

40862



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ARAGÓN

“RIESGOS CATASTROFICOS: COBERTURA.
A TRAVES DE REASEGURO FINANCIERO”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE :
MAESTRO EN ECONOMIA FINANCIERA
P R E S E N T A :
JUAN SORIANO ESCOBEDO



ASESOR:
JUAN GULLERMO PALACIOS GALLARDO

MÉXICO

2005

m 346879



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Juan Serrano Escobedo

FECHA: 15/Ago/2005

FIRMA: [Firma]

Agradecimientos

*A Dios
A la UNAM
Al H. Jurado
A mis Padres (Miguel y Catalina)
A mis Hermanos (Miguel y Julio)
A mi tío José
A Leticia*

INDICE

Introducción	3
Capítulo 1	
<i>Objetivo de la Investigación y Metodología</i>	
1.1 Objetivos	6
1.2 Antecedentes	6
1.3 Metodología	9
Capítulo 2	
<i>Valuación de Productos Financieros Derivados</i>	
2.1 Riesgos Financieros	12
2.2 Antecedentes Históricos	13
2.3 Productos Financieros Derivados	15
2.3.1 Spot y Forward	15
2.3.2 Futuros	16
2.3.3 Swaps	18
2.3.4 Opciones	20
2.4 Valuación Estocástica	28
2.4.1 Finanzas Estocásticas	28
2.4.2 La Ecuación Diferencial de Black & Scholes	33
2.4.3 Modelo Binomial	41
2.5 Modelos de Valuación	43
Capítulo 3	
<i>Reaseguro y Riesgos Catastróficos</i>	
3.1 Riesgos Catastróficos	52
3.2 Reaseguro Tradicional	52
3.2.1 Definición	52
3.2.2 Reaseguro Proporcional	52
3.2.3 Reaseguro No Proporcional	54
3.3 Reaseguro Financiero	57
3.3.1 Definición	57
3.3.2 Estructura de los Contratos	58
3.3.3 Transferencia de Riesgo	59
3.4 Activos Financieros sobre Riesgos Catastróficos	60
3.4.1 CAT Futures	60
3.4.2 Opciones CAT	70
3.4.3 Opciones PCS	77
3.4.4 GCCI.	84

Capítulo 4

Modelo de Valuación Aplicado al Riesgo de Huracán

4.1 Fundamentos sobre Ciclones Tropicales	89
4.2 Efectos Destructivos	97
4.3 Impacto Económico	105
4.4 Bonos Catastróficos	108
4.5 Modelo de Valuación	111
4.5 Equilibrio de Valuaciones	117
<i>Conclusiones</i>	122
<i>Bibliografía</i>	124

Introducción

El tema de esta investigación, surge ante la necesidad de crear documentos que ayuden a resolver la incapacidad existente en el mercado asegurador para cubrir riesgos de índole catastrófica con los esquemas tradicionales de reaseguro, el tema se sitúa en el área de economía financiera por la relación que se establecerá entre el mercado financiero y el mercado reasegurador. Se espera que este trabajo colabore con los estudiosos del sector financiero y abra una brecha en la búsqueda de transferencias alternativas de riesgos catastróficos.

El propósito de este estudio es el análisis de la cobertura de riesgos catastróficos y la propuesta de transferencia a nuevos mercados, en especial el financiero, además del planteamiento de una metodología para la valuación del riesgo de huracán en la zona del caribe mexicano, en el cual el asegurado cubre posibles pérdidas económicas de futuros eventos catastróficos. La aportación principal de este trabajo es la propuesta de transferencia de riesgo al mercado financiero y la metodología aplicada al riesgo de huracán la cual es nueva en cuanto a su aplicación y no así en su estructura ya que anteriormente se han hecho trabajos similares en otros riesgos.

La estructura de esta investigación se inicia con un capítulo de carácter introductorio con la finalidad de delimitar y justificar la investigación, una vez hecho esto, y ante la reciente aparición de productos financieros derivados en el mercado asegurador, se dedica el Capítulo 2 al análisis de este tipo de contratos, describiendo los principales rasgos y modelos de valuación, haciendo énfasis en su valuación estocástica, no es motivo de esta investigación el ahondar en este tipo de contratos, si el lector así lo desea puede verificar la bibliografía presentada al final de este trabajo.

En el Capítulo 3 se describen los riesgos catastróficos y los esquemas que actualmente se utilizan en el reaseguro tradicional, se presenta el reaseguro financiero y se describen las principales características de los contratos CAT-Futures y de las Opciones CAT dedicando consideración específica a los problemas que presentan y que llevan a su desaparición, como respuesta de esto surgen las opciones PCS, las cuales se detalla su diseño y funcionamiento en riesgos catastróficos.

El Capítulo 4 es dedicado al planteamiento de la metodología de valuación de riesgos catastróficos aplicado al riesgo de Huracán en la zona del caribe, para ello se analizan los fundamentos y efectos destructivos sobre ciclones tropicales con la finalidad de dar una breve semblanza y concientizar al lector del impacto que pudiera ocasionar un huracán en dado caso que llegara a presentarse, así como hacer evidente la incapacidad del mercado asegurador para hacer frente a estos riesgos. Ante ello se plantea la creación de un bono catastrófico para cubrir dicha incapacidad y se plantea su metodología de cálculo.

Finalmente se dedica un apartado en el que se enumeran las conclusiones alcanzadas a lo largo de esta investigación. Un apartado extra de carácter instrumental se presenta en el que se referencia la bibliografía empleada en la elaboración de este trabajo.

Capítulo 1

Objetivo de la Investigación y Metodología

1.1 Objetivos

La investigación que se pretende mostrar es referente a los riesgos financieros catastróficos, de aparición reciente y sobre la cual existe poco material al respecto. Como en la mayoría de la literatura acerca de activos financieros, esta surge en las universidades norteamericanas, las cuales conjuntamente con las aseguradoras detectan el surgimiento de nuevos riesgos cuya naturaleza sobrepasa a los esquemas tradicionales.

La Zona del Caribe debido a su situación geográfica, se encuentra sujeto a varios riesgos catastróficos; entre ellos sobresalen los huracanes, que históricamente han sido de poca frecuencia pero muy alta severidad. Prueba de ello es el huracán Andrew que azotó la Florida en 1992 y que esta catalogado como la catástrofe natural de mayores repercusiones monetarias en la historia del seguro mundial (alrededor de 18.6 billones de dólares). Considerando que el mercado reasegurador estadounidense cuenta con 245 billones de dólares en capital y, de acuerdo con el Treasury Insurance Commissioner las aseguradoras solo pueden cubrir cerca del 10% de los riesgos expuestos se hace evidente la incapacidad del mercado reasegurador internacional para cubrir este tipo de riesgos.

Ante ello se establecen las siguiente hipótesis: a) El mercado reasegurador internacional no tiene la capacidad de cubrir eventos de índole catastrófica recursivos con un periodo de retorno corto, b) se requieren urgentemente de opciones de transferencias de riesgo alternativas, y c) se requieren de nuevas metodologías que puedan sustentar el cálculo de la prima y el equilibrio de la valuación de las obligaciones de cada parte del contrato de reaseguro financiero.

1.2 Antecedentes

Cummins y Geman¹ definen el proceso $\{S(t) \geq 0, 0 \leq t \leq T\}$ denominado "proceso de reclamaciones instantáneo", $S(t)$ determina el total de siniestros por unidad de tiempo y a partir de esta siniestralidad instantánea calcula el total de pérdidas debidas a catástrofes en el momento de vencimiento.

Durante el periodo de pérdidas, la evolución de $S(t)$ esta dado por un proceso browniano geométrico con tendencia α_1 , que describe la aleatoriedad en las declaraciones de siniestros, partiendo del supuesto que los asegurados declaran sus siniestros en forma continua y siempre son positivos se asigna un proceso de Poisson que cuantifica los saltos en las declaraciones de pérdidas cuando ocurren grandes catástrofes:

¹ Cummings D., Pricing catastrophe insurance futures and call spreads: An arbitrage approach, Bruxelles, AFIR congress 1995, pp.45-80

$$dS(t) = S(t) \left[\alpha dt + \sigma d\mathbb{w}(t) \right] + k dN(t)$$

donde: $\mathbb{w}(t)$ es un proceso de Wiener, $N(t)$ es un proceso de Poisson independiente de $\mathbb{w}(t)$ y el parámetro de $N(t)$ representa la frecuencia de saltos, k es una constante que representa la amplitud de los saltos producidos como consecuencia de la catástrofe.

El valor de las pérdidas totales en el momento del vencimiento, esta dado por:

$$L(t) = \int_0^T S(s) ds$$

Este modelo parte de la hipótesis de que los contratos de futuros sobre riesgos catastróficos tienen como subyacente una tasa de siniestralidad que representa la acumulación de pagos por pérdidas aseguradas derivadas de catástrofes a lo largo de un periodo dado. La principal diferencia con los activos financieros clásicos es que estos últimos se da al final. La principal consecuencia de este nuevo enfoque es que se rompen las relaciones tradicionales existentes entre el precio spot y el precio futuro.

Una vez determinada la evolución de la tasa de siniestralidad, la hipótesis básica para cuantificar el precio del CAT-future es que no exista arbitraje, por lo que el precio estará determinado por la esperanza matemática de la diferencia del valor de las opciones que tienen por subyacente el proceso $S(t)$.

Otro modelo fue desarrollado en 1997 por Geman y Yor², las opciones PCS, su principal característica es que tiene una representación directa de la dinámica del subyacente que viene dado por el total de pérdidas declaradas $L(t)$. Asimismo, se toman en consideración dos líneas de evolución para cada uno de los periodos de vida de las opciones analizadas:

1. En el periodo de pérdidas $L(t)$ el cual sigue un proceso de Poisson representado por la siguiente ecuación diferencial estocástica

$$dL(t) = S(t)dt + \theta dN(t)$$

donde $S(t)$ es un proceso browniano geométrico que traduce la aleatoriedad en las declaraciones de siniestros y esta representado por $S(t) = e^{2(W_t + vt)}$, en la que W_t es un proceso de Wiener bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo, $N(t)$ es un proceso de Poisson con intensidad α_1 independiente de $S(t)$, que representa

² Geman H., Stochastic time changes in catastrophe option pricing, USA 1995 Insurance Journal pp. 185-193

las catástrofes, θ es una constante positiva equivalente a la magnitud de los saltos provocados por la ocurrencia de una gran catástrofe.

2. En el periodo de desarrollo, la dinámica de $L(t)$ puede representarse con ayuda de un proceso browniano geométrico a través de $S(t)$

$dL(t) = S(t)dt$ con parámetros de tendencia y volatilidad diferentes a los del periodo de pérdidas.

