



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"PRUEBA DE SUFICIENCIA A LAS TABLAS DE MORTALIDAD DE LOS SEGUROS DE PENSIONES DERIVADOS DE LAS LEYES DE SEGURIDAD SOCIAL"

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
**A C T U A R I O**  
P R E S E N T A :  
**HECTOR ROMO BADILLO**

DIRECTOR DE TESIS: ACT. OSCAR ARANDA MARTINEZ



**2005**



FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

m347086



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recaptional  
 NOMBRE: Héctor Romo Badillo  
 FECHA: 19 Agosto - 2003  
 FIRMA: [Signature]

**ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ**  
**Jefe de la División de Estudios Profesionales de la**  
**Facultad de Ciencias**  
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Prueba de Suficiencia a las Tablas de Mortalidad de los Seguros de Pensiones Derivados de las Leyes de Seguridad Social".

realizado por Héctor Romo Badillo

con número de cuenta 09234408-6 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director  
 Propietario  
 Propietario  
 Propietario  
 Suplente  
 Suplente

Act. Oscar Aranda Martínez  
 Act. Ricardo Humberto Sevilla Aguilar  
 Act. Maximino Gómez Mendoza  
 Act. Miguel Angel Torres Ramírez  
 Act. Cristian Gastelum Rodríguez

[Signature]  
[Signature]  
[Signature]  
[Signature]  
[Signature]

Consejo Departamental de Matemáticas

Act. Jaime Vázquez Alamilla



## INDICE

<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	- 5 -
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	- 6 -
<b><i>Nociones e Historia de la Seguridad Social</i></b> .....	- 6 -
Introducción .....	- 6 -
1.1 La Seguridad Social en México .....	- 7 -
1.2 La Seguridad Social contemporánea .....	- 9 -
1.3 Aspectos relevantes de la Seguridad Social actual .....	- 11 -
1.4 Principios y normas Internacionales rectores de la seguridad social .....	- 13 -
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	- 23 -
<b><i>Los Seguros de Pensiones Derivados de las Leyes de la Seguridad Social</i></b> .....	- 23 -
Introducción .....	- 23 -
2.1 La operación de los seguros de pensiones (SP) .....	- 26 -
2.1 Bases técnicas de los seguros de pensiones derivados de las Leyes de Seguridad Social .....	- 33 -
2.1.1 Hipótesis financieras .....	- 33 -
2.1.2 Recargos .....	- 33 -
2.1.3 Hipótesis de mortalidad .....	- 34 -
2.2.4 Primas de Riesgo y Montos Constitutivos .....	- 34 -
2.2.5 Pagos Vencidos .....	- 35 -
2.2.6 Estructura del Monto Constitutivo .....	- 35 -
2.2.7 Reserva matemática del beneficio básico de los seguros de Pensiones .....	- 36 -
2.2.8 Reservas complementarias del beneficio básico .....	- 37 -
2.3 Tablas de mortalidad vigentes .....	- 40 -
2.4 Información anual de las compañías autorizadas para operar los seguros de pensiones desde 1997 hasta el año 2003 .....	- 41 -
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	- 43 -
<b><i>Modelo: Tablas de mortalidad 1997-2002</i></b> .....	- 43 -
Introducción .....	- 43 -
3.1 Presentación de una Tabla de Mortalidad .....	- 43 -
3.2 Metodología .....	- 44 -
3.2.1 Datos .....	- 44 -
3.2.2 Análisis Bayesiano de Modelos de Regresión Logística .....	- 47 -
3.2.3 Suavizamiento a través de una función de la familia de Makeham-Gompertz .....	- 51 -
3.2.4 Modelo para pensiones .....	- 52 -
3.2.4.1 Datos .....	- 53 -
3.2.4.2 Obtención del modelo .....	- 57 -
3.2.4.2.1 Activos mujeres .....	- 58 -
3.2.4.2.2 Activos hombres .....	- 64 -
3.2.4.2.3 Inválidos hombres .....	- 69 -
3.2.4.2.4 Inválidos mujeres .....	- 73 -
<b>CONCLUSIONES</b> .....	- 78 -
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	- 84 -
<b>ANEXO 1</b> .....	- 87 -

*“Toda persona, como miembro de una sociedad, tiene derecho a la seguridad social y a obtener, mediante el esfuerzo nacional y la cooperación internacional, habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensable a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad”.*

*Art. 22, Declaración Universal de los Derechos Humanos*

*“Toda persona tiene derecho a la seguridad social que lo proteja contra las consecuencias de la desocupación, de la vejez y de la incapacidad que, proveniente de cualquier otra causa ajena a su voluntad, la imposibilite física o mentalmente para obtener los medios de subsistencia”.*

*Art. XVI, Declaración Americana de los Derechos y Deberes del Hombre (1948)*

*“La Seguridad Social cubrirá los accidentes y enfermedades profesionales; las enfermedades no profesionales y maternidad; y la jubilación, la invalidez, vejez y muerte.”*

*Art. 123, fracción XI, Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos (1917)*

## JUSTIFICACIÓN

En los Seguros de Pensiones, el Actuario ha de ser capaz de determinar las primas suficientes para efectos de la determinación de las reservas técnicas, prima neta de riesgo, monto constitutivo y otros conceptos técnicos necesarios para la instrumentación de estos seguros, Asimismo, es necesario contar con tablas de mortalidad adecuadas que reflejen una valuación consistente y precisa de la mortalidad de los asegurados.

Las tablas de mortalidad constituyen un elemento técnico de primera importancia para una operación sólida y eficiente de los seguros de pensiones. De esta manera, la viabilidad financiera de estos seguros depende crucialmente, entre otros aspectos, de la disponibilidad de tablas de mortalidad apropiadas; es decir, que reflejen una adecuada medición de la sobrevivencia que se deberá enfrentar en la operación.

En consecuencia, la predicción adecuada de las probabilidades de muerte constituye uno de los ejes centrales de la reducción del riesgo que se asume.

Hoy en día, se cuenta con información estadística correspondiente al periodo de 1997 al 2002, la cual proviene del Sistema Estadístico para los Seguros de Pensiones, que las compañías autorizadas para operar dichos Seguros deben entregar anualmente a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).

El objetivo de este trabajo es realizar una prueba de suficiencia a las tablas de mortalidad que forman parte de las hipótesis técnicas de los Seguros de Pensiones Derivados de las Leyes de Seguridad Social.

---

## CAPÍTULO 1

### Nociones e Historia de la Seguridad Social

#### Introducción

La inseguridad del hombre fue tal vez, junto con su calidad racional, la condición distintiva, que dio origen a su evolución a través de la historia, de ahí que el fin primero de la comunidad humana haya sido la unión inteligente de los esfuerzos individuales para hacer frente a la acechanzas del medio ambiente y a los riesgos de la existencia. La obra de la civilización a través de los milenios, no ha de entenderse sino como el marco que ha creado el hombre, por el ejercicio de la solidaridad y por el empleo combinado de la razón y la fuerza, para alcanzar las condiciones de seguridad y bienestar que hagan posible el pleno desarrollo de su personalidad.

Por tal motivo la asociación de los individuos en las colectividades denominadas Estados, tiene por finalidad primordial procurar el bienestar y la dignificación de los miembros de tales organizaciones, sin embargo el logro de este objetivo no resulta siempre fácil teniendo en cuenta los múltiples riesgos a que está expuesta la persona humana.

Aparece entonces la Seguridad Social como un deber estatal, de carácter fundamental, encaminada a garantizar a los asociados, un mínimo vital que les permita sortear las adversidades básicas, permitiendo así que los problemas de la naturaleza individual no se desborden lesionando los intereses de la colectividad, convirtiéndose de esta manera, la Seguridad Social, en prenda de garantía para la convivencia pacífica de la sociedad.

Los primeros programas de seguridad social en una concepción formal surgieron en Alemania durante el gobierno de Bismarck a fines del siglo XIX, cuando se instituyó el seguro obligatorio de enfermedades, el seguro contra accidentes de trabajo y el seguro obligatorio contra invalidez y vejez. Programas semejantes se aplicaron en el Reino Unido a principios del siglo pasado y en los Estados Unidos de América durante la Gran Depresión en el decenio de los años treinta, con la Ley del Seguro Social en 1935. Sin embargo, sólo en 1942 surge un esquema más extenso de seguridad social en Inglaterra como consecuencia del informe Beveridge, al ampliar la cobertura de esquema nacional de seguro. En América Latina, los programas de seguridad social empezaron a aparecer a principios del siglo XX, primero como leyes contra accidentes de trabajo y posteriormente como programas de pensiones, principalmente en Argentina, México, Brasil y Chile con una estructura por lo general fragmentada, generalizándose después a otros países de la región.

### 1.1 La Seguridad Social en México

En México, el derecho a la seguridad social es una de las expresiones más precisas del principio de Justicia Social, contenida en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos y corolario de importantes luchas históricas de los trabajadores del campo y ciudad. El derecho a la seguridad social, ocupa un lugar privilegiado por su naturaleza obligatoria, integral, solidaria, redistributiva y subsidiaria.

El artículo 123 Constitucional ampara prácticamente la totalidad de los riesgos a los que están expuestos los trabajadores asalariados de los sectores público y privado a través de una amplia cobertura de beneficios que comprenden seguros de invalidez, de vejez, de vida (sobrevivencia), de cesación involuntaria de trabajo, de enfermedades y accidentes profesionales, servicios de guarderías y de otra clase de beneficios para el bienestar individual y colectivo, así como el derecho a contar con una vivienda digna.



La Seguridad Social en México siguió una ruta invariable desde 1942, año en que el Congreso de la Unión aprueba un Decreto de Ley del Seguro Social que reglamenta la fracción XXIX del Art. 123 Constitucional, dando lugar a que en enero de 1943 se expida la Ley del Seguro Social que da lugar en 1944 al surgimiento del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), orientado a la protección de los trabajadores asalariados del sector formal de la economía.

Posteriormente, en el año de 1959 se expide la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), cuyo ámbito se circunscribe para proteger a los trabajadores del sector público.

Durante los años setenta se fortalece el carácter integral del seguro social y se sientan las bases para su tránsito hacia un Sistema de Seguridad Social. Este proceso se define, al menos, por los siguientes hechos:

En 1972 se crean dos institutos nacionales de vivienda, el Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores (INFONAVIT) y el Fondo de la Vivienda del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (FOVISSSTE), concretándose así el derecho de los trabajadores asalariados del sector privado y público a contar con una vivienda digna y decorosa, previsto por el artículo 123 Constitucional.

En 1973 entra en vigor una nueva Ley del Seguro Social que dispone, entre otros aspectos de avanzada, la creación del Seguro de Guarderías en apoyo a las madres trabajadoras; la extensión de los servicios médicos del IMSS a grupos de mexicanos sin capacidad de pago (básicamente de los sectores rural y urbano marginados) a través de su incorporación voluntaria al IMSS-Coplamar (Coordinación del Plan de Apoyo a Zonas Marginadas), posteriormente IMSS-Solidaridad y la extensión del régimen obligatorio del seguro social a sectores no

sujetos a una relación salarial a través de su incorporación voluntaria (con la participación del Estado como sujeto solidario).

De 1973 a 1996 en los primeros treinta años de vida de la seguridad social, México había pasado por un acelerado proceso de modernización: el país había transitado de un Estado fundamentalmente rural a una Nación urbanizada; los servicios de salud se extendieron a una mayor parte de la población, combatiéndose la mortalidad y aumentando la fecundidad de 6 niños por mujer que existía en 1930 a casi 7 en 1970, así como la esperanza de vida al nacer de 40 años en 1940 a 61 años en 1970<sup>1</sup>; se impulsó la educación, aumentando el número de inscripciones a la escuela de hombres y especialmente a mujeres, reduciéndose así el analfabetismo de manera importante; la participación de la mujer en el mercado laboral creció del 13.1 por ciento en 1950 al 17.6 por ciento en 1970; se desarrolló una clase media compuesta de pequeños empresarios, comerciantes y profesionistas, finalmente el notable crecimiento y desarrollo económico, se basó en que fortaleció la alianza productiva entre los sectores privado y público.

Así, en pocas palabras, México era un país completamente distinto al que existía cuando se fundó la seguridad social. En particular, su mercado de trabajo era más urbano, más asalariado, con trabajadores con niveles de educación más altos, pero con una muy baja capacitación en lo general; con más mujeres trabajando, pero todavía con grandes elementos de discriminación y con un sector industrial más moderno, pero aún con grandes grupos rurales e indígenas marginados de los beneficios de las primeras tres décadas.

## 1.2 La Seguridad Social contemporánea

Dado el contexto anterior, la ley requería ser actualizada para cumplir con sus objetivos y satisfacer las demandas de los distintos sectores del país y se

elaboraron estudios con miras a reestructurar la seguridad social conforme a las posibilidades reales de la institución más importante del país.

El marco teórico en que se sustentó la nueva Ley tuvo como fundamento la seguridad social integral, es decir, pretendía atender a las necesidades y las nuevas demandas no sólo de los trabajadores, sino también sentar las bases para que eventualmente toda la población tuviera posibilidades de disfrutar de los servicios y prestaciones de la seguridad social. Esto surgió como resultado de algunos estudios en los cuales se detectó acertadamente que un número importante de agricultores y de la población rural en general estaba emigrando del campo hacia las ciudades, por consiguiente, se estaba agravando el problema de la economía informal, lo que a su vez implicaba que un número importante de mexicanos estaba quedando aislado del desarrollo del país, en función de ello, la extensión de la seguridad social debía entenderse como una empresa de solidaridad nacional en donde los mejores avenidos apoyan a los menos favorecidos.

De esta manera quedaban establecidos los nuevos elementos que tendría la seguridad social: mejorar las prestaciones existentes e introducir otras, crear un nuevo ramo de seguro, el de guarderías; aumentar el número de asegurados, abrir la posibilidad para que nuevos sectores de la población se incorporen voluntariamente al régimen obligatorio; establecer servicios de solidaridad social sin comprometer los derechos de los asegurados, concretamente esto pretendía facilitar la incorporación de las mujeres al mercado de trabajo otorgándoles servicios de guarderías; el establecimiento de fórmulas para facilitar la continuación voluntaria del régimen obligatorio; el perfeccionamiento de los seguros facultativos y servicios de solidaridad social.

---

<sup>1</sup> *Martínez, Gabriel. Determinantes de la Participación en la Seguridad Social y el Impacto de la Seguridad Sobre el Gasto en Servicios Médicos, 1994.*

Por tal motivo en diciembre de 1994 se instrumentó, en la administración del Presidente Ernesto Zedillo, una profunda reforma al Sistema de Seguridad Social que entró en vigor en 1997.

En diciembre de 1995, el Congreso aprobó una nueva Ley del Seguro Social, por encargo del Ejecutivo Federal, se elaboró un diagnóstico de la seguridad social, en el país que corrió a cargo del IMSS, pero simultáneamente se pidió la participación de la sociedad para que señalara tanto las fallas y deficiencias como las propuestas de mejoras para el Instituto, mediante los llamados Foros y Buzones de Consulta Popular, ambos en el contexto de los trabajos para la elaboración del Plan Nacional de Desarrollo 1995 – 2000.

Los estudios, comentarios y evaluaciones que se elaboraron pusieron de manifiesto la crítica situación financiera del Instituto, así como el deterioro de las prestaciones (especialmente de las pensiones) y las ineficiencias en la prestación y calidad de algunos servicios.

Con la finalidad de reestructurar los servicios, recuperar la viabilidad financiera del Instituto y sentar nuevas bases que permitieran el crecimiento y desarrollo de la seguridad social, se sometió a la aprobación del Congreso la renovación de la Ley del Seguro Social, en noviembre de 1995, después de intensos debates, la iniciativa finalmente fue aprobada en el mes de diciembre por la Cámara de Diputados, con 289 votos a favor, 160 en contra y 51 abstenciones.

### 1.3 Aspectos relevantes de la Seguridad Social actual

Como se observó la seguridad social en México tiene una larga historia a lo largo de la cual constantemente se ha ido actualizando, en este sentido, es posible afirmar que son mucho más los mexicanos que se han beneficiado de los servicios del IMSS que los que permanecen marginados de sus beneficios, a pesar de que después de más de medio siglo, alrededor del 45 por ciento de la población

mexicana aún carece de los beneficios de la seguridad social, e incorporarla permanece como un reto.

Por otra parte no podemos dejar de afirmar que sucesos de finales de siglo XX, en los que se asiste a una globalización de la economía, a una mundialización de los intercambios económicos, sociales, políticos, demográficos de diversos ámbitos y la evolución de la economía hacia una mayor concentración de los agentes de producción y de distribución, se ha caracterizado por una mayor desigualdad en la distribución del ingreso, por un desplazamiento de la fuerza laboral de regiones y países con características económicas y demográficas subdesarrolladas, hacia otros de demografía e ingreso mas evolucionados. En fin, las áreas de la economía de libre mercado han dado como resultado una mayor incertidumbre respecto a la seguridad del ingreso del individuo y de su seguridad social.

Por su parte, la seguridad social ha vivido épocas de fuerte crecimiento económico y empeño en su construcción acorde a las aspiraciones de los gobiernos, estableciéndose siempre como el motor principal de la protección social, enfrentando en repetidas ocasiones crisis de diversos tipos; que se han manifestado con modalidades diferentes en diversas épocas y lugares, pero que conducen a un cuestionamiento de las instituciones y del aparato gubernamental. Pero mirando retrospectivamente, se constata que los instrumentos de acción de la seguridad social en realidad han funcionando bien, pero son perfectibles y sirven como pilar de apoyo a los cambios y medidas que se necesitan en materia de política social.

Pero es aquí donde se tiene que realizar una revisión, análisis y supervisión de los sistemas de seguridad social que existen, si realmente han cumplido con los principios rectores de la seguridad social, o sí solo han servido como instrumentos de desarrollo económico, que manifiestan la magnitud de eficiencia de los individuos que se encuentran en las estructuras productivas de los Estados y que son vistos como capital humano y financiero.

