



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TRANSITIVIDAD AXIOMATICA EN ALGUNAS
TEORIAS FISICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

PAVEL REAL PEREZ



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

DIRECTOR DE TESIS: DR. MARCO ANTONIO MARTINEZ NEGRETE

2005

0349797



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Transitividad axiomática en algunas teorías físicas"

realizado por Pável Real Pérez

con número de cuenta 09650490-1 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario Dr. Marco Antonio Martínez Negrete

Propietario Dra. Julia Espresate Eibenschutz *Julia Espresate E.*

Propietario Mtra. Elaine Reynoso Haynes

Suplente Dr. Carlos Torres Alcaraz

Suplente Dr. Jorge Antonio Montemayor Aldrete

Consejo Departamental de Física

Alicia Zarzosa Pérez
M. EN C. ALICIA ZARZOSA PEREZ



FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A mi madre. Por tu amor y cariño inconmensurables. Eres divina. Estás llena de luz y paz.

A mi padre. Por tu protección y sabiduría. Te respeto. Estás en mi pensamiento.

A mi hermano Yevgueni. Por tu compañía e imaginación. Te admiro.

Me debo a ustedes tres. Los quiero.

A la memoria de mis abuelos: María y Alberto. Por mis recuerdos de infancia.

A mis abuelos: Esperanza y Julián. Gracias por su calidez y cariño.

A todos mis tíos y primos. Gracias Mauricio Hernández y Juan Real.

Para mis tíos Francisco, María y Florencio en Tenamaxtlán Jal. Gracias por su hospitalidad y apoyo.

En reconocimiento a Claudia del Río. Por tu tiempo, soporte, amistad y consejos.

Gracias a Carlos F. y Fam. Hernández Ramírez, Gerardo Tagle, Luis Arturo y Fam. Olaiz Ochoa, Christian y Jose Luis Morales, Jorge "zombie", Amilcar, Rosy Neri, Gabriel Ibarra, Ferdi, Raquel, Jorge, Rodrigo, Alexandra (Siri Wahe Guru), Antonio, Eric, Ramadán, Miguel Vázquez, Sergio Luna, Lauro, Tere, Paco, Verónica, Fernanda Deveze, Lilia Maya, Alejandro Loredó Mayer, Adrián Santuario, Gustavo Niz, César Aguilar y Gustavo Magallanes. Son todos importantes.

Mi gratitud al Dr. Marco Antonio Martínez Negrete por su claridad, paciencia y por la oportunidad brindada.

Agradezco a los investigadores: Dra. Julia Espresate Eibenschutz, Mtra. Elaine Reynoso Haynes, Dr. Jorge Antonio Montemayor Aldrete y Dr. Carlos Torres Alcaraz. Por su voto de confianza, correcciones y su fina conversación.

A mis maestros: Lázaro Blanco, Inocencio Román Miranda, Jaime Rodríguez Santillán, Fis. J. E. Marquina, Ing. José Domingo Bello García, Mrs. Ruth Glassberg.

“A veces Sattva puede prevalecer sobre Rajas y Tamas, en otros, Rajas sobre Tamas y Sattva y en otros más, Tamas sobre Sattva y Rajas.”

“Y Arjuna vio en esa forma visiones incontables de maravilla: ojos de innumerables caras, numerosos ornamentos celestiales, divinas armas en cantidad incalculable.”

“Los Rudas de la destrucción, los Vasus de fuego, los Sadhyas de plegarias, los Adityas del sol, los dioses menores Visve-Devas, los dos Asvines, aurigas del cielo, los Marutos de vientos y tormentas, los espíritus Ushmapas de los ancestros, los coros celestiales de Gandharvas, los Yakshas custodios de riquezas, los demonios del infierno y los Siddhas que en la tierra alcanzaron perfección: todos ellos te contemplan con temor y asombro.”

Bhagavad Gita

“El mundo no es; se crea cada vez que el estremecimiento de un principio atiza las ascuas de nuestra alma. El yo es un promontorio en la nada que sueña con el espectáculo de la realidad.”

“El universo es un pretexto dinámico del pulso, una autosugestión del corazón.”

“Se podría imaginar a los elementos cansados de repetir un tema trasnochado, asqueados de las mismas combinaciones de siempre, sin variación ni sorpresa, buscando alguna diversión: la vida sólo sería una digresión, una anécdota...”

E. M. Cioran

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 Introducción 1

- 1.1 Método axiomático **1**
- 1.2 Principio de transitividad **9**
- 1.3 Transitividad axiomática **10**

CAPÍTULO 2 El objeto físico 11

CAPÍTULO 3 Transitividad axiomática en la mecánica newtoniana 14

- 3.1 Construcción del objeto físico en la mecánica newtoniana **14**
- 3.2 Gravitación newtoniana **23**

CAPÍTULO 4 Transitividad axiomática en termodinámica 25

- 4.1 Construcción del objeto termodinámico **25**
- 4.2 El axioma cero o de transitividad ("ley cero", A0) **25**
- 4.3 El axioma adiabático ("primera ley", A1) o de la conservación de la energía **26**
- 4.4 El axioma de Kelvin-Planck o de Clausius ["segunda ley", A2] o del incremento de la entropía **26**
- 4.5 El axioma tercero ("tercera ley", A3) o del origen de S y U **28**
- 4.6 La temperatura absoluta T o de Kelvin **29**

CAPÍTULO 5 Transitividad axiomática en probabilidad 30

- 5.1 Introducción **30**
- 5.2 El objeto probabilístico preliminar $O(p)$ **31**
- 5.3 El objeto probabilístico de von Mises **33**
- 5.4 Construcción epistemológica de la probabilidad **35**
- 5.5 El axioma cero (A0) o de transitividad en probabilidad **36**
- 5.6 La probabilidad como propiedad universal de los sistemas físicos **37**

CONCLUSIONES 39

BIBLIOGRAFÍA 40

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Estudiando por separado el formalismo axiomático y el principio de transitividad de una clase de equivalencia, se propone el concepto operacional de transitividad axiomática aplicado a objetos físicos específicos contenidos en teorías físicas bien determinadas, para derivar en propiedades objetivas e invariantes contrastadas con la experiencia.

En este trabajo se plantea mostrar que la transitividad axiomática es una componente fundamental de las teorías físicas, ya que incide en las principales variables de estado de cada teoría y sus respectivos modelos.

Para tal efecto se comienza conceptualizando la base formal de la teoría científica, compuesta ésta por un marco teórico axiomático respaldado en el formalismo de la lógica. Así mismo se elige el teorema de transitividad de la lógica en su estado primigenio para ser aplicado a los conocimientos sistematizados y ordenados de algunos campos de la física como son: la mecánica newtoniana y la termodinámica. Esta práctica se puede extender a otras áreas del conocimiento igualmente estructuradas, diferentes a la física como por ejemplo, la probabilidad, la cual también será abordada en este trabajo.

En la docencia, la axiomatización permite una exposición sucinta de la teoría física de la asignatura a la vez que presenta fundamentos con cierta profundidad, compatibles con las limitaciones temporales del currículo en física. Por esto, más que una propuesta formal de axiomatización se hace una presentación con fines más bien críticos y didácticos.

1.1 Método axiomático

Hempel describe la estructuración de una teoría científica, sus términos y vocabulario e introduce el fundamento axiomático en la teoría del

conocimiento científico, capaz de contribuir con nuevos teoremas o enunciados derivados mediante la lógica deductiva.

Él considera que una teoría científica es un conjunto de enunciados expresados en términos de un vocabulario específico V ; el cual se entenderá mediante un vocabulario V_T , de una teoría T , pero que también consta de términos extralógicos, o sea de aquéllos que no pertenecen al vocabulario de la lógica pura. También se pueden definir algunos términos de V_T por medio de otros, pero so pena de incurrir en circularidad o en un regreso al infinito, no se puede definir así a todos ellos. Por lo tanto, se puede suponer que V está dividido en dos subconjuntos: términos primitivos (aquéllos para los que no se especifica una definición) y términos definidos. Análogamente, muchos de los enunciados de una teoría son derivables de otros por medio de los principios de la lógica deductiva (y de las definiciones de los términos definidos); pero con el riesgo de incurrir en un círculo vicioso en la deducción, no pueden fundamentarse así todos los enunciados de la teoría. En consecuencia, el conjunto de enunciados que componen T se divide en dos subconjuntos: enunciados primitivos o postulados (axiomas) y enunciados derivados o teoremas. Se puede suponer que las teorías se presentan en forma de sistemas axiomatizados donde se enuncian los enunciados primitivos, los derivados y las definiciones de estos últimos; para después enunciar nuevos teoremas. Además, se considera que están formuladas dentro de un marco lingüístico con una estructura lógica claramente especificada que determina las reglas de la inferencia deductiva.¹

Los paradigmas clásicos de los sistemas deductivos de este tipo son las axiomatizaciones de varias teorías matemáticas, tales como las geometrías euclidianas y no-euclidianas, la teoría de grupos, etc. También se ha dado un abordaje en forma axiomática a algunas teorías de la ciencia empírica; entre éstas se encuentran partes de la mecánica clásica y

relativista y de la teoría biológica, y algunos sistemas teóricos en psicología, especialmente en el terreno del aprendizaje; en la teoría económica, el concepto de utilidad, entre otros, ha recibido tratamiento axiomático.

Una vez que se han especificado los términos primitivos y los postulados de un sistema axiomatizado entonces la demostración de los teoremas, es decir, la derivación de nuevos enunciados a partir de los primitivos, puede hacerse por medio de los cánones puramente formales de la lógica deductiva, sin ninguna referencia a los significados de los términos y enunciados, sean éstos primitivos o derivados.

Un sistema deductivo sólo puede funcionar como una teoría en la ciencia empírica si se le ha dado una interpretación con referencia a fenómenos empíricos. Puede llevarse a cabo esta interpretación por medio de la especificación de un conjunto de enunciados interpretativos que relacionan ciertos términos del vocabulario teórico con términos observacionales. Estos enunciados son conocidos de diversas formas: para Reichenbach son “definiciones coordinativas”; para Margenau y Carnap, “reglas de correspondencia” y Northrop los conoce como “correlaciones epistémicas”.

