



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EVALUACION ACTUARIAL DE UN PROYECTO DE INVERSION APLICADO A LA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A :

ARMANDO BARCENAS CALZONTZI

DIRECTORA DE TESIS: ACT. MARINA CASTILLO GARDUÑO



FACULTAD DE CIENCIAS UNAM

2005

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES



m. 348465

FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional

NOMBRE: Armando Bárcenas Calzontzi

FECHA: 28 - Septiembre - 2005

FIRMA: [Signature]

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ

**Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Evaluación Actuarial de un proyecto de inversión aplicado a la Pequeña y Mediana Empresa"

realizado por **Bárcenas Calzontzi Armando**

con número de cuenta **09728480-4** , quien cubrió los créditos de la carrera de: **Actuaría**

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director

Propietario **Act. Marina Castillo Garduño**

[Signature]

Propietario **Act. Verónica Gil López**

[Signature]

Propietario **Act. María Aurora Valdés Michell**

[Signature]

Suplente **Act. Miguel Santa Rosa Sierra**

[Signature]

Suplente **Act. Enrique Maturano Rodríguez**

[Signature]

Consejo Departamental de Matemáticas

[Signature]
Act. Jaime Vázquez Alamilla

SECRETARÍA DEPARTAMENTAL DE MATEMÁTICAS
C/100
MEXICO D.F. 06702

*" All the most marvellous things in life
have no explanation, they are simply there,
they exist to be experienced, however
sometimes we tarnish them with our intellectualizations".*

(Source unknown)

*" Las cosas maravillosas de la vida
no tienen explicación, simplemente son,
existen para ser vividas , sin embargo
a veces las manchamos con intelectualizaciones"*

(anónimo)

Con profundo respeto y admiración

Con la sabiduría que han tenido para forjarme en lo que soy

MIS PADRES

A ellos les debo lo que he sido hasta este momento

GRACIAS por su apoyo

y su comprensión

**Además agradezco a todos los profesores que
pudieron ayudarme en la realización de este trabajo con sus
comentarios y sugerencias para mejorarlo.**

**Dedico este trabajo a mi hermana Claudia, por su discapacidad
que tiene; y que ha sido un obstáculo con el que ha tenido que
enfrentarse en la vida y a mi familia que siempre me ha apoyado
en todos los momentos.**

**También quiero agradecer a los profesores que durante mi
estancia en el salón de clases transmitieron sus conocimientos,
especialmente a la profesora Marina Castillo por su apoyo en la
realización de este trabajo.**

**A todos y cada uno de mis compañeros, en donde en las aulas
compartimos experiencias
inigualables que siempre las tendré presentes.**

... EL FUTURO ES INCIERTO ,
Y POR ESTA RAZÓN EL CAPITAL SIEMPRE
ESTARÁ EN RIESGO.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

CAPÍTULO I

CONCEPTO DE PROYECTO DE INVERSIÓN.	1
1.1 ANTECEDENTES DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	1
1.2 ¿ QUÉ ES UN PROYECTO DE INVERSIÓN?.....	2
1.3 IDENTIFICACIÓN DEL PROYECTO.	4
1.4 ANÁLISIS DEL ESTUDIO DE MERCADO.....	4
1.4.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO DE MERCADO.	7
1.5 ASPECTOS TÉCNICOS DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.	8
1.6 ASPECTOS FINANCIEROS DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	9
1.7 SELECCIÓN DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	10

CAPÍTULO II

ELEMENTOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	12
2.1 EVALUACIÓN FINANCIERA PARA LA TOMA DE DECISIONES.	15

2.2 CRITERIOS DINÁMICOS EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	16
2.3 ANÁLISIS Y ESCENARIOS DE SENSIBILIDAD.....	17
2.4 UNA DESCRIPCIÓN BREVE DE SIMULACIÓN EN LAS INVERSIONES.	19
2.5 VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO.	21
2.5.1 INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO.....	22
2.5.2 GRADIENTES ARITMÉTICOS Y GEOMÉTRICOS.	24
2.5.3 INTERÉS EFECTIVO E INTERES NOMINAL.....	26
2.5.4 INTERÉS COMPUESTO CONTINUO.	29

CAPÍTULO III

MÉTODOS ACTUARIALES PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	32
3.1 EL VALOR PRESENTE NETO.	33
3.1.1 FACTORES QUE DETERMINAN EL VALOR PRESENTE NETO.	37
3.2 EL MÉTODO DE LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO.	38
3.2.1 SIGNIFICADO DE LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO.....	42
3.2.2 EVALUACIÓN DE LOS PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS PARA LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO.....	43

3.2.3	PROYECTOS CON VARIAS TASAS INTERNAS DE RENDIMIENTO.....	45
3.3	CLASIFICACIÓN DE LAS INVERSIONES MEDIANTE EL ALGORITMO JAMES C. T. MAO.....	46
3.4	EL RIESGO EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....	49
3.4.1	MÉTODOS ESTADÍSTICOS QUE PERMITEN EVALUAR UN PROYECTO.....	50
CAPÍTULO IV		
EL FACTOR "INFLACIÓN" EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.....		
		61
4.1	¿COMO AFECTA LA "INFLACIÓN" UN PROYECTO DE INVERSIÓN ?	64
4.2	TASA DE INTERÉS REAL EN LA INFLACIÓN.....	66
4.3	TASA DE INTERÉS NOMINAL Y TASA DE INFLACIÓN ESPERADA.....	68
4.3.1	TASA DE INFLACIÓN ANTICIPADA.....	69
CAPÍTULO V		
LA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA.....		
		71
5.1	DEFINICIÓN DEL CONCEPTO DE PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA.....	72
5.2	EXPERIENCIA RECIENTE EN MÉXICO.....	73
5.3	LA EMPRESA.....	76

5.3.1 ESTABLECIMIENTOS MANUFACTUREROS.	78
5.4 LA IMPORTANCIA DE LAS PYMES EN NUESTRO PAÍS.....	81
5.5 CARÁCTERÍSTICAS QUE AFECTAN A LAS PYMES.	82
5.6 EJEMPLO PRÁCTICO.....	83
CONCLUSIONES.....	85
BIBLIOGRAFÍA.	87
TABLAS.	89

INTRODUCCIÓN

Desde la existencia del ser humano, en su contexto social ha tenido que enfrentar grandes necesidades, las cuales han sido cubiertas parcialmente por otros hombres que se han preocupado por invertir sus recursos , para la producción de bienes escasos. Las inversiones y, por tanto, la producción de bienes y de servicios, no deben hacerse como una aventura , “la corazonada” dejó de ser la base sobre la cual se realizaron las inversiones, para dar paso a la aparición de un intento de racionalización.

La toma de decisión de un proyecto ha sido cuestionada por gran variedad de investigadores de distintas áreas, es posible afirmar categóricamente que una decisión siempre debe de estar basada en el análisis con la aplicación de una metodología lógica que abarque la consideración de todos los factores que participan y afectan al proyecto.

El hecho de realizar un análisis que se considere lo más completo posible, no implica que, al invertir, el bien estará exento de riesgo. El futuro siempre es incierto y por esta razón el capital siempre estará en riesgo.

El objetivo del presente trabajo tiene la finalidad de evaluar, comparar y seleccionar la mejor opción, que se ajuste a las necesidades de una empresa pequeña, eligiendo el proyecto de inversión más eficiente que se requiere, para satisfacer una serie de elementos indispensables que permiten una mejor rentabilidad; la actividad de formular un proyecto busca presentar un ordenamiento de preferencias entre varias alternativas, a partir de la aplicación de distintos métodos encontrando así la óptima de acuerdo a una serie de requisitos que se establecen en cada proyecto de inversión.

Es bien conocido que la evaluación de proyectos es una materia interdisciplinaria, ya que durante la elaboración de éste intervienen distintas disciplinas; no obstante el presente trabajo está más enfocado en modelos matemáticos y estadísticos que permiten encontrar la mejor alternativa, no por ello dejan de ser importantes los aspectos contables y económico-administrativos que hacen del proyecto un ambiente multidisciplinario.

Por lo antes expuesto, el contenido del presente trabajo está realizado con el objetivo de brindar las herramientas matemáticas necesarias para la evaluación de proyectos de inversión en las micro y pequeñas empresas.

Mostraremos brevemente la descripción del contenido del trabajo a continuación:

En el capítulo 1 se analizan todos los conceptos que se refieren a los proyectos de inversión, la necesidad que han tomado hasta nuestros días, además se verifican los aspectos técnicos y financieros para la elaboración de un proyecto, y un estudio de mercado del que se puede observar los requerimientos necesarios para el proyecto. Finalmente se muestra de manera sintetizada la selección de los proyectos que concluyen en la aceptación de uno de ellos.

En el capítulo 2 mostraremos las herramientas necesarias para determinar la evaluación de dichos proyectos, en este capítulo se incluye el concepto del análisis de sensibilidad que presentan los diferentes tipos de proyectos, tomando en consideración el factor tiempo dentro del proyecto.

El capítulo 3 consiste en ver los diferentes métodos de evaluación, esto incluye determinar distintos escenarios que se describieron anteriormente; esta parte trata justamente sobre la evaluación de los proyectos a invertir. Una vez que se han obtenido una serie de determinaciones del mercado, los escenarios y todos los costos

involucrados en la instalación; viene ahora el punto más importante de este trabajo que determina la rentabilidad de la inversión bajo criterios claramente definidos, tales como el Valor Presente Neto (VPN), la TIR (Tasa Interna de Rendimiento), y de la tasa de ganancia que los inversionistas desearían obtener por arriesgar su dinero instalándolo en una inversión. Esta parte incluye análisis estadístico y de riesgo de la inversión que es de suma importancia para la determinación de la evaluación.

El capítulo 4 de manera clara veremos uno de los factores que permiten hacer mejor la proyección sobre los proyectos de inversión y que en pocas ocasiones es señalado, “la inflación” cómo afecta y las secuelas que trae consigo, también se analizan distintas tasas bajo este factor.

Finalmente, en el capítulo 5 mencionaré, ¿qué es la pequeña y mediana empresa ? la importancia que tienen éstas en nuestro país, y veremos cómo han sido carentes de factores que permitirían hacer crecer a la Pyme para el desenvolvimiento de ella . Es así como ha sido estructurado el presente trabajo, esperando que sea de utilidad para trabajos posteriores.

CAPÍTULO I

CONCEPTO DE PROYECTO DE INVERSIÓN

1.1 ANTECEDENTES DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

La formulación y evaluación de proyectos de inversión es una técnica relativamente reciente. Dicha técnica está dentro de la programación de inversiones y forma parte de los planes económicos. La "corazonada" y el "yo creo" dejaron de ser la base sobre la cual se realizaron las inversiones, para dar paso a la aparición de un intento de racionalización a través de los proyectos.

La actividad de formular y elaborar proyectos presupone, por una parte, el conocimiento actualizado de la técnica en una determinada rama de actividad, en la cual se requieren precisar las opciones existentes; y por otra parte, requiere de un análisis de la demanda producto de objeto de estudio, para que con base en ambos tipos de información, se determine la viabilidad del proyecto.

Un factor determinante es el tiempo de planeación (largo, mediano y corto plazo), sugiere la necesidad de concretar los planes y programas a través de unidades mínimas de acción; éstas se muestran como proyectos de inversión de acuerdo con su importancia y necesidad en programas. Cabe señalar que existe una relación indisoluble entre los programas y los proyectos, de tal forma que los programas se convierten en la imagen-objetivo que se reflejan en planteamientos de acción que pueden realizarse por los proyectos.

En este capítulo mostraremos los diversos significados que ha tenido el concepto de proyecto de inversión en distintos autores, además de ello se introducirá un concepto fundamental que precede a la toma de las decisiones de los proyectos.

1.2 ¿ QUÉ ES UN PROYECTO DE INVERSIÓN ?

Se concibe como proyecto de inversión "... un estudio con antecedentes suficientes para justificar el mérito económico de una iniciativa, pero sin los detalles requeridos para llevarlo a cabo"¹

Otra definición dice que "...es una unidad de actividad de cualquier naturaleza, que requiere para su realización del consumo inmediato o a corto plazo de algunos recursos limitados, aunque se pierdan beneficios actuales y seguros, como la esperanza de obtener en un periodo mayor, beneficios superiores a los que se obtienen con el empleo de dichos recursos, sean éstos nuevos beneficios financieros, económicos o sociales".²

El Instituto Latinoamericano de Planificación Económica y Social define "...en su significado básico, el proyecto es el plan prospectivo de una unidad de acción capaz de materializar algún aspecto del desarrollo económico o social. Esto sugiere, desde el punto de vista económico, proponer la producción de algún bien o la presentación de algún servicio, con el empleo de una cierta técnica y con miras a obtener un determinado resultado o alguna ventaja económica o social.

" En general, la realización de un proyecto supone una inversión, es decir, una utilización de recursos, con la postergación del consumo inmediato de algún bien o servicio para obtener un consumo incrementado de los mismos u otros bienes y servicios, que se producirán con dicha inversión."³

Existen otras acepciones del término en cuestión, Solomon define así: " proyecto se refiere a la unidad menor que puede ser planificada o ejecutada aisladamente.

¹ *Ídem*

² Calderón, y B. Roitman. *Notas sobre formulación de proyectos, Serie Cuadernos ILPES, num. 1, Chile. 1970.*

³ *Guía para la presentación de Proyectos, ILPES, México: 1979.*

Para Estefan A. Musto “ proyectos son unidades microeconómicas o microsociales cuyo significado concreto siempre depende de una estrategia general del desarrollo y que no puede analizarse, si no está relacionado con la estrategia general.”

Y para otros autores tal es el caso de Julio Melnick este término de proyecto constituye: “ la inversión donde es la unidad mínima económica de planeación, formada por un conjunto de actividades concatenadas, que se suceden, completan y deciden entre si, la última de las cuales es parte importante para la toma de decisiones sobre la inversión. ”

En la mayor parte de las definiciones expuestas se hace mención de la palabra inversión; como bien se señalaba la inversión es la aportación de tiempo y dinero destinado a obtener algún beneficio futuro. Se debe entender por invertir un sacrificio presente y cierto en cuanto al consumo de un bien, a cambio de la posibilidad de obtener un rendimiento aunque de manera incierta y a futuro.⁴

Hay que señalar siempre la presencia del factor del rendimiento a futuro, ya que de ello dependerá el trabajo que se desarrollará posteriormente, sin embargo cabe mencionar que los eventos que se presenten antes de las evaluaciones son de suma importancia para los rendimientos futuros ya que en base a ellos podemos pronosticarlos.

En todos los casos, puede decirse que el objetivo básico de los estudios de un proyecto es evaluarlo, es decir, calificarlo y compararlo con otros de acuerdo con una determinada escala de valores, con el fin de establecer un orden de relación que conlleve a la obtención de un bien o servicio.

⁴ Heyman Timothy. León Arturo. “ La Inversión en México ” Universidad del Valle de México 38 pp.

1.3 IDENTIFICACIÓN DEL PROYECTO

Se considera que la etapa de identificación del proyecto surge a partir de las decisiones para invertir, es muy importante considerar e identificar dicho proyecto. La idea representa generalmente la realización de un diagnóstico, que detecta la necesidad que llenaría el proyecto y que identifica las vías de solución. Cada una de estas alternativas constituirá un proyecto que se deberá estudiar pero que, frente a un juicio preliminar, aparenta ser viable.

En esta etapa de identificación tiene por objeto definir todas las características que tengan algún grado de efecto en el flujo de ingresos y egresos del proyecto y calcular su magnitud. En esta etapa se reconocen a su vez 2 subetapas; una que se caracteriza por recopilar información, en otras palabras, se pretende dar la mejor solución al problema que se ha planteado, y así conseguir que se disponga de la información necesaria que permitan asignar en forma racional los recursos a la alternativa de solución más eficiente y viable frente a una necesidad humana percibida, y otra que se encarga de sistematizar la información posible. Esta sistematización se traduce en la construcción de un flujo de efectivo proyectado, que servirá de base para la evaluación del proyecto.

1.4 ANÁLISIS DEL ESTUDIO DE MERCADO

Para el estudio del análisis de mercado se reconocen diferentes variables fundamentales que conforman el estudio. El tipo de metodología que se presenta tiene la característica fundamental para aplicarse en estudios de evaluación de proyectos. La investigación que se realice debe de proporcionar la información que sirva de apoyo para la toma de decisiones, y en este tipo de estudios la decisión final está encaminada a determinar si las condiciones del mercado no son un obstáculo para llevar a cabo el proyecto.

Presentamos a continuación el análisis que debe tener las siguientes características entre las más destacadas:

- a. La recopilación de la información debe ser sistemática.
- b. El método de recopilación debe ser objetivo y no tendencioso.
- c. Los datos recopilados siempre deben ser información útil.
- d. El objetivo final de la investigación siempre debe servir como base para la toma de las decisiones.

Antes de efectuar una inversión y con el fin de determinar su viabilidad en todos los aspectos, es conveniente que se contemple como requisito indispensable conocer el marco en el cual se creará, desarrollará y desenvolverá el producto (tangibles o intangibles) que se pretende obtener; para ello se considerarán varios fines:

- Satisfacer una demanda plenamente identificada.
- Crear una necesidad.
- Aprovechar recursos disponibles.
- Agregar valor a determinada materia prima.
- Realizar acciones sin intenciones políticas.

La plena identificación de las necesidades y de las posibilidades de satisfacerlas, así como las formas de utilizar los bienes o servicios se integran, al igual que los demás estudios, por varios elementos metodológicos que varían en cantidad y calidad de acuerdo con el producto, servicio, proyecto o proceso de que se trate. Como se sabe cada uno de estos elementos requiere de amplias y serias investigaciones, elementos que constituyen la base para realizar la evaluación respectiva a esta fase y que, a su vez, apoyan la toma de decisiones para continuar o no los estudios de aspectos técnicos del proyecto.

El resto de la participación y todo el proyecto habrán de negociarse con otras fuentes. Los fondos de participación tendrán que invertirse antes de que los acreedores a largo plazo otorguen sus préstamos. Los inversionistas de participación sin duda esperarán que la compañía de servicios local invierta su capital antes de que aquellos inviertan, así la disponibilidad de beneficios impositivos de la propiedad como la rentabilidad anticipada del proyecto, determinará cuánta participación externa se requerirá para efectuar dicho proyecto⁵

Podría obtenerse más información acerca de la situación real del mercado en el cual se pretende introducir un producto. Estos estudios proporcionan información veraz y directa acerca de lo que se debe hacer en el nuevo proyecto con el fin de tener el máximo de probabilidades de éxito cuando el nuevo producto salga a la venta.

Mostramos a continuación los pasos que se deberán seguir para el estudio de la investigación:

- a) Definición del problema. Tal vez ésta es la tarea más difícil, ya que implica que se tenga un conocimiento completo del problema. Si no es así, el planteamiento de solución será incorrecto. Debe tomarse en cuenta que siempre existe más de una alternativa de solución y cada alternativa produce una consecuencia específica por lo que el investigador debe decidir el curso de acción y medir sus posibles consecuencias.
- b) Necesidades y fuentes de información. Existen dos tipos de fuentes de información: Las fuentes primarias, que consisten básicamente en investigación de campo por medio de encuestas, y las fuentes secundarias, que se integran con toda la información escrita existente sobre el tema, ya sea en estadísticas gubernamentales (fuentes ajenas a la empresa) y estadísticas de la propia empresa (fuentes secundarias provenientes de la empresa).

⁵ *vid supra: Finnerty John D. "Financiamiento de Proyectos" 13p*

El investigador debe saber exactamente cuál es la información que existe y con esa base decidir dónde realizará la investigación.

