



Estudio del patrón de flujo bache en tuberías de gran diámetro que transportan mezclas trifásicas de gas, aceite y agua.

Por:

MANUEL CRUZ SÁNCHEZ

T E S I S

Presentada a la
División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional Autónoma de México
Como requisito para obtener el grado de
Maestro en Ingeniería Petrolera.

Asesor:
Dr. Yuri V. Fairuzov

México, D.F.

2005



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, agradezco la confianza depositada por todas aquellas personas que creyeron e hicieron posible la realización del presente trabajo: familiares, amigos, profesores y compañeros.

Mi sincero agradecimiento a mi tutor, el Dr. Yuri Fairuzov y a mis profesores de la División de Estudios de Posgrado: Dr. Rodolfo Camacho, Dr. Fernando Samaniego y Dr. Fernando Rodríguez de la Garza; así como del Instituto de Ingeniería, el Dr. Alejandro Rodríguez, quienes me ofrecieron un gran apoyo y contribuyeron enormemente al enriquecimiento del presente trabajo así como de mi desarrollo profesional.

Agradezco a mis padres, Ing. Manuel Cruz Pineda y Sra. Paulina Sánchez, por el gran estímulo, fomentado a lo largo de mi vida, de buscar siempre la superación intelectual sin dejar a un lado el sentido humano.

Mi admiración y respeto a mis abuelos, Sr. Manuel Cruz Valdivieso y Sra. Bernarda Pineda, por alentarme y mantener su confianza inquebrantable hacia mí en los momentos difíciles. Muchas gracias!!

Gracias a mi esposa, Nora Haydeé Alanis, y mi pequeño hijo Leonardo, por el gran impulso que han dado a mi vida. Ustedes son la razón para que yo siga adelante.

Muchas gracias a mis amigos y compañeros, Ing. Armando Pérez Delgado y Rogelio Torres que me brindaron su ayuda y consejo incondicional en los momentos de incertidumbre y compartieron conmigo su tiempo y conocimientos.

Finalmente, un agradecimiento especial a mi gerente, M.I. Jaime Tellez, que me ha brindado, aparte de un magnífico apoyo para la conclusión del presente trabajo, una gran oportunidad de superación para forjarme como profesional de la industria petrolera.

CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	v
RESUMEN	vii
LISTA DE TABLAS	ix
LISTA DE FIGURAS	xi
NOMENCLATURA	xv
1. INTRODUCCIÓN	
1.1. Panorama general y descripción del fenómeno del flujo bache	1
1.2. Importancia del problema	2
1.3. Evolución del estudio del flujo bache y revisión de la literatura	2
1.4. Distinción de los patrones de flujo	4
1.5. Criterios para predicción de patrones de flujo	4
1.6. Relevancia del estudio del patrón de flujo estratificado	9
2. EL FLUJO ESTRATIFICADO	
2.1. Introducción al estudio del flujo estratificado	11
2.2. Flujo estratificado bifásico	11
2.2.1. Descripción	12
2.2.2. Ecuaciones básicas, ecuaciones constitutivas y algoritmo de cálculo	12
2.3. Flujo estratificado trifásico	17
2.3.1. Descripción	17
2.3.2. Ecuaciones básicas, ecuaciones constitutivas y algoritmo de cálculo	18
2.3.3. Método de solución	20
2.4. Multiplicidad de soluciones	21
2.4.1. Descripción y presencia del fenómeno	21
2.4.2. Obtención de soluciones múltiples	24
2.4.3. Criterios de estabilidad de las soluciones múltiples	25
2.4.4. Regiones de soluciones múltiples	27
2.4.5. Análisis	58
2.4.6. Resultados de cálculo	60
2.4.7. Discrepancia entre las soluciones múltiples	61
3. CARACTERIZACIÓN DEL FLUJO BACHE	
3.1. Flujo bache bifásico	65

3.1.1. Descripción	66
3.1.1.1. Velocidades	68
3.1.1.2. Frecuencias	70
3.1.1.3. Longitudes	74
3.1.1.4. Colgamientos	77
3.1.2. Ejemplos de cálculo	79
3.1.3. Análisis	80
3.2. Flujo bache trifásico	80
3.2.1. Descripción	81
3.2.1.1. Velocidades	82
3.2.1.2. Frecuencias	82
3.2.1.3. Longitudes	83
3.2.1.4. Colgamientos y fracciones de vacío	83
3.2.2. Ejemplos de cálculo	84
3.2.3. Gráficas de variación de las características del flujo bache	86
3.2.3. Análisis	95
4. APLICACIÓN DE LOS MODELOS DESARROLLADOS PARA FLUJO TRIFÁSICO A UN CASO REAL	
4.1. Definición del caso	97
4.2. Descripción y datos de entrada	98
4.3. Evaluación de resultados	98
5. CLAUSURA	
5.1. Sumario	101
5.2. Contribuciones	102
5.3. Conclusiones	102
5.4. Recomendaciones	103
Referencias	107
Apéndices	111

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Propiedades de los fluidos de la mezcla trifásica considerada para la búsqueda de raíces múltiples.

Tabla 2.2. Rangos de variación de los parámetros principales.

Tabla 2.3. Intervalos de velocidades superficiales de las fases para las cuales se presenta la multiplicidad de raíces.

Tabla 2.4. Intervalos de velocidades superficiales y cortes de agua con presencia de multiplicidad de raíces.

Tabla 2.5. Ejemplo de casos con multiplicidad de raíces y porcentaje de diferencia entre las mismas, en una tubería de 6" y 0° de inclinación.

Tabla 2.6. Ejemplo de casos con multiplicidad de raíces y porcentaje de diferencia entre las mismas, en una tubería de 6" y +1° de inclinación.

Tabla 3.1. Datos de entrada de la mezcla de gas-aceite.

Tabla 3.2. Características del bache para una mezcla de gas-aceite.

Tabla 3.3. Datos de entrada de la mezcla de gas-aceite-agua (fase líquida homogénea).

Tabla 3.4. Características del bache para una mezcla de gas-aceite-agua (fase líquida homogénea).

Tabla 3.5. Rangos de variación de los parámetros principales para el cálculo de características del flujo bache.

Tabla 3.6. Rangos de variación de las principales características del bache.

Tabla 4.1. Gastos de las fases del fluido transportado a través de un ducto de 36 pulg., para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Tabla 4.2. Características de las fases del fluido transportado a través del ducto de 36 pulg., para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Tabla 4.3 Colgamientos y alturas de líquido de las distintas partes que conforman al flujo bache.

Tabla 4.4. Velocidades en las distintas secciones que conforman al flujo bache, para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Tabla 4.5 Longitudes las diferentes secciones que conforman el bache unitario.

Tabla 4.6 Tabla comparativa de correlaciones predictivas de frecuencia, para diversos cortes de agua en la fase líquida.

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1. Patrones de flujo para tubería horizontal.

Fig. 1.2. Patrones de flujo para tubería inclinada y vertical.

Fig. 1.3. Mapa de patrones de flujo, según Baker (1954), generalizado para flujo trifásico.

Fig. 2.1 Cálculo del ángulo “mojado” y altura de la fase líquida en equilibrio en un flujo estratificado bifásico.

Fig. 2.2. Distribución de las fases y consideraciones para el cálculo de las alturas de los líquidos en el flujo estratificado trifásico.

Figs. 2.3. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.3. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de 0°.

Figs. 2.4. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

Figs. 2.4. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.5. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

Figs. 2.5. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.6. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidades tipo 1 y 2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

Figs. 2.6. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidades tipo 1 y 2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

Figs. 2.7. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +3°.

Figs. 2.7. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +3°.

Figs. 2.8. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.8. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de 0°.

Figs. 2.9. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de -1°.

Figs. 2.9. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de -1°.

Figs. 2.10. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.10. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.11. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de +3°.

Figs. 2.11. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +3°.

Figs. 2.12. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.12. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.13. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.13. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +1°.

Figs. 2.14. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +3°.

Figs. 2.14. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +3°.

Figs. 2.15. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.15. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de inclinación de 0°.

Figs. 2.16. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de $+1^\circ$.

Figs. 2.16. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de $+1^\circ$.

Figs. 2.17. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de $+3^\circ$.

Figs. 2.17. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de $+3^\circ$.

Fig. 3.1. Esquema de un bache unitario y principales elementos.

Fig. 3.2. Esquema de un bache unitario y principales parámetros.

Fig. 3.3. Proceso de formación de un bache de líquido en un flujo bifásico.

Fig. 3.4 Principales caídas de presión en el flujo tipo bache.

Fig. 3.5 Ejemplo de la medición experimental desde transductor de presión absoluta y una sonda de conductividad.

Fig. 3.6. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.7. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.8. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.9. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.10. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.11. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.12. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.13. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16'', con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.14. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.15. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

Fig. 3.16. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

Fig. 3.17. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

Fig. 3.18. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.19. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.20. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

Fig. 3.21. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

Fig. 3.22. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

Fig. 3.23. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

NOMENCLATURA

A	Área,
C	Constante en la correlación del factor de fricción,
d	Diámetro,
D	Diámetro hidráulico,
f	Factor de fricción,
F_r	Número de Froude,
f_s	Frecuencia del bache,
g	Constante de atracción gravitacional,
h_g	Altura de la sección transversal de la tubería ocupada por el gas en el flujo estratificado,
h_{le}	Altura de la sección transversal de la tubería ocupada por la película de líquido en equilibrio en el flujo estratificado,
h_{lw}	Altura de la sección transversal de la tubería ocupada por la capa de agua en la película de líquido en el flujo estratificado,
H	Colgamiento de la fase especificada
H_s	Colgamiento del bache de líquido,
h_w	Altura de la capa de agua,
l	Longitud,
L_s	Longitud del bache,
\dot{m}	Flujo másico,
P	Presión,
Q	Gasto volumétrico,
Re	Número de Reynolds,
S	Perímetro sobre el cuál actúa el esfuerzo cortante,
T	Período de las olas en el flujo que antecede a la generación de un bache de líquido,
u,U	Velocidad,
W_{cut}	Corte fraccional de agua,
X	Parámetro de Lockhart & Martinelli,
X_B	Parámetro discriminante de patrón de flujo, según Baker (1954).

Letras griegas

α	Ángulo formado por la superficie de la fase líquida con respecto al eje de presión de la tubería,
β	Ángulo de inclinación de la tubería, formado entre el eje longitudinal de la tubería y la horizontal,
ϵ	Fracción volumétrica de la fase,
μ	Viscosidad,
ν	Frecuencia de las olas generadoras de los baches de líquido,
ρ	Densidad,
σ	Tensión superficial,

τ Esfuerzo cortante,
 Φ_B Parámetro discriminante de patrón de flujo, según Baker (1954).

Subíndices

f fluido,
g gas,
i interfase e interfase gas-líquido,
j interfase líquido-líquido,
l líquido,
Lf propio de la película de líquido,
LS propio del bache de líquido,
m mezcla,
min mínimo,
o aceite,
s superficial,
slug relativo al bache de líquido,
t traslacional,
w agua,

Superíndices

E Entrada,
k Contador en el parámetro X de Lockhart y Martinelli,
m Exponente en la correlación del factor de fricción,
n Exponente en la correlación del factor de fricción.
S propio del cuerpo del bache de líquido,
TB Burbuja de Taylor o burbuja de gas,
W propio de la región de la estela,

RESUMEN

Aunque los estudios orientados hacia el análisis del patrón de flujo bache para mezclas multifásicas han sido muy pocos en la actualidad, además de ser un fenómeno complejo y difícilmente comprendido, se presenta un modelo basado en el balance de momentos en las interfases gas-líquido y líquido-líquido, para una mezcla de gas-aceite-agua, a partir del cual se permite predecir parámetros de importancia, tales como: el colgamiento de los baches, la longitud y frecuencia de los mismos, además de otros parámetros, que pueden resultar de interés durante la planeación o diseño de las instalaciones corriente abajo, como lo son la velocidad del bache y de la burbuja de gas.

Lo anterior se lleva a cabo con el propósito de contar con la información necesaria para tener la capacidad de prever condiciones de operación seguras de los hidrocarburos transportados a través de los ductos, así como su arribo adecuado a las instalaciones de producción, lo cual se visualiza a través de los gráficos, generados a partir de los datos obtenidos mediante un programa de cómputo, que representan las diversas condiciones y el comportamiento de tales características con la variación de los parámetros principales de flujo y geometría de la tubería, pudiendo identificar y evitar las condiciones de riesgo que amenacen la integridad de los ductos de transporte de hidrocarburos.

El presente trabajo basa sus primeros planteamientos en los datos y resultados obtenidos para el flujo de dos fases, realizando las modificaciones necesarias en: las ecuaciones de balance de momentos en las interfases, en el cálculo de las tensiones superficiales y en los coeficientes de fricción en las interfases, como una adecuación al flujo de tres fases.

Además, se presenta un análisis sobre las soluciones múltiples de las ecuaciones de balance de momentos, notificada por algunos investigadores, pero del cual no se reporta lo ocurrido al considerar dos fases líquidas fluyendo simultáneamente en la capa de líquido, es decir, al obtener diferentes alturas de las fases líquidas en la capa que precede y sigue a un bache de líquido.

Las distintas soluciones para la altura de la capa de agua y la de aceite permiten caracterizar de diversas maneras el patrón de flujo bache posteriormente. Por lo tanto, cuando se presenta este fenómeno de multiplicidad en el análisis de la capa de líquido, considerado como flujo estratificado por cuestiones de simplificación, se recurre a los criterios de Kelvin-Helmholtz para realizar un análisis de estabilidad que permita discriminar las soluciones que son físicamente inestables.

La aplicabilidad de los modelos presentados en este trabajo a las condiciones de operación actuales, que se tiene en la región marina, quedaría pendiente de validación al compararlos con datos reales que puedan ser obtenidos de sistemas de flujo que cuenten con tuberías de gran diámetro y cortes de agua considerables.

CAPÍTULO 1.

INTRODUCCIÓN

1.1. Panorama general y descripción del fenómeno del flujo bache.

En repetidas ocasiones, los costos de producción de los hidrocarburos extraídos de los campos marinos resultan ser mucho menores si son transportados en forma de mezclas multifásicas hasta las costas o plataformas de procesamiento ya existentes.

A la fecha, el estudio que se ha realizado para el flujo de tres fases: gas, aceite y agua, ha sido realmente muy poco, y menos aún, la investigación que se ha realizado con respecto a las características del patrón de flujo bache para mezclas trifásicas.

Hasta hace poco tiempo, las pérdidas de presión por fricción para las tres fases se calculaban con la ayuda de algunas correlaciones inicialmente destinadas para el flujo de dos fases (aceite y gas). Sin embargo, basándose en un análisis estricto y adecuado, primero, resulta necesario conocer el patrón de flujo que se establece en el ducto para poder realizar los cálculos de las pérdidas de presión a través de la tubería, ya que de lo anterior depende el procedimiento y las ecuaciones que intervendrán en su cálculo.

El flujo bache es un caso particular de los patrones de flujo que se establece con frecuencia en dichos sistemas de transporte, lo anterior se ve agravado por la sinuosidad del terreno sobre el cual se sitúa la tubería, lo cual propicia condiciones de operación poco recomendables en materia de optimización y seguridad.

Este tipo de flujo está caracterizado por baches separados de líquido que ocupan por completo la sección transversal de la tubería, y los cuales se mueven a una alta velocidad en la dirección del flujo. Por lo tanto, para el diseño adecuado de equipos e instalaciones de producción (separadores, compresoras, codos y algunos otros accesorios), es necesario conocer diversas características de dicho flujo, tales como: velocidad de los frentes, de la burbuja de gas y del bache de líquido, los colgamientos en las diferentes secciones del bache, la frecuencia y longitud de los mismos.

1.2. Importancia del problema.

Durante la etapa del transporte de hidrocarburos en un oleogasoducto, aparecen baches de líquido que ocasionan problemas en las instalaciones de producción y procesamiento corriente abajo del ducto, principalmente aquellos relacionados con la operación inadecuada de las compresoras y los separadores.

De forma adicional, en algunas zonas petroleras se comienza a tener aparición de agua, con incrementos importantes en la fracción volumétrica de la misma, lo cual modifica de forma considerable el comportamiento del flujo intermitente que se presenta en dichas líneas.

Los problemas ocasionados por el flujo bache son diversos:

- Las instalaciones de separación suelen operar con bajas eficiencias, debido a que se presentan fluctuaciones en la presión de la corriente de entrada al separador.
- Las cantidades de líquido arrastradas por la corriente de gas se vuelven significativas, pudiendo afectar a los equipos de compresión.
- Se pierde gran cantidad de condensados al ser mandados al quemador a través de la corriente de gas.

Cabe resaltar que en el tiempo presente, no existe suficiente conocimiento acerca de la hidrodinámica de las mezclas multifásicas, de su flujo a través de las bombas, así como de la corrosión y erosión que provocan en los elementos metálicos a través de los cuales viajan, resulta de gran interés conocer la magnitud y condiciones en las que suelen ocurrir para realizar una adecuada y conveniente planeación de los sistemas de transporte.

1.3. Evolución del estudio del flujo bache y revisión de la literatura.

Realmente, existe poca investigación y experimentación con referencia a la predicción de patrones de flujo, el cálculo de caídas de presión para mezclas de trifásicas y la caracterización del patrón de flujo bache. En 1954, Baker (1954) publicó una serie de criterios simplificados que

permiten establecer las fronteras entre las diferentes regiones de los patrones de flujo para una mezcla trifásica.

El primer modelo del patrón de flujo bache fue introducido por Dukler & Hubbard (1975) para tuberías horizontales y por Fernández et al. (Ref. 18) para tuberías verticales.

Más recientemente, Gomez et al. (1999) han presentado un método que unifica los modelos de flujo estacionario bifásico, entre los que se encuentra el patrón de flujo bache, y que además es aplicable para los casos horizontal, vertical e inclinado. Felizola & Shoham (1995) presentan un modelo unificado del flujo bache para el caso de tubería inclinada. Estos modelos requieren como información de entrada los siguientes parámetros: velocidad traslacional (u_t), velocidad de la burbuja dispersa (u_b), el colgamiento del líquido dentro del cuerpo del bache (H_s) y la longitud del bache de líquido (L_s).

En 1961, Tek (Ref. 52) desarrolló un método para el cálculo de caídas de presión, el cual es altamente simplificado, debido al empleo de propiedades físicas promedio para la fase líquida (agua y aceite).

Gregory y Fogarasi (1985) mostraron como resultado de su estudio, que el cálculo de las caídas de presión, empleando estas suposiciones, conlleva un margen de error bastante amplio.

Por otra parte, los primeros trabajos experimentales fueron presentados por Açekgöz, França y Lahey (1992), los cuales fueron realizados en una tubería de 19 mm de diámetro, donde toman en cuenta la distribución de las fases en el flujo y se hace una distinción entre el líquido que se encuentra disperso y el que se encuentra en fase continua, con ello, realizaron observaciones de las cuales distinguen 10 patrones de flujo diferentes y declaran que rara vez se alcanzó el flujo estratificado.

Nadler y Mewes (1992) también llevaron a cabo una investigación teórica y experimental, en tubería de 59 mm de diámetro, para mezclas trifásicas de gas, aceite y agua, donde permiten considerar la presencia de dos fases diferentes de líquido, sin embargo, una de las principales adversidades que reconocen es la carencia de una ecuación que permita el cálculo preciso de la viscosidad de una mezcla trifásica que sea válida para un amplio rango de valores en los gastos de las fases.

Recientemente, Herm-Stapelberg y Mewes (1994) presentan datos experimentales, obtenidos de pruebas realizadas en tuberías de 23.8 y 59 mm con mezclas trifásicas de aire, aceite mineral y agua. En dicho trabajo, se muestra una comparación con los métodos conocidos para realizar el cálculo de la caída de la presión y de las características del flujo bache, para una mezcla bifásica y para una mezcla trifásica. Sin embargo, cabe resaltar que se requiere extender la investigación relacionada con este último tipo de mezcla, ya que el comportamiento del flujo tipo bache se modifica con relación a su composición, sean mezclas bifásicas o mezclas trifásicas, además de alterarse en gran manera con respecto a cambios en la geometría del sistema, sobre todo al tratarse de ductos de gran diámetro. Lo anterior requiere de datos experimentales haciendo uso de tuberías de mayor diámetro a las utilizadas hasta ahora en los experimentos conocidos.

1.4. Distinción de los patrones de flujo.

Antes de realizar los cálculos para determinar la caída de presión o los colgamientos de alguna de las fases, resulta necesario determinar con precisión el patrón de flujo que se establece en el ducto, dados los gastos de entrada de las fases, geometría de la tubería y propiedades de los fluidos, ya que de ello depende seleccionar el método más adecuado que se pueda emplear para realizar dicha evaluación, así como el correcto diseño de las partes del sistema que estén relacionadas con dichos parámetros, tales como el ducto mismo y los separadores corriente abajo.

Para determinar el tipo de patrón de flujo es posible emplear desde correlaciones empíricas hasta modelos mecanísticos, sin embargo, hasta el momento se presentan grandes discrepancias entre ambos métodos y los datos observados en la realidad. No obstante, es posible establecer con ellos un criterio propio que nos brinde una orientación con referencia al método o los métodos que se puedan emplear para predecir con cierta exactitud la caída de presión y los colgamientos, ya que en la realidad siempre discrepan las predicciones con los valores obtenidos de mediciones reales.

1.5. Criterios para predicción de patrones de flujo.

Cuando fluyen gas, aceite y agua simultáneamente a través de tuberías horizontales, se establecen los mismos patrones de flujo que para las mezclas bifásicas. Si los gastos volumétricos de las fases son pequeños, entonces el gas, aceite y agua muestran un patrón de flujo estratificado, desplazándose en capas de acuerdo con sus respectivas densidades. Con el incremento de los gastos volumétricos se presentan olas de pequeña amplitud, primeramente en la interfase agua-aceite y después en la interfase aceite-gas. Antes de que los dos líquidos inmiscibles se dispersen uno en el otro (aceite y agua), la interfase entre aceite y gas cambia y se establece el patrón de flujo bache. En este sentido, cabe hacer la observación de que los dos líquidos fluyen de manera estratificada en el flujo bache. Además, se presenta una acumulación de agua en la parte inferior de la tubería en el flujo tipo bache, principalmente debido a la diferencia de velocidades entre las fases, donde el aceite sufre arrastre por parte del gas y el agua sufre una reducción en su velocidad debido a la fricción que sufre con la pared de la tubería.

Si los gastos de las fases se incrementan, los fluidos inmiscibles se dispersan en forma de gotas, al principio de manera parcial y posteriormente de manera completa.

Para propósito de la clasificación de los diferentes patrones de flujo, no se considerará el grado de dispersión del aceite y el agua.

En la **Fig. 1.1** se muestran los diferentes patrones de flujo para tubería horizontal, esquematizando sólo las fases líquida y gaseosa.

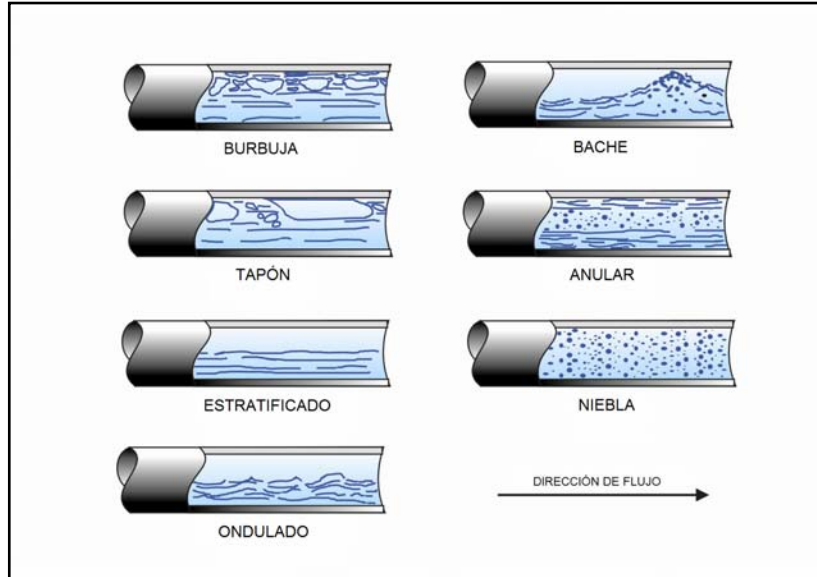


Fig. 1.1. Patrones de flujo para tubería horizontal.

En la **Fig. 1.2** se muestran los patrones de flujo que se presentan en las tuberías inclinadas, recordando que para los actuales trabajos de investigación, en un esfuerzo por generalizar y unificar los diferentes modelos, el caso vertical es uno particular de las variantes inclinadas.

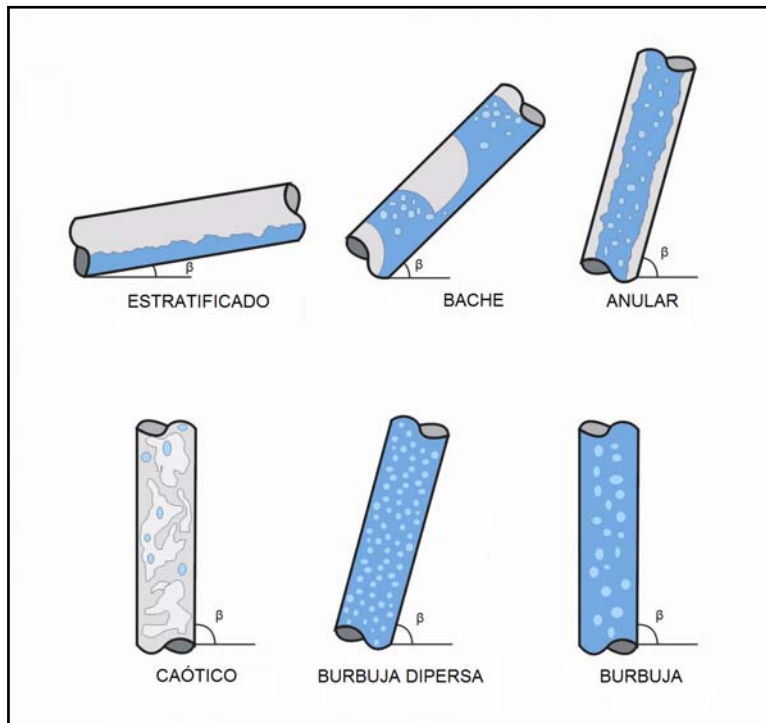


Fig. 1.2. Patrones de flujo para tubería inclinada y vertical.

En la **Fig. 1.3** se muestra el patrón de flujo propuesto por Baker (1954) y generalizado por Herm-Stapelberg & Mewes (1994) para el flujo trifásico horizontal, en el cual se muestra el desplazamiento de los límites de transición entre patrones de flujo para los casos en que fluye sólo agua (corte de agua del 100%) y sólo aceite (corte de agua del 0%).

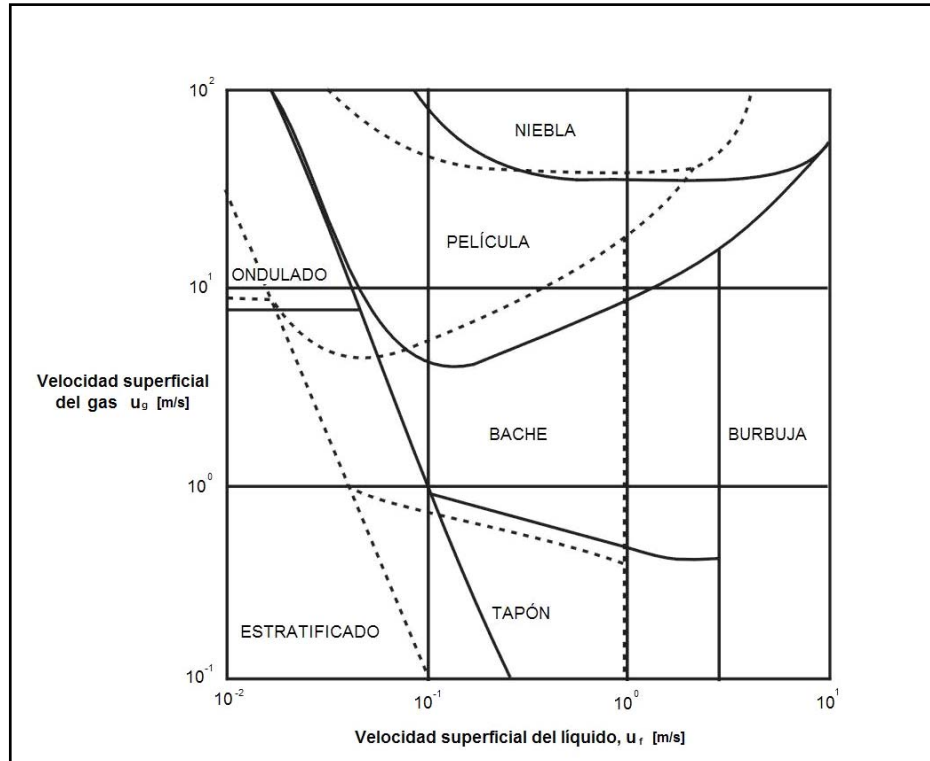


Fig. 1.3. Mapa de patrones de flujo, según Baker, generalizado para flujo trifásico.

Baker presentó una serie de ecuaciones discriminantes que permiten establecer las diferentes regiones de los patrones de flujo para una mezcla bifásica, de acuerdo a los gastos de las fases, y las propiedades de los fluidos. Para ello, realiza simplificaciones con respecto a la fase líquida, considerando propiedades de una mezcla (agua-aceite) homogénea. Dicho lo anterior, resulta conveniente resaltar que la generalización de este mapa de patrones de flujo se lleva a cabo empleando la velocidad superficial promedio de las fases líquidas, donde dicho promedio fue obtenido empleando los gastos volumétricos de las fases por unidad libre de la sección de la tubería, las fracciones volumétricas de las fases obteniendo los valores promedio de las propiedades de la mezcla homogénea.

A continuación se describen las ecuaciones empleadas para la consideración de las propiedades promedio de una mezcla homogénea:

$$\varepsilon_o = \frac{Q_o}{Q_w + Q_o} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.1})$$

$$\bar{u}_f = (1 - \varepsilon_o)u_w + \varepsilon_o u_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.2})$$

$$\bar{\rho}_f = (1 - \varepsilon_o)\rho_w + \varepsilon_o \rho_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.3})$$

$$\bar{\mu}_f = (1 - \varepsilon_o)\mu_w + \varepsilon_o \mu_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.4})$$

$$\dot{m}_f = \frac{\bar{\rho}_f(Q_w + Q_o)}{A} = u_w \rho_w + u_o \rho_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.5})$$

donde \dot{m}_f es el flujo másico promedio de las fases líquidas (aceite y agua).

Los parámetros discriminantes son los siguientes:

$$X_B = x^* \lambda \beta \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.6})$$

$$\Phi_B = \frac{\dot{m}_g}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.7})$$

donde \dot{m}_g es el flujo másico de la fase gaseosa y:

$$x^* = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_g} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.8})$$

$$\lambda = \sqrt{\left(\frac{\rho_g}{\rho_{air}}\right)\left(\frac{\rho_w}{\rho_f}\right)} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.9})$$

$$\beta = \frac{\sigma_{w-air}}{\sigma} \left[\frac{\eta_f}{\eta_w} \left(\frac{\rho_w}{\rho_f} \right)^2 \right]^{1/3} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.10})$$

De acuerdo con lo anterior, se establecen los criterios que definen los diferentes patrones de flujo:

Burbuja dispersa:

$$\Phi_B > \frac{2600}{X_B} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 1.11})$$

y

$$X_B > 150 \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 1.12})$$

Flujo estratificado:

$$\Phi_B < (0.011 + 1.22 \times 10^{-3} X_B^{1.42})^{-0.5} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.13})$$

$$\Phi_B < 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.14})$$

Flujo ondulado:

$$\Phi_B > (0.011 + 1.22 \times 10^{-3} X_B^{1.42})^{-0.5} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.15})$$

$$\Phi_B < 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.16})$$

Flujo tapón:

$$\Phi_B > 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.17})$$

$$\Phi_B < 2.55 X_B^{-0.19} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.18})$$

$$\Phi_B < \frac{2.6}{X_B} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.19})$$

Flujo bache:

$$\Phi_B > 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.20})$$

$$\Phi_B < 0.03 X_B^{1.25} + 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.21})$$

$$\Phi_B > 2.55 X_B^{-0.19} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.22})$$

$$\Phi_B < \frac{2.6}{X_B} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.23})$$

Flujo en película:

$$\Phi_B > 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.24})$$

$$\Phi_B > 0.03 X_B^{1.25} + 28.5 X_B^{-0.71} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.25})$$

$$\Phi_B < (3.03 X_B^{-1.44} + 818)^{0.55} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.26})$$

$$\Phi_B < 150 \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.27})$$

Flujo niebla:

$$\Phi_B > (3.03X_B^{-1.44} + 818)^{0.55} \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.28})$$

$$\Phi_B < 150 \dots\dots\dots(\text{Ec. 1.29})$$

donde Φ_B y X_B son relaciones de pérdidas de presión de las fases con respecto a la mezcla y entre las fases líquida y gaseosa, respectivamente.

1.6. Relevancia del estudio del patrón de flujo estratificado.

Desde hace tiempo, el flujo simultáneo de gas y líquido se ha vuelto de interés práctico para la industria petrolera, ya que las líneas de gas frecuentemente contienen agua o condensados, así como las líneas de transporte de aceite contienen vapores y agua. En algunos casos, la aparición de agua implica que, en las etapas finales de producción del pozo, los cortes de agua se incrementen significativamente y se tenga flujo estratificado, con consecuencias adversas, tal como lo constituye la corrosión de las paredes de los ductos, además de que afecta el desempeño de las herramientas de medición convencionales, donde no se toma en cuenta la presencia del agua, arrojando datos poco precisos.

En el presente trabajo, resulta de vital importancia enfocarnos al flujo estratificado trifásico, del cual, a la fecha, se han realizado pocos estudios. Afortunadamente, los investigadores no han centrado su trabajo en el flujo horizontal, sino que también han dirigido su atención al comportamiento de este patrón de flujo en tuberías inclinadas.

El estudio del flujo estratificado en tuberías horizontales ha sido llevado a cabo por Açekgöz et al., cuyo trabajo reporta un estudio que abarca un amplio rango de gastos de gas aceite y agua, basado en observaciones del flujo a través de una tubería de 19 mm. Otros trabajos de investigadores, como Lahey, Nuland y Lee, también abarcan un amplio rango de gastos y sus observaciones están basadas en los datos obtenidos del flujo a través de una tubería de 10 cm.

El propósito de presentar cierto énfasis en el análisis del patrón de flujo estratificado se debe a la siguiente razón: Taitel y Duckler (1976) presentan un método para determinar la altura del líquido en equilibrio para el caso del flujo estratificado bifásico, a partir de dicho dato es posible determinar los criterios de transición para cambio de patrón de flujo; posteriormente, Taitel, Barnea y Brill (1995) presentan un método para determinar las alturas de las fases líquidas en un patrón de flujo estratificado trifásico, con las cuales es posible calcular los colgamientos de los líquidos y del gas. Una vez que estos valores son conocidos, es posible calcular variables tales como las velocidades de las fases, pérdidas de presión y hacer consideraciones de estabilidad. Asimismo, los colgamientos de las fases líquidas, nos permite llevar a cabo un cálculo aproximado de la altura de la película de líquido en la parte posterior de los baches de líquido, cuando se presenta dicho patrón de flujo, para obtener posteriormente el resto de las características de los baches.

CAPÍTULO 2.

EL FLUJO ESTRATIFICADO

2.1. Introducción al estudio del flujo estratificado.

Cuando un fluido en estado gaseoso y otro en estado líquido fluyen simultáneamente en una tubería, es posible que se presente cualquiera de una serie de diferentes patrones de flujo, uno de ellos, semejante al flujo en canales, es el denominado flujo estratificado, en el cual las diferentes fases fluyen a través de secciones claramente delimitadas de la tubería, separadas de acuerdo a sus diferentes densidades.

Los primeros métodos para describir el flujo bifásico estuvieron basados en métodos empíricos, debido principalmente a la complejidad de la naturaleza del sistema y a la necesidad de desarrollar métodos sencillos aplicables de forma inmediata a la industria.

La finalidad de realizar un análisis del flujo estratificado, en este trabajo, es la de determinar la profundidad normal de la fase líquida que fluye en la parte inferior de la tubería

2.2. Flujo estratificado bifásico.

Desde mediados de la década de los setentas los modelos mecánicos han venido a representar los métodos más apropiados para mejorar la precisión de los cálculos de caída de

presión y el colgamiento de alguna de las fases en el flujo de varios fluidos dentro de una misma tubería. Dichos modelos involucran a las principales variables que toman parte dentro del comportamiento de los complejos sistemas del flujo multifásico, tales como: las propiedades de los fluidos y la geometría del sistema.

Taitel y Dukler (1976) presentaron un modelo que describe la transición entre cinco patrones de flujo básicos que se presentan en tuberías horizontales e inclinadas con flujo bifásico, donde el modelo central es uno unidimensional de dos fases, para el cual se escribe una ecuación de balance de momento en estado estacionario para la fase líquida y otra para la fase gaseosa. Lo anterior, ha venido a constituir una base para modelos subsecuentes.

Posteriormente, Baker descubrió que para flujo ascendente de mezclas bifásicas con bajos gastos de líquido, el modelo de Taitel y Dukler (1976) presentaba una región de raíces múltiples. En concreto, para determinados gastos de gas y líquido, se presentan 3 raíces, las cuales constituyen tres diferentes valores de fracciones volumétricas del líquido *in situ*. Lo anterior, lo puntualizaron de igual manera Baker y Gravestock (1987). Basten de momento estos comentarios, ya que se tratará este tema con mayor detalle en subcapítulos posteriores.

2.2.1. Descripción.

La altura de la capa de líquido depende principalmente de cuatro parámetros:

1. la relación entre los gastos de gas (Q_g) y de líquido (Q_L),
2. la relación entre las densidades del gas (ρ_g) y del líquido (ρ_L),
3. la relación entre el coeficiente de fricción en la interfaz (f_i) y el de la pared (f), y
4. el ángulo de inclinación de la tubería (β).

La variación que puede presentarse en la profundidad resulta diferente de acuerdo a la siguiente condición: si el flujo es subcrítico o supercrítico, lo cual explica que en ocasiones se presente cierto tipo de ondulamiento en la interfase.

2.2.2. Ecuaciones básicas, ecuaciones constitutivas y algoritmo de cálculo.

Taitel y Duckler (1976) proponen un método para el cálculo de la altura del líquido en equilibrio en un flujo estratificado liso (**Fig. 2.1**), el cual comienza realizando un balance de momento para cada una de las fases dentro del sistema, para posteriormente plantear una ecuación de momento combinada:

$$\tau_g \frac{s_g}{A_g} - \tau_L \frac{s_L}{A_L} + \tau_i s_i \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_L - \rho_g) g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.1})$$

donde los subíndices g y L representan las fases gaseosa y líquida, respectivamente, A representa el área de la sección transversal de tubería que ocupa la fase en cuestión, S el perímetro mojado

por cada fase, ρ la densidad, τ el esfuerzo cortante y β el ángulo de inclinación de la tubería. Cabe resaltar que esta ecuación se obtiene al igualar las caídas de presión y despreciar el gradiente hidráulico.

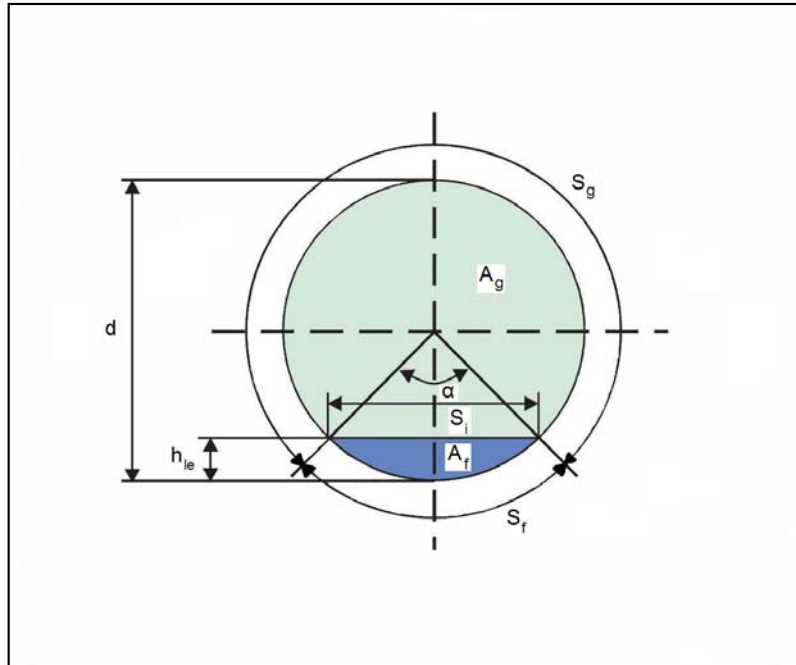


Fig. 2.1 Cálculo del ángulo “mojado” y altura de la fase líquida en equilibrio en un flujo estratificado bifásico.

Para determinar la altura de la película de líquido en la cola del bache, donde se presenta flujo estratificado, y poder realizar las predicciones necesarias que caractericen al bache, se recurre a la transformación de la ecuación de momento combinada, a una forma adimensional, para ello, se redefine las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{s}_i = \sqrt{1 - (2\tilde{h}_{Le} - 1)^2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.2})$$

$$\tilde{s}_g = \cos^{-1}(2\tilde{h}_{Le} - 1) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.3})$$

$$\tilde{s}_L = \pi - \cos^{-1}(2\tilde{h}_{Le} - 1) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.4})$$

$$\tilde{A}_g = 0.25 \left(\cos^{-1}(2\tilde{h}_{Le} - 1) - (2\tilde{h}_{Le} - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_{Le} - 1)^2} \right) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.5})$$

$$\tilde{A}_L = 0.25 \left(\pi - \cos^{-1}(2\tilde{h}_{Le} - 1) + (2\tilde{h}_{Le} - 1) \sqrt{1 - (2\tilde{h}_{Le} - 1)^2} \right) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.6})$$

donde, las ecuaciones de referencia se presentan a continuación:

$$\tilde{A} = \frac{A}{d^2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.7})$$

$$\tilde{u}_g = \frac{\tilde{A}}{\tilde{A}_g}, \quad \tilde{u}_L = \frac{\tilde{A}}{\tilde{A}_L} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.8 y 2.9})$$

$$\tilde{h}_{Le} = \frac{h_{Le}}{d}, \quad h_g = d - h_{Le} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.10 y 2.11})$$

$$\tilde{D}_g = \frac{D_g}{d}, \quad \tilde{D}_L = \frac{D_L}{d} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.12 y 2.13})$$

y las velocidades superficiales y reales se calculan:

$$\bar{u}_{sg} = \frac{Q_g}{\varepsilon A}, \quad \bar{u}_{sL} = \frac{Q_L}{(1-\varepsilon)A} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.14 y 2.15})$$

$$u_g = \bar{u}_{sg} \frac{A}{A_g}, \quad u_L = \bar{u}_{sL} \frac{A}{A_L} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.16 y 2.17})$$

los diámetros hidráulicos, números de Reynolds y factores de fricción para cada una de las fases:

$$D_g = \frac{4A_g}{s_g + s_i}, \quad D_L = \frac{4A_L}{s_L} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.18 y 2.19})$$

$$\text{Re}_g = \frac{\rho_g u_g D_g}{\nu_g} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.20})$$

Si $\text{Re}_g \leq 2500$:

$$f_g = 16 \text{Re}_g^{-1} \quad \text{y} \quad \frac{f_i}{f_g} = 1 \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.21 y 2.22})$$

Si $2500 < \text{Re}_g \leq 8000$:

$$f_g = 1.98 \times 10^{-3} \text{Re}_g^{0.15} \quad \text{y} \quad \frac{f_i}{f_g} = 9.124 \times 10^{-3} \text{Re}_g^{0.6} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.23 y 2.24})$$

Si $Re_g > 8000$:

$$f_g = 0.046 Re_g^{-0.2} \quad \text{y} \quad \frac{f_i}{f_g} = 2 \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 2.25 y 2.26})$$

$$Re_L = \frac{\rho_L u_L D_L}{\nu_L} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.27})$$

$$f_g = C_g \left(\frac{D_g u_g}{\nu_g} \right)^{-m} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.28})$$

$$f_L = C_L \left(\frac{D_L u_L}{\nu_L} \right)^{-n} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.29})$$

donde:

$$\begin{array}{llll} C_g = C_L = 0.046 & \text{y} & n = m = 0.2 & \text{para flujo turbulento} \\ C_g = C_L = 16 & \text{y} & n = m = 1.0 & \text{para flujo laminar} \end{array}$$

y los esfuerzos cortantes se definen como:

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_g (u_g - u_i)^2}{2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.30})$$

$$\tau_g = f_g \frac{\rho_g u_g^2}{2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.31})$$

$$\tau_L = f_L \frac{\rho_L u_L^2}{2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.32})$$

La caída de presión se calcula en función de los parámetros X y Y, los cuales son: el parámetro de Lockhart y Martinelli, y un parámetro que representa las fuerzas relativas que actúan sobre el líquido en la dirección del flujo debido a la acción de la gravedad y la caída de presión, respectivamente.