#### 1.4 Principios y normas Internacionales rectores de la seguridad social

La seguridad social para todos los que integran la sociedad es un principio y una meta que las naciones modernas se han impuesto desde hace mucho tiempo y que forma parte de las aspiraciones legítimas del individuo para su completa realización en el seno de la comunidad.

Por razones históricas y materiales, este ideal se manifiesta en la realidad mediante una cobertura muy variada en los diversos países, tanto en lo que toca a las personas protegidas como a los riesgos cubiertos y al interior de estos últimos, en lo que corresponde al número y a modalidades, cualitativas y cuantitativas, de protección, ningún país en particular puede pretender disponer de una seguridad social universal y perfecta.

En este fin de siglo se asiste a una globalización de la economía y a una mundialización de los intercambios económicos, sociales y de otra naturaleza, la evolución de la economía hacia una mayor concentración de los agentes de producción y de distribución se caracteriza por una mayor desigualdad en la redistribución del ingreso y por un desplazamiento de la fuerza laboral de regiones y países con determinadas características económicas y demográficas hacia otros de demografía e ingreso diferente, en fin, las áreas de la economía de libre mercado han dado como resultado una mayor incertidumbre respecto al de la seguridad del ingreso del individuo y de su seguridad social.

Por su parte, la seguridad social ha vivido épocas de fuerte crecimiento y empeño en su evolución, acorde con las aspiraciones de las sociedades y gobiernos, habiendo sido siempre el motor principal de la protección social, pero a la vez, ha sufrido en repetidas ocasiones las consecuencias de crisis de diversos tipos; crisis que se han manifestado con modalidades diferentes en diversas épocas y lugares, que han conducido a un creciente cuestionamiento de las instituciones, a la par del

aumento de la importancia de las crisis económicas, políticas y sociales de los países.

Las anteriores citadas no son por supuesto las únicas causas de la crisis que ha acusado la seguridad social; factores importantes como los cambios demográficos (que junto con los anteriores se pueden considerar como exógenos) como los ligados a la mala administración de los sistemas (factores endógenos), imponen soluciones efectivas e impostergables.

Pero mirando retrospectivamente se puede constatar que los instrumentos de acción de la seguridad social en realidad existen y han funcionado muy bien, que son perfectibles y sirven como pilar de apoyo a los cambios y medidas que se necesitan en materia de política social.

Los principios rectores de la seguridad social

Los instrumentos internacionales que gobiernan la seguridad social se basan en un cierto número de principios, que determinan y definen los valores fundamentales de la seguridad social.

Tres principios (o conjuntos de principios) son rectores en este respecto:

- Los principios relativos a los objetivos de la seguridad social;
- Los principios institucionales;
- Los principios en materia de organización y de servicios de las prestaciones.

Como punto de convergencia de los tres principios rectores mencionados, se encuentra el concepto de solidaridad.

Los Objetivos de la Seguridad Social

a) La garantía de los medios de vida.

Es la esencia y el objeto central de la seguridad social: su "*razón de ser*". El derecho internacional consagrado por la OIT y los textos que se han derivado, principalmente del Consejo de Europa, han puesto sobre todo el acento en la garantía al trabajador de un ingreso de sustitución al salario (u otro ingreso de actividad laboral) en caso de privación del mismo, la legislación no insiste sobre la garantía de un ingreso mínimo para toda la población, la que al contrario, se encuentra en diversas legislaciones anglosajonas.

Este principio rector fue cristalizado en la Recomendación sobre la seguridad de los medios de vida, 1944 (núm. 67) de la OIT, formulada en el contexto de la reconstrucción económica de Europa a continuación de la segunda guerra mundial. Se puede considerar como la primera piedra del edificio que constituye la normativa de la OIT en materia de seguridad social, seguida sucesivamente por más de treinta instrumentos jurídicos actuales (convenios y recomendaciones) que la Organización dispone en materia de seguridad social.

Ese instrumento demanda a los gobiernos de los Estados miembros garantizar a sus ciudadanos los medios de vida necesarios, mediante la instauración de un sistema unificado (o al menos de sistemas coordinados) de Seguro Social, el texto fue seguido por otros instrumentos más limitados, pero flexible, en lo que respectan los niveles de prestaciones por sustitución del ingreso: Convenios núms. 102, 121, 128, 131 t 168 de la OIT, de los Códigos Europeo y Europeo Revisado de Seguridad Social.

Cabe hacer notar que los instrumentos en cuestión hacen referencia a ingresos mínimos determinados, de precios y salarios, sin embargo, esas disposiciones interesan solamente al mundo laboral, en particular, a los salarios. Es decir, que no tienen el alcance de universalidad, que es la finalidad de la seguridad social.



b) La garantía de la atención a la salud.

La posibilidad de beneficiar de atención médica adecuada es un elemento esencial de la seguridad social. La recomendación sobre la asistencia médica, 1944 (núm. 69) primero y posteriormente el Convenio sobre la seguridad social (norma mínima), 1952 (núm. 102) el Convenio (núm. 130) y la Recomendación (núm. 134) sobre asistencia médica y prestaciones monetarias de enfermedad de 1969, de la OIT, al igual que el Código Europeo de Seguridad Social, establecen los principios fundamentales en la materia, ocupándose en particular de la extensión de la cobertura en salud y contemplar la participación financiera de los beneficiarios al costo de la atención.

Los textos de la OIT contemplan dos modalidades de organización de los servicios: de seguridad social o público, ambos unificados, o de otro modo controlados por un órgano de coordinación.

c) La garantía de la inserción de la reinserción.

Es el corolario de la garantía de los medio de vida, en el contexto de la lucha contra la pobreza, el principio está dirigido principalmente a proteger contra dos tipos de contingencias: el handicap (estado de minusválido) y el desempleo o para ambos casos.

En el primer caso los instrumentos en cuestión son el Convenio (núm159) y la Recomendación (núm. 168) de la OIT sobre la readaptación profesional y el empleo de las personas inválidas, 1983, de la OIT.

En el segundo caso se prevé el suministro de ingresos de sustitución en caso de desempleo. Los primeros instrumentos de la OIT al respecto datan de 1934 (Convenio y Recomendación sobre el desempleo, núm. 44.) El Convenio sobre la seguridad social (norma mínima), 1952 (núm. 102), contempla igualmente prestaciones en caso de desempleo, disposiciones más recientes, resultado de

largos años de negociaciones con los empleadores, reflejan el concepto de promoción del empleo, que debe interesar a toda la política pública nacional al respecto Convenio (núm. 168) y Recomendación (núm. 176) sobre el fomento del empleo y la protección contra el desempleo, 1988.

### Los Principios Institucionales

El convenio 102 de la OIT y el Código Europeo de Seguridad Social promueven un modelo de organización institucional de la protección social, este modelo, en su origen concebido como el único capaz de garantizar los objetivos de la seguridad social, ha sido considerado como muy limitado y hasta denunciado en alguna instancia, se fundamenta en sus principios: la responsabilidad del Estado, la participación, el carácter equitativo y colectivo de la financiación de la seguridad social.

#### a) La responsabilidad del Estado.

Los instrumentos anteriormente mencionados contemplan, en primer lugar, que el Estado miembro debe asumir una responsabilidad general en lo que concierne al servicio de las prestaciones y la buena administración de las instituciones y servicios responsables de su gestión directa.

En ambos se precisa que el Estado debe asegurarse, en los casos que se requiere, que los estudios y cálculos actuariales relativos al equilibrio financiero sean realizados periódicamente y que, en todo caso, se efectúan siempre con antelación a cualquier modificación de las prestaciones, en la tasa de cotización de los seguros o de los impuestos eventualmente efectuados al cubrir las prestaciones en cuestión, los instrumentos más recientes de la OIT en materia de seguridad social confirman ese papel del Estado.

El principio en cuestión tiene implicaciones importantes para los Estados que suscriben estos instrumentos, sobre todo hoy en día, en que el papel y responsabilidad del Estado se cuestionan y debaten ampliamente.

Sin embargo aquí en México persiste tal debate debido a que la Constitución, contiene un amplio catálogo de garantías y derechos humanos de los cuales podríamos citar los Art. 4, 25 y 123 constitucionales, de los cuales se hará referencia mas adelante.

b) La participación de la gestión

La participación de las personas protegidas en la gestión de la seguridad social es un principio consagrado por la OIT, el convenio 102 dispone que toda vez que la administración de la seguridad social puede ser responsabilidad de una dependencia pública o de una institución reglamentada por asociados con poder consultivo,<sup>17</sup> sin embargo, la normativa de este principio no precisa las modalidades con las cuales esta participación se tenga que efectuar, tampoco se habla del papel de los sindicatos de trabajadores en la gestión, el Estado queda entonces libre de acción de la materia, esto quiere decir también que hablar de parasitarismo al respecto sería exagerado, sobre todo considerando que la flexibilidad de las disposiciones permite que con una presencia formal de los representantes de las personas protegidas bastaría para validar el convenio, finalmente, cabe hacer notar que esa disposición no es suficiente para prohibir una privatización de la seguridad social.

c) El carácter equitativo y colectivo del financiamiento.

Los dos instrumentos antes mencionados contienen disposiciones esenciales relativas al financiamiento de la seguridad social, en particular, se prevé que el costo de las prestaciones y los gastos de administración deben ser financiados colectivamente, de manera tal que: evite que las personas de recursos

económicos modestos tengan que soportar una carga demasiado onerosa; que se tenga en cuenta la situación económica del país y de las categorías de las personas protegidas.

En los regímenes de seguro social (a excepción de las prestaciones familiares y los riesgos del trabajo), el total de las cotizaciones a cargo de los asalariados protegidos no deben exceder el 50 por ciento del total del costo de las prestaciones.

d) Otros principios institucionales característicos.

Además de los tres principios señalados, los instrumentos citados contemplan otras disposiciones fundamentales, como el derecho de apelación en caso de rechazo de la prestación debida, o en cuanto a la calidad o cuantía de la misma.

La afiliación obligatoria, contrariamente a los principios anteriores, no es objeto específico del derecho internacional en la materia, la razón es que se trata de una regla de base, cuya importancia no ha sido nunca puesta en tela de juicio, sin embargo, se puede afirmar que, aunque el principio de la obligatoriedad de la afiliación está en la base de la norma mínima de la OIT, la afiliación facultativa se contempla bajo ciertas condiciones.

Ello es debido a la existencia, en un cierto número de países, de seguros facultativos que protegen amplias categorías de la población y que proporcionan un nivel considerable de protección.

Los Principios en Materia de Organización y de Servicios de las Prestaciones.

a) La conservación de los derechos y la igualdad de trato.

Dos objetivos convergentes, que conciernen a dos realidades muy diferentes, fundamentan el principio de la conservación de los derechos y de la igualdad de trato: la conservación de los derechos de los trabajadores emigrantes y la igualdad de trato entre nacionales y no nacionales, por un lado y la igualdad de trato entre hombres y mujeres por otro.

Las políticas internacionales de coordinación y de armonización en materia de seguridad social convergen en garantizar a los trabajadores emigrantes los mismos derechos que a los trabajadores nacionales; a la vez, se dirigen hacia el mantenimiento de los derechos que estos trabajadores han acumulado en el país de ejercicio de su actividad laboral, una vez que los mismos regresan a su país de origen.

La igualdad de trato en materia de seguridad social entre hombres y mujeres, es uno de los principales objetivos de la OIT desde su fundación, no han sido, por otra parte, completamente integrados a los convenios de seguridad social, los que se inspiran en un modelo familiar en que la mujer tiene su función en el hogar y se dedica al cuidado de los hijos, sin embargo, la tendencia a la actualización de este principio se manifiesta; en efecto, en 1975 (Año Internacional de la Mujer) la Conferencia Internacional del Trabajo adoptó una declaración sobre la igualdad de oportunidades y de trato para las trabajadoras, desde entonces, la OIT y las Naciones Unidas han desplegado considerables esfuerzos para establecer y hacer operativos los instrumentos jurídicos dirigidos en ese sentido.

#### b) Monto, frecuencia y duración de las prestaciones

Los convenios de la OIT estipulan de manera precisa las modalidades de cálculo de los ingresos de sustitución en caso de interrupción involuntaria de la actividad labora, dichos ingresos de reemplazo, ya sean temporales (por ejemplo, en caso de enfermedad o de desempleo) o vitalicias (por ejemplo invalidez, vejez) sigue las mismas reglas de cálculo:

- El monto de las prestaciones en dinero debe expresarse como un porcentaje de un ingreso de referencia; ese porcentaje varía de acuerdo con la contingencia considerada y según se trate de una norma mínima o de una superior;
- El ingreso de referencia varía, según se trate de: (a) una prestación proporcional al ingreso anterior del asalariado; (b) una prestación proporcional al salario de un trabajador – tipo no especializado, cuando la cobertura integra a toda o a una parte de la población activa; (c) una prestación fija, determinada luego de prueba de los recursos del beneficiario, que no debe ser inferior a una suma calculada según el segundo método antes indicado, cuando la cobertura integra a todos los residentes del país;
- Los convenios establecen la duración mínima del servicio de las prestaciones, en función de la naturaleza de las contingencias cubiertas;
- Para tener derecho a la prestación, se puede contemplar un período de espera, que no debe ser superior a la duración máxima contemplada en los convenios.

Todas estas disposiciones muestran claramente que el propósito de la seguridad social es ante todo suministrar un nivel predeterminado de prestaciones a la población cubierta y luego encontrar los medios de su financiación, es decir, mediante una adaptación de los recursos en función de las necesidades. Por tal motivo podemos concluir que el derecho internacional ha contemplado los sistemas de seguridad social como sistemas de prestaciones definidas.

### c) La Solidaridad

La seguridad social, tal y como resulta de los conceptos enunciados en los párrafos anteriores, es el pilar principal de la puesta en práctica de la solidaridad en las sociedades actuales, la responsabilidad del Estado, el carácter equitativo y colectivo del financiamiento, la obligatoriedad de la afiliación, entre otros

principios, convergen hacia la institución de mecanismos de solidaridad, singular o pluralmente hablando, que se constituyen y manifiestan mediante la existencia y actuación de derechos objetivos reconocidos, en diferentes Convenios y Recomendaciones de los organismos internacionales diferencia de los sistemas de asistencia social.

El derecho a la salud es un derecho universal que se fundamenta en la solidaridad nacional, las prestaciones de salud y de la seguridad social ilustran en toda evidencia esta solidaridad: de sanos a enfermos. En los sistemas de pensiones la solidaridad se ejerce entre las generaciones: de jóvenes a jubilados; aquí la solidaridad es evidente en mayor grado en aquellos regímenes financiados mediante el sistema de reparto, lo mismo vale para los regímenes de redistribución de ingresos de las familias sin hijos a las familias con hijos a cargo.

Aunque obedeciendo a lógicas diferentes, los ejemplos anteriores muestran formas de solidaridad características de la seguridad social, la heterogeneidad en materia de solidaridad, es en efecto, inherente al concepto jurídico internacional de la seguridad social.

---

## CAPÍTULO 2

### Los Seguros de Pensiones Derivados de las Leyes de la Seguridad Social

#### Introducción

*Los sistemas de pensiones tienen como propósito que los trabajadores tengan, al momento del retiro, recursos que les permitan alcanzar cierto nivel de consumo. El retiro puede darse por invalidez, vejez o cesantía en edad avanzada. Los planes, generalmente, también protegen a los dependientes económicos del trabajador en caso de que éste muera*

En noviembre de 1995, fue sometida a la aprobación del Congreso una reforma a la ley del seguro social (LSS), con la finalidad de reestructurar los servicios y recuperar la viabilidad financiera en el principal instituto de seguridad social que ampara a los trabajadores privados en México, el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS)<sup>1</sup>. La reforma de ley fue promulgada en diciembre de ese año y su reglamento en abril de 1996; sin embargo su implementación se pospuso hasta julio de 1997

En la reforma, considerada de tipo estructural, el programa de pensiones para el retiro, la cesantía en edad avanzada y la vejez (SRCV) fue extraído del IMSS y transferido a un nuevo sistema de capitalización individual; mientras que, aún cuando el seguro de invalidez y vida (SIV), al igual que el de riesgos de trabajo (SRT), continuarían bajo la administración del IMSS y se mantendrían los beneficios de la ley anterior para ambos, la mecánica de pago de las pensiones para estos seguros fue modificada.

En este proceso fue necesario distinguir, por un lado, la regulación de la cobertura que ofrecen los distintos seguros y los requisitos para acceder a las prestaciones,



con una autoridad encargada de aplicarla, el IMSS, y por otro, una normatividad de las entidades financieras que participarían, tanto en el manejo de las reservas que se integrarían desde entonces, mediante el sistema de capitalización individual (Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORES), como las responsables del mecanismo de pago de las nuevas pensiones (Aseguradoras de Pensiones (AP)).

En particular, las prestaciones cuyo pago queda a cargo de las AP, después de alguna transferencia de fondos entre las administradoras (AFORES), el Gobierno Federal y el propio IMSS son:

- pensiones derivadas de una incapacidad permanente total;
- pensiones derivadas de una incapacidad permanente parcial superior a cincuenta por ciento;
- pensiones derivadas de la muerte de un asegurado a consecuencia de un riesgo laboral;
- pensiones derivadas del ramo de invalidez;
- pensiones derivadas del ramo de fallecimiento (sobrevivientes);
- pensiones mínimas garantizadas derivadas de los seguros de riesgo de trabajo e
- invalidez;
- pensiones derivadas del seguro de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, cuando el asegurado opte por contratar una renta vitalicia (en lugar de retiro programado);
- pensiones derivadas de la contratación del seguro de sobrevivencia a que está obligado quien se retira en forma anticipada y el que se debe contratar en favor de los beneficiarios por la AFORE al momento de que se otorgue una pensión por la alternativa de retiro programado.

Uno de los aspectos más notables de la reforma lo es sin duda, la figura que el IMSS mantiene dentro del sistema reformado, derivado esto de ser la institución

con más experiencia e información en la administración de pensiones, aunado a que en la realidad se tenía un mercado de rentas vitalicias en el interior de la industria aseguradora prácticamente inexistente, que comenzaría a desarrollarse y crecer a partir del 1° de julio de 1997 con particulares características.