- c) Diseño de recopilación y tratamiento estadístico de los datos. Si se obtiene información por medio de encuestas habrá que diseñar éstas de manera distinta a como se procederá en la obtención de información de fuentes secundarias. También es claro que es distinto el tratamiento estadístico de ambos tipos de información.
- d) Procesamiento y análisis de los datos. Una vez que se cuenta con toda la información necesaria proveniente de cualquier tipo de fuente, se continúa con el procesamiento y el análisis. Recuerde que los datos recopilados deben convertirse en información útil que sirva como base en la toma de decisiones, por lo que un adecuado procesamiento de tales datos es vital para cumplir ese objetivo. Este análisis también se estudiará en partes posteriores.
- e) Informe. Ya que se ha procesado la información adecuadamente, sólo faltará al investigador rendir su informe, el cual deberá ser veraz, oportuno y no tendencioso.

1.4.1 OBJETIVOS DEL ESTUDIO DE MERCADO

El objetivo del estudio de mercado propone dar al inversionista el riesgo que su producto corre al ser o no aceptado. Una demanda insatisfecha clara y grande, no siempre indica que pueda penetrarse con facilidad en ese mercado. Un mercado aparentemente saturado indicará que no es posible vender una cantidad adicional a la que normalmente se consume.

Llegando así a analizar lo siguientes casos:

Se tiene que comprender el estudio de mercado del producto que va a ser demandado, pasando por el análisis y su proyección, análisis de la oferta y dicha proyección, hasta el estudio de comercialización del producto.

Al terminar esta primera parte se deberá tener una clara visión de las condiciones actuales del mercado, que permita decidir si es conveniente la instalación de la planta.

La segunda parte comprende el análisis técnico que implica la determinación de la localización y el diseño de las condiciones óptimas del trabajo, lo cual incluye turnos de trabajo laborables, cantidad y tipo de cada una de las máquinas necesarias para el proceso, su capacidad, la distribución física de los equipos dentro de la planta, las áreas necesarias, y aspectos de orden legal concernientes a su instalación.

Por último se declaran las conclusiones generales de todo el proyecto con base en los datos y determinaciones hechas en cada una de sus partes.

En el estudio de mercado de la empresa que se investiga se determina la demanda potencial, en donde la empresa debe realizar un esfuerzo económico para incentivar las ventas, pero este esfuerzo debe ser tal que todas estas determinaciones no se vean dañadas en su rentabilidad económica. Como se observa, todas estas determinaciones y acciones sólo se pueden realizar si se conoce a fondo la estructura tecnológica y de costos de la empresa. De otra forma esto es imposible. Desde luego, se supone que cualquier tipo de riesgo tecnológico ha superado, es decir, que los propietarios de la empresa han optimizado todos los recursos que emplean en la elaboración del producto.

1.5 ASPECTOS TÉCNICOS DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

Los aspectos técnicos deben servir para encontrar la mejor forma de lograr la producción del bien o servicio, que incluye la descripción de la ingeniería básica (lo relativo a aspectos técnicos comunes para la actividad del proyecto: tamaño, proceso y localización) y la ingeniería de detalle (obras físicas, organización y calendario de realización del proyecto). Los grupos que se mencionan junto con el detalle de costos son interdependientes y se relacionan de manera estrecha con los otros estudios del proyecto: "Es así como el estudio técnico no solamente ha de demostrar la viabilidad técnica del proyecto, sino que también debe

mostrar y justificar cuál es la alternativa técnica que mejor se ajuste a los criterios de optimización que corresponde aplicar al proyecto".⁶

El análisis de los aspectos técnicos del proyecto no debe separarse de los estudios que lo constituyen, ya que está relacionado con cuestiones económicas y financieras, y provoca, por lo tanto, la aparición de estudios posteriores.

1.6 ASPECTOS FINANCIEROS DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN.

Sin duda, éste es el punto de mayor interés para el presupuesto del gasto, ya que si con anterioridad se definió el destino de los recursos y parte de los costos monetarios del proyecto, en la siguiente sección se expondrá lo concerniente a los requerimientos de recursos financieros con los que se concrete la operación del proyecto de inversión que resulte adecuado.

En un proyecto de inversión los aspectos contables y financieros captan, clasifican, registran, suman y generan información en términos monetarios, independientemente de la actividad de la empresa, y se realizan en proyección conforme la vida útil del proyecto (estados proforma) o las necesidades señaladas de este tipo de datos.

⁶ ILPES, op cit., pág. 91-92

1.7 SELECCIÓN DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

Una vez vistos los aspectos técnicos financieros y todo el estudio de mercado, se procederá a seleccionar los proyectos de inversión. En ocasiones existen proyectos mutuamente excluyentes en que la selección de uno de ellos implica la eliminación de los demás. Aquí podría haber selección conflictiva dado que un método de evaluación habrá de indicar que un proyecto es mejor y otro método de evaluación podría conducir a conclusiones contrarias.

Esto ocurre cuando los proyectos que se comparan son de valor de inversión diferente o tienen vidas diferentes. Adicionalmente existen administradores que prefieren un método de evaluación respecto de otro; lo deseable será que al comparar dos proyectos, el seleccionado superará en todos los órdenes al proyecto competidor, pero en ocasiones no sucede así.

En los casos de proyectos independientes, también pueden existir problemas de selección de proyectos consecuencia de que en la empresa exista racionamiento de capital y los proyectos compitan unos con otros ante recursos limitados. El racionamiento de capital puede ser externo o interno.

El racionamiento externo es cuando se le dificulta a la empresa obtener recursos para realizar todos los proyectos que se consideraron buenos (es necesario considerar los aspectos mencionados en el estudio de mercado, tomando todas las variables que se describen).

Por otra parte el racionamiento interno es cuando los propios administradores limitan la cantidad a invertir a manera de lograr un crecimiento programado para la empresa y evitar que a la postre pueda ser este crecimiento acelerado la causa de insolvencia. Cabe señalar que en investigaciones realizadas, el crecimiento demasiado rápido de los negocios fue la principal causa de insolvencia, dado que el mayor incremento en ventas provocaba incrementos en capital de trabajo y la necesidad de financiarlo.

Al no ser suficiente la retención de utilidades y no poder obtener recursos de capital social se procedía al financiamiento con pasivo cada vez mayor hasta llegar al límite en que el riesgo financiero conducía a la insolvencia de dichas empresas. El racionamiento interno se logra incrementando la tasa mínima requerida para los proyectos, así como limitando a la cantidad de recursos a invertir.

CAPÍTULO II

ELEMENTOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

El ciclo de un proyecto conlleva un proceso de evaluación continua de sus estudios que permite llegar a una fase en la que se han de realizar evaluaciones de tipo financiero y económico, y en la que se emplean los elementos de información recopilados, ordenados y analizados con anterioridad.

La evaluación de proyectos constituye la técnica matemático-financiera y analítica, a través de la cual se determinan los beneficios o pérdidas en que se puede incurrir al pretender realizar una inversión, en donde uno de sus objetivos es obtener resultados que apoyen la toma de decisiones referente a actividades de inversión.

Asimismo, al evaluar los proyectos de inversión se determinan los costos de oportunidad en que se incurre al invertir al momento para obtener beneficios al instante, mientras se sacrifican las posibilidades de beneficios futuros, o si es preferible privar el beneficio actual para trasladarlo al futuro, al tener como base específica a las inversiones. Debido a que no existen posibilidades reales de medir o evitar el riesgo y la incertidumbre en las inversiones, se necesita evaluar los resultados con el fin de calcular su grado de factibilidad, sea financiera, de repercusión económica o de beneficio social, a través de las metodologías que a continuación se mencionan.

La toma de decisiones respecto al empleo de los recursos para satisfacer las necesidades sociales es tan complicada que debe partir de la determinación del origen de tales requerimientos, y para ello debe considerarse el cuestionamiento racional para la utilización de los recursos que se refiere a las inversiones. El cuestionamiento racional puede no ser para recursos escasos, para identificar la mejor alternativa de inversión entre un conjunto

programado, o para decidir el empleo óptimo de ciertos recursos disponibles, con base en un proyecto de inversión a elaborar y evaluar, para su posterior ejecución. Por lo tanto, esta base de decisión concierne directamente y engloba en su conjunto a todo el proceso inversionista, que se integra con los siguientes elementos de gran importancia:

- Por qué
- Para qué
- En qué
- Cuándo
- Cómo
- Dónde
- Cuánto

- a) Por qué invertir. Se refiere al motivo que genera la idea del proyecto o, en su caso, lo que origina llevar a cabo la formulación y evaluación de un proyecto de inversión de acuerdo con su necesidad; por ejemplo, invertir porque es necesario crear, fortalecer o desarrollar determinada rama.
- b) Para qué invertir. Se refiere a la última acción que requiere la inversión, ya que puede existir la posibilidad de que no sea necesario realizarla porque el motivo no justifica plenamente seguir el proceso de inversión para un bien o servicio.
- c) En qué invertir. Indica la situación, el modo o el destino de la inversión que proviene "por qué y para qué invertir."
- d) Cuándo invertir. Trata de determinar el momento en que resulta necesaria la inversión, ya sea porque no existe disponibilidad de recursos, porque la situación económica del país no permite inversiones que requieran del manejo de divisas o porque la necesidad de un bien o servicio exige una solución rápida.
- e) Cómo invertir. Con este elemento del cuestionamiento racional se inicia la acción de formular un proyecto de inversión, pues se hace referencia al procedimiento para integrar

un documento que muestre la forma óptima de emplear los recursos que se destinarán a un fin determinado; por ejemplo, invertir en una empresa constructora, con base en la formulación y evaluación de un proyecto técnico-económico que muestre la factibilidad de canalizar determinados recursos para tal objetivo.

- f) Dónde invertir. Pretende concretar la localización, ubicación o ambas, de la inversión, ya sea que exista un conjunto de alternativas de las cuales deba elegirse la mejor, o que la ubicación esté dada y haya que definirla con los factores que la integran.
- g) Cuánto invertir. Si bien es cierto que los elementos anteriores son de consideración, este último es de vital importancia debido a que cuantifica las inversiones que se destinarán para el establecimiento de determinada empresa, de acuerdo con los lineamientos provenientes de cómo y dónde invertir. Esto tiene que ver con el hecho de haber elegido la mejor opción y de darle seguimiento a todo el proceso de inversión, que surja de un conjunto de alternativas, o que por decisión institucional, deba precisarse la cantidad adecuada para realizar el proyecto.

El supuesto básico del que parte el cuestionamiento racional es que existe una verdadera programación de inversiones sujeta a cumplir propósitos estatales, regionales o nacionales, complementada con grupos de desarrollo encargados de seguir los procesos inversionistas planeados y apoyados con infraestructura electrónica que le permita identificar, recabar, procesar y almacenar la información referida a proyectos de inversión (ideas, elaboración, evaluación y operación).

De considerarse los elementos anteriores, los recursos disponibles podrían aprovecharse de manera más efectiva, aunque la mayoría de las veces las inversiones se deciden con base en consideraciones que apoyen posiciones políticas a nivel dirección.

2.1 EVALUACIÓN FINANCIERA PARA LA TOMA DE DECISIONES

Como lo habíamos mencionado en el capítulo anterior la importancia que tiene el aspecto financiero para determinar la decisión del proyecto a invertir; la evaluación financiera se emplea para comparar dos o más proyectos y para determinar la viabilidad de la inversión de un solo proyecto. Sus fines son, entre otros los siguientes:

- a) Calcular las utilidades, pérdidas o ambas, que se estima obtener en el futuro, a valores actualizados.
- b) Identificar la repercusión financiera por el empleo de los recursos monetarios en el proyecto seleccionado.
- c) Determinar la tasa de rentabilidad financiera que ha de generar el proyecto, a partir del cálculo e igualación de los ingresos con los egresos, a valores actualizados.
- d) Establecer una serie de igualdades numéricas que den como resultados valores positivos o negativos respecto a la inversión de que se trate.

Así se da la diversidad de criterios que se aplican en la evaluación financiera, y la amplitud cuantitativa de elementos disponibles.

Para poder adoptar una decisión financiera, tenemos que contar con un objetivo planeado, con un modo de valorar o medir las oportunidades de financiación y las inversiones propuestas y con un criterio para aceptarlas o para rechazarlas. El criterio de medida y el criterio de aceptación debe ser mutuamente compatible el uno con el otro, y también ambos con el objetivo señalado. "Si el objetivo de la firma consiste en elevar al máximo los beneficios después de los impuestos, habrá que escoger las oportunidades de financiación y las inversiones propuestas sobre la base de la aportación que pueden representar para conseguir precisamente ese objetivo y no otro"⁷

⁷ Op. Cit: "Decisiones de Inversión y Costos de Capital. 22p

Este estudio se refiere fundamentalmente a las decisiones de una inversión de la firma y sólo de un modo incidental a sus decisiones de financiamiento. Por otra parte, considera como un dato la medición de las inversiones propuestas y se ocupa del problema de escoger los posibles proyectos que ya hayan sido objeto de esa medición. Sin embargo, para situar el problema en el debido contexto y para explicar cómo se puede resolver, es necesario que el lector se familiarice con algunos de los métodos más corrientes que se utilizan para medir las inversiones propuestas.

2.2 CRITERIOS DINÁMICOS EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

En la identificación de términos en Proyectos de inversión, se denomina criterios dinámicos a los mecanismos matemático-financieros que se emplean en la evaluación de los mismos, y que tienen como objetivo general determinar la pérdida de valor del dinero a través del tiempo*, y su posible repercusión en las inversiones realizadas. Estos criterios metodológicos se utilizan para empresas de bienes o servicios y en las inversiones que tienen como fin la creación de infraestructura; sus beneficios monetarios se calculan en comparación con los costos en que se incurra.

Los indicadores dinámicos de evaluación financiera de mayor aceptación son el valor presente neto y su derivado; la tasa interna de retorno; de igual manera pueden emplearse otros a valores actualizados, como el periodo de restitución del capital (PRC), a través del cual se calcula el tiempo en que se recupera la inversión con base en las utilidades actualizadas que se obtuvieron en el lapso proyectado.

También identifican los indicadores dinámicos la cantidad monetaria con un valor futuro que se tendría que guardar hoy para hacer frente a obligaciones futuras, con base en una determinada tasa porcentual de pérdida de valor del dinero (que pudiera ser la máxima tasa de interés, bancaria, el costo promedio porcentual de créditos en instituciones financieras relevantes, el índice de inflación proyectado, el costo promedio, etcétera). Su importancia es

* El tema se incluirá mas adelante con mayor detalle

mayor que la de otros indicadores para la toma de decisiones de inversión porque muestra los beneficios o pérdidas, en unidades monetarias, a valores actualizados en que puede incurrir una empresa .

2.3 ANÁLISIS Y ESCENARIOS DE SENSIBILIDAD

Dos instrumentos que en la actualidad han cobrado una relevancia significativa al momento de evaluar proyectos de inversión y en particular proyecciones financieras son:

- a) Los escenarios
- b) El análisis de sensibilidad.

Los escenarios se han convertido en la actualidad en herramientas indispensables para realizar una adecuada y razonable estimación proyección y planeación del porvenir, para poder construir un escenario, es necesario distinguir las particularidades y peculiaridades de cada elemento integrante, así como aspectos cualitativos y cuantitativos.

Un escenario debe ser coherente e integral, los elementos (inflación, PIB, tipo de cambio etc.) que lo forman deben tener una conexión o enlace entre sí, en otras palabras, al escenario se le considera un sistema y a las partes que lo conforman subsistemas, de manera que basándose en la combinación, interdependencia e interacción de ellos, se puedan variar sus elementos y obtener resultados posibles que describan de manera lógica los posibles sucesos que en un futuro se espera que se presenten. La construcción de escenarios es un proceso que debe estar en constante evolución, que debe ser acorde a los cambios en el medio ambiente general y específico que rodean a la organización.

Por su parte el análisis de sensibilidad se refiere a los cambios de uno o más factores dentro de ciertos rangos lógicos, para así proyectar el comportamiento de una situación específica y de los resultados que ésta arroja; el objetivo es esforzar a la inversión y sus beneficios, a fin de asegurar al máximo posible su rentabilidad, ante la presencia de posibles riesgos.

Mediante el uso de escenarios y el análisis de sensibilidad, el especialista financiero tratará de prever condiciones futuras de carácter macroeconómico y operacional que afecten en forma directa al proyecto. Al realizar un análisis de sensibilidad se deben en primer término definir qué variables se afectarán, cuáles sufrirán cambios por su interdependencia y cuáles permanecerán constantes.

Las variables que se considera sensibilizar deberán ser las que afecten de manera estructural al proyecto, sobre todo aquellas que son más difíciles o que escapan en definitiva al control de los responsables de la administración, por ejemplo: "La inflación" el PIB, fluctuaciones en los precios de la materia prima, la tasa de interés activa, etc.

Creándose por lo general tres escenarios: Alto u Optimista, Medio o más probable y Bajo o Pesimista. Para cada uno de ellos se le asigna una probabilidad o probabilidades de ocurrencia y que afecta a la variable o variables que se ha decidido sensibilizar, una vez hechos los cambios en el modelo financiero, se aplica el método de análisis y se obtienen los resultados a fin de discutir la aprobación o el rechazo del proyecto.

2.4 UNA DESCRIPCIÓN BREVE DE SIMULACIÓN EN LAS INVERSIONES

Las técnicas de simulación son útiles en el estudio de algunas inversiones para conocer la forma de la distribución de probabilidad del valor capital sobre los flujos, y poder decidir respecto al proyecto en el que se desea invertir.

El análisis del riesgo por simulación puede descomponerse en las siguientes etapas:

- Identificación de las funciones de distribución de probabilidad de las variables aleatorias de inversión. En consecuencia, se dispone también de la función de densidad de las variables aleatorias.
- Realización de un conjunto de ensayos, generando para cada ensayo tantos números aleatorios como variables aleatorias intervinientes. Cada número aleatorio tiene un equivalente o un sustituto en la función de distribución de cada variable aleatoria del proyecto. Cada ensayo proporciona un valor de una muestra simulada, llevando los valores de las variables aleatorias obtenidas a la función de decisión que se esté considerando.
- Repetición de la fase anterior de un número suficiente de veces hasta obtener un perfil simulado del criterio de decisión elegido (Beneficio Total Actualizado).

Se describirá a continuación un caso práctico donde se detalla estas etapas:

Se estudia una oferta recibida para elaborar y distribuir, como concesionario en el ámbito regional, bebidas refrescantes de una conocida marca. El desembolso inicial que se requiere para empezar a funcionar es de cien millones. El número de cajas que pueden venderse anualmente se estima que sigue una distribución normal: $N(100.00; 20\ 000)$.

El precio de venta de cada caja es de 500, el costo por cada variable (es decir por cada caja) se estima que seguirá la siguiente distribución de probabilidad:

Costo por cada caja	180	200	220	240
Probabilidad	0.1	0.4	0.3	0.2

Los costos fijos anuales se estiman que siguen una distribución uniforme entre 8 y 12 millones. La duración de la concesión es de 10 años. El criterio establecido para decidir es el plazo de recuperación, utilizándose la técnica de simulación para conocer el plazo de recuperación esperado y su desviación típica.

Solución.- Suponiendo que el plazo de recuperación se distribuye normalmente con la duración esperada y la desviación típica esperada. Si el beneficio anual antes de intereses e impuestos es de 22 millones con una desviación típica de 6 millones y el capital inicial se ha financiado en un 50% con un préstamo a amortizar en 10 años al 16% anual siendo las anualidades constantes, estimar el riesgo financiero medido por la probabilidad de que no se puede satisfacer el pago de dichas anualidades.

Respecto a la distribución de probabilidad que solo se sabe que es simétrica, pero no se conoce su forma por lo que habrá de utilizarse la desigualdad de Tchebycheff.*

Las simulaciones respecto al número de cajas vendidas va a estar dada mediante la siguiente expresión:

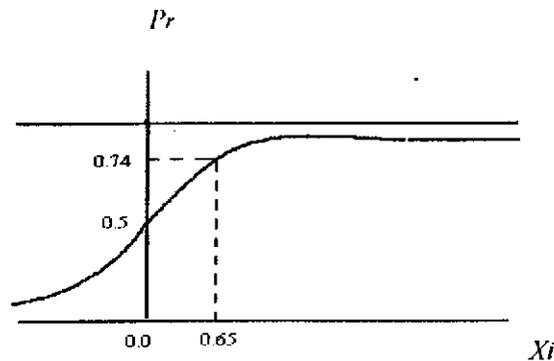
El número de cajas vendidas es una variable aleatoria normal:

$$q \longrightarrow N(100.00; 20.000)$$

Es la primera simulación, el número aleatorio es 74. Se trata de hallar la abcisa para la cual $\Pr[\mu \leq x(1)] = 0.74$ siendo $\mu \longrightarrow N(0, 1)$ resulta un $x(1) = 0.65$ por lo que corresponderá a un valor tal que: $0.65 = \frac{q(1) - 100.0}{20.000} \longrightarrow q(1) = 113.00$.

