



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

“Propuesta de un modelo actuarial para determinar el margen de seguridad de la prima de tarifa del seguro de vida”.

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
A C T U A R I O
P R E S E N T A :
ALEJANDRO RAMIRO ORTIZ DE LA CRUZ

DIRECTOR DE TESIS: ACT. OSCAR ARANDA MARTINEZ



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR
2005

m 350445



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Ortiz de la Cruz
Alejandro Ramiro

FECHA: 28 / Noviembre / 2005

FIRMA: [Signature]

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Propuesta de un modelo actuarial para determinar el margen de seguridad de la prima de tarifa del seguro de vida."

realizado por Ortiz de la Cruz Alejandro Ramiro

con número de cuenta 09521037-3 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

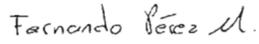
Atentamente

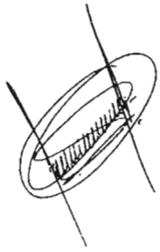
Director de Tesis

Propietario Act. Oscar Aranda Martínez 

Propietario Act. Ricardo Humberto Sevilla Aguilar 

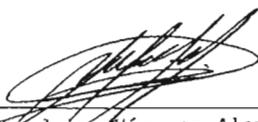
Propietario Act. Carlos Lorenzo Ramírez Vargas 

Suplente Act. Fernando Pérez Márquez 

Suplente Act. Ricardo Villegas Azcorra 

Consejo Departamental de Matemáticas




Act. Jaime Vázquez Alamilla

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMÁTICAS

MAESTRO ¿CUÁL ES EL MANDAMIENTO MÁS IMPORTANTE DE LA LEY? JESÚS LE DIJO AMA AL SEÑOR TU DIOS CON TU CORAZÓN, CON TODA TU ALMA Y CON TODA TU MENTE.

MATEO 22-36:37

GRACIAS PADRE POR ILUMINARME PARA AMARTE CON TODO LO QUE TENGO Y CON TODO LO QUE SOY.

A mis padres Hermelinda y Ramiro. Gracias madre por ser mi guía en el camino de la esperanza, humildad, servicio y amor; padre muchas gracias por tu ejemplo y por cultivar la verdad en todo momento; los admiro y los amo.

A mi amada KIKA, tú sabes cuanto significas para mí, gracias por tu amor y apoyo. Te amo.

A mis hermanos Miguel, Martha y Arturo, gracias por su amor y ánimos.

A Yola, Claudia y Olivia, gracias por tantas cosas. Las quiero y las respeto.

A mis abuelos, tíos, primos y sobrinos, por su ejemplo y cariño de familia.

Al actuario Oscar Aranda M. por su apoyo y dedicación que me otorgó para lograr el presente documento.

A los sinodales Act. Ricardo H. Sevilla A., Act. Carlos L. Ramírez V., Act. Fernando Pérez M. y Act. Ricardo Villegas A., por el apoyo que me concedieron para la realización del presente documento.

A mis compañeros de trabajo, en especial a CHARLY, EDY e IZA, por su invaluable apoyo y amistad. Muchas gracias.

ÍNDICE

PRÓLOGO

iii

1. EL SEGURO

1.1 El riesgo	1
1.1.1 Objeto de riesgo	2
1.1.2 Clasificación del riesgo por el origen	3
1.1.3 Conductas frente al riesgo	4
1.1.4 Principales características del riesgo asegurable	5
1.2 El seguro	7
1.2.1 Características esenciales del seguro	8
1.2.2 El objeto del seguro	9
1.2.3 Clasificación general de los seguros	10
1.2.4 Seguro estatal	11
1.2.5 Los ramos del seguro privado	11
1.2.5.1 Planes o formas de los seguros de vida	12
1.2.5.1.1 Seguro para caso de vida o de supervivencia	
1.2.5.1.2 Seguro para caso de muerte	
1.2.5.1.3 Seguro mixto	
1.2.5.1.4 Otras clasificaciones de los seguros de vida	
1.2.5.2 Los seguros de accidentes y enfermedades	17
1.2.5.3 Ramo patrimoniales (daños)	19
1.2.5.3.1 Ramo de responsabilidad civil y riesgos profesionales	
1.2.5.3.2 Ramo de marítimo y transportes	
1.2.5.3.3 Ramo de incendio	
1.2.5.3.4 Ramo agrícola y de animales	
1.2.5.3.5 Ramo de automóviles	
1.2.5.3.6 Ramo de crédito	
1.2.5.3.7 Ramo de diversos	
1.2.5.3.8 Ramo de terremoto y otros riesgos catastróficos	
1.2.5.4 Otras clases de seguros	26

2. DISTRIBUCIONES DE SOBREVIVENCIA Y TABLAS DE MORTALIDAD

2.1 Probabilidad para la edad al fallecimiento	29
2.1.1 La función de supervivencia	29
2.1.2 Tiempo transcurrido hasta el fallecimiento para una persona de edad de x	30
2.1.3 Tiempo de vida futuro truncado	31
2.1.4 Fuerza de la mortalidad	32
2.2 Tablas de mortalidad	35

2.2.1 Relación entre las funciones de las tablas de mortalidad y las de supervivencia	36
2.2.2 Otras funciones de la tabla de mortalidad	39
3. EL SEGURO DE VIDA	
3.1 Seguros pagaderos al momento de la muerte	47
3.1.1 Nivel de indemnización del seguro	48
3.1.2 Seguro mixto	52
3.1.3 Seguro de vida diferido	54
3.1.4 Seguro de vida de beneficio variable	55
3.2 Seguros pagaderos al final del año del fallecimiento	57
3.3 Relaciones entre seguros pagaderos al momento del fallecimiento y al final del mismo año	62
4. ANUALIDADES VITALICIAS	
4.1 Pago único que depende de la supervivencia de una persona	66
4.2 Anualidades vitalicias continuas	70
4.3 Anualidades vitalicias discretas	78
5. PRIMAS NETAS	
5.1 Primas netas totalmente continuas	86
5.2 Primas netas totalmente discretas	91
5.3 Primas netas semicontinuas	94
6. MARGEN DE SEGURIDAD	
6.1 Prima de tarifa	97
6.2 Margen de Seguridad	99
6.2.1 Propuesta del modelo para determinar el margen de seguridad de la prima neta	106
CONCLUSIONES	109
BIBLIOGRAFÍA	111
ANEXOS	113

PRÓLOGO

Los riesgos que amenazan al hombre en su persona y en sus bienes son innumerables. El seguro es una institución previsoras que no elimina los riesgos, pero compensa las consecuencias económicas y procura la seguridad de los patrimonios. Además constituye el método técnicamente eficaz para la cobertura de riesgos, al transferir éstos a un tercero, el asegurador, cuya organización y técnica operativa garantiza la adecuada compensación de aquéllos.

Por tanto el seguro se puede entender como una actividad económica financiera que presta el servicio de transformación de los riesgos de diversa naturaleza, a que están sometidos los patrimonios en un gasto periódico presupuestable, que puede ser soportado fácilmente por cada unidad patrimonial.

El seguro de vida es uno de los tipos del seguro de personas donde el pago por el asegurador de la cantidad estipulada en el contrato se hace depender del fallecimiento o supervivencia del asegurado en un momento determinado.

Para el buen funcionamiento del negocio del seguro, la preparación del elemento humano que lo opera, es importante, razón por la cual, se desarrolla un trabajo que pudiera contribuir en algo a dicha preparación, no sólo por mostrar la técnica de la ciencia actuarial aplicada a las primas netas de los seguros de vida, sino como un foco de atención para seguir profundizando en este tipo de investigaciones, a efecto de que las empresas de seguros que ofrecen este producto, cuenten con mayores elementos para la toma de decisiones respecto a la operación de este seguro en el futuro.

El presente estudio tiene como objetivos:

- Conocer la perspectiva del seguro, así como la importancia del riesgo.
- Dar a conocer al público usuario y al sector asegurador en general, el modelo actuarial del cálculo de primas netas para los seguros de vida bajo el enfoque probabilístico.
- Proponer un nuevo modelo actuarial, que permita calcular un margen de seguridad a las primas de tarifa del seguro de vida de forma de pago anual.

Todo lo anterior con la finalidad de que las primas que se cubren por los asegurados, reflejen lo más justo posible a las características generales de este seguro.

Es importante mencionar que con el presente trabajo, se pretende proporcionar una herramienta alternativa para el cálculo más preciso y científico de la prima neta de los seguros de vida de forma de pago anual, con lo cual además el asegurado puede confiar en que el costo de su seguro de vida corresponde a la experiencia real del mismo, y que le brindará la protección que requieren los beneficiarios en caso de que ocurra la muerte del asegurado.

Para entender el contenido de los temas que tratan sobre aspectos técnicos del seguro de vida, se requieren conocimientos elementales de probabilidad y de matemáticas financieras.

Espero cumplir con los objetivos planteados en el presente trabajo, y que estos sirvan de apoyo para todos los sectores del país, principalmente a las compañías de seguros, al organismo de supervisión de las mismas, y por supuesto al público usuario del seguro.

1

EL SEGURO

Las operaciones de seguros se han establecido con el fin de protegerse respecto a contratiempos financieros importantes que pueden acaecer aleatoriamente y que forman parte de los planes futuros de las personas, empresas, etc. En este capítulo se desarrollan un conjunto de conceptos para describir la perspectiva del seguro. Así mismo veremos la importancia del riesgo.

1.1 El riesgo

El riesgo forma parte de nuestra vida diaria, manifestándose de diferentes maneras, en un día ordinario una persona puede trazarse un plan cuyo cumplimiento no está en sus manos ya que habrá muchos factores externos que pueden cambiar el curso de las cosas.

Conciente e inconscientemente la vida es una sucesión de peligros en todos nuestros actos, el estrepitoso sonido del despertador que puede provocar un infarto, el cuchillo con el que pelamos la naranja que puede cercenarnos un dedo, el vehículo con el que vamos a la oficina que puede dejarnos sin vida en el accidente más simple, el enchufe de nuestra laptop, la salmonela de nuestra comida, el tabaco, el alcohol y hasta el sueño.

El riesgo se manifiesta de diferentes formas aun en la vida cotidiana, pero de acuerdo con el diccionario de la lengua, riesgo, es la contingencia¹ o proximidad de un daño.

De esta forma el riesgo es un suceso al que estamos continuamente expuestos por lo que no importando su clasificación o enfoque de estudio, siempre representa un gravamen para la sociedad.

Dentro del aspecto financiero el riesgo es de suma relevancia ya que todas las decisiones financieras implican el análisis de dos factores riesgo y rendimiento,

¹ Se define contingencia a todo aquello que puede o no puede suceder.

buscando así un equilibrio entre ambos; a mayor riesgo mayor rendimiento y viceversa. De aquí la importancia de estudiar y resolver técnica y profesionalmente los riesgos.

A continuación se enuncian algunas definiciones del riesgo que existen:

- Es la incertidumbre de que un suceso pueda ocurrir.
- Exposición a determinada eventualidad económica desfavorable.
- Acontecimiento futuro, posible e incierto de la naturaleza objetiva cuya realización o siniestro causa un daño concreto.
- Probabilidad de que un suceso ocurra y provoque pérdidas a una persona física o moral en su persona o bienes.
- Posibilidad de ocurrencia de un suceso fortuito que puede ser o no previsto, súbito o violento, y producir daño o pérdida en las personas, animales o cosas en las que se presenta.

Otra definición más completa de riesgo es la siguiente: "El riesgo es el posible acontecimiento de azar de un evento cuya ocurrencia puede producir una necesidad o pérdida económica".

Como puede observarse, todas las definiciones contemplan un mismo objetivo: la producción de un daño o pérdida en razón de la ocurrencia de un acontecimiento fortuito, que puede ser de manera gradual, paulatina o de forma violenta, inesperada y súbita. Cualquiera que sea la definición, se debe concebir el riesgo como un evento dañoso, sea gradual, súbito o violento.

1.1.1 Objeto de riesgo

El primer objeto de riesgo es la entidad física, y la manifestación del riesgo son los daños materiales que pueda sufrir dicha entidad. Dicha entidad física puede ser un edificio, animal, persona, o cosa.

El segundo objeto de riesgo es la misión asociada a esa entidad física, dicha misión se refiere a la consecución de metas u objetivos de cualquier tipo.

En la terminología aseguradora se emplea este concepto para expresar indistintamente dos ideas diferentes: de un lado, riesgo como objeto asegurado; de otro, riesgo como posible ocurrencia por azar de un acontecimiento que produce una necesidad económica y cuya aparición real o existencia se previene y garantiza en la póliza² y obliga al asegurador a realizar la prestación que le

² Documento que instrumenta el contrato del seguro, en el que se reflejan las normas que de forma general, particular o especial regulan las relaciones contractuales convenidas entre el asegurador y asegurado.

corresponde. Este último criterio es el técnicamente correcto, y en tal sentido se habla de riesgo de incendio o muerte para eludir a la posibilidad de que el objeto o personas asegurados sufran un daño material o fallecimiento respectivamente.

1.1.2 Clasificación del riesgo por el origen

Riesgos naturales

Aquellos que corresponden a eventos originados por las fuerzas, o acciones directas de agentes naturales, siempre que puedan tener una existencia propia sin relación alguna con acciones humanas, tal es el caso de la caída de granizo, un terremoto, una plaga, desbordamiento de un río, la erupción de un volcán, la evolución de una especie, un meteorito, una marejada, etc. A su vez los riesgos naturales pueden clasificarse en aquellos que son de origen biológico y los que no son de origen biológico.

Riesgos biológicos: Aquellos que se derivan de acciones directas de agentes biológicos o seres vivos, ya sean que se traten de animales, microbios o plantas, siempre que no estén inducidos por acciones humanas o agentes meteorológicos, tal es el caso de una plaga, el ataque de un tiburón, una enfermedad infecciosa, la picadura de un insecto, etc.

Riesgos no biológicos: Son aquellos que se derivan de la acción de las fuerzas naturales asociadas a fenómenos meteorológicos, como una tormenta, una sequía, una helada, etc., o de cualquier suceso o circunstancia proveniente de elementos naturales tal es el caso de un pantano, un árbol, el derrumbamiento de un cerro, un hundimiento de tierra, etc.

Riesgos no naturales o antropógenos

Aquellos que se generan por la acción directa o indirecta de actividades humanas, tal es el caso del choque de un auto, una explosión atómica, la creación de nuevas tecnologías, la enajenación, la religión, los ritos, la cultura, el internet, la ruptura de una presa, un levantamiento armado, la creación de productos biogénicos, un asalto etc.

Los riesgos no naturales pueden clasificarse en aquellos que se producen como resultado directo de alguna acción o serie de acciones directas y aquellos que se producen por causas de la sinergia social.

Riesgos humanos directos: Aquellas en las que de forma intencional o no intencional, existe una relación directa entre la acción de seres humanos y el riesgo producido, por ejemplo, un asalto, un choque de auto, una operación crediticia, no presentar un examen, etc.

Riesgos humanos indirectos: Se refieren a fenómenos masivos, que se producen por la acción o interacción de actividades de conjunto de la sociedad y que no obedecen a un ente o acto específico directo de alguna persona o grupo. Por ejemplo contaminación, crisis económica, cultura, religión, enajenación, inseguridad, guerra, daños ecológicos, etc.

1.1.3 Conductas frente al riesgo

Principalmente pueden adoptarse las siguientes actitudes ante el riesgo:

- a) Indiferencia: El sujeto auto asume el riesgo, se convierte en "propio asegurador" y soporta con su patrimonio las consecuencias económicas de accidentes que afecten a sus bienes, sin adoptar medida alguna para atenuar las consecuencias dañosas que el evento del riesgo pueda causar.
- b) Prevención: Mediante ella el sujeto adopta un conjunto de medidas materiales destinadas a evitar o dificultar la ocurrencia de un siniestro y a conseguir que, si el accidente se produce, sus consecuencias de daño sean las mínimas posibles.
- c) Previsión: En general, es la precaución presente para prevenir la producción de un acontecimiento futuro (en este sentido puede considerarse uno de los pilares básicos del seguro), y se caracteriza fundamentalmente por que las medidas adoptadas por el sujeto tienden a la constitución de un fondo económico que le permita hacer frente en el futuro a las consecuencias del siniestro.

Sí el riesgo no sea transfiere a un tercero se tiene como medidas el ahorro y el autoseguro y en caso contrario un seguro, cabe distinguir entre:

Ahorro: Está consiste en la renta de las unidades económicas no dedicadas a su consumo o distribución, y se destina a la formación de capitales futuros que, sin una afectación específica y concreta, pueden aminorar los efectos de un siniestro.

Autoseguro: En este caso la persona, física o jurídica, soporta con su patrimonio las consecuencias económicas derivadas de sus propios riesgos, sin intervención de una entidad aseguradora³, pero afectando específicamente una masa patrimonial cuya constitución obedece a ciertos principios técnico-financieros.

Este sistema, aunque no con frecuencia, es practicado por grandes empresas, que periódicamente van constituyendo un fondo económico que les servirá para hacer frente a posibles siniestros propios. No obstante, este procedimiento en cuanto elimina la comunidad y dispersión de riesgos, no puede ser considerado como seguro en sentido rigurosamente técnico.

Seguro: Su concepto se estudiara más adelante, si bien conviene indicar que constituye la mejor fórmula y técnicamente la más eficaz para la cobertura de riesgos, al transferir éstos a un tercero, el asegurador, cuya organización y técnica operativa garantiza la adecuada compensación de aquéllos.

1.1.4 Principales características del riesgo asegurable

Es importante conocer cuales son las características para que un riesgo sea considerado como riesgo asegurable. Las principales condiciones que se deben cumplir para que un riesgo sea considerado como asegurable, son las siguientes:

Incierto o Aleatorio: Sobre el riesgo ha de haber, una relativa incertidumbre, pues el conocimiento de su existencia real haría desaparecer la aleatoriedad, principio básico del seguro.

Ahora bien, esa incertidumbre no sólo se materializa de la forma normal en que generalmente es considerada (ocurrirá o no ocurrirá), sino que en algunas ocasiones se conoce con certeza que ocurrirá, pero se ignora cuándo. Así, en el seguro de vida entera, la entidad ha de satisfacer inexorablemente la indemnización asegurada, aunque el principio de incertidumbre del riesgo no se desvirtúa por ello, pues se desconoce la fecha exacta en que se producirá el fallecimiento del asegurado.

Posible: Ha de existir posibilidad de riesgo; es decir, el siniestro cuyo acontecimiento se protege con la póliza debe "poder suceder". Tal posibilidad o probabilidad tiene dos limitantes extremas: de un lado, la frecuencia; de otro, la imposibilidad.

³ Puede ser definida, como la manifestación técnica y organizada que realiza la función socioeconómica de la compensación de riesgos. El término "Entidad Aseguradora" es sinónimo de "Empresa Aseguradora" y "asegurador".

La excesiva reiteración del riesgo y su materialización en siniestros atenta contra el principio básico antes mencionado, el aleatorio. Una gran frecuencia, por ejemplo, en el seguro de automóviles, aparte de resultar antieconómica para el asegurador, convertiría a la institución aseguradora en un taller de servicio de conservación o reparación de vehículos que, lógicamente, podría ser prestado, pero en tal caso su precio no sólo sería más elevado, sino que tendría una naturaleza completamente distinta.

Del mismo modo, la absoluta imposibilidad de que el riesgo se manifieste en siniestro situaría a las entidades aseguradoras en una posición privilegiada, al percibir unos ingresos no sujetos a contraprestación, lo cual resultaría tan absurdo como la reiteración continua de siniestros.

Concreto: El riesgo ha de ser analizado y valorado por la aseguradora en dos aspectos, cualitativo y cuantitativo, antes de proceder a asumirlo. Sólo de esa forma la entidad podrá decidir sobre la conveniencia o no de su aceptación y, en caso afirmativo, fijar la prima⁴ adecuada.

Una designación ambigua del riesgo que pretende asegurarse, una determinación imprecisa de sus características, naturaleza, situación, etc., imposibilitan el estudio y análisis previos a la aceptación del mismo. Igualmente, no puede garantizarse un riesgo cuya valoración cuantitativa escape de todo criterio objetivo basado en la experiencia o en cálculos actuariales que determinen, al menos con aproximación, la prima que habría de establecerse.

Lícito: El riesgo que se asegure no ha de ir, según se establece o resulta de la legislación de todos los países, contra las reglas morales o de orden público, ni en perjuicio de terceros, pues de ser así, el contrato que lo protegiese sería nulo.

Este principio de la licitud tiene dos excepciones, materializadas en el seguro de vida, en el que se puede cubrir el riesgo de muerte por suicidio, y en el seguro de responsabilidad civil, con el que se pueden garantizar los daños causados a terceros por imprudencia (aspecto legalmente sancionado por el ordenamiento penal de cualquier país).

Sin embargo, ambas excepciones encuentran su lógica justificación; en el caso de suicidio, por que las pólizas establecen generalmente uno o dos años, contados a partir de la fecha de efecto de la póliza, durante los cuales el riesgo de muerte por este motivo no está garantizado; con ello se trata de evitar la emisión de contratos suscritos con la única idea de obtener una pronta indemnización por cuenta de la entidad aseguradora; y en cuanto al seguro de responsabilidad civil, por uno de los

⁴ Prima es la aportación económica que ha de satisfacer el contratante o asegurado a la entidad aseguradora en concepto de contraprestación por la cobertura de riesgo que ésta le ofrece. Desde el punto de vista jurídico es el elemento material más importante del contrato de seguro, porque su naturaleza, constitución y finalidad lo hacen ser esencial y típico de dicho contrato.

fines esenciales del seguro, en este caso, es la protección de la víctima, que podría quedar desamparada en caso de insolvencia del causante de los daños y porque la imprudencia es una de las conductas que se le denomina culposa, en la que no existe dolo o mala fe, sino tan sólo una ausencia más o menos acusada de diligencia por parte del causante de daños.

Fortuito: El riesgo debe provenir de un acto o acontecimiento ajeno a la voluntad humana de producirlo. No obstante, es indemnizable el siniestro producido a consecuencia de actos realizados por un tercero, ajeno al vínculo contractual que une a la entidad y al asegurado, aunque en tal caso la aseguradora se reserva el derecho de ejercitar las acciones pertinentes contra el responsable de los daños (principio de subrogación), como también es indemnizable el siniestro causado intencionalmente por cualquier persona, incluido el propio contratante o producido con ocasión de fuerza mayor para evitar otros más graves, o en cumplimiento de un deber de humanidad.

Contenido económico: La realización del riesgo (siniestro) ha de producir una pérdida económica que se resarce con la indemnización correspondiente. Si la manifestación del riesgo no implica una pérdida económica derivada de daños físicos que pueda provocar, entonces se estaría ante un caso de apuesta o simplemente evento de carácter fortuito, como es el caso de encontrarse casualmente una moneda, coincidir casualmente con un amigo en un lugar, etc.

Asimismo, la pérdida económica ha de ser de una magnitud que ponga en riesgo el bienestar de la persona, de lo contrario puede ser enfrentado directamente ésta, sin recurrir a un mecanismo de transferencia de riesgo como es el seguro.

1.2 El seguro

El seguro puede ser analizado desde diversos puntos de vista. Algunos autores destacan el principio de solidaridad humana al considerarla como una institución que garantiza un sustitutivo al afectado por un riesgo, mediante el reparto de un daño entre un elevado número de personas amenazadas por el mismo peligro; otros señalan el principio de contraprestación, al decir que el seguro es una operación en virtud de la cual, una parte (el asegurado) se hace acreedor, mediante el pago de una remuneración (la prima), de una prestación que habrá de satisfacerle la otra parte (el asegurador) en caso de que se produzca un siniestro.

También ha sido considerado el seguro desde su aspecto social (asociación de masas para el apoyo de los intereses individuales), matemático (transformación de un valor eventual en un valor cierto), de costo (el medio más económico para satisfacer una necesidad eventual), etc.

Desde un punto de vista general, puede también entenderse como una "actividad económica financiera que presta el servicio de transformación de los riesgos de diversa naturaleza, a que están sometidos los patrimonios en un gasto periódico presupuestable, que puede ser soportado fácilmente por cada unidad patrimonial".

1.2.1 Características esenciales del seguro

En la definición anterior destacan los siguientes aspectos esenciales:

- El seguro es una actividad de servicios y no una actividad industrial. En esta última, las principales características radican en la existencia de unos bienes (materia prima) que quedan convertidos en artículos de uso o consumo, y en el hecho de que en dicha transformación el elemento capital (maquinaria) tiene gran importancia; por el contrario, la actividad de servicios constituye una prestación eminentemente personal que elimina a quien la recibe la necesidad de prestar una atención especial o desarrollar una actividad particular para conseguir determinados fines. Además, en las actividades de servicios predomina el elemento trabajo (acción personal de las empresas que la prestan).
- La actividad aseguradora tiene un marcado acento financiero y económico, no sólo porque se percibe un precio (prima), cuya contraprestación consiste generalmente en una masa económica (indemnización), sino también y principalmente por que desempeña la importante tarea financiera de lograr una redistribución de capitales al motivar que un elevado número de unidades patrimoniales puedan ser afectadas por las pérdidas (siniestros) que se produzcan en cualquiera de ellas.
- Por otro lado, otro fin del seguro consiste en la transformación de riesgos en pagos periódicos presupuestables. Esta idea de transformación no ha de interpretarse en un sentido estricto, sino en su carácter amplio de cambio que experimentan las prestaciones satisfechas por los asegurados (primas), al poder convertirse en una considerable masa de capital con motivo de los riesgos de diversa naturaleza a que están afectados los patrimonios personal y financiero de los individuos.

Pero ha de señalarse, además, que el seguro supone también otros servicios, tan importantes como, por ejemplo, los siguientes: ayuda para el ahorro, particularmente mediante algunas modalidades del seguro de vida, estimulando las inversiones familiares; asistencia técnica, especialmente en los riesgos de naturaleza industrial; asistencia médica, clínica, quirúrgica o de rehabilitación funcional (accidentes de trabajo, por ejemplo), o de

servicio de asistencia judicial (defensa procesal, prestación de fianzas⁵ individuales, etc.), especialmente en los riesgos de responsabilidad civil⁶.

1.2.2 El objeto del seguro

En un sentido amplio, el objeto del seguro es la compensación del perjuicio económico experimentado por el patrimonio a consecuencia de un siniestro.

Aparte de este sentido, que puede identificarse con la finalidad del seguro, el objeto, en su aspecto contractual, es el bien material afecto al riesgo sobre el cual gira la función indemnizatoria.

Es tan grande la importancia de este elemento de contrato, que la clasificación del seguro más comúnmente admitida agrupa las diversas modalidades de cobertura en función de los objetivos asegurados; en este sentido, se habla de seguros de riesgos personales, riesgos agrícolas, riesgos patrimoniales, etc.

En los personales el objeto está constituido por la propia persona humana, sometida al riesgo de muerte, accidente o enfermedad que, a su vez, pueden dar motivo a incapacidades permanentes o parciales, intervenciones quirúrgicas, gastos médicos, etc.

En los seguros agrícolas el objeto se encuentra representado por las explotaciones agrícolas, pecuarias o forestales afectadas al riesgo de helada, granizo, incendio, muerte o robo de ganado, etc.

En los seguros industriales el objeto lo integran las propiedades comerciales e industriales sobre las que pesa la eventualidad de posibles daños de muy diversa naturaleza (incendio, pérdida de beneficios, rotura de maquinaria, etc.)

En los seguros familiares el objeto esta constituido por los conceptos diversos que integran el patrimonio de una persona: automóvil, vivienda, mobiliario, etc.

⁵ Fianza: Obligación que se contrae para seguridad de que otro pagará lo que debe o cumplirá aquello a lo que se obligó. Es sinónimo de aval y caución.

⁶ Responsabilidad civil: En general, es la obligación que tiene una persona de reparar los daños y perjuicios producidos a otra a consecuencia de una acción u omisión, propia o de tercero por la que deba responderse, en que haya habido algún tipo de culpa o negligencia.

1.2.3 Clasificación general de los seguros

La clasificación más extendida, de acuerdo con la naturaleza de riesgos, es la siguiente:

a) Seguros de vida o sobre las personas

Se caracterizan porque recaen sobre los riesgos que pueden afectar a las personas en su existencia, integridad personal, salud o vigor vital.

En este tipo de seguros, el pago de la indemnización no guarda relación con el valor del daño producido por la ocurrencia del siniestro. Ello es lógico, toda vez que la persona no es evaluable económicamente. De ahí que, en realidad, este tipo de seguros no constituya un contrato de indemnización propiamente dicho, diferenciándose así de los seguros de daños.

b) Seguros de accidentes y enfermedades

Son los que tienen como base la lesión o incapacidad que afecte la integridad personal, salud o vigor vital del asegurado, ocasionada por un accidente o enfermedad de cualquier género.

c) Seguros daños (o patrimoniales)

Bajo esta denominación se recogen todos los seguros cuyo fin principal es reparar la pérdida sufrida, a causa de siniestro en el patrimonio del tomador del seguro.

Son elementos esenciales de los seguros de daños: el interés asegurable, que implica la necesidad de que el tomador del seguro tenga algún interés directo y personal en que el siniestro no se produzca, bien a título de propietario, usuario, etc.; y el principio indemnizatorio, según el cual la indemnización no puede ser motivo de enriquecimiento para el asegurado y debe limitarse a resarcirle el daño concreto y real sufrido en su patrimonio.

Los seguros de daños pueden dividirse en dos grandes grupos: seguros de cosas, destinados a resarcir al asegurado de las pérdidas materiales directamente sufridas en un bien integrante de su patrimonio, y seguros de responsabilidad civil, que garantizan al asegurado contra la responsabilidad civil en que pueda incurrir ante terceros por actos de los que sea responsable, y proteger su patrimonio, abstractamente considerado, contra el nacimiento de posibles deudas futuras.

1.2.4 Seguro estatal

Las dos grandes áreas de manifestación del seguro son el seguro privado, del que trataremos más adelante, y la seguridad social (o seguro estatal) que es aquella en que interviene el Estado ejerciendo la función tutelar, regulando las bases y estructura del seguro y asumiendo el riesgo en todo o en partes.

La cobertura de la seguridad social garantiza el derecho humano a la salud, la asistencia médica, la protección de los medios de subsistencia y los servicios sociales necesarios para el bienestar individual y colectivo. Para el logro de tales propósitos, otorga las siguientes coberturas y prestaciones.

- I. Riesgos de trabajo, que son los accidentes y enfermedades a que están expuestos los trabajadores en ejercicio o con motivo del trabajo, y se cubren mediante prestaciones en especie y en dinero;
- II. Enfermedades y maternidad, que amparan al trabajador, pensionado, esposa o concubina, hijos padres y dependientes económicos en determinadas condiciones, igualmente en especie y en dinero;
- III. Invalidez, vejez, cesantía en edad avanzada y muerte; como en los casos anteriores, tanto en especie como en dinero;
- IV. Guardería para hijos de asegurados.

Las coberturas de este seguro se garantizan en México a través de dos organismos descentralizados del Gobierno Federal: el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) y el Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE).

1.2.5 Los ramos del seguro privado

Se denomina "ramo", a un conjunto de riesgos de características o naturaleza semejantes. En este sentido se habla de ramo de responsabilidad civil, ramo de marítimo y transportes, ramo de incendio, etc.

La clasificación de ramos es un instrumento fundamental para establecer la homogeneidad cualitativa de los riesgos, y efectuar su adecuada ordenación, separándolos en grupos homogéneos con caracteres comunes, que posibiliten un adecuado tratamiento y análisis estadístico, así como una correcta tarificación de los mismos.

Para alcanzar mayor precisión en tal objetivo, los ramos suelen subdividirse en modalidades que agrupan riesgos afines.

1.2.5.1 Planes o formas de los seguros de vida

El seguro de vida es uno de los tipos del seguro de personas donde el pago por el asegurador de la cantidad estipulada en el contrato se hace depender del fallecimiento o supervivencia del asegurado en un momento determinado.

Es conveniente, en esta forma de seguro delimitar el concepto de asegurado, de cuya vida depende el pago del capital, para contraponerlo al de contratante, que es quien suscribe el seguro y paga la prima (puede coincidir con el asegurado) y al beneficiario, que es la persona que percibirá el capital pagado por el asegurador. El seguro de vida puede ser clasificado desde distintos puntos de vista, pero, en esencia, de acuerdo con la naturaleza del riesgo, hay dos modalidades principales:

Seguro en caso de vida: el beneficiario percibirá el capital si el asegurado vive en una fecha determinada.

Seguro en caso de muerte: el beneficiario recibirá el capital estipulado cuando se produzca el fallecimiento del asegurado.

La combinación de estas dos modalidades da lugar al llamado seguro mixto.

1.2.5.1.1 Seguro para caso de vida o de supervivencia

En éste se garantiza el pago de un capital o una renta al beneficiario, que normalmente es el propio asegurado, sólo si éste vive en una fecha o edad determinada.

Las modalidades básicas de este tipo de seguro (también denominado seguro de ahorro) son:

- De capital diferido: El asegurador se compromete a entregar el capital asegurado a la expiración del plazo convenido como duración del contrato si el asegurado vive en esa fecha. Puede ser sin reembolso (si el asegurado fallece antes de finalizar el seguro, las primas satisfechas quedan en poder del asegurador), o con reembolso (dichas primas son devueltas si el asegurador fallece antes de finalizar el seguro).

- De renta vitalicia inmediata: En esta modalidad el asegurador, a cambio de una prima única, garantiza el pago inmediato de una renta a una o varias personas hasta la muerte del asegurado, en cuyo caso cesa dicho pago.

La renta vitalicia puede ser constante (de la misma cuantía cada vencimiento) o variable (creciente o decreciente, con el paso del tiempo).

- De renta diferida: En este caso el asegurador se compromete, al finalizar el plazo de diferimiento estipulado, a pagar al asegurado, mientras viva, una renta constante periódica.

Puede ser sin reembolso de primas (si el asegurado fallece antes de empezar a cobrar la renta, el asegurador retiene las primas satisfechas), o con un reembolso de primas (en que el asegurador las devuelve a los beneficiarios).

- De capitalización: Es una modalidad de ahorro del seguro de vida, por la que el contratante o asegurado se compromete a la satisfacción de un capital al vencimiento del contrato.

La primera y la tercera de las anteriores modalidades dan lugar al seguro de jubilación, que consiste en el pago de un capital o renta, diferidos en su abono hasta que el asegurado alcance una edad de jubilación predeterminada. Si se tratase de un seguro de capital diferido, existe la opción de transformar éste en una renta vitalicia a partir del momento de la jubilación. Generalmente se contrata con prima anual creciente, acorde con las posibilidades económicas del asegurado.

En estrecha relación con el seguro de jubilación se encuentran los planes de pensiones.

Un plan de pensiones es una institución de previsión voluntaria, por la que las personas que lo constituyen tienen derecho, en las condiciones y cuantías preestablecidas, a percibir rentas capitales por jubilación, supervivencia, viudez, orfandad o invalidez, a cambio de las contribuciones económicas que se aporten a tales efectos.

1.2.5.1.2 Seguro para caso de muerte

En esta clase de seguro de vida la suma asegurada, ya se trate de un capital o de una renta, se pagará por la entidad aseguradora al beneficiario, si se produce la muerte del asegurado.

Este tipo de seguro puede contratarse por una duración determinada, transcurrida la cual el seguro queda sin efecto, o por toda la vida. En función de ello y de si la prestación asegurada consiste en un capital o una renta, las principales modalidades de este tipo de seguro son:

- De vida entera: En esta modalidad se garantiza el pago de un capital inmediatamente después del fallecimiento del asegurado, sea cual fuere la fecha en que ocurra dicho fallecimiento. Este contrato puede presentar las siguientes formas básicas:
 - A primas vitalicias. El pago de las primas se mantiene hasta el fallecimiento del asegurado.
 - A primas temporales. Las primas correspondientes se satisfacen durante un período determinado.
 - Hasta los 85 años. Si el asegurado sobrevive a esta edad, se le satisface automáticamente el capital garantizado, cesando con ello la vigencia del seguro.
- Sobre dos o varias cabezas: Es un seguro de vida entera que se caracteriza porque existen, simultáneamente, dos o varias personas (cabezas) aseguradas que son a la vez beneficiarios recíprocos y en su virtud, cuando el fallecimiento de cualquiera de ellas se produzca dentro del límite estipulado en el contrato, el asegurador satisfará la indemnización prevista a los supervivientes.
- Temporal o a término: Se caracteriza porque el capital es pagadero inmediatamente después de la muerte del asegurado, si ésta ocurre antes de terminar el plazo convenido como duración del seguro. Si el asegurado vive al final de dicho plazo, queda cancelado el seguro y permanecen a favor del asegurador la prima o primas satisfechas.

Dentro del seguro temporal existen las principales variedades siguientes:

- Temporal constante: El capital asegurado y la prima no varían durante el plazo en que el seguro está en vigor.
- Temporal regularmente decreciente: La suma asegurada disminuye anualmente en la cuantía previamente estipulada; el pago de la prima puede efectuarse durante un período inferior a la duración del seguro, o ser regularmente decreciente.

- Temporal regularmente creciente: La suma asegurada aumenta progresivamente cada año en la cuantía previamente estipulada; estos aumentos pueden ser anualmente iguales o acumulativos en progresión geométrica. En ambos casos, las primas pueden satisfacerse según un importe anual constante o creciente, en la misma o distinta proporción en que aumente el capital asegurado.
 - Temporal a prima natural: La suma asegurada puede ser constante o tener variaciones pactadas (crecientes o decrecientes) durante la vigencia del seguro. En este caso, a diferencia de las anteriores, la prima varía en función de la edad del asegurado.
 - Temporal con reembolso de primas: Si el asegurado vive hasta el vencimiento del contrato, percibe un capital igual a la suma de las primas satisfechas durante la vigencia que haya tenido el seguro.
- Temporal renovable: Su característica consiste en que la póliza se suscribe inicialmente durante un año, pero el contratante podrá renovarla anualmente mediante el pago de la correspondiente prima. El asegurador está obligado a pagar a los beneficiarios el capital estipulado, siempre que el asegurado fallezca durante la vigencia del contrato.
 - De amortización de préstamos: En esta modalidad, al producirse el fallecimiento del asegurado, la entidad aseguradora se hace cargo automáticamente de la liquidación de los créditos previstos en la póliza, no vencidos y debidos por el asegurado en el momento de su muerte.
 - De orfandad: Tiene por objeto la concesión de una pensión temporal a favor de los hijos menores de 18 años en caso de fallecimiento del padre o la madre trabajadora con el que convivan y del cual dependan económicamente.
 - De capital de supervivencia: En esta modalidad, también denominada "Seguro de sobrevivencia", el capital es pagadero inmediatamente después del fallecimiento del asegurado, si ocurre antes que el de otra persona designada al contratar el seguro, denominada beneficiario o sobreviviente. Si ésta fallece antes que el asegurado, queda rescindido el seguro y a favor del asegurador o el sobreviviente, las primas satisfechas. La prima anual deja de pagarse al morir el asegurado.

1.2.5.1.3 Seguro mixto

Esta clase del seguro de vida está integrada por un seguro de ahorro y un seguro de riesgo, en virtud de la cual, si el asegurado fallece antes del plazo previsto, se entregará a sus beneficiarios la indemnización estipulada, y si sobrevive a dicho plazo previsto se entregará a dicho asegurado el capital establecido por el contrato.

Las formas más importantes en que suele manifestarse este tipo de seguro son las siguientes:

- **Mixto completo:** Seguro dotal mixto típico, que además tiene la particularidad de que si el asegurado vive al vencimiento de la operación participará también en los beneficios de la póliza con un determinado porcentaje sobre el capital asegurado.
- **Mixto simple:** Garantiza el pago del capital establecido a los beneficiarios designados al producirse el fallecimiento del asegurado, en el caso de que el fallecimiento tenga lugar antes del vencimiento del contrato; en caso contrario, será el propio asegurado quien perciba el capital garantizado.
- **Mixto doble:** Sus características son similares a las del seguro mixto simple, con la particularidad de que el contrato no se extingue con el pago del capital establecido al asegurado si vive al vencimiento de la póliza, puesto que, a partir de ese momento y sin más pago de primas, se garantiza también el pago del capital a los beneficiarios inmediatamente después de producirse el fallecimiento del asegurado. Por lo tanto, en estas circunstancias el capital asegurado sería satisfecho dos veces.
- **Mixto revalorizable:** Sus garantías son, en esencia, idénticas a las establecidas para el seguro mixto simple. Su nota diferencial es que el capital asegurado aumenta cada año en un determinado porcentaje de revalorización, convenido previamente.
- **Mixto variable:** Su peculiaridad con respecto a los restantes seguros mixtos es que, en caso de supervivencia, el asegurado va percibiendo el capital asegurado distribuido en determinados porcentajes y pagado en diferentes momentos.
- **A plazo fijo:** En esta modalidad se garantiza el pago de la suma asegurada al vencimiento de la póliza, sin que influya para ello el hecho de que viva o haya muerto el asegurado.

- **Dotal:** Se caracteriza porque se instituye al menor de edad beneficiario de la póliza, garantizándole la entrega de un capital en una determinada fecha, independientemente de que el asegurado (padre o tutor de aquél) fallezca o no antes del vencimiento del seguro. En caso de fallecimiento del beneficiario, las primas satisfechas son devueltas al contratante.
- **Seguro de vida universal:** Esta modalidad consiste en la combinación de un proceso de capitalización (sin aseguramiento) con un seguro temporal renovable. Formalmente, la operación se presenta como un plan sistemático de ahorro, del que el asegurador descuenta unas cantidades en concepto de gastos así como las primas de un seguro de riesgo por el capital que se desea asegurar para caso de muerte.

1.2.5.1.4 Otras clasificaciones de los seguros de vida

En función de la prestación del asegurador:

- **Seguro de capital:** La prestación asegurada es una suma que la entidad aseguradora abonará en caso de producirse el evento objeto de su cobertura.
- **Seguro de renta:** El asegurador se compromete, al vencimiento del contrato, a la entrega al asegurado o a sus beneficiarios de una renta periódica, vitalicia o temporal, según se hubiese estipulado previamente.

En función de la forma de pago de las primas:

- **Seguro de prima única:** La prima se paga íntegramente de una vez y por adelantado.
- **Seguro de prima temporal:** El pago de la prima se efectúa de forma anual o fraccionadamente.

1.2.5.2 Los seguros de accidentes y enfermedades

Tienen por objeto la prestación de indemnizaciones en caso de accidentes que motiven la muerte o incapacidad del asegurado, a consecuencia de actividades previstas en la póliza.

En el contrato pueden establecerse los siguientes tipos de cobertura:

- Un capital en caso de fallecimiento accidental del asegurado, que percibirían los herederos legales o los beneficiarios designados en la póliza.
- Un capital en caso de incapacidad permanente y total, causada por accidente. Cuando se trate de incapacidad permanente parcial, el asegurador sólo pagará un porcentaje del capital asegurado para esta garantía, de acuerdo con la mayor o menor gravedad de la lesión y a tenor de una tabla o baremo que se especifica en las condiciones generales de la póliza.
- Una pensión diaria en caso de incapacidad temporal durante los días que el asegurado permanezca de baja a causa del accidente.
- Los gastos de asistencia sanitaria que precise el asegurado accidentado para su total curación, con los límites y condiciones que se estipulen en la póliza.

En este ramo tiene especial relevancia los conceptos de "Incapacidad" y "Grado de Invalidez".

La incapacidad es la imposibilidad de una persona para el desarrollo de sus funciones normales.

Pueden distinguirse diversos tipos, que dan lugar a distintas indemnizaciones. Por su duración, la incapacidad puede ser temporal o permanente; por su importancia y extensión, parcial o total y dentro de esta última, cabe distinguir entre total para el trabajo habitual o para todo tipo de trabajo.

El grado de invalidez se refiere a la calidad de la incapacidad permanente producida al asegurado por un accidente incluido en las garantías de la póliza. El distinto grado de incapacidad permanente da lugar a un diverso porcentaje de indemnización, que viene fijado en las condiciones generales del contrato y que se aplica sobre el capital asegurado en el mismo.

Por último, conviene señalar que de las modalidades de esta operación, quizás la más extendida es el denominado seguro de ocupantes de automóviles, tal seguro se contrata generalmente y es complementario del seguro de automóviles; una breve referencia a él, se hará al examinar el ramo de daños.

1.2.5.3 Ramo patrimoniales (daños)

Estos representan la clasificación más numerosa. Aunque tal clasificación puede abordarse desde diferentes puntos de vista, vamos a exponer la consignada en la Ley Mexicana⁷:

1.2.5.3.1 Ramo de responsabilidad civil y riesgos profesionales

En este ramo el asegurador se compromete a indemnizar al asegurado del daño que pueda experimentar su patrimonio a consecuencia de la reclamación que le efectúe un tercero, por la responsabilidad en que haya podido incurrir, tanto el propio asegurado como aquellas personas de quien él deba responder civilmente. Sin embargo, conforme a la Ley Mexicana⁸ el tercero dañado puede exigir directamente a la empresa aseguradora el pago del daño.

En resumen, mediante este seguro se garantiza:

- El pago de las cantidades de las que el asegurado resulte civilmente responsable.
- La constitución de las fianzas judiciales que pueden ser exigidas al asegurado.
- Los gastos judiciales causados por la defensa de la responsabilidad civil del asegurado.

Dentro de este ramo podemos distinguir dos grandes grupos:

- Responsabilidad civil derivada el uso de vehículos:
 - Terrestres automotores.
 - Aeronaves.
 - Buques y embarcaciones.
- Responsabilidad civil general.
 - El seguro de responsabilidad civil familiar.
 - El seguro de responsabilidad civil por la explotación de inmuebles y actividades.
 - El seguro de responsabilidad civil profesional.
 - El seguro obligatorio del viajero.

⁷ Artículo 7, fracción III de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros; reformada por Decreto publicado en el Diario Oficial de la Federación el 28 de enero de 2004.

⁸ Artículo 147 de la Ley sobre el Contrato de Seguro; reformada por Decreto publicado en el Diario Oficial de la Federación el 2 de enero de 2002.

1.2.5.3.2 Ramo de marítimo y transportes

En este ramo la entidad aseguradora se compromete al pago de determinadas indemnizaciones a consecuencia de los daños sobrevenidos durante el transporte de mercancías.

Estos daños pueden afectar el medio de transporte (marítimo, aéreo o ferroviario) (seguro de casco) o las propias mercancías transportadas (seguro de mercancías), cualquiera que sea el medio de transporte.

En el seguro de transportes tienen una gran relevancia el seguro marítimo y el seguro de aviación.

a) Seguro marítimo: Garantiza en general los riesgos de navegación que puedan afectar, tanto al buque transportador como a la carga transportada.

Entre los riesgos de navegación pueden incluirse: la pérdida total del buque, la contribución a la avería común o el abandono debidos a naufragio, abordaje, cuando el buque asegurado sea declarado culpable de daños ocasionados a otro buque.

Sea cual sea el objeto asegurado, puede distinguirse entre:

- Seguro del buque: También denominado seguro de casco, mediante el que se garantiza, además de los riesgos señalados, la responsabilidad frente a tercero, derivada del abordaje, cuando el buque asegurado sea declarado culpable de daños ocasionados a otro buque.
- Seguro de la carga: O de las mercancías transportadas, también llamado Seguro de Facultades.
- Seguro de flete: Es el que garantiza las pérdidas o daños que pueda sufrir el flete o precio, que el fletador pague al naviero o armadores para que determinadas mercancías sean transportadas por un buque.

La suma asegurada no podrá exceder de la que figure en el contrato de fletamento; el armador puede asegurar también los anticipos que reciba sobre el flete tanto estos anticipos sean reintegrables, puesto que, si se pierde el buque, tendrá que devolverlos. Por el contrario, si son reintegrables, sería el cargador o fletador quienes deban asegurarlos ya que serían ellos quienes sufrirían el perjuicio de la pérdida del buque o de la mercancía.

