



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
**Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería**

---

**Investigación experimental de la fricción dinámica  
en una interfaz madera sobre madera**

Bogart Camille Méndez Urquídez

Tesis

Presentada a la Sección de Geotecnia del

Programa de Maestría y doctorado

de la

Universidad Nacional Autónoma de México

Como parte de los requisitos para obtener  
el grado de

Maestro en Ingeniería (Geotecnia)

Asesor: Dr. Miguel P. Romo Organista

Ciudad Universitaria, México, D.F.  
Agosto de 2004



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi esposa Iris, a mi madre.<sup>†</sup>*

## **Agradecimientos**

A la Universidad Nacional Autónoma de México por esta oportunidad.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por las facilidades prestadas para la realización de este trabajo.

A mi tutor, el Dr. Romo, por su confianza, por la oportunidad brindada y por el beneficio de la corrección; gracias doctor por su apoyo y sus enseñanzas.

A mis profesores, sinodales, compañeros y amigos por sus enseñanzas y comentarios.

A Eduardo Botero por escuchar mis dudas y por su ayuda en el laboratorio.

A mi familia por su gran apoyo y confianza.

A Wayne y Joan Fox por su confianza en los proyectos emprendidos. Thank you guys!

A CONACyT, porque sin su apoyo esto no hubiera sido posible.

A todos los que participaron directa o indirectamente en el cumplimiento de esta meta, ¡gracias!.

# Contenido

Resumen	v
Objetivos del trabajo	vi
Alcances del trabajo	vii
Nomenclatura	viii
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes	2
1.2 Literatura relacionada con el tema	5
<b>2 Aspectos teóricos</b>	<b>15</b>
2.1 Factores que influyen en la fricción	17
2.2 Deslizamiento intermitente	18
2.3 Lubricación hidrodinámica	19
2.4 Lubricación de la frontera	21
2.5 Teoría de la fricción por adhesión	21
<b>3 Metodología de ensaye</b>	<b>23</b>
3.1 Equipo para la prueba	24
3.2 Condiciones de las pruebas	28
3.3 Procedimiento seguido	31
<b>4 Resultados y discusión</b>	<b>39</b>
4.1 Pruebas horizontales	39
4.1.1 Análisis cuantitativo	47
4.1.2 Modelo de fricción en función de la aceleración relativa	60
4.1.3 Variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento	65
4.2 Pruebas en superficies de deslizamiento inclinadas	69
4.2.1 Análisis cuantitativo	69
4.2.2 Modelo de fricción en función de la aceleración relativa	78
4.2.3 Variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento	90
4.3 Comparación entre el método de Newmark y el modelo lineal propuesto utilizando la ley de fricción de Coulomb	97
<b>5 Conclusiones</b>	<b>110</b>
Referencias	113

## Resumen

Se realizaron experimentos en un bloque rígido instrumentado deslizando sobre un plano inclinado, excitado mediante una mesa vibradora uniaxial, para simular un talud en condiciones sísmicas. Se midieron las aceleraciones y los desplazamientos del bloque a través de un acelerómetro y un LVDT, respectivamente, para medir de forma indirecta la variación del coeficiente de fricción en la interfaz de madera bloque-plano, constituido por una placa de madera. Con los resultados obtenidos se plantearon expresiones para reproducir la variación estimada del coeficiente de fricción, en función de la aceleración y velocidad relativa. Mediante las expresiones dependientes de la aceleración relativa es posible obtener la respuesta del bloque ante una excitación dada para un coeficiente de fricción conocido.

Se aplicaron las expresiones obtenidas para calcular los desplazamientos permanentes del modelo y se compararon con los calculados con el método de Newmark. Se encontró que los desplazamientos permanentes fueron similares en magnitud, aunque con formas de variación distintas. Las expresiones también se aplicaron al método de Newmark para considerar la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento. Se observó que este procedimiento lleva a desplazamientos permanentes de menor magnitud.

Los resultados obtenidos indican que el coeficiente de fricción dinámico depende tanto de la aceleración como de la velocidad relativa de deslizamiento y que varía de acuerdo con estos parámetros, lejos de permanecer constante como se supone en la ley de Coulomb. También se observó que existe una transición entre el coeficiente estático y el dinámico que es gradual y no instantánea como tradicionalmente se asume.

## Objetivos del trabajo

Determinar la variación del coeficiente de fricción dinámico en la interfaz madera *versus* madera de un modelo de bloque rígido de un talud excitado por una mesa vibradora uniaxial, así como proponer expresiones en función de la aceleración relativa que permitan determinar los valores de este coeficiente y observar su influencia en la respuesta del modelo. Así mismo, plantear una expresión empírica tentativa para determinar la variación del coeficiente de fricción en función de la velocidad de deslizamiento.

### *Objetivos particulares*

Estudiar el efecto que tienen, los resultados obtenidos, en el modelo de Newmark ampliamente usado internacionalmente, para evaluar desplazamientos inducidos por sismo en taludes o masas de suelo deslizando sobre un estrato de suelo (*i.e.*, arcilla sensitiva, arena licuada, etc.)

## Alcances del trabajo

Los resultados presentados en este trabajo son válidos para el sistema de bloque rígido estudiado, aunque sirven como muestra de la importancia del fenómeno de fricción en este tipo de modelos, por lo que pueden tomarse como una introducción al estudio macroscópico de la fricción ante condiciones dinámicas similares a las de un talud sometido a un evento sísmico. El estudio se realizó para una interfaz madera-madera bajo condiciones de fricción en seco, utilizando una excitación de frecuencia y amplitud constantes.

*Palabras clave:* Fricción dinámica, variación con la aceleración, influencia del coeficiente de fricción en la respuesta.



## Nomenclatura

$a$	constante experimental utilizada en la ley de Ruina y la de Dieterich
$A$	área nominal de contacto
$A_a$	área de la sección transversal de la aspereza
$A_g$	área de ranura
$A_r$	área real de contacto
$b$	constante experimental utilizada en la ley de Ruina y la de Dieterich, ordenada al origen de la variación lineal de $(\mu - \ddot{U}_{rel})$
$Bx$	ancho del área de contacto
$D_C$	distancia crítica de transición entre el coeficiente estático y el dinámico
$E_C$	energía cinética
$E_{CR}$	energía cinética relativa
$E_F$	energía disipada por fricción, puntual y acumulada
$f$	frecuencia de la excitación
$F_a$	fuerza actuante
$F_F$	fuerza de fricción
$F_I$	fuerza de inercia
$F_S$	fuerza de fricción estática
$F_C$	fuerza de fricción cinética
$FS$	factor de seguridad
$f(\mu)$	aceleración relativa como función del coeficiente de fricción
$g$	aceleración de la gravedad
$h$	espesor de la capa lubricante
$K$	rigidez
$K_y$	coeficiente de fluencia del método de Newmark
$m$	masa y pendiente de la variación lineal de $(\mu - \ddot{U}_{rel})$
$N$	fuerza normal
$p$	dureza
$P$	fuerza externa aplicada o presión del fluido en el área de contacto (capítulo 2 solamente)
$P_{ext}$	presión fuera del área de contacto
$R$	número de Reynolds
$R_C$	número crítico de Reynolds
$s$	resistencia al corte
$t$	tiempo
$U$	desplazamiento
$U_{rel}$	desplazamiento relativo
$\ddot{U}$	aceleración y aceleración del bloque

---

$\ddot{U}_g$	aceleración de la excitación
$\ddot{U}_{rel}$	aceleración relativa
$\ddot{U}_y$	aceleración de fluencia
$V$	velocidad y velocidad del bloque
$V_g$	velocidad de la excitación
$V_{rel}$	velocidad relativa (bloque-plano de deslizamiento)
$V_0$	velocidad relativa en la interfaz cuerpo-lubricante
$W$	peso
$W_F$	trabajo realizado por la fuerza de fricción
$W_{neto}$	trabajo neto realizado sobre el bloque
$\phi_a$	ángulo de las asperezas
$\mu$	coeficiente de fricción
$\mu_s$	coeficiente de fricción estática
$\mu_c$	coeficiente de fricción dinámica
$\rho$	radio de curvatura
$\sigma_y$	esfuerzo de fluencia
$\chi$	coeficiente que refleja el estado de la superficie y la influencia de las vibraciones externas
$\theta$	variable de estado (capítulo 1) y ángulo de inclinación del plano (capítulo 2 en adelante)
$\nu$	viscosidad cinemática del lubricante
$\Delta t$	incremento de tiempo
$\Delta U$	incremento de desplazamiento
$\Delta V$	incremento de velocidad
$\Delta K$	pérdida de energía cinética
$\Delta \mu$	incremento de coeficiente de fricción
$\phi$	ángulo de fricción y ángulo de fricción estática
$\phi_c$	ángulo de fricción dinámica

# 1 Introducción

El estudio de la fricción es uno de los problemas más antiguos de la física. Hoy en día la fricción en seco ha tomado una gran importancia debido al impulso de la mecánica de rocas [6]. Sin embargo, el fenómeno de fricción aún no ha sido comprendido del todo y todavía se encuentra en estudio, a pesar de lo investigado durante cientos de años por muchos de los científicos más brillantes como Leonardo da Vinci, Coulomb y Reynolds.

Los estudios realizados recientemente sobre la fricción dinámica [4, 5, 8 - 20], se enfocan al estudio de materiales sólidos continuos como metales y polímeros; sin embargo, se ha estudiado poco en materiales naturales. De hecho sólo existen estudios de este tipo en la mecánica de rocas [6, 7, 11, 29, 34 - 38]. En lo que respecta a los suelos, hasta el momento los estudios sobre este tema se enfocan a la fricción dinámica del suelo con otro material como el metal, el plástico [25 - 27], fricción estática entre el suelo y un geotextil [23, 24] y la fricción entre el suelo y el concreto [60]. Los estudios respecto a la fricción externa en el suelo se enfocan a medir el coeficiente de fricción entre partículas de suelo para modelar el comportamiento global del mismo [61-63] y para aplicaciones como modelar el fenómeno de avalancha en una pila de arena [64, 65], estudiar la influencia de la fricción en las deformaciones permanentes de material granular sin confinamiento sujeto a carga cíclica [66] y para investigar el efecto de la fricción en la compactación y segregación de materiales granulares [67]. También se ha investigado la influencia en la fricción de la topografía de la superficie sobre la cual desliza un suelo [68].

Los suelos, a diferencia de los metales y los polímeros, no son materiales homogéneos ni continuos, sino que están formados por sedimentos con características distintas entre sí, debido a los diferentes agentes geológicos involucrados en su origen y a cambios inducidos a lo largo del tiempo. Debido a esto, poseen un carácter heterogéneo en la mayoría de los casos y además presentan discontinuidades u oquedades en su estructura.

El estudio de la fricción ha tomado importancia en los últimos años, manifestándose en investigaciones en distintas áreas como la física, las ingenierías, ciencia de superficie y tribología. Este interés ha alcanzado también a la geotecnia donde se han producido investigaciones sobre la fricción interna del suelo o la externa entre éste y otros materiales, como ya se ha mencionado. Es importante estudiar la fricción dinámica en el suelo ya que éste se utiliza como material de construcción y de apoyo. Por ejemplo, en una presa de tierra y enrocamiento, la interacción entre el núcleo impermeable y los filtros varía con el desplazamiento relativo entre ambos, por lo que es importante conocer la variación del coeficiente de fricción dinámico en la interfaz arcilla – arena. El coeficiente de fricción dinámico puede sufrir degradación en ciertos rangos de velocidad en algunos materiales [1, 22]. Otro caso en el que es importante conocer la variación del coeficiente de fricción dinámico, es el del análisis de los desplazamientos inducidos por un sismo en un talud. Este problema no se ha estudiado a diferencia de los otros casos mencionados, aún cuando es de gran importancia en

la ingeniería geotécnica. Al respecto existen métodos analíticos [41, 77] en donde se considera la diferencia entre el coeficiente de fricción estático y dinámico para el cálculo de los desplazamientos inducidos por sismo en un talud. En este tipo de métodos es importante conocer las características friccionantes de la interfaz de deslizamiento ya que de éstas depende la transferencia de energía de la excitación hacia el cuerpo del talud, lo que lleva a modificar la magnitud de la excitación durante la fase de deslizamiento, al no transferirse el 100% de ésta hacia la estructura. Esta tesis surge ante esta problemática, para comenzar el estudio de la variación de la fricción dinámica en la interfaz madera *versus* madera de un modelo de bloque rígido. Se espera que los resultados obtenidos sirvan para orientar el estudio del fenómeno a fondo, a fin de mejorar los métodos existentes para evaluar desplazamientos permanentes en taludes.

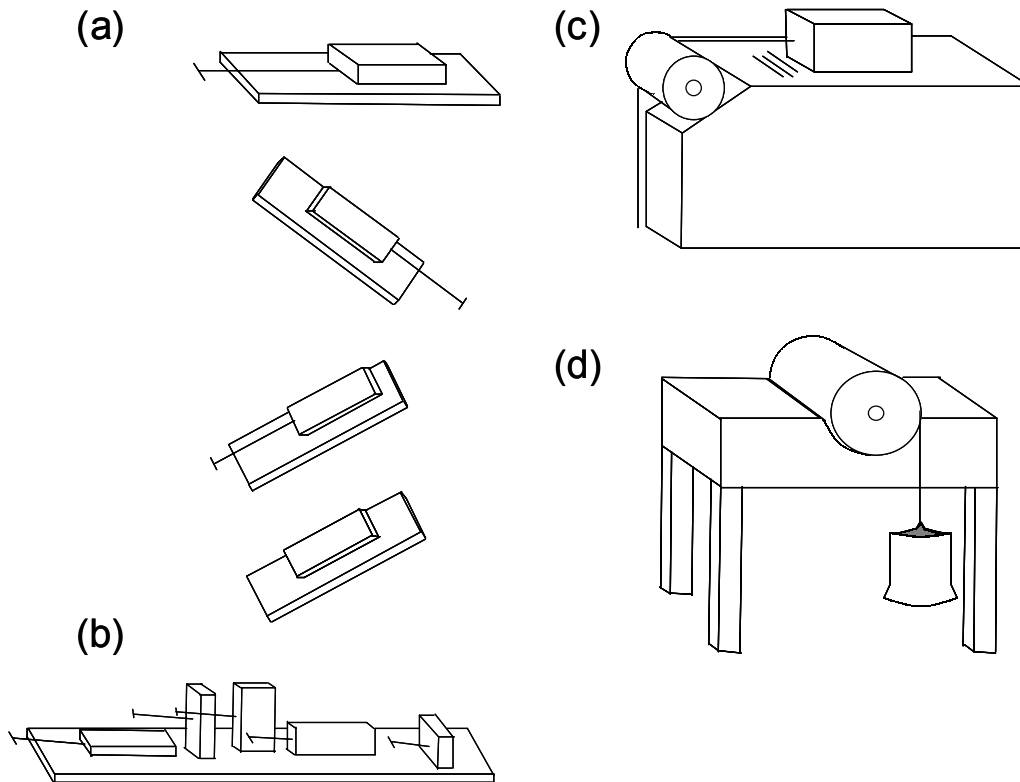
En este trabajo se utiliza un modelo de bloque rígido tipo Newmark donde se considera la respuesta del mismo para proponer expresiones de variación del coeficiente de fricción en la interfaz madera-madera del modelo, en función de la aceleración relativa. Se propone también una expresión empírica para el coeficiente de fricción en función de la velocidad relativa. Este trabajo estudia a la fricción de manera macroscópica, a diferencia de la tribología y la ciencia de superficies, por lo que considera que la fricción es una propiedad del sistema completo, más que una característica intrínseca de los materiales en la interfaz. Sin embargo, es posible interpretar, hasta cierto punto, los resultados obtenidos a la luz de los fenómenos observados en la tribología, a nivel de la interfaz de deslizamiento. Los resultados aquí presentados son válidos para el sistema de bloque rígido estudiado, aunque sirven como muestra de la importancia del fenómeno de fricción en este tipo de modelos, por lo que pueden tomarse como una introducción al estudio de la fricción ante condiciones dinámicas, que con investigaciones posteriores con materiales térreos y modelos flexibles, podrían resultar importantes sobre la transferencia de energía al cuerpo del talud (cuando éste desliza) y luego incorporarlos en métodos analíticos de predicción de desplazamientos permanentes en taludes.

### **1.1 Antecedentes**

Cuando dos superficies están en contacto, el movimiento de una respecto a la otra produce fuerzas tangenciales llamadas *fuerzas de fricción*. Éstas, tienen una magnitud limitada y no impiden el movimiento si se aplican fuerzas externas lo suficientemente grandes.

Básicamente, existen dos tipos de fricción: la *fricción fluida* y la *fricción en seco*. La fricción fluida se produce entre capas de fluido que se mueven a diferente velocidad. Este tipo de fricción es relevante en problemas de flujo de fluidos a través de tubos y orificios o en problemas relacionados con cuerpos inmersos en fluidos en movimiento. También es básica en el análisis de *mecanismos lubricados*. La fricción en seco es la que se presenta entre dos superficies en contacto directo sin la presencia de algún lubricante y es la que se abordará en este trabajo.

El primero en estudiar la fricción fue Leonardo da Vinci, quien midió la fuerza de fricción entre cuerpos sobre planos horizontales e inclinados. Como resultado de estos estudios, da Vinci concluyó, entre otras cosas, que la fricción es independiente del área de contacto *aparente*. Mostró también que la fuerza de fricción es proporcional a su peso [1]. Estas observaciones son esencialmente las primeras dos leyes de fricción usualmente atribuidas a Amontons quien fue el primero en publicarlas en 1699 [3], debido a que las notas de da Vinci no se publicaron durante cientos de años.



*Figura 1-1* Aparatos utilizados por da Vinci para sus experimentos para estudios de fricción. (a) Experimentos para determinar la fuerza de fricción en planos horizontales e inclinados, (b) la influencia del área aparente de contacto en la fuerza de fricción, (c) estudio de la fuerza de fricción en un plano horizontal por medio de una polea y (d) la fricción en el torque de un rodamiento y un medio balero (modificado de [69])

Da Vinci definió también un coeficiente de fricción como el cociente entre la fuerza de fricción y la *fuerza normal*. Respecto de este coeficiente, años después de da Vinci, Coulomb en 1785 estableció el concepto de una fuerza de fricción límite [1], de tal forma que las fuerzas aplicadas a un cuerpo no causaran su desplazamiento a menos que se excediera este umbral. Para llegar a esta conclusión, Coulomb investigó la influencia de cinco factores principales en la fricción:

- La naturaleza de los materiales en contacto y sus superficies
- El tamaño del área de la superficie de contacto
- La fuerza normal
- El lapso de tiempo que las superficies permanecieron en contacto estacionario
- Condiciones ambientales tales como temperatura, humedad, e incluso vacío

Coulomb utilizó los resultados experimentales para construir ecuaciones empíricas que relacionan la fuerza de fricción con las variables mencionadas y finalmente resumió su trabajo en la ley de fricción en seco, conocida como la *ley de fricción de Coulomb*:

$$F_F = \mu N$$

donde  $F_F$  es la fuerza de fricción,  $\mu$  el coeficiente de fricción y  $N$  la fuerza normal.

Coulomb trató de atribuir la fuerza de fricción a la rugosidad de la interfaz de deslizamiento, aunque no tuvo éxito en su teoría [69]. En la figura 1-2 se muestran los esquemas utilizados por Coulomb para representar superficies rugosas.

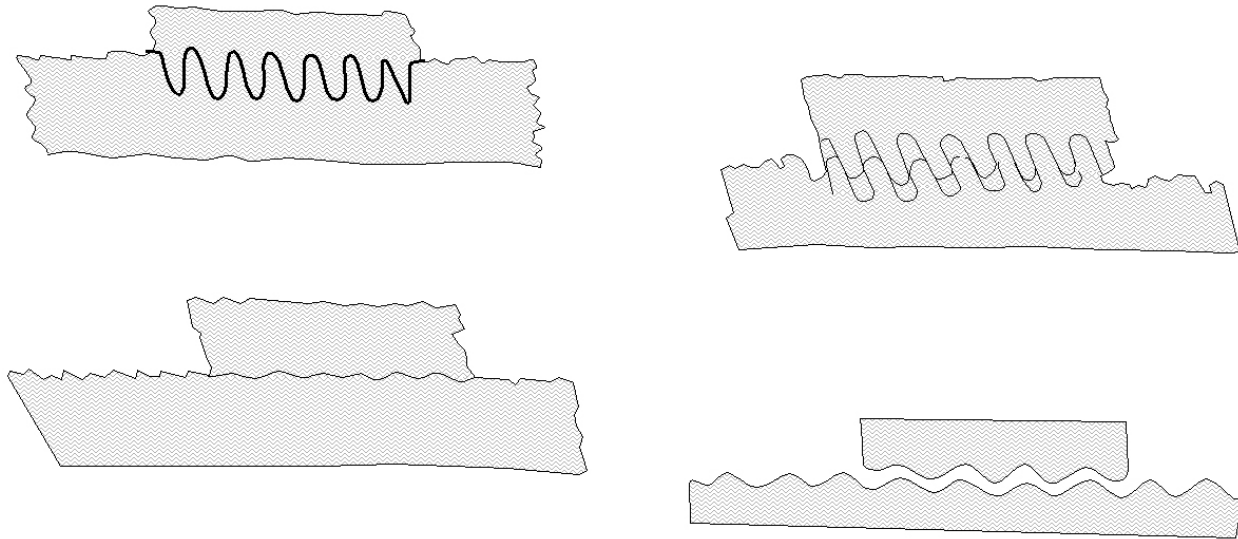


Figura 1-2 Representaciones de superficies rugosas utilizadas por Coulomb (modificado de [69])

De acuerdo con la ley de Coulomb, existen dos coeficientes de fricción: el *coeficiente de fricción estático*  $\mu_s$  y el *coeficiente de fricción dinámico*  $\mu_c$ , donde este último se considera independiente de la velocidad de deslizamiento. El primero se define como el cociente de la fuerza de fricción máxima  $F_s$  que se genera en la superficie de contacto de dos cuerpos sólidos antes de que se presente desplazamiento relativo entre ambos, producto de la fuerza externa aplicada  $P$  que produce esta condición, con la fuerza normal  $N$ . Una vez que la fuerza  $P$  sobrepasa la magnitud de  $F_s$ , el cuerpo comienza a deslizarse y el coeficiente  $\mu_s$  toma un valor menor,  $\mu_c$ , el cual es la relación entre la fuerza de fricción dinámica  $F_C$ , debida a la fuerza  $P$  necesaria para mantener al cuerpo en movimiento, con la fuerza normal  $N$ . Para ilustrar estas definiciones observe la figura 1-3.

Considere un bloque de peso  $W$  sobre una superficie plana horizontal. Las fuerzas que actúan sobre el bloque son su peso  $W$  y la reacción de la superficie. Como el peso no tiene componentes horizontales, la reacción tampoco las tiene y por lo tanto es normal a la superficie y se representa por  $N$ . Si se aplica una fuerza horizontal  $P$  al bloque, de magnitud pequeña, éste no se moverá, por lo que debe existir una fuerza horizontal que contrarreste a  $P$ . Esta es la fuerza de fricción  $F_F$ , que en realidad es la resultante de un gran número de fuerzas que actúan sobre toda la superficie de contacto entre el bloque y la superficie plana. No se conoce exactamente la naturaleza de estas fuerzas, pero se supone que se deben a las irregularidades de las superficies en contacto y a las fuerzas de atracción molecular, entre otras [2].

Si se incrementa la fuerza  $P$ , la fuerza de fricción  $F_F$  también aumenta, según la ley de fricción de Coulomb, hasta que su magnitud alcanza un cierto valor máximo  $F_s = \mu_s N$ . Si  $P$  sigue incrementándose, la fuerza de fricción ya no es capaz de contrarrestarla y el bloque comienza a desplazarse. En cuanto el bloque comienza a moverse, la magnitud de  $F_F$  cambia de  $F_s$  a un

valor menor  $F_C = \mu_c N$ . Se considera a  $\mu_c$  constante durante un estado estable de deslizamiento, como se observa en la figura 1-3 (c).

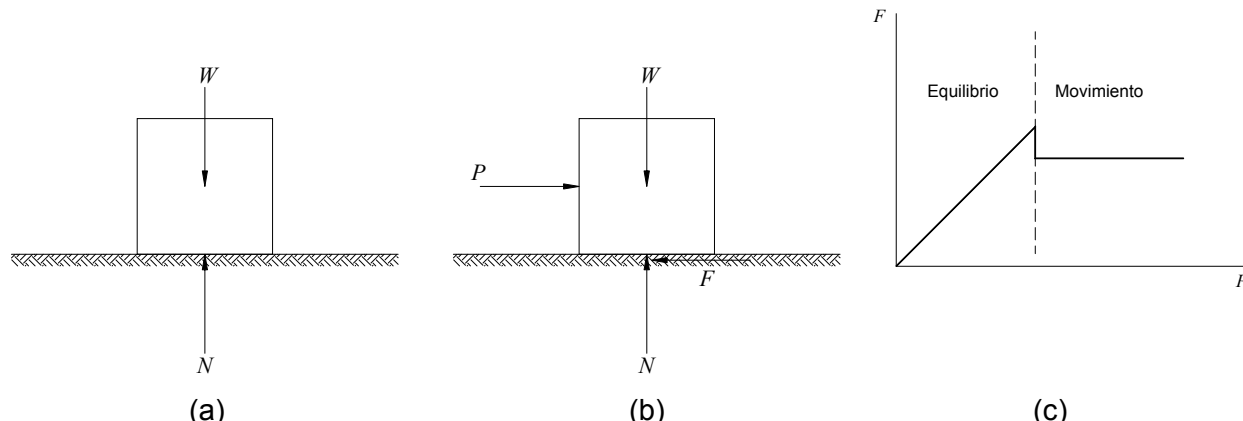


Figura 1-3 Fuerza de fricción, (a)  $F_F = 0$ , (b)  $0 < F \leq P$ , (c)  $\mu_c$  constante (modificado de [2])

## 1.2 Literatura relacionada con el tema

Generalmente se considera que la fricción es una rama de la física o de la ingeniería mecánica. La fricción dinámica se estudia en esta última debido a que en los sistemas mecánicos se presenta este fenómeno, el cual es uno de los factores más importantes que afectan el comportamiento de éstos. Consecuentemente, los materiales estudiados bajo condiciones de fricción dinámica generalmente son aquellos que componen a las máquinas. Estos materiales son principalmente aceros y polímeros [4, 5, 8, 12, 14, 15, 17, 18, 20]; es decir, materiales artificiales o hechos por el hombre. Existen pruebas estandarizadas por la ASM (American Society for Metals) para ciertos materiales [28] en donde se establece el aparato a utilizar para medir la fricción dinámica, estática o por rodamiento, para un cierto par de materiales así como las condiciones de la prueba. Por ejemplo, se indica el aparato a utilizar para medir la fricción entre la suela de piel de un zapato, contra una cierta superficie de piso. También se indica como se realiza la prueba para medir la fricción entre las llantas de un automóvil y el pavimento, entre otras.

En estos lineamientos de la ASM se especifican también las condiciones que deben cumplir las pruebas de fricción para considerar que las mediciones tengan validez. Se presentan además tablas con los coeficientes de fricción estática y dinámica para distintos materiales, en su mayoría aceros, aleaciones y plásticos [15].

Respecto a materiales naturales o no procesados, se han realizado diferentes estudios de la fricción dinámica en materiales como el hielo [9], rocas [6, 7, 11, 29, 34 – 39, 45], minerales [30 - 32], y suelo con otros materiales [25 - 27].

En lo que respecta a la mecánica de rocas, Jaeger y Cook, 1976, [34], estudiaron algunos de los procesos que intervienen en la fricción (fig. 1-4). El primero de estos procesos, también estudiado por Scholz y Engelder en 1976 [29], comprende la penetración de una aspereza dura sobre una superficie más blanda, lo que produce que la aspereza se deslice sobre la superficie de forma similar a un arado, generando una ranura durante el deslizamiento. Establecieron que si  $p$  es la dureza del material más blando, una aspereza de punta esférica con radio de curvatura  $\rho$ , penetrará hasta que el radio de contacto  $r$  esté dado por

$$N = \pi r^2 p \quad (1-1)$$

Durante el deslizamiento, la aspereza dejará una ranura con un área en su sección transversal de

$$A_g = 2r^3/3\rho \quad (1-2)$$

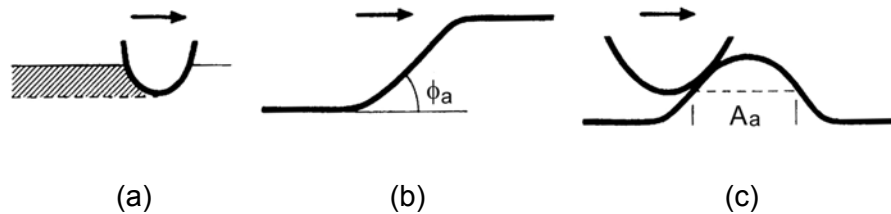


Figura 1-4 Procesos que intervienen en la fricción; (a) ranurado, (b) estibamiento, (c) corte (modificado de [6])

La fuerza necesaria para abrir la ranura será del orden de  $pA_g$  y la necesaria para cortar las uniones en la superficie de la aspereza, será del orden de  $\pi r^2 s$ , donde  $s$  es la resistencia al corte del material. Sumando ambas fuerzas y utilizando la ecuación (1-1), se obtiene

$$F_F = sN/p + 2N^{2/3}/3\rho^{3/2}p^{1/2}\rho \quad (1-3)$$

Al primer sumando de esta ecuación se le llama el *término de cortante* y es el mismo obtenido por Bowden y Tabor [4] en su teoría de la fricción por adhesión, como se verá en el capítulo 2. El *término de arado* (segundo, de la ecuación 1-3), modela a la fricción como un fenómeno de naturaleza no lineal.

El segundo de los procesos estudiados por Jaeger y Cook consiste en que las superficies pueden subirse unas sobre otras. Esto es posible si ambas superficies están juntas inicialmente sobre una cierta longitud y tienen una topografía irregular con asperezas prolongadas en la dirección del deslizamiento, como se muestra en la figura 1-4(b). De esta forma cuando el deslizamiento comience, las asperezas pudieran montarse unas sobre otras, con lo que el deslizamiento ocurre sobre un cierto ángulo  $\phi_a$  de pequeña magnitud entre la dirección de la fuerza de fricción y el plano de deslizamiento entre las superficies. Si  $\mu$  es el coeficiente de fricción, entonces

$$F_F = [\mu + \phi_a(1 + \mu^2)]N \quad (1-4)$$

Otro de los procesos que intervienen en la fricción estudiado por Jaeger y Cook, es el de entrelazamiento de las asperezas, como el que se muestra en la figura 1-4(c). Respecto a este proceso, Wang y Scholz 1994 [35] establecieron que si la distancia de entrelazado de las asperezas es mayor que un cierto valor crítico, el deslizamiento se dará por la falla a cortante a través de las asperezas entrelazadas. De acuerdo con Wang y Scholz, la fuerza requerida para ésto es

$$F_F = sA_a \quad (1-5)$$

donde  $s$  es la resistencia al corte de la aspereza y  $A_a$  es su área.



Estos mecanismos propuestos explican el origen de las fuerzas de fricción en las rocas, y se refieren a la fricción estática. En relación con la fricción dinámica, también existen estudios de este tipo en la mecánica de rocas, como el de Shimamoto y Logan [36], quienes estudiaron la variación de la fricción dinámica con la velocidad en la halita (NaCl), para una variedad de presiones de confinamiento. Al respecto Johnson y Scholz [38] investigaron las propiedades dinámicas del deslizamiento intermitente en roca. Por su parte Cambou [70] estudió en 1974 la influencia en el coeficiente de fricción de algunos parámetros como el área de contacto aparente, la alteración de las superficies de contacto durante el ensaye, el estado de la interfaz, la naturaleza de las rocas, la fuerza normal aplicada, la velocidad de deslizamiento y la presencia de un líquido en los puntos de contacto (agua, alcohol, acetona y aceite), para distintos tipos de rocas como basalto de San Francisco (USA), Diorita de la presa El Infiernillo en México, Gneis de la presa Mica en Canadá, roca sedimentaria metamorfozada de la presa Chivor en Colombia y roca caliza de la presa La Angostura en México. De sus investigaciones, Cambou concluyó que los fenómenos más importantes que se presentan durante la fricción son el corte del material en la punta de las asperezas en contacto, la fracturación en la base de éstas y el desprendimiento importante de material en los puntos de contacto. Concluyó también que cada uno de esos fenómenos se produce de acuerdo a las propiedades reológicas del material y de la forma y dimensiones de las asperezas en contacto. Afirmó también que el corte de la punta de las asperezas se produce en general en el caso de rocas blandas o en las superficies planas pulidas de rocas duras, así como que el desprendimiento importante de materia en los puntos de contacto se produce para rocas de superficie rugosa, cualquiera que sea su dureza, así como para superficies planas de rocas blandas. Respecto del coeficiente de fricción, Cambou concluyó que éste es independiente del área aparente de contacto, lo cual concuerda con la literatura, que depende de la alteración (estado) de la interfaz, así como de la presencia de material desprendido en la misma. Al respecto concluyó también que para un mismo estado de superficie, no depende de la fuerza normal. Sobre la velocidad de deslizamiento, encontró que el coeficiente de fricción no depende de ésta, al menos en el rango de velocidades que él utilizó (0.83 - 25 mm/min). También encontró que el coeficiente de fricción se ve influenciado por la presencia de un líquido en los puntos de contacto: para ciertas rocas de superficie plana, éste aumenta en presencia de agua, mientras que para otras disminuye.

Dos de los estudios más sobresalientes en la mecánica de rocas respecto de la fricción dinámica son el de Dieterich, 1979 [7] y el de Ruina, 1983 [39]. En ambos estudios se propone una ley de variación de la fricción en roca. Con ambas leyes es posible obtener una continuidad de valores de coeficientes de fricción para cada velocidad de desplazamiento.

La ley de Dieterich [7] hace mucho énfasis en la importancia del tiempo de contacto. Dieterich define al coeficiente de fricción estático como el máximo valor alcanzado después de un cierto tiempo de contacto, de tal forma que para medir este valor primero se debe dar un deslizamiento y luego detenerlo para conocer el tiempo inicial [45]. Dieterich hizo la conexión de la dependencia del tiempo del coeficiente estático y la dependencia de la velocidad del coeficiente dinámico mediante un tiempo efectivo de contacto obtenido del cociente de una distancia crítica  $D_c$  contra la velocidad de deslizamiento  $V$ . Esta distancia  $D_c$  es una longitud de deslizamiento finita en la cual la fricción evoluciona al haber un cambio en la velocidad de deslizamiento. Dieterich interpretó la distancia  $D_c$  como el deslizamiento necesario para renovar los puntos de contacto de las superficies.

La relación  $D_c/V$  define un tiempo de vida promedio de los contactos, representado por una variable de estado  $\theta$  [39]. Mediante el uso de esta conexión entre los coeficientes estático y dinámico y una variable que toma en cuenta las perturbaciones en el tiempo de contacto

(estado) o en la velocidad de deslizamiento, Marone [40] propone escribir la ley de Dieterich como sigue:

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + b \ln\left(\frac{V_0 \theta}{D_c}\right), \quad \frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{V\theta}{D_c} \quad (1-6)$$

donde  $\mu_0$  es un coeficiente de fricción constante obtenido del deslizamiento estable a la velocidad  $V_0$ ,  $V$  es la velocidad de deslizamiento, y  $a$  y  $b$  son constantes empíricas. La ley original de Dieterich no menciona explícitamente una variable de estado y difiere un poco de la ecuación 1-6 pero sus características principales se conservan. Se ha adoptado la ecuación 1-6 con el propósito de compararla más fácilmente [40] con la ley de Ruina [39] presentada más adelante.

Es importante notar que la ecuación 1-6 no está definida para  $V = 0$ . Esto es problemático numéricamente, pero es consistente con la definición de fricción que establece que ésta es la resistencia al corte normalizada de una superficie particular y que para medirla es necesario que exista un desplazamiento.

Ruina desarrolló una ley en donde los parámetros más importantes son la velocidad y el deslizamiento en lugar del tiempo como propone Dieterich. Debido a esto, Ruina hace la conexión de la dependencia del tiempo del coeficiente de fricción estático y la dependencia de la velocidad del coeficiente de fricción dinámico, mediante una velocidad efectiva obtenida mediante el cociente de  $D_c$  con el tiempo de contacto pseudo estático. En general, Ruina propone que todo cambio en la variación de la fricción requiere un deslizamiento, incluyendo el incremento de la fricción durante el contacto pseudo estático. Marone [40] propone escribir la ley de Ruina como:

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + b \ln\left(\frac{V_0 \theta}{D_c}\right), \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{V\theta}{D_c} \ln\left(\frac{V\theta}{D_c}\right) \quad (1-7)$$

Ruina mostró que la fricción tiene efectos de memoria en la forma de una distancia de deslizamiento crítica necesaria para que se lleve a cabo un cambio en la fricción del valor estático al dinámico. Este efecto fue estudiado por Rabinowicz [46] quien definió esa distancia crítica como una deformación elástica en donde el coeficiente de fricción estático aún está presente a pesar del desplazamiento, que en el caso de los metales está en el rango microscópico (hasta 6  $\mu\text{m}$  para acero sobre titanio).

En la figura 1-5 se muestra una comparación entre la ley de Dieterich y la de Ruina.

De los párrafos anteriores se aprecia que la mecánica de rocas ha hecho contribuciones importantes al estudio de la fricción, tanto estática como dinámica. En una publicación de Marone [40] se presenta una gran variedad de estudios de la fricción dinámica en rocas y leyes de fricción determinadas en el laboratorio.

Respecto a la fricción en los minerales, una de las contribuciones más completas al respecto es la de Horn de la universidad de Illinois, quien elaboró una tesis doctoral donde investigó las características friccionantes de algunos minerales. Posteriormente, Horn y Deere escribieron una publicación [32] donde resumen lo más sobresaliente del trabajo de Horn.

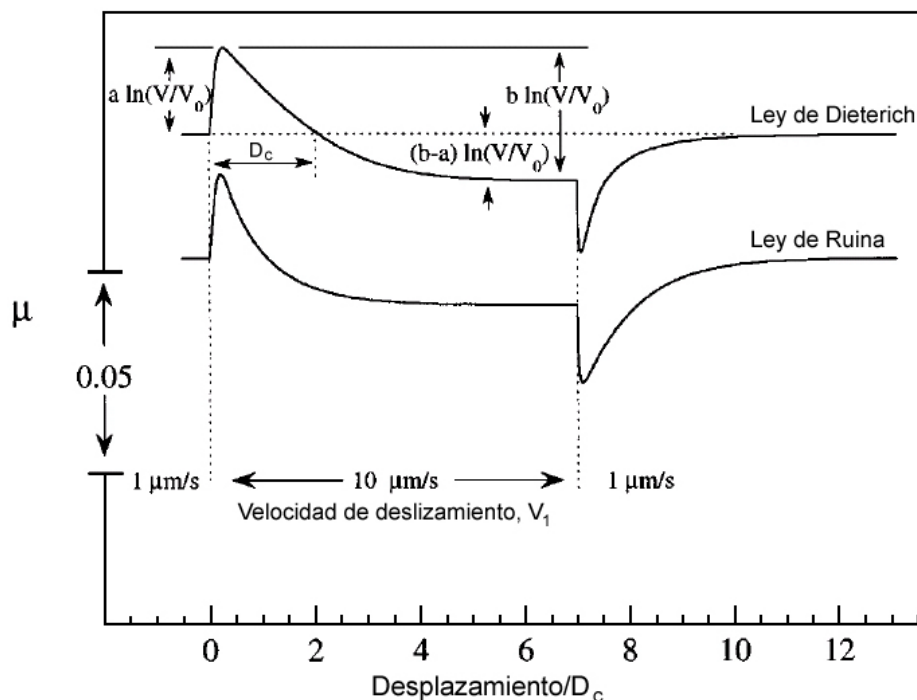


Figura 1-5 Comparación de las leyes de Dieterich y Ruina (modificado de [40])

La investigación consistió en estudiar las características friccionantes de los minerales más comúnmente encontrados en suelos y rocas. Estos minerales fueron de dos tipos: minerales laminares y minerales con estructura masiva. Las pruebas se llevaron a cabo bajo cuatro condiciones distintas de humedad sobre la superficie de los minerales; secado al horno, secado al horno/equilibradas al aire, saturación/equilibradas al aire y la condición saturada. La condición de secado al horno consistió en dejar los especímenes en él por varias horas a una temperatura de  $105^\circ$  y luego transferirlos a un ambiente de humedad relativa (RH) de menos del 7%. La condición secado al horno/equilibradas al aire, consistió en que después de sacados del horno, los especímenes se dejaron enfriar directamente en el ambiente, por lo que adsorbieron la humedad del mismo, la cual era conocida. La humedad del ambiente estuvo entre el 17 y 97%. La condición saturación/equilibradas al aire consistió en saturar los especímenes y luego dejarlos estabilizarse en un cuarto con humedad controlada entre el 30 y 40%. La condición saturada consistió en ensayar los especímenes en saturación total. Además de investigar las características friccionantes de los distintos minerales, Horn también estudió la resistencia al corte de una arena de Ottawa y de una muscovita triturada simulando suelo, ambos en estado suelto. Las pruebas se realizaron para dos diferentes velocidades de deslizamiento; la prueba lenta con  $0.70 \text{ in/min}$  y la prueba rápida con  $6.0 \text{ in/min}$ . Estas pruebas fueron de corte directo. Los resultados obtenidos por Horn se presentan en la tabla 1-1. Las variables investigadas por él, fueron las siguientes características friccionantes de los distintos minerales:

- Relación entre el coeficiente de fricción estático y dinámico
- Influencia del pulimento de las superficies
- Influencia de la humedad relativa del ambiente
- Influencia de la historia de humedades de la superficie
- Influencia de la rugosidad de la superficie
- Influencia de la velocidad de deslizamiento
- Influencia de la polaridad de un lubricante

Las conclusiones que obtuvo Horn son las siguientes:

1. La fricción dinámica desarrollada entre las superficies de minerales es generalmente igual o ligeramente menor que la fricción estática. Ocurre una excepción cuando las superficies de cuarzo se saturan con un fluido altamente polar. Las indicaciones al respecto son que bajo estas condiciones la fricción dinámica es apreciablemente menor que la fricción estática.
2. Al crecer la humedad de la superficie, la resistencia por fricción que puede desarrollarse entre las superficies de minerales de estructura masiva se incrementa, mientras que ocurre lo contrario en los minerales con estructura laminar.
3. El agua ejerce una acción antilubricante sobre la superficie de los minerales de estructura masiva, misma que disminuye rápidamente al incrementarse la rugosidad de la superficie.
4. Para velocidades de deslizamiento entre 0.70 y 6.0 in/min, la variación de la misma no tiene efecto en las características friccionantes de los minerales de estructura masiva. Por el contrario, la resistencia por fricción que se desarrolla entre superficies de mica se incrementa con la velocidad de deslizamiento. Esto puede explicar en parte, el incremento en la resistencia al corte drenada de las arcillas, observado en otras investigaciones cuando se incrementa la velocidad de aplicación de los esfuerzos cortantes, ya que los minerales de arcilla tienen configuraciones (planas) similares a las de la mica.
5. La polaridad influye en las características lubricantes de un fluido. Todos los fluidos estudiados fungieron como antilubricantes cuando se aplicaron a superficies lisas de minerales de estructura masiva. Sin embargo, los fluidos de alta polaridad produjeron el mayor grado de antilubricación. Todos los fluidos investigados lubricaron las superficies lisas de los minerales laminares. Aunque no se encontró una correlación consistente entre la polaridad y la habilidad de lubricación, los fluidos de alta polaridad fueron en general los lubricantes más efectivos.
6. Además del efecto en las fuerzas de capilaridad, las variaciones de humedad en la superficie de las partículas no tienen influencia cuantificable en la resistencia drenada al corte de los suelos compuestos de minerales de estructura masiva. Esta resistencia de los suelos compuestos de minerales laminares decrece con el incremento de la humedad en la superficie de las partículas.
7. Un incremento en la humedad tal vez pudiera causar la falla de una masa de suelo que contenga un alto porcentaje de minerales laminares. También es posible que algunas de las fallas que se han presentado en túneles y excavaciones en roca, se hayan originado debido a que las grietas con superficies cubiertas de minerales laminares o que la roca misma tuviera un alto porcentaje de éstos, hayan entrado en contacto con el agua.

El trabajo de Horn es una contribución importante al tema de la fricción en los suelos, ya que sienta las bases para estudios posteriores al respecto, como los de Bromwell [30] y Dickey [31]. Estos investigadores estudiaron en 1966 las características friccionantes del cuarzo.

Respecto de los trabajos acerca de la fricción entre un suelo y otro material, una de las primeras investigaciones al respecto fue realizada por Perlei en 1964 [26], quien investigó la influencia de las vibraciones en la fricción externa de los suelos. Posteriormente, Nikiforov y Bredun en 1965 [27] investigaron la fricción dinámica entre varios tipos de suelo con ciertas clases de metales y plásticos. Después de estas investigaciones se abandonó el tema de la

fricción en el suelo durante un tiempo hasta que en 1990, Yusu y Dechao [25] realizaron un trabajo parecido al de Nikiforov y Bredun, sólo que aquéllos investigaron la relación que existe entre la fricción dinámica del suelo y la del metal con la velocidad de deslizamiento. En este estudio encontraron que la ecuación para un fluido no Newtoniano podía ser utilizada para describir la fricción entre el suelo y el metal. Basados en la teoría del proceso de cambio (*the rate process theory*), Yusu y Dechao propusieron una expresión para el esfuerzo de fricción en función de la velocidad de deslizamiento y el esfuerzo normal. La expresión se verificó mediante pruebas de laboratorio con velocidades de deslizamiento entre 0.40 y 1.70 m/s, para diferentes condiciones del suelo.

	Mineral	Origen	Secado al horno		Secado al horno/ equilibrado al aire		Saturado		$\mu_s^s / \mu_d^s$	$\mu_s^k / \mu_d^k$
			Estático	Dinámico	Estático	Dinámico	Estático	Dinámico		
			$\mu_d^s$	$\mu_d^k$	$\mu_m^s$	$\mu_m^k$	$\mu_s^s$	$\mu_s^k$		
Minerales con estructura masiva	Cuarzo claro	Carolina del norte	0.11	0.10	0.11	0.10	0.42	0.23*	3.82	2.30
	Cuarzo blanco	Wisconsin	0.14	0.14	0.16	0.16	0.51	0.27*	3.64	1.91
	Cuarzo rosa	Desconocido	0.13	0.11	0.13	0.11	0.45	0.26*	3.45	2.36
	Microlina feldespato	Desconocido - A	0.11	0.11	0.13	0.11	0.76	0.76	6.90	6.90
	Microlina feldespato	Desconocido - B	0.12	0.12	0.12	0.12	0.77	0.77	6.42	6.42
	Calcita (rayada)	Nueva Jersey	-	-	0.21	0.21	0.60	0.60	-	-
	Calcita lisa	Nueva Jersey	-	-	0.12	0.12	-	-	-	-
	Calcita lisa	Kansas	0.14	0.14	0.14	0.14	0.68	0.68	4.85	4.85
	Minerales laminares	Muscovita	Penna	0.43	0.43	0.30	0.30	0.23	0.23	0.54
Muscovita		Brazil	0.41	0.41	0.32	0.32	0.22	0.22	0.54	0.54
Muscovita		Desconocido	0.45	0.45	0.36	0.36	0.26	0.26	0.58	0.58
Flogopita		Madagascar	0.31	0.31	0.25	0.25	0.15	0.15	0.48	0.48
Flogopita		Canada	0.29	0.30	0.22	0.22	0.16	0.16	0.55	0.53
Biotita		Canada	0.31	0.31	0.26	0.26	0.13	0.13	0.42	0.42
Clorita		Vermont	0.53	0.53	0.35	0.35	0.22	0.22	0.42	0.42
Serpentina		Vermont	0.62	0.62	0.50	0.47	0.29	0.26	0.47	0.42
Serpentina		Desconocido	0.76	0.76	0.65	0.65	0.48	0.48	0.63	0.63
Ensteatita		Carolina del norte	0.38	0.38	0.26	0.26	0.23	0.19	0.61	0.50
Talco		Vermont	0.36	0.36	0.24	0.24	0.16	0.16	0.45	0.45

Tabla 1-1 Resumen de los coeficientes de fricción para tres condiciones de humedad en la superficie de los especímenes (modificado de [32])

- Notas:
1. Los coeficientes de la tabla son para superficies muy suaves
  2. Estos coeficientes están basados en una velocidad de deslizamiento de 0.70 in/min
  3. Los coeficientes se refieren a la fricción desarrollada entre superficies del mismo mineral, e.g. cuarzo sobre cuarzo
  4. La humedad relativa durante las pruebas en la condición secado al horno/equilibrada al aire estuvo entre el 17 y el 35%
  5. La carga normal aplicada varió entre 0.65 lb y 10.20 lb
- \* Significa un coeficiente de fricción aproximado; basado en el promedio de los valores máximo y mínimo de la resistencia a la fricción durante el movimiento intermitente (stick-slip)

La mecánica de rocas ha estudiado la fricción entre roca y un material granular. Estos estudios (ver Marone 1998 [40] para una revisión detallada) se han llevado a cabo en su mayoría con materiales cuarzosos y feldespáticos, por lo que podría decirse que se asemejan a una arena.

Sin embargo, los experimentos se han realizado con el material granular en medio de dos superficies de roca tratando de simular una falla en el laboratorio. Es por esto que la fricción medida de esta forma corresponde a una interfaz roca-suelo. Los resultados de los estudios destacan la importancia del grado de consolidación del material granular así como la influencia de la dilatancia en la variación de la fricción con la velocidad de deslizamiento, concluyendo que los materiales sueltos presentan un incremento en la fricción al aumentar la velocidad de deslizamiento y que en los materiales densos sucede lo contrario.

Es posible confrontar estos resultados con el caso de la interacción entre la losa de concreto y el enrocamiento de una presa de enrocamiento con cara de concreto ya que las condiciones son similares. Los resultados expuestos por Marone [40] indican que la fricción entre roca y material granular disminuye con la velocidad de deslizamiento relativo cuando el material granular está en estado denso. Esto concuerda con lo observado en el caso de las presas con cara de concreto, en donde los esfuerzos cortantes en la interfaz losa-enrocamiento disminuyen con el desplazamiento relativo entre el enrocamiento y la losa.

Por otra parte, existe poca literatura relacionada con el estudio de la fricción en dos sentidos, como en el caso de un sismo. Rajagopalan y Prakash [19] estudiaron la fricción dinámica en metales con presiones normales hasta de 125 Mpa para deslizamientos en dos sentidos (ida y vuelta) con velocidades de deslizamiento de hasta 15 m/s y desplazamientos de aproximadamente 10 mm. Los resultados de sus experimentos indican que el esfuerzo por fricción dinámica medido en la dirección de regreso es casi dos veces mayor que el esfuerzo en la dirección de ida. Rajagopalan y Prakash atribuyen este incremento en el esfuerzo por fricción al contacto directo de las superficies metálicas debido a la escarificación de la superficie, producto de la rotura de las capas de óxido y otras películas sobre la misma, al igual que a la anisotropía desarrollada sobre ésta durante el deslizamiento en la dirección de ida.

Con relación a la influencia de las vibraciones externas en la fricción, existen investigaciones [16, 47] sobre el efecto de las vibraciones transversales externas. Lenkiewicz [47] en 1969 publicó los resultados de sus investigaciones sobre la influencia de vibraciones externas en los coeficientes de fricción estático y dinámico. Los parámetros que investigó fueron la velocidad de deslizamiento con una variación de 0 a 1.5 m/s, frecuencia de la vibración externa (20-120 Hz), amplitud de la vibración externa (5-40  $\mu\text{m}$ ) para especímenes de hierro y acero sobre un disco de hierro. Sus resultados muestran una considerable reducción (hasta del 90%) del coeficiente de fricción estático debido al efecto de las vibraciones externas. Lenkiewicz atribuye estos resultados a que la vibración externa causa la rotura de las uniones de las asperezas en contacto. Los resultados muestran que el coeficiente de fricción estático se aproxima a cero al incrementarse la amplitud de la vibración manteniendo constantes el resto de los parámetros. En el caso de la fricción dinámica, se observó que las vibraciones externas disminuyen el valor del coeficiente de fricción dinámico y que la influencia de estas vibraciones se atenúa con la velocidad de deslizamiento de tal forma que para lograr un efecto de reducción del coeficiente de fricción dinámico a velocidades de deslizamiento grandes, es necesario aumentar la frecuencia de la vibración externa llegando a valores tan altos como 21 kHz [47]. En la figura 1-6 se muestra el efecto de las vibraciones externas en la fricción dinámica para varias velocidades de deslizamiento. Lenkiewicz encontró también que el deslizamiento intermitente se amortigua mediante vibraciones externas para condiciones de fricción en seco.

Sobre el mismo tema, Skare y Stahl [16] en 1992 reportan los resultados de sus investigaciones sobre la influencia de las vibraciones externas en la fuerza de fricción, utilizando diferentes frecuencias, amplitudes, cargas y materiales. Skare y Stahl proponen un coeficiente de fricción dado por la ecuación 1-8.

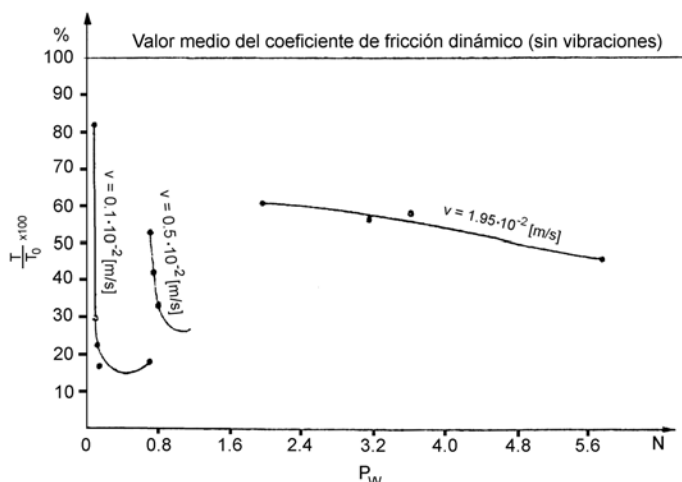


Figura 1-6 Variación de la fuerza de fricción con la fuerza que produce las vibraciones para las diferentes velocidades de deslizamiento

$$\mu(\chi, t) = \frac{F_F}{P + mg} \chi \quad (1-8)$$

Donde  $\chi$  es una expresión que refleja el estado de las superficies y la influencia de las vibraciones externas. Para el experimento utilizaron un actuador que permitía generar vibraciones de cualquier frecuencia y forma dentro de los límites de banda. El actuador generaba una excitación en la base sobre la que deslizaba un bloque rígido de masa  $m$  hecho de acero al carbono presionado contra la base de metal. Conectaron el bloque a un resorte de constante  $K$  y a un amortiguador de constante  $C$ . Utilizaron sensores de fuerza a base de *strain gauges* y monitorearon la aceleración y los desplazamientos relativos entre ambas superficies a través de mediciones con sensores ópticos.

Realizaron los ensayos bajo condiciones ambientales normales. Las hipótesis que utilizaron para medir el coeficiente de fricción fueron las siguientes:

- El sensor mide la fuerza de fricción, la cual transmite la fuerza de vibración inducida por el actuador.
- Para determinar la fuerza de fricción estática se incrementa la fuerza tangencial hasta que ocurre un deslizamiento relativo entre los materiales en contacto. Con ayuda de la vibración externa la fuerza de fricción genera un movimiento entre los materiales, el cual es elástico para amplitudes pequeñas y se convierte en deslizamiento cuando se rompe la unión entre los materiales (en concordancia con Rabinowicz [46]). Cuando el deslizamiento ocurre, se da un deslizamiento relativo de 40 mm entre los materiales.
- La fuerza de fricción dinámica se midió a velocidad constante (la velocidad relativa fue de 5 mm/s) en la superficie de fricción superior.

