



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**“CARACTERIZACIÓN INTEGRAL DE
YACIMIENTOS: INTEGRACIÓN DE DATOS DE
REGISTROS DE POZO CON ATRIBUTOS SÍSMICOS
USANDO GEOESTADÍSTICA”**

**TESIS
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN INGENIERÍA**

PRESENTA

MARTÍN JIMÉNEZ GUERRERO



2005



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Quiero agradecer al Instituto Mexicano del Petróleo por el apoyo brindado para mi superación académica.

A funcionarios y amigos del IMP; entre ellos a la Dr. Alma América Porres Luna, Ing. Rodolfo Almanza Mosqueda, Ing. Lenin Úlin Jiménez, Ing. David Pérez López y al Ing. Eduardo Campos Iglesias.

A mis compañeros y amigos; Luis Juárez Aguilar, Nector Velasco Climaco, Saúl Méndez Villarreal, Ramón Espinosa Luna, Rodrigo Olan Vázquez, Jesús Gorián Figueroa, Juan Gerardo del Ángel, Moisés Cobos Butron, Citlalli Sarmiento López, Oswaldo León, Gorgonio Fuentes Cruz, Briseyda Mondragón, Aarón Gutiérrez, Rigoberto Chandomi, Claudia A. Beristáin, por su apoyo y ayuda brindada en temas específicos.

Gracias a los sinodales que revisaron cuidadosamente este trabajo, por sus valiosos comentarios y observaciones; Dr. Fernando Castrejón Vacio, M. en C. Rodolfo Marines Campos, Dr. Martín Cárdenas Soto.

A la Universidad Nacional Autónoma de México en particular a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Sección Ingeniería Petrolera y Gas Natural.

A mis familiares que de alguna forma u otra me han apoyado a continuar superándome. Entre ellos mis hermanos, en particular Magali, Alejandrina y Catarino. Especialmente a Rubén y Gabriel Jiménez de quienes espero su comprensión, cariño y que continúen por buenos pasos.

Por último deseo agradecer a mis asesores de tesis; Dr. Martín Díaz Viera y Dr. Ricardo Casar González, por sus arduas labores como guías para el desarrollo de este estudio. Mis sinceros agradecimientos por sus paciencias, dedicaciones y disposiciones para compartir conocimientos.

Dedicatoria

Con mucho amor, cariño y gratitud, para ellas:

A mi madre: **Leonor Guerrero Cortés**

A mi esposa: **Nanci Esmeralda Nah Kantún**

Por su paciencia, amor y apoyo incondicional.

Especialmente a mis hijas: **Ariadna Esmeralda y Yasmín Alejandra
Jiménez Nah**

Por esos grandes momentos de alegría, felicidad y cariño, así como su
comprensión por el tiempo que he estado lejos de ellas.

	Pagina
Agradecimientos	
Dedicatoria	
Índice	i
Lista de Tablas	iii
Lista de Figuras	iv
Resumen	vii
Capítulos	
1	Introducción 1
2	Aspectos Metodológicos de la Modelación Geológica - Petrofísica Integral de Yacimientos 6
2.1	Datos Relevantes para el Modelo 6
2.2	Modelo Geológico 12
2.3	Modelo Petrofísico Integral 20
3	Contexto Geológico del Área de Estudio 26
3.1	Estratigrafía 27
3.2	Tectónica 31
3.3	Geología Petrolera 32
3.4	Brecha Calcárea del Límite Cretácico – Terciario 33
4	Modelo Geológico 38
4.1	Sísmico – Estructural 38
4.2	Estratigráfico 55
4.3	Litológico y Heterogeneidades del Yacimiento 56
5	Caracterización Estadística de las Propiedades Petrofísicas 58
5.1	Estadística General de las Propiedades Petrofísicas 58
5.2	Estadística de las Propiedades Petrofísicas por Unidades 63
5.3	Estadística de las Propiedades Petrofísicas por Unidades Litológicas Después de la Discretización 68

6	Modelos de Distribución de la Porosidad Usando Impedancia Acústica	71
6.1	Preprocesamiento de los Datos	71
6.2	Estimación de la Porosidad Usando Kriging Ordinario en Bloques	73
6.3	Estimación Conjunta de la porosidad con la Impedancia Acústica Usando Cokriging Colocado	83
6.4	Simulación Condicional Conjunta de la Porosidad con la Impedancia Acústica Usando el Método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes	91
6.5	Comparación de los Modelos de Distribución	100
7	Discusión y Conclusiones	104
	Referencias Bibliográficas	107
Anexos		
A	Método de Interpolación de Cokriging Colocado	110
A.1	Conceptos Básicos de Geoestadística Multivariada	110
A.2	Modelo de Corregionalización Lineal	112
A.3	Ecuaciones de Cokriging Colocado	115
B	Métodos de Simulación Gaussiana Conjunta	118
B.1	Métodos de Simulación Estocástica	118
B.2	Métodos del Tipo Gaussiano	121
B.3	Métodos de Bandas Rotantes	123
B.4	Cosimulación	126

Lista de Tablas

No. Tabla	Título de la Tabla	Página
4.1	Coordenadas y nodos de la malla utilizada en el estudio geoestadístico	57
5.1	Resumen de la estadística básica de las propiedades petrofísicas	61
5.2	Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica BTPKS	63
5.3	Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica KM	64
5.4	Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica KI	64
5.5	Estadística de las propiedades petrofísicas expresadas en por ciento para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros	69
6.1	Resumen de la estadística básica de la porosidad y la impedancia acústica	74
6.2	Modelo del variograma de la porosidad en los pozos	78
6.3	Matriz de correlación de las variables de porosidad e impedancia acústica	84
6.4	Modelos de los variogramas simples y cruzado ajustados para el modelo de correogionalización lineal	85
6.5	Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en la malla de la sísmica	100
6.6	Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en los pozos	102
6.7	Resumen de los tiempos de ejecución de cada uno de los métodos	103

Lista de Figuras

No. Figura	Título de la Figura	Página
1.1	Localización del área de estudio en la sonda de Campeche, México	3
2.1	Diagrama de Caracterización de Yacimientos	7
2.2	Reflexiones en límites de secuencias sísmicas	16
2.3	Registros Geofísicos	23
3.1	Columnas Estratigráficas de los campos Cantarell y Ku	30
3.2	Núcleo de la brecha calcárea del límite Cretácico - Terciario	35
3.3	Fragmentos de roca de la brecha calcárea	35
3.4	Muestra de roca de la brecha calcárea del límite K / T	36
3.5	Núcleo del pozo C-1035D, corresponde a la brecha calcárea del límite Cretácico Superior – Terciario, con diversos tipos de porosidad	37
4.1	Diagrama de Interpretación Sísmica	39
4.2	Sismograma Sintético de un pozo vertical del área de estudio	41
4.3	Líneas sísmicas interpretadas, donde se muestra la brecha y la estructura del anticlinal con sus respectivas fallas	42
4.4	Sección en tiempo (<i>time-slice</i>) del área de estudio	43
4.5	Interpretación sísmica - estructural interpolada en tiempo de la brecha, con sus respectivos polígonos de fallas	44
4.6	Interpretación sísmica - estructural interpolada en tiempo del KM	45
4.7	Interpretación sísmica - estructural interpolada en tiempo del KI	45
4.8	Configuración estructural en tiempo del horizonte productor Brecha	46
4.9	Correlación entre el atributo de impedancia acústica y la distribución de porosidad correspondiente a la brecha	48
4.10	Distribución de anomalías de amplitud RMS, para una ventana en tiempo, entre el Eoceno y la Brecha	48
4.11	Modelo de velocidad media del horizonte productor brecha	49
4.12	Modelo estructural de la Brecha en profundidad	52
4.13	Configuración estructural de la cima de la Brecha en profundidad	53
4.14	Líneas sísmicas interpretadas	54

5.1	Diagrama del Análisis Estadístico	59
5.2	Histogramas de las propiedades petrofísicas	62
5.3	Gráficas de cajas de las propiedades petrofísicas para cada unidad litológica	65
5.4	Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y las propiedades petrofísicas correspondientes a la Brecha	66
5.5	Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y de las propiedades petrofísicas correspondientes al KM	67
5.6	Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y de las propiedades petrofísicas correspondiente al KI	67
5.7	Histogramas de las propiedades petrofísicas para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros	70
6.1	Diagrama del Análisis Geoestadístico	72
6.2	Distribución de los datos de porosidad en los pozos	75
6.3	Distribución de los datos de impedancia acústica en los pozos	76
6.4	Histogramas de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos	77
6.5	Diagramas Q-Q de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos	77
6.6	Variogramas estimados y modelo de la porosidad	79
6.7	Impedancia acústica	81
6.8	Porosidad estimada usando Kriging Ordinario en Bloques	82
6.9	Diagrama de dispersión de los datos de porosidad contra impedancia acústica	84
6.10	Modelo de correogionalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección horizontal	86
6.11	Modelo de correogionalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección vertical	87
6.12	Modelo de correogionalización lineal para la porosidad y la impedancia tomando en cuenta las dos direcciones: horizontal y vertical	88
6.13	Porosidad estimada de manera conjunta con la impedancia acústica usando Cokriging Colocado	90

6.14	Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (50 bandas)	93
6.15	Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (100 bandas)	94
6.16	Histograma de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica, usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas)	95
6.17	Diagrama Q-Q de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica, usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas)	96
6.18	Histograma de la porosidad (a) comparado con los histogramas de la porosidad estimada en los pozos, usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas)	97
6.19	Diagrama Q-Q de la porosidad en los pozos (a) comparado con los de la porosidad estimada en los pozos, usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).	98
6.20	Gráficas de dispersión de la porosidad con respecto a la impedancia acústica (a), y a los valores estimados, usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas)	99

Resumen

En el presente estudio se aplicó una metodología para la caracterización de yacimientos petroleros, la cual integra de manera sistemática la información geológica (modelo estratigráfico y litológico), petrofísica (datos de registros de pozo) y sísmico – estructural en un modelo geológico - petrofísico.

Un aspecto fundamental de la tesis consistió en el empleo de atributos sísmicos, tanto para la definición de rasgos estructurales del yacimiento, como para la modelación de la distribución de propiedades petrofísicas a lo largo de todo el yacimiento. En particular, se aplicaron técnicas geoestadísticas que permiten correlacionar la información proveniente de registros geofísicos de pozos con atributos sísmicos.

En la caracterización de yacimientos existen diversas técnicas geoestadísticas de estimación y simulación de propiedades petrofísicas en áreas con escasa información. Estas técnicas, presentan limitaciones y ventajas que dan un carácter adecuado o no en la reproducción de dichas propiedades. A medida que la caracterización de yacimientos sea más completa, es decir, se cuente con mayor y mejor información, y se apliquen las herramientas adecuadas, dicha caracterización será más confiable y dará como resultado, modelos de yacimientos petroleros más cercanos a la realidad.

En esta tesis, se aplicó una serie de técnicas, tanto de estimación como simulación, con el fin de evaluar el potencial que encierra su aplicación. Las técnicas de estimación aplicadas fueron: kriging y cokriging colocado usando como variable principal la porosidad y como variable secundaria la impedancia acústica. Mientras que como técnica de simulación se aplicó el método de cosimulación colocada con bandas rotantes. Los resultados de cada uno de los modelos fueron comparados observándose que la distribución de la porosidad fue muy coherente y no presentó rasgos contrastantes. Además, se establecieron las condiciones bajo las cuales se pueden aplicar los métodos de estimación y de simulación conjunta de la porosidad con la impedancia acústica.

1. Introducción

Uno de los objetivos principales en la industria petrolera es optimizar la producción de hidrocarburos asociada a criterios económicos. Los estudios de caracterización y simulación de yacimientos aportan las bases para establecer programas de explotación orientados a lograr la recuperación óptima de hidrocarburos con un menor riesgo económico.

En una primera etapa de la caracterización de yacimientos, es necesario definir un modelo geológico y petrofísico que describa de manera detallada el yacimiento. Para esto, hay que conocer los diferentes procesos geológicos a que estuvo expuesta el área de estudio. Aunado a la geología del yacimiento, las propiedades petrofísicas de las rocas son de gran importancia por lo que es necesario conocer su comportamiento, efectos y principalmente su distribución dentro del sistema.

Los grandes yacimientos de hidrocarburos en la llamada Sonda de Campeche, en el sureste de México, se encuentran en rocas carbonatadas que han desarrollado alta porosidad secundaria y gran permeabilidad debido a la presencia de cavidades de disolución e intenso fracturamiento. La unidad productora de mayor importancia en la Sonda de Campeche, es la denominada Brecha de edad límite Cretácico - Terciario (límite K/T), la cual tiene una distribución regional, aflorando desde la sierra de Chiapas, hasta la Zona Marina en la Sonda de Campeche. Dicha unidad presenta alta porosidad y permeabilidad, debido a procesos como disolución, dolomitización, y fracturamiento. El modelo estructural muestra que la Brecha del límite K/T tiene una estructura de forma de anticlinal, limitada por fallamiento inverso y fallas normales en el interior de la estructura, así como alto fracturamiento.

El presente estudio muestra la aplicación de una metodología para la caracterización de yacimientos petroleros. Dicha metodología está dirigida a la modelación de la distribución de la porosidad mediante la integración de datos sísmicos y de pozo usando un enfoque geoestadístico. A partir de la información sísmica se obtuvo el atributo de impedancia acústica, el cual se correlacionó con la porosidad obtenida de los registros de pozos. Con este fin se estableció un modelo de correogionalización lineal que describe la correlación espacial conjunta entre la impedancia acústica y la porosidad. El modelo de correogionalización obtenido se aplicó en la

estimación de la porosidad usando los métodos geoestadísticos de kriging y cokriging colocado, así como en las simulaciones estocásticas Gaussianas. En particular se aplicó el método de Cosimulación Colocada con bandas rotantes, con el fin de obtener un modelo de distribución de la porosidad en un área de interés de la Sonda de Campeche. Finalmente, se realizó la discusión y comparación de los resultados obtenidos con los diferentes modelos geoestadísticos empleados.

Objetivo

Los objetivos del presente trabajo son:

- a) Aplicar una metodología integral de caracterización de yacimientos petroleros utilizando el modelado geoestadístico.

- b) Aplicar atributos sísmicos para analizar el comportamiento de los rasgos estructurales y heterogeneidades y realizar correlaciones con la propiedad petrofísica porosidad usando métodos geoestadísticos.

- c) Obtener un modelo confiable de la distribución de la porosidad en un yacimiento de interés en la Sonda de Campeche aplicado una metodología integral de caracterización de yacimientos.

Localización del Área de Estudio

El área de estudio, en donde se aplicó la metodología de caracterización integral de yacimientos, abarca los campos Ku, Zaap, Kutz e Ixtoc productores de hidrocarburos. Dicha región petrolera se localiza frente a las costas del estado de Campeche, en la plataforma continental del Golfo de México, al sureste de la República Mexicana. La Sonda de Campeche es actualmente la región del país más importante desde el punto de vista de producción de hidrocarburos.

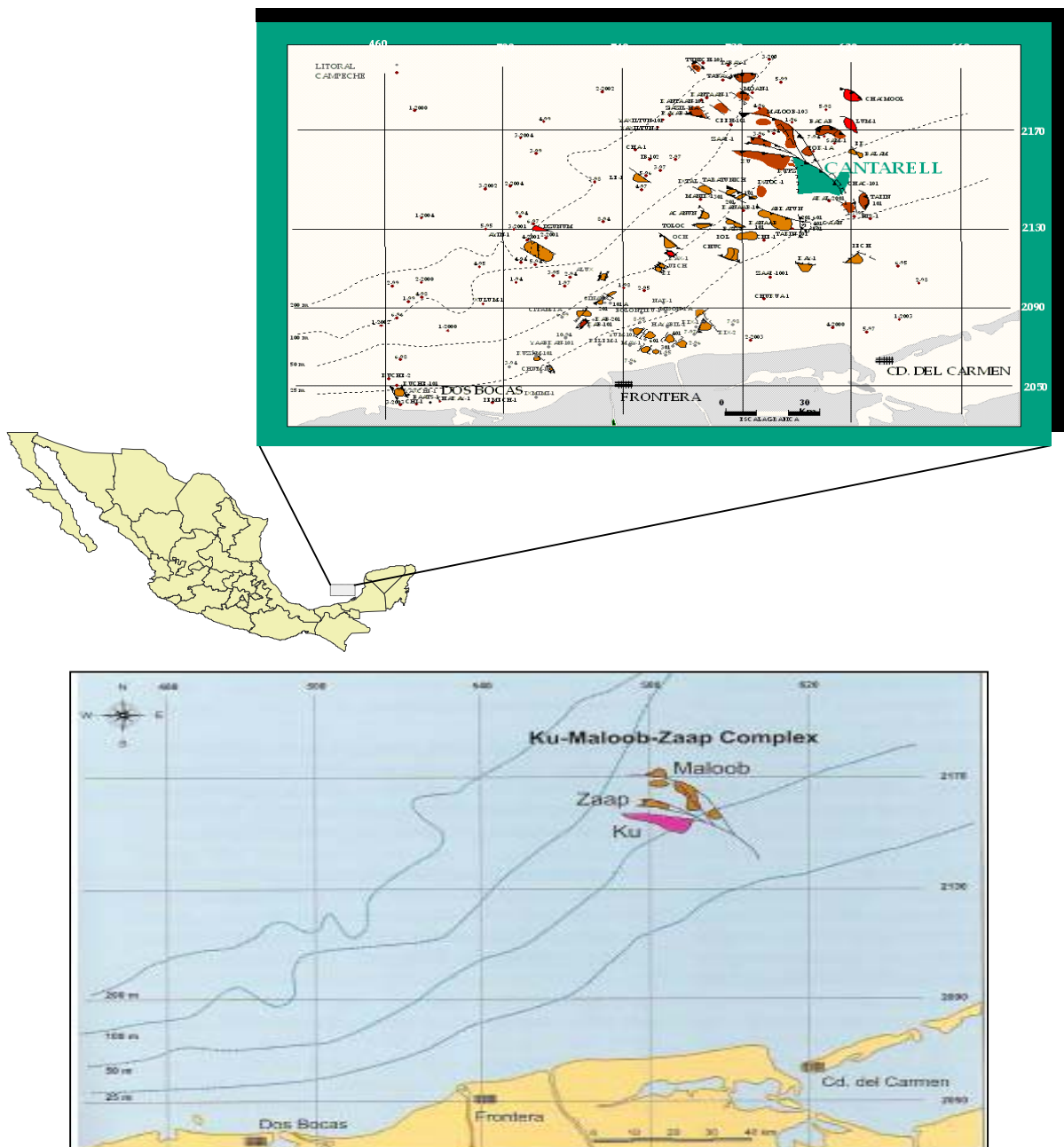


Figura 1.1. Localización del área de estudio en la Sonda de Campeche, México.

Antecedentes Generales

En la década de los años 1970's, dio inicio la exploración de la Sonda de Campeche en México, junto con los descubrimientos de las estructuras como son: Akal, Abkatún, Bacab, Batab, Caan, Chuc, Ek, Ixtoc, Kutz, Ku, Maloob, Nohoch, Pol, entre otras, se realizaron trabajos geológicos encaminados a conocer la columna geológica, espesor y cambios de facies. Así también se realizaron trabajos geofísicos enfocados a detallar altos estructurales con metodología de sismología tridimensional.

La región petrolera marina, conocida como Sonda de Campeche, se localiza en el cinturón calcáreo plegado Reforma Akal (figura 1.1), está influenciada por las unidades tectónicas: Plataforma de Yucatán, Cuenca de Macuspana, Subcuenca de Comalcalco y alto estructural Reforma Akal. Esta región presenta una tectónica complicada caracterizada por fallas normales, inversas y de corrimiento horizontal, discordancias angulares y pliegues de compresión. Durante el Cretácico Tardío y principios del Cenozoico fue consistente con un régimen de margen pasivo (Murillo Muñetón et al., 2002).

Los depósitos sedimentarios correspondientes a la brecha del límite Cretácico–Terciario (BTPKS) en el Golfo de México, se relacionan al impacto de un meteorito ocurrido en Yucatán al final del Cretácico. Grajales-Nishimura, *et al.* (1999) documentan que las brechas encontradas en el límite Cretácico-Terciario corresponden en su mayoría a materiales provenientes de una zona de plataforma interna, en menor grado provenientes de un margen de plataforma y ocasionalmente de cuenca; estos autores afirman que la Brecha del límite K/T se formó por efectos del impacto del meteorito en la región de Chicxulub, Yucatán.

Así también Murillo et al (2002) hacen referencia al impacto de un meteorito en el norte de la península de Yucatán, en el límite del Cretácico - Terciario, dando lugar a la acumulación de un gran espesor de sedimentos carbonatados, el cual corresponde a la unidad productora Brecha de donde se extrae actualmente la mayor producción de aceite en dicha región.

Durante el Maastrichtian, la Península de Yucatán representaba una plataforma estable que se extendía a el área de la Sierra de Chiapas, como un sistema carbonatado de aguas someras,

Murillo Muñetón et al., (2002) realizaron estudios bioestratigráficos, basado principalmente de foraminíferos planctónicos, de sedimentos pelágicos en la cima y base de la Brecha, y así restringen a la brecha carbonatada a una edad en el límite del Cretácico - Terciario.

Pacheco Gutiérrez (2002) realiza un análisis cinemático de la deformación en la porción nororiental de la Sonda de Campeche, basado en configuraciones sismo-estructurales, interpretaciones de secciones sísmicas y análisis de muestras de núcleos. Planteó un modelo de deformación transgresiva en el mioceno, identificando estructuras anticlinales, fragmentadas y desplazadas a lo largo de la zona de fallamiento lateral.

Casar González (2003) realizó una determinación cuantitativa de la geometría de un sistema poroso vuggy, en base a información de la Brecha calcárea del límite K/T y establece un procedimiento estocástico para modelar la distribución espacial y conectividad de dicho sistema poroso.

2. Aspectos Metodológicos de la Modelación Geológica - Petrofísica Integral de Yacimientos

La modelación geológica – petrofísica integral se puede definir, como un proceso mediante el cual se describen las características que controlan la capacidad de almacenamiento y de producción de los yacimientos, usando toda la información posible que se tenga disponible. Las propiedades del yacimiento incluyen desde una descripción geológica de la cuenca, tipos de roca, distribución de facies, ambiente de depósito, geometría de los cuerpos que conforman el yacimiento, hasta sus propiedades petrofísicas como son porosidad permeabilidad, saturación de agua, etc. Estos datos provienen de diversas fuentes de información como son: estudios geológicos, levantamientos y procesamiento de información sísmica, registros geofísicos de pozo, muestras de núcleo, datos de producción, etc. (figura 2.1).

El modelado de yacimientos debería de incluir la información de todas las distintas fuentes, entre más información se use mejor será la descripción del yacimiento, sin embargo, en la práctica, surgen problemas cuando se trata de utilizar la información de manera simultánea, ya que no todos los datos están disponibles al mismo tiempo, la calidad de la información es diferente, la información se tiene en diferentes resoluciones y existen muchos datos de importancia que se tienen de manera cualitativa, como son las descripciones geológica, que no se pueden integrar en forma consistente en un modelo numérico.

2.1. Datos Relevantes para el Modelo

Existen tres fuentes principales de datos para la modelación geológica – petrofísica de yacimientos, estas son información directa de núcleos y muestras de canal, información indirecta que proviene de registros geofísicos de pozo y la información también indirecta de levantamientos geofísicos, en particular información relacionada con la metodología sísmica.

Toda esta información se maneja en forma simultánea hasta generar un modelo que será contrastado con la información dinámica derivada del sistema pozo-yacimiento.

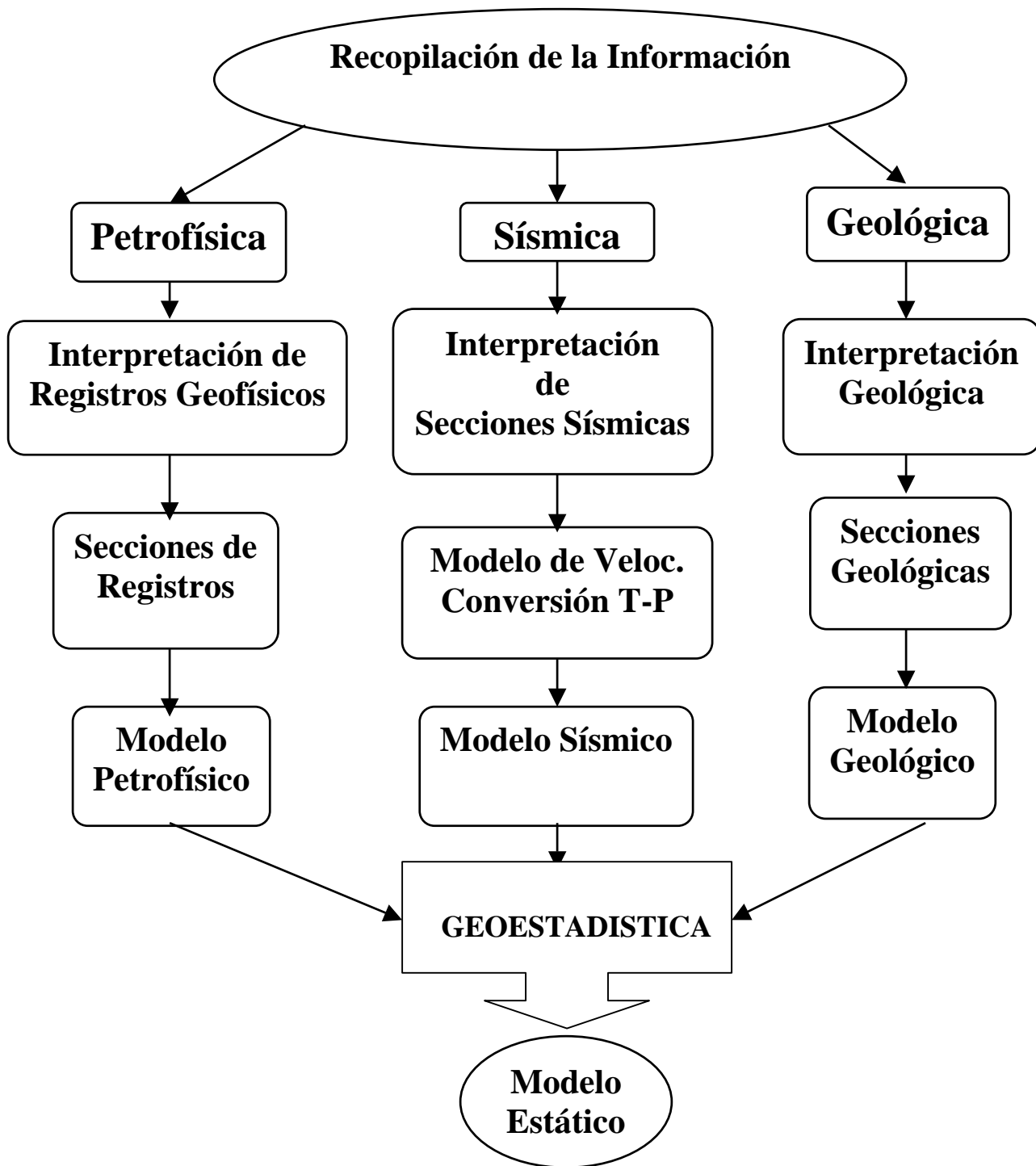


Figura 2.1. Diagrama de Caracterización de Yacimientos

Núcleos

La información de núcleos y de muestras de canal, pero principalmente de núcleos constituye la información directa más valiosa con que se cuenta, tiene la desventaja de ser información escasa y dirigida hacia las partes más importantes del yacimiento. Los núcleos se estudian en

laboratorios y se obtiene información litológica como tipo de roca, mineralogía, textura, tamaño y distribución de grano, tipo de medio poroso y descripción de conductos de interconexión. A nivel petrofísico se determinan propiedades como porosidad, permeabilidad, saturación de agua, saturación de hidrocarburos, etc.

Esta es información escasa pero relevante que debe emplearse en los modelos numéricos.

Registros Geofísicos de Pozo

Los registros geofísicos de pozos aportan información de los yacimientos por medio de mediciones indirectas, realizadas en la pared del pozo. El aspecto relevante de esta información es la posibilidad de realizar una estimación de las propiedades, de manera casi-continua y a condiciones de yacimiento.

Su desventaja principal consiste en que es una información indirecta que se obtiene en la pared del pozo.

La complejidad de cada formación geológica impide definir un modelo único de evaluación de registros geofísicos que se aplique a todos los yacimientos. El método de evaluación debe tomar en cuenta las condiciones particulares de cada formación, los registros disponibles y las respuestas deseadas, además debe ser lo suficientemente flexible para adaptarse o cambiarse, según las necesidades. Las diferentes litologías constituidas por caliza dolomitizada, dolomía, anhidrita, limonita, lutitas, etc., requieren de métodos analíticos no solamente capaces de determinar las proporciones respectivas de cada mineral y derivar valores confiables de los parámetros petrofísicos, sino también de predecir de manera aceptable la productividad de los intervalos.

La determinación de la porosidad y el contenido de hidrocarburos es sin duda un aspecto muy importante en la evaluación de las unidades productoras. Sin embargo, se deben examinar otros factores para que la formación sea explotada de manera óptima. Así con los registros también es posible conocer la profundidad y espesor del yacimiento, la litología, el contenido de arcilla, la saturación de fluidos, la densidad de los hidrocarburos y la presión de las formaciones.

Los núcleos y registros geofísicos de pozo, son prácticamente la única fuente para la estimación casi-continua de propiedades petrofísicas tan importantes como la porosidad y la permeabilidad, así que la integración de estas dos fuentes de información es esencial en una interpretación confiable. El entendimiento de las características y limitaciones de cada una de las técnicas de evaluación, es obviamente un requisito esencial para una correcta calibración de los datos y sobre todo para la integración de la información disponible.

Sísmica

La información sísmica es un dato relevante para la caracterización de yacimientos (figura 2.1), ya que permite obtener una imagen de las variaciones laterales de las formaciones de estudio. Su aspecto fundamental lo representa del cubrimiento en un espacio 3D, mientras que su principal limitación lo representa su baja resolución vertical, con lo que solo las grandes variaciones serán identificadas por los datos sísmicos.

La interpretación de los datos sísmicos (figura 4.1) parte de un modelo geológico conceptual del área en estudio. El modelo es una simplificación de la realidad, en el que los únicos elementos incluidos son los que se espera que influyan de manera importante en la interpretación del área en estudio. Toda sísmica tiene una resolución definida la cual depende de las técnicas de adquisición, del procesamiento de los datos y de las características del área en estudio. Cuando se tiene información con una resolución sísmica adecuada, se puede realizar un estudio detallado del yacimiento, en cuanto a su estructura, fallas y límites externos. Por otro lado, cuando la calidad de los datos es inadecuada, es difícil de identificar las características estructurales y estratigráficas importantes.

En la interpretación geológica – sísmica (figura 4.1), se reconocen no sólo los horizontes de interés, sino que también se detectan de manera relativamente sencilla, las fallas principales, algunas veces muy evidentes. Esto depende del tipo de detalle que se tenga en la interpretación, entre línea y línea y entre traza y traza (líneas con orientación perpendicular a las líneas de información sísmica). En las áreas de modelación y caracterización de yacimientos se requiere de una interpretación geológica del yacimiento a mayor detalle, ya que de esto depende una explotación óptima de los hidrocarburos.

La resolución sísmica depende de varios factores, tales como; la longitud de onda, la frecuencia, la fase y la amplitud, además de que con los datos sísmicos se pueden obtener algunos de atributos sísmicos que se relacionan con propiedades físicas de interés, como son: porosidad, fluidos y fracturas, entre otros. Cabe recordar que la facies sísmica es una unidad tridimensional compuesta de reflectores sísmicos con elementos tales como; amplitud, continuidad, frecuencia y velocidad de intervalo y que estas características son diferentes de otras unidades o facies adyacentes.

Es muy importante y fundamental en la interpretación sísmica estratigráfica, entender el medio geológico que genera la reflexión de las ondas sonoras. La reflexión sísmica representa una superficie isócrona, excepto en una discordancia. La reflexión sísmica es la respuesta de los estratos o capas de la tierra, donde la superficie de cada estrato tiene cambios de características físicas como son la densidad y velocidad (impedancia acústica), la cual representa superficies depositacionales con límites litológicos definidos. Las superficies de los estratos o capas representan cambios de régimen depositacional (energía, ambiente, sedimentación, etc.), donde la respuesta sísmica son reflexiones crono-estratigráficas, con cambios en velocidad y densidad.

Vail et al. (1977), elaboraron una lista con los principales parámetros usados en la interpretación sísmica estratigráfica y su significado geológico. Concluyen que la configuración de los reflectores es de origen geológico, controlado por la estratificación o capas relacionadas a los procesos de depositación, topografía, batimetría, erosión y el contacto entre los fluidos. La continuidad de los reflectores sísmicos depende de los cambios de velocidad y densidad de la superficie de los estratos.

Durante el desarrollo de la interpretación sísmica (figura 4.1), y debido que es un método indirecto, se tiene una incertidumbre en el margen de error; desde los parámetros utilizados en el levantamiento sísmico, el procesado de datos sísmicos, recolección de la información, la identificación (picado) de horizontes (estrato geológico a estudiar), el modelo de velocidad, la conversión tiempo a profundidad, etc., que se refleja en el resultado final de la estructura geológica y su volumen de hidrocarburos. Aquí es donde se presenta el mayor impacto de la incertidumbre del modelo, ya que repercute en el contenido de fluido en el yacimiento.

Atributos Sísmicos

Los atributos sísmicos son mediciones específicas de características geométricas, cinemáticas, dinámicas o estadísticas obtenidas a partir de datos sísmicos básicos. Los atributos sísmicos son información obtenida de los datos sísmicos originales, ya sea por medición, por lógica o por experiencia basada en el razonamiento.

Los atributos sísmicos físicos, velocidad de onda P y S, impedancia acústica y elástica, reflectividad de incidencia normal, etc. están influenciados por cambios en las propiedades físicas de las rocas. Algunos atributos sísmicos son más sensibles a cambios en la porosidad de la roca que al tipo de fluido que ésta contiene en los poros. La impedancia acústica de un material elástico es el producto de la velocidad por su densidad. No hay necesidad de interpretar un horizonte para obtener el atributo de impedancia acústica, ya que este se obtiene de un cubo sísmico al aplicarle un modelo de un cubo de velocidad, dando de resultado un cubo de impedancia acústica.

Para los atributos de coherencia (continuidad, correlación, semblanza y covarianza) y varianza no se necesita interpretar un horizonte ya que éstos se obtienen directamente del cubo sísmico y miden la similitud entre dos trazas sísmicas. Los atributos de amplitud se obtienen de un horizonte interpretado, y en la práctica se crean mapas de amplitud para identificar puntos brillantes u oscuros, que son indicadores de la presencia de hidrocarburos y fallas.

Los atributos de frecuencia son resultado de un horizonte interpretado, las bajas frecuencias instantáneas en un yacimiento son buen indicador de gas, ya que los yacimientos con contenido de gas atenúan las altas frecuencias. Por su parte las altas frecuencias son indicadores de alta estratificación geológica, y se correlacionan con capas de arena, es decir; a mayor estratificación se infiere que existen más capas de arena en una estructura geológica específica.

2.2. Modelo Geológico

Basado en la integración de datos, el modelo geológico (figura 2.1), es un compendio de las características y propiedades estáticas de un yacimiento. El modelo geológico en general, consta de modelos más detallados de acuerdo con las diversas disciplinas de la geología, es decir un modelo geológico consta de un modelo estructural, un modelo sedimentario-estratigráfico y un modelo litológico. Uno de los objetivos del modelo geológico es determinar la heterogeneidad del yacimiento e identificar su influencia en las propiedades petrofísicas de las rocas y en las características que tendrá el flujo de fluidos al momento de la producción de hidrocarburos.

Conceptual

Los yacimientos son sistemas complejos y heterogéneos compuestos por diversos tipos de rocas depositadas en diferentes ambientes sedimentarios y afectados por una infinidad de procesos geológicos a lo largo de su historia. En una primera etapa en la conformación de un modelo geológico de un yacimientos, es importante tener claro un modelo conceptual de los procesos que dieron origen al yacimiento en estudio, así el modelo conceptual condensa la evolución geológica que culmina con el tipo roca que forma el yacimiento, la trampa en que se acumuló el petróleo y las propiedades petrofísicas asociadas, además el modelo conceptual sirve como indicativo para definir los posibles límites del yacimiento y las áreas en donde puedan encontrarse características similares, es decir, las áreas con posibilidades de continuar la exploración.

Estructural

El modelo estructural está relacionado con los esfuerzos y deformación que determinan el tipo y orientaciones de la estructura que forma el yacimiento, se refiere en concreto a la definición de la estructura geológica (trampa), fallas, y límites que presenta el yacimiento, en decir un modelo estructural es la arquitectura o esqueleto que conforma un yacimiento.

En ciertos lugares, los esfuerzos que actúan sobre la estructura rompen la roca, formando bloques que se desplazan, ya sea por encima o por abajo y en forma horizontal algunos metros o kilómetros de distancia. Estas fracturas con desplazamiento se conocen como fallas geológicas. Cuando el esfuerzo es de expansión se originan fallas normales que tienden a ser perpendiculares a la dirección de la extensión. Las fallas normales son probablemente los rasgos estructurales más

comunes, ya que las rocas son débiles bajo tensión. Por otro lado, si el esfuerzo es de compresión se originan fallas inversas. Las fallas se producen por esfuerzos desbalanceados que exceden la resistencia de las rocas, y el tipo de falla depende de si los esfuerzos verticales u horizontales son mayores.

El arqueo produce extensión, por lo que los sedimentos se rompen a lo largo de fallas normales y producen características tipo fosa de hundimiento en la cima. La curvatura anticlinal tiende a hacer débiles las reflexiones sísmicas y a aumentar la posibilidad de fallamiento, de modo que la calidad de los datos sísmicos se deteriora sobre los anticlinales. La interpretación estructural define la geometría de las áreas que contienen hidrocarburos, así como el tren de fallamiento y fracturamiento. La sección estructural derivada de las interpretaciones sísmicas, geológicas y petrofísicas muestra la estructura del yacimiento (figura 2.1), el espesor de las diferentes unidades geológicas y los límites vertical y horizontal. La sísmica y los datos de registros de pozo son fundamentales para definir el modelo de deformación que presenta el yacimiento.

El modelo estructural del yacimiento, tiene cierto grado de incertidumbre, que está relacionado parcialmente al conocimiento del área del yacimiento y a las limitaciones de las técnicas que comúnmente son empleadas en la interpretación y en la configuración estructural, así como al patrón de fallas que afectan el yacimiento y a sus límites externos. En el procedimiento de la interpretación sísmica con fines estructurales, los errores pueden estar básicamente relacionados a la interpretación del horizonte y a problemas de la conversión tiempo - profundidad. Los errores en la interpretación del horizonte son debidos en ocasiones al mal diseño del procesado sísmico y pueden representar una fuente importante de incertidumbre en la interpretación estructural.

En los problemas de conversión tiempo - profundidad, un factor importante es el modelo de velocidad empleado, así como, información de pozos con registros de velocidad de baja calidad, variaciones laterales de la litología, presencia de gas, etc. El impacto puede ser relevante, especialmente cuando existe un pobre control de la estructura, ya que pequeñas variaciones en el modelo de velocidad, pueden generar fluctuaciones significantes en la estimación del volumen de hidrocarburos del yacimiento.

La configuración estructural del yacimiento es definida con base en la interpretación de datos sísmicos. Se realiza la interpretación (picado) del horizonte de interés de un cubo sísmico en

tiempo, generando datos en coordenadas X y Y en tiempo doble de viaje de la onda sísmica, y sus respectivos polígonos de fallas. Se genera un mapa estructural en tiempo (figura 4.1), el cual, al multiplicarlo por un modelo de velocidad media de la formación geológica de interés, da como resultado un modelo estructural en profundidad. Es de fundamental importancia tener información de pozos, tales como; registro sísmico (DT), registro de perfil sísmico vertical (VSP) y/o puntos de disparo (Check-Shot), para conocer la distancia y tiempo de viaje de la onda sísmica, para poder así definir un modelo de velocidad confiable.

Las fallas interceptadas por los pozos, son las más fáciles de identificar. Ya que en una sección sísmica, en la que se tiene ausencia de estructura, estarían relacionadas a una falla normal, mientras que en una sección sísmica con repetición de estratos se le adjudica a una falla inversa. Las fallas son afectadas por zonas de anomalías, visto en términos de resistividad y densidad. También los registros de pozos se utilizan para identificación de fallas. Un pozo vertical tiene muy poca probabilidad de interceptar una falla, en comparación con un pozo horizontal, ya que en la mayoría de los casos estas son verticales o casi verticales. Las fallas también pueden ser detectadas de las discontinuidades en el patrón de reflexión sísmica.