- Seguro del beneficio posible: Entendiendo por tal las ganancias que el dueño de las mercancías espera obtener de las mismas en el puerto de destino.

b) Seguro de aviación: Tiene por objeto la prestación de indemnizaciones derivadas de accidentes sufridos por aeronaves. Normalmente se cubren por este tipo de seguro los daños personales sufridos por las personas transportadas, la responsabilidad civil derivada de daños causados a terceros con motivo del accidente, los daños producidos en las mercancías transportadas y los originados en el propio avión (casco).

1.2.5.3 Ramo de incendio

El seguro de incendio, es aquel que garantiza al asegurado la entrega de una indemnización en caso de incendio de los bienes determinados en la póliza o la reparación o reposición de las piezas averiadas.

Se considera como incendio la combustión y el abrasamiento con llama, capaz de propagarse, de un objeto u objetos que no estaban destinados a ser quemados en el lugar y momento en que se producen.

En general, la finalidad principal de este seguro es el resarcimiento de los daños sufridos en los objetos asegurados a causa de un fuego, incluyéndose así mismo los gastos que ocasione el salvamento de esos bienes o los daños que se produzcan en los mismos al intentar salvarlos.

También puede garantizarse en la misma póliza de incendio una serie de coberturas o seguros complementarios, tales como:

- La responsabilidad civil en que, a consecuencia del incendio, haya podido incurrir frente a terceros el propietario de los bienes dañados, o pudiera haber incurrido el asegurado, como arrendatario del local incendiado, frente al propietario del mismo.
- La pérdida de alquileres que pudiera sufrir el propietario del edificio incendiado.
- La pérdida de beneficios producida a causa de la paralización del trabajo en la empresa o explotación incendiada.
- Los gastos de desescombro del edificio incendiado, así como los causados por la intervención de bomberos para la extinción del fuego.

- Los daños producidos por la caída del rayo o por explosión, aunque de estos hechos no se derive humo de incendio.

La tarificación del riesgo de incendio es compleja, ya que es preciso tener en cuenta todas las circunstancias que en uno u otro grado pueden influir en la producción del siniestro.

1.2.5.3.4 Ramo agrícola y de animales

Tiene por objeto la cobertura de los riesgos que puedan afectar a las explotaciones agrícolas, ganaderas o forestales.

Como modalidades principales de seguros agrícolas pueden citarse:

a) Seguro de ganado: Garantiza al asegurado la entrega de una indemnización en caso de muerte, enfermedad, robo o extravío del ganado previsto en la póliza.

b) Seguro de incendio de cosechas: En esta modalidad, el asegurador indemniza por los daños y pérdidas materiales directas ocasionadas por el incendio de las cosechas descritas en la póliza.

Por este seguro cubren también los daños que pudieran ocasionarse por la extinción del incendio, así como los gastos que se produjeran en el salvamento de las cosechas, o los daños sufridos por éstas al ser salvadas.

c) Seguro de granizo: Este garantiza la cosecha asegurada contra el riesgo de la caída de granizo. La indemnización no se basa en el valor de la cosecha en el momento de producirse el siniestro, sino el que habría alcanzado, de no producirse el evento, en el tiempo de su madurez.

1.2.5.3.5 Ramo de automóviles

Es aquél que tiene por objeto la prestación de indemnizaciones derivadas de accidentes producidos a consecuencia de la circulación de vehículos.

En general, la legislación de la mayoría de los países distingue al respecto entre el denominado seguro obligatorio, destinado normalmente a la cobertura, dentro de los límites legalmente establecidos, de los daños personales o materiales causados a terceras personas, y el seguro voluntario, que cubre el exceso de los límites del seguro obligatorio, así como otras garantías a que se hace referencia más adelante.

El seguro voluntario de automóviles se constituye de una cobertura combinada, en la que se incluyen riesgos de daños, responsabilidad civil y defensa jurídica, con posibilidad de garantizar prestaciones complementarias de accidentes personales (ocupantes) y asistencia en viaje. En México pueden estipularse las siguientes coberturas:

- Responsabilidad civil suplementaria para garantizar la responsabilidad en que pueda incurrir el propietario o conductor de un vehículo por los daños materiales causados a terceros, e incluso por los daños corporales.
- Daños, incendio y/o robo del propio vehículo.
- Defensa de la responsabilidad criminal en que pudiera haber incurrido el conductor de un vehículo, con motivo de un hecho de la circulación. Por esta garantía, el asegurador toma a su cargo todos los gastos judiciales y extrajudiciales que ocasione la defensa, con excepción de aquellos que se considera como penas personales (multas, por ejemplo).
- Reclamación, en nombre del asegurado de los daños sufridos por el mismo o por su vehículo, a consecuencia de un accidente de circulación.

1.2.5.3.6 Ramo de crédito

Seguro de crédito: Tiene por objeto garantizar a una persona el pago de los créditos que tenga a su favor cuando se produzca la insolvencia de sus clientes deudores por créditos comerciales.

1.2.5.3.7 Ramo de diversos

Aquí destacan, por su frecuencia e importancia, los siguientes tipos de seguros:

a) Seguro de robo: En éste el asegurador se compromete a indemnizar al asegurado por los daños sufridos a consecuencia de la desaparición, destrucción o deterioro de los objetos asegurados, a causa de robo o tentativa de robo.

Suele incluirse también el riesgo de expoliación, entendiéndose por tal pérdida o deterioro de los objetos asegurados, ocasionada por la apropiación ilegal de los mismos, efectuada mediante violencia o amenazas.

Característica esencial de este seguro es que el robo, la tentativa de robo, la expoliación, para que sean indemnizables, deben ser llevadas a cabo por personas ajenas al asegurado.

Merece ser destacada dentro de este ramo la modalidad de seguro de dinero en tránsito, por el cual se garantizan los riesgos de robo y expoliación durante el transporte de dinero en metálico, efectuado por cobradores o transportadores de fondos. Este grupo se establece normalmente mediante un sistema de liquidación de capitales, calculando inicialmente una prima provisional, que es posteriormente ajustada después de la declaración de la cantidad exacta que haya sido transportada y cubierta durante el periodo del seguro vencido.

b) Seguro de cinematografía: Tiene como finalidad el resarcimiento de daños derivados de la producción cinematográfica, tales como accidentes personales del director del filme o principales actores; responsabilidad civil por daños derivados del rodaje; pérdida o deterioro de negativos de película; daños sufridos por los aparatos o accesorios cinematográficos y, en general, todos aquellos accidentes que afecten al buen fin de la película que esté produciéndose.

c) Seguro de cristales: Este garantiza al asegurado el pago de una indemnización o reposición en caso de rotura accidental de las lunas o cristales descritos en la póliza.

d) Seguro de ingeniería: También denominado seguro de ramos técnicos, es un grupo de modalidades de cobertura que amparan determinados riesgos derivados del funcionamiento, montaje o prueba de maquinaria o inherentes a la construcción de edificios y obras.

Sus principales modalidades son:

- Seguro de construcción⁹: Tiene por objeto garantizar los daños que puedan sufrir los bienes integrantes de una obra ejecutada, los materiales y aprovisionamientos en el lugar de la construcción, así como la maquinaria y equipo auxiliar de construcción.

Los riesgos cubiertos por otra modalidad comprenden los daños producidos por los fenómenos de la naturaleza (lluvia, viento, terremoto, etc.), los derivados de fallas o errores en los trabajos de construcción y los riesgos convencionales (incendios, robo, explosiones, etc.).

Opcionalmente, puede ser cubierta la responsabilidad civil por daños a terceros derivados de los trabajos de construcción.

⁹ Esta clase de seguro tiene su origen en Europa sobre el año 1950 a raíz de las grandes obras de reconstrucción llevadas a cabo después de la Segunda Guerra Mundial.

- Seguro de maquinaria: Su denominación correcta es la de seguro de avería o rotura de maquinaria. Tiene por objeto garantizar los daños que puedan sufrir las máquinas, equipos o plantas industriales descritas en el contrato por hechos de carácter accidental inherentes a su funcionamiento o por manejo (defectos de fabricación, materiales o diseño de cualquier elemento de las mismas, impacto o entrada de cuerpos extraños, sobrecalentamiento por falla de los circuitos de refrigeración impericia o negligencia en su manejo, etc.). Normalmente se excluyen los riesgos de carácter convencional (incendio, robo, etc.), así como los derivados del propio desgaste o uso de los equipos.
- Seguro de montaje: Tiene similares características al de construcción, pero aplicable a instalaciones o plantas industriales en su fase de instalación o montaje.
- Seguro electrónico: Este garantiza los daños que puedan sufrir los equipos de procesamiento de datos descritos en el contrato, e incluso sus instalaciones auxiliares, a consecuencia de cualquier hecho de carácter accidental, excepto los expresamente excluidos.

Generalmente se excluyen los daños derivados de desgaste, montaje o desmontaje, influencia de la temperatura y aquellos que deban ser soportados por el fabricante, de acuerdo con el contrato de mantenimiento que se exige haya sido concertado por el asegurado.

Las coberturas pueden igualmente extenderse a los gastos de reobtención de datos por la pérdida de la información a consecuencia de un daño material en los soportes magnéticos (cintas, discos, etc.), e incluso la pérdida de beneficios o el aumento del costo de explotación, en determinados casos.

Por extensión, este tipo de seguros puede ser aplicado a otra clase de equipos electrónicos (aparatos de medicina, telecomunicación, etc.).

- Seguro de calderas y recipientes sujetos a presión¹⁰: Cumple dos finalidades distintas, aunque complementarias: por una parte, garantizar los daños que puedan sufrir tanto las propias calderas o recipientes a presión como consecuencia de su explosión o avería así como otros bienes del asegurado y de terceros que pudiera derivarse de dichos accidentes; de otra parte, proporcional a las inspecciones periódicas de las instalaciones por medio de

¹⁰ Esta modalidad, desarrollada fundamentalmente en el mercado inglés, nació a mitad del siglo XIX como fórmula de protección ante la frecuencia de graves accidentes derivados de la explosión de calderas de vapor. Constituyó la primera modalidad de los denominados seguros de ingeniería o ramos técnicos.

los ingenieros de la compañía aseguradora (esta revisión es obligatoria en Gran Bretaña a raíz de la "Ley de Explosiones de Calderas").

1.2.5.3.8 Ramo de terremoto y otros riesgos catastróficos

Seguro de terremoto y otros riesgos catastróficos: Es aquel seguro cuyos contratos amparan daños y perjuicios ocasionados a personas o cosas como consecuencia de eventos de periodicidad y severidad no predecibles que al ocurrir, generalmente producen una acumulación de responsabilidades para las empresas de seguros por su cobertura.

1.2.5.4 Otras clases de seguros

Con independencia de la clasificación de los seguros según la naturaleza de los riesgos, puede haber otros enfoques que proporcionen diferentes categorías dentro del seguro.

Así puede distinguirse:

- Según el número de asegurados
 - a) Seguro individual: Existe un sólo asegurado.
 - b) Seguro colectivo o de grupo: Es, generalmente, utilizado en el seguro sobre personas (seguro de vida o seguros de accidentes y enfermedades) y se caracteriza por cubrir una colectividad homogénea, como pueden ser, por ejemplo, los empleados de una misma empresa.
- Según la valoración que se de al interés asegurado
 - a) Seguro a valor estimado: Consiste en asignar al interés asegurado un valor preestablecido de común acuerdo entre asegurador y asegurado, evitándose de esta forma, mediante el pago de la sobre prima correspondiente, la aplicación de la regla proporcional.
 - b) Seguro a valor de nuevo: En este tipo de seguros se amplían las garantías normales de la póliza, mediante el pago de la consiguiente sobreprima, a la diferencia existente entre el valor real de los bienes asegurados en el momento del siniestro y su valor en estado de nuevo.

c) Seguro a valor parcial: Se asegura sólo una cantidad como un valor declarado superior. En caso de siniestro, las pérdidas se indemnizan por su valor, por máximo de la suma asegurada, siempre que el valor de los bienes cubiertos no exceda de dicho valor declarado. De no ser así, el asegurado debe participar en los daños habidos, en la proporción que le corresponde.

d) Seguro a valor total: En esta modalidad el capital asegurado en póliza coincide con el valor total del objeto garantizado.

- Según el grado de libertad que exista en su contratación por parte del contratante del seguro

a) Seguro obligatorio: Es aquel cuya contratación viene impuesta a los particulares por el Estado, que normalmente regula, además la cuantía y límites de las prestaciones de las primas, e incluso a veces, asume todo o parte del riesgo.

b) Seguro voluntario: La concertación del mismo es libremente decidida por el contratante, sin que exista norma que imponga la necesaria existencia de dicho seguro.

- Según la importancia de los riesgos cubiertos por la póliza

a) Seguro principal: Es aquel que incluye la cobertura de mayor relevancia en un contrato de seguro, riesgo que a su vez es típico y característico de dicho contrato (Ejemplo, riesgo de muerte en póliza de vida; riesgo de incendio en la de incendio, etc.).

b) Seguro complementario: Este se incorpora a otro, con objeto de prestar a la persona asegurada en ambos una nueva garantía o ampliar la cobertura preexistente. Por ejemplo, el riesgo de pérdida de utilidades puede garantizarse mediante un seguro complementario al de incendio.

- Según que incluya la cobertura de un sólo riesgo o de varios con distinta naturaleza

a) Seguro simple: En este tipo de seguro el contrato garantiza la cobertura de un riesgo de característica concreta. (Ejemplos: incendio, vida, responsabilidad civil, etc.).

b) Seguro combinado: Es aquel en que, en una sola póliza, se garantiza respecto a la misma persona determinados riesgos de diversa naturaleza, referentes al mismo objeto. Se habla así de seguro combinado de incendio- robo combinado de automóviles (daño, robo e incendio), etc.

Una modalidad del seguro combinado es el conocido como seguro a todo riesgo, expresión mediante la cual se quiere indicar que en determinado contrato de seguro se han incluido todas las garantías normalmente aplicables a determinado riesgo.

Así, por ejemplo, en el seguro de automóviles se suele denominar "a todo riesgo" a la póliza que cubre la responsabilidad civil, la defensa penal del conductor, los daños, incendio y robo del vehículo.

- Según la calidad personal en que se contrata

a) Seguro por cuenta propia: Se concierta por una persona en su propio nombre y a su favor.

b) Seguro por cuenta ajena: Este se suscribe por una persona en nombre y a favor de otra.

2

DISTRIBUCIONES DE SOBREVIVENCIA Y TABLAS DE MORTALIDAD

En este capítulo se desarrollará un conjunto de ideas para describir y utilizar la distribución del tiempo transcurrido hasta el fallecimiento, así como la distribución de la edad fallecimiento de un recién nacido, donde la pieza fundamental es la variable aleatoria del tiempo transcurrido hasta el fallecimiento, $T(x)$.

2.1 Probabilidad para la edad al fallecimiento

2.1.1 La función de sobrevivencia

Consideremos a un niño recién nacido. La edad de fallecimiento de este recién nacido, X , es una variable aleatoria de tipo continuo y se denota su función de distribución como $F(x)$.

La función de sobrevivencia es la probabilidad de que un recién nacido alcance la edad x y se denomina como $s(x)$,

$$F(x) = P(X \leq x) \quad x \geq 0 \text{ y}$$
$$s(x) = 1 - F(x) = 1 - P(X > x) \quad x \geq 0$$

Donde $F(0) = 0$ lo que implica que $s(0) = 1$.

Utilizando las leyes de probabilidad, puede uno hacer planteamientos de probabilidad acerca de la edad de fallecimiento en términos ya sea de la función de sobrevivencia o de la función de distribución. Por ejemplo, la probabilidad de que un recién nacido muera entre la edad de x y z ($x < z$) es

$$\begin{aligned} F(x < X \leq z) &= F(z) - F(x) \\ &= s(x) - s(z) \end{aligned}$$

2.1.2 Tiempo transcurrido hasta el fallecimiento para una persona de edad de x

La probabilidad condicional de que un recién nacido muera entre las edades x y z , dada la sobrevivencia a la edad x , es

$$\begin{aligned} P(x < X \leq z / X > x) &= \frac{F(z) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (2.1) \\ &= \frac{s(x) - s(z)}{s(x)} \end{aligned}$$

El tiempo futuro de una vida de x años, $X - x$, se denotará con $T(x)$. Para hacer planteamientos de probabilidad acerca de $T(x)$, tenemos las siguientes notaciones

$${}_t q_x = P[T(x) \leq t] \quad t \geq 0 \quad (2.2)$$

$${}_t p_x = 1 - {}_t q_x = 1 - P[T(x) \leq t] = P[T(x) > t] \quad t \geq 0 \quad (2.3)$$

El símbolo de ${}_t q_x$ se puede interpretar como la probabilidad de que una persona de x años muera dentro de t años; es decir, ${}_t q_x$ es la función de distribución de $T(x)$. Por otra parte ${}_t p_x$ puede interpretarse como la probabilidad de que una persona de edad x alcance la edad de $x + t$ años por lo que ${}_t p_x$ es la función de sobrevivencia para una persona de x años de edad. En el caso específico de una vida de edad 0, tenemos

$$T(0) = X \quad \text{y} \quad {}_x p_0 = s(x) \quad \text{con} \quad x \geq 0 \quad (2.4)$$

Las reglas generales para definir la notación actuarial permite omitir el prefijo en los símbolos definidos en (2.2) y (2.3) cuando $t = 1$ obteniendo,

q_x = probabilidad de que una persona de x años de edad muera en el término de un año.

p_x = probabilidad de que una persona de x años de edad alcance la edad de $x + 1$.

Existe un símbolo especial para definir la probabilidad de que una persona de x años sobreviva t años y muera dentro de los siguientes u años, en otras palabras que una persona de x años de edad muera entre las edades $x+t$ y $x+t+u$. Este símbolo especial está dado por

$$\begin{aligned} {}_{t|u}q_x &= P[t < T(x) \leq t+u] & (2.5) \\ &= {}_{t+u}q_x - {}_tq_x \\ &= {}_tP_x - {}_{t+u}P_x \end{aligned}$$

Sí $u = 1$, se elimina el prefijo en ${}_{t|u}q_x$ y tenemos ${}_tq_x$.

En base al resultado de la expresión (2.4) se obtienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} {}_tP_x &= \frac{{}_{x+t}P_0}{{}_xP_0} = \frac{s(x+t)}{s(x)} \text{ y} \\ {}_tq_x &= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \end{aligned}$$

Bajo este enfoque la expresión (2.5), y sus múltiples casos especiales pueden expresarse como

$$\begin{aligned} {}_{t|u}q_x &= \frac{s(x+t) - s(x+t+u)}{s(x)} \\ &= \frac{s(x+t)}{s(x)} \cdot \frac{s(x+t) - s(x+t+u)}{s(x+t)} \\ &= {}_tP_x \cdot {}_uq_{x+t} \end{aligned}$$

2.1.3 Tiempo de vida futuro truncado

Una variable aleatoria discreta asociada con el tiempo de vida futuro es el número de años futuros completados por una persona de x años edad antes de su muerte o el tiempo de vida futuro truncado de una persona de x años edad. Esta variable aleatoria, $K(x)$, tiene como función de probabilidad

$$\begin{aligned} P[K(x) = k] &= P[k \leq T(x) < k+1] \\ &= P[k < T(x) \leq k+1] \\ &= {}_kP_x - {}_{k+1}P_x \\ &= {}_kP_x \cdot q_{x+k} = {}_k|q_x \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

El cambio de desigualdades se realizó bajo el supuesto de que $T(x)$ es una variable aleatoria de tipo continuo y $P[T(x) = k] = P[T(x + 1) = k + 1]$ por tanto se tiene que

$$\sum_{h=0}^k {}_h|q_x = {}_{k+1}|q_x, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

De esta manera se sigue que $T(x)$ es el tiempo de vida futuro de una persona de x años edad, en cuyo caso podemos escribir T en lugar de $T(x)$. De la misma forma podemos escribir K en lugar de $K(x)$.

2.1.4 Fuerza de la mortalidad

La expresión (2.1) muestra en términos de la función de densidad y en los de la función de sobrevivencia, la probabilidad condicional de que una persona de 0 años edad muera entre la edad de x y z , dada la sobrevivencia a la edad x .

Manteniendo constantes $z - x$, digamos en c , considerada posteriormente como función de x , esta probabilidad condicional describe la distribución de la probabilidad de muerte en el futuro inmediato (entre el tiempo 0 y c) para una vida que alcanzó la edad x . Se puede obtener una función análoga para la muerte instantánea utilizando la densidad de probabilidad de muerte a la edad alcanzada x , es decir usando (2.1) con $z = x + \Delta x$,

$$\begin{aligned} P(x < X \leq x + \Delta x / X > x) &= \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \\ &\cong \frac{f(x) \cdot \Delta x}{1 - F(x)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

En esta expresión $F'(x) = f(x)$ es la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria continua de la edad a la muerte.

La función $\frac{f(x)}{1 - F(x)}$ en la expresión (2.6) tiene una interpretación condicional de

la densidad de la probabilidad. Para cada edad x , proporciona el valor de la función de densidad de probabilidad condicional de X a la edad exacta de x , dada la sobrevivencia en esa edad. En la ciencia actuarial y en demografía se denota como μ_x a la fuerza de la mortalidad. Tenemos

$$\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{-s'(x)}{s(x)} \quad (2.7)$$

Y dadas las propiedades de $f(x)$ y de $1 - F(x)$ implican que $\mu_x \geq 0$.

Al igual que la función de sobrevivencia, la fuerza de la mortalidad puede utilizarse para especificar la función de distribución de X . Y para mostrar este resultado se cambiara x por y en la expresión (2.7) y arreglando la expresión se obtiene

$$-\mu_y dy = d \log s(y)$$

e integrando la expresión de x a $x + n$, tenemos

$$-\int_x^{x+n} \mu_y dy = \log \left[\frac{s(x+n)}{s(x)} \right] = \log {}_n p_x$$

Y al tomar exponentes se obtiene

$${}_n p_x = \exp \left[-\int_x^{x+n} \mu_y dy \right] \quad (2.8)$$

Algunas veces es conveniente volver a cambiar con $s = y - x$ en la expresión (2.8) obteniéndose,

$${}_n p_x = \exp \left[-\int_0^n \mu_{x+s} ds \right]$$

Estableciendo la edad ya vivida en 0 y denotando el tiempo de la sobrevivencia con x . Entonces tenemos

$${}_x p_0 = s(x) = \exp \left(-\int_0^x \mu_s ds \right)$$

Además

$$F(x) = 1 - s(x) = 1 - \exp \left(-\int_0^x \mu_s ds \right)$$

y

$$F'(x) = f(x) = \exp \left(-\int_0^x \mu_s ds \right) \cdot \mu_x = {}_x p_0 \cdot \mu_x$$

Se denotarán como $G(t)$ y $g(t)$ respectivamente la función de distribución y la función de densidad de probabilidad de $T(x)$, sabemos que $G(t) = {}_tq_x$, por lo tanto,

$$\begin{aligned} g(t) &= \frac{d}{dt} {}_tq_x \\ &= \frac{d}{dt} \left[1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \right] \\ &= \frac{s(x+t)}{s(x)} \cdot \frac{s'(x+t)}{s(x+t)} \\ &= {}_tp_x \cdot \mu_{x+t} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto ${}_tp_x \cdot \mu_{x+t} dt$ es la probabilidad de que una persona de edad x muera entre t y $t + dt$, y

$$\int_0^{\infty} {}_tp_x \cdot \mu_{x+t} dt = 1$$

en donde el límite superior de la integral está escrito como infinito positivo indicando que se integrara sobre toda la probabilidad de densidad positiva.

De la expresión (2.3) se obtiene que

$$\frac{d}{dt} {}_tq_x = \frac{d}{dt} [1 - {}_tp_x] = -\frac{d}{dt} [{}_tp_x] = -{}_tp_x \cdot \mu_{x+t}$$

Tabla 2.1
Funciones de la teoría de probabilidad para edad al fallecimiento, X

	Función de distribución $F(x)$	Función de densidad de probabilidad $f(x)$	Función de sobrevivencia $s(x)$	Fuerza de mortalidad μ_x
Requisitos				
$x < 0$	$F(x) = 0$	$f(x) = 0$	$s(x) = 1$	$\mu_x = 0$
$x = 0$	$F(x) = 0$	$f(x) \geq 0$	$s(x) = 1$	$\mu_x \geq 0$
$x \geq 0$	Decreciente	$f(x) \geq 0$	Creciente	$\mu_x \geq 0$
$\lim_{x \rightarrow \infty}$	$F(\infty) = 1$	$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$	$s(\infty) = 0$	$\int_0^{\infty} \mu_x dx = \infty$
Relaciones				
Función en términos de				
$F(x)$	$F(x)$	$F'(x)$	$1 - F(x)$	$\frac{F'(x)}{1 - F(x)}$
$f(x)$	$\int_0^{\infty} f(s) ds$	$f(x)$	$1 - \int_0^{\infty} f(s) ds$	$\frac{f(x)}{\int_0^{\infty} f(s) ds}$
$s(x) = {}_xP_0$	$1 - s(x)$	$-s'(x)$	$s(x)$	$-\frac{s'(x)}{s(x)}$
μ_x	$1 - \exp(-\int_0^x \mu_s ds)$	$\exp(-\int_0^x \mu_s ds) \cdot \mu_x$	$\exp(-\int_0^x \mu_s ds)$	μ_x

2.2 Tablas de mortalidad

Las tablas de mortalidad constituyen un elemento técnico de primera importancia para una operación sólida, competitiva y eficiente de los seguros de vida. En la producción de estas tablas, la evidencia empírica observada se utiliza con el propósito de estimar la probabilidad de muerte de toda persona que contrata un seguro de vida. Diversos factores pueden afectar esta probabilidad; el caso más extensamente considerado es la de la edad pero otras características relevantes incluyen sexo, historial clínico, tabaquismo y antigüedad de póliza. En cualquier caso, una tabla de mortalidad habitualmente es un arreglo de probabilidades de muerte dispuestas de acuerdo con la edad de los individuos de la población. Estas probabilidades se estiman a partir de registros demográficos de la población

objetivo y a partir de una base se determinan tanto las primas netas de riesgo como las reservas correspondientes a los seguros de vida.

De esta manera, la solvencia y la estabilidad financiera de las empresas que operan el ramo de vida depende, entre otros aspectos, de la disponibilidad de tablas de mortalidad apropiadas; es decir, que reflejan una adecuada medición de la siniestralidad que se deberá enfrentar en la operación. Ahora bien las tablas de mortalidad no pueden ser permanentes, debido a que constituyen la medición del fenómeno de la mortalidad, que necesariamente evoluciona y cambia a lo largo del tiempo. Por tanto, es indispensable disponer de los medios que permitan la revisión periódica y, en su caso, la actualización de las tablas de mortalidad que utiliza el sector asegurador mexicano.

Las tablas de mortalidad que se publican contienen usualmente tabulaciones, por edades individuales, de las funciones básicas q_x , l_x , d_x y posiblemente funciones derivadas adicionales; en el Anexo I¹ se muestra un ejemplo de tabla de mortalidad.

2.2.1 Relación entre las funciones de las tablas de mortalidad y las de sobrevivencia

Consideremos un grupo de l_0 recién nacidos $l_0 = 100,000$, por ejemplo. Cada edad al fallecimiento de los recién nacidos tienen una distribución especificada por la función de sobrevivencia $s(x)$.

Sea $L(x)$ el número de sobrevivientes de la cohorte² a la edad x . Indexamos estas vidas con $j = 1, 2, \dots, l_0$ y observamos que

$$L(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j$$

en donde I_j es un indicador para la sobrevivencia del ser j ; es decir

$$I_j = \begin{cases} 1 & \text{si el ser } j \text{ sobrevive a la edad } x \\ 0 & \text{si es de otra manera} \end{cases}$$

Ya que $E[I_j] = s(x)$,

¹ La Tabla de Mortalidad es Individual y se realizó en base a las Tasas de Mortalidad Individual CNSF 2000-I (1991-1998), dadas a conocer mediante Acuerdo modificadorio en el Diario Oficial de la Federación el 31 de marzo de 2000.

² Se le denomina cohorte al conjunto de personas que han vivido un mismo acontecimiento demográfico. Una generación es una cohorte cuyo acontecimiento demográfico ha sido el nacimiento.

$$E[L(x)] = \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] = l_0 \cdot s(x)$$

Representamos $E[L(x)]$ por l_x , donde l_x representa el número esperado de los l_0 recién nacidos sobrevivientes a la edad de x , y tenemos

$$l_x = l_0 \cdot s(x) \tag{2.9}$$

Bajo el supuesto de que los indicadores I_j son mutuamente independientes, $L(x)$ tiene una distribución binomial con parámetros $n = l_0$ y $p = s(x)$, nótese que en la expresión (2.9) no se requiere del supuesto de independencia

Definimos a ${}_n D_x$ como el número de muertes entre las edades x y $x+n$ de entre los seres iniciales l_0 . Representaremos $E[{}_n D_x]$ por ${}_n d_x$. Ya que un recién nacido tiene una probabilidad $s(x) - s(x+n)$ de morir entre las edades x y $x+n$ podemos, por un argumento similar al empleado para l_x , obtener que

$${}_n d_x = E[{}_n D_x] = l_0 [s(x) - s(x+n)] = l_x - l_{x+n}$$

Y cuando $n = 1$, podremos omitir el prefijo sobre ${}_n D_x$ y ${}_n d_x$.

De las expresiones (2.7) y (2.9) se obtiene que

$$-\frac{1}{l_x} \cdot \frac{dl_x}{dx} = -\frac{1}{s(x)} \cdot \frac{d[s(x)]}{dx} = \mu_x \tag{2.10}$$

desarrollando tenemos

$$-d(l_x) = l_x \cdot \mu_x dx \tag{2.11}$$

Adicionalmente demostraremos que:

1. $l_x = l_0 \cdot \exp\left[-\int_0^x \mu_y dy\right]$
2. $l_{x+n} = l_x \cdot \exp\left[-\int_x^{x+n} \mu_y dy\right]$

$$3. l_x - l_{x+n} = \int_x^{x+n} l_y \cdot \mu_y dy$$

Demostración del punto 1

De la expresión (2.10) y cambiando $x = y$ tenemos

$$\frac{l}{s(y)} \cdot \frac{d[s(y)]}{dy} = [\ln s(y)]' = -\mu_y$$

e integrando la expresión de 0 a x , tenemos

$$\ln s(y) \Big|_0^x = \ln(s(x)) - \ln(s(0)) = \ln(s(x)) = - \int_0^x \mu_y dy$$

y aplicando la función exponencial en ambas partes de la igualdad obtenemos

$$s(x) = \exp \left[- \int_0^x \mu_y dy \right]$$

por tanto

$${}_x p_0 = \frac{l_x}{l_0} = s(x) = \exp \left[- \int_0^x \mu_y dy \right]$$

y notamos que

$$l_x = l_0 \cdot \exp \left[- \int_0^x \mu_y dy \right]$$

Demostración del punto 2

De la expresión (2.10) y cambiando $x = y$ tenemos

$$\frac{l}{s(y)} \cdot \frac{d[s(y)]}{dy} = [\ln s(y)]' = -\mu_y$$

e integrando la expresión de x a $x + n$, tenemos

$$\ln s(y) \Big|_x^{x+n} = \ln(s(x+n)) - \ln(s(x)) = \ln \left[\frac{s(x)}{s(x+n)} \right] = - \int_x^{x+n} \mu_y dy$$

y aplicando la función exponencial en ambas partes de la igualdad obtenemos

$$\frac{s(x+n)}{s(x)} = \frac{\frac{l_{x+n}}{l_0}}{\frac{l_x}{l_0}} = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \exp \left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy \right]$$

y notamos que

$$l_{x+n} = l_x \cdot \exp \left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy \right]$$

Demostración del punto 3

De la expresión (2.11) y cambiando $x = y$ tenemos

$$-d(l_y) = l_y \cdot \mu_y dy$$

e integrando la expresión de x a $x+n$, tenemos

$$- \int_x^{x+n} d(l_y) dy = -l_y \Big|_x^{x+n} = l_x - l_{x+n} = \int_x^{x+n} l_y \cdot \mu_y dy$$

por tanto

$$l_x - l_{x+n} = \int_x^{x+n} l_y \cdot \mu_y dy$$

2.2.2 Otras funciones de la tabla de mortalidad

Para los seres humanos, existen pocas observaciones de edad al fallecimiento más allá de 110. Se le denominada edad limite a la edad w , tal que $s(x) > 0$ para $x < w$, y $s(x) = 0$ para $x \geq w$.

Antes de proceder a derivar expresiones para los momentos de $T(x)$, se probará un teorema que será útil para el cálculo de valores esperados. Se probaran dos versiones del teorema; una versión, teorema 2.1, pertenecerá a variables

aleatorias continuas y el otro, teorema 2.2, pertenecerá a variables aleatorias discretas.

Teorema 2.1

Si T es una variable de tipo continua y sea $G(t)$ una función de distribución tal que $G(0) = 0$ y $G'(t) = g(t)$ una función de densidad de probabilidad, y $z(t)$ una función diferenciable, monotónica, positiva y para la cual $E[z(t)]$ existe, entonces

$$E[z(T)] = \int_0^{\infty} z(t) \cdot g(t) dt = z(0) + \int_0^{\infty} z'(t) \cdot [1 - G(t)] dt$$

Demostración:

Obsérvese que $-d[1 - G(s)] = g(s)$ e integrando la expresión $z(s) \cdot g(s)$ de 0 a t , tenemos

$$\int_0^t z(s) \cdot g(s) ds = - \int_0^t z(s) \cdot d[1 - G(s)]$$

integrando por partes la expresión del lado derecho de la igualdad inmediata anterior tenemos

$$\begin{aligned} \int_0^t z(s) \cdot g(s) ds &= - \left[z(s) \cdot (1 - G(s)) \Big|_0^t - \int_0^t [1 - G(s)] \cdot z'(s) ds \right] \\ &= - \left[z(t) \cdot (1 - G(t)) \right] + \left[z(0) \cdot (1 - G(0)) \right] + \int_0^t [1 - G(s)] \cdot z'(s) ds \end{aligned}$$

y por hipótesis ($G(0) = 0$) por lo que

$$\int_0^t z(s) \cdot g(s) ds = z(0) - [z(t) \cdot (1 - G(t))] + \int_0^t [1 - G(s)] \cdot z'(s) ds$$

Observemos que el teorema se cumple si $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \cdot (1 - G(t)) = 0$, consideremos dos casos:

1. Si la función positiva, $z(t)$ no es creciente, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \cdot (1 - G(t)) = 0$

2. Si la función positiva, $z(t)$ no es decreciente y por hipótesis tenemos que $G'(s) = g(s)$, integrando la expresión de t a ∞ , se obtiene que

$$\int_t^{\infty} G'(s) ds = G(\infty) - G(t) = \int_t^{\infty} g(s) ds$$

por lo que

$$1 - G(t) = \int_t^{\infty} g(s) ds,$$

además por propiedades de la integral

$$z(t) \cdot \int_t^{\infty} g(s) ds \leq \int_t^{\infty} z(s) \cdot g(s) ds$$

por tanto de las dos expresiones anteriores se observa que,

$$0 \leq z(t) \cdot (1 - G(t)) = z(t) \cdot \int_t^{\infty} g(s) ds \leq \int_t^{\infty} z(s) \cdot g(s) ds$$

Aplicando límite a la desigualdad anterior tenemos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} 0 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \cdot (1 - G(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \cdot \int_t^{\infty} g(s) ds \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{\infty} z(s) \cdot g(s) ds$$

Pero por hipótesis, $E[z(t)]$ existe, es decir, $E[z(T)] = \int_0^{\infty} z(t) \cdot g(t) dt$ existe, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{\infty} z(s) \cdot g(s) ds = 0,$$

De aquí que $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \cdot (1 - G(s)) = 0$ por lo que se cumple el teorema.

El teorema 2.1 se utilizará para relacionar dos fórmulas para $E[T(x)]$. Este valor esperado se representa por e_x° el que se le denomina esperanza completa de vida.

Por definición, tenemos ${}^{\circ}e_x = E[T(x)] = \int_0^{\infty} t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt$ usando el teorema 2.1 con $z(t) = t$ y $G(t) = 1 - {}_t p_x$, tenemos,

$${}^{\circ}e_x = \int_0^{\infty} {}_t p_x dt$$

La esperanza completa de vida a varias edades se utiliza a menudo para comparar niveles de salud pública entre poblaciones diferentes. También usaremos el teorema 2.1 con $z(t) = t^2$ para obtener expresiones equivalentes para $E[T(x)^2]$ por medio de

$$E[T(x)^2] = \int_0^{\infty} t^2 \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt = 2 \int_0^{\infty} t \cdot {}_t p_x dt$$

Este resultado es útil para el cálculo de la $V[T(x)]$ mediante

$$V[T(x)] = E[T(x)^2] - [E[T(x)]]^2 = 2 \int_0^{\infty} t \cdot {}_t p_x dt - {}^{\circ}e_x^2$$

En estas aplicaciones del teorema 2.1 se asume que existen $E[T(x)]$ y $E[T(x)^2]$. Pueden determinarse otras características de la distribución de $T(x)$, como la mediana del tiempo futuro una persona de edad x , representada por $m(x)$, la cual puede encontrarse resolviendo

$$P[T(x) > m(x)] = \frac{1}{2},$$

$$\frac{s[x + m(x)]}{s(x)} = \frac{1}{2}$$

para $m(x)$. En especial $m(0)$ está dado mediante la solución $s[m(0)] = \frac{1}{2}$.

También puede uno encontrar la moda de $T(x)$ mediante la localización del valor de t que producirá un valor máximo de ${}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$.

Para variables aleatorias discretas, se tiene un teorema análogo al teorema 2.1 el que puede establecerse mediante una prueba paralela.

Teorema 2.2

Si K es una variable discreta con probabilidad sólo para enteros no negativos con función de distribución $G(k)$ y función de probabilidad $g(k) = \Delta G(k-1)$, y $z(k)$ es una función monotónica positiva tal que existe $E[z(k)]$, entonces

$$E[z(K)] = \sum_{k=0}^{\infty} z(k) \cdot g(k) = z(0) + \sum_{k=0}^{\infty} [1 - G(k)] \cdot \Delta z(k)$$

Demostración

Sumando por partes tenemos

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{k-1} z(j) \cdot g(j) &= - \sum_{j=0}^{k-1} z(j) \cdot \Delta [1 - G(j-1)] \\ &= - z(j) \cdot [1 - G(j-1)]_0^k + \sum_{j=0}^{k-1} [1 - G(j-1)] \cdot \Delta z(j) \end{aligned}$$

el teorema se cumple si

$$\lim_{k \rightarrow \infty} z(k) \cdot [1 - G(k-1)] = 0$$

Consideramos dos casos:

Si la función positiva $z(k)$ no es creciente, entonces es claro que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} z(k) \cdot [1 - G(k-1)] = 0$$

Si la función positiva $z(k)$ no es decreciente, entonces

$$0 \leq z(k) \cdot [1 - G(k-1)] = z(k) \sum_{j=k}^{\infty} g(j) \leq \sum_{j=k}^{\infty} z(j) \cdot g(j)$$

Pero si existe $E[z(k)]$, entonces

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{j=k}^{\infty} z(j) \cdot g(j) = 0$$

de aquí que $\lim_{k \rightarrow \infty} z(k) \cdot [1 - G(k-1)] = 0$ y por tanto el teorema se cumple.

En el caso especial donde K es el tiempo de vida futuro truncado de una persona de edad x , podemos usar el teorema 2.2 para establecer la conclusión

$$E[z(K)] = z(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta z(k) \cdot (1 - {}_k p_x \cdot q_{x+k}) = z(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta z(k) \cdot {}_{k+1} p_x$$

Este resultado puede utilizarse para calcular algunas de las propiedades de la distribución de k en un arreglo paralelo al usado en el teorema 2.1 en la relación con T . Por ejemplo,

$$E[K] = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = 0 + \sum_{k=0}^{\infty} ((k+1) - k) \cdot {}_{k+1} p_x = \sum_{k=0}^{\infty} {}_{k+1} p_x$$

donde al aplicar el teorema 2.2, k juega el papel de $z(k)$. El símbolo para $E[K]$ es e_x y se llama esperanza de vida truncada.

Siguiendo la misma línea ocupada para el modelo continuo, tenemos

$$E[K^2] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = 0^2 + \sum_{k=0}^{\infty} ((k+1)^2 - k^2) \cdot {}_{k+1} p_x = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) \cdot {}_{k+1} p_x$$

donde k^2 juega el papel de $z(k)$. Entonces,

$$V[K] = E[K^2] - E[K]^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) \cdot {}_{k+1} p_x - e_x^2$$

para completar la discusión de algunos componentes de la tabla de mortalidad, debemos definir funciones adicionales. El símbolo L_x representará el número esperado total de años de vida entre las edades x y $x+1$ de los sobrevivientes del grupo inicial de l_0 vidas. Tenemos

$$L_x = \int_0^1 t \cdot l_{x+t} \cdot \mu_{x+t} dt + l_{x+1}$$

en donde la integral contabiliza los años vividos por aquéllos que murieron entre las edades x y $x+1$, y el término l_{x+1} contabiliza los años vividos entre las edades x y $x+1$ por los que sobrevivieron a la edad $x+1$.

Recordando que $-d(l_x) = l_x \cdot \mu_x dx$ y por la integración por partes se tiene

$$L_x = -\int_0^1 t \cdot dl_{x+t} + l_{x+1} = -t \cdot l_{x+t} \Big|_0^1 + \int_0^1 l_{x+t} dt + l_{x+1} = \int_0^1 l_{x+t} dt \quad (2.12)$$

La función L_x se utilizara para definir la tasa central de fallecimiento a la edad x , representada por m_x donde

$$m_x = \frac{\int_0^1 l_{x+t} \cdot \mu_{x+t} dt}{\int_0^1 l_{x+t} dt} = \frac{l_x - l_{x+1}}{L_x} \quad (2.13)$$

El símbolo T_x , denotara el número total de años vividos después de la edad de x por el grupo de sobrevivencia con integrantes iniciales. Tenemos que,

$$T_x = \int_0^{\infty} t \cdot l_{x+t} \cdot \mu_{x+t} dt = -\int_0^{\infty} t \cdot dl_{x+t} = \int_0^{\infty} l_{x+t} dt \quad (2.14)$$

La expresión final puede interpretarse como la integral del tiempo total vivido entre las edades $x+t$ y $x+t+dt$ por los l_{x+t} vivos que sobrevivieron a ése intervalo. También el desarrollo de la expresión (2.14) puede obtenerse mediante el teorema 2.1 observando que $l_{x+t} \cdot \mu_{x+t} = l_{x+t} p_x \cdot \mu_{x+t}$.

El número promedio de años del tiempo de vida futuro de los l_x sobrevivientes del grupo en la edad x está dada por

$$\frac{T_x}{l_x} = \frac{\int_0^{\infty} l_{x+t} dt}{l_x} = \int_0^{\infty} p_x dt = e_x \quad (2.15)$$

como se determinó previamente.

Dado que la expresión (2.12) está escrita en términos de una integral, puede darse una expresión alternativa para ésta. En este sentido, se puede suponer que l_x tiene un comportamiento lineal dentro del intervalo $(0,1)$, entonces tenemos que

$$\begin{aligned}
 L_x &\approx \frac{1}{2} \cdot (l_x + l_{x+1}) = \frac{1}{2} \cdot l_x + \frac{1}{2} \cdot l_{x+1} + l_x - l_x \\
 &= l_x - \frac{1}{2} \cdot d_x
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

En base a la expresión (2.16) las expresiones (2.13), (2.14) y (2.15) se pueden aproximar como:

$$m_x \approx \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x - \frac{1}{2} \cdot d_x}
 \tag{2.17}$$

$$T_x = \int_0^{\infty} l_{x+t} dt = \sum_{t=x}^{\infty} L_t = \sum_{t=0}^{\infty} L_{x+t} \approx \frac{1}{2} \cdot l_x + \sum_{t=1}^{\infty} l_{x+t}
 \tag{2.18}$$

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \approx \frac{1}{2} + \frac{\sum_{t=1}^{\infty} l_{x+t}}{l_x} = \frac{1}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} {}_{k+1}p_x = \frac{1}{2} + e_x
 \tag{2.19}$$

Tabla 2.2
Definiciones

Nombre del Concepto	Símbolo
Variable aleatoria del tiempo futuro truncado de la vida de una persona de edad x	$K(x) = K$
Esperanza truncada de vida de una persona de edad x	$e_x = E[K(x)] = E[K]$
Esperanza completa de vida de una persona de edad x	${}^{\circ}e_x = E[T(x)] = E[T]$
Variable aleatoria del tiempo de vida futuro de una persona de edad x	$T(x)$ o T
Número total de años vividos después de la edad x , por el grupo de sobrevivencia (cohorte) con l_0 integrantes iniciales en la edad 0.	T_x
Variable aleatoria del número de sobrevivientes de la cohorte a la edad x	$L(x)$
Número esperado de sobrevivientes de la cohorte a la edad x	l_x
Número de muertes entre las edades x y $x+n$	${}_nD_x$
Número esperado de muertes entre las edades x y $x+n$	${}_n d_x = E[{}_nD_x]$
Mediana del tiempo futuro de vida de una persona de edad x	$m(x)$
Tasa central de mortalidad a la edad x	m_x

3

EL SEGURO DE VIDA

Los sistemas de seguros fueron establecidos para reducir el impacto financiero adverso de algunos tipos de eventos aleatorios. En estos sistemas los individuos y las organizaciones adoptan modelos de utilidad para representar preferencias, modelos estocásticos para representar impactos financieros inciertos y principios económicos para guiar el establecimiento de precios.

En este capítulo se desarrollarán modelos para los seguros de vida, los cuales fueron diseñados para reducir el efecto financiero del evento aleatorio de muerte prematura. Debido a la naturaleza de largo plazo de estos seguros, el monto de ganancias de la inversión, hasta el tiempo del pago, proporciona un elemento significativo de incertidumbre.

Cabe señalar que existen seguros para los que la ocurrencia y el tamaño de la reclamación son ciertos y la fecha de la reclamación es la única incertidumbre en el modelo. En los seguros de vida considerados en éste capítulo, el tamaño y la fecha del pago dependerán sólo de la fecha de la muerte del asegurado. Por lo que modelo se construirá en términos de la función T , la variable aleatoria del tiempo de vida futuro del asegurado.

No obstante que todo en este capítulo se establecerá en términos de seguros de vidas humanas, las ideas serían las mismas para otros objetos tales como equipo, maquinaria, préstamos y negocios, debido a que el modelo general es útil para cualquier situación en la que el tamaño y la fecha de un efecto financiero pueden expresarse únicamente en términos de la fecha del evento aleatorio.

3.1 Seguros pagaderos al momento de la muerte

En este capítulo el monto y la fecha de pago de las indemnizaciones de un seguro de vida dependerán solamente de la amplitud del intervalo comprendido entre la expedición del seguro y la muerte del asegurado.

El modelo se desarrollará con una función de indemnización b_t , y una función de descuento, v_t . Donde v_t es el factor de descuento del interés desde tiempo de pago (al final) hasta al tiempo de expedición de la póliza (al principio), t es la amplitud del intervalo desde la expedición hasta la muerte. En el caso de dotaciones, que se describirán en este capítulo, t puede ser más grande que o igual a la amplitud del intervalo desde la expedición hasta el pago.

Para la función de descuento asumiremos que la fuerza subyacente de interés es determinística, es decir, el modelo no incluirá una distribución de probabilidad para la fuerza del interés.

Definiremos la función del valor presente, z_t , mediante

$$z_t = b_t \cdot v_t \quad (3.1)$$

Por lo tanto, z_t es el valor presente, a la expedición de la póliza, del pago de la indemnización.

El tiempo transcurrido desde la expedición de la póliza hasta la muerte del asegurado es la variable aleatoria del tiempo futuro de vida del asegurado, $T = T(x)$, definida en la sección 2.1.2 del capítulo 2. Por lo tanto, el valor presente del pago a la expedición de la póliza, es la variable aleatoria z_T . Únicamente que el contexto requiera un símbolo más elaborado, por lo que denotaremos a esta variable aleatoria con Z , y fundamentaremos el modelo para el seguro en la ecuación.

$$Z = b_T \cdot v_T \quad (3.2)$$

La variable aleatoria Z es ejemplo de una variable aleatoria de reclamación.

