicable sólo a movimientos de banda ancha, como los mostrados en la figura 2.17. Aspectos importantes a tratar en investigaciones futuras son: ampliar el caso de estudio a osciladores con otros comportamientos histeréticos, estudiar la aplicación a sistemas de varios grados de libertad y encontrar soluciones para otras formas de densidades espectrales de potencia.

# CAPÍTULO III

## DEMANDAS MÁXIMAS DE DESPLAZAMIENTO Y RESISTENCIA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A PULSOS SINUSOIDALES

### **3.1 CONSIDERACIONES INICIALES**

En este capítulo se presentan expresiones analíticas para estimar las demandas máximas de desplazamiento y resistencia de S1GL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales.

Los pulsos utilizados fueron corregidos con el fin de que proporcionaran una descripción realista del movimiento del terreno durante un evento sísmico.

Las ecuaciones no lineales de equilibrio, asociadas a los pulsos corregidos, fueron resueltas analíticamente y la solución obtenida se simplificó para facilitar su aplicación práctica.

La solución propuesta se utilizó para estimar las demandas máximas de resistencia y desplazamiento de osciladores elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta y los resultados se compararon con los obtenidos de expresiones obtenidas de estudios estadísticos. Se encontró que la expresión propuesta tiene un nivel de aproximación similar a las expresiones obtenidas de análisis estadísticos.

### **3.2 ESTUDIOS PREVIOS**

Desde finales de la década de los años cincuenta diferentes investigadores han estudiado la respuesta de S1GL sujetos a pulsos: Jacobsen y Ayre (1958) estudiaron la respuesta elástica de S1GL sujetos a pulsos con diferentes formas, Biggs y Veletos (1964) estudiaron la respuesta inelástica de S1GL sujetos a pulsos simples.

Reinoso *et al.* (2000) identificaron que un producto de dos funciones sinusoidales puede usarse para representar al acelerograma SCT-EO y calcular las demandas elásticas e inelásticas de distorsión de entrepiso en sistemas de varios grados de libertad.

Recientemente, Cuesta y Aschheim (2001) identificaron que un pulso sinusoidal de cinco medios ciclos de duración puede estimar el factor de reducción de resistencia para S1GL sujetos a acelerogramas registrados en la zona del Lago del Distrito Federal. Sin embargo, como se mostrará mas adelante, sus resultados están fuertemente influidos por los errores en la velocidad y en el desplazamiento del suelo que se obtienen al utilizar pulsos sinusoidales puros.

### **3.3 CONSIDERACIONES SOBRE EL USO DE PULSOS SINUSOIDALES COMO MODELO DE UNA EXCITACIÓN SÍSMICA**

En este capítulo se considera que el movimiento del suelo puede caracterizarse mediante pulsos sinusoidales, hipótesis que es aplicable a acelerogramas registrados en suelos blandos.

Al utilizar pulsos sinusoidales para simular el movimiento del suelo, durante una excitación sísmica, se deben cuidar algunos aspectos importantes que se describen a continuación.

Considere el siguiente pulso sinusoidal:

$$a(t) = A_{\max} \sin(\Omega t) \quad (3.1)$$

Donde:  $A_{\max}$  es la aceleración máxima del suelo,  $\Omega$  es la frecuencia predominante del suelo,  $t$  es el tiempo y  $a(t)$  es la aceleración de suelo como función del tiempo.

Para un S1GL con periodo de vibración largo desplazamiento inelástico (o elástico) es prácticamente equivalente al desplazamiento del suelo, es decir la doble integral de la ecuación (3.1).

Si se utiliza un pulso sinusoidal simple, con condiciones iniciales cero, como modelo para la aceleración del suelo, la velocidad y el desplazamiento del suelo adoptan formas poco realistas (como puede observarse en el figura 3.1): la velocidad del suelo es siempre positiva y el desplazamiento del suelo tiende a infinito al incrementarse el tiempo.

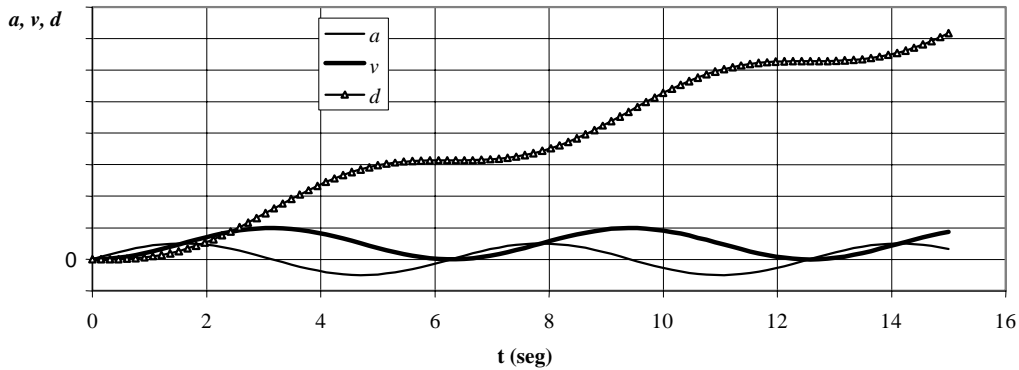


Figura 3.1 Aceleración, velocidad y desplazamiento para un pulso sinusoidal simple

La ecuación (3.1) debe corregirse para evitar la falta de realismo en sus integrales respecto al tiempo, lo cual se realiza mediante dos movimientos correctivos (antes del pulso y después del pulso) propuestos por Tarquis (1988). Los movimientos correctivos deben ser tales que se cumplan con las siguientes condiciones de frontera:

- El movimiento correctivo inicial no debe producir aceleraciones ni desplazamientos mayores que los máximos que se presentan en el pulso sinusoidal.
- Debe existir continuidad entre el movimiento correctivo inicial y el pulso sinusoidal en desplazamiento ( $x_g$ ), velocidad ( $v_g$ ) y aceleración ( $a_g$ ).
- Las condiciones iniciales del movimiento correctivo inicial deben ser cero.
- Al final del movimiento del suelo la velocidad y la aceleración deben ser cero, el desplazamiento será cero si no se presenta deformación permanente en el suelo, tal como se considera en este estudio.
- Debe existir continuidad entre el movimiento correctivo final y el pulso (las condiciones iniciales del movimiento correctivo final son los valores del desplazamiento, velocidad y aceleración al final del pulso).

- Durante el movimiento correctivo final no se deben exceder el valor de la aceleración máxima y del desplazamiento máximo del pulso.

De acuerdo a las condiciones anteriores se consideró que el desplazamiento del suelo queda descrito por:

$$x_g(t) = \begin{cases} a_1 + a_2t + a_3t^2 + a_4t^3 + a_5t^4 + a_6t^5 & \text{si } t \leq t_0 \\ -\frac{A_{\max}}{\Omega^2} \text{sen}(\Omega(t-t_0)) & \text{si } t_0 < t \leq t_0 + nT_g \\ b_1 + b_2t_m + b_3t_m^2 + b_4t_m^3 + b_5t_m^4 + b_6t_m^5 & \text{si } t_0 + nT_g < t < t_0 + nT_g + t_1 \end{cases} \quad (3.2)$$

Donde:

$$T_g = \frac{2\pi}{\Omega} \quad (3.3)$$

es el periodo predominante de la excitación y  $n$  es el número de ciclos sinusoidales considerado. Con base en las condiciones de frontera discutidas anteriormente, los siguientes valores de los parámetros de la ecuación (3.2) fueron determinados:

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0 \quad (3.4)$$

$$a_4 = \frac{4A_{\max}}{\Omega t_0^2} \quad (3.5)$$

$$a_5 = \frac{-7A_{\max}}{\Omega t_0^3} \quad (3.6)$$

$$a_6 = \frac{3A_{\max}}{\Omega t_0^4} \quad (3.7)$$

$$t_m = t - t_0 - nT_g \quad (3.8)$$

$$b_1 = x_g(t = t_0 + nT_g) \quad (3.9)$$

$$b_2 = v_g(t = t_0 + nT_g) \quad (3.10)$$

$$b_3 = \frac{a_g(t = t_0 + nT_g)}{2} \quad (3.11)$$

$$b_4 = -\frac{3b_3t_1^2 + 6b_2t_1 + 10b_1}{t_1^3} \quad (3.12)$$

$$b_5 = \frac{3b_3t_1^2 + 8b_2t_1 + 15b_1}{t_1^4} \quad (3.13)$$

$$b_6 = -\frac{b_3 t_1^2 + 3b_2 t_1 + 6b_1}{t_1^5} \quad (3.14)$$

$$t_0 = t_1 = 0.7162T_g \quad (3.15)$$

De acuerdo a Tarquis (1988) el valor de  $t_0$  se encuentra en el intervalo entre  $0.627T_g$  y  $0.8053T_g$ ; en este estudio se consideró un valor intermedio de  $0.716T_g$ .

Conforme la ecuación (3.2) la duración total del movimiento es:

$$t_{tot} = t_0 + nT_g + t_1 \quad (3.16)$$

En este trabajo la duración del pulso se define como el número de ciclos ( $n$ ) de  $T_g$  segundos considerado en la ecuación (3.16).

Las fórmulas para calcular la velocidad y la aceleración del pulso se obtienen al derivar la ecuación (3.2) con respecto al tiempo. Se puede demostrar que la velocidad y la aceleración máximas del pulso están definidas por:

$$v_{g \max} = \frac{A_{\max}}{\Omega} \quad (3.17)$$

$$x_{g \max} = \frac{A_{\max}}{\Omega^2} \quad (3.18)$$

La figura 3.2 muestra un esquema del pulso corregido, claramente puede apreciarse el efecto de los movimientos correctivos. Conforme a lo discutido en esta sección se concluye que el uso de movimientos correctivos conduce a una representación más realista del movimiento del suelo durante excitaciones sísmicas que la que se obtiene con pulsos sinusoidales simples.

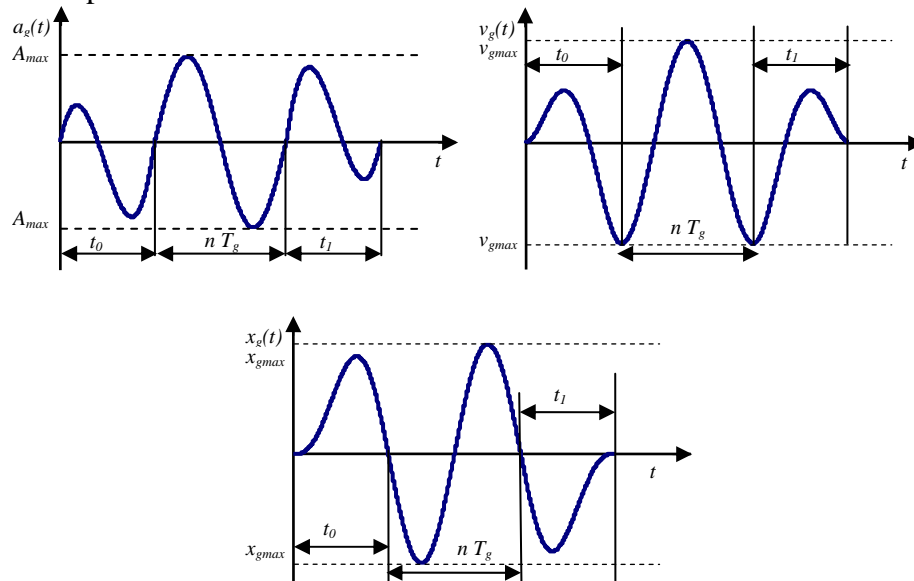


Figura 3.2. Aceleración, velocidad y desplazamiento para un pulso sinusoidal corregido

### 3.4 EFECTO DE LOS MOVIMIENTOS CORRECTIVOS EN LA RESPUESTA DINÁMICA DE S1GL ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A PULSOS SINUSOIDALES

Para estudiar el efecto que los movimientos correctivos definidos en la sección tienen en la respuesta dinámica de S1GL se calcularon espectros de resistencia normalizada y de desplazamiento normalizado para pulsos simples y corregidos. La resistencia normalizada se define por:

$$\eta = \frac{F}{m A_{\max}} \quad (3.19)$$

Donde  $F$  y  $m$  son la resistencia de fluencia y la masa del sistema respectivamente; mientras que el desplazamiento máximo del oscilador fue normalizado por el desplazamiento máximo del pulso, definido por la ecuación (3.18).

Además, se calcularon espectros del factor de reducción de resistencia  $R_{\mu}$  (definido como la relación entre la resistencia necesaria para garantizar comportamiento elástico y la resistencia requerida para obtener cierta demanda de ductilidad); y del factor  $C_{\mu}$  definido por Miranda (2000) como la relación entre el desplazamiento máximo inelástico y el desplazamiento máximo elástico para un determinado periodo y demanda de ductilidad.

$$C_{\mu} = \frac{x_{inelastico}}{SD} \quad (3.20)$$

Las figuras 3.3 y 3.4 muestran una comparación entre los espectros antes mencionados, asociados a un  $\xi$  de 0.05, para pulsos con duraciones de  $T_g$  segundos ( $n=1$ ) y  $4T_g$  segundos ( $n=4$ ). Las diferencias observadas son debidas a que para el pulso simple el desplazamiento se incrementa linealmente con el tiempo, mientras que para el pulso corregido el desplazamiento máximo del suelo es el definido por la ecuación (3.18).

Se observan diferencias importantes para periodos largos y para sistemas cerca de la resonancia para pulsos de corta duración. Las siguientes tendencias fueron identificadas:

- 1) Para periodos largos, los pulsos simples conducen a sobrestimaciones de  $\eta$  y de los desplazamientos normalizados, respecto a los pulsos corregidos. Los desplazamientos máximos obtenidos con los pulsos simples se incrementan con  $T$  y no tienden al desplazamiento máximo del pulso. Sin embargo, los pulsos corregidos conducen a espectros de desplazamiento razonables.
- 2) Para pulsos cortos ( $n=1$ ) los pulsos simples conducen a subestimaciones del espectro elástico de  $\eta$  y desplazamiento normalizado para sistemas con periodos cerca de la resonancia, respecto a los pulsos corregidos.
- 3) Para valores de  $T/T_g$  cercanos a la unidad los pulsos simples conducen a valores menores de  $R_{\mu}$  y a valores mayores de  $C_{\mu}$ ; las diferencias se incrementan conforme



el número de pulsos disminuye. El uso de factores  $R_\mu$  y  $C_\mu$  obtenidos de pulsos simples puede conducir a sobrestimaciones de la respuesta inelástica máxima para sistemas con periodo cercano a la resonancia sujetos a la acción de pulsos sinusoidales.

- 4) Para periodos largos, los pulsos simples conducen a valores menores de  $R_\mu$  y valores mayores de  $C_\mu$ . Nuevamente, los factores  $R_\mu$  y  $C_\mu$  obtenidos de pulsos simples conduce a subestimaciones de la respuesta inelástica máxima para sistemas de periodo largo sujetos a pulsos sinusoidales.

En esta sección se ha mostrado claramente las diferencias en la respuesta dinámica de S1GL sujetos a pulsos sinusoidales simples y corregidos. Puede concluirse que el uso de movimientos correctivos conduce a una representación más realista de un S1GL sujeto a una excitación sísmica de banda angosta.

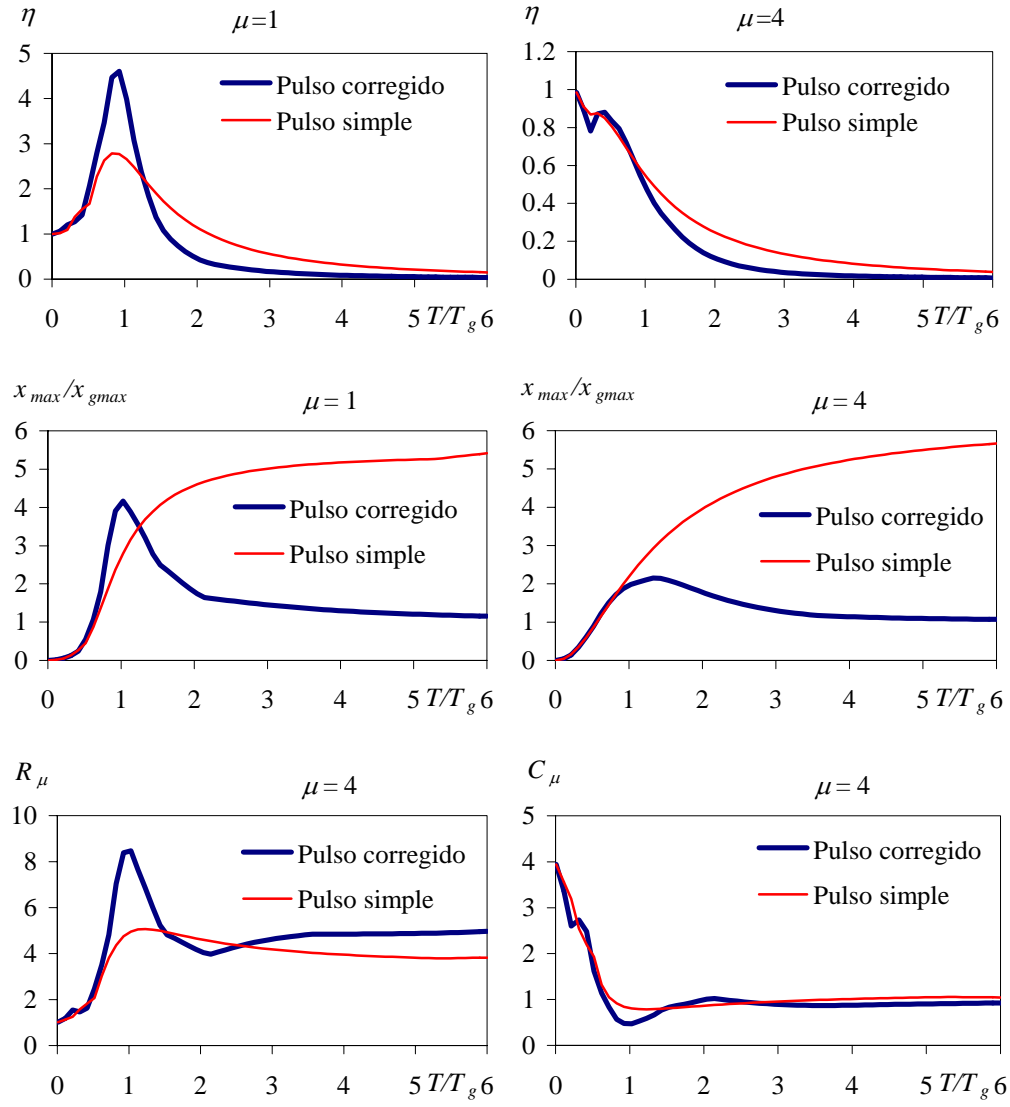


Figura 3.3. Comparación entre diferentes espectros para pulsos corregidos y pulsos simples,  $n=1$  y  $\xi=0.05$

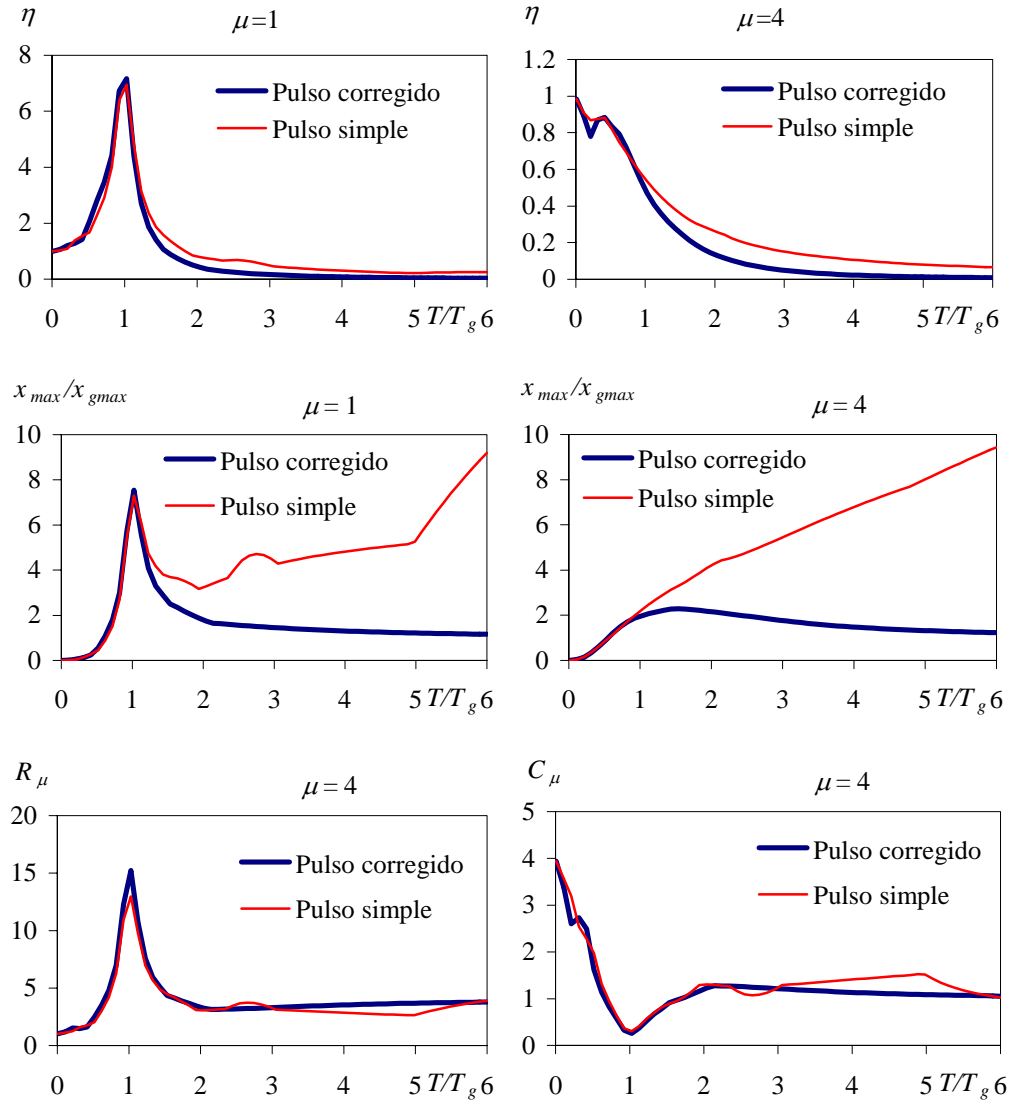


Figura 3.4. Comparación entre diferentes espectros para pulsos corregidos y pulsos simples,  $n=4$  y  $\xi=0.05$

### 3.5 EFECTO DE LA DURACIÓN DEL PULSO EN LA RESPUESTA MÁXIMA DE SIGL ELASTOPLÁSTICOS

En esta sección se analizó la respuesta de SIGL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales corregidos, definidos por la ecuación (3.2), con valores de  $n=1, 2, 5$  y  $10$  (duraciones de pulso de  $T_g, 2T_g, 5T_g$  y  $10T_g$  segundos, respectivamente).

Las figuras 3.5, 3.6, y 3.7 muestran el plano de fase (el plano de fase proporciona una representación de todos los estados del oscilador, ya que en el eje de las abscisas se grafica el desplazamiento relativo mientras que en las ordenas se grafica la velocidad relativa normalizada por la frecuencia de vibración del sistema), para sistemas con diferentes valores de  $T/T_g$  y una  $\eta$  asociada a una demanda máxima de ductilidad de 4. Aunque no se muestra tendencias similares fueron observadas para otros valores de  $T/T_g$  y  $\mu$ .

Como puede observarse los valores máximos del desplazamiento y velocidad no dependen de la duración del pulso, tal como Tarquis (1988) había observado previamente. En la figura correspondiente al sistema con  $T/T_g$  igual a seis se observa cierto efecto pero se debe al término de la respuesta transitoria.

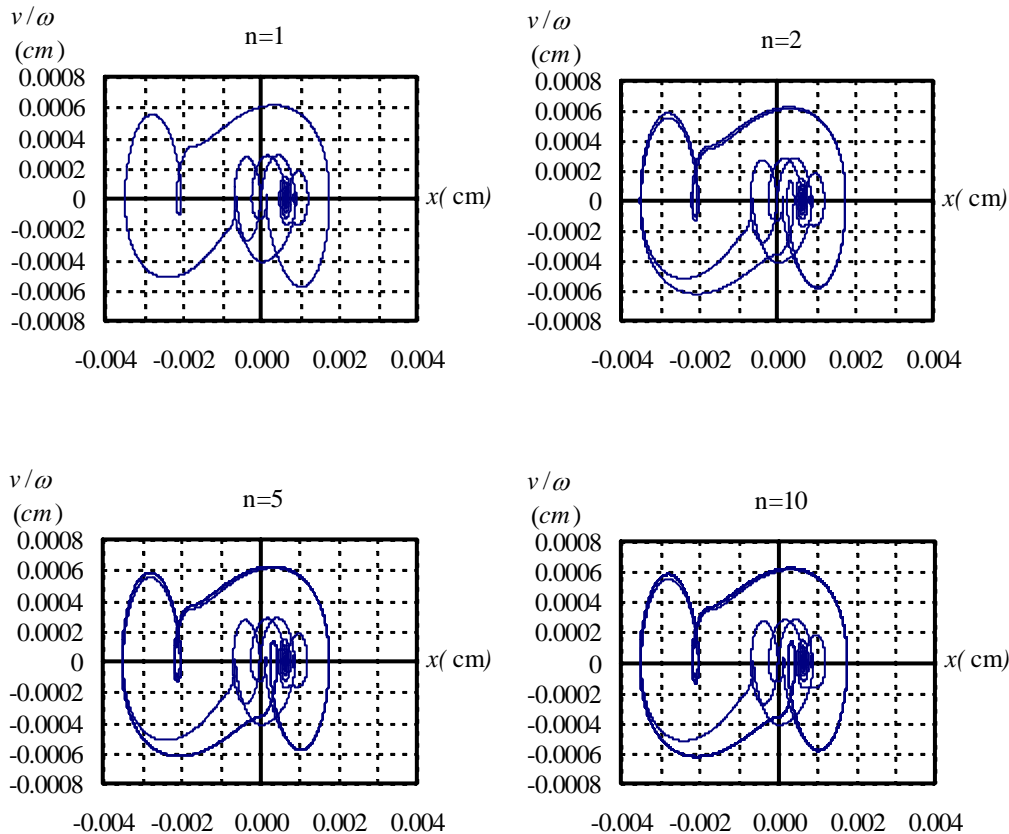


Figura 3.5. Plano de fase para un sistema elastoplástico sujeto a un pulso sinusoidal corregido,  $T/T_g=0.2$ ,  $\eta=0.86$  y  $\xi=0.05$ .

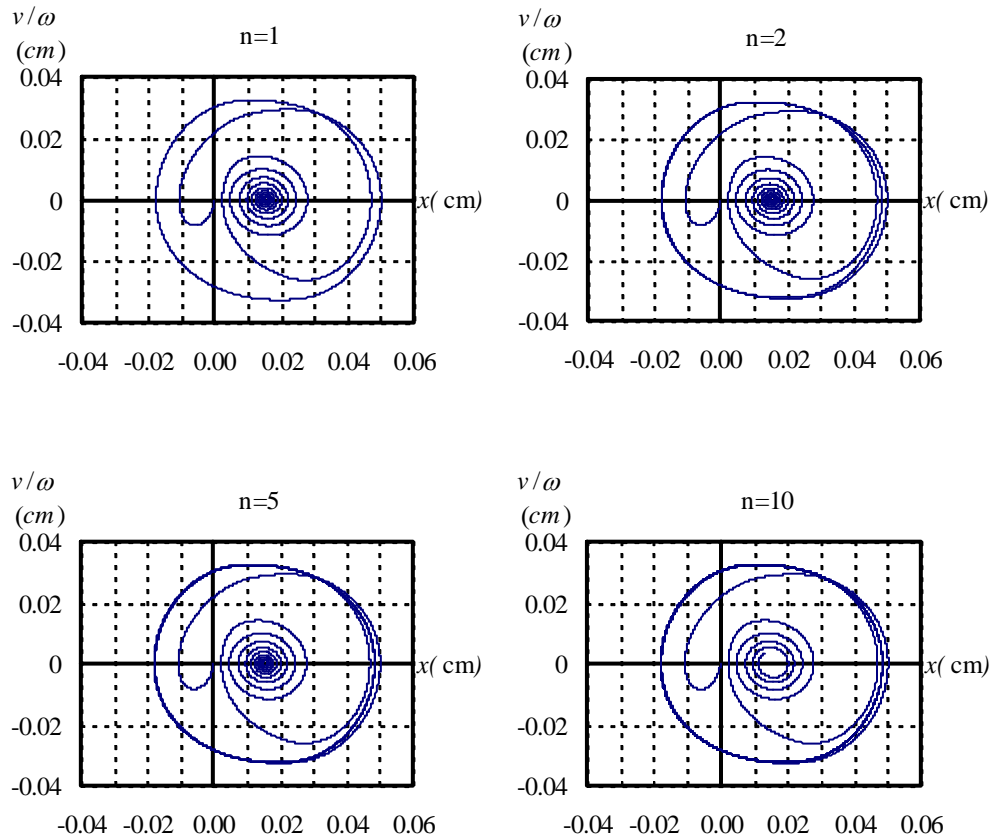


Figura 3.6. Plano de fase para un oscilador elastoplástico sujeto a un pulso sinusoidal corregido;  $T/T_g=1.0$ ,  $\eta=0.495$  y  $\xi=0.05$ .

El efecto que se nota en la figura 3.7 es debido a que el término de la respuesta transitoria ( $e^{-\xi\omega t}$ ) necesita cierto tiempo para atenuarse. En periodos cortos e intermedios dicho término rápidamente pierde importancia pero en periodos largos se requieren más ciclos de movimiento.

Las figura 3.8 muestra la respuesta de un oscilador con  $T/T_g=6$ ,  $\eta=0.01096844$  (que corresponde a una  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ ) para un pulso con  $n=25$ . Como puede observarse se requieren varios ciclos para que la respuesta se vuelva estacionaria para bajos niveles de amortiguamiento. Conforme el amortiguamiento aumenta la respuesta transitoria tiende a desvanecerse y la respuesta se vuelve estacionaria.

Para cuantificar el efecto de este fenómeno en los espectros inelásticos de  $\eta$  la figura 3.9 muestra una comparación entre  $\eta$  para  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$  para pulsos con  $n=1$  y  $n=25$ . La figura 3.9 muestra también el error relativo del pulso con  $n=1$  respecto al pulso con  $n=25$  calculado conforme:

$$error = \frac{(\eta(n=25) - \eta(n=1))}{\eta(n=25)} \quad (3.21)$$

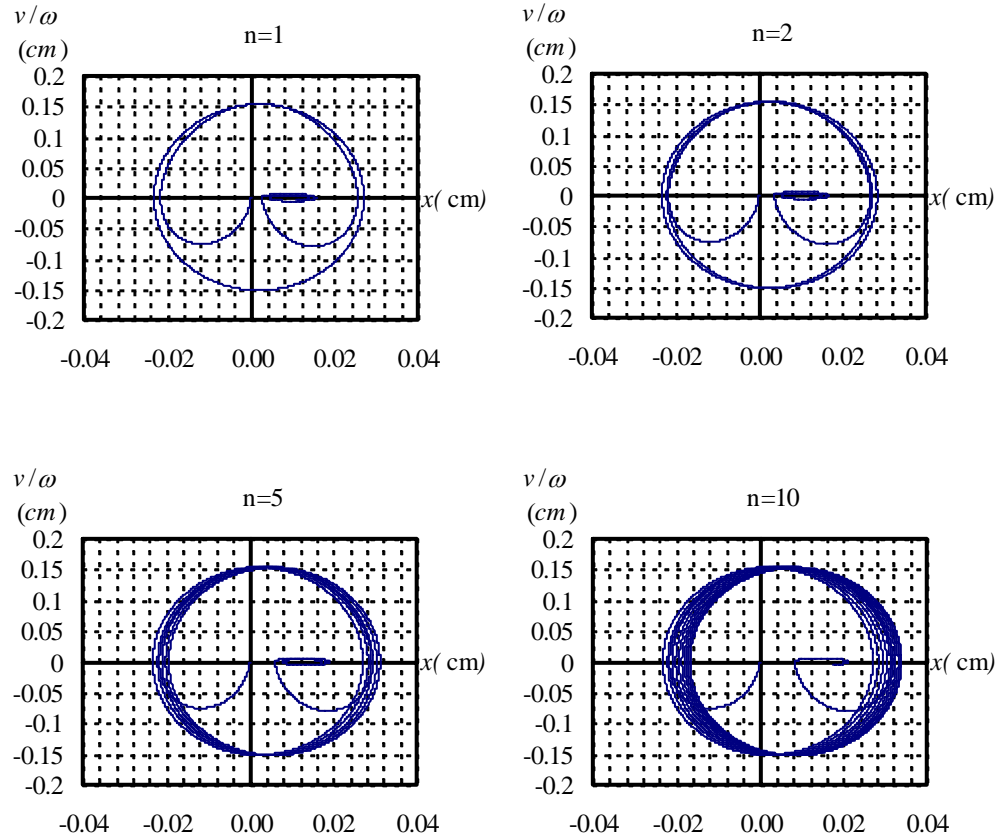


Figura 3.7. Plano de fase para un oscilador elastoplásticos sujeto a pulsos sinusoidales corregidos;  $T/T_g=6.0$ ,  $\eta=7.453 (10)^{-3}$  y  $\xi=0.05$ .

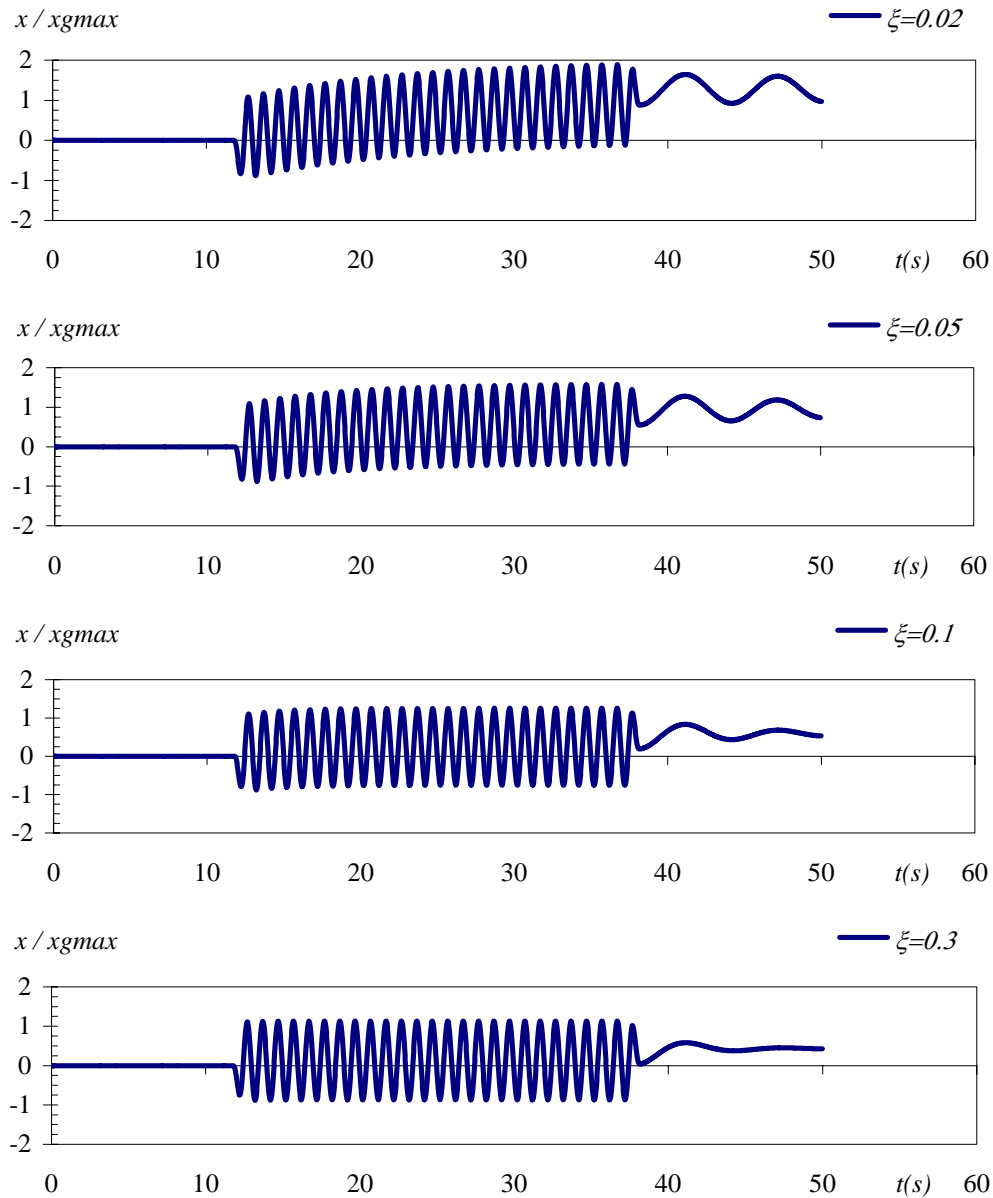


Figura 3.8. Respuesta de un oscilador elastoplástico sujeto a un pulso sinusoidal corregido con  $n=25$ ,  $T/T_g=6$  y  $\mu=4$ .

Para sistemas con valores de  $T/T_g$  altos se aprecian algunas diferencias, la más grande es del orden del 37%. Aunque el error no es tan pequeño, existe más incertidumbre en considerar que un acelerograma puede representarse por una senoide, por lo que se decidió ignorar dicho efecto.

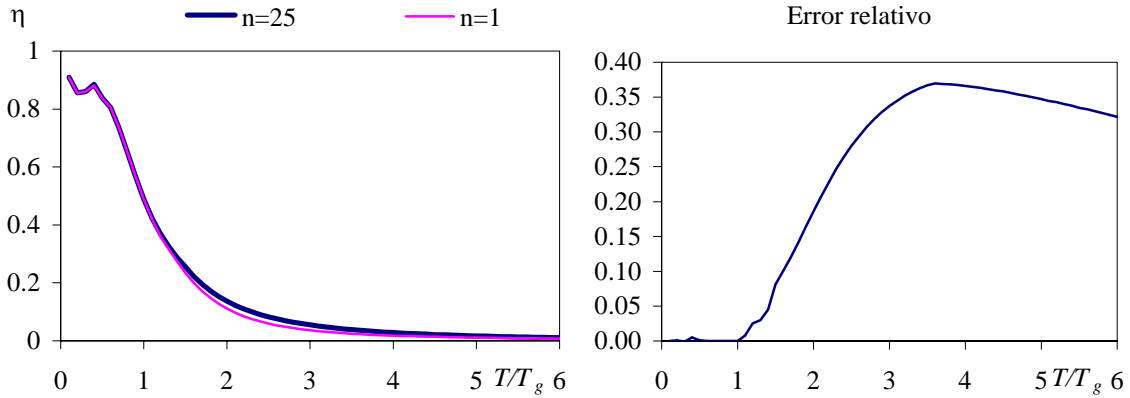


Figura 3.9. Espectro de  $\eta$  de un oscilador elastoplástico sujeto a un pulso sinusoidal corregido con  $n=25$  y  $\mu=4$ ; y error relativo medido respecto al pulso de  $n=25$ .

Con base en lo mostrado en las figuras 3.5 a 3.9 puede concluirse que la respuesta inelástica de un S1GL sujeto a pulsos sinusoidales tiende rápidamente a ser estacionaria. Por ello, la demanda máxima de resistencia inelástica (para una demanda de ductilidad fija) es independiente de la duración del pulso.

Resulta interesante resaltar que la duración del pulso influye sólo en el caso de las demandas de resistencia elásticas particularmente para sistemas cercanos a la resonancia. La resistencia requerida para que el sistema permanezca elástico se incrementa con la duración del pulso. Como puede observarse, en las figuras 3.5 a 3.7, el desplazamiento permanente también es independiente de la duración del pulso.

La figura 3.10 muestra espectros de  $R_\mu$  obtenidos con pulsos de diferente duración. Como puede observarse, el valor de  $R_\mu$  se incrementa con la duración, particularmente para sistemas cercanos a la resonancia. Cabe mencionar que el efecto de la duración del pulso sobre  $R_\mu$  es debido al efecto de la duración sobre la resistencia requerida para que el sistema permanezca elástico, ya que la demanda inelástica de resistencia es independiente de la duración del pulso.

Con base en los resultados discutidos en esta sección, la duración del pulso tiene efecto también sobre el parámetro  $C_\mu$ . Al disminuir la duración del pulso, el valor de  $C_\mu$  se incrementa para sistemas cercanos a la resonancia. Nuevamente, el efecto de la duración del pulso sobre el valor de  $C_\mu$  es debido a que la demanda elástica de desplazamiento depende de la duración del pulso.

En esta sección se ha mostrado que las demandas inelásticas máximas en S1GL elastoplásticos sujetos a pulsos sinusoidales son prácticamente independientes de la duración del pulso. Por ello, es posible obtener soluciones analíticas para estimar las demandas máximas inelásticas para S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta con base en la solución analítica de un pulso corregido con  $n=1$ .



En nuestro planteamiento la resistencia se especifica en términos de  $\eta$ , y no en función del parámetro comúnmente utilizado  $R_\mu$ . En esta sección se ha mostrado que para movimientos de banda angosta  $R_\mu$  depende de la duración del pulso y por lo tanto no es la forma más conveniente de caracterizar la resistencia.

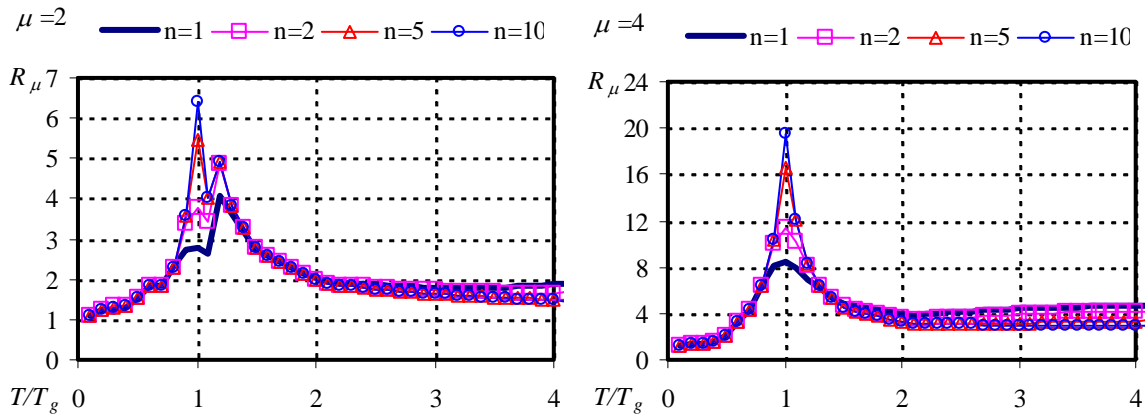


Figura 3.10. Espectros de  $R_\mu$  para pulsos corregidos con diferente duración,  $\xi=0.05$ .

### 3.6 SOLUCIÓN ANALÍTICA DE UN S1GL SUJETO A UN PULSO SINUSOIDAL CORREGIDO

La respuesta del oscilador está dividida en cuatro intervalos de tiempo, como se muestra en la figura 3.2:

- Respuesta durante el movimiento correctivo inicial ( $t < t_0$ ).
- Respuesta durante el pulso sinusoidal ( $t_0 < t < t_0 + T_g$ ).
- Respuesta durante el movimiento correctivo final ( $t_0 + T_g < t < t_0 + T_g + t_1$ ).
- Respuesta en vibración libre ( $t > t_0 + T_g + t_1$ ).

Durante cada intervalo de tiempo el oscilador puede cambiar varias veces entre el comportamiento elástico al inelástico lo que hace difícil encontrar una solución cerrada. Sin embargo, se han propuesto dos formas para estimar la respuesta máxima del oscilador.

#### 3.6.1 Nomogramas

El S1GL elastoplástico está caracterizado por tres parámetros: su periodo natural de vibración ( $T$ ), el coeficiente de amortiguamiento viscoso  $\xi$ , y su resistencia por unidad de masa,  $F/m$ . Con base en esta observación, la respuesta máxima puede calcularse numéricamente y los resultados presentarse en forma de nomogramas.

La figura 3.11 muestra un nomograma que relaciona la resistencia normalizada ( $\eta$ ), demanda de ductilidad máxima ( $\mu$ ) y su periodo normalizado ( $T/T_g$ ), para osciladores con  $\xi=0.05$  y sujetos a pulsos sinusoidales definidos por la ecuación (3.2) para  $n=1$ .

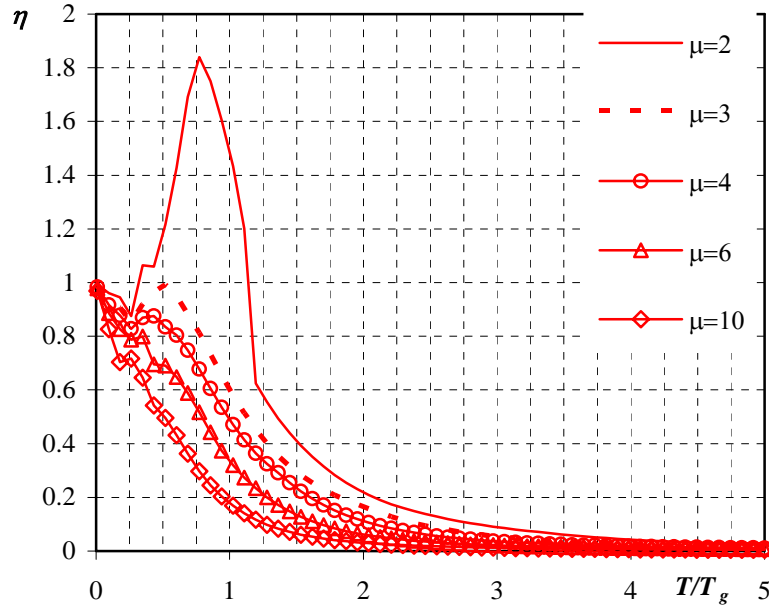


Figura 3.11. Nomograma para estimar la resistencia inelástica requerida asociada a cierto nivel de demanda máxima de ductilidad ,  $\xi = 0.05$

### Expresión aproximada

Para facilitar la aplicación práctica de la solución mostrada en el nomograma de la figura 3.11 se proponen expresiones aproximadas para estimar dichos nomogramas. La forma básica de la ecuación aproximada propuesta fue obtenida conforme a lo siguiente.

Durante el movimiento correctivo inicial la ecuación de movimiento del S1GL elástico es:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega \dot{x} + \omega^2 x = -a(t) \quad (3.22)$$

donde  $\omega = 2\pi / T$ . Conforme a la ecuación (3.2):

$$a(t) = \frac{A_{\max}}{\Omega} \left( \frac{24t}{t_0^2} - \frac{84t^2}{t_0^3} + \frac{60t^3}{t_0^4} \right) \quad (3.23)$$

En la ecuación (3.23)  $t_0$  es la duración del movimiento correctivo y puede ser rescribirse como:

$$t_0 = \alpha T_g = \alpha \left( \frac{2\pi}{\Omega} \right) \quad (3.24)$$

donde  $\alpha = 0.716$ , como se ha discutido anteriormente.

La solución de la ecuación (3.22) puede expresarse como la suma de la solución particular ( $x_p$ ) y de la solución homogénea ( $x_h$ ). Puede demostrarse que  $x_p$  y  $x_h$  están definidas por:

$$x_p = A_{\max} (C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3) \quad (3.25)$$

$$x_h = e^{-\frac{\Omega \xi t}{\beta}} \left( A_1 \cos \left( \frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t \right) + A_2 \sin \left( \frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t \right) \right) \quad (3.26)$$

Entonces, el desplazamiento elástico durante el movimiento correctivo es:

$$x_c = e^{-\frac{\Omega \xi t}{\beta}} \left( A_1 \cos \left( \frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t \right) + A_2 \sin \left( \frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t \right) \right) + A_{\max} (C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3) \quad (3.27)$$

donde, suponiendo condiciones iniciales cero:

$$C_0 = \frac{3\beta^3 (4\xi\alpha^2\pi^2 + 28\beta\xi^2\alpha\pi + 60\beta^2\xi^3 - 7\beta\alpha\pi - 30\beta^2\xi)}{\alpha^4\pi^4\Omega^2} \quad (3.28)$$

$$C_1 = \frac{-3\beta^2 (28\beta\xi\alpha\pi - 15\beta^2 + 60\beta^2\xi^2 + 4\alpha^2\pi^2)}{2\alpha^4\pi^4\Omega} \quad (3.29)$$

$$C_2 = \frac{3\beta^2 (7\alpha\pi + 15\beta\xi)}{2\alpha^4\pi^4} \quad (3.30)$$

$$C_3 = \frac{-15\Omega\beta^2}{4\alpha^4\pi^4} \quad (3.31)$$

$$A_1 = -C_0 A_{\max} \quad (3.32)$$

$$A_2 = \left( \frac{\Omega\xi A_1}{\beta} - C_1 A_{\max} \right) \frac{\beta}{\Omega\sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.33)$$

$$\beta = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{T}{T_g} \quad (3.34)$$

La velocidad elástica durante el movimiento correctivo inicial puede obtenerse fácilmente derivando la ecuación (3.27) respecto al tiempo.

$$v_c = \frac{d}{dt}(x_c) \quad (3.35)$$

Las ecuaciones (3.27) y (3.34), evaluadas en el tiempo  $t=t_0$ , proporcionan las condiciones iniciales para el siguiente intervalo de tiempo (respuesta durante el pulso sinusoidal), para el caso elástico.

$$x_0 = x_c \left( t = \frac{2\alpha\pi}{\Omega} \right) \quad (3.36)$$

$$v_0 = v_c \left( t = \frac{2\alpha\pi}{\Omega} \right) \quad (3.37)$$

Para sistemas con bajo amortiguamiento  $x_0$  y  $v_0$  pueden aproximarse por:

$$x_0 \approx \frac{A_{\max}}{\Omega^2} \left( \frac{3\beta^4}{\alpha^3\pi^3} + \frac{42\beta^4}{\alpha^3\pi^3} \cos^2\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) + \cos\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) \left( \frac{-45\beta^5 + 12\beta^3\alpha^2\pi^2}{\alpha^4\pi^4} \right) \right) \quad (3.38)$$

$$v_0 \approx \frac{A_{\max}}{\Omega} \left( \frac{45\beta^4 - 15\beta^2\alpha^2\pi^2}{\alpha^4\pi^4} + \frac{12\beta^2\alpha^2\pi^2 - 45\beta^4}{\alpha^4\pi^4} \cos^2\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) - \frac{42\beta^3}{\alpha^3\pi^3} \cos\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{\alpha\pi}{\beta}\right) \right) \quad (3.39)$$

De las ecuaciones (3.38) y (3.39) puede deducirse que para periodos cortos, el efecto del movimiento correctivo en la respuesta elástica puede ignorarse:

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} x_0 = 0 \quad (3.40)$$

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} v_0 = 0 \quad (3.41)$$

Mientras que para periodos largo las condiciones iniciales  $x_0$  y  $v_0$  están definidas por:

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} x_0 = 0 \quad (3.42)$$

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} v_0 = \frac{A_{\max}}{\Omega} \quad (3.43)$$

Para periodos intermedios las condiciones iniciales proporcionadas por el movimiento correctivo están definidas aproximadamente por las ecuaciones (3.38) y (3.39). La figura 3.12 muestra esquemas de  $x_0$  y  $v_0$  obtenidas de las ecuaciones (3.38) y (3.39), en dichas

figuras el desplazamiento ha sido normalizado por el desplazamiento máximo del pulso y las velocidades por la velocidad máxima del pulso.

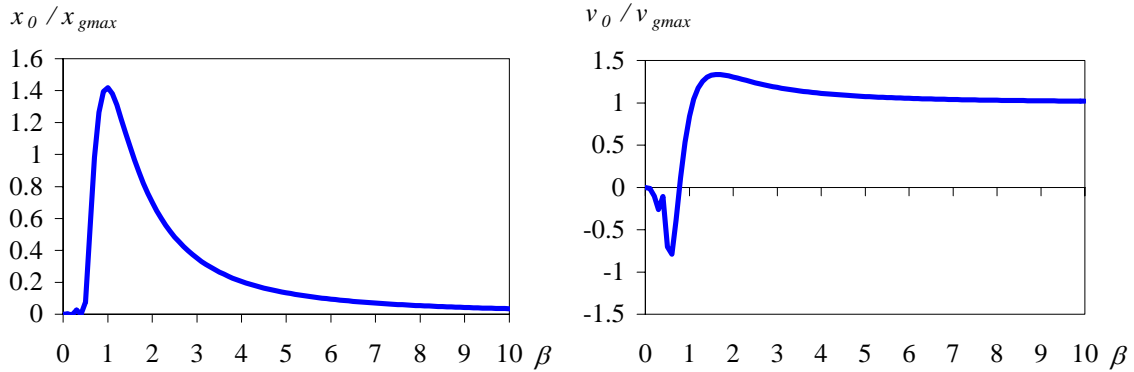


Figura 3.13. Desplazamientos y velocidades iniciales obtenidas del movimiento correctivo inicial (caso elástico),  $\xi=0.05$ .

Cuando el movimiento correctivo ha terminado, la ecuación (3.22) continua describiendo el comportamiento del sistema, pero la función  $a(t)$  es ahora:

$$a(t) = A_{\max} \sin(\Omega t) \quad (3.44)$$

y las condiciones iniciales ( $x_0$  y  $v_0$ ) están definidas por las ecuaciones (3.38) y (3.39).

Nuevamente, la respuesta elástica del sistema es igual a la suma de la respuesta transitoria y la respuesta estacionaria:

$$x_{tot} = x_{tra} + x_{st} \quad (3.45)$$

donde:

$$x_{tra} = e^{-\frac{\xi \Omega t}{\beta}} \left( K_0 \cos\left(\frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t\right) + K_1 \sin\left(\frac{\Omega \sqrt{1-\xi^2}}{\beta} t\right) \right) \quad (3.46)$$

$$x_{st} = \frac{A_{\max}}{\Omega^2} \beta^2 (K_2 \sin(\Omega t) + K_3 \cos(\Omega t)) \quad (3.47)$$

con:

$$K_2 = \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \quad (3.48)$$

$$K_3 = \frac{-2\xi\beta}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \quad (3.49)$$

$$K_0 = x_0 - \frac{A_{\max}\beta^2 K_3}{\Omega^2} \quad (3.50)$$

$$K_1 = \frac{-A_{\max}K_2\beta^3}{\Omega^2\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{v_0\beta}{\Omega\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{\xi K_0}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.51)$$

Para periodos muy cortos la respuesta transitoria decae rápidamente y además  $x_0$  y  $v_0$  tienden a cero (ver ecuaciones 3.40 y 3.41), el desplazamiento máximo elástico está definido por:

$$x_{\max} = \frac{A_{\max}}{\Omega^2} \beta^2 R_d \quad (3.52)$$

Donde  $R_d$  es el factor de amplificación dinámico ante carga armónica definido por:

$$R_d = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (3.53)$$

Entonces, para periodos cortos el espectro  $\eta$  elástico está definido por:

$$\eta = R_d \quad (3.54)$$

Para periodos largos las condiciones iniciales están definidas por las ecuaciones (3.42) y (3.43). Sustituyendo dichos valores en la ecuación (3.45) y tomando el límite cuando  $\beta$  tiende a infinito, se obtiene:

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} x_{tot} = -\frac{A_{\max}}{\Omega^2} \sin(\Omega t) \quad (3.55)$$

Además,

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} x_{tot} = -\frac{A_{\max}}{\Omega} \cos(\Omega t) \quad (3.56)$$

Entonces, para periodos largos el desplazamiento y la velocidad máximas elásticas son el desplazamiento y la velocidad máxima del pulso y por lo tanto el espectro elástico de  $\eta$  es igual a:

$$\eta = \frac{1}{\beta^2} \approx R_d \quad (3.57)$$

Para valores intermedios de  $\beta$  el espectro elástico de  $\eta$  depende de la duración tal como se ha mostrado. Sin embargo, si la duración del pulso es lo suficientemente larga el espectro  $\eta$  tenderá a aproximarse a  $R_d$ .