Tras haber fijado la progresión del subyacente $L(t)$ y considerando un tipo de interés constante r , a lo largo de la vida de la opción se obtiene el precio de la misma en t , $C(t)$, como la esperanza matemática actualizada de su valor al vencimiento de acuerdo con:

$$C(t) = e^{-r(T-t)} E_0 [\max\{L(T) - k; 0\} / F_t]$$

donde k es la tasa de ejercicio de la opción y F_t es la historia disponible al momento t

Para resolver la anterior expresión se tiene en consideración la información disponible en el momento t que permite escribir la diferencia $L(T) - k$ como:

$$L(T) - k = L(t) - k + \int_t^T dL(u)$$

donde $L(t) - k$ es un valor conocido en t cuyo signo da lugar al análisis de dos posibles situaciones.

De este modo, si $L(t) - k > 0$ en cualquier momento t de la vida de la opción, esta se hallara in the money al vencimiento y la obtención del precio será igual a la esperanza de la integral $\int_t^T dL(u)$

Si $L(t) - k < 0$ pueden plantearse dos situaciones distintas dependiendo del momento de valuación de t . Si dicho momento pertenece al periodo de desarrollo de la opción, el precio de la misma se obtiene calculando la esperanza matemática del valor de una opción asiática con subyacente ajustado a un proceso browniano geométrico y con precio de ejercicio $k - L(t)$. Si el instante de valuación pertenece al periodo denominado de pérdidas, el problema de la valuación resulta de extremada complejidad matemática, la resolución se da en un caso particular en la que se asume un proceso de Poisson para todo el periodo de negociación y dado

que los procesos de Poisson y Wiener son estacionarios e independientes³ el problema queda reducido al estudio del caso $t=0$ y se resuelve atribuyendo carácter de aleatorio al momento del vencimiento fijado y calculando la transformada de Laplace de $L(t)$ respecto a estos dos nuevos vencimientos.

1.3 Metodología

Una vez analizado los principales antecedentes de valuación de riesgos catastróficos se plantea la siguiente metodología:

Para la valuación de riesgos catastróficos se crea un subyacente basado en la tasa de siniestralidad que relaciona el total de pérdidas debidas a catástrofes (en un periodo determinado) y el volumen estimado de primas destinadas a cubrir estos riesgos.

$lr = \frac{L(t)}{P}$; donde $L(t)$ = total de pérdidas y P = volumen estimado de primas.

lr es aleatoria ya que $L(t)$ es un valor desconocido tanto en su frecuencia como en su severidad y, por el contrario P es un valor con el que se cuenta al inicio del contrato.

La valuación de estos activos se basa en la hipótesis de movimiento browniano geométrico referente a la declaración instantánea de los siniestros.

El número de siniestros se modela a través de distribuciones de probabilidad discretas generalmente se utiliza la función de probabilidad discreta Poisson debido a que la ocurrencia de siniestros es independiente y ocurre a una velocidad constante. El monto de las pérdidas se estima mediante análisis de regresión lineal. Se asume que las variables aleatorias que representan el número de siniestros son independientes e idénticamente distribuidas.

Una vez conocidas la función de distribución que generan la severidad (numero de siniestros y el monto de las pérdidas) se determina la distribución total C ; dicho de otro modo, se obtiene la probabilidad de que la siniestralidad total sea menor o igual a un valor determinado x , condicionada a que la cifra de siniestros ocurridos tome el valor de n .

Este procedimiento de determinación es diferente con la valuación realizada en los mercados financieros, en los que, la valuación se obtiene evitando las oportunidades de arbitraje, por la vía de la réplica de carteras formadas por activos

³ Arnold L., Stochastic Differential Equations, USA, John Wiley & Sons 1974

simples cuyos resultados son iguales en todo momento del periodo de negociación al del activo derivado objeto de valuación.

Capítulo 2

Valuación de Productos Financieros Derivados

2.1 Riesgos Financieros

Un riesgo financiero es la posibilidad de ocurrencia de hechos con repercusión desfavorable sobre una estructura financiera; existen diversos tipos de riesgos como el de crédito, mercado, liquidez, pagos y país.

El control de riesgos ha sido siempre un tema de estudio, tanto en empresas financieras como en aseguradoras, el manejo óptimo de los riesgos lleva a una mejor estabilidad financiera de cualquier empresa por lo que diversas organizaciones se han preocupado por controlar lo mejor posible sus riesgos, un ejemplo es el Comité de Basilea que ha expedido procedimientos para controlar dichos riesgos que lleven a no comprometer la estabilidad de una empresa.

Tipo de Riesgo en los Productos Financieros Derivados

El riesgo de crédito de los productos financieros derivados es un riesgo contingente, a diferencia de un préstamo en el que basta con que la entidad que ha tomado dinero prestado no sea capaz de cumplir con sus obligaciones para que la institución financiera que lo prestó lo pierda. El riesgo tiene por lo tanto una única dimensión. En un producto derivado, hace falta que el producto derivado tenga un valor presente favorable a la institución financiera además de la pérdida por parte de la entidad que hace de contrapartida para que la institución financiera pierda dinero. Por lo tanto este riesgo tiene dos dimensiones.

El valor de mercado de un instrumento derivado suele ser menor que el de un préstamo, por lo que su riesgo de crédito suele ser menor. Suponiendo que se ha prestado dinero al 10% a una compañía durante cinco años. Si poco después la compañía quiebra, el valor de mercado del riesgo es 100% del nominal, y normalmente se ha perdido la mayor parte de este dinero. Se podrá tal vez recuperar parte de la liquidación, pero en general se habrá perdido buena parte del nominal. Por otra parte, si en lugar de préstamo se hiciera simplemente un derivado (swap) en que se paga a variable y se recibe a fijo, el riesgo se limitaría al costo de reemplazar en el mercado el derivado que se pierde en caso de pérdida. En suma, los derivados suelen tener un riesgo de crédito menor que los préstamos porque su valor de mercado suele ser menor; de hecho el valor de un derivado al nivel actual de mercado es inicialmente cero.

El riesgo en un producto financiero es una función de valor de mercado de la transacción para quien lo realiza; si es positivo pierde al desaparecer la contrapartida, pero si es negativo no se tiene el riesgo de crédito aunque si se tendrá normalmente que pagar a los acreedores de la compañía el valor de mercado de la transacción. Por lo tanto, si la transacción es favorable se perderá, pero si es desfavorable no se gana, con lo que se ha vendido en cierto modo una opción sobre el valor de mercado de la transacción.

Finalmente la valuación de los instrumentos derivados está en función de la valuación de riesgos, cuando no era posible cubrir riesgos de mercado no existía

la responsabilidad de medirlos y analizarlos, puesto que no se podía hacer nada con ellos. Si cambiaba el tipo de cambio y nos era favorable lanzábamos un suspiro de alivio, pero si el movimiento era contrario se acababa el mercado extranjero, hoy en día no saber cubrir un riesgo equivale a cerrarse a un mercado en moneda local o ingresar al mercado extranjero y asumir el riesgo de movimientos voluntariamente.

Obviamente la segunda opción queda descartada. Una empresa hoy en día debe ser administrada teniendo dos principios básicos

- a) El cambio es y va a ser constante
- b) El mundo se ha quedado pequeño. La competencia y el cambio pueden venir de cualquier parte.

A pesar de su aparente complejidad la teoría de valuación de riesgos se basa enteramente en dos conceptos principales:

- a) El valor presente
- b) La volatilidad

Es decir: ¿Cuánto vale hoy? y ¿Cuánto? y ¿Cómo? se mueven las variables que determinan su valor

A primera vista el riesgo parece inevitable puesto nunca se podrá ser capaz de predecir el futuro y, sin embargo no es así, se puede evitar el riesgo sin necesidad de predecir el futuro a través de la estadística la cual nos permite tratar la incertidumbre de manera matemática rigurosa. Los derivados financieros no son más que el resultado de aplicar conceptos estadísticos a la incertidumbre que presenta diariamente el futuro en el mundo de las finanzas, y luego actuar con confianza sobre los resultados.

2.2 Antecedentes Históricos

La historia de los derivados modernos y en especial de los contratos de futuros comenzó a principios del siglo XIX y estuvo vinculada estrechamente al comercio de granos en Estados Unidos. Sin embargo, el crecimiento espectacular y exitoso de dichos contratos se evidenció hasta principios de los años setenta, con la introducción de subyacentes financieros.⁴

El desarrollo de los productos financieros derivados cobró importancia debido a los cambios registrados en el sistema financiero mundial. La introducción de un régimen de libre flotación y la necesidad de controlar el déficit público y la inflación en un contexto de globalización de la producción y el comercio propiciaron el aumento de la volatilidad del dinero y otros activos financieros (precios de activos, tipos de cambio y tasas de interés) La preocupación de las empresas y los

⁴ Kande G., Bolsa Mexicana de Derivados. Un Paso Adelante, México 1998, Ed. BMV página 17

inversionistas por cubrir dicha volatilidad impulsó las operaciones con productos financieros derivados.

Los productos derivados surgieron como instrumentos de cobertura ante fluctuaciones de precio a través del tiempo en productos agroindustriales (commodities), en condiciones de elevada volatilidad.

A partir de 1972 comenzaron a desarrollarse los productos financieros derivados, cuyos activos de referencia son títulos representativos de capital o de deuda, índices, tasas y otros instrumentos financieros. Los principales derivados financieros son: forwards, futuros, swaps y opciones.

Futuros financieros

El mercado de futuros financieros surgió formalmente en 1972, cuando el Chicago Mercantile Exchange creó el International Monetary Market (IMM), una división destinada a operar futuros sobre divisas. Otro avance importante se produjo en 1982, cuando se comenzaron a negociar contratos de futuro sobre el índice de Standard & Poor's y otros índices bursátiles, casi simultáneamente en Kansas City y Nueva York.

Swaps.

Los primeros swaps eran una extensión de los préstamos paralelos o back to back que tuvieron su origen en el Reino Unido a principios de siglo como medio para evitar la rigidez del cambio de divisas que buscaba, a su vez, prevenir una salida de capital británico.

El primer swap de divisas fue suscrito en Londres en 1979 e involucró al Banco Mundial y a IBM como contrapartes. El swap lo realizó Salomon Brothers.