El primer paso en nuestro análisis del seguro de vida será definir b_t y v_t . El siguiente será determinar algunas características de la distribución de probabilidad de Z que son consecuencias de una distribución supuesta para T . Trabajaremos a través de estos pasos para varios seguros convencionales.

3.1.1 Nivel de indemnización del seguro

Un seguro de vida temporal a n años, proporciona un pago sólo si el asegurado muere dentro del plazo de n años de un seguro que comienza en su expedición.

Si una unidad se pagara en el momento de la muerte de una vida de x años, entonces,

$$b_t = \begin{cases} 1 & t \leq n \\ 0 & t > n \end{cases}$$

$$v_t = v^t \quad t \geq 0$$

$$Z = \begin{cases} v^T & T \leq n \\ 0 & T > n \end{cases}$$

Estas definiciones utilizan dos convenciones. Primero, como el tiempo de vida futuro es una variable no negativa, definimos b_t , v_t y Z sólo sobre valores positivos. Segundo, para un valor t en donde b_t es 0, el valor de v_t es irrelevante. Por lo tanto, adoptaremos definiciones de v_t a conveniencia.

Para un seguro de vida, la esperanza de la variable aleatoria del valor presente Z , se denomina prima neta única. Es neta porque no se ha recargado; es única en contraste con la anual, semestral, cuatrimestral, mensual u otras primas aceptables en la práctica de los seguros de vida.

El lector encontrará que la esperanza del valor presente de un conjunto de pagos contingentes sobre la ocurrencia de un conjunto de eventos se refiere a diferentes plazos en diferentes contextos. A la pérdida esperada se le denomina prima pura, cuya terminología se utiliza comúnmente en seguros sobre propiedad y obligaciones. Y a la esperanza del valor presente de un conjunto de pagos contingentes para la sobrevivencia (una anualidad contingente) se denomina valor presente actuarial. Ello es consistente con la terminología del plan de retiro. Aquí utilizaremos prima neta única, no obstante que cualquiera de los tres términos sería apropiado. Una expresión más exacta, pero más pesada sería esperanza del valor presente de los pagos. Se denotará la prima neta única mediante sus símbolos de acuerdo a la Notación Actuarial Internacional.

La prima neta única para el seguro de vida temporal a n años con una unidad pagadera al momento de la muerte de una persona de edad x es $E[Z]$, denotada por $\bar{A}_{x:n}^1$.

Esta puede calcularse al reconocer a Z como una función de T así que $E[Z] = E[z_T]$. Después utilizamos la función de densidad de probabilidad de T para obtener

$$\bar{A}_{x:n}^1 = E[Z] = E[z_T] = \int_0^n z_T \cdot g(t) dt = \int_0^n v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} dt \quad (3.3)$$

El momento j de la distribución de Z puede encontrarse mediante

$$\begin{aligned} E[Z^j] &= \int_0^n (v^t)^j \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \\ &= \int_0^n e^{-(\delta \cdot j)t} \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \end{aligned}$$

La segunda integral muestra que el momento j de Z es igual a la prima neta única de un seguro de vida temporal a n años para un monto de una unidad pagadera al momento de la muerte de una vida de x años, calculada a una fuerza de interés igual a j veces la fuerza de interés determinada, es decir $j \cdot \delta$.

Esta propiedad de los momentos de orden superior es válida, generalmente, para seguros que pagan una unidad monetaria cuando la fuerza de interés es determinística, constante o no. Estableceremos suficientes condiciones para esto en el siguiente teorema.

Teorema 3.1

Para un seguro sobre una vida de x años; sea δ_t la fuerza de interés en el tiempo t (desde la expedición de la póliza) y sean las funciones de beneficio y de descuento b_t y v_t , respectivamente. Si $b_t^j = b_t$ para todas las t , entonces $E[Z^j]$ calculada a la fuerza de interés δ_t es igual $E[Z]$ calculada a la fuerza de interés $j \cdot \delta_t$ para $j > 0$. Es decir $E[Z^j]@ \delta_t = E[Z]@ j \cdot \delta_t$

Demostración

$$\begin{aligned} E[Z^j] &= E[(b_T \cdot v_T)^j] \\ &= E[(b_T^j \cdot v_T^j)] \\ &= E[(b_T \cdot v_T^j)] \end{aligned}$$

Tenemos que por lo general $v_t = \exp\left(-\int_0^t \delta_s ds\right)$ (3.4)

en donde t es el tiempo transcurrido desde la expedición de la póliza hasta la muerte del asegurado.

Elevando ambos lados de la expresión (3.4) a la potencia j , tenemos

$$v_t^j = \exp\left(-\int_0^t j \cdot \delta_s ds\right),$$

es decir, v_t a la fuerza de interés $j \cdot \delta_t$, con lo cual queda demostrado.

Aplicando el teorema 3.1 tenemos que

$$V[Z] = {}^2\bar{A}_{x:\overline{n}|} - [\bar{A}_{x:\overline{n}|}]^2 \quad (3.5)$$

En donde ${}^2\bar{A}_{x:\overline{n}|}$ es la prima neta única para un seguro de vida temporal a n años para una unidad calculada a la fuerza de interés $2 \cdot \delta$.

Como se puede observar el teorema 3.1 se probó para un seguro que paga la suma asegurada al momento de la muerte t . Este momento se puede extender a seguros en los que la suma es pagadera en un tiempo que es una función del momento de la muerte. Esto se logra al reemplazar t , en el límite superior de la integral en la expresión (3.4) con la función del momento de la muerte.

El seguro de vida entera prevé un pago después de la muerte del asegurado en cualquier tiempo en el futuro. Si el pago debe ser el monto de una unidad monetaria al momento de la muerte de una vida de x años, entonces

$$\begin{aligned} b_t &= 1 & t \geq 0 \\ v_t &= v^t & t \geq 0 \\ Z &= v^T & T \geq 0 \end{aligned}$$

La prima neta única es

$$\bar{A}_x = E[Z] = \int_0^{\infty} v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} dt \quad (3.6)$$

Obsérvese que un seguro de vida entera es el caso límite de un seguro temporal a n años cuando $n \rightarrow \infty$.

3.1.2 Seguro mixto

Un seguro dotal puro a n de años prevé un pago al final de n años si y sólo si el asegurado sobrevive al menos n años desde la expedición de la póliza. Si el monto pagadero es una unidad monetaria, entonces

$$b_t = \begin{cases} 0 & t \leq n \\ 1 & t > n \end{cases}$$

$$v_t = v^n \quad t \geq 0$$

$$Z = \begin{cases} 0 & T \leq n \\ v^n & T > n \end{cases}$$

El único elemento de incertidumbre en el seguro dotal puro es si ocurrirá o no la reclamación. El tamaño y el tiempo del pago, si ocurre una reclamación, están predeterminados.

La prima neta única se denotará como $A_{x:\overline{n}|}$; tenemos que en la expresión

$$Z = v^n \cdot Y,$$

Y es el indicador del evento de la sobrevivencia a la edad $x+n$. Esta Y tiene el valor 1 si el asegurado sobrevive a la edad $x+n$. Por tanto la prima neta única es

$$A_{x:\overline{n}|} = E[Z = v^n \cdot Y] = v^n \cdot E[Y] = v^n \cdot {}_n p_x \quad (3.7)$$

Y

$$V[Z] = v^{2n} \cdot V[Y] = v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot {}_n q_x \quad (3.8)$$

$$= A_{x:\overline{n}|}^2 - \left[A_{x:\overline{n}|} \right]^2$$

Un seguro mixto temporal a n años prevé una cantidad pagadera ya sea después de la muerte del asegurado o a la sobrevivencia del mismo al final del plazo de n años; lo que ocurra primero. Si el seguro es por el monto de una unidad monetaria y el beneficio por fallecimiento es pagadero en el momento de la muerte, entonces tenemos

$$b_t = 1 \quad t \geq 0$$

$$v_t = \begin{cases} v^t & t \leq n \\ v^n & t > n \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} v^T & T \leq n \\ v^n & T > n \end{cases}$$

La prima neta única se denota por $\bar{A}_{x:\overline{n}|}$. Este seguro puede ser visto como la combinación de los seguros de vida temporal a n años y el dotal puro a n años, cada uno por el monto de una unidad monetaria.

Sean Z_1 , Z_2 y Z_3 el valor presente del plazo de las variables aleatorias correspondientes a los seguros de vida temporal a n años, el dotal puro y el mixto, respectivamente; de lo anterior se obtiene lo siguiente:

$$Z_1 = \begin{cases} v^T & T \leq n \\ 0 & T > n \end{cases}$$

$$Z_2 = \begin{cases} 0 & T \leq n \\ v^n & T > n \end{cases}$$

$$Z_3 = \begin{cases} v^T & T \leq n \\ v^n & T > n \end{cases}$$

Se sigue que

$$Z_3 = Z_1 + Z_2 \tag{3.9}$$

Y tomando esperanzas en ambos lados

$$A_{x:\overline{n}|} = \bar{A}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^1 \tag{3.10}$$

Como $b_i = 1$ para el seguro dotal, tenemos mediante el teorema 3.1

$$E[Z_3^j] @ \delta = E[Z_1^j] @ j \cdot \delta.$$

y más aún,

$$V[Z_3] = {}^2\bar{A}_{x:\overline{n}|} - [\bar{A}_{x:\overline{n}|}]^2 \tag{3.11}$$

También podemos encontrar la $V[Z_3]$ utilizando (3.8),

$$V[Z_3] = V[Z_1] + V[Z_2] + 2Cov[Z_1, Z_2] \tag{3.12}$$

Mediante el uso de la fórmula

$$Cov[X, Y] = E[X \cdot Y] - E[X] \cdot E[Y] \tag{3.13}$$

y obsérvese que

$$Z_1 \cdot Z_2 = 0$$

para toda T , tenemos

$$Cov[Z_1, Z_2] = -E[Z_1] \cdot E[Z_2] = -\left[\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 \cdot A_{x:\overline{n}|}^1 \right] \quad (3.14)$$

Sustituyendo las expresiones (3.5), (3.8) y (3.13) en (3.12) produce una expresión para la $V[Z_3]$ en términos de primas netas únicas para un seguro temporal a n años y una dotación pura.

$$V[Z_3] = 2 \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 - \left[\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 \right]^2 + A_{x:\overline{n}|}^1 - \left[A_{x:\overline{n}|}^1 \right]^2 - 2 \cdot \left[\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 \cdot A_{x:\overline{n}|}^1 \right]$$

Como las primas netas únicas son positivas, la $Cov[Z_1 \cdot Z_2]$ es negativa. Esto debía anticiparse ya que del par Z_1 y Z_2 , uno es siempre 0 y el otro es positivo. Por otra parte, el coeficiente de correlación de Z_1 y Z_2 no es -1 porque no son funciones lineales una de la otra.

3.1.3 Seguro de vida diferido

Un seguro de vida diferido a m años prevé una indemnización después de la muerte del asegurado sólo si el asegurado muere al menos m años después de la expedición de la póliza. La indemnización pagadera y el plazo del seguro puede ser cualquiera de los mencionados anteriormente. Por ejemplo, un seguro de vida entera diferido a m años con un monto unitario pagadero al momento del fallecimiento tiene

$$b_t = \begin{cases} 1 & t > m \\ 0 & t \leq m \end{cases}$$

$$v_t = v^t \quad t \geq 0$$

$$Z = \begin{cases} v^T & T > m \\ 0 & T \leq m \end{cases}$$

La prima neta única se denota por ${}_m\bar{A}_x$ y es igual a

$$\int_m^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \quad (3.15)$$

3.1.4 Seguro de vida de beneficio variable

El modelo general utilizado para el análisis de los seguros de vida anteriormente desarrollados ha sido con nivel de indemnización fijo. También puede aplicarse a aquellos en los que el nivel de indemnización por fallecimiento puede incrementarse o disminuir en progresión aritmética, durante todo el plazo del seguro o una parte del mismo. A menudo, dichos seguros se venden como una indemnización adicional cuando un seguro base prevé el pago de primas periódicas al fallecimiento o cuando un contrato anual contiene una garantía de pagos suficiente para igualar la prima inicial.

Un seguro de vida entera creciente es aquel que prevé el pago de una unidad monetaria al momento del fallecimiento dentro del primer año, 2 unidades monetarias al momento del fallecimiento en el segundo año y así sucesivamente lo anterior se caracteriza por las siguientes funciones

$$\begin{aligned} b_t &= [t + 1] & t \geq 0 \\ v_t &= v^t & t \geq 0 \\ Z &= [T + 1] \cdot v^T & T \geq 0 \end{aligned}$$

Los paréntesis cuadrados denotan la función entero más grande,

$$[t] = k \quad k \leq t < k + 1, k = 0, \pm 1, \dots$$

La prima neta única para este tipo de seguro es

$$(IA)_{\bar{x}} = E[Z] = \int_0^{\infty} [t + 1] \cdot v^t \cdot p_x \cdot \mu_{x+t} dt$$

Los momentos de orden superior no son iguales a la prima neta única a una fuerza de interés ajustada, como en el caso para los seguros con pagos de indemnizaciones fijas. Estos momentos pueden calcularse directamente a partir de sus definiciones.

El complemento del seguro de vida creciente temporal a n años es el seguro de vida decreciente temporal a n años que prevé un pago de n unidades monetarias al momento de la muerte durante el primer año, $n - 1$ unidades monetarias al momento de la muerte durante el segundo año y así sucesivamente y la cobertura termina al final del n -ésimo año.

Ese tipo de seguro tiene las siguientes funciones:

$$b_t = \begin{cases} n - [t] & t \leq n \\ 0 & t > n \end{cases}$$

$$v_t = v^t \quad t > 0$$

$$b_t = \begin{cases} v^T \cdot (n - [T]) & T \leq n \\ 0 & T > n \end{cases}$$

La prima neta única para este seguro es

$$(D\bar{A})_{x:\overline{n}|}^1 = E[Z] = \int_0^n v^t \cdot (n - [t]) \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt.$$

Este seguro es complementario al seguro creciente temporal a n años en el sentido de que la suma de sus funciones de beneficio es la constante $n + 1$ para el enésimo año del plazo.

La tabla 3.1 es un resumen de los modelos de esta sección del capítulo. El nombre del plan del seguro aparece en la primera columna seguido por las funciones de beneficio y de descuento que lo definen en términos del tiempo futuro de vida del asegurado a la expedición de la póliza. Después se presenta la función de valor presente, que siempre se deriva como el producto de las funciones anteriores. En la quinta columna se muestra la Notación Actuarial Internacional. En la última columna, se hace referencia a una nota de pie de página que establece si el teorema 3.1 puede o no utilizarse para calcular el momento de orden superior.

Tabla 3.1
Resumen de seguros pagaderos inmediatamente al fallecimiento

(1) Nombre del seguro	(2) Función de beneficios b_t	(3) Función de descuento v^t	(4) Función de valor presente Z_t	(5) Prima neta única	(6) Momento de orden superior
Vida entera	1	v^t	v^t	A_x	1
Temporal a n años	1 $t \leq n$	v^t	v^t $t \leq n$	$A_{x:\overline{n} }^1$	1
	0 $t > n$		0 $t > n$		
Dotal puro a n años	0 $t \leq n$	v^n	0 $t \leq n$	$A_{x:\overline{n} }^1$	1
	1 $t > n$		v^n $t > n$		

(1) Nombre del seguro	(2) Función de beneficios b_t	(3) Función de descuento v^t	(4) Función de valor presente z_t	(5) Prima neta única	(6) Momento de orden superior
Mixto temporal a n años	1	$v^t \quad t \leq n$ $v^n \quad t > n$	$v^t \quad t \leq n$ $v^n \quad t > n$	$\bar{A}_{:x:n}$	1
Diferido m años, temporal a n años	1 $m < t \leq n + m$ 0 $t \leq m, t > n + m$	v^t	$v^t \quad m < t \leq n + m$ 0 $t \leq m, t > n + m$	${}_m n \bar{A}_x$	1
Creciente anual, temporal n años	$[t + 1] \quad t \leq n$ 0 $t > n$	v^t	$[t + 1] \cdot v^t \quad t \leq n$ 0 $t > n$	$(IA)_{:x:n}^1$	2
Decreciente anual temporal n años	$n - [t] \quad t \leq n$ 0 $t > n$	v^t	$(n - [t]) \cdot v^t \quad t \leq n$ 0 $t > n$	$(DA)_{:x:n}^1$	2

Donde b_t, v_t y z_t están definidas sólo para $t \geq 0$;

- El momento j -ésimo es igual a la prima neta única a j veces la fuerza de interés dada, denotada por ${}^j A$ para $j > 1$. Entonces la varianza es ${}^2 A - A^2$.
- Calcular directamente a partir de la definición, $E[Z^j]$.

3.2 Seguros pagaderos al final del año del fallecimiento

En la sección anterior se desarrollaron modelos para seguros de vida con beneficios por fallecimiento pagaderos al momento de la muerte. En la práctica, este es el tiempo de pago para casi todos los seguros. Estos modelos fueron construidos en términos de T , el tiempo futuro de vida del asegurado a la expedición de la póliza. En la mayoría de las aplicaciones del seguro de vida, la mejor información disponible sobre la distribución de probabilidad de T tiene la forma de una tabla de vida discreta, es decir, la distribución de probabilidad de K , el tiempo de vida futuro truncado del asegurado a la expedición de la póliza es una función de T . En esta y en la siguiente sección se desarrollaran modelos para seguros de vida en los que el tamaño y tiempo del pago de los beneficios al fallecimiento dependen únicamente del número de años completos vividos por el asegurado desde la expedición de la póliza hasta el tiempo de su fallecimiento. Estos seguros se denominan como seguros pagaderos al final del año del fallecimiento.

El modelo estará en términos de las funciones del tiempo futuro de vida truncado del asegurado. La función de beneficio, b_{k+1} , y la función de descuento, v_{k+1} , serán, respectivamente, el monto del beneficio pagadero y el factor de descuento requerido para el periodo desde el momento del pago a la expedición de la póliza, cuando el tiempo futuro de vida truncado del asegurado es k , es decir, cuando el asegurado muere en el año $k + 1$ del seguro. El valor presente, a la expedición de la póliza, de este pago de beneficio, denotada por z_{k+1} , es

$$z_{k+1} = b_{k+1} \cdot v_{k+1} \quad (3.16)$$

Al momento de la expedición de la póliza, el año del fallecimiento del seguro es 1 más la variable aleatoria del tiempo futuro de vida truncado, K , definida en el capítulo 2, sección 2.1.3.

Al igual que en la sección anterior, denotaremos la variable aleatoria del valor presente Z_{K+1} , con Z . Para un seguro de vida temporal a n años que proporciona una unidad monetaria al final del año del fallecimiento, tenemos

$$b_{k+1} = \begin{cases} 1 & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^{k+1}$$

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$

La prima neta única para este seguro esta dada por

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = E[Z] = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \quad (3.17)$$

El teorema 3.1, con los cambios en notación apropiados, también se mantiene para los seguros pagaderos al final del año del fallecimiento.

Por ejemplo, para el seguro de vida temporal a n años, tenemos

$$V[Z] = A_{x:\overline{n}|}^2 - \left[A_{x:\overline{n}|}^1 \right]^2$$

donde

$$A_{x:n}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} e^{-2\delta(k+1)} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k}$$

Para un seguro de vida entera expedido a una persona de x años de edad, el modelo puede obtenerse dejando $n \rightarrow \infty$ en el modelo para el seguro de vida temporal a n años. Por lo que la prima neta única es

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \quad (3.18)$$

Multiplicando ambos lados de la expresión (3.18) por l_x se genera

$$l_x \cdot A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot d_{x+k} \quad (3.19)$$

La anterior ecuación muestra el balance, al tiempo de expedición de la póliza, entre el fondo agregado de primas netas únicas para l_x vidas aseguradas a la edad x y el flujo de fondos de acuerdo a sus muertes esperadas. Es una ecuación de interés compuesto del valor establecido sobre la base del valor esperado.

La expresión,

$$\sum_{k=r}^{\infty} v^{k+1} \cdot d_{x+k} \quad (3.20)$$

es esa parte del fondo a la expedición que, junto con el interés a la tasa asumida, proveerá los pagos para las muertes esperadas después del r -ésimo año del seguro. La acumulación de la expresión (3.20) a la tasa de interés asumida para r años produce

$$\sum_{k=r}^{\infty} v^{k-r+1} \cdot d_{x+k} \quad (3.21)$$

La cantidad esperada en el fondo después de r años del seguro. La comparación entre las expresiones (3.21) y (3.19) demuestra que es $l_{x+r} \cdot A_{x+r}$. La diferencia entre esta cantidad y el fondo real se debe a desviaciones de los fallecimientos reales de los esperados (de acuerdo a la tabla de mortalidad utilizada), y a las desviaciones entre el ingreso real de los intereses del ingreso por intereses a la tasa asumida.

El seguro mixto temporal a n años por la cantidad de una unidad monetaria pagadera al final del año del fallecimiento es una combinación del seguro de vida temporal a n años de esta sección y el dotal puro a n años por la cantidad de una unidad monetaria que se discutió en la sección anterior.

Por lo tanto sus funciones son

$$b_{k+1} = 1 \quad k = 0, 1, \dots$$

$$v_{k+1} = \begin{cases} v^{k+1} & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ v^n & k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ v^n & k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

La prima neta única es

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} + v^n \cdot {}_n p_x \quad (3.22)$$

El seguro creciente de vida entera, que paga $k + 1$ unidades monetarias al final del año del seguro $k + 1$ siempre y cuando el asegurado muera en ese año del seguro tiene las siguientes variables aleatorias de beneficios, descuento y valor presente:

$$b_{k+1} = k + 1 \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$v_{k+1} = v^{k+1} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$Z = (K + 1) \cdot v^{K+1} \quad K = 0, 1, 2, \dots$$

La prima neta única esta denotada por $(IA)_x$

El seguro decreciente temporal a n años, durante el periodo del n -ésimo año, proporciona un beneficio al final del año del fallecimiento en una cantidad igual a $n - k$ en donde k es el número de años completos vividos por el asegurado desde la expedición de la póliza.

Sus funciones son

$$b_{k+1} = \begin{cases} n - k & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^{k+1} \quad k = 0, 1, \dots$$

$$Z = \begin{cases} (n-k) \cdot v^{k+1} & k = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

El símbolo de la prima neta única para este seguro es $(DA)_{x:n}^1$.

Tabla 3.2
Resumen de seguros pagaderos al final del año del fallecimiento

(1) Nombre del seguro	(2) Función de beneficios b_{k+1}	(3) Función de descuento v^{k+1}	(4) Función de valor presente z_{k+1}	(5) Prima neta única	(6) Momento de orden superior
Vida entera	1	v^{k+1}	v^{k+1}	A_x	1
Temporal a n años	1 $k = 0, 1, \dots, n-1$	v^{k+1}	v^{k+1} $k = 0, 1, \dots, n-1$	$A_{x:\overline{n} }$	1
	0 $k = n, n+1, \dots$		0 $k = n, n+1, \dots$		
Mixto temporal a n años	1	v^{k+1} $k = 0, 1, \dots, n-1$ v^n $k = n, n+1, \dots$	v^{k+1} $k = 0, 1, \dots, n-1$	$A_{x:\overline{n} }$	1
			v^n $k = n, n+1, \dots$		
Diferido m años temporal a n años	0 $k = 0, 1, \dots, m-1$	v^{k+1}	0 $k = 0, 1, \dots, m-1$	${}_m A_x$	1
	1 $k = m, m+1, \dots, m+n-1$		v^{k+1} $k = m, m+1, \dots, m+n-1$		
	0 $k = m+n, m+n+1, \dots$		0 $k = m+n, m+n+1, \dots$		
Creciente anual temporal a n años	$k+1$ $k = 0, 1, \dots, n-1$	v^{k+1}	$(k+1) \cdot v^{k+1}$ $k = 0, 1, \dots, n-1$	$(IA)_{x:\overline{n} }$	2
	0 $k = n, n+1, \dots$		0 $k = n, n+1, \dots$		
Decreciente anual temporal a n años	$n-k$ $k = 0, 1, \dots, n-1$	v^{k+1}	$(n-k) \cdot v^{k+1}$ $k = 0, 1, \dots, n-1$	$(DA)_{x:\overline{n} }$	2
	0 $k = n, n+1, \dots$		0 $k = n, n+1, \dots$		
Vida entera creciente anual	$k+1$ $k = 0, 1, \dots$	v^{k+1}	$(k+1) \cdot v^{k+1}$ $k = 0, 1, \dots$	$(IA)_x$	2

Donde b_{k+1} , v_{k+1} y Z_{k+1} están definidas sólo para valores enteros positivos de k .

1. El teorema 3.1 se mantiene, por tanto $V[Z] = {}^2A - A^2$.
2. El teorema 3.1 no se mantiene.

3.3 Relaciones entre seguros pagaderos al momento del fallecimiento y al final del mismo año

Empezaremos el estudio de estas relaciones con un análisis de la prima neta única para el seguro de vida entera que paga una unidad monetaria de beneficio al momento del fallecimiento. De la expresión (3.6) tenemos

$$\begin{aligned}\bar{A}_x &= E[Z] = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_k^{k+1} v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt\end{aligned}$$

realizando el siguiente cambio de variable $t = k + s$ se tiene que $dt = ds$ y

$$\bar{A}_x = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^1 v^{k+s} \cdot {}_{k+s} p_x \cdot \mu_{x+k+s} ds$$

Recordemos que ${}_t p_x = \frac{{}^{x+t} P_0}{{}_x P_0}$, entonces,

$${}_{k+s} p_x = \frac{{}^{x+k+s} P_0}{{}_x P_0} \cdot 1 = \frac{{}^{x+k+s} P_0}{{}_x P_0} \cdot \frac{{}^{x+k} P_0}{{}^{x+k} P_0} = \frac{{}^{x+k+s} P_0}{{}^{x+k} P_0} \cdot \frac{{}^{x+k} P_0}{{}_x P_0} = {}_s p_{x+k} \cdot {}_k p_x$$

por tanto

$$\bar{A}_x = \sum_{k=0}^{\infty} \left[v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot \int_0^1 v^{s-1} \cdot {}_s p_{x+k} \cdot \mu_{x+k+s} ds \right] \quad (3.23)$$

Bajo el supuesto de una distribución uniforme de los fallecimientos sobre el año de edad,

$${}_s p_{x+k} \cdot \mu_{x+k+s} = q_{x+k} \quad 0 \leq s \leq 1$$

Que puede aplicarse en la expresión (3.23) para obtener

$$\bar{A}_x = \sum_{k=0}^{\infty} \left[v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \cdot \int_0^1 (1+i)^{1-s} ds \right]$$

por otro lado se tiene que

$$s\ddot{i} = \int_0^1 (1+i)^{1-s} ds = - \left. \frac{(1+i)^{1-s}}{\ln(1+i)} \right|_0^1 = - \frac{1}{\ln(1+i)} + \frac{(1+i)}{\ln(1+i)} = \frac{i}{\ln(1+i)} = \frac{i}{\delta}$$

entonces,

$$\begin{aligned} \bar{A}_x &= \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \cdot \bar{s}\ddot{i} \\ &= \bar{s}\ddot{i} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} [v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k}] = \frac{i}{\delta} \cdot A_x \end{aligned} \quad (3.24)$$

El modelo general para encontrar las relaciones entre seguros pagaderos al momento del fallecimiento y al final del mismo año es el siguiente:

De la sección 3.2, se tiene

$$Z = b_T \cdot v_T \quad (3.25)$$

Las condiciones a usar son:

- $v_T = v^T$, y
- b_T es una función solo de la parte entera de T , el tiempo de vida futuro truncado, K .

Escribiendo esta última propiedad como $b_T = b_{K+1}^*$ podemos escribir la expresión (3.25) como

$$\begin{aligned} Z &= b_{K+1}^* \cdot v^T \\ &= b_{K+1}^* \cdot v^{K+1} \cdot (1+i)^{1-S} \end{aligned}$$

entonces

$$E[Z] = E[b_{K+1}^* \cdot v^{K+1} (1+i)^{1-S}] \quad (3.26)$$

Bajo el supuesto de una distribución uniforme de los fallecimientos durante el año de edad, podemos inferir la independencia de K y S ; y que S tiene una distribución uniforme sobre el intervalo unitario. Por lo que $K+1$ y $1-S$ también son independientes, y $1-S$ tiene una distribución uniforme sobre el intervalo unitario. Entonces podemos escribir la expresión (3.26) como

$$\begin{aligned} E[Z] &= E[b_{K+1}^* \cdot v^{K+1}] \cdot E[(1+i)^{1-S}] \\ &= E[b_{K+1}^* \cdot v^{K+1}] \cdot \frac{i}{\delta} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Donde

$$E[(1+i)^{1-s}] = \int_0^1 (1+i)^{1-s} ds = -\frac{(1+i)^{1-s}}{\ln(1+i)} \Big|_0^1 = -\frac{1}{\ln(1+i)} + \frac{(1+i)}{\ln(1+i)} = \frac{i}{\ln(1+i)} = \frac{i}{\delta}$$

4

ANUALIDADES VITALICIAS

En el capítulo anterior se analizaron diversas formas de seguros de vida, cuyos pagos dependían del fallecimiento. En este capítulo se analizarán diferentes formas de anualidades vitalicias cuyos pagos dependen de la sobrevivencia. Una anualidad vitalicia es una serie de pagos hechos en forma continua o a intervalos iguales (como meses, trimestres, años) mientras se sobrevive. Puede ser temporal, es decir, limitada a un plazo determinado de años, o puede ser pagadera durante toda la vida. Los intervalos de pago pueden comenzar inmediatamente o alternativamente, la anualidad puede diferirse. Los pagos pueden cobrarse al principio de los intervalos de pago (denominadas anualidades anticipadas) o al final de los mismos (denominadas anualidades de pago al final del periodo).

A través del estudio de las anualidades ciertas, en la teoría del interés, el lector ya tiene un conocimiento de la terminología, de la notación y teoría de la anualidad. La teoría de la anualidad vitalicia es análoga pero introduce a la sobrevivencia como condición para el pago. Esta condición ya ha sido vista en el capítulo 3 en conexión con el seguro dotal puro y los pagos vencidos bajo los seguros mixtos.

Las anualidades vitalicias juegan un papel muy importante en las operaciones de seguros de vida. Los seguros de vida generalmente se compran por una anualidad vitalicia de primas más que por una prima única. La cantidad pagadera al momento de la reclamación puede convertirse mediante una opción establecida en alguna forma de anualidad vitalicia para el beneficiario. Algunos tipos de seguros de vida llevan este concepto aún más lejos y en lugar de ofrecer principalmente una suma total pagadera al fallecimiento, proveen formas establecidas de beneficios en términos de ingreso. Así, por ejemplo, puede haber un ingreso mensual pagadero al cónyuge sobreviviente o al asegurado que se retira.

Como preparación para la aplicación de lo que llamaremos la técnica del pago corriente para la valuación de las anualidades vitalicias, consideraremos, en la sección 4.1, un pago contingente único a la sobrevivencia. Esta es una analogía con la teoría del interés compuesto en la que empezamos con un valor acumulado y el valor presente de un pago único y después se extendieron los conceptos de valuación a una serie de pagos mediante la suma o la integración. La técnica del

pago corriente procede en líneas similares para las anualidades vitalicias. Alternativamente, emplearemos una técnica de pago agregado que procede mediante la consideración del valor total recibido en la fecha en que termina la anualidad por fallecimiento o expiración de su plazo. Cada una de estas técnicas tiene sus ventajas especiales y ofrece diversas visiones. La equivalencia de las expresiones producidas por ambas técnicas se sigue como una consecuencia inmediata de los teoremas 2.1 y 2.2.

Al igual que en el capítulo anterior sobre seguros de vida, supondremos, a menos que se especifique lo contrario, una tasa efectiva constante de interés anual i o su equivalente fuerza constante de interés δ .

En la mayoría de las aplicaciones de la teoría desarrollada en este capítulo, los pagos anuales continúan mientras que una vida humana permanece en un estatus particular. Sin embargo, las aplicaciones posibles de la teoría son mucho más amplias. Puede aplicarse a cualquier conjunto de pagos periódicos en el que los pagos no se hacen con certidumbre.

4.1 Pago único que depende de la sobrevivencia de una persona

Consideraremos ahora una unidad monetaria de pago vencido al final de n años siempre que una vida de edad actual x sobreviva los n años; en el capítulo 3, dicho beneficio se denominó como un dotal puro temporal a n años.

En relación con los seguros, era natural utilizar el término prima neta única y la notación $A_{x:\overline{n}|}$ para la esperanza del valor presente de una unidad monetaria de dotación pura. Pero respecto con las anualidades y en particular para los fondos de pensión, se utiliza frecuentemente el término valor presente actuarial y la notación ${}_nE_x$, los cuales emplearemos en el presente capítulo. La palabra actuarial implica que una esperanza u otros factores además del interés han sido considerados en el cálculo.

El valor presente actuarial de una unidad monetaria vencido al final de n años siempre que una persona de edad x sobreviva es (véase la expresión 3.7).

$${}_nE_x = A_{x:\overline{n}|} = v^n \cdot {}_n P_x \quad (4.1)$$

La expresión (4.1) puede describirse de la siguiente forma

$$l_x \cdot {}_nE_x \cdot (1+i)^n = l_{x+n} \quad (4.2)$$

En términos del concepto de grupo determinístico de sobrevivencia, esto indica que si los l_x sobrevivientes a la edad x , depositan cada uno ${}_n E_x$ en un fondo de acumulación con tasa de interés i , habrá una cantidad suficiente al final de n años para pagar una unidad monetaria a cada uno de los l_{x+n} sobrevivientes a la edad $x+n$. Es importante señalar que estamos suponiendo que el tamaño del grupo a la edad x disminuirá exactamente como lo indica la tabla de mortalidad.

En forma general, definiremos el valor actuarial acumulado al final de n años de una aportación de una unidad monetaria a la edad x como una cantidad S tal que su valor actuarial presente sea una unidad monetaria. Por lo tanto $S \cdot {}_n E_x = 1$ entonces

$$S = \frac{1}{{}_n E_x} = \frac{1}{v^n \cdot {}_n p_x} = (1+i)^n \cdot \frac{l_x}{l_{x+n}} \quad (4.3)$$

En la expresión (4.3) se muestra el factor de acumulación actuarial $\frac{1}{{}_n E_x}$ como el producto del factor de acumulación del interés $(1+i)^n$ y un factor de acumulación de la sobrevivencia $\frac{l_x}{l_{x+n}}$.

Ahora se obtendrán expresiones para:

$$1. \frac{\partial}{{\partial x}^n} E_x \quad 2. \frac{\partial}{{\partial n}} E_x$$

Y se demostrarán e interpretarán las relaciones para $n > t$ de:

$$3. {}_n E_x = {}_t E_x \cdot {}_{n-t} E_{x+t} \quad 4. \frac{{}_t E_x}{{}_n E_x} = \frac{1}{{}_{n-t} E_{x+t}}$$

Consideremos lo siguiente:

a) De la expresión (3.7) se tiene que ${}_n E_x = A_{x:n} = v^n \cdot {}_n p_x$

b) De la expresión (2.8) se tiene que ${}_n p_x = \exp \left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy \right]$

c) Definida la función $H(x)$ como $H(x) = - \int_x^{x+n} \mu_y dy$ tenemos que

$$H'(x) = - \mu_{v_x}^{x+n} = -(\mu_{x+n} - \mu_x) = \mu_x - \mu_{x+n}$$

d) Recordemos que $v^n = (1+i)^{-n} = \exp(-\delta \cdot n)$

e) Observemos que $-\int_x^{x+n} \delta dy = -\delta \cdot n$

f) Definida la función $R(n)$ como $R(n) = - \int_x^{x+n} \mu_y dy$ tenemos que $R'(n) = -\mu_{x+n}$

g) Observemos que para $n > t$

$${}_n P_x = \frac{s(x+n)}{s(x)} \cdot 1 = \frac{s(x+n)}{s(x)} \cdot \frac{s(x+t)}{s(x+t)} = \frac{s(x+n)}{s(x+t)} \cdot \frac{s(x+t)}{s(x)} = {}_{n-t} P_{x+t} \cdot P_x$$

Solución del punto 1:

En base a los incisos a), b) y c) se tiene que

$$\frac{\partial}{\partial x^n} E_x = v^n \cdot \frac{\partial}{\partial x^n} P_x = v^n \cdot \frac{\partial}{\partial x} \exp\left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy\right] = v^n \cdot \exp\left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy\right] \cdot (\mu_x - \mu_{x+n})$$

Al simplificar la expresión anterior se tiene que $\frac{\partial}{\partial x} {}_n E_x = {}_n E_x \cdot (\mu_x - \mu_{x+n})$

Note que si $\mu_y > 0$ con $x \leq y \leq x+n$ de tal forma que μ_y es una función creciente, entonces $\frac{\partial}{\partial x} {}_n E_x / \partial x < 0$ y ${}_n E_x$ decrece con la edad. También, si $\mu_y < 0$ con $x \leq y \leq x+n$, como puede suceder en edades jóvenes, entonces ${}_n E_x$ se incrementa con la edad.

Solución del punto 2:

Considerando los incisos a), b), d) y e)

$$\frac{\partial}{\partial n} {}_n E_x = \frac{\partial}{\partial n} [v^n \cdot {}_n p_x] = \frac{\partial}{\partial n} \left[\exp[-\delta \cdot n] \cdot \exp \left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy \right] \right] = \frac{\partial}{\partial n} \exp \left[- \int_x^{x+n} (\mu_y + \delta) dy \right]$$

por lo que al desarrollar la expresión anterior se tiene

$$\frac{\partial}{\partial n} {}_n E_x = \exp \left[- \int_x^{x+n} (\mu_y + \delta) dy \right] \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left[- \int_x^{x+n} (\mu_y + \delta) dy \right] = {}_n E_x \cdot \left[\frac{\partial}{\partial n} \left[- \int_x^{x+n} \mu_y dy \right] - \frac{\partial}{\partial n} n \cdot \delta \right]$$

y aplicando el inciso f) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial n} {}_n E_x = - {}_n E_x \cdot (\mu_{x+n} + \delta)$$

Aquí se observa que $\partial {}_n E_x / \partial n < 0$, es decir, ${}_n E_x$ es una función decreciente de n , como se habría esperado.

Solución del punto 3:

Considerando los incisos a) y g) tenemos

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n p_x = v^t \cdot v^{n-t} \cdot {}_{n-t} p_{x+t} \cdot {}_t p_x = [v^t \cdot {}_t p_x] \cdot [v^{n-t} \cdot {}_{n-t} p_{x+t}] = {}_t E_x \cdot {}_{n-t} E_{x+t}$$

Puede encontrarse el valor presente actuarial de una unidad monetaria vencido al final de n años si una persona de edad x sobrevive tomando el valor presente actuarial a la edad $x+t$ del pago vencido a la edad $x+n$ y después tomar el valor presente actuarial a la edad x del valor encontrado para la edad $x+t$.

Solución del punto 4:

Esta expresión se deduce al reordenar la fórmula en el punto 3. El valor actuarial calculado a la edad $x+n$ de una unidad monetaria aportada a la edad $x+t$ puede encontrarse tomando el valor presente actuarial a la edad x de la unidad monetaria y acumulando dicho valor a la edad $x+n$.

4.2 Anualidades vitalicias continuas

Al definir los valores presentes actuariales de las anualidades vitalicias, se puede utilizar una técnica de pago agregado o una de pago corriente. Los pasos para la técnica de pago agregado son:

- Registrar únicamente el interés del valor presente de todos los pagos a realizarse mediante la anualidad si el fallecimiento ocurre en el tiempo t ;
- Multiplicar el valor presente, encontrado en el punto anterior, por la probabilidad o densidad de la probabilidad del fallecimiento en el tiempo t ;
- Sumar (integrar) sobre todos los periodos de fallecimiento t .

Para la técnica de pago corriente, los pasos son:

- Registrar el monto del pago vencido en el tiempo t ;
- Determinar el valor presente actuarial del pago vencido en el tiempo t ;
- Sumar (integrar) estos valores presentes para todos los periodos de pago t .

La primera técnica se presta para interpretarse en términos de la variable aleatoria del tiempo futuro de vida. Se nota que los pasos producen una expectativa. La técnica de pago corriente puede basarse también en un modelo probabilístico. Es posible hacer una interpretación determinística para ambas técnicas, pero la de pago corriente se utilizaría, normalmente, para modelos determinísticos.

Estas técnicas se ilustran muy bien por lo que hemos definido como el valor presente actuarial de una anualidad vitalicia total por un monto de una unidad monetaria al año pagadero continuamente mientras sobrevive una persona de edad x . La notación para este valor es \bar{a}_x .

Con T representando el tiempo futuro de vida de una persona de edad x , el valor presente de los pagos anuales hechos hasta el fallecimiento de $Y = a_{\overline{T}|}$, y por la técnica de pago agregado nos conduce a definir el valor presente actuarial de la anualidad como

$$a_x = E[Y] = E[\bar{a}_{\overline{T}|}] \quad (4.4)$$

Como la función de densidad de probabilidad de T es ${}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ ($t \geq 0$), tenemos

$$a_x = \int_0^{\infty} a_{\overline{t}|} \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \quad (4.5)$$

Alternativamente, en analogía con la fórmula de interés compuesto

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \int_0^n v^t dt$$

consideramos (bajo la técnica de pago corriente) el valor presente actuarial del pago momentáneo dt hecho en el tiempo t e integramos todos esos valores para obtener la definición

$$\dot{a}_x = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt \quad (4.6)$$

Usando el teorema 2.1, con $z(t) = \overline{a}_{\overline{t}|}$, $g(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$, la expresión (4.5) se reduce a la expresión (4.6), lo que demuestra la equivalencia de las definiciones (4.4) y (4.6).

Por lo que aplicando el teorema 2.1 con $z(t) = v^t$, $g(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ a \overline{A}_x dado que

$$\overline{A}_x = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt$$

y considerando que $\frac{d}{dt} {}_t q_x = -{}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ y $\frac{d}{dt} \exp(-\delta \cdot t) = -\delta \cdot \exp(-\delta \cdot t)$

tenemos que

$$\overline{A}_x = v^0 + \int_0^{\infty} \left[\frac{d}{dt} (v^t) \cdot [1 - {}_t q_x] \right] dt = 1 - \left[\delta \cdot \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt \right] = 1 - \delta \cdot \overline{a}_x \quad (4.7)$$

o desarrollando tenemos

$$1 = \delta \cdot \overline{a}_x + \overline{A}_x \quad (4.8)$$

La expresión (4.8) es análoga a la relación

$$1 = \delta \cdot a_{\overline{t}|} + v^t$$

en la teoría del interés, se indica que una unidad monetaria ahora, producirá un interés anual de δ pagadero continuamente mientras que la persona de edad x

sobrevive más el reembolso de la unidad monetaria a la muerte de la persona de x años de edad.

Pueden obtenerse las relaciones entre a_x y \ddot{A}_x expresando

$$Y = \bar{a}_{\overline{T}|} = \frac{1 - v^T}{\delta} = \frac{1 - Z}{\delta} \quad (4.9)$$

en donde $Z = v^T$ es la variable aleatoria del valor presente para un seguro de vida entera. Luego sustituyendo en la expresión (4.4), obtenemos

$$\bar{a}_x = E\left[\frac{1 - Z}{\delta}\right] = \frac{1 - \bar{A}_x}{\delta} \quad (4.10)$$

la cual es equivalente a las expresiones (4.7) y (4.8). La expresión (4.10) puede escribirse como

$$\bar{a}_x = \bar{a}_{\infty} - \bar{a}_{\infty} \cdot \bar{A}_x \quad (4.11)$$

Esta última expresión indica que la anualidad de vida entera es equivalente a una perpetuidad pagadera continuamente menos una perpetuidad que comienza a la muerte de la persona de x años de edad.

Para medir, sobre la base de los supuestos del modelo, el riesgo de mortalidad en una anualidad vitalicia continua, estamos interesados en la $V[\bar{a}_{\overline{T}|}]$.

Determinamos

$$\begin{aligned} V[\bar{a}_{\overline{T}|}] &= V\left[\frac{1 - v^T}{\delta}\right] = V\left[\frac{1}{\delta}\right] + V\left[-\frac{v^T}{\delta}\right] = \left[-\frac{1}{\delta}\right]^2 \cdot V[v^T] \\ &= \frac{1}{\delta^2} \cdot V[v^T] = \frac{1}{\delta^2} \cdot [{}^2A_x - \bar{A}_x^2] \end{aligned} \quad (4.12)$$

en donde 2A_x se calcula con base en la fuerza de interés $2 \cdot \delta$.

Se puede observar, además, que

$$\delta \cdot a_{\overline{T}|} + v^T = 1 \quad (4.13)$$

En base a la expresión (4.8) se tiene que $E[\delta \cdot \bar{a}_{T|} + v^T] = \delta \cdot a_x + \bar{A}_x = 1$ y que la $V[\delta \cdot a_T + v^T] = 0$

La expresión (4.13) demuestra que no hay riesgo de mortalidad en la combinación de la anualidad continua de vida con δ para un seguro de vida pagadero en el momento de muerte.

Ahora analizaremos las anualidades temporales y diferidas de vida. El valor presente actuarial de una anualidad temporal de vida temporal a n años de una unidad monetaria anual, pagadera continuamente mientras una persona de edad x sobreviva durante los siguientes n años, se denota por $\bar{a}_{x:n}$.

Consideremos lo siguiente:

a) De la técnica de pago corriente tenemos $\bar{a}_{x:n} = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x dt$ (4.14)

b) Recordemos que ${}_t p_x \cdot \mu_{x+t} = -\frac{d}{dt} q_x = \frac{d}{dt} [1 - {}_t p_x] = -\frac{d}{dt} [{}_t p_x]$

Ahora, aplicando integración por partes a (considerando el inciso b))

$$\bar{A}_{x:n}^1 = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt = \int_0^n v^t \cdot \left[-\frac{d}{dt} [{}_t p_x] \right] dt$$

tenemos

$$\begin{aligned} A_{x:n}^1 &= -v^t \cdot {}_t p_x \Big|_0^n - \int_0^n [(-\delta \cdot v^t) \cdot (-{}_t p_x)] dt \\ &= -[v^n \cdot {}_n p_x - 1] - \delta \cdot \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x dt \\ &= 1 - v^n \cdot {}_n p_x - \delta \cdot a_{x:n} \end{aligned}$$

o bien

$$1 = \delta \cdot a_{x:n} + A_{x:n}^1 \quad (4.15)$$

La técnica de pago agregado empieza con la variable aleatoria del valor presente Y en donde:

$$Y = \begin{cases} a_{T|} & 0 \leq T < n \\ a_n & T \geq n \end{cases} \quad (4.16)$$

y establece que

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = E[Y] = \int_0^n [\bar{a}_{\overline{t}|} \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}] dt + \bar{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_n p_x = \int_0^n [\bar{a}_{\overline{t}|} \cdot \left(-\frac{d}{dt} {}_t p_x\right)] dt + \bar{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_n p_x$$

Después de integrar por partes se tiene que

$$\begin{aligned} \bar{a}_{x:\overline{n}|} &= -\bar{a}_{\overline{t}|} \cdot {}_t p_x \Big|_0^n - \int_0^n [v^t \cdot {}_t p_x] dt + \bar{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_n p_x \\ &= -\bar{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_n p_x + \bar{a}_{\overline{0}|} \cdot {}_0 p_x - \int_0^n [v^t \cdot (-{}_t p_x)] dt + \bar{a}_{\overline{n}|} \cdot {}_n p_x = \int_0^n [v^t \cdot {}_t p_x] dt \end{aligned}$$

y como se observa la expresión anterior es igual a la expresión (4.14).

Al sustituir $(1 - v^t) / \delta$ por $\bar{a}_{\overline{t}|}$ y $(1 - v^n) / \delta$, en la expresión (4.16), se nota que $Y = (1 - Z) / \delta$ en donde se define Z como:

$$Z = \begin{cases} v^T & 0 \leq T < n \\ v^n & T \geq n \end{cases}$$

que es la variable aleatoria del valor presente para un seguro mixto temporal a n años.