El parámetro X de Lockhart y Martinelli está en función de las características de los fluidos, el diámetro de la tubería y las velocidades superficiales de cada una de las fases. Desde otro punto de vista, el parámetro X es la relación que existe entre la caída de presión de la fase líquida con respecto a la fase gaseosa, y la relación Y de Taitel y Dukler, constituye un parámetro de inclinación que está en función de las características de los fluidos y la velocidad superficial del gas.

De la ecuación de balance de momento combinada (**Ec. 2.1**), de las ecuaciones de los esfuerzos cortantes (**Ecs. 2.30 a 2.32**) y de las ecuaciones de los factores de fricción (**Ecs. 2.21 a 2.29**), resulta una ecuación de la siguiente forma:

$$aX^2 - b - 4Y = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.33})$$

donde:

$$X^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dz}\right)_L^s}{\left(\frac{dP}{dz}\right)_G^s} = \frac{\frac{2C_L}{D} \left(\frac{u_L^s D}{\nu_L}\right)^{-n} \rho_L (u_L^s)^2}{\frac{2C_G}{D} \left(\frac{u_G^s D}{\nu_G}\right)^{-m} \rho_G (u_G^s)^2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.34})$$

y

$$Y = \frac{(\rho_L - \rho_G)g \sin \beta}{\left(\frac{dP}{dz}\right)_G^s} = \frac{-(\rho_L - \rho_G)g \sin \beta}{\frac{2C_G}{D} \left(\frac{u_G^s D}{\nu_G}\right)^{-m} \rho_G (u_G^s)^2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.35})$$

Cabe mencionar que para el caso de flujo laminar con el coeficiente de fricción C_f , los parámetros anteriores se simplifican a:

$$X^2 = \frac{\mu_L u_L^s}{\mu_G u_G^s} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.36})$$

y

$$Y = -\frac{(\rho_L - \rho_G)g \sin \beta}{\frac{2C_f}{D^2} \mu_G u_G^s} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.37})$$

a y b son parámetros puramente geométricos, los cuales son funciones explícitas de la altura del líquido, la cual a su vez, es función del colgamiento:

$$a = (\tilde{u}_L \tilde{D}_L)^{-n} \tilde{u}_L^2 \frac{\tilde{S}_L}{\tilde{A}_L} \quad \dots\dots\dots (\text{Ecs. 2.38})$$

y

$$b = (\tilde{u}_G \tilde{D}_G)^{-m} \tilde{u}_G^2 \left(\frac{\tilde{S}_G}{\tilde{A}_G} + \frac{\tilde{S}_i}{\tilde{A}_L} + \frac{\tilde{S}_i}{\tilde{A}_G} \right) \quad \dots\dots\dots (\text{Ec. 2.39})$$

Cabe puntualizar que la razón por la cual se grafica el colgamiento en forma adimensional $\left(\tilde{h}_L = \frac{h_L}{D}\right)$ (**Ec. 2.10**) es para que sea posible incluir “implícitamente” todos los diámetros existentes. De igual forma, al incluir grupos adimensionales, como la X de Lockhart & Martinelli o la Y de Taitel y Dukler, se incluyen, dentro del análisis de variación de parámetros,

a las propiedades de los fluidos, a la geometría del sistema y a las velocidades superficiales de las fases.

2.3. Flujo estratificado trifásico.

Los ductos de gas frecuentemente conducen gas acompañado de corrientes de agua e hidrocarburos condensados, mientras que los oleoductos transportan crudo con presencia de vapores y agua, los cuales se incrementan significativamente durante las últimas etapas de la producción de un pozo. El empleo de métodos de aproximación basados en sistemas que tan solo contemplan dos fases, donde se desprecia la presencia de agua, o bien, se considera una mezcla de ambas fases líquidas (agua y aceite), llevan a predicciones poco acertadas con respecto a la realidad.

Como se describió en el primer capítulo, el propósito de realizar un análisis del patrón de flujo estratificado, radica en la importancia que tiene el conocer los valores de las alturas de las capas de los líquidos estratificados, de aceite y agua respectivamente, los cuales permitirán, a su vez, conocer los colgamientos de las fases líquidas y del gas, para determinar, posteriormente, el resto de las características del bache o tapón unitario partiendo de las características de la capa de líquido que fluye por detrás del tapón de líquido.

2.3.1. Descripción.

Determinación de las alturas de las capas de líquido.

En el flujo estratificado, las fases se distribuyen de acuerdo a sus densidades, por lo tanto, el gas fluye en la parte superior de la tubería y el líquido en la parte baja.

Si existen líquidos de diferentes densidades, como aceite y agua, estos se distribuirán de acuerdo a sus densidades, fluyendo el aceite en una capa por encima de la capa de agua (**Fig. 2.2**). Cabe resaltar que existe una diferencia notoria entre las velocidades de las fases, ya que la movilidad de las partículas de cada fase es diferente (inherente a la densidad de la misma), siendo mayor la velocidad con que fluye el gas, a través de la tubería, que la velocidad con que fluye el aceite y a su vez, esta última es mayor que la del agua. Asimismo, cada una de las fases se ve influenciada por la fricción que presentan con la pared de la tubería, los esfuerzos cortantes y arrastre que experimentan en las interfases. Ejemplificando, la fase de aceite que fluye en la parte media de la tubería, se ve influenciada, en la parte superior por la fase de gas que fluye a mayor velocidad, por lo que experimenta cierto arrastre, lo que le acelera parte de las partículas que fluyen por la parte superior de dicha fase; mientras que en la parte inferior, las partículas que fluyen por la parte más baja de la fase de aceite ven reducida su velocidad debido a la velocidad menor con que viaja la fase acuosa en la interfase *i*. Por otra parte, la fricción que experimenta la fase en la o las superficies de contacto con la tubería, también influye en las caídas de presión que sufre la mezcla completa de fluidos, así como en la alteración que pueda ocasionar en el patrón de flujo con que se transporta dicha mezcla.

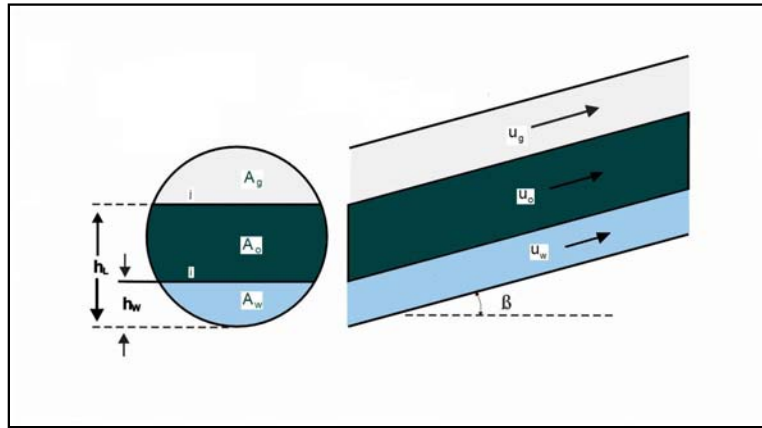


Fig. 2.2. Distribución de las fases y consideraciones para el cálculo de las alturas de los líquidos en el flujo estratificado trifásico.

Para determinar las alturas de las capas de líquido desde el fondo de la tubería se lleva a cabo un balance de momentos entre la fase gaseosa y la primera capa de líquido (interfase j), y entre las capas de aceite y agua (interfase i).

2.3.2. Ecuaciones básicas, ecuaciones constitutivas y algoritmo de cálculo.

El balance de momento para cada una de las fases se puede escribir de la siguiente forma, de acuerdo con lo planteado por Taitel, Barnea y Brill (1995):

$$-A_w \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_w S_w + \tau_i S_i + \rho_w A_w g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.40})$$

$$-A_o \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_o S_o - \tau_i S_i + \tau_j S_j - \rho_o A_o g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.41})$$

$$-A_g \left(\frac{dp}{dx} \right) - \tau_g S_g + \tau_j S_j + \rho_g A_g g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.42})$$

Al igualar las caídas de presión y despreciando el gradiente hidráulico, las ecuaciones anteriores se pueden reducir al siguiente sistema:

$$\tau_g \frac{S_g}{A_g} - \tau_L \frac{S_L}{A_L} + \tau_j S_j \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_L - \rho_g) g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.43})$$

$$\tau_o \frac{S_o}{A_o} - \tau_w \frac{S_w}{A_w} - \tau_j \frac{S_j}{A_o} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) + (\rho_w - \rho_o)g \sin \beta = 0 \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.44})$$

A este sistema, se unen las siguientes ecuaciones, las cuales vienen a constituir las relaciones de clausura. Estas consideraciones permitirán determinar los valores de las alturas de las capas de líquido que satisfacen a este conjunto de ecuaciones.

$$\tau_L S_L = \tau_w S_w + \tau_o S_o \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.45})$$

$$\rho_L = \frac{\rho_w A_w + \rho_o A_o}{A_L} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.46})$$

$$A_L = A_w + A_o \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.47})$$

A diferencia del caso bifásico, donde sólo existe una sola ecuación combinada de momento, en el caso trifásico, ambas ecuaciones se resuelven simultáneamente, ya que el esfuerzo cortante, perímetro mojado, densidad y área del líquido (τ_L , S_L , ρ_L y A_L), están dados en términos de los esfuerzos cortantes, perímetros mojados, densidades y áreas de cada una de las fases líquidas (τ_o , τ_w , S_o , S_w , ρ_o , ρ_w , A_o y A_w).

El parámetro de Lockhart & Martinelli para el flujo trifásico, está definido como la relación entre la caída de presión en el flujo bifásico de agua y aceite y la caída de presión para un flujo monofásico de gas, por lo tanto, el procedimiento de cálculo se muestra a continuación:

$$X_3 = \left[\frac{\tilde{s}_g}{\tilde{A}_g} + \frac{f_i}{f_g} \left(\frac{\tilde{s}_i}{\tilde{A}_L} + \frac{\tilde{s}_i}{\tilde{A}_g} \right) \right] \frac{(\tilde{u}_L \tilde{D}_L)^n}{(\tilde{u}_g \tilde{D}_g)^m \left(\frac{\tilde{u}_g}{\tilde{u}_L} \right)^2} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.48})$$

$$\phi_o^2 = \frac{(X^{k+1} + X^k + a)}{(X^{k+1} + aX)} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.49})$$

donde:

- k = 0.559
- a = 1.1 para un diámetro de 23.8 mm
- a = 0.46 para un diámetro de 59.0 mm

y

$$X_3^2 = \phi_o^2 \frac{\left(\frac{\Delta P}{l} \right)_{ow}}{\left(\frac{\Delta P}{l} \right)_g} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.50})$$

2.3.3. Método de solución.

La obtención de las alturas de los líquidos se lleva a cabo mediante el método de bisección, sin embargo, una vez que se ha encontrado un “juego” de raíces, se realiza un “barrido” o búsqueda de otras raíces, partiendo de valores ligeramente mayores de los recién encontrados, hasta cubrir todo el rango completo de existencia para las alturas adimensionales, esto es, de 0 a 1.

Con la ayuda de las subrutinas ZBRAC y ZBRAK (1989), se realiza una búsqueda de raíces en el rango de 0 a 1. Para ello, la primer subrutina comprueba la existencia de una raíz, dentro de un rango determinado, y posteriormente divide el rango completo en un número determinado de subrangos en los cuales se realiza una búsqueda específica de raíces, de forma independiente al resto de las mismas.

A continuación se describe el proceso de búsqueda de raíces:

- Se comienza suponiendo valores muy pequeños para h_L y h_w .
- Para cada selección de h_L se busca un valor de h_w que satisfaga la segunda ecuación.
- Si el valor de h_L no satisface a la ecuación de balance de momento entre gas y líquido, se emplea un valor mas grande y se repite el paso anterior. Iterativamente se buscan los valores de h_L y h_w que satisfacen a las ecuaciones de momento combinadas. Como se puede deducir, esto implica un proceso iterativo anidado, el cual se detiene hasta que se alcanza la convergencia a determinado valor y se cumple una tolerancia preestablecida. En este caso, se ha empleado el método de bisección para dar solución a las ecuaciones de momento combinadas.
- Una vez que se obtienen los valores de h_L y h_w que satisfacen ambas ecuaciones de momento, se realizan de nuevo los pasos anteriores, solo que ahora, partiendo de valores ligeramente superiores a los recién obtenidos. Lo anterior se repite hasta cubrir el rango completo de 0 a 1.

De acuerdo con los trabajos realizados por Baker y Gravestock (1987), Baker (1988) y Landman (1991) en los cuales se hace referencia a la existencia de tres diferentes soluciones para la altura del líquido y por consecuencia, del colgamiento del líquido en el flujo estratificado ascendente con bajas relaciones de líquido con respecto al gas, es de esperar que obtengamos la misma cantidad de raíces, sin embargo, no se descarta que pudieran existir un número mayor de soluciones para cada una de alturas buscadas (de la capa de líquido y de la capa de agua), así como la presencia de múltiples soluciones para los casos de flujo horizontal y descendente.

Para la realización de los cálculos de la altura de la capa de líquido, se seleccionaron valores de velocidades superficiales del gas y del líquido dentro de los siguientes rangos: para el caso del líquido entre 0.01 y 3.0 m/s, y para el caso del gas de 0.01 hasta 10.0 m/s, ambos parámetros, con incrementos de 0.01 m/s. Los rangos de variación anteriores se determinaron de acuerdo con las observaciones realizadas en los mapas de patrones de flujo para las condiciones de flujo en las cuales se establecen patrones de flujo estratificado e intermitente. Además se tomó en cuenta el desplazamiento de los límites de transición entre los patrones de flujo, de

acuerdo con la variación del ángulo de inclinación de la tubería, por lo que se justifica que los límites superiores de velocidad superficial de las fases sean altos, con respecto a los límites de los patrones de flujo estratificado e intermitente para el caso horizontal.

La variación del corte de agua se llevó desde 0 hasta 1, en valor fraccional, con incrementos de 0.01 fraccional, es decir, cada 1% en valor porcentual del corte de agua.

También se consideró la variación del ángulo de inclinación de la tubería para los siguientes valores: 0° , $\pm 1^\circ$ y $\pm 3^\circ$, siendo los ángulos positivos para definir el flujo ascendente y los negativos para el caso descendente.

En la **Tabla 2.1** se presentan las propiedades de los fluidos que constituyeron las mezclas para las cuales se realizó la búsqueda de raíces múltiples.

Tabla 2.1. Propiedades de los fluidos de la mezcla trifásica considerada para la búsqueda de raíces múltiples.

Propiedades de los fluidos.	
Densidad del aceite (ρ_o):	24 °API
Densidad del agua (ρ_w):	62.4 Lbm/pie ³
Densidad del gas (ρ_g):	0.0754 Lbm/pie ³
Viscosidad del aceite (μ_o):	30 cp
Viscosidad del agua (μ_w):	1.0 cp
Viscosidad del gas (μ_g):	0.018 cp
Tensión interfacial gas-aceite (σ_{go}):	0.001233 Lbf/pie
Tensión interfacial aceite-agua (σ_{ow}):	0.003666 Lbf/pie

2.4. Multiplicidad de soluciones.

Como se mencionó anteriormente, varios modelos toman como base el modelo del Taitel y Dukler (1976), razón por la cual muestran el mismo comportamiento de multiplicidad de raíces para determinados gastos de gas y líquido. Por lo tanto, de acuerdo con los estudios que se han llevado a cabo hasta el momento, es poco claro si se debe elegir siempre una raíz en particular o si las circunstancias dictarán la preferencia de una solución sobre las otras.

2.4.1. Descripción y presencia del fenómeno.

El modelo de Taitel y Dukler (1976) comienza con la suposición de que se presenta un flujo estratificado, entonces proponen un mecanismo mediante el cual el régimen de flujo podría presentar una transición a otro patrón distinto al estratificado. Por lo tanto, las bases del modelo de patrón de flujo es un modelo generalizado para flujo estratificado, siendo este modelo el que exhibe multiplicidad de raíces para el nivel de líquido, de acuerdo con el trabajo de Smith, Gregory y Yarranton (2003).

El modelo presenta las siguientes consideraciones: se plantea como un modelo unidimensional, de dos fluidos, supone un régimen estacionario isotérmico y sin transferencia de masa entre las fases, el cual plantea una ecuación de balance momento para cada una de las fases. Además, supone que el gradiente de presión es el mismo para cada una de las fases, lo que da como resultado una ecuación de momento combinada.

Los esfuerzos cortantes se definen en términos de los factores de fricción. Dichos factores se toman de las relaciones de Blasius (1913), empleando diámetros hidráulicos. Los coeficientes específicos son los empleados por Taitel y Dukler, los cuales a su vez fueron tomados del trabajo de Lockhart y Martinelli (1949) y dependen de la consideración de flujo laminar o turbulento, proponiendo que el número de Reynolds de transición sea de 1000. Govier y Aziz (1971) establecen que la alteración del flujo laminar comienza desde el número de Reynolds de 1225 y que el flujo completamente turbulento comienza entre los 1225 y los 3000.

Taitel y Dukler supusieron que a cada pareja de X y Y correspondía un solo valor de h_L/D para cualquier condición de tamaño e inclinación de la tubería, propiedad y gasto de los fluidos para los cuales existe el flujo estratificado. Ahora se sabe que lo anteriormente mencionado, no resulta verdadero para todas las condiciones, ya que existe una región para la cual existen soluciones múltiples para h_L/D .

Ya que el modelo de Taitel y Dukler mostraba un comportamiento errático, un examen minucioso de las ecuaciones de balance de momento muestra que éstas presentan múltiples soluciones para valores de Y menores a -3.8.

De acuerdo a los datos presentados por Taitel y Dukler, del trabajo de Smith (1999) y de los datos obtenidos de las instalaciones bajo análisis, cuatro de las cinco líneas multifásicas, de las cuales obtuvieron sus datos experimentales, operaban parcialmente dentro de la región de raíces múltiples. Los autores, para evitar dicho problema sólo presentaron los valores más bajos de cada grupo de soluciones, sin justificar de manera concisa tal medida.

Del trabajo de Smith (1999) se observa que los límites de la región de multiplicidad se ven alterados de acuerdo a la consideración que se tome con respecto a la caracterización del fluido, esto es, laminar o turbulento.

Lo anterior se debe a las siguientes razones:

- Que no existe un criterio definitivo con respecto a la transición entre flujo laminar y turbulento, ya que el número de transición depende, en parte, de la relación gas-líquido de la mezcla.
- La influencia de la fuerza de gravedad agrega complejidad al análisis del sistema, en el caso del flujo a través de tuberías inclinadas, a diferencia del caso horizontal.

Asimismo, del análisis estadístico, se desprende que la solución más baja es considerada como la más aceptable, ya que el porcentaje de error con respecto a los datos medidos es mucho menor que las soluciones medias y altas. Asimismo, la caracterización que se apega con mayor precisión a las mediciones es la que considera al flujo turbulento. Lo anterior da validez a los

trabajos teóricos realizados hasta la fecha, los cuales sugieren que la solución menor se considera como la más estable, y por lo tanto, como el resultado aceptable. Sin embargo, existe la posibilidad de que la solución media pueda considerarse como una solución viable, sobre todo cuando se considera flujo laminar.

De acuerdo a lo propuesto por Taitel y Dukler, se supuso que $f_i = f_g$, para el patrón de flujo estratificado liso. Además, consideraron que a las condiciones de interés, la velocidad del gas es mucho mayor que la velocidad interfacial, por lo tanto, se supone que el esfuerzo cortante interfacial es idéntico al esfuerzo cortante del gas con la pared.

Cohen y Hanrraty (1968) sugirieron un factor de fricción interfacial constante $f_i = 0.014$ y $f_i = f_g$ cuando $f_g > 0.014$.

Landman (1991a y 1991b) propuso una interpretación física para la multiplicidad de soluciones, para ello plantea que es un efecto de la interacción de la fuerza de gravedad y el gradiente de presión axial. Además plantea una técnica para definir los límites de la región de multiplicidad. Por otra parte, sugiere que se podría presentar el fenómeno de histéresis, en algunos casos, para las soluciones bajas y medias.

Landman (1991^a) tomó en cuenta los criterios de estabilidad: lineal y el viscoso (VKH) y el inviscido (IKH) de Kelvin-Helmholtz. Estos criterios mostraron que la solución más pequeña resulta ser estable, mientras que la solución media muestra un comportamiento poco claro (pocas veces estable, generalmente inestable), y la solución más alta siempre es inestable.

Nitheanandan y Soliman (1994) presentaron un modelo mecanístico, para determinar el límite del patrón de flujo estratificado, en dos formulaciones: una completa y otra simplificada. La primera presenta una sola solución mientras que la versión simplificada llega a dar tres soluciones. Los autores no presentaron criterio de estabilidad alguno, sin embargo, la solución única siempre es cercana a la solución más pequeña.

Basados en los trabajos antes mencionados, Taitel y Barnea (1995) concluyeron que la solución más pequeña es la correcta. Recomiendan, además, que se haga una distinción entre la estabilidad en la interfase y la estabilidad física de la solución. Para ello, proponen que primero debe llevarse a cabo un análisis de estabilidad estructural, en el cual se determine la solución que sea físicamente estable, y que sólo a ésta se le aplique el análisis de estabilidad de Kelvin-Helmholtz que considera la estabilidad en la interfase.

Un análisis de estabilidad no lineal puede mostrar que la solución más alta es inestable a grandes perturbaciones, lo cual lleva a una transición del flujo estratificado a flujo bache.

De las tres soluciones, la más pequeña siempre es estable estructuralmente, la solución media siempre es inestable al análisis estructural lineal (sin embargo, cuando se toma en cuenta una caracterización laminar resulta estable estructuralmente y también para los análisis de Kelvin-Helmholtz, para algunos casos particulares), y la solución más alta es inestable al análisis de estabilidad estructural no lineal y al análisis de estabilidad de Kelvin-Helmholtz.

2.4.2. Obtención de soluciones múltiples.

La multiplicidad de soluciones o raíces que presenta el modelo de Taitel y Dukler (1976) fue descubierta por Baker et al. (1988) al emplearlo en el análisis del flujo estratificado. Dicha multiplicidad está relacionada con la existencia de tres alturas distintas para la interfase líquido-gas en flujo ascendente.

En el presente estudio, se realizó una variación de distintos parámetros para determinar los casos en los que se presenta dicha multiplicidad. Las variaciones se establecieron en: diámetro de la tubería, ángulo de inclinación, velocidades superficiales de las fases gaseosa y líquidas, así como diferentes cortes de agua, ya que se tuvo en consideración que la fase líquida estaba constituida por aceite y agua.

La investigación teórica, realizada en este trabajo, abarca los rangos de variación presentados en la **Tabla 2.2**.

Tabla 2.2. Rangos de variación de los parámetros principales.

Vel. Superf. Gas	[m/s]	(0.01 - 10.0)
Vel. Superf. Líquido	[m/s]	(0.01 - 3.0)
Corte del agua	[fracc]	(0.01 - 1.0)
Diámetro de tub.	[pulg]	6, 16, 24 y 36
Ángulo	[grad]	0,+1,-1,+3 y -3

Cabe señalar que se hizo una distinción de multiplicidades, esto es, al resolverse simultáneamente las ecuaciones de balance de momento, se puede llegar a presentar el primer tipo de multiplicidad que proviene de la ecuación de la fase gaseosa y la fase líquida, esta última fase, considerada como una mezcla homogénea; y el segundo tipo de multiplicidad, que proviene del balance de las dos diferentes fases líquidas que constituyen la capa de líquido. Podemos definir a la multiplicidad que se presenta para la primera ecuación de momento como “**Multiplicidad de tipo 1 (M1)**” y a la que se presenta para la segunda ecuación de momento como “**Multiplicidad de tipo 2 (M2)**”.

Inicialmente, se tuvo en consideración que podría existir una multiplicidad combinada, es decir, que existieran múltiples raíces para la primera ecuación de momento y que para cada una de estas soluciones existieran múltiples raíces al resolver la segunda ecuación de momento. De haberse presentado tal fenómeno, se le habría denotado como “**Multiplicidad de tipo 3 (M3)**”, sin embargo, dentro de los rangos analizados en este estudio no existió caso alguno, por lo cual, podemos considerar que dicha multiplicidad no puede llegar a presentarse en otras condiciones.

De acuerdo con Barnea y Taitel (1992), la predicción de la altura del flujo estratificado es el primer paso para analizar la estabilidad de dicho patrón de flujo, así como para desarrollar los criterios de transición a otros patrones (anular o bache).

Los criterios de transición están basados en el análisis de estabilidad lineal de Kelvin-Helmholtz. Inicialmente, Taitel y Dukler (1976) emplearon el análisis simplificado de Kelvin-Helmholtz y derivaron un criterio de transición del líquido estratificado. Recientemente, Barnea (1993) propuso un modelo combinado que usa el análisis viscoso e inviscido de Kelvin-Helmholtz para la determinación de dicha transición.

Como se mencionó anteriormente, Baker & Gravestock (1987) señalan que la solución para el nivel de líquido en régimen estacionario no es único y pueden presentarse una serie de soluciones dependiendo de las condiciones de operación en una tubería inclinada

2.4.3. Criterios de estabilidad de las soluciones múltiples.

Estabilidad estructural lineal.

Haciendo una reseña, el primer paso para llevar a cabo un análisis de estabilidad es determinar qué solución es físicamente estable con respecto a su altura o espesor promedio de la película (incluso, si la interfase es inestable debido a los criterios de Kelvin-Helmholtz). Este análisis se denomina “análisis de estabilidad estructural”, y sólo cuando una solución es estructuralmente estable se lleva a cabo el análisis de estabilidad de Kelvin-Helmholtz (K-H), con el fin de verificar la estabilidad del flujo estratificado.

La estabilidad o inestabilidad viscosa (VKH) está relacionada con la inestabilidad de la interfase, que resulta en olas de gran amplitud, por lo tanto, este tipo de prueba de estabilidad no resulta apropiada para discernir sobre si las soluciones estacionarias son una estructura estable con respecto al espesor promedio de la película de líquido.

Un análisis de estabilidad lineal de las soluciones en régimen estacionario para flujo estratificado, empleando el modelo de dos fluidos, de acuerdo con el trabajo de Barnea (1992), proporciona el siguiente criterio, que está relacionado con la inestabilidad de la interfase e indica la aparición de olas de gran amplitud:

$$(C_V - C_{IV})^2 + \frac{\rho_L \rho_G}{\rho^2 H_L H_G} (u_G - u_L)^2 - \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho} g \cos \beta \frac{A}{A_L} < 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.51})$$

donde:
$$\rho = \frac{\rho_L}{H_L} + \frac{\rho_G}{H_G} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.52})$$

C_V es la velocidad crítica de la ola al inicio de la inestabilidad:

$$C_V = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial H_L} \right)_{u_{LS}, u_{GS}}}{\left[\left(\frac{\partial F}{\partial u_{GS}} \right)_{u_{LS}, H_L} - \left(\frac{\partial F}{\partial u_{LS}} \right)_{u_{GS}, H_L} \right]} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.53})$$

donde F es la **Ec. 2.1** y:

$$C_{IV} = \frac{\rho_L u_L H_G + \rho_G u_G H_L}{\rho_L H_G + \rho_G H_L} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.54})$$

Según Barnea y Taitel (1993) se supone un mecanismo hipotético, que provoca que el nivel de líquido sea uniforme a lo largo de la tubería, además se considera un estado cuasi-estacionario para la fase gaseosa. Por lo que, para la fase líquida se obtienen las ecuaciones transitorias de balance momento y de continuidad:

$$\frac{du_L}{dt} = -\frac{u_{LS}}{H_L l} \left(u_L - \frac{u_{LS}}{H_L} \right) - \frac{F}{\rho_L} \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.55})$$

$$\frac{dH_L}{dt} = \frac{1}{l} (u_{LS} - u_L H_L) \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.56})$$

Un análisis de estabilidad de las dos ecuaciones diferenciales ordinarias anteriores proporciona el siguiente criterio para la estabilidad estructural del flujo estratificado concurrente:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial R_L} \right)_{u_{LS}, u_{GS}} > 0 \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.57})$$

El criterio anterior es equivalente al requerimiento que la continuidad de las ondas propagará en la dirección corriente abajo:

$$C_K = \frac{\partial u_{LS}}{\partial H_L} \Big|_{u_{GS} + u_{LS}} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial H_L} \right)_{u_{LS}, u_{GS}}}{\left[\left(\frac{\partial F}{\partial u_{GS}} \right)_{u_{LS}, H_L} - \left(\frac{\partial F}{\partial u_{LS}} \right)_{u_{GS}, H_L} \right]} > 0 \dots\dots\dots(\text{Ec. 2.58})$$

Nótese que la expresión para la velocidad cinemática de la onda (C_K) es igual a la velocidad crítica de la onda K-H (C_V).

Barnea y Taitel (1992) aplican el criterio establecido por la **Ec. 2.57**, al graficar F vs h_L/D y observar la pendiente de dicha función, así, cuando se obtienen tres diferentes soluciones, la más pequeña y la más grande son linealmente estables con respecto a la estructura, mientras que la segunda solución o solución “intermedia” resulta inestable y por lo tanto no existiría.

Estabilidad estructural no lineal.

Como se mencionó anteriormente, pueden existir tres soluciones para el caso de flujo estratificado estacionario, de las cuales, la primera y la tercera son linealmente estables, sin embargo, la tercer solución puede resultar inestable ante grandes perturbaciones. Este tipo de estabilidad no lineal se verifica a través de la simulación numérica del planteamiento transitorio

(Ecs. 2.55 y 2.56). Esto es, para que una solución del caso estacionario sea estable, todas las trayectorias que conduzcan a dicha solución, terminen en dicho punto estacionario y no atraviesen, en ocasión alguna, velocidades negativas durante la respuesta dinámica. Cuando la velocidad llega a ser negativa en la respuesta dinámica, la estructura del flujo concurrente se destruye y se da origen a la transición al flujo intermitente.

No resulta, del todo práctico, determinar esta condición de estabilidad verificando la respuesta dinámica a todas las perturbaciones posibles, por lo tanto, una forma de resolver dicho problema es graficar la respuesta de las ecuaciones transitorias de continuidad y de momento, donde las intersecciones proporcionarán las soluciones buscadas.

Con base en lo anterior, se establece que para el caso de raíces múltiples, se obtienen: una solución linealmente estable (la solución más pequeña), una solución linealmente inestable (la intermedia) y una solución estructuralmente (linealmente) estable, pero inestable no linealmente (la mayor), es decir, que la respuesta dinámica a grandes perturbaciones incluye la incongruencia de velocidades negativas, por lo tanto, aunque teóricamente es posible la existencia de varias raíces, es poco probable que ocurran en la realidad.

Estabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Aunque el flujo estratificado sea estable estructuralmente, no se garantiza su permanencia, esto implica que se puede presentar la transición a otro patrón de flujo desde el patrón estratificado debido a la inestabilidad interfacial de Kelvin-Helmholtz (K-H).

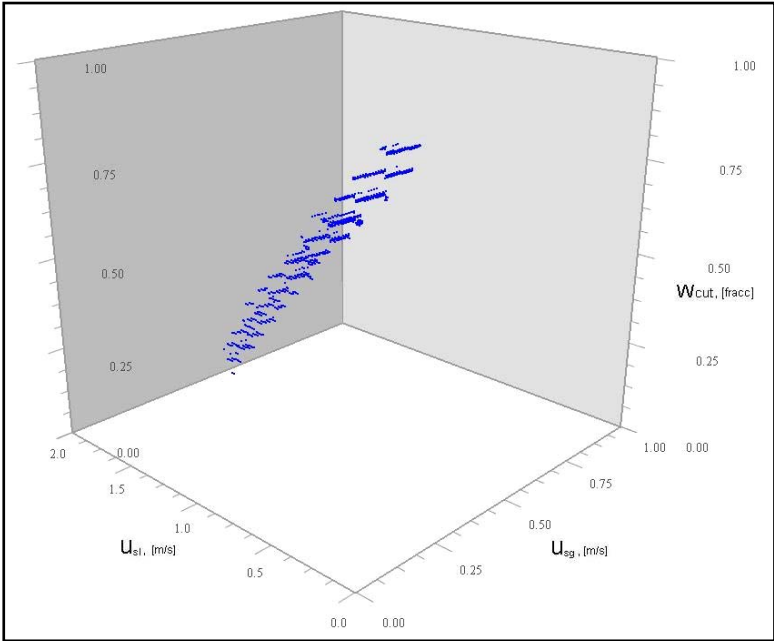
Con respecto a lo anterior, la teoría de Taitel y Dukler (1992) sugiere que la región dentro del límite neutro es estratificado (liso u ondulado), Barnea (1991) sugiere que la región dentro de la línea VKH (establecida al emplear el criterio de análisis de estabilidad viscosa de Kelvin-Helmholtz, VKH) es estratificado liso u ondulado con oleaje de pequeña amplitud, mientras que la región fuera de la línea de IKH (establecida al emplear el criterio de estabilidad invíscida de Kelvin-Helmholtz, IKH) es no estratificado (bache o anular) y la región entre las líneas VKH e IKH es flujo estratificado con oleaje (para $h_l/D < 0.5$) o bache (para $h_l/D > 0.5$).

Por lo tanto, resulta indispensable verificar el patrón de flujo para cada una de las soluciones estacionarias obtenidas, lo que implica que se deben considerar tanto la estabilidad estructural como los criterios de transición de flujo estratificado a no estratificado, los cuales están basados en la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

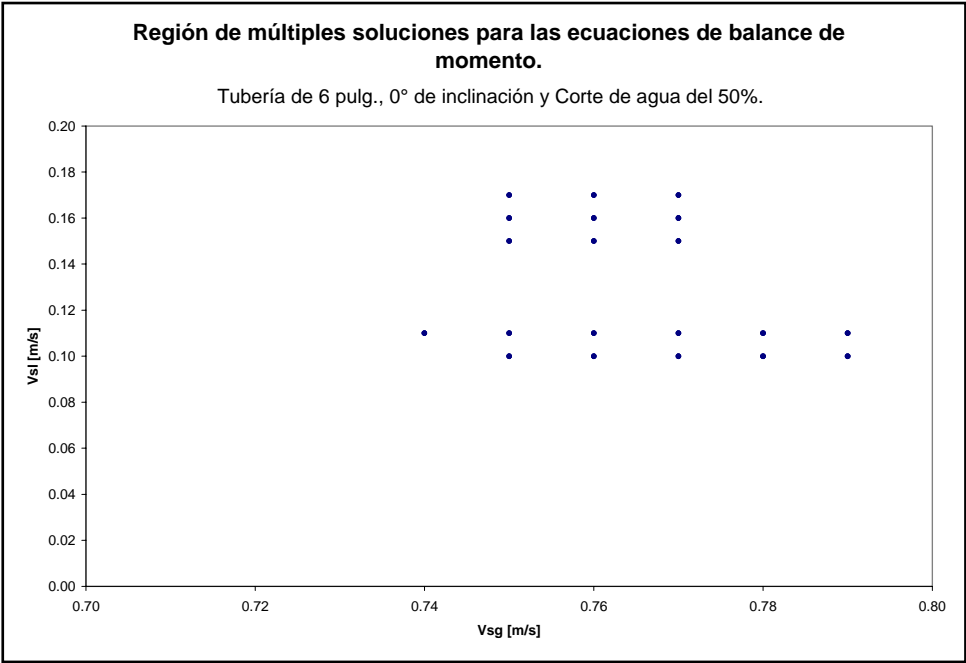
2.4.4. Regiones de multiplicidad.

En las siguientes páginas se muestran las regiones de multiplicidad halladas para las diversas condiciones de flujo, de acuerdo a las variaciones de los parámetros establecidos en la **Tabla 2.2**, las cuales muestran una vista tridimensional (U_{sg} vs U_{sl} vs W_{cut}) y tres vistas bidimensionales (U_{sg} vs U_{sl}) para tres cortes de agua diferentes, o bien, tres vistas complementarias de la vista tridimensional.

Figs. 2.3. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de 0°.

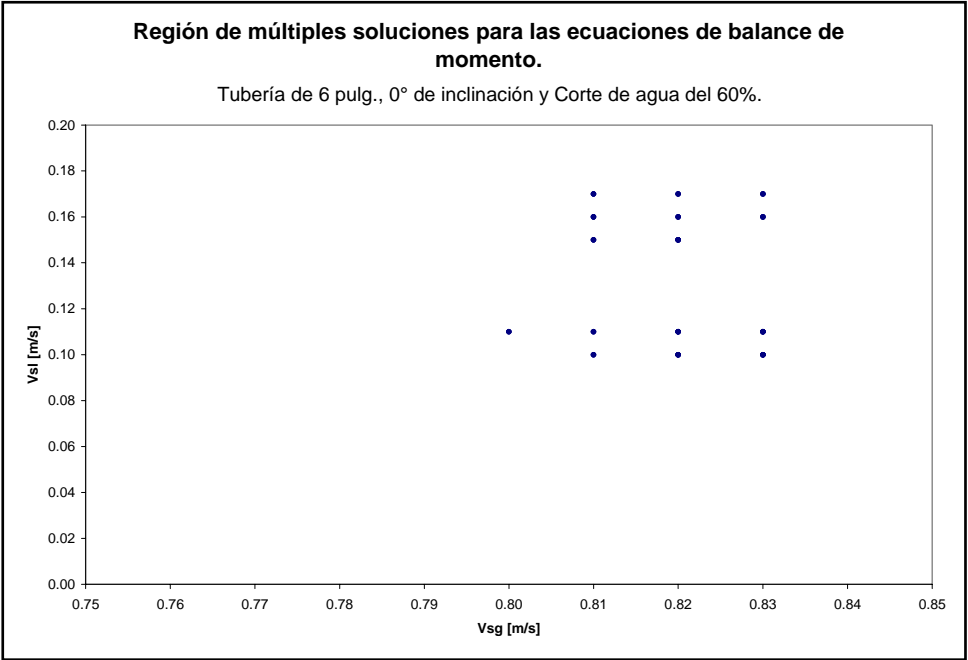


a. Vista tridimensional.

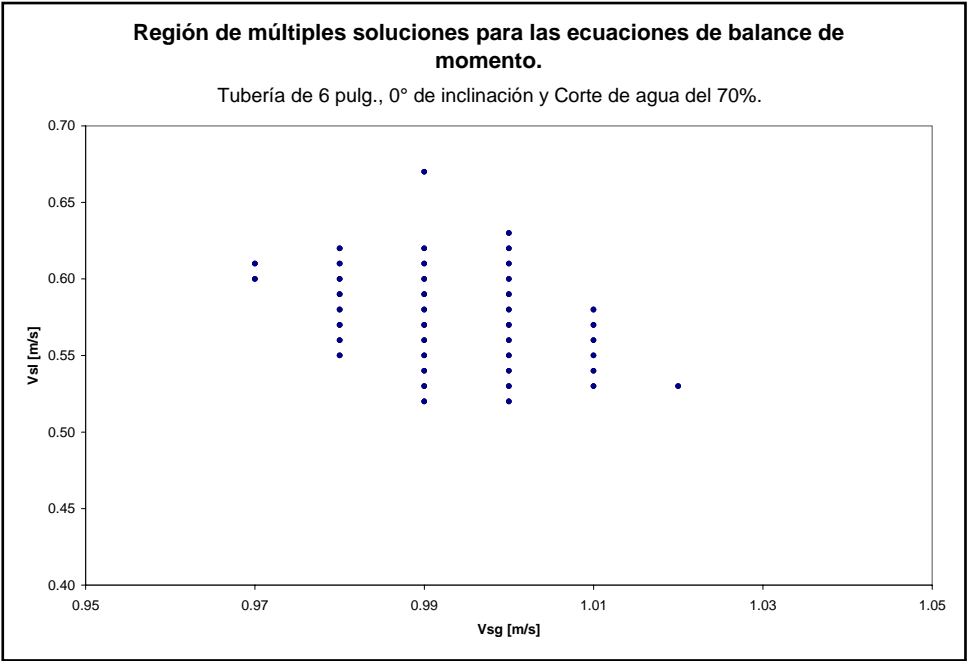


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 50%.

Figs. 2.3. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de 0°.

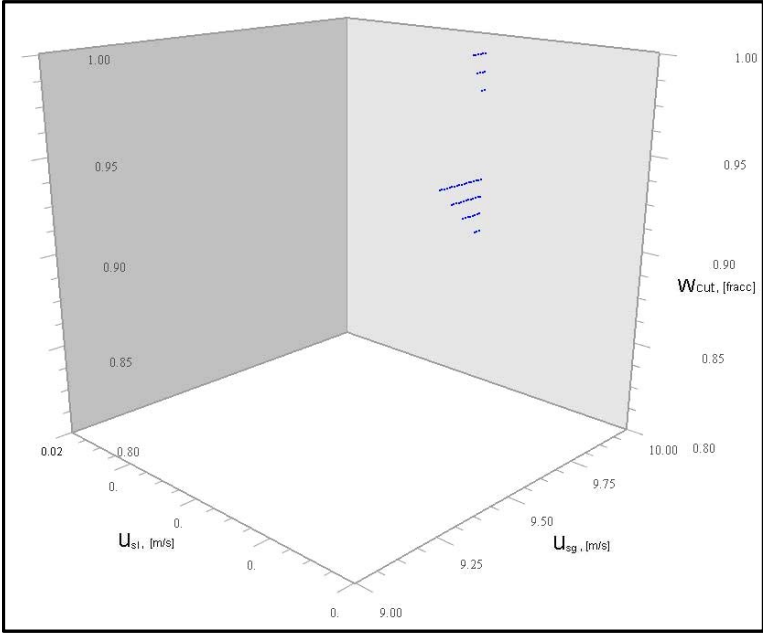


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 60%.

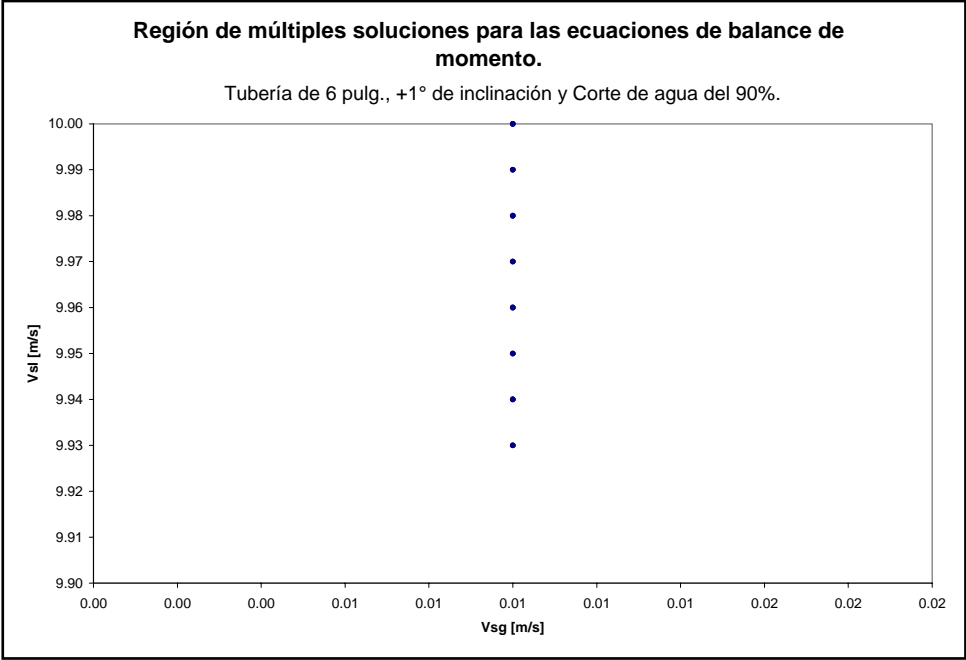


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 70%.

