



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN.

**“COMPARACIÓN DE DOS VÍAS DE ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE
LA FUNCIÓN GAMMA (γ) -INCOMPLETA PARA AJUSTAR LA CURVA DE
LACTANCIA EN GANADO LECHERO.”**

T E S I S.

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MÉDICA VETERINARIA ZOOTECNISTA.**

PRESENTA:

LAURA ARACELI LUGO BERMUDEZ .

ASESOR: Dr. BENITO LÓPEZ BAÑOS.

CUAUTITLÁN IZCALLI, EDO. DE MÉX.

2005.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTILÁN.

**“COMPARACIÓN DE DOS VÍAS DE ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE
LA FUNCIÓN GAMMA (γ) -INCOMPLETA PARA AJUSTAR LA CURVA DE
LACTANCIA EN GANADO LECHERO.”**

T E S I S.

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MÉDICA VETERINARIA ZOOTECNISTA.

PRESENTA:

LAURA ARACELI LUGO BERMUDEZ .

ASESOR: Dr. BENITO LÓPEZ BAÑOS.

CUAUTILÁN IZCALLI, EDO. DE MÉX.

2005.

DEDICATORIA.

A mis padres Ángel Lugo Velazquez y Manuela Bermúdez por la confianza, cariño y apoyo necesarios para lograr un paso más en el largo camino hacia mi superación.

A cada uno de mis hermanos que me han ayudado a su manera a no darme por vencida en los momentos difíciles, pero especialmente a Juana que ha sido mi ejemplo a seguir y que me ha brindado sus consejos, regaños y anécdotas para salir adelante en los tiempos difíciles.

A mi asesor, amigo que admiro y respeto el Doctor Benito López Baños que tuvo la paciencia, la visión y ayuda esencial para el desarrollo de la tesis. Pero sobre todo que creyó en mi mucho antes de que yo misma lo hiciera.

Y a todos mis amigos principalmente a Ramón, Fer, Gus, Gabi, Roger, Vale, kary, Fausto, Víctor, Pancho, Azu, Guny, Toño y Adriana que me han hecho reír, haciéndome sentirme mejor infinidad de veces, por todos los buenos y malos momentos que hemos compartido juntos.

A mis profesores que han aportado mucho con sus conocimientos y experiencias para mi formación personal y profesional.



*"En los momentos de crisis
solo la imaginación
es más importante
que el conocimiento."
Albert Einstein*

*

INDICE.

	Página
Resumen.	3
Introducción.	5
Hipótesis.	22
Objetivo.	23
Material.	24
Método.	25
Resultados.	27
Discusión.	34
Conclusiones.	36
Bibliografía.	37
Apéndice.	42

RESUMEN.

Este trabajo tiene como objetivo comparar dos vías de estimación de los parámetros de la función γ -incompleta (modelo de Wood) para ajustar la curva de lactancia en ganado lechero. Se utilizó la información de 10 lactaciones completas seleccionadas al azar; de la primera, segunda y tercera lactancia en vacas Holsteín, cuyos pesajes se realizaron diariamente durante 305 días en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán Campus 4, (modulo de bovinos productores de leche). De éstas, se tomaron muestras al tercer día del inicio de la lactación y cada 28 días durante toda la lactancia. Con estos pesajes se calcularon los parámetros del modelo de Wood utilizando el modelo linearizado y no lineal (NLIN). Posteriormente con los parámetros obtenidos por las dos vías se ajustaron las curvas de lactancia promedio por producción y se comparó la producción de leche total (PLT) obtenida, con la producción total real promedio, mediante una prueba de análisis de varianza bajo un modelo de bloques aleatorizado. Los parámetros obtenidos de la función gamma incompleta por las dos vías, llamados en este trabajo como modelos 1 y 2 son similares, con variaciones pequeñas en el parámetro **a** de 11.12 y 11.34 para la primera lactación, diferencias que no influyen significativamente ($p > 0.05$) en la estimación de la PLT que van de 4379.1 a 4429.5 Kg. para el modelo 1 y la producción real respectivamente. Los parámetros **b** y **c** por lo menos a tres dígitos después del punto resultan ser iguales en los dos modelos para la primera lactancia. En general la segunda y tercera lactancias presentan el mismo comportamiento lo que explica que no se hayan encontrado

diferencias significativas en las estimaciones de la PLT con los dos modelos. Se concluye que las dos vías de estimación de los parámetros del modelo de Wood son formas insesgadas para ajustar la curva de lactación de la vaca Holstein.

INTRODUCCIÓN.

La ganadería se desarrolló fundamentalmente en las haciendas desde la introducción de los primeros bovinos en el siglo XVI por los españoles hasta fines del siglo XIX, destinándose la producción de carne y leche para el consumo interno. A principios del siglo XX, se importa ganado de razas lecheras, impactando a corto plazo en el crecimiento de la producción leche. (SAGARPA. 1990-2000)

La producción lechera en México se desarrolla en condiciones muy heterogéneas desde el punto de vista tecnológico, agroecológico y socioeconómico, distinguiéndose cuatro sistemas productivos que participan en la producción nacional con el: (50%) el especializado, el semiespecializado (21%), el de doble propósito (20%) y el familiar o de traspatio (9%). Estos sistemas se desarrollan en las tres principales regiones Ecológicas Ganaderas: la templada, la árida (árida - semiárida) y la del trópico (seco -húmedo). (SAGARPA. 1990-2000)

La región templada comprende la mayor parte de los estados de Aguascalientes, Distrito Federal, Guanajuato, Hidalgo, Jalisco, México, Michoacán, Morelos, Puebla, Querétaro y Tlaxcala; es la más importante en cuanto a producción de leche. Para 1998 la participación en la producción nacional fue de 3,907 millones de litros, correspondiendo al 47%. (SAGARPA. 1990-2000)

La región árida y semiárida se ubica en el norte del país, incluyendo a los estados de Baja California, Baja California Sur, Coahuila, Chihuahua, Durango, Nuevo León, Zacatecas, Sonora y parte de San Luis Potosí y Tamaulipas. Es la segunda

en importancia, su participación en la producción nacional fue de 37% con una producción de 3,075 millones de litros. (SAGARPA. 1990-2000)

En la región tropical (seca y húmeda) se localizan los estados de Campeche, Colima, Chiapas, Guerrero, Nayarit, Oaxaca, Quintana Roo, Sinaloa, Tabasco, Veracruz y Yucatán, así como parte de los estados de San Luis Potosí y Tamaulipas. En esta región la producción en 1998 fue de 1,333 millones de litros, y su participación a nivel nacional fue del 16%. (SAGARPA. 1990-2000)

La Comunidad Económica Europea constituida por 15 países, es el principal productor de leche a nivel mundial, seguida por los Estados Unidos de América. En este marco México ocupa el 13° lugar, ubicándose entre Canadá y China; (SAGARPA. 1990-2000) con una producción de leche en el año 2000 de 9,311.4 millones de litros mientras que para el 2001 aumento ligeramente a 9,500.7 millones de litros. (SAGARPA. 1990-2001)

El consumo unitario aparente de leche, se mantuvo igual al registrado en el año 2000 con un promedio de 129 litros por habitante. (INEGI 1996-2001). Debido a esto, resulta necesario satisfacer la demanda de este producto, siendo la finalidad principal de la selección del ganado lechero, el rendimiento de leche. (Pérez, 1986)

La producción de lechera frente a la rentabilidad de la crianza y los numerosos factores biológicos susceptibles de modificar el desarrollo de ésta, explican el interés mostrado por los especialistas de diferentes disciplinas en la curva de lactancia, tanto como medio de prevención, como elemento de diagnóstico. (Masselin y col., 1987)

Para evaluar razas lecheras, se utiliza la duración de la lactancia como estándar a 305 días; duración óptima para una lactancia de 10 meses, de forma que la vaca pueda producir un ternero cada año y descansar 2 meses entre el final de una lactación y el comienzo de la siguiente. (Alais, 1988; King 1981; Mellado, 1986). En ganado de doble propósito en el trópico, no se realiza dicho ajuste, debido a que estas razas no tienen la capacidad para producir leche durante los 10 meses, por lo que la producción de leche por lactancia corresponde al total de leche producida en el periodo que la vaca estuvo produciendo leche. (Mellado, 1986)

