



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**SISTEMA DE PROCESAMIENTO DE IMÁGENES EN  
TIEMPO REAL PARA EL ANÁLISIS DE UNA GOTA  
EN UN FLUJO FUERTE**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES**

**PRESENTA:**

**LUIS ANTONIO DOMÍNGUEZ RAMÍREZ**



**DIRECTOR DE TESIS:  
DR. MARCO ANTONIO REYES HUESCA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F., 2005**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi mamá Tomasita que  
el día de hoy estuvo a  
mí lado y me sonrió*

# *Agradecimientos*

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme formar parte de ella en los buenos y malos momentos.

Al Dr. Marco Antonio Reyes Huesca por su apoyo y amistad durante el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Enrique Geffroy Aguilar por su paciencia, confianza y apoyo en todas mis decisiones durante la realización de este proyecto.

A la beca otorgada por el CONACYT a través del proyecto NC-2004.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. El Experimento de Dinámica de Gotas</b>	<b>5</b>
1.1. Descripción de un arreglo experimental basado en un molino de dos rodillos	11
1.1.1. Descripción del sistema óptico . . . . .	12
1.2. Características del sistema . . . . .	15
1.2.1. Errores en el experimento producidos por el sistema óptico . . . . .	20
1.3. Procesamiento de imágenes en los experimentos de dinámica de gotas . . . . .	22
<b>2. Detección de Bordes</b>	<b>25</b>
2.1. Representación de Bordes . . . . .	27
2.2. Algoritmo de detección de bordes de Canny . . . . .	29
2.2.1. Suavizado de la imagen . . . . .	31
2.2.2. Diferenciación . . . . .	32
2.2.3. Supresión de no-máximos . . . . .	33
2.2.4. Umbral por histéresis . . . . .	36
2.3. Influencia del ruido en la detección de bordes . . . . .	38
2.3.1. Obtención de los parámetros de ruido . . . . .	39
2.4. ¿Por qué el detector de bordes de Canny? . . . . .	41
<b>3. Cálculo del Centro de Masa</b>	<b>45</b>
<b>4. Software para la Detección de Bordes y el Cálculo del Centroide</b>	<b>49</b>
4.1. Descripción general de la interfaz . . . . .	50
4.1.1. Ventanas de visualización . . . . .	51
4.1.2. Alarma de corrección de flujo . . . . .	51
4.1.3. Centro de masa y almacenamiento de los datos . . . . .	51
4.1.4. Controles de seguimiento de la gota . . . . .	52
4.1.5. Parámetros de control de flujo . . . . .	53
4.1.6. Configuración . . . . .	54
4.1.7. Controles del detector de bordes . . . . .	54
4.1.8. Selector de fuente . . . . .	55

---

4.1.9. Botón de salida y de información . . . . .	56
4.2. Configuración del sistema . . . . .	56
<b>5. Resultados</b>	<b>59</b>
5.1. Análisis de Ruido . . . . .	60
5.2. Comparación entre los valores teóricos y experimentales del centro de masa	66
5.2.1. Caso particular de los errores con respecto a la velocidad . . . . .	70
<b>6. Conclusiones</b>	<b>81</b>
6.1. Trabajo futuro . . . . .	82
<b>A. Criterio de Canny</b>	<b>85</b>
<b>B. Coordenadas Homogéneas</b>	<b>91</b>
<b>C. Breve Introducción a la Física del Sistema</b>	<b>95</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>107</b>

# Introducción

En el Laboratorio de Reología Óptica del Instituto de Investigaciones en Materiales se ha desarrollado investigación durante varios años sobre el comportamiento de fluidos; en particular sobre los ambientes de flujos bifásicos, esto es, suspensiones o gotas suspendidas en un segundo fluido, y ambos sujetos a condiciones de flujos fuertes que son aquellos capaces de generar grandes deformaciones en la estructura de un fluido. En el caso de gotas embebidas, cuando se encuentran sometidas a este tipo de flujo, sufren grandes deformaciones y con frecuencia la ruptura de las mismas. Los flujos fuertes bidimensionales que se han estudiado en este departamento, se pueden generar mediante el uso de un molino de dos rodillos. Este es un dispositivo que consta de una celda con dos rodillos dentro de la cual se genera un flujo que es controlado ajustando la velocidad de los cilindros, los cuales giran con la misma velocidad y sentido.

El objetivo de esta tesis consiste en estudiar la geometría de una gota sujeta a grandes deformaciones generadas por flujos fuertes. Particularmente, se enfoca en la detección y ubicación de los bordes de la gota y el cálculo del centro de masa de la misma. La geometría de la gota es especialmente relevante en el molino de dos rodillos debido a que si el centroide de la gota se mantiene dentro de una región conocida como zona de

estancamiento<sup>1</sup> por periodos indefinidos; la gota, entonces, permanecerá en un estado en el que las condiciones de deformación son bien conocidas y controladas. Es decir, para una gota, dentro del punto estacionario, es posible monitorear -en tiempo real- su posición con el fin de ajustar la intensidad del flujo y conservarla dentro de la zona de estancamiento; en caso de que ésta saliera de dicha región. Por otra parte, estos molinos permiten determinar las propiedades de las gotas y de los flujos bifásicos en tiempo real mediante el uso de imágenes captadas a través de cámaras digitales.

Para lograr lo anterior, es necesario registrar los movimientos mediante un sistema de visión digital, y con base en los parámetros obtenidos modificar la velocidad de los rodillos cuando esto sea necesario.

Los métodos utilizados para este proyecto son básicamente de adquisición de datos y de procesamiento de imágenes en tiempo real. Para ello, se obtiene una secuencia de imágenes de la gota en el flujo, y se analizan para determinar su posición relativa a este último. Para realizar estas tareas se utilizaron lenguajes, técnicas y algoritmos de programación que cumplen con las necesidades de rapidez y precisión que requiere el problema.

El primer paso a seguir, es la adquisición de los datos a partir de una cámara digital hacia una computadora; o bien, desde un archivo de video. Posteriormente, se convierten estos datos en una señal de entrada al algoritmo cuya función principal es determinar el contorno de la gota, y con base en esta información calcular el centro de masa de ésta con respecto a un punto de control. En un trabajo posterior, estos datos permitirán controlar la velocidad de los rodillos y mantener a la gota dentro del punto de estancamiento.

En el Capítulo 1 se presenta brevemente en que consisten los experimentos de

---

<sup>1</sup>Región dentro del flujo donde la gota adquiere una posición estable.

---

dinámica de gotas. Se explica, además, la importancia que tienen estos experimentos para la investigación sobre fluidos complejos y algunas de sus aplicaciones para la ciencia de materiales. Además, se describe brevemente el molino de dos rodillos con el cual se realizarán diversos estudios sobre la reología de las gotas, particularmente se describe el sistema óptico. Finalmente, se explica brevemente el procesamiento de imágenes utilizado y su importancia en el desarrollo de los experimentos.

En el Capítulo 2, se introduce el concepto de bordes en el caso de procesamiento digital de imágenes, se hace una breve revisión del estado del arte. Además, se explica a detalle el algoritmo de detección de bordes de Canny [Canny, 1986], el cual fue utilizado en el software de prueba desarrollado durante el trabajo de tesis. Finalmente, se explican las ventajas de este algoritmo sobre los demás métodos de detección conocidos, justificando así su utilización.

En el Capítulo 3, se explica la herramienta matemática utilizada para el cálculo del centro de masa. Mediante esta herramienta es posible reducir el tiempo de cómputo por medio de una serie de simplificaciones utilizando el Teorema de Green.

En el Capítulo 4 se explica minuciosamente el funcionamiento del *software* desarrollado en el Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM. Con el cual se simula el comportamiento de una gota dentro de un fluido y se obtienen sus propiedades geométricas.

Por último, en el Capítulo 5 se muestran los resultados obtenidos mediante el *software* de prueba y se comparan con los valores teóricos. Con estas comparaciones se determina la calidad del sistema óptico de prueba utilizado, y se obtienen las incertidumbres en el cálculo del centro de masa.

Finalmente, en las Conclusiones se analizan los resultados obtenidos, así como las ventajas y desventajas del *software*. Se presenta, además, una breve introducción a los trabajos futuros, y se ofrecen algunas sugerencias y recomendaciones para su realización.

## Capítulo 1

# El Experimento de Dinámica de Gotas

En la naturaleza y en procesos científicos y tecnológicos, se llevan a cabo flujos de sustancias que están constituidas por partículas (también denominada fase discreta que puede estar constituida por gotas, burbujas, cápsulas, partículas sólidas, etc.) y por una fase fluida viscosa (conocida como fase continua). Ejemplos de estos sistemas son las suspensiones, las emulsiones, la sangre, los sprays, las tintas, las espumas, los polímeros fundidos, los sistemas petróleo-agua generados en los procesos de extracción y en el transporte de petróleo en tuberías, en el proceso y transporte de pinturas, reactivos farmacéuticos, alimentos procesados, entre otros. Las propiedades físicas de estas sustancias son el resultado de la contribución de las propiedades de cada uno de sus componentes, de su concentración y de la interacción entre ellos. Sin embargo, algunas de estas sustancias presentan una peculiaridad adicional, la conformación de las partículas depende del tipo de flujo y del intervalo de tiempo a los

que se someten; por lo tanto, sus propiedades se ven modificadas en forma dinámica. Es por ello que el estudio del comportamiento de estas partículas es de un alto interés científico y tecnológico, ya que permite, por un lado, conocer la dinámica de la interface entre los dos medios y proporcionar una base para calcular y caracterizar las propiedades reológicas globales del sistema; y por otro, generar el conocimiento necesario para diseñar nuevos productos tales como dispositivos microfluídicos como los utilizados en sistemas MEMS, sistemas de dosificación de fármacos y de cristalización, entre otros.

Los sistemas bifásicos mencionados se denominan fluidos complejos. La característica que presentan es que la fase discreta tiene una estructura dinámica, cuyas dimensiones están dentro de una escala mesoscópica (10 a 100 nanómetros). La estructura de la fase discreta de los fluidos complejos puede ser fácilmente modificada por la acción de flujos externos; como los que se presentan durante el procesamiento o transporte de éstos. La riqueza en el comportamiento dinámico de los fluidos complejos es consecuencia de la interacción entre la rapidez intrínseca de relajación estructural (relajación de cadenas poliméricas, relajación de la forma de gotas, redistribución de surfactantes en una interface fluida) y de la rapidez extrínseca del campo a la que se encuentra sometido (magnitud de la rapidez de corte o la frecuencia de oscilación). Es por ello que para lograr una optimización en las aplicaciones de fluidos complejos, se requiere desarrollar la capacidad de predicción y control del comportamiento dinámico de la estructura.

En la Figura 1.1 se muestra el cambio en la estructura de una suspensión que es sometida a un flujo cortante oscilatorio en una celda de platos paralelos, en donde se aprecia un agrupamiento y alineamiento de las gotas a consecuencia del flujo impuesto; cuyo efecto

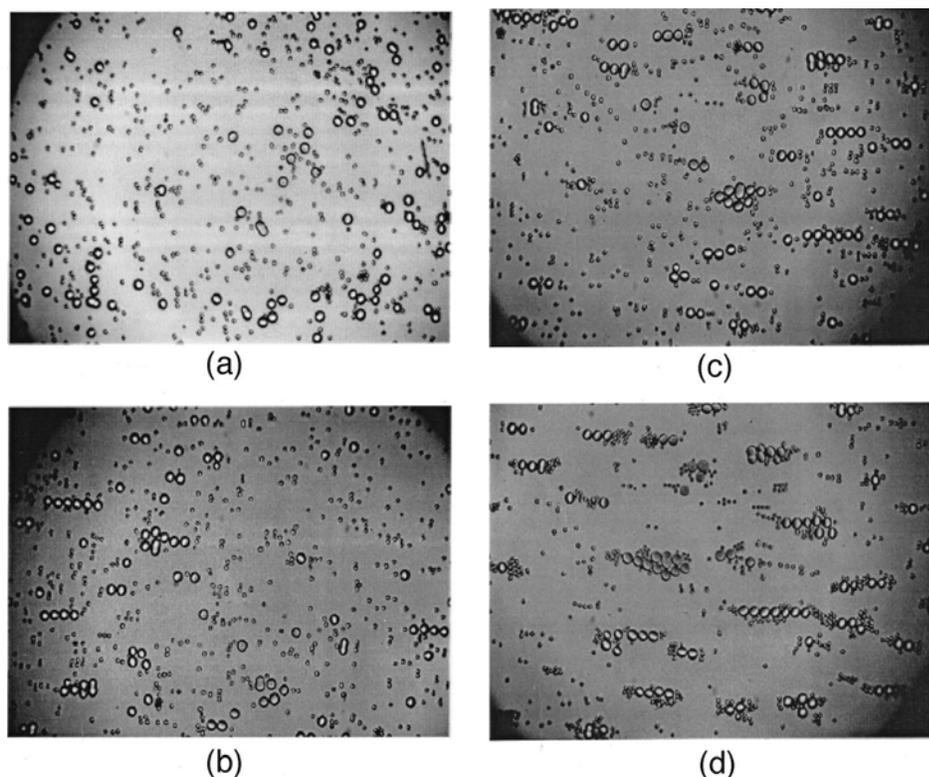


FIGURA 1.1. Fotomicrografías de la distribución de gotitas de una suspensión que ha sido sometida a un flujo cortante oscilatorio en una celda de platos paralelos. Las fotomicrografías corresponden a; (a) Conformación inicial, (b) después de 1807 s, (c) después de 3607 s, y (d) después de 7533 s en donde la microestructura ha alcanzado un estado estacionario. Las dimensiones del área mostrada son  $8 \text{ mm} \times 36.3 \text{ mm}$  (Ilustración tomada de Lyon *et al.* [Lyon et al., 2001]).

macroscópico se observa en la reducción del esfuerzo [Lyon et al., 2001] en el lapso en que la estructura de la suspensión llega a un estado estacionario, mientras que sufre una reducción de la viscosidad macroscópica debido al incremento en la frecuencia de oscilación.

Para estudiar la respuesta de la estructura de un fluido complejo cuando se somete a condiciones de campos de flujo externos, es necesario caracterizar estos campos para determinar sus propiedades cinemáticas (vorticidad, rapidez de cortante, puntos de estancamiento, etc.) en condiciones *globales*. Las condiciones *globales* son aquellas generadas por las

fuerzas que inducen el flujo, como el gradiente de presión en una tubería, la difusión de la vorticidad debido a fronteras que se mueven o por fuerzas de cuerpo. Cuando un fluido complejo es sometido a un campo de flujo, las condiciones globales del campo de flujo van a determinar la respuesta de este. Sin embargo, la presencia de la estructura va a generar condiciones de flujo *locales*, determinadas por la conformación instantánea que va tomando la estructura bajo las condiciones globales. Por ejemplo, el flujo interno que se presenta en las burbujas o gotas cuando se trasladan en un fluido. Como se puede apreciar, existe un alto grado de interacción entre el campo externo y la estructura del fluido, la cual se refleja en la evolución de las propiedades reológicas macroscópicas del fluido

Dentro de los fluidos complejos se encuentran las suspensiones, que están conformadas por gotas diminutas de un fluido dentro de otro fluido no miscible con el primero. En estos sistemas, las características del flujo externo determinan principalmente el comportamiento de las gotas: si se rompen, se aglutinan, se orientan, se colapsan, etc. El estudio de la dinámica de una gota aislada en un flujo contribuye al entendimiento del complejo comportamiento reológico del flujo de sistemas más complejos como son las suspensiones. La mayoría de los flujos en los cuales se han realizado estudios de dinámica de gotas son flujos cortantes simples (en los cuales la magnitud de la rapidez de deformación y la magnitud de la vorticidad son iguales) y flujos elongacionales puros (en los cuales la vorticidad es nula). Sin embargo, los procesos reales se llevan a cabo en condiciones de flujo con características intermedias entre los flujos cortantes simples y los flujos elongacionales puros (a estos flujos que van desde flujos cortantes simples hasta flujos elongacionales puros se les denomina *flujos fuertes*, ver Apéndice C).

Con el fin de estudiar la dinámica de gotas sometidas a flujos, se han diseñado y construido diversos sistemas. El primer dispositivo se debe a Taylor [Taylor, 1932, Taylor, 1934] quien en 1932 propuso un sistema de cuatro rodillos controlados de manera individual. Este dispositivo generaba un campo de flujo fuerte que presenta un punto de estancamiento en la zona central en donde se puede colocar una gota. Taylor estudió la historia de deformación de la gota en función de las propiedades del campo de flujo; aunque por un intervalo corto de tiempo, debido a que el punto de estancamiento es una posición inestable para la gota. Tiempo después, Bentley y Leal [Bentley and Leal, 1986a, Bentley and Leal, 1986b] demostraron que es posible mantener la posición de la gota en el punto de estancamiento de un molino de cuatro rodillos por un intervalo de tiempo prolongado, ajustando la velocidad angular de los rodillos en tiempo real para modificar el campo de velocidades del flujo con la ayuda de un equipo de cómputo y conservando constantes los parámetros del campo de flujo. En éste arreglo experimental, un sistema de video monitoreaba la posición de la gota con respecto al punto de estancamiento. Los algoritmos de control de este sistema son capaces de: (i) mantener la historia del flujo con valores pre-establecidos para todos los parámetros del flujo, y (ii) mantener a la gota en el punto de estancamiento por periodos largos de tiempo, ajustando la velocidad angular relativa de los rodillos.

Otro dispositivo que permite realizar estudios de dinámica de gotas es el molino de dos rodillos, el cual genera campos con un punto de estancamiento con características de flujo fuertes más cercanos al flujo simple cortante, es decir, con una mayor vorticidad. Un arreglo experimental basado en un molino de dos rodillos automatizado se está construyendo para el Laboratorio de Reología Óptica del Instituto de Investigaciones en Materiales de la

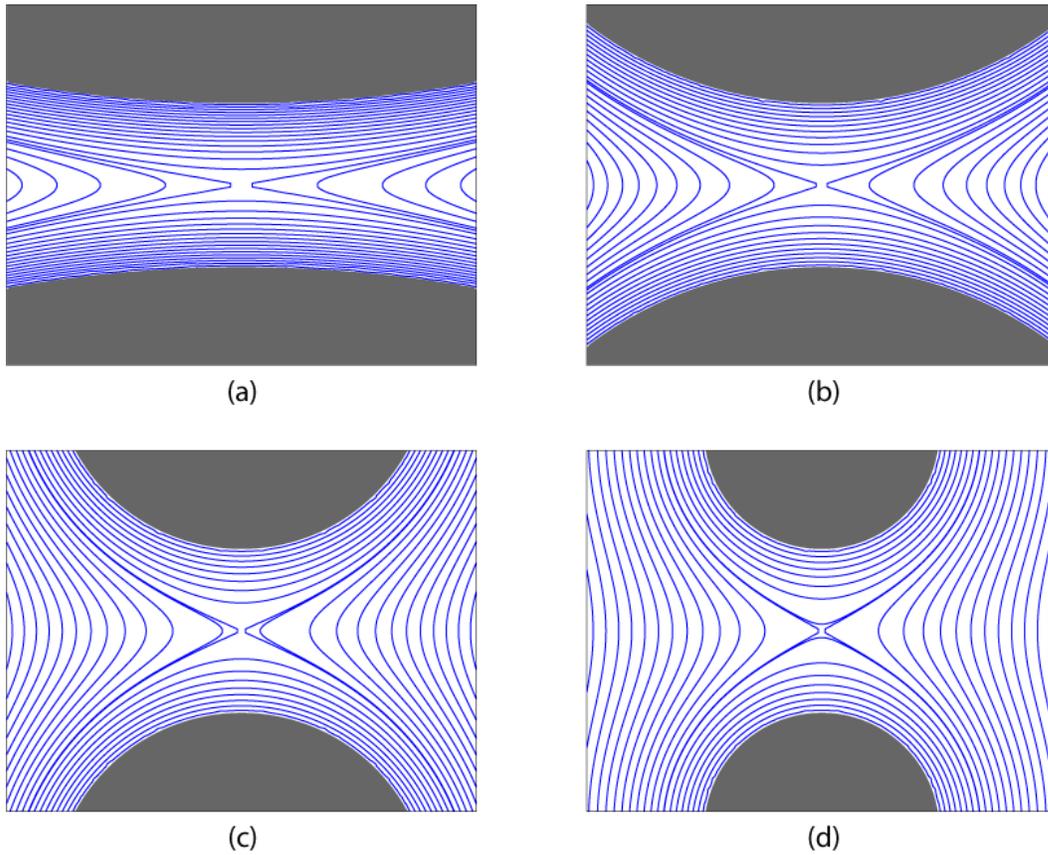


FIGURA 1.2. Líneas de corrientes del flujo generado en algunas geometrías simétricas de molinos de dos rodillos. En estas gráficas se observa como cambia el flujo con la geometría.

UNAM. En este equipo, un sistema óptico de adquisición de imágenes permitirá conocer la posición, orientación y deformación de las gotas en dos planos perpendiculares. Asimismo, dicho sistema servirá para mantener la gota en el punto de estancamiento por un periodo prolongado de tiempo.

Un molino de dos rodillos es un dispositivo que tiene dos rodillos que giran en el mismo sentido. Las características del flujo que genera este dispositivo están determinadas por la geometría del mismo; es decir, el radio de los rodillos, la separación de los ejes y la geometría de la celda; y por las velocidades angulares de los rodillos. Una ventaja de

utilizar este dispositivo es la disponibilidad de tener soluciones analítica y numérica para condiciones de flujo con inercia despreciable (flujo lento), por lo que los campos de flujo que puede generar este dispositivo están bien caracterizados.

En la Figura 1.2 se muestran las líneas de corriente del flujo generado por algunas geometrías simétricas del molinos de dos rodillos. En el punto donde las líneas de corriente se intersecan se genera una región conocida como *punto de estancamiento*; en donde se coloca una gota con el proposito de estudiar las deformaciones que sufre debidas al flujo generado por los rodillos. Esta es una región inestable del flujo caracterizada por dos trayectorias de entrada y dos de salida. Con el fin de mantener a la gota en este punto el mayor tiempo posible, se utiliza un sistema de análisis de imágenes en conjunto con el sistema de control de los servomotores para controlar la posición de la gota y evitar salga de esta región por alguna de las trayectorias.

## **1.1. Descripción de un arreglo experimental basado en un molino de dos rodillos**

En la Figura 1.3 se muestra un molino de dos rodillos que consiste básicamente de una celda de flujo con ventanas dentro de la cual se coloca un par de rodillos que pueden ser del mismo o de diferente diámetro. El cuerpo de la celda está fabricado en aluminio y tiene un anodizado de color negro para evitar reflexiones dentro de ésta. La tapa del molino está fabricada en acero inoxidable y sirve de soporte a los rodillos y al sistema de transmisión basado en un mecanismo corona-tornillo sin fin. Además, cuenta con una ventana de acrílico desmontable que permite un campo de visión más amplio y facilita la iluminación en el interior.

Los rodillos son huecos con el fin de reducir la masa del rodillo y por lo tanto su momento de inercia. Los rodillos se fabrican mediante la unión de dos piezas: un eje de acero inoxidable 304 que se conecta al mecanismo corona-tornillo sin fin y por una camisa de aluminio anodizado en color negro; estas partes se fijan permanentemente por contracción térmica.

Por último, la celda de flujo está montada sobre una base rígida junto con los motores. La celda cuenta, además, con una red de conductos que mantienen constante la temperatura del líquido dentro de la celda (*ver* Fig. 1.3). Finalmente, el sistema completo se coloca sobre una mesa óptica que levita neumáticamente para reducir los efectos causados por las vibraciones. El arreglo experimental completo se muestra en la Figura 1.4.

### 1.1.1. Descripción del sistema óptico

El molino de dos rodillos cuenta con un sistema de adquisición de imágenes duplex con el que se obtienen de manera simultánea dos vistas de la gota dentro del flujo como se muestra en la Figura 1.5. El primer sistema captura una imagen de la gota en dirección perpendicular a los ejes del flujo a través de un espejo situado debajo del molino con una inclinación de  $45^\circ$  con respecto al plano horizontal y con su eje óptico paralelo al eje de los rodillos (dirección vertical). El segundo subconjunto de adquisición de imágenes se ubica en el mismo plano de los ejes del flujo, normal al plano vertical por donde pasan los ejes de los rodillos.

Las ventanas, tanto la superior e inferior así como las laterales, tienen un diámetro de una pulgada y están fabricadas con el mejor vidrio óptico comercialmente disponible. El equipo óptico del primer conjunto de adquisición consiste de un sistema Navitar Telecentric

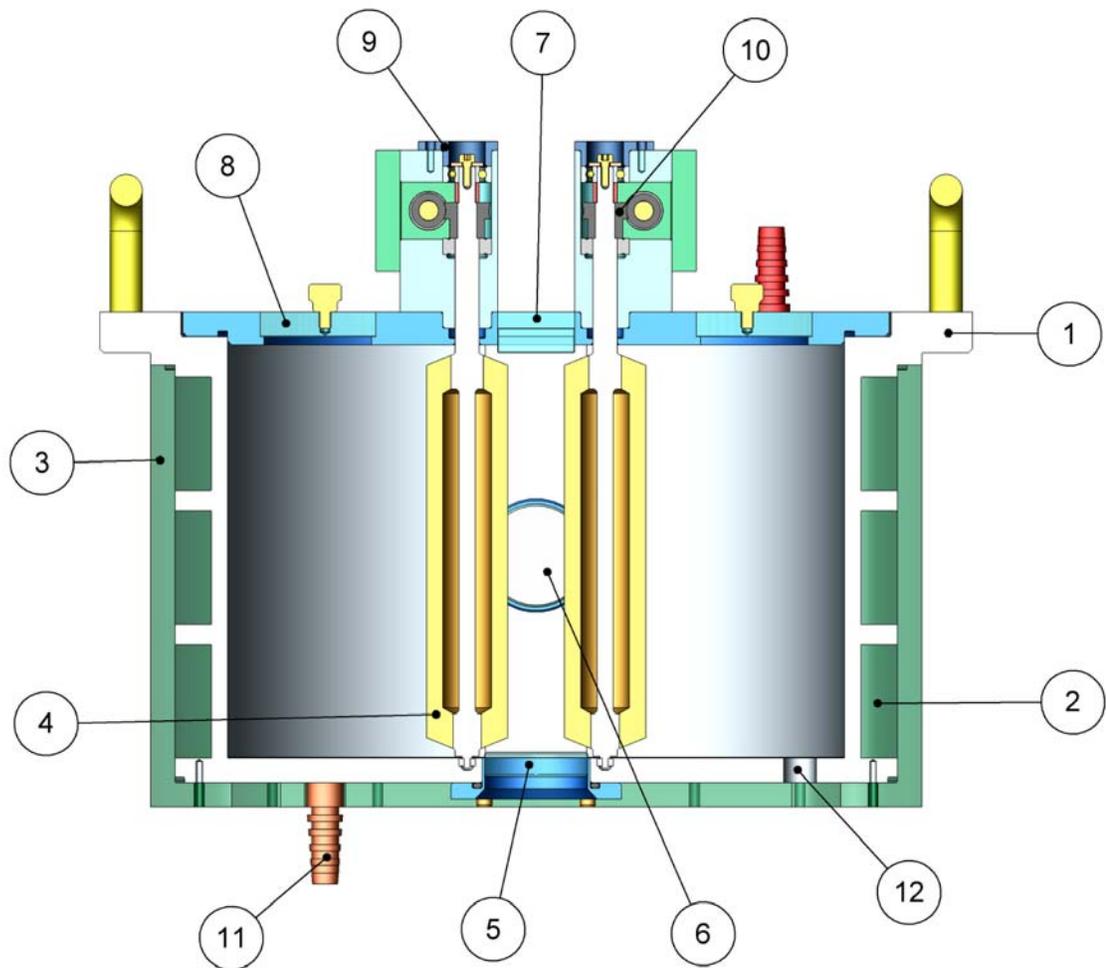


FIGURA 1.3. Esquema del molino de dos rodillos. (1) Cuerpo de la celda de flujo; (2) Conductos de refrigeración; (3) Camisa de la celda; (4) Cilindros huecos; (5) Ventana inferior; (6) Ventana lateral; (7) Ventana superior; (8) Tapa desmontable de acrílico; (9) Soporte de los rodillos; (10) Engranaje; (11) Conexión al sistema de control de temperatura; (12) Drenaje [Reyes, 2005].