El concepto de swap se difundió en 1986 cuando el Chase Manhattan Bank introdujo el swap de materias primas, la Commodity Future Trading Commission (CFTC) cuestionó la legalidad del contrato. El resultado de esto fue que la actividad de los swaps de materias primas se trasladara a todo el mundo. En 1989 Bankers Trust introdujo el primer swap de acciones y valores lo cual fue un éxito inmediato y muy pronto se copió. Los volúmenes de transacciones y la cantidad de capitales circulando en los swaps de acciones actualmente siguen creciendo día con día.

Los swaps se utilizan actualmente en corporaciones industriales y financieras, bancos, compañías de seguros, fondos de pensiones y gobiernos nacionales.

Opciones

El mercado de opciones tuvo inicio a principios de este siglo y tomó forma en la Put and Call Brokers and Dealers Association, aunque no logró desarrollar un mercado secundario ni contar con mecanismos que aseguraran el cumplimiento de las contrapartes. El mercado formal de opciones se originó en abril de 1973, cuando el CBOT creó una bolsa especializada en este tipo de operaciones, el The Chicago Board Options Exchange (CBOE). Dos años más tarde, se comenzaron a negociar opciones en The American Stock Exchange (AMEX) y en The Philadelphia Stock Exchange (PHLX). En 1976 se incorporó The Pacific Stock Exchange (PSE).

Expansión de los derivados

A mediados de la década de los años 80, el mercado de futuros, opciones, warrants y otros productos derivados tuvo un desarrollo considerable y, en la actualidad, los principales centros financieros del mundo negocian este tipo de instrumentos. A finales de esa década, el volumen de acciones de referencia en los contratos de opciones vendidos cada día, superaba al volumen de acciones negociadas en el New York Stock Exchange (NYSE).

A principio del año 2000 se operaban en el mundo 27 trillones de dólares en productos derivados, en tanto el valor de capitalización de las bolsas de valores alcanzaba los 17 trillones de dólares. Es decir, la negociación de derivados equivale a 1.6 veces el valor de los subyacentes listados en las bolsas del mundo. Las bolsas de derivados de Chicago manejaban, en 1997, un volumen de casi 480 millones de contratos.

2.3 Tipos de Productos Financieros Derivados

2.3.1 Spot y Forward

Aunque el tema del arbitraje spot – forward es bastante sencillo es un tema fundamental en la valuación de los derivados y constituye un buen inicio para tener ideas claras de su funcionamiento.

Conocidos como contratos adelantados, son los instrumentos más usados para protegerse de movimientos imprevistos del tipo de cambio y para especular; explícitamente se asume un riesgo con el objetivo de obtener una ganancia incierta. Se utilizan contratos adelantados a tasas de interés para protegerse de riesgos de movimientos no anticipados.

La valuación numérica de estos instrumentos se realiza de la misma manera que la de futuros la diferencia principal entre un futuro y un forward es que los primeros se intercambian en mercados establecidos, teniendo ya una estructura estandarizada, en cambio los forwards se diseñan según las necesidades del

cliente recayendo el riesgo crediticio sobre la contraparte con la cual se haga la operación.

El precio forward para dos cualesquiera monedas es:

$$F(t) = \frac{VP_1}{VP_2} S = e^{(r_2 - r_1)t}$$

Donde $F(t)$ es el precio forward a plazo de t años, S el precio spot, y VP_1, VP_2 el valor presente.

2.3.2 Futuros

Los futuros son contratos en los cuales los participantes al momento de suscribir contraen el compromiso de intercambiar a un plazo futuro dado un activo a un precio estipulado de antemano. Existe un enorme mercado de contratos sobre una gran variedad de activos, desde activos reales (commodities) como trigo, azúcar, café, petróleo hasta activos financieros como bonos, divisas o acciones. Los mercados de futuros más importantes son el Chicago Mercantile Exchange (CME) y el Chicago Board of Trade (CBOT). En resumen un futuro no es más que una especie de forward estandarizado y negociado en un mercado organizado, con dispositivos de márgenes y capital para respaldar su integridad.

Futuros sobre materias primas

Los precios de las materias primas son una de las variables macroeconómicas con mayor volatilidad, y los productores y grandes consumidores han sido los primeros en acogerse en los contratos de futuros para poder cubrir su riesgo de precio.

Por ejemplo la estrategia que podría seguir cualquier productor de maíz sería; calcular los límites máximo y mínimo para la cosecha esperada, cubrir el riesgo sobre el mínimo de cosecha esperada para garantizar el beneficio sobre la parte de la cosecha que es seguro poder recolectar, según se acerque la fecha de recolección, el tamaño de la cosecha puede calcularse con mayor precisión para ajustar la posición en futuros en función del tamaño de la cosecha esperado y la evolución de los precios, si quiere mejorar su cobertura puede cubrir la parte incierta de la cosecha. El otro lado de la estrategia es decir la especulación, sería anticipar un aumento en los precios por un consumidor masivo.

A parte de los futuros de materias primas y algunos de sus derivados, existen desde hace mucho tiempo futuros sobre petróleo, carne, etc. Incluso es perfectamente posible cubrir la mayor parte del riesgo de precio de materias primas de un típico desayuno americano en el mercado de futuros (cereal (maíz), jamón, trigo (pan) y naranja). Una de las grandes innovaciones en el mercado de futuros fue la introducción de futuros sobre tasas de interés en un mercado que se encontraba centrado a materias primas.

Futuros sobre tasas de interés

Una de las grandes innovaciones en el mercado de futuros fue la introducción de futuros sobre tasas de interés en un mercado exclusivo a materias primas. Entre los futuros con más éxito están el futuro del CBOT sobre bonos del tesoro americano, en el que el subyacente son los bonos del tesoro de entre 15 y 30 años de duración y el futuro sobre tasas de interés en euros.

Futuros sobre euros

El activo subyacente en este caso es la tasa de interés sobre un depósito interbancario con la peculiaridad de que en lugar de cotizar la tasa de interés se cotiza 10.000 menos la tasa en cuestión en puntos base. Estos futuros son enormemente útiles a la hora de cubrir posiciones swaps.

Futuros sobre bonos

Una de las principales aplicaciones sobre los futuros sobre bonos es en la gestión a corto plazo de cartera de bonos. Un fondo que invierta en bonos puede usar los futuros para reducir su riesgo de tasas cuando tenga un aumento a corto plazo de las tasas de interés, pero quiera seguir invirtiendo en bonos. La ventaja de los futuros en este caso es su gran liquidez con respecto al subyacente; mientras que se puede tardar mucho tiempo en conseguir acumular una gran cartera diversificada de bonos de varias compañías y puede resultar bastante caro, el riesgo de tasas de interés puede eliminarse mediante una transacción en futuros.

Una estrategia para este caso sería cuando un inversionista está empezando una cartera de bonos y espera una fuerte bajada de las tasas. Si no compra, su cartera pronto perderá la oportunidad que representa la bajada de tasas, pero tampoco desea apresurarse y comprar cualquier bono que se presente. Una posibilidad es comprar futuros sobre bonos para empezar, para estar expuesto desde el principio en el mercado de bonos, y luego ir comprando bonos cuidadosamente para reemplazar la posición en futuros.

La ventaja principal de este tipo de futuros reside en el hecho de que el mercado de futuros es muy líquido y sus costos de transacción son muy bajos, por lo que resulta mucho más flexible.

Participantes

El mercado de futuros reúne a varias clases de participantes; los *hedgers* (cubridores de riesgo), especuladores (a menudo difícil de distinguir de los inversionistas) y, que dan liquidez al mercado con sus actividades, tanto *locals* como *market-makers*, y en el último grupo se encuentran los *brokers* cuya misión es traer órdenes de sus clientes al mercado y ejecutarlas cobrando una comisión.

A diferencia de los otros grupos los brokers no toman riesgo de precio en el mercado y viven puramente de las comisiones que generan.

Futuros y Forwards

Hasta el momento se ha supuesto que el precio de un forward y el precio de un futuro son iguales, esto sucede cuando la tasa de interés es constante, Suponiendo que un contrato de futuros con periodo n , Fut_i es el precio del futuro al final del periodo ($0 < i < n$), Fwd_i es el precio forward al final del periodo n , δ como la tasa libre de riesgo por periodo y constante, bajo la estrategia planteada por J.C. Cox⁵ tenemos que:

Invirtiéndose Fwd_0 en bonos sin riesgo y comprando forward una cantidad igual a $e^{n\delta}$, al cabo de n periodos se recibiría Fwd_n , esto porque se tendría $Fwd_0 e^{n\delta}$ en dinero del bono y $(Fwd_n - Fwd_0)e^{n\delta}$ del forward.

Comprando e^{δ} futuros en el primer periodo hasta llegar al último, donde la posición acaba siendo $e^{n\delta}$. El resultado al pasar el periodo $i - 1$ al periodo i es:

$$(Fut_i - Fut_{i-1})e^{i\delta}$$

y calculando el valor futuro en el periodo n se tendría:

$$(Fut_i - Fut_{i-1})e^{(n-i)\delta} = (Fut_i - Fut_{i-1})e^{n\delta}$$

Sumando los resultados de la posición en futuros se tendría:

$$[(Fut_n - Fut_{n-1}) + (Fut_{n-1} - Fut_{n-2}) + \dots + (Fut_1 - Fut_0)]e^{n\delta} = (Fut_n - Fut_0)e^{n\delta}$$

Comparando este resultado con la inversión en forwards y bonos se tendría:

$$(Fut_n - Fut_0)e^{n\delta} = (Fwd_n - Fwd_0)e^{n\delta}$$

∴

$$Fut_0 = Fwd_0$$

2.3.3 Swaps

Un Swap es un contrato por el cual dos partes se comprometen a intercambiar una serie de flujos de dinero *cashflows* en una fecha futura. Los flujos pueden ser función de casi cualquier cosa, ya sea tasa de interés, índice bursátil o divisas. La invención de los swaps ha sido uno de los avances más importantes en las

⁵ Cox & Ingersoll, *An intertemporal general equilibrium model of asset prices*, Econometrica USA 1982, pp. 363-384

finanzas aplicadas modernas, ya que el mercado de swaps ha establecido un mercado líquido de valor presente.

El tipo más común de swap es el llamado swap de tasa fija-por-flotante. En este tipo de swap, la primera contraparte acuerda hacer pagos a tasa fija a la segunda. A cambio, ésta acuerda hacer pagos a tasa flotante a la primera. Estos dos pagos se llaman ramas o extremos del swap. La tasa fija es llamada cupón – swap. Los pagos están calculados sobre la base de cantidades hipotéticas de activos subyacentes, llamados nocionales. Cuando éstos asumen la forma de sumas de dinero, se les llama principales nocionales. Estos normalmente no se intercambian. Es más, si los pagos de las contrapartes se tienen que realizar al mismo tiempo y en la misma moneda, entonces únicamente el interés diferencial entre las dos contrapartes respectivas, al momento de hacer su pago, es lo que necesita intercambiarse. Algunas variantes de esta estructura básica incluyen swaps de cupón cero-por-fija y swaps de flotante-por-flotante.