El período de lactación inicia con la secreción de leche un poco antes del parto, para que el ternero pueda empezar a alimentarse casi inmediatamente después de su nacimiento. Esta secreción continúa durante unos 305 días (10 meses) aproximadamente. (Alfa Laval, 1990). Después del parto la producción de leche se incrementa hasta alcanzar la máxima producción (pico de lactancia) entre las 3 y 6 semanas, (Francois y col., 1991; Kenneth, 1985; Mellado, 1986; Pérez, 1986) si el pico no se presenta en este periodo, es un indicio de que el animal ha tenido deficiencias en su alimentación, o estuvo enfermo en la lactancia temprana (las primeras cinco semanas después del parto. (Berlijn, 1986) La variación en el tiempo para alcanzar el pico de lactancia está influenciada por el nivel de producción de las vacas, presentándose usualmente más temprano en las vacas de menor producción y más tarde en las vacas de mayor producción de leche. El nivel de producción durante el pico de lactancia depende fundamentalmente de la condición corporal de la vaca al parto, de su capacidad genética para producción de leche, y al régimen nutricional. La importancia del pico de lactancia radica en que existe una estrecha relación entre la producción de leche en el pico de

lactancia y la producción total durante el periodo de lactancia. Después del pico de la lactancia la producción de declina progresivamente hasta que la vaca se seca. La tasa de reducción de la producción se denomina persistencia. Para obtener altas producciones de leche se requiere un pico de lactancia elevado y una alta persistencia. El ritmo de la reducción de la producción es afectado por la gestación, particularmente si ésta se inicia alrededor de los 50 días postparto. La reducción en la producción es diferente dependiendo la literatura citada ; ya que para (Mellado, 1986) es de alrededor de 5% mensual el declive de la lactación, mientras que para (Berlijn, 1986) el descenso de la producción es de un 3% semanal, en relación con la producción de la semana anterior. Otros autores (Alais, 1988; Van Loon, 1984) mencionan que el decremento acentuado de la producción es alrededor del 10% por mes. La persistencia de la secreción láctea está muy influida por las condiciones de medio; en vacas bien alimentadas y ordeñadas, no existe un descenso brusco después del máximo de producción. (Alais, 1988)

Para parir regularmente con intervalos de 12 meses, la vaca debe estar preñada a las 12 semanas (84 días) después del parto (Kenneth, 1985), con lo que coincide la lactación y la gestación. Esto reduce el rendimiento y acorta el periodo de lactación. (King, 1981; Mellado, 1986)

Durante los 2 meses de reposo al que se le denomina “período seco”, la cantidad de leche producida es muy baja o nula para permitir al animal que recupere sus reservas corporales, ya que existe una correlación entre la duración del periodo de secado y la actividad secretora; por lo tanto un período seco muy corto tiende a reducir la producción de la lactancia siguiente. (Alais, 1988; Kenneth 1985; Reaves

1977). Los factores principales que afectan las producciones individuales y la composición de la leche son; fisiológicos (la evolución de la lactación, el número de lactancias, la gestación, la edad, etc.); zootécnicos (el número de ordeños al día, la alimentación, el manejo, etc.), ambientales (cambios de temperatura o humedad, estación del año, etc.) y factores genéticos, tomando en cuenta que la producción de leche tiene una heredabilidad de 25%, lo que significa para cualquier incremento en la producción o cualquier diferencia de la misma, aproximadamente un 25% se deberá a efectos genéticos. Y el resto a los factores antes mencionados. (Alais, 1988; Fernández y col., 2002; Gasque, 1987; Mellado, 1986; Pérez, 1986). Debido a estos efectos, se realiza el ajuste del periodo de lactación a 305 días y dos ordeños diarios. (Gasque, 1987).

Las vacas maduras producen aproximadamente 25% más leche que las vaquillas de dos años; el 5% de este incremento se explica por el mayor peso corporal, mientras el 20% restante se debe al mayor desarrollo de la ubre durante los embarazos. (Bath, 1986) Por lo tanto, la lactancia va en aumento al incrementarse el número de partos, obteniéndose la mayor producción de leche durante la quinta lactancia, (Mellado, 1986) por lo cual el factor de edad se puede anular empleando el ajuste a producción equivalente en estado adulto, en el se ajustan las lactancias en base a la edad donde se alcanza la máxima producción de leche. (Gasque, 1987; Mellado, 1986)

La producción de leche varía durante la lactación y produce lo que es la curva de la lactación. (Landete y col., 2000). Esta se refiere a la representación gráfica de la producción diaria o semanal de leche la cual se usa para estimar el nivel general de producción, el pico de la curva, la velocidad de incremento de ese pico y su

velocidad de declive. (Berlijn, 1986; Colín, 1984; Lenira y col.1998; López, 1995). Sus utilidades principales son el facilitar la estimación de producciones totales de lactancias que aun no se completan, detectar anomalías en la lactación de los animales controlados (Peña y col.,1999) y como base para estimar la producción potencial de una vaca y por lo tanto predecir su rentabilidad. Algunos estudios indican que por cada Kg. adicional de leche en el pico de la lactancia, equivale a 200-220kg adicionales de leche en la lactancia de las vacas. (Mellado, 1986) Esto facilita las decisiones de manejo, determina el nivel de alimentación. (Berlijn, 1986) o desecho que requiera el hato. (Lenira y col. 1998)

La curva de lactancia en una vaca con lactación normal comienza en niveles de producción altos después del parto, alcanzando el pico de máxima producción antes mencionada en promedio a las 3- 6 semanas post-parto, posteriormente empieza a declinar gradual y constantemente hacia el final de la lactancia. (Francois y col., 1991; Kenneth, 1985; Mellado; 1986; Pérez, 1986). (Arango y col, 2000) Mencionan que el inicio de la fase de lactación es de 0 a 60 días posparto, la fase media de 61 a 150 días posparto y la fase final de mas de 151 días posparto. (Colín, 1984) divide la curva en cuatro períodos :

1. Lactación temprana; desde el parto hasta el inicio del declive después del pico máximo (por lo general a las 12 semanas)
2. Lactación media; cubre la fase de un declive gradual en el rendimiento (12-30 semanas)
3. Lactación tardía; empieza durante la pendiente de declive de la curva (que coincide con el quinto o sexto mes de la gestación) y continúa hasta el termino (30-44 semanas)

4. Período seco; la producción subsiguiente de leche se reducirá si hay un aumento o disminución de este período. (Colín, 1984)

