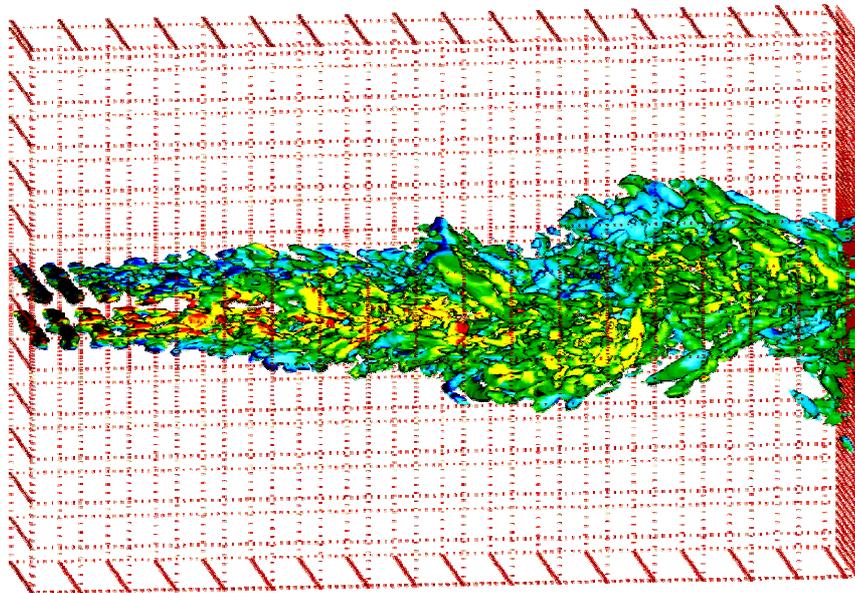




LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

SIMULACIÓN DE GRANDES ESCALAS  
DE UN CHORRO PLANO COMPRESIBLE



T E S I S

Que para obtener el título de:

*INGENIERO MECÁNICO*

P R E S E N T A:

*MARCO ALFREDO DE LA LAMA ZUBIRÁN*



Asesor: Dr. Martín Salinas Vázquez

MÉXICO C. U. 2005



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ***Agradecimientos:***

*A mis padres, Alfredo y Norma* quienes me dieron apoyo incondicional en mi educación y por sus consejos afables, para mi mejor porvenir.

*A mi abuelo, Roberto* que me fomento un ímpetu curioso.

*A mi hermana, Paula* ella siempre fraternalmente al pendiente de mis proyectos.

*A Mis Profesores Martin y a Wiliam*, por su confianza y sus cátedras que me impulsaron hasta este glorioso momento.

*A la Universidad Nacional Autónoma De México, la Facultad de Ingeniería y el Instituto de Ingeniería.*

**"Por mi Raza Hablará el espíritu"**

Esta tesis fue apoyada por el Consejo Nacional de Ciencia Y Tecnología, siendo parte del proyecto:

CONACYT-SEMARNAT-2002-C01-148

## INDICE

Resumen.....	II
<i>Introducción</i>	
<i>Prefacio</i> .....	01
<i>Antecedentes</i> .....	03
<i>Planteamiento del</i>	13
<i>Objetivos</i> .....	19
<b>CAPÍTULO I Marco Teórico</b>	
1. Naturaleza del Chorro.....	21
2. Ecuaciones de Gobierno en la Mecánica de Fluidos.....	24
3. Simulación de Grandes Escalas.....	27
4. Ecuaciones Expresadas en Coordenadas Generalizadas.....	33
5. Solución de las Ecuaciones a Través del Esquema Numérico.....	35
<b>CAPÍTULO II Características Numéricas</b>	
1. Diseño de la Simulación y el Mallado.....	37
2. Condiciones de Frontera.....	39
3. Condiciones Iniciales.....	42
4. Atenuación en la Salida del Dominio Numérico.....	47
5. Diseño Estadístico Empleado.....	48
6. Validación Estadística de Nuestra Simulación.....	49
7. Prueba a las Propiedades Físicas del Flujo.....	51
<b>CAPÍTULO III Resultados</b>	
1. Dinámica de las Estructuras Turbulentas en un Chorro Plano.....	53
2. Validación de la Simulación de Grandes Escalas.....	60
3. Comparación Gráfica y Visual del perfil de Velocidad.....	67
4. Comparación Gráfica y Visual de los Esfuerzos Turbulentos.....	71
5. Comportamiento de la Concentración de un Escalar Pasivo.....	77
Conclusiones.....	85
Recomendaciones.....	87
Bibliografía.....	88

## **Resumen**

El chorro plano compresible es un ejemplo propio de un flujo turbulento de tipo cortante libre. Gracias a la dinámica de fluidos, se entienden los procesos de transporte de energía, masa y momentum generados durante el desarrollo de éste. Sus aplicaciones se pueden ampliar para comprender el flujo turbulento en general. Este tipo de flujo tiene interés práctico en propulsión, combustión y flujos ambientales.

Con una simulación numérica, que recrea la dinámica de un flujo, se logra representar el chorro plano compresible, en una aproximación al comportamiento en la realidad. Con ayuda de la aproximación numérica se pueden llegar a controlar las propiedades del fluido y sus características dinámicas, lo que permitirá estudiar en detalle las etapas más complejas del flujo.

Existen diversas simulaciones numéricas que pueden representar la complejidad del proceso. En esta tesis, por resultar más práctico debido a la carga computacional, se utiliza la simulación de grandes escalas (LES, por sus siglas en inglés), aunque el efecto energético de las pequeñas escalas de la turbulencia requiere su propio modelo.

Para el estudio estadístico del flujo totalmente desarrollado, se utilizaron las iteraciones de los últimos 450 pasos tiempo de esta simulación (LES).

La característica fundamental de este flujo es su perfil de velocidad con dos cortantes abruptos. Este perfil se genera con una función tangente hiperbólica, con reflejo simétrico al plano central con la dirección normal del tamiz.

Los resultados de la simulación fueron analizados mediante el promedio temporal de cada componente de velocidad. También, en base de la llamada descomposición de grandes y pequeñas escalas, se analizó la parte sub-malla o fluctuante de la velocidad, logrando así, identificar los esfuerzos turbulentos. Así mismo, se observó la conducta de un escalar pasivo inmerso en el chorro, para estudiar el mezclado de éste con el fluido circundante.

Según la validación requerida en esta tesis; la LES presentó un comportamiento estadístico y visual esperado, que se aproxima aceptablemente, al 1% de error, en la región de autosemejanza de chorros experimentales y numéricos obtenidos por otros autores.

El comportamiento de la dispersión del escalar pasivo se desarrolla ligeramente más rápido que los resultados consultados en la literatura, por la diferencia en la determinación del número de Schmit turbulento. Por tanto, los consecuentes trabajos deberán estudiar esta conducta para poder realizar investigaciones más específicas como sería la mezcla de diferentes gases.

## ***INTRODUCCIÓN***

### ***Prefacio***

Empecé a interesarme en el tema de flujos y su etapa de turbulencia en el transcurso de mi carrera gracias a un trabajo eventual realizado en una empresa de ingeniería ambiental y una buena combinación entre ciertas materias que me resultaron interesantes. Estas materias fueron principalmente: Termodinámica Aplicada, Temas Selectos de Termoenergía, Elementos de Mecánica de Fluidos y Dinámica de fluidos.

Uníamos esfuerzos algunos compañeros y yo para evitar que nuestra universidad transitara hacia una privatización embozada, cuando el Ing. Emilio de los Ríos me dio la oportunidad de colaborar también en su empresa dedicada a implementar proyectos relacionados con la búsqueda de soluciones ambientales para las salidas de residuos tóxicos a través de chimeneas y el reciclamiento de aguas por medio de torres de enfriamiento. Esta última experiencia me despertó el interés por el comportamiento de los flujos.

En los semestres finales de la carrera tuve la suerte de encontrarme, para el Seminario de Ingeniería Mecánica, con uno de mis profesores de aquellas primeras asignaturas, el Dr. Martín Salinas Vázquez, quien me invitó a formar parte de su grupo de trabajo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y me sugirió aprovechara el tiempo para aplicarlo a una investigación, que diera por resultado mi tesis profesional.

El caso es que tengo un gran interés por el proceso de transporte y mezclado de escalares en los flujos cortantes turbulentos debido a la importancia que tienen para los casos de flujos ambientales en la propagación de contaminantes inmersos en dichos flujos. Otro caso que me interesa es el estudio de las aplicaciones de la turbulencia en combustión, tanto en el mejoramiento de la mezcla de combustible y comburente como en la expulsión adecuada de los gases de escape. Gracias a dichos estudios, se pueden mejorar las eficiencias en los procesos.

Para poder estudiar al detalle la etapa de la turbulencia en la dinámica de los flujos, en especial con los chorros, opté por recrear numéricamente el proceso.

Ayudándome con una simulación en computadora se logró representar al flujo tal como se comporta en la realidad. Este último debido a que el estudio del flujo ha evolucionado de

una naturaleza estadística hacia una visión determinística de las estructuras largas de coherencia espectral para el completo desarrollo del flujo.

Existen diversas simulaciones que pueden representar la complejidad del proceso, por resultar más práctico, debida a la carga computacional, en el Instituto de Ingeniería decidimos utilizar la simulación de grandes escalas (LES, por sus siglas en inglés) aun cuando esta simulación requerirá, además, de un modelo que le ayude a representar los efectos que pudieran producirse por las pequeñas escalas de las estructuras coherentes<sup>1</sup> que fueron filtradas a través de un tamiz o malla computacional.

## ***Antecedentes***

A lo largo del siglo pasado la turbulencia se había definido como un campo de vorticidades<sup>2</sup> aleatorias y caóticas, pero en una serie de experimentos, cada vez mejor definidos, se observa que las fluctuaciones de vorticidad no son tan azarosas, desorganizadas o incoherentes como se había pensado comúnmente.

---

<sup>1</sup> La vorticidad es contenida en dichas estructuras, por tanto, la turbulencia podría modelarse o describirse a partir de la creación, evolución interacción y decaimiento de estas estructuras.

<sup>2</sup> Fluido rotacional rodeado de fluido irrotacional.

El chorro plano turbulento, que se investiga en esta tesis, es el clásico modelo de un flujo cortante libre con una dirección homogénea, que viaja por varios diámetros con dirección relativamente constante, el cual tiene interés práctico en al menos tres áreas tecnológicas: propulsión, combustión y flujos ambientales.

Las aplicaciones del chorro plano en particular pueden ampliarse para comprender el flujo turbulento en general, para eso, es necesaria la comprensión de la dinámica de fluidos y así entender y controlar matemáticamente (de modo virtual) los procesos de transporte de energía y momentum en los fluidos.

El escalar pasivo, que transporta este chorro, puede simular la mezcla que sufren los diferentes compuestos al ser expulsados a su entorno. Esto puede acarrear reacciones químicas que dependerán del volumen y velocidad de mezclado y por tanto el comportamiento de este escalar debe ser estudiado al detalle.

Uno de los aspectos mas importantes en el estudio del flujo de fluidos surge del hecho de que a partir de cierto número crítico de Reynolds<sup>3</sup> la estructura del flujo deja de ser laminar, para alcanzar la turbulencia.

---

<sup>3</sup> Los esfuerzos inerciales resultan predominantes con respecto a los efectos viscosos, en el número de Reynolds.

Para números de Reynolds altos ( $Re_h > Re_{crit}$ ), donde dominan los esfuerzos inerciales en el flujo, la pérdida de movimiento ordenado (régimen laminar) lleva al flujo a una etapa de transición y posteriormente a la etapa llamada "turbulencia completamente desarrollada".

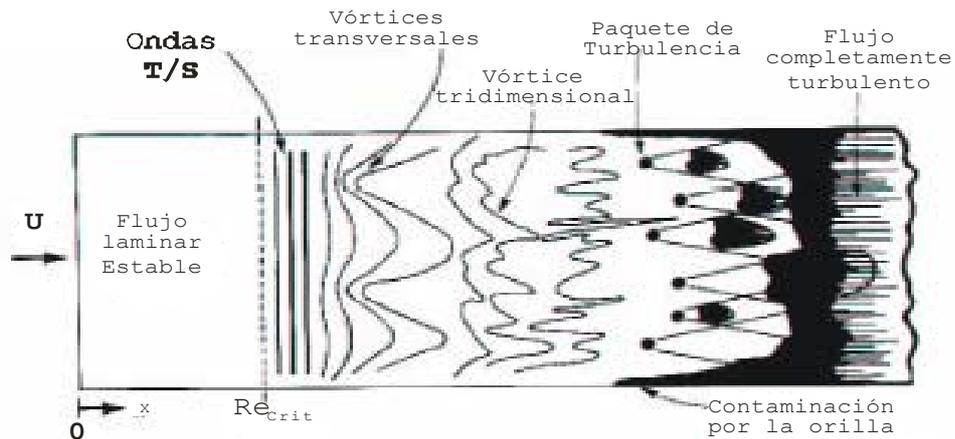
La turbulencia aparece porque los flujos, en general, son inestables bajo perturbaciones pequeñas, si los esfuerzos viscosos son más pequeños que los inerciales. Por tanto "se le llama turbulencia a la etapa de un flujo que se caracteriza por su naturaleza fluctuante y aparentemente aleatoria"<sup>4</sup>. El resultado de la pérdida de estabilidad de un flujo laminar provoca que las capas de fluido se intersecten, se mezclen y además cambien en función del tiempo, de forma pseudo aleatoria. Dicho comportamiento dificulta la descripción matemática de un flujo turbulento, sin embargo, puede observarse que la magnitud del **vector velocidad** fluctúa alrededor de un valor medio.

Cuando los flujos alcanzan números de Reynolds ligeramente superiores al valor crítico ( $Re_{crit}$ ) pierden su naturaleza laminar y pasan a una nueva etapa caracterizada por un comportamiento de periodos breves de flujo en régimen laminar alternados con periodos turbulentos. Esto indica que la

---

<sup>4</sup> ZENIT Camacho R. <http://mecmat.iimaterialcu.unam.mx> pág. 145

transición de un flujo laminar a un flujo turbulento no es abrupta sino progresiva. A este régimen intermedio se le denomina etapa de transición, como puede observarse en el siguiente esquema:



Esquema 1. Desarrollo de un flujo sobre una placa hacia su estado de turbulencia desarrollada.

El esquema 1 muestra a un fluido que fluye sobre una pared. Al aumentar sus esfuerzos inerciales pierde su régimen laminar después de alcanzar el número crítico de Reynolds ( $Re_x = Re_{crit}$ ). En este momento el fluido entra en su etapa de transición donde aparecen las ondas T-S (Tollmien-Schlichting), que son perturbaciones en la dirección perpendicular al flujo.

Aguas abajo, con el aumento del número Reynolds ( $Re_x > Re_{crit}$ ) y con cualquier perturbación en el flujo, las ondas T-S transversales comienzan a perder estabilidad y su forma

original. En esta nueva etapa transitoria comienza a aparecer un componente de la vorticidad en la dirección del flujo. Si se aumenta un poco más el  $Re_x$ , lo que se observa es la desaparición de la estructura unidireccional del flujo. Esto es, que tanto la velocidad y la vorticidad se vuelven variables tridimensionales.

Aguas abajo en dicho flujo, con un  $Re_x$  mayor, comienza a aparecer paquetes de turbulencia completamente desarrollada. Estos paquetes, o manchas, crecen en tamaño y frecuencia de aparición. Finalmente, los paquetes se unen y se crea la zona de turbulencia completamente desarrollada.

El proceso del desarrollo de la turbulencia para un chorro plano es similar al descrito anteriormente, sólo que las perturbaciones perpendiculares al flujo u ondas T-S, ahora llamadas vórtices transversales Kelvin-Helmholtz se encuentran libres. Además no son afectadas por ninguna placa y evolucionan hacia la turbulencia con mayor libertad en un espacio tridimensional, sin obstáculos que restrinjan tal desarrollo. Los detalles técnicos de estos flujos se explican en el siguiente capítulo.

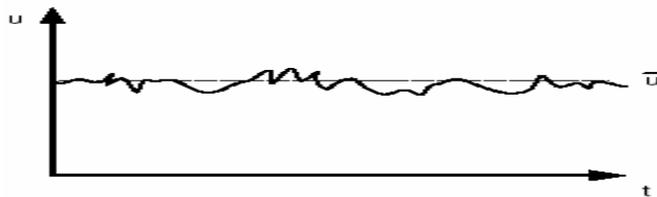
Puesto que el flujo en su etapa turbulenta es muy complejo, resulta difícil describirlo con el tipo de funciones matemáticas que se utilizarían en un flujo laminar. Por esto,

para facilitar el estudio de la turbulencia se utilizan herramientas estadísticas que ayudan a describirlo y analizarlo. En particular, se usa el concepto de promedio temporal. Si consideramos una variable cualquiera  $f$  como función del tiempo ( $t$ ), su promedio temporal esta definido como:

$$\bar{F} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (0.1)$$

Donde  $T$  es el intervalo de tiempo transcurrido desde el tiempo inicial ( $t_0$ ).

De acuerdo con la descomposición de Reynolds, cualquier variable, fluctuante o no, puede describirse a través de su promedio en el tiempo, que separa a cualquier variable en dos componentes: una estacionaria y otra fluctuante. Por ejemplo, la medición instantánea de la velocidad en cierto punto se podrá describir como  $u(t) = \bar{u} + u'(t)$ ; donde  $\bar{u}$  es el promedio temporal y  $u'$  es la componente fluctuante de la velocidad.



Esquema 2. Ejemplo de un desarrollo de velocidad instantánea y su promedio en un tiempo dado

Para la comprensión de la dinámica en los flujos cortantes libres y principalmente de los chorros se han realizado

diversos trabajos relativamente recientes, en su mayoría experimentales, como Ramaprian & Chandrasekhara (1985), Gutmark & Wygnanski (1976), Browne *et al.* (1983), Thomson & Prakash (1991) o Thomson & Chu (1989) y algunos otros de simulación numérica computacional, como por ejemplo Stanley *et al.* (2000 y 2002). Todas estas investigaciones cuantifican las propiedades estadísticas de un chorro plano en su región de autosemejanza<sup>5</sup>, aguas abajo, a través de varios diámetros lejos de la boquilla de salida del chorro. Los datos experimentales y numéricos recopilados en esta tesis, sobre el comportamiento de esos chorros, serán los principales puntos de comparación estadística con la simulación de grandes escalas, que en esta tesis se propone para el estudio de este tipo de fenómenos.

Una de las primeras personas en identificar la transición de un flujo laminar a un flujo turbulento fue Osborne Reynolds en 1883. Su experimento consistió en inyectar tinta en un flujo de un líquido en una tubería. De esta manera fue capaz de observar la relación adimensional  $UD\rho/\mu$  del flujo. Esta relación adimensional es lo que ahora se conoce como número de Reynolds.

---

<sup>5</sup> Autosemejanza es la zona donde el flujo mantiene una turbulencia desarrollada y sus propiedades tienen comportamiento similar en toda esa región.