Mediante sus experimentos, Skare y Stahl mostraron que es posible reducir o incrementar la fuerza de fricción a través de vibraciones externas. Sus resultados indican que es posible disminuir la fuerza de fricción a través de resonancia de las asperezas, al hacer coincidir la frecuencia natural de las asperezas en contacto con la de la vibración externa. También mostraron que la fuerza de fricción se incrementa a través del amortiguamiento viscoso de la superficie en fricción.

Se observa que el estudio realizado por Skare y Stahl toma en cuenta la superficie del material y las propiedades dinámicas de las asperezas en contacto. Si bien estas propiedades influyen en el desarrollo de la fuerza de fricción, su aplicación a la ingeniería civil resulta complicada debido a las características microscópicas de las mediciones, así como a la difícil extrapolación de los resultados a una estructura macroscópica.

También existe literatura relacionada con las vibraciones normales, que a diferencia de las transversales, no se trata de desplazamientos intermitentes en la dirección del movimiento sino de pequeños saltos. Una de las investigaciones más conocidas al respecto es la de Tolstoi [42].

Tolstoi investigó la influencia de los modos normales de vibración en la fricción dinámica. Encontró que la fricción dinámica es muy sensible a las vibraciones o separación entre las superficies en contacto (lo que concuerda con las investigaciones sobre el efecto de las vibraciones externas en la fricción, [16, 47]), mostrando que durante las vibraciones por fricción (e.g., stick-slip) se producen vibraciones normales del cuerpo deslizante (saltos) que se pueden evitar de dos formas: (1) mediante una velocidad de deslizamiento extremadamente pequeña y (2) utilizando amortiguamiento externo para las vibraciones normales. En el primer caso, Tolstoi estima un límite inferior para la velocidad requerida en términos de la altura y espaciamiento de las asperezas, el coeficiente de fricción, el esfuerzo de fluencia y viscosidad de creep. En el segundo caso, el efecto del amortiguamiento normal es tal que no se observa una reducción en la fuerza de fricción al incrementarse la velocidad de deslizamiento, es decir que no existe una diferencia cuantitativa entre el coeficiente de fricción dinámico y el estático. Para corroborar que los modos normales de vibración son los responsables de este comportamiento, Tolstoi mostró lo siguiente: (a) Es posible evitar las vibraciones transversales (stick-slip) con amortiguamiento externo lo suficientemente grande, pero no se logra afectar la relación decreciente de la fricción con la velocidad de deslizamiento. (b) Mediante observaciones directas de los desplazamientos normales del cuerpo deslizante es posible mostrar que los movimientos transversales del cuerpo sin amortiguar ocurren invariablemente y en estricta sincronía (fig. 1-7) con sus movimientos verticales o normales (saltos).

Tolstoi [42] enfatizó el rol fundamental que tiene la rigidez normal de las asperezas en contacto sobre la fricción dinámica. En particular Tolstoi concluyó que la relación decreciente de la fricción con la velocidad de deslizamiento a pequeñas velocidades no es una característica intrínseca de la fricción dinámica, sino que es la consecuencia de las microvibraciones en la dirección normal al deslizamiento.

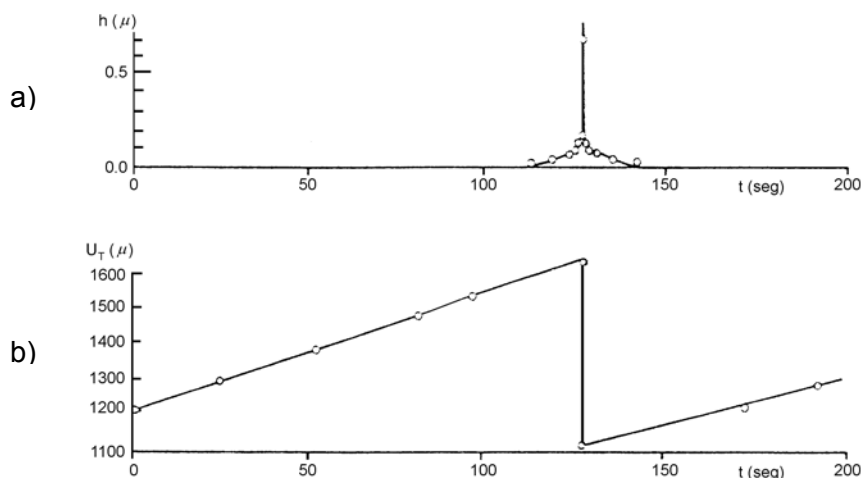


Figura 1-7 Desplazamientos normales (a) y transversales (b) en el tiempo (modificada de [42])



## 2 Aspectos teóricos

En el capítulo anterior se habló brevemente de algunos antecedentes sobre el estudio de la fricción y se presentó la literatura relacionada con el tema. Esta literatura abarcó estudios teóricos y de laboratorio planteados por distintos autores que trataron de modelar el fenómeno de la fricción. De la revisión de la literatura mencionada en el capítulo uno, se puede decir que existen dos tipos de leyes de fricción: las que toman en cuenta los mecanismos que generan la fuerza de fricción y las que modelan el fenómeno mediante las respuestas medidas en el laboratorio. Las leyes del primer tipo generalmente resultan de la tribología (e.g., [4] y [5]), aunque en la mecánica de rocas también existen leyes del mismo grupo [6]. Estas leyes resultan de investigación básica, estudiando las características de los materiales, la naturaleza de los puntos de contacto (asperezas), lubricantes, contaminantes sobre la superficie de contacto, entre otras variables. La aplicación de estas leyes a la ingeniería civil, sobre todo a la geotecnia, es difícil ya que se deben medir propiedades microscópicas de los materiales como por ejemplo el radio de curvatura de las asperezas en contacto y el ángulo de deslizamiento de las asperezas respecto a la horizontal (fig. 1-4). La aplicación a la geotecnia se complica aún más ya que los mecanismos de la fricción se explican para condiciones en seco o para situaciones en las que se conoce el espesor de la capa lubricante y las propiedades del fluido (secciones 2.3 y 2.4). Las leyes de fricción generadas por la tribología encuentran mayor aplicación en la ingeniería mecánica ya que en esta disciplina los materiales utilizados son metales, los cuales, en comparación con un suelo, tienen propiedades más estables y menos dependientes del medio en que se encuentren.

Por otra parte, las leyes de fricción obtenidas a partir de mediciones de laboratorio involucran parámetros microscópicos como distancias características del orden de micras y velocidades relativas de micras sobre segundo para utilizar los modelos de fricción. La mecánica de rocas ha generado muchas de estas leyes experimentales mediante el estudio de las fallas y sismos [6, 7, 39, 40], por lo que las leyes obtenidas tratan de simular estos movimientos. La forma en que se han planteado estas leyes es mediante experimentos del tipo deslizamiento-contacto-deslizamiento (*slide-hold-slide tests*) en una sola dirección. Las leyes planteadas funcionan bien a escala laboratorio pero aún no existen parámetros realistas para aplicar los resultados a escala real, por lo que su aplicación no es del todo confiable debido a que los parámetros de entrada para los modelos se miden en micras, lo que sólo los hace válidos para velocidades de deslizamiento muy pequeñas. En la figura 2-1 se muestran algunos resultados para diferentes materiales utilizando una ley de laboratorio derivada en la mecánica de rocas (Dieterich [7]).

En la figura 2-1 se observa cómo se define la distancia característica  $D_c$ . Como se aprecia, la respuesta teórica obtenida con la ley de Dieterich [7] se acerca bastante bien a las respuestas medidas en el laboratorio. Se observan también las magnitudes tan pequeñas de los parámetros que intervienen en el modelo, lo que hace que su aplicación a escala real sea un problema no del todo resuelto.

Generalmente las leyes de fricción consideran al fenómeno como una característica intrínseca del par de materiales en contacto más que como una propiedad del sistema completo que contiene a los materiales de la interfaz. Las características del sistema se toman en cuenta, específicamente la rigidez, cuando se trata de predecir si el deslizamiento ante la acción de una fuerza constante en una dirección será estable o intermitente [1, 22, 44, 70].

En este capítulo se presentan algunos de los factores que influyen en la fricción y se hablará un poco sobre el deslizamiento intermitente, así como del efecto de los lubricantes en los temas de lubricación hidrodinámica y lubricación de la frontera, con el propósito de dar una visión general al respecto. Finalmente, se menciona una de las leyes de fricción más populares propuesta por la tribología.

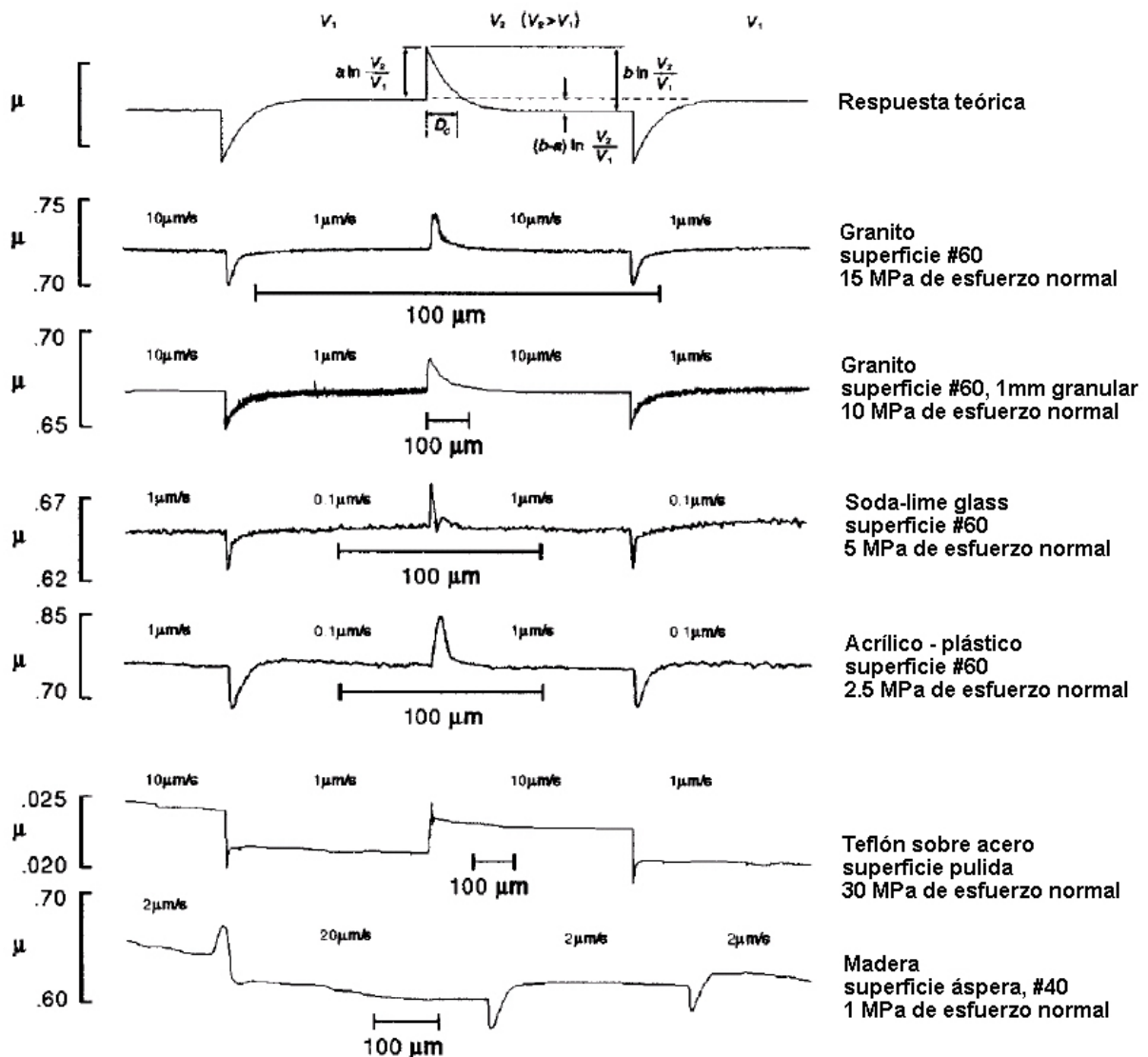


Figura 2-1 Comportamiento de la fricción ante incrementos en la velocidad de deslizamiento para varios materiales según la ley de Dieterich (modificado de [40])

## 2.1 Factores que influyen en la fricción

Estrictamente la fricción se ve afectada por la topografía de la superficie [68, 70, 71], la dureza de los materiales en contacto [4, 6, 70], la resistencia al corte de los mismos y su esfuerzo de fluencia [4, 6, 70]. También se ve afectada por los contaminantes que se encuentran en la superficie de los materiales en contacto, los lubricantes [70], la temperatura y las condiciones ambientales como la humedad [1, 4, 5], entre otras. Todas estas variables repercuten en la naturaleza de la fuerza de fricción. La tribología se encarga del estudio de la interacción de las superficies en contacto, por lo que cuando se estudia la fuerza de fricción desde este punto de vista, es necesario tomar en cuenta todas las variables mencionadas. La tribología divide el estudio de la fricción básicamente en tres partes: deslizamiento sobre superficies secas, deslizamiento sobre superficies lubricadas (lubricación hidrodinámica) y deslizamiento con lubricación de la frontera. Para los fines de aplicación en geotecnia, es difícil adoptar alguno de estos casos ya que el suelo es un material cuyo comportamiento depende del entorno en el que se encuentra. La principal diferencia entre el suelo y los materiales sólidos, es la presencia de agua en su interior. Además, cuando se trata de suelo, generalmente se trabaja con grandes masas que distan de ser homogéneas. Es por esto que el enfoque de la tribología resulta de difícil aplicación en la geotecnia.

Debido a la naturaleza circunstancial del suelo y a su comportamiento como masa, una mejor forma de aproximarse al estudio de la fricción externa en una interfaz suelo-suelo es considerar que la fricción, aunque se trata de una combinación de propiedades del sistema y del material mismo, es una propiedad del sistema en estudio. Esto es válido dada la naturaleza del suelo de comportarse como una masa, por lo que es posible visualizar su comportamiento mediante un sistema con características de rigidez, amortiguamiento, masa, grados de libertad e incluso se puede dar un tratamiento especial a la frontera en contacto con la base de apoyo, donde es posible suponer que no opone resistencia al deslizamiento o se puede caracterizar dicha resistencia mediante coeficientes de fricción estático y dinámico.

Desde el punto de vista de la mecánica de rocas, la fricción se estudia considerando los mecanismos que la producen [6, 29] o mediante la respuesta medida en pruebas de laboratorio [7, 39, 40]. Cuando se consideran los mecanismos que generan a la fuerza de fricción, los factores que influyen son las características de resistencia del material como su dureza y su resistencia al corte. La fuerza normal también se toma en cuenta en estos estudios. Las características geométricas de las asperezas en contacto también influyen: radio de curvatura, ángulo de inclinación, área transversal y número de contactos. Bajo este enfoque existen dos hipótesis: que los puntos en contacto se deforman plásticamente [4] o elásticamente [43].

Por otra parte, cuando se estudia la fricción mediante pruebas de laboratorio, los parámetros que se toman en cuenta son aquellos que modifican las condiciones ambientales de la prueba: humedad, tipo de roca, rugosidad de las superficies en contacto, fuerza normal, características del material granular confinado entre las superficies de roca, velocidad relativa y la distancia característica de cada interfaz [40, 70].

En este estudio los factores que se tomaron en cuenta son: las características del sistema, respuesta de bloque rígido, excitación y condiciones de los ensayos (capítulo 3).

En realidad todos los factores mencionados influyen en la fricción, pero como se ha visto, los que se toman en cuenta dependen del objetivo del estudio a realizar.

## 2.2 Deslizamiento intermitente

El deslizamiento intermitente (*stick-slip*) normalmente se define como aquel que se presenta en forma de deslizamientos intercalados con pausas en el movimiento cuando se aplica una fuerza externa a un cuerpo para que deslice sobre una superficie cualquiera. A este fenómeno se le atribuyen los sismos [1, 6], explicando que éstos se deben a un deslizamiento intermitente entre los macizos rocosos en las fallas. Sin embargo, el deslizamiento intermitente no se observa en todas las fallas, ya que existen fallas asísmicas en donde el deslizamiento es lento y constante a manera de *creep* [40].

El fenómeno de deslizamiento intermitente se presenta dependiendo de las características elásticas del cuerpo que desliza, así como de la diferencia entre los coeficientes de fricción estático y dinámico: mientras más grande sea el coeficiente estático respecto del dinámico, mayor es la amplitud del deslizamiento intermitente [4, 55].

El experimento más común utilizado para explicar el estado de deslizamiento intermitente es el que se muestra en la figura 2-2. Se trata de un bloque de masa  $m$  con características elásticas  $K$  representadas por el resorte libre en un extremo y fijo al bloque en el otro. Se tira del bloque mediante el resorte con una velocidad  $V$ . Asumiendo que el resorte está en su longitud original al inicio del experimento, la fuerza en el resorte se incrementa linealmente con el tiempo mientras se tira del mismo, en tanto que el bloque permanece estacionario. Éste comienza a moverse cuando la fuerza en el resorte llega a un valor límite  $F_s$ . Este valor corresponde a la fuerza de fricción estática. Una vez en movimiento, el bloque puede desplazarse como se muestra en la figura 2-3. En el caso (a), la fuerza en el resorte equivale a la fuerza de fricción dinámica  $F_c$ , mientras que en el caso (b) el movimiento del bloque está alternado con periodos de reposo. Este es el fenómeno de deslizamiento intermitente. El caso (c) es un movimiento caótico.

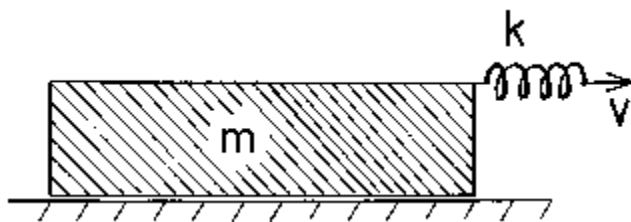


Figura 2-2 Bloque deslizante (modificado de [1])

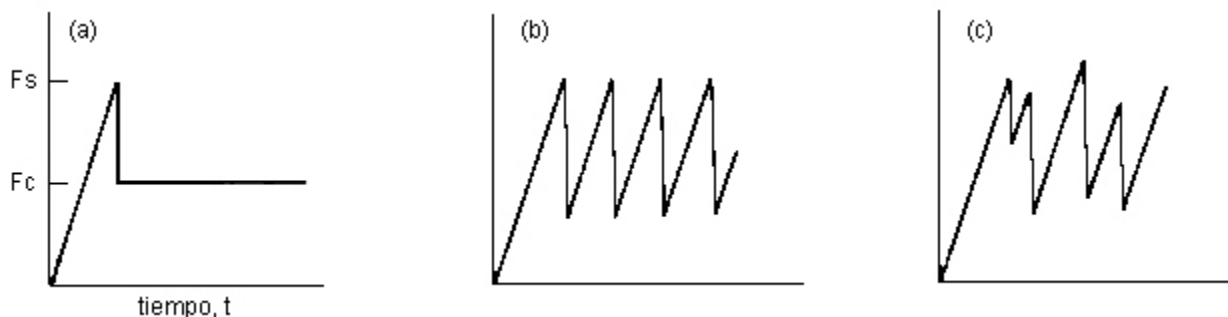


Figura 2-3 Movimiento del bloque deslizante. (a) deslizamiento estable, (b) deslizamiento intermitente periódico, (c) movimiento caótico (modificado de [1])

Es una evidencia experimental el hecho de que el fenómeno de deslizamiento intermitente se evita al utilizar un resorte de rigidez suficiente o una velocidad de deslizamiento alta [1, 4, 42].

Existe una gran cantidad de investigaciones sobre el deslizamiento intermitente. En la mecánica de rocas se han hecho esfuerzos para comprender y predecir este fenómeno debido a su importancia en los movimientos sísmicos [37, 38, 44, 70].

La velocidad de deslizamiento durante los episodios de movimiento del deslizamiento intermitente varía con el tiempo, al igual que el coeficiente de fricción. Es una característica de este movimiento el hecho de que la pendiente de la curva velocidad-fricción sea negativa, es decir, que la fuerza de fricción decrece con la velocidad de deslizamiento [1, 4, 5, 6, 22, 55]. Para que esta condición se presente es necesario que el coeficiente de fricción estático sea mayor que el dinámico. Sin embargo, en algunos materiales la pendiente de la curva velocidad-fricción se torna positiva al sobrepasar una cierta velocidad de deslizamiento, esto es, desaparece el deslizamiento intermitente y la fuerza de fricción se incrementa con la velocidad de deslizamiento. Generalmente esto sucede a velocidades altas. Esto coincide con el hecho cotidiano de que el rechinar de una puerta (atribuido al deslizamiento intermitente) desaparece si ésta se abre con suficiente rapidez. Una investigación al respecto [42] explica al deslizamiento intermitente como una serie de saltos más que de desplazamientos transversales, según los estudios de Tolstoi donde muestra la importancia de los modos de vibración normales a las superficies en contacto. Estos estudios concuerdan con el hecho de que el deslizamiento intermitente se puede evitar mediante una rigidez transversal del sistema lo suficientemente grande así como utilizando una velocidad de deslizamiento lo suficientemente pequeña o lo suficientemente alta. Sin embargo, Tolstoi demuestra que al eliminar el deslizamiento intermitente a través de la rigidez del sistema o mediante una velocidad de deslizamiento inferior a la velocidad de deslizamiento crítica con la que comienza el deslizamiento intermitente, la pendiente de la curva velocidad-fricción sigue siendo negativa. Con este hecho, Tolstoi sustenta su teoría de la influencia de los modos normales de vibración y concluye que la pendiente negativa de la curva velocidad-fricción no es una característica intrínseca del fenómeno de fricción, sino una propiedad del sistema en estudio que depende del amortiguamiento normal a las superficies, mediante el cual se cambia la pendiente de la curva y se elimina el deslizamiento intermitente.

Respecto de la velocidad crítica, existen investigaciones [1, 6, 48] que se enfocan a tratar de establecer un límite para la velocidad de deslizamiento o una velocidad de deslizamiento crítica con la cual comienza o se detiene el deslizamiento intermitente.

### 2.3 Lubricación hidrodinámica

El efecto de un lubricante es disminuir la fuerza de fricción y el desgaste entre dos cuerpos deslizantes. En la lubricación hidrodinámica el espesor de la capa lubricante es relativamente grueso (e.g., 0.01mm), siendo éste lo suficientemente viscoso como para no ser expulsado de la interfaz por la presión de contacto o por una baja velocidad de deslizamiento [1].

El cálculo del coeficiente de fricción en el caso de lubricación hidrodinámica se hace mediante las ecuaciones de Navier-Stokes de la dinámica de fluidos. El cálculo hace las siguientes hipótesis:

- a) Los cuerpos deslizantes están separados por una capa lubricante
- b) El flujo del fluido en la interfaz es del tipo laminar, donde el número de Reynolds es  $R=V_0h/\nu < R_c$  donde  $V_0$  es la velocidad relativa de deslizamiento en la interfaz,  $h$  es el

espesor de la capa lubricante ,  $\nu$  la viscosidad cinemática del lubricante y  $R_c$  el número de Reynolds crítico

- c)  $Bx \gg h$  donde  $Bx$  es el ancho del área en contacto.
- d) El problema es bidimensional, el deslizamiento se da en una sola dirección sin pérdida de lubricante.
- e) La presión en el fluido lubricante en los extremos del área de contacto es igual a la presión del fluido que está fuera del área de contacto:  $P = P_{ext}$  para  $x = 0$  y  $x = Bx$ , donde  $P_{ext}$  es la presión fuera del área de contacto,  $P$  es la presión del fluido en el área de contacto, dada por  $P = N/A$  donde  $N$  es la fuerza normal y  $A$  el área de contacto.

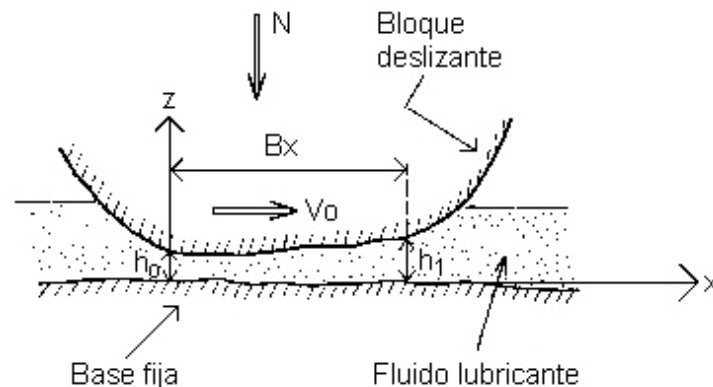


Figura 2-4 Bloque deslizando sobre una superficie lubricada (modificado de [1])

La ecuación para calcular el coeficiente de fricción en estas condiciones viene dada por

$$\mu = \frac{h_0}{Bx} \frac{\beta}{\alpha} \quad (2-1)$$

donde

$$\beta = \frac{1}{\xi - 1} \left[ 4 \ln \xi - \frac{6(\xi - 1)}{\xi + 1} \right] \quad (2-2)$$

$$\alpha = \frac{6}{(\xi - 1)^2} \left[ \ln \xi - \frac{2(\xi - 1)}{\xi + 1} \right] \quad (2-3)$$

$$\xi = h_1/h_0$$

La ecuación 2-1 se obtuvo de la forma convencional dividiendo la fuerza de fricción entre la fuerza normal (ver referencia [1] para más detalles). Una hipótesis fundamental para la aplicación de esta ecuación es que el flujo en la interfaz es laminar, por lo que se debe cuidar que el número de Reynolds sea menor que el crítico. En el caso de los suelos es común asumir que el flujo en su interior es laminar, por lo que la ecuación 2-1 podría usarse para calcular el coeficiente de fricción en la interfaz de un bloque deslizante en condición saturada, si se toman las hipótesis mencionadas anteriormente.

La ecuación 2-1 considera que el deslizamiento se da sobre una superficie horizontal. Es posible aplicar la ecuación cuando existe cierta inclinación en el deslizamiento siempre y

cuando la viscosidad del fluido sea tal que no sea expulsado de la interfaz debido a la acción de la gravedad y el flujo se mantenga laminar.

#### 2.4 Lubricación de la frontera

En este tipo de lubricación la capa de fluido lubricante en la interfaz de deslizamiento tiene un espesor tan pequeño que sólo unas cuantas moléculas separa a los cuerpos. Esto sucede cuando el fluido no es lo suficientemente viscoso o cuando la velocidad de deslizamiento es muy pequeña y permite la fuga del lubricante. A diferencia de la lubricación hidrodinámica, la lubricación de la frontera es un fenómeno que aún no está del todo comprendido y es una línea de investigación activa en la tribología.

Las magnitudes tan pequeñas que se consideran en este tema hacen que su aplicación a la geotecnia sea complicada y requiera de un estudio detallado, por lo que se considera que no se presenta el fenómeno en la geotecnia aplicada.

El efecto de una lubricación de este tipo es el de provocar una fuerza de fricción 100 veces mayor que en el caso de la lubricación hidrodinámica [1].

En el presente estudio no se considera el efecto de un lubricante, por lo que de querer incluirlo habría de considerarse alguna de las dos situaciones descritas: lubricación hidrodinámica o lubricación de la frontera.

#### 2.5 Teoría de la fricción por adhesión

Bowden y Tabor [4] se dieron a la tarea de tratar de explicar las leyes de Amontons [3] desde un punto de vista microscópico. Partieron de la observación de que el área real de contacto,  $A_r$ , entre dos materiales generalmente es una pequeña fracción del área nominal o aparente de contacto,  $A$ . Esto significa que el área real de contacto es la suma de todas las pequeñas áreas de contacto de cada aspereza de los materiales en cuestión. Debido a que la fuerza normal es la misma independientemente del área de contacto, el esfuerzo en los puntos de contacto se incrementa grandemente al repartirse la fuerza normal en un área mucho muy pequeña, por lo que los puntos de contacto se deforman plásticamente al alcanzar el material más blando (de acuerdo con Rabinowicz [5]) su esfuerzo de fluencia y generar así una adhesión muy fuerte. A esta adhesión Bowden y Tabor le llamaron “soldadura en frío”.

$$N = \sigma_y A_r \quad (2-4)$$

donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia del material más blando.

Bowden y Tabor propusieron al corte de los puntos de contacto como mecanismo generador de la fuerza de fricción, por lo que según esta aproximación, la fuerza de fricción se define como:

$$F_F = s A_r \quad (2-5)$$

donde  $s$  es la resistencia al corte del material. De la ley de fricción de Coulomb tenemos que el coeficiente de fricción es  $F_F/N$ , por lo que combinando las ecuaciones 2-4 y 2-5 obtenemos

$$\mu = s/\sigma_y \quad (2-6)$$

Se observa que el coeficiente de fricción obtenido sólo depende de las características de los materiales en contacto, lo que concuerda con las leyes de Amontons.

Esta teoría hace la hipótesis de que los puntos de contacto se deforman plásticamente y que el único mecanismo que interviene en la fricción es el corte de las uniones de los puntos de contacto. Esto ha sido discutido por diversos investigadores, argumentando que los puntos de contacto pueden deformarse elásticamente [43] y que existen otros mecanismos que contribuyen con la fuerza de fricción [6, 29, 70], como los mencionados en el capítulo 1.

Scholtz [6] ha demostrado mediante experimentos en roca, que el coeficiente de fricción resulta mucho mayor que el obtenido mediante la ley de Bowden y Tabor. Scholtz atribuye estos resultados a la contribución de distintos mecanismos como el de ranurado, estibamiento y corte.

Esta ley de fricción no aplica directamente a todos los tipos de suelos, ya que los parámetros  $s$  y  $\sigma_y$  dependen de las condiciones del mismo como contenido de humedad, relación de vacíos, etc. Además, el mecanismo de fricción en un suelo no es solamente el propuesto por Bowden y Tabor, sino que también existen otros que tienen que ver con la naturaleza granular del mismo, como dilatación y rodamiento de partículas. Sin embargo, algunos investigadores [82] han logrado aplicar esta ley de fricción a ciertos casos de la mecánica de suelos, como por ejemplo el de un suelo granular en su estado más suelto, formado por un arreglo de partículas esféricas del mismo diámetro. Bajo estas condiciones, los contactos interparticulares se agrupan en planos horizontales y verticales de tal forma que cada contacto horizontal dentro de un plano de falla es representativo del conjunto en cuanto a esfuerzos aplicados y resistencia en la falla. Así, los parámetros  $s$  y  $\sigma_y$  de las partículas en contacto se aplican a la ley de fricción por adhesión y se obtiene un ángulo de fricción interparticular, el cual es representativo de todo el conjunto de partículas.



### 3 Metodología de ensaye

El procedimiento de ensaye en el laboratorio se estableció atendiendo los aspectos teóricos presentados en el capítulo dos, en donde se menciona que son muchos los factores que influyen en la fricción y que éstos dependen del enfoque con que se aborde el problema, pudiendo tomar el punto de vista de la tribología, mecánica de rocas o algún otro. En el capítulo anterior también se menciona que los factores a considerar dependen del objetivo del estudio a realizar, por lo que en vista de los objetivos macroscópicos perseguidos en este estudio, se decidió tomar en cuenta las características del sistema, respuesta del bloque rígido, excitación y condiciones de los ensayes. Las condiciones de lubricación mencionadas en el capítulo dos quedan fuera del objetivo de este trabajo, por lo que no se consideraron en los ensayes de laboratorio.

Respecto del deslizamiento intermitente, en el capítulo dos se menciona que éste se ve influenciado por la configuración del aparato de ensaye, por lo que se decidió permitir que el deslizamiento del bloque relativo al plano de deslizamiento, estuviera libre de la influencia de algún mecanismo externo, a diferencia de como se hace frecuentemente en experimentos sobre la fricción donde se recurre a resortes o máquinas para obtener una tasa constante de desplazamiento.

Para lograr los objetivos de este estudio, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se decidió modelar un talud para medir el coeficiente de fricción dinámico, de manera indirecta, en la interfaz de deslizamiento para observar su variación con la velocidad y aceleración relativos. El modelo empleado fue un bloque rígido que se sometió a excitaciones senoidales a través de una mesa vibradora uniaxial. El bloque rígido se colocó sobre el plano de deslizamiento sin ninguna restricción de movimiento, de tal forma que pudieran presentarse desplazamientos relativos entre el bloque y el plano de deslizamiento durante el movimiento uniaxial de éste.

El modelo utilizado ofrece la posibilidad de colocarle masas concentradas para aumentar el número de grados de libertad. Otra característica del modelo es la inclinación que puede darse a su placa base para dejarla a nivel mientras se inclina la superficie de deslizamiento un ángulo de 0 a 10° respecto de la horizontal.

El modelo cuenta con 3 acelerómetros, los cuales se colocaron alineados sobre el bloque rígido. Además de los acelerómetros, un LVDT que mide los desplazamientos dinámicos relativos del bloque respecto de la superficie de deslizamiento. Los datos generados por los instrumentos se almacenan en una computadora a través de una tarjeta de adquisición de datos.

En este capítulo se describe el equipo empleado para las pruebas, así como las condiciones de ensaye y el procedimiento seguido.

### 3.1 Equipo para la prueba

La mesa vibradora utilizada para el estudio es la que se encuentra en el laboratorio de Mecánica de Suelos del Instituto de Ingeniería, UNAM. Esta mesa se construyó para ser utilizada en la parte experimental de la tesis doctoral de E. Botero [50]. En esta referencia se encuentra una descripción detallada del equipo así como los por menores de su puesta en marcha. Así mismo, los detalles de la instrumentación y calibración se pueden consultar en la referencia [49]. En esta sección se dará una descripción general del equipo. La descripción se ha dividido en tres partes: componentes mecánicos, componentes neumáticos y componentes electrónicos. En cada una de las partes se habla de manera general de los elementos que componen al grupo en cuestión y su función en el equipo.

La figura 3-1 muestra una vista general del equipo utilizado donde se observan la configuración geométrica de la mesa vibradora y algunos otros de sus componentes.

#### 3.1.1 Componentes mecánicos

Se trata de una mesa vibradora uniaxial (fig. 3-1) con sistema de movimiento neumático operado mediante una computadora. La mesa consiste en una base deslizante de acero montada sobre un actuador neumático que se encuentra firmemente unido al marco rígido. El movimiento uniaxial se obtiene mediante el actuador. La base deslizante se compone de dos marcos de acero montados uno sobre otro con una articulación en un extremo de tal manera que es posible inclinar la superficie de deslizamiento, misma que está montada sobre el marco superior de la base deslizante, la cual es de madera pulida. La configuración de la base deslizante es tal que ofrece la posibilidad de cambiar la superficie de deslizamiento por otros materiales así como de colocar suelo sobre ella para el estudio de modelos a escala de cimentaciones u otras estructuras de interés. En este estudio se utilizó una superficie de deslizamiento de madera pulida. En futuras investigaciones, se emplearán materiales térreos, previa adaptación de la mesa para alojar los modelos que se estudien.

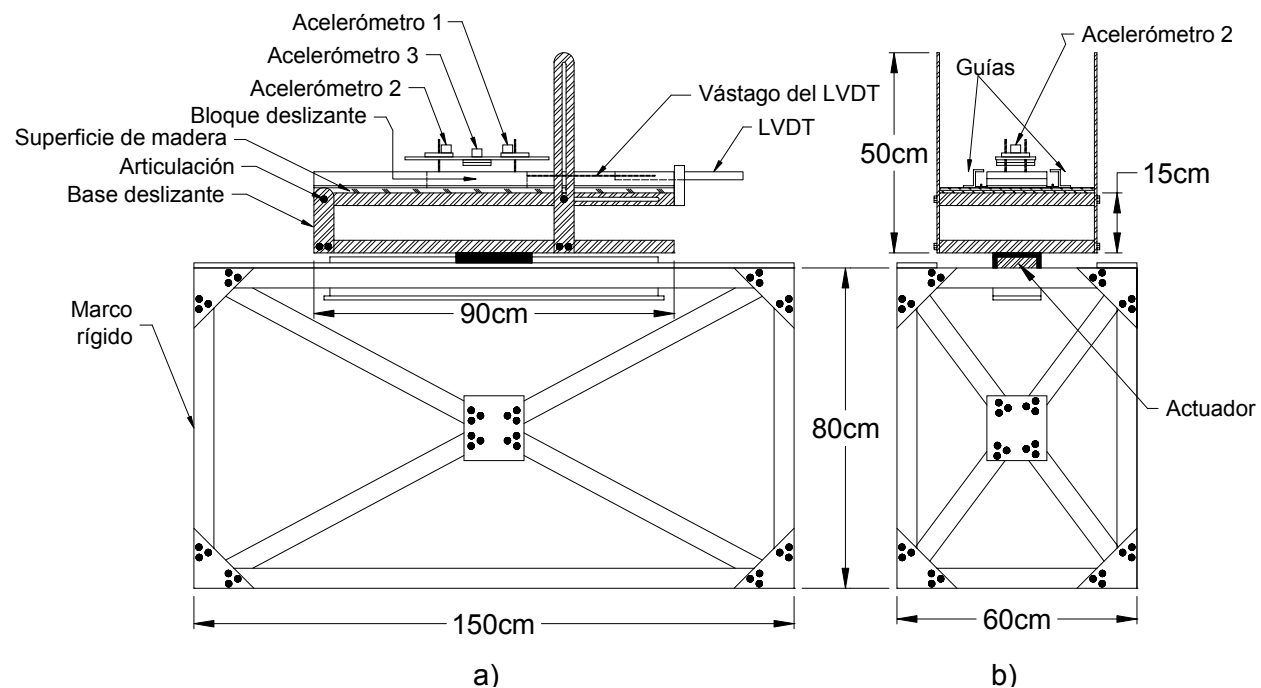


Figura 3-1 Medidas de la mesa vibradora. a) Vista lateral b) Vista frontal

Mediante la articulación provista en la base deslizante se puede inclinar la superficie de deslizamiento. En la figura 3-2 se muestra la configuración del equipo para las inclinaciones de 5, 7.5 y 10° respecto de la horizontal. La configuración actual de la mesa permite una inclinación máxima del modelo de 10°, manteniendo su base nivelada. Sin embargo, la superficie deslizante puede alcanzar una inclinación de hasta 29°.

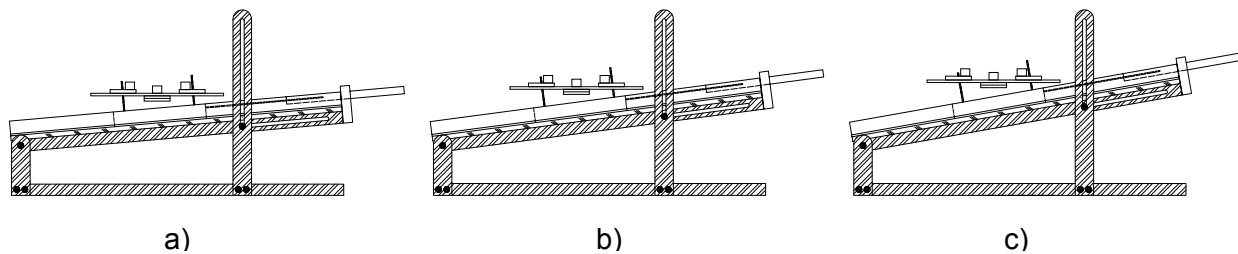


Figura 3-2 Inclinación de la superficie de deslizamiento. a) 5° b) 7.5° c) 10° respecto de la horizontal

El equipo cuenta con un sistema de guías sobre la superficie de deslizamiento para garantizar únicamente el desplazamiento uniaxial, así como para evitar el volteo del modelo hacia el frente durante las pruebas inclinadas. Para este fin el modelo está provisto de dos baleros a cada lado, los cuales generan una fricción adicional despreciable y entran en contacto con las guías solamente cuando el movimiento del modelo trata de voltearlo hacia el frente. Para el caso de un bloque rígido deslizando sobre un plano inclinado bajo las condiciones de las pruebas realizadas en este estudio, este problema no se presenta. En cuanto a las guías que garantizan el deslizamiento unidireccional, su influencia en el comportamiento friccionante del modelo se analiza en capítulos posteriores. En la figura 3-3 se muestra el detalle de los baleros y el sistema de guías.

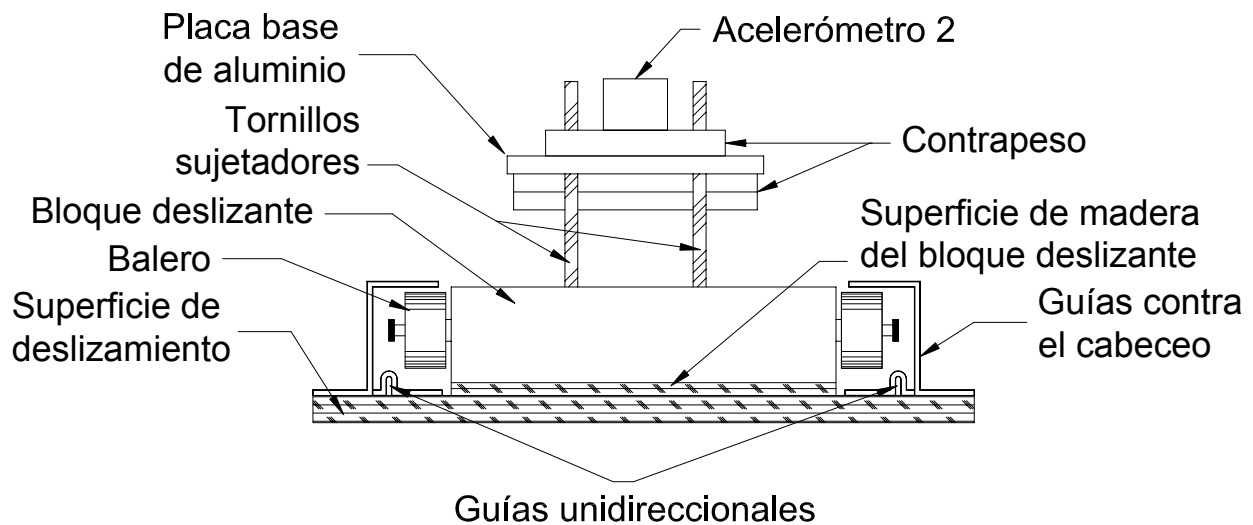


Figura 3-3 Detalle de guías y baleros

El bloque deslizante mide 15x25x4 cm mientras que la placa base de aluminio mide 10x36x0.70 cm

### 3.1.2 Componentes neumáticos

El sistema neumático que da movimiento a la mesa vibradora consta de un actuador uniaxial, un sensor de posición para el actuador, una servo – válvula, un tanque de aire para cubrir las demandas pico de presión y un manómetro. En la figura 3-4 se muestran los elementos neumáticos montados en el marco rígido de la mesa vibradora.

El actuador consta de una cabeza móvil provista de perforaciones para sujetar la base deslizante mediante tornillos. El peso máximo que puede mover el actuador es de 50 Kg y el rango de frecuencias de operación es 0.50 – 2.50 Hz. El equipo es capaz de conocer la posición del actuador en todo momento a través del sensor de posición, mientras que la servo – válvula controla el movimiento del mismo a través de la entrada y salida del aire. La computadora lleva el mando de la servo – válvula mediante el programa creado para el control del equipo. Las características de la servo – válvula le permiten reproducir sólo señales senoidales. El tanque de aire tiene la finalidad de cubrir las demandas pico de presión en el sistema, misma que se regula mediante un manómetro.

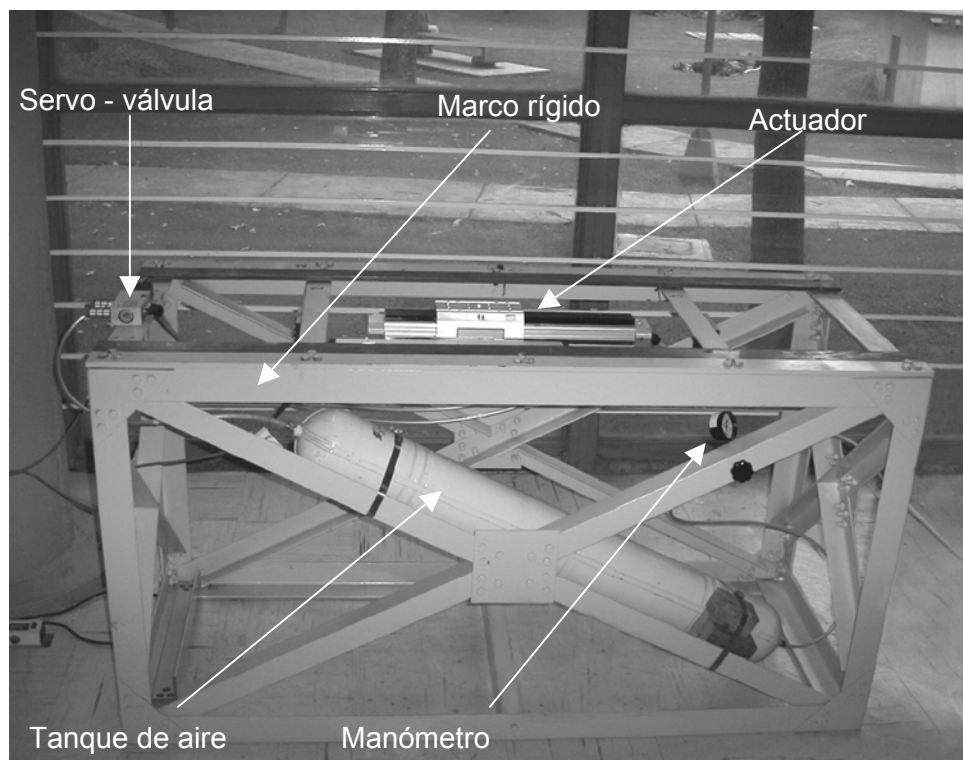


Figura 3-4 Componentes neumáticos montados en el marco rígido

### 3.1.3 Componentes electrónicos

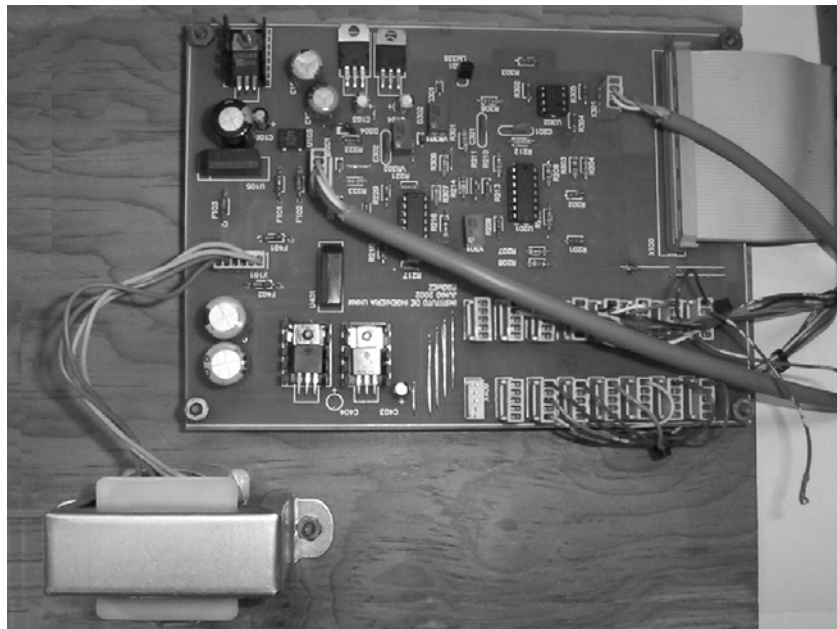
Se colocaron 3 acelerómetros triaxiales en el modelo y otro más en la base deslizante para tener una redundancia con las aceleraciones entregadas por el actuador. Se colocó también un LVDT en el modelo, con una carrera de 16 cm para medir los desplazamientos relativos del bloque. En la figura 3-6 se observa el LVDT colocado en el equipo. Se aprecia que el vástago del aparato está conectado en un extremo al bloque rígido, mientras que el otro extremo entra y sale del núcleo de medición. Este movimiento del vástago del LVDT dentro y fuera del núcleo, no aplica ninguna fuerza externa al modelo, como tal vez pudiera sospecharse debido al funcionamiento electromecánico del LVDT. Esto pudo comprobarse al realizar ensayos con y sin la presencia del LVDT, obteniendo los mismos resultados en cuanto a respuesta dinámica, ya que de los registros de aceleración fue posible calcular por integración los desplazamientos

relativos entre el bloque y el plano de deslizamiento, obteniendo prácticamente los mismos valores medidos con el LVDT. Los resultados no se presentan pero están disponibles en los archivos del trabajo. Los resultados obtenidos son consistentes con el principio de trabajo del instrumento, el cual no se basa en generar polos magnéticos opuestos, como en un imán, por lo que no produce fuerzas electromagnéticas que pudieran afectar las mediciones experimentales.

Todos los instrumentos se conectaron a una tarjeta de adquisición de datos (fig. 3-5) que a su vez estaba conectada a una computadora. En la figura 3-6 se muestran todos los componentes electrónicos.

La captura de los datos estaba sincronizada de tal forma que se recuperaban los datos de todos los instrumentos (acelerómetros, LVDT y sensor de posición) en cada incremento de tiempo. El sentido positivo para todos los instrumentos es cuesta arriba (hacia la derecha en la figura 3-4).

Durante las pruebas sólo se utilizaron los datos del acelerómetro 3 ya que éste es el que estaba sentado directamente sobre la base del modelo y en el centro de ésta (fig. 3-6). Los acelerómetros 1 y 2 estaban montados sobre contrapesos y su alineación no correspondía exactamente con el eje de la base, por lo que se consideró que el acelerómetro 3 era el que representaba mejor la respuesta del bloque rígido.



*Figura 3-5* Tarjeta de adquisición de datos

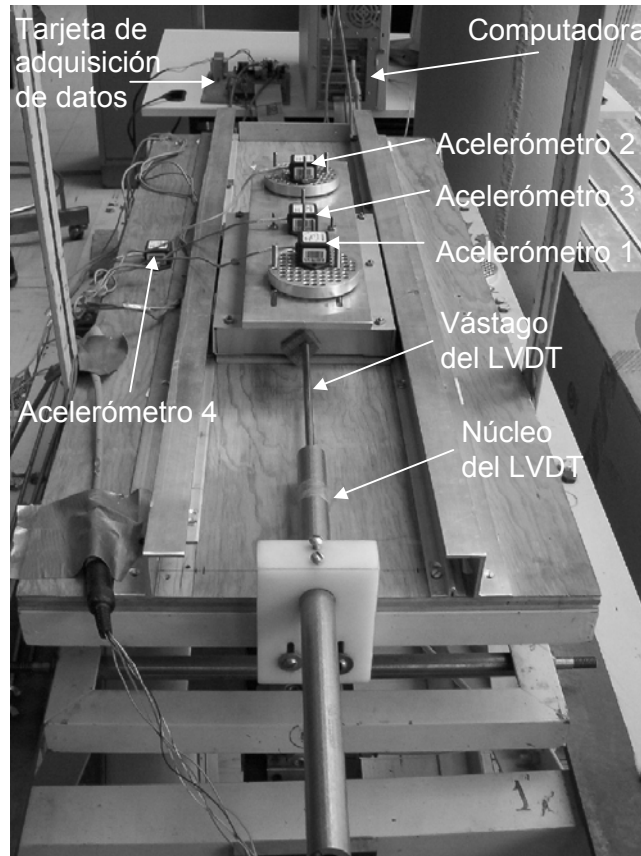


Figura 3-6 Componentes electrónicos de la mesa vibradora

### 3.2 Condiciones de las pruebas

Las principales variables investigadas fueron la velocidad, aceleración, desplazamiento y la inclinación de la superficie de deslizamiento. El resto de los parámetros permaneció constante para todas las pruebas. Así, el peso del modelo fue el mismo en todas las pruebas realizadas. También se tuvo cuidado de mantener la presión de aire constante en el sistema neumático de la mesa para todas las pruebas. De esta forma se aseguró que todas las pruebas tuvieran la misma excitación, y así tener una base de comparación.

Otras variables que se mantuvieron constantes fueron las características de la excitación: frecuencia y amplitud. La frecuencia utilizada durante las pruebas fue 1.4 Hz y la amplitud fue de 6 centímetros. Se configuró el equipo para que tomara 128 muestras por ciclo durante 64 ciclos. Con estos parámetros el tiempo de las pruebas resultó ser de 46 segundos y el  $\Delta t$  de 0.00558. La elección de la frecuencia y la amplitud utilizadas responden al desempeño del equipo. La frecuencia se tomó de 1.40 Hz debido a que frecuencias inferiores se reproducen con dificultad en la mesa vibradora provocando una asimetría considerable en la excitación lo que lleva al modelo a desplazarse en una sola dirección impidiendo de esta forma el estudio del coeficiente de fricción en los dos sentidos. Por otra parte, el uso de frecuencias más altas provocan desplazamientos de poca amplitud. En la figura 3-7 se muestra la diferencia en desplazamientos para dos frecuencias distintas.

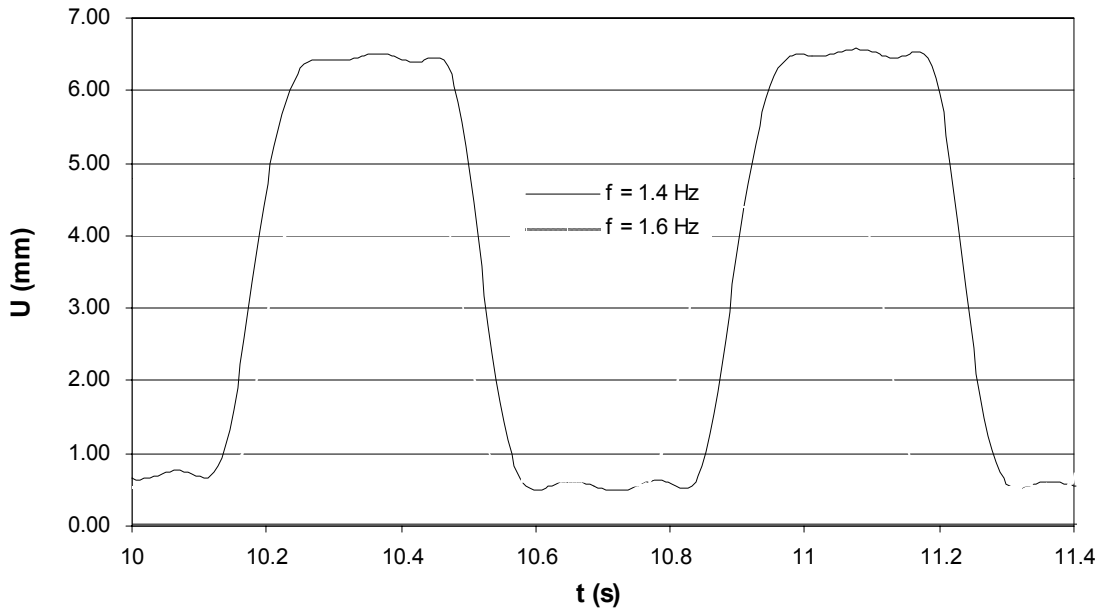


Figura 3-7 Desplazamientos del modelo durante dos pruebas con frecuencias distintas

En esta figura se aprecia la diferencia en los desplazamientos producidos por excitaciones de frecuencias distintas. Esto muestra que movimientos sísmicos con un contenido de frecuencias alto induce desplazamientos permanentes menores en taludes y terraplenes, lo cual está directamente relacionado con la tasa de aplicación de la velocidad, que como se explicó en el capítulo 2, influye apreciablemente en el coeficiente de fricción dinámico y consecuentemente en los desplazamientos permanentes.

Respecto de la amplitud utilizada, ésta se mantuvo constante y se eligió de acuerdo al desempeño del equipo.