Los contratos de swaps se hacen a la medida con el fin de satisfacer las necesidades de las contrapartes individuales. Como tales, se crean con la ayuda de especialistas en swaps, quienes cumplen ya sea uno o ambos papeles: de corredores o de generadores de mercado. Como los contratos hechos a la medida, los swaps operan en un entorno de tipo fuera de mercado OTC contrarios a los intercambios organizados, en los que operan controles altamente estandarizados a manera de opciones actuales y futuras.

Estructura Básica de un Swap

Todos los swaps están contruidos alrededor de una misma estructura básica. Dos agentes llamados contrapartes, acuerdan realizar pagos uno al otro sobre la base de algunas cantidades de activos subyacentes⁶.

Un swap puede implicar un intercambio de nocionales, dos intercambios de nocionales, una serie de intercambios de nocionales o ningún intercambio de nocionales. En la forma genérica del swap, el acuerdo establece un intercambio real o hipotético de nocionales a partir del comienzo de un intercambio hasta la terminación. El swap comienza en una fecha efectiva, que es también conocida como fecha de valor. Finaliza en su fecha de terminación o fecha de vencimiento. El periodo de tiempo entre estas dos fechas se llama duración o vencimiento del swap. A lo largo de esta duración, los pagos de servicios se harán en intervalos periódicos, tal y como se especifica en el acuerdo del swap que gobierna la relación entre ambas contrapartes. En su forma más común estos intervalos de pago son anuales, semestrales, trimestrales o mensuales. Los pagos de servicio comienzan a acumularse a partir de la fecha efectiva y se detienen a la fecha de terminación.

⁶ Marshall J., *Como entender a los Swaps*, México 1996 Ed. Cecsca página 30

Los nocionales intercambiados en un swap pueden ser idénticos. Entre los intercambios de nocionales, las contrapartes hacen los pagos de servicio periódico. Los pagos de servicio de la primera contraparte se realizan a un precio fijo para tener el uso de los activos nocionales de la segunda contraparte. Este precio fijo es denominado como el cupón del swap. Los pagos de servicio de la segunda contraparte se realizan a un precio flotante o determinado por el mercado con el fin de usar los activos nocionales de la primera contraparte. Esta es la estructura básica del swap más sencillo conocido como plan vainilla. Al modificar apropiadamente los términos mediante la adición de disposiciones especiales, esta estructura simple se puede convertir en cientos de variantes para adaptarse a las necesidades especiales del usuario final.

El pago o flujo fijo como lo dice el término, no cambia a lo largo de la vigencia del swap. El pago flotante por otro lado, se fija periódicamente. Esto es, se vincula a algún precio o tasa específica del mercado spot llamada tasa de referencia, que se consulta en fechas específicas, llamadas fechas de recálculo. En forma alternativa el flujo flotante se puede fijar en relación con algún promedio de relaciones periódicas de la tasa de referencia. En un caso común, la observación se realiza sobre la tasa de referencia. La tasa flotante se fija entonces como función de esta observación, y se aplica al periodo subsecuente de pago con el propósito de calcular el pago flotante. Las fechas actuales en las que los intercambios de pago suceden se llaman fechas de pago.

Una estructura más eficiente consiste en involucrar a un intermediario financiero que sirve como contraparte a dichos usuarios. Esta contraparte se denomina como agente de swaps, formador de mercado o banco de swaps. Los términos se utilizan en forma indistinta, pero el término agente de swaps generalmente es el más común. El agente de swaps gana a partir del margen de pago y recibo que fija el cupón del swap. Este margen también es conocido como *margen de licitación*.

Un swap por si mismo generalmente no tendrá mucho sentido, excepto si se destinara a la especulación en relación con los valores que adoptaran los precios en una fecha posterior. Pero los swaps no existen en forma aislada. Se utilizan en conjunto con otras posiciones que se tengan en otros mercados; por ejemplo, de dinero; o con otras transacciones con el motivo de:

- a) Obtener pagos actuales del mercado de dinero
- b) Hacer pagos actuales en el mercado de dinero
- c) Ofrecer pagos actuales en el mercado de dinero

2.3.4 Opciones

Una opción es un contrato cuyo comprador adquiere un derecho a cambio del desembolso de una prima

Las opciones como instrumento financiero han tenido un gran auge en su utilización y desarrollo. Si bien fueron diseñadas con el fin de proveer nuevos tipos de coberturas de riesgo, en la actualidad también son utilizadas con fin de inversión y especulación. En contraposición con los futuros las opciones son contratos donde el tenedor tiene el derecho pero *no la obligación* de comprar o vender el activo. En el caso de que se efectúe la transacción, ésta se llevará a cabo con base en un precio de ejercicio F asignado al activo, quedando dicho precio determinado en el contrato. Por otra parte, dichos compromisos tienen una determinada duración o sea, se mantendrán válidos hasta una fecha predeterminada t , también fijada en el contrato.

Las plazas financieras más importantes para la negociación de opciones son:

- The Chicago Board Options Exchange (CBOE)
- The Philadelphia Exchange (PHLX)
- The American Stock Exchange (AMEX)
- The Pacific Stock Exchange (PSE)
- The New York Stock Exchange (NYSE)
- The London International Financial Futures Exchange (LIFFE)
- The London Stock Exchange (LSE)

De las mencionadas, la Bolsa de Filadelfia es la más importante de negociación de divisas. En el ámbito financiero latinoamericano la Bolsa de Valores de Sao Paulo (BOVESPA) es la de mayor importancia en materia de negociación de futuros y opciones, seguida de la BMV de México. Sin embargo, vale la pena mencionar que el monto de las transacciones para cobertura de riesgo cambiario que se opera fuera de las bolsas (OTC), en el ámbito de negociaciones directas entre instituciones financieras y empresas, sobrepasan por mucho las negociaciones efectuadas en bolsa, su ventaja es que en este mercado las opciones se pueden diseñar a la medida del cliente.

En la terminología financiera usual, a una opción de compra se le denomina *Call* y a una de venta *Put*.

CALL

Valor Terminal



PUT

Valor Terminal



Generalizando cualquiera que sea su mecanismo una opción será un **call** cuando su poseedor gana si el subyacente sube, y un **put** cuando su poseedor gana si el subyacente pierde.

Por otro lado, las opciones se clasifican básicamente en dos tipos según la modalidad de ejecución: si una opción sólo puede ser ejecutada a su vencimiento, se le llama *Opción Europea*, en cambio, si ésta puede ser ejecutada en cualquier momento a lo largo de todo el periodo se le llamará *Opción Americana*. Las opciones mencionadas son las modalidades básicas pero en los mercados financieros existe una gran diversidad en la oferta de tipos de opciones. Usualmente se diseñan diversas combinaciones de éstas que permiten cubrir riesgos para las distintas situaciones que puedan ser previstas por el cliente interesado. Entre otros tipos de operaciones mencionemos algunas; las opciones asiáticas, cuyo precio depende del promedio como parámetro el valor máximo o mínimo tomado por el precio del subyacente durante un periodo largo; las opciones barrera, las cuales dejan de ser válidas si el activo subyacente alcanza algún valor predeterminado antes de su vencimiento.

Para valuar una opción es necesario tomar en cuenta distintos aspectos, tales como su fecha de vencimiento T , el precio de ejercicio E , la tasa de interés libre de riesgo en el mercado r y el precio del activo subyacente S . Como existe incertidumbre sobre el comportamiento de la variable S al modelarlo matemáticamente se deberá utilizar un enfoque probabilístico, a fin de tomar en cuenta la variabilidad de dicho precio.

El valor o prima de una opción está estrechamente relacionado a la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente. De hecho, la prima refleja la probabilidad de que la opción sea ejercida por el tenedor en su beneficio, no es más que el valor esperado actualizado de la utilidad que genera, bajo el supuesto de una ley de probabilidad ajustada al riesgo. La prima tiene dos componentes: el valor intrínseco y el valor en el tiempo.

El valor intrínseco VI de una opción será la diferencia positiva entre el precio del subyacente y el precio de ejercicio

Esto quiere decir que si el precio del subyacente es mayor que el precio de ejercicio $S > E$ que es lo que se conoce como opción de compra dentro del dinero *call in the money*, entonces el valor intrínseco será $VI = S - E$. En caso contrario el valor intrínseco será nulo. En este caso cuando $S < E$ se dice que la opción de compra se encuentra fuera del dinero *call out of the money*; por último si $S = E$ se dice que la opción se encuentra en el dinero *call at the money*.

Por el otro lado, en el caso de una opción de venta, el valor intrínseco será la diferencia positiva entre el precio de ejercicio y el precio del subyacente.

Esto es, si el precio de ejercicio E es mayor que el precio del subyacente S , la opción de venta estará en el dinero *put in the money* y su valor intrínseco será $VI = E - S$. Por el contrario, si $E < S$, la opción de venta estará fuera del dinero *put out of the money* y su valor intrínseco será cero; análogamente si $S = E$ la opción de venta estará en el dinero *put at the money*.

La diferencia entre la prima y el valor intrínseco será el valor en tiempo mientras el valor intrínseco solamente es función del precio de ejercicio y del precio del subyacente, el valor en el tiempo depende de otros parámetros adicionales, siendo los más importantes la duración de la validez de la opción y la volatilidad del activo subyacente.

Opciones sobre divisas

Las opciones sobre divisas tienen como propósito cubrir a su tenedor del riesgo inherente a la volatilidad del tipo de cambio. Vale la pena comentar que las opciones cumplen el papel de un seguro de riesgo cambiario ya que tienen un precio o prima a pagarse para transferir un riesgo.

Es importante hacer notar que en el caso de opciones europeas sobre tipos de cambio, la tasa de interés que se utiliza para calcular el valor intrínseco es la tasa forward y no la tasa spot. Esto se debe a que el comprador de una opción europea solo la puede ejercer a su vencimiento, y precisamente lo que hace es comparar precio de ejercicio con el precio forward correspondiente.

Opciones sobre acciones.