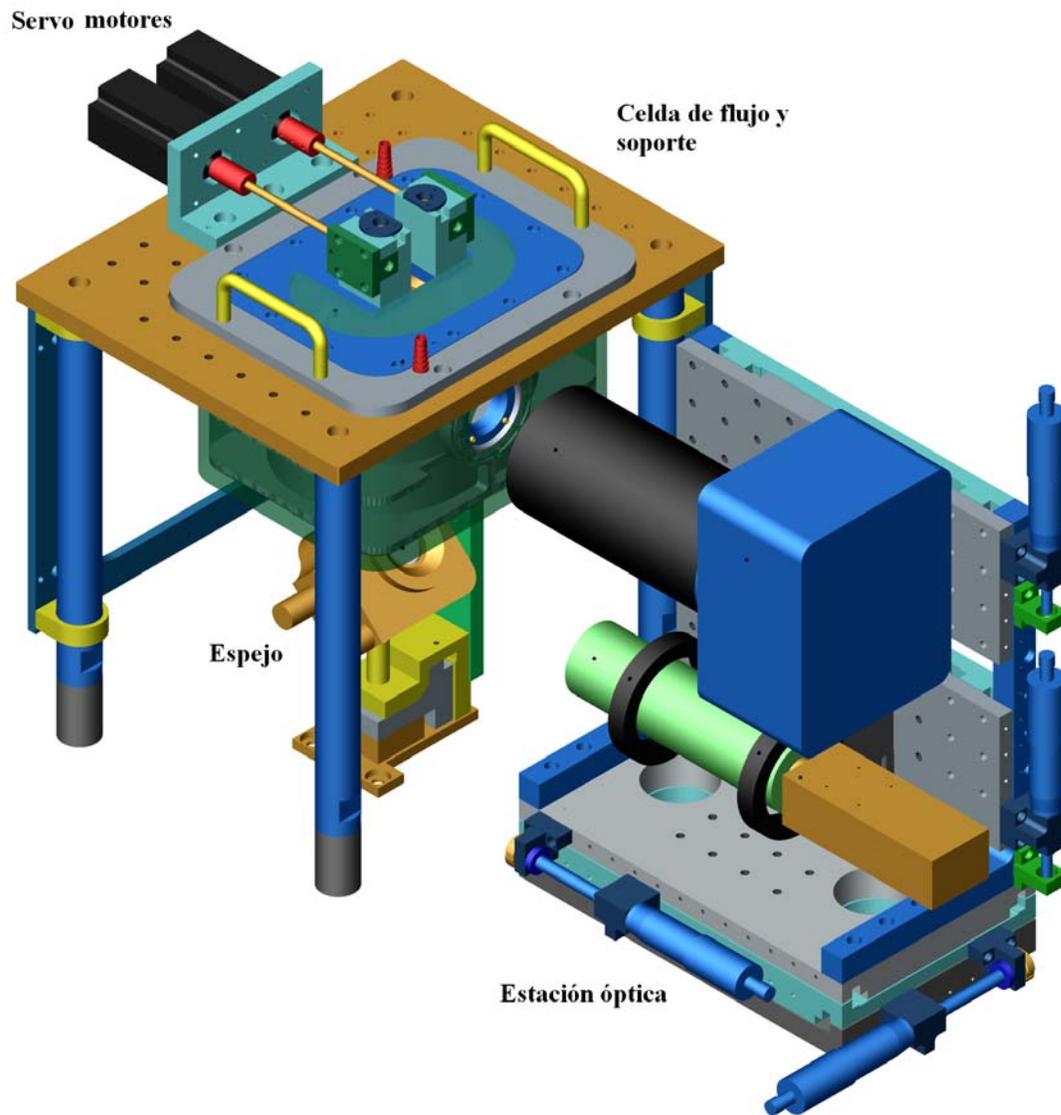


FIGURA 1.4. Esquema del experimento para el estudio de la dinámica de gotas sujetas a flujos fuertes.

12X, un CCD de 1/2", modelo XCD-SX910 de Sony con una resolución de 1.45 megapíxeles y velocidad de 15 cuadros por segundos (fps). El segundo equipo consta de un CCD fabricado por Nikon de 6.1 megapíxeles con una rapidez máxima de 3 disparos por segundo. Ambos sistemas se conectan al equipo de cómputo principal a través de una conexión FireWire con una capacidad máxima de transmisión de datos de 800 Mb/s.

Los sistemas ópticos tienen un doble propósito. El primero consiste en determinar la forma de la gota con el fin de calcular la ubicación del centroide y controlar su posición alrededor del punto de estancamiento. Una vez controlada la posición de la gota dentro del flujo, el segundo objetivo consiste en determinar la razón de deformación y orientación de la gota así como las características internas y externas del flujo [Reyes, 2005].

Los datos obtenidos a través del sistema de adquisición de imágenes permitirán calcular la posición del centroide de la gota con respecto al punto de estancamiento, y enviar los datos obtenidos al algoritmo de control de velocidad de los rodillos de tal manera que el centroide de la gota permanezca el mayor tiempo posible dentro de la región de estabilidad.

## 1.2. Características del sistema

Con el fin de lograr la mayor repetibilidad y exactitud en los experimentos de dinámica de gotas con el molino de dos rodillos, es necesario colocar y mantener el centroide de la gota en el punto de estancamiento el mayor tiempo posible. Este punto, como se ha mencionado anteriormente tiene la desventaja de ser un punto inestable, debido a que cualquier perturbación en el flujo puede ocasionar que la gota se desplace por alguna de las trayectorias de salida del flujo. Por ello, es necesario controlar en tiempo real la velocidad de

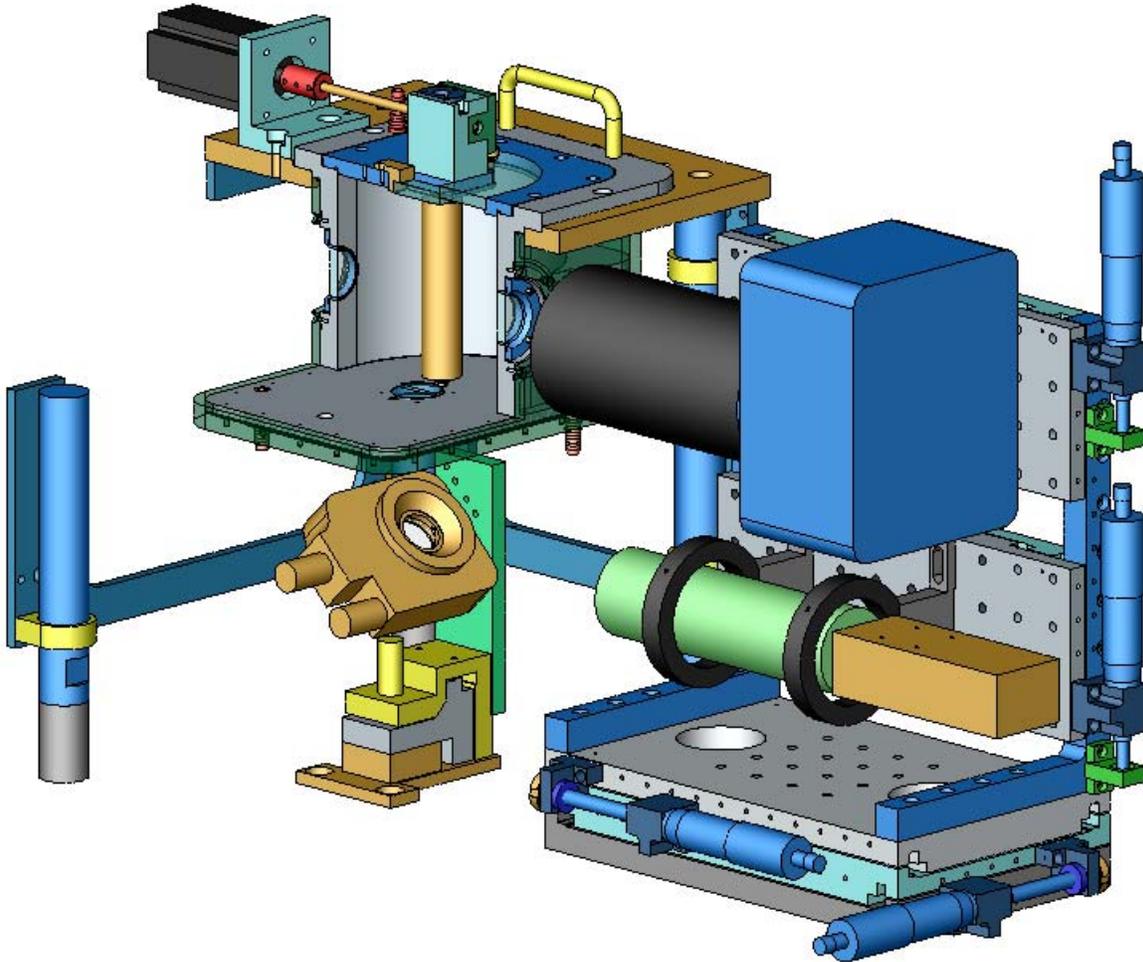


FIGURA 1.5. Esquema que muestra un corte del molino de dos rodillos. La gota se coloca en la región central del molino de dos rodillos, la cual es observada por un costado y por debajo (por medio de un espejo, mostrado en dorado). Los dos sistemas ópticos están montados en una base óptica de alta precisión, con una capacidad de carga superior a los 100 kg, con un desplazamiento a lo largo de los tres ejes superior a los 50 mm ([Reyes, 2005]).

rotación de los rodillos para mantener a la gota en una posición determinada que idealmente corresponde a la posición del punto de estancamiento.

El sistema de control de la posición de una gota en el punto de estancamiento en el molino de dos rodillos se basa en la solución analítica para el flujo generado por este dispositivo con condiciones generalizadas propuesta por Reyes [Reyes, 2005]. Este control de la posición se basa en la posibilidad de desplazar la posición del punto de estancamiento variando la velocidad angular de los rodillos. Gracias a este desplazamiento se ha propuesto un esquema para reposicionar el centroide de la gota en el punto de estancamiento *nominal* (la posición del punto de estancamiento seleccionada para un experimento dado), cuando por efecto de las variaciones del flujo la gota se desplazada fuera del punto de estancamiento. Por medio de las soluciones obtenidas, se pueden calcular los parámetros de control para mantener las propiedades del flujo (la rapidez de corte y la relación de deformación entre vorticidad) con la menor variación, ya que es deseable que el sistema de control modifique las características del flujo lo menos posible, debido a que la respuesta de la gota depende principalmente de las características del flujo.

La Figura 1.6 muestra los parámetros utilizados en el algoritmo de control. El punto de estancamiento experimental (o nominal) está representado por  $\mathbf{x}_{nom}$ , mientras que el punto de estancamiento del flujo correctivo es representado por  $\mathbf{x}_{ss}$ . El área marcada como *resolución* representa la zona de tolerancia en donde puede estar el centroide de la gota sin que se aplique un flujo correctivo, mientras que el parámetro denominado como *offset* es la distancia entre el eje de salida del flujo nominal y el eje de entrada del flujo correctivo [Reyes, 2005].

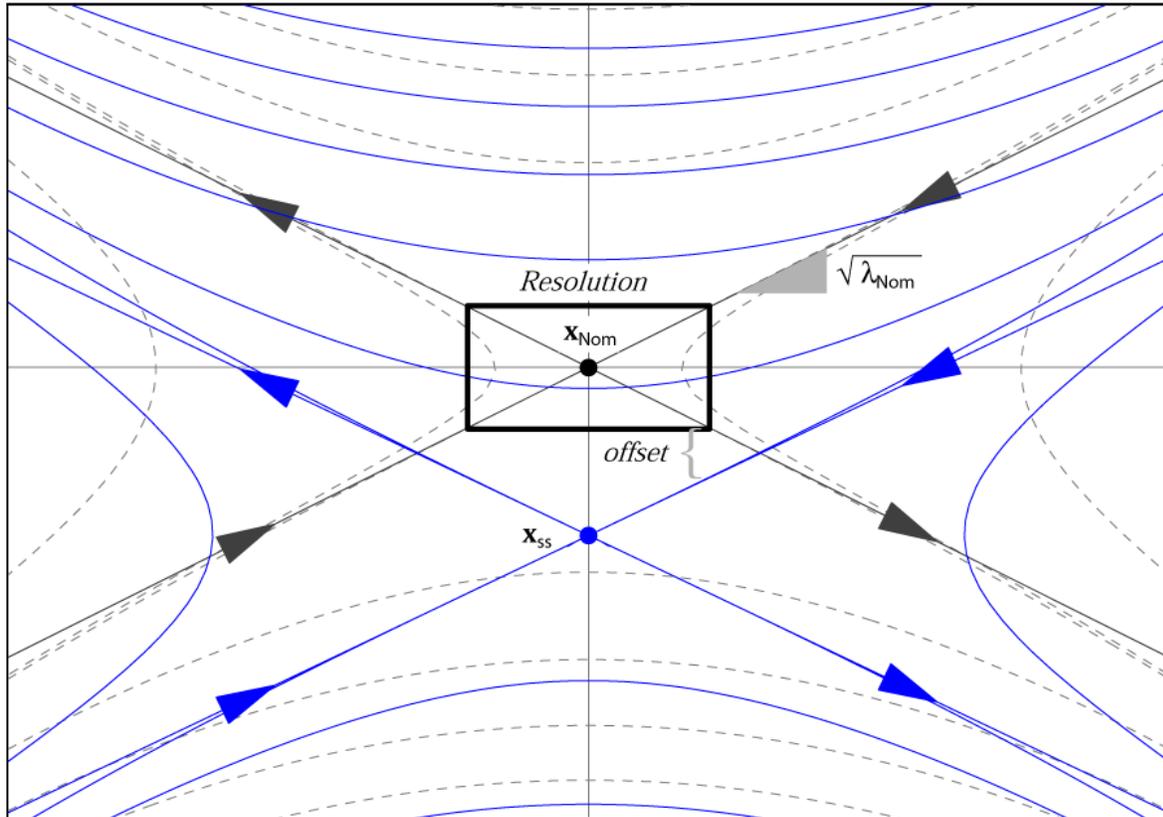


FIGURA 1.6. Esquema de los parámetros de control *resolución* y *offset*.  $x_{nom}$  es el punto de estancamiento teórico,  $x_{ss}$  es el punto de estancamiento de flujo correctivo. La resolución es el área de tolerancia del centroide de la gota; el offset es la distancia entre el eje de salida nominal y el eje de entrada del flujo correctivo ([Reyes, 2005]).

Los parámetros utilizados en el sistema de control son los siguientes:

1. *Área de Resolución*. Es el área de tolerancia para la posición del centroide de la gota. El valor mínimo está determinado por la precisión con que se puede calcular el centroide de la gota, la cual es una función de la resolución del sistema óptico, mientras que el valor máximo de esta área está dado por la variación máxima permitida para los parámetros del flujo (razón de deformación entre vorticidad y la razón de corte).
2. *Offset*. Es la distancia a través del límite vertical de la resolución entre el eje de salida

del punto de estancamiento nominal y el eje de entrada del punto de estancamiento del flujo correctivo (flechas en azul). El offset está en función de la variación máxima permitida por los parámetros.

3.  $mr$ . Es una fracción de la pendiente del eje entrada del punto de estancamiento nominal cuya pendiente nominal es  $\sqrt{\lambda_{nom}}$ .
4. *Time Step*. Es el tiempo de cálculo de la posición de la gota; está relacionado con la tasa de adquisición de la cámara (fps) y el tiempo de procesamiento del centroide.
5.  $F_\gamma$ . Para reducir uno de los grados de libertad de las velocidades angulares de los cilindros, se utiliza la siguiente relación:

$$|\omega_1 R_1| + |\omega_2 R_2| = F_\gamma. \quad (1.1)$$

Donde  $F_\gamma$  es una constante que se selecciona de acuerdo con la magnitud de la rapidez de corte nominal.

En la misma Figura 1.6 se muestran las líneas de corriente del flujo correctivo como líneas continuas y las líneas de corriente del flujo nominal se muestran con líneas punteadas. El ángulo que forman los ejes de entrada y de salida están relacionados con el parámetro tipo de flujo.

El control de la posición de la gota en el molino de dos rodillos es principalmente un sistema de control de lazo cerrado realimentado por el análisis de la secuencia de video. El funcionamiento correcto del sistema se ve afectado principalmente por dos variables: (i) el tiempo consumido por el análisis de las imágenes capturadas por el sistema óptico; y (ii) las distorsiones ópticas resultado de la no-linealidad del proceso de adquisición de imágenes.

El primero de estos problemas, puede solventarse mediante la correcta optimización de los algoritmos de control, mientras que el segundo requiere de la aplicación de técnicas de calibración, o bien la corrección de la imagen por medios ópticos.

### 1.2.1. Errores en el experimento producidos por el sistema óptico

Un aspecto importante a considerar son las distorsiones introducidas por el sistema óptico, las cuales se manifiestan como deformaciones en la imagen resultante. Como es bien conocido, un sistema de adquisición de imágenes digitales captura en una representación matricial una escena tridimensional del mundo real; por lo tanto, mediante el tratamiento adecuado de la imagen es posible recuperar las coordenadas físicas representadas a través de una imagen en 2D. Este pre-procesamiento de la imagen consiste básicamente en aplicar una función de transferencia que relacione las coordenadas del mundo real con el plano de la imagen. Entonces, dicha función de transferencia escala, rota y traslada cada uno de los puntos de los objetos en la escena adquirida hacia un sistema de referencia dado conocido como *sistema de cámara*. Uno de los modelos más ampliamente utilizados en la literatura es el modelo de *pinhole* ([Tsai, 1987], [Schalkoff, 1989], [Weng et al., 1992], [Heijden, 1994], [Zhang, 1998] entre otros) que se muestra en la Figura 1.7.

Sea entonces, el punto  $m = [u, v]^T$ , una representación bidimensional del punto en coordenadas reales  $M = [X, Y, Z]^T$ . Representando a ambos puntos en coordenadas homogéneas (ver Apéndice B)  $\tilde{m} = [u, v, 1]^T$  y  $\tilde{M} = [X, Y, Z, 1]^T$ . Tomando en cuenta el modelo de *pinhole* (mostrado en la figura), la relación entre el punto  $M$  en 3D, y su

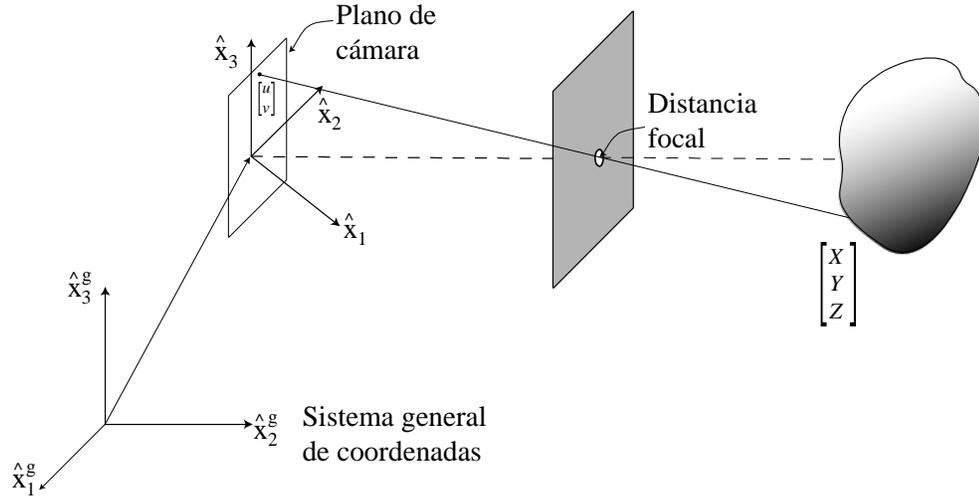


FIGURA 1.7. Esquema del modelo de *Pinhole*. Cada punto del objeto en la escena en 3D, se transforma a un plano de imagen bidimensional con respecto a un sistema de coordenadas general.

proyección,  $m$ , en la imagen se obtiene mediante la siguiente relación

$$s\tilde{m} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & t \end{bmatrix} \tilde{M}. \quad (1.2)$$

Donde  $s$  es un factor de escala,  $(\mathbf{R}, t)$  es una matriz de  $3 \times 4$  conocida como de parámetros extrínsecos, los cuales representan una traslación y una rotación del sistema de coordenadas; y  $\mathbf{A}$  es la matriz que agrupa los parámetros intrínsecos de la cámara que son el resultado de las distorsiones producida por el sistema óptico, la cual está dada por,

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_o \\ 0 & \beta & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

en donde  $(u_o, v_o)$  son las coordenadas del punto principal;  $\alpha$  y  $\beta$  son los factores de escala de los ejes de la imagen  $u$  y  $v$ , respectivamente;  $\gamma$  es la asimetría de los ejes en la imagen.

Este modelo constituye en sí una representación de los errores generados por los elementos

físicos (lentes) del sistema óptico que permite modelar y corregir estas distorsiones.

### **Corrección de los parámetros ópticos**

En un sistema óptico ideal, los parámetros intrínsecos de la cámara  $\alpha$  y  $\beta$  se reducen a la unidad, mientras que el parámetro  $\gamma$  es igual a cero. Sin embargo, esto no ocurre en la mayoría de los sistemas ópticos, por lo que es necesario determinar dichos parámetros para obtener una imagen lo más cercana posible a la escena real. Se han desarrollado varias técnicas de calibración óptica, por ejemplo [Tsai, 1987], [Weng et al., 1992], [Zhang, 1998] por mencionar algunos, que solucionan este inconveniente. No obstante, estos métodos tienen la desventaja de agregar tiempo de cómputo al proceso, por lo que limitan la respuesta en tiempo real del sistema. Una solución a este problema consiste en corregir la imagen mediante medios ópticos [Edmund Optics, 2004], con lo que es posible mejorar la calidad de las mediciones hasta en un 86 %. Por esta razón se busca utilizar esta alternativa en el experimento de dinámica de gotas con el molino de dos rodillos; ya que al no requerir recursos computacionales, se evitan tiempos de retardo en la señal de salida debidos a la corrección de las distorsiones.

## **1.3. Procesamiento de imágenes en los experimentos de dinámica de gotas**

El cálculo del centro de masa de una gota resulta fundamental para el desarrollo de los experimentos de dinámica de gotas. El cálculo de este parámetro se realiza en términos generales en dos etapas: (i) a partir de una secuencia de imágenes capturadas por el sistema

óptico (*ver* Sección 1.1.1) se extrae el contorno de la gota usando alguna de las técnicas de detección de bordes (como se explica en el Capítulo 2); (ii) posteriormente, con base en esa información se evalúa los momentos de orden cero y primero, y finalmente con estos datos se calcula la posición del centroide en dos dimensiones.

En el caso particular de los experimentos con gotas en el molino de dos rodillos, la primera etapa del procesamiento de la señal óptica correspondiente a la detección de los bordes de la gota cumple con dos objetivos: (i) obtener una trayectoria cerrada con la cual es posible determinar el centroide de la gota (*ver* Capítulo 3); (ii) y analizar la historia de deformación de la gota en función del tiempo y la intensidad del flujo. Existen varios métodos para llevar a cabo esta primera etapa, los cuales consisten básicamente en analizar los cambios en la intensidad en el nivel de gris de la imagen, y marcar como bordes aquellos píxeles en los que este cambio ocurre de manera abrupta. En el caso de los experimentos a realizarse, los bordes detectados coinciden con el contorno de la gota, que como se sabe, forma una trayectoria simple cerrada. Esta trayectoria se utiliza para evaluar la siguiente expresión,

$$\nu_{pq} = \oint_b \left( \frac{1}{p+1} \right) \cdot x^{p+1} y^q dy, \quad (1.4)$$

donde  $b$  corresponde al contorno de la gota obtenido a través de la detección y ubicación de los bordes. Con la Ec. 1.4 se obtienen los momentos de orden  $(p, q)$  y a partir de ellos se determina la posición del centroide de la gota. Como se ha mencionado, la posición del centroide de la gota determina si el sistema de control de la posición se activa o no, con el fin de mantener la gota alrededor del punto de estancamiento y realizar los experimento de dinámica de gotas bajo condiciones controladas.

El segundo de los objetivos de la determinación del contorno de la gota servirá para comparar los resultados obtenidos por Reyes [Reyes, 2005] de manera numérica; los cuales relacionan las características del flujo con las deformaciones que sufre una gota dentro de éste con los datos experimentales obtenidos con el molino de dos rodillos.

## Capítulo 2

# Detección de Bordes

Un borde se define en términos generales como la frontera que separa dos regiones con características distintas. En el caso particular del procesamiento digital de imágenes se considera a la variación en el brillo o en el nivel de gris (en el caso de imágenes en blanco y negro) como el criterio para establecer la existencia de un borde en función de la posición. Cuando la amplitud de la función de brillo de una imagen cambia abruptamente; se observa en el dominio del espacio una discontinuidad de la señal; la cual se puede considerar como un borde dependiendo de los criterios de decisión previamente establecidos. Un borde es, entonces, una frontera que separa a dos áreas con diferente intensidad de brillo. Sin embargo, en la mayoría de los casos prácticos estos cambios en el brillo de la imagen no ocurren de manera súbita, sino gradual; por lo que un borde suele definirse dentro de una región de transición.

De esta manera, un detector de bordes se define como la herramienta que localiza y separa aquellos puntos en los que ocurre un cambio abrupto en el nivel de intensidad

de la señal del resto de la imagen. En el dominio de la frecuencia se puede considerar a un detector de bordes como un filtro paso altas, debido a que conserva los puntos en los que ocurre un cambio rápido de la señal de brillo, y suprime los puntos en los que la señal varía suavemente. Debido a que la localización de estos puntos permite conocer algunas características más importantes de los objetos dentro de la imagen tales como el tamaño, la forma, o la posición relativa a una escena; la detección de bordes se ha convertido en una herramienta ampliamente utilizada en las aplicaciones de visión por computadora y robótica.