También es posible identificar algunas tendencias para los espectros  $\eta$  inelásticos. Para periodos largos el desplazamiento máximo inelástico es igual al desplazamiento máximo del pulso, por lo que el espectro inelástico  $\eta$  tiene la siguiente forma:

$$\eta = \frac{R_d}{\mu} \quad (3.58)$$

Para periodos cortos la resistencia elástica y la inelástica son similares por lo que:

$$\eta \approx R_d \quad (3.59)$$

Se ha mostrado que el factor de amplificación dinámico ante carga armónica es la forma básica para los espectros  $\eta$  elásticos e inelásticos. Para el caso elástico la forma básica debe modificarse para tomar en cuenta la duración del pulso, mientras que para el caso inelástico se debe modificar para tomar en cuenta el efecto de la ductilidad.

Con base en lo discutido anteriormente, se propone la siguiente expresión aproximada para estimar el espectro inelástico  $\eta$ :

$$\eta = \frac{R_d}{\phi(\mu)} \quad (3.60)$$

donde:

$$\phi(\mu) = 1 + (\mu - 1)(R_d \beta^2)^{g_0} \frac{\beta^{g_1}}{(g_2 + |\beta - 1|)^{g_1}} \quad (3.61)$$

y  $g_0$ ,  $g_1$  and  $g_2$  son parámetros que fueron calculados para ajustar la ecuación (3.60) a los nomogramas mostrados en la figura 3.11. Los valores obtenidos minimizando el error logarítmico para  $\xi=0.05$  son:

$$g_0 = \frac{0.88\mu}{\mu - 0.5} \quad (3.62)$$

$$g_1 = 0.135\sqrt{\mu} \quad (3.63)$$

$$g_2 = e^{9.25/\mu} \quad (3.64)$$

La forma básica de la ecuación (3.61) es la forma propuesta por Ordaz y Pérez (1988) para calcular  $R_\mu$ . En la ecuación (3.61) el término  $(R_d\beta^2)$  es una medida del desplazamiento máximo elástico normalizado por el desplazamiento máximo del pulso. La figura 3.13 muestra los espectros de  $\eta$  obtenidos con la ecuación (3.60).

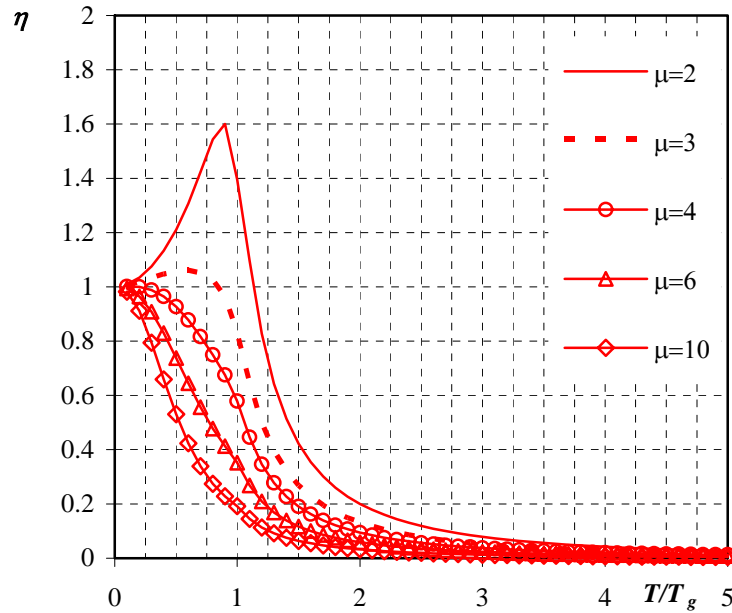


Figura 3.13 Espectros de  $\eta$  obtenidos con la ecuación aproximada propuesta

Es importante mencionar que la función  $\phi(\mu)$  tiene límites teóricos correctos:

- a) Conforme  $\beta$  se aproxima a cero  $\phi(\mu)$  tiende a la unidad, por lo que el espectro  $\eta$  también tiende a uno.
- b) Conforme  $\beta$  se aproxima a infinito  $\phi(\mu)$  tiende a  $\mu$ , por lo que  $\eta$  tiende a  $R_d/\mu$ .

Con el valor de  $\eta$  estimado con la ecuación (3.60), el desplazamiento máximo inelástico normalizado por el desplazamiento máximo del pulso (definido por la ecuación 3.18) puede calcularse conforme a:

$$\delta_n = \beta^2 \eta \mu \tag{3.65}$$

### 3.7 COMPARACIÓN CON PROPUESTAS OBTENIDAS DE ANÁLISIS ESTADÍSTICOS

Diferentes investigadores han propuesto expresiones, obtenidas de análisis estadísticos, para estimar las demandas máximas de resistencia y desplazamiento para S1GL sujetos a acelerogramas registrados en suelos blandos (Miranda 1993, Ordaz y Pérez 1998, Arroyo y Terán 2003, Ruiz y Miranda 2004). Aunque estas propuestas estiman las demandas



inelásticas máximas a través del uso de factores  $R_\mu$  o  $C_\mu$ , es posible establecer una comparación con el parámetro  $\eta$  utilizado en este trabajo conforme a las ecuaciones (3.66 y 3.67):

$$\eta = \frac{1}{R_\mu} \left( \frac{SA(T)}{A_{\max}} \right) \quad (3.66)$$

donde  $SA(T)$  es la pseudoaceleración para determinado periodo  $T$ .

$$\eta = \frac{C_\mu}{\mu} \left( \frac{SA(T)}{A_{\max}} \right) \quad (3.67)$$

Los resultados obtenidos con la ecuación (3.60) fueron comparados con las siguientes expresiones, obtenidas de análisis estadísticos:

a) Ordaz y Pérez (1998)

$$R_\mu = 1 + (\mu - 1) \left( \frac{SD}{x_{g\max}} \right)^{0.388(\mu-1)^{0.173}} \quad (3.68)$$

donde  $x_{g\max}$  es el desplazamiento máximo del suelo

b) Arroyo y Terán (2003)

$$R_\mu = 1 + \frac{\left( \frac{T}{T_g} \right)^{\frac{\mu^4}{2.5+\mu^4}}}{0.175 + \left| \left( \frac{T}{T_g} \right) - 1 \right|} \left( 0.92\mu\xi^{0.17} + \xi - 0.6 \right) \quad (3.69)$$

c) Ruiz y Miranda (2004)

$$\begin{aligned} C_\mu = & 1 + (\mu - 1) \left( \theta_1 + \theta_2 \left( \frac{T}{T_g} + 1.8 \right)^{4.2} \right) \\ & - \theta_3 (\mu - 1)^{0.5} \left( \frac{T_g}{T} \right) \exp \left( \left( 2.3 - \frac{32}{\mu} \right) \left( \ln \left( \frac{T}{T_g} \right) - 0.1 \right)^2 \right) \\ & - 0.08 (\mu - 1) \left( \frac{T_g}{T} \right) \exp \left( -70 \left( \ln \left( \frac{T}{T_g} + 0.67 \right) \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (3.70)$$

donde:  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  son parámetros que dependen del tipo de comportamiento histerético y del sitio (Zona del Lago DF ó Zona de Bay Mud en San Francisco).

Dos muestras de acelerogramas fueron consideradas en el análisis. La primera muestra consta de seis acelerogramas registrados en la zona del lago del D.F., estos seis registros fueron incluidos en las muestras que utilizaron todas las propuestas obtenidas de análisis estadísticos.

En la tabla 3.1 se listan los acelerogramas utilizados en la primera muestra. Se incluyen los valores de la aceleración máxima del suelo, del periodo predominante ( $T_g$ ) y de la duración del acelerograma calculada conforme a la definición de Trifunac y Brady (1975). Cabe mencionar que el valor de  $T_g$  se determinó como el periodo en el que se presenta el máximo del espectro de amplitudes de Fourier del acelerograma. Cabe mencionar que en registros que tuvieran dos máximos muy cercanos se escogió el periodo asociado a la velocidad elástica máxima.

Tabla 3.1 Primera muestra de acelerogramas utilizada

Estación	Fecha	Magnitud (Ms)	Comp	$A_{\max}$ (cm/s <sup>2</sup> )	$T_g$ (s)	Dur (s)
SCT	09/19/85	8.1	EW	169	2.0	39
SCT	09/19/85	8.1	NS	93.4	2.1	70
Roma A	10/12/94	6.3	EW	16.6	2.2	75
Roma A	10/12/94	6.3	NS	19.4	2.2	73
Córdoba	14/09/95	7.1	EW	45.4	2.3	65
Córdoba	14/09/95	7.1	NS	44.1	2.2	76

El espectro elástico de energía de entrada por unidad de masa de los acelerogramas de la primera muestra se ilustra en la figura 3.14. Como puede observarse todos los registros considerados tienen un espectro de energía de entrada de banda angosta.

Los espectros de  $\eta$  fueron calculados para cada registro y los resultados fueron comparados con las estimaciones proporcionadas por la ecuación (3.60) y las expresiones obtenidas de análisis estadísticos. En las comparaciones se consideraron valores de  $T$  en el intervalo de 0.1 a 5 segundos y valores de  $\mu=1.5, 2, 3, 4$  y  $6$  y  $\xi=0.05$ .

Para comparar las estimaciones se consideran dos medidas: error logarítmico promedio ( $\varepsilon_{ln}$ ), definido en la ecuación (2.75), y error estándar ( $\varepsilon$ ) definidos por:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{qmp} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p (\eta_{ijk} - \hat{\eta}_{ijk})^2} \quad (3.71)$$

donde  $m$  es el número de registros utilizado,  $q$  es el número de ductilidades,  $p$  es el número de periodos considerados y  $\hat{\eta}$  es el valor estimado de  $\eta$ .

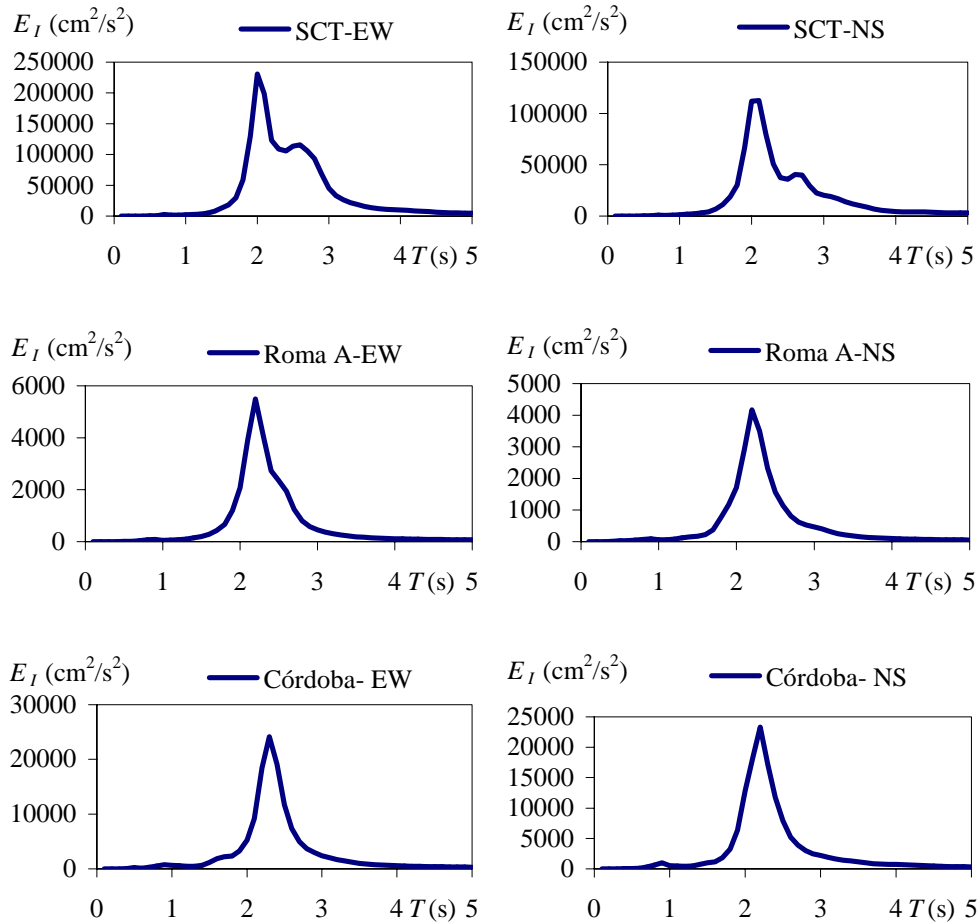


Figura 3.14 Espectros elásticos de energía de entrada para los registros de la primera muestra utilizada,  $\xi=0.05$ .

La figura 3.15 compara los errores obtenidos con las diferentes expresiones consideradas: 1) Arroyo y Terán (A-T), 2) Ordaz y Pérez(O-P), 3) Ruiz y Miranda para la Zona del Lago del DF (R-M DF), y 5) Ecuación (3.60).

Como puede observarse, la expresión propuesta por Ruiz y Miranda conduce a los menores valores de  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_{in}$ . Además, se puede observar que todas las propuestas tienen un nivel de aproximación semejante. Es importante remarcar que aunque en la obtención de la ecuación (3.60) no se utilizaron acelerogramas, su nivel de aproximación es semejante al de expresiones que fueron especialmente diseñadas para minimizar el error en los acelerogramas utilizados.

Aunque los valores de  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_{in}$  son semejantes para todas las propuestas consideradas, las fuentes de error son diferentes. Para las expresiones obtenidas de análisis estadísticos el nivel de error está relacionado con ajustes inexactos de las expresiones a los datos disponibles, mientras que el error de la ecuación (3.60) se debe a la diferencia que existe entre acelerogramas y pulsos sinusoidales. El nivel de error de la ecuación (3.60) tiende a disminuir con el ancho de banda de los acelerogramas.

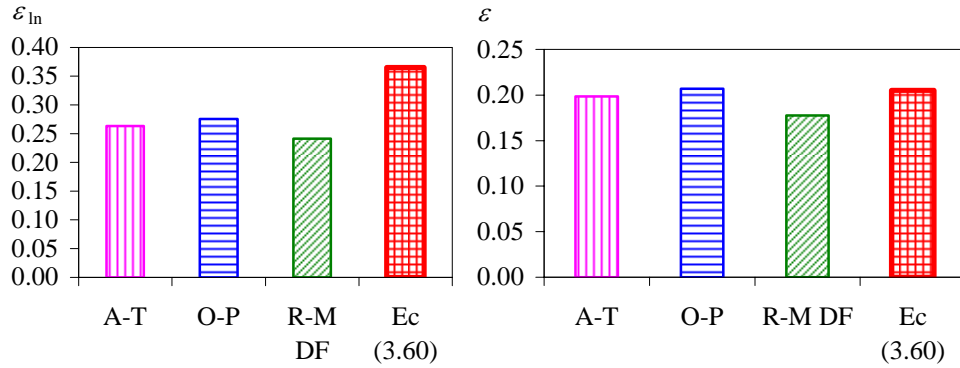


Figura 3.15. Error logarítmico y estándar asociados a diferentes estimaciones de  $\eta$ ,  $\xi=0.05$ . (Primera muestra)

La tabla 3.2 muestra los valores del desplazamiento máximo del suelo para cada acelerograma, el desplazamiento máximo del pulso asociado a cada registro (*PPD*), la relación entre ambos desplazamientos y el error logarítmico promedio para los acelerogramas que forman la primera muestra.

Tabla 3.2. Relación entre desplazamiento máximo de los acelerogramas y desplazamiento máximo de los pulsos asociados a dichos registros (Primera muestra)

Registro	$x_{gmax}$ (cm)	<i>PPD</i> (cm)	$x_{gmax} / PPD$	$\varepsilon_{ln}$ (Ec. 3.60)
SCT EW	21	17.1	1.23	0.15
SCT NS	16.8	10.4	1.61	0.25
Roma A EW	2.2	2.1	1.02	0.08
Roma A NS	2.0	2.4	0.83	0.03
Córdoba EW	5.8	5.2	1.11	0.05
Córdoba NS	4.3	6.1	0.70	0.24

Como puede observarse  $\varepsilon_{ln}$  tiende a disminuir conforme la relación entre el desplazamiento del acelerograma y del pulso asociado se aproxima a uno, es decir conforme el acelerograma parece más una serie de pulsos sinusoidales. El valor de  $\varepsilon_{ln}$  más pequeño corresponde al acelerograma registrado en la estación Roma-A, donde los valores de  $x_{gmax}$  y *PPD* son muy similares y el ancho de banda es el menor, como puede observarse en la figura 3.14.

Los resultados mostrados en la figura 3.15 permiten establecer una comparación a nivel global de las diferentes expresiones para estimar el espectro  $\eta$ . Para complementar estos resultados la figura 3.16 muestra los valores de  $\varepsilon_{ln}$  para las diferentes propuestas consideradas como función de *T*.

Como puede observarse para las propuestas obtenidas de análisis estadísticos el valor de  $\varepsilon_{ln}$  tiende a permanecer constante a partir de la zona de periodos intermedios, mientras que en la zona de periodos cortos el valor de  $\varepsilon_{ln}$  disminuye. Mientras que para la ecuación (3.60) el valor de  $\varepsilon_{ln}$  tiende a crecer conforme *T* aumenta. Esto es debido a que los desplazamientos

máximos de los acelerogramas y de sus pulsos asociados no son exactamente iguales. Nuevamente, se observa que la aproximación de todas las propuestas es muy similar.

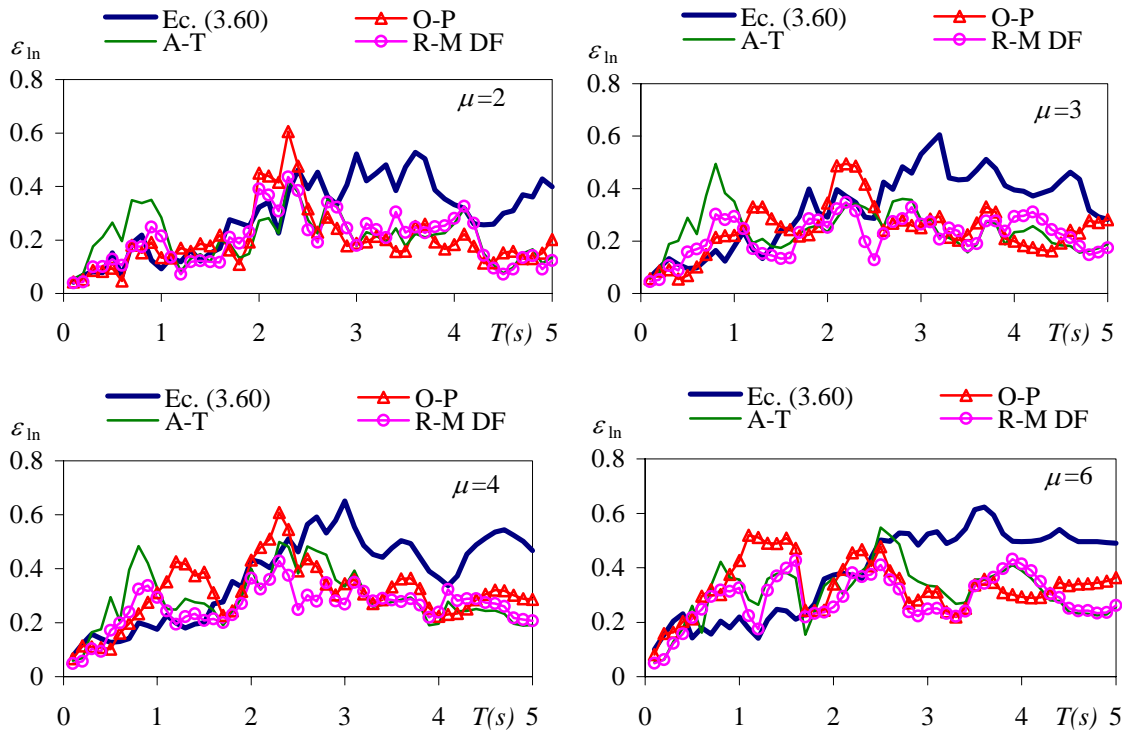


Figura 3.16. Errores logarítmicos promedio, asociados a diferentes estimaciones de  $\eta$ , como función del periodo,  $\xi=0.05$ . (Primera muestra de acelerogramas)

Para complementar los resultados obtenidos se decidió utilizar una segunda muestra de acelerogramas, conformada de la siguiente manera:

- 1) Dos acelerogramas registrados en la zona de la bahía de San Francisco durante el sismo de Loma Prieta. Estos acelerogramas fueron obtenidos de la base de datos de acelerogramas de PEER (Pacific Earthquake Engineering Research, 2005).
- 2) Dos acelerogramas registrados durante el sismo de Montenegro en Bosnia y Herzegovina. Estos acelerogramas fueron obtenidos de la Base Europea de Acelerogramas (Ambraseys *et al.* 1999).
- 3) Doce acelerogramas registrados en la zona del Lago del Distrito Federal. Estos registros fueron obtenidos de la Base Mexicana de Sismos Fuertes (Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, 2000).

Sólo los registros de la bahía de San Francisco fueron usados para desarrollar la expresión de R-M SF. La tabla 3.3 muestra los datos de los acelerogramas utilizados en la segunda muestra.

La figura 3.17 muestra los espectros elásticos de energía de entrada por unidad de masa para los registros de la segunda muestra, puede observarse que, al igual que para la primera muestra, todos los acelerogramas son de banda angosta.

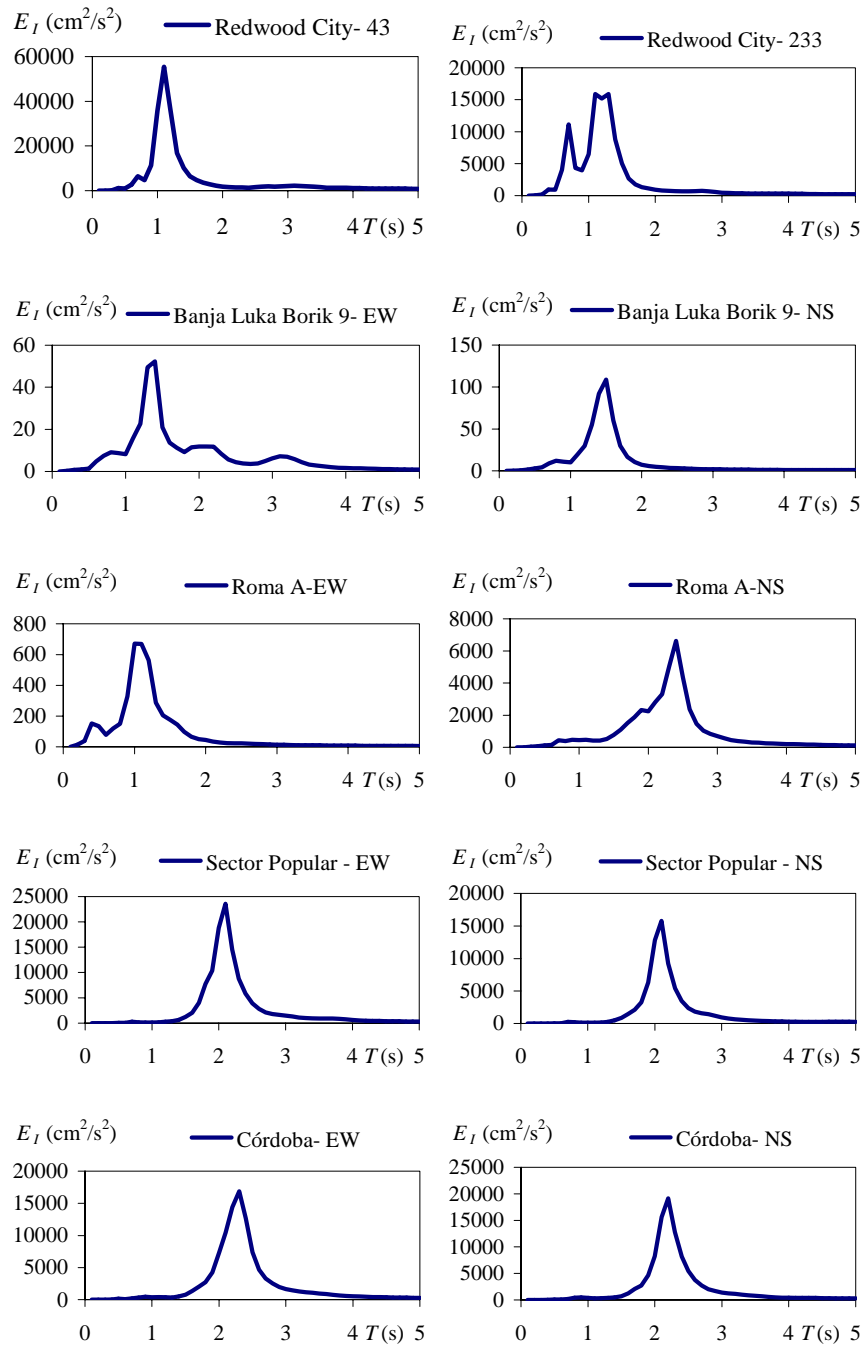


Figura 3.17. Espectros elásticos de energía de entrada para los acelerogramas de la segunda muestra utilizada,  $\xi=0.05$ .

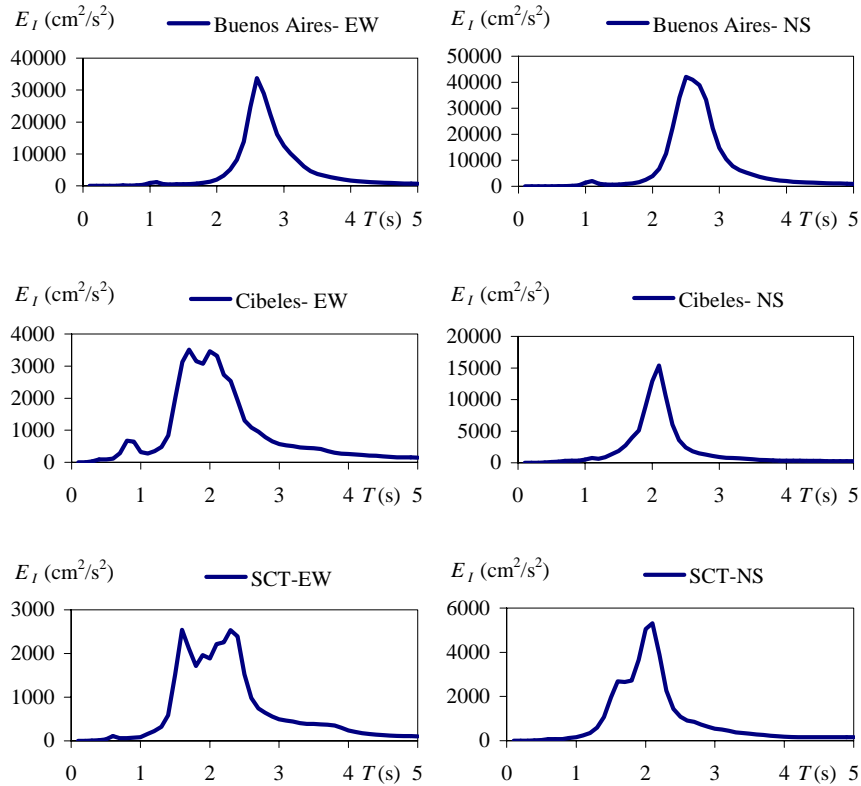


Figura 3.17. Continua

Tabla 3.3 Segunda muestra de acelerogramas utilizada en el análisis

Estacion	Fecha	Magnitud (Ms)	Comp	$A_{\max}$ ( $\text{cm}/\text{s}^2$ )	$T_g$ (s)	Dur (s)
Redwood City	10/18/89	7.1	43	270	1.1	8
Redwood City	10/18/89	7.1	233	216	1.2	11
Banja Luka-Borik 9	04/15/79	7.03	NS	7.45	1.5	13
Banja Luka-Borik 9	04/15/79	7.03	EW	8.93	1.4	14
Roma A	06/15/99	6.5	NS	28.8	2.4	92
Roma A	06/15/99	6.5	EW	31.7	1.0	46
Sector Popular	09/30/99	7.5	NS	31.4	2.1	81
Sector Popular	09/30/99	7.5	EW	30.5	2.1	94
Córdoba	09/30/99	7.5	NS	30.5	2.2	115
Córdoba	09/30/99	7.5	EW	42.6	2.3	103
Buenos Aires	09/30/99	7.5	NS	39.0	2.5	119
Buenos Aires	09/30/99	7.5	EW	42.9	2.6	110
Cibeles	09/30/99	7.5	NS	41.6	2.1	73
Cibeles	09/30/99	7.5	EW	31.1	2.2	87
SCT	09/30/99	7.5	NS	36.5	2.1	77
SCT	09/30/99	7.5	EW	20.6	2.3	79

La figura 3.18 muestra los errores asociados a las diferentes propuestas consideradas: 1) Arroyo y Terán (A-T), 2) Ordaz y Pérez(O-P), 3) Ruiz y Miranda para la Zona del Lago del DF (R-M DF), 4) Ruiz y Miranda para la bahía de San Francisco (R-M SF) y 5) Ecuación (3.60).

Como puede observarse la expresión propuesta por Ruiz y Miranda, para la zona de lago del DF, conduce a los menores valores de  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_{ln}$ . Nuevamente, se puede observar que todas las propuestas tienen un nivel de aproximación semejante.

Aunque para todas las propuestas el nivel de exactitud es semejante, la ecuación (3.60) tiene la ventaja que es independiente de los espectros elásticos de resistencia y desplazamiento.

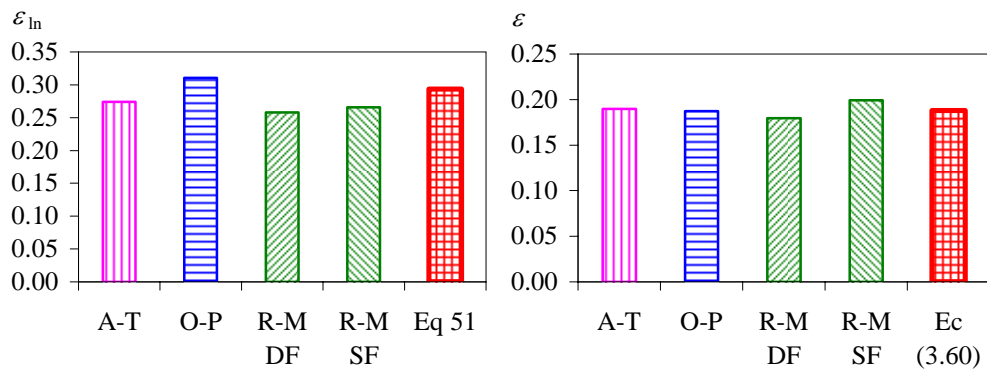


Figura 3.18. Error logarítmico y estándar asociados a diferentes estimaciones de  $\eta$ ,  $\xi=0.05$ . (Segunda muestra)

Los resultados mostrados en la figura 3.18 establecen una comparación a nivel global de las diferentes expresiones para estimar el espectro  $\eta$ . Además, la figura 3.19 muestra una comparación entre los valores de  $\varepsilon_{ln}$  para las diferentes propuestas consideradas como función de  $T$ .

Puede observarse que el nivel de error obtenido con las dos muestras de acelerogramas utilizadas es similar y que las tendencias observadas son semejantes. Los errores en la segunda muestra tienden a disminuir respecto a la primera muestra debido a que se utilizó un número mayor de registros.



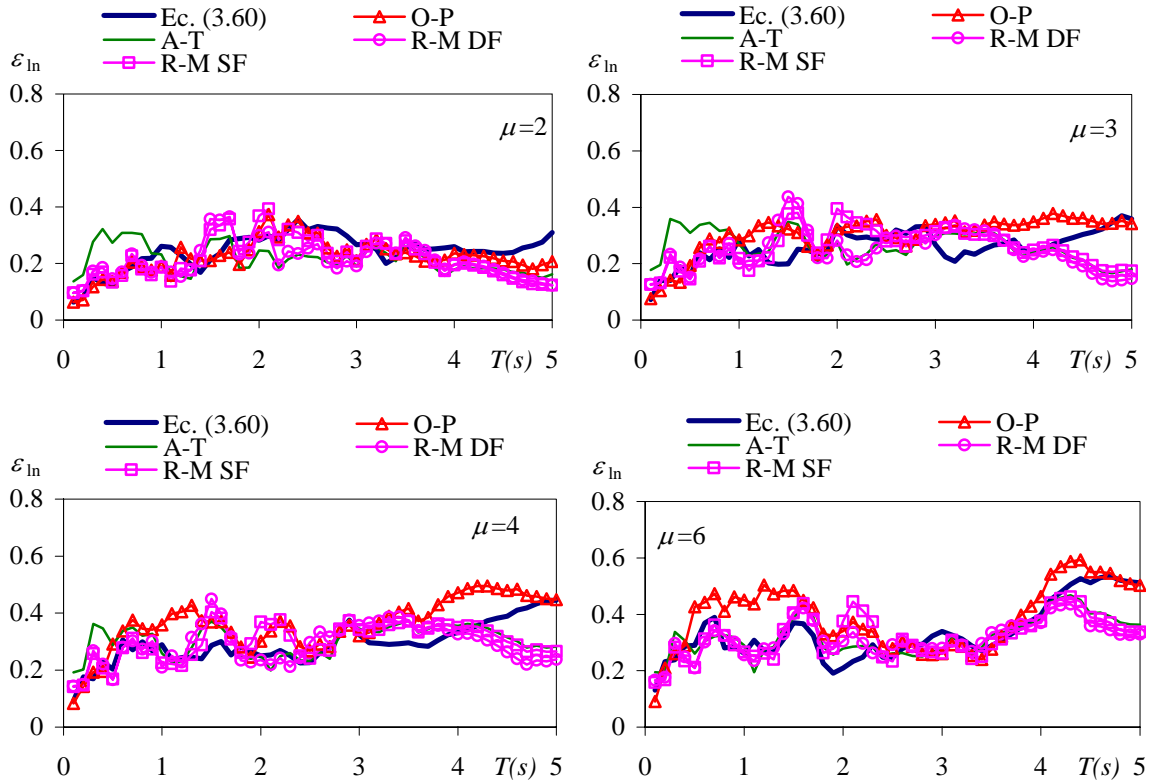


Figura 3.19. Errores logarítmicos promedio, asociados a diferentes estimaciones de  $\eta$ , como función del periodo,  $\xi=0.05$ . (Segunda muestra de acelerogramas)

### 3.8 CONSIDERACIONES TEÓRICAS EN LA ESTIMACIÓN DE $R_\mu$

Tradicionalmente, la estimación de las demandas inelásticas de resistencia para S1GL se ha realizado mediante el uso de factores  $R_\mu$  o  $C_\mu$ . Sin embargo, como se ha mostrado durante este capítulo, pulsos más largos conducen a valores mayores de  $R_\mu$  y a valores menores de  $C_\mu$ , particularmente para sistemas cerca de la resonancia.

Por lo tanto, para acelerogramas de banda angosta, procedimientos que no tomen en cuenta la duración del movimiento para estimar  $R_\mu$  o los  $C_\mu$  son teóricamente incorrectos. A continuación se discute un ejemplo que ilustra esta limitación.

La figura 3.20 muestra la fase intensa calculada conforme a Trifunac y Brady (1975) del acelerograma SCT-EO registrado durante el sismo de Michoacán en 1985 (la duración total del registro es de 180 segundos). Como puede observarse, la aceleración máxima se alcanza sólo durante pocos pulsos, alrededor de seis veces, (ver la línea punteada de la figura 3.20).

Cuesta y Aschheim (2001) identificaron que un pulso sinusoidal simple de cinco medios ciclos de duración puede ser utilizado para estimar el valor de  $R_\mu$  para este registro; sin embargo su observación es válida sólo para este registro.

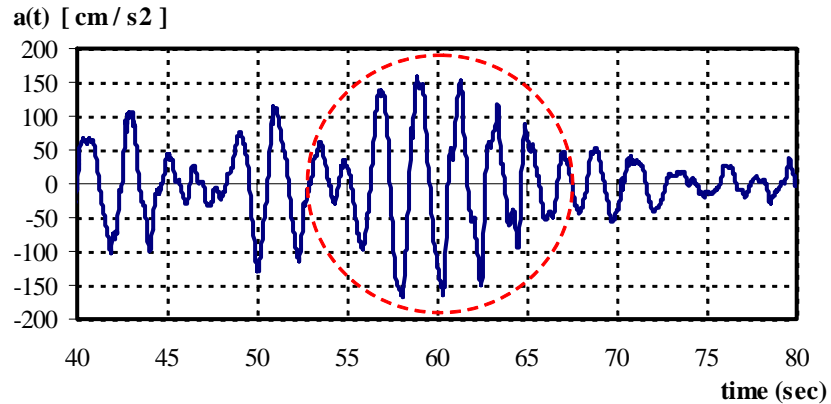


Figura 3.20. Fase intensa del acelerograma SCT-EO 1985

La figura 3.21 muestra la fase intensa, calculada de acuerdo a Trifunac y Brady (1975), del registro SP5189 NS. Este acelerograma fue registrado en la estación Sector Popular ubicada en la zona del Lago del DF durante el sismo del 25 de abril de 1989. La duración total del registro es de 110 segundos. Como puede observarse la aceleración máxima se alcanza alrededor de nueve veces (ver línea punteada en la figura 3.21), tres ocasiones más que para el caso del registro SCT-EO 1985.

Esta observación sugiere que el número de pulsos del registro SP5189 NS es mayor que el del registro SCT-EO. De acuerdo a lo discutido en esta sección el registro SP5189 debe conducir a un valor de  $R_{\mu}$  mayor que el asociado al registro SCT-EO1985.

Además, en movimientos de tipo sinusoidal, la duración está estrechamente relacionada al ancho de banda: conforme la duración aumenta el ancho de banda se aproxima a cero. Algunos investigadores han observado que el valor de  $R_{\mu}$  crece conforme el ancho de banda disminuye (Ordaz *et al.* 1993 y Arroyo y Terán 2003).

Para confirmar estas observaciones la figura 3.22 muestra una comparación entre: 1)  $R_{\mu}$  estimado con el pulso de Cuesta y Aschheim (2001), 2)  $R_{\mu}$  para el registro SCT-EO1985 y 3)  $R_{\mu}$  para el registro SP5189.

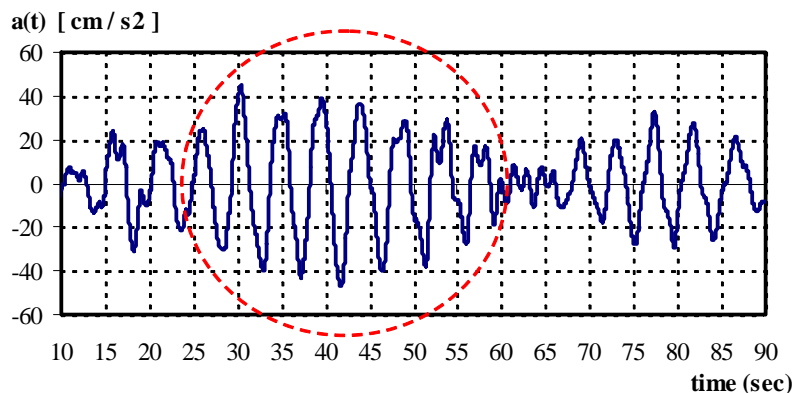


Figura 3.21. Fase intensa del acelerograma SP5189 NS

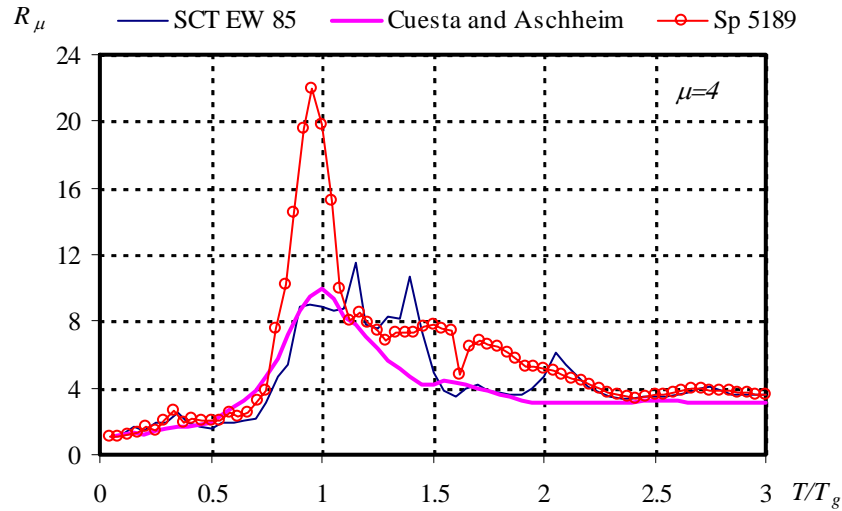


Figura 3.22. Comparación entre espectros de  $R_\mu$ ,  $\xi=0.05$

Como puede observarse en la figura 3.22 el registro SP5189 NS tiene un valor varias veces mayor de el  $R_\mu$  del registro SCT-EO en la zona cercana a la resonancia.

Además, el pulso de Cuesta y Aschheim tiene un  $R_\mu$  similar al del registro SCT-EO pero no es razonable usarlo para estimar el  $R_\mu$  asociado al registro SP5189 NS.

Durante este capítulo se ha señalado que los factores  $R_\mu$  y  $C_\mu$  dependen de la duración de la excitación sísmica, para el tipo de acelerogramas considerados en esta sección, debido a su dependencia en las demandas elásticas de resistencia y desplazamiento y que expresiones que no contemplen explícitamente la duración son, en principio, teóricamente incorrectas.

Sin embargo, el nivel de error mostrado en las figuras 3.15, 3.16, 3.18 y 3.19 sugiere que las expresiones obtenidas de análisis estadísticos conducen a estimaciones bastante razonables de las demandas máximas de desplazamiento y resistencia a pesar de no contemplar explícitamente la duración del movimiento.

Para explicar este fenómeno se calcularon los espectros de energía de entrada elástica normalizada, para todos los registros utilizados, conforme a:

$$E_{I\,norm} = \frac{E_I}{SD^2 \omega^2 m} \quad (3.73)$$

$E_{Inorm}$  es el número de ciclos elásticos a desplazamiento máximo requeridos para disipar la energía de entrada producida por el acelerograma. Por lo que  $E_{Inorm}$  es una medida de la duración del movimiento sísmico. Note que al sustituir en la ecuación (3.73) el valor de  $E_I$  por  $E_{H\mu}$  y  $SD$  por el desplazamiento asociado a un nivel de daño se obtiene el parámetro propuesto por Rodríguez (1994) para cuantificar el nivel de daño estructural.

Las figuras 3.23 y 3.24 muestran que los espectros de energía de entrada normalizada son similares para todos los registros considerados. Por lo que la buena aproximación de las expresiones obtenidas de análisis estadísticos es debido a que los acelerogramas estudiados tienen una duración similar.

Debe tenerse cuidado al aplicar las expresiones obtenidas de estudios estadísticos para estimar las demandas máximas de desplazamiento y resistencia para sistemas sujetos a acelerogramas con otras duraciones. Dentro de este contexto, la ecuación (3.60) representa una solución más robusta.

Note que la duración de Trifunac y Brady (1975) mostrada en las tablas 3.1 y 3.2 no es una definición razonable para caracterizar las demandas de energía para la zona del Lago del DF, tal como Arroyo y Terán (2002) lo habían observado.

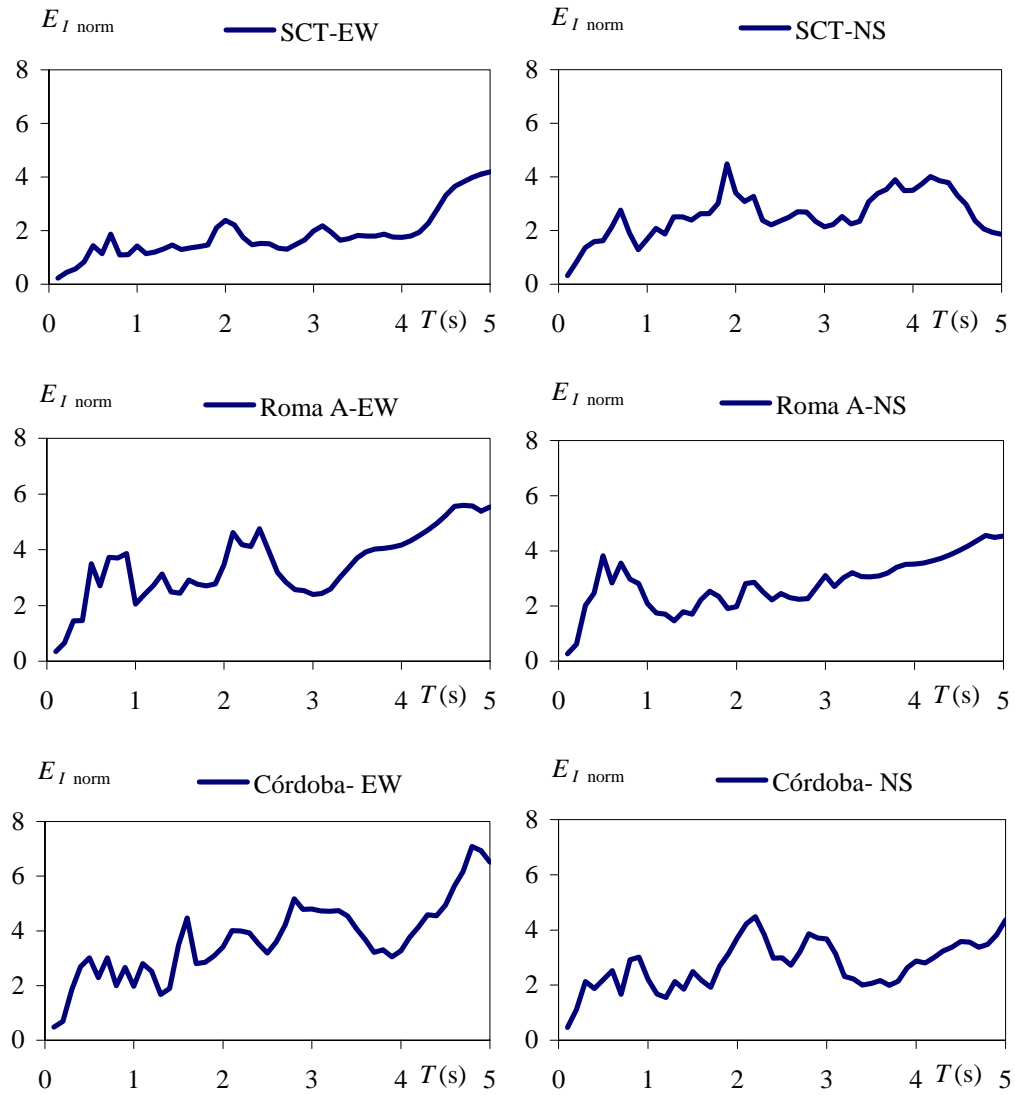


Figura 3.23. Espectros normalizados de energía de entrada elástica para la primera muestra de acelerogramas considerada,  $\xi=0.05$ .

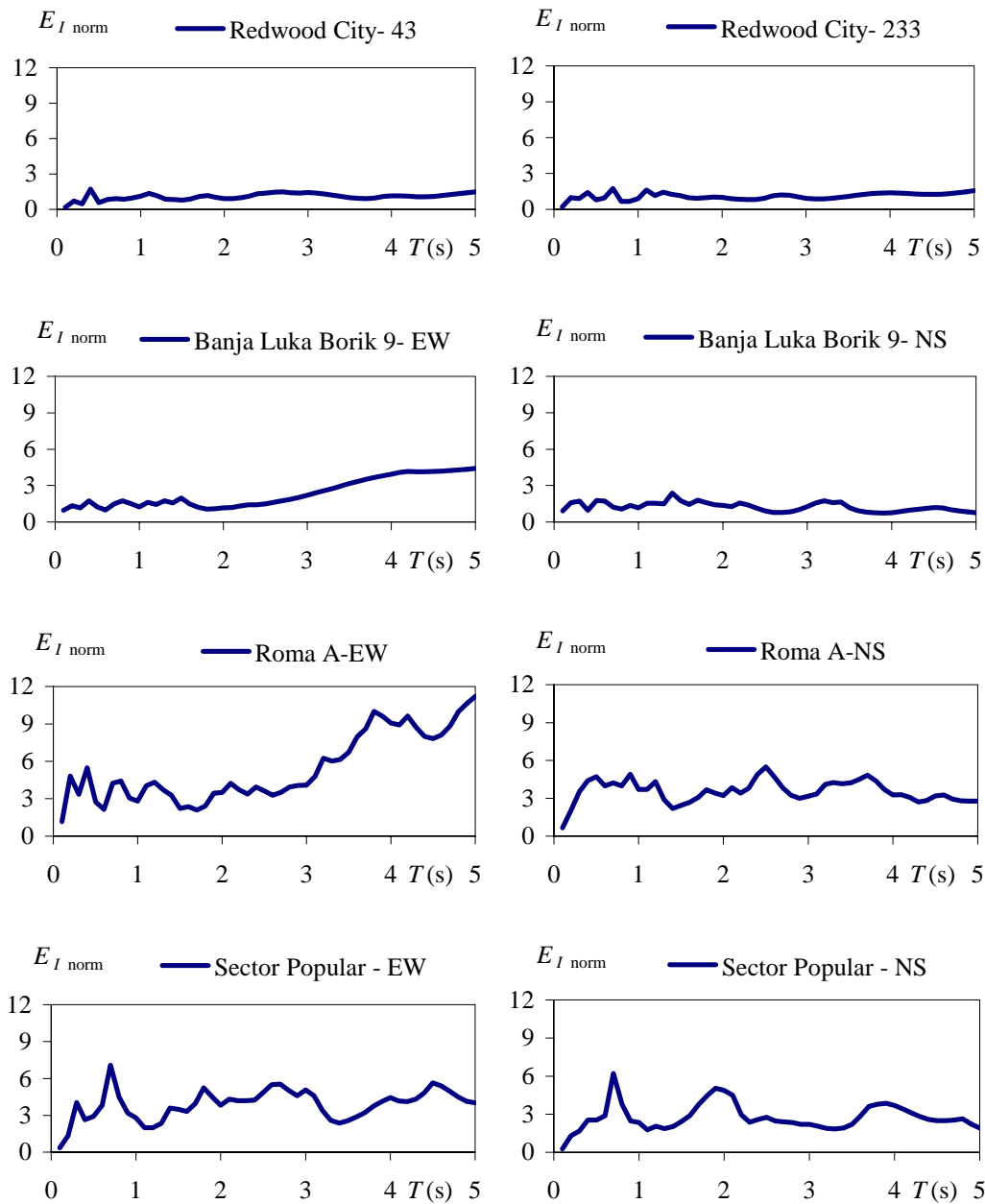


Figura 3.24. Espectros normalizados de energía de entrada elástica para la segunda muestra de acelerogramas considerada,  $\xi=0.05$ .

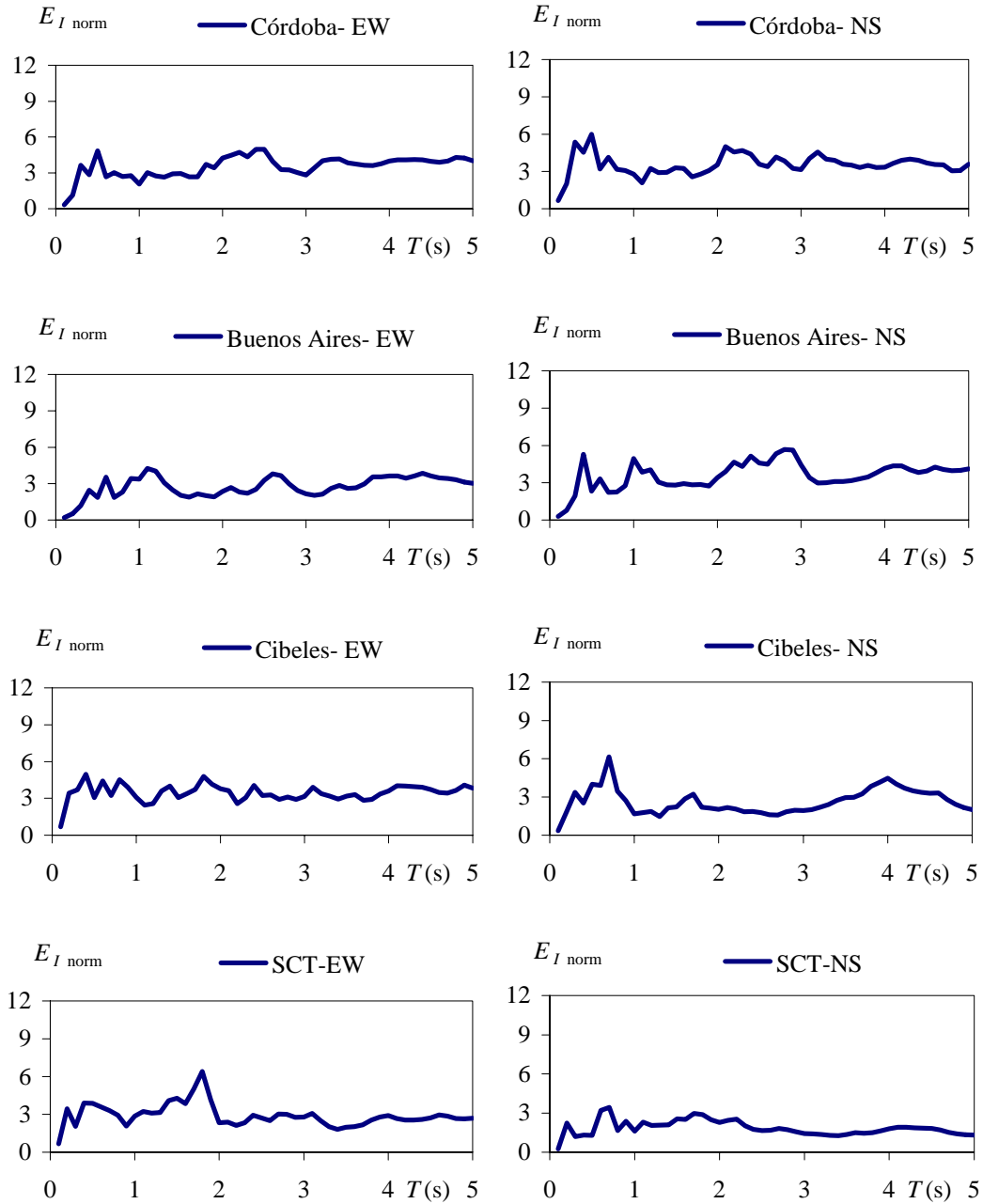


Figura 3.24. Continua

# CAPÍTULO IV

## DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN OSCILADORES ELASTOPLÁSTICOS SUJETOS A PULSOS SINUSOIDALES



## 4.1 CONSIDERACIONES INICIALES

En el capítulo anterior se mostró que las demandas máximas inelásticas para S1GL sujetos a pulsos sinusoidales son independientes de la duración del pulso. Sin embargo, las demandas de energía histerética disipada dependen fuertemente de dicha duración.