Establecer el patrón de fallas de un yacimiento en particular, es una actividad compleja, la cual involucra datos de diferentes disciplinas. El grado de detalle de la interpretación depende del tamaño de las características estructurales que se desean identificar, ya que tienen un fuerte impacto en el flujo de hidrocarburos. La sísmica por si sola no es suficiente para establecer un patrón estructural, así que otras técnicas deben ser usadas junto a la interpretación sísmica como son las pruebas de pozos e información de producción.

Estratigráfico

El modelo estratigráfico define las unidades que conforman el yacimiento, es decir es el relleno de la arquitectura o almacén que se definió en el modelo estructural. El modelo estratigráfico tiene que ver con la definición de las superficies que delimitan a las principales unidades de flujo del yacimiento.

El modelo estratigráfico implica un trabajo de correlación que potencialmente involucra un considerable número de disciplinas tales como: sísmica, estratigrafía de secuencias, sedimentología, interpretación de registros de pozos, bioestratigrafía, geoquímica, y estudios de

análogos de superficie. Una parte importante del modelo estratigráfico es la construcción de una malla estratigráfica que define la geometría interna de las unidades, para lo cual existen en general dos posibilidades: capas proporcionales o capas paralelas.

Siendo la estratigrafía de secuencias una disciplina relativamente nueva y que tiene aplicación directa en la definición del modelo estratigráfico, cabe ahondar en sus conceptos. La estratigrafía de secuencias se puede definir como el estudio de paquetes de estratos separados por discordancias denominadas secuencias depositacionales depositadas durante un ciclo del nivel relativo del mar. Es el estudio de facies genéticamente relacionadas dentro de un marco cronoestratigráfico. El principio básico es que el patrón de sedimentación es controlado por cambios relativos del nivel del mar, y este a su vez, es controlado por la eustasia, subsidencia, tectónica y sedimentación. La interacción de esos factores determina el espacio disponible para el acomodo de sedimentos y la geometría resultante del patrón de sedimentación.

La aplicación de la estratigrafía de secuencias a un yacimiento proporciona un marco estratigráfico detallado, que puede reducir el riesgo de errores en las correlaciones entre diferentes unidades genéticas. Dentro de una secuencia es posible predecir la continuidad, conectividad y extensión de cuerpos de estructuras contenedoras de hidrocarburos y establecer los parámetros para un modelo geológico – petrofísico.

Una secuencia estratigráfica se puede definir como el estudio de facies relacionadas con un marco de superficies crono-estratigráficas. El principio básico es el patrón de deposición de sedimentos controlado por cambios del nivel del mar debido a subsidencia, movimientos eustásicos, tectónico y a la sedimentación. En estratigrafía de secuencias la jerarquía del patrón depositacional se puede definir, en relación a la escala de observación. La lámina es la capa más pequeña; es uniforme en composición y textura. El límite de secuencia es una capa lateralmente continua, dispersa, cubriendo al menos una cuenca completa, tiene significado crono-estratigráfico, ya que está formada en un marco de tiempo de pocos cientos a miles de años.

La aplicación de estratigrafía de secuencias a los yacimientos proporciona un marco estratigráfico detallado de las diferentes unidades genéticas, ya que puede ser estudiada e identificada a diferentes escalas. Dentro de una secuencia es posible predecir la continuidad, conectividad y

extensión de los cuerpos de arena y establecer los parámetros representativos para el modelado estocástico. Sus principios se pueden aplicar a los sistemas siliciclásticos y carbonatos.

Dentro de la estratigrafía sísmica se encuentra el análisis de secuencias sísmicas, aquí los límites de las unidades estratigráficas de tiempo se pueden reconocer en los datos sísmicos. Una unidad estratigráfica de tiempo es un conjunto tridimensional de facies depositadas contemporáneamente como partes del mismo sistema, ligadas genéticamente por procesos y ambientes de depositación. La clave para la definición de una unidad estratigráfica es que en la parte superior y la base representan discordancias. La técnica para trazar planos de unidades es localizar las angularidades que marcan las discordancias (ver figura 2.2) y continuar trazando los planos de las discordancias a través de las regiones donde no son evidentes por tales angularidades.

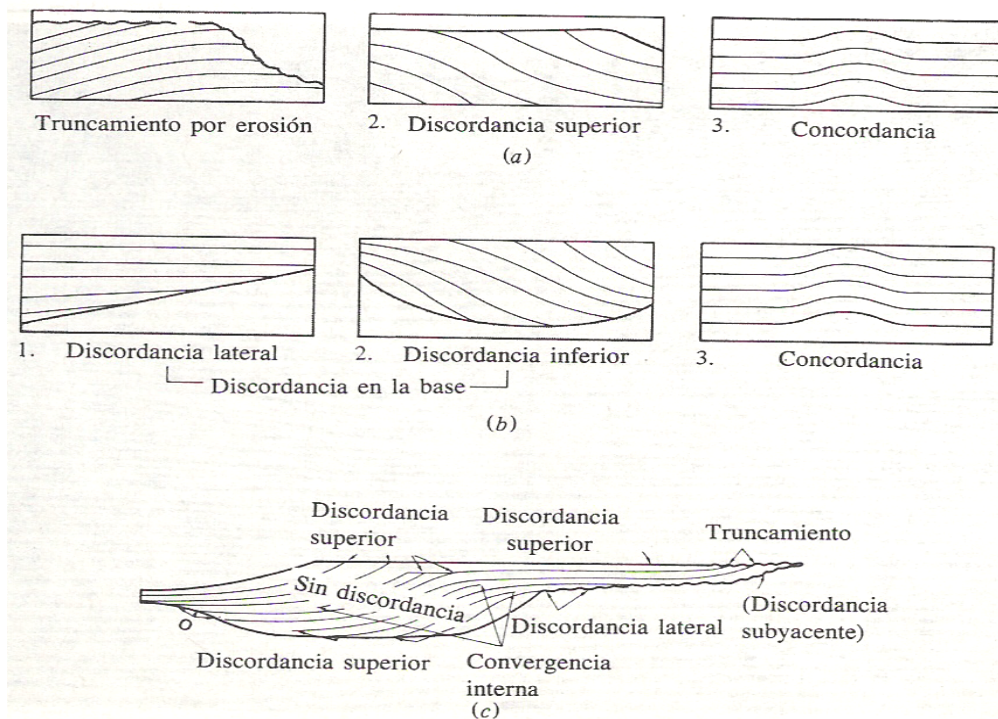


Figura 2.2. Reflexiones en límites de secuencias sísmicas (Mitchum y colaboradores, 1977).

Vail et al. (1977), propone el uso de diagramas para relacionar secuencias sísmicas con cambios en el nivel relativo del mar. Una elevación relativa del nivel del mar se puede producir ya sea por una elevación absoluta del nivel del mar o por una subsidencia del nivel de tierra. La evidencia primaria por una elevación relativa del nivel del mar vista en los datos sísmicos es un traslape costero, la terminación progresiva de reflexiones en la dirección hacia tierra. Esta elevación está asociada con una transgresión sobre una discordancia, pero también con una regresión si el influjo de sedimentos es suficientemente rápido. Un descenso gradual del nivel del mar produce una separación del traslape de reflexiones en una discordancia por erosión sobrepuesta, mientras que en un descenso rápido produce un cambio hacia el mar del traslape.

El procedimiento de análisis de secuencias sísmicas continúa con el trazo de planos de una secuencia sobre una retícula de líneas, la construcción de mapas de estructura e isopacas de cada unidad, subdividiendo estos planos de acuerdo con evidencias de facies sísmicas, relacionándolos con unidades adyacentes y por último atribuyéndoles significado estratigráfico. En el análisis de secuencias sísmicas está implícito el concepto de que la actitud de las reflexiones sísmicas es la de líneas de tiempo de depositación y no de líneas de facies.

A la facies sísmica se deben las características distintivas que hacen a un grupo de reflexiones verse diferente de las reflexiones adyacentes. Las reflexiones paralelas sugieren depositación uniforme sobre una superficie estable o subsidiendo uniformemente, mientras que las reflexiones diferentes indican variación en el ritmo de depositación de un área a otra o bien una inclinación gradual. Las reflexiones caóticas sugieren energía depositacional relativamente alta, variabilidad de condiciones durante la depositación, o bien alteraciones después de la depositación.

Los patrones de sigmoides se caracterizan por reflexiones con forma de S muy uniforme, y las partes superiores de las reflexiones exhiben concordancia con la parte superior de la unidad de secuencia. Estas indican elevación relativa del nivel del mar y por lo general, consisten en sedimentos de grano fino, a veces calcáreo. El análisis del carácter de la reflexión consiste en el estudio de los cambios de traza a traza, en la forma de la onda de una o más reflexiones con el objeto de localizar y determinar la naturaleza de los cambios en la estratigrafía o fluido en los espacios porosos.

Los sismogramas sintéticos se usan con frecuencia para determinar la naturaleza de los cambios estratigráficos que indica el cambio de onda. La estratigrafía se modela y se ajusta con las formas de la onda sísmica observada.

Litológico

Un modelo litológico detallado del yacimiento representa una potente herramienta como guía de la distribución petrofísica, ya que en muchos yacimientos las facies litológicas y las características petrofísicas están íntimamente relacionadas, de ahí su importancia. El modelo litológico del yacimiento se refiere a una etapa de identificación y clasificación de facies.

El concepto de facies es particularmente adecuado para estudios integrales de yacimientos, ya que pueden ser consideradas como el volumen elemental práctico del yacimiento y representan el bloque básico para la construcción de modelos geológicos en tres dimensiones.

En la práctica, la definición de facies en una primer etapa se reduce a la definición de dos tipos de facies: la que constituye al yacimiento y la que no. Pero cuando se tiene información de buena calidad, es decir cuando se identifican un número mayor de facies, se puede intentar un enfoque más sofisticado basado en el tratamiento estadístico multivariado de los datos. Las facies se definen en los núcleos, luego se identifican en los registros, finalmente se agrupan en un número reducido que se denominan *litotipos*.

El propósito práctico de la definición de facies, se centra en como construir distribuciones realistas en tres dimensiones de las facies, de manera que puedan ser usadas posteriormente en la modelación del yacimiento. Las facies deben poseer un control significativo sobre las propiedades petrofísicas, ya que de otra manera, la modelación de la distribución de las facies será de poco beneficio, ya que la incertidumbre no se reducirá y los modelos resultantes no tendrán un mayor poder predictivo.

Heterogeneidades del Yacimiento

Las heterogeneidades del yacimiento están relacionadas con características geológicas, tanto a pequeñas como a gran escala y que su impacto en el flujo de los yacimientos es proporcional al grado de importancia que presenten. Los yacimientos en general son heterogéneos, y dicha heterogeneidad se debe a su litología, textura, presencia de fracturas, fallas, efectos diagenéticos,

etc. Así se pueden identificar siete tipos básicos de heterogeneidades, referidas a diferentes escalas de magnitud y pueden ser de origen estratigráfico, diagenético o estructural principalmente.

Las heterogeneidades de pequeña escala, se pueden reconocer en núcleos. Se relacionan a la laminación y estratificación cruzada y características del medio poroso. Las heterogeneidades a grande escala, son los tipos más importantes de discontinuidades internas del yacimiento, las cuales representan trayectorias favorables a los fluidos, barreras, y zonas con contrastes bien marcados de permeabilidad. Su impacto en la dinámica del yacimiento puede ser muy fuerte.

Los límites de las unidades representan discontinuidades estratigráficas, donde el potencial de sello es variable y generalmente esta relacionada a múltiples factores. Las fracturas naturales representan un tipo en particular de las heterogeneidades de los yacimientos, se encuentran en todas las escalas, desde pequeña escala, microfracturas y estilolitas, hasta megaescala como fallas regionales.

Los fluidos del yacimiento están en equilibrio hidráulico y son distribuidos verticalmente de acuerdo a su densidad, presión y temperatura. La interfase entre los fluidos es horizontal, y si el yacimiento está hidráulicamente conectado, los pozos tendrán esos contactos a la misma profundidad. Bajo condiciones normales, las variaciones tienden a ser homogéneas y a desaparecer con el tiempo. La difusión y convección son procesos lentos que actúan continuamente desde el momento en que el yacimiento se forma, también son los principales mecanismos responsables para homogeneizar las variaciones de la composición del agua de formación.

Las pruebas de pozo tradicionalmente fueron pruebas para determinar el flujo de fluidos de producción, daños del pozo y algunos parámetros básicos del yacimiento, como presión y permeabilidad. Actualmente las pruebas de pozo es una disciplina poderosa en la caracterización de yacimientos. El análisis de pruebas de pozo puede representar una fuente importante de información acerca de la estructura interna del yacimiento. Así también el objetivo de una prueba en multi-pozos, es propicia para verificar la conectividad hidráulica entre los pozos y el yacimiento.

2.3 Modelo Petrofísico Integrado

El flujo de fluidos tiene lugar en una red interconectada de espacios de poro. Las características y las propiedades de esta red porosa están relacionadas con la distribución original del tamaño de los granos de la roca del yacimiento. La comprensión de la estrecha relación existente entre la red de poros, las propiedades de la roca y el flujo constituye la piedra angular de cualquier estudio de un yacimiento.

Para establecer un modelo petrofísico en un yacimiento se requiere transitar por dos etapas. En la primera etapa, conocida como *evaluación petrofísica*, a partir de mediciones en núcleos y de registros geofísicos, se aplican diversos procedimientos de interpretación y estimación de las propiedades petrofísicas: porosidad (ϕ), saturación de agua (S_w) y permeabilidad (K). El resultado de esta etapa es un modelo petrofísico a escala de pozo.

Mientras que en la segunda etapa se emplean un número de técnicas, principalmente geoestadísticas, que integran de manera sistemática el modelo geológico, la petrofísica previamente obtenida a escala de pozo y la sísmica con el fin de derivar modelos en dos y tres dimensiones de distribuciones de las propiedades petrofísicas de manera que describan correctamente su variabilidad espacial a escala de yacimiento.

En aras de ser específicos en lo sucesivo, nos restringiremos sin pérdida de generalidad, a la descripción de los aspectos metodológicos que involucran a la modelación de la propiedad petrofísica porosidad.

Evaluación petrofísica

La porosidad se define como la relación entre el volumen de espacio de poro y el volumen de grano de la roca del yacimiento. Es un parámetro adimensional y puede ser expresado en fracción o por ciento.

Desde el punto de vista del proceso responsable de la formación de la porosidad se clasifica fundamentalmente en dos tipos:

- **Primaria:** es la porosidad original después de la deposición de los sedimentos y su compactación inicial.
- **Secundaria:** debida a los esfuerzos tectónicos (fracturas, stylolytes y joints) y a la circulación del agua subterránea (disolución, recristalización, lixiviación y dolomitización). Es más importante en rocas carbonatadas debido a su fragilidad y relativa solubilidad.

Otra clasificación tiene que ver con la conectividad de los poros:

- **Total:** incluye toda la porosidad.
- **Efectiva:** es la interconectada.

Según la clasificación de Choquette y Pray (1970), existen siete tipos de porosidades en dependencia de su origen y su escala: interparticular, intraparticular, intercristal, moldica, fenestral, fracturas y vugular.

Datos de Núcleo

Para evaluar la precisión y la representatividad de los datos en núcleos se debe tener en cuenta los siguientes puntos:

- a) Precisión
- b) Volumen de soporte
- c) Fracturas
- d) Condiciones de la medición

Registros geofísicos

Sónico: mide los trenes de onda acústica en formaciones rocosas. La velocidad de las ondas compresionales es una función de la rigidez y la densidad del material: mientras sea mayor su rigidez y menor su densidad, mayor será la velocidad. Mientras que la porosidad tiende a disminuir la rigidez de la roca y por lo tanto, es inversamente proporcional a la velocidad. En presencia de gas se sobreestima la porosidad. Puede servir en rocas carbonatadas para la estimación de la *porosidad secundaria* ya que la onda tiende a seguir el camino más corto interconectado a través de la roca ignorando las fracturas y los vugulos, por lo que si se cuenta con un registro de densidad-neutrón la diferencia entre ambos puede ser un indicador cualitativo del grado de la *porosidad secundaria*. Se estima usando la fórmula de Willye:

$$\phi = \frac{(t - t_{ma})}{(t_f - t_{ma})},$$

donde t_f, t_{ma} – tiempo de viaje en el fluido y en la matriz

Densidad (Rayos Gamma): ofrece un estimado de la densidad bruta de la roca mediante la medición de la atenuación de los rayos gamma entre una fuente y un receptor. Los rayos gamma se dispersan y se absorben en la formación como una función de la densidad de electrones de la formación, la cual está cercanamente relacionada con la densidad bruta. Cuando está la formación saturada de gas o de hidrocarburo ligero se puede sobreestimar la porosidad. A diferencia del registro sísmico el de densidad es un estimado de la **porosidad promedio total**. Se usa para su cálculo la fórmula:

$$\phi = \frac{(\rho_{ma} - \rho_b)}{(\rho_{ma} - \rho_f)},$$

donde $\rho_b, \rho_f, \rho_{ma}$ densidad de grano, del fluido y de la matriz

Neutrón: mide la tasa de absorción de la formación de neutrones rápidos emitidos continuamente por una fuente radioactiva. Los neutrones son frenados por la colisiones con núcleos (hidrógeno), por lo que la población de neutrones es inversamente proporcional a la porosidad, ya que en formaciones limpias todo el hidrógeno está contenido en los fluidos dentro de los poros. Como el registro de densidad es un estimador de la **porosidad total** de la formación. Combinado con el de densidad permite la determinación de la porosidad sin tener que conocer la litología, por lo que representa (densidad / neutrón) la técnica aún más comúnmente usada.

Resonancia Magnética Nuclear (NMR): Se emite un fuerte pulso de campo magnético a la formación. Su medición es independiente de la litología y es un reflejo de la porosidad efectiva. En los carbonatos permite distinguir entre la porosidad intercrystalina y la de vugulos.

Integración de Mediciones de Núcleo y Registros

Un procedimiento general para la estimación de la porosidad es difícil de definir ya que depende de tipo de datos disponibles y del tipo de yacimiento bajo estudio, pero debe incluir los siguientes puntos:

- Revisar toda la información de núcleo disponible prestando atención al tipo de técnica usada.

- Eliminar los que sean no confiables.
- Revisar todos los registros, comprobar la calidad de los datos, eliminar los que no satisfagan los requerimientos mínimos. Verificar la respuesta de la herramienta en marcadores litológicos (ejemplo: arcillas) y aplicar de ser necesario la calibración y/o normalización de las curvas.
- Calcular los perfiles de porosidad para todos los pozos que posean registros confiables.
- Establecer la correspondencia en profundidad de los registros con los núcleos.
- Comparar los valores de registros y núcleos mediante un gráfico de dispersión. Se pueden hacer correcciones tomando como referencia la información en núcleos.

Mayormente la porosidad no representa gran dificultad excepto: en los casos de litología compleja, ya que la mayoría de los métodos dependen del conocimiento de la misma o en yacimientos (fracturados) carbonatados, donde la porosidad secundaria (debido a las fracturas) representa un porcentaje significativo de la porosidad total.

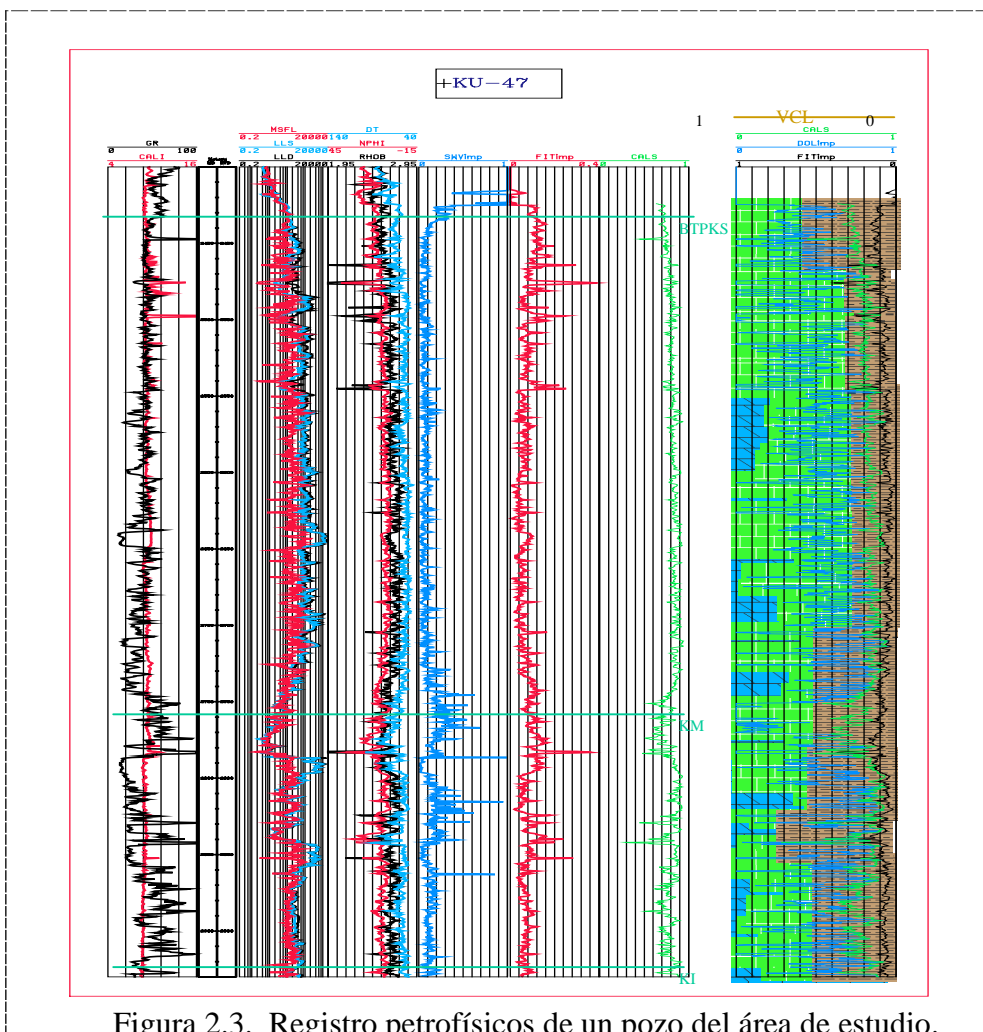


Figura 2.3. Registro petrofísicos de un pozo del área de estudio.

Distribución de las Propiedades Petrofísicas

Esta etapa consiste en el análisis de la variación lateral de las propiedades petrofísicas con el propósito de poder generar distribuciones 2D y 3D a la escala de yacimiento (figura 2.3). Durante muchos años únicamente se usaron métodos de interpolación para este fin, pero en los últimos 10 años se ha incrementado la aplicación de técnicas geoestadísticas que permiten integrar diferentes fuentes de información, en particular la sísmica en 3D a través del uso de los atributos sísmicos.

Partiendo de la interpretación petrofísica disponible a nivel de pozo, posiblemente promediada en cada sección vertical (en las capas del yacimiento), la distribución espacial de la porosidad puede ser obtenida de diferentes maneras.

Interpolación 2D

- Método de distancias inversas al cuadrado.
- Es un método sencillo e intuitivo.
- No es óptimo.
- Kriging Ordinario.
- Es óptimo pues toma en cuenta la correlación espacial para minimizar la varianza del error.
- En ambos casos los resultados son muy suavizados si no se posee una información lateral densa.
- Simulaciones Estocásticas (Geoestadísticas) condicionadas a los datos en los pozos y restringidas por el modelo de facies.
- Reproducen la heterogeneidad y la variabilidad espacial de los datos.
- Múltiples modelos igualmente probables.

Integración con la Sísmica

La sísmica es la única fuente directa de información sobre la región entre los pozos. Antiguamente su uso estaba limitado a la delimitación estructural del yacimiento, pero en la actualidad ofrece una información muy importante para la caracterización del yacimiento. Su empleo es a través de algún atributo sísmico que esté correlacionado con la propiedad petrofísica de interés, en este caso porosidad, mediante la aplicación de un modelo de regresión o de estimación conjunta: Cokriging o de alguno de los métodos alternativos al Cokriging como son: Cokriging Colocado y Kriging con Deriva Externa.

El procedimiento sigue los siguientes pasos:

Calibración: Los datos sísmicos deben ser calibrados verticalmente y arealmente con la información de pozo. Para esto se usan: registros sísmicos, Perfiles Sísmicos Vertical (VSP) y checkshot velocity surveys.

Identificación del Atributo Sísmico: Amplitud, impedancia acústica, etc, pero debe estar fuertemente correlacionado con la porosidad. Existe el riesgo de aceptar correlaciones falsas o espurias cuando hay pocos datos de pozo.

Predicción: se aplica regresión, Cokriging o de alguno de sus métodos alternativos.

Validación Cruzada: Se estiman quitando uno a uno los pozos y se estiman los valores usando el resto, luego se calcula alguna medida del error.

Distribución 3D

Empleo de modelos geocelulares (mallas en 3D) y de la geoestadística.

Hay dos enfoques para la modelación geoestadística de la porosidad:

Estimación Directa: Se modela directamente a partir de un número de perfiles verticales de porosidad en los pozos y una función de correlación espacial.

Modelación en dos Etapas: Primero se obtiene un modelo litológico en 3D usando un grupo selecto de facies, y luego se modela la porosidad dentro de cada litofacies.

Observación: Se debe hacer notar que la integración de la información sísmica en 3D es un problema difícil debido a que su resolución vertical es mucho más pobre que la típica escala vertical de la descripción geológica. Aún no existen métodos satisfactorios para realizar esta integración.

3. Contexto Geológico del Área de Estudio

La información empleada en este estudio proviene de los campos Ku, Zaap y Kutz (Cantarell), localizados en la plataforma continental del Golfo de México, frente a las costas del estado de Campeche. Estos campos están formados por trampas de tipo estructural con espesores netos de más de 300 metros de roca productora. Se localizan aproximadamente a 100 kilómetros al noroeste de Ciudad del Carmen, Campeche, con un tirante de agua de 30 a 50 metros. Por su nivel de producción de hidrocarburos pesados y sus reservas probadas estos campos son considerados dentro de los campos más importantes de México, (figura 1.1).

El complejo Ku-Maloob-Zaap ocupa el tercer lugar en importancia en México, en términos de reservas probadas de aceite. Presenta horizontes productores de hidrocarburos en carbonatos dolomitizados del Jurásico Superior Kimmeridgiano, brecha calcárea dolomitizada del límite Cretácico Superior – Paleoceno Inferior y calcarenitas del Eoceno Medio.

Los campos que conforman el citado complejo tienen un área de 121 kilómetros cuadrados, con más de 60 pozos perforados y una reserva de producción para enero del 2003 de 4177.4 millones de barriles de aceite y 1771.9 miles de millones de pies cúbicos de gas natural. El hidrocarburo que producen es aceite pesado con rangos de densidad de 12 a 25 grados API, (PEMEX, Exploración y Producción, 2003).

Con información geológica recabada en los pozos terrestres del área Chiapas –Tabasco y levantamientos sísmicos en la zona marina de la Sonda de Campeche, se comenzó con la perforación de pozos exploratorios marinos, uno de los primeros fue el pozo Chac -1 en 1974, el cual identificó el horizonte productor de la brecha del Cretácico Superior – Paleoceno Inferior. El potencial productor de las calcarenitas del Terciario (Eoceno Medio) quedó de manifiesto con la perforación de pozos exploratorios y de desarrollo en la región de los campos Ku, Maloob y Zaap. En 1981 se terminó de perforar el pozo Ku-89, con una producción de 22000 barriles de aceite diarios. En 1983 se perforó el pozo Ku-407, el cual, interceptó la roca del Kimmeridgiano, con 5600 barriles de aceite y 75300 pies cúbicos de gas. En 1986 se perforó el pozo Ku-10, cortando las calcarenitas del Eoceno Medio, con una producción de 2800 barriles de aceite y

14200 pies cúbicos de gas natural. El aceite producido por estos pozos, es pesado con una densidad de 16 grados API.

3.1 Estratigrafía

Originalmente, la corteza continental del Caribe y Golfo de México formó parte del gran “Continente Pangea” hasta que se presentaron las primeras incursiones marinas que en esa región iniciaron en donde hoy se localiza el estado de Oaxaca y continuaron hasta la apertura del Golfo de México, (Schlumberger, 1984). De acuerdo con Cantú-Chapa (2001), la región oriente de México constituía la margen occidental de Pangea desde el Pérmico hasta el Jurásico Medio, y el Golfo de México no existía para ese intervalo de tiempo. Este mismo autor presenta evidencias bioestratigráficas y biogeográficas para determinar los límites paleogeográficos entre secuencias sedimentarias, las capas rojas, rocas intrusivas o metamórficas localizadas al oriente de México; así también establece las rutas por las cuales ocurrieron las incursiones marinas y la mayor transgresión del Jurásico Medio y Superior que cubrió a México y el sureste de los Estados Unidos. Cantú-Chapa (2001.) también comenta que si el bloque de Yucatán estaba unido al Sur de Estados Unidos durante el Triásico al Jurásico Medio, entonces la separación podría haber sido antes del Jurásico Superior Oxfordiano con la llegada de la transgresión marina y su correspondiente fauna, desde el territorio mexicano preexistente hacia el área de Louisiana, Campeche y Cuba.

La columna estratigráfica de la figura 3.1, determinada por los pozos perforados en el área, reporta edades desde el Jurásico Superior Oxfordiano al Reciente, con un espesor aproximado de 6,000 metros. El paquete de rocas sedimentarias está constituida por rocas que incluyen evaporitas para el Jurásico Superior Oxfordiano, rocas carbonatadas para el Jurásico Superior Kimmeridgiano, calizas arcillosas y bituminosas en el Jurásico Superior Tithoniano, dolomías y calizas arcillosas en el Cretácico Inferior y Medio y una brecha sedimentaria formada por clastos angulosos de caliza y dolomía de edad Cretácico Superior - Paleoceno Inferior (límite Cretácico - Terciario). El Terciario lo constituyen grandes espesores de arcillas alternadas con limolitas, areniscas y carbonatos. El Reciente está formado por una alternancia de capas de arcillas y

arenas poco consolidadas. La columna sedimentaria descansa sobre un basamento de tipo ígneo-metamórfico, el cual fue alcanzado en los pozos Yucatán-1 y 4 (Santiago Acevedo, et. al, 1984).

El evento orogénico Pérmico-Triásico da origen a una paleotopografía particular de horts y grabens, y se caracteriza por una secuencia de areniscas y limolitas de coloración rojiza (Santiago Acevedo, et. al, 1984). Durante el Kimmeridgiano continuó la transgresión sobre el área continental de Yucatán. En cambio, en la Sonda de Campeche se depositaron carbonatos con alternancia de terrígenos finos, de ambientes someros, propiciando condiciones favorables para generar el magnesio de las micro-dolomías y macro-dolomías. En el Tithoniano cambian las condiciones de sedimentación en la Sonda de Campeche, como resultado de la transgresión; los ambientes marinos someros del Kimmeridgiano pasan a ambientes profundos, depositándose arcillas y carbonatos con alto contenido de materia orgánica. Se crea una plataforma calcárea en el área de Yucatán, con sedimentación de ambientes predominantemente de laguna hacia su interior y de borde de plataforma en la periferia; esto ocurre en el Cretácico Temprano y continúa durante todo el Cretácico.

Estudios de pozos de la Sonda de Campeche y de secciones medidas en afloramientos en la región sur de México, Grajales Nishimura, et. al (1999) y Murillo Muñetón, et al, (2002), presentan a la sucesión sedimentaria del límite Cretácico – Terciario (K/T) como un depósito claramente graduado de material grueso a fino y definen su estratigrafía en cuatro unidades: (1) La parte inferior está compuesta por una brecha de grano grueso con un espesor mayor a 300 metros. Presenta una estructura masiva de pobre a moderada, de litoclastos de carbonatos de 1 a 10 cm. de diámetro, en ocasiones con fragmentos de más de 30 cm; los fragmentos son de angulares a redondeados y derivados de ambientes de aguas someras, principalmente de plataforma interna y de margen de plataforma. (2) unidad con espesor de 10 a 20 metros; formada por una brecha de fragmentos de carbonatos subangulares en tamaños de medio a fino (0.1 a 1 cm.), intercalado con material de expulsión. (3) unidad compuesta por materiales finos arenosos, limosos y arcillosos; contiene minerales de impacto como cuarzo y feldespatos de choque, fragmentos de vidrio y de carbonatos. Esta unidad es impermeable con espesor variable entre 25 y 30 m. Y (4) unidad correspondiente a una brecha calcárea de grano fino a medio, con espesor aproximado de 10 metros; está compuesta por clastos de subangulares a subredondeados, de calizas y dolomitas en tamaños de 0.1 a 2.5 cm. Esta unidad se encuentra intercalada en la unidad 3 y su presencia no es constante en el área.

La sucesión sedimentaria del Cretácico Superior - Terciario Paleoceno (K/T) está cubierta por capas de caliza (mudstone) pelágicas interestratificadas con escasas y delgadas capas de brecha calcárea de grano fino de edad Paleoceno. Las rocas del límite K/T descansan sobre calizas pelágicas bioturbadas, con fósiles planctónicos, los cuales sugieren una edad del Cretácico Superior Mestrichtiano. Las relaciones estratigráficas anteriores dan soporte a la edad límite Cretácico Superior – Terciario Paleoceno (K/T) para la brecha calcárea en cuestión (Murillo Muñetón, et al, 2002).

La brecha de una secuencia de rocas carbonatadas puede darse de diferentes formas: como colapso de disolución de eventos de evaporita, soluciones de calizas (figura 3.2), fallamiento, impacto de meteoritos y formación de suelo. Particularmente, las brechas de caliza asociadas con evaporitas o soluciones de calizas resultantes de la porosidad, pueden formar ya sea un yacimiento de hidrocarburos o un horts para mineralización. La dolomitización puede cambiar significativamente la textura de la roca. En cristales de grano fino, la textura es fácilmente determinada, mientras que en cristales de dolomía de grano grueso, es difícil de determinar, (figura 3.3).

Las formaciones de estudio están constituidas por carbonatos dolomitizados afectados de manera importante y que han marcado un gran sistema de porosidad secundaria por cavidades de disolución y fracturas.

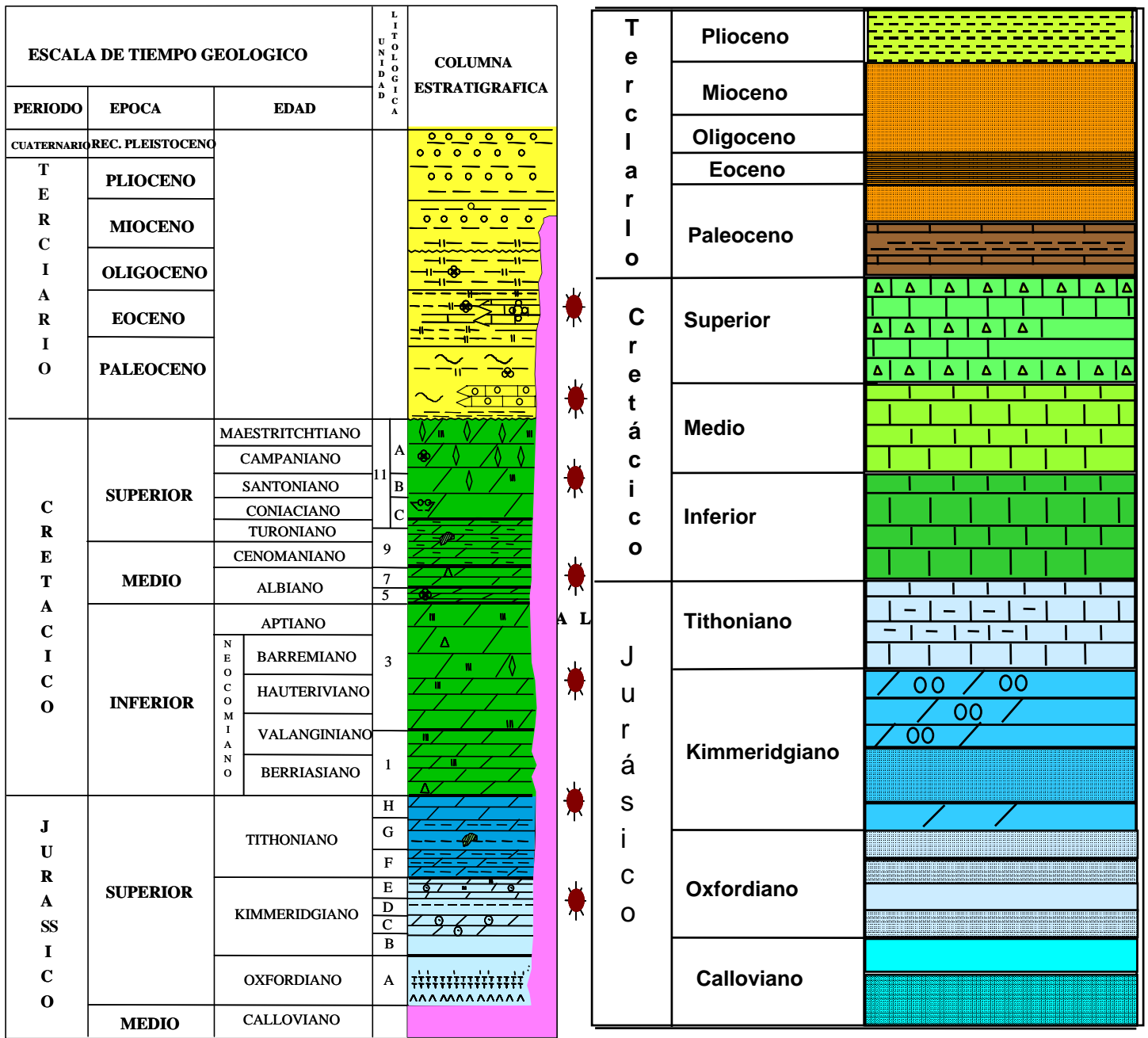


Figura 3.1. Columnas Estratigráficas de los campos Cantarell y Ku. Tomado de reporte de actividades. PEMEX, Exploración y Producción.

3.2. Tectónica

La región petrolera marina conocida como Sonda de Campeche, se localiza en lo que se denomina el cinturón calcáreo plegado Reforma-Akal, el cual está integrado por una porción continental y otra marina. Se ubica dentro de la llamada Cuenca del Sureste, la cual se encuentra flanqueada por las cuencas de Macuspana y la de Comalcalco, las cuales contienen sedimentos del Terciarios y su contacto con el cinturón plegado es mediante fallas normales sinsedimentarias, (Meneses de Gyves, 1980).

El cinturón plegado Reforma-Akal colinda con un elemento tectónico importante, que es la Plataforma de Yucatán, considerado un elemento cratónico estable desde finales del Paleozoico, cuyos márgenes han sido modificados extensamente desde su aislamiento en el Jurásico Temprano como una microplaca, ubicada entre las placas de América del Sur y de América del Norte. A partir del Jurásico Tardío este elemento ha sido cubierto por un espesor considerable de carbonatos (dolomía y caliza) y de evaporitas (yeso y anhidrita), y actualmente presenta un relieve prácticamente plano con numerosas evidencias de erosión kárstica, (Rosenfeld, 2002).

Se identifica cuatro eventos tectónicos deformacionales que han tenido mayor influencia en la región: (1) el evento de rifting (relacionado con la apertura del Golfo de México), desde el Triásico Tardío hasta el Jurásico Medio; (2) la colisión del bloque de Chortis en el Cretácico Tardío; (3) el impacto de un asteroide o cometa en el límite Cretácico-Terciario; y (4) el basculamiento del Bloque de Yucatán hacia el occidente desde el Cretácico hasta el Neógeno, (Rosenfeld, 2002).

Para el Terciario se identifica un cambio de régimen tectónico que da lugar a una cuenca de tipo “*foreland*”, durante la cual se acumula un espesor considerable de sedimentos terrígenos. Durante este evento tectónico compresivo se produjeron movimientos de bloques, fallas inversas, inyección de grandes volúmenes de sal de edad Triásico-Jurásico y se formaron estructuras anticlinales. Esta compleja historia tectónica da por resultado la formación de grandes estructuras anticlinales falladas con orientación dominante noroeste-sureste. Estas estructuras juegan un papel decisivo en la formación de los yacimientos petrolíferos de la Sonda de Campeche; ya que a partir de ellas, se producen las trampas de tipo estructural – estratigráfico.