Las opciones sobre acciones comenzaron su gran auge junto a los futuros en los mercados organizados de Estados Unidos hacia mediados de los años 70. En el CBOE cada acción tiene opciones de varios vencimientos, normalmente en un ciclo trimestral, aunque también a veces hay opciones con vencimientos mensuales para los plazos cortos. Los strikes disponibles son los dos o tres más cercanos al precio actual de la acción. La separación entre los strikes suele ser en números redondos a no ser que haya habido cambios, como emisiones de

derechos o divisiones de capital, en cuyo caso el strike es ajustado para reflejar el cambio. Por ejemplo, si una compañía divide sus acciones de manera que entrega cinco acciones nuevas por cada cuatro viejas, una opción con un strike de 50 pasaría a tener un strike de 125 y sería sobre 125 acciones nuevas en lugar de 100 viejas. No se hace ajuste alguno por pagos de dividendos.

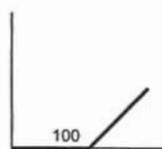
Las opciones sobre acciones en mercados organizados suelen ser americanas, y la fecha de vencimiento varía según mercados; en el CBOE es el sábado posterior al tercer viernes del mes, aunque en la práctica esto quiere decir el viernes, porque si se quiere ejercer una opción es necesario notificar el viernes antes de las 4:30 de la tarde en Chicago. El tamaño de las opciones en Chicago suele ser 100; es decir, cada opción es sobre 100 acciones

Combinación de Opciones

Las opciones rara vez se usan de una en una. En especial en los corros de los mercados organizados es muy frecuente encontrar un desconcertante variedad de combinaciones de opciones que no son más que combinaciones de varios calls y puts. Los motivos que llevan a la aparición de este tipo de estructuras son debido a que se quiere reducir o aumentar la prima de una opción o concentrar el riesgo de la estructura sobre un parámetro específico.

Un spread es una estructura en la que se compra una opción de un tipo call o put y se vende simultáneamente una opción del mismo tipo es decir, call o put pero con distinto strike. El objetivo de esta estrategia es normalmente reducir la prima pagada por una opción que se desea comprar, pero limitando las posibles ganancias.

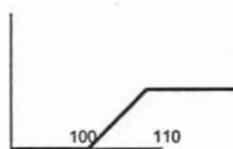
Call spread



call a 100

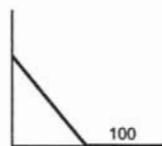


-call a 110

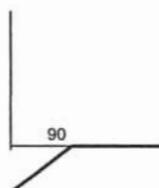


call spread 100 - 110

Put spread



100



90



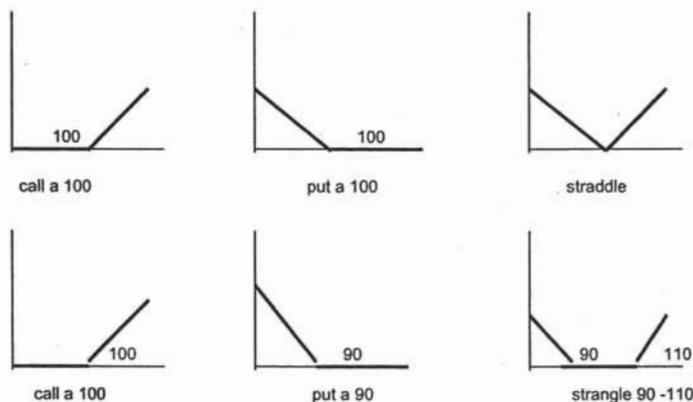
90

110

Adicionalmente a estas estructuras se puede encontrar un *calendar call spread* o *calendar put spread* donde se compra un call a un plazo y se vende un call a otro plazo distinto, con un strike igual o distinto. Se utiliza para especular sobre variaciones entre el precio de un activo a diferentes plazos. Por ejemplo, alguien que espere un aumento a largo plazo en el precio de un activo pero que crea que no va a subir inmediatamente puede comprar un call a 100 con vencimiento a un año y vender un call a 100 de tres meses de duración para reducir el costo. Si el activo no sube inicialmente el primer call vence sin ser ejercido y el inversionista tiene un call a nueve meses muy barato.

Straddles y Strangles

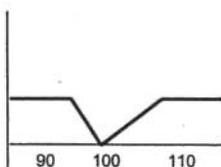
Un straddle es una estructura en la que se compran o venden simultáneamente un call y un put al mismo plazo y strike. Un Strangle es una estructura en la que se compran o venden simultáneamente un call y un put al mismo plazo con el call a un strike superior al put.



Ambas estructuras tienen un delta casi cero cuando están at the money por lo que se utilizan principalmente para vender o comprar gamma y vega. Si alguien en el mercado cree que los niveles de volatilidad implícitos en los precios actuales de las opciones en el mercado son demasiado bajos, pero no tiene opinión acerca de la dirección del mercado, puede comprar un straddle o un strangle. Si la volatilidad en el mercado aumenta y suben las volatilidades implícitas de las opciones el straddle o strangle comprado subirá de precio. Por supuesto también se puede hacer lo contrario; vender un straddle o un strangle cuando se cree que la volatilidad implícita en el mercado vencerá con muy poco valor intrínseco, perdiendo por supuesto todo su valor tiempo.

Butterflies

Una variante del straddle es el llamado butterfly (mariposa). El butterfly spread es una especie de straddle limitado por calls y puts out of the money.



Opciones Exóticas

Además de las opciones mencionadas anteriormente, existen opciones con características algo más complejas que han sido diseñadas para cubrir riesgos un poco más complicados como por ejemplo las opciones asiáticas, opciones con barrera, lookback, opciones sobre opciones, opciones con derecho a elegir un put o un call, opciones sobre más de un activo, opciones sobre la suma, diferencia, producto y demás operaciones sobre un activo, etc.

Opciones asiáticas

Una opción call (put) asiática paga la diferencia si fuese positiva entre el precio medio de un activo determinado en un periodo preestablecido y el precio de ejercicio es decir:

$$\begin{aligned} & \text{Max}[(\bar{S} - K), 0] \\ & \text{Max}[(K - \bar{S}), 0] \end{aligned}$$

De todas las opciones exóticas las opciones asiáticas son quizás las que más utilidad encuentran entre usuarios comerciales, porque cubren una necesidad muy real para muchos usuarios. Esto porque es muy frecuente que una compañía esté expuesta al precio medio⁷ de algo durante un periodo determinado en lugar de a un precio spot en cada momento.

Aparte del hecho de que el activo subyacente de una opción asiática es menos volátil que el subyacente de una opción normal, una opción asiática es por lo demás esencialmente idéntica a una opción europea, dado que paga al final y el poseedor no tiene que tomar ninguna decisión sobre el ejercicio de la opción hasta el final de la misma. El problema de la valorización de las opciones asiáticas se reduce por lo tanto a encontrar una fórmula para la distribución del precio medio final cuando conocemos el precio de hoy. Una vez conocida esta distribución

⁷ El precio medio de un instrumento es una cantidad que fluctúa mucho más despacio que el precio spot y dado que el precio de las opciones depende de la volatilidad del subyacente, no resulta sorprendente descubrir que el precio de una opción sobre el precio medio suele ser bastante más bajo que el precio de una opción europea corriente de características parecidas.

podemos utilizar la fórmula de Black - Scholes y valorar la opción como si fuese una opción normal.

No existe ningún método analíticamente exacto de la distribución de la media aritmética de una serie de precios, pero existen dos aproximaciones bastante útiles: Media Geométrica y Convolución.

Opciones con barrera

Supóngase que una compañía estadounidense esta compitiendo por un contrato en Europa. El tipo de cambio es de 1.25 dólar por euro y la compañía tiene bastante confianza en poder ganar el contrato porque puede exportar con beneficios suficientes a esos niveles actuales del euro, pero si el dólar se revaluase con respecto al euro la compañía sería incapaz de competir por el contrato sin perder dinero, ya que sus rivales podrían ganar en precio. Una solución sería comprar opciones a seis meses EURO/call USD para protegerse contra aumentos en el dólar. Esta estrategia puede funcionar, pero resulta un poco cara especialmente si se tiene en cuenta que no es seguro que la compañía vaya a ganar el contrato, por lo que podría tener que comprar opciones que no llegaría a usar. Además, el costo adicional de las opciones hace más difícil competir agresivamente por el contrato. La solución apropiada sería comprar una opción con barrera comportándose a todos los efectos como una opción europea normal que da derecho al comprador a vender dólares al precio del strike en la fecha de vencimiento, pero con la excepción de que si en cualquier momento entre el comienzo de la opción y su vencimiento al tipo de cambio USD/EURO alcanza o sobrepasa el nivel de barrera ($USD/EURO \geq 1.25$), la presente opción queda automáticamente anulada y deja por lo tanto de existir.

Opciones lookback

Una opción lookback tienen bastante más valor que las europeas corrientes porque pagan con más seguridad. Como una idea general se podría decir que las opciones lookback suele valer algo así como el doble de una opción europea si el precio forward y el precio spot son iguales, su funcionamiento radica en el principio de depender del precio máximo o mínimo de un activo durante un periodo dado, lo que las hace muy caras ya que pocas compañías tienen riesgos en su negocio que dependa el precio de estos valores. El uso principal de las opciones lookback es de uso indirecto; dado que su valor es muy alto, es frecuente que sean vendidas para generar una prima elevada, que es luego utilizada por el vendedor para comprar otras opciones que sí necesita para su negocio.

Opciones sobre opciones

Además de las opciones europeas normales es posible definir opciones en las que el activo subyacente es a su vez una opción. Cabe distinguir cuatro casos (call sobre call, call sobre put, put sobre call, y put sobre put).

Un call sobre un call da derecho a comprar una opción call determinada a un precio determinado en una fecha futura también definida de antemano. Las opciones sobre opciones encuentran su utilización en aquellos casos en que no está claro todavía si va a hacer falta una opción o no y no se desea desembolsar una prima muy fuerte, por ejemplo, en el caso de una compañía compitiendo por un contrato a varios años en el extranjero. Si gana el contrato necesitará protección contra el riesgo de tipos de cambio, luego tendrá que comprar opciones, pero si no lo gana no necesitará opción alguna. Comprar opciones que puede que no hagan falta jamás es demasiado caro, pero una opción puede resultar aceptablemente barata.

2.4 Valuación Estocástica

2.4.1 Finanzas Estocásticas

La valuación teórica de la prima de un derivado financiero es compleja en deducir, amén de hacer numerosas hipótesis de comportamiento, incluyendo la ausencia de arbitrajes en el mercado y la estructura constante de la volatilidad del precio subyacente. El trabajo de Fischer Black y Myom Scholes fue decisivo, al proponer el primer modelo teórico en 1973. Este modelo ha sido la base de la gran mayoría de estudios acerca de la valuación de derivados especialmente de opciones.