La detección de bordes es una herramienta fundamental para una gran variedad de problemas de ciencia e ingeniería. La cartografía, por ejemplo, fue una de las primeras ramas de la ciencia en utilizar esta técnica para el trazado de mapas a partir de fotografías aéreas, con lo cual se obtuvieron mapas de caminos, hidrográficos, urbanos, orográficos entre otros. Gracias al desarrollo de los sistemas de computo digitales, la detección de bordes se ha extendió rápidamente a otras áreas de la ciencia como son la medicina, la geofísica, la astronomía, y la ciencia de materiales, por mencionar algunas. Debido a la gran utilidad de esta herramienta se han llevado a cabo una gran cantidad de investigaciones y aplicaciones sobre la localización y detección de bordes. Los trabajos publicados por [Canny, 1986] y [Marr and Hildreth, 1980] son los más frecuentemente citados en las publicaciones sobre detección de bordes debido a la relevancia de sus investigaciones. En la UNAM se han presentado los varios trabajos relativos a este tema, como por ejemplo: [Chávez, 2004], [Murillo, 2000], [Valeriano, 1998], por citar algunos. En este trabajo se propone una aplicación más de la detección de bordes en imágenes en tiempo real.

## 2.1. Representación de Bordes

Un borde se representa, en el dominio del espacio, como una variación abrupta en el nivel de gris de una imagen. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones de visión por computadora esto no sucede debido a la naturaleza de la imagen, la iluminación, el ruido, la calidad del sistema óptico, etc. Un borde, entonces, puede considerarse como un cambio lineal o no lineal, el cual puede o no ocurrir de forma repentina. Por lo tanto, cada píxel en la imagen puede clasificarse como borde o no borde dependiendo de la diferencia en los niveles de gris de éste con respecto a la de sus vecinos; el parámetro para clasificar los se conoce como *intensidad de borde*.

La *intensidad de borde* es una función que permite clasificar a cada uno de los píxeles de una imagen; su valor relaciona la intensidad del nivel de gris de un píxel con respecto a una vecindad dada. Una intensidad de borde baja indica que el cambio en la intensidad de gris del píxel es pequeña comparada con la de sus vecinos; en cambio, si la intensidad de borde tiene un valor alto, significa que existe un cambio abrupto en la señal y posiblemente la presencia de un borde, dependiendo del valor del umbral.

En la Figura 2.1 se ilustran tres casos posibles para la representación de un borde. En la Fig. 2.1a se muestra el caso ideal de un borde en la dirección del eje  $x$ ; el cambio en el nivel de gris ocurre de manera escalonada y bien definida. Por consecuencia, la derivada de la señal en el punto  $i$  no está definida. Sin embargo, como ya se mencionó, este caso no ocurre en la mayor parte de las aplicaciones del procesamiento de imágenes (con excepción de las imágenes sintéticas). En la Fig. 2.1b se muestra la representación lineal de un borde; el cambio en el nivel de gris en este caso varía con una pendiente constante que inicia a

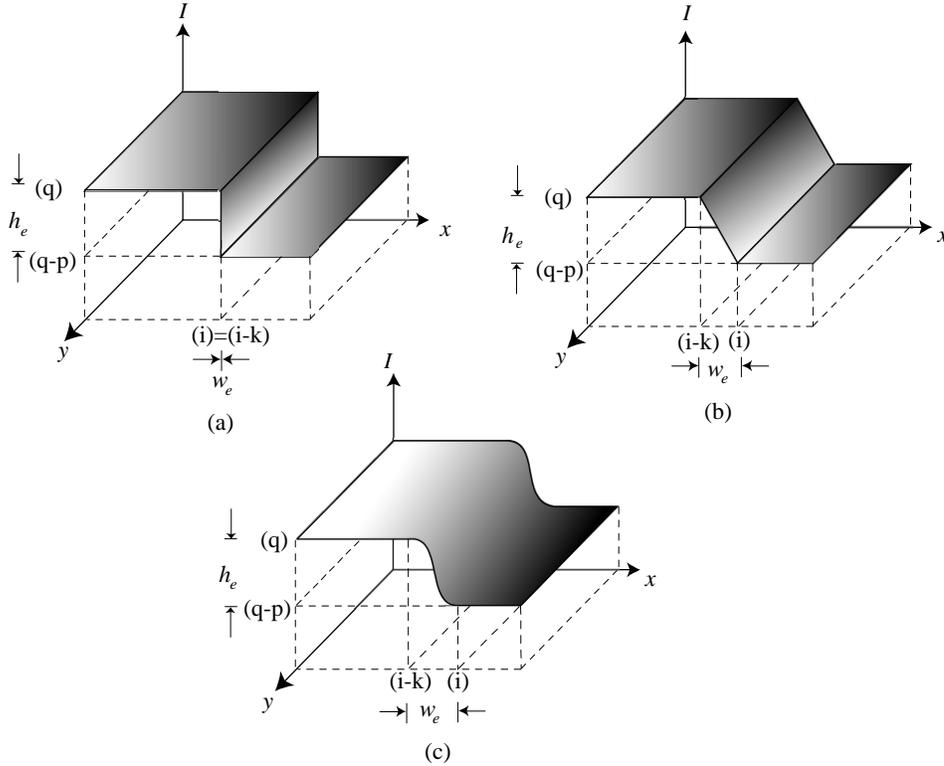


FIGURA 2.1. Representación de bordes: (a) Ideal, el cambio en el nivel de gris de la imagen ocurre de manera repentina y bien definida, (b) lineal, el cambio en el nivel de gris ocurre con una pendiente constante, (c) no-lineal, la variación en el nivel de gris es no lineal.

partir del centro del píxel  $p_{(i)}$  y termina en el centro del píxel  $p_{(i-k)}$ ; la altura del borde  $h$ , se define como la diferencia absoluta en el nivel de gris entre  $p_{(i)}$  y  $p_{(i-k)}$ . El ancho de borde,  $w_e$ , es el número de píxeles a través del cual ocurre el cambio en la *intensidad de grises*. Por lo tanto, la intensidad de borde está en función de la altura y del ancho. Es decir, de la pendiente de la sección lineal,

$$S_{le} = \left| \frac{h_e}{w_e} \right|. \quad (2.1)$$

De manera más precisa, la intensidad de borde se puede definir como

$$S_{le} = |f_{(j+1)} - f_{(j-1)}|. \quad (2.2)$$

Donde  $j = i - 1, \dots, i - k + 1$  y  $f$  es el valor del nivel de gris en el píxel  $p_j$ . Si el cambio en los niveles de gris no es una rampa, como se muestra en la Fig. 2.1b, la variación de la pendiente no será uniforme. En la Figura 2.1c se ilustra el caso más común de la representación de bordes que ocurre en la mayoría de las aplicaciones, especialmente cuando se aplica a la imagen un proceso de suavizado previo. En este caso se observa que el cambio en la intensidad en el nivel de gris es no lineal; por lo cual, se relaciona la intensidad de borde con la pendiente máxima, la cual se representa por el valor de la máxima diferencia absoluta a través del borde, de la siguiente forma,

$$S_{le} = \max [|S_{le}(j)|], \quad (2.3)$$

donde  $j = i - 1, \dots, i - k + 1$  [Alzahrani and Chen, 1997].

## 2.2. Algoritmo de detección de bordes de Canny

El algoritmo de Canny [Canny, 1986] representa un importante avance en los métodos de detección de bordes sobre los métodos tradicionales tales como Roberts, Prewitt, Sobel [Gonzalez and Woods, 2002] etc. Esta técnica optimiza la detección y localización de bordes en imágenes contaminadas por ruido gaussiano y utiliza tres criterios para el diseño del filtro. Primero, reduce la probabilidad de detección de bordes falsos y disminuye la probabilidad de omisión de bordes reales (*ver* Apéndice A). Segundo, los bordes detectados se localizan lo más cercanos a su ubicación real. Por último, existe una respuesta única para cada borde, es decir no hay bordes "*dobles*".

El detector de Canny requiere que el usuario defina los valores de tres parámetros para cada imagen a procesar. El primero es el valor de la desviación estándar,  $\sigma$ , que como se

explicará más ampliamente posteriormente depende del tamaño de la máscara, de las condiciones de frontera ([Canny, 1983]) y de los parámetros de ruido [Liu and Haralick, 2000]. El segundo y tercer parámetro corresponden a los valores del umbral, tanto inferior como superior, respectivamente, que dependen de la naturaleza de la imagen y del ruido del sistema.

En la Figura 2.2, se muestra un esquema del algoritmo de Canny. En términos generales, la detección de bordes bajo este esquema se realiza en cuatro etapas. La primera se conoce como suavizado de la imagen o "*smoothing*", y tiene como propósito reducir el ruido y desvanecer las texturas. Posteriormente, se obtienen las primeras y segundas derivadas de la imagen suavizada, a esta etapa se le conoce como diferenciación de la imagen y permite evaluar posteriormente la intensidad y dirección del borde. Como siguiente paso, se puede elegir entre un esquema de gradiente o de *paso-por-cero* para la *supresión de no-máximos*, que consiste en seleccionar aquellos puntos en los que pueden existir bordes. Por último, se discriminan los bordes de interés mediante la selección de un umbral de detección, el cual puede ser simple o por histéresis.

Adicionalmente, este algoritmo puede modificarse, según convenga a la solución del problema. Por ejemplo, en las aplicaciones de visión por computadora en tiempo real frecuentemente se suprime el cálculo de las segundas derivadas y la detección de *paso-por-cero*; de forma tal que el algoritmo aumenta su velocidad de procesamiento [Intel, 2001] y por lo tanto se mejora la tasa de transmisión. Otra mejora al algoritmo es la propuesta por [Midoh et al., 2005] quienes toman en cuenta tanto la detección por *paso-por-cero*, así como combinaciones de la técnica de umbral por histéresis logrando con ello una mejor ubicación

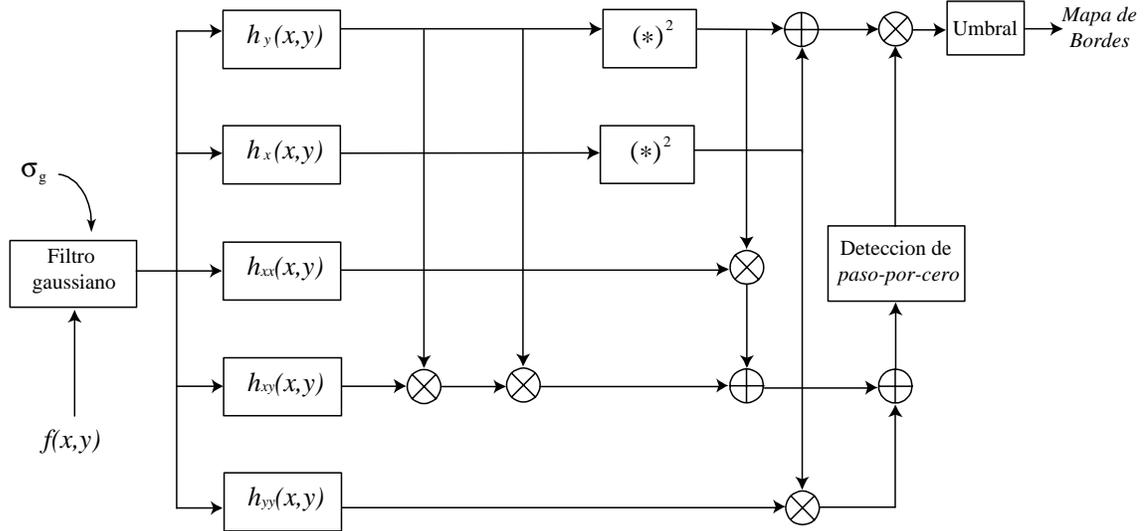


FIGURA 2.2. Estructura del detector de Canny. La imagen  $f(x, y)$  se suaviza con un filtro gaussiano con varianza  $\sigma_g^2$ . La imagen resultante, se deriva con respecto a las direcciones  $x$  y  $y$ . Por último, se aplica un esquema de detección de *paso-por-cero* para localizar aquellos puntos donde ocurre un máximo local para posteriormente discriminar los bordes aplicando alguna técnica de umbral.

de los bordes detectados.

### 2.2.1. Suavizado de la imagen

El suavizado de la imagen mejora la calidad del detector de bordes. En esta primera etapa, se eliminan los detalles finos de la escena o texturas que pudiesen considerarse como bordes falsos; y se reduce el ruido presente en la escena. De esta forma, el suavizado constituye la primera etapa de pre-procesamiento de la imagen con la que se mejoran los resultados obtenidos.

El suavizado consiste simplemente en promediar cada píxel de la imagen con sus vecinos en una región determinada; para esto, no existe un método único para realizar dicho proceso. Sin embargo, una de las técnicas más apropiadas y más frecuentemente uti-

lizadas para realizar el suavizado es mediante la convolución de la imagen con una máscara gaussiana local. El tamaño de la máscara puede cambiar según las necesidades del procesamiento. Las máscaras más frecuentemente utilizadas son de tamaño  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  o  $7 \times 7$ .

A éste proceso se le conoce también como de *filtros promedio o paso-bajas*.

La máscara gaussiana de tamaño  $N \times N$  se define de la siguiente forma,

$$g(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2\sigma^2}, \quad (2.4)$$

donde  $D$  es la distancia desde el centro de la máscara  $(N/2, N/2)$  a otro punto con coordenadas  $(u, v)$ ,

$$D(u, v) = \left[ \left( u - \frac{N}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.5)$$

La desviación estándar,  $\sigma$ , se define -por convención [Intel, 2001]- en función del tamaño de la máscara como,

$$\sigma = \left( \frac{N}{2} - 1 \right) * 0.3 - 0.8. \quad (2.6)$$

La expresión 2.6 se obtiene a partir de considerar las condiciones de frontera impuestas por Canny [Canny, 1983] con las cuales se garantiza el diseño de un filtro óptimo. La selección de la técnica más apropiada para suavizar la imagen depende de los parámetros de ruido presente en la imagen, por lo que es necesario realizar un análisis previo.

### 2.2.2. Diferenciación

En el etapa de diferenciación se obtienen la primera y segunda derivadas de la función intensidad de la imagen en las direcciones  $x$  y  $y$ . Los valores de la primera derivada se emplean para calcular la magnitud y la dirección del vector gradiente de la imagen, que corresponden a la intensidad y dirección del borde, respectivamente. Las Ecuaciones 2.7

y 2.8 relacionan estos dos parámetros con el vector gradiente. Asimismo, los valores de la segunda derivada permiten, en el paso siguiente, detectar los puntos en los que se ubican los máximos de la señal intensidad que corresponden a los bordes de la imagen de acuerdo a

$$|\nabla h(x, y)| = \left( \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (2.7)$$

y

$$\alpha = \arctan \left( \frac{h_y}{h_x} \right). \quad (2.8)$$

Las siguientes definiciones se emplean para obtener la primera y segunda derivada:

$$h_x(x, y) = (h(x+1, y) - h(x-1, y))/2, \quad (2.9)$$

$$h_y(x, y) = (h(x, y+1) - h(x, y-1))/2,$$

$$h_{xx}(x, y) = h(x+1, y) + 2h(x, y) - h(x-1, y),$$

$$h_{yy}(x, y) = h(x, y+1) + 2h(x, y) - h(x, y-1),$$

$$h_{xy}(x, y) = h(x+1, y+1) - h(x+1, y-1) - h(x-1, y+1) \\ + h(x-1, y-1).$$

### 2.2.3. Supresión de no-máximos

La *supresión de no-máximos* consiste en eliminar los píxeles en los que la magnitud del gradiente no representa un máximo local. Se utilizan comúnmente dos alternativas para la realización de este paso. La primera de ellas se conoce como *esquema de gradiente*, y la otra es conocida como de *paso-por-cero*.

En el esquema de gradiente se aplica a partir de los valores del vector gradiente en cada píxel de la imagen, los bordes se localizan en aquellos sitios en donde ocurre un

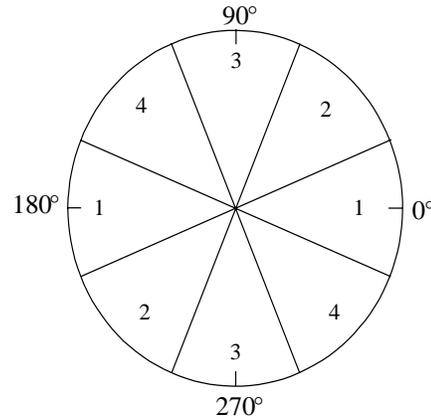


FIGURA 2.3. Diagrama de reducción del ángulo de gradiente a cuatro sectores. Los valores de dirección del gradiente se simplifican para reducir el tiempo de cómputo.

máximo local en la magnitud del gradiente. La búsqueda de máximos se realiza en dirección perpendicular a la dirección del gradiente; es decir, a lo largo del perfil de borde dado que se espera que los bordes continúen en la dirección perpendicular a la dirección del gradiente. Para fines prácticos, el algoritmo reduce el ángulo del vector gradiente a uno de los cuatro sectores que se muestran en la Figura 2.3. Cada píxel de la imagen es comparado en una vecindad de  $3 \times 3$  y cuando el valor de la intensidad de borde es menor a la de sus dos vecinos adyacentes, en un esquema de 8-conectividad, en la dirección del gradiente el píxel es suprimido.

Por otra parte, el esquema de *paso-por-cero* requiere de una mayor capacidad de cómputo debido a que hace uso de la segunda derivada de la señal; se utiliza la Ecuación 2.10 para estimar la segunda derivada en la dirección del gradiente y detectar los puntos de paso por cero,

$$I(x, y) = h_x^2(x, y) h_{xx}(x, y) + 2h_{xy}(x, y) h_x(x, y) h_y(x, y) + h_{yy}(x, y) h_y^2(x, y). \quad (2.10)$$

La supresión de bordes por *paso-por-cero* se realiza a partir de un píxel "*semilla*" en ambas direcciones tanto en  $x$  como en  $y$ . En la Figura 2.4, se muestra una señal  $h(x, y)$  y su segunda derivada  $I(x, y)$ . Cuando se analiza el caso discreto se obtiene un desplazamiento de la señal debido a los efectos de cuantización, mostrados en la Figura 2.4. El *paso-por-cero* ocurre teóricamente en el caso de la señal continua en  $C$ . Sin embargo, debido a los efectos de cuantización, no es posible señalar a este punto como borde sino que es necesario aproximar su ubicación al píxel más cercano. Existen dos alternativas en la vecindad de  $C$ , los puntos  $(x, y)$  y  $(x - 1, y)$ ; el punto donde  $|I|$  es menor se selecciona como *paso-por-cero*. En el caso de que  $|I(x, y)| = |I(x, y - 1)|$  se elige al punto donde  $I > 0$ , lo mismo ocurre para la dirección  $y$  ([Midoh et al., 2005]).

### **Esquema de gradiente versus *paso-por-cero***

El esquema de gradiente de la señal es en general más robusto al ruido [Micheli et al., 1989]. Esto se debe a que utiliza sólo las derivadas de primer orden a diferencia de los esquemas de segundo orden. Lo anterior, además de realizar la supresión de no-máximos de una manera más rápida, eficiente y sencilla, reduce la probabilidad de error debida a la detección de bordes falsos (*ver* [Micheli et al., 1989] y [Midoh et al., 2005]). Otro aspecto importante a considerar para la elección de alguno de estos dos esquemas es la naturaleza de la imagen. Cuando en la escena existen bordes triples o en forma de  $T$ , es mejor optar por el esquema de gradiente, ya que el esquema de *paso-por-cero* introduce bordes falsos cercanos a la intersección.

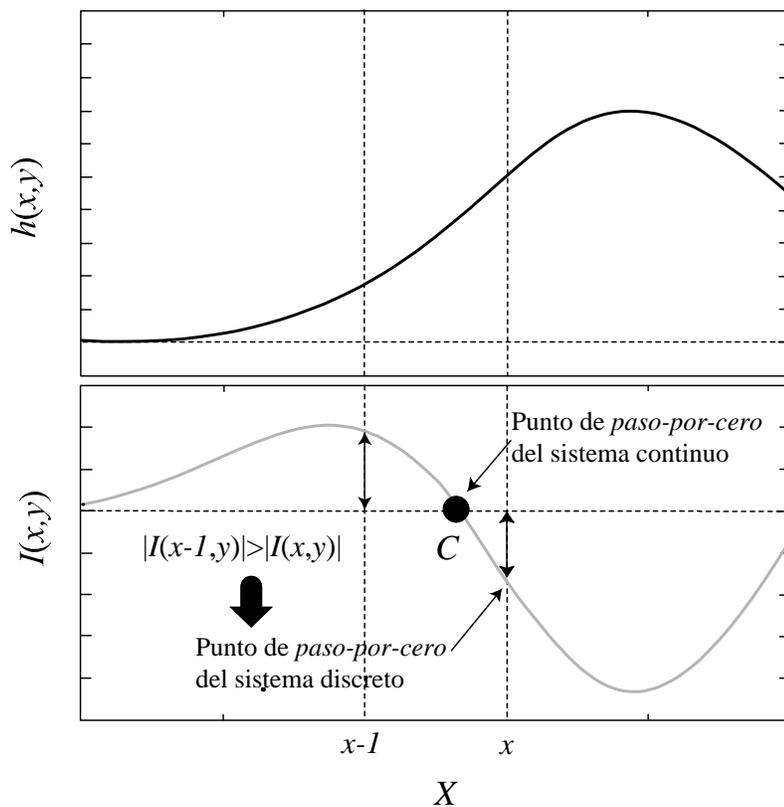


FIGURA 2.4. Ejemplo de paso por cero en un sistema continuo y discreto, efectos de cuantización.  $C$  corresponde al punto donde ocurre el borde en el sistema continuo (Adaptada de Midoh [Midoh et al., 2005])

#### 2.2.4. Umbral por histéresis

La técnica de umbral por histéresis es una de las utilizadas más ampliamente para determinar las características de borde en una imagen; especialmente, cuando éste no se encuentra bien definido. Ésta es una mejora con respecto a los algoritmos de detección que utilizan un sólo valor de umbral para definir los bordes. A pesar de la facilidad de su implementación, estos últimos algoritmos tienen la desventaja de cortar los bordes si los valores de intensidad varían por arriba y por debajo del valor de umbral, produciendo así una serie de discontinuidades a lo largo del perfil de borde. A este fenómeno se le conoce en inglés como

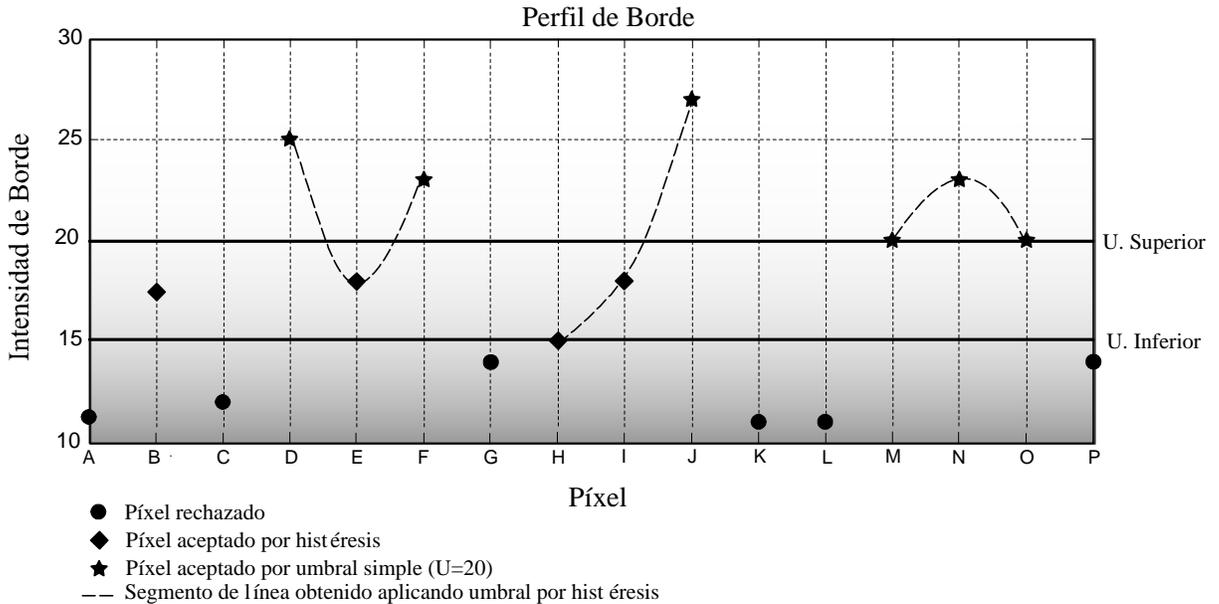


FIGURA 2.5. Perfil de una imagen en la dirección del borde. Umbral inferior 15, umbral superior 20.

“*streaking*” pues genera un borde discontinuo. Una de las forma de reducir la probabilidad de *streaking* es a través del concepto de histéresis, que consiste en aceptar a un píxel como borde bajo dos posibles condiciones: (i) si la intensidad de borde es mayor a la del umbral superior, o (ii) si la intensidad de borde del píxel cae entre los dos umbrales, y al menos uno de los píxeles vecinos en la dirección del borde ha sido aceptado como borde.

En la Figura 2.5 se muestra un ejemplo de un perfil de bordes con sus respectivos valores de intensidad que ilustra de manera gráfica la técnica de comparación por histéresis. En primer lugar se rechazan todos los bordes cuya intensidad de borde sea menor al umbral inferior, por lo que los píxeles A, C, G, K, L y P (marcados con un círculo) se rechazan. En seguida, se aceptan como bordes todos aquellos píxeles cuya intensidad de borde sea mayor o igual al umbral superior; de esta forma, los píxeles D, F, J, M, N y O (marcados con una

estrella) son aceptados. Por último, se aceptan también como bordes a los píxeles con un valor de intensidad mayor o igual al valor del umbral inferior y menor al superior (marcados con un rombo); si y sólo si, al menos uno de sus píxeles vecinos en la dirección del gradiente ha sido aceptado como borde. Por lo que los píxeles H e I son aceptados y el píxel B se rechaza al no cumplir con esta condición. Por el contrario, si se hubiera aplicado una técnica de comparación por umbral simple al mismo perfil de borde mostrado en la Figura 2.5, sólo se hubiera obtenido aceptado como borde al segmento de línea formado con los píxeles M al O, y tres bordes puntuales (D, F y J) marcados con una estrella. Esta técnica es muy útil cuando los bordes tienden a desvanecerse debido a una pobre iluminación o al ruido de la imagen.

Uno de los inconvenientes de esta técnica es que emplea el concepto de recursividad, por lo que requiere un gran espacio de almacenamiento en memoria para los resultados intermedios. En el caso de imágenes "grandes" se puede llegar a consumir una gran cantidad de recursos del sistema. Este problema, sin embargo, se puede solventar siguiendo el procedimiento propuesto por [Liu and Haralick, 2000] mediante el cual se logra disminuir el tiempo de cómputo a una 1/60 del tiempo original.

### **2.3. Influencia del ruido en la detección de bordes**

Como sucede en muchos de los problemas físicos, el ruido limita la calidad de los resultados obtenidos en un experimento por lo que la evaluación adecuada del ruido y de sus efectos es indispensable para una mejor la solución del problema. Para solventar este problema se deben de tomar en cuenta al menos tres puntos en el análisis de ruido en las imágenes.