Figs. 2.4. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

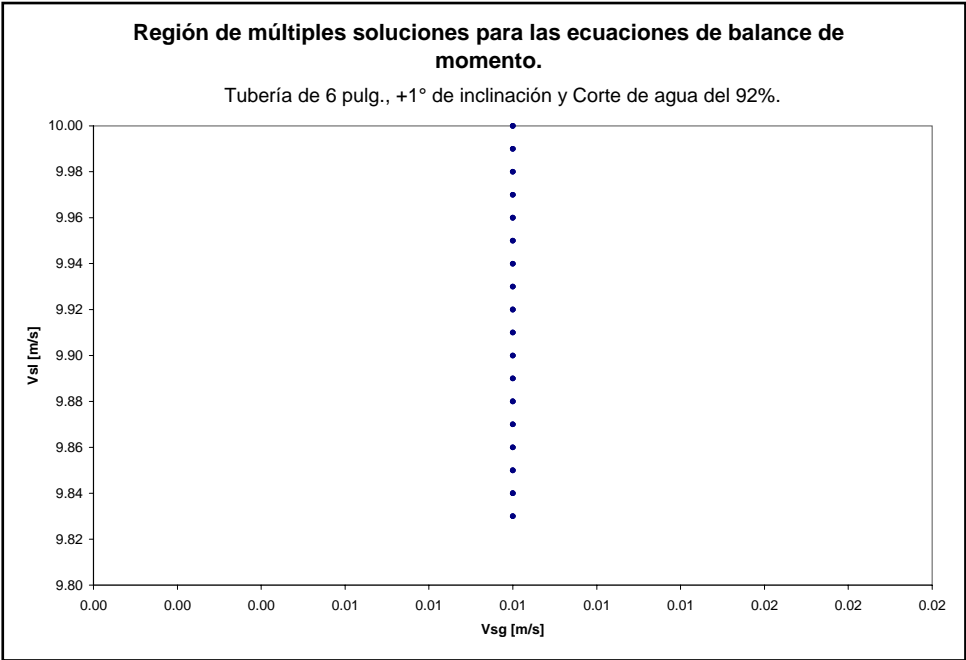


a. Vista tridimensional.

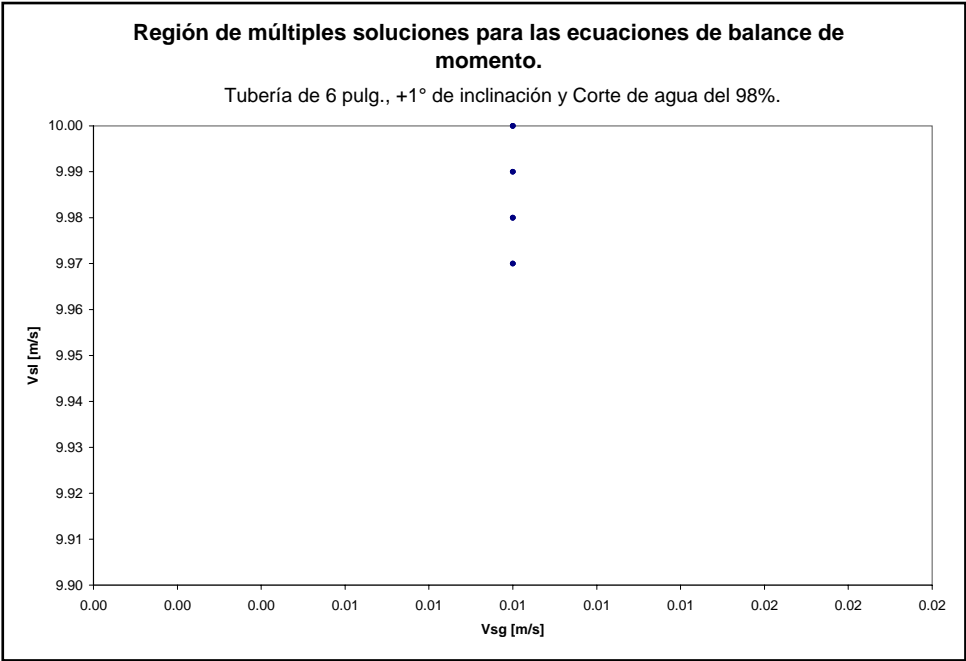


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 90%.

Figs. 2.4. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de +1°.

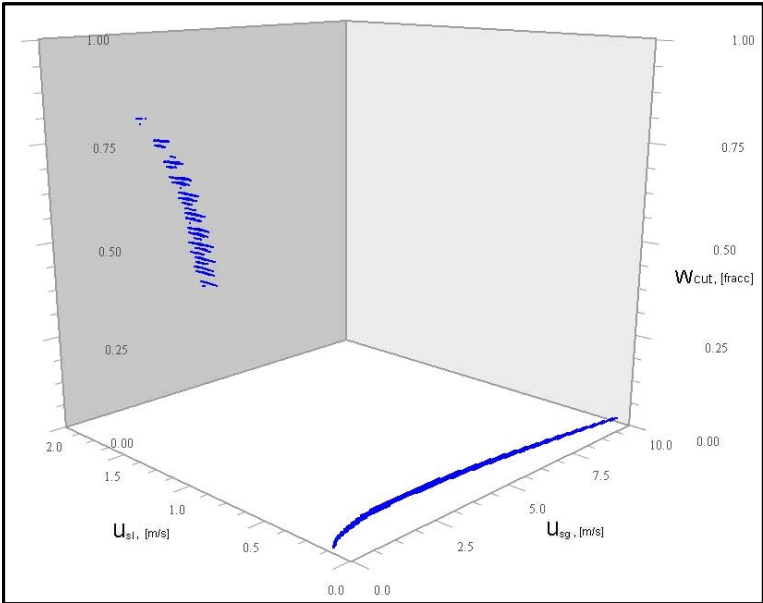


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 92%.

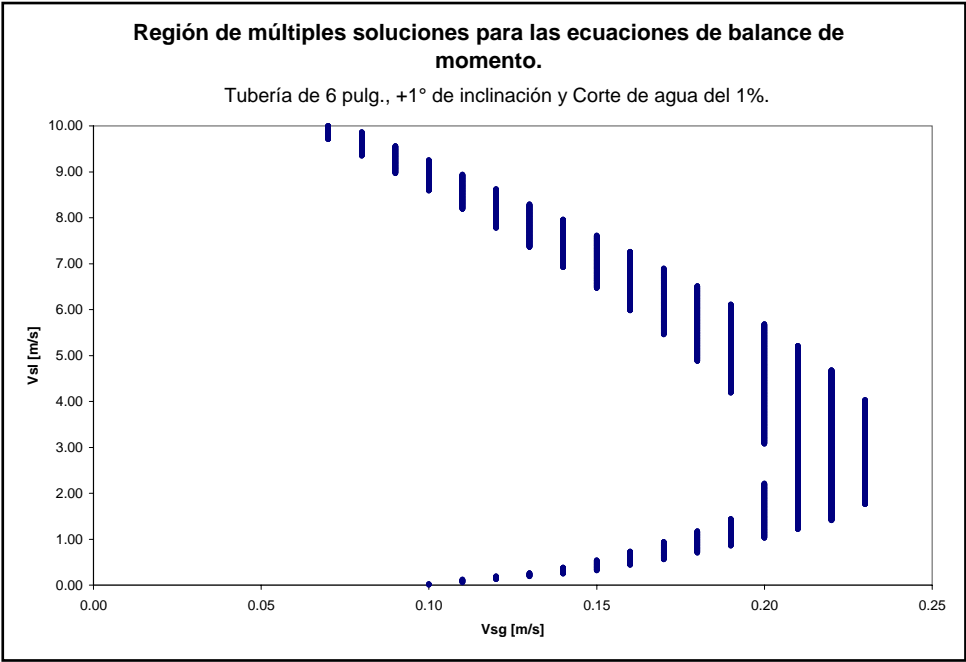


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 98%.

Figs. 2.5. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

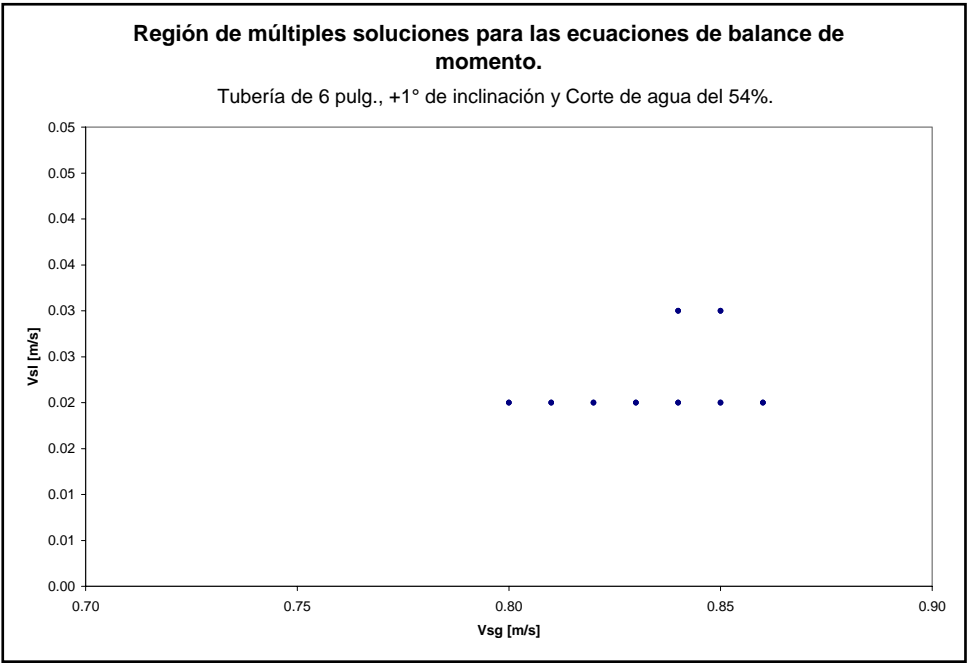


a. Vista tridimensional.

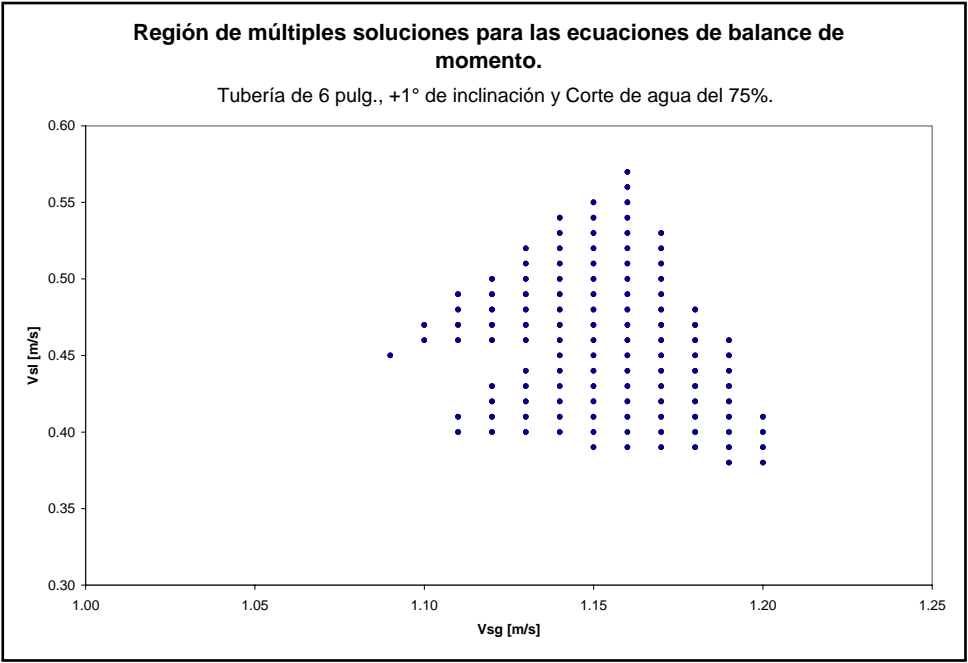


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 1%.

Figs. 2.5. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de +1°.

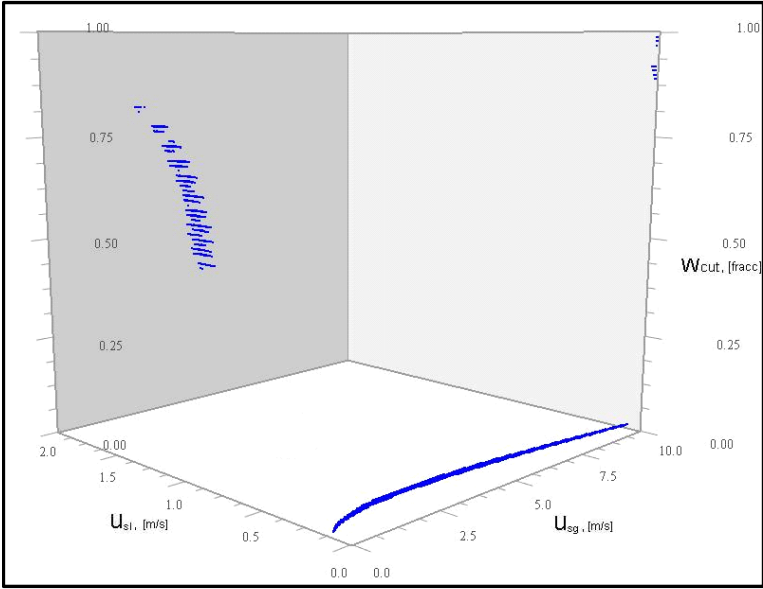


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 54%.

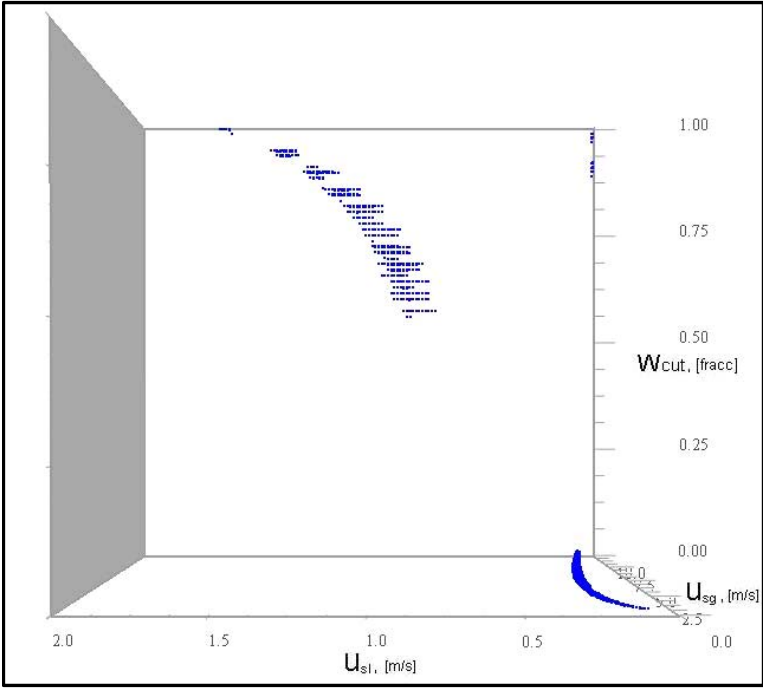


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 75%.

Figs. 2.6. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidades tipo 1 y 2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

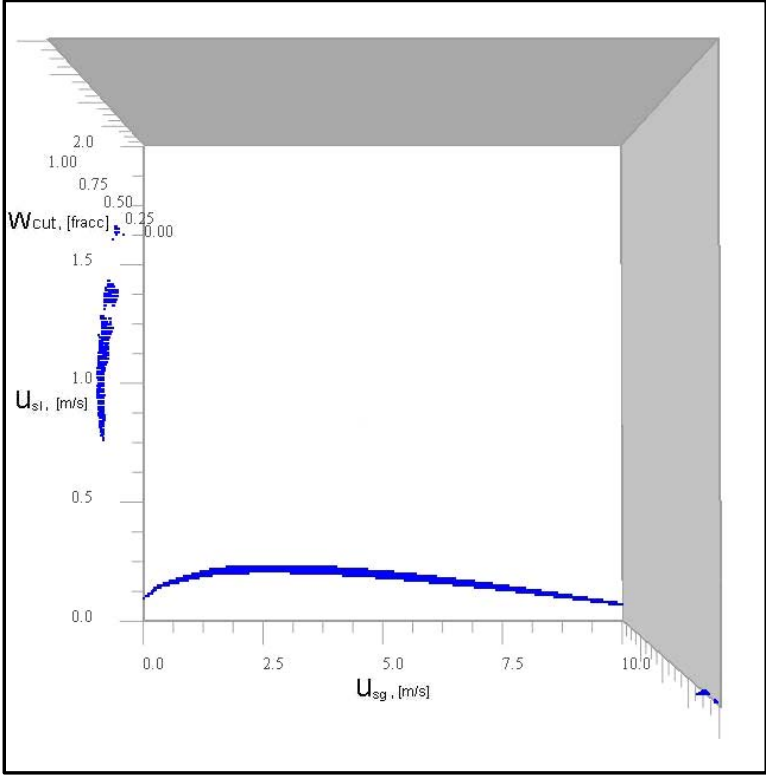


a. Vista tridimensional.

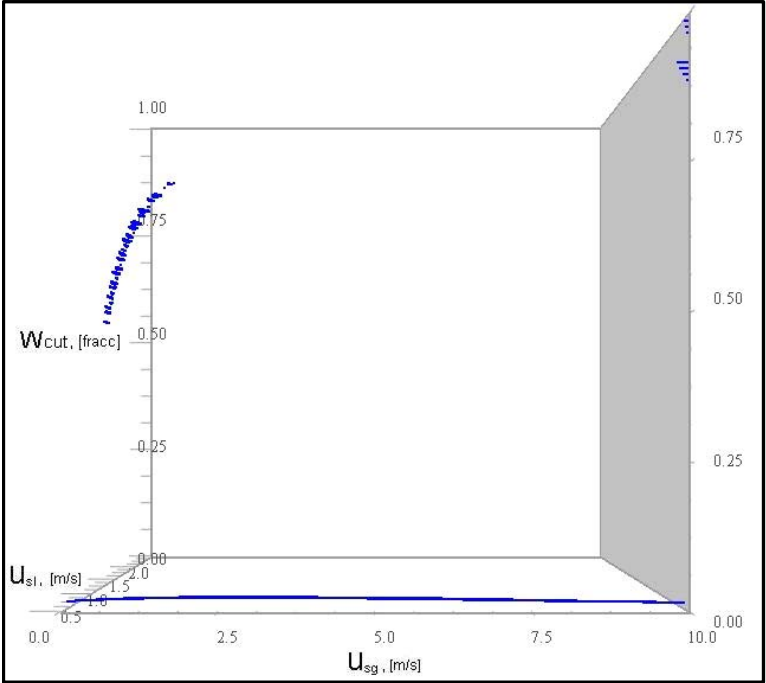


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.6. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidades tipo 1 y 2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +1°.

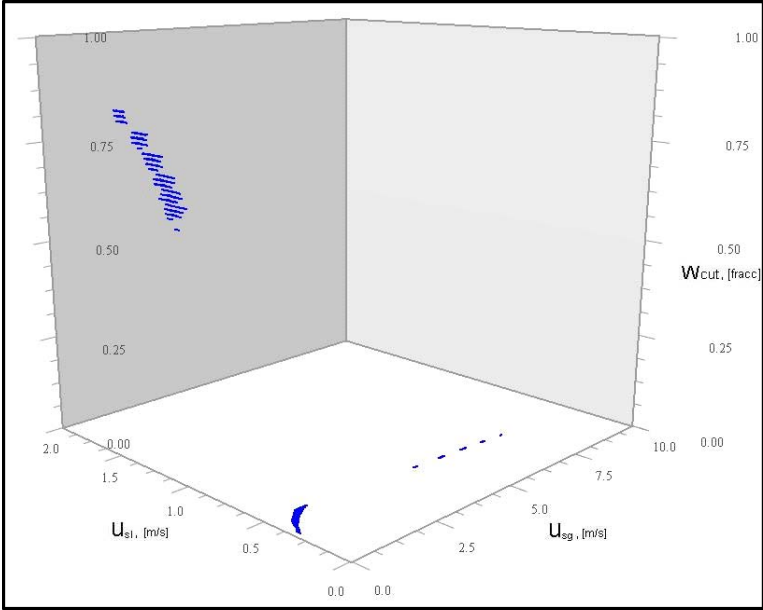


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

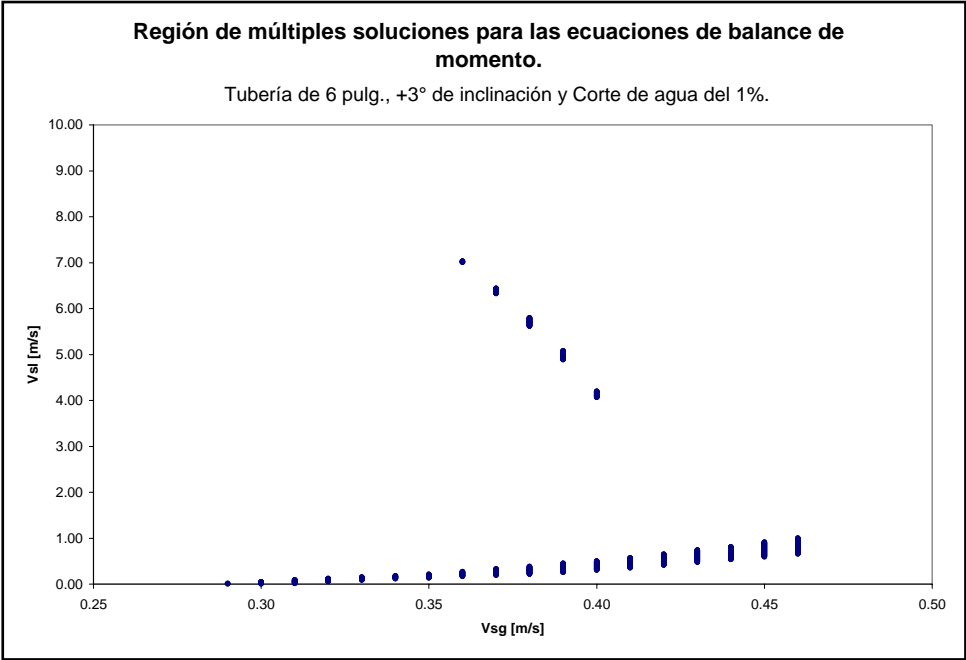


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.7. a y b. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +3°.

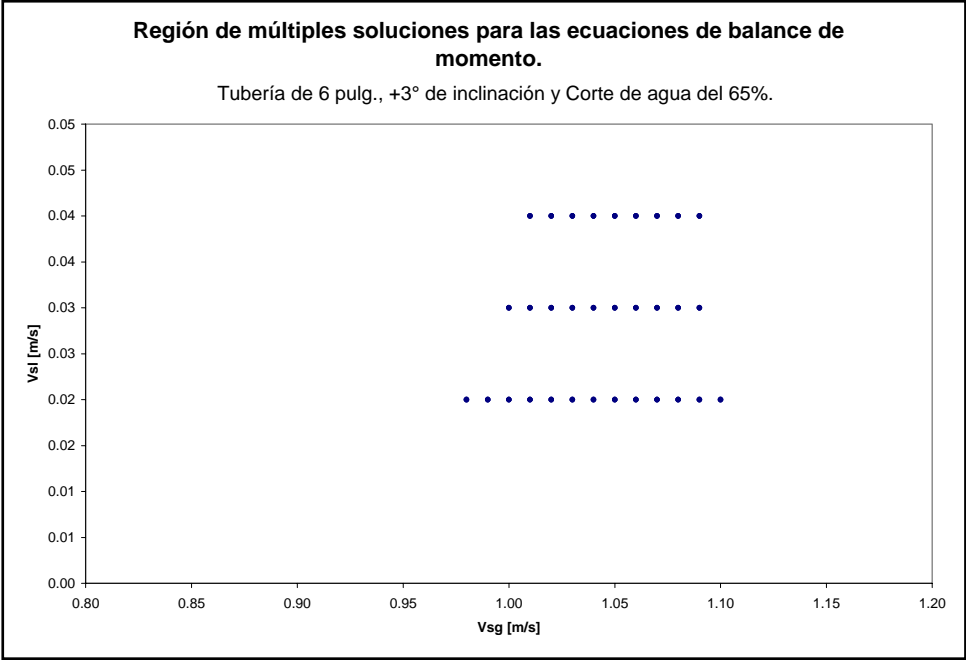


a. Vista tridimensional.

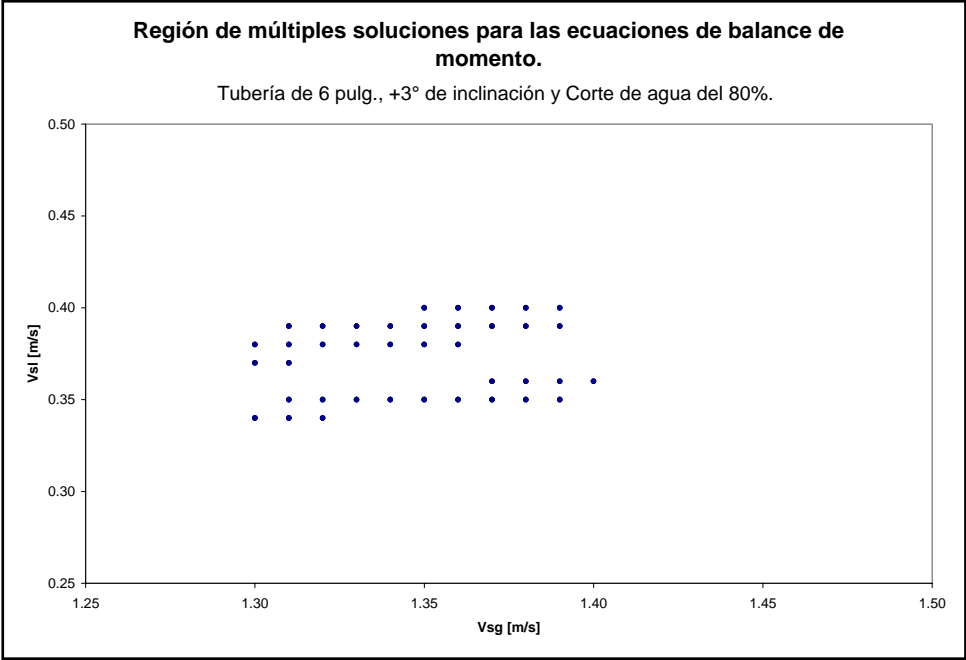


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 1%.

Figs. 2.7. c y d. Regiones de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 6'', con un ángulo de inclinación de +3°.

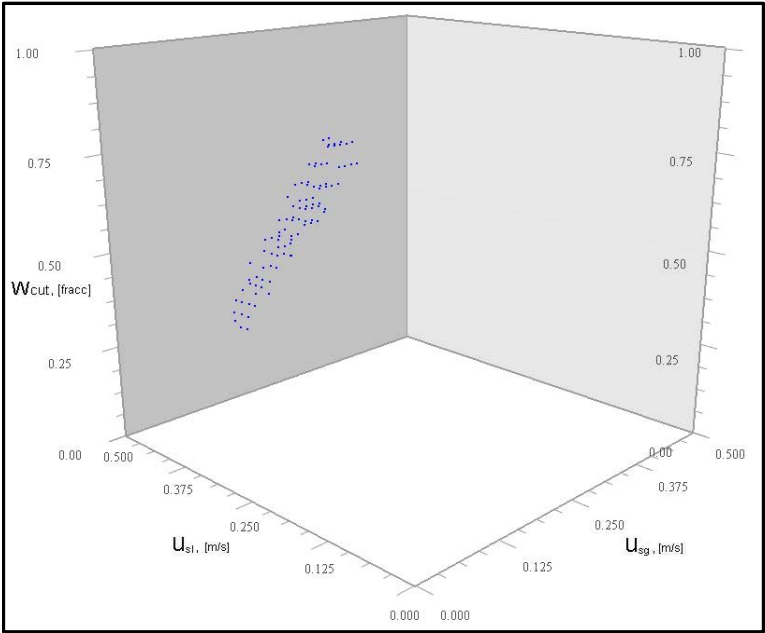


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 65%.

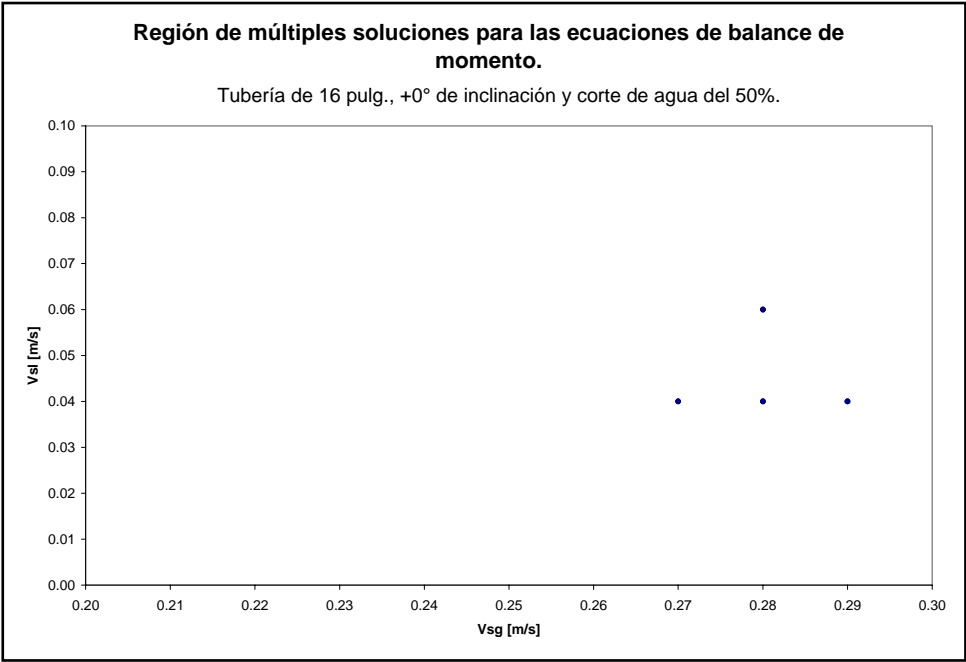


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 80%.

Figs. 2.8. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de 0°.

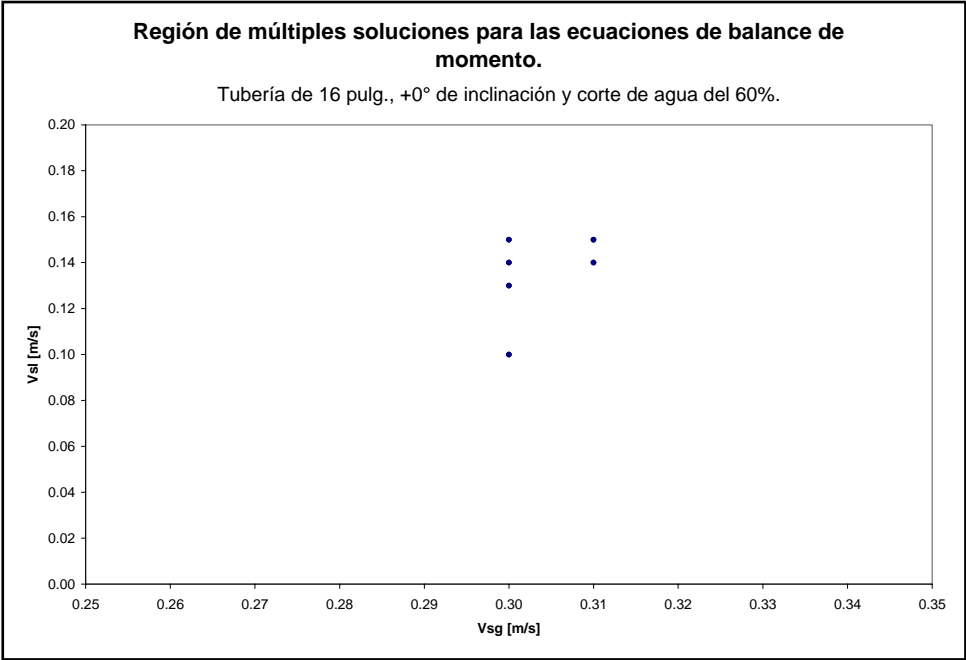


a. Vista tridimensional.

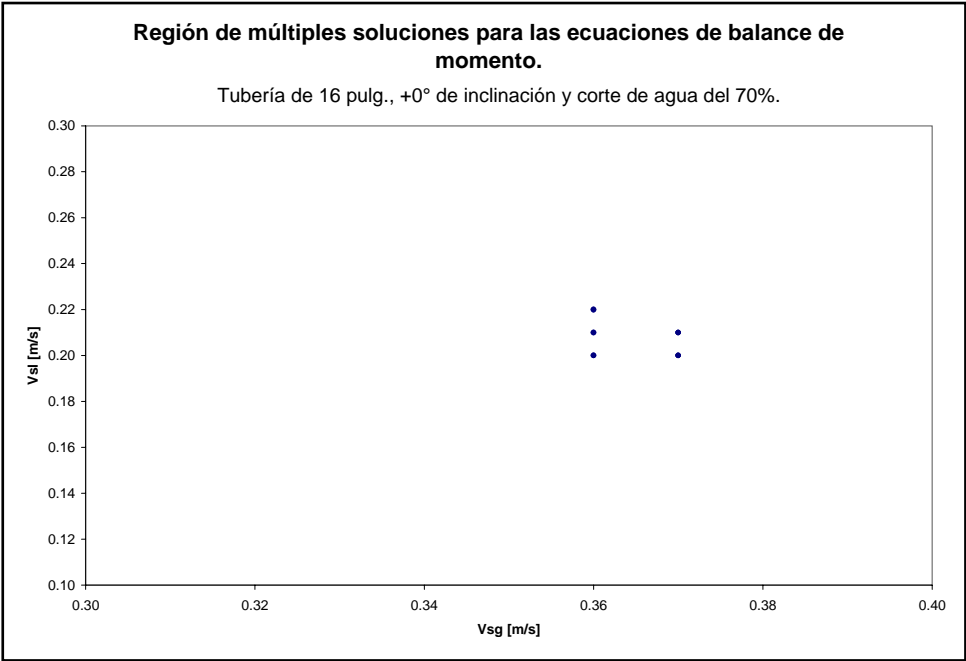


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 50%.

Figs. 2.8. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de 0°.

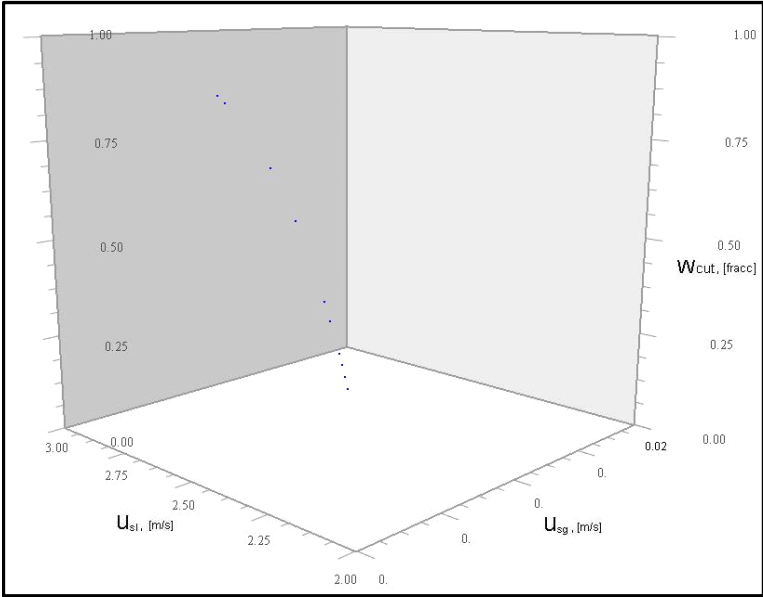


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 60%.

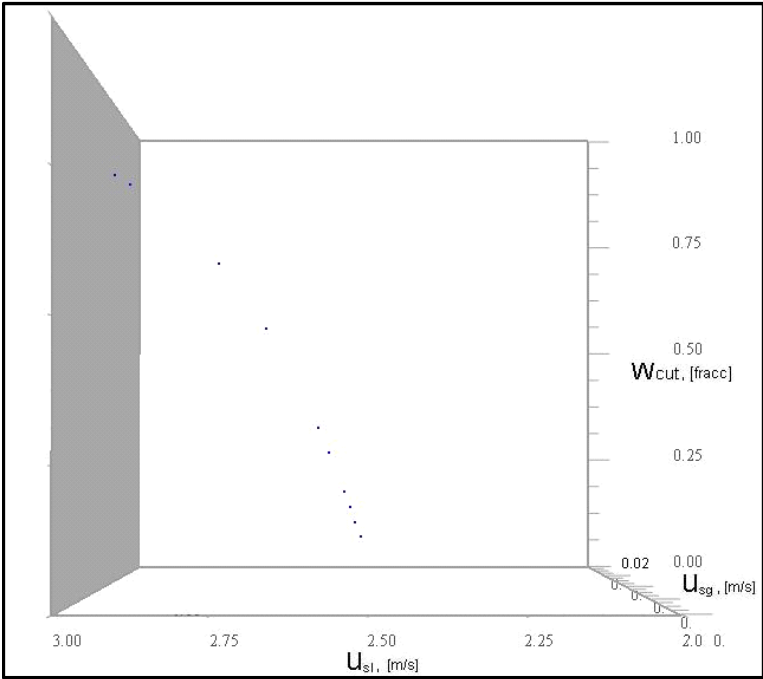


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 70%.

Figs. 2.9. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de -1° .

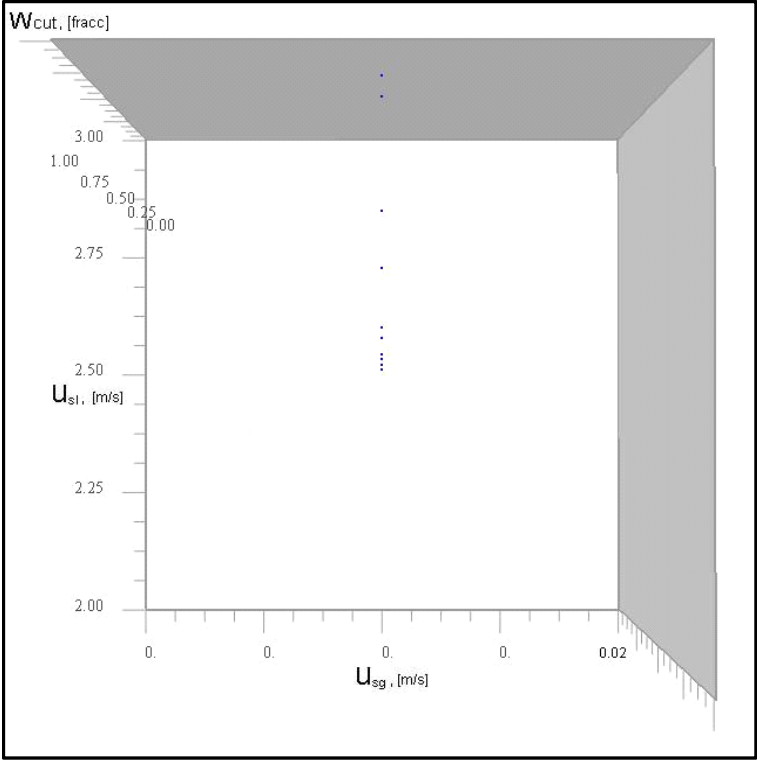


a. Vista tridimensional.

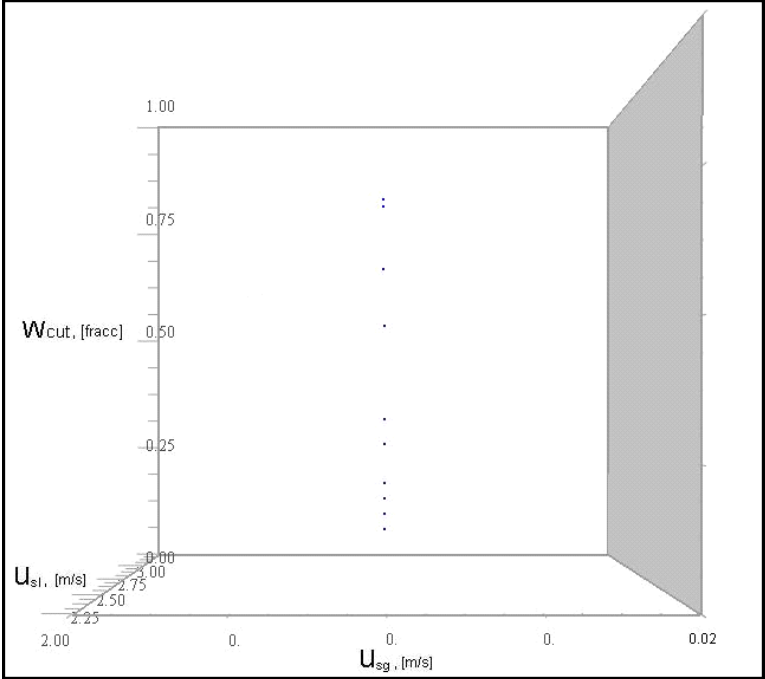


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.9. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 1, M1) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de -1° .

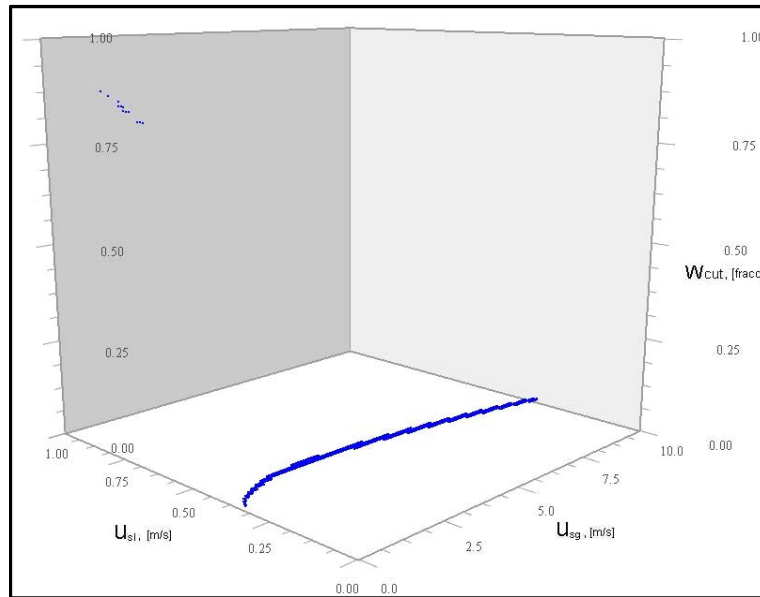


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

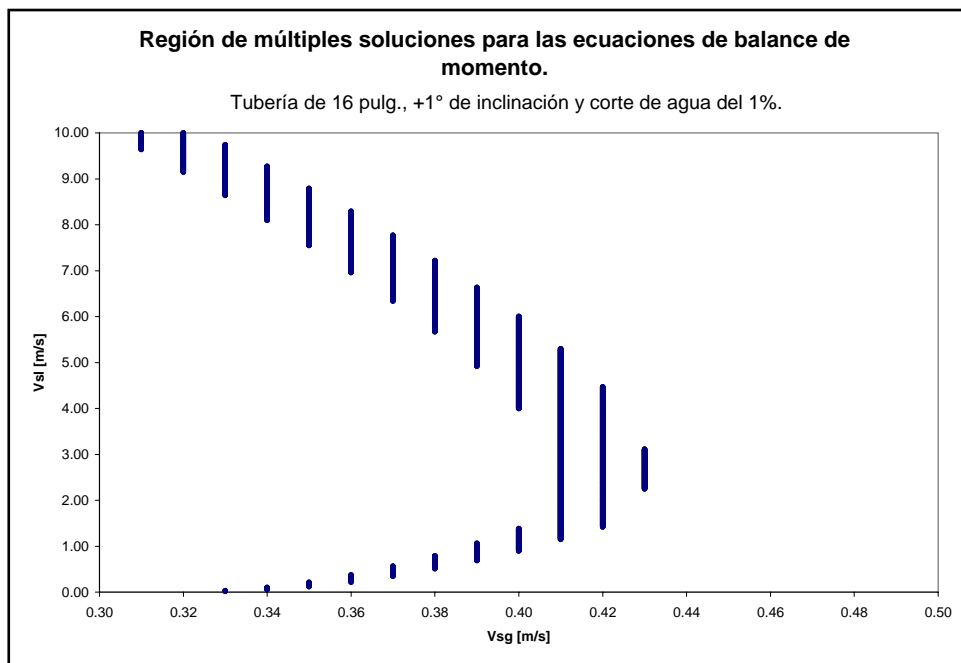


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.10. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +1°.