* Para mayor información consultar Probabilidad y Estadística; Mood & Graybill

Gráficamente lo podemos mostrar de la forma siguiente:



*En la segunda simulación, el número aleatorio es 11. Ahora hay que hallar un $x(2)$ tal que:

$$\Pr[\mu \leq x(2)] = 0.11 \text{ Resulta } x(2) = -1.23$$

$$\text{Por lo tanto } -1.23 = \frac{q(2) - 100.0}{20.000} \rightarrow q(2) = 75.400$$

Razonando análogamente para los restantes números aleatorios se obtiene:

$$q(3) = 107.800 \quad q(4) = 88.200 \quad q(5) = 94.400$$

y las simulaciones respecto a las variables siguen una distribución discreta cuya grafica es semejante a la descrita anteriormente.

2.5 VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO.

Como bien sabemos el capital que tenemos en algún momento va diferir durante un lapso de tiempo, en ello se involucra la palabra denominada "interés". El "interés" significa que la renta se paga por utilizar dinero ajeno, o bien la renta que se gana al invertir nuestro dinero.⁸

Puesto que estas dos situaciones se presentan en innumerables formas, es conveniente desarrollar una serie de fórmulas de equivalencia con las cuales se pueda evaluar más

⁸ *Coss B u. " Evaluación de Proyectos de Inversión " 2000 .*

exactamente: el rendimiento obtenido en una determinada inversión, o el costo real que representa una determinada fuente de financiamiento.

Por consiguiente, el objetivo es presentar las fórmulas de equivalencia más utilizadas considerando interés compuesto, tanto discreto como continuo, así como también flujos de fondos.

Puesto que el dinero puede ganar un cierto interés, cuando se invierte por un cierto período usualmente un año; es importante reconocer que un peso que se reciba en el futuro valdrá menos que un peso que se tenga actualmente. Es precisamente esta relación entre el interés y tiempo lo que conduce, al concepto del valor del dinero a través del tiempo. Por ejemplo, un peso que se tenga actualmente puede acumular intereses durante un periodo, mientras que un peso que se reciba dentro de un año no nos producirá ningún rendimiento (debido al efecto inflacionario*). Por consiguiente, el valor del dinero a través del tiempo significa que cantidades iguales de dinero no tienen el mismo valor, si se encuentran en puntos diferentes en el tiempo y si la tasa de interés es mayor que cero.

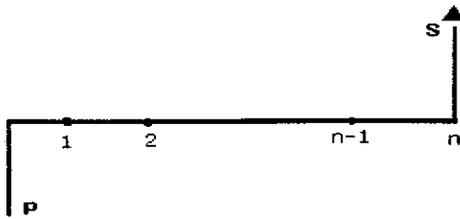
2.5.1 INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO

La diferencia fundamental entre interés simple e interés compuesto radica en el hecho de que cuando se utiliza interés compuesto, los intereses a su vez generan intereses, mientras que cuando se utiliza interés simple los intereses son función únicamente del principal, el número de periodos y la tasa de interés. Para desarrollar la fórmula de equivalencia que relaciona una cantidad presente con una cantidad futura, veamos la gráfica 2 que se muestra en la siguiente hoja. Donde P , representa el desembolso inicial, el cual ocurre al principio del primer periodo, S la cantidad que se va a recuperar al final del periodo n , y n es el número de periodos durante los cuales se está ganando una tasa de interés i %. Puesto que el interés es compuesto, la cantidad acumulada al final del primer periodo sería $P + P_i$, la cual es equivalente a

**El tema se especificará mas adelante*

$P(1+i)$, y la cantidad acumulada al final del segundo periodo, sería la cantidad que se tiene al principio del segundo periodo (final del primer periodo) $P(1+i)$, más los intereses generados por esta cantidad $P(1+i)i$, es decir, la cantidad acumulada al final del segundo periodo sería $P(1+i)^2$.

Siguiendo esta misma lógica se pueden seguir obteniendo las cantidades que se acumulan al final de los siguientes periodos. De esta tabla se puede observar que la fórmula que relaciona una cantidad presente con una cantidad en el periodo n es: $S = P(1+i)^n$ esto es para obtener la cantidad que se acumula después de n periodos a una tasa de interés de $i\%$, se multiplica la cantidad presente P por el factor $(1+i)^n$, el cual generalmente se denota por $S_{\overline{n}|i}$, sobre el período, donde i la tasa de interés y n el tiempo.



Grafica 2.- Flujos de ingreso

la cual se utilizará para determinar la cantidad presente que se tiene que invertir durante n periodos a una tasa de interés de $i\%$, para acumular una cantidad S , Al factor $1/(1+i)^n$.

Ahora determinaremos la equivalencia en el futuro de una serie uniforme de flujos de efectivo denotados por P . Esta variable representa el flujo neto al final del periodo, el cual ocurre durante un tiempo n . Por consiguiente, la cantidad acumulada S al final, se puede obtener al sumar la equivalencia de cada una de las P 's. Por ejemplo, la equivalencia de la última P en el tiempo n es Pn , puesto, que este flujo no produce ningún interés, ya que estamos evaluando en el mismo. Sin embargo, la penúltima P produce intereses durante un periodo, por lo cual su equivalencia en el tiempo n es:

$P(1+i)^{n-1}$. Y sumando las equivalencias de las n P 's encontramos:

$$S = P (1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1})$$

La cual se reduce a:

$$S = P ((1+i)^n - 1) / i \quad \text{ó} \quad S_{\overline{n}|i}$$

La ecuación también puede ser expresada en la forma siguiente:

$$P = S (i / ((1+i)^n - 1))$$

esto es, con esta última expresión se trata de determinar el flujo neto P al final de cada período durante n períodos, que es necesario desembolsar, para acumular al final del período n una cantidad S .

2.5.2 GRADIENTES ARITMÉTICOS Y GEOMÉTRICOS

Ciertos proyectos de inversión generan flujos de efectivo que crecen o disminuyen una cierta cantidad constante cada período. Por ejemplo, los gastos de mantenimiento de un cierto equipo se pueden incrementar una cierta cantidad constante cada período. También es posible que ciertos proyectos generen flujos que se incrementan un cierto porcentaje por cada período. Este último caso se comprende fácilmente cuando se supone que los flujos por el efecto de la inflación crecen a un porcentaje por período. Por consiguiente, en el presente tema se van a desarrollar fórmulas de equivalencia para flujos de efectivo que se comporten de forma aritmética o geométrica.

GRADIENTES ARITMÉTICOS

Un flujo de efectivo en forma de gradiente aritmético es donde el flujo del primer año es A_1 , y del segundo año en adelante se incrementa en una cantidad constante g . Por consiguiente, si quisiéramos transformar el flujo de efectivo "constante" una alternativa sería considerar que en el período dos empieza una serie uniforme de flujos de efectivo de tamaño g . También otra serie uniforme de flujos de efectivo empieza en el período tres y así sucesivamente hasta llegar al último período. De acuerdo

con esta lógica, la cantidad A_2 se puede obtener al multiplicar la suma de los valores futuros de estas series por $S_{\overline{n}|i}$, esto es, A_2 se puede determinar por medio de la siguiente expresión:

$$A_2 = \frac{g}{i} \left((1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) - (n-1) \right) S_{\overline{n}|i}$$

$$A_2 = \frac{g}{i} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right) \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \text{ representa el Monto en } n \text{ (o el Valor Presente)}$$

Lo cual se reduce a:

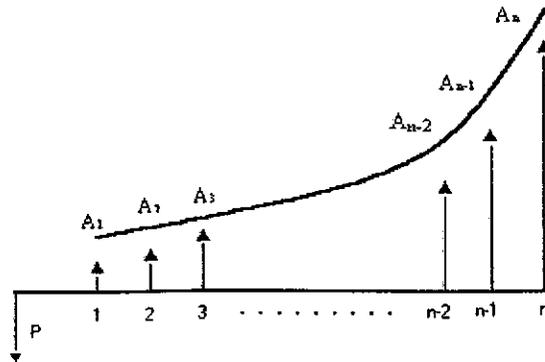
$$g \left(\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

es importante señalar que a pesar de que el gradiente empieza en el período dos, en la obtención del factor y se utiliza el valor de n y no el de $n-1$.

GRADIENTES GEOMÉTRICOS

Los flujos de efectivo en forma de gradientes geométricos ocurren como se mencionaba anteriormente, en ambientes crónicos inflacionarios o bien en épocas de recesión. Esto significa que los flujos de efectivo de un período al siguiente pueden aumentar o disminuir de acuerdo a un porcentaje fijo, es decir, el flujo de efectivo del $K^{\text{ésimo}}$ período se puede representar como:

$$\begin{aligned} a_{\overline{n}|} &= P_{n-1} (1+j) \quad \forall \quad n = 2, 3, \dots, n \quad \text{ó} \\ a_{\overline{n}|} &= P_1 (1+j)^{n-1} \quad \forall \quad n = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned}$$



Graf. Flujos de Efectivo en forma de gradiente geométrico.

donde j representa el porcentaje fijo de cambio (aumento o disminución) del flujo de efectivo entre un periodo y el siguiente. Conociendo este porcentaje de cambio entre un período y el siguiente, vendrían dados por la siguiente expresión:

$$P = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{(1+i)^k} = \sum_{k=1}^n \frac{A_1(1+j)^{k-1}}{(1+i)^k} \quad \text{ó} \quad P = \frac{A_1}{1+j} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1+j}{1+i}\right)^k$$

La cual se reduce a lo siguiente:

$$P = A_1 \left(\frac{1 - (1+j)^n / (1+i)^n}{(i-j)} \right) \quad \text{Si } i \neq j$$

o a la siguiente expresión:

$$P = \frac{n A_1}{1+j} \quad \text{si } i = j$$

Independientemente de que j sea igual o diferente a i , las ecuaciones se representan en forma general.

2.5.3. INTERES EFECTIVO E INTERES NOMINAL

Generalmente, en muchos estudios económicos el interés utilizado es anual. Sin embargo, en la práctica es posible encontrar situaciones en las cuales los intereses se tengan que pagar más frecuentemente, ya sea cada semestre, cada trimestre o cada mes. En tales situaciones, conviene analizar, por ejemplo, si existe alguna diferencia entre pagar el 1% mensual y el 12% anual. Para analizar si existe realmente diferencia, suponga que usted necesita \$1,000 y ha recurrido al banco a solicitarlos. El banco ha acordado prestárselos a una tasa del 12% anual. Por otra parte, usted conoce a otra persona, la cual le presta la misma cantidad de dinero cobrándole el 1% mensual. Si el plazo que se le da para reponer el dinero es de un año, entonces, usted tendría que pagar a cada parte lo siguiente:

$$F_{\text{banco}} = 1000 (1 + 0.12)^1 = \$1,120.00$$

$$F_{\text{persona}} = 1000 (1 + 0.01)^{12} = \$1,126.80$$

Como se puede observar, aceptar el dinero al 12% anual resulta más conveniente. Este resultado no es nada sorprendente, puesto que al cobrarse los intereses en base mensual, es obvio que se acumularán más intereses, ya que cuando el interés que se cobra es compuesto, los intereses generados a su vez producen más intereses.

Del ejemplo anterior se puede concluir que el 1 % mensual no equivale al 12% anual. Por consiguiente, si quisiéramos determinar el interés efectivo anual al cual equivale el 1% mensual, tendríamos que hacer el siguiente cálculo:

$$(1,126.80 - 1,000) / 1,000 = 12.68\%$$

Esto significa que la fórmula general para determinar el interés efectivo anual sería:

$$I_{ef} = \frac{P \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - P}{P} \quad \text{ó} \quad I_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

donde: I_{ef} = es el interés efectivo anual

i = interés nominal anual

m = número de períodos en los cuales se divide el año.

Por ejemplo, el 12 % anual si se capitaliza cada semestre, equivale al 12.36% efectivo anual si se capitaliza cada trimestre, equivale al 12.55% efectivo anual; en cambio si se capitaliza cada mes equivale al 12.68% y así sucesivamente.

Sin embargo, si la capitalización es más frecuente aún, el interés efectivo anual no aumenta demasiado, esto significa que en el límite de capitalizar un número infinito de períodos en el año, es continuamente el interés efectivo anual y además converge a :

$$I_{ef} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^m \right]^i - 1 \quad \text{pero} \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^m \right] \approx e$$

por consiguiente tendremos:

$$I_{ef} = e^i - 1$$

es decir, si el interés nominal anual r se capitaliza continuamente, entonces, el interés efectivo es:

$$I_{ef} = e^i - 1$$

Para finalizar este inciso, conviene puntualizar que siempre el interés a utilizar en un determinado problema, debe corresponder al tamaño del periodo seleccionado, es decir, si el periodo es de un semestre, el interés debe ser expresado en forma semestral.

También conviene señalar que cuando la capitalización es más frecuente que un año (mensual, trimestral, etc.) y los flujos de efectivo ocurren sólo al final del año, entonces, existen dos alternativas de resolver el problema: 1) seleccionar como periodo ya sea el mes, trimestre o semestre y la tasa de interés correspondiente, ó 2) seleccionar como periodo un año y utilizar el interés efectivo anual.

Cuando son flujos únicos es indistinto usar cualquiera de las dos alternativas, sin embargo, cuando se están manejando series uniformes de flujos de efectivo, conviene utilizar la segunda alternativa.

El concepto de interés real es muy similar al de interés efectivo, de hecho, son equivalentes. Sin embargo, cuando hablamos de interés efectivo, normalmente nos referimos a un año, y cuando hablamos de interés real, el tamaño del periodo puede ser de un mes, un trimestre o un semestre. Lo anterior significa que al interés real también le podemos llamar interés real efectivo. Para comprender mejor este concepto analicemos el siguiente ejemplo:

Una persona ha solicitado al banco un préstamo por la cantidad de \$10,000. El banco para este tipo de préstamos otorga un plazo de seis meses a un interés del 1.5% mensual. Si la persona recibe \$10,000 menos los intereses generados por el préstamo, ¿cuál es el interés real mensual en esta transacción?

Primero se va a determinar la cantidad neta de dinero que esta persona recibe:

$$P = 10,000 - (10,000 (1 + .015)^6 - 10,000) \rightarrow 10,000 - (10,000 (1.09344) - 10,000)$$
$$P = 9,066$$

Es decir, la persona va a recibir \$9,066 a cambio de pagar \$10,000 dentro de seis meses. Lo anterior significa que el interés real mensual en este préstamo, sería la tasa de interés que hace \$9,066 igual a \$10,000 dentro de seis meses, esto es:

$$9,066 (1 + i_R)^6 = 10,000$$

y despejando i_R encontramos la siguiente expresión:

$$i_R = \left[e \left(\frac{1}{6} \operatorname{Ln} \frac{10,000}{9,066} \right) \right] - 1 = i_R = \left[e \left(\frac{1}{6} \operatorname{Ln} (1.10302) \right) \right] - 1 = .0165 = 1.65 \%$$

Por consiguiente, el interés real de este préstamo es de 1.65% mensual, el cual equivale a 21.70% anual efectivo. Además, conviene señalar que 1.65% representa también el interés efectivo mensual, es decir en este caso es indistinto usar el termino interés real mensual o interés efectivo mensual. La razón por la cual el interés real resultó mayor que 1.5% estriba en el hecho de que los intereses se están calculando sobre una cantidad mayor a la que estamos recibiendo, y además se están cobrando por adelantado.

2.5.4. INTERES COMPUESTO CONTINUO

Puesto que generalmente las transacciones monetarias dentro de una empresa ocurren diariamente, y el dinero normalmente se pone a trabajar inmediatamente después de que se recibe, vale la pena desarrollar fórmulas de equivalencia en las cuales se considere que el interés compuesto es capitalizado continuamente. Por consiguiente, en esta sección se van a desarrollar las mismas fórmulas presentadas anteriormente, pero asumiendo una capitalización continua. Mostramos a continuación un cuadro donde se ve la acumulación continua del interés a través del tiempo.

Año	Cantidad Acumulada al principio	Intereses ganados	Cantidad acumulada al final	Resultados obtenidos
1	P	Pi	P + Pi	$P(1+i)^1$
2	$P(1+i)$	$P(1+i)i$	$P(1+i) + P(1+i)i$	$P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2 * i$	$P(1+i)^2 + P(1+i)^2 * i$	$P(1+i)^3$
.
.
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} * i$	$P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-1} * i$	$P(1+i)^n$

Tabla de interés del dinero a través del tiempo

Para determinar la fórmula de equivalencia que relaciona un valor presente P con un valor futuro S , cuando el interés nominal anual r se capitaliza continuamente, los intereses generados a cada instante deben ser agregados al principal (P) al final de cada período infinitesimal de interés, esto es, si la capitalización es anual, el valor futuro sería:

$$S = P(1+r)^n$$

si la capitalización es semestral, el valor futuro sería:

$$S = P(1+r/2)^{2n}$$

si la capitalización es mensual, el valor futuro sería:

$$S = P(1+r/12)^{12n}$$

Y si la capitalización es continua, el valor futuro sería:

$$S = \lim_{M \rightarrow \infty} P(1+r/M)^{M*n}$$

Reacomodando los términos tendremos:

$$S = \lim_{M \rightarrow \infty} P((1+r/M)^{M/r})^{r*n}$$

Y como $\lim_{M \rightarrow \infty} (1+r/M)^{M/r} = e$ Entonces, el valor futuro se obtiene con la siguiente

expresión: $S = P e^{r*n}$

y al factor resultante e^{-rn} comúnmente se le representa por: $S_{\overline{n}|r}$,

Entonces $P e^{-rn}$ se puede representar como: $P = e^{-rn}$

Siguiendo el mismo razonamiento presentado en las secciones anteriores, la suma acumulada al final del año n , se puede obtener al sumar las equivalencias de cada una de las A 's en el año n , es decir:

$$F = A(1 + e^r + e^{2r} + e^{3r} + \dots + e^{(n-1)r})$$

La cual se reduce a lo siguiente :

$$S = A \left(\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1} \right)$$

También la ecuación $S = A \left(\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1} \right)$ puede ser expresada como: $A = S \left(\frac{e^r - 1}{e^{rn} - 1} \right)$

NOTA: En algunas secciones denotamos al valor del capital como (P) , la notación para el valor presente es A , de igual forma para el monto (S) denotado en algunas ocasiones como F teniendo el mismo significado.

CAPÍTULO III

MÉTODOS ACTUARIALES PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

El estudio de la evaluación económica es la parte de todo un análisis de la factibilidad de un proyecto. Si no han existido contratiempos, se sabrá hasta este punto que existe un mercado potencial atractivo; se habrán determinado un lugar óptimo para la localización del proyecto y el tamaño más adecuado para este último, de acuerdo con las restricciones del medio; se conocerá y dominará el proceso de producción, así como todos los costos en que se incurrirá en la etapa productiva; además, se habrá calculado la inversión necesaria para llevar a cabo el proyecto. Sin embargo, a pesar de conocer incluso las utilidades probables del proyecto durante los primeros cinco años de operación, aún no se habrá demostrado que la inversión propuesta será rentable.

En este momento surge el problema sobre el método de análisis que se empleará para comprobar la rentabilidad económica del proyecto. Se sabe que el dinero disminuye su valor real con el paso del tiempo (como se mostró en los temas anteriores) a una tasa aproximadamente igual al nivel de inflación vigente. Esto implica que el método de análisis empleado deberá tomar en cuenta este cambio de valor real del dinero a través del tiempo. En esta parte se analizarán las ventajas y desventajas de los métodos de análisis que tomarán en cuenta este hecho.