Los enunciados interpretativos podrán tomar la forma de las definiciones llamadas operacionales, es decir, de enunciados que especifican el significado de términos teóricos con la ayuda de términos observacionales; entre éstas son de especial importancia las reglas para la medición de cantidades teóricas por medio de respuestas observables de instrumentos de medición o de otros indicadores.²

Para Blanché cada teorema tiene una relación necesaria con las proposiciones de las cuales es deducido, de tal manera que al avanzar se va constituyendo una red estrecha de proposiciones interrelacionadas. Así, el conjunto integra un sistema del que no se pueden sustraer o cambiar una parte sin comprometer el resto.

Una teoría o sistema axiomático es la forma definitiva que en la actualidad toma una teoría deductiva.³

Un método riguroso aplicado a un sistema demanda que las propiedades supuestas se enuncien como proposiciones bien definidas, dejando de lado la intuición, ya que aquéllas que queden demostradas serán consideradas como teoremas.

La finalidad de las definiciones es enunciar las propiedades fundamentales que se utilizan para obtener a partir de ellas todas las demás dentro de las que figurará el término definido, así como delimitar la comprensión de una idea y asentar la equivalencia lógica entre un término recién acuñado y el conjunto de términos ya aceptados.

En la configuración de la teoría deductiva son consideradas las exigencias lógicas, definiciones, axiomas y postulados, pero también las proposiciones no demostradas y los términos no definidos; para posteriormente elaborar nuevas proposiciones que deberán ser justificadas recurriendo a demostraciones y términos recién acuñados fijados mediante definiciones. Demostración y definición son, en consecuencia, las dos operaciones fundamentales por medio de las cuales puede desarrollarse una teoría deductiva, es decir, la definición concebirá con toda precisión el sentido de los términos que integran las proposiciones y la demostración permitirá que se admita la verdad de éstas.

Las condiciones fundamentales para la rigurosidad de una exposición deductiva se centran en la enunciación clara de los términos primigenios con los cuales se definen todos los otros; posteriormente las proposiciones primeras también tienen que ser mencionadas claramente; a continuación las relaciones que se enuncien entre los términos primeros deben de ser lógicas e independientes del sentido concreto que se da a los términos; y por último, serán sólo estas relaciones las que puedan intervenir en las demostraciones independientemente del sentido de los términos.

Los sistemas distintos, en el sentido de organización lógica, reciben el nombre de equivalentes. Es posible que al descubrir diversos constructos que satisfagan por igual el conjunto de las relaciones que enuncian los postulados, se den interpretaciones concretas distintas. Estas realizaciones concretas de una axiomática se denominan modelos.

Una axiomática se presta a realizaciones diferentes y éstas pueden ser tomadas de dominios de pensamiento muy alejados del dominio inicial. Se da entonces una pluralidad de interpretaciones y modelos concretos que se oponen a una sola y misma axiomática. En el caso en que los modelos no se distinguen de esta forma entre ellos, sino por la diversidad de las interpretaciones concretas que pueda darse a sus términos y coincidan de manera precisa si se hace abstracción de éstas, de modo que se instalen en el plano de la axiomática formal, se dice entonces que son isomorfos, pues tienen la misma estructura lógica. El método axiomático tiene precisamente el interés de revelar los isomorfismos entre teorías concretas que son aparentemente heterogéneas, para reestablecerlas en la unidad de un sistema abstracto.⁴

Como muestra de este isomorfismo se puede pensar en las similitudes formales que se dan entre ecuaciones o sistemas de ecuaciones que pertenecen a capítulos de la física que son concretamente distintos y que por ejemplo, rigen unos a los fenómenos mecánicos y otros a los fenómenos termodinámicos.⁵ Es necesario que la medición de una propiedad física hecha con un modelo coincida dentro de ciertos límites con la medición realizada con otro modelo de la teoría. En la visión estructuralista de las teorías, estas condiciones se conocen como "condiciones de ligadura".

Un sistema axiomático debe ser no-contradictorio o consistente, ya que uno contradictorio permitiría deducir no importa qué, esto es, sería posible demostrar una proposición cualquiera del sistema y también su negación. Esta indeterminación privaría al sistema de todo interés. Los

rasgos característicos del método axiomático son: la abstracción y generalización crecientes, el rechazo a la intuición que se sustituye con la lógica, la subordinación del contenido a la estructura y el establecimiento de correspondencias unificadoras.

Puede decirse que, un sistema de postulados es completo cuando entre dos proposiciones contradictorias formuladas correctamente dentro de los términos del sistema, una de ellas siempre puede ser demostrada. Además será consistente, si para cualquier elección, que se forme en el interior del sistema, de una proposición y su negación, siempre es posible demostrar una y solamente una. Si dada una proposición cualquiera de un sistema, ésta podrá ser siempre demostrada o negada, es decir, se determina en consecuencia su verdad o falsedad en relación con el sistema de postulados, entonces se dirá que el sistema es categórico.

Carnap afirma que: "en la lógica no hay moral; no se trata de decretar prescripciones o prohibiciones sino de alcanzar convenciones. Cada uno es libre de construir la lógica a su manera con la condición de que la enuncie claramente y que luego se apegue a ella rigurosamente (el principio de tolerancia de la sintaxis)".⁶

El manejo del conjunto de signos que aparecen en una axiomática formalizada está dado por reglas que se dividen en dos grupos: de estructura, destinadas a la formación de las expresiones (las reglas para hacer las definiciones); y de deducción (destinadas a las demostraciones). Las primeras siempre deben permitir reconocer si una expresión, sea o no proposicional, se encuentra bien formada y, de este modo, pertenece al sistema; las segundas, si una deducción esta bien llevada y si en consecuencia, su conclusión constituye un teorema del sistema.

Para su edificación, una teoría axiomatizada recurre a teorías anteriores cuya verdad y sentido ya se encuentran presupuestos. En el punto de partida de estas teorías previas, anteriores a todas las otras, se

encuentra la lógica que se axiomatiza a sí misma, pues a partir de su configuración se presenta como un sistema deductivo.

Las ciencias transcurren a través de una especie de ley de desarrollo que las hace pasar en orden irreversible por cuatro etapas sucesivas: la descriptiva, la inductiva, la deductiva y la axiomática. Una axiomática queda en una especie de vacío si no está construida sobre una teoría deductiva previa, la cual carece de valor científico si no organiza un vasto conjunto de leyes adquiridas inductivamente tras una prolongada exploración de los fenómenos.

La física inductiva de los siglos XVII y XVIII dio paso, en el siglo XIX, a la era de las grandes teorías deductivas que en la actualidad están organizadas axiomáticamente.

Dentro de la organización conceptual que presupone el establecimiento de leyes, el trabajo de abstracción precisa de axiomáticas ulteriores. Si la física es una ciencia de lo concreto en el sentido de que descansa sobre lo real, por lo menos los términos entre los que se establecen las relaciones que enuncian las leyes son, por completo, algo distinto a los objetos concretos. La masa, la fuerza, la carga, la resistencia son entidades abstractas sugeridas por imágenes, pero cuyo sentido propiamente científico queda fijado exclusivamente por las relaciones que sostienen entre ellas y con otras de naturaleza semejante; estas variables se apoyan sobre un dato sensible que esquematizan sirviendo de soporte intuitivo a una axiomática abstracta.

Las nociones intuitivas han servido, en su origen, para establecer las leyes, pero una vez elaborada la red de leyes la perspectiva se ha invertido, es el conjunto de leyes (de la mecánica clásica, de la termodinámica, del electromagnetismo) el que da a las nociones fundamentales de cada una de estas teorías, una definición "disfrazada".

Cuando se han descubierto los axiomas, no importa deducir las consecuencias de los principios dados, sino, por el contrario, frente a cierto conjunto de proposiciones, descubrir un sistema mínimo de principios de los cuales se puedan deducir. Al análisis inductivo que, de los hechos se remonta a las leyes, sucede el análisis axiomático que, prosiguiendo la obra de sistematización deductiva, se dirige de las leyes a los axiomas que serán traducidos a símbolos, con sus reglas de funcionamiento.

El empirismo lógico sitúa por un lado a las ciencias formales, lógica y matemática, a las que considera bajo la forma depurada que les da la presentación axiomática; carentes de toda interpretación exterior y que, en sentido estricto, no nos enseñan nada acerca de lo real. Sus enunciados, puramente analíticos, conciernen exclusivamente a las transformaciones del discurso. Por el otro lado sitúa a las ciencias de lo real que se expresan mediante el lenguaje lógico-matemático pero que, en principio, podrían prescindir de él sin perder nada de su contenido que proporcionaría por entero la experiencia.

El desdoblamiento axiomático funciona en todas las ciencias lo suficientemente avanzadas como para prestarse a la organización. Si se coloca a la mecánica o al electromagnetismo bajo la forma de una axiomática simbolizada se deja de estar en presencia de una ciencia de lo real para encontrarse frente a un sistema formal. Y a la inversa, si frente a una axiomática abstracta se asigna a los axiomas una interpretación válida en un cierto dominio de lo real, súbitamente se ilumina todo, los símbolos adquieren un sentido concreto, las fórmulas una verdad empírica. Ni siquiera resulta necesario que la aplicación recaiga en lo que habitualmente se denomina el mundo físico.

Para cualquier dominio sobre el que se haya edificado, una axiomática será exclusivamente una construcción lógica en el sentido de que resultará vacía y puramente formal; pero también puede representar una teoría lógica

de acuerdo con la interpretación que se dé a sus símbolos y si el conjunto de sus axiomas puede traducirse en proposiciones de la lógica.

Al formular cualquier teoría física habrá que satisfacer un criterio de objetividad que mantendrá el contenido de la teoría invariante ante cualquier sujeto conduciendo a predicciones corroborables positivamente con la experimentación.