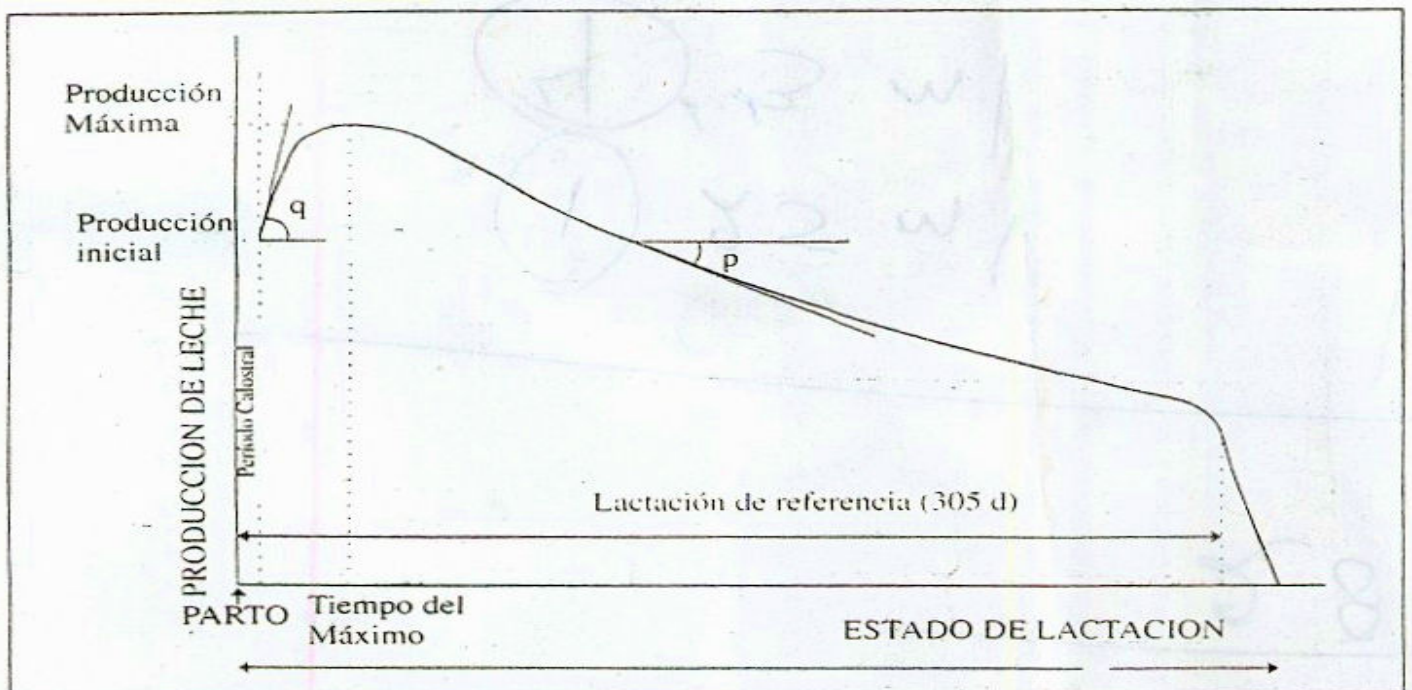
Los parámetros que caracterizan dicha curva en un modelo matemático de ajuste son:

- La duración de la lactación. Definida por el intervalo de tiempo entre el parto y secado.
- La producción total (PLT). Esta se obtiene acumulando la producción de leche diaria.
- La producción inicial. Estimada por la media aritmética de producción del, 4°, 5° y 6° días de lactación.
- La producción diaria máxima (PL máx.), que es obtenida como el valor más elevado de las medias semanales y la fecha a la cual se observa (t máx.)

(López 1995; Masselin y col., 1987)

La fase de crecimiento es caracterizada con frecuencia por la diferencia entre la producción de leche máxima y la producción inicial (Masselin y col., 1987)

Gráfica 1. Curva de lactancia modelo según Masselin.



Fuente: Delage et al., 1953. Citado por Masselin et al., 1987.

La producción de leche se evalúa de diversas formas: producción total de leche, porcentaje de grasa, producción de ésta, porcentaje de proteína y de sólidos no grasos. La producción total de leche se encuentra asociada positivamente con la producción total de grasa, pero negativamente al porcentaje de grasa. (Avila, 1990). El porcentaje de grasa y proteína disminuye durante los primeros 2 ó tres meses de lactancia, y luego se incrementa a medida que la producción de leche va en descenso. (Mellado, 1986)

Para obtener una evaluación uniforme de la producción de leche, como ya se había mencionado con anterioridad, se efectúa una corrección (leche ajustada). El ajuste a 305 días de ordeño sugiere que una vaca produzca durante 10 meses al año y después dos meses de secado en lo que completa su gestación, inicie su nuevo ciclo productivo con intervalos de 12 meses. Frecuentemente las vacas son ordeñadas dos veces al día (2x). Sin embargo hay algunas vacas que se ordeñan 3 (3x) ó 4 (4x) veces diarias. En estos casos tendrá que multiplicar el factor correspondiente, de acuerdo al número de ordeños y edad de la vaca, por la producción total obtenida en 305 días. (Avila, 1990)

La producción lechera es considerada como una combinación lineal del tiempo transcurrido después del parto. (Masselin y col., 1987)

(Bonnier, 1935) caracteriza la disminución de la producción en el curso de las 13 primeras semanas después del parto por el coeficiente de regresión lineal, con el fin de comparar la lactación parcial de madres e hijas. Algunos investigadores han utilizado la expresión lineal para calcular la Heredabilidad de la producción, de la persistencia y la producción de leche total en 305 días. La PLT era calculada por integración. (Masselin y col., 1987)

La curva de lactancia en vacas despertó gran interés, especialmente a partir de los modelos propuestos por Wood y variantes sugeridas por otros autores. (Pérez, 1986)

Modelos matemáticos para ajustar la curva de lactancia:

- ◆ El modelo que utilizaron Cobby y Ledu en 1978, para ajustar la curva de lactación en forma más precisa que el modelo propuesto por Wood en 1967. Reemplaza el declive exponencial por un declive lineal siendo su expresión matemática la siguiente:

$$PL(t) = a(1 - e^{-bt})e^{-ct}$$

Donde:

PL(t): es la producción de leche.

t: el tiempo de lactancia.

a, b, c: son parámetros del modelo para calcular la curva

e: la base del logaritmo natural.

(Cobby y col., 1978; Fernández y col., 2002; López, 1995; Pérez, 2005)

- ◆ El modelo difásico fue introducido para superar los problemas de autocorrelación descubiertos en modelos basados en la función gamma:

$$Y_t = a_1 b_1 (1 - \tanh^2(b_1(t - c_1))) + a_2 b_2 (1 - \tanh^2(b_2(t - c_2)))$$

Donde:

$a_i b_i$: es el pico de la producción en la fase ascendente.

c_i : es el tiempo de producción del pico

tanh: es la tangente hiperbólica.

(Fernández y col., 2002)

- ◆ Cappio-Borlino realizaron una modificación no lineal de la ecuación de Wood's que es apropiada cuando la producción de leche cae dramáticamente después del pico de la lactación, el pico de producción es estimado $a(b/c)^b e^{(-b)}$

$$at^{be(-ct)}$$

(Fernández y col., 2002)

- ◆ Polinomio inverso fue propuesto por Nelder en 1966.

$$Y = t / (a + bt + ct^2)$$

(Kumar y col., 1997; Landete y col., 2000; Lenira y col., 1998; Singh y col., 1997)

- ◆ Cuadrático, el autor de dicho modelo Dave expuso la siguiente ecuación:

$$Y(w) = a + bw + cw^2$$

(Landete y col., 2000)

- ◆ Logarítmica cuadrática propuesta por Bianchini.

$$Y = a + bX + cX^2 + d \ln(X)$$

Donde:

Y: es la producción de leche estimada en semanas.

X, a, b, c, d: son los parámetros estimados. (Lenira y col., 1998)

- ◆ Jenkins y Ferrell introdujeron una modificación a la función gamma:

$$Y(w) = awe^{-cw}$$

(Landete y col., 2000)

- ◆ En el modelo lineal parabólico la introducción del logaritmo permite romper la simetría del modelo parabólico, para obtener un mejor ajuste. Dicho modelo es representado por la siguiente ecuación:

$$PL(t) = a + bt + ct^2 + d \ln(t)$$

Donde:

PL(t): es la producción de leche.

t: el tiempo de lactancia.

a, b, c, y d: son parámetros del modelo.

Ln: es la base del logaritmo natural.

(López, 1995; Pérez, 2005)

- ◆ Exponencial, modelo matemático propuesto por Brody fue el primero en describir la curva lactación en vacas, se usó para ajustar los datos de 44 semanas de lactancia en vacas de la raza Sahiwal cuya característica es su baja producción lechera (raramente excede 10kg/día) y la curva de lactación es decreciente desde el parto. La ecuación es la más antigua y pone en evidencia el significado de “b” como la persistencia de la curva.

$$PL(t) = ae^{-bt}$$

Donde:

PL(t): es la producción de leche.

t: el estado de lactación.

e: la base del logaritmo natural.

a y b : son parámetros del modelo (b>0).

(Kumar y col., 1997; Landete y col., 2000; López, 1995; Singh y col., 1997)

- ◆ Exponencial parabólico modelo propuesto por Sikka, cuya ecuación es:

$$PL(t) = ae^{-(b+ct)t}$$

Donde:

PL(t) : es la producción de leche.

t : el estado de lactación.

e: la base del logaritmo natural.

a, b, c: son parámetros del modelo.