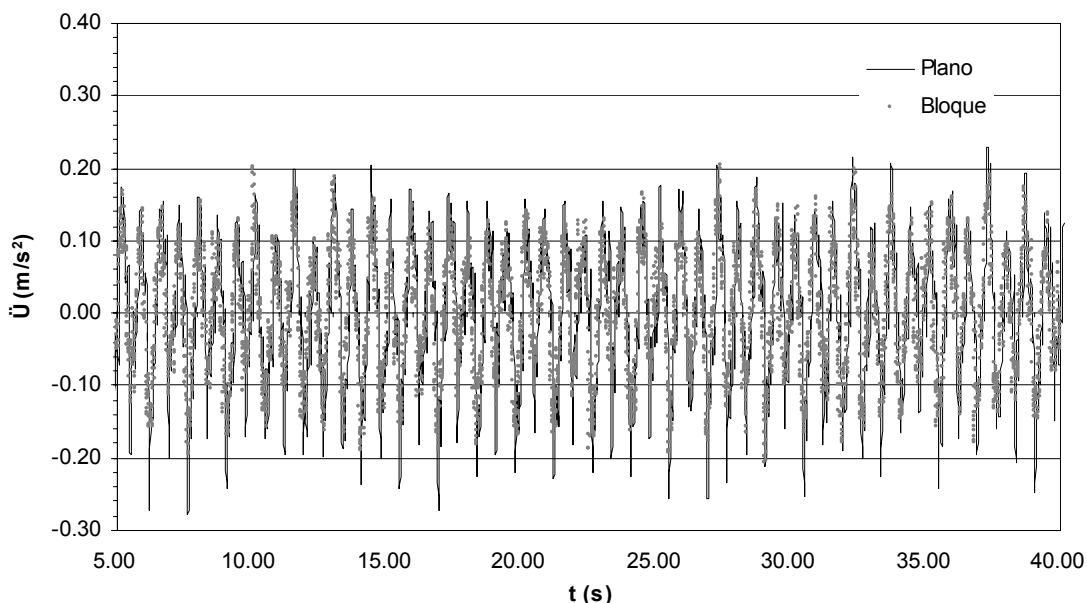
La superficie de deslizamiento también se mantuvo constante para todas las pruebas. Esto se logró al permitir el deslizamiento del modelo en la misma zona de la superficie de rodamiento en todos los ensayos. Durante las pruebas inclinadas el modelo deslizó cuesta abajo hasta el final del plano de rodamiento y en este caso se tomaron los datos correspondientes al deslizamiento del mismo sobre la zona elegida previamente para las pruebas horizontales. Este punto es importante debido a que es probable que la zona ensayada tuviera un acabado diferente al del resto de la superficie de deslizamiento debido al desgaste provocado por el uso, por lo que de realizar la prueba en ambas superficies, es probable que se hubieran obtenido resultados distintos durante los diferentes ensayos.

Se trató de conservar condiciones ambientales similares durante todas las pruebas. Para este propósito se hicieron los ensayos en un rango de temperatura relativamente constante, preferentemente en las horas más cálidas del día para evitar la humedad excesiva en el ambiente, situación que puede llevar a contenidos de humedad altos en la madera y, por consiguiente, modificar el comportamiento friccionante de la misma, respecto al correspondiente para humedades más bajas.

Según Bowden y Tabor [4] el contenido de humedad que produce los mayores efectos en el comportamiento friccionante de la madera, está por debajo del 40%. Un contenido de humedad arriba de este porcentaje al parecer tiene poco efecto en el comportamiento de la madera.

En general el agua en la madera se absorbe en dos etapas. En la primera etapa el agua se coloca en la superficie de las fibras de la madera y dentro de las paredes mismas de las fibras. A esto se le llama adsorción molecular y se presenta en los primeros porcentajes de humedad comprendidos entre el 30 y 40%. La segunda etapa, la cual puede traslaparse con la primera, corresponde al agua atrapada en los espacios capilares. La absorción capilar predomina sobre la adsorción molecular a contenidos de humedad altos (Bowden y Tabor [4]). El contenido de humedad de los artículos de madera ordinarios en condiciones atmosféricas promedio está comprendido entre el 10 y el 20%. Debido a que los mayores efectos de la humedad en el comportamiento friccionante de la madera se producen a contenidos de agua menores al 40%, se buscó hacer las pruebas en condiciones ambientales similares para todos los ensayos, las cuales para el caso de la interfaz, fueron condiciones ambientales promedio, en donde los artículos de madera ordinarios presentan una humedad relativa entre el 10 y el 20% como indican Bowden y Tabor [4]. De esta forma se trató de evitar una variación importante en el contenido de humedad de la madera

Antes de realizar las pruebas se quitó el polvo de la superficie de deslizamiento y se puso el equipo a trabajar durante 20 minutos a manera de preparación de las condiciones de las pruebas. La adquisición de los datos se realizó una vez transcurridos los 20 minutos de funcionamiento continuo del equipo.



*Figura 3-8* Aceleraciones transversales de la base deslizante y del bloque durante una prueba

Los baleros colocados contra el cabeceo no generaron fricción extra apreciable. Mediante el uso de las guías (fig. 3-3) se garantizó que el modelo sólo deslizara en una dirección para disminuir los efectos bidimensionales en su respuesta. En la figura 3-8 se muestran las aceleraciones transversales al deslizamiento (eje  $y$ ) del bloque rígido durante una prueba, contra las aceleraciones registradas en el plano de deslizamiento.

En esta figura se aprecia que ambos registros son casi iguales y que incluso las aceleraciones transversales del bloque son menores que las de la base de deslizamiento. Probablemente esto se debe a las vibraciones inducidas por el funcionamiento mismo del equipo sobre la base de deslizamiento.



En resumen, las condiciones de las pruebas fueron las siguientes:

- Peso constante del modelo
- Presión de aire constante en el sistema neumático de la mesa
- Frecuencia de la excitación constante
- Amplitud de la excitación constante
- Condiciones ambientales semejantes
- Se conservó la misma área de deslizamiento
- Superficie de deslizamiento limpia
- Deslizamiento unidireccional
- Estabilización del equipo durante 20 minutos antes de cada prueba

Las pruebas se hicieron con superficie de deslizamiento horizontal e inclinada a 5, 7.5 y 10°. Ya se ha mencionado que el peso del modelo fue el mismo para todas las pruebas. En la tabla 3-1 se presentan los pesos de los componentes del modelo.

El peso utilizado durante las pruebas fue de 1930.90 gr. Este peso corresponde al del modelo cuando cuenta con todos sus elementos para un sistema de 3 grados de libertad. Se procedió de esta manera para poder comparar los resultados obtenidos en este estudio contra los resultados obtenidos de pruebas con más grados de libertad (ver ref. [50] para más detalles).

Elemento	Peso unitario (gr)	Cantidad	Peso total (gr)
Mariposas	3.00	24.00	72.00
Acelerómetros	41.90	3.00	125.70
Barras de bronce	57.70	2.00	115.40
Marco del modelo	520.40	1.00	520.40
Placa base de aluminio	609.60	1.00	609.60
Baleros con sus tuercas	35.70	4.00	142.80
Tornillos con sus tuercas	3.00	6.00	18.00
Masas de aluminio perforadas	75.00	3.00	225.00
Calzas de aluminio para los baleros	25.50	4.00	102.00
<b>Peso total del modelo</b>			<b>1930.90</b>

Tabla 3-1 Pesos de los componentes que integran al modelo

### 3.3 Procedimiento seguido

En esta sección se habla del procedimiento seguido para la adquisición y el procesamiento de los datos provenientes de las pruebas de laboratorio. El procedimiento de generación y adquisición se describen en una misma sección mientras que el procesamiento de los datos se describe por separado. En la tabla 3-2 se muestran los tipos de pruebas realizadas.

#### 3.3.1 Generación y adquisición de datos

Antes de comenzar las pruebas se verificó que las condiciones descritas en la sección 3.2 se cumplieran. El peso total del modelo (1930.90 gr) se obtuvo mediante la colocación de placas de aluminio atornilladas a la base de aluminio del modelo. También se utilizaron 2 placas circulares de aluminio perforadas para obtener el peso deseado. Se tuvo cuidado en la distribución del peso para tener una fuerza normal uniformemente repartida en la interfaz del modelo. En las figuras 3-9 y 3-10 se muestra el modelo de bloque rígido y se aprecia la distribución del peso.

Una vez verificado que el peso del modelo estuviera uniformemente repartido y cumplidas las condiciones planteadas en la sección 3.2, se procedió a la adquisición de los datos. Después de que el sistema estaba estable (pasados 20 min como se mencionó en la sección 3.2) ante la excitación generada por el programa de computadora diseñado para operar el equipo, se comenzó la adquisición de datos mediante el mismo programa. Los datos ingresan a la computadora a través de la tarjeta de adquisición de datos (fig. 3-5) y se almacenan en un archivo para su posterior procesamiento. El archivo donde se almacenan los datos se presenta en forma de columnas, donde cada una de éstas corresponde a un canal de la tarjeta de adquisición de datos y cada canal representa un elemento del sistema a excepción de dos de ellos que están libres. En la tabla 3-3 se muestran las columnas entregadas por el sistema de adquisición de datos.

Tipo	Descripción
A)	Prueba a 0° de inclinación con desplazamiento impedido
B)	Prueba a 0° de inclinación con desplazamiento libre
C)	Prueba con 5° de inclinación
D)	Prueba con 7.5° de inclinación
E)	Prueba con 10° de inclinación

Tabla 3-2 Tipos de pruebas realizadas

tiempo	Excitación	Libre	Z <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Y <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	Y <sub>3</sub>	X <sub>3</sub>	Z <sub>4</sub>	Y <sub>4</sub>	X <sub>4</sub>	LVDT	Libre
(s)	(mm)		g	g	g	g	g	g	g	g	g	g	g	g	(mm)	

Tabla 3-3 Columnas de datos entregadas por el programa de adquisición de datos

En la tabla 3-3  $X_i$ ,  $Y_i$  y  $Z_i$  son las aceleraciones en las direcciones X, Y, Z del acelerómetro  $i$  expresadas como una fracción de la gravedad. *LVDT* es el desplazamiento relativo registrado por el LVDT, expresado en mm. *Excitación* es la excitación entregada por el actuador expresada en mm, *tiempo* es la lectura del tiempo en segundos y *Libre* son los canales de la tarjeta de adquisición de datos que no están en uso. La dirección de los ejes de los acelerómetros se muestra en la figura 3-9. En este estudio se ha considerado que la dirección positiva es la dirección cuesta abajo. Esto difiere de la orientación de los instrumentos que tienen la dirección positiva en el sentido opuesto por lo que los datos capturados se multiplican por  $-1$  para cambiar su sentido.

En la figura 3-9 se muestra el sistema de ejes de los instrumentos y en la 3-10 el sistema de ejes adoptado para el estudio.

Durante las pruebas, la posición de los acelerómetros es la que se muestra en las figuras 3-9 y 3-10, de tal manera que el acelerómetro 4 registra las aceleraciones medidas en la base de deslizamiento, las cuales se tomaron como excitación.

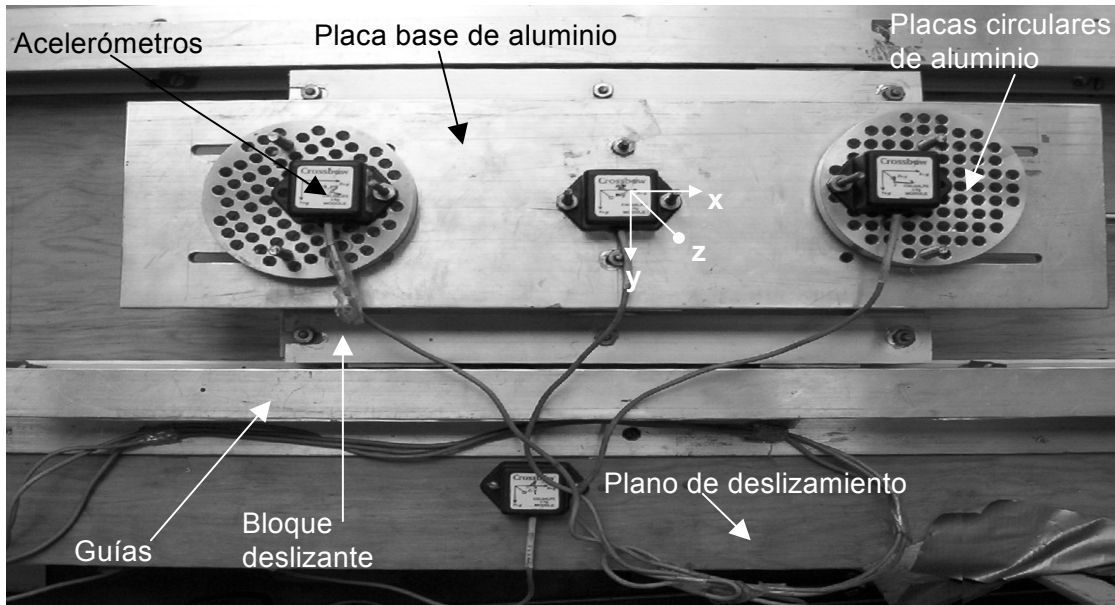


Figura 3-9 Vista en planta del modelo de bloque rígido. Sistema de ejes original

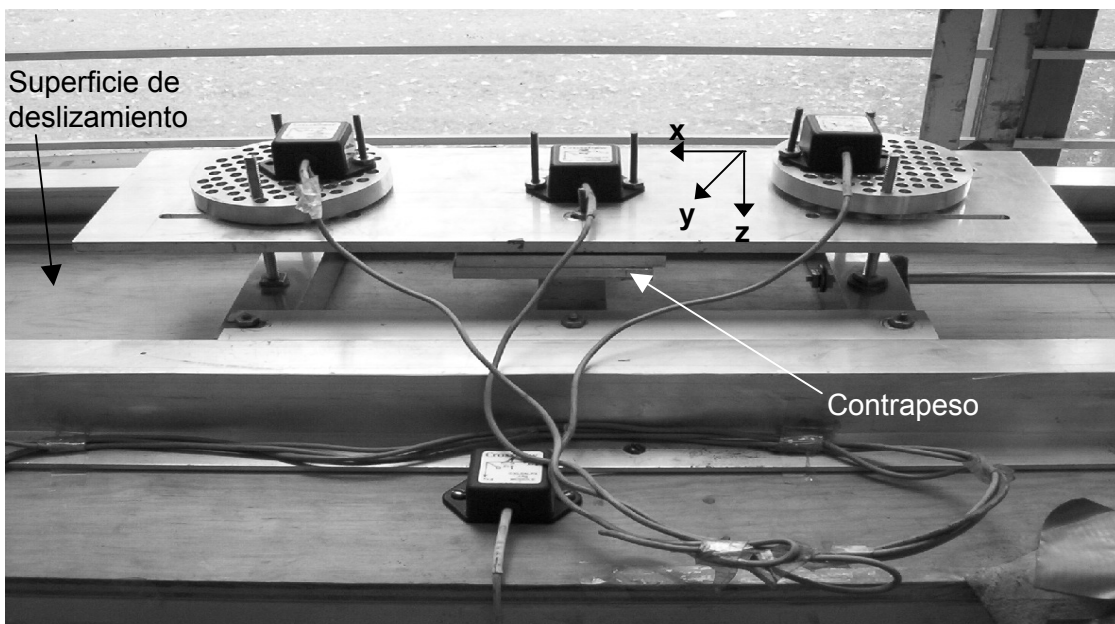


Figura 3-10 Vista lateral del modelo de bloque rígido. Sistema de ejes modificado

### 3.3.2 Procesamiento de los datos

Comparando la excitación entregada por el actuador contra las aceleraciones medidas en la base de deslizamiento por el acelerómetro 4, se observa que hay muy buena concordancia en ambas mediciones (fig. 3-13). Para obtener el registro de las aceleraciones entregadas por el actuador se procesó la información entregada por la computadora, en donde las lecturas del actuador (excitación) aparecen en milímetros, para obtener aceleraciones. El procesamiento de la señal se hizo en el programa Degtra 2000 versión 1.1.2, donde se realizó lo siguiente:

- Se derivó el registro dos veces numéricamente para obtener aceleraciones
- Se filtró el registro de las aceleraciones para cortar las frecuencias mayores a 10 Hz

El valor límite de las frecuencias filtradas se obtuvo con base en el espectro de Fourier. En la figura 3-11 se muestran los espectros de Fourier para  $\ddot{U}_g$  y  $\ddot{U}$  (aceleraciones en la base de deslizamiento y en el bloque rígido respectivamente). En la figura se observa que a partir de la frecuencia de 10 Hz la amplitud del espectro de Fourier empieza a disminuir y por ende también lo hace la influencia de las frecuencias mayores en la respuesta del bloque. Se aprecia también que la mayoría de las frecuencias están contenidas de 1 a 10 Hz. Sin embargo, es posible notar una reducción más drástica de las amplitudes de Fourier a partir de la frecuencia de 20 Hz. En la figura 3-12 se muestran los registros de aceleración en la base del bloque rígido y de la excitación para filtros de 10 Hz y 20 Hz como frecuencia máxima. En esta figura se aprecia que los registros filtrados son prácticamente idénticos, por lo que resulta igual aplicar un filtro de 10 ó 20 Hz como frecuencia máxima. La diferencia está en que al ser menor la frecuencia máxima de corte, el rango de frecuencias a eliminar es mayor. En este caso se estima que las frecuencias de las vibraciones producidas por la mesa vibradora no son mayores a 10 Hz, debido a que el mayor contenido de frecuencias de la señal está comprendido entre 1 y 10 Hz como se observa en el espectro de Fourier, por lo que las frecuencias mayores a este valor presentes en los registros son “ruidos” que conviene eliminar. Así, el filtro que se aplicó durante el procesamiento de todas las señales fue de pasa-baja 10 Hz.

En la figura 3-13 se observa claramente el efecto del filtro aplicado a las señales de los acelerómetros. Se aprecia que en la parte negativa del registro de la excitación el filtro reduce la aceleración pico en un 8.5% aproximadamente. Esto sucede a lo largo de todo el registro. Sin embargo, se consideró que la reducción no era significativa ya que para los fines perseguidos, esta variación no es importante debido a que la aceleración pico en la base del bloque rígido también disminuye de tal manera que al normalizar la diferencia en aceleraciones ( $\ddot{U}_g - \ddot{U}$ ) respecto de la aceleración de la gravedad, la diferencia de cuando hay filtro y cuando no lo hay se hace mínima (1% aproximadamente).

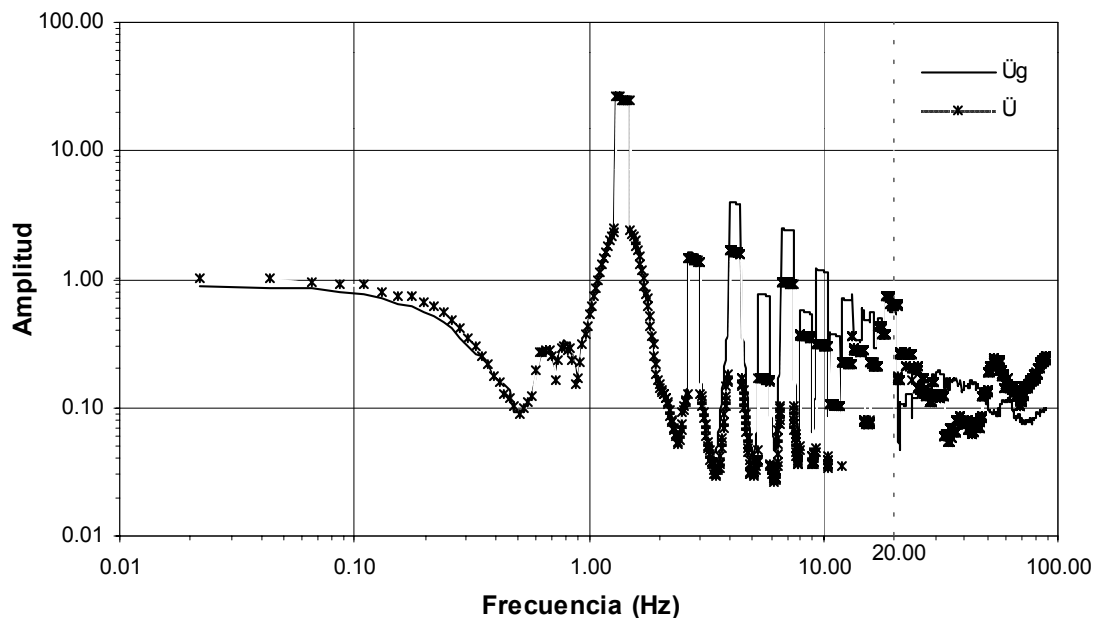


Figura 3-11 Espectros de Fourier de las señales de excitación y de respuesta

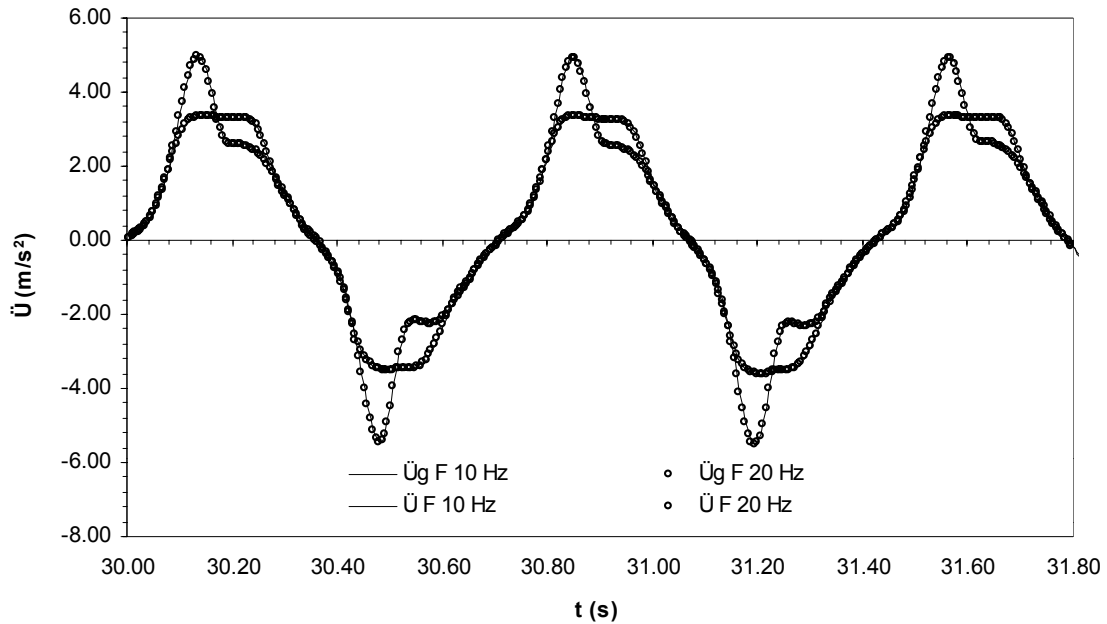


Figura 3-12 Aceleraciones filtradas

El procesamiento de la señal de los acelerómetros en todas las pruebas fue el siguiente:

- Se multiplicó el registro de aceleraciones por  $-1$
- Se transformaron las lecturas a  $m/s^2$
- Se corrigió el registro por línea base
- Se filtró el registro
- Se corrigió por línea base el registro filtrado

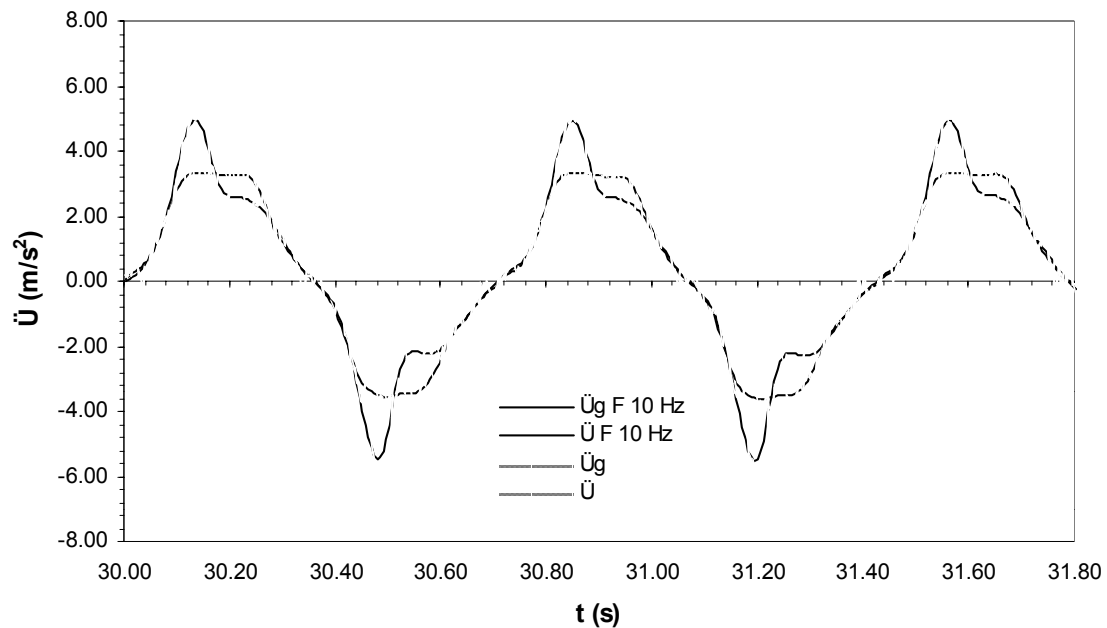
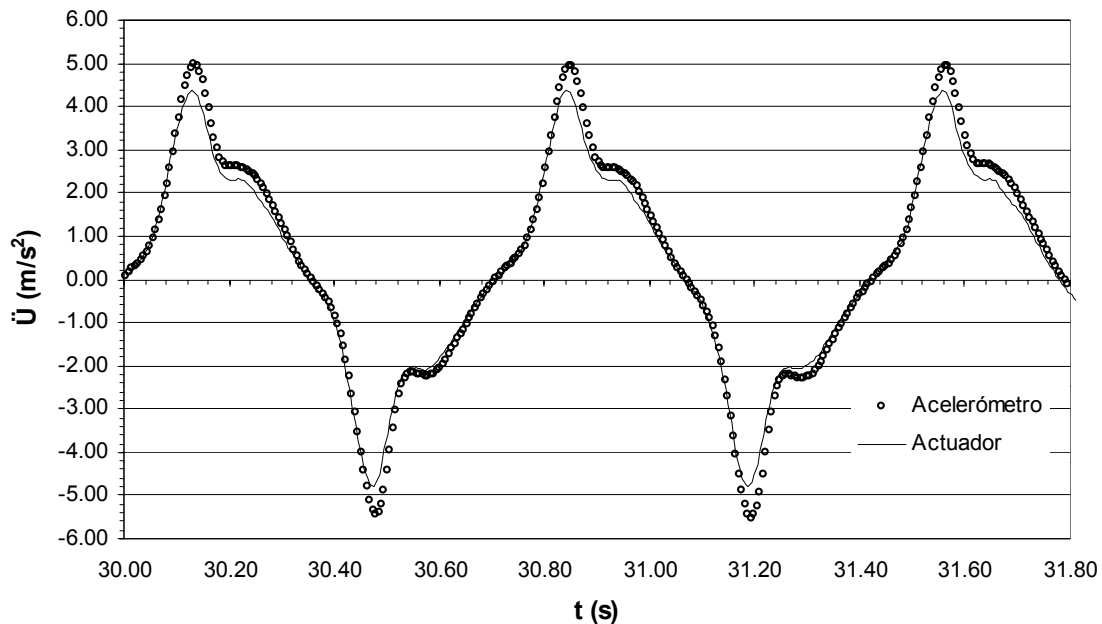


Figura 3-13 Aceleraciones de la excitación y la respuesta del bloque con filtro y sin filtro

Retomando la comparación de las aceleraciones entregadas por el actuador y las medidas con el acelerómetro 4 en la base de deslizamiento, en la figura 3-14 se muestra la comparación de ambas señales.



*Figura 3-14* Comparación de las aceleraciones del actuador contra las registradas por el acelerómetro 4

En la figura 3-14 se observa que la excitación no es perfectamente simétrica ya que la aceleración en sentido negativo es ligeramente mayor que en el otro sentido. Se observa lo mismo en el registro del actuador mostrado en la figura 3-14, así como en los registros crudos del mismo, por lo que no se puede atribuir esta diferencia al procesamiento de las señales. La diferencia en magnitudes de las aceleraciones en un sentido y otro es del 12% aproximadamente. Los detalles de la calibración se pueden consultar en la referencia [49].

En la misma figura es posible apreciar que la excitación registrada por el acelerómetro es aproximadamente 11% mayor que la entregada por el actuador. Esto es evidencia de que la configuración de la mesa amplifica la excitación entregada por el actuador.

Por otro lado, el resto de los datos obtenidos son los siguientes:

- Velocidad de la base de deslizamiento y del bloque rígido
- Desplazamiento relativo del bloque
- Velocidad relativa
- Aceleración relativa
- Aceleración de fluencia

Para obtener cada uno de ellos se siguió el procedimiento señalado a continuación.

#### *Velocidad de la base de deslizamiento y del bloque rígido*

Estas velocidades se obtuvieron de los registros obtenidos con los acelerómetros 4 y 3 respectivamente. Los pasos seguidos fueron los siguientes:

- Multiplicar el acelerograma por  $-1$
- Transformar a  $m/s^2$
- Corregir por línea base
- Integrar el registro
- Corregir por línea base
- Aplicar el filtro
- Corregir por línea base

#### Desplazamiento relativo del bloque

Estos datos se obtuvieron directamente del LVDT. El único proceso que se realizó en estos registros, además de multiplicarlos por  $-1$ , fue un filtrado pasa-baja 10 Hz. La razón fue la de suavizar los incrementos de desplazamiento ( $\Delta U$ ) con el fin de utilizar estos valores para obtener los coeficientes de fricción mediante los principios del trabajo y la energía (capítulo 4) y para calcular las velocidades y aceleraciones relativas a partir del registro filtrado. En la figura 3-15 se observa el efecto del filtro en la señal del LVDT (LVDT F).

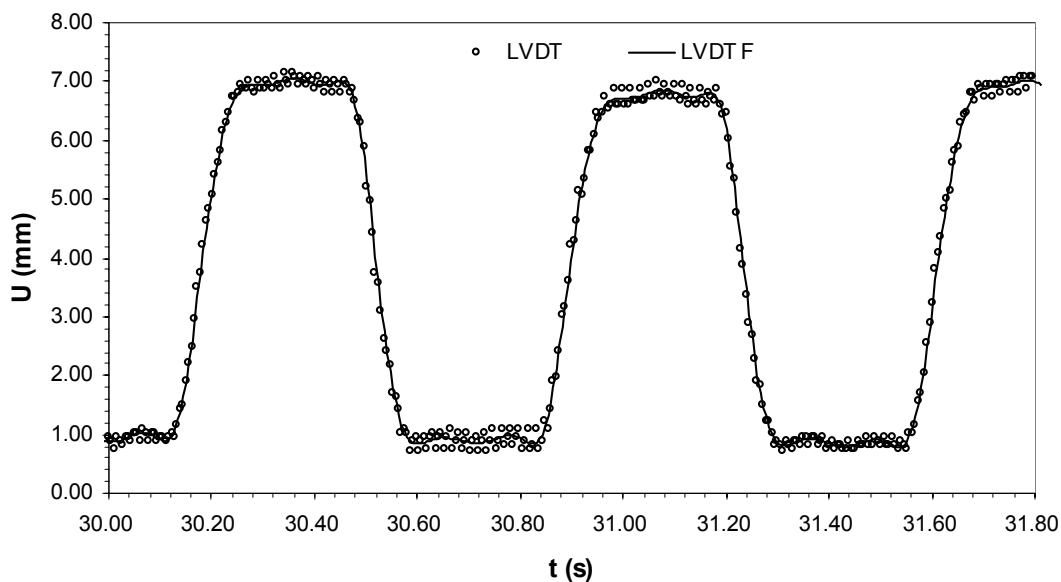


Figura 3-15 Desplazamiento relativo filtrado y sin filtrar

#### Velocidad relativa

La velocidad relativa se obtuvo de dos formas. La primera fue restando las velocidades del bloque de las velocidades de la base de deslizamiento. Esto es, de las velocidades obtenidas a partir del procesamiento de los acelerogramas:  $V_{rel} = V_g - V$ . La otra forma es a través del LVDT. El procedimiento consiste en obtener  $\Delta U$  a partir del registro filtrado del LVDT y luego dividirlo entre  $\Delta t$  para obtener así  $\Delta V = \Delta U / \Delta t$  o la velocidad relativa en cada instante. El procedimiento paso a paso es el siguiente:

- Multiplicar el registro del LVDT por  $-1$
- Transformar el registro a metros
- Filtrar el registro
- Obtener  $\Delta V = \Delta U / \Delta t$ , en m/s

### Aceleración relativa

Se procedió de dos formas para obtener la aceleración relativa. La primera fue mediante la resta de los registros de aceleración de la excitación y del bloque rígido, previamente procesados. Esto es,  $\ddot{U}_g - \ddot{U}$ . La otra forma fue mediante el LVDT al derivar numéricamente el registro de  $V_{rel}$  obtenido a través de  $V_{rel} = \Delta U / \Delta t$ .

### Aceleración de fluencia

Este dato se obtuvo directamente de los resultados de las pruebas de laboratorio. Se tomó la aceleración de fluencia ( $\ddot{U}_y$ ) como la aceleración medida en el instante de tiempo en donde la respuesta del bloque deja de ser igual a la excitación. Esto es, la aceleración registrada en el momento en que se comienzan a separar los acelerogramas de la excitación y del bloque. En la figura 3-16 se muestra la manera en que se obtuvo la aceleración de fluencia para cada prueba.

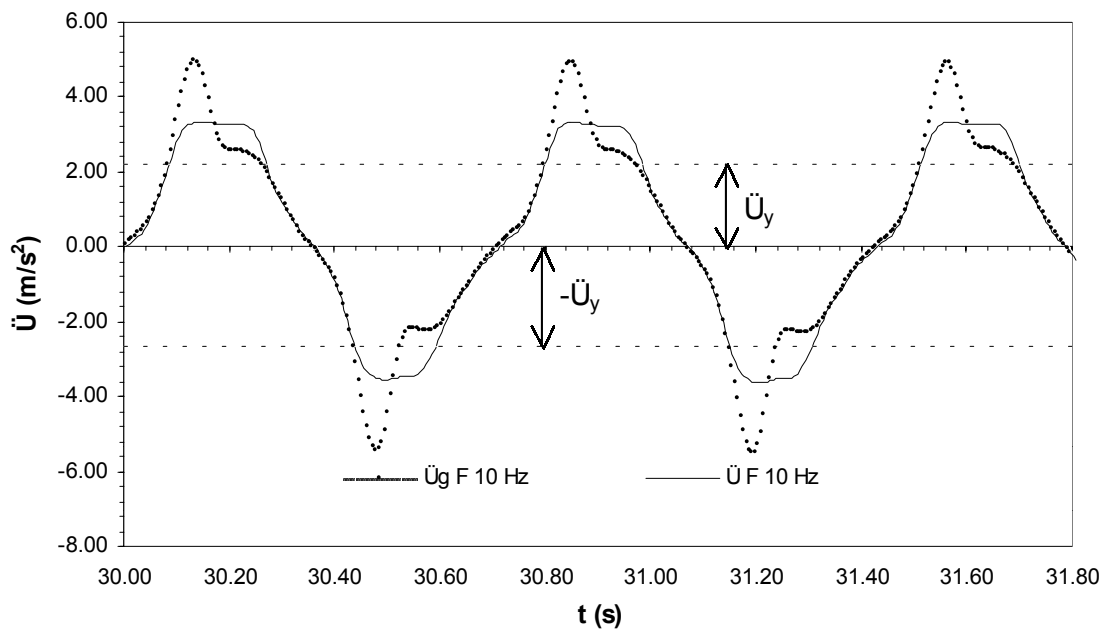


Fig. 3-16 Acelerogramas donde se muestran las aceleraciones de fluencia  $\ddot{U}_y$  y  $-\ddot{U}_y$



## 4 Resultados y discusión

En el capítulo anterior se hizo la descripción del equipo y del modelo utilizados en los experimentos, así como las condiciones de los ensayos de laboratorio realizados para el estudio del fenómeno objeto de esta investigación. Estos ensayos se llevaron a cabo con superficies de deslizamiento horizontales e inclinadas. Los resultados de las pruebas de laboratorio muestran el comportamiento dinámico del bloque rígido en forma de aceleraciones, velocidades y desplazamientos. Los datos obtenidos se muestran en este capítulo en forma de gráficas que generalmente, para el caso de las pruebas horizontales, contienen sólo un ciclo de la misma ya que el comportamiento del bloque a lo largo de ésta es constante. Para las pruebas en superficies de deslizamiento inclinadas se muestra la respuesta del bloque a lo largo de la longitud total medida por el LVDT (160 mm), abarcando varios ciclos en ese tramo. El análisis de los datos se hace dentro de este capítulo, donde se discute cada gráfica presentada.

Los resultados se presentan en dos grandes grupos: pruebas horizontales y pruebas en superficies de deslizamiento inclinadas. El grupo de las pruebas horizontales contiene 2 tipos (ver tabla 4-1), mientras que los ensayos del otro grupo se realizaron para 3 tipos distintos de inclinación.

### 4.1 Pruebas horizontales

Se realizaron cuatro tipos de pruebas horizontales, siendo éstos los que se muestran en la tabla 4-1.

Tipo	Descripción
A)	Prueba con todos los elementos del sistema y desplazamiento impedido
B)	Prueba con todos los elementos del sistema y desplazamiento libre

Tabla 4-1 Tipos de pruebas horizontales realizadas

La prueba tipo A se realizó con el fin de corroborar que el bloque realmente se comportaba como bloque rígido. Para este fin se comparó la respuesta del bloque con la excitación y se observó si existía diferencia en ambas señales ya que al tratarse de un bloque rígido la señal de salida debe ser igual o muy similar a la de entrada. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 4-1. En esta figura se aprecia que el comportamiento del bloque se asemeja bastante al de un cuerpo rígido. Para observar de forma más clara este comportamiento, en la figura 4-2 se muestra la diferencia de aceleraciones entre la respuesta y la excitación en términos del error relativo. En ella se aprecia claramente que la respuesta del bloque es prácticamente idéntica a la excitación. La pequeña diferencia que existe se debe a que en realidad el bloque está compuesto de varias masas acopladas (ver figuras 3-3 y 3-10) en lugar de tratarse de un cuerpo de una sola pieza. La diferencia entre excitación y respuesta es despreciable, como se observa en la figura 4-2, y puede considerarse que el bloque se comporta como cuerpo rígido. En esta figura se presenta el error relativo calculado. En la parte (a) de la figura 4-2 se observa

que existen 3 picos en el error calculado, uno al comienzo del ensaye, otro a la mitad aproximadamente y uno más al final de éste. Estos picos se presentan en el lado positivo, salvo el del centro.

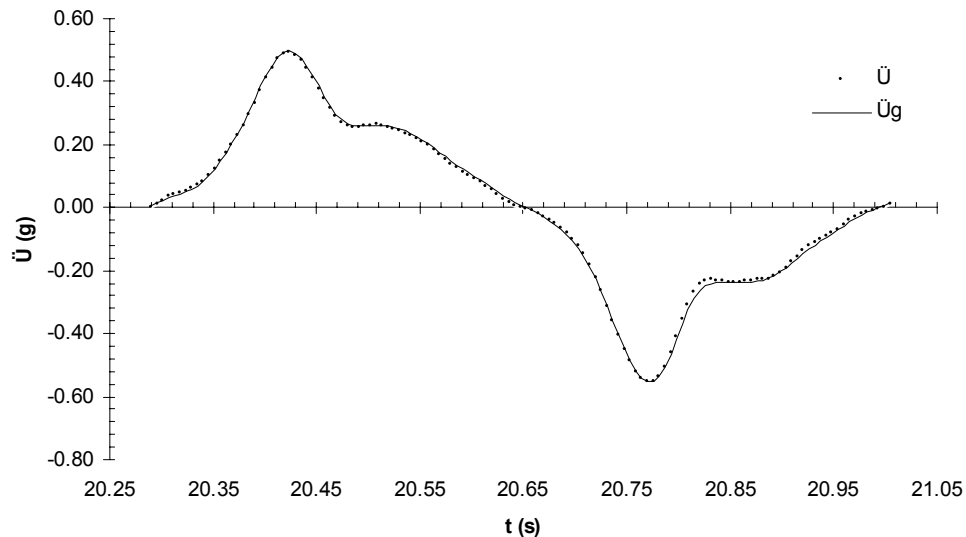


Figura 4-1 Excitación utilizada ( $\ddot{U}_g$ ) y respuesta del bloque ( $\ddot{U}$ )

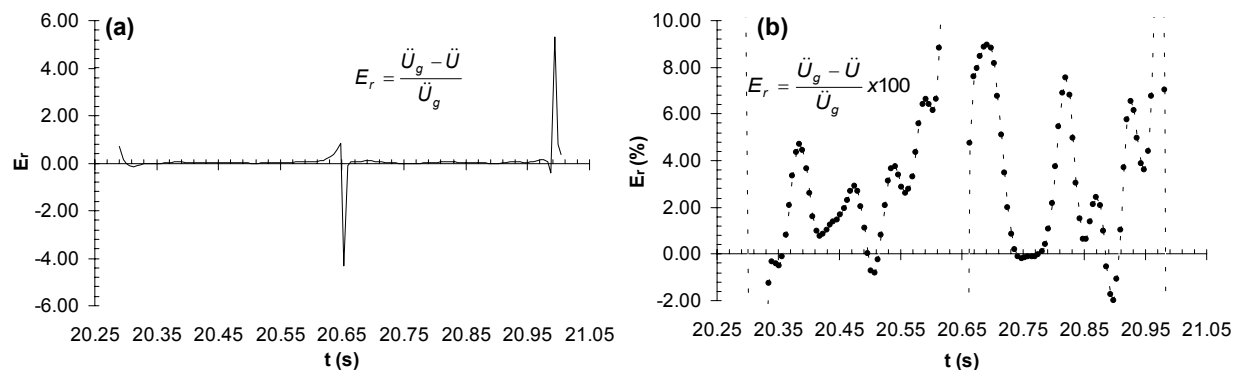


Figura 4-2 Error relativo. (a) Adimensional, (b) porcentaje

Los picos se presentan debido a que al aproximarse la excitación,  $\ddot{U}_g$ , a cero, la diferencia en aceleraciones,  $\ddot{U}_g - \ddot{U}$ , aún tiene un cierto valor. Se observa que esta situación se presenta en menor medida al comienzo del ciclo, y que para la mitad y el final de éste es mucho mayor. A la mitad del ciclo se presenta debido a que es cuando se da un cambio de signo en la excitación, pasando ésta por cero. Al final del ciclo sucede de nuevo la amplificación del error debido a que la excitación está llegando a cero nuevamente, mientras que la diferencia en aceleraciones aún tiene un valor superior. Se aprecia también que el pico del centro es negativo, esto se debe a que en ese punto la aceleración en el bloque es mayor que en el plano. Cuando el pico es positivo sucede lo contrario. Por otra parte se observa que el error es relativamente pequeño fuera de los picos, tomando un valor menor al 10% como se observa en la parte (b) de la figura 4-2.

Esta prueba se realizó en varias ocasiones en fechas distintas, bajo las mismas condiciones cada vez (ver sección 3.2), para observar si los resultados eran reproducibles. Se observó que los resultados se reproducían satisfactoriamente como se muestra en las figuras 4-3, 4-4 y 4-5,

por lo que de aquí en adelante sólo se presentarán los resultados de una prueba para cada condición analizada.

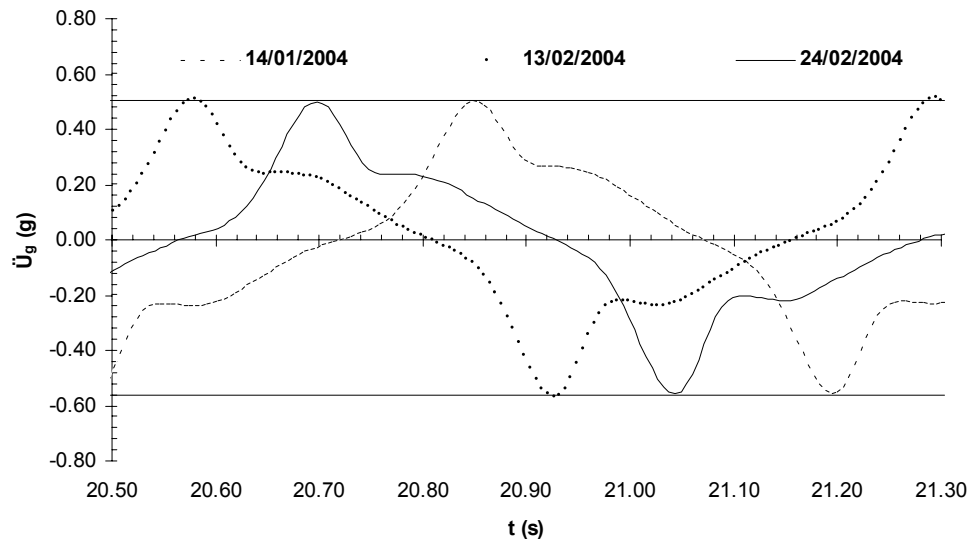


Figura 4-3 Excitación en diferentes pruebas

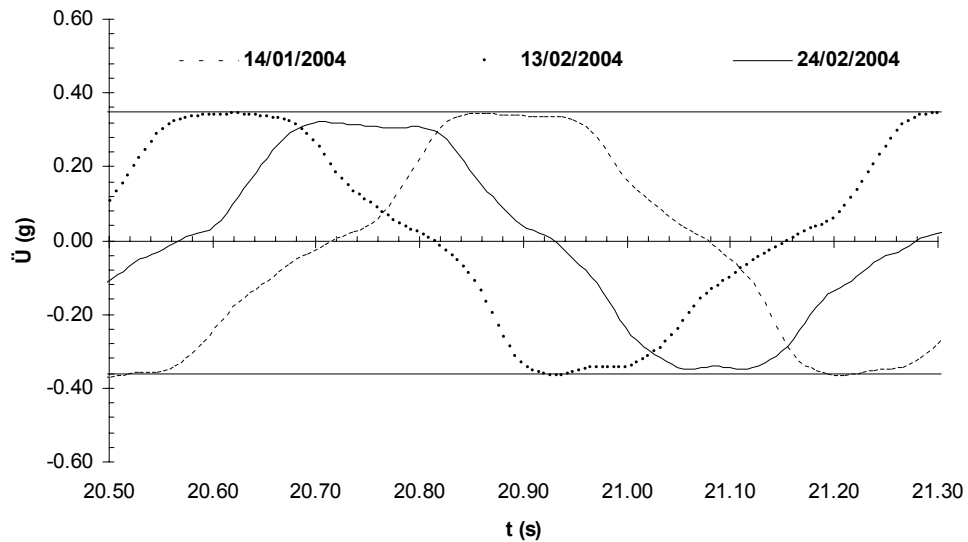


Figura 4-4 Respuesta en diferentes pruebas

En la figura 4-3 se observa que la excitación se reprodujo satisfactoriamente para cada prueba. Se aprecia también que ésta no fue perfectamente simétrica. Esto se debe a las características del equipo utilizado. En la figura 4-4 se presenta la respuesta del bloque en términos de aceleraciones para las distintas pruebas realizadas. Se observa que el bloque responde de manera muy similar durante todas las pruebas. Es posible que las ligeras diferencias en la respuesta se deban a que la última prueba se llevó a cabo en una zona ligeramente desfasada del área de contacto donde se ensayaron las otras dos, tal y como se observa en la figura 4-5. Mediante estas gráficas es posible apreciar que los resultados son reproducibles.

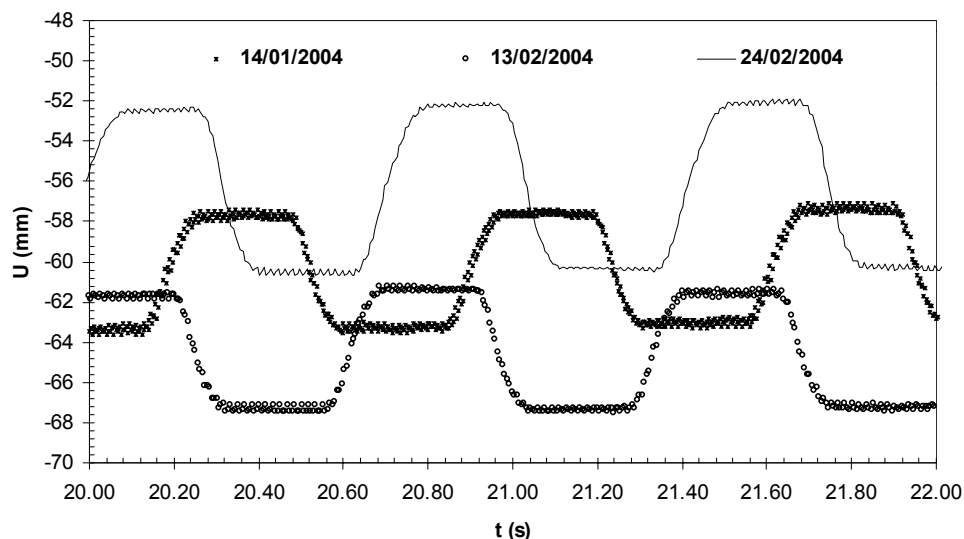


Figura 4-5 Desplazamiento del bloque en diferentes pruebas. Las ordenadas son lecturas del LVDT

En seguida se muestran los resultados de las pruebas con deslizamiento libre. Para esto se toman los resultados del ensaye No. 22, mostrados en la figura 4-6. Esta figura se divide en las partes (a), (b) y (c), donde se muestra la respuesta del bloque en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente. En ella se marcan algunos puntos de interés mediante unas líneas numeradas que proyectan el punto hacia todas las gráficas. La línea 1 muestra el punto donde las aceleraciones del bloque y el plano comienzan a separarse, es decir cuando el bloque comienza a presentar un desplazamiento relativo al plano, como se observa en la parte (b) correspondiente a las velocidades del bloque y el plano, mismas que presentan una ligera separación que se hace evidente en el punto 2 que corresponde al pico de la excitación. Antes del punto 2 el LVDT registra un pequeño desplazamiento relativo, como se observa en la parte (c) de la figura, mientras que al llegar a este punto se observa francamente un desplazamiento registrado por el LVDT. Entre los puntos 1 y 2, que es cuando comienza el deslizamiento, se observa que la aceleración del bloque tiene un ligero incremento aunque con una tasa de aumento menor a la que tenía al estar acoplado con el plano de deslizamiento. Esta situación ha sido analizada por varios autores [51-53] quienes han concluido que este aumento en la aceleración se debe a un incremento en el coeficiente de fricción dinámica. Por ejemplo Yegian y Lahlaf [51] realizaron pruebas con un bloque rígido de concreto deslizando sobre geotextiles en una mesa vibradora para investigar las características friccionantes de los materiales en la interfaz. Ellos calcularon el ángulo de fricción dinámica ( $\phi_c$ ) utilizando la respuesta del bloque normalizada con la aceleración de la gravedad ( $g$ ), esto es:  $\phi_c = \text{tg}^{-1} (\ddot{U}/g)$  donde  $\ddot{U}$  es la aceleración de respuesta del bloque de concreto. Al calcular el coeficiente de fricción de esta forma no se considera la excitación ni el coeficiente de fricción estático sino solamente la respuesta del bloque. Es cierto que la respuesta del bloque depende de las características friccionantes de la interfaz pero también depende de la forma y magnitud de la excitación así como del coeficiente de fricción estático ya que de éste depende el inicio del deslizamiento del bloque. Debido a la influencia de estos factores en el coeficiente de fricción dinámico, sería más apropiado considerarlos para obtener valores de éste que representen mejor la física del problema del bloque deslizante.

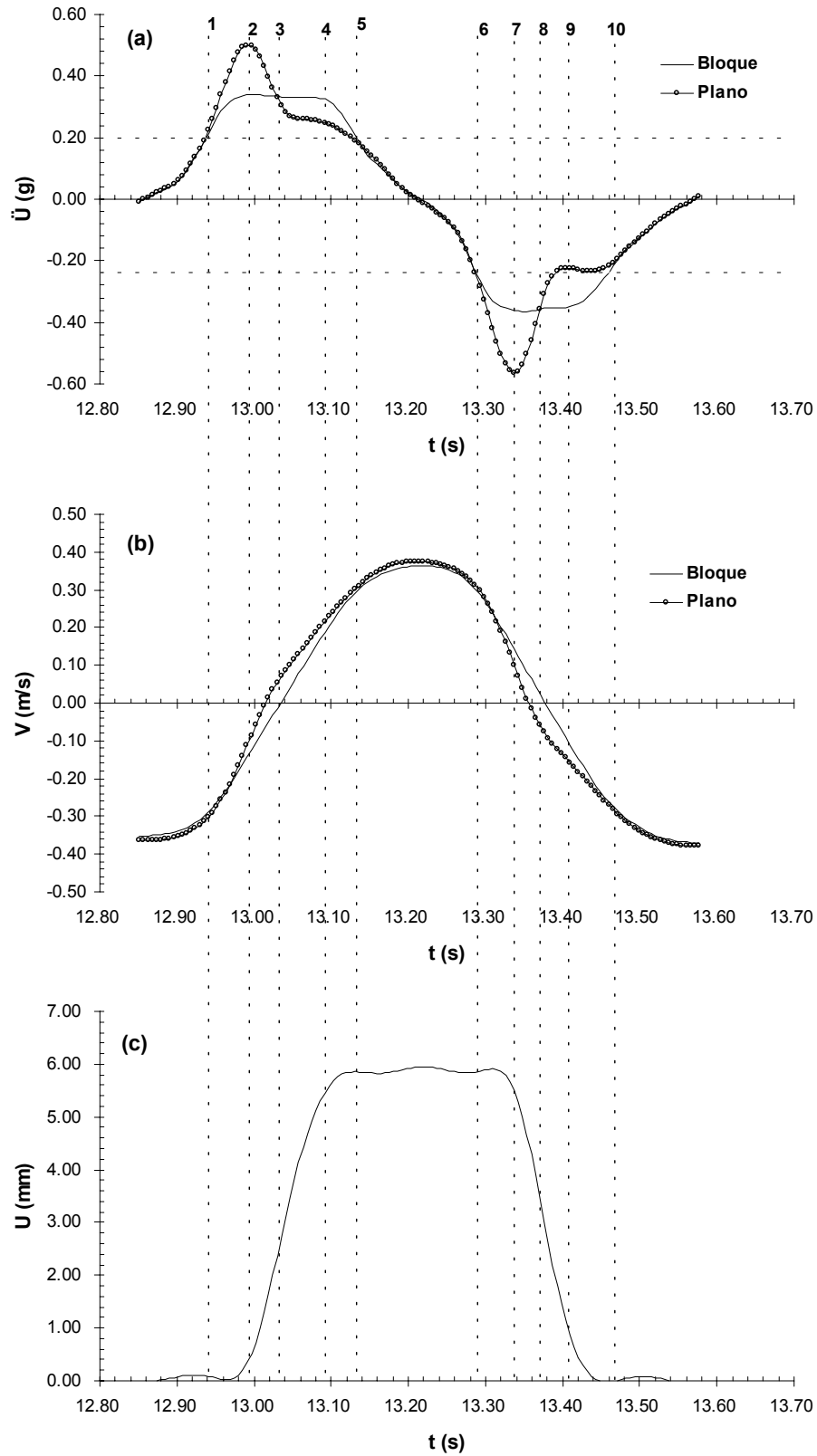


Figura 4-6 Respuesta del bloque durante el ensayo 22: a) aceleración, b) velocidad, c) desplazamiento relativo

En lugar de proponer un aumento en el coeficiente dinámico podría sugerirse que tal vez se trate de una disminución gradual del coeficiente estático. Esta idea surge de la ley de Coulomb que dicta que el coeficiente de fricción sólo puede tomar dos valores: el estático y el dinámico. De acuerdo con esta ley, existe una transición abrupta del coeficiente estático hacia el dinámico, como se muestra en la figura 4-7 en línea delgada. Si una ley de fricción similar a ésta, en donde el cambio de coeficiente estático a dinámico se da de forma instantánea, gobernara el comportamiento del bloque del experimento de Yegian y Lahlaf o el de la figura 4-6 de este estudio, entonces podría pensarse que en realidad el aumento en la aceleración del tramo 1-2 en la figura 4-6 se debe a un incremento en el coeficiente de fricción dinámico, tal y como lo señalan Yegian y Lahlaf [51], Jacobson [52] y Lai [53]. Sin embargo, se sabe por otros autores que el coeficiente de fricción dinámico depende de la velocidad de deslizamiento [7, 12, 17, 19, 22, 25, 27, 36, 39, 40, 48] e incluso algunos otros han propuesto que depende también de la aceleración [54], por lo que la forma de variación del coeficiente de fricción puede ser distinta de la mostrada en la figura 4-7. La respuesta del bloque mostrada en la figura 4-6 sugiere lo anterior ya que en la curva (a) se presentan distintas zonas con comportamientos diferentes, atribuibles posiblemente a la variación del coeficiente de fricción. De esta forma, el tramo 1-2 de la figura 4-6 (a) puede generarse a partir de una variación distinta de  $\mu$ . Esta variación del coeficiente de fricción al inicio del deslizamiento fue investigada por Rabinowicz [46] quien mostró que existe una transición del coeficiente estático al dinámico para el caso de un bloque deslizando sobre un plano inclinado sin movimiento.