La nueva mecánica en el pago de las pensiones

Como se mencionó en la sección anterior, el IMSS conserva la administración del SRT y del SIV, lo que para este trae como consecuencia el mantener reservas, ya que en caso de ocurrir un siniestro, el IMSS paga de una sola vez el valor total de la pensión, entregando al trabajador una cantidad (denominada "suma asegurada") que complementada con su ahorro individual del SRCV debe formar un Monto Constitutivo (MC) para financiar el beneficio determinado por la LSS.

Con dicho monto, el asegurado o sus beneficiarios eligen a una AP para contratar una renta vitalicia y un seguro de sobrevivencia, según sea el caso. El papel de la aseguradora no es propiamente administrar el SRT o el SIV, sino que sólo se encamina a la administración de la reserva para el pago de la pensión. Esta es equivalente a la que establecía la ley derogada, con la diferencia de que ahora las pensiones se actualizan anualmente conforme al Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) y no cada vez que se modifican los salarios mínimos.

Con el procedimiento arriba descrito y debido a que el saldo de las cuentas individuales es muy bajo en los primeros años de operación del SRCV, se consideró oportuno reglamentar el medio por el cual el Gobierno Federal apoyaría financieramente al IMSS con préstamos para hacer frente al pago de las sumas aseguradas en términos de la LSS, que podrían significar una necesidad temporal de recursos para cubrir en su totalidad los MC necesarios, sin que ello implique la insuficiencia de mediano y largo plazos de las primas fijadas en la nueva Ley4.

Hablando del SRCV, el artículo tercero transitorio de la LSS establece que si los asegurados o sus beneficiarios pertenecen al régimen anterior, podrán optar por acogerse a los beneficios del mismo. Esta situación permitía suponer que todos los pensionados por este seguro optarían por el régimen anterior en los primeros años de vigencia de la ley, debido a que el saldo de la cuenta individual es de poca cuantía. Contrario a lo esperado, el número de pensionados que optan por la pensión mínima garantizada (PMG), cubierta por el Gobierno Federal, se ha incrementado<sup>5</sup>.

Para los trabajadores que se incorporen por primera vez al nuevo sistema, el fondo es administrado por las AFORES y las opciones disponibles para acceder a una pensión serán adquirir una renta vitalicia, con la cual una aseguradora, que recibirá en transferencia los fondos de la cuenta individual, le otorgará una renta mensual hasta que fallezca el trabajador, o sus beneficiarios; o mantener el saldo de la cuenta individual con la administradora y su sociedad de inversión y efectuar retiros programados, los cuales serán anualidades calculadas en función de la expectativa de vida de su grupo familiar y pagaderos en mensualidades. No obstante que el procedimiento ya está establecido, a la fecha, la nota técnica de las rentas vitalicias que se concederán por retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, se encuentra en revisión.

## 2.1 La operación de los seguros de pensiones (SP)

La ley reformada del seguro social otorgó facultades a dos organismos desconcentrados de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), a saber, las Comisiones Nacionales del Sistema de Ahorro para el Retiro (CON SAR), y de Seguros y Fianzas (CNSF), relacionadas con la supervisión y vigilancia de las AFORES y de las aseguradoras autorizadas para operar seguros derivados de la seguridad social.

Las reglas de operación para los SP fueron publicadas el 26 de febrero de 1997 en el Diario Oficial de la Federación con fundamento en la Circular S.22.1 de la CNSF. A la fecha se han emitido 25 circulares que modifican y adicionan lo establecido en aquella sobre diversos aspectos que a continuación se detallan.

#### Autorización

Conforme a lo establecido en los artículos 7° y 8° de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, los SP quedan comprendidos en la operación de vida y su ejercicio requiere la previa autorización de la SHCP, otorgándose bajo un régimen de transición, a aquellas instituciones que estén facultadas para practicar en seguros la operación de vida, o bien, a instituciones de seguros especializadas que de manera exclusiva operen estos seguros, sin que se les pueda autorizar la práctica de otras operaciones.

#### Reservas

Las instituciones de seguros autorizadas para la operación de SP tienen la obligación de constituir una reserva de riesgos en curso, denominada reserva matemática, la cual corresponde a la cantidad que, capitalizada a la tasa de interés técnico, debe garantizar el pago de rentas futuras de acuerdo a las tablas demográficas adoptadas. Adicionalmente, se prevé la constitución de una reserva matemática especial, la cual tiene como objeto propiciar la aplicación de los excedentes que se pueden generar con motivo de los recargos efectuados a la tabla de mortalidad adoptada por efecto de mejoras en la esperanza de vida con que se calculan los MC. Se prevé igualmente la constitución de una reserva de previsión que considera los recursos necesarios para enfrentar una desviación en las hipótesis demográficas utilizadas para la determinación de los MC, que se traduzca en un exceso de obligaciones como resultado de un número mayor de sobrevivientes que los previstos en la tabla demográfica adoptada. De igual forma, y con el propósito de cubrir impactos en los productos de la inversión de las

reservas que originen que los rendimientos sean inferiores a los requeridos para las reservas matemáticas, las aseguradoras deben constituir una reserva para la fluctuación de inversiones. Finalmente, se considera la constitución de una reserva para obligaciones pendientes por cumplir, destinada a efectuar la provisión para pagos de rentas cuyo periodo de pago haya vencido y no hayan sido cobradas así como para los reembolsos que tengan que hacer.

#### Beneficios Adicionales (BA)

Las AP pueden ofrecer beneficios adicionales como ventaja competitiva. La regulación vigente establece que los beneficios adicionales que operan las AP deben estar basados en riesgos de supervivencia, mortalidad o morbilidad de los pensionados o sus beneficiarios.

Asimismo, se requiere que el monto de tales beneficios se otorgue de manera objetiva para los pensionados, a fin de que no exista ningún tipo de discriminación. Adicionalmente, las instituciones de pensiones deben someter a registro de la CNSF las notas técnicas que bajo principios actuariales y financieros conservadores sustenten adecuadamente tales beneficios. De acuerdo a su naturaleza, los beneficios adicionales se pueden clasificar básicamente en dos grupos.

#### Beneficios Económicos

Consisten en el aumento de la prestación en dinero a que por Ley tienen derecho el pensionado y/o sus beneficiarios; predominan los aguinaldos adicionales, ayudas educacionales, incrementos mensuales de acuerdo a la inflación, etc. Estos beneficios son asumidos de manera directa por la AP, la cual es la encargada de expedir el endoso correspondiente y asumir los riesgos de supervivencia.

## Beneficios de protección

Consisten en coberturas de seguros de vida o accidentes y enfermedades, los cuales son comprados por la AP a una compañía de seguros tradicional; esta última es la encargada de expedir la póliza y asumir los riesgos inherentes.

## Fondo Especial

Las aseguradoras de pensiones tuvieron que constituir un fondo especial a través de un fideicomiso, cuya finalidad es proveer de fondos al seguro social para que este cubra a las AP, los recursos necesarios en el supuesto de que los MC hayan sido insuficientes para cubrir las pensiones correspondientes debido a cambios en la composición y características de los pensionados.

## Régimen de inversión

Al inicio del sistema, las reglas para aseguradoras tradicionales y para AP eran las mismas, hasta que en marzo de 1999 el régimen de las AP se reorientó, considerando la naturaleza de sus obligaciones indexadas al comportamiento de la inflación, a inversiones en activos que permitan mantener condiciones adecuadas de seguridad, rentabilidad y liquidez, estableciendo límites más flexibles por tipo de valores y tipo de emisor.

Adicionalmente, a principios del año pasado, se instrumentó un requerimiento de capital por descalce entre activos y pasivos que situó su objetivo en fortalecer el patrimonio y desarrollo de las AP, preservando su viabilidad financiera y acotando el riesgo de reinversión.

## Sistemas estadísticos y de cotización

Las AP deben reportar a la CNSF la información que ésta les solicite a fin de conformar una base de datos estadísticos que apoye la actualización de las bases demográficas y actuariales en que se sustenta el sistema de pensiones, la realización de estudios para el desarrollo del propio sistema, así como para el análisis de su evolución.

Por otro lado, se establece, la obligatoriedad para que las AP empleen un Sistema Único de Cotización, con el propósito de uniformar el proceso de determinación de los MC y, con ello, eliminar la posibilidad de disputas originadas por diferencias en este cálculo, basado en los criterios técnicos establecidos por el Comité al que se refiere el artículo 81 de la Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro.

El MC está formado por la prima neta  $PN_{u(0)}$ , un margen de seguridad para prever desviaciones en la siniestralidad ( $\alpha$ ) y un recargo para gastos de adquisición y administración ( $\beta$ ). La prima neta es la parte del MC que está destinada específicamente al cumplimiento de las obligaciones por concepto de pagos de las pensiones.

$$MC_{u(0)} = PN_{u(0)}(1 + \alpha + \beta)$$

Donde  $u(0)$  representa el estatus a la fecha de inicio de derechos, formado por los diferentes tipos de riesgos considerados en la LSS, para cada uno de los miembros que integran el grupo familiar del pensionado en ese momento.

#### Operación y comercialización<sup>2</sup>

Desde 1997, para el diseño y con el propósito de mantener en prósperas condiciones el modelo de rentas vitalicias, una vez por mes sesiona el Comité de Seguros de Pensiones integrado con funcionarios de la dirección de prestaciones

---

<sup>2</sup> "Los procedimientos relativos al cálculo del monto constitutivo para la contratación de las rentas vitalicias y de los seguros de sobrevivencia, estará a cargo de un comité integrado por 11 miembros de la siguiente forma 3 por la CNSF, 2 por la SHCP, 2 por el IMSS, 2 por el ISSSTE (Instituto de Seguridad y Servicios de los Trabajadores del Estado) y 2 por la CONSAR."

económicas y jurídicas del IMSS, de la CNSF; y de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS). Asimismo, cada dos semanas se reúne el Comité Operativo de Pensiones, en el que adicionalmente participan las aseguradoras autorizadas.

Esta vinculación entre organismos se deriva del propio modelo, ya que a partir de la información que el IMSS proporciona a la CNSF, se administra una base de datos que contiene la información respecto a los futuros pensionados y a la cual pueden acceder las AP con transparencia y en igualdad de condiciones.

La solvencia financiera de las instituciones de seguros se basa en el desempeño de los supuestos técnicos y financieros adoptados en el cálculo de la prima.

El despego en las hipótesis de mortalidad adoptadas puede provocar problemas potenciales en la solvencia de las instituciones de seguros, por lo cual es fundamental analizar periódicamente y bajo un enfoque prospectivo el apego de las bases técnicas y financieras adoptadas.

La reforma a la Ley del Seguro Social (LSS) que entró en vigor en julio de 1997 buscó enfrentar los problemas financieros acumulados del sistema de reparto vigente hasta ese momento y conformar un nuevo Sistema de Pensiones sobre bases financieras sanas.

El Sistema de Pensiones se integra por tres tipos de seguros:

- RCV (Retiro, Cesantía en edad Avanzada y Vejez)
  1. Con la modificación de la LSS, se pasó de un seguro de “reparto” a un seguro de “capitalización”.



2. Sin embargo, técnicamente y con independencia del régimen legal, este tipo de seguro se basa en la acumulación histórica de aportaciones.
  3. Por ello, al modificar el régimen legal, existió la necesidad de “reconocer” las aportaciones históricas de los trabajadores y, por ende, se generó el equivalente a un “bono de reconocimiento” a las aportaciones históricas bajo la forma de una “generación de transición” que podía elegir entre ambos regímenes (LSS-73 o LSS-97).
  4. Ante la incapacidad financiera del IMSS para “reconocer” estas aportaciones históricas, el Gobierno Federal se hizo cargo de las pensiones en curso de pago y de aquellas que se derivaran de la elección del régimen LSS-73 en las pensiones de RCV.
- IV (Invalidez y Vida) y RT( Riesgos de Trabajo)
    1. En ambos regímenes (LSS-73 y LSS-97), no obstante la existencia de los períodos de espera contemplados en el seguro de IV y RT, técnicamente estos dos seguros son anuales, en los cuales no existe el concepto de aportaciones históricas que forma parte de la naturaleza técnica del seguro de RCV.
    2. Ello significa que las primas cobradas en el año deben ser suficientes para cubrir el costo de los siniestros del mismo período.
    3. Por ello, al modificar la LSS resultaba innecesario considerar el reconocimiento de “aportaciones históricas” (en especial si las primas de ambos seguros son actuarialmente suficientes) y, por ende, crear una generación de transición.

4. Este fue el criterio técnico y jurídico con el que comenzó la operación de la LSS-97.

## 2.1 Bases técnicas de los seguros de pensiones derivados de las Leyes de Seguridad Social

Las bases técnicas del beneficio básico de los seguros de pensiones, que sirven para determinar el cálculo del monto constitutivo, que es el valor presente de la obligación que las instituciones de seguros adquieren con los pensionados, se encuentran establecidos mediante la Circular S-22.3 del 31 de marzo de 1997, la cual considera lo siguiente:

### 2.1.1 Hipótesis financieras

Para la determinación de la prima neta y reserva matemática se utilizará una tasa anual de interés técnico del 3.5% real.

Para efectos de la valuación de reservas se tomará el incremento en la Unidad de Inversión (UDI) acumulado al mes de valuación, la UDI que se tomará será la del día último de cada mes, publicada por el Banco de México.

Para el incremento anual de las rentas del beneficio básico se realizará empleando el incremento al Índice Nacional de Precios al Consumidor, publicado por el Banco de México.

Para la determinación de la reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales se utilizará una tasa anual de interés técnico del 1% real<sup>3</sup>.

### 2.1.2 Recargos

Para la determinación del monto constitutivo se aplicará un recargo del 1.00% a la prima neta, para efectos de gastos de administración y adquisición.

---

<sup>3</sup> De acuerdo a lo establecido en la Circular S-22.3.2

Para efectos de la constitución de la reserva de contingencia, por concepto del margen de seguridad para desviaciones en la siniestralidad, se aplicará un recargo del 2.00% a la prima neta.

### 2.1.3 Hipótesis de mortalidad

Las bases demográficas de morbilidad y mortalidad para la determinación de las primas netas de riesgo y reserva matemática sobre las cuales se sustentan los seguros de pensiones de los beneficios básicos son:

EMSSA<sub>H</sub>-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Hombres.

EMSSA<sub>M</sub>-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Mujeres.

EMSSI<sub>H</sub>-97 Experiencia de Mortalidad para Inválidos (Asegurados inválidos) Hombres.

EMSSI<sub>M</sub>-97 Experiencia de Mortalidad para Inválidos (Asegurados inválidos) Mujeres.

EISS-97 Experiencia de Invalidez sin distinción de sexo.

El Valor de las tasas de mortalidad y morbilidad de las experiencias demográficas descritas, serán las que correspondan de acuerdo a la edad y sexo del pensionado, conforme a lo establecido mediante la Circular S-22.2 del 13 de marzo de 1997.

Los beneficios adicionales deberán considerar las mismas bases demográficas de los beneficios básicos de los seguros de pensiones.<sup>4</sup>

### 2.2.4 Primas de Riesgo y Montos Constitutivos

Las primas netas de riesgo y los montos constitutivos de los beneficios básicos, deberán determinarse con apego a los criterios técnicos que se dieron a conocer a través de la Circular S-22.3 y con base en la condición de riesgo inherente a cada uno de los pensionados.

---

<sup>4</sup> De acuerdo a lo establecido en la Circular S-22.3.2

Las pensiones derivadas de los seguros de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, se establecen mediante la Circular S-22.3.4 del 27 de noviembre de 2002, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 10 de enero de 2003; sin embargo como al 31 de agosto de 2003, el Instituto Mexicano del Seguro Social no había otorgado ninguna pensión derivada de este seguro, no se establece en la presente tesis la metodología correspondiente.

### 2.2.5 Pagos Vencidos

Los pagos vencidos "C", son aquellos derechos de los pensionados y/o de sus beneficiarios que han sido devengados desde la fecha en la que el Instituto Mexicano del Seguro Social reconoce los derechos a recibir una pensión y la fecha de resolución<sup>5</sup> respectiva. Para efectos del presente trabajo, no se presentan las bases técnicas para la determinación de dichos pagos vencidos, toda vez que en el tercer capítulo este concepto tendrá un valor de cero.

### 2.2.6 Estructura del Monto Constitutivo

El monto constitutivo está formado por la prima neta recargada con un margen de seguridad para prever desviaciones en la siniestralidad y un recargo para gastos de adquisición y administración más los pagos vencidos "C". La prima neta es la parte del monto constitutivo que está destinada específicamente al cumplimiento de las obligaciones por concepto de pagos de las pensiones.

De acuerdo a lo anterior, el monto constitutivo está formado de la siguiente manera:

$$MC_{u(0)} = PN_{u(0)}(1 + \alpha + \beta) + C$$

Donde:  $MC_{u(0)}$  es el monto constitutivo,  $PN_{u(0)}$  es la prima neta,  $\alpha$  es el recargo por margen de seguridad (2%),  $\beta$  es el recargo por concepto de gastos (1%) y  $C$  el monto de pagos vencidos. Donde  $u(0)$  representa el estatus a la fecha de inicio de derechos, formado por los diferentes tipos de riesgos considerados en la

Ley del Seguro Social, para cada uno de los miembros que integran el grupo familiar del pensionado.