Dicho modelo teóricamente puede estimar un máximo para el instante:

$$t_{\max} = -b / (2c)$$

Este máximo es obtenido para un valor "t" positivo si los parámetros "b" y "c" son los dos de signos contrarios y diferentes de cero. Así, las curvas ajustadas de producción de leche para vacas no presentan un pico.

(Kumar y col., 1997; Landete y col., 2000; López, 1995; Perez , 2005; Singh y col., 1997)

El modelo parabólico no obtuvo el mejor ajuste ya que su coeficiente de correlación múltiple no fue superior a 0.8. una de las razones del mal ajuste obtenido por la parábola es el eje de simetría que concurre por su cúspide. (Masselin y col., 1987)

La introducción del logaritmo permite romper la simetría del modelo parabólico y obtener un ajuste de una calidad excelente. (el coeficiente de correlación múltiple es 0.991 para datos semanales o mensuales y para 0.993 para los datos quincenales). (Masselin y col., 1987)

El inconveniente del ajuste en modelos no lineales implica estimar los parámetros por los métodos de aproximación numérica interactiva, aumentando los costos en tiempo de calculo. (Masselin y col., 1987)

Los modelos exponenciales no permiten traducir correctamente la fase de crecimiento lactacional, por lo que Wood propuso ajustar la curva por una función de tipo gamma incompleta. (Masselin y col., 1987)

◆ Wood ajustado; en este modelo Wood expone el efecto que tiene el crecimiento del pasto en las diferentes épocas del año, sobre la curva de lactación, para corregir este efecto se añade al modelo un factor multiplicativo que esta en función del día y del año.

$$PL_x(t) = at^b e^{-ct} (1 + u \cos(x) + v \sin(x))$$

Donde:

$PL_x(t)$: es la producción de leche estimada para el t-ésimo día de lactación en el x-ésimo día del año.

e : la base del logaritmo natural.

a, b, c, u, y v :son parámetros del modelo .

sen (x) y cos (x) : es el seno y coseno del x-día del año.

(López, 1995)

La limitación más importante del método de Wood es la presencia de curvas atípicas en las lactaciones (para los valores del “b” o “c” cuando estos son negativos) los métodos lineales y no-lineales se usan para calcular los parámetros individuales (Varona y col., 1998).

Entre todas las curvas de lactación disponibles, las curvas definidas por Wood, Grossman y Koops, Morant y Gnanasakthy reconocen interpretaciones biológicas de los parámetros deseados en la curva de lactación. (Varona y col., 1998).

En este trabajo utilizaremos la **función Gamma Incompleta**, modelo que fue propuesto por Wood en 1967 para explicar la curva de lactación de bovinos lecheros y que esta representada por la ecuación matemática siguiente:

$$PL(t) = at^b e^{-ct}$$

Donde:

PL (t), es la producción lechera (kg.)

t, el tiempo de la lactación (semanas)

e, la base del logaritmo natural

(Congleton y col., 1980a y 1980b; Coulon y col.,2000; Guerrero, 1991; Koonawootrittriron y col.,2001; Kumar y col., 1997; Landete y col., 2000; Lenira y col.,1998; López, 1995; Masselin y col., 1987; Pedraza, 2002)

Dicho modelo se describe con 3 parámetros pero en numerosos casos, 2 podrían ser suficientes para determinar la forma de la curva en razón de la correlación que existe entre los parámetros b y c en particular. (Masselin y col., 1987)

En varias investigaciones se ha demostrado el efecto significativo que ejerce el número de lactación sobre el parámetro a, ya que éste aumenta con el numero de lactación. Los coeficientes “b y c” tienden igualmente a aumentar con el numero de lactación. Tales variaciones de parámetros permiten ajustar la calidad satisfactoriamente con los coeficientes de correlación múltiple siendo superior a 0.80, pero de un ajuste de calidad mediocre sobretodo en los casos de la primera lactación para estos, el coeficiente de correlación es en promedio del orden 0.60. Estos resultados indican que las diferencias de numero de lactación contribuyen a la correlación significativa entre los parámetros a, b y c. (Masselin y col., 1987)

En la lactación, la curva de Wood $[at^b e^{-ct}]$ es definido a través de tres parámetros (a, b, c) y una variable tiempo-dependiente (t). Estos parámetros normalmente se vinculan como producción inicial (a), pico de la producción (b), y declive de la lactación (c). (Varona y col., 1998)

En esta expresión la función potencia “ t^b ” permite integrar la fase ascendente de la lactación y el término exponencial “ e^{-ct} ” la fase decreciente. Por esta razón se interpreta los parámetros “ b ” y “ c ” como los índices de intensidad de crecimiento y decremento de la producción de leche respectivamente y como “factor de forma de la curva” a la función “ $t^b \cdot e^{-ct}$ ”, el parámetro “ a ” queda asociado al nivel de producción promedio del inicio de la lactación. A partir de la ecuación anterior Wood calcula la fecha del pico de producción:

$$T \text{ max.} = b/c$$

Y la producción máxima de leche:

$$PL \text{ max.} = a(b/c)^b e^{-b}$$

Así como el factor de persistencia:

$$S = - (b+1) \cdot \ln(c)$$

(Guerrero, 1991; López, 1995; Masselin y col., 1987)

El modelo clásico de Wood se ha usado en recuentos de células somáticas establecidos por el DHIA (Pedraza, 2002)

Esta función tiene una limitación importante; la presencia de lactaciones atípicas en la curva de lactación (para los valores de b y c negativos), por lo que se usa el modelo lineal para calcular dichos parámetros. (Varona y col., 1998)

Los valores algunas veces bastante elevados para el coeficiente de correlación múltiple obtenidos con el modelo de Wood pueden presentar un sesgo importante.

(Masselin y col., 1987)

La función de Wood es convertida a una ecuación lineal mediante la transformación logarítmica siguiente:

$$\ln (PLt) = \ln (a) + b \ln (t) -ct$$

Para estimar los parámetros: a, b y c .

(Congleton y col., 1980a y 1980b; Coulon y col.,2000; Guerrero, 1991; Koonawootrittriron y col. 2001; López, 1995; Varona y col., 1998)

Este método introduce sesgos en la estimación de parámetros. Primero las variables (t) y (Lnt) no son independientes, esto explica en parte la fuerte correlación observada entre los parámetros b y c. (Masselin y col., 1987)

(Cobby y Ledu 1978) plantearon el problema del sesgo ligado a la transformación logarítmica. (Masselin y col., 1987)

En efecto las desviaciones entre los valores observados y los estimados en el caso de la transformación logarítmica en la ecuación de Wood no son distribuidas aleatoriamente, así el modelo obtenido por el método <<log. Linearizado>> sobrestima la producción lechera en el inicio de la lactación por lo que los datos con valores elevados en el pesaje son disminuidos por la transformación logarítmica. (Masselin y col., 1987)

La función tipo Gamma Lineal y la Gamma NLIN son funciones más convenientes que la parabólica exponencial, el inverso polinomial y la exponencial ya que reducen tiempos en cálculos. (Singh y col., 1997)

La eficiencia de estas funciones se pueden comparar usando los valores de su coeficiente de determinación (R²), las desviaciones medias absolutas y la proximidad observada en la curva y la predicción de esta. (Kumar y col., 1997; Singh y col., 1997)

Se ha observado que difieren los parámetros del modelo dependiendo de la vía utilizada para su estimación. (Landete y col., 2000; Masselin y col., 1987; Varona y col., 1998)

HIPÓTESIS.

Las dos vías de estimación de los parámetros de la función gamma incompleta son formas insesgadas de calcular los parámetros del modelo de Wood.

OBJETIVO.

- Comparar dos vías de estimación de los parámetros de la función γ -incompleta (modelo de Wood) para ajustar la curva de lactancia en ganado lechero y determinar la vía que mejor estime dichos parámetros.

MATERIAL.