En primer lugar, en los sistemas de adquisición de imágenes digitales convencionales, el ruido es resultado principalmente de la electrónica y la instrumentación del sistema. Estos sistemas presentan una desviación estándar  $\sigma_n$  típica de aproximadamente 1.5 niveles de gris [Micheli et al., 1989]. La relación señal a ruido de estos sistemas varía entre 20 y 40 *dB* aproximadamente; por lo que el uso de filtros estrechos ( $\sigma = 1$ ) permite restaurar la imagen conservando una buena localización de los bordes (*ver* [Micheli et al., 1989]).

Otro aspecto a tener en cuenta es que a pesar de contar con una relación señal a ruido  $S/N$  alta, la localización de los bordes puede todavía no ser necesariamente la mejor. Los mapas de borde obtenidos con un mismo procedimiento, a partir de diferentes imágenes de una misma escena varían cuando la imagen se procesa con distintos filtros digitales; por lo que la idea de diseñar un filtro óptimo único es prácticamente imposible (*ver* [Canny, 1986]).

Por último, el ruido en la imagen puede aumentar debido a otros dos factores que son la transmisión de la imagen en un canal de baja calidad y las condiciones ambientales del sistema. El primer caso ocurre cuando el procesamiento de la imagen se realiza de manera remota en unidades distantes al sitio de adquisición. El segundo caso se produce cuando la imagen se captura de manera no convencional. Por ejemplo, en escenas subacuáticas o en presencia de fumarolas o vapores. En estos casos, es necesario combinar una o más técnicas de restauración de imágenes y mejorar el contraste para alcanzar resultados satisfactorios.

### 2.3.1. Obtención de los parámetros de ruido

En esta sección se exponen dos posibles métodos para evaluar el ruido presente en una imagen digital, los cuales sirven de base para evaluar la calidad del sistema de adquisición de imágenes. El primero de ellos consiste en comparar la distribución de los niveles de

	Imagen 1	Imagen 2	Imagen 3	Imagen 4
Número de Bordes	40600	39439	38691	38127
Pendiente Máxima	206	206	207	207
Pendiente Media	15.61	15.98	16.25	16.46
Desviación Estándar	27.22	27.47	27.68	27.87
Bordes Coincidentes	–	21334(54 %)	21589(56 %)	21236(56 %)
Pendiente Media	–	25.25	24.85	25.13
Desviación Estándar	–	33.90	33.78	33.94
Bordes no-Coincidentes(1)	–	19226(47 %)	19011(47 %)	19364(48 %)
Pendiente Media	–	4.93	5.12	5.17
Desviación Estándar	–	8.47	8.91	9.02
Bordes no-Coincidentes(2)	–	18105(46 %)	17102(48 %)	16981(48 %)
Pendiente Media	–	5.07	5.40	5.60
Desviación Estándar	–	8.52	8.96	9.74
$M_d$	–	7.99E-05	6.09E-5	1.28E-04
Desviación Estándar	–	6.27E-03	6.16E-03	6.25E-03

CUADRO 2.1. Comparación de los bordes extraídos de cuatro imágenes diferentes de la misma escena en tiempos diferentes, usando un filtro Gaussiano  $\sigma = 1$ , sin valor de umbral. Bordes no-Coincidentes (1) corresponden a los bordes a los bordes presentes en la primera imagen pero faltante en la subsecuentes; Bordes no-Coincidentes (2) corresponden a los bordes no extraídos en la primera escena pero presentes en las demás imágenes.

gris de un píxel en una misma posición a través de la adquisición sucesiva de imágenes de una misma escena estática. En el segundo método se obtienen los parámetros de ruido de la imagen a través de la comparación de los bordes extraídos por un mismo método de diferentes imágenes de una misma escena, con el cual es posible analizar también la repetibilidad de los algoritmos. La caracterización del ruido a través de estos dos métodos permite establecer los parámetros de diseño del filtro de suavizado y el valor de umbral más apropiado.

El primer método sugiere que a partir de un análisis de error estándar, que si la diferencia en la intensidad en el nivel de gris de dos píxeles vecinos es mayor que  $6\sigma_n$ , entonces la diferencia entre los píxeles es significativa con un nivel de confianza superior al

99%; por lo tanto, no se debe a fluctuaciones producidas por el ruido. Así, se toma  $6\sigma_n$  como el valor para el parámetro de selección del umbral. Sin embargo, comúnmente se utiliza un valor mucho mayor para garantizar mejores resultados.

En el Cuadro 2.1 ([Micheli et al., 1989]) se muestran las propiedades de un conjunto de imágenes extraídas bajo un esquema de gradiente con un filtro estrecho. Cuando no se considera un umbral determinado; es decir, considerando todos los bordes. La fracción de bordes que coinciden en la escena es de alrededor del 56% del total de los bordes, como se muestra en el Cuadro 2.1. En contraparte, cuando se fija el umbral a 10 unidades de nivel de gris (aproximadamente  $6\sigma_n$ ) se obtienen los resultados mostrados en el Cuadro 2.2 ([Micheli et al., 1989]). Ahora, la fracción de bordes coincidentes es de alrededor del 86%. Un análisis adicional de estos bordes muestra que los bordes "fuertes" no coincidentes son aquellos que se encuentran en todas las imágenes pero con diferente localización con un desplazamiento de tan sólo un píxel.

## 2.4. ¿Por qué el detector de bordes de Canny?

El algoritmo de Canny [Canny, 1983], propuesto hace más de 20 años, se ha convertido en el estándar para la detección de bordes en los problemas de visión por computadora. Este algoritmo tiene múltiples ventajas sobre otros esquemas de detección. Maximiza de manera simultánea la localización de los bordes, así como la relación señal a ruido. Además, destaca por su sencillez y fácil implementación comparado con otros algoritmos que a pesar de dar mejores resultados consumen un tiempo considerable de procesamiento, por lo que no se utilizan en aplicaciones en tiempo real, por ejemplo [Li, 2003]. Se han realizado

	Imagen 1	Imagen 2	Imagen 3	Imagen 4
Número de Bordes	14306	14250	14311	14266
Pendiente Máxima	206	206	206	206
Pendiente Media	37.12	37.20	37.11	37.21
Desviación Estándar	37.10	37.04	37.00	37.10
Bordes Coincidentes	–	12356(87 %)	12285(86 %)	12241(86 %)
Pendiente Media	–	39.38	39.34	39.50
Desviación Estándar	–	38.77	38.88	38.92
Bordes no-Coincidentes(1)	–	1950(14 %)	2021(14 %)	2065(14 %)
Pendiente Media	–	22.85	23.68	23.96
Desviación Estándar	–	18.27	18.53	18.71
Bordes no-Coincidentes(2)	–	1894(13 %)	2026(14 %)	2025(14 %)
Pendiente Media	–	23.05	23.45	24.30
Desviación Estándar	–	17.64	17.05	19.36
$M_d$	–	5.26E-05	1.45E-04	1.19E-06
Desviación Estándar	–	6.66E-03	6.58E-03	6.52E-03

CUADRO 2.2. Comparación de los bordes extraídos de cuatro imágenes diferentes de la misma escena en tiempos diferentes, usando un filtro Gaussiano  $\sigma = 1$ , umbral  $T_{min} = T_{max} = 10$ . Bordes no-Coincidentes (1) corresponden a los bordes a los bordes presentes en la primera imagen pero faltante en la subsecuentes; Bordes no-Coincidentes (2) corresponden a los bordes no extraídos en la primera escena pero presentes en las demás imágenes.

numerosas pruebas para comparar la calidad de los resultados del detector de bordes de Canny con otros algoritmos de detección, algunos de los trabajos publicados a resaltar son los de [Shin et al., 2001], [Heath et al., 1996], y [Heath et al., 1997], los cuales concuerdan que esta técnica es la más robusta, y con la mejor convergencia además de ser uno de los métodos más eficientes en aplicaciones en tiempo real.

En el trabajo publicado por [Bowyer et al., 1999], compara al detector de Canny con otros siete algoritmos de detección (Sobel, Berholm, Sarkar y Boyer, Heitger, Rothwell *et al.*, Black *et al.*, Smith and Brady). Los resultados obtenidos en este trabajo revelan que no se han logrado progresos recientes en las técnicas de detección de bordes, de tal forma que el algoritmo propuesto por Canny continúa siendo el de mayor aplicación en

los problemas de visión por computadora debido a su versatilidad. Por estas razones, se considera al algoritmo de detección de Canny como el más adecuado para el desarrollo del presente trabajo.



## Capítulo 3

# Cálculo del Centro de Masa

El cálculo del centro de masa de un objeto en la escena, se realiza en dos pasos. El primero paso consiste en aplicar un algoritmo de detección de bordes a la imagen en escala de grises para obtener un mapa binario, como se explicó en el Capítulo 2. Posteriormente, se localiza un contorno cerrado de la imagen. El cálculo del centro de masa se procesa teniendo como datos el contorno del objeto en estudio y aplicando el Teorema de Green como se explica a continuación.

Sea el momento de orden  $(p, q)$  de una región arbitraria  $R$  dado por,

$$\nu_{pq} = \int \int_R x^p \cdot y^q dx dy. \quad (3.1)$$

Si  $p = q = 0$  (momento de orden cero), entonces  $\nu_{00} = a$  es el área de la región  $R$ . Los momentos comúnmente se normalizan por el área  $a$  de  $R$ , a estos momentos se le conoce como "*momentos normalizados*". Y se representan de la siguiente manera,

$$\alpha_{pq} = \frac{1}{a} \int \int_R x^p \cdot y^q dx dy. \quad (3.2)$$

Por lo tanto, el momento de orden cero normalizado  $a_{00}$  es igual a la unidad.

De esta forma, los momentos normalizados en la región  $R$  tales que  $p + q \geq 2$  son los de mayor interés. Entonces la Ecuación 3.2 se puede reescribir como,

$$\mu_{pq} = \frac{1}{a} \int \int_R (x - a_{10})^p \cdot (y - a_{01})^q dx dy. \quad (3.3)$$

Donde  $a_{10}$  y  $a_{01}$  son los momentos de primer orden con respecto a  $x$  y  $y$ , respectivamente. Esta expresión es la forma explícita para calcular los momentos arbitrarios de los polígonos cerrados.

Contrario a la mayoría de las implementaciones que obtienen los momentos a partir de región finita del espacio, esta aproximación calcula los momentos usando solamente los bordes del objeto. Debido a que no es necesario construir una región sólida y dado que el borde de la región contiene un número considerablemente menor de elementos que la región completa, esta aproximación resulta ser bastante eficiente para el cálculo del centro de masa en tiempo real.

Para convertir la integral de superficie en la Ec. 3.3 a una integral de línea se emplea el Teorema de Green. El cual establece que,

$$\int \int_R \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_b (P dx + Q dy). \quad (3.4)$$

Donde  $b$  es el borde de la región  $R$ . De la Ecuación 3.1 se obtiene,

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = x^p y^q, \quad (3.5a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0. \quad (3.5b)$$

Entonces,

$$P(x, y) = 0, \quad (3.6a)$$

$$Q(x, y) = \frac{1}{p+1} x^{p+1} \cdot y^q. \quad (3.6b)$$

Por lo tanto, los momentos de la ec. 3.1 se calculan de la siguiente forma,

$$\nu_{pq} = \oint_b \left( \frac{1}{p+1} \right) \cdot x^{p+1} y^q dy. \quad (3.7)$$

Si el borde  $b$  consiste de  $n$  puntos tal que  $p_i = (x_i, y_i)$ ,  $0 \leq i \leq n$ , y corresponde a una trayectoria simple cerrada tal que cumple con la condición  $p_0 = p_n$ , entonces,

$$b(t) = \bigcup_{i=1}^n b_i(t), \quad (3.8)$$

donde  $b_i(t)$ ,  $t \in [0, 1]$  está definido como,

$$b_i(t) = tp_i + (1-t)p_{i-1}. \quad (3.9)$$

Entonces, la ecuación 3.7 puede ser calculada de la siguiente esta manera,

$$\nu_{pq} = \sum_{i=1}^n \int_{b_i} \frac{1}{p+1} x^{p+1} \cdot y^q dy. \quad (3.10)$$

Después de normalizar los momentos que han sido transformados, 3.10 se puede escribir como,

$$\nu_{pA} = \frac{1}{(p+q+2)(p+q+1)\binom{p+q}{p}} \times \sum_{i=1}^n \int_{b_i} \frac{1}{p+1} x^{p+1} \cdot y^q dy. \quad (3.11)$$

Los momentos normalizados de orden cero y primero se, expresa como,

$$a_{00} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1}), \quad (3.12a)$$

$$a_{10} = \frac{1}{6a} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(x_{i-1} + x_i), \quad (3.12b)$$

$$a_{01} = \frac{1}{6a} \sum_{i=1}^n (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1})(y_{i-1} + y_i). \quad (3.12c)$$

Finalmente, el centro de masa se define en base a las ecuaciones 3.12, de la siguiente forma:

$$x_c = \frac{a_{10}}{a_{00}}, \quad (3.13a)$$

$$y_c = \frac{a_{01}}{a_{00}}. \quad (3.13b)$$

Durante el desarrollo de un experimento de dinámica de gotas, es deseable contar con una interfaz gráfica asistida por computadora con el fin de monitorear la evolución del experimento, realimentar el sistema de control y almacenar los resultados del obtenidos. Es con este propósito que en el laboratorio de Reología Óptica del IIM de la UNAM, se diseñó un software para cubrir con estos requerimientos, además de ser un medio para evaluar la eficiencia de los algoritmos de detección de bordes y de cálculo de centro de masa previamente descritos.

## Capítulo 4

# Software para la Detección de Bordes y el Cálculo del Centroide

Con el propósito de evaluar los algoritmos presentados en los Capítulos 2 y 3 se desarrolló en el Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM un software de prueba para determinar la factibilidad, ventajas e inconvenientes de estos algoritmos. Este software se creó basándose en el lenguaje de programación Visual C++ versión 6.0, con el cual se simulan las condiciones de los experimentos que se pretenden realizar con el molino de dos rodillos ya que éste se encuentra aún en la etapa de construcción.

Este software está adaptado a los recursos y necesidades con los que se dispone actualmente. Algunos de los controles y funciones que aparecen en la presente versión del programa deberán de ser modificados en la elaboración de trabajos futuros. En este Capítulo se explican cuáles son y las posibles alternativas a desarrollarse para su implementación. Por lo que, el software que aquí se presenta servirá de guía para estos trabajos. Por otra parte,

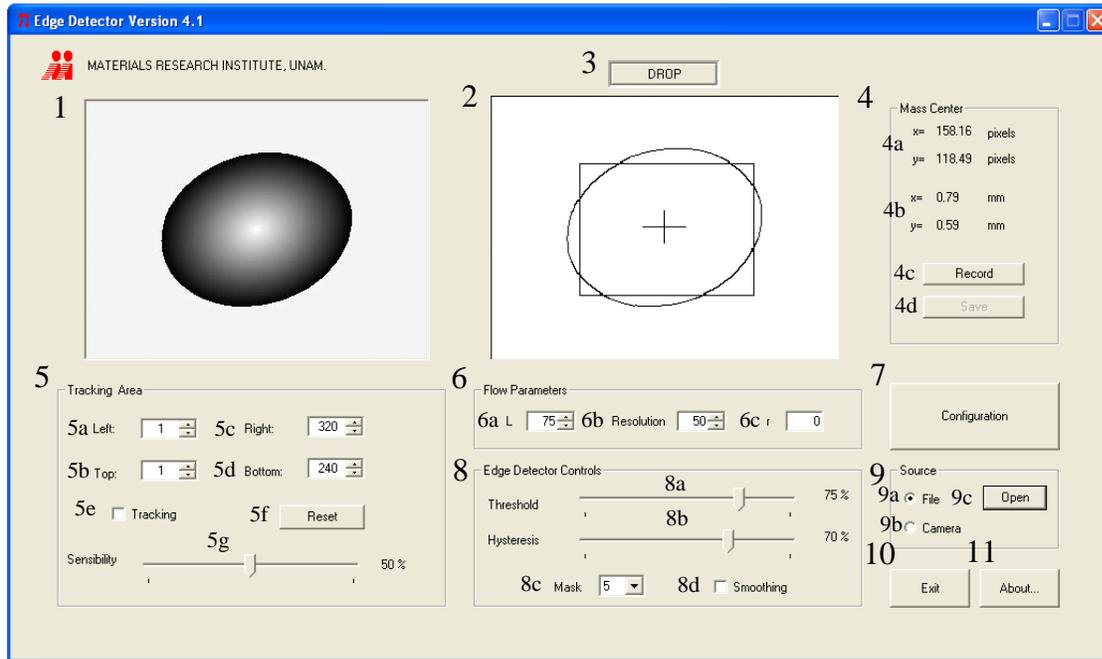


FIGURA 4.1. Pantalla principal del programa de detección de bordes y cálculo del centro de masa, versión 4.1©. (1) Secuencia sin procesar; (2) secuencia procesada; (3) alarma de detección de la gota; (4) centro de masa; (5) controles de seguimiento; (6) controles de parámetros de flujo; (7) configuración; (8) controles de ajuste del detector de bordes; (9) fuente de datos; (10) boton de salida; (11) boton de información.

la funcionalidad y efectividad de este programa se mostrará en el próximo Capítulo.

#### 4.1. Descripción general de la interfaz

La Figura 4.1 muestra la pantalla principal del programa. Los controles están divididos en 11 campos que son: visualización de imágenes (imagen original e imagen procesada), alarma de posición del centroide, despliegue y almacenado de resultados, ajustes de seguimiento de la gota, parámetros de flujo, ajustes del detector de bordes, configuración, selector de fuente y los botones de salida y de información sobre el programa.

#### 4.1.1. Ventanas de visualización

En la ventana principal del programa se muestra un par de ventanas, marcadas con el número 1 y 2, en la Fig. 4.1. La ventana número 1 muestra la secuencia de video sin procesar, la cual puede adquirirse a partir de un CCD, o bien, de un archivo de video en formato AVI. En el caso particular de la Figura 4.1, la ventana no. 1 muestra un video generado por computadora de una gota que se deforma con respecto al tiempo, mientras que la ventana número 2 muestra la secuencia procesada. Los bordes de la gota se marcan en color negro (para comodidad del usuario), y se indica con una cruz la posición del centro de masa de la gota, esta posición tiene un error de  $\pm 0.5$  píxel de la posición real debido al redondeo necesario para su representación. Por último, se señala con un cuadro el área de tolerancia de la posición del centroide de la gota (*ver Secc. 1.2.3*).

#### 4.1.2. Alarma de corrección de flujo

El número 3 de la Fig. 4.1 muestra la alarma de corrección del flujo. Cuando el centroide de la gota se encuentra dentro del área de control la alarma aparece activa, mientras que cuando el centro de masa sale de esta área el indicador se muestra inactivo. Esta alarma es un indicador que activa el algoritmo de corrección de flujo con el propósito de modificar la velocidad de los rodillos con el fin de regresar el centroide de la gota al área de control.

#### 4.1.3. Centro de masa y almacenamiento de los datos

El conjunto de controles e indicadores marcados con el número 4 tienen la función de desplegar y almacenar los resultados del cálculo del centro de masa. Los indicadores 4a

y 4b muestran la posición instantánea del centroide en  $x$  y  $y$ . El valor desplegado en 4a indica la posición en píxeles (el origen se encuentra en la esquina superior izquierda). Los indicadores 4b muestran la posición del centroide en milímetros resultado de aplicar un factor de escala a los datos anteriores. El botón marcado con el número 4c, *Record*, inicia el registro de los datos con respecto al tiempo del centro de masa y el momento de orden cero hasta que se pulsa el botón de *Save* (4d), el sistema detiene el registro de los datos adquiridos y llama a una ventana de diálogo que almacena los resultados obtenidos en un archivo de texto con extensión .DAT para su posterior post-procesamiento.

#### 4.1.4. Controles de seguimiento de la gota

Los controles de seguimiento marcados con el número 5 reducen el tiempo de cómputo en el cálculo de la detección de bordes y el centroide de la gota. Para llevar a cabo esto, se limita el área de procesado a una sección más pequeña de la imagen original. Existen dos maneras de seleccionar la región de procesado, la primera consiste en arrastrar el ratón de la computadora sobre la imagen original (no. 1), y la segunda en introducir o modificar los límites superior, inferior, derecho e izquierdo con controles 5a-5d, directamente. Inicialmente, estos controles abarcan el 100% de la imagen. Si después de seleccionar un área determinada se desea volver a la configuración original, sólo se tiene que pulsar el botón de *Reset* (5f) para procesar de nuevo la imagen completa.

Adicionalmente a las opciones anteriores que limitan el área de procesado de manera estática, se tiene la opción de realizar el seguimiento de la gota y reducir la región de procesado de forma dinámica, lo cual se logra activando la casilla de *tracking* (5e). Al activar este control, el programa busca el centro de masa y calcula el momento de orden

cero (área) con el que establece una región de interés alrededor del centro de masa, sobre la cual se realiza la detección de bordes. Sin embargo, este control tiende a fallar debido al ruido de la imagen y a las deficiencias en la iluminación de la escena. Para subsanar este problema, el control 5g ajusta la sensibilidad del algoritmo de seguimiento. Puesto que la gota en estudio no cambia de volumen abruptamente; es decir, el momento de orden cero se mantiene más o menos constante, el área de procesado de la imagen no cambia mientras que el momento de orden cero no varíe por debajo del valor señalado por el control deslizable 5g. En caso de que el centroide de la gota caiga fuera del área de procesado, el algoritmo cambia el área de procesado al modo completo e inicia de nuevo la búsqueda del área de procesado.

La eficiencia del algoritmo de seguimiento se puede mejorar introduciendo la física del movimiento de la gota, ya que esta está determinada por el flujo y las propiedades de los fluidos; y se encuentra bien definida ([Reyes, 2005]). Una vez conocida la posible trayectoria de la gota es posible predecir la ubicación siguiente del área de procesado un instante de tiempo antes. De esta forma se obtiene un seguimiento de la gota más estable.

#### 4.1.5. Parámetros de control de flujo

Las condiciones experimentales (rapidez del cortante, tipo de flujo, propiedades de los líquidos, tamaño de la gota, etc.) determinan en cierto grado el tamaño del área de control del flujo (representada por un recuadro en la Fig. 4.1, en la ventana no. 2). El parámetro  $L$  (6a) es una razón entre el alto y al ancho del área de control que para fines prácticos se ha limitado a una escala de porcentajes del 1-100%. Por otra parte, el parámetro *Resolution* (6b) representa un factor de escala del área de control en función

del ancho de ésta, y se muestra como una escala de porcentajes. Cuando los controles  $L$  y  $Resolution$  tienen los valores de 75 % (relación 4 : 3) y 100 % respectivamente, el área de control es igual a la totalidad de la imagen. Por último, el control  $r$  es el valor de la rapidez del cortante del experimento; y está relacionado con la rapidez con la que el centroide de la gota se desplaza fuera del área de control. En la versión actual, solo se muestra el valor del experimento; sin embargo, en versiones subsecuentes este parámetro puede servir para ajustar otros parámetros y así obtener una mayor rapidez en los cálculos.

#### 4.1.6. Configuración

El botón de *configuration* (7) permite recuperar los valores de los controles de los parámetros de flujo y del detector de bordes utilizados en experimentos previos o almacenar los valores usados actualmente. Al pulsar este botón se abre una ventana de diálogo cuya descripción se explica a detalle en la siguiente Sección.

#### 4.1.7. Controles del detector de bordes

Los controles del detector de bordes, marcados con el número 8, realizan los ajustes al algoritmo de detección de bordes de Canny, explicados en la Sección 2.3. El menú de opciones 8c permite seleccionar el tamaño de la máscara del filtro gaussiano (*ver Secc. 2.3.1*). En la presente versión del *software* hay tres opciones posibles del tamaño de la máscara: 3, 5 y 7. El valor asignado por defecto es  $5 \times 5$ ; puesto que es con la que se obtienen mejores resultados en el suavizado de la imagen. El control 8a fija en tiempo real el umbral superior del detector. El intervalo de valores se ha ajustado a una escala de porcentajes de 0 a 100 %, siendo 0 el caso en el que todos los bordes son detectados, y 100 % cuando se localizan la

menor cantidad de bordes. Se ha encontrado empíricamente que con un valor de 75 % se obtienen buenos resultados, por lo que es el valor utilizado por defecto.

El control de *Hysteresis* (8b) consiste en un control deslizable con el cual se fija el valor del umbral inferior como un porcentaje del superior, de tal forma que cuando se selecciona un valor del 100 %, ambos valores coinciden. Este control, al igual que el de *Threshold*, se puede modificar durante la ejecución del programa. En este caso, se ha encontrado de manera experimental que un valor del 70 % proporciona resultados satisfactorios. Por último, el control 8d aplica un filtro de reducción de ruido adicional al utilizado por el algoritmo de Canny, en caso de ser necesario por la presencia de ruido en la imagen.

#### 4.1.8. Selector de fuente

En el software desarrollado se implementó un selector de fuente para realizar pruebas con secuencias de video sintéticas análogas a las que se obtendrán con el molino de dos rodillos. Los controles marcados con el no. 9 permiten seleccionar la fuente u origen del video. Para ello, existen dos opciones disponibles; una es la captura de imágenes desde una cámara tipo Webcam marca Logitech<sup>®</sup> conectada al puerto USB y la otra es la adquisición de una secuencia de imágenes almacenadas en un archivo de video. La opción de cámara (botón 9b) es la que se usa por defecto al iniciar el programa. En un trabajo futuro esta sección del programa será modificada de acuerdo a los requerimientos técnicos del dispositivo de video con el que se cuente para realizar los experimentos (*ver Secc. 1.2.2*). La opción 9a, por su parte, habilita el control 9c que a su vez llama a un cuadro de diálogo que da la opción de abrir un archivo en formato AVI para su procesamiento. Después de presionar el botón de abrir, el archivo de video comienza su reproducción y se procesa cuadro a

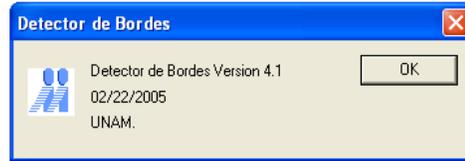


FIGURA 4.2. Ventana de información “About...”

cuadro. Una vez terminado la secuencia de video, el programa regresa al modo cámara y abre de nuevo una ventana de diálogo, la cual permite guardar los resultados obtenidos en un archivo de texto con extensión .DAT. Mediante esta opción se obtuvieron los resultados presentados en el Capítulo 5.

#### 4.1.9. Botón de salida y de información

El botón de *Exit* (10) detiene la ejecución del programa al igual que el botón de cerrar programa (esquina superior derecha). El botón de *About...* muestra la información sobre el programa, versión, fecha de liberación e institución en la cual se desarrolló. Este cuadro se muestra en la Figura 4.2.