Investigaciones recientes han mostrado que no es razonable usar las definiciones comúnmente utilizadas de duración de fase intensa para caracterizar las demandas de energía en movimientos de banda angosta registrados en la zona del Lago del DF (Arroyo y Terán 2001).

Dentro de este contexto, en este capítulo se establece una relación teórica entre la duración de un pulso sinusoidal y su espectro de amplitudes de Fourier.

Con base en la relación encontrada es posible obtener un pulso sinusoidal equivalente asociado a un acelerograma de banda angosta. El pulso sinusoidal equivalente obtenido refleja en forma adecuada la intensidad y la duración del acelerograma desde el punto de vista de la estimación de las demandas de energía.

Al igual que en el capítulo anterior los pulsos utilizados fueron corregidos con el fin de que proporcionaran una descripción realista del movimiento del terreno durante un evento sísmico.

El pulso equivalente se utilizó para estimar las demandas de energía histerética disipada en osciladores elastoplásticos sujetos a acelerogramas de banda angosta y los resultados se compararon con los obtenidos de expresiones obtenidas de análisis estadísticos. Se encontró que la metodología propuesta tiene un nivel de aproximación similar a las expresiones obtenidas de análisis estadísticos.

El pulso equivalente tiene la ventaja de que no es necesario tener un acelerograma para definirlo. Aprovechando esta ventaja, se construyen escenarios de duración, número de pulsos equivalentes y demandas de energía histerética disipada para un evento sísmico intenso en la zona del Lago del Distrito Federal.

## 4.2 RELACIÓN ENTRE DURACIÓN Y ESPECTRO DE AMPLITUDES DE FOURIER EN PULSOS SINUSOIDALES

Considere el siguiente un pulso sinusoidal:

$$a(t) = A_{\max} \sin(\Omega t) \quad (4.1)$$

donde  $A_{\max}$  es la aceleración máxima del pulso,  $\Omega$  es la frecuencia del pulso y  $t$  es el tiempo.

Se desea calcular el espectro de amplitudes de Fourier del pulso definido por la ecuación (4.1) cuando tiene una duración finita ( $t_d$ ).

Para dar la duración requerida al pulso es necesario multiplicar a la ecuación (4.1) por una función escalón unitario de duración ( $t_d$ ) definida por la ecuación (4.2), un esquema del pulso resultante se muestra en la figura 4.1.

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } |t| < \frac{t_d}{2} \\ 0 & \text{Si } |t| > \frac{t_d}{2} \end{cases} \quad (4.2)$$

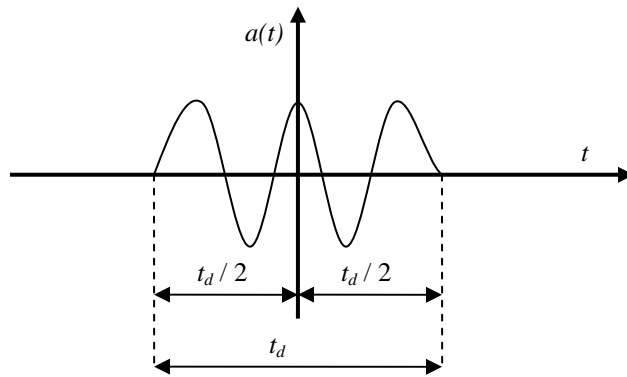


Figura 4.1 Esquema del pulso sinusoidal con duración finita

De esta forma, la transformada de Fourier de un pulso sinusoidal de duración  $t_d$  es:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) a(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.3)$$

Para obtener  $A(\omega)$  se debe resolver la integral de la ecuación (4.3), pero también puede calcularse conforme a lo siguiente:

La función  $a(t)$  puede escribirse en su forma exponencial;

$$a(t) = -\frac{A_{\max}}{2} i \left( e^{\Omega t} - e^{-\Omega t} \right) \quad (4.4)$$

Aplicando el teorema del desplazamiento de la transformada de Fourier se tiene que;

$$A(\omega) = -\frac{A_{\max}}{2} i H(\omega - \Omega) + \frac{A_{\max}}{2} i H(\omega + \Omega) \quad (4.5)$$

donde  $P(\omega)$  es la transformada de Fourier del escalón unitario y es igual a (Hsu 1998):

$$H(\omega) = \frac{2}{\omega} \sin\left(\frac{\omega t_d}{2}\right) \quad (4.6)$$

Sustituyendo la ecuación (4.6) en la ecuación (4.5) se obtiene:

$$A(\omega) = -\frac{A_{\max}}{(\omega - \Omega)} i \sin\left(\frac{(\omega - \Omega)t_d}{2}\right) + \frac{A_{\max}}{(\omega + \Omega)} i \sin\left(\frac{(\omega + \Omega)t_d}{2}\right) \quad (4.7)$$

Finalmente, el espectro de amplitudes de Fourier es:

$$|A(\omega)| = \left| \frac{A_{\max} \sin\left(\frac{(\omega - \Omega)t_d}{2}\right)}{\omega - \Omega} + \frac{A_{\max} \sin\left(\frac{(\omega + \Omega)t_d}{2}\right)}{\omega + \Omega} \right| \quad (4.8)$$

La figura 4.1 muestra un esquema del espectro de amplitudes obtenido con la ecuación (4.8). El máximo del espectro de amplitudes de Fourier ( $\max|A(\omega)|$ ) ocurre cuando  $\omega = \Omega$  y puede demostrarse que es igual a:

$$\lim_{\omega \rightarrow \Omega} |A(\omega)| = A_{\max} \left( \frac{t_d}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin(\Omega t_d)}{\Omega} \right) \quad (4.9)$$

Para señales con valores de  $\Omega$  mayores a 0.62 rad/s (periodos menores a 10 segundos) el segundo término de la ecuación (4.9) deja de ser significativo y prácticamente:

$$\max|A(\omega)| = \frac{A_{\max} t_d}{2} \quad (4.10)$$

De acuerdo a la ecuación (4.10) para tener una estimación de la duración del pulso es necesario conocer el valor de la aceleración máxima del pulso y el máximo de su espectro de amplitudes de Fourier conforme a:

$$t_d = \frac{2 \max|A(\omega)|}{A_{\max}} \quad (4.11)$$

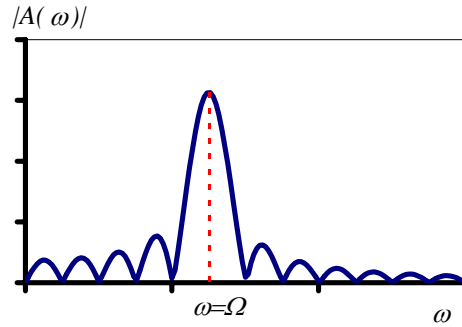


Figura 4.1 Espectro teórico de amplitudes de Fourier para un pulso sinusoidal de duración finita

Con base en la ecuación (4.11) puede asociarse un pulso sinusoidal equivalente a un acelerograma de banda angosta en función de su aceleración máxima, periodo predominante y del máximo de su espectro de amplitudes de Fourier.

El pulso equivalente obtenido refleja la intensidad, frecuencia dominante y duración del acelerograma; mientras menor sea la banda del registro mejor será caracterizado por el pulso equivalente.

El número de pulsos equivalentes de  $T_g$  segundos puede calcularse conforme a:

$$n_{eq} = \frac{t_d}{T_g} \quad (4.12)$$

Una vez conocidas las propiedades equivalentes ( $A_{max}$ ,  $T_g$  y  $n_{eq}$ ) el pulso equivalente se genera conforme lo discutido en el capítulo anterior (ecuación 3.2).

### 4.3 COMPARACIÓN CON PROPUESTAS OBTENIDAS DE ANALISIS ESTADÍSTICOS

El pulso equivalente se utilizó para estimar las demandas de energía histerética por unidad de masa en S1GL sujetos a una muestra de 22 acelerogramas de banda angosta. La muestra está formada por las dos muestras utilizadas en el capítulo anterior.

Las propiedades generales de los registros se reportan en las tablas 3.1 y 3.2. En la tabla 4.1 se muestra la duración y el número de pulsos equivalentes asociados a cada registro. Cabe mencionar que se utilizó el espectro de amplitudes de Fourier suavizado de los acelerogramas.

Tabla 4.1 Muestra de acelerogramas utilizada

Estación	Fecha	Comp	$A_{max}$ (cm/s <sup>2</sup> )	$T_g$ (s)	$\max A(\omega) $ (cm/s)	$t_d$ (s)	$n_{eq}$
SCT	09/19/85	EW	169	2	823	9.7	5
SCT	09/19/85	NS	93.4	2.1	593	12.7	6
Roma A	10/12/94	EW	16.6	2.2	122	14.7	7
Roma A	10/12/94	NS	19.4	2.2	112	11.5	5
Córdoba	14/09/95	EW	45.4	2.3	267	11.8	5
Córdoba	14/09/95	NS	44.1	2.2	251	11.4	5
Redwood City	10/18/89	43	270	1.1	386	2.9	3
Redwood City	10/18/89	233	216	1.2	200	1.9	2
Banja Luka-Borik 9	04/15/79	NS	7.45	1.5	16	4.3	3
Banja Luka-Borik 9	04/15/79	EW	8.93	1.4	11.1	2.5	2
Roma A	06/15/99	NS	28.8	2.4	128	8.9	4
Roma A	06/15/99	EW	31.7	1.0	42.6	2.7	3
Sector Popular	09/30/99	NS	31.4	2.1	215	13.7	7
Sector Popular	09/30/99	EW	30.5	2.1	261	17.1	8
Córdoba	09/30/99	NS	30.5	2.2	236	15.5	7
Córdoba	09/30/99	EW	42.6	2.3	227	10.7	5
Buenos Aires	09/30/99	NS	39	2.5	366	18.8	8
Buenos Aires	09/30/99	EW	42.9	2.6	322	15.0	6
Cibeles	09/30/99	NS	41.6	2.1	214	10.3	5
Cibeles	09/30/99	EW	31.1	2.2	101	6.5	3
SCT	09/30/99	NS	36.5	2.1	122	6.7	3
SCT	09/30/99	EW	20.6	2.3	85.6	8.3	4

Los espectros de energía histerética de los acelerogramas se compararon con los espectros obtenidos con los pulsos equivalentes y con los obtenidos mediante dos reglas para estimar las demandas de energía histerética por unidad de masa ( $E_{H\mu}$ ) en S1GL, desarrolladas por otros investigadores mediante análisis estadísticos.

Las reglas consideradas fueron las mismas utilizadas en el capítulo dos:

- a) Fajfar y Vidic (1992) para estimar la demanda de  $E_{H\mu}$  en S1GL bilineales con diez por ciento de endurecimiento por deformación propusieron la ecuación (2.61).
- b) Manfredi (2001) con base en el estudio de S1GL sujetos a 122 acelerogramas propuso la ecuación (2.68) para estimar  $E_{H\mu}$ . Al igual que en capítulo dos la ductilidad cíclica se calculó con la ecuación (2.72).

Para las comparaciones se consideraron valores de  $T$  de 0.1 a 5 segundos y de  $\mu$  de 1.5, 2, 3, 4 y 6.

Para ejemplificar los resultados obtenidos, la figura 4.2 muestra una comparación entre los espectros de  $E_{H\mu}$  para el acelerograma SCT 85 EW (SCT85-EW) y los obtenidos con las propuestas consideradas.

La figura 4.2 se muestra sólo con fines cualitativos pues la comparación del nivel de exactitud entre las propuestas consideradas se realizó calculando el error logarítmico promedio para cada propuesta considerada, definido en la ecuación (2.75).

La figura 4.3 compara los errores logarítmicos promedio asociados a las diferentes propuestas consideradas para estimar  $E_{H\mu}$ . Como puede observarse, para los 22 registros considerados el procedimiento aquí presentado conduce al menor error logarítmico promedio, a pesar de que no se realizó ninguna regresión estadística para minimizar el error.

El error logarítmico promedio más grande se obtiene con la ecuación de Fajfar, aunque es importante mencionar que esta formulación fue desarrollada para S1LG con diez por ciento de endurecimiento por deformación y aquí se aplicó a S1GL elastoplásticos perfectos.

Como puede observarse en la figura 4.3, el error promedio tiende a disminuir conforme la demanda de ductilidad aumenta, para la propuesta de Manfredi y para el pulso equivalente, mientras que para la propuesta de Fajfar el error promedio tiende a permanecer constante.

Para complementar estas observaciones la figura 4.4 muestra los errores logarítmicos promedio, como función del periodo, asociados a las diferentes propuestas consideradas.

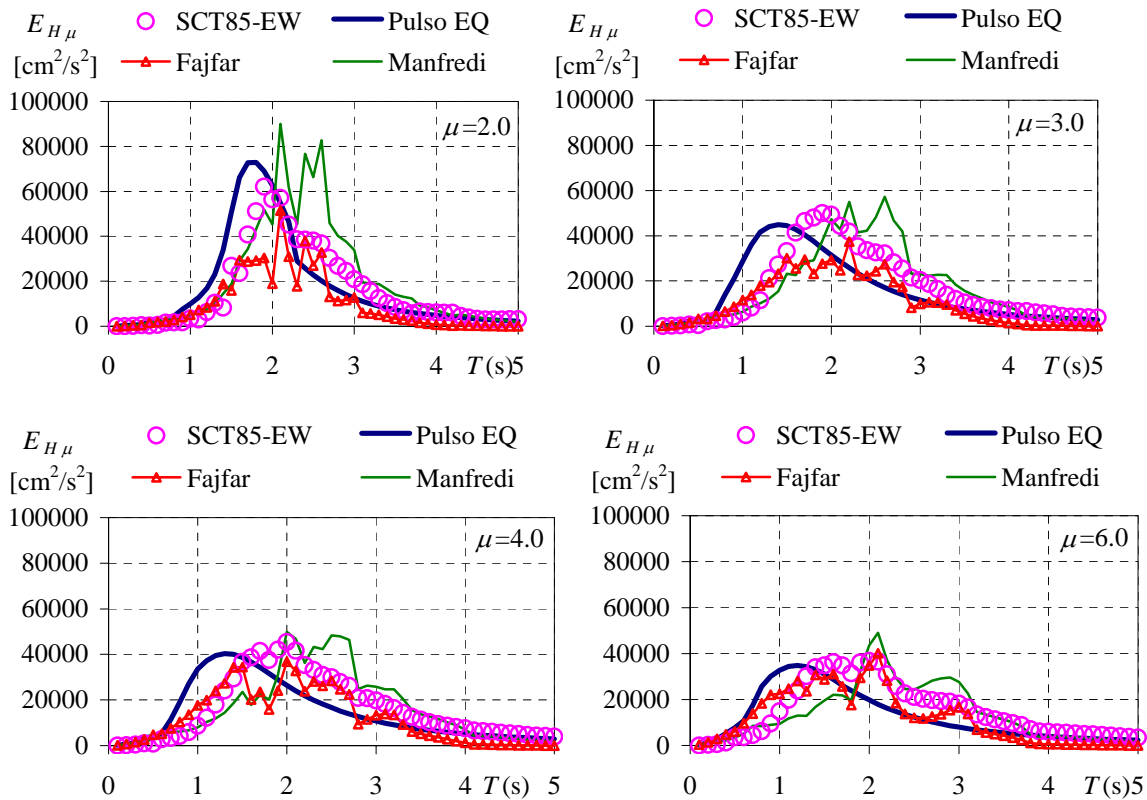


Figura 4.2 Comparación entre diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$  para el acelerograma Ci99-EW,  $\xi=0.05$

Puede observarse que para periodos menores a 1.5 segundos las tres propuestas conducen a un nivel de error comparable. A partir de dicho periodo los errores asociados a la expresión de Manfredi y al pulso equivalente tienden a permanecer constantes; mientras que los errores asociados a la expresión de Fajfar comienzan a aumentar considerablemente.

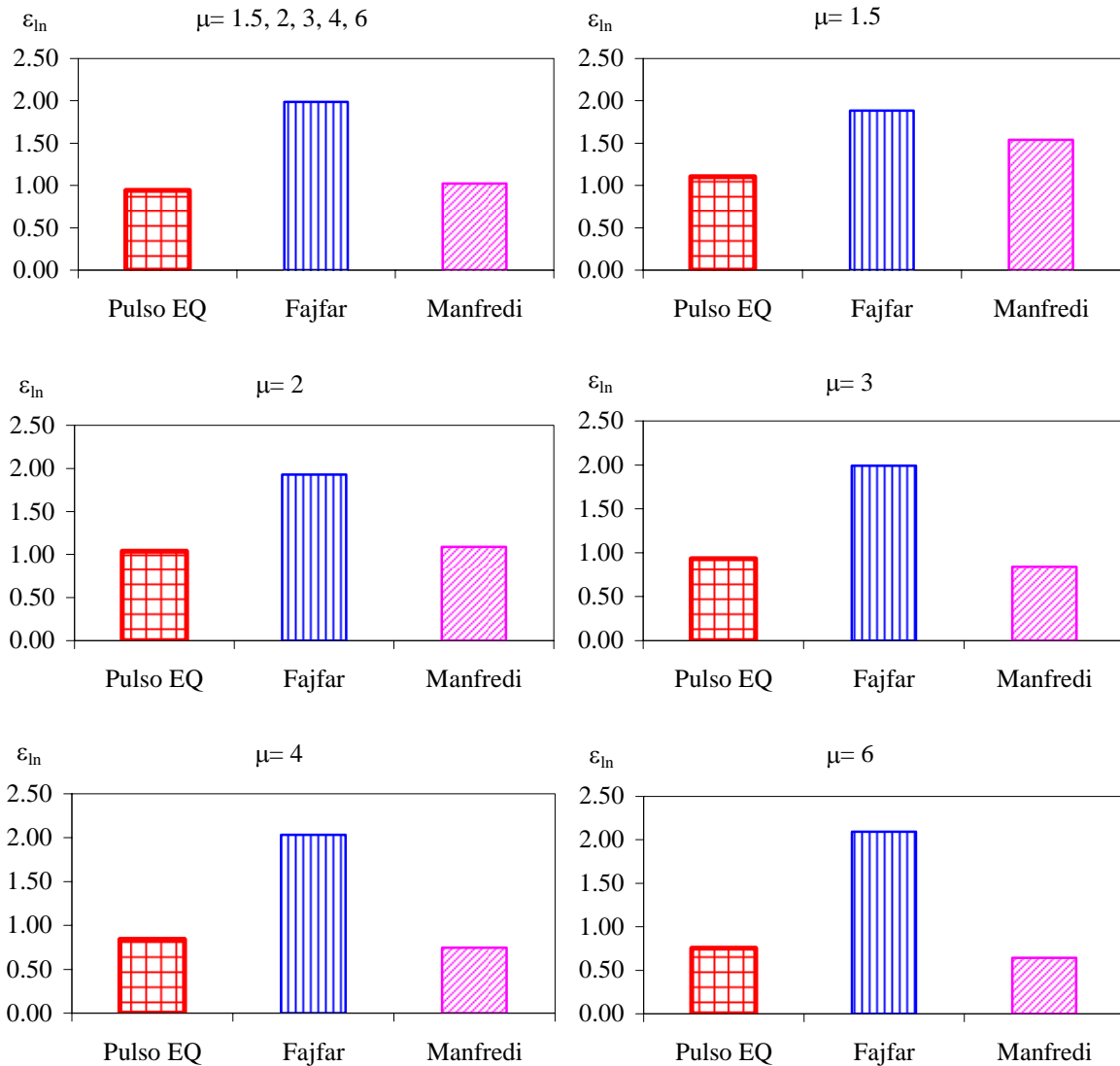


Figura 4.3 Errores logarítmicos promedio asociados a diferentes propuestas para estimar  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$ .

Se puede observar que a pesar de que los errores asociados al pulso equivalente y a la propuesta de Manfredi son diferentes, las tendencias en los errores son muy similares.

Note cómo para periodo corto, el nivel de error tiende a aumentar considerablemente para las tres propuestas consideradas. Estos altos niveles de error, en periodos muy cortos, son un poco engañosos ya que cuando  $T$  tiende a cero  $E_{H\mu}$  también tiende a cero y con la

medida de error utilizada cualquier variación referida a cero conducirá a un nivel alto de error.

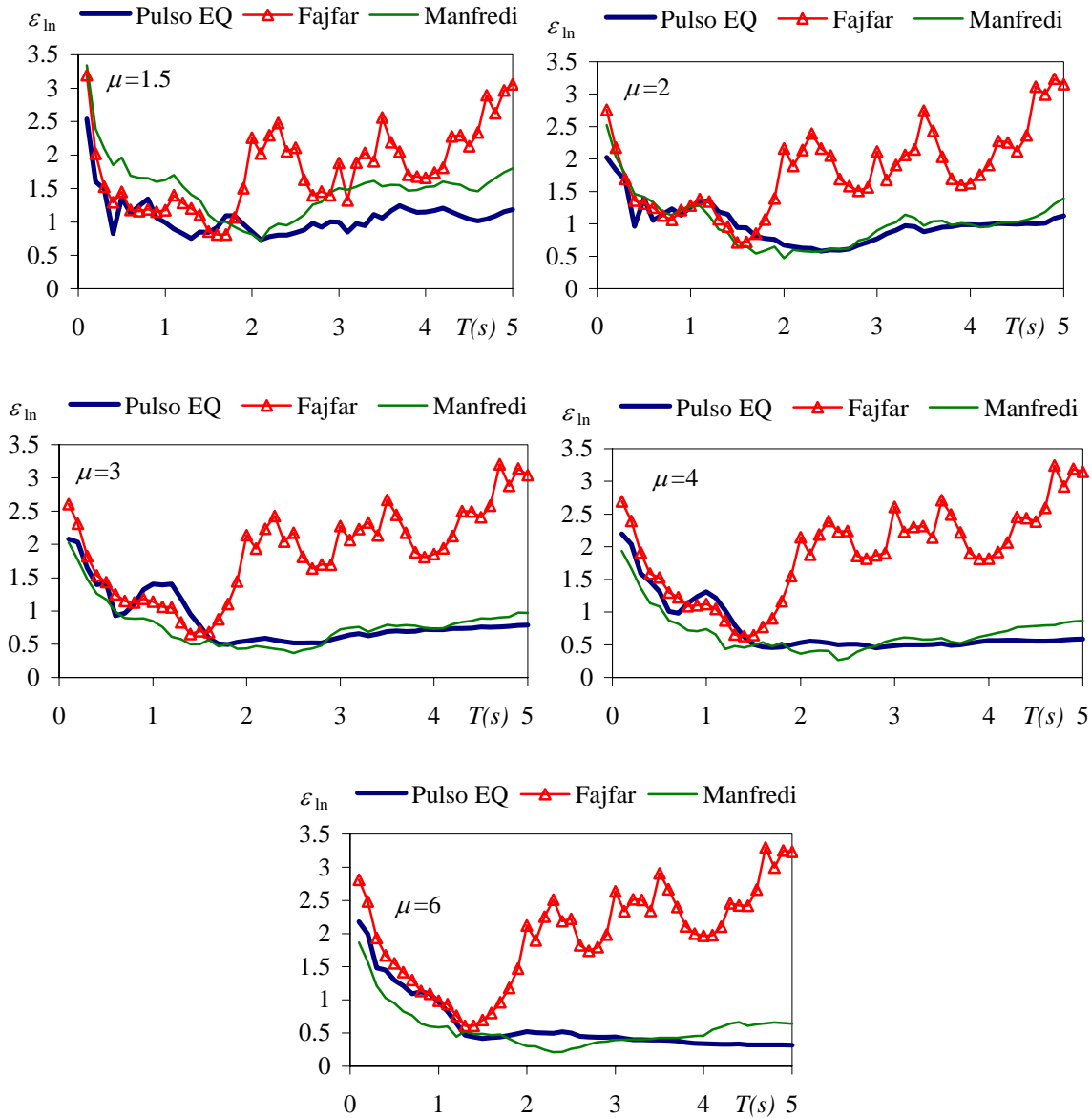


Figura 4.4. Errores logarítmicos promedio como función del periodo para diferentes estimaciones de  $E_{H\mu}$ ,  $\xi=0.05$

Con base en lo discutido en esta sección puede concluirse que el pulso equivalente conduce a estimaciones razonables de las demandas de energía histerética en S1GL sujetos a acelerogramas de banda angosta. Estos resultados sugieren que el pulso equivalente refleja de forma adecuada la intensidad y duración de excitaciones sísmicas de banda angosta.

Cabe mencionar que la ecuación propuesta por Manfredi conduce a estimaciones razonables de las demandas de energía para S1GL sujetos a excitaciones de banda angosta



(como se ha mostrado en este capítulo) y de banda ancha (como se mostró en el capítulo dos).

El pulso equivalente tiene la desventaja de que su aplicación práctica es complicada, ya que su solución tiene que obtenerse numéricamente y no se presenta en forma de expresiones algebraicas. Sin embargo, tiene la ventaja de que a diferencia de las propuestas existentes, no requiere conocer algún acelerograma; sólo requiere conocer el valor esperado de la aceleración máxima, el valor del periodo predominante y el máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración esperada. Cabe mencionar que para facilitar su aplicación práctica podrían calcularse nomogramas para diferentes duraciones de pulso.

#### **4.4 ESCENARIOS TEÓRICOS DE DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN LA ZONA DEL LAGO DEL DF**

En la sección anterior se estableció que para estimar las demandas de energía histerética en SIGL elastoplásticos sujetos a movimientos de banda angosta es necesario conocer la aceleración máxima, el periodo predominante y el máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración.

Diferentes investigadores han desarrollado estudios encaminados a tratar de estimar estos parámetros.

Esteva y Rosenblueth (1964) propusieron una ley de atenuación para estimar el valor  $A_{max}$  en la zona de terreno firme del Distrito Federal. Otros investigadores han propuesto leyes de atenuación para calcular el espectro de amplitudes de Fourier en un sitio de referencia (Castro *et al.* 1988, Ordaz *et al.*, 1994 y Pérez *et al.* 1999) y funciones de transferencia empíricas (Singh *et al.* 1988) para calcular el espectro de amplitudes de Fourier en la zona del lago del Distrito Federal. Usando esta información, y un procedimiento de interpolación, es posible estimar diferentes características de futuros movimientos sísmicos en casi cualquier sitio de la ciudad de México (Ordaz *et al.* 1997).

Con base en dichos estudios, los parámetros requeridos para definir el pulso equivalente pueden ser estimados para un evento sísmico definido por su magnitud ( $M$ ) y su distancia epicentral ( $D$ ).

Para estimar las demandas de energía histerética esperadas durante un evento sísmico intenso, los parámetros requeridos para definir pulsos equivalentes en diferentes sitios de la zona del lago del Distrito Federal ( $A_{max}$ ,  $T_g$  y  $\max |A(\omega)|$ ) fueron calculados considerando  $M=8$  y  $D=300$  km. Para generar esta información, se utilizó una versión modificada del programa Z desarrollado por Ordaz *et al.* (Ordaz *et al.* 2000).

Con los pulso equivalentes obtenidos se calcularon las demandas de energía de energía histerética para SIGL elastoplásticos ubicados en los sitios estudiados.

Las figuras 4.5 y 4.6 muestran la duración del pulso equivalente ( $t_d$ ) en las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste. En dichas figuras la línea punteada corresponde al límite del

Distrito Federal, la línea continua roja corresponde al límite de la zona del lago y la línea naranja corresponde al límite de la zona de transición.

Cabe mencionar que los resultados presentados en esta sección son válidos sólo para la zona del lago (delimitada por la línea amarilla en las figuras 4.7 y 4.8), ya que en dicha zona es donde se han registrado movimientos de banda angosta.

Se observa que para el evento postulado, la duración del pulso equivalente en la zona del lago varía entre 10 y 20 segundos; las duraciones mayores ocurren en el centro del lago.

Las figuras 4.7 y 4.8 muestran el número de pulsos equivalentes ( $n_{eq}$ ) en las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste, respectivamente.

A diferencia de la duración de pulso, se observa una variación más uniforme del número de pulsos equivalentes. El número de pulsos varía entre 4 y 6 para toda la zona de lago. A manera de referencia, en la tabla 4.1 puede observarse que en 1985 en la estación SCT se observaron duraciones de pulso de 5 y 6 para la direcciones Este-Oeste y Norte-Sur, respectivamente.

Las figuras 4.9 y 4.10 muestran las demandas de energía histerética por unidad de masa en las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste, respectivamente. En dichas figuras se muestran las demandas para osciladores elastoplásticos con un periodo igual al periodo fundamental del terreno y con una demanda máxima de desplazamiento de cuatro.

Con el procedimiento descrito en esta sección pueden calcularse las demandas asociadas a otros periodos de vibración y otras demandas máximas de ductilidad; se escogió presentar el caso mostrado en las figuras 4.9 y 4.10 porque para esos periodos se esperarían las demandas mayores de energía histerética disipada, debido a la resonancia.

Los resultados obtenidos sugieren que en la zona del lago existen cuatro zonas en las que se presentarían altas demandas de energía histerética ante el evento postulado: la zona centro de la ciudad, la zona de Xochimilco, la zona de Tláhuac, la zona de Tasqueña y la zona de Texcoco cercana al aeropuerto de la ciudad de México.

Como referencia, la figura 4.13 muestra los espectros de  $E_{H\mu}$  para los acelerogramas registrados en la estación SCT durante el sismo de 1985; note la excelente coincidencia entre los valores observados y los valores mostrados en la figuras 4.9 y 4.10.

Finalmente, las figuras 4.11 y 4.12 muestran las demandas de energía histerética normalizada, definida por la ecuación (4.25), para las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste.

$$NE_{H\mu} = \frac{E_H}{F x_f} \quad (4.25)$$

donde  $F$  es la resistencia de fluencia del sistema y  $x_f$  es el desplazamiento de fluencia del sistema y  $E_H$  es la energía histerética disipada por el oscilador

Este parámetro fue introducido por Osteraas y Krawinler (1989). Para un oscilador elastoplástico,  $NE_{H\mu}$  representa la demanda de ductilidad acumulada por el sistema durante todos los ciclos de comportamiento inelástico (Terán 1996), el valor de  $NE_{H\mu}$  normalizado por la capacidad dúctil del sistema ante carga monotónica es proporcional al segundo término del índice de daño de Park y Ang.

Se observa una variación uniforme de la de la energía histerética normalizada para la zona del lago (entre 30 y 40), para S1GL con  $T=T_g$  y con una demanda máxima de ductilidad de cuatro.

El valor de  $NE_{H\mu}$  está relacionado con el valor de  $n_{eq}$ , un incremento en el valor  $n_{eq}$  se refleja en un incremento en el valor de  $NE_{H\mu}$ . Ambos parámetros son una medida del número de ciclos del movimiento del suelo por lo que muestran tendencias similares como se observa en las figuras 4.7 y 4.8, 4.11 y 4.12. Cabe aclarar que  $n_{eq}$  es un parámetro que sólo depende de las características del sitio, mientras que  $NE_{H\mu}$  depende además de las propiedades de la estructura considerada.

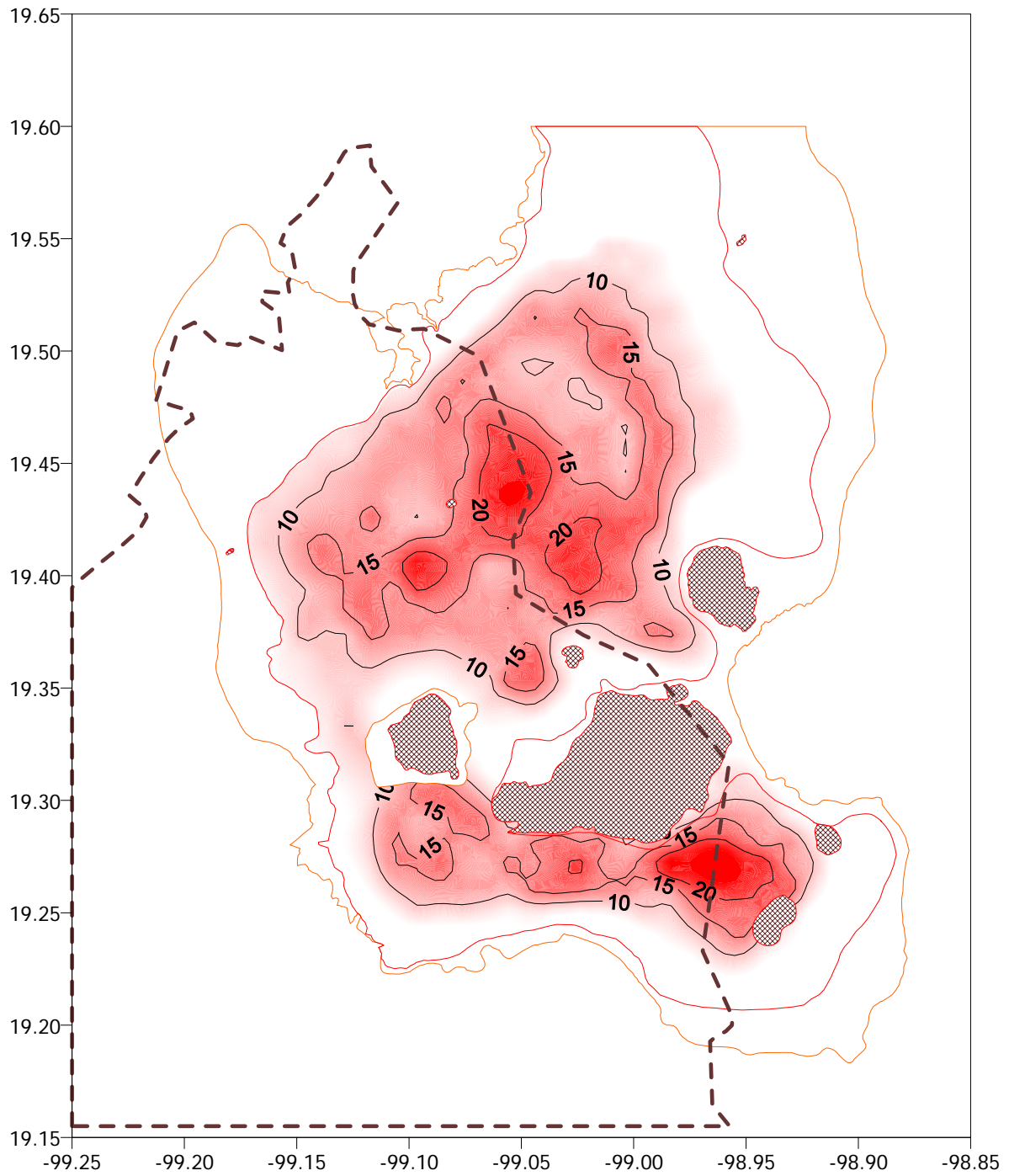


Figura 4.5. Duración de pulso equivalente en la dirección Norte-Sur para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km

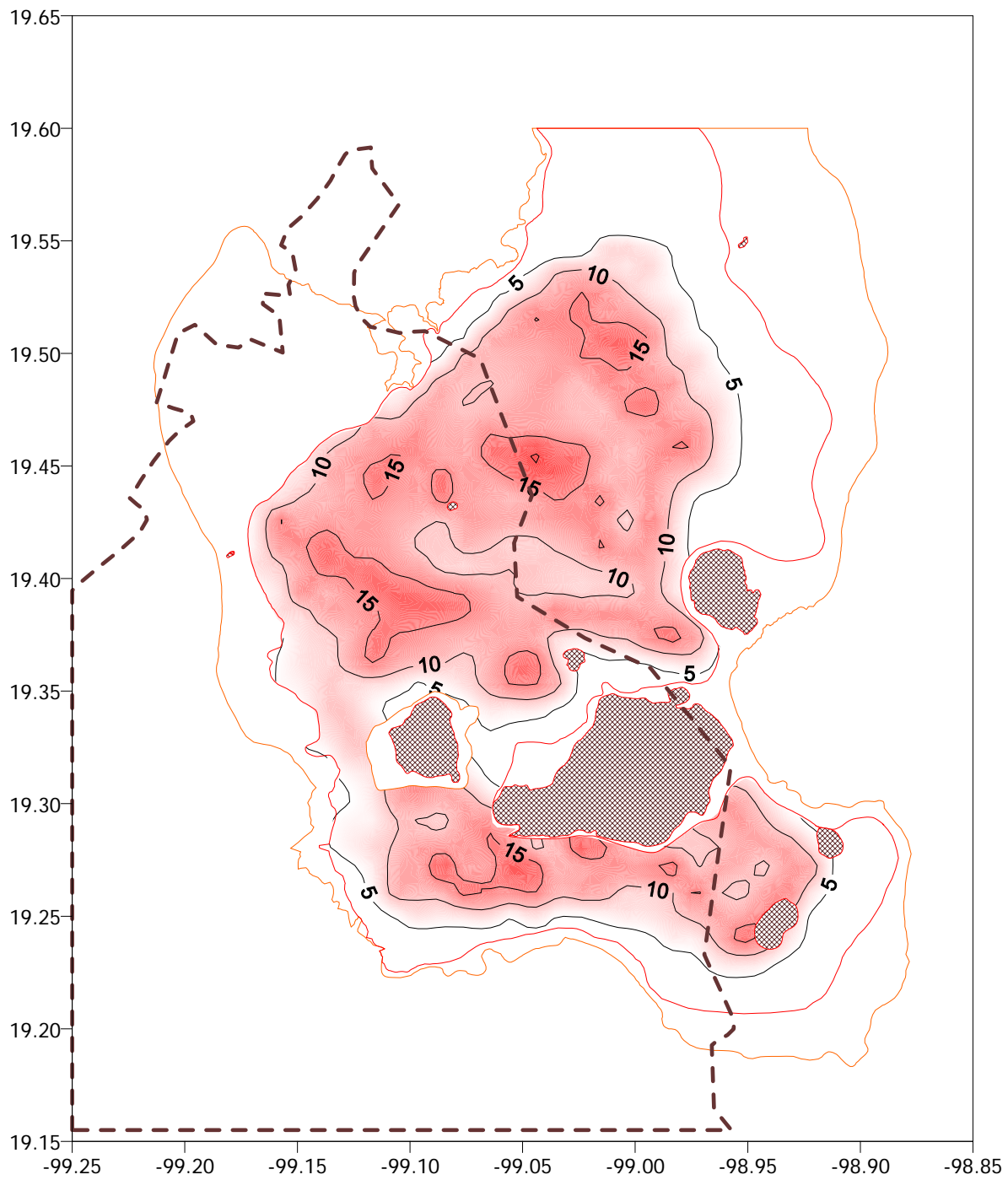


Figura 4.6. Duración de pulso equivalente en la dirección Este-Oeste para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km

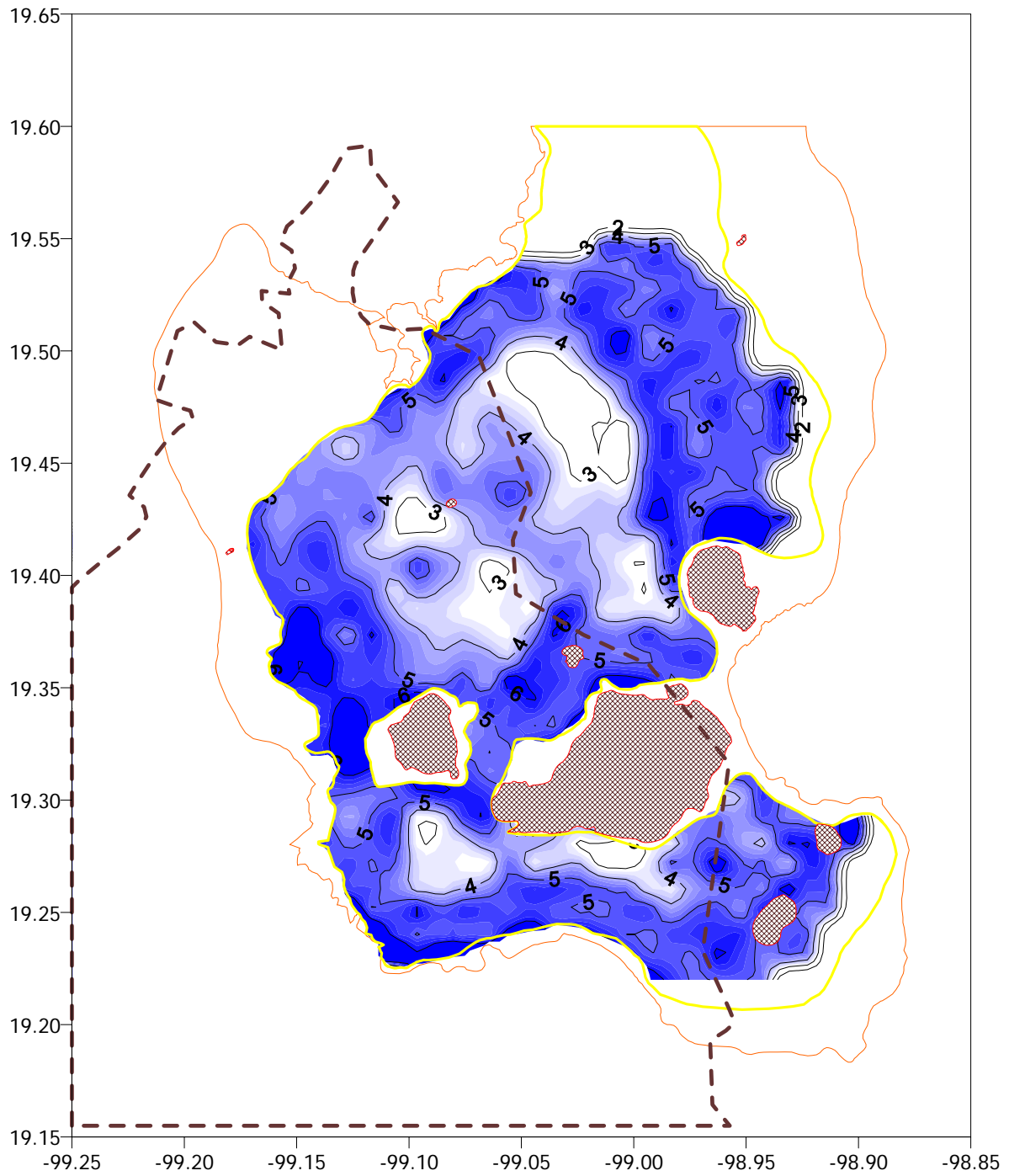


Figura 4.7. Número de pulsos equivalentes en la dirección Norte-Sur para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km

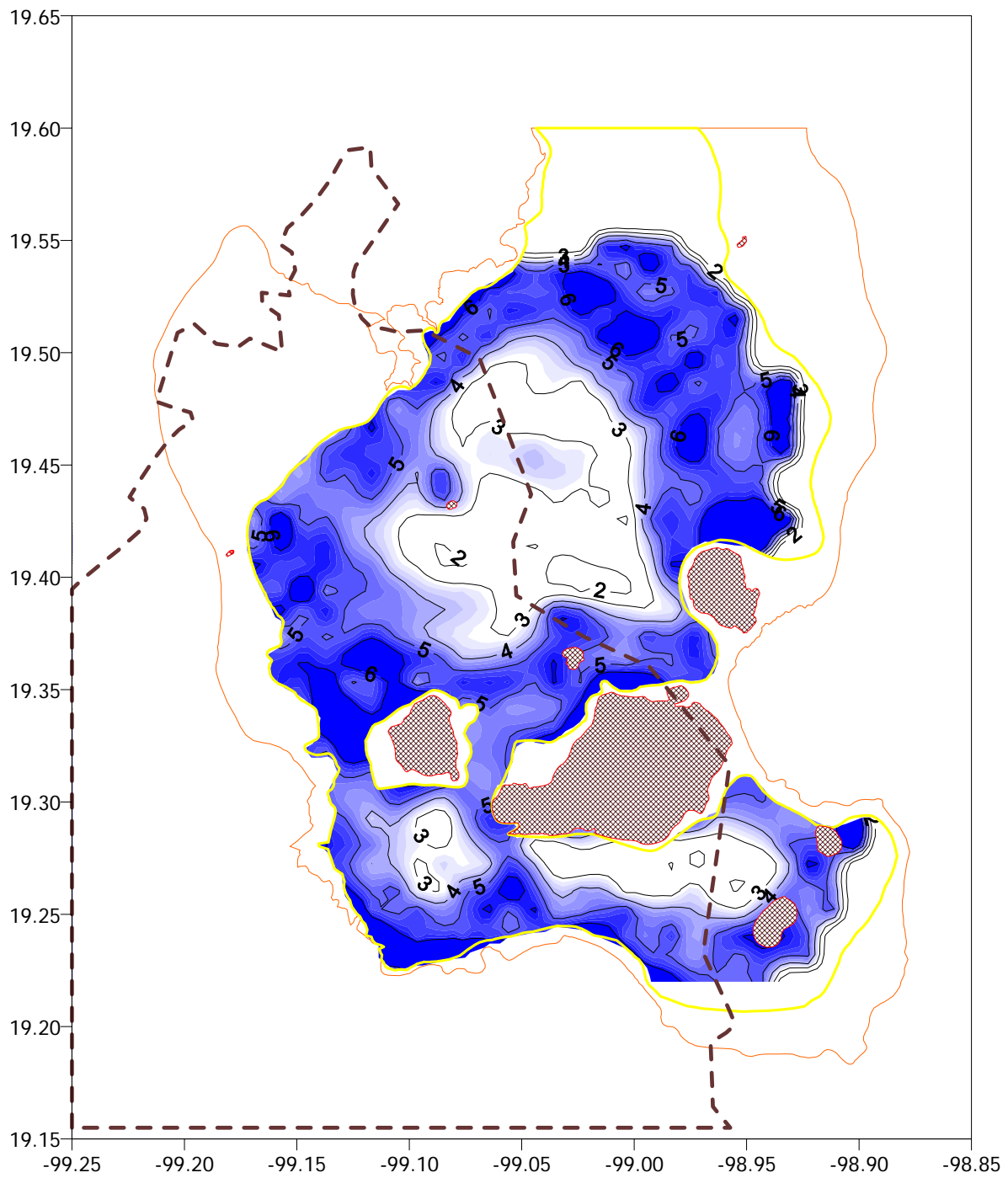


Figura 4.8. Número de pulsos equivalentes en la dirección Este-Oeste para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km

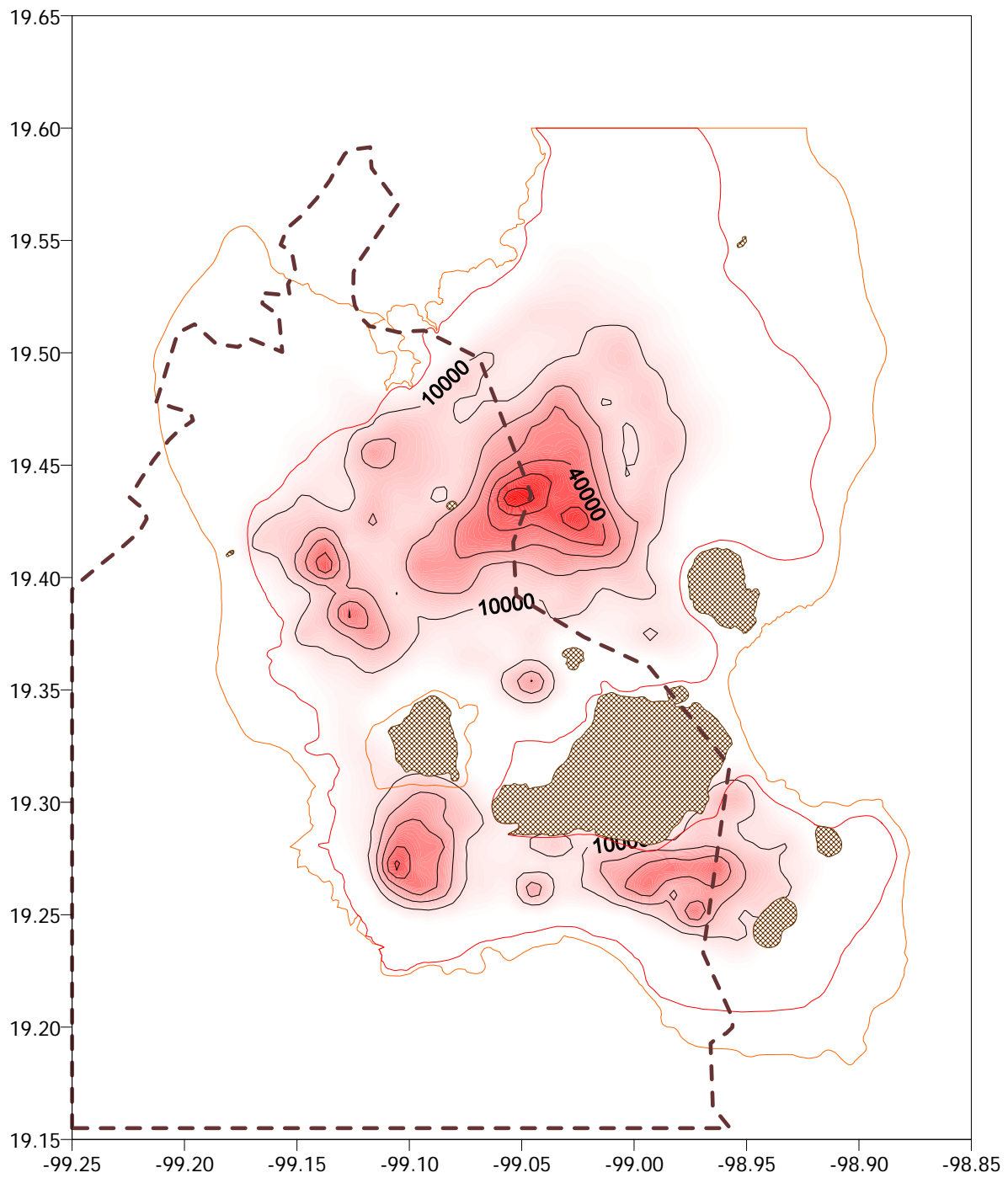


Figura 4.9. Energía histerética por unidad de masa ( $\text{cm}^2/\text{s}^2$ ) en la dirección Norte-Sur para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km. S1GL con  $T=T_g$ ,  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ .



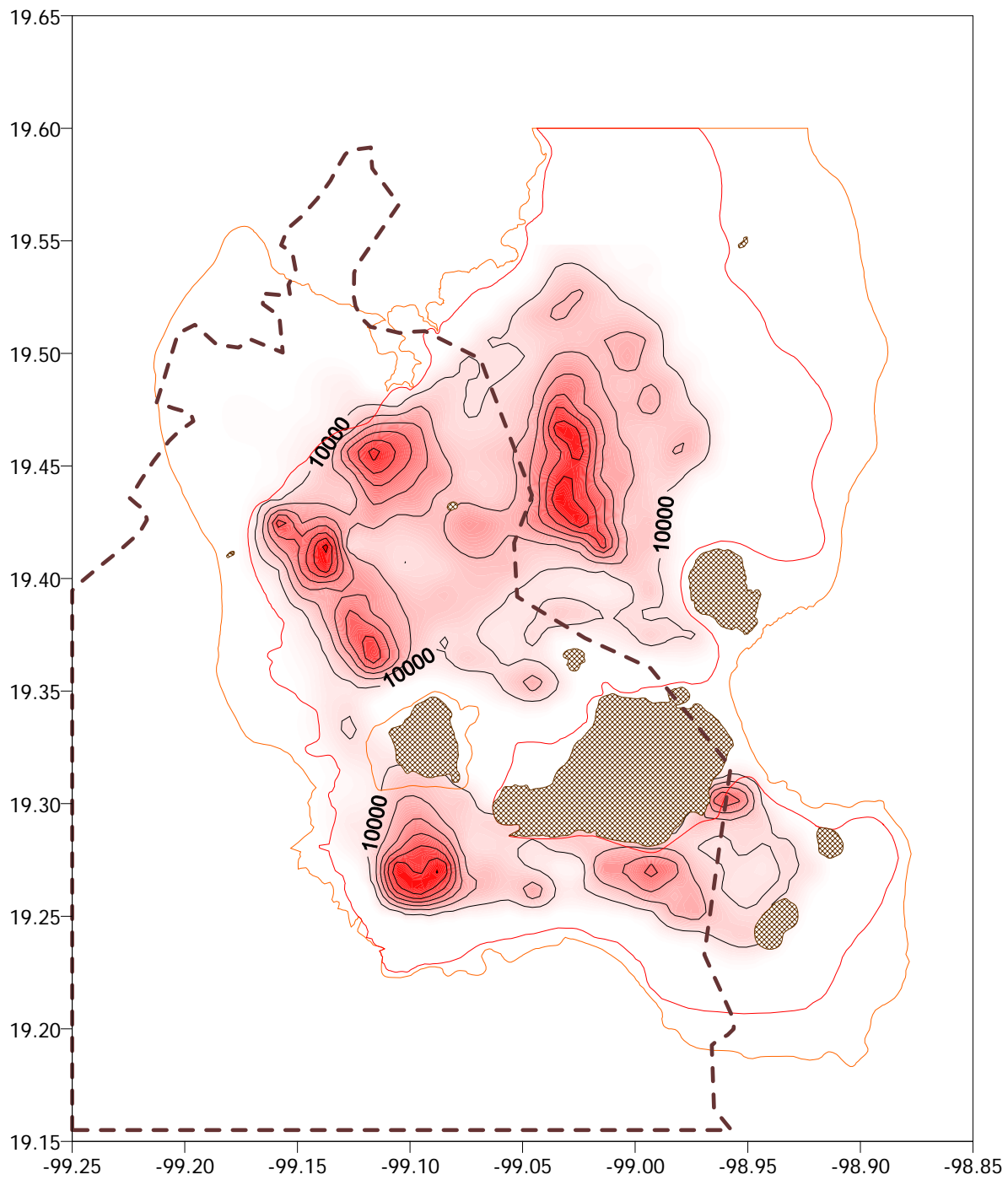


Figura 4.10. Energía histerética por unidad de masa ( $\text{cm}^2/\text{s}^2$ ) en la dirección Este-Oeste para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km. S1GL con  $T=T_g$ ,  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ .