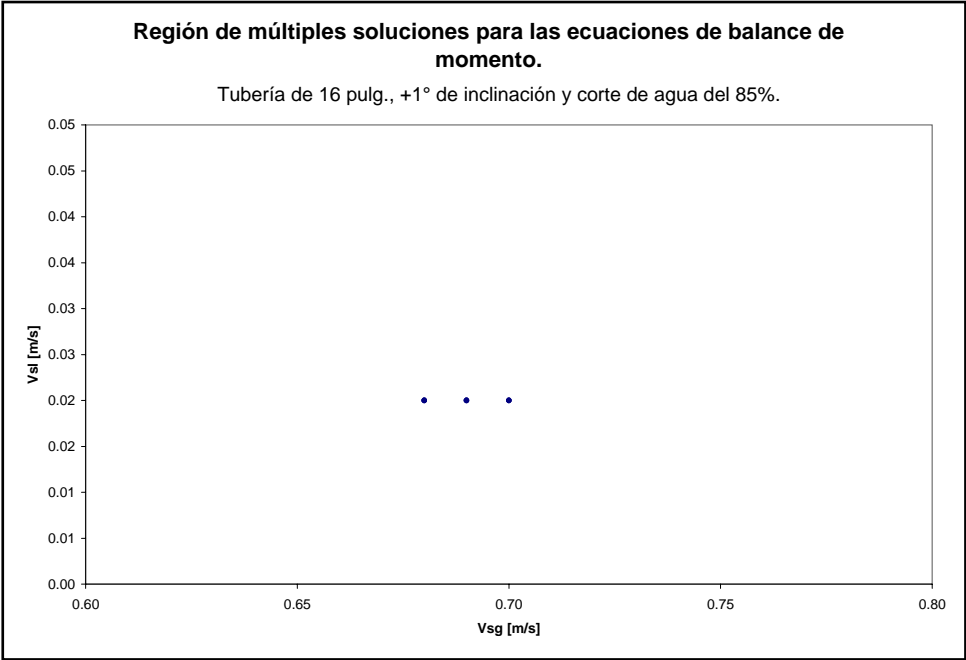


a. Vista tridimensional.

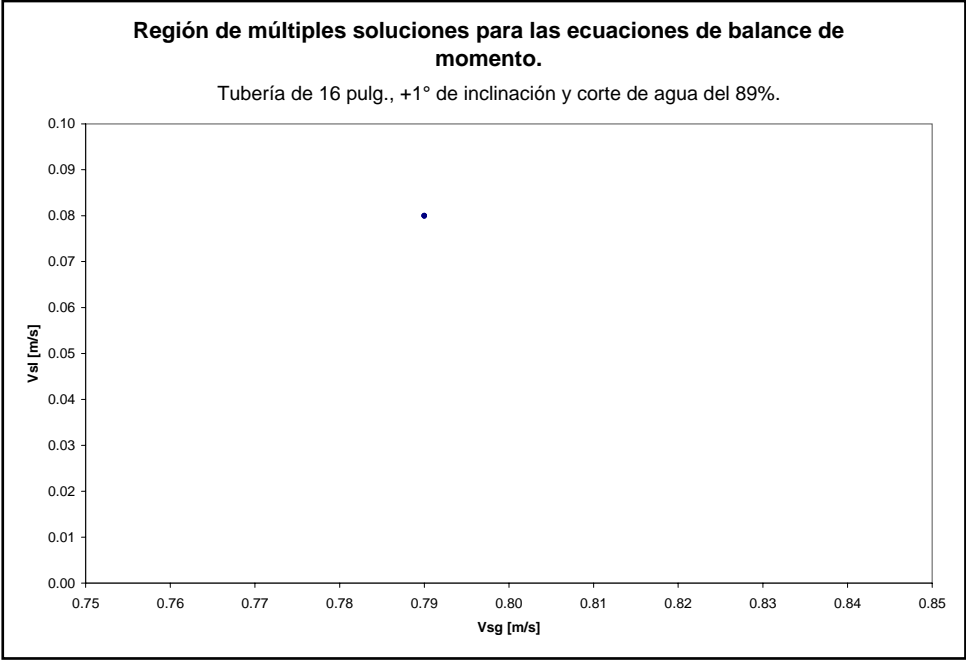


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 1%.

Figs. 2.10. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +1°.

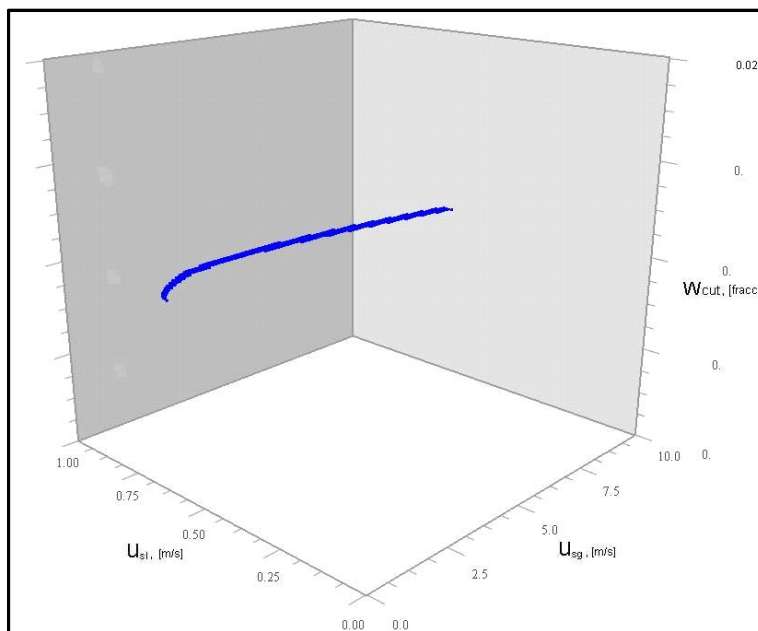


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 85%.

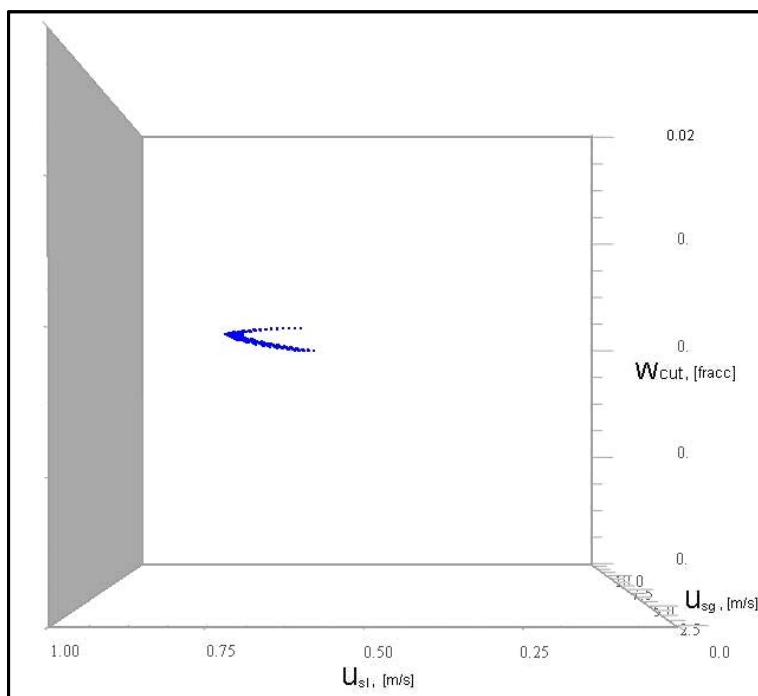


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 89%.

Figs. 2.11. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de inclinación de +3°.

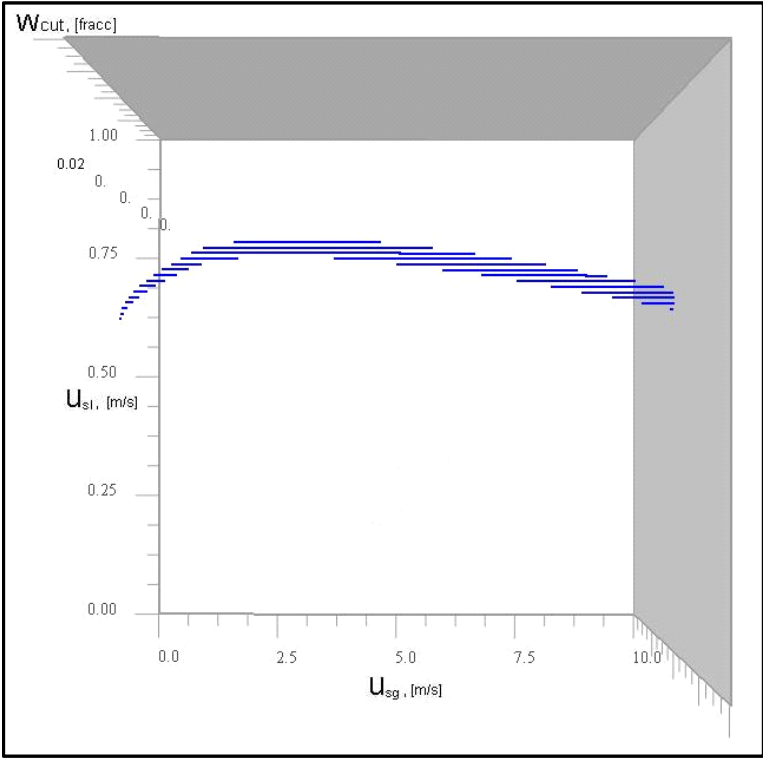


a. Vista tridimensional.

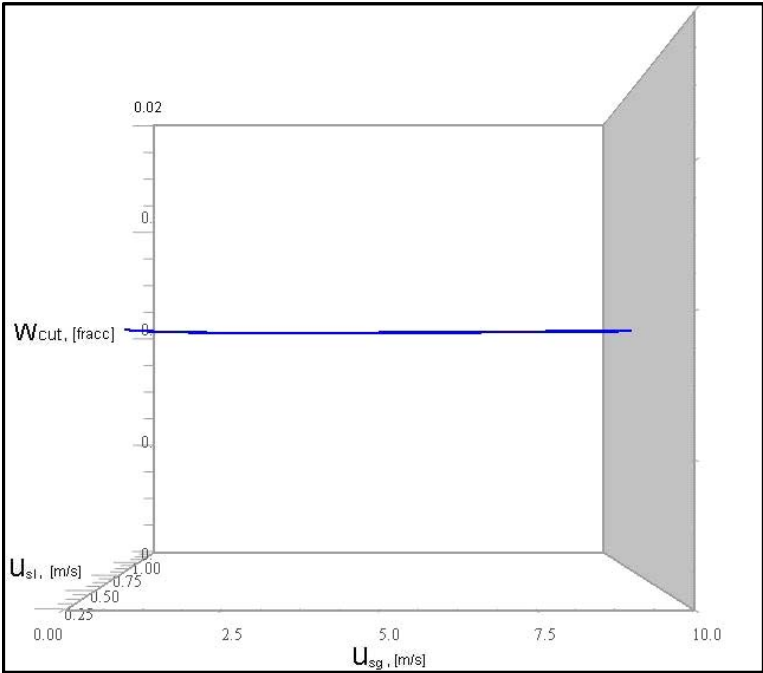


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.11. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 16'', con un ángulo de +3°.

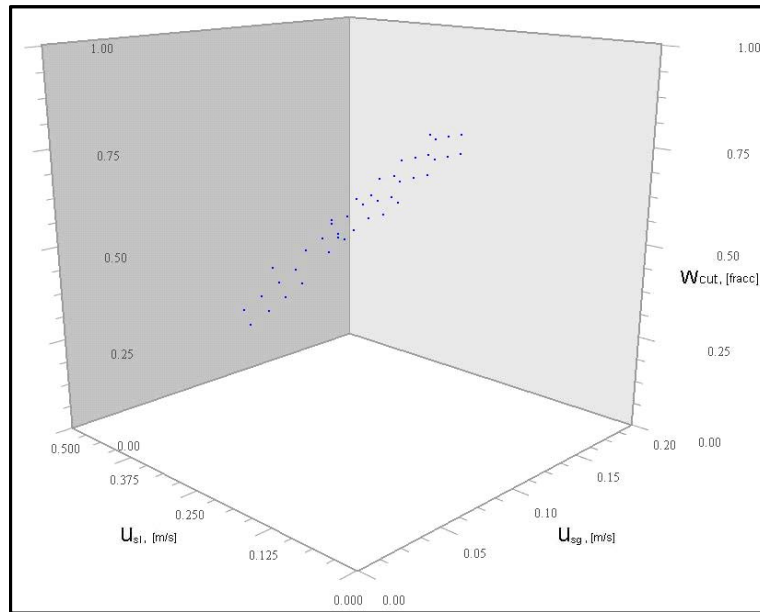


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

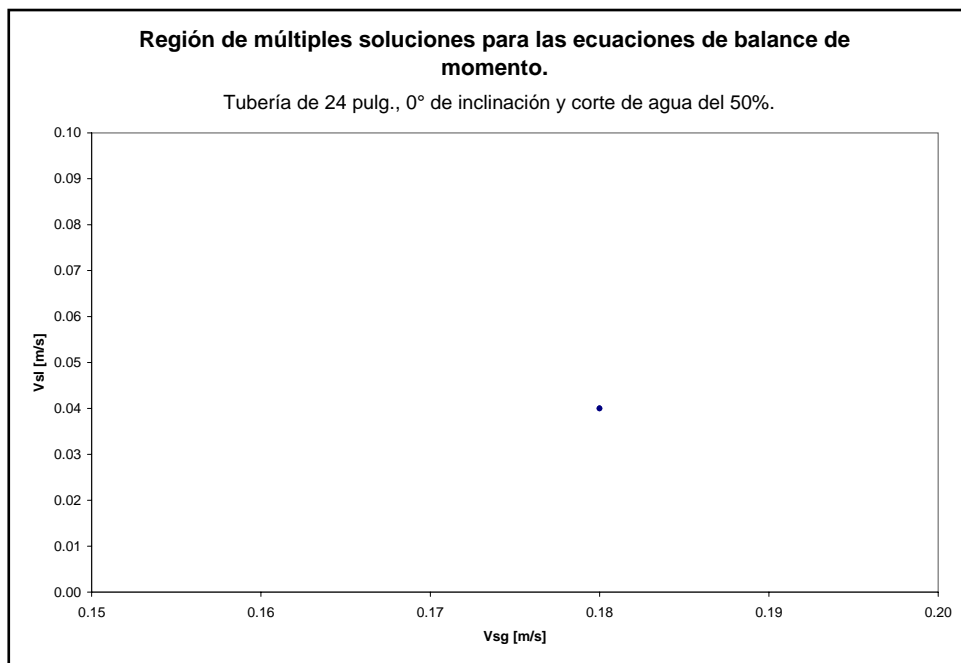


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.12. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de inclinación de 0°.

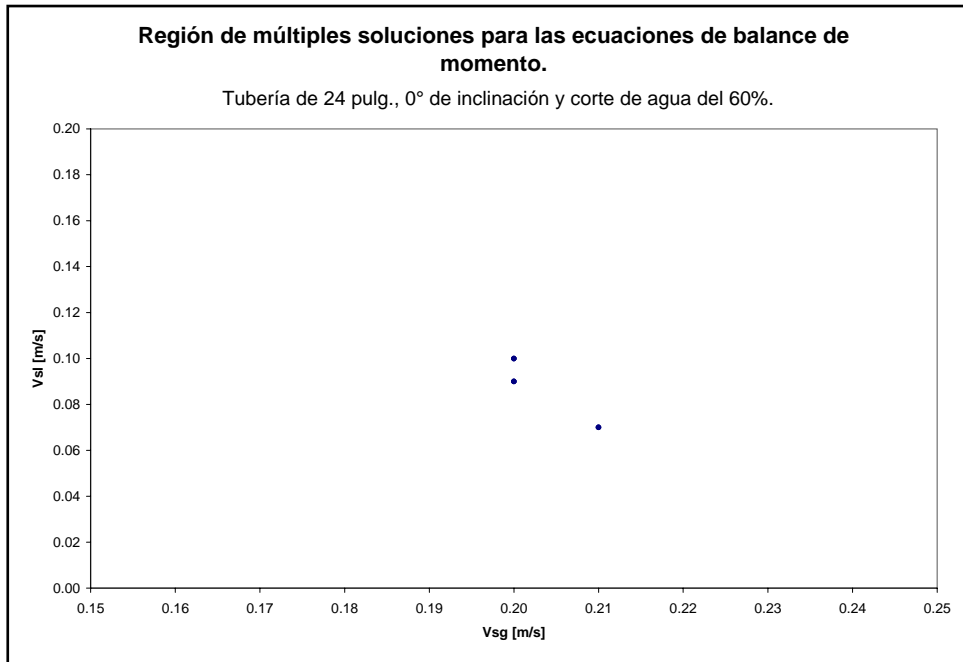


a. Vista tridimensional.

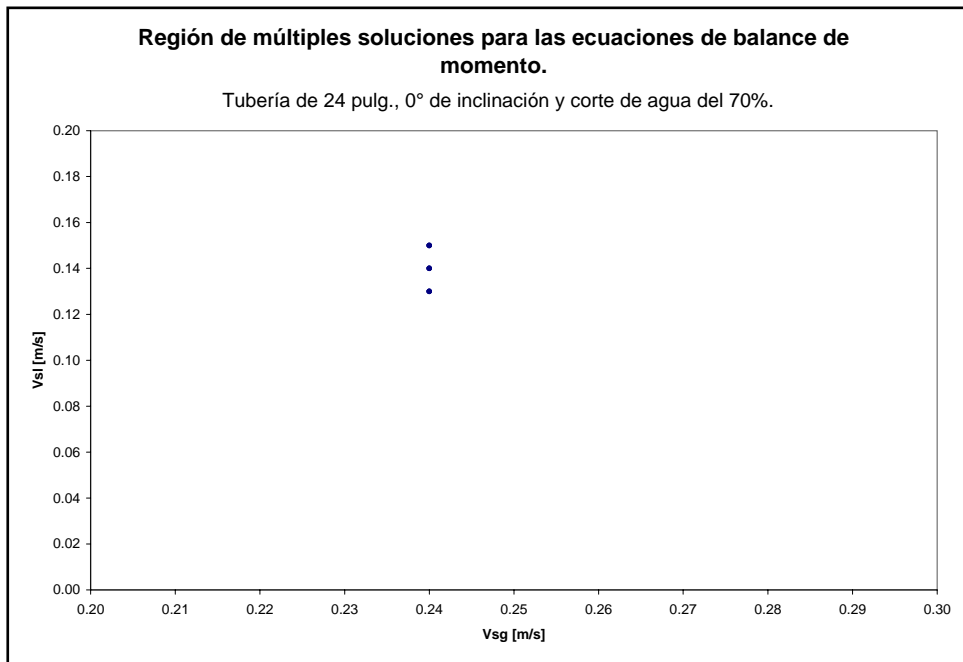


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 50%.

Figs. 2.12. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de inclinación de 0°.

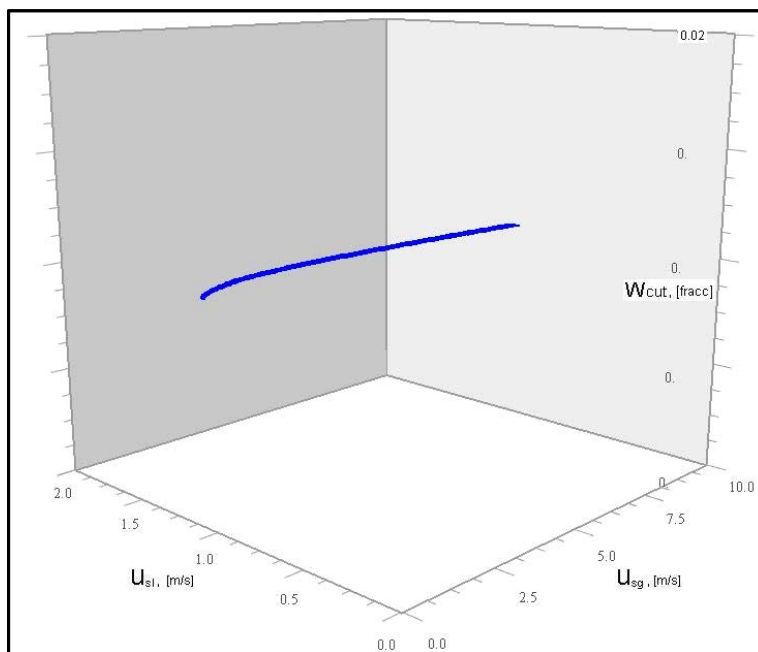


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 60%.

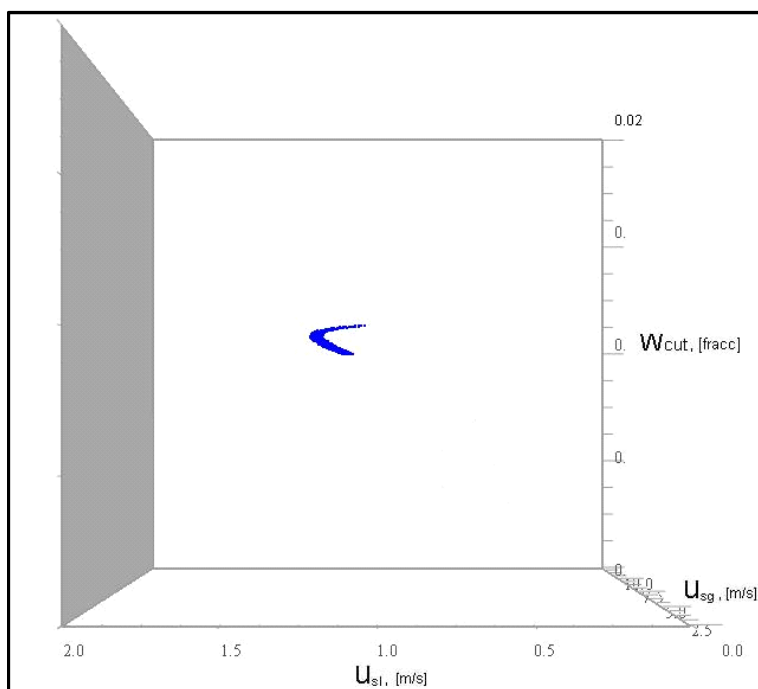


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 70%.

Figs. 2.13. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +1°.

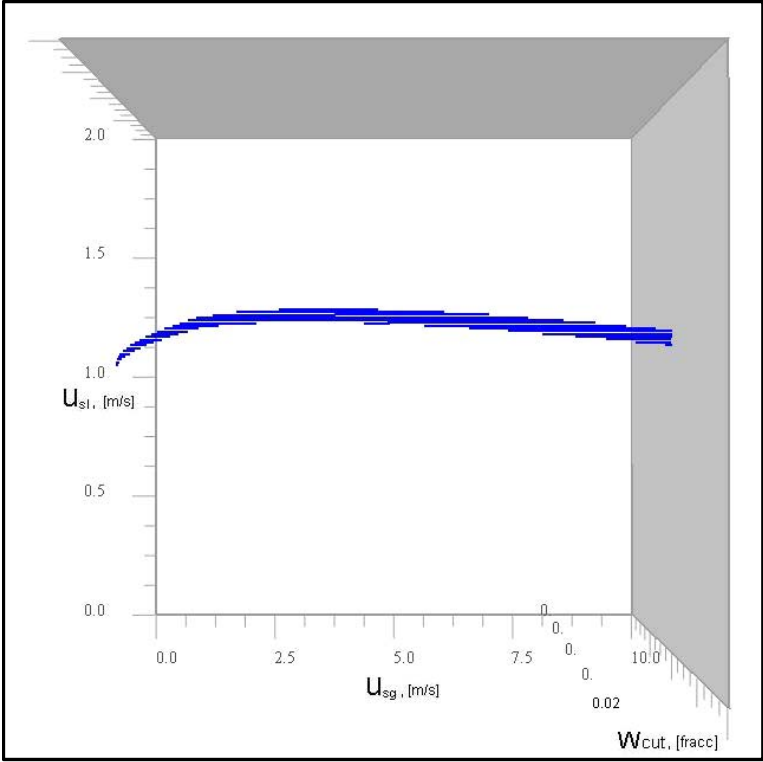


a. Vista tridimensional.

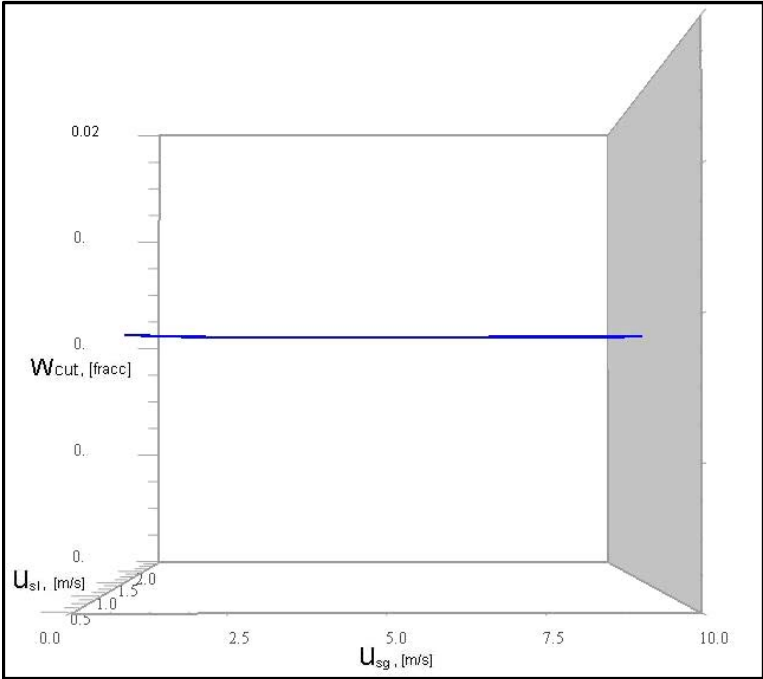


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.13. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +1°.

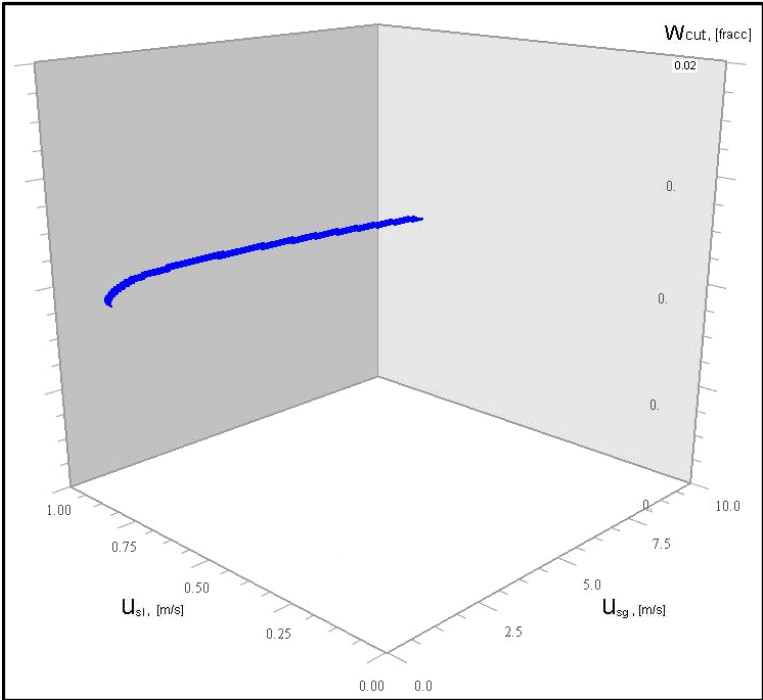


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

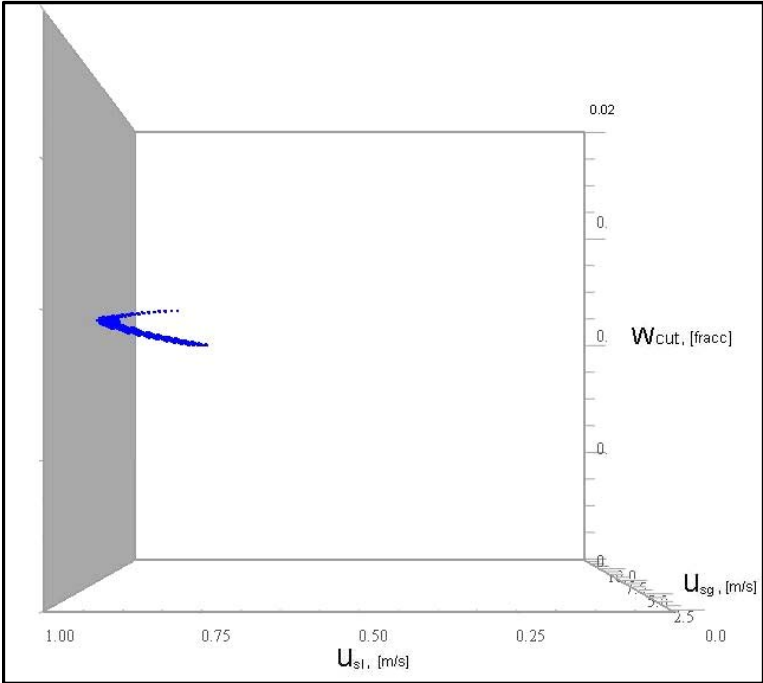


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.14. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +3°.

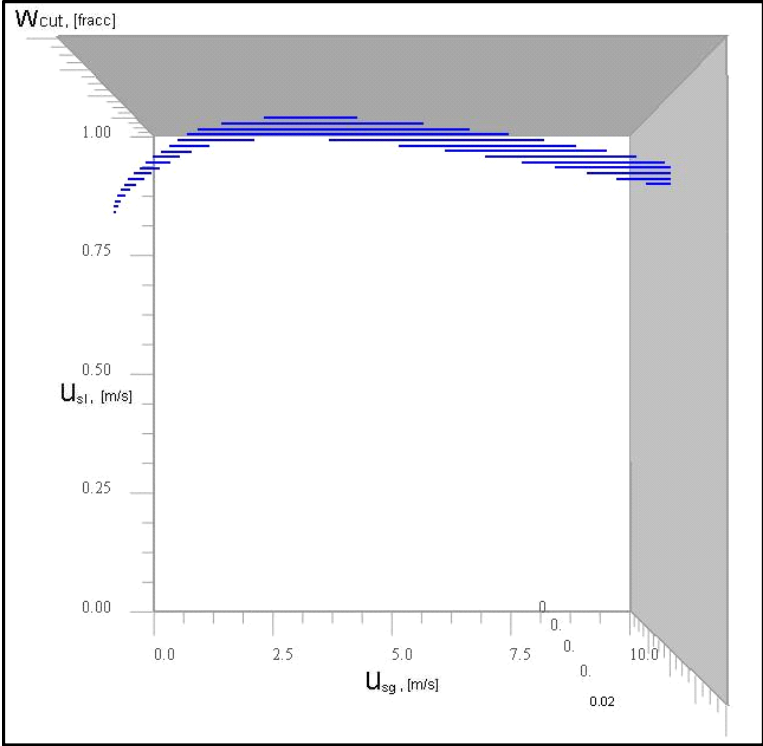


a. Vista tridimensional.

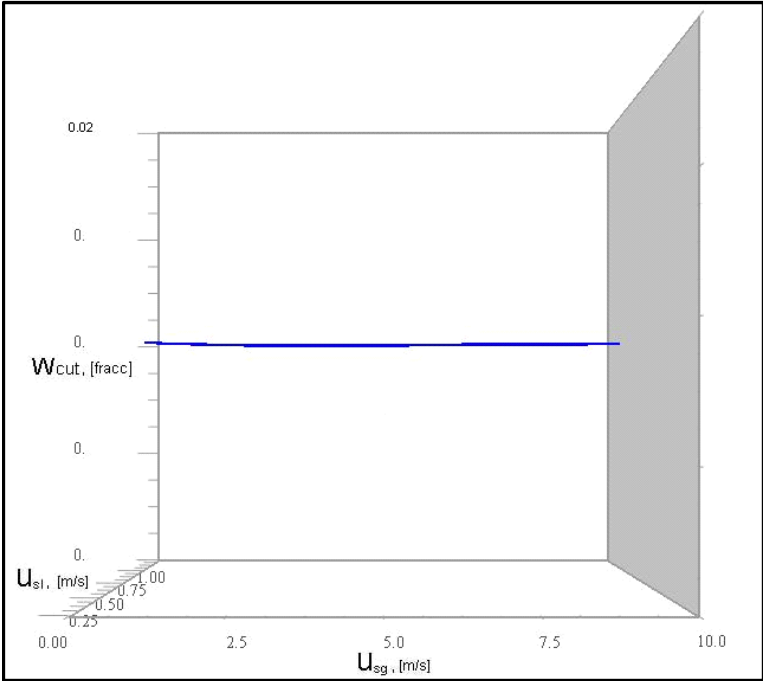


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.14. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 24'', con un ángulo de +3°.

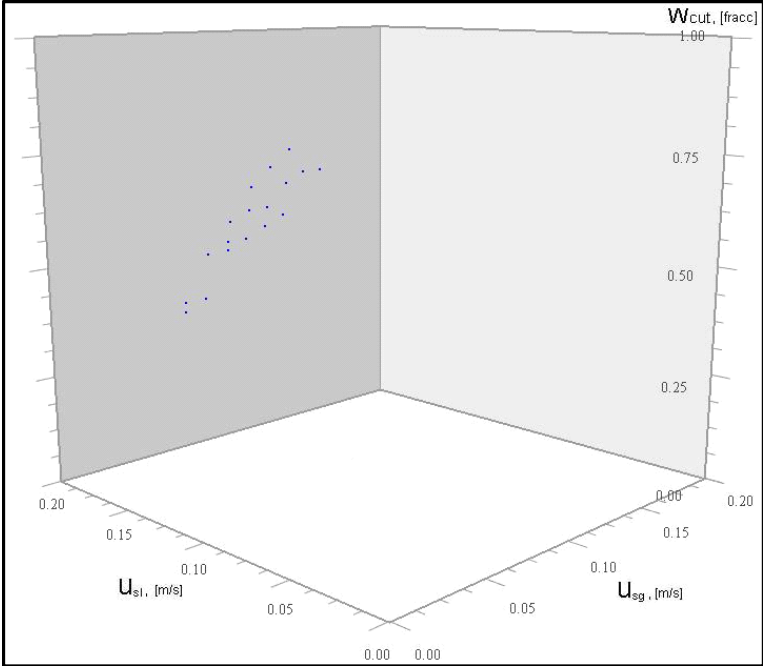


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

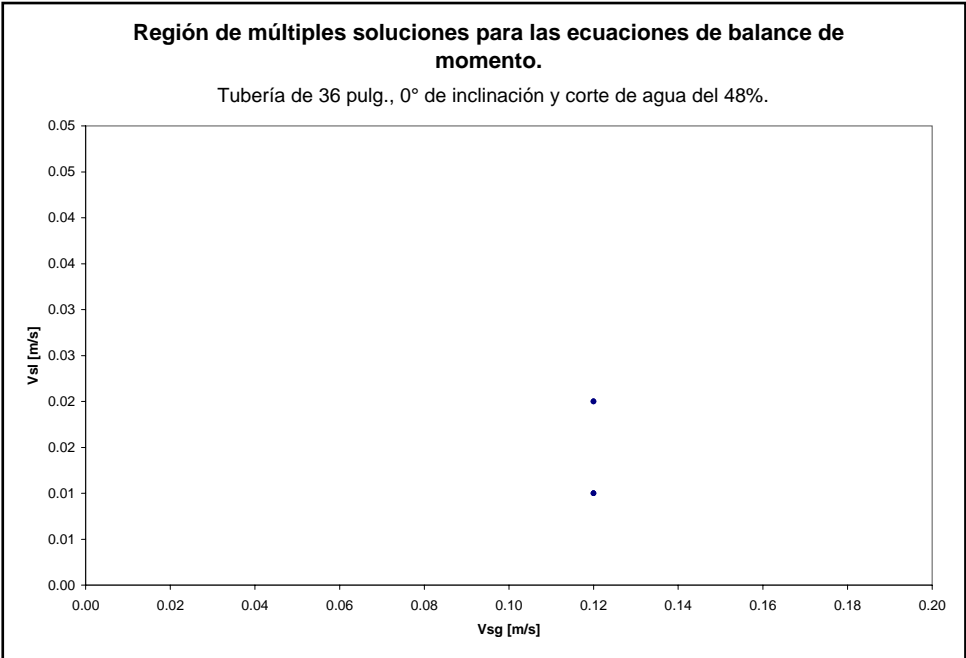


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.15. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de inclinación de 0°.

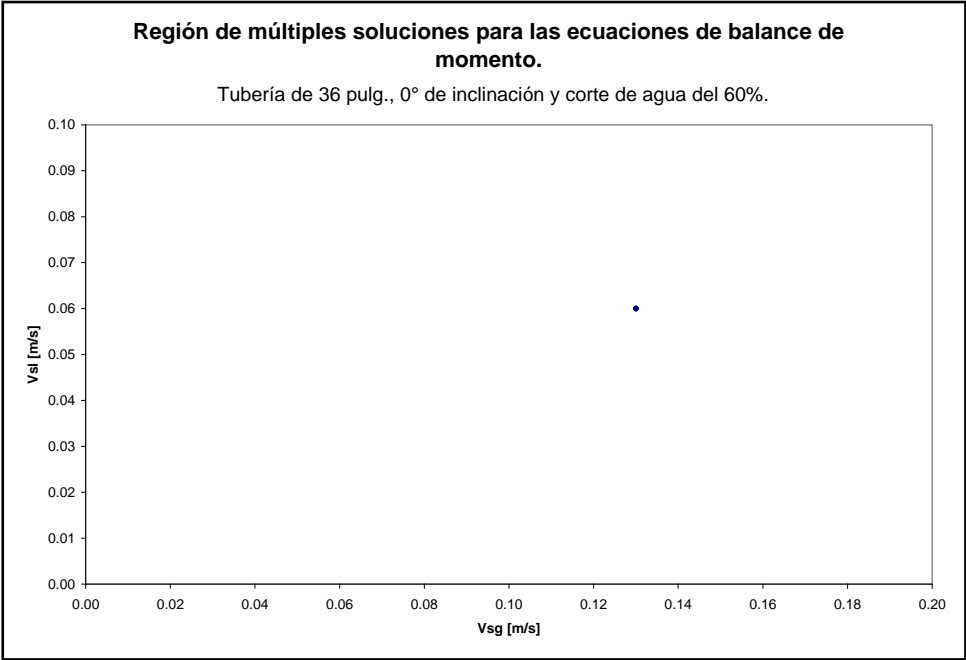


a. Vista tridimensional.

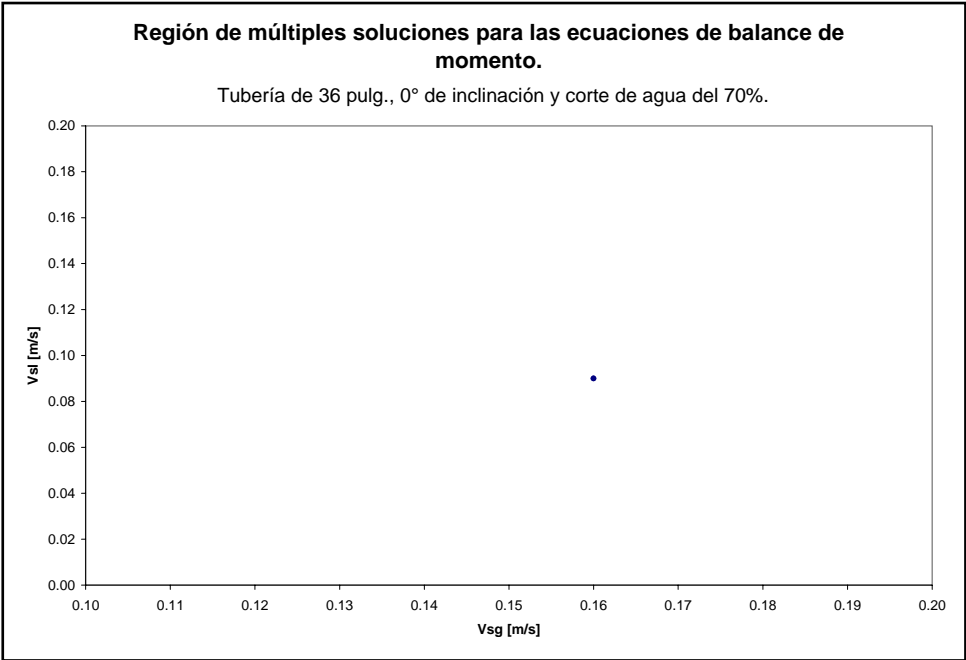


b. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 48%.

Figs. 2.15. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de inclinación de 0°.

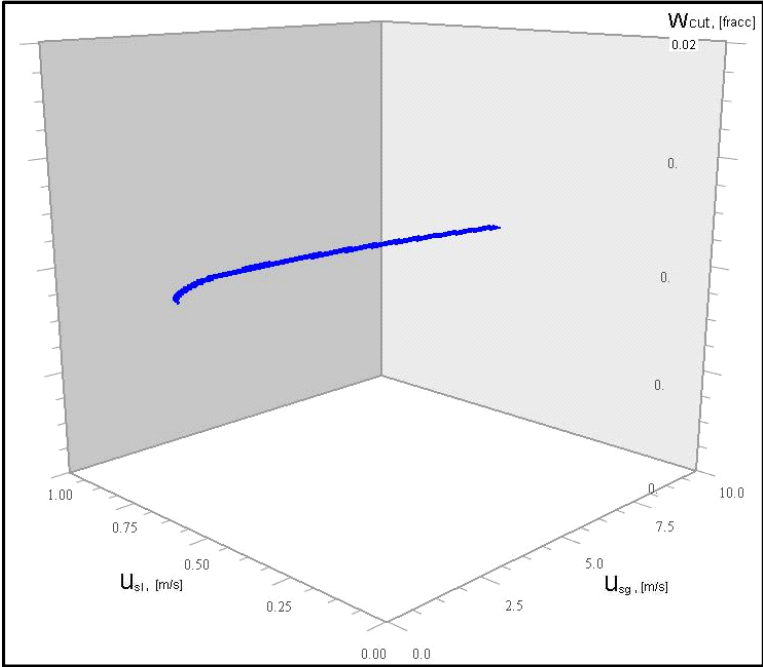


c. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 60%.