Pacheco Gutiérrez (2002) planteó un modelo de deformación transpresiva miocénica, mediante el cual identifica estructuras anticlinales de dirección noroeste-sureste, fragmentadas, giradas y desplazadas a lo largo de una zona de fallamiento lateral derecho de dirección norte-sur. De entre las estructuras afectadas por este tipo de deformación y que constituyen yacimientos de importancia, cita los campos del Complejo Cantarell (campo Akal).

3.3. Geología Petrolera

Se han identificado tres principales sistemas generadores de hidrocarburos en la región: el Jurásico Superior Oxfordiano, el Jurásico Superior Tithoniano y el Mioceno (Terciario). Con base en estudios geoquímicos y correlaciones roca-aceite algunos autores (Holguín Quiñones, 1985 y Romero-Ibarra, et al, 2001) consideran al subsistema Tithoniano como el principal generador, con una aportación de más del 90% de las reservas probadas y de la producción acumulada. Estas rocas generadoras del Jurásico Superior Tithoniano corresponden a lutitas bituminosas y calizas arcillosas con un alto contenido de materia orgánica y de amplia distribución regional.

Las rocas almacenadoras comprenden rocas del Jurásico Superior Kimmeridgiano, del Jurásico Superior Tithoniano, del Cretácico Inferior y Medio, del límite K/T (brecha calcárea del Cretácico Superior – Paleoceno) y en menor grado los horizontes productores del Paleoceno y Eoceno Medio (PEMEX Exploración y Producción, 1999). La brecha calcárea de edad Cretácico Superior – Paleoceno (límite K/T) está formada por clastos angulosos de caliza y dolomía y con desarrollo de alta porosidad secundaria debido a fracturamiento y a la formación de disolución (vúgulos). Es la unidad que presenta las mejores características de almacenadoras y constituye la principal roca formadora de yacimientos de la región.

En cuanto al sello, éste está formado por una capa arcillosa y limolítica, dolomitizada e impermeable, la cual constituye la parte superior de la misma unidad de Brecha calcárea del límite K/T.

Referente al tipo de trampas, éstas son en su mayoría de tipo estructural, de forma anticlinal, asociadas a fallamiento normal e inverso y con cierres contra fallas o contra intrusiones salinas. Un ejemplo es la estructura del Campo Abkatún, la cual tiene un desarrollo de 18.5 kilómetros de largo por 5 kilómetros de ancho y con un cierre máximo de 900 metros. Se encuentra afectada por fallas normales e inversas con orientación perpendicular al eje de la estructura, lo que la secciona en diferentes bloques (PEMEX Exploración y Producción, 1999).

3.4. Brecha Calcárea del Límite Cretácico – Terciario

La metodología y el modelo de distribución de la porosidad que se muestran en el presente trabajo, se llevaron a cabo utilizando información del horizonte productor más importante de la región Marina Sonda de Campeche, es decir, se implementó para la brecha del límite Cretácico Superior - Terciario. Por esta razón, se darán más detalles del contexto geológico de dicha unidad productora de hidrocarburos.

La brecha calcárea del límite Cretácico Superior – Terciario, es parte de una sucesión sedimentaria que contiene características estratigráficas, sedimentológicas y mineralógicas que sugieren un origen genético asociado al impacto de un meteorito, conocido como Chicxulub, en el norte de la Península de Yucatán (Grajales Nishimura, et al, 2000; Murillo Muñetón, et al, 2002).

Existen diversos mecanismos para la formación de brechas calcáreas. Estos mecanismos incluyen el fallamiento asociado a eventos tectónicos, procesos diagenéticos de disolución y colapso y, flujos de escombros submarinos. Algunos autores como Meneses (1980), Santiago Acevedo, et al. (1984) y Murillo Muñetón, et al, (2002), sugieren que el material que forma la brecha es material producto de la acumulación de fragmentos de rocas carbonatadas en un ambiente de pie de talud, en el margen occidental de la plataforma de Yucatán. En cuanto al origen de la brecha, ésta se relaciona con el colapso de dicho margen de la plataforma de Yucatán, como consecuencia de un gran sismo resultante del impacto de un meteorito (conocido como Chicxulub), ocurrido hace

aproximadamente 65 millones de años (límite K/T), en lo que ahora corresponde con la parte norte de la península de Yucatán (Grajales Nishimura, 2001; Murillo Muñetón, 2002).

La brecha del límite K/T presenta alta porosidad secundaria por disolución y fracturamiento, alcanzando valores de porosidad de hasta 20 por ciento. De acuerdo con Grajales Nishimura, (2001), la brecha calcárea presenta tres tipos de porosidades: el primer tipo es la porosidad primaria y/o secundaria de ambientes someros, dada en los fragmentos que forman la brecha, fragmentos de caliza de facies lagunales, facies de intermarea – supramarea y es producto de la disolución de foraminíferos bentónicos y fragmentos evaporíticos. El segundo tipo es porosidad creada en un ambiente diagenético de sepultamiento profundo (más de 2 kilómetros). Es generada por disolución por presión, dando lugar a vóculos asociados a estilolitas y, por disolución por circulación de fluidos ácidos y/o alcalinos que originan vóculos como producto de disolución de fragmentos de carbonato y evaporitas inestables. El tercer tipo de porosidad es asociada a fracturas. Se reconocen fracturas formadas por sepultamiento, parcialmente cementadas, asociadas a estilolitas originadas por liberación de agua. Además se presentan fracturas no cementadas, asociadas con eventos tectónicos que formaron las estructuras de los yacimientos, estas se caracterizan por estar impregnadas de hidrocarburos. Tienen origen post-diagenético de sepultamiento profundo, ya que cortan a los cementos dolomíticos. Su importancia consiste en que comunica a la porosidad formada previamente, por lo que incrementa la porosidad y la permeabilidad de la roca.

Las excelentes características de roca almacenadora de hidrocarburos de la brecha del subsuelo de la plataforma marina de Campeche, la han convertido en una de las unidades litoestratigráfica más importante del Sureste de México. De donde se extrae del 60 al 70 % de la producción nacional, principalmente del campo Cantarell (PEMEX, Exploración y Producción, 1999; Meneses de Gyves, 1980).



Figura 3.2. Núcleo de la brecha calcárea del límite Cretácico - Terciario, se observa la porosidad, cavidades de disolución y fracturamiento.

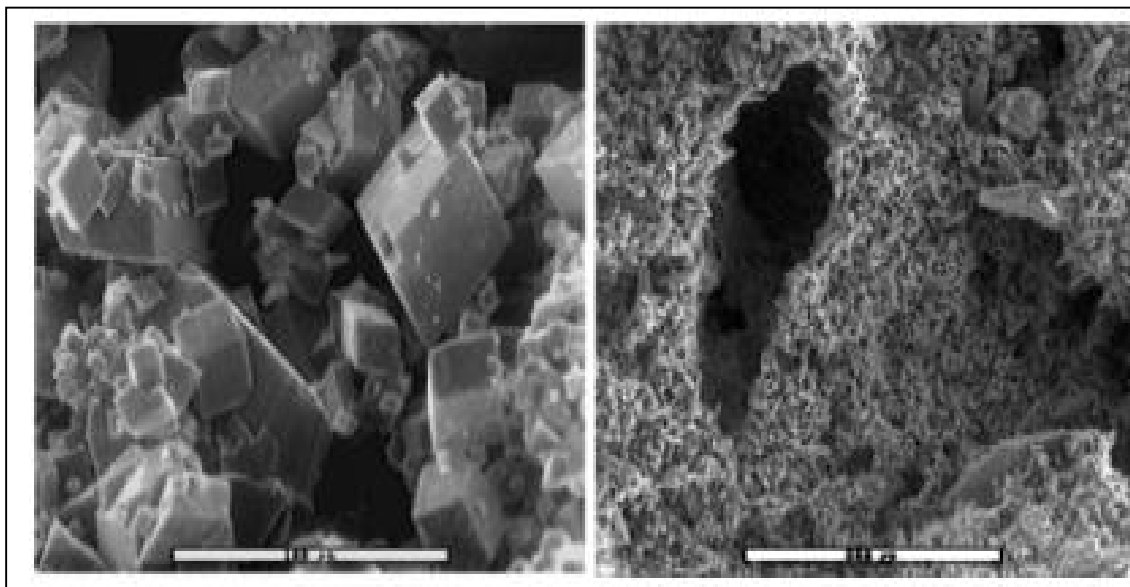
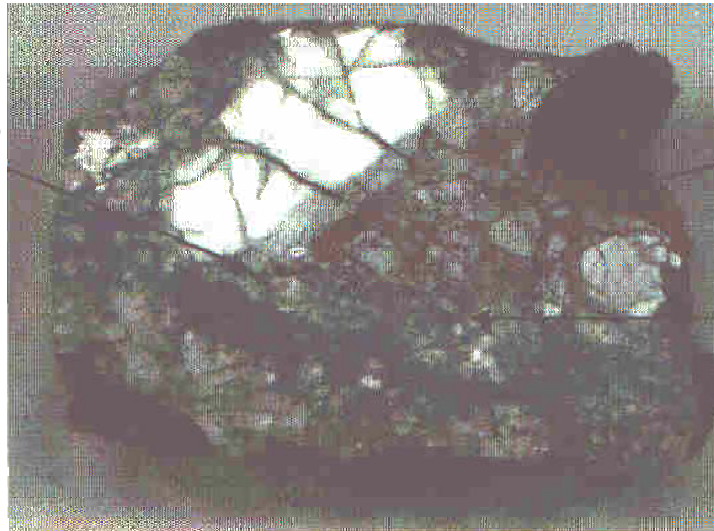


Figura 3.3. Fragmentos de roca de la brecha calcárea, muestran los cristales de roca, volumen de poros y porosidad.

a)

Vúgulo impregnado
de aceite pesado



Estilolitas
abiertas

Brecha intensamente
fracturada

b)

Clastos de mudstone

Impregnación de
aceite pesado en
fracturas y
estilolitas



Brecha sedimentaria

Clastos de dolomía

Figura 3.4. La muestra corresponde a la brecha calcárea del límite Cretácico Superior – Terciario y presenta diversos eventos de fracturamiento impregnadas de aceite pesado, vúgulos, estilolitas y clastos. a) Núcleo del pozo Cantarell 3001 y b) Núcleo del pozo Cantarell 2084.

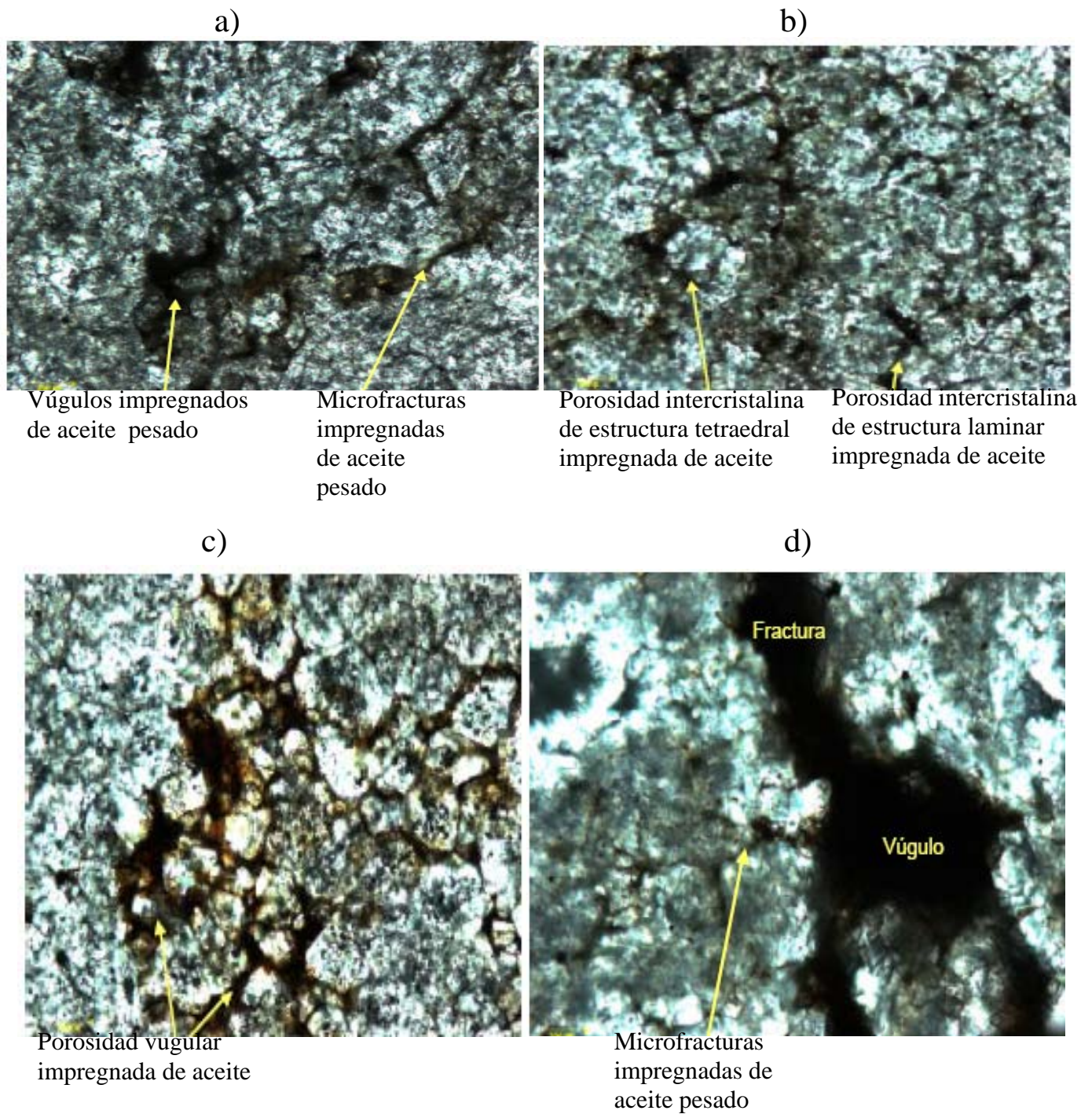


Figura 3.5. Núcleo del pozo C-1035D, corresponde a la brecha calcárea del límite Cretácico Superior – Terciario y presenta diversos tipos de porosidad. a) dolomía de color gris con porosidad de 6.53. b) micro a mesodolomía de color gris con porosidad de 6.0 %. c) lámina de microdolomía de color gris con porosidad de 5.93%, intercrystalina y vugular. d) microfracturas de 10 a 300 micras de abertura y vúgulos con porosidad de 19.4%.

4. Modelo Geológico

El área de estudio para el modelo geológico estructural se localiza frente a las costas del estado de Campeche, en el sureste de la República Mexicana, se ubica en la Plataforma Continental en lo que se denomina la Sonda de Campeche, figura 1.1.

La información con que se contó proviene de 40 pozos localizados de los campos petroleros de Ku-Zaap y parte de los campos Ixtoc y Kutz (esta área se llamará “A”). Dichos campos están situados aproximadamente a 100 kilómetros de Ciudad del Carmen, Campeche, entre las coordenadas $x = 558626$, $y = 2168289$ y $x = 609658$, $y = 2155291$, (figura 4.4).

Para el modelo geoestadístico se tomó un área menor que la anterior, situándose en las coordenadas; $x = 572972$, $y = 2158034$ y $x = 596381$, $y = 2156399$, (figura 4.8). Esta área la llamaremos “B”. Comprendiendo solo 35 pozos localizados en el campo Ku, con información de porosidad efectiva, porosidad secundaria, saturación de agua y volumen de arcilla.

4.1. Sísmico - Estructural

Interpretación sísmica

La información con la que se trabajó fue sísmica de baja resolución y datos de registros geofísicos de 35 pozos. Se recopiló la información sísmica, contactos geológicos, datos de pozos y se realizó el ajuste y calibración del sismograma sintético (reconstrucción de una traza sísmica en la dirección del pozo, mediante el registro sísmico y densidad), correlacionado con la sísmica, obteniéndose una gráfica de tiempo - profundidad (t-z), que se utilizó en la conversión a profundidad. La figura 4.1 indica el diagrama del procedimiento de la interpretación sísmica.

Para la elaboración del sismograma sintético (figura 4.1), se emplearon las curvas del registro geofísico de pozo, sísmico (Δt) y densidad (R_{ρ}), así como el perfil sísmico vertical (vsp) y check-shot, para siete pozos verticales. El vsp y el check-shot se integraron al sísmico, dando un registro más confiable desde la superficie hasta la profundidad total del pozo.

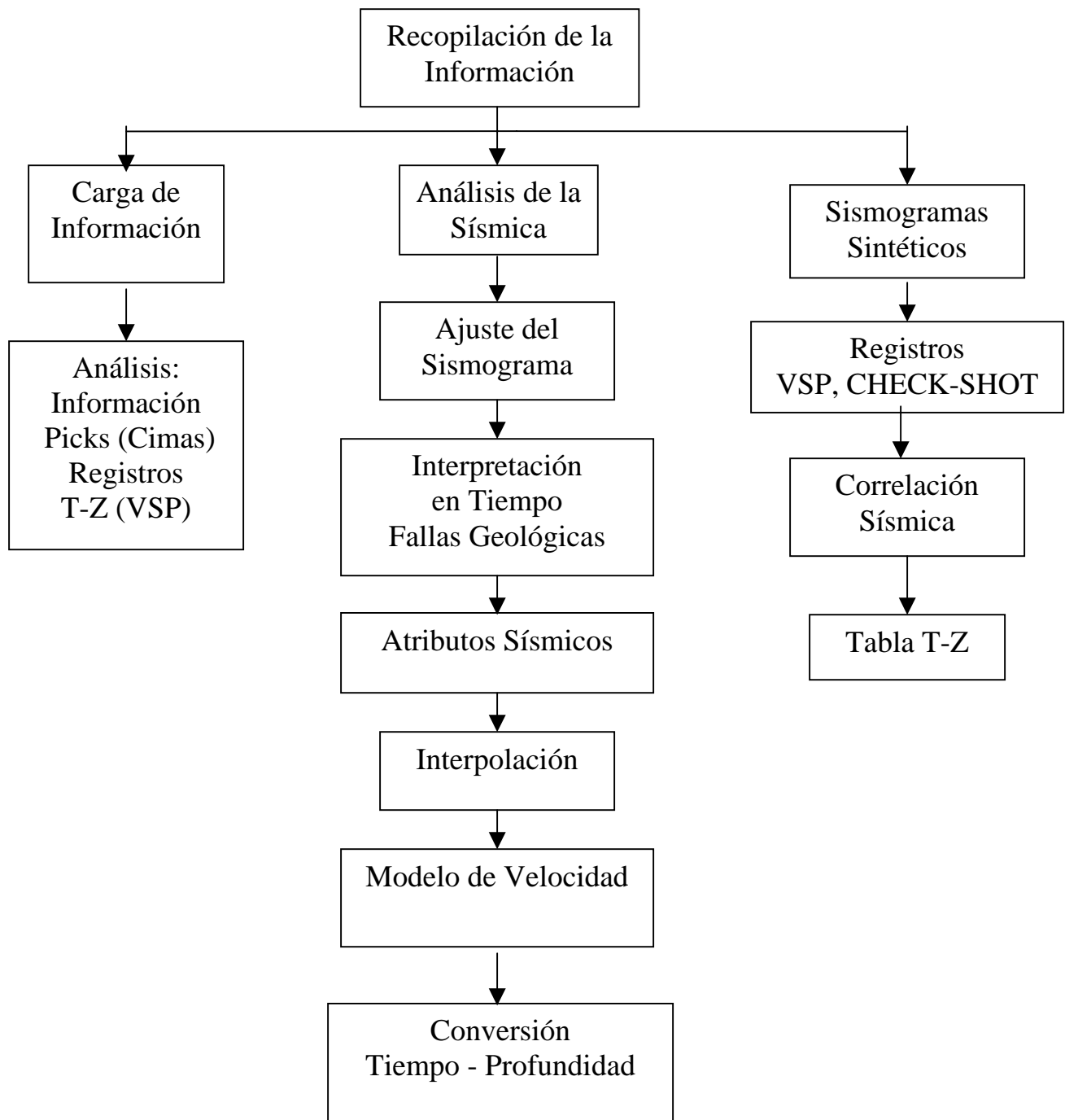


Figura 4.1 Diagrama para la Interpretación Sísmica

El registro de tiempo de tránsito sónico (Δt) es el inverso de la velocidad (micro-seg./pie), que al multiplicarlo con la densidad se obtuvo la impedancia acústica, con la cual, se calculó el coeficiente de reflexión, indicando los cambios de litología del subsuelo. El coeficiente de reflexión se convolucionó con una ondícula con ciertas características de frecuencia, amplitud y longitud de onda (generalmente el pulso de Ricker) con lo que resultaron eventos sísmicos primarios. Con los cuales, se calcularon los eventos sísmicos múltiples generados sobre la profundidad total del pozo, figura 4.2. El sismograma sintético es importante en la conversión tiempo-profundidad, en la identificación y correlación de eventos sísmicos primarios y múltiples, en la correlación sísmica con registros de pozo. La figura 4.2 muestra el ajuste y calibración del sismograma sintético de un pozo vertical. Se observa una buena correlación del sismograma con los datos sísmicos y la calidad de los datos de las curvas Δt y R_{hob} son buenas.

Se interpretó la cima de la Brecha del límite Cretácico-Terciario (BTPKS), las cimas del Eoceno Superior (ES), Eoceno Inferior (EI), Cretácico Medio (KM), Cretácico Inferior (KI), Jurásico Superior Tithoniano (JST) y Jurásico Superior Kimmeridgiano (JSK), como apoyo al modelo de velocidad utilizado en la conversión tiempo – profundidad (figura 4.3). De acuerdo con lo mostrado en la porción oriental de las secciones sísmicas, en el área de Bacab, al oriente del campo Ku, se presentan una serie de bloques divididos por fallas normales, que afectan hasta las rocas identificadas como del Jurásico Superior Tithoniano y subyacentes. Este patrón de fallas y disposición de bloques está asociado a esfuerzos tectónicos extensionales, que ocurrieron durante la apertura del Golfo de México, figura 4.3.

En la figura 4.4 se tiene una sección en tiempo (*time-slice*), donde se observa la estructura de la brecha (línea color amarillo), dos anticlinales (estructura Ku y Zaap) y un sinclinal, así como fallas que limitan las estructuras y funcionando como cierres estructurales. Con la interpretación de las trazas sísmica también se puede distinguir fallas de tipo regional o local, por ejemplo; una zona regional de cizalla o desplazamiento lateral derecha, que abarca las estructuras de Ku, Kutz, Zaap, Maloob y Ceeh.

Después de realizar la interpretación utilizando un muestreo abierto entre líneas y trazas sísmicas se continuó con la identificación del sistema de fallas asociadas a los horizontes trabajados. Las figuras 4.5, 4.6 y 4.7, muestran la interpretación sísmica-estructural en tiempo, interpolada y

suavizada de la Brecha (BTPKS), el KM y el KI respectivamente, con sus polígonos de fallas. Los pozos del campo Ku se localizan en un anticlinal limitados por fallamiento inverso y alto fracturamiento. La figura 4.8 muestra una configuración estructural en tiempo con sus respectivos polígonos de fallas para el horizonte productor Brecha (BTPKS).

Se encontró que la brecha productora de hidrocarburos para el área de estudio, tiene un espesor de alrededor de 300 metros, con valores de porosidad que va desde 5 al 15 por ciento y una alta permeabilidad que fluctúa entre 2 y 5 darcy's.

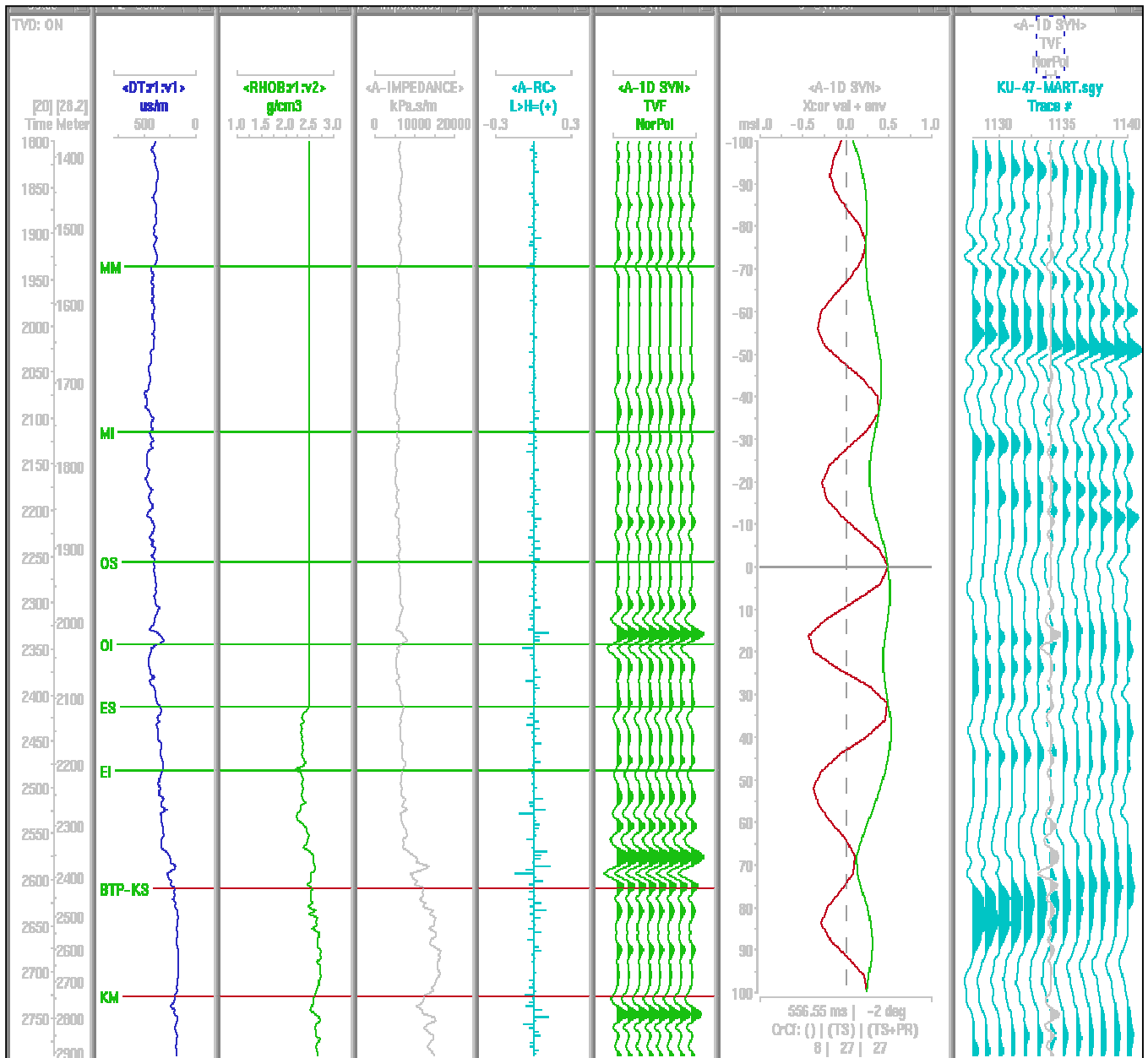


Figura 4.2. Sismograma sintético de un pozo vertical del área de estudio.

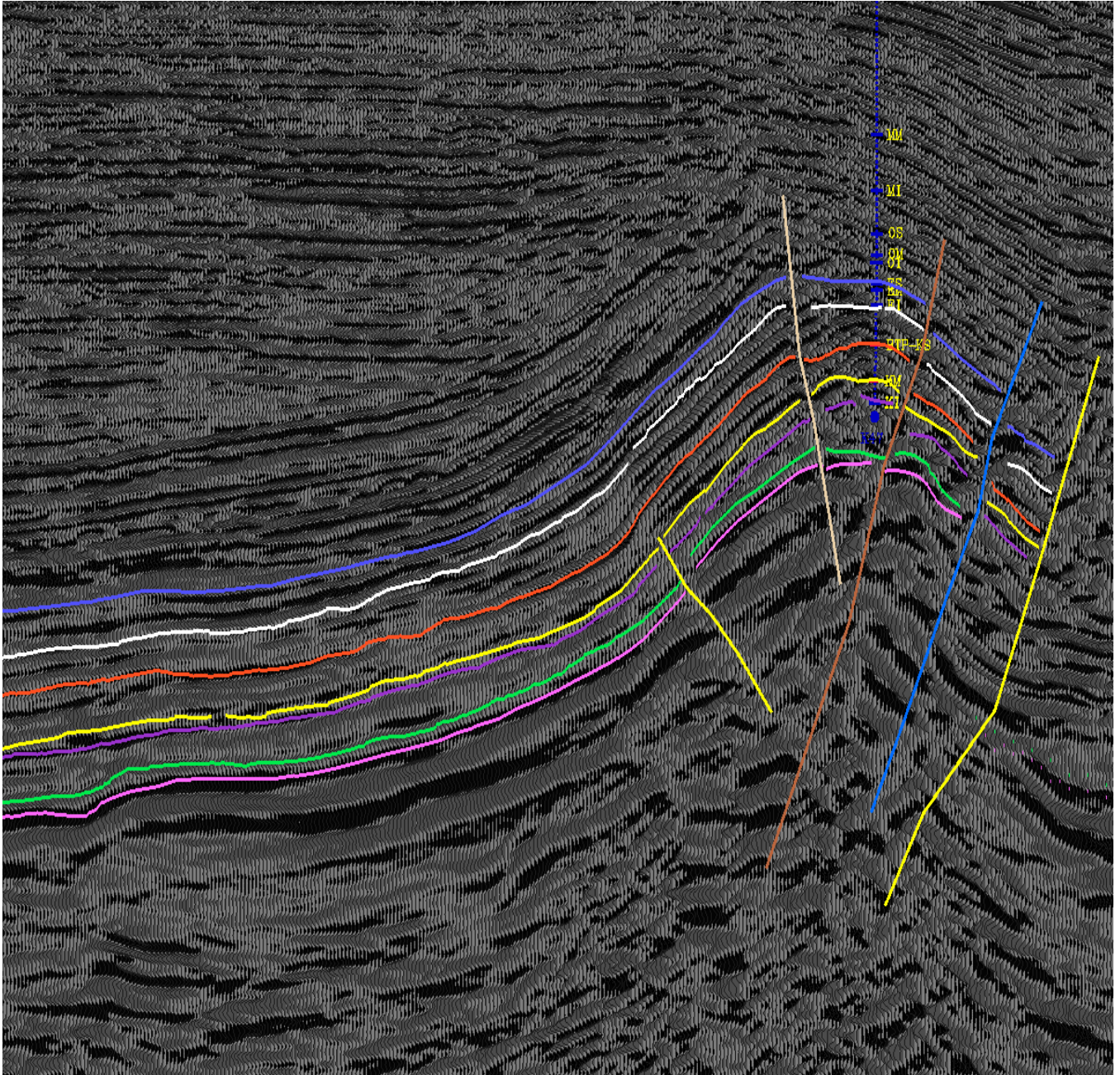


Figura 4.3. Líneas sísmicas interpretadas, donde se muestra la brecha (línea color rojo), la estructura del anticlinal con sus respectivas fallas y las líneas de apoyo en el modelo de velocidad y el modelo estructural.

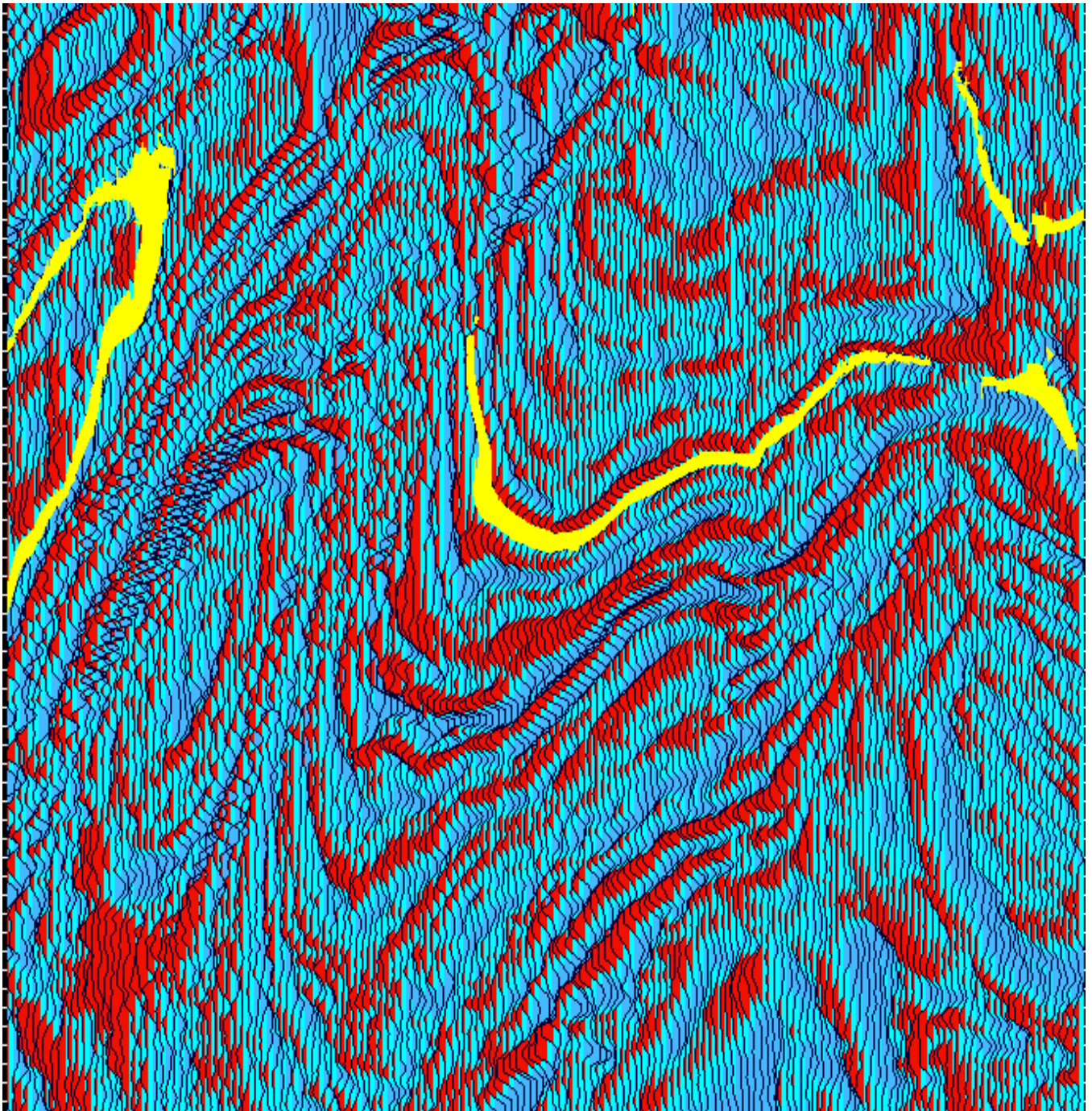


Figura 4.4. Sección en tiempo (*time-slice*) del área de estudio, el color amarillo corresponde al horizonte btpks, el cual, representa el anticlinal (dos en este caso) y el sinclinal.

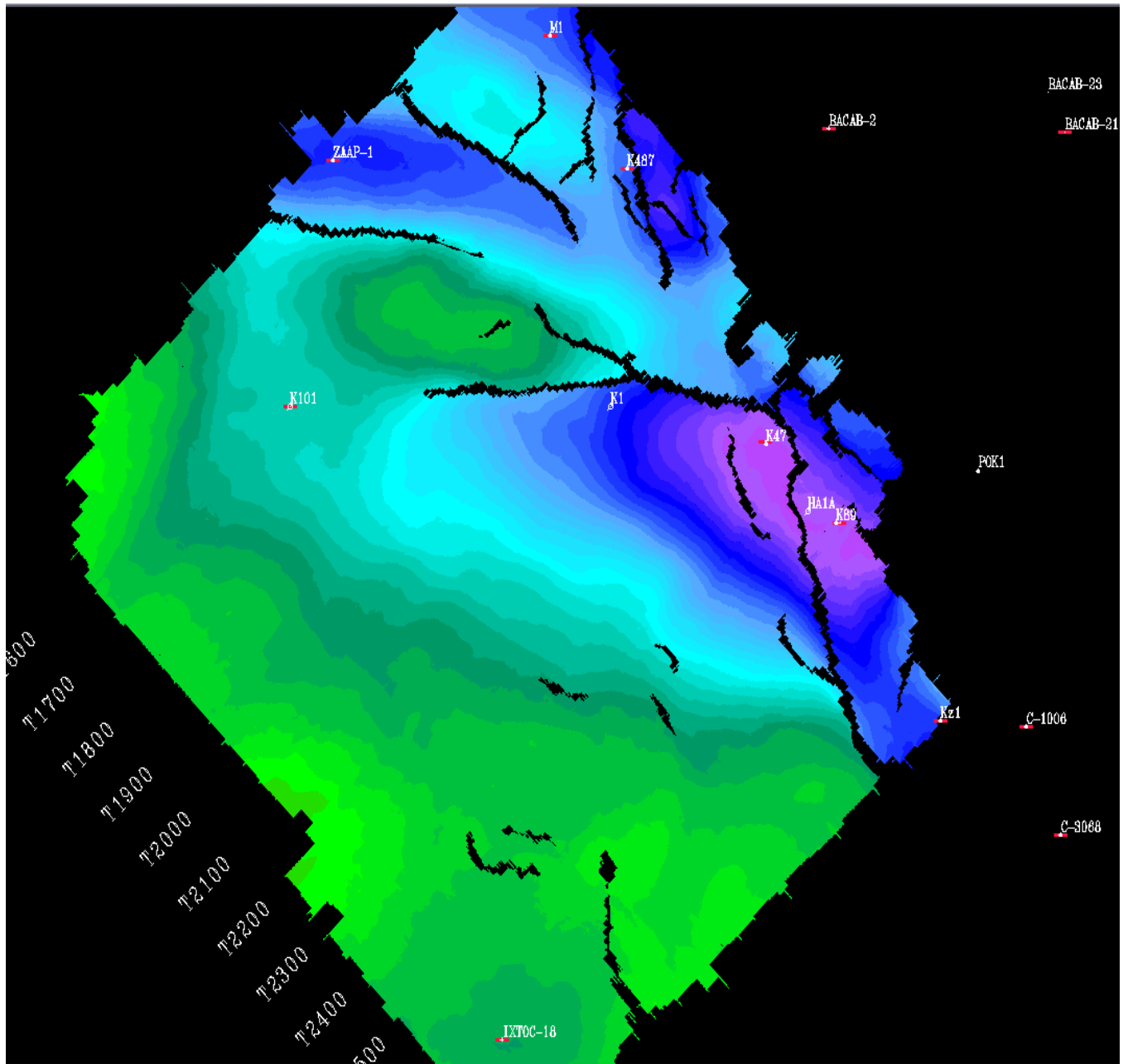


Figura 4.5. Interpretación sísmica-estructural interpolada en tiempo de la brecha, con sus respectivos polígonos de fallas. El color morado a azul es el anticlinal y el verde claro señala el sinclinal.

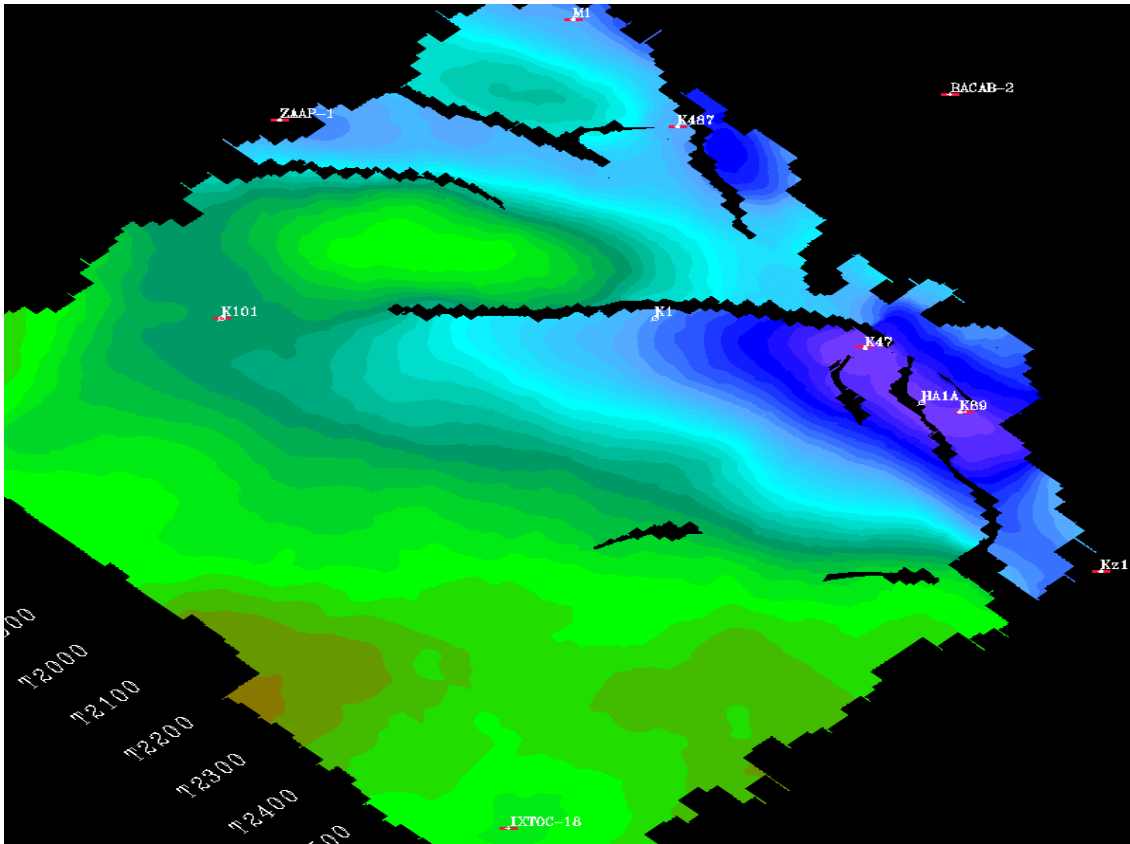


Figura 4.6. Interpretación sísmica-estructural interpolada en tiempo del KM.