Ahora

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = E[Y] = \frac{1}{\delta} \cdot (1 - E[Z]) = \frac{1}{\delta} \cdot [1 - \bar{A}_{x:\overline{n}|}] \quad (4.17)$$

que es equivalente a la expresión (4.15).

Al calcular la varianza podemos usar la relación $Y = (1 - Z) / \delta$ y la expresión (4.10) para obtener

$$V[Y] = \frac{1}{\delta^2} \cdot V[Z] = \frac{1}{\delta^2} \cdot [{}^2 \bar{A}_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}^2] \quad (4.18)$$

En términos de valores anuales, la expresión (4.18) se convierte en

$$V[Y] = \frac{1}{\delta^2} \cdot [1 - 2 \cdot \delta \cdot a_{x:\overline{n}|} - (1 - \delta \cdot \dot{a}_{x:\overline{n}|})^2]$$

$$= \frac{2}{\delta} \cdot \left[\bar{a}_{x:\overline{n}|} - {}^2\bar{a}_{x:\overline{n}|} \right] - \bar{a}_{x+n}^2 \quad (4.19)$$

El valor presente actuarial de una anualidad vitalicia diferida de una unidad monetaria al año pagadera continuamente mientras una persona de edad x sobreviva mas allá de la edad $x+n$ se denota por ${}_n|\bar{a}_x$. Por la técnica de pago corriente, tenemos

$${}_n|\bar{a}_x = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt \quad (4.20)$$

y también las relaciones

$$\begin{aligned} {}_n|\bar{a}_x &= \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt - \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x dt \\ &= \bar{a}_x - \bar{a}_{x:\overline{n}|} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$= \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|} - \bar{A}_x}{\delta} \quad (4.22)$$

Para aplicar la técnica de pago agregado, se empieza con la variable aleatoria del valor presente Y en donde se define como

$$Y = \begin{cases} 0 = \bar{a}_{\overline{T}|} - \bar{a}_{\overline{T}|} & 0 \leq T < n \\ v^n \cdot \bar{a}_{\overline{T-n}|} = \bar{a}_{\overline{T}|} - \bar{a}_{\overline{n}|} & T \geq n \end{cases}$$

Entonces tenemos que

$$\begin{aligned} {}_n|\bar{a}_x &= E[Y] = \int_n^{\infty} v^n \cdot \bar{a}_{\overline{T-n}|} \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \\ &= \int_0^{\infty} v^n \cdot \bar{a}_{\overline{s}|} \cdot {}_{n+s} p_x \cdot \mu_{x+n+s} ds \\ &= \int_0^{\infty} v^n \cdot \bar{a}_s \cdot {}_n p_x \cdot {}_s p_{x+n} \cdot \mu_{x+n+s} ds \\ &= \left[v^n \cdot {}_n p_x \right] \cdot \int_0^{\infty} \bar{a}_s \cdot {}_s p_{x+n} \cdot \mu_{x+n+s} ds \end{aligned}$$

lo que demuestra que

$${}_n|\bar{a}_x = {}_n E_v \cdot \bar{a}_{x+n} \quad (4.23)$$

Una manera para calcular la varianza de Y para la anualidad diferida es la siguiente:

$$\begin{aligned} V[Y] &= \int_n^{\infty} v^{2n} \cdot \bar{a}_{t-n}^{-2} \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= v^{2n} \cdot \left[\int_0^{\infty} \bar{a}_{s|}^{-2} \cdot {}_{s+n} p_x \cdot \mu_{x+n+s} ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\int_0^{\infty} \bar{a}_{s|}^{-2} \cdot {}_s p_{x+n} \cdot \mu_{x+n+s} ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \end{aligned}$$

aplicando el teorema 2.1 a $\int_0^{\infty} \bar{a}_{s|}^{-2} \cdot {}_s p_{x+n} \cdot \mu_{x+n+s} ds$ considerando que $z(s) = \bar{a}_{s|}^{-2}$,

$g(s) = {}_s p_{x+n} \cdot \mu_{x+n+s}$, se obtiene que

$$\begin{aligned} V[Y] &= v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\bar{a}_{0|}^{-2} - \int_0^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial s} \bar{a}_{s|}^{-2} \right] \cdot [{}_s p_{x+n}] ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\int_0^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1-v^s}{\delta} \right)^2 \right] \cdot {}_s p_{x+n} ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\int_0^{\infty} \left[2 \cdot \left(\frac{1-v^s}{\delta} \right) \cdot v^s \right] \cdot {}_s p_{x+n} ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= \frac{2}{\delta} \cdot v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\int_0^{\infty} (v^s - v^{2s}) \cdot {}_s p_{x+n} ds \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \\ &= \frac{2}{\delta} \cdot v^{2n} \cdot {}_n p_x \cdot \left[\bar{a}_{x+n} - 2 \cdot \bar{a}_{x+n} \right] - ({}_n | \bar{a}_x)^2 \end{aligned} \tag{4.24}$$

El valor presente actuarial de una anualidad vitalicia temporal diferido de una unidad monetaria pagadera continuamente mientras una persona de edad x sobreviva entre las edades $x+m$ y $x+m+n$ se denota por ${}_n | {}_m a_x$. Y tenemos que

$${}_n|_m \ddot{a}_x = \int_0^{m+n} v^t \cdot {}_t p_x dt \quad (4.25)$$

$$= \ddot{a}_{x:m+n} - \ddot{a}_{x:m} \quad (4.26)$$

$$= \frac{\bar{A}_{x:m} - \bar{A}_{x:m+n}}{\delta} \quad (4.27)$$

$$= {}_m E_x \cdot \ddot{a}_{x:m+n} \quad (4.28)$$

Análogo a la función $\bar{s}_{\overline{n}|} = \int_0^n (1+i)^{n-t} dt$, en la teoría del interés, tenemos aquí

$$\bar{s}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{{}_n E_x} \cdot \ddot{a}_{x:n} = \int_0^n \frac{{}_t E_x}{{}_n E_x} dt = \int_0^n \frac{1}{{}_{n-t} E_{x+t}} dt \quad (4.29)$$

Representando el valor actuarial acumulado al final del plazo de una anualidad vitalicia temporal a n años de una unidad monetaria anual pagadera continuamente mientras la persona de edad x sobreviva. Dicho valor esta disponible a la edad $x+n$ sólo si la persona de edad x sobrevive.

Tabla 4.1
Resumen de anualidades vitalicias continuas

Nombre de la anualidad	Variable aleatoria del valor presente Y	Valor presente actuarial $E[Y]$
Anualidad vitalicia total	$\bar{a}_{\overline{T} } \quad T \geq 0$	$\bar{a}_x = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt$
Anualidad vitalicia temporal a n años	$\begin{cases} \bar{a}_{\overline{T} } & 0 \leq T < n \\ \bar{a}_{\overline{n} } & T \geq n \end{cases}$	$a_{x:\overline{n} } = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x dt$
Anualidad vitalicia diferida a n años	$\begin{cases} 0 & 0 \leq T < n \\ a_{T+1} - \bar{a}_{\overline{n} } & T \geq n \end{cases}$	${}_n _m a_x = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt$
Anualidad vitalicia temporal n años y diferida m años	$\begin{cases} 0 & 0 \leq T < m \\ \bar{a}_{\overline{T-m} } - a_m & m \leq T < m+n \\ a_{m+1} - \bar{a}_{\overline{n} } & T \geq m+n \end{cases}$	${}_m _n a_x = \int_m^{m+n} v^t \cdot {}_t p_x dt$

4.3 Anualidades vitalicias discretas

La teoría de las anualidades vitalicias discretas es análoga a la teoría de las anualidades vitalicias continuas, con las integrales reemplazadas por sumas, integrandos por sumandos y diferenciales por diferencias. Para anualidades continuas no hubo distinción entre pagos al inicio de los intervalos de pago o al final, es decir, entre anualidades de pago anticipado y anualidades de pago al final del periodo.

Esta distinción es significativa para las anualidades discretas, y empezaremos con las anualidades de pago anticipado ya que tienen un papel importante en las aplicaciones actuariales, debido a que en la mayoría de los seguros de vida individuales se compran mediante una anualidad de pago anticipado con primas periódicas.

Se define \ddot{a}_x como el valor presente actuarial de una anualidad vitalicia de pago anticipado entera de una unidad monetaria pagable al principio de cada año mientras una persona de edad x sobreviva.

El valor presente actuarial del pago anticipado en el tiempo k es ${}_k E_x = v^k \cdot {}_k p_x$, y bajo la técnica de pago corriente tenemos

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \quad (4.30)$$

En términos de la función de sobrevivencia, l_x , la expresión anterior es

$$\ddot{a}_x = \frac{1}{l_x} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot l_{x+k} \quad (4.31)$$

Entonces, por la interpretación del grupo de sobrevivencia de la tabla de mortalidad, \ddot{a}_x es la cantidad que cada una de los l_x vivos a la edad x deben aportar a un fondo para que el mismo, con interés, pueda pagar una unidad monetaria a cada uno de los l_{x+k} sobrevivientes a la edad $x+k$; $k=0,1,2,\dots$.

Para utilizar la técnica del pago agregado, consideramos el valor presente de los pagos de anualidades de la variable aleatoria $Y = \ddot{a}_{\overline{K+1}|}$, en donde la variable aleatoria K es el tiempo futuro de vida truncado de una persona de edad x .

Entonces tenemos que

$$\ddot{a}_x = E[Y] = E\left[\ddot{a}_{\overline{K+1}|}\right] = \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} \cdot {}_k|q_x \quad (4.32)$$

donde $P[K = k] = {}_k|q_x$.

Aplicando el teorema 2.2, a la expresión (4.32) y considerando que $g(k) = {}_k|q_x$,

$G(k) = \sum_{h=0}^k {}_h|q_x = {}_{k+1}|q_x$, $z(k) = \ddot{a}_{\overline{k+1}|}$ y $\Delta\ddot{a}_{\overline{k+1}|} = \ddot{a}_{\overline{k+1}|} - \ddot{a}_{\overline{k}|} = v^{k+1}$ tenemos

$$\ddot{a}_x = \ddot{a}_{\overline{1}|} + \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot (1 - {}_{k+1}|q_x) = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot {}_k|p_x$$

la cual es equivalente a la expresión (4.30).

Desarrollando la expresión $\ddot{a}_{\overline{k+1}|}$ tenemos,

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} &= 1 + a_{\overline{k+1}|} - v^{k+1} = 1 + \frac{1 - v^{k+1}}{i} - v^{k+1} = \frac{i + 1 - v^{k+1} - i \cdot v^{k+1}}{i} \\ &= \frac{(1+i) - v^{k+1} \cdot (1+i)}{i} = \frac{(1+i) \cdot (1 - v^{k+1})}{i} = \frac{(1 - v^{k+1})}{\frac{i}{1+i}} = \frac{(1 - v^{k+1})}{i \cdot v} \\ &= \frac{(1 - v^{k+1})}{d} \end{aligned}$$

De la expresión anterior y de la (4.32) obtenemos lo siguiente:

$$\ddot{a}_x = E\left[\frac{1 - v^{K+1}}{d}\right] = \frac{1}{d} [1 - A_x] \quad (4.33)$$

$$\ddot{a}_x = \ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \ddot{a}_{\overline{\infty}|} \cdot A_x \quad (4.34)$$

$$1 = d \cdot \ddot{a}_x + A_x \quad (4.35)$$

La expresión (4.35) indica que una unidad invertida ahora producirá un interés anticipado de d^1 por año mientras la persona de edad x sobrevive, más el reembolso de la unidad al final del año del fallecimiento de la persona de edad x .

¹ Por definición la tasa de descuento es $d = i \cdot v$.

La varianza es

$$V\left[\ddot{a}_{\overline{K+1}|}\right] = V\left[\frac{1-v^{K+1}}{d}\right] = \frac{1}{d^2} \cdot V[v^{K+1}] = \frac{1}{d^2} \cdot [{}^2A_x - A_x^2] \quad (4.36)$$

El valor presente actuarial de una anualidad vitalicia provisional a n años de una unidad monetaria pagable al principio de cada año mientras una persona de edad x sobrevive se denota por $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$.

Bajo la técnica de pago corriente se produce la expresión siguiente

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k E_x = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_x \quad (4.37)$$

Y por el enfoque de la técnica de pago agregado tenemos

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{K+1}|} & 0 \leq K < n \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} & K \geq n \end{cases} \quad (4.38)$$

y establecemos que

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = E[Y]$$

Sin embargo como $Y = (1 - Z)/d$ en donde Z se define como:

$$Z = \begin{cases} v^{K+1} & 0 \leq K < n \\ v^n & K \geq n \end{cases}$$

es la variable aleatoria del valor presente para una unidad de seguro mixto, pagadera al final del año del fallecimiento, o al término, tenemos

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{d} \cdot (1 - E[Z]) = \frac{1}{d} \cdot (1 - A_{x:\overline{n}|}) \quad (4.39)$$

Reacomodando la expresión (4.39) se produce la siguiente expresión

$$1 = d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|} \quad (4.40)$$

Para calcular la varianza, podemos utilizar

$$V[Y] = \frac{1}{d^2} \cdot V[Z] = \frac{1}{d^2} \cdot \left[{}^2A_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}^2 \right] \quad (4.41)$$

El valor presente actuarial de una anualidad vitalicia diferida de una unidad monetaria pagable al principio de cada año mientras una persona de edad x sobrevive de la edad $x+n$ en adelante se denota por la expresión ${}_n|\ddot{a}_x$. Y tenemos que

$${}_n|\ddot{a}_x = \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \quad (4.42)$$

$$= \ddot{a}_x - \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \quad (4.43)$$

$$= \frac{A_{x:\overline{n}|} - A_x}{d} \quad (4.44)$$

$$= {}_n E_x \cdot \ddot{a}_{x+n} \quad (4.45)$$

El valor actuarial acumulado al final del plazo de una anualidad vitalicia de pago anticipado provisional a n años de una unidad monetaria por año, pagadera mientras una persona de edad x sobrevive, se representa por ${}_s^{\overline{n}|}$.

Las expresiones² relacionadas a esta función son:

$${}_s^{\overline{n}|} = \frac{1}{{}_n E_x} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{{}_k E_x}{{}_n E_x} \right] \quad (4.46)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \left[\frac{1}{{}_{n-k} E_{x+k}} \right] \quad (4.47)$$

Para anualidades de pago al final de los periodos de pago, las notaciones \ddot{a} y ${}_s^{\overline{n}|}$ se reemplazan por a y s . Por tanto a_x representa el valor presente actuarial de una anualidad de una unidad monetaria al final de cada año mientras una persona de edad x sobrevive.

Las expresiones para a_x pueden obtenerse mediante métodos similares a los que ya se utilizaron para anualidades de pago anticipado o uno puede usar las relaciones entre los valores de dos tipos de anualidades. Ya que la anualidad

² Las cuales son análogas a las expresiones para ${}_s^{\overline{n}|}$ en la teoría del interés.

vitalicia de pago al final del periodo difiere de la anualidad vitalicia de pago anticipado sólo por el pago inicial, es decir,

$$a_x = \ddot{a}_x - 1 \tag{4.48}$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \tag{4.49}$$

Alternativamente, se tiene

$$a_x = E[a_{\overline{k}|}] \tag{4.50}$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} a_{\overline{k}|} \cdot {}_k q_x$$

Bajo la expresión (4.50) y debido a que $a_{\overline{k}|} = \frac{1-v^k}{i}$, se sigue que

$$\begin{aligned} a_x &= E\left[\frac{1-v^k}{i}\right] = E\left[\frac{1-\left(\frac{1+i}{1+i}\right) \cdot v^k}{i}\right] = E\left[\frac{1-(1+i) \cdot v \cdot v^k}{i}\right] \\ &= E\left[\frac{1-(1+i) \cdot v^{k+1}}{i}\right] = \frac{1}{i} \cdot [1-(1+i) \cdot A_x] \end{aligned}$$

donde la última expresión se puede describirse ya sea como

$$a_x = a_{\overline{\infty}|} - \ddot{a}_{\overline{\infty}|} \cdot A_x \tag{4.51}$$

o como

$$1 = i \cdot a_x + (1+i) \cdot A_x \tag{4.52}$$

El valor presente actuarial de una anualidad temporal a n años de una unidad monetaria al final de cada año, para n años mientras una persona de edad x sobrevive se denota $a_{x:\overline{n}|}$, y puede expresarse bajo la siguiente expresión

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^n v^k \cdot {}_k p_x \tag{4.53}$$

o también como

$$a_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1 + {}_n E_x \tag{4.54}$$

En esta última expresión, ${}_n E_x$ es el valor presente actuarial del pago vencido al final de n años bajo la anualidad inmediata pero no bajo la vencida. También la expresión se puede expresarse como

$$\ddot{a}_{x:n|} = 1 + a_{x:n-1|} \quad (4.55)$$

Para una anualidad diferida de una unidad monetaria pagadera al final de cada año mientras una persona de edad x sobreviva después de la edad $x+n$ denotamos el valor actuarial presente con ${}_n|a_x$ y se tienen las siguientes expresiones al respecto

$${}_n|a_x = \sum_{k=n+1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \quad (4.56)$$

$$= a_x - a_{x:n|} \quad (4.57)$$

$$= {}_n E_x \cdot a_{x+n} \quad (4.58)$$

Ahora se desarrollarán expresiones que relacionan a las funciones de \ddot{a} , a y A .

$$\begin{aligned} A_x &= E[v^{K+1}] = E[a_{\overline{K+1}|} - a_{\overline{K}|}] = E[v \cdot \ddot{a}_{\overline{K+1}|} - a_{\overline{K}|}] \\ &= v \cdot \ddot{a}_x - a_x. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Para interpretar esta expresión notemos que los pagos de v al inicio de cada año mientras una persona de edad x sobreviva, provistos por $v \cdot \ddot{a}_x$, quedarán compensados por los pagos equivalentes de una unidad monetaria al final de cada año, provistos por a_x , excepto en el año del fallecimiento. Por lo que el lado derecho de la expresión (4.59) es equivalente a una unidad monetaria al final del año del fallecimiento de una persona de edad x , es decir a A_x .

Para un seguro de vida temporal a n años, la relación correspondiente es

$$A_{x:n|}^1 = v \cdot \ddot{a}_{x:n|} - a_{x:n|} \quad (4.60)$$

Y para un seguro mixto temporal a n años se tiene que

$$A_{x:n|} = A_{x:n|}^1 + {}_n E_x$$

Sustituyendo de la expresión (4.60) en la relación $a_{x:n|} = a_{x:n-1|} + {}_n E_x$ tenemos

$$\begin{aligned}
 v \cdot \ddot{a}_{:x:n} - A_{:x:n}^1 &= a_{:x:n-1} + {}_nE_x \therefore \\
 A_{:x:n}^1 + {}_nE_x &= v \cdot \ddot{a}_{:x:n} - a_{:x:n-1} \therefore \\
 A_{:x:n} &= v \cdot \ddot{a}_{:x:n} - a_{:x:n-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.61}$$

Tabla 4.2
Resumen de anualidades discretas de vida

Nombre de la anualidad	Variable aleatoria del valor presente Y	Valor presente actuarial $E[Y]$
Anualidad de vida entera anticipada	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K \geq 0$	$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x$
Anualidad de vida entera vencida	$a_{\overline{K} }$ $K \geq 0$	$a_x = \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x$
Anualidad de vida temporal a n años anticipada	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $0 \leq K < n$	$\ddot{a}_{:x:n} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_x$
	$\ddot{a}_{\overline{n} }$ $K \geq n$	
Anualidad de vida temporal a n años vencida	$a_{\overline{K} }$ $0 \leq K < n$	$a_{:x:n} = \sum_{k=1}^n v^k \cdot {}_k p_x$
	$a_{\overline{n} }$ $K \geq n$	
Anualidad de vida entera diferida a n años anticipada	0 $0 \leq K < n$	${}_n \ddot{a}_x = \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x$
	$\ddot{a}_{\overline{K+1} } - \ddot{a}_{\overline{n} }$ $K \geq n$	
Anualidad de vida entera diferida a n años vencida	0 $0 \leq K < n$	${}_n a_x = \sum_{k=n+1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x$
	$a_{\overline{K} } - a_{\overline{n} }$ $K \geq n$	

5

PRIMAS NETAS

La prima es la aportación económica que ha de satisfacer el contratante o asegurado a la compañía aseguradora en concepto de contraprestación por la cobertura de riesgo que ésta le ofrece. Al respecto el asegurador no se limita a cobrar lo necesario para cubrir las indemnizaciones del seguro de vida, sino que le aumenta con una serie de recargos, tales como: costos de administración, costos de adquisición y margen de utilidad. La suma de todos estos recargos a la prima neta¹ constituye la prima de tarifa², cuyo concepto se estudiará con mayor detalle en el siguiente capítulo.

No obstante, la empresa aseguradora ha de satisfacer otra serie de gravámenes que se denominan impuestos. La suma de estos gastos fiscales a la prima tarifa es la prima total o de recibo que ha de satisfacer definitivamente el asegurado.

En los capítulos 3 y 4 se estudiaron los valores presentes actuariales de los pagos de varios seguros de vida y anualidades. Ahora en este capítulo se combinarán, debido a que en la práctica un seguro de vida individual generalmente se compra por una anualidad vitalicia de primas de tarifa³. En el presente capítulo se expondrán las primas netas anuales que sólo corresponden a los pagos de indemnizaciones. Dichas primas netas anuales asumirán la forma de una anualidad vitalicia que comienza cuando se emite el seguro de vida.

Para formalizar el concepto de prima neta, se define como la pérdida del asegurador, L , a la diferencia entre la variable aleatoria referida al valor presente de las indemnizaciones a pagarse por el asegurador y la variable aleatoria concerniente al valor presente de la anualidad de las primas a pagarse por el asegurado. Este principio se le denomina como el principio de la equivalencia y exige que

$$E[L] = 0 \quad (5.1)$$

¹ También se le denomina prima de riesgo y corresponde a la cantidad monetaria necesaria para cubrir la contingencia.

² Se le llama también prima comercial o prima bruta.

³ Se desarrolla la teoría en términos de la prima de tarifa y no de la prima total, debido a que los impuestos derivan de las leyes fiscales del Estado y nada tienen que ver con la actividad comercial de la entidad aseguradora.

Se concebirá como primas netas, aquellas que satisfacen la expresión anterior.

Estas primas netas son tales que:

$$E[\text{valor presente de los beneficios} - \text{valor presente de las primas netas}] = 0$$

Cuando se usa el principio de equivalencia para determinar la prima única que se cobrará al expedir la póliza para un seguro de vida o para una anualidad vitalicia, esta es igual al valor presente actuarial de los pagos y se denomina como prima neta única.

5.1 Primas netas totalmente continuas

Los principios básicos involucrados en la determinación de las primas netas anuales usando el principio de equivalencia se ejemplificarán para el caso de la prima neta anual uniforme totalmente continua para un seguro de vida entera pagadera inmediatamente a la muerte de una persona de edad x . Para cualquier prima pagada continuamente, \bar{P} , considere

$$l(t) = v^t - \bar{P} \cdot \bar{a}_{\overline{t}|} \quad (5.2)$$

como el valor presente de la pérdida del asegurador si la muerte ocurre en el tiempo t .

Observemos que $l(t)$ es una función decreciente de t con $l(0) = 1$ y $l(t)$ aproximándose a $-\bar{P}/\delta$ a medida que $t \rightarrow \infty$.

Si tenemos que $l(t_0) = 0$, la muerte antes de t_0 produce una pérdida mientras que si la muerte ocurre después de t_0 produce una ganancia.

Tenemos que

$$L = l(T) = v^T - \bar{P} \cdot \bar{a}_{\overline{T}|} \quad (5.3)$$

correspondiente a la función de pérdida $l(t)$. Si el asegurador determina su prima mediante el principio de equivalencia, la prima se representa por $\bar{P}(\bar{A}_x)$ y es tal que

$$E[L] = 0 \quad (5.4)$$

De las expresiones (3.6), (4.5) y (4.6) se tiene que $\bar{A}_x - \bar{P}(\bar{A}_x) \cdot \bar{a}_x = 0$, o bien despejando la expresión $\bar{P}(\bar{A}_x)$ tenemos que

$$\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x} \quad (5.5)$$

La varianza de L puede utilizarse como una medida de la variabilidad de las pérdidas en un seguro de vida entera individual debido a la naturaleza aleatoria del tiempo transcurrido hasta que se sobreviene la muerte de la persona.

Como $E[L] = 0$, tenemos

$$V[L] = E[L^2] \quad (5.6)$$

Para la pérdida de la expresión (5.3), tenemos

$$\begin{aligned} V\left[v^T - \bar{P} \cdot \bar{a}_{\overline{T}|}\right] &= V\left[v^T - \frac{\bar{P} \cdot (1 - v^T)}{\delta}\right] = V\left[v^T \cdot \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right) - \frac{\bar{P}}{\delta}\right] \\ &= V\left[v^T \cdot \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right)\right] \\ &= V[v^T] \cdot \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right)^2 = (\bar{A}_x - \bar{A}_x^2) \cdot \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right)^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Para la prima determinada mediante el principio de equivalencia, podemos utilizar las expresiones (5.5) y la (4.8), $\delta \cdot \bar{a}_x + \bar{A}_x = 1$, para describir la expresión (5.7) como

$$V[L] = \frac{\bar{A}_x - \bar{A}_x^2}{(\delta \cdot \bar{a}_x)^2} \quad (5.8)$$

Utilizando el principio de equivalencia, podemos determinar expresiones para las primas netas anuales de una variedad de seguros de vida totalmente continuos.

Nuestra pérdida general es

$$b_T \cdot v_T - \bar{P} \cdot Y = Z - \bar{P} \cdot Y \quad (5.9)$$

En donde tenemos que:

- b_t y v_t son, respectivamente, el monto del beneficio y el factor de descuento definidas como $z_t = b_t \cdot v_t$ (Véase la expresión (3.1))
- \bar{P} es un símbolo general para una prima neta anual totalmente continua,
- Y es una variable aleatoria de una anualidad continua como se definió, por ejemplo la expresión (4.16), y
- Z se define por $Z = b_T \cdot v_T$ (Véase la expresión (3.2))

La aplicación del principio de equivalencia produce que

$$E[b_T \cdot v_T - \bar{P} \cdot Y] = 0$$

o bien al desarrollar la anterior expresión tenemos que

$$\bar{P} = \frac{E[b_T \cdot v_T]}{E[Y]}$$

Estas ideas se usan para determinar las expresiones de las primas anuales mostradas en la tabla 5.1.

Es importante apreciar el patrón de una anualidad vitalicia entera diferida a n años de una unidad monetaria por año pagadera continuamente. En este caso $b_T \cdot v_T = 0$, $T \leq n$ y $b_T \cdot v_T = \bar{a}_{\overline{T-n}|} \cdot v^n$, $T > n$. Por lo que,

$$\begin{aligned} E[b_T \cdot v_T] &= {}_n p_x \cdot E[\bar{a}_{\overline{T-n}|} \cdot v^n | T > n] \\ &= v^n \cdot {}_n p_x \cdot \bar{a}_{x+n} = A_{x:n|} \cdot \bar{a}_{x+n} \end{aligned}$$

Tabla 5.1
Primas anuales netas totalmente continuas

Plan	Elementos de la pérdida		Prima neta
	$b_T \cdot v_T$	$\bar{P} \cdot Y$ donde Y es	$\bar{P} = \frac{E[b_T \cdot v_T]}{E[Y]}$
Seguro de vida entera	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{T }$	$\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x}$
Seguro de vida temporal a n años	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{T } \quad T \leq n$	$\bar{P}(\bar{A}_{x:n }^1) = \frac{\bar{A}_{x:n }^1}{\bar{a}_{x:n }}$
	0	$\bar{a}_{n } \quad T > n$	
Seguro mixto temporal a n años	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{T } \quad T \leq n$	$\bar{P}(\bar{A}_{x:n }) = \frac{\bar{A}_{x:n }}{\bar{a}_{x:n }}$
	$1 \cdot v^n$	$\bar{a}_{n } \quad T > n$	
Seguro de vida entera a h pagos (*)	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{T } \quad T \leq h$	${}_h\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\bar{a}_{x:h }}$
	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{h } \quad T > h$	
Seguro mixto temporal a n años a h pagos (*)	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{T } \quad T \leq h$	${}_h\bar{P}(\bar{A}_{x:n }) = \frac{\bar{A}_{x:n }}{\bar{a}_{x:h }}$
	$1 \cdot v^T$	$\bar{a}_{h } \quad h < T \leq n$	
	$1 \cdot v^n$	$\bar{a}_{h } \quad T > n$	
Dotal temporal a n años	0	$\bar{a}_{T } \quad T \leq n$	$\bar{P}\left(\bar{A}_{x:n }^1\right) = \frac{\bar{A}_{x:n }^1}{\bar{a}_{x:n }}$
	$1 \cdot v^n$	$\bar{a}_{n } \quad T > n$	
Anualidad vitalicia diferida a n años	0	$\bar{a}_{T } \quad T \leq n$	$\bar{P}(n \bar{a}_x) = \frac{\bar{A}_{x:n } \cdot \bar{a}_{x+n}}{\bar{a}_{x:n }}$
	$\bar{a}_{T-n } \cdot v^n$	$\bar{a}_{n } \quad T > n$	

(*) Los seguros descritos prevén un período de pago de la prima más corto que el período sobre el que se pagan las indemnizaciones del fallecimiento.

Ahora se expresará la varianza de la pérdida, L , asociada con un seguro mixto temporal a n años, en términos de primas netas únicas.

Usando la expresión $Z_3 = Z_1 + Z_2$ (Véase la expresión (3.9)), tenemos

$$V[L] = V\left[Z_3 \cdot \left(1 + \frac{\bar{P}(\bar{A}_{x:n|})}{\delta}\right) - \frac{\bar{P}(\bar{A}_{x:n|})}{\delta}\right]$$

Utilizando ahora la expresión (3.11) se obtiene

$$V[L] = \left[1 - \frac{\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|})}{\delta} \right]^2 \cdot \left[{}^2\bar{A}_{x:\overline{n}|} - \bar{A}_{x:\overline{n}|}^2 \right]$$

La expresión (4.15) puede describirse como

$$(\delta \cdot \bar{a}_{x:\overline{n}|})^{-1} = 1 + \frac{\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|})}{\delta}$$

lo que implica que

$$V[L] = \frac{{}^2\bar{A}_{x:\overline{n}|} - \bar{A}_{x:\overline{n}|}^2}{(\delta \cdot \bar{a}_{x:\overline{n}|})^2}$$

Las dos identidades, (4.8) y (4.15), pueden utilizarse para derivar relaciones entre primas netas continuas. Por ejemplo, empezando con la expresión (4.8) tenemos

$$\delta \cdot \bar{a}_x + \bar{A}_x = 1 \quad \therefore \quad \delta + \bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{1}{\bar{a}_x} \quad \therefore$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(\bar{A}_x) &= \frac{1}{\bar{a}_x} - \delta & (5.10) \\ &= \frac{1 - \delta \cdot \bar{a}_x}{\bar{a}_x} = \frac{\bar{A}_x}{1 - \bar{A}_x} = \frac{\delta \cdot \bar{A}_x}{\delta} \end{aligned}$$

Ahora con la expresión (4.15) obtenemos

$$\delta \cdot \bar{a}_{x:\overline{n}|} + \bar{A}_{x:\overline{n}|} = 1 \quad \therefore \quad \delta + \bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) = \frac{1}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}} \quad \therefore$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) &= \frac{1}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}} - \delta & (5.11) \\ &= \frac{1 - \delta \cdot \bar{a}_{x:\overline{n}|}}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{1 - \bar{A}_{x:\overline{n}|}} = \frac{\delta \cdot \bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\delta} \end{aligned}$$

5.2 Primas netas totalmente discretas

En esta sección consideraremos los seguros de primas anuales, es decir, aquellos cuya suma asegurada es pagadera al final del año de la póliza, en el que ocurre el fallecimiento y la primera prima se paga a la expedición del seguro y las primas subsecuentes son pagaderas, mientras sobreviva el asegurado, en los aniversarios de la expedición de la póliza durante el periodo de pago contractual de la prima.

Donde el conjunto de primas anuales forman de esta manera una anualidad vitalicia anticipada. Este modelo no se adapta a la práctica pero es de importancia histórica en el desarrollo de la teoría actuarial.

Bajo estas circunstancias, la prima anual neta uniforme para una unidad de seguro de vida entera se denota por P_x , en donde la ausencia de (\bar{A}_x) significa que el seguro es pagadero al final del año de la póliza en que sucede el fallecimiento. La pérdida para este seguro es

$$L = v^{K+1} - P_x \cdot \ddot{a}_{\overline{K+1}|} \quad K = 0, 1, 2, \dots \quad (5.12)$$

El principio de equivalencia exige que $E[L] = 0$, es decir que

$$E\left[v^{K+1}\right] - P_x \cdot E\left[\ddot{a}_{\overline{K+1}|}\right] = 0$$

lo que produce
$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} \quad (5.13)$$

Usando la expresión $1 = d \cdot \ddot{a}_x + A_x$ en lugar de la expresión $1 = \delta \cdot \bar{a}_x + \bar{A}_x$ (Véanse las expresiones (4.35) y (4.8)), con pasos paralelos a los realizados para obtener la expresión (5.8), obtenemos

$$V[L] = \frac{{}^2A_x - A_x^2}{(d \cdot \ddot{a}_x)^2} \quad (5.14)$$

Continuando con el uso del principio de equivalencia, podemos determinar expresiones para las primas netas anuales de una diversidad de seguros de vida totalmente discretos. Nuestra pérdida general será

$$b_{K+1} \cdot v_{K+1} - P \cdot Y$$

en donde

- b_{k+1} y v_{k+1} son, respectivamente, las funciones de indemnizaciones y de descuentos definidas como $z_{k+1} = b_{k+1} \cdot v_{k+1}$ (Véase la expresión (3.16))
- P es un símbolo general para una prima anual pagada, mientras el asegurado sobreviva, al principio de cada año de la póliza durante el periodo de pagos de la prima, y
- Y es la anualidad discreta de la variable aleatoria

La aplicación del principio de equivalencia nos produce

$$E[b_{K+1} \cdot v_{K+1} - P \cdot Y] = 0$$

y desarrollando tenemos

$$P = \frac{E[b_{K+1} \cdot v_{K+1}]}{E[Y]}$$

Aplicando estas ideas se obtienen las expresiones para las primas de seguros totalmente discretos que se muestran en la tabla 5.2.

Ahora se determinara la varianza de la pérdida, L , asociada con un seguro mixto temporal a n años, en términos de primas netas únicas. Empezando con la notación de la tabla 5.2, tenemos que

$$Z = \begin{cases} v^{K+1} & K = 0, 1, \dots, n-1 \\ v^n & K = n, n+1, \dots \end{cases}$$

Luego, podemos escribir, con referencia al renglón de la tabla 5.2,

$$L = Z - P_{\overline{x:n}|} \cdot \frac{1-Z}{d}$$

por tanto, tenemos

$$\begin{aligned} V[L] &= V \left[Z \cdot \left(1 + \frac{P_{\overline{x:n}|}}{d} \right) - \frac{P_{\overline{x:n}|}}{d} \right] \\ &= \left(1 + \frac{P_{\overline{x:n}|}}{d} \right)^2 \cdot \left({}^2A_{\overline{x:n}|} - A_{\overline{x:n}|}^2 \right) \end{aligned}$$

Tabla 5.2
Primas anuales netas totalmente discretas

Plan	Elementos de la pérdida		Prima neta
	$b_{K+1} \cdot v_{K+1}$	$P \cdot Y$ donde Y es	$\bar{P} = \frac{E[b_{K+1} \cdot v_{K+1}]}{E[Y]}$
Seguro de vida entera	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots$	$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$
Seguro de vida temporal a n años	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, n-1$	$P_{x:n}^1 = \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}}$
	0	$\ddot{a}_{\overline{n} }$ $K = n, n+1, \dots$	
Seguro mixto temporal a n años	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, n-1$	$P_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}}$
	$1 \cdot v^n$	$\ddot{a}_{\overline{n} }$ $K = n, n+1, \dots$	
Seguro de vida entera a h pagos (*)	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, h-1$	${}_h P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:h}}$
	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{h} }$ $K = h, h+1, \dots$	
Seguro mixto temporal a n años a h pagos (*)	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, h-1$	${}_h P_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:h}}$
	$1 \cdot v^{K+1}$	$\ddot{a}_{\overline{h} }$ $K = h, \dots, n-1$	
	$1 \cdot v^n$	$\ddot{a}_{\overline{h} }$ $K = n, n+1, \dots$	
Dotal temporal a n años	0	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, n-1$	$P_{x:n}^1 = \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}}$
	$1 \cdot v^n$	$\ddot{a}_{\overline{n} }$ $K = n, n+1, \dots$	
Anualidad vitalicia diferida a n años	0	$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$ $K = 0, 1, 2, \dots, n-1$	$P(n \ddot{a}_x) = \frac{A_{x:n}^1 \cdot \ddot{a}_{x+n}}{\ddot{a}_{x:n}}$
	$\ddot{a}_{\overline{K+1-n} } \cdot v^n$	$\ddot{a}_{\overline{n} }$ $K = n, n+1, \dots$	

Bajo la expresión (4.40) y el componente del tercer renglón de la tabla 5.2 pueden combinarse en la siguiente forma:

$$d \cdot \ddot{a}_{x:n} + A_{x:n} = 1 \quad \therefore \quad 1 + \frac{P_{x:n}^1}{d} = \frac{1}{d \cdot \ddot{a}_{x:n}}$$

Por lo tanto, la varianza que buscamos es

$$\frac{{}^2A_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}^2}{(d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2} \quad (5.15)$$

Las dos identidades, (4.35) y (4.40), pueden utilizarse para derivar relaciones entre primas discretas.

Por ejemplo, empezando con la expresión (4.35), tenemos para los seguros de vida entera

$$\begin{aligned} d \cdot \ddot{a}_x + A_x &= 1 \quad \therefore d + P_x = \frac{1}{\ddot{a}_x} \quad \therefore \\ P_x &= \frac{1}{\ddot{a}_x} - d \quad (5.16) \\ &= \frac{1 - d \cdot \ddot{a}_x}{\ddot{a}_x} = \frac{d \cdot A_x}{1 - A_x} \end{aligned}$$

Ahora bajo la expresión (4.40) obtenemos una cadena similar de igualdades para seguros mixtos discretos a x años:

$$\begin{aligned} d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|} &= 1 \quad \therefore d + P_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad \therefore \\ P_{x:\overline{n}|} &= \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d \quad (5.17) \\ &= \frac{1 - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{d \cdot A_{x:\overline{n}|}}{1 - A_{x:\overline{n}|}} \end{aligned}$$

5.3 Primas netas semicontinuas

En la práctica, los seguros de vida son pagaderos inmediatamente después del fallecimiento en lugar de al final del año, de la póliza, en que ocurre el fallecimiento, por lo tanto es necesario el pago anual de primas netas

semicontinuas. Dichas primas, siguiendo el mismo orden utilizado en las tablas 5.1 y 5.2 se denotaran como $P(\overline{A}_x)$, $P(\overline{A}_{x:\overline{n}|})$, ${}_h P(\overline{A}_x)$ y ${}_h P(\overline{A}_{x:\overline{n}|})$.

No hay necesidad de una dotación pura temporal a n años con prima anual semicontinua porque no se involucra una indemnización por defunción.

El principio de equivalencia puede aplicarse para producir expresiones como las de la tabla 5.2, pero con el símbolo general A remplazado por \overline{A} . Por ejemplo,

$$P(\overline{A}_x) = \frac{\overline{A}_x}{\ddot{a}_x} \quad (5.18)$$

Observemos que la notación para estas primas no es \overline{P}_x , la prima anual pagadera continuamente para una indemnización de seguro de vida entera de pago unitario pagadera al final del año del fallecimiento e igual a A_x / \ddot{a}_x . Si se supone una distribución uniforme de fallecimientos para cada año de edad, podemos usar las nociones de la sección 3.3 para escribir

$$P(\overline{A}_x) = \frac{i}{\delta} \cdot \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{i}{\delta} \cdot P_x \quad (5.19)$$

$$P(\overline{A}_{x:\overline{n}|}) = \frac{i}{\delta} \cdot P_{x:\overline{n}|}^1 \quad (5.20)$$

$$P(\overline{A}_{x:\overline{n}|}) = \frac{i}{\delta} \cdot P_{x:\overline{n}|}^1 + P_{x:\overline{n}|}^{\overline{1}} \quad (5.21)$$

6

MARGEN DE SEGURIDAD

La prima de tarifa es el precio adecuado de un seguro, vendido por la industria aseguradora. Así como en cualquier industria, el precio correcto es vital, ya que un precio bajo provocaría una pérdida económica a la compañía aseguradora, y en el otro extremo, un precio alto ubicaría a la institución fuera de la competencia en el sector de la industria aseguradora.

Las autoridades supervisoras del sector asegurador tienen un interés particular en las primas de tarifa y en los rangos de aceptación, ya que si las autoridades aprueban precios bajos, ellas compartirán la culpa si la compañía quiebra, pero si ellos aceptan precios altos pueden ser criticados por ayudar a la industria a enriquecerse a costa del asegurado.

El objetivo principal del actuario es encontrar métodos para el cálculo de primas de tarifa o principios de cálculo de ésta. En el capítulo 5 se estudio el concepto de primas netas anuales que sólo corresponden al costo real del riesgo asumido por el asegurador, sin tener en cuenta sus costos de gestión ni otros conceptos. En este capítulo se estudiará el concepto de prima de tarifa, así como también se expondrá la propuesta del modelo actuarial para determinar el margen de seguridad de la prima de tarifa del seguro de vida, el cual permitirá recargar ésta prima por seguridad y no por costo de las posibles desviaciones de la siniestralidad.

6.1 Prima de tarifa

La prima neta debe tener una carga adicional, no sólo para cubrir las obligaciones adquiridas por la compañía, si no también para cubrir los gastos y otros requisitos financieros de la aseguradora, debido a que el principal flujo de activos¹ que tiene la compañía es justamente el cobro de primas.

De acuerdo a la Circular S-8.1.1 de fecha 13 de mayo de 2004 de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), la prima de tarifa es el monto necesario para cubrir un riesgo, comprendiendo los costos esperados de siniestralidad y otras

¹ Activo es el término contable con el cual se designan los valores que posee una persona, asociación o empresa.

obligaciones contractuales, así como los de adquisición, de administración y el margen de utilidad previsto.

Los costos de administración son los relativos a la suscripción, emisión, cobranza, administración, control y cualquier otra función necesaria para el manejo operativo de una cartera de seguros.

Los costos de adquisición son los relacionados con la promoción y venta de los seguros, que incluyen comisiones a intermediarios, bonos, gastos por mercadotecnia y publicidad y otros gastos comprendidos dentro de este rubro.

El margen de utilidad es la contribución marginal a la utilidad bruta general, que se haya definido para el ramo y tipo de seguro en cuestión, de conformidad con las políticas establecidas por la empresa que asume el riesgo, incluyendo, en su caso, el costo del capital² y el costo neto del reaseguro³.

Estos gastos se pueden cobrar en proporción de la prima de tarifa o como una proporción de la suma asegurada.

Por lo anterior, la expresión general de la prima de tarifa sería:

$$\begin{aligned} \text{Prima de tarifa} = & \text{Prima neta} + \text{Costos de administración} \\ & + \text{Costos de adquisición} + \text{Margen de utilidad} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Generalmente los costos de administración se reparten uniformemente sobre toda la duración del seguro. En cambio los costos de adquisición, lo erogan las compañías al empezar el seguro y tiene que distribuirlos en toda la duración del seguro⁴.

Una expresión para la prima de tarifa que contemple los distintos gastos sería:

$$PT = \frac{PN}{1 - (C_{ADM} + C_{ADQ} + M_{UTI})} \quad (6.2)$$

donde:

$$PN = \text{Prima neta} \quad (6.3)$$

$$C_{ADM} = \text{Porcentaje del costo de administración} \quad (6.4)$$

² De acuerdo a la Circular S-8.1.1 de fecha 13 de mayo de 2004 de la CNSF, el costo de capital se refiere al interés o costo de oportunidad de los recursos adicionales que no provienen de la prima, que son necesarios para financiar la operación del seguro.

³ De acuerdo a la Circular S-8.1.1 de fecha 13 de mayo de 2004 de la CNSF, el costo neto de reaseguro corresponde al diferencial entre egresos e ingresos de la cedente respecto al reaseguro no proporcional contratado.

⁴ Para una mayor facilidad se considerará en este trabajo un costo de adquisición uniforme.

$$C_{ADQ} = \text{Porcentaje del costo de adquisición} \quad (6.5)$$

$$M_{UTI} = \text{Porcentaje del margen de utilidad} \quad (6.6)$$

La base técnica de esta expresión es el equilibrio entre los ingresos y los egresos de la institución de seguros de vida, dicho equilibrio se muestra en la expresión (6.1). Considerando que dichos costos son estimados como un porcentaje de la prima de tarifa y denominando dichos porcentajes como C_{ADM} , C_{ADQ} y M_{UTI} , se tiene que:

$$PT = PN + C_{ADM} \cdot PT + C_{ADQ} \cdot PT + M_{UTI} \cdot PT$$

asociando términos semejantes tenemos

$$PT = PN + PT \cdot (C_{ADM} + C_{ADQ} + M_{UTI})$$

al despejar a la PN tenemos

$$PT - PT \cdot (C_{ADM} + C_{ADQ} + M_{UTI}) = PN$$

entonces

$$PT \cdot [1 - (C_{ADM} + C_{ADQ} + M_{UTI})] = PN$$

por lo tanto,

$$PT = \frac{PN}{1 - (C_{ADM} + C_{ADQ} + M_{UTI})}$$

6.2 Margen de seguridad

Como ya se indicó anteriormente, el margen de utilidad se determina en base a las políticas de la institución aseguradora no existiendo así un procedimiento actuarial para el cálculo de éste parámetro.

Derivado de lo anterior se propone un modelo actuarial para determinar el margen de seguridad, el cual recargará por seguridad a la prima de tarifa, mediante el porcentaje del margen de utilidad, respecto al riesgo de una mayor siniestralidad de la esperada. Para tal efecto y dado que en la práctica, los seguros de vida son pagaderos inmediatamente después del fallecimiento y que el pago de primas netas es de manera anual⁵, las primas en las que se desarrollará el modelo

⁵ En la operación del seguro, también existen formas de pago mensual, trimestral, cuatrimestral y/o semestral, para lo cual la compañía recarga la prima de tarifa, dicho recargo no se expondrá por estar fuera de los alcances de éste trabajo.

corresponderán a las denominas como primas netas semicontinuas, estudiadas en la sección 5.3.

Antes de establecer el modelo de forma general, este se desarrollará a manera de ejemplo en el seguro de vida entera, donde la obligación de la compañía es pagar la suma asegurada contratada, en cualquier momento que ocurra la muerte del asegurado siempre que la póliza este en vigor y la obligación del contratante es pagar las primas mientras viva.

Recordemos que la prima neta semicontinua del seguro de vida entera⁶ es:

$$P(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x}$$

y en base a lo indicado en la tabla 3.1 y a la expresión (4.36) tenemos, respectivamente

$$V[Z] = {}^2\bar{A}_x - [\bar{A}_x]^2$$

$$V[Y] = \frac{1}{d^2} \cdot [{}^2A_x - A_x^2]$$

Calculando las respectivas desviaciones estándar obtenemos lo siguiente:

$$\sigma_{\bar{A}_x} = \sqrt{V[Z]} = \sqrt{{}^2\bar{A}_x - [\bar{A}_x]^2} \quad (6.7)$$

$$\sigma_{\ddot{a}_x} = \sqrt{V[Y]} = \sqrt{\frac{1}{d^2} \cdot [{}^2A_x - A_x^2]} \quad (6.8)$$

Donde la expresión $\sigma_{\bar{A}_x}$ indica la desviación estándar de la obligación de la compañía y la expresión $\sigma_{\ddot{a}_x}$ indica la desviación estándar de la obligación del contratante.