Antes de profundizar en dicho modelo es necesario dedicar un espacio al cálculo probabilístico. Resulta curioso resaltar que la mayoría de los resultados no se obtienen de la teoría financiera tradicional, sino del trabajo de Einstein y Smoluchowski a principios de siglo sobre el movimiento aleatorio de pequeñas partículas de polvo suspendidas en un gas y la teoría cinética de los gases⁸.

Procesos estocásticos

Una variable cuyo valor evoluciona en el tiempo de manera aleatoria está siguiendo un proceso estocástico.

Según los valores que pueda tomar una variable estocástica se clasifica como discreta o continua, por ejemplo un proceso estocástico de variable discreta puede ser el número obtenido al tirar un dado, ya que tiene como resultados posibles los números enteros del uno al seis. La temperatura no tiene ningún valor especial, por ejemplo la temperatura al mediodía puede tener todos los valores en un intervalo de tiempo este ejemplo se clasifica como proceso estocástico de variable continua.

En general, los activos financieros suelen seguir procesos de variable discreta por ejemplo el valor de un futuro en dólares sólo puede variar en múltiplos de un punto base por ejemplo de 11.10 a 11.11 pero nunca a 11.10509, pero es frecuente

⁸ Einstein A. Über die der moleculär-kinetischen theorie da wärme geforderte bewegung von in ruhonden teischer, Deushland 1905, Ann. Phys. pp17,549

tratarlos como si fuesen de variable continua porque en la práctica los movimientos mínimos permitidos son tan pequeños que importa poco la distinción. En cuanto al tiempo, podría decirse que los activos financieros siguen procesos de tiempo discreto, ya que todos los mercados cierran al menos una vez al día y durante ese tiempo los precios no pueden cambiar. En la práctica los precios siguen cambiando aunque el mercado este cerrado, ya que el precio de apertura no tiene porque ser el precio de cierre del día anterior⁹. Por lo tanto resulta convencional suponer que el proceso estocástico seguido por los activos financieros en un proceso de variable continua y tiempo continuo.

Procesos de Markov.

Un proceso estocástico posee la propiedad de Markov cuando su estado anterior y su evolución histórica no afectan su valor futuro.

La suposición convencional es que los activos financieros siguen procesos de Markov y toda la información que afecta a su precio esta contenida en su valor actual, es decir no se puede hacer predicciones sobre su evolución ni obtener información adicional sobre la forma de su distribución de sus probabilidades basándonos en su pasado. El valor actual es la única variable que cuenta. Se puede utilizar el pasado para obtener información estadística, como puede ser la desviación estándar, pero el camino exacto seguido por los precios hasta el presente no importa.

Procesos de Wiener

Un proceso de Wiener es un caso especial de proceso estocástico de importante aplicación en finanzas. Una variable Z sigue un proceso de Wiener cuando sus cambios en algún intervalo pequeño de tiempo incrementan ΔZ con las siguientes propiedades:

1. $\Delta Z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$

donde ε es una variable aleatoria con distribución normal, con media cero y varianza 1, y

2. El proceso ΔZ sea un proceso Markov.

El proceso así obtenido cuando $\Delta t \rightarrow 0$ es un proceso de Wiener.

⁹ French K. *Stock Returns and the Weekend Effect*, USA, 1992 pp 10-25

Si consideramos un intervalo mayor de tiempo podemos también calcular su desviación estándar y la varianza, porque todo el intervalo de tiempo $t_1 - t_2$ puede descomponerse en n intervalos menores Δt , de manera que se pueden sumar los incrementos ΔZ para obtener:

$$z(t_2) - z(t_1) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

$$z(t_2) = z(t_1)$$

$$\sigma^2(z(t_2)) = N\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\sigma(z(t_2)) = \sqrt{t_2 - t_1}$$

Se obtiene el proceso de Wiener cuando:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \varepsilon \sqrt{\Delta t} = dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

que se puede generalizar incluyendo una función determinística del tiempo transcurrido y una varianza por unidad de tiempo que no sea necesariamente 1,0. El proceso resultante para una variable x es:

$$dx = a dt + b dz$$

a y b son constantes.

El término $a dt$ representa la parte determinística de la evolución de x , lo que se llama *drift* y corresponde a la tendencia general del movimiento x , el otro término $b dz$, representa la parte aleatoria del movimiento x , la constante b es la desviación estándar del término aleatorio.

Distribución normal

La función de densidad de probabilidad de una variable de Wiener es una distribución normal, con media at y desviación estándar b . La fórmula general es:

$$\phi(x, \sigma\sqrt{t}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2 t}}$$

$$N \sim (x, \sigma\sqrt{t}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2 t}} dx$$

Procesos de Ito

Los procesos de Ito son una generalización del proceso de Wiener en que a y b pueden a su vez ser funciones deterministas del valor de x y del tiempo transcurrido t .

$$dx = a(x,t) dt + b(x,t) dz$$

Lema de Ito

El proceso de Ito dx es un proceso de Wiener con drift de a y desviación estándar b . El lema de Ito afirma que cualquier función $f(x,t)$ de x y t sigue a su vez el proceso;

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} b^2 + \frac{\partial f}{\partial t} \right) dt + \frac{\partial f}{\partial x} b dz$$

Este nuevo proceso df es también un proceso de Ito. Su drift es:

$$\frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} b^2 + \frac{\partial f}{\partial t}$$

y varianza;

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 b^2$$

Podemos utilizar el lema de Ito para obtener el proceso seguido por una función x por ejemplo $\ln x$;

$$dx = \mu x dt + \sigma x dz$$

$$f(x) = \ln x$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x}; \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}; \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow df = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

$$\therefore f(x) \sim N\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}, \sigma\right)$$

Se concluye pues, que una distribución lognormal cuando, como la variable x que se acaba de definir su logaritmo tiene una distribución normal.

El proceso de una divisa

Las divisas siguen procesos estocásticos, pero antes de postular cualquier proceso estocástico cabe señalar los siguientes aspectos:

- a) El precio de una divisa nunca puede ser negativo.
- b) El movimiento de su precio es, aproximadamente, proporcional a su valor; es decir, si el valor de una divisa por ejemplo el dólar vale hoy 11.00 puede variar en un mes entre 10.00 y 12.00 en un mes.

Evidentemente un proceso de Wiener $dx = a dt + b dz$ no funciona, puesto que;

- a) Admite valores negativos de x ; si empezamos con x ligeramente positivo con unos cuantos dz negativos pronto tendremos x negativo.
- b) La varianza b es independiente de x , por lo que sigue teniendo el mismo valor cuando x es casi igual a cero que cuando x es muy grande.

Utilizando un proceso más complicado como el proceso de Ito, usando S para la variable en cuestión tenemos que:

$$dS = uSdt + \sigma Sdz$$

o

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Este proceso de Ito satisface las condiciones del proceso seguido por una divisa ya que, al disminuir S disminuye su desviación estándar por lo que la magnitud de las fluctuaciones estocásticas siempre es proporcional al valor de S , y al disminuir S disminuyen sus fluctuaciones tanto, que nunca puede llegar a alcanzar valores negativos. Este proceso es llamado *Geometric Brownian Motion*.¹⁰

El término σ es la volatilidad de S , es decir, la desviación estándar de sus rendimientos mientras que el término μ corresponde al rendimiento esperado de S si S es una acción o al diferencial de tasas si S es una divisa

$$\text{Si } \sigma = 0, \rightarrow \frac{dS}{S} = \mu dt$$

Integrando en ambos lados de la ecuación

$$\int \frac{dS}{S} = \int \mu dt \Rightarrow Sae^{\mu t}$$

$$\text{Si } \mu = r_2 - r_1 \Rightarrow F = Se^{(r_2 - r_1)t}$$

Que es el precio Forward de una divisa.

¹⁰ Rodriguez de Castro J., *Introducción a los Productos Derivados*, México 1996 Ed. Limusa - Noriega pp. 14 - 182

Distribución lognormal

La distribución lognormal es una variante especial de la distribución normal en la que no es el valor de una variable quien tiene una distribución normal, sino el logaritmo de la variable en cuestión. El proceso da lugar a una distribución lognormal; en lugar de escribir;

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Se puede expresar como:

$$\ln S_{t+dt} - \ln S_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

debido a que:

$$\frac{d}{dS}(\ln S) = \frac{1}{S} \Rightarrow d(\ln S) = \frac{1}{S} dS$$

Esto implica el logaritmo de los rendimientos esperados tiene distribución normal es decir;

$$\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \sim \phi \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t, \sigma \sqrt{t} \right]$$

La distribución lognormal no es en absoluto la última palabra en cuanto a la evolución de los precios. En general, se observa que la distribución real de los precios tiene una probabilidad mayor que la lognormal de movimientos extremos y es posible definir otras distribuciones con este comportamiento *leptokurtosis*, Mandelbrot fue de los primeros pioneros con su estudio de las fluctuaciones del precio del algodón durante varias décadas, y propone que los precios tienen una distribución de Pareto estable. Las distribuciones estables de Pareto son una gran familia de distribuciones que incluyen la distribución normal, muchas de las cuales tienen varianza infinita. Otra escuela Hull propone modelos en los que la desviación estándar de los precios (volatilidad) es a su vez volátil (stochastic volatility).

2.4.2 La ecuación diferencial de Black – Scholes¹¹

El precio de cualquier derivado sobre un activo que no pague dividendos ni intereses obedece a la ecuación diferencial de Black – Scholes, por extraña que sea la función de pagos del instrumento en cuestión. Esta ecuación es por lo tanto un resultado fundamental, ya que si creemos tener la fórmula para calcular el

¹¹ Black F & Scholes M., *The pricing of option an corporate liabilities*, USA Journal of Political Economy 1973, página 81

precio de una opción un poco extraña, por ejemplo, podemos aplicar la ecuación Black – Scholes para ver si la posible solución es válida. Es también posible modificar la ecuación para tratar con el caso de un activo que paga intereses, con lo que el campo de aplicación de la ecuación es realmente muy grande.

Las condiciones necesarias para aplicar la ecuación son las siguientes:

- El precio del activo subyacente sigue un proceso de Ito.
- La venta en corto de activos está permitida, sin restricciones sobre el uso del dinero así generado.
- No existen costos de transacción ni de impuestos
- Todos los activos son infinitamente divisibles
- El activo no paga dividendos durante la duración del instrumento derivado
- No existen oportunidades de arbitraje sin riesgo en el mercado
- El mercado es continuo
- La tasa de interés libre de riesgo de crédito r , es constante y es la misma para todos los plazos.