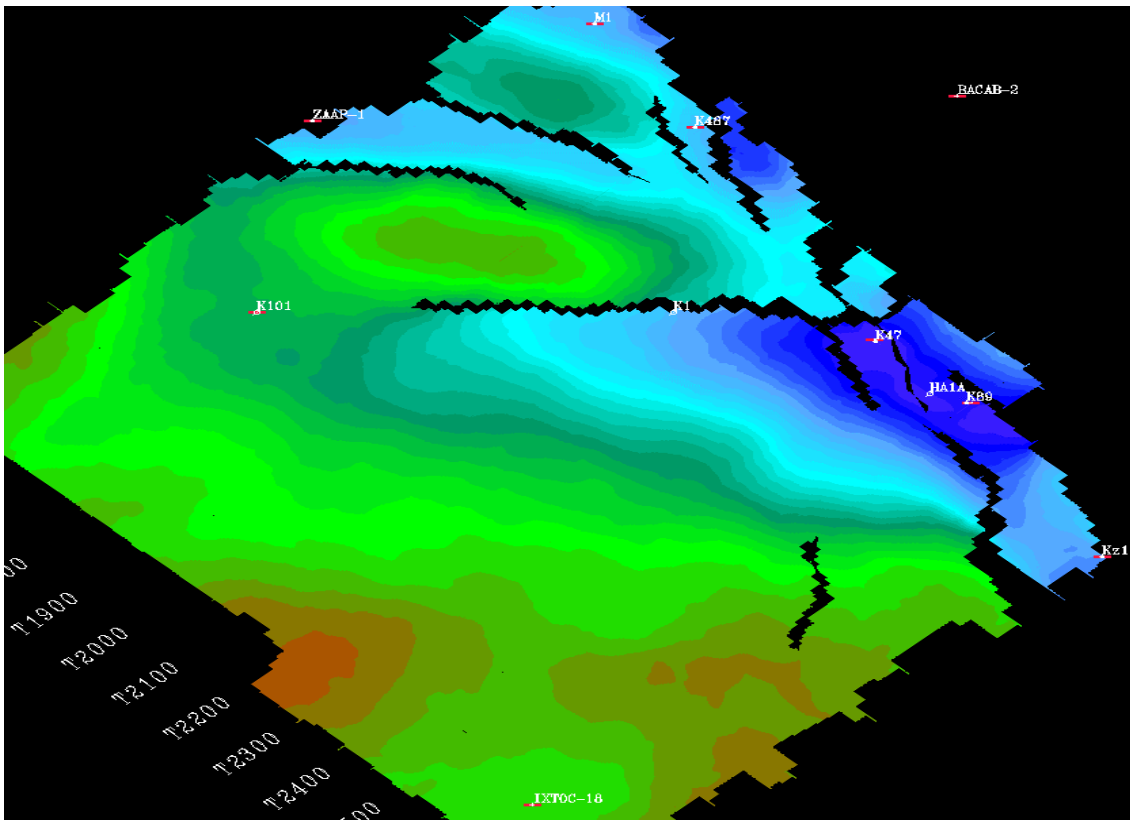


Figura 4.7. Interpretación sísmica-estructural interpolada en tiempo del KI.

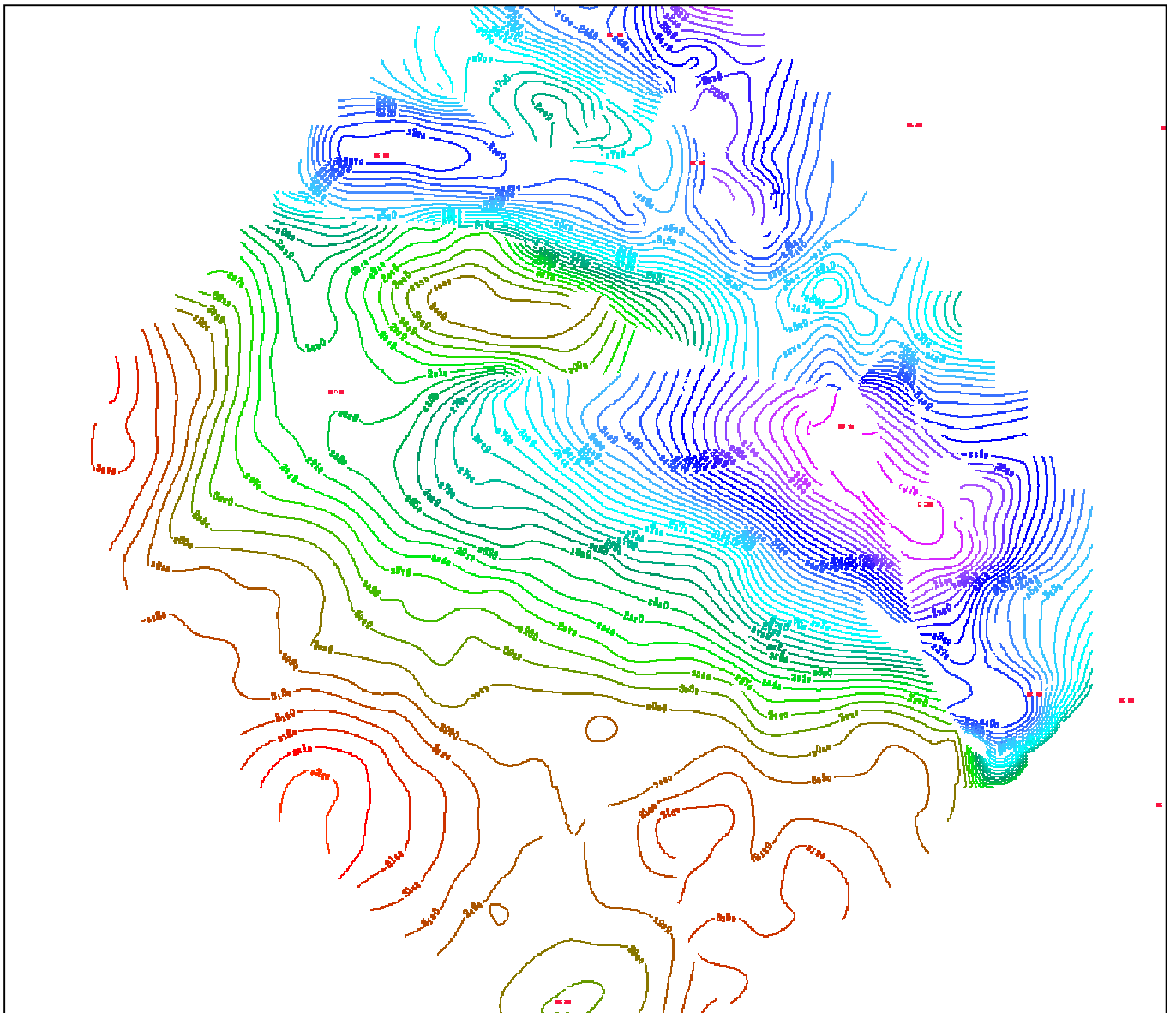


Figura 4.8. Configuración estructural en tiempo del horizonte productor Brecha (BTPKS). El color morado-azul son los anticlinales de Ku y Zaap y el verde a claro es el sinclinal. Se aprecian los cortes de las fallas en los límites del anticlinal y sinclinal.

Atributos Sísmicos

Los atributos sísmicos son mediciones específicas de características geométricas o estadísticas obtenidas de la sísmica. Se obtuvieron atributos sísmicos, como los de amplitud, frecuencia y fase, tanto en horizontes interpretados como en una ventana en tiempo con el fin de identificar rasgos estructurales y fallas geológicas. Con los atributos se identificaron fallas y discontinuidades muy difíciles de ver con la sísmica tradicional.

Entre los atributos que se obtuvieron de los datos sísmicos se encuentran; coherencia, impedancia acústica, varianza, etc., ya que miden la similitud entre trazas sísmicas, además algunos atributos reaccionan a cambios de porosidad de las rocas.

El obtener un atributo por si solo no es un indicador confiable de hidrocarburos y de heterogeneidades estructurales del yacimiento. Por lo que es necesario el cálculo de varios atributos, para que en conjunto den una idea fidedigna de los rasgos estructurales y del yacimiento de hidrocarburos.

El calculo de atributos como amplitud, frecuencia y fase no presentaron buena correlación con la porosidad. Por lo que fue extraído el atributo de impedancia acústica. Para esto, Se calculó un modelo de un cubo de velocidad, que al aplicarse a un cubo sísmico que comprenda la estructura de interés, Brecha (BTPKS), se obtiene un cubo de impedancia acústica. En la figura 4.9 se observa la correlación entre el atributo de impedancia acústica obtenida de los datos sísmicos y la distribución de porosidad calculada de los pozos, correspondiente a la Brecha (BTPKS).

En la figura 4.10 se muestra la distribución de anomalías de amplitud Raíz Cuadrática Media (RMS), para una ventana en tiempo, localizada entre el Eoceno y la Brecha del límite Cretácico Superior – Terciario. Los cambios que experimenta la onda sísmica al propagarse están relacionados con los cambios de los diferentes tipos de rocas del subsuelo, así como los elementos contenidos en la roca (gas, aceite, agua, porosidad, fracturamiento, etc.).

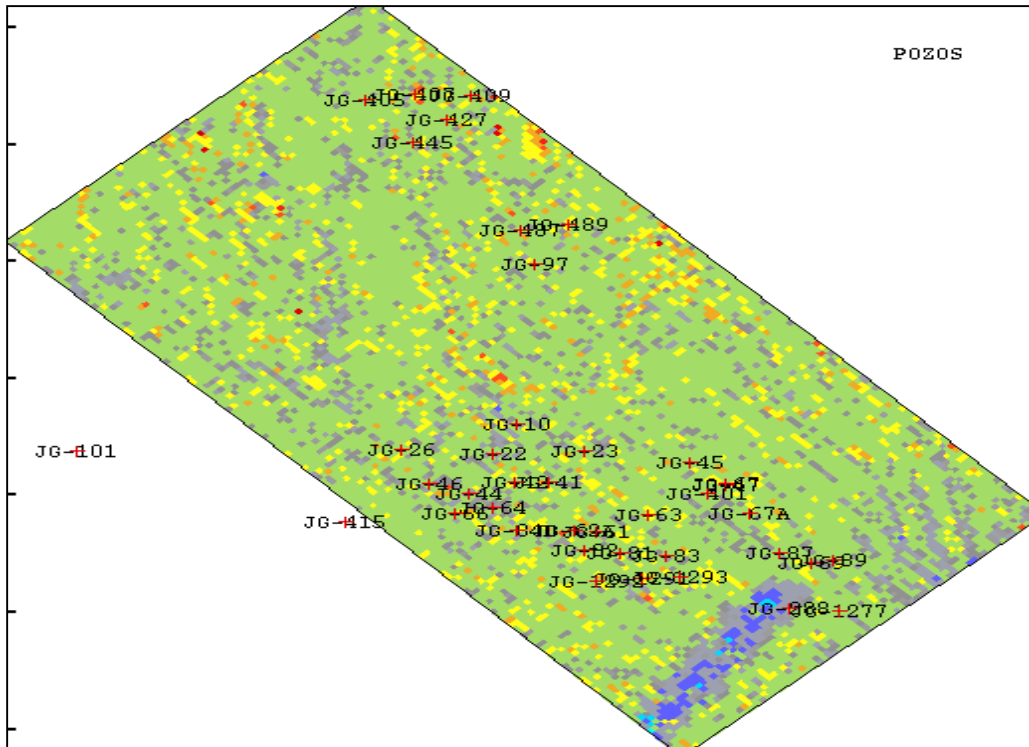


Figura 4.9. Se muestra la correlación entre el atributo de impedancia acústica y la distribución de porosidad correspondiente a la brecha del Límite Cretácico Superior – Terciario.

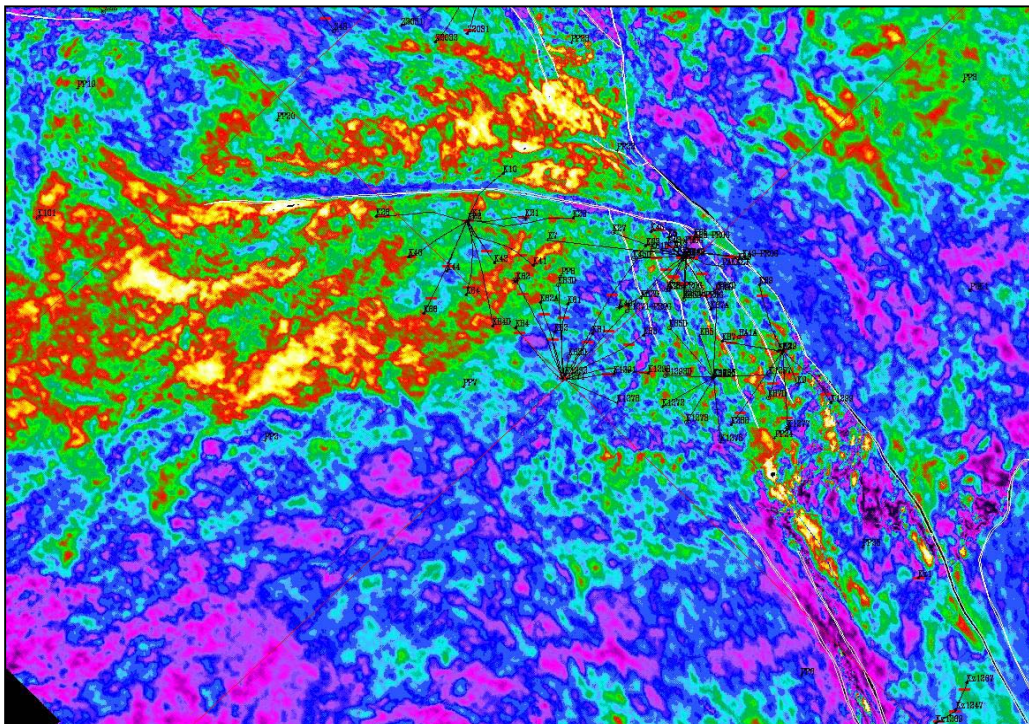


Figura 4.10. Se observa la distribución de anomalías de amplitud RMS, para una ventana en tiempo, localizada entre el Eoceno y la Brecha del Límite Cretácico Superior – Terciario.

Modelo Estructural

En el presente estudio se trabajó con las cimas de la Brecha (BTPKS), KM, KI y JST, enfocándose en más detalle a la Brecha (BTPKS). Las otras cimas sirvieron de apoyo para ser correlacionadas y formar un marco comparativo y de referencia con la Brecha (BTPKS). La cima del KM se toma como la base de la brecha, por lo tanto, el espesor de la brecha está dado entre las cimas de la brecha y del KM, conformando un grosor de alrededor de 300 m.

Para la brecha se identificaron 20 fallas, de las cuales, cuatro son inversas y el resto normales. Las fallas inversas funcionan como límites, es decir, se conocen como fallas Ku, Zaap y Maloob, formando tres fallas inversas y la otra falla inversa es un cierre estructural de Ku-Zaap. Estas fallas también se observan en la interpretación de las cimas KM, KI y JST. Las fallas normales se localizan en los altos estructurales, es decir, en los anticlinales.

Las cimas Brecha (BTPKS), KM y KI son tomadas como unidades estructurales, las cuales, junto con sus fallas y atributos sísmicos (impedancia acústica), fueron analizadas y correlacionadas con propiedades petrofísicas por medio de la geoestadística.

La configuración estructural de la cima de la Brecha (BTPKS) del campo Ku, tiene características de un sistema de falla de deslizamiento a rumbo (figura 4.12). Se observa que se tiene una trampa para el Cretácico Superior y Paleoceno de tipo estructural, mientras que para el Terciario, la trampa es tanto estratigráfica como estructural.

El origen de estas estructuras junto con Kutz, forma parte de una zona regional de corte lateral derecho, resultado de esfuerzos tectónicos compresionales, afectando desde el Jurásico hasta el Eoceno. Esta deformación estructural está relacionada con los eventos tectónicos del Cretácico – Terciario y el evento Orogénico Mioceno-Plioceno. La acción de las fuerzas de compresión y/o tensión que determinan la estructura, están relacionadas a los movimientos de los elementos tectónicos Plataforma de Yucatán y Macizo Granítico de Chiapas.

Con la interpretación de las líneas sísmicas en el área del campo Ku, se observa que la Brecha (BTPKS) tiene una forma estructural de un anticlinal. La estructura está limitada por una falla normal, activada durante el Jurásico Superior Kimmeridgiano. En el Cretácico se han formado pequeñas fallas inversas en el interior del campo Ku. Al oriente se observa una serie de bloques

divididos por fallas normales que afectan al Jurásico Superior Tithoniano, asociadas a esfuerzos tectónicos extensionales, que ocurrieron durante la apertura del Golfo de México.

La figura 4.12 muestra el resultado de la multiplicación del horizonte en tiempo con el modelo de velocidad media, es decir; es el horizonte estructural en profundidad de la Brecha (BTPKS). Se observa la ubicación de los pozos en el anticlinal y sus polígonos de fallas, los colores oscuros (morado a negro) indican las zonas más profundas, y el color rojo es la zona más somera (anticlinal). Al norte en el área sombreada de color verde se localiza parte del campo Ku y Zaap, limitado por fallas inversas hacia el sinclinal y fallas normales en el anticlinal.

La configuración estructural en profundidad de la cima del yacimiento, muestra una falla de desplazamiento lateral derecho (figura 4.13) con orientación NW-SE que funciona como límite de la estructura. Las fallas inversas con orientación NW – SE, controlan las estructuras anticlinales de los campos Ku - Zaap, observándose plegamientos sinclinales y anticlinales con simetría alargada.

La cima del anticlinal de Ku presenta fallas normales con rumbo NW - SE, que se observan en los horizontes correspondientes al yacimiento interpretado (Figura 4.14). Estas fallas tienen saltos del orden de los 50 a 100 m., y van disminuyendo hacia el límite de la estructura, las fallas normales son generadas por esfuerzos de tensión con dirección NW y SE. La estructura de Kutz localizada al sur de Ku, corresponde a un bloque pequeño atrapado en la zona de cizalla con forma que asemeja una elipse rotada.

Con la interpretación de las trazas sísmica también se puede distinguir fallas de tipo regional o local, por ejemplo, una zona regional de cizalla o desplazamiento lateral derecha, que abarca las estructuras de Ku, Kutz, Zaap, Maloob y Ceeh. Se considera que el campo Ku representa una estructura más madura que la de los campos Zaap y Maloob. Esto se concluye, después de haber analizado sus respectivos desarrollos de patrones para la formación de estructuras geológicas durante una deformación prolongada. En cada pulso tectónico, la propagación de los esfuerzos se ven más favorecidas en las zonas que oponen menor resistencia al esfuerzo y, por lo tanto son más propensas a la deformación. Basado en esta concepción, se asume que en cada pulso tectónico acogido por la falla de deslizamiento a rumbo NW-SE, se reactivaban las fallas inversas de Ku, Maloob y Zaap con desplazamientos repetitivos.

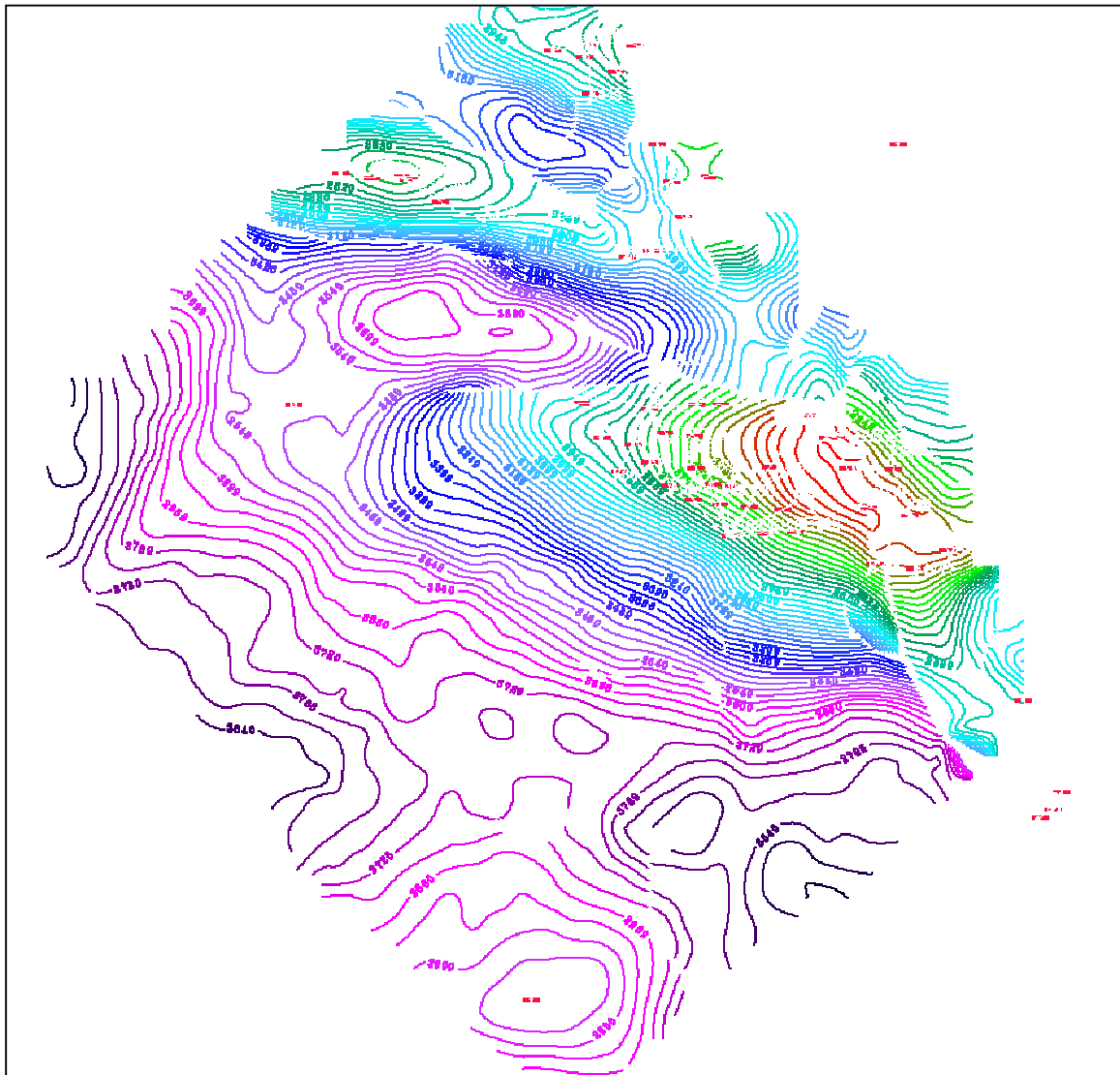


Figura 4.13. Configuración estructural de la cima de la Brecha del Límite Cretácico - Terciario (btpks), en profundidad del campo Ku - Zaap. Se observa el anticlinal y sinclinal con una simetría alargada limitado por fallas inversas. En la cresta del anticlinal se tiene fallas normales, producto de los esfuerzos tensionales. En la parte Sur de Ku se localiza el campo Kutz, el cual, presenta rasgos muy similares.

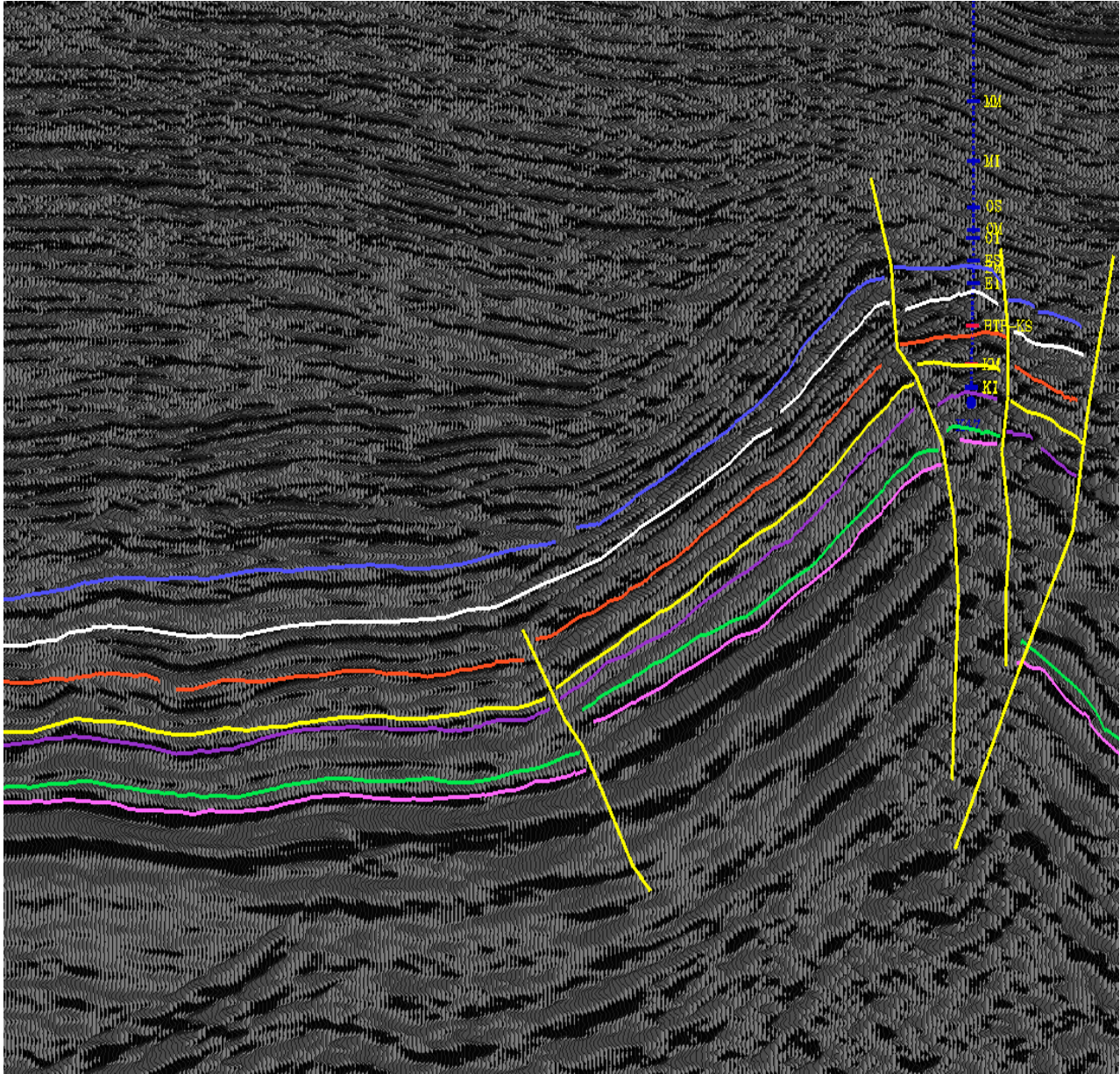


Figura 4.14. Líneas sísmicas interpretadas. La línea de color rojo corresponde a la Brecha del Límite Cretácico - Terciario. Los otros horizontes fueron interpretados como apoyo en el modelo de velocidad de intervalo. Se observa el anticlinal y la localización del pozo, limitado por fallas inversas y fallas normales en la cima de la estructura geológica.

4.2. Estratigráfico

El marco estratigráfico de un yacimiento lo constituyen las diferentes unidades o formaciones geológicas y superficies que delimitan a las principales unidades de flujo del yacimiento. Para el modelo geológico se trabajó un área grande (figura 4.12), ya que se tienen dos pozos perforados en los extremos del cubo sísmico. Estos pozos sirvieron de apoyo para el modelo de velocidad tanto de intervalo como media. Ya que dichos pozos cuentan con datos de registros geofísicos de pozo (sónico y densidad), además de VSP, lo cual ayuda a obtener un modelo de velocidad más confiable y fidedigno. Por consiguiente, funcionaron como apoyo en la conversión tiempo – profundidad y por consecuencia en el resultado del modelo geológico.

De las unidades estratigráficas con información de registros geofísicos, la brecha fue la más completa, ya que se tenían los datos de todo el espesor de los 35 pozos que se localizan dentro del área del campo de estudio (campo KU). Mientras que en las otras dos unidades (KM y KI) la información fue muy escasa, y los datos no abarcaban el espesor completo de las unidades.

Para el modelo geoestadístico se tomó el área “B” (figura 4.9), la cual es menor que la trabajada en el modelo geológico. Esto debido, a que se tiene escasa información de registros geofísicos de pozo entre un área grande comprendida entre dos pozos lejanos (Ixtoc y Zaap), por lo que se decidió eliminar dicha área.

4.3. Litológico y heterogeneidades del yacimiento

Como ya se mencionó la unidad Brecha BTPKS, es un depósito claramente gradado de material carbonatado de grueso a fino y se definen su estratigrafía en tres unidades principales: (1) Unidad de mayor espesor compuesta por una brecha gradacional de grano grueso de litoclastos de carbonatos de 1 a 10 centímetros de diámetro, y en ocasiones con fragmentos de más de 30 centímetros. (2) Esta segunda unidad está formada por una brecha de fragmentos de carbonatos subangulares en tamaños de medio a fino (de 0.1 a 1 centímetro), intercalado con material arcilloso. (3) Unidad sello compuesta por materiales finos arenosos, limosos y arcillosos, que constituye material de impacto como cuarzo y feldespatos de choque, fragmentos de vidrio y de carbonatos. No se contó con datos de núcleos, ni información suficiente para definir con precisión cada una de las unidades estratigráficas que componen la Brecha (BTPKS) en la región de estudio. Por lo tanto, se decidió que la unidad Brecha (BTPKS) se tratará como una sola unidad estratigráfica continua en toda el área, por lo que no aplica definir facies, litotipos, ni efectuar un modelo de facies o algo similar. Se reconoce la importancia de esta subdivisión estratigráfica, pero llevarla a cabo queda fuera de los alcances de esta tesis.

Sobre el horizonte en cuestión, Brecha (BTPKS), se sabe que está constituido por un medio poroso de alta porosidad secundaria. Tal porosidad secundaria es debida principalmente a fracturas y vóculos, lo que constituye las heterogeneidades de esta roca a nivel macro y microscópico. Desafortunadamente tampoco se contó con información para lograr un detalle sobre dichas heterogeneidades, pero se reconoce su importancia y sería de gran apoyo conocer su distribución dentro del yacimiento.

En este trabajo se considero a la Brecha BTPKS como una capa homogénea, en virtud de que no se contó con más información al respecto y lograr dicho detalle queda fuera de los alcances de este trabajo. Por otra parte, se tiene conocimiento de que no obstante la alta heterogeneidad de dicha unidad, su comportamiento dinámico puede considerarse homogéneo, de tal forma que puede decirse, que la uniformidad de la heterogeneidad de la Brecha (BTPKS) la hace comportarse de una manera homogénea.

La tabla 4.1 muestra las coordenadas y nodos de la malla utilizada en el estudio geoestadístico. Al cargar la malla en el software geoestadístico, se realizó un giro azimutal de -137 grados, esto debido a limitaciones del software.

	Coordenadas (UTM)	Tamaño de la malla m	Numero de nodos
X	583268.56	100.00	76
Y	2168060.80	100.00	151
Z	2400.00	14.40	92

La tabla 4.1 es la malla utilizada en geoestadística.

5. Caracterización Estadística de las Propiedades Petrofísicas

La caracterización estadística de las propiedades petrofísicas (figura 5.1), es un paso fundamental para que la metodología de modelación del yacimiento tenga sentido. Cuando el objetivo es obtener distribuciones realistas en 3-D de las propiedades petrofísicas del yacimiento, éstas pueden jugar un papel decisivo. Por lo que todo el proceso de caracterización estadístico de la información petrofísica en pozos, está encaminado a reconocer las características estadísticas, de las distribuciones de dichas propiedades, de manera que permitan establecer los patrones de variación específicos, dentro de cada una de las unidades litológicas de interés.

El resultado de esta etapa, nos dará la pauta, para la generación de modelos en dos o tres dimensiones de distribuciones de propiedades petrofísicas, los cuales deben ser consistentes con los valores estadísticos obtenidos. La figura 5.1 indica los pasos a seguir para la estadística básica de las propiedades petrofísicas.

La estrategia general, consiste en estudiar las características estadísticas de las propiedades petrofísicas de los datos obtenidos en pozos partiendo del marco más general (todo el yacimiento) hasta llegar al detalle más particular (por unidades).

5.1 Estadística General de las Propiedades Petrofísicas

Un primer paso, consiste en obtener la estadística básica (figura 5.1) en conjunto de las distribuciones de las propiedades petrofísicas (porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SW), volumen de arcilla (VCL)), del yacimiento en general dentro del intervalo de interés que comprende las unidades: Brecha (BTPKS), Cretácico Medio (KM) y Cretácico Inferior (KI).

Si bien en este capítulo, se mostrará el análisis estadístico, para las cuatro propiedades petrofísicas arriba mencionadas, en particular nos interesarán los resultados referentes a la porosidad efectiva FIT, puesto que ésta será usada para ejemplificar el proceso de modelación (estimación y simulación), de la distribución espacial de la porosidad en el capítulo 6.

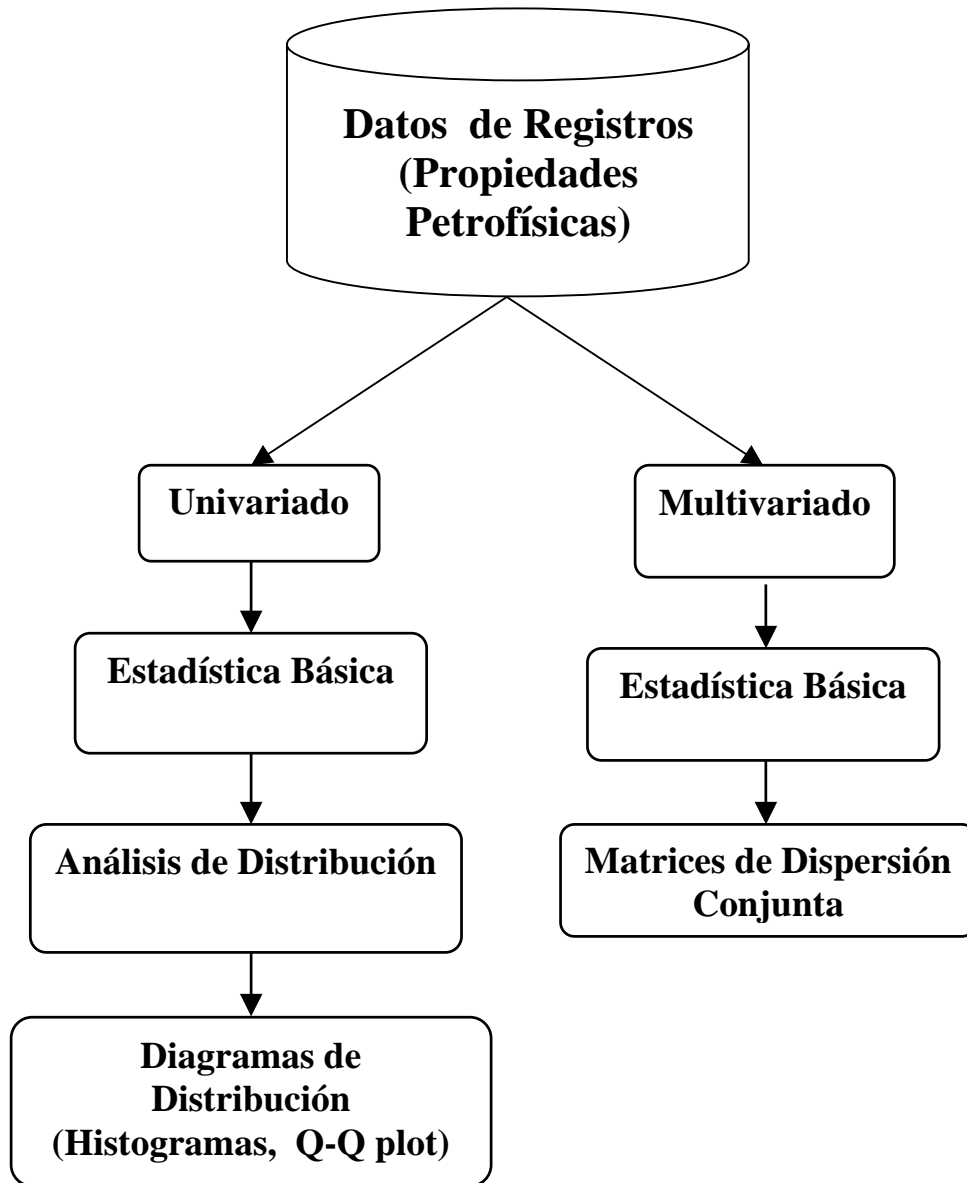


Figura 5.1. Diagrama del Análisis Estadístico de las Propiedades Petrofísicas. Para toda Información del Yacimiento y/o por Unidades Litológicas.

En la tabla 5.1 se muestra un resumen de la estadística básica de las cuatro propiedades petrofísicas, y en la figura 5.2 los histogramas correspondientes a cada una de ellas. Se puede observar que los histogramas presentan un comportamiento muy asimétrico en todos los casos, con largas colas. Esto se ve reflejado en la tabla 5.1, en los valores de asimetría que son mayores a 1.5 para todas las propiedades y en las diferencias entre los valores medios y las medianas. De todas las propiedades, la porosidad efectiva FIT se comporta relativamente menos asimétrica y su valor medio (0.08536) no es tan diferente al de la mediana (0.084000). Este comportamiento puede impactar de manera negativa en todo el proceso posterior de estimación y simulación geoestadística, puesto que estos métodos son sensibles a introducir un sesgo (error), al ser aplicados en distribuciones muy asimétricas, por lo que se debe tomar en cuenta.

Los valores para la varianza pueden resultar engañosamente bajos, debido a que todos los datos se encuentran en el rango de 0 a 1, por lo que en este caso, como un mejor indicador de la variabilidad puede ser el coeficiente de variación, que relaciona cuantas veces está contenido el valor medio en la desviación estándar. Se observa que la menor variabilidad la posee la porosidad efectiva FIT, donde el coeficiente de variación es 0.6, lo que indica que la desviación estándar es el 60 por ciento del valor medio, mientras que el resto de las propiedades, tienen variabilidades mucho mayores con coeficientes de variación por encima de 1, lo que indica que las desviaciones estándar representan más del 100 por ciento del valor medio.

Otro aspecto interesante resulta del análisis de los cuartiles (25% y 75%), donde se observa que la mayoría de los valores de porosidad efectiva FIT, se encuentran en el rango de 5.6 a 10.1 por ciento, con valores máximos de hasta 40 por ciento.

Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
N. Muestras	44810	44810	44801	42283
Media	0.08536	0.15353	0.19859	0.04653
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0010	0.0000
1er Cuartil	5.60000E-02	6.30000E-02	2.70000E-02	0.0000
Mediana	0.084000	0.096000	0.004000	0.10100
3er Cuartil	0.100900	0.167000	0.217000	2.30000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9990	1.0000
Coefficiente de Variación	0.60	1.10	1.35	2.93
Desviación Estándar	0.05130	0.16876	0.26813	0.13621
Varianza	2.632E-03	2.848E-02	7.189E-02	1.855E-02
Simetría	1.593	2.877	2.055	4.747
Curtosis	5.339	9.657	3.212	24.643

Tabla 5.1 Resumen de la estadística básica de las propiedades petrofísicas.