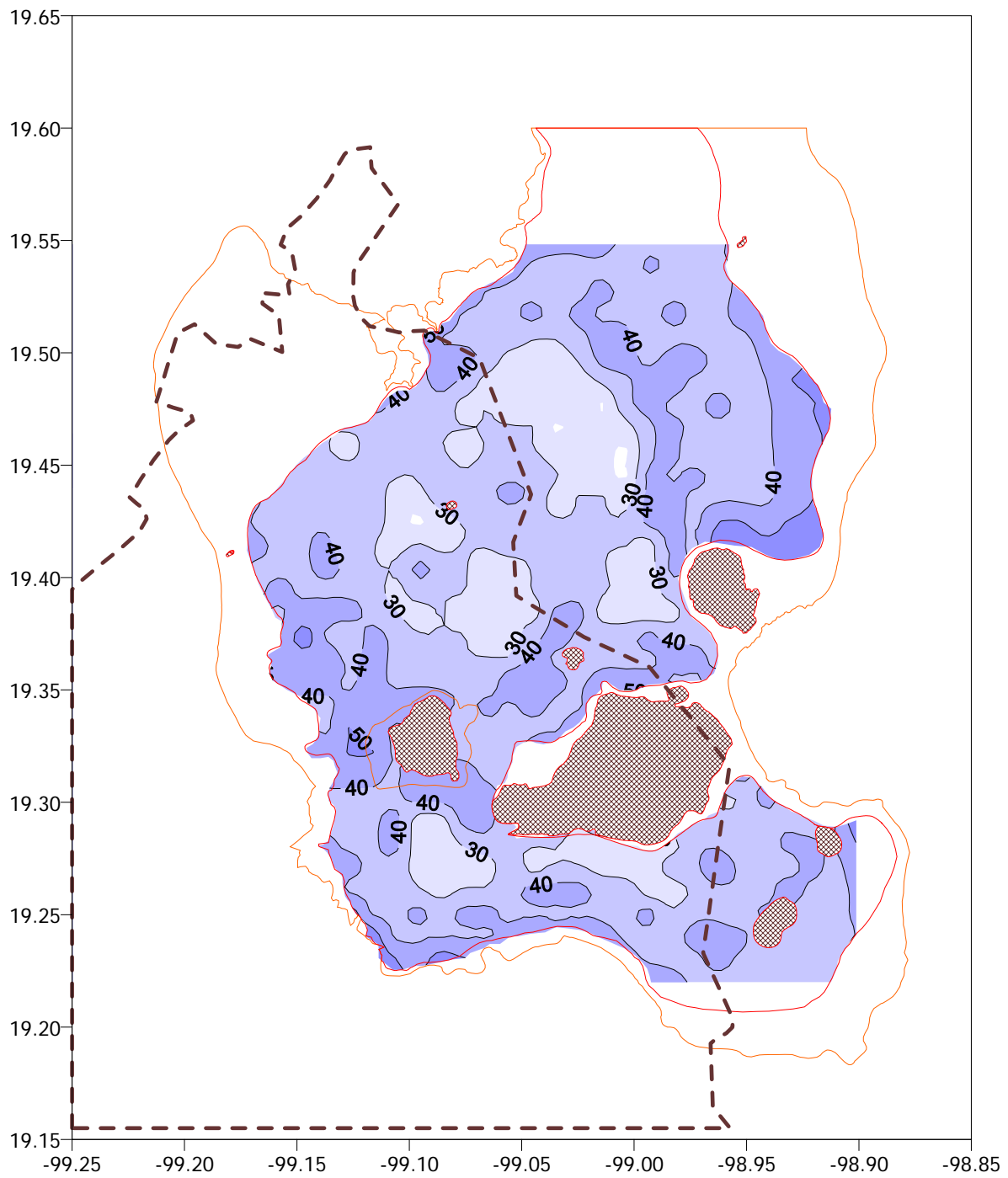


Figura 4.11. Energía histerética normalizada en la dirección Norte-Sur para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km. S1GL con  $T=T_g$ ,  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ .

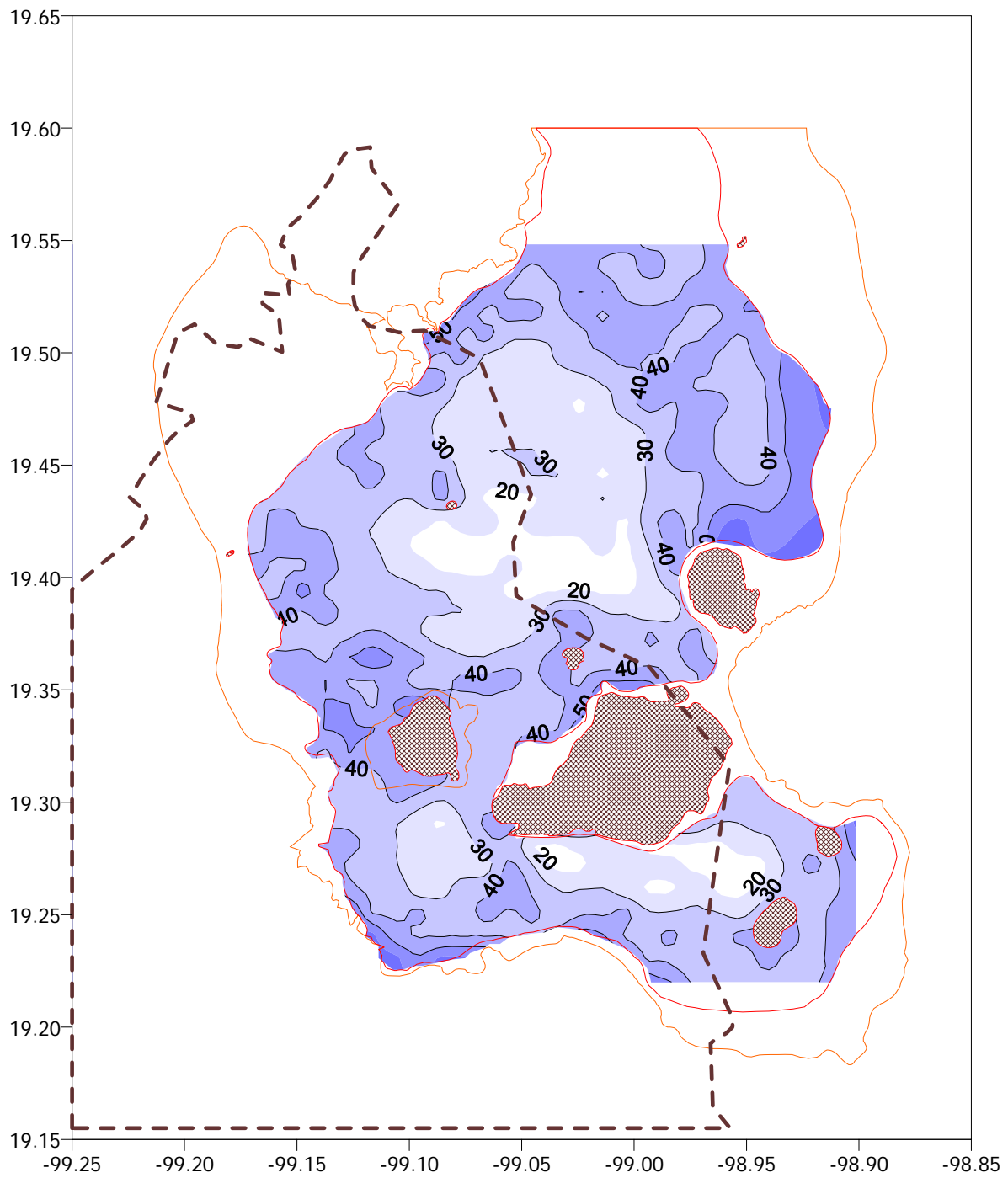


Figura 4.12. Energía histerética normalizada en la dirección Este-Oeste para un evento postulado con  $M=8$  y  $R=300$  km. S1GL con  $T=T_g$ ,  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ .

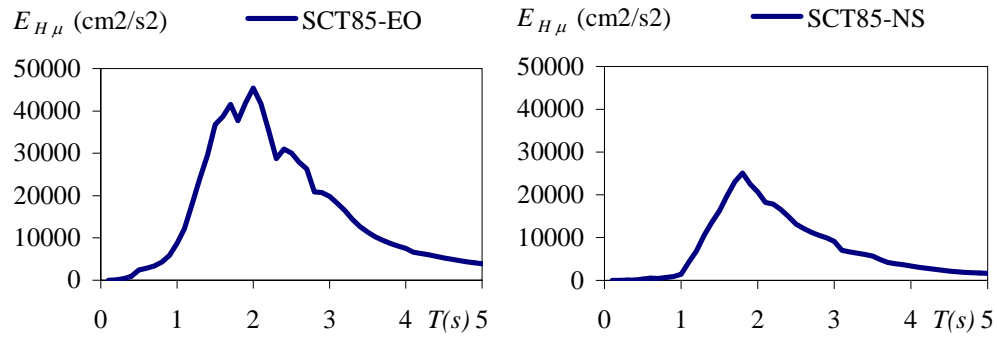


Figura 4.13. Espectros de  $E_{H\mu}$  para acelerogramas registrados en la estación SCT durante el sismo de 1985,  $\mu=4$  y  $\xi=0.05$ .

# **CAPÍTULO V**

## **IMPLICACIONES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS Y COMPARACIÓN CON EL APÉNDICE A DE LAS NTC-S (2004) DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DISTRITO FEDERAL**

## 5.1 CONSIDERACIONES INICIALES

En el capítulo anterior se mostró que el pulso equivalente propuesto representa en forma razonable la intensidad y duración de acelerogramas de banda angosta como los registrados en la zona del lago del Distrito Federal y que cuando dicho pulso se utiliza para estimar las demandas de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos se obtiene un nivel de aproximación similar a las propuestas disponibles en la literatura.

Para definir el pulso equivalente es necesario conocer el valor del periodo predominante y la aceleración máxima del suelo, así como el máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del terreno.

Der Kiureghian y Neuenhofer (1991) desarrollaron un método para obtener la densidad espectral de potencia ( $G(\omega)$ ) asociada a un espectro de respuesta. Pérez (2001) aplicó dicho método para estimar la densidad espectral de potencia asociada a los espectros de diseño de las NTC-S. Con base en dicho método en este capítulo se asocia un pulso equivalente a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004) para diferentes sitios en la zona del lago del Distrito Federal.

Con el pulso equivalente se calcula el nivel de las demandas de energía histerética asociadas a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S. Estas demandas se comparan con las observadas en dos acelerogramas registrados en la zona del lago del Distrito Federal durante el sismo de 1985.

Para establecer el efecto que podrían tener las demandas de energía histerética, ocurridas durante un evento sísmico intenso, sobre S1GL elastoplásticos diseñados conforme el Apéndice A de las NTC-S (2004) se construyen escenarios de índice de daño, conforme a la metodología utilizada en el capítulo anterior.

Aunque el objetivo de esta investigación se refiere a sistemas elastoplásticos, en el final del capítulo se estudia el uso del pulso equivalente para estimar las demandas de energía histerética disipada S1GL con degradación de rigidez y resistencia.

## 5.2 DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA DISIPADA ASOCIADAS A LOS ESPECTROS DE DISEÑO DEL APÉNDICE A DE LAS NTC-S (2004)

Para definir el pulso equivalente se requieren tres parámetros: el periodo predominante del sitio, la aceleración máxima del suelo y el máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del suelo.

En el Apéndice A de las NTC-S se establece un mapa que permite estimar el valor del periodo predominante del suelo ( $T_s$ ) para diferentes sitios de la zona del Lago del Distrito Federal; en la figura 5.1 se reproduce dicho mapa.

Además del mapa, el Apéndice A proporciona expresiones para estimar  $T_s$  en función de las características del suelo obtenidas mediante sondeos y estudios de dinámica de suelos.

En la figura 5.1 se observa que los periodos predominantes en la zona del lago varían entre 1.0 y 4.5 segundos.

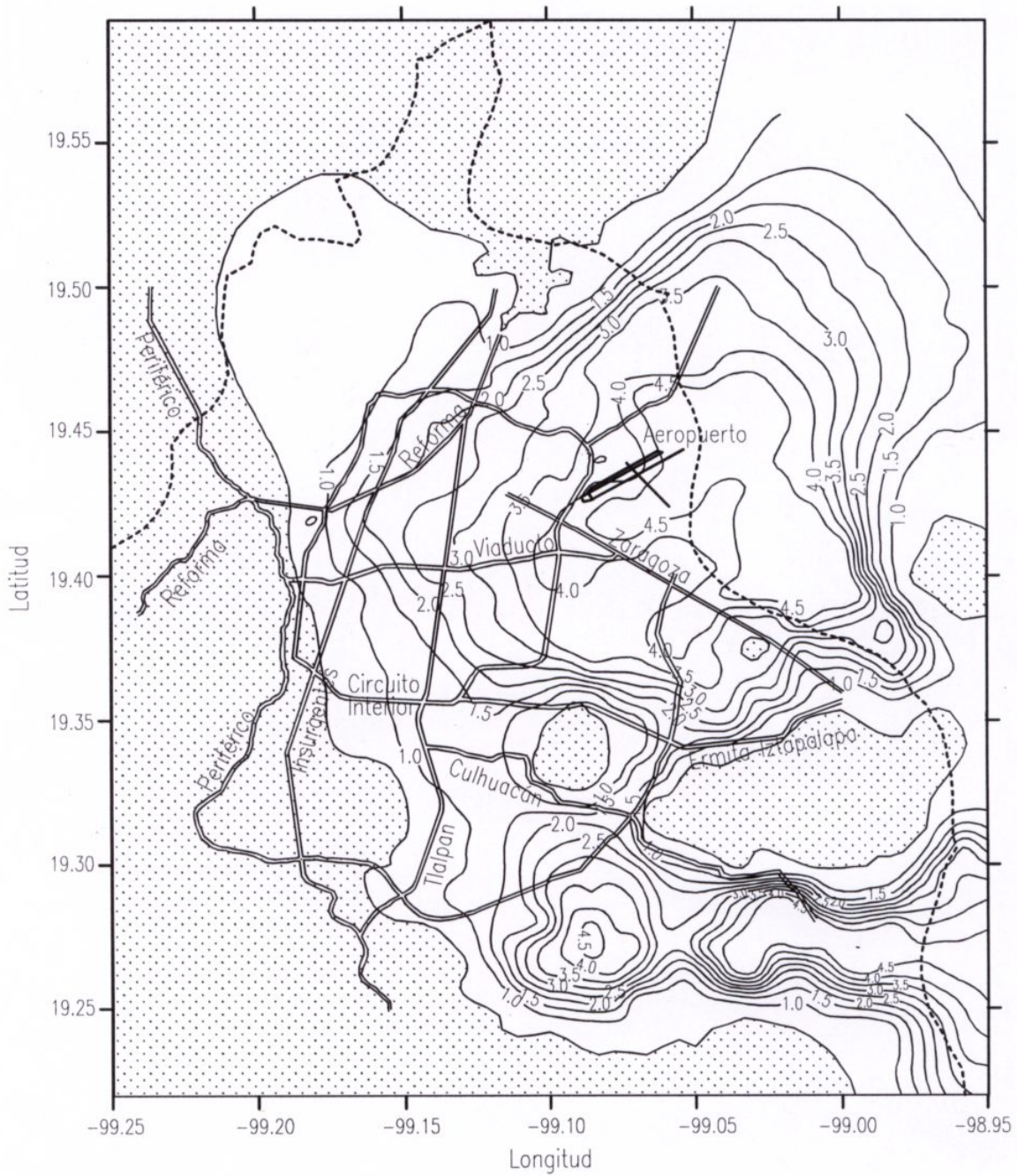


Figura 5.1. Periodos predominantes para diferentes sitios de la zona del lago. Tomada del Apéndice A de las NTC-S (2004)

En cuanto a la aceleración máxima del suelo, el Apéndice A establece la siguiente ecuación para estimar la aceleración máxima del suelo normalizada por la aceleración de la gravedad ( $a_0$ ):

$$a_0 = \begin{cases} 0.1 + 0.15 (T_s - 0.5) & \text{Si } 0.5 \leq T_s \leq 1.5 \\ 0.25 & \text{Si } T_s > 1.5 \end{cases} \quad (5.1)$$

De acuerdo a la ecuación (5.1) la aceleración máxima del suelo depende del periodo del sitio y varía entre 0.1g para sitios con  $T_s$  de 0.5 segundos y 0.25g para sitios con  $T_s$  mayor a 1.5 segundos.

Mediante el mapa de la figura 5.1 y la ecuación 5.1 se tienen dos de los tres parámetros requeridos para definir el pulso equivalente en un sitio determinado de la zona del lago del Distrito Federal.

El tercer parámetro, máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del suelo, se obtiene con la método propuesto por Der Kiureghian y Neuenhofer (1991) para obtener la densidad espectral de potencia ( $G(\omega)$ ) asociada a un espectro elástico de diseño. Detalles de esta metodología y ejemplos numéricos pueden encontrarse en Der Kiureghian y Neuenhofer (1991) y en Pérez (2001), además en el anexo D se presenta un pequeño resumen del método.

La figura 5.2 muestra los espectros elásticos de diseño propuestos en el Apéndice A de las NTC-S (2004), para sitios con diferentes valores de  $T_s$ , y sus densidades espectrales de potencia asociadas calculadas conforme a Pérez (2001).

Una vez conocido el valor del máximo de la densidad espectral de potencia ( $\max G(\omega)$ ) el valor del máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del suelo se calcula conforme a:

$$\max |A(\omega)| = \sqrt{\tau} \sqrt{\max(G(\omega))} \quad (5.2)$$

donde  $\tau$  es la duración total del movimiento esperado, parámetro que se calculó conforme a Pérez (2001). Note que el valor de  $\tau$  no es la duración del pulso equivalente sino la duración total del movimiento sísmico.

Una vez estimado el valor de  $\max |A(\omega)|$  se tiene la información suficiente para generar un pulso equivalente asociado a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004). La tabla 5.1 muestra el número de pulsos equivalentes asociados a los espectros de diseño mostrados en la figura 5.2, además de los valores de los diferentes parámetros utilizados para definir el pulso equivalente.

Note como el número de pulsos equivalentes mostrado en la tabla 5.1 es congruente con las tendencias mostradas en los mapas de las figuras 4.7 y 4.8 del capítulo anterior.



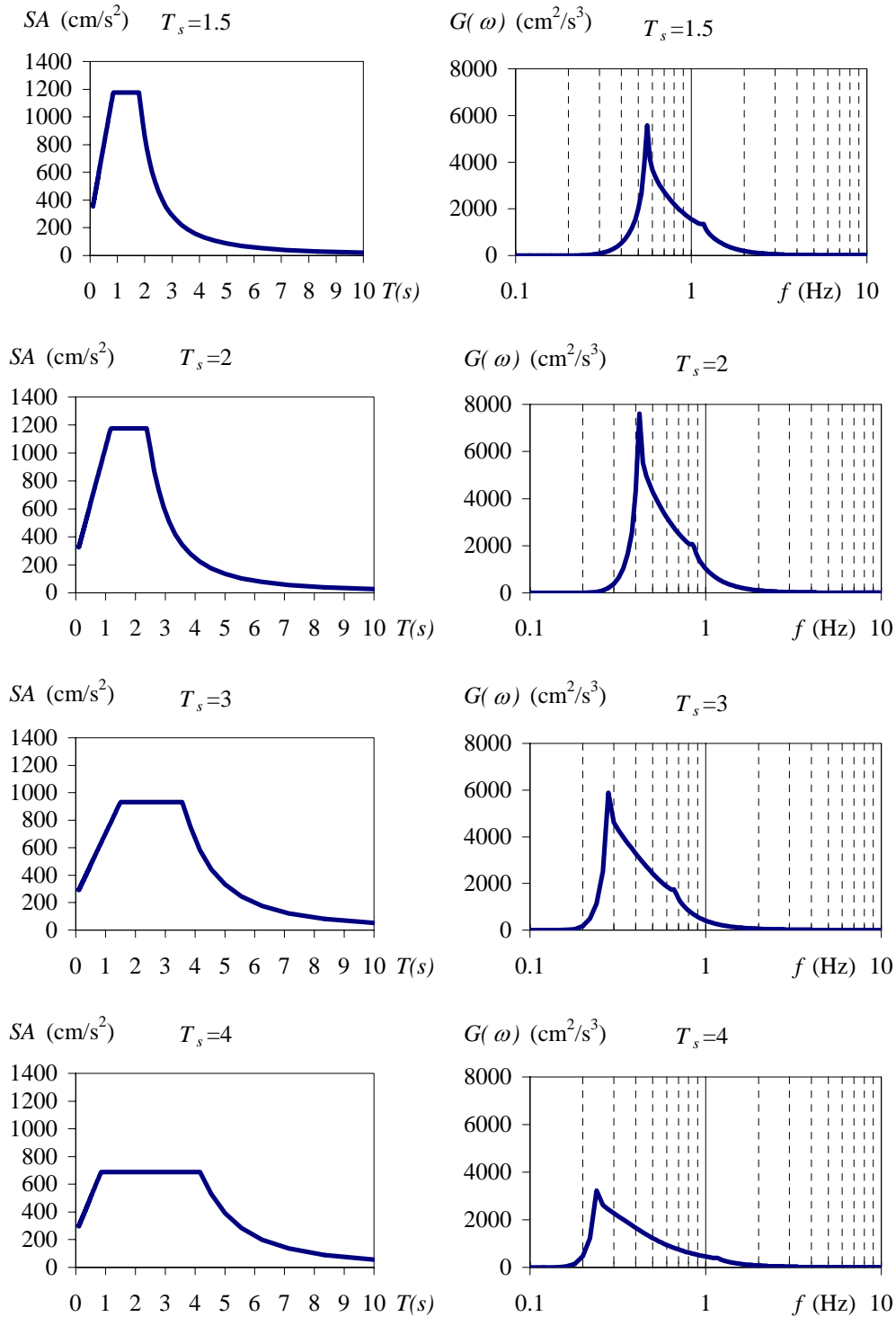


Figura 5.2. Espectros elásticos de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004) y sus densidades espectrales de potencia asociadas,  $\xi=0.05$ .

En las figuras 4.7 y 4.8 se muestra el número de pulsos equivalentes asociados a un evento sísmico postulado costero de magnitud 8 y con una distancia epicentral de 300 km. Al localizar en dichos mapas las regiones con los  $T_s$  considerados, con ayuda de la figura 5.1,

se observan tendencias similares a los mostrados en la tabla 5.1. Al aumentar el valor de  $T_s$  disminuye el número de pulsos equivalentes.

Cabe aclarar que los valores mostrados en la tabla 5.1 no necesariamente tienen que ser iguales a los valores mostrados en los mapas 4.7 y 4.8, ya que los mapas están asociados a un solo evento mientras que los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S están asociados a diferentes eventos ocurridos en diversas fuentes sísmicas. Sin embargo, los resultados mostrados sugieren que los espectros de diseño del Apéndice A son congruentes con el número de pulsos equivalentes esperado durante un evento sísmico intenso.

Tabla 5.1 Número de pulsos equivalentes asociados a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004)

$T_s$	$A_{max}$ ( $\text{cm/s}^2$ )	$\max G(\omega)$ ( $\text{cm}^2/\text{s}^3$ )	$\tau$ (s)	$\max  A(\omega) $ ( $\text{cm/s}$ )	$t_d$ (s)	$n_{eq}$
1.5	245	5579	79	664	5.4	4
2	245	7613	86	809	6.6	3
3	245	5891	101	771	6.3	2
4	245	3224	116	612	5.0	1

Para tener una estimación de las demandas de energía histerética por unidad de masa ( $E_{H\mu}$ ) asociadas a los espectros de diseño del Apéndice A se calcularon los espectros de  $E_{H\mu}$  para S1GL elastoplásticos sujetos a los pulsos equivalentes obtenidos. Estos resultados se compararon con los espectros de  $E_{H\mu}$  de dos acelerogramas registrados durante el sismo de 1985 en la zona del lago del Distrito Federal. Los registros utilizados fueron SCT85-EO y CDA-85. El registro SCT85-EO tiene un  $T_s$  de 2 segundos mientras que el registro CDA-85 tiene un  $T_s$  de 3 segundos.

La figura 5.3 muestra la comparación entre los espectros de  $E_{H\mu}$  para el registro SCT85-EO y los espectros obtenidos con el pulso equivalente asociado a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S para un sitio con  $T_s$  igual a 2 segundos (PEQ-NTC-S).

Se observa que el pulso equivalente asociado al espectro de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004), para un  $T_s=2$ , conduce a demandas  $E_{H\mu}$  similares a las ocurridas en la estación SCT durante el sismo de 1985. Se observa también que en la zona cercana al periodo dominante ( $T_s=2$ ) el pulso equivalente conduce a valores de  $E_{H\mu}$  ligeramente menores a los observados en el acelerograma SCT-EO para  $\mu=4$ , mientras que para  $\mu=2$  conduce a valores mayores de  $E_{H\mu}$ .

La figura 5.4 muestra la misma comparación que la figura 5.3 pero para el acelerograma CDA-85. Se observa que el pulso equivalente asociado al espectro de diseño del Apéndice A de las NTC-S, para un  $T_s=3$ , conduce a demandas de  $E_{H\mu}$  mayores que las observadas en el acelerograma CDA-85.

La causa de esta diferencia es que mientras que el registro CDA-85 tiene una aceleración máxima de  $90 \text{ cm/s}^2$  el apéndice A establece que la aceleración máxima del suelo para un

sitio con  $T_s=3$  segundos es de  $245 \text{ cm/s}^2$ , esta diferencia aumenta al calcular los espectros de  $E_{H\mu}$  debido a que el valor de  $E_{H\mu}$  varía con el cuadrado de la aceleración máxima del suelo.

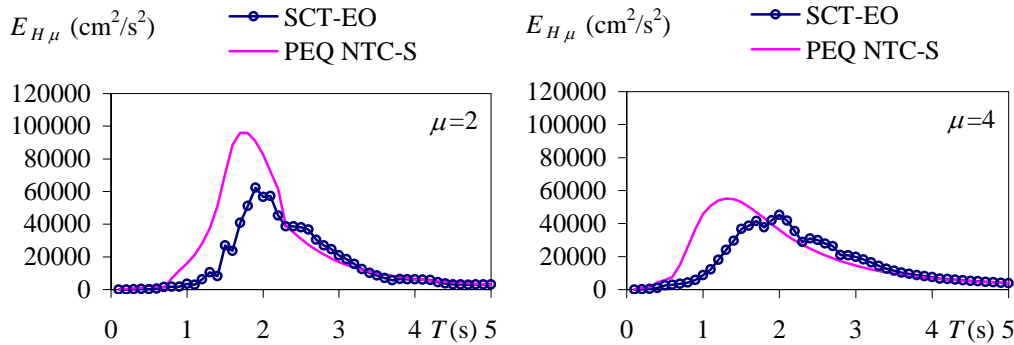


Figura 5.3. Comparación entre espectros de energía histerética por unidad de masa para el registro SCT85-EO y un pulso equivalente asociado a un espectro de diseño para un sitio con  $T_s=2$  s,  $\xi=0.05$ .

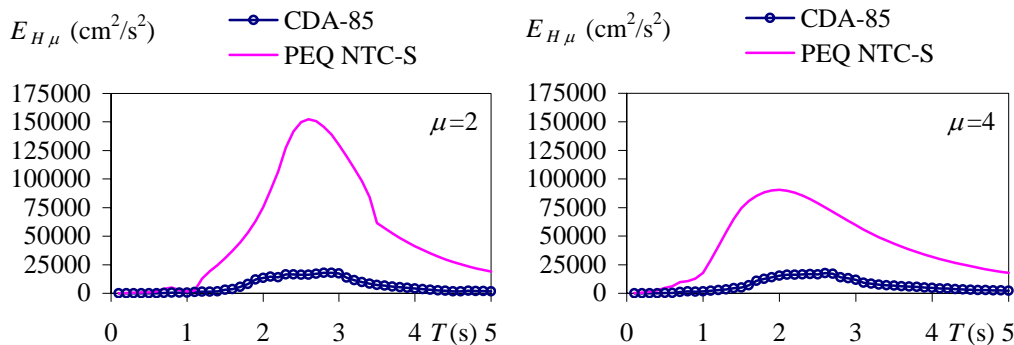


Figura 5.4. Comparación entre espectros de energía histerética por unidad de masa para el registro CDA-85 y un pulso equivalente asociado a un espectro de diseño para un sitio con  $T_s=3$  s,  $\xi=0.05$ .

Nuevamente, cabe aclarar que los espectros comparados en las figuras 5.3 y 5.4 no necesariamente deben ser iguales debido a que se están comparando los espectros observados en un evento con los espectros asociados a un espectro de diseño.

Los resultados mostrados en la figura 5.4 indican que la aceleración máxima del suelo observada en la estación CDA durante el sismo de 1985 es menor que los niveles de aceleración máxima del suelo esperados para ese sitio por el Apéndice A de las NTC-S (2004), es decir, la aceleración máxima registrada en la estación CDA durante el sismo de 1985 no corresponde a la máxima aceleración que podría presentarse en dicho sitio.

Para complementar los resultados discutidos en los párrafos anteriores, las figuras 5.5 y 5.6 muestran las mismas comparaciones que las figuras 5.4 y 5.5 pero con los espectros de energía histerética normalizada ( $NE_{H\mu}$ ), definida en la ecuación (4.25).

Note que conforme a la ecuación (4.25) dos señales idénticas con diferente valor de aceleración máxima tienen el mismo espectro de  $NE_{H\mu}$ . Para sistemas elastoplásticos el valor de  $NE_{H\mu}$  es la demanda de ductilidad acumulada en todos los ciclos de deformación plástica (Zahrah y Hall 1984, Osteraas y Krawinkler 1989, Terán 1996).

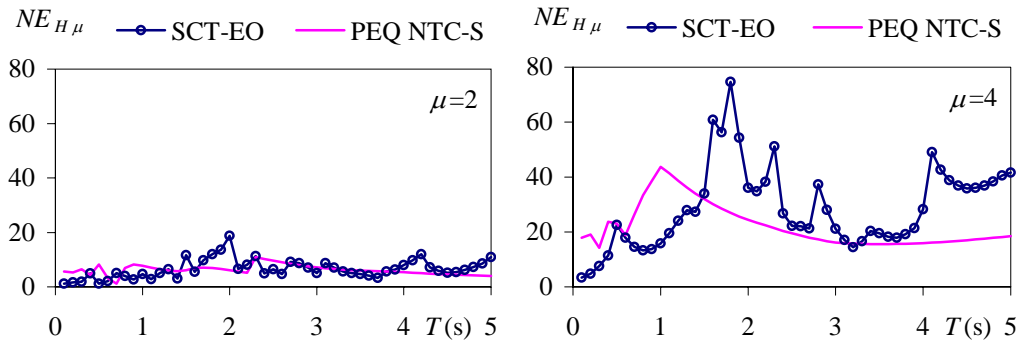


Figura 5.5. Comparación entre espectros de energía hysterética normalizada para el registro SCT85-EO y un pulso equivalente asociado a un espectro de diseño para un sitio con  $T_s=2$ s,  $\xi=0.05$ .

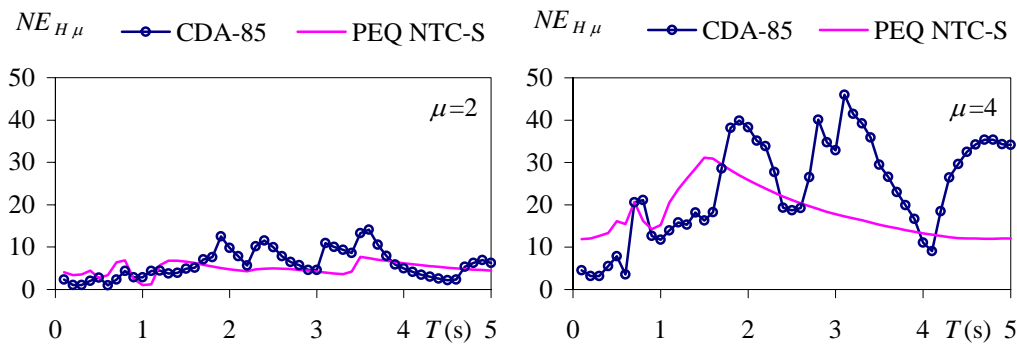


Figura 5.6. Comparación entre espectros de energía hysterética normalizada para el registro CDA-85 y un pulso equivalente asociado a un espectro de diseño para un sitio con  $T_s=3$  s,  $\xi=0.05$ .

Al dividir el valor de  $NE_{H\mu}$  por  $(\mu-1)$  se obtiene el número de ciclos a ductilidad máxima requeridos para disipar la energía histérica disipada durante toda la respuesta del oscilador (Zahrah y Hall 1984), por lo que  $NE_{H\mu}$  es un indicador de la duración de la excitación sísmica.

Algunos investigadores han propuesto utilizar el valor de  $NE_{H\mu}$  como parámetro de daño estructural (Zahrah y Hall 1984). Sin embargo, por si sólo no necesariamente es un buen indicador de daño estructural debido a que no considera la capacidad de deformación del sistema estructural (Rodríguez 1994).

Es importante mencionar que en esta tesis el parámetro  $NE_{H\mu}$  sólo se utiliza como una medida de la duración de la excitación sísmica y no como indicador de nivel daño; en

general, al aumentar el valor de la duración el valor de  $NE_{H\mu}$  tiende a incrementarse. Esta última observación no es válida para sistemas con resistencia cercana a la resistencia elástica.

Como se observa en las figuras 5.5 y 5.6, el pulso equivalente asociado a los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S conduce a valores menores de  $NE_{H\mu}$  respecto a los registrados en dos sitios de la zona del lago durante el sismo de 1985, particularmente en la zona cercana al periodo dominante del sitio.

Como ya se mencionó los espectros de los pulsos asociados a los espectros del diseño y los espectros de los eventos considerados no tienen que ser iguales. Sin embargo, las figuras 5.5 y 5.6 sugieren que el pulso asociado a los espectros de diseño debería tener mayor duración para representar mejor las demandas de  $NE_{H\mu}$  que se presentan en acelerogramas registrados en la zona del lago del Distrito Federal, particularmente en la zona de periodos cercana a la resonancia.

Conforme a la definición de duración del pulso equivalente desarrollada en el capítulo anterior, la cual se muestra en la ecuación (4.10), para incrementar la duración del pulso equivalente se debe aumentar el valor del máximo del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración del suelo.

Para aumentar el máximo del espectro de amplitudes de Fourier asociado al espectro de diseño se tienen dos alternativas:

- 1) Aumentar el valor de la aceleración máxima del suelo
- 2) Aumentar las ordenadas del espectro de diseño

La primera alternativa tendría poco efecto en la duración conforme lo mostrado en la ecuación (4.10), por lo que es mas conveniente es aumentar las ordenadas del espectro de diseño.

Es muy importante resaltar que los espectros de diseño del Apéndice A fueron desarrollados únicamente para representar de forma adecuada las demandas máximas de desplazamiento y resistencia para sistemas ubicados en la zona del lago del Distrito Federal.

Sin embargo, con base en los resultados mostrados en esta sección, se puede afirmar que los espectros de diseño del Apéndice A de las NTC-S (2004) representan, en general, razonablemente las demandas de energía histerética que pudieran presentarse en la zona del lago durante algún evento sísmico intenso, a pesar que dichos espectros no fueron diseñados para ello. Cabe mencionar que todavía existen ciertos aspectos a mejorar, conforme se ha mostrado en esta sección.

### **5.3 ESCENARIOS DE ÍNDICE DE DAÑO PARA SIGL ELASTOPLÁSTICOS UBICADOS EN LA ZONA DEL LAGO DEL DF DISEÑADOS CONFORME AL APÉNDICE A DE LAS NTC-S (2004)**

Los reglamentos actuales de diseño sísmico utilizan al desplazamiento máximo que una estructura experimenta durante un evento sísmico intenso como indicador de comportamiento estructural.

De acuerdo con dichos reglamentos si el desplazamiento máximo que experimenta una estructura durante un evento sísmico es menor que su desplazamiento último ( $x_{li}$ ) ante carga monotónica la estructura tendrá un nivel de seguridad adecuado contra colapso.

Sin embargo, algunos investigadores han mostrado que la respuesta máxima de desplazamiento, por si sola, no siempre es un buen indicador del comportamiento estructural, sobre todo ante eventos sísmicos de larga duración (Park y Ang 1985, Fajfar 1992, Terán 1996, Terán y Jirsa 2003).

Las propiedades mecánicas de una estructura, cuando se sujeta a una excitación sísmica, se pueden deteriorar en cada ciclo de carga y conducir a la falla estructural a un nivel de desplazamiento menor que su capacidad máxima de desplazamiento ante carga monotónicamente creciente.

Una forma de tomar en cuenta las demandas acumuladas de desplazamiento en el diseño sísmico de estructuras es mediante el uso de índices de daño. Un índice de daño es una función matemática que relaciona las demandas (máximas y/o acumuladas) que experimenta un sistema sus capacidades (resistencia, desplazamiento y estabilidad del ciclo histerético) para establecer el nivel de deterioro del sistema cuando se le sujeta a determinada historia de carga.

Normalmente, los índices de daño están calibrados para elementos individuales. Un valor del índice de daño igual a la unidad se asocia a la falla del elemento. Cabe mencionar que no existe un consenso de lo que constituye la falla de un elemento. En los diferentes índices de daño disponibles la falla del elemento se ha definido de acuerdo al criterio de cada investigador.

En la literatura existen numerosas formulaciones de índices de daño, una recopilación y descripción detallada de los índices de daño más utilizados puede encontrarse en Williams y Sexsmith (1995) y en Mehanny y Deirlein (2000), en este trabajo se utilizan tres índices de daño propuestos por diferentes investigadores para evaluar el efecto que tendrían las demandas de energía histerética en SIGL elastoplásticos diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S.

Los tres índices de daño considerados en este trabajo son:

- 1) Park y Ang (1985).

Basados en 142 pruebas experimentales de vigas y columnas de concreto reforzado sujetas a carga monotónica y en 261 pruebas en vigas y columnas de concreto reforzado sujetas a cargas cíclicas Park y Ang (1985) propusieron el siguiente índice de daño

$$ID_{PA} = \frac{x_{max}}{x_u} + \beta \frac{E_H}{F_y x_u} \quad (5.3)$$

donde:  $x_{max}$  es la demanda de desplazamiento máximo del sistema,  $E_H$  es la demanda de energía histerética disipada por el sistema,  $x_u$  es el desplazamiento último ante carga monotónica y  $\beta$  es un parámetro que representa la estabilidad del ciclo histerético del sistema. Normalmente, para sistemas con poca degradación de su ciclo histerético se considera un valor de  $\beta$  entre 0.1 y 0.15 (Cosenza *et al.* 1993, Silva y López 2001) mientras que para sistemas con degradación importante  $\beta$  toma un valor entre 0.2 y 0.4 (Williams y Sexsmith 1997).

## 2) Terán y Jirsa (2005)

A diferencia del índice de Park y Ang, este índice está basado en la teoría lineal de daño acumulado (también conocida como hipótesis de Miner), la cual se muestra en la ecuación (5.4).

$$ID_M = \sum_{i=1}^{n_{int}} \frac{n_i}{N_i} \quad (5.4)$$

En la ecuación (5.4)  $n_{int}$  es el número de intervalos en los que se clasifican las excursiones inelásticas de acuerdo a su amplitud,  $n_i$  es el número de excursiones inelásticas de amplitud  $\delta_i$  durante la excitación sísmica y  $N_i$  es el número de excursiones inelásticas de amplitud  $\delta_i$  que el sistema puede soportar hasta la falla.

Mediante un estudio paramétrico de S1GL elastoplásticos sujetos a acelerogramas registrados en diferentes tipos de terreno Terán y Jirsa (2005) observaron que, bajo algunas circunstancias, la curva  $n_i$  tiende a ser proporcional a la curva  $N_i$ . Con base en esta suposición la ecuación (5.4) se simplifica a (Terán y Jirsa 2005):

$$ID_{TJ} = \frac{NE_{H\mu}(2-b)}{r(2\mu_u - 1)} \quad (5.5)$$

donde  $\mu_u$  es la capacidad dúctil del sistema ante carga monotónica y  $b$  y  $r$  son parámetros estructurales que son iguales a 1.5 y 0.75 respectivamente.

En la ecuación (5.5) el término  $NE_{H\mu}$  es la demanda que el sismo impone al sistema,  $\mu_u$  es la capacidad de deformación del sistema y las constantes  $b$  y  $r$  miden la estabilidad del ciclo histerético del sistema.

Note que el  $ID_{TJ}$  utiliza al parámetro  $NE_{H\mu}$ , el cuál fue propuesto anteriormente por Zahrah y Hall (1984) como parámetro de daño. A diferencia de la propuesta de Zahrah y Hall (1984), la ecuación (5.5) considera la capacidad de deformación y la estabilidad del ciclo histerético.

### 3) Rodríguez (1994)

Rodríguez (1993) propuso un parámetro de daño el cuál posteriormente fue calibrado por Padilla (2005) con base en los resultados de 77 pruebas experimentales en columnas de concreto reforzado. El índice propuesto, a nivel local, es:

$$ID_R = \frac{E_{H\mu}}{(\omega u_c)^2} \quad (5.6)$$

donde  $u_c$  es el desplazamiento asociado a la pérdida del 20% de la resistencia del elemento cuando se sujeta a carga cíclica. Note que en la ecuación (5.6), la demanda que el sismo impone a la estructura se caracteriza a través del parámetro  $E_{H\mu}$  y la capacidad del sistema se caracteriza a través del término  $(\omega u_c)^2$ . Este último término representa la energía disipada en un ciclo de vibración elástico con amplitud  $u_c$ .

Mientras que a nivel global el índice propuesto por Rodríguez es, para un S1GL equivalente:

$$ID_R = \frac{\Gamma^2 E_{H\mu}}{(\omega H D_{rc})^2} \quad (5.7)$$

donde  $\Gamma$  es un factor que toma en cuenta el efecto de usar un S1GL para representar un sistema de varios grados de libertad (en este estudio se consideró  $\Gamma=1.5$  conforme a Padilla 2005),  $H$  es la altura del sistema y  $D_{rc}$  es la distorsión global asociada al colapso del sistema. En este estudio se decidió utilizar  $D_{rc}=0.03$  para representar marcos dúctiles de concreto reforzado y  $D_{rc}=0.015$  para representar a marcos no dúctiles de concreto reforzado, conforme a Padilla (2005).

Para estimar el valor de  $H$  es necesario conocer el número de pisos para estructuras en la zona del lago del DF; dicho valor se estimó, de acuerdo a Padilla (2005) y a Rodríguez y Aristizabal (1999):

$$N_{pisos} = 5.43 T \quad (5.8)$$

Para el cálculo de la altura total se consideró una altura de entrepiso de 3.5 metros.

Iemura (1980) ha mostrado claramente que el orden en que se aplican los ciclos de carga afecta al nivel de degradación de las características mecánicas de un elemento de concreto reforzado. Los ciclos de pequeña amplitud tienen poco efecto sobre un elemento cuando



son aplicados al comienzo de una historia de carga, pero, tienen un efecto importante cuando se aplican después de ciclos de amplitud considerable.

Terán y Jirsa (2005) han mostrado que en la respuesta de osciladores elastoplásticos ocurren con mayor frecuencia excursiones inelástica pequeñas y que la frecuencia en la que ocurren excursiones inelásticas disminuye conforme aumenta su amplitud.

Note que los tres índices considerados suponen que todas las excursiones inelásticas contribuyen de igual forma al daño estructural, independientemente de su amplitud y de su secuencia. Por lo que no necesariamente proporcionarían en todos los casos descripciones adecuadas de la evolución y del nivel de daño.

En cierta forma, los tres índices tienen las mismas limitaciones. Sin embargo, el índice de Park y Ang tiene la ventaja, sobre los otros dos índices considerados, de que es el más utilizado y que numerosa evidencia experimental lo sustenta.

Cabe mencionar que el objetivo de este trabajo no es evaluar cuál de los índices de daño representa mejor el desempeño de elementos y sistemas estructurales de concreto reforzado. El objetivo de esta sección es estudiar el efecto que las demandas de energía histerética disipada podrían tener sobre sistemas diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S. Este efecto se cuantifica bajo las consideraciones de los investigadores mencionados anteriormente.

Los tres índices utilizados fueron escogidos por estar basados en conceptos diferentes. El índice de Park y Ang (1985) se basa en una combinación lineal de desplazamiento máximo y energía histerética disipada, el índice de Terán y Jirsa (2005) está basado en la teoría lineal de daño acumulado y el índice de Rodríguez (1994) se basa en la suposición de que la capacidad para disipar energía histerética de una estructura puede representarse mediante la energía disipada en un ciclo de vibración elástico con un desplazamiento asociado a la pérdida del 20% en la resistencia.

Siguiendo la metodología utilizada en el capítulo anterior para obtener los mapas de energía, se construyeron mapas de índice de daño, considerando los tres índices mencionados anteriormente. Se consideró un evento sísmico costero postulado con  $M=8$  con epicentro a 300 km. Cabe aclarar que los mapas mostrados son representativos de estructuras regulares formadas por marcos de concreto reforzado. Estos mapas representan una medida del daño a nivel global que podría sufrir una estructura localizada en una zona determinada.

En el anexo A se muestran los mapas asociados al  $ID_{PA}$ ; en el anexo B se muestran los mapas asociados al  $ID_{TJ}$  y en el anexo C se muestran los mapas para el  $ID_R$ .

Las tablas 5.2, 5.3 y 5.4 muestran las características de los sistemas estudiados en cada mapa así como las regiones en las que se presentaron índices de daño mayores a uno con el evento postulado considerado, para el  $ID_{PA}$ , el  $ID_{TJ}$  y el  $ID_R$  respectivamente.

Como puede observarse en las tablas 5.2, 5.3 y 5.4 se estudiaron S1GL con diferentes periodos y diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S con resistencias asociadas a factores de comportamiento sísmico ( $Q$ ) de 4 y 2.

Para los índices  $ID_{PA}$  e  $ID_{TJ}$  se consideraron dos niveles de capacidad dúctil ( $\mu_u$ ) para cada nivel de resistencia. En el caso de los sistemas con resistencia asociada a  $Q=4$  se consideraron valores de  $\mu_u$  de 4 y de 6, mientras que para los sistemas con resistencia asociada a  $Q=2$  se consideraron valores de  $\mu_u$  de 2 y 3. Estos valores se escogieron para tratar de cubrir un intervalo amplio de capacidades de deformación.

Siguiendo el procedimiento propuesto por Rodríguez y Aristizabal (1999) es posible relacionar, de forma aproximada, la capacidad dúctil supuesta con la distorsión global para cada valor de resistencia, conforme lo siguiente:

- 1) Se conocen los valores de  $T$ ,  $T_s$ ,  $Q$  y  $\mu_u$ .
- 2) Se calcula la resistencia lateral normalizada por el peso total de la estructura ( $c_y$ ) de acuerdo al apéndice A de las NTC-S (2004), sin incluir la reducción por sobrerresistencia.
- 3) Con el valor de  $c_y$  conocido se calcula el desplazamiento de fluencia de acuerdo a la ecuación (5.9).

$$x_f = \frac{c_y g}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \quad (5.9)$$

- 4) Con la ecuación (5.8) se calcula un número de pisos y al suponer una altura de entrepiso se tiene la altura total (se consideró una altura de entrepiso de 3.5 metros).
- 5) La distorsión global ( $D_u$ ) asociada a los valores de  $\mu_u$  considerados se calcula con la ecuación (5.10).

$$D_u = \Gamma \frac{\mu_u x_f}{H} \quad (5.10)$$

Los valores obtenidos se muestran en las tablas 5.2 y 5.3, la tabla 5.2 presenta los resultados para  $Q=4$ , mientras que la tabla 5.3 los resultados para  $Q=2$ .

Como puede observarse, los valores de  $\mu_u$  considerados cubren un amplio intervalo de capacidades de deformación. Los valores obtenidos de  $D_u$  se encuentran en el intervalo 0.009 a 0.07.

Tabla 5.2 Valores de  $D_u$  para sistemas con resistencia de  $Q=4$  y diferentes valores de  $\mu_u$

$T$ (s)	$T_s$ (s)	$D_u$ ( $\mu_u=4$ )	$D_u$ ( $\mu_u=6$ )
1	1	0.015	0.022
1.5	1	0.018	0.026
2	1	0.013	0.020
2.5	1	0.011	0.016
3	1	0.009	0.013
1	1.5	0.018	0.027
1.5	1.5	0.027	0.040
2	1.5	0.027	0.041
2.5	1.5	0.020	0.030
3	1.5	0.015	0.023
1	2	0.016	0.023
1.5	2	0.023	0.035
2	2	0.031	0.047
2.5	2	0.035	0.052
3	2	0.025	0.038
1	2.5	0.016	0.024
1.5	2.5	0.023	0.035
2	2.5	0.031	0.047
2.5	2.5	0.039	0.058
3	2.5	0.047	0.070
1	3	0.013	0.019
1.5	3	0.018	0.028
2	3	0.025	0.037
2.5	3	0.031	0.046
3	3	0.037	0.055

Tabla 5.3 Valores de  $D_u$  para sistemas con resistencia de  $Q=2$  y diferentes valores de  $\mu_u$ 

$T$ (s)	$T_s$ (s)	$D_u$ ( $\mu_u=2$ )	$D_u$ ( $\mu_u=3$ )
1	1	0.015	0.022
1.5	1	0.018	0.026
2	1	0.013	0.020
2.5	1	0.011	0.016
3	1	0.009	0.013
1	1.5	0.019	0.029
1.5	1.5	0.029	0.044
2	1.5	0.029	0.044
2.5	1.5	0.021	0.031
3	1.5	0.016	0.024
1	2	0.017	0.026
1.5	2	0.026	0.039
2	2	0.035	0.052
2.5	2	0.039	0.058
3	2	0.028	0.042
1	2.5	0.016	0.024
1.5	2.5	0.026	0.039
2	2.5	0.035	0.052
2.5	2.5	0.044	0.066
3	2.5	0.052	0.079
1	3	0.013	0.020
1.5	3	0.021	0.031
2	3	0.028	0.042
2.5	3	0.035	0.052
3	3	0.042	0.062

En el cálculo del  $ID_{PA}$  a los sistemas con  $Q=4$  se les asignó un valor de  $\beta$  de 0.15 (poca degradación del ciclo hysterético) y a los sistemas con  $Q=2$  se les asignó un  $\beta$  de 0.20 (degradación importante del ciclo hysterético).

Para el  $ID_R$  se consideraron valores de  $D_{rc}$  de 0.03 y 0.015 para sistemas con  $Q=4$  y  $Q=2$ , respectivamente.

Actualmente, no existe la suficiente información para estimar de manera confiable los valores de los parámetros relacionados con la capacidad estructural, ni a nivel local ni para una estructura real, en los diferentes índices de daño considerados. Los valores utilizados fueron seleccionados tratando de cubrir un amplio intervalo de valores. Debido a esto los resultados obtenidos tienen limitaciones importantes y deben ser interpretados cuidadosamente.

Como puede observarse en las tablas 5.4 y 5.5 y en los anexos A y B los resultados obtenidos con los índices  $ID_{PA}$  e  $ID_{TJ}$  son muy similares. Se observa que al aumentar la resistencia disminuye el nivel de daño. Además al aumentar la capacidad dúctil también disminuye el nivel de daño.

Estos dos índices de daño muestran una distribución similar; las mayores diferencias se presentan para los sistemas con  $T$  de 1.5 segundos y  $Q=4$  y para sistemas con  $T=2$  y  $Q=2$  y  $\mu_u=3$ .

Como puede observarse en la tabla 5.6 y en los mapas del apéndice C el  $ID_R$  muestra diferencias con los  $ID_{PA}$  y con el  $ID_{TJ}$ , principalmente para sistemas con  $Q=2$ .

Dichas diferencias se deben a que los sistemas mostrados en los mapas asociados al  $ID_R$  son diferentes a los sistemas para los  $ID_{PA}$  e  $ID_{TJ}$ . En los mapas para el  $ID_R$  los sistemas mostrados tienen todos la misma distorsión asociada al colapso ( $D_{rc}=cte$ ) y tienen diferentes valores de capacidad dúctil, mientras que en los mapas asociados a los  $ID_{PA}$  e  $ID_{TJ}$  los sistemas mostrados tienen todos la misma capacidad dúctil y diferente distorsión asociada al colapso.

Tabla 5.4 Principales resultados observados en los mapas de  $ID_{PA}$

Mapa	$T(s)$	$Q$	$\beta$	$\mu_u$	Regiones con $ID_{PA} > 1$
A1	1	4	0.15	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco, Tasqueña y Tláhuac
A2	1	4	0.15	6	Xochimilco y Aeropuerto (menor área que A1)
A3	1	2	0.20	2	Ninguna
A4	1	2	0.20	3	Ninguna
A5	1.5	4	0.15	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco, Tasqueña y Tláhuac
A6	1.5	4	0.15	6	Mismas regiones que A5 pero de menor tamaño
A7	1.5	2	0.20	2	Ninguna
A8	1.5	2	0.20	3	Ninguna
A9	2	4	0.15	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tasqueña
A10	2	4	0.15	6	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tasqueña
A11	2	2	0.20	2	Centro y Xochimilco
A12	2	2	0.20	3	Centro y Xochimilco (menor área que A11)
A13	2.5	4	0.15	4	Centro, Aeropuerto y Xochimilco
A14	2.5	4	0.15	6	Aeropuerto y Xochimilco
A15	2.5	2	0.20	2	Centro y Xochimilco
A16	2.5	2	0.20	3	Centro y Xochimilco (áreas menores que A15)
A17	3	4	0.15	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tláhuac
A18	3	4	0.15	6	Aeropuerto, Xochimilco
A19	3	2	0.20	2	Aeropuerto y Xochimilco (áreas pequeñas)
A20	3	2	0.20	3	Xochimilco (pequeñas áreas)

Por ello, los mapas de los anexos A y B no son directamente comparables con los mapas del anexo C. Para los mapas del  $ID_R$  los sistemas con  $Q=2$  tienden a presentar más daño que los de  $Q=4$  debido a que al mantener constante  $D_{rc}$  la capacidad dúctil puede disminuir al aumentar la resistencia.

En general se observa que los sistemas con  $Q=4$  presentan aproximadamente la misma distribución de daño que los índices  $ID_{PA}$  e  $ID_{TJ}$ .

Tabla 5.5 Principales resultados observados en los mapas de índice de  $ID_{TJ}$ 

Mapa	$T(s)$	$Q$	$\mu_u$	Regiones con $ID_{TJ}>1$
B1	1	4	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco, Tasqueña y Tláhuac
B	1	4	6	Xochimilco, Tasqueña y Aeropuerto (menor área que B1)
B3	1	2	2	Ninguna
B4	1	2	3	Ninguna
B5	1.5	4	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tasqueña
B6	1.5	4	6	Mismas regiones que B5 pero de menor tamaño
B7	1.5	2	2	Ninguna
B8	1.5	2	3	Ninguna
B9	2	4	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tláhuac
B10	2	4	6	Mismas regiones que B9 pero de menor tamaño
B11	2	2	2	Centro y Xochimilco
B12	2	2	3	Ninguna
B13	2.5	4	4	Centro, Aeropuerto y Xochimilco
B14	2.5	4	6	Centro, Aeropuerto y Xochimilco
B15	2.5	2	2	Centro y Xochimilco
B16	2.5	2	3	Mismas regiones que B15 pero de menor tamaño
B17	3	4	4	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tláhuac
B18	3	4	6	Aeropuerto y Xochimilco
B19	3	2	2	Centro, Aeropuerto, Xochimilco (áreas pequeñas)
B20	3	2	3	Xochimilco (pequeñas áreas)

Independientemente del índice de daño utilizado, se observa que en varias regiones de la zona del lago del Distrito Federal algunos sistemas elastoplásticos diseñados conforme al Apéndice A tendrían valores de índice de daño mayores a la unidad. Como puede verse en las tablas 5.4, 5.5 y 5.6 y en los anexos A, B y C las regiones que consistentemente aparecen en los mapas con valores de índice de daño mayores a la unidad son: Centro, Aeropuerto, Xochimilco, Tasqueña y Tláhuac.

En los anexos A, B y C se puede observar que para los sistemas con  $T=1.5$  y 2 segundos la zona del centro de la ciudad en la que se presentan valores de los índices de daño mayores a la unidad corresponde a la zona donde se observaron los mayores daños durante el sismo de 1985; dicha zona se ha marcado con línea amarilla gruesa en los mapas correspondientes. Cabe aclarar que de acuerdo con Rodríguez (2005) y Miranda (2005) la zona de daños real observada en 1985 es más grande que la mostrada con línea amarilla gruesa y tienen una forma más regular.

Si una zona tiene un valor de índice de daño mayor que la unidad no implica que todas las estructuras en esa zona, con características similares a los sistemas estudiados, colapsarían. Las zonas con índice de daño mayor a la unidad sólo indican que las estructuras con características similares a los sistemas estudiados podrían tener elevados niveles de daño estructural.