1.2 Principio de transitividad

A continuación se define el principio de transitividad contenido en el cuerpo lógico-matemático de las teorías axiomatizadas.

El esquema: “*si todos los a son b y todos los b son c , entonces todos los a son c* ” es un esquema válido porque, sean cuales fueren los términos generales con que se substituyan las variables a , b , c , si es verdad que todos los a son b y que todos los b son c , necesariamente ha de ser válido el enunciado “*todos los a son c* ”. En un razonamiento lógicamente válido la verdad de la conclusión se sigue necesariamente de la verdad de las premisas, en virtud de la sola forma de éstas. En los *Primeros Analíticos*, Aristóteles define el silogismo como un discurso en el que, afirmando ciertas cosas, por el simple hecho de haberlas afirmado se sigue necesariamente otra cosa distinta de ellas. Lo esencial en todo razonamiento formalmente válido es la relación de necesidad que se establece entre premisas y conclusión, de tal modo que la verdad de las primeras acarrea inevitablemente la verdad de la segunda. Como diría Wittgenstein, cualquier inferencia lógicamente válida es inexorable, es decir, inexorablemente se sigue la conclusión a partir de las premisas.⁷

En el lenguaje de teoría de clases se dice que una relación R es transitiva en la clase K si para cualesquiera tres elementos u , v y w de la clase K , las condiciones: $u R v$ y $v R w$ siempre implican que $u R w$. La

propiedad de transitividad sigue a la respectiva enunciación de las propiedades de reflexividad, simetría y conectividad en la clase K .

K puede tomar la categoría de clase universal al representar el universo discursivo de una ciencia formalmente axiomatizada.⁸

1.3 Transitividad axiomática

Con base en las ideas anteriores sobre axiomática y transitividad, se construirá en este apartado la definición operacional de la transitividad axiomática.

Si O es el objeto físico de una teoría estudiado por un sujeto S y si \sim es la relación especial con respecto a alguna propiedad en que se encuentran dos objetos interactuantes de la teoría, el axioma de transitividad (A0) se formula del modo siguiente:

$$A0: \text{Si } O_1 \sim O_2 \text{ y } O_2 \sim O_3, \text{ entonces } O_1 \sim O_3, \text{ para cualesquiera tres objetos } O_1, O_2 \text{ y } O_3.$$

Si cada objeto preliminar O_i puede ser asociado a un sujeto S_i , entonces el A0 es automáticamente un enunciado de objetividad, puesto que se postula válido para todo sujeto.

El A0 está caracterizado como una clase de equivalencia K con elementos a, b y c ; donde $a \sim a$, si $a \sim b$ entonces $b \sim a$ y, si $a \sim b$ y $b \sim c$ entonces $a \sim c$.

Del A0 se puede deducir la existencia de una propiedad intrínseca y objetiva que es común para los tres objetos mencionados y, como ellos son arbitrarios, la propiedad es característica de todos los objetos de la teoría física. Inversamente, la existencia de una propiedad común de los objetos de la teoría garantiza la satisfacción del A0.⁹

Fuera de la física, \sim puede representar la relación de hermandad, donde el $A0$ implica que todos los hermanos tienen una propiedad común, que es la misma trama genética. Y el inverso es cierto, si dos personas tienen la misma trama genética, entonces provienen de los mismos padres y se hallan por tanto en la relación de hermandad \sim .

Para ilustrar otro ejemplo de transitividad consideremos una figura dibujada en un cuerpo de hule, el cual se puede doblar y estirar. Las propiedades de la figura que se mantienen sin variación son las topológicas (las que se refieren al orden y a la continuidad, dejando de lado toda consideración a los ángulos y a la métrica). Para cuatro puntos situados sobre una curva continua y abierta, si C se encuentra entre A y D , y si B entre A y C , entonces B se encuentra entre A y D .

CAPÍTULO 2

EL OBJETO FÍSICO

A pesar de que las leyes de la física se expresan en lenguaje matemático, sigue siendo plausible derivar toda sustancia de la experiencia, y considerar al simbolismo matemático como una vestimenta cómoda. Viene de allí la distinción clásica entre dos grupos de ciencias, racionales y experimentales. Unas no necesitan para ser verdaderas que sus objetos sean reales; y otras, podría decirse, cuyos objetos, para existir, no necesitan ser inteligibles.

A la pregunta: ¿cómo puede la razón sin el auxilio de la experiencia hacernos conocer las propiedades de lo real?, Einstein responde en *La geometría y la experiencia* que: "... la perfecta claridad sobre este punto me parece que fue puesta al alcance de cada uno gracias a la corriente que los matemáticos denominan axiomática. El progreso realizado por ésta consiste en haber hecho la separación clara y definitiva de lo intuitivo y lo lógico. De

Fuera de la física, \sim puede representar la relación de hermandad, donde el $A0$ implica que todos los hermanos tienen una propiedad común, que es la misma trama genética. Y el inverso es cierto, si dos personas tienen la misma trama genética, entonces provienen de los mismos padres y se hallan por tanto en la relación de hermandad \sim .

Para ilustrar otro ejemplo de transitividad consideremos una figura dibujada en un cuerpo de hule, el cual se puede doblar y estirar. Las propiedades de la figura que se mantienen sin variación son las topológicas (las que se refieren al orden y a la continuidad, dejando de lado toda consideración a los ángulos y a la métrica). Para cuatro puntos situados sobre una curva continua y abierta, si C se encuentra entre A y D , y si B entre A y C , entonces B se encuentra entre A y D .

CAPÍTULO 2

EL OBJETO FÍSICO

A pesar de que las leyes de la física se expresan en lenguaje matemático, sigue siendo plausible derivar toda sustancia de la experiencia, y considerar al simbolismo matemático como una vestimenta cómoda. Viene de allí la distinción clásica entre dos grupos de ciencias, racionales y experimentales. Unas no necesitan para ser verdaderas que sus objetos sean reales; y otras, podría decirse, cuyos objetos, para existir, no necesitan ser inteligibles.

A la pregunta: ¿cómo puede la razón sin el auxilio de la experiencia hacernos conocer las propiedades de lo real?, Einstein responde en *La geometría y la experiencia* que: "... la perfecta claridad sobre este punto me parece que fue puesta al alcance de cada uno gracias a la corriente que los matemáticos denominan axiomática. El progreso realizado por ésta consiste en haber hecho la separación clara y definitiva de lo intuitivo y lo lógico. De

acuerdo con la axiomática sólo los hechos lógicos y formales constituyen el objeto de la ciencia matemática, pero no el elemento intuitivo que puede referirse a ellos".¹⁰

Para que un objeto sea definido como "objeto científico" debe:

- a) ser "sujeto-invariante"; que significa el conjunto integrado por cualquier investigador y sus instrumentos de observación y medición (los cuales incluyen un marco de referencia), es decir, el objeto es invariante con respecto a una "comunidad científica".
- b) ser susceptible de contrastación entre las predicciones teóricas de los procesos en que interviene el objeto y su comportamiento experimental.

El objeto físico se construye axiomáticamente del modo siguiente:

- i) Se parte de un "objeto preliminar" $O(p)$, que es una "focalización" y simplificación de los físicos, de una parte de la naturaleza. Esto implica la separación abstracta de un sinnúmero de relaciones (generalmente energéticas) entre $O(p)$ y otros objetos, con la finalidad de quedarse con una cantidad reducida de ellas. Las relaciones o variables de descripción (o de estado) se cuantifican con respecto a un marco de referencia (MR), utilizando para ello aparatos de medición. $O(p)$ es el llamado "sistema físico", cuya descripción se efectúa en los inicios de un curso y en los textos de física.
- ii) Se postula que $O(p)$ está bien caracterizado matemáticamente y su comportamiento satisface un conjunto de axiomas $\{A_i\}$.
- iii) Con este conjunto de axiomas $\{A_i\}$ y cierto aparato matemático se establecen relaciones con otras propiedades objetivas o variables adicionales del $O(p)$ que "enriquecen" y transforman al objeto preliminar en un nuevo objeto O . Este nuevo objeto O conlleva,

además del conocimiento experimental que inició con el $O(p)$, a amplias posibilidades de comportamiento experimental deducibles de la aplicación del aparato matemático; son éstas las predicciones experimentales del modelo.¹¹

Cuando O satisface las condiciones $a)$ y $b)$ se debe evitar afirmar que es "real", cuando por ello se entiende "lo que es independiente" del sujeto. No debe hacerse tal identificación de lo objetivo con lo real, ya que implica la pretensión de que se tiene un conocimiento final y definitivo de la realidad (lo que parece una imposibilidad, de acuerdo con Planck). Es decir, la realidad es algo sujeto a continua exploración y no algo dado. La postulación de su existencia o negación son supuestos metafísicos. Se da por sentada la existencia de la realidad, aunque no se trate de definirla o caracterizarla con precisión. Lo concreto, afirma Langevin, es lo abstracto hecho familiar mediante el uso.

El objeto físico, formado por ciertos entes tangibles de manera directa (por los sentidos) o indirecta (por aparatos de observación y medición), conceptos, axiomas, aparato matemático, leyes deducidas y comportamiento experimental es un complejo concreto-abstracto con propiedades sujeto-invariantes. Esto quiere decir que las características y los axiomas o postulados mencionados permanecen iguales independientemente del sujeto S que los determine. El sujeto S está conformado por el científico, sus aparatos experimentales de observación-medición, considerados como una extensión de sus sentidos, que garantizan la universalidad de su percepción. Esta condición de sujeto-invariancia (S -invariancia) es una limitante especial y fuerte, por lo que no cualquier objeto resulta abordable por la comunidad de físicos.

El sistema físico es un objeto que es definido o construido por un sujeto de la comunidad, pero que paradójicamente es al mismo tiempo S -

invariante. En el siglo XIX a los objetos o a los conceptos con estas propiedades se les daba el calificativo de "absolutos".

El objeto físico debe mostrar una contrastación favorable con el experimento: las predicciones que resultan de la teoría deben manifestarse experimentalmente y el comportamiento experimental debe explicarse teóricamente.