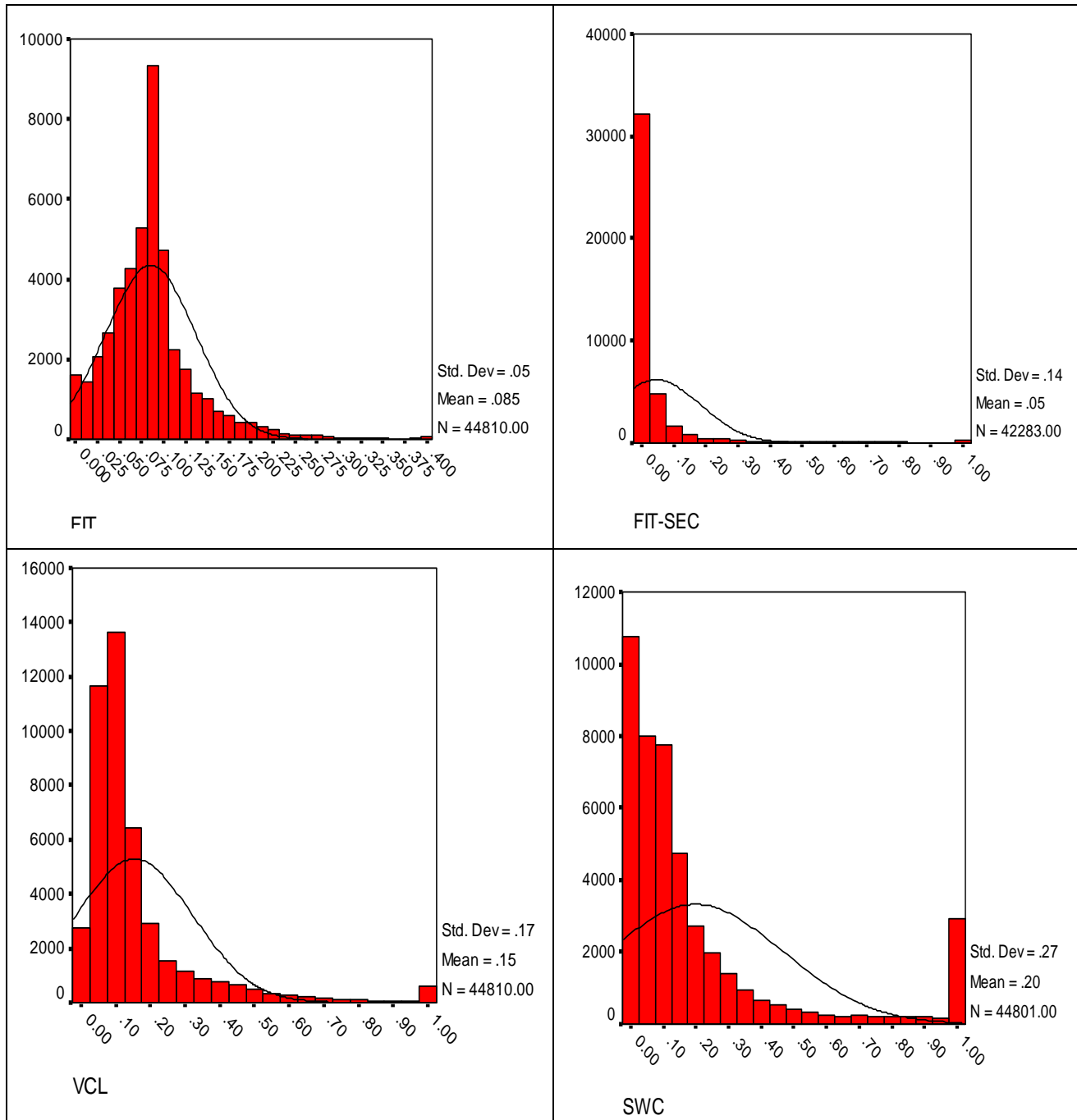


Figura 5.2 Histogramas de las propiedades petrofísicas: porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), volumen de arcilla (VCL) y saturación de agua (SWC).

5.2 Estadística de las Propiedades Petrofísicas por Unidades

De manera análoga, es importante obtener la estadística básica (figura 5.1) de las distribuciones de las propiedades petrofísicas (porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SW) y volumen de arcilla (VCL)), para cada una de las unidades litológicas (BTPKS, KM y KI), para diferenciar su comportamiento dentro del yacimiento. En las tablas 5.2, 5.3 y 5.4 se muestran los resúmenes de los estadísticos básicos de las distribuciones de las propiedades petrofísicas para cada unidad litológica, respectivamente.

Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	30880	30880	30880	30880
Media	0.08830	0.15778	0.20269	0.05177
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0020	0.0000
1er Cuartil	5.80000E-02	6.30000E-02	2.81000E-02	.000000
Mediana	0.08670	0.09900	0.08800	0.00600
3er Cuartil	.105000	.161000	.179000	2.90000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9980	1.0000
Desviación Estándar	0.05396	0.18124	.291296	0.14809
Varianza	2.912E-03	3.285E-02	8.485E-02	2.193E-02
Simetría	1.487	2.748	1.989	4.514
Curtosis	4.792	8.192	2.553	21.415

Tabla 5.2 Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica BTPKS.

	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	7351	7351	7342	7351
Media	0.08735	0.13109	0.16445	0.04106
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0010	0.0000
1er Cuartil	5.70000E-02	5.00000E-02	3.80000E-02	0.00000
Mediana	0.08000	0.09400	0.12250	0.00300
3er Cuartil	0.102000	0.166000	0.231000	1.90000E-02
Máximo	0.4000	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3990	1.0000	0.9990	1.0000
Desviación Estándar	0.04941	0.12904	0.17074	0.102278
Varianza	2.442E-03	1.665E-02	2.915E-02	1.046E-02
Simetría	1.762	2.758	2.298	3.901
Curtosis	5.062	11.776	7.302	19.618

Tabla 5.3 Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica KM.

	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Num. datos	6579	6579	6579	6579
Media	0.06934	0.15862	0.21738	0.03002
Mínimo	0.0010	0.0000	0.0060	0.0000
1er Cuartil	4.60000E-02	8.00000E-02	1.80000E-02	0.000000
Mediana	0.07500	0.11900	0.15100	0.00200
3er Cuartil	8.58000E-02	0.196000	0.315000	8.00000E-03
Máximo	0.3940	1.0000	1.0000	1.0000
Rango	0.3930	1.0000	0.9940	1.0000
Desviación Estándar	0.03509	0.14326	0.23884	0.11235
Varianza	1.231E-03	2.052E-02	5.704E-02	1.262E-02
Simetría	1.334	3.322	1.573	6.063
Curtosis	7.502	15.251	2.277	41.587

Tabla 5.4 Resumen de los valores estadísticos básicos de la unidad litológica KI.

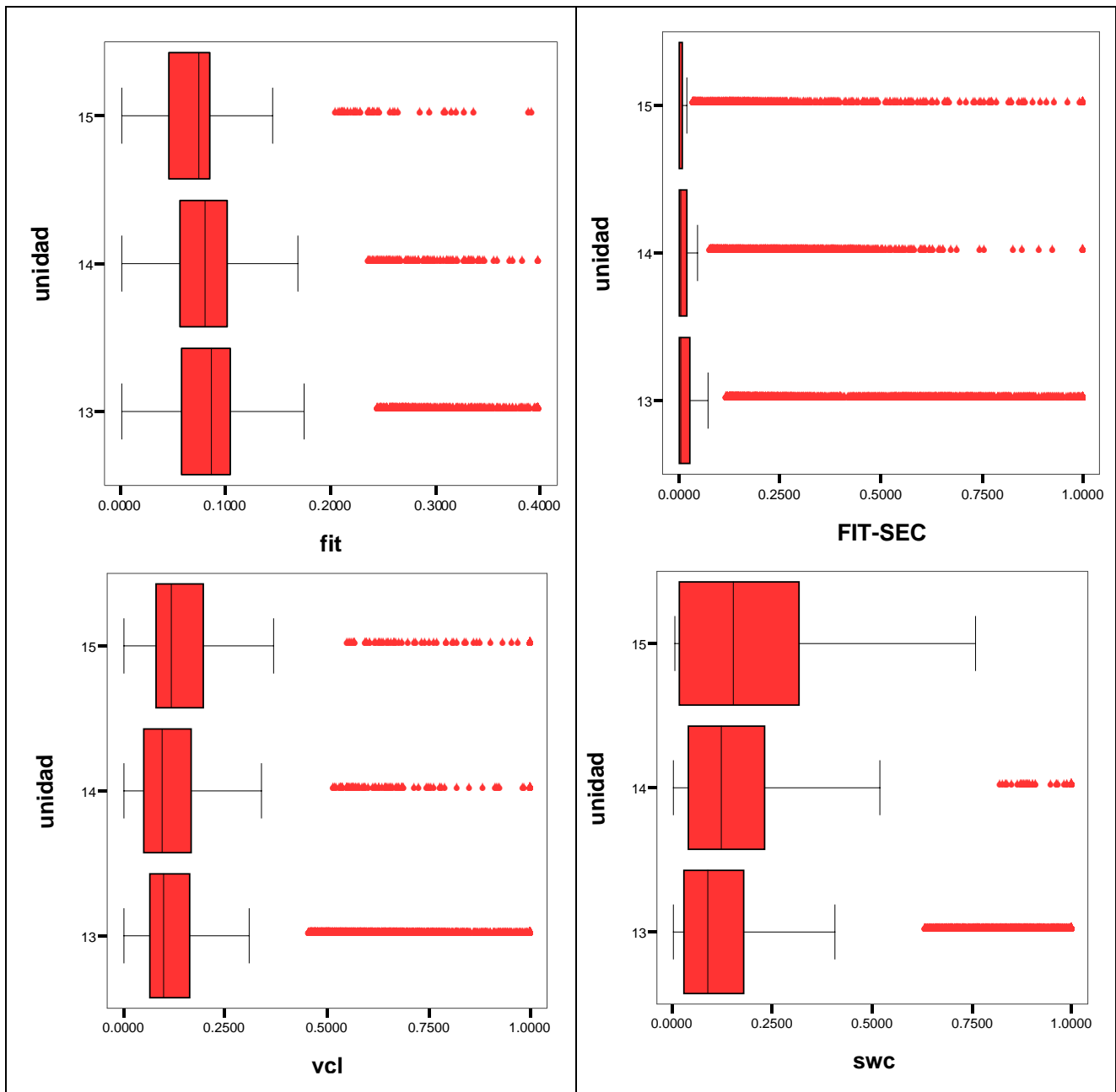


Figura 5.3 Gráficas de cajas de la porosidad efectiva (FIT), porosidad secundaria (FIT-SEC), saturación de agua (SWC) y volumen de arcilla (VCL) para cada una de las unidades litológica BTPKS (13), KM (14) y KI (15).

La figura 5.3 muestra la gráficas de cajas de la porosidad efectiva, porosidad secundaria, saturación de agua y volumen de arcilla para cada una de las unidades litológicas (BTPKS, KM y KI). Analizando los gráficos de cajas en conjunto con las tablas 5.2-5.4, se puede ver que tanto la porosidad efectiva FIT como la porosidad secundaria FIT-SEC, muestran una tendencia a disminuir con la profundidad, por lo que sus mayores valores se encuentran en la unidad

correspondiente a la Brecha (BTPKS). No obstante los valores medios, mediana y cuartiles de porosidad efectiva para la brecha y KM son muy similares, mientras que los valores de porosidad secundaria mayormente atribuibles al fracturamiento, si presentan una más clara diferenciación con la profundidad, ya que el 75 % de los valores (tercer cuartil), se encuentran por debajo de 2.9%, 1.9% y 0.8% para BTPKS, KM y KI, respectivamente. Mientras que el volumen de arcilla muestra valores muy similares para la brecha y KM, diferenciándose para el KI, la saturación de agua aumenta con la profundidad, debido a la invasión del agua.

Las figuras 5.4, 5.5 y 5.6, muestran las matrices de gráficas de dispersión de las propiedades petrofísicas (porosidad efectiva, porosidad secundaria, saturación de agua y volumen de arcilla) y de la profundidad, correspondiente a cada una de las unidades litológicas BTPKS, KM y KI, respectivamente. Al menos no se observa claramente la existencia de correlación lineal entre ellas. Es difícil apreciar tendencia alguna de los datos.

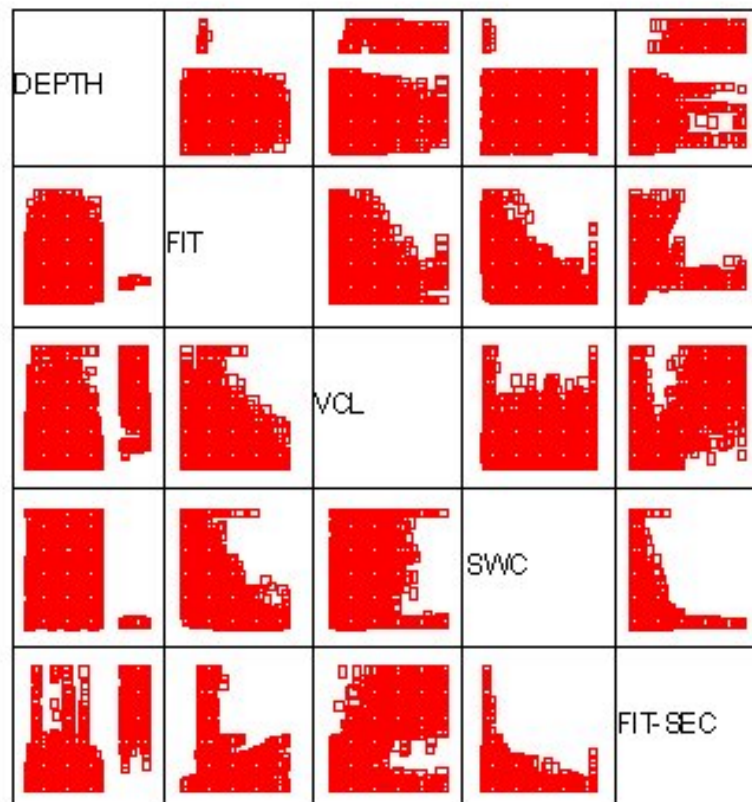


Figura 5.4 Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y las propiedades petrofísicas correspondientes a la Brecha.

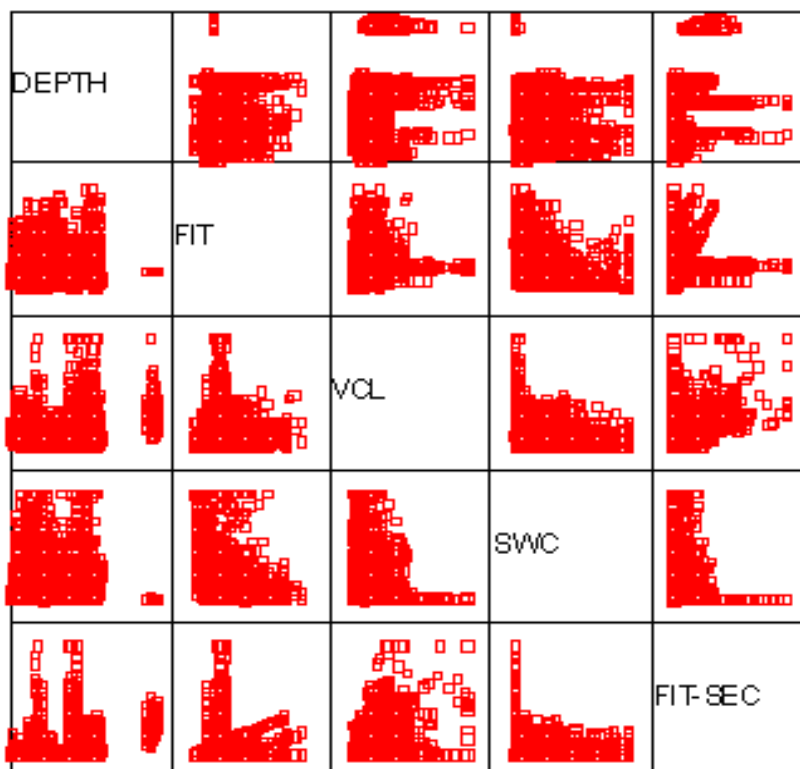


Figura 5.5 Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y de las propiedades petrofísicas correspondientes al KM.

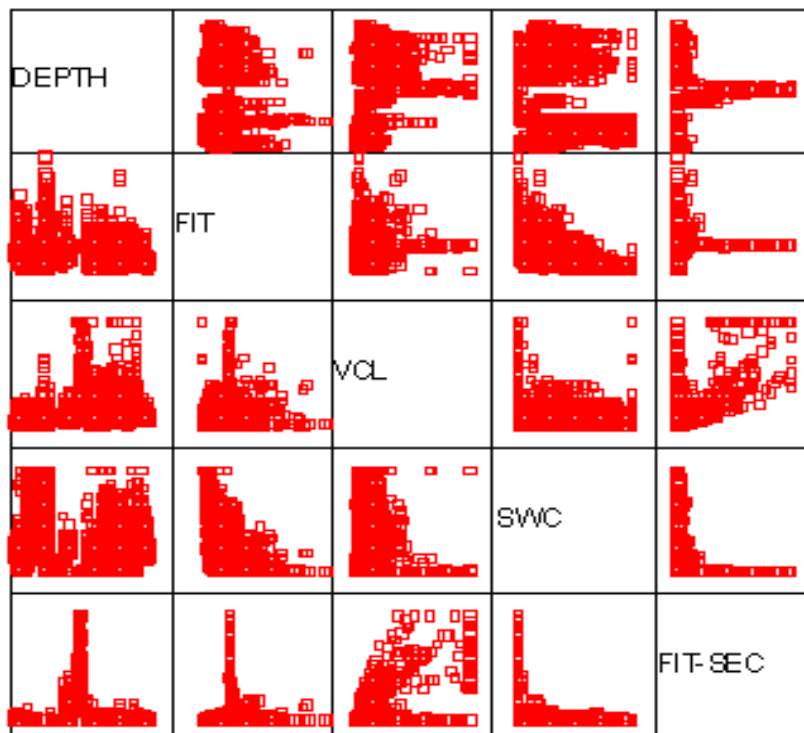


Figura 5.6 Matriz de gráficas de codispersión de la profundidad y de las propiedades petrofísicas correspondiente al KI.

5.3 Estadística de las Propiedades Petrofísicas por Unidades Litológicas Después de la Discretización

Todo el análisis estadístico anterior, ha sido realizado directamente sobre los datos de registros de pozo, con la resolución estándar de un pie (30 cm aproximadamente). Pero para poder construir nuestro modelo de propiedades petrofísicas, debemos inevitablemente convertir nuestros datos a una malla de discretización mucho más gruesa en profundidad, que sea compatible con la resolución de los datos sísmicos. En este caso, se eligió promediar los valores de las propiedades petrofísicas cada 30 metros, que era aproximadamente el orden de resolución de la sísmica.

Aquí mostraremos los nuevos valores estadísticos resultantes de la discretización vertical, de los datos de las propiedades petrofísicas, exclusivamente para la unidad litológica brecha (BTPKS), puesto que será la unidad sobre la cual ejemplificaremos todo el procedimiento de modelación de la distribución espacial en el capítulo 6. En particular nos enfocaremos a los valores de porosidad por ser la propiedad que se modelará.

En la tabla 5.5 podemos comprobar que los nuevos valores medios obtenidos para las propiedades petrofísicas para la unidad litológica brecha (BTPKS), son más consistentes con los esperados, puesto que al promediar en intervalos cada 30 metros se obtienen valores más representativos. No obstante, valores muy altos de manera muy puntual no se verán reflejados en el modelo debido a la escala que se está modelando.

En particular, podemos observar que la porosidad mejoró significativamente su grado de simetría de 1.48 a -0.20, debido a la promediación de los valores muy altos. Los nuevos valores promedios de porosidad se encuentran en el rango de 4.68 a 10.04, con un valor medio de 10.04, en contraste con el rango de variación anterior que era de 0 a 40 por ciento, con un valor medio de 8.8. Este comportamiento también se ve reflejado en los histogramas de la figura 5.7.

Estadísticos	FIT	VCL	SWC	FIT-SEC
Núm. datos	346	346	346	346
Mínimo	4.68	0.60	3.10	2.49
Primer Cuartil	7.82	6.60	8.80	4.08
Mediana	10.16	9.70	13.05	5.26
Tercer Cuartil	12.36	13.40	19.97	6.29
Máximo	15.40	89.701	94.60	18.00
Media	10.04	12.85	19.55	5.16
Desviación Estándar	2.83	11.39	19.75	1.56
Varianza	8.01	129.77	390.06	2.44
Coefficiente de Variación	0.28	0.89	1.01	0.30
Simetría	-0.20	2.77	2.47	1.41
Curtosis	2.01	12.70	8.48	14.54

Tabla 5.5 Estadística de las propiedades petrofísicas expresadas en por ciento para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros.

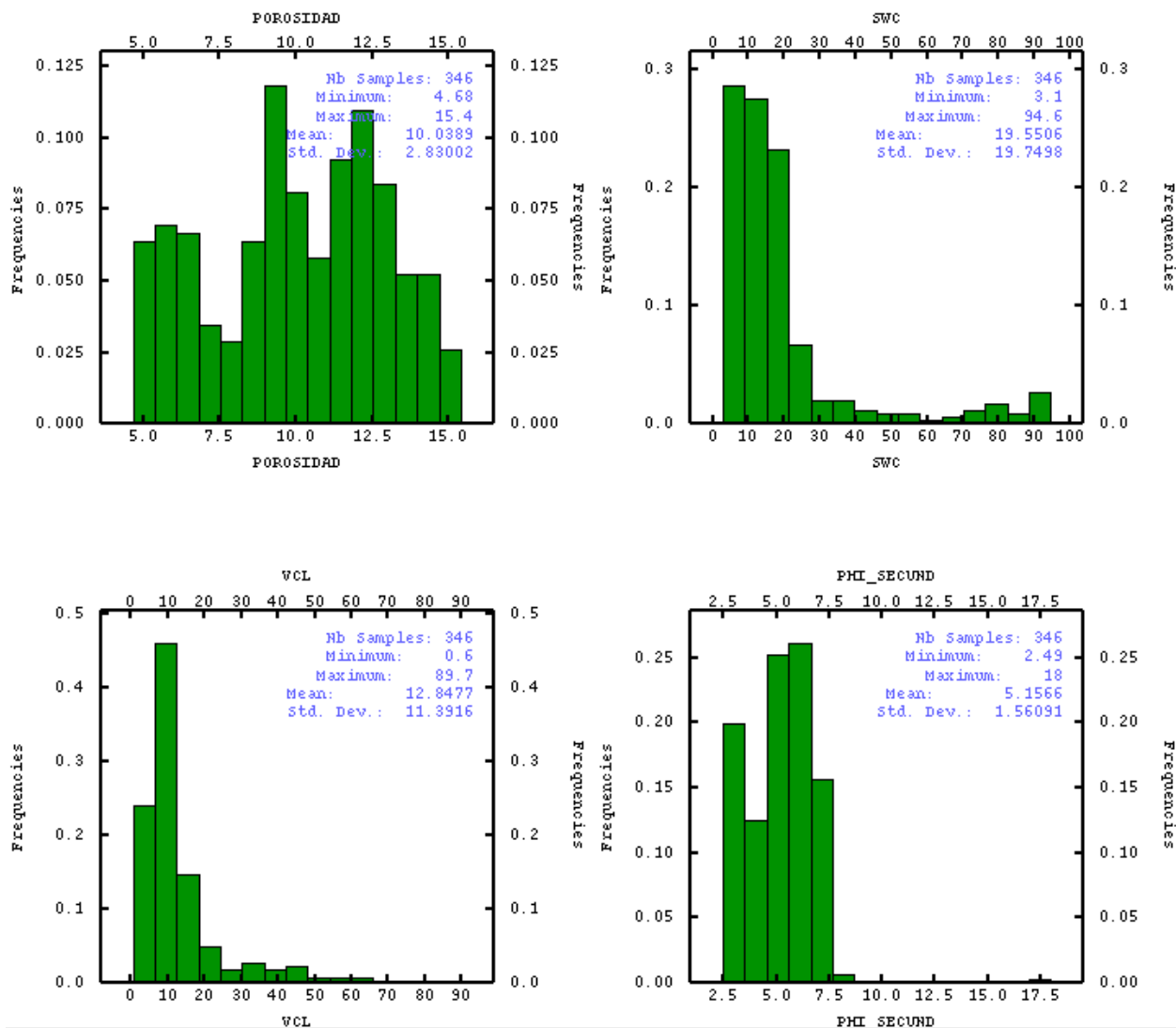


Figura 5.7 Histogramas de las propiedades petrofísicas: porosidad efectiva (FIT), saturación de agua (SWC), volumen de arcilla (VCL) y porosidad secundaria (FIT-SEC), para la unidad BTPKS promediadas cada 30 metros.

6. Modelos de Distribución de la Porosidad Usando Impedancia Acústica

Como se había comentado en capítulos anteriores, uno de los objetivos de la caracterización de yacimientos es definir la distribución de parámetros que controlan la capacidad de almacenamiento y producción de los hidrocarburos.

Esta distribución debe emplear la integración de datos de naturaleza diversa, incluyendo diferentes resoluciones tanto horizontal como vertical. Las herramientas geoestadísticas permiten realizar este trabajo de integración.

En este capítulo se presentará la metodología (figura 6.1) aplicada para determinar la distribución de porosidad efectiva de las formaciones, mediante la integración de datos sísmicos (impedancia acústica) con los registros de pozo.

6.1 Preprocesamiento de los Datos

En este capítulo se trabajará con los siguientes conjuntos de datos:

Porosidad en los pozos (PHIE): Son los valores de porosidad efectiva de los registros geofísicos, correspondientes a los pozos comprendidos dentro de la región de estudio y promediados en intervalos cada 30 metros (figura 6.2).

Imagen de impedancia (IIA): Son los valores de impedancia acústica correspondientes al cubo sísmico (figura 6.7).

Impedancia en los pozos (IAP): Son los valores de la imagen de impedancia acústica restringidos a los mismos puntos de la porosidad en los pozos (figura 6.3).

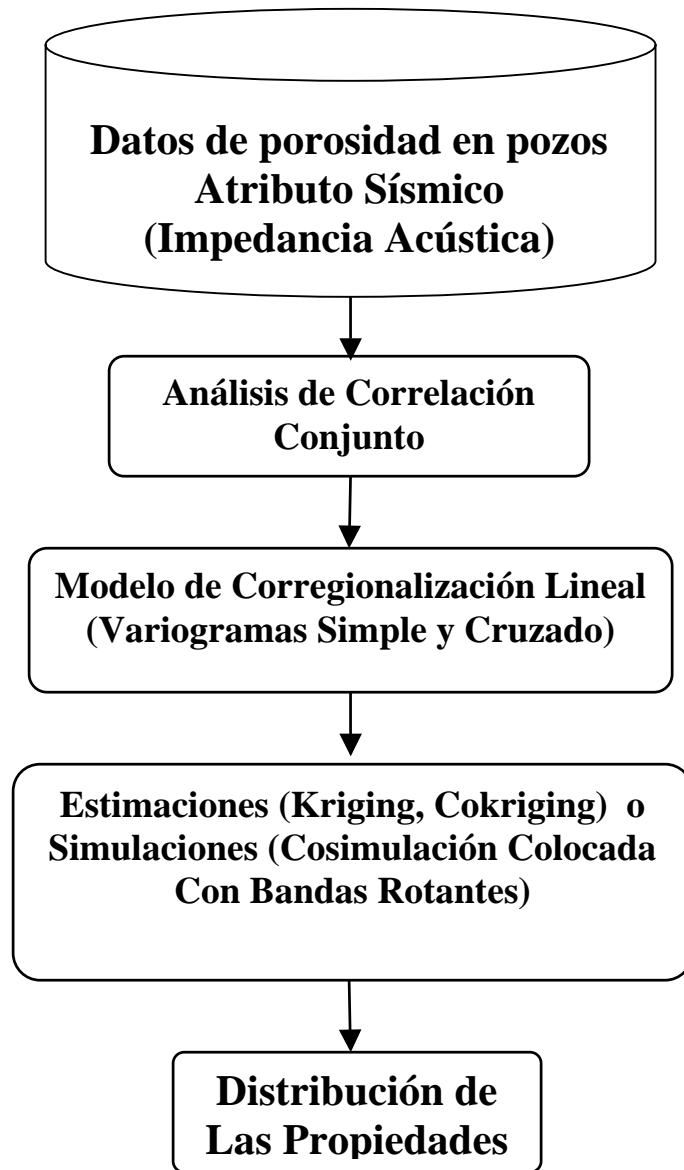


Figura 6.1. Diagrama del Análisis Geoestadístico

6.2 Estimación de la Porosidad Usando Kriging Ordinario en Bloques

El proceso de estimación espacial usando Kriging requiere de un análisis geoestadístico de la propiedad de interés y consta a groso modo de tres etapas:

- Análisis exploratorio de los datos
- Estimación y ajuste del variograma
- Estimación espacial usando kriging

A continuación siguiendo la secuencia anterior se mostrará la aplicación de la metodología geoestadística (figura 6.1) a la estimación de la porosidad.

Análisis exploratorio de los datos

Aquí se muestra el análisis exploratorio de los datos para la porosidad, pero también para la impedancia acústica en los pozos. Este es un paso fundamental para que el análisis geoestadístico sea válido, puesto que el mismo está basado en la estimación y ajuste de una función que refleja la correlación espacial de la propiedad que se estudia: el semivariograma. De lo que se trata es de explorar las características de la muestra con el fin de tomar en cuenta o modificar en la medida de lo posible aquellas que no satisfagan los requisitos exigidos (Armstrong y Delfiner, 1980). Además nos permite decidir cual de los tipos de interpoladores kriging sería el más adecuado para ser aplicado en la estimación espacial.

Las distribuciones espaciales de los datos de porosidad (PHIE) e impedancia acústica (IAP) en los pozos se presentan en las figuras 6.2 y 6.3. En cada una de ellas se muestran, ordenadas según la convención de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha, vista 3D y proyecciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y, respectivamente. En estas figuras se puede observar que tanto la porosidad como la impedancia acústica, muestran una tendencia a aumentar sus valores en la dirección vertical según sea mayor la profundidad. Como es usual en estos casos, los valores de los pozos no se encuentran homogéneamente distribuidos en toda el área del estudio. En este caso, se presentan preferencialmente agrupados en dos zonas: un grupo mayoritario que consta de 25 pozos, está localizado hacia el sureste, mientras que el resto (10 pozos) se encuentra hacia el norte.

Los histogramas y los diagramas Q-Q de la porosidad y la impedancia acústica que se muestran en las figuras 6.4 y 6.5 respectivamente, nos dan una descripción de las distribuciones de probabilidad de ambas propiedades. Analizados en conjunto con la estadística básica (tabla 6.1), se puede concluir que si bien no se ajustan a la forma de una distribución normal (las curtosis son altas y apariencia multimodal), no obstante su comportamiento es bastante simétrico, puesto que los coeficientes de simetría en ambos casos son pequeños, y los valores de las medias y las medianas están muy cercanos. La verificación de este hecho es de particular importancia para obtener una estimación consistente de los variogramas, ya que éstos se ven seriamente afectados bajo la presencia de distribuciones altamente asimétricas.

Estadísticos	Impedancia	Porosidad
Núm. muestras	346	346
Mínimo	2854.97	4.68
Primer Cuartil	7982.56	7.82
Mediana	10553.06	10.16
Tercer Cuartil	13621.08	12.36
Máximo	29571.21	15.40
Media	10912.80	10.04
Desviación Estándar	4084.07	2.83
Coefficiente de Variación	0.37	0.28
Simetría	0.73	-0.20
Curtosis	4.38	2.01

Tabla 6.1 Resumen de la estadística básica de la porosidad y la impedancia acústica en los pozos.

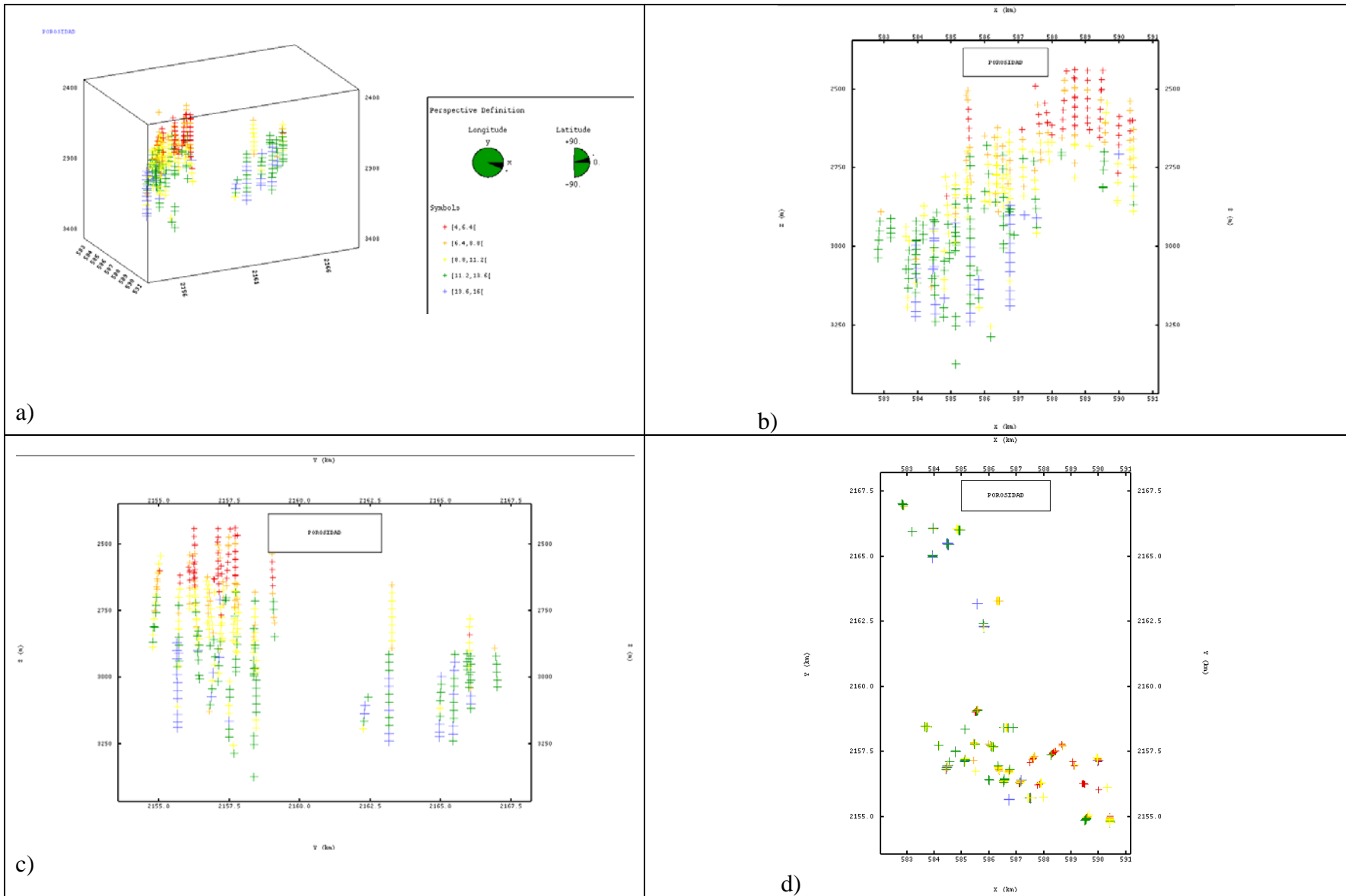


Figura 6.2 Distribución de los datos de porosidad en los pozos: (a) Vista 3D, proyecciones en los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

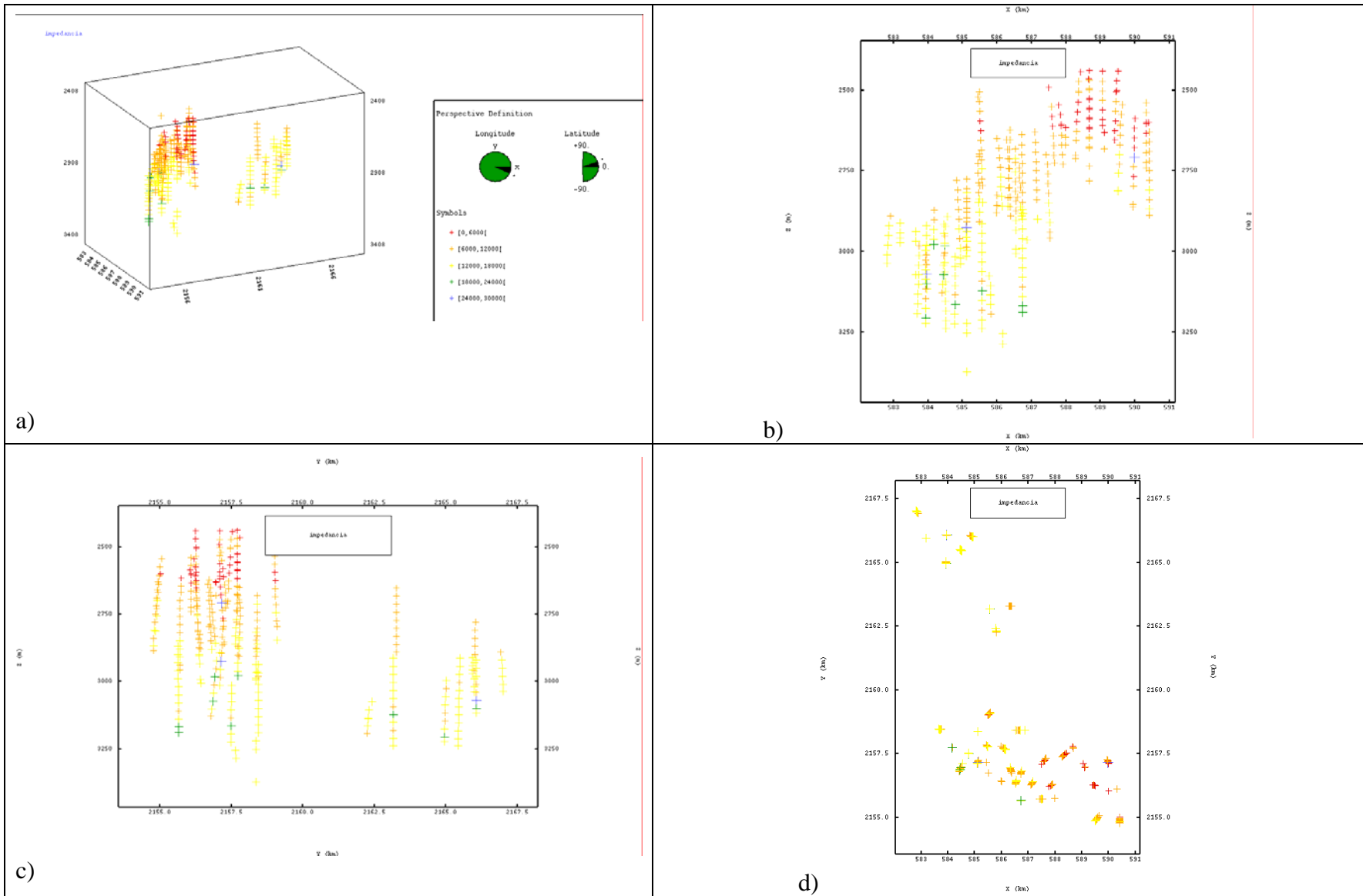


Figura 6.3 Distribución de los datos de impedancia acústica en los pozos: (a) Vista 3D, proyecciones en los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

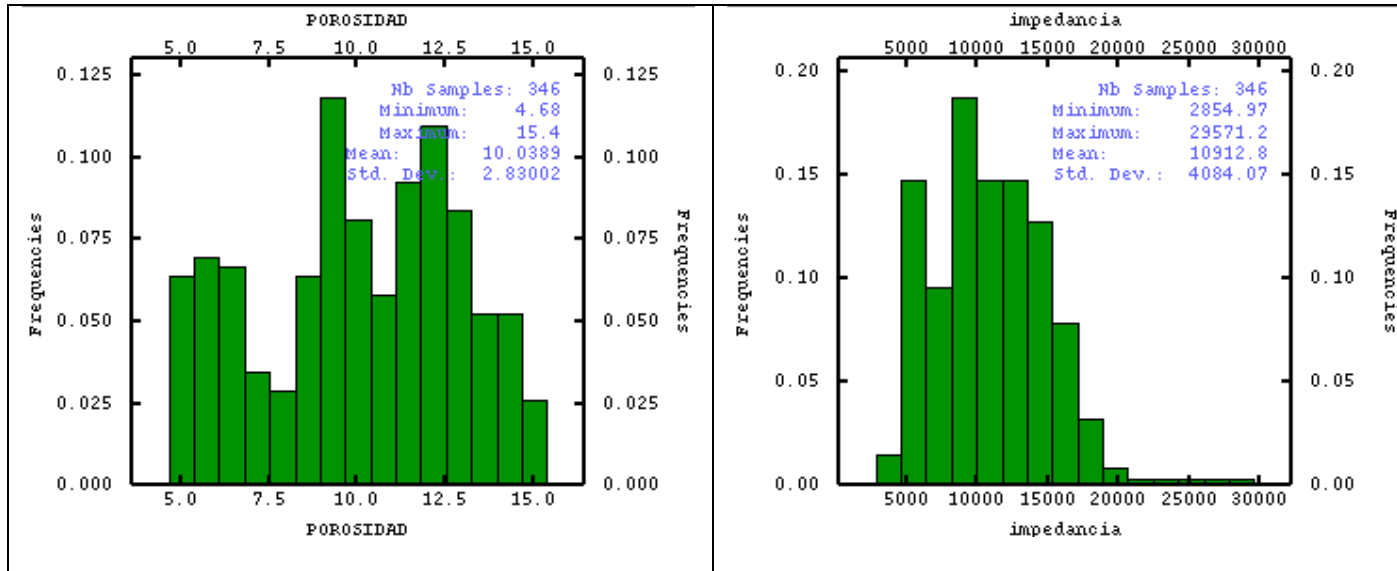


Figura 6.4 Histogramas de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos.