Figura 1 chorro turbulento visualizado por tinta fluorescente

Desde mediados del siglo pasado, diversos investigadores han realizado pruebas empíricas para entender la dinámica de flujos tan complejos como es la turbulencia de un fluido, basados en la cuantificación de sus propiedades estadísticas. Albertson *et al.* (1950) y Miller & Comings (1957) midieron los principales campos de velocidad y presión con la ayuda de anemómetros; más tarde, gracias a los trabajos de Bradbury (1965) y Gutmark & Wygnanski (1976) entre otros, se lograron medir los campos principales y los fluctuantes de la región de autosemejanza del chorro plano. Estos campos son fuertemente afectados por las condiciones iniciales en la boquilla de salida del chorro y también por las condiciones de frontera, dentro del laboratorio. Estos experimentos permitieron observar que cuando aparece un fuerte flujo que circunda al chorro (*coflow*), con la misma dirección longitudinal que la velocidad

principal de éste, produce un efecto que retarda la evolución del chorro hacia su estado de turbulencia desarrollada llamada también zona de autosemejanza.

Dicha región de autosemejanza ha sido considerada de gran importancia por su fácil generalización, gracias a que es posible medir el comportamiento de cualquier chorro turbulento mediante los campos de la velocidad fluctuante (rms), la tasa de dispersión del chorro y la disminución de la velocidad en la línea central.

Se han realizado grandes cantidades de trabajos experimentales para el estudio del chorro plano, mientras que los estudios a través de simulaciones numéricas son pocas. Comte *et al.* (1989) realizaron la simulación temporal de un chorro *Bickley*<sup>6</sup>, en una región de la turbulencia completamente desarrollada, para estudiar la influencia de las condiciones iniciales. Ocho años después, en el trabajo de Reichert & Biringen (1997) se estudió el efecto de la compresibilidad en la evolución espacial de dos dimensiones de un chorro no-viscoso con un fuerte flujo circundante.

Más tarde ese mismo año en el trabajo de Stanley & Starkar (1997) se compararon con los trabajos experimentales del chorro

---

<sup>6</sup> Bickley en 1937 modela un chorro plano bidimensional a través de un corte infinitesimal.

plano en tres dimensiones (3-D). Debido a que se encontraron demasiadas incongruencias entre estas investigaciones, los estudios numéricos de dos dimensiones tienen poco uso para el estudio de chorros reales.

Dai, Kobayashi & Taniguchi (1994) realizaron las primeras simulaciones numéricas de un chorro plano subsónico, desarrollado espacialmente en tres dimensiones, usando la "Simulación de Grandes Escalas" o LES (por sus siglas en inglés *Large Eddy Simulation*) con un modelado sub-malla (modelo de las pequeñas escalas que son filtradas por el mallado), y obtuvieron relativamente buenos resultados cuando se compararon con los datos experimentales. Sin embargo, la intensidad de turbulencia en la zona de autosemejanza fue más alta en un 40% aproximadamente que los valores empíricos.

Un trabajo más reciente de Weinberger, Rewerts & Janicka (1997) con base en el modelo "Smagorinsky"<sup>7</sup> mostró que la intensidad de las fluctuaciones, en la región de autosemejanza, se incrementan en sólo 15% del valor nominal.

Al mejorar los modelos sub-malla, extendiéndolos dinámicamente, resultó que dichos modelos mejorados encontraron una buena relación con la "simulación numérica directa" (**DNS**

---

<sup>7</sup> Modelo Smagorinsky (1966). Primer modelo sub-malla.

por sus siglas en inglés *Direct Numerical Simulation*) y con los experimentos de laboratorio a muy altos números de Reynolds.

Con el trabajo de George (1989) se sugirió (años más tarde con el trabajo en modelos DNS de Rogers & Moser (1994) y Moser, Rogers & Ewing (1998) se constató) que con las condiciones iniciales en el campo de flujo se provocan algunos efectos en el desarrollo de los campos turbulentos, aunada a una influencia esperada sobre la capa de mezcla, y aun así se presentan resultados similares en la turbulencia totalmente desarrollada, cuando se alcanza el estado de autosemejanza

### ***Planteamiento del Problema***

La relación y la interacción entre las *grandes escalas* y las *pequeñas escalas* son uno de los problemas clave en el estudio de la turbulencia, mismo que empezó a ser tratado en los primeros trabajos de Kolmogorov (1941). Él planteó la hipótesis de la "universalidad de pequeñas escalas", con la idea de que existía cierto grado de independencia entre escalas grandes y pequeñas a altos números de Reynolds.

Este supuesto se ha convertido en uno de los pilares de la teoría de turbulencia, la cual desde entonces ayuda a entender y modelar los flujos turbulentos. Sin embargo, extensos

estudios en las dos últimas décadas, tanto teóricos como numéricos, o como experimentales, mostraron que no siempre las grandes escalas muestran independencia de las pequeñas escalas o viceversa, aún en flujos a altos números de Reynolds. Siendo esto el tema clave de la *simulación de grandes escalas (LES)*; método que depende fuertemente de la correcta representación de la relación grandes/pequeñas en las escalas.

De hecho, en el modelo LES sólo el movimiento de las escalas mayores al tamaño de celda<sup>8</sup> es calculado explícitamente, mientras que las escalas menores a las celdas (escalas sub-malla) no son computados. Su efecto en la resolución final debe ser adecuado mediante un modelo propio de escalas sub-malla. El aspecto más importante de tal modelo es el intercambio de energía cinética entre las grandes escalas resueltas por la simulación y las escalas sub-malla calculadas por el modelo.

En la mayoría de los modelos se estima que la energía se transfiere predominantemente de las grandes escalas a las pequeñas (efecto disipativo). Considerando despreciable la transferencia contraria, donde la energía puede también fluir localmente de las pequeñas a las grandes escalas; dada esta apreciación se evita un motivo de inestabilidad numérica.

---

<sup>8</sup> En esta tesis la celda tridimensional es un cubo de lados  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ .

Esta transferencia regresiva de energía puede producir viscosidades turbulentas negativas, generándose erróneamente una viscosidad neta inferior a la viscosidad molecular del fluido. Tal viscosidad molecular es el mínimo necesario para que el aumento de las fluctuaciones tenga un límite y puedan ser atenuadas, evitando así la divergencia del cálculo numérico.

Otro aspecto importante en la interacción de ambas escalas es el efecto y la relación de las estructuras coherentes. Estas estructuras surgen de forma natural en muchos flujos turbulentos y se asume que gobiernan a la mayoría de la energía del flujo. Se estima que también son responsables de la mayor parte de la transferencia de masa y de momentum dentro de éste.

La simulación DNS diseñada por S.A. Stanley, S. Sarkar y J.P. Mellado en la Universidad de California, San Diego, La Jolla, USA, en 2002, estudia la evolución y el mezclado en los campos de flujos dentro de un chorro turbulento plano que entra al dominio entre placas semi-infinitas.

El estudio de Stanley *et al.* (2002) se tomó en cuenta el desarrollo temporal y espacial tridimensional, cuyos resultados lograron tanto una coherencia espectral como una visualización de vorticidad, lo que permitió identificar estructuras coherentes. El estudio también simuló el desarrollo de la

inestabilidad inicial del chorro y su evolución aguas abajo. Sus resultados mostraron que aún cuando las grandes escalas en el campo de flujo se ajustan lentamente a variaciones locales del gradiente de velocidad, por el contrario, las pequeñas escalas se ajustan rápidamente, aun cuando ambas sean anisotrópicas<sup>9</sup>.

Una vez que se han formado las estructuras turbulentas en la capa cortante, el proceso de mezclado es dominado por el efecto de grandes escalas en los límites transversales del chorro, lo que provoca que el flujo circundante se sumerja hasta el núcleo de éste. Posteriormente, en el núcleo turbulento de la región de auto semejanza el mezclado por pequeñas escalas domina, presentando un comportamiento de mayor isotropía (carencia de dirección preferencial).

También los resultados de Stanley *et al.* (2002) mostraron que el proceso de mezclado puede ser analizado a través de las PDFs (funciones de densidad probabilística) o por medio de un escalar pasivo.

Un escalar inmerso en el chorro plano modelado es utilizado para describir la variación de concentración del chorro, según la difusión que presenta el mezclado de éste con

---

<sup>9</sup> Anisotropía: cuando el flujo se comporta a través de direcciones preferenciales

el fluido circundante. La concentración del chorro tiene un valor de 100% en la boquilla de salida y disminuirá su proporción a lo largo de su desarrollo.

Este escalar no tiene efectos en la dinámica del flujo, por lo que se le considera de comportamiento pasivo. Por otra parte, su característica es que se comporta de acuerdo al coeficiente de difusión molecular.

En los estudios experimentales, la evolución del campo escalar fue analizado por la medición del gradiente de temperatura del chorro, ya que se suministró un mínimo de calor (para utilizar ese gradiente  $\Delta T$  como escalar pasivo) en el flujo principal, cuidando que dicha cantidad de calor no fuese a afectar, por fuerzas de flotación, al desarrollo esperado.

El comportamiento de la concentración del escalar pasivo se debe a la turbulencia. Ésta provoca la interacción del grueso del flujo que sale de la boquilla con el fluido circundante.

El trabajo de *Stanley et al.* (2002) de DNS, además de validar el desarrollo del modelo computacional, comparado contra datos experimentales, proporciona la información necesaria de un chorro plano en particular, que puede utilizarse a su vez, en el diseño y evaluación de modelos LES

como el que se usa en el presente trabajo. No sólo hay velocidades principales e intensidades de perfiles que pueden ser estudiados con respecto a la turbulencia, sino que también se documentaron, mediante visualizaciones, los vórtices debido a su espectro coherente<sup>10</sup>, así como el desarrollo de las estructuras en capas cortantes dentro la evolución de flujo del chorro.

La simulación DNS se ha utilizado como base en la evaluación de modelos turbulentos, como el tratado aquí (LES) o como el de Le Ribault et al. (1999) que también es un modelo LES que incluye un modelo sub-malla.

La simulación DNS de Stanley *et al.* (2002) también fue utilizada para estudiar dos fenómenos físicos de la turbulencia en chorros planos: la anisotropía de pequeñas escalas y la evolución en las propiedades debidas al mezclado. Sin embargo, ambos fenómenos no se han documentados experimentalmente, tan completo como en el caso de las grandes escalas.

El nivel relativo de isotropía de pequeñas escalas se ha estudiado menos, debido a que las derivadas espaciales de las tres componentes direccionales en los campos de velocidad fluctuante son difíciles de obtener por experimentación.

---

<sup>10</sup> El espectro que se genera al contener vórtices en estructuras coherentes.

Tampoco se ha documentado el proceso de mezclado en chorros planos, como sucedió para los chorros redondos.

El estudio de *Stanley et al.* tiende a ser general pues ya se ha utilizado la simulación DNS para un flujo turbulento libre de cortantes, que son homogéneos en una o más direcciones. Este trabajo también abordó los flujos turbulentos y su evolución espacial. Sin embargo, la DNS es tan compleja que requiere del manejo de una gran cantidad de nodos en el mallado, por lo que se exige un ordenador de gran capacidad y mucho tiempo en su procesamiento.

### ***Objetivo***

Para facilitar las mediciones de los chorros con los métodos de simulación numérica, se ha desarrollado un nuevo sistema llamado "simulación de grandes escalas" (LES). Éste tiene la ventaja de utilizar menos recursos computacionales y menos tiempo de operación que la DNS.

Sin embargo, antes de aplicársele para entender los diferentes aspectos que produce un flujo, es necesario validar la simulación numérica LES. Ésta validación es el objetivo principal de la presente investigación.

Como siguiente objetivo se validó la difusión de masa de un escalar pasivo.

Finalmente, si el anterior objetivo se valida, entonces se tendrá la respuesta a la pregunta *¿cuál es el comportamiento de la concentración del escalar pasivo dentro del flujo en el transcurso del dominio computacional?*

## CAPITULO I. Marco Teórico

### 1. Naturaleza del Chorro

El estudio de los flujos por medio de la mecánica de fluidos ha permitido clasificar los diferentes tipos de flujos de fluidos que presentan esfuerzos cortantes libres. Entre ellos se puede nombrar la llamada "Capa de Mezcla", la denominada "Estela" y por último el fluido nombrado "**Chorro**".

El presente trabajo está enfocado a analizar aquellos fluidos con movimiento en forma de chorro. Para producir chorros es suficiente con hacer un hoyo o introducir un tubo dentro de un estanque, donde la presión local será mayor que la presión circundante.

Ahora bien, lo que interesa aquí es estudiar el comportamiento de un chorro plano (chorro que presenta la dirección transversal periódica), el cual se caracteriza por fuertes gradientes de la velocidad longitudinal. La transición a la turbulencia de este flujo se explica por la teoría de estabilidad de Kelvin-Hemholtz.

Cuando el flujo alcanza su etapa final de turbulencia completamente desarrollada, se espera que presente un estado de autosemejanza, donde se puede verificar que los perfiles de velocidad en chorros son todos similares. De esta manera el fenómeno se reduce a un perfil "universal" de velocidad, proporcional a las escalas de distancia y velocidad, según la hipótesis de semejanza (similarity hipotesis):  $u = x^{-p} f(y/x^q)$ , donde para los chorros, los valores de p y q son tomados según la tabla 1:

Tabla 1. Hipótesis de semejanza

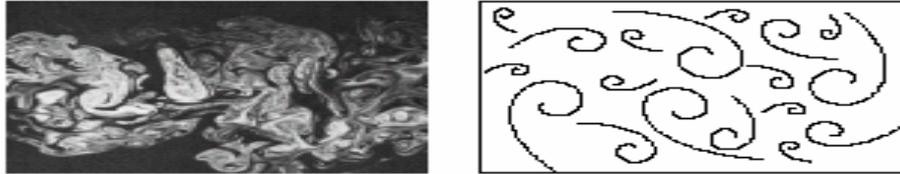
Dimensión	Momentum	Laminar Homogéneo $2q = p+1$	Turbulento $q = 1$
2	$2p = q$	$p = \frac{1}{3} \quad q = \frac{2}{3}$	$p = \frac{1}{2} \quad q = 1$
3	$p = q$	$p = q = 1$	$p = q = 1$

Como todo flujo turbulento plenamente desarrollado el chorro turbulento se caracteriza por comportamientos específicos como son:

- **Naturaleza fluctuante.** Tanto la presión como la velocidad fluctúan, con naturaleza tridimensional, alrededor de un valor medio.

- **Aparición de remolinos.** Las capas de fluido están acomodadas en estructuras coherentes llamadas remolinos o vórtices. Los vórtices tienen una amplia

distribución de tamaños, que van desde la dimensión de la expansión normal del flujo, hasta el tamaño en el cual se disipan la energía y su cantidad de movimiento bajo la acción de la viscosidad (escala de Kolmogorov).



Esquema 3. Vórtices de comportamiento turbulento

- **Fluctuaciones pseudo-aleatorias.** La naturaleza de las fluctuaciones de velocidad y presión en realidad se distribuyen de una forma característica y no enteramente al azar.
- **Mantenimiento autónomo.** Un flujo turbulento puede mantenerse turbulento por sí mismo. Los remolinos grandes generan remolinos pequeños.
- **Disipación.** Puesto que el flujo es autónomo, la ruptura sucesiva de vórtices a escalas más pequeñas llevará eventualmente a la generación de vórtices del tamaño de la escala de Kolmogorov. Una vez alcanzado este tamaño, la cantidad de movimiento y la energía se disipan por el efecto de la viscosidad. En otras palabras, un flujo turbulento decaerá progresivamente, a menos que exista un mecanismo de entrada de energía.

- **Mezclado.** El hecho de que el flujo turbulento sea fluctuante hace que la difusión de calor, masa y momentum sean mucho más efectivos que la difusión molecular.

Estas propiedades de la zona de turbulencia desarrollada son las responsables de que tanto flujos cortantes y compresibles, como en general cualquier fluido en movimiento que alcance dicha zona, tendrá un comportamiento de autosemejanza con las propiedades inherentes a la velocidad del flujo.

Por tanto el chorro plano en estudio debe alcanzar su estado de autosemejanza en el momento en que la turbulencia logra un desarrollo completo. Esta zona del chorro es la de mayor importancia en el presente estudio, dado que ella engloba los diferentes comportamientos que caracterizan a los chorros planos.

## **2. Ecuaciones de Gobierno en la Mecánica de Fluidos**

Para el estudio de flujos cortantes turbulentos que además son compresibles, se aplican en esta tesis las ecuaciones conservativas de masa, momentum y energía, considerando las características del gas ideal, con relación newtoniana entre los esfuerzos sobre el fluido y la razón de deformación.

Además, es importante estudiar el proceso de mezclado en este tipo de flujos para poder aplicar sus resultados a procesos químicos donde se producen reacciones muy rápidas, como en los procesos de combustión. En este caso podemos adicionar una ecuación escalar para expresar la conservación de una propiedad pasiva en el fluido. Esta ecuación escalar es influenciada por el flujo, mientras que la misma propiedad pasiva no afecta al flujo.

En un marco de referencia cartesiano  $x, y, z$  las ecuaciones compresibles de Navier - Stokes, que representan el comportamiento de los fluidos descritos, pueden ser expresadas en la forma,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S_F \quad (2.1)$$

Donde  $S_F$  es un vector fuente nulo  $S_F = (0,0,0,0,0,0)$ ,  $U$  es el vector de seis componentes definido por,

$$U = {}^T (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e, \rho c) \quad (2.2)$$

Se considera además que  $u = (u_1, u_2, u_3)$  es el vector velocidad y  $\rho$  es la densidad del fluido, en tanto que  $\rho e$  es la energía total definida para un gas ideal y  $\rho c$  es la concentración del escalar pasivo difundiendo en el fluido.

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (2.3)$$

La ecuación (2.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), cantidad de movimiento, de energía total y la difusión de concentración.

Donde  $\mathbf{F}_i$  para  $\forall i \in \{1,2,3\}$ , representará para un fluido Newtoniano los flujos de las variables expresado por,

$$\mathbf{F}_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p)u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ (\rho c)u_i - D_{AB} \frac{\partial c}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$T$  es la temperatura;  $k = \rho C_p \kappa$  el coeficiente de conductividad térmica (Ley de Fourier) donde  $\kappa$  representa la difusividad térmica;  $c$  es la concentración del escalar pasivo;  $D_{AB} \approx T^{3/2} / \rho$  el coeficiente de difusión binaria de masa (Ley de Fick);  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker<sup>1</sup> y  $S_{ij}$  es el componente de divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,

$$S_{ij} \text{ se escribe,} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right) \quad (2.5)$$

Para la consideración de la difusión de masa se relaciona con el número de Schmidt que es,

$$S_c = \frac{\nu}{D_{AB}} \quad (2.6)$$

---

<sup>1</sup> Se representa la matriz identidad  $\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica Sutherland,

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S_{\mu}}{T_{ref}}}{1 + \frac{S_{\mu}}{T}} \quad (2.7)$$

Donde  $S_{\mu}$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  están en función del gas. La conductividad  $k(T)$  se obtiene suponiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (2.8)$$

Para esta tesis en el análisis de números adimensionales se consideran  $Pr = 0.7$ ,  $M = 0.5$  y  $Sc = 1.0$ . Donde  $M$  representa el número de Mach, para el cual  $c$  es la velocidad del sonido en el fluido y  $u$  es la velocidad del fluido.

$$M = \frac{u}{c} \quad (2.9)$$

La ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática  $p$ , la temperatura  $T$ , y la densidad  $\rho$ , es:

$$p = R\rho T \quad (2.10)$$

Se cierra el sistema, con  $R = C_p - C_v$ . También se debe recordar que  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es constante.