En resumidas cuentas, el objeto físico consta de tres instancias: el ente físico original en el que los sujetos fijaron su atención, los axiomas que se postulan válidos para el ente físico y un aparato matemático en que observaciones, mediciones y axiomas se expresan.

El objeto físico es así un constructo y puede o no coincidir con lo real (puesto que lo *sujeto-invariante* no tiene por qué ser lo *sujeto-independiente*, aunque el sentido común diga que sí).

CAPÍTULO 3

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA EN LA MECÁNICA NEWTONIANA

3.1 Construcción del objeto físico en la mecánica newtoniana

El objeto de la mecánica se construye a partir de un conjunto preliminar de propiedades, que son las mismas para cualquier observador S , seguido de la postulación de un conjunto elemental de axiomas que enriquecen las propiedades o variables del $O(p)$. Un aparato matemático adecuado al objeto mecánico sujeto de estudio será la mecánica vectorial. La finalidad de los axiomas se orienta a la determinación del movimiento de los objetos dadas las condiciones iniciales.

Para la mecánica el $O(p)$ está definido como un ente mesoscópico, descriptible por dimensiones puntuales para una partícula, o por dimensiones finitas en el caso de un cuerpo rígido. Se asocian posiciones

invariante. En el siglo XIX a los objetos o a los conceptos con estas propiedades se les daba el calificativo de "absolutos".

El objeto físico debe mostrar una contrastación favorable con el experimento: las predicciones que resultan de la teoría deben manifestarse experimentalmente y el comportamiento experimental debe explicarse teóricamente.

En resumidas cuentas, el objeto físico consta de tres instancias: el ente físico original en el que los sujetos fijaron su atención, los axiomas que se postulan válidos para el ente físico y un aparato matemático en que observaciones, mediciones y axiomas se expresan.

El objeto físico es así un constructo y puede o no coincidir con lo real (puesto que lo *sujeto-invariante* no tiene por qué ser lo *sujeto-independiente*, aunque el sentido común diga que sí).

CAPÍTULO 3

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA EN LA MECÁNICA NEWTONIANA

3.1 Construcción del objeto físico en la mecánica newtoniana

El objeto de la mecánica se construye a partir de un conjunto preliminar de propiedades, que son las mismas para cualquier observador S , seguido de la postulación de un conjunto elemental de axiomas que enriquecen las propiedades o variables del $O(p)$. Un aparato matemático adecuado al objeto mecánico sujeto de estudio será la mecánica vectorial. La finalidad de los axiomas se orienta a la determinación del movimiento de los objetos dadas las condiciones iniciales.

Para la mecánica el $O(p)$ está definido como un ente mesoscópico, describable por dimensiones puntuales para una partícula, o por dimensiones finitas en el caso de un cuerpo rígido. Se asocian posiciones

para cada partícula además de movimientos cuantificables vectorialmente, como velocidades y aceleraciones, todos los cuales varían en el tiempo.

Cada observador S determina las posiciones, velocidades, aceleraciones y el tiempo, cuyo significado cuantitativo es adquirido de las mediciones que se hacen en un marco de referencia (MR) espacio-temporal.¹²

La mecánica de Newton establece conexiones explicativas y predictivas entre enunciados expresados en términos observacionales y experimentales. Supóngase que se estudian los movimientos de dos cuerpos bajo la influencia exclusiva de su atracción gravitacional mutua; sobre la base de datos observacionales apropiados, se puede asignar a éstos una cierta masa, y en un instante dado t_0 , valores para las posiciones y velocidades dentro de un marco de referencia determinado. En primera instancia esto conduce, por medio de enunciados interpretativos en formas de reglas de medición, desde ciertos enunciados $O_1, O_2, O_3, \dots, O_k$ que describen las lecturas observables de los instrumentos, hasta ciertos enunciados teóricos, H_1, H_2, \dots, H_6 , que asignan a cada uno de los cuerpos un valor numérico específico para las cantidades teóricas: masa, posición y velocidad. A partir de estos enunciados, la ley de gravitación, expresada íntegramente en términos teóricos, conduce a otro enunciado teórico H_7 que significa la fuerza de la atracción gravitacional que los cuerpos ejercen el uno sobre el otro en t_0 . El enunciado H_7 junto con los enunciados teóricos precedentes y las leyes de la mecánica de Newton implica, por medio de un argumento deductivo que comprende los principios de cálculo, ciertos enunciados H_8, H_9, H_{10} y H_{11} que dan las posiciones y velocidades de los dos objetos en un momento posterior determinado t_1 . Finalmente el uso inverso de los enunciados interpretativos conduce desde los últimos cuatro enunciados teóricos hasta un conjunto de enunciados O'_1, O'_2, \dots, O'_m , que describen fenómenos observacionales,

especialmente lecturas de instrumentos que indican las posiciones y velocidades predichas.

Por medio de un esquema puede representarse el proceso como sigue:

$$[O_1, O_2, O_3, \dots, O_k] \xrightarrow{R} [H_1, H_2, \dots, H_6] \xrightarrow{G} [H_1, H_2, \dots, H_6, H_7] \xrightarrow{LM} [H_8, H_9, H_{10}, H_{11}] \xrightarrow{R} [O'_1, O'_2, \dots, O'_m].$$

Aquí, R es el conjunto de reglas de medición para la masa, posición y velocidad; esas reglas constituyen los enunciados interpretativos; G es la ley de gravitación de Newton y LM las leyes de movimiento de Newton.

Sean A y B dos partículas aisladas que interactúan, y sean \bar{a}_{AB} y \bar{a}_{BA} las aceleraciones de A producida por B y de B producida por A , respectivamente. Se puede construir el escalar adimensional positivo:

$$M_{BA} = \frac{\bar{a}_{AB}}{-\bar{a}_{BA}} \quad (1)$$

(entendido como $-\bar{a}_{BA} M_{BA} = \bar{a}_{AB}$), cuyo valor depende del MR escogido. Los cambios de velocidad representan una primera medida cuantitativa de la interacción entre partículas, por lo que la cantidad M_{BA} también proporciona información en este sentido.

Un marco inercial de referencia (MIR) satisface las siguientes dos condiciones:

- i) En ausencia de interacción con el resto del universo la partícula se encuentra en estado de reposo o de velocidad constante.
- ii) Cuando hay interacción, el objeto M_{BA} no depende de los orígenes espaciales y temporales del MR , ni de las posiciones y velocidades relativas de las partículas interactuantes.

La existencia objetiva del *MIR* se postula con el axioma *A1*:

A1: existe al menos un MIR

Dado un *MIR*, el número posible de otros *MIR*'s es infinito, basta con tomar cualquier marco de referencia que se desplace con velocidad constante respecto al primero. La inercialidad se comporta como una clase de equivalencia, es simétrica y transitiva.

Si el objeto de la mecánica se va a definir por el $O(p)$ y todos los axiomas que a él se aplican, entonces el *A1* equivale a postular que el objeto mecánico es invariante frente al conjunto infinito de los *MIR*. Y, si en la definición de *S* se incluye al *MIR*, el objeto de la mecánica será propiamente *S-invariante*. En resumen, el objeto físico de la mecánica de Newton es invariante ante transformaciones de Galileo entre sistemas inerciales de referencia que, por *A1*, existen objetivamente.

Para dos *MIR*'s que se mueven uno con respecto al otro, las transformaciones de coordenadas de una partícula entre un sistema de referencia y otro son:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{r}' + \vec{V} t' \\ t &= t'\end{aligned}\quad \text{Transformaciones de Galileo}$$

en donde las cantidades primadas se refieren al segundo *MIR* que se mueve con velocidad constante \vec{V} respecto al primer sistema y t es el tiempo. De estas transformaciones se concluye que $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$, que a su vez conduce a que $\vec{a} = \vec{a}'$, de donde se puede afirmar que la aceleración de la partícula es invariante en cualquier *MIR* (invariante de Galileo) incluido en *S*, por lo que la aceleración \vec{a} es un absoluto o una objetividad de la mecánica clásica.

Usando la objetividad de la aceleración, se puede postular secuencialmente un axioma de transitividad, *A0*, para construir a la masa de

la partícula como una más de sus propiedades intrínsecas. Newton utilizó adecuadamente el concepto de masa, pero no aclaró su significado; señaló que la masa o “cantidad de materia” es el producto de la densidad por el volumen. Posteriormente en los *Principia* define a la densidad como el cociente entre la “inercia” y el volumen; sin embargo, había definido anteriormente a la inercia como proporcional a la masa, incurriendo en un círculo vicioso, como E. Mach indicaba en *The Science of Mechanics*.¹³ Por esto, se requiere de un procedimiento independiente para definir adecuadamente a la masa.

Lindsay y Margenau consideran dos partículas A y B interactuantes en un *MIR*. En concordancia con el *A1*, se encuentra experimentalmente que el efecto mecánico entre las dos partículas se revela en su objetividad mediante las aceleraciones \bar{a}_{AB} y \bar{a}_{BA} . El escalar constante positivo dado en la Ec. (1) es independiente de la posición, el tiempo y la velocidad relativas de las partículas. Si escribimos este cociente como $\bar{a}_{AB} = -M_{BA} \bar{a}_{BA}$, vemos que queda expresada la interacción mecánica inercial entre A y B que se representa simbólicamente por: $A \sim B$.

M_{BA} es una cantidad *S-invariante* y su interpretación física aparece al considerar la interacción de A y B con otra partícula C . Las interacciones respectivas están dadas por:

$$\begin{aligned}
 A \sim B: \quad & \frac{\bar{a}_{AB}}{-\bar{a}_{BA}} = M_{BA} \\
 A \sim C: \quad & \frac{\bar{a}_{AC}}{-\bar{a}_{CA}} = M_{CA} \\
 B \sim C: \quad & \frac{\bar{a}_{BC}}{-\bar{a}_{CB}} = M_{CB}
 \end{aligned} \tag{2}$$

Para indicar la validez de la transitividad de la interacción inercial entre tres partículas cualesquiera, la interrelación entre los tres escalares anteriores se postula (con firmes bases empíricas) con el axioma $A0$ de Mach o de transitividad:

$A0$: las constantes M_{BA} , M_{CA} y M_{CB} no son independientes, sino que mantienen una relación para cualesquiera tres partículas A , B y C :

$$M_{CB} = \frac{M_{CA}}{M_{BA}}. \quad (3)$$

Es decir, si dos partículas interactúan inercialmente con una tercera, entonces interactúan inercialmente entre ellas.