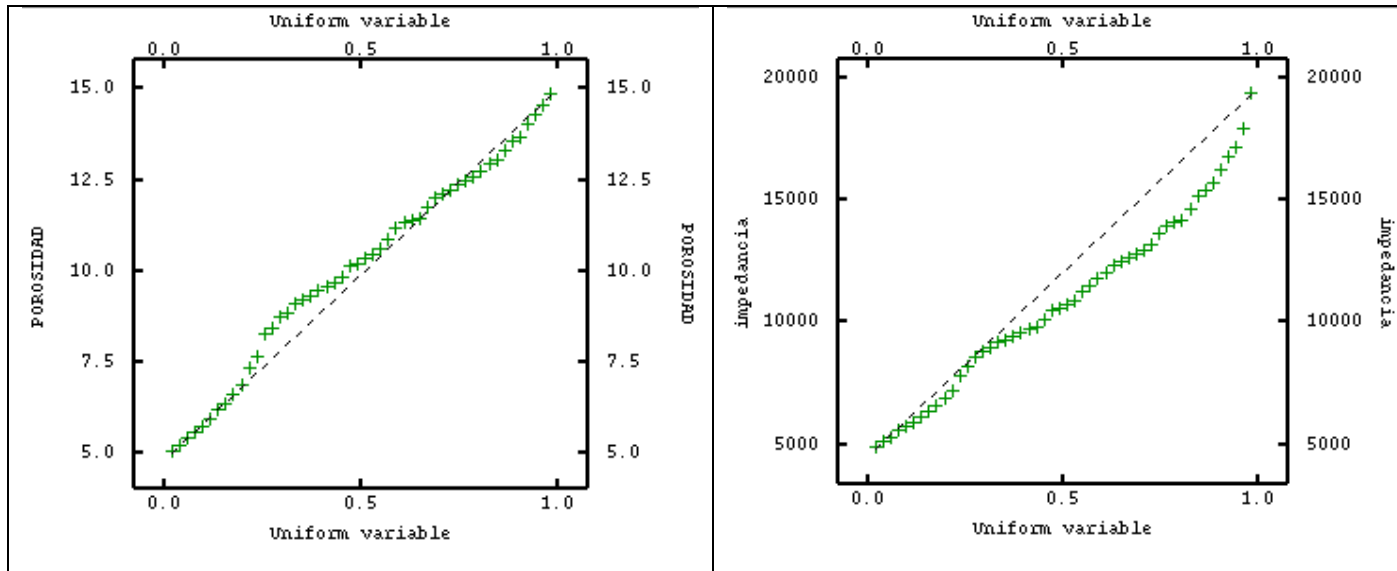


Figura 6.5 Diagramas Q-Q de los datos de porosidad e impedancia acústica en los pozos.

Estimación y ajuste del variograma de la porosidad

Aquí de lo que se trata es de estimar el variograma, que es una función que describe la variación de la autocorrelación espacial en distancia y dirección con respecto a cualquier par de posiciones de la propiedad que se estudia, en este caso la porosidad. Al variograma estimado se le ajusta un modelo válido del variograma que sea representativo de la variabilidad espacial, lo cual nos permite hacer estimaciones óptimas mediante la interpolación espacial usando Kriging.

En la figura 6.6 se muestran los variogramas estimados en tres direcciones: X (N90), Y (N0) y Z (D-90). Debido a que los datos pueden estar afectados por cierto grado de no estacionalidad (tendencia), que puede influir en la toma de decisión del tipo de interpolador Kriging a emplear, resulta necesario verificar su presencia. En este sentido, el variograma estimado sirve de indicador de la posible existencia de tendencia, cuando éste muestra un crecimiento cuadrático no acotado al nivel de la varianza de los datos. En este caso, los variogramas direccionales no muestran presencia significativa de tendencia, puesto que están acotados a un nivel aproximado de las varianzas totales o *a priori* de los datos de porosidad.

En la tabla 6.2 están dados los parámetros del modelo de variograma ajustado, tomando en cuenta las tres direcciones estimadas. Aquí se puede ver que el modelo ajustado es anisotrópico, puesto que toma en cuenta la diferencia de alcances (longitud de correlación) en las direcciones vertical y horizontal.

Variables	Modelo	Nugget	Meseta	Alcances (m)	
				Horizontal	Vertical
Porosidad	Esférico	0.00	2.60	3,000	150

Tabla 6.2 Modelo del variograma de la porosidad en los pozos.

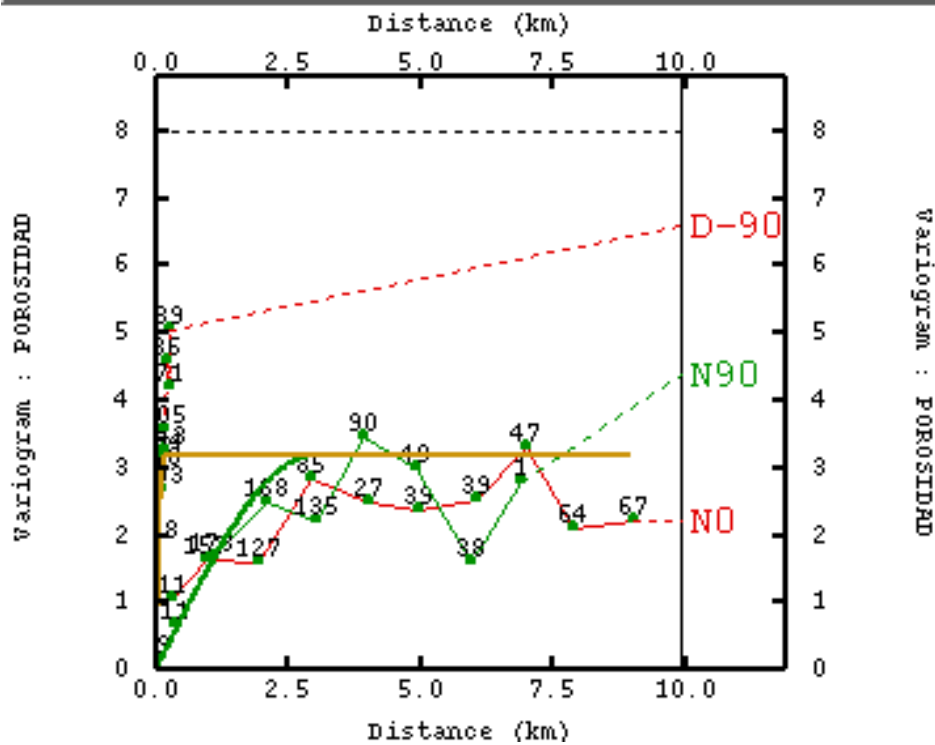


Figura 6.6 Variogramas estimados y modelo de la porosidad. Donde: N0 y N90 representan las direcciones correspondientes a las coordenadas Y y X, respectivamente. Mientras que D-90 corresponde a la dirección vertical Z (profundidad).

Estimación espacial de la porosidad usando sólo los datos de porosidad en pozos

Como no existe tendencia significativa de manera que se puede considerar que la variable porosidad es estacionaria, entonces se puede estimar la propiedad mediante kriging ordinario. El kriging es un término que ha sido acuñado para designar al "*mejor estimador lineal insesgado*" de un punto. El mismo consiste en interpolar espacialmente el valor de una propiedad en un punto, mediante una combinación lineal con pesos de sus n vecinos más cercanos. Los pesos son calculados haciendo uso de la función de correlación espacial, es decir, del variograma, de manera tal que el estimador sea no sesgado (el valor medio del error sea cero) y que la varianza de la estimación sea mínima, por eso se dice que el estimador es óptimo.

La estimación de la porosidad se realiza aplicando el procedimiento de Kriging Ordinario en Bloques, usando el modelo de variograma previamente obtenido, y la misma malla de estimación donde está definida la imagen de la impedancia acústica.

La figura 6.7 muestra la distribución espacial (vista en 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la impedancia acústica estimada con kriging.

En las figura 6.8 se muestra la distribución espacial (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad estimada con Kriging. Un análisis cualitativo nos permite observar que los valores de porosidad son coherentes respecto a los datos obtenidos en los pozos, puesto que los valores de la porosidad aumentan con el incremento de la profundidad. Los valores de porosidad describen de manera suave, dos zonas de porosidad claramente establecidas y limitadas por una delgada franja de transición. La primer zona posee una menor porosidad comprendida entre 5 - 8%, está ubicada en la parte superior (colores rojos y naranja) y tiene un espesor de un poco más de 250 metros. Mientras que la otra zona posee casi tres veces este espesor (colores verde claro), con valores de porosidad mayores, entre 11 - 15%. La franja de transición (colores amarillos) posee valores de porosidad entre 9 - 10%.

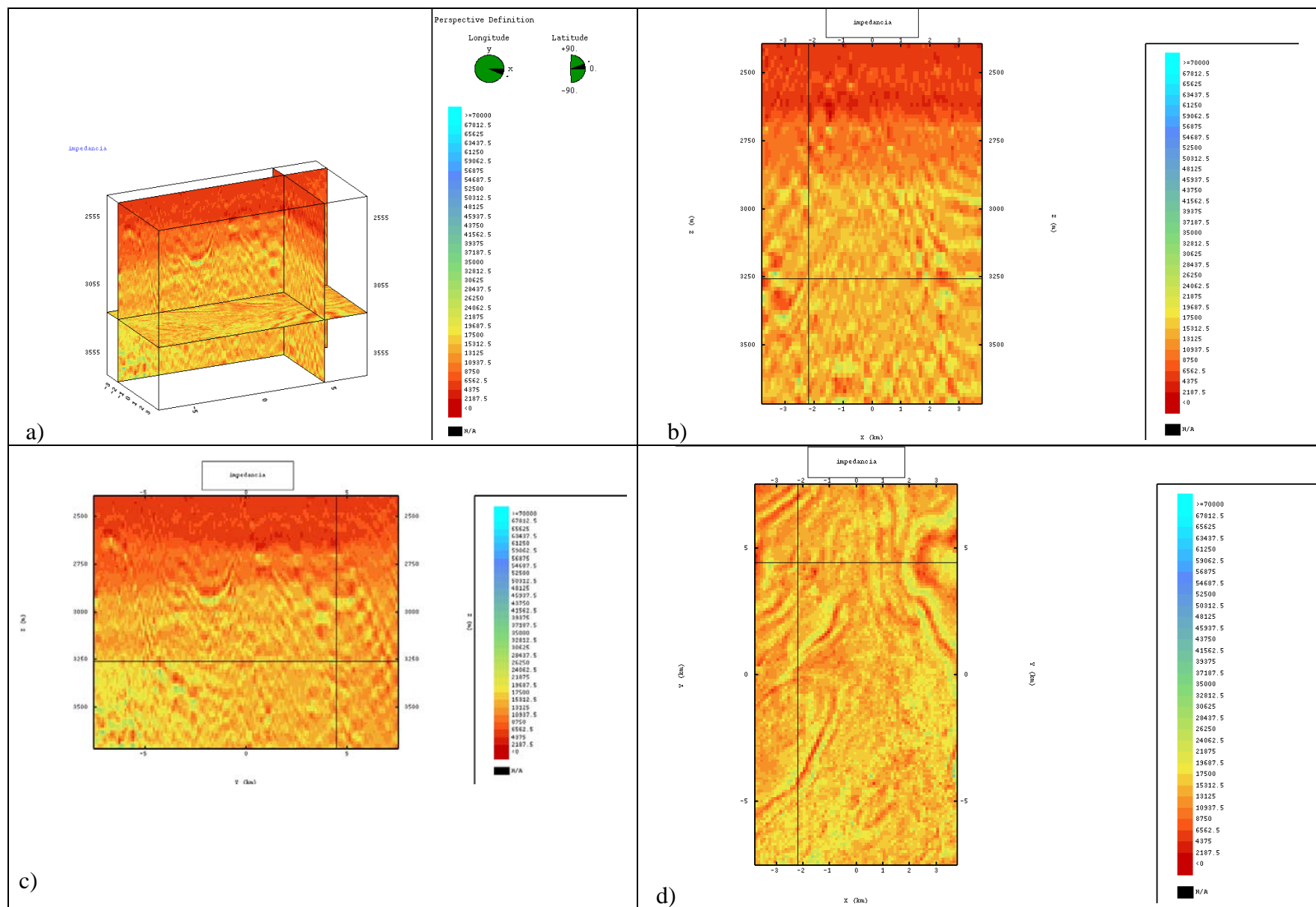


Figura 6.7 Impedancia acústica: (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

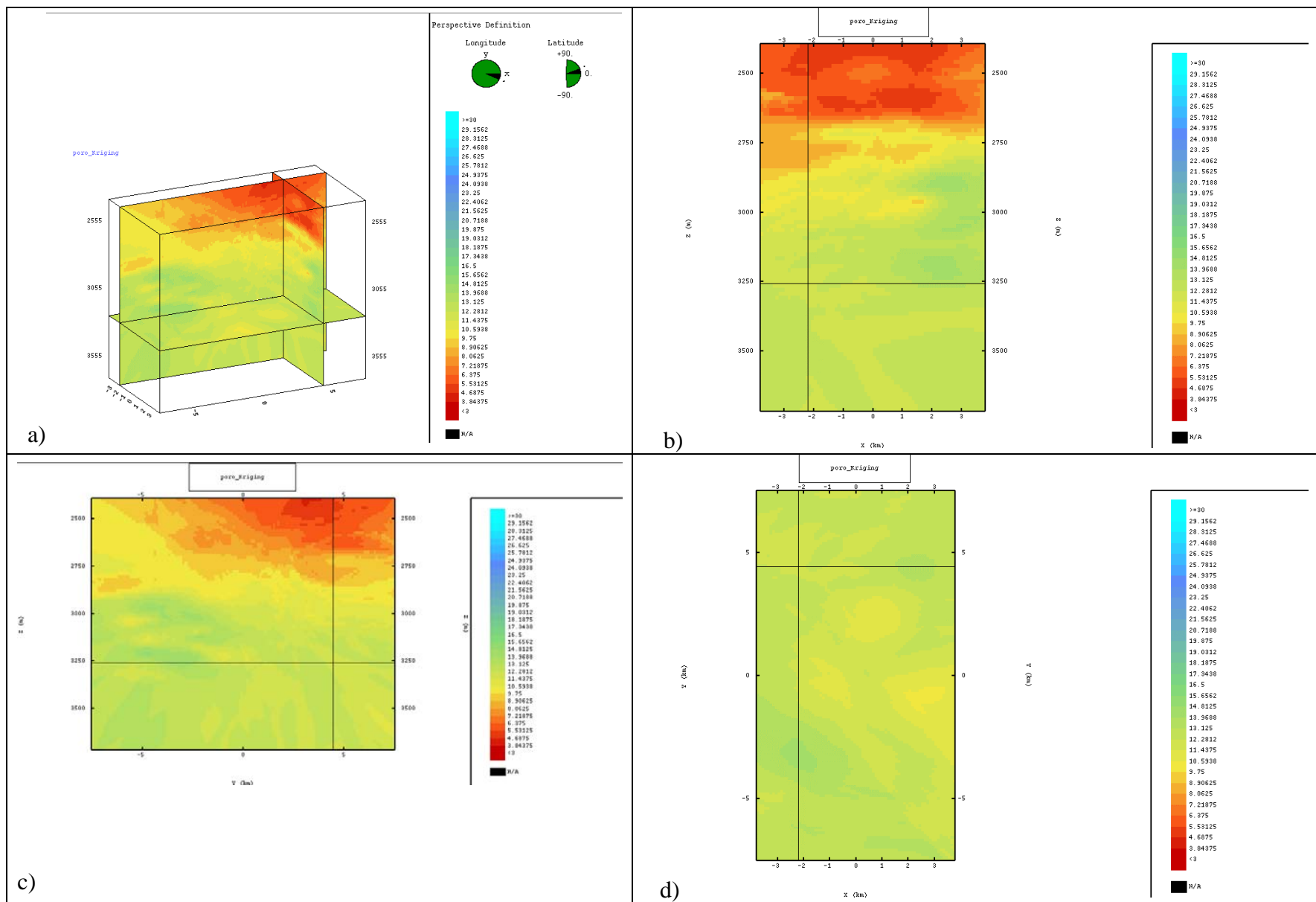


Figura 6.8 Porosidad estimada usando Kriging Ordinario en Bloques: (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

6.3 Estimación Conjunta de la Porosidad con la Impedancia Acústica Usando Cokriging Colocado

El procedimiento de estimación de manera conjunta de dos o más propiedades, es una generalización del método de estimación de una sola propiedad usando Kriging, y se le conoce como Cokriging. De manera análoga al caso de la estimación con Kriging, para poder realizar una estimación conjunta con Cokriging, se requiere del análisis geoestadístico conjunto de las propiedades de interés. Para el caso de dos variables se deben seguir los siguientes pasos:

- Análisis estadístico conjunto
- Estimación de los variogramas y ajuste de un modelo de correogionalización lineal
- Estimación espacial conjunta usando cokriging

Análisis estadístico conjunto

El análisis estadístico conjunto consiste fundamentalmente, en verificar la existencia o no de correlación entre las dos variables de interés, en este caso porosidad e impedancia acústica. Como sólo contamos simultáneamente con valores de porosidad e impedancia acústica en las ubicaciones de los pozos, el análisis se reduce a este tipo de información a escala de pozo.

En este caso podemos ver en la tabla 6.3, que existe una correlación lineal de 0.919 que es muy alta, lo cual nos garantiza una buena estimación conjunta. En los casos en que exista pobre correlación entre las variables, no tendría sentido hacer estimaciones conjuntas, puesto que serían casi equivalente a realizar estimaciones de cada una de las variables por separado.

En la figura 6.9, donde se muestra la regresión lineal de la variable porosidad efectiva contra impedancia en un gráfico de dispersión, se observa una fuerte alineación de la mayoría de los valores, pero que se desvía ligeramente de la recta de regresión para valores altos de impedancia, por encima de 20,000, debido a que existe una mayor dispersión y relativamente poca correlación para estos puntos.

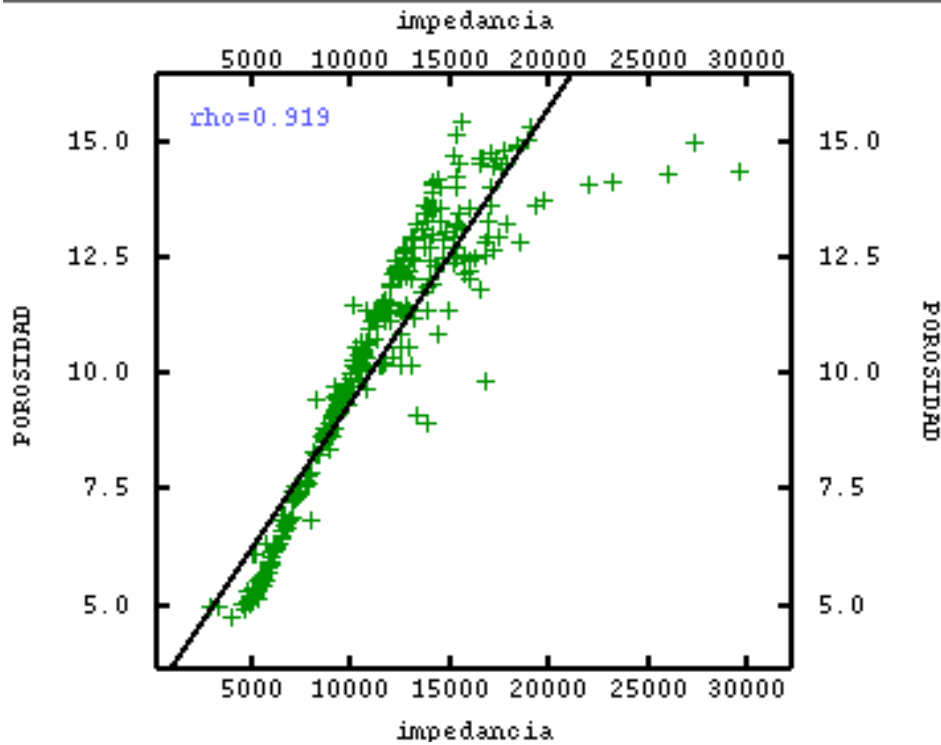


Figura 6.9 Diagrama de dispersión de los datos de porosidad contra impedancia acústica.

Variables	Estadísticos	Porosidad	Impedancia
Porosidad	Coef. de Correlación	1.000	.919
Impedancia	Coef. de Correlación	.919	1.000

Tabla 6.3 Matriz de correlación de las variables de porosidad e impedancia acústica.

Estimación de los variogramas y ajuste de un modelo de correogionalización lineal

La manera más comúnmente aceptada en la actualidad para realizar un análisis geoestadístico multivariado (figura 6.1), es a través de un modelo de correogionalización lineal (ver ANEXO A.2). Como en el caso univariado, se estiman los variogramas simples y el cruzado para la porosidad y la impedancia acústica, y luego se ajusta un modelo de correogionalización lineal.

En las figuras 6.10, 6.11 y 6.12 se muestran los variogramas estimados y los modelos de corregeionalización lineal, para la porosidad y la impedancia en las direcciones horizontal, vertical y conjunta, respectivamente. En la tabla 6.4 están dados los parámetros del modelo de corregeionalización lineal resultante, tomando en cuenta las tres direcciones. Aquí se puede ver que el modelo ajustado es anisotrópico, puesto que toma en cuenta la diferencia de alcances (longitud de correlación) en las direcciones vertical y horizontal.

Variables	Modelo	Nugget	Meseta	Alcances (m)	
				Horizontal	Vertical
Porosidad	Esférico	0.00	5.50	1,400.00	150.00
Impedancia	Esférico	0.00	10 ⁷	1,400.00	150.00
Porosidad- Impedancia	Esférico	0.00	7,000.00	1,400.00	150.00

Tabla 6.4 Modelos de los variogramas simples y cruzado ajustados para el modelo de corregeionalización lineal.

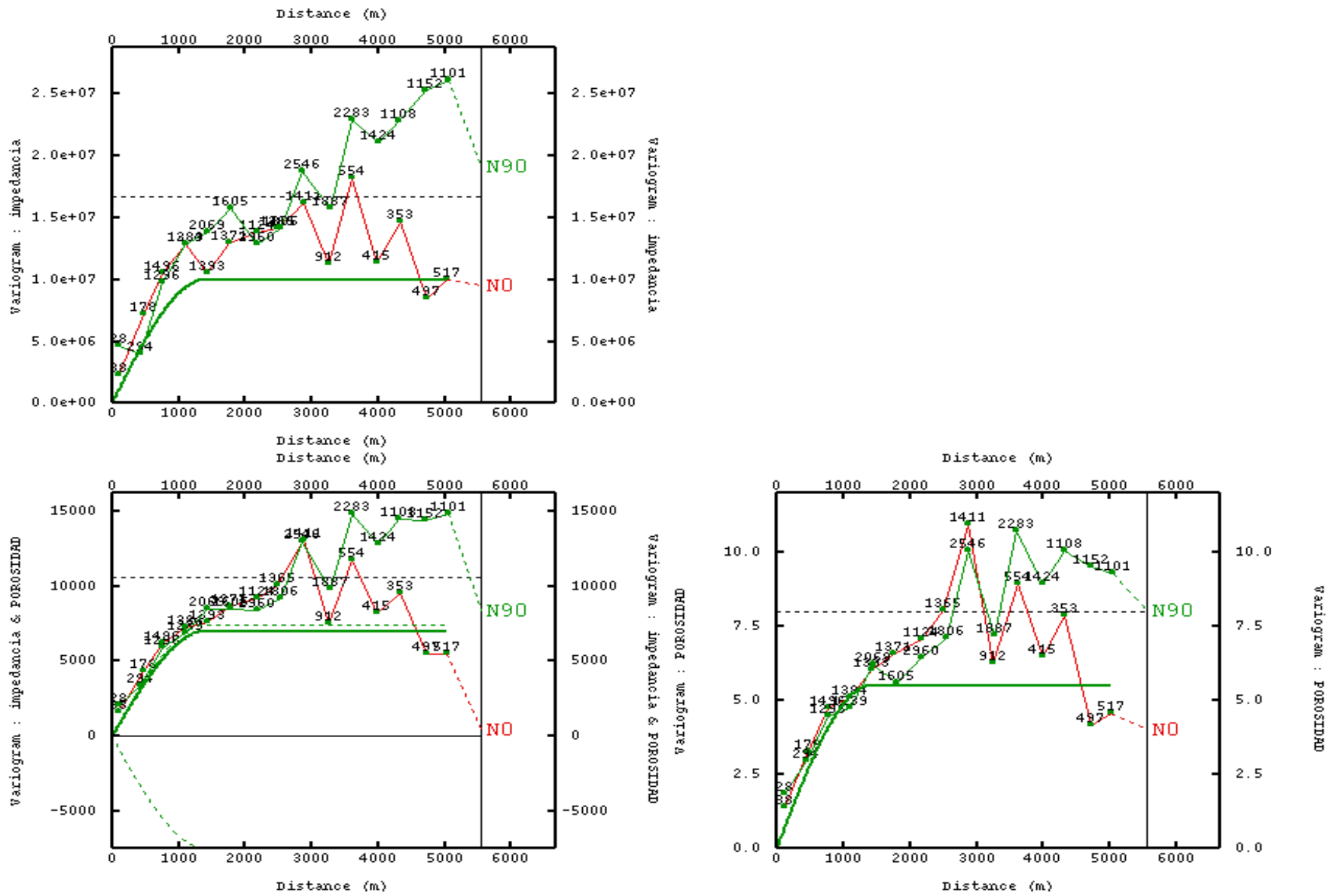


Figura 6.10 Modelo de correogionalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección horizontal.

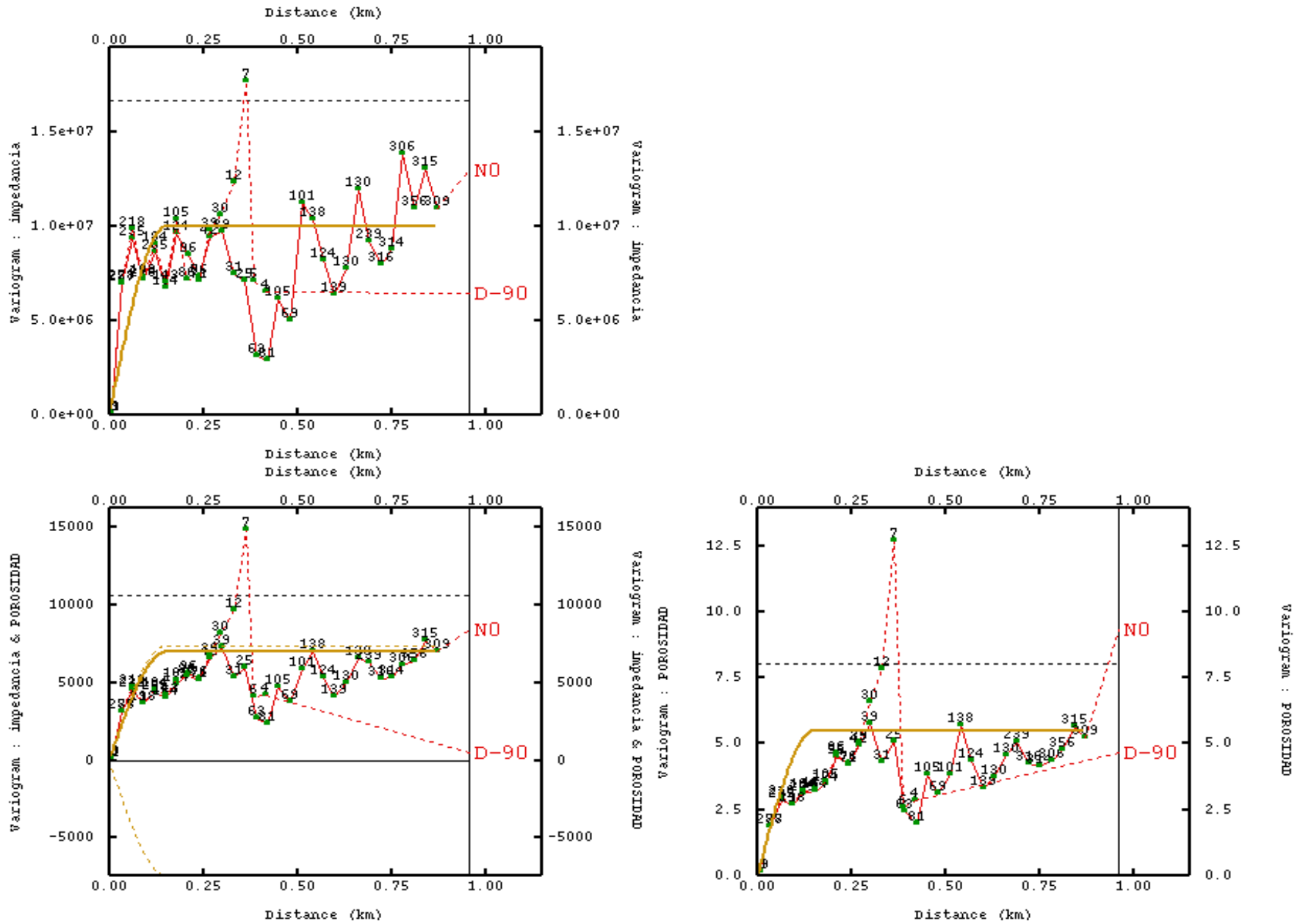


Figura 6.11 Modelo de correogionalización lineal para la porosidad y la impedancia en la dirección vertical.

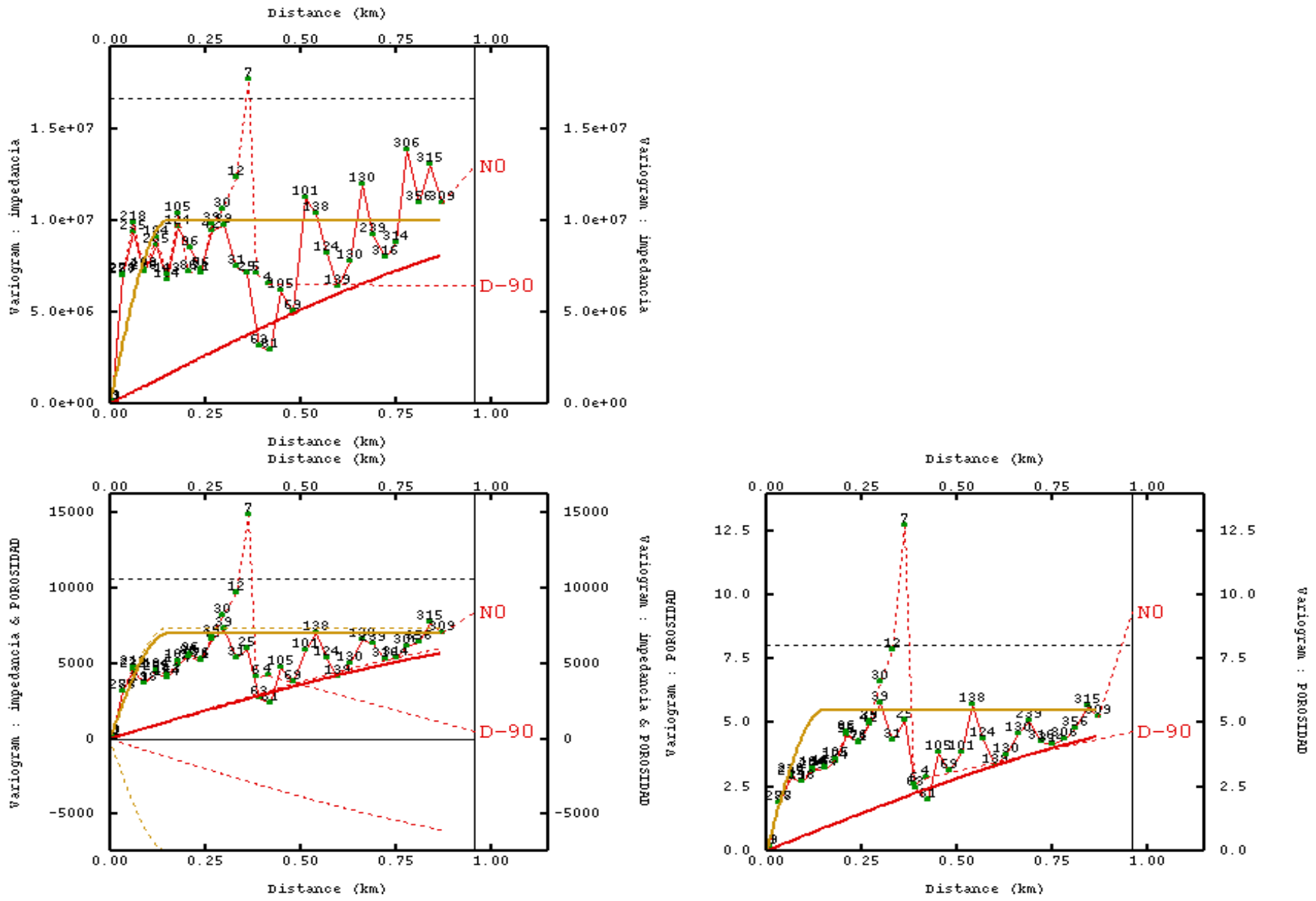


Figura 6.12 Modelo de correionalización lineal para la porosidad y la impedancia tomando en cuenta las dos direcciones: horizontal y vertical.

Estimación espacial conjunta de la porosidad usando los datos de porosidad e impedancia

Una vez establecido el modelo de correogionalización lineal, se puede estimar la porosidad usando conjuntamente la impedancia acústica mediante Cokriging Ordinario. En particular usaremos la variante simplificada de cokriging conocida como Cokriging Colocado (ver ANEXO A.3), la cual es más simple computacionalmente, pero su desempeño es similar al del cokriging.

La diferencia fundamental entre ambos métodos, estriba en que mientras en el Cokriging convencional se incluyen en la estimación $2n$ valores, es decir, los n vecinos más cercanos tanto de porosidad como de permeabilidad, mientras que en el Cokriging Colocado sólo se incluyen $n+1$ valores, los n vecinos mas cercanos de la porosidad y el valor de la impedancia acústica correspondiente a la malla de la estimación.

Esto se hace por razones de eficiencia computacional, puesto que las matrices que hay que invertir para la estimación en cada punto usando el cokriging convencional son de $2(n+1) \times 2(n+1)$ elementos, mientras que las del cokriging colocado son de $(n+2) \times (n+2)$, reduciéndose considerablemente el número de operaciones. Este aspecto adquiere especial relevancia cuando se posee mallas muy densas, del orden de millones de celdas, como en el caso que nos ocupa, donde cualquier disminución del monto de operaciones a realizar tiene un impacto positivo en la reducción del tiempo de cómputo.

En la figura 6.13 se muestra la distribución espacial (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad estimada de manera conjunta con la impedancia acústica usando Cokriging Colocado. Un examen a simple vista, revela que la distribución espacial de la porosidad así estimada es congruente con los valores de porosidad en pozos (figura 6.2), pero a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica (figura 6.7).

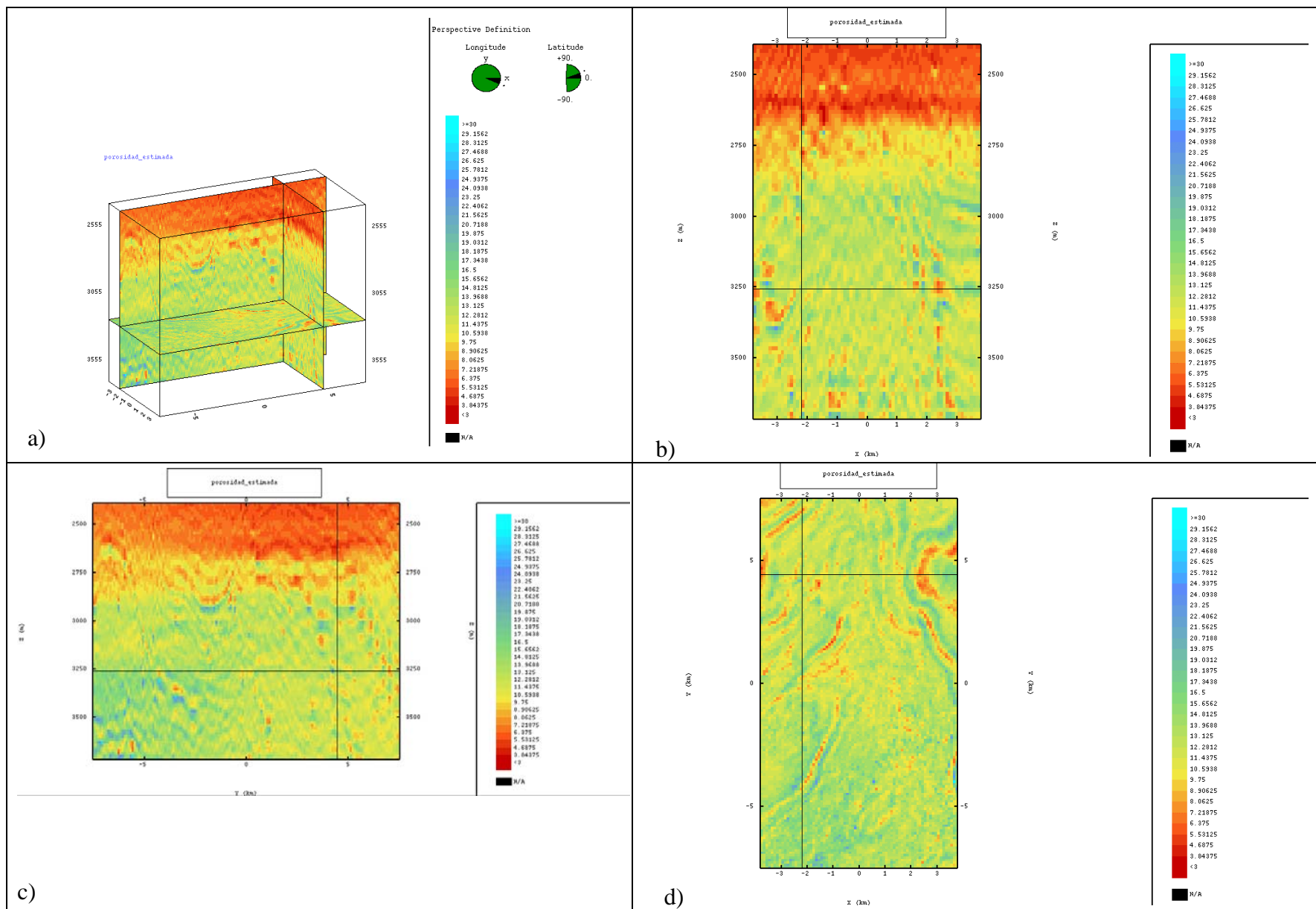


Figura 6.13 Porosidad estimada de manera conjunta con la impedancia acústica usando Cokriging Colocado: (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

6.4 Simulación Condicional Conjunta de la Porosidad con la Impedancia Acústica Usando el Método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes

En esta sección se muestra la otra alternativa que permite obtener un modelo de distribución espacial de la porosidad, integrando la información de porosidad en los pozos con la imagen de impedancia acústica (figura 6.1). En general, en la geoestadísticas existen dos enfoques para la modelación espacial: uno determinista conocido como estimación y el otro estocástico nombrado simulación. A diferencia del método anterior (Cokriging Colocado) que usa un enfoque de estimación, aquí se aplicará un método de simulación estocástica (ver ANEXO B1).