En un primer análisis se utilizaron en el modelo las definiciones de la $\sigma_{\bar{A}_x}$ y la de $\sigma_{\ddot{a}_x}$; ahora en base a lo demostrado en el Anexo II y definiendo las variables como:

$$\begin{aligned} a &= \bar{A}_x & c &= \sigma_{\bar{A}_x} \\ b &= \ddot{a}_x & d &= \sigma_{\ddot{a}_x} \end{aligned}$$

⁶ Véase la expresión (5.18)

tenemos

$$\frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x} \leq \frac{\bar{A}_x + \sigma_{\bar{A}_x}}{\ddot{a}_x - \sigma_{\ddot{a}_x}}$$

Del lado izquierdo de la desigualdad se encuentra la expresión de la prima neta semicontinua del seguro de vida entera y del lado derecho se encuentra la prima neta semicontinua recargada por las desviaciones estándar de las obligaciones de la compañía y del contratante, la cual se denota como $P_{\sigma_{\bar{A}_x}, \sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$.

Al realizar los cálculos correspondientes para la edades⁷ de 12 a 50 años se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 6.1

x	\bar{A}_x	$V[Z]$	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$V[Y]$	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\bar{A}_x}, \sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0070	0.0837	18.17	2.444	1.5633	0.00297	0.00829	0.00532	179.07%
13	0.0566	0.0074	0.0862	18.13	2.591	1.6097	0.00312	0.00865	0.00552	176.97%
14	0.0593	0.0079	0.0888	18.07	2.746	1.6570	0.00328	0.00902	0.00574	174.91%
15	0.0621	0.0083	0.0913	18.02	2.908	1.7053	0.00345	0.00940	0.00596	172.91%
16	0.0650	0.0088	0.0940	17.97	3.078	1.7546	0.00362	0.00981	0.00619	170.96%
17	0.0681	0.0093	0.0967	17.91	3.257	1.8048	0.00380	0.01023	0.00643	169.06%
18	0.0713	0.0099	0.0994	17.85	3.444	1.8559	0.00399	0.01067	0.00668	167.20%
19	0.0746	0.0104	0.1022	17.79	3.640	1.9079	0.00420	0.01113	0.00694	165.39%
20	0.0781	0.0110	0.1050	17.72	3.845	1.9608	0.00441	0.01162	0.00721	163.64%
21	0.0817	0.0116	0.1079	17.66	4.059	2.0146	0.00463	0.01212	0.00750	161.93%
22	0.0855	0.0123	0.1108	17.59	4.282	2.0692	0.00486	0.01265	0.00779	160.27%
23	0.0894	0.0130	0.1138	17.51	4.514	2.1246	0.00511	0.01321	0.00810	158.67%
24	0.0935	0.0136	0.1168	17.44	4.756	2.1809	0.00536	0.01379	0.00842	157.11%
25	0.0977	0.0144	0.1199	17.36	5.008	2.2378	0.00563	0.01439	0.00876	155.60%
26	0.1021	0.0151	0.1230	17.27	5.269	2.2954	0.00591	0.01503	0.00911	154.14%
27	0.1067	0.0159	0.1261	17.19	5.540	2.3537	0.00621	0.01569	0.00948	152.73%
28	0.1115	0.0167	0.1292	17.10	5.821	2.4126	0.00652	0.01639	0.00987	151.37%
29	0.1164	0.0175	0.1324	17.01	6.111	2.4720	0.00685	0.01712	0.01027	150.06%
30	0.1216	0.0184	0.1356	16.91	6.411	2.5319	0.00719	0.01789	0.01070	148.80%
31	0.1269	0.0193	0.1389	16.81	6.720	2.5922	0.00755	0.01869	0.01114	147.59%
32	0.1324	0.0202	0.1421	16.71	7.038	2.6529	0.00793	0.01953	0.01161	146.43%
33	0.1382	0.0211	0.1454	16.60	7.365	2.7139	0.00832	0.02042	0.01209	145.32%
34	0.1441	0.0221	0.1486	16.49	7.701	2.7750	0.00874	0.02134	0.01261	144.25%
35	0.1502	0.0231	0.1519	16.38	8.044	2.8362	0.00917	0.02232	0.01314	143.25%
36	0.1566	0.0241	0.1552	16.26	8.395	2.8975	0.00963	0.02334	0.01371	142.29%
37	0.1632	0.0251	0.1585	16.13	8.753	2.9586	0.01011	0.02441	0.01430	141.38%
38	0.1700	0.0262	0.1618	16.01	9.118	3.0196	0.01062	0.02554	0.01492	140.52%
39	0.1770	0.0272	0.1650	15.88	9.488	3.0803	0.01115	0.02673	0.01558	139.72%
40	0.1843	0.0283	0.1682	15.74	9.863	3.1406	0.01171	0.02798	0.01627	138.97%
41	0.1918	0.0294	0.1714	15.60	10.242	3.2004	0.01229	0.02929	0.01700	138.28%
42	0.1995	0.0305	0.1746	15.46	10.624	3.2595	0.01291	0.03067	0.01776	137.64%
43	0.2075	0.0316	0.1777	15.31	11.008	3.3179	0.01355	0.03212	0.01857	137.05%
44	0.2157	0.0327	0.1808	15.15	11.393	3.3753	0.01423	0.03366	0.01943	136.52%
45	0.2241	0.0338	0.1838	15.00	11.777	3.4318	0.01494	0.03527	0.02033	136.05%
46	0.2328	0.0349	0.1868	14.84	12.160	3.4871	0.01569	0.03697	0.02128	135.64%

⁷ Para los fines de éste trabajo, el rango de aceptación será de 12 a 50 años de edad.

x	\bar{A}_x	$V[Z]$	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$V[Y]$	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\bar{A}_x}, \sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
47	0.2417	0.0360	0.1897	14.67	12.539	3.5410	0.01648	0.03877	0.02229	135.28%
48	0.2509	0.0371	0.1925	14.50	12.913	3.5934	0.01730	0.04066	0.02336	134.98%
49	0.2603	0.0381	0.1952	14.32	13.281	3.6443	0.01817	0.04266	0.02449	134.74%
50	0.2699	0.0391	0.1979	14.14	13.641	3.6933	0.01909	0.04477	0.02568	134.56%

Hipótesis demográficas:

Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

En la columna denominada porcentaje de incremento se puede observar que los incrementos son altos para edades pequeñas y que con éstos incrementos aplicados a la prima de tarifa, dejarían a la compañía aseguradora fuera de competencia en el mercado asegurador. Por lo que se decidió, en un segundo análisis, considerar únicamente la desviación estándar de la obligación de la compañía.

En base a lo demostrado en el Anexo II y definiendo las variables como:

$$\begin{aligned} a &= \bar{A}_x & c &= \sigma_{\bar{A}_x} \\ b &= \ddot{a}_x & d &= 0 \end{aligned}$$

tenemos

$$\frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x} \leq \frac{\bar{A}_x + \sigma_{\bar{A}_x}}{\ddot{a}_x}$$

Al igual que en el análisis anterior en el lado izquierdo de la desigualdad se encuentra la expresión de la prima neta semicontinua del seguro de vida entera y ahora del lado derecho se encuentra la prima neta semicontinua recargada únicamente por la desviación estándar de la obligación de la compañía, la cual se denota como $P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$.

Al realizar los cálculos correspondientes para la edades de 12 a 50 años se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 6.2

x	\bar{A}_x	$V[Z]$	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$V[Y]$	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0070	0.0837	18.17	2.444	1.5633	0.00297	0.00758	0.00461	155.07%
13	0.0566	0.0074	0.0862	18.13	2.591	1.6097	0.00312	0.00788	0.00476	152.37%
14	0.0593	0.0079	0.0888	18.07	2.746	1.6570	0.00328	0.00819	0.00491	149.71%
15	0.0621	0.0083	0.0913	18.02	2.908	1.7053	0.00345	0.00851	0.00507	147.09%
16	0.0650	0.0088	0.0940	17.97	3.078	1.7546	0.00362	0.00885	0.00523	144.50%
17	0.0681	0.0093	0.0967	17.91	3.257	1.8048	0.00380	0.00920	0.00540	141.94%
18	0.0713	0.0099	0.0994	17.85	3.444	1.8559	0.00399	0.00956	0.00557	139.42%
19	0.0746	0.0104	0.1022	17.79	3.640	1.9079	0.00420	0.00994	0.00575	136.93%
20	0.0781	0.0110	0.1050	17.72	3.845	1.9608	0.00441	0.01033	0.00593	134.47%
21	0.0817	0.0116	0.1079	17.66	4.059	2.0146	0.00463	0.01074	0.00611	132.04%
22	0.0855	0.0123	0.1108	17.59	4.282	2.0692	0.00486	0.01116	0.00630	129.65%
23	0.0894	0.0130	0.1138	17.51	4.514	2.1246	0.00511	0.01160	0.00650	127.28%
24	0.0935	0.0136	0.1168	17.44	4.756	2.1809	0.00536	0.01206	0.00670	124.95%
25	0.0977	0.0144	0.1199	17.36	5.008	2.2378	0.00563	0.01254	0.00691	122.65%
26	0.1021	0.0151	0.1230	17.27	5.269	2.2954	0.00591	0.01303	0.00712	120.37%
27	0.1067	0.0159	0.1261	17.19	5.540	2.3537	0.00621	0.01354	0.00733	118.12%
28	0.1115	0.0167	0.1292	17.10	5.821	2.4126	0.00652	0.01408	0.00756	115.90%
29	0.1164	0.0175	0.1324	17.01	6.111	2.4720	0.00685	0.01463	0.00779	113.71%
30	0.1216	0.0184	0.1356	16.91	6.411	2.5319	0.00719	0.01521	0.00802	111.55%
31	0.1269	0.0193	0.1389	16.81	6.720	2.5922	0.00755	0.01581	0.00826	109.41%
32	0.1324	0.0202	0.1421	16.71	7.038	2.6529	0.00793	0.01643	0.00850	107.30%
33	0.1382	0.0211	0.1454	16.60	7.365	2.7139	0.00832	0.01708	0.00876	105.21%
34	0.1441	0.0221	0.1486	16.49	7.701	2.7750	0.00874	0.01775	0.00901	103.15%
35	0.1502	0.0231	0.1519	16.38	8.044	2.8362	0.00917	0.01845	0.00928	101.12%
36	0.1566	0.0241	0.1552	16.26	8.395	2.8975	0.00963	0.01918	0.00955	99.11%
37	0.1632	0.0251	0.1585	16.13	8.753	2.9586	0.01011	0.01994	0.00982	97.12%
38	0.1700	0.0262	0.1618	16.01	9.118	3.0196	0.01062	0.02072	0.01010	95.15%
39	0.1770	0.0272	0.1650	15.88	9.488	3.0803	0.01115	0.02154	0.01039	93.21%
40	0.1843	0.0283	0.1682	15.74	9.863	3.1406	0.01171	0.02239	0.01069	91.29%
41	0.1918	0.0294	0.1714	15.60	10.242	3.2004	0.01229	0.02328	0.01099	89.40%
42	0.1995	0.0305	0.1746	15.46	10.624	3.2595	0.01291	0.02420	0.01130	87.53%
43	0.2075	0.0316	0.1777	15.31	11.008	3.3179	0.01355	0.02516	0.01161	85.67%
44	0.2157	0.0327	0.1808	15.15	11.393	3.3753	0.01423	0.02616	0.01193	83.85%
45	0.2241	0.0338	0.1838	15.00	11.777	3.4318	0.01494	0.02720	0.01226	82.04%
46	0.2328	0.0349	0.1868	14.84	12.160	3.4871	0.01569	0.02828	0.01259	80.25%
47	0.2417	0.0360	0.1897	14.67	12.539	3.5410	0.01648	0.02941	0.01293	78.48%
48	0.2509	0.0371	0.1925	14.50	12.913	3.5934	0.01730	0.03058	0.01328	76.74%
49	0.2603	0.0381	0.1952	14.32	13.281	3.6443	0.01817	0.03180	0.01363	75.01%
50	0.2699	0.0391	0.1979	14.14	13.641	3.6933	0.01909	0.03308	-0.01399	73.30%

Hipótesis demográficas:

Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Al igual que en el análisis anterior, el porcentaje de incremento es alto para edades pequeñas. Por lo que se decidió considerar únicamente en el modelo la desviación estándar de la obligación del contratante.

En base a lo demostrado en el Anexo II y definiendo las variables como:

$$a = \bar{A}_x \quad c = 0$$

$$b = \ddot{a}_x \quad d = \sigma_{\ddot{a}_x}$$

tenemos

$$\frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x} \leq \frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x - \sigma_{\ddot{a}_x}}$$

Del lado izquierdo de la desigualdad se encuentra la expresión de la prima neta semicontinua del seguro de vida entera y del lado derecho se encuentra la prima neta semicontinua recargada por la desviación estándar de la obligación del contratante, la cual se denota como $P_{\sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$.

Al realizar los cálculos correspondientes para la edades de 12 a 50 años se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 6.3

x	\bar{A}_x	$V[Z]$	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$V[Y]$	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0070	0.0837	18.17	2.444	1.5633	0.00297	0.00325	0.00028	9.41%
13	0.0566	0.0074	0.0862	18.13	2.591	1.6097	0.00312	0.00343	0.00030	9.75%
14	0.0593	0.0079	0.0888	18.07	2.746	1.6570	0.00328	0.00361	0.00033	10.09%
15	0.0621	0.0083	0.0913	18.02	2.908	1.7053	0.00345	0.00381	0.00036	10.45%
16	0.0650	0.0088	0.0940	17.97	3.078	1.7546	0.00362	0.00401	0.00039	10.82%
17	0.0681	0.0093	0.0967	17.91	3.257	1.8048	0.00380	0.00423	0.00043	11.21%
18	0.0713	0.0099	0.0994	17.85	3.444	1.8559	0.00399	0.00446	0.00046	11.60%
19	0.0746	0.0104	0.1022	17.79	3.640	1.9079	0.00420	0.00470	0.00050	12.01%
20	0.0781	0.0110	0.1050	17.72	3.845	1.9608	0.00441	0.00496	0.00055	12.44%
21	0.0817	0.0116	0.1079	17.66	4.059	2.0146	0.00463	0.00522	0.00060	12.88%
22	0.0855	0.0123	0.1108	17.59	4.282	2.0692	0.00486	0.00551	0.00065	13.34%
23	0.0894	0.0130	0.1138	17.51	4.514	2.1246	0.00511	0.00581	0.00070	13.81%
24	0.0935	0.0136	0.1168	17.44	4.756	2.1809	0.00536	0.00613	0.00077	14.30%
25	0.0977	0.0144	0.1199	17.36	5.008	2.2378	0.00563	0.00646	0.00083	14.80%
26	0.1021	0.0151	0.1230	17.27	5.269	2.2954	0.00591	0.00682	0.00091	15.32%
27	0.1067	0.0159	0.1261	17.19	5.540	2.3537	0.00621	0.00719	0.00099	15.87%
28	0.1115	0.0167	0.1292	17.10	5.821	2.4126	0.00652	0.00759	0.00107	16.43%
29	0.1164	0.0175	0.1324	17.01	6.111	2.4720	0.00685	0.00801	0.00116	17.01%
30	0.1216	0.0184	0.1356	16.91	6.411	2.5319	0.00719	0.00846	0.00127	17.61%
31	0.1269	0.0193	0.1389	16.81	6.720	2.5922	0.00755	0.00892	0.00138	18.23%
32	0.1324	0.0202	0.1421	16.71	7.038	2.6529	0.00793	0.00942	0.00150	18.87%
33	0.1382	0.0211	0.1454	16.60	7.365	2.7139	0.00832	0.00995	0.00163	19.54%
34	0.1441	0.0221	0.1486	16.49	7.701	2.7750	0.00874	0.01051	0.00177	20.23%
35	0.1502	0.0231	0.1519	16.38	8.044	2.8362	0.00917	0.01110	0.00192	20.95%
36	0.1566	0.0241	0.1552	16.26	8.395	2.8975	0.00963	0.01172	0.00209	21.69%
37	0.1632	0.0251	0.1585	16.13	8.753	2.9586	0.01011	0.01239	0.00227	22.45%
38	0.1700	0.0262	0.1618	16.01	9.118	3.0196	0.01062	0.01309	0.00247	23.25%
39	0.1770	0.0272	0.1650	15.88	9.488	3.0803	0.01115	0.01383	0.00268	24.07%
40	0.1843	0.0283	0.1682	15.74	9.863	3.1406	0.01171	0.01462	0.00292	24.92%
41	0.1918	0.0294	0.1714	15.60	10.242	3.2004	0.01229	0.01546	0.00317	25.81%
42	0.1995	0.0305	0.1746	15.46	10.624	3.2595	0.01291	0.01636	0.00345	26.72%
43	0.2075	0.0316	0.1777	15.31	11.008	3.3179	0.01355	0.01730	0.00375	27.67%
44	0.2157	0.0327	0.1808	15.15	11.393	3.3753	0.01423	0.01831	0.00408	28.65%
45	0.2241	0.0338	0.1838	15.00	11.777	3.4318	0.01494	0.01938	0.00443	29.67%
46	0.2328	0.0349	0.1868	14.84	12.160	3.4871	0.01569	0.02051	0.00482	30.73%
47	0.2417	0.0360	0.1897	14.67	12.539	3.5410	0.01648	0.02172	0.00524	31.82%
48	0.2509	0.0371	0.1925	14.50	12.913	3.5934	0.01730	0.02301	0.00570	32.96%

x	\bar{A}_x	$V[Z]$	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$V[Y]$	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
49	0.2603	0.0381	0.1952	14.32	13.281	3.6443	0.01817	0.02438	0.00620	34.13%
50	0.2699	0.0391	0.1979	14.14	13.641	3.6933	0.01909	0.02583	0.00675	35.35%

Hipótesis demográficas:

Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

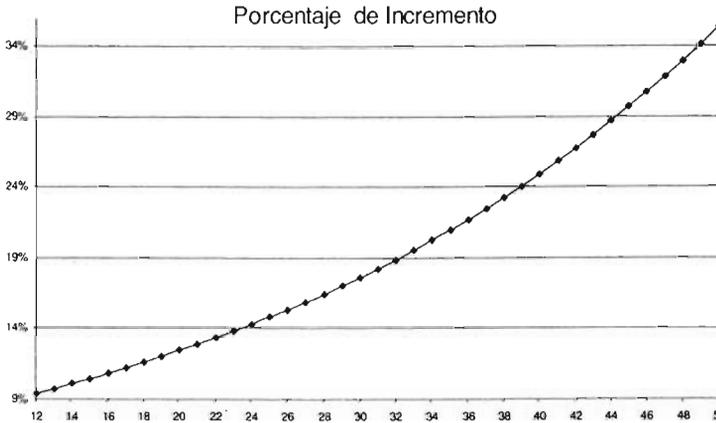
Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Como se observa en la tabla 6.3, el porcentaje de incremento es creciente conforme la edad del asegurado aumenta (Véase la grafica 6.1). Al calcular la media y la desviación estándar de los porcentajes de incrementos se obtiene el 19.66% y el 0.08%, respectivamente; a la suma de la media y de la desviación estándar se le denomina como el margen de seguridad de la prima de tarifa del seguro de vida entera, que en este caso del 19.74%. El sustento técnico así como el modelo se indican en la siguiente sección.

Gráfica 6.1



6.2.1 Propuesta del modelo para determinar el margen de seguridad de la prima neta

La base técnica de ésta modelo descansa sobre el equilibrio entre los ingresos y los egresos y de una buena selección de cartera de la institución de seguros de vida.

En base al principio de la equivalencia⁸ tenemos que $\bar{A} - \bar{P}(\bar{A}) \cdot \ddot{a} = 0$, o bien despejando la expresión $\bar{P}(\bar{A})$ tenemos que

⁸ Véase la expresión (5.1) y la sección denominada 5.3 Primas netas semicontinuas.

$$\bar{P}(\bar{A}) = \frac{\bar{A}}{\ddot{a}} \quad (6.9)$$

Donde:

$$\bar{A} = \text{Obligación de la compañía}^9 \quad (6.9)$$

$$\ddot{a} = \text{Obligación del contratante}^{10} \quad (6.10)$$

Sea $\sigma_{\ddot{a}}$ la desviación estándar de \ddot{a} ¹¹ calculada de la siguiente manera:

$$\sigma_{\ddot{a}} = \sqrt{V[Y]} = \sqrt{\frac{1}{d^2} \cdot [{}^2A - A^2]} \quad (6.11)$$

En base a lo demostrado en el Anexo II y definiendo las variables como:

$$\begin{aligned} a &= \bar{A} & c &= 0 \\ b &= \ddot{a} & d &= \sigma_{\ddot{a}} \end{aligned}$$

tenemos

$$\frac{\bar{A}}{\ddot{a}} \leq \frac{\bar{A}}{\ddot{a} - \sigma_{\ddot{a}}} \quad (6.12)$$

En relación a la expresión (6.12), en el lado izquierdo de la desigualdad se encuentra la expresión de la prima neta semicontinua del seguro de vida y del lado derecho se encuentra la prima neta semicontinua recargada por la desviación estándar de la obligación del contratante, la cual se denota como:

$$P_{\sigma_{\ddot{a}}}(\bar{A}) = \frac{\bar{A}}{\ddot{a} - \sigma_{\ddot{a}}} \quad (6.13)$$

Es importante señalar que en la expresión (6.13), la $\sigma_{\ddot{a}}$ tiene la finalidad de recarga a la prima neta semicontinua por el riesgo de una mayor siniestralidad de la esperada¹², la cual daría como resultado una menor cantidad de ingreso por primas, ya que afectarían en los pagos del seguro.

Se define el incremento monetario del recargo a la prima neta semicontinua como:

⁹ Pagar la suma asegurada contratada, en cualquier momento que ocurra la muerte del asegurado, si éste ocurre antes de terminar el plazo estipulado y siempre que la póliza esté en vigor.

¹⁰ Pagar las primas mientras viva y como máximo hasta la extinción del plazo estipulado.

¹¹ Véase la sección denominada **4.3 Anualidades vitalicias discretas**.

¹² Con una mayor siniestralidad de la esperada se hace referencia un mayor número de muertes esperadas de asegurados.

$$\Delta_{\sigma_{\ddot{a}}} = \frac{\overline{A}}{\ddot{a} - \sigma_{\ddot{a}}} - \frac{\overline{A}}{\ddot{a}} \quad (6.14)$$

O bien

$$\Delta_{\sigma_{\ddot{a}}} = P_{\sigma_{\ddot{a}}}(\overline{A}) - P(\overline{A}) \quad (6.15)$$

Y el porcentaje de incremento es

$$\% \Delta_{\sigma_{\ddot{a}}} = \frac{\Delta_{\sigma_{\ddot{a}}}}{P(\overline{A})} * 100 \quad (6.16)$$

Es importante señalar que los cálculos están en base a la edad del asegurado.

Ahora se calcula la media y la desviación estándar de los porcentajes de incrementos como:

$$\mu_{\sigma_{\ddot{a}}} = \frac{\sum_{i=12}^{50} (\% \Delta_{\sigma_{\ddot{a}}})_i}{39} \quad (6.17)$$

$$\sigma_{\sigma_{\ddot{a}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=12}^{50} [(\% \Delta_{\sigma_{\ddot{a}}})_i - \mu_{\sigma_{\ddot{a}}}]^2}{38}} \quad (6.18)$$

El margen de seguridad se define como:

$$M_{SEG} = \mu_{\sigma_{\ddot{a}}} + \sigma_{\sigma_{\ddot{a}}} \quad (6.19)$$

El cual corresponde a la suma de la media y desviación estándar de los porcentajes de incrementos de cada una de las edades de 12 a 50 años. Y dicho margen de seguridad corresponderá al margen de utilidad, debido a que al no existir tal desviación, este porcentaje será la utilidad de la compañía.

En los Anexos del III al XXVIII se muestran los resultados de cálculos para determinar el margen de seguridad de seguros de vida con pagos limitados y seguros de vida temporales con pagos limitados, así como las gráficas de los porcentajes de incremento respecto a la edad. Además se presenta en el Anexo XXIX un cuadro resumen con los resultados mostrados en los anexos mencionados en este párrafo.

CONCLUSIONES

A través de la investigación, los cálculos, los supuestos y los criterios en la aplicación matemática para determinar un margen de seguridad de la prima de tarifa que pretenden cobrar las aseguradoras, se analizó la técnica actuarial que todo actuario que labora o pretende desarrollarse en el ramo de vida debe de conocer a través del modelo desarrollado en esta tesis, toda vez, que es la base para una sana operación técnica de las instituciones. El modelo en cuestión, en todo momento se apega a la regulación en materia de seguros de vida en México.

Me permito resaltar algunas consideraciones importantes de los resultados obtenidos, a saber:

A pesar de que los resultados dependen en gran medida del tiempo en que el asegurado esta obligado a pagar la prima, también se deben de considerar como puntos importantes entre otros, el rango de edad de aceptación y los planes en moneda nacional, extranjera o indexado; cabe mencionar que a juicio de este autor, los rangos de edad establecidos para los ejercicios mostrados se utilizan desde los 12 años hasta los 50 años de edad, en virtud de que en la práctica comercial este rango, es el de personas con riesgos "normales" y "homogéneos".

Con los resultados finales del modelo, se demuestra técnicamente que una institución de seguros que cobre una prima "suficiente" y además se apegue a los sanos usos y costumbres legales y administrativos de un seguro de vida, no tendrá mayor preocupación para hacer frente a sus compromisos adquiridos para con cada uno de sus asegurados.

Los resultados obtenidos corresponden a planes en moneda nacional, extranjera e indexado, periodos de pago de prima de 5, 10, 15 o 20 años y como ya se mencionó a la luz de un rango de edad de 12 a 50 años.

Debido a que el margen de seguridad depende de la desviación estándar de la obligación del contratante, los márgenes de seguridad de los seguros de vida

entera con pagos temporales y los de vida temporal con los mismos tiempos de pago son iguales¹.

En virtud de que en las pólizas se prevé la participación de dividendos (ya sea por siniestralidad, reaseguro o gastos, el promedio del mercado es del 5%) en ocasiones hacen un descuento sobre la prima con la tesis de una buena selección de cartera, en esta virtud las compañías manejan un rango del 20% al 25%, y de acuerdo al estudio¹ se considera que es excesivo, ya que este valor corresponde únicamente a productos de corto plazo, por lo que sería adecuado indicar que para productos de corto plazo, con temporalidad de cinco, diez, quince y 20 años serían de 10.17%, 14.45%, 17.48% y 19.65%, respectivamente¹.

Es importante mencionar que el modelo es flexible y a juicio del lector o usuario de este texto, se podrá dar otro tipo de variables para establecer una prima que apegada a los lineamientos técnicos legales y administrativos, no incurra en una pérdida económica para la compañía de seguros; además este trabajo deja precedente para poder utilizar el modelo con distintas tasas de mortalidad o tasas de interés en los distintos planes, que sean publicadas para tal efecto.

¹ Véase Anexo XXIX

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar Beltrán, Pedro. *Curso Básico de Seguros*. México, 2003.

Aranda Martínez, Oscar. *Apuntes de clase de la materia de Cálculo Actuarial I*.

Barandiarán, Rafael. *Diccionario de Términos Financieros*. Editorial Trillas. Segunda Edición. México, 1990.

Bowers, Newton L. et al. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries. Segunda Edición. Estados Unidos de América, 1997.

Canavos, George C. *Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos*, McGraw-Hill. Primera Edición en Español. México 1998.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, *Acuerdo por el que la Secretaría de Hacienda y Crédito Público con fundamento en los artículos 6º fracción XXXIV de su Reglamento Interior 2º, 33-B, 34 fracción II, 46 fracción I, 47, 53, 76, 81 fracción II, 89 y 91 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros y después de escuchar opinión de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, modifica la primera parte, la sexta, el segundo y tercero transitorios del Acuerdo emitido el 22 de diciembre de 1999, publicado el 31 de ese mismo mes y año, mediante el cual se modificó la sexta y la séptima de las Reglas para la constitución de las reservas de riesgos en curso de las instituciones y sociedades mutualistas de seguros*, México D.F., del 17 de marzo de 2000 y publicado en el Diario Oficial de la Federación el día 31 marzo de 2000.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, *Acuerdo por el se modifican la segunda y décima de las Reglas para la constitución e incremento de las reservas de riesgos en curso de las instituciones y sociedades mutualistas de seguros*, publicadas el 18 de diciembre de 1985 y modificadas mediante acuerdo publicados el 6 de julio de 1987, 30 de diciembre de 1991, 4 de marzo de 1994, 28 de marzo de 1995, 20 de abril de 1998, 31 de diciembre de 1999 y 31 de marzo de 2000.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, *Circular S-8.1*, México D.F., 4 de febrero de 2004 y publicada en el Diario Oficial de la Federación el día 20 febrero de 2004.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, *Circular S-8.1.1*, México D.F., 13 de mayo de 2004 y publicada en el Diario Oficial de la Federación el día 2 junio de 2004.

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, *Circular S-10.1*, México D.F., 10 de marzo de 1993.

Degroot, Morris H., *Probabilidad y Estadística*, Editorial Eddison Wesley Iberoamericana. Segunda Edición. Estados Unidos de América, 1998.

De la Cueva, Benjamín. *Matemáticas Financieras*. Editorial Porrúa, S.A. Séptima Edición. México, 1989.

Fundación MAPFRE estudios. *Curso de introducción al seguro*. Segunda edición. Junio del 2001.

Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros.

Mendoza Ramírez, Manuel, et al. Documento de trabajo No. 80, *Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G*. Serie Documentos de Trabajo. Mayo, 2000.

Portus Govinden, Lincoyán. *Matemáticas Financieras*. McGraw-Hill/Interamericana, de México, S.A. de C.V. Tercera Edición. Colombia 1997.

Rendón Elizondo, Jorge. *Normas y Políticas del Seguro de Vida*. Tercera edición. México, 2004.

Villacaña. *Operaciones de seguros clásicas y modernas*. Ediciones pirámide.

ANEXOS

ANEXO I

TABLA DE MORTALIDAD INDIVIDUAL

Esta Tabla de Mortalidad se realizó en base a las Tasas de Mortalidad Individual CNSF 2000-I (1991-1998), dadas a conocer mediante Acuerdo modificatorio en el Diario Oficial de la Federación el 31 de marzo de 2000.

Información de la tabla

Tabla: Experiencia Mexicana CNSF 2000-I 91-98 (Individual)

Radix: 10,000,000

Periodo de observación: de 1991 a 1998

Rango de edad: de los 12 a 100 años

Uso: Mortalidad de los Asegurados

x	q_x	p_x	l_x	d_x	$L_x^{(1)}$	$m_x^{(2)}$	$T_x^{(3)}$	e_x	${}^o e_x^{(4)}$
12	0.000396	0.999604	10,000,000	3,960	9,998,020.0	0.000396	636,767,948.4	63.2	63.7
13	0.000427	0.999573	9,996,040	4,268	9,993,905.8	0.000427	626,769,928.4	62.2	62.7
14	0.000460	0.999540	9,991,772	4,596	9,989,473.6	0.000460	616,776,022.5	61.2	61.7
15	0.000495	0.999505	9,987,175	4,944	9,984,703.7	0.000495	606,786,549.0	60.3	60.8
16	0.000533	0.999467	9,982,232	5,321	9,979,571.6	0.000533	596,801,845.3	59.3	59.8
17	0.000575	0.999425	9,976,911	5,737	9,974,042.9	0.000575	586,822,273.7	58.3	58.8
18	0.000619	0.999381	9,971,175	6,172	9,968,088.5	0.000619	576,848,230.8	57.4	57.9
19	0.000667	0.999333	9,965,002	6,647	9,961,679.1	0.000667	566,880,142.3	56.4	56.9
20	0.000718	0.999282	9,958,356	7,150	9,954,780.7	0.000718	556,918,463.2	55.4	55.9
21	0.000773	0.999227	9,951,206	7,692	9,947,359.5	0.000773	546,963,682.5	54.5	55.0
22	0.000833	0.999167	9,943,513	8,283	9,939,371.9	0.000833	537,016,323.0	53.5	54.0
23	0.000897	0.999103	9,935,230	8,912	9,930,774.5	0.000897	527,076,951.1	52.6	53.1
24	0.000966	0.999034	9,926,319	9,589	9,921,524.1	0.000966	517,146,176.6	51.6	52.1
25	0.001041	0.998959	9,916,730	10,323	9,911,568.0	0.001042	507,224,652.5	50.6	51.1
26	0.001121	0.998879	9,906,406	11,105	9,900,853.8	0.001122	497,313,084.5	49.7	50.2
27	0.001207	0.998793	9,895,301	11,944	9,889,329.5	0.001208	487,412,230.6	48.8	49.3
28	0.001300	0.998700	9,883,358	12,848	9,876,933.5	0.001301	477,522,901.1	47.8	48.3
29	0.001400	0.998600	9,870,509	13,819	9,863,600.0	0.001401	467,645,967.6	46.9	47.4
30	0.001508	0.998492	9,856,691	14,864	9,849,258.7	0.001509	457,782,367.7	45.9	46.4
31	0.001624	0.998376	9,841,827	15,983	9,833,835.1	0.001625	447,933,109.0	45.0	45.5
32	0.001749	0.998251	9,825,844	17,185	9,817,250.9	0.001751	438,099,273.9	44.1	44.6
33	0.001884	0.998116	9,808,658	18,480	9,799,418.4	0.001886	428,282,023.0	43.2	43.7
34	0.002029	0.997971	9,790,179	19,864	9,780,246.5	0.002031	418,482,604.6	42.2	42.7
35	0.002186	0.997814	9,770,314	21,358	9,759,635.4	0.002188	408,702,358.0	41.3	41.8
36	0.002354	0.997646	9,748,956	22,949	9,737,482.0	0.002357	398,942,722.6	40.4	40.9
37	0.002535	0.997465	9,726,007	24,655	9,713,679.7	0.002538	389,205,240.6	39.5	40.0
38	0.002730	0.997270	9,701,352	26,485	9,688,109.7	0.002734	379,491,560.9	38.6	39.1
39	0.002940	0.997060	9,674,867	28,444	9,660,645.3	0.002944	369,803,451.2	37.7	38.2
40	0.003166	0.996834	9,646,423	30,541	9,631,152.9	0.003171	360,142,805.9	36.8	37.3
41	0.003410	0.996590	9,615,883	32,790	9,599,487.6	0.003416	350,511,653.0	36.0	36.5
42	0.003672	0.996328	9,583,092	35,189	9,565,497.9	0.003679	340,912,165.5	35.1	35.6
43	0.003954	0.996046	9,547,903	37,752	9,529,027.2	0.003962	331,346,667.5	34.2	34.7
44	0.004258	0.995742	9,510,151	40,494	9,489,903.8	0.004267	321,817,640.4	33.3	33.8
45	0.004585	0.995415	9,469,657	43,418	9,447,947.5	0.004596	312,327,736.5	32.5	33.0
46	0.004938	0.995062	9,426,238	46,547	9,402,965.0	0.004950	302,879,789.0	31.6	32.1
47	0.005317	0.994683	9,379,692	49,872	9,354,755.7	0.005331	293,476,824.0	30.8	31.3
48	0.005725	0.994275	9,329,820	53,413	9,303,113.2	0.005741	284,122,068.3	30.0	30.5
49	0.006164	0.993836	9,276,407	57,180	9,247,816.7	0.006183	274,818,955.2	29.1	29.6
50	0.006637	0.993363	9,219,227	61,188	9,188,632.8	0.006659	265,571,138.5	28.3	28.8
51	0.007145	0.992855	9,158,039	65,434	9,125,321.7	0.007171	256,382,505.7	27.5	28.0
52	0.007693	0.992307	9,092,605	69,949	9,057,629.9	0.007723	247,257,184.0	26.7	27.2
53	0.008282	0.991718	9,022,655	74,726	8,985,292.4	0.008316	238,199,554.1	25.9	26.4
54	0.008915	0.991085	8,947,930	79,771	8,908,044.2	0.008955	229,214,261.8	25.1	25.6
55	0.009597	0.990403	8,868,159	85,108	8,825,604.9	0.009643	220,306,217.6	24.3	24.8
56	0.010330	0.989670	8,783,051	90,729	8,737,686.6	0.010384	211,480,612.7	23.6	24.1
57	0.011119	0.988881	8,692,322	96,650	8,643,997.2	0.011181	202,742,926.1	22.8	23.3
58	0.011967	0.988033	8,595,672	102,864	8,544,240.0	0.012039	194,098,929.0	22.1	22.6
59	0.012879	0.987121	8,492,808	109,379	8,438,118.3	0.012962	185,554,689.0	21.3	21.8

Información de la tabla

Tabla: Experiencia Mexicana CNSF 2000-I 91-98 (Individual)

Radix: 10,000,000

Periodo de observación: de 1991 a 1998

Rango de edad: de los 12 a 100 años

Uso: Mortalidad de los Asegurados

x	q_x	p_x	l_x	d_x	$L_x^{(1)}$	$m_x^{(2)}$	$T_x^{(3)}$	e_x	${}^o e_x^{(4)}$
60	0.013860	0.986140	8,383,429	116,194	8,325,331.8	0.013957	177,116,570.6	20.6	21.1
61	0.014914	0.985086	8,267,235	123,298	8,205,585.8	0.015026	168,791,238.9	19.9	20.4
62	0.016048	0.983952	8,143,937	130,694	8,078,590.1	0.016178	160,585,653.1	19.2	19.7
63	0.017265	0.982735	8,013,243	138,349	7,944,068.8	0.017415	152,507,063.0	18.5	19.0
64	0.018574	0.981426	7,874,895	146,268	7,801,760.4	0.018748	144,562,994.1	17.9	18.4
65	0.019980	0.980020	7,728,626	154,418	7,651,417.2	0.020182	136,761,233.8	17.2	17.7
66	0.021490	0.978510	7,574,208	162,770	7,492,823.4	0.021723	129,109,816.5	16.5	17.0
67	0.023111	0.976889	7,411,439	171,286	7,325,795.7	0.023381	121,616,993.1	15.9	16.4
68	0.024851	0.975149	7,240,153	179,925	7,150,190.3	0.025164	114,291,197.5	15.3	15.8
69	0.026720	0.973280	7,060,228	188,649	6,965,903.1	0.027082	107,141,007.2	14.7	15.2
70	0.028724	0.971276	6,871,578	197,379	6,772,888.8	0.029143	100,175,104.1	14.1	14.6
71	0.030874	0.969126	6,674,199	206,059	6,571,169.6	0.031358	93,402,215.3	13.5	14.0
72	0.033180	0.966820	6,468,140	214,613	6,360,833.6	0.033740	86,831,045.7	12.9	13.4
73	0.035651	0.964349	6,253,527	222,944	6,142,054.9	0.036298	80,470,212.1	12.4	12.9
74	0.038300	0.961700	6,030,583	230,971	5,915,097.0	0.039048	74,328,157.2	11.8	12.3
75	0.041136	0.958864	5,799,611	238,573	5,680,324.9	0.042000	68,413,060.3	11.3	11.8
76	0.044174	0.955826	5,561,038	245,653	5,438,211.8	0.045172	62,732,735.4	10.8	11.3
77	0.047424	0.952576	5,315,385	252,077	5,189,346.8	0.048576	57,294,523.5	10.3	10.8
78	0.050902	0.949098	5,063,308	257,733	4,934,442.1	0.052231	52,105,176.8	9.8	10.3
79	0.054619	0.945381	4,805,576	262,476	4,674,338.0	0.056152	47,170,734.7	9.3	9.8
80	0.058592	0.941408	4,543,100	266,189	4,410,005.4	0.060360	42,496,396.7	8.9	9.4
81	0.062834	0.937166	4,276,911	268,735	4,142,543.1	0.064872	38,086,391.3	8.4	8.9
82	0.067632	0.932368	4,008,175	271,081	3,872,634.9	0.069999	33,943,848.2	8.0	8.5
83	0.072190	0.927810	3,737,094	269,781	3,602,204.0	0.074893	30,071,213.3	7.5	8.0
84	0.077337	0.922663	3,467,314	268,152	3,333,237.8	0.080448	26,469,009.3	7.1	7.6
85	0.082817	0.917183	3,199,162	264,945	3,066,689.5	0.086394	23,135,771.5	6.7	7.2
86	0.088649	0.911351	2,934,217	260,115	2,804,159.3	0.092761	20,069,082.1	6.3	6.8
87	0.094850	0.905150	2,674,102	253,639	2,547,282.3	0.099572	17,264,922.8	6.0	6.5
88	0.101436	0.898564	2,420,463	245,522	2,297,702.0	0.106855	14,717,640.5	5.6	6.1
89	0.108424	0.891576	2,174,941	235,816	2,057,033.0	0.114639	12,419,938.5	5.2	5.7
90	0.115832	0.884168	1,939,125	224,613	1,826,818.8	0.122953	10,362,905.5	4.8	5.3
91	0.123677	0.876323	1,714,512	212,046	1,608,489.5	0.131829	8,536,086.7	4.5	5.0
92	0.131973	0.868027	1,502,467	198,285	1,403,324.1	0.141297	6,927,597.2	4.1	4.6
93	0.140737	0.859263	1,304,182	183,547	1,212,408.3	0.151390	5,524,273.0	3.7	4.2
94	0.149983	0.850017	1,120,635	168,076	1,036,596.9	0.162142	4,311,864.7	3.3	3.8
95	0.159723	0.840277	952,559	152,146	876,486.0	0.173586	3,275,267.8	2.9	3.4
96	0.169970	0.830030	800,413	136,046	732,390.1	0.185757	2,398,781.8	2.5	3.0
97	0.180733	0.819267	664,367	120,073	604,330.5	0.198688	1,666,391.6	2.0	2.5
98	0.192020	0.807980	544,294	104,515	492,036.3	0.212414	1,062,061.1	1.5	2.0
99	0.203837	0.796163	439,779	89,643	394,957.1	0.226969	570,024.8	0.8	1.3
100	1.000000	0.000000	350,135	350,135	175,067.7	2.000000	175,067.7	0.0	0.5

⁽¹⁾ Columna calculada con la aproximación de la expresión (2.16)

⁽²⁾ Columna calculada con la aproximación de la expresión (2.17)

⁽³⁾ Columna calculada con la aproximación de la expresión (2.18)

⁽⁴⁾ Columna calculada con la aproximación de la expresión (2.19)

ANEXO II

Sean a, b, c y d reales tal que $a, b > 0$, $c, d \geq 0$ y $d < b$ entonces $\frac{a}{b} \leq \frac{a+c}{b-d}$

Demostración:

Dado que $a > 0$ y $c \geq 0$ tenemos

$$0 < a \leq a + c \tag{1}$$

Ahora dado que $d \geq 0$ y por hipótesis tenemos que $0 < b - d$ por lo que

$$0 < b - d \leq b$$

por lo tanto podemos obtener los inversos multiplicativos obteniendo

$$\frac{1}{b} \leq \frac{1}{b-d} \tag{2}$$

De las expresiones (1) y (2) multiplicamos término a término y tenemos

$$\frac{a}{b} \leq \frac{a+c}{b-d} \tag{3}$$

Con lo cual queda demostrado.

ANEXO III

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 5 años y pagos de primas durante 5 años.