Tabla 5.6 Principales resultados observados en los mapas de  $ID_R$

Mapa	$T(s)$	$Q$	$D_{rd}$	Regiones con $ID_R > 1$
C1	1	4	0.03	Ninguna
C2	1	2	0.015	Ninguna
C3	1.5	4	0.03	Centro, Xochimilco y Tasqueña
C4	1.5	2	0.015	Tasqueña
C5	2	4	0.03	Centro, Tasqueña, Xochimilco y Aeropuerto
C6	2	2	0.015	Centro, Tasqueña, Xochimilco y Aeropuerto
C7	2.5	4	0.03	Centro, Tasqueña, Xochimilco y Aeropuerto
C8	2.5	2	0.015	Centro, Tláhuac, Xochimilco y Aeropuerto
C9	3	4	0.03	Centro, Aeropuerto y Xochimilco
C10	3	2	0.015	Centro, Aeropuerto, Xochimilco y Tláhuac

Todavía hacen falta mayores esfuerzos en investigación para definir cuál es el estado de una estructura real que tiene un índice de daño global mayor a la unidad después de un evento sísmico.

Además, es muy importante mencionar que los mapas presentados tienen ciertas limitaciones y deben ser interpretados cuidadosamente.

Note que en algunos casos las áreas de daño parecería estar sobrestimadas ( $T=1.5, 2$  y  $2.5$  segundos), respecto a los daños observados en durante el sismo de 1985, para niveles bajos de capacidad de deformación; observe como en los mapas de los anexos A y B al aumentar la capacidad de deformación disminuyen considerablemente las áreas de daño.

En el caso del  $ID_R$  parece que los mapas para los sistemas con  $Q=2$  sobrestiman ligeramente las áreas de daño, respecto a lo observado durante el sismo de 1985 y respecto a los otros índices considerados, debido a que una distorsión de colapso de 0.015 puede ser demasiado conservadora para algunos sistemas.

Es claro el efecto que la capacidad de deformación tiene en los mapas de de daño mostrados; sin embargo, hasta ahora todavía no queda claro cuál es la capacidad de deformación de estructuras reales. Para fines de este estudio se han fijado algunos valores que se consideran razonables pero que no necesariamente reflejan el comportamiento de estructuras reales.

Otra limitación importante en los mapas mostrados es que las fuerzas de diseño obtenidas conforme al Apéndice A de las NTC-S no fueron reducidas por sobrerresistencia, lo cual equivale a considerar que las expresiones para calcular los factores de sobrerresistencia que propone el Apéndice A de las NTC-S son exactas.

También, se consideró que los sistemas estudiados tienen comportamiento elastoplástico perfecto. Los resultados pudieran cambiar al considerar otros tipos de comportamiento histerético.

A pesar de todas las limitaciones mencionadas, los resultados presentados en esta sección sugieren que las fuerzas de diseño del Apéndice A de las NTC-S deberían incrementarse para tomar en cuenta el efecto de la duración de la excitación sísmica, ya que hasta ahora sólo han considerado la demanda de desplazamiento máximo como indicador del desempeño estructural.

Sin embargo, para proponer una modificación racional a los espectros de diseño hace falta más investigación analítica y experimental, asociada a las limitaciones discutidas en los párrafos anteriores.

#### **5.4 USO DEL PULSO EQUIVALENTE PARA ESTIMAR LAS DEMANDAS DE ENERGÍA HISTERÉTICA EN S1GL CON DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ Y RESISTENCIA SUJETOS A ACELEROGRAMAS DE BANDA ANGOSTA**

Aunque el objetivo de este trabajo comprende solamente a osciladores elastoplásticos en esta sección se muestra que el pulso equivalente puede ser utilizado también para estimar las demandas de  $E_{H\mu}$  para sistemas con otros comportamientos histeréticos.

El pulso equivalente se utilizó para estimar las demandas de  $E_{H\mu}$  en S1GL con degradación de rigidez y resistencia sujetos a una muestra de 22 acelerogramas de banda angosta. La muestra es la misma que fue utilizada en el capítulo anterior.

Las propiedades generales de los registros se reportan en las tablas 3.1 y 3.2. En la tabla 4.1 se muestra la duración y el número de pulsos equivalentes asociados a cada registro.

Se consideraron sistemas de S1GL con dos comportamientos histeréticos con diferente nivel de degradación, conforme al modelo histerético de los tres parámetros (Kunnath *et al.* 1990). Los valores de los tres parámetros asignados a cada uno de los modelos considerados, y sus implicaciones, se resumen en la tabla 5.7, mientras que la figura 5.7 muestra un esquema de los modelos histeréticos considerados. Note que el parámetro  $\beta$  es el mismo que el utilizado en el cálculo del índice de daño de Park y Ang.

Como se observa en la figura 5.7, los dos modelos tienen la misma degradación de descarga y diferente nivel de degradación de resistencia. Aunque en la figura 5.7 se observe que los modelos son similares, en realidad, representan dos casos muy diferentes. Para sistemas con poca degradación de su ciclo histerético se considera un valor de  $\beta$  entre 0.1 y 0.15 (Cosenza *et al.* 1993, Silva y López 2001) mientras que para sistemas con degradación importante  $\beta$  toma un valor entre 0.2 y 0.4 (Williams y Sexsmith 1997).

Se consideraron sistemas con periodos entre 0.1 y 5 segundos y demandas de ductilidad máximas de 1.5, 2, 3 y 4.



Tabla 5.7 Comportamientos histeréticos considerados

Modelo	Parámetro $\alpha$		Parámetro $\beta$		Parámetro $\gamma$	
	Valor	Implicación	Valor	Implicación	Valor	Implicación
1	2	Degradación importante de rigidez durante descarga	0.15	Estructura dúctil de concreto reforzado	1	No adelgazamiento del ciclo histerético
2	2	Degradación importante de rigidez durante descarga	0.30	Estructura no-dúctil de concreto reforzado	1	No adelgazamiento del ciclo histerético

Como puede observarse, no se consideró adelgazamiento del ciclo histerético. Aunque el modelo de los tres parámetros original considera una envolvente tri-lineal que toma en cuenta explícitamente el agrietamiento del elemento de concreto reforzado, los resultados presentados en esta sección se obtuvieron a partir de una versión modificada que considera una envolvente bilineal.

Esto equivale a considerar que la estructura está agrietada en el momento en que se le sujeta a la excitación sísmica, o dicho en otras palabras, que el periodo empleado durante los análisis corresponde a la rigidez asociada al punto de fluencia, y no a la rigidez inicial no agrietada de la estructura.

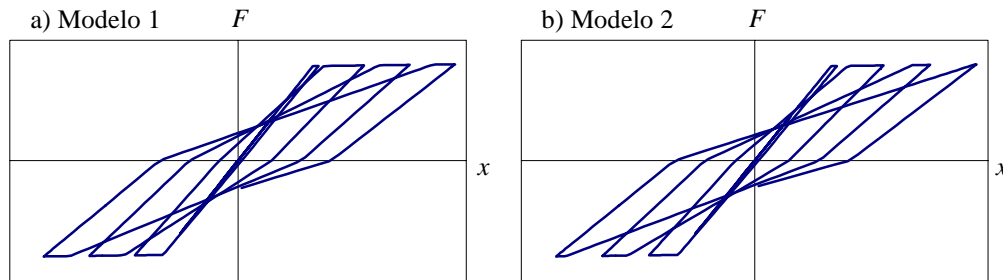


Figura 5.7. Comportamientos histeréticos estudiados

La figura 5.8 muestra los errores logarítmicos promedio, calculados con la ecuación (2.75), obtenidos al aplicar el pulso equivalente para estimar las demandas de  $E_{H\mu}$  para los S1GL, con los comportamientos histeréticos considerados, sujetos a la muestra de 22 acelerogramas. Como referencia la figura 5.8 muestra también los errores logarítmicos asociados a sistemas elastoplásticos.

Como puede observarse, para los 22 registros considerados, el pulso equivalente tiene niveles de error comparables para distintos comportamientos histeréticos. En la zona de periodo corto el pulso equivalente conduce a niveles mayores de error para sistemas con degradación respecto a los errores en sistemas elastoplásticos. En la zona de periodo largo los errores menores se presentan para los sistemas con degradación.

Note que los errores observados para los dos modelos de degradación considerados son muy similares. Esto sugiere que las particularidades del ciclo histerético, en sistemas con degradación, tienen poco efecto en el nivel de error del pulso equivalente. Lo cual se debe a

que el método propuesto no está sujeto a un modelo hysterético específico, el método propone un pulso equivalente el cual puede utilizarse con cualquier modelo hysterético particular.

Aunque solo se han estudiado dos modelos hysteréticos, la figura 5.8 muestra que el pulso equivalente conduce a estimaciones razonables de las demandas de energía en S1GL con degradación de rigidez y resistencia.

Cabe mencionar que en estudios futuros es conveniente estudiar otros modelos hysteréticos, principalmente con adelgazamiento del ciclo hysterético.

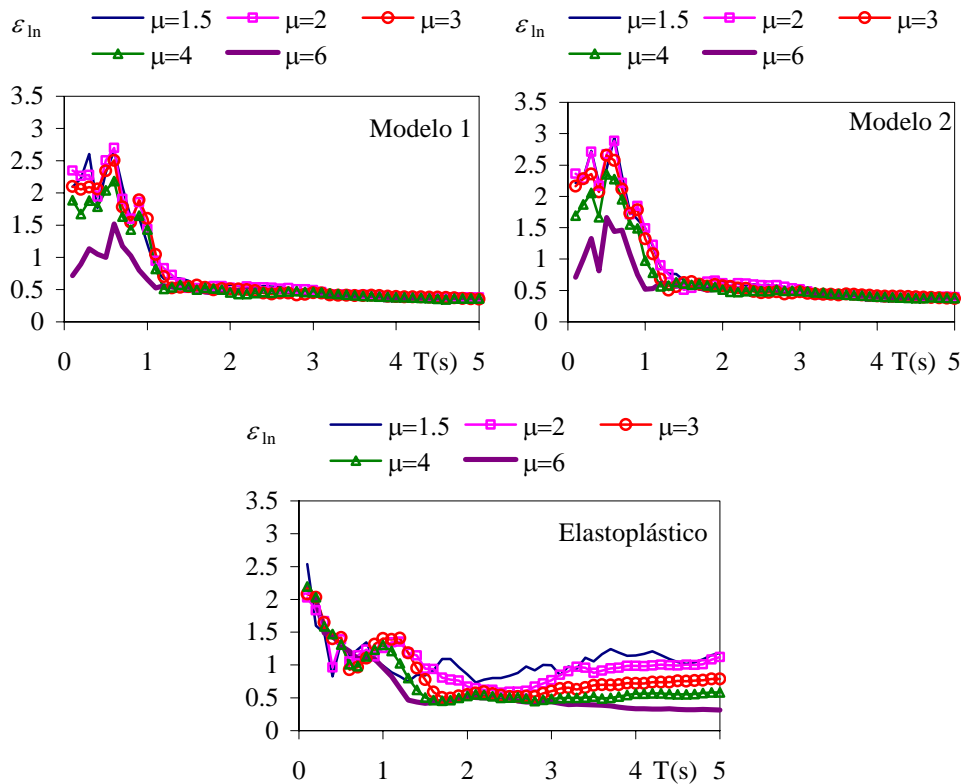


Figura 5.8. Errores logarítmicos obtenidos con diferentes modelos hysteréticos,  $\xi=0.05$

# CAPÍTULO VI

## CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

## 6.1 CONCLUSIONES

La aplicación de índices de daño requiere de estimaciones confiables de las demandas sísmicas que un sismo le impone a una estructura, así como de sus características mecánicas.

Las demandas generalmente consideradas por los índices de daño, son el desplazamiento máximo y las demandas de desplazamiento acumulado, caracterizadas mediante la demanda de energía histerética disipada, mientras que las características mecánicas comúnmente consideradas son la capacidad resistente, la capacidad de desplazamiento y la estabilidad del ciclo histerético.

Dentro de este contexto, las aportaciones más importantes de este trabajo son las siguientes:

- A diferencia de la mayoría de los trabajos realizados anteriormente, en esta investigación se propuso obtener soluciones teóricas para estimar las demandas máximas de desplazamiento y de energía histerética disipada.
- Se ha presentado un método teórico que permite estimar la demanda de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos sujetos a ruido blanco gaussiano. Se ha mostrado que el método desarrollado es aplicable a S1GL sujetos a acelerogramas de banda ancha y que el nivel de aproximación obtenido es similar a las propuestas obtenidas de análisis estadísticos. El método presentado tiene la ventaja de que sólo requiere conocer el espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración para un sitio determinado mientras que para obtener los datos requeridos por las expresiones obtenidas de análisis estadísticos se requiere de más parámetros.
- Se ha presentado también expresiones teóricas para estimar las demanda máximas de desplazamiento y de resistencia para S1GL elastoplásticos sujetos a movimiento sísmicos de banda angosta. Dichas expresiones se obtuvieron del estudio de la respuesta de S1GL sujetos a pulsos sinusoidales.
- El planteamiento desarrollado muestra que, para excitaciones sísmicas de banda angosta, las respuestas máximas inelásticas tienden a ser independientes de la duración del movimiento sísmico y que las respuestas elásticas máximas tienden a depender de la duración, particularmente para sistemas cercanos a la resonancia. La expresión teórica propuesta tiene una aproximación similar a las expresiones obtenidas de estudios estadísticos, pero, a diferencia de ellas, es independiente del espectro elástico de resistencia y desplazamiento.
- También, se propuso un procedimiento para obtener un pulso sinusoidal equivalente asociado a acelerogramas de banda angosta. Este pulso equivalente se propuso con base en la relación que existe entre la duración de un pulso sinusoidal y su espectro de amplitudes de Fourier. Se mostró que el pulso equivalente refleja razonablemente la intensidad y la duración de un movimiento sísmico de banda angosta.

- El pulso equivalente puede ser utilizado para estimar las demandas de energía histerética para S1GL sujetos a movimientos de banda angosta con una aproximación similar a las expresiones obtenidas de análisis estadísticos.
- Los tres parámetros requeridos para generar el pulso equivalente han sido estudiados ampliamente por otros investigadores, por lo que utilizando la información disponible para la zona del lago del Distrito Federal, tal como leyes de atenuación y funciones de transferencia, se construyeron escenarios de: duración del pulso equivalente, número de pulsos equivalentes, demandas de energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos y demandas de energía histerética normalizada por S1GL elastoplásticos para un evento costero postulado con una magnitud de 8 y una distancia epicentral de 300 km.
- Se mostró que el número de pulsos equivalentes tiende a ser uniforme en la zona del lago del Distrito Federal y se identificaron los sitios asociados a las demandas de energía histerética mas elevadas.
- Se observó que es posible asociar un pulso equivalente a los espectros de diseño del Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2004).
- Se calcularon las demandas de energía histerética por unidad de masa para S1GL elastoplásticos sujetos a los pulsos sinusoidales asociados a los espectros de diseño del Apéndice A y se compararon con las demandas observadas en dos acelerogramas registrados en la zona del lago del Distrito Federal. Se encontró que aunque los espectros de diseño del Apéndice A fueron obtenidos para representar sólo las demandas máximas de desplazamiento también representan razonablemente las demandas de energía histerética.
- Para evaluar el efecto de las demandas de energía histerética sobre S1GL elastoplásticos diseñados conforme el Apéndice A de las NTC-S (2004) se construyeron escenarios de índices de daño para un evento sísmico postulado con magnitud 8 grados y registrado a una distancia epicentral de 300 Km.
- Se consideraron tres índices de daño para el estudio presentado. Aunque los mapas de daño obtenidos tienen limitaciones importantes, las cuales se discuten ampliamente en el capítulo correspondiente, los resultados sugieren que algunos sistemas diseñados conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004) podrían tener elevados niveles de daño estructural durante un evento sísmico intenso en ciertas zonas específicas.
- Se reconoce que para proponer una modificación racional a los espectros de diseño aún hace falta más investigación analítica y experimental.

## 6.2 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

En este trabajo se han presentado herramientas teóricas para estimar las demandas de desplazamiento y energía histerética disipada por S1GL elastoplásticos.

Sin embargo, para desarrollar una metodología racional de diseño sísmico que contemple las demandas de desplazamiento máximas y acumuladas, es necesario realizar más investigación; a continuación se mencionan algunas necesidades importantes.

- Estudiar el uso de otras formas de pulso para representar movimientos con diferentes anchos de banda, no solo banda angosta.
- Estudiar y tratar de obtener soluciones teóricas para otros tipos de comportamiento histerético.
- Estudiar la posibilidad de utilizar el pulso sinusoidal equivalente como acelerograma de diseño, para lo cual es necesario investigar si el pulso equivalente es capaz de representar razonablemente la respuesta, lineal y no lineal, de una estructura de varios grados de libertad bajo la acción de un movimiento sísmico. Al respecto, Alavi y Krawinkler (2001) han mostrado que la respuesta elástica e inelástica de marcos sujetos a movimientos sísmicos de campo cercano puede representarse razonablemente mediante pulsos de diferentes formas.
- En este estudio se han obtenido soluciones asociadas a dos casos extremos: ruido blando y pulsos sinusoidales. En realidad los movimientos sísmicos son un continuo en el que el ancho de banda cambia. Es conveniente tratar de obtener soluciones generales que dependan del espectro de amplitudes de Fourier de la aceleración.
- Desarrollar métodos, basados en estudios analíticos y experimentales, para determinar: la capacidad de deformación última, la estabilidad en el comportamiento histerético y la sobrerresistencia de estructuras reales.
- Existen pocas investigaciones experimentales encaminadas a estudiar cómo afecta la secuencia y la amplitud en la que se presentan los ciclos de carga en la capacidad de un sistema para soportar carga. Es necesario realizar más estudios.
- Estudiar la distribución del daño en una estructura asociada a un índice de daño global.
- Hasta ahora la mayor parte del trabajo desarrollado en cuanto a índices de daño se ha concentrado en sistemas estructurales a base de marcos de concreto reforzado; es necesario estudiar otros sistemas estructurales.
- Integrar y adaptar los avances en investigación a los formatos de los reglamentos de construcción

## REFERENCIAS

Alavi B. y Krawinkler H. (2001), "Effects of near fault ground motions on frame structures", *Reporte No. 138*, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Universidad de Stanford.

Ambraseys, N., P. Smit, R. Sigbjörnsson, P. Suhadolc, y B. Margaris (1999). "Internet-Site for European Strong-Motion Data", <http://www.isesd.cv.ic.ac.uk>, EVR1-CT-1999-40008, European Commission, Directorate-General XII, Environmental and Climate Programme, Bruxelles, Belgium.

Arroyo D y Terán A. (2002), "Strength reductions factors to account for low cycle fatigue", *Seventh US Conference on Earthquake Engineering*, Boston, USA, CD.

Arroyo D. y Terán, A. (2003), "Strength reduction factors for ductile structures with passive energy dissipating devices", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 7, No. 2, pp 297-325.

Biggs J. M. (1964), "Introduction to structural Dynamics", *Mc Graw-Hill*: New York 1964.

Bozorgnia, Y. y Bertero, V. V. (2003), "Damage spectra: characteristics and applications to seismic risk reduction", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, No. 10, pp. 1330-1340.

Boore D. M. (1983), "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73, No. 6A, pp. 1865-1894.

Castro R., Singh S K. y Mena E. (1988), "The México earthquake of september 19, 1985- An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion", *Earthquake Spectra*, Vol. 4, No. 4, pp. 675-685.

Cosenza, E, G Manfredi y R Ramasco (1993), "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, No. 10, pp. 855-868.

Cosenza, E. y Manfredi, G. (1996), "Seismic design based on low cycle fatigue criteria", *Memorias, XI Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, México, CD.

Cuesta, I. y Aschheim, M. A. (2001), "Inelastic response spectra using conventional and pulse R-Factors", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 9, pp. 1013-1020.

Der Kiureghian A. y Neuenhofer A. (1991), "A response spectrum method for multiple-support seismic excitations," *Report No. UCB/EERC-91/08*, University of California at Berkeley

DiPasquale E., Askar A. y Camak A. (1990), "Relation between global damage indices and local stiffness degradation", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 5, pp. 1440-1456.

Fajfar, P. (1992), "Equivalent ductility factors taking into account low-cycle fatigue", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp. 837-848.

Fajfar, P y Vidic, T. (1994), "Consistent inelastic design spectra: hysteretic and input energy", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 523-537.

Hori, N. e Inoue, N. (2002) "Damaging properties of ground motions and prediction of maximum response of structures based on momentary energy response", *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 31, pp 1657-1679.

Hsu, H. P. (1998), "Análisis de Fourier", Primera edición, Prentice Hall, México.

Iemura H. (1980) "Earthquake failure criteria of deteriorating hysteretic structures", VII World Conference on *Earthquake engineering*, Vol. 5, pp 81-88.

Jacobsen, L. S. y Ayre, R. S. (1958) "Engineering vibrations" *Mc Graw-Hill*: New York, 1958.

Karnopp, D. y Scharon, T. (1966), "Plastic deformation in random vibration", *Journal of the acoustical society of America*, Vol. 39, No. 6, pp 1154-1161.

Kunnath, S K, A M Reinhorn y Y J Park (1990), "Analytical modeling of inelastic seismic response of R/C structures", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 4, pp. 996-1017.

Manfredi G. (2001), "Evaluation of seismic energy demand". *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 30, pp 485-499.

Mehanny, S. S. y Deierlein, G. G. (2000), "Modeling of assessment of seismic performance of seismic of composite frames with reinforced concrete columns and steel beams", *Reporte No. 135*, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Universidad de Stanford.

Miranda E. (1993), "Site-dependent strength reduction factors". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 12, pp 3503-3519.

Miranda E. (2000), "Inelastic displacement ratios for structures on firm sites", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No 10, pp 1150-1159.

Miranda E. (2005), Comunicación personal.



Nassar, A. y Krawinkler, H. (1991), "Seismic demands for SDOF and MDOF systems". *Reporte No 95*; The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Universidad de Stanford.

NTC-S (2004), "Normas técnicas complementarias para el diseño por sismo", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, Tomo II, No. 103-Bis, 6 de octubre de 2004.

Ordaz, M., Pérez, E. y Meli, R.(1993), "Respuesta de osciladores elastoplásticos sujetos a movimientos sísmicos de banda angosta", *Memorias, X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, pp 346-352.

Ordaz, M. y Pérez, L. E. (1998), "Estimation of strength reduction factors for elastoplastic systems: a new approach". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 889-901.

Ordaz, M., Pérez, L. E., Reinoso, E., Montoya, C. y Arboleda, J. (2000), "Programa Z" Instituto de Ingeniería UNAM

Osteraas J. y Krawinkler H. (1989), "The Mexico Earthquake of September 19, 1985 – behavior of steel buildings", *Earthquake Spectra*, Vol. 5, No. 1, pp: 51-88.

Padilla, D. A. (2005), "Propuesta de un índice de daño por sismo para edificaciones de concreto reforzado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.

Park, Y. J. y Ang A. H. (1985), "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp. 722-739

Park, Y. J., Ang A. H. y Wen Y.K. (1985), "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp. 740-757

Pacific Earthquake Engineering Research. "PEER strong ground motion database", [www.peer.berkeley.edu](http://www.peer.berkeley.edu)

Pérez, I. A. (2001), "Análisis de la respuesta sísmica de apéndices y aplicaciones al Valle de México", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.

Pérez, L. E., Ordaz, M. y Singh S. K. (1999), "Modelo de atenuación para sismos de distinto origen", *Memorias, XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia, México, pp. 161-170.

Reinoso E., Ordaz M. y Guerrero R. (2000), "Influence of strong ground motion duration in seismic design of structures", *XII Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Paper No. 1151, Auckland, Nueva Zelanda

Riddell, R. y Garcia, J. E. (2002), "Hysteretic energy spectrum and earthquake damage", *Seventh US Conference on Earthquake Engineering*, Boston, USA, CD.

Rodriguez, M. (1994), "A measure of the capacity of earthquake ground motions to damage structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 627-643.

Rodriguez, M y Aristizabal, J C. (1999), "Evaluation of a seismic damage parameter", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp. 463-477

Rodriguez, M. (2005), Comunicación personal.

Rosenblueth, E. y Elordouy, J. (1969), "Response of linear systems to certain transient disturbances", IV Congreso mundial de ingeniería sísmica, Santiago, Chile, Vol. I, pp. 185-196.

Rosenblueth, E. y Newmark, N. M. (1978), "Fundamentos de ingeniería sísmica", Primera edición, Editorial Diana, México.

Roufaiel M. y Meyer C. (1988), "Reliability of concrete frames damaged by earthquakes", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 3, pp. 445-457

Ruiz, J. y Miranda, E. (2004), "Inelastic ratios for design of structures on soft soils sites" *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 12, pp. 2051-2061.

Silva, H y O López (2001), "Estudio experimental sobre índices de daño en estructuras de concreto reforzado sujetas a cargas laterales", *Memorias, XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Guadalajara, México, CDROM.

Singh, S. K., Lermo, J., Domínguez, T., Ordaz, M., Espinosa, J. M., Mena, E. y Quass, R. (1988), "The México earthquake of september 19, 1985- A study of amplification of seismic waves in the valley of México with respect to a hill zone site", *Earthquake Spectra*, Vol. 4, No. 4, pp. 653-673.

Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica (2000), "Base mexicana de sismos fuertes". CD - Vol 2.

Tarquis F. (1988), "Structural response and design spectra for the 1985 Mexico City Earthquake", *Tesis de Doctorado*, Universidad de Texas.

Trifunac, M. D. y Brady, A. G. (1975). "A study on the duration of strong earthquake ground motion", *Bulletin of the Seimological Society of America*, Vol. 65, No. 3, pp. 581-626.

Terán, A. (1996), "Performance-based earthquake-resistant design of framed buildings using energy concepts", *Tesis de Doctorado*, Universidad de California, Berkeley

Terán, A. y Jirsa, J. O. (2003), "Un modelo simple para predecir la ocurrencia de fatiga de bajo número de ciclos", *Memorias, XIV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, León, México, CDROM.

Terán, A. y Jirsa, J. O. (2005), “Considerations for the formulation of a seismic design methodology that accounts for the effect of low cycle fatigue”, *Earthquake Spectra*, Vol. 21, No. 3.

Vanmarcke, E. H. y Lai, S. P. (1979), “Prediction of inelastic response spectra using random vibration”, *Proceedings of Engineering Mechanics*, pp. 64-68.

Velestos, A. y Newmark, N. (1960), “Effect of inelastic behavior on the response of simple system to earthquake motion”, *Memorias, II Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, pp 895-912.

Waterloo Maple Inc, (2002), “Maple 8.00”

Williams, M. S. y Sexsmith, R. G. (1995), “Seismic damage indices for concrete structures: a state of the art review”, *Earthquake Spectra*, Vol. 11, No. 2, pp. 319-349.

Wu, J. y Hanson, R. D. (1989), “Study of Inelastic Spectra with High Damping”. *Journal of Structural Engineering*; Vol. 115, No. 6.

Ye, L. y Otani, S. (1999), “Maximum seismic displacement of inelastic systems based on energy concept”, *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 28, pp. 1483-1499.

Zahrah, T. y Hall W. (1984), “Earthquake energy absorption in SDOF systems”, *Journal of Structural Engineering*; Vol. 110, No. 8, pp. 1757-1772.

# **ANEXO A**

**MAPAS DE  $ID_{PA}$  PARA S1GL  
ELASTOPLÁSTICOS UBICADOS EN  
LA ZONA DEL LAGO DEL DF  
(EVENTO POSTULADO:  
M=8 Y R=300 KM)**

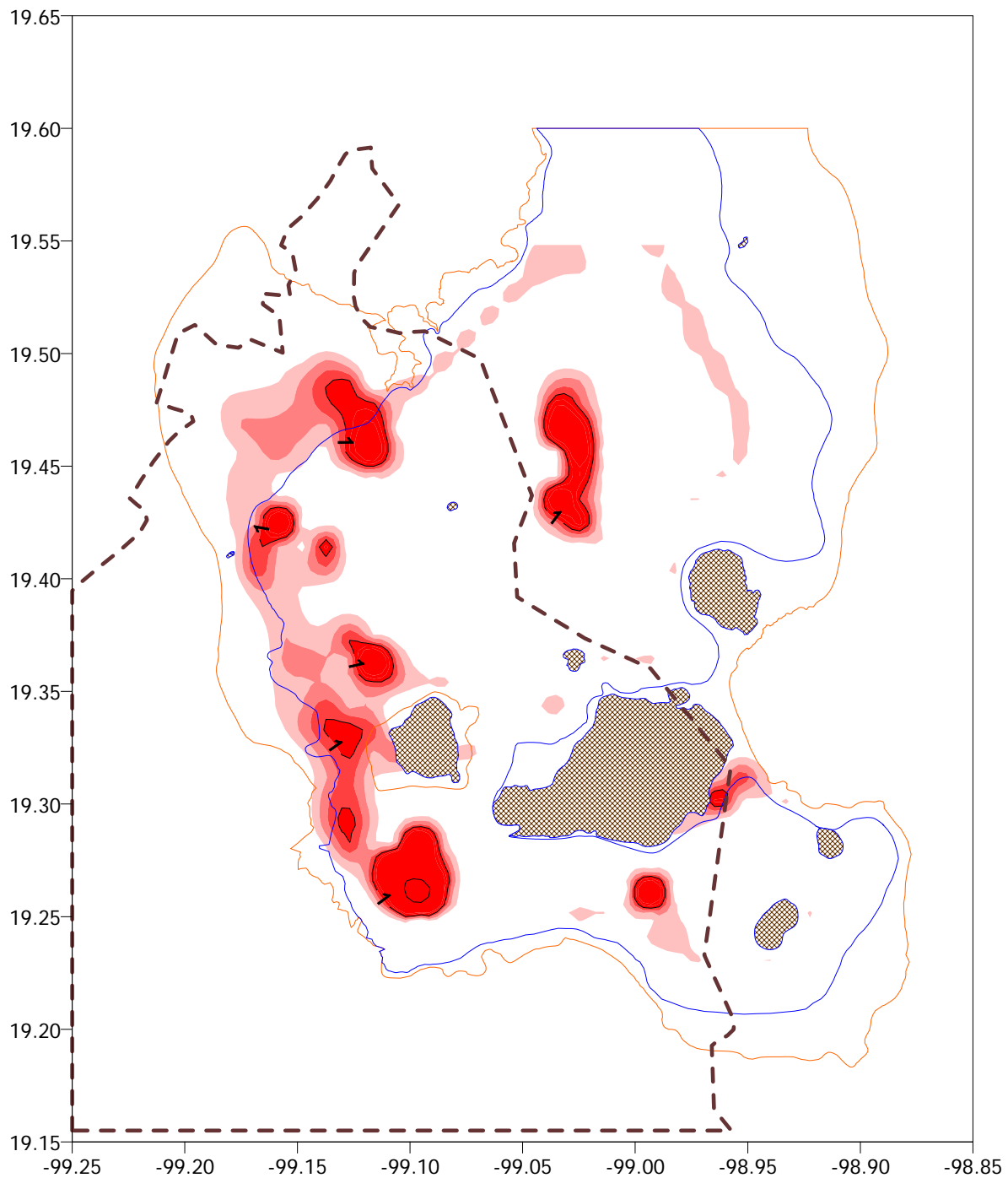


Figura A1. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s,  $\mu_d=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

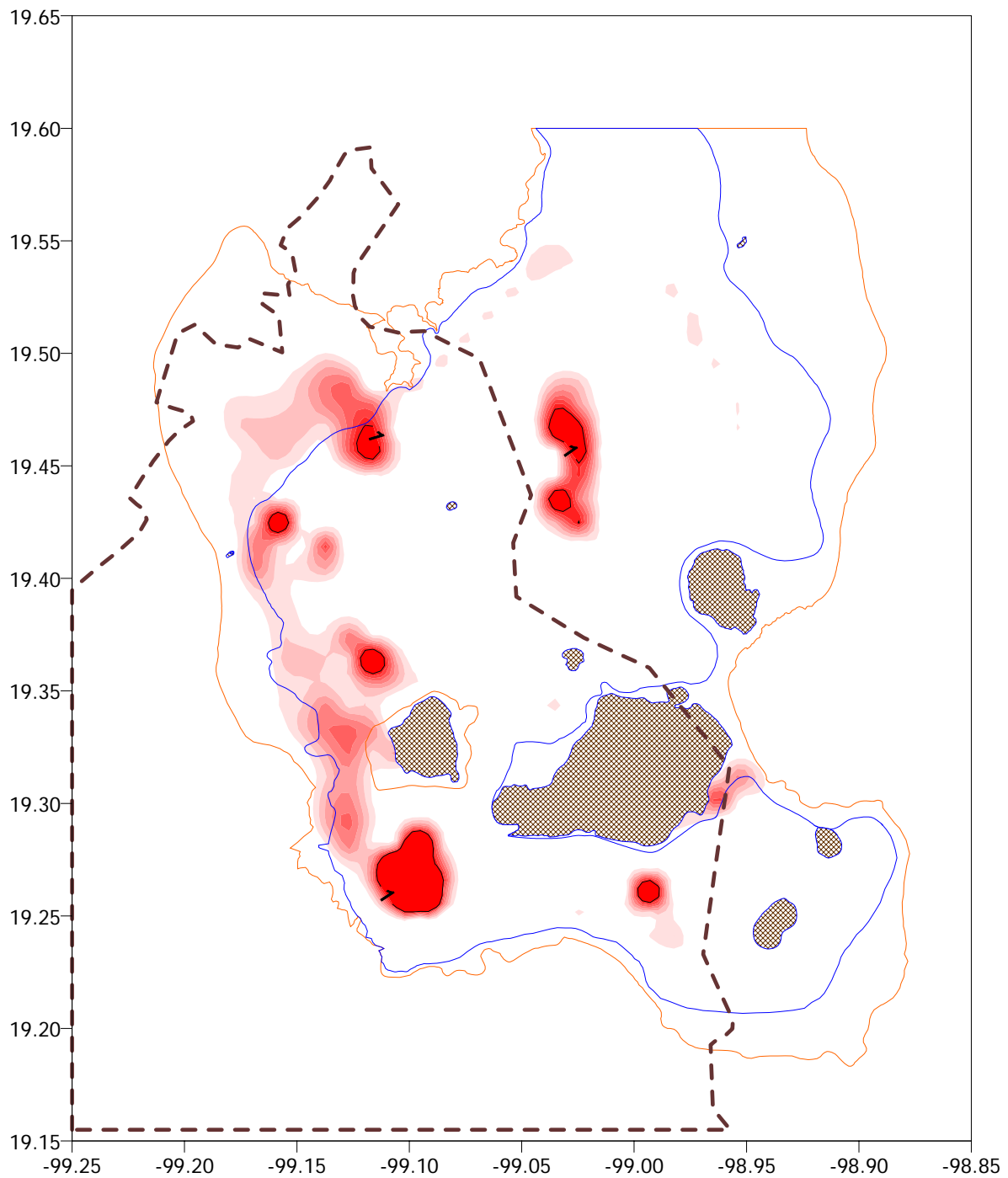


Figura A2. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_{li}=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

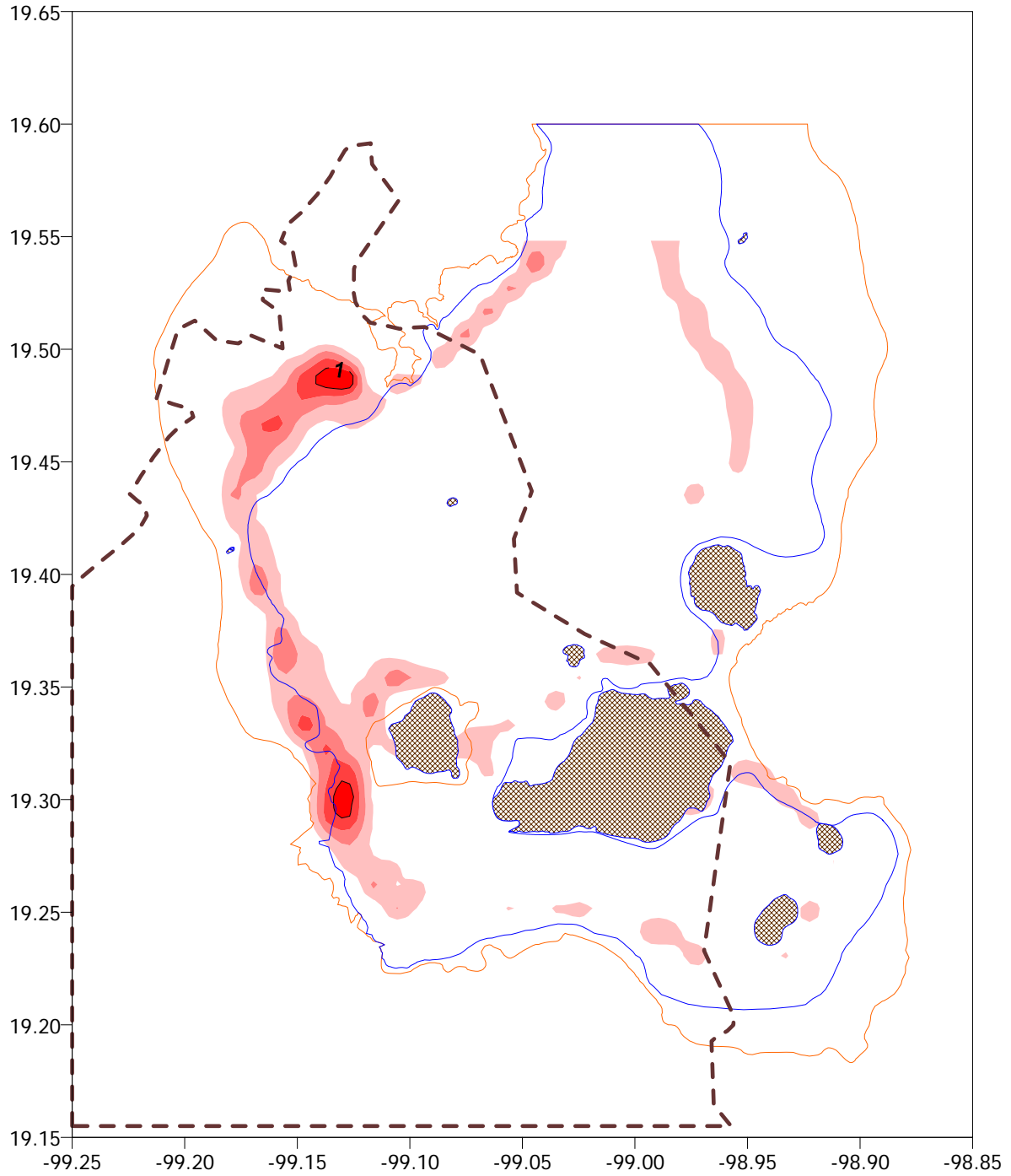


Figura A3. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

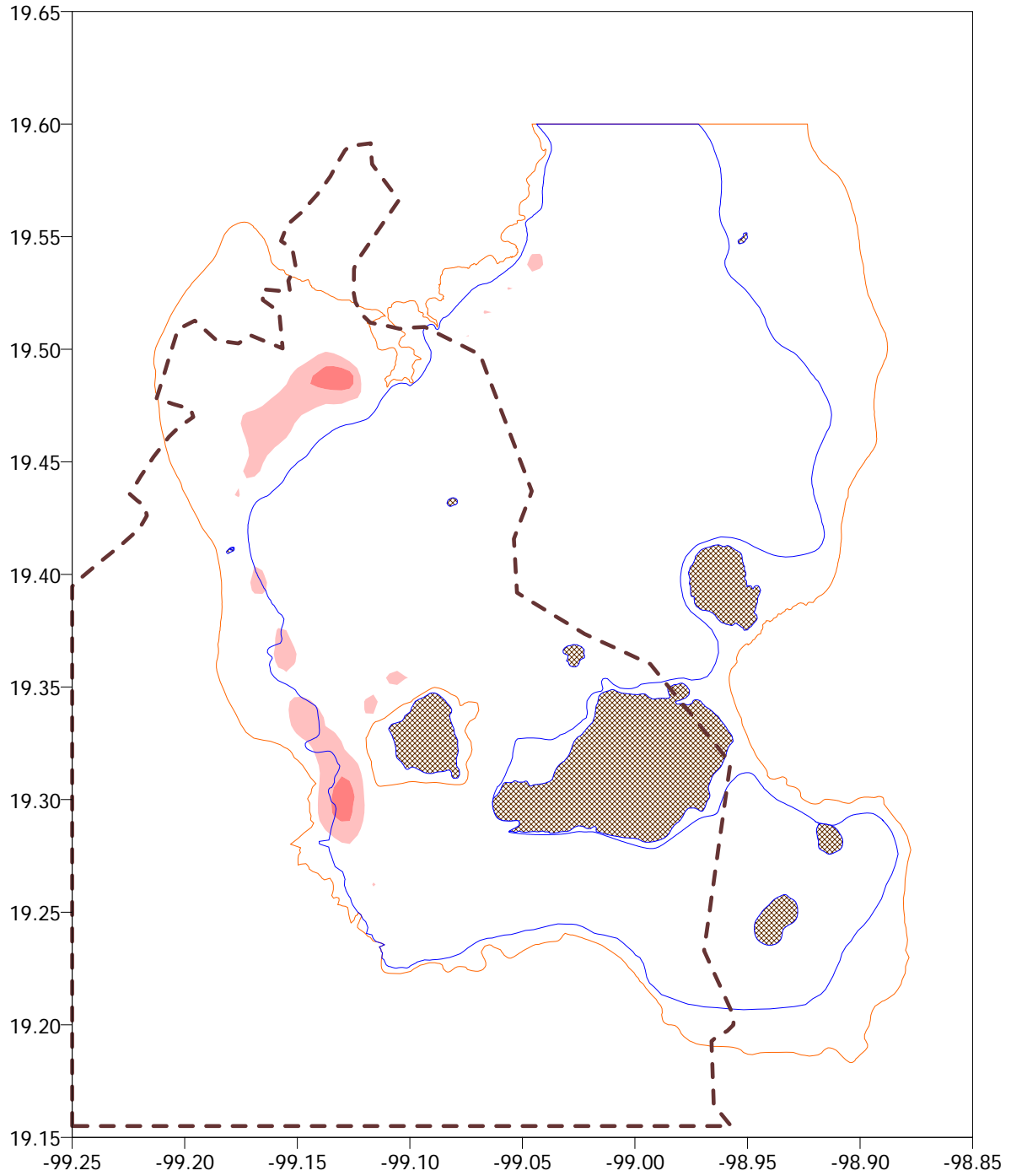


Figura A4. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



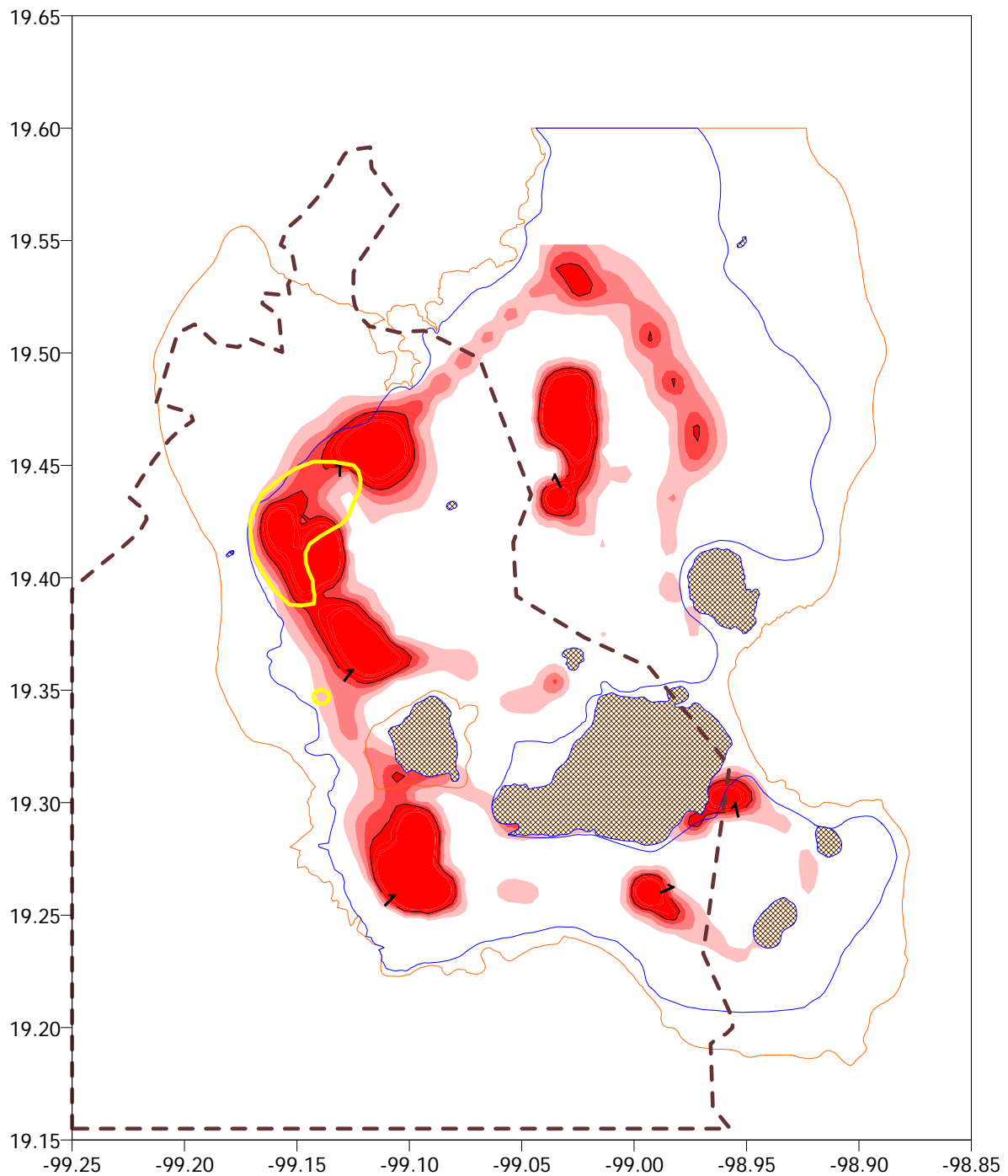


Figura A5. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_i=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

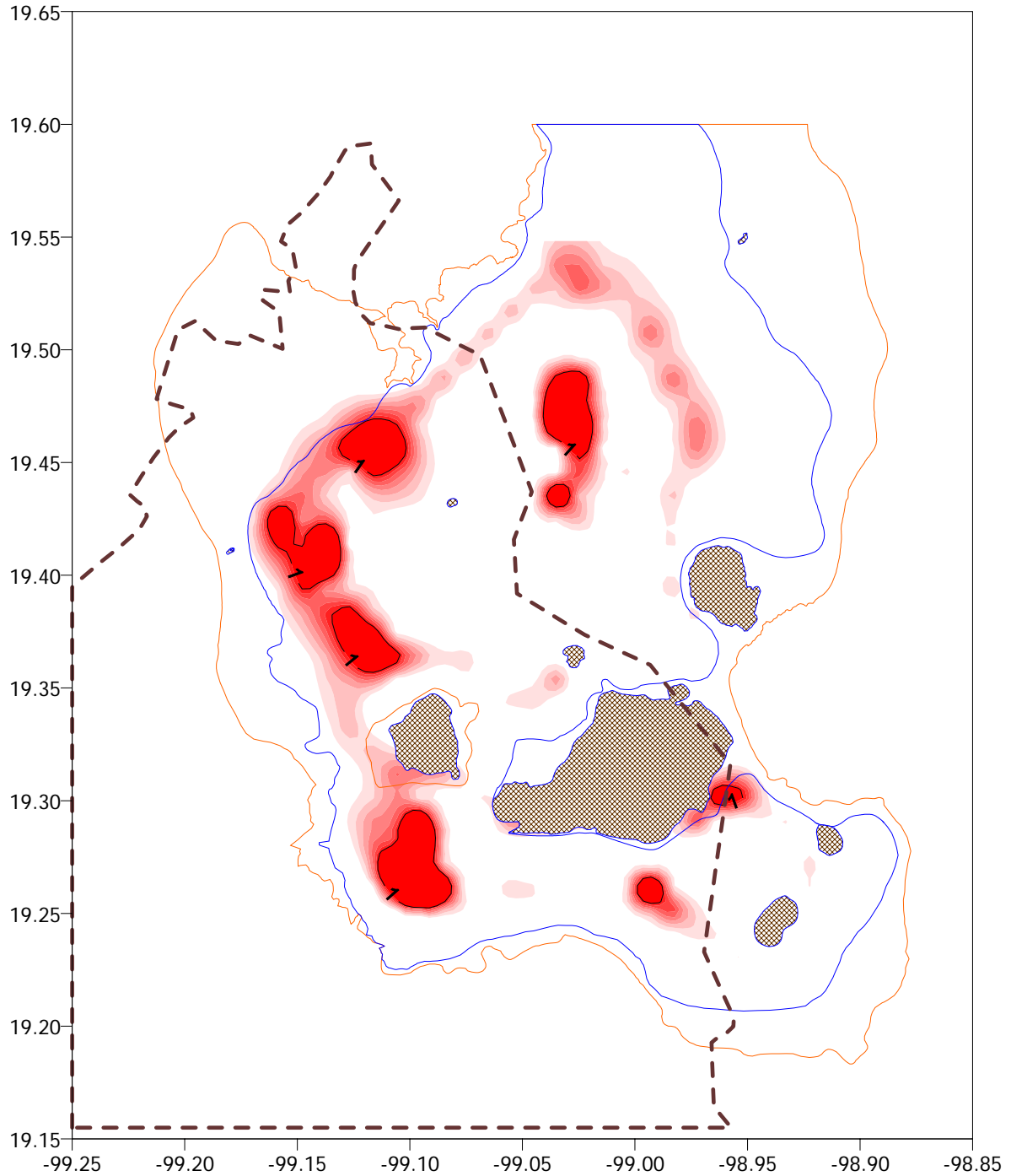


Figura A6. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_n=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

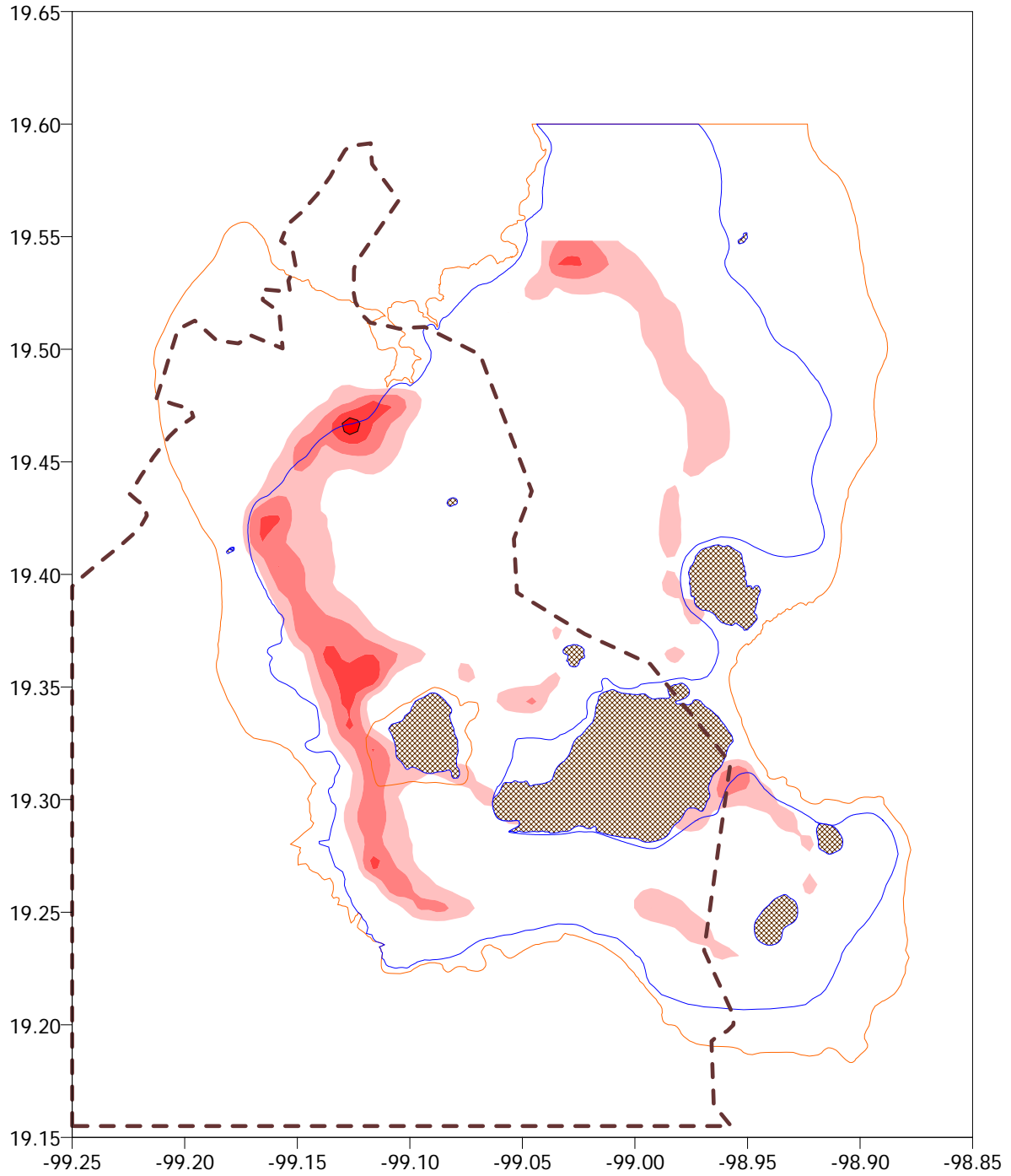


Figura A7. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_i=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

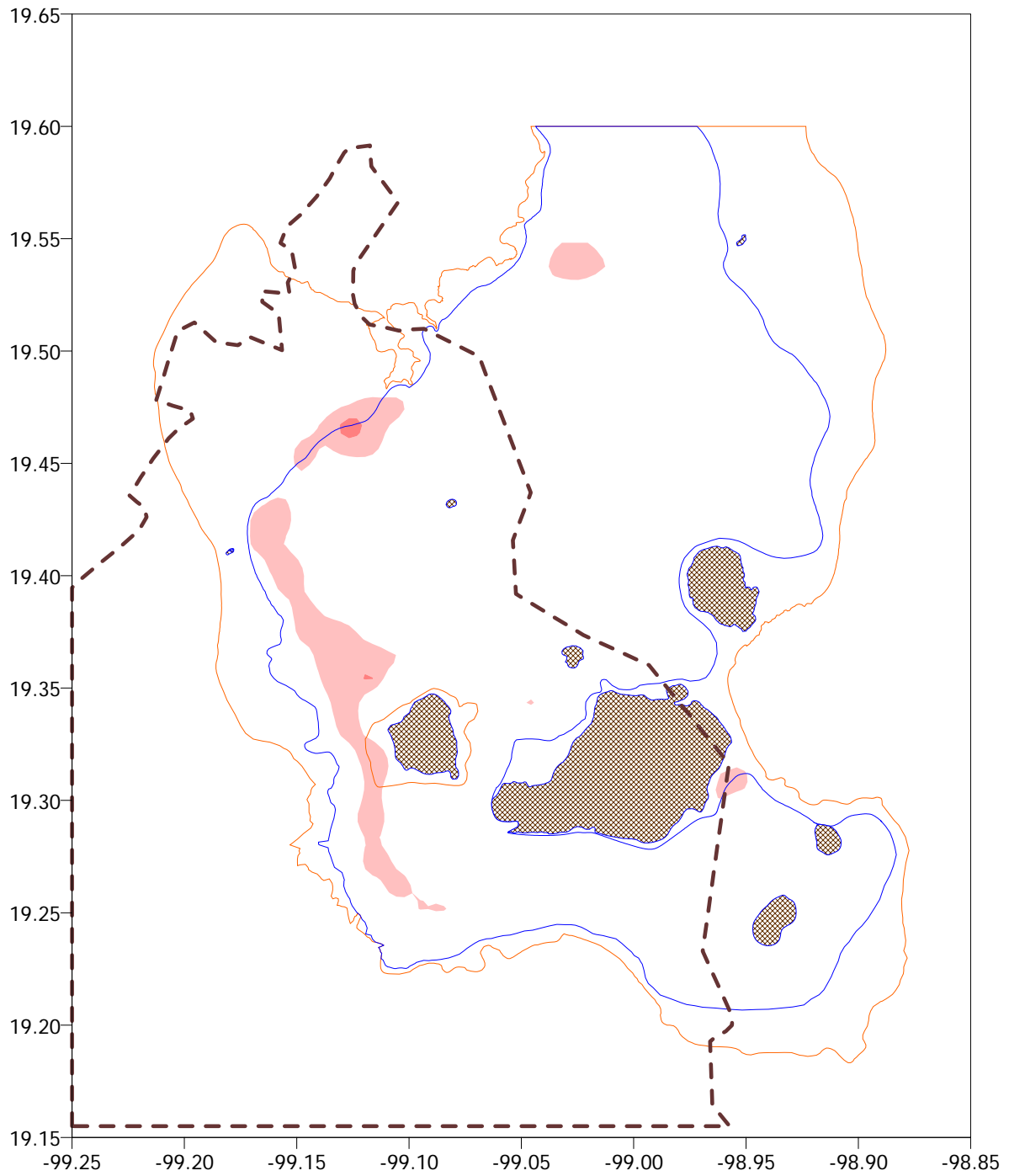


Figura A8. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_i=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