La diferencia esencial entre el enfoque de estimación y el de simulación estriba en la diferencia de los objetivos que persiguen cada uno. Mientras que la estimación a partir de la información disponible siempre produce un único resultado que minimiza la varianza del error de la estimación (es un interpolador óptimo), el enfoque de simulación genera múltiples realizaciones de la función aleatoria, de manera que éstas reproducen las propiedades estadísticas (media, varianza, variograma, histograma, etc.) de los datos que se poseen acerca de la misma.

En otras palabras, en la simulación se persigue la obtención de realizaciones estadísticamente equivalentes, lo cual, ofrece la ventaja de poder manejar de un modo mucho más adecuado el grado de incertidumbre de la propiedad que se desea modelar.

El método en cuestión aquí aplicado es conocido como Cosimulación Colocada (ver ANEXO). Por su complejidad y requerimientos, es la continuación natural del método de Cokriging Colocado usando el enfoque de simulación, puesto que requiere de todo el procesamiento hecho en la sección anterior y además, porque usa internamente el método de Cokriging Colocado en combinación con un método clásico de simulación conocido como de Bandas Rotantes (ANEXO B3), para generar las simulaciones estocásticas.

La aplicación del método de Cosimulación Colocada se realizó con dos configuraciones del método de Bandas Rotantes, una con 50 y la otra con 100 bandas. Las bandas influyen en la precisión de la estimación de manera que a mayor cantidad de banda es mejor la precisión del método. Pero por otra parte, el aumento del número de bandas incrementa el costo computacional que requiere cada simulación. La elección de 50 y 100 bandas fue basada en el hecho de que se

considera que 50 bandas garantiza la precisión mínima requerida para la malla de la estimación que se tiene, y se quiere establecer una comparación en cuanto a la calidad y el desempeño del método al incrementar el número de bandas al doble (100).

Debido al hecho de poder obtener múltiples realizaciones estadísticamente equivalentes, surge de manera natural la pregunta de con cual de ellas nos debemos quedar. Esta respuesta depende del propósito de la simulación. Debido a que el objetivo del presente trabajo consiste en obtener un modelo confiable de la distribución espacial de la porosidad, se eligió una alternativa bastante común que consiste en generar primero un número considerable de realizaciones y luego promediar para obtener los valores medios. En particular se generaron 50 simulaciones para las dos variantes de la simulación usando 50 y 100 bandas.

En las figuras 6.14 y 6.15 se muestran las distribuciones espaciales (vista 3D y secciones correspondientes a los planos X-Z, Y-Z y X-Y) de la porosidad promedio simulada de manera conjunta con la impedancia acústica, usando Cosimulación Colocada con 50 y 100 bandas, respectivamente. Un examen a simple vista, nos revela que la distribución espacial de la porosidad así estimada, tal como en el caso del Cokriging Colocado, es congruente con los valores de porosidad en pozos (figura 6.2), pero a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica (figura 6.7).

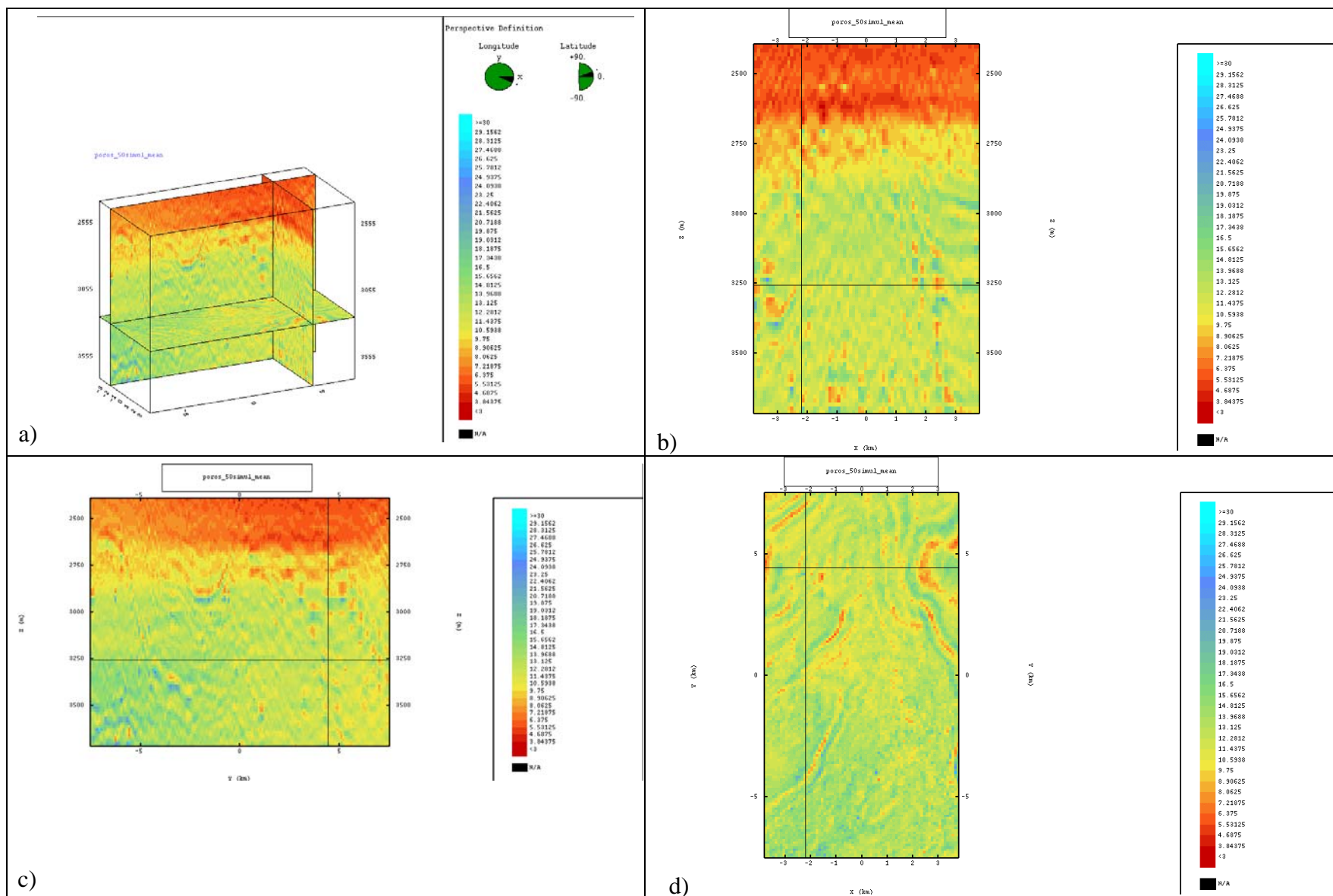


Figura 6.14 Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (50 bandas): (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

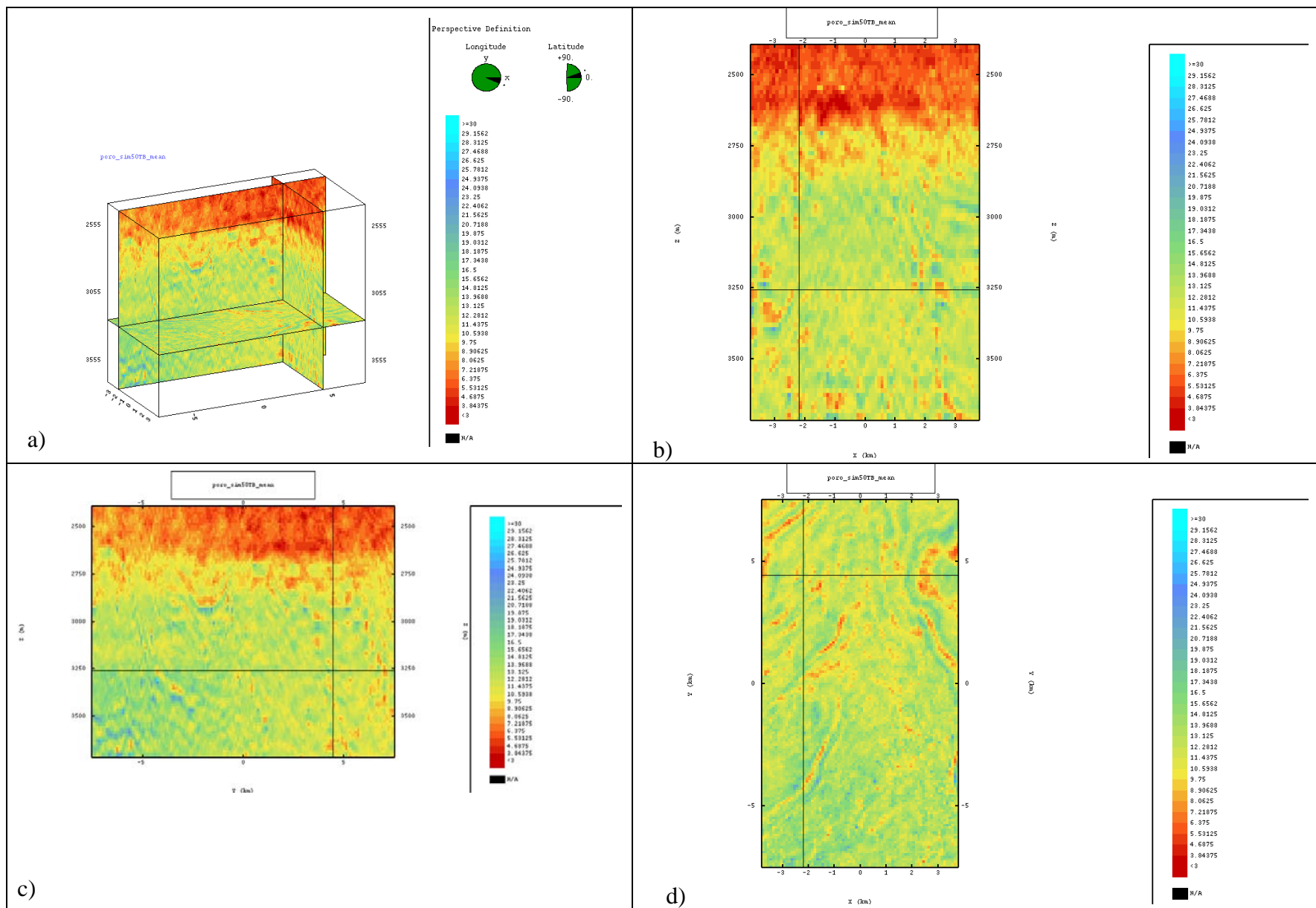


Figura 6.15 Porosidad estimada condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (100 bandas): (a) vista 3D y secciones correspondientes a los planos (b) X-Z, (c) Y-Z y (d) X-Y.

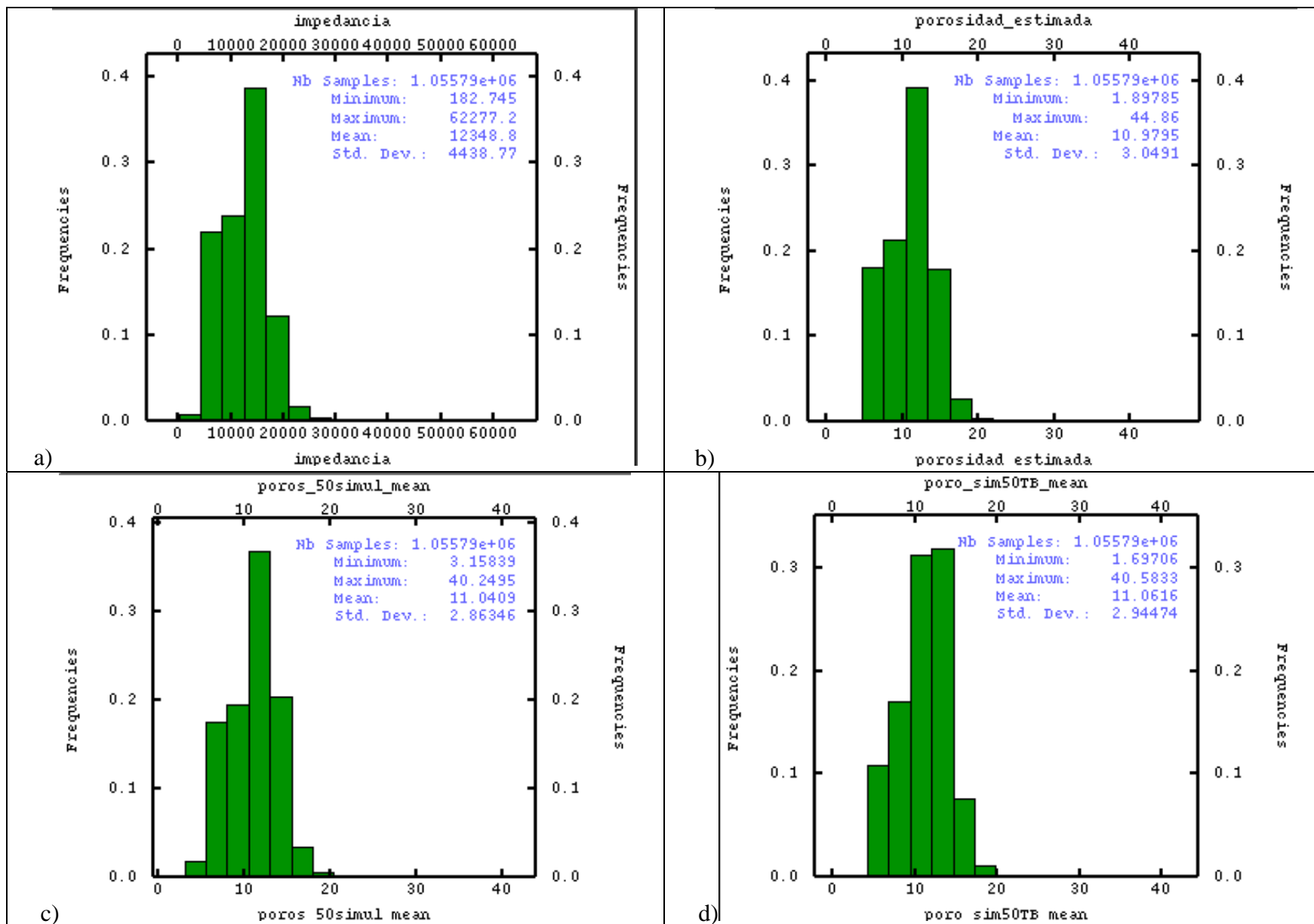


Figura 6.16 Histograma de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

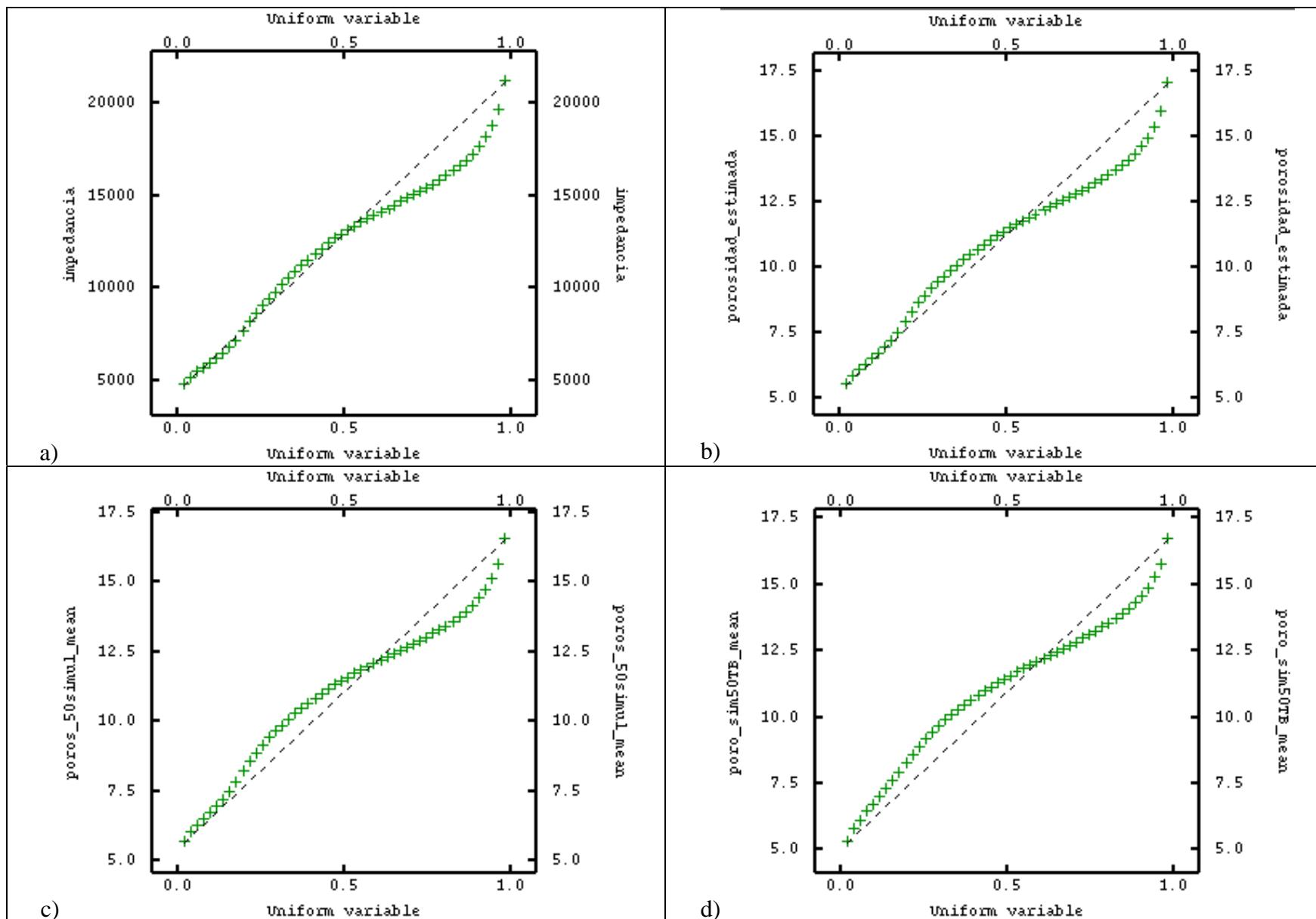


Figura 6.17 Diagrama Q-Q de la impedancia (a) comparado con los de la porosidad estimada en la malla de la sísmica usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

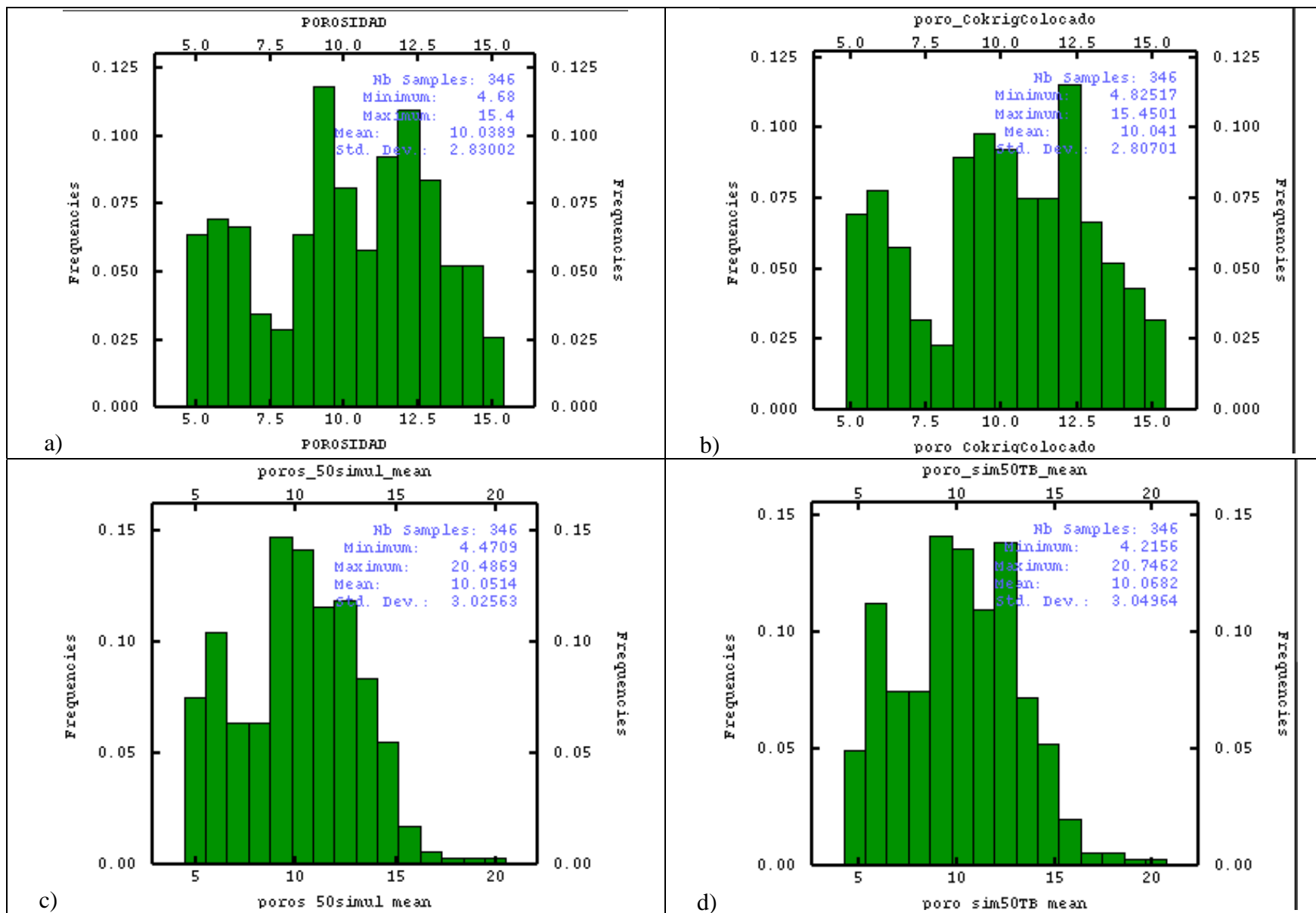


Figura 6.18 Histograma de la porosidad en los pozos (a) comparado con los histogramas de la porosidad estimada en los pozos usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

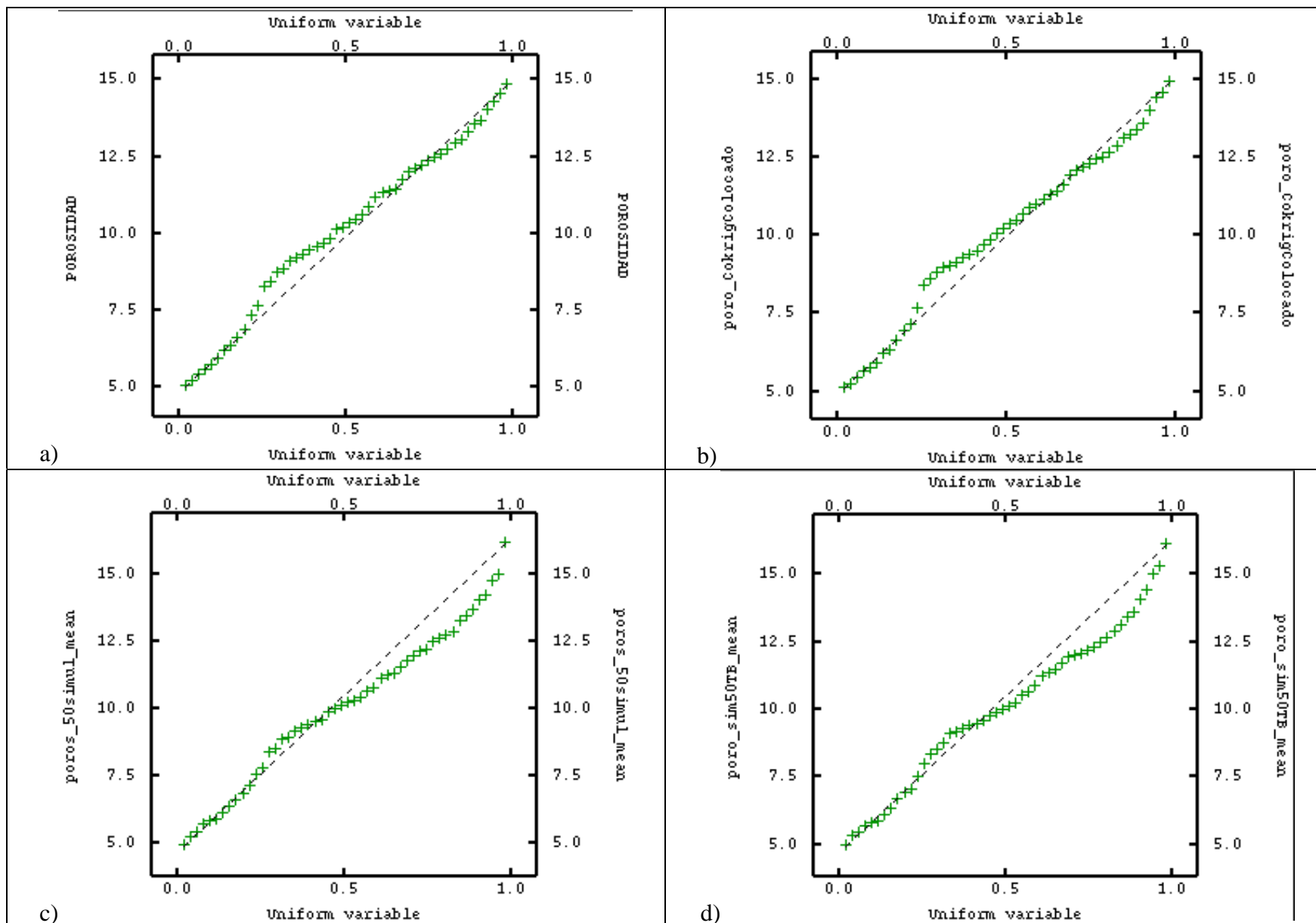


Figura 6.19 Diagrama Q-Q de la porosidad en los pozos (a) comparado con los de la porosidad estimada en los pozos usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

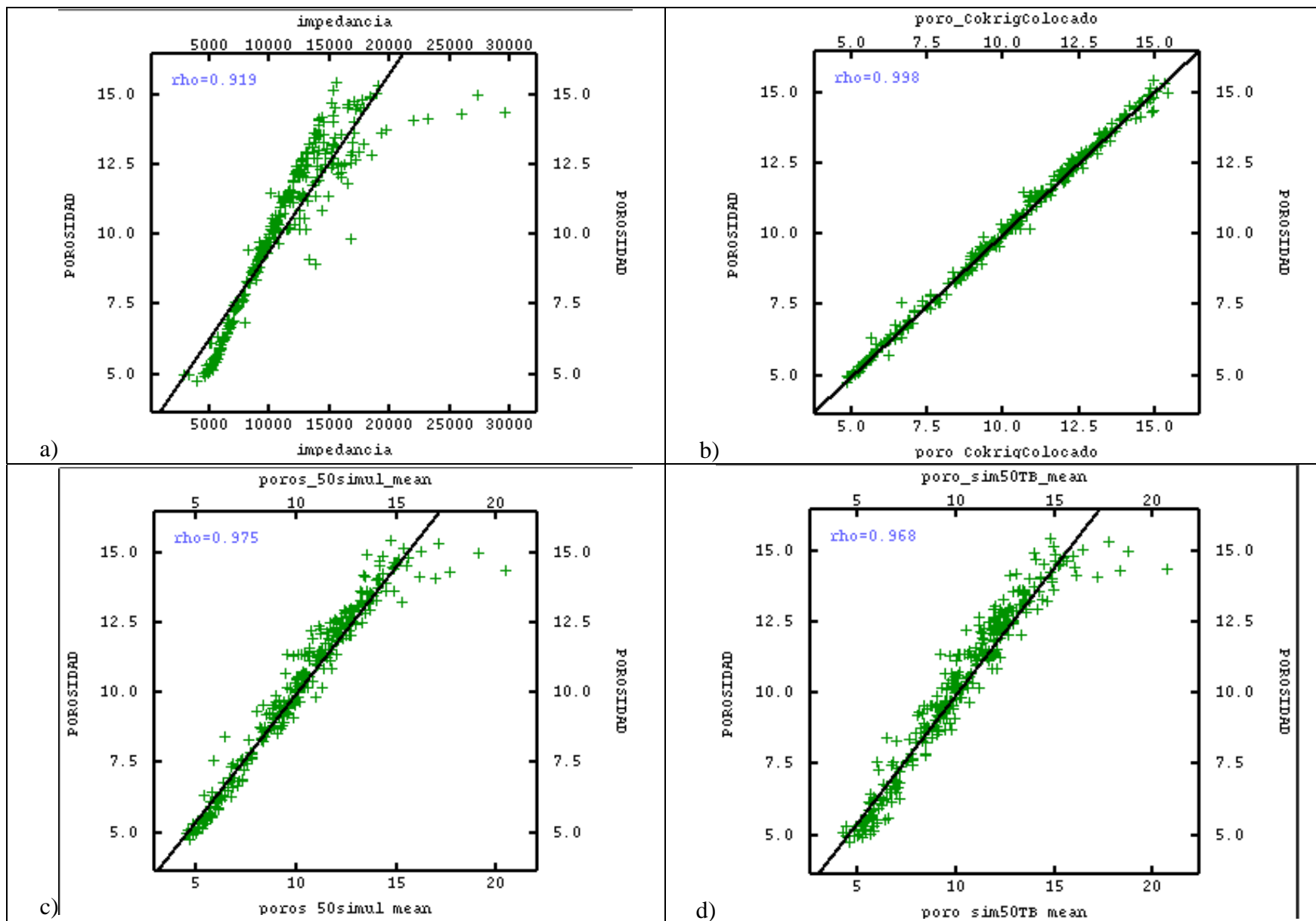


Figura 6.20 Gráficas de dispersión de la porosidad con respecto a la impedancia (a) y a los valores estimados usando (b) Cokriging Colocado, (c) Cosimulación Colocada con BR (50 bandas) y (d) Cosimulación Colocada con BR (100 bandas).

6.5 Comparación de los Modelos de Distribución

Tenemos esencialmente dos enfoques para modelar la distribución espacial de las propiedades petrofísicas usando geoestadística: el de estimación y el de simulación.

Los métodos de Kriging y Cokriging siguen un enfoque de estimación. Con el Kriging obtenemos estimaciones suavizadas de la porosidad, puesto que sólo se usan los valores de porosidad promediados a intervalos cada 30 metros en los pozos. Mientras que con el Cokriging Colocado haciendo uso de la correlación que existe entre la porosidad y la impedancia acústica se obtienen distribuciones mucho más detalladas de la porosidad. En ambos casos los modelos que se obtienen reflejan las tendencias del comportamiento de la distribución espacial de la porosidad.

Estadísticos	Porosidad	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Núm. muestras	346	1055792	1055792	1055792
Mínimo	4.68	1.90	3.16	1.70
Primer Cuartil	7.82	8.80	9.05	9.05
Mediana	10.16	11.36	11.47	11.43
Tercer Cuartil	12.36	13.04	13.00	13.08
Máximo	15.40	44.86	40.25	40.58
Media	10.04	10.98	11.04	11.06
Desviación Estándar	2.83	3.05	2.86	2.94
Coefficiente de Variación	0.28	0.28	0.26	0.27
Simetría	-0.20	0.07	-0.05	-0.08
Curtosis	2.01	3.16	3.00	3.03

Tabla 6.5 Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en la malla de la sísmica.

El enfoque de simulación estocástica puede ser también aplicado usando sólo los datos de porosidad en pozos con un método como el de Bandas Rotantes o Secuencial Gaussiano condicionado, pero también adolecería de la misma suavidad de la estimación hecha con Kriging. Por esto se prefirió experimentar con alternativas que tomaran en cuenta simultáneamente la información de pozos y la sísmica, como es el caso de la Cosimulación (simulación conjunta) Colocada. Se realizaron 50 simulaciones con el método de Bandas Rotantes con 50 y 100 bandas, y se promediaron.

En las figuras 6.16 y 6.17 se muestran los histogramas y los diagramas Q-Q de la impedancia, comparados con los de la porosidad obtenida en la malla de la sísmica usando Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas. Se puede ver que todos son muy parecidos por su forma, indicando que las distribuciones a la escala de la sísmica están preferentemente guiadas por la impedancia acústica. Mientras que, en las figuras 6.18 y 6.19, donde se muestran los histogramas y los diagramas Q-Q de la porosidad obtenida en los pozos, usando los mismos métodos ya mencionados, las distribuciones de la porosidad reproducen como era de esperar el comportamiento a la escala de pozo.

En la tabla 6.5 se ofrece una comparación de la estadística básica de los valores de porosidad en los pozos respecto a los obtenidos con Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas, en la malla de la sísmica. En la misma se puede observar que existen diferencias significativas entre los valores reales y los obtenidos respecto a los máximos (15.40, 44.86, 40.25, 40.58) y los valores medios (10.04, 10.98, 11.04, 11.06), de lo cual es responsable la impedancia acústica.

Mientras que en la tabla 6.6 la estadística básica de los valores de porosidad en los pozos comparados con los obtenidos con Cokriging Colocado y Cosimulación Colocada con BR de 50 y 100 bandas, restringidos a los pozos es muy coherente.

Una diferencia esencial que existe entre las estimaciones y las simulaciones es que las simulaciones reproducen la estadística de los datos originales mientras que las estimaciones no lo hacen. Como un indicador de este hecho puede servir los gráficos de dispersión de la porosidad con respecto a la impedancia en la figura 6.20, donde se puede observar que la estimación con Cokriging Colocado (figura 6.20 b) exhibe un patrón de correlación idealizado sin casi dispersión

respecto a la recta de correlación, mientras que las simulaciones (figura 6.20 c y d) se comportan de una manera más realista, ya que sus patrones de dispersión se desvían de la recta de regresión, para valores altos de porosidad e impedancia tal como se observan en los datos originales (figura 6.20 a).

Un aspecto no menos importante a tomar en cuenta para decidir cual de los métodos usados debe aplicarse en casos prácticos de caracterización de yacimientos, es el desempeño computacional de los mismos. En este trabajo, no nos planteamos el objetivo de hacer un análisis comparativo riguroso del desempeño de cada uno de los métodos, no obstante se midieron los tiempos de ejecución, en términos del tiempo de uso del procesador medido en minutos, como un indicador del costo computacional (Tabla 6.7).

Estadísticos	Porosidad	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Núm. muestras	346	346	346	346
Mínimo	4.68	4.83	4.47	4.22
Primer Cuartil	7.82	8.13	7.74	7.77
Mediana	10.16	10.30	10.08	9.99
Tercer Cuartil	12.36	12.26	12.21	12.16
Máximo	15.40	15.45	20.49	20.75
Media	10.04	10.04	10.05	10.07
Desviación Estándar	2.83	2.81	3.03	3.05
Coefficiente de Variación	0.28	0.28	0.30	0.30
Simetría	-0.20	-0.19	0.14	0.20
Curtosis	2.01	2.05	2.62	2.70

Tabla 6.6 Resumen de la estadística básica de las estimaciones de la porosidad en los pozos.

En la tabla 6.7 se puede apreciar, como era de esperar, que se incrementa el costo computacional con el aumento de la complejidad de los métodos. El Kriging y el Cokriging Colocado tienen desempeños muy similares debido a que, como ya se mencionó anteriormente, resuelven sistemas de ecuaciones casi del mismo tamaño. Mientras que las simulaciones de 100 bandas muestra un aumento significativo del tiempo de cómputo respecto a las de 50 bandas y no aportan un incremento relevante en la calidad de los modelos como se puede juzgar por los resultados estadísticos de las tablas 6.5 y 6.6. Por lo que parece indicar que un número de 50 bandas puede ser suficiente para obtener simulaciones confiables en casos como el que nos ocupa.

Una comparación entre estimación y simulación en término de costo computacional no tiene mucho sentido ya que la decisión entre realizar una estimación o hacer simulaciones depende más del propósito y alcances del estudio que del desempeño de los métodos. Además, cuando se hacen simulaciones se deben realizar un número mínimo de entre 50 y 100 realizaciones para obtener una estadística representativa.

	Kriging	Cokriging Colocado	Cosimulación Colocada con BR (50)	Cosimulación Colocada con BR (100)
Tiempo de Ejecución en una Estación de trabajo SUN FIRE	18 min	19 min	26 min (*)	100 min (*)

Tabla 6.7 Resumen de los tiempos de ejecución de cada uno de los métodos. (*) Tiempo de una simulación.

7. Discusión y Conclusiones

Discusión

Uno de los objetivos de esta tesis consiste en aplicar una metodología de caracterización integral de yacimientos, la cual involucra un trabajo multidisciplinario, ya que intervienen diferentes especialidades, como son; la geología, la estratigrafía, la geología estructural, la sismología y la geoestadística, entre otras. La metodología empleada es de carácter integral, y se puede aplicar a cualquier tipo de yacimientos, en el caso objeto de esta tesis, se enfocó a yacimientos carbonatados fracturados, en particular al horizonte productor más importante de la Sonda de Campeche, la Brecha del límite Cretácico – Terciario.

El análisis estadístico básico de las propiedades petrofísicas mostró su relevancia como paso previo imprescindible para poder verificar las hipótesis en que se sustenta la modelación geoestadística y que permite conocer el comportamiento de las propiedades dentro del yacimiento.

Al realizar el análisis estadístico conjunto de los atributos con propiedades petrofísicas, se buscó establecer altas dependencias lineales, la cual sólo fue observada para el caso de la porosidad y la impedancia acústica con un coeficiente de correlación lineal de 0.919. Este hecho es de suma importancia ya que permitió establecer un modelo de correogionalización lineal, lo cual hizo factible la aplicación de las técnicas geoestadísticas conjuntas.

El discretizar los valores de porosidad efectiva, en capas o intervalos (cada 30 m), para correlacionar con atributos sísmicos, ayuda a tener un mejor control de los datos y que los resultados sean más consistentes o precisos, puesto que al promediar se obtienen valores más representativos a la escala en que se está modelando la cual está restringida por la resolución de los datos sísmicos. Además, permite elevar la precisión de la modelación de la estructura de correlación espacial puesto que se obtienen mejores estimaciones de los variogramas en la dirección horizontal.

Los modelos de distribución de la porosidad que se obtienen usando los métodos de Kriging y Cokriging reflejan las tendencias del comportamiento de la distribución espacial de la porosidad. Con el Kriging obtenemos estimaciones suavizadas de la porosidad, puesto que sólo se usan los valores de porosidad promediados a intervalos cada 30 metros en los pozos. Mientras que con el Cokriging Colocado al incluir además la información de la impedancia acústica se obtienen distribuciones mucho mas detalladas de la porosidad.

Los modelos obtenidos de la simulación conjunta de la porosidad y la impedancia acústica se realizaron usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes. En particular, se realizaron 50 simulaciones con 50 y 100 bandas, y posteriormente se promediaron. Los resultados de los modelos al compararse, se vio que tenían semejanza y que no presentaban diferencias contrastantes. La distribución de la porosidad es congruente con los valores de porosidad en pozos, y a su vez reproduce los rasgos espaciales que describe la imagen de impedancia acústica.

Un aspecto no menos importante a tomar en cuenta para decidir cual de los métodos usados debe aplicarse en casos prácticos de caracterización de yacimientos es el desempeño computacional de los mismos. El Kriging y el Cokriging Colocado tienen desempeños muy similares debido a que resuelven sistemas de ecuaciones casi del mismo tamaño. Mientras que las simulaciones de 100 bandas muestra un aumento significativo del tiempo de cómputo respecto a las de 50 bandas y no aportan un incremento relevante en la calidad de los modelos, por lo que parece indicar que un número de 50 bandas puede ser suficiente para obtener simulaciones confiables en casos como el que nos ocupa.

Si bien los tiempos de cómputo de los procesos de kriging, cokriging colocado y cosimulación con 50 BR, son casi iguales, esto no constituye el factor determinante a la hora de seleccionar el método de modelación. La decisión entre realizar una estimación o hacer varias simulaciones depende más del propósito y los alcances del estudio que del desempeño de los métodos. Por ejemplo, cuando el objetivo es hacer una caracterización estática del yacimiento, la estimación con cokriging colocado podría ser la opción mas adecuada, mientras que si se desea hacer un análisis de riesgo se necesitaría un número mínimo de 50 a 100 simulaciones.