### 2.2.7 Reserva matemática del beneficio básico de los seguros de Pensiones

El mecanismo de valuación con que se determinará el valor de la reserva exacta, al momento en que se efectúe la valuación considera lo siguiente:

Como al principio del aniversario  $r$  de la póliza, la reserva de dicha póliza es:  $(R_{r-1})a_{u(r-1)}$ , la cual al final del aniversario será  $(R_r)a_{u(r)}$ , entonces el incremento es  $(R_r)a_{u(r)} - (R_{r-1})a_{u(r-1)}$ , si se toma en cuenta el rendimiento mínimo acreditable, se divide el ejercicio en 12 partes iguales y se distribuye linealmente el incremento en esas 12 partes, puede decirse que si en el momento en que se haga la valuación la póliza tiene una vigencia de  $p$  meses desde el último aniversario, entonces la reserva que debe tener la compañía debe ser:

$$\begin{aligned} {}_{r-1+p/12}V_{u(r-1)} &= (R_{r-1})a_{u(r-1)}(1 + \Delta UDI_{p/12,r}) + \frac{p}{12}(1 + \Delta UDI_{p/12,r})((R_r)a_{u(r)} - (R_{r-1})a_{u(r-1)}) \\ &= (R_{r-1})(1 + \Delta UDI_{p/12,r})(a_{u(r-1)} + \frac{p}{12}(a_{u(r)} - a_{u(r-1)})) \end{aligned}$$

Donde  $R_{r-1}$  es la renta alcanzada al aniversario inmediato anterior del mes de valuación,  $\Delta UDI_{p/12,r}$  es el incremento acumulado mensualmente conforme a la UDI desde la fecha del último aniversario de la póliza hasta la fecha de la valuación y  $a_{u(r-1+p/12)}$  es el factor de reserva exacta.

En conclusión, se puede establecer que la reserva exacta deberá determinarse como el producto del factor de reserva exacta para una renta nivelada, por el valor de la renta alcanzada hasta el aniversario inmediato anterior, aumentado por el incremento acumulado de la UDI desde el aniversario anterior de la póliza, hasta la fecha de valuación.

---

<sup>5</sup> Corresponde a la fecha en que la póliza de pensiones deberá entrar en vigor.

Para efecto de dar aplicación al procedimiento antes señalado, se deberán tomar en cuenta los siguientes criterios:

Cualquiera que sea el día del mes en que haya entrado en vigor la póliza, la institución deberá únicamente para efectos de la valuación de la reserva matemática exacta al cierre del mes de inicio de vigencia, actualizar la renta inicial con el 100% del incremento mensual de la Unidad de Inversión (UDI) de ese mes.

Para efectos de valuación al cierre del primer mes de vigencia de las pólizas antes señaladas, el parámetro  $P$  contenido en la fórmula del factor de reserva exacta, deberá tomar un valor inicial igual a uno.

A partir del mes siguiente al primer mes de vigencia, se aplicará la fórmula de reserva exacta, dándole el valor de 2 al parámetro  $P$ , y actualizando el valor de la renta alcanzada con el 100% del incremento mensual de la UDI y así se determinará continuamente la reserva matemática exacta.

La edad de cada uno de los pensionados, que se utilice para el cálculo de la reserva matemática de pensiones, deberá ser la edad alcanzada por cada uno de ellos en el último aniversario.

## 2.2.8 Reservas complementarias del beneficio básico

### Reserva Matemática Especial

Esta reserva se sustenta en el artículo 52 Bis fracción I de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Tercero del Título Segundo de las Reglas de Operación, y su objeto es propiciar la aplicación de los recursos excedentes que se generan con motivo de los recargos efectuados a la tabla de mortalidad de activos por mejoras en la esperanza de vida.

Esta reserva se constituye para todos los seguros de pensiones de beneficios básicos, excepto para los que se originen de los riesgos de invalidez o incapacidad.

#### Reserva de contingencia

Esta reserva se sustenta en el artículo 52 Bis fracción III de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Cuarto del Título Segundo de las Reglas de Operación, y se constituye para hacer frente a posibles desviaciones en la siniestralidad, estas desviaciones se pueden dar derivado de un mayor número de sobrevivientes a los previstos en las bases demográficas que en cada caso apliquen.

#### Reserva para fluctuación de inversiones básica y adicional

Esta reserva se sustenta en el artículo 52 Bis fracción II de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Quinto del Título Segundo de las Reglas de Operación, y se constituye para hacer frente a posibles fluctuaciones en los valores en que se inviertan las reservas técnicas, toda vez que se debe garantizar, de acuerdo a las bases financieras un interés anual del 3.5% real.

#### Reserva para Obligaciones Pendientes de Cumplir

Esta reserva se sustenta en el artículo 50 inciso e) de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Sexto del Título Segundo de las Reglas de Operación, y se constituye por las rentas cuyo periodo de pago haya vencido y no fueron reclamadas, y para las cuales no se tenga evidencia de que los pensionados y/o beneficiarios hayan perdido el derecho, y corresponderá al monto de las rentas vencidas y no pagadas, incluyendo aguinaldos y finiquitos.

#### Fondo Especial

Este fondo especial se sustenta en el artículo 52 Bis-1 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Sexto del Título Quinto de las Reglas de Operación, cuya finalidad será contar con recursos financieros, que en caso de ser necesario, apoyen el adecuado funcionamiento de los seguros de pensiones.

El fondo especial se conformará con aportaciones de los flujos de liberación que genere la reserva de contingencia que no sean aplicados y las liberaciones que de ella se produzcan por cambios en el nivel de la reserva matemática de pensiones; además de los montos excedentes de la reserva para fluctuación de inversiones básica de beneficios básicos.

#### Reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales

Esta reserva se sustenta en el artículo 47 fracción 5 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Segundo del Título Tercero de las Reglas de Operación, así como de las notas técnicas que al efecto registren las instituciones de pensiones en términos de los artículos 36-A, 36-B y 36-D de la Ley antes mencionada.

#### Reserva de contingencia de beneficios adicionales

Esta reserva se sustenta en el artículo 52 Bis fracción III de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Cuarto del Título Segundo de las Reglas de Operación, y se constituye para hacer frente a posibles desviaciones en la siniestralidad, estas desviaciones se pueden dar derivado de un mayor número de sobrevivientes a los previstos en las bases demográficas que en cada caso apliquen.

#### Reserva para fluctuación de inversiones básica y adicional de beneficios adicionales



Esta reserva se sustenta en el artículo 52 Bis fracción II de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en concordancia con lo establecido en el Capítulo Quinto del Título Segundo de las Reglas de Operación, y se constituye para hacer frente a posibles fluctuaciones en los valores en que se inviertan las reservas técnicas, toda vez que se debe garantizar, de acuerdo a las bases financieras un interés anual del 1% real.

### 2.3 Tablas de mortalidad vigentes

Para efectos de la determinación de reservas, prima neta de riesgo, monto constitutivo y otros conceptos técnicos necesarios para la instrumentación de los seguros de pensiones es necesario contar con tablas de mortalidad adecuadas que reflejen una valuación consistente y precisa de la mortalidad de los asegurados.

Las tablas de mortalidad constituyen un elemento técnico de primera importancia para una operación sólida y eficiente de los seguros de pensiones. De esta manera, la viabilidad financiera de estos seguros depende crucialmente, entre otros aspectos, de la disponibilidad de tablas de mortalidad apropiadas; es decir, que reflejen una adecuada medición de la sobrevivencia que se deberá enfrentar en la operación.

Las tablas de mortalidad que se han estado utilizando hasta la fecha en los seguros de pensiones son:

- Experiencia Demográfica para Activos EMMSSAH-97, la cual refleja las tasas de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo masculino.
- Experiencia Demográfica para Activos EMMSSAM-97, la cual refleja las tasas de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo femenino.
- Experiencia Demográfica para Inválidos EMMSSIH-97, la cual refleja las tasas de mortalidad de asegurados inválidos, del sexo masculino.
- Experiencia Demográfica para Inválidos EMMSSIM-97, la cual refleja las tasas de mortalidad de asegurados inválidos, del sexo femenino.

Estas tablas fueron elaboradas de manera conjunta por el IMSS y por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) y presentan varios inconvenientes. Una de las limitantes más importantes se debe a que la información utilizada es anterior al primero de julio de 1997, día en que entró en vigor el nuevo sistema de pensiones. Por lo que la mortalidad reflejada en las tablas, que en este caso son todas las personas con derecho a una pensión bajo el nuevo sistema de pensiones. Otra limitante es que no existen tasas de mortalidad para personas con edades inferiores a 15 años.

#### 2.4 Información anual de las compañías autorizadas para operar los seguros de pensiones desde 1997 hasta el año 2003

Con el fin de ajustar un modelo que describa el comportamiento de la mortalidad, es necesario contar con la información correspondiente a los seguros de pensiones. Para esto se utilizó la información anual de las compañías autorizadas para operar los seguros de pensiones desde 1997 hasta el año 2003.

#### Descripción de las bases de datos

La información para conformar las diferentes bases de datos proviene del Sistema Estadístico para los Seguros de Pensiones, derivados de las Leyes de Seguridad Social (de aquí en adelante se le llamará SESP); que las compañías autorizadas para operar los Seguros de Pensiones, derivados de las Leyes de Seguridad Social, deben entregar anualmente a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF). Se tomó en cuenta la información correspondiente a los años 1997 hasta 2001. Para el año 1997, el SESP sólo cuenta con información a partir del primero de julio de ese año, ya que esa fue la fecha en que entró en vigor el nuevo sistema.

De todos los campos que conforman el SESP para cada año se eligieron los campos descritos en la siguiente tabla.

Tabla 1.

<b>Campo</b>	<b>Nombre</b>	<b>Tipo</b>
C01	Tipo de pensión (i)	Alfanumérico (3)
C02	Tipo de seguro (j)	Alfanumérico (3)
C03	Integrante del grupo familiar (k)	Alfanumérico (2)
C06	Año/Mes	Numérico (6)
C07	No de seguridad social	Alfanumérico (12)
C09	Fecha de nacimiento	Numérico (8)
C10	Sexo	Alfanumérico (1)
C16	Fecha de inicio del derecho	Numérico (8)
C22	Causa de muerte	Alfanumérico (3)
C23	Fecha de muerte	Numérico (8)
C24	Causa de baja	Alfanumérico (2)
C25	Fecha de baja	Numérico (8)
C31	Fecha de inicio de vigencia de la póliza	Numérico (8)
C43	Saldo de la reserva matemática	Numérico (17)
C45	Ajuste a la reserva por cambios en el estatus del grupo familiar	Numérico (17)
C51	Devoluciones de reservas al IMSS	Numérico (17)

---

## CAPÍTULO 3

### Modelo: Tablas de mortalidad 1997-2002

#### Introducción

Las tablas de mortalidad vigentes y que constituyen las hipótesis de mortalidad para los seguros de pensiones, fueron elaboradas de manera conjunta por el IMSS y por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) y presentan varios inconvenientes. Una de las limitantes más importantes se debe a que la información utilizada es anterior al primero de julio de 1997, día en que entró en vigor el nuevo sistema de pensiones. Por lo que la mortalidad reflejada en las tablas, que en este caso son todas las personas con derecho a una pensión bajo el nuevo sistema de pensiones. Otra limitante es que no existen tasas de mortalidad para personas con edades inferiores a 15 años.

En consecuencia, es evidente la necesidad de contar con tablas actuales que incorporen la experiencia más reciente de la mortalidad de la población objetivo señalada. Por otra parte, es conveniente contar también con una metodología que permita, de manera simple, sistemática y eficiente, evaluar y actualizar periódicamente las tablas de mortalidad.

Con el fin de ajustar un modelo que describa el comportamiento de la mortalidad, es necesario contar con la información correspondiente a los seguros de pensiones. Para esto se utilizó la información anual de las compañías autorizadas para operar los seguros de pensiones desde 1997 hasta el año 2002.

#### 3.1 Presentación de una Tabla de Mortalidad

Según Palacios (1996) una tabla de mortalidad es una serie temporal que indica la reducción paulatina de un grupo inicial de individuos debido a los fallecimientos. Así pues,

lo que realmente contiene son los que sobreviven.

La tabla de mortalidad es una abstracción matemática que representa un modelo de comportamiento de la evolución y constante decrecimiento de un colectivo, construido a partir de las observaciones de un colectivo real.

Su estructura básica, como nos describe Villalón (1994), esta constituida por las siguientes columnas,

$x$	$l_x$	$d_x$	$q_x$	$p_x$
-----	-------	-------	-------	-------

$x$	La edad del individuo, $0 \leq x \leq w$	$w$ es la edad límite
$l_x$	Número de los que sobreviven a la edad $x$	
$d_x$	Número de los que fallecen entre $x$ y $x + 1$	$d_x = l_x - l_{x+1}$
$q_x$	Tanto anual de fallecimiento a la edad $x$ ,	$q_x = \frac{d_x}{l_x}$
$p_x$	Tanto anual de supervivencia a la edad $x$	$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$

### 3.2 Metodología<sup>6</sup>

#### 3.2.1 Datos

<sup>6</sup> Metodología desarrollada por la CNSF y empleada en la elaboración de las tablas CNSF 2000-I y CNSF 2000-G, Ver Mendoza Manuel, Madrigal Ana María, Martínez Evangelina. "Modelos Estadísticos de Mortalidad Análisis de Datos 1991-1999".

La información utilizada proviene del Sistema Estadístico para los Seguros de Pensiones, derivados de las Leyes de Seguridad Social (de aquí en adelante SESP); que las compañías autorizadas para operar los Seguros de Pensiones, derivados de las Leyes de Seguridad Social, deben entregar anualmente a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).

Se tomó en cuenta la información correspondiente a los años 1997 a 2002. Para el año 1997, el SESP sólo cuenta con información a partir del primero de julio de ese año, ya que esa fue la fecha en que entró en vigor el nuevo sistema.

Para cada uno de los años se tomaron en cuenta los siguientes campos que conforman el SESP.

Tabla 1.

Campo	Nombre	Tipo
C01	Tipo de pensión (i)	Alfanumérico (3)
C02	Tipo de seguro (j)	Alfanumérico (3)
C03	Integrante del grupo familiar (k)	Alfanumérico (2)
C06	Año/Mes	Numérico (6)
C07	No de seguridad social	Alfanumérico (12)
C09	Fecha de nacimiento	Numérico (8)
C10	Sexo	Alfanumérico (1)
C16	Fecha de inicio del derecho	Numérico (8)
C22	Causa de muerte	Alfanumérico (3)
C23	Fecha de muerte	Numérico (8)
C24	Causa de baja	Alfanumérico (2)
C25	Fecha de baja	Numérico (8)
C31	Fecha de inicio de vigencia de la póliza	Numérico (8)
C43	Saldo de la reserva matemática	Numérico (17)
C45	Ajuste a la reserva por cambios en el estatus del grupo familiar	Numérico (17)
C51	Devoluciones de reservas al IMSS	Numérico (17)

También se utilizó el campo: fecha de resolución, contenido en la base de resoluciones del IMSS. Se cruzó este campo por medio del campo llave Número de Seguridad Social, con la base formada por los campos de la Tabla 1 para formar una base para cada año. Las bases se ordenaron por tipo de seguro y después por tipo de pensión.

Para saber si cada registro de la base corresponde a un expuesto o un fallecimiento se realizó el siguiente procedimiento.

#### Fallecimientos

Se consideraron fallecimientos:

De acuerdo a la Circular S-22.5 del 1 de diciembre de 1997, catalogo 6

- 1) Aquellos registros que tengan asignada causa de baja 01, con excepción de aquellos registros provenientes de pólizas de viudez, orfandad o ascendencia.
- 2) Los que presentaron fecha de muerte distinta de cero, con excepción de aquellos registros provenientes de pólizas de viudez, orfandad o ascendencia.
- 3) Aquellos registros que tengan asignada causa de baja 10.  
Sólo se consideraron los titulares con claves: 32101001, 32102001, 32203001, 33105001 y 33206001.

De acuerdo a la Circular S-22.5 del 1 de diciembre de 1997, catalogo 7

- 4) Aquellos registros que tengan asignada causa de baja 07.  
Sólo se consideraron los titulares con claves 32101001, 32102001, 32203001, 33105001 y 33206001.

## Expuestos

Se consideraron todos los registros reportados al 31 de diciembre del año correspondiente.

Para obtener las tasas de mortalidad ( $q_x$ ), se determinaron las siguientes variables:

$d_x$  Muertes de edad  $x$  observadas durante el año

$E_x$  Expuestos de edad  $x$  al final del año.

Las tasas brutas de mortalidad  $q_x$  observadas para las edades 12 a 99 se obtienen a partir de la relación:

$$q_x = \frac{d_x}{E_x}$$

Las tasas de mortalidad calculadas con la relación anterior satisfacen el principio de correspondencia, el cual establece que cuando se calcula o estima una tasa, es importante asegurar que los eventos del numerador correspondan con los expuestos al riesgo en el denominador. Con "correspondencia" se entiende que si un individuo está incluido como expuesto al riesgo en el denominador, y si ese individuo se ve afectado por el evento causante del riesgo en el periodo de estudio, entonces ese evento que involucra al individuo debe incluirse en el numerador. O inversamente, si un individuo experimenta el evento durante el periodo de estudio, y ese evento queda registrado en el numerador, entonces se debe incluir al individuo en el denominador.

### 3.2.2 Análisis Bayesiano de Modelos de Regresión Logística

Los modelos de regresión son una herramienta de uso frecuente tanto para la producción de pronósticos, como para estudios de análisis estructural. Los



métodos bayesianos se desarrollan a partir de un conjunto de fundamentos teóricos sólidos y coherentes y resultan particularmente adecuados para la inferencia estadística y la toma de decisiones bajo incertidumbre, son especialmente útiles cuando se adopta un enfoque predictivo, como es el caso de la elaboración de las tasas de mortalidad.

La metodología estadística empleada en la construcción de las tablas, es la que se conoce en la literatura como Análisis Bayesiano de Modelos de Regresión Logística.

Dado que las tasas de mortalidad, si bien guardan una relación esperada creciente respecto a la edad, no exhiben una tendencia lineal y por otro lado, puesto que la distribución Normal tiene como soporte toda la recta real mientras que las tasas se encuentran en el intervalo  $(0,1)$ , es necesario aplicar una transformación a las tasas de mortalidad para poder tener un ajuste razonable. En la elaboración del modelo, se optó por utilizar una transformación logística de las tasas observadas con el propósito de enfrentar ambas limitantes. Así, la variable respuesta resultante queda definida por la siguiente expresión:

$$Y = \ln\left(\frac{q}{1-q}\right)$$

Con los datos transformados, se ajusta un modelo de Regresión Lineal Bayesiano<sup>7</sup> lo que significa que se determina la distribución predictiva conjunta para el vector  $Y$  dado el vector de edades  $x$ . A partir de esa distribución es posible determinar la distribución predictiva para las tasas de mortalidad observadas mediante la transformación.

$$q = \frac{\exp(Y)}{1 + \exp(Y)}$$

El análisis Bayesiano, requiere de la asignación de distribuciones iniciales a priori para los parámetros desconocidos. Nuevamente, y con la intención de fundamentar las inferencias en la información provista por los datos, se utilizan

---

<sup>7</sup> Ver Apéndice 1

distribuciones de referencia. Si  $Z$  representa la información aportada por los datos,  $\beta$  y  $\tau$  representan los estimadores de máxima verosimilitud de  $\beta$  y  $\tau$  respectivamente, y  $Y^*$  el vector asociado a la matriz  $X^*$  sobre el cual se quieren realizar pronósticos, se obtienen las distribuciones que se presentan en la siguiente tabla.