El presente trabajo se realizó en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán Campus 4, que se encuentra en la región ecológica templada en el estado de México con una ubicación al norte $20^{\circ}17'$, al sur $18^{\circ}22'$ de latitud norte; al este $98^{\circ}36'$, al oeste $100^{\circ}37'$ de longitud oeste. (INEGI 1999-2000)

A una altura de 2240 mt. sobre el nivel del mar.(INEGI, 1981)

El estado de México representa el 1.1% de la superficie del país con una temperatura media anual de 21.4°C , siendo su precipitación pluvial total anual de 734 ml. (INEGI 1999-2000)

Se utilizó la información de 30 lactaciones seleccionadas al azar: 10 en la primera lactancia, 10 en la segunda y 10 en la tercera lactancia de vacas Holstein, cuyos pesajes se realizaron diariamente durante 305 días en el módulo de bovinos de

leche de la Fesc-4. de dichas lactancias se tomaron muestras del tercer día después del parto y cada 28 días hasta cubrir toda la lactancia, mismos que sirvieron para estimar los parámetros de la función gamma por dos vías.

MÉTODO.

Los parámetros de la función gamma incompleta linearizada se estimo con la orden GLM de SAS bajo el modelo siguiente:

$$\ln (PLt) = \ln (a) + b \ln (t) -ct$$

Donde:

Ln = logaritmo natural base e = 2.71828

a, b y c, son constantes.

(Alais, 1988; Congleton y col., 1980a y 1980b; López, 1995)

Los mismos parámetros se estimaron por la orden NLIN de SAS con el modelo original de Wood cuya ecuación es:

$$PL(t) = at^b e^{-ct}$$

Donde:

PL (t), es la producción de leche (Kg.) en el día t

t, el día de pesaje (cada 28 días)

e, la base del logaritmo natural

a, b y c, son parámetros del modelo.

(Congleton y col., 1980b; Olori y col., 1998; López, 1995)

Posteriormente con los parámetros obtenidos por las dos vías se ajustaron las curvas de lactancia de cada vaca, para después estimar la producción total a 305 días.

Se comparó la producción total de leche obtenida por las dos vías de estimación con la producción real, mediante una prueba de análisis de varianza bajo un modelo de bloques totalmente aleatorizado.

$$Y_{ijk} = \mu + t_i + L_j + E_k$$

Donde:

Y_{ijk} es la producción total de leche.

μ es una media general

t_i son los tratamientos dados por las dos ordenes y la real.

L_j son los bloques (lactancias 1, 2, 3)

E_k es un error aleatorio

En el supuesto de obtener diferencias entre medias de producción total de leche con los tres tratamientos se realizaría la prueba de Tukey para obtener las diferencias mínimas verdaderas.

RESULTADOS.

Los resultados obtenidos en este trabajo se presentan a continuación en 3 tablas y 3 gráficas.

La primera contiene los parámetros a, b y c estimados por cada vía para el modelo de Wood.

La segunda tabla contiene las producciones totales de leche estimadas a 305 días, usando los parámetros obtenidos por las dos vías, para las tres lactancias promedios.

En la tercer tabla se presentan los resultados de la prueba de análisis de varianza comparando la producción total de leche obtenida por las dos vías de estimación con la producción real.

La gráfica 1 muestra la curva de lactancia promedio en la primera lactación usando los parámetros obtenidos para el modelo de Wood.

La gráfica 2 muestra la curva de lactancia promedio en la segunda lactación usando los parámetros obtenidos para la función gamma incompleta.

La gráfica 3 muestra la curva de lactancia promedio en la tercera lactación usando los parámetros obtenidos para el modelo de Wood.

Tabla 1. Parámetros promedios obtenidos para la función gamma mediante el modelo linealizado y no lineal en las tres lactancias evaluadas.

	PARÁMETROS					
LACTACIÓN	a Modelo Lineal	a Modelo NLIN (No Lineal)	b Modelo Lineal	b Modelo NLIN (No Lineal)	c Modelo Lineal	c Modelo NLIN (No Lineal)
PRIMERA	11.1182519	11.3420208	0.11846958	0.11739392	0.00202624	0.0021165

SEGUNDA	14.6898267	14.9004818	0.08622095	0.08049082	0.00247901	0.00238983
TERCERA	15.5682608	15.7365682	0.13060741	0.12578662	0.00326554	0.00318391

Tabla 2. Producciones promedios totales de leche estimadas a 305 días, mediante los modelos evaluados y el valor real de la producción.

	PRODUCCIÓN TOTAL
--	------------------

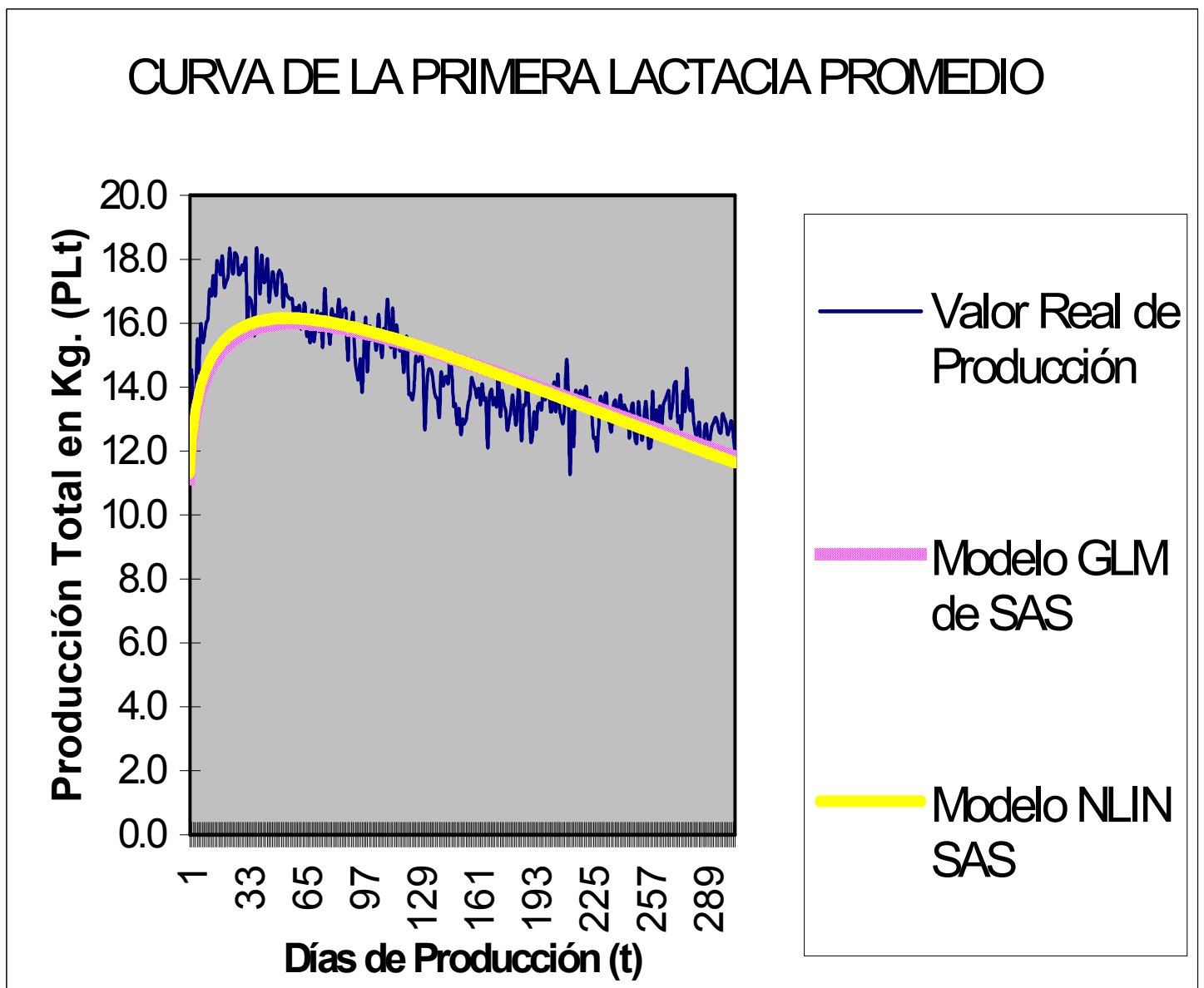
LACTACIÓN	MODELO LINEAL	MODELO NLIN	VALOR REAL PLt (Producción De Leche Total)
PRIMERA	4379.1 Kg.	4383.8 Kg.	4429.5 Kg.
SEGUNDA	4662.0 Kg.	4663.6 Kg.	4760.2 Kg.
TERCERA	5438.1 Kg.	5435.5 Kg.	5472.1 Kg.