### 3. Simulación de Grandes Escalas

La técnica LES (Large-eddy simulation) consiste en la simulación únicamente de las grandes escalas del flujo. Las pequeñas escalas son filtradas, pero estadísticamente influyen

en el desarrollo de las grandes escalas a partir de un modelo sub-malla.

La programación de la simulación (LES) aplica a las ecuaciones de Navier - Stokes un filtro espacial, de paso  $G_\Delta(x)$  y de tamaño  $\Delta$ . Esta acción elimina las escalas más pequeñas que el filtro conocidas como escala sub-malla. Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución donde una función  $f(x,t)$  del flujo multiplica a la función filtro  $G_\Delta(x)$ , en la forma,

$$\bar{f}(x,t) = \int f(y,t) G_\Delta(x-y) dy \quad (3.1)$$

Y el campo de la escala sub-malla es determinado por la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado.

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.2)$$

Donde  $f$  es la variable real,  $\bar{f}$  la variable filtrada y  $f'$  corresponde a la componente del modelo sub-malla.

El formalismo LES compresible ha sido descrito en detalle por Comte & Lesieur (1997), por tanto la aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier - Stokes produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0 \quad , \quad (3.3)$$

Con 
$$\bar{\rho e} = \overline{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad , \quad (3.4)$$

Y 
$$\bar{p} = \overline{\rho R T} \quad (3.5)$$

Para derivar un formalismo tan cercano como sea posible al formalismo incompresible utilizado y validado en su totalidad para las simulaciones de grandes escalas, es común introducir en los modelos de turbulencia estadística y LES el promedio de Favre (1965) que se denota por  $\overline{\rho f}$ , definido como,  $\overline{\rho f} = \frac{\overline{\rho f}}{\overline{\rho}}$  (3.6)

$$\text{Entonces se tiene que, } U = {}^T (\overline{\rho}, \overline{\rho u_1}, \overline{\rho u_2}, \overline{\rho u_3}, \overline{\rho \theta}, \overline{\rho \theta^2}) \quad (3.7)$$

y la energía total resuelta se escribe,

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho e^0} = \overline{\rho C_v T^0} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (3.8)$$

Los flujos resueltos  $\overline{\mathbf{F}}_i$  son,

$$\overline{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho u_i^0} \\ \overline{\rho u_i u_1} + \overline{p \delta_{i1}} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \overline{p \delta_{i2}} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \overline{p \delta_{i3}} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ \overline{\rho u_i c} - \overline{D_{AB} \frac{\partial c}{\partial x_i}} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

con la ecuación de filtrado de estado,  $\overline{p} = \overline{\rho R T^0}$  (3.10)

se puede introducir el tensor común esfuerzo - submalla  $\overline{\mathcal{T}}$  con componentes,

$$\overline{\mathcal{T}}_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho u_i^0 u_j^0} \quad (3.11)$$

El cual se puede dividir en sus partes isotrópica y deviatórica, la siguiente ecuación lo denota:

$$\mathcal{T}_{i,j} = \tau_{i,j} - \frac{1}{4} \mathcal{T}_{ij} + \frac{1}{3} \mathcal{T}_{ll} \delta_{ij} \quad (3.12)$$

Entonces, las ecuaciones (3.9) y (3.8) pueden ser leídas como,

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} u_i \\ \bar{\rho} u_1 \left( \bar{p} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{ll} \right) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho} u_2 \left( \bar{p} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{ll} \right) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho} u_3 \left( \bar{p} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{ll} \right) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ (\rho e + p) u_i - \overline{2\mu u_i S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ \bar{\rho} \theta - D_{AB} \frac{\partial c}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$y \quad \bar{\rho} \theta = \bar{\rho} C_v T + \frac{1}{2} \bar{\rho} \left( u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \right) - \frac{1}{2} \mathcal{T}_{ll} \quad (3.14)$$

Una formulación propuesta por Comte & Lesieur (1997), a través de la introducción de una presión-macro y una temperatura-macro definida como,

$$\bar{\omega} = \bar{p} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{ll} \quad (3.15)$$

$$y \text{ la macro - temperatura,} \quad \bar{g} = T - \frac{1}{2 C_v \rho} \mathcal{T}_{ll} \quad (3.16)$$

La ecuación de filtrado de estado (3.10) puede ser escrita como,

$$\bar{\omega} = \bar{\rho} R \bar{g} + \frac{3\gamma - 5}{6} \mathcal{T}_{ll} \quad (3.17)$$

La ventaja principal de esta formulación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en las cuales el término desconocido  $\mathcal{T}_{ll}$  del tensor escala sub-malla desaparece

de la mayoría de los gases, dado a un valor  $\gamma=1.4$ . De hecho, se puede demostrar que la energía total resuelta se escribe,

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho} C_v \mathcal{G} + \frac{1}{2} \overline{\rho} \left( \overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2} \right) \quad (3.18)$$

Y,

$$\overline{\omega} \approx \overline{\rho} R \mathcal{G} \quad (3.19)$$

esto hace que  $\overline{\omega}$  sea calculable si  $\overline{\rho}$  y  $\mathcal{G}$  son conocidas.

Ahora es necesario introducir el vector submalla del flujo de calor denotado por  $\mathbf{Q}$  el cual sale de filtrar la ecuación de energía. El término sub-malla obtenido se modela por lo general de una manera sencilla a partir de la introducción de una Prandtl turbulenta,

$$Q_i \approx \overline{\rho} C_p \frac{v_t}{Pr_t} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \quad (3.20)$$

Esta  $Pr_t$  se considera con un valor constante de 0.6, que se obtiene a partir de una serie de simulaciones directas de una turbulencia homogénea-isotrópica. Por lo tanto simplemente se reemplaza (3.13) por,

$$\overline{\mathbf{F}}_i \approx \left( \begin{array}{c} \overline{\rho u_i^2} \\ \overline{\rho u_i u_j} + \overline{\omega} \delta_{ij} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho} v_t) \overline{S_{ij}} \\ \overline{\rho u_i u_j} + \overline{\omega} \delta_{ij} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho} v_t) \overline{S_{ij}} \\ \overline{\rho u_i u_j} + \overline{\omega} \delta_{ij} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho} v_t) \overline{S_{ij}} \\ (\overline{\rho e} + \overline{\omega}) \overline{u_i} - \overline{Q}_i - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho} v_t) \overline{u_j S_{ij}} - \left[ \overline{k} + \overline{\rho} C_p \frac{v_t}{Pr_t} \right] \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \\ \overline{\rho} \theta_i \left[ \overline{D_{AB}} + \frac{\overline{v_t}}{Sc_t} \right] \frac{\partial c}{\partial x_i} \end{array} \right) \quad (3.21)$$

En donde  $\bar{\mu}$  y  $\bar{k}$  están ligadas con  $\mathcal{G}$  a través de la relación de Sutherland (2.7), un número turbulento de Prandtl molecular constante es sugerido  $Pr = C_p \frac{\bar{\mu}(\mathcal{G})}{\bar{k}(\mathcal{G})} = 0.7$  y de forma similar se obtiene un número turbulento de Schmidt constante para el transporte del escalar pasivo, siendo  $Sc_t = 1.0$ . Obsérvese que uno de los aspectos notables,

$$u_i \rightarrow \bar{u}_i, \quad \rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad T \rightarrow \mathcal{G}, \quad p \rightarrow \bar{p}, \quad e \rightarrow \bar{e}, \quad \mu \rightarrow \bar{\mu} + \rho \nu_i, \quad k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho} C_p \frac{v_i}{Pr_i}, \quad D_{AB} \rightarrow D_{AB} + D_{\alpha}$$

proporciona el código numérico de fácil uso para el LES sin modificaciones importantes.

Las expresiones para  $v_i$ ,  $Sc_t$  y  $Pr_i$  utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Métais y Lesieur (1996). Este modelo sub-malla es el modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David (1993), la viscosidad local turbulenta, esta dada por,

$$v_i(\mathbf{x}, \Delta, t) = C_{ssf} \Delta \sqrt{F_2^{\theta}(\mathbf{x}, \Delta, t)} \quad (3.22)$$

donde  $C_{ssf}$  puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov  $C_K$ :  $C_{ssf} = f\left(C_K^{-\frac{3}{2}}\right)$ .  $C_{ssf}$  toma el valor de 0.104 para  $C_K = 1.4$ .  $\Delta$  se toma igual a  $(\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{\frac{1}{3}}$ , donde  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  y  $\Delta_z$ , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.  $F_2^{\theta}(\mathbf{x}, \Delta, t)$  es la función de estructura de segundo

orden construida con el campo  $\omega$ .  $\bar{\omega}_2$  es calculado en el punto  $x$  con un promedio estadístico local de las diferencias de velocidad en los seis puntos vecinos al punto  $x$  en la malla computacional.

Según lo propuesto por David (1993), la viscosidad turbulenta se extingue cuando el flujo no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido a partir del ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y la media aritmética de los vectores vorticidad en los seis puntos vecinos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es menor que  $20^\circ$ . Tal valor del ángulo fue igualmente obtenido de simulaciones directas de la turbulencia homogénea-isotrópica.

#### **4. Ecuaciones Expresadas en Coordenadas Generalizadas.**

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que transforma una geometría compleja en un sistema de coordenadas Cartesiano  $(x, y, z)$ . Esto es una malla no uniforme o con una geometría curvilínea, en una geometría ortogonal simple y uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . En consecuencia las ecuaciones se pueden resolver fácilmente. Para el presente

caso, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico  $(x, y, z)$  dentro de una malla uniforme en el espacio computacional  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz Jacobiana inversa  $(\mathbf{J}^{-1})$  se expresa como funciones analíticas de las medidas  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de segundo orden, entonces la matriz  $(\mathbf{J})$  es calculada directamente de  $(\mathbf{J}^{-1})$ .

Por tanto la ecuación (2.1) se transforma en,

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial \xi_3} = \hat{\mathbf{S}} \quad (4.1)$$

Con

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= \frac{\mathbf{U}}{J}, \\ \hat{\mathbf{F}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{G}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{H}} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{\mathbf{S}} &= \frac{1}{J} \mathbf{S}. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

$J$  es el determinante de la matriz  $[J]$  y  $\mathbf{U}$  es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

## 5. Solución de las Ecuaciones a Través del Esquema Numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del esquema explícito completo de McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Debe observarse que cuando se usa  $\mathbf{U}$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{\mathbf{U}}$  definida por la ecuación (3.7) cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector - predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \quad (5.1)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left( U_j^{(n)} + U_j^{(1)} \right) + \frac{1}{12} \lambda \left( 7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)}. \quad (5.2)$$

Los índices  $(n), (n+1)$  y  $(1)$  simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo  $t$ , tiempo  $t + \delta t$  y al paso intermedio de tiempo.

Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor del tipo "upwind" y un corrector del tipo "downwind". Como se

especifica arriba en los dos pasos de primer orden, resulta en un esquema de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe:

Predictor

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P & \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{F}}_{i+1,j,k}^n - \hat{\mathbf{F}}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{F}}_{i+2,j,k}^n - \hat{\mathbf{F}}_{i+1,j,k}^n) \right] \right. \\
& + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i+1,j,k}^n - \hat{\mathbf{G}}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i+2,j,k}^n - \hat{\mathbf{G}}_{i+1,j,k}^n) \right] \\
& \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i+1,j,k}^n - \hat{\mathbf{G}}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i+2,j,k}^n - \hat{\mathbf{G}}_{i+1,j,k}^n) \right] \right] \quad (5.3)
\end{aligned}$$

Corrector

$$\begin{aligned}
U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C & \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{F}}_{i,j,k}^1 - \hat{\mathbf{F}}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{F}}_{i-1,j,k}^1 - \hat{\mathbf{F}}_{i-2,j,k}^1) \right] \right. \\
& + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i,j,k}^1 - \hat{\mathbf{G}}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i-1,j,k}^1 - \hat{\mathbf{G}}_{i-2,j,k}^1) \right] \\
& \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i,j,k}^1 - \hat{\mathbf{G}}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{\mathbf{G}}_{i-1,j,k}^1 - \hat{\mathbf{G}}_{i-2,j,k}^1) \right] \right] \quad (5.4)
\end{aligned}$$

## CAPITULO II. Características Numéricas

### 1. Diseño de la Simulación y el Mallado

La simulación de grandes escalas (LES) se llevó a cabo en el Instituto de Ingeniería en la UNAM en una computadora Pentium 4 a 3 GHz y 1.5 GB en RAM, entre los meses de abril y mayo del 2005.

Se realizaron 630 unidades de tiempo adimensional  $[D/U_i]$  con aproximadamente 75,000 iteraciones donde sólo se consideraron las últimas 450 unidades de tiempo para un promedio del flujo temporalmente desarrollado. El dominio se representó en un mallado tridimensional con 735,750 nodos (150 en X, 109 en Z, 45 en Y) para 22.5 diámetros longitudinales, 12 diámetros normales y 4 diámetros transversales.

Cada nodo de la malla midió el comportamiento local de la simulación que representa al flujo de cortante libre "chorro plano", caracterizado por un perfil con forma de sombrero de copa que cuenta con sus dos cortantes abruptos y una dirección periódica.

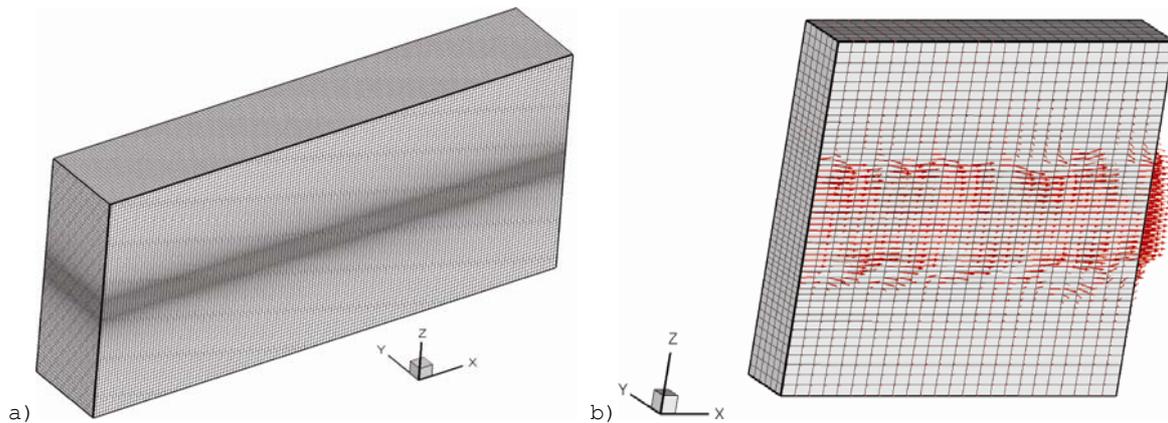


Figura 2a. Visualización completa de la malla para todo el dominio computacional; Figura 2b. Visualización de la sección central  $Z\mathcal{E}(5,7)[D]$  de la malla en el inicio longitudinal del dominio  $X\mathcal{E}(0,3.6)[D]$ ; y el comportamiento esperado en los primeros planos del perfil de sombrero de copa que proviene de una función tangente hiperbólica con reflejo simétrico.

La figura 2a nos presenta la geometría real de la malla que evalúa al chorro. Dicha evaluación del chorro, desde su entrada hasta su salida del dominio computacional, se verá afectada en cada celda por el resultado de sus seis celdas vecinas.

Se observa en la figura 2a y mejor aún en la figura 2b, gracias al acercamiento a la malla, que ésta es más refinada (con mayor número de planos normales) en la sección central de la simulación para registrar con mayor precisión la zona de mayor trascendencia del chorro. Es decir, que donde la malla es más refinada, se encuentra la zona del chorro que presenta mayor cortante libre, con ello se obtiene en dicha zona información más detallada de la simulación para una evaluación más exacta.

Debido al refinamiento de la malla se reduce la carga para ser procesada por el modelado sub-malla en la región de mayor influencia, donde los cortantes son mayores para este determinado perfil que es homogéneo en la dirección transversal y se desarrolla longitudinalmente.

La figura 2b muestra mediante vectores que, según el comportamiento real del chorro, se suaviza el perfil conforme avanza la simulación en la dirección axial, debido a la interacción entre el chorro y el fluido que lo circunda, como también por las ondas acústicas que se desplazan en el dominio.

## **2. Condiciones de Frontera**

Los requisitos generales para cualquier estudio de turbulencia que utilice la simulación numérica, exige que los resultados obtenidos por dichas técnicas proporcionen una alta precisión en las medidas espacio y tiempo, del fenómeno que se desea reproducir.

Para responder a esta interacción (espacio-tiempo) del fluido que deseamos modelar, fue necesario establecer muy claramente el comportamiento de la simulación en las fronteras del cálculo.

Es necesario precisar que para un chorro de aire que sale de entre dos placas semi-infinitas, debido a la naturaleza hiperbólica de las ecuaciones compresibles, las seis diferentes variables que interaccionan en el dominio se transportan por medio de ondas.

En este flujo compresible tridimensional, las velocidades de las seis ondas son:  $u$ ,  $u$ ,  $u$ ,  $u+c$ ,  $u-c$ ,  $u$ ; donde  $u$  es la velocidad local del flujo y  $c$  es la velocidad del sonido en el medio. Para el caso preciso de este trabajo, las diferentes ondas se desacoplan localmente en la frontera de entrada del chorro.

La convención para el análisis de este tipo de flujos, tanto simulados como empíricos, ha resuelto que al imprimir movimiento en el fluido circundante del fenómeno, mientras sea constante en toda la frontera de entrada, no se afecta el desarrollo del flujo principal y ayuda a tener mejor visualización del comportamiento de dicho fenómeno. Por tanto el fluido que circunda al chorro pasa a ser flujo circundante (*coflow*).

En el dominio de flujo de los fluidos existen tres pares de fronteras que le afectan en el desarrollo, y son mostradas en la figura 3: las fronteras libres en dirección normal ( $z$ ); un comportamiento periódico en dirección transversal ( $y$ ) que

representa la boquilla de salida del chorro infinitamente alargada con su respectivo desarrollo periódico transversal en el dominio; y una entrada para el flujo y su fluido circundante con su contraparte, la salida de éstos del dominio en dirección longitudinal (x).