Derivando la ecuación de Black – Scholes, se tiene que para el activo subyacente S

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Si tenemos un instrumento derivado de S , su precio f obedece la ecuación:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

Según el lema de Ito. Formando una cartera X de valores que contenga lo siguiente:

1 = Instrumento derivado de f

$-\frac{\partial f}{\partial S}$ = activos financieros S

El valor de la cartera es:

$$X = f - \frac{\partial f}{\partial S} S$$

Suponiendo que un pequeño intervalo de tiempo Δt el precio de S se mueve por una pequeña cantidad ΔS , la sensibilidad del valor de la cartera que contenga un activo S a movimientos en el precio S es 1;

$$\frac{\partial S}{\partial S} = 1$$

La variación de ΔX será:

$$\Delta X = \Delta f - \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z - \frac{\partial f}{\partial S} (\mu S \Delta t + \sigma S \Delta z)$$

Tanto los términos en ΔZ como los términos en Δt se cancelan mutuamente, porque la posición corta en acciones ha neutralizado la variación en el valor de f al cambiar S de precio, con lo que queda;

$$\Delta X = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t$$

Esta ecuación no tiene ningún término en ΔZ , por lo que el valor de la cartera X es independiente (durante un pequeño instante de tiempo Δt) del riesgo de movimientos aleatorios en el valor de S . Durante este pequeño instante Δt la cartera X no tiene el menor riesgo, por lo que su rendimiento ha de ser r , la tasa de interés libre de riesgo del mercado;

$$\Delta X = rX\Delta t$$

$$\therefore \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t = r \left(f - \frac{\partial f}{\partial S} S \right) \Delta t$$

Simplificando obtenemos la ecuación diferencial de Black – Scholes

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} - rf = 0$$

Como tantas ecuaciones diferenciales, la ecuación de Black – Scholes tiene muchas soluciones que corresponden entre otras a la multitud de posibles instrumentos derivados. La solución que usaremos dependerá de las condiciones límite que se establezcan. Estos límites pueden ser los que definen una opción europea, forward, swap o cualquier instrumento derivado que se quiera definir. Siguiendo el proceso estocástico:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

$$U = \frac{1}{S}$$

$$dU = d\left(\frac{1}{S}\right)$$

$$= -\frac{1}{S^2} dS + \frac{1}{S^2} (dS)^2$$

$$= -U \left[\frac{dS}{S} - \frac{(dS)^2}{S^2} \right] \rightarrow \text{Ito}$$

$$= -U [\mu dt + \sigma dz - (\mu^2 dt^2 + 2\mu\sigma dz dt + \sigma^2 (dz)^2)]$$

$$= -U [\mu dt + \sigma dz - \sigma^2 dt] \rightarrow \text{Ignorando orden } > 1$$

$$= U [(-\mu + \sigma^2) dt - \sigma dz]$$

$$\therefore Fwd = \frac{1}{S} e^{(\sigma^2 - \mu)t}$$

Valuación de opciones europeas (Black -Scholes)

Tomando el caso de una opción *call* europea al vencimiento el valor de la opción es:

$$\text{Max}[S-K, 0]$$

Para obtener el valor presente de la opción tenemos que tomar el valor esperado de la ecuación anterior y descontarlo a la tasa de interés r libre de riesgo del mercado.

$$C = e^{-rt} E[\text{Max}[S - K, 0]]$$

La distribución para el precio de subyacente S es la distribución lognormal;

$$\ln S_t \sim \phi \left[\ln S + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t, \sigma \sqrt{t} \right]$$

Completando la fórmula para la esperanza; con la densidad de probabilidad;

$$C = e^{-rt} \int \text{Max}[S - K] \phi(S_t) dS_t$$

$$\Rightarrow \phi(\ln S_t) = \phi(u)$$

$$= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u - \mu t}{\sigma \sqrt{t}} \right)^2}$$

$$\Rightarrow C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} (e^u - K) \phi(u) du = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2); \text{ donde}$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}; y \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

desarrollando la integral en dos términos tenemos que:

$$C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} e^u \phi(u) du - Ke^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} \phi(u) du$$

Obteniendo la primera integral;

$$Ke^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} \phi(u) du = Ke^{-rt} N(d_2)$$

N es la función de distribución normal acumulada, obteniendo el segundo término;

$$\begin{aligned} e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} e^u \phi(u) du &= \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{u-rt} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2} du \\ &= \frac{-2\sigma^2 t(u-rt) + u^2 + \mu^2 t^2 - 2ut\mu}{-2\sigma^2 t} = \frac{u^2 - 2ut(\mu + \sigma^2) + t^2(\mu^2 + 2r\sigma^2) + t^2(\mu^2 + 2r\sigma^2)}{-2\sigma^2 t} \\ &= \frac{\left[u - (\mu + \sigma^2)t\right]^2 - \sigma^2 t \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)}{-2\sigma^2 t} \\ &= \frac{\left[u - \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right]^2}{-2\sigma^2 t} \rightarrow \mu = r - \frac{\sigma^2}{2} \end{aligned}$$

Combinando estos dos resultados obtenemos el valor de la opción:

$$C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} (e^u - K) \phi(u) du = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

donde;

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad y \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Valuación de opciones europeas

Tomando el caso de una opción call europea. Al vencimiento el valor de la opción esta dada por:

$$\text{Max}[S - K, 0]$$

Para obtener el valor presente de la opción se toma el valor esperado y se descuenta la tasa de interés r libre de riesgo del mercado

$$C = e^{-rt} \langle \text{Max}[S - K, 0] \rangle$$

La distribución para el precio de subyacente S es la distribución lognormal

$$\ln S_t \sim \phi \left[\ln S + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t, \sigma \sqrt{t} \right]$$

Completando la fórmula para la esperanza; con la densidad de probabilidad

$$C = e^{-rt} \int \text{Max}[S - K] \phi(S_t) dS_t$$

$$\Rightarrow \phi(\ln S_t) = \phi(u)$$

$$= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi t}} e^{-\left[\frac{1}{2} \left(\frac{u - \mu}{\sigma \sqrt{t}} \right)^2 \right]}$$

con lo que el valor de la opción se reduce a

$$\Rightarrow C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} (e^u - K) \phi(u) du = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2); \text{ donde}$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) t}{\sigma \sqrt{t}}; y \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t}{\sigma \sqrt{t}}$$

desarrollando la integral en dos términos

$$C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} e^u \phi(u) du - Ke^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} \phi(u) du$$

$$Ke^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} \phi(u) du = Ke^{-rt} N(d_2)$$

N es la función de distribución normal acumulada. Integrando el primer término se tiene

$$\begin{aligned}
 e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} e^u \phi(u) du &= \int_{\ln K}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{u-rt} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2} du \\
 &= \frac{-2\sigma^2 t(u-rt) + u^2 + \mu^2 t^2 - 2ut\mu}{-2\sigma^2 t} = \frac{u^2 - 2ut(\mu + \sigma^2) + t^2(\mu^2 + 2r\sigma^2) + t^2(\mu^2 + 2r\sigma^2)}{-2\sigma^2 t} \\
 &= \frac{\left[u - (\mu + \sigma^2)t\right]^2 - \sigma^2 t\left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)}{-2\sigma^2 t} \\
 &= \frac{\left[u - \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right]^2}{-2\sigma^2 t} \rightarrow \mu = r - \frac{\sigma^2}{2}
 \end{aligned}$$

Combinando estos dos resultados se obtiene el valor de la opción

$$C = e^{-rt} \int_{\ln K}^{\infty} (e^u - K) \phi(u) du = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

donde;

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad \text{y} \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Delta, gamma, vega y theta (derivadas del precio de la opción)

Dado que se tiene una fórmula explícita para el precio, se pueden tomar sus derivadas con respecto a los parámetros que determinan su valor para calcular la cobertura del riesgo. En particular se pueden definir

Delta La primera derivada del precio de la opción con respecto al subyacente.

$$\Delta_c = \frac{dC}{dS} = N(d_1) \rightarrow \text{call}; \quad \Delta_p = \frac{dP}{dS} = N(d_1) - 1 \rightarrow \text{put}$$

$$\Delta_c = \frac{dC}{dS} = N(d_1)e^{-dt} \rightarrow \text{call}; \quad \Delta_p = [N(d_1) - 1]e^{-dt} \rightarrow \text{put}$$

Si la tasa de dividendo continua es d

Gamma. La derivada de delta con respecto al subyacente

$$\Gamma = \frac{d\Delta}{dS} = \frac{N^1(d_1)e^{-dt}}{S\sigma\sqrt{t}} \rightarrow d = \text{dividendo}$$

Vega. La derivada del precio de la opción con respecto a la volatilidad

$$\Lambda = \frac{dC}{d\sigma} = S\sqrt{t}N^1(d_1)e^{-dt}$$

Theta. La derivada del precio de una opción con respecto al paso del tiempo

$$\Theta = \frac{dC}{dt} = \frac{SN^1(d_1)\sigma e^{-dt}}{2\sqrt{t}} - dSN(-d_1)e^{-dt} + rKe^{-rt}N(-d_2)$$

El riesgo de una opción. Delta, gamma, theta y vega

El *delta* de la opción es la primera derivada del precio, $\frac{dC}{dS}$ y representa la sensibilidad de valor de la opción a movimientos pequeños en el precio del subyacente. Si se ha vendido un call se tendría que comprar $\frac{dC}{dS}$ unidades del subyacente para que la posición resulte instantáneamente inmune a movimientos pequeños en el precio del subyacente. Si se hace esto, cuando el precio del subyacente suba una pequeña cantidad dS se perderá una cantidad de dinero aproximadamente igual a $\frac{dS * dC}{dS} = dC$ en la opción que se ha vendido, pero se ganará una cantidad prácticamente igual a la posición de $\frac{dC}{dS}$ unidades de subyacente.

Gamma es un parámetro que mide la sensibilidad del delta a cambios en el subyacente, y que indica, por lo tanto, la frecuencia con la que se debe de ajustar la posición del subyacente cuando el mercado se mueve. Si el gamma es bajo se experimentarían cambios en la delta según se mueva el mercado, por lo que apenas tendríamos necesidad de ajustar nuestra opción el subyacente, mientras que si el gamma es alto, cada pequeño movimiento del subyacente afectará el delta y obligará a ajustar nuestra posición del subyacente si se quiere seguir cubierto. El gamma es mayor donde la incertidumbre acerca de si la opción va a ser ejercida o no es máxima, es decir at the money. Donde la incertidumbre es muy pequeña en los extremos, es decir muy in the money o muy out of the money el gamma es esencialmente cero.