Antes de presentar los métodos, se intentará describir brevemente cuál es la base de su funcionamiento retomando lo que se mostró en el tema de valor de dinero a través del tiempo. Para determinar la fórmula de equivalencia que relaciona un valor presente P con un valor futuro S , cuando el interés nominal anual r se capitaliza continuamente, los intereses

generados a cada instante deben ser agregados al principal (P) al final de cada período infinitesimal de interés, esto es, si la capitalización es anual, el valor futuro sería:

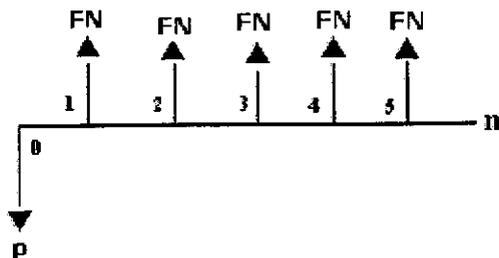
$$S = P(1+r)^n \quad * \text{ Ver tabla de valor del dinero a través del tiempo}$$

En esta sección describiremos las técnicas más usuales, sus ventajas y desventajas, las consideraciones para su uso, sin pretender cuál es la verdad absoluta.

3.1 EL VALOR PRESENTE NETO

Se define al valor presente neto como el valor monetario que resulta de restar la suma de los flujos descontados a la inversión inicial. Como se mencionó en temas anteriores una mayor utilidad permite obtener los flujos netos de efectivo, y que éstos sirven para realizar la evaluación.

Si se quieren representar los flujos netos por medio de un diagrama, éste podría quedar de la siguiente forma: se toma para el estudio un horizonte de tiempo de, por ejemplo, cinco años. Trace una línea horizontal y divida ésta en cinco partes iguales, que representan cada uno de los años. A la extrema izquierda coloque el momento en el que se origina el proyecto (también llamado tiempo cero). Represente los flujos positivos o ganancias anuales de la empresa con una flecha hacia arriba , y los desembolsos o flujos negativos con una flecha hacia abajo.



**El tema de la inflación se abordará en capítulo posterior.*

Cuando se hacen cálculos de pasar, en forma equivalente, dinero del presente al futuro, se utiliza una tasa de interés i o de "crecimiento del dinero", pero cuando se quieren pasar cantidades futuras al presente, como en este caso, se usa una tasa de descuento, llamada así porque descuenta el valor del dinero en el futuro a su equivalente en el presente, y a los flujos traídos al tiempo cero se les llama flujos descontados.

El VPN se emplea para actualizar las utilidades o pérdidas generadas por un proyecto, en n años, descontándolas con base en una tasa porcentual (que puede ser alguna de las que se mencionaron antes) y mediante sumas compararla con su inversión lo que significa que la suma de los valores actualizados de los ingresos menos la suma de los valores actualizados de los egresos, arroja como resultado un valor presente neto.

En caso de ser positivo, el resultado indica que, a valores actualizados, la suma de flujos de utilidades cubre totalmente el costo de inversión y arroja sobre éste un remanente. En caso contrario, al obtenerse resultados negativos existe la posibilidad de que con las utilidades actualizadas ni siquiera se cubra el costo de inversión, y así se presenta una pérdida para el proyecto en cuestión.

La definición ya tiene sentido, sumar los flujos descontados en el presente y restar la inversión inicial equivale a comparar todas las ganancias esperadas contra todos los desembolsos necesarios para producir esas ganancias, en términos de su valor equivalente en este momento o tiempo cero. Es claro que para aceptar un proyecto las ganancias deberán ser mayores que los desembolsos, lo cual dará por resultado que el VPN sea mayor que cero.

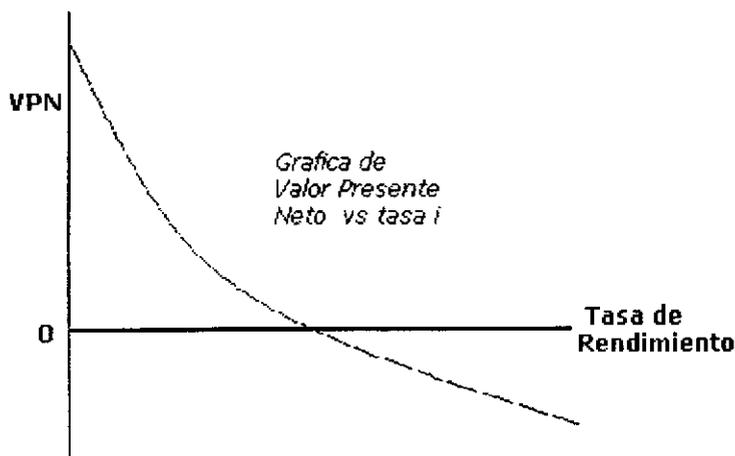
La ecuación para calcular el Valor Presente Neto para el periodo de cinco años es la siguiente:

$$VPN = -P + \frac{FN_1}{(1+i)^1} + \frac{FN_2}{(1+i)^2} + \frac{FN_3}{(1+i)^3} + \frac{FN_4}{(1+i)^4} + \frac{FN_5}{(1+i)^5} \rightarrow$$

$$VPN = -P + \sum_{k=1}^5 \frac{FN_k}{(1+i)^k}, \text{ donde } K \text{ es el periodo en el cual ocurrirá un flujo de}$$

efectivo, derivado de la inversión, n es el último año en que habrá un flujo de efectivo, F son los flujos de efectivo futuros netos esperados al final de cada periodo e i el porcentaje de rendimiento requerido en el proyecto.

Como se observa el VPN, es inversamente proporcional al valor de la i aplicada, de modo que como la i aplicada es la tasa de rendimiento, se pide un gran rendimiento a la inversión (es decir la tasa mínima aceptable es muy alta), el VPN fácilmente se vuelve negativo, y en ese caso se rechazaría el proyecto. La relación entre el VPN y la i puede representarse gráficamente como se muestra en la figura:



Gráfica.- Valor Presente Neto y la Tasa de rendimiento

Ilustraremos a continuación con un ejemplo sencillo, donde se calculará el VPN a una tasa del 12%

Periodo	ALTERNATIVA A		ALTERNATIVA B	
	Flujo de efectivo	Flujo de descontado	Flujo de efectivo	Flujo de descontado
0	-10000	-10000	-10000	-10000
1	5000	4464	2000	1786
2	4000	3189	3000	2392
3	3000	2135	4000	2847
4	1000	636	6000	3813
VPN (12%)		424		838

Lo que el VPN para la alternativa A, esta dado por la siguiente ecuación.

$$VPN_A (i = 12\%) = - 10000 + \frac{5000}{(1+0.12)^1} + \frac{4000}{(1+0.12)^2} + \frac{3000}{(1+0.12)^3} + \frac{1000}{(1+0.12)^4}$$

$$VPN_A (i = 12\%) = - 10,000 + 4464 + 3189 + 2135 + 636 = 424$$

Y el VPN para la alternativa B, esta dado por lo siguiente:

$$VPN_B (i = 12\%) = - 10000 + \frac{2000}{(1+0.12)^1} + \frac{3000}{(1+0.12)^2} + \frac{4000}{(1+0.12)^3} + \frac{6000}{(1+0.12)^4}$$

$$VPN_B (i = 12\%) = -10,000 + 1786 + 2392 + 2847 + 3813 = 838.$$

Siguiendo el mismo procedimiento, se puede obtener el VPN de cada alternativa para diferentes tasas de descuento. Los resultados se presentan a continuación:

i (tasa de descuento)	Alternativa A	Alternativa B
0%	3000	5000
6%	1588	2668
12%	424	838

Podemos decir que VPN es el beneficio (pérdida) a valor presente después de haber pagado la inversión inicial y el costo de las fuentes de financiamiento. El VPN depende únicamente de los flujos de efectivo futuros del proyecto y del costo de oportunidad. A diferencia del Valor Anual Equivalente (VAE) de donde todos los ingresos y los gastos ocurren durante un período son convertidos a una anualidad equivalente uniforme. Cuando dicha anualidad es positiva, el proyecto es aceptado.*

3.1.1 FACTORES QUE DETERMINAN EL VALOR PRESENTE NETO.

Para la utilización del VPN es necesario manejar ciertos supuestos, que de lo contrario generarían ciertas variaciones en las estimaciones de una evaluación de los proyectos. La forma más sencilla del cálculo del VPN considera lo siguiente:

- Reversión constante de los flujos
- Tasa de reversión de flujos (tasa activa) igual a la tasa de financiamiento.
- Periodos iguales (intervalo de tiempo iguales).
- Los flujos se dan al final del periodo.

Es necesario destacar que el criterio de los evaluadores es importante para la aceptación del proyecto, y no formular la determinación de inversión sólo con base en la frialdad de los números obtenidos, en función de satisfacer las necesidades de un grupo poblacional, de ampliar los niveles productivos o tecnológicos de algún sector económico.

El cálculo del VPN también tiene una amplia consideración de los siguientes pasos:

1. Determinar y ordenar los ingresos y egresos (obtenidos del estado de resultados o del origen y aplicación de recursos)
2. Escoger una tasa porcentual (i) de descuento que se considere apropiada para el proyecto.
3. Actualizar los valores de los egresos e ingresos, ya sea al aplicar el factor de actualización calculada por $1/(1+i)^n$.

También se pueden consultar en las tablas Financieras que existen para este tipo de casos.

4. Finalmente; realizar la igualdad con la suma de valores actualizados de los ingresos y la de los valores actualizados de los egresos.

De lo anterior se han creado algunos criterios generales de aceptación o rechazo con base en el VPN para proyectos privados o individuales, los cuales son:

- $VPN > 0$ se acepta.
- $VPN = 0$ revisa, se reelabora, o se pospone.
- $VPN < 0$ rechaza.

Como conclusiones generales acerca del uso del VPN como método de análisis, podemos enunciar lo siguiente:

- Se interpreta fácilmente su resultado en términos monetarios.
- Supone una reinversión total de todas las ganancias anuales, lo cual no sucede en la mayoría de las empresas.
- Su valor depende exclusivamente de la i aplicada. Como esta i es la tasa de descuento, su valor lo determina el especialista financiero.

3.2 EL MÉTODO DE LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO

La Tasa Interna de Rendimiento (TIR) se define como la tasa de descuento por la cual el Valor Presente Neto es igual a cero, suma los flujos descontados a la inversión inicial.

Se le llama tasa interna de rendimiento porque supone que el dinero que se gana año con año se reinvierte en su totalidad, es decir se trata de la tasa de rendimiento generada en su totalidad en el interior de la empresa por medio de la reinversión. El objetivo es encontrar el porcentaje de rendimiento que igualará el valor presente de todos los flujos de efectivo futuro, a la inversión inicial. Dicho de otra manera, se puede decir que es la tasa de descuento que iguala el Valor Presente Neto a cero y su cálculo está expresado por la siguiente ecuación:

$$P = \sum_{k=1}^n \frac{FN_k}{(1 + TIR)^k} \quad \text{donde } FN_k \text{ son los flujos de efectivo para el año } K = 1, 2, \dots, n.$$

En todos los criterios de decisión, se utiliza alguna clase de índice, medida de equivalencia, o base de comparación capaz de resumir las diferencias de importancia que existen entre las alternativas de inversión. Es importante distinguir entre el criterio de decisión y una base de comparación. Esta última es un índice que contiene cierta clase de información sobre la serie de ingresos y gastos a que da lugar a una oportunidad de inversión. La tasa interna de rendimiento (TIR), como se le llama frecuentemente, es un índice de rentabilidad ampliamente aceptado.

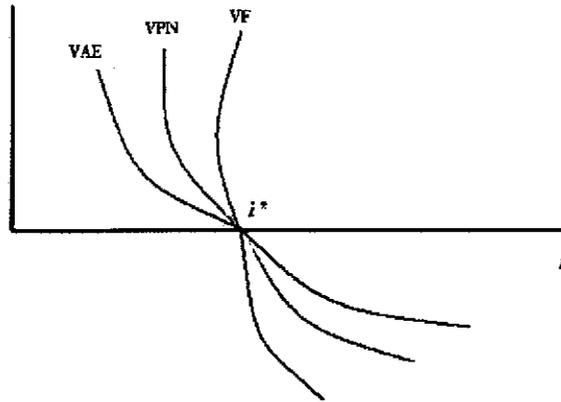
También satisface cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$$\Rightarrow \sum_{K=1}^n \frac{FN_K}{(1 + TIR)^K} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{K=1}^n FN_K (1 + TIR)^{n-K} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{K=1}^n FN_K (P / FN, TIR, n) (A / P, TIR, n) = 0 \quad \text{donde } n \text{ es la vida propuesta de la inversión.}$$

En la mayoría de las situaciones prácticas es suficiente considerar el intervalo $-1 < i^* < \infty$ como ámbito de la tasa interna de rendimiento, ya que es muy poco probable que en un proyecto de inversión se pierda más de la cantidad que se invirtió. Por otra parte, la gráfica muestra la forma mas común de valor presente, valor futuro y valor anual equivalente en función de la tasa de interés.



Gráfica .- Valor presente Valor Futuro y Valor Anual Equivalente* en función a la tasa de interés
 $i^* = TIR$

Se puede observar que todas estas curvas cortan al eje horizontal en el mismo punto, es decir todas ellas pasan a través del punto que corresponde a la tasa interna de rendimiento del proyecto de inversión.

Y de la misma forma que procedimos en el ejemplo del Valor Presente Neto lo haremos para la Tasa Interna de Retorno y esta dada por las siguientes ecuaciones:

$$VPN_A = 0 = -10000 + \frac{5000}{(1 + Tir)^1} + \frac{4000}{(1 + Tir)^2} + \frac{3000}{(1 + Tir)^3} + \frac{1000}{(1 + Tir)^4}$$

Y para la alternativa B tendremos:

$$VPN_B = 0 = -10000 + \frac{2000}{(1 + Tir)^1} + \frac{3000}{(1 + Tir)^2} + \frac{4000}{(1 + Tir)^3} + \frac{6000}{(1 + Tir)^4}$$

El método exige una serie de pruebas iterativas de prueba y error, hasta lograr hacer verdadera la igualdad. Cuando se encuentre una tasa que haga que el VPN sea igual a cero, se habrá encontrado la TIR. Vamos a analizar la alternativa "A" y considerar arbitrariamente una tasa de descuento, en este caso el VPN no es cero, es \$ 3000.

* *vid supra: Coss Bu. Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión*

Y va a estar dado por la siguiente ecuación:

$$VPN_{.12} = 0 = -10000 + \frac{5000}{(1 + .12)^1} + \frac{4000}{(1 + .12)^2} + \frac{3000}{(1 + .12)^3} + \frac{1000}{(1 + .12)^4}$$

$$VPN_{.12} = \$ 424$$

El Valor Presente Neto es positivo; entonces, la TIR debe ser mayor a cero. El siguiente paso podría ser, tratar con una tasa de descuento igual a 50 por ciento. En este caso el Valor Presente Neto es: \$ - 3802.46

Y esta dado por la siguiente ecuación:

$$VPN = 0 = -10000 + \frac{5000}{(1 + 0.5)^1} + \frac{4000}{(1 + 0.5)^2} + \frac{3000}{(1 + 0.5)^3} + \frac{1000}{(1 + 0.5)^4}$$

$$VPN_{.5} = \$ -3803$$

El VPN es negativo, entonces, la TIR debe ser menor que 50 por ciento. Es decir:

$$\frac{0.5 - 0.12}{0.5 - i} = \rightarrow i \cong 0.14$$

Se encontró que la tasa de descuento que hace que el VPN sea igual a cero, mediante una interpolación encontramos que la TIR es 14 %. Dicho de otra manera la TIR es menor que el porcentaje de rendimiento requerido.

Esta regla siempre será válida, siempre y cuando el VPN de un proyecto sea una función suavemente descendente de la tasa de descuento.

Un punto importante que se debate en la evaluación de proyectos es la forma de trabajar con el estado de resultados en un análisis, para obtener los flujos netos y calcular con ellos la TIR. Existen dos formas básicas de hacerlo; considerar los flujos netos del primer año como constantes a lo largo del horizonte de planeación, y considerar los efectos inflacionarios sobre los flujos de cada año. Es evidente que un cálculo de TIR con flujos constantes han de variar en gran medida el valor de la TIR. Entonces tendremos que considerar las altas tasas de inflación y devaluación monetaria, que un costo de operación permanezca constante durante un año y que a partir del segundo año aumenten. Suponer lo contrario, sería inadecuado.

3.2.1 SIGNIFICADO DE LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO

En términos económicos la tasa interna de rendimiento representa el porcentaje o la tasa de interés que gana sobre el saldo no recuperado de una inversión. El saldo no recuperado de una inversión en cualquier punto del tiempo de la vida del proyecto, puede ser visto como la porción de la inversión original que aún permanece sin recuperar en ese tiempo. El saldo no recuperado de una inversión al tiempo t , se evalúa de acuerdo a la siguiente expresión:

$$FN_k = \sum_{j=0}^t S_j (1+i^*)^{t-j} \text{ donde } S_j \text{ son los flujos de cada periodo, } i^* \text{ la tasa del periodo}$$

Es decir, el saldo no recuperado de una propuesta de inversión en el tiempo t , es el valor futuro de la propuesta en ese tiempo. Una de las equivocaciones más comunes que se cometen con el significado de la TIR, es considerarla como la tasa de interés que gana sobre la inversión inicial requerida por la propuesta. Sin embargo, lo anterior es correcto solamente en el caso de propuestas cuyas vidas sean de un período.

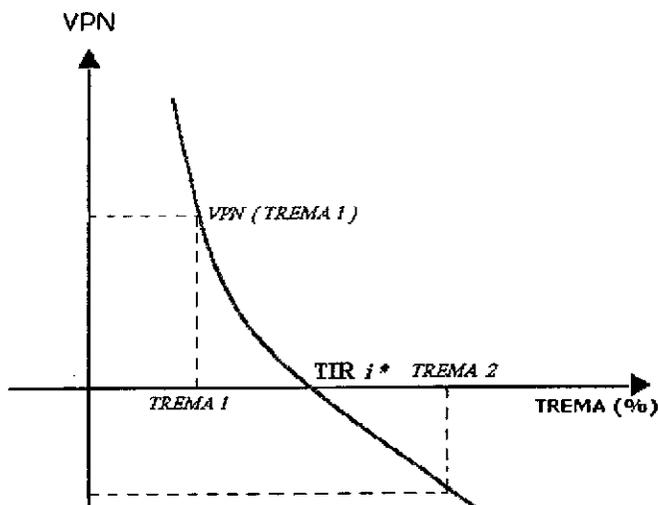
En conclusión, de las ideas presentadas en esta sección, surge el significado fundamental de la TIR: "Es la tasa de interés que gana sobre el saldo no recuperado de una inversión, de tal modo que el saldo al final de la vida de la propuesta es cero."

La primera consideración importante para la evaluación es que la inversión que se toma en cuenta para calcular la TIR es sólo la inversión en activos fijos. La inversión en capital de trabajo no se toma en cuenta, debido a la propia naturaleza de los activos.

Los datos para el cálculo de la TIR son los siguientes:

- Una inversión inicial.
- Los flujos Netos del primer año.
- El valor de salvamento al final de los n años.
- Finalmente el periodo de análisis considerado.

Con el método de la tasa interna de rendimiento, es necesario calcular la tasa de interés (i^*) comparada con la Tasa de Recuperación Mínima Atractiva (TREMA). Cuando i^* sea mayor que la TREMA conviene que el proyecto sea emprendido. En este se puede comparar la equivalencia del método de la TIR y el método del Valor Presente. Por ejemplo se puede observar que si i^* es mayor que la TREMA, entonces VPN (TREMA1) es mayor que cero. Por el contrario, si i^* es menor que la TREMA, entonces VPN (TREMA2) es menor que cero.