Rabinowicz mostró que la transición era gradual hasta que se alcanzaba el valor del coeficiente de fricción dinámico, que para el caso del bloque deslizando sobre el plano tiene un valor constante. En el caso de que el plano se encuentre en movimiento oscilatorio, la transición del valor estático al dinámico se presenta en ambos sentidos ( $\mu_s \rightarrow \mu_c \rightarrow \mu_s$ ) ya que el bloque se acopla y se desacopla cada vez que se alcanza o rebasa el coeficiente de fricción estático. Es por esto que una posible forma de la transición entre coeficientes es la que se muestra en la figura 4-7 en línea gruesa. De acuerdo con esta supuesta forma de transición, el aumento de la aceleración del bloque en el tramo 1-2 de la curva en la figura 4-6 (a) se debe a que el coeficiente de fricción no se desploma instantáneamente sino que su valor va disminuyendo gradualmente lo que redundaría en un aumento ligero en la aceleración del bloque. Esto se observa en el tramo 1-2 de la curva 4-6 (a) donde el bloque aumenta ligeramente su aceleración hasta llegar al punto 2 donde la aceleración comienza a disminuir con una tasa de decremento muy pequeña hasta que ésta aumenta notablemente en el punto 4 para coincidir con la excitación en el punto 5. Este comportamiento sugiere una variación del coeficiente de fricción a lo largo del ciclo desde el punto 1 hasta el 5 para el lado positivo y desde el punto 6 hasta el 10 en el lado negativo.

Si el coeficiente de fricción dinámico fuera constante como lo señala la ley de Coulomb, entonces pudiera pensarse que la tasa de cambio de la aceleración de respuesta del bloque debería ser constante y seguir la de la excitación ya que la transmisión de aceleración del plano hacia el bloque se lleva a cabo debido a la resistencia al corte de la interfaz y si ésta es constante, entonces esto equivaldría a decir que el bloque y el plano están de cierta forma acoplados a una escala menor en donde la transmisión de aceleración no es del 100% sino un cierto porcentaje menor conocido a priori, dado por el coeficiente de fricción dinámico. Como se observa en la figura 4-6, esto no sucede así sino que la tasa de cambio de la aceleración del bloque varía a lo largo del ciclo de movimiento e incluso es distinta en la parte positiva y en la negativa de dicho ciclo.

Cabe señalar que en la figura 4-6 se observa que entre los puntos 5 y 6, donde el bloque y el plano se encuentran acoplados, existe una cierta velocidad relativa como se aprecia en la parte

(b). En realidad, la aceleración y la velocidad relativas en ese tramo deben ser cero, por lo que el valor relativo que se observa en las velocidades se debe al procesamiento numérico de los datos. Esto se hace evidente al observar la figura 4-8 en donde se muestran las aceleraciones y velocidades relativas obtenidas a partir de la figura 4-6, calculadas mediante el LVDT y el acelerómetro, por separado. Se observa en la parte (b) de la figura 4-8 que la velocidad relativa calculada con el LVDT es nula en los tramos en donde el bloque y el plano están acoplados (antes del punto 1, entre los puntos 5 y 6 y después del punto 10), mientras que la calculada con el acelerómetro presenta un pequeño valor en esos tramos. Esto se debe a que las señales de los acelerómetros se corrigieron por línea base, se filtraron y se integraron para obtener las velocidades, mientras que la señal del LVT sólo se filtró y se dividió cada  $\Delta U$  entre  $\Delta t$  para obtener las velocidades relativas. Para obtener las aceleraciones relativas con el LVDT se derivó el registro de las velocidades relativas.

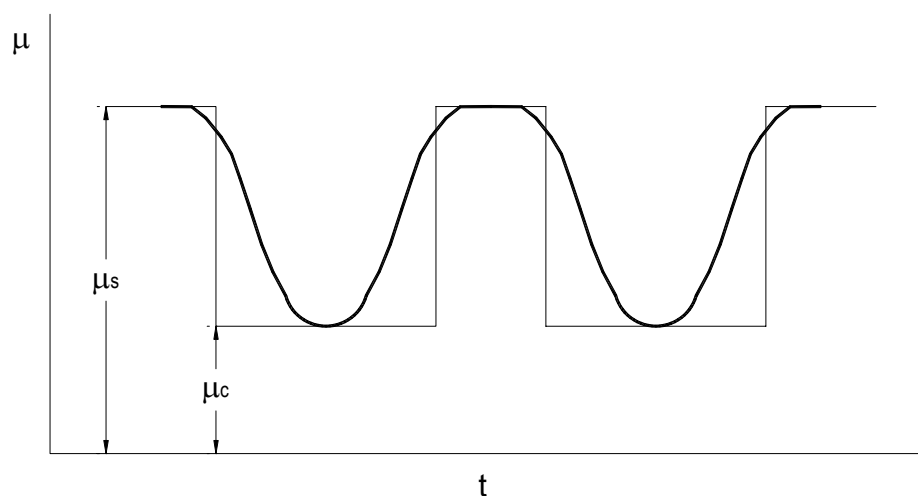


Figura 4-7 Ley de fricción de Coulomb (línea delgada) en el dominio del tiempo para el ensaye 22. La línea gruesa es una posible forma de la transición de  $\mu_s$  a  $\mu_c$

Respecto de la figura 4-8, en ella se observa cómo comienzan a incrementarse la aceleración y velocidad relativas en el punto 1 donde comienza el deslizamiento debido a que se alcanzó la aceleración de fluencia [21] que es igual al coeficiente de fricción estático para el caso del bloque deslizando sobre un plano horizontal. En la parte (c) de la figura 4-8 se muestra el desplazamiento del actuador, que es también el movimiento del plano de deslizamiento por estar unido al mismo. Se presenta también el desplazamiento relativo registrado por el LVDT, con las ordenadas aumentadas 5 veces para comparar mejor ambas curvas. El acelerograma mostrado en la parte (a) de la figura 4-6 es el registro obtenido a partir de los desplazamientos del actuador, mostrados en la figura 4-8 (c). En esta figura se observa que el punto negro que marca el retroceso del actuador, casi coincide con los puntos 2 y 7 de la figura 4-6(a), que marcan el punto máximo de la aceleración de la excitación. No corresponden exactamente debido a que la estructura de la mesa vibradora amplifica la excitación proporcionada por el actuador, como se mencionó en el capítulo 3 (ver figura 3-14). Se observa que la velocidad relativa sigue en aumento en el tramo 2-3 debido al impulso ocasionado por la reacción del bloque ante el cambio de sentido en la excitación en el punto 2. Este aumento sigue hasta el punto 3 donde la aceleración relativa es cero y la velocidad relativa es máxima. En este punto la velocidad relativa comienza a disminuir debido a que la aceleración relativa comienza a tomar valores negativos de ahí en adelante, es decir, comienza una desaceleración hasta que la velocidad relativa llega a cero en el punto 5 cuando se acoplan de nuevo el bloque y el plano.

En la parte (b) de la figura se observa que la velocidad relativa calculada a partir de la integración de la historia de aceleraciones (serie Acelerómetro), presenta un valor de aceleración relativa durante los tramos de acoplamiento, debido al efecto numérico mencionado anteriormente (ver figura 4-6(b)).

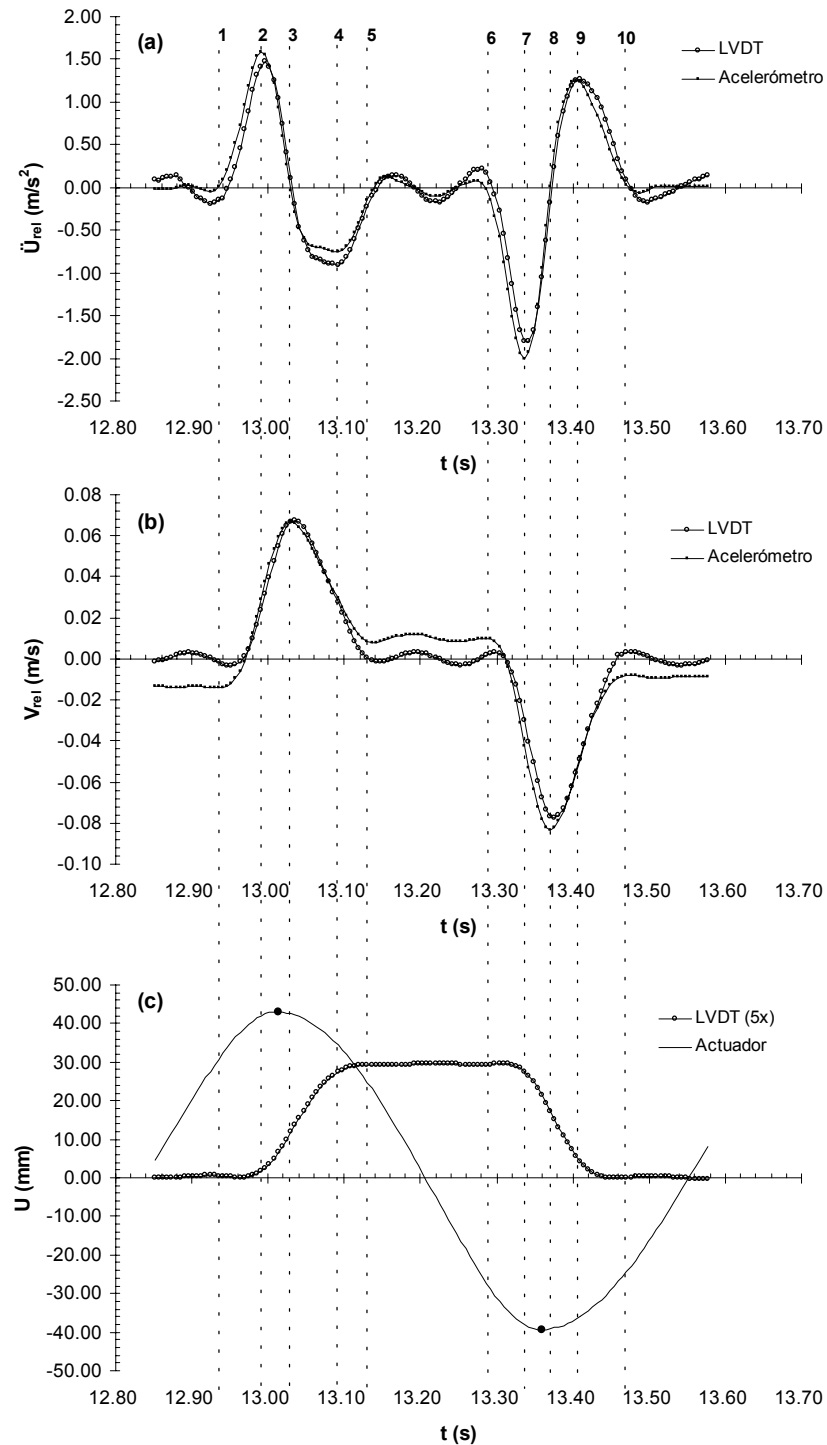


Figura 4-8 Aceleración relativa (a), velocidad relativa (b) y (c) desplazamiento relativo, obtenidos de la figura 4-6, aumentado (5x) para compararlo con el desplazamiento del actuador



El ciclo se repite entre los puntos 6 y 10 para la parte negativa, aunque se aprecia que la variación de la aceleración relativa es distinta respecto del primer desplazamiento (tramo entre 1 y 5). Esta diferencia se debe a la variación de la excitación que se presenta en la figura 4-9. Esta diferencia en la excitación entre un deslizamiento y otro podría ocasionar una variación distinta del coeficiente de fricción y provocar de esta forma una respuesta distinta en esta parte del ciclo de aceleraciones, como se observa en la figura 4-6 y 4-8 mediante la forma de las aceleraciones relativas. En la figura 4-9 es posible apreciar que la excitación cambia ligeramente de forma y magnitud en la parte negativa del ciclo de aceleración.

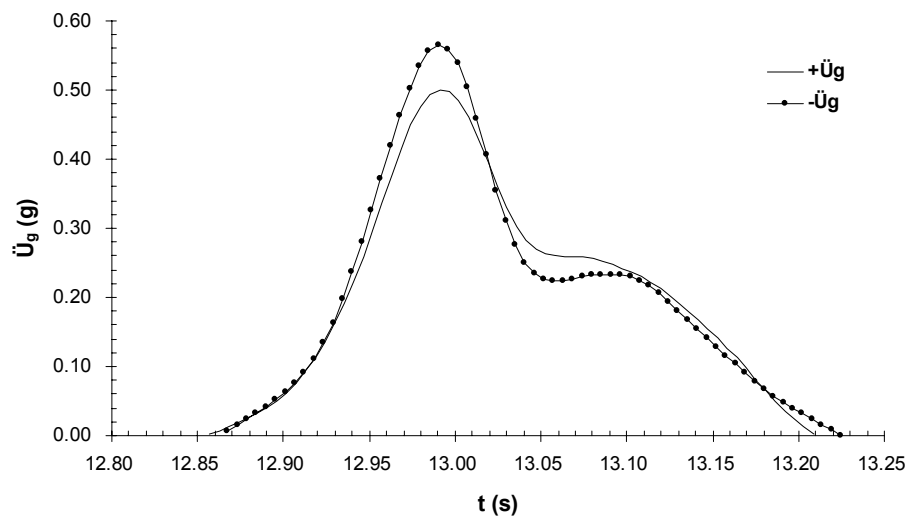


Figura 4-9 Forma de la excitación en ambas partes del ciclo de aceleración

En esta sección se ha hecho un análisis cualitativo de las gráficas de excitación y respuesta durante un ensaye con desplazamiento libre. De este análisis se desprenden algunas ideas que pueden ayudar a comprender mejor el fenómeno de la fricción. En la sección siguiente se presenta el análisis cuantitativo realizado con los datos presentados.

#### 4.1.1 Análisis cuantitativo

En la sección anterior se presentaron los resultados de un ensaye en deslizamiento libre y se hizo una reflexión sobre el significado de los datos. En la figura 4-8 (b) se presentaron los valores de la velocidad relativa durante el ensaye. De esta variación observada es posible calcular los valores de la energía cinética relativa ( $E_{CR}$ ), mismos que se muestran en la figura 4-10. En ella se observa que existe variación en la energía cinética, lo que implica que el sistema no es conservativo ya que de ser así, el valor de la energía cinética en un instante de tiempo cualquiera  $t_i$  sería igual al del instante siguiente  $t_{i+1}$ , es decir, la energía cinética se conservaría constante en el tiempo. Esto no sucede así, sino que existe una variación según se observa en la figura 4-10. Se atribuye esta variación en la energía a la pérdida de la misma debido a la fricción, por lo que es posible encontrar el valor de la energía disipada por fricción al hacer la diferencia en energías cinéticas en cada  $\Delta t$ . Para un sistema conservativo tenemos lo siguiente:

$$(E_C)_i = (E_C)_{i+1} \quad (4-1)$$

Cuando la ecuación 4-1 no se cumple, entonces la energía disipada por fricción viene dada por

$$(E_C)_i - (E_C)_{i+1} = E_F \quad (4-2)$$

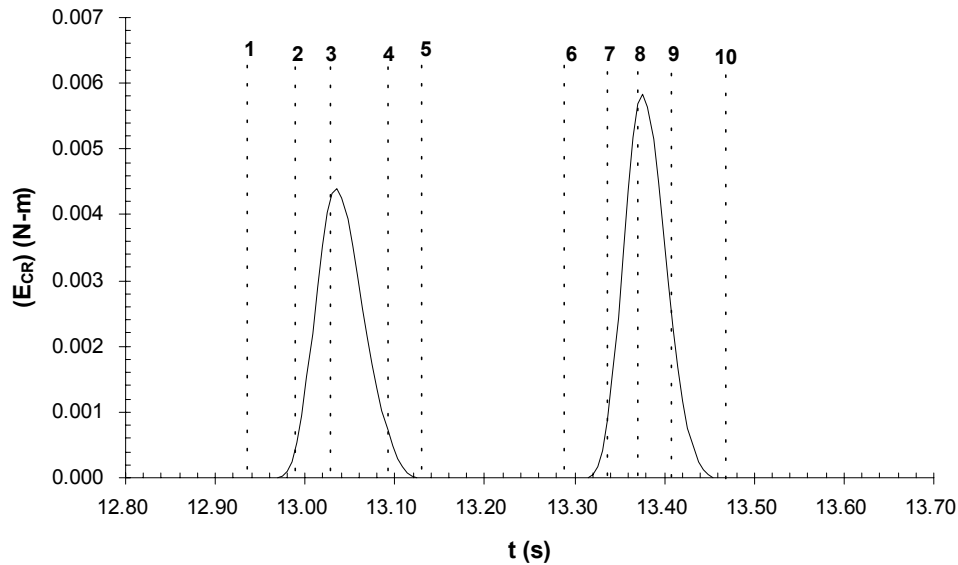


Figura 4-10 Energías cinéticas relativas

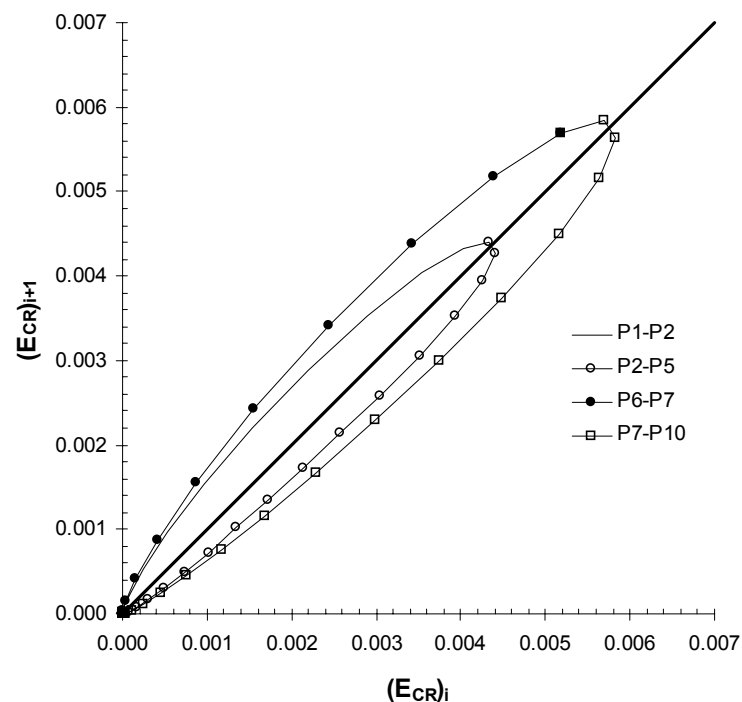


Figura 4-11 Energía cinética relativa ( $E_{CR}$ ) en el tiempo  $i$  contra  $E_{CR}$  en el tiempo  $i+1$ . La letra P corresponde al punto indicado de acuerdo a la figura 4-10

En la figura 4-11 se muestran los valores de las energías cinéticas relativas ( $E_{CR}$ ) en  $t_i$  contra  $t_{i+1}$ . En ella se aprecia que la pendiente de las diferentes curvas que componen a la gráfica son distintas de la pendiente de  $45^\circ$  que se muestra en línea gruesa, misma que corresponde al caso de que el sistema fuera conservativo. En esta figura es posible apreciar de manera indirecta la disipación de energía debida a la fricción. En el tramo 5-6 de la figura 4-8, donde el bloque y el plano se encuentran acoplados, la energía cinética relativa es cero representada

por los puntos que aparecen en el origen de la figura 4-11. El hecho de que el primer ciclo (P1-P5) sea de menor amplitud que el segundo (P6-P10), indica que el sistema de excitación proporcionó una señal ligeramente asimétrica, como se explicó anteriormente.

El hecho de que en la figura 4-11 se observe que  $(E_{CR})_{i+1} > (E_{CR})_i$  en el tramo P1-P2, indica que la energía que se está introduciendo al sistema supera a la energía disipada, lo cual es congruente con que la aceleración de respuesta del bloque crezca en este tramo. Esto se observa claramente en la figura 4-12 que muestra los valores de la energía disipada por fricción, obtenidos al aplicar la ecuación 4-2 a los datos de la figura 4-10. En esta gráfica se muestra la forma de variación de la disipación de energía por fricción, por lo que en ella está implícita la variación del coeficiente de fricción. En esta figura se aprecia que en el tramo 1-2 la energía disipada por fricción tiene signo negativo, lo que indica que  $(E_{CR})_{i+1} > (E_{CR})_i$ , lo que concuerda con la ecuación 4-2. También se observa que esta condición prevalece más allá del punto 2 ya que entre éste y el punto 3 se presenta la mínima disipación por fricción o la máxima diferencia entre  $(E_{CR})_{i+1}$  y  $(E_{CR})_i$ . Al parecer este tramo no influye significativamente en la respuesta del bloque ya que la aceleración de respuesta del mismo ya no aumenta más allá del punto 2. Tal vez esto pueda atribuirse a que el tramo en cuestión se presenta en un tiempo muy corto como para influir en la respuesta del bloque. Por otra parte, en el tramo 2-5 de la figura 4-11 se observa que  $(E_{CR})_{i+1} < (E_{CR})_i$ , lo que implica que la disipación de energía es mucho mayor lo que lleva a una disminución importante en la energía cinética relativa entre cada  $\Delta t$ . Esto se observa claramente en la figura 4-12 donde se aprecia que el tramo 2-5 la energía disipada por fricción aumenta hasta valores positivos, indicando así que  $(E_{CR})_{i+1} < (E_{CR})_i$  de acuerdo a la ecuación 4-2.

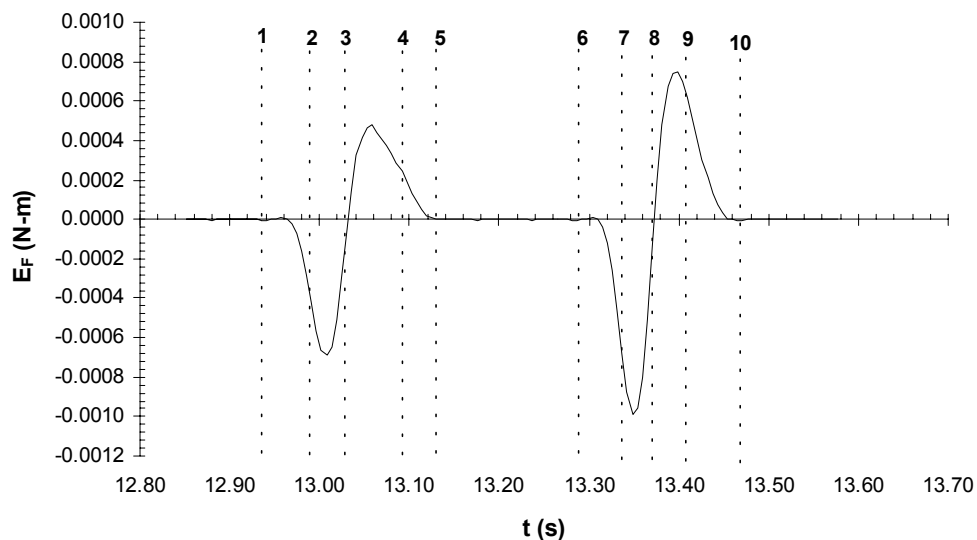


Figura 4-12 Variación en el tiempo de la energía de fricción

En la figura 4-12 se observa cómo en los tramos donde no hay desplazamiento relativo la energía por fricción es nula. Por ejemplo en los puntos 3 y 8 de esta figura, donde las aceleraciones del bloque y el plano coinciden por un instante (ver fig. 4-6), la energía disipada por fricción es cero. En la figura 4-12(a) se muestra la energía acumulada de entrada contra la energía acumulada disipada por fricción. En esta gráfica se observa que la cantidad de energía disipada por fricción es alrededor del 25% de la energía proporcionada al sistema por la excitación. En la figura se aprecia nuevamente que el sistema es disipativo.

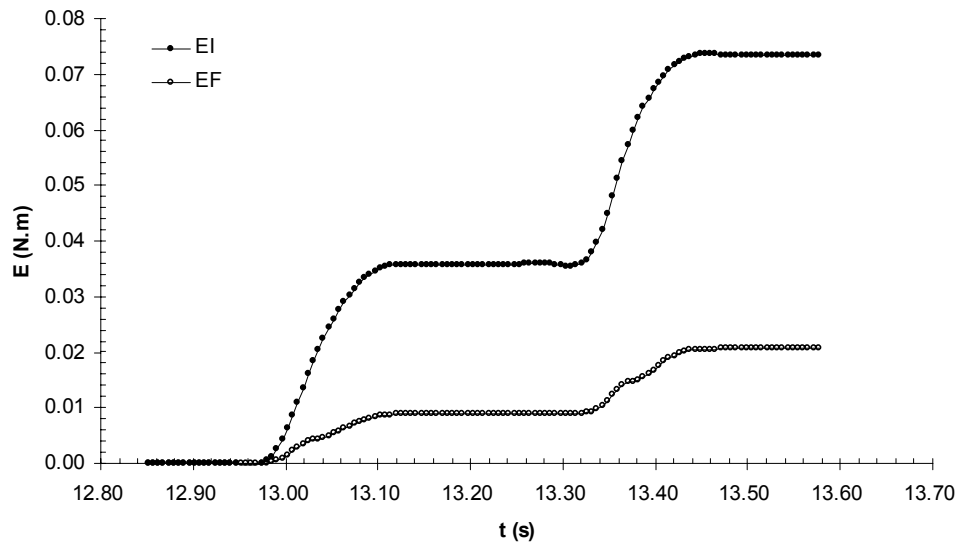


Figura 4-12(a) Energía acumulada: EI energía de entrada, EF energía disipada por fricción

La energía disipada por fricción mostrada en la figura 4-12 fue la requerida para que la fuerza de fricción realizara un trabajo durante el desplazamiento del bloque. En realidad la fuerza de fricción, estrictamente no realiza un trabajo ya que ésta no produce un desplazamiento. Sin embargo, comúnmente se dice que la fuerza de fricción realiza un trabajo negativo [76] ya que se opone al movimiento del bloque, cuando en realidad lo que sucede es que se realiza un trabajo para vencer a la fuerza de fricción. En esta investigación, al trabajo necesario para vencer a la fuerza de fricción se le llama *trabajo realizado por la fuerza de fricción*, en concordancia con la literatura básica de física, la cual interpreta este fenómeno como un trabajo negativo realizado por la fuerza de fricción.

Mediante el principio del trabajo y la energía, es posible obtener los valores del coeficiente de fricción a partir de la energía disipada (fig. 4-12) en combinación con los desplazamientos relativos en cada instante. Esto es, *el trabajo realizado por la fuerza de fricción* ( $W_F$ ) es

$$W_F = F_F \Delta U \quad (4-3)$$

Esto es equivalente a la energía requerida para realizar este trabajo, que en este caso es la energía requerida para vencer la fuerza de fricción:

$$W_F = E_F = F_F \Delta U \quad (4-4)$$

Resolviendo la ecuación 4-4 para la fuerza de fricción  $F_F$  y sustituyendo ésta por su valor  $F_F = N\mu = mg\mu$  encontramos

$$F_F = mg\mu = \frac{E_F}{\Delta U} \quad \text{y finalmente}$$

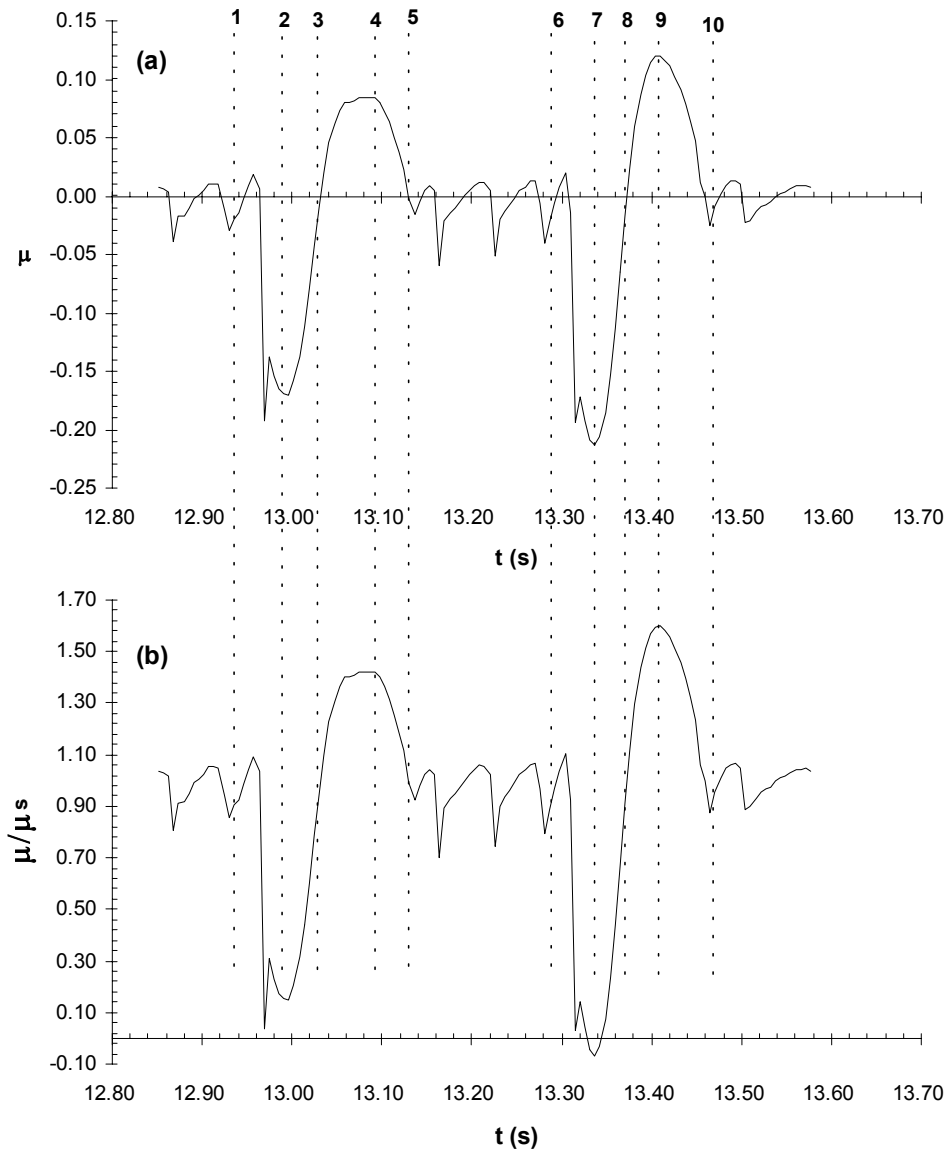
$$\mu = \frac{E_F}{mg\Delta U} \quad (4-5)$$

Al sustituir los valores de  $E_f$  dados por la figura 4-12 y los de  $\Delta U$  obtenidos de los incrementos de desplazamiento en cada  $\Delta t$  ( $U_f - U_i$ ) de acuerdo con la figura 4-6 (a), en la ecuación 4-5, se obtienen los valores del coeficiente de fricción en el tiempo. En la figura 4-13 se presentan los resultados.

En la parte (a) de la figura 4-13 se observa que el valor del coeficiente de fricción cuando no hay desplazamiento relativo es cero y que disminuye hacia valores negativos en los tramos 1 - 3 y 6-8. En realidad el valor del coeficiente de fricción en los tramos acoplados no debe ser cero sino que debe tomar el valor del coeficiente de fricción estático. De igual forma los tramos en donde se presenta un coeficiente de fricción negativo deben ser valores positivos ya que los valores negativos no tienen significado físico. La variación del coeficiente de fricción toma esa forma debido a que al obtenerla de los valores de disipación de energía, en los tramos de acoplamiento se obtienen valores nulos del coeficiente de fricción. Para resolver esta situación se afectaron los valores obtenidos en la figura 4-13 (a) por el coeficiente de fricción estático, como se muestra en la figura 4-13 (b) donde además se normalizó el coeficiente de fricción con el valor estático. En el capítulo uno se mencionó que el coeficiente de fricción estático no es constante sino que varía de acuerdo al tiempo de contacto de las superficies y a otras causas. En las figuras 3-16 y 4-6 se observa que la aceleración de fluencia del bloque varía ligeramente en uno y otro sentido, lo que implica, para el caso del bloque deslizando sobre un plano horizontal, que el coeficiente de fricción estático tiene valores distintos dependiendo del sentido del deslizamiento. En este trabajo se asumió constante al coeficiente de fricción estático ya que las variaciones de éste no fueron significativas. Así, la forma de variación obtenida considerando constante al coeficiente de fricción estático, es congruente con las gráficas de excitación y respuesta del ensaye (figura 4-6) ya que al alcanzar el valor del coeficiente de fricción estático o aceleración de fluencia para el caso del plano horizontal, comienza el desplazamiento relativo en el punto 1 de la figura 4-13 y con esto una disminución gradual del coeficiente de fricción. Se observa que el valor cae incluso hasta valores negativos durante el segundo deslizamiento. Esto se debe a que al ir aumentando la tasa de incremento de la excitación, el coeficiente va disminuyendo de forma dependiente de dicha tasa, de tal forma que al alcanzar la excitación un cierto valor, el coeficiente de fricción llega a cero, pero si la excitación sigue aumentando, entonces numéricamente se obtienen coeficientes negativos, que en realidad siguen siendo cero. Esto concuerda con la figura 4-6 (a) donde se observa que en el tramo 1-2 la respuesta del bloque aumenta ligeramente debido a que, como se mencionó en la sección anterior, el coeficiente de fricción no toma instantáneamente su mínimo valor sino que va decreciendo gradualmente. La respuesta del bloque sigue en aumento hasta el punto 2, punto máximo de la excitación, donde el coeficiente de fricción toma su valor mínimo (fig. 4-13).

Más allá del punto 2 el coeficiente de fricción comienza a recuperarse para aumentar a valores hasta 1.6 veces mayores que el estático. Este aumento en el coeficiente de fricción da al bloque la capacidad de obtener aceleración del plano para incluso rebasar a la de éste, como se observa en el tramo 3-5 del acelerograma (figura 4-6). Dentro de este tramo se observa que el coeficiente de fricción comienza a disminuir a partir de su punto máximo, que corresponde al punto 4 en la figura 4-6. De acuerdo a la figura 4-8 (b), el punto 4 tiene aproximadamente la misma velocidad relativa que el punto 2. En ambos puntos se invierte la tasa de cambio del coeficiente de fricción: en el punto 2 cambia la tendencia de disminución hacia un aumento del mismo, mientras que en el punto 4 sucede lo contrario. Para el punto 2, la velocidad relativa se encuentra en aumento, y para el 4, ésta va en decremento (ver fig. 4-8 (b)). Esto podría significar que la velocidad en los puntos 2 y 4 es un umbral de velocidad relativa que provoca un aumento del coeficiente de fricción con la velocidad relativa de deslizamiento. Por otra parte, en la figura 4-6 (a) se observa que la aceleración de respuesta del bloque comienza a disminuir rápidamente a partir del punto 4 para acoplarse con la excitación en el punto 5. Durante este

tramo el coeficiente de fricción, según se observa en la figura 4-13, disminuye, contrariamente al comportamiento observado en el tramo 1-4. Quizá la disminución de la aceleración de respuesta del bloque que se observa a partir del punto 4 se deba a la gran disipación de energía provocada por el aumento del coeficiente de fricción, lo cual a su vez provoca que éste comience a disminuir debido a la baja en la aceleración relativa de la interfaz. Esta explicación sugiere una estrecha relación entre la excitación, la respuesta y el coeficiente de fricción, lo cual es probable ya que el fenómeno es muy complejo y en realidad el coeficiente de fricción es una representación aproximada de los mecanismos que se llevan a cabo entre las superficies de contacto.



*Figura 4-13* (a) Coeficientes de fricción obtenidos de las energías cinéticas, (b) coeficientes de fricción obtenidos de las energías cinéticas y afectados por el coeficiente de fricción estático y normalizados con este último.

El hecho de que la respuesta del bloque tienda a ser constante cuando el coeficiente de fricción toma su valor mínimo es congruente con el hecho de que en el caso de un cuerpo deslizando

sobre un plano horizontal que se mueve en ambos sentidos, cuando la excitación toma valores muy altos el bloque deja de responder ante dicha excitación.

Así, en la figura 4-6 (a) se observa este efecto al aumentar la excitación después de haber alcanzado la aceleración de fluencia, lo que provoca una disminución en el coeficiente de fricción hasta que llega a valores cercanos a cero. Esto sigue hasta que la excitación cambia de sentido en el punto 2, esto es, el plano comienza a desplazarse en dirección contraria mientras este movimiento le da al bloque una fuerza impulsiva que lo mantiene deslizando en el sentido en que se inició el deslizamiento, provocando que la base del bloque pase de nuevo por una zona del plano ya recorrida al inicio del deslizamiento. Rajagopalan y Prakash [19] realizaron un experimento similar con una interfaz formada por dos superficies metálicas distintas. Sometieron la interfaz a desplazamientos relativos en las direcciones de ida y vuelta (forward and reverse slip) y encontraron que el esfuerzo de fricción dinámica en la dirección de vuelta era casi el doble del medido en la dirección de ida. Ellos atribuyen este fenómeno al contacto de superficies metálicas puras obtenidas de la escarificación de capas de óxido y otras películas superficiales, producto del deslizamiento en la dirección de ida, así como anisotropías en las superficies deslizantes provocadas también durante este deslizamiento. Estos resultados encontrados por Rajagopalan y Prakash concuerdan con los mostrados en la figura 4-13 en donde se observa que el coeficiente de fricción aumenta una vez que se invierte el sentido del deslizamiento en el punto 3 (ver fig. 4-8(c)). Respecto de este aumento del coeficiente de fricción dinámico mostrado en la figura 4-13 (b), Hunt [54] mostró en 1965 que el coeficiente de fricción correspondiente a la velocidad de deslizamiento máxima es mucho mayor que el correspondiente a la condición de equilibrio. La figura 4-13 muestra que los valores máximos del coeficiente de fricción se presentan en los puntos 4 y 9 durante cada deslizamiento. En la figura 4-8 se observa que estos puntos corresponden a los valores máximos de la aceleración relativa en lugar de la velocidad relativa. Los valores máximos de la velocidad relativa se presentan en los puntos 3 y 8 que corresponden al instante en que la aceleración relativa es cero y el coeficiente de fricción se ha recuperado hasta el valor estático. Si bien es cierto que el valor de la velocidad relativa es alto cuando se presenta el máximo en el coeficiente de fricción, ambos máximos no son simultáneos como señala Hunt en su estudio. Esta diferencia puede resultar debido a los distintos tipos de materiales utilizados ya que Hunt utilizó metales, mientras que para el experimento de esta tesis se utilizó madera.

Respecto al desvanecimiento del coeficiente de fricción observado en la figura 4-6, en secciones posteriores se verá que para algunos ensayos el coeficiente de fricción toma el valor de cero. Este resultado concuerda con las investigaciones de otros autores que han observado que el coeficiente de fricción se desvanece [72 - 75]. A este desvanecimiento de la fricción se le ha llamado superlubricidad y actualmente es una línea de investigación en la ciencia de superficie y la tribología. De acuerdo con estos autores [72 - 75], para que el fenómeno de superlubricidad ocurra entre dos superficies en contacto, es necesario que la orientación de sus estructuras (lattices) no coincidan, es decir, que no estén alineadas. Este desalineamiento, además de un movimiento adiabático de los átomos en la interfaz, produce una situación en la cual las fuerzas actuantes en los átomos se cancelan unas a otras, generando así el desvanecimiento en la fricción. Además de esta explicación del desvanecimiento de la fricción, otros autores [83] han sugerido que el fenómeno podría deberse a la generación de vapor de agua en la interfaz, el cual separa las superficies en contacto y desvanece la fricción, debido al calor generado a consecuencia de la disipación de energía por fricción, que podría ocasionar la evaporación de la humedad contenida en las superficies en contacto.

A pesar de que los experimentos realizados en estas disciplinas para observar el fenómeno citado, son distintos a los realizados en la mesa vibradora de este trabajo, los resultados

obtenidos en las disciplinas mencionadas demuestran que es posible un desvanecimiento del coeficiente de fricción como el encontrado en los experimentos presentados en nuestra investigación.

Por último, de acuerdo a la ecuación 4-5, se observa que al graficar los valores de  $E_F$  contra  $mg\Delta U$  se obtiene la curva mostrada en la figura 4-14 (a). La pendiente de esta curva es el coeficiente de fricción, de acuerdo a la ecuación 4-5.

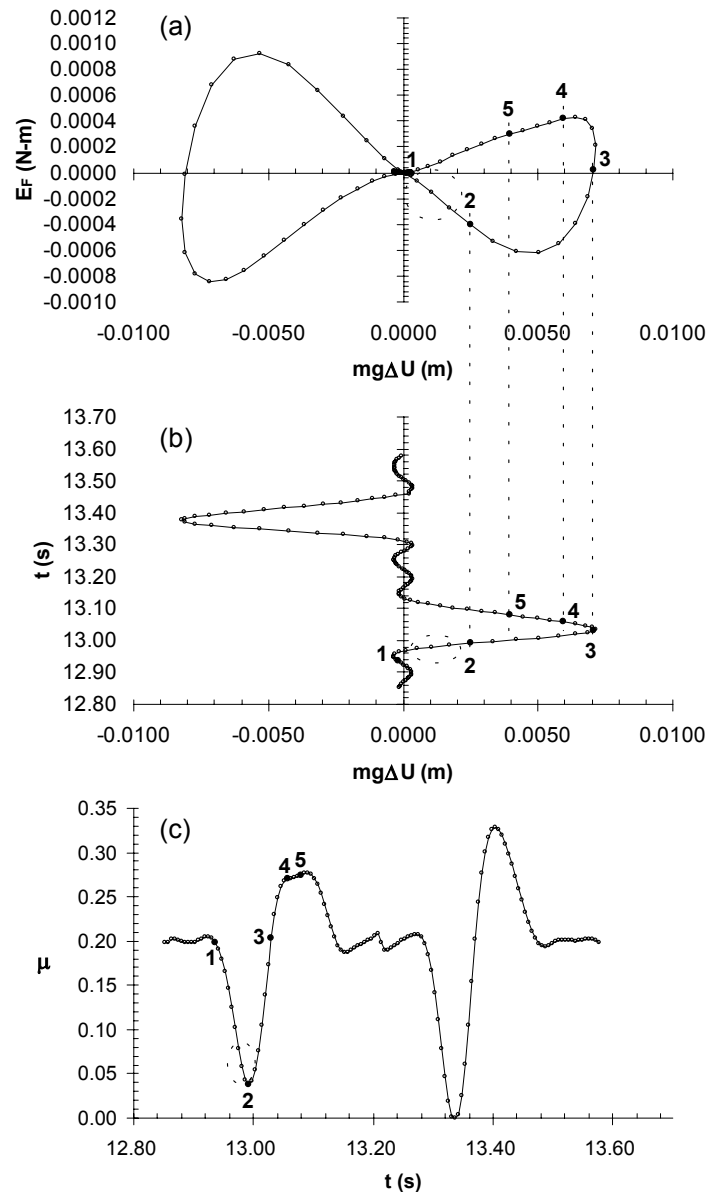


Figura 4-14 Valores obtenidos de la ecuación 4-5

En esta curva se observa que se marcaron tres valores antes del punto dos, que corresponde al coeficiente de fricción mínimo para el primer deslizamiento (tramo 1-5 en la figura 4-13). En las figuras 4-14 (b) y (c) también se marcaron estos tres valores, y se observa que entre el punto 1 y la zona señalada en el círculo, existen el doble de puntos que los valores marcados. Estos puntos básicamente generan la transición mostrada en la figura 4-14 (c), y puesto que



éstos corresponden a desplazamientos muy pequeños, según se observa en la figura 4-14 (b), esto indica que el coeficiente de fricción es muy sensible al deslizamiento al momento del desprendimiento entre el bloque y el plano de deslizamiento, como se observa en la figura 4-14 (c). Esto se observa en la pendiente de la curva 4-14 (a), ya que ésta es casi constante y sin embargo esas pequeñas variaciones generan la transición en el coeficiente de fricción, como se muestra en la figura 4-14 (c). Para desplazamientos mayores entre los puntos 2 y 3, se observa que la pendiente de la curva 4-14 (a) tiene cambios notables, aunque en la parte (c) de la figura no se observa una variación tan drástica del coeficiente de fricción, lo que indica que en esta zona el coeficiente de fricción no es tan sensible al deslizamiento. Tal vez esto pueda deberse a que el tramo 2-3 de la figura 4-14 corresponde al tramo 2-3 de la figura 4-6 (a), donde este es el tramo en que ocurre un cambio en el sentido de la excitación, provocando que el bloque pase de nuevo por una zona ya recorrida.

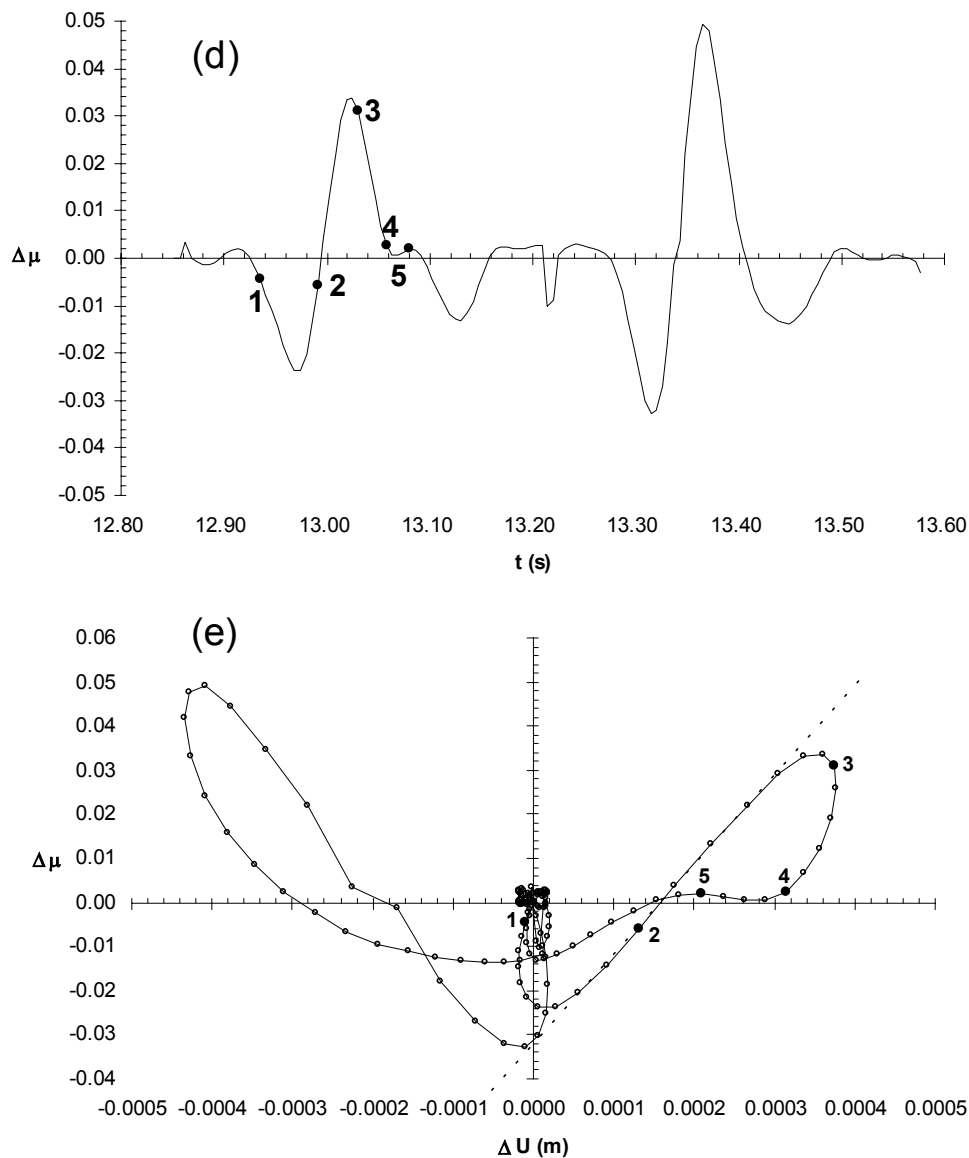


Figura 4-14 (continuación) (d) tasa de cambio del coeficiente de fricción en el tiempo y (e) con respecto a la tasa de cambio del desplazamiento

El tramo 3-5 de la figura 4-14 muestra de nuevo sensibilidad del coeficiente de fricción ante el deslizamiento, según se observa en la variación del coeficiente. En la parte (d) de la figura 4-14 se muestra la tasa de variación del coeficiente de fricción en el tiempo. Se observa que la tasa de cambio del coeficiente de fricción tiene aproximadamente la misma forma que la energía disipada por fricción, mostrada en la figura 4-12. De la tasa de cambio del coeficiente de fricción, se observa que éste tiene una variación compleja a lo largo del ciclo, como se observa en la parte (e) de la figura 4-14, donde se muestra la variación de la tasa de cambio del coeficiente de fricción con la tasa de cambio del deslizamiento.

En esta figura se observa que la variación no es proporcional, a excepción del tramo que concuerda con la línea recta punteada que se muestra en la figura. Se aprecia que el comportamiento es muy complejo y de naturaleza no lineal, lo que complica la modelación del fenómeno con fines de cálculo de desplazamientos permanentes causados por fuerzas sísmicas en taludes térreos.

#### 4.1.1.1 Trabajo y energía

Una vez obtenida la variación del coeficiente de fricción mostrada en la figura 4-13, es posible llegar a este resultado utilizando el principio del trabajo y de la energía. Para aplicar el principio se hicieron las siguientes hipótesis:

- El análisis del movimiento del bloque se realiza en una fracción de tiempo  $\Delta t$  muy pequeña de tal manera que se supone que la fuerza excitadora es constante en ese intervalo.
- Respecto del deslizamiento intermitente, las ecuaciones se elaboraron suponiendo que la fuerza excitadora provocaba un desplazamiento continuo, es decir, se asumió que el fenómeno de desplazamiento intermitente no se presentaba en el intervalo  $\Delta t$ .
- Se consideró que la fuerza de fricción es la única responsable de la disipación de energía entre la superficie y el objeto deslizante.
- Se asume la ley de fricción en seco de Coulomb ( $F_F = N\mu$ ) con la variante de que se considera que el coeficiente de fricción depende de la velocidad de deslizamiento.
- En el caso del plano horizontal, se supuso que el coeficiente de fricción estático era una característica invariante del sistema al igual que la aceleración de fluencia. Para el caso del plano inclinado se consideró, de igual forma, que el coeficiente de fricción estático era constante, pero se incluyó la influencia de la inclinación del plano en la variación de la aceleración de fluencia.

Para la aplicación del principio del trabajo y de la energía, considere el bloque rígido de masa  $m$  sometido a una excitación  $\ddot{U}_g$  que se muestra en la figura 4-15. La fuerza excitadora viene dada por la fuerza de inercia  $F_I = m\ddot{U}$  que se genera al actuar la excitación  $\ddot{U}_g$  en sentido contrario al del movimiento del bloque. La fuerza de fricción  $F_F$  es  $mg\mu$ . La fuerza normal del plano sobre el bloque es  $N = mg$ .

Si el bloque está en equilibrio, significa que la aceleración del plano se transmite en su totalidad al bloque rígido por lo que la fuerza de inercia es igual a la fuerza de fricción. Esto es,  $F_I = F_F$  o escrito de otra forma:

$$m\ddot{U} = mg\mu \quad (4-6)$$

Si el bloque se encuentra en condiciones de equilibrio límite, es decir, el factor de seguridad (*FS*) contra el deslizamiento es igual a la unidad, implica que se ha alcanzado el valor de la aceleración máxima que puede transmitir el plano al bloque a través de la interfaz, el coeficiente de fricción estático se encuentra resolviendo la siguiente ecuación:

$$FS = 1 = \frac{mg\mu}{m\ddot{U}} \quad (4-7)$$

Resolviendo 4-7 para  $\mu$  encontramos

$$\mu_s = \frac{\ddot{U}_y}{g} \quad (4-8)$$

donde  $\ddot{U}_y$  es la aceleración de la excitación que inicia el deslizamiento del bloque. Este concepto de aceleración límite fue propuesto por Newmark [21], quien llamó a  $\ddot{U}_y$  aceleración de fluencia y a la relación  $\ddot{U}_y / g$ , coeficiente de fluencia.

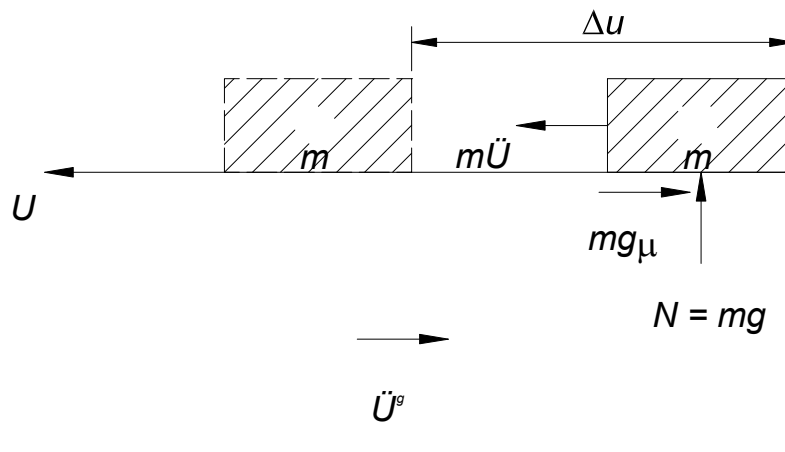


Figura 4-15 Diagrama de cuerpo libre del bloque rígido deslizando sobre un plano horizontal

Por otra parte, cuando el bloque sale del equilibrio, tenemos que  $F_I > F_F$  lo que produce un desplazamiento relativo al plano de deslizamiento. Una vez que el bloque entra en movimiento se genera un trabajo sobre el mismo. De acuerdo con la figura 4-15, tenemos que la fuerza de inercia produce un trabajo positivo (en dirección del desplazamiento), mientras que la fuerza de fricción produce un trabajo negativo, por lo que disipa energía, como se mostró en la figura 4-12. De acuerdo con esto, el trabajo neto ( $W_{neto}$ ) realizado sobre el bloque viene dado por

$$W_{neto} = (m\ddot{U})(\Delta U) - (mg\mu)(\Delta U) = (\ddot{U} - g\mu)(m\Delta U) \quad (4-9)$$

donde  $(m\ddot{U})(\Delta U)$  es el trabajo realizado por la fuerza de inercia y  $(mg\mu)(\Delta U)$  el trabajo realizado por la fuerza de fricción sobre el bloque (ver comentario sobre la ecuación 4-3 en la página 50). De acuerdo con el principio del trabajo y de la energía, la pérdida de energía

cinética es igual al trabajo neto ( $W_{neto}$ ) realizado sobre el cuerpo, por lo que podemos escribir

$$W_{neto} = \Delta K = \frac{m}{2} [(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i] \quad (4-10)$$

donde  $\Delta K$  es la pérdida de energía cinética,  $(V_{rel}^2)_f$  y  $(V_{rel}^2)_i$  la velocidad relativa del bloque al cuadrado, final e inicial, respectivamente. Estas velocidades son las que se producen en el intervalo  $\Delta t$  debido al desplazamiento  $\Delta U$  y se obtienen como  $V_{rel} = \Delta U / \Delta t$ .