Función	Expresión	Modelo
Verosimilitud	$P(Y   \beta, \tau)$	$Normal(X\beta, \tau I)$
Inicial para $(\beta, \tau)$	$P(\beta, \tau) = P(\beta   \tau)P(\tau)$	$P(\beta, \tau) \propto \tau^2$
Final para $(\beta, \tau)$	$P(\beta, \tau   Z) = P(\beta   \tau, Z)P(\tau, Z)$	$Normal(\beta, \tau(X'X))Gamma(a, b)$
Predictiva conjunta final para $Y^*$	$P(Y^*   X^*, Z)$	<p><i>Student multivariada con</i></p> $E(Y^*   X^*, Z) = X^* \hat{\beta}$ $Var(Y^*   X^*, Z) = \hat{\tau}^{-1} (X^* (X'X)^{-1} X^{*'} + I)$ <i>y <math>N - k</math> grados de libertad</i>

Un resultado conocido establece que una variable aleatoria  $t$  de Student converge en distribución a una Normal si el número de grados de libertad tiende a infinito. Si el número de los  $N - k$  grados de libertad de la distribución Student se considera suficientemente grande, entonces se puede aproximar razonablemente con una distribución *Normal*.

Por lo tanto, el resultado del ajuste Bayesiano se puede representar aproximadamente con la distribución predictiva:

$$P(Y^* | X^*, Z) = N(X^* \hat{\beta}, \hat{\tau}^{-1} \{X^* (X'X)^{-1} X^{*'} + I\})$$

Ahora bien, la transformación inversa que se aplica para regresar a la escala de las tasas de mortalidad observadas no presenta el valor esperado, sin embargo, la mediana y, en general cualquier cuantil, sí se preserva. Es decir, el cuantil de nivel  $\alpha$  de la distribución predictiva para las tasas observadas se obtiene de manera directa al transformar el correspondiente cuantil de la distribución  $P(Y^* | X^*, Z)$ .

Este hecho es relevante ya que puede utilizarse para ofrecer una solución al problema de recargar apropiadamente una tabla de mortalidad con el fin de obtener la correspondiente tabla modificada, Así, la curva definida por los cuantiles del mismo orden  $\alpha$ , de las distribuciones predictivas marginales de las tasas observadas tiene la propiedad de que sea cual sea la edad de interés, la probabilidad de observar, para ese grupo de edad, una tasa de mortalidad superior al indicado por la curva es  $1-\alpha$ . Esta metodología produce modelos que ofrecen protección frente a desviaciones extremas en la mortalidad que son cuantificados en forma precisa con los argumentos probabilísticos.

Adicionalmente, en función de las implicaciones de la tabla de mortalidad en términos de mortalidad agregada esperada, se puede recurrir al pronóstico del número agregado de muertes correspondiente a las tasas de mortalidad y un patrón de exposición por edades.

En este sentido, para un patrón de tasas de mortalidad  $\{q_x : x=15, \dots, 110\}$  y un patrón de asegurados expuestos al principio del año  $\{E_x : x=15, \dots, 110\}$ , el número esperado de muertes agregadas ( $SM$ ) que se observarán durante el año se puede obtener a partir de la siguiente relación:

$$SM = \sum_x E_x q_x$$

Si el patrón de asegurados expuestos está fijo, la variabilidad asociada al pronóstico de muertes agregadas proviene de la incertidumbre que se tiene sobre las tasas de mortalidad. Así, la distribución predictiva posterior para el número agregado de muertes observadas depende y puede ser derivada de la distribución predictiva final conjunta de  $q^* = (q^*_{15}, q^*_{16}, \dots, q^*_{100})^T$  que, a pesar de no contar con una forma analítica cerrada puede obtenerse fácilmente vía simulación.

Como se mencionó anteriormente, la distribución predictiva conjunta de  $Y^* = (Y_{15}, Y_{16}, \dots, Y_{100})$  se puede aproximar satisfactoriamente con una normal multivariada tal que:

$$E(Y^* | X^*) = X^* \beta \text{ y } Var(Y^* | X^*) = \sigma^2 (I + X^* (X^T X)^T X)$$

donde  $X^*$  incluye las edades sobre las cuales se quiere pronosticar, en este caso, de 15 a 100 años,  $\beta = (\beta^0, \beta^1)^T$  es el vector de parámetros del modelo,  $\sigma$  es el parámetro de escala de la función de verosimilitud de  $Y$  y  $X$  es la matriz de datos.

Con el fin de contar con una muestra de la distribución predictiva de las tasas observadas de muerte  $q^*$ , se simulan observaciones del vector  $Y^*$  a partir del modelo ajustado y se utiliza la transformación inversa  $q^*_x = \frac{\exp(Y^*_x)}{1 + \exp(Y^*_x)}$  aplicada a cada entrada del vector. De esta manera, cada una de las simulaciones de  $q^*$  por el patrón de expuestos por edad, para obtener una muestra de la distribución predictiva de las muertes agregadas observadas.

La distribución predictiva del número agregado de muertes resulta útil para medir qué tan bien calibrado se encuentra el modelo propuesto. Por construcción, la media de la distribución de SM coincide con el pronóstico que se puede obtener con el vector correspondiente a la media de la distribución conjunta de  $q^*$ . Un modelo en donde la media de la distribución de SM coincida, a su vez, con el número observado de siniestros, se considera bien calibrado.

### 3.2.3 Suavizamiento a través de una función de la familia de Makeham-Gompertz

Una vez obtenidas las tasas de mortalidad mediante la aplicación del Modelo modificado de nivel  $\alpha$  ( $\alpha = 90\%$ ), se suavizan utilizando una función de la familia Makeham-Gompertz, de tal forma que la probabilidad de observar una tasa de mortalidad superior a la de la tabla suavizada sea menor o igual a 10%, para cada una de las edades.

Se utiliza una función Makeham-Gompertz para modelar la mortalidad porque las funciones analíticas de este tipo poseen propiedades que en la práctica son muy útiles en la simplificación de probabilidades conjuntas, que involucran la supervivencia de más de una vida.

El procedimiento utilizado es el siguiente:

Las tasas con un nivel de probabilidad  $\alpha = 90\%$ <sup>8</sup> se toman como valores observados de las tasas de mortalidad.

Posteriormente se calculan las fuerzas de mortalidad, para las tasas correspondientes al nivel de probabilidad  $\alpha$  seleccionado, suponiendo una interpolación exponencial entre las edades  $X$  y  $X+1$  (fuerza constante de mortalidad dentro de cada edad). De esta manera se tienen observaciones de la fuerza de mortalidad para cada edad.

Al fijar el valor del parámetro  $A$  de la fórmula de Makeham y llevar a cabo la siguiente transformación:

$$\begin{aligned}\mu^{\text{mod}(\alpha)}(x) &= A + Bc^x \\ \ln(\mu^{\text{mod}(\alpha)}(x) - A) &= \ln(B) + x\ln(c)\end{aligned}$$

Se obtiene una relación lineal perfecta, la cual permite calcular los valores de  $B$  y  $c$  por medio de mínimos cuadrados ponderados, condicionados al valor de  $A$ .

Finalmente, por métodos numéricos se encuentra el valor de  $A$  tal que minimice las diferencias al cuadrado entre las tasas del modelo recargado a un nivel de probabilidad  $\alpha$  y las tasas obtenidas por la fórmula de Makeham.

### 3.2.4 Modelo para pensiones

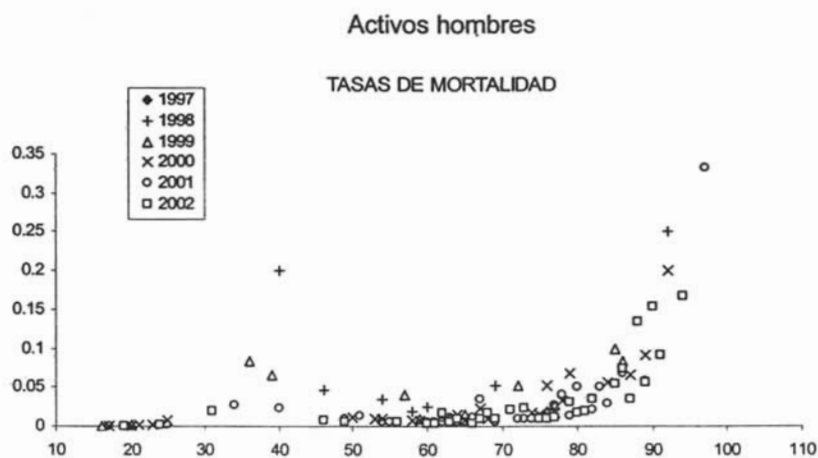
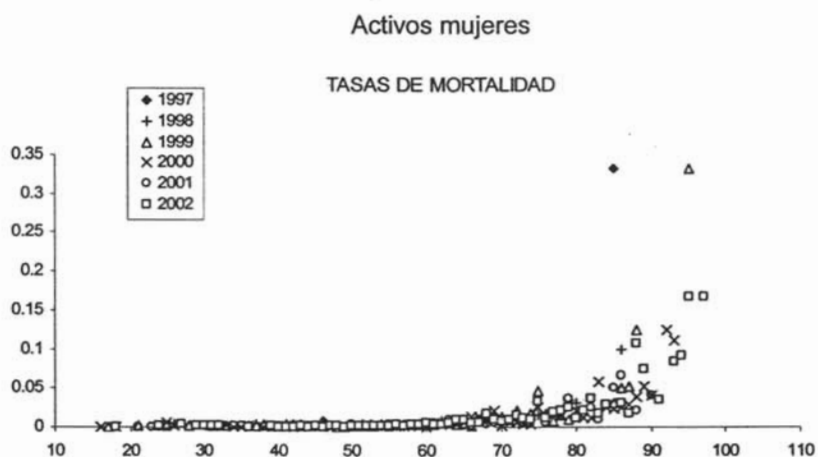
---

<sup>8</sup> Obtenidas mediante la aplicación del Modelo Modificado al 90%

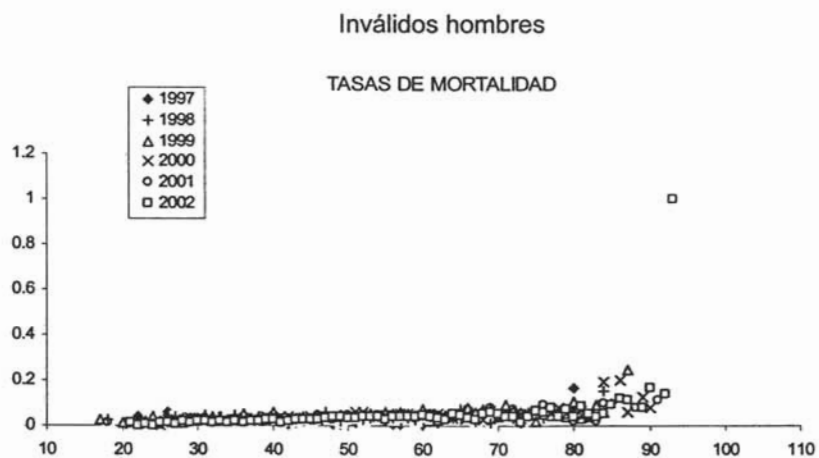
### 3.2.4.1 Datos

Se utilizó la información correspondiente al periodo de 1997 a 2002 para el ajuste de las tasas de mortalidad. Dicha información se consolidó en una base de datos, la cual fue sujeta a un proceso de validación y análisis exploratorio

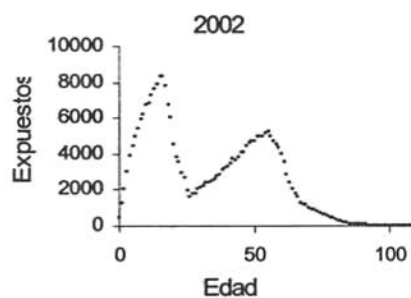
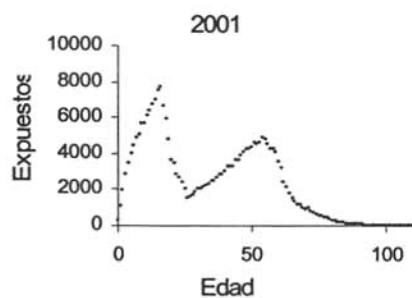
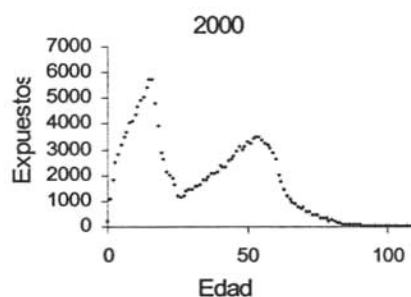
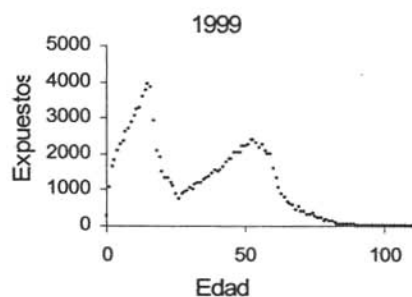
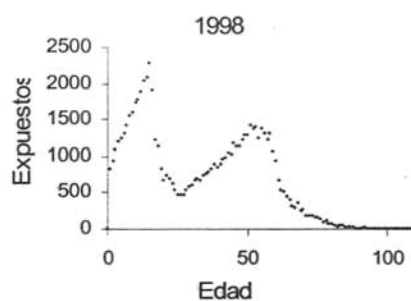
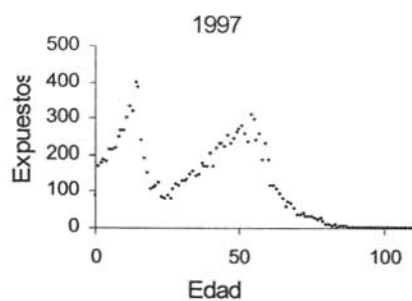
A continuación se presentan los datos de las tasas por edad y por años:



Inválidos mujeres



Previo al ajuste del modelo, se analizaron distribuciones de los expuestos iniciales por edad y año, observándose un patrón en los años estudiados.

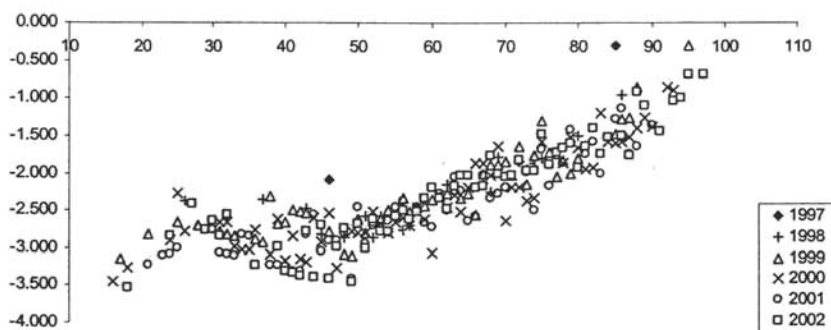




A continuación se presenta la transformación Logits de las tasas observadas:

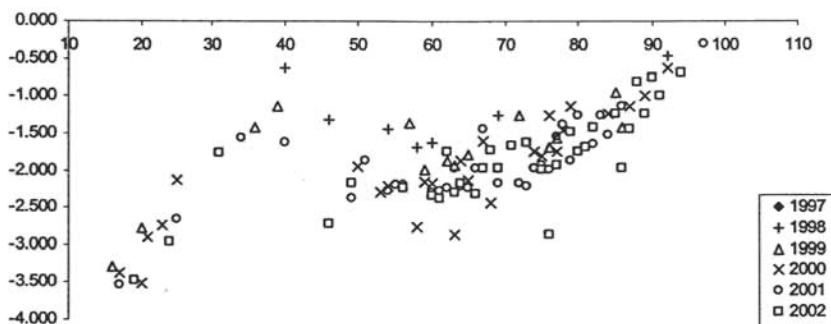
Activos mujeres

LOGITS A LAS TASAS DE MORTALIDAD



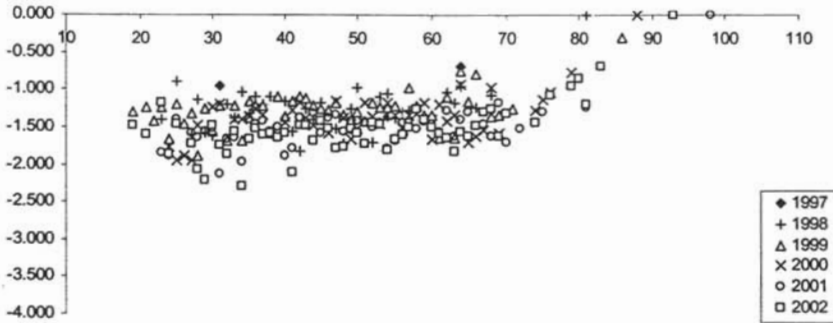
Activos hombres

LOGITS A LAS TASAS DE MORTALIDAD



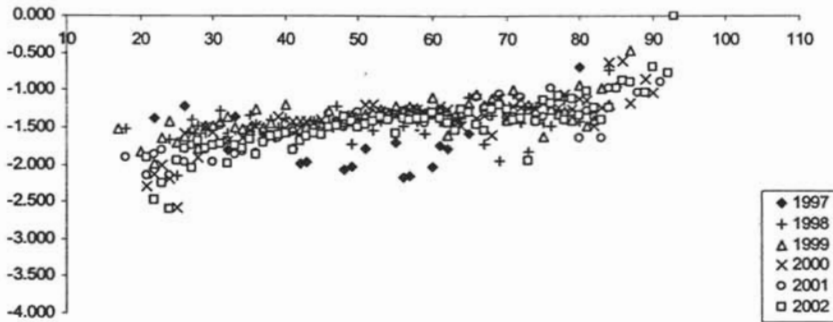
Inválidos mujeres

LOGITS A LAS TASAS DE MORTALIDAD



Inválidos hombres

LOGITS A LAS TASAS DE MORTALIDAD



Como se puede observar, la transformación logit de las tasas observadas muestra una tendencia creciente con respecto a la edad. Es importante hacer notar que para el caso de mujeres inválidas las tasas muestran una mayor dispersión, lo anterior se explica por la poca información de esta población; no obstante, se decidió proseguir la búsqueda del modelo para el caso.