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0020	0.0419	19.144	0.7823	0.00010	0.00011	0.0000045	4.26%
13	0.0022	0.0435	19.141	0.8120	0.00011	0.00012	0.0000050	4.43%
14	0.0023	0.0451	19.138	0.8426	0.00012	0.00013	0.0000056	4.61%
15	0.0025	0.0468	19.135	0.8743	0.00013	0.00014	0.0000063	4.79%
16	0.0027	0.0486	19.131	0.9073	0.00014	0.00015	0.0000070	4.98%
17	0.0029	0.0504	19.127	0.9416	0.00015	0.00016	0.0000079	5.18%
18	0.0031	0.0523	19.123	0.9769	0.00016	0.00017	0.0000088	5.38%
19	0.0034	0.0543	19.119	1.0137	0.00018	0.00019	0.0000099	5.60%
20	0.0036	0.0563	19.114	1.0517	0.00019	0.00020	0.0000111	5.82%
21	0.0039	0.0584	19.109	1.0913	0.00021	0.00022	0.0000124	6.06%
22	0.0042	0.0606	19.103	1.1323	0.00022	0.00023	0.0000139	6.30%
23	0.0045	0.0629	19.097	1.1748	0.00024	0.00025	0.0000156	6.56%
24	0.0049	0.0653	19.090	1.2189	0.00026	0.00027	0.0000175	6.82%
25	0.0053	0.0677	19.083	1.2646	0.00028	0.00030	0.0000196	7.10%
26	0.0057	0.0703	19.076	1.3119	0.00030	0.00032	0.0000220	7.39%
27	0.0061	0.0729	19.068	1.3610	0.00032	0.00035	0.0000246	7.69%
28	0.0066	0.0756	19.059	1.4119	0.00035	0.00037	0.0000276	8.00%
29	0.0071	0.0784	19.050	1.4647	0.00037	0.00040	0.0000310	8.33%
30	0.0076	0.0814	19.039	1.5194	0.00040	0.00044	0.0000348	8.67%
31	0.0082	0.0844	19.028	1.5762	0.00043	0.00047	0.0000390	9.03%
32	0.0088	0.0876	19.017	1.6350	0.00047	0.00051	0.0000438	9.41%
33	0.0095	0.0908	19.004	1.6959	0.00050	0.00055	0.0000491	9.80%
34	0.0103	0.0942	18.990	1.7590	0.00054	0.00060	0.0000551	10.21%
35	0.0110	0.0977	18.976	1.8243	0.00058	0.00064	0.0000619	10.64%
36	0.0119	0.1013	18.960	1.8919	0.00063	0.00070	0.0000695	11.08%
37	0.0128	0.1051	18.943	1.9619	0.00068	0.00075	0.0000780	11.55%
38	0.0138	0.1090	18.925	2.0344	0.00073	0.00082	0.0000877	12.05%
39	0.0148	0.1130	18.905	2.1095	0.00078	0.00088	0.0000985	12.56%
40	0.0160	0.1171	18.884	2.1871	0.00084	0.00096	0.0001107	13.10%
41	0.0172	0.1214	18.861	2.2674	0.00091	0.00103	0.0001244	13.66%
42	0.0185	0.1259	18.837	2.3505	0.00098	0.00112	0.0001399	14.26%
43	0.0199	0.1305	18.810	2.4364	0.00106	0.00121	0.0001573	14.88%
44	0.0214	0.1353	18.782	2.5253	0.00114	0.00132	0.0001770	15.53%
45	0.0230	0.1402	18.752	2.6171	0.00123	0.00143	0.0001992	16.22%
46	0.0248	0.1452	18.719	2.7119	0.00132	0.00155	0.0002243	16.94%
47	0.0267	0.1505	18.684	2.8097	0.00143	0.00168	0.0002525	17.70%

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0287	0.1559	18.646	2.9108	0.00154	0.00182	0.0002845	18.50%
49	0.0308	0.1615	18.606	3.0150	0.00166	0.00198	0.0003206	19.34%
50	0.0332	0.1672	18.562	3.1225	0.00179	0.00215	0.0003614	20.22%

Media de los porcentajes de incremento: 10.12%
Desviación Estándar: 0.05%
Margen de Seguridad: 10.17%

Hipótesis demográficas:

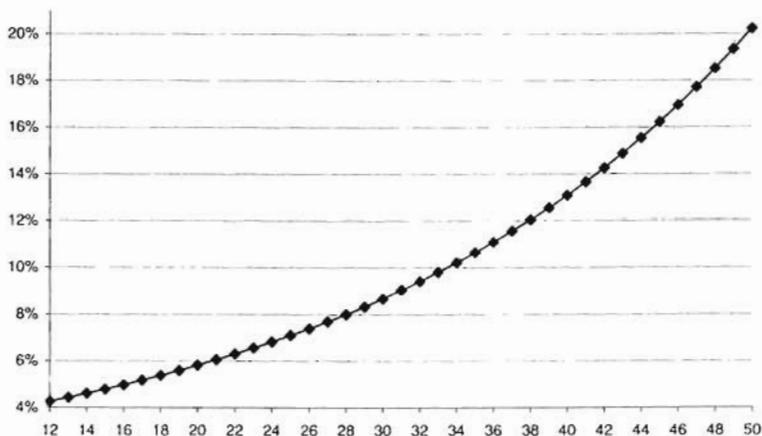
Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO IV

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 10 años y pagos de primas durante 10 años.

x	$\bar{A}_{x:\overline{10} }^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }^1}$	$\ddot{a}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{10} }^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}}(\bar{A}_{x:\overline{10} }^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0042	0.0569	19.103	1.0615	0.00022	0.00023	0.0000130	5.88%
13	0.0046	0.0590	19.097	1.1014	0.00024	0.00025	0.0000146	6.12%
14	0.0049	0.0612	19.090	1.1427	0.00026	0.00027	0.0000164	6.37%
15	0.0053	0.0635	19.083	1.1854	0.00028	0.00030	0.0000184	6.62%
16	0.0057	0.0659	19.075	1.2299	0.00030	0.00032	0.0000206	6.89%
17	0.0061	0.0683	19.067	1.2760	0.00032	0.00034	0.0000231	7.17%
18	0.0066	0.0709	19.059	1.3236	0.00035	0.00037	0.0000259	7.46%
19	0.0071	0.0735	19.049	1.3730	0.00037	0.00040	0.0000290	7.77%
20	0.0077	0.0763	19.039	1.4242	0.00040	0.00043	0.0000325	8.09%
21	0.0082	0.0791	19.028	1.4772	0.00043	0.00047	0.0000365	8.42%
22	0.0089	0.0821	19.016	1.5322	0.00047	0.00051	0.0000409	8.76%
23	0.0096	0.0851	19.003	1.5891	0.00050	0.00055	0.0000459	9.13%
24	0.0103	0.0883	18.990	1.6481	0.00054	0.00059	0.0000515	9.50%
25	0.0111	0.0915	18.975	1.7092	0.00058	0.00064	0.0000578	9.90%
26	0.0119	0.0949	18.959	1.7724	0.00063	0.00069	0.0000648	10.31%
27	0.0128	0.0984	18.942	1.8379	0.00068	0.00075	0.0000728	10.75%
28	0.0138	0.1021	18.924	1.9057	0.00073	0.00081	0.0000817	11.20%
29	0.0149	0.1058	18.904	1.9758	0.00079	0.00088	0.0000918	11.67%
30	0.0160	0.1097	18.883	2.0483	0.00085	0.00095	0.0001031	12.17%
31	0.0172	0.1137	18.860	2.1234	0.00091	0.00103	0.0001158	12.69%
32	0.0185	0.1179	18.836	2.2010	0.00098	0.00111	0.0001302	13.23%
33	0.0199	0.1222	18.809	2.2812	0.00106	0.00121	0.0001464	13.80%
34	0.0215	0.1266	18.781	2.3641	0.00114	0.00131	0.0001646	14.40%
35	0.0231	0.1312	18.751	2.4497	0.00123	0.00142	0.0001851	15.03%
36	0.0248	0.1359	18.718	2.5380	0.00133	0.00154	0.0002082	15.69%
37	0.0267	0.1408	18.683	2.6292	0.00143	0.00166	0.0002343	16.38%
38	0.0288	0.1459	18.645	2.7233	0.00154	0.00181	0.0002638	17.10%
39	0.0309	0.1511	18.604	2.8204	0.00166	0.00196	0.0002970	17.87%
40	0.0333	0.1564	18.561	2.9204	0.00179	0.00213	0.0003346	18.67%
41	0.0358	0.1619	18.514	3.0235	0.00193	0.00231	0.0003770	19.52%
42	0.0384	0.1676	18.464	3.1296	0.00208	0.00251	0.0004250	20.41%
43	0.0413	0.1735	18.410	3.2387	0.00225	0.00272	0.0004793	21.35%
44	0.0444	0.1795	18.352	3.3510	0.00242	0.00296	0.0005407	22.34%
45	0.0477	0.1857	18.290	3.4663	0.00261	0.00322	0.0006103	23.38%
46	0.0513	0.1920	18.224	3.5846	0.00281	0.00350	0.0006892	24.49%
47	0.0551	0.1985	18.153	3.7059	0.00304	0.00381	0.0007787	25.65%

x	$\bar{A}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }}$	$\bar{d}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\bar{d}_{x:\overline{10} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }}}(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0592	0.2052	18.077	3.8303	0.00327	0.00415	0.0008803	26.89%
49	0.0636	0.2120	17.995	3.9575	0.00353	0.00453	0.0009957	28.19%
50	0.0682	0.2189	17.908	4.0876	0.00381	0.00494	0.0011269	29.58%

Media de los porcentajes de incremento: 14.38%

Desviación Estándar: 0.07%

Margen de Seguridad: 14.45%

Hipótesis demográfica:

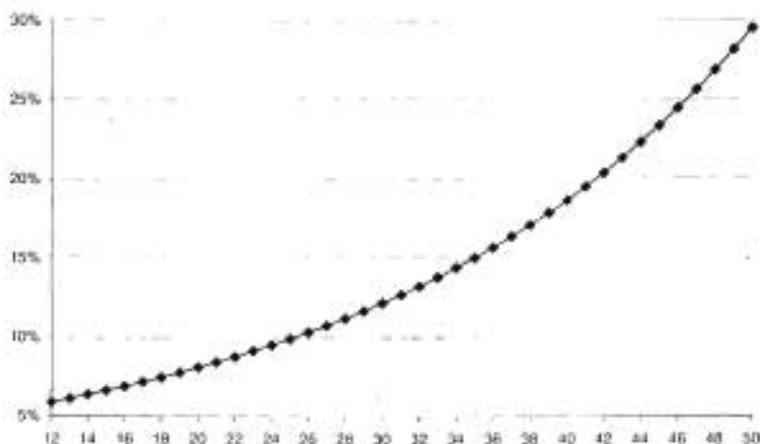
Tabla de mortalidad: se utiliza la Tabla de Mortalidad CMF 2000-I (1991-1998)

Hipótesis financiera:

Tasa Teórica: 5.5% anual para financiamiento de primas

Tasa Asignada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO V

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 15 años y pagos de primas durante 15 años.

x	$\bar{A}_{x:15}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:15}^1}$	$\ddot{a}_{x:15}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:15}}$	$P(\bar{A}_{x:15}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:15}}}(\bar{A}_{x:15}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0067	0.0668	19.057	1.2476	0.00035	0.00038	0.0000246	7.01%
13	0.0072	0.0693	19.047	1.2941	0.00038	0.00041	0.0000276	7.29%
14	0.0078	0.0719	19.037	1.3423	0.00041	0.00044	0.0000309	7.59%
15	0.0084	0.0746	19.026	1.3922	0.00044	0.00047	0.0000347	7.90%
16	0.0090	0.0773	19.014	1.4439	0.00047	0.00051	0.0000389	8.22%
17	0.0097	0.0802	19.001	1.4975	0.00051	0.00055	0.0000436	8.56%
18	0.0104	0.0832	18.987	1.5529	0.00055	0.00060	0.0000489	8.91%
19	0.0112	0.0862	18.972	1.6103	0.00059	0.00065	0.0000548	9.28%
20	0.0121	0.0894	18.956	1.6697	0.00064	0.00070	0.0000615	9.66%
21	0.0130	0.0927	18.939	1.7312	0.00069	0.00076	0.0000690	10.06%
22	0.0140	0.0961	18.921	1.7948	0.00074	0.00082	0.0000775	10.48%
23	0.0151	0.0997	18.901	1.8606	0.00080	0.00088	0.0000870	10.92%
24	0.0162	0.1033	18.879	1.9287	0.00086	0.00096	0.0000977	11.38%
25	0.0174	0.1071	18.856	1.9991	0.00092	0.00103	0.0001097	11.86%
26	0.0188	0.1110	18.831	2.0717	0.00100	0.00112	0.0001232	12.36%
27	0.0202	0.1150	18.805	2.1468	0.00107	0.00121	0.0001384	12.89%
28	0.0217	0.1191	18.776	2.2244	0.00116	0.00131	0.0001555	13.44%
29	0.0234	0.1234	18.745	2.3045	0.00125	0.00142	0.0001748	14.02%
30	0.0251	0.1279	18.712	2.3872	0.00134	0.00154	0.0001965	14.62%
31	0.0270	0.1324	18.677	2.4725	0.00145	0.00167	0.0002209	15.26%
32	0.0291	0.1371	18.639	2.5604	0.00156	0.00181	0.0002485	15.92%
33	0.0313	0.1420	18.598	2.6510	0.00168	0.00196	0.0002796	16.62%
34	0.0336	0.1470	18.554	2.7443	0.00181	0.00213	0.0003147	17.36%
35	0.0362	0.1521	18.507	2.8403	0.00195	0.00231	0.0003543	18.13%
36	0.0389	0.1574	18.456	2.9390	0.00211	0.00251	0.0003989	18.94%
37	0.0418	0.1628	18.402	3.0405	0.00227	0.00272	0.0004494	19.79%
38	0.0449	0.1684	18.343	3.1447	0.00245	0.00295	0.0005064	20.69%
39	0.0482	0.1742	18.281	3.2516	0.00264	0.00321	0.0005709	21.63%
40	0.0518	0.1800	18.214	3.3612	0.00284	0.00349	0.0006438	22.63%
41	0.0556	0.1860	18.143	3.4735	0.00307	0.00379	0.0007263	23.68%
42	0.0598	0.1922	18.066	3.5883	0.00331	0.00413	0.0008197	24.78%
43	0.0641	0.1985	17.984	3.7055	0.00357	0.00449	0.0009256	25.95%
44	0.0688	0.2049	17.896	3.8252	0.00385	0.00489	0.0010457	27.18%
45	0.0739	0.2114	17.803	3.9472	0.00415	0.00533	0.0011819	28.49%
46	0.0792	0.2181	17.703	4.0712	0.00447	0.00581	0.0013365	29.87%
47	0.0849	0.2248	17.596	4.1971	0.00483	0.00634	0.0015122	31.33%

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }^{-1}$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }^{-1}}$	$d_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} }^{-1})$	$P_{\sigma_{d_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} }^{-1})$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0910	0.2316	17.482	4.3248	0.00521	0.00692	0.0017119	32.87%
49	0.0976	0.2386	17.360	4.4539	0.00562	0.00756	0.0019392	34.51%
50	0.1045	0.2455	17.231	4.5842	0.00606	0.00826	0.0021981	36.25%

Media de los porcentajes de incremento: 17.39%
Desviación Estándar: 0.08%
Margen de Seguridad: 17.48%

Supuestos demográficos:

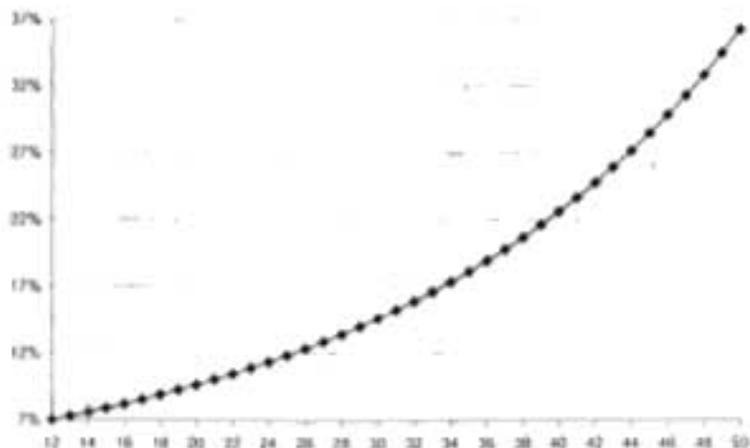
Tabla de mortalidad: se utiliza la Tabla de Mortalidad CMF 2000 I (1991-1998).

Supuestos Financieros:

Tasa Nominal: 3.5% anual para financiamiento de primas

Tasa Anualizada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO VI

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 20 años y pagos de primas durante 20 años.

x	$\bar{A}_{x:20}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:20}^1}$	$\ddot{a}_{x:20}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}$	$P(\bar{A}_{x:20}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}}(\bar{A}_{x:20}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0094	0.0741	19.006	1.3826	0.00049	0.00053	0.0000388	7.85%
13	0.0101	0.0768	18.993	1.4338	0.00053	0.00058	0.0000435	8.17%
14	0.0109	0.0796	18.978	1.4866	0.00057	0.00062	0.0000488	8.50%
15	0.0117	0.0826	18.963	1.5414	0.00062	0.00067	0.0000547	8.85%
16	0.0126	0.0856	18.946	1.5980	0.00067	0.00073	0.0000614	9.21%
17	0.0136	0.0887	18.928	1.6567	0.00072	0.00079	0.0000688	9.59%
18	0.0146	0.0920	18.909	1.7172	0.00077	0.00085	0.0000772	9.99%
19	0.0157	0.0953	18.888	1.7799	0.00083	0.00092	0.0000866	10.40%
20	0.0169	0.0988	18.866	1.8445	0.00090	0.00099	0.0000972	10.84%
21	0.0182	0.1024	18.842	1.9114	0.00097	0.00108	0.0001091	11.29%
22	0.0196	0.1061	18.816	1.9805	0.00104	0.00116	0.0001225	11.76%
23	0.0211	0.1099	18.788	2.0518	0.00112	0.00126	0.0001376	12.26%
24	0.0227	0.1138	18.758	2.1254	0.00121	0.00136	0.0001545	12.78%
25	0.0244	0.1179	18.726	2.2013	0.00130	0.00148	0.0001735	13.32%
26	0.0262	0.1221	18.692	2.2795	0.00140	0.00160	0.0001949	13.89%
27	0.0282	0.1264	18.655	2.3602	0.00151	0.00173	0.0002190	14.48%
28	0.0303	0.1309	18.615	2.4432	0.00163	0.00188	0.0002462	15.11%
29	0.0326	0.1354	18.573	2.5287	0.00176	0.00203	0.0002767	15.76%
30	0.0351	0.1401	18.527	2.6166	0.00189	0.00220	0.0003112	16.45%
31	0.0377	0.1450	18.478	2.7070	0.00204	0.00239	0.0003500	17.16%
32	0.0405	0.1500	18.426	2.7998	0.00220	0.00259	0.0003937	17.92%
33	0.0435	0.1551	18.370	2.8950	0.00237	0.00281	0.0004430	18.71%
34	0.0467	0.1603	18.309	2.9926	0.00255	0.00305	0.0004986	19.54%
35	0.0502	0.1656	18.245	3.0926	0.00275	0.00331	0.0005614	20.41%
36	0.0539	0.1711	18.176	3.1948	0.00296	0.00360	0.0006322	21.33%
37	0.0578	0.1767	18.102	3.2992	0.00320	0.00391	0.0007122	22.29%
38	0.0621	0.1824	18.023	3.4058	0.00344	0.00425	0.0008025	23.30%
39	0.0666	0.1882	17.938	3.5144	0.00371	0.00462	0.0009046	24.37%
40	0.0714	0.1942	17.848	3.6249	0.00400	0.00502	0.0010200	25.49%
41	0.0766	0.2002	17.752	3.7372	0.00431	0.00547	0.0011505	26.67%
42	0.0821	0.2063	17.649	3.8509	0.00465	0.00595	0.0012982	27.91%
43	0.0880	0.2124	17.539	3.9660	0.00502	0.00648	0.0014654	29.22%
44	0.0942	0.2186	17.423	4.0822	0.00541	0.00706	0.0016547	30.60%
45	0.1009	0.2249	17.298	4.1993	0.00583	0.00770	0.0018692	32.06%
46	0.1079	0.2312	17.166	4.3168	0.00629	0.00840	0.0021124	33.59%
47	0.1155	0.2375	17.026	4.4344	0.00678	0.00917	0.0023880	35.22%

x	$\bar{A}_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{20} }}$	$d_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{20} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{20} })$	$P_{\sigma_{d_{x:\overline{20} }}}(\bar{A}_{x:\overline{20} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.1234	0.2438	16.877	4.5518	0.00731	0.01001	0.0027008	36.93%
49	0.1319	0.2501	16.719	4.6686	0.00789	0.01094	0.0030558	38.74%
50	0.1408	0.2562	16.552	4.7841	0.00851	0.01197	0.0034588	40.65%

Media de los porcentajes de incremento: 19.55%
Desviación Estándar: 0.09%
Margen de Seguridad: 19.65%

Hipótesis demográfica:

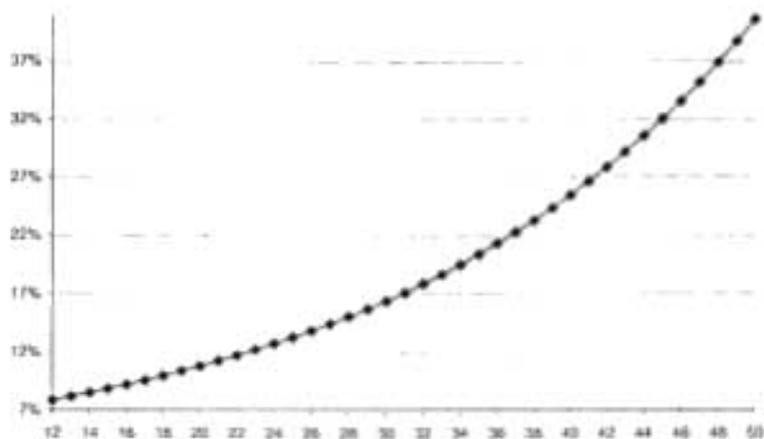
Prima de riesgo: se utiliza la Tabla de Mortalidad CVP 2000-I (1991-1998)

Hipótesis financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO VII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 5 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	${}_5\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_5\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0837	19.144	0.7823	0.00282	0.00294	0.0001202	4.26%
13	0.0566	0.0862	19.141	0.8120	0.00296	0.00309	0.0001310	4.43%
14	0.0593	0.0888	19.138	0.8426	0.00310	0.00324	0.0001427	4.61%
15	0.0621	0.0913	19.135	0.8743	0.00325	0.00340	0.0001554	4.79%
16	0.0650	0.0940	19.131	0.9073	0.00340	0.00357	0.0001693	4.98%
17	0.0681	0.0967	19.127	0.9416	0.00356	0.00374	0.0001843	5.18%
18	0.0713	0.0994	19.123	0.9769	0.00373	0.00393	0.0002007	5.38%
19	0.0746	0.1022	19.119	1.0137	0.00390	0.00412	0.0002186	5.60%
20	0.0781	0.1050	19.114	1.0517	0.00409	0.00432	0.0002379	5.82%
21	0.0817	0.1079	19.109	1.0913	0.00428	0.00454	0.0002590	6.06%
22	0.0855	0.1108	19.103	1.1323	0.00448	0.00476	0.0002820	6.30%
23	0.0894	0.1138	19.097	1.1748	0.00468	0.00499	0.0003069	6.56%
24	0.0935	0.1168	19.090	1.2189	0.00490	0.00523	0.0003340	6.82%
25	0.0977	0.1199	19.083	1.2646	0.00512	0.00548	0.0003635	7.10%
26	0.1021	0.1230	19.076	1.3119	0.00535	0.00575	0.0003955	7.39%
27	0.1067	0.1261	19.068	1.3610	0.00560	0.00603	0.0004302	7.69%
28	0.1115	0.1292	19.059	1.4119	0.00585	0.00632	0.0004681	8.00%
29	0.1164	0.1324	19.050	1.4647	0.00611	0.00662	0.0005092	8.33%
30	0.1216	0.1356	19.039	1.5194	0.00639	0.00694	0.0005538	8.67%
31	0.1269	0.1389	19.028	1.5762	0.00667	0.00727	0.0006024	9.03%
32	0.1324	0.1421	19.017	1.6350	0.00696	0.00762	0.0006551	9.41%
33	0.1382	0.1454	19.004	1.6959	0.00727	0.00798	0.0007124	9.80%
34	0.1441	0.1486	18.990	1.7590	0.00759	0.00836	0.0007746	10.21%
35	0.1502	0.1519	18.976	1.8243	0.00792	0.00876	0.0008422	10.64%
36	0.1566	0.1552	18.960	1.8919	0.00826	0.00918	0.0009156	11.08%
37	0.1632	0.1585	18.943	1.9619	0.00861	0.00961	0.0009953	11.55%
38	0.1700	0.1618	18.925	2.0344	0.00898	0.01006	0.0010819	12.05%
39	0.1770	0.1650	18.905	2.1095	0.00936	0.01054	0.0011760	12.56%
40	0.1843	0.1682	18.884	2.1871	0.00976	0.01104	0.0012782	13.10%
41	0.1918	0.1714	18.861	2.2674	0.01017	0.01156	0.0013893	13.66%
42	0.1995	0.1746	18.837	2.3505	0.01059	0.01210	0.0015099	14.26%
43	0.2075	0.1777	18.810	2.4364	0.01103	0.01267	0.0016410	14.88%
44	0.2157	0.1808	18.782	2.5253	0.01148	0.01327	0.0017835	15.53%
45	0.2241	0.1838	18.752	2.6171	0.01195	0.01389	0.0019384	16.22%
46	0.2328	0.1868	18.719	2.7119	0.01244	0.01454	0.0021067	16.94%
47	0.2417	0.1897	18.684	2.8097	0.01294	0.01523	0.0022897	17.70%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	${}_5\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_5\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.2509	0.1925	18.646	2.9108	0.01345	0.01594	0.0024887	18.50%
49	0.2603	0.1952	18.606	3.0150	0.01399	0.01669	0.0027052	19.34%
50	0.2699	0.1979	18.562	3.1225	0.01454	0.01748	0.0029408	20.22%

Media de los porcentajes de incremento: 10.12%

Desviación Estándar: 0.05%

Margen de Seguridad: 10.17%

Hipótesis demográficas:

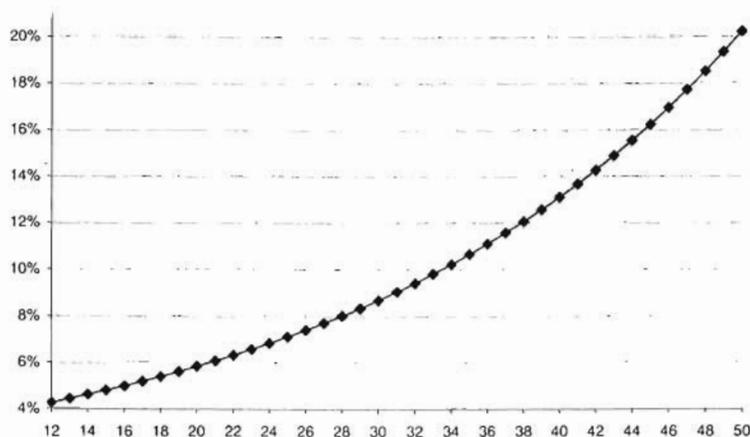
Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO VIII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 10 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}$	${}_{10}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{10}\bar{P}_{\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0837	19.103	1.0615	0.00283	0.00299	0.0001663	5.88%
13	0.0566	0.0862	19.097	1.1014	0.00296	0.00314	0.0001814	6.12%
14	0.0593	0.0888	19.090	1.1427	0.00311	0.00330	0.0001977	6.37%
15	0.0621	0.0913	19.083	1.1854	0.00325	0.00347	0.0002155	6.62%
16	0.0650	0.0940	19.075	1.2299	0.00341	0.00364	0.0002350	6.89%
17	0.0681	0.0967	19.067	1.2760	0.00357	0.00383	0.0002562	7.17%
18	0.0713	0.0994	19.059	1.3236	0.00374	0.00402	0.0002792	7.46%
19	0.0746	0.1022	19.049	1.3730	0.00392	0.00422	0.0003043	7.77%
20	0.0781	0.1050	19.039	1.4242	0.00410	0.00443	0.0003317	8.09%
21	0.0817	0.1079	19.028	1.4772	0.00429	0.00466	0.0003615	8.42%
22	0.0855	0.1108	19.016	1.5322	0.00450	0.00489	0.0003940	8.76%
23	0.0894	0.1138	19.003	1.5891	0.00470	0.00513	0.0004293	9.13%
24	0.0935	0.1168	18.990	1.6481	0.00492	0.00539	0.0004679	9.50%
25	0.0977	0.1199	18.975	1.7092	0.00515	0.00566	0.0005099	9.90%
26	0.1021	0.1230	18.959	1.7724	0.00539	0.00594	0.0005556	10.31%
27	0.1067	0.1261	18.942	1.8379	0.00563	0.00624	0.0006054	10.75%
28	0.1115	0.1292	18.924	1.9057	0.00589	0.00655	0.0006597	11.20%
29	0.1164	0.1324	18.904	1.9758	0.00616	0.00688	0.0007189	11.67%
30	0.1216	0.1356	18.883	2.0483	0.00644	0.00722	0.0007834	12.17%
31	0.1269	0.1389	18.860	2.1234	0.00673	0.00758	0.0008537	12.69%
32	0.1324	0.1421	18.836	2.2010	0.00703	0.00796	0.0009303	13.23%
33	0.1382	0.1454	18.809	2.2812	0.00735	0.00836	0.0010138	13.80%
34	0.1441	0.1486	18.781	2.3641	0.00767	0.00878	0.0011049	14.40%
35	0.1502	0.1519	18.751	2.4497	0.00801	0.00922	0.0012042	15.03%
36	0.1566	0.1552	18.718	2.5380	0.00837	0.00968	0.0013124	15.69%
37	0.1632	0.1585	18.683	2.6292	0.00873	0.01017	0.0014306	16.38%
38	0.1700	0.1618	18.645	2.7233	0.00912	0.01068	0.0015595	17.10%
39	0.1770	0.1650	18.604	2.8204	0.00951	0.01122	0.0017002	17.87%
40	0.1843	0.1682	18.561	2.9204	0.00993	0.01178	0.0018538	18.67%
41	0.1918	0.1714	18.514	3.0235	0.01036	0.01238	0.0020217	19.52%
42	0.1995	0.1746	18.464	3.1296	0.01080	0.01301	0.0022051	20.41%
43	0.2075	0.1777	18.410	3.2387	0.01127	0.01367	0.0024056	21.35%
44	0.2157	0.1808	18.352	3.3510	0.01175	0.01438	0.0026249	22.34%
45	0.2241	0.1838	18.290	3.4663	0.01225	0.01512	0.0028648	23.38%
46	0.2328	0.1868	18.224	3.5846	0.01277	0.01590	0.0031276	24.49%
47	0.2417	0.1897	18.153	3.7059	0.01331	0.01673	0.0034155	25.65%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}$	${}_{10}P(\bar{A}_x)$	${}_{10}\bar{P}_{\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{10} }}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.2509	0.1925	18.077	3.8303	0.01388	0.01761	0.00373112	26.89%
49	0.2603	0.1952	17.995	3.9575	0.01446	0.01854	0.0040776	28.19%
50	0.2699	0.1979	17.908	4.0876	0.01507	0.01953	0.0044580	29.58%

Media de los porcentajes de incremento: 14.38%

Desviación Estándar: 0.07%

Margen de Seguridad: 14.45%

Hipótesis demográficas:

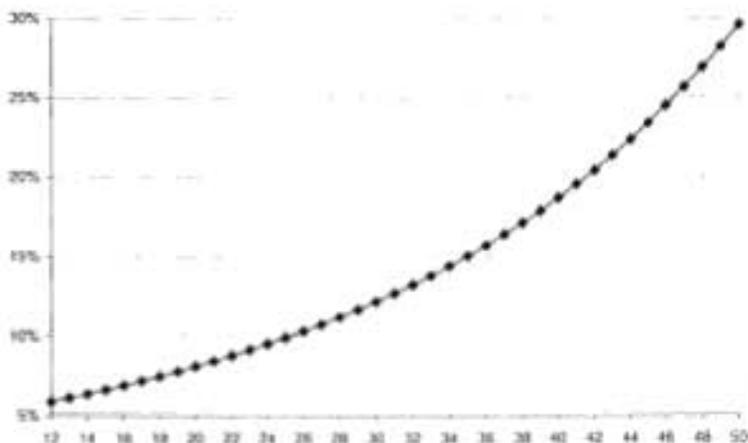
Prima de tabla: se utiliza la Tabla de Mortalidad CMSF 2000-I (1991-1999)

Hipótesis Financieras:

Interés Técnico: 5.5% anual para Financiamiento de primas

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO IX

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 15 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{15} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}$	${}_{15}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{15}\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0837	19.057	1.2476	0.00283	0.00303	0.0001985	7.01%
13	0.0566	0.0862	19.047	1.2941	0.00297	0.00319	0.0002166	7.29%
14	0.0593	0.0888	19.037	1.3423	0.00311	0.00335	0.0002362	7.59%
15	0.0621	0.0913	19.026	1.3922	0.00326	0.00352	0.0002577	7.90%
16	0.0650	0.0940	19.014	1.4439	0.00342	0.00370	0.0002811	8.22%
17	0.0681	0.0967	19.001	1.4975	0.00358	0.00389	0.0003067	8.56%
18	0.0713	0.0994	18.987	1.5529	0.00376	0.00409	0.0003345	8.91%
19	0.0746	0.1022	18.972	1.6103	0.00393	0.00430	0.0003649	9.28%
20	0.0781	0.1050	18.956	1.6697	0.00412	0.00452	0.0003980	9.66%
21	0.0817	0.1079	18.939	1.7312	0.00431	0.00475	0.0004341	10.06%
22	0.0855	0.1108	18.921	1.7948	0.00452	0.00499	0.0004735	10.48%
23	0.0894	0.1138	18.901	1.8606	0.00473	0.00525	0.0005165	10.92%
24	0.0935	0.1168	18.879	1.9287	0.00495	0.00552	0.0005635	11.38%
25	0.0977	0.1199	18.856	1.9991	0.00518	0.00580	0.0006147	11.86%
26	0.1021	0.1230	18.831	2.0717	0.00542	0.00609	0.0006705	12.36%
27	0.1067	0.1261	18.805	2.1468	0.00568	0.00641	0.0007315	12.89%
28	0.1115	0.1292	18.776	2.2244	0.00594	0.00674	0.0007981	13.44%
29	0.1164	0.1324	18.745	2.3045	0.00621	0.00708	0.0008707	14.02%
30	0.1216	0.1356	18.712	2.3872	0.00650	0.00745	0.0009501	14.62%
31	0.1269	0.1389	18.677	2.4725	0.00680	0.00783	0.0010368	15.26%
32	0.1324	0.1421	18.639	2.5604	0.00711	0.00824	0.0011315	15.92%
33	0.1382	0.1454	18.598	2.6510	0.00743	0.00866	0.0012350	16.62%
34	0.1441	0.1486	18.554	2.7443	0.00777	0.00911	0.0013482	17.36%
35	0.1502	0.1519	18.507	2.8403	0.00812	0.00959	0.0014719	18.13%
36	0.1566	0.1552	18.456	2.9390	0.00849	0.01009	0.0016072	18.94%
37	0.1632	0.1585	18.402	3.0405	0.00887	0.01062	0.0017553	19.79%
38	0.1700	0.1618	18.343	3.1447	0.00927	0.01118	0.0019174	20.69%
39	0.1770	0.1650	18.281	3.2516	0.00968	0.01178	0.0020949	21.63%
40	0.1843	0.1682	18.214	3.3612	0.01012	0.01241	0.0022895	22.63%
41	0.1918	0.1714	18.143	3.4735	0.01057	0.01307	0.0025028	23.68%
42	0.1995	0.1746	18.066	3.5883	0.01104	0.01378	0.0027368	24.78%
43	0.2075	0.1777	17.984	3.7055	0.01154	0.01453	0.0029936	25.95%
44	0.2157	0.1808	17.896	3.8252	0.01205	0.01533	0.0032758	27.18%
45	0.2241	0.1838	17.803	3.9472	0.01259	0.01617	0.0035859	28.49%
46	0.2328	0.1868	17.703	4.0712	0.01315	0.01708	0.0039272	29.87%
47	0.2417	0.1897	17.596	4.1971	0.01374	0.01804	0.0043029	31.33%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\bar{a}_{x 15}$	$\sigma_{\bar{a}_{x 15}}$	${}_{15}P(\bar{A}_x)$	${}_{15}P_{\sigma_{\bar{a}_{x 15}}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.2509	0.1925	17.482	4.3248	0.01435	0.01907	0.0047170	32.87%
49	0.2603	0.1952	17.360	4.4539	0.01499	0.02017	0.0051738	34.51%
50	0.2699	0.1979	17.231	4.5842	0.01566	0.02134	0.0056784	36.25%

Media de los porcentajes de incremento: 17.39%

Desviación Estándar: 0.08%

Margen de Seguridad: 17.48%

Hipótesis demográficas

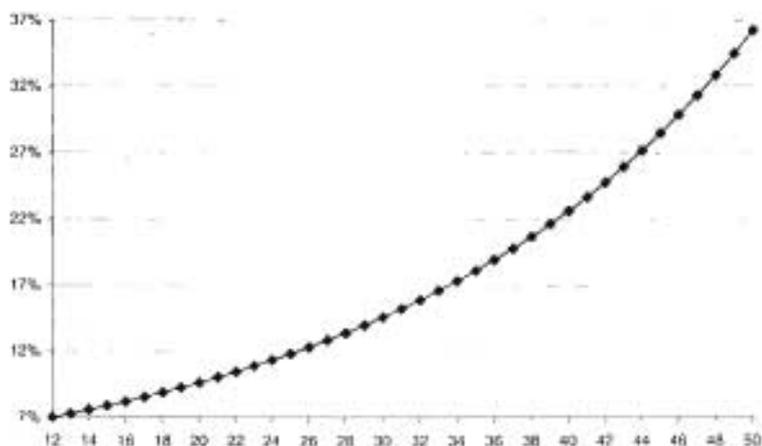
Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad OISF 2000-I (1991-1998).

Hipótesis financieras

Interés Técnico: 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO X

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 20 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:20 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:20 }}$	${}_{20}P(\bar{A}_x)$	${}_{20}P\sigma_{\ddot{a}_{x:20 }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0540	0.0837	19.006	1.3826	0.00284	0.00306	0.0002229	7.85%
13	0.0566	0.0862	18.993	1.4338	0.00298	0.00322	0.0002433	8.17%
14	0.0593	0.0888	18.978	1.4866	0.00312	0.00339	0.0002655	8.50%
15	0.0621	0.0913	18.963	1.5414	0.00327	0.00356	0.0002897	8.85%
16	0.0650	0.0940	18.946	1.5980	0.00343	0.00375	0.0003162	9.21%
17	0.0681	0.0967	18.928	1.6567	0.00360	0.00394	0.0003451	9.59%
18	0.0713	0.0994	18.909	1.7172	0.00377	0.00415	0.0003767	9.99%
19	0.0746	0.1022	18.888	1.7799	0.00395	0.00436	0.0004111	10.40%
20	0.0781	0.1050	18.866	1.8445	0.00414	0.00459	0.0004486	10.84%
21	0.0817	0.1079	18.842	1.9114	0.00434	0.00483	0.0004897	11.29%
22	0.0855	0.1108	18.816	1.9805	0.00454	0.00508	0.0005345	11.76%
23	0.0894	0.1138	18.788	2.0518	0.00476	0.00534	0.0005834	12.26%
24	0.0935	0.1168	18.758	2.1254	0.00498	0.00562	0.0006368	12.78%
25	0.0977	0.1199	18.726	2.2013	0.00522	0.00591	0.0006952	13.32%
26	0.1021	0.1230	18.692	2.2795	0.00546	0.00622	0.0007590	13.89%
27	0.1067	0.1261	18.655	2.3602	0.00572	0.00655	0.0008287	14.48%
28	0.1115	0.1292	18.615	2.4432	0.00599	0.00689	0.0009049	15.11%
29	0.1164	0.1324	18.573	2.5287	0.00627	0.00726	0.0009881	15.76%
30	0.1216	0.1356	18.527	2.6166	0.00656	0.00764	0.0010792	16.45%
31	0.1269	0.1389	18.478	2.7070	0.00687	0.00805	0.0011788	17.16%
32	0.1324	0.1421	18.426	2.7998	0.00719	0.00848	0.0012878	17.92%
33	0.1382	0.1454	18.370	2.8950	0.00752	0.00893	0.0014071	18.71%
34	0.1441	0.1486	18.309	2.9926	0.00787	0.00941	0.0015377	19.54%
35	0.1502	0.1519	18.245	3.0926	0.00824	0.00992	0.0016808	20.41%
36	0.1566	0.1552	18.176	3.1948	0.00862	0.01045	0.0018375	21.33%
37	0.1632	0.1585	18.102	3.2992	0.00902	0.01102	0.0020093	22.29%
38	0.1700	0.1618	18.023	3.4058	0.00943	0.01163	0.0021977	23.30%
39	0.1770	0.1650	17.938	3.5144	0.00987	0.01227	0.0024044	24.37%
40	0.1843	0.1682	17.848	3.6249	0.01032	0.01296	0.0026314	25.49%
41	0.1918	0.1714	17.752	3.7372	0.01080	0.01368	0.0028807	26.67%
42	0.1995	0.1746	17.649	3.8509	0.01130	0.01446	0.0031547	27.91%
43	0.2075	0.1777	17.539	3.9660	0.01183	0.01528	0.0034560	29.22%
44	0.2157	0.1808	17.423	4.0822	0.01238	0.01617	0.0037877	30.60%
45	0.2241	0.1838	17.298	4.1993	0.01295	0.01711	0.0041529	32.06%
46	0.2328	0.1868	17.166	4.3168	0.01356	0.01812	0.0045555	33.59%
47	0.2417	0.1897	17.026	4.4344	0.01420	0.01920	0.0049994	35.22%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\bar{a}_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{20} }}$	${}_{20}P(\bar{A}_x)$	${}_{20}P\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{20} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.2509	0.1925	16.877	4.5518	0.01486	0.02035	0.0054895	36.93%
49	0.2603	0.1952	16.719	4.6686	0.01557	0.02160	0.0060308	38.74%
50	0.2699	0.1979	16.552	4.7841	0.01631	0.02294	0.0066294	40.65%

Media de los porcentajes de incremento: 19.55%

Desviación Estándar: 0.09%

Margen de Seguridad: 19.65%

Hipótesis demográfica:

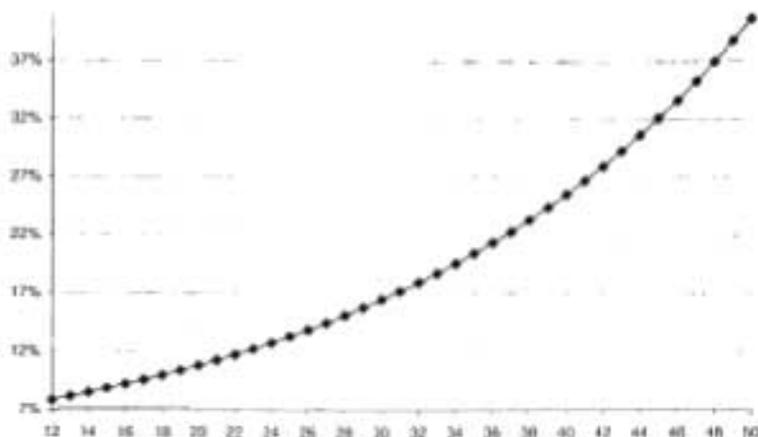
Prima de tanto: se utiliza la Tabla de Mortalidad ONP 2004 (1981-1998)

Hipótesis Financiera:

Tiempo TIR(100): 5.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XI

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 5 años y pagos de primas durante 5 años.

x	$\bar{A}_{x:5}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:5}^1}$	$\ddot{a}_{x:5}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:5}}$	$P(\bar{A}_{x:5}^1)$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:5}^1}}(\bar{A}_{x:5}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0021	0.0434	25.947	1.1064	0.00008	0.00008	0.0000036	4.45%
13	0.0022	0.0450	25.943	1.1483	0.00009	0.00009	0.0000040	4.63%
14	0.0024	0.0467	25.938	1.1915	0.00009	0.00010	0.0000045	4.81%
15	0.0026	0.0485	25.934	1.2365	0.00010	0.00011	0.0000050	5.01%
16	0.0028	0.0503	25.928	1.2831	0.00011	0.00011	0.0000056	5.21%
17	0.0030	0.0522	25.923	1.3315	0.00012	0.00012	0.0000063	5.41%
18	0.0033	0.0542	25.917	1.3816	0.00013	0.00013	0.0000071	5.63%
19	0.0035	0.0562	25.911	1.4335	0.00014	0.00014	0.0000079	5.86%
20	0.0038	0.0583	25.904	1.4873	0.00015	0.00015	0.0000089	6.09%
21	0.0041	0.0605	25.896	1.5432	0.00016	0.00017	0.0000099	6.34%
22	0.0044	0.0628	25.888	1.6013	0.00017	0.00018	0.0000111	6.59%
23	0.0047	0.0652	25.880	1.6614	0.00018	0.00019	0.0000125	6.86%
24	0.0051	0.0676	25.871	1.7237	0.00020	0.00021	0.0000140	7.14%
25	0.0055	0.0702	25.861	1.7883	0.00021	0.00023	0.0000157	7.43%
26	0.0059	0.0728	25.850	1.8552	0.00023	0.00025	0.0000176	7.73%
27	0.0063	0.0755	25.838	1.9246	0.00025	0.00027	0.0000197	8.05%
28	0.0068	0.0783	25.826	1.9966	0.00026	0.00029	0.0000221	8.38%
29	0.0073	0.0813	25.813	2.0713	0.00028	0.00031	0.0000248	8.72%
30	0.0079	0.0843	25.798	2.1487	0.00031	0.00033	0.0000279	9.09%
31	0.0085	0.0874	25.783	2.2289	0.00033	0.00036	0.0000313	9.46%
32	0.0092	0.0907	25.766	2.3120	0.00036	0.00039	0.0000351	9.86%
33	0.0099	0.0941	25.748	2.3982	0.00038	0.00042	0.0000394	10.27%
34	0.0106	0.0976	25.729	2.4874	0.00041	0.00046	0.0000442	10.70%
35	0.0115	0.1012	25.708	2.5797	0.00045	0.00050	0.0000497	11.15%
36	0.0123	0.1049	25.686	2.6753	0.00048	0.00054	0.0000558	11.63%
37	0.0133	0.1088	25.662	2.7743	0.00052	0.00058	0.0000627	12.12%
38	0.0143	0.1129	25.636	2.8768	0.00056	0.00063	0.0000704	12.64%
39	0.0154	0.1170	25.608	2.9828	0.00060	0.00068	0.0000792	13.18%
40	0.0165	0.1213	25.578	3.0926	0.00065	0.00074	0.0000890	13.75%
41	0.0178	0.1258	25.546	3.2061	0.00070	0.00080	0.0001001	14.35%
42	0.0192	0.1304	25.511	3.3236	0.00075	0.00086	0.0001125	14.98%
43	0.0206	0.1351	25.474	3.4450	0.00081	0.00094	0.0001266	15.64%
44	0.0222	0.1401	25.434	3.5706	0.00087	0.00102	0.0001425	16.33%
45	0.0239	0.1452	25.391	3.7003	0.00094	0.00110	0.0001605	17.06%
46	0.0257	0.1504	25.345	3.8344	0.00101	0.00119	0.0001807	17.83%
47	0.0276	0.1558	25.295	3.9727	0.00109	0.00130	0.0002036	18.63%

x	$\bar{A}_{x:\overline{3} }$	$\sigma_{\lambda_{x:\overline{3} }}$	$d_{x:\overline{3} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{3} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{3} })$	$P_{\sigma_{\lambda_{x:\overline{3} }}(\bar{A}_{x:\overline{3} })}$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0297	0.1614	25.242	4.1154	0.00118	0.00141	0.0002295	19.48%
49	0.0320	0.1672	25.185	4.2628	0.00127	0.00153	0.0002588	20.17%
50	0.0344	0.1732	25.123	4.4146	0.00137	0.00166	0.0002919	21.32%

Media de los porcentajes de incremento: 10.62%

Desviación Estándar: 0.05%

Margen de Seguridad: 10.67%

Hipótesis demográfica:

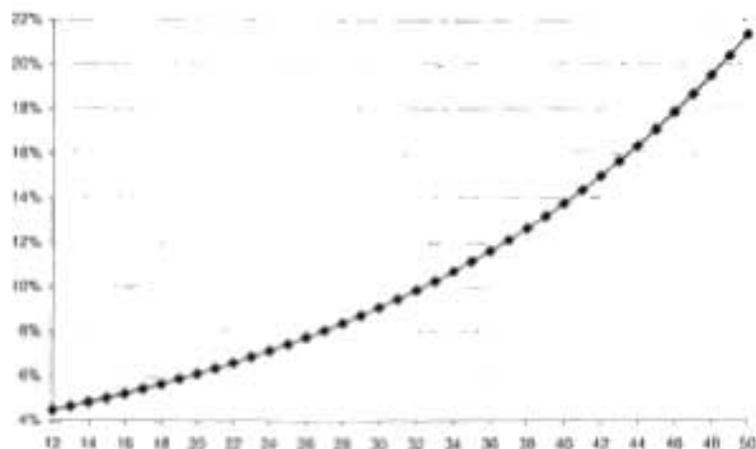
Prima de tarifa: se utiliza el Tablo de Mortalidad CMI 2000 (1990-2000).