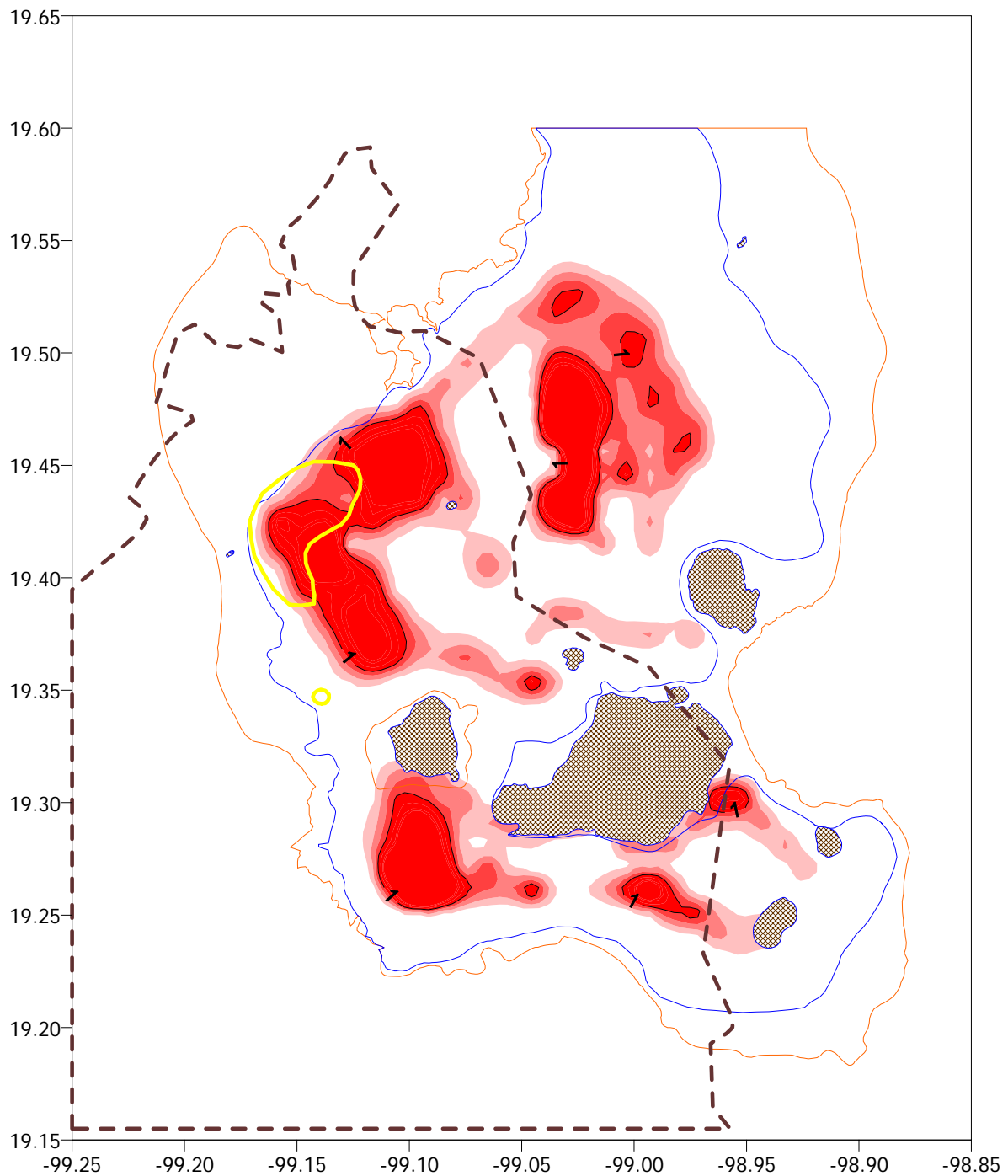


Figura A9. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_i=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

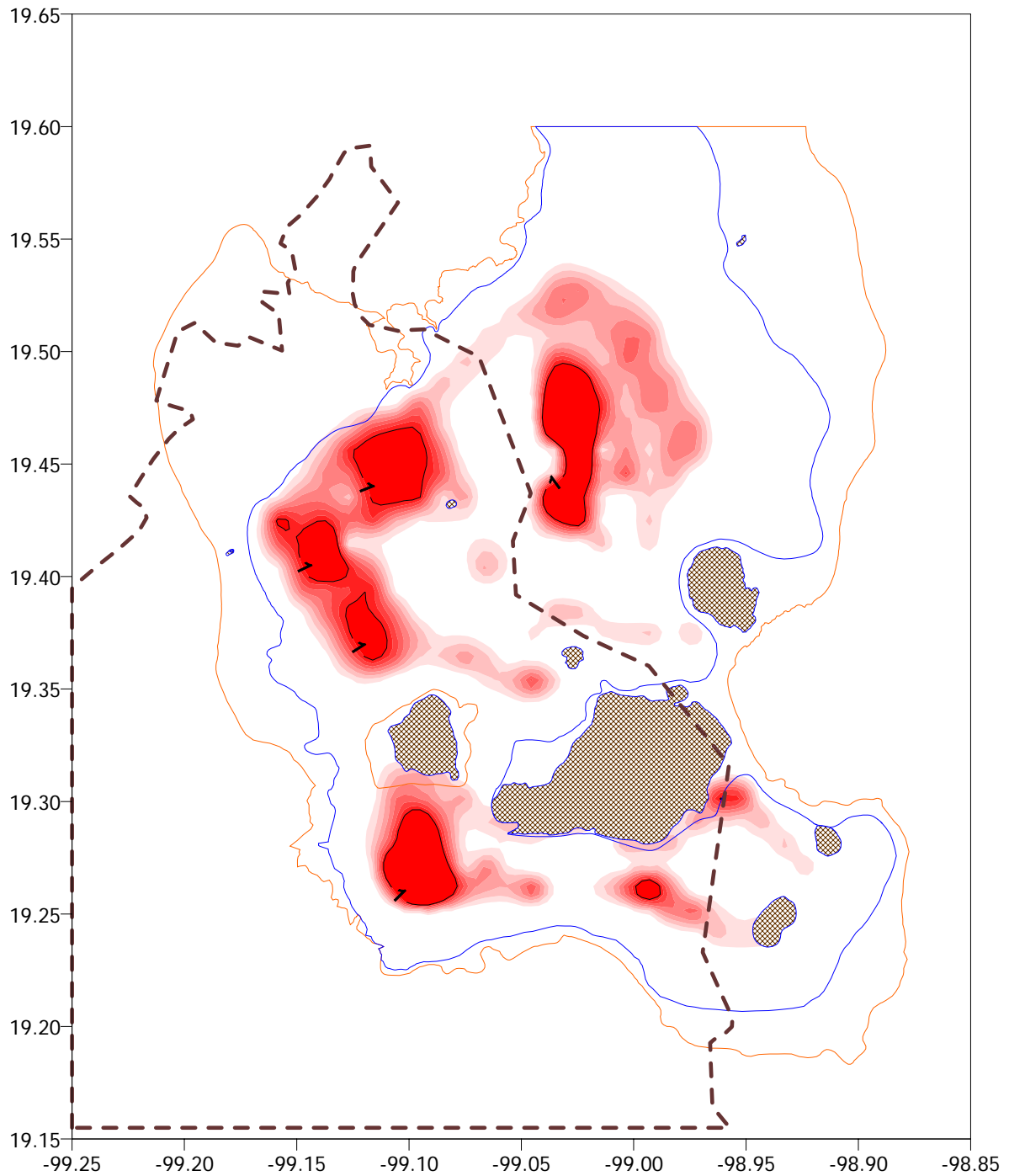


Figura A10. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

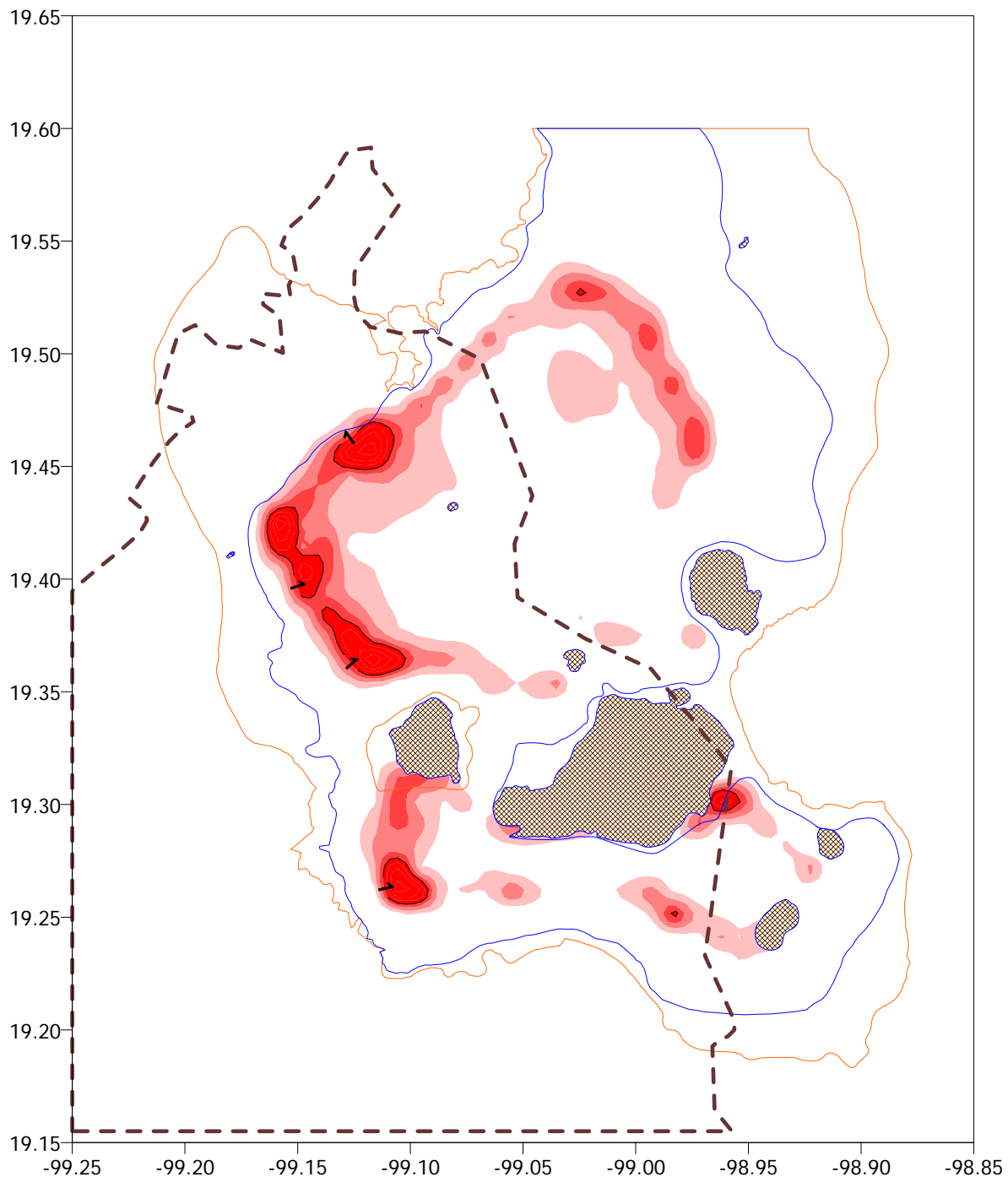


Figura A11. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

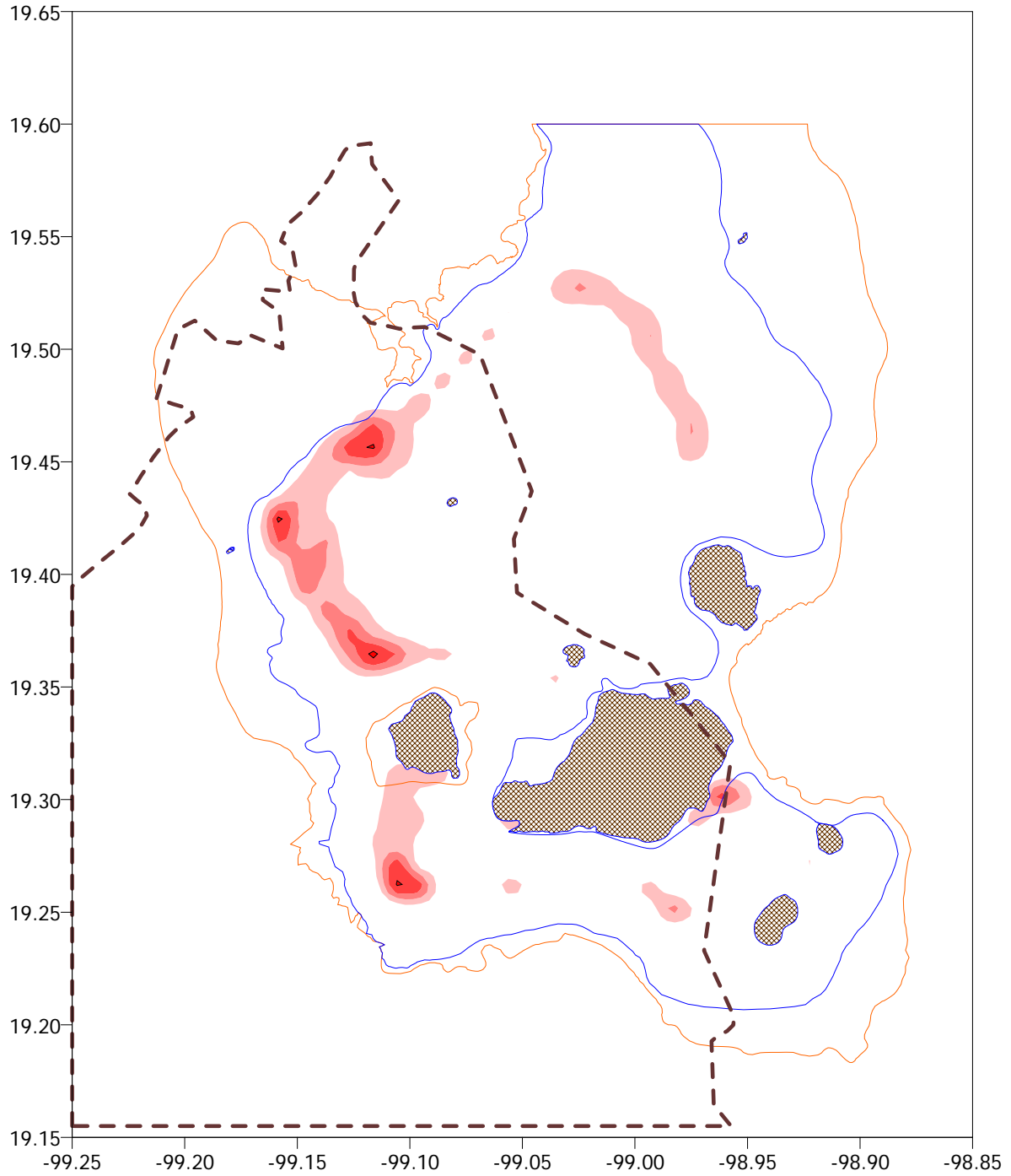


Figura A12. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



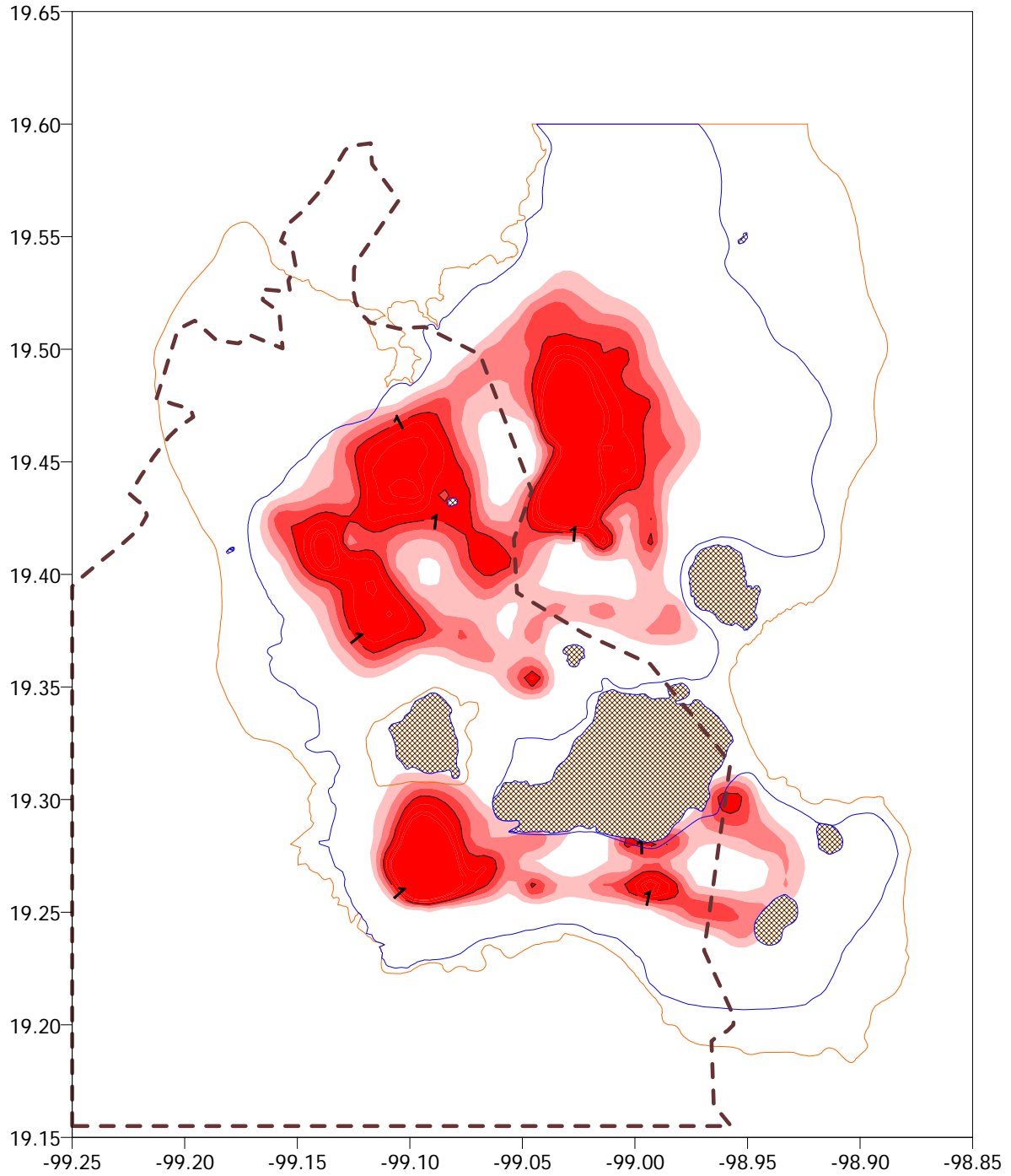


Figura A13. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

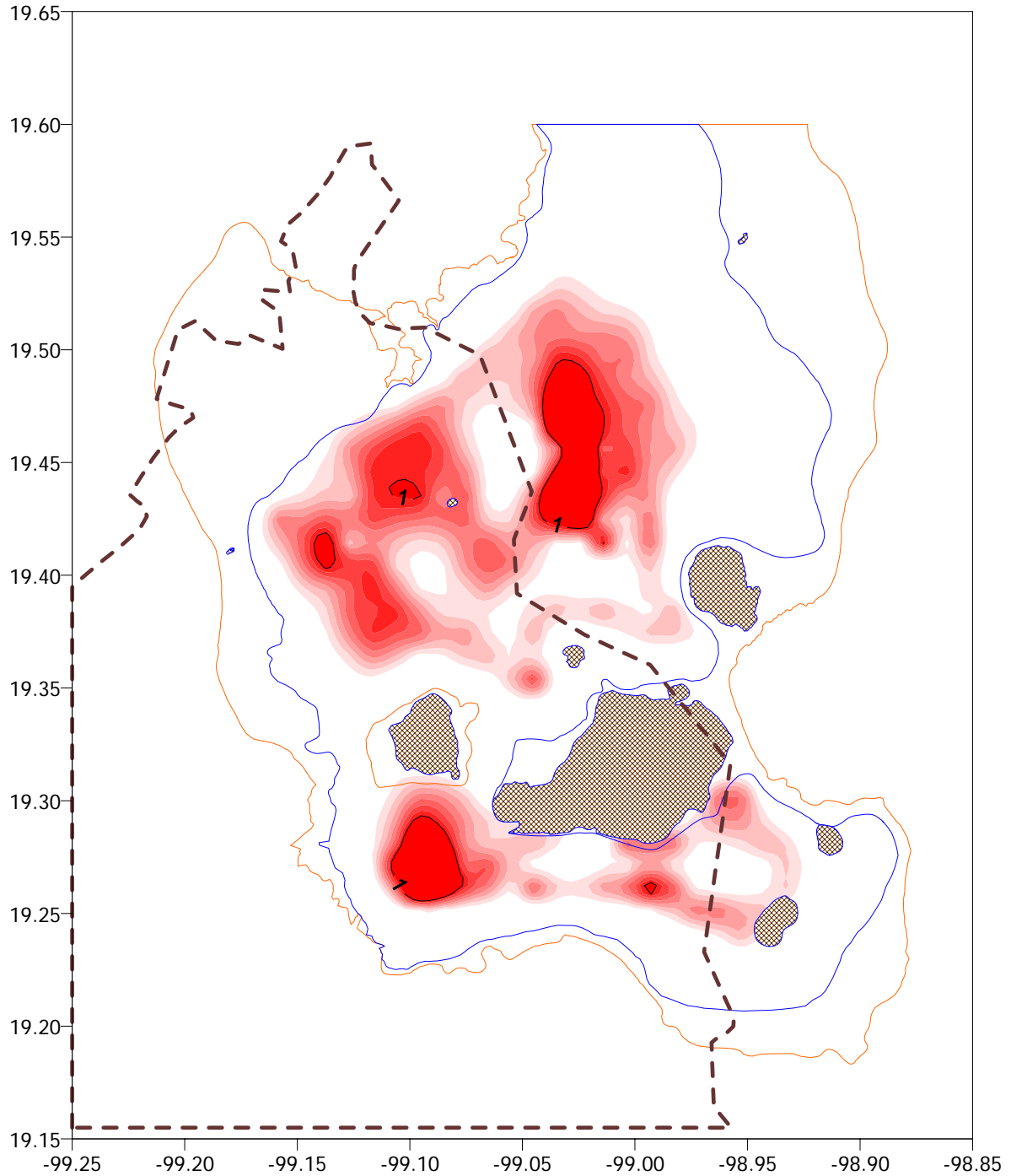


Figura A14. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

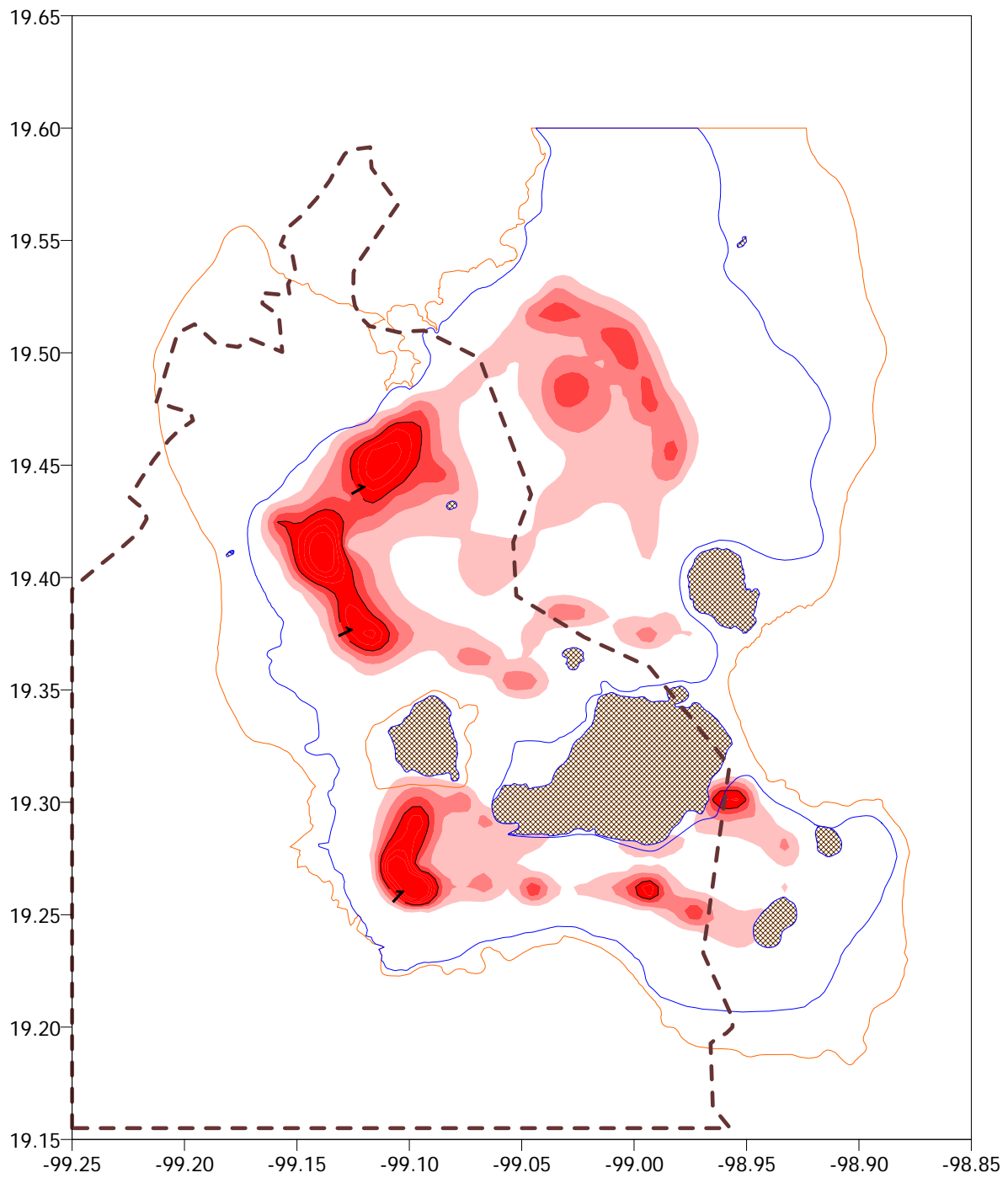


Figura A15. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

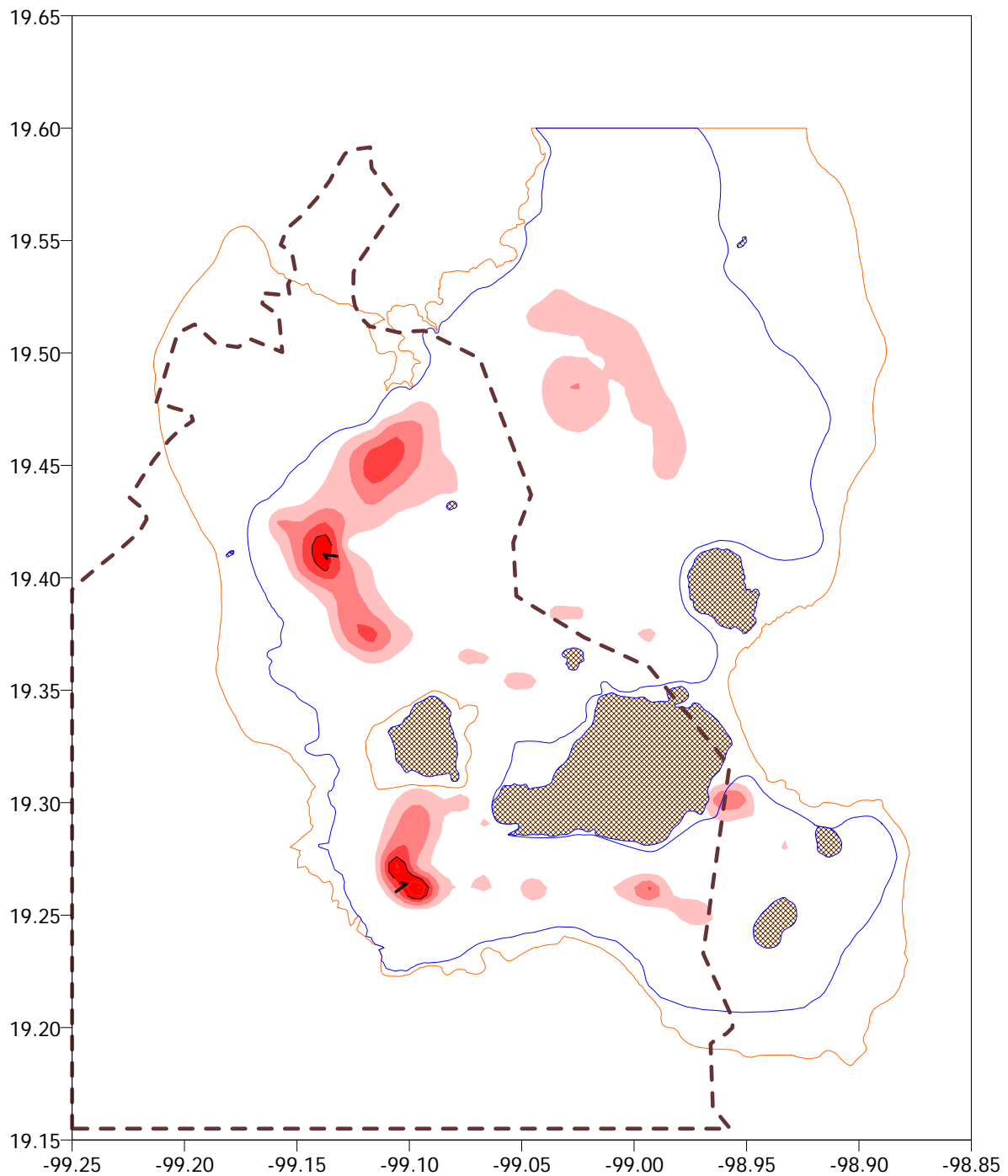


Figura A16. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

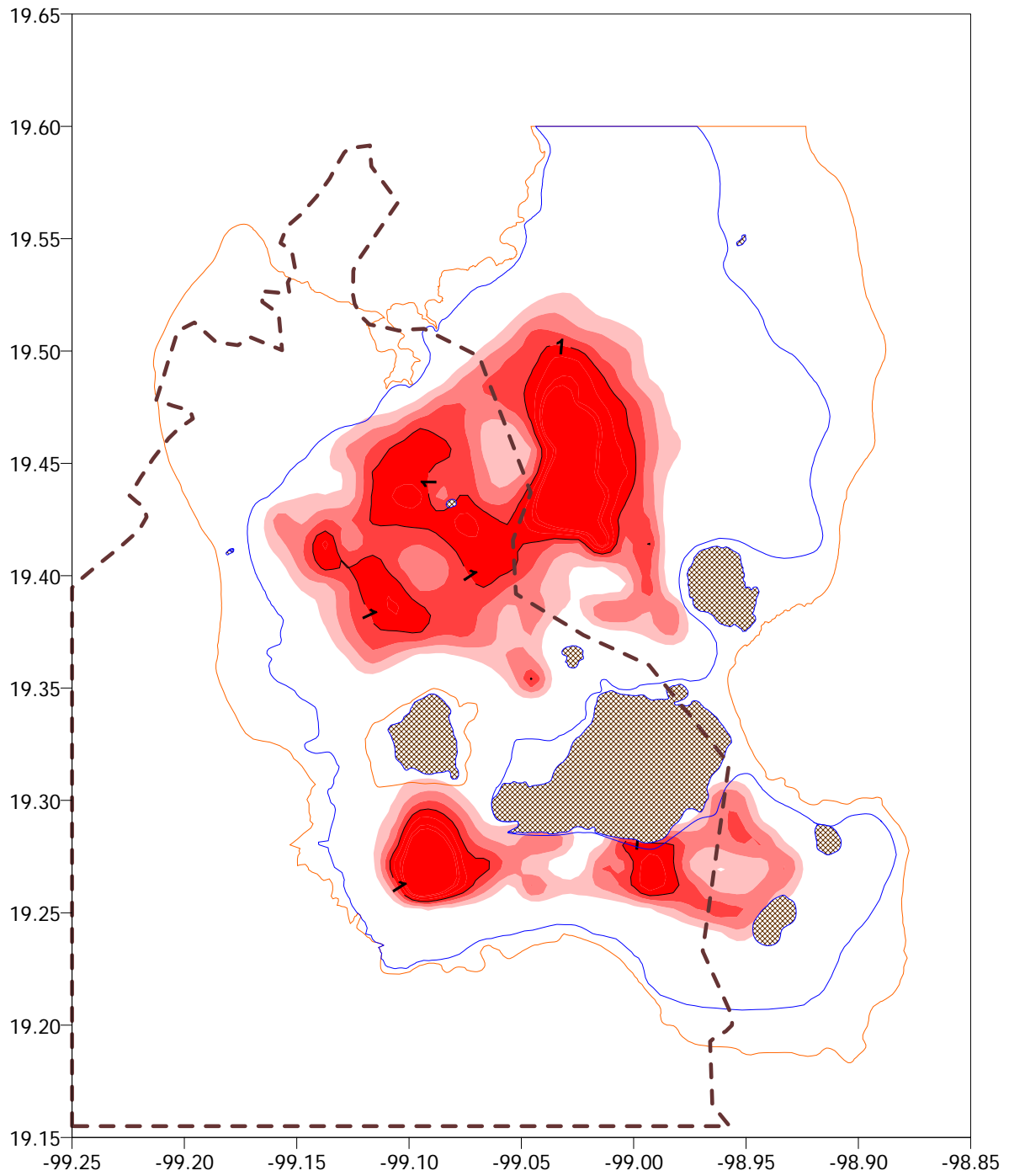


Figura A17. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

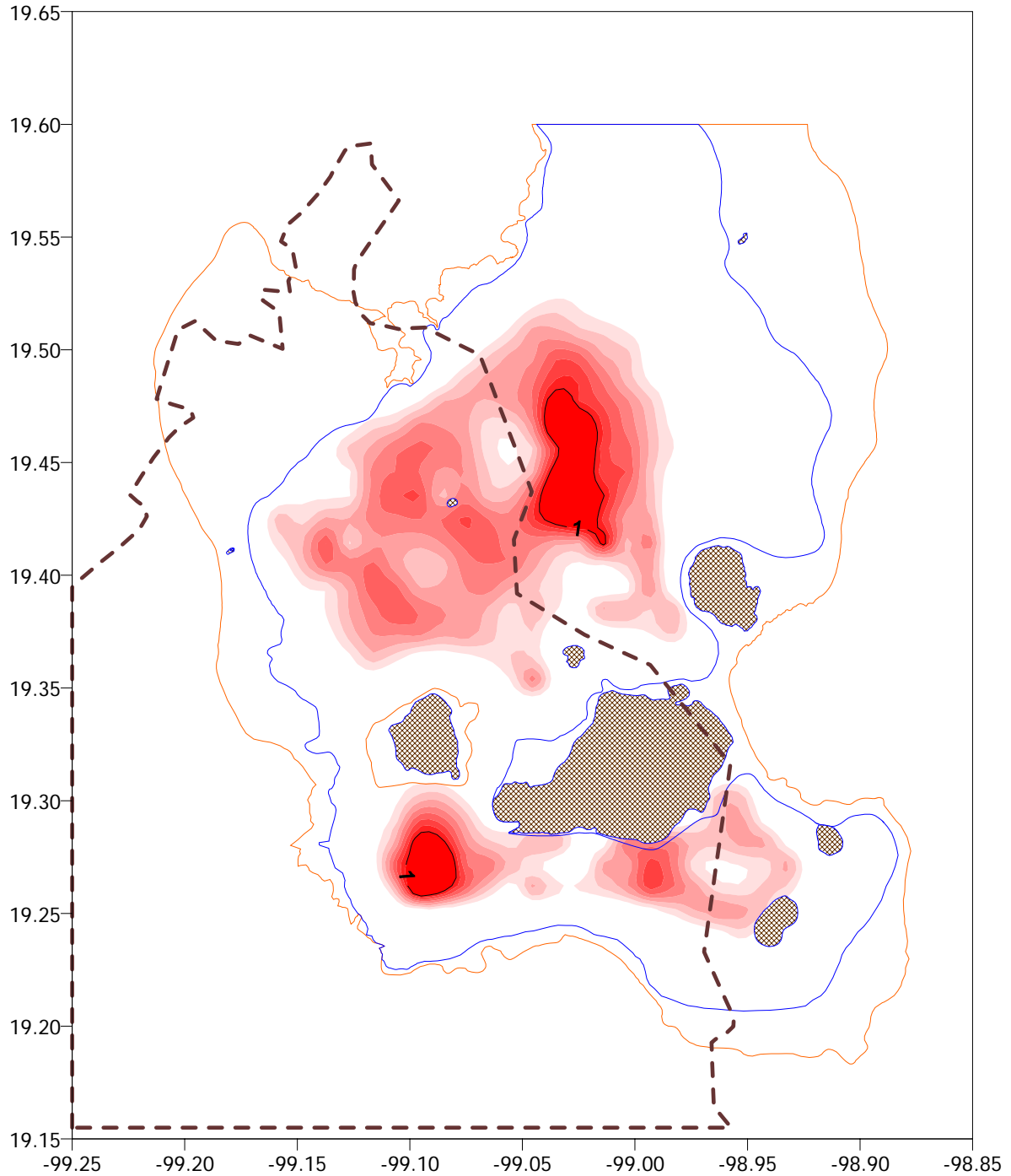


Figura A18. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

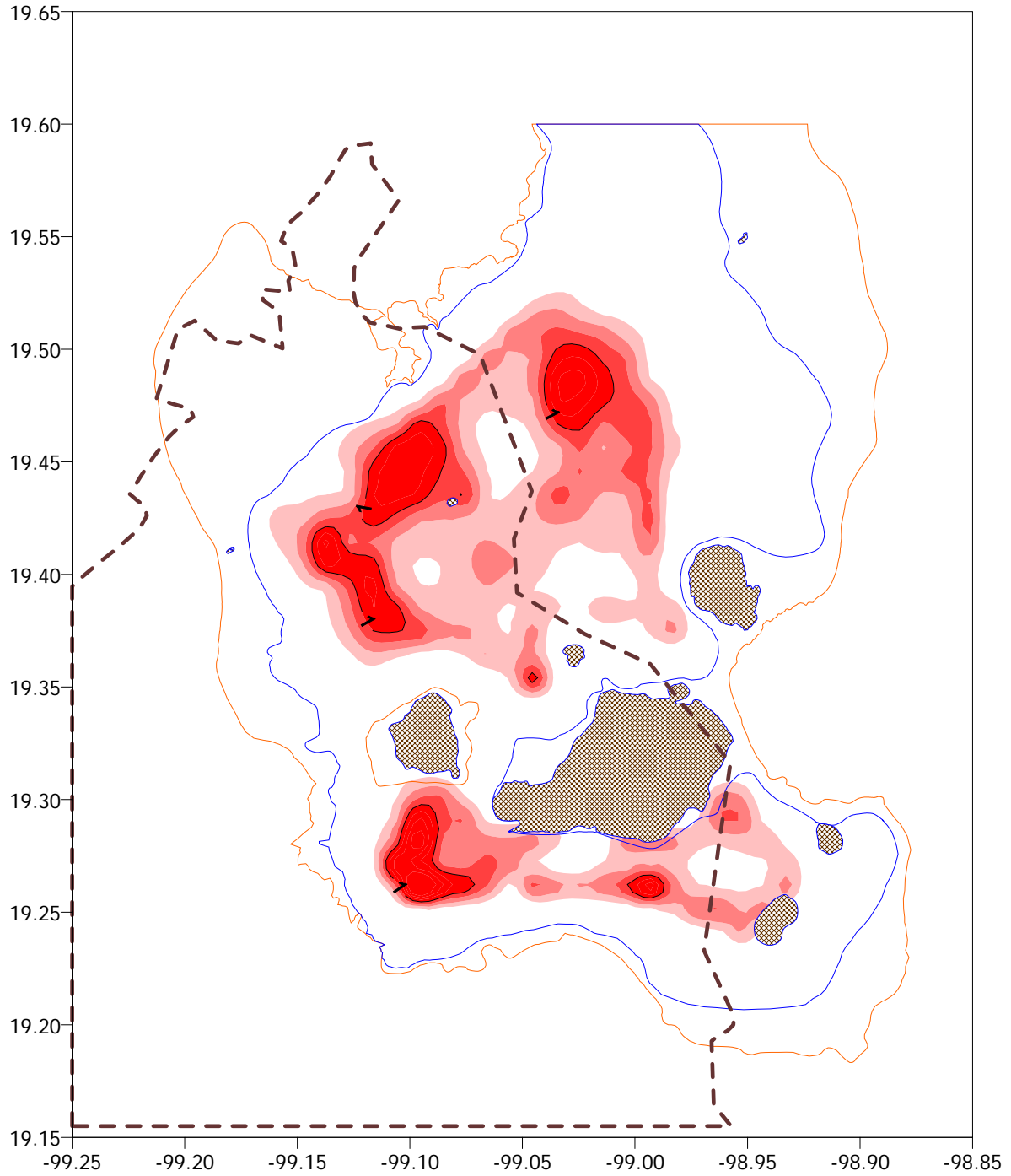


Figura A19. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

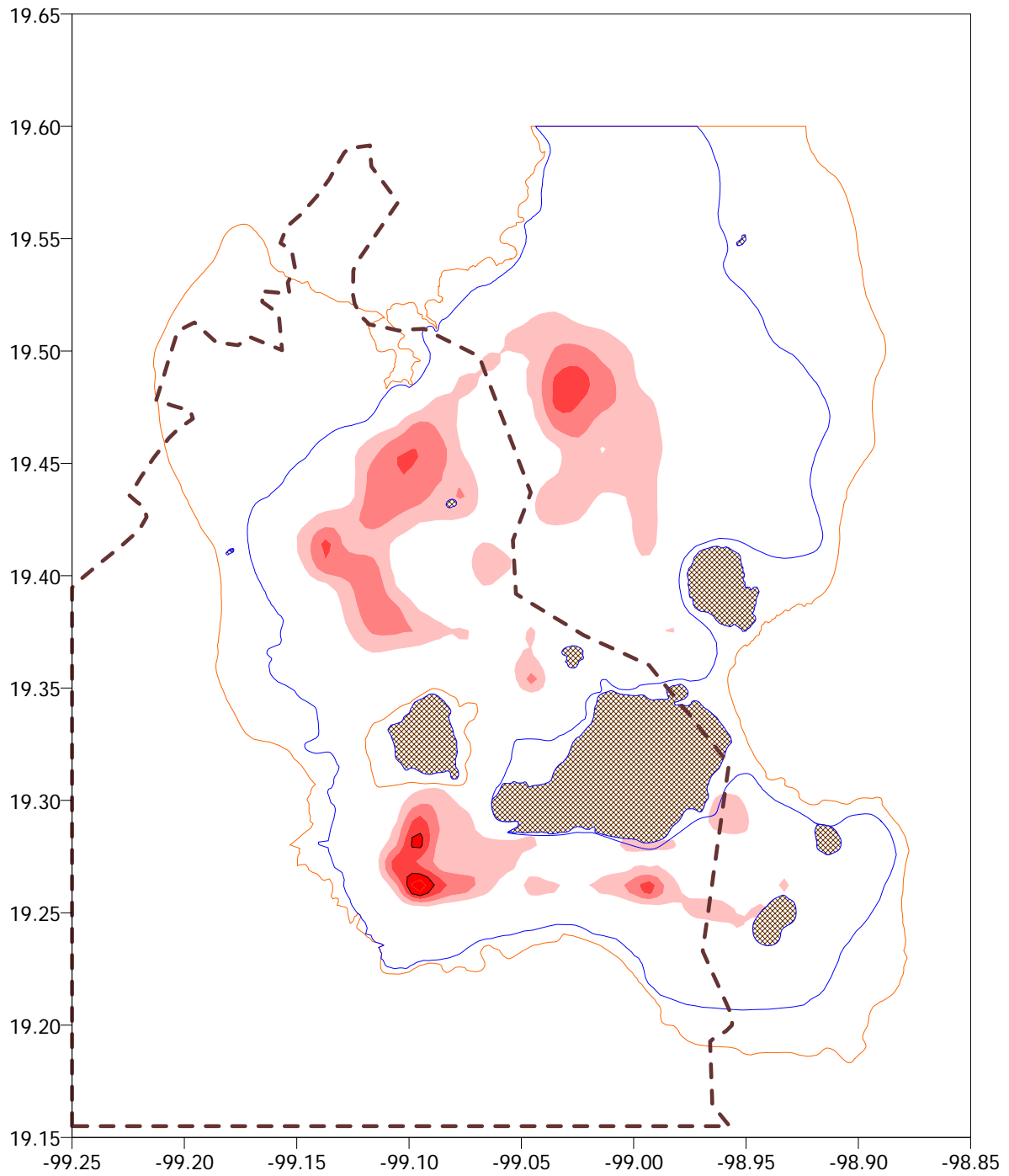


Figura A20. Mapa de  $ID_{PA}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



# **ANEXO B**

**MAPAS DE  $ID_{TJ}$  PARA S1GL  
ELASTOPLÁSTICOS UBICADOS EN  
LA ZONA DEL LAGO DEL DF  
(EVENTO POSTULADO:  
M=8 Y R=300 KM)**

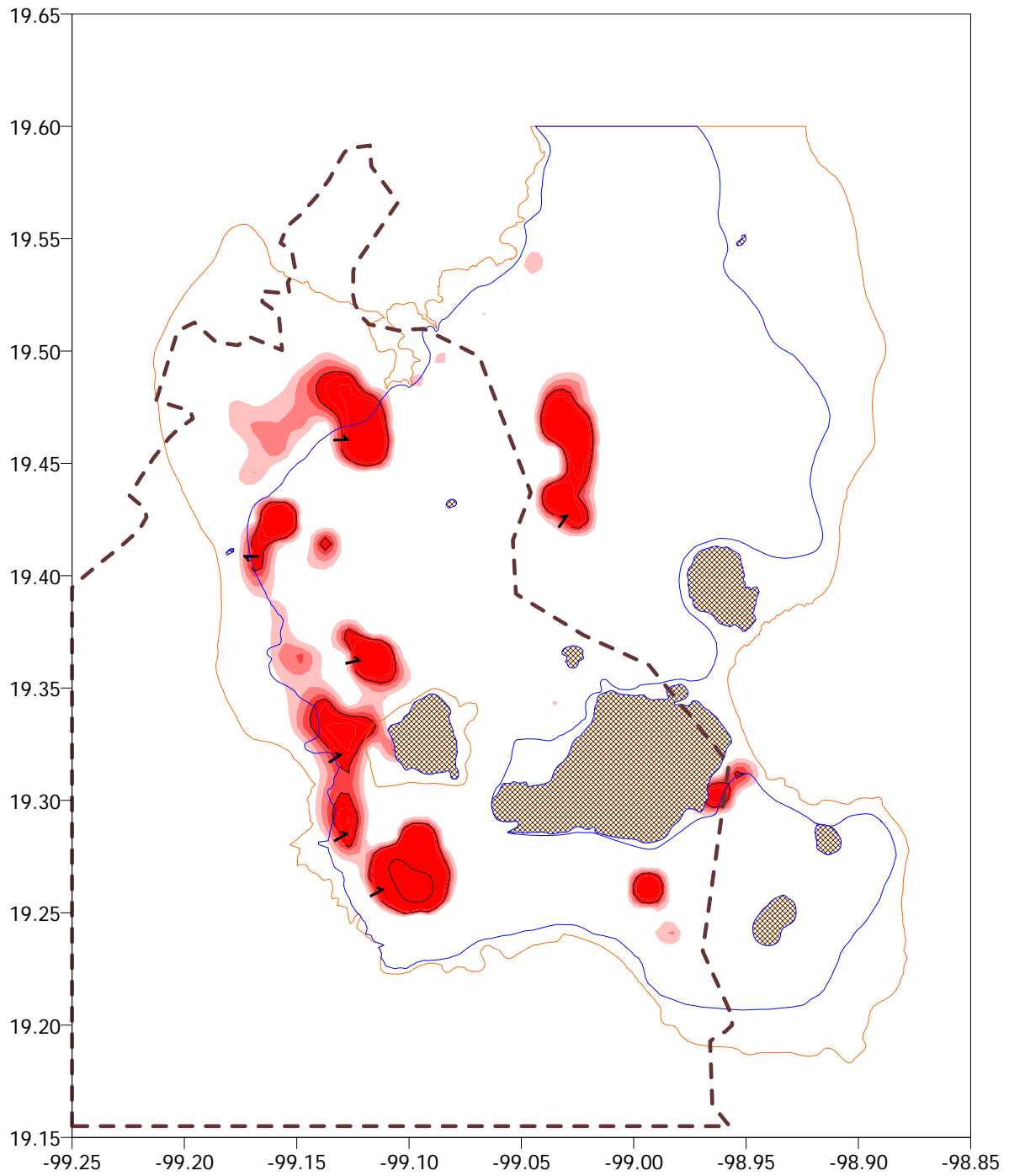


Figura B1. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_i=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

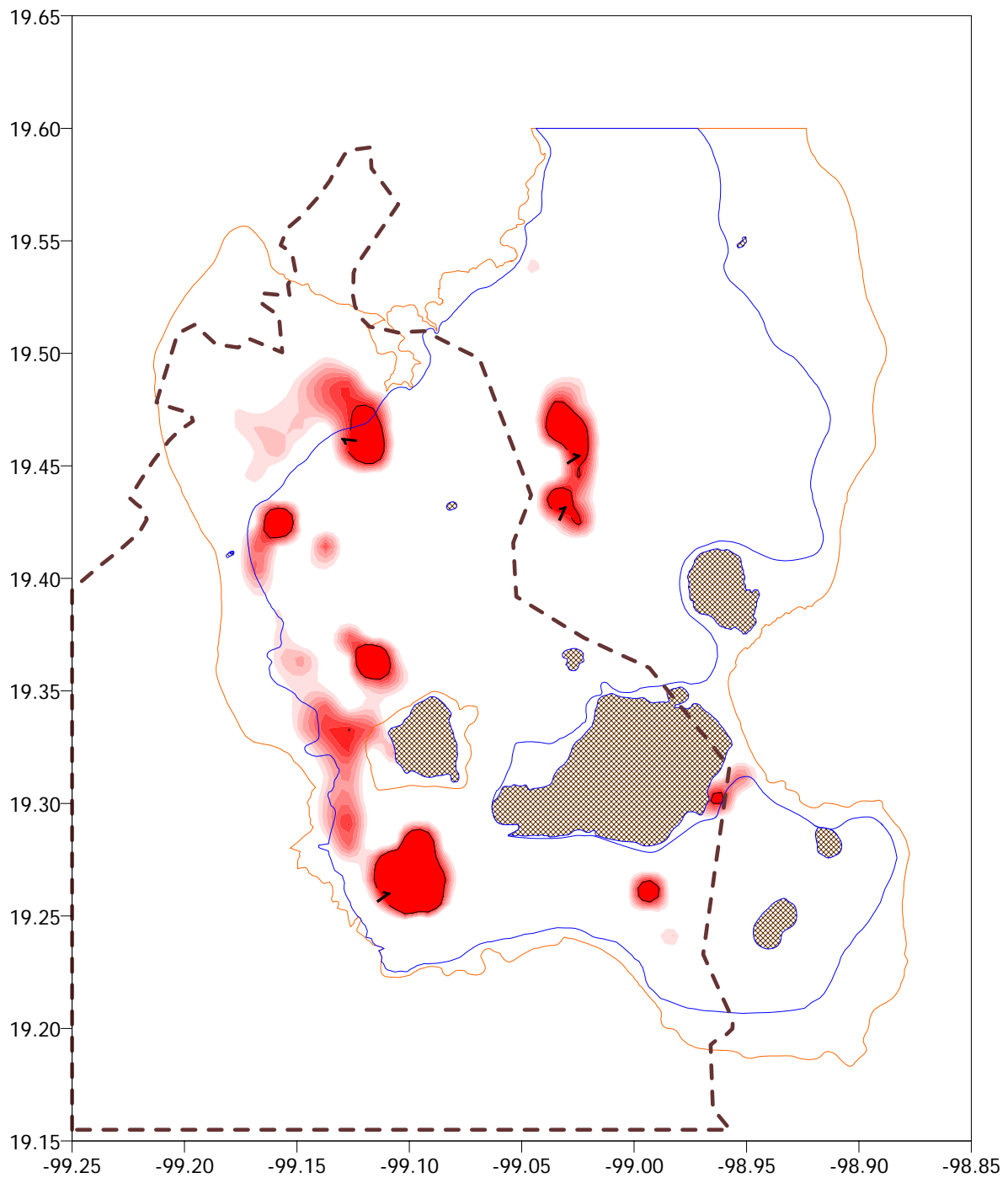


Figura B2. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_i=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