Tabla 3. Resultados del análisis de varianza (ANDEVA).

RESUMEN				
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
Columna 1	33	156721.219	4749.12784	664639.468
Columna 2	33	158267.812	4795.99431	613202.786
Columna 3	33	161280.663	4887.2928	480998.152

ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor critico para F
Entre grupos	325835.807	2	162917.903	0.27788406	0.75799175	3.09118775
Dentro de los grupos	56282893	96	586280.135			
Total	56608728.8	98				

Fig. 1. Curva de la primera lactancia promedio ajustada.



*Modelo GLM: se refiere al modelo linearizado.

*Modelo NLIN: es la vía de estimación no lineal.

Fig.2. Curva de la segunda lactancia promedio ajustada.

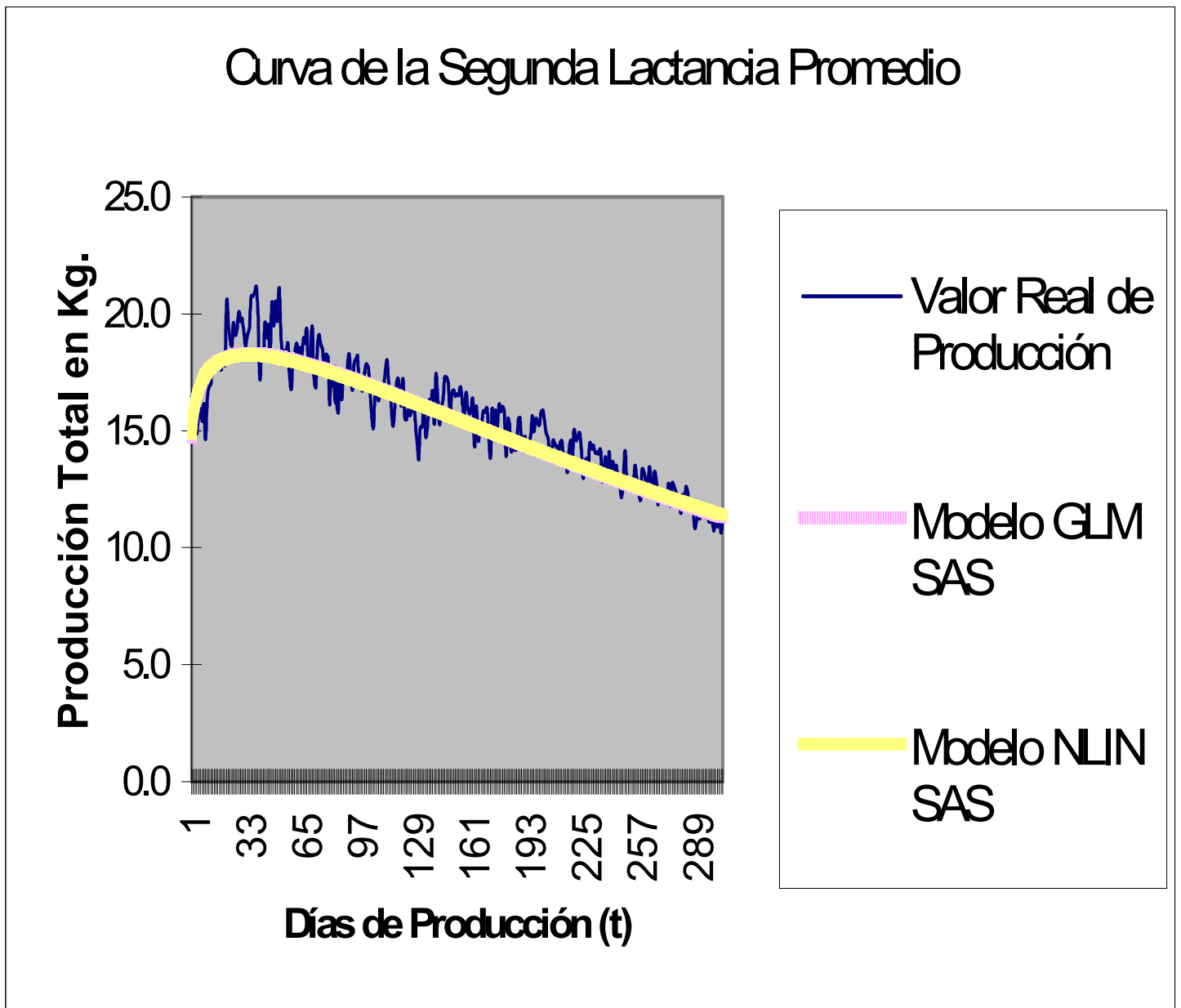
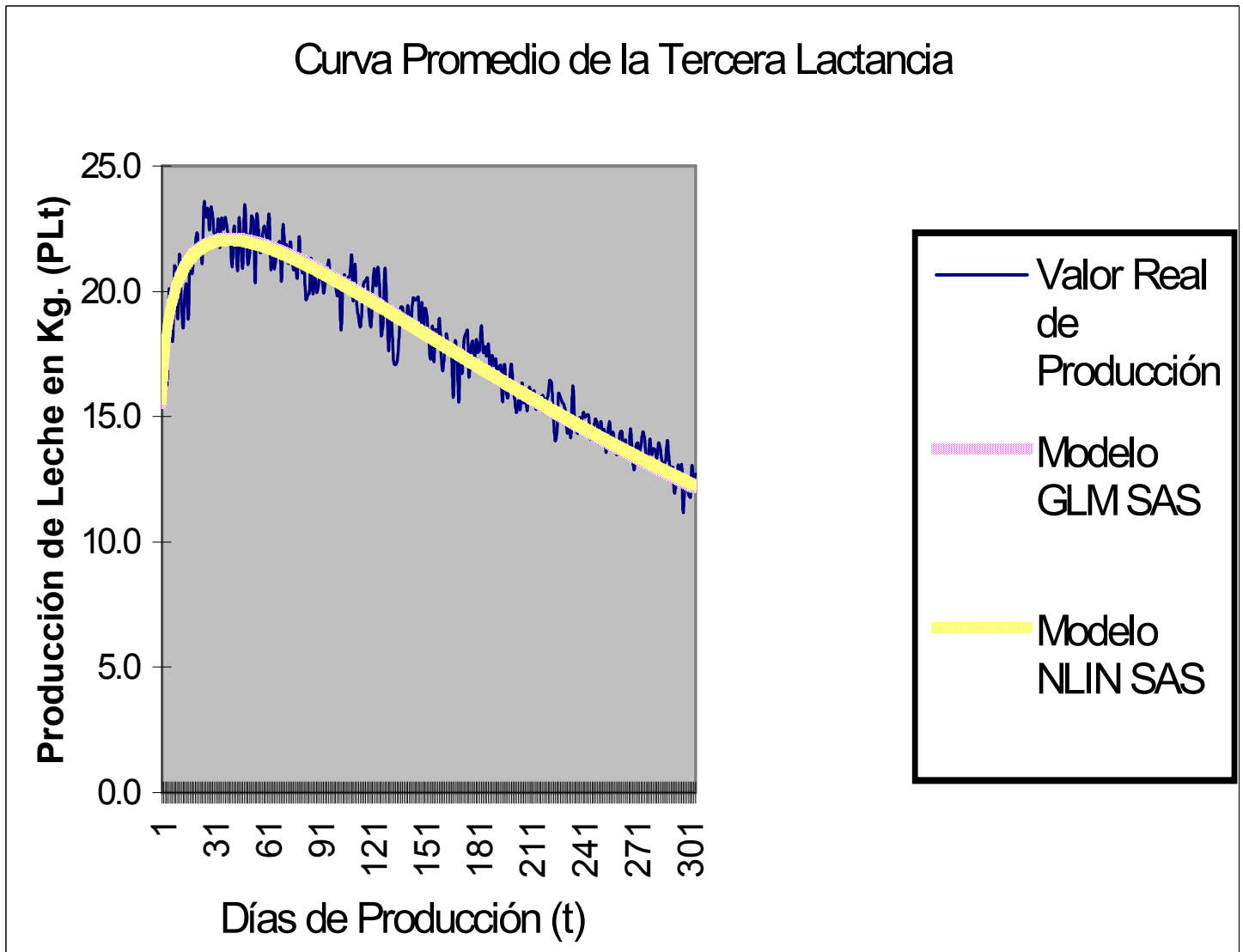


Fig.3. Curva de la tercera lactancia promedio ajustada.