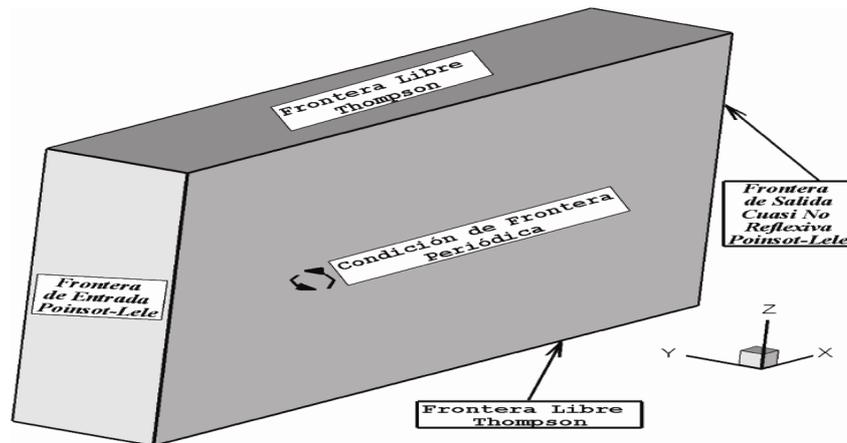


Figura 3. Visualización de las fronteras que presenta la malla para todo el dominio computacional.

Las condiciones de frontera normales quedaron definidas como fronteras libres del tipo Thompson (1990), que permiten la entrada y salida del flujo.

En cuanto a la entrada del chorro al dominio computacional (dirección longitudinal) se programó la condición de entrada subsónica creada por Poinso & Lele (1992), la cual, permite el desacople local de las diferentes ondas. Esta condición fija las velocidades, la concentración y la temperatura en la entrada dejando a la densidad y a la presión libres para ser calculadas.

En el caso de la salida del dominio, se le deja que el programa siga calculando todas las variables, incorporándole una condición suave propuesta como salida cuasi no reflexiva Poincot-Lele (1992), que considera la presión en el infinito. Con esta consideración la presión media dentro del dominio se mantiene constante.

En el caso de las fronteras transversales quedan representadas como condición periódica, causando que los nodos de un extremo se ayuden para su cálculo con los nodos del otro extremo.

### **3. Condiciones Iniciales**

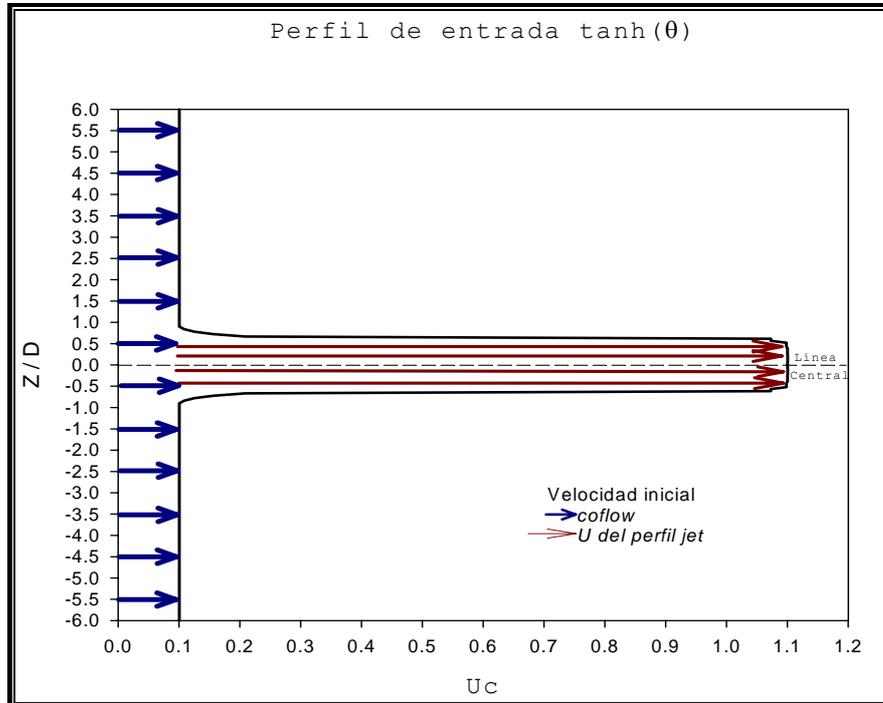
Existen relaciones adimensionales entre el chorro plano y el fluido circundante, éstas en la inicialización de la simulación se presentan como: un perfil de la velocidad longitudinal constante para todo el dominio computacional, mientras el perfil para las otras componentes de velocidad es nulo. La presión, como la densidad o como la temperatura, tienen su relación adimensional inicialmente unitarias.

Este perfil inicial que está dado en todo el dominio: para la velocidad longitudinal, por la suma de la velocidad constante del flujo circundante más un perfil tangente hiperbólico con reflejo simétrico, usando la línea central del

chorro como eje de simetría, contando con altura de medio diámetro, para obtener un perfil principal de sombrero de copa con límites suaves y el ancho de un diámetro;

$$u = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{\Delta U_0}{2} \tanh\left(\frac{y}{2\theta_0}\right) \quad (3.1)$$

donde  $u$  es el perfil de velocidad longitudinal,  $\theta_0$  es el grueso de momentum,  $U_1$  y  $U_2$  son las velocidades del flujo chorro y del flujo circundante respectivamente y  $\Delta U_0 = U_1 - U_2$ ; aquí, el subíndice "0" representa la condición de entrada del flujo. Este perfil se copia según el eje de simetría de la línea central del chorro.



Esquema 4. Representación del perfil de velocidad de entrada del chorro.

En el esquema 4 se representa el perfil de la velocidad de referencia de la simulación del chorro plano ( $\Delta U_0$ ) más la velocidad del flujo circundante ( $U_2$ ) generando así la velocidad inicial del chorro ( $U_1$ ).

La segunda etapa del trabajo se enfoca al comportamiento de la concentración de un escalar pasivo inmerso en el chorro durante toda la simulación. Al perfil principal del escalar pasivo también se le da el perfil de tangente hiperbólica, con valor unitario dentro del chorro  $C_1= 1$  y valor cero fuera de él  $C_2= 0$ ;

$$c = \frac{c_1+c_2}{2} + \frac{c_1-c_2}{2} \tanh\left(\frac{y}{2\theta_0}\right) \quad (3.3)$$

Cabe resaltar que para este estudio, el escalar pasivo no actúa en ninguna otra ecuación de transporte, es decir, que no tiene efectos en la dinámica del flujo.

La idea de estudiar la concentración del chorro es para poder comprender la mezcla que se da entre los dos flujos, por tanto el escalar deberá responder la ecuación de difusión molecular, homóloga a la ecuación de difusión térmica.

Desde la entrada del chorro en el dominio, el perfil debe interactuar con el flujo circundante y también con las ondas acústicas que se desplazan en el dominio. Estos fenómenos provocan fluctuaciones en el movimiento del fluido que intentan

igualar el perfil en si mismo; dichas fluctuaciones son responsables de la presencia del régimen de turbulencia.

Cabe resaltar que una simulación en computadora representa un ambiente totalmente controlado, lo que no sucede en la experimentación o en fenómenos reales. Por ello, ciertos procesos no alcanzan la transición a la turbulencia completamente desarrollada o tardan demasiado en alcanzarla si no son afectados por la presencia de algún ruido o perturbación.

Las fluctuaciones propias del perfil, que son responsables de llevar la transición del flujo a su estado de turbulencia completamente desarrollada, requieren una energía cinética turbulenta que produzca perturbación en el campo.

Para ayudar en la simulación con la excitación requerida se podía diseñar un campo energético auxiliar inherente al campo de fluido con un espectro energético tridimensional que genere la energía cinética turbulenta, la cual fuerza al máximo la entrada generando inestabilidad del perfil de tangente hiperbólica como se realizó en el estudio DNS de Stanley *et al.* (2002).

Sin embargo, en la simulación de grandes escalas dicho campo energético auxiliar produce pérdida de gran parte de la

información del modelo sub-malla, antes de empezar la transición a la turbulencia desarrollada.

Por tanto para al presente simulación se optó por utilizar una alteración en la entrada del flujo al dominio computacional, en la zona del cortante libre (Figura4), conocida como "Ruido Blanco" ( $R_B$ ). Esto provoca inestabilidad en las pequeñas escalas y deja a la frecuencia fundamental emerger naturalmente. Dicho ruido representa la perturbación referida a la energía cinética turbulenta que las fluctuaciones requieren para una adecuada transición del flujo.

Esta alteración, que solo perturbará la zona del esfuerzo cortante en los límites entre el flujo principal y el flujo circundante, es un porcentaje aleatorio ( $RAN$ ) de variación de la velocidad de salida del chorro y se le aplica a las tres componentes de velocidad para una alteración verdaderamente tridimensional.

$$R_B = \Delta U_0 + 0.2\Delta U_0 (RAN - 0.5) \quad (3.2)$$

El haber agregado a la condición de entrada al dominio computacional del perfil, la inestabilidad producida por el "ruido blanco" sirvió para propiciar la condición inicial que ayuda a que el flujo de naturaleza fluctuante alcance con mayor

rapidez el estado de turbulencia completamente desarrollada buscada.

#### **4. Atenuación en la Salida del Dominio Numérico**

Existe una complicación para cuando el chorro sale del dominio. Si las fluctuaciones de la turbulencia son fuertes, no salen completamente del dominio, provocando la reflexión de las ondas acústicas en la frontera de salida cuasi no reflexiva Poincot-Lele, que retroalimentan erróneamente el desarrollo del chorro. Por tanto es necesario atenuar al flujo antes de su salida, dejando las últimas celdas de la dirección longitudinal como los panales en modelos empíricos donde pasa el flujo y se atenúa para su salida del dominio.

Para la computadora, el atenuador es una herramienta numérica llamada capa esponja la que lleva a los diferentes campos instantáneos a un estado más homogéneo durante las ultimas celdas. Esta atenuación es exponencial, desde cero hasta el 80% de un campo homogéneo promediado para la última celda en la frontera de salida, a partir de la función esponja donde  $x$  es la coordenada longitudinal,

$$f_e(x) = 0.8 \exp^{(-7x^{4.0})} \quad (4.1)$$

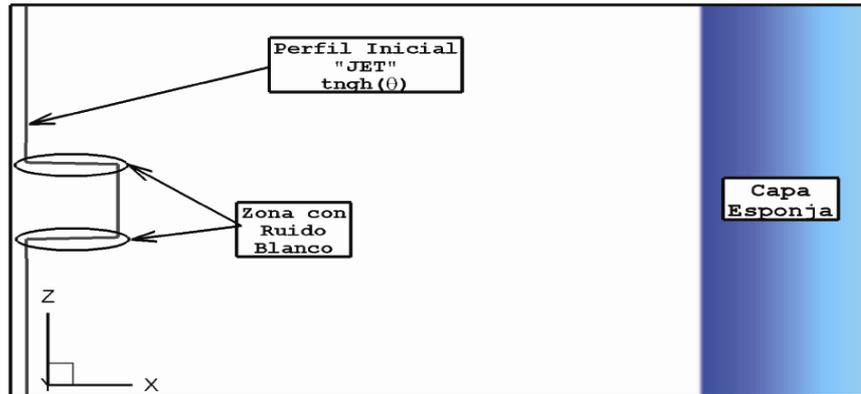


Figura 4. Visualización del perfil, su zona en donde se aplica la perturbación, la capa de atenuación en XE(18,22.5) [D] para toda Y.

## 5. Diseño Estadístico Empleado

La estadística para la presente simulación numérica (LES) fue calculada sacando un promedio en el tiempo,

$$\overline{U}_i = \frac{1}{T} \int u \, dt \quad (5.1)$$

así como el promedio a través de la dirección periódica "dirección-y" dentro del chorro,

$$U = \frac{1}{Y} \int \overline{U}_i \, dy \quad (5.2)$$

adicionalmente, la simetría del chorro se aprovechó para doblar el promedio del modelo.

Para la simulación numérica, la variación en ciertos parámetros genera una aceleración en la transición a la turbulencia y estos son: el aumento en el valor del ruido de entrada (conocido como "Ruido Blanco"), tanto como la disminución del espesor de momentum mejor conocida como relación  $h/\theta_0$ , donde  $h$  representa el diámetro de inicio del chorro y  $\theta_0$  está relacionado con el gradiente de velocidad

inicial. Sin embargo, el exceso de estas variaciones puede provocar escasez de información referente a la zona de transición del flujo.

## **6. Validación Estadística de la Simulación "LES"**

Para conocer la exactitud de los resultados obtenidos con las simulaciones realizadas con este trabajo, es necesario realizar una etapa de validación.

Debido a que las simulaciones de grandes escalas realizadas son aproximaciones a un comportamiento real, el comparar los resultados de estas simulaciones con resultados considerados de mayor exactitud (como los resultados de DNS o experimentales) es necesario que las iteraciones del modelo LES proporcionen el comportamiento simulado de un chorro genuino.

El saber lo cerca que está la simulación del comportamiento de un chorro genuino, proporciona elementos para determinar si efectivamente el modelo LES responde al comportamiento de los chorros reales.

Dado a la naturaleza tan compleja de la turbulencia, los datos obtenidos por la LES, y con mayor razón a través de experimentación, solo pueden pertenecer al registro en zonas específicas. Esto propicia comparaciones incompletas.

Por lo tanto, éste es un caso típico donde las condiciones obtenidas representan el comportamiento estadístico del fenómeno estudiado. Esas condiciones tienen que formularse con base en inferencias estadísticas.

Los datos experimentales pueden considerarse como medidas reales y representativas para el comportamiento del flujo, aunque proporcionen menos información que en la simulación numérica LES. De aquí que exista la posibilidad de comparar y determinar si dicha simulación proporciona medidas estadísticamente semejantes a los datos experimentales.

Esquemáticamente nuestra tabla de decisiones puede construirse de la siguiente manera:

Tabla 2. La escala de calificación Z

Comportamiento Decisión	El modelo LES describe adecuadamente un chorro	El modelo LES No describe adecuadamente un chorro
Aceptar la hipótesis: El modelo LES describe el comportamiento de un chorro	Se verifica la hipótesis 99%	Error Alfa 1%
Rechazar la hipótesis: El modelo LES describe el comportamiento de un chorro	Error Beta 1%	Se verifica la hipótesis 99%

La prueba que se escujo para verificar la hipótesis de nulidad (que no existe diferencia entre LES y los resultados experimentales, más allá del azar) es la escala de calificación Z mostrada en la tabla 1, cuya unidad de medida será la

distribución normal estándar según la distribución de las mediadas experimentales,

$$Z = \frac{X-M}{s} \quad (6.1)$$

donde X es la calificación del modelo, M es la media de los resultados experimentales y S la desviación estándar de la media experimental.

La teoría estadística rechaza una hipótesis de nulidad si la probabilidad es igual o menor al 1% de que una serie de eventos observados se deba al azar. De esta manera, cuando la probabilidad sea mayor del 1% se dice que no hay evidencia para suponer que algo, aparte del azar, influyó en la serie de eventos observados.

En términos del problema LES, se rechaza la hipótesis de nulidad (la simulación no explica el comportamiento de un chorro), si el número de eventos observados fuera menor al 1% de las veces sólo por azar. Así, si la LES cae dentro de la distribución normal, se considera que sus resultados describen con certeza el proceder de un chorro plano con un error del 1%.

## **7. Prueba a las Propiedades Físicas del Flujo**

Para el mezclado de la concentración del escalar pasivo durante el desarrollo del chorro plano se requiere comprobar que la relación de difusión de masa es congruente con los diversos experimentos que manejaron escalares, y con la DNS.

Estas relaciones son validadas de la misma forma que se realiza con el perfil de velocidad, la escala de calificación  $Z$ , encontrando para eso la desviación estándar de las medias experimentales y verificando que el resultado de la difusión del escalar se representa con 1% de error.

Por último, al encontrar que la simulación de grandes escalas muestra correctamente el desarrollo y el mezclado del chorro plano, es sencillo estudiar y comprender la presencia del escalar pasivo y su interacción en el flujo.

En esta simulación numérica el chorro en su salida por la boquilla presenta la misma temperatura y la misma densidad que el medio donde se propaga. El flujo del chorro y el flujo circundante tienen las mismas propiedades físicas, ya que es un chorro de aire que se proyecta en un dominio de aire. El proceso se realiza con un número Mach relativamente bajo.

Todo esto ayuda a que el comportamiento compresible del flujo sea minimizado dado que las fluctuaciones en promedio, de la temperatura y la densidad, durante el proceso de la turbulencia son bajas, aún cuando existen fluctuaciones locales e instantáneas considerables para el flujo. Por lo tanto esas propiedades no fueron estudiadas en el presente trabajo.

## CAPITULO III. Resultados

### 1. Dinámica de las Estructuras Turbulentas en un Chorro Plano

En este capítulo se presentan los valores que se obtuvieron para las características de la simulación, en forma de gráficas, visualizaciones de iso-superficies y de contornos. Las gráficas son el principal punto de comparación con los datos experimentales y de la simulación numérica directa. Las iso-superficies sirven para observar valores específicos de las características, mientras los contornos muestran el comportamiento completo de cada una ellas, en todo el dominio.

Las primeras visualizaciones son de criterios que sirven para observar las estructuras turbulentas del flujo.

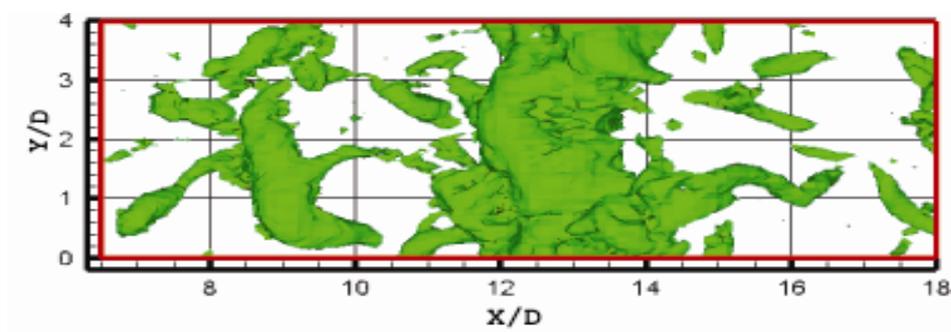


Figura 5. Visualización superior de iso-superficie de la presión en la zona de auto semejanza

El primer criterio que se utiliza es en base a la variación de presión que provoca el movimiento rotacional de los vórtices.

Al conocer el campo de velocidades del flujo, la ecuación de conservación de momentum se usa para obtener el campo de presiones del mismo. Puesto que se produce una zona de baja presión en el centro de los vórtices, podemos identificarlos por medio de las regiones de baja presión.

Mediante superficies isobáricas o también llamadas iso-superficies de presión (figura 5), es factible visualizar las estructuras, aunque sólo los vórtices más intensos, ya sean transversales o longitudinales, identificándolas con esta variable.

Otro criterio que detalla mejor las estructuras turbulentas, es el segundo invariante del tensor gradiente de velocidad  $Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - \sigma_{ij}\sigma_{ij})$ , donde  $\sigma$  y  $\Omega$  son sus propias partes simétrica y anti-simétrica respectivamente.