Sustituyendo 4-9 en 4-10 obtenemos

$$(\ddot{U} - g\mu)(m\Delta U) = \frac{m}{2} [(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i] \quad (4-11)$$

Resolviendo la ecuación 4-11 para  $\mu$  tenemos

$$\mu = \frac{\ddot{U}}{g} - \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2g\Delta U} \quad (4-12)$$

La ecuación 4-12 expresa la variación del coeficiente de fricción en términos del desplazamiento y velocidad del bloque, así como de la aceleración de la excitación. El valor del desplazamiento se debe tomar absoluto para omitir el signo, de otra manera debe introducirse la función signo en el denominador. Por sencillez se toma el valor absoluto del desplazamiento.

Se observa que el primer término del lado derecho de esta ecuación es similar a la ecuación 4-8, con la diferencia de que en ésta,  $\ddot{U}$  toma el valor de  $\ddot{U}_y$ . La ecuación 4-12 se obtuvo a partir del análisis del trabajo realizado sobre el bloque. Esto implica que para que la expresión funcione es necesario que el bloque esté en movimiento, y para que esto suceda, el factor de seguridad contra deslizamiento debe ser menor que la unidad. La condición de equilibrio límite se consigue cuando se alcanza la aceleración de fluencia, por lo que en la ecuación 4-12  $\ddot{U}$  debe tomar el valor de  $\ddot{U}_y$ . Al hacer este cambio se está despreciando la variación del coeficiente de fricción estático antes del deslizamiento. Esto es, la fuerza de fricción va creciendo en la misma magnitud que la fuerza de inercia hasta llegar al valor de  $\ddot{U}_y$ . Cuando se hace el cambio de  $\ddot{U}$  por  $\ddot{U}_y$  se toma sólo el valor superior de la fuerza de fricción antes del deslizamiento.

De la figura 4-6 se observa que el deslizamiento comienza cuando el valor de la excitación y la respuesta son iguales a  $\ddot{U}_y$ . Una vez que el bloque entra en movimiento comienza la disipación de energía (ver figura 4-12) debido a la fuerza de fricción. En términos de coeficiente de fricción es posible representar esta situación mediante un  $\Delta\mu$  que tome en cuenta la disipación de la energía. Así, cuando el bloque y el plano estén acoplados, el término de disipación de energía valdrá cero mientras que será diferente de cero cuando exista desplazamiento relativo.

De esta forma, cuando  $\ddot{U}$  toma el valor de  $\ddot{U}_y$  en la ecuación 4-12 tenemos lo siguiente:

$$\mu = \mu_s - \Delta\mu \quad (4-13)$$

donde  $\mu_s$  está dado por la ecuación 4-8 y  $\Delta\mu$  por el segundo término del lado derecho de la ecuación 4-12 que corresponde al término de disipación de energía, mismo que a continuación se escribe por separado.

$$\Delta\mu = \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2g|\Delta U|} \quad (4-14)$$

Sustituyendo 4-14 en 4-13 obtenemos finalmente la expresión de variación del coeficiente de fricción.

$$\mu = \mu_s - \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2g|\Delta U|} \quad (4-15)$$

La ecuación 4-15 se compone de dos partes: la estática y la dinámica. La parte estática está dada por la ecuación 4-8 mientras que la dinámica por la ecuación 4-15. Si el bloque no se mueve, la ecuación 4-15 se anula y sólo se aplica la parte estática de la ecuación 4-15. Esto no genera un problema numérico por lo que el cálculo del coeficiente de fricción puede ser continuo en el tiempo.

En la ecuación 4-15 se observa que el coeficiente de fricción depende del valor estático y de un  $\Delta\mu$  dado por la respuesta del bloque. A este respecto observamos que cuando  $\Delta\mu = \mu_s$  el valor del coeficiente de fricción es nulo. Este valor de  $\Delta\mu$  contiene de forma implícita el valor límite de la excitación que provoca el desvanecimiento de la fricción. En términos de coeficiente de fricción este valor de umbral es  $(\Delta\mu)_{lim} = \mu_s$  y en términos de aceleraciones tenemos:

$$(g\Delta\mu)_{lim} = g\mu_s \quad (4-16)$$

donde  $g$  es el valor de la aceleración de la gravedad.

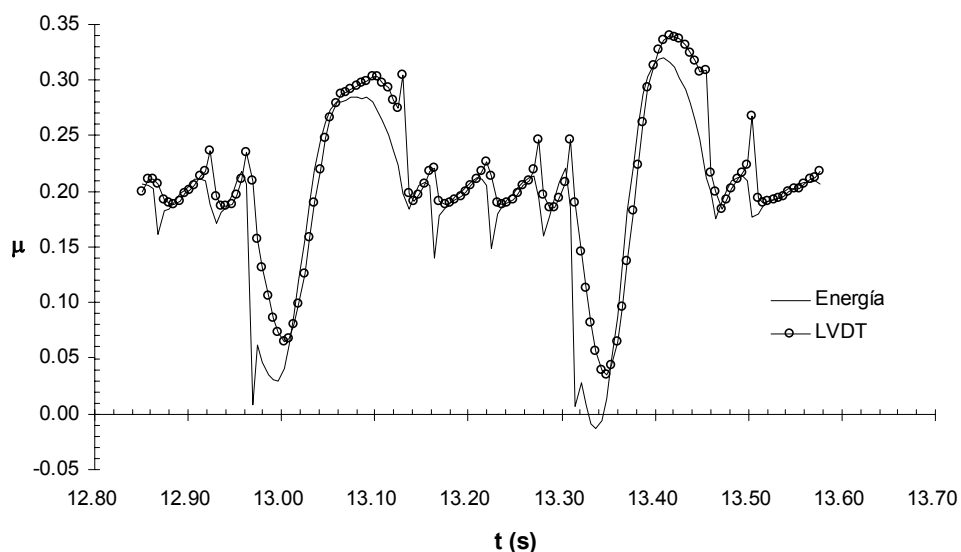


Figura 4-16 Coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-15 (LVDT) y a partir de la figura 4-12 (Energía)

En la figura 4-16 para fines de comparación, se presenta la variación del coeficiente de fricción calculado con la ecuación 4-15 junto con los datos de la figura 4-13 (b). En la figura se aprecia que los valores calculados con la ecuación 4-15 (LVDT) coinciden satisfactoriamente con los valores base obtenidos a partir de la energía disipada por fricción. Los valores obtenidos con 4-15 se llaman LVDT porque fueron obtenidos en su totalidad con datos obtenidos con este instrumento.

#### 4.1.2 Modelo de fricción en función de la aceleración relativa

De la discusión cualitativa hecha en la sección 4.1, así como de la forma de variación obtenida de la figura 4-13 y de la aplicación del método del trabajo y la energía, es posible hacer algunas hipótesis para plantear un modelo del coeficiente de fricción en función de los parámetros de entrada y salida del sistema así como del coeficiente de fricción estático. Las hipótesis, además de incluir las consideradas en el caso de la aplicación del principio del trabajo y la energía, se agregan las siguientes:

- La aceleración relativa,  $\ddot{U}_g - \ddot{U}$ , depende del coeficiente de fricción  $\mu$
- Existe un valor de la aceleración relativa tal que el coeficiente de fricción es nulo. Este valor viene dado por la ecuación 4-16
- La aceleración relativa es cero cuando el coeficiente de fricción toma el valor estático
- Se asumen 3 posibles tipos de variación  $\mu - \ddot{U}_{rel}$ : lineal, cuadrática y exponencial

Estas hipótesis se resumen en la figura 4-17.

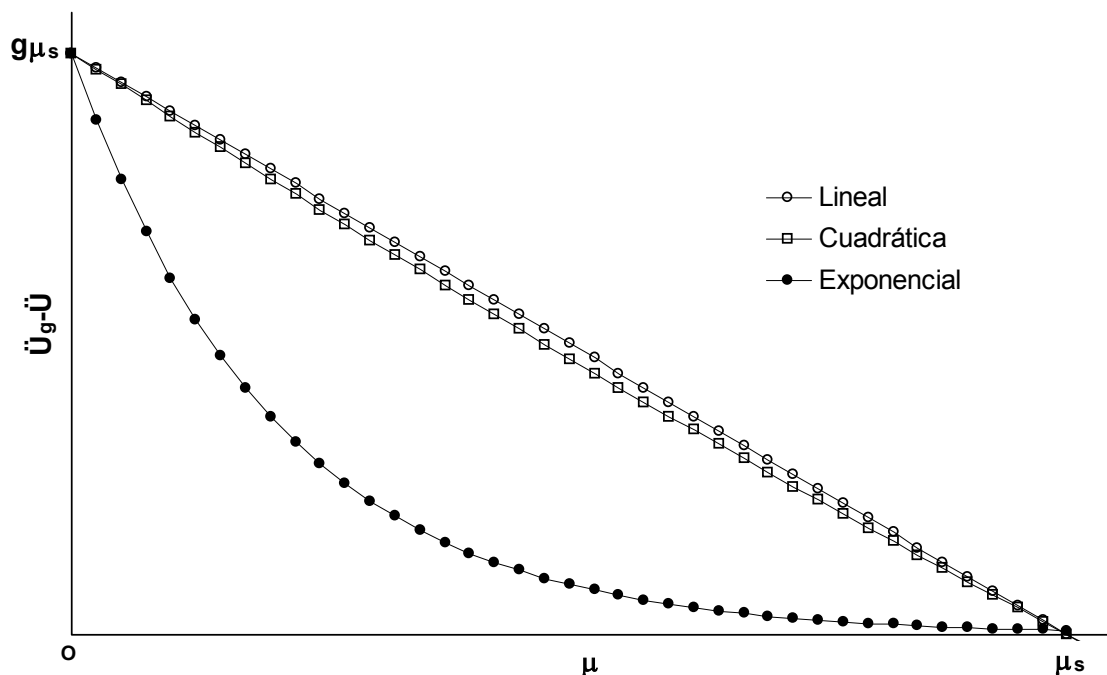


Figura 4-17 Posibles variaciones de la aceleración relativa con el coeficiente de fricción

En esta figura se muestran las 3 posibles variaciones supuestas entre  $\mu$  y  $\ddot{U}_{rel}$ . Los mejores resultados se obtuvieron con las variaciones lineal y cuadrática, mientras que con la relación exponencial no se logró reproducir completamente la variación del coeficiente de fricción debido a que las funciones logarítmicas no toman valores negativos, lo que impidió reproducir

los tramos del coeficiente de fricción en donde la aceleración del bloque es mayor que la excitación. En el caso de las variaciones lineal y cuadrática, ambas producen resultados muy similares, por lo que se decidió tomar la expresión más sencilla algebraicamente, ya que esta da resultados satisfactorios al igual que la expresión cuadrática que es más complicada algebraicamente. Por lo tanto sólo se presentan los resultados obtenidos con la variación lineal, mismos que se presentan a continuación.

La ecuación de la línea recta mostrada en la figura 4-17 es

$$f(\mu) = m\mu + b \quad (4-17)$$

donde  $f(\mu) = \ddot{U}_g - \ddot{U}$

De la figura 4-17 se observa que la pendiente  $m$  de la recta que define la variación, es negativa y está dada por

$$\operatorname{tg}\theta = m = -\frac{g\mu_s}{\mu_s} = -g \quad (4-18)$$

El valor de la ordenada al origen es

$$b = g\mu_s \quad (4-19)$$

Sustituyendo 4-18 y 4-19 en 4-17 tenemos

$$f(\mu) = g(\mu_s - \mu) \quad (4-20)$$

La ecuación 4-20 representa la variación lineal de la aceleración relativa con el coeficiente de fricción. Resolviendo para  $\mu$  y sustituyendo  $f(\mu) = \ddot{U}_g - \ddot{U}$  encontramos

$$\mu = \mu_s - \frac{|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|}{g} \quad (4-21)$$

La ecuación 4-21 representa la variación del coeficiente de fricción en función del coeficiente estático y la aceleración relativa en la interfaz. Resolviendo esta ecuación para  $\ddot{U}$  encontramos

$$\ddot{U}(\mu) = [|\ddot{U}_g| + g(\mu - \mu_s)] \operatorname{sgn} \ddot{U}_g \quad (4-22)$$

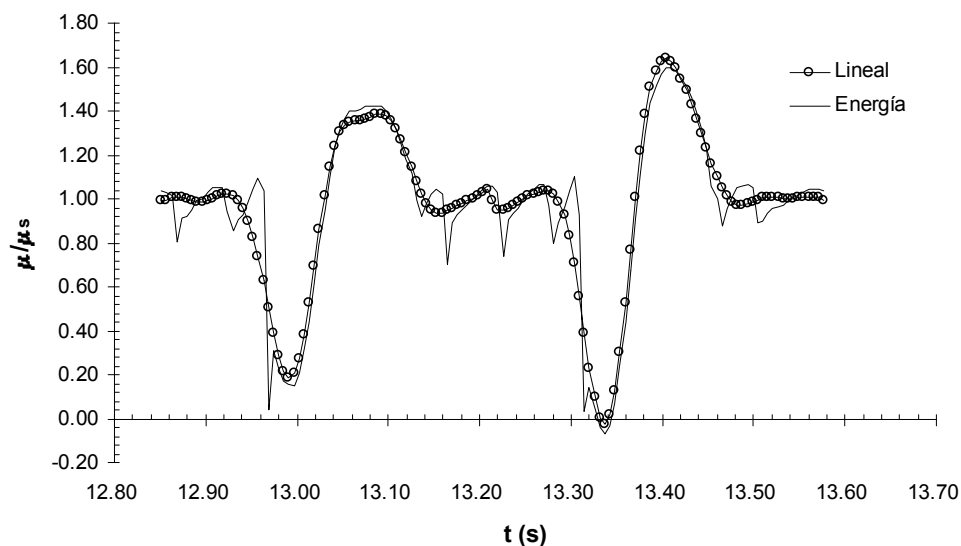
En las ecuaciones 4-21 y 4-22 se toma el valor absoluto de las aceleraciones para eliminar el sentido de las mismas, el cual se introduce mediante la función signo. Mediante la ecuación 4-22 es posible encontrar la respuesta del bloque, previo conocimiento de la excitación, el coeficiente de fricción estático y la variación del coeficiente de fricción dinámico.

Se aprecia en la ecuación 4-21 que el resultado de la resta del valor absoluto de aceleraciones puede ser positivo o negativo. De la figura 4-6 se observa que será positivo en los tramos 1-3 y 6-8, mientras que tomará valores negativos en los tramos 3-5 y 8-10. Esto implica que el coeficiente de fricción irá disminuyendo en los tramos donde la aceleración relativa sea positiva

y aumentará cuando la aceleración relativa sea negativa, lo cual concuerda con la forma de variación encontrada mediante la aplicación del principio del trabajo y de la energía (ecuación 4-15). De acuerdo con la ecuación 4-13, el valor de  $\Delta\mu$  para el caso de la variación lineal viene dado por

$$\Delta\mu = \frac{|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|}{g} \quad (4-23)$$

En la figura 4-18 se muestran los resultados obtenidos del cálculo del coeficiente de fricción con la ecuación 4-21, junto con los valores obtenidos mediante la energía disipada por fricción. Se observa que el ajuste es más apegado que el de la ecuación 4-15 y con menos saltos o picos en la curva.



*Figura 4-18* Valores del coeficiente de fricción obtenidos mediante la variación lineal y los obtenidos mediante la energía de fricción

En la figura 4-18 se observa que se obtuvieron valores negativos del coeficiente de fricción. Como se mencionó anteriormente y como se muestra en la figura 4-17, el coeficiente de fricción es en realidad cero para valores iguales o mayores a la ordenada al origen de las curvas de la figura 4-17. Por lo tanto, para eliminar estos valores es necesario incluir las condiciones de frontera del modelo a las ecuaciones 4-21 y 4-22 que representan la variación del coeficiente y la respuesta del bloque al asumir una variación lineal entre  $\mu$  y  $\ddot{U}_{rel}$ . Al aplicar estas condiciones de frontera las ecuaciones toman la forma siguiente:

$$\mu = \mu_s - \frac{|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|}{g} \quad (4-24)$$

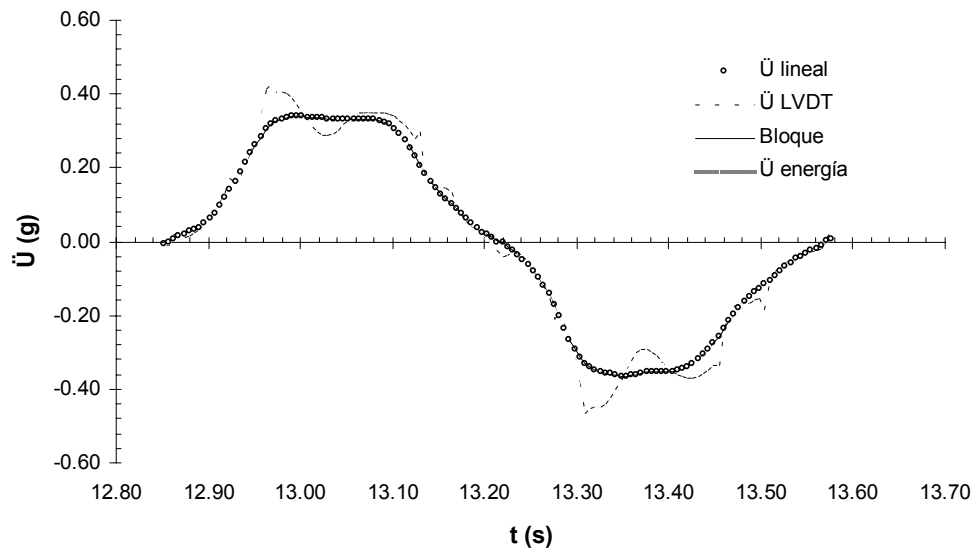
$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \mu_i, 0 \rangle$$



$$\ddot{U}(\mu) = [|\ddot{U}_g| + g(\mu - \mu_s)] \operatorname{sgn} \ddot{U}_g \quad (4-25)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \ddot{U}(\mu)_i, \ddot{U}(\mu)_{i-1} \rangle$$

La ecuación 4-24 indica que si el coeficiente de fricción calculado es mayor que cero entonces se toma el valor obtenido y en caso contrario se toma el valor de cero. La ecuación 4-25 toma el valor de la aceleración calculado si el coeficiente de fricción obtenido con 4-24 es mayor que cero y si no es así toma el valor anterior de la aceleración. Esto es porque si el coeficiente de fricción es cero entonces el plano ya no le transmite aceleración al bloque.



**Figura 4-19** Respuesta del bloque de acuerdo a la variación lineal y a la obtenida mediante el trabajo y la energía, ecuación 4-25 con 4-24 ( $\ddot{U}$  lineal) y con 4-15 ( $\ddot{U}$  LVDT) respectivamente. La respuesta medida por el acelerómetro durante el ensaye es la serie *Bloque*

Aplicando la variación del coeficiente mostrada en la figura 4-16 en la ecuación 4-24, junto con la excitación, es posible obtener la respuesta del bloque utilizando la ecuación 4-25. Los resultados se muestran en la figura 4-19. En esta figura se incluye también la respuesta del bloque calculada con los coeficientes obtenidos con la ecuación 4-15 (LVDT).

En la figura se observa que la respuesta del bloque depende directamente del coeficiente de fricción ya que la excitación utilizada para el cálculo de la respuesta fue la misma en los dos casos (LVDT y lineal), sin embargo los coeficientes de fricción difieren un poco entre ambos métodos (ecuación 4-15 y 4-21) y esto origina la diferencia en la respuesta mostrada en la figura 4-19. Esta variación en la respuesta del bloque se debe a que la resistencia al esfuerzo cortante, expresada en este caso a través del coeficiente de fricción, es la responsable de la transmisión de la excitación a través de la interfaz. Así, la respuesta del bloque depende de la transmisión de excitación, por lo que depende del valor del coeficiente de fricción.

En la figura 4-20 (a) se muestran las gráficas de fuerza de fricción contra desplazamiento relativo, calculadas con los coeficientes de fricción obtenidos con las ecuaciones 4-24 y 4-15 para la relación lineal y el trabajo y la energía, respectivamente. El área dentro de estas curvas representa la energía disipada por fricción y es la que se muestra en la parte (b) de la figura 4-

20, junto con la obtenida de la diferencia de energías cinéticas relativas (figura 4-12). Para calcular la acumulación de energía disipada por fricción mediante la relación lineal y el trabajo y la energía se restó a la fuerza de fricción mostrada en la figura 4-20 (a), la fuerza de fricción estática ya que para obtener la energía disipada por fricción, se requiere que esta última sea cero cuando no hay desplazamiento relativo, en lugar de que tenga el valor estático. En la parte (b) de la figura 4-20 se observa que concuerdan muy bien las energías calculadas (series *Lineal* y *LVDT*) con las obtenidas a partir de la energía cinética (serie *Energía*). Las mesetas en estas curvas corresponden a los tramos donde no hay desplazamiento relativo mientras que cada línea inclinada representan los deslizamientos entre los tramos 1-5 y 6-10 (ver figura 4-13). Se observa que en los tramos de acoplamiento es donde se presenta la mayor diferencia entre las series *Lineal* y *Energía*. Esto se debe a que los valores de la serie *Lineal* se obtuvieron a partir de las lecturas del acelerómetro y como se observa en la figura 4-8, el valor de la velocidad relativa en estos tramos es distinto de cero debido al procesamiento de la señal, como se menciona en la sección 4.1.

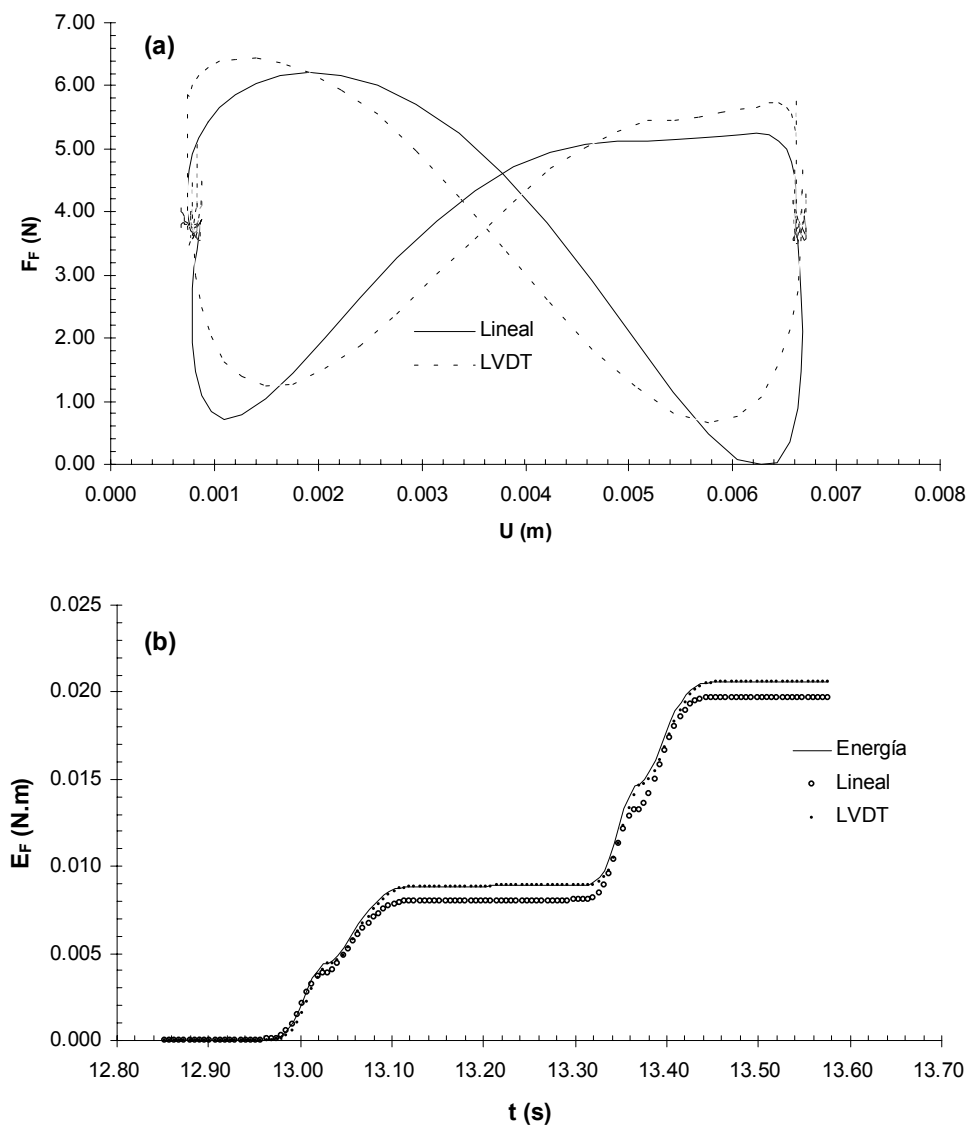


Figura 4-20 Fuerza de fricción vs desplazamiento relativo (a) y energía disipada por fricción acumulada (b)

#### 4.1.3 Variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento

En las secciones anteriores se presentaron distintas formas de obtener la variación del coeficiente de fricción durante un ensaye horizontal. Las ecuaciones se enlistan enseguida:

$$\mu = \frac{E_F}{mg\Delta U} \quad (4-5)$$

$$\mu = \mu_s - \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2g|\Delta U|} \quad (4-15)$$

$$\mu = \mu_s - \frac{|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|}{g} \quad (4-24)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \mu_i, 0 \rangle$$

Para observar la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento se graficó la velocidad relativa en las abscisas y el coeficiente de fricción en las ordenadas. Los resultados se presentan en la figura 4-21 (a).

En la figura 4-21 se presentan las gráficas de variación del coeficiente de fricción para los dos deslizamientos durante un ciclo de un ensaye horizontal (ensaye 22). Cada deslizamiento tiene una variación en la velocidad relativa según se muestra en la parte (b) de la figura 4-21, misma que la figura 4-8. Se utiliza el valor absoluto de la velocidad relativa para que ambos lazos queden en el mismo cuadrante. En la figura 4-21 se muestran los puntos marcados en la figura 4-8.

En la figura 4-21 se observa que la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento forma un lazo. Esto se debe a que el coeficiente de fricción aumenta y disminuye con la velocidad de deslizamiento mientras ésta se mueve en uno u otro sentido. En la figura se presentan dos lazos que corresponden a los dos deslizamientos dentro del ciclo de aceleraciones mostrado en la figura 4-6. La serie *positivo* corresponde al lazo velocidad-fricción generado durante el deslizamiento en la parte positiva del ciclo de aceleraciones (tramo 1-5 de la figura 4-6), mientras que la serie *negativo* al correspondiente al deslizamiento en la parte negativa del ciclo (tramo 6-10 de la figura 4-6).

En el lazo positivo se observa que en el tramo 1-2 (inicio del deslizamiento hasta el punto 2, ver figuras 4-8 y 4-21) la velocidad relativa va en aumento mientras que el coeficiente de fricción disminuye, es decir, se presenta una pendiente negativa en la curva velocidad-fricción. Generalmente, a esta relación decreciente del coeficiente de fricción con la velocidad se le asocia con el deslizamiento intermitente (stick-slip) [1, 4, 5, 6, 22, 55], aunque en los experimentos realizados en este estudio no se observó la presencia de deslizamiento intermitente, a pesar de que en el primer tramo de la curva, el coeficiente de fricción estático resultó mayor que el dinámico, siendo ésta otra condición, establecida experimentalmente [5, 22], bajo la que se presenta el deslizamiento intermitente. Es probable que esto se deba a que las velocidades relativas fueron posiblemente mayores a la velocidad crítica a la que se presenta este fenómeno [1, 4, 5, 6, 37, 38, 40, 44, 48, 55]. Se observa que en la figura 4-21 se presentan ambas pendientes (positiva y negativa) en la misma curva de velocidad-fricción. Esto se ha observado en algunos materiales como acero sobre indio y acero sobre plomo [5], como se muestra en la figura 4-22.

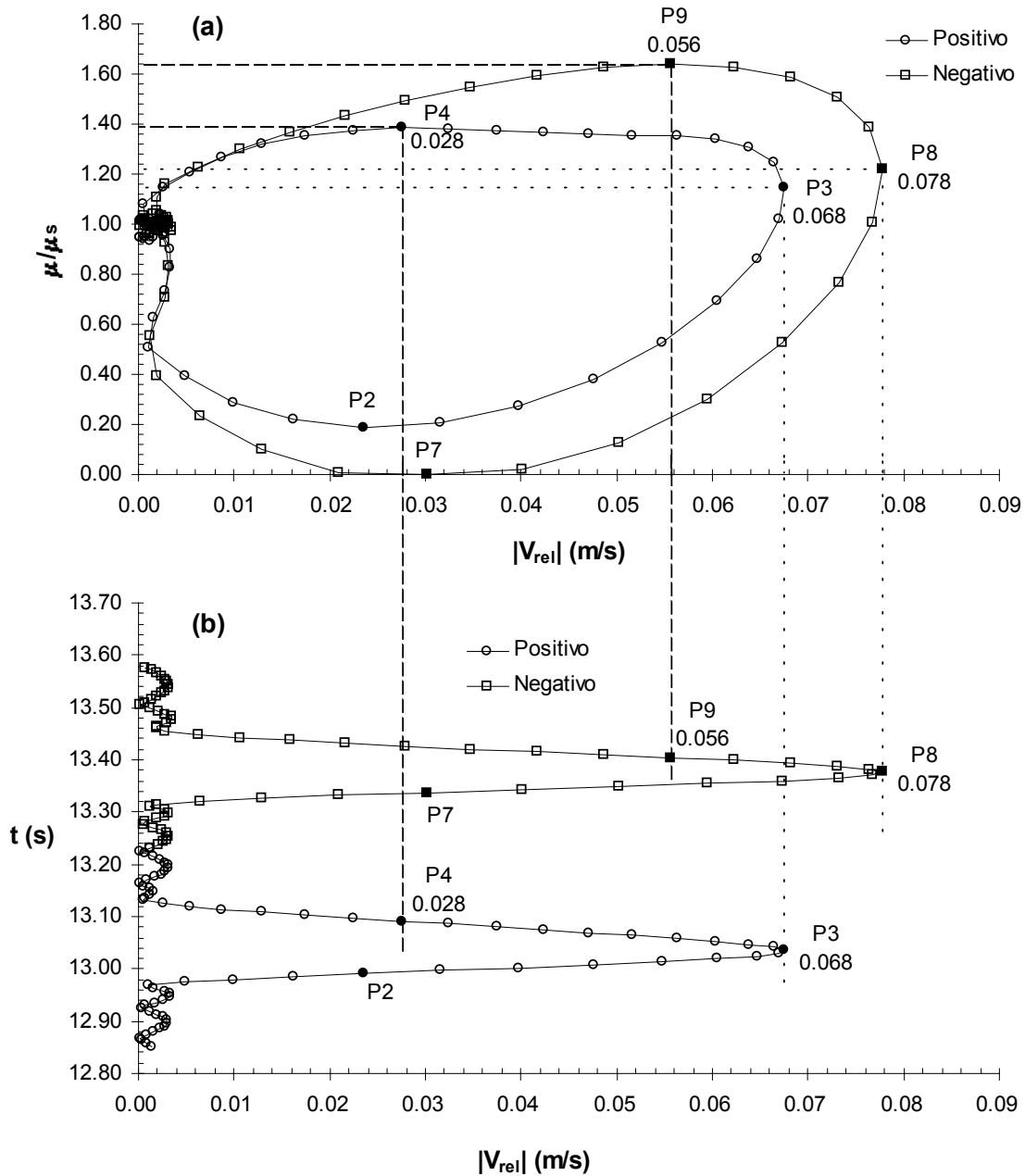


Figura 4-21 Coeficiente de fricción vs velocidad relativa. (a) Deslizamientos positivo y negativo del ciclo de aceleración. En la parte (b) se presenta la variación de la velocidad relativa en el tiempo

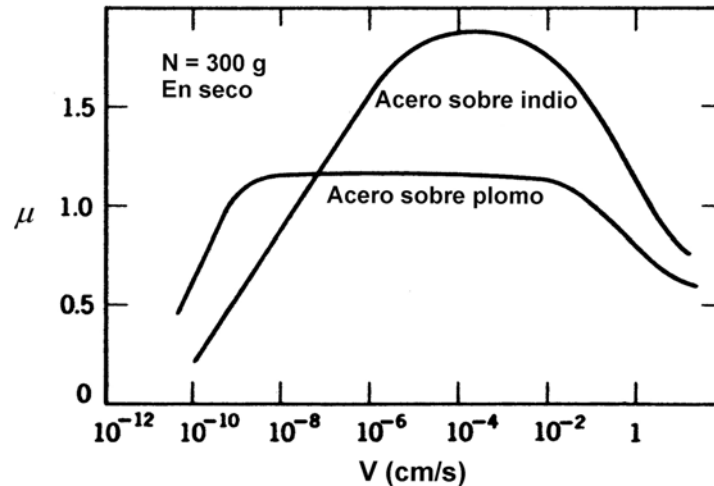


Figura 4-22 Curvas velocidad-fricción para dos tipos de superficies de deslizamiento (modificado de [5])

En esta figura se observa que las velocidades de deslizamiento utilizadas fueron muy pequeñas y que la máxima velocidad empleada es la mínima mostrada en las curvas de velocidad-fricción de la figura 4-21. Se observa que en la figura 4-22 la pendiente de la curva es negativa para esta velocidad, lo que concuerda con las curvas de la figura 4-21, aunque las pendientes están invertidas ya que para las velocidades pequeñas, las pendientes de las curvas de la figura 4-21 son negativas y no positivas como se muestra en 4-22. Probablemente esto se deba al tipo de material o al tipo de ensaye realizado ya que las pruebas hechas en este estudio son con una excitación en la base de un bloque libre de desplazarse sin la influencia de un elemento restitutivo como un resorte, que generalmente se utiliza en los experimentos del tipo mostrado en la figura 4-22, donde se tiene una velocidad de deslizamiento controlada. El uso de resortes para aplicar la fuerza externa al bloque (ver figura 2-2) provoca que los resultados obtenidos dependan de la rigidez del mismo, como lo muestra la literatura [1, 5, 6, 22, 42, 55]. Así, es una evidencia experimental que el deslizamiento intermitente se elimina al utilizar un resorte de rigidez suficiente. Esto puede ser una prueba de que el coeficiente de fricción dependa de las características del sistema, aunque este tratamiento no es tan marcado en la tribología. Sin embargo, Tolstoi [42] tiene una teoría sobre el deslizamiento intermitente que dice que éste consiste en una serie de saltos más que deslizamientos (ver capítulos 1 y 2). Tolstoi afirma que al dar rigidez transversal suficiente se elimina el deslizamiento intermitente pero no se logra cambiar la relación decreciente del coeficiente de fricción con la velocidad, a menos que se utilice amortiguamiento normal a la superficie de deslizamiento que además resulta en la eliminación del deslizamiento intermitente. De esta forma Tolstoi sustenta que la pendiente negativa de la curva velocidad-fricción no es una característica intrínseca del material, sino una propiedad del sistema en estudio que depende del amortiguamiento normal a las superficies.

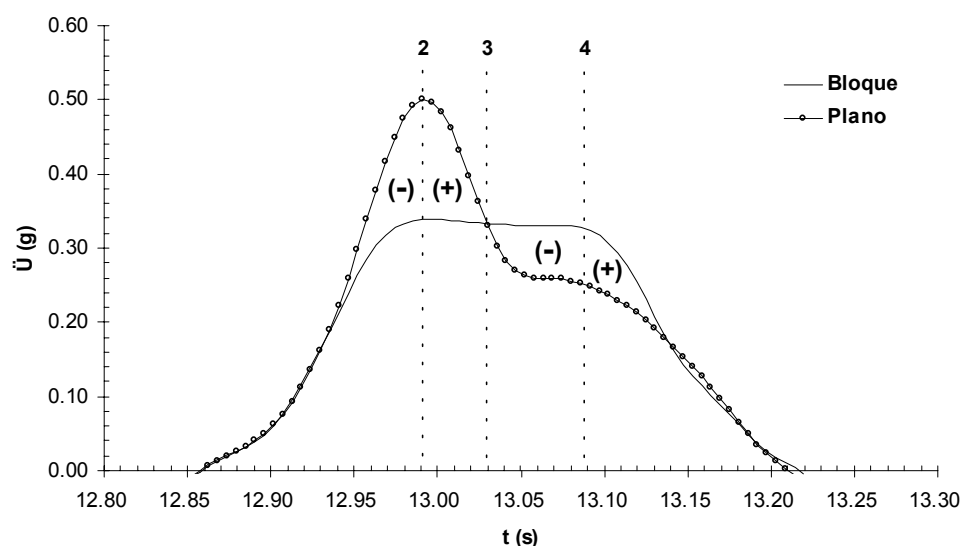
En las curvas velocidad-fricción mostradas en la figura 4-21 se observa que en el punto 2 la excitación comienza a cambiar de sentido provocando un cambio en la pendiente de la curva velocidad-fricción, llegando así a una relación creciente del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento. De acuerdo con Tolstoi, este cambio de pendiente puede atribuirse a un aumento en el amortiguamiento normal. Sin embargo, las características del modelo de bloque rígido utilizado en este estudio, permanecieron constantes durante todo el ensaye por lo que no es posible atribuir el cambio de pendiente a variaciones en las características del sistema, como por ejemplo el amortiguamiento normal de acuerdo con Tolstoi. Es probable que

el cambio de pendiente en la curva velocidad-fricción se deba a la inversión en el sentido de la excitación ya que es en este punto donde se da el cambio de pendiente en la curva velocidad-fricción (fig. 4-21). Este cambio de dirección hace que la superficie del plano de deslizamiento correspondiente al tramo 1-2 pase de regreso por la superficie del bloque rígido, alcanzando así la condición del experimento de Rajagopalan y Prakash [19] quienes atribuyen un aumento en el coeficiente de fricción debido a las anisotropías provocadas en la superficie debido al cambio de sentido en el deslizamiento. Al llegar al punto 3 la velocidad relativa alcanza su valor máximo y comienza a disminuir. La tendencia del coeficiente de fricción en este punto es de seguir aumentando, lo que invierte nuevamente la pendiente de la curva velocidad-fricción para tomar un valor negativo. Se observa en la figura 4-21 que el coeficiente de fricción alcanza su valor máximo en el punto 4, mismo que tiene una velocidad relativa menor a la máxima, la cual se localiza en el punto 3. Esto es un hecho importante ya que muestra que el coeficiente de fricción máximo no se localiza en el punto donde se alcanza la velocidad pico, como algunos autores suponen para encontrar una ley de variación del coeficiente de fricción con la velocidad. Tal es el caso de Constantinou *et al* [57], quienes propusieron una ley de variación del coeficiente de fricción con la velocidad relativa. Para obtener esta ley realizaron pruebas con un arreglo de una hoja de acero en medio de un par de hojas de teflón, haciendo deslizar la hoja de acero respecto del teflón, mientras este último permanecía fijo [56]. Las velocidades medidas durante la prueba en la hoja de acero eran relativas y absolutas por la configuración del equipo de prueba. La excitación fue senoidal y para construir la gráfica velocidad-fricción sólo tomaron el valor de la velocidad pico y el coeficiente de fricción asociado a ésta. El coeficiente de fricción lo obtenían de la división de la fuerza normal aplicada al teflón (medida con celdas de carga) y la fuerza de fricción necesaria para mover el actuador durante la prueba. Cambiaban de teflón y limpiaban la hoja de acero antes de cada prueba. Las gráficas de variación del coeficiente de fricción con la velocidad que obtuvieron de sus experimentos, muestran una pendiente positiva hasta un cierto valor de velocidad relativa a partir del cual el coeficiente de fricción permanece constante.

La figura 4-21 muestra que el valor máximo del coeficiente de fricción no se presenta junto con el valor máximo de velocidad relativa, por lo que las gráficas obtenidas por Constantinou y colaboradores pudieran no revelar el verdadero comportamiento del coeficiente de fricción durante una sollicitación senoidal. Esto trae implicaciones importantes ya que la ley que ellos propusieron tiene la finalidad de tratar de estimar la máxima aceleración que se transmitiría a una estructura con un aislador de base del tipo utilizado en sus experimentos, lo que significa que si el coeficiente de fricción se subestima de acuerdo con la ley propuesta por ellos, las aceleraciones transmitidas a la superestructura serían mayores a las calculadas con dicha ley, lo que puede implicar que las fuerzas sísmicas esperadas se subestimen. Esto demuestra que es importante conocer la variación del coeficiente de fricción a lo largo del ciclo de aceleraciones.

Se ha discutido sólo el desplazamiento positivo ya que para el negativo el comportamiento se repite. En la figura 4-23 se presenta el deslizamiento positivo del ciclo de aceleraciones donde se indica el signo de la pendiente de la curva velocidad-fricción en cada tramo. Al parecer estos cambios de pendiente se deben a la variación de la aceleración relativa más que de la velocidad, ya que si se trata de explicar en términos de velocidades, se tendrían 3 velocidades distintas en un mismo deslizamiento que provocan un cambio de pendiente. Esto se aprecia en la figura 4-21 donde se observa que la primera velocidad relativa en generar un cambio de pendiente en la curva es la correspondiente al punto 2, que es el punto de la aceleración relativa máxima (fig. 4-8). La pendiente se mantiene hasta llegar al punto 3 donde sufre un cambio nuevamente. Este punto corresponde a la velocidad relativa máxima y también

corresponde al punto donde la aceleración relativa es cero y donde comienza una fase en que la aceleración del bloque es mayor que la del plano de deslizamiento.



*Figura 4-23* Curvas de aceleración correspondientes al deslizamiento positivo del ciclo de aceleraciones. Los signos (-) y (+) indican la pendiente de la curva velocidad-fricción en el tramo indicado

Este nuevo cambio de pendiente se mantiene hasta llegar al punto 4 donde el valor de la velocidad relativa es mayor que en el punto 2 que originalmente dio lugar a la primera modificación de la pendiente. El punto 4 es el que tiene el mayor valor del coeficiente de fricción a lo largo del deslizamiento. Es en este punto donde la respuesta del bloque sufre una alteración drástica en la tasa de decremento hasta que coincide de nuevo con la aceleración del plano de deslizamiento y se llega al acoplamiento.

#### 4.2 Pruebas en superficies de deslizamiento inclinadas

Se realizaron tres tipos de pruebas inclinadas, siendo éstos los que se muestran en la tabla 4-2.

Tipo	Descripción
C)	Prueba con todos los elementos del sistema y 5° de inclinación
D)	Prueba con todos los elementos del sistema y 7.5° de inclinación
E)	Prueba con todos los elementos del sistema y 10° de inclinación

*Tabla 4-2* Tipos de pruebas inclinadas realizadas

Estos ensayos se realizaron para investigar el efecto de la inclinación en el coeficiente de fricción. Las ecuaciones planteadas para el caso horizontal se modificaron para incluir el efecto de la inclinación del plano de deslizamiento. Una vez obtenidas las ecuaciones para esta condición, se presentan los resultados obtenidos de los ensayos.

##### 4.2.1 Análisis cuantitativo

En el caso del bloque deslizando sobre un plano inclinado, la energía potencial del bloque no es constante sino que varía en el tiempo de acuerdo a la elevación del bloque respecto de un plano horizontal de referencia. Sin embargo, la energía potencial no se utiliza para que la

fuerza de fricción realice un trabajo, sino que la energía potencial se utiliza cuando la fuerza de gravedad ejerce un trabajo sobre el bloque, es decir, la energía potencial no es consecuencia del trabajo de la fuerza de fricción sino del trabajo hecho por la fuerza de gravedad, por lo que no debe considerarse en el balance de energías para obtener la disipación por fricción. Es por esto que se puede utilizar la ecuación 4-2 para este cálculo.

Así, aplicando el procedimiento mostrado en la sección 4.1.1, se obtuvo la figura 4-24 donde se muestra la energía disipada por fricción acumulada para las tres inclinaciones consideradas.

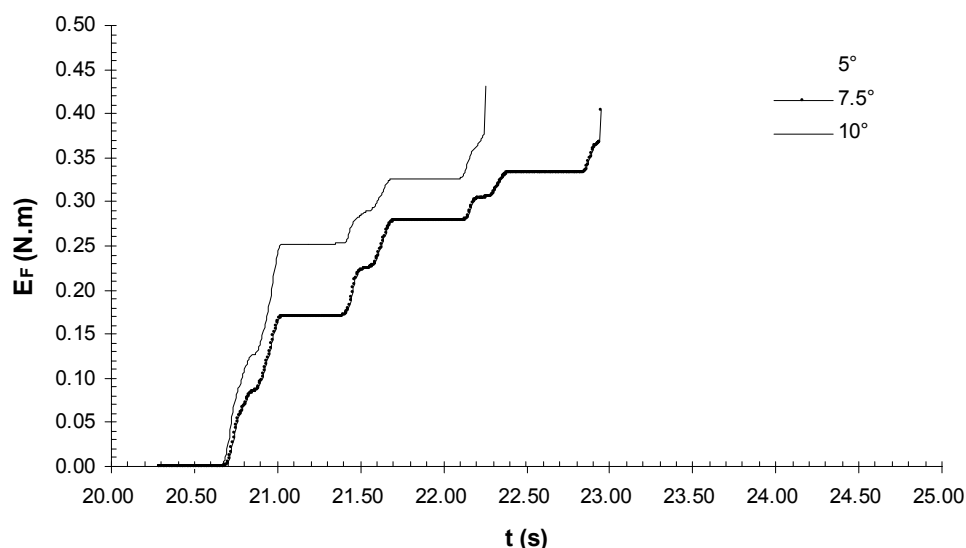


Figura 4-24 Energía de fricción acumulada para tres inclinaciones distintas

En esta figura cada escalón representa un deslizamiento relativo, cuya magnitud está relacionada con la cantidad de energía disipada por fricción. Se observa que a mayor inclinación, el número de deslizamientos disminuye mientras que la disipación de energía se hace mayor. Esto indica que al aumentar la inclinación, los deslizamientos son más grandes al igual que la disipación de energía por fricción. Esta tendencia concuerda con lo observado en taludes (o terraplenes) sometidos a carga sísmica, donde para igualdad de condiciones, los desplazamientos inducidos crecen con la pendiente del talud. Esto sucede debido a que la fuerza tangencial producto de la componente de la gravedad en dirección del deslizamiento, es mayor al aumentar la inclinación del talud. El aumento en esta fuerza produce una disminución en la aceleración de fluencia, como se observa en la figura 4-25 (a), en donde la línea B une las aceleraciones de fluencia para los tres acelerogramas mostrados, cada uno con una inclinación distinta. Por claridad, las gráficas se presentan con un desfase en el tiempo. Se observa que la pendiente de la línea B es negativa, lo que indica que la aceleración de fluencia disminuyó en cada ensayo al aumentar la inclinación del plano de deslizamiento. Otro efecto del aumento en la fuerza tangencial es el de provocar mayores desplazamientos en intervalos de tiempo más pequeños, como se observa en la figura 4-26, donde se muestran los desplazamientos relativos del bloque, sobre un plano inclinado, causado por la acción de la fuerza dinámica. Esto se traduce en mayores velocidades relativas como se aprecia en la figura 4-25 (b), donde se observa que la pendiente de la curva de velocidad del bloque durante el deslizamiento, disminuye con la inclinación del plano de deslizamiento. En la parte (c) de la figura 4-25 se muestran las velocidades relativas calculadas, las cuales confirman lo anteriormente dicho.



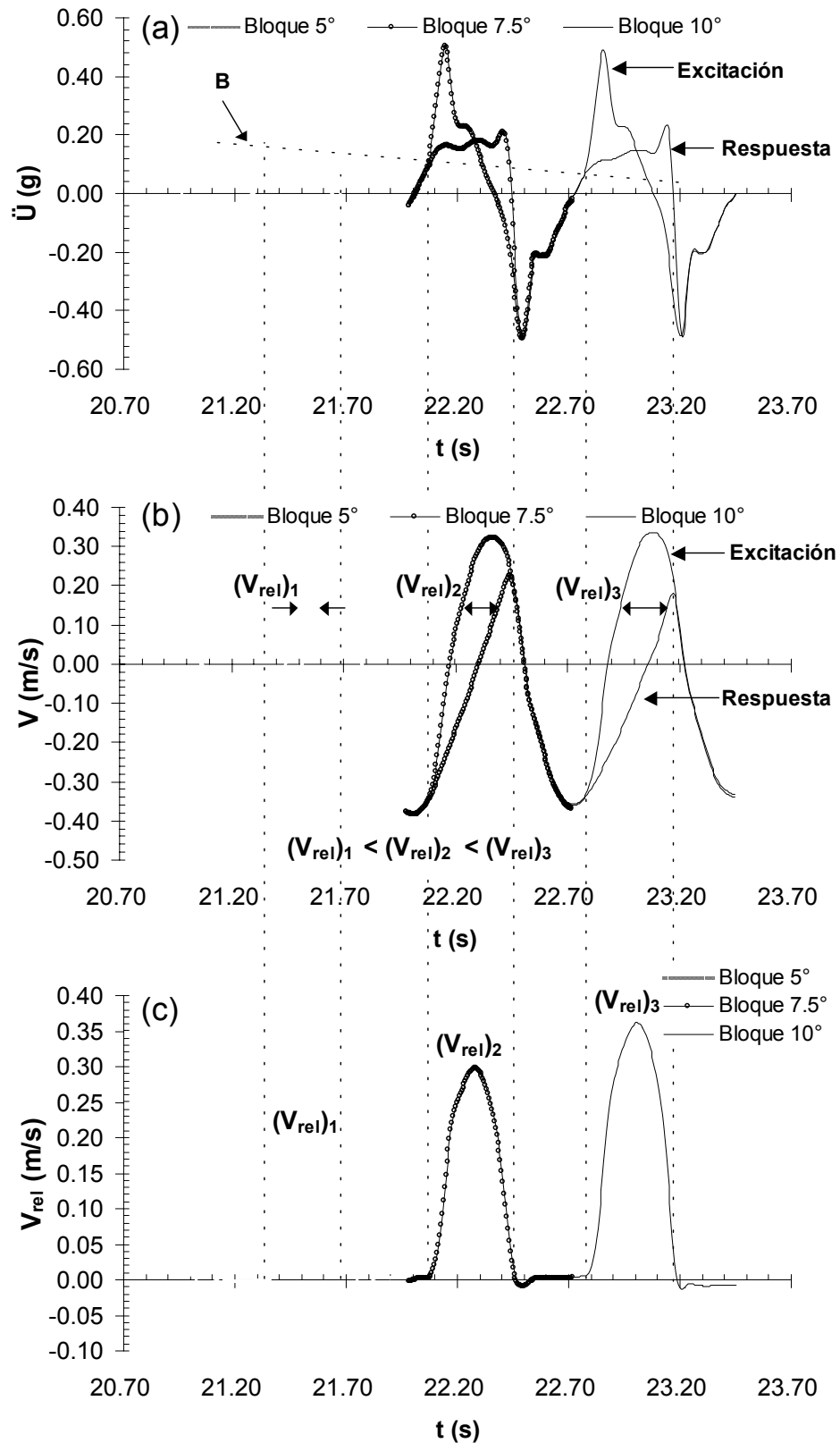


Figura 4-25 Aceleraciones, velocidades y velocidades relativas para las tres inclinaciones consideradas

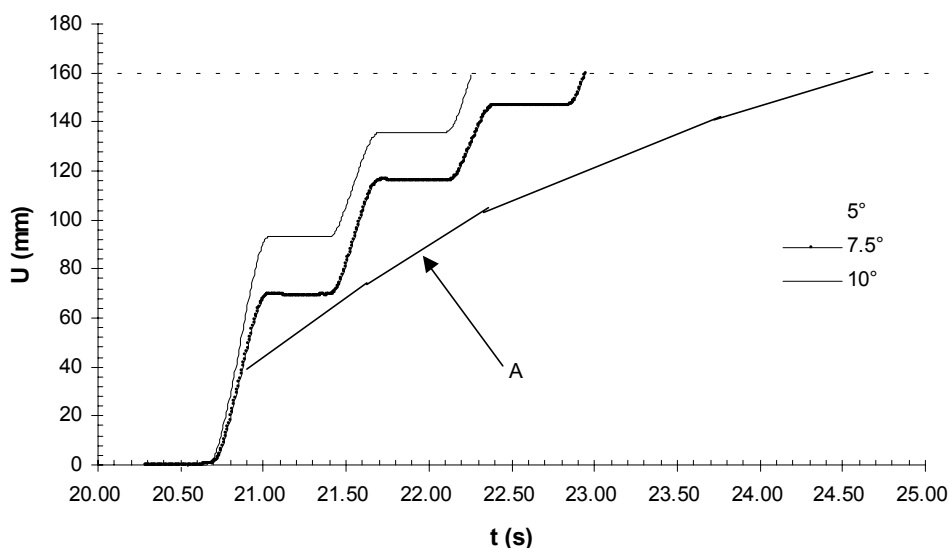


Figura 4-26 Desplazamientos relativos del bloque durante los ensayos inclinados

En la figura 4-26 se observa que durante los ensayos a  $5^\circ$  de inclinación, el bloque se desplazaba ligeramente en dirección cuesta arriba, como lo muestran los pequeños tramos de la curva con pendiente negativa. Para la inclinación de  $7.5^\circ$  este deslizamiento del bloque cuesta arriba, es imperceptible, y cero para mayores inclinaciones del plano. En la figura también se observa que el último ciclo de deslizamiento de los ensayos a  $7.5^\circ$  y  $10^\circ$  de inclinación, quedó inconcluso debido a que se alcanzó la distancia máxima que mide el LVDT antes de concluir el ciclo. La línea punteada en la figura 4-26 indica el valor máximo de esta distancia. En la figura es posible apreciar que la magnitud de los deslizamientos va disminuyendo. La línea muestra el cambio en el patrón del deslizamiento durante un ensayo a  $5^\circ$  de inclinación. Se observa que esta línea va teniendo cambios de pendiente a lo largo del deslizamiento del bloque, mostrando con la disminución de ésta, que los deslizamientos relativos van decreciendo. Se aprecia también que los patrones de deslizamiento para las otras inclinaciones son semejantes, aunque el fenómeno se desarrolla con mayor rapidez. De igual forma, se aprecia que la tasa de desplazamiento no crece linealmente proporcional con el ángulo de inclinación.

De los datos de la figura 4-24 es posible obtener los coeficientes de fricción durante cada ensayo siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.1.1. Estos coeficientes se presentan normalizados con el coeficiente estático en la figura 4-27, para cada una de las 3 inclinaciones consideradas. Se observa que el coeficiente de fricción aumenta a valores de hasta casi tres veces el estático. Esto sucede para la inclinación máxima utilizada, mientras que para las otras dos inclinaciones se observa de manera similar a la de  $10^\circ$ , que el coeficiente de fricción es mayor en el primer ciclo de deslizamiento y que va disminuyendo en los ciclos subsecuentes. Esto se resalta mediante las pendientes de las líneas A-A y B-B, que tienen valores negativos. Esto pareciera indicar que el coeficiente de fricción va decreciendo ciclo a ciclo para las inclinaciones de  $7.5^\circ$  y  $10^\circ$ , y que para el caso de la inclinación de  $5^\circ$ , el número de ciclos no afecta al coeficiente de fricción. En realidad lo que sucede es que a diferencia de un ensayo horizontal, en las pruebas inclinadas el bloque recorre toda la longitud de la superficie del plano de deslizamiento, pasando así por zonas fuera de la de ensayo, es decir, por zonas donde la condición de la superficie de madera es distinta a la zona de ensayo debido a que tiene menor desgaste. Además, es posible que la alineación de las guías unidireccionales colocadas sobre

el plano (fig. 3-3), sea distinta en esta zona, generando así una fricción adicional que se refleja en una menor diferencia entre el coeficiente de fricción dinámico y el estático.

Por lo anterior, el bloque requiere más ciclos en un ensaye a  $5^\circ$  de inclinación, respecto de uno de inclinación mayor, para llegar a la zona mencionada ya que los desplazamientos inducidos son más pequeños, como se observa en la figura 4-26. En la figura 4-29 se observa el fenómeno mencionado, donde se aprecia que el coeficiente de fricción dinámico también tiene la tendencia a separarse menos del estático, al igual que en las inclinaciones mayores. La línea B en la figura 4-29 muestra la disminución del coeficiente de fricción dinámico durante el ensaye.