DISCUSIÓN.

Se puede ver en la tabla 1, que los parámetros obtenidos por las dos vías de estimación en la primera lactancia son en lo general muy semejantes. El parámetro a como podrá notarse para el modelo linealizado fue de 11.1183 y 11.3420 para el modelo no lineal, diferencias que si bien no son significativas, ($p > 0.05$) al graficarse (ver grafica 1) si se puede apreciar los cambios de la curva ajustada respecto al valor real de la producción pero no entre las dos curvas ya antes mencionadas en especial en el inicio de la curva hasta el pico de la misma. Resultados estos que concuerdan con lo publicado con Masselin et al., (1987), en el sentido de que la vía linealizada subestima el inicio de la lactación, sin embargo al final la sobreestima. Situación que compensa la producción total de leche, siendo la producción real de 4429.5 kg. y de 4379.1 y 4383.8 (ver tabla 2) para las curvas ajustadas con los parámetros de los modelos linealizado y no lineal respectivamente, diferencias entre estas que resultaron no significativas ($p > 0.05$). Otros autores como Congleton y Everett, (1980b) y Varona et al., (1988) han observado que la linearización de la función gamma incompleta conlleva a sesgos al ajustar dichas curvas con los parámetros así obtenidos, situación no observada en este trabajo.

Respecto a los valores de los parámetros a de la segunda y tercera lactación se puede observar el mismo efecto ya descrito para la tabla 1 en la primera lactancia y se confirma en el grafico 2 y 3, donde los ajustes son mas precisos.

Así también, los parámetros b y c tanto en la primera, segunda y tercera lactancia son muy semejantes, lo que al graficar segunda y tercera lactación y estimar la producción de leche total las diferencias entre las medias fueron no significativas ($p>0.05$) con valores de 4662, 4663.6 y 4760.2 Kg., para los modelos linealizado no linealizado y real respectivamente. Finalmente cabe mencionar que el pico de producción de las curvas ajustadas se presentaron en forma temprana alrededor del mes después del parto, lo que coincide con algunos reportes de la literatura en el sentido de que dicho pico se presenta entre la 3 y 6 semana después del parto. (Francois y col., 1991; Kenneth, 1985; Mellado, 1986; Pérez, 1986).

CONCLUSIONES.

De lo anterior se concluye que las dos vías de estimación de los parámetros del modelo de Wood son formas insesgadas para ajustar la curva de lactación de la vaca Holstein. Por lo tanto ambos modelos son herramientas útiles para facilitar la estimación de producciones totales de lactancias que aun no se completan, detectar anomalías en la lactación de los animales controlados y como base para estimar la producción potencial de una vaca, prediciendo su rentabilidad.

BIBLIOGRAFÍA.

- ❖ Alais, Ch.1988. Ciencia de la Leche, Principios de la Técnica Lechera. 7°ed. Continental. México. D.F.
- ❖ Alfa Laval.1990. Manual de Industrias Lácteas. 2° ED. Mundi-Prensa AMV. Madrid.
- ❖ Arango Jean Paul, Rivera Bernardo y Granobles J. C. 2000. Elaboración y Validación de Modelos de Estimación de Producción Lechera en Sistemas Especializados. Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias.
- ❖ Aspectos geográficos de México. INEGI. Marco Geoestadístico, 2000. INEGI-DGG. Superficies Nacional y Estatales. 1999. <http://www.inegi.gob.mx/geo/default.asp?c=124&e=15>
- ❖ Avila, T.S. 1990. Producción Intensiva de Ganado Lechero. 5ta. Ed. CECSA. México. D.F.
- ❖ Bath Donald. L., Dickinson Frank N., Tucker Allenth, Appleman Rober. 1986. Ganado Lechero. Principios, Practicas, Problemas y Beneficios. Ed. Interamericana. México.
- ❖ Berlijn D. Johan. 1986. Bovinos de leche. Manuales para Educación Agropecuaria. 6ta. Ed. Trillas
- ❖ Bonnier G., 1935 Is the shape of the lactation curve genetically determined, Hereditas 20, 19
- ❖ Cobby J.M, Ledu Y.L.P., 1978. On fitting curves to lactation data. Anim Prod., 26
- ❖ Colín, T.W. 1984. Lactación de la Vaca Lechera. CECSA. México. D.F.

- ❖ Congleton, W.R. and Everett, R.W. 1980.a Aplicación de la Incompleta Gamma Function to Predictive Cumulative Milk Production. J. Dairy. Sci.
- ❖ Congleton, W.R. and Everett, R.W. 1980.b Error and Bias in Using the Incomplete Gamma Function to Describe Lactation Curves. J. Dairy. Sci.
- ❖ Coulon J.B, L. Pérochon. 2000. Evolution de la production laitière au cours de la lactation: modèle de prédiction chez la vache laitière. INRA Prod. Anim. 13 (5)
- ❖ Daniel, W.2000. Bioestadística. Bases para el análisis de las ciencias de la salud. 4 Edición Limusa.
- ❖ Fernández C. Sánchez and Garcés C. 2002. Modeling the lactation curve for test-day milk yield in Murciano-Granadina goats. Small Ruminant Research Volume 46, Issue 1.
- ❖ Francois M. Luquet, Yvette Bonjean – Linczowski, R de Wilde. 1991. Leche y Productos Lácteos. Vol. 1 Ed. Acribia. Zaragoza, España.
- ❖ Gasque, G.R. 1987 Zootecnia Lechera Concreta. CECSA. México, D.F.
- ❖ Guerrero M. S. 1991. Ajuste de Lactancias por el Modelo de Wood en Vacas Holstein del Modulo Lechero de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. U.N.A.M. Tesis de Licenciatura Medico Veterinario Zootecnista. Universidad Nacional Autónoma de México.
- ❖ INEGI. 1981.Síntesis Geográfica, Nomenclator y Anexo Cartográfico del Estado de México. México. D.F.
- ❖ Instituto Nacional De Estadísticas Subdirección de Operaciones. Departamento de Estadísticas Agropecuarias. Evolución, Situación Actual

y Perspectivas de la Producción Pecuaria Nacional. Periodo 1996 – 2001 <http://www.ine.cl/16-agrope/doc/28.doc>

- ❖ Kenneth Russell. 1985. Principios de Producción Lechera. 9° Ed. El Ateneo. Argentina.
- ❖ King J. O. L. 1981. Introducción a la Zootecnia. Ed. Acribia. Zaragoza, España.
- ❖ Koonawootrittriron S, Elzo Mauricio A, Sornthep Tumwasorn, and Wirot Sintala—2001. Prediction of 100-d and 305-d Milk Yields in a Multibreed Dairy Herd in Thailand Using Monthly Test-Day Records. http://www.animal.ufl.edu/elzo/Publications/Refereed/TJAS_Paper_2-a.htm
- ❖ Kumar Arvind, Harpal Singh, D. Kumar, Mahak Sing and R. V. Singh. 1997. Studies on Lactation Curve in Holstein Friesian- Shival Crossbred Cows. Indian Vet. J. 74
- ❖ Landete-Castillejos T., and L. Gallego. 2000. Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. J. Anim. Sci.
- ❖ Lenira el Faro, Lúcia Galvão de Albuquerque. 1998. Comparação dos Ajustes da Curva de Lactação de Vacas Caracu de Acordo com Três Funções Matemáticas.
- ❖ López B. B. 1995. Estimación de Parámetros Genéticos que Caracterizan el Modelo Matemático que Mejor Explica la Curva de Lactación en Vacas F1 Holstein – Cebú en Zona Subtropical. Tesis. Maestro en Ciencias Pecuarias. Universidad de Colima.
- ❖ Masselin S., Sauvart, D., Chapoutot, P. et Milan, D. 1987. Les Modeles d' Ajustement des Courbes de Lactation. Ann. Zootech., Vol. 36. No.2