## 4.2. Configuración del sistema

Otro aspecto importante que se tomó en cuenta en el diseño del software fue la posibilidad de obtener un registro de los parámetros de flujo y de detección de bordes utilizados durante las pruebas. Cuando se presiona el botón 7 (*Configuration*) de la Figura 4.1 se abre una ventana de diálogo que muestra los parámetros actuales de trabajo. Esta ventana permite guardar los valores de los controles que actualmente están en uso en un

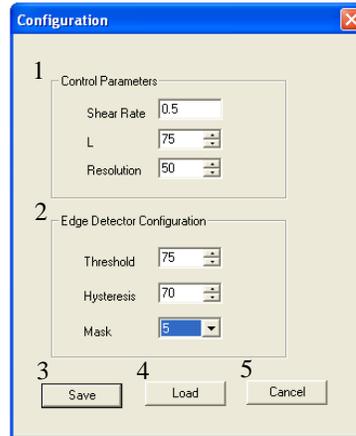


FIGURA 4.3. Ventana de configuración. (1) Parámetros de flujo; (2) Parámetros del detector de bordes; (3) Botón de Guardar; (4) Botón de Cargar; (5) Botón de Cancelar.

archivo con extensión .TRM; o bien, reutilizar los parámetros empleados en experimentos anteriores. El grupo de controles marcados con el número 1 en la Fig. 4.3 corresponden a los parámetros de flujo explicados en la Sección 5.1.4. De igual forma, el grupo de botones mostrados con el número 2 corresponden a los parámetros del algoritmo de detección de bordes explicados en la Sección 1.1.3. El botón de *Save* (3) abre a su vez un cuadro de diálogo que almacena los datos mostrados en pantalla en un archivo con extensión .TRM. Por otra parte, el botón *Load* (4) abre una ventana que permite seleccionar un archivo tipo .TRM y cargar en el programa los datos usados en un experimento anterior. Por último, el botón de *Cancel* (5) cierra esta ventana y retorna a la ventana principal sin realizar ningún cambio.

Otro de los posibles trabajos a realizarse en el futuro, es el empleo de una base de datos que administre los datos utilizados en una serie de experimentos de manera más sencilla y eficiente.



## Capítulo 5

# Resultados

Debido a que el molino de dos rodillos todavía se encuentra en la etapa de desarrollo, los resultados que aquí se presentan fueron obtenidos utilizando un dispositivo de adquisición de imágenes (CCD) alterno (cámara de video tipo webcam marca Logitech<sup>®</sup>), con la cual se caracterizó y cuantizó el ruido generado por el sistema de adquisición óptico. Con este dispositivo, se tomó un conjunto de tomas que sirvieron de base a los resultados que aquí se presentan. Además, se empleó un conjunto de secuencias de imágenes generadas por computadora, con la que se evaluó la detección de los bordes y el cálculo del centro de masa obtenidos a partir de los algoritmos utilizados.

Por otra parte, se uso una colección de un total de 20 videos en formato AVI se simuló un experimento de dinámica de gotas en un flujo fuerte, con los que se determinó la calidad de la detección de bordes y de los datos del centro de masa. En estos videos se observa en la pantalla una representación sintética de una gota en movimiento dentro de un flujo simulado. Los resultados que se presentan en este capítulo determinan la eficiencia

del software desarrollado en el proyecto y servirán de guía para realizar trabajos futuros.

Estos resultados están divididos en dos partes. La primera parte muestra el análisis del ruido producido por el sistema de adquisición de imágenes, con lo que se determina la relación señal a ruido (SNR) del sistema óptico. En la segunda sección, se evalúan los datos obtenidos del cálculo del centro de masa de una partícula dentro de un flujo virtual generado por el molino de dos rodillos, con lo que se cuantifica el error producido por el algoritmo desarrollado. Para esto, se realizó un estudio comparativo entre los datos de la trayectoria de la gota obtenidos de manera analítica ([Reyes, 2005]) y los datos adquiridos mediante el procedimiento presentado en los Capítulos 2 y 3, usando el software presentado en el Capítulo 4.

## 5.1. Análisis de Ruido

El análisis del ruido se realizó siguiendo el procedimiento publicado por [Micheli et al., 1989]. Este procedimiento consiste en tomar un conjunto de 1000 imágenes de una misma escena a diferentes tiempos teniendo cuidado de mantener la cámara lo más estable posible y evitar al máximo las variaciones en la iluminación. Posteriormente, se analizaron las variaciones en un conjunto de puntos de la imagen con respecto al conjunto de tomas. En nuestro caso, la escena consistió en una hoja de papel impresa con una escala de grises como la que se muestra en la Figura 5.1, que va del color negro al blanco (color de la hoja). Ésta se giró  $360^\circ$  con respecto a la posición original con incrementos de  $90^\circ$  para observar las variaciones de los resultados debidos a la orientación de la hoja. En nuestro caso se analizaron un conjunto de 240 píxeles en la dirección vertical y 360 píxeles en la dirección horizontal, cuya



FIGURA 5.1. Escala de grises para la evaluación del ruido. La variación en el nivel de gris es lineal con incrementos unitarios de 0 a 255.

intensidad en el nivel de gris aumenta progresivamente; a diferencia de [Micheli et al., 1989] quienes sólo utilizan tres píxeles de muestra con tres niveles de intensidad (oscuro, medio y claro) característicos para analizar el ruido. Por otra parte, se analizó un conjunto de cuatro imágenes de una misma escena donde se consideran dos posibles casos: (i) Sin considerar el umbral de detección, y (ii) con un umbral de detección igual a 10 unidades de gris [Micheli et al., 1989]. En la Figura 5.2 se muestra la primera de estas cuatro tomas para cada uno de los casos.

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran como varía el nivel de gris con respecto a la posición en la dirección horizontal ( $0^\circ$  de negro a blanco, y  $180^\circ$  de blanco a negro) y vertical ( $90^\circ$  de blanco a negro, y  $270^\circ$  de negro a blanco), respectivamente. Cada gráfico ilustra de manera simultánea los 1000 perfiles obtenidos para cada caso. Se indica además el valor medio promedio del ruido y la desviación estándar promedio en ambos casos. Como se observa, los perfiles no son idénticos a pesar de tratarse de la misma escena, estas diferencias se atribuyen principalmente al ruido causado por la electrónica, la iluminación y los errores de cuantización del sistema. Por otra parte, la variación en el nivel de gris no es lineal, esto se debe a que la iluminación no es estrictamente uniforme, ni de buena calidad. Del análisis visual de las Figuras se observa que los valores máximos y mínimos de gris no alcanzan los límites del sistema de manera simultánea como se esperaba, debido a que tanto el sistema

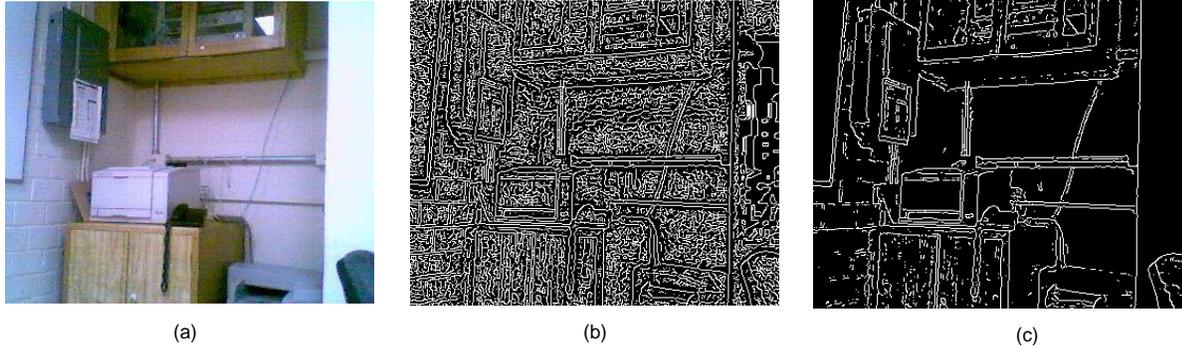


FIGURA 5.2. Bordes detectados usando el algoritmo de detección de Canny. (a) Imagen original. (b) Bordes extraídos sin umbral,  $\sigma = 1$ . (c) Bordes extraídos con un umbral de 10 unidades de gris (aproximadamente  $6\sigma_n$ ),  $\sigma = 1$ . -Cuarto de cómputo IIM.-

óptico (la cámara) y la iluminación no son de buena calidad comercial. Además, se observa que la intensidad del ruido es mayor en los tonos oscuros que en los tonos claros.

En la Figura 5.5 se muestra a detalle los cambios en la intensidad del ruido con respecto al nivel de gris de la escena. De esta ilustración se aprecia que cada una de las gráficas no presentan cambios significativos con respecto a la dirección en la cual se mide el ruido, sólo muestra un ligero incremento en la región de *oscuros* y un decremento en la región de *claros*. Los datos condensados de los Fig. 5.3, 5.4 y 5.5 están resumidos en el Cuadro 5.1.

Dirección	Intensidad <sub>Min</sub> [%]	Intensidad <sub>Max</sub> [%]	$\mu_\sigma$ [NG]	$\sigma_\sigma$ [NG]
Horizontal de Blanco a Negro	12.5	95.7	1.32	0.42
Horizontal de Negro a Blanco	12.9	94.9	1.39	0.32
Vertical de Blanco a Negro	13.7	97.3	1.13	0.36
Vertical de Negro a Blanco	17.2	96.1	1.10	0.30

CUADRO 5.1. Comparación de los bordes extraídos de cuatro imágenes diferentes de la misma escena en tiempos diferentes, usando un filtro Gaussiano  $\sigma = 1$ , sin valor de umbral. Bordes no-Coincidentes (1) corresponden a los bordes a los bordes presentes en la primera imagen pero faltante en la subsecuentes; Bordes no-Coincidentes (2) corresponden a los bordes no extraídos en la primera escena pero presentes en las demás imágenes.

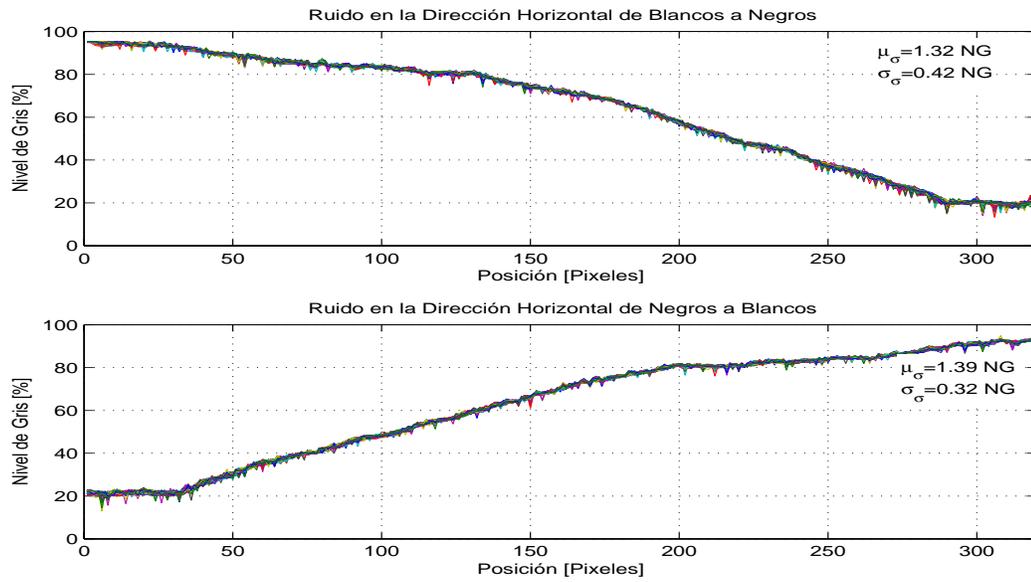


FIGURA 5.3. Variación del ruido con respecto a la intensidad en el nivel de gris y a la posición. El valor de la posición 0 corresponde al píxel izquierdo a una altura de  $H/2$ .

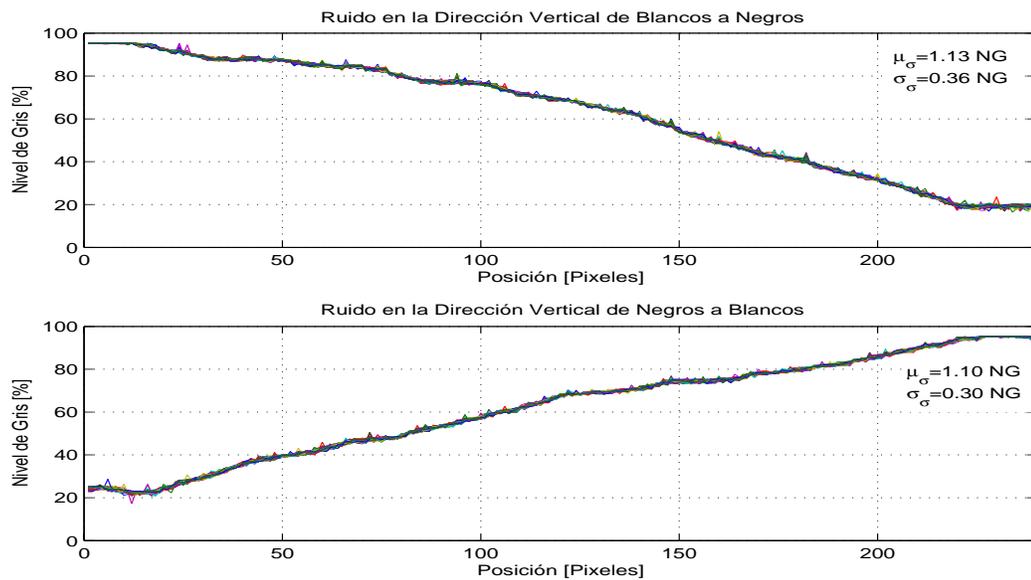


FIGURA 5.4. Variación del ruido con respecto a la intensidad en el nivel de gris y a la posición. El valor de la posición 320 corresponde al píxel derecho a una altura de  $H/2$ .

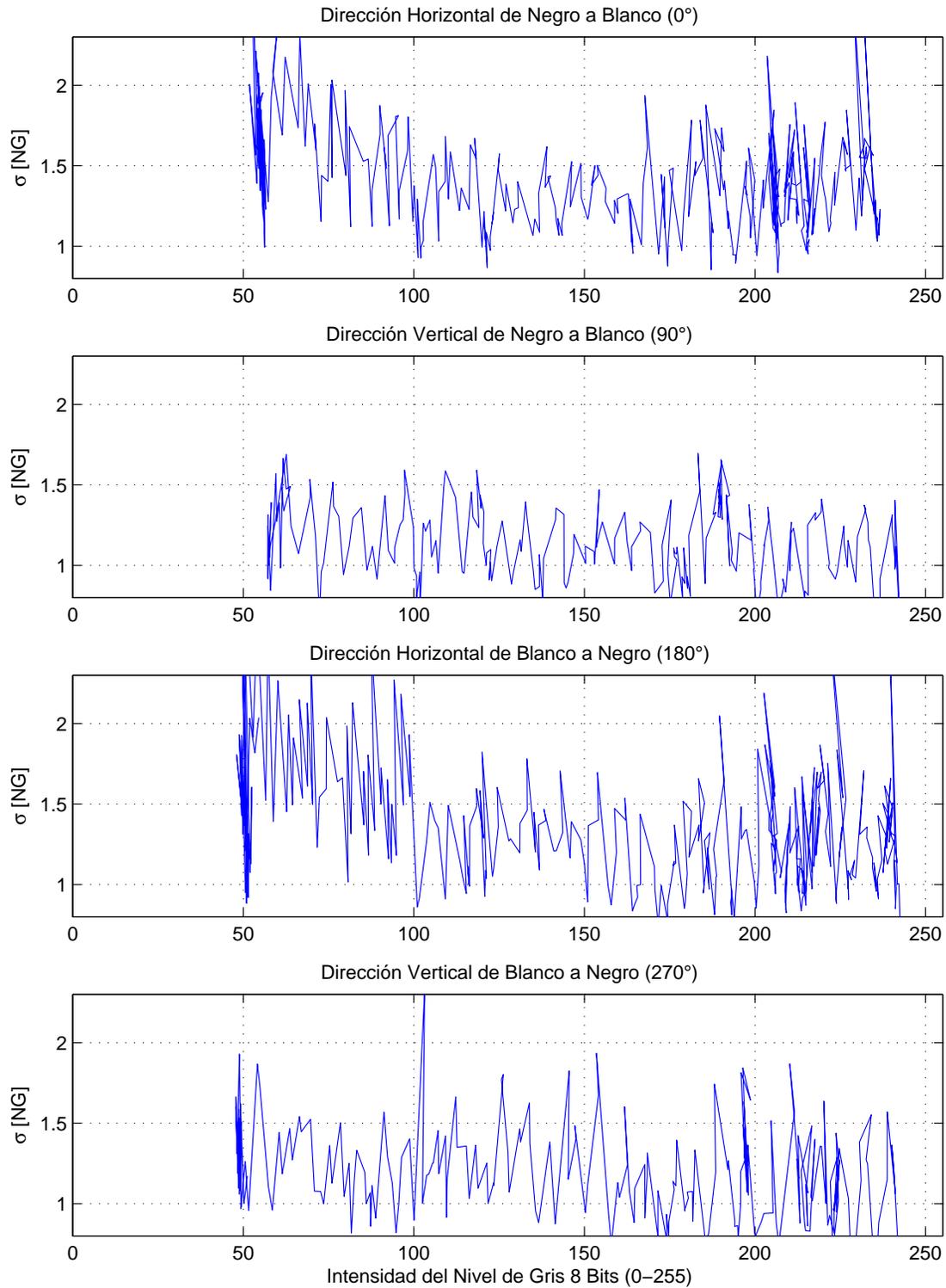


FIGURA 5.5. Variación de la desviación estándar del ruido con respecto a la intensidad del nivel de gris en una escala de 8 bits.

Por otra parte, los Cuadros 5.2 y 5.3 muestran una tabla comparativa de los bordes extraídos a partir de cuatro imágenes de una misma escena. En la Fig. 5.2b se muestra la primera de estas cuatro imágenes analizadas. El Cuadro 5.2 muestra el resumen de los bordes obtenidos sin considerar el umbral de detección utilizando un filtro con  $\sigma = 1$ . El número de bordes que coinciden en las cuatro imágenes es en términos generales de alrededor del 50 %. En el caso de los bordes no-coincidentes estos se clasifican de dos formas. Los bordes presentes en la primera imagen pero no en las tomas subsecuentes (Bordes no-Coincidentes(1)). Y el caso contrario; es decir, los bordes presentes en las imágenes 2 a 4 pero no detectados en la primera imagen (Bordes no-Coincidentes(2)). La falta de coincidencia entre los bordes de las diferentes imágenes se debe principalmente a un desplazamiento en la ubicación del borde y no a un error en la detección de éste; siendo, en general, este desplazamiento no mayor a un píxel. En el caso de los bordes mostrados en la Figura 5.2c se extrajeron usando un umbral de detección único con un valor de 10 (aproximadamente  $6\sigma_n$ ) y un filtro  $\sigma = 1$ . En el Cuadro 5.3 se sintetizan los datos obtenidos utilizando estos parámetros. A pesar de no extraer los bordes por histéresis, la cantidad de bordes coincidentes aumentó considerablemente en un 40 % aproximadamente. Los resultados obtenidos en las pruebas realizadas son similares a los publicados por [Micheli et al., 1989].

De los datos anteriores se puede concluir que el nivel de ruido del sistema óptico estudiado (cámara tipo Webcam *Logitech*<sup>®</sup>), a pesar de ser de baja calidad comercial cumple con los requerimientos mínimos de un sistema de adquisición de imágenes estándar; al menos en lo que a ruido se refiere. Sin embargo, en los experimentos que se planea llevar a cabo con el molino de dos rodillos, se espera contar con un sistema óptico de instrumentación

	Imagen 1	Imagen 2	Imagen 3	Imagen 4
Número de Bordes	29703	29818	29641	29550
Bordes Coincidentes	–	14726(50 %)	14649(49 %)	14532(49 %)
Bordes no-Coincidentes(1)	–	15092(51 %)	14992(50 %)	15018(51 %)
Bordes no-Coincidentes(2)	–	14977(50 %)	15054(51 %)	15171(51 %)

CUADRO 5.2. Comparación de los bordes extraídos de cuatro imágenes diferentes de la misma escena en tiempos diferentes, usando un filtro Gaussiano  $\sigma = 1$ , sin valor de umbral. Bordes no-Coincidentes (1) corresponden a los bordes presentes en la primera imagen pero faltante en la subsecuentes; Bordes no-Coincidentes (2) corresponden a los bordes no extraídos en la primera escena pero presentes en las demás imágenes.

	Imagen 1	Imagen 2	Imagen 3	Imagen 4
Número de Bordes	8860	8927	8961	8866
Bordes Coincidentes	–	6143(69 %)	6247(71 %)	6138(69 %)
Bordes no-Coincidentes(1)	–	2784(31 %)	2680(30 %)	2728(31 %)
Bordes no-Coincidentes(2)	–	2717(31 %)	2613(29 %)	2722(31 %)

CUADRO 5.3. Comparación de los bordes extraídos de cuatro imágenes diferentes de la misma escena en tiempos diferentes, usando un filtro Gaussiano  $\sigma = 1$ , sin valor de umbral. Bordes no-Coincidentes (1) corresponden a los bordes presentes en la primera imagen pero faltante en la subsecuentes; Bordes no-Coincidentes (2) corresponden a los bordes no extraídos en la primera escena pero presentes en las demás imágenes.

a diferencia del caso estudiado en este trabajo que es de propósito general. Por lo que es de esperar que el ruido introducido por el sistema de adquisición de imágenes no introduzca errores significativos en la detección de bordes y, por lo tanto, en el cálculo del centro de masa.

## 5.2. Comparación entre los valores teóricos y experimentales del centro de masa

Para evaluar la calidad de los datos obtenidos mediante las técnicas presentadas en los Capítulos 2 y 3, se utilizó un total de 20 videos generados por computadora. En las

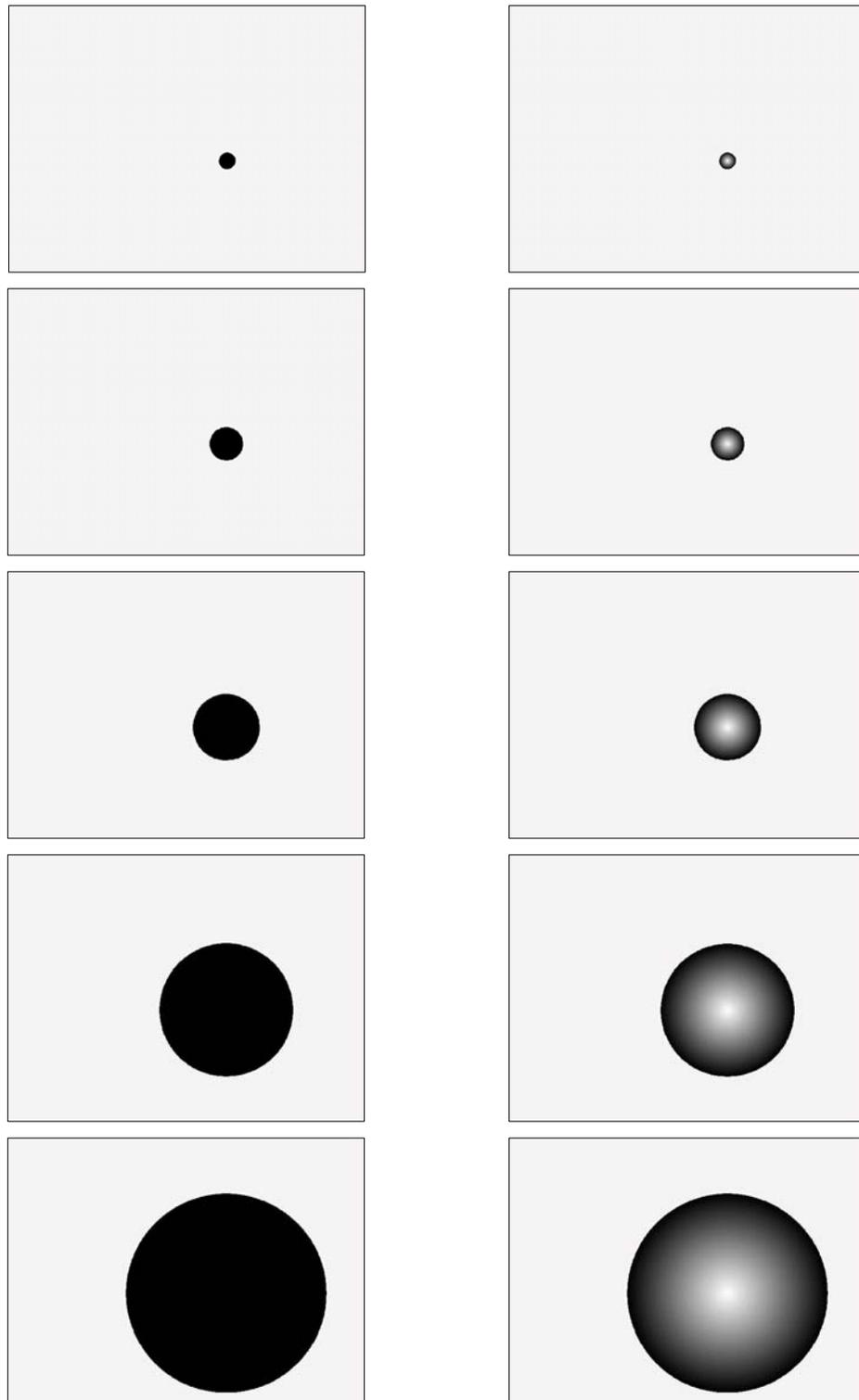


FIGURA 5.6. Imágenes muestra de los videos analizados en Blanco y Negro, y en escala de grises. Los diámetros de las gotas en pixeles son: 30, 60, 120, 240 y 360. Cortesía Dr. Marco Reyes Huesca

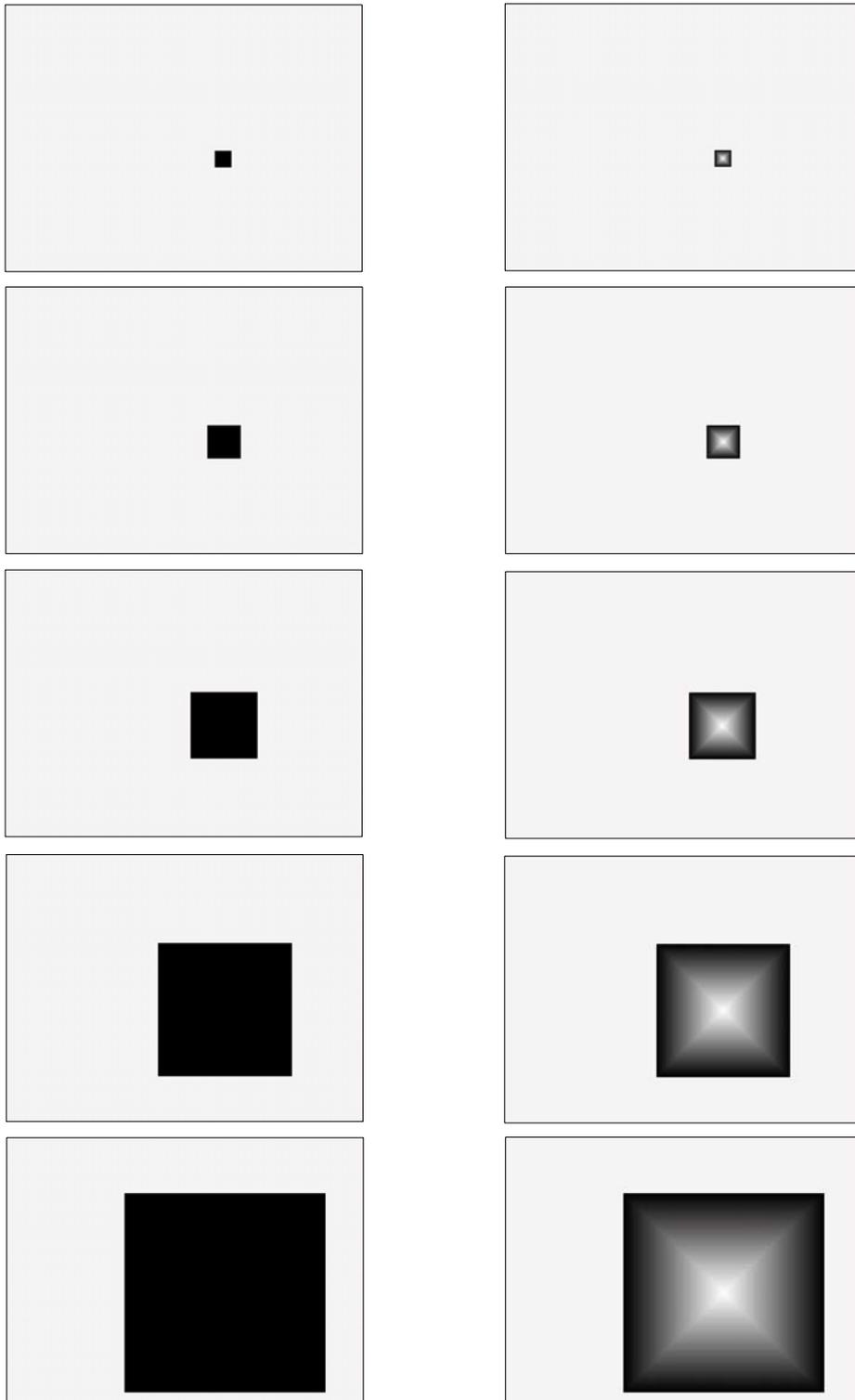


FIGURA 5.7. Imágenes muestra de los videos analizados en Blanco y Negro, y en escala de grises. Los lados de las gotas en pixeles son: 30, 60, 120, 240 y 360. Cortesía Dr. Marcos Reyes Huesca.