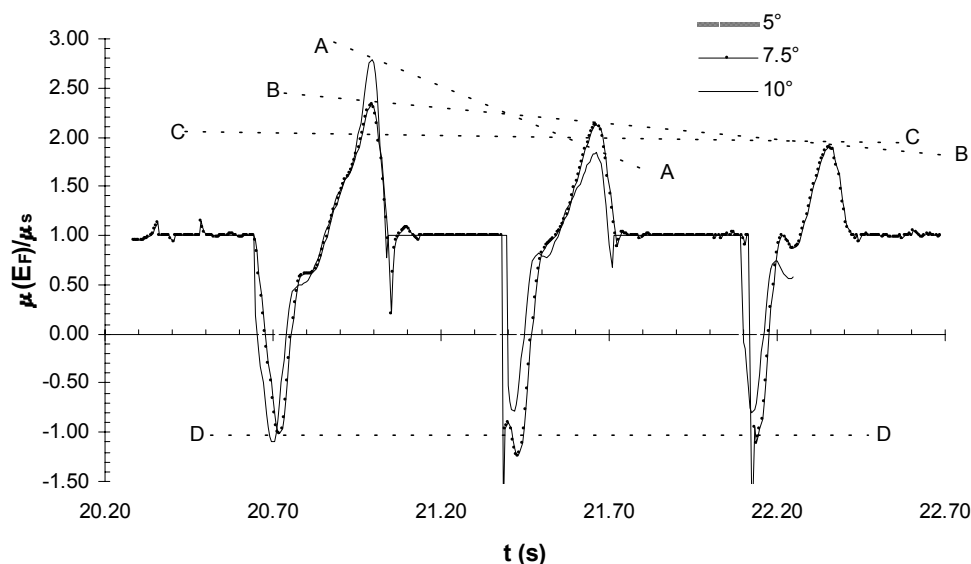


Figura 4-27 Coeficientes de fricción calculados de acuerdo a la disipación de energía mediante el procedimiento descrito en la sección 4.1.1

Como se mencionó anteriormente, la disminución gradual de la magnitud de los deslizamientos relativos se atribuye a condiciones posiblemente distintas de las guías sobre el plano de deslizamiento, lo que contribuye también a que debido a este fenómeno se produzca una menor diferencia entre el coeficiente de fricción dinámico y el estático, donde este último aumenta ciclo a ciclo debido al fenómeno mencionado. Para verificar que el fenómeno observado es atribuible a efectos de laboratorio, se realizaron ensayos para las tres inclinaciones consideradas, bajo las mismas condiciones de los anteriores, pero sin las guías en el plano de deslizamiento (ver fig. 3-3). Los desplazamientos relativos obtenidos se muestran en la figura 4-28, donde se observa que éstos son mayores en los ensayos sin guías, respecto de los ensayos con guías, revelando así que éstas inducen una fricción extra, como se mencionó anteriormente. Esto genera que el bloque requiera de un ciclo más para alcanzar la carrera total del LVDT (160 mm) cuando las guías están colocadas, como se observa en la figura 4-28 donde se aprecia que el bloque se desliza seis veces para alcanzar la distancia máxima, y cinco cuando las guías no están colocadas. También se aprecia, en el ensaye a  $5^\circ$  de inclinación en el plano de deslizamiento, que la magnitud de los deslizamientos es constante para cada ciclo, como se observa mediante la línea A que une a cada deslizamiento, la cual tiene una pendiente constante a diferencia de la línea B para el caso del ensaye con las guías colocadas. Se observa también que el primer deslizamiento en cada ensaye para todas las inclinaciones, es mayor a los deslizamientos subsecuentes. Esto se atribuye al efecto del desprendimiento del bloque, que provoca un pulso de energía cinética que se traduce en

mayores deslizamientos relativos. También puede decirse que se observa que los desplazamientos del bloque, cuesta arriba del plano de deslizamiento, van creciendo ciclo a ciclo durante el ensaye sin guías, contrariamente a lo que sucede durante la prueba con las guías colocadas en donde se observa que éstos disminuyen ciclo a ciclo.

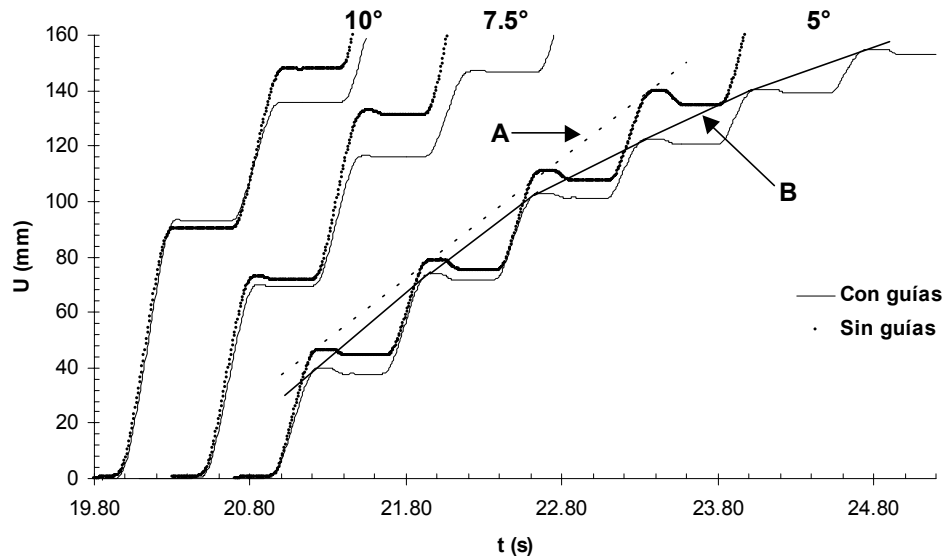


Figura 4-28 Deslizamientos relativos para ensayos con guías y sin guías

Es posible que esto suceda debido a condiciones locales de la madera del plano de deslizamiento, originadas por el desgaste de la misma. Se llegó a esta conclusión a partir del acelerograma del ensaye sin guías (no se presenta), en donde se observó que al entrar el bloque a la zona del plano de deslizamiento fuera del alcance del LVDT, la aceleración relativa entre el bloque y el plano, en el sentido cuesta arriba, disminuyó para los ciclos siguientes.

Los coeficientes de fricción calculados para el ensaye de  $5^\circ$  sin guías, se muestran en la figura 4-29 junto con los correspondientes al ensaye con las guías colocadas.

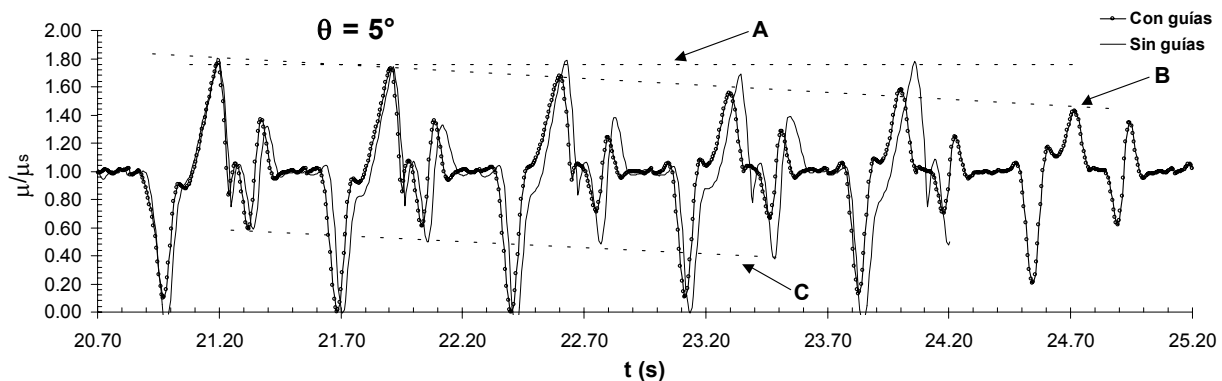


Figura 4-29 Historia de coeficientes de fricción para ensayos con guías y sin guías a  $5^\circ$  de inclinación

En la figura 4-29 se observa que la amplitud de la historia de coeficientes de fricción para el ensaye sin guías se mantiene constante en la parte superior, como lo indica la línea A que une

los puntos máximos. En el caso del ensaye con las guías colocadas se observa que la diferencia entre el coeficiente de fricción dinámico y estático se va haciendo menor cada vez debido al efecto de las guías en el plano de deslizamiento, como se menciona anteriormente. La línea C en la figura 4-29 muestra que el coeficiente de fricción dinámico disminuye ciclo a ciclo en el sentido cuesta arriba, lo cual concuerda con lo mencionado anteriormente sobre los desplazamientos en este sentido.

En la figura 4-30 se muestra el acelerograma para un ensaye a  $7.5^\circ$  de inclinación. En esta figura se observa cómo la aceleración de fluencia va aumentando durante cada ciclo de deslizamiento. El valor de la aceleración de fluencia viene dado por la ecuación 4-26 [59]:

$$\frac{\ddot{U}_y}{g} = \text{tg}(\phi - \theta) \quad (4-26)$$

donde  $\phi$  es el ángulo de fricción estática y  $\theta$  es el ángulo de inclinación del plano.

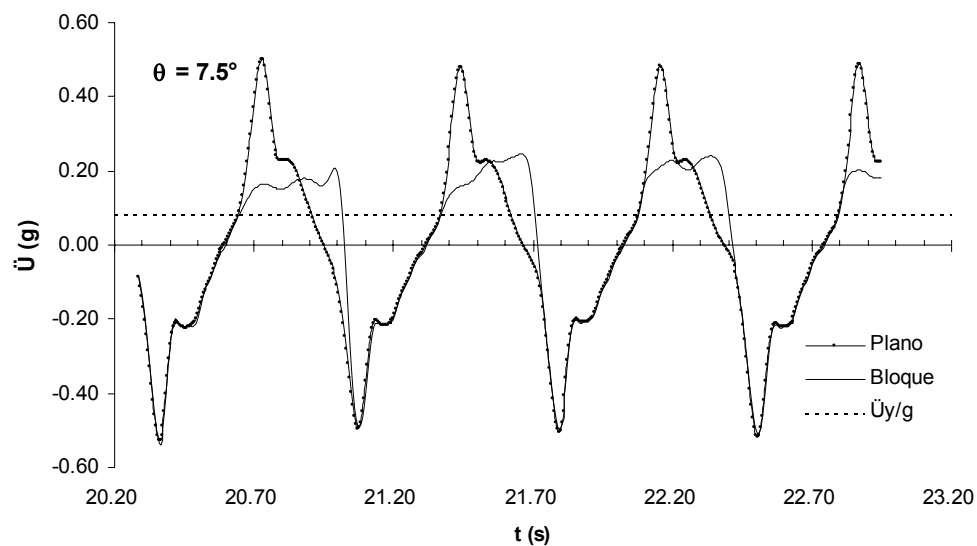


Figura 4-30 Acelerograma de un ensaye a  $7.5^\circ$  de inclinación

De acuerdo con la ecuación 4-26, el valor de la aceleración de fluencia para  $7.5^\circ$  de inclinación está dado por

$$\frac{\ddot{U}_y}{g} = \text{tg}(12 - 7.5) = 0.08$$

En la figura 4-30 se observa que para el primer ciclo, el valor dado por la ecuación 4-26 se cumple muy bien, mientras que éste va en aumento en los ciclos subsecuentes, siendo más notorio en el cambio del segundo al tercer ciclo. De acuerdo a la ecuación 4-26, el valor del ángulo de fricción estática debe aumentar ya que la inclinación del plano permanece constante a lo largo del ensaye. Así, el valor máximo del coeficiente de fricción estático presentado durante el ensaye mostrado en la figura 4-30 se obtiene al resolver la ecuación 4-26 para  $\phi$  y substituyendo  $\theta = 7.5^\circ$  y  $\ddot{U}_y/g = 0.1673$  obtenido de la figura 4-30 en el último ciclo:

$$\phi = \theta + \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\ddot{U}_y}{g} \right)$$

$$\phi_{\text{máx}} = 7.5 + \operatorname{tg}^{-1}(0.1673) = 16.64^\circ$$

$$\mu_s \approx 0.30$$

Este es un aumento del 50% en el coeficiente de fricción estático que era 0.20 durante el primer ciclo del ensaye. El aumento en la fricción provoca que haya menor diferencia entre el coeficiente de fricción estático y el dinámico, como se mencionó anteriormente. Para observar este hecho se toma el valor máximo de la relación  $\mu/\mu_s$  de la curva correspondiente a la inclinación de  $7.5^\circ$ , mostrada en la figura 4-27. Este valor es 1.90, y tomando  $\mu_s = 0.2$  obtenemos  $\mu = 0.38$ . El valor real del coeficiente de fricción estático correspondiente a la relación  $\mu/\mu_s = 1.9$ , es  $\mu_s = 0.30$ , obtenido del despeje de la ecuación 4-26. Normalizando nuevamente el coeficiente de fricción con  $\mu_s = 0.30$  se obtiene  $\mu/\mu_s = 1.27$ . Esta es una disminución del 33% respecto del valor de 1.9. Se observa que el coeficiente dinámico no difiere mucho del estático en esta parte del ensaye, generando así la disminución de los deslizamientos mostrada en la figura 4-26.

#### 4.2.1.1 Trabajo y energía

Para la aplicación del principio del trabajo y de la energía, considere el bloque rígido de masa  $m$  sometido a una excitación  $\ddot{U}_g$  que se muestra en la figura 4-31.

Si el bloque está en reposo, el coeficiente de fricción estático se obtiene del equilibrio límite de las fuerzas involucradas. Esto es, en el umbral del deslizamiento tenemos que

$$F_a = mg \operatorname{sen} \theta = F_F = mg \mu \cos \theta \quad (4-27)$$

Resolviendo 4-27 para  $\mu$  encontramos

$$\mu_s = \operatorname{tg} \theta \quad (4-28)$$

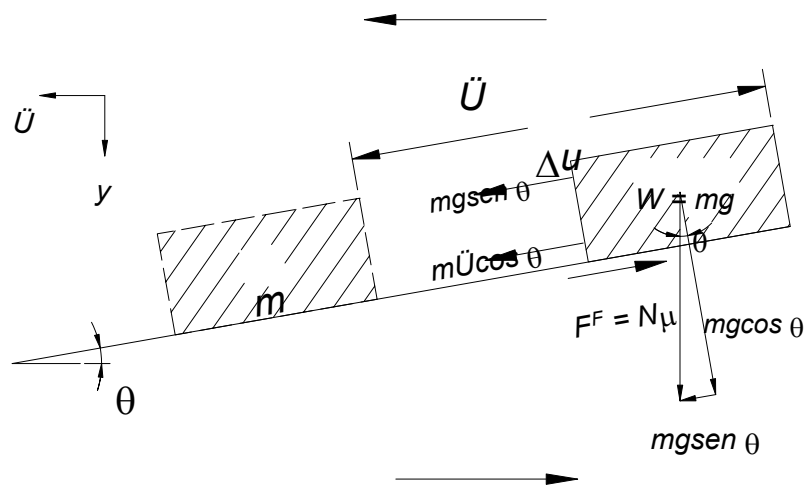


Figura 4-31 Diagrama de cuerpo libre de un bloque rígido deslizando sobre un plano inclinado

Cuando el bloque se somete a una excitación en la base inclinada, la fuerza normal no es constante sino que varía en el tiempo de acuerdo a la componente de la excitación normal al plano. La variación es la siguiente:

$$N = m(g \cos \theta + |\ddot{U}_g| \operatorname{sen} \theta \operatorname{sgn} \ddot{U}_g) \quad (4-29)$$

La fuerza actuante  $F_a$  y la de fricción  $F_F$  son las siguientes:

$$F_a = mg \operatorname{sen} \theta + m|\ddot{U}| \cos \theta \operatorname{sgn} \ddot{U}_g \quad (4-30)$$

$$F_F = m\mu(g \cos \theta + |\ddot{U}_g| \operatorname{sen} \theta \operatorname{sgn} \ddot{U}_g) \quad (4-31)$$

Para obtener la expresión de variación del coeficiente de fricción es necesario analizar el trabajo neto realizado sobre el bloque e igualarlo a la pérdida de energía cinética, como se hizo anteriormente (sección 4.1.1.1):

$$W_{\text{neto}} = F_a \Delta U - F_F \Delta U = \Delta K = \frac{m}{2} [(V_{\text{rel}}^2)_f - (V_{\text{rel}}^2)_i] \quad (4-32)$$

Sustituyendo 4-30 y 4-31 en 4-32 y resolviendo para  $\mu$  encontramos

$$\mu = \frac{F_a}{N} - \frac{(V_{\text{rel}}^2)_f - (V_{\text{rel}}^2)_i}{2Nm^{-1}|\Delta U|} \quad (4-33)$$

donde  $F_a$  y  $N$  están dadas por las ecuaciones 4-30 y 4-29 respectivamente. Se toma el valor absoluto del desplazamiento al igual que en la ecuación 4-15.

Se observa que la ecuación 4-33 conserva la forma original de la ecuación 4-13 en donde se tiene una parte estática y otra dinámica. Esto se aprecia del hecho de que la primera parte de la ecuación 4-33 se define como un coeficiente de fricción en la forma usual:  $\mu = F_F/N$ . De ahí que es posible concluir que la fuerza actuante ( $F_a$ ) en esta ecuación es la fuerza de fricción, y esto sólo se cumple mientras el bloque y el plano estén acoplados ya que cuando comienza el deslizamiento el valor de la fuerza de fricción difiere del de la fuerza actuante. Es por esto que el cociente  $F_a/N$  en la ecuación 4-33 representa al coeficiente de fricción estático  $\mu_s = \operatorname{tg} \phi$ .

La parte dinámica de la ecuación 4-33 se ve afectada por la inclinación del plano, lo cual se hace presente en la fuerza normal, calculada según la ecuación 4-29. Reescribiendo la ecuación 4-33 bajo estas consideraciones tenemos:

$$\mu = \mu_s - \frac{(V_{\text{rel}}^2)_f - (V_{\text{rel}}^2)_i}{2Nm^{-1}|\Delta U|} \quad (4-34)$$

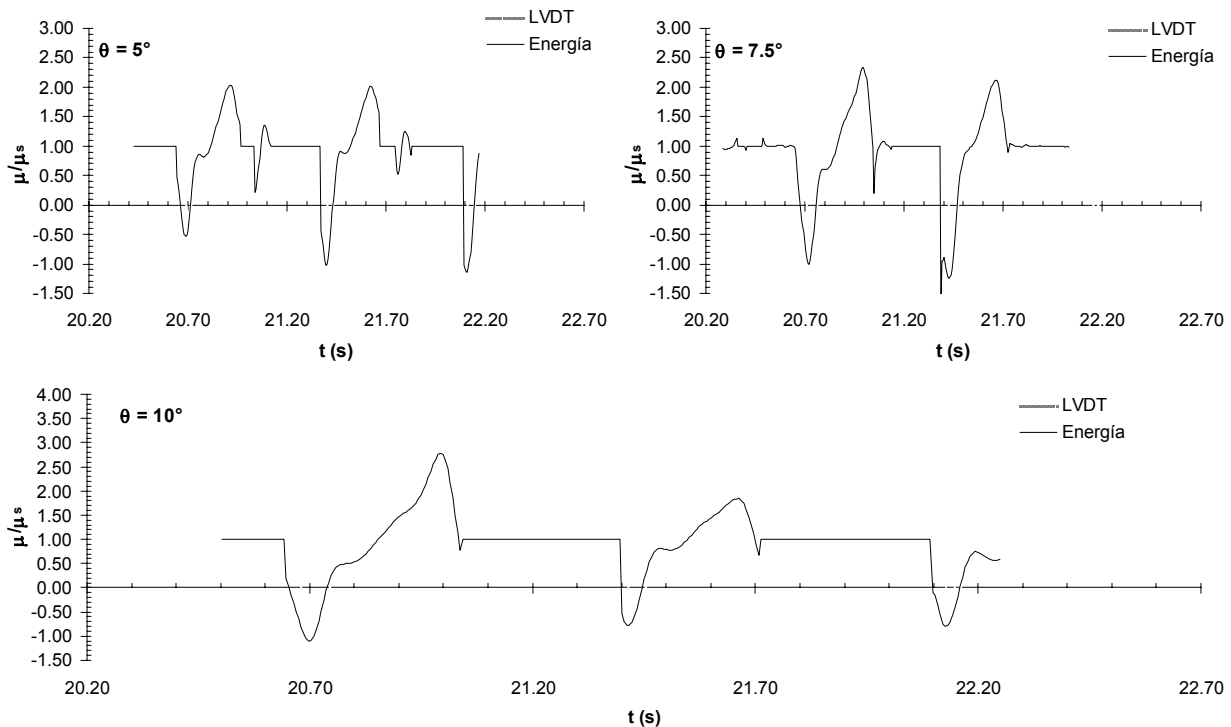
En esta ecuación se observa la congruencia con la ecuación 4-15 obtenida bajo el mismo principio del trabajo y la energía para un plano horizontal, ya que cuando el ángulo  $\theta$  vale cero

tenemos que según 4-29:  $N = m(g \cos \theta - |\ddot{U}| \sin \theta \operatorname{sgn} \ddot{U}_g) = mg$ . Sustituyendo en la ecuación 4-34 obtenemos lo siguiente:

$$\mu = \mu_s - \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2mgm^{-1}|\Delta U|} = \mu_s - \frac{(V_{rel}^2)_f - (V_{rel}^2)_i}{2g|\Delta U|}$$

que es idéntica a la ecuación 4-15.

Los valores del coeficiente de fricción calculados con la ecuación 4-34 se muestran en la figura 4-32 donde se comparan con los valores obtenidos de acuerdo a la pérdida de energía por fricción. En la figura se presentan las tres inclinaciones consideradas en este trabajo. Se observa que la ecuación 4-34 reproduce los resultados adecuadamente aunque con una cierta sobreestimación que se hace más marcada cuando el ángulo de inclinación aumenta.



**Figura 4-32** Comparación del coeficiente de fricción calculado con la ecuación 4-34 (LVDT) contra el obtenido mediante la energía por fricción (Energía), para distintas inclinaciones

En general esta sobreestimación está del lado de la seguridad, además no es muy grande. Sin embargo, se ve más acentuada en el primer ciclo de deslizamiento (hasta 30%), siendo menor en los ciclos siguientes (hasta 24%).

#### 4.2.2 Modelo de fricción en función de la aceleración relativa

En el caso del plano inclinado, la relación que existe entre la aceleración relativa y el coeficiente de fricción no es tan definida como en el caso horizontal, lo que genera un problema para la modelación del fenómeno. En la figura 4-33 se muestra la relación  $\mu$  vs  $(\ddot{U}_g - |\ddot{U}|)$  para el caso horizontal, junto con la relación supuesta para el modelo propuesto. Los coeficientes de



fricción que se muestran en esta figura son los obtenidos a partir de la energía disipada por fricción. Se observa que existe muy poca dispersión en la curva y que en general los puntos siguen el comportamiento señalado. Algunos puntos se alejan de la línea en la zona del coeficiente de fricción estático debido a que al acercarse al valor del coeficiente estático, los desplazamientos registrados por el LVDT son muy pequeños y muy distintos entre cada  $\Delta t$ , debido al ruido que registra el aparato, y al ser éstos el denominador en el cociente para obtener los coeficientes de fricción, se genera dispersión.

Debido a la buena concordancia entre las hipótesis y los resultados de laboratorio, fue posible modelar adecuadamente el fenómeno para el caso horizontal. Para el caso inclinado, la relación que existe entre los coeficientes de fricción y la aceleración relativa no es tan sencilla. En la figura 4-34 se muestra dicha relación para un ensaye con  $7.5^\circ$  de inclinación, observándose una naturaleza más compleja. Debido a esta dispersión no fue posible plantear un modelo en los términos en que se obtuvo para el caso horizontal. En lugar de idealizar la relación  $\mu$  vs  $(|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|)$ , se hizo un análisis de las fuerzas en la interfaz del bloque y el plano para obtener la variación del coeficiente de fricción.

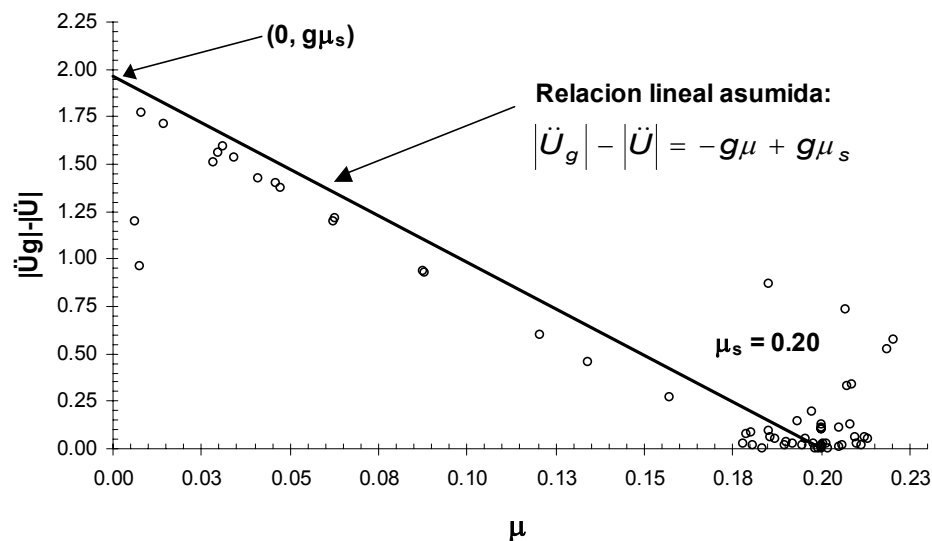


Figura 4-33 Relación entre el coeficiente de fricción y la aceleración relativa en un ensaye horizontal

En esta sección se incluyen los resultados obtenidos al plantear una relación  $\mu$  vs  $(|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|)$  similar a la del caso horizontal, así como los resultados del análisis de las fuerzas en la interfaz bloque-plano.

Para el desarrollo de la relación  $\mu$  vs  $(|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|)$  se hacen las mismas hipótesis que para el caso horizontal presentado en la sección 4.1.2, con un cambio en el valor de la aceleración relativa que lleva a cero el coeficiente de fricción. Para obtener el valor de la aceleración relativa con la que el coeficiente de fricción llega a cero, en el caso del plano inclinado es necesario considerar la componente de la gravedad en la dirección del deslizamiento. Para ilustrar esto, considere la figura 4-35.

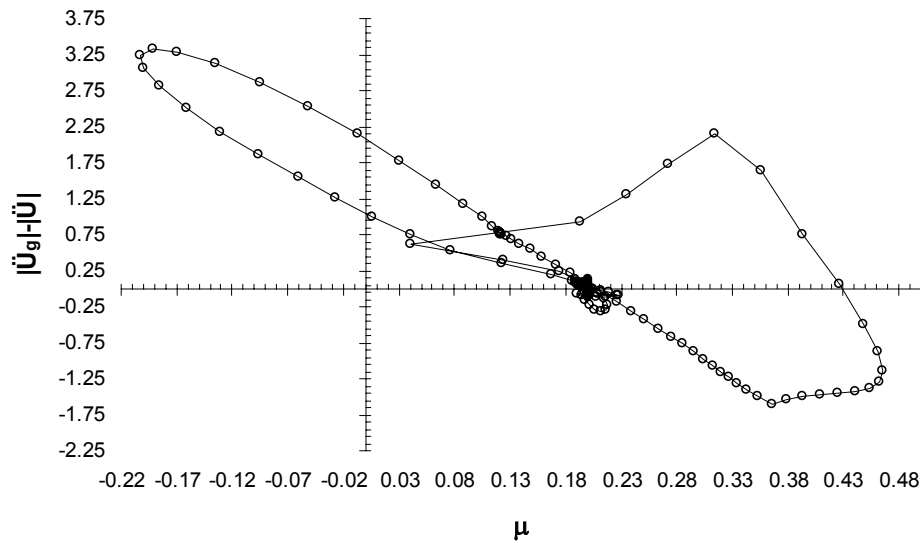


Figura 4-34 Relación entre el coeficiente de fricción y la aceleración relativa en un ensaye con  $7.5^\circ$  de inclinación

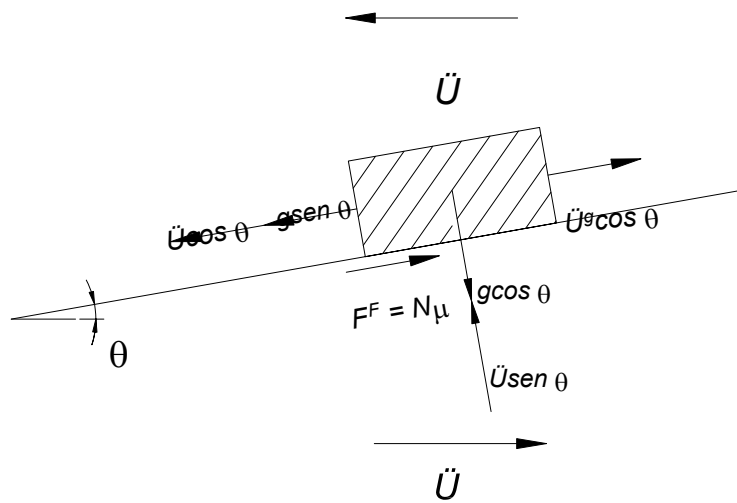


Figura 4-35 Diagrama de cuerpo libre del bloque rígido sobre el plano inclinado sometido a una aceleración horizontal en la base que produce un deslizamiento cuesta abajo

Haciendo un balance de fuerzas en la interfaz del bloque se tiene lo siguiente:

$$\frac{m\ddot{U}_g \cos \theta - m(\ddot{U} \cos \theta + g \operatorname{sen} \theta)}{mg \cos \theta} = \mu_s \quad (4-35)$$

Se considera que en el instante del deslizamiento la fuerza normal es constante e igual a  $mg \cos \theta$ . Resolviendo la ecuación 4-35 para  $\ddot{U}_g - \ddot{U}$  se obtiene:

$$\ddot{U}_g - \ddot{U} = g(\mu_s + \operatorname{tg} \theta) \quad (4-36)$$

El valor de  $\ddot{U}_g - \ddot{U}$  dado por la ecuación 4-36 es la ordenada al origen de la curva, para el caso del plano inclinado, equivalente a la figura 4-17. En la figura 4-36 se muestran las posibles variaciones para el caso del plano inclinado. Al igual que para el caso horizontal, se presenta solamente la variación lineal ya que los resultados fueron prácticamente los mismos que los obtenidos con la relación cuadrática. De acuerdo a esta figura, en seguida se presentan las ecuaciones que definen a la variación considerada.

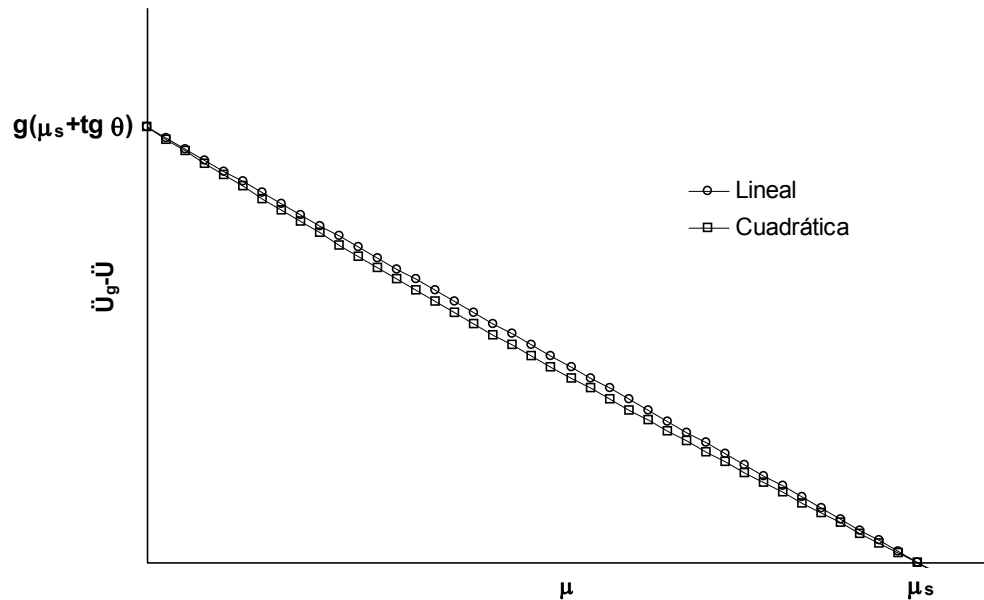


Figura 4-36 Posibles variaciones de la aceleración relativa con el coeficiente de fricción para el caso del plano inclinado

La ecuación de la línea recta mostrada en la figura 4-36 es de la forma

$$f(\mu) = m\mu + b \quad (4-37)$$

donde  $f(\mu) = \ddot{U}_g - \ddot{U}$  y  $\mu$  el coeficiente de fricción, es la variable independiente.

De la figura 4-36 se observa que la pendiente  $m$  de la recta que define la variación, es negativa y está dada por

$$\text{tg } \theta = m = -\frac{g(\mu_s + \text{tg } \theta)}{\mu_s} \quad (4-38)$$

El valor de la ordenada al origen es

$$b = g(\mu_s + \text{tg } \theta) \quad (4-39)$$

Sustituyendo 4-38 y 4-39 en 4-37 tenemos

$$f(\mu) = g(\mu_s + \text{tg } \theta) \left( 1 - \frac{\mu}{\mu_s} \right) \quad (4-40)$$

La ecuación 4-40 representa la variación lineal de la aceleración relativa con el coeficiente de fricción considerando la inclinación del plano. Resolviendo para  $\mu$ , aplicando las condiciones de frontera y sustituyendo  $f(\mu) = \ddot{U}_g - \ddot{U}$  encontramos

$$\mu = \mu_s \left( 1 - \frac{|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|}{g(\mu_s + \text{tg} \theta)} \right) \quad (4-41)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \mu_i, 0 \rangle$$

La ecuación 4-41 representa la variación del coeficiente de fricción en función del coeficiente estático y la aceleración relativa en la interfaz. Resolviendo esta ecuación para  $\ddot{U}$  encontramos

$$\ddot{U}(\mu) = \left[ |\ddot{U}_g| - g(\mu_s + \text{tg} \theta) \left( 1 - \frac{\mu}{\mu_s} \right) \right] \text{sgn} \ddot{U}_g \quad (4-42)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \ddot{U}(\mu)_i, \ddot{U}(\mu)_{i-1} \rangle$$

En la figura 4-37 se presentan los coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-41 junto con los calculados mediante la energía disipada por fricción para fines de comparación. En esta figura se observa que la aproximación del modelo va decreciendo con la inclinación del plano, sobre todo durante el primer ciclo en donde el valor calculado llega a ser solamente la mitad del valor esperado. La falta de aproximación del modelo con el aumento de la inclinación del plano se debe a que la relación  $\mu$  vs  $(|\ddot{U}_g| - |\ddot{U}|)$  produce resultados con mayor dispersión, de acuerdo con la figura 4-34. Es por esto que para inclinaciones pequeñas ( $5^\circ$  o menores) el modelo se comporta aceptablemente.

El primer ciclo de los ensayos con inclinaciones de  $7.5^\circ$  y  $10^\circ$  tiene una forma distinta al resto de los ciclos, como se aprecia en el acelerograma mostrado en la figura 4-30, correspondiente a un ensayo con el plano inclinado  $7.5^\circ$ . En esta figura se observa que en el primer ciclo de deslizamiento se presenta un pico en la aceleración del bloque justo antes de que ésta comience a descender abruptamente. Inmediatamente después de este pico la aceleración del bloque cae repentinamente con una pendiente casi vertical y no se iguala a la aceleración del plano sino hasta que ésta casi alcanza su máximo en el sentido negativo. En los ensayos con inclinación de  $10^\circ$  se presenta este pico en el primer ciclo, mientras que para la inclinación de  $5^\circ$  no se presenta. En la figura 4-38 se muestran los acelerogramas de ensayos con  $5^\circ$  y  $10^\circ$  de inclinación.

En la figura 4-38 se observa que el pico en la aceleración del bloque no se presenta para la inclinación de  $5^\circ$ , mientras que en el ensayo a  $10^\circ$  de inclinación se presenta en el primer ciclo y en el tercero aunque de menor magnitud. La presencia de estos picos y del no acoplamiento del bloque y el plano se atribuye a un efecto de desprendimiento o de arranque del bloque. De igual forma, en los ciclos subsecuentes, este fenómeno se presenta de nuevo debido a un aumento en el coeficiente de fricción estático dado los cambios en las condiciones de la superficie de deslizamiento (rugosidad, alineación de las guías, etc.), como se mencionó anteriormente. Este aumento se aprecia en el cambio en la aceleración de fluencia a lo largo de los ciclos de aceleración mostrados en las figuras 4-30 y 4-38, donde se aprecia que ésta va aumentando.

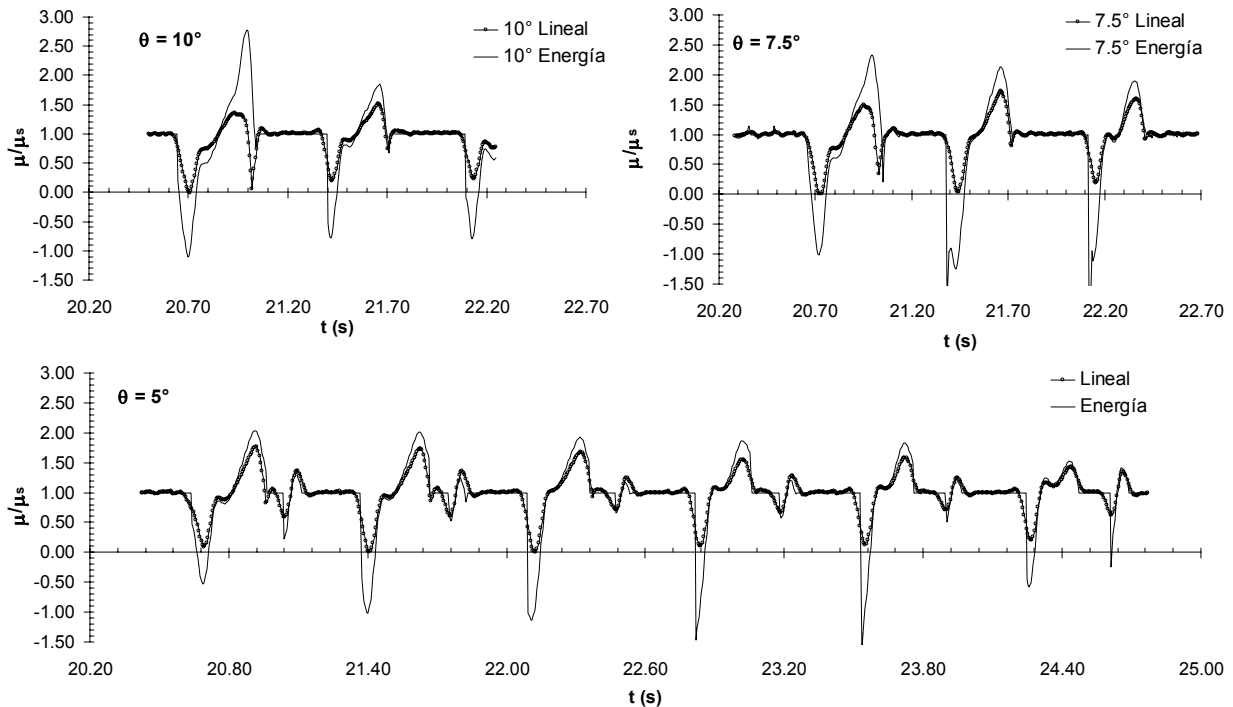


Figura 4-37 Coeficientes de fricción obtenidos de la variación lineal contra los calculados de la energía por fricción

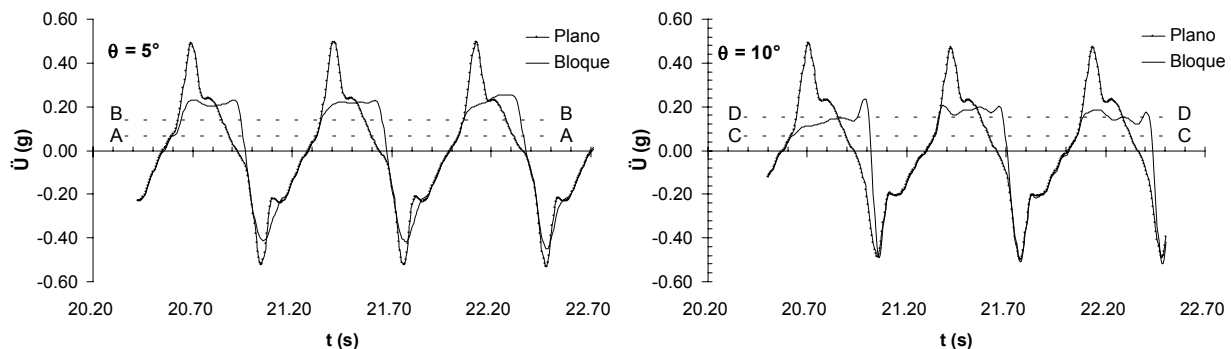


Figura 4-38 Acelerogramas de ensayos a 5 y  $10^\circ$  de inclinación

Comparando la figura 4-30 con la 4-38 se observa que el no acoplamiento es más marcado para la inclinación de  $10^\circ$ . Esto se debe a que la fuerza de gravedad ejerce mayor influencia debido a la misma inclinación del plano, esto es, la fuerza tangencial aumenta (ver fig. 4-25). Así, para la inclinación de  $5^\circ$  no es apreciable el desacoplamiento ni el pico en la aceleración del bloque aunque el coeficiente de fricción estático aumenta como se observa en las líneas A y B. La línea A indica el nivel de la aceleración de fluencia inicial que concuerda bastante bien con la calculada mediante la ecuación 4-26 (Seed y Goodman [59]), mientras que la línea B indica el aumento de la aceleración de fluencia para los ciclos siguientes. Para el caso de la inclinación de  $5^\circ$ , el aumento de la aceleración de fluencia es más lento debido a que la magnitud de los desplazamientos es pequeña comparada con las inclinaciones mayores, por lo que el bloque tarda más en llegar a las zonas de cambio de condición en la superficie de deslizamiento. De igual forma, la línea C indica la aceleración de fluencia inicial para el ensayo a  $10^\circ$  de inclinación, mientras que la línea D muestra el aumento de la aceleración de fluencia y

por lo tanto del coeficiente de fricción estático (ver sección 4.2.1 para una discusión al respecto). Cabe mencionar que Seed y Goodman [59] en sus investigaciones sobre la aceleración de fluencia, encontraron que ésta puede ir disminuyendo con el desplazamiento relativo en el caso de una interfaz de arena compacta con un cierto valor de ordenada al origen en el diagrama de esfuerzo normal vs esfuerzo cortante. Los resultados encontrados en esta tesis indican un aumento en la aceleración de fluencia sólo debido a las condiciones de ensaye, como se demostró anteriormente (sección 4.2.1). Además, las condiciones de los experimentos aquí presentados y los realizados por Seed y Goodman, son distintas ya que ellos ensayaron con suelos granulares secos, mientras que en esta tesis se trabajó con una interfaz de madera, la cual mantiene unas características friccionantes relativamente más estables que las de un suelo granular seco.

Es probable que la variación lineal supuesta no reproduzca adecuadamente la forma del coeficiente de fricción en las zonas donde se presenta este efecto de arranque o desprendimiento al inicio del deslizamiento o al aumento del coeficiente de fricción estático. Esto se debe a que en las hipótesis se planteó que el coeficiente de fricción estático era constante. Debido a estas limitantes y a la simplificación hecha en la relación  $\mu$  vs  $(\ddot{U}_g - |\dot{U}|)$ , el modelo no reproduce adecuadamente la variación del coeficiente de fricción, lo que se ve reflejado en la energía acumulada disipada por fricción, como se muestra en la figura 4-39.

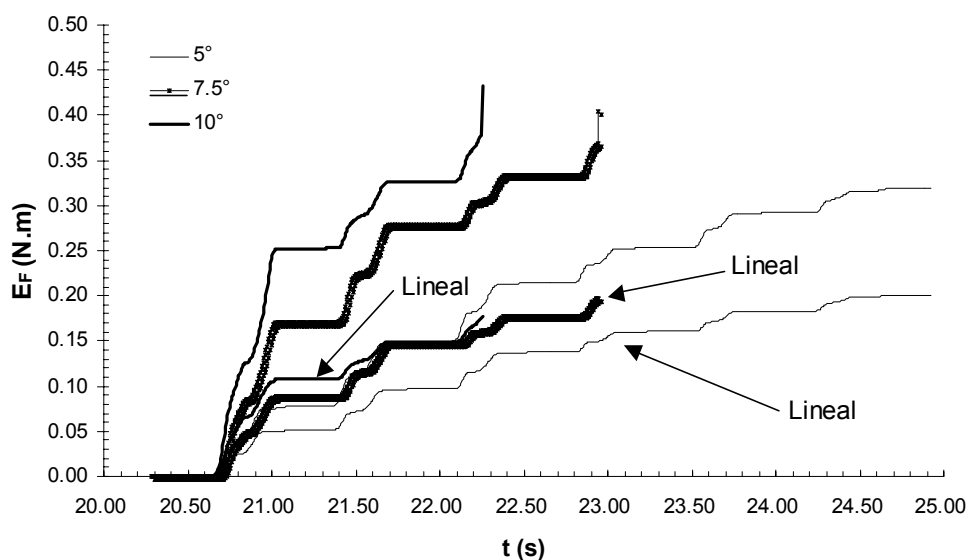


Figura 4-39 Energía acumulada disipada por fricción para distintas inclinaciones

En esta figura se aprecia nuevamente que a mayor inclinación, menor es la aproximación del modelo. Las curvas que representan la acumulación de energía disipada durante un ensaye con la misma inclinación, tienen el mismo tipo de serie sólo que a la que se obtuvo con el modelo se marca con la palabra lineal, mientras que la curva homóloga se calculó con el método de la sección 4.2.1 (energía disipada por fricción). Se observa que la separación entre las curvas calculada (modelo lineal) y real (energía por fricción), es mayor al aumentar el ángulo de inclinación.

La respuesta del bloque obtenida con la ecuación 4-42 tampoco es satisfactoria, como se muestra en la figura 4-40.

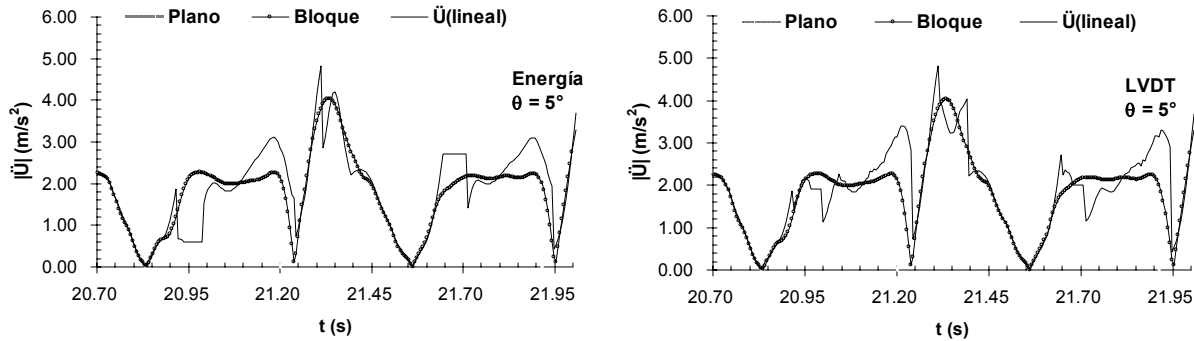


Figura 4-40 Respuesta del bloque calculada mediante el modelo de variación lineal [ $\ddot{U}(\text{lineal})$ ] utilizando los coeficientes de fricción obtenidos mediante el principio del trabajo y la energía (LVDT) y los obtenidos mediante la disipación de energía por fricción (Energía). La serie *plano* es la excitación y *Bloque* es la respuesta de laboratorio para un ensaye con  $5^\circ$  de inclinación.

En esta figura se muestran los valores absolutos de la respuesta del bloque para evitar los signos de las aceleraciones. Se aprecia que a diferencia del cálculo homólogo hecho para el caso horizontal (fig. 4-19), la respuesta obtenida no representa satisfactoriamente a la medida en el laboratorio. Se tomaron los resultados de un ensaye a  $5^\circ$  de inclinación ya que es donde el modelo representa mejor al coeficiente de fricción. En esta figura es posible apreciar que la respuesta del bloque se reproduce mejor con los coeficientes de la serie LVDT que con los de la serie Energía; sin embargo, la magnitud de la respuesta calculada es 50% mayor que la de laboratorio.

La diferencia en la respuesta calculada mediante dos variaciones de coeficientes de fricción muestra la dependencia de la misma ante pequeños cambios en la fricción. Esto indica la importancia del coeficiente de fricción en la transferencia de aceleraciones hacia el bloque rígido. Si en lugar de un bloque rígido se tuviera un cuerpo flexible, el coeficiente de fricción tendría un papel importante en el comportamiento dinámico del mismo, ya que su variación dictaría la forma y magnitud de la aceleración transmitida a la estructura.

Se observa que la respuesta calculada mediante el modelo de variación lineal no es enteramente satisfactoria. Sin embargo, los coeficientes de fricción obtenidos para inclinaciones pequeñas representan adecuadamente la variación de éstos, por lo que es posible utilizar la ecuación 4-44 con inclinaciones de  $5^\circ$  hacia abajo.

#### 4.2.2.1 Análisis de fuerzas en la interfaz

De la figura 4-35 tenemos que la fuerza de fricción viene dada por

$$m\ddot{U}_g \cos \theta - m(\ddot{U} \cos \theta + g \sin \theta) = N\mu \quad (4-43)$$

donde la fuerza normal,  $N$ , se obtiene de la ecuación 4-29.

Resolviendo la ecuación 4-43 para  $\mu$  encontramos lo siguiente:

$$\mu = \frac{(\ddot{U}_g - |\ddot{U}|) \cos \theta - g \sin \theta}{Nm^{-1}} \quad (4-44)$$

Al graficar los resultados obtenidos con la ecuación 4-44 para un ensaye de  $5^\circ$  de inclinación, se encontró lo que se muestra en la figura 4-41.

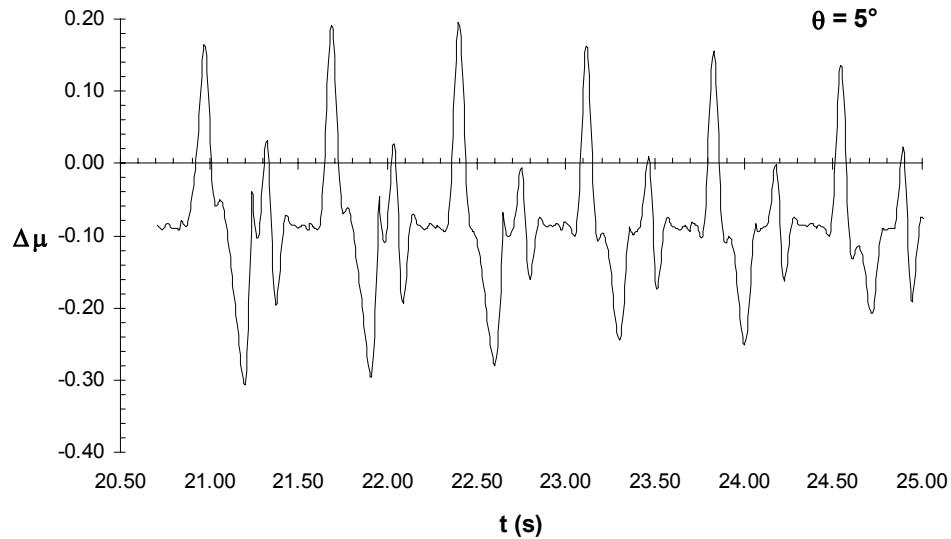


Figura 4-41 Coeficientes de fricción obtenidos con la ecuación 4-44 para un ensaye con  $\theta = 5^\circ$

En esta figura se observa que los resultados obtenidos son negativos en gran parte y que además no toman el valor del coeficiente de fricción estático, por lo que se concluyó que el valor encontrado mediante la ecuación 4-44 es un  $\Delta\mu$  como en el caso de la aplicación del principio del trabajo y de la energía, expresado así en la ecuación 4-13. Entonces es necesario completar la ecuación 4-44 para obtener una expresión para evaluar correctamente el coeficiente de fricción. Para esto es necesario encontrar el valor de la aceleración relativa que lleva a cero el coeficiente de fricción. Para lograrlo se recurrió a los datos experimentales de donde se tomó directamente el valor de la aceleración relativa utilizando los coeficientes de fricción calculados mediante la energía disipada por fricción. Se observó que para el caso inclinado este valor es distinto del  $g\mu_s$  del caso horizontal, por lo que no es posible sustituir el  $\Delta\mu$  expresado mediante 4-44 en la ecuación 4-13, ya que el valor de la aceleración normalizada en g que lleva a cero el coeficiente de fricción, es distinto de  $\mu_s$  cuando hay inclinación. Lo que se encontró en los datos experimentales es que el valor límite de la aceleración relativa viene dado por

$$\left( \ddot{U}_g - |\ddot{U}| \right)_{\text{lim}} = g(\mu_s - \text{tg}\theta) \quad (4-45)$$

Una vez obtenido este valor límite fue posible plantear una ecuación homóloga a la 4-13 del caso horizontal, la ecuación es la siguiente:

$$\mu = \mu_s - \text{tg}\theta - \Delta\mu \quad (4-46)$$

donde  $\Delta\mu$  viene dado por la ecuación 4-44.

Finalmente, sustituyendo 4-44 en 4-46 se obtiene la ecuación del coeficiente de fricción para el caso inclinado:



$$\mu = (\mu_s - \text{tg}\theta) - \frac{(|\ddot{U}_g| - |\dot{U}|)\cos\theta - g \text{sen}\theta}{Nm^{-1}} \quad (4-47)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \mu_i, 0 \rangle$$

La condición mostrada en la ecuación 4-47 es para eliminar los coeficientes de fricción negativos que aparecen debido al proceso numérico.

De la ecuación 4-47 es posible despejar la aceleración de respuesta del bloque:

$$\ddot{U} = \left[ |\ddot{U}_g| - \frac{N(\mu_s - \mu - \text{tg}\theta)}{m \cos\theta} - g \text{tg}\theta \right] \text{sgn} \ddot{U}_g \quad (4-48)$$

$$\mu_i > 0 \Rightarrow \langle \ddot{U}_i, \ddot{U}_{i-1} \rangle$$

Si se omite la función signo en la ecuación 4-48 lo que se obtiene es el valor absoluto de la respuesta.

En la figura 4-42 se presentan los coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-47 contra los coeficientes de fricción obtenidos de la energía disipada por fricción, para distintas inclinaciones.