Gráfica .- Relación del Valor presente Neto (VPN) con la Tasa Interna de Rendimiento (TIR)

Por consiguiente, es obvio que con ambos métodos se llegaría a la misma decisión de aceptar o de rechazar el proyecto.

3.2.2 EVALUACIÓN DE LOS PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS PARA LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO.

En la evaluación de proyectos mutuamente exclusivos por el método de la TIR, existen dos principios que se deben de tomar muy en cuenta. Estos principios son los siguientes:

- Cada incremento de inversión debe ser justificado, es decir la alternativa de mayor inversión será la mejor siempre y cuando, la tasa interna de rendimiento del incremento de la inversión sea mayor que la TREMA.
- Solamente se puede comparar una alternativa de mayor inversión con una de menor inversión, si ésta ya ha sido justificada.

El criterio usual de selección al utilizar este método, es escoger el proyecto de mayor inversión para el cual todos los incrementos de inversión fueron justificados. Debe ser notado que cuando el método de la TIR es utilizado, seleccionar el proyecto de mayor TIR podría conducir a decisiones subóptimas.

Con el criterio de decisión anterior se está tratando de maximizar la cantidad de dinero en términos absolutos, en lugar de maximizar la eficiencia en la utilización del dinero.

La aplicación del criterio para la selección del proyecto que se recomienda utilizar con el método de la TIR, implica determinar la tasa interna de rendimiento del incremento de la inversión.

Esta tasa de rendimiento puede ser encontrada por cualquiera de las siguientes alternativas:

- Encontrar la tasa de interés para la cual los valores anuales equivalentes* de las dos alternativas son iguales.
- Encontrar la tasa de interés para la cual los valores presentes de las dos alternativas sean iguales.
- Encontrar la tasa de interés para la cual el valor presente del flujo de efectivo neto de la diferencia entre las dos alternativas es igual a cero.

Así damos paso al siguiente criterio de decisión utilizando el método de la TIR cuando varios proyectos son mutuamente exclusivos.

* *vid: Evaluación de Proyectos de Inversión Coss Bu. Ed. Limusa*

3.2.3 PROYECTOS CON VARIAS TASAS INTERNAS DE RENDIMIENTO

Para la toma de decisiones, los proyectos con una sola tasa interna de rendimiento son mucho más fáciles de manejar que los proyectos con tasas múltiples de rendimiento. Entonces cuando se tienen varias tasas de rendimiento surgen preguntas como: ¿Cuál tasa de rendimiento es la correcta? ¿Son aplicables las reglas de decisión para la selección de proyectos cuando se presentan tasas múltiples de rendimiento? Las respuestas a estas preguntas se comprenderán más adelante con el método que mencionaremos.

Mostraremos un ejemplo con cuatro propuestas a evaluar a continuación.

Año	Propuesta A	Propuesta B	Propuesta C	Propuesta D
0	- \$ 4,000	- \$3,000	- \$ 8,000	- \$2,000
1	1,000	- 2,000	4,000	0
2	2,000	- 500	5,000	3,000
3	3,000	1,500	13,000	0
4	4,000	3,000	7,000	- 6,000
5	3,000	2,000	8,000	7,000

Para identificar la posibilidad de tasas múltiples de rendimiento, a continuación se muestra la expresión para evaluar el valor presente de la propuesta C.

$$VPN = -8,000 + \frac{4,000}{(1+i)} + \frac{5,000}{(1+i)^2} - \frac{13,000}{(1+i)^3} + \frac{7,000}{(1+i)^4} + \frac{8,000}{(1+i)^5} = 0$$

Y sustituyendo $X = \frac{1}{(1+i)}$ en la ecuación anterior se obtiene:

$$-8,000 + 4,000X + 5,000X^2 + 13,000X^3 + 7,000X^4 + 8,000X^5 = 0$$

Para este polinomio es posible que existan 5 raíces que satisfagan la ecuación.

"El número de raíces reales positivas ("X") es igual al número de tasas múltiples de rendimiento que tiene la inversión"; sin embargo, la pregunta que surge en este momento es: ¿Cuál es el efecto del comportamiento del flujo de efectivo de la propuesta en el número de tasas internas de rendimiento? Una regla útil para identificar la posibilidad de tasas múltiples

de rendimiento, es la regla de los signos de Descartes para un polinomio de grado n . Esta regla dice que el número de raíces reales positivas de un polinomio de grado n con coeficientes reales, no es nunca mayor que el número de cambios de signo en la sucesión de coeficientes, en caso de que el número de tales raíces sea menor, la diferencia será un número par.

Por ejemplo, para las propuestas A y C, la regla de los signos indica que no existe más de una tasa de rendimiento. En el caso de las propuestas B y D la regla de Descartes nos indica que el número máximo de raíces reales positivas, es tres.

3.3 CLASIFICACIÓN DE LAS INVERSIONES MEDIANTE EL ALGORITMO JAMES C. T. MAO.

La aplicación del algoritmo de James C. T. Mao, requiere que los proyectos sean clasificados en ciertas categorías: Esta clasificación permite visualizar más rápidamente a aquellos proyectos que presentan el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.

Se pueden observar que las inversiones pueden ser de dos tipos simples y no simples. Es decir que los flujos de efectivo, solamente puede haber un cambio de signo. Con esto se garantiza la existencia de una sola tasa interna de rendimiento. Por el contrario, en los flujos de efectivo de las inversiones no-simples pueden existir varios cambios de signo. Las inversiones no-simples a su vez se subdividen en dos tipos: inversiones puras e inversiones mixtas. De estos dos tipos de inversiones, las que presentan el problema de tasas múltiples de rendimiento son las inversiones mixtas. Debe ser notado que aunque las inversiones puras tienen varios cambios de signo en sus flujos de efectivo, éstas solamente tienen una sola tasa interna de rendimiento.

La distinción entre inversiones simples y no simples es muy sencilla, basta con determinar el número de cambios de signo en el flujo de efectivo de la inversión. Sin embargo, la clasificación de las inversiones no-simples en puras y mixtas es más difícil de visualizar. No obstante esta dificultad se han desarrollado dos criterios que resuelven el problema.

Con el primer criterio, una inversión pura está definida como una inversión en la que los saldos no recuperados evaluados con la tasa interna de rendimiento de la inversión (i^*) son negativos o ceros a través de la vida de la propuesta. Por consiguiente, una inversión es pura si, y solo si, (los flujos totales), $F_n(i^*) < 0$, para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$, al incrementar el valor de i a algún valor crítico del que llamaremos r_{\min} . Con este valor de i , $F_n(r_{\min})$, puede ser positivo, cero, o negativo. Si, $F_n(r_{\min}) > 0$, entonces existe alguna tasa de interés r^* (rendimiento sobre el capital invertido) $> r_{\min}$ que hará $F_n(r^*) = 0$. Puesto que $r^* > r_{\min}$ entonces $F_t(r^*) < 0$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$ y por lo tanto la inversión es pura. Sin embargo, si $F_n(r_{\min}) < 0$, existe alguna $r^* < r_{\min}$ que hará $F_n(r^*) = 0$. Puesto que r_{\min} es la mínima tasa de interés para la que los saldos del proyecto para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$ son ceros o negativos, el proyecto no será una inversión pura, ya que los saldos no recuperados del proyecto utilizando r^* pueden ser positivos o negativos. Por consiguiente se puede concluir que una inversión es pura si (los flujos bajo r_{\min} $F_n(r_{\min}) > 0$, y la inversión será mixta si $F_n(r_{\min}) < 0$.

El algoritmo de James C. T. Mao es un procedimiento que se recomienda utilizar en la evaluación de inversiones no simples. La descripción de este algoritmo lo mostramos a continuación

Criterio 1

Sea i^* un valor tal que $VPN(i^*) = 0$.

Si $F_t(i^*) \leq 0$ para $t = 0, 1, 2, \dots, n-1 \rightarrow$ la inversión es pura.

Si $F_t(i^*) \leq 0$ para algunos valores de t y $F_t(i^*) \geq 0$ para el resto, \rightarrow la inversión es mixta.

Criterio 2

Sea r_{\min} un valor tal que $F_t(r_{\min}) \leq 0 \quad \forall \quad t = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Si $F_n(r_{\min}) > 0$, \rightarrow la inversión es pura.

Si $F_n(r_{\min}) < 0$, \rightarrow la inversión es mixta.

Podemos ver que el primer paso en la aplicación de este algoritmo es encontrar por tanteo r_{min} . Con el valor de r_{min} se evalúa $F_n(r_{min})$ y se determina si la inversión es pura o es mixta. Si la inversión es pura, el problema de tasas múltiples de rendimiento no existe y la evaluación sería similar a la de las inversiones simples. Por el contrario, si la inversión es mixta es necesario calcular r^* (rendimiento sobre el capital invertido) de modo que $F_n(r^*, TREMA) = 0$. Si el rendimiento sobre el capital invertido es mayor que TREMA, el proyecto debe ser aceptado.

La diferencia fundamental entre inversiones puras y mixtas estriba en los saldos del proyecto. En las inversiones puras, el saldo no recuperado de la inversión siempre es negativo, es decir, el proyecto de inversión siempre nos debe y esta deuda se reduce a cero al final de su vida. En las inversiones mixtas, el saldo no recuperado de la inversión puede ser positivo o negativo. Si el saldo es negativo, entonces después de transcurrir un período el proyecto nos deberá una cantidad que depende de r^* . Por otra parte, si el saldo es positivo, entonces significa que se dispone de cierta cantidad de dinero que puede ser invertida a una tasa de interés igual a la TREMA.

Lo ilustraremos a continuación con un ejemplo:

Spongamos que una compañía " X " que usa una TREMA de 27%, se encuentra analizando la posibilidad económica de una inversión que promete generar la siguiente serie de flujos de efectivo:

Año	0	1	2	3	4
Flujo de efectivo	-20	10	20	-40	100

Puesto que la inversión es no simple, (i.e. por tener dos cambios de signo) el primer paso del análisis es determinar si el proyecto es una inversión pura o una mixta. Para este proyecto, se van a utilizar los criterios que mostramos anteriormente. Entonces se requiere encontrar la tasa de interés que iguala a cero el valor presente del proyecto

$$-20 + \frac{10}{(1+i^*)} + \frac{20}{(1+i^*)^2} - \frac{40}{(1+i^*)^3} + \frac{100}{(1+i^*)^4} = 0$$

y la tasa de interés i^* que satisface de acuerdo a la interpolación* realizada es 58.7 %. Con esta tasa interna de rendimiento los saldos no recuperados del proyecto son:

$$\begin{array}{lll} F_0 (58.7\%) = -20 & F_1 (58.7\%) = 6.3011 & F_2 (58.7\%) = 7.9410 \\ F_3 (58.7\%) = -10.007 & F_4 (58.7\%) = 15.7649 & \end{array}$$

y puesto que $F_t < 0 \quad \forall t = 0, 1, 2, 3$ este proyecto no simple es una inversión pura.

Por otra parte, de acuerdo al segundo criterio, la r_{\min} de este proyecto sería la tasa de interés que hace igual a cero el saldo del proyecto al final del año 2. Lo anterior es obvio, puesto que si el saldo en el año 2 es cero, esto significa que el saldo del proyecto al final del año 1 es negativo y con esto se cumpliría que $F_t (r_{\min}) < 0 \quad \forall t = 0, 1, 2, 3$. Por consiguiente r_{\min} es la tasa de interés que satisface la siguiente ecuación:

$$-20 (1 + r_{\min})^2 + 10 (1 + r_{\min}) + 20 = 0$$

y el valor de r_{\min} que resulta de resolver esta ecuación es 28.1%. Con este valor de r_{\min} , el saldo del proyecto al finalizar el año 4 sería:

$$F_4 (28.7\%) = -40 (1 + 0.281) + 100 = 48.76$$

3.4 EL RIESGO EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

Se considera al riesgo como una incertidumbre de menor grado, donde el evento es repetitivo en lo concerniente a su naturaleza y posee una distribución de frecuencia, o sea que si se tienen varios resultados posibles y a cada uno la persona que evalúa puede asignarle una probabilidad de ocurrencia, se dice que se enfrenta a una situación de riesgo.

Por el contrario, cuando no existe la capacidad para establecer probabilidad en los resultados, el evento no es repetitivo y los recursos de acción no se conocen, se concluye que la situación es de incertidumbre.

* realizando el mismo procedimiento como en la sección 3.2 pag 41

Es importante subrayar que entre más alto sea el riesgo y la incertidumbre, en un proyecto, mayor deberá ser la tasa que se le aplique, ya que son inversamente proporcionales.

En síntesis, el riesgo y la incertidumbre representan la probabilidad que existe, de que el cambio de las variables macroeconómicas y operacionales ocasionen la reducción y/o eliminación de la rentabilidad de la inversión.

Existe una gama de procedimientos que el especialista en evaluaciones puede aplicar para incorporar el riesgo y la incertidumbre al realizar el análisis y la evaluación de los proyectos de inversión, en el presente se estudiarán algunos de los métodos estadísticos tales como la desviación estándar y posteriormente veremos el factor INFLACIÓN que es de suma importancia y que afectará a los proyectos de inversión.

3.4.1 MÉTODOS ESTADÍSTICOS QUE PERMITEN EVALUAR UN PROYECTO

El método estadístico consiste en determinar la desviación estándar y el coeficiente de variación de los flujos de efectivo del proyecto.

La desviación estándar es el resultado de obtener la raíz cuadrada del promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada uno de los valores con respecto a su media.

El coeficiente de variación se calcula dividiendo la desviación estándar entre la media de la distribución (que es la suma de los flujos de efectivo entre el número de ellos) e indica la proporción de la desviación estándar con respecto a la media, en otras palabras, es la desviación estándar representada en un porcentaje.

“Entre mayor sea la desviación estándar y el coeficiente de variación mayor será el riesgo del proyecto en cuestión y viceversa”.

Se recomienda que al aplicar este método se constituya una tabla de distribución de frecuencia para facilitar los cálculos de los datos necesarios para determinar la desviación estándar y el coeficiente de variación.

Para demostrar la aplicación del método estadístico y la elaboración de la tabla de distribución de frecuencias desarrollaremos un breve ejemplo:

La Compañía Roll, S.A. de C.V., cuya actividad es la fabricación, distribución y comercialización de ropa casual, ante la apertura comercial ha decidido adquirir nueva maquinaria para su línea de camisas y pantalones, tiene dos alternativas, una vez llevados a cabo los estudios correspondientes y efectuado las proyecciones financieras, se le solicita al especialista financiero aplicar el método estadístico para estimar el riesgo en los proyectos X y Y.

Mostramos a continuación las dos tablas donde vemos la proyección de cada uno de los flujos para cada proyecto.

PROYECTO X						
Flujo	X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	S	σ^2	
1	321	-129	16683	98688	219.2	
2	354	-96	9254	51658	114.7	
3	576	126	15826	37076	82.4	
4	697	247	60910	35421	78.7	
5	684	234	54662	33803	75.1	
6	635	185	34151	31015	68.9	
7	735	285	81111	32378	71.9	
8	635	185	34151	30465	67.7	
9	378	-72	5213	27370	60.8	
10	567	117	13642	25315	56.2	
Media	558.2			total	895.6	

donde: S = desviación estándar σ^2 = Coeficiente de Variación

PROYECTO Y

Flujo	X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	S	σ^2
1	234	-216	46742	23371	51.9
2	345	-105	11067	14452	32.1
3	356	-94	8874	11114	24.7
4	532	82	6691	9172	20.4
5	621	171	29173	10255	22.8
6	342	-108	11707	9521	21.1
7	353	-97	9448	8836	19.6
8	634	184	33782	9843	21.9
9	487	37	1354	8824	19.6
10	598	148	21845	9034	20.1
Media	450.2			total	254.2

1. En la columna X_i se tienen los flujos de efectivo a valor presente de cada año.
2. La columna $(X_i - \bar{X})$ representa el resultado de restar a cada flujo de efectivo el promedio o media de ellos.
3. En la columna $(X_i - \bar{X})^2$ se tienen los datos obtenidos en el punto anterior ya elevados al cuadrado y sumados.

Una vez realizada la tabla de distribución de frecuencias el siguiente paso consiste en aplicar las fórmulas para calcular la desviación estándar y el coeficiente de variación:

$$\text{Desviación Estándar } S = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \right]^{1/2}, \text{ Coeficiente de Variación } \sigma^2 = \frac{D E}{\bar{X}}$$

Como se aprecia el proyecto Y tiene de acuerdo a los resultados obtenidos al aplicar el método estadístico menor riesgo que el proyecto X, puesto que su desviación estándar y su coeficiente de variación son menores.

Es importante destacar que tanto la desviación estándar como el coeficiente de variación son estimadores que sólo toman en cuenta la distribución de los valores de los flujos de efectivo, es decir, la distancia que separa a los datos de su media, no consideran la cantidad de cada flujo de efectivo ni la inversión realizada en el proyecto.

Se conocen con cierta exactitud si se usan las técnicas estadísticas adecuadas para analizar el proyecto a evaluar. Para ello se usan las llamadas series de tiempo, pues lo que se desea observar es el comportamiento de un fenómeno respecto del tiempo además también se toman los valores espaciados uniformemente.

En un análisis de series de tiempo pueden distinguirse cuatro componentes básicos que se refieren a una tendencia, a un factor cíclico, a fluctuaciones estacionales y variaciones no sistemáticas. El componente de tendencia se refiere al crecimiento o declinación a largo del valor promedio de la variable representada; por ejemplo, la demanda. Su importancia proviene de considerar fluctuaciones en el nivel de la variable en el tiempo, con lo cual el estudio del nivel promedio de la variable a lo largo del tiempo es mejor que el estudio de esa variable en un momento específico del tiempo. Aún cuando se defina una tendencia de largo plazo en la variable, pueden darse divergencias significativas entre la línea de tendencia proyectada y el valor real que exhiba la variable. Esta divergencia se conoce como componente cíclico, y se admite entre sus causas al comportamiento existente en el mercado. La mayoría de estos ciclos no tienen patrones constantes que permitan prever su ocurrencia, magnitud y duración.

En contraste con los componentes cíclicos, existen otros llamados estacionales, que exhiben fluctuaciones que se repiten periódicamente y que por lo regular dependen de otro tipo de factores. Aún conociendo los tres componentes señalados, una variable puede tener todavía un comportamiento real distinto del previsible por su línea de tendencia y por los factores estacionales.

Ya se ha dicho que una gráfica ayudará poco a hacer predicciones buenas. Para hacer esto es necesario contar con métodos matemáticos y estadísticos. Existen diversos métodos que permiten calcular el comportamiento de una variable y que aíslan, en general el efecto de tendencia. En este trabajo de investigación sólo se mencionarán algunos de los métodos estadísticos que existen para este análisis y decir cuáles se deben usar en un caso específico, como del caso anterior utilizando la desviación estándar.

Para el caso del Método de las medias móviles, se recomienda usarlo cuando la serie es muy irregular y los flujos de efectivos varían demasiado unos a otros. El método consiste en suavizar las irregularidades de la tendencia por medio de medias parciales. El inconveniente del uso de medias móviles es que se pierden algunos términos de la serie y no da una expresión analítica del fenómeno, por lo que no se puede hacer una proyección precisa de los datos a futuro.

El modelo de mínimos cuadrados. Se basa en calcular la ecuación de una curva para una serie de puntos dispersos sobre una gráfica, curva que se considera el mejor ajuste, entendiéndose por tal, cuando la suma algebraica de las desviaciones de los valores individuales respecto a la media es cero y cuando la suma del cuadrado de las desviaciones de los puntos individuales respecto a la media es mínima. Para hacer pronósticos con las ecuaciones obtenidas consideradas como curvas de mejor ajuste, simplemente se asignan los valores futuros a la variable independiente X (que bien podría ser el tiempo); y por medio de la ecuación se calcula el valor correspondiente de la variable dependiente.

Pondremos un ejemplo sencillo como en el caso de la desviación estándar; suponga que se trata de encontrar la relación lineal que existe entre el tiempo y la demanda de algún cierto producto. El tiempo es totalmente independiente de cualquier situación, por tanto, éste será la variable independiente y los flujos de la demanda será la variable dependiente respecto al tiempo. El tiempo se graficará en el eje de las abscisas y la variable dependiente en el eje de las ordenadas.