La última relación es S -invariante ya que vale para cualquier experimentador, MIR y partículas interactuantes que el sujeto elija. El $A0$ permite descubrir a la masa como una propiedad intrínseca del $O(p)$. Si se sustituye (3) en la tercera ecuación de (2) se llega a:

$$M_{BA} \bar{a}_{BC} = -M_{CA} \bar{a}_{CB}. \quad (4)$$

Al elegir a la partícula A como patrón o estándar, la Ec. (4) permite asociar a cada otra partícula B , C , D ,... un parámetro cuyo valor será independiente de la partícula con la que interactúa. Por esto, se puede decir que cada una de estas partículas está provista de una propiedad intrínseca llamada masa $M_{BA}, M_{CA}, M_{DA}, \dots$ que caracteriza su interacción “ \sim ” con cualquier otra partícula. Se puede eliminar la alusión al estándar A , ya que todas las masas están referidas a ese mismo patrón universal, y escribir m_B, m_C, m_D, \dots que son ahora masas objetivizadas S -invariantes. Así, la Ec. (4) se convierte en:

$$m_B \bar{a}_{BC} = -m_C \bar{a}_{CB}, \quad (5)$$

que es antisimétrica para B y C .

Si A interactúa inercialmente con B , lo recíproco será también cierto, es decir $M_{BA} = M_{AB}$; esto indica que la interacción inercial no sólo es transitiva sino también simétrica, justo como una clase de equivalencia.

La adimensionalidad de (1) y (3) queda justificada si en lo general se cumple que $M_{yx} = f(m_y)/f(m_x)$, con $f(m) = km^n$, con k y n constantes. Si en particular se elige $k = n = 1$, se tiene que $M_{yx} = m_y/m_x$.

Hay que introducir un nuevo concepto asociado a la inercia con el fin de establecer su relación ulterior con la masa, esto se logra considerando la forma de la Ec. (5). Se selecciona a la cantidad de movimiento o momento $\bar{p} = m\bar{v}$ como una cantidad apropiada para medir el cambio del estado de movimiento para partículas que interactúan. Entonces la Ec. (5) es equivalente a:

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dt}\right)_{BC} = -\left(\frac{d\bar{p}}{dt}\right)_{CB}, \quad (6)$$

donde d/dt es la derivada temporal para cada componente del momento \bar{p} .

Se postula que cada $d\bar{p}/dt$ es producido por la acción de la otra partícula, mediante un agente vectorial denominado "fuerza" \bar{F} , que depende de la posición relativa \bar{r} de las partículas, a veces de las velocidades relativas \bar{v} y del tiempo t . La fuerza \bar{F} , además de ser la segunda medida de interacción entre partículas, es una invariante ante transformaciones galileanas y tiene una expresión particular para cada tipo de interacción entre los cuerpos. Se llama "la fuerza que C ejerce sobre B " al efecto de uno sobre otro y se denota por $F_{BC}(\bar{r}, \bar{v}, t)$, con \bar{r} y \bar{v} la posición y la

velocidad de B respecto de C respectivamente. Este nuevo postulado es el axioma $A2$ de la mecánica clásica:

$$A2: \quad \vec{F}_{BC}(\vec{r}, \vec{v}, t) = \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)_{BC} = m_B \vec{a}_{BC}. \quad (7)$$

Donde la segunda igualdad vale sólo si la masa es constante.

En resumen, se puede decir que la causante física del cambio de velocidad que una partícula experimenta cuando interactúa inercialmente con otra es la fuerza \vec{F} que ésta ejerce sobre aquella, y es igual a $m\vec{a}$, siendo m la masa inercial y \vec{a} su aceleración.

De los axiomas $A0$, $A1$ y $A2$ se deduce el axioma $A3$ de Newton, esto se logra substituyendo la Ec. (7) en la Ec. (6):

$A3$: *La fuerza que B experimenta por C es igual en magnitud pero de sentido contrario a la que C experimenta por B ($\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB}$).*

Se ve que el objeto newtoniano puede ser construido tanto por el $O(p)$ y los tres axiomas tradicionales $A1$, $A2$ y $A3$. Esto es así porque la masa se puede definir sin incurrir en un círculo vicioso a partir del $A3$.

axioma	variable	objeto enriquecido
	<i>posición, velocidad</i>	$O(p)$
$A1$	<i>(MIR) aceleración</i>	$O(p1)$
$A0$	<i>masa</i>	$O(p10)$
$A2$	<i>fuerza</i>	$O(p102)$

Tabla I - Construcción del objeto de la mecánica según Mach, en que $A3$ es un axioma derivado de $A1$, $A0$ y $A2$.

El planteamiento tradicional moderno se resume con la siguiente tabla:

axioma	variable	objeto enriquecido
	<i>posición, velocidad</i>	$O(p)$
<i>A1</i>	<i>(MIR) aceleración</i>	$O(p1)$
<i>A2</i>	<i>fuerza</i>	$O(p12)$
<i>A3</i>	<i>masa</i>	$O(p123)$

Tabla II - Construcción del objeto de la mecánica según Newton, donde la masa se define sin tautologías mediante el A3.

Experimentalmente se tiene que:

$$\text{objeto de Newton } O(p123) = \text{objeto de Mach } O(p102)$$

Queda pues resuelto el problema de la mecánica mediante cualquier formulación. Es decir, dado el estado inicial en términos de la posición, la velocidad y las fuerzas sobre la partícula, los estados en cualquier otro tiempo quedan unívocamente definidos al resolverse la Ec. (7).

Se puede recalcar la *S-invariancia* e invariancia de Galileo del objeto de la mecánica clásica con el siguiente párrafo de Goldstein: “Todos los fenómenos físicos deben aparecer de igual manera en todos los sistemas que se mueven uniformemente unos respecto a otros. Las medidas efectuadas totalmente dentro de un sistema dado no deben permitir que distingamos dicho sistema de los demás que se mueven uniformemente respecto a él. Este postulado de equivalencia exige que las leyes físicas deben expresarse de igual manera en todos los sistemas en movimiento uniforme, es decir, deben ser covariantes al someterlas a una transformación de Galileo.”¹⁴ (Resaltado en el original).

Se puede entonces justificar un replanteamiento de los axiomas de la mecánica de Newton que tome en cuenta: *i)* la necesidad explícita de la construcción del objeto newtoniano en un MIR, *ii)* la construcción de la masa inercial por la simetría y transitividad de la interacción inercial de las partículas, y *iii)* la caracterización cuantitativa de la interacción entre partículas por el objeto fuerza entre ellas.

3.2 Gravitación newtoniana

La aceleración que un objeto de masa gravitacional m produce en otro objeto a la distancia r es:

$$a = \frac{Gm}{r^2} \quad (8)$$

Con esto se define una forma para medir de la masa gravitacional m . Basta con considerar inicialmente dos cuerpos de masas m_1 y m_2 , entonces:

$$a_1 = \frac{G m_2}{r^2} \quad \text{aceleración causada por } m_2 \text{ en la posición de } m_1$$

$$a_2 = \frac{G m_1}{r^2} \quad \text{aceleración causada por } m_1 \text{ en la posición de } m_2$$

La aceleración relativa de las dos masas, $\vec{a} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$, es aquí la cantidad medible, de magnitud:

$$a_{12} = a_1 + a_2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{r^2}, \quad (9)$$

que provee información sobre $M_{12} = m_1 + m_2$, pero no sobre las masas individuales m_1 , m_2 . Los cambios de velocidad son entonces una primera medida cuantitativa de la interacción entre partículas.

Si se consideran tres masas m_1 , m_2 y m_3 , la medición individual de la masa podrá llevarse a cabo mediante la balanza de Cavendish. Por lo tanto, si $m_1 \sim m_2$ significa la interacción y medida de $a_{12} = a_1 + a_2$, con dicha balanza, en un marco inercial de referencia, entonces por (2) se tendrá que:

$$m_1 \sim m_2 \quad \text{proporciona la medida de } M_{12} = m_1 + m_2 \quad (10)$$

y

$$m_1 \sim m_3 \quad \text{proporciona la medida de } M_{13} = m_1 + m_3 \quad (11)$$

Aplicando a la interacción \sim el axioma de transitividad, postulado como objetivamente válido, para tres masas cualesquiera, i.e., para todas las masas de todos los cuerpos de la mecánica, se requerirá para su satisfacción que:

$$m_2 \sim m_3 \quad \text{proporciona la medida de } M_{23} = m_2 + m_3 \quad (12)$$

Resolviendo la terna anterior de ecuaciones se obtienen las masas individuales en términos de las interacciones respectivas:

$$m_1 = \frac{1}{2} (M_{12} + M_{13} - M_{23})$$

$$m_2 = \frac{1}{2} (M_{23} + M_{12} - M_{13})$$

$$m_3 = \frac{1}{2} (M_{13} + M_{23} - M_{12})$$

A partir de este esquema constructivista se puede afirmar que las masas m_i son todas cantidades objetivamente determinables.

CAPÍTULO 4

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA EN TERMODINÁMICA

4.1 Construcción del objeto termodinámico

Para construir el objeto físico preliminar $O(p)$, el sujeto S debe:

- i) Delimitar la extensión del sistema de estudio en macro, meso o microscópico y definir las variables iniciales de estado.
- ii) Especificar las características de las fronteras de separación entre el objeto y los otros objetos, referentes a intercambios de energía, masa, carga u otras propiedades relevantes; definiendo así las paredes adiabáticas, diatérmicas, permeables, impermeables, fijas o móviles.
- iii) Postular un conjunto de axiomas S -invariantes que rigen las interacciones entre los objetos. La aplicación de los axiomas a $O(p)$ lo enriquece con nuevas propiedades intrínsecas, objetivas o “absolutas”.