Figuras 5.6 y 5.7 se muestran el primer cuadro de cada una de las secuencia de imágenes.

Cada uno de los videos utilizados muestra la figura de una "*gota*" con diferentes características tanto geométricas como ópticas. Los videos se clasifican inicialmente en dos grupos de acuerdo a su geometría: videos con partículas en forma circular y de cuadrados. Cada uno de estos dos grupos se divide a su vez de acuerdo a la cantidad de tonos de grises (videos monocromáticos -2 niveles de gris- y de 8 Bits -256 niveles de gris-) utilizados en cada video. Por último, cada subgrupo presenta un tamaño diferente de partícula (30, 60, 120, 240 y 360 píxeles de diámetro en el caso de partículas con forma circular ó lado en el caso de aquellas con forma cuadrangular). Esta clasificación permite, en primer lugar, conocer la capacidad del software para reconocer bordes y, en segundo lugar, analizar como se ve afectado el cálculo del centro de masa en función del tamaño de la partícula y del número de tonalidades de gris.

El movimiento descrito por cada una de las "*gotas*", mostradas en los videos, es el mismo en todos los videos sin importar el tamaño de éstas, o el número de niveles de gris. La trayectoria de cada una de las partículas corresponde a la que seguiría una gota colocada en el flujo generado por el molino de dos rodillos ([Reyes, 2005]). A partir de cada video se generó un registro de los resultados obtenidos en función del tiempo del cálculo del centro de masa (en  $(x, y)$ ), del diámetro y del lado tanto para las partículas circulares (Fig. 5.6) como para las cuadradas (Fig. 5.7), respectivamente. Estos registros se compararon, en una etapa de post-procesamiento, con los datos obtenidos de forma analítica [Reyes, 2005] sobre la posición del centroide ya que el tamaño de la partícula se mantuvo constante.

Los resultados obtenidos del análisis de los videos se resumen en las Figuras 5.8, 5.9,

5.10, 5.11 y 5.12. En las Figs. 5.8 y 5.9 se observa tanto la media como la desviación estándar del error para los videos analizados en la dirección  $X$ , respectivamente. La diferencia entre los errores en los videos binarios (blanco y negro, únicamente) y los videos con 256 niveles de gris, tiende a desaparecer cuando el tamaño de la partícula aumenta. Por otra parte, se observa que el error no varía de forma lineal con respecto al tamaño de la partícula; lo mismo ocurre en la dirección  $Y$ , como se ilustra en las Figs 5.10 y 5.11. Por último, la Fig. 5.12 muestra los errores en el cálculo del lado (para partículas cuadradas) y el diámetro (para partículas circulares) los cuales se obtuvieron a partir del momento de orden cero. De estas gráficas se aprecia que el error decrece exponencialmente con respecto al tamaño de la gota, de la misma forma se desvanece la diferencia entre el error obtenido en los videos monocromos y en escala de 256 tonos de gris.

### 5.2.1. Caso particular de los errores con respecto a la velocidad

De los gráficos anteriores se puede concluir que el video en el que ocurren errores máximos es en el video de la partícula cuadrada monocromática de tamaño de 30 píxeles de lado (el más pequeño). Las Figs. 5.13, 5.14, 5.15 y 5.16 muestran como varía el error con respecto al tiempo, por ser el de mayor interés. La Fig. 5.13 muestra la posición del centroide con respecto al tiempo para  $X$  y  $Y$ ; en azul se indica la trayectoria teórica del centroide mientras que en rojo se muestra la trayectoria obtenida a través de la detección de bordes y el cálculo del centro de masa. Como se puede observar a simple vista la diferencia en estas dos gráficas es mínima.

En las Figs.5.14 y 5.15 se muestra el valor absoluto de la diferencia entre la trayectoria teórica y la experimental mostrada en la Fig. 5.13 para  $X$  y  $Y$ , respectivamente. De

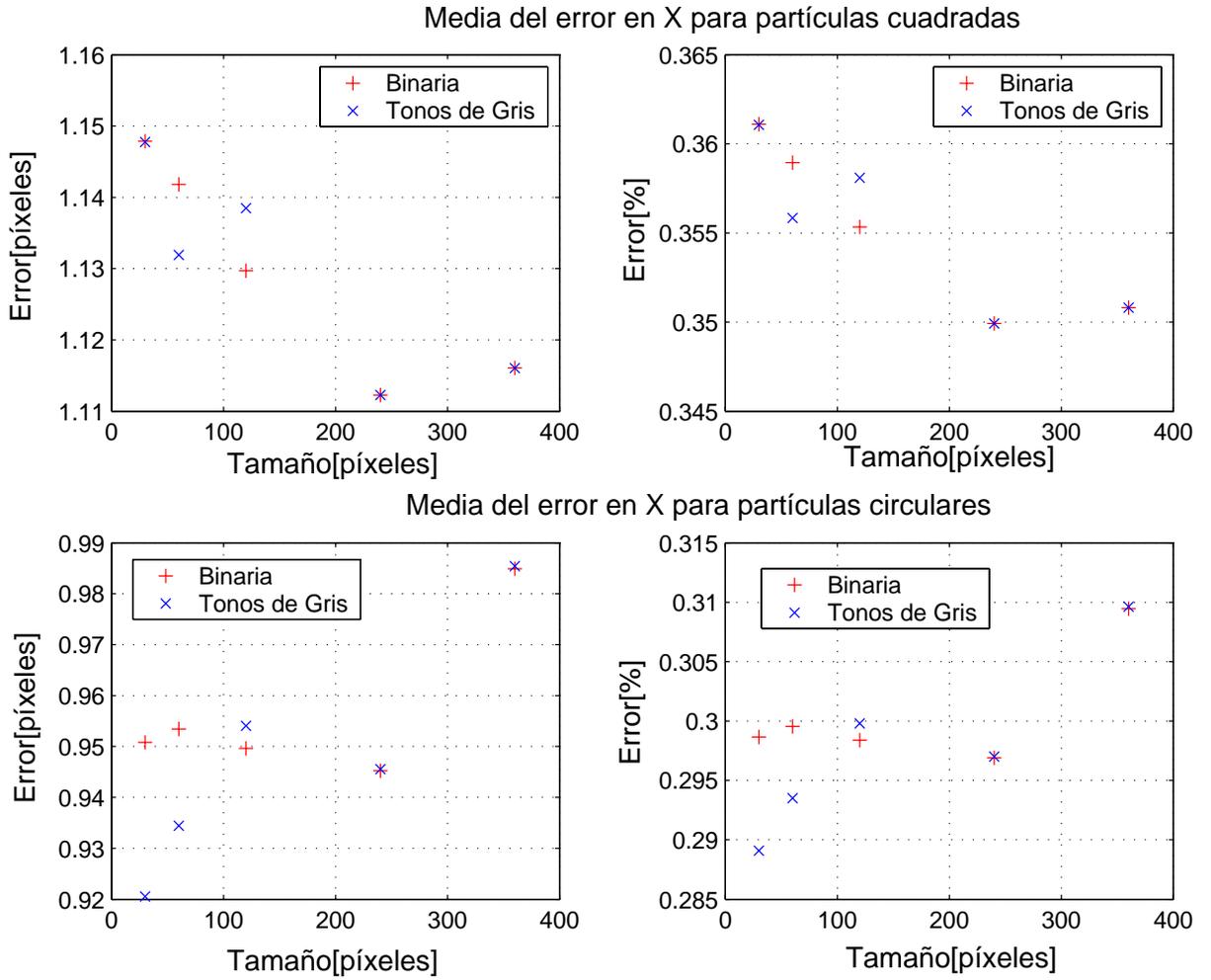


FIGURA 5.8. Valor medio del error en el cálculo de la posición del centroide en  $X$  con respecto al tamaño de la partícula, y a la escala de grises.

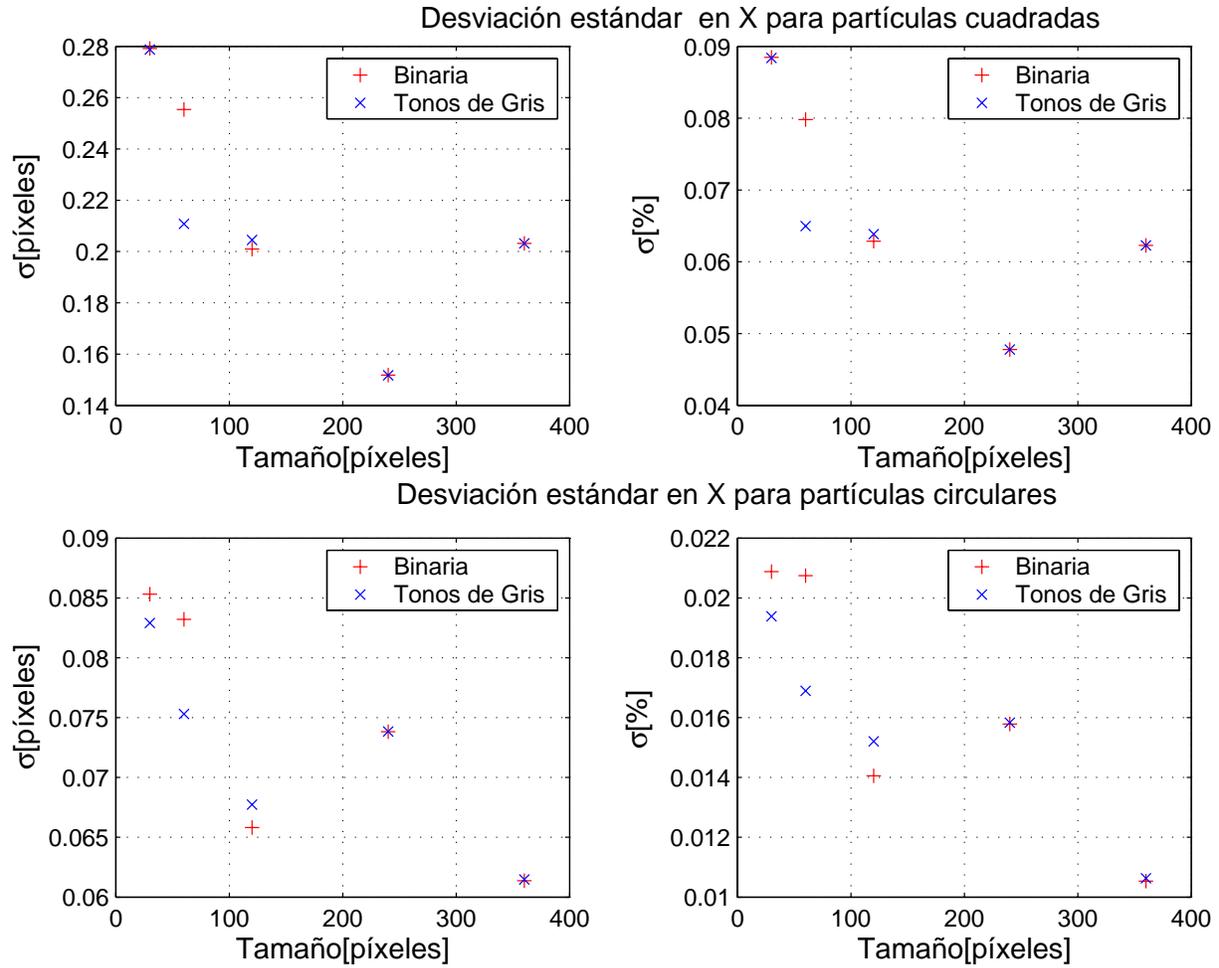


FIGURA 5.9. Desviación estándar del error en el cálculo de la posición del centroide en  $X$  con respecto al tamaño de la partícula, y a la escala de grises.

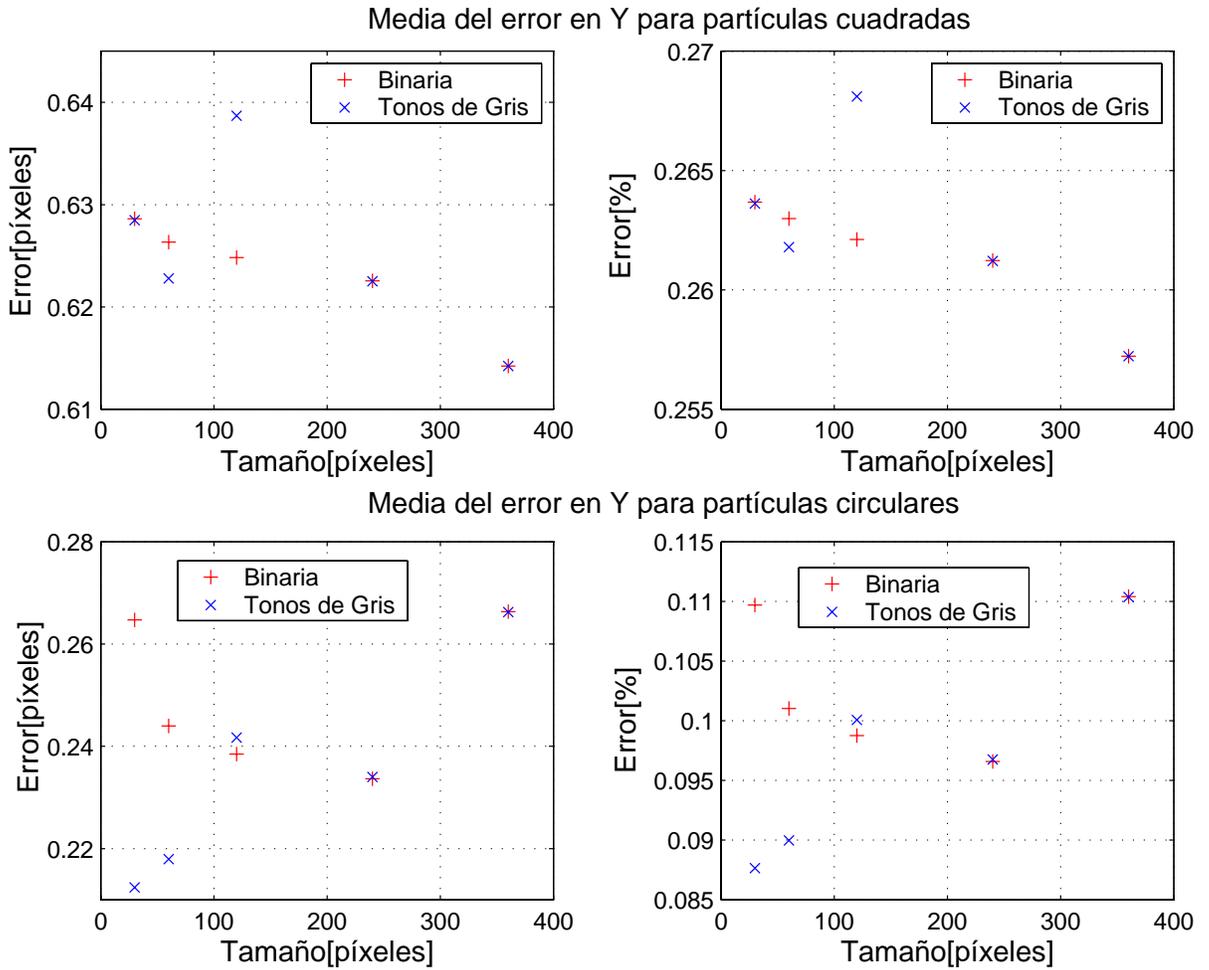


FIGURA 5.10. Valor medio del error en el cálculo de la posición del centroide en  $Y$  con respecto al tamaño de la partícula, y a la escala de grises.

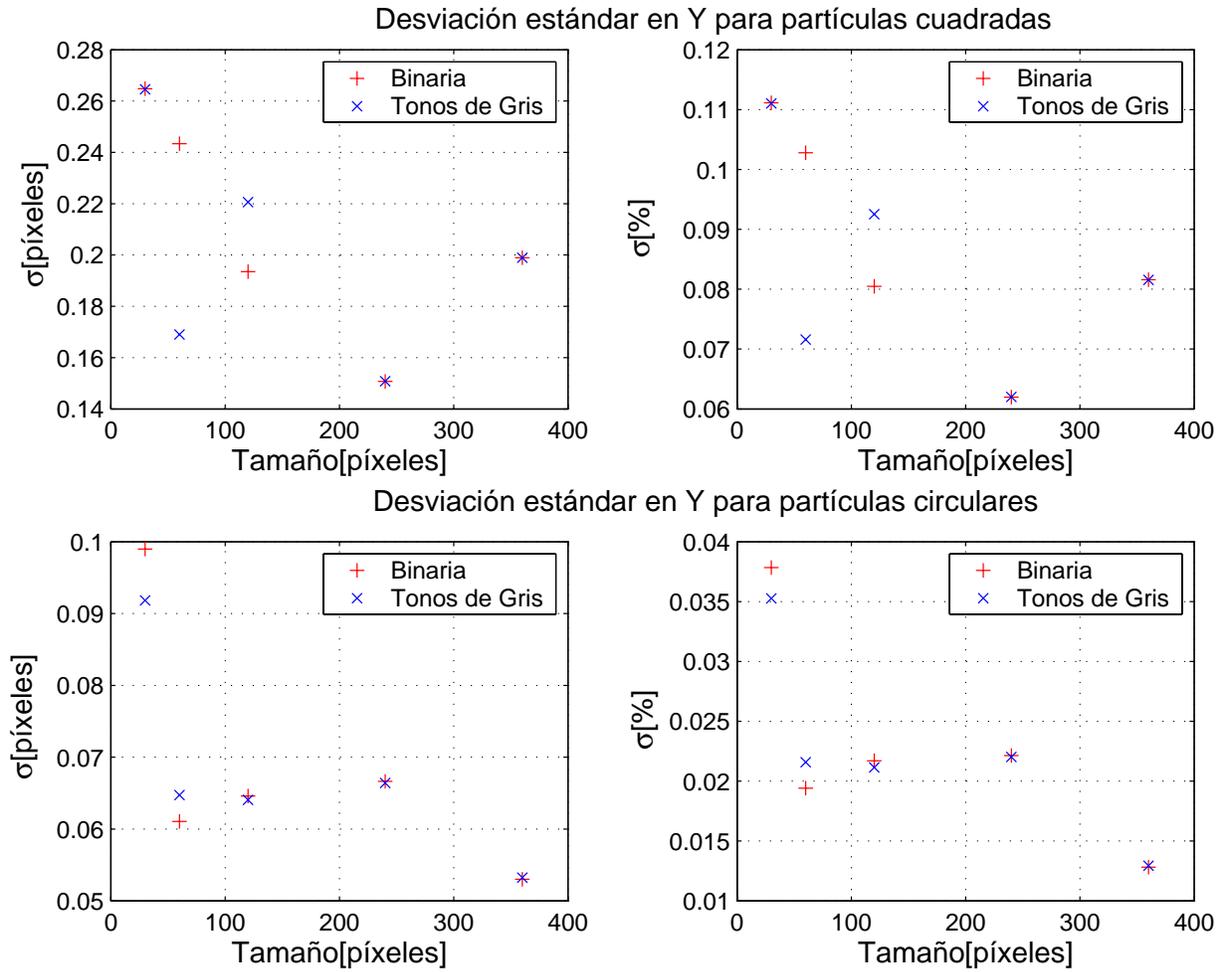


FIGURA 5.11. Desviación estándar del error en el cálculo de la posición del centroide en  $Y$  con respecto al tamaño de la partícula, y a la escala de grises.

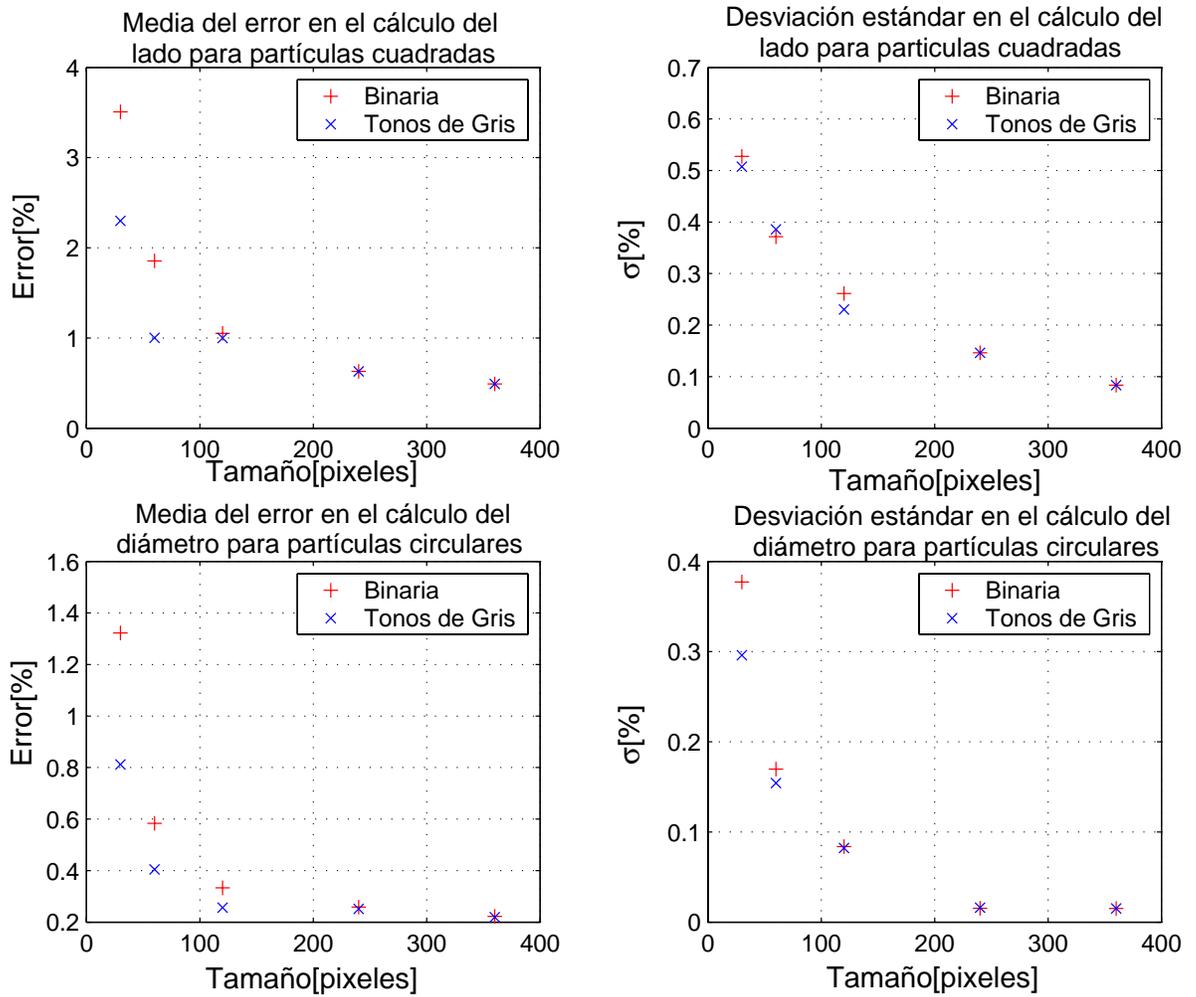


FIGURA 5.12. Valor medio del error y desviación estándar, en función del tamaño de la partícula y de la escala de grises utilizada.

estas dos gráficas se concluye que el comportamiento del error cambia con respecto a la velocidad de la partícula. Por último, la Fig. 5.16 muestra las variaciones del error debido al cálculo del lado con respecto al tiempo. Al igual que en el caso del cálculo del centroide, el error en la medida del lado de la partícula cambia con respecto a la velocidad. Sin embargo, estos cambios en la velocidad no incrementan el error producido sino que tan solo modifica su comportamiento por lo que se mantiene dentro del intervalo establecido por la desviación estándar.

En conclusión, en lo que se refiere a los errores sobresale que los errores tanto en  $X$  como en  $Y$ , son siempre inferiores al 1% del cálculo del centroide teórico. Por lo que la calidad del software desarrollado en el Instituto de Investigaciones en Materiales, de la UNAM se puede considerar lo suficientemente confiable para su implementación en el molino de dos rodillos.