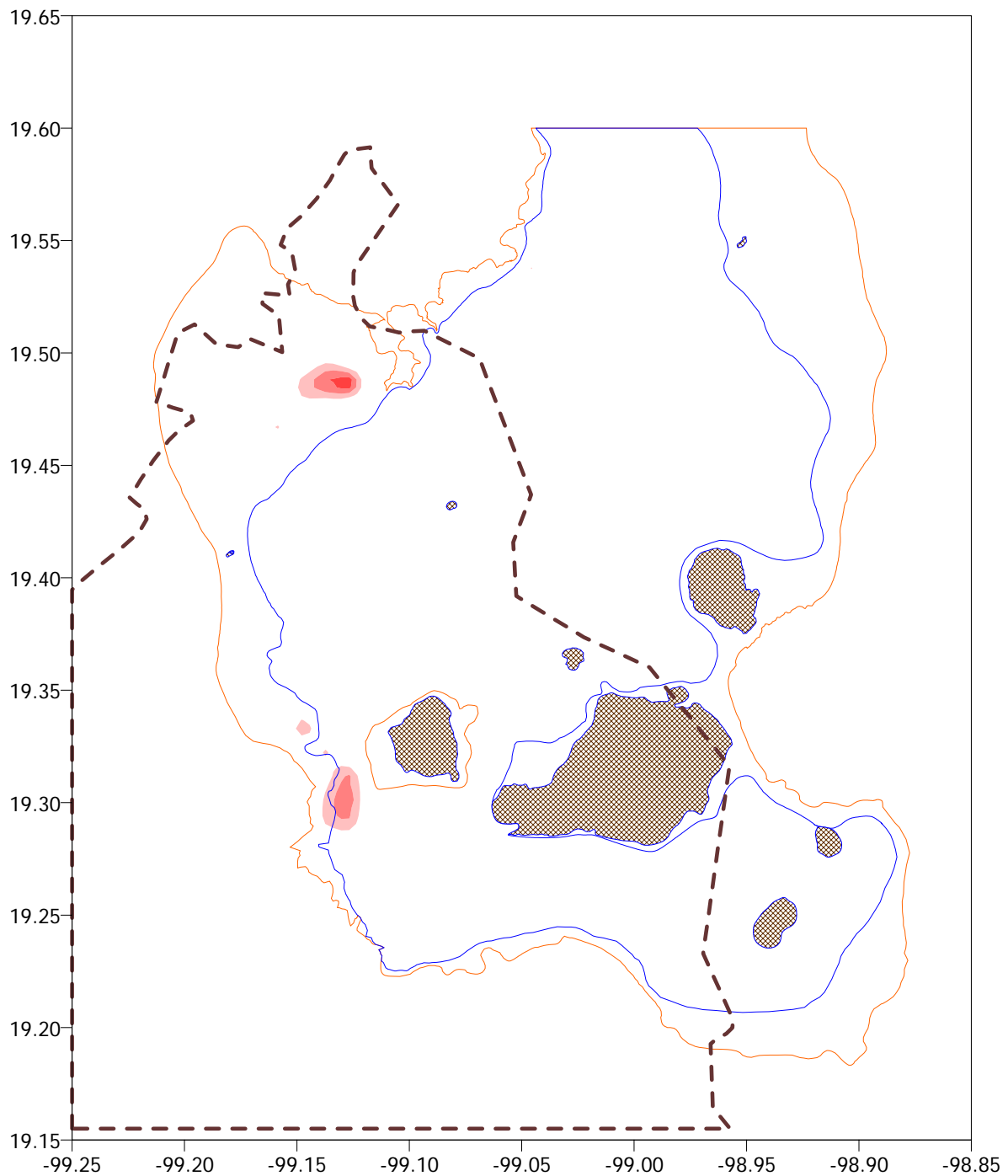


Figura B3. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_i=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

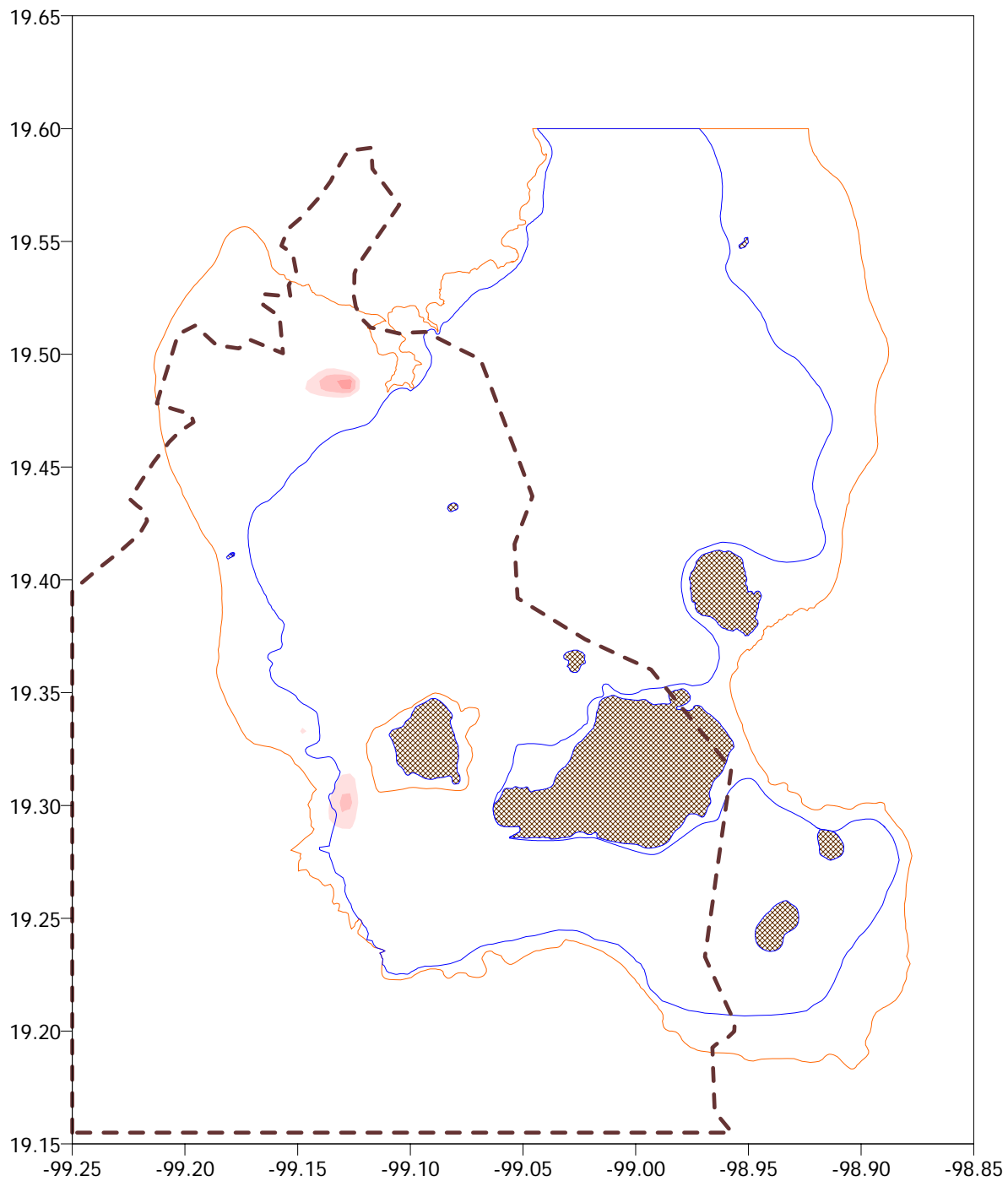


Figura B4. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $\mu_i=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

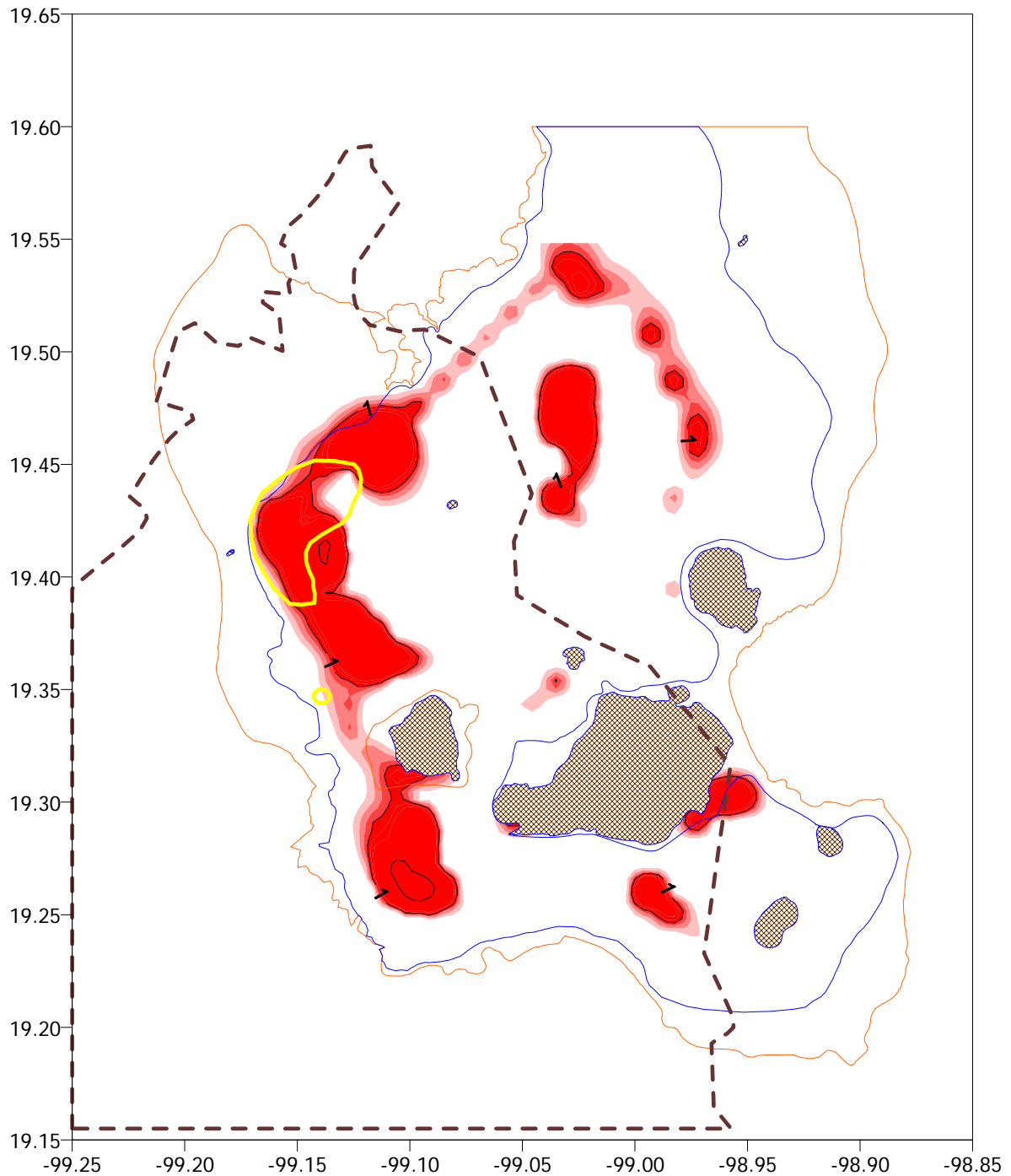


Figura B5. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_u=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

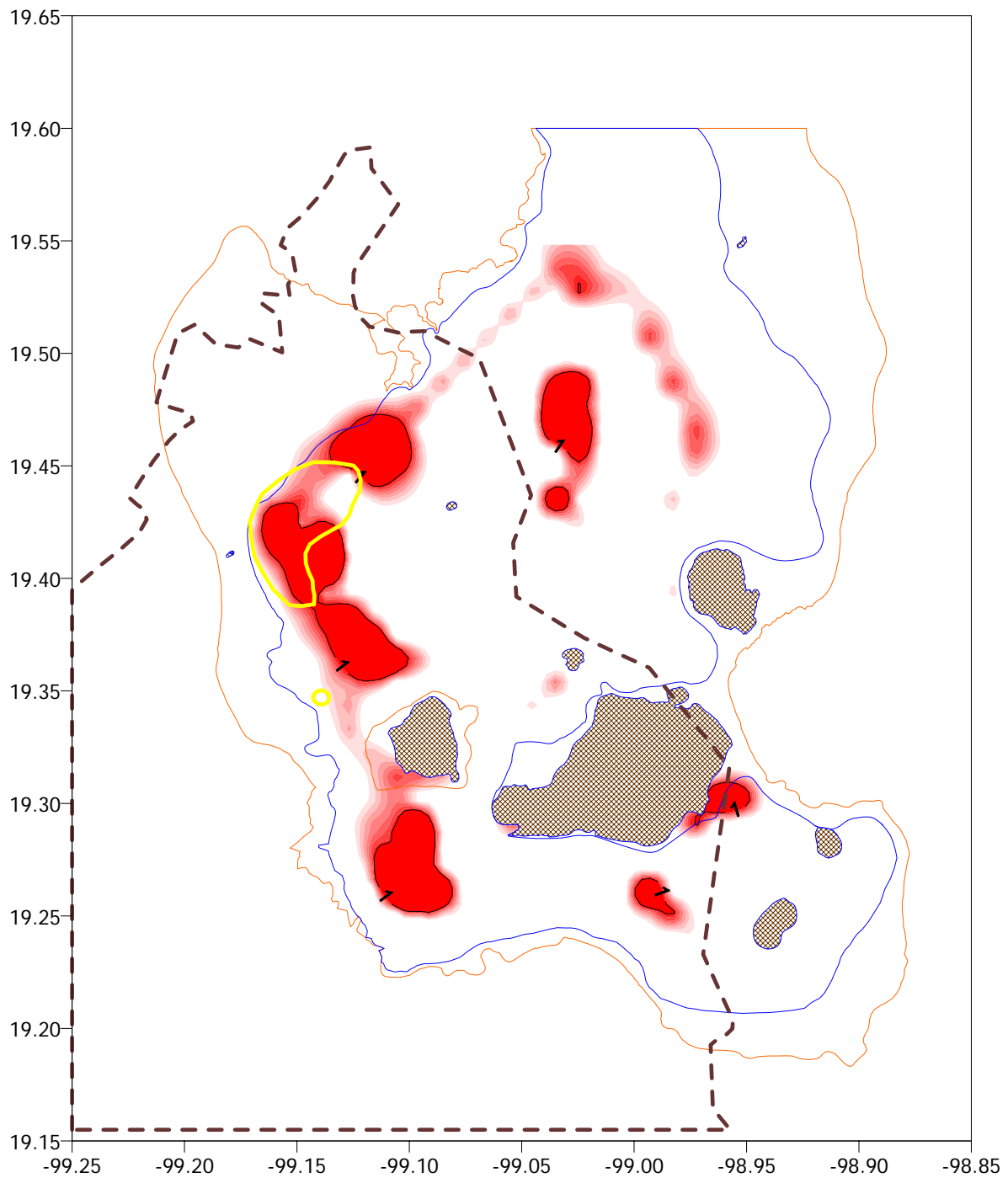


Figura B6. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

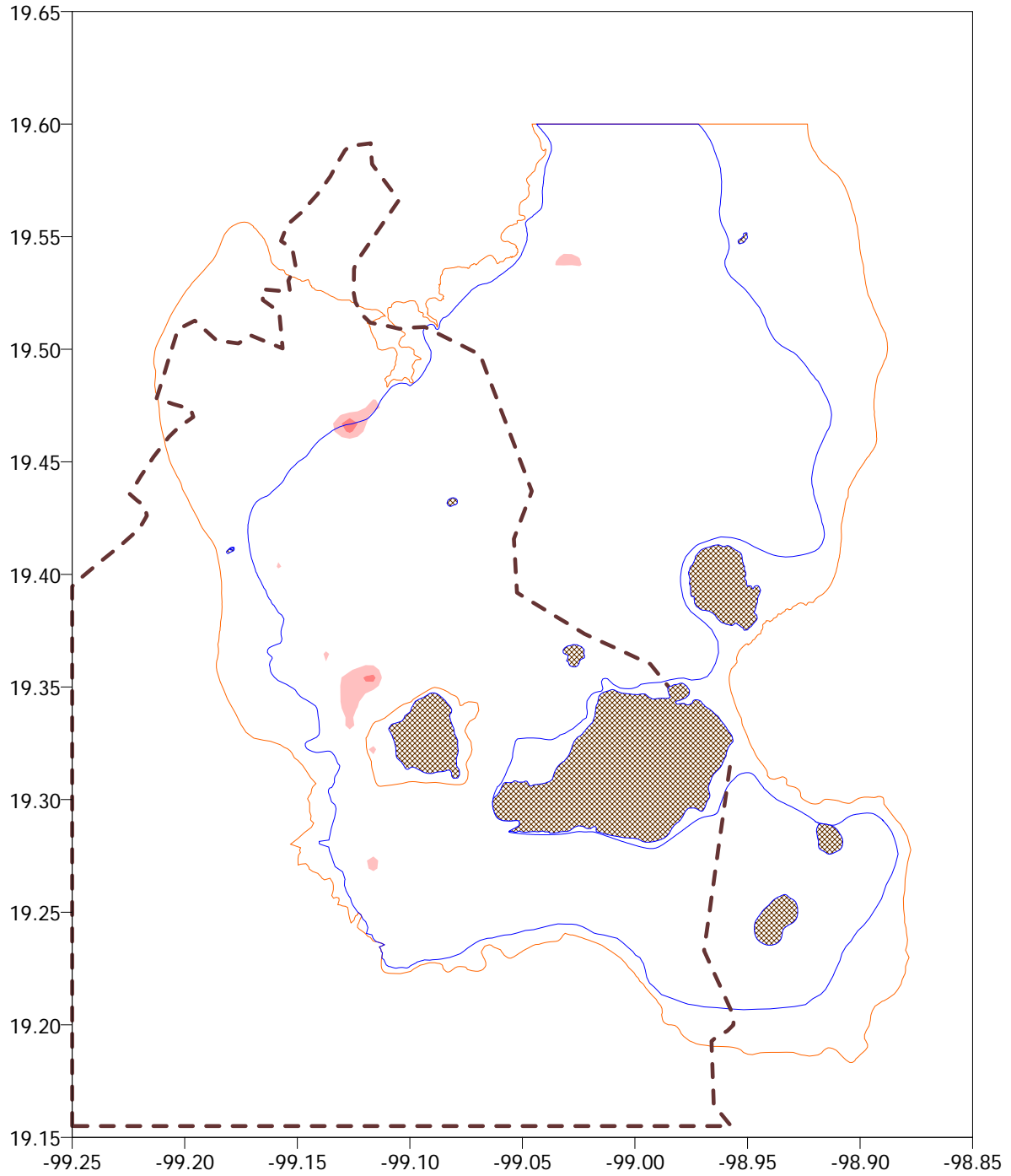


Figura B7. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



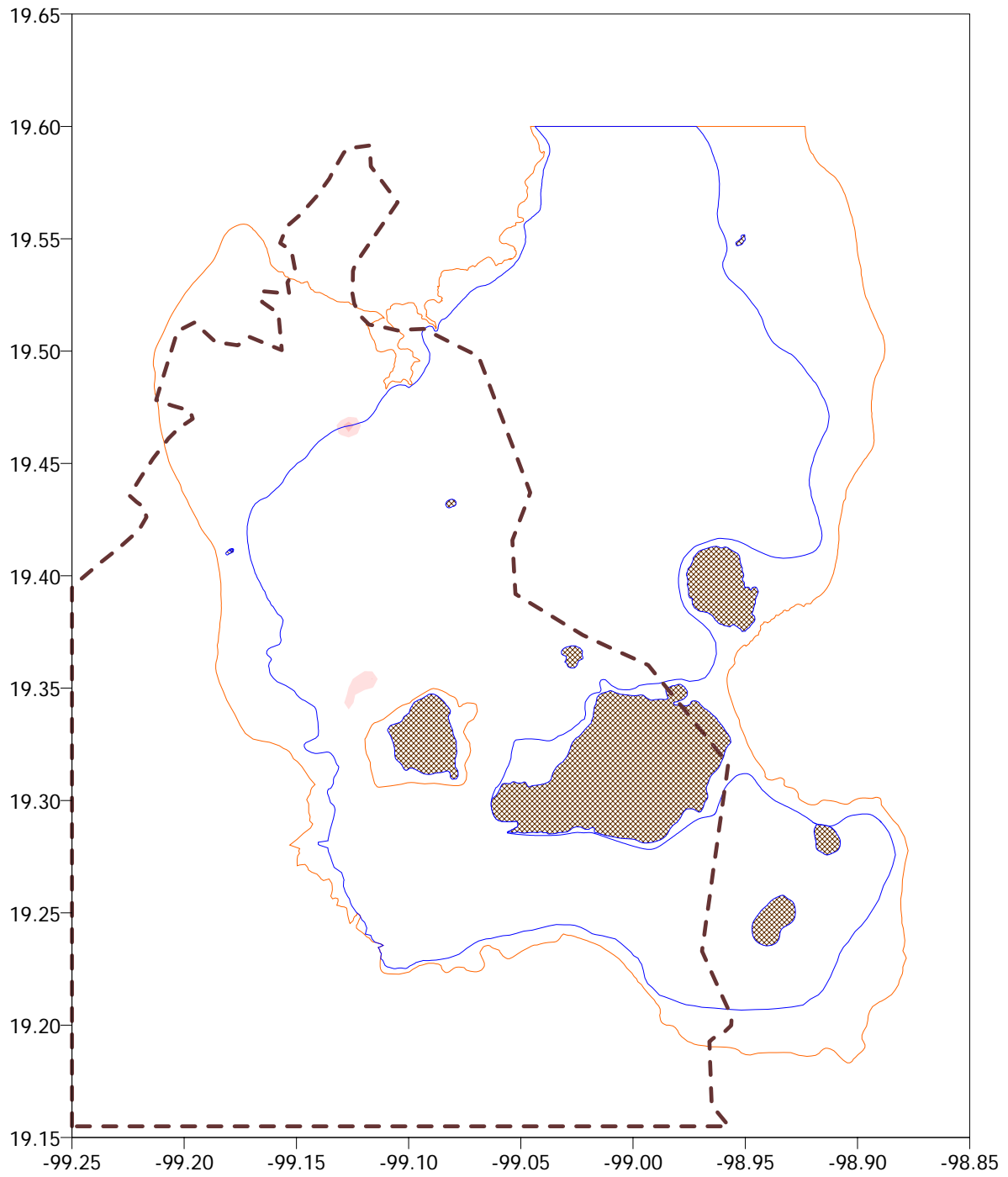


Figura B8. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

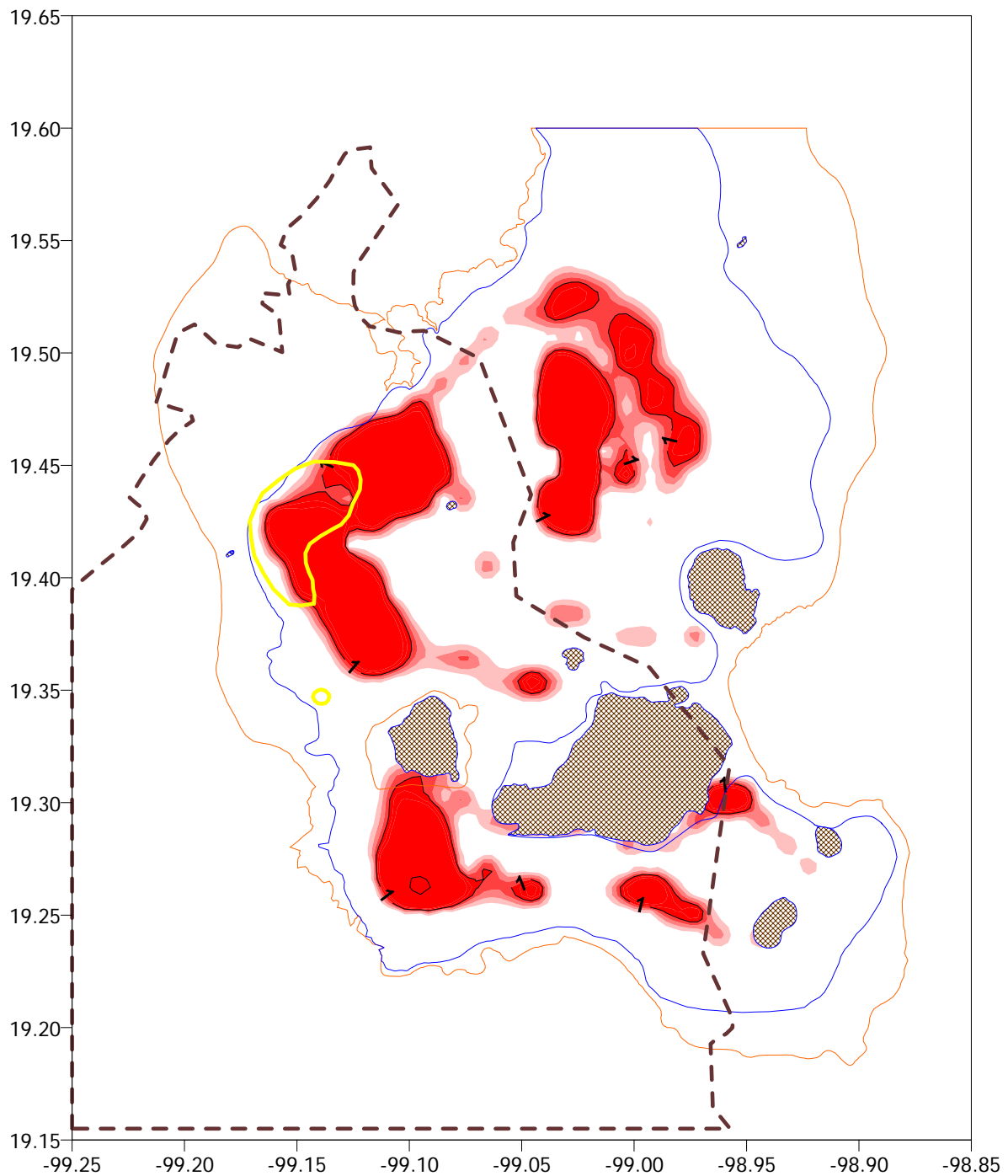


Figura B9. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_i=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

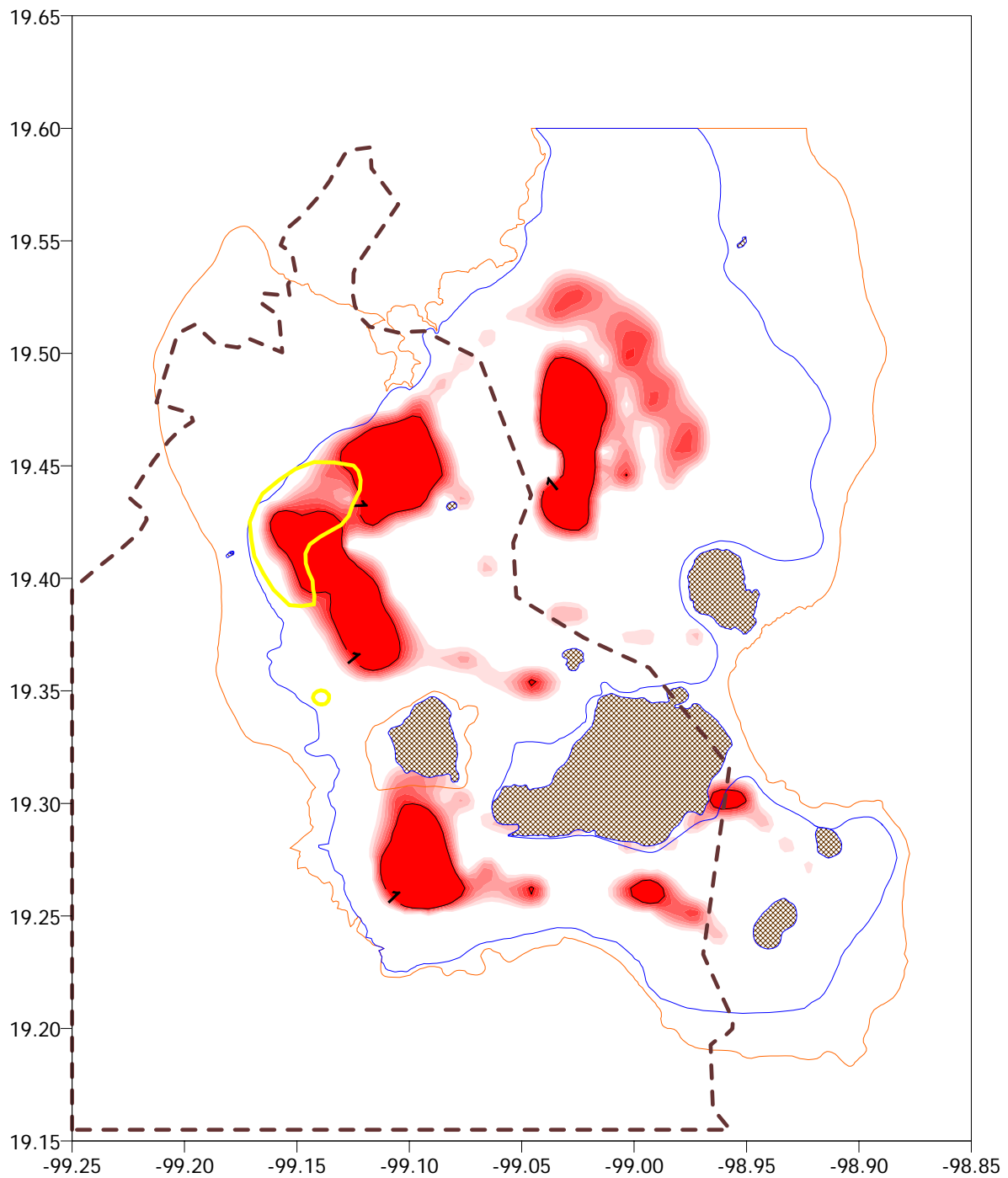


Figura B10. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

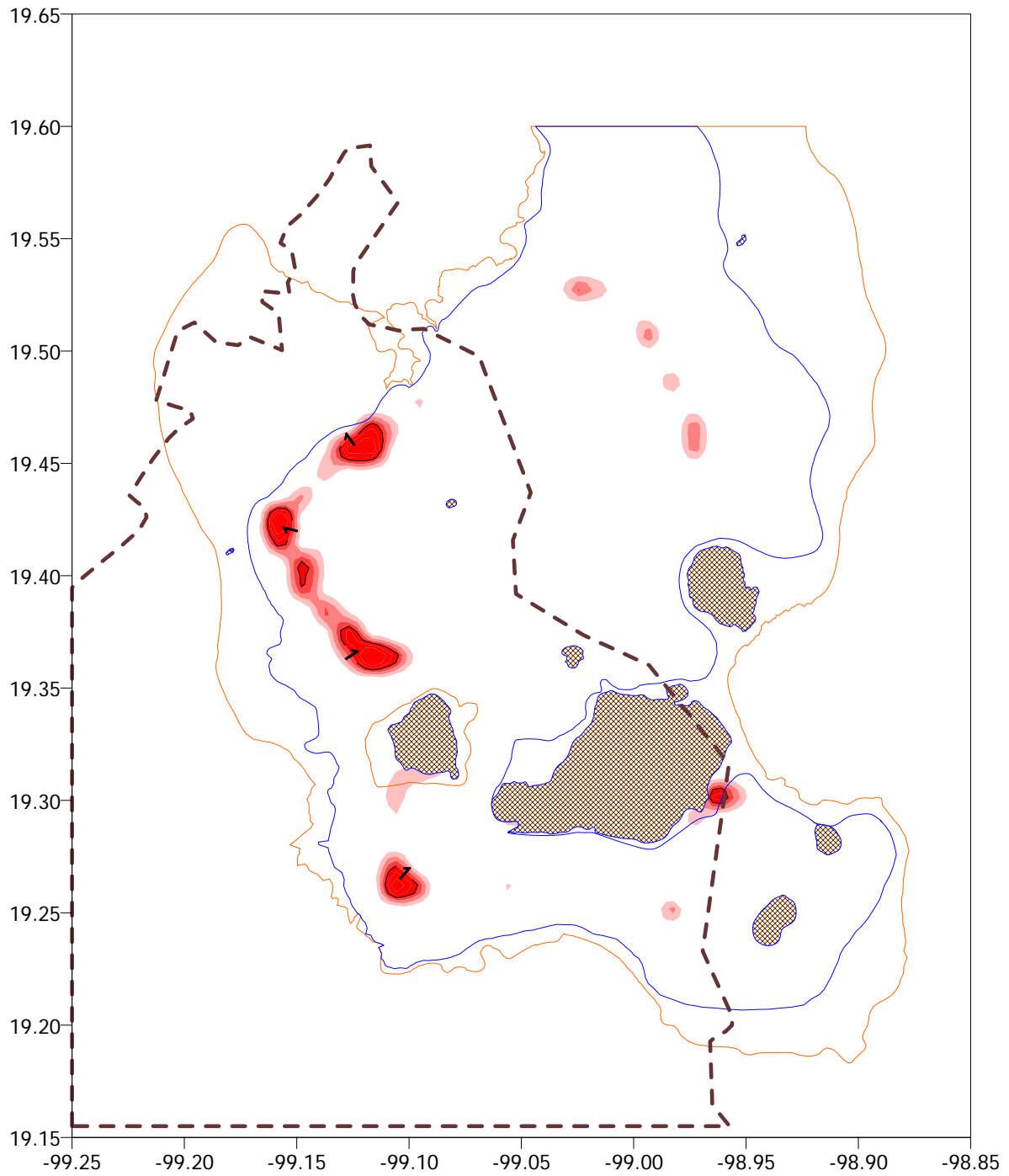


Figura B11. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

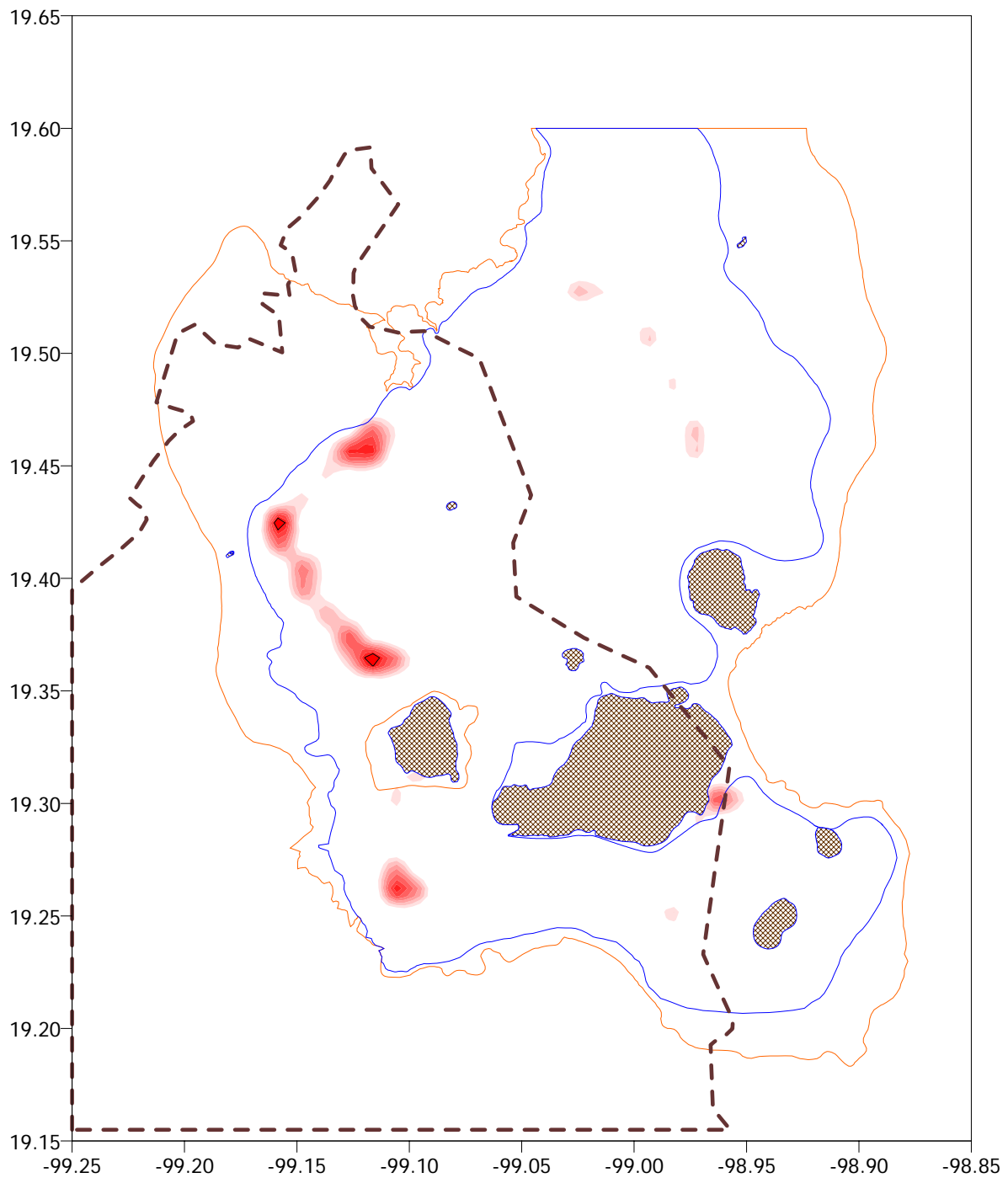


Figura B12. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

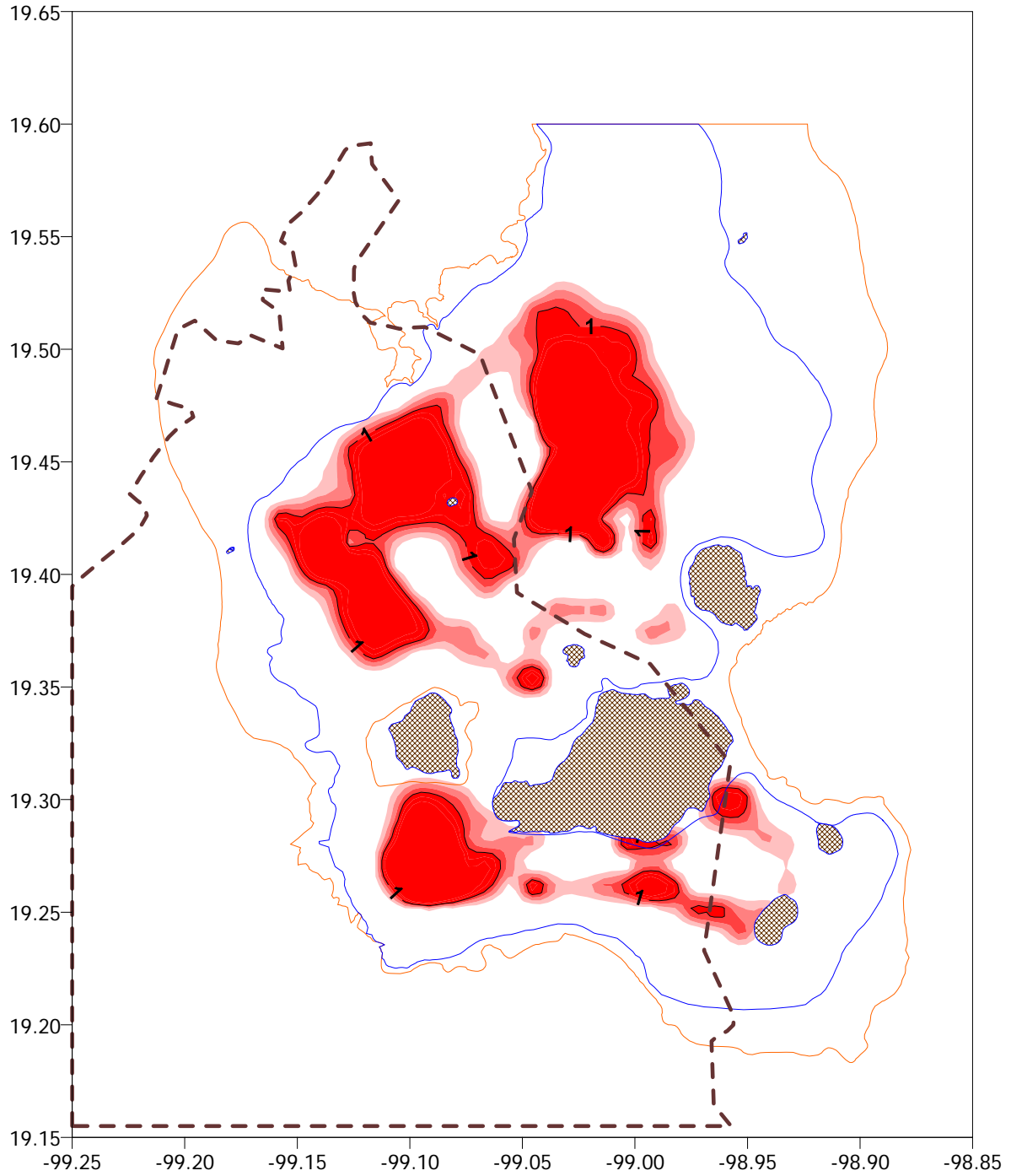


Figura B13. Mapa de  $ID_{Tl}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

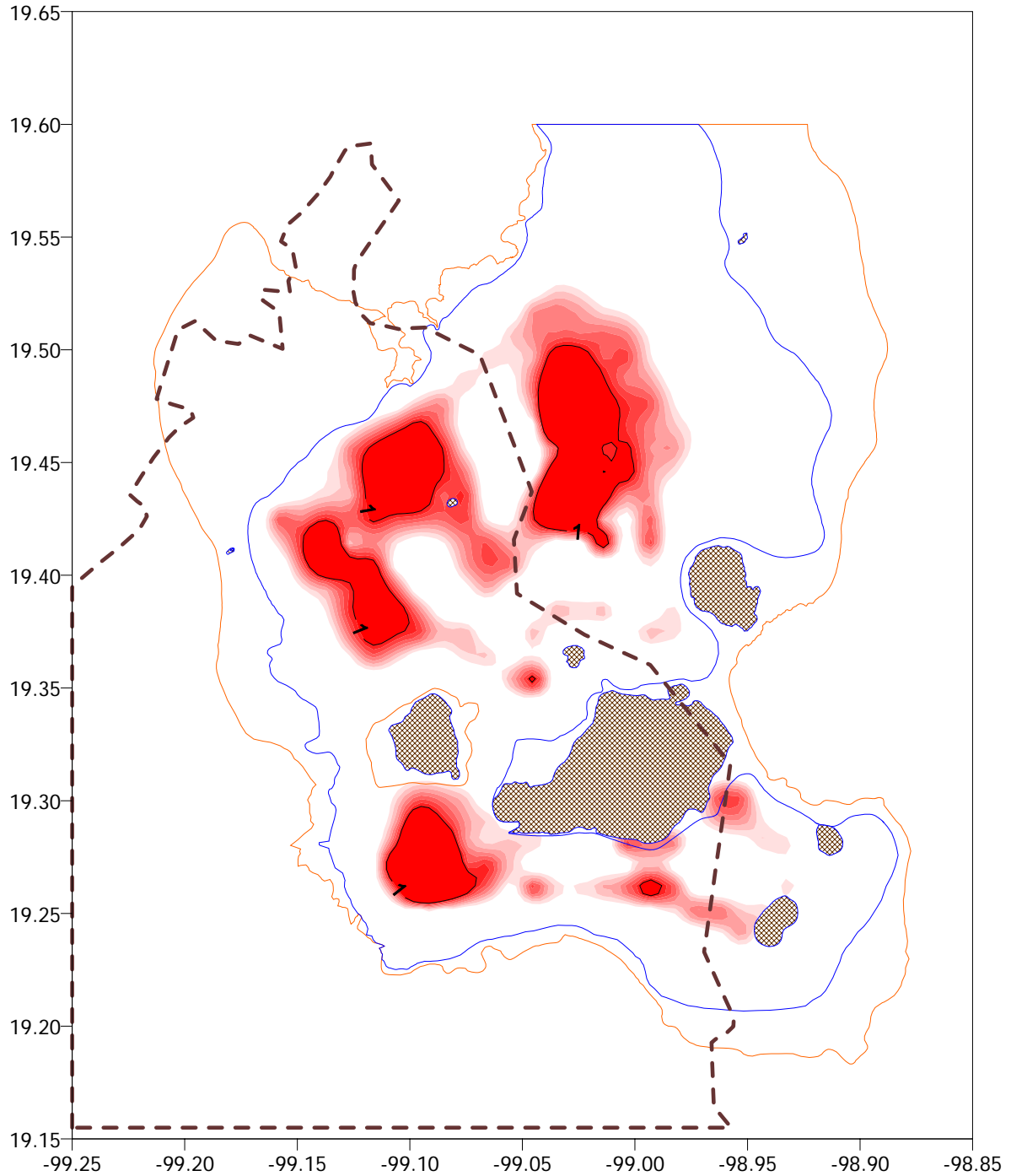


Figura B14. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_l=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

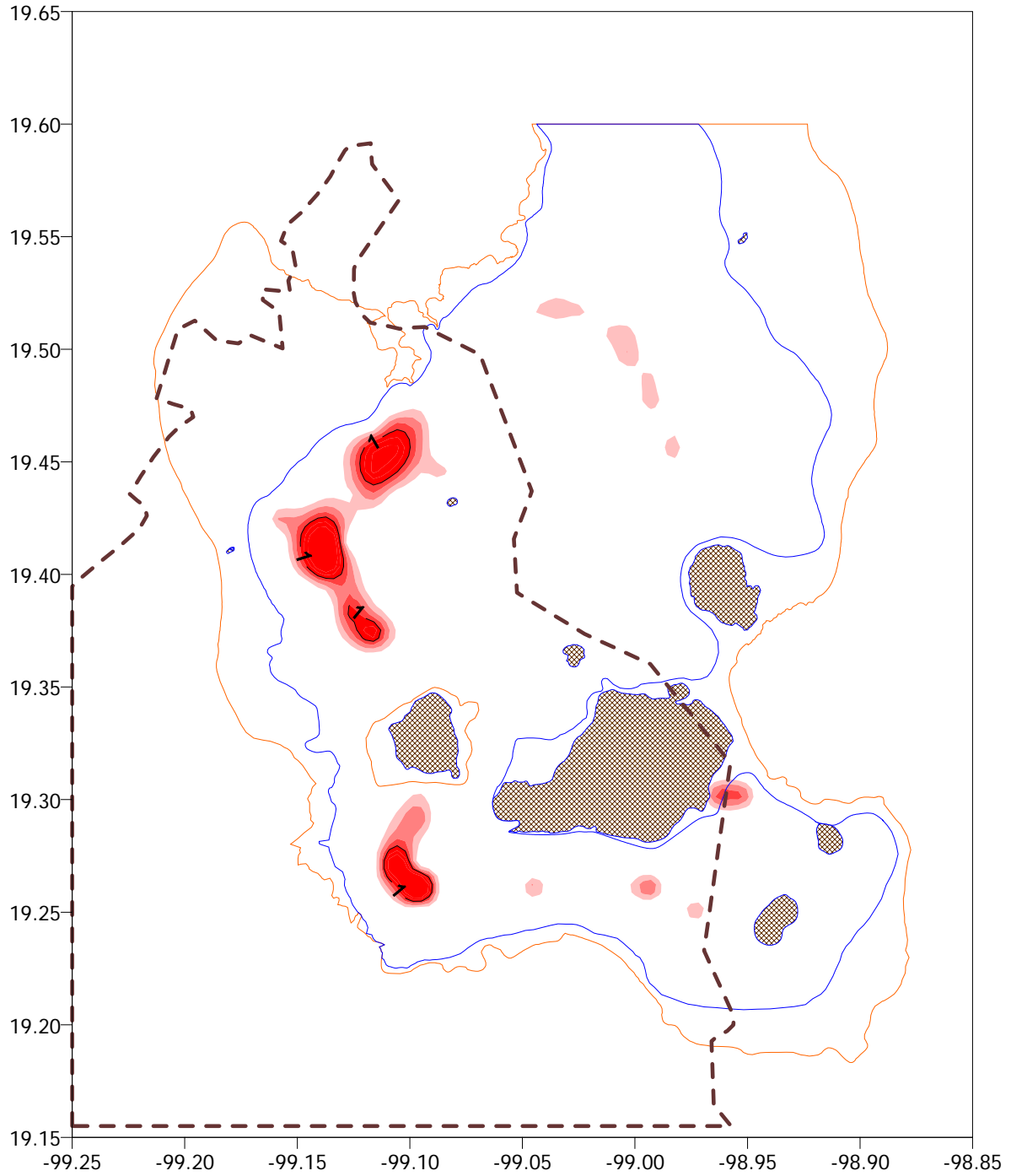


Figura B15. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



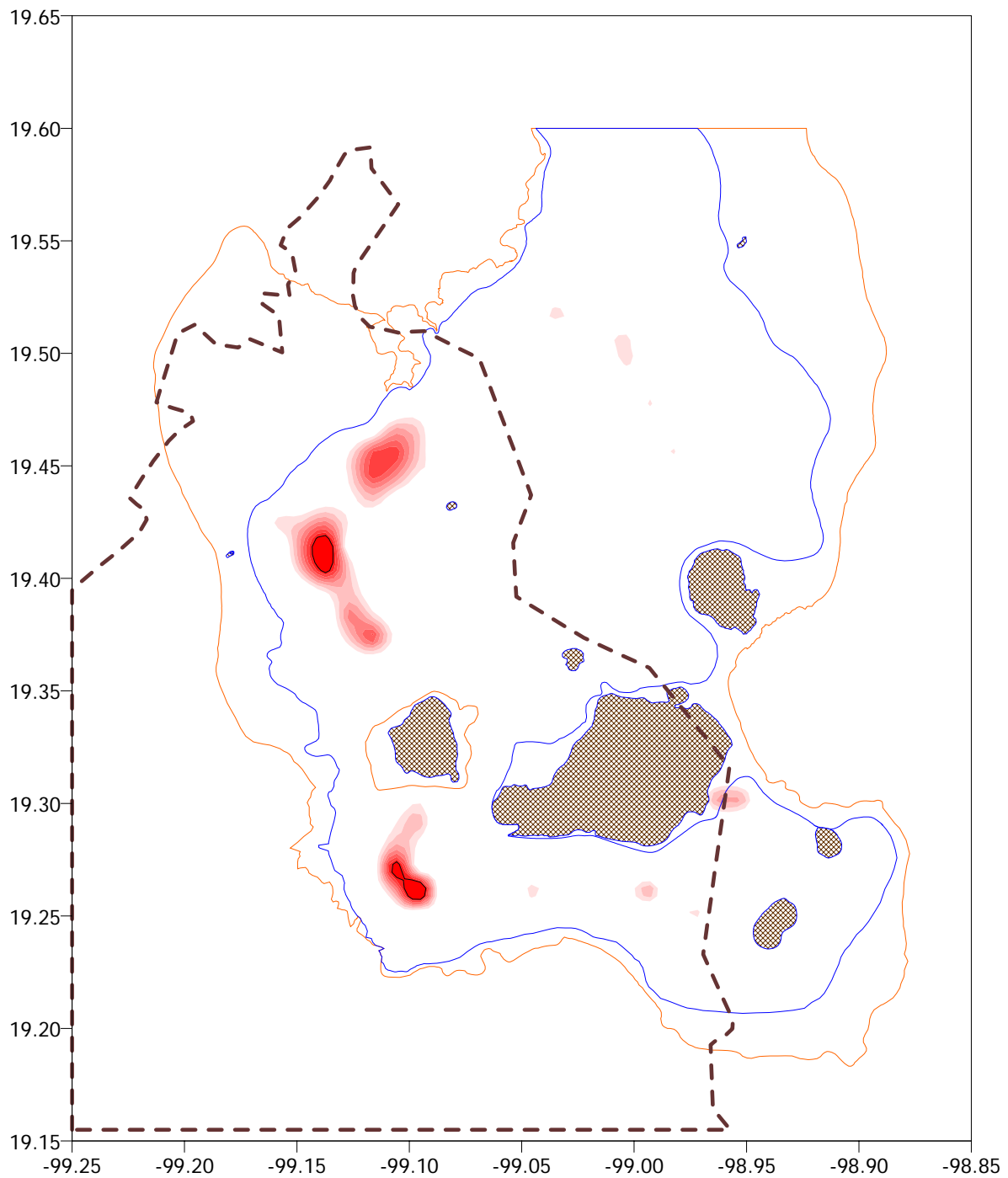


Figura B16. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $\mu_l=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

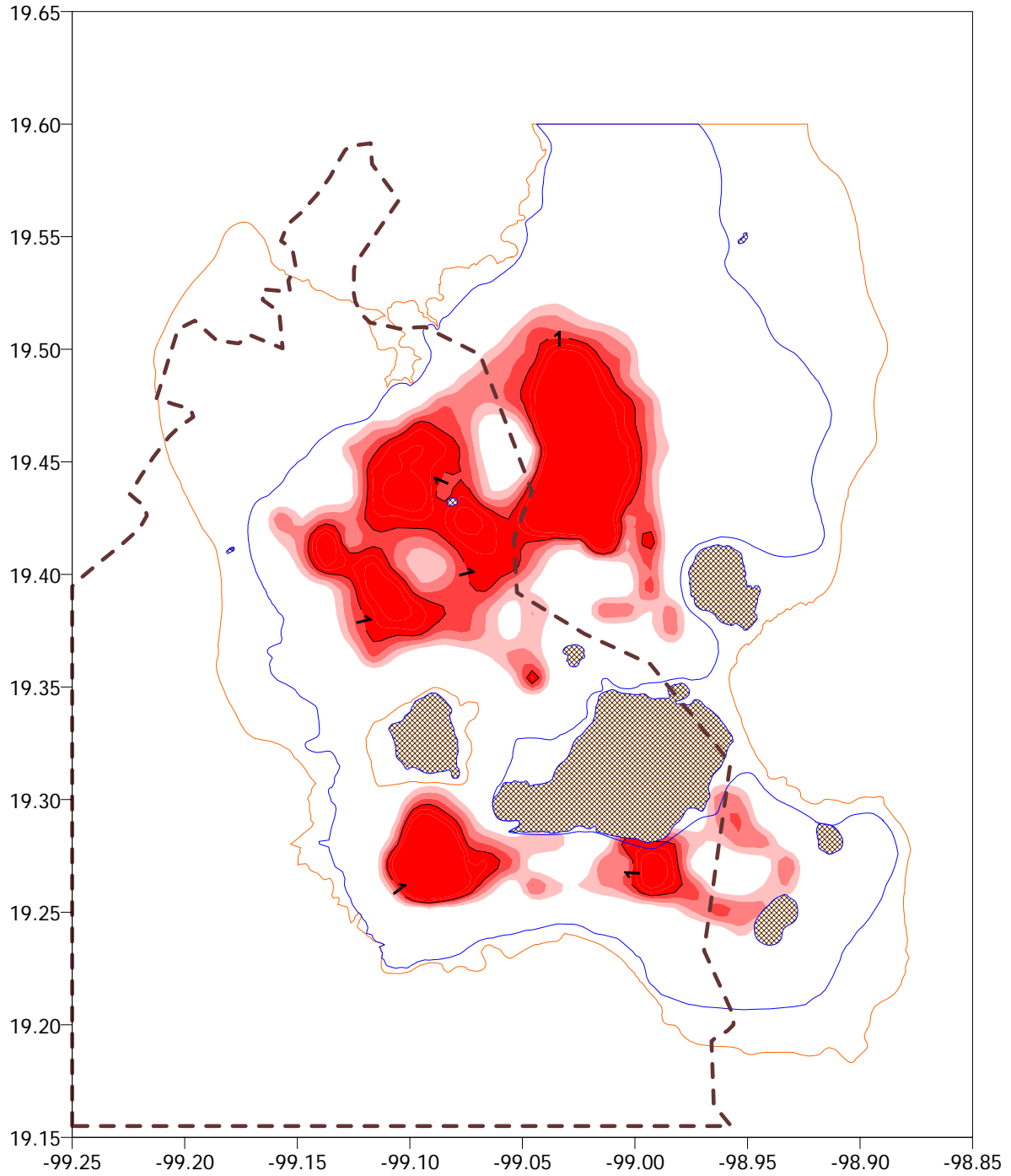


Figura B17. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=4$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