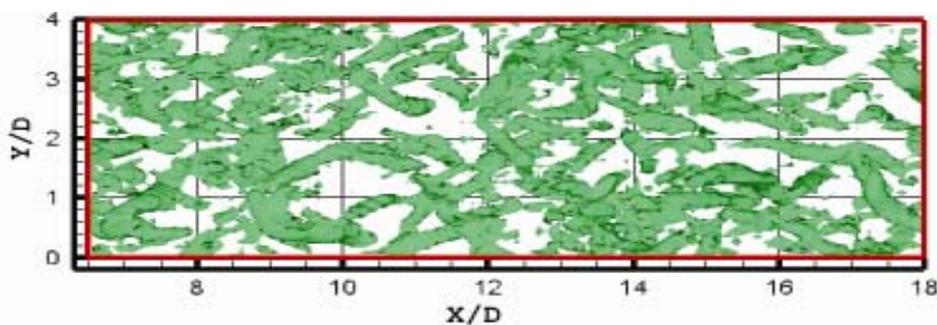


Figura 6. Visualización superior de iso-superficie de los valores positivos del criterio "Q" en la zona de autosemejanza

Dubie y Delcayre (2000) prueban que ese invariante es un buen criterio para identificar las estructuras coherentes cuando  $Q > 0$ , debido a que dominan los fenómenos rotacionales sobre los fenómenos cortante.

Al recurrir a los valores positivos del criterio de "Q", como se observa en la (figura 6), las estructuras de mayor intensidad resultan con mayor definición. En particular, debido a la visualización más detallada de la actividad, se puede observar igualmente las pequeñas escalas que empiezan a crearse en la región donde los vórtices longitudinales conectan entre si a los vórtices transversales.

Mostramos en la figura 7 el criterio "Q" con iso-superficie de  $Q = 0.75$ , para un instante del flujo en todo el dominio de nuestra simulación. La aparición del primer par de vórtices Kelvin-Helmholtz en las dos capas cortantes, se encuentran a una pequeña distancia de la salida del chorro.

Para el perfil de velocidad inicial de geometría sombrero de copa de un chorro plano, los primeros vórtices Kelvin-Helmholtz superior y el inferior aparecen simétricos con respecto a la línea central que corresponde al plano #55(x,y):  $z = 6.0$ ; para zonas posteriores (aguas abajo) se nota un orden asimétrico que pertenece al crecimiento consecuente a un modo sinuoso.

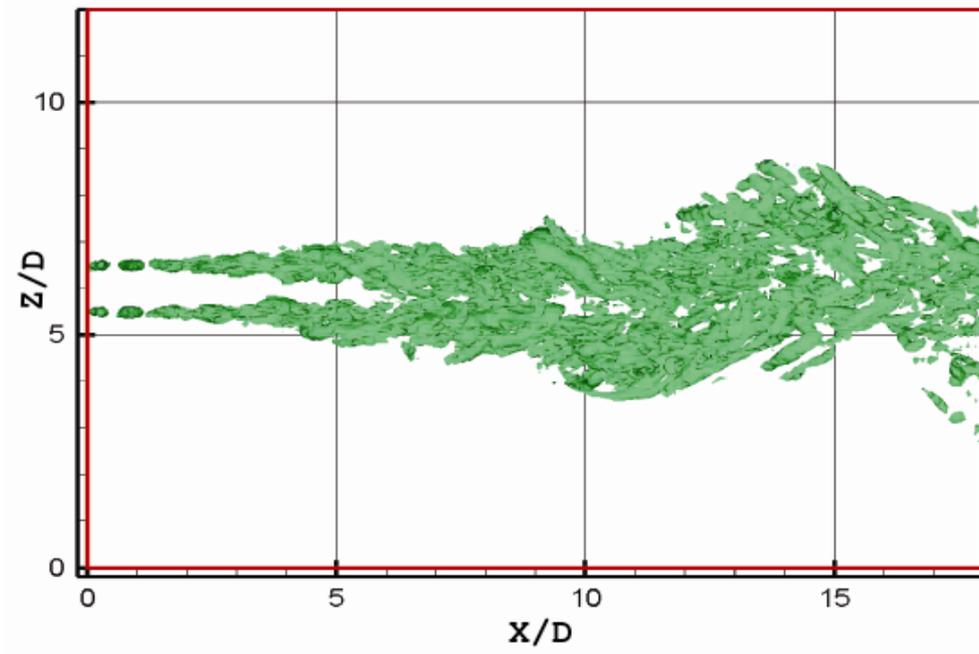


Figura 7. Muestra la vista lateral (x,z) de iso-superficie 0.75 del criterio "Q" en el dominio transversal  $X/D = 2.0$

En la zona  $0 \leq X/D \leq 3.0$ , se ve claramente la aparición simultánea de remolinos debidos a la vorticidad transversal  $\omega_y$  en ambas capas cortantes (superior e inferior). En la capa cortante inferior se presentan picos máximos en magnitud de la vorticidad transversal para  $X/D= 2.5$  y  $X/D= 2.0$ ; el fluido presenta capas de flujo cortante entre cada vórtice en el estado primario de transición.

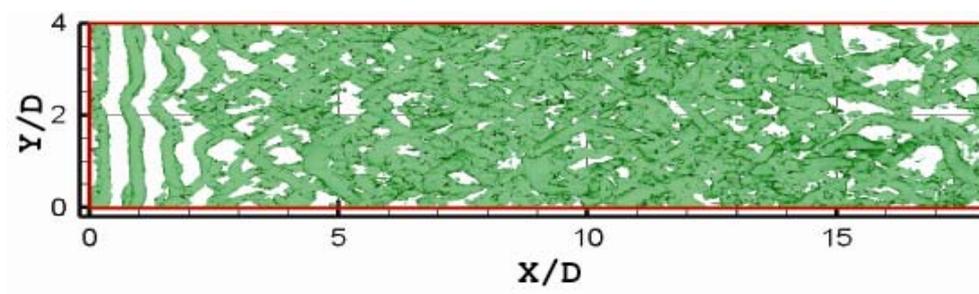


Figura 8. Muestra la vista superior de iso-superficie 0.75 del criterio "Q", en los planos instantáneos (x,y) de la capa cortante inferior  $Z/D < 6.0$ .

Las estructuras debidas a la vorticidad longitudinal, las cuales aparecen al final de este rango, se alargan en esa dirección pero presentan una inclinación hacia la línea central del chorro dado a que se enrollan entre cada par de vórtices transversales del exterior al interior en cada capa cortante, provocando un estrechamiento del núcleo central del chorro, por el aumento del régimen turbulento en dicha zona.

Durante el desarrollo del flujo, los vórtices transversales cuasi-bidimensionales se colapsan entre sí mismos, dada la aparición de pequeña vorticidad longitudinal. Aquí se considera la siguiente etapa donde las estructuras dejan su bidimensión y llevan el proceso a la turbulencia tridimensional (3D). Esto se observa mejor en la capa cortante. Dicho proceso se relaciona con un fuerte aumento de las fluctuaciones de vorticidad y el decaimiento de la vorticidad transversal.

La figura 8 muestra para  $0 \leq x/D \leq 3.0$ , que aún cuando en la capa cortante existe cierta deformación de la vorticidad transversal, en lo general, las estructuras se muestran relativamente bidimensionales ( $z, y$ ). Dichas estructuras son los llamados vórtices Kelvin-Helmholtz. Las variaciones transversales presentes en esta región son pequeñas y con longitud de onda larga, lo que permite mantener la geometría

inherente a las dos dimensiones de los vórtices alargados en  $(y, z)$ .

Sin embargo, visualizado simultáneamente las figuras 7 y 8, aguas abajo de  $x/D = 3.0$ , hay un rápido incremento hacia la tridimensionalidad de las estructuras presentes en cada capa cortante. Se pueden observar pares de vórtices longitudinales intensos que conectan cada dos vórtices transversales consecutivos. La mayoría de los módulos de vorticidad son concentrados en estas zonas de conexión de las estructuras, que empiezan a ser visibles al 44% del máximo valor en el módulo de vorticidad.

El punto de ruptura de los vórtices cuasi-bidimensionales Kelvin-Helmholtz de dirección transversal coincide con un fuerte incremento en magnitud de la vorticidad longitudinal, tal que alcanza valores parecidos a la vorticidad transversal que se encuentra en decremento.

A partir del trabajo de Laceras & Choi (1989), queda claro que el principio del rompimiento de la estructura (2D) bidimensional hacia la fuerte turbulencia tridimensional ocurre antes de la integración de las capas cortantes superior e inferior en una sola.

En esta zona el fluido externo, de comportamiento irrotacional que envuelve al chorro, es succionado al interior

y empieza a penetrar hacia el núcleo potencial del chorro. Este mecanismo es el responsable de la presencia de regiones de fluido irrotacional dentro de la zona de turbulencia desarrollada y el principal factor de desaceleración del chorro.

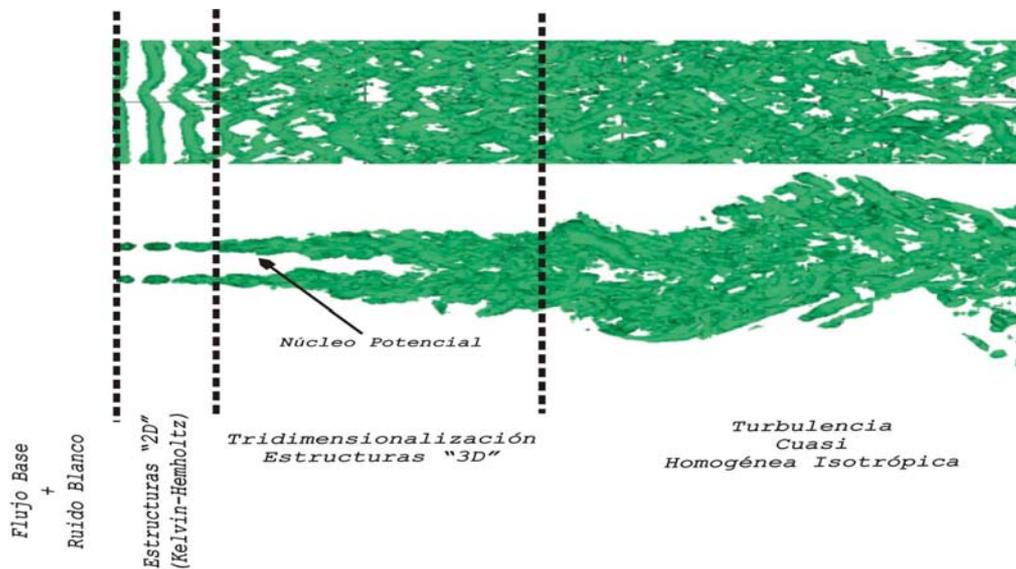
Podemos observar, para la región  $x/D = 6.0$  de las figuras 7 y 8, que los vórtices coherentes han perdido cualquier orientación espacial preferencial, esto como muestra de un estado turbulento localmente isotrópico.

Mientras que la presencia de fuertes manchas de vorticidad muestra signos de interacción en las dos capas cortantes junto al flujo circundante cuasi-estático desde la región  $5.0 \leq x/D \leq 7.0$ , unas pequeñas manchas de vorticidad longitudinal y transversal empiezan a aparecer cerca de la línea central del chorro para este rango. Sin embargo, sólo aguas abajo de  $x/D = 7.0$  se presentan estructuras turbulentas cerca de la línea central, con magnitud similar a la obtenida en las regiones de los cortantes.

Para la región del dominio aguas abajo ( $x/D \geq 8.0$ ), la distribución de la vorticidad a través del chorro es relativamente uniforme desde la región cortante superior pasando por la línea central y hasta la región cortante inferior; aunque existen ocasionalmente regiones ausentes de

fuerte vorticidad cerca de las orillas del chorro. Igualmente, el flujo irrotacional succionado al interior del mismo se introduce en la turbulencia desarrollada, debido a la naturaleza intermitente de la turbulencia cerca de la orilla del chorro.

Estos detalles del desarrollo de la turbulencia se pueden observar en el esquema mostrado a continuación (esquema 3).



Esquema 3. Representa las dos vistas del flujo (Lateral y Superior). Señalando las zonas de mayor importancia en que se divide la transición del flujo hacia su estado de turbulencia completamente desarrollada.

## 2. Validación de la Simulación de Grandes Escalas

Para poder realizar la validación del código numérico y del modelo sub-malla que utiliza este proyecto, fue necesario compararlos con el comportamiento de una simulación validada como es el DNS de Stanley *et al.* (2002), y con el comportamiento de diversas mediciones experimentales como:

Ramaprian & Chandrasekhara (1985), Gutmark & Wygnanski (1976), Browne *et al.* (1983), Thomson & Prakash (1991) o Thomson & Chu (1989). Para esta validación, los resultados numéricos obtenidos que se compararán con los trabajos anteriormente citados, son principalmente las velocidades promedio y las rms de sus fluctuaciones así como los esfuerzos turbulentos o esfuerzos de Reynolds en cada nodo de la malla computacional.

Según varias series de datos tanto experimentales como numéricos, está bien establecido que el chorro plano es muy sensible a las condiciones de entrada. Thomas & Chu (1989) probaron que en el estado inicial de transición, el obtener concordancia perfecta del crecimiento en  $\delta u$  (mitad del grosor) y el alcance del núcleo potencial resulta muy difícil, ya sea mediante distintos aparatos experimentales o diferentes simulaciones numéricas.

Por lo tanto, la comparación de los resultados obtenidos se debe enfocar en la zona de turbulencia desarrollada, porque ésta representa el fenómeno común a cada caso. Mientras que, en la zona de transición, aún cuando presenta el mismo proceso para la mayoría de los casos, existe demasiada variación de tiempo-espacio.

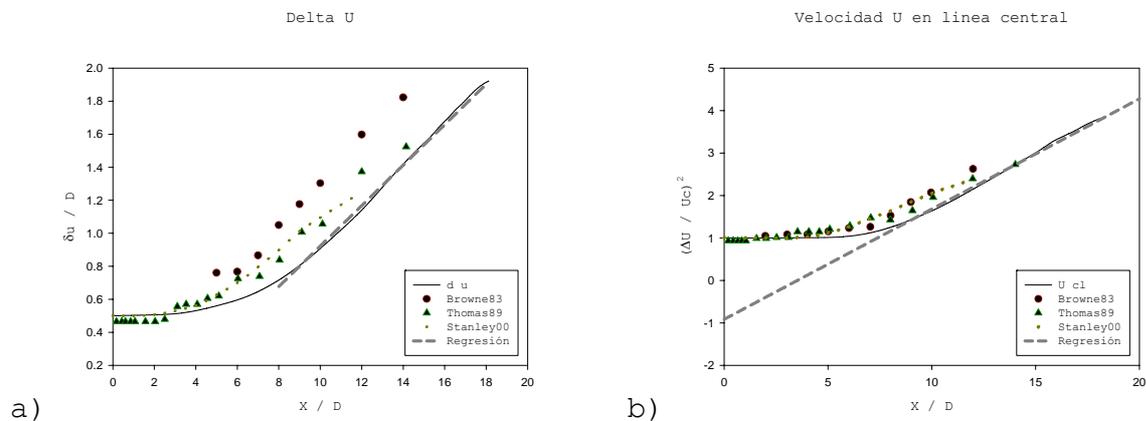


Figura 9a. Evolución de la mitad del grueso del chorro ( $\delta u$ ) de varios chorros planos; 9b. Decremento de velocidad promedio en la línea central. El resultado obtenido aquí es comparado con datos experimentales de Browne *et al.* (1983) y de Thomas & Chu (1989), así como con la simulación DNS de Stanley *et al.* (2000)

Se muestra en la figura 9a, la evolución de la mitad del grueso del chorro ( $\delta u$ ) en dirección normal con respecto al comportamiento longitudinal del mismo. El comportamiento obtenido para  $\delta u$  en esta simulación LES se compara con el caso de algunos experimentos y con algunas simulaciones numéricas hechas durante las últimas décadas.

La  $\delta u$  se define para cada plano como la distancia desde la línea central del chorro hasta el punto al cual el promedio de la velocidad longitudinal es la mitad de la velocidad en la línea central, teniendo en cuenta que para la velocidad longitudinal real del chorro se requiere la diferencia obtenida al restar la velocidad del flujo circundante de la velocidad longitudinal de la simulación ( $\Delta U$ ).

También se muestra, en la figura 9b, la relación que existe en el decremento de la velocidad en la línea central del chorro (que representa a su núcleo potencial) como función de la dirección longitudinal. Dicha relación es comparada con los datos bibliográficos como con  $\delta u$ ; en el caso de chorros planos el análisis es de la relación cuadrada inversa entre el promedio de velocidad en cada punto de la línea central en toda la dirección longitudinal y su velocidad inicial en la salida de la boquilla ( $U_c = \Delta U_0$ ).

Mostrado en la tabla 3; se dá la mayor importancia a la zona de autosemejanza, que queda representada por la sección lineal de las figuras 9a y 9b del chorro plano que presenta su desarrollo longitudinal hacia la turbulencia. La regresión lineal se utiliza para la obtención de la pendiente en dicha zona y se compara con los datos de la literatura.

A continuación se presenta la relación lineal que obedece el grueso del chorro según la dirección longitudinal; también, la regresión lineal utilizada para el decremento de velocidad del centro; respectivamente son:

$$\frac{\delta u}{h} = K_{1u} \left[ \frac{x}{h} + K_{2u} \right] \quad (2.1)$$

$$\left( \frac{\Delta U_0}{\Delta U_c} \right)^2 = C_{1u} \left[ \frac{x}{h} + C_{2u} \right] \quad (2.2)$$

Las constantes de dichas ecuaciones para cada investigación en particular permitieron elaborar el siguiente cuadro.

Tabla 3.- Las dos constantes de la razón de crecimiento del grueso del chorro ( $K_{1u}$ ,  $K_{2u}$ ) y las dos constantes ( $C_{1u}$ ,  $C_{2u}$ ) de la razón de decremento de la velocidad en la línea central del presente trabajo (LES) y del estudio de simulación numérica directa DNS y otros resultados experimentales. Las dos ultimas filas muestran el promedio de las pendientes experimentales y su desviación estándar respectivamente.

<b>Modelos de chorro</b>	<b><math>K_{1u}</math></b>	<b><math>K_{2u}</math></b>	<b><math>C_{1u}</math></b>	<b><math>C_{2u}</math></b>
Resultados LES (2005)	0.123	-2.48	0.260	-3.53
DNS Stanley <i>et al.</i> (2002)	0.092	2.63	0.201	1.23
Ramaprian & Chandrasekhara (1985)	0.110	-1.00	0.093	-1.60
Browne <i>et al.</i> (1983)	0.104	-5.00	0.143	-9.00
Thomas & Prakash (1991)	0.110	0.14	0.220	-1.20
Thomas & Chu (1989)	0.110	0.14	0.220	-1.19
Gutmark & Wygnansky (1976)	0.100	-2.00	0.189	-4.72
Hussain & Clark (1977)	0.118	2.15	0.123	4.47
Pendiente promedio experimental	0.1087	-0.928	0.1647	-2.207
Desviación estándar experimental	0.0061	2.4286	0.053	4.46

La zona de autosemejanza para esta simulación se encontró a partir de  $x/D= 8.3$  y el final del dominio, antes de la capa esponja, se considera en  $x/D= 18.12$ . Aunque los estudios experimentales se han realizado con diferente número de Reynolds, la tasa de crecimiento referida a  $\delta u$  ( $K_{1u}$ ) en esta región es relativamente consistente para un error estadístico del 1%, ya que la presente simulación numérica se encuentra en distribución normal a  $Z= 2.33$  de la desviación estándar en la media experimental, lo que representa tan solo un 0.5% de variación porcentual con el DNS de Stanley *et al* (2002).