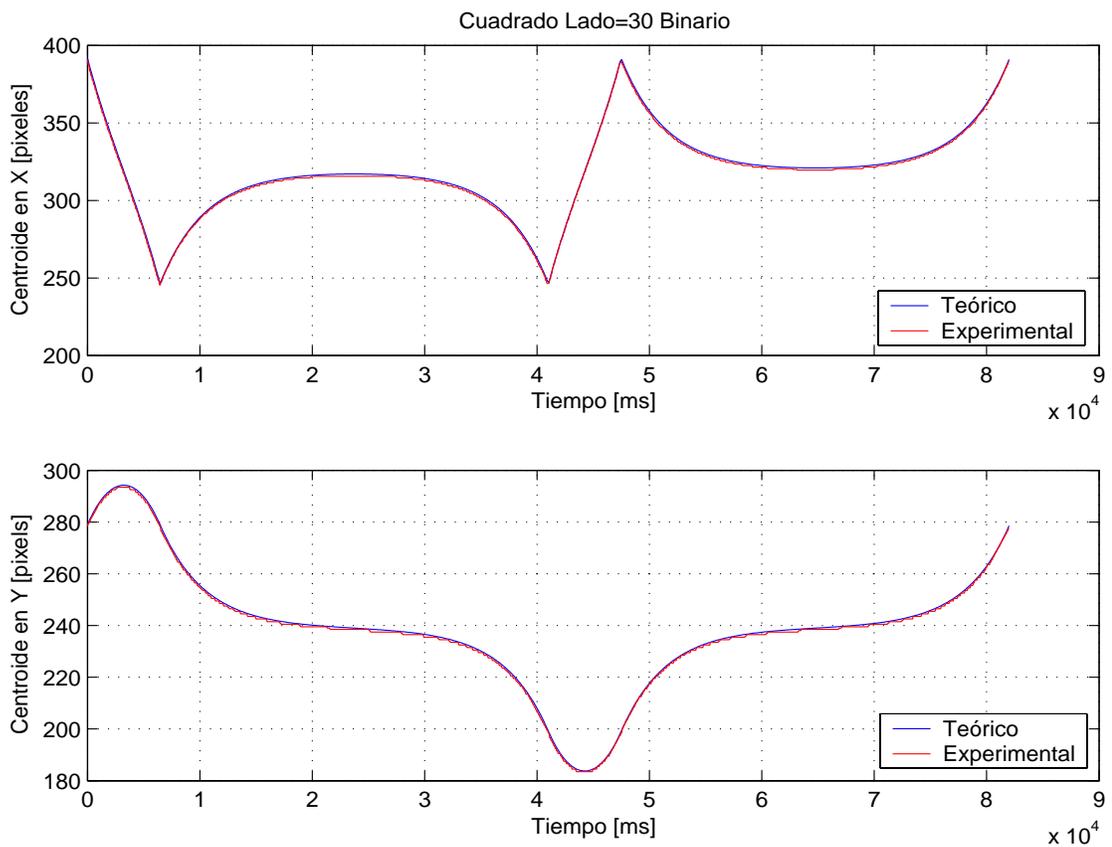


FIGURA 5.13. Gráfica de la trayectoria de la partícula con respecto al tiempo. En azul se muestra la teórica y en rojo la experimental.

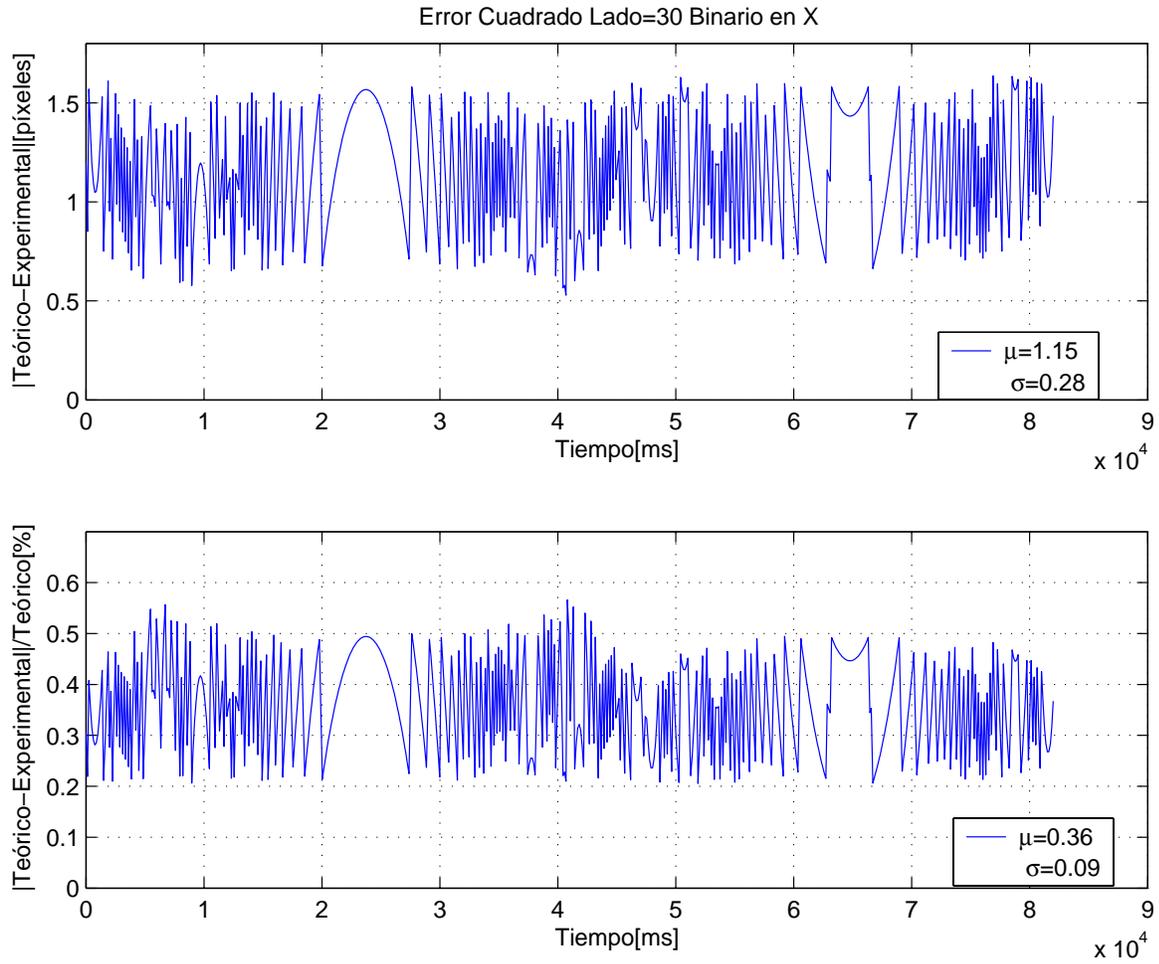


FIGURA 5.14. Error en la dirección  $X$  con respecto al tiempo. Para el caso de una gota cuadrada de 30 píxeles de lado, monocromática.

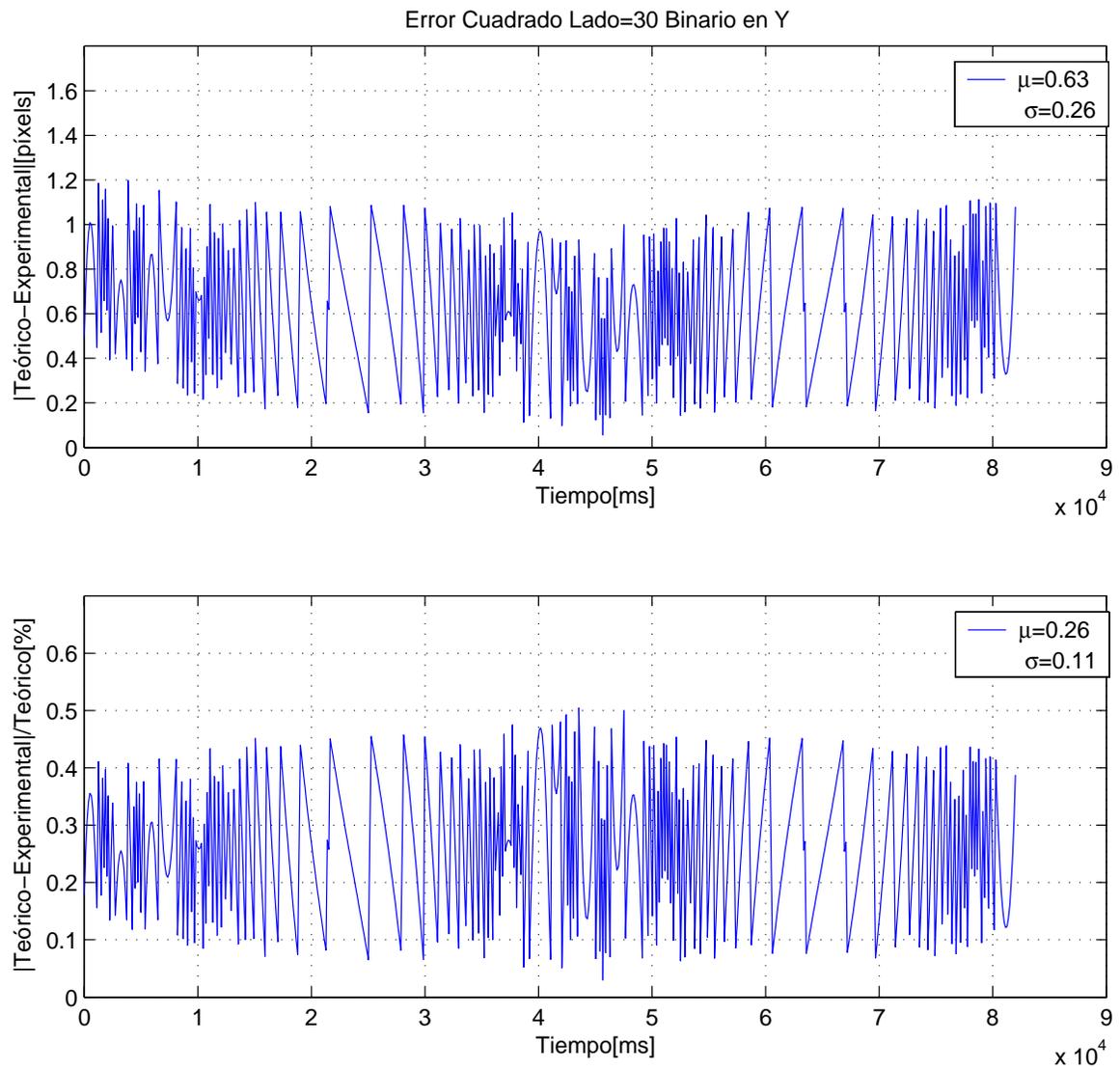


FIGURA 5.15. Error en la dirección  $Y$  con respecto al tiempo. Para el caso de una gota cuadrada de lado igual 30 píxeles, monocromática.

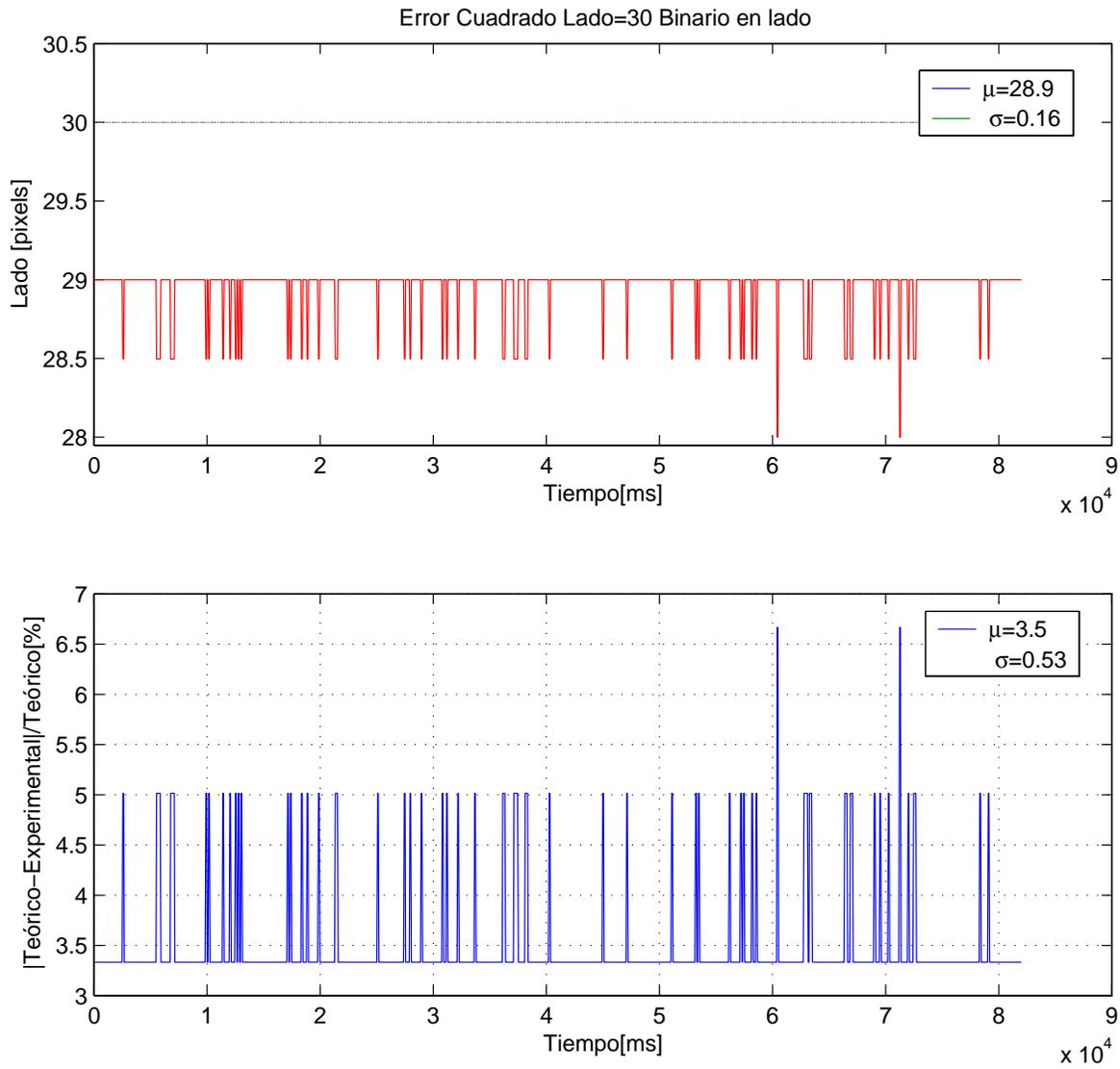


FIGURA 5.16. Error en el cálculo del lado de la gota con respecto al tiempo. Para el caso de una gota cuadrada con lado nominal de 30 píxeles, monocromática.

## Capítulo 6

# Conclusiones

En este trabajo se presenta un sistema de detección de bordes y de cálculo del centro de masa para el estudio de una gota sometida a flujos fuertes. En esta primera aproximación a la solución de estos problemas se desarrollo un software de prueba con el proposito que en un trabajo futuro pueda ser adecuado para funcionar en el molino de dos rodillos presentado en el Capítulo 2. La solución que aquí se propone se desarrollo en base al lenguaje de programación Visual C++ versión 6.0; y las librerías DirectX v9.0, QuickCam SDK v1.0 y OpenCV v4Beta. Con los cuales se realizaron diferentes pruebas para la evaluación de los algoritmos y la caracterización del sistema óptico. Como dispositivo de entrada óptico se usó una cámara de video tipo WebCam además de un conjunto de videos generados por computadora que simulan las condiciones de los experimentos que se planean realizar.

En primer lugar se llevaron a cabo varias pruebas al sistema de adquisición de datos ópticos (CCD) para determinar su relación señal a ruido (SNR), obteniendose un

valor de 20dB, aproximadamente. Esta relación SNR a pesar de ser baja con respecto a los sistemas de instrumentación especializados permitió realizar varias pruebas al sistema y a los algoritmos sin afectar considerablemente la calidad de los resultados.

Por otra parte, se utilizó el Algoritmo de Canny para detectar los bordes de la imagen por ser el más ampliamente recomendado en la literatura de visión por computadora. Las ventajas de la utilización de este algoritmo se ven reflejadas en las bajas incertidumbres (menores al 1% en la mayoría de los casos analizados) en el cálculo del centro de masa además de su alta resistencia al ruido y rapidez de procesado en tiempo real, como se muestra en las gráficas presentadas en el Capítulo 5.

En el cálculo del centro de masa se redujó de manera notable el tiempo de cómputo a través de la utilización del Teorema de Green. Como se sabe, este teorema permite convertir una integral de superficie en una integral de línea la cual requiere un número mucho menor de operaciones para su evaluación. Con esto se mejora el desempeño de la aplicación desarrollada en este trabajo de tesis.

Durante el desarrollo de esta tesis, se demuestra que los métodos utilizados para la solución del cálculo del centro de masa de una partícula arrojan buenos resultados tanto en precisión como en velocidad de procesamiento en tiempo real, por lo que pueden considerarse como adecuados para su implementación dentro del molino de dos rodillos.

## **6.1. Trabajo futuro**

El primero de los problemas que habrá de resolverse en un trabajo futuro es el cambio de la interfaz. En el desarrollo de esta tesis se utilizó una cámara tipo WebCam que

no cumple con los requerimientos de calidad necesarios para los experimentos a realizar con este dispositivo, debido a que su sistema óptico de lentes no permite identificar elementos tan pequeños como las gotas que se pretende estudiar, la relación señal a ruido es muy baja y la distancia focal no es la adecuada.

Por otra parte, otra de las líneas de trabajo a seguir en el proyecto es el mejoramiento del algoritmo de seguimiento de la gota. Con el fin obtener tasa de adquisición aún mayores a las alcanzadas en este trabajo. A pesar de que el *software* desarrollado actualmente tiene contemplado el seguimiento de la gota, éste puede ser mejorado considerablemente teniendo en cuenta que el movimiento de la gota dentro del flujo no es aleatorio y se encuentra bien caracterizado [Reyes, 2005]. En base a la investigación realizada sobre la física del problema es posible predecir el movimiento de la gota y anticipar la región de exploración con lo que se pueden alcanzar tasas de adquisición más alta y/o incrementar la resolución de la imagen. De esta forma se reducen las incertidumbres en los bordes y por ende en el cálculo del centroide.

Por último, la información obtenida del centro de masa de la gota dentro del molino de dos rodillos permitirá ajustar la velocidad de los rodillos y por lo tanto mantener a la gota dentro del punto de estancamiento, con lo cual es posible estudiar la reología de las gotas sometidas a flujos fuertes y realizar una gran cantidad de experimentos sobre deformaciones de gotas inmersas en un segundo fluido.



# Apéndice A

## Criterio de Canny

El criterio de Canny [Canny, 1986] consiste en el diseño de un filtro que optimice la detección de bordes de una señal contaminada por ruido blanco aditivo gaussiano. Con este fin, el filtro debe de cumplir con las siguientes condiciones:

1. Relación señal a ruido alta.
2. Ubicación de los bordes lo más próxima posible a los bordes reales.
3. La menor cantidad de bordes falsos o respuestas múltiples.

Para cumplir con la primera condición se considera a  $u(x)$  una señal que representa a un borde con centro en  $x = 0$ ; y  $n(x)$  una señal de ruido blanco gaussiano que afecta a  $u(x)$ . Entonces, se desea modelar un filtro  $f(x)$  tal que al aplicarse a la señal contaminada maximice su relación señal a ruido; la cual se expresa como,

$$SNR = \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f(x) u(-x) dx \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-W}^{+W} f^2(x) dx}}. \quad (\text{A.1})$$

Donde  $n_0$  es una constante que representa la desviación estándar del ruido. La respuesta a este filtro se encuentra limitada en un intervalo  $[-W, W]$ . Dado que el valor de  $n_0$  no varía, la cantidad que se debe de maximizar es

$$\Sigma(f) = \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f(x) u(-x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-W}^{+W} f^2(x) dx}}. \quad (\text{A.2})$$

Por otra parte, para cumplir con la segunda condición se requiere obtener una expresión para evaluar el desplazamiento que sufre un borde detectado con respecto a su ubicación real y que su vez incremente su valor a medida que la localización del borde se aproxime a la localización real. Para esto, se utiliza el recíproco del valor medio cuadrado de la distancia entre el centro del borde verdadero y el detectado.

Dado que se ha decidido marcar como bordes a los máximos locales de la respuesta del operador  $f(x)$ , la primera derivada de esta respuesta es cero en dicho punto. Además, como se definió al principio el borde real de la señal en ausencia de ruido se encuentra en  $x = 0$ , por lo que la diferencia entre el máximo local de la respuesta y el borde debe tender a cero.

Sea , entonces,  $H_n(x)$  la respuesta al ruido únicamente y  $H_u(x)$  la respuesta al borde. Suponiendo que hay un máximo local en el punto  $x = x_0$ , entonces,

$$H'_n(x_0) + H'_u(x) = 0. \quad (\text{A.3})$$

Utilizando la expansión en series de Taylor de  $H'_u(x_0)$  alrededor del origen se obtiene,

$$H'_u(x_0) = H'_u(0) + H''_u(0) x_0 + O(x_0^2). \quad (\text{A.4})$$

Donde  $H'_u(0) = 0$  representa un máximo local por lo que se elimina. Se considera, también, que el desplazamiento,  $x_0$ , es pequeño; por lo que se desprecian los términos cuadráticos y

superiores. Combinando las Ecuaciones A.3 y A.4 se tiene,

$$H_u''(0) x_0 \approx -H_n'(x_0). \quad (\text{A.5})$$

Donde  $H_n'(x_0)$  es una variable aleatoria gaussiana cuya varianza es el valor medio cuadrado de  $H_n'(x_0)$  y esta dado por,

$$E \left[ H_n'(x_0)^2 \right] = n_0^2 \int_{-W}^{+W} f'^2(x) dx. \quad (\text{A.6})$$

En donde, el operador  $E[*]$  representa el valor esperado o promedio de  $H_n'(x_0)^2$ . Finalmente, sustituyendo la Ecuación A.5 en A.6 se obtiene la siguiente expresión,

$$E [x_0^2] \approx \frac{n_0^2 \int_{-W}^{+W} [f'(x) dx]^2}{\left[ \int_{-W}^{+W} f'(x) u'(-x) dx \right]^2} = \delta x_0^2; \quad (\text{A.7})$$

donde,  $\delta x_0$ , es una aproximación a la desviación estándar de  $x_0$ . Entonces, el desplazamiento en la ubicación del borde se define como el recíproco de  $\delta x_0$ ,

$$\text{Localización} = \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f'(x) u'(-x) dx \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-W}^{+W} [f'(x)]^2}}. \quad (\text{A.8})$$

De igual forma que en el cálculo de la relación SNR, debido a que  $n_o$  es una constante; la expresión que se debe de maximizar para optimizar la localización de los bordes queda expresada como,

$$\Lambda (f') = \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f'(x) u'(-x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-W}^{+W} [f'(x)]^2}}. \quad (\text{A.9})$$

El producto de las Ecuaciones A.2 y A.9 permite obtener un modelo matemático de las primeras dos condiciones del criterio de Canny. Para lo cual se desea obtener una función  $f(x)$  tal que maximize la Ec. A.10.

$$\Sigma \Lambda = \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f(x) u(-x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-W}^{+W} f^2(x) dx}} \frac{\left| \int_{-W}^{+W} f'(x) u'(-x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-W}^{+W} [f'(x)]^2}}. \quad (\text{A.10})$$

Sin embargo, el criterio de Canny establece una tercera condición que consiste en reducir la probabilidad de detección de bordes falsos o respuestas múltiples. Para esto, se necesita encontrar una función que evalúe la distancia entre dos picos adyacentes de la respuesta al filtro. Esta distancia corresponde al doble de la distancia entre dos puntos de *paso-por-cero* de la función derivada de la respuesta a  $f(x)$ . Entonces, utilizando los resultados obtenidos por [Rice, 1945] se calcula la distancia promedio entre dos puntos de *paso-por-cero* de la siguiente forma,

$$x_{prom} = \pi \left( \frac{-R(0)}{R''(0)} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.11})$$

Donde  $R(\tau)$  es la función de autocorrelación de la función  $g$ , en nuestro caso  $g = f'$ . De esta forma, la distancia media entre dos puntos de *paso-por-cero*  $x_{zc}$  de  $f'$  es,

$$x_{zc} = \pi \left( \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [f'(x)]^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} [f''(x)]^2 dx} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.12})$$

Como se sabe la distancia promedio entre dos máximos adyacentes,  $x_{m\acute{a}x}$ , de la respuesta al ruido es dos veces  $x_{zc}$ . La distancia,  $x_{m\acute{a}x}$ , se puede definir como una fracción,  $k$ , del ancho del operador  $W$ , de la siguiente forma,

$$x_{m\acute{a}x}(f) = 2x_{zc}(f) = kW. \quad (\text{A.13})$$

Por lo cual, la respuesta al filtro estará concentrada en una región de ancho  $2W$ . Entonces, el número esperado de máximos,  $N_n$ , dentro del intervalo es,

$$N_n = \frac{2W}{x_{m\acute{a}x}} = \frac{2}{k}. \quad (\text{A.14})$$

Finalmente, fijando un valor de  $k$  es posible controlar el máximo número de valores que pudieran producir una respuesta múltiple.

En general, no es sencillo encontrar una función  $f(x)$  que maximice a la Ec. A.10 y que a su vez reduzca la probabilidad de detección de bordes falsos, por esta razón se recurre a la utilización de métodos numéricos que proporcionen una solución aproximada al problema.

Canny ha encontrado que una aproximación eficiente que cumple con las condiciones establecidas de manera satisfactoria en el diseño de un filtro óptimo es el empleo de la primera derivada de la función Gaussiana  $G'(x)$ ,

$$G(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (\text{A.15})$$

De tal forma que la función  $f(x)$  que mejor satisface el criterio de Canny es,

$$f(x) = -\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (\text{A.16})$$

donde  $\sigma^2$  es la varianza de la función.



## Apéndice B

# Coordenadas Homogéneas

Las coordenadas homogéneas es una técnica comúnmente utilizada en los problemas de visión por computadora para transformar un punto de un sistema de coordenadas a otro utilizando una sola matriz de transformación. Esta técnica consiste en representar cada punto de un objeto físico por un vector de tamaño  $4 \times 1$  de la forma  $(kx_0, ky_0, kz_0, k)$ , donde  $k$  es una constante arbitraria diferente de cero. Mediante esta representación se convierte un vector de coordenadas homogéneas a coordenadas físicas, tan solo dividiendo todos los componentes éste vector entre el  $n$ -ésimo elemento y eliminando este último, de tal forma que el vector resultante es de tamaño  $(n - 1) \times 1$ .

De tal forma que para transformar un punto en el sistema de coordenadas físico a uno referido al sistema de referencia de la cámara,  $\vec{x}$ , se multiplica el punto en coordenadas homogéneas,  $\vec{X}_0$ , por la matriz de transformación  $M$ .

$$\vec{x} = M\vec{X}_0. \tag{B.1}$$

Donde,  $M$ , es una matriz  $4 \times 4$  que se obtiene a partir de la multiplicación de matrices

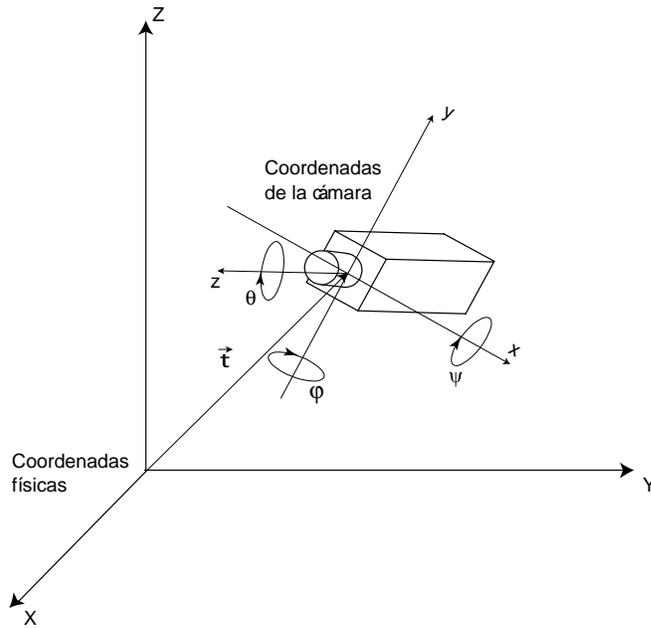


FIGURA B.1. Sistema de referencia.

transformación elementales (traslación, rotación, escalamiento y proyección); como las que se muestran a continuación.