Para darse una idea de la posible relación entre ambas, primero es necesario tener cierta cantidad de pares de puntos, obtenidos estos mediante el estudio de mercado*. Un método de regresión para pronosticar debe ser confiable el proyecto bajo cualquier situación económica existente. (incluso en las crisis económicas que han sufrido la mayoría de países latinoamericanos).

En este método se grafican los pares de datos y a simple vista resulta fácil decir si los puntos se asemejan a una línea.

Si los puntos estuvieran más o menos ajustados a una línea recta, el siguiente paso para encontrar una relación entre ambas sería ajustar esos puntos para que realmente se comportaran como una línea recta. Habría entonces una interrogante ¿ qué es un buen ajuste ? La respuesta es: aquel que haga el error total lo mas pequeño posible. Un error se puede definir como la distancia vertical del valor observado de la variable dependiente hacia el valor ajustado de la propia demanda del flujo ($\hat{Y}_{i,j}$) y va a estar dado de la forma siguiente:

$$\text{Error} = (Y_i - \hat{Y}_j)$$

El error puede ser positivo o negativo, según esté arriba o debajo de la línea de ajuste, y un primer criterio para considerar que ajuste es bueno es la línea que reduzca la suma de todos los errores.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)$$

Como hay valores positivos y negativos, esto se resuelve tomando el valor absoluto de los errores

$$\left(\sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \right)$$

* i.e. se deben considerar todas las variables que implican un estudio de mercado

Para superar los errores de signo y subrayarlos grandes errores para eliminarlos, se usa el criterio de reducir las sumas del cuadrado de los errores, que es el criterio de mínimos cuadrados.

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Como se supone que los pares de puntos ajustados deben ser parecidos a una recta, y la ecuación de ésta recta es:

$$Y = a + bX$$

de aquí se seleccionan los valores a y b que satisfacen el criterio de mínimos cuadrados descritos anteriormente.

$$\hat{Y} = a + bX$$

donde a = desviación al origen de la recta

b = pendiente de la recta

X = valor dado de la variable X, el tiempo.

\hat{Y} = valor calculado de la variable Y, la demanda.

No se presenta el método de obtención de los valores a y b, pues no es objeto de la presente investigación, pero los valores obtenidos para ambos parámetros son:

$$a = \frac{\sum X^2 \sum Y - \sum X \sum XY}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

o bien :

$$b = \frac{\sum YX - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum X^2 - n \bar{X}^2}$$

donde \bar{X} = media de X (los flujos para A) y

\bar{Y} = media de Y (los flujos para B)

Existe otra forma de calcular a y b. Consiste en hacer una traslación de ejes, esto es, definir una nueva variable:

Denotada como: * $x = X - \bar{X}$

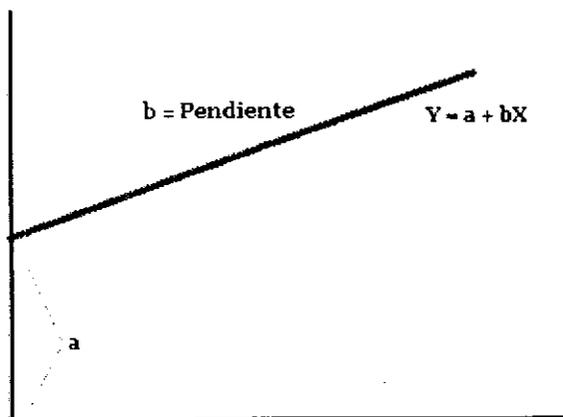
esto equivale a una traslación geométrica del eje Y que ha sido movido de 0 a X. No hay cambio en los valores de Y. La intersección de a difiere de la original, pero b es la misma. La nueva a se define como:

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} \quad \text{ó} \quad a = \bar{Y}$$

Esto asegura que la línea de regresión ajustada debe pasar por el punto (\bar{X}, \bar{Y}) , lo cual se interpreta como la muestra de n puntos; por supuesto, $a \neq a$. (Ver gráfica)

Con esta traslación de ejes y habiendo definido la nueva variable $x = X - \bar{X}$, los valores de a

y de b quedan como: $a = \bar{Y}$, $b = \frac{\sum Y_i X_i}{\sum X_i^2}$



* El estudio de la traslación geométrica de ejes se menciona pero no corresponde para el análisis de este trabajo de investigación

Como bien habíamos comentado el análisis de regresión muestra la relación de las variables, mientras que en el análisis de correlación muestra el grado en que esas variables se relacionan.

En el análisis de regresión se calcula una función matemática completa mientras que en el análisis de correlación simple produce un solo número, un índice diseñado para dar una idea inmediata de que tan cerca se mueven juntas las dos variables. Así la correlación entre X y Y pueden calcularse sin necesidad de referirse a los efectos de X sobre Y, o viceversa; ningún efecto de una sobre la otra, sino que ellas se mueven juntas, debido a que una tercera variable puede influir en ambas. Así el coeficiente de correlación de una serie de pares de puntos ajustados sobre una línea recta, queda expresado en términos de las variables $x_i = X_i - \bar{X}$

y de la variable $y_i = Y_i - \bar{Y}$ y es: $r = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i Y_i$

y en términos de las observaciones originales tendremos:

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Como el coeficiente de correlación r muestra el grado en el cual se relacionan X y Y, si la correlación es perfecta y se ajusta a una línea recta i.e. esto que a una variación determinada de X, corresponde exactamente una variación proporcional sobre Y. Si la correlación no existe $r = 0$. Están perfectas pero inversamente relacionadas, $r = -1$.

Por lo general nunca habrá correlaciones perfectas (i.e. $r = +1$ ó $r = -1$). Es ahí cuando el investigador puede llegar a encontrar un valor; por ejemplo, $r = 0.7$, esto implica que a cada variación de la variable independiente corresponde una variación en la variable dependiente de solo 0.7; dado que se trabaja con sistemas reales donde únicamente se pueden pedir r cercanas a 1, es decir el sabrá que tiene un error de 30 % la pregunta será ¿se queda con el ajuste lineal o busca un ajuste no lineal que eleve el grado de la correlación para que sea mejor ?

Si este fuera el caso se recomienda buscar un ajuste no lineal* pero a simple vista se observará que los puntos están dispersos que sabemos que la correlación no mejorará con otro tipo de ajuste, entonces se aceptará el ajuste hecho.

Cabe mencionar que hay fenómenos en los que por la necesidad se han aceptado ajustes de hasta 0.68 y trabajado con ellos, pero todo dependerá del fenómeno de estudio y, sobre todo que no exista una mejor alternativa de ajuste.

Diferentes enfoques descriptivos fueron presentados en este capítulo para considerar en forma objetiva la incertidumbre inherente que todo proyecto de inversión implica.

En particular, se discutió los métodos estadísticos relacionados con el Valor Presente Neto, y con la Tasa Interna de Rendimiento.

Sin embargo es conveniente señalar que la presentación de estos temas fue un tanto simplificada, por considerar que ciertas situaciones que son bastante difíciles de modelar analíticamente.

No obstante, la gran dificultad de modelar analíticamente estas situaciones; y que existen otras técnicas como la simulación, la cual se considera muy apropiada y muy sencilla de aplicar para estos casos.

* Vid: *Regresión Lineal*, Montgomery
El "ajuste no lineal" no se abordará en el tema ya que sale de los lineamientos de esta investigación.

Finalmente, es necesario enfatizar que el enfoque estadístico es recomendable que se use cuando:

- 1) Las técnicas tradicionales no establecen claramente la deseabilidad económica del proyecto, o no establecen claramente cuál de los proyectos analizados es el mejor; y
- 2) La magnitud de la inversión inicial es muy significativa y a grandes plazos.

Es así como finalizamos el presente capítulo de forma analítica a la evaluación de los proyectos, sin embargo hace falta mencionar que intervienen otros factores de gran importancia que iremos analizando en el capítulo siguiente.

CAPÍTULO IV

EL FACTOR "INFLACIÓN" EN LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

La idea principal en este capítulo es mostrar la consistencia con la que los proyectos deben ser evaluados. Por ejemplo, si una empresa no considera la inflación en la evaluación de sus proyectos de inversión, entonces los rendimientos probables de estos proyectos deben ser comparados con el valor nominal de su costo marginal de capital, o bien deberán compararse con un valor de la TREMA (Tasa de Rendimiento Mínima Atractiva) en la cual se considere el efecto positivo que la inflación tiene en el costo marginal del capital (sobre todo, en los pasivos captados a largo plazo y a tasa fija).

También es conveniente señalar que en la mayoría de las situaciones prácticas, las empresas consideran la inflación en la evaluación de sus proyectos de inversión. Sin embargo estas mismas empresas normalmente comparan los rendimientos así obtenidos, con el valor nominal de su costo marginal de capital. Obviamente, con esta práctica se tendería a rechazar una gran cantidad de proyectos que lejos de perjudicar, beneficiarían la situación financiera de la empresa.

Como habíamos mencionado anteriormente, la tasa interna de rendimiento como se le llama frecuentemente, está definida como la tasa de interés que reduce a cero el valor presente de una serie de ingresos y de egresos, es decir, la tasa interna de rendimiento de una propuesta de inversión es aquella tasa que satisface la ecuación siguiente:

$$\sum_{t=0}^n \frac{S_t}{(1+i^*)^t} = 0 \quad \text{donde: } S_t = \text{Monto } t \text{ ó } n = \text{tiempo}$$

Donde i^* es la tasa de interés (trimestral, semestral o anual); S_t es el flujo de efectivo neto después de impuestos en el periodo t . Sin embargo, la expresión anterior sólo es válida cuando no existe inflación. En el caso de que exista una tasa de inflación promedio anual se denotará por (i_i) , la ecuación anterior debe ser escrita en la forma siguiente.

$$\sum_{t=0}^n \frac{S'_t / (1+i_i)^t}{(1+i^*)^t} = 0$$

donde:

S_t = Monto. i^* = tasa de interés (trimestral, semestral o anual).

P_i = flujos de cada periodo.

t = plazo concedido para pagar el préstamo (años).

i_i = tasa nominal de interés sobre saldos.

(Nota: $S_t \neq S'_t$ puesto que en S'_t se están considerando las tasas de inflación prevalecientes en la economía nacional.)

Y el costo antes de impuestos de esta alternativa de financiamiento, sería la tasa de interés (K_b) que satisface la ecuación:

$$P - \sum_{j=1}^n \frac{P_i [1 - (j-1)/n] + P/n}{(1 + K_b)^j} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

Puesto que los intereses que origina el préstamo son deducibles, el costo después de impuestos, sería la tasa de interés (K'_b) que satisface la ecuación:

$$P - \sum_{j=1}^n \frac{[P_i [1 - (j-1)/n] (1-t) + P/n]}{(1 + K'_b)^j} = 0 \quad \text{----- (2)}$$

Sin embargo, la expresión anterior es válida para situaciones en las cuales no exista inflación. Para casos en los cuales existe una tasa de inflación promedio anual de (i_i) transformándose la expresión en:

$$P - \sum_{j=1}^n \frac{P_i [1 - (j-1)/n] (1-t) + P/n}{(1 + K'_b)^j (1 + i_i)^j} = 0$$

Esta última ecuación corrige el poder adquisitivo de los flujos de efectivo futuros. Si la tasa de inflación es cero, entonces no sufre ninguna modificación, y queda como la expresión 1.

Y al igual que para el rendimiento de un proyecto, cuando la tasa de inflación es cero, esta ecuación se transforma a la número 2.

Para cualquier método que se emplee en la evaluación económica considerándose la inflación, el procedimiento de cálculo es exactamente el mismo, excepto por las cifras que ahora se ven afectadas por la inflación .

El primer punto importante a considerar en evaluaciones con inflación, es que las cifras aparecen en el estudio de factibilidad son cifras que fueron determinadas en el periodo cero, es decir, en el momento de hacer el estudio antes de invertir, lo cual implica que al considerar la inflación, la cifra inicialmente se calculaba en tiempo cero tendrá un aumento de valor desde el año 1, y por supuesto en los años sucesivos, es decir, las cifras inicialmente calculadas no se consideran del año 1 sino del año cero, excepto cuando la evaluación económica se realiza sin considerar la inflación.

Si los flujos netos de efectivo determinados en el periodo cero se les denota como FNE (Flujos Neto de Efectivo), y al valor de salvamento sin inflación, que equivaldría al valor fiscal en libros al final de n años sin reevaluación de activos, se le denota por VS_0 entonces el valor presente neto sin inflación, se mantiene constante.

$$\text{i.e. } VPN = -P + \frac{FNE_1}{(1 + TREMA_f)^1} + \frac{FNE_2}{(1 + TREMA_f)^2} + \dots + \frac{FNE_n = VS_0}{(1 + TREMA_f)^n}$$

Lo más interesante de todo este proceso de consideraciones de inflación está en que:

$$VPN = 0 = VPN_1$$

Es decir, el VPN sin considerar inflación es exactamente igual en valor numérico al VPN_1 , considerando cualquier tipo de inflación, tal y como se demostró anteriormente.

Se explicó cómo la inflación afecta el rendimiento de un proyecto, sin embargo el rendimiento de un proyecto es menos afectado por la inflación que el costo de un crédito, los desembolsos para la empresa ya están fijos suponiendo que el préstamo se haya obtenido en moneda nacional y a una tasa fija.

La inflación no sólo castiga los méritos económicos y financieros de un proyecto de inversión sino que también y en mayor grado, los costos de las diferentes fuentes de financiamiento son reducidos. Lo anterior significa que bajo ciertas condiciones, proyectos que deben ser rechazados son aceptados si en las evaluaciones económicas se toma en cuenta la inflación. Cabe señalar que ciertas fuentes de financiamiento son más afectadas por la inflación, es obvio que un préstamo de largo plazo, con tasa fija y en moneda nacional; captado en ambientes crónicos inflacionarios, cuesta mucho menos que un préstamo captado en las mismas circunstancias, pero con tasas flotantes y en moneda extranjera. Lo anterior es obvio puesto que un financiamiento en moneda extranjera presenta el peligro de cambios de paridad.

4.1 ¿COMO AFECTA LA "INFLACIÓN" UN PROYECTO DE INVERSIÓN ?

En la evaluación de proyectos de inversión, la inflación puede afectar tanto los flujos de efectivo relacionados con cada proyecto, como la tasa de recuperación mínima atractiva (TREMA) requerida por la empresa. Nosotros vamos a centrar nuestra atención en el efecto de la inflación sobre los flujos netos de efectivo. En este sentido, es importante reconocer que existen diferentes problemáticas para las decisiones de inversiones. Ya que hay inversiones en las que el monto de los flujos de efectivo es independiente del grado de inflación. En otras situaciones la inflación afecta los flujos uniformemente y en la misma proporción.

Y por último, existen casos en que los efectos inflacionarios se producen con diferente intensidad en las diferentes componentes de los flujos. Nuestra recomendación para resolver el problema de la inflación en todas estas situaciones, es un procedimiento único. Asimismo es necesario, mencionar que el efecto de la inflación en el valor real de los flujos de efectivo futuros de un proyecto no debe ser confundido con los cambios de valor que el dinero tiene a través del tiempo. Las dos situaciones anteriores producen el mismo efecto; un peso el próximo año tiene un valor menor que un peso ahora.

Sin embargo, el cambio del valor del dinero a través del tiempo surge debido a que un peso ahora puede ser invertido a la tasa de interés prevaleciente en el mercado y recuperar ese peso y los intereses en el próximo año. Por el contrario, el efecto de la inflación surge simplemente porque con un peso se compra más ahora que en el próximo año, debido a la alza general de los precios; los efectos que causa la inflación y que trae consigo cambios radicales para los proyectos son los siguientes:

- Destrucción económica de la clase media
- Disminuye la productividad
- Disminuye la competitividad externa
- Disminuye la inversión interna
- Disminuye la distribución de la riqueza
- Aumenta la pobreza
- Disminuye el empleo
- Aumenta el desequilibrio entre la oferta y la demanda
- Aumenta el desempleo

Se ha definido la inflación y se han dado diferentes tipos y causas de la inflación, sin embargo necesitamos saber como podemos medirla.

Para medir la inflación tenemos diferentes tipos de tasas de interés, y algunas otras que se relacionan con la inflación, pero antes damos algunas definiciones que servirán para comprender esto.

4.2 TASA DE INTERÉS REAL EN LA INFLACIÓN

La tasa de interés real es la cantidad de capital retribuido por el uso de una unidad de capital (\$1) durante un intervalo de tiempo unitario (un año), descontado a la tasa de inflación correspondiente a ese mismo año.

Asimismo tenemos una tasa de inversión o de "mercado" equivalente a una tasa de interés nominal i y la tasa de inflación se denota por I , entonces la tasa de interés real va a estar dada por la siguiente expresión:

$$r = \left(\frac{1+i}{1+I} \right) - 1$$

Donde r puede tomar tanto valores positivos como negativos, dependiendo de los valores que tome i (Tasa de interés nominal) e I (tasa de inflación).

Para el caso en que $r = \left(\frac{1+i}{1+I} \right) > 1$ entonces $r > 0$, pero si $r = \left(\frac{1+i}{1+I} \right) < 1$ entonces $r < 0$ y por lo tanto, en este último caso se están generando decrementos reales del capital en lugar de obtenerse incrementos reales.

La conclusión mas importante es comprender que la inflación no sólo castiga los méritos económicos y financieros de un proyecto de inversión, sino que también y en mayor grado, los costos de las diferentes fuentes de financiamiento son reducidos. Lo anterior significa que bajo ciertas condiciones, proyectos que deben ser rechazados, son aceptados si en las evaluaciones económicas se toma en cuenta la inflación.

También vale la pena señalar que ciertas fuentes de financiamiento son más afectadas por la inflación. Por ejemplo, es obvio que un préstamo de largo plazo, con tasa fija y en moneda nacional, captado en ambientes crónicos inflacionarios, cuesta mucho menos que un préstamo captado en las mismas circunstancias, pero con tasas flotantes y en moneda extranjera. Lo anterior es obvio, puesto que un financiamiento en moneda extranjera presenta el peligro de cambios de paridad. Incrementos significativos en el nivel general de precios tanto de los artículos como de los servicios, han originado la necesidad de modificar los procedimientos tradicionales de la evaluación de los proyectos de inversión, con el objeto de lograr una mejor asignación de capital. Un ambiente crónico inflacionario disminuye notablemente el poder de compra de la unidad monetaria, causando graves divergencias entre flujos de efectivo futuros reales y nominales.

Los analistas económicos consideran que los aumentos generales de los precios no pueden considerarse como un fenómeno circunstancial y aislado, sino que constituyen una realidad que debemos considerar como normal y prácticamente inherente al sistema de libre empresa.

La inflación puede considerarse como una constante de nuestro tiempo, dado el mundo económico en que logra su desarrollo de la empresa. En casi todos los países occidentales se ha observado, durante los últimos años, un aumento general de precios y el problema es más que acentuado aún en los países en desarrollo, donde a veces encontramos tasas de inflación muy altas. Aunque la palabra inflación es utilizada todos los días, mucha gente encuentra difícil definirla. La mayoría de las personas están conscientes que una determinada cantidad de dinero compra cada vez menos cantidad de artículos y servicios a medida que el tiempo transcurre. Sin embargo, muy probablemente esta gente no está capacitada para expresar este conocimiento cuantitativamente.

Es conveniente decir algunas ideas sobre como medir la inflación. En términos simples, los resultados de las actividades de un negocio son expresados en pesos. Sin embargo, los pesos son una unidad imperfecta de medida, puesto que su valor cambia a través del tiempo.