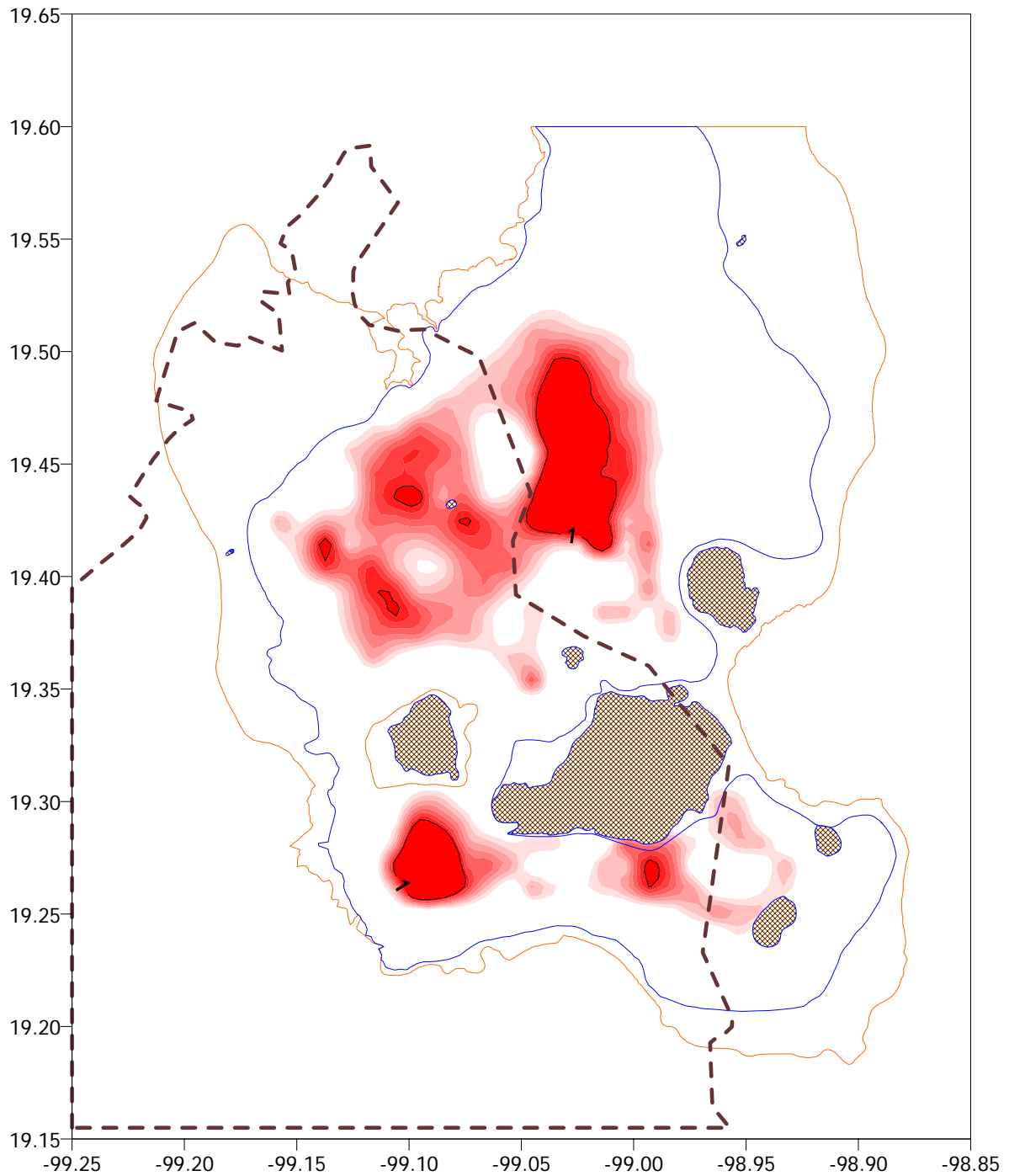


Figura B18. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=6$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

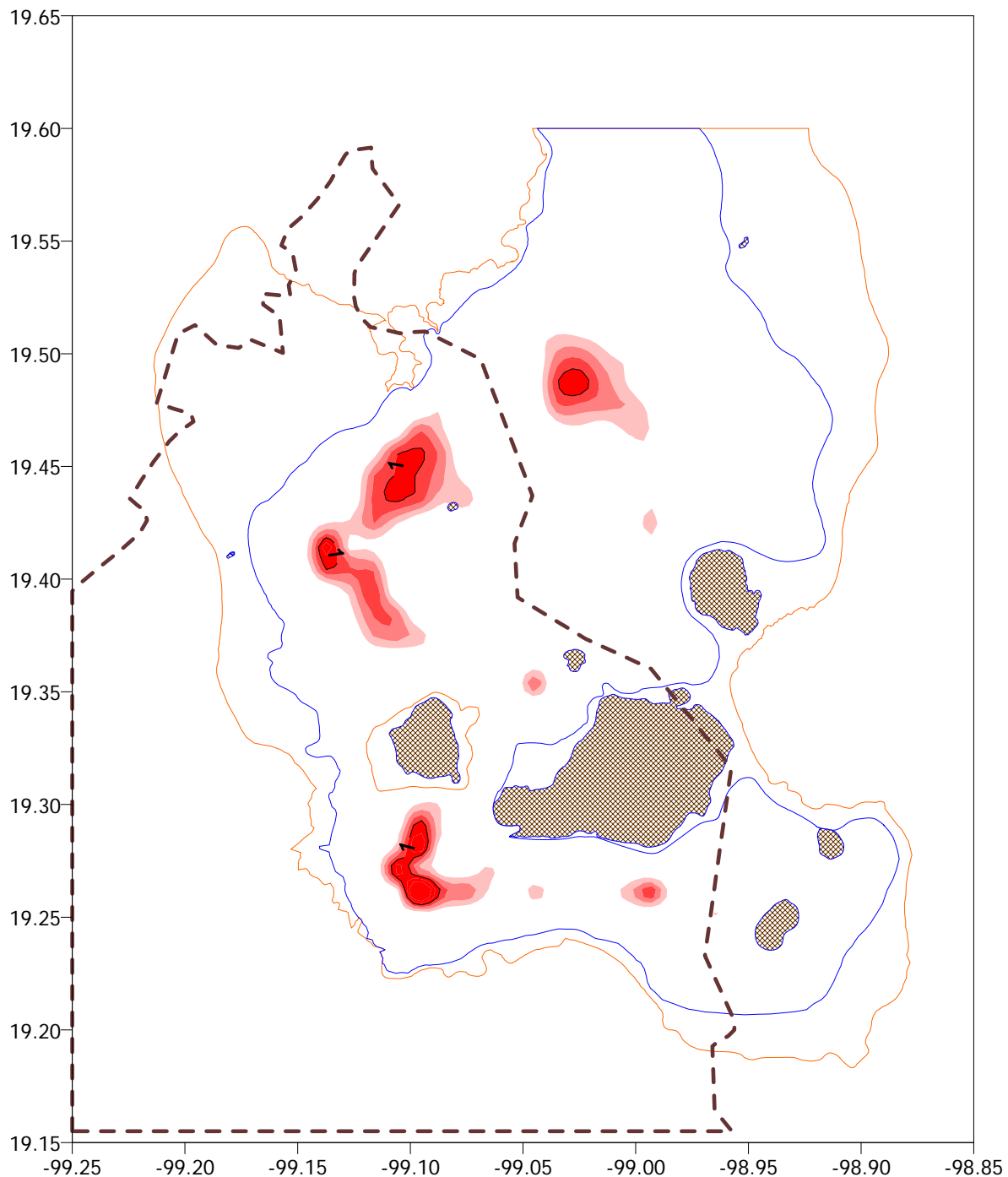


Figura B19. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=2$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

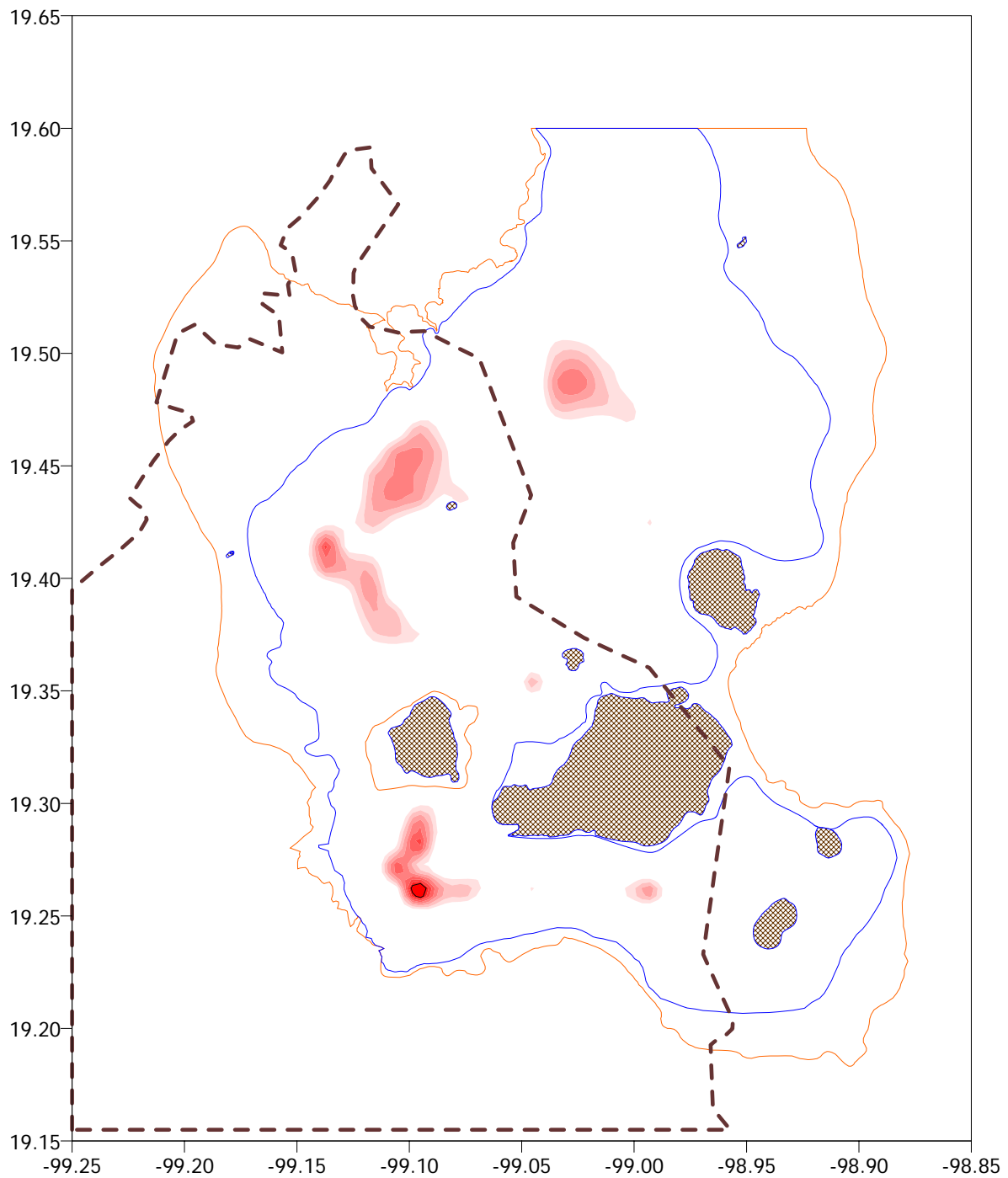


Figura B20. Mapa de  $ID_{TJ}$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $\mu_u=3$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

# **ANEXO C**

## **MAPAS DE $ID_R$ PARA S1GL ELASTOPLÁSTICOS UBICADOS EN LA ZONA DEL LAGO DEL DF (EVENTO POSTULADO: M=8 Y R=300 KM)**

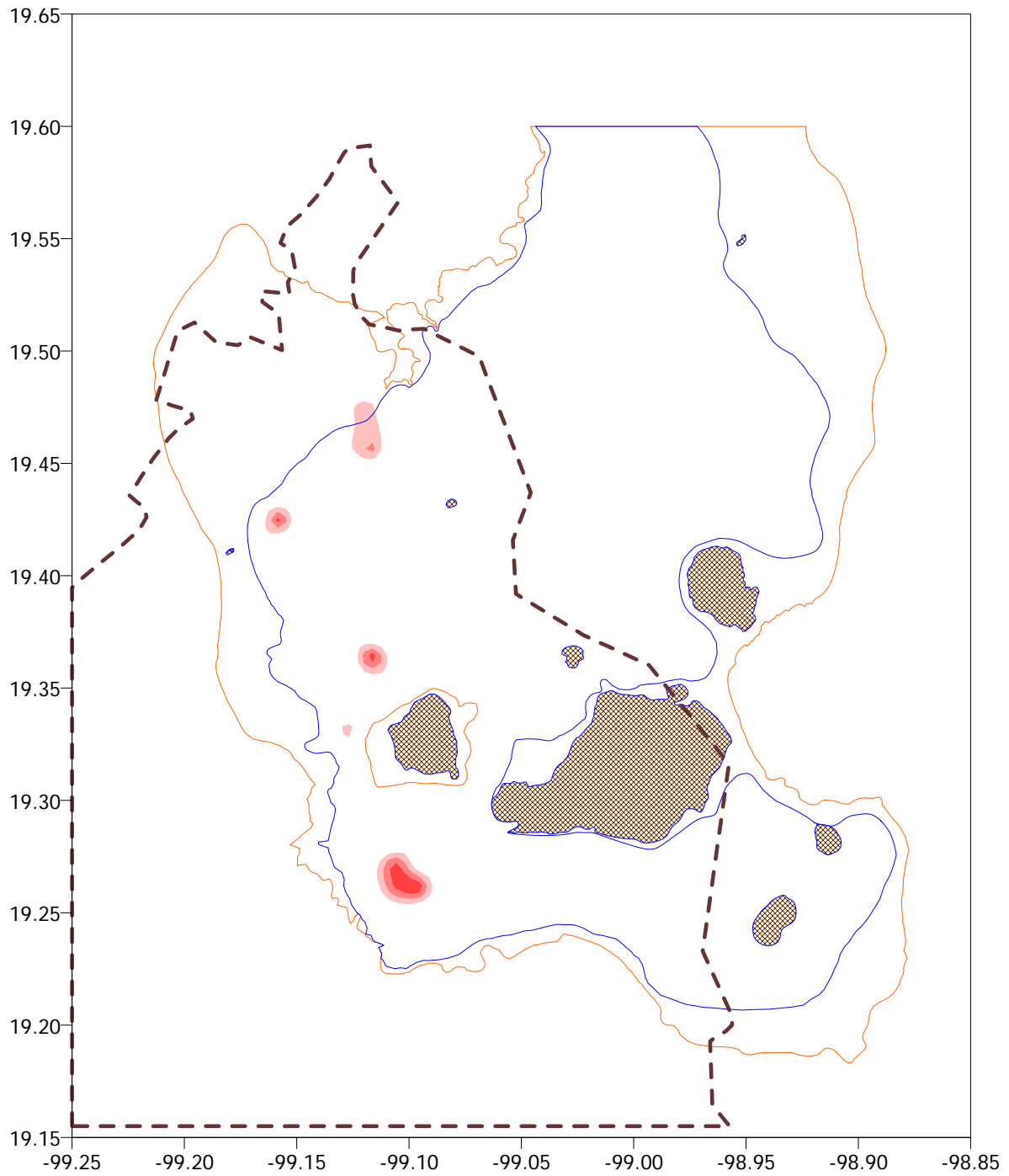


Figura C1. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $D_{rd}=0.03$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

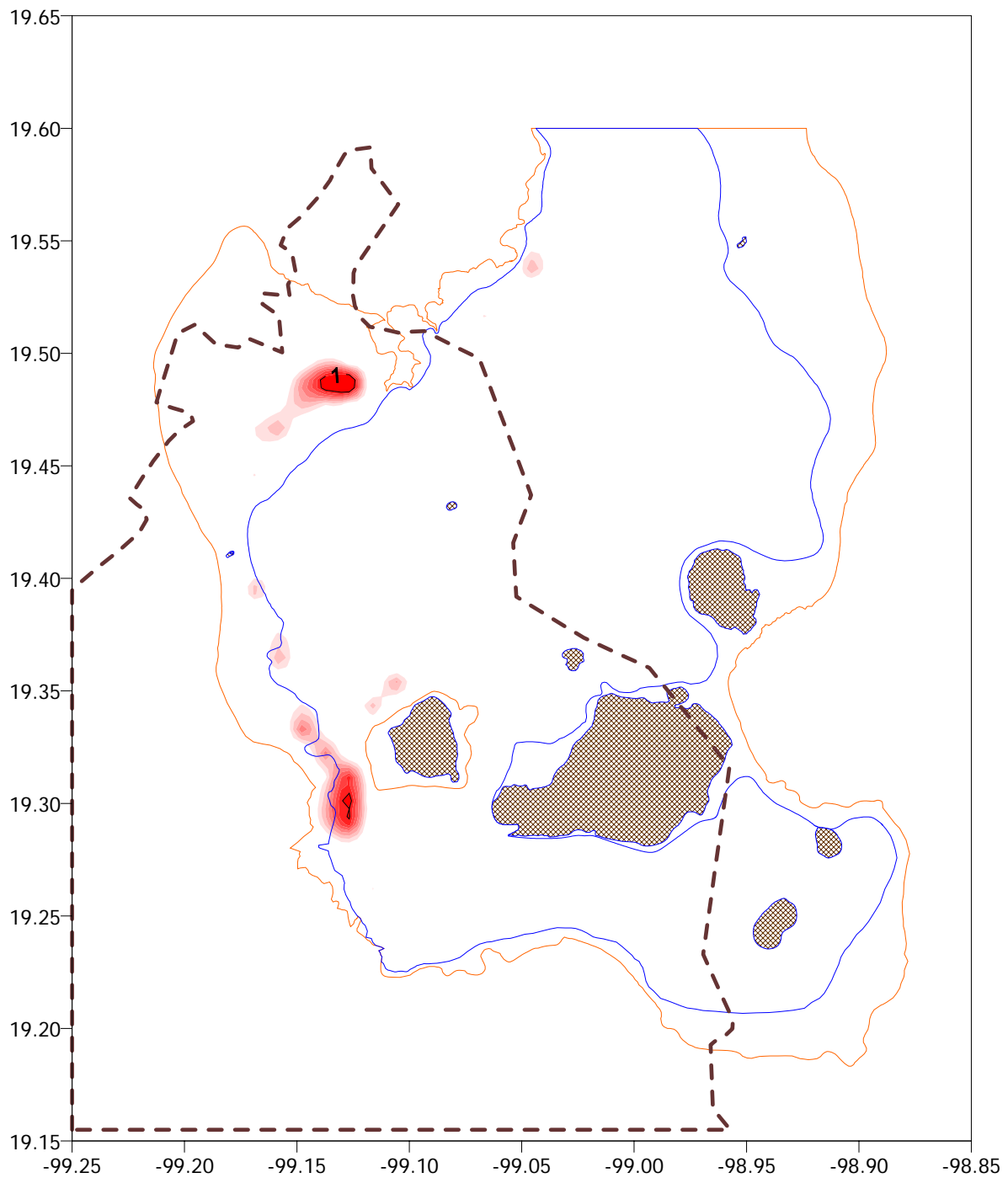


Figura C2. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1$  s y  $D_{rd}=0.015$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



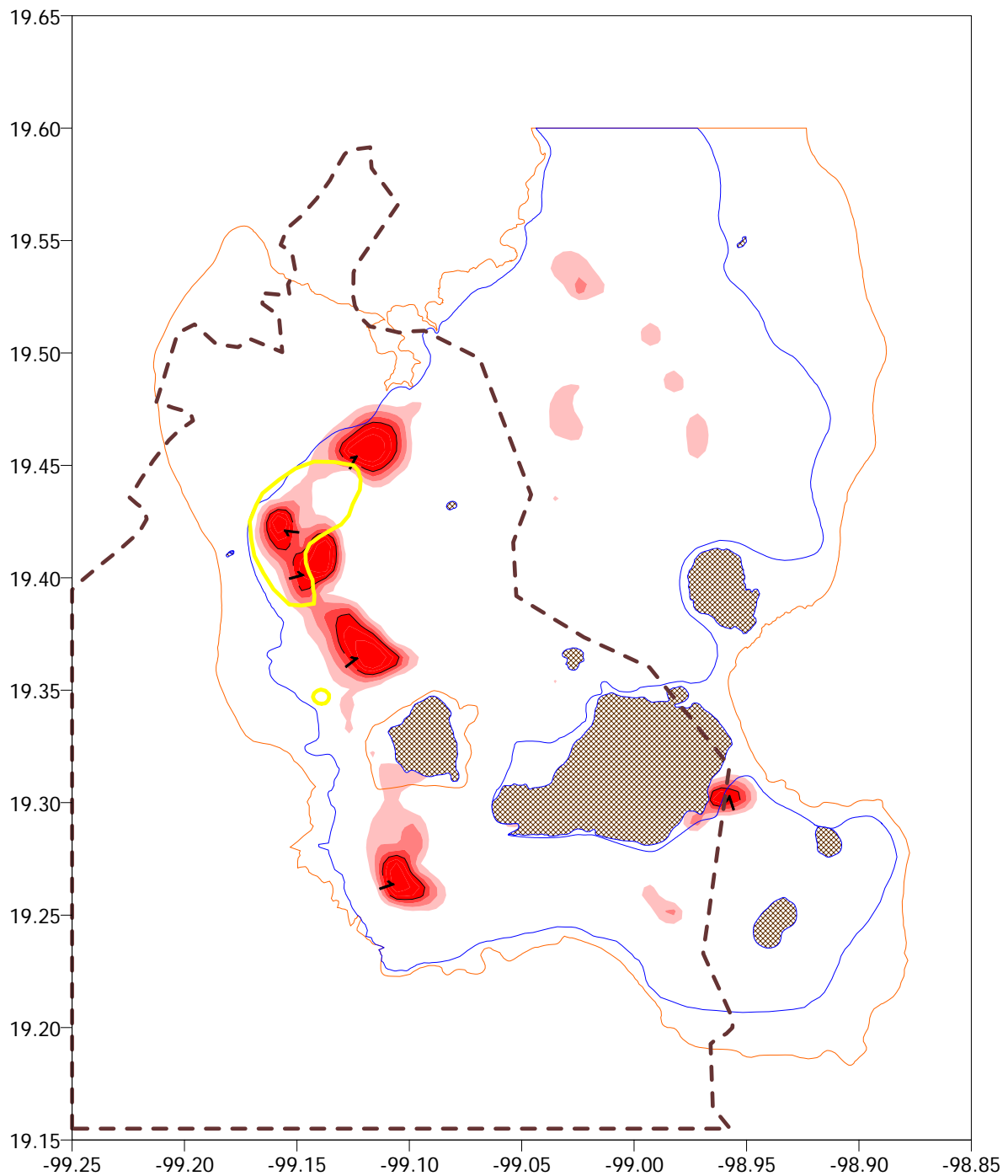


Figura C3. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $D_{rd}=0.03$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

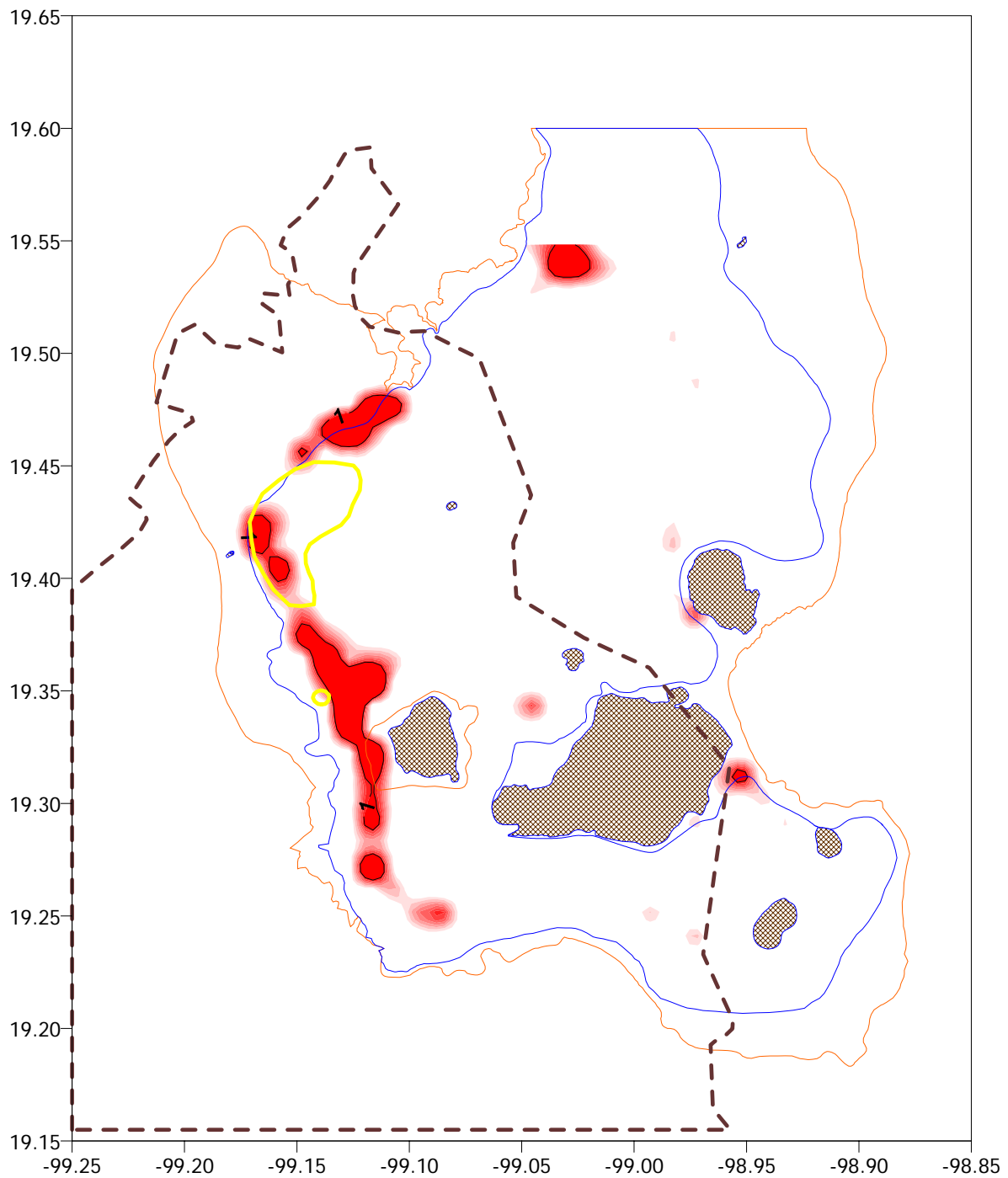


Figura C4. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=1.5$  s y  $D_{rd}=0.015$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

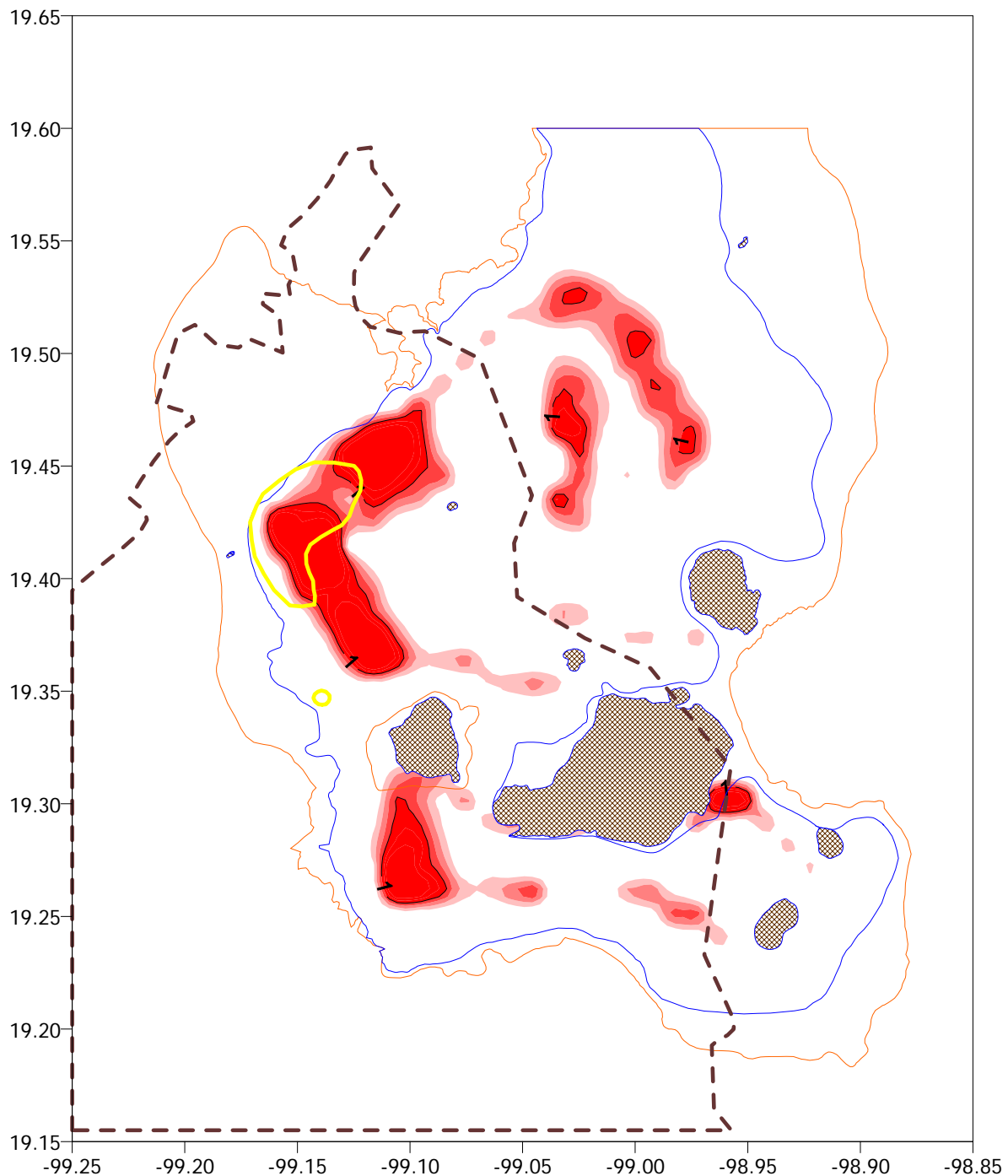


Figura C5. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $D_{rd}=0.03$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

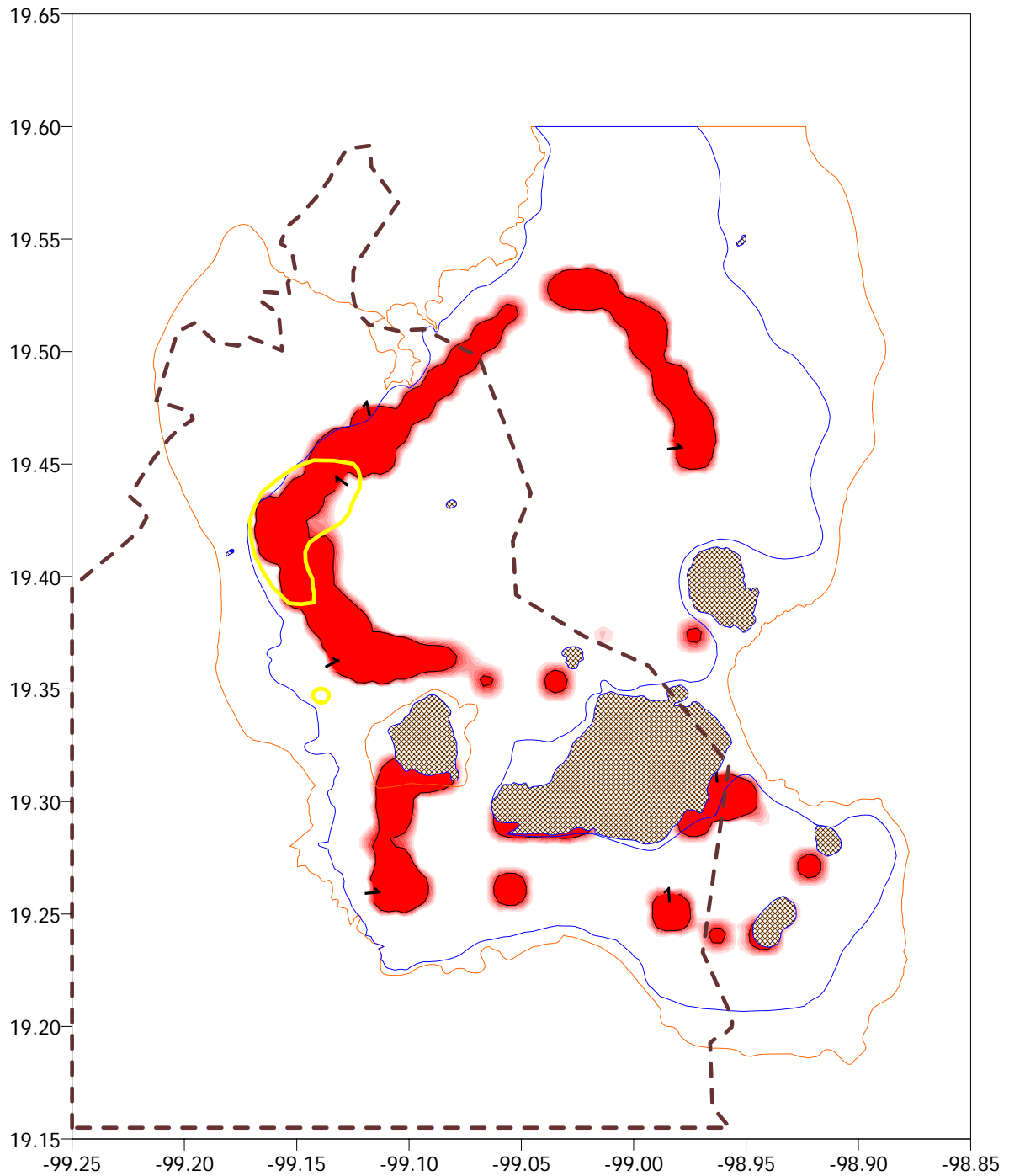


Figura C6. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2$  s y  $D_{rd}=0.015$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

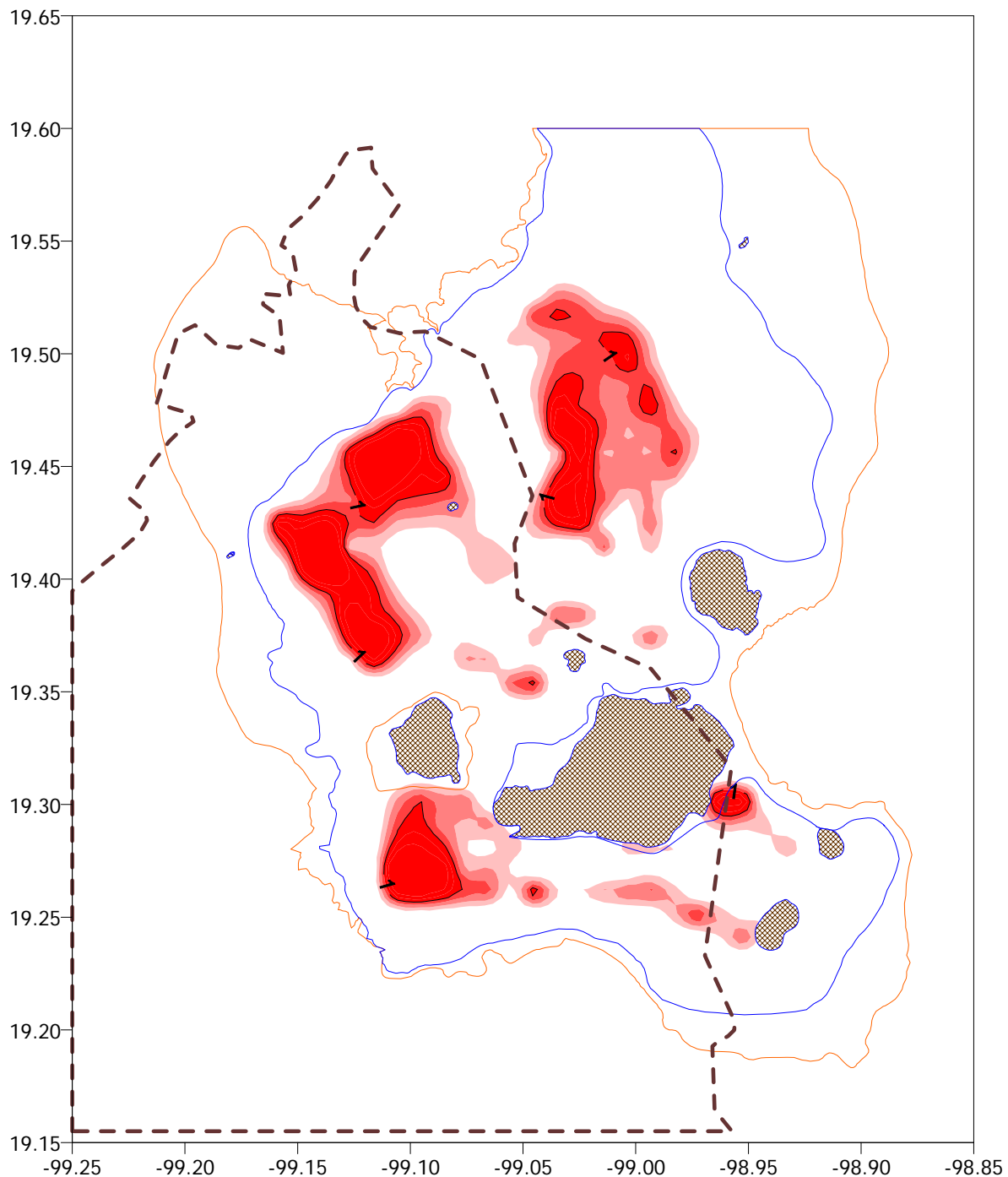


Figura C7. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $D_{rd}=0.03$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

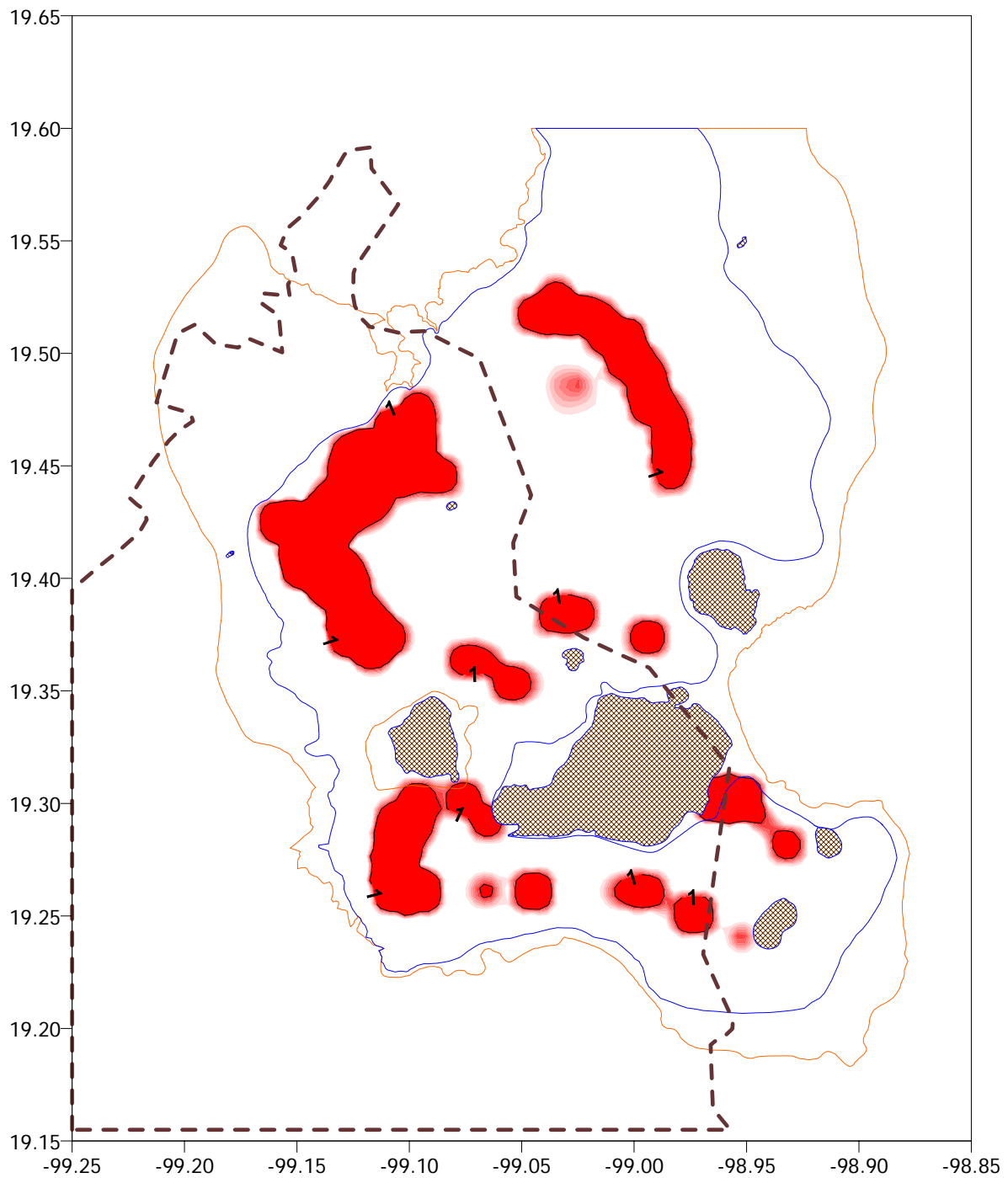


Figura C8. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=2.5$  s y  $D_{rd}=0.015$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

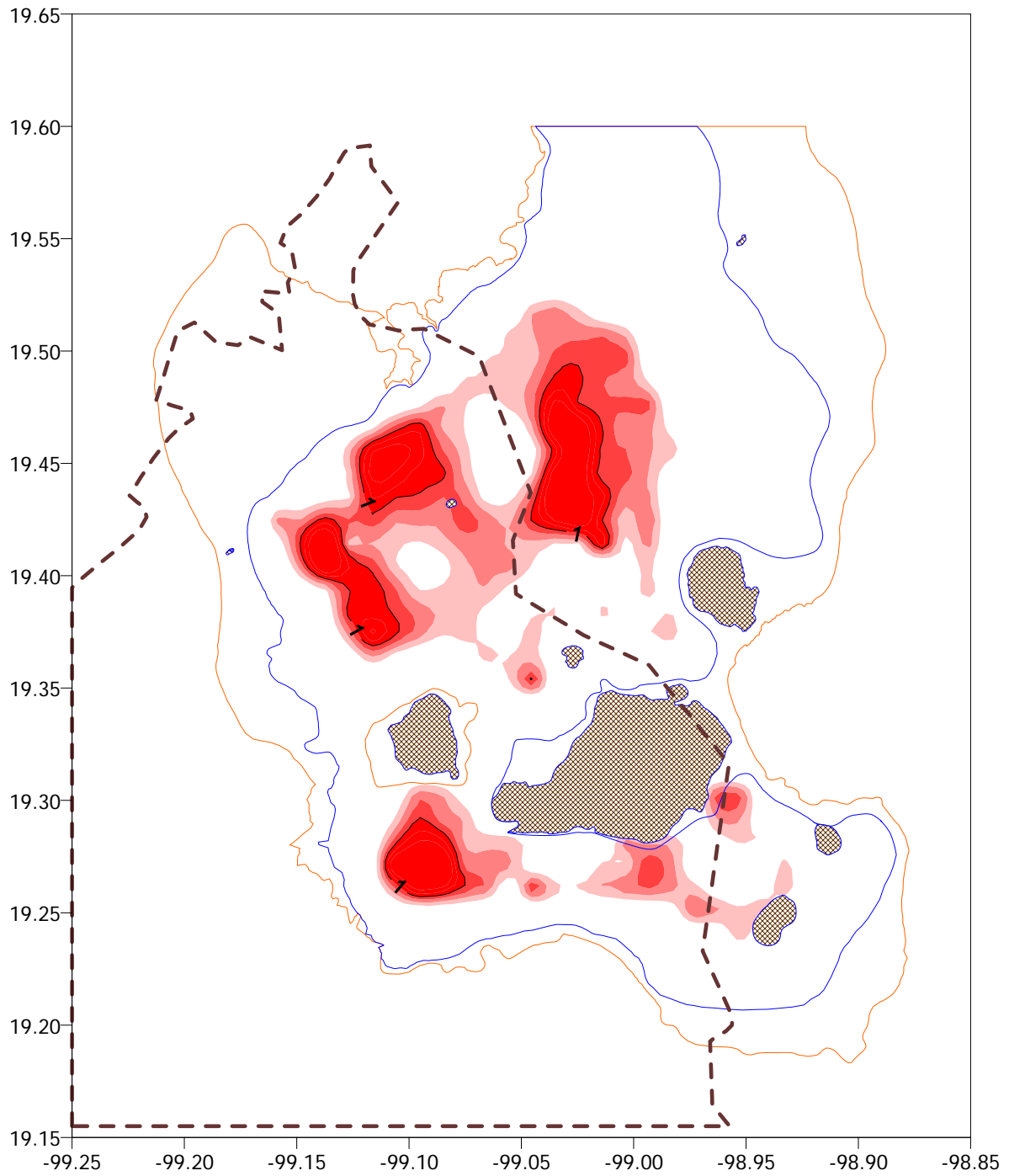


Figura C9. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $D_{rd}=0.03$  con resistencia para  $Q=4$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$

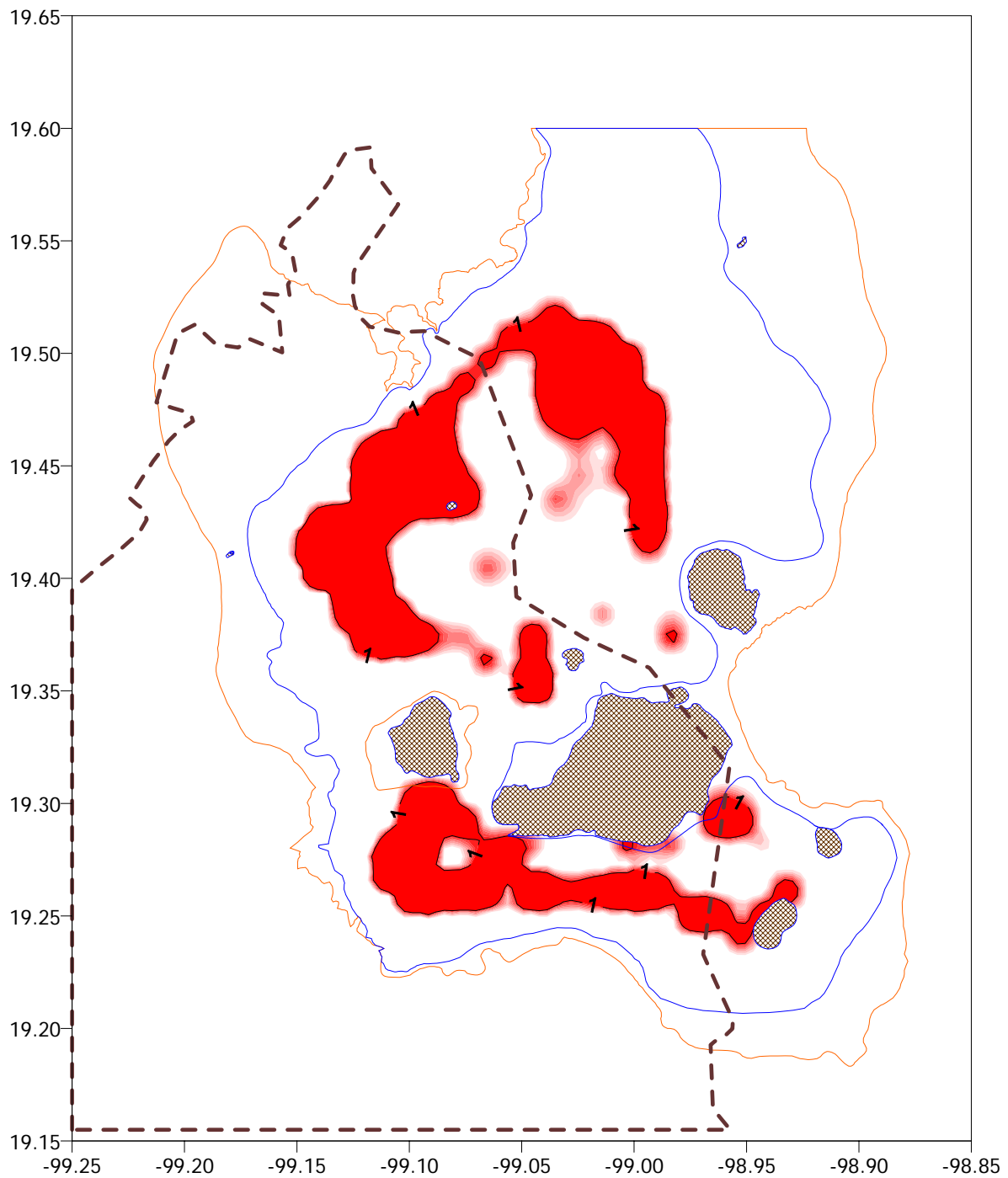


Figura C10. Mapa de  $ID_R$  para S1GL elastoplásticos con  $T=3$  s y  $D_{rd}=0.015$  con resistencia para  $Q=2$  conforme al Apéndice A de las NTC-S (2004),  $\xi=0.05$



# **ANEXO D**

## **MÉTODO DE DER KIUREGHIAN Y NEUENHOFER (1991) PARA ESTIMAR LA DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA ASOCIADA A UN ESPECTRO ELÁSTICO DE RESPUESTA**

Se desea obtener una densidad espectral de potencia de la aceleración del suelo ( $G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)$ ) asociada a un espectro elástico de desplazamiento ( $D(\omega_0, \xi)$ ).

Sea  $G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_1$  una aproximación de primer orden de la densidad espectral de potencia deseada. Si se supone que la señal es ruido blanco la respuesta media cuadrática de un oscilador con frecuencia  $\omega_0$  y amortiguamiento  $\xi$  ( $\lambda_0(\omega_0)_0$ ) está definida por la ecuación (D.1), el subíndice cero indica que se trata de la solución para ruido blanco.

$$\lambda_0(\omega)_0 = \frac{\pi G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_1}{2\xi\omega_0^3} \quad (D.1)$$

Además, la respuesta elástica máxima de desplazamiento es función de la respuesta media cuadrática y de un factor pico conforme se muestra en la ecuación (D.2).

$$D(\omega_0, \xi) = p_s(\omega_0) \sqrt{\lambda_0(\omega_0)} \quad (D.2)$$

Sustituyendo la ecuación (D.1) en la ecuación (D.2) se obtiene que:

$$G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_1 = \frac{2\xi\omega_0^3}{\pi} \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_0} \right)^2 \quad (D.3)$$

En la ecuación (D.3)  $p_s(\omega_0)$  es el factor pico, el cual se define más adelante.

Una aproximación de segundo orden se obtiene al sustituir en la ecuación (D.3) el valor del término  $\frac{2\xi\omega_0^3}{\pi}$  y de  $p_s(\omega_0)_0$  por los resultados obtenidos de la aproximación anterior.

$$G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_2 = \frac{G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_1}{\lambda_0(\omega_0)_1} \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_1} \right)^2 \quad (D.4)$$

De esta forma, para una aproximación de orden  $(r+1)$  se tiene que:

$$G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_{r+1} = \frac{G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega_0)_r}{\lambda_0(\omega_0)_r} \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_r} \right)^2 \quad (D.5)$$

Para aplicar la ecuación (D.5) se requiere calcular el primer momento espectral de la respuesta del oscilador asociados a cada aproximación.

$$\lambda_m(\omega_0)_r = 2 \int_0^{\infty} \omega^m |H(i\omega)|^2 G_{\ddot{x}\ddot{x}}(\omega)_r d\omega \quad m=0 \quad (D.6)$$

donde:

$$H(i\omega) = \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + 2i\omega\omega_0} \quad (D.7)$$

El factor pico se calcula para una duración total de la señal ( $\tau$ ) y para cada aproximación de conforme a lo siguiente:

$$p_s(\omega)_r = \begin{cases} 1.253 + 0.209v_e\tau & \text{Si } 0 \leq v_e\tau \leq 2.1 \\ \sqrt{2\ln v_e\tau} + \frac{0.577}{\sqrt{2\ln v_e\tau}} & \text{Si } 2.1 \leq v_e\tau \leq 1000 \end{cases} \quad (D.8)$$

en donde:

$$\frac{v_e}{v} = \begin{cases} 2\delta & \text{Si } 0 < \delta \leq 0.1 \\ 1.63\delta^{0.45} - 0.38 & \text{Si } 0.1 \leq \delta \leq 0.69 \\ 1 & \text{Si } 0.69 \leq \delta \leq 1 \end{cases} \quad (D.9)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (D.10)$$

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}} \quad (D.11)$$

$\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son los tres primeros momentos espectrales de la aproximación considerada.

La ecuación (D.5) no es adecuada para bajas frecuencias, debido a que sistemas con periodos largos respecto a la duración de la señal tienen una respuesta no estacionaria. Para corregir este problema se utiliza el método propuesto por Rosenblueth y Elorduy (1969), que consiste en utilizar un amortiguamiento equivalente definido por la ecuación (D.12).

$$\xi_{eq} = \xi + \frac{2}{\omega_0 \tau} \quad (D.12)$$

Sustituyendo la ecuación (D.12) en la (D.3) se obtiene:

$$G_{XX}(\omega)_1 = \omega_0^2 \left( \frac{2\xi\omega_0}{\pi} + \frac{4}{\pi\tau} \right) \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_0} \right)^2 \quad (D.13)$$

Si  $\omega_0$  tiende a cero la ecuación (D.13) tiende a  $\omega_0^2$ , por lo que la densidad espectral del desplazamiento (la cual se calcula dividiendo a la densidad de potencia de la aceleración por  $\omega_0^4$ ) tiende a infinito conforme  $\omega_0$  se aproxima a cero. Esto no es físicamente posible.

Para corregir esta incongruencia se utiliza el siguiente factor correctivo (Der Kiureghian y Neuenhofer, 1991):

$$C = \frac{\omega_0^p}{\omega_0^p + \omega_f^p} \quad (\text{D.14})$$

En la ecuación (D.14) los parámetros  $p$  y  $f$  se ajustan para satisfacer las siguientes condiciones:

- 1) La densidad espectral de potencia del desplazamiento debe tender a un valor finito o a cero conforme  $\omega$  se aproxime a cero. Esta condición se satisface si  $p \geq 2$ .
- 2) El término  $C$  sólo debe tener efecto en las bajas frecuencias, por lo que el valor de  $\omega_f$  debe de ser pequeño.
- 3) El área bajo la densidad espectral de potencia del desplazamiento debe cumplir con la siguiente condición:

$$2 \int_0^{\infty} \frac{\omega_0^{p-2}}{\omega_0^p + \omega_f^p} \left( \frac{2\xi\omega_0}{\pi} + \frac{4}{\pi\tau} \right) \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_0} \right) d\omega_0 = \left( \frac{u_{\max}}{p_u} \right) \quad (\text{D.15})$$

donde  $p_u$  es el factor pico para  $\omega_0=0$  y  $u_{\max}$  es el desplazamiento máximo del suelo.

Finalmente, sustituyendo el factor correctivo en la ecuación (D.13) se obtiene una aproximación de primer orden que cumple con todas las condiciones discutidas anteriormente.

$$G_{XX}(\omega_0)_1 = \frac{\omega_0^{p+2}}{\omega_0^p + \omega_f^p} \left( \frac{2\xi\omega_0}{\pi} + \frac{4}{\pi\tau} \right) \left( \frac{D(\omega_0, \xi)}{p_s(\omega_0)_0} \right)^2 \quad (\text{D.16})$$

Mediante la ecuación (D.5) se calculan las aproximaciones sucesivas. En general, el proceso converge rápidamente.