4.2 El axioma cero o de transitividad (“ley cero”, A0)

A0: Dos sistemas en equilibrio diatérmico con un tercero están en equilibrio diatérmico entre sí.¹⁵

Al ser postulado como válido para todo S , este axioma permite deducir que la temperatura es una propiedad intrínseca u objetiva del $O(p)$ o de los sistemas en equilibrio; generándose así una nueva construcción $O(p0)$ que agrega la temperatura al conjunto de variables objetivas iniciales de estado que contiene el sistema físico.

Dado que ni el individuo ni los aparatos de medición aparecen en la deducción de la existencia de la temperatura T , queda implícita su objetividad frente a un S que incluye sus instrumentos de medición.

A partir de $A0$ se demuestra que la forma de las isothermas de un sistema físico cualquiera no dependen del sistema estándar (termómetro) empleado para determinarlas ni del individuo que realice las mediciones.

4.3 El axioma adiabático (“primera ley”, $A1$) o de la conservación de la energía

$A1$: El trabajo adiabático es independiente de la trayectoria, para todo sistema termodinámico.¹⁶

De aquí se deduce la existencia objetiva de la energía interna U del sistema y de otra forma de energía, el calor Q , cuando el mismo trayecto se realiza sin condiciones adiabáticas. El $A1$ toma la siguiente forma matemática:

$$\Delta U = Q - W .$$

Para obtener U (indefinida por una constante aditiva) se requiere de la objetivación de su valor en el origen absoluto u objetivo de la temperatura T .

Este axioma, postulado como válido para todo S , equivale a construir un nuevo objeto $O(p01)$, que tiene como variables de estado iniciales, la temperatura y la energía interna U .

4.4 El axioma de Kelvin-Planck o de Clausius (“segunda ley”, $A2$) o del incremento de la entropía

A continuación se citan tres enunciados equivalentes de $A2$:

A2: Por medio de un agente material inanimado es imposible obtener efectos mecánicos de una porción cualquiera de materia, enfriándola por debajo de la temperatura del más frío de los objetos que la rodean. (Kelvin)

A2: Es imposible construir un motor que, trabajando según un ciclo completo, no produzca otro efecto que elevar un peso y enfriar una fuente caliente. (Planck)¹⁷

A2: Para cualquier dispositivo es imposible operar en un ciclo de tal forma que el único efecto sea la transferencia de calor desde un cuerpo a otro cuerpo a mayor temperatura. (Clausius)¹⁸

Se postula como universalmente válido que un sistema aislado con diferencias internas de temperatura evoluciona espontáneamente al estado de equilibrio.

El axioma segundo aplicado a cualquier $O(p01)$ y postulado como S -invariante define un nuevo objeto $O(p012)$, donde se suma la entropía (S), como propiedad intrínseca de los sistemas, a las variables de estado anteriores. Para un pequeño cambio reversible de estado se tiene que:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

De esta ecuación diferencial de primer orden se determina a S hasta una constante aditiva S_0 , por lo que al igual que U en el $A1$, S no es completamente S -invariante al ser determinada por $A2$.

La indeterminación del valor de origen de S se resuelve mediante el tercer axioma $A3$ que elimina la constante arbitraria.

4.5 El axioma tercero (“tercera ley”, A3) o del origen de S y U

A3: A medida que la temperatura disminuye indefinidamente, la entropía de un cuerpo químicamente homogéneo de densidad finita, se aproxima indefinidamente al valor de cero (Planck)¹⁹

O bien:

$$S_{i,0} = 0, \text{ para toda sustancia } i \text{ en } 0 \text{ K.}$$

esto quiere decir que el valor 0 u origen de S es independiente del sistema físico. Es así como se consigue el objeto final $O(p0123)$.

axioma	variable	objeto enriquecido
	X, Y	$O(p)$
A0	temperatura	$O(p0)$
A1	energía interna	$O(p01)$
A2	entropía relativa	$O(p012)$
A3	entropía absoluta	$O(p0123)$

Tabla III - Construcción del objeto termodinámico a partir de los axiomas respectivos

Como teoría física, la termodinámica consta de los cuatro axiomas y el objeto $O(p0123) = O$ al cual se aplican, cuyas propiedades emergen gracias a los axiomas mencionados y a un aparato matemático válido como instrumento de objetivación. Dicho aparato juega un papel esencial en las predicciones ulteriores de la teoría, que no son más que las consecuencias en forma de “leyes” resultante del binomio aparato matemático-axiomas aplicado a O . Con esto se está aceptando implícitamente un postulado o “principio de objetividad extendida”, donde cualquier inconsistencia en las predicciones de la teoría puede ser adjudicable al aparato matemático y no solamente a los axiomas o al procedimiento experimental.

4.6 La temperatura absoluta T o de Kelvin

El A2 contiene al corolario de Carnot: $Q_2/Q_1 = T_2/T_1$, del cual se deduce la construcción de un termómetro universal formado por un motor de Carnot que funcione entre un foco térmico a la temperatura del sistema en cuestión y un foco a la temperatura de un sistema fijo, reproducible, universal, es decir *S-invariante*, por ejemplo el agua en su punto triple. Entonces, si por S se considera el conjunto (potencialmente infinito) de experimentadores y motores de Carnot de cualquier diseño y sustancia que trabaja, la lectura de la temperatura del sistema de interés será la más *S-invariante*, objetiva o “absoluta” posible.

Si la sustancia de trabajo de un termómetro de Carnot es un gas muy diluido (perfecto), entonces la lectura coincidirá ($T = \theta_{\text{ideal}}$) con el valor dado por un termómetro de gas cuando la densidad se hace tender a cero. El hecho de que las lecturas de todos los S constituidos por los experimentadores provistos con un termómetro de un cierto gas tienden al mismo valor (condición de *S-invariancia*) al extrapolarse la densidad a cero, es una manifestación de una lectura objetiva aunque “relativamente absoluta”, pues es “menos” absoluta que la lectura de todo experimentador provisto de un motor de Carnot que incluye a todas las sustancias y a todos los diseños. En otras palabras lo objetivo, universal o absoluto es relativo, y viceversa.

En resumen, es un hecho experimental que el valor del coeficiente β de dilatación volumétrica, a presión p constante, de todos los gases muy diluidos converge a:

$$\beta = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_p = \frac{1}{273.15} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1},$$

donde V_0 es el volumen en $t = 0$ °C. Resolviendo para V se tiene que $V = V_0(1 + \beta t)$, lo que implica que $t \geq -1/\beta = -273.15$ °C, para evitar valores nulos o negativos en el volumen.

CAPÍTULO 5

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA EN PROBABILIDAD

5.1 Introducción

La parte más difícil de un tratado de las probabilidades es la introducción, en la cual el autor queda atrapado entre el dilema de hablar de cartas, bolas, dados, monedas; o bien da una definición abstracta en la que puede disimular bien, mas no suprimir, la circularidad: la probabilidad, la relación del número de casos favorables con la de los casos posibles con la condición de que estos sean igualmente probables. Esta dificultad ilustra lo que tiene de incómoda y transitoria la fase de la deducción concreta, en la cual se debe y no se puede justificar los principios. Las cosas quedan claras en la fase empírica e inductiva.

Si se hace caso a la intuición se puede ver, por ejemplo, que no existe razón alguna para que caiga águila o sol. Y después se llega a establecer las dos leyes, que la experiencia verificará: de las probabilidades totales y de las probabilidades compuestas. Esto vuelve a resultar claro en la fase axiomática o de deducción abstracta: ambas leyes quedarán ahora establecidas como principios.²⁰

La probabilidad existe como propiedad objetiva de un colectivo. Los axiomas restantes completan las características de la probabilidad como propiedad intrínseca de los sistemas aleatorios, mediante los cuales se pueden realizar cálculos o predicciones comprobables experimentalmente.²¹

donde V_0 es el volumen en $t = 0$ °C. Resolviendo para V se tiene que $V = V_0(1 + \beta t)$, lo que implica que $t \geq -1/\beta = -273.15$ °C, para evitar valores nulos o negativos en el volumen.

CAPÍTULO 5

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA EN PROBABILIDAD

5.1 Introducción

La parte más difícil de un tratado de las probabilidades es la introducción, en la cual el autor queda atrapado entre el dilema de hablar de cartas, bolas, dados, monedas; o bien da una definición abstracta en la que puede disimular bien, mas no suprimir, la circularidad: la probabilidad, la relación del número de casos favorables con la de los casos posibles con la condición de que estos sean igualmente probables. Esta dificultad ilustra lo que tiene de incómoda y transitoria la fase de la deducción concreta, en la cual se debe y no se puede justificar los principios. Las cosas quedan claras en la fase empírica e inductiva.

Si se hace caso a la intuición se puede ver, por ejemplo, que no existe razón alguna para que caiga águila o sol. Y después se llega a establecer las dos leyes, que la experiencia verificará: de las probabilidades totales y de las probabilidades compuestas. Esto vuelve a resultar claro en la fase axiomática o de deducción abstracta: ambas leyes quedarán ahora establecidas como principios.²⁰

La probabilidad existe como propiedad objetiva de un colectivo. Los axiomas restantes completan las características de la probabilidad como propiedad intrínseca de los sistemas aleatorios, mediante los cuales se pueden realizar cálculos o predicciones comprobables experimentalmente.²¹

Para que la probabilidad tenga un papel semejante a cualquier otra variable de los sistemas físicos como la masa o la temperatura, debe referirse a una propiedad objetiva de ellos, es decir su significado tiene que ser *S-invariante*.

La construcción frecuencial que von Mises hace del objeto probabilística se acerca a un planteamiento epistemológico orientado a la objetivación del concepto de probabilidad. Otras aproximaciones subjetivistas quedan fuera de las pretensiones de confirmación experimental de una teoría científica de la probabilidad.