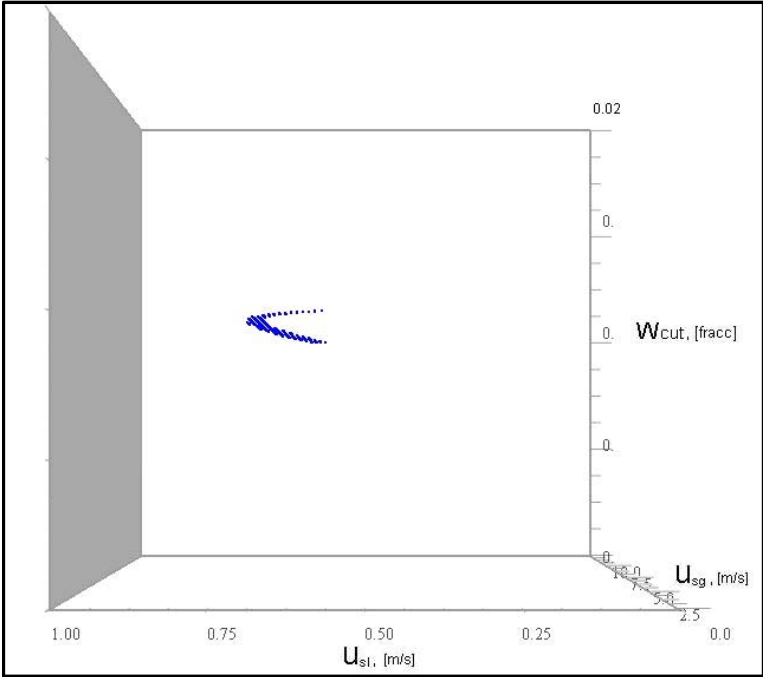


d. Gráfico bidimensional para un corte de agua de 70%.

Figs. 2.16. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de +1°.

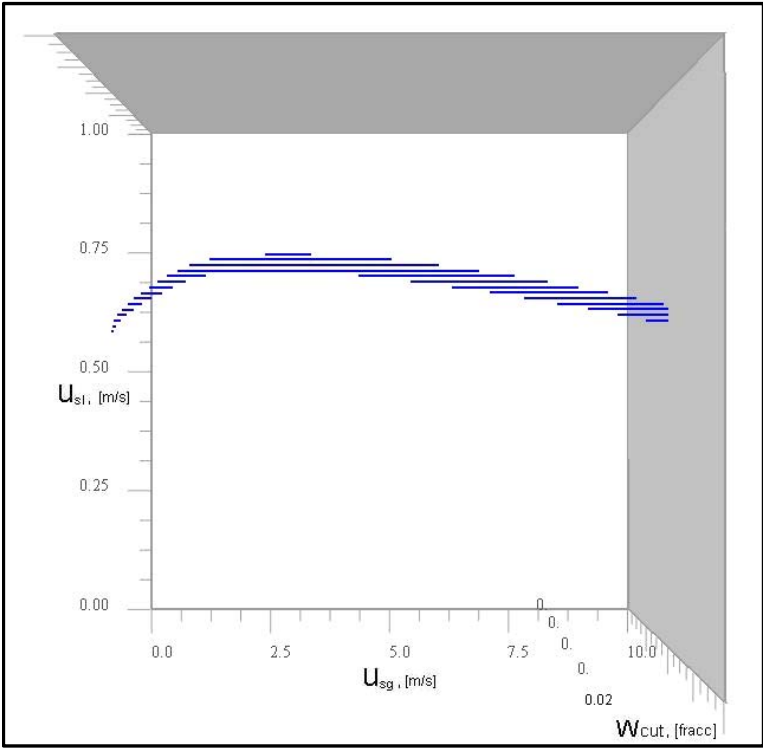


a. Vista tridimensional.

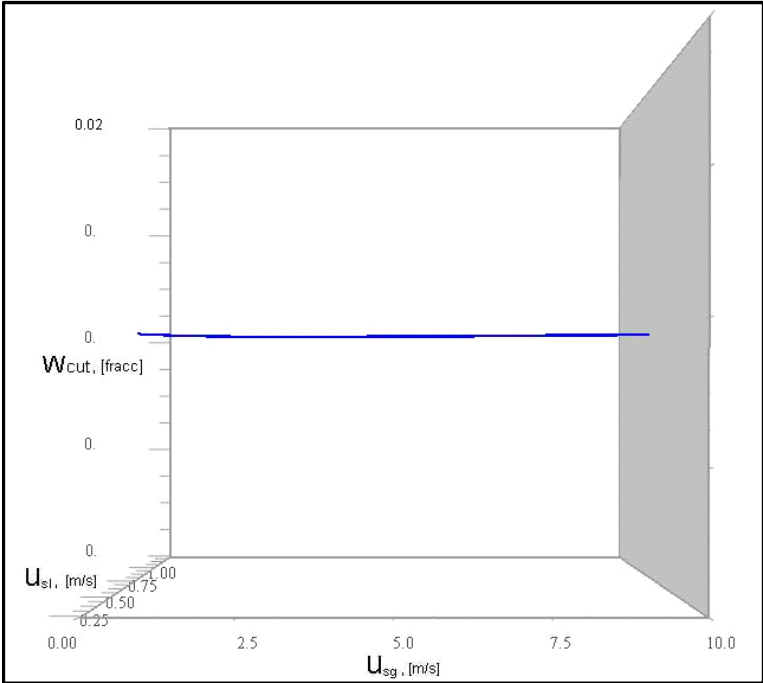


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.16. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de +1°.

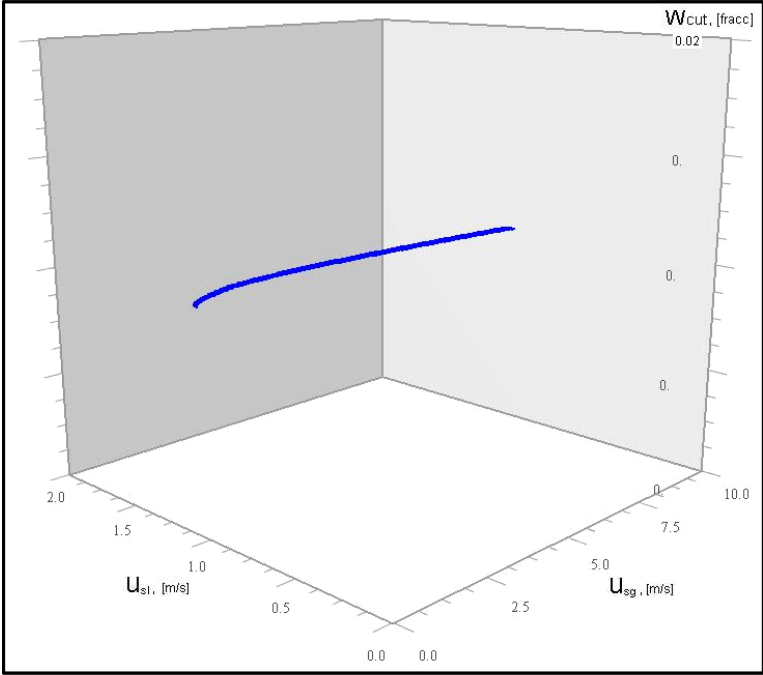


c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .

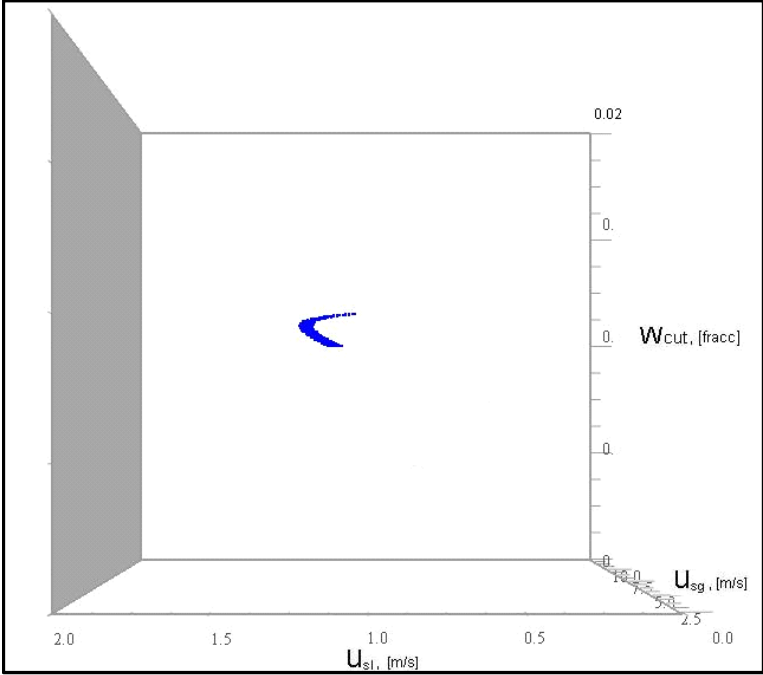


d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

Figs. 2.17. a y b. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de +3°.

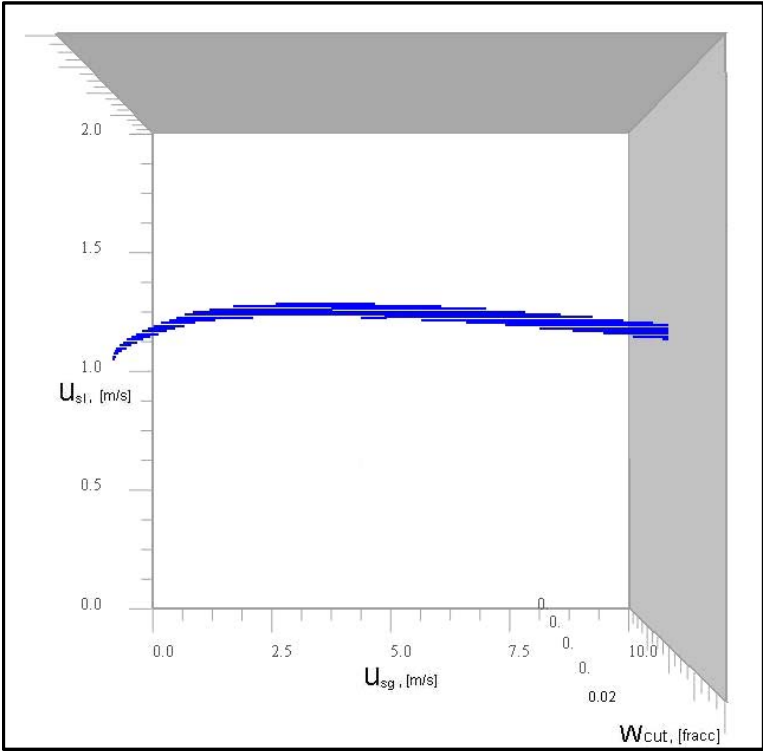


a. Vista tridimensional.

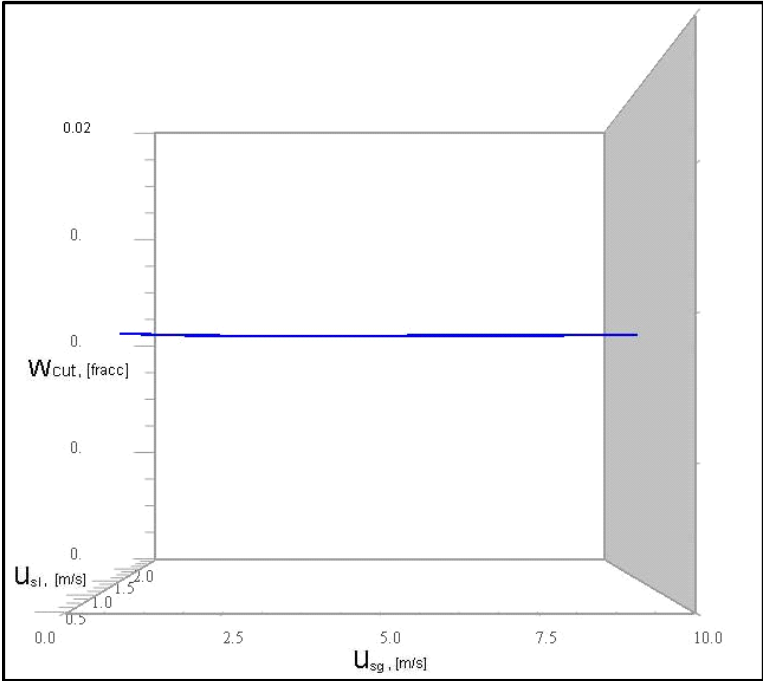


b. Vista U_{sl} vs Corte de agua.

Figs. 2.17. c y d. Región de soluciones múltiples (Multiplicidad de tipo 2, M2) para el caso de flujo trifásico en tubería de 36'', con un ángulo de +3°.



c. Vista U_{sl} vs U_{sg} .



d. Vista U_{sg} vs Corte de agua.

2.4.5. Análisis.

Características de la presencia de regiones de multiplicidad.

La representación de las condiciones de flujo, o “regiones”, en las cuales se presenta multiplicidad en las raíces que dan solución a las ecuaciones de balance combinadas, se da en forma de gráficas tridimensionales, donde se combinan las velocidades de las fases gaseosa, líquida y el corte de agua de la mezcla líquida, considerada como homogénea. Para cuestiones de detalle, en ciertos casos se agregaron gráficas bidimensionales que muestra las regiones en el plano de las diferentes velocidades superficiales, para valores específicos de corte de agua, generalmente 1, 50, 60 o 70%, que en ocasiones, resultaron ser los porcentajes más representativos, tal como se muestra en las **Figs. 2.3, 2.4, 2.5, 2.7, 2.8, 2.10, 2.12 y 2.12.**

Como se puede apreciar en las **Figs. 2.4. y 2.9.**, la multiplicidad de tipo 1 ó M1 delimita regiones que constituyen planos con una orientación vertical o bien curvas de tipo parabólico para los sistemas que combinan velocidades superficiales de las fases con mayores cortes de agua. Es posible corroborar lo anterior al llevar a cabo los cálculos y la obtención de datos donde se obtenga multiplicidad de raíces para otras condiciones de flujo y características de los fluidos (por ejemplo, variando la densidad de los fluidos implicados).

La multiplicidad de tipo 2 ó M2 por lo general delimita cuerpos curvos (**Figs. 2.3, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.12 y 2.15;** y superficies curvas horizontales, tal como se observa en las **Figs. 2.10, 2.11, 2.13, 2.14, 2.16 y 2.17** (siendo estas superficies curvas con inclinación u horizontales al graficar los datos basados en sistemas coordenados que combinen velocidades superficiales de cada una de las fases (u_{sg} , u_{so} y u_{sw})).

Influencia del ángulo de inclinación y diámetro de la tubería en la presencia de raíces múltiples.

Las tuberías horizontales tan sólo presentan el segundo tipo de multiplicidad (M2), la cual disminuye, en el número de casos, conforme aumenta el diámetro de la tubería, esto es, tiende a desaparecer con el aumento del diámetro. Lo anterior puede relacionarse con las pérdidas de presión que sufre la capa de agua al tener un área de contacto mayor con la pared inferior del tubo permitiendo que el flujo de dicha fase sea más estable.

Para los ángulos negativos, es decir, tuberías inclinadas con flujo descendente, tan sólo es notoria la presencia de la multiplicidad de tipo 1 (**M1**), en las tuberías de diámetros pequeños o medianos (esto se verifica para otros cálculos no mostrados con diferentes densidades de los fluidos en tuberías de 6 y 16 pulg., respectivamente). Cabe resaltar que la existencia de soluciones múltiples para las alturas de las capas de líquido se da principalmente en tuberías con flujo ascendente. La razón de la presencia de pocos o nulos casos de multiplicidad de soluciones para el flujo descendente radica en que dicho flujo se ve afectado en el mismo sentido de acción por la fuerza de gravedad, lo que acentúa el efecto de estabilidad del flujo estratificado.

La presencia de más casos con raíces múltiples se vuelve compleja para el caso de ángulos positivos, es decir, tuberías inclinadas con flujo ascendente, ya que para estos casos, se presentan ambos tipos de multiplicidades (**M1** y **M2**).

Con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$ (flujo ascendente), la multiplicidad de tipo 1 (**M1**) presenta un incremento en la existencia de casos conforme aumenta el diámetro de la tubería. Lo anterior se ve reflejado en gráficos no mostrados en este trabajo, donde se observa que formación de planos paralelos entre sí. Lo anterior ocurre para los diámetros intermedios (16 y 24 pulg.), no así para los diámetros pequeños y grandes (6 y 36 pulg.), donde se reduce el tamaño y número de planos generados.

El comportamiento de la multiplicidad de tipo 2 (**M2**) también muestra un incremento en el número de casos conforme aumenta el diámetro de la tubería y su inclinación. Lo anterior era de esperarse ya que la estabilidad del patrón de flujo se ve afectada, contrariamente, por la acción de la gravedad. La región de multiplicidad mantiene el mismo plano curvo característico, sin embargo, cabe resaltar que la presencia de raíces múltiples se ve incrementada conforme aumentan los valores de los cortes de agua y conforme aumenta el diámetro de la tubería.

Influencia del corte de agua en la presencia de raíces múltiples.

En el caso de tuberías horizontales, la presencia de agua en los sistemas de transporte gas-aceite (convertido ahora en flujo trifásico), implica la aparición de multiplicidad del tipo 2 (**M2**) en tuberías de diámetro pequeño.

Para el caso de tuberías con flujo ascendente, la multiplicidad de tipo 1 (**M1**) se manifiesta en forma de planos verticales. La multiplicidad existe para todo el rango de valores de corte de agua, salvo en los casos para los cuales el gasto de gas disminuye. Este comportamiento se mantiene para pequeños ángulos de inclinación ($+1^\circ$), mientras que tiende a desaparecer conforme aumenta dicho ángulo de inclinación ($+3^\circ$), es decir, tan sólo se presenta para ángulos pequeños y medios (como en el caso de las tuberías de los diámetros 6 y 16 pulg.).

La multiplicidad de tipo 2 (**M2**), se presenta en forma de superficies curvas para cortes de agua excesivamente pequeños (aprox. 1%), salvo en el caso de diámetros pequeños (6 pulg.), donde llega a existir otra región que principalmente consiste en bajos gastos de líquido (aprox. 1 m/s) y gastos muy pequeños de gas (0.01 m/s).

Algunas otras influencias.

De acuerdo al trabajo de Taitel y Barnea (1992), cuando se emplean líquidos con viscosidades mayores a 100 cp, la multiplicidad de raíces tiende a desaparecer. Por otra parte, en la presente investigación, se pudo comprobar que la influencia de las propiedades de los fluidos impacta de manera notoria en la existencia y número de condiciones de flujo para las cuales se presenta la multiplicidad de raíces. Como ejemplo, al incrementar la densidad y viscosidad del gas, se tiende a incrementar la cantidad de zonas de multiplicidad (multiplicidades de tipo 1 y 2,

M1 y **M2**, respectivamente), generando planos perpendiculares en la mayor parte de los casos con flujo ascendente y permitiendo la existencia de casos de multiplicidad para el flujo descendente (multiplicidades de tipo 2, **M2**).

Efecto del ángulo de inclinación en la altura del líquido en la capa de líquido.

Como se puede intuir, la tendencia principal de las alturas de líquido, para las diferentes condiciones de flujo que se tomaron como base para el presente análisis, es la de incrementar su valor conforme aumenta el ángulo de inclinación en el flujo ascendente, debido principalmente a los efectos de la gravedad que se ven reflejados en los valores de colgamiento de las fases líquidas; por el contrario, para el flujo descendente, la tendencia es la de disminuir la altura de la capa de líquido.

Efecto del diámetro de la tubería en la altura de la capa de líquido.

Para los casos de la tubería horizontal (0°) y las tuberías inclinadas con poca pendiente ($+1^\circ$) el efecto del diámetro de la tubería sobre la variación de las alturas de las capas de líquido no es tan marcado como en el caso de las tuberías con flujo ascendente pero con pendiente mayor ($+3^\circ$), en el que se presenta un incremento en dichas alturas de las capas.

El efecto combinado del incremento en el diámetro de la tubería y el ángulo de inclinación negativo (flujo descendente), proporciona una disminución en los valores de las alturas de las capas de líquido conforme dichos parámetros se incrementan simultáneamente.

2.4.6. Resultados de cálculo.

Basados en los trabajos de investigación de Taitel y Barnea (1995), Taitel y Dukler (1976), Hill y Wood (1994) y en el mapa de patrones de flujo presentado por Baker (1954) se establecieron los rangos de variación de los parámetros principales (velocidades de las fases y geometría del sistema) (**Tabla 2.2**) que permitieran la búsqueda de condiciones para las cuales se presenta la multiplicidad de raíces en el flujo estratificado, en la transición al patrón de flujo bache y en la capa de líquido que precede y sigue al bache de líquido en el correspondiente patrón de flujo.

Para encontrar los conjuntos de valores que presentan las multiplicidades, se realizó una búsqueda iterativa o “barrido” (código de programación en el **Apéndice A**) que abarcó completamente de los rangos de variación especificados en la **Tabla 2.2**, considerando las combinaciones posibles de flujo que pudieran presentar múltiples soluciones de sus ecuaciones de balance.

En la **Tabla 2.3** se presentan los intervalos de las velocidades superficiales de cada una de las fases (gas, aceite y agua) para los cuales se presentan más de una solución en sus ecuaciones de balance de momentos. En la **Tabla 2.4** se muestran los mismos intervalos pero en

su combinación de velocidades superficiales de las fases (gaseosa y líquida) y los respectivos cortes de agua para la fase líquida.

Tabla 2.3. Intervalos de velocidades superficiales de las fases para las cuales se presenta la multiplicidad de raíces.

Diám. [pulg]	Áng. [grad]	Tipo de Mult.	U_{sg} [m/s]	U_{so} [m/s]	U_{sw} [m/s]	Diferencia entre raíces [%]
6	0	M2	(0.01 - 0.79)	(0.2754 - 0.4514)	(0.2847 - 0.8140)	(0.75 - 3.45)
	+1	M1	(9.83 - 10.0)	(0.0001 - 0.011)	(0.0089 - 0.0099)	(20 - 84.4)
		M2	(0.01 - 10.0)	(0.0693 - 0.4350)	(0.0007 - 1.2284)	(60 - 80.7)
	+3	M2	(0.01 - 7.03)	(0.2416 - 0.4554)	(0.0029 - 1.3272)	(1.5 - 72)
16	0	M2	(0.01 - 0.28)	(0.10 - 0.16)	(0.11 - 0.30)	(1 - 3.37)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.09 - 0.43)	(0.0001 - 0.7)	(50 - 75.2)
	-1	M1	(0.01)	(0.51 - 2.26)	(0.25 - 2.47)	(2.7 - 3.23)
	+3	M2	(0.06 - 10.0)	(0.5940 - 0.7326)	(0.006 - 0.0074)	(40 - 73.5)
24	0	M2	(0.01 - 0.18)	(0.07 - 0.10)	(0.08 - 0.19)	(1 - 3)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.43 - 0.54)	(0.0001 - 0.01)	(40 - 74.5)
	+3	M2	(0.01 - 10.0)	(0.78 - 0.95)	(0.01)	(30 - 72.6)
36	0	M2	(0.01 - 0.11)	(0.05 - 0.06)	(0.06 - 0.12)	(1 - 2.88)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.56 - 0.70)	(0.1)	(40 - 73.7)
	+3	M2	(0.01 - 10.0)	(1.03 - 1.23)	(0.01)	(40 - 71.7)

Tabla 2.4. Intervalos de velocidades superficiales y cortes de agua con presencia de multiplicidad de raíces.

Diám. [pulg]	Áng. [grad]	Tipo de Mult.	U_{sg} [m/s]	U_{sl} [m/s]	W_{cut} [fracc]	Diferencia entre raíces [%]
6	0	M2	(0.01 - 0.79)	(0.71 - 1.10)	(0.39 - 0.74)	(0.75 - 3.45)
	+1	M1	(9.83 - 10.0)	(0.01)	(0.89 - 0.99)	(20 - 84.4)
		M2	(0.01 - 10.0)	(0.07 - 1.48)	(0.01 - 0.83)	(60 - 80.7)
	+3	M2	(0.01 - 7.03)	(0.29 - 1.58)	(0.01 - 0.84)	(1.5 - 72)
16	0	M2	(0.01 - 0.28)	(0.26 - 0.40)	(0.42 - 0.74)	(1 - 3.37)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.31 - 0.79)	(0.01 - 0.89)	(50 - 75.2)
	-1	M1	(0.01)	(2.51 - 2.98)	(0.10 - 0.83)	(2.7 - 3.23)
	+3	M2	(0.06 - 10.0)	(0.60 - 0.74)	(0.01)	(40 - 73.5)
24	0	M2	(0.01 - 0.18)	(0.18 - 0.26)	(0.44 - 0.74)	(1 - 3)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.43 - 0.55)	(0.01)	(40 - 74.5)
	+3	M2	(0.01 - 10.0)	(0.79 - 0.96)	(0.01)	(30 - 72.6)
36	0	M2	(0.01 - 0.11)	(0.12 - 0.17)	(0.16 - 0.73)	(1 - 2.88)
	+1	M2	(0.01 - 10.0)	(0.57 - 0.71)	(0.1)	(40 - 73.7)
	+3	M2	(0.01 - 10.0)	(1.04 - 1.24)	(0.01)	(40 - 71.7)

2.4.7. Discrepancia entre las soluciones múltiples.

De los cálculos realizados para el soporte de este trabajo y los presentados en el mismo, a continuación y a manera de ejemplo, se presenta un segmento de los datos obtenidos durante los mapeos, en los cuales se hace patente la diferencia entre las diversas raíces o valores del

colgamiento de la capa de líquido (H_{ld} , en la novena columna) y la de agua (H_{lw} , en la décima columna) para un mismo gasto de gas, aceite y agua, así como el porcentaje de diferencia entre los distintos valores de las raíces (columna extrema derecha), comparados contra el primer valor obtenido.

Tabla 2.5. Ejemplo de casos con multiplicidad de raíces y porcentaje de diferencia entre las mismas, en una tubería de 6" y 0° de inclinación.

Int. Diam. [in]	Ang. [deg]	W_{cut} [frac]	V_{sg} [m/s]	V_{so} [m/s]	V_{sw} [m/s]	Mult. T1	Mult. T2	H_{ld} [adim]	H_{lw} [adim]	%Dif
5.5	0	0.70	0.61	0.3000	0.7000	1	1	0.892069	0.619752	0
5.5	0	0.70	0.61	0.3000	0.7000	1	2	0.892069	0.626439	1.067521
5.5	0	0.70	0.61	0.3000	0.7000	1	3	0.892069	0.632012	1.939949
5.5	0	0.70	0.62	0.3000	0.7000	1	1	0.891241	0.619777	0
5.5	0	0.70	0.62	0.3000	0.7000	1	2	0.891241	0.626067	1.004718
5.5	0	0.70	0.62	0.3000	0.7000	1	3	0.891241	0.631815	1.905343
5.5	0	0.70	0.53	0.3030	0.7070	1	1	0.899460	0.619508	0
5.5	0	0.70	0.53	0.3030	0.7070	1	2	0.899460	0.629710	1.620178
5.5	0	0.70	0.53	0.3030	0.7070	1	3	0.899460	0.631537	1.904789
5.5	0	0.70	0.54	0.3030	0.7070	1	1	0.898570	0.619540	0
5.5	0	0.70	0.54	0.3030	0.7070	1	2	0.898570	0.629321	1.554231
5.5	0	0.70	0.54	0.3030	0.7070	1	3	0.898570	0.631698	1.924652
5.5	0	0.70	0.57	0.3030	0.7070	1	1	0.895950	0.619630	0
5.5	0	0.70	0.57	0.3030	0.7070	1	2	0.895950	0.628169	1.359450
5.5	0	0.70	0.57	0.3030	0.7070	1	3	0.895950	0.631551	1.887613
5.5	0	0.70	0.53	0.3060	0.7140	1	1	0.899927	0.619491	0
5.5	0	0.70	0.53	0.3060	0.7140	1	2	0.899927	0.629914	1.654626
5.5	0	0.70	0.53	0.3060	0.7140	1	3	0.899927	0.630469	1.741255
5.5	0	0.73	0.75	0.2754	0.7446	1	1	0.881687	0.640570	0
5.5	0	0.73	0.75	0.2754	0.7446	1	2	0.881687	0.644506	0.610634
5.5	0	0.73	0.75	0.2754	0.7446	1	3	0.881687	0.649755	1.413553
5.5	0	0.73	0.76	0.2754	0.7446	1	1	0.880951	0.640572	0
5.5	0	0.73	0.76	0.2754	0.7446	1	2	0.880951	0.644143	0.554392
5.5	0	0.73	0.76	0.2754	0.7446	1	3	0.880951	0.649809	1.421461
5.5	0	0.73	0.77	0.2754	0.7446	1	1	0.880220	0.640574	0
5.5	0	0.73	0.77	0.2754	0.7446	1	2	0.880220	0.643782	0.498253
5.5	0	0.73	0.77	0.2754	0.7446	1	3	0.880220	0.649858	1.428624
5.5	0	0.73	0.67	0.2781	0.7519	1	1	0.888296	0.640548	0
5.5	0	0.73	0.67	0.2781	0.7519	1	2	0.888296	0.647725	1.108019
5.5	0	0.73	0.67	0.2781	0.7519	1	3	0.888296	0.649727	1.412859

Tabla 2.6. Ejemplo de casos con multiplicidad de raíces y porcentaje de diferencia entre las mismas, en una tubería de 6" y +1° de inclinación.

Int. Diam. [in]	Ang. [deg]	W _{cut} [fracc]	V _{sg} [m/s]	V _{so} [m/s]	V _{sw} [m/s]	Mult. T1	Mult. T2	H _{id} [adim]	H _{lw} [adim]	%Dif
5.5	1	0.01	2.69	0.2277	0.0023	1	1	0.796376	0.063495	
5.5	1	0.01	2.69	0.2277	0.0023	1	2	0.796376	0.177548	64.237738
5.5	1	0.01	2.69	0.2277	0.0023	1	3	0.796376	0.308051	79.388161
5.5	1	0.01	2.70	0.2277	0.0023	1	1	0.795894	0.063471	
5.5	1	0.01	2.70	0.2277	0.0023	1	2	0.795894	0.177474	64.236733
5.5	1	0.01	2.70	0.2277	0.0023	1	3	0.795894	0.308008	79.393211
5.5	1	0.01	2.71	0.2277	0.0023	1	1	0.795411	0.063446	
5.5	1	0.01	2.71	0.2277	0.0023	1	2	0.795411	0.177399	64.235333
5.5	1	0.01	2.71	0.2277	0.0023	1	3	0.795411	0.307966	79.398327
5.5	1	0.01	2.72	0.2277	0.0023	1	1	0.794929	0.063421	
5.5	1	0.01	2.72	0.2277	0.0023	1	2	0.794929	0.177332	64.236062
5.5	1	0.01	2.72	0.2277	0.0023	1	3	0.794929	0.307916	79.403241
5.5	1	0.01	2.73	0.2277	0.0023	1	1	0.794446	0.063395	
5.5	1	0.01	2.73	0.2277	0.0023	1	2	0.794446	0.177271	64.238174
5.5	1	0.01	2.73	0.2277	0.0023	1	3	0.794446	0.307858	79.407571
5.5	1	0.01	2.74	0.2277	0.0023	1	1	0.793965	0.063369	
5.5	1	0.01	2.74	0.2277	0.0023	1	2	0.793965	0.177216	64.242014
5.5	1	0.01	2.74	0.2277	0.0023	1	3	0.793965	0.307791	79.411692
5.5	1	0.01	2.75	0.2277	0.0023	1	1	0.793483	0.063343	
5.5	1	0.01	2.75	0.2277	0.0023	1	2	0.793483	0.177161	64.245663
5.5	1	0.01	2.75	0.2277	0.0023	1	3	0.793483	0.307726	79.415884
5.5	1	0.01	2.76	0.2277	0.0023	1	1	0.793002	0.063316	
5.5	1	0.01	2.76	0.2277	0.0023	1	2	0.793002	0.177112	64.250694
5.5	1	0.01	2.76	0.2277	0.0023	1	3	0.793002	0.307653	79.419555
5.5	1	0.01	2.77	0.2277	0.0023	1	1	0.792522	0.063290	
5.5	1	0.01	2.77	0.2277	0.0023	1	2	0.792522	0.177070	64.257103
5.5	1	0.01	2.77	0.2277	0.0023	1	3	0.792522	0.307572	79.422702
5.5	1	0.01	2.78	0.2277	0.0023	1	1	0.792042	0.063263	
5.5	1	0.01	2.78	0.2277	0.0023	1	2	0.792042	0.177026	64.263681
5.5	1	0.01	2.78	0.2277	0.0023	1	3	0.792042	0.307493	79.426303
5.5	1	0.01	2.79	0.2277	0.0023	1	1	0.791561	0.063234	
5.5	1	0.01	2.79	0.2277	0.0023	1	2	0.791561	0.176997	64.273766
5.5	1	0.01	2.79	0.2277	0.0023	1	3	0.791561	0.307395	79.428980
5.5	1	0.01	2.80	0.2277	0.0023	1	1	0.791082	0.063207	
5.5	1	0.01	2.80	0.2277	0.0023	1	2	0.791082	0.176965	64.282906
5.5	1	0.01	2.80	0.2277	0.0023	1	3	0.791082	0.307300	79.431536
5.5	1	0.01	2.81	0.2277	0.0023	1	1	0.790602	0.063179	
5.5	1	0.01	2.81	0.2277	0.0023	1	2	0.790602	0.176932	64.292210
5.5	1	0.01	2.81	0.2277	0.0023	1	3	0.790602	0.307206	79.434477
5.5	1	0.01	2.82	0.2277	0.0023	1	1	0.790123	0.063150	
5.5	1	0.01	2.82	0.2277	0.0023	1	2	0.790123	0.176914	64.304472
5.5	1	0.01	2.82	0.2277	0.0023	1	3	0.790123	0.307096	79.436309

Dicha variación entre las raíces puede oscilar, generalmente, entre el 1% y 3% para las multiplicidades de tipo 1 (**M1**), y de 3% hasta el 80% para la multiplicidad de tipo 2 (**M2**), lo cual no implica que la discrepancia entre dichos valores no adquiera otras proporciones, más altas o más bajas.

Lo anterior, propicia que se brinde una minuciosa atención en la selección del valor adecuado del colgamiento para la realización de cálculos posteriores, donde se vea involucrado dicho valor, ya que las diferencias muy marcadas en los valores de colgamientos, pueden provocar una inestabilidad en la convergencia hacia las soluciones de otras características de interés, en cuyos métodos se vean involucrados dichos valores

CAPÍTULO 3.

CARACTERIZACIÓN DEL FLUJO BACHE

3.1. Flujo bache bifásico.

El patrón de flujo bache ó intermitente existe sobre un amplio rango de gastos de flujo y diámetros pequeños y medios para configuraciones horizontales e inclinadas de tubería.

El flujo con este tipo de patrón constituye un sistema inestable con respecto a grandes variaciones de gasto másico, presión y velocidad en cualquier sección transversal de la tubería. Lo anterior, se presenta incluso cuando las fases líquida y gaseosa que ingresan a la tubería conforman un sistema estacionario. Como resultado de lo anterior, los procesos de transferencia de materia y calor son transitorios con grandes fluctuaciones en la temperatura y concentraciones.

Cuando se procura diseñar una red o ducto que tome en cuenta las variaciones anteriormente mencionadas, buscando que permita su operación efectiva y segura, el diseño se complica, debido a que dicho patrón de flujo constituye un fenómeno en extremo complejo, donde se desconoce, de manera estricta, la distribución espacial de las fases dentro de la tubería, lo cual, a su vez, está en función de las propiedades de los fluidos involucrados, los gastos de los mismos y el diámetro e inclinación de la tubería.

La **Fig. 3.1** muestra los principales elementos en que se puede discretizar un bache unitario y la **Fig 3.2** muestra los parámetros de interés, cuyos métodos de cálculo, se especificarán más adelante.

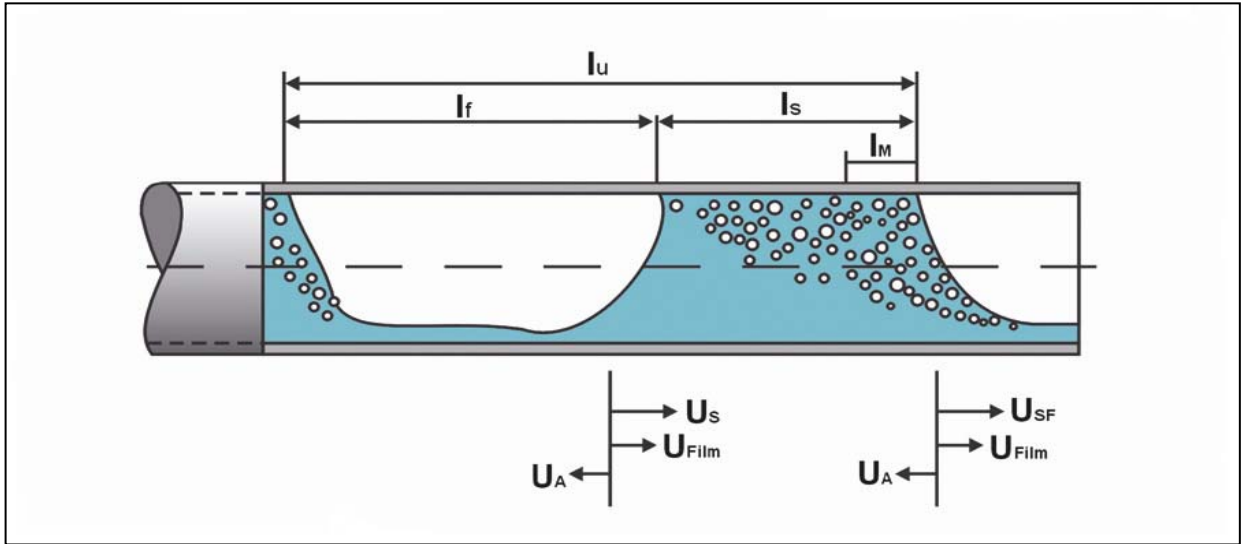


Fig. 3.1. Esquema de un bache unitario y principales elementos.

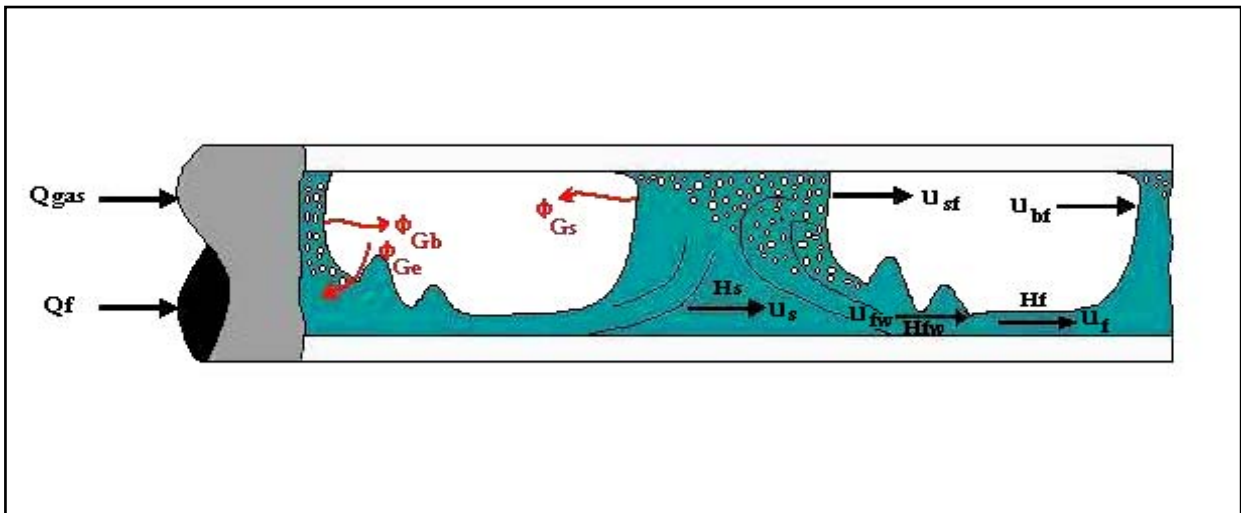


Fig. 3.2. Esquema de un bache unitario y principales parámetros.

3.1.1. Descripción.

Condiciones de inicio del flujo bache.

Las etapas que se presentan en la evolución del flujo bache, desde su inicio hasta la disipación constituyen un fenómeno en extremo complejo.

Basados en observaciones realizadas en tuberías construidas de material transparente, se han podido establecer las fases que presenta el patrón de flujo bache (Fig. 3.1), las cuales se describen a continuación:

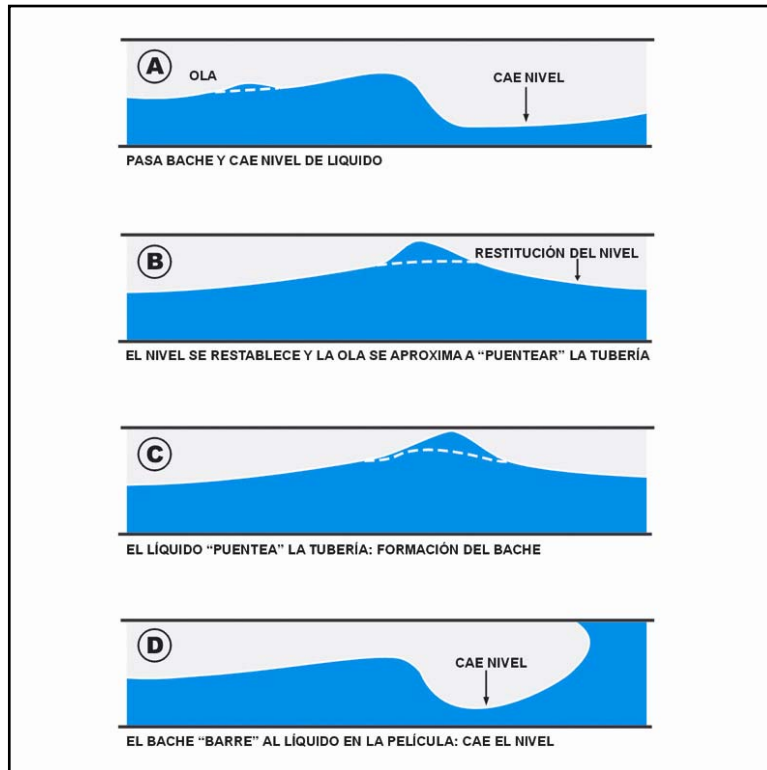


Fig. 3.3. Proceso de formación de un bache de líquido en un flujo bifásico.

1. Aumento en el nivel del líquido, debido a que la capa de líquido se desacelera. Simultáneamente, se presenta la aparición de olas que incrementan aún más dicho nivel, hasta que obstruyen momentáneamente el flujo de gas.
2. Cuando sucede lo anterior, el gas acelera a la capa de líquido, que obstruye por completo la sección transversal de la tubería, empujando gran parte del volumen de la capa de líquido en la película para incorporarlo al cuerpo del bache, adquiriendo también, la velocidad que tiene el líquido en el cuerpo del bache. De esta manera, el movimiento rápido de líquido incrementa su volumen y forma el bache de líquido.
3. Conforme viaja el bache de líquido a través de la tubería, se derrama líquido de la parte posterior, formando nuevamente una capa de líquido con superficie libre, la cual se desacelera rápidamente, influenciada principalmente por los esfuerzos cortantes y factores de fricción interfaciales y con respecto a la pared.
4. Una vez que se ha formado el bache de líquido, este va "barriendo" el exceso de líquido que ha derramado el bache precedente, derramando a su vez un volumen de líquido

similar al que va adquiriendo en el frente, lo cual estabiliza la longitud del bache, ya que el gasto de entrada y salida de líquido al cuerpo del bache es prácticamente el mismo.

5. En el frente del bache, la capa de líquido que le precede penetra cierta longitud dentro del cuerpo del bache, provocando un remolino, el cual es un vórtice de mezcla. Lo anterior, se debe a que la energía cinética del cuerpo del bache es mayor que la de la capa de líquido. Por lo tanto, la longitud de penetración de la capa de líquido dentro del cuerpo del bache constituye la longitud del remolino de mezcla ó “zona de mezclado”.
6. Conforme el gasto de gas aumenta, se incrementará el grado de aireación de cuerpo del bache. A la postre, el gas llegará a formar una fase continua a través del bache, logrando que ya no pueda mantenerse un puente de líquido de bloqueo efectivo, permitiendo el libre paso del gas a través líquido, cambiando el patrón de flujo a un régimen de flujo anular.

3.1.1.1. Velocidades.

En los modelos de caracterización del flujo bache es necesario determinar previamente los valores de velocidad que poseen las fases líquidas en las diferentes zonas que conforman la capa de líquido y el cuerpo del bache, las que son influenciadas por la cantidad de gas y su respectivo caudal en la corriente.

Velocidad de los frentes.