La inflación es el término que se usa para expresar esa disminución en valor. Por ejemplo, si se depositan 1000 en una cuenta de ahorro que paga el 10% anual, y el dinero es retirado después de un año, se puede decir que la tasa interna de rendimiento es de 10%. Lo anterior es cierto siempre y cuando el poder adquisitivo del dinero retirado sea el mismo del año anterior, o expresado en otras palabras, el rendimiento es 10% si con el dinero obtenido puedo comprar un 10% más de bienes y de servicios. Sin embargo, si la inflación ha reducido el valor del dinero en un 20%, entonces, el rendimiento real resulta en una pérdida económica en el poder de compra de un 8.4%. Por consiguiente, se puede decir que la inflación es la medida de la disminución en el poder de compra del peso.

4.3 TASA DE INTERÉS NOMINAL Y TASA DE INFLACIÓN ESPERADA.

Es el valor del capital retribuido por el uso de una unidad de capital (\$1) durante cierto intervalo de tiempo unitario.

Así en el mundo financiero es práctica generalizada definir el año como el intervalo de tiempo unitario y, definir también la cantidad que debe retribuirse por el uso de una unidad de capital durante un año, como la tasa anual de interés.

Sin embargo, como podrá observarse, cualquier intervalo de tiempo t que se seleccione ($t > 0$), definirá una tasa de interés relativa a esa unidad de tiempo.

De esa manera pueden tenerse diversas tasas de interés:

- Si t es un año entonces la tasa de interés será anual
- Si t es un semestre entonces la tasa de interés será semestral

Para pronosticar o proyectar la tasa de inflación esperada, deberá considerarse el comportamiento de los siguientes factores:

- a. Cotización del peso contra el dólar
- b. Precio internacional del petróleo
- c. Precio internacional de las materias primas
- d. Aumentos salariales
- e. Precios de bienes y servicios del estado
- f. Deuda pública
- g. Ingreso real
- h. Ahorro e inversión nacional

4.3.1 TASA DE INFLACIÓN ANTICIPADA

El empleo de la técnica de inflación cero implica evaluar el proyecto en condiciones precarias sin considerar préstamos de tasas preferenciales De acuerdo a la definición dada en el tema 4.2 con respecto a la inflación definimos la tasa de inflación anticipada como el aumento en la tasa total, por la relación que existe entre la tasa de interés nominal y la tasa de inflación esperada. Para calcular la tasa de inflación anticipada ocupamos la siguiente fórmula:

$$TIA = (1.00 + \%TN) * (1.00 + \%TI) - 1.00$$

donde:

TIA =Tasa de inflación anticipada.

TN = Tasa de interés nominal.

TI = Tasa de Inflación esperada.

Por otro lado la rentabilidad económica se mide como la diferencia entre la TIR y la Trema. Superando la TIR a la Trema; a mayor diferencia mucho mayor rentabilidad teniendo como parámetro para catalogar un proyecto como muy riesgoso.

Si el nivel de producción es tal que satura la capacidad instalada y, a pesar de esto, la TIR supera por muy poco margen a la Trema, la inversión es económicamente rentable, cualquier préstamo de este tipo elevará de inmediato la rentabilidad del proyecto. Una inversión no es riesgosa justamente cuando no se ve tan afectada por el nivel de las ventas, pues es aquí donde empieza la administración del riesgo.

Es así como mostramos en el presente capítulo como la inflación no sólo castiga los méritos económicos, sino que también y en mayor grado los costos de las diferentes fuentes de financiamiento, y son mucho más afectadas por la inflación. Es importante recalcar los distintos escenarios en el que juega el proyecto de inversión, donde finalmente el entorno de acuerdo a las variantes manejadas determinará la aceptación o el rechazo del proyecto a invertir.

CAPÍTULO V

LA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA

En la última década se puede observar un reconocimiento creciente al papel que desempeñan las Pequeñas y Medianas Empresas (PYMES) en la creación de empleos y en la promoción de crecimiento y desarrollo. De estadísticas recientes de los países de la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE)⁹ se desprende que los nuevos empleos se generan en Pequeñas y Medianas Empresas. Existen indicios de que en muchos países en desarrollo la situación es parecida.

En la mayoría de los países industrializados, el desempleo ha experimentado un crecimiento importante durante los últimos veinte años. En la actualidad se alcanza un promedio del 8% en los países de la (OCDE) y de un 12% en los países de la Unión Europea.

Los criterios para clasificar a la micro, pequeña y mediana empresa han sido diferentes en cada país. De manera tradicional se ha utilizado el número de trabajadores como criterio para estratificar los establecimientos por tamaño y como criterios complementarios, el total de ventas anuales, los ingresos y / o los activos fijos.¹⁰

⁹ Documento emitido por la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico OCDE 2002 *Variables Económicas*

¹⁰ Op cit: INEGI Censos Económicos 1999 " MICRO PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA "

5.1 DEFINICIÓN DEL CONCEPTO DE PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA.

En ninguna definición se puede pretender recoger todos los elementos que determinan que una empresa sea "pequeña" o "mediana", ni los que diferencian a las empresas, los sectores o los países en sus distintos niveles de desarrollo.

La definición tradicional del concepto de pequeñas y medianas empresas (PYMES) se ha basado en varios criterios, que son:

- El número de trabajadores que emplean.
- El volumen de producción o de ventas.
- El valor de capital invertido.
- El consumo de energía.

Por consiguiente se ha clasificado de la forma siguiente:

Microindustria. Las empresas que ocupan hasta 15 personas y el valor de sus ventas netas que sea hasta 30 millones de pesos al año.

Industria Pequeña. Las empresas que ocupan hasta 100 personas y sus ventas netas no rebasan la cantidad de 400 millones de pesos al año.

Industria Mediana. Las empresas que ocupan hasta 250 personas y el valor de sus ventas no rebasará la cantidad de un mil 100 millones de pesos al año.

A partir de 1990 existen cuatro pronunciamientos acerca de los criterios para la definición de las micro, pequeñas y medianas empresas realizados, todos ellos, por la entonces Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, en las siguientes fechas:

- 18 de mayo de 1990

- 11 de abril de 1991
- 03 de diciembre de 1993
- 30 de marzo de 1999

En otras definiciones se recalcan aspectos cualitativos tales como si el propietario de la empresa trabaja a la par que los trabajadores, y el grado de especialización en la gestión (OIT, 1969).

Según la definición de la OCDE ¹¹, "se considera que los establecimientos que emplean hasta 19 trabajadores son muy pequeños, los que emplean hasta 99 personas se consideran pequeños, los que emplean entre 100 y 499 personas se consideran medianos y los que emplean a más de 500 personas se consideran "grandes", sin embargo, muchas de las empresas clasificadas en la categoría de medianas de acuerdo a la OCDE¹² se considerarían empresas relativamente grandes en algunos países en desarrollo de modo que cabe prever que la definición varíe mucho con las condiciones reinantes de cada país. (consultar tabla de "participación de las empresas ")

5.2 EXPERIENCIA RECIENTE EN MÉXICO.

En el año de 1978 se creó el Programa de Apoyo Integral a la Industria Mediana y Pequeña (PAI), en el cual se agruparon varios fondos y fideicomisos. Este programa se enfocó a los establecimientos de 6 a 250 personas, considerados como pequeña y mediana industria, mientras que a los establecimientos que empleaban hasta cinco personas se les consideraba como talleres artesanales y no eran objeto de este programa de apoyo. En marzo de 1979, a través del Plan Nacional de Desarrollo Industrial, se consideró como pequeña industria a aquella cuya inversión en activos fijos era menor a 200 veces el salario mínimo anual vigente en el Distrito Federal (10 millones de pesos de ese entonces)¹³.

¹¹ Documento emitido por la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) 2002.

¹² Documento emitido por la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) 2002. Desarrollo Económico "Globalización

¹³ Diario Oficial de la Federación

No es sino hasta el año de 1985 en que la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial (SECOFI), actualmente Secretaría de Economía, establece de manera oficial los criterios para clasificar a la industria de acuerdo con su tamaño. El 30 de abril de ese año, publicó en el Diario Oficial de la Federación el programa para el Desarrollo Integral de la Industria Pequeña y Mediana.

Las PYME's generan el 78.4% de los empleos del país ¹⁴. Si se añadiera la economía informal aumentaría la participación de micro y pequeños negocios, tanto su participación en el PIB como del personal que ocupan, es decir, serían fuentes importantes en la generación de empleo. La PYME integra la inmensa mayoría de los establecimientos productivos, contribuye de manera importante a la generación de empleo.

El Censo Industrial (1994) registra que en México la microempresa concentra el:

- 97% de las unidades económicas
- Contribuye con el 47% a la generación del empleo
- Aporta el 31% del ingreso nacional (PIB total)

Asimismo el sector incrementó el empleo, de 1,300 000 a 1,700 000 trabajadores, aproximadamente. Por tanto, uno de cada dos empleos en la industria lo proporcionan este tipo de establecimientos. El PIB que generan las PYMES incrementó su participación en el sector manufacturero del 40% en 1985 a 44% en 1994, en el mismo período las empresas generaron más de 400,000 nuevos empleos, lo cual representó una expansión del 31% ¹⁵.

¹⁴ INEGI Censo Económico 1994

¹⁵ Datos Obtenidos del Censo Económico INEGI 1994.
Op. Cit: Diario Oficial de la Federación: 30 de Marzo de 1999.

En la práctica el número de personas empleadas constituye el medio más común, ahora bien, cualesquiera que sean los criterios aplicados, no se puede evitar que la clasificación sea inexacta. En México la clasificación está basada en el número de personas empleadas y en el estrato de la empresa en el Diario Oficial de la Federación de fecha 30 de marzo de 1999.

“Las pequeñas y medianas empresas (PYMES), juegan un papel importante en las economías, contribuyendo a la creación de empleos; a la reactivación económica regional; a la innovación y al progreso tecnológico”.

Se puede dividir la problemática de las PYMES en dos factores: Externos e Internos. Con respecto a los primeros, consideraron el impacto del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN) y de la crisis del 95, "contrario a lo que se pudiera pensar el TILCAN fue una oportunidad para gran parte de las empresas ya que pudieron importar insumos y tecnología de calidad superior además una parte considerable de la competencia no proviene de los Estados Unidos, sino de los países asiáticos y parte de Europa. En cuanto a la crisis del peso de 1995, el impacto para las PYMES fue considerablemente negativo.

En cuanto a los factores internos de las PYMES se puede considerar la capacidad administrativa, la gestión funcional y el grado de reflexión estratégica.

Los determinantes más importantes del éxito de las PYMES radican en el grado de preparación del gerente y su capacidad de reflexión estratégica, indistintamente del sector, de la situación macroeconómica, así como de la gestión en recursos humanos. Al gobierno se le debe manifestar la necesidad de aprovechar los diversos tratados comerciales por parte de las PYMES, así como un compromiso de éstas con la calidad de sus productos.

Se puede afirmar que algunas de las PYME's son técnicamente muy capaces para generar un producto o servicio y hacerlo llegar a los clientes, pero administrativamente son muy

deficientes en el manejo de sus recursos, La pequeña y mediana empresa según la Secretaría de Economía "el 35% de los problemas de una PYME es la necesidad de crédito, pero el otro 65% es administración" ¹⁶

Las PYME's no sólo adquieren importancia en el ámbito nacional sino también en el internacional. Existen institutos alrededor de todo el mundo que enseñan, ayudan, financian y promueven a las PYME's. La respuesta al por qué, es inminente: las grandes empresas (ahora conglomerados multinacionales) acaparan y dominan la economía mundial.

Las empresas grandes están desapareciendo para dar paso a los conglomerados y a las PYME's. Ahora estas PYME's se dedican a prestar servicios a los conglomerados, atender pequeños nichos de mercado, integrar cadenas productivas u organizaciones virtuales.

5.3 LA EMPRESA

Se define como una organización económica que produce o distribuye bienes y servicios para el mercado, con el propósito de obtener beneficios para sus titulares o dueños. Entes importantes dentro de ella son:

- El titular
- Los colaboradores
- Los bienes o derechos destinados a su funcionamiento

Las empresas se dividen por su forma de funcionamiento, en dos tipos: La empresa individual y la sociedad mercantil.

La empresa abarca cualquier actividad humana que satisfaga las necesidades del hombre, son negocios que contribuyen a atender las necesidades materiales y dedicadas a prestar servicios útiles.

¹⁶ INEGI Censo Económico 1994

Las empresas suelen dividirse por su giro en:

- Industriales
- Extractivas
- Fabriles o Manufactureras
- Mercantiles
- Financieras
- Comerciales
- De Transporte
- De Servicios Personales

Y los principales criterios para la determinación de la magnitud de la empresa son:

- Valor de la Producción.
- Capital Invertido.
- Personal Ocupado.
- Capital Fijo.
- Consumo de Materias Primas.
- Consumo de Energía Eléctrica.
- Lubricantes, Envases y Empaques.

No hay consenso entre el número de empresas en México. El IMSS registra 650 000 ¹⁷, (aproximadamente) empresas cotizando. INEGI y STPS contabilizaron 3,575,587 ¹⁸ empresas de las cuales 2,996,440 son empresarios por cuenta propia, es decir, microempresarios. Según el Censo Económico INEGI 1994 el 99% son micro, pequeñas y medianas empresas.

¹⁷ IMSS "Los trabajadores cuentan con Seguridad Social" 2002.
¹⁸ Encuesta Nacional de Micronegocios.

Participación de las empresas	
Tamaño	%
Micro	97.3
Pequeñas	2.3
Medianas	0.3
Grandes	0.1

Tabla: Participación de las empresas
Fuente: INEGI Censo Económico 1994.

En un entorno de mayor apertura, desreglamentación y liberalización de mercados, a las PYMES se les ha exigido una capacidad competitiva sin límites.

La situación de las PYMES se ha visto aún más comprometida, cuando las formas tradicionales de producción a escala reducida han ido perdiendo competitividad en aras de otras que implican importantes inversiones en tecnología y capacidad general para operar exitosamente

5.3.1 ESTABLECIMIENTOS MANUFACTUREROS

Los establecimientos manufactureros pequeños que representan el 2.7% del total, emplean el 11.8% del personal en las manufacturas y generan el 9.2% del valor agregado censal bruto del sector. Al interior del estrato de los negocios pequeños, en los que se cuentan entre 31 y 100 personas ocupadas, la rama de actividad que mayor porcentaje de personal ocupado aporta es la de la *Confección*, que emplea al 13.9% del total en mil 277 unidades.

El segundo lugar por su personal ocupado le corresponde a la rama de *Plásticos* con el 6.8% de personas en este rango, pero con porcentajes mayores a la rama anterior en los rubros de activos fijos netos y de valor agregado censal bruto. Otras ramas que destacan por su participación de personal ocupado son: *imprentas y editoriales*, con el 5.3% y *Otros metálicos*, con el 4.1% del personal ocupado; esta última además, con el 11.3% del valor agregado censal bruto, constituyéndose así en el que mayor valor generó entre las diez principales ramas.

Distribución Territorial de los establecimientos manufactureros y de su personal ocupado.

- **Región Centro:** Distrito Federal, México, Puebla, Hidalgo, Morelos y Tlaxcala.
- **Región Centro-Norte:** Guanajuato, Querétaro de Arteaga, San Luis Potosí, Durango, Aguascalientes y Zacatecas.
- **Región Frontera Norte:** Nuevo León, Chihuahua, Baja California, Coahuila de Zaragoza, Tamaulipas y Sonora.
- **Región del Pacífico:** Jalisco, Michoacán de Ocampo, Oaxaca, Guerrero, Chiapas, Sinaloa, Nayarit, Colima y Baja California Sur.

MAPA 1
MICROESTABLECIMIENTOS MANUFACTUREROS, SEGÚN REGIONES

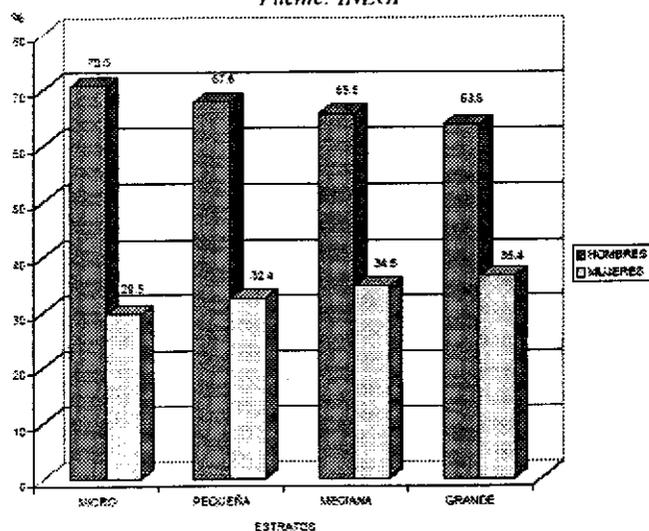


Representación Mapa de México: Zonas de Microestablecimientos, según regiones estatales
Fuente: INEGI

REGIÓN	Absoluto	%
CENTRO	107 583	32.9
PACÍFICO	99 070	30.3
FRONTERA NORTE	41 245	12.6
CENTRO-NORTE	40 971	12.5
GOLFO	38 431	11.7
TOTAL NACIONAL	327 280	100

Tabla de Microestablecimientos

Fuente: INEGI



Existen once entidades federativas con un porcentaje de mujeres mayor al promedio nacional en el estrato de los establecimientos pequeños, siete de éstas tienen una participación menor al 2.0% en el número de sus establecimientos. Aquí podemos observar entidades como Aguascalientes en donde las mujeres ocupan el 43.7% del personal; Hidalgo, con el 40.1%; Querétaro de Arteaga, con el 35.4%, etcétera. Las cuatro entidades federativas que tienen una mayor participación de establecimientos y que a su vez tienen una participación de las mujeres por arriba del promedio nacional, son: Baja California (39.1%), Puebla (37.5%), Distrito Federal (35.7%) y Jalisco (35.2 %).

En contraste, estados como Quintana Roo, Chiapas, Tabasco, Veracruz y Colima reportan los porcentajes de participación de la mujer más bajos del país en la pequeña empresa.

5.4 LA IMPORTANCIA DE LAS PYME'S EN NUESTRO PAÍS.

¿Por qué el interés tan profundo de todos en las PYME's ? Como se comenta antes, son muy grandes en número, y requieren servicios y productos de la misma forma que los grandes conglomerados. Si bien las PYME's, no logran tener un consumo individual tan considerable como las multinacionales, en conjunto llegan a consumir más que las mismas grandes empresas.

Definitivamente los mecanismos para atender a estas empresas, no son los mismos que para las grandes. Como distribuidores o integradores de soluciones, se debe tener presente la necesidad que tienen los clientes.

Si se decide atender PYME's, primero se deberá seleccionar un segmento de mercado (conjunto de clientes que hacen lo mismo y tienen las mismas características). Una vez que tenga dicha selección, podrá investigar cuáles son las necesidades que tienen y así poder generar soluciones para ellos.

Se ha comprobado que las PYME's, fallan por errores de gestión, técnicamente son muy competentes, pero tienen serios problemas en la parte financiera. Conociendo dichos antecedentes, las PYME's son un segmento de mercado muy interesante y grande.

Ejemplos de PYME's son: ferreterías, consultorios, despachos de contadores, abogados, tiendas de regalos y talleres mecánicos entre otros, Para cada uno de ellos, puede generar algún servicio o vender algún producto. Dependerá de realizar un estudio y proyectar cada servicio en el ramo correspondiente para poder determinar el beneficio esperado que traerá y predecir la ruina que llegara a ocurrir.

5.5 CARÁCTERÍSTICAS QUE AFECTAN A LAS PYME'S.

COMPONENTE FAMILIAR. Puede ser que un porcentaje muy cercano al 100% de las PYME's sean familiares. La empresa familiar es aquella en la que las decisiones están en manos de una familia, nuclear o extensa; en donde algunas veces hay pugnas entre los diferentes miembros de la familia.

FALTA DE FORMALIDAD. La mayoría de las PYME's carecen de formalidad. La formalidad como la organización y planeación, más que el cumplimiento de compromisos. Dentro de las empresas no tienen escritos procedimientos, ni políticas, ni programas.

FALTA DE LIQUIDEZ. La mayoría de las PYME's sufren de problemas de liquidez. Probablemente piense que en estos momentos todos tenemos problemas de liquidez, tiene razón, pero en la pequeña empresa es su *modus vivendi*.