Traslación

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -tx \\ 0 & 1 & 0 & -ty \\ 0 & 0 & 1 & -tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación en X

$$R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación en Y

$$R_Y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación en Z

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Escalamiento

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Proyección

$$P = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \\ -1 & 0 & 0 & f \end{bmatrix}$$

Donde  $(t_x, t_y, t_z)$  corresponden a las coordenadas del origen del sistema de referencia de la cámara;  $(\psi, \varphi, \theta)$  son los grados de libertad de la cámara con respecto a los ejes  $(x, y, z)$ , respectivamente;  $(S_x, S_y, S_z)$  son los factores de escalamiento en sus respectivos ejes; y  $f$  es la distancia focal de la proyección (*ver* Fig. B.1).

Por ejemplo, si se considera  $k = 1$  y que sólo existe una proyección de los puntos físicos en el plano de la imagen se obtiene una representación en coordenadas homogéneas como,

$$\vec{x} = P\vec{X}_0 = \begin{bmatrix} fx_0 \\ fy_0 \\ fz_0 \\ f - x_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

La representación en coordenadas físicas,  $\hat{x}$ , de B.2 se obtiene dividiendo al vector en coordenadas homogéneas entre  $f - x_0$  y eliminando el último elemento del vector. De la siguiente forma,

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} fx_0 / (f - x_0) \\ fy_0 / (f - x_0) \\ fz_0 / (f - x_0) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Al caso anterior se le conoce como *proyección ortográfica*. Donde todos los puntos del objeto son proyectados ortogonalmente hacia el plano de la imagen. Cada punto de la imagen, entonces, es una versión escalada del correspondiente punto objeto [Schalkoff, 1989, Heijden, 1994].



## Apéndice C

# Breve Introducción a la Física del Sistema

Para entender el comportamiento general que rige los experimentos de dinámica de gotas sometidas a flujos fuertes se requieren de algunos conocimientos básicos sobre la mecánica de los medios continuos, y en especial de mecánica de fluidos; en este Apéndice se introducen los principios fundamentales que permiten tener una visión general a este problema. Para un lector que desee una información más especializada sobre estos temas se sugiere consultar a Reyes [Reyes, 1997, Reyes, 2005] en donde se explica a detalle la física de los experimentos y las características del molino de dos rodillos.

## Representación matemática de las propiedades físicas de un fluido

La reología es una herramienta que nos permite comprender las deformaciones y el transporte de fluidos complejos; es decir, aquellos en los que no se tiene una relación sencilla entre el esfuerzo aplicado y la rapidez de deformación lograda. Se puede decir que los esfuerzos y las deformaciones dependen del campo de velocidades del flujo y se interrelacionan a través de las ecuaciones constitutivas.

Un breve análisis de las ecuaciones constitutivas considera, en primer lugar, al medio como un continuo. Desde el punto de vista clásico, un continuo se deriva del concepto matemático de continuidad, que afirma que la materia es continua infinitesimalmente ignorando la estructura atómica. De esta forma el tiempo, la masa (desde el punto de vista macroscópico) y el volumen se pueden considerar como propiedades físicas continuas. Otra de las suposiciones utilizadas para el análisis de fluidos es que no se consideran como cuerpos rígidos; es decir, los fluidos se desplazan y se deforman debido a los campos de fuerza que actúan sobre el fluido. Además, en el caso particular de los experimentos a realizar con el molino de dos rodillos se consideran a los fluidos en estudio como no comprensibles (densidad  $\rho = cte$ ). La última consideración que se realiza sobre la física del fluido es su comportamiento. El cual se puede clasificar como newtoniano o no-newtoniano. Un fluido newtoniano es un fluido viscoso para el cual el esfuerzo de corte es linealmente proporcional a la razón de deformación. Los ejemplos más comunes de este tipo de fluido son el agua (ideal) y el aire. Por otra parte, los fluidos no-newtonianos son los de mayor interés en el estudio de la ciencia de materiales. Muchos productos como pinturas, barnices, esmaltes,

así como la mayoría de las soluciones poliméricas se clasifican como no-newtonianos. Con frecuencia, las etiquetas de estos productos se leen advertencias como "No drip" (sin escurrimientos), "spread easily" (poca resistencia al flujo) ó "leaves no brush marks" (flujo suave sobre la superficie), las cuales implícitamente reconocen propiedades distintas a lo que se observa en un líquido como el agua.

### Campo de velocidades y condición de compatibilidad

El campo de velocidad relaciona el desplazamiento relativo de las partículas dentro de un fluido con respecto al tiempo. Sea  $O - xyz$  un marco de referencia; y  $\mathbf{u}(x, y, z)$  un campo de velocidades vectorial. Entonces,  $\nabla \mathbf{u}(x, y, z)$  se conoce vector gradiente de velocidad. En notación índice, esto se puede expresar como,

$$\nabla \mathbf{u}(x, y, z) \equiv \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (\text{C.1})$$

Descomponiendo el gradiente de velocidad en parte simétrica y antisimétrica, se puede expresar de forma vectorial como

$$\nabla \mathbf{u} = \mathbf{D} + \mathbf{W}; \quad (\text{C.2})$$

donde,

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad (\text{C.3})$$

y

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}^T). \quad (\text{C.4})$$

$\mathbf{D}$  se conoce como *gradiente de rapidez de deformación, tensor de rapidez de deformación* o simplemente *tensor rapidez de deformación*.  $\mathbf{W}$  como el *tensor de vorticidad*

o *tensor de la razón de rotación* y se puede interpretar físicamente como la rotación de un cuerpo rígido (local) con una velocidad angular igual a  $\frac{1}{2}|\boldsymbol{\omega}|$ ; donde,

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} \quad (\text{C.5})$$

y se conoce como vector de vorticidad. Y  $\mathbf{W}$  se relaciona con  $\boldsymbol{\omega}$  por medio de la siguiente ecuación,

$$2\nabla \cdot \mathbf{W} = -\nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (\text{C.6})$$

De lo anterior se puede concluir que para cualquier flujo en el que  $\nabla \mathbf{u} \neq 0$  y  $\mathbf{D} \neq 0$ , y puesto que el tensor  $\mathbf{D}$  es simétrico, éste se puede diagonalizar obteniendo sus eigenvalores con los que se obtienen las deformaciones principales en dirección de los ejes principales a las que se les conoce como *rapidez de elongación*.

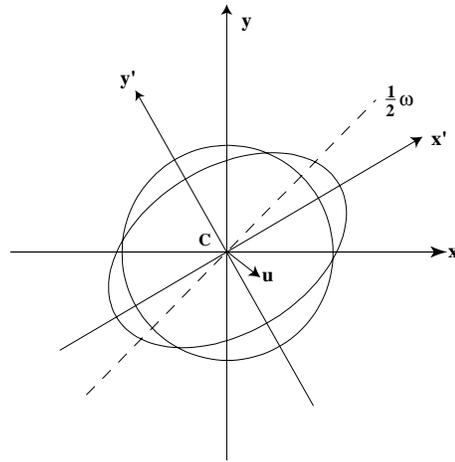


FIGURA C.1. Efecto del campo de velocidades sobre una partícula esférica  $\mathbf{M}$ , en sus tres componentes: (1) desplazamiento del centro de masa  $\mathbf{C}$  a la velocidad  $\mathbf{u}$  en el plano  $xy$ ; (2) rotación de  $\mathbf{M}$  con una velocidad igual  $\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}$  y (3) rapidez de deformación pura en dirección  $x'$ .

Estas razones se ilustran en la Figura C.1. El sistema de coordenadas  $xy$  se ha rotado de tal forma que la dirección del flujo coincida con la dirección de los ejes. En el

caso del primer eigenvalor,  $\alpha$ , es positivo y diferente de cero; por lo cual, representa una elongación uniforme en la dirección  $x'$ . El segundo eigenvalor,  $\beta$ , tiene un valor negativo por lo que se manifiesta físicamente como una compresión en la dirección  $y'$ . Durante un lapso de tiempo infinitesimal  $dt$ , estos procesos deforman una esfera de radio  $\varepsilon$  en un elipsoide cuyos semiejes tienen las longitudes,

$$\varepsilon(1 + \alpha dt), \quad \varepsilon(1 + \beta dt) \quad \text{y} \quad \varepsilon(1 + \gamma dt). \quad (\text{C.7})$$

Además, de las componentes de deformación, la Figura C.1 muestra una translación  $\mathbf{u}$ , y una rotación de la partícula  $M$  con una velocidad angular  $\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}$  perpendicular al plano  $xy$  [Larson, 1999].

Igualmente relevante, es considerar la condición de compatibilidad que establece la consistencia de los datos obtenidos en un experimento de laboratorio, a través de medidores de deformación, equipo fotoelástico, holografía láser combinada con patrones de Moire, etc. Si los datos encontrados satisfacen esta condición entonces es posible obtener los desplazamientos  $\mathbf{u}$  y el campo de velocidad  $\mathbf{v}$ . Si establecemos un estado de deformación plano, la condición de compatibilidad toma la siguiente forma,

$$\frac{\partial^2 e_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 e_{yy}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 e_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (\text{C.8})$$

Para el caso de un campo de velocidad bidimensional. Los componentes del tensor de esfuerzo pueden ser medidos mediante la técnica de birrefringencia óptica. Para verificar la consistencia de los datos obtenidos se debe de satisfacer la siguiente condición de compatibilidad,

$$\frac{\partial^2 V_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_{yy}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 V_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad (\text{C.9})$$

donde las componentes  $V_{ij}$  corresponden al tensor de esfuerzos. En la mecánica de fluidos, esta condición se conoce como *condición de integrabilidad*.

### Ecuación de Navier-Stokes

La ecuación de *Navier-Stokes* permite conocer las propiedades física para flujos viscosos Newtonianos. Se obtiene a partir de la ecuación de *Cauchy* y las relaciones constitutivas [Kundu and Cohen, 2004]. De esta forma se obtiene [Fung, 1994],

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ 2\mu e_{ij} - \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right], \quad (\text{C.10})$$

donde  $(\partial p / \partial x_j) \delta_{ij} = \partial p / \partial x_i$ . La viscosidad  $\mu$  es una variable que está en función de las condiciones termodinámicas. En el caso de los fluidos esta variable decrece generalmente con la temperatura, mientras que para los gases aumenta. Sin embargo, si se consideran que las variaciones de la temperatura del fluido son pequeñas, la Ecuación C.10 se simplifica a

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nabla^2 u_i - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right]. \quad (\text{C.11})$$

Si además, se considera que el fluido es incompresible; es decir,  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  y se utiliza notación vectorial, la ecuación de Navier-Stokes se puede expresar como

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T}, \quad (\text{C.12})$$

donde  $\mathbf{T}$  es el tensor de esfuerzos.

### Tipos de flujo

Es posible clasificar a los flujos en base al tensor gradiente de velocidad, siempre y cuando el flujo sea laminar y no presente fenómenos caóticos como turbulencias. Esta clasificación

divide a los flujos en: *flujos viscométricos* y *flujos elongacionales* ([Reyes, 1997]).

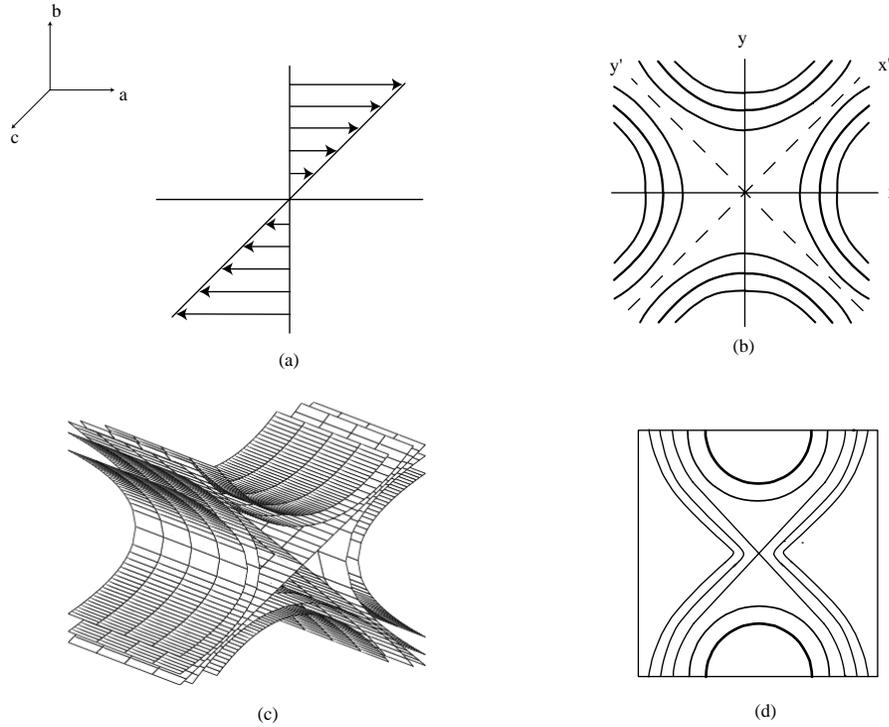


FIGURA C.2. (a) Flujo cortante generado por el desplazamiento de una placa paralela sobre otra.  $\mathbf{D}, \mathbf{W} \neq 0$  (b) Flujo elongacional puro. Existe simetría axial para la dirección de elongación.  $\nabla \mathbf{u} = \mathbf{D}, \mathbf{W} = 0$ . (c) Flujo elongacional bidimensional generado por un molino de dos rodillos;  $\nabla \mathbf{u}, \mathbf{D}, \mathbf{W}$  son diferentes de cero [Reyes, 1997].

### Flujos viscométricos

En este tipo de flujo cada elemento diferencial experimenta un esfuerzo cortante simple y un posible movimiento de cuerpo rígido de rotación y/o translación. Todos los flujos viscométricos pueden entenderse como el movimiento relativo de un conjunto de superficies materiales paralelas e inextensibles. En muchas situaciones, las superficies deslizantes se mueven constantemente como cuerpos rígidos, y cada superficie deslizante ocupa todo el tiempo la misma localización en el espacio. El movimiento relativo de dos cuerpos rígidos

en contacto sobre un área se describe como la combinación de acciones deslizantes, giratorias y helicoidales. Esto es útil cuando se piensa en movimientos viscométricos con superficies deslizantes rígidas, en donde las superficies pueden ser cilíndricas, superficies de revolución o helicoidales [Reyes, 1997].

### Flujos elongacionales

Los flujos elongacionales simples se caracterizan por que las partículas no giran, por lo tanto la vorticidad  $\nabla \times \mathbf{u}$  es igual a cero. Entonces, solamente sufren compresiones y tensiones a lo largo de sus direcciones perpendiculares con respecto a un sistema de coordenadas cartesiano. El tensor de deformación queda definido únicamente por las deformaciones en las direcciones principales, de la siguiente forma,

$$\nabla \mathbf{u} = \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.13})$$

Cuando se trata de un flujo incompresible la divergencia  $\nabla \cdot \mathbf{u} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3$  es igual a cero. En un flujo extensional simple e isocórico, los elementos  $\dot{\varepsilon}_1$ ,  $\dot{\varepsilon}_2$  y  $\dot{\varepsilon}_3$  son constantes para cualquier posición, aunque posiblemente dependan del tiempo. En este caso, todas las partículas sufren la misma deformación en todo tiempo por lo que se le conoce como *deformación homogénea*.

En el caso de flujo extensional se pueden describir varios casos de interés. Por ejemplo, el *flujo uniaxial* es aquel en el que el elemento de volumen se estira en una dirección a una velocidad  $\dot{\varepsilon}_i > 0$ ; y se comprime en las otras dos direcciones a una velocidad igual a la mitad de la velocidad de elongación  $\dot{\varepsilon}_j = \frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_i$ ,  $j = 2, 3$ . El caso contrario es el que el

elemento de volumen se comprime en una dirección y se expande en las otras dos se conoce como flujo *extensional biaxial*. Otro caso de flujo extensional se genera a partir del flujo bidimensional en la que el elemento de volumen se estira en una dirección y se comprime en la otra a la misma velocidad; en este último caso  $\dot{\epsilon}_3 \equiv 0$ .

## ¿Cuáles son los flujos fuertes?

Los flujos fuertes, según los define [Olbricht et al., 1982], son aquellos flujos bidimensionales en los que la magnitud de la rapidez de deformación es mayor que la magnitud de la vorticidad. Por lo tanto, los flujos extensionales no son más que un caso particular de los flujos fuertes, en los que la vorticidad se anula.

Otro de los criterios para clasificar a un flujo como fuerte es el criterio cinemático de Astarita [Astarita, 1979]. Este criterio tiene las siguientes propiedades: (a) es un criterio local, pues es posible calcular su valor en un punto sin que se requiera tener información de todo el campo; (b) es objetivo, no depende del marco de referencia; (c) es generalmente aplicable, puesto que su cálculo es aplicable a la mayoría de los casos de interés. El criterio de Astarita propone que la razón de rotación puede expresarse como;

$$R = \left( \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda} \right)^2, \quad (\text{C.14})$$

en donde  $\lambda^2 \leq 1$  y se extiende a través de todo el intervalo de interés, desde el movimiento de un cuerpo rígido ( $\lambda = -1$ ) pasando por un flujo viscométrico ( $\lambda = 0$ ) hasta el flujo elongacional ( $\lambda = 1$ ). Por lo tanto,  $R$  es la medida de que tan rápido un material se protege por medio de la rotación contra los estiramientos severos, cuyo valor es infinito para rotaciones de cuerpo rígido y decrece monótonicamente a la unidad en el caso de los

flujos viscométricos, y es cero para flujos elongacionales. En el último caso, no hay rotación que alivie los esfuerzos. Los flujos fuertes se encuentra en el intervalo entre  $0 < \lambda \leq 1$  ( $0 \leq R < 1$ ), y el rango de flujos débiles está entre  $-1 \leq \lambda \leq 0$  ( $1 \leq R < \infty$ ) (véase [Reyes, 1997]).

### **¿Por qué son importantes los flujos fuertes?**

Los flujos fuertes son de gran relevancia en muchos de los procesos tecnológicos de la fabricación de materiales. Es más, son los que se encuentran en la naturaleza con mayor frecuencia. En varios de estos procesos ocurren flujos extensionales con propiedades que al menos localmente corresponden con las características de un flujo elongacional simple. Dos ejemplos de la aplicación de los flujos fuertes en la industria de materiales son la extrusión para la fabricación de fibras y la producción de láminas delgadas de plástico.

En el proceso de extrusión de monofilamentos (fibras de acero, vidrio, materiales poliméricos, etc.) el material fundido se extruye a través de una boquilla y se estira aplicándole una tensión, mientras que simultáneamente se enfría; así que la fibra se adelgaza y solidifica después de viajar una cierta distancia. Los parámetros de importancia de este proceso son la longitud de la zona fundida antes de la solidificación, la fuerza de tensión, la razón de reducción de la sección transversal de la fibra, la velocidad a la que la fibra se extruye y el flujo másico en la boquilla. El proceso de extrusión tiene varias características que son el resultado del tipo de material utilizado; es decir, las características del filamento a la salida de la boquilla dependen del grado de elasticidad que tenga el material.

El segundo ejemplo de la aplicación de los flujos fuertes es en el "soplado de

películas" usado en la fabricación de láminas delgadas. En este caso, el fluido sale de una boquilla anular y forma un tubo cerrado simétrico que se enfría y solidifica a una distancia determinada de la boquilla, mientras que una presión diferencial manométrica baja dentro del tubo contribuye a darle la estabilidad durante su expansión. Para dar al extruido su espesor deseado éste puede ser estirado con una extensión biaxial. Entonces, el extruido se estira en la zona de formación del tubo y no sólo en la dirección anular, sino también longitudinalmente.

Debido a la importancia de las aplicaciones de los flujos fuertes en la fabricación y estudio de las propiedades de muchos materiales de aplicación industrial, resulta de gran valor estudiar, diseñar y mejorar dispositivos que generen flujos fuertes que permitan conocer y cuantificar las desviaciones de los modelos teóricos de los experimentales para poder evaluar así tales aproximaciones. Es claro que matemáticamente es posible definir condiciones de flujo que se asemejen a los flujos que ocurren en procesos industriales. Sin embargo, en el laboratorio es difícil reproducir flujos que permitan caracterizar la respuesta de un material a una deformación de tipo elongacional que sea equivalente. La caracterización de la respuesta de un material a flujos elongacionales es todavía un problema científico abierto de gran interés tanto académico como tecnológico. Por lo cual, el molino de dos rodillos desarrollado en el Instituto de Investigaciones en Materiales es una avance importante en nuestro país para el estudio de los flujos fuertes.



# Bibliografía

- [Alzahrani and Chen, 1997] Alzahrani, F. and Chen, T. (1997). A real-time edge detector: Algorithm and VLSI architecture. *Real-Time Imaging*, 3:363–378.
- [Astarita, 1979] Astarita, G. (1979). Objective and generally applicable criteria for flow classification. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 6:69–76.
- [Bentley and Leal, 1986a] Bentley, B. and Leal, L. (1986a). A computer-controlled four-roll mill for investigations of particle and drop dynamics in two-dimensional linear shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 167:241–283.
- [Bentley and Leal, 1986b] Bentley, B. J. and Leal, L. G. (1986b). An experimental investigation of drop deformation and break up in steady two-dimensional linear flow. *J. Fluid Mech.*, 167:241–283.
- [Bowyer et al., 1999] Bowyer, K., Kranenburg, C., and Dougherty, S. (1999). Edge detector evaluation using empirical ROC curves. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1:354–359.
- [Canny, 1983] Canny, J. (1983). Finding edge and lines. Technical Report 720, M.I.T., Cambridge. Tech.

- [Canny, 1986] Canny, J. (1986). A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-8:679–698.
- [Chávez, 2004] Chávez, G. (2004). Aplicación de la visión por computadora en tiempo real en un proceso de medición.
- [Edmund Optics, 2004] Edmund Optics, I. (2000-2004). *Best of EO Application Notes*.
- [Fung, 1994] Fung, Y. (1994). *Continuum Mechanics*. Prentice Hall.
- [Gonzalez and Woods, 2002] Gonzalez, R. and Woods, R. (2002). *Digital Image Processing*. Prentice Hall.
- [Heath et al., 1997] Heath, M., Sarkar, S., Sanocki, T., and Bower, K. (1997). A robust visual method for assessing the relative performance of edge-detection algorithms. *IEEE. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(12):1338–1359.
- [Heath et al., 1996] Heath, M., Sarkar, S., Sanocki, T., and Bowyer, K. (1996). Comparison of edge detector: A methodology and initial study. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 19:143–148.
- [Heijden, 1994] Heijden, F. (1994). *Image Based Measurement Systems*. Wiley.
- [Intel, 2001] Intel (2001). *Open Source Computer Vision Library*. Intel Corporation.
- [Kundu and Cohen, 2004] Kundu, K. and Cohen, M. (2004). *Fluid Mechanics*. Elsevier.
- [Larson, 1999] Larson, R. (1999). *The Structure and Rheology of Complex*. Oxford University.

- [Li, 2003] Li, J. (2003). A wavelet approach to edge detection. Tesis de Licenciatura, Sam Houston State University.
- [Liu and Haralick, 2000] Liu, G. and Haralick, R. M. (2000). Two practical issues in canny's edge detector implementation. *International Conference on Pattern Recognition*, 3:676–678.
- [Lyon et al., 2001] Lyon, M. K., D. W. Mead, R. E., Elliot, R. E., and Leal, G. L. (2001). Structure formation in moderately concentrate viscoelastic suspensions in simple shear flow. *J. Rheol.*, 45(4):881–890.
- [Marr and Hildreth, 1980] Marr, D. and Hildreth, E. (1980). Theory of edge detection. *Proceedings of the Royal Society of London, Series B, Biological Sciences*, 207:187–217.
- [Micheli et al., 1989] Micheli, E. D., Caprile, B., Ottonello, P., and Torre, V. (1989). Localization and noise in edge detection. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:1106–1117.
- [Midoh et al., 2005] Midoh, Y., Miura, K., Nakamae, K., and Fujioka, H. (2005). Statistical optimization of canny edge detector for mesurement of fine line patterns in SEM image. *Measurement Science and Technology*, 16:477–487.
- [Murillo, 2000] Murillo, J. (2000). Reconocimiento de patrones en imágenes caracterizadas por lineas y bordes. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- [Olbricht et al., 1982] Olbricht, W. L., Rallison, J. M., and Leal, L. G. (1982). Strong flow criteria based on microstructure deformation. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 10:291–318.

- 
- [Reyes, 1997] Reyes, H. M. A. (1997). Estudio y solución analítica de un flujo fuerte generado por un molino de dos rodillo. Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [Reyes, 2005] Reyes, H. M. A. (2005). *Hydrodynamics of Deformable Objects in Creeping Flows*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [Reyes and Geffroy, 2000a] Reyes, H. M. A. and Geffroy, E. (2000a). A corotating two-roll mill for studies of two-dimensional elongational flows with vorticity. *Physics of Fluids*, 12:2372–2376.
- [Reyes and Geffroy, 2000b] Reyes, H. M. A. and Geffroy, E. (2000b). Study of low reynolds number hydrodynamics generated by symmetric corotating two-roll mills. *Revista Mexicana de Física*, 46:135–147.
- [Reyes and Geffroy, 2005a] Reyes, H. M. A. and Geffroy, E. (2005a). Experimental flow cell for rupture and coalescence of drops in elongational flows. 1. analytical solution for the flow field. *Submitted to Physics of Fluids*.
- [Reyes and Geffroy, 2005b] Reyes, H. M. A. and Geffroy, E. (2005b). Experimental flow cell for rupture and coalescence of drops in elongational flows. 2. numerical solution for experimental device. *Submitted to Physics of Fluids*.
- [Reyes and Geffroy, 2005c] Reyes, H. M. A. and Geffroy, E. (2005c). Experimental flow cell for rupture and coalescence of drops in elongational flows. 3. characteristics and control of a two-roll mill. *Submitted to Physics of Fluids*.

- [Rice, 1945] Rice, S. O. (1945). Mathematical analysis of random noise. *Bell Syst. Tech. J.*, 24:46–456.
- [Schalkoff, 1989] Schalkoff, R. (1989). *Digital Image Processing and Computer Vision*. Jhon Wiley.
- [Shin et al., 2001] Shin, M., Goldof, D., Bowyer, K., and Nikiforou, S. (2001). Comparison of edge detection algorithms using a structure from motion task. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 30:589–601.
- [Taylor, 1932] Taylor, G. (1932). The viscosity of a fluid containig small drops of another fluid. *Proc. R. Soc. London, Serie A*, 138:41–48.
- [Taylor, 1934] Taylor, G. (1934). The formation of emulsions in definable filds of flow. *Proc. Real Soc. London, Serie A*, 146:501–523.
- [Tsai, 1987] Tsai, Y. (1987). A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lens. *IEEE Journal of Robotics and Automatization*, RA-3:323–344.
- [Valeriano, 1998] Valeriano, J. (1998). Detección y seguimiento del movimiento de un objeto empleando procesamiento digital de imágenes y lógica difusa. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- [Weng et al., 1992] Weng, J., Cohen, P., and Herniou, M. (1992). Camera calibration with distortion models and accuaracy evaluation. *IEEE Transac tions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:965–980.

- [Zhang, 1998] Zhang, Z. (1998). A flexible new technique for camera calibration. Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research.