El bache se caracteriza por tener dos velocidades interfaciales de interés: la velocidad del frente de la burbuja (u_{BF}) y la velocidad del frente del bache (u_{SF}).

La velocidad del frente de la burbuja de gas o velocidad traslacional se define de la forma en como la plantean Nicholson, Aziz y Gregory (1978):

$$u_{BF} = 1.2u_s + u_D \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.1})$$

donde, u_D es la velocidad de deriva, la cual representa la diferencia entre la velocidad máxima del frente de la burbuja y la velocidad máxima del frente del bache, y que está en función del Número de Eotvos, el cual representa la relación de los efectos gravitacionales y los de tensión superficial, por lo tanto, la velocidad de deriva se obtiene de la siguiente manera:

$$\frac{u_D}{\sqrt{gd}} = 0.54 - 1.76E_{oD}^{-0.56} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.2})$$

$$E_{oD} = \frac{\rho_L g d^2}{\sigma} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.3})$$

La velocidad del frente del bache, dependerá entonces, de los colgamientos y velocidades en el cuerpo del bache y la capa de líquido en la cola del bache.

$$u_{SF} = \frac{H_s u_s - H_f u_f}{H_s - H_f} = u_s + (u_s - u_f) \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{H_f}{H_s} \right)^i \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.4})$$

Predicción del perfil de velocidades y colgamiento en la zona de la burbuja de gas/película de líquido.

Al realizar un balance de momento en la zona de burbuja/película de líquido, se obtiene la siguiente expresión, de acuerdo a lo planteado por Maron, Yacoub y Brauner (1982):

$$\frac{d\bar{u}_f}{dx} = \frac{-(\rho_L - \rho_G)g \text{sen} \beta - \frac{\tau_{wL} S_f}{A_f} + \frac{\tau_{wG} S_G}{A_G} + \tau_i \left(\frac{S_i}{A_f} + \frac{S_i}{A_G} \right) - g \rho_L \cos \beta \frac{dy_f}{dx}}{\rho_L \bar{u}_f + \frac{\rho_G \bar{u}_G^2 A_f}{\bar{u}_f A_G} - \frac{\rho_L g y_f \cos \beta}{\bar{u}_f}} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.5})$$

donde dy_f/dx representa la variación de la distancia radial desde la superficie del líquido hasta el centro de presión a lo largo de la película de líquido, por lo tanto, al integrar la ecuación, nos permite obtener una ecuación que definirá el perfil de velocidad del líquido en la cola del bache:

$$\int_n^{n+1} d\bar{u}_f = f(\bar{u}_f, x)^n \int_n^{n+1} dx \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.6})$$

dicha ecuación, al ser resuelta por el método de Euler, queda de la siguiente manera:

$$\bar{u}_f^{n+1} = \bar{u}_f^n + \Delta x \left[\frac{-(\rho_L - \rho_G)g \text{sen} \beta - \frac{\tau_{wL} S_f}{A_f} + \frac{\tau_{wG} S_G}{A_G} + \tau_i \left(\frac{S_i}{A_f} + \frac{S_i}{A_G} \right) - g \rho_L \cos \beta \frac{dy_f}{dx}}{\rho_L \bar{u}_f + \frac{\rho_G \bar{u}_G^2 A_f}{\bar{u}_f A_G} - \frac{\rho_L g y_f \cos \beta}{\bar{u}_f}} \right]^n \quad \dots\dots(\text{Ec. 3.7})$$

con condiciones de frontera:

$$u_f(x=0) = u_s = u_m \quad \text{y} \quad u_G(x=0) = u_s = u_m \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.8 y 3.9})$$

$$y_f(x=0) = y_s \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.10})$$

De igual forma, el colgamiento de líquido en la cola del bache se obtendrá numéricamente:

$$\frac{(dy_f)^n}{dx} = \frac{y_f^n - y_f^{n-1}}{\Delta x} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.11})$$

donde:

$$y_f = \frac{1}{3} \left(\frac{d}{h_{le}\pi} \right) \text{sen}^3(\alpha_f) + \frac{d}{2} \text{cos}(\alpha_f) \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.12})$$

y α_f se define como el ángulo formado por el eje subtendido por la altura de la capa de líquido, medido desde el fondo de la tubería, o bien:

$$\alpha_f = \frac{\alpha}{2} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.13})$$

y la representación gráfica del ángulo α se puede observar en la **Fig. 2.1**.

3.1.1.2. Frecuencias.

Los modelos que se han desarrollado en las últimas dos décadas para describir con detalle las características hidrodinámicas del flujo intermitente requieren de otros datos, además de las propiedades de los fluidos, gastos de cada una de las fases y geometría de la tubería, del contenido de gas en el cuerpo del bache y de la frecuencia del bache, o bien, la longitud del mismo.

Se han realizado varios intentos para llegar a concretar convenientemente el grupo de ecuaciones de clausura de los modelos que puedan predecir con certeza las características del flujo bache, pero por otra parte no existen modelos satisfactorios que puedan predecir de manera adecuada la frecuencia de los baches en la tubería.

Dentro de los intentos por crear un método eficaz para la predicción del mismo, Gregory y Scott (1969) y Greskovich y Shrier (1972), publicaron correlaciones de datos de frecuencia pero sin base concreta en la física. Taitel y Dukler (1977) han propuesto, hasta ahora, el modelo más acertado para la predicción de la frecuencia de los baches en tuberías horizontales que transportan flujo bifásico gas-líquido. Principalmente, está determinado por el proceso de la formación del bache en la región de entrada, donde el crecimiento de olas inestables en la capa de líquido eventualmente bloquea el paso del gas y genera un bache de líquido, inmediatamente después, el nivel de líquido disminuye debido a que las fuerzas hidrodinámicas restituyen la capa a su nivel original, completando el ciclo. Taitel y Dukler supusieron que la frecuencia del bache es igual al inverso del tiempo necesario para que la capa de líquido adquiera, de nuevo, su nivel

de equilibrio, para lo cual, desarrollaron ecuaciones de conservación de masa y de momento transitorias unidimensionales de flujo en canal abierto para calcular el tiempo característico para este proceso. Sin embargo, su planteamiento sufre de una contradicción fundamental. Al escribir la ecuación de movimiento para la fase gaseosa, los autores intencionalmente omitieron el efecto Bernoulli, el cual describe la formación de olas inestables, precursoras de los baches, como resultado de la reducción en la presión sobre la capa de líquido provocada por la aceleración del gas. Esta simplificación evita problemas al encontrar la solución de las ecuaciones de balance del modelo. Asimismo, los autores identifican el nivel más bajo de líquido, desde el cual comienza a regenerarse la capa de líquido, y que ellos toman como una condición inicial en la solución de su modelo, como un “nivel de estabilidad” o nivel mínimo para la existencia del patrón de flujo bache dentro de una tubería. Además, sólo publicaron una carta adimensional que cubre un rango bastante restringido de condiciones de flujo como para validarla de manera general.

Nicholson, Aziz y Gregory (1978) desarrollaron un método alternativo a los modelos existentes, el cual evita la estimación de la frecuencia de los baches de líquido. Lo anterior está basado en la observación empírica de que los valores de longitud del bache, en este patrón de flujo, no se muestran alterados de manera drástica con respecto a las variaciones de los gastos de las fases gaseosa o líquida.

La longitud promedio de los baches de líquido es de aproximadamente 30 veces el diámetro de la tubería, de acuerdo a los experimentos de Nicholson. Dukler, Maron y Brauner (1985), extendieron el análisis al incluir los efectos viscosos debidos a la pared de la tubería y estimaron que la longitud mínima estable del bache de líquido es la distancia requerida para que se alcance el flujo turbulento completamente desarrollado de acuerdo al concepto de capa límite de velocidades. Una comparación posterior con algunas mediciones mostró que la longitud de los baches estables era más grande que lo predicho por esta teoría.

Nicholson et al. demostraron que un modelo de flujo bache en el cual se hacía la suposición de un valor fijo de la longitud del bache, podía estimar en promedio la frecuencia de los baches de líquido, sin embargo, no podía reproducir la variación tan compleja que muestra este patrón de flujo con respecto a la variación de los gastos de gas.

La determinación de la frecuencia de los baches de líquido no solo resulta importante para el empleo de modelos mecánicos, sino que la aplicación física permite tomar en cuenta las condiciones para las cuales se presentarían vibraciones peligrosas en las tuberías, lo que provocaría el fenómeno de resonancia al aproximarse a la eigenfrecuencia del sistema de la tubería. Por otra parte, el fenómeno de la corrosión estaría de igual manera asociado con la frecuencia de dichos baches dentro de las tuberías de transporte de hidrocarburos.

Ecuación para la predicción de la frecuencia de bacheo.

Ya que los baches de líquido son generados por las olas crecientes que bloquean el paso de gas dentro de la tubería, es razonable esperar que el número de baches formados por unidad de tiempo sea inversamente dependiente del intervalo de tiempo requerido para el desarrollo de cada ola inestable que alcance a “puentear” la tubería, el cual está relacionado con el periodo de

la ola, esto es, que la frecuencia con que pasa un bache de líquido por un punto fijo de la tubería es inversamente proporcional al periodo (T) de las olas precursoras de los baches:

$$f_s = \frac{C_1}{T} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.14})$$

donde C_1 es una constante de proporcionalidad que está relacionada con la celeridad de las ondas que se forman en la superficie de la fase líquida y T es evaluada con respecto a un marco de referencia que se mueve a la velocidad promedio de la fase líquida.

La relación entre la frecuencia de los baches y el periodo de las olas es bastante compleja y dos factores principales contribuyen a que dicha relación sea menor que 1/T:

1. Solo una fracción de las olas puede formar de manera efectiva a los baches de líquido,
2. Incluso, aunque se generen los baches, una parte de ellos llega a ser inestable y por lo consiguiente se deshacen.

Con respecto a lo anterior, Dukler et al. (1985) y Taitel et al. (1977) observaron que en la transición hacia el flujo bache muy pocas olas forman un bache y que en el flujo completamente desarrollado cada ola puentea la tubería. Por otra parte, se sabe que la frecuencia de formación de los baches, generalmente, es mayor que la frecuencia de los baches en algún otro punto corriente abajo en la tubería.

Debido a la aleatoriedad involucrada en el proceso de la formación de los baches de líquido y al posible traslape de los mismos, al ser disueltos y llegar a formar parte del siguiente bache, Tronconi (1990) hace la suposición de que, dentro del promedio estadístico, cada ola genera un bache, pero sólo la mitad de los baches logra permanecer como tal durante su viaje a través de la tubería. Por lo tanto, la determinación de la frecuencia de los baches está relacionada con la estimación del período de las olas (T) o de su recíproca (ν), que es la frecuencia de las olas, la que a su vez es función de la celeridad y número de las olas a un gasto de máximo crecimiento de las mismas.

Tronconi adoptó el análisis teórico de la inestabilidad de las olas, establecido por Kordyban y Ranov (1970) y el de Mishima e Ishii (1980) para la derivación, con lo cual obtuvo la siguiente ecuación:

$$f_s = \frac{0.305 \rho_g \bar{u}_g}{C_s \rho_L h_g} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.15})$$

o bien, considerando que el porcentaje del número de olas que se permanecen como tales, después de su formación (C_s) es igual a 1/2:

$$f_s = 0.61 \frac{\rho_g \bar{u}_g}{\rho_L (D - h_L)} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.16})$$

Shell desarrolló una correlación, la cual está en función de los números de Froude de cada una de las fases, para adecuar la representación de los datos obtenidos de un circuito de flujo de 4 pulgadas con flujo de agua y aire:

$$Fr_{slug} = Fr_{min} + A \left[(Fr_L + Fr_G)^{0.1} - 1.17(Fr_L)^{0.064} \right]^2 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.17})$$

$$Fr_{slug} = f_s \sqrt{\left(\frac{d}{g}\right)} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.18})$$

$$Fr_L = \frac{u_{SL}}{\sqrt{gd}} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.19})$$

$$Fr_G = \frac{u_{SG}}{\sqrt{gd}} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.20})$$

$$Fr_{min} = 0.048(Fr_L)^{0.81} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.21})$$

$$A = 0.73(Fr_L)^{2.34} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.22})$$

sin embargo, como se puede observar en las ecuaciones anteriores, esta correlación no toma en cuenta la inclinación de la tubería.

Gregory & Scott (1969) desarrollaron una correlación a partir de mediciones obtenidas del flujo de agua y bióxido de carbono a través de una tubería de ¾ de pulgada:

$$f_s = 0.0226 \left(\frac{u_{SL}}{gd} \right)^{1.2} \left[\frac{212.6}{u_M} + u_M \right]^{1.2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.23})$$

la cual se presenta en unidades del sistema inglés.

Por otra parte, Hill & Word (1990), desarrollaron un modelo basado en observaciones experimentales, a través de las cuales identificaron dos parámetros predominantes en la formación de los baches de líquido, los cuales fueron la altura de la capa de líquido detrás del cuerpo del bache y la velocidad de “resbalamiento” de la capa de líquido:

$$\frac{f_s d}{(u_G - u_L)} = 2.74 \frac{h_L}{(1 - h_L)} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.24})$$

$$\frac{f_s d}{u_m} = 0.275 \cdot 10^{2.68h_L} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.25})$$

los autores de esta correlación encontraron que su correlación daba una mejor predicción de la frecuencia que el modelo de Gregory & Scott.

Grescovich & Shrier (1972) desarrollaron la siguiente correlación para tuberías horizontales:

$$f_s = 0.0226 \left[\lambda \left(\frac{79.5276}{d} + \frac{u^2_M}{gd} \right) \right]^{1.2} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.26})$$

mientras que Heywood & Richardson (1979) obtuvieron una correlación similar empleando rayos gama para obtener las mediciones de colgamiento de líquido en una tubería de 1.65 pulgadas de diámetro:

$$f_s = 0.0434 \left[\lambda \left(\frac{79.5276}{d} + \frac{u^2_M}{gd} \right) \right]^{1.02} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.27})$$

donde λ es la fracción de líquido dentro de la mezcla:

$$\lambda = \frac{u_{sl}}{u_{sl} + u_{sg}} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.28})$$

que interviene en las **Ecs. 3.26 y 3.27.**

3.1.1.3. Longitudes.

Cuando se opera una línea de transporte de fluido con patrón de flujo bache, la predicción del gasto volumétrico del líquido que se espera al final del ducto resulta de gran importancia, debido a que la mayor parte del líquido que viaja a través de la línea lo hace en los cuerpos que constituyen los baches.

Los baches de líquido tienden a crecer, debido a diferentes mecanismos físicos, conforme viajan a lo largo de los ductos de transporte. Ninguna correlación previa a la presentada por Scott, Shoham y Brill (1989) tomaba en consideración dichos mecanismos de afectación, los cuales llegan a incrementarse significativamente conforme se incrementa el diámetro de la tubería.

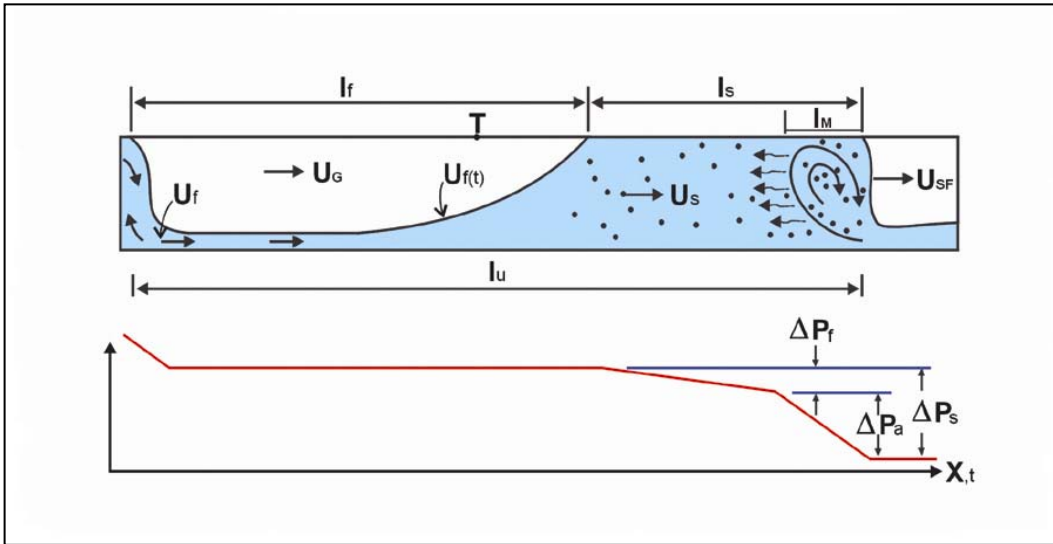


Fig. 3.4 Principales caídas de presión en el flujo tipo bache.

Por otra parte, la mayor parte de la caída de presión que sufre el flujo bache ocurre precisamente en el cuerpo del bache (**Fig. 3.4**), siendo la de mayor proporción la que se da en la zona de mezcla en el frente del bache, la que es provocada por la aceleración de la capa de líquido al frente. La caída de presión resultante de la fricción también es mucho más grande en el cuerpo del bache que en la burbuja de gas y que en la región de la película de gas (**Fig. 3.5**). Por lo tanto, la caída de presión total depende grandemente de la longitud del bache.

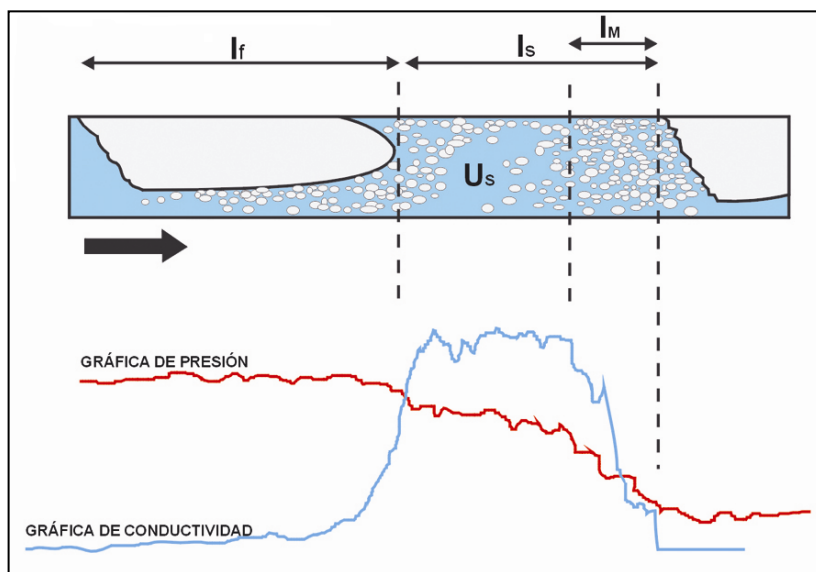


Fig. 3.5 Ejemplo de la medición experimental desde transductor de presión absoluta y una sonda de conductividad.

Evolución del bache.

Hasta ahora, sólo se ha hecho referencia al proceso de formación del bache, sin embargo, la longitud del mismo se ve modificada por diversos fenómenos que anteriormente no fueron analizados ni tomados en cuenta, la consideración de estos efectos permitirán evaluar la transformación del bache con respecto al tiempo.

Los principales factores que actúan en la evolución de la longitud del bache son:

- *Rápido crecimiento lineal inicial.* Al fluir rápidamente los baches de líquido y recoger líquido de la capa que se mueve más despacio al frente del bache, lo cual lleva a un crecimiento rápido, casi lineal, si se supone que no existe aceleración del bache y un constante derrame durante esta fase.
- *Expansión del gas.* La caída de presión propicia una expansión notable del gas, por lo tanto, la velocidad del bache se incrementará, asimismo incrementará la aireación del bache, lo que modificará la longitud del mismo
- *Accidentes topográficos y cambios de pendiente.* Las variaciones de inclinación inducen una modificación en la cantidad de líquido que entra al frente del bache. También las aceleraciones verticales pueden inducir una aceleración en el derrame del líquido en la estela del bache. El efecto completo es un cambio en la masa de líquido en el cuerpo del bache.
- *Recogimiento y derrame diferenciales de líquido del bache de acuerdo a su longitud.* En contraste con los efectos previos, el recogimiento y derrames diferenciales afectan y dependen de la distribución de longitudes del bache, asimismo también son responsables de la desaparición de los baches cortos.

Ecuaciones para la predicción de la longitud del bache.

Inicialmente, se crearon algunas correlaciones basadas en datos obtenidos de experimentos realizados en tuberías de diámetro pequeño. Los pioneros en el modelado del flujo bache fueron Dukler y Hubbard (1975). El modelo define las diferentes interacciones encontradas en el flujo bache que permiten el cálculo de las velocidades del bache unitario, las longitudes de las diferentes zonas y las caídas de presión. Desafortunadamente, los parámetros de entrada que requería este modelo eran, no solo las propiedades de los fluidos, diámetro de la tubería y gastos de los fluidos, sino también el colgamiento del líquido en el cuerpo del bache y la frecuencia de los mismos. El modelo depende fuertemente de la frecuencia de los baches, por ejemplo, la caída de presión es casi directamente proporcional a la frecuencia. El modelo también supone un estado estacionario para el bache unitario en el cual la longitud del bache es constante y la cantidad de líquido recogido al frente del bache es igual a la cantidad de líquido derramado en la estela del bache. Por lo tanto, el crecimiento del bache no es considerado en su modelo.

El modelo de Taitel y Dukler (1977) tampoco considera el crecimiento del bache a lo largo de la tubería, tan sólo considera la formación del bache como un fenómeno en la entrada del ducto.

Dukler, Maron y Brauner (1985) propusieron un modelo para predecir la longitud mínima estable del bache, la cual es la longitud mínima para obtener un perfil de velocidad completamente desarrollado en la estela del bache.

Por otra parte, Hill y Wood (1994) presentan una ecuación que es aplicable a sistemas donde la frecuencia de los baches es tal que existen varios baches simultáneamente en la línea de flujo. Además los resultados de longitud del bache son independientes de la longitud del ducto.

$$L_s = 1.2u_{sl} \left(\frac{3600}{f_s} \right) \left(\frac{1}{H_s} \right) \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.29})$$

3.1.1.4. Colgamientos.

Generalmente se emplean las correlaciones o modelos para la predicción de la fracción de vacío *in situ* de los baches de líquido en el flujo horizontal, inclinado y vertical, como relaciones de clausura para el modelado de flujo bache multifásico. Por lo tanto, la evaluación del colgamiento del líquido en el bache resulta importante, en particular, para determinar los volúmenes de producción al final de los ductos de transporte y las caídas de presión generadas al paso del bache de líquido.

Ecuación para la predicción del colgamiento del bache.

Una de las primeras variables requeridas para la caracterización del flujo bache es el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache (H_s). La correlación de Gregory (1978), que relaciona a H_s con la velocidad de la mezcla, es la que se emplea comúnmente y que ha descrito de manera más acertada el comportamiento del colgamiento del líquido.

$$H_s = \frac{1}{1 + \left(\frac{u_m}{8.66} \right)^{1.39}} \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.30})$$

Colgamiento en el bache de líquido.

Existen diferentes valores de colgamiento del líquido en las diferentes regiones del flujo bache, cuyos valores influyen en el cálculo de las características del mismo.

La aireación del bache de líquido está influenciada por los mecanismos de dispersión que toman lugar en la cola de la burbuja de gas y su estela en el frente del bache. Por lo tanto, la longitud de la burbuja de gas afecta al gasto de la entrada de burbujas de gas al bache de líquido, de acuerdo con el análisis realizado por Brauner y Ullmann (Ref. 9).

Realizando un balance de energía entre el flujo de energía superficial debido a la fragmentación de la cola de la burbuja y el flujo de energía turbulenta debido a la entrada de líquido desde la estela del bache precedente al cuerpo del bache, se tiene:

$$\dot{E}_s = \frac{\pi d_{\max}^2 \sigma}{\frac{\pi d_{\max}^3}{6}} \Phi_{Ge} = \frac{6\sigma}{d_{\max}} \Phi_{Ge} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.31})$$

$$\Phi_{Lf} = (u_T - u_{Lf}^W)(1 - H_{TB}^W) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.32})$$

$$\frac{\Phi_{Ge}}{\Phi_{Lf}} = \frac{1}{400C_J} \tilde{d}_{crit} (We - We_c); \quad We \geq We_c \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.33})$$

donde Φ_{Ge} es el gasto de entrada de gas desde la estela de la burbuja de gas hacia la zona de mezcla en el frente del bache de líquido, Φ_{Lf} es el gasto de entrada de líquido proveniente de la cola del bache precedente hacia el cuerpo del nuevo bache, C_J es una constante de ajuste (generalmente igual a 1) y We es el número de Weber que se calcula de la siguiente manera:

$$We = \frac{\rho_L d (u_{LLS}^W - u_{Lf}^W)^2}{\sigma} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.34})$$

y

$$We = \frac{200C'}{3\tilde{d}_{crit}} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.35})$$

donde C' es una constante de ajuste (igual a 1) y \tilde{d}_{crit} es el diámetro crítico de deformación de las burbujas de gas, por lo que para tener una dispersión estable, las gotas de líquido no deben exceder dicho tamaño.

Por lo otra parte el gasto de gas que entra a la zona de mezclado, reincorporándose a la misma burbuja de gas de la que se desprendió, se define de la siguiente manera:

$$\Phi_{Gb} = (u_D^W - \alpha u_D^{TB}) H_{LS}^W H_{TB}^W; \quad u_D^W > \lambda u_D^{TB} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.36})$$

$$\Phi_{Gb} = 0; \quad u_D^W \leq \lambda u_D^{TB} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.37})$$

donde λ varía de 0 a 1 y $\lambda=0$ representa el mayor grado de re-coalescencia del gas que se reincorporan a la estela de la burbuja de gas.

Con lo anterior, se pueden definir los colgamientos como:

$$H_{ls}^E - \frac{\Phi_{Ge}}{u_{Te} - u_{GLS}^W} = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.38})$$

y

$$H_{ls}^S - \frac{\Phi_{GS}}{u_{Te} - u_{GLS}^W} = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.39})$$

El gasto neto de gas que pasa a través de la burbuja será:

$$\Phi_{GS} = \Phi_{Ge} - \Phi_{Gb} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.40})$$

para un bache completamente desarrollado:

$$\Phi_{GS} = H_{TB}^W(u_t - u_{GTB}) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.41})$$

La Fig. 3.2 muestra de forma esquemática los diferentes gastos de gas, en forma de burbujas, que entra (Φ_e , gasto de entrada de gas al frente del bache) y que sale (Φ_b , gasto de gas que se reintegra a la cola de la burbuja de gas, Φ_s , gasto de gas que se integra a la burbuja de gas sucesiva, después de pasar a través de L_s) del bache de líquido.

3.1.2. Ejemplos de cálculo.

A continuación se muestran los datos de entrada con los cuales se realizaron los cálculos de frecuencia, colgamiento y longitud del bache considerando una mezcla bifásica de aceite y gas:

Tabla 3.1. Datos de entrada de la mezcla de gas-aceite.

Gasto Gas [MMcfd]	Gasto Aceite [Mbd]	Presión ducto (kg/cm ²)	Diám. Int. [in]	U_{sl} [m/s]	U_{sg} [m/s]	ρ_o [Lbm/ft ³]	ρ_g [Lbm/ft ³]	μ_o [cp]	μ_g [cp]
10	450	28	16	7.7721	1.0996	53.0561	0.0754	2	0.018
10	425	29	16	7.3403	1.0617	53.0561	0.0754	2	0.018
25	300	30	16	5.1814	2.5657	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	34	16	4.7496	2.7166	53.0561	0.0754	2	0.018
45	250	38	16	4.3178	3.6459	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	30	24	1.9294	1.2507	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	34	24	1.9294	1.1036	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	35	24	1.9294	1.0720	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	38	24	1.9294	0.9874	53.0561	0.0754	2	0.018
30	275	40	24	1.9294	0.9380	53.0561	0.0754	2	0.018
50	1700	29	36	5.1865	0.9377	53.0561	0.0754	2	0.018
55	2200	32	36	6.7119	0.9347	53.0561	0.0754	2	0.018
65	3250	34	36	9.9153	1.0397	53.0561	0.0754	2	0.018
70	4000	36	36	12.2034	1.0575	53.0561	0.0754	2	0.018
85	5800	39	36	17.6950	1.1853	53.0561	0.0754	2	0.018

Tabla 3.2. Características del bache para una mezcla de gas-aceite.

H_{ie} [Adim]	U_m [m/s]	f_s [baches/hr]	H_s [Adim]	L_s [m]
0.8946	8.8716	1899.47	0.4916	35.96
0.8935	8.4019	1770.28	0.5105	35.09
0.8018	7.7470	777.36	0.5386	53.46
0.7872	7.4662	665.75	0.5514	55.90
0.7380	7.9638	507.58	0.5291	69.46
0.7894	3.1801	129.52	0.8010	80.34
0.8007	3.0330	133.87	0.8113	76.75
0.8032	3.0015	134.94	0.8135	75.93
0.8103	2.9168	138.07	0.8194	73.67
0.8146	2.8675	140.10	0.8229	72.30
0.8819	6.1241	362.87	0.6181	99.89
0.8954	7.6466	523.66	0.5431	101.94
0.9083	10.9550	872.11	0.4190	117.21
0.9161	13.2609	1147.72	0.3561	128.99
0.9256	18.8803	1823.52	0.2529	165.78

3.1.3. Análisis.

Frecuencia.

Las frecuencias más altas son para flujos bifásicos de aceite-aire, mientras que los valores intermedios son para la mezcla bifásica agua-aire.

Conforme aumente el valor de la altura de líquido en la película, el valor de la frecuencia tenderá a incrementarse de igual forma.

Longitud del bache.

Las longitudes de valores intermedios son para mezclas bifásicas agua-aire, mientras que las menores longitudes para el flujo bifásico aceite-aire.

La longitud del bache disminuye conforme se incrementa el gasto de gas, sin embargo, los cálculos muestran la tendencia contraria.

3.2. Flujo bache trifásico.

Con la maduración de los campos petroleros actualmente explotados, surgen varios problemas relacionados con el avance de los frentes de agua, en la parte inferior, y de gas, en la parte superior, reflejados no solo en las etapas de producción desde el yacimiento a la superficie, sino también en el transporte de dichas mezclas de hidrocarburos hacia las instalaciones de producción en superficie; principalmente en la producción proveniente de los campos costafuera, donde la aparición de agua en el flujo de líquido repercute en las condiciones de operación y la integridad de los ductos e instalaciones corriente abajo.

3.2.1. Descripción.

La consideración de un caso trifásico, gas, aceite y agua, supone que la fase más pesada (agua) fluye en la parte inferior de la tubería, en la parte media el aceite y en la parte superior el gas. Taitel, Barnea y Brill (1995), presentan un método para el cálculo de las alturas de las fases líquidas, por lo tanto, se realiza un balance de momentos para cada fase, tal como se describe en el Capítulo 2. A partir de dichas alturas de líquido será posible comenzar a obtener las características de los baches de líquido, aplicando un análisis semejante al propuesto por Nadler y Mewes (1992) y Herm-Stapelberg y Mewes (1994).

Las ecuaciones de balance de momento combinadas están dadas por:

$$\tau_g \frac{S_g}{A_g} - \tau_L \frac{S_L}{A_L} + \tau_j S_j \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_L - \rho_g) g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.42})$$

$$\tau_o \frac{S_o}{A_o} - \tau_w \frac{S_w}{A_w} - \tau_j \frac{S_j}{A_o} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) + (\rho_w - \rho_o) g \sin \beta = 0 \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.43})$$

donde el subíndice i representa la interfaz entre la fase agua y la fase aceite, y el subíndice j representa la interfaz entre la fase gas y la fase aceite.

$$\tau_w = f_w \frac{\rho_w u_w^2}{2}, \quad \tau_o = f_o \frac{\rho_o u_o^2}{2} \quad \text{y} \quad \tau_g = f_g \frac{\rho_g u_g^2}{2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.44, 3.45 y 3.46})$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_o (u_o - u_w)^2}{2}, \quad \tau_j = f_j \frac{\rho_g (u_g - u_o)^2}{2} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.47 y 3.48})$$

donde:

$$\tau_L S_L = \tau_w S_w + \tau_o S_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.49})$$

$$\rho_L = \frac{\rho_w A_w + \rho_o A_o}{A_L} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.50})$$

$$A_L = A_w + A_o \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.51})$$

y para las cuales se emplea un método de solución simultánea, donde las incógnitas serán H_{Le} y H_w .

De igual manera, y tal como se describe más detalladamente en el Capítulo 2, la obtención de las viscosidades de la mezcla de líquido y total, que intervienen en la obtención de

los números de Reynolds para definir los factores de fricción de cada una de las fases, se obtienen a partir de las siguientes consideraciones:

$$\mu_L = \mu_o \varepsilon_o + \mu_w (1 - \varepsilon_o) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.52})$$

$$\mu_m = \mu_g \varepsilon_g + \mu_L \varepsilon_L = \mu_g \varepsilon_g + \mu_o \varepsilon_o + \mu_w \varepsilon_w \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.53})$$

donde ε representa la fracción de la fase en cuestión dentro de la mezcla.

3.2.1.1. Velocidades.

En el subcapítulo 3.1.1.1., se mostraron los métodos de cálculo de velocidades para el flujo bache, considerando sólo dos fases, ahora al considerar que la mezcla esta constituida por tres fases de densidades diferentes podemos replantear algunas ecuaciones y relaciones.

La velocidad de la mezcla dentro del ducto tomará en cuenta las fracciones de las fases, considerando una mezcla homogénea, para los dos líquidos que fluyen de forma continua en la parte inferior de la tubería:

$$u_{sL} = u_{so} + u_{sw} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.54})$$

mientras que la velocidad de la mezcla será definida como:

$$u_m = \frac{Q_g}{A} + \frac{Q_o}{A} + \frac{Q_w}{A} = u_{sg} + u_{so} + u_{sw} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.55})$$

Para determinar el resto de velocidades, en el frente del bache, de la burbuja, de deriva y perfil de velocidades en la película de líquido, haremos intervenir las velocidades superficial de la mezcla de líquido (**Ec. 3.54**) y de la mezcla total (**Ec. 3.55**) en las ecuaciones previamente definidas para el caso bifásico (subcapítulo 3.1.1.1).

3.2.1.2. Frecuencias.

Considerando las velocidades y propiedades de la mezcla establecidas anteriormente, es posible definir una nueva ecuación de frecuencia la cual es función de las velocidades superficiales y densidades de las fases:

$$f_s = \frac{1}{2\pi d} \sqrt{\frac{\rho_g u_{sg}^3 + \rho_o u_{so}^3 + \rho_w u_{sw}^3}{c^3 u_{sf} [\rho_g (1 - H_s) + \rho_L H_s]}} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.56})$$

donde, una aproximación para el periodo es un medio del tiempo T_u que necesita un bache unitario para pasar por una posición fija de la tubería, de tal forma que el factor $c=2$.

La frecuencia del bache puede ser calculada como una función de la velocidad del frente del bache (u_{SF}) y el colgamiento del bache unitario.

3.2.1.3. Longitudes.

Entre los años de 1978 y 1981 se realizaron una serie de pruebas en las instalaciones de Prudhoe Bay, Alaska, de donde se obtuvo una cantidad apreciable de datos del flujo bache en tuberías de gran diámetro. Norris (1982) encontró que los modelos existentes subestimaban en un orden de magnitud a la longitud del bache.

Primeramente, Brill (1981) desarrolló una correlación entre la longitud media del bache, la velocidad de la mezcla y el diámetro de la tubería:

$$Ln(L_s) = -3.78 + 5.44(3.67 + Ln(d))^{0.5} + 0.059(Ln(u_m)) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.57})$$

la cual resulta aplicable a tuberías de diámetro mayor a las comúnmente empleadas en los experimentos previos (desde 38.1 hasta 406.4 mm).

Más tarde, Norris (1982) desarrolló una correlación que excluyó el término de la velocidad de la mezcla, el cual encontró despreciable.

$$Ln(L_s) = -3.29 + 4.89(3.67 + Ln(d))^{0.5} \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.58})$$

Esta última correlación, la cual está basada en datos adicionales, predice la longitud del bache con mayor precisión que la correlación de Brill (**Ec. 3.57**) y además resulta convenientemente aplicable a tuberías de gran diámetro.

Para fines de incluir las diferentes fases que conforman la mezcla de fluidos, emplearemos la ecuación desarrollada por Brill en las tuberías de diámetro mediano y la ecuación de Norris para las de gran diámetro, debido a la adecuación apropiada que fue realizada en esta última.

3.2.1.4. Colgamientos y fracciones de vacío.

La fracción de vacío en el área reducida (área por la cual fluyen los baches de líquido y burbujas de gas sobre la película mínima de líquido se define de la siguiente manera:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_F} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{u_{sg}}{u_{sg} + u_{so} + u_{sw}} \right) \quad \dots\dots\dots(\text{Ec. 3.59})$$

mientras que los colgamientos del aceite y del agua están definidos por las ecuaciones siguientes:

$$H_o = \frac{V_o}{V_o + V_w} \quad \text{y} \quad H_w = \frac{V_w}{V_o + V_w} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.60 y 3.61})$$

Finalmente, el colgamiento del gas está definido por el modelo de Nicholson, Aziz y Gregory (1978):

$$H_s = 1 - \left[1 + \left(\frac{u_f + u_g}{k_1} \right)^{k_2} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots(\text{Ecs. 3.62})$$

donde los coeficientes k_1 y k_2 adquieren los siguientes valores al adecuarlos a datos experimentales: $k_1 = 8.66 \text{ m/s}$ y $k_2 = 1.39$.

3.2.2. Ejemplos de cálculo de las características del bache para mezclas trifásicas.

En las **Tabla 3.3** se muestra, como ejemplo, un fragmento de los datos de entrada para una mezcla trifásica de gas, aceite y agua (corte de 25%), que fluye a través de una tubería de 6” de diámetro con una inclinación de cero grados (horizontal).

Tabla 3.3. Datos de entrada de la mezcla de gas-aceite-agua (fase líquida homogénea).

Patron	Diam Int [pulg]	Angulo [grad]	Corte de agua [fracc]	Usg [m/s]	Usl [m/s]	ρo [Lbm/ft^3]	ρg [Lbm/ft^3]	μo [cp]	μg [cp]
Slug	5.5	0	0.25	9.9	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	9.9	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	9.9	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	10	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	10	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	10	0.2	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.7	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.8	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.9	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.9	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.9	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	3.9	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4.1	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4.1	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018
Slug	5.5	0	0.25	4.1	0.3	53.0561	0.0754	2	0.018

En la **Tabla 3.4** se muestran las características del flujo bache para las condiciones de flujo y propiedades de los fluidos que se muestran en la **Tabla 3.3**, las cuales corresponden al mismo orden de colocación de acuerdo a los renglones.

Tabla 3.4. Características del bache para una mezcla de gas-aceite-agua (fase líquida homogénea).

Hld [adim]	Hwd [adim]	Hs [adim]	Hf [adim]	Ls [m]	Lu [m]	Lf [m]	Vf [m/s]	VSF [m/s]	Fs Trif [bach/seg]
0.0004	0.0002	0.4466	0.000014	31.59	67.25	35.65	10.10	12.74	0.1895
0.1439	0.0656	0.4466	0.088603	31.59	67.25	35.65	9.84	12.74	0.1895
0.1525	0.0695	0.4466	0.096356	31.59	67.25	35.65	9.82	12.74	0.1895
0.0004	0.0002	0.4432	0.000015	31.61	66.93	35.32	10.20	12.86	0.1922
0.1430	0.0652	0.4432	0.087735	31.61	66.93	35.32	9.94	12.86	0.1922
0.1516	0.0691	0.4432	0.095484	31.61	66.93	35.32	9.92	12.86	0.1922
0.0001	0.0000	0.7452	0.000001	29.91	97.35	67.44	4.00	5.42	0.0557
0.0001	0.0007	0.7452	0.000001	29.91	97.35	67.44	4.00	5.42	0.0557
0.0001	0.0040	0.7452	0.000001	29.91	97.35	67.44	4.00	5.42	0.0557
0.2466	0.1102	0.7452	0.191737	29.91	97.35	67.44	3.66	5.42	0.0557
0.2530	0.1129	0.7452	0.198811	29.91	97.35	67.44	3.65	5.42	0.0557
0.0001	0.0000	0.7386	0.000001	29.96	96.79	66.84	4.10	5.54	0.0572
0.0001	0.0007	0.7386	0.000001	29.96	96.79	66.84	4.10	5.54	0.0572
0.0001	0.0040	0.7386	0.000001	29.96	96.79	66.84	4.10	5.54	0.0572
0.2436	0.1089	0.7386	0.188474	29.96	96.79	66.84	3.77	5.54	0.0572
0.2501	0.1117	0.7386	0.195575	29.96	96.79	66.84	3.75	5.54	0.0572
0.0001	0.0000	0.7321	0.000001	30.00	96.22	66.22	4.20	5.66	0.0588
0.0001	0.0007	0.7321	0.000001	30.00	96.22	66.22	4.20	5.66	0.0588
0.0001	0.0041	0.7321	0.000001	30.00	96.22	66.22	4.20	5.66	0.0588
0.0001	0.0000	0.7256	0.000001	30.04	95.63	65.59	4.30	5.78	0.0604
0.0001	0.0008	0.7256	0.000001	30.04	95.63	65.59	4.30	5.78	0.0604
0.0001	0.0041	0.7256	0.000001	30.04	95.63	65.59	4.30	5.78	0.0604
0.2379	0.1065	0.7256	0.182259	30.04	95.63	65.59	3.97	5.78	0.0604
0.2445	0.1093	0.7256	0.189413	30.04	95.63	65.59	3.95	5.78	0.0604
0.0001	0.0000	0.7192	0.000001	30.08	95.03	64.95	4.40	5.90	0.0621
0.0001	0.0008	0.7192	0.000001	30.08	95.03	64.95	4.40	5.90	0.0621
0.0001	0.0041	0.7192	0.000001	30.08	95.03	64.95	4.40	5.90	0.0621

Al igual que para el caso del análisis de flujo estratificado que se llevó a cabo en el Capítulo 2, también se realizó una búsqueda iterativa o “barrido” dentro de determinados segmentos de condiciones de flujo establecidos en la **Tabla 3.5**.

Tabla 3.5 Rangos de variación de los parámetros principales para el cálculo de características del flujo bache.

Vel. Superf. Gas	[m/s]	(0.01 - 10.0)
Vel. Superf. Líquido	[m/s]	(0.01 - 3.0)
Corte del agua	[frac]	0.25, 0.5 y 0.75
Diámetro de tub.	[pulg]	16 y 36
Ángulo	[grad]	0,+1 y -1

3.2.3. Gráficas de variación de las características del bache.

En las siguientes gráficas se resumen los datos obtenidos para la combinación de las diferentes condiciones de flujo establecidas dentro de los rangos mencionados anteriormente, y en los cuales existe el flujo bache.