La probabilidad es una variable común a los sistemas físicos macroscópicos (tan objetiva como la masa o la temperatura); dicha conclusión se alcanza mediante la modificación del conjunto de axiomas originales de von Mises, aplicados a un objeto probabilístico preliminar $O(p)$, posteriormente enriquecido con otras propiedades intrínsecas derivables de los axiomas que se postulan para el nuevo $O(p)$.

5.2 El objeto probabilístico preliminar $O(p)$

Sea un SF un sistema físico capaz de generar una secuencia masiva de eventos o datos experimentales a la que se llamará colectivo (C), por ejemplo:

- i)* Una moneda que se tira muchas veces. En este caso se trata de una repetición de una operación o evento por un SF formado por una sola componente física.
- ii)* El lanzamiento de un conjunto grande de monedas iguales. Aquí el sistema físico consta de muchas componentes iguales, lanzadas a la vez.

El $O(p)$ puede extenderse a otros SF , como el movimiento molecular de un gas encerrado en un recipiente, o un haz electrónico lanzado contra dos orificios u obstáculos difractoros.

Las propiedades del colectivo generadas por la numerosa repetición del experimento con un solo SF son las mismas respecto al C generado por muchos SF semejantes a la vez; esto implica la validez de un comportamiento reduccionista. En oposición a esto último existen casos donde se presentan dificultades filosóficas de interpretación, como lanzar un solo electrón repetidas veces contra una pantalla con dos orificios y enviar un haz electrónico compuesto de electrones monocromáticos contra los mismos.

A continuación se definen dos propiedades del $O(p)$:

Atributo observable (ao): propiedad asociada a cada elemento de la secuencia de C ; por ejemplo “cara” o “cruz” en el caso de la moneda, o el valor de la posición x de la partícula browniana.

Frecuencia relativa de un ao (f_{ao}): proporción en que el ao aparece en C .

Hasta aquí el $O(p)$ consta de el SF , el C que genera, sus ao y las f_{ao} .

La *distribución de frecuencias* es el conjunto de frecuencias de los ao .

La *selección de lugar* (SL) es una operación sobre el $O(p)$ que cambia el ordenamiento de los elementos en la secuencia de C , de tal manera que no toma en cuenta el valor de ningún ao en particular.

Denotando con "1" a la “cara” y con "0" a la “cruz”, puede generarse por ejemplo el C para una moneda: $C_{inicial} = 10110100101$, la SL_{par} que escoge los elementos pares de C genera otro C' dado por $01100\dots$; entonces se puede escribir $C' = SL_{par} C$, como representación de $01100\dots = SL_{par} 10110100101\dots$

La SL_{par} solamente toma en cuenta la situación de orden par de los elementos del $C_{inicial}$, sin que influya en su selección el que tengan

previamente el valor 0 ó 1, pues de lo contrario se podrían alterar los valores de f_{av} y la naturaleza aleatoria del C original.

El $O(p)$, sus propiedades y la operación de SL actuando sobre él, son características que cualquier sujeto puede observar y medir, por lo que adquieren el status de objetividad o de invariancia frente al sujeto (*S-invariancia*)

5.3 El objeto probabilístico de von Mises

Con el $O(p)$ definido arriba von Mises construye su objeto probabilístico con dos axiomas implícitos y cuatro operaciones.

Supóngase el caso en que para n tiradas de la moneda se observa el ao_1 en n_1 ocasiones; entonces el primer axioma de von Mises postula que

$$A1_{vM} : \lim_{n \rightarrow \infty} f_{ao_1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_1}{n} = \text{probabilidad } p_1 \text{ del } ao_1. \quad (1)$$

Este axioma proporciona al $O(p)$ una nueva variable, la probabilidad p , transformándolo en un objeto enriquecido $O(p1)$. La crítica a este axioma se centra en la imposibilidad para discernir el valor en que se estabiliza el límite de la secuencia, ya que no es experimentalmente posible llevar a cabo una infinita serie de eventos.

Lo que postula el $A1_{vM}$ es la existencia del límite, cuyo valor está sugerido por la tendencia experimental. Para el caso de una moneda no cargada, se observa experimentalmente que el valor del cociente n_1/n oscila alrededor de $1/2$, y se estabiliza en este valor al aumentar el número de experiencias. El contenido del $A1_{vM}$ equivale a postular la existencia de la propiedad probabilidad p , como atributo objetivo o *S-invariante* de la moneda y de sus colectivos.²²

No cualquier SF y sus C 's que satisfagan (1) es apropiadamente probabilístico, pues el límite puede existir sin que por ello los SF considerados gocen de una propiedad básica universal: ser aleatorios o azarosos. Con el fin de dejar fuera a estos casos, von Mises postula un segundo axioma:

$A2_{vM}$: *Existen los colectivos aleatorios (o azarosos). En estos colectivos los límites de las frecuencias relativas de cualquier ao son invariantes frente a cualquier SL .*

La SL se aplica sobre el orden del C original, sin tomar en cuenta el valor del atributo en dicho lugar, pues de lo contrario la SL cambiaría el valor de la frecuencia relativa del ao .

Los dos axiomas $A1_{vM}$ y $A2_{vM}$ equivalen a postular que la probabilidad es un atributo de los SF con C 's aleatorios o azarosos (colectivos de von Mises). Será exclusivamente a estos colectivos a quien se aplique la teoría de la probabilidad. La probabilidad será entonces un atributo exclusivo de los colectivos masivos y azarosos, teniendo significado solamente en un C de un SF aleatorio.

En esta teoría, el cálculo de probabilidades y la predicción de nuevas probabilidades relacionadas con el comportamiento de SF , consiste en la determinación de las nuevas distribuciones de probabilidad derivadas de las iniciales, mediante la transformación de los C 's originales en los C 's finales a través de la aplicación de cuatro operaciones fundamentales: *i)* la SL , que no cambia la distribución original de probabilidad, *ii)* el *mezclado* de colectivos (suma de probabilidades), *iii)* la *partición* de colectivos (división de probabilidades) y *iv)* la *combinación* de colectivos (multiplicación de probabilidades). Cualquier otra probabilidad se puede obtener a partir del colectivo de von Mises y la distribución inicial de probabilidad, mediante

simple derivación del C_{final} derivado del $C_{inicial}$ mediante la aplicación de las cuatro operaciones fundamentales descritas.

La metodología del cálculo de probabilidades es semejante a la que se desarrolla en mecánica o en termodinámica, donde el estado final se calcula del inicial aplicando un cuerpo matemático a los axiomas de la teoría, quedando así sometida a la verificación experimental. A la larga, la confrontación experimental es un criterio adicional muy restrictivo de objetividad (además del criterio de *S-invariancia*,) pues decidirá la permanencia o el abandono la teoría en cuestión.

axioma	propiedad	objeto enriquecido
	SF, C, ao, f, SL	$O(p)$
$A1_{vM}$	p	$O(p1)$
$A2_{vM}$	<i>aleatoriedad</i>	$O(p12)$

Tabla IV - Construcción del objeto probabilista según von Mises (teoría frecuentista de la probabilidad)

5.4 Construcción epistemológica de la probabilidad

La estocasticidad de un *SF* suele asociarse con la aleatoriedad; para marcar las diferencias, se plantea una definición distinta.

Definición 1: Un SF es estocástico (SFE) si ninguno de sus C's experimentales es derivable de otro mediante una SL.

Ya que las *SL* son construidas mediante reglas o algoritmos, la estocasticidad equivale a decir que un *SFE* es aquel cuyos *C's* no admiten regla alguna de derivación.

5.5 El axioma cero (A0) o de transitividad en probabilidad

Sea C^*1 un C arbitrario de un SF , obtenido experimentalmente. A partir de éste se puede generar un conjunto arbitrariamente grande de C 's mediante selecciones de lugar SL_{i1} (definidas por reglas $R,1$) aplicadas a C^*1 . Denotando por $CC1$ a este conjunto de colectivos: $CC1 = (C^*1; C1, C2, \dots, Cn) = \{C^*1; Ci\}$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Si se encuentra que $f_{aoj} = f_{aok}$, para un cierto ao , se dirá que entre el Cj y el Ck de $CC1$ existe una relación de reordenamiento representada por $Cj \approx Ck$.

A continuación se postula el axioma cero o de transitividad para dicha relación de reordenamiento:

A0: Si $C1 \approx C2$ y $C2 \approx C3$, entonces $C1 \approx C3$, para cualesquiera $C1, C2$ y $C3$ de $CC1$.

A0 implica la igualdad de las frecuencias para cualesquiera tres colectivos de $CC1$, lo que determina la existencia de una propiedad intrínseca p para cada $CC1$ (y, por ello, para cada C^*1 del SF); es decir:

$$f_{ao_1} = f_{ao_2} = f_{ao_3} = p_{ao} = \text{probabilidad del } ao \text{ en } CC1.$$

Si se asocia cada colectivo Ci a un sujeto S , entonces el *A0* es epistemológicamente un postulado de objetividad para la probabilidad p del SF y sus colectivos, pues su existencia cumple la definición de *S-invariancia*. Esto en oposición a la formulación de von Mises donde se postula explícitamente la objetividad de p desde un principio.

Respecto a la aleatoriedad, von Mises estipula que los C 's probabilistas son aquellos para los cuales la frecuencia de un ao es estable respecto al número de experimentos y es invariante frente a cualquier SL .

Definición 2: Un SF es aleatorio o azaroso (SFA) si sus C 's satisfacen el A0.

La aleatoriedad o la azarocidad es una propiedad intrínseca u objetiva de los SF, que satisfacen el A0. Afirar que un SF es aleatorio equivale a decir que la probabilidad es una de sus propiedades descriptivas.

La construcción del A0 y las consecuencias descritas se pueden igualmente repetir para cualquier otro colectivo experimental C^*2, C^*3, \dots del SF, de manera que si se postula que

A1: La relación de reordenamiento \approx vale para los colectivos de todo SFE, entonces las frecuencias son iguales tanto para el SFE como para el SFA.