3.2.4.2 Obtención del modelo

Para cada uno de los conjuntos de datos, se ajustó el modelo Bayesiano de Regresión Logística dado por

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = \alpha + \beta x + \varepsilon,$$

Donde  $x$  es la edad, siendo ésta la única variable independiente del modelo.

### 3.2.1.2.1 Activos mujeres

Se ajustaron modelos con término cuadrático y cúbico para la edad y finalmente se optó por el modelo con término cuadrático en la edad como aquel que mejor representa a los datos; A continuación se muestra el resultado para cada uno de los casos:

Observación: Se identificaron 29 observaciones atípicas que no fueron consideradas en el modelo.

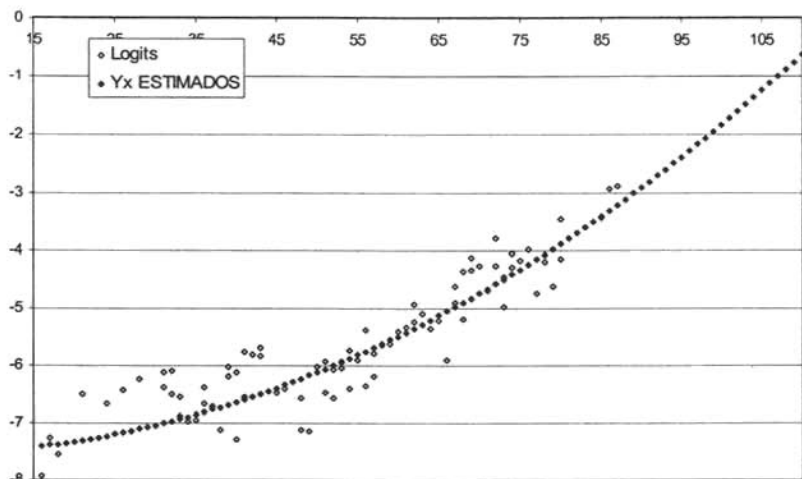
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.938666609
Coefficiente de determinación $R^2$	0.881095003
Error típico	0.880586862
Observaciones	236

En la escala de los Logits, el coeficiente de correlación nos indica que existe una asociación lineal del 93% entre las variables  $x$  y  $Y_x$ .

De acuerdo con lo anterior, la ecuación estimada de regresión <sup>9</sup>es:

<sup>9</sup> Los estimadores por mínimos cuadrados para  $\alpha$  y  $\beta$  son:  
 $a = \bar{y} - b\bar{x}$ ,

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = -7.55826901988221 + 0.000573329908955895x^2$$



Con:

#### Análisis de Varianza

	Grados de libertad	Suma de cuadrados
Regresión	1	385.4016599
Residuos	234	52.01049056
Total	235	437.4121505

*Curva de Regresión Estimada en la escala de los Logits*

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}$$

Como hemos visto, existe una relación lineal entre las variables  $x$  y  $Y_x$ , de otra manera  $\beta$  tendría un valor de cero. Un procedimiento inferencial natural para  $\beta$  es construir un intervalo de confianza del  $100(1-\alpha)\%$  para  $\beta$ . Si este intervalo no contiene el valor cero, entonces es razonable concluir que  $\beta$  es diferente de cero y que  $x$  y  $Y_x$  están, en algún grado, relacionadas en forma lineal.

### Intervalos de confianza

Considérese la estimación por intervalo de la media de  $Y_p$  para  $x_p$ . Recuérdese que bajo el caso de la teoría normal, el estimador  $\hat{Y}_p = B_0 + B_1 x_p$  tiene una distribución normal con media  $E(Y_p)$  y varianza dada por

$$Var(\hat{Y}_p) = \sigma^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Y la distribución de muestreo de  $\left( \frac{\hat{Y}_p - E(Y_p)}{s(\hat{Y}_p)} \right)$  es la  $t$  de Student con  $n-2$  grados de

libertad. Entonces la probabilidad del intervalo aleatorio

$$\hat{Y}_p - t_{1-\alpha/2, n-2} s(\hat{Y}_p) < E(Y_p) < \hat{Y}_p + t_{1-\alpha/2, n-2} s(\hat{Y}_p)$$

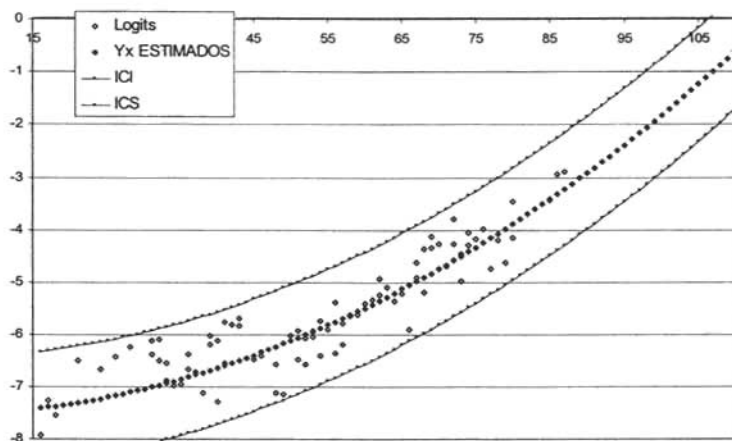
es  $1-\alpha$ , y un intervalo de confianza del  $100(1-\alpha)\%$  para  $E(Y_p)$  es

$$\hat{Y}_p \pm t_{1-\alpha/2, n-2} s(\hat{Y}_p)$$

donde

$$s(\hat{Y}_p) = s \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Para ilustrar la naturaleza de estos intervalos de confianza, cuando se comparan con los valores de la variable de predicción, se grafica la recta estimada de regresión y después los límites inferior y superior de cada intervalo contra  $x_p$ .



#### Calibración del modelo

En estadística bayesiana se ha encontrado que el análisis del comportamiento del modelo bajo repeticiones muestrales permite "calibrar" un modelo. Es decir, para analizar que tan bien se ajusta el modelo, se requiere contar con un perfil de expuestos iniciales por edad, que al multiplicarse por las probabilidades de muerte correspondientes a la media de la distribución predictiva conjunta de las tasas, proporcione un número esperado de muertes para cada edad. Al sumar por edad, se obtiene el valor esperado de la distribución del número agregado de muertes. Si al comparar el valor medio del número agregado de muertes con las muertes observadas, la diferencia es *pequeña*, entonces el modelo se encuentra bien calibrado.

La calibración del modelo considera el pronóstico del número de muertes correspondiente a la media de la distribución predictiva del vector de tasas observadas de acuerdo a los valores esperados de  $q_x$ , y su comparación con el número realmente observado de muertes.

Adicionalmente, para pronosticar el número de muertes se requiere contar con un perfil de expuestos iniciales por edad, que al multiplicarse por las probabilidades de muertes, proporcione un número esperado de muertes para cada edad.

Para tal efecto, se decidió excluir del patrón de expuestos a aquellas observaciones con expuestos atípicos, así como a los registros donde no se observaron muertes.

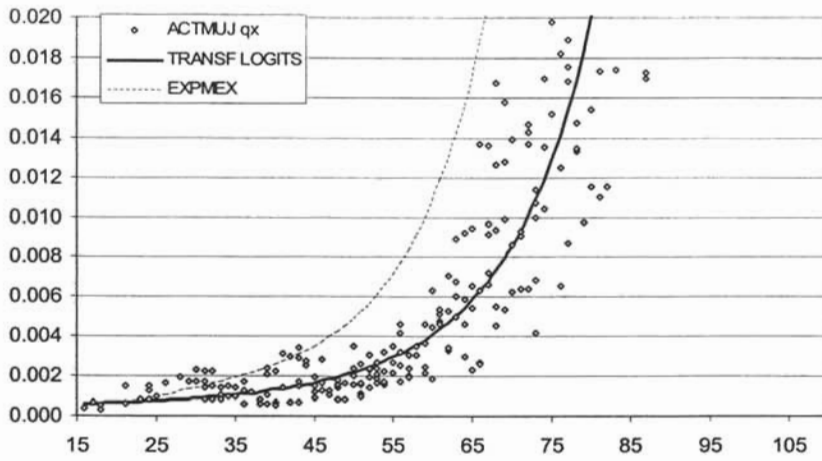
El total de muertes observadas, el pronóstico asociado a las tasas ajustadas  $q_x$  y el pronóstico determinado por la media predictiva de las tasas se muestran en la Tabla 3.1

Tabla 3.1

	No de muertes	Error
Observadas	289	
Modelo Central	296	2%
EMSSAM-97	157	46%

Como se observa en la tabla anterior, el pronóstico obtenido con el modelo sobrestima en un 2% el número de siniestros observados; es importante señalar que éste modelo se ha calibrado durante el desarrollo toda vez que se han excluido las observaciones influyentes y los puntos atípicos.

El modelo final en la escala  $q_x$  se presenta en la siguiente gráfica, nótese la gráfica (línea punteada) que representa la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Mujeres.





### 3.2.4.2.2 Activos hombres

Se ajustaron modelos con término cuadrático y cúbico para la edad y finalmente se optó por el modelo con término cuadrático en la edad como aquel que mejor representa a los datos; A continuación se muestra el resultado para cada uno de los casos:

Observación: Se identificaron 20 observaciones atípicas que no fueron consideradas en el modelo.

---

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.90534613
Coefficiente de determinación $R^2$	0.819651614
Error típico	0.817811325
Observaciones	100

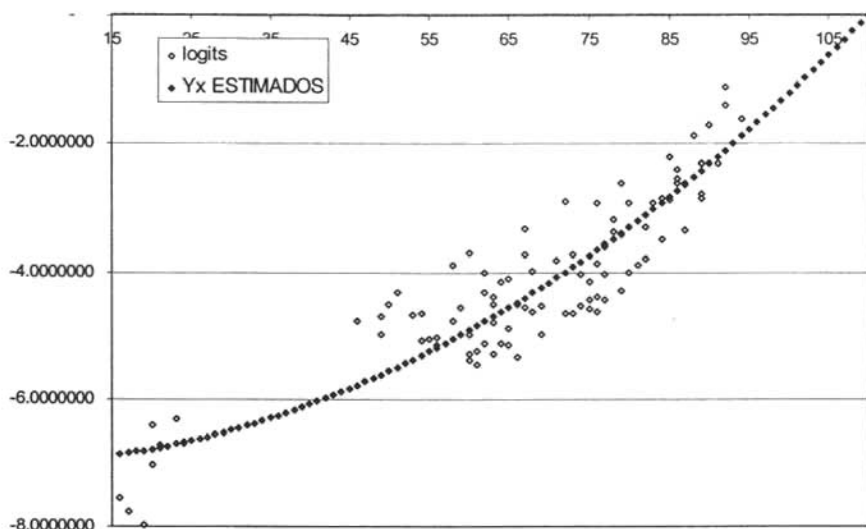
---

En la escala de los Logits, el coeficiente de correlación nos indica que existe una asociación lineal del 90% entre las variables  $x$  y  $Y_x$ .

De acuerdo con lo anterior, la ecuación estimada de regresión es:

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = -7.01102686997415 + 0.000580528974564861x^2$$

*Curva de Regresión Estimada en la escala de los Logits*



Con:

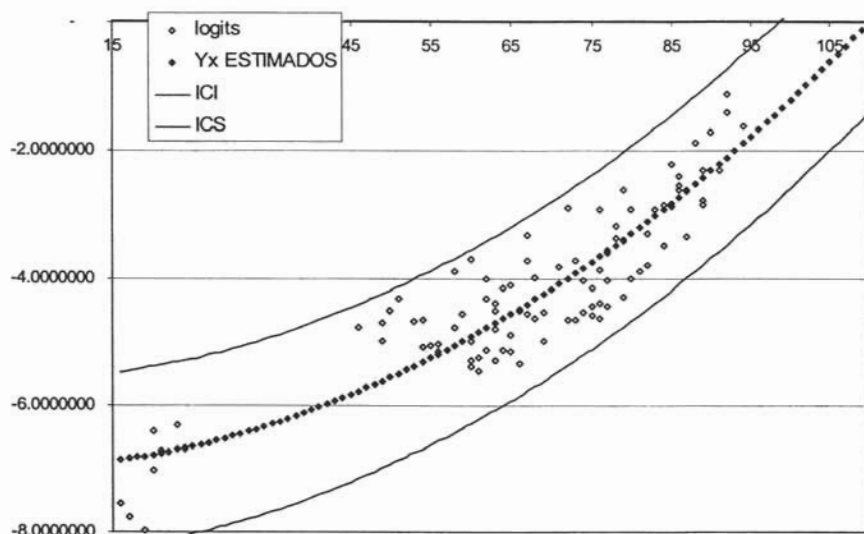
#### Análisis de Varianza

	Grados de libertad	Suma de cuadrados
Regresión	1	158.612719
Residuos	98	34.89964188
Total	99	193.5123609

Como hemos visto, existe una relación lineal entre las variables  $x$  y  $Y_x$ , de otra manera  $\beta$  tendría un valor de cero. Un procedimiento inferencial natural para  $\beta$  es construir un intervalo de confianza del  $100(1-\alpha)\%$  para  $\beta$ . Si este intervalo no contiene el valor cero, entonces es razonable concluir que  $\beta$  es diferente de cero y que  $x$  y  $Y_x$  están, en algún grado, relacionadas en forma lineal.

Intervalos de confianza

Recta estimada de regresión con los límites inferior y superior de cada intervalo  
contra  $x_p$ .



Calibración del modelo

	No de muertes	Error
Observadas	51	
Modelo Central	88	72%
EMSSAM-97	137	169%

Como se observa en la tabla anterior, el pronóstico obtenido con el modelo sobrestima en un 72% el número de siniestros observados; es importante señalar que éste modelo excluye las observaciones influyentes y los puntos atípicos.

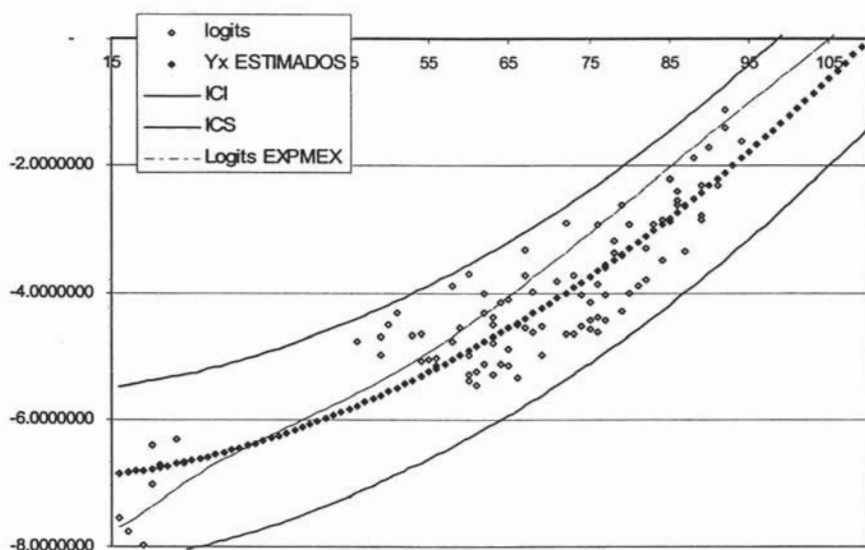
El modelo final en la escala  $q_x$  que se presenta en la gráfica no puede considerarse como un modelo adecuado, aún cuando su estimación sea mejor que la de la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Hombres.

Para reforzar la idea anterior analicemos el rango de muertes que nos proporcionan los intervalos de confianza al 95%.

Tabla 3.2

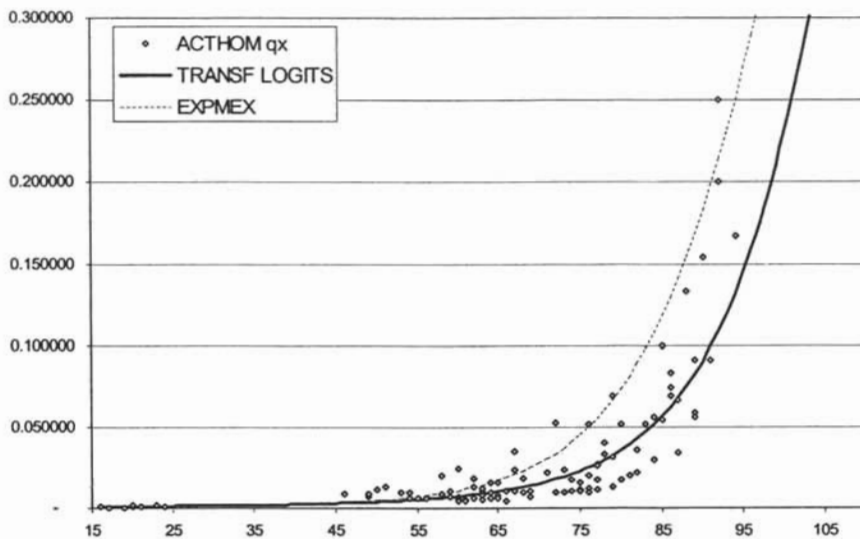
	No de muertes	Error
Observadas	51	
Modelo Central	85	66%
Intervalo de confianza Inf. 95%	22	57%
Intervalo de confianza Inf. 95%	312	512%
EMSSAM-97	1137	169%

La tabla de mortalidad EMSSAM-97 llevada a la escala de Logits queda dentro del rango de los intervalos de confianza al 95%.