La variación del origen virtual  $K_{2u}$  solamente afecta la extensión de la región del núcleo potencial, aguas abajo, este núcleo se transforma en una turbulencia desarrollada específica a cada estudio. El efecto producido por las condiciones de salida del chorro en la boquilla lleva a la variación de dicho origen del estado de autosemejanza, delimitando así la extensión del núcleo potencial. Por lo tanto, la desviación estándar, de la variación del origen, presenta valores más amplios (2.42), dejando la simulación a  $Z= 0.64$  de la desviación estándar que presenta la media experimental.

El valor en la tasa de decremento de la velocidad en la línea central  $C_{1u}$ , así como el origen virtual  $C_{2u}$  resultan satisfactorios para el modelo, debido a las variaciones que presentan los diferentes estudios. Por tanto, las desviaciones estándar corresponden a  $Z= 1.8$  y  $Z= 0.23$  de la desviación estándar respectivamente.

El chorro turbulento plano es un flujo donde el promedio del número de Reynolds crece aguas abajo durante la región de autosemejanza, dado que  $Re_{\delta_u} = 2 \bar{\rho} \delta_u \Delta U_c / \mu$ . Con esta función el valor del número crece fuertemente desde  $Re= 3000$  con la variación esperada de  $Re_{\delta_u} \propto x^{1/2}$ . Debido a esta proporción para  $X/D= 18.0$ , la distancia correspondiente al final de la simulación, el número Reynolds creció a  $Re_{\delta_u}= 5898.5$

Según los datos experimentales, el régimen de autosemejanza se alcanza más rápido para aquellos experimentos que correspondan a mayores números de Reynolds, solo que para las simulaciones numéricas, el elevar este número requeriría la utilización de mallas exponencialmente más finas, con mayor número de nodos para evitar la pérdida de información.

Para evitar tal pérdida y lograr un desarrollo de la turbulencia del chorro relativamente rápido, se optó por mantener al mínimo posible el número Reynolds ( $Re_h > Re_{crit}$ ), gracias a que aún es posible obtener la transición al estado de turbulencia desarrollada, con el apoyo de una perturbación energética que provoque la inestabilidad necesaria en la frontera de entrada para el desarrollo del chorro.

En este trabajo se utilizó el "Ruido Blanco", explicado en el capítulo anterior, obteniendo un desarrollo del flujo de mayor naturalidad que la DNS de Stanley *et al.* (2002) por haber provocado la inestabilidad desde las pequeñas escalas a la salida de la boquilla y no en el modo fundamental del perfil.

Debido a los anteriores parámetros requeridos, se adicionó la amplitud al "ruido blanco" en la boquilla (10% de  $U_c$ ) además de suministrar considerable pulso de momentum ( $D/\theta_0 = 30$ ) para propiciar la inestabilidad, según el volumen másico, y por tanto el temprano desarrollo del chorro.

Aunque esta variación del pulso de momentum puede afectar la pendiente de la autosemejanza con un pequeño decremento, como lo demostró Da Silva & Métais (2002), se compensa con una mayor estabilidad en las estructuras bidimensionales.

### **3. Comparación Gráfica y Visual del Perfil de Velocidad**

Un parámetro que se ha utilizado en diferentes problemas para la validación y su comparación entre los modelos, es el comportamiento de las componentes de velocidad, en especial en la zona de autosemejanza.

En la figura 10a es destacable el comportamiento de la velocidad longitudinal instantánea en dirección normal, para ciertos planos longitudinales que se consideran dentro de la etapa de turbulencia completamente desarrollada del chorro, ( $8.3 > X/D > 18.12$ ). Aquí se identifica una respuesta instantánea en espacio-tiempo del perfil, según el tipo de flujo "chorro plano". Éste expresa bien su expansión en dirección normal y su desaceleración en dirección longitudinal.

Además, de acuerdo al contorno de velocidad longitudinal instantánea de dicha figura 10a, se visualiza el comportamiento numérico de la velocidad más representativa del chorro plano en algún instante y en algún plano homogéneo; y que es muy similar para cualquier instante o plano transversal debido a su comportamiento estacionario y su dirección periódica.

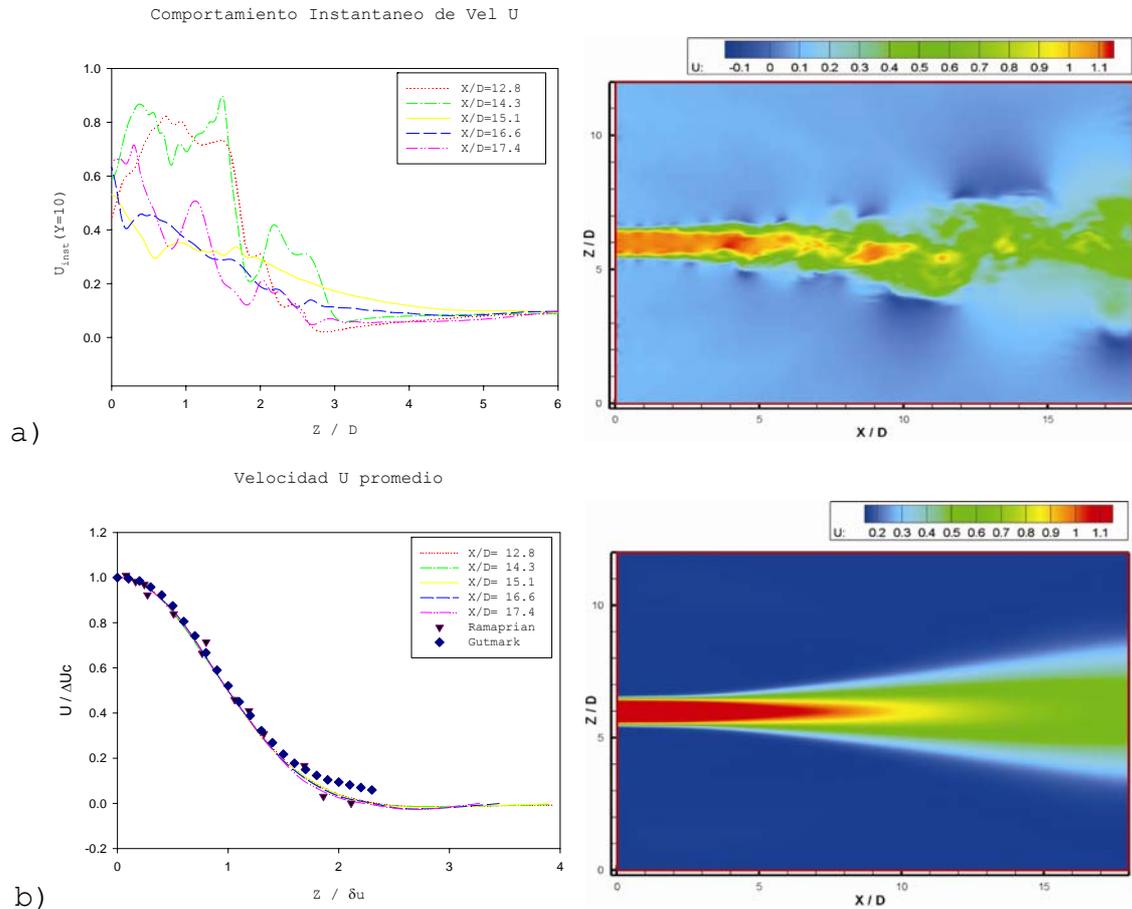


Figura 10a. A la izquierda perfiles transversales de velocidad longitudinal instantánea del chorro plano a varios planos durante el desarrollo de la turbulencia; a la derecha contorno de velocidad  $u$  instantánea. 10b. A la izquierda perfiles transversales de velocidad longitudinal promedio del chorro plano en su zona de autosemejanza, comparados con datos experimentales de Ramaprian & Chandrasekhara (1985) y Gutmark & Wygnansky (1976), a la derecha Contorno de velocidad  $u$  promedio.

La velocidad longitudinal presenta una alta variación en dirección normal, puesto que en el promedio (figura 10b), al doble de  $\delta u$  la velocidad se encuentra al mínimo, característica presente y poco atenuada por la expansión del chorro y su disminución de velocidad que sufre del centro hacia la orilla del chorro en el transcurso hacia su estado de autosemejanza.

El colapso de los perfiles en dirección normal es el resultado de cuando el flujo ha alcanzado autosemejanza, de acuerdo al comportamiento similar de los perfiles aguas abajo en los distintos planos longitudinales. Al comparar los resultados obtenidos con datos de experimentaciones previas (Ramaprian y Gutmark) se observa que existe buena concordancia, y por tanto, queda constatada la calidad de la simulación numérica presentada aquí (LES), de acuerdo a la velocidad principal y representativa del flujo.

El contorno del promedio de la velocidad longitudinal visualizado en esa figura 10b, define con precisión la expansión del chorro y su desaceleración durante su desarrollo en el dominio. Este contorno es la representación general del  $\bar{u}$ , por las líneas a las que son referidos el resto de contornos para comprender mejor los comportamientos de las propiedades estudiadas a continuación.

En la figura 11a se ve que el promedio de la velocidad normal ( $w$ ) es prácticamente nula a lo largo de la línea central. El contorno a su derecha presenta las fluctuaciones de velocidad normal. Dicho contorno es el resultado de la sustracción del campo promedio (figura 11b) al campo instantáneo de velocidad normal (no mostrado).

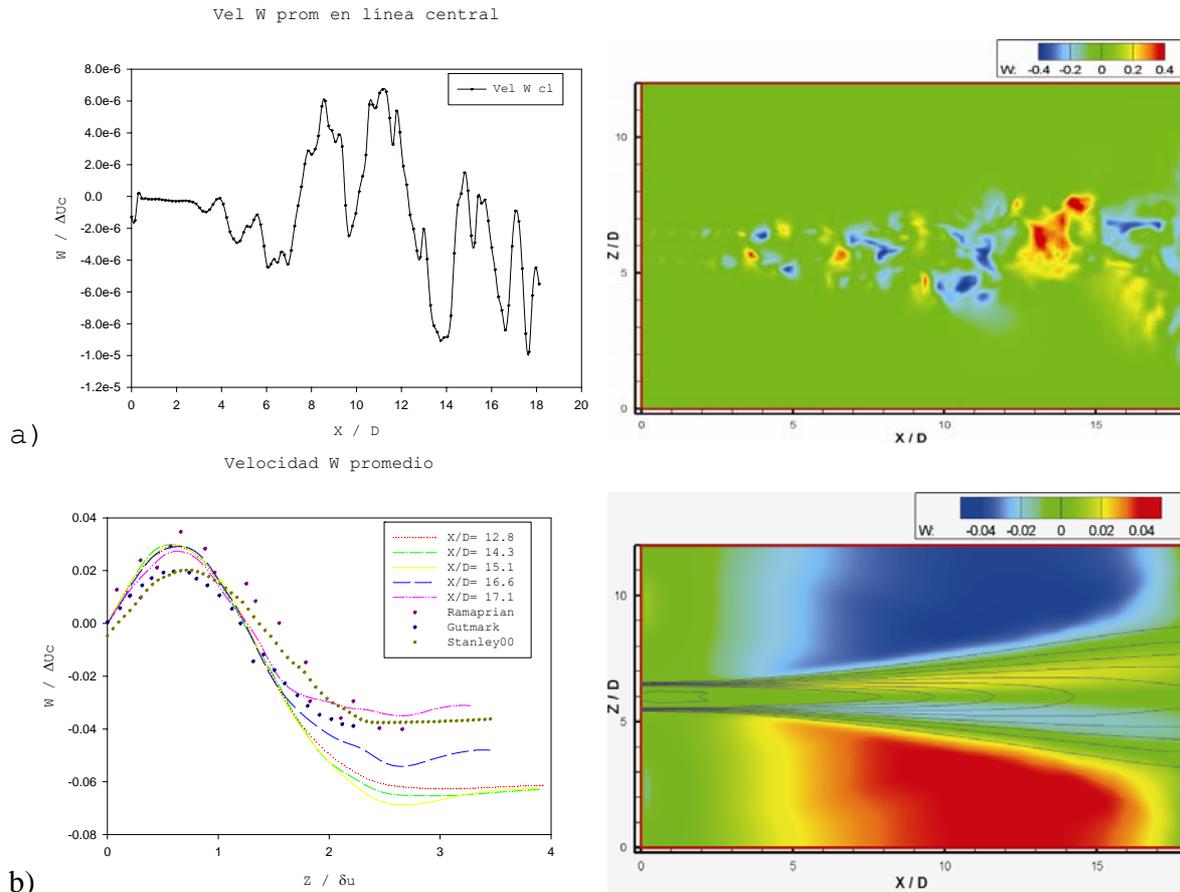


Figura 11a. A la izquierda comportamiento de la velocidad transversal a lo largo de la línea central del chorro. A la derecha Contorno de velocidad normal fluctuante; Figura 11b. A la izquierda los perfiles transversales de la velocidad transversal promedio en diferentes planos longitudinales en la zona de autosemejanza, comparados con datos bibliográficos de Ramaprian & Chandrasekhara (1985), Gutmark & Wygnansky (1976) y Stanley *et al.* (2000), a la derecha Contorno de velocidad transversal media.

Sin embargo, en la figura 11b se observa el promedio de la velocidad  $w$  en la dirección normal para ciertos planos longitudinales  $(y, z)$ , en la etapa de turbulencia desarrollada, donde el colapso de los perfiles no es tan exacto como el observado en la velocidad  $u$  (longitudinal) y la zona de autosemejanza de la velocidad normal se alcanza ya en regiones de  $16.5 > X/D$ , donde los perfiles se comparan adecuadamente con los datos experimentales. Esta velocidad es muy susceptible a

cambios debidos a la bidimensionalidad en la entrada del chorro, y puede ser afectada por la condición de frontera libre Thompson de los límites laterales. Este problema se evita poniendo la condición del límite lateral a suficiente distancia para que provoquen el menor efecto posible, aún en la zona de turbulencia desarrollada. Hay que recordar, que esta frontera es la de mayor área y por tanto cuenta con el mayor número de nodos por plano, así que al alejarse de las fronteras se provoca un gran número de iteraciones (13,500 nodos mas por par de planos aumentados).

El contorno de la velocidad normal muestra que el flujo circundante es succionado por su movimiento hacia al centro del chorro, mientras que los movimientos normales dentro del mismo son el resultado de la expansión que éste está sufriendo durante su desarrollo.

Por ser un chorro homogéneo en la dirección transversal, el promedio de la velocidad transversal ( $v$ ) en los planos en dicha dirección resulta nulo, aunque, las fluctuaciones de esta velocidad ( $v'$ ) en cada plano no lo sea.

#### **4. Comparación Gráfica y Visual de los Esfuerzos Turbulentos**

Otro parámetro útil en la comparación entre los flujos trabajados por los diversos autores y el presente, es el comportamiento de los esfuerzos turbulentos o de Reynolds que

interactúan en el desarrollo del flujo dentro del fluido que lo circunda.

La matriz de los esfuerzos de Reynolds es una matriz simétrica. La diagonal principal expresa los esfuerzos normales o principales ( $u'u'$ ,  $v'v'$ ,  $w'w'$ ) y estos a sus vez son el cuadrado de la intensidad de fluctuación promedio o valores rms (root mean square) de cada componente de velocidad. Los otros términos de la matriz representan los esfuerzos cortantes ( $u'v'$ ,  $u'w'$ ,  $v'w'$ ).

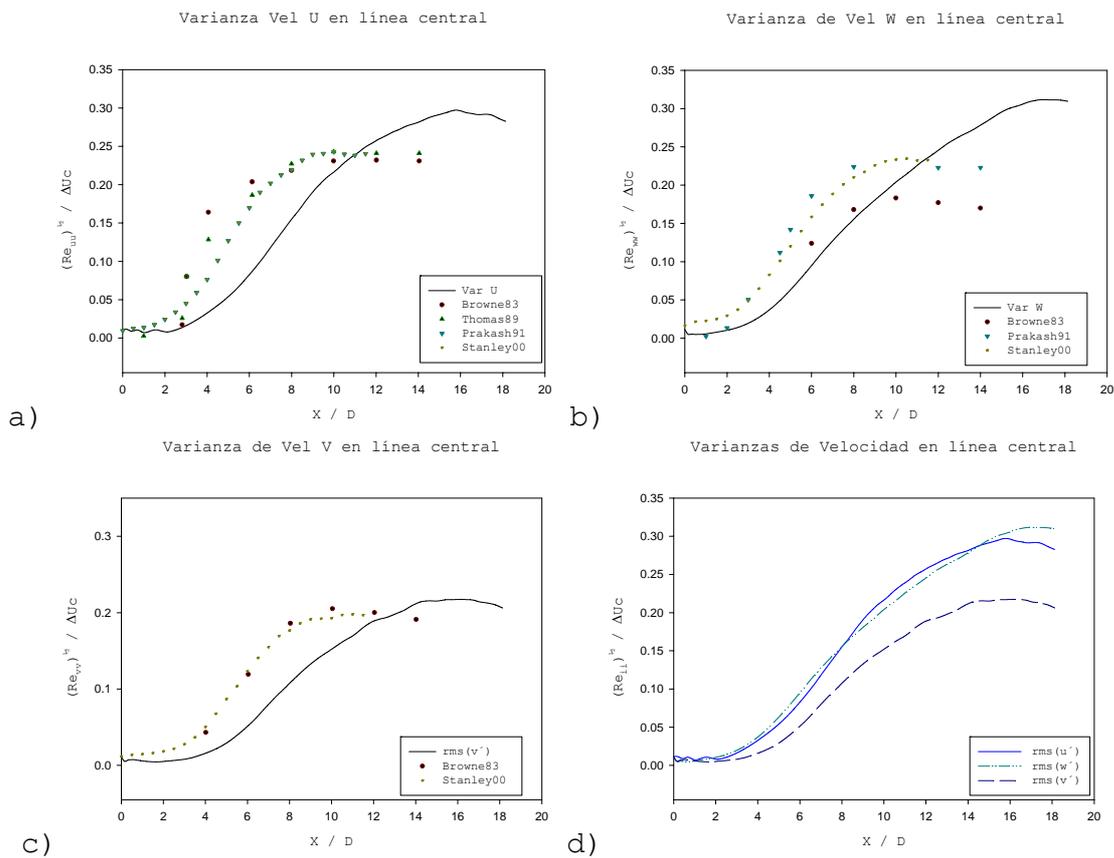


Figura 12 Crecimiento de los esfuerzos de Reynolds principales a lo largo de la línea central del chorro y sus respectivas comparaciones con datos bibliográficos de Browne et al. (1983), Thomas & Chu (1989), Thomas & Prakash (1991) y Stanley et al. (2000); a. Esfuerzo de Reynolds longitudinal; b. Esfuerzo de Reynolds lateral; c. Esfuerzo de Reynolds transversal; d. Comparación de los tres esfuerzos principales

Las figuras 12 muestran la evolución de los esfuerzos principales a través de la línea central. En las primeras tres figuras (12a, 12b, 12c) se observan los esfuerzos turbulentos principales de la simulación, al comparar la forma de sus perfiles, se ve que siguen teniendo un comportamiento similar a los experimentos y a los numéricos (DNS) de los chorros planos, ya que esta semejanza de las gráficas expresa el mismo proceso, a diferente intensidad, debida a las condiciones iniciales.