Los métodos geoestadísticos, son el marco apropiado para poder integrar de manera sistemática en un modelo geológico-petrofísico toda la diversidad de información existente para la caracterización del yacimiento, ya que entre otras múltiples ventajas permiten:

- tomar en cuenta tanto la información dura (mediciones de núcleos y registros) como la información conceptual,
- actualizar el modelo de una manera simple en la medida que se obtenga una mayor o mejor información,
- cuantificar el grado de incertidumbre que se tiene acerca del conocimiento de la distribución de las propiedades petrofísicas.

Conclusiones

- En este trabajo, se muestra la importancia de la geoestadística como una potente herramienta para la integración de información geológica, petrofísica y sísmica.
- La geoestadística como metodología constituye el marco apropiado para desarrollar los modelos geológicos-petrofísicos, puesto que no sólo permite integrar de manera sistemática toda la información que se posea, sino también a medida que se genere nueva información ésta permite la actualización del conocimiento produciendo modelos con una mayor precisión y una menor incertidumbre.
- El análisis estadístico, también conocido como Análisis Exploratorio o Minería de Datos, de la información disponible de las propiedades petrofísicas es un paso previo imprescindible en un trabajo de modelación estática de yacimientos puesto que todo el modelo está basado en reproducir a nivel de yacimiento el comportamiento estadístico observado a escala de pozo.
- Cuando se pueda establecer un modelo de correogionalización lineal debido a la alta correlación lineal entre un atributo sísmico (impedancia acústica) y una propiedad petrofísica (porosidad) se recomienda usar el método de Cokriging Colocado para modelar la distribución de la propiedad petrofísica.
- Pero si se desea hacer un análisis de riesgo se requeriría la aplicación de la Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes con 50 bandas y un número mínimo de 50 simulaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Ángeles Aquino, F. J. “Estudio estratigráfico sedimentológico del Jurásico Superior en la Sonda de Campeche”. AMGP. Vol. XXVIII. No. 1. p. 45-55, 1988.
2. Aquino López, J. A. “EL Gigante Cantarell: un ejemplo de Producción Mejorada”. AMGP – AAPG. México, Octubre 1999.
3. Brown, A.R, Interpretation of three-dimensional seismic data. third edition. AAPG memoir 42, 341 p. 1991.
4. Brown, L. F. Jr and Fisher, W. L., “Principles of seismic stratigraphic interpretation, of depositional systems and lithofacies from seismic data”. Austin, Texas 1979.
5. Casar-González, R. Modelado Estocástico de propiedades petrofísicas en yacimientos de alta porosidad secundaria. Tesis de Doctorado en Ingeniería, UNAM 2003.
6. Castrignano, A., Fornaro, F., Basso, B., Tomaiuolo, M., “Assessing non-stationary variability in durum wheat yield using intrinsic random functions of order K”. Istituto Sperimentale Agronomico, MIPAF. Bari, Italy 2003.
7. Chan, G., “An effective method for Simulating Gaussian random fields”. American Statistical Association. P 133-138. 1999.
8. Choquette, P.W. and Pray, L.C., “Geological nomenclature and classification of porosity en sedimentary carbonates”. AAPG, V. 54, No. 2, p. 207-250, 1970.
9. Christakos G. Random field models in Earth sciences. Center for integrate study of the environment. New Delhi. 1992.
10. Consentino, Luca, Integrated Reservoir Studies. Editions TECHNIP, Paris France 2001.
11. Deutsch, C. V. Geostatistical Reservoir Modeling. Oxford University Press. U.S.A 2002.
12. Dubrule, Olivier, Geostatistics for Seismic Data Integration in Earth Models. Society of Exploration Geophysicists (SEG). European Association of Geoscientists & Engineers. 2003.
13. Holguín Quiñones, N. “Evaluación geoquímica del sureste de México”. Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros. V. 37, No. 1, p. 3-48, 1985.

14. Golub G.H., Van Loan C.F., Matrix computations. Tohns Hopkins University Press, Third ed. 1989.
15. Goovaerts P. Geostatistics for natural resources evaluation. Oxford Univ. Press, New York, p. 483.
16. Goulard M. and M. Voltz. Linear coregionalization model: tools for estimation and choice of cross-variogram matrix. Math. Geol., 1992. v. 24, n.3, p. 269-286.
17. Grajales Nishimura, J.M. Origen, diagénesis e importancia petrolera de la secuencia carbonatada del límite Cretácico-Terciario en el sureste de México. Tesis de doctorado en ciencias (Geología). Unidad de ciclos Profesionales y de Posgrado Colegio de Ciencias y Humanidades, Programa de Posgrado en Ciencias de la Tierra. Universidad Nacional Autónoma de México 2001.
18. Grajales Nishimura, J.M, Cedillo-Pardo, E, Rosales-Domínguez, C, Morán-Centeno, D.J, Álvarez, W, Claeys, P, Ruiz-Morales, J, García-Hernández, J, Padilla-Ávila, P, Sánchez-Ríos, M.A.: "Chicxulub impact: The origin of reservoir and seal facies in the southeastern México oil fields." Geology, V. 28, No. 4, p. 307-310, April 2000.
19. Kelkar M. and Pérez G., Applied Geostatistics for Reservoir Characterization Society of Petroleum Engineers Inc. Richardson, Texas 2002.
20. Loucks, R.G., and J.F. Sarg, "Carbonate sequence stratigraphic: recent developments and applications". AAPG Memoir, V. 57, P. 545. 1993.
21. Mazzullo, S. J. and Harris, P. M., "Mesogenetic dissolution: Its role in porosity development in carbonate reservoirs". AAPG. 1992.
22. Meneses de Gyves, J. "Geología de la Sonda de Campeche". Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros. V. 32, No. 1, p. 1-26, 1980.
23. Moore Clyde, H., Carbonate Reservoirs, porosity evolution and diagenesis in a sequence stratigraphic framework. Colorado school of mines, Golden, CO, USA. 2001.
24. Murillo Muñeton, G, Grajales Nishimura, J.M, Cedillo Pardo, E, García Hernández, J, y Hernández García, S. "Stratigraphic architecture and sedimentology of the main oil-producing stratigraphic interval at the Cantarell oil field: the K/T boundary sedimentary

succession.” Paper SPE 74431 presented at the 2002 SPE International Petroleum Conference and Exhibition, Villahermosa, México, February 2002.

25. Pacheco Gutiérrez, A.C., Deformación transgresiva miocénica y el desarrollo de sistemas de fracturas en la porción nororiental de la Sonda de Campeche. Tesis de maestría en Ciencias. UNAM, 2002.
26. Palmer, A. N., “Geochemical models for the origin of macroscopic solution porosity in carbonate rocks”. AAPG Memoir 63, p. 77-101. 1995.
27. PEMEX, Exploración y Producción. Las Reservas de Hidrocarburos de México. Vol. I y II. 1999.
28. PEMEX, Exploración y Producción. Las Reservas de Hidrocarburos de México, 2003.
29. Romero Ibarra, M.A, Medrano Morales, L, y Maldonado Villalón, R. “Subsistemas Generadores del Área Marina de Campeche, México. En Subsistemas Generadores de México.” Boletín de la asociación Mexicana de Geólogos Petroleros. Vol XLIX, No 1-2, p. 105-115, 2001.
30. Rosenfeld, J. H. “El potencial económico del Bloque de Yucatán en México, Guatemala y Belice”. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, Tomo LV, No. 1, p. 30-37, 2002.
31. Santiago Acevedo, J., Carrillo Bravo, J., y Martell Andrade, B., “Geología Petrolera de México en: Evaluaciones de Formaciones en México”. Schlumberger, México, 1984.
32. Sheriff, R.E. and Geldart, L.P., Exploración Sismológica, volumen I, Noriega y Limusa, 1991.
33. Schlumberger, Fundamentos de registros geofísicos. Volumen I.
34. Schlumberger, Evaluación de Formaciones en México. 1984.
35. Vail, P.R., Mitchum, R. M. y Thompson, S., Relative changes of sea level from coastal onlap; in Seismic Stratigraphy Applications to Hydrocarbon Exploration. Tulsa, AAPG memoria 26, 1977.
36. Wackernagel H. Multivariate geostatistics: an introducción with applications. Springer-Verlag. Berlin. 1995. P.256

ANEXO A: Método de Interpolación de Cokriging Colocado

A.1 Conceptos Básicos de Geoestadística Multivariada

La estimación conjunta de variables aleatorias regionalizadas, más comúnmente conocida como Cokriging (Kriging Conjunto), es el análogo natural del Kriging de una función aleatoria. Mientras que el Kriging utiliza la correlación espacial para determinar los coeficientes en el estimador lineal, el Cokriging utiliza la correlación espacial y la correlación entre funciones aleatorias al mismo tiempo.

Las aplicaciones que han recibido una mayor atención en la geoestadística, son los casos donde dos o más variables están muestreadas, pero una está menos muestreada que las otras o existe la presencia de errores de muestreo.

Existe un número de dificultades prácticas, la más importante de todas es la ausencia de modelos estándar para las covarianzas cruzadas o covariogramas. Por lo que la alternativa más usual, consiste en la construcción de un *modelo de correogionalización lineal* que garantiza que las matrices de covarianzas sean positivo definidas y consecuentemente se pueden plantear correctamente las ecuaciones del Cokriging

Función Aleatoria

Es el concepto en que se basa toda la geoestadística, y se puede interpretar como la extensión natural del concepto de variable aleatoria cuando ésta además es una función de la posición. Si a cada punto \underline{x} que pertenece a un dominio en el espacio le hacemos corresponder una variable aleatoria $z(\underline{x})$, entonces el conjunto de variables aleatorias espacialmente distribuidas $\{z(\underline{x}), \underline{x} \in \Omega\}$ será una función aleatoria $Z(\underline{x})$.

Momentos cruzados de segundo orden

Cuando tenemos más de una función aleatoria $Z(\underline{x})$ se pueden definir los momentos de segundo orden que miden el grado de correlación de las mismas.

Bajo la hipótesis de estacionaridad de segundo orden (estacionalidad de los momentos de primer y segundo orden), se puede definir para cada par de variables $Z_i(\underline{x})$ y $Z_j(\underline{x})$ la covarianza cruzada como:

$$C_{ij}(\underline{h}) = E\left\{\left[Z_i(\underline{x} + \underline{h}) - m_i\right]\left[Z_j(\underline{x}) - m_j\right]\right\} \quad (\text{A.1})$$

y correspondientemente el semivariograma cruzado se define como:

$$\gamma_{ij}(\underline{h}) = \frac{1}{2} E\left\{\left[Z_i(\underline{x} + \underline{h}) - Z_i(\underline{x})\right]\left[Z_j(\underline{x} + \underline{h}) - Z_j(\underline{x})\right]\right\} \quad (\text{A.2})$$

donde $m_i = E\left[Z_i(\underline{x})\right]$ y $m_j = E\left[Z_j(\underline{x})\right]$ son los valores esperados de $Z_i(\underline{x})$ y $Z_j(\underline{x})$, respectivamente.

En el caso particular cuando $i = j$, los momentos cruzados se convierten en la covarianza y en la semivarianza de la variable $Z_i(\underline{x})$.

Estimación de los momentos cruzados de segundo orden

El método más usual para estimar el semivariograma cruzado es el siguiente:

$$\gamma_{ij}^*(\underline{h}) = \frac{1}{2N(\underline{h})} \sum_{k=1}^{N(\underline{h})} \left[Z_i(\underline{x}_k + \underline{h}) - Z_i(\underline{x}_k)\right]\left[Z_j(\underline{x}_k + \underline{h}) - Z_j(\underline{x}_k)\right] \quad (\text{A.3})$$

donde $N(\underline{h})$ es el número de pares $\{Z_i(\underline{x}_k), Z_i(\underline{x}_k + \underline{h})\}$ y $\{Z_j(\underline{x}_k), Z_j(\underline{x}_k + \underline{h})\}$ separados a una distancia $h = |\underline{h}|$.

El cual es una generalización del estimador del semivariograma simple y por lo tanto adolece de los mismos problemas y limitaciones.

A.2 Modelo de Corregionalización Lineal

El análisis estructural multivariado que se requiere para el Cokriging, es mucho más complejo y sofisticado que el que demanda el Kriging, ya que para modelar los variogramas cruzados de n variables aleatorias regionalizadas, se deben modelar (ajustar) un total de $n(n+1)/2$ variogramas simples. Mientras que el uso de modelos de variogramas autorizados o combinaciones de éstos no garantiza, es decir, no es una condición suficiente, como lo es en el caso univariado para que la matriz de covarianzas $\underline{\underline{C}}(\underline{h})$ sea positiva definida.

La manera más comúnmente aceptada en la actualidad para realizar un análisis estructural multivariado es a través de un modelo de corregionalización lineal (Goovaerts, 1997). No obstante existen otras metodologías menos difundidas que usan métodos espectrales y están basadas en el teorema de Bochner (Christakos, 1992; Wackernagel, 1995).

Un modelo de corregionalización lineal está dado por

$$\underline{\underline{C}}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \underline{\underline{V}}_k \rho_k(\underline{h}) \Leftrightarrow C_{ij}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \sigma_{ij}^k \rho_k(\underline{h}) \quad (\text{A.4})$$

en términos de las covarianzas o equivalentemente

$$\underline{\underline{\gamma}}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \underline{\underline{V}}_k \gamma_k(\underline{h}) \Leftrightarrow \gamma_{ij}(\underline{h}) = \sum_{k=0}^S \sigma_{ij}^k \gamma_k(\underline{h}) \quad (\text{A.5})$$

en términos de las semivarianzas. Y se interpreta como $S+1$ estructuras anidadas a diferentes escalas y las matrices de corregionalización $\underline{\underline{V}}_k$ son las matrices de covarianzas que describen la correlación multivariada a la escala k . Note que a cada escala k le corresponde una estructura elemental o básica con mesetas igual a la unidad ($\rho_k(\underline{h})$ o $\gamma_k(\underline{h})$). Si determinada estructura básica no está presente, se le hace corresponder un coeficiente cero en la matriz $\underline{\underline{V}}_k$.

El punto medular para poder establecer un modelo de corregionalización lineal consiste en probar que las matrices de coeficientes $\underline{\underline{V}}_k$ son positivas semidefinidas.

Por definición, una matriz $\underline{\underline{V}}_k$ es positiva semidefinida (Golub y Van Loan, 1989) si

$$\underline{b}^T \underline{\underline{V}}_k \underline{b} \geq 0, \quad \forall \underline{b} \quad (\text{A.6})$$

donde \underline{b} es un vector cualquiera. Cuando una matriz es positiva semidefinida sus valores propios y los determinantes de ella y de todos sus menores principales son no negativos.

Una condición suficiente para que el modelo de corregeionalización lineal sea válido consiste en que todas las matrices de corregeionalización \underline{V}_k sean positivas semidefinidas.

Para el caso general este hecho no es sencillo de verificar, por lo que nos restringiremos a dar las condiciones que permiten garantizar la validez del modelo de corregeionalización lineal, para el caso de dos funciones aleatorias, por ser el caso que mayormente se aplica en la práctica.

Modelo de corregeionalización lineal en el caso de dos funciones aleatorias

Un ejemplo de modelo de corregeionalización lineal en el caso de dos funciones aleatorias $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, es

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}(\underline{h}) & \gamma_{12}(\underline{h}) \\ \gamma_{21}(\underline{h}) & \gamma_{22}(\underline{h}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0 & \sigma_{12}^0 \\ \sigma_{21}^0 & \sigma_{22}^0 \end{pmatrix} \gamma_0(\underline{h}) + \dots + \begin{pmatrix} \sigma_{11}^S & \sigma_{12}^S \\ \sigma_{21}^S & \sigma_{22}^S \end{pmatrix} \gamma_S(\underline{h}) \quad (\text{A.7})$$

Para asegurar de que el modelo sea válido es suficiente probar que

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^k > 0 \text{ y } \sigma_{22}^k > 0, \quad \forall k = 0, \dots, S \\ |\sigma_{12}^k| \leq \sqrt{\sigma_{11}^k \sigma_{22}^k}, \quad \forall k = 0, \dots, S \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

El procedimiento general para ajustar un modelo de corregeionalización lineal, consiste en postular el número de estructuras y sus modelos elementales correspondientes para los cuales están definidos los rangos o alcances, y luego intentar el ajuste de las mesetas mediante prueba o error, o aplicando algún método de optimización.

El esquema general usando el método de prueba y error es el siguiente:

1. Modelar cada semivariograma simple $\gamma_{ii}(\underline{h})$, $i = 1, \dots, n$ y semivariograma cruzado $\gamma_{ij}(\underline{h})$, $i \neq j$, y $i, j = 1, \dots, n$ individualmente, según el procedimiento del análisis estructural de una función aleatoria.

2. Determinar el número de estructuras anidadas $S+1$ de manera que sea mínimo (es deseable que sea cuanto más tres), según las consideraciones siguientes:
 - a) Si $\sigma_{ij}^k > 0$ entonces $\sigma_{ii}^k > 0$ y $\sigma_{jj}^k > 0$. Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ hace contribución al modelo anidado del variograma cruzado $\gamma_{ij}(\underline{h})$, entonces debe contribuir también en el modelo de los variogramas simples $\gamma_{ii}(\underline{h})$ y $\gamma_{jj}(\underline{h})$. Lo contrario es falso.
 - b) Si $\sigma_{ii}^k > 0$ y $\sigma_{jj}^k > 0$ no implica nada sobre σ_{ij}^k . Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ hace contribución a los modelos anidados de los variogramas simples $\gamma_{ii}(\underline{h})$ y $\gamma_{jj}(\underline{h})$, dicha estructura puede contribuir o no en el modelo anidado del variograma cruzado $\gamma_{ij}(\underline{h})$.
 - c) Si $\sigma_{ii}^k = 0$, entonces $\sigma_{ij}^k = 0, \forall j = 1, \dots, n$. Es decir, si una estructura $\gamma_k(\underline{h})$ no contribuye en el modelo anidado del variograma simple $\gamma_{ii}(\underline{h})$, entonces dicha estructura no puede contribuir en ninguno de los modelos anidados de los variogramas cruzados $\gamma_{ij}(\underline{h})$ que involucran a la componente i .
3. Comprobar que todos los determinantes de los menores de orden dos son no negativos.
4. Verificar que todas las matrices de correogionalización \underline{V}_k sean positivas semidefinidas, en caso contrario hacer los cambios necesarios hasta satisfacer la condición o volver al paso 2.

Goulard (1989) y Goulard y Voltz (1992), propusieron un algoritmo iterativo para el ajuste de los coeficientes mediante mínimos cuadrados bajo restricciones de positividad.

A.3 Ecuaciones del Cokriging Colocado

A continuación, primero se mostrará la formulación general del Cokriging para el caso de dos funciones aleatorias correlacionadas y luego el método del Cokriging Colocado, por ser éste un caso particular del primero.

Cokriging para el caso de dos funciones aleatorias correlacionadas

Supongamos que tenemos dos funciones aleatorias $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$ que son estacionarias de segundo orden, entonces se cumple que:

$$E[Z_1(\underline{x})] = m_1, \quad E[Z_2(\underline{x})] = m_2 \quad (\text{A.9})$$

$$C_{12}(\underline{x} - \underline{y}) = E[Z_1(\underline{x}) Z_2(\underline{y})] \quad (\text{A.10})$$

El estimador del Cokriging sería de la siguiente forma:

$$\underline{Z}^*(\underline{x}) = \sum_{k=1}^n \Gamma_{\underline{=k}} \underline{Z}(\underline{x}_k) \quad (\text{A.11})$$

$$Z_i^*(\underline{x}) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 \lambda_{ij}^k Z_j(\underline{x}_k), \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.12})$$

El sistema de ecuaciones del Cokriging es el siguiente:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma_{\underline{=j}} \underline{C}(\underline{x}_i - \underline{x}_j) + \underline{\mu} = \underline{C}(\underline{x}_i - \underline{x}) \\ \sum_{k=1}^n \Gamma_{\underline{=k}} = \underline{I}, \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

donde $\Gamma_{\underline{=k}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^k & \lambda_{12}^k \\ \lambda_{21}^k & \lambda_{22}^k \end{bmatrix}$, $\underline{C}(\underline{x} - \underline{y}) = \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x} - \underline{y}) & C_{12}(\underline{x} - \underline{y}) \\ C_{21}(\underline{x} - \underline{y}) & C_{22}(\underline{x} - \underline{y}) \end{bmatrix}$ y $\underline{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix}$

Las varianzas del error de la estimación se expresan como:

$$\sigma_{CKj}^2 = C_{jj}(0) - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^n C_{ij}(\underline{x} - \underline{x}_k) \lambda_{ij}^k - \mu_{jj} \quad (\text{A.14})$$

El sistema de ecuaciones del Cokriging (A.13) se puede escribir también en forma matricial como:

$$\underline{\underline{K}}\underline{\underline{\Lambda}} = \underline{\underline{D}} \quad (\text{A.15})$$

donde

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}_1) \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}_n) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}_1) \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}_n) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{11}^1 & \lambda_{12}^1 \\ \lambda_{21}^1 & \lambda_{22}^1 \end{bmatrix} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} \lambda_{11}^n & \lambda_{12}^n \\ \lambda_{21}^n & \lambda_{22}^n \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_1 - \underline{x}) & C_{12}(\underline{x}_1 - \underline{x}) \\ C_{21}(\underline{x}_1 - \underline{x}) & C_{22}(\underline{x}_1 - \underline{x}) \end{bmatrix} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} C_{11}(\underline{x}_n - \underline{x}) & C_{12}(\underline{x}_n - \underline{x}) \\ C_{21}(\underline{x}_n - \underline{x}) & C_{22}(\underline{x}_n - \underline{x}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Método de Cokriging Colocado

Como ya se mencionó, es un caso particular del Cokriging y se aplica cuando tenemos dos variables correlacionadas pero una de ellas está muestreada en la misma malla de la estimación, mayormente en una malla regular como es el caso de las imágenes.

Si consideramos dos variables correlacionadas $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, por ejemplo, porosidad e impedancia acústica, donde la variable de interés $Z_1(\underline{x})$ (porosidad) es conocida en unos pocos puntos (en los pozos) y la variable auxiliar $Z_2(\underline{x})$ (impedancia acústica) es conocida en todos los

puntos de la malla de estimación (con la resolución de la sísmica). A la variable $Z_1(\underline{x})$ la nombraremos como la variable primaria, mientras que $Z_2(\underline{x})$ será la variable secundaria.

La idea del Cokriging colocado consiste en considerar para la estimación de la variable primaria los n valores que estén dentro de la vecindad del punto a estimar como en el cokriging, pero sólo considerar el valor de la variable secundaria que se encuentra asociado al punto a estimar, puesto que tenemos valores de la propiedad secundaria en todos los puntos de la malla de la estimación. Esto simplifica la forma del estimador con relación a la que se usa en el cokriging.

Mientras que en el Cokriging el estimador de la variable primaria sería:

$$Z_1^*(\underline{x}_k) = \sum_{i=1}^n \{ \lambda_{11}^i Z_1(\underline{x}_i) + \lambda_{12}^i Z_2(\underline{x}_i) \} \quad (\text{A.18})$$

En el Cokriging Colocado resulta:

$$Z_1^*(\underline{x}_k) = \sum_{i=1}^n \lambda_{11}^i Z_1(\underline{x}_i) + \lambda_{12}^k Z_2(\underline{x}_k) \quad (\text{A.19})$$

Esto trae como ventajas que no se requiere conocer el modelo de correogionalización lineal, sino solamente los modelos de los variogramas simples para $Z_1(\underline{x})$ y $Z_2(\underline{x})$, y el coeficiente de correlación lineal entre las variables. Es computacionalmente más eficiente comparado con el Cokriging, puesto que se reduce el tamaño del sistema de ecuaciones a resolver. Mientras que las matrices que hay que invertir para la estimación en cada punto usando el cokriging convencional son de $2(n+1) \times 2(n+1)$ elementos, las del cokriging colocado son de $(n+2) \times (n+2)$, reduciéndose considerablemente el número de operaciones.

ANEXO B: Métodos de Simulación Gaussiana Conjunta

B1. Métodos de Simulación Estocástica

Una variable regionalizada $z(\underline{x})$ es interpretada como una realización de una cierta función aleatoria $Z(\underline{x})$. Esta función aleatoria $Z(\underline{x})$ puede ser caracterizada por una función de distribución de probabilidad y, en dependencia de su grado de estacionaridad, por una función de correlación (función de covarianzas o semivarianzas).

La idea básica detrás de la simulación estadística consiste en obtener nuevas realizaciones “artificiales” $Z_s(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z(\underline{x})$, de manera tal que éstas reflejen las mismas propiedades estadísticas que se esperan que posea la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Pero como por lo general, no conocemos con precisión las propiedades estadísticas de $Z(\underline{x})$, y cuando más lo que podemos hacer es inferirlas a través de una sola realización o muestra de la función aleatoria, entonces lo que se hace es intentar obtener realizaciones simuladas $Z_s(\underline{x})$ que sean estadísticamente equivalentes a la muestra que se posee de la función aleatoria.

La equivalencia estadística en un sentido estricto significa que todas las realizaciones $Z_s(\underline{x})$ tengan la misma distribución de probabilidad de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ que se simula, pero en la mayoría de los casos, nos tenemos que conformar con que al menos posean los mismos momentos de primer y segundo orden que inferimos a partir de una muestra de $Z(\underline{x})$.

Resulta deseable en muchas aplicaciones quedarse solamente con aquellas realizaciones $Z_s(\underline{x})$ que en los puntos muestrales $\{\underline{x}_i, i = 1, \dots, n\}$ coinciden los valores simulados $Z_s(\underline{x}_i)$ con los valores reales o experimentales $Z_M(\underline{x}_i)$. A estas realizaciones $Z_s(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ se les conoce como “simulaciones condicionales” $Z_{sc}(\underline{x})$ del fenómeno regionalizado $Z(\underline{x})$.

Las estimaciones espaciales de un fenómeno regionalizado que se pueda describir mediante una función aleatoria $Z(\underline{x})$, son con frecuencia insuficientes debido a múltiples factores, pero sobre todo debido a la carencia de suficiente información (mediciones) acerca de la función aleatoria $Z(\underline{x})$.

Como desafortunadamente no se dispone de un conocimiento exacto de la realidad "*in situ*" y la información disponible en muchos casos está usualmente muy fragmentada y se limita fundamentalmente al conocimiento de unos pocos puntos muestrales, las estimaciones obtenidas a partir de esta información incluso empleando el estimador Kriging, son demasiadas imprecisas para los cálculos exactos de las dispersiones que se requieren en ciertas aplicaciones.

¿Cómo es imposible estimar la realidad "*in situ*" correctamente, con suficiente detalle?

Una idea simple es simular esta realidad en base a un modelo, por lo que la realidad y la simulación son variables diferentes de un mismo fenómeno.

Consideremos el siguiente ejemplo. Tenemos mediciones reales del fenómeno, es decir, una realización $\{Z_M(\underline{x}_i), i = 1, \dots, n\}$ de la función $Z(\underline{x})$ en ciertos puntos \underline{x}_i de la región a estudiar. El enfoque geoestadístico consiste en interpretar la distribución espacial de la variable regionalizada $Z_M(\underline{x})$ como una realización particular de la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Esta función aleatoria está caracterizada por su función de distribución de probabilidad o por sus dos primeros momentos, los cuales son estimados a partir de datos experimentales.

Este modelo es entonces adecuado para el problema práctico de la determinación de medidas de la dispersión de los valores observados $Z_M(\underline{x}_i)$, ya que las varianzas de la dispersión de $Z(\underline{x})$ pueden ser expresadas como una función del momento de segundo orden solamente (covarianza o variograma). Una simulación entonces consiste en obtener otra realización $Z_S(\underline{x})$ de esta función aleatoria $Z(\underline{x})$. Las dos realizaciones la real y la simulada difiere una de la otra en determinadas localizaciones pero ambas pertenecen a la misma función aleatoria $Z(\underline{x})$, es decir,

tienen la misma función de distribución y los mismos momentos de primer y segundo órdenes por lo se dice que son estadísticamente equivalentes.

El fenómeno simulado tiene la ventaja de ser conocido en todos los puntos y no solamente en los puntos experimentales $\{Z_M(\underline{x}_i), i = 1, \dots, n\}$. Con frecuencia al fenómeno simulado se le llama "*modelo numérico*" del fenómeno real.

Existe un número infinito de realizaciones que cumplen con la condición de que sus valores simulados coinciden con los valores experimentales, es decir

$$Z_{SC}(\underline{x}_i) \equiv Z_M(\underline{x}_i); \quad i = 1, \dots, n \quad (0.1)$$

donde $Z_M(\underline{x}_i)$ es el valor muestral de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ en el punto \underline{x}_i .

Esta condición le confiere una cierta robustez a la simulación condicionada $Z_{SC}(\underline{x})$ con respecto a las características de los datos reales $\{Z_M(\underline{x}_i), i = 1, \dots, n\}$, los cuales no son modelados explícitamente por la función aleatoria $Z(\underline{x})$. Si por ejemplo un número suficiente de datos muestran una tendencia local, entonces la simulación condicional que está basada incluso en un modelo estacionario reflejará la tendencia local en la misma zona.

La simulación condicional puede ser perfeccionada agregándole todo una suerte de información cualitativa disponible del fenómeno real. Como por ejemplo en el caso de un depósito se le puede añadir la geometría de las fallas principales, etc.

B2. Métodos del Tipo Gaussiano

En el caso de los métodos del tipo Gaussiano haremos un paréntesis, y nos detendremos brevemente en ellos antes de abordar en detalle cada uno de los métodos en específico ya que requieren de un tratamiento especial.

Estos métodos requieren que la FDP multivariada de la función aleatoria $Z(\underline{x})$ a simular sea Gaussiana.

Como es conocido la mayoría de los fenómenos de ciencias de la tierra no presentan histogramas simétricos y mucho menos gaussianos. Por lo que nos enfrentamos aquí con la primera dificultad a la hora de aplicar esta clase de métodos.

La primera condición necesaria para que una función aleatoria posea una distribución normal multivariada es que su distribución univariada sea normal. Esto nos dice que necesitamos transformar a la función aleatoria $Z(\underline{x})$ de manera que resulte su FDP normal.

El modo de hacerlo es relativamente simple. Si $Y(\underline{x})$ es una función aleatoria con FDP univariada $F_Y(y) = G(y)$ normal estandarizada $N(0,1)$. Entonces, se cumple que

$$F_Y(y_p) = F_Z(z_p) = p; \quad \forall p \in [0,1] \quad (0.2)$$

y por lo tanto la transformación que se requiere sería

$$y = F_Y^{-1}(F_Z(z)) \quad (0.3)$$

En la práctica los n datos de la muestra de $Z(\underline{x})$ son ordenados de modo creciente de sus valores:

$$z^{(1)} \leq z^{(2)} \leq \dots \leq z^{(n)} \quad (0.4)$$

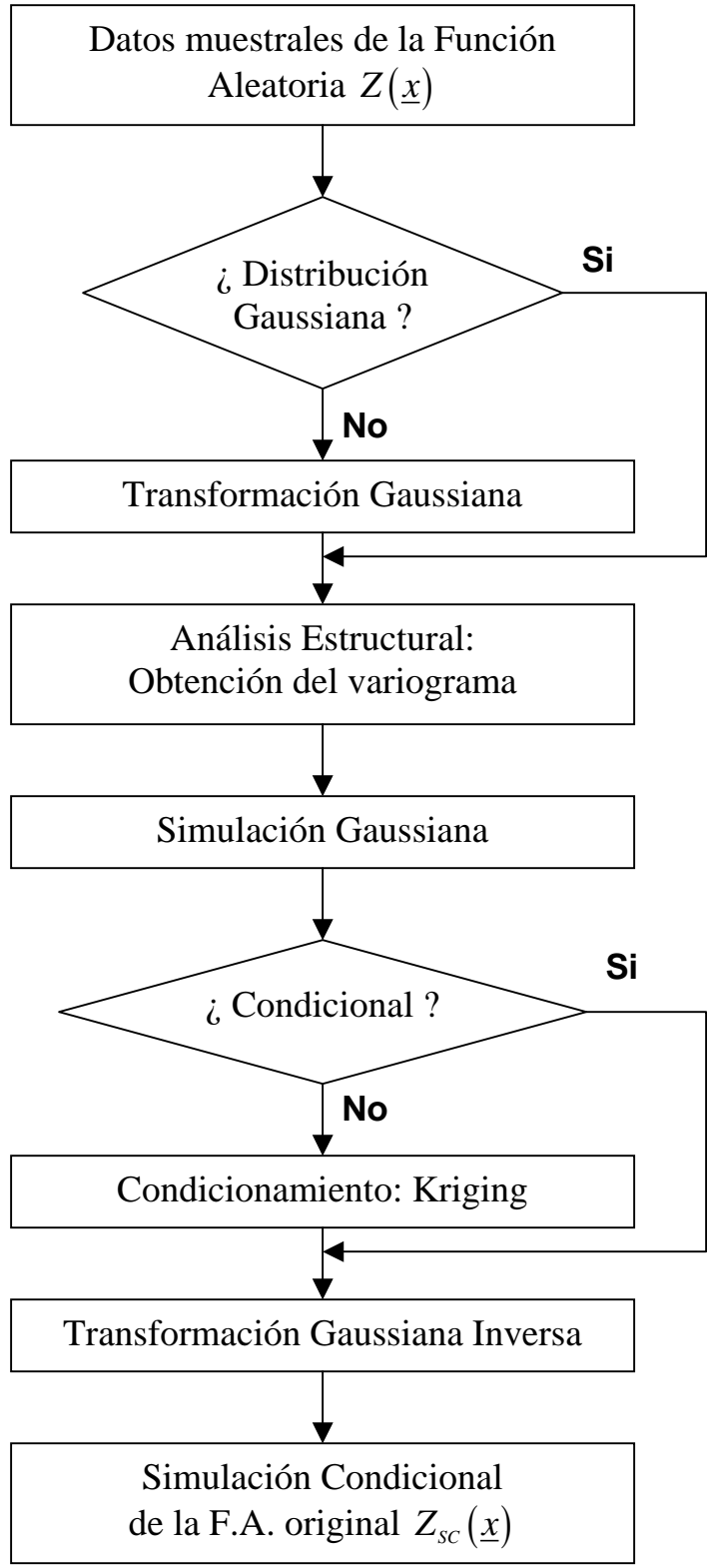


Fig. A. Esquema general de las Simulaciones de tipo Gaussianas

La FDP acumulativa de $Z(\underline{x})$ está dada por $F_Z(z^{(k)}) = k/n$, entonces la transformación correspondiente sería

$$y^{(k)} = G^{-1}(k/n) \quad (0.5)$$

A este tipo de transformación se le conoce como anamorfosis.

Pero esto aún sería insuficiente puesto que se requeriría verificar la normalidad al menos de la distribución bivariada. Aunque en muchos casos para fines prácticos no se lleva tan lejos el análisis y se toma la decisión de considerar a la distribución gaussiana o por el contrario se rechaza esa hipótesis y se elige otro método de simulación no gaussiano.

Luego de realizar la simulación Gaussiana a los datos transformados se requiere hacer la transformación inversa de los valores simulados obtenidos. En la figura A se muestra un esquema general de cómo proceder con las simulaciones de tipo Gaussianas.

B3. Método de Bandas Rotantes

El *método de las bandas rotantes* consiste en generar procesos unidimensionales a lo largo de líneas distribuidas uniformemente en el espacio. La simulación en un punto arbitrario resulta de la suma de las proyecciones de este punto sobre las líneas. Es muy económico puesto que sólo requiere de simulaciones unidimensionales. Su dificultad fundamental estriba en la obtención de la función de covarianza unidimensional especialmente para variables bidimensionales.

Muchos métodos han sido propuestos para la simulación de un proceso estocástico estacionario en una dimensión a partir de la generación de realizaciones de su función aleatoria $Z(x)$ dada su función de covarianzas. Sin embargo cuando se trata de extender estos procedimientos a dos o más dimensiones se tornan demasiado complicados y en general prohibitivos debido al tiempo de computo que consumen.

La originalidad del método conocido como el de “bandas rotantes” se debe a G. Matheron, el cual consiste en reducir el problema de obtener una simulación en tres dimensiones a varias simulaciones independientes en una sola dimensión a lo largo de ciertas líneas rotadas en el

espacio tridimensional \mathbb{R}^3 . Por lo que este método produce simulaciones n-dimensionales a un costo de computo razonable, equivalente de hecho al costo de las simulaciones unidimensionales.

Considere una línea L_1 en el espacio tridimensional \mathbb{R}^3 y una función aleatoria unidimensional, estacionaria de segundo orden $Y(x_{L_1})$ definida sobre dicha línea L_1 , con valor esperado $E[Y(x_{L_1})] = 0$ y función de covarianzas unidimensional $C^{(1)}(h_{L_1})$.

Sea x_{L_1} la proyección de cualquier punto $\underline{x} \in \mathbb{R}^3$ sobre la línea L_1 , entonces se define la siguiente función aleatoria $Z_1(\underline{x})$ en tres dimensiones como:

$$Z_1(\underline{x}) \equiv Y(x_{L_1}); \quad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^3 \quad (0.6)$$

Esta función aleatoria es estacionaria de segundo orden, con valor esperado cero y función de covarianzas tridimensional

$$E[Z_1(\underline{x})Z_1(\underline{x} + \underline{h})] = E[Y(x_{L_1})Y(x_{L_1} + h_{L_1})] = C^{(1)}(h_{L_1}) \quad (0.7)$$

donde h_{L_1} es la proyección del vector \underline{h} sobre la línea L_1 .

En la práctica para producir una realización $z_1(\underline{x})$ de la función aleatoria $Z_1(\underline{x})$, se procede asignando el valor simulado $y(x_{L_1})$ en el punto x_{L_1} de la línea L_1 a todos los puntos que se encuentran dentro de una banda centrada en el plano $x_{L_1} = const.$, perpendicular a la línea L_1 . El ancho de esta banda es el paso o intervalo de separación Δx_{L_1} entre los puntos simulados sobre la línea L_1 .

Si se consideran N líneas L_1, \dots, L_N distribuidas uniformemente en N direcciones en \mathbb{R}^3 . Si en cada línea L_i se genera una realización $y(x_{L_i})$ de una función aleatoria unidimensional independiente $Y(x_{L_i})$ e isomorfa a $Y(x_{L_1})$, $\{Y(x_{L_i}), i = 1, \dots, N\}$, entonces se puede definir de manera análoga realizaciones tridimensionales a partir de las simulaciones unidimensionales:

$$z_i(\underline{x}) \equiv y(x_{L_i}); \quad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^3 \quad (0.8)$$

Y finalmente a cada punto del espacio tridimensional $\underline{x} \in \mathbf{R}^3$ se le asigna el siguiente valor a partir de las simulaciones unidimensionales.

$$z_s(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N z_i(\underline{x}); \quad \forall \underline{x} \in \mathbf{R}^3 \quad (0.9)$$

Esta realización de la función aleatoria tridimensional es estacionaria de segundo orden con valor medio cero y función de covarianzas:

$$E[Z_s(\underline{x})Z_s(\underline{x}+\underline{h})] = C_s(\underline{h}) \quad (0.10)$$

la cual, cuando N tiende al ∞ , tiende a la función de covarianzas isotrópica $C(\underline{h})$.

Para fines prácticos la función de covarianzas tridimensional $C^{(3)}(\underline{h})$ se considera conocida y la función de covarianzas unidimensional $C^{(1)}(h_{L_i})$ de la función aleatoria a ser simulada en cada una de las N líneas se obtiene a partir de la primera usando la expresión:

$$C^{(1)}(r) = \frac{d}{dr} \{rC^{(3)}(r)\} \quad (0.11)$$

Sin embargo no existe una expresión directa para obtener la $C^{(1)}(\underline{h})$ a partir de la función de covarianzas bidimensional $C^{(2)}(\underline{h})$.

Es uno de los métodos más eficientes para producir simulaciones en varias dimensiones puesto que reduce su complejidad al orden de las simulaciones en una dimensión. Como dificultades prácticas se le debe apuntar que requiere del conocimiento o del cálculo de $C^{(1)}(h)$ y de un algoritmo de simulación en una dimensión que reproduzca esta función de covarianzas. Usualmente se emplea el método espectral.

B4. Cosimulación

Cosimulación o Simulación conjunta, se entiende como el procedimiento donde la simulación condicional de una variable primaria se realiza incorporando información de otra variable secundaria, la cual provee de información extra acerca de la primera.

La Cosimulación Colocada es el caso análogo de simulación usando el Cokriging Colocado.