PROBLEMAS DE SOLVENCIA. Si el problema de liquidez es grave, el de solvencia es peor aún. Falta de liquidez es tener con que pagar, pero no en efectivo. Tener cuentas por cobrar, inventarios, etcétera.

Falta de solvencia es **NO TENER**. Las PYMES's por su falta de planeación y su natural optimismo, tienden a hacer planes para "salvar" su empresa. Estos planes, puesto que están mal fundamentados, la mayoría de las veces no funcionan, debe haber una planeación de acuerdo al proyecto que se esté realizando en curso; generalmente es uno de los errores más comunes en ellas; en el que se ignoran métodos prospectivos en el que verifican si traerán beneficios o en su defecto no invertir en el proyecto.

**Op Cit.. Secretaria de Economía "La empresa en México"*

5.6 EJEMPLO PRÁCTICO

Mostraremos a continuación un ejemplo práctico para el caso de la Pyme en nuestro país.

Mediante el estado de resultados con la producción obtenida de una Pyme mostramos el siguiente caso:

Año	0	1	2	3	4	5
Producción	1050	1050	1050	1050	1050	1050
+Ingreso	\$26,502	\$31,802	\$38,163	\$45,795	\$54,955	\$65,945
-C. Producción	22329	26795	32154	38585	46301	55562
-C. admon.	453	544	652	783	939	1127
-C. Ventas	844	1013	1215	1458	1750	2100
=uai	2876	3450	4142	4969	5965	7156
-Impuestos	1352	1622	1947	2336	2804	3363
=udi	1524	1829	2195	2633	3161	3793
+Depreciación	443	532	638	766	919	1102
=FNE	\$1,967	\$2,361	\$2,832	\$3,399	\$4,080	\$4,895

Tendremos una inversión inicial de \$5 935

Los flujos netos de efectivo dados en miles $FNE_1 = \$ 2 361$; $FNE_2 = \$ 2 833$;
 $FNE_3 = \$ 3 399$; $FNE_4 = \$ 4 080$; $FNE_5 = \$ 4 895$ (cifras redondeadas)

Con un valor de rescate = $\$ 3 129 (1.2)^5 = \$ 7 786$.

Inflación considerada $f = 20\%$ anual constante.

$TMA_r = i + f + if = 0.15 + 0.2 + 0.15 (0.2) = 0.38$

A partir de ello podemos construir el siguiente diagrama de flujo

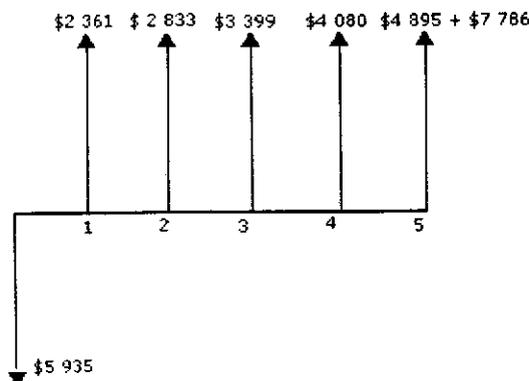


Diagrama de flujo de la evaluación económica con inflación, con producción constante.

El cálculo del VPN es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -5\,935 + \frac{2\,361}{(1+0.38)^1} + \frac{2\,833}{(1+0.38)^2} + \frac{3\,399}{(1+0.38)^3} + \frac{4\,080}{(1+0.38)^4} + \frac{4\,895 + 7\,786}{(1+0.38)^5} \\ &= \$2\,215 \end{aligned}$$

Tomando los flujos constantes y una TREMA del 15% y no considerando la inflación obtendremos lo siguiente:

$$\text{VPN} = -5\,935 + 1967 \left[\frac{(1+0.15)^5 - 1}{0.15 (1+0.15)^5} \right] + \frac{3\,129}{(1+0.15)^5} = \$2\,214.35$$

haciendo el $\text{VPN} = 0$ se calcula la TIR, la cual resulta tener un valor de $\text{TIR} = 27.67\%$

El cálculo de la TIR, para el primer caso se obtiene haciendo el $\text{VPN} = 0$, con lo cual se obtiene que la TIR es de 53.21%.

Después de obtener estos dos resultados, se concluye que se debe aceptar realizar la inversión, ya que considerando la inflación el VPN es positivo e igual a \$2 214, y la TIR es menor que la inflación por lo tanto se acepta realizar el proyecto de inversión.

CONCLUSIONES

Es necesario reconocer que no existe un proyecto perfecto, todos presentan dificultades para la elaboración de los estudios y para su posterior evaluación, también mencionar las distintas disciplinas que ayuden a renovar el proyecto; no sólo es tarea de una sola sino de un conjunto de todas ellas, así al complementar el uso de ellas se obtendrán mejores resultados y se asignarán los recursos en forma óptima, facilitando así el logro de los objetivos establecidos .

Como bien lo señalamos la evaluación de proyectos, está basado principalmente en decisiones de inversión, mediante métodos como son el Valor Presente Neto, la Tasa Interna de Rendimiento y métodos estadísticos que permite hacer un mejor cálculo para la evaluación del proyecto, sin embargo también puede estar afectada por las decisiones de financiamiento; ya que una buena decisión de financiamiento podría incrementar la rentabilidad del proyecto.

La finalidad del trabajo como lo hemos presentado tiene como objetivo revisar el desempeño en el que se desarrollan las Pymes, buscando y mejorando un plan que si bien no logran cambiar la perspectiva de la empresa, si permitirá cuestionarse e incrementar sus capacidades para tener un mejor desempeño, para la cual es muy importante que el inversionista rectifique con detalle el estudio del proyecto que se pretende llevar a cabo, y que en repetidas ocasiones las ganancias inmediatas de las que percibe del proyecto no significa una buena señal del proyecto para un periodo mayor del que se haya establecido.

Lo importante como lo habíamos señalado es que el inversionista rectifique sus fallas para que así se tome una mejor decisión, saber que no puede disponer de los recursos con los que tiene destinados para la inversión; tener muy en cuenta que el generar una gran cantidad de flujo de capital no significa tener una gran utilidad, el controlar y registrar adecuadamente las operaciones de la empresa es de vital importancia, ya que de la información que se genere

dependerá de un adecuado análisis y de la toma de decisiones que podrían ser necesarias para el adecuado funcionamiento de la empresa, también reconocer que de manera conjunta y organizada el logro de la inversión dará resultados mas eficientes. Es en ello donde el actuario desempeña una labor muy importante, ya que de ello dependerá la decisión para poder invertir en el proyecto, postergarlo o en su defecto anular el compromiso para buscar nuevas alternativas de las que se pueden obtener mejores beneficios.

Es así como se concluye esta investigación esperando que sirva de apoyo; y dejando abierta la investigación para profundizar más en el tema.

BIBLIOGRAFÍA

A. de Pablo López, L. Ferruz Agudo y R. Santamaría Aquilué
“Análisis Práctico de Decisiones de Inversión y Financiación en la empresa”
Editorial Ariel, S.A.
Barcelona, España 272 p.

Andrade Cervantes Juan Horacio
“Evaluación de proyectos de Inversión para el ramo de servicios”
2000, DEPMI

Cortázar Martínez, Alfonso
“Introducción al análisis de proyectos de inversión”
-Ed. Trillas, ESAHE, 1993. 96 p.

Coss Bu Raúl
“Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión”
-Ed. Limusa, México, 1996. 374p.

Diario Oficial de la Federación
Segob.

Finnerty John D
“Financiamiento de Proyectos”
México, 1992

Heyman Timothy, León Arturo
“La Inversión en México”
Universidad del Valle de México, 198. 285 p.

INEGI (Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática)
“ La Pequeña y Mediana Empresa”
Censos Económicos. 2004.

Navarro Salas Rodolfo
“ Técnicas modernas de ingeniería económica ”
trad. Navarro Salas Rodolfo
Ed. Prentice Hall. México 382p.

Porterfield James T. S.
“ Decisiones de Inversión y costos de Capital ”
Ed. Trillas. México 1989.

Siu Villanueva Carlos, Huerta Ríos Ernestina
“ Análisis y evaluación de proyectos de inversión ”
Ed. Prentice Hall. México 1993.

Solanet Manuel,
“ Evaluación económica de proyectos de inversión ”
Ed. El Ateneo, Argentina 1984

Victoria Eugenia Erossa
“ Proyectos de inversión en Ingeniería ”
Su metodología y practica
ISBN 1933 228 p.

TABLAS

$$VF_n = VP (i + i)^n$$

Periodo	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000
2	1.0201	1.0404	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.2100
3	1.0303	1.0612	1.0927	1.1249	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950	1.3310
4	1.0406	1.0824	1.1255	1.1699	1.2155	1.2625	1.3108	1.3605	1.4116	1.4641
5	1.0510	1.1041	1.1593	1.2167	1.2763	1.3382	1.4026	1.4693	1.5386	1.6105
6	1.0615	1.1262	1.1941	1.2653	1.3401	1.4185	1.5007	1.5869	1.6771	1.7716
7	1.0721	1.1487	1.2299	1.3159	1.4071	1.5036	1.6058	1.7138	1.8280	1.9487
8	1.0829	1.1717	1.2668	1.3686	1.4775	1.5938	1.7182	1.8509	1.9926	2.1436
9	1.0937	1.1951	1.3048	1.4233	1.5513	1.6895	1.8385	1.9990	2.1719	2.3579
10	1.1046	1.2190	1.3439	1.4802	1.6289	1.7908	1.9672	2.1589	2.3674	2.5937
11	1.1157	1.2434	1.3342	1.5395	1.7103	1.8983	2.1049	2.3316	2.5804	2.8531
12	1.1268	1.2682	1.4258	1.6010	1.7959	2.0122	2.2522	2.5182	2.8127	3.1384
13	1.1381	1.2936	1.4685	1.6651	1.8856	2.1329	2.4098	2.7196	3.0658	3.4523
14	1.1495	1.3195	1.5126	1.7317	1.9799	2.2609	2.5785	2.9372	3.3417	3.7975
15	1.1610	1.3459	1.5580	1.8009	2.0789	2.3966	2.7590	3.1722	3.6425	4.1772
16	1.1726	1.3728	1.6047	1.8730	2.1829	2.5404	2.9522	3.4259	3.9703	4.5950
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2920	2.6928	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5270	3.0256	3.6165	4.3157	5.1417	6.1159
20	1.2202	1.4859	1.8061	2.1911	2.6533	3.2071	3.8697	4.6610	5.6044	6.7275
21	1.2324	1.5157	1.8603	2.2788	2.7860	3.3996	4.1408	5.0338	6.1088	7.4002
22	1.2447	1.5460	1.9161	2.3699	2.9253	3.6035	4.4304	5.4365	6.6586	8.1403
23	1.2572	1.5769	1.9736	2.4647	3.0715	3.8197	4.7405	5.8715	7.2579	8.9543
24	1.2697	1.6084	2.0328	2.5633	3.2251	4.0489	5.0724	6.3412	7.9111	9.8497
25	1.2824	1.6406	2.0938	2.6658	3.3864	4.2919	5.4274	6.8485	8.6231	10.835
26	1.2953	1.6734	2.1566	2.7725	3.5557	4.5494	5.8074	7.3964	9.3992	11.918
27	1.3082	1.7069	2.2213	2.8834	3.7335	4.8223	6.2139	7.9881	10.245	13.110
28	1.3213	1.7410	2.2879	2.9987	3.9201	5.1117	6.6488	8.6271	11.167	14.421
29	1.3345	1.7758	2.3566	3.1187	4.1161	5.4184	7.1143	9.3173	12.172	15.863
30	1.3478	1.8114	2.4273	3.2434	4.3219	5.7435	7.6123	10.063	13.268	17.449
40	1.4889	2.2080	3.2620	4.8010	7.0400	10.286	14.974	21.725	31.409	45.259
50	1.6446	2.6916	4.3839	7.1067	11.467	18.420	29.457	46.902	74.358	117.69
60	1.8167	3.2810	5.6916	10.520	18.679	32.938	57.946	101.26	176.03	304.48

$$VP = \left[\frac{VF}{(1+i)^n} \right]$$

Periodo	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9345	0.9259	0.9174	0.9091
2	0.9803	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8900	0.8734	0.8573	0.8417	0.8264
3	0.9706	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8396	0.8163	0.7938	0.7722	0.7513
4	0.9610	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7921	0.7629	0.7350	0.7084	0.6830
5	0.9515	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7473	0.7130	0.6806	0.6499	0.6209
6	0.9420	0.8880	0.8375	0.7903	0.7462	0.7050	0.6663	0.6302	0.5963	0.5645
7	0.9327	0.8706	0.8131	0.7599	0.7107	0.6651	0.6227	0.5835	0.5470	0.5132
8	0.9235	0.8535	0.7894	0.7307	0.6768	0.6274	0.5820	0.5403	0.5019	0.4665
9	0.9143	0.8368	0.7664	0.7026	0.6446	0.5919	0.5439	0.5002	0.4604	0.4241
10	0.9053	0.8203	0.7441	0.6756	0.6139	0.5584	0.5083	0.4632	0.4224	0.3855
11	0.8963	0.8043	0.7224	0.6496	0.5847	0.5268	0.4751	0.4289	0.3875	0.3505
12	0.8874	0.7885	0.7014	0.6246	0.5568	0.4970	0.4440	0.3971	0.3555	0.3186
13	0.8787	0.7730	0.6810	0.6006	0.5303	0.4688	0.4150	0.3677	0.3262	0.2897
14	0.8700	0.7579	0.6611	0.5775	0.5051	0.4423	0.3878	0.3405	0.2992	0.2633
15	0.8613	0.7430	0.6419	0.5553	0.4810	0.4173	0.3624	0.3152	0.2715	0.2394
16	0.8528	0.7284	0.6232	0.5339	0.4581	0.3936	0.3387	0.2919	0.2519	0.2176
17	0.8444	0.7142	0.6050	0.5134	0.4363	0.3714	0.3166	0.2703	0.2311	0.1978
18	0.8360	0.7002	0.5874	0.4936	0.4155	0.3503	0.2959	0.2502	0.2120	0.1799
19	0.8277	0.6864	0.5703	0.4746	0.3957	0.3305	0.2765	0.2317	0.1945	0.1635
20	0.8195	0.6730	0.5537	0.4564	0.3769	0.3118	0.2584	0.2145	0.1784	0.1486
21	0.8114	0.6598	0.5375	0.4388	0.3589	0.2942	0.2415	0.1987	0.1637	0.1351
22	0.8034	0.6468	0.5219	0.4220	0.3418	0.2775	0.2257	0.1839	0.1502	0.1228
23	0.7954	0.6342	0.5067	0.4057	0.3256	0.2618	0.2109	0.1703	0.1378	0.1117
24	0.7876	0.6217	0.4919	0.3901	0.3101	0.2470	0.1971	0.1577	0.1264	0.1015
25	0.7798	0.6095	0.4776	0.3751	0.2953	0.2330	0.1842	0.1460	0.1160	0.9228
26	0.7720	0.5976	0.4637	0.3604	0.2812	0.2198	0.1722	0.1352	0.1064	0.0839
27	0.7644	0.5859	0.4502	0.3468	0.2678	0.2074	0.1609	0.1252	0.0976	0.0763
28	0.7568	0.5744	0.4371	0.3335	0.2551	0.1956	0.1504	0.1159	0.0895	0.0693
29	0.7498	0.5631	0.4243	0.3207	0.2429	0.1846	0.1406	0.1073	0.0822	0.0630
30	0.7419	0.5521	0.4120	0.3083	0.2314	0.1741	0.1314	0.0994	0.0754	0.0573
35	0.7059	0.5000	0.3554	0.2534	0.1813	0.1301	0.0937	0.0676	0.0490	0.0356
40	0.6717	0.4529	0.3068	0.2083	0.1420	0.0972	0.6880	0.0460	0.0318	0.0221
45	0.6091	0.4102	0.2644	0.1712	0.1113	0.0727	0.0476	0.0313	0.0207	0.0137
50	0.6080	0.3715	0.2281	0.1407	0.0872	0.0543	0.0339	0.0213	0.0134	0.0085
55	0.5785	0.3365	0.1988	0.1157	0.0683	0.0406	0.0242	0.0145	0.0087	0.0053

$$VP = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Número de periodos	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174
2	1.9704	1.9416	1.9135	1.8861	1.8594	1.8334	1.8080	1.7833	1.7591
3	2.9410	2.8839	2.8286	2.7751	2.7232	2.6730	2.6243	2.5771	2.5313
4	3.9020	3.8077	3.7171	3.6299	3.5460	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397
5	4.8534	4.7135	4.5797	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897
6	5.7955	5.6014	5.4172	5.2421	5.0757	4.9173	4.7665	4.6229	4.4859
7	6.7282	6.4720	6.2303	6.0021	5.7864	5.5824	5.3893	5.2064	5.0330
8	7.6517	7.3255	7.0197	6.7327	6.4632	6.2098	5.9713	5.7466	5.5348
9	8.5660	8.1622	7.7861	7.4353	7.1078	6.8017	6.5152	6.2469	5.9952
10	9.4713	8.9826	8.5302	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177
11	10.3676	9.7868	9.2526	8.7605	8.3064	7.8869	7.4987	7.1390	6.8052
12	11.2551	10.5753	9.9540	9.3851	8.8633	8.3838	7.9427	7.5361	7.1607
13	12.1337	11.3484	10.6350	9.9356	9.3936	8.8527	8.3577	7.9038	7.4869
14	13.0037	12.1062	11.2961	10.5631	9.8966	9.2950	8.7455	8.2442	7.7862
15	13.8651	12.8493	11.9379	11.1184	10.3797	9.7122	9.1079	8.5595	8.0607
16	14.7179	13.5777	12.5611	11.6523	10.8378	10.1059	9.4466	8.8514	8.3126
17	15.5623	14.2919	13.1661	12.1657	11.2741	10.4773	9.7632	9.1216	8.5436
18	16.3983	14.9920	13.7535	12.6593	11.6896	10.8278	10.0591	9.3719	8.7556
19	17.2260	15.6785	14.3238	13.1339	12.0853	11.1581	10.3356	9.6036	8.9501
20	18.0456	16.3514	14.8775	13.5903	12.4622	11.4699	10.5940	9.8181	9.1285
21	18.8570	17.0112	15.4150	14.0292	12.8212	11.7641	10.8355	10.0168	9.2922
22	19.6604	17.6580	15.9369	14.4511	13.163	12.0416	11.0612	10.2007	9.4424
23	20.4558	18.2922	16.4436	14.8568	13.4886	12.3034	11.2722	10.3711	9.5802
24	21.2434	18.9139	16.9355	15.247	13.7986	12.5504	11.4693	10.5283	9.7066
25	22.0232	19.5235	17.4131	15.6221	14.0939	12.7834	11.6536	10.6743	9.8226
26	22.7952	20.1210	17.8768	15.9823	14.3752	13.0032	11.8258	10.8100	9.9290
27	23.5596	20.7069	18.3270	16.3296	14.6430	13.2105	11.9867	10.9352	10.0266
28	24.3164	21.2813	18.7641	16.6631	14.8981	13.4062	12.1371	11.0511	10.1161
29	25.0658	21.8444	19.1885	16.9837	15.1411	13.5907	12.2777	11.1584	10.1983
30	25.8077	22.3965	19.6004	17.2920	15.3725	13.7648	12.4090	11.2578	10.2737
35	29.4086	24.9986	21.4872	18.6646	16.3742	14.4982	12.9477	11.6546	10.5668
40	32.8347	27.3555	23.1148	19.7928	17.1591	15.0463	13.3317	11.9246	10.7574
45	36.0945	29.4902	24.5187	20.7200	17.7741	15.4558	13.6055	12.1084	10.8812
50	39.1961	31.4236	25.7298	21.4822	18.2559	15.7619	13.8007	12.2335	10.9617
55	42.1472	33.1748	26.7744	22.1086	18.6335	15.9905	13.9399	12.3186	11.0140