La intensidad de fluctuación (rms) o la raíz cuadrada de los esfuerzos turbulentos en las tres componentes de velocidad, con respecto a la dirección longitudinal del chorro, crecen fuertemente en la región  $4.0 < X/D < 16.0$  y luego los esfuerzos longitudinal y lateral en la línea central se estabilizan de modo asintótico hacia su valor de autosemejanza. Aparentemente, a partir de  $X/D = 16.0$ , la intensidad transversal ( $Re_{vv}^{1/2}$ ) desciende después del equilibrio en la región final, aunque podría tener un comportamiento cíclico.

La figura 12d presenta las intersecciones de las intensidades fluctuantes longitudinal y lateral, por encima de la transversal, esto es el resultado de la memoria de inicialización del flujo plano, ya que este perfil ideal privilegia la turbulencia en dos direcciones mientras que en la

tercera dirección (la transversal) se transporta por los términos no lineales de las ecuaciones de Navier-Stokes. Debido a la condición bidimensional inicial, el flujo no alcanza una isotropía total, y la turbulencia no llega tampoco a ser completamente isotrópica.

En la figura 13 se presenta el comportamiento de varios perfiles de los esfuerzos principales de Reynolds durante varios planos longitudinales de la zona de autosemejanza, de acuerdo al  $\delta u$  del chorro. La comparación del perfil, en esta simulación, con los perfiles experimentales y del DNS (debido a la similitud) demuestra que el chorro plano se encuentra en la región de autosemejanza para los planos comparados. Las intensidades fluctuantes, exceptuando la intensidad normal  $Re_{ww}$ , comparan razonablemente bien con los resultados experimentales.

En el caso del esfuerzo  $Re_{ww}$  obtenido, resultó mayor en un 35% que los casos empíricos, fenómeno similar al observado por Stanley *et al.* (2002), su comportamiento se puede atribuir a la idealización periódica en la región inicial y la conservación de la remarcada bidimensión del flujo, durante varios planos subsecuentes, en los vórtices Kelvin-Helmholtz.

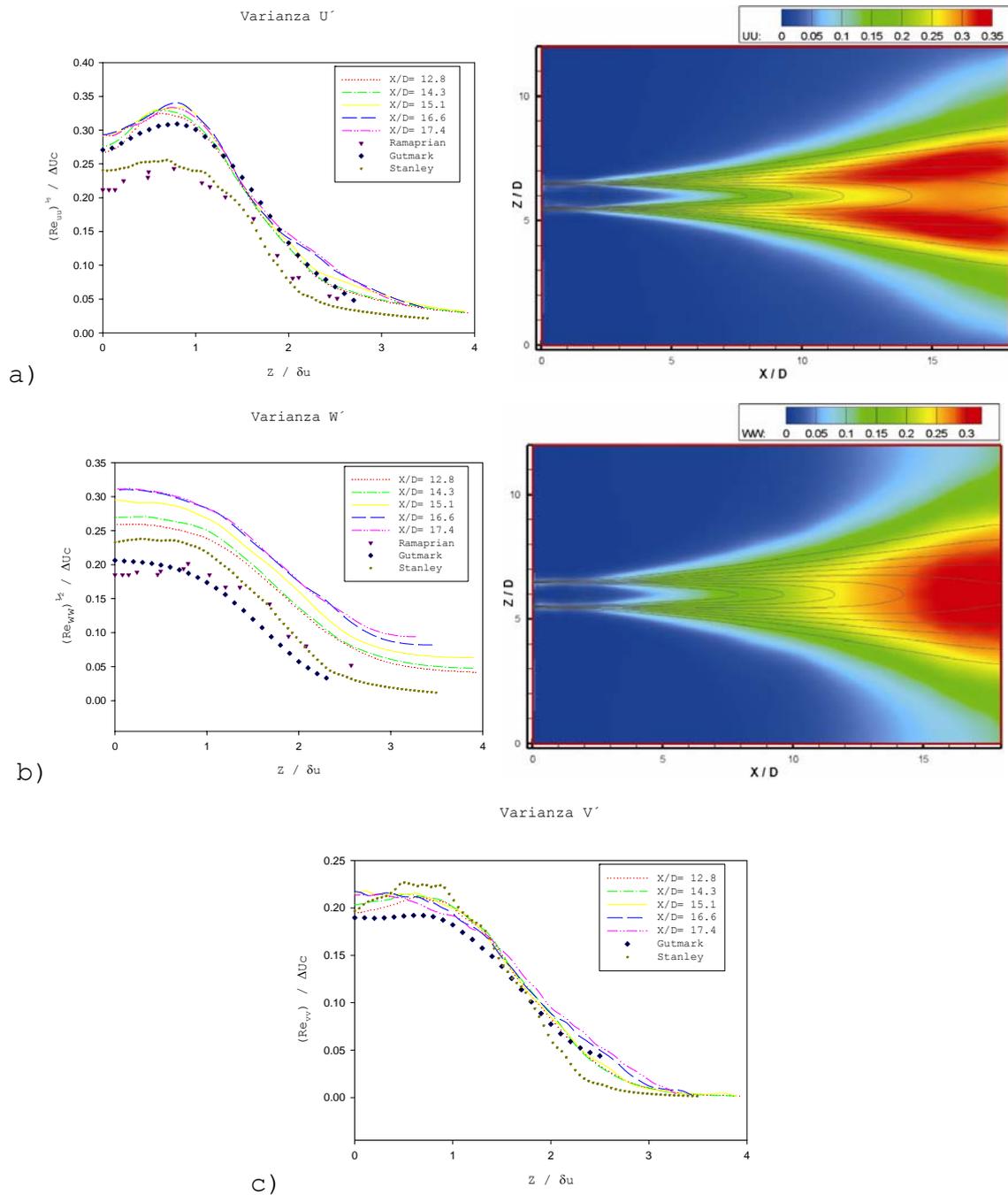


Figura 13 Perfiles y contornos de los esfuerzos de Reynolds principales en la región de autosemejanza. Los esfuerzos principales son comparados con los datos encontrados en la bibliografía de Ramaprian & Chandrasekhara (1985), Gutmark & Wygnansky (1976) y Stanley *et al.* (2000); a. A la izquierda esfuerzo de Reynolds principal longitudinal, a la derecha Contorno del esfuerzo principal longitudinal; b. A la izquierda esfuerzo de Reynolds principal lateral, a la derecha Contorno del esfuerzo principal lateral; c. Esfuerzo de Reynolds principal transversal.

Las dos direcciones más representativas de un flujo plano son la longitudinal (X) y la normal (Z), ya que la dirección-Y (transversal) es la dirección periódica. Por lo tanto, el promedio de la velocidad transversal ( $v$ ) es cero, igualmente que los esfuerzos cortantes para las componentes  $Re_{u'v'}$  y  $Re_{w'v'}$ . Esto debido al carácter periódico de la dirección que imposibilita la correlación de las señales de  $v'$  con las de  $u'$  y  $w'$ . En tanto que, el esfuerzo cortante se presenta únicamente por la interacción de las dos componentes de velocidad restantes ( $u'w'$ ).

Por lo tanto, el estudio de esfuerzos cortantes se reduce solo al  $Re_{u'w'}$ , como el esfuerzo cortante que representa los fenómenos presentes en la capa de mezcla.

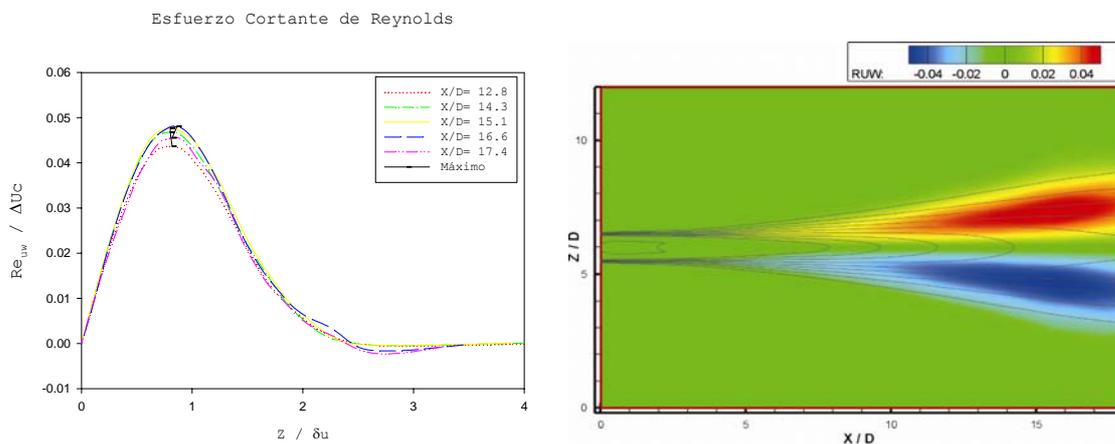


Figura 14. Esfuerzo de Reynolds "cortante" ( $Re_{u'w'}$ ) para Planos longitudinales en la zona de autosemejanza.

En la figura 14 se muestra el comportamiento del esfuerzo cortante de Reynolds ( $Re_{u'w'}$ ) para algunos planos longitudinales

en la zona de autosemejanza. Queda representado por la línea de máximos, el gradiente de velocidad con respecto a la dirección normal ( $\partial u / \partial z$ ), cuando para  $X/D > 16.6$  presenta el máximo valor. Como el perfil de velocidad sigue con una atenuación progresiva en la dirección longitudinal, el gradiente de ésta se reduce igualmente.

El perfil del esfuerzo cortante es proporcional al gradiente de velocidad, el cual es la principal fuente de energía cinética generadora de turbulencia. El valor del esfuerzo cortante empieza a descender junto con los del gradiente de velocidad. Debido a que el chorro continúa su expansión en la dirección lateral dentro de la zona de autosemejanza, la turbulencia se encuentra en un descenso progresivo hasta desaparecer cuando el perfil de velocidad es homogéneo con un gradiente de velocidad nulo.

## **5. Comportamiento de la Concentración de un Escalar Pasivo**

En esta sección se compara la evolución del campo escalar pasivo en el chorro turbulento que inicia a  $Re_n = 3000$ . Debido a que de acuerdo con los resultados preliminares, las condiciones físicas de la simulación concuerdan bien con chorros planos de simulación numérica directa y con los de experimentaciones previas. Queda así validada la dinámica de la simulación numérica LES del presente trabajo. Por tanto es posible

continuar con el siguiente objetivo de este trabajo: el comportamiento de la concentración del escalar pasivo que sale inmerso en el chorro durante toda la simulación.

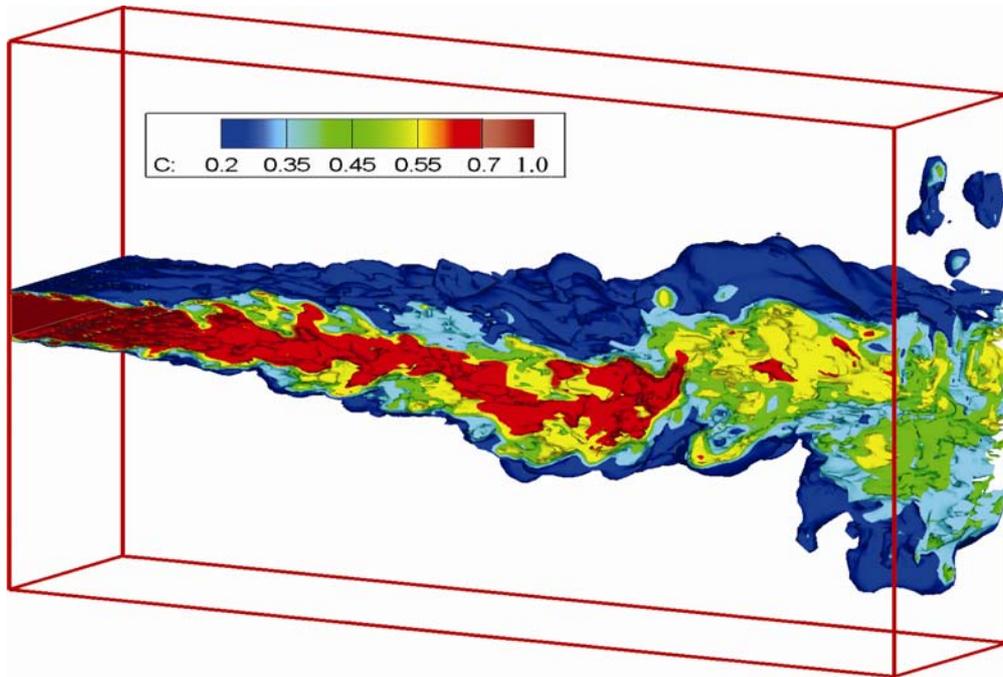


Figura 15. Iso-superficies de porcentaje de concentración de un escalar pasivo inmerso en el chorro plano de la simulación: Azul Marino (20%), Azul Celeste (35%), Verde (45%), Amarillo (55%), Rojo (70%), Marron (100%).

En la figura 15, las seis iso-superficies de concentración nos muestran cómo se dispersa el escalar pasivo al mezclarse con el flujo circundante y se puede apreciar cuánto del grueso del chorro tiene concentración significativa; por ejemplo mayor al 40% de concentración que queda por el centro del chorro hasta la iso-superficie verde.

En la figura 16 se observa cómo durante los primeros tres diámetros, debido a la poca turbulencia en el centro del

chorro, la concentración se mantiene en el máximo, es decir, que no se ha presentado gran mezclado entre los fluidos, ni una expansión considerable del escalar en el chorro, por encontrarse aún en la inicialización de la transición a la turbulencia, los esfuerzos de Reynolds son mínimos en esta región. A partir de entonces empieza el mezclado del flujo que circunda con el núcleo potencial del chorro, lo que propicia la disminución en la concentración.

Para el inicio de la turbulencia desarrollada ( $X/D= 8.3$ ) se logra un 77% de la concentración inicial; ya dentro de la zona de autosemejanza para la salida de nuestro dominio numérico alcanza un 40% de dicha concentración. Mediante las iso-superficies (figura 15) se pueden ver algunas zonas, en la orilla del chorro y al final del dominio numérico, que presentan una concentración de 20% del escalar (color azul marino) y también en algunas regiones alrededor del centro del chorro. En el plano de salida de nuestro dominio numérico, la concentración del escalar se encuentra en promedio alrededor del 40%. Esto demuestra que la mezcla para  $X/D= 18.12$  contiene más del 60% de flujo circundante y el resto sigue siendo el escalar pasivo.

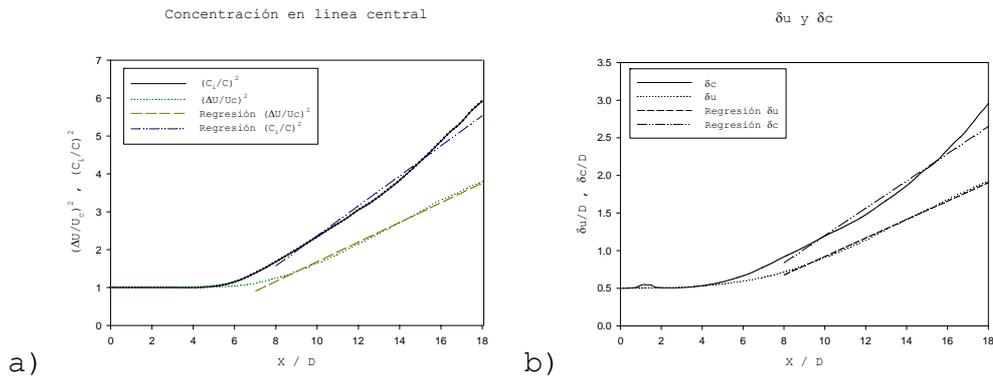


Figura 16a. Decremento de velocidad promedio en la línea central y decremento de esa concentración en la línea central; 16b. Evolución de la mitad del grueso del chorro debida a la velocidad ( $\delta u$ ) y la evolución de la concentración del escalar pasivo en la mitad del grueso del chorro ( $\delta c$ ).

El perfil del escalar pasivo es similar al perfil de la velocidad longitudinal. Sin embargo, presenta una alta aceleración en su desarrollo a la autosemejanza, debido a la utilización de un valor alto del número turbulento de Schmidt ( $Sc_t = 1.0$ ). Es decir, con el valor propuesto para  $Sc_t$  la difusión turbulenta del escalar es alta.

El decremento en el valor medio del escalar pasivo, en la línea central del chorro (figura 16a), proporciona una medida de comportamiento del mezclado. Los resultados actuales muestran un fuerte decremento inicial seguido por un decremento aun mayor para  $X/D > 14.0$ . El análisis de regresión lineal en la región de autosemejanza del chorro plano da una variación aguas abajo en el promedio del escalar pasivo en la línea central de  $C_c \propto x^2$ , que es similar al decremento del exceso de velocidad longitudinal en la línea central, mostrado en la misma gráfica.

La figura 16b muestra el ensanchamiento del chorro basado en el perfil medio del escalar pasivo. Al comparar el lento desarrollo inicial de este chorro para la razón de ensanchamiento lineal  $\delta c \propto x$ , se genera una aparente anticipación de la región de autosemejanza; mientras Browne *et al.* (1983) encuentran el ensanchamiento cerca de  $X/D = 3.0$ , para la DNS y la LES ocurre en  $X/D = 6.0$ . Sin embargo, en la tabla 3 se ve que la razón de ensanchamiento lineal,  $K_{1c}$ , basado en la zona de autosemejanza, tiene una considerable aproximación con los datos experimentales de chorros calientes y con el escalar pasivo de la DNS.

Como se explico para los orígenes del campo de velocidad, hay un gran conflicto con la dispersión debida a los valores en los orígenes para el campo del escalar pasivo,  $K_{2c}$  y  $C_{2c}$ , debido a variaciones en la condición de la boquilla entre los diferentes estudios.

La tabla 4 compara los actuales datos sobre el comportamiento del escalar pasivo al igual que datos experimentales y de DNS. En general, la tasa de decremento en la línea central,  $C_{1c}$  es mayor para la DNS que para los experimentos y aun mayor para la LES. Esto es razonable con la mezcla intensa del escalar, dado a que se pronosticó un cambio

más fuerte en la difusión del escalar sobre el momentum del flujo que el cambio real que sufren los chorros planos.

Tabla 4.- Las dos constantes de la razón de crecimiento del grueso del chorro basa en la concentración del escalar pasivo ( $K_{1c}$ ,  $K_{2c}$ ); las dos constantes ( $C_{1c}$ ,  $C_{2c}$ ) de la razón de decremento de la misma concentración en la línea central; y la relación entre el comportamiento de la velocidad y la concentración ( $K_{1u}/K_{1c}$ ,  $C_{1u}/C_{1c}$ ) del presente trabajo (LES) y del estudio de simulación numérica directa DNS y otros resultados experimentales. Las dos ultimas filas muestran el promedio de las pendientes experimentales y su desviación estándar respectivamente.