- ❖ Mellado B. Miguel. 1986. Producción de Leche. Sistema Intensivo y de Doble Propósito. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Coahuila, México.
- ❖ Nanavati S. and F. H. Khan. 1997. Studies on Lactation Yield in Gir Cattle. Indian Vet. J. 74
- ❖ Olori , S. Brotherstone , W.G. Hill , B.J. McGuirk. 1998. Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd
- ❖ Pedraza G. 2002. Application of a Multiple Model of Milk Production Curve in Dairy Cows. Agric. Téc. Vol.62 No.4
- ❖ Peña Blanco, F., J. Vega Vilca, M. Sánchez Rodríguez, J. Martos Peinado, A. García Martínez y V. Domenech García. 1999. Milk production and adjustment of lactation curve in the florida caprine breed. España. Arch. Zootec. 48: 415-424.
- ❖ Pérez, D.M 1986. Manual sobre Ganado Productor de Leche. 3° Ed Diana. México, D.F.
- ❖ Pérez Hernández E. 2005. Comparación de la Curva de Lactación en Parto Normal Versus la Curva de Lactación Hormonal Inducida en Ganado Jersey Puro. Tesis de Licenciatura. México.
- ❖ Reaves Paul M. 1977. El Ganado Lechero y las Industrias Lácteas en la Granja. 3° Ed. Limusa. México.

- ❖ SAGARPA. 1990-2000 Situación Actual y Perspectiva de la Producción de Leche de Ganado Bovino en México.
<http://www.sagarpa.gob.mx/Dgg/FTP/sitlech99.pdf>
- ❖ SAGARPA. 2000 – 2001 Producción pecuaria en México. Sistema de Información y Estadística Agroalimentaria y Pesquera (SIAP)
- ❖ SAS. 1990. SAS/STAT User's Guide. 4th ed. SAS Institute Inc., Cary, NC.
- ❖ Wood, P. D. P. 1967. Algebraic model of the lactation curve in cattle.
- ❖ Nature Lond.
- ❖ Singh A. K. and Kumer, D. 1997. Comparison of Lactation Curve Models Used on Monthly Records of Jersey-Sahiwal Crossbred Cows. Journal Animal Science 45.
- ❖ Van Loon Dirk. 1984. La Vaca Domestica. Cría y Explotación. ED. Continental. México.
- ❖ Varona L., Moreno C., García Cortes L. A., and Altarriba J. 1998 Bayesian Analysis of Wood's Lactation Curve for Spanish Dairy Cows. J Dairy Sci. Vol. 81. No.5

APENDICE.

PRIMERA LACTACIA

Ident. Vaca	parámetros	Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	PRODUCCIÓN TOTAL		
				Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	Valor Real PLt
122	a	11.487	11.466	4321.3	4355.9	4212.5
	b	0.102	0.110			
	c	-0.002	0.002			
130	a	13.798	13.595	4165.9	4290.7	4490.0
	b	0.014	0.041			
	c	-0.001	0.001			
5	a	9.616	9.601	3305.6	3319.8	3317.7
	b	0.064	0.065			
	c	-0.001	0.001			
73	a	11.308	12.113	4858.9	4892.4	4908.6
	b	0.155	0.146			
	c	-0.003	0.003			
74	a	11.278	11.292	4451.7	4481.2	4511.1
	b	0.109	0.114			
	c	-0.002	0.002			
97	a	10.864	10.557	5233.5	5310.4	5274.5
	b	0.231	0.262			
	c	-0.004	0.005			
20676	a	19.429	18.673	4642.5	4760.9	4920.8
	b	0.046	0.064			
	c	-0.003	0.003			
231	a	2.102	3.137	3926.6	3924.2	3949.0
	b	0.510	0.396			
	c	-0.004	0.003			
814	a	9.443	10.423	4721.6	4738.1	4856.2
	b	0.134	0.108			
	c	-0.001	0.001			
844	a	14.680	14.938	3755.2	3768.9	3854.8
	b	-0.017	-0.025			
	c	-0.001	0.000			
<i>Promedio</i>	a	11.118	11.342	4379.1	4383.8	4429.5
	b	0.118	0.117			
	c	-0.002	0.002			

SEGUNDA LACTACIA

Ident. Vaca	parámetros	PRODUCCIÓN TOTAL				
		Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	Valor Real PLt
51	a	14.879	15.475	4219.9	4230.2	4203.7
	b	0.051	0.029			
	c	-0.002	0.002			
69	a	20.392	19.077	2239.8	2599.1	3829.5
	b	-0.173	19.077			
	c	0.002	19.077			
26	a	15.556	15.874	5027.8	5038.9	4755.0
	b	0.152	0.133			
	c	-0.005	0.004			
29	a	11.239	11.631	5213.2	5247.1	5291.4
	b	0.217	0.217			
	c	-0.004	0.004			
50	a	21.793	22.078	4769.7	4915.9	5380.8
	b	-0.046	-0.046			
	c	-0.001	0.001			
206	a	14.359	14.113	4472.8	4596.5	4917.0
	b	0.115	0.153			
	c	-0.004	0.005			
21166	a	25.032	24.507	5207.1	5262.3	5243.4
	b	0.042	0.050			
	c	-0.004	0.004			
230	a	10.058	9.533	4240.3	4269.3	4286.7
	b	0.093	0.113			
	c	-0.001	0.001			
814	a	7.483	8.130	4475.3	4490.9	4596.3
	b	0.220	0.198			
	c	-0.002	0.002			
830	a	10.017	10.772	4923.4	4944.2	5098.6
	b	0.189	0.167			
	c	-0.003	0.003			
<i>promedio</i>	a	14.690	14.900	4662.0	4663.6	4760.2
	b	0.086	0.080			
	c	-0.002	0.002			

TERCERA LACTANCIA

PRODUCCIÓN TOTAL						
Ident. Vaca	parámetros	Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	Modelo lineal GLM SAS	Modelo NLIN SAS	Valor Real PL t
376	a	16.449	17.859	5039.1	5064.5	4994.2
	b	0.155	0.108			
	c	-0.005	0.004			
386	a	2.890	3.760	4940.3	4948.4	4900.4
	b	0.600	0.533			
	c	-0.008	0.007			
29	a	19.490	19.233	4820.7	4842.4	4716.7
	b	0.004	0.013			
	c	-0.002	0.002			
95610	a	22.390	23.178	6217.9	6212.3	6069.3
	b	0.097	0.076			
	c	-0.004	0.003			
205	a	18.413	18.652	6391.1	6403.7	6292.7
	b	0.090	0.086			
	c	-0.002	0.002			
207	a	13.909	14.468	4248.1	4306.0	4826.7
	b	0.084	0.070			
	c	-0.003	0.002			
211	a	14.089	14.829	5538.3	5583.1	6090.1
	b	0.162	0.147			
	c	-0.003	0.003			
213	a	16.615	16.534	5984.3	6025.7	6058.4
	b	0.132	0.145			
	c	-0.003	0.003			
216	a	14.110	14.542	5730.2	5740.1	5656.2
	b	0.194	0.171			
	c	-0.004	0.004			
5220	a	19.611	19.006	5160.0	5221.8	5116.6
	b	0.008	0.030			
	c	-0.001	0.002			
<i>promedio</i>	<i>a</i>	<i>15.568</i>	<i>15.737</i>	<i>5438.1</i>	<i>5435.5</i>	<i>5472.1</i>
	<i>b</i>	<i>0.131</i>	<i>0.126</i>			
	<i>c</i>	<i>-0.003</i>	<i>0.003</i>			