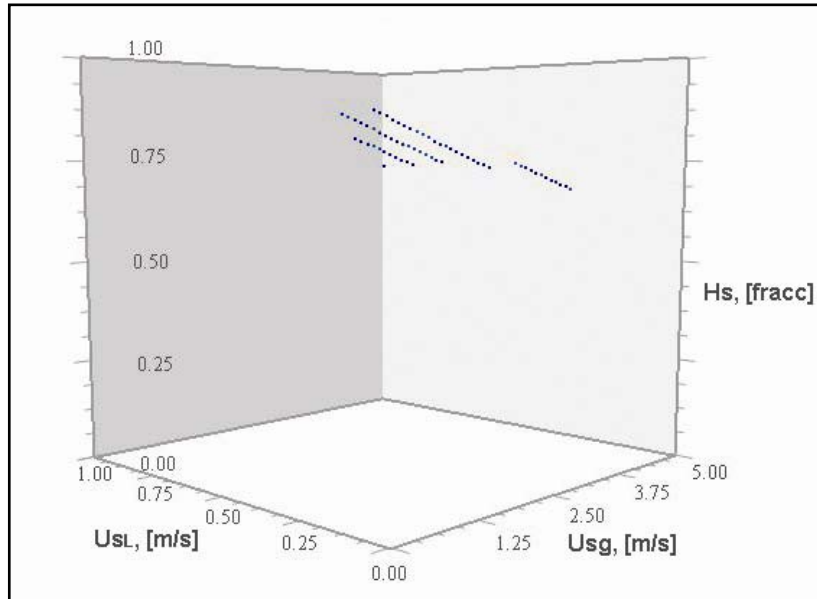


Fig. 3.6. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

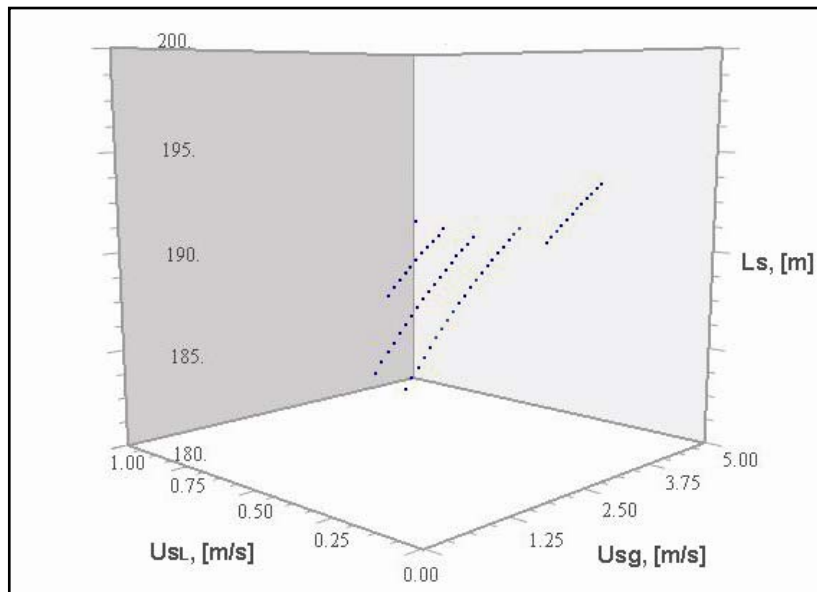


Fig. 3.7. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

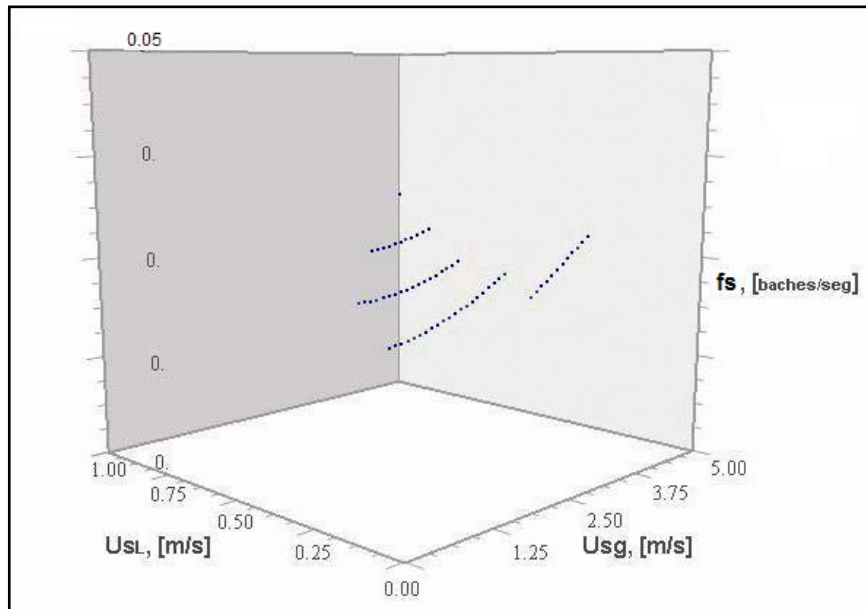


Fig. 3.8. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

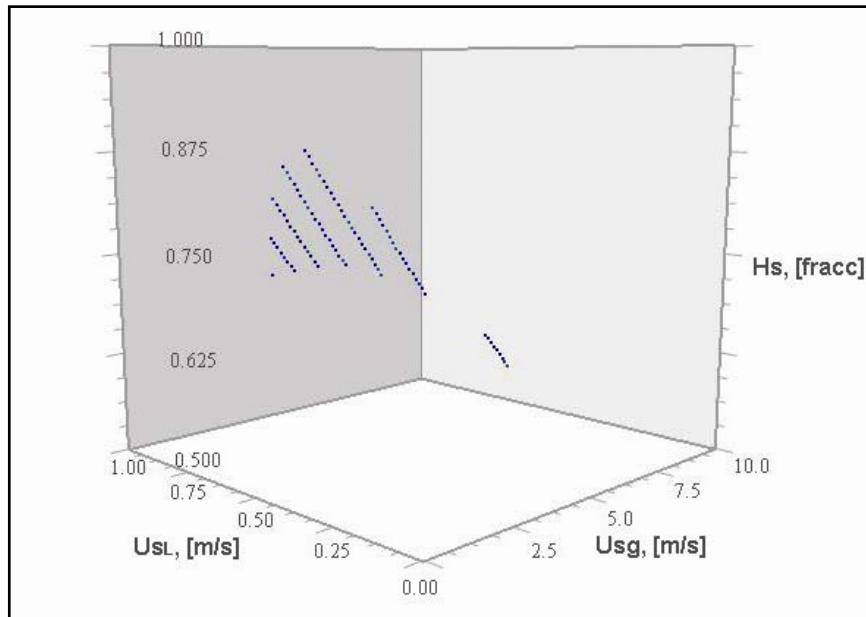


Fig. 3.9. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

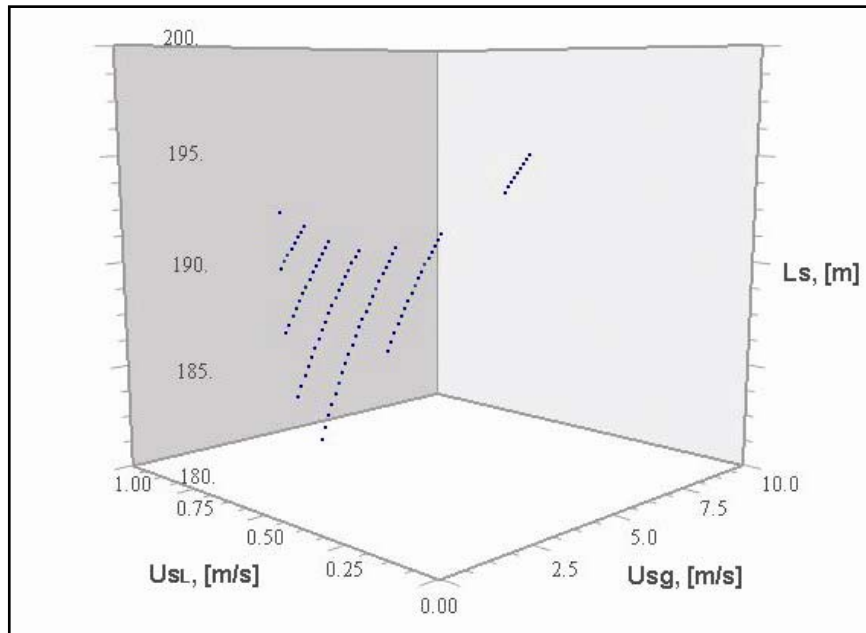


Fig. 3.10. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

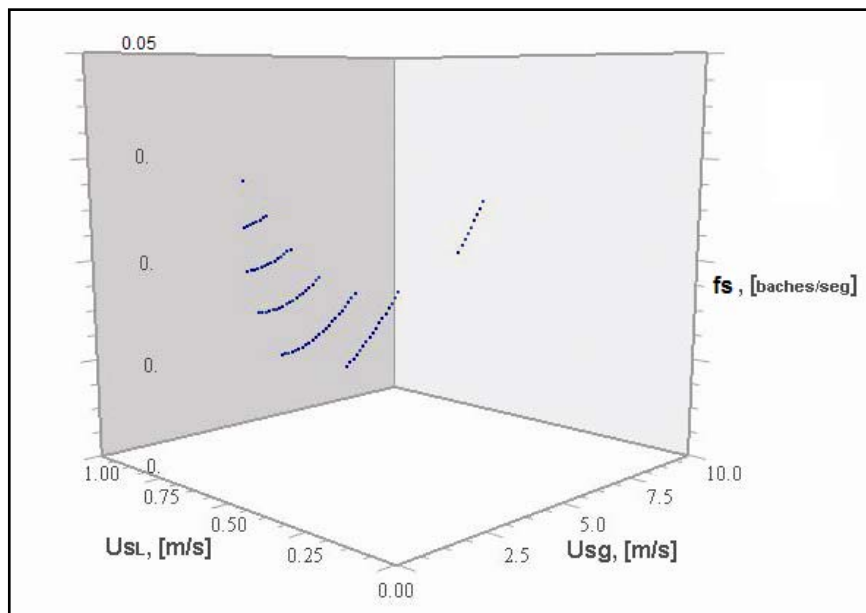


Fig. 3.11. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 50% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

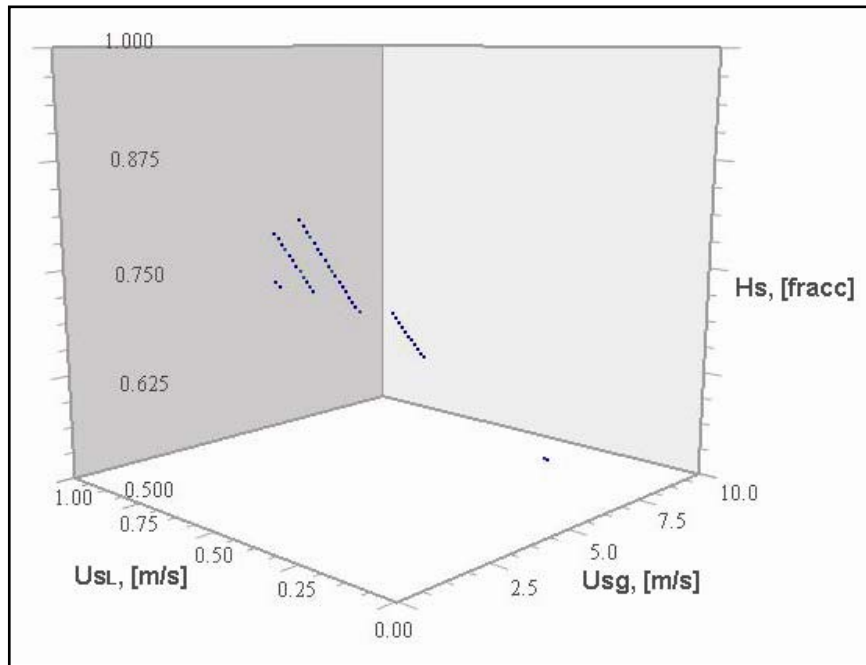


Fig. 3.12. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

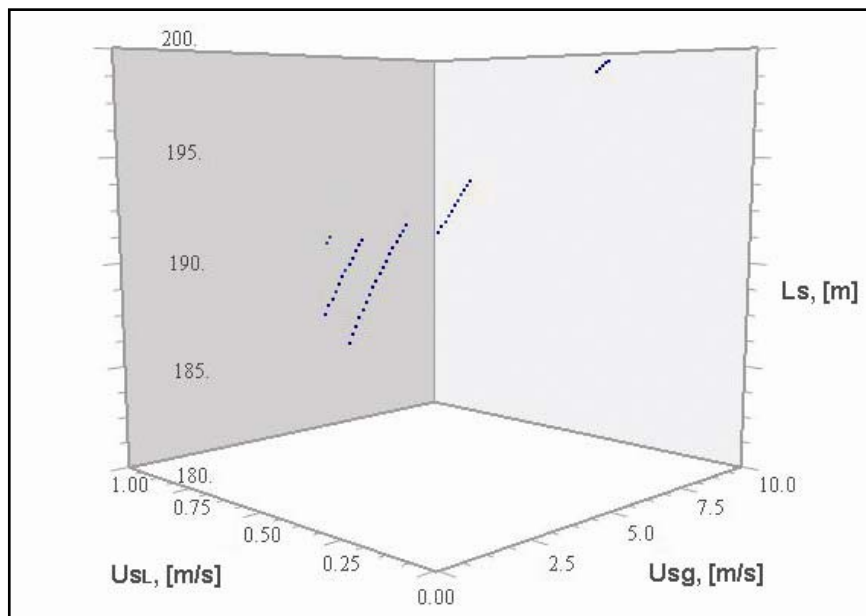


Fig. 3.13. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

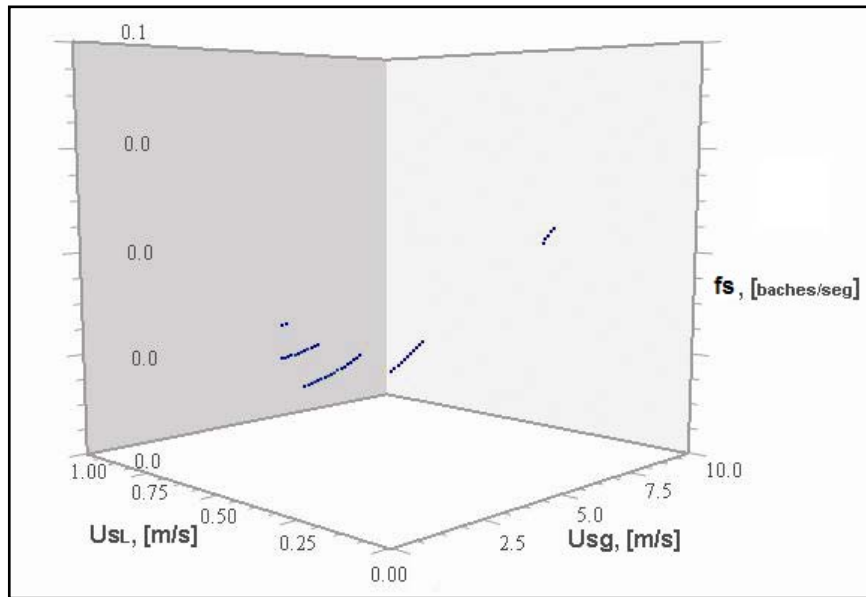


Fig. 3.14. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 75% en un ducto de 16", con un ángulo de inclinación de 0° .

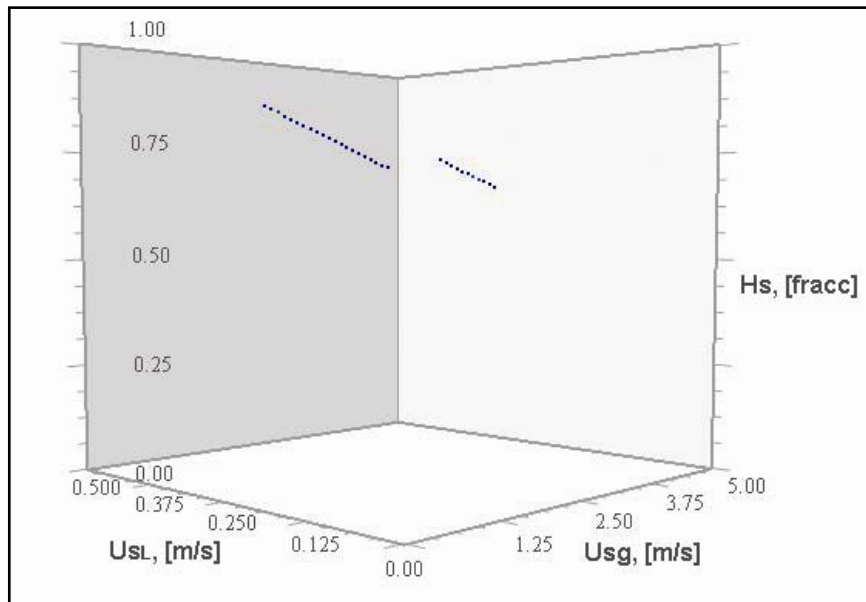


Fig. 3.15. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

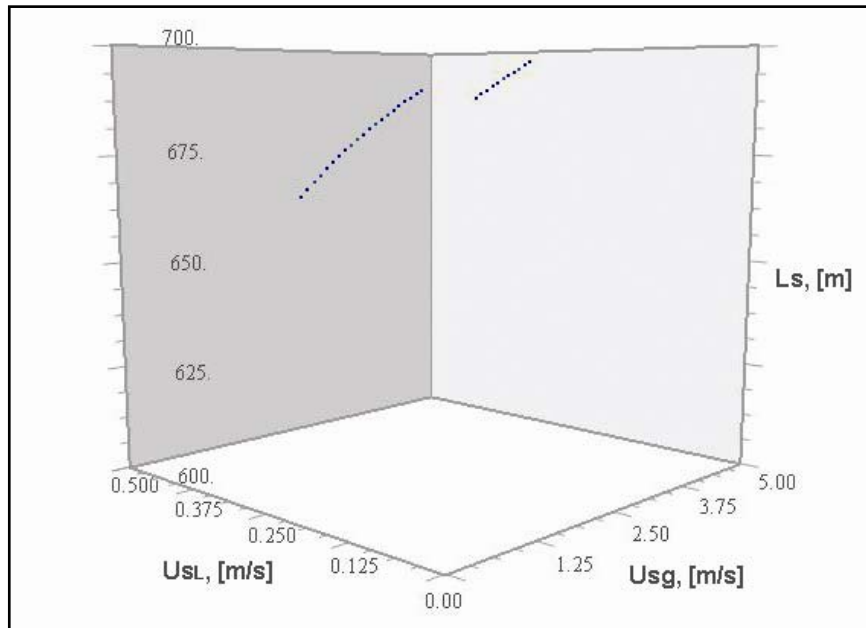


Fig. 3.16. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

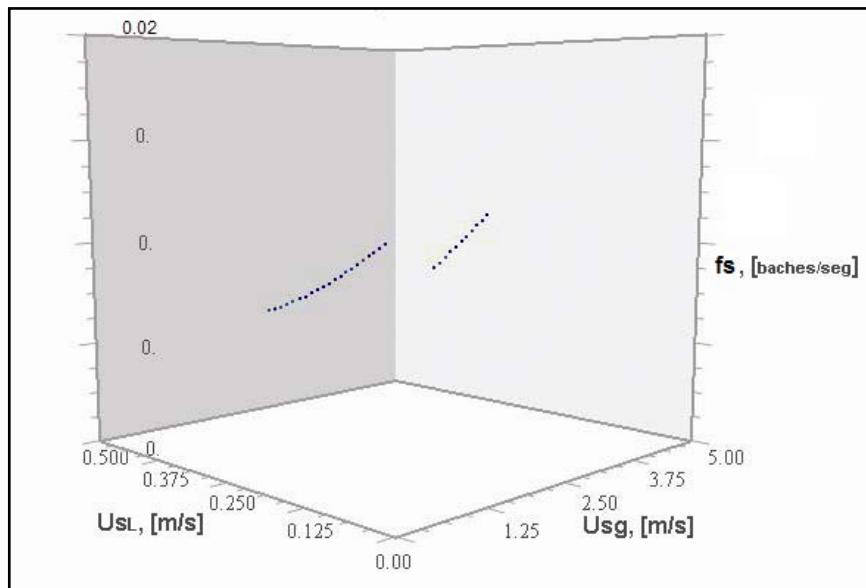


Fig. 3.17. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de $+1^\circ$.

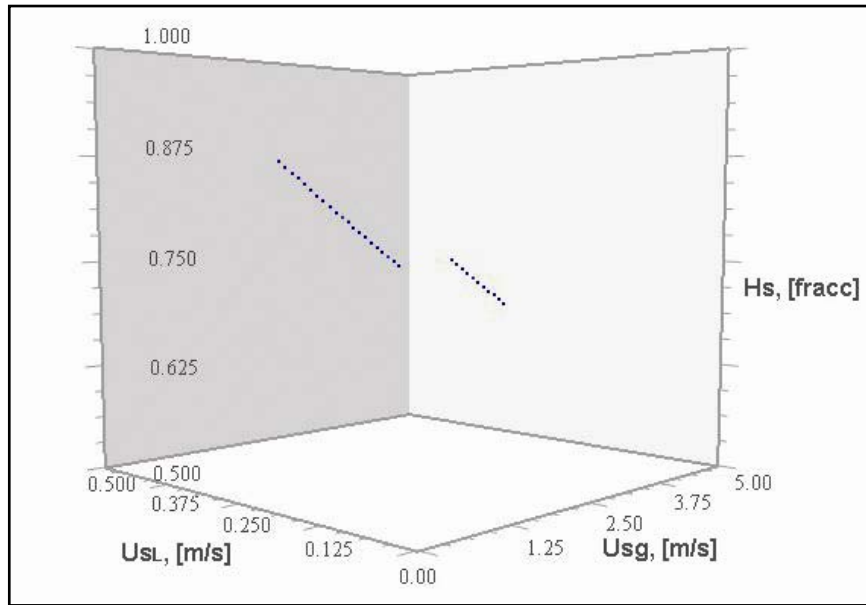


Fig. 3.18. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

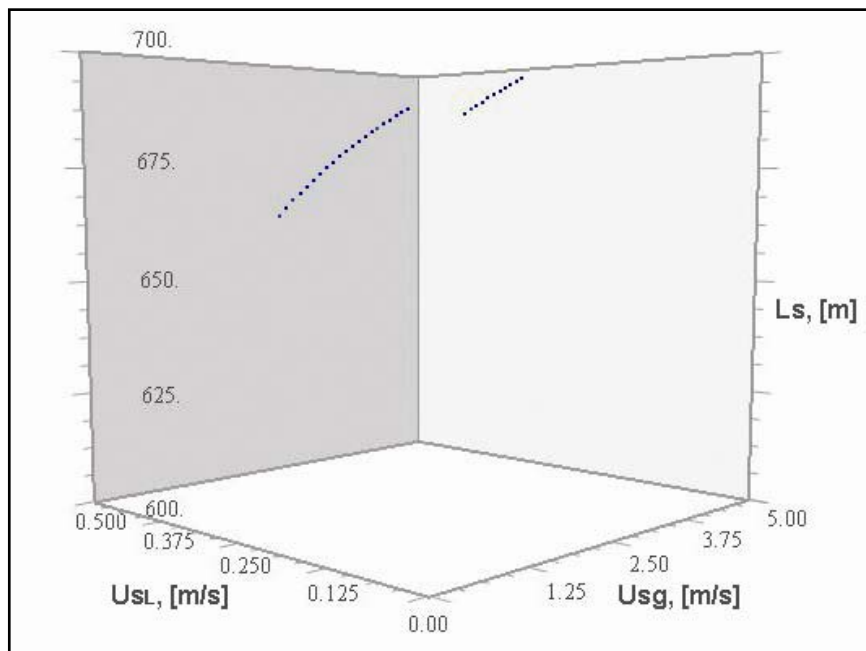


Fig. 3.19. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

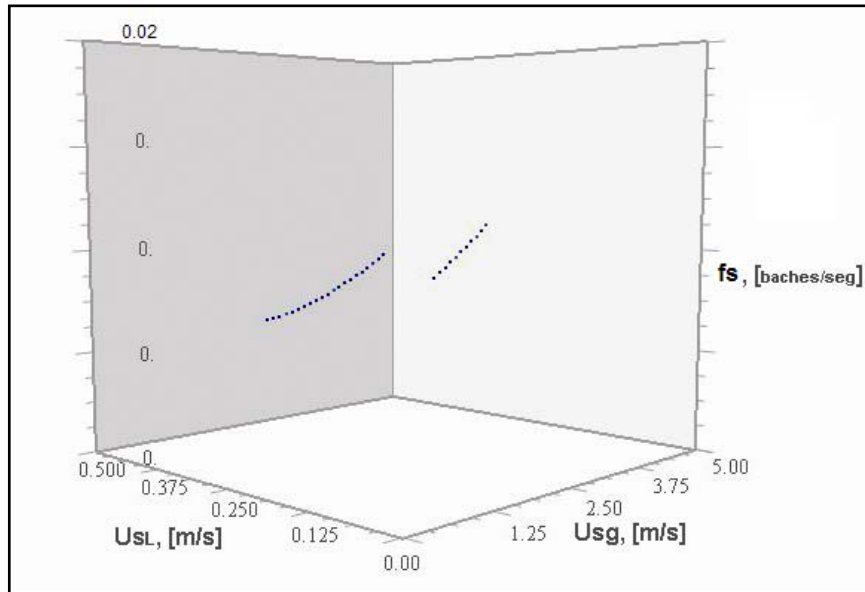


Fig. 3.20. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de 0° .

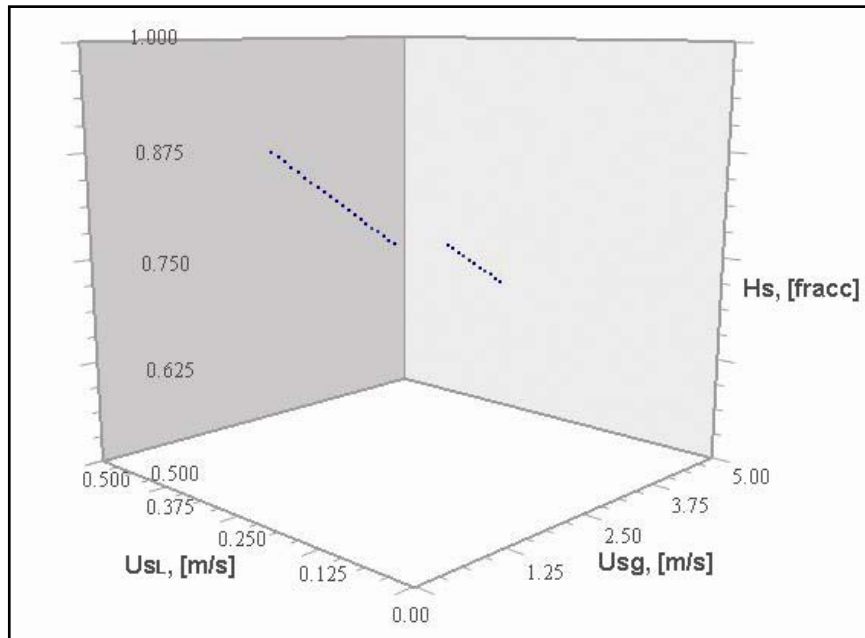


Fig. 3.21. Colgamiento en el cuerpo del bache (H_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

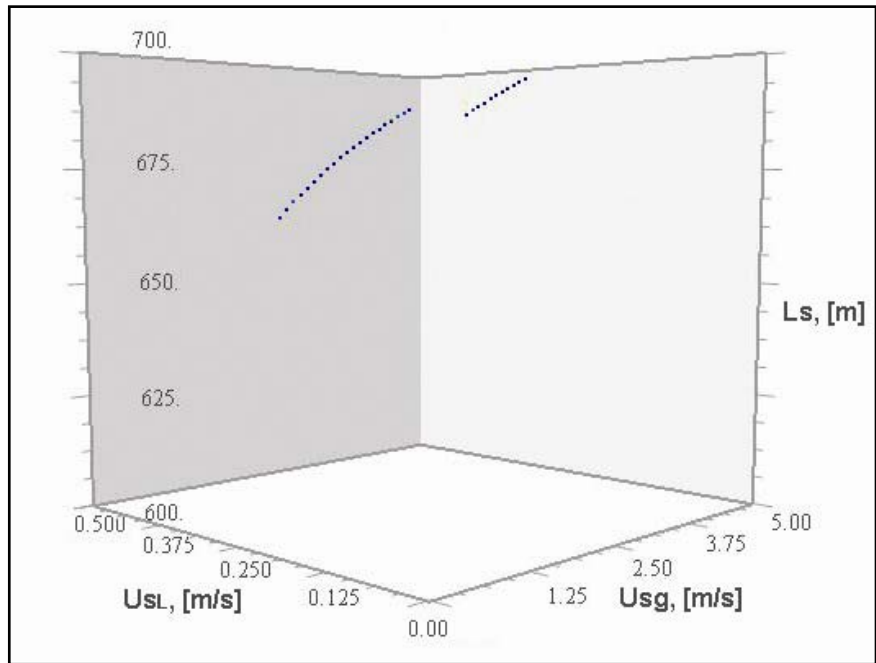


Fig. 3.22. Longitud del cuerpo del bache (L_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

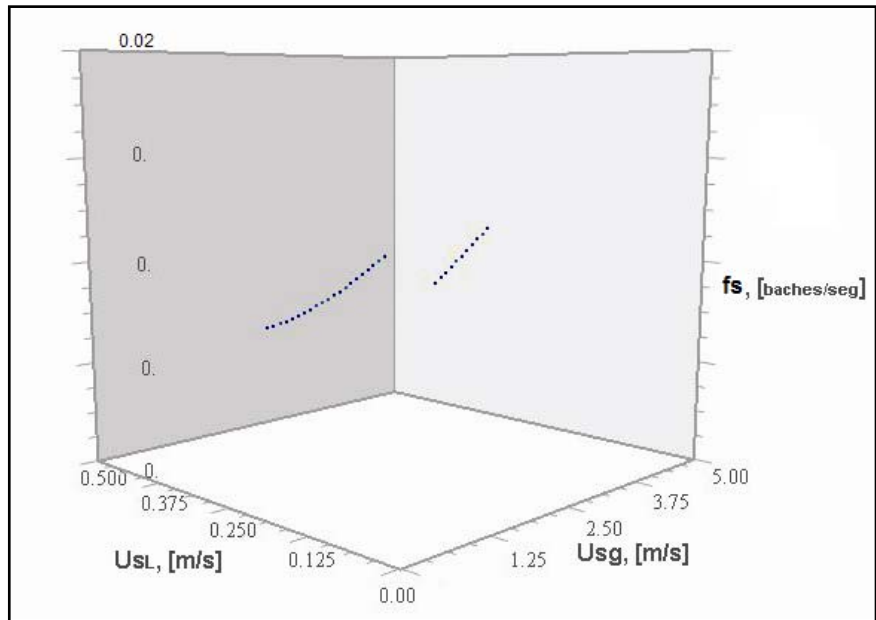


Fig. 3.23. Frecuencia del bache de líquido (F_s), para un flujo trifásico con corte de agua del 25% en un ducto de 36", con un ángulo de inclinación de -1° .

3.2.3. Análisis.

Los datos representados en las gráficas del subcapítulo anterior (**Figs. 3.6 a 3.23**) presentaron ciertos rangos de variación que se sintetizan a continuación en la **Tabla 3.6**.

Tabla 3.6. Rangos de variación de las principales características del bache.

Diám. [pulg]	Áng. [grad]	Corte de agua [%]	H _s [frac]	L _s [m]	F _s [baches/seg]
16	0	25	(0.676-0.87)	(183.77-193.12)	(0.015-0.032)
	0	50	(0.619-0.884)	(182.74-195.17)	(0.015-0.034)
	0	75	(0.49-0.82)	(186-199.57)	(0.02-0.055)
24	0	25	(0.68-0.86)	(357.1-375.26)	(0.01-0.017)
36	3	25	(0.682-0.87)	(664.4-697.35)	(0.006-0.011)
	1	25	(0.68-0.87)	(664.38-697)	(0.006-0.011)
	0	25	(0.68-0.87)	(664.38-697.36)	(0.006-0.011)
	-1	25	(0.682-0.87)	(664.3-697.35)	(0.006-0.011)
	-3	25	(0.682-0.87)	(664.38-697.36)	(0.006-0.011)

Frecuencia.

Las menores frecuencias son para las mezclas trifásicas con un corte de agua aproximado de 75% y para valores de velocidad de la mezcla de hasta 2.2 m/s; y de 25% para velocidades mayores a 2.2 m/s.

La tendencia principal de la frecuencia es la de incrementar levemente conforme aumenta el corte de agua en la mezcla multifásica, mientras que se presenta la tendencia contraria cuando se incrementa el diámetro de la tubería, en cuyo caso es notorio el decremento de la frecuencia de los baches.

Para bajos gastos de gas:

Los valores medidos de frecuencia para flujo trifásico son mayores que los valores medidos para el flujo bifásico agua-aire, pero menores que para aceite-aire. Además, se tiene un pequeño efecto sobre el cálculo de la caída de presión.

Para altos gastos de gas:

Los valores medidos de frecuencia para flujo trifásico caen fuera de los límites para flujo bifásico, independientemente de los valores del volumen fraccional de aceite, pero, al igual que para el flujo bifásico, las frecuencias se incrementan conforme se incrementa el gasto del gas.

Longitud del bache.

Las mayores longitudes son para mezclas trifásicas con un corte de agua aproximado de 75%, hasta para velocidades de la mezcla de 2 m/s; y de 50% para velocidades mayores a 2 m/s.

Para bajos gastos de gas:

Las longitudes para baches con flujo trifásico son mayores que para los dos diferentes flujos bifásicos. La longitud del bache se incrementa con el aumento del corte de agua.

Para altos gastos de gas:

Se puede considerar constante e independiente del flujo fraccional de aceite, por lo tanto, no existe relevancia en el aumento de la entrada de agua.

El parámetro que influye de manera importante en la longitud del bache de líquido es el diámetro de la tubería, ya que al aumentar en un orden de magnitud el tamaño del diámetro, la longitud del bache aumenta en un orden de 2 veces la longitud previamente estimada.

CAPÍTULO 4.

APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE FLUJO TRIFÁSICO A UN CASO REAL

4.1. Definición del caso.

La aplicación de los modelos empleados en este trabajo se llevó a cabo al plantear la reproducción de un caso real de la zona marina en el Golfo de México, para ello, se tomaron los datos más representativos tal y como se describen a continuación.

A través de una tubería de 36 pulgadas de diámetro, fluye una mezcla trifásica de un crudo de 24 °API de densidad y 30 cp de viscosidad con un corte de agua del 10%, y un gas de 0.094 Lbm/pie³ de densidad y 0.018 cp de viscosidad. La densidad y la viscosidad tomadas para el agua fueron de 62.4 Lbm/pie³ y 1 cp, respectivamente.

El gasto de líquido manejado a través de dicho oleogasoducto es de 125 MBPD con una RGL de 260 m³gas/m³líquido, con lo cual, se manejan 182.32 MMpcd de gas. La mezcla se transporta a una presión de 8 kg/cm² a lo largo de la línea.

Las velocidades superficiales con las cuales fluyen las diversas fases de la mezcla son: para la fase gaseosa $u_{sg} = 12.39$ [m/s], para la fase líquida (recuérdese que se considera una mezcla homogénea) $u_{sl} = 0.38$ [m/s].

4.2. Descripción y datos de entrada.

Los resultados obtenidos al aplicar los modelos en estudio, así como las diferentes correlaciones seleccionadas, se resumen en una serie de tablas, las cuales se muestran en orden, a continuación.

Las condiciones bajo las cuales fluyen las mezclas de hidrocarburos a través de la línea se muestran en la **Tabla 4.1**.

Tabla 4.1. Gastos de las fases del fluido transportado a través de un ducto de 36 pulgadas, para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Gasto de gas [MMpcd]	Gasto de líquido [Mbd]	Corte de agua [frac]	Gasto de aceite [Mbd]	Gasto de agua [Mbd]	diámetro interno [pulg]	U_{so} [m/s]	U_{sw} [m/s]	U_{sl} [m/s]	U_{sg} [m/s]
182.32	125.00	0.05	118.75	6.25	34.50	0.36	0.02	0.38	12.39
182.32	125.00	0.10	112.50	12.50	34.50	0.34	0.04	0.38	12.39
182.32	125.00	0.25	93.75	31.25	34.50	0.29	0.10	0.38	12.39

Los datos de las propiedades de los fluidos y de la mezcla de líquido que intervienen en los cálculos realizados se muestran en la **Tabla 4.2**. De manera similar a los datos mostrados en tablas de capítulos anteriores, la correspondencia entre los datos de las diferentes tablas del presente capítulo se presenta de acuerdo al orden de los renglones.

Tabla 4.2. Características de las fases del fluido transportado a través del ducto de 36 pulg., para diversos cortes de agua en la fase líquida.

ρ_o [Lbm/ft ³]	ρ_w [Lbm/ft ³]	ρ_l [Lbm/ft ³]	ρ_g [Lbm/ft ³]	μ_o [cp]	μ_w [cp]	μ_l [cp]	μ_g [cp]	σ_{gl} [Lbf/ft]	σ_{ow} [Lbf/ft]
56.7800	62.4000	57.0610	0.9364	30.000	1.000	28.550	0.018	0.0012	0.0037
56.7800	62.4000	57.3420	0.9364	30.000	1.000	27.100	0.018	0.0012	0.0037
56.7800	62.4000	58.1850	0.9364	30.000	1.000	22.750	0.018	0.0012	0.0037

4.3. Evaluación de resultados.

Con los datos anteriormente descritos, se realizó el cálculo de las características del bache, estructurando convenientemente la información en una serie de tablas que agrupan a los parámetros de interés de acuerdo con su naturaleza.

Las fracciones volumétricas y alturas de las diferentes partes que conforman el bache (H_{le} , altura del líquido en equilibrio; H_w , altura de la capa de agua en la película de líquido que

fluye tras el bache; H_f , fracción volumétrica que ocupa la capa de líquido; y ε_s el colgamiento dentro del bache), se resumen en la **Tabla 4.3**.

Tabla 4.3 Colgamientos y alturas de líquido de las distintas partes que conforman al flujo bache.

Corte de agua [fracc]	H_{led} [fracc]	H_{le} [m]	H_{wd} [fracc]	H_w [m]	H_f [fracc]	ε_s [fracc]
0.0500	0.2154	0.1888	0.0397	0.0348	0.1583	0.3681
0.1000	0.2151	0.1885	0.0598	0.0524	0.1580	0.3681
0.2500	0.2140	0.1004	0.1143	0.1002	0.1568	0.3681

Las velocidades en los distintos sectores del bache unitario (u_m , velocidad de la mezcla; u_D , velocidad de deriva; u_t , velocidad de traslación, que es igual a la velocidad del frente del bache (u_{sf}) y que la velocidad del frente de la burbuja (u_{BF}); u_g , la velocidad real del gas; y u_f , la velocidad del líquido en la película) conforman la **Tabla 4.4**.

Tabla 4.4. Velocidades en las distintas secciones que conforman al flujo bache, para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Corte de agua [fracc]	U_s (U_m) [m/s]	U_D [m/s]	U_t (U_{BF}) [m/s]	U_f [m/s]	U_g [m/s]	U_{SF} [m/s]
0.05	12.78	1.58	16.91	7.30	13.81	16.91
0.10	12.78	1.58	16.91	7.28	13.81	16.91
0.25	12.78	1.58	16.91	7.21	13.81	16.91

La longitud de los baches unitarios (L_u), de los cuerpos de los baches de líquido (L_s) y de las capas de líquido (L_f) se resume en la **Tabla 4.5**, donde se puede observar que dichas longitudes no se alteran en gran proporción con respecto al incremento en el corte de agua de la mezcla de líquido.

Tabla 4.5 Longitudes las diferentes secciones que conforman el bache unitario.

Corte de agua [fracc]	L_s [m]	L_u [m]	L_f [m]
0.05	308.85	1605.20	1296.35
0.10	308.85	1607.58	1298.73
0.25	308.85	1616.35	1307.50

Finalmente, una tabla comparativa (**Tabla 4.6**) sintetiza los resultados que proporcionan los diferentes modelos y correlaciones para la predicción de la frecuencia de paso de los baches de líquido.

Tabla 4.6 Tabla comparativa de correlaciones predictivas de frecuencia, para diversos cortes de agua en la fase líquida.

Corte de agua [fracc]	fs Trifasico [bach/hr]	fs corr. de Tronconi [bach/hr]	%Error	fs corr. Shell [bach/hr]	%Error	fs corr. de Gregory&Scott [bach/hr]	%Error
0.05	12.69	75.70	496.66	112.09	783.55	47.18	271.89
0.10	12.64	75.30	495.72	112.09	786.83	47.18	273.28
0.25	12.51	74.10	492.16	112.09	795.72	47.18	277.02

fs corr. de Greskovich&Shrier [bach/hr]	%Error	fs corr. de Heywood&Richardson [bach/hr]	%Error	fs mod. de Hill&Wood [bach/hr]	%Error
6.14	51.64	17.36	36.85	37.92	198.91
6.14	51.46	17.36	37.36	37.87	199.58
6.14	50.97	17.36	38.74	37.66	200.94

En esta última tabla, se presenta una relación de discrepancia (porcentaje de “error”) de los diferentes métodos analizados, algunos de los cuales sólo toma en cuenta el flujo bifásico, con respecto a los cálculos realizados con el modelo que toma en cuenta el flujo trifásico. Como puede observarse, la diferencia entre los resultados puede llevar a cierta incertidumbre con respecto a la selección de uno u otro método, sin embargo, depende de la discretización y síntesis que se lleve a cabo en el planteamiento inicial del problema que se desee representar, lo que permitirá seleccionar el camino más adecuado.

La comparación no es del todo aceptable, debido a que en ella intervienen correlaciones y/o modelos que fueron realizadas para datos y condiciones de flujo muy específicas, es decir, para campos de producción con fluidos y sistemas de flujo de diferentes características, además de que la discrepancia entre los resultados obtenidos por los diferentes métodos es bastante grande, sin embargo, resulta ilustrativo para fines de comparación. Queda tan solo resaltar que se debe realizar una correcta adecuación de cualquiera de estos métodos al problema específico que se desea representar y entonces seleccionar el más cercano al comportamiento del fenómeno, de tal manera que se obtenga una serie de resultados congruentes con la realidad.

CAPÍTULO 5.

CLAUSURA

5.1. Sumario.

Los modelos existentes hasta la actualidad restringen su aplicabilidad a gran parte de los problemas que se presentan en los campos de producción mundiales, debido a las limitantes que supone la fuente de las cuales fueron obtenidos dichos modelos, esto es, que la mayor parte de modelos y correlaciones, pierde precisión en sus predicciones debido a que fueron obtenidos de trabajos experimentales realizados en tuberías de diámetro pequeño.

El presente trabajo recopiló una serie de modelos y correlaciones, adecuando el empleo de estos para la obtención de parámetros de importancia, tanto para el flujo estratificado como para el flujo bache, considerando mezclas bifásica y mezclas trifásicas.

El análisis inicial se basó en el balance de momentos entre las diferentes fases que constituyen la mezcla multifásica para obtener un sistema de ecuaciones de balance combinadas, que al complementarse con las ecuaciones de clausura adecuadas, constituyeron un método conveniente y posiblemente aplicable para los casos actuales, en los que cada vez es más notoria la complejidad de su operación debido a la presencia de más de dos fases.

Se presentó un análisis de las múltiples soluciones obtenidas para el sistema de ecuaciones de balance de momentos, que llegan a existir para las diferentes condiciones de flujo

en las cuales se presenta el patrón de flujo bache, además de los criterios de Kelvin-Helmholtz para estabilidad, que permiten discernir que soluciones son físicamente viables de presentarse y, de esta manera, permitir un cálculo adecuado de las características de los baches de líquido.

Finalmente, se creó un programa de cómputo que permite obtener datos para generar gráficos que representan las condiciones de operación bajo las cuales se presentan soluciones múltiples para las alturas de las capas de los líquidos en la estela del bache, así como el comportamiento de las características del mismo de acuerdo con la variación de los principales parámetros de flujo y geometría de la tubería.

5.2. Contribuciones.

Parte del análisis llevado a cabo en el presente trabajo, cae en la determinación de las alturas de las fases líquidas que fluyen en la parte baja de la tubería. Antes de algunos trabajos de investigación, resultaba de gran interés el determinar las condiciones para las cuales se presentaría multiplicidad en las soluciones que definen las alturas antes mencionadas, así como la proporción de diferencia que pudiera existir entre las diferentes raíces.

El análisis realizado con dicho propósito arrojó como resultado que llega a existir entre 1 y 80% de diferencia entre las distintas soluciones obtenidas para las alturas de las fases líquidas para un mismo conjunto de datos de condiciones de flujo.

Lo anterior debe ser considerado minuciosamente al llevar a cabo la reproducción de un sistema que implique condiciones de operación donde se presenten este tipo de fenómenos.

Se llevó a cabo una recopilación y síntesis de los principales métodos, modelos y correlaciones que permiten calcular las longitudes y velocidades de las diferentes partes del bache, así como la frecuencia del mismo, entre las cuales, tienen o no como antecedente, el cálculo de las alturas de las capas de líquido en la estela del bache.

5.3. Conclusiones.

La diferencia entre las múltiples soluciones que se lograron detectar para el sistema de ecuaciones de balance de momentos, no es del todo despreciable como en determinado momento se pudo creer. La discrepancia entre los diferentes valores resulta ser, en ocasiones, bastante significativa, pudiendo variar desde 1 hasta el 80% de diferencia.