Modelos de chorro	$K_{1c}$	$K_{2c}$	$C_{1c}$	$C_{2c}$	$K_{1u}/K_{1c}$	$C_{1u}/C_{1c}$
Resultados LES (2005)	0.181	-3.37	0.396	-4.03	0.6788	0.6567
DNS Stanley <i>et al.</i> (2002)	0.158	-1.34	0.308	-1.48	0.66	0.69
Ramaprian & Chandrasekhara (1985)	0.167	2.00	0.194	6.00	0.66	0.87
Browne <i>et al.</i> (1983)	0.128	5.00	0.189	7.86	0.81	0.76
Jenkins & Goldschmidt (1973)	0.123	0.09	0.261	-5.62	0.71	0.61
Davies <i>et al.</i> (1975)	0.115	5.05	0.258	0.92	0.87	0.61
Pendiente promedio experimental	0.133	3.04	0.226	2.29	0.7625	0.7125
Desviación estándar experimental	0.012	-1.60	0.043	-1.58	-0.021	-0.014

La razón de dispersión y la rapidez de decremento en la línea central del campo escalar son más grandes que los valores del campo de velocidad, indicando que el transporte turbulento del escalar ocurre con tasa más rápida que el transporte turbulento del momentum. La razón de dispersión en el escalar y en la velocidad  $K_{1u}/K_{1c} = 0.6788$ , y la razón de decremento en la línea central de las mismas  $C_{1u}/C_{1c} = 0.6567$ , están en el rango de comportamiento experimental y de la DNS, dando como resultado un valor consistente del número turbulento de Schmidt  $Sc_t = \nu_t/D_t \approx 0.7$ .

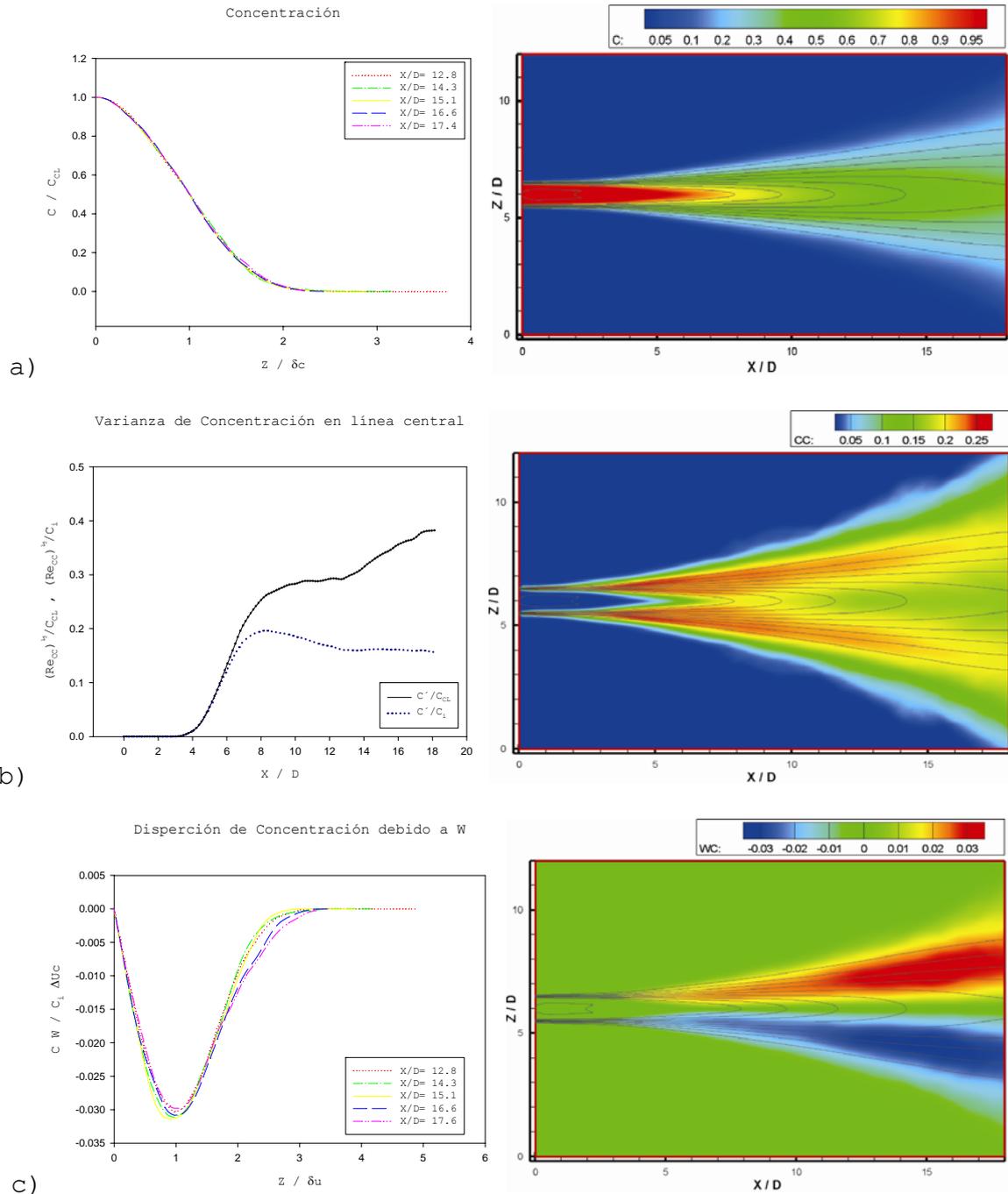


Figura 17 Concentración del escalar pasivo. a) A la izquierda, perfiles de concentración adimensionados con la concentración de la línea central de los diferentes planos longitudinales en zona de autosemejanza; a la derecha, contorno de la concentración media. b) A la izquierda, dispersión de la concentración en el desarrollo del chorro con respecto a su dirección longitudinal, adimensionada primero (línea continua) con la concentración en la línea central de dicho plano y después (línea punteada) con la concentración inicial; a la derecha, contorno de la dispersión. c) A la izquierda, la transferencia de la concentración debida a la velocidad normal en dirección longitudinal en la zona de autosemejanza; a la derecha, su contorno.

En la figura 17, el contorno es normalizado por el valor inicial en la línea central del campo escalar (1.0), al igual que la figura 17c. Mientras que en las figuras 17a y 17b se normaliza con el valor del escalar pasivo local, en la línea central en cada plano estudiado (aunque en la figura 17 8b se presentan ambos casos para mejor observación).

En la figura 17a, queda demostrado, que su perfil de entrada similar al de la velocidad longitudinal, que el comportamiento del perfil de la concentración en la zona de autosemejanza es muy parecido al comportamiento presentado por el perfil de dicha velocidad. También se observa la disminución que muestra la concentración y concuerda con el comportamiento en la línea central, aunado a que al doble del  $\delta_c$ , la concentración es nula. El contorno de la concentración del escalar pasivo a lo largo y ancho de la simulación numérica presenta el comportamiento similar al de la velocidad  $u$ , y la disminución de dicha concentración es congruente con la desaceleración del chorro y su expansión.

En la figura 17b, se demuestra que la evolución de la intensidad de fluctuación del escalar en la línea central ( $c'$ ) es consistente con el lento desarrollo inicial del chorro.

Es destacable que la dispersión ( $c'$ ), mostrada en la figura 17b, señala el intervalo en que la concentración

presenta perturbaciones abruptas en el núcleo potencial del chorro, desde la aparición de la vorticidad longitudinal, hasta el comportamiento cuasi tridimensional de la turbulencia con un máximo de 19.6% en la fluctuación, según la concentración inicial. Esta dispersión de concentración encuentra una estabilidad en los alrededores de 16% de dichas fluctuaciones al iniciar la zona de autosemejanza.

En el contorno de la fluctuación de la concentración se ve el comportamiento de la variación del escalar pasivo en el núcleo del chorro. Se observan los valores máximos de  $c'$  en las zonas del cortante máximo y las fluctuaciones se reducen continuamente a lo largo del desarrollo del chorro.

Es importante mencionar que la transferencia de concentración turbulenta (figura 17c) se debe principalmente a la velocidad normal ( $w'c'$ ), esto sucede porque ésa es la dirección donde se encuentra la variación importante de concentración por el mezclado del chorro. Se observó que las otras dos componentes ( $u'c'$  y  $v'c'$ ) son prácticamente nulas.

El contorno de transferencia del escalar pasivo debido a la velocidad normal ( $w'c'$ ), muestra el máximo absoluto de esta transferencia que se encuentra donde el esfuerzo cortante, y por ende las fluctuaciones de velocidad normal ( $w'$ ) son máximos.

## ***Conclusiones***

En el Instituto de Ingeniería de la UNAM, se llevó a cabo una validación de la simulación de grandes escalas, para un chorro plano compresible tridimensional.

Los resultados de la simulación fueron analizados mediante el promedio temporal de cada componente de velocidad. También a raíz de la llamada descomposición de Reynolds se analizó la parte fluctuante de la velocidad.

Según la validación requerida en esta tesis; la LES presentó comportamiento estadístico que se aproxima aceptablemente (al 1% de error en la región de autosemejanza) de los chorros experimentales y numéricos. Estos valores registrados por la simulación se compararon con datos experimentales y numéricos obtenidos por otros autores, quedando dentro del rango estadístico y visual esperado.

Por tanto, se logró la validación de la simulación numérica de este trabajo. Su análisis arrojó que la zona de autosemejanza para este chorro se manifestó a partir del 45% del rango de desarrollo axial.

Fue posible estudiar el comportamiento de un escalar pasivo inmerso en el chorro, el cual mostró la mezcla de éste

con el fluido circundante, debido a la interacción de las estructuras coherentes inherentes a la turbulencia.

En la zona de la turbulencia completamente desarrollada, el efecto de mezclado, del escalar y el entorno, es predominante. Observándose, que la mezcla alcanza 40% del promedio de su concentración para la salida del dominio computacional.

En la simulación se utilizó un valor de **St** mayor que el arrojado en el análisis de la relación:  $St \approx 0.7$ . Siendo esto una de las razones por lo que el comportamiento, la dispersión del escalar pasivo tenga pendientes mayores que el común de los chorros planos de comparación.

Otra razón que se encuentra probable para esa conducta, aunque no llega a ser errónea (dado que sí pudo ser validada), se trata de la refinación de la malla. Ya que en una malla más fina el efecto del modelo sub-malla es menor.

## ***Recomendaciones***

Para finalizar este trabajo de investigación, se presentan algunas posibilidades que en mi opinión se podrían estudiar, aumentando los horizontes de esta tesis:

La posibilidad de aumentar la cantidad de nodos para precisar la información simulada, manteniendo el tiempo de cálculo; se depuran los programas utilizados, ya que cuentan con cálculos innecesarios para la investigación.

Realizar la evaluación para diferentes números de Schmit; posiblemente esto arroje como resultado valores de dispersión del escalar más adecuada al desarrollo de la velocidad principal del chorro.

Uno de los caminos por donde puede seguir la investigación, después de esta validación, es: con la variación de las propiedades del chorro; ya sea en la densidad (para simular alguna sustancia) o en la temperatura (simulando una reacción). Con esto se buscará estudiar detalles de mayor especialización en el comportamiento de flujos turbulentos libres de cortantes, principalmente enfocándose en el fenómeno de la mezcla de uno o más gases.

## **Bibliografía**

- ❖ ALBERTSON, M. L., Dai, Y. B., Jenson, R. A. & House, H. (1950) Diffusion of submerged jets. *Trans ASME Journal of Fluids Engineering* vol. 115, pp. 639-664.
- ❖ BIRKHOFF Garret, Zarantonello E.H., (1957) *Jet, Wakes, and Cavities*; Applied Mathematics and Mechanics Vol 2 Ed Academic Press Inc. USA. pp 1, 254, 255, 270-279, 309-312
- ❖ BRADBURY, L. J. S. (1965) The structure of a self-preserving turbulent plane jet. *Journal of Fluid Mechanics*, Ed. Cambridge university press; Vol. 23, pp. 31-64.
- ❖ BROWNE, L. W. B., et al. (1983) Interaction region of a two-dimensional turbulent plane jet in still air. *In structure of complex turbulent shear flow*. IUTAM Symposium, Marseille 1982 Ed R. Dumas & L. Fulachier) pp. 411-419 Springer.
- ❖ COMTE, P., Lesieur, M., Laroche, H. & Normand, X. (1989) Numericalsimulations of turbulent plane shear layers. *In turbulent shear flows* Ed. J.-c. André, J. Cousteix, F. Durst, B. E. Launder, F. W. Schmidt & J. H. Whitelaw), vol. 6 pp. 361-380, Springer.
- ❖ COMTE, P. & Lesieur, M. (1997) Large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *Turbulence in Compressible Flows, AGARD/VKI Course*, AGARD Rep. 819.
- ❖ Da SILVA C. B. and Métais O. (2002) On the influence of coherent structures upon interscale interactions in turbulent plane jets. *J. Fluid Mech.* vol 473, pp 103-119.
- ❖ DAI, Y., Kobayashi, T. & Taniguchi, N: (1994) Large eddy simulation of plane turbulent jet flow using a new outflow velocity boundary condition. *JSME Intl J. B Fluids and Thermal Engng* vol. 37, pp. 242-253.
- ❖ DAVIDE, E. (1993) *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques : Une approche instationnaire*. PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- ❖ DAVIES, A. E., Keffer, J. F. & Baines, W. D. (1975) Spread of a heated plane turbulent jet. *Physics of Fluids*, Ed. American Institute of Physics vol. 18, pp. 770-775.
- ❖ DUBIEF, Y. & DelcaYre, F. (2000) On coherent-vortex identification\_in turbulence. *Journal of Turbulence*, Ed. Taylor & Francis Grupe vol. 1, pp. 001.
- ❖ FAVRE, A. (1965) Equations des gaz turbulents compressibles, II : Méthode des vitesses macroscopiques pondérées par la masse volumique. *Journal de mécanique*. Ed. Université de Nice Sophia-Antipolis Vol. 4, pp. 391-421.

- ❖ GEORGE, W. K. (1989) The self-preservation of turbulent flows and its relation to initial conditions and coherent structures. *In advances in turbulence* Ed. W. K. George & R. Arndt), pp. 39-73. Hemisphere.
- ❖ GOTTLIEB, D. & Turkel, E. (1976) Dissipative to four methods for time-dependent problems. *Mathematics of Computation*, Ed. American Mathematical Society. Vol. 30, pp. 703-723.
- ❖ GUTMARK, E. & Wygnanski, I. (1976) The planar turbulent jet. *J. Fluid Mech* vol. 73, pp. 465-495.
- ❖ HOMSY, G.M. et al., (2000) *Multi-Media Fluid Mechanics*, Ed. The Press Syndicate of the university of Cambridge, UK
- ❖ HUSSAIN, A. K. M. F. & Clark, A. R. (1977) Upstream influence on the near field of a plane turbulent jet. *Phys. Fluids* vol. 20, pp. 1416-1426.
- ❖ INCROPERA F.P. 1999 *Fundamentos de Transferencia de calor*, 4ª ed. Ed. Prentice Hall, México 291, 292, 320, 791-806
- ❖ JENKINS, P. E. & Goldschmidt, V. W. (1973) Mean temperature and velocity in a plane turbulent jet. *Trans. ASME J. Fluids Engng* vol. 95, pp. 581-584.
- ❖ KOLMOGOROV, A. N. (1941) On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* vol. 31, pp. 538-541.
- ❖ LE RIBAUT, C., Sarkar, S. & Stanley, S. A. (1999) Large eddy simulation of the evolution of a plane jet. *Phys. Fluids* vol. 11, pp. 3069-3083.
- ❖ MÉTAIS, O. & Lesieur, M. (1996) New trends in large eddy simulations of turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 28 pp. 45-82.
- ❖ MENDENHALL, W. (1982) *Introducción a la Probabilidad y la Estadística*; Ed. Wadsworth Internacional/Iberoamérica 5ta ed. EE.UU. pp. 262-264
- ❖ MEYER Richard E. (1981) *Transition and Turbulence* Ed Academic Press Inc. USA pag. 39, 63-75, 150-152
- ❖ MILLER, D. R. & Comings, E. W. (1957) Static pressure distributions in the free turbulent jet. *J. Fluid Mech.* Vol 23, pp. 521-544.
- ❖ MONIN A.S., Yaglom A.M., (1971) *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence* Ed. The MIT Press, USA, pp 57, 349-363, 456.

- ❖ MOSER, R. D., Rogers, M. M. & Ewing, D. W. (1998) Self-similarity of time evolving plane wakes. *J. Fluids Mech.* Vol. 367, pp. 255-289.
- ❖ MOTT, Robert L., (1994) *Applied fluids Mechanics* Ed. Prentice-Hall 4<sup>o</sup> ed, USA pp 23-30, 219-225, 239, 250.
- ❖ POINSOT T.J. and Lele S.K. 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*; Ed. Elsevier Inc. 101,104-129
- ❖ RAMAPRIAN, B. R. & Chandrasekhara, M. S. (1985) LDA measurements in plane turbulent jets. *Trans. ASME: J. Fluids Engng* vol. 107, pp. 264-271.
- ❖ REICHERT, R. S. & Biringen, S. (1997) Numerical simulation of compressible plane jets. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper.* pp. 97-1924.
- ❖ ROGERS, M. M. & Moser, R. D. (1994) Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Phys. Fluids* vol. 6, pp. 903-923.
- ❖ SALINAS Vázquez M., and Métais O. (2002) Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct. *J. Fluid Mech.* Vol 453, pp 202-207.
- ❖ STANLEY S. A. & Sarkar S. (1997) Simulation of spatially developing plane jets. *AIAA Paper.* pp. 97-1922.
- ❖ STANLEY S. A. & Sarkar S. (2000) Influence of nozzle conditions and discrete forcing on turbulent planar jets. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal.* vol 38, pp. 1615-1623.
- ❖ STANLEY S. A., Sarkar S. and Mellado J.P. (2002) A study of the Flow-field evolution and mixing in a planar turbulent jet using direct numerical simulation *J. Fluid Mech.* Vol 450, pp. 377-393, 397-401.
- ❖ THOMAS, F. O. & Chu, H. C. (1989) An experimental investigation of the transition of a planar jet: Subharmonic suppression and upstream feedback. *Phys. Fluids A* vol. 1, pp. 1566-1587.
- ❖ THOMAS, F. O. & Prakash, K. M. K. (1991) An experimental investigation of the natural transition of an untuned planar jet. *Phys. Fluids A* vol. 3, 90-105.
- ❖ THOMPSON K.W. 1990 Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems *J.Comp Phys* 89, 439-461.
- ❖ WEINBERGER, C., Rewerts, J. & Janicka, j. (1997) The influence of inlet conditions on a large eddy simulation of a turbulent plane jet. *In proc. Eleventh symp- on turbulent shear flows*, vol. 3 pp. 25.17-25.22. Springer.
- ❖ ZENIT Roberto C. (2001), *Dinámica de Fluidos, Notas de Clase*; Ed. en <http://mecmat.iimatercu.unam.mx/%7Edfluidos/> pp 145-172.