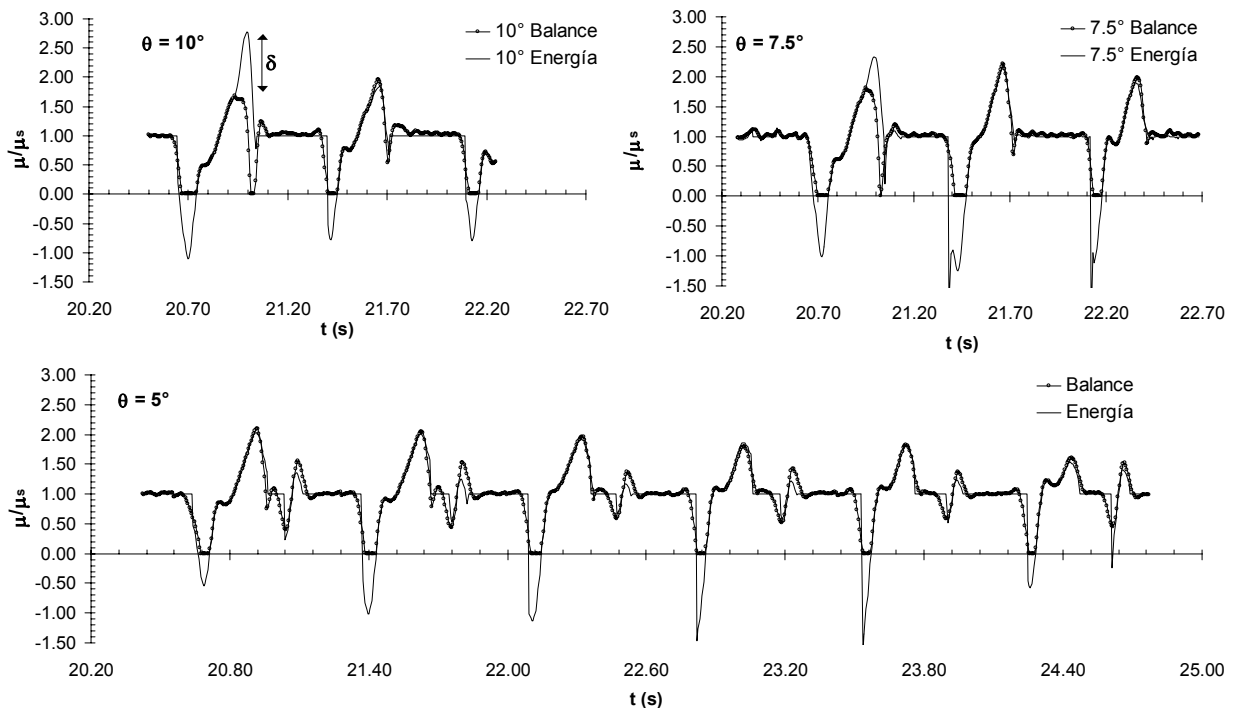
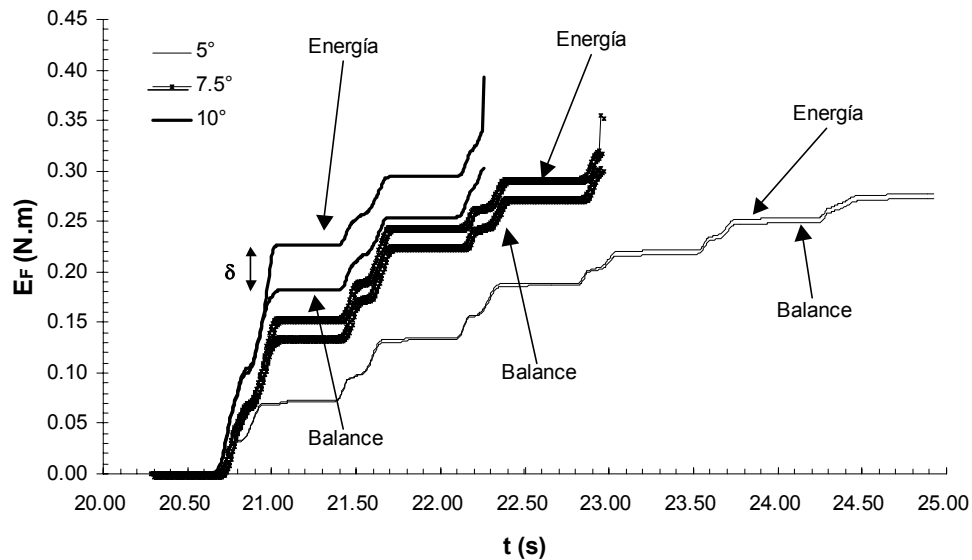


Figura 4-42 Coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-54 para distintas inclinaciones

En esta figura se observa que la ecuación 4-47 reproduce adecuadamente el comportamiento del coeficiente de fricción obtenido del laboratorio (energía de fricción), aunque para el primer ciclo de deslizamiento, los coeficientes calculados siguen estando por debajo de las mediciones, aunque en menor magnitud respecto de los modelos anteriores. En la figura 4-43

se presenta la acumulación de energía disipada por fricción, calculada con los coeficientes obtenidos de la ecuación 4-47 contra las energías calculadas con los coeficientes de laboratorio.



*Figura 4-43* Acumulación de energía disipada por fricción. Las curvas marcadas como balance corresponden a las obtenidas mediante los coeficientes calculados con la ecuación 4-47 para distintas inclinaciones. Las curvas marcadas como energía corresponden a las calculadas mediante los coeficientes de fricción de laboratorio (obtenidos a partir de la energía disipada por fricción)

En la figura se observa que la ecuación 4-47 representa mejor el fenómeno observado ya que la diferencia en energía acumulada es pequeña. Se observa que las curvas están desfasadas por un valor  $\delta$  que al parecer es constante a lo largo de la curva. Esta constante es la que se marca en la figura 4-42 como la diferencia entre los coeficientes de fricción de la ecuación 4-47 y los de laboratorio. Esta diferencia se hace mayor al incrementarse la inclinación del plano, debido a que no se reproduce adecuadamente el coeficiente de fricción durante el primer ciclo en los ensayos en donde se presenta un desacoplamiento como el mostrado en la figura 4-38. Este desacoplamiento provoca un repunte en el coeficiente de fricción que no se logra reproducir adecuadamente al considerar las aceleraciones. Los coeficientes de laboratorio fueron obtenidos a partir de la energía disipada por fricción, y ésta fue obtenida a partir de la velocidad relativa entre el bloque y el plano, por lo que es probable que para lograr reproducir estos picos en los coeficientes de fricción, sea necesario considerar a la velocidad relativa en lugar de la aceleración relativa o junto con ésta. Esto es probable ya que la velocidad, al obtenerse por integración de las aceleraciones, trae implícito el desglose de la aceleración, al componerse ésta de aceleración cinética, por efecto de la gravedad y por efecto de arranque o desprendimiento.

En la siguiente sección se presenta un ajuste empírico hecho para tratar de reproducir los picos en los coeficientes de fricción que se presentan en algunos ciclos de deslizamiento.

Respecto de la respuesta del bloque calculada con la ecuación 4-48, en la figura 4-44 se presenta la respuesta del bloque utilizando los coeficientes de fricción de laboratorio (Energía)

y los obtenidos mediante el principio del trabajo y la energía (LVDT), para distintas inclinaciones.

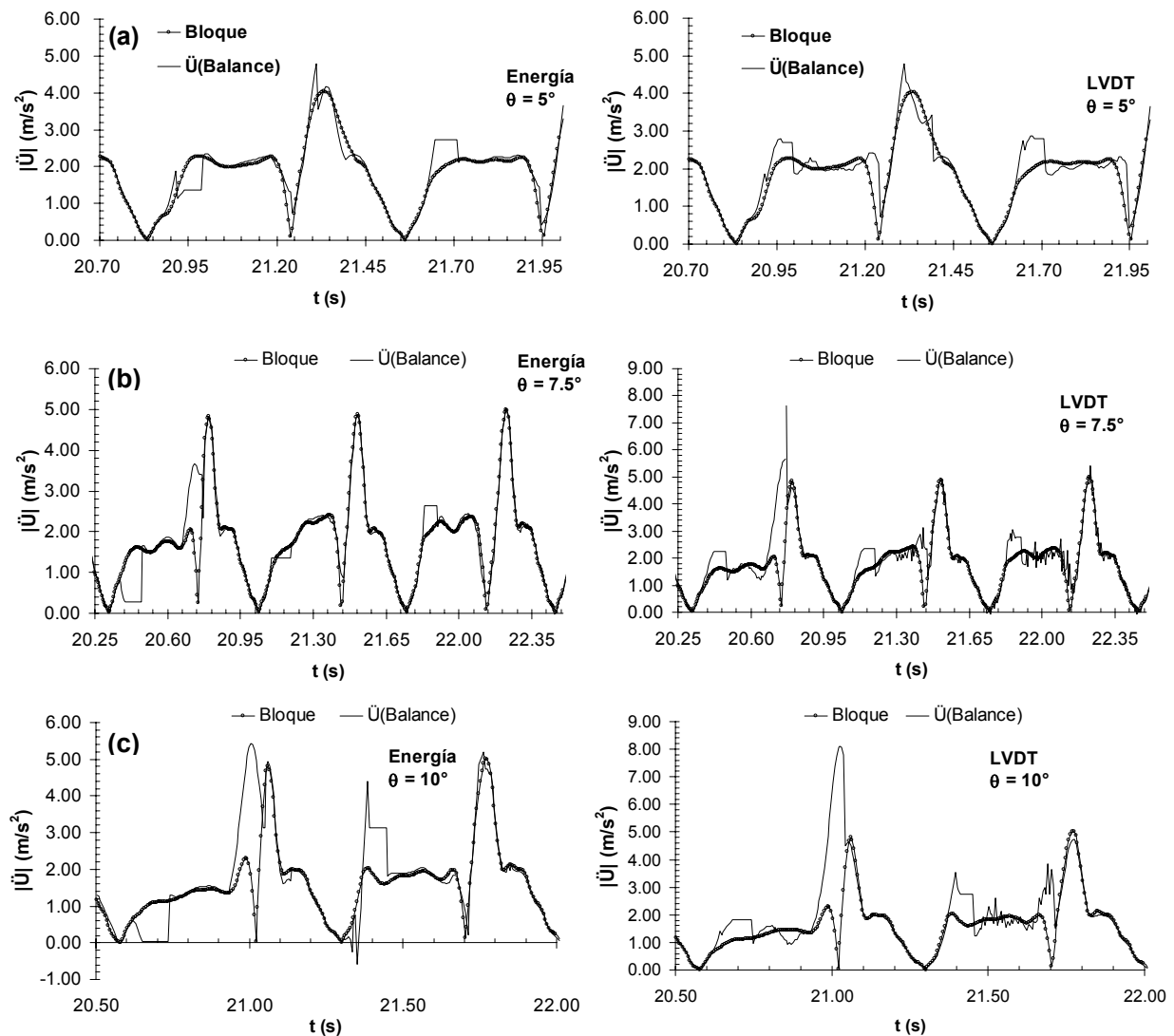


Figura 4-44 Respuesta del bloque calculada con los coeficientes de fricción de laboratorio (serie Energía) y los obtenidos mediante el principio del trabajo y la energía (serie LVDT), para distintas inclinaciones

En esta figura se observa que la respuesta calculada mejoró respecto de los modelos anteriores. Sin embargo, se aprecia que en los ensayos con inclinaciones de 7.5 y 10° el pico en el coeficiente de fricción sigue provocando un salto en la aceleración de respuesta. También se aprecia que al inicio del deslizamiento no se reproduce adecuadamente la aceleración. Esto se debe a que la respuesta del bloque es muy sensible a la tasa de variación del coeficiente de fricción cuando éste desciende del valor estático al inicio del deslizamiento. Así, al tener una pendiente abrupta, se generan los escalones observados. En la figura 4-29 se observa la diferencia en dichas pendientes para los coeficientes de laboratorio y los del trabajo y la energía. Se aprecia que estos últimos presentan una transición más suave, por lo que la respuesta mostrada en la figura 4-44 es más satisfactoria respecto de la serie *Energía*.

### 4.2.3 Variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento

Al igual que para el caso horizontal (sección 4.1.3), se presentan las gráficas de variación del coeficiente de fricción con la velocidad. Se muestran los casos de 5 y 10° de inclinación en las figuras 4-45 y 4-46 respectivamente.

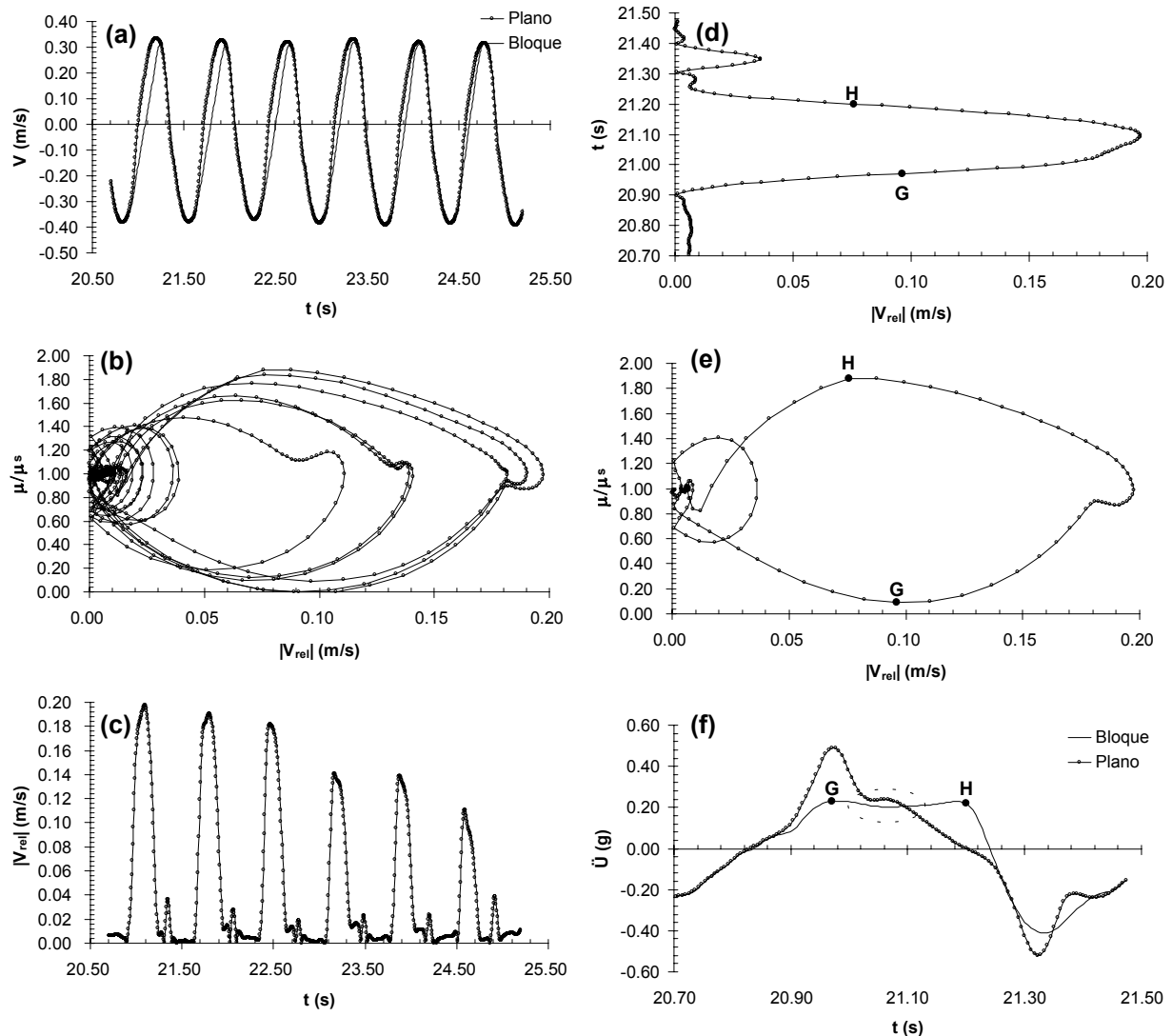


Figura 4-45 (a) Historia completa de velocidades, obtenida por integración del acelerograma. (b) Coeficiente de fricción normalizado vs el valor absoluto de la velocidad relativa. (c) Valor absoluto de la velocidad relativa en el tiempo. (d) Valor absoluto de la velocidad relativa en el tiempo para un ciclo de deslizamiento. (e) Coeficiente de fricción normalizado vs valor absoluto de la velocidad Relativa. (f) Ciclo de aceleraciones en el tiempo. Inclinación de 5°

En la parte (a) de la figura 4-45 se observa cómo la separación de las curvas de velocidades del bloque y del plano va disminuyendo en el tiempo. Esto se debe a que el bloque se va desplazando menos, según se indicó en la sección 4.2.1. Esto se refleja en la historia de velocidad relativa mostrada en la parte (c), donde se aprecia cómo va disminuyendo en magnitud. La parte (b) presenta la variación del coeficiente de fricción a lo largo del deslizamiento durante todo el ensaye.

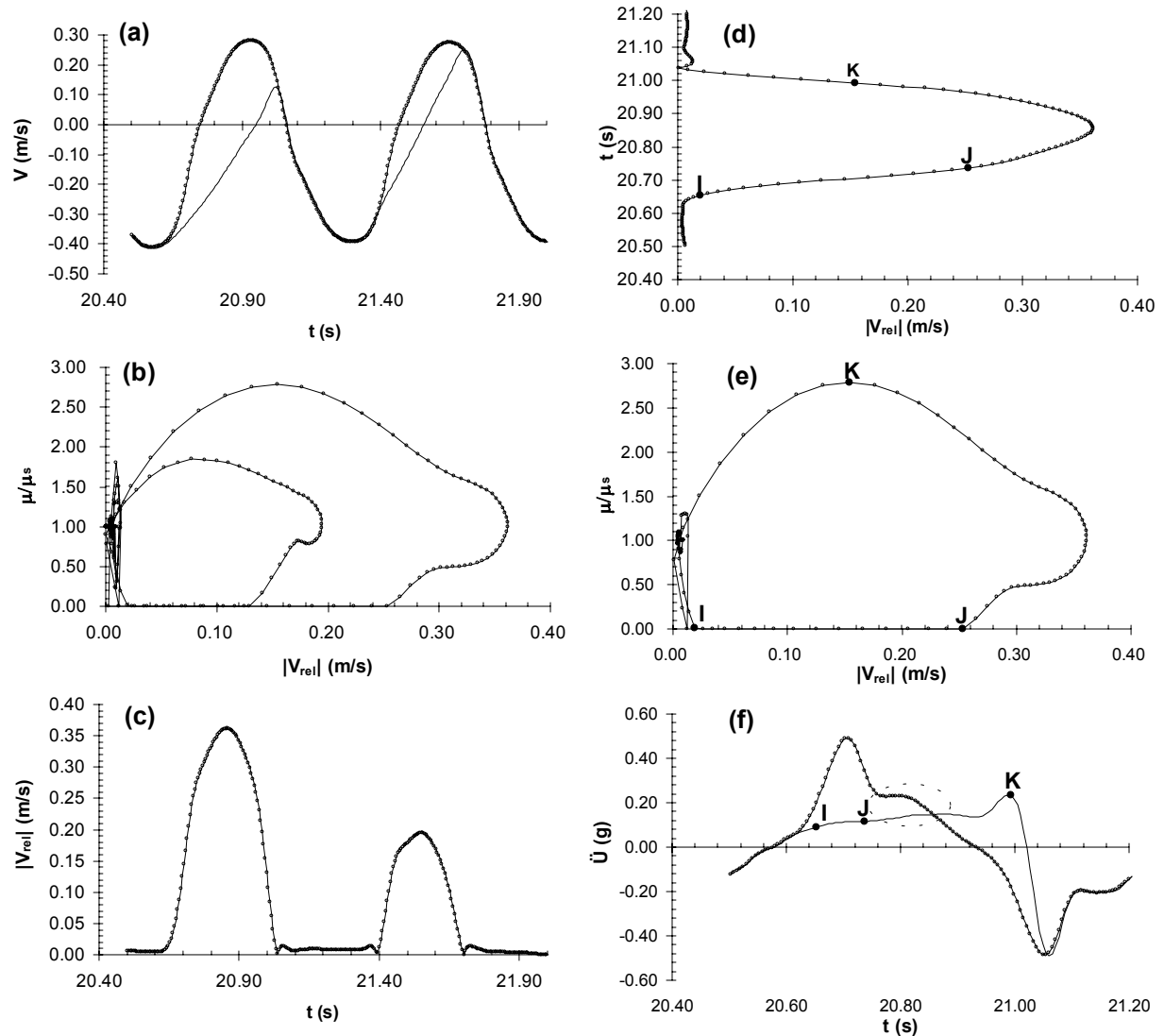


Figura 4-46 (a) Historia completa de velocidades, obtenida por integración del acelerograma. (b) Coeficiente de fricción normalizado vs el valor absoluto de la velocidad relativa. (c) Valor absoluto de la velocidad relativa en el tiempo. (d) Valor absoluto de la velocidad relativa en el tiempo para un ciclo de deslizamiento. (e) Coeficiente de fricción normalizado vs valor absoluto de la velocidad Relativa. (f) Ciclo de aceleraciones en el tiempo. Inclinación de  $10^\circ$

Se aprecia que la forma de la figura 4-45 es similar a la del caso horizontal (fig. 4-21), con algunas diferencias. En el caso horizontal el lazo formado por el deslizamiento en sentido negativo, que corresponde al sentido cuesta arriba en el caso inclinado, es mayor que el lazo para el sentido positivo. En la figura 4-45 (e) esto es al revés ya que el lazo pequeño que se observa, es el correspondiente al deslizamiento cuesta arriba. Además, la forma del lazo para el deslizamiento cuesta abajo presenta una especie de protuberancia que no se forma en el caso horizontal. Esta protuberancia se presenta en la zona señalada en el acelerograma de la figura 4-45 (f). En esta zona la excitación cambia la tasa de decremento mientras que la aceleración de respuesta permanece relativamente constante. A diferencia del caso horizontal, en esta zona la respuesta del bloque es menor a la excitación y no se presenta la protuberancia observada en la figura 4-45. Esta protuberancia aparece también en la figura 4-46 (e), siendo de mayor tamaño que la de la figura 4-45 (e). Esto se debe a que la zona señalada en los

ensayos a 5 y 10° inclinación (fig. 4-45 y 4-46 respectivamente), es mayor para la inclinación de 10° que para la de 5°, originando así el aumento en esta zona del diagrama  $V-\mu$ . El aumento en la zona señalada en los acelerogramas se debe a que por la inclinación del plano, la aceleración de fluencia va disminuyendo (ver fig. 4-25), por lo que la suma de la aceleración de respuesta que el bloque gana al inicio del deslizamiento con la aceleración de salida (de fluencia), no resulta mayor que la aceleración correspondiente al cambio de pendiente de la excitación en la zona señalada en los acelerogramas. Así, a mayor inclinación, menor aceleración de fluencia por lo que la respuesta del bloque va quedando más por debajo de la zona de la excitación marcada en las gráficas.

En la parte (e) de las figuras 4-45 y 4-46 se muestran los puntos de cambio de pendiente asociados a la aceleración. El punto G mostrado en la figura 4-45 corresponde al punto máximo de la excitación que es donde la respuesta del bloque permanece aproximadamente constante debido al desplome del coeficiente de fricción. En el punto H comienza el cambio de la tasa de decremento de la aceleración de respuesta originando así el cambio de pendiente en la curva velocidad – fricción mostrada en la figura 4-45 (e). En el caso de la figura 4-46, el punto I es donde el coeficiente de fricción llega a cero, mientras que el J es cuando comienza a recuperarse. Debido a que entre los puntos I y J el coeficiente de fricción es cero, como se observa en la figura 4-46 (e), la aceleración de respuesta debiera ser constante en este tramo. En la figura 4-46 (f) se observa que en realidad la aceleración de respuesta aumenta ligeramente. Es posible atribuir este fenómeno a que al ir deslizando cuesta abajo, la energía potencial del bloque se transforma en energía cinética, provocando un aumento en la velocidad del bloque, que aunado a la componente de la gravedad en dirección del deslizamiento, provocan un ligero aumento en la aceleración de respuesta.

El círculo pequeño observado en la figura 4-45 (e) que corresponde al deslizamiento cuesta arriba, no se presentó en el caso del deslizamiento a 10° (fig. 4-46), por lo que la forma de la curva  $V-\mu$  es distinta en ese sentido ya que no se presentó deslizamiento cuesta arriba para esta inclinación.

En general, se observa la misma tendencia que en el caso horizontal con algunas diferencias como la protuberancia observada y la aceleración de fluencia, así como la aceleración relativa que lleva a cero al coeficiente de fricción. Esta aceleración, al igual que la de fluencia, se ven afectadas por la inclinación del plano, sin que esto modifique el valor del coeficiente de fricción estático, aunque la magnitud del coeficiente dinámico resultó mayor para el caso inclinado que para el horizontal. Esto se discute en secciones posteriores.

#### 4.2.3.1 Ajuste empírico para el coeficiente de fricción

En las secciones anteriores se presentó el planteamiento de la variación del coeficiente de fricción con la aceleración relativa y se encontró que para inclinaciones mayores a 5° no era posible reproducir al 100% los picos presentados en la historia en el tiempo del coeficiente de fricción. Se atribuyó esto a que probablemente se necesitaba incluir a la velocidad relativa para representar mejor esta variación, ya que los coeficientes de laboratorio se obtuvieron a través de ésta, incluyendo implícitamente los efectos cinemáticos y de arranque o desprendimiento contenidos en los acelerogramas. En esta sección se presenta un esfuerzo realizado para obtener un ajuste empírico del coeficiente de fricción que considere la variación de la velocidad relativa de deslizamiento. El procedimiento seguido para el ajuste partió del modelo planteado en la sección 4.2.2, mismo que obtiene la variación del coeficiente de fricción en términos de la aceleración relativa. El procedimiento seguido consistió en integrar la expresión del valor límite de la aceleración relativa que lleva a cero el coeficiente de fricción, correspondiente al caso inclinado, para obtener así un valor homólogo pero en términos de velocidad relativa. Este valor

límite en términos de aceleración relativa viene dado por la ecuación 4-45, que al integrarla resulta lo siguiente:

$$\int (\ddot{U}_g - \ddot{U})_{\text{lim}} dt = \int (\ddot{U}_{\text{rel}})_{\text{lim}} dt = \int g(\mu_s - \text{tg } \theta) dt$$

Como  $\ddot{U}_{\text{rel}} = \frac{dV_{\text{rel}}}{dt}$ ,

$$\int \ddot{U}_{\text{rel}} dt = \int \frac{dV_{\text{rel}}}{dt} dt = \int g(\mu_s - \text{tg } \theta) dt$$

Entonces

$$(V_{\text{rel}})_{\text{lim}} = \int g\mu_s dt - \int g \text{tg } \theta dt$$

Y finalmente escribimos

$$(V_{\text{rel}})_{\text{lim}} = g t (\mu_s - \text{tg } \theta) \quad (4-49)$$

La ecuación 4-49 representa la velocidad relativa límite que lleva a cero al coeficiente de fricción. Se observa que esta expresión depende del tiempo. Para eliminar esta dependencia del tiempo se sustituyó arbitrariamente a la variable  $t$  por la constante  $\Delta t$ , que tiene las mismas unidades de tiempo pero que se trata de un valor fijo que es una característica de la historia de velocidades. Esta sustitución fue compensada al colocar una constante empírica en la expresión obtenida para la variación del coeficiente de fricción en función de la velocidad relativa, que de cierta forma sustituye a la constante de integración que no se obtuvo al integrar la ecuación 4-45.

Una vez obtenido el valor de la velocidad relativa límite, se planteó una relación entre la velocidad relativa y el coeficiente de fricción, de forma similar a la propuesta en la sección 4.2.2. La relación es la siguiente:

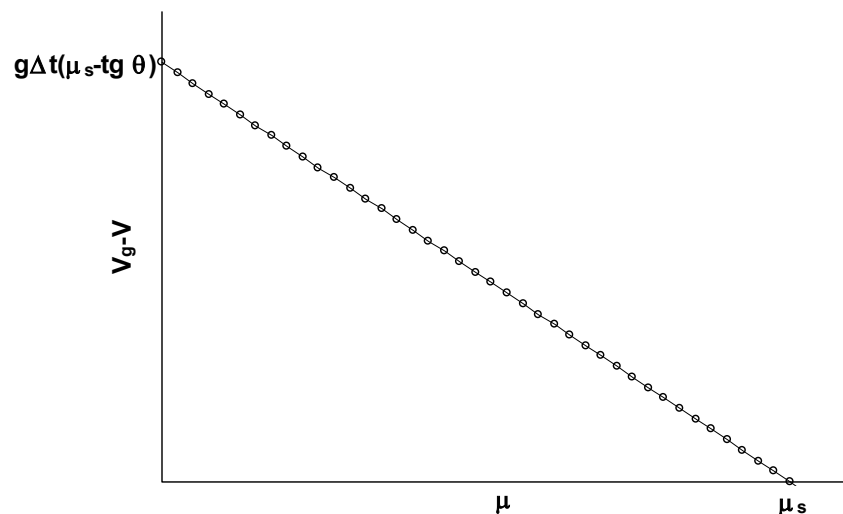


Figura 4-47 Relación asumida entre el coeficiente de fricción y la velocidad relativa

Una vez establecidas las condiciones de frontera se procedió a obtener la expresión que representara a la relación lineal supuesta. Esto es, de forma similar al procedimiento seguido en la sección 4.2.2, se obtuvo la siguiente expresión:

$$\mu = \mu_s \left[ 1 - \frac{|V_g| - |V|}{g\Delta t(\mu_s - \text{tg}\theta)} \right] \quad (4-50)$$

La ecuación 4-50 es similar a la 4-44, sólo que en términos de velocidad relativa.

Al aplicar la ecuación 4-50 se observó que ésta no reproducía los resultados observados, por lo que se realizó un ajuste empírico a la misma para tratar de reproducir los resultados experimentales. El ajuste se llevó a cabo debido a que, como se mencionó anteriormente, no se obtuvo la constante de integración al integrar la ecuación 4-45 y además se sustituyó en la ecuación 4-49 la variable tiempo por el  $\Delta t$  de la historia de velocidades, así como tampoco se tomó en cuenta la variación de la fuerza normal debido a la componente normal de la excitación.

Después de un proceso iterativo se logró ajustar empíricamente la ecuación 4-50 para reproducir de forma aproximada los valores observados del coeficiente de fricción. La forma final de la ecuación es la siguiente:

$$\mu = \mu_s \left[ 1 + \frac{|V_g| - |V|}{10g\Delta t(\mu_s + \text{tg}\theta)} \right] \quad (4-51)$$

Se observa que se agregó una constante en el denominador del término de los paréntesis, además de que a la unidad no se le resta el cociente sino que se le suma y se cambió el término  $\mu_s - \text{tg}\theta$  por  $\mu_s + \text{tg}\theta$ .

Esta ecuación es sólo una aproximación como ya se mencionó, debido a que la relación que se supuso entre  $\mu$  y  $V_{rel}$ , dista de ser lineal como se aprecia en las figuras 4-21, 4-45 (b) y 4-46 (b), donde se observa una relación mucho más compleja entre ambas variables. La ecuación 4-51 se planteó como una aproximación al coeficiente de fricción para demostrar que es posible reproducir los picos observados en las variaciones del mismo durante ensayos con inclinaciones mayores a  $5^\circ$ , al considerar a la velocidad relativa.

En la figura 4-48 se muestran los coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-51 para diferentes inclinaciones, junto con los coeficientes de laboratorio (Energía) con fines de comparación. En esta figura se aprecia que los picos en el coeficiente de fricción se reproducen en magnitud, incluso para la inclinación de  $10^\circ$ , aunque con una forma un tanto distinta ya que la tasa de aumento del coeficiente obtenido con la ecuación 4-51 es mayor a la registrada en el laboratorio. Se observa que la ecuación también funcionó para los ensayos horizontales, teniendo un buen ajuste al igual que para el ensayo de  $10^\circ$  de inclinación. En la figura 4-49 se muestra la acumulación de energía disipada por fricción para estos dos ensayos. Se observa que el ajuste es bueno aunque para el caso horizontal la estimación quedó por debajo de los datos de laboratorio. Para el resto de los ensayos inclinados los coeficientes estimados quedaron por encima de los resultados de laboratorio.

Se probó la ecuación 4-51 para ensayos horizontales con frecuencia distinta a la utilizada para



los experimentos para probar si al cambiar el valor de  $\Delta t$  la ecuación 4-51 se perdía el ajuste y se observó que las estimaciones siguen siendo relativamente satisfactorias, como se muestra en la figura 4-50.

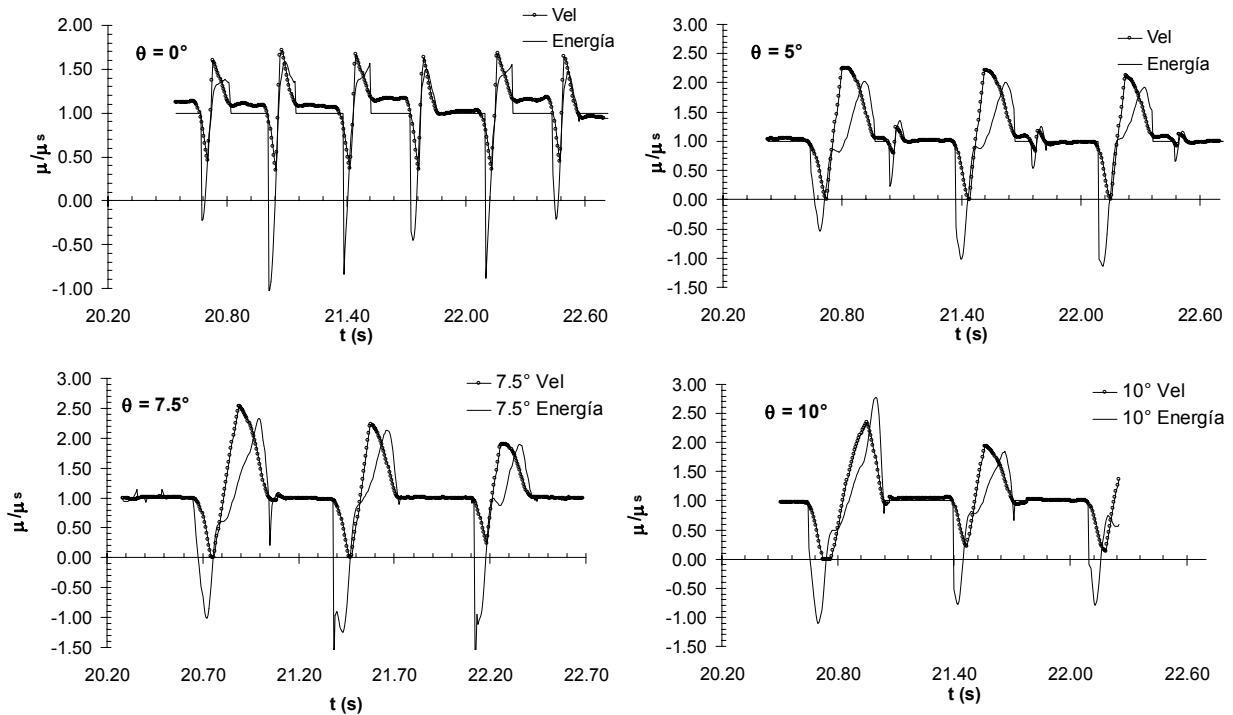


Figura 4-48 Coeficientes de fricción calculados en función de la velocidad (Vel) junto con los de laboratorio (Energía) para distintas inclinaciones

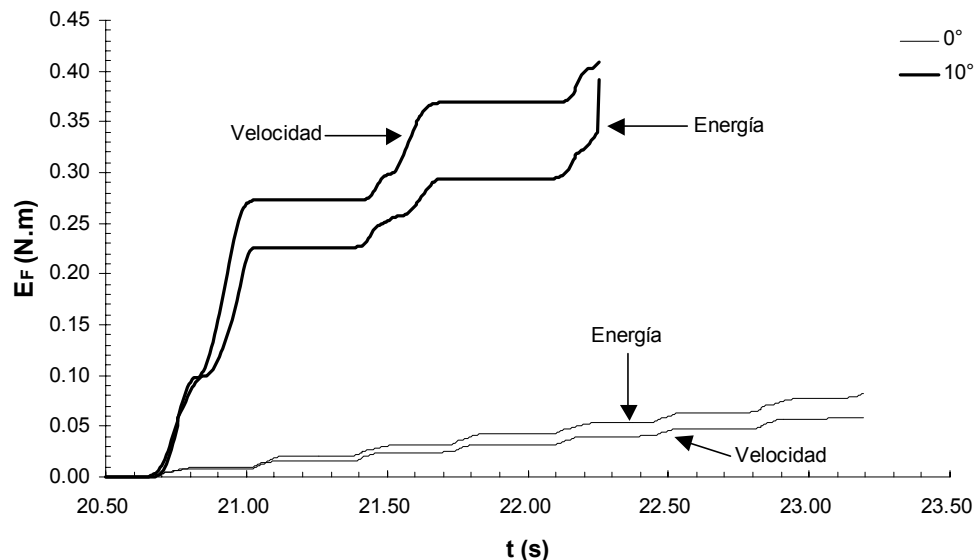


Figura 4-49 Acumulación de energía disipada por fricción en ensayos con inclinaciones de 0 y 10°

En la figura 4-50 (a), así como en la 4-48 para el ensaye horizontal, se observa que los coeficientes estimados con la ecuación 4-51 no se ajustan bien al coeficiente estático. Esto se

debe a que durante el proceso de integración de la aceleración relativa se generaron problemas numéricos que alteraron el resultado de las velocidades, como se muestra en la parte (b) de la figura 4-50.

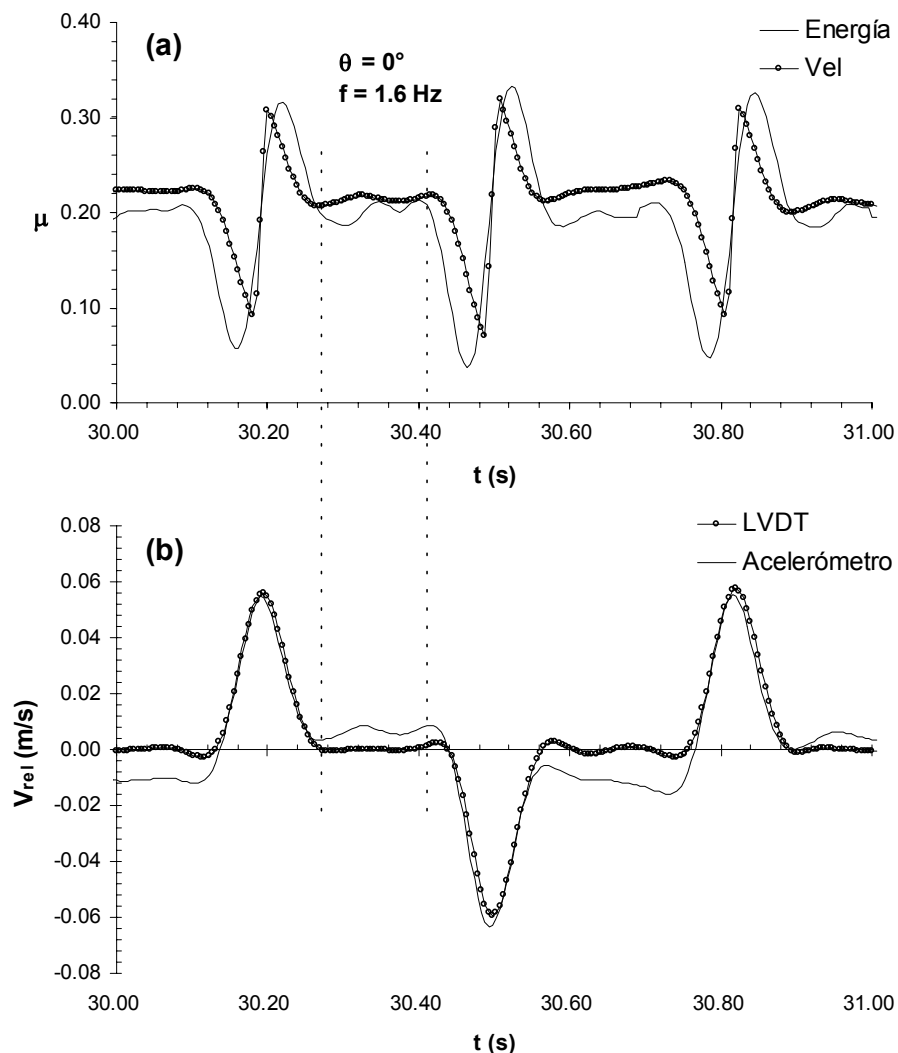


Figura 4-50 (a) Historia de coeficientes de fricción para un ciclo de un ensaye horizontal con 1.6 Hz de frecuencia en la excitación y (b) Historia de velocidades relativas durante el ciclo en cuestión

Esto se mencionó en la sección 4.1 y aquí se observa otra repercusión de la falla en la integración numérica. En la figura 4-50 se aprecia que la velocidad relativa no es cero en los tramos antes del deslizamiento, lo que genera que el coeficiente de fricción calculado con la ecuación 4-51 sea distinto del estático pero constante, debido a que la velocidad relativa en este tramo permanece relativamente constante también.

En esta sección se presentó un ajuste empírico del coeficiente de fricción en función de la velocidad relativa, para demostrar que éste es un factor importante en la variación del coeficiente de fricción, ya que mediante este ajuste fue posible reproducir los coeficientes de fricción pico que se presentaron en los ensayos de más de  $5^\circ$  de inclinación y que no se pudieron reproducir tomando en cuenta sólo la aceleración relativa.

### 4.3 Comparación entre el método de Newmark y el modelo lineal propuesto utilizando la ley de fricción de Coulomb

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la comparación entre los desplazamientos del bloque obtenidos utilizando el modelo lineal propuesto en la sección 4.2.2 en conjunto con la ley de fricción de Coulomb, los calculados con el método de Newmark [21] y los medidos en el laboratorio para un ensaye horizontal y otro a 7.5° de inclinación en el plano de deslizamiento. En la figura 4-51 se muestran las leyes de fricción utilizadas en los cálculos para el caso horizontal.

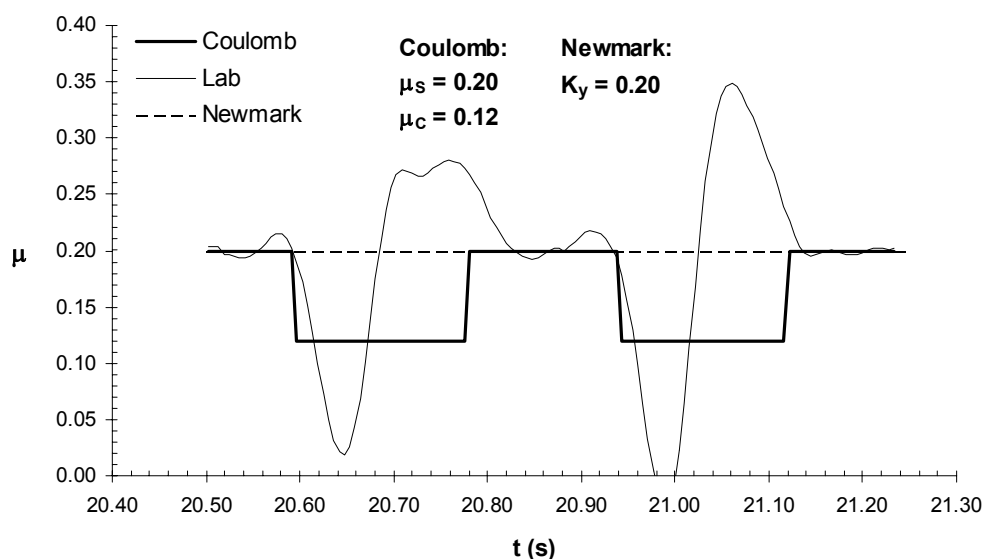


Figura 4-51 Leyes de fricción utilizadas en la comparación

En esta figura se muestra la ley de fricción de Coulomb que se utiliza en el modelo lineal de la sección 4.2.2. Esta ley considera un coeficiente de fricción estático durante el acoplamiento y uno dinámico durante el deslizamiento con un cambio abrupto entre ambos. Se muestra también la variación de la fricción medida en el laboratorio que es la que ocurre realmente durante el ensaye horizontal, así como el valor del coeficiente de fricción constante utilizado en el método de Newmark, igual al valor del coeficiente de fluencia [21].

En el caso del método de Newmark, se calcularon los desplazamientos del bloque integrando la historia de velocidades relativas hasta que ésta llegaba a cero, para de esta forma considerar el efecto cinético sobre los desplazamientos. Para el cálculo de la atenuación de la velocidad relativa del bloque una vez que la aceleración relativa es cero, se utilizó el coeficiente de fricción constante ( $K_y$ ) como propone el método, y también se calculó la atenuación de la velocidad utilizando un coeficiente de fricción dependiente de la velocidad relativa, obtenido a partir de la expresión empírica (eq. 4-51) de la sección 4.2.3.1, para así mostrar de forma aproximada (debido a que la ecuación 4-51 es una expresión empírica), la influencia de la variación de la fricción. Esto se hizo para el caso horizontal, mientras que para el caso inclinado el procedimiento fue similar con la única diferencia de que en la atenuación de la velocidad relativa en el método clásico de Newmark (fricción constante), se utilizó el coeficiente de fricción estático  $\mu_s$  y no el coeficiente de fluencia  $K_y$ . Se procedió de esta manera ya que para el caso del bloque sobre el plano inclinado, el coeficiente de fluencia no es igual al coeficiente de fricción ya que el primero depende de la aceleración de fluencia que a su vez depende de la inclinación del plano, mientras que el coeficiente de fricción estático en la interfaz es independiente de ésta.

#### 4.3.1 Caso horizontal

El método de Newmark se basa en dos aspectos principales: asume a priori la respuesta del bloque y calcula la atenuación de la velocidad relativa a través del coeficiente de fluencia. La manera en que este método asume la respuesta del bloque, es considerando que éste permanece acoplado al plano de deslizamiento mientras no se alcance la aceleración de fluencia. Una vez alcanzado este valor, fija la aceleración de respuesta del bloque igual a la de fluencia hasta que la aceleración de la excitación es menor que dicho valor. Una vez obtenida la aceleración relativa, se integra para obtener la historia de velocidades relativas, la cual alcanza su valor máximo en el punto en que la aceleración relativa es cero. A partir de este punto, comienza a decrecer la velocidad relativa con una tasa constante e igual a  $gK_y\Delta t$ , hasta que llega a cero. Luego se procede a integrar la historia de velocidad relativa para obtener los desplazamientos permanentes del bloque. En la figura 4-52 se muestra el procedimiento descrito, aplicado al ensaye horizontal.

En la figura 4-52 (a) se muestra la excitación utilizada,  $\ddot{U}_g$ , junto con la respuesta del bloque asumida por el método de Newmark. En el punto A de esta figura se alcanza la aceleración de fluencia y se mantiene constante hasta el punto B donde la aceleración relativa llega a cero. Es en este punto donde la velocidad relativa alcanza su máximo, como se observa en la figura 4-52 (b). A partir de este punto comienza a disminuir la velocidad relativa, de acuerdo con los criterios señalados anteriormente. En la figura 4-52 (b) y (c) se presenta la serie  $K_y$  que corresponde al cálculo de la atenuación de la velocidad relativa utilizando el coeficiente de fricción constante durante este tramo e igual a  $K_y$ . La serie EQ. 4-51 corresponde a los valores de la velocidad relativa atenuada mediante los coeficientes de fricción calculados con la ecuación 4-51 (ver sección 4.2.3.1), considerando su variación con la velocidad relativa. En esta figura se observa que la tasa de decremento de la velocidad relativa en la serie  $K_y$  es constante, debido a que el coeficiente de fricción se mantuvo fijo e independiente de la velocidad. Por otra parte, en la serie EQ. 4-51 se observa que esta tasa de decremento no es constante, ya que el coeficiente de fricción varía para cada  $\Delta t$  en función de la velocidad relativa. En la figura 4-52 (b) se observa el efecto en la velocidad relativa de la variación del coeficiente de fricción. Se aprecia que el bloque se detuvo más rápido al considerar la variación de la fricción, lo que repercute en los desplazamientos permanentes, como se observa en la figura 4-52 (c). Una vez obtenidas las historias de velocidad relativa, se obtuvieron mediante integración los desplazamientos permanentes del bloque, los cuales se muestran en la figura 4-52 (c). En esta figura se observa la repercusión de la variación del coeficiente de fricción en los desplazamientos. Se observa que la magnitud del desplazamiento relativo disminuyó 20% al considerar la variación del coeficiente de fricción, pero también se aprecia que la variación del coeficiente de fricción tuvo una influencia muy pequeña en el desplazamiento permanente del bloque. Sin embargo, esta pequeña diferencia puede llegar a ser importante con el número de ciclos ya que se va acumulando ciclo a ciclo. Esto es para el caso horizontal, pero cuando existe una inclinación en el plano de deslizamiento tal que el bloque no se desplace cuesta arriba, la influencia de la variación del coeficiente de fricción es mucho más notoria, como se muestra en la siguiente sección.

Para el caso del modelo lineal con la ley de fricción de Coulomb, en la figura 4-53 (a) se observa que existe un salto en el inicio y al final del deslizamiento en la respuesta calculada. Esto se debe a la transición abrupta de la ley de Coulomb entre las condiciones estáticas y dinámicas. Se observa también que la forma de la respuesta sigue a la de la excitación y se mantienen alejadas una distancia constante, debido a que las características friccionantes en la interfaz no cambian, originando así una transferencia constante de aceleración que en cierta forma es como si el bloque y el plano estuvieran acoplados pero a un nivel menor dado por el coeficiente de fricción constante. En la figura también se aprecia que al asumir la ley de

Coulomb no se reproduce la parte cinética de la respuesta (donde la aceleración del bloque es mayor que la del plano) [50].

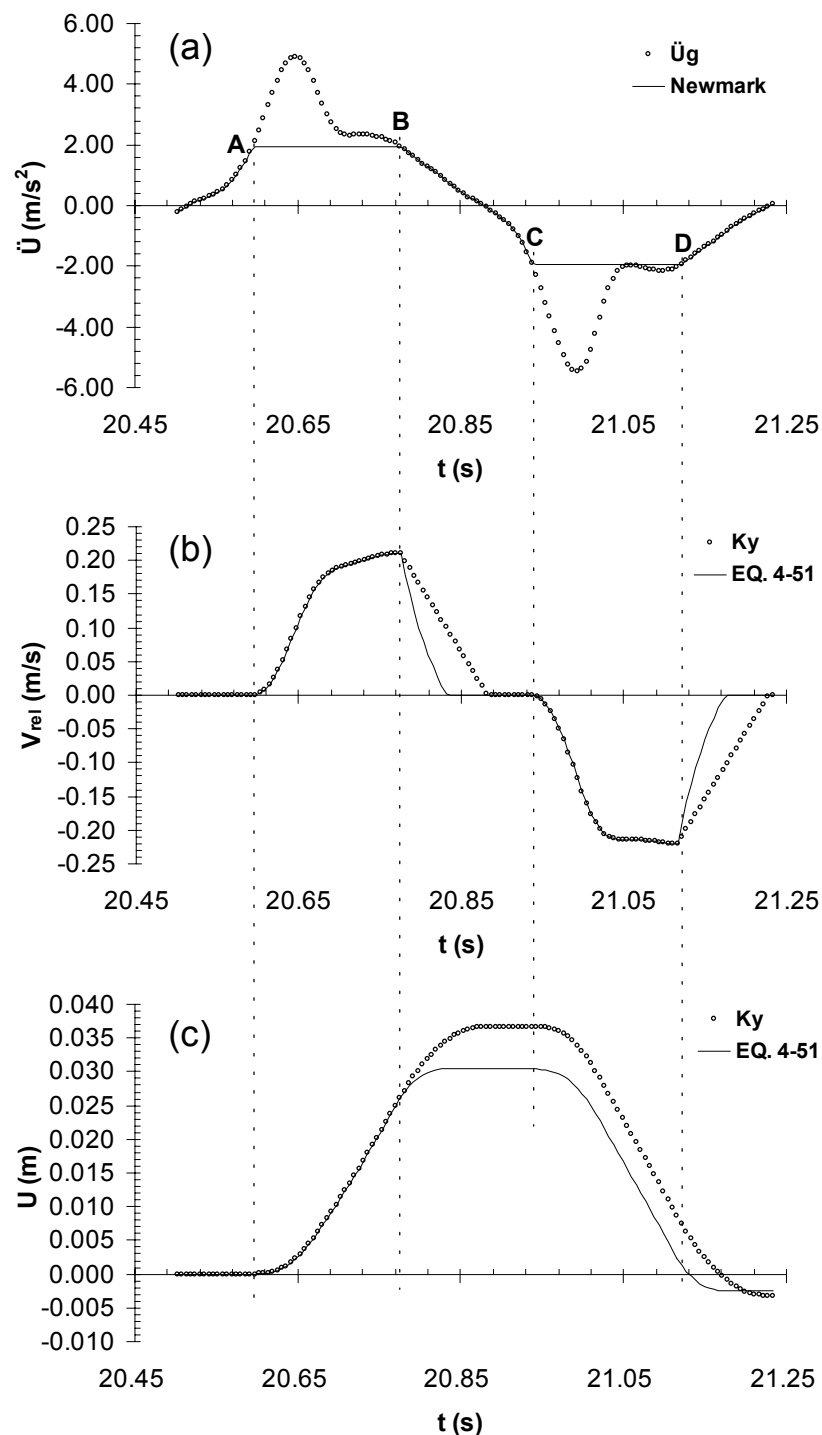


Figura 4-52 Respuesta del bloque en términos de la (a) aceleración, (b) velocidad relativa y (c) desplazamiento relativo, calculada utilizando el método de Newmark, considerando el coeficiente de fricción constante durante la atenuación de la velocidad relativa (serie  $K_y$ ), y tomando en cuenta la variación de la fricción en la atenuación de la velocidad (serie EQ. 4-51)

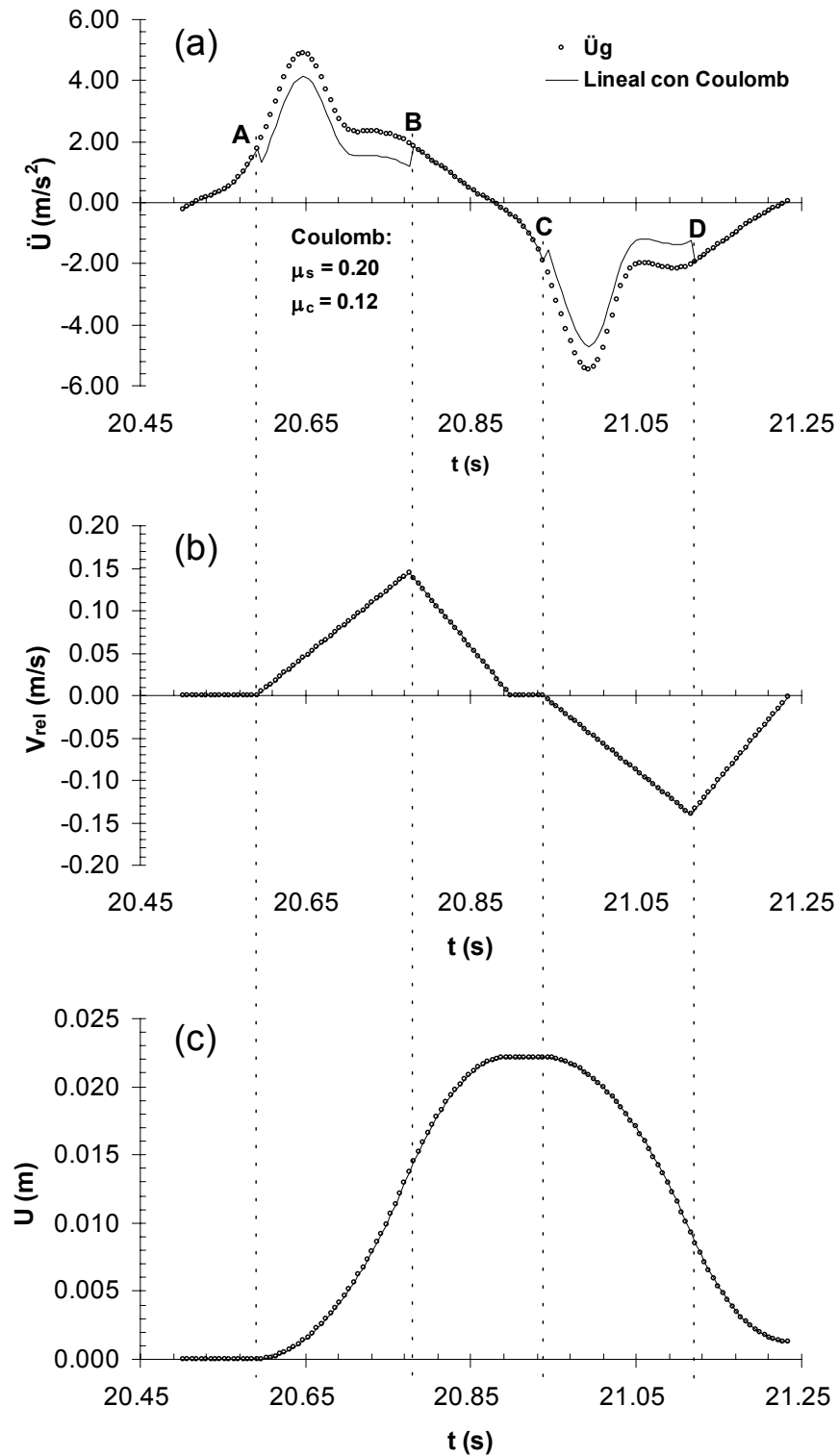
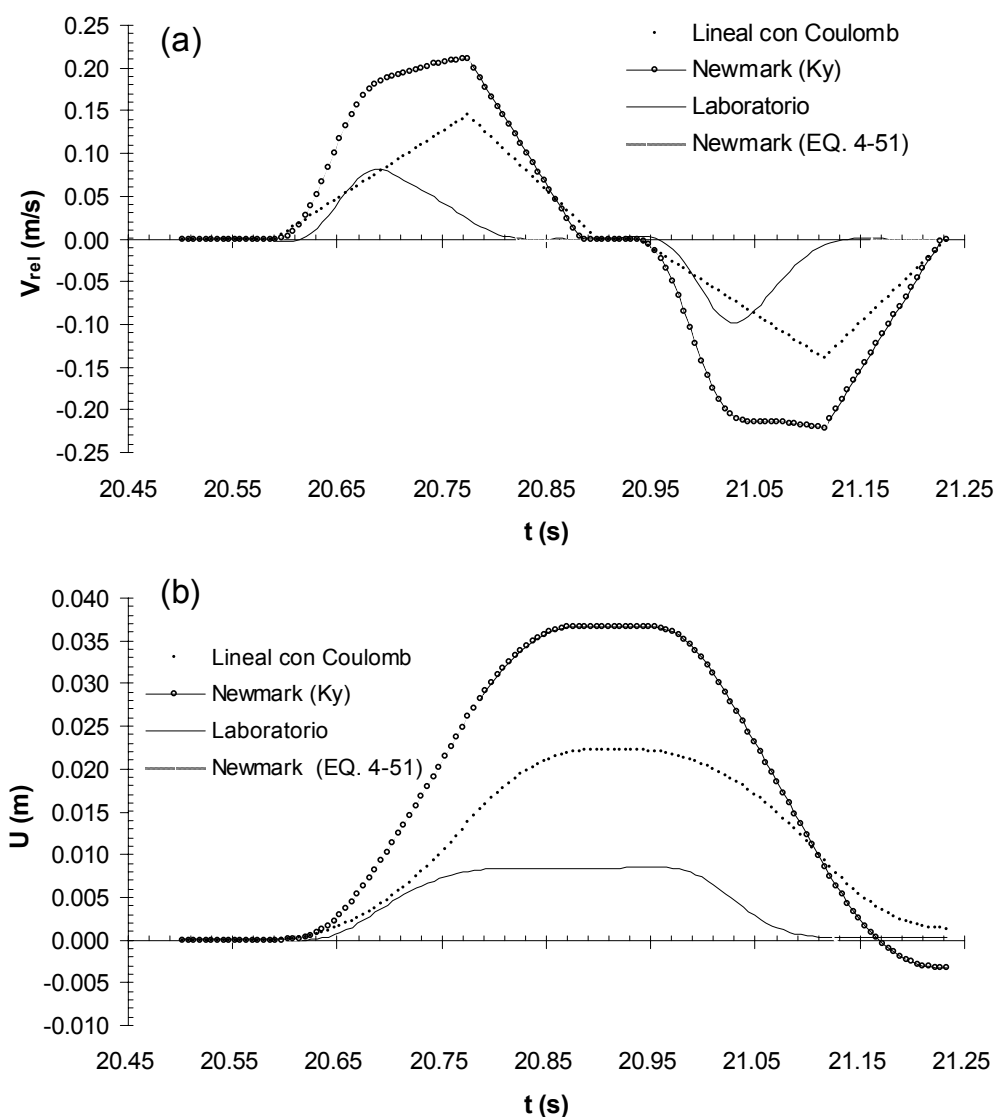


Figura 4-53 Respuesta del bloque en términos de (a) aceleración, (b) velocidad relativa y (c) desplazamiento relativo, calculada utilizando el modelo lineal de la sección 4.2.2 con la ley de fricción de Coulomb

En la figura 4-54 se muestran las velocidades y desplazamientos relativos calculados con el método de Newmark y el método lineal, junto con las mediciones de laboratorio con fines de comparación.