El modelo final en la escala  $q_x$  que se presenta en la siguiente gráfica junto con la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Hombres, indica que existe una sobrestimación de las muertes esperadas; sin embargo, no representa un modelo confiable para su uso en la determinación de la Prima Neta de los Seguros de Pensiones, toda vez que

la información no es suficiente para describir con claridad el comportamiento de la mortalidad.



### 3.2.4.2.3 Inválidos hombres

Se ajustaron cinco modelos y finalmente se optó por el modelo con término igual a cinco (5) en la edad como aquel que mejor representa a los datos; A continuación se muestra el resultado:

Observación: Se identificaron 28 observaciones atípicas que no fueron consideradas en el modelo.

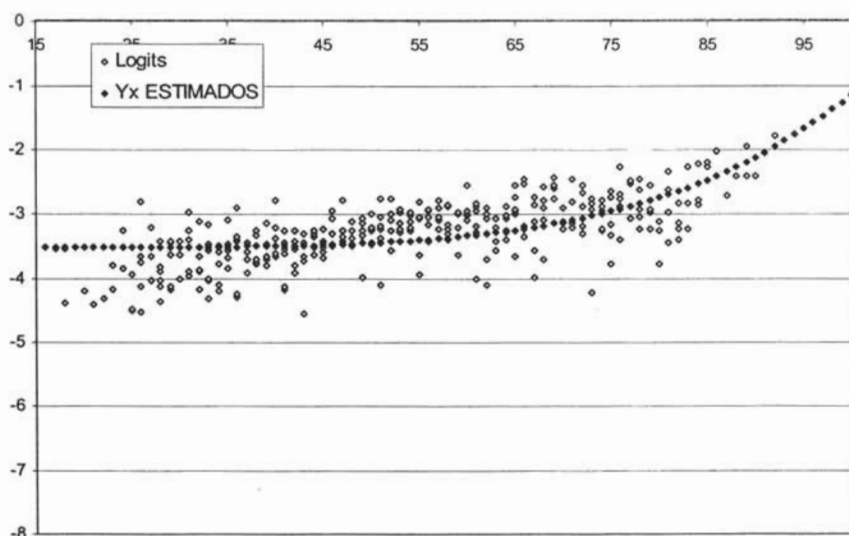
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.60618579
Coefficiente de determinación $R^2$	0.367461212
Error típico	0.365427325
Observaciones	313

En la escala de los Logits, el coeficiente de correlación nos indica que existe una asociación lineal del 60% entre las variables  $x$  y  $Y_x$ .

De acuerdo con lo anterior, la ecuación estimada de regresión es:

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = -3.51647125547359 + (2.37125028903389E - 10)x^5$$

*Curva de Regresión Estimada en la escala de los Logits*



Con:

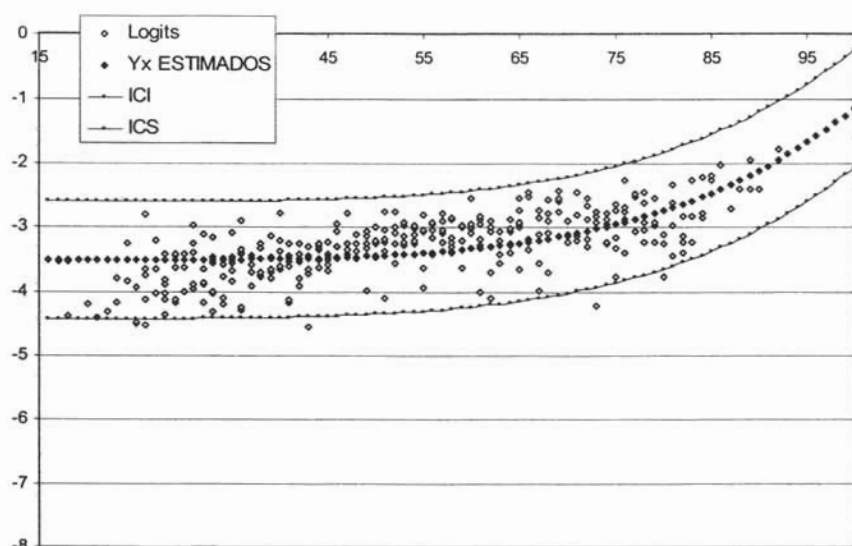
#### Análisis de Varianza

	Grados de libertad	Suma de cuadrados
Regresión	1	29.00904117
Residuos	311	49.93545753
Total	312	78.9444987

Se concluye que las variables  $x$  y  $Y_x$  se encuentran en algún grado relacionadas de forma lineal, toda vez que de otra manera  $\beta$  tendría un valor de cero.

#### Intervalos de confianza

Grafica la recta estimada de regresión con los límites inferior y superior de cada intervalo contra  $x_p$ .



#### Calibración del modelo

El pronóstico asociado a las tasas ajustadas  $q_x$  y el pronóstico determinado por la media predictiva de las tasas se muestran en la Tabla 3.3

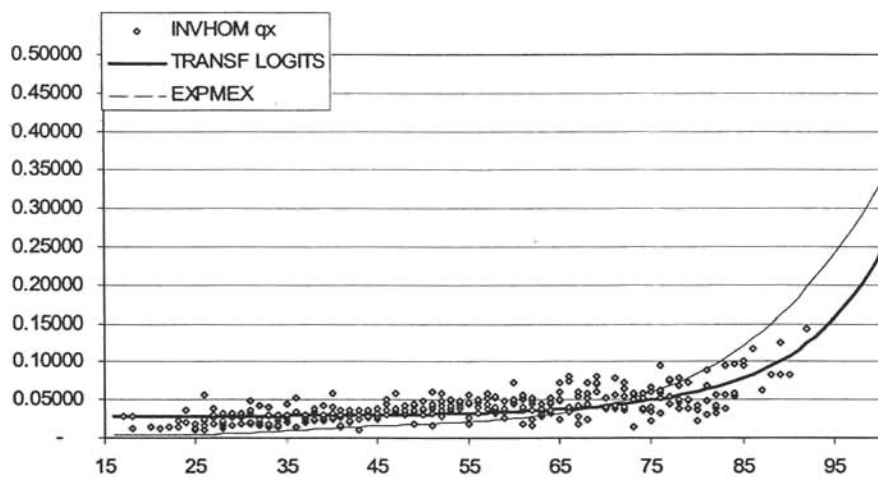
Tabla 3.3

	No de muertes	Error
Observadas	1477	
Modelo Central	1507	2%
EMSSAM-97	913	62%

Como se observa en la tabla, el pronóstico obtenido con el modelo sobrestima en un 2% el número de siniestros observados; es importante señalar que éste modelo se ha calibrado durante el desarrollo toda vez que se han excluido las observaciones influyentes y los puntos atípicos.



El modelo final en la escala  $q_t$  se presenta en la siguiente gráfica, nótese nuevamente la gráfica que representa la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados inválidos) Hombres y la diferencia notable respecto a los puntos que representan las observaciones.



## 3.2.4.2.4 Inválidos mujeres

Se ajustaron modelos con término cuadrático y cúbico para la edad y finalmente se optó por el modelo con término cuadrático en la edad como aquel que mejor representa a los datos; A continuación se muestra el resultado para cada uno de los casos:

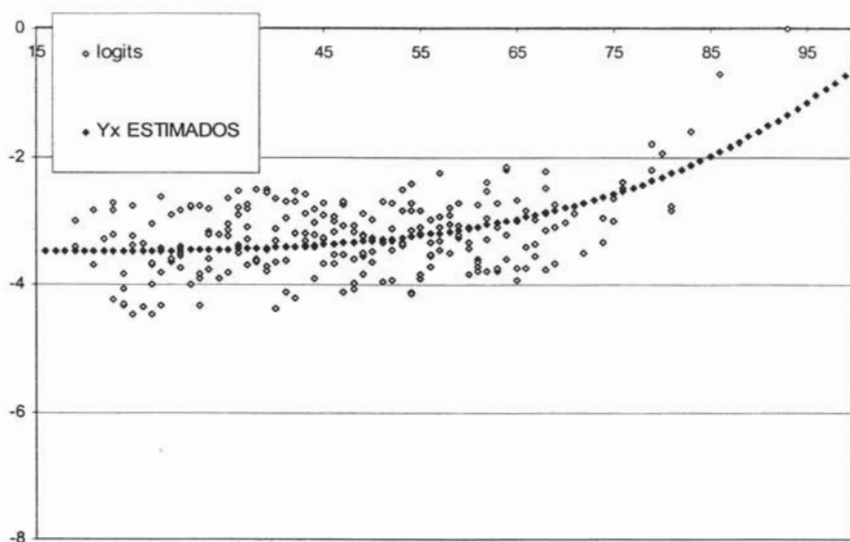
Observación: Se identificaron 18 observaciones atípicas que no fueron consideradas en el modelo.

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.527269025
Coefficiente de determinación $R^2$	0.278012624
Error típico	0.274887138
Observaciones	233

En la escala de los Logits, el coeficiente de correlación nos indica que existe una asociación lineal del 52% entre las variables  $x$  y  $Y_x$ .

De acuerdo con lo anterior, la ecuación estimada de regresión es:

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = -3.48434528883717 + 2.86963826555106E-08x^2$$



Con:

Análisis de Varianza

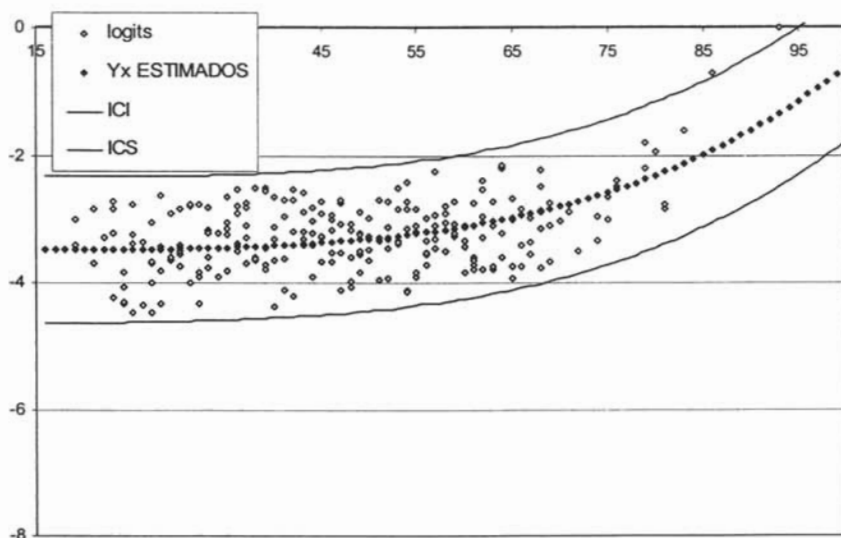
	Grados de libertad	Suma de cuadrados
Regresión	1	22.40597122
Residuos	231	58.18738768
Total	232	80.5933589

*Curva de Regresión Estimada en la escala de los Logits*

Como hemos visto, existe una relación lineal entre las variables  $x$  y  $Y_x$ , de otra manera  $\beta$  tendría un valor de cero. Un procedimiento inferencial natural para  $\beta$  es construir un intervalo de confianza del  $100(1-\alpha) \%$  para  $\beta$ . Si este intervalo no contiene el valor cero, entonces es razonable concluir que  $\beta$  es diferente de cero y que  $x$  y  $Y_x$  están, en algún grado, relacionadas en forma lineal.

Intervalos de confianza

Recta estimada de regresión con los límites inferior y superior de cada intervalo  
contra  $x_p$ .



Calibración del modelo

	No de muertes	Error
Observadas	285	
Modelo Central	393	38%
EMSSAM-97	135	53%

Como se observa en la tabla anterior, el pronóstico obtenido con el modelo sobrestima en un 38% el número de siniestros observados; es importante señalar que éste modelo excluye las observaciones influyentes y los puntos atípicos.

El modelo final en la escala  $q_x$  que se presenta en la gráfica no puede considerarse como un modelo adecuado, aún cuando su estimación sea mejor

que la de la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Hombres.

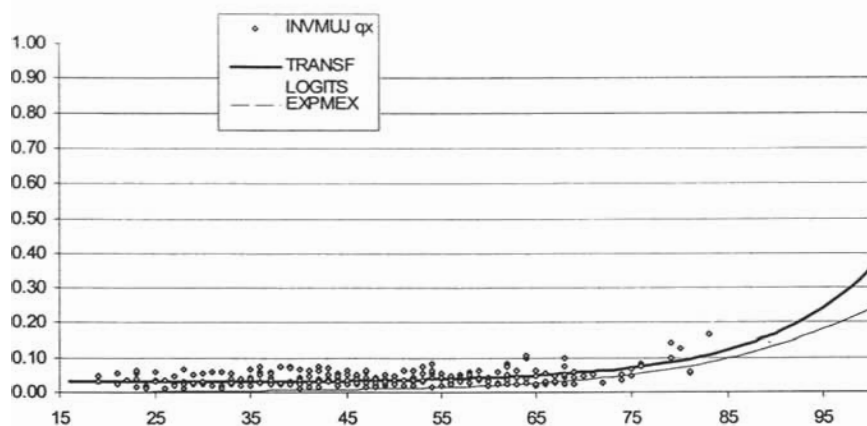
Para reforzar la idea anterior analicemos el rango de muertes que nos proporcionan los intervalos de confianza al 95% son.

Tabla 3.2

	No de muertes	Error
Observadas	285	
Modelo Central	393	38%
Intervalo de confianza Inf. 95%	180	37%
Intervalo de confianza Inf. 95%	1591	458%
EMSSAM-97	135	53%

La tabla de mortalidad EMSSAM-97 llevada a la escala de Logits queda dentro del rango de los intervalos de confianza al 95%.

El modelo final en la escala  $q_x$  que se presenta en la siguiente gráfica junto con la tabla de mortalidad EMSSAM-97 Experiencia de Mortalidad para Activos (Asegurados no inválidos) Hombres, indica que existe una sobrestimación de las muertes esperadas; sin embargo, no representa un modelo confiable para su uso en la determinación de la Prima Neta de los Seguros de Pensiones, toda vez que la información no es suficiente para describir con claridad el comportamiento de la mortalidad.

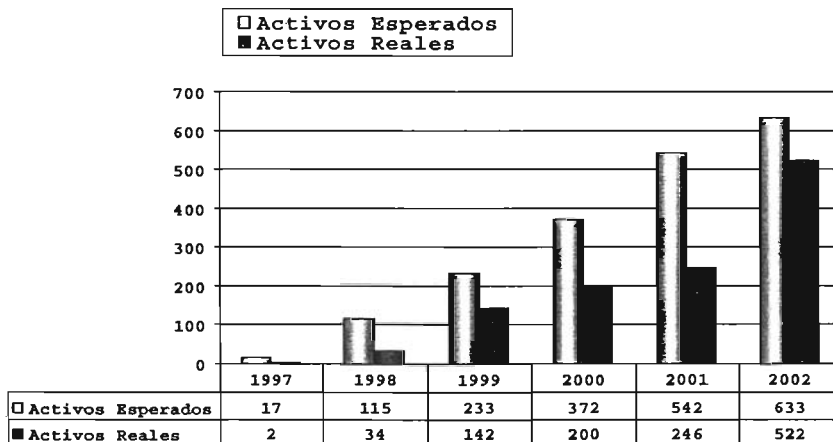


## CONCLUSIONES

El comportamiento que describen los modelos del capítulo 3 deja clara la importancia de continuar con el análisis de las hipótesis de mortalidad de los seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social, toda vez que en los grupos estudiados se observa una desviación de las hipótesis de mortalidad adoptadas respecto a la mortalidad real.

Un análisis exploratorio a los datos que conforman el requerimiento estadístico basado en grupos de activos, muestra que la mortalidad esperada contra la mortalidad observada es mayor a la real para todos los años, tal y como se aprecia en la siguiente gráfica:

Mortalidad Esperada contra Real: Activos



De acuerdo con los modelos obtenidos en los puntos 3.2.4.2.1 y 3.2.4.2.2 y a pesar de que no fue posible calibrar el modelo para hombres activos, se puede observar que las curvas  $q_x$  para ambos sexos considerada en las tablas de mortalidad EMSSAH-97 y EMSSAM-97 quedan muy por arriba del mejor modelo.

Sea  $R_t^i$  la renta vitalicia que de acuerdo a ley tendría derecho el individuo  $i$  en caso de enfrentar un siniestro en el periodo  $t$ . El costo que debe pagar el IMSS por una renta vitalicia a una aseguradora autorizada ( $MC_t^i$ ), de acuerdo al precio técnico de la renta vitalicia ( $p^i$ ) sería igual a lo siguiente:

$$MC_t^i = p^i R_t^i$$

Donde el precio técnico se establece de acuerdo al "principio de equivalencia" que señala que la prima de equilibrio es aquella que hace que el valor presente de los ingresos esperados sea igual al valor presente de los beneficios esperados. Definiendo a  $q_{t,j}^i$  como la probabilidad conjunta de sobrevivencia del trabajador y sus beneficiarios por  $j$  periodos a partir de tener derecho a una pensión, a  $r$  como la tasa de interés real técnica y a  $k$  como el número máximo de años que se espera sobrevivan los pensionados, el precio técnico sería el siguiente:

$$p^i = \sum_{j=1}^k v^j p_{t,j}^i$$
$$p_{t,j}^i = 1 - q_{t,j}^i$$
$$v^j = (1 + r)^{-j}$$

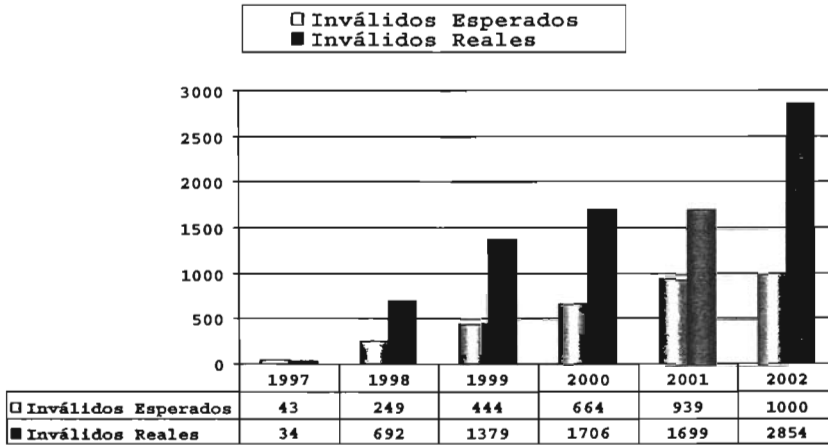
Dado que el precio de una renta vitalicia y un seguro de sobrevivencia está en función de la edad del trabajador, de la composición familiar y la probabilidad de sobrevivencia de cada componente, el monto constitutivo que otorga el IMSS a un asegurado resulta menor en el caso de los activos, toda vez que las probabilidades de sobrevivencia consideradas son menores y menor es el número de años máximo que se espera vivan estos pensionados; Asimismo, para una compañía aseguradora, la prima del seguro de invalidez y vida o de riesgos de trabajo podría resultar insuficiente.