Influyen de manera significativa los valores de corte de agua para los cuales existen múltiples soluciones para el sistema de ecuaciones de balance de momentos, tendiendo a presentarse este fenómeno en valores tan pequeños como 1% ó tan grandes como 50 a 70%.

Antes de tomar en cuenta alguna de las múltiples soluciones, para llevar a cabo los cálculos que permiten determinar las características del patrón de flujo bache, conviene realizar un análisis de estabilidad con los criterios de Kelvin-Helmholtz con el sentido de determinar que

valores son coherentes con la realidad, es decir, cuales son estables físicamente ya que algunos de ellos podrán ser correctos matemáticamente, pero al someterse a un análisis estricto, estos tienen carencia de sentido físico o bien son inestables dentro del análisis de un sistema estacionario.

La tendencia principal de la frecuencia es de incrementarse levemente conforme aumenta el corte de agua en la mezcla multifásica, mientras que se presenta la tendencia contraria cuando se incrementa el diámetro de la tubería, en cuyo caso es notorio el decremento de la frecuencia de los baches.

Los parámetros que influyen de manera importante en la longitud del bache de líquido son los relativos a la geometría de la tubería, tales como la inclinación y el diámetro de la misma, más que cualquier otra variación en el corte de agua o propiedades de los fluidos de la mezcla trifásica.

El estudio que se realizó para la predicción de las características del flujo bache ha sido bastante amplia para el flujo bifásico, sin embargo, ha resultado evidente la carencia de datos y de otros modelos que tomen en cuenta este patrón de flujo cuando se presenta con mezclas multifásicas. Un caso concreto son los cálculos de las frecuencias y longitudes de los baches, donde se plantean correlaciones que tan sólo están ligadas principalmente a uno o dos parámetros del sistema en el que se presenta el flujo, lo que nos ha permitido observar su ineficacia al ser aplicados a sistemas detallados más complejos.

5.4. Recomendaciones.

La adecuación de los modelos y correlaciones existentes a las condiciones reales en las que operan actualmente la mayor parte de los ductos de producción, que son diferentes a las consideraciones bajo las cuales se desarrollaron gran parte de los modelos y correlaciones previamente mencionados (flujo bifásico y tuberías de diámetro pequeño), se debe llevar a cabo teniendo en cuenta que ciertos fenómenos (declinación de la presión del yacimiento, entrada de agua de formación a la mezcla de hidrocarburos, precipitación de asfaltenos, entre otros) irán haciendo presencia e impactando, en la certeza de su aplicabilidad, de manera progresiva, ya que las condiciones que prevalecerán en las líneas de transporte de hidrocarburos, principalmente con los incrementos de cortes de agua que aumentan de manera proporcional con la maduración en la explotación de los campos petroleros, hacen cada vez más exigente el análisis y acentúan la complejidad de los fenómenos a reproducir.

En lo referente al cálculo de las longitudes de los baches, falta desarrollar modelos que tomen en cuenta el crecimiento del bache a lo largo de la tubería, ya que las correlaciones y modelos existentes no permiten el escalamiento a tuberías de gran diámetro, debido a que están basados generalmente en datos de tuberías de diámetro pequeño.

Para la determinación de los colgamientos en el cuerpo del bache se hace notoria la carencia de modelos que incorporen la transferencia de gas a través del cuerpo del bache, así como la transferencia de líquido que se establece entre el frente del bache, específicamente la

zona de mezclado, y la capa de líquido en el frente del bache, para lo cual, se requiere llevar a cabo un balance de materia, lo que resulta conveniente para la determinación más acertada del colgamiento en el cuerpo del bache.

Resulta conveniente que se desarrollen modelos que tomen en cuenta el crecimiento del bache conforme este se forma y se traslada a lo largo del ducto, asimismo, que tengan en consideración la variación del corte de agua que pudiera presentarse en los yacimientos conforme transcurre el tiempo de explotación.

Finalmente, se requiere la obtención de datos experimentales en tuberías de gran diámetro para validar correlaciones, modelos y métodos de predicción de flujo bache con mezclas trifásicas, como los presentados en este trabajo.

Referencias

1. Açekgöz M., França F., Lahey R.T., Intl. J. Multiphase Flow, Vol. 18, No. 3, 1992, p.327.
2. Baker A., Gravestock N., **“New correlations for predicting pressure loss and holdup in gas/condensate pipelines”**, 3rd., Intl. Conf. on Multiphase Flow, 1987, p. 417.
3. Baker A., Nielsen K. y Gabb A., **“Pressure loss, liquid holdup calculations developed”**, Oil&Gas J., Marzo, 1988, p. 55.
4. Baker O., **“Designing for simultaneous flow of oil and gas”**, Oil&Gas J., Julio, 1954, p. 185.
5. Barnea D., **“On the effect of viscosity on stability of stratified gas-liquid flow. Application to flow pattern transition at various pipe inclinations”**, Chem. Eng. Sci., 46, 1991, p. 2123.
6. Barnea D., Taitel Y., **“Stability of separated flow with applications to flow pattern transition”**, Heat Transfer Div., ASME, Vol. 260, FED Vol. 169, 1993, p. 821.
7. Barnea D., Taitel Y., **“Structural and interfacial stability of multiple solutions for stratified flow”**, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 18, No. 6, 1992, p. 821.
8. Bernicot M.F., Drouffe J.M., **“A slug length distribution law for multiphase transportation systems”**, SPE Prod. Eng., Mayo, 1991, p. 166.
9. Blasius H., Mitt. Forschungsarb, 1913, p. 131.
10. Brauner N., Ullmann A., **“Prediction of the holdup in liquid slugs”**, D. of Fluid Mech. And Heat T.
11. Brill J.P., **“Analysis of two-phase test in large diameter flow lines in Prudhoe Bay Field”**, SPEJ, Junio, 1981, p. 363.
12. Cai Jiyong, Chen Tingkuan Luo, **“Measurement of oil, gas and water flow rates in three phase slug flow”**, Chinese J. of Chem. Eng., Vol. 6, No. 4, Diciembre, 1998, p. 315.
13. Cohen S.L., Hanratty T.J., **“Effects of waves at a gas-liquid interface on a turbulent air flow”**, J. Fluid Mech., 31, 1968, p. 467.
14. Coleman J.W., Srinivas G., **“Characterization of two phase flow patterns in small diameter round and rectangular tubes”**, Int. J. Heat and Mass Transfer, 1999, p. 2869.

15. Dukler A.E., Hubbard M.G., “**A model for gas-liquid flow in horizontal and near horizontal tubes**”, Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 14, No. 4, 1975, p. 337.
16. Dukler A.E., Maron D.M., Brauner N., “**A physical model for predicting the minimum stable slug length**”, Chem. Eng. Sci., Vol. 40, 1985, p. 1379.
17. Fairhurst C. Paul, “**Slug flow behavior clarified in large diameter pipeline study**”, Oil&Gas Journal, Octubre, 1988, p. 49.
18. Felizola H., Shoham O., “**A unified model for slug flow in upward inclined pipes**”, J. Energy Resources Tech., Vol. 117, Marzo, 1995, p. 7.
19. Fernandes, R.C., Semiat R., Dukler Abraham E., “**Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes**”, AIChE J., Vol. 9, No. 6, p. 981.
20. Gomez L.E., Shoham O., Schmidt Z., Chokshi R.N., Brown A., Northug T., “**A unified mechanistic model for steady state two phase flow in wellbores and pipelines**”, SPE, SPE 56520, 1999, p. 307.
21. Gomez L.E., Shoham O., Taitel Y., “**Prediction of slug liquid holdup: horizontal to upward vertical flow**”, Int. J. Multiphase Flow, 2000, p. 517.
22. Govier G.W., Aziz K., “**The flow of complex mixtures in pipes**”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.
23. Graskovich E.J. Shrier A.L., “**Slug frequency in horizontal gas-liquid slug flow**”, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., Vol. 11, 1972, p. 317.
24. Gregory G.A. Fogarasi M., Second Intl. J. on Multiphase Flow, Londres, Inglaterra, 1985.
25. Gregory G.A., Nicholson M.K. Aziz K., “**Correlation of liquid volume fraction in the slug for horizontal gas-liquid slug flow**”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 4, 1978, p. 33.
26. Gregory G.A., Scott D.S., “**Correlation of liquid slug velocity and frequency in horizontal concurrent gas-liquid slug flow**”, AIChE J., Vol. 15, 1969, p. 933.
27. Grolman Eric, Fortuin Jan M.H., “**Transient gas-liquid flow in upward sloping pipes, approaching the wavy to slug flow transition**”, J. of Fluids Eng., Vol. 118, No. 4, Diciembre, 1996, p. 729.
28. Grolman E., Commandeur N., “**Wavy to slug flow transition in slightly inclined gas-liquid pipe flow**”, AIChE Journal, Vol. 42, No. 4, Abril, 1996.
29. Herm-Stapelberg H., Mewes D., “**Pressure drop calculation in three phase slug flow of water, oil and air**”, Int. Chem. Eng., Vol. 34, No. 3, Julio, 1994, p. 295.

30. Hill, T.J., Wood D.G., **“Slug Flow: Occurrence, consequences and prediction”**, SPE 27960, 1994, p. 53.
31. Jepson W.P., **“Modelling the transition to slug flow in horizontal conduit”**, CanJChE, Vol. 67, No. 5, Octubre, 1989, p. 731.
32. Kordyban E., Ranov T., **“Mechanism of slug formation in horizontal two-phase flow”**, J. Basic Eng., Vol. 92, 1970, p. 857.
33. Landman M.J., **“Non-unique holdup and pressure drop in two phase stratified inclined pipe flow”**, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 17, No. 3, 1991a, p. 377.
34. Landman M.J., **“Hysteresis of holdup and pressure drop in simulations of two phase stratified inclined pipe flow”**, Elsevier Science Pub., 1991b.
35. Lockhart R.W., Martinelli R.C., **“Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes”**, Chem. Eng. Prog., Vol. 45, No. 1, Enero, 1949, p. 39.
36. Mandhane G.A., Gregory G.A., Aziz K., **“A flow pattern map for gas-liquid flow in horizontal pipes”**, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1, 1974, p. 537.
37. Maron D.M., Yacoub N. y Brauner N., **“New thoughts on the mechanism of gas-liquid slug flow”**, Letters in heat and mass transfer, Vol. 9, Mayo, 1982, p. 333.
38. Marcano R., Chen X.T., **“A study of slug characteristics for two phase horizontal flow”**, SPE, SPE 39856, 1998.
39. Mishima K., Ishii M., **“Theoretical prediction of onset of horizontal slug flow”**, J. Fluid Eng., Vol. 102, 1980, p. 441.
40. Nadler M., Mewes D. **“Characteristics of gas-liquid and gas-liquid-liquid slug flow in horizontal pipes”**, Multiphase Flow in wells and pipelines-ASME, Vol. 144, 1992, p. 39.
41. Nicholson M.K., Aziz K., Gregory G.A., **“Intermittent two phase flow in horizontal pipes: predictive models”**, CanJChE, Vol. 56, Diciembre, 1978, p. 653.
42. Nitheanandan T., Soliman H.M., **“Analysis of the stratified/nonstratified transitional boundary in horizontal and slightly inclined condensing flows”**, Can. J. Chem. Eng., 72, Febrero, 1994, p. 26.
43. Norris L., **“Correlation of Prudhoe Bay liquid slug lengths and holdups including 1981 large diameter flowline tests”**, internal report, Exxon Production Research Co., Houston, Octubre, 1982.

44. Persen L.N., **“On the stability of stratified flow and its transition to other flow regimes”**, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 7, 1993, p. 1969.
45. Persen L.N., **“Stratified two phase flow in circular pipes”**, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 27, No. 8, 1984, p. 1227.
46. Scott S.L., Kouba G.E., **“Advances in slug flow characterization for horizontal and slightly inclined pipelines”**, SPE 20628, 1990, p. 125.
47. Scott S.L., Shoham O., Brill J.P., **“Prediction of slug length in horizontal, large diameter pipes”**, SPE Prod. Eng., Agosto, 1989, p. 335.
48. Smith S.P., **“Experimental investigation of multiple solutions for liquid holdup in upward inclined stratified flow”**, Tesis maestría, Universidad de Calgary, 1999.
49. Smith S.P., Gregory G.A., Yarranton H.W., **“Experimental investigation of multiple solutions for liquid holdup in upward inclined stratified flow”**, Journal of Energy Resources Technology, ASME, Vol. 125, Junio 2003, p. 137.
50. Song S., Hill A.D., Morriss S.L., Podio A.L., **“Investigation of the stratified slug flow transition in horizontal gas-liquid flow in large diameter pipes”**, OTC, Mayo, 1991, p. 421.
51. Taitel Y., Barnea D., Brill J.P., **“Stratified three phase flow in pipes”**, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 21, No. 1, 1995, p. 53.
52. Taitel Y., Dukler A.E., **“A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow”**, AIChE, Vol. 22, No. 1, Enero, 1976, p. 47.
53. Taitel Y., Dukler A.E., **“A model for slug frequency during gas-liquid flow in horizontal and near horizontal pipes”**, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 3, 1977, p. 585.
54. Tek R., J. Pet. Tech., Vol. 13, No. 10, 1961, p. 1029.
55. Tronconi E., **“Prediction of slug frequency in horizontal two-phase slug flow”**, AIChE, Vol. 36, No. 5, Mayo, 1990, p. 701.
56. Weber M.E., **“Drift in intermittent two phase flow in horizontal pipes”**, CanJChE, Vol. 59, Junio, 1981, p. 398.
57. William H., **“Numerical recipes, The art of scientific computing (Fortran version)”**, Cambridge Univ., 2a. Ed., 1989.

APÉNDICE A

Listado del programa para el cálculo de las alturas del aceite y del agua en la película de líquido y cálculo de propiedades del bache.

MODULE VARS

```
CHARACTER Pat*15, PATRON*15
INTEGER CR1,CR2,NI1,NI2,NB,NB2,NBB,NBB2,BAND,T,SS,SSS
INTEGER MARCADOR1,MARCADOR2
DOUBLE PRECISION D,D1,D2,PI,SIGMAwa1,SIGMAgl,SIGMAgl1,SIGMAwo
DOUBLE PRECISION CutW,BETA1,BETA,DG,DOO,DW
DOUBLE PRECISION TH,TH2,EOD
DOUBLE PRECISION VSG,VSG1,VSO,VSO1,VSW,VSW1,VSL,VSL1
DOUBLE PRECISION VG,VG1,VO,VW,VM,VM1,VS,VS1,VD,VT,VL,VF,VF1
DOUBLE PRECISION VSF,VSF1,VBF
DOUBLE PRECISION ROA1,ROG,ROG1,ROO,ROO1,ROWW,ROWW1,ROOW,ROL,ROL1
DOUBLE PRECISION VISG,VISG1,VISO,VISO1,VISW,VISW1,VISL,VISL1
DOUBLE PRECISION AT,AG,AO,AW,AL,AGO
DOUBLE PRECISION FG,FO,FW,FIGL,FIOW,FGX,FIFG
DOUBLE PRECISION SG,SGD,SL,SLD,SO,SW,SWD,SGO,SGOD
DOUBLE PRECISION SIGL,SIGLD,SIOW,SIOWD
DOUBLE PRECISION REG,REO,REW,REL
DOUBLE PRECISION TAUG,TAUO,TAUW,TAUL,TAUIGL,TAUIOW
DOUBLE PRECISION CG,ENG,CO,ENO,CW,ENW
DOUBLE PRECISION HS,HF,Hld,Hle,Hwd,Hwe
DOUBLE PRECISION XL,XU,X1,X2,XX1,XX2,XACC,XLM,XMID,XMID2
DOUBLE PRECISION DIF1,DIF2,fx1,fx2,RT,RT0,RT2,RT20
DOUBLE PRECISION F1,F2,FP,FC,FP2,FC2,F,FF1,FF2,FMID,FMID2
DOUBLE PRECISION XB1,XB2,XC1,XC2
DOUBLE PRECISION E1FR1,E2FR1,E3FR1,E4FR1
DOUBLE PRECISION E1FR2,E2FR2,E3FR2,E4FR2,E5FR2
DOUBLE PRECISION XLL,XUU
DOUBLE PRECISION RELxx,FMG,FML,lambda,VARBETA,VARXB,FIB
DOUBLE PRECISION DISC0,DISC1,DISC2,DISC3,DISC4,DISC5,DISC6
DOUBLE PRECISION LS,LS1,LU,LU1,LF,LF1
DOUBLE PRECISION FSMC,FRSL,FRSG,FRMIN,VARA
DOUBLE PRECISION FSSHL,FSTRN,FSGS,FSGRC,VARLAMBDA,FSHEY
DOUBLE PRECISION FSTrif,cc
DOUBLE PRECISION MHLED,MGROUP,FSDVM,FSHW
DIMENSION XB1(10),XB2(10),XC1(10,10),XC2(10,10)
```

END MODULE

CCCCC

PROGRAM SLUG_MAP

C

C Predictive method to find multiplicity of roots in gas-liquid-liquid momentum equations.

C Author: MANUEL CRUZ SANCHEZ

C Engineering Institute, UNAM, Mexico.

C

USE VARS

IMPLICIT NONE

C

NOMENCLATURE:

C VSG,VSO,VSW: Inlet superficial gas, oil and water velocities, (ft/sec)

C ROG,ROO,ROWW: Densities of gas, oil and water, (Lbm/cub ft)

C VISG,VISO,VISW: Viscosities of gas, oil and water, (Lbm/ft-s)

C SIGMAgl: Surface tension of gas-liquid, (Lbf/ft)

C SIGMAwo: Surface tension of oil-water, (Lbf/ft)

C D: Inside pipe diameter, (ft)

C BETA: Angle of pipe, (rad)

C Hld, Hwd: Equilibrium liquid and water level, (adim)

C REG,REO,REW: REYNOLDS number of gas, oil and water, (adim)

C FG,FO,FW,FIGL,FIOW:Friction factor of gas, oil, water and interfaces, (adim).

C PARAMETERS

```

C          *****
CCC       Numero de intervalos para subdivision
          NI1=100
          NI2=100
C          *****
          XACC=0.000001D0
          PI=3.1415927D0

          cc=2.0D0

          XL=0.000001D0
          XU=0.999999D0

C          *****
C          INPUT DATA
C          DIAMETER (m)
          D1=0.8763D0
C          DENSITIES (Lbm/cub ft)
          ROO=56.78D0
          ROG=0.0754D0
          ROWW=62.4D0
C          VISCOSITIES (cp)
          VISO1=30.0D0
          VISG1=0.018D0
          VISW1=1.0D0
C          INTERFACIAL TENSIONS (Lbf/ft)
          SIGMAgl=0.001233D0
          SIGMAwo=0.003666D0
C          *****

C          UNIT CONVERSION
C          from m to ft
          D=3.2808D0*D1
C          UNIT CONVERSION, from ft to in
          D2=D*12.0D0

          AT=(D**2.0D0)*PI/4.0D0

C          from cp to lbm/ft-s
          VISO=VISO1/1488.0D0
          VISG=VISG1/1488.0D0
          VISW=VISW1/1488.0D0

C          UNIT CONVERSION, FROM Lbm/cub ft to Kg/cub m
          ROG1=ROG*16.0185D0
          ROL1=ROL*16.0185D0
          ROO1=ROO*16.0185D0
          ROWW1=ROWW*16.0185D0

C          *****
          DO T=1,5
C          Select case (T)
          WATER CUT (frac)
            Case (1)
              CutW=0.000001D0
              OPEN (UNIT=5,FILE="SMAP_Wc0.dat",STATUS="REPLACE",ACTION="WRITE")
            Case (2)
              CutW=0.25D0
              OPEN (UNIT=6,FILE="SMAP_Wc25.dat",STATUS="REPLACE",ACTION="WRITE")
            Case (3)
              CutW=0.5D0
              OPEN (UNIT=7,FILE="SMAP_Wc50.dat",STATUS="REPLACE",ACTION="WRITE")
            Case (4)
              CutW=0.75D0
              OPEN (UNIT=8,FILE="SMAP_Wc75.dat",STATUS="REPLACE",ACTION="WRITE")
            Case (5)
              CutW=0.999999D0

```

```

OPEN (UNIT=9,FILE="SMAP_Wc100.dat",STATUS="REPLACE",ACTION="WRITE")
End select

cc*****
      BETA1=-3.0D0
cc*****

C          from degrees to rad
          BETA=BETA1*PI/180.0D0

          MARCADOR1=0
          MARCADOR2=0

cc*****
ccc       DO WHILE (CutW.LE.0.98D0)
ccc           CutW=CutW+0.01D0

           IF (MARCADOR1.EQ.1) THEN
               VSL1=0.0D0
           ELSE
               VSL1=0.0D0
           ENDIF

cc*****

           DO WHILE (VSL1.LE.2.99D0)
               VSL1=VSL1+0.1D0

               IF (MARCADOR2.EQ.1) THEN
                   VSG1=0.0D0
               ELSE
                   VSG1=0.0D0
               ENDIF

cc*****

               DO WHILE (VSG1.LE.9.99D0)
                   BAND=0
                   NB=10
                   NB2=10
                   DIF1=1.0D0
                   DIF2=1.0D0
                   RT0=0.0D0
                   RT20=0.0D0

C          *****
C          REINICIO DE VECTOR y MATRIZ
C          DO CR1=1,10
C              XB1(CR1)=0.0D0
C              XB2(CR1)=0.0D0
C              DO CR2=1,10
C                  XC1(CR1,CR2)=0.0D0
C                  XC2(CR1,CR2)=0.0D0
C              ENDDO
C          ENDDO
C          *****

           VSG1=VSG1+0.1D0

           VSO1=(1.0D0-CutW)*VSL1
           VSW1=CutW*VSL1

C          *****
C          UNIT CONVERSION
C          from m/s to ft/s
C          VSG=3.2808D0*VSG1
C          VSO=3.2808D0*VSO1
C          VSW=3.2808D0*VSW1
C          VSL=VSO+VSW

C          from cp to lbm/ft-s
          VISL=((1.0D0-CutW)*VISO)+(CutW*VISW)

```

```

C          FROM lbm/ft-s to cp
          VISL1=VISL*1488.0D0

          ROL=((1.0D0-CutW)*ROO)+(CutW*ROWW)

C          UNIT CONVERSION, FROM Lbm/cub ft to Kg/cub m
          ROL1=ROL*16.0185D0

          VM=VSG+VSL
          VM1=0.3048D0*VM
          *****

C          *****

C          VS=VM
          VS1=VM1
          *****

C          *****

C          Eotvos Number
          EOD=(ROL*(D**2.0D0))/SIGMAgl
          Drift Velocity
          VD=(0.54D0-(1.76D0*(EOD**-0.56D0)))*(DSQRT(32.2D0*D))
C          Traslational Velocity (at bubble front (VBF) and slug front(VSF))
          VT=(1.2D0*VS)+VD
          VSF=VT
          VSF1=0.3048D0*VSF
C          Liquid Holdup in the liquid slug.
          HS=1.0D0/(1.0D0+((VM/28.4D0)**1.39D0))
C          *****

```

Call Patt

```

          If (PATRON.EQ."Slug") then
              Goto 77
          Else
              Goto 88
          EndIf

77          Call ZBRAK

          IF (NB.GT.1) THEN
              BAND=1
          ENDIF

          DO SS=1,NB
              Call RTBIS
              Call ZBRAK2

              IF (NB2.GT.1) THEN
                  IF (NB.GT.1) THEN
                      BAND=3
                  ELSE
                      BAND=2
                  ENDIF
              ENDIF

              DO SSS=1,NB2
                  Call RTBIS2

                  DO WHILE ((DIF1.GT.XACC).AND.(DIF2.GT.XACC))
C          *****
C          RELACIONES DE CLAUSURA
          ROL=((ROWW*AW)+(ROO*AO))/AL
          TAUL=((TAUW*SW)+(TAUO*SO))/SL
          TAUIGL=FIGL*ROG*(VG-VO)*ABS(VG-VO)/2.0D0
C          *****

                  Call ZBRAK
                  Call RTBIS

```

```

Call ZBRAK2
Call RTBIS2

DIF1=ABS(RT0-RT)
DIF2=ABS(RT20-RT2)
RT0=RT
RT20=RT2

ENDDO

Hld=RT
Hle=Hld*D
XLM=DSQRT(TAUL/TAUG)
Hwd=RT2
Hwe=Hwd*D

C
C
C *****

LS1=DEXP((5.44D0*(3.67D0+DLOG(D1))**0.5D0)+
U(0.059D0*DLOG(VS1))-3.78D0)
LS=LS1/0.3048D0

C VSF=((HS*VS)-(HF*VF))/(HS-HF)
C VSF1=0.3048D0*VSF

FRSL=VSL/(DSQRT(32.2D0*D))
FRSG=VSG/(DSQRT(32.2D0*D))
FRMIN=0.048D0*(FRSL**0.81D0)
VARA=0.73D0*(FRSL**2.34D0)
FSSHL=(FRMIN+(VARA*(((FRSL+FRSG)**0.1D0)-(1.17D0*(FRSL**0.064D0
a)))**2.0D0))/(DSQRT(D/32.2))

FSTRN=(0.61D0*ROG*VG)/(ROL*(D-(Hld*D)))

FSGS=0.0226D0*((VSL/(32.2D0*D))**1.2D0)*(((212.6D0/VM)+VM)**1.2D0)

VARLAMBDA=VSL/(VSL+VSG)
FSGRC=0.0226D0*((VARLAMBDA*((79.5276D0/D2)+((VS**2.0D0)/
b(32.2D0*D2))))**1.2D0)

FSHEY=0.0434D0*((VARLAMBDA*((79.5276D0/D2)+((VS**2.0D0)/
c(32.2D0*D2))))**1.02D0)

MHLED=Hld*(1.0D0-(0.068D0/VSL1))
MGROUP=-24.729D0+(0.00766D0*(DEXP(9.91209D0*MHLED)))+(24.721D0*
d(DEXP(0.20524D0*MHLED)))
FSDVM=MGROUP/((1.0D0-(0.05D0*VSG1))*(D1**0.3D0))
FSHW=MGROUP*(VSG1+VSL1)/(3600*(1.0D0-(0.05D0*VSG1))*(D1**1.3D0))

FSTrif=(1.0D0/(2.0D0*PI*D1))*SQRT(((ROG1*(VSG1**3))+(ROO1*(VSO1**3))
T+(ROWW1*(VSW1**3)))/((cc**3)*VSF1*((ROL1*HS)+(ROG1*(1-HS))))))

c LU=LS*((VS*HS)-(VF*HF))/(VSL-(VF*HF))
LU=VSF/FSTrif
LU1=0.3048D0*LU

LF=LU-LS
LF1=0.3048D0*LF

c FSMC=VSF/LU

C UNIT CONVERSION, from ft/sec to m/sec
VG1=0.3048D0*VG
VF1=0.3048D0*VF

IF (HF.LT.HS) THEN
IF (LF.GT.0.0D0) THEN
IF (T.EQ.1) THEN

```

```

        Write (5,10),PATRON,"",D2,"",BETA1,"",CutW,"",VSG1,"",VSO1,
e","VSW1","VSL1","SS","SSS","Hld","Hwd","XLM","fx1,
f","fx2","HS","HF","LS1","VF1","VG1","VSF1","LU1,
g","LF1","FSSHL","FSTRN","FSGS","FSGRC","FSHEY","FSHW,
h","FSTrif
10      Format (A10,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,
iA1,F6.2,A1,F6.2,A1,I4,A1,I4,A1,F12.8,A1,F12.8,A1,F15.8,A1,F15.8,
jA1,F15.8,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,
kF12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,
lF12.6,A1,F12.6)

        ELSE IF (T.EQ.2) THEN

        Write (6,20),PATRON,"",D2,"",BETA1,"",CutW,"",VSG1,"",VSO1,
m","VSW1","VSL1","SS","SSS","Hld","Hwd","XLM","fx1,
n","fx2","HS","HF","LS1","VF1","VG1","VSF1","LU1,
o","LF1","FSSHL","FSTRN","FSGS","FSGRC","FSHEY","FSHW,
p","FSTrif
20      Format (A10,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,
qA1,F6.2,A1,F6.2,A1,I4,A1,I4,A1,F12.8,A1,F12.8,A1,F15.8,A1,F15.8,
rA1,F15.8,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,
sF12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,
tF12.6,A1,F12.6)

        ELSE IF (T.EQ.3) THEN

        Write (7,30),PATRON,"",D2,"",BETA1,"",CutW,"",VSG1,"",VSO1,
u","VSW1","VSL1","SS","SSS","Hld","Hwd","XLM","fx1,
v","fx2","HS","HF","LS1","VF1","VG1","VSF1","LU1,
w","LF1","FSSHL","FSTRN","FSGS","FSGRC","FSHEY","FSHW,
x","FSTrif
30      Format (A10,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,
yA1,F6.2,A1,F6.2,A1,I4,A1,I4,A1,F12.8,A1,F12.8,A1,F15.8,A1,F15.8,
zA1,F15.8,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,
AF12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,
BF12.6,A1,F12.6)

        ELSE IF (T.EQ.4) THEN

        Write (8,40),PATRON,"",D2,"",BETA1,"",CutW,"",VSG1,"",VSO1,
C","VSW1","VSL1","SS","SSS","Hld","Hwd","XLM","fx1,
D","fx2","HS","HF","LS1","VF1","VG1","VSF1","LU1,
E","LF1","FSSHL","FSTRN","FSGS","FSGRC","FSHEY","FSHW,
F","FSTrif
40      Format (A10,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,
GA1,F6.2,A1,F6.2,A1,I4,A1,I4,A1,F12.8,A1,F12.8,A1,F15.8,A1,F15.8,
HA1,F15.8,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,
IF12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,
JF12.6,A1,F12.6)

        ELSE IF (T.EQ.5) THEN

        Write (9,50),PATRON,"",D2,"",BETA1,"",CutW,"",VSG1,"",VSO1,
K","VSW1","VSL1","SS","SSS","Hld","Hwd","XLM","fx1,
L","fx2","HS","HF","LS1","VF1","VG1","VSF1","LU1,
M","LF1","FSSHL","FSTRN","FSGS","FSGRC","FSHEY","FSHW,
N","FSTrif
50      Format (A10,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,
OA1,F6.2,A1,F6.2,A1,I4,A1,I4,A1,F12.8,A1,F12.8,A1,F15.8,A1,F15.8,
PA1,F15.8,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,F9.2,A1,
QF12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,F12.6,A1,
RF12.6,A1,F12.6)

        ENDIF
        ENDIF
        ENDIF

                                ENDDO
                                ENDDO
C      *****
PRINT '(F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,F6.2,A1,I3,A1,I3),D*12.0D0

```

```

S," ",BETA1," ",CutW*100.0D0," ",VSL1," ",VSG1," ",NB," ",NB2
C *****
88          ENDDO
          MARCADOR2=0
          ENDDO
          MARCADOR1=0
ccc        ENDDO
          ENDDO
          WRITE (5,*),"EOF"
          WRITE (6,*),"EOF"
          WRITE (7,*),"EOF"
          WRITE (8,*),"EOF"
          WRITE (9,*),"EOF"
          Close (5)
          Close (6)
          Close (7)
          Close (8)
          Close (9)
999       STOP
          END

```

```

CCCCC
*****
      SUBROUTINE FUNC(XR,FR)
      USE VARS
      DOUBLE PRECISION XR,FR
C      CALCULATE GEOMETRICAL VARIABLES BASED ON HD
      HD=XR
      TH=(2.0D0*HD)-1.0D0
      SIGLD=DSQRT(1.0D0-(TH**2.0D0))
      SIGL=D*SIGLD
C      Inverse Cosine, Acos(X), with the result in radians.
      SGD=D*Acos(TH)
      SG=D*SGD
      SLD=PI-SGD
      SL=D*SLD
      AG=0.25D0*(D**2.0D0)*(SGD-(TH*SIGLD))
      AL=AT-AG
      DL=(4.0D0*AL)/SL
      DG=(4.0D0*AG)/(SG+SIGL)
C
*****
C      Liquid Holdup in the liquid film (Hf)
      HF=AL/AT
C
*****
C      CALCULATE PHASE VELOCITIES AND REYNOLDS NUMBERS
C      VF=VL
      VF=VSF-((VSF-VM)/(1.0D0-HF))
      VF1=0.3048D0*VF
C      Se calcula Hs
C      HS=1-(((VF+VSG1)/8.66D0)**1.39D0)**-1)
C      Se calculan las velocidades del liquido y del gas
      VL=VT-((HS*(VT-VS))/HF)
      VG=VT-(((1.0D0-HS)*(VT-VS))/(1.0D0-HF))
c      VL=VSL*AT/AL

```

```

c      VG=VSG*AT/AG

      REL=ROL*VL*DL/VISL
      REG=ROG*VG*DG/VISG

C      DETERMINE FRICTION FACTORS AND SHEAR STRESSES
      If (REL.LT.2300) Then
          CL=16.0D0
          ENL=1.0D0
      Else
          CL=0.046D0
          ENL=0.2D0
      End If

      If (REG.LT.2300) Then
          CG=16.0D0
          ENG=1.0D0
      Else
          CG=0.046D0
          ENG=0.2D0
      End If

      FL=CL*REL**(-ENL)
      FG=CG*REG**(-ENG)

C      Calculate FIGL if VSG > 4.92 ft/s
      If (VSG.LE.4.92D0) Then
          FIGL=FG
      Else
          FIGL=FG*(1.0D0+(VSG/4.92D0-1.0D0)*0.75D0)
      End If

      FIFG=FIGL/FG
      If (FIFG.GT.10.0D0) Then
          FIGL=10.0D0*FG
      End If

      TAUG=FG*ROG*VG*ABS(VG)/2.0D0
      TAUL=FL*ROL*VL*ABS(VL)/2.0D0
      TAUIGL=FIGL*ROG*(VG-VL)*ABS(VG-VL)/2.0D0

C      CALCULATE THE FUNCTION OF THE COMBINED MOMENTUM EQUATION
      E1FR1=TAUG*SG/AG
      E2FR1=TAUL*SL/AL
      E3FR1=TAUIGL*SIGL*((1.0D0/AL)+(1.0D0/AG))
      E4FR1=32.2D0*(ROL-ROG)*SIN(BETA)
      FR=E1FR1-E2FR1+E3FR1-E4FR1
      fx1=FR

      RETURN
      END

```

CCCCC

```

      SUBROUTINE FUNC2(XR2,FR2)
      USE VARS
      DOUBLE PRECISION XR2,FR2

C      CALCULATE GEOMETRICAL VARIABLES BASED ON HD
      Hwd=XR2
      TH2=(2.0D0*Hwd)-1.0D0
      SLOWD=DSQRT(1.0D0-(TH2**2.0D0))
      SLOW=D*SLOWD

C      Inverse Cosine, Acos(X), with the result in radians.
      SGOD=D*Acos(TH2)

```



```

SGO=D*SGOD
SO=SGO-SG
SWD=PI-SGOD
SW=D*SWD
AGO=0.25D0*(D**2.0D0)*(SGOD-(TH2*SLOW))
AO=AGO-AG

AW=AL-AO

C   CALCULATE PHASE VELOCITIES AND REYNOLDS NUMBERS
    VG=VSG*AT/AG
C   VG=VT-(((1.0D0-HS)*(VT-VS))/(1.0D0-HF))
    VO=VSO*AT/AO
C   VO=VT-((HS*(VT-VS))/HF)
    VW=VSW*AT/AW

    IF (VO.GT.VW) THEN
        DOO=(4.0D0*AO)/(SO+SLOW)
        DW=(4.0D0*AW)/SW
    ELSE
        DOO=(4.0D0*AO)/SO
        DW=(4.0D0*AW)/(SW+SLOW)
    ENDIF

    REG=ROG*VG*DG/VISG
    REO=ROO*VO*DOO/VISO
    REW=ROWW*VW*DW/VISW

C   DETERMINE FRICTION FACTORS AND SHEAR STRESSES
    If (REG.LT.2500) Then
        CG=16.0D0
        ENG=1.0D0
        FG=CG*(REG**(-ENG))
        FIGL=FG
    Else If ((REG.GE.2500).And.(REG.LE.8000)) Then
        CG=0.00198D0
        ENG=-0.15D0
        FG=CG*(REG**(-ENG))
        FIGL=FG*0.009124D0*(REG**0.6D0)
    Else
        CG=0.046D0
        ENG=0.2D0
        FG=CG*(REG**(-ENG))
        FIGL=2.0D0*FG
    End If

    If (REO.LT.2500) Then
        FO=16/REO
    Else
        CO=0.046D0
        ENO=0.2D0
        FO=CO*(REO**(-ENO))
    End If

    If (REW.LT.2500) Then
        FW=16/REW
    Else
        CW=0.046D0
        ENW=0.2D0
        FW=CW*(REW**(-ENW))
    End If

CCCC FLOW=0.014D0

TAUG=FG*ROG*VG*ABS(VG)/2.0D0
TAUO=FO*ROO*VO*ABS(VO)/2.0D0
TAUW=FW*ROWW*VW*ABS(VW)/2.0D0
TAUIGL=FIGL*ROG*(VG-VO)*ABS(VG-VO)/2.0D0

```

```

IF (VO.GT.VW) THEN
    FLOW=FO
    ROOW=ROO
ELSE
    FLOW=FW
    ROOW=ROWW
ENDIF
TAUIOW=FLOW*ROOW*(VO-VW)*ABS(VO-VW)/2.0D0

C    CALCULATE THE FUNCTION OF THE COMBINED MOMENTUM EQUATION
E1FR2=TAUO*SO/AO
E2FR2=TAUW*SW/AW
E3FR2=TAUIGL*SIGL/AO
E4FR2=TAUIOW*SLOW*((1.0D0/AO)+(1.0D0/AW))
E5FR2=32.2D0*(ROWW-ROO)*SIN(BETA)
FR2=E1FR2-E2FR2-E3FR2+E4FR2-E5FR2
fx2=FR2

RETURN
END

```

Apéndice B

Listado del programa para la determinación del patrón de flujo

CCCCC

```
*****
SUBROUTINE Patt

C *****
C Predictive method for flow pattern in three phase flow.
C *****

USE VARS

C NOMENCLATURE:
C VSG1,VSO1,VSU1: Superficial velocities of gas, oil and water, (m/s)
C ROGG1,ROA1,ROL1,ROO1,ROWW1:Densities of gas, air, liquid, oil and water, (Kg/cub m)
C VISL1,VISW1: Viscosities of liquid and water, (cp)

C Air density
C (kg/cub m)
C Data from http://goya.eis.uva.es/conversor/principal.htm
C ROA1=1.29D0

C Surface tension, air-water
C (dyne/cm)
C Data from: Ref. No. XX (Art. Ovid Baker)
C SIGMAwa1=1.29D0

C UNIT CONVERSION, FROM Lbf/ft to dyne/cm
C SIGMAgl1=SIGMAgl*14593.9D0

C FMG=VSG1*ROG1
C FML=(VSO1*ROO1)+(VSU1*ROWW1)
C RELxx=FML/FMG
C lambda=((ROG1/ROA1)*(ROL1/ROWW1))*0.5D0

C VARbeta=(SIGMAwa1/SIGMAgl1)*(((VISL1/VISW1)*((ROWW1/ROL1)**2.0D0))
% *(1.0D0/3.0D0))

C VARXB=RELxx*lambda*VARbeta
C FIB=FMG/lambda

C DISC0=2600.0D0/VARXB
C DISC1=150.0D0
C DISC2=(0.011D0+(0.00122D0*(VARXB**1.42D0)))*(-0.5D0)
C DISC3=28.5D0*(VARXB**(-0.71D0))
C DISC4=2.55D0*(VARXB**(-0.19D0))
C DISC5=(0.03D0*(VARXB**1.25D0))+DISC3
C DISC6=(818.0D0+(3.03D0*(XB**(-1.44D0))))**0.55D0

C If (FIB.LT.DISC3) Then
C If (FIB.GT.DISC2) Then
C Pat="Wavy"
C Else
C Pat="Stratified"
C End If
C Else
C If (FIB.LT.DISC0) Then
C If (FIB.LT.DISC4) Then
C Pat="Plug"
C Else
C If (FIB.LT.DISC5) Then
C Pat="Slug"
C EndIf
C EndIf
C EndIf
C EndIf
```

```
If (FIB.GT.DISC1) Then
  If (FIB.GT.DISC0) Then
    Pat="Disp. Bubble"
  EndIf
Else
  If (FIB.GT.DISC6) Then
    Pat="Mist"
  Else
    If ((FIB.GT.DISC3).AND.(FIB.GT.DISC5)) Then
      Pat="Film"
    EndIf
  EndIf
EndIf

PATRON=Pat

RETURN
END
```

APÉNDICE C

Listado de los programas para la búsqueda de raíces. Subrutinas ZBRAK y RTBIS.

```

SUBROUTINE ZBRAK
C   Given a function FUNC defined on the interval from X1-X2 subdivide
C   the interval into NI equally spaced segments, and search for zero
C   crossings of the function. NB is input as the maximum number of roots
C   sought, and is reset to the number of bracketing pairs XB1(1:NB),
C   XB2(1:NB) that are found.
USE VARS
```

```

INTEGER J
DOUBLE PRECISION DX,PROD,X
```

```

J=0
NBB=0
FP=0.0D0
FC=0.0D0
PROD=0.0D0
DX=0.0D0
X1=XL
X2=XU
X=X1
```

```

C   Determine the spacing appropriate to the mesh.
DX=(X2-X1)/NI1
Call FUNC(X,FP)
```

```

DO J=1,NI1
C   Loop over all intervals
      X=X+DX
      Call FUNC(X,FC)
      PROD=FP*FC
```

```

      IF(PROD.LE.0) THEN
C   If a sign change occurs then record values for the bounds.
          NBB=NBB+1
          XB1(NBB)=X-DX
          XB2(NBB)=X
          IF(NBB.EQ.NB) GOTO 101
      ENDIF
      FP=FC
ENDDO
```

```

101  CONTINUE
      NB=NBB
```

```

      RETURN
      END
```

CCCCC

```

SUBROUTINE RTBIS
C   Using bisection, and the root of a function func known to lie
C   between X1 and X2.
C   The root, returned as RT, will be returned until its accuracy is XACC
USE VARS
```

```

INTEGER K,KMAX
DOUBLE PRECISION DX,PROD
```

```

PROD=0.0D0
X1=XB1(SS)
X2=XB2(SS)
```

```

C   *****
C   Maximum allowed number of bisections.
```

```

C      KMAX=20
      *****

      Call FUNC(X1,F)
      Call FUNC(X2,FMID)

      PROD=F*FMID

      IF (PROD.GT.0) THEN
        PRINT *,"Root must be bracketed in RTBIS."
        IF (BAND.EQ.1) THEN
cc         WRITE (5,*),"Root must be bracketed in RTBIS."
cc         WRITE (5*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
           GOTO 201
        ELSE IF (BAND.EQ.2) THEN
cc         WRITE (6,*),"Root must be bracketed in RTBIS."
cc         WRITE (6*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
           GOTO 201
        ELSE IF (BAND.EQ.3) THEN
cc         WRITE (7,*),"Root must be bracketed in RTBIS."
cc         WRITE (7*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
           GOTO 201
        ENDIF
      ENDIF

      IF (F.LT.0) THEN
C      Orient the search so that F>0 lies at X+DX.
           RT=X1
           DX=X2-X1
      ELSE
           RT=X2
           DX=X1-X2
      ENDIF

C      Bisection loop
      DO K=1,KMAX
           DX=DX*0.5D0
           XMID=RT+DX
           Call FUNC(XMID,FMID)

           IF(FMID.LE.0) THEN
               RT=XMID
           ENDIF

           IF(ABS(DX).LT.XACC.OR.FMID.EQ.0) THEN
               GOTO 201
           ENDIF
      ENDDO

      PRINT *,"Too many bisections in RTBIS."
      IF (BAND.EQ.1) THEN
           WRITE (5,*),"Too many bisections in RTBIS."
           WRITE (5*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
      ELSE IF (BAND.EQ.2) THEN
           WRITE (6,*),"Too many bisections in RTBIS."
           WRITE (6*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
      ELSE IF (BAND.EQ.3) THEN
           WRITE (7,*),"Too many bisections in RTBIS."
           WRITE (7*),BETA1,",","CutW,",","VSL1,",","VSG1
      ENDIF

201     RETURN
      END

```