*Figura 4-54* (a) velocidades relativas calculadas con el método de Newmark manteniendo el coeficiente de fricción constante durante la atenuación de la velocidad (serie Newmark Ky), con el método de Newmark considerando la variación del coeficiente de fricción durante la atenuación de la velocidad relativa (serie Newmark EQ. 4-51) y con el modelo lineal utilizando la ley de Coulomb (serie Lineal con Coulomb), junto con las mediciones de laboratorio (serie laboratorio). (b) Desplazamientos relativos obtenidos por integración de las historias de velocidad relativa de la figura (a)

En la figura 4-54 (a) se observa que el método de Newmark calcula las mayores velocidades debido a que éste presenta la menor aceleración de respuesta del bloque al desprestigiar el aumento de la misma debido al descenso gradual del coeficiente de fricción (ver sección 4.1.1), lo que origina una mayor aceleración relativa. La velocidad relativa calculada con este método es aproximadamente tres veces mayor que la medida en el laboratorio, tanto para la historia de

velocidades calculada con el coeficiente de fricción constante como para la obtenida considerando la variación del mismo. Esto sucede así ya que la variación del coeficiente de fricción sólo se considera durante la parte de atenuación de la velocidad relativa, por lo que la parte donde ésta aumenta se calcula de la misma forma en ambos procedimientos (EQ. 4-51 y  $K_y$ ). En el caso de la velocidad calculada utilizando el modelo lineal (ecuación 4-25) con la ley de Coulomb, ésta se encuentra entre la de Newmark y la de laboratorio, siendo alrededor de dos veces mayor que esta última. En la parte (b) de la figura 4-54 se presentan los desplazamientos calculados al integrar la historia de velocidades relativas. Se observa claramente la diferencia en magnitud entre las tres curvas, apreciándose también una diferencia entre Newmark y modelo lineal, respecto del sentido del desplazamiento permanente ya que el primero calcula una tendencia hacia el sentido negativo mientras que el segundo hacia el lado positivo, mientras que las mediciones del laboratorio apenas registran un desplazamiento permanente en dirección positiva de 0.30 mm, mientras que Newmark calcula -3.23 mm y -2.3 mm, en sentido negativo, en las series  $K_y$  y EQ. 4-51 respectivamente, y el modelo lineal 1.32 mm. La diferencia entre el método de Newmark y el modelo lineal no es significativa pero al compararla con el laboratorio, ambos cálculos son casi 10 veces mayores en magnitud pero cada uno con sentidos distintos. A pesar de que la magnitud es 10 veces mayor que la de laboratorio, no es significativa por tratarse de desplazamientos tan pequeños, pero toma importancia cuando el número de ciclos aumenta. Para el caso de un sólo ciclo no se presenta de forma apreciable este efecto. Por otra parte, aunque ambos cálculos resultaron similares en magnitud, lo más importante es la forma en que llegaron a este resultado, ya que se observa que la amplitud de los deslizamientos a lo largo del ensaye fue muy distinta. En el caso del método de Newmark, la respuesta del bloque se limita al valor  $gK_y$ , lo que implica que de cierta forma, fuera como si la base del bloque estuviera “aislada”, por compararla con el concepto de aisladores de base. En este caso los desplazamientos relativos resultaron ser muy altos precisamente por este fenómeno de aislamiento, ya que mientras la respuesta del bloque permaneció constante, la excitación seguía en aumento, provocando desplazamientos relativos grandes. El hecho de que la respuesta del bloque se asuma constante ( $gK_y$ ) en el método de Newmark no implica que el coeficiente de fricción no sufra cambios durante el deslizamiento (fig. 4-56), sino que estos valores están implícitos en la respuesta del bloque, ya que los coeficientes deben ser los necesarios para mantener constante la respuesta ante la excitación dada. En el caso de la respuesta calculada asumiendo la ley de Coulomb, el problema es el contrario: lo que se limita es el valor del coeficiente de fricción y no la aceleración como en el método de Newmark. Esto tampoco implica que al permanecer constante el coeficiente de fricción, se mantenga constante la respuesta del bloque. Lo que sí se mantiene constante es la aceleración relativa (fig. 4-55), ya que al ser constante el coeficiente de fricción, también lo es la transferencia de aceleración entre el plano y el bloque. En este caso la aceleración transmitida al bloque es mayor que en el método de Newmark, por lo que los deslizamientos relativos obtenidos son más realistas, por así decirlo, que los obtenidos con el método citado y no se atribuyen a un movimiento de la base sin que ésta transmita aceleración al bloque. En la figura 4-55 se presentan las aceleraciones relativas calculadas.

En la figura 4-55 se observa que la aceleración relativa calculada mediante el método de Newmark es similar en forma a la medición del laboratorio, aunque de mayor magnitud. También se observa que no se reproduce la parte cinética [50]. Esta variación en la aceleración relativa da origen a una variación en el coeficiente de fricción, el cual debe tomar los valores necesarios para limitar la respuesta del bloque, como asume el método.

En el caso de los cálculos realizados con el modelo lineal, se aprecia que la aceleración relativa se mantiene constante, debido a que el coeficiente de fricción no cambia durante el deslizamiento, de acuerdo a la ley de Coulomb utilizada.



En la figura 4-56 se presentan los coeficientes de fricción calculados a partir de las respuestas mostradas en las figuras 4-52 y 4-53.

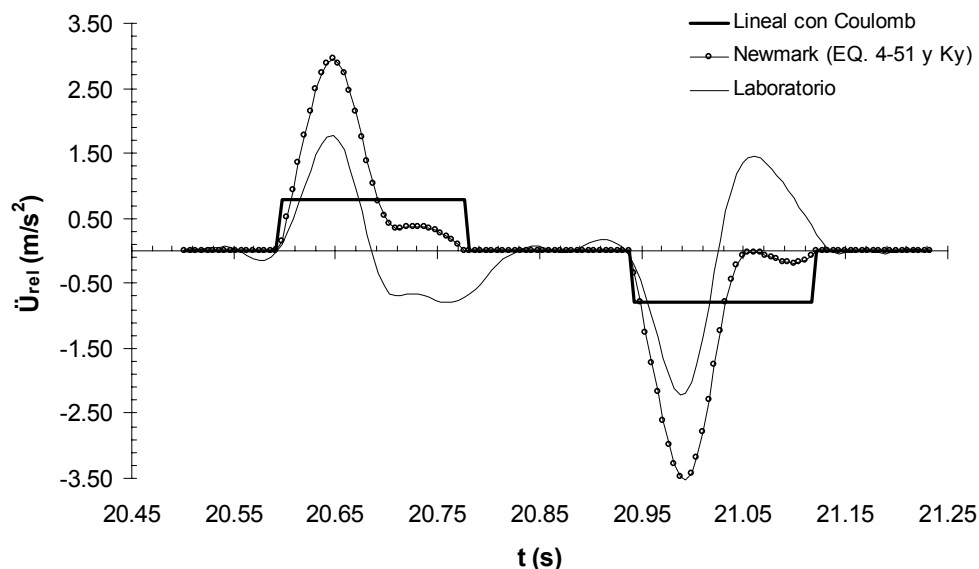


Figura 4-55 Aceleraciones relativas calculadas (modelo lineal y Newmark) junto con las mediciones de laboratorio (Laboratorio)

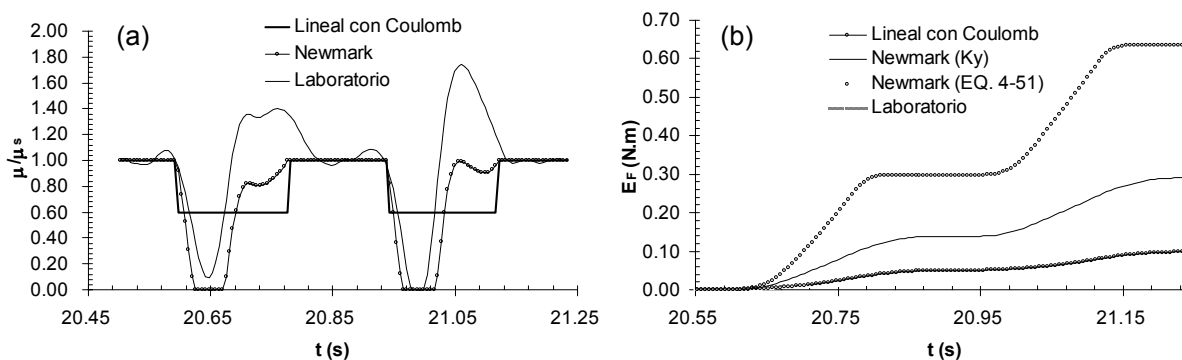


Figura 4-56 (a) Coeficientes de fricción para las respuestas de la figura 4-54, (b) energía de fricción acumulada

La serie Newmark en la figura 4-56 (a) muestra la variación del coeficiente de fricción necesaria para limitar la respuesta del bloque como asume el método de Newmark. Esta variación del coeficiente de fricción es la misma para el caso en que se considera y se desprecia la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento, ya que se obtuvo a partir de la aceleración relativa, la cual es la misma en ambos casos (fig. 4-52 (a)). Se observa que el valor del coeficiente de fricción en realidad no es constante, como se mencionó anteriormente. Se aprecia que la variación del coeficiente es similar a la medición del laboratorio, sólo que la pendiente entre el valor estático y cero, es más abrupta e incluso de la misma inclinación que la de Coulomb, es decir, el desplome del coeficiente es prácticamente instantáneo. Esto se debe a la forma de la aceleración de respuesta, la cual toma un valor constante de manera repentina. Se observa que los coeficientes de fricción calculados para el caso del modelo lineal, corresponden a la ley asumida, mostrada en la figura 4-51. En la parte (b) de la figura 4-56 se muestra la acumulación de energía disipada por fricción. Se observa que la mayor disipación

por fricción se obtuvo mediante el método de Newmark, en ambos procedimientos (variación y no variación de  $\mu$  en la atenuación de la velocidad). Esto se debe en gran medida a los desplazamientos relativos tan grandes que se presentaron. Se observa también que la energía disipada en el ensaye de laboratorio es la menor de todas. En gran parte esto se debe a los desplazamientos tan pequeños, en comparación con los calculados con los otros métodos. La disipación de energía por fricción calculada con el modelo lineal asumiendo la ley de Coulomb, es mayor que la del laboratorio a pesar de los coeficientes de fricción constantes y de pequeña magnitud (el cinético). Esto sucede debido a que los desplazamientos en este caso son mucho mayores que los medidos en el laboratorio, lo que lleva a una mayor disipación de energía, aunque no tan alejada de la medición como en el caso del método de Newmark.

La figura 4-56 revela que el método de Newmark produce una gran disipación de energía a través de la fricción, lo que implica que gran parte de la energía de la excitación se consume de esta forma, limitando de cierta manera la energía cinética transmitida al bloque. Este es el principio de los aisladores de base, ya que se limita la aceleración de respuesta, como lo hace el método de Newmark. Sin embargo, los resultados obtenidos de la aplicación de este método están muy por encima de las mediciones de laboratorio, como se observó en las figuras anteriores. Esto se debe a que no se considera la variación del coeficiente de fricción y en lugar de esto se limita la respuesta del bloque. Se observa que al considerar la variación del coeficiente de fricción, mediante la ley de Coulomb por ejemplo, la respuesta que se obtiene en el bloque es mayor y más desfavorable respecto del método de Newmark, aunque la amplitud de los desplazamientos sea menor, que de cierta forma esto implica menor disipación de energía, como se observa en la figura 4-56 (b). Otro aspecto muy importante que se observa en las figuras es que ninguno de los dos procedimientos utilizados fue capaz de reproducir la parte cinética de la respuesta del bloque. Esto se debe a que en estos métodos el coeficiente de fricción dinámico no es mayor que el estático en ningún instante, condición que se presenta, según se observa en la figura 4-51, cuando la aceleración del bloque es mayor a la del plano (parte cinética de la respuesta). Esta aceleración cinética [50] no se contempla en el método de Newmark ni se pudo reproducir al utilizar la ley de Coulomb. Es por esto que la ley de evolución del coeficiente de fricción que se utilice debe tratar de representar esta situación, para no subestimar la aceleración transmitida al bloque o estructura en cuestión.

Durante la aplicación de la ley de fricción de Coulomb en el modelo lineal, se observó que la forma y magnitud de los desplazamientos del bloque se reproducen satisfactoriamente al elegir un coeficiente de fricción dinámico adecuado. En la figura 4-57 se muestran los desplazamientos del bloque calculados con el modelo lineal, junto con las mediciones de laboratorio para fines de comparación. En la figura se observa que los desplazamientos calculados se aproximan bastante con las mediciones, aunque la tasa de deslizamientos entre ambos es distinta, siendo ésta más lenta para el caso del modelo lineal. El valor del coeficiente de fricción dinámico utilizado en el cálculo fue de 0.16 contra 0.12 que se utilizó en el caso anterior (fig. 4-51), lo que indica que la respuesta del bloque calculada con el modelo lineal, es muy sensible al valor de los coeficientes de fricción. Por esta razón, si se quisiera utilizar el modelo lineal con la simplificación de la ley de fricción de Coulomb para el cálculo de desplazamientos permanentes, se requerirían investigaciones futuras para calibrar los valores de los coeficientes de fricción a utilizar con distintos materiales y con diferentes inclinaciones en el plano de deslizamiento, ya que este factor afecta de manera importante los resultados, como se muestra en la siguiente sección. Con futuras investigaciones en donde se trabaje con materiales térreos, tal vez sería posible calibrar los valores del coeficiente de fricción cinético de la ley de Coulomb en distintos materiales, para implementar un método sencillo, a través del modelo lineal, para estimar los desplazamientos permanentes en un cuerpo de tierra inducidos por un sismo.

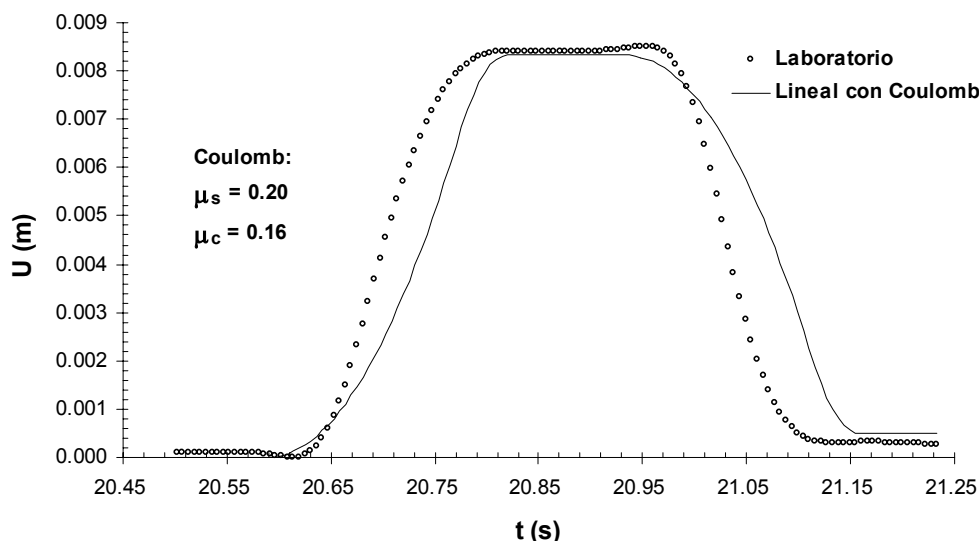


Figura 4-57 Desplazamientos del bloque calculados con el modelo lineal, junto con las mediciones del laboratorio

#### 4.3.2 Caso con inclinación en el plano de deslizamiento

En la figura 4-58 se muestra la respuesta del bloque calculada con el método de Newmark. En el caso estudiado, de las mediciones de laboratorio se observó que el bloque presentó un desplazamiento imperceptible en sentido cuesta arriba del plano de deslizamiento, como se observa en la figura 4-30. Así, la respuesta del bloque rígido de acuerdo con el método de Newmark, considera sólo los desplazamientos en sentido cuesta abajo del plano de deslizamiento, como se observa en la figura 4-58. En la parte (b) de esta figura se muestra la historia de velocidades relativas calculada de acuerdo a los dos criterios utilizados en el caso del plano horizontal (atenuación con  $K_v$  y con  $\mu$  variando con  $V_{rel}$ ). Nuevamente se observa claramente la influencia del coeficiente de fricción en la velocidad relativa calculada, sólo que para el caso del plano inclinado, este efecto sí modifica de forma considerable los desplazamientos permanentes del bloque, como se observa en la figura 4-58 (c), donde se aprecia que al no considerar la variación del coeficiente de fricción en la parte de atenuación de la velocidad relativa, el desplazamiento permanente del bloque al final de la excitación, resulta casi 70% mayor respecto del calculado considerando la variación de la fricción para la atenuación de la velocidad relativa. Esto muestra la importancia de considerar la variación del coeficiente de fricción para el cálculo de las deformaciones en un cuerpo de tierra con el método de Newmark.

Para el caso de la respuesta del bloque utilizando los modelos planteados en este trabajo, se usó la ecuación 4-48 con la ley de fricción de Coulomb. Los resultados de la aplicación del modelo se muestran en la figura 4-59 en la serie *Coulomb*. Se observa que la respuesta del bloque tampoco considera deslizamientos en sentido cuesta arriba del plano de deslizamiento y que ésta sigue la forma de la excitación al igual que en el caso horizontal. El coeficiente de fricción cinético utilizado fue el mismo que el del caso horizontal (ver fig. 4-51), por lo que la pendiente de la curva de velocidad relativa es la misma para ambos casos, como se observa al comparar las figuras 4-53 (b) y 4-59 (b). La tasa de decremento de la velocidad relativa es la misma que la tasa de incremento debido a que el coeficiente de fricción cinético se mantuvo constante, de acuerdo a la ley de Coulomb.

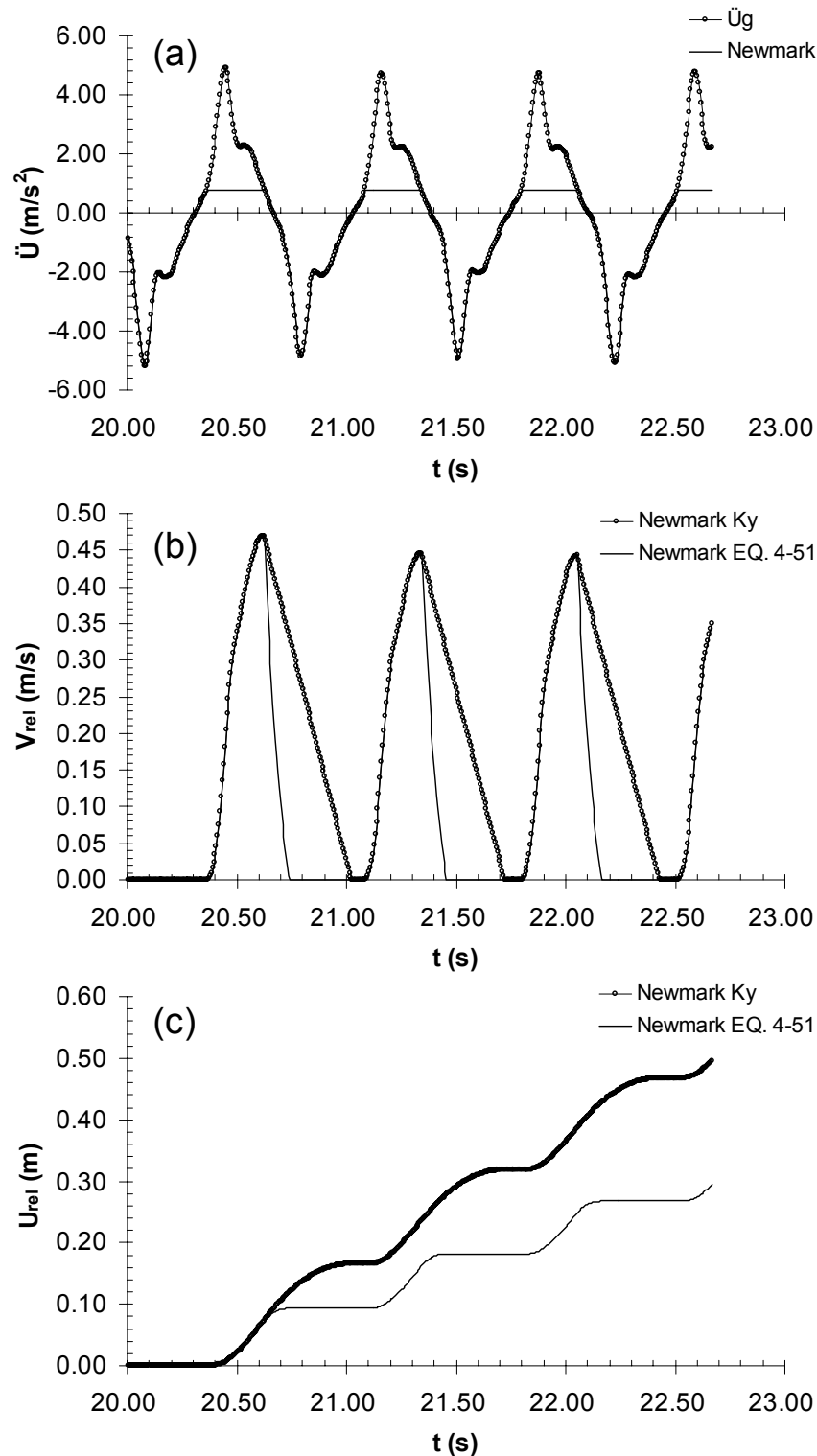


Figura 4-58 (a) Excitación utilizada y aceleración de respuesta del bloque de acuerdo al método de Newmark. (b) Velocidad relativa asumiendo el coeficiente de fricción constante durante la atenuación de la velocidad (Newmark Ky) y tomando en cuenta la variación de la fricción durante el tramo de atenuación (Newmark EQ. 4-51). (c) Desplazamientos relativos para ambas condiciones. La inclinación del plano de deslizamiento es de  $7.5^\circ$ .

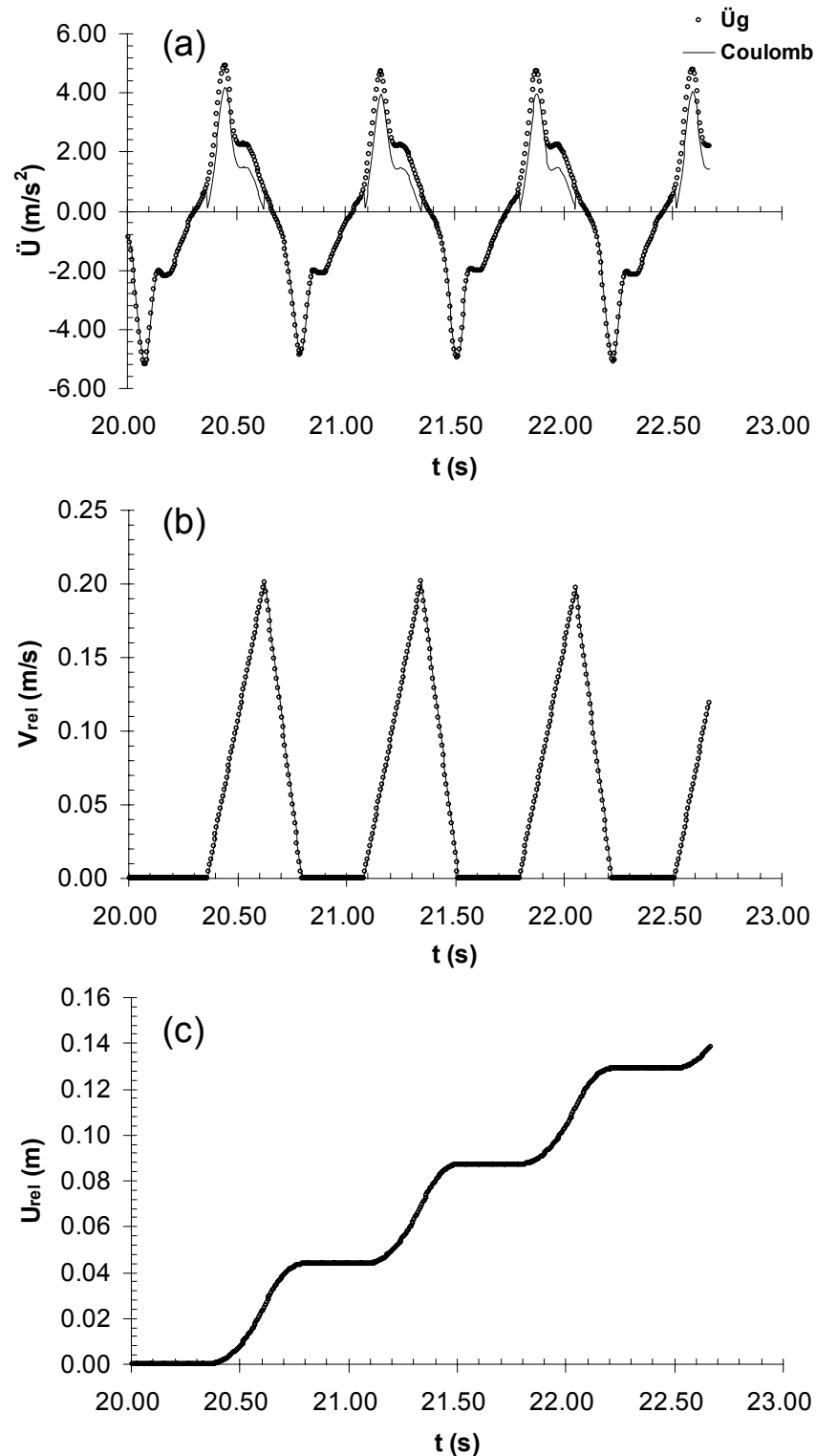
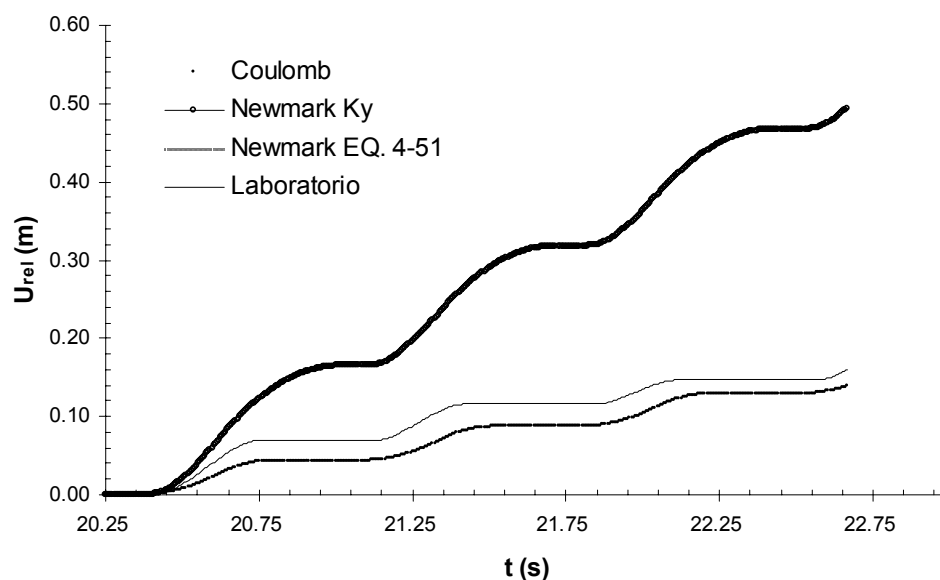


Figura 4-59 (a) Excitación utilizada y aceleración de respuesta del bloque de acuerdo a la ecuación 4-48. (b) Velocidad relativa obtenida por integración de la aceleración relativa. (c) Desplazamientos relativos del bloque calculados por integración de la historia de velocidad relativa. La inclinación del plano de deslizamiento es de  $7.5^\circ$ .

En la figura 4-60 se muestran los desplazamientos relativos del bloque para los distintos casos considerados. Se observa que los mayores desplazamientos se obtuvieron con el método de Newmark clásico (considerando la ley de fricción mostrada en la figura 4-51), y que son 300% más grandes que los medidos en el laboratorio. En el caso del método de Newmark considerando la variación del coeficiente de fricción, se observa que los desplazamientos permanentes calculados se reducen 60% respecto del método clásico, aunque siguen siendo casi el doble que los del laboratorio. Por otra parte, se observa que la forma de los desplazamientos calculados la ecuación 4-48, se acercan bastante a las mediciones de laboratorio para un coeficiente dinámico de 0.12, a diferencia del caso horizontal donde se utilizó el mismo valor del coeficiente dinámico y la forma de los desplazamientos calculados fue distinta de las mediciones, obteniendo un desplazamiento de más del doble de las mediciones, mientras que para el caso inclinado los desplazamientos calculados están sólo 10% abajo de las mediciones de laboratorio. Sin embargo, el desplazamiento permanente del bloque al final de la excitación coincide bastante bien con las mediciones de laboratorio para los casos horizontal e inclinado al utilizar el mismo valor del coeficiente dinámico en la ley de Coulomb.

Esto indica que el modelo es muy sensible a la inclinación del plano de deslizamiento en cuanto a la forma de los desplazamientos, cuando se utiliza la ley de fricción de Coulomb.



*Figura 4-60* Desplazamientos relativos del bloque obtenidos por integración de las historias de velocidad relativa para los distintos casos considerados

Se observa que para el caso inclinado, el método de Newmark sobreestima los desplazamientos permanentes del bloque de manera importante, a diferencia del caso horizontal donde la sobreestimación no se aprecia tan claramente debido a que sólo se analizó un ciclo de deslizamiento. Esto muestra que el número de ciclos influye fuertemente aunque sea para sobreestimaciones pequeñas ciclo a ciclo.

En el caso del bloque deslizando sobre el plano inclinado, la sobreestimación es tan grande debido a que el bloque deslizó en un sólo sentido a diferencia del caso horizontal donde el bloque se desplaza libremente en ambos sentidos. Esto se debe a que la señal es simétrica y la aceleración de fluencia permanece constante, pero en el caso del plano inclinado, aunque la señal de la excitación sigue siendo simétrica, la aceleración de fluencia es distinta en un

sentido y en el otro, siendo mayor en el sentido cuesta arriba, lo que da lugar a que los desplazamientos permanentes sean cuesta abajo. En estas condiciones el método de Newmark sobreestima grandemente los desplazamientos permanentes, como se observa en la figura 4-60. Al considerar la variación del coeficiente de fricción durante la atenuación de la velocidad de deslizamiento, también se sobreestiman los desplazamientos aunque en menor medida. Esto se debe a que el método asume a priori la respuesta del bloque rígido sin considerar la transferencia de aceleración entre el plano de deslizamiento y el bloque, de acuerdo a las características friccionantes de la interfaz. Al considerar la variación de la fricción en la interfaz en la transferencia de aceleraciones, aunque sea mediante una ley simplificada como la de Coulomb, se observa que el cálculo de los desplazamientos permanentes mejora bastante respecto del método de Newmark, lo que demuestra que es importante considerar la variación del coeficiente de fricción en el cálculo de la respuesta del bloque.

## 5 Conclusiones

En este trabajo se estudió la variación del coeficiente de fricción dinámico en la interfaz de un bloque rígido sometido a una excitación definida con una señal senoidal en una mesa vibradora uniaxial. El objetivo fue conocer la influencia de este parámetro en la respuesta del bloque en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento. De los resultados de este estudio experimental es posible concluir lo siguiente:

- 5.1 Los mecanismos propuestos para tratar de explicar el origen de la fuerza de fricción en seco son numerosos pero aún existe controversia al respecto. También se han hecho esfuerzos por formular leyes de fricción que dependen de la velocidad de deslizamiento en la parte dinámica y del tiempo de contacto en la parte estática [7, 39]. Son muchas las leyes de fricción propuestas [40] pero el fenómeno no ha sido comprendido del todo y aún queda mucho por hacer. Los estudios microscópicos de la tribología están enfocados a entender el fenómeno, pero la aplicación de estos resultados es difícil.
- 5.2 El deslizamiento intermitente (*stick-slip*) es una vibración inducida por fricción que se presenta en sistemas friccionantes. El fenómeno depende de la rigidez transversal [1, 4, 5, 6, 37, 38, 40, 44, 48, 55] y normal [42] del sistema, del valor de los coeficientes de fricción estático y dinámico ( $\mu_s > \mu_c$ ), así como de la pendiente de la curva velocidad vs fricción ( $V-\mu$ ), la cual debe tener una pendiente negativa: es decir, es necesario que el coeficiente de fricción disminuya con la velocidad. Al respecto se ha dicho que esta no es una característica intrínseca de la fricción, sino una propiedad del sistema que depende del amortiguamiento transversal y normal del mismo [42] (ver capítulos 1 y 2). Al fenómeno del deslizamiento intermitente se atribuyen los sismos y en la mecánica de rocas se ha intentado predecir, mediante leyes de fricción, el comportamiento de una falla, ya sea sísmico o asísmico. Este fenómeno inducido por fricción se puede presentar en el deslizamiento de una cuña de un talud bajo el efecto de una excitación sísmica, por lo que es importante estudiar el comportamiento friccionante de la interfaz de las masas de suelo para tratar de tener una aproximación realista del problema.
- 5.3 Los resultados obtenidos de los experimentos revelan que la disipación de energía por fricción es un fenómeno muy complejo de aparente naturaleza no lineal. Sin embargo, se encontró que para el caso en el que el bloque desliza sobre un plano horizontal, la relación que existe entre el coeficiente de fricción y la aceleración relativa, al parecer es de carácter lineal, por lo que fue posible modelar esta dependencia, incluso mediante una variación polinomial. En el caso de la inclinación de  $0^\circ$  se encontró que la variación del coeficiente durante todo el ensaye fue prácticamente constante de ciclo a ciclo.
- 5.4 Se observó que existe un valor límite de la aceleración relativa que lleva a cero al coeficiente de fricción y que además éste disminuye gradualmente al comienzo del deslizamiento, permitiendo así la transmisión de aceleración del plano hacia el bloque



- hasta que el coeficiente de fricción alcanza su valor mínimo, para después recuperarse de nuevo y alcanzar valores incluso mayores al estático. Se observó que esta transición del valor estático hacia el dinámico concuerda con los trabajos realizados por otros autores [46] quienes han propuesto transiciones continuas del coeficiente estático hacia el dinámico para mejorar la ley de Coulomb que supone un cambio instantáneo entre uno y otro valor.
- 5.5 Se observó que el coeficiente de fricción dinámico llega a valores mayores al estático cuando se invierte el sentido del deslizamiento, lo cual concuerda con los resultados de otros autores que realizaron experimentos similares [19]. Este comportamiento permite que la aceleración transmitida al bloque se amplifique de tal forma que su respuesta llega a ser mayor que la excitación en ciertas zonas del acelerograma. Este fenómeno llamado aceleración cinética o parte cinética de la respuesta, se estudia actualmente por otros autores [41, 50].
- 5.6 En el caso general del bloque deslizando sobre un plano inclinado, la variación del coeficiente de fricción es similar a la del caso del plano de deslizamiento horizontal, sólo que se presenta un efecto de arranque en el coeficiente de fricción, en el momento en que inicia el deslizamiento relativo. Esto provoca un repunte en el coeficiente de fricción. Este repunte del coeficiente de fricción no se pudo reproducir adecuadamente considerando sólo la aceleración relativa, debido a que la relación que existe entre ésta y el coeficiente de fricción, no es tan sencilla como para el caso horizontal, sino que al parecer presenta características no lineales y mucha dispersión, sobre todo cuando se suscita el efecto de arranque.
- 5.7 Para el caso de la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento, se encontró que la relación que existe entre ambos parámetros dista de ser sencilla y aparenta un comportamiento no lineal. Las curvas trazadas de velocidad contra fricción en los experimentos, presentaron pendientes tanto positivas como negativas para un mismo ciclo de deslizamiento, lo cual concuerda con los resultados presentados por otros autores [5, 55], sin que se observara el fenómeno de deslizamiento intermitente. Esto se atribuyó a las altas velocidades de deslizamiento desarrolladas, en comparación con las velocidades utilizadas en la tribología para este tipo de estudios, las cuales probablemente estuvieron por encima de la velocidad crítica del deslizamiento intermitente para el sistema objeto de este trabajo.
- 5.8 Se encontró que los picos observados en el coeficiente de fricción durante los ensayos inclinados se reproducen en magnitud al considerar la velocidad relativa en la variación del coeficiente de fricción. Se observó que la velocidad de deslizamiento tiene una influencia mayor en la variación del coeficiente que la aceleración relativa y se planteó un ajuste empírico para tratar de representar la variación del coeficiente en función de la velocidad, a pesar de la naturaleza no lineal del fenómeno. Es necesario estudiar con más detenimiento esta relación y con herramientas matemáticas adecuadas como la dinámica no lineal.
- 5.9 Se aplicaron las expresiones obtenidas para el cálculo de la respuesta del bloque en función del coeficiente de fricción, utilizando la ley de Coulomb. Esto fue con el propósito de observar la influencia de la variación del coeficiente de fricción, aunque sea de forma simplificada mediante la ley de Coulomb. Se encontró que los desplazamientos permanentes calculados concordaron con los calculados mediante el método de Newmark, aunque la forma de éstos fue distinta. Ambos procedimientos

sobreestimaron los desplazamientos permanentes medidos en el laboratorio, tanto para el caso horizontal como para el inclinado.

- 5.10 Se observó que el modelo propuesto en este trabajo, funciona satisfactoriamente para predecir la forma y magnitud de los desplazamientos permanentes en el sistema estudiado, al elegir adecuadamente el valor del coeficiente de fricción cinético para la ley de Coulomb. Esto indica la conveniencia de realizar investigaciones al respecto para calibrar el valor del coeficiente de fricción cinético a utilizar en la ley de Coulomb para distintos materiales, con el fin de formular un método simplificado y sencillo para el cálculo de desplazamientos permanentes en un modelo de bloque rígido.
- 5.11 Se aplicó el método de Newmark considerando la variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento durante la fase de atenuación de la misma. Esto se hizo de forma aproximada ya que los valores del coeficiente de fricción se calcularon mediante la ecuación empírica 4-51. Sin embargo, este procedimiento da una idea de la influencia de la variación del coeficiente de fricción en el cálculo de los desplazamientos permanentes. Se observó que para el caso horizontal la influencia fue menor que para el caso del plano de deslizamiento inclinado, donde la magnitud de los desplazamientos permanentes disminuyó 60% respecto del caso en donde no se consideró la variación del coeficiente de fricción. Sin embargo, ambos procedimientos sobreestimaron los desplazamientos medidos en el laboratorio.
- 5.12 Se observó que para el cálculo de desplazamientos permanentes en el sistema estudiado, es mejor limitar la variación del coeficiente de fricción, con la ley de Coulomb por ejemplo, pero considerar esta variación en el cálculo de la respuesta, que limitar la respuesta del bloque de manera arbitraria como hace el método de Newmark, ya que esto sobreestima grandemente los desplazamientos permanentes respecto de los obtenidos de limitar el valor del coeficiente de fricción pero considerando su influencia en la respuesta del bloque.

---

## Referencias

- [1] Persson, B. N. J. (1998). Sliding friction : physical principles and applications, Berlin, Springer
- [2] Beer, P.F. and Russell J. E. Jr. (1990). Mecánica vectorial para ingenieros, México, McGraw-Hill
- [3] Amontons, G. (1699). De la resistance causée dans les machines, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences (Paris), 206-222
- [4] Bowden F.P., and Tabor, D. (1964). The friction and lubrication of solids, Oxford, Clarendon Press
- [5] Rabinowicz, E. (1995). Friction and wear of materials, New York, John Wiley and Sons
- [6] Scholtz, C.H. (2002). The mechanics of earthquakes and faulting, Cambridge, Cambridge University Press
- [7] Dieterich, J.H. (1979). Modelling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive equations, J. Geophys. Res. B84, 2161-2168
- [8] Ling, F. F. and Saibel E. (1957). On kinetic friction between unlubricated metallic surfaces, Wear, vol. 1, issue 3, 167-172
- [9] Niven, C. D., National Research Council, Ottawa. Can. (1960). The effect of high loading on the kinetic friction of ice, Wear, vol. 3, issue 5, 405
- [10] Wiid, D. H. and Beezhold, W. F. (1964). Determination of the coefficient of kinetic friction in the case of extremely small displacements, Wear, vol. 7, issue 5, 467
- [11] Byerlee, J. D. (1970). Static and kinetic friction of granite at high normal stress, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, vol. 7, issue 6, 577-582
- [12] Spurr, R. T. (1972). The static and dynamic friction of metals, Wear, vol. 19, issue 1, 61-65
- [13] Mokhtar, M. O. A., Zaki, M. and Shawki, G.S.A. (1979). An experimental re-examination of kinetic friction, Tribology International, vol. 12, issue 6, 261-264

- 
- [14] Vaziri, M., Stott, F.H. and Spurr, R.T. (1988), Studies of the friction of polymeric materials, Wear, vol. 122, issue 3, 313-327
- [15] Blau, P.J. (1992) Appendix: Static and Kinetic Friction Coefficients for Selected Materials, ASM International, ASM Handbook, Vol. 18: Friction, Lubrication, and Wear Technology (USA), 1992, 70-75
- [16] Skare, T. and Stahl, J.E. (1992). Static and dynamic friction processes under the influence of external vibrations, Wear, vol. 154, issue 1, 177-192
- [17] Spalding, M.A. and Hyun, KS (1995). Coefficients of dynamic friction as a function of temperature, pressure, and velocity for several polyethylene resins, Polym. Eng. Sci. (USA), vol. 35, no. 7, 557-563
- [18] Mohammad A.I. and Prakash, V. (2000). Time resolved friction during dry sliding of metal on metal, International Journal of Solids and Structures, vol. 37, issue 20, 2859-2882
- [19] Rajagopalan, S. and Prakash, V. (2001). An experimental method to study high speed sliding characteristics during forward and reverse slip, Wear, vol. 249, issue 8, 687-701
- [20] Benabdallah, H. (2003). Friction and wear of blended polyoxymethylene sliding against coated steel plates, Wear, In Press
- [21] Newmark N. (1965). Effects of earthquakes on dams and embankments, Geotechnique 1965, vol. 15, issue 2, 139-160
- [22] Baumberger, T. (1996). Dry friction dynamics at low velocities, Physics of sliding friction, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands. Editado por B.N.J. Persson, E. Tosatti, 1-26
- [23] O'Rourke, T.D., Druschel, S.J. y Netravali, A.N. (1990). Shear strength characteristics of sand – polymer interfaces, Journal of Geotechnical Engineering, vol. 116, issue 3, 451-468
- [24] Negusse, D., Wijewickreme, W.K.D. and Vaid, Y.P. (1988). Geomembrane interface friction, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 26, 165-169
- [25] Yusu, Y. and Dechao, Z. (1990). Investigation of the relationship between soil-metal friction and sliding speed, Journal of Terramechanics, vol. 27, issue 4, 283-290
- [26] Perlei, E.M. (1964). The effects of vibrations on the forces of external friction of soils, Soil Mechanics and Foundation Engineering, No. 3, 147–152
- [27] Nikiforov, P. E. and Bredun, M.I. (1965). Sliding friction of soil over metal and plastic surfaces, Vest. sel.-khoz. Nauki, Mosk., 1965, 10 (7) 112-116; Journal of Terramechanics, Volume 3, Issue 2, 1966, Page 93
- [28] ASM International, ASM Handbook, Vol. 18: Friction, Lubrication, and Wear Technology, (USA) 1992
-

- 
- [29] Scholz, C.H., and Engelder, T. (1976). Role of asperity indentation and ploughing in rock friction, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, Volume 13, pp 149 – 154
- [30] Bromwell, L.G., (1966). The friction of quartz in high vacuum, Sc. D. Thesis, M.I.T., Cambridge, Mass.
- [31] Dickey, J.W., (1966). Frictional characteristics of quartz, S.B. Thesis, M.I.T., Cambridge, Mass.
- [32] Horn, H.M., and Deere, D.U. (1962). Frictional characteristics of minerals, Geotechnique, vol. 12, 319-335
- [33] Rowe, P.W., (1962). The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, Proc Roy. Soc., A269, 50-527
- [34] Jaeger, J.C., and Cook, N.G.W. (1976). Fundamentals of rock mechanics, London: Chapman and Hall
- [35] Wang, W.B., and Scholz, C.H. (1994). Wear processes during frictional sliding of rock, a theoretical and experimental study, J. Geophys. Res.-Solid Earth 99:6789-6799
- [36] Shimamoto, T. and Logan, J. (1986). Velocity-dependent behavior of simulated halite shear zones: An analog for silicates, Earthquake Source Mechanics. ACU Geophys. Mono. 37, es. S. Das, J. Boatwriht, and C. Scholz. Washington, DC: American Geophysical Union, pp. 49-64
- [37] Ohnaka, M., Kuwahana, Y., Yamamoto, K., and Hirasawa, T. (1986). Dynamic breakdown processes and the generating mechanism for high frequency elastic radiation during stick-slip instabilities, Earthquake Source Mechanics. ACU Geophys. Mono. 37, es. S. Das, J. Boatwriht, and C. Scholz. Washington, DC: American Geophysical Union, pp. 13-24
- [38] Johnson, T.L., and Scholz, C.H. (1976). Dynamic properties of stick-slip friction in rock, J. Geophys. Res. 81:881-888
- [39] Ruina, A. (1983). Slip instability and state variable friction laws, J. Geophys. Res. 88:10359-10370
- [40] Marone, C. (1998). Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting, Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 1998. 26:643-96
- [41] Botero, E. and Romo, M.P. (2003). Seismic Analysis of Slope Stability, Geofisica Internacional, vol. 42 Num. 2, 219-225
- [42] Tolstoj, D. M. (1967). Significance of the normal degree of freedom and natural normal vibrations in contact friction, Wear, vol. 10, issue 3, 199-213
- [43] Archard, J.F. (1957). Elastic deformation and the laws of friction, Proc. Roy. Soc., A 243 (1957) 190–205

- 
- [44] Cook NGW. (1981). Stiff testing machines, stick-slip sliding, and the stability of rock deformation, Mechanical Behavior of Crustal Rocks, ed. NL Carter, M Friedman, JM Logan, DW Sterns, Am. Geophys. Union Monogr., 24:93–103. Washington, DC: Am. Geophys. Union
- [45] Dieterich, J.H. (1972). Time-dependent friction in rocks, J. Geophys. Res. 77:3690–97
- [46] Rabinowicz, E. (1951). The nature of static and kinetic coefficients of friction, J. Appl. Phys. 22:1373–79
- [47] Lenkiewicz, W. (1969). The sliding friction process-effect of external vibrations, Wear, 13: 99-108
- [48] Banerjee, A.K. (1968). Influence of kinetic friction on the critical velocity of stick-slip, Wear, 12: 107-116
- [49] Ochoa Sierra, M.A. (2003). Diseño del control de una mesa vibradora para usarse en el modelo de taludes, tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. pp. 80
- [50] Botero, E. (2004). Modelo bidimensional no lineal para el análisis del comportamiento dinámico de estructuras terreas, tesis doctoral. Universidad Nacional Autónoma de México.
- [51] Yegian, M. K. y Lahlaf, A.M. (1992). Dynamic interface shear strength properties of geomembranes and geotextiles, Journal of Geotechnical Engineering, vol. 118 No. 5: 760-779
- [52] Jacobson, P. N. (1980). Translational behavior of gravity retaining walls during earthquakes, M.E. Report 80/9, University of canterbury, Canterbury, New, Zealand.
- [53] Lai, C.S. (1979). Behavior of retaining walls under seismic loadings, M.E. Report 79/9, University of canterbury, Canterbury, New, Zealand.
- [54] Hunt, J.B., Torbe, I. Y Spencer, G.C. (1965). The phase plane analysis of sliding motion, Wear, 8: 455
- [55] Rabinowicz, E. (1958). The intrinsic variables affecting the stick-slip process, Proc. Phys. Soc. London, 71, 668-675
- [56] Mokha A., Constantinou M. Y Reinhorn A. (1990). Teflon bearings in base isolation. I: Testing, Journal of Structural Engineering, vol. 116, No. 2, 438-453
- [57] Constantinou M., Mokha A. y Reinhorn A. (1990). Teflon bearings in base isolation. II: Modeling, Journal of Structural Engineering, vol. 116, No. 2, 454-474
- [58] Kramer S.L. (1996). Geotechnical earthquake engineering, Prentice Hall, New Jersey.
- [59] Seed and Goodman. (1964). Earthquake stability of slopes of cohesionless soils, JSMFD, ASCE, vol. 90 No. SM6, November 43 - 73

- 
- [60] Bosscher, P. J. y Ortiz, C. (1987). Frictional properties between sand and various construction materials, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 113 No. 9, September 1035 - 1039
- [61] Wolfgang, E. (2004). Friction measurements in granular media, Physical Review E 69, 021303 pp. 10
- [62] Lemarchand E., Ulm F.J. y Dormieux L. (2002). Effect of Inclusions on Friction Coefficient of Highly Filled Composite Materials, Journal of engineering mechanics Vol. 128, No. 8, August 879-887
- [63] O'Sullivan C., Bray J.D. y Riemer M.F. (2002). Influence of Particle Shape and Surface Friction Variability on Response of Rod-Shaped Particulate Media, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, No. 11, November 1182-1192
- [64] Evesque, P. (1991). Analysis of the statistics of sandpile avalanches using soil-mechanics results and concepts, Physical Review A, Vol. 43, No. 6, March 2720 – 2740
- [65] Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P., Porion P. (1993). Pile density is a control parameter of sand avalanches, Physical Review E, Vol. 47, No. 4, April 2326-2332
- [66] Marroqín F.A. y Herrmann H.J. (2004). Ratcheting of granular materials, Physical Review Letters, Vol. 92, No. 5, February pp. 4
- [67] Srebro Y. y Levine D. (2003). Role of friction in compaction and segregation of granular materials, Physical Review E 68, 061301 pp. 9
- [68] Dove J.E. y Jarrett J.B. (2002). Behavior of dilative sand interfaces in a geotribology framework, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, January 25 – 37
- [69] Krim J. (2002). Surface science and the atomic-scale origins of friction: what once was old is new again, Surface Science 500 (2002) 741-758
- [70] Cambou B. (1974). Etude du frottement entre matériaux rocheux, Publicación E11 del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. pp. 92
- [71] Sung I.H., Lee H.S. y Kim D.E. (2003). Effect of surface topography on the frictional behavior at the micro/nano-scale, Wear, 254 1019-1031
- [72] Martin J.M., Donnet C. y Le Mogne Th. (1993). Superlubricity of molybdenum disulphide, Physical Review B, 48(14) 10583 – 10588
- [73] Hirano M., Shinjo K., Kaneko R. y Murata Y. (1997). Observation of superlubricity by scanning tunneling microscopy, Physical Review Letters, 78(8) 1448 – 1451
- [74] Hirano M. (2003). Superlubricity: a state of vanishing friction, Wear, 254 932 – 940
- [75] Heimberg J.A. y Zandbergen H.W. (2004). Superlubricity of graphite, Physical Review Letters, 92(12) 126101-1 - 126101-4

- 
- [76] Serway R.A. (1990). Física, México, McGraw-Hill
- [77] Rathje, E.M. y Bray, J.D., 1999, An examination of simplified earthquake-induced displacement procedures for earth structures, Canadian Geotechnical Journal 36, 72-87.
- [78] Rathje E.M. y Bray J.D. (2000). Nonlinear coupled seismic sliding analysis of earth structures, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 126(11), 1002-1014
- [79] Kramer S.L. (1997). Modified newmark model for seismic displacements of compliant slopes, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 123(7), 635-644
- [80] Makdisi F.I. y Seed, H.B., 1978, Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake-induced deformations, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE 104(GT7), 849-867.
- [81] Wartman, J., Bray, J.D. y Seed, R.B., 2003, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 129(8), 673-684.
- [82] Alberro, J. (1992). La licuación en arenas, Volumen Raúl J. Marsal, Sociedad Mexicana de Mecánica de suelos, México.
- [83] Alberro, J. (2004). Comunicación personal.