Para el caso de los inválidos el efecto resulta opuesto, la mortalidad real supera a la mortalidad esperada para todos los años de observación; En este caso el costo que debe pagar el IMSS por la renta vitalicia a una aseguradora autorizada resulta mayor, toda vez que las probabilidades de sobrevivencia hipotéticas son mayores



en relación con las estimadas por los modelos obtenidos para los hombres y mujeres inválidos en los puntos 3.2.4.2.3 y 3.2.4.2.4.

Mortalidad Esperada contra Real: Inválidos



El hecho de que el comportamiento de la mortalidad real para inválidos sea mayor a la esperada, favorece el negocio para las compañías aseguradoras al eximir las rápidamente de sus obligaciones.

La experiencia recabada podría no resultar aplicable para calcular las primas de las pensiones por invalidez e incapacidad dictaminadas bajo los actuales criterios, ya que en los grupos de hombres activos y mujeres inválidas los datos presentan una dispersión que no necesariamente refleja el comportamiento de la mortalidad.

Es importante señalar que de acuerdo a las mediciones que se realizan sobre la mortalidad y su impacto financiero en los resultados de una compañía, las aseguradoras presentan en promedio una utilidad por mortalidad equivalente al 2%<sup>10</sup> de la prima emitida; dicha utilidad se debe principalmente a un efecto compensatorio generado por un mayor número de fallecimientos de pensionados

<sup>10</sup> CNSF, 2003.

por invalidez en contraste con un menor número de fallecimientos de los demás pensionados.

La solvencia de las instituciones especializadas en los seguros de pensiones podría verse afectada por la incertidumbre respecto al patrón de sobrevivencia de los pensionados por invalidez con cierta antigüedad y al frágil equilibrio que permite que las tablas adoptadas sean “suficientes” por márgenes escasos.

Con seis años de funcionamiento, se reconoce la experiencia y el importante volumen de información generado, que ha permitido observar la conveniencia y necesidad de revisar los elementos que intervienen en el actual esquema de pensiones, sobre todo, aquellos relacionados con el cálculo de las sumas aseguradas que paga el IMSS.

De mantenerse la tendencia observada en la siniestralidad de los pensionados por invalidez e incapacidad, se considera necesario ajustar las hipótesis demográficas a fin de preservar la solvencia de las instituciones, mediante el reflejo de las nuevas condiciones en el cálculo de la prima, toda vez que una desviación en la siniestralidad o una variación en los mercados financieros que impida a las instituciones incrementar adecuadamente sus reservas técnicas, provocaría problemas potenciales en la solvencia de las instituciones de seguros.

El propio IMSS, en su informe financiero y actuarial al 31 de diciembre de 2000, considera conveniente, entre otras cosas, solicitar a la CNSF, la revisión de la experiencia demográfica de mortalidad para activos adoptada, que ha dado lugar, a que los montos desembolsados por el IMSS consideren una máxima sobrevivencia a una tasa que puede ser muy conservadora (3,5 % real) y por lo tanto, que las anualidades sean más elevadas en relación a considerar otras experiencias demográficas válidas.

Por tal motivo se considera necesario continuar con el análisis de las hipótesis de mortalidad de los seguros de pensiones, así como también tomar algunas medidas encaminadas a mejorar la calidad de la información reportada por las Aseguradoras a fin de obtener los mejores modelos que describan su comportamiento:

Se recomienda tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- **Implementar mecanismos eficientes de verificación de sobrevivencia** a fin de aminorar el subregistro observado en el número de fallecimientos reportados.
  
- **Requerir a las instituciones registren con mayor periodicidad y a mayor detalle la información de fallecimientos**, principalmente en el caso del grupo de hombres activos y mujeres inválidas, toda vez que en edades tempranas, intermedias y últimas existen muchas tasas con valor cero.
  - **Tablas de mortalidad adecuadas abre la posibilidad de pagar una renta vitalicia con mayor beneficio para el pensionado**, si se toma en cuenta que la prima para activos resulta elevada con las actuales tablas de mortalidad y bajo la hipótesis de que podría continuar pagándose dicha cantidad.
  
- **Publicar periódicamente indicadores de las tasas reales garantizadas y el riesgo que enfrentan las compañías para hacer frente a sus compromisos**, para proteger a los usuarios de estos seguros y fomentar la competencia en base a los sanos usos y costumbres.
  
- **Revisar la esperanza de vida al nacer de 110 años para activos y 100 años para inválidos**, toda vez que es prácticamente imposible de lograr durante

los próximos 50 años a menos que haya impresionantes progresos médicos y científicos<sup>11</sup>.

▪ **La agenda pendiente en materia de pensiones para nuestro país es muy amplia**, el ajuste en las hipótesis de mortalidad es sólo uno de los múltiples problemas a los que se enfrentan estos seguros. Particularmente se deben revisar, la tasa de interés real técnica y el recargo de 2 por ciento para desviaciones en siniestralidad que se utilizan para establecer el precio de las rentas vitalicias.

- **Una Disminución en la prima de invalidez y vida hacia los estándares internacionales**, podría aumentar el monto de las pensiones de los trabajadores, reducir el costo de los seguros de invalidez y vida y de riesgos de trabajo, así como también se evitaría un mayor endeudamiento del Gobierno Federal a través de una reducción en el costo fiscal.

*Abordar la agenda pendiente de los seguros de pensiones reducirá el riesgo de insolvencia en las instituciones especializadas en los seguros de pensiones y hasta entonces tal vez se logren las metas de generación de ahorro interno financiero.*

---

<sup>11</sup> Jean-Claude Ménard.- Medición de la Mortalidad y sus Proyecciones

## BIBLIOGRAFÍA

Bernardo, José Miguel y Smith, Adrian F.M., *Bayesian Theory*, John Wiley and Sons, Reino Unido, 1994.

Gutierrez Peña, Eduardo, *Análisis Bayesiano de Modelos Jerárquicos Lineales*, monografías volumen 7 No. 16, IIMAS UNAM, México, 1998.

Mendoza, Manuel, Madrigal, Ana Maria y Martinez, Evangelina, *Análisis Exploratorio de los Datos del Seguro de Vida 1991-1998*, Documento de Trabajo No. 76, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1999.

Mendoza, Manuel, Madrigal, Ana Maria y Martinez, Evangelina, *Modelos Estadísticos de Mortalidad, Análisis de Datos 1991-1998*. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, 1999.

Martínez, Gabriel. *Determinantes de la Participación en la Seguridad Social y el Impacto de la Seguridad Sobre el Gasto en Servicios Médicos*, 1994.

Instituto Mexicano del Seguro Social (1995), *Diagnostico*, marzo México: IMSS.

Instituto Mexicano del Seguro Social, 1999, *Informe de Gestión*, México: IMSS.

Instituto Mexicano del Seguro Social, 2000, *Informe de Gestión México: IMSS*.

Instituto Mexicano del Seguro Social, *Lineamientos Estratégicos 1996-2000*, México: IMSS.

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, *Información Estadística del Sector Salud y Seguridad Social, Cuademo N° 15 INEGI*, México, 1999.

George C. Canavos *Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos*. Mc. Graw Hill.

Jean Claude Ménard (2003) *Medición de la Mortalidad y sus Proyecciones*.

*Circular S-22.3.2 por la que se dan a conocer criterios de carácter general referentes a los beneficios adicionales de los Seguros de Pensiones, derivados de las leyes de seguridad social. Diario Oficial de la Federación 22 de julio de 1999.*

*Diario Oficial de la Federación 19 de enero de 1943.*

*Diario Oficial de la Federación 31 de Diciembre de 1959.*

## BIBLIOGRAFÍA

*Nueva Ley del Seguro Social, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 21 de Diciembre de 1995, Capitulo VII.*

*Álvarez Amezquita, J, Historia de la Salubridad , desde 1910 hasta 1960, Tomo 11 México: Secretaria de Salubridad y Asistencia.*

*Ayala Espino José Luis. Estado y Desarrollo, la Formación de la Economía Mixta Mexicana (1920-1982) México, Fondo de Cultura Económica, Secretaria de Energía, Minas e Industria Paraestatales.*

*Ayala, José y José Blanco (1981), "El Nuevo Estado y la Expansión de la Manufacturas: México, 1877-1930 "Rolando Cordera (compilación), Desarrollo de la Crisis de la Economía. (1920-1982) México, Fondo de Cultura Económica.*

*Eibenschutz, Catalina y otros (1990), Política Sanitaria Mexicana en los Ochenta, Fin de Siglo Editores-CES, México. 7. Fernando Clavijo, (compilador) Reformas Económicas en México (1982-1999), México, Fondo de Cultura Económica, (El Trimestre Económico Num. 92).*

*Frenk, J, (1993) Desigualdad, Pobreza y Salud en México, México, Consejo Consultivo del Programa Nacional de Solidaridad.*

*Bowen Herrera, Alfredo. Introducción a la seguridad social. Biblioteca de la salud FCE-Instituto Nacional de Salud Pública, 1987. 271 p.*

*Astudillo Ursúa, Pedro. Lecciones de Historia del Pensamiento Económico. Universidad Nacional Autónoma de México. 1a. edición, 1975.*

*CEMLA. Conceptos y metodología de estimación del ahorro. Estudio Preliminar con Aplicación a Países en Proceso de Desarrollo.*

*CONSAR. Reglamento de la Ley de los Sistemas de Ahorro para el Retiro. México, 1997.*

*Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, 1917.*

*CNSF. 2001. Informe trimestral del sector al 30 de junio.*

*1997-2002. Circulares relativas a los seguros de pensiones.*

*IMSS. 2001. Informe financiero y actuarial al 31 de diciembre.*

## BIBLIOGRAFÍA

*Solís Soberón, F. 2001. "An evaluation of life and disability insurance, workers' compensation insurance and regulations of the annuity market in the Mexican pension system for private sector employees",*

*Conferencia sobre Seguridad Social, Instituto Tecnológico Autónomo de México. Valls Hernández, A. 1997. "Aspectos jurídicos del nuevo sistema pensionario mexicano", Cuestión Social.*

*CIDE (2000a) Pensionados en el Apartado B: Una evaluación preliminar.*

*CIDE(2000b) Análisis de los seguros de invalidez y vida y de riesgos de trabajo en la Nueva Ley del Seguro Social.*

*CIDE(2000c) La subcuenta de vivienda y el Infonavit.*

*Internet : <http://www.issste.gob.mx>*

*Internet : <http://www.oit.org>*

*Internet : <http://www.presidencia.gob.mx>*

*Internet : <http://www.imss.gob.mx>*

*Internet : <http://www.inegi.gob.mx>*

*Internet : <http://www.ssa.gob.mx>*

*Internet: <http://www.unam.mx>*

*Internet: <http://www.Google.com>*

## ANEXO I

## Tablas de mortalidad estimadas

EDAD	ACTIVOS HOMBRES	ACTIVOS MUJERES	INVALIDOS HOMBRES	INVALIDOS MUJERES
16	0.001045294	0.00060390	0.02885416	0.02981530
17	0.001065490	0.00061543	0.02885662	0.02983024
18	0.001087337	0.00062789	0.02885974	0.02984806
19	0.001110919	0.00064135	0.02886364	0.02986913
20	0.001136329	0.00065584	0.02886846	0.02989382
21	0.001163668	0.00067143	0.02887433	0.02992253
22	0.001193047	0.00068818	0.02888145	0.02995567
23	0.001224586	0.00070615	0.02888998	0.02999371
24	0.001258416	0.00072542	0.02890013	0.03003710
25	0.001294680	0.00074608	0.02891213	0.03008634
26	0.001333533	0.00076820	0.02892622	0.03014195
27	0.001375143	0.00079188	0.02894266	0.03020448
28	0.001419696	0.00081723	0.02896174	0.03027451
29	0.001467389	0.00084435	0.02898376	0.03035264
30	0.001518442	0.00087337	0.02900906	0.03043952
31	0.001573091	0.00090443	0.02903798	0.03053581
32	0.001631594	0.00093767	0.02907093	0.03064222
33	0.001694231	0.00097323	0.02910831	0.03075951
34	0.001761309	0.00101131	0.02915056	0.03088845
35	0.001833161	0.00105207	0.02919815	0.03102989
36	0.001910150	0.00109574	0.02925160	0.03118470
37	0.001992675	0.00114251	0.02931143	0.03135381
38	0.002081167	0.00119265	0.02937824	0.03153820
39	0.002176100	0.00124642	0.02945263	0.03173893
40	0.002277992	0.00130409	0.02953528	0.03195708
41	0.002387406	0.00136600	0.02962687	0.03219386
42	0.002504962	0.00143248	0.02972817	0.03245050
43	0.002631336	0.00150391	0.02983998	0.03272834
44	0.002767270	0.00158071	0.02996316	0.03302881
45	0.002913578	0.00166332	0.03009862	0.03335343
46	0.003071149	0.00175225	0.03024736	0.03370384
47	0.003240964	0.00184803	0.03041041	0.03408178
48	0.003424095	0.00195128	0.03058892	0.03448914
49	0.003621724	0.00206264	0.03078409	0.03492792
50	0.003835149	0.00218284	0.03099723	0.03540030
51	0.004065799	0.00231267	0.03122973	0.03590863
52	0.004315245	0.00245301	0.03148309	0.03645543
53	0.004585222	0.00260482	0.03175895	0.03704344
54	0.004877639	0.00276916	0.03205904	0.03767562



EDAD	ACTIVOS HOMBRES	ACTIVOS MUJERES	INVALIDOS HOMBRES	INVALIDOS MUJERES
55	0.005194604	0.00294721	0.03238528	0.03835518
56	0.005538443	0.00314025	0.03273971	0.03908561
57	0.005911726	0.00334973	0.03312455	0.03987070
58	0.006317291	0.00357721	0.03354222	0.04071456
59	0.006758281	0.00382445	0.03399535	0.04162170
60	0.007238169	0.00409338	0.03448681	0.04259702
61	0.007760802	0.00438615	0.03501972	0.04364586
62	0.008330441	0.00470511	0.03559750	0.04477410
63	0.008951810	0.00505292	0.03622391	0.04598815
64	0.009630145	0.00543249	0.03690304	0.04729504
65	0.010371254	0.00584707	0.03763942	0.04870248
66	0.011181583	0.00630026	0.03843802	0.05021895
67	0.012068289	0.00679607	0.03930434	0.05185377
68	0.013039319	0.00733896	0.04024442	0.05361720
69	0.014103499	0.00793390	0.04126499	0.05552054
70	0.015270639	0.00858640	0.04237348	0.05757623
71	0.016551634	0.00930262	0.04357815	0.05979803
72	0.017958595	0.01008942	0.04488818	0.06220110
73	0.019504976	0.01095446	0.04631383	0.06480220
74	0.021205727	0.01190625	0.04786651	0.06761985
75	0.023077451	0.01295430	0.04955899	0.07067453
76	0.025138582	0.01410924	0.05140557	0.07398887
77	0.027409577	0.01538291	0.05342229	0.07758793
78	0.029913116	0.01678850	0.05562714	0.08149939
79	0.032674328	0.01834078	0.05804034	0.08575385
80	0.035721017	0.02005619	0.06068468	0.09038514
81	0.039083908	0.02195305	0.06358582	0.09543057
82	0.042796895	0.02405182	0.06677271	0.10093130
83	0.046897291	0.02637527	0.07027804	0.10693262
84	0.051426073	0.02894872	0.07413875	0.11348427
85	0.056428115	0.03180037	0.07839656	0.12064077
86	0.061952387	0.03496148	0.08309868	0.12846162
87	0.068052117	0.03846675	0.08829842	0.13701151
88	0.074784884	0.04235453	0.09405603	0.14636046
89	0.082212625	0.04666719	0.10043948	0.15658371
90	0.090401521	0.05145133	0.10752533	0.16776152
91	0.099421725	0.05675812	0.11539963	0.17997868
92	0.109346899	0.06264345	0.12415873	0.19332368
93	0.120253502	0.06916812	0.13391010	0.20788746
94	0.132219790	0.07639791	0.14477285	0.22376165
95	0.145324477	0.08440352	0.15687803	0.24103619
96	0.159644997	0.09326033	0.17036841	0.25979623
97	0.175255353	0.10304796	0.18539752	0.28011824
98	0.192223509	0.11384958	0.20212771	0.30206530
99	0.210608341	0.12575088	0.22072682	0.32568159

EDAD	ACTIVOS HOMBRES	ACTIVOS MUJERES	INVALIDOS HOMBRES	INVALIDOS MUJERES
100	0.230456187	0.13883859	0.24136308	0.35098621
101	0.251797061	0.15319866		
102	0.274640700	0.16891385		
103	0.298972613	0.18606082		
104	0.324750407	0.20470670		
105	0.351900692	0.22490513		
106	0.380316913	0.24669189		
107	0.409858432	0.27008036		
108	0.440351186	0.29505688		
109	0.471590102	0.32157648		
110	0.503343381	0.34955925		