Se cumple por tanto el siguiente enunciado:

Teorema 1: Todo SFA es un SFE, y viceversa.

5.6 La probabilidad como propiedad universal de los sistemas físicos

El paso siguiente en la construcción del objeto probabilístico consiste en la especificación de su universalidad, para ello se recurre a la siguiente definición:

Definición 3: Dos o más sistemas estocásticos o aleatorios son traducibles si sus colectivos se pueden expresar en la misma representación matemática (por ejemplo la partícula browniana y la moneda, en el sistema binario), y si ambos satisfacen los axiomas A0 y A1.

axioma	propiedad	objeto enriquecido
	<i>SF, C, ao, f, SL</i>	<i>O(p)</i>
<i>A0</i>	<i>p, aleatoriedad</i>	<i>O(p0)</i>
<i>A1</i>	<i>estocasticidad, universalidad</i>	<i>O(p01)</i>

Tabla V - Construcción axiomática del objeto probabilista

Al igual que en los esquemas de von Mises, el cálculo de probabilidades se efectúan de la misma manera: de las distribuciones iniciales de probabilidad se calculan las distribuciones finales, modificando el colectivo inicial con las cuatro operaciones básicas que permiten construir el colectivo final. La solución de cada problema particular de probabilidad consiste en ir del estado inicial definido por la pareja colectivo-probabilidad, al estado final de la misma. En este sentido el planteamiento predictivo no difiere del de cualquier teoría física.

Un aspecto básico de la probabilidad es que solamente tiene un significado objetivo para un *SF* y sus colectivos aleatorios. La probabilidad no tiene sentido para un solo evento, sino para un colectivo estadístico de ellos; por lo mismo, la caracterización de un solo evento como aleatorio tampoco tiene sentido físico en la presente concepción, y esta afirmación vale ya sea que se estudien poblaciones, juegos de azar o partículas brownianas. La probabilidad es una propiedad de los sistemas físicos, como la masa y la temperatura.

Tanto la mecánica como la termodinámica y la probabilidad contienen cierta unidad estructural, proveniente del hecho que sus variables fundamentales, m, T, p , son derivables de sus respectivos axiomas de transitividad, identificados como necesarios después que la teoría ha alcanzado una formulación útil en las aplicaciones.

CONCLUSIONES

La definición operacional de transitividad axiomática puede ser extendida a otras áreas de la física no abordadas en este trabajo, como son el electromagnetismo y la relatividad especial ya que incide en las principales variables de estado de cada teoría como son la carga q y la velocidad de la luz c , respectivamente. Esto motiva a pensar en un afán unificador de dichos conceptos emanados de la estructura axiomática de la teoría del conocimiento científico.

Esto se puede extender a otras áreas del conocimiento igualmente estructuradas como son la economía o las ciencias sociales, ampliando el concepto de interdisciplinariedad al nivel de la transdisciplinariedad. Resultaría atractivo extender estos conceptos a las diversas ramas de la física teórica y experimental, trazando isomorfismos que faciliten la interrelación con otras áreas del conocimiento.

Es de resaltar la importancia en la docencia del esquema axiomático y de los conceptos construidos a partir de éste (v. gr. la transitividad axiomática), ya que permite una mejor exposición del discurso científico y de los contenidos académicos gracias al surgimiento de propiedades invariantes y objetivas que son clave en cada teoría. Por lo tanto, los ejemplos abordados en mecánica, termodinámica y probabilidad llevan explícitos fines críticos y didácticos.

Tanto la mecánica como la termodinámica y la probabilidad contienen cierta unidad estructural, proveniente del hecho que sus variables fundamentales, m, T, p , son derivables de sus respectivos axiomas de transitividad, identificados como necesarios después que la teoría ha alcanzado una formulación útil en las aplicaciones.

CONCLUSIONES

La definición operacional de transitividad axiomática puede ser extendida a otras áreas de la física no abordadas en este trabajo, como son el electromagnetismo y la relatividad especial ya que incide en las principales variables de estado de cada teoría como son la carga q y la velocidad de la luz c , respectivamente. Esto motiva a pensar en un afán unificador de dichos conceptos emanados de la estructura axiomática de la teoría del conocimiento científico.

Esto se puede extender a otras áreas del conocimiento igualmente estructuradas como son la economía o las ciencias sociales, ampliando el concepto de interdisciplinariedad al nivel de la transdisciplinariedad. Resultaría atractivo extender estos conceptos a las diversas ramas de la física teórica y experimental, trazando isomorfismos que faciliten la interrelación con otras áreas del conocimiento.

Es de resaltar la importancia en la docencia del esquema axiomático y de los conceptos construidos a partir de éste (v. gr. la transitividad axiomática), ya que permite una mejor exposición del discurso científico y de los contenidos académicos gracias al surgimiento de propiedades invariantes y objetivas que son clave en cada teoría. Por lo tanto, los ejemplos abordados en mecánica, termodinámica y probabilidad llevan explícitos fines críticos y didácticos.

Finalmente se ha trazado una estrecha e interesante relación entre la física y la epistemología al haberse discutido la idealización presente en los sistemas u objetos físicos en el intento de las comunidades o sujetos científicos por describir la realidad. Esto se hizo diferenciando conceptos que suelen ser confundidos (objetividad vs realidad) pues no se tiene la pretensión absoluta de alcanzar un conocimiento final y definitivo de la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

- BLANCHÉ, Robert (2002) *La axiomática*. México: Fondo de Cultura Económica. 110 p.
- DEAÑO, Alfredo. (1974) *Introducción a la lógica formal*. Madrid: Alianza Universidad. 195 p.
- GOLDSTEIN, Herbert. (1988) *Mecánica clásica*. Barcelona: Reverté. 793 p.
- HEMPEL, Carl G. (1989) "El dilema del teórico: un estudio sobre la lógica de la construcción de teorías" en OLIVÉ, León y PÉREZ RANSANZ, Ana Rosa (Comp.) *Filosofía de la ciencia: teoría y observación*. México: Siglo XXI Editores, p. 145-215.
- HOLTON, Gerald. (2001) *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*. Barcelona: Reverté. 851 p.
- HSIEH, Jui. Sheng. (1975) *Principles of thermodynamics*. New York: McGraw-Hill Book Company. 512 p.
- MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (1996) "Termodinámica y epistemología" en *Revista Mexicana de Física*. México: Sociedad Mexicana de Física. vol. 42, No. 3, p. 488-497.
- MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (1999) "La construcción del objeto físico en la enseñanza de la termodinámica y la mecánica" en *Revista Mexicana de Física*. México: Sociedad Mexicana de Física. vol. 45 (4), agosto, p. 405-413.

- MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (2000) "Probabilidad un enfoque epistemológico" en *Revista Mexicana de Física*. México: Sociedad Mexicana de Física. vol.46 (5), octubre, p. 490-495.
- MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio, *et. al.*, (2002) "Acerca de la axiomatización de la Mecánica Newtoniana" en *Revista Española de Física*. Madrid: Unión Iberoamericana de Sociedades de Física. vol. 16, núm. 5, p. 36-40.
- MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (2003) "Transitividad y objetividad en física" en *XLVI Congreso Nacional de Física. Programas y resúmenes*. México: Sociedad Mexicana de Física. p. 58.
- PETERSON, Mark A. (1979) "Analogy between thermodynamics and mechanics" en *American Journal of Physics*. Maryland: American Association of Physics Teachers. vol. 47(6), junio, p. 488-490.
- TARSKI, Alfred. (1946) *Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences*. New York: Oxford University Press. 239 p.
- VON MISES, Richard. (1981) *Probability, statistics and truth*. New York: Dover Publications, Inc. 244 p.
- ZEMANSKY, Mark Waldo. (1985) *Calor y termodinámica*. México: McGraw Hill. 584 p.

-
- ¹ HEMPEL, C. "El dilema del teórico: un estudio sobre la lógica de la construcción de teorías". p. 157- 158.
- ² *Idem.*, p. 158-160.
- ³ BLANCHÉ, R. *La axiomática*. p. 11.
- ⁴ *Idem.*, p. 45-46.
- ⁵ PETERSON, M. A. "Analogy between thermodynamics and mechanics". p. 488.
- ⁶ BLANCHÉ, R. *La axiomática*. p. 59-60.
- ⁷ DEAÑO, A. *Introducción a la lógica formal*. p. 36-37.
- ⁸ TARSKI, A. *Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences*. p. 93-94.
- ⁹ MARTÍNEZ NEGRETE, M. A. "Transitividad y objetividad en física". p. 58.
- ¹⁰ BLANCHÉ, R. *La axiomática*. p. 99.
- ¹¹ MARTÍNEZ NEGRETE, M. A., *et. al.* "Acerca de la axiomatización de la mecánica newtoniana". p. 36.
- ¹² MARTÍNEZ NEGRETE, M. A. "La construcción del objeto físico en la enseñanza de la termodinámica y la mecánica". p. 405.
- ¹³ HOLTON, G. *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*. p. 166.
- ¹⁴ GOLDSTEIN, H. *Mecánica clásica*. p. 343.
- ¹⁵ ZEMANSKY, M. W. *Calor y termodinámica*. p. 8.
- ¹⁶ MARTÍNEZ NEGRETE, M. A. "Termodinámica y epistemología". p. 492.
- ¹⁷ *Op. cit.*, p. 156.
- ¹⁸ HSIEH, J.S. *Principles of thermodynamics*. p. 15.

-
- ¹⁹ MARTÍNEZ NEGRETE, M.A. "La construcción del objeto físico en la enseñanza de la termodinámica y la mecánica". p. 406.
- ²⁰ BLANCHÉ, R. *La axiomática*. p. 80-81.
- ²¹ VON MISES, R. *Probability, statistics and truth*. p. 28.
- ²² MARTÍNEZ NEGRETE, M.A. "Probabilidad un enfoque epistemológico". p. 491.