Hipótesis Financiera:

Interés Técnico: 4.0% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 10 años y pagos de primas durante 10 años.

x	$\bar{A}_{x:10 }^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:10 }^1}$	$\ddot{a}_{x:10 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:10 }}$	$P(\bar{A}_{x:10 }^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:10 }}}(\bar{A}_{x:10 }^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0046	0.0609	25.884	1.5532	0.00018	0.00019	0.0000113	6.38%
13	0.0049	0.0632	25.875	1.6115	0.00019	0.00020	0.0000126	6.64%
14	0.0053	0.0656	25.865	1.6719	0.00020	0.00022	0.0000141	6.91%
15	0.0057	0.0680	25.855	1.7345	0.00022	0.00024	0.0000158	7.19%
16	0.0061	0.0706	25.844	1.7995	0.00024	0.00026	0.0000178	7.48%
17	0.0066	0.0732	25.832	1.8669	0.00026	0.00028	0.0000199	7.79%
18	0.0071	0.0760	25.819	1.9366	0.00028	0.00030	0.0000223	8.11%
19	0.0077	0.0788	25.805	2.0088	0.00030	0.00032	0.0000251	8.44%
20	0.0082	0.0817	25.790	2.0836	0.00032	0.00035	0.0000281	8.79%
21	0.0089	0.0848	25.774	2.1612	0.00034	0.00038	0.0000315	9.15%
22	0.0096	0.0879	25.756	2.2417	0.00037	0.00041	0.0000354	9.53%
23	0.0103	0.0912	25.738	2.3249	0.00040	0.00044	0.0000397	9.93%
24	0.0111	0.0946	25.717	2.4111	0.00043	0.00048	0.0000446	10.35%
25	0.0119	0.0981	25.696	2.5005	0.00046	0.00051	0.0000501	10.78%
26	0.0128	0.1017	25.673	2.5929	0.00050	0.00056	0.0000562	11.23%
27	0.0138	0.1055	25.648	2.6886	0.00054	0.00060	0.0000631	11.71%
28	0.0149	0.1094	25.621	2.7877	0.00058	0.00065	0.0000709	12.21%
29	0.0160	0.1134	25.592	2.8902	0.00063	0.00071	0.0000797	12.73%
30	0.0172	0.1175	25.560	2.9963	0.00067	0.00076	0.0000896	13.28%
31	0.0186	0.1218	25.527	3.1060	0.00073	0.00083	0.0001007	13.85%
32	0.0200	0.1263	25.491	3.2194	0.00078	0.00090	0.0001132	14.46%
33	0.0215	0.1309	25.452	3.3366	0.00084	0.00097	0.0001274	15.09%
34	0.0231	0.1356	25.411	3.4577	0.00091	0.00105	0.0001433	15.75%
35	0.0249	0.1405	25.366	3.5827	0.00098	0.00114	0.0001613	16.45%
36	0.0268	0.1456	25.318	3.7118	0.00106	0.00124	0.0001816	17.18%
37	0.0288	0.1508	25.266	3.8450	0.00114	0.00134	0.0002045	17.95%
38	0.0310	0.1562	25.210	3.9824	0.00123	0.00146	0.0002305	18.76%
39	0.0333	0.1618	25.151	4.1242	0.00132	0.00158	0.0002598	19.61%
40	0.0358	0.1675	25.087	4.2702	0.00143	0.00172	0.0002929	20.51%
41	0.0385	0.1734	25.018	4.4206	0.00154	0.00187	0.0003304	21.46%
42	0.0414	0.1795	24.944	4.5754	0.00166	0.00203	0.0003729	22.46%
43	0.0445	0.1857	24.865	4.7347	0.00179	0.00221	0.0004210	23.52%
44	0.0478	0.1922	24.780	4.8984	0.00193	0.00241	0.0004757	24.64%
45	0.0514	0.1987	24.689	5.0665	0.00208	0.00262	0.0005376	25.82%
46	0.0552	0.2055	24.592	5.2390	0.00225	0.00285	0.0006081	27.07%
47	0.0593	0.2125	24.487	5.4158	0.00242	0.00311	0.0006881	28.40%

x	$\bar{A}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }}$	$d_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{10} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }}}(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0617	0.2196	24.375	5.5969	0.00761	0.00339	0.0007792	29.00%
49	0.0684	0.2268	24.256	5.7822	0.00782	0.00370	0.0008829	31.30%
50	0.0734	0.2343	24.178	5.9715	0.00804	0.00405	0.0010012	32.89%

Media de los porcentajes de incremento: 15.79%

Desviación Estándar: 0.08%

Margen de Seguridad: 15.86%

Módulo demográfico:

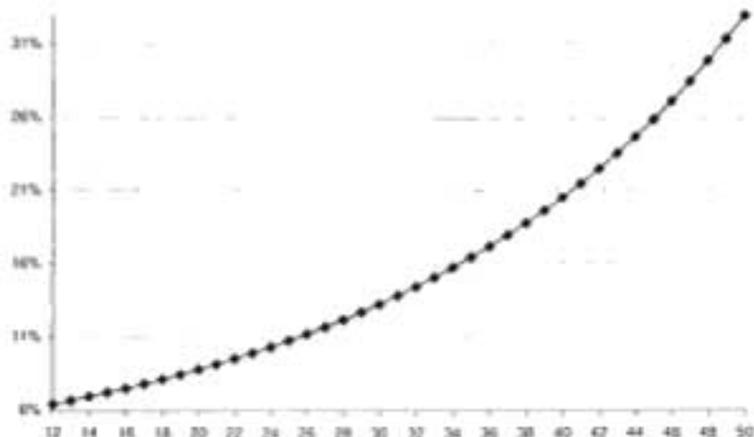
Prima de tarifa: se aplica la Tabla de Mortalidad CNP 2001 (1991-1998)

Módulo Financiero:

Interés Técnico: 4.0% anual para financiamiento de prima

Tasa Reservada: 1 unidad reservada

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XIII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 15 años y pagos de primas durante 15 años.

x	$\bar{A}_{x:15}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:15}^1}$	$\ddot{a}_{x:15}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:15}}$	$P(\bar{A}_{x:15}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:15}}}(\bar{A}_{x:15}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0075	0.0740	25.809	1.8864	0.00029	0.00031	0.0000229	7.89%
13	0.0081	0.0768	25.794	1.9567	0.00031	0.00034	0.0000257	8.21%
14	0.0087	0.0796	25.778	2.0295	0.00034	0.00037	0.0000288	8.55%
15	0.0094	0.0826	25.761	2.1049	0.00036	0.00040	0.0000323	8.90%
16	0.0101	0.0856	25.743	2.1831	0.00039	0.00043	0.0000363	9.27%
17	0.0109	0.0888	25.723	2.2640	0.00042	0.00046	0.0000407	9.65%
18	0.0117	0.0921	25.702	2.3477	0.00045	0.00050	0.0000457	10.05%
19	0.0126	0.0955	25.679	2.4343	0.00049	0.00054	0.0000513	10.47%
20	0.0135	0.0990	25.655	2.5240	0.00053	0.00059	0.0000576	10.91%
21	0.0146	0.1027	25.628	2.6168	0.00057	0.00063	0.0000647	11.37%
22	0.0157	0.1064	25.600	2.7129	0.00061	0.00069	0.0000726	11.85%
23	0.0169	0.1103	25.570	2.8122	0.00066	0.00074	0.0000816	12.36%
24	0.0182	0.1143	25.537	2.9149	0.00071	0.00080	0.0000917	12.89%
25	0.0196	0.1185	25.502	3.0211	0.00077	0.00087	0.0001030	13.44%
26	0.0210	0.1228	25.464	3.1308	0.00083	0.00094	0.0001158	14.02%
27	0.0226	0.1273	25.423	3.2440	0.00089	0.00102	0.0001302	14.63%
28	0.0244	0.1318	25.379	3.3610	0.00096	0.00111	0.0001465	15.26%
29	0.0262	0.1366	25.332	3.4818	0.00103	0.00120	0.0001648	15.93%
30	0.0282	0.1415	25.282	3.6064	0.00111	0.00130	0.0001855	16.64%
31	0.0303	0.1465	25.227	3.7349	0.00120	0.00141	0.0002088	17.38%
32	0.0326	0.1517	25.169	3.8673	0.00130	0.00153	0.0002351	18.15%
33	0.0351	0.1571	25.106	4.0037	0.00140	0.00166	0.0002649	18.97%
34	0.0377	0.1626	25.039	4.1441	0.00151	0.00180	0.0002985	19.83%
35	0.0405	0.1682	24.967	4.2886	0.00162	0.00196	0.0003366	20.74%
36	0.0436	0.1741	24.890	4.4370	0.00175	0.00213	0.0003796	21.69%
37	0.0468	0.1800	24.807	4.5895	0.00189	0.00232	0.0004283	22.70%
38	0.0503	0.1862	24.718	4.7461	0.00203	0.00252	0.0004835	23.76%
39	0.0540	0.1925	24.623	4.9066	0.00219	0.00274	0.0005461	24.89%
40	0.0580	0.1989	24.521	5.0711	0.00237	0.00298	0.0006170	26.07%
41	0.0623	0.2055	24.411	5.2394	0.00255	0.00325	0.0006976	27.33%
42	0.0669	0.2123	24.294	5.4114	0.00275	0.00354	0.0007892	28.66%
43	0.0718	0.2192	24.169	5.5870	0.00297	0.00386	0.0008933	30.07%
44	0.0771	0.2262	24.036	5.7660	0.00321	0.00422	0.0010118	31.56%
45	0.0827	0.2333	23.893	5.9482	0.00346	0.00461	0.0011468	33.15%
46	0.0886	0.2406	23.740	6.1334	0.00373	0.00503	0.0013007	34.84%
47	0.0950	0.2480	23.577	6.3211	0.00403	0.00551	0.0014764	36.63%

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}$	$d_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.1018	0.2554	23.404	6.5112	0.00435	0.00603	0.0016773	38.54%
49	0.1091	0.2630	23.219	6.7032	0.00470	0.00661	0.0019071	40.59%
50	0.1168	0.2705	23.022	6.8966	0.00507	0.00724	0.0021703	42.77%

Media de los porcentajes de incremento: 20.02%

Desviación Estándar: 0.10%

Margen de Seguridad: 20.12%

Hipótesis demográfica:

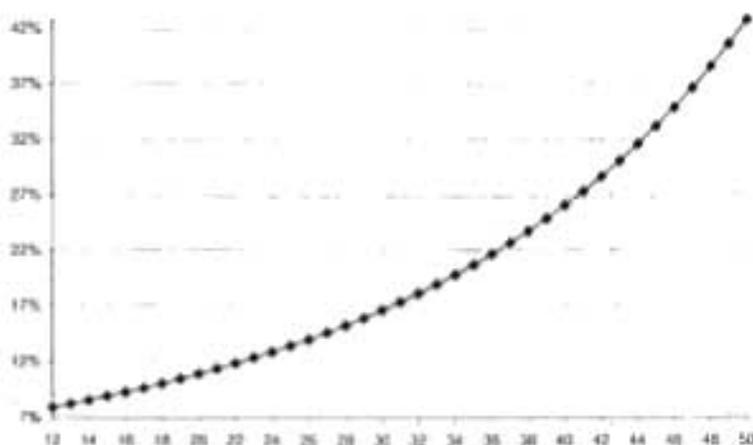
Para de curto: se utiliza la Tasa de Mortalidad (TSP 2000-I (1991-1998))

Hipótesis financieras:

Tiempo Técnico: 4.0% anual para financiamiento de primas.

Suma Reservas: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XIV

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 20 años y pagos de primas durante 20 años.

x	$\bar{A}_{x:20}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:20}^1}$	$\ddot{a}_{x:20}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}$	$P(\bar{A}_{x:20}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}}(\bar{A}_{x:20}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0110	0.0846	25.720	2.1575	0.00043	0.00047	0.0000391	9.16%
13	0.0118	0.0878	25.699	2.2371	0.00046	0.00050	0.0000439	9.54%
14	0.0127	0.0910	25.675	2.3195	0.00050	0.00055	0.0000492	9.93%
15	0.0137	0.0943	25.651	2.4048	0.00053	0.00059	0.0000553	10.34%
16	0.0147	0.0978	25.624	2.4930	0.00058	0.00064	0.0000620	10.78%
17	0.0159	0.1014	25.595	2.5842	0.00062	0.00069	0.0000696	11.23%
18	0.0171	0.1051	25.565	2.6785	0.00067	0.00075	0.0000782	11.70%
19	0.0184	0.1089	25.531	2.7759	0.00072	0.00081	0.0000878	12.20%
20	0.0198	0.1128	25.496	2.8765	0.00078	0.00087	0.0000986	12.72%
21	0.0213	0.1169	25.458	2.9805	0.00084	0.00095	0.0001108	13.26%
22	0.0229	0.1211	25.416	3.0879	0.00090	0.00103	0.0001246	13.83%
23	0.0246	0.1255	25.372	3.1986	0.00097	0.00111	0.0001400	14.43%
24	0.0265	0.1300	25.325	3.3129	0.00105	0.00120	0.0001574	15.05%
25	0.0285	0.1346	25.274	3.4307	0.00113	0.00130	0.0001770	15.71%
26	0.0306	0.1393	25.219	3.5521	0.00121	0.00141	0.0001992	16.39%
27	0.0329	0.1442	25.160	3.6771	0.00131	0.00153	0.0002241	17.12%
28	0.0354	0.1493	25.097	3.8058	0.00141	0.00166	0.0002523	17.87%
29	0.0381	0.1545	25.029	3.9382	0.00152	0.00181	0.0002840	18.67%
30	0.0409	0.1598	24.957	4.0742	0.00164	0.00196	0.0003199	19.51%
31	0.0440	0.1653	24.879	4.2140	0.00177	0.00213	0.0003605	20.39%
32	0.0473	0.1709	24.795	4.3574	0.00191	0.00231	0.0004063	21.32%
33	0.0508	0.1767	24.706	4.5044	0.00205	0.00251	0.0004581	22.30%
34	0.0545	0.1826	24.610	4.6549	0.00222	0.00273	0.0005168	23.33%
35	0.0585	0.1886	24.508	4.8089	0.00239	0.00297	0.0005831	24.41%
36	0.0628	0.1948	24.398	4.9662	0.00258	0.00323	0.0006583	25.56%
37	0.0674	0.2011	24.280	5.1267	0.00278	0.00352	0.0007435	26.77%
38	0.0724	0.2075	24.155	5.2902	0.00300	0.00384	0.0008402	28.04%
39	0.0776	0.2141	24.021	5.4566	0.00323	0.00418	0.0009499	29.39%
40	0.0832	0.2207	23.878	5.6257	0.00349	0.00456	0.0010745	30.82%
41	0.0892	0.2274	23.725	5.7970	0.00376	0.00498	0.0012161	32.33%
42	0.0956	0.2342	23.562	5.9703	0.00406	0.00544	0.0013772	33.94%
43	0.1024	0.2411	23.389	6.1452	0.00438	0.00594	0.0015606	35.64%
44	0.1097	0.2480	23.204	6.3214	0.00473	0.00650	0.0017695	37.44%
45	0.1174	0.2549	23.008	6.4982	0.00510	0.00711	0.0020078	39.36%
46	0.1256	0.2619	22.799	6.6752	0.00551	0.00779	0.0022798	41.40%
47	0.1342	0.2688	22.578	6.8518	0.00595	0.00854	0.0025904	43.57%

x	$\bar{A}_{x:\overline{30} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{30} }}$	$\bar{d}_{x:\overline{30} }$	$\sigma_{\bar{d}_{x:\overline{30} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{30} })$	$P_{\sigma_{\bar{d}_{x:\overline{30} }}}(\bar{A}_{x:\overline{30} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.1434	0.2757	22.343	7.0272	0.00642	0.00937	0.0029457	45.88%
49	0.1532	0.2825	22.094	7.2009	0.00693	0.01029	0.0033524	48.35%
50	0.1635	0.2892	21.831	7.3718	0.00749	0.01131	0.0038184	50.98%

Media de los porcentajes de incremento: 23.61%

Desviación Estándar: 0.12%

Margen de Seguridad: 23.73%

Notas demográficas:

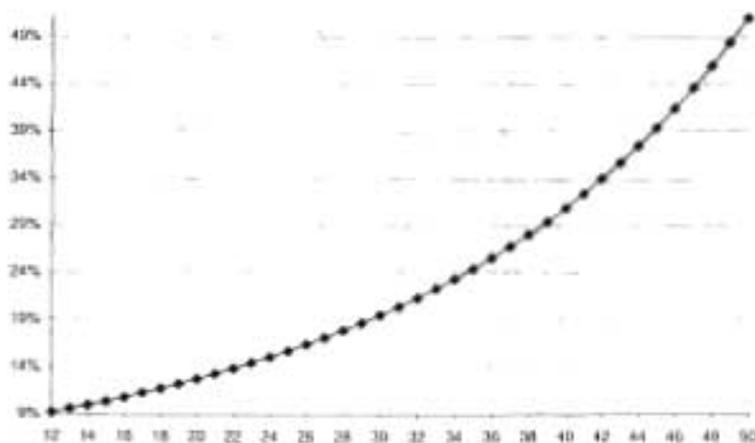
Para la tabla se usó la Tabla de Mortalidad CMF 2000-I (1991-1998)

Notas Financieras:

Interés Técnico: 4.0% anual para financiamiento de primas

Beta Asegurado: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XV

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 5 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	${}_5P(\bar{A}_x)$	${}_5P\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1055	0.1000	25.947	1.1064	0.00406	0.00425	0.0001810	4.45%
13	0.1093	0.1025	25.943	1.1483	0.00421	0.00441	0.0001952	4.63%
14	0.1133	0.1049	25.938	1.1915	0.00437	0.00458	0.0002103	4.81%
15	0.1174	0.1074	25.934	1.2365	0.00453	0.00475	0.0002267	5.01%
16	0.1217	0.1099	25.928	1.2831	0.00469	0.00494	0.0002443	5.21%
17	0.1261	0.1125	25.923	1.3315	0.00486	0.00513	0.0002633	5.41%
18	0.1306	0.1151	25.917	1.3816	0.00504	0.00532	0.0002838	5.63%
19	0.1353	0.1177	25.911	1.4335	0.00522	0.00553	0.0003058	5.86%
20	0.1401	0.1203	25.904	1.4873	0.00541	0.00574	0.0003295	6.09%
21	0.1451	0.1229	25.896	1.5432	0.00560	0.00596	0.0003550	6.34%
22	0.1502	0.1256	25.888	1.6013	0.00580	0.00618	0.0003825	6.59%
23	0.1555	0.1283	25.880	1.6614	0.00601	0.00642	0.0004122	6.86%
24	0.1609	0.1310	25.871	1.7237	0.00622	0.00667	0.0004441	7.14%
25	0.1666	0.1337	25.861	1.7883	0.00644	0.00692	0.0004785	7.43%
26	0.1723	0.1364	25.850	1.8552	0.00667	0.00718	0.0005155	7.73%
27	0.1783	0.1391	25.838	1.9246	0.00690	0.00746	0.0005553	8.05%
28	0.1844	0.1418	25.826	1.9966	0.00714	0.00774	0.0005983	8.38%
29	0.1907	0.1445	25.813	2.0713	0.00739	0.00803	0.0006446	8.72%
30	0.1972	0.1472	25.798	2.1487	0.00764	0.00834	0.0006944	9.09%
31	0.2038	0.1499	25.783	2.2289	0.00791	0.00865	0.0007482	9.46%
32	0.2107	0.1525	25.766	2.3120	0.00818	0.00898	0.0008061	9.86%
33	0.2177	0.1552	25.748	2.3982	0.00846	0.00932	0.0008684	10.27%
34	0.2249	0.1578	25.729	2.4874	0.00874	0.00968	0.0009356	10.70%
35	0.2323	0.1604	25.708	2.5797	0.00904	0.01004	0.0010080	11.15%
36	0.2399	0.1630	25.686	2.6753	0.00934	0.01043	0.0010859	11.63%
37	0.2477	0.1655	25.662	2.7743	0.00965	0.01082	0.0011700	12.12%
38	0.2557	0.1680	25.636	2.8768	0.00997	0.01123	0.0012606	12.64%
39	0.2638	0.1705	25.608	2.9828	0.01030	0.01166	0.0013582	13.18%
40	0.2722	0.1728	25.578	3.0926	0.01064	0.01210	0.0014635	13.75%
41	0.2807	0.1752	25.546	3.2061	0.01099	0.01257	0.0015771	14.35%
42	0.2895	0.1774	25.511	3.3236	0.01135	0.01305	0.0016996	14.98%
43	0.2984	0.1796	25.474	3.4450	0.01171	0.01355	0.0018318	15.64%
44	0.3075	0.1817	25.434	3.5706	0.01209	0.01406	0.0019745	16.33%
45	0.3168	0.1838	25.391	3.7003	0.01248	0.01461	0.0021286	17.06%
46	0.3263	0.1857	25.345	3.8344	0.01287	0.01517	0.0022950	17.83%
47	0.3360	0.1876	25.295	3.9727	0.01328	0.01576	0.0024747	18.63%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$d_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{5} }}$	${}_5P(\bar{A}_x)$	${}_5P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3458	0.1893	25.242	4.1154	0.01370	0.01637	0.0026690	19.48%
49	0.3559	0.1910	25.185	4.2628	0.01413	0.01701	0.0028790	20.37%
50	0.3661	0.1925	25.123	4.4146	0.01457	0.01768	0.0031063	21.32%

Media de los porcentajes de incremento: 10.62%

Desviación Estándar: 0.05%

Margen de Seguridad: 10.67%

Hipótesis demográfica:

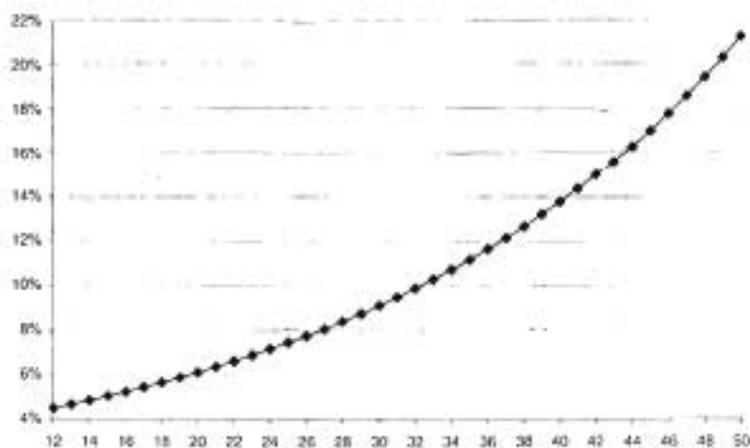
Prima de tabla: se utiliza la Tabla de Mortalidad CSM (1991-1998)

Hipótesis Financiera:

Interés Técnico: 4.0% anual para financiamiento de primas

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XVI

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 10 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:10 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:10 }}$	${}_{10}P(\bar{A}_x)$	${}_{10}P\sigma_{\ddot{a}_{x:10 }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1055	0.1000	25.884	1.5532	0.00407	0.00433	0.0002601	6.38%
13	0.1093	0.1025	25.875	1.6115	0.00423	0.00451	0.0002806	6.64%
14	0.1133	0.1049	25.865	1.6719	0.00438	0.00468	0.0003027	6.91%
15	0.1174	0.1074	25.855	1.7345	0.00454	0.00487	0.0003266	7.19%
16	0.1217	0.1099	25.844	1.7995	0.00471	0.00506	0.0003524	7.48%
17	0.1261	0.1125	25.832	1.8669	0.00488	0.00526	0.0003802	7.79%
18	0.1306	0.1151	25.819	1.9366	0.00506	0.00547	0.0004102	8.11%
19	0.1353	0.1177	25.805	2.0088	0.00524	0.00568	0.0004426	8.44%
20	0.1401	0.1203	25.790	2.0836	0.00543	0.00591	0.0004775	8.79%
21	0.1451	0.1229	25.774	2.1612	0.00563	0.00614	0.0005152	9.15%
22	0.1502	0.1256	25.756	2.2417	0.00583	0.00639	0.0005560	9.53%
23	0.1555	0.1283	25.738	2.3249	0.00604	0.00664	0.0005999	9.93%
24	0.1609	0.1310	25.717	2.4111	0.00626	0.00691	0.0006474	10.35%
25	0.1666	0.1337	25.696	2.5005	0.00648	0.00718	0.0006988	10.78%
26	0.1723	0.1364	25.673	2.5929	0.00671	0.00747	0.0007542	11.23%
27	0.1783	0.1391	25.648	2.6886	0.00695	0.00777	0.0008141	11.71%
28	0.1844	0.1418	25.621	2.7877	0.00720	0.00808	0.0008788	12.21%
29	0.1907	0.1445	25.592	2.8902	0.00745	0.00840	0.0009488	12.73%
30	0.1972	0.1472	25.560	2.9963	0.00771	0.00874	0.0010244	13.28%
31	0.2038	0.1499	25.527	3.1060	0.00799	0.00909	0.0011062	13.85%
32	0.2107	0.1525	25.491	3.2194	0.00827	0.00946	0.0011947	14.46%
33	0.2177	0.1552	25.452	3.3366	0.00855	0.00984	0.0012905	15.09%
34	0.2249	0.1578	25.411	3.4577	0.00885	0.01025	0.0013942	15.75%
35	0.2323	0.1604	25.366	3.5827	0.00916	0.01067	0.0015064	16.45%
36	0.2399	0.1630	25.318	3.7118	0.00948	0.01110	0.0016279	17.18%
37	0.2477	0.1655	25.266	3.8450	0.00980	0.01156	0.0017596	17.95%
38	0.2557	0.1680	25.210	3.9824	0.01014	0.01204	0.0019025	18.76%
39	0.2638	0.1705	25.151	4.1242	0.01049	0.01255	0.0020574	19.61%
40	0.2722	0.1728	25.087	4.2702	0.01085	0.01307	0.0022256	20.51%
41	0.2807	0.1752	25.018	4.4206	0.01122	0.01363	0.0024082	21.46%
42	0.2895	0.1774	24.944	4.5754	0.01160	0.01421	0.0026066	22.46%
43	0.2984	0.1796	24.865	4.7347	0.01200	0.01482	0.0028224	23.52%
44	0.3075	0.1817	24.780	4.8984	0.01241	0.01547	0.0030573	24.64%
45	0.3168	0.1838	24.689	5.0665	0.01283	0.01615	0.0033131	25.82%
46	0.3263	0.1857	24.592	5.2390	0.01327	0.01686	0.0035920	27.07%
47	0.3360	0.1876	24.487	5.4158	0.01372	0.01762	0.0038963	28.40%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$d_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{20} }}$	${}_{10}P(\bar{A}_x)$	${}_{10}P_{\sigma_{d_{x:\overline{20} }}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3458	0.1893	24.375	5.5969	0.01419	0.01842	0.0042267	29.80%
49	0.3559	0.1910	24.256	5.7822	0.01467	0.01926	0.0045922	31.30%
50	0.3661	0.1925	24.128	5.9715	0.01517	0.02016	0.0049902	32.89%

Media de los porcentajes de incremento: 15.79%

Desviación Estándar: 0.08%

Margen de Seguridad: 15.86%

Notas descriptivas:

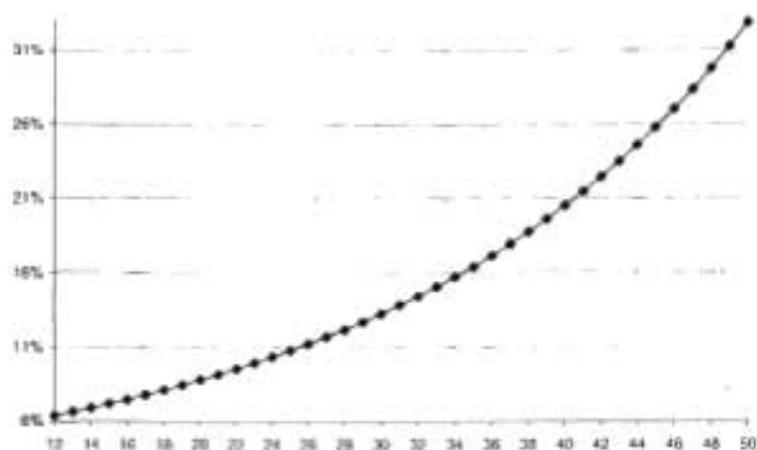
Prima de tarifa: se utilizó la Tabla de Mortalidad OMP 2000-1 (1991-2000)

Notas Financieras:

Tarifa Técnica: 4.0% anual para financiamiento de primas

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XVII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 15 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:15 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:15 }}$	${}_{15}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{15}\bar{P}_{\sigma_{\ddot{a}_{x:15 }}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1055	0.1000	25.809	1.8864	0.00409	0.00441	0.0003222	7.89%
13	0.1093	0.1025	25.794	1.9567	0.00424	0.00459	0.0003479	8.21%
14	0.1133	0.1049	25.778	2.0295	0.00440	0.00477	0.0003756	8.55%
15	0.1174	0.1074	25.761	2.1049	0.00456	0.00496	0.0004056	8.90%
16	0.1217	0.1099	25.743	2.1831	0.00473	0.00516	0.0004380	9.27%
17	0.1261	0.1125	25.723	2.2640	0.00490	0.00537	0.0004730	9.65%
18	0.1306	0.1151	25.702	2.3477	0.00508	0.00559	0.0005108	10.05%
19	0.1353	0.1177	25.679	2.4343	0.00527	0.00582	0.0005517	10.47%
20	0.1401	0.1203	25.655	2.5240	0.00546	0.00606	0.0005959	10.91%
21	0.1451	0.1229	25.628	2.6168	0.00566	0.00630	0.0006437	11.37%
22	0.1502	0.1256	25.600	2.7129	0.00587	0.00656	0.0006955	11.85%
23	0.1555	0.1283	25.570	2.8122	0.00608	0.00683	0.0007515	12.36%
24	0.1609	0.1310	25.537	2.9149	0.00630	0.00711	0.0008121	12.89%
25	0.1666	0.1337	25.502	3.0211	0.00653	0.00741	0.0008777	13.44%
26	0.1723	0.1364	25.464	3.1308	0.00677	0.00772	0.0009488	14.02%
27	0.1783	0.1391	25.423	3.2440	0.00701	0.00804	0.0010258	14.63%
28	0.1844	0.1418	25.379	3.3610	0.00727	0.00838	0.0011092	15.26%
29	0.1907	0.1445	25.332	3.4818	0.00753	0.00873	0.0011997	15.93%
30	0.1972	0.1472	25.282	3.6064	0.00780	0.00910	0.0012978	16.64%
31	0.2038	0.1499	25.227	3.7349	0.00808	0.00948	0.0014042	17.38%
32	0.2107	0.1525	25.169	3.8673	0.00837	0.00989	0.0015197	18.15%
33	0.2177	0.1552	25.106	4.0037	0.00867	0.01032	0.0016452	18.97%
34	0.2249	0.1578	25.039	4.1441	0.00898	0.01076	0.0017816	19.83%
35	0.2323	0.1604	24.967	4.2886	0.00931	0.01123	0.0019298	20.74%
36	0.2399	0.1630	24.890	4.4370	0.00964	0.01173	0.0020911	21.69%
37	0.2477	0.1655	24.807	4.5895	0.00998	0.01225	0.0022666	22.70%
38	0.2557	0.1680	24.718	4.7461	0.01034	0.01280	0.0024579	23.76%
39	0.2638	0.1705	24.623	4.9066	0.01071	0.01338	0.0026665	24.89%
40	0.2722	0.1728	24.521	5.0711	0.01110	0.01399	0.0028941	26.07%
41	0.2807	0.1752	24.411	5.2394	0.01150	0.01464	0.0031427	27.33%
42	0.2895	0.1774	24.294	5.4114	0.01191	0.01533	0.0034145	28.66%
43	0.2984	0.1796	24.169	5.5870	0.01235	0.01606	0.0037119	30.07%
44	0.3075	0.1817	24.036	5.7660	0.01279	0.01683	0.0040378	31.56%
45	0.3168	0.1838	23.893	5.9482	0.01326	0.01766	0.0043954	33.15%
46	0.3263	0.1857	23.740	6.1334	0.01374	0.01853	0.0047881	34.84%
47	0.3360	0.1876	23.577	6.3211	0.01425	0.01947	0.0052200	36.63%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\bar{a}_{x:\overline{15} }$	$\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{15} }}$	${}_{15}P(\bar{A}_x)$	${}_{15}\bar{P}\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{15} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3458	0.1893	23.404	6.5112	0.01478	0.02047	0.0056958	38.54%
49	0.3559	0.1910	23.219	6.7032	0.01533	0.02155	0.0062207	40.59%
50	0.3661	0.1925	23.022	6.8966	0.01590	0.02270	0.0068009	42.77%

Medio de los porcentajes de incremento: 20.02%

Desviación Estándar: 0.10%

Margen de Seguridad: 20.12%

Hechos demográficos:

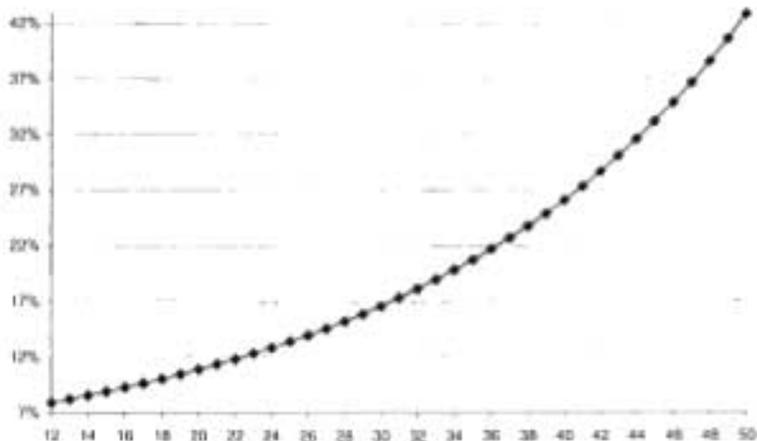
Prima de serie, se utiliza la Tabla de Mortalidad CNP 2000-I (1990-1998)

Hechos Financieros:

Interés Técnico: 4.0% anual para financiamiento de prima.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XVIII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 20 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{20} }}$	${}_{20}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{20}\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{20} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1055	0.1000	25.720	2.1575	0.00410	0.00448	0.0003755	9.16%
13	0.1093	0.1025	25.699	2.2371	0.00425	0.00466	0.0004056	9.54%
14	0.1133	0.1049	25.675	2.3195	0.00441	0.00485	0.0004383	9.93%
15	0.1174	0.1074	25.651	2.4048	0.00458	0.00505	0.0004736	10.34%
16	0.1217	0.1099	25.624	2.4930	0.00475	0.00526	0.0005118	10.78%
17	0.1261	0.1125	25.595	2.5842	0.00493	0.00548	0.0005532	11.23%
18	0.1306	0.1151	25.565	2.6785	0.00511	0.00571	0.0005979	11.70%
19	0.1353	0.1177	25.531	2.7759	0.00530	0.00594	0.0006464	12.20%
20	0.1401	0.1203	25.496	2.8765	0.00550	0.00619	0.0006988	12.72%
21	0.1451	0.1229	25.458	2.9805	0.00570	0.00645	0.0007557	13.26%
22	0.1502	0.1256	25.416	3.0879	0.00591	0.00673	0.0008173	13.83%
23	0.1555	0.1283	25.372	3.1986	0.00613	0.00701	0.0008841	14.43%
24	0.1609	0.1310	25.325	3.3129	0.00636	0.00731	0.0009565	15.05%
25	0.1666	0.1337	25.274	3.4307	0.00659	0.00763	0.0010351	15.71%
26	0.1723	0.1364	25.219	3.5521	0.00683	0.00795	0.0011203	16.39%
27	0.1783	0.1391	25.160	3.6771	0.00709	0.00830	0.0012129	17.12%
28	0.1844	0.1418	25.097	3.8058	0.00735	0.00866	0.0013135	17.87%
29	0.1907	0.1445	25.029	3.9382	0.00762	0.00904	0.0014227	18.67%
30	0.1972	0.1472	24.957	4.0742	0.00790	0.00944	0.0015416	19.51%
31	0.2038	0.1499	24.879	4.2140	0.00819	0.00986	0.0016708	20.39%
32	0.2107	0.1525	24.795	4.3574	0.00850	0.01031	0.0018116	21.32%
33	0.2177	0.1552	24.706	4.5044	0.00881	0.01078	0.0019648	22.30%
34	0.2249	0.1578	24.610	4.6549	0.00914	0.01127	0.0021319	23.33%
35	0.2323	0.1604	24.508	4.8089	0.00948	0.01179	0.0023142	24.41%
36	0.2399	0.1630	24.398	4.9662	0.00983	0.01235	0.0025131	25.56%
37	0.2477	0.1655	24.280	5.1267	0.01020	0.01293	0.0027304	26.77%
38	0.2557	0.1680	24.155	5.2902	0.01058	0.01355	0.0029681	28.04%
39	0.2638	0.1705	24.021	5.4566	0.01098	0.01421	0.0032282	29.39%
40	0.2722	0.1728	23.878	5.6257	0.01140	0.01491	0.0035133	30.82%
41	0.2807	0.1752	23.725	5.7970	0.01183	0.01566	0.0038259	32.33%
42	0.2895	0.1774	23.562	5.9703	0.01228	0.01645	0.0041692	33.94%
43	0.2984	0.1796	23.389	6.1452	0.01276	0.01730	0.0045465	35.64%
44	0.3075	0.1817	23.204	6.3214	0.01325	0.01821	0.0049619	37.44%
45	0.3168	0.1838	23.008	6.4982	0.01377	0.01919	0.0054198	39.36%
46	0.3263	0.1857	22.799	6.6752	0.01431	0.02024	0.0059251	41.40%
47	0.3360	0.1876	22.578	6.8518	0.01488	0.02136	0.0064836	43.57%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$d_{\overline{v} 20}$	$\sigma_{d_{\overline{v} 20}}$	${}_{20}P(\bar{A}_x)$	${}_{20}P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.5458	0.1893	22.343	7.0272	0.01548	0.02258	0.0071019	45.80%
49	0.3559	0.1910	22.094	7.2009	0.01611	0.02389	0.0077874	48.35%
50	0.3661	0.1925	21.831	7.3718	0.01677	0.02532	0.0085488	50.99%

Media de los porcentajes de incremento: 23.61%
 Desviación Estándar: 0.12%
 Margen de Seguridad: 23.73%

Modelos demográficos:

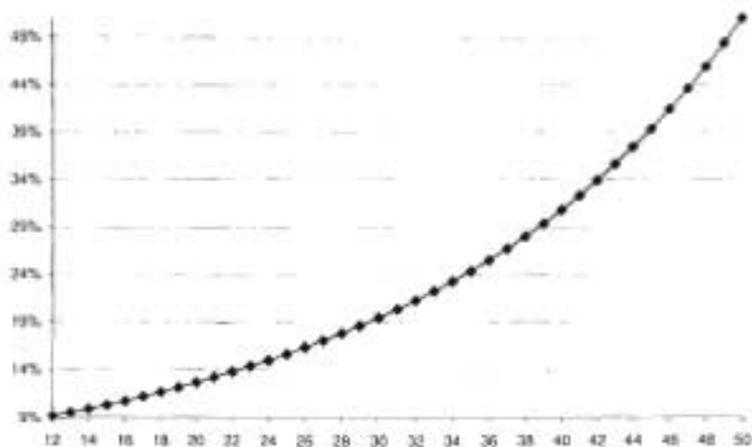
Forma de costo: se usó el Tablo de Mortalidad CSM 2001 (1991-1998).

Modelos Financieros:

Tasa de Interés: 4.0% anual para el financiamiento de prima.

Sueldo Asignado: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XIX

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1055	0.1000	23.311	2.5499	0.00452	0.00508	0.0005557	12.28%
13	0.1093	0.1025	23.213	2.6119	0.00471	0.00531	0.0005971	12.68%
14	0.1133	0.1049	23.111	2.6747	0.00490	0.00554	0.0006417	13.09%
15	0.1174	0.1074	23.006	2.7382	0.00510	0.00579	0.0006896	13.51%
16	0.1217	0.1099	22.898	2.8025	0.00531	0.00606	0.0007411	13.95%
17	0.1261	0.1125	22.786	2.8675	0.00553	0.00633	0.0007965	14.40%
18	0.1306	0.1151	22.671	2.9331	0.00576	0.00662	0.0008561	14.86%
19	0.1353	0.1177	22.551	2.9994	0.00600	0.00692	0.0009202	15.34%
20	0.1401	0.1203	22.428	3.0662	0.00625	0.00724	0.0009892	15.84%
21	0.1451	0.1229	22.301	3.1335	0.00651	0.00757	0.0010635	16.35%
22	0.1502	0.1256	22.171	3.2013	0.00678	0.00792	0.0011434	16.88%
23	0.1555	0.1283	22.036	3.2694	0.00706	0.00829	0.0012294	17.42%
24	0.1609	0.1310	21.897	3.3379	0.00735	0.00867	0.0013220	17.99%
25	0.1666	0.1337	21.754	3.4067	0.00766	0.00908	0.0014217	18.57%
26	0.1723	0.1364	21.606	3.4756	0.00798	0.00951	0.0015290	19.17%
27	0.1783	0.1391	21.455	3.5446	0.00831	0.00995	0.0016446	19.79%
28	0.1844	0.1418	21.299	3.6136	0.00866	0.01043	0.0017692	20.43%
29	0.1907	0.1445	21.138	3.6825	0.00902	0.01093	0.0019034	21.10%
30	0.1972	0.1472	20.973	3.7513	0.00940	0.01145	0.0020480	21.78%
31	0.2038	0.1499	20.803	3.8198	0.00980	0.01200	0.0022039	22.49%
32	0.2107	0.1525	20.629	3.8880	0.01021	0.01259	0.0023720	23.22%
33	0.2177	0.1552	20.450	3.9556	0.01065	0.01320	0.0025532	23.98%
34	0.2249	0.1578	20.266	4.0227	0.01110	0.01385	0.0027486	24.77%
35	0.2323	0.1604	20.077	4.0890	0.01157	0.01453	0.0029594	25.58%
36	0.2399	0.1630	19.884	4.1545	0.01207	0.01525	0.0031868	26.41%
37	0.2477	0.1655	19.686	4.2190	0.01258	0.01601	0.0034322	27.28%
38	0.2557	0.1680	19.482	4.2825	0.01312	0.01682	0.0036972	28.17%
39	0.2638	0.1705	19.274	4.3447	0.01369	0.01767	0.0039832	29.10%
40	0.2722	0.1728	19.061	4.4055	0.01428	0.01857	0.0042922	30.06%
41	0.2807	0.1752	18.843	4.4648	0.01490	0.01952	0.0046260	31.05%
42	0.2895	0.1774	18.621	4.5225	0.01555	0.02053	0.0049866	32.08%
43	0.2984	0.1796	18.393	4.5783	0.01622	0.02160	0.0053764	33.14%
44	0.3075	0.1817	18.161	4.6322	0.01693	0.02273	0.0057979	34.24%
45	0.3168	0.1838	17.923	4.6840	0.01768	0.02393	0.0062537	35.38%
46	0.3263	0.1857	17.681	4.7335	0.01845	0.02520	0.0067467	36.56%
47	0.3360	0.1876	17.435	4.7805	0.01927	0.02655	0.0072802	37.78%

x	$\bar{\lambda}_x$	$\sigma_{\bar{\lambda}_x}$	d_x	σ_{d_x}	$P(\bar{\lambda}_x)$	$P_{\sigma_{d_x}}(\bar{\lambda}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3458	0.1893	17.183	4.8250	0.02013	0.02798	0.0078577	39.04%
49	0.3559	0.1910	16.928	4.8667	0.02102	0.02951	0.0084829	40.35%
50	0.3661	0.1925	16.667	4.9055	0.02196	0.03112	0.0091600	41.71%

Media de los porcentajes de incremento: 24.05%
Desviación Estándar: 0.99%
Margen de Seguridad: 24.13%

Modelo demográfico

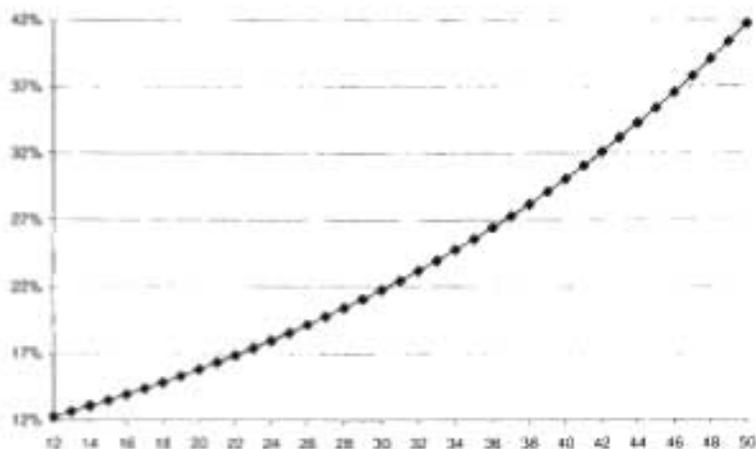
Fuente de datos: se utilizó la Tabla de Mortalidad CIVT 2000-I (1991-1996)

Modelo Financiero

Interés Típico: 4.0% anual para financiamiento de primas

Salvo Asegurado: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XX

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 5 años y pagos de primas durante 5 años.

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0021	0.0439	29.510	1.2767	0.00007	0.00007	0.0000032	4.52%
13	0.0023	0.0456	29.505	1.3250	0.00008	0.00008	0.0000036	4.70%
14	0.0024	0.0473	29.500	1.3750	0.00008	0.00009	0.0000041	4.89%
15	0.0026	0.0491	29.495	1.4268	0.00009	0.00009	0.0000045	5.08%
16	0.0028	0.0509	29.489	1.4806	0.00010	0.00010	0.0000051	5.29%
17	0.0031	0.0529	29.482	1.5365	0.00010	0.00011	0.0000057	5.50%
18	0.0033	0.0549	29.476	1.5942	0.00011	0.00012	0.0000064	5.72%
19	0.0035	0.0569	29.468	1.6541	0.00012	0.00013	0.0000072	5.95%
20	0.0038	0.0590	29.460	1.7162	0.00013	0.00014	0.0000080	6.19%
21	0.0041	0.0613	29.452	1.7808	0.00014	0.00015	0.0000090	6.44%
22	0.0044	0.0636	29.443	1.8478	0.00015	0.00016	0.0000101	6.70%
23	0.0048	0.0660	29.433	1.9171	0.00016	0.00017	0.0000113	6.97%
24	0.0051	0.0684	29.422	1.9890	0.00017	0.00019	0.0000127	7.25%
25	0.0055	0.0710	29.411	2.0636	0.00019	0.00020	0.0000142	7.55%
26	0.0060	0.0737	29.398	2.1408	0.00020	0.00022	0.0000159	7.85%
27	0.0064	0.0764	29.385	2.2209	0.00022	0.00024	0.0000179	8.18%
28	0.0069	0.0793	29.371	2.3039	0.00024	0.00026	0.0000200	8.51%
29	0.0074	0.0822	29.355	2.3901	0.00025	0.00028	0.0000225	8.86%
30	0.0080	0.0853	29.339	2.4794	0.00027	0.00030	0.0000252	9.23%
31	0.0086	0.0885	29.321	2.5719	0.00029	0.00032	0.0000283	9.62%
32	0.0093	0.0918	29.301	2.6679	0.00032	0.00035	0.0000318	10.02%
33	0.0100	0.0952	29.281	2.7673	0.00034	0.00038	0.0000356	10.44%
34	0.0108	0.0988	29.258	2.8702	0.00037	0.00041	0.0000400	10.88%
35	0.0116	0.1024	29.234	2.9767	0.00040	0.00044	0.0000450	11.34%
36	0.0125	0.1062	29.209	3.0870	0.00043	0.00048	0.0000505	11.82%
37	0.0134	0.1101	29.181	3.2012	0.00046	0.00052	0.0000567	12.32%
38	0.0145	0.1142	29.151	3.3195	0.00050	0.00056	0.0000637	12.85%
39	0.0156	0.1184	29.119	3.4418	0.00053	0.00061	0.0000717	13.40%
40	0.0168	0.1228	29.084	3.5685	0.00058	0.00066	0.0000806	13.99%
41	0.0180	0.1273	29.047	3.6995	0.00062	0.00071	0.0000906	14.59%
42	0.0194	0.1319	29.007	3.8350	0.00067	0.00077	0.0001019	15.24%
43	0.0209	0.1368	28.964	3.9751	0.00072	0.00084	0.0001147	15.91%
44	0.0225	0.1418	28.918	4.1200	0.00078	0.00091	0.0001291	16.61%
45	0.0242	0.1469	28.869	4.2697	0.00084	0.00098	0.0001454	17.36%
46	0.0260	0.1522	28.815	4.4243	0.00090	0.00107	0.0001638	18.14%
47	0.0280	0.1577	28.758	4.5838	0.00097	0.00116	0.0001845	18.96%

x	$\bar{A}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}$	$\bar{u}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\bar{u}_{x:\overline{5} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{5} }}}(\bar{A}_{x:\overline{5} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0301	0.1634	28.696	4.7486	0.00105	0.00126	0.0002080	19.83%
49	0.0324	0.1692	28.630	4.9185	0.00113	0.00137	0.0002346	20.74%
50	0.0348	0.1753	28.559	5.0937	0.00122	0.00148	0.0002647	21.71%

Media de los porcentajes de incremento: 10.80%

Desviación Estándar: 0.05%

Margen de Seguridad: 10.85%

Supuestos demográficos:

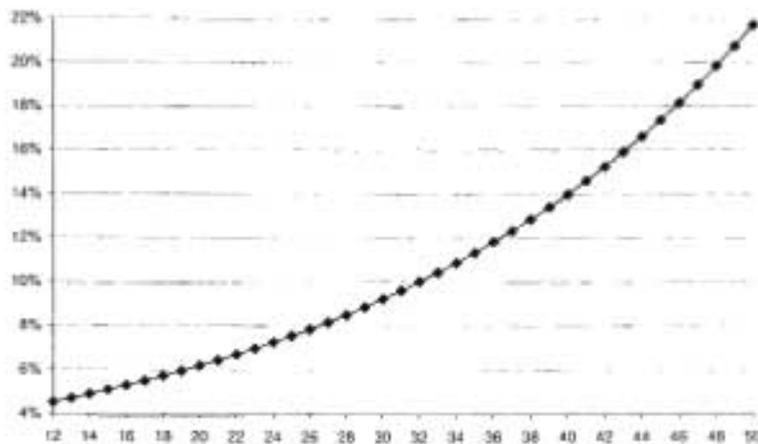
Tabla de Mortalidad: se utilizó la Tabla de Mortalidad DMF 2000-I (1961-1998).

Supuestos Financieros:

Tarifa Tasa: 5.5% anual para financiamiento de pólizas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXI

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 10 años y pagos de primas durante 10 años.

x	$\bar{A}_{x:10}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:10}^1}$	$\ddot{a}_{x:10}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:10}}$	$P(\bar{A}_{x:10}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:10}}}(\bar{A}_{x:10}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0047	0.0624	29.435	1.8140	0.00016	0.00017	0.0000104	6.57%
13	0.0050	0.0648	29.425	1.8821	0.00017	0.00018	0.0000117	6.83%
14	0.0054	0.0672	29.414	1.9526	0.00018	0.00020	0.0000131	7.11%
15	0.0058	0.0697	29.402	2.0257	0.00020	0.00021	0.0000147	7.40%
16	0.0063	0.0723	29.388	2.1016	0.00021	0.00023	0.0000165	7.70%
17	0.0068	0.0750	29.374	2.1803	0.00023	0.00025	0.0000185	8.02%
18	0.0073	0.0778	29.359	2.2617	0.00025	0.00027	0.0000208	8.35%
19	0.0079	0.0807	29.343	2.3461	0.00027	0.00029	0.0000233	8.69%
20	0.0085	0.0837	29.325	2.4334	0.00029	0.00031	0.0000261	9.05%
21	0.0091	0.0868	29.307	2.5240	0.00031	0.00034	0.0000293	9.42%
22	0.0098	0.0901	29.286	2.6180	0.00033	0.00037	0.0000329	9.82%
23	0.0106	0.0934	29.265	2.7151	0.00036	0.00040	0.0000369	10.23%
24	0.0114	0.0969	29.241	2.8159	0.00039	0.00043	0.0000414	10.66%
25	0.0122	0.1005	29.216	2.9202	0.00042	0.00047	0.0000465	11.11%
26	0.0132	0.1042	29.188	3.0281	0.00045	0.00050	0.0000522	11.58%
27	0.0142	0.1080	29.159	3.1399	0.00049	0.00055	0.0000587	12.07%
28	0.0153	0.1120	29.128	3.2556	0.00052	0.00059	0.0000660	12.58%
29	0.0164	0.1161	29.094	3.3753	0.00056	0.00064	0.0000741	13.12%
30	0.0177	0.1204	29.057	3.4991	0.00061	0.00069	0.0000833	13.69%
31	0.0190	0.1248	29.018	3.6271	0.00066	0.00075	0.0000937	14.29%
32	0.0205	0.1294	28.976	3.7595	0.00071	0.00081	0.0001054	14.91%
33	0.0220	0.1341	28.931	3.8964	0.00076	0.00088	0.0001186	15.56%
34	0.0237	0.1389	28.882	4.0377	0.00082	0.00095	0.0001335	16.25%
35	0.0255	0.1439	28.830	4.1837	0.00089	0.00104	0.0001503	16.98%
36	0.0275	0.1491	28.773	4.3343	0.00095	0.00112	0.0001692	17.74%
37	0.0295	0.1545	28.713	4.4899	0.00103	0.00122	0.0001906	18.54%
38	0.0318	0.1600	28.648	4.6503	0.00111	0.00132	0.0002149	19.38%
39	0.0342	0.1657	28.578	4.8157	0.00120	0.00144	0.0002423	20.27%
40	0.0367	0.1716	28.504	4.9861	0.00129	0.00156	0.0002733	21.20%
41	0.0395	0.1776	28.423	5.1617	0.00139	0.00170	0.0003084	22.19%
42	0.0425	0.1838	28.337	5.3423	0.00150	0.00185	0.0003482	23.23%
43	0.0457	0.1902	28.244	5.5281	0.00162	0.00201	0.0003934	24.34%
44	0.0491	0.1968	28.145	5.7191	0.00174	0.00219	0.0004446	25.50%
45	0.0527	0.2035	28.039	5.9152	0.00188	0.00238	0.0005028	26.74%
46	0.0567	0.2104	27.925	6.1165	0.00203	0.00260	0.0005690	28.05%
47	0.0609	0.2175	27.803	6.3227	0.00219	0.00283	0.0006443	29.44%

x	$\bar{A}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{10} }}$	$d_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{10} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	$P_{\sigma_{d_{x:\overline{10} }}}(\bar{A}_{x:\overline{10} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.0654	0.2248	27.672	6.5339	0.00236	0.00309	0.0007300	30.91%
49	0.0702	0.2322	27.532	6.7500	0.00255	0.00338	0.0008278	32.48%
50	0.0753	0.2398	27.382	6.9707	0.00275	0.00369	0.0009394	34.15%

Media de los porcentajes de incremento: 16.31%
Desviación Estándar: 0.08%
Margen de Seguridad: 16.39%

Hipótesis demográfica:

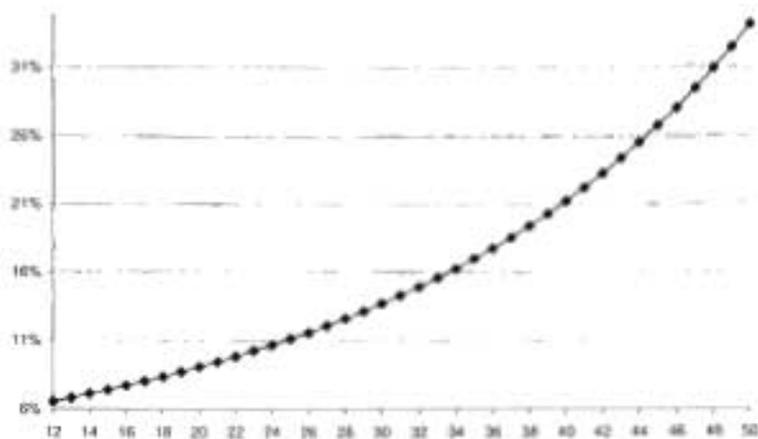
Prensa de tabla se utilizó la Tabla de Mortalidad CMF 2000-1 (1991-1993).

Supuestos Financieros:

Interés Técnico: 5.2% anual para financiamiento de primas.

Costo de Seguros: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 15 años y pagos de primas durante 15 años.

x	$\bar{A}_{x:\overline{15} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{15} }}$	$\ddot{a}_{x:\overline{15} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{15} })$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}}(\bar{A}_{x:\overline{15} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0078	0.0767	29.345	2.2298	0.00027	0.00029	0.0000219	8.22%
13	0.0084	0.0796	29.327	2.3129	0.00029	0.00031	0.0000245	8.56%
14	0.0090	0.0825	29.308	2.3989	0.00031	0.00034	0.0000275	8.91%
15	0.0097	0.0856	29.288	2.4880	0.00033	0.00036	0.0000309	9.28%
16	0.0105	0.0888	29.267	2.5803	0.00036	0.00039	0.0000346	9.67%
17	0.0113	0.0921	29.243	2.6760	0.00039	0.00042	0.0000389	10.07%
18	0.0122	0.0955	29.218	2.7748	0.00042	0.00046	0.0000437	10.49%
19	0.0131	0.0990	29.191	2.8772	0.00045	0.00050	0.0000490	10.93%
20	0.0141	0.1026	29.162	2.9832	0.00048	0.00054	0.0000550	11.40%
21	0.0152	0.1064	29.131	3.0929	0.00052	0.00058	0.0000618	11.88%
22	0.0163	0.1103	29.097	3.2064	0.00056	0.00063	0.0000694	12.38%
23	0.0176	0.1144	29.061	3.3237	0.00060	0.00068	0.0000780	12.91%
24	0.0189	0.1185	29.022	3.4451	0.00065	0.00074	0.0000877	13.47%
25	0.0203	0.1228	28.980	3.5705	0.00070	0.00080	0.0000986	14.05%
26	0.0219	0.1273	28.935	3.7000	0.00076	0.00087	0.0001109	14.66%
27	0.0235	0.1319	28.887	3.8338	0.00081	0.00094	0.0001247	15.30%
28	0.0253	0.1367	28.835	3.9720	0.00088	0.00102	0.0001403	15.98%
29	0.0272	0.1416	28.779	4.1146	0.00095	0.00110	0.0001579	16.68%
30	0.0293	0.1466	28.720	4.2617	0.00102	0.00120	0.0001778	17.42%
31	0.0315	0.1518	28.655	4.4134	0.00110	0.00130	0.0002003	18.21%
32	0.0339	0.1572	28.586	4.5697	0.00119	0.00141	0.0002257	19.03%
33	0.0365	0.1628	28.512	4.7307	0.00128	0.00153	0.0002544	19.89%
34	0.0392	0.1685	28.432	4.8965	0.00138	0.00167	0.0002868	20.80%
35	0.0421	0.1743	28.347	5.0670	0.00149	0.00181	0.0003235	21.77%
36	0.0453	0.1804	28.255	5.2422	0.00160	0.00197	0.0003651	22.78%
37	0.0487	0.1866	28.157	5.4221	0.00173	0.00214	0.0004122	23.85%
38	0.0523	0.1929	28.051	5.6068	0.00186	0.00233	0.0004657	24.98%
39	0.0562	0.1994	27.939	5.7961	0.00201	0.00254	0.0005263	26.18%
40	0.0603	0.2061	27.818	5.9900	0.00217	0.00276	0.0005952	27.44%
41	0.0648	0.2129	27.688	6.1885	0.00234	0.00301	0.0006735	28.78%
42	0.0696	0.2199	27.550	6.3912	0.00252	0.00329	0.0007626	30.21%
43	0.0747	0.2270	27.402	6.5981	0.00272	0.00359	0.0008641	31.72%
44	0.0801	0.2343	27.243	6.8090	0.00294	0.00392	0.0009797	33.32%
45	0.0859	0.2417	27.074	7.0236	0.00317	0.00429	0.0011117	35.03%
46	0.0921	0.2492	26.893	7.2416	0.00343	0.00469	0.0012625	36.85%
47	0.0988	0.2568	26.701	7.4625	0.00370	0.00513	0.0014350	38.79%

x	$\bar{A}_{x:\overline{1} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{1} }}$	$d_{x:\overline{1} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{1} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{1} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{1} }}}(\bar{A}_{x:\overline{1} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.1058	0.2645	26.495	7.6861	0.00399	0.00563	0.0016325	40.86%
49	0.1134	0.2722	26.276	7.9118	0.00431	0.00617	0.0018590	43.08%
50	0.1214	0.2800	26.043	8.1391	0.00466	0.00678	0.0021191	45.46%

Media de los porcentajes de incremento: 21.06%

Desviación Estándar: 0.11%

Margen de Seguridad: 21.17%

Hipótesis demográfica:

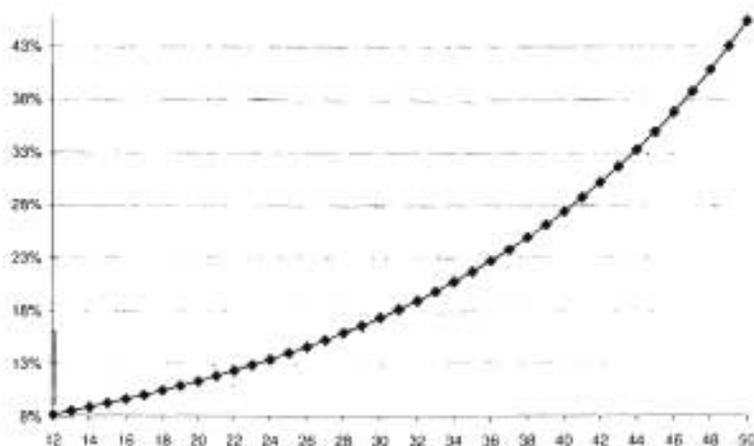
Prima de tabla: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNP 2000-I (1991 -1998)

Hipótesis Financiera:

Interés Técnico: 3.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXIII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida temporal a 20 años y pagos de primas durante 20 años.

x	$\bar{A}_{x:20}^1$	$\sigma_{\bar{A}_{x:20}^1}$	$\ddot{a}_{x:20}$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}$	$P(\bar{A}_{x:20}^1)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_{x:20}}}(\bar{A}_{x:20}^1)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.0116	0.0888	29.234	2.5809	0.00040	0.00044	0.0000384	9.68%
13	0.0125	0.0921	29.209	2.6761	0.00043	0.00047	0.0000431	10.09%
14	0.0134	0.0955	29.181	2.7746	0.00046	0.00051	0.0000484	10.51%
15	0.0145	0.0990	29.151	2.8765	0.00050	0.00055	0.0000543	10.95%
16	0.0156	0.1026	29.119	2.9820	0.00053	0.00060	0.0000610	11.41%
17	0.0168	0.1064	29.085	3.0910	0.00058	0.00064	0.0000685	11.89%
18	0.0180	0.1102	29.047	3.2037	0.00062	0.00070	0.0000769	12.40%
19	0.0194	0.1142	29.008	3.3201	0.00067	0.00076	0.0000864	12.92%
20	0.0209	0.1184	28.965	3.4403	0.00072	0.00082	0.0000971	13.48%
21	0.0225	0.1226	28.919	3.5646	0.00078	0.00089	0.0001092	14.06%
22	0.0242	0.1271	28.869	3.6929	0.00084	0.00096	0.0001227	14.67%
23	0.0260	0.1316	28.816	3.8252	0.00090	0.00104	0.0001380	15.31%
24	0.0280	0.1363	28.759	3.9617	0.00097	0.00113	0.0001553	15.98%
25	0.0301	0.1411	28.698	4.1024	0.00105	0.00122	0.0001747	16.68%
26	0.0323	0.1461	28.632	4.2473	0.00113	0.00133	0.0001967	17.42%
27	0.0348	0.1513	28.561	4.3966	0.00122	0.00144	0.0002214	18.19%
28	0.0374	0.1566	28.485	4.5502	0.00131	0.00156	0.0002494	19.01%
29	0.0402	0.1620	28.404	4.7082	0.00141	0.00170	0.0002810	19.87%
30	0.0432	0.1676	28.316	4.8705	0.00152	0.00184	0.0003167	20.77%
31	0.0464	0.1733	28.223	5.0372	0.00164	0.00200	0.0003572	21.73%
32	0.0498	0.1792	28.123	5.2082	0.00177	0.00218	0.0004029	22.73%
33	0.0535	0.1852	28.015	5.3834	0.00191	0.00237	0.0004547	23.79%
34	0.0575	0.1914	27.900	5.5628	0.00206	0.00257	0.0005133	24.90%
35	0.0617	0.1977	27.777	5.7463	0.00222	0.00280	0.0005799	26.08%
36	0.0663	0.2042	27.645	5.9336	0.00240	0.00305	0.0006553	27.33%
37	0.0711	0.2107	27.504	6.1247	0.00259	0.00333	0.0007410	28.65%
38	0.0763	0.2174	27.353	6.3194	0.00279	0.00363	0.0008383	30.04%
39	0.0819	0.2242	27.192	6.5173	0.00301	0.00396	0.0009490	31.52%
40	0.0878	0.2312	27.020	6.7182	0.00325	0.00432	0.0010749	33.09%
41	0.0941	0.2382	26.837	6.9217	0.00351	0.00472	0.0012184	34.76%
42	0.1008	0.2452	26.641	7.1275	0.00378	0.00517	0.0013820	36.52%
43	0.1080	0.2524	26.433	7.3350	0.00408	0.00565	0.0015687	38.41%
44	0.1156	0.2596	26.212	7.5438	0.00441	0.00619	0.0017820	40.41%
45	0.1237	0.2668	25.976	7.7532	0.00476	0.00679	0.0020260	42.55%
46	0.1323	0.2740	25.726	7.9626	0.00514	0.00745	0.0023053	44.83%
47	0.1414	0.2811	25.460	8.1712	0.00556	0.00818	0.0026254	47.26%

z	$\bar{A}_{x:\overline{20} }$	$\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{20} }}$	$\bar{d}_{x:\overline{10} }$	$\sigma_{\bar{d}_{x:\overline{10} }}$	$P(\bar{A}_{x:\overline{20} })$	$P_{\sigma_{\bar{A}_{x:\overline{20} }}}(\bar{A}_{x:\overline{20} })$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.1511	0.2883	25.179	8.3782	0.00600	0.00899	0.0029929	49.87%
49	0.1614	0.2953	24.881	8.5827	0.00649	0.00990	0.0034152	52.66%
50	0.1727	0.3022	24.566	8.7838	0.00701	0.01091	0.0039013	55.66%

Media de los porcentajes de incremento: 25.33%
Desviación Estándar: 0.13%
Margen de Seguridad: 25.47%

Hipótesis Demográfica:

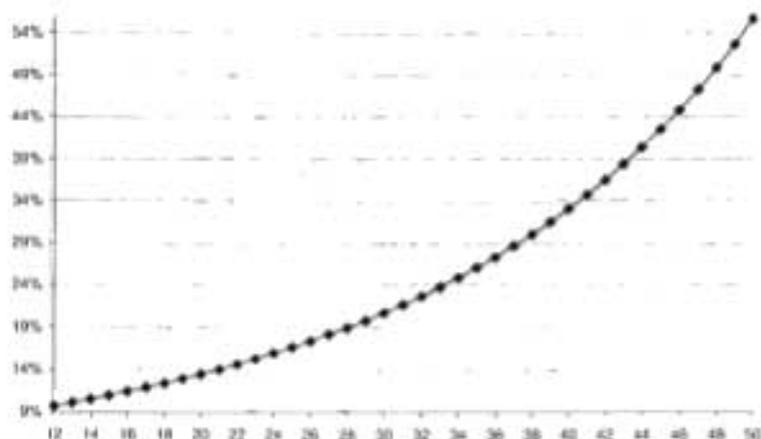
Forma de la Vida: se utiliza la Tabla de Mortalidad UNF 2006-1 (1991-1998)

Hipótesis Financiera:

Tarifa Técnica: 3.5% anual para financiamiento de pólizas

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXIV

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 5 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}$	${}_5\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_5\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{5} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1348	0.1058	29.510	1.2767	0.00457	0.00478	0.0002066	4.52%
13	0.1392	0.1081	29.505	1.3250	0.00472	0.00494	0.0002218	4.70%
14	0.1437	0.1105	29.500	1.3750	0.00487	0.00511	0.0002381	4.89%
15	0.1483	0.1128	29.495	1.4268	0.00503	0.00528	0.0002556	5.08%
16	0.1531	0.1152	29.489	1.4806	0.00519	0.00547	0.0002744	5.29%
17	0.1580	0.1176	29.482	1.5365	0.00536	0.00565	0.0002946	5.50%
18	0.1630	0.1200	29.476	1.5942	0.00553	0.00585	0.0003162	5.72%
19	0.1682	0.1224	29.468	1.6541	0.00571	0.00605	0.0003395	5.95%
20	0.1735	0.1249	29.460	1.7162	0.00589	0.00625	0.0003644	6.19%
21	0.1790	0.1273	29.452	1.7808	0.00608	0.00647	0.0003911	6.44%
22	0.1846	0.1298	29.443	1.8478	0.00627	0.00669	0.0004199	6.70%
23	0.1904	0.1323	29.433	1.9171	0.00647	0.00692	0.0004507	6.97%
24	0.1963	0.1347	29.422	1.9890	0.00667	0.00716	0.0004838	7.25%
25	0.2024	0.1372	29.411	2.0636	0.00688	0.00740	0.0005193	7.55%
26	0.2087	0.1396	29.398	2.1408	0.00710	0.00765	0.0005574	7.85%
27	0.2151	0.1421	29.385	2.2209	0.00732	0.00792	0.0005983	8.18%
28	0.2216	0.1445	29.371	2.3039	0.00755	0.00819	0.0006423	8.51%
29	0.2284	0.1470	29.355	2.3901	0.00778	0.00847	0.0006895	8.86%
30	0.2352	0.1494	29.339	2.4794	0.00802	0.00876	0.0007402	9.23%
31	0.2423	0.1518	29.321	2.5719	0.00826	0.00906	0.0007946	9.62%
32	0.2495	0.1541	29.301	2.6679	0.00852	0.00937	0.0008531	10.02%
33	0.2570	0.1565	29.281	2.7673	0.00878	0.00969	0.0009159	10.44%
34	0.2645	0.1588	29.258	2.8702	0.00904	0.01002	0.0009834	10.88%
35	0.2723	0.1610	29.234	2.9767	0.00931	0.01037	0.0010558	11.34%
36	0.2802	0.1632	29.209	3.0870	0.00959	0.01073	0.0011336	11.82%
37	0.2883	0.1654	29.181	3.2012	0.00988	0.01110	0.0012173	12.32%
38	0.2965	0.1675	29.151	3.3195	0.01017	0.01148	0.0013072	12.85%
39	0.3050	0.1696	29.119	3.4418	0.01047	0.01188	0.0014039	13.40%
40	0.3136	0.1716	29.084	3.5685	0.01078	0.01229	0.0015079	13.99%
41	0.3224	0.1735	29.047	3.6995	0.01110	0.01272	0.0016197	14.59%
42	0.3313	0.1754	29.007	3.8350	0.01142	0.01316	0.0017400	15.24%
43	0.3404	0.1772	28.964	3.9751	0.01175	0.01362	0.0018696	15.91%
44	0.3497	0.1789	28.918	4.1200	0.01209	0.01410	0.0020090	16.61%
45	0.3591	0.1805	28.869	4.2697	0.01244	0.01460	0.0021592	17.36%
46	0.3687	0.1820	28.815	4.4243	0.01280	0.01512	0.0023211	18.14%
47	0.3785	0.1834	28.758	4.5838	0.01316	0.01566	0.0024955	18.96%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$d_{x:\overline{5} }$	$\sigma_{d_{x:\overline{5} }}$	${}_5P(\bar{A}_x)$	${}_5P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3884	0.1847	28.696	4.7486	0.01353	0.01627	0.0026836	19.83%
49	0.3984	0.1859	28.630	4.9185	0.01392	0.01660	0.0028866	20.74%
50	0.4086	0.1870	28.559	5.0937	0.01431	0.01741	0.0031058	21.71%

Media de los porcentajes de incremento: 10.80%
Desviación Estándar: 0.05%
Margen de Seguridad: 10.85%

Notación demográfica:

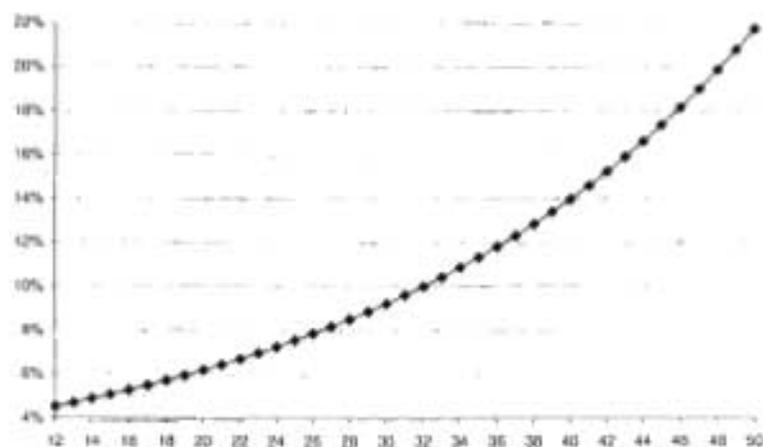
Prima de tarifa: se utiliza la Tabla de Mortalidad CMF 2000-I (1981-1986).

Regímenes Financieros:

Interés Técnico: 1.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXV

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 10 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x 10 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x 10 }}$	${}_{10}P(\bar{A}_x)$	${}_{10}P\sigma_{\ddot{a}_{x 10 }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1348	0.1058	29.435	1.8140	0.00458	0.00488	0.0003008	6.57%
13	0.1392	0.1081	29.425	1.8821	0.00473	0.00505	0.0003233	6.83%
14	0.1437	0.1105	29.414	1.9526	0.00489	0.00523	0.0003474	7.11%
15	0.1483	0.1128	29.402	2.0257	0.00504	0.00542	0.0003733	7.40%
16	0.1531	0.1152	29.388	2.1016	0.00521	0.00561	0.0004012	7.70%
17	0.1580	0.1176	29.374	2.1803	0.00538	0.00581	0.0004312	8.02%
18	0.1630	0.1200	29.359	2.2617	0.00555	0.00602	0.0004635	8.35%
19	0.1682	0.1224	29.343	2.3461	0.00573	0.00623	0.0004982	8.69%
20	0.1735	0.1249	29.325	2.4334	0.00592	0.00645	0.0005355	9.05%
21	0.1790	0.1273	29.307	2.5240	0.00611	0.00668	0.0005756	9.42%
22	0.1846	0.1298	29.286	2.6180	0.00630	0.00692	0.0006189	9.82%
23	0.1904	0.1323	29.265	2.7151	0.00651	0.00717	0.0006654	10.23%
24	0.1963	0.1347	29.241	2.8159	0.00671	0.00743	0.0007154	10.66%
25	0.2024	0.1372	29.216	2.9202	0.00693	0.00770	0.0007694	11.11%
26	0.2087	0.1396	29.188	3.0281	0.00715	0.00798	0.0008274	11.58%
27	0.2151	0.1421	29.159	3.1399	0.00738	0.00827	0.0008900	12.07%
28	0.2216	0.1445	29.128	3.2556	0.00761	0.00857	0.0009574	12.58%
29	0.2284	0.1470	29.094	3.3753	0.00785	0.00888	0.0010301	13.12%
30	0.2352	0.1494	29.057	3.4991	0.00810	0.00920	0.0011084	13.69%
31	0.2423	0.1518	29.018	3.6271	0.00835	0.00954	0.0011929	14.29%
32	0.2495	0.1541	28.976	3.7595	0.00861	0.00990	0.0012840	14.91%
33	0.2570	0.1565	28.931	3.8964	0.00888	0.01026	0.0013823	15.56%
34	0.2645	0.1588	28.882	4.0377	0.00916	0.01065	0.0014885	16.25%
35	0.2723	0.1610	28.830	4.1837	0.00944	0.01105	0.0016032	16.98%
36	0.2802	0.1632	28.773	4.3343	0.00974	0.01146	0.0017270	17.74%
37	0.2883	0.1654	28.713	4.4899	0.01004	0.01190	0.0018610	18.54%
38	0.2965	0.1675	28.648	4.6503	0.01035	0.01236	0.0020059	19.38%
39	0.3050	0.1696	28.578	4.8157	0.01067	0.01283	0.0021627	20.27%
40	0.3136	0.1716	28.504	4.9861	0.01100	0.01333	0.0023325	21.20%
41	0.3224	0.1735	28.423	5.1617	0.01134	0.01386	0.0025166	22.19%
42	0.3313	0.1754	28.337	5.3423	0.01169	0.01441	0.0027163	23.23%
43	0.3404	0.1772	28.244	5.5281	0.01205	0.01499	0.0029330	24.34%
44	0.3497	0.1789	28.145	5.7191	0.01242	0.01559	0.0031685	25.50%
45	0.3591	0.1805	28.039	5.9152	0.01281	0.01623	0.0034245	26.74%
46	0.3687	0.1820	27.925	6.1165	0.01320	0.01691	0.0037032	28.05%
47	0.3785	0.1834	27.803	6.3227	0.01361	0.01762	0.0040069	29.44%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$d_{x 0}$	$\sigma_{d_{x 0}}$	${}_{10}P(\bar{A}_x)$	${}_{10}P\sigma_{d_{x 0}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3884	0.1847	27.672	6.5339	0.01403	0.01837	0.0043383	30.91%
49	0.3984	0.1859	27.532	6.7500	0.01447	0.01917	0.0047002	32.48%
50	0.4086	0.1870	27.382	6.9707	0.01492	0.02002	0.0050962	34.15%

Media de los porcentajes de incremento: 16.31%

Desviación Estándar: 0.08%

Margen de Seguridad: 16.39%

Hipótesis demográfica:

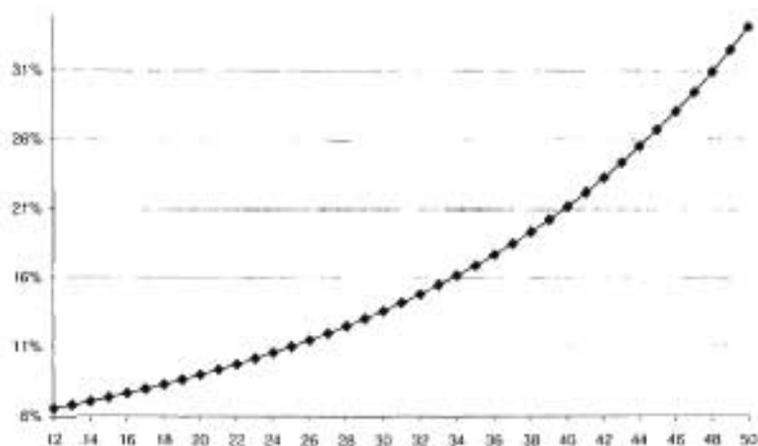
Prima de tarifa: se usó la Tabla de Mortalidad CNVF 2000 (1991-1998).

Hipótesis Financiera:

Interés Técnico: 3.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXVI

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 15 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{15} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}$	${}_{15}P(\bar{A}_x)$	${}_{15}P\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{15} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1348	0.1058	29.345	2.2298	0.00459	0.00497	0.0003778	8.22%
13	0.1392	0.1081	29.327	2.3129	0.00475	0.00515	0.0004064	8.56%
14	0.1437	0.1105	29.308	2.3989	0.00490	0.00534	0.0004371	8.91%
15	0.1483	0.1128	29.288	2.4880	0.00506	0.00553	0.0004701	9.28%
16	0.1531	0.1152	29.267	2.5803	0.00523	0.00574	0.0005058	9.67%
17	0.1580	0.1176	29.243	2.6760	0.00540	0.00595	0.0005442	10.07%
18	0.1630	0.1200	29.218	2.7748	0.00558	0.00617	0.0005855	10.49%
19	0.1682	0.1224	29.191	2.8772	0.00576	0.00639	0.0006301	10.93%
20	0.1735	0.1249	29.162	2.9832	0.00595	0.00663	0.0006781	11.40%
21	0.1790	0.1273	29.131	3.0929	0.00614	0.00687	0.0007299	11.88%
22	0.1846	0.1298	29.097	3.2064	0.00635	0.00713	0.0007858	12.38%
23	0.1904	0.1323	29.061	3.3237	0.00655	0.00740	0.0008461	12.91%
24	0.1963	0.1347	29.022	3.4451	0.00676	0.00768	0.0009112	13.47%
25	0.2024	0.1372	28.980	3.5705	0.00698	0.00797	0.0009814	14.05%
26	0.2087	0.1396	28.935	3.7000	0.00721	0.00827	0.0010573	14.66%
27	0.2151	0.1421	28.887	3.8338	0.00744	0.00858	0.0011392	15.30%
28	0.2216	0.1445	28.835	3.9720	0.00769	0.00891	0.0012278	15.98%
29	0.2284	0.1470	28.779	4.1146	0.00793	0.00926	0.0013236	16.68%
30	0.2352	0.1494	28.720	4.2617	0.00819	0.00962	0.0014273	17.42%
31	0.2423	0.1518	28.655	4.4134	0.00846	0.01000	0.0015395	18.21%
32	0.2495	0.1541	28.586	4.5697	0.00873	0.01039	0.0016611	19.03%
33	0.2570	0.1565	28.512	4.7307	0.00901	0.01080	0.0017928	19.89%
34	0.2645	0.1588	28.432	4.8965	0.00930	0.01124	0.0019356	20.80%
35	0.2723	0.1610	28.347	5.0670	0.00961	0.01170	0.0020906	21.77%
36	0.2802	0.1632	28.255	5.2422	0.00992	0.01218	0.0022589	22.78%
37	0.2883	0.1654	28.157	5.4221	0.01024	0.01268	0.0024418	23.85%
38	0.2965	0.1675	28.051	5.6068	0.01057	0.01321	0.0026408	24.98%
39	0.3050	0.1696	27.939	5.7961	0.01092	0.01377	0.0028574	26.18%
40	0.3136	0.1716	27.818	5.9900	0.01127	0.01437	0.0030935	27.44%
41	0.3224	0.1735	27.688	6.1885	0.01164	0.01499	0.0033512	28.78%
42	0.3313	0.1754	27.550	6.3912	0.01203	0.01566	0.0036325	30.21%
43	0.3404	0.1772	27.402	6.5981	0.01242	0.01636	0.0039402	31.72%
44	0.3497	0.1789	27.243	6.8090	0.01284	0.01711	0.0042771	33.32%
45	0.3591	0.1805	27.074	7.0236	0.01326	0.01791	0.0046465	35.03%
46	0.3687	0.1820	26.893	7.2416	0.01371	0.01876	0.0050522	36.85%
47	0.3785	0.1834	26.701	7.4625	0.01417	0.01967	0.0054984	38.79%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\bar{a}_{x:\overline{1} }$	$\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{1} }}$	${}_{15}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{15}\bar{P}_{\sigma_{\bar{a}_{x:\overline{1} }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3884	0.1847	26.495	7.6861	0.01466	0.02065	0.0059900	40.86%
49	0.3984	0.1859	26.276	7.9118	0.01516	0.02170	0.0065326	43.08%
50	0.4086	0.1870	26.043	8.1391	0.01569	0.02282	0.0071327	45.46%

Media de los porcentajes de incremento: 21.06%

Desviación Estándar: 0.11%

Margen de Seguridad: 21.17%

Hipótesis demográfica:

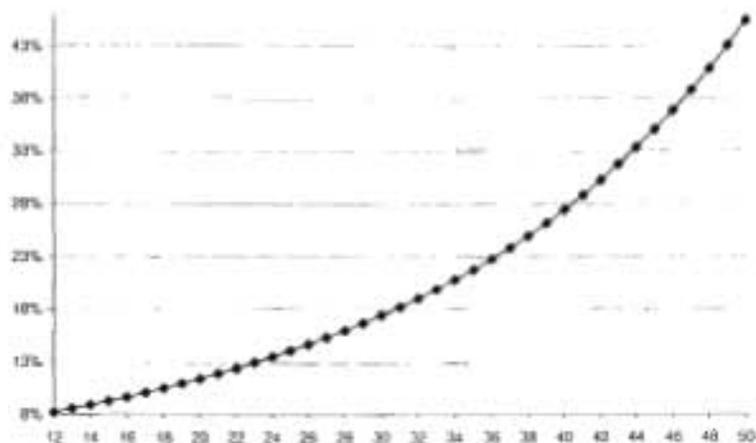
Prima de tarifa se utiliza la Tabla de Mortalidad CNOP 2000 I (1991-1996)

Hipótesis financiera:

Tasas Teóricas: 3.5% anual para financiamiento de pólizas.

Gama Anualizada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXVII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera con pagos de primas durante 20 años.

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:20 }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:20 }}$	${}_{20}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{20}\bar{P}\sigma_{\ddot{a}_{x:20 }}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1348	0.1058	29.234	2.5809	0.00461	0.00506	0.0004466	9.68%
13	0.1392	0.1081	29.209	2.6761	0.00477	0.00525	0.0004807	10.09%
14	0.1437	0.1105	29.181	2.7746	0.00492	0.00544	0.0005174	10.51%
15	0.1483	0.1128	29.151	2.8765	0.00509	0.00565	0.0005570	10.95%
16	0.1531	0.1152	29.119	2.9820	0.00526	0.00586	0.0005998	11.41%
17	0.1580	0.1176	29.085	3.0910	0.00543	0.00608	0.0006460	11.89%
18	0.1630	0.1200	29.047	3.2037	0.00561	0.00631	0.0006957	12.40%
19	0.1682	0.1224	29.008	3.3201	0.00580	0.00655	0.0007495	12.92%
20	0.1735	0.1249	28.965	3.4403	0.00599	0.00680	0.0008075	13.48%
21	0.1790	0.1273	28.919	3.5646	0.00619	0.00706	0.0008702	14.06%
22	0.1846	0.1298	28.869	3.6929	0.00640	0.00733	0.0009380	14.67%
23	0.1904	0.1323	28.816	3.8252	0.00661	0.00762	0.0010113	15.31%
24	0.1963	0.1347	28.759	3.9617	0.00683	0.00792	0.0010906	15.98%
25	0.2024	0.1372	28.698	4.1024	0.00705	0.00823	0.0011764	16.68%
26	0.2087	0.1396	28.632	4.2473	0.00729	0.00856	0.0012693	17.42%
27	0.2151	0.1421	28.561	4.3966	0.00753	0.00890	0.0013700	18.19%
28	0.2216	0.1445	28.485	4.5502	0.00778	0.00926	0.0014791	19.01%
29	0.2284	0.1470	28.404	4.7082	0.00804	0.00964	0.0015974	19.87%
30	0.2352	0.1494	28.316	4.8705	0.00831	0.01003	0.0017258	20.77%
31	0.2423	0.1518	28.223	5.0372	0.00859	0.01045	0.0018653	21.73%
32	0.2495	0.1541	28.123	5.2082	0.00887	0.01089	0.0020169	22.73%
33	0.2570	0.1565	28.015	5.3834	0.00917	0.01135	0.0021818	23.79%
34	0.2645	0.1588	27.900	5.5628	0.00948	0.01184	0.0023612	24.90%
35	0.2723	0.1610	27.777	5.7463	0.00980	0.01236	0.0025568	26.08%
36	0.2802	0.1632	27.645	5.9336	0.01014	0.01291	0.0027700	27.33%
37	0.2883	0.1654	27.504	6.1247	0.01048	0.01348	0.0030028	28.65%
38	0.2965	0.1675	27.353	6.3194	0.01084	0.01410	0.0032572	30.04%
39	0.3050	0.1696	27.192	6.5173	0.01122	0.01475	0.0035355	31.52%
40	0.3136	0.1716	27.020	6.7182	0.01161	0.01545	0.0038404	33.09%
41	0.3224	0.1735	26.837	6.9217	0.01201	0.01619	0.0041748	34.76%
42	0.3313	0.1754	26.641	7.1275	0.01244	0.01698	0.0045421	36.52%
43	0.3404	0.1772	26.433	7.3350	0.01288	0.01782	0.0049461	38.41%
44	0.3497	0.1789	26.212	7.5438	0.01334	0.01873	0.0053911	40.41%
45	0.3591	0.1805	25.976	7.7532	0.01383	0.01971	0.0058820	42.55%
46	0.3687	0.1820	25.726	7.9626	0.01433	0.02076	0.0064247	44.83%
47	0.3785	0.1834	25.460	8.1712	0.01486	0.02189	0.0070254	47.26%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	$\ddot{a}_{x:\overline{30} }$	$\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{30} }}$	${}_{20}\bar{P}(\bar{A}_x)$	${}_{20}\bar{P}_{\sigma_{\ddot{a}_{x:\overline{30} }}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3884	0.1847	25.179	8.3782	0.01542	0.02312	0.0076918	49.87%
49	0.3984	0.1859	24.881	8.5827	0.01601	0.02445	0.0084323	52.66%
50	0.4086	0.1870	24.566	8.7838	0.01663	0.02589	0.0092572	55.66%

Media de los porcentajes de incremento: 25.33%
Desviación Estándar: 0.13%
Margen de Seguridad: 25.47%

Hipótesis demográfica:

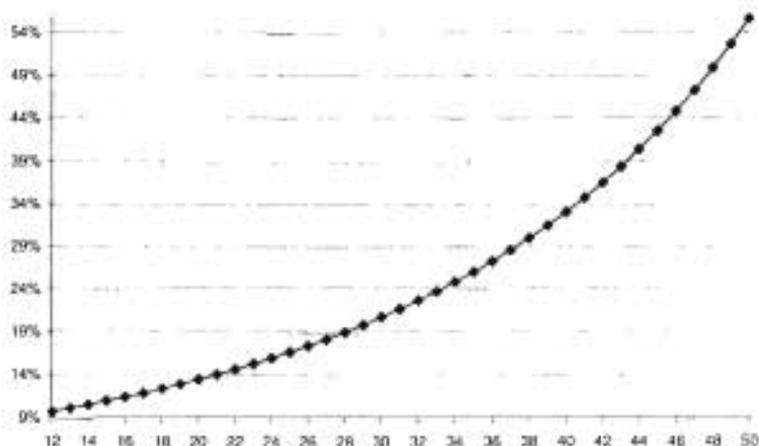
Prima de tanto: se utiliza la Tasa de Mortalidad OIGF 2000 I (1990-1998).

Hipótesis Financiera:

Interés Técnico: 3.5% anual para financiamiento de primas.

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria.

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXVIII

MARGEN DE SEGURIDAD

Cálculo del Margen de Seguridad de un seguro de vida entera

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\ddot{a}_x	$\sigma_{\ddot{a}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\ddot{a}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
12	0.1348	0.1058	25.653	3.0745	0.00526	0.00597	0.0007157	13.62%
13	0.1392	0.1081	25.526	3.1419	0.00545	0.00622	0.0007654	14.04%
14	0.1437	0.1105	25.395	3.2099	0.00566	0.00648	0.0008187	14.47%
15	0.1483	0.1128	25.260	3.2786	0.00587	0.00675	0.0008758	14.92%
16	0.1531	0.1152	25.122	3.3479	0.00609	0.00703	0.0009370	15.38%
17	0.1580	0.1176	24.979	3.4176	0.00632	0.00733	0.0010025	15.85%
18	0.1630	0.1200	24.833	3.4878	0.00656	0.00764	0.0010727	16.34%
19	0.1682	0.1224	24.682	3.5584	0.00681	0.00796	0.0011480	16.85%
20	0.1735	0.1249	24.528	3.6293	0.00707	0.00830	0.0012287	17.37%
21	0.1790	0.1273	24.369	3.7005	0.00735	0.00866	0.0013152	17.90%
22	0.1846	0.1298	24.205	3.7719	0.00763	0.00904	0.0014080	18.46%
23	0.1904	0.1323	24.037	3.8435	0.00792	0.00943	0.0015076	19.03%
24	0.1963	0.1347	23.865	3.9151	0.00823	0.00984	0.0016144	19.62%
25	0.2024	0.1372	23.688	3.9866	0.00854	0.01027	0.0017290	20.24%
26	0.2087	0.1396	23.507	4.0581	0.00888	0.01073	0.0018521	20.87%
27	0.2151	0.1421	23.321	4.1293	0.00922	0.01121	0.0019842	21.52%
28	0.2216	0.1445	23.130	4.2002	0.00958	0.01171	0.0021260	22.19%
29	0.2284	0.1470	22.934	4.2707	0.00996	0.01224	0.0022784	22.88%
30	0.2352	0.1494	22.734	4.3407	0.01035	0.01279	0.0024421	23.60%
31	0.2423	0.1518	22.528	4.4101	0.01076	0.01337	0.0026181	24.34%
32	0.2495	0.1541	22.318	4.4788	0.01118	0.01399	0.0028072	25.11%
33	0.2570	0.1565	22.103	4.5466	0.01163	0.01464	0.0030106	25.90%
34	0.2645	0.1588	21.883	4.6134	0.01209	0.01532	0.0032293	26.71%
35	0.2723	0.1610	21.658	4.6791	0.01257	0.01604	0.0034646	27.56%
36	0.2802	0.1632	21.427	4.7435	0.01308	0.01679	0.0037178	28.43%
37	0.2883	0.1654	21.192	4.8066	0.01360	0.01759	0.0039904	29.33%
38	0.2965	0.1675	20.952	4.8681	0.01415	0.01844	0.0042838	30.27%
39	0.3050	0.1696	20.707	4.9280	0.01473	0.01933	0.0045999	31.23%
40	0.3136	0.1716	20.457	4.9862	0.01533	0.02027	0.0049405	32.23%
41	0.3224	0.1735	20.202	5.0423	0.01596	0.02126	0.0053076	33.26%
42	0.3313	0.1754	19.942	5.0964	0.01661	0.02232	0.0057033	34.33%
43	0.3404	0.1772	19.677	5.1482	0.01730	0.02343	0.0061301	35.43%
44	0.3497	0.1789	19.408	5.1976	0.01802	0.02461	0.0065905	36.58%
45	0.3591	0.1805	19.133	5.2444	0.01877	0.02586	0.0070874	37.76%
46	0.3687	0.1820	18.854	5.2886	0.01956	0.02718	0.0076238	38.98%
47	0.3785	0.1834	18.571	5.3298	0.02038	0.02858	0.0082031	40.25%

x	\bar{A}_x	$\sigma_{\bar{A}_x}$	\bar{d}_x	$\sigma_{\bar{d}_x}$	$P(\bar{A}_x)$	$P_{\sigma_{\bar{A}_x}}(\bar{A}_x)$	Incremento	Porcentaje de Incremento
48	0.3884	0.1847	18.283	5.3680	0.02124	0.03007	0.0088288	41.56%
49	0.3904	0.1859	17.991	5.4030	0.02215	0.03165	0.0095051	42.92%
50	0.4086	0.1870	17.695	5.4346	0.02309	0.03333	0.0102361	44.33%

Media de los porcentajes de incremento: 25.94%
Desviación Estándar: 0.09%
Margen de Seguridad: 26.03%

Hipótesis demográfica:

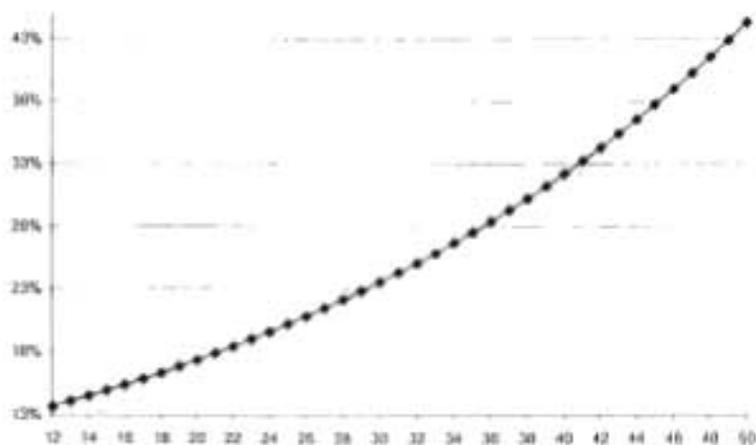
Tabla de vida: se utiliza la Tabla de Mortalidad CNCF 2000-I (1991-1998)

Hipótesis Financiera:

Tiempo Técnico: 3.5% anual para financiamiento de primas

Suma Asegurada: 1 unidad monetaria

Gráfica del Porcentaje de Incremento



ANEXO XXIX MARGEN DE SEGURIDAD

Resumen

Tipo de Seguro	Planes								
	Moneda Nacional			Moneda Extranjera			Indexado		
	Medio de los porcentajes de incrementos	Desviación Estándar	Margen de seguridad	Medio de los porcentajes de incrementos	Desviación Estándar	Margen de seguridad	Medio de los porcentajes de incrementos	Desviación Estándar	Margen de seguridad
Seguro de vida temporal a 5 años y pagos de primas durante 5 años	10.12%	0.05%	10.17%	10.62%	0.05%	10.67%	10.80%	0.05%	10.85%
Seguro de vida temporal a 10 años y pagos de primas durante 10	14.38%	0.07%	14.45%	15.79%	0.08%	15.86%	16.31%	0.08%	16.39%
Seguro de vida temporal a 15 años y pagos de primas durante 15	17.39%	0.08%	17.48%	20.02%	0.10%	20.12%	21.06%	0.11%	21.17%
Seguro de vida temporal a 20 años y pagos de primas durante 20	19.55%	0.09%	19.65%	23.61%	0.12%	23.73%	25.33%	0.13%	25.47%
Seguro de vida entera con pagos de primas durante 5 años	10.12%	0.05%	10.17%	10.62%	0.05%	10.67%	10.80%	0.05%	10.85%
Seguro de vida entera con pagos de primas durante 10 años	14.38%	0.07%	14.45%	15.79%	0.08%	15.86%	16.31%	0.08%	16.39%
Seguro de vida entera con pagos de primas durante 15 años	17.39%	0.08%	17.48%	20.02%	0.10%	20.12%	21.06%	0.11%	21.17%
Seguro de vida entera con pagos de primas durante 20 años	19.55%	0.09%	19.65%	23.61%	0.12%	23.73%	25.33%	0.13%	25.47%
Seguro de vida entera	19.66%	0.08%	19.74%	24.05%	0.09%	24.13%	25.94%	0.09%	26.03%