Vega es la sensibilidad del precio de la opción a variaciones en volatilidad del subyacente, y sirve para determinar qué opciones se ven afectadas, tanto por errores en la estimación de la volatilidad del subyacente como por variaciones en la volatilidad del mercado. Es especialmente importante en la valoración de las opciones a largo plazo donde el componente de riesgo más importante es la volatilidad, dado que las opciones a largo plazo suelen tener gammas bastante bajas y por lo tanto se ven apenas afectadas en su delta por movimientos en el subyacente, pero se ven más afectadas por movimientos en la volatilidad del activo subyacente.

Las opciones tienen dos tipos de valores el valor intrínseco que tendrían si fuesen ejercidas hoy y el valor del tiempo, debido a la posibilidad de beneficios contingentes que confieren a su dueño. Al llegar a su vencimiento el valor tiempo es evidentemente cero, y el parámetro *theta* mide la velocidad de declive del valor del tiempo desde su valor actual hasta cero. Este declive no es siempre igual; una opción at the money a largo plazo pierde muy poco de su valor tiempo cada día que pasa, mientras que en el último día una opción at the money con un día de duración debe necesariamente perder todo su valor tiempo restante. Theta también incluye un término equivalente en cierto modo al cupón corrido en un bono que refleja el diferencial de tasas de interés entre el activo subyacente y el dinero, y que refleja, por lo tanto, el costo del financiamiento.

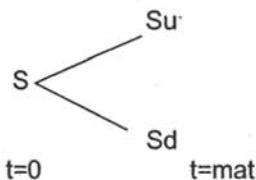
En resumen, cubrir el riesgo de mercado de una cartera de opciones consiste en eliminar riesgos debido a las derivadas del valor de la cartera con respecto a todos los parámetros que lo afectan. Los primeros riesgos que hay que cubrir son los riesgos de primer orden, neutralizar riesgos debido directamente a la dirección de los movimientos en el mercado, neutralizando el delta. Una vez hecho esto, hay que cubrir los riesgos, como vega (comprando opciones a largo plazo para cubrir posiciones con vega negativo, y los riesgos de segundo orden (segundas derivadas del precio) como gamma y theta que provienen del hecho de que los movimientos del precio, aunque generen directamente variaciones en el valor de la posición, generan como efecto secundario deltas que es necesario cubrir. Además de cubrir riesgos como tasa de interés y otros.

2.4.3 Modelo Binomial

El modelo Black – Scholes no funciona en el caso de opciones americanas, para estas no existe ninguna fórmula que permita valorar de manera analítica. Para la valuación de este tipo de acciones existe un método de valuación llamado *binomial tree* que funciona de la siguiente manera:

Suponiendo que se divide el tiempo en dos periodos: hoy, y la fecha de vencimiento de una opción dentro de t años. Hoy nuestro activo vale S , en el último periodo el activo habrá subido un valor $S*u$ donde u es un *jump* con una probabilidad p o bajado su valor $S*d$ donde d es un *down* con la correspondiente probabilidad $1-p$, dado que el precio sólo puede subir o bajar, la suma de

probabilidades de una aumento y una reducción tiene que ser necesariamente uno.



Los saltos u y d se definen como simétricos en espacio lognormal.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$\mu = r - d - \frac{1}{2}\sigma^2; p = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\Delta t}\right)$$

Obteniendo el precio del Forward

$$F(S(\Delta t)) = [pSu + (1-p)Sd]$$

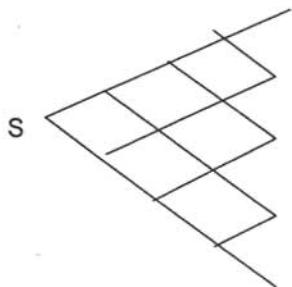
$$= S\left[\frac{1}{2}\left[1 + \frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\Delta t}\right]e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} + \left(1 - \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\Delta t}\right]\right)e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right] \text{ donde}$$

$$e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \approx 1 + \sigma\sqrt{\Delta t} + \dots$$

$$\Rightarrow F \approx S\left\{\left[\frac{1}{2} + \frac{\mu}{2\sigma}\sqrt{\Delta t}\right](1 + \sigma\sqrt{\Delta t}) + \left[\frac{1}{2} - \frac{\mu}{2\sigma}\sqrt{\Delta t}\right](1 - \sigma\sqrt{\Delta t})\right\}$$

$$= S(1 + \mu\Delta t)$$

Generalizando el modelo tenemos que:



t=0 t=dt t=2dt t=3dt...

El modelo generalizado es el siguiente:

- Se empieza desde el final del árbol
- Se divide el tiempo hasta el vencimiento t en n intervalos de tiempo t .
- Se calcula μ , p y d
- Se calcula el valor del subyacente en cada rama j al final del árbol.
- Se calcula el valor intrínseco de la opción n al final de cada rama j
- Se regresa un valor $t=n-1$ y se calcula el valor intrínseco en cada punto. En cada punto el valor de la opción es el mayor de: el valor intrínseco en el punto en cuestión o la suma de p valor de la opción cuando el subyacente produce un jump, descontando durante un periodo de tiempo t , y $1-p$ valor de la opción cuando el subyacente produce un down, este proceso se repite en cada intersección del árbol recalculando hasta llegar al principio.

2.5 Modelos de Valuación

Valuación de opciones asiáticas

El problema de la valuación de las opciones asiáticas se reduce a encontrar una fórmula para la distribución del precio medio final cuando se conoce el precio hoy. Una vez conocida esta distribución se puede utilizar Black and Scholes y valorar la opción como si fuera europea.

Para encontrar una fórmula para la distribución del precio medio final se utilizan métodos de aproximación ya que no existe ningún método exacto, para ello se utilizan la media geométrica y convolucion.

Media Geométrica (Kemna & Vorst)¹²

Si la distribución de cambios en los precios fuese normal existe un resultado estadístico para calcular la distribución. Se define la media M de un proceso dz con desviación estándar σ

$$M = \frac{1}{t} \int_0^t \sigma dz \quad \text{donde } dz \approx N(0,1) \text{ en el caso continuo y}$$

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \frac{t}{n} \sigma \sqrt{\Delta t} dz_i \quad \text{donde } dz_i \approx N(0,1) \text{ en el caso discreto}$$

$$\text{por lo que } M \approx N\left(0, \frac{\sigma\sqrt{t}}{\sqrt{3}}\right)$$

En el caso de un activo con distribución lognormal no son los incrementos aritméticos entre precios consecutivos los que tienen una distribución normal, sino

¹² Kemna & Vorst. *Options on average asset values*, Holanda 1987 University of Róterdam, pp 1-15 .

normal, sino los logaritmos de los incrementos geométricos. Por lo tanto la media M antes de la transformación del espacio normal al espacio lognormal se convierte en la media geométrica.

$$M_{geom} = e^{\int_0^t \sigma dz} \text{ donde } dz \approx N(0,1) \text{ para el caso continuo}$$

$$M_{geom} = \sqrt[n]{\prod_{i=0}^n e^{\sigma \sqrt{\Delta t} dz_i}} \text{ donde } dz_i \approx N(0,1) \text{ para el caso discreto}$$

En la práctica la media aritmética del valor de un activo durante un periodo y la media geométrica son muy parecidas si las observaciones del precio son frecuentes, por lo que un buen modo de aproximar el valor de una opción sobre la media aritmética es calcularlo como si la distribución de la media aritmética tuviese la misma desviación estándar que la media geométrica. Bajo esta hipótesis se puede calcular la opción sin mayor dificultad aplicando Black & Scholes.

$$C = Fe^{-rt} N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2) \text{ donde}$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{F}{K} + \frac{\sigma^2}{2} t}{\sigma \sqrt{t}} \text{ y } d_2 = \frac{\ln \frac{F}{K} - \frac{\sigma^2}{2} t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \text{ y } F = \frac{1}{t} \int_0^t F(t) dt$$

Se ha reemplazado el precio forward por el precio forward medio durante el periodo de la media en la opción, y la volatilidad ha sido ajustada por el factor $1/\sqrt{3}$ que requiere la media geométrica.

Los resultados obtenibles con esta fórmula son muy satisfactorios para la mayor parte de las aplicaciones, y resulta además muy fácil de adaptar para aquellas opciones en que la media no empieza inmediatamente al comienzo de la opción sino que empieza a tomarse pasado un tiempo. Los problemas de este método pueden resumirse en:

La media aritmética y la media geométrica no tienen distribuciones iguales por lo que no se puede conseguir una *aproximación exacta* a la distribución real de los precios medios

El modelo especifica *una sola volatilidad*. En el caso de muchos mercados la volatilidad spot es mayor que la volatilidad forward.

Discretización. La fórmula de Black & Scholes y la aproximación geométrica presuponen un proceso de Wiener en tiempo continuo, en el que se anota

constantemente el precio para obtener la media. En la práctica nunca se hace esto; las medias habituales suelen ser el precio de cierre diario, semanal, o mensual. Al contener menos observaciones las medias de este tipo son más volátiles, y por lo tanto la fórmula de un proceso continuo produce precios bajos.

Convolucion (Andrew Carverhill y Les Clewlow)¹³

Este método se basa en calcular la distribución de la media mediante una serie de sucesivas convoluciones usando las distribuciones de cada incremento sucesivo en el precio.

$$\text{Call asiático} = \text{Máx}[(M - K), 0]$$

$$\text{Media } M = \frac{1}{n} [X_1 + X_2 + \dots + X_n]$$

$$Y_i = \ln X_i$$

$$Z_i^{i+1} = Y_{i+1} - Y_i$$

donde los incrementos Z tienen distribución normal con una media dada por el diferencial de tasa de interés por lo que

$$X_i = \exp[Y_0 + Z_0^1 + \dots + Z_{i-1}^i]$$

$$M = \frac{1}{n} [\exp(Y_0 + Z_0^1) + \exp(Y_0 + Z_0^1 + Z_1^2) + \dots + \exp(Y_0 + Z_0^1 + \dots + Z_{n-1}^n)]$$

$$= \frac{1}{n} \exp Y_0 [\exp Z_0^1 (1 + \exp Z_1^2 (1 + \exp Z_2^3 (1 + \dots (1 + \exp Z_{n-1}^n)))))]$$

Habiendo definido la media de esta manera se calcula su distribución. El método es un proceso reiterativo

$$M_{n-1} = Z_{n-1}^n$$

$$M_{i-1} = Z_{i-1}^i + \ln(1 + \exp M_i); i = n-1, \dots, 1$$

$$M_0 = Y_0 - \ln n + M_1$$

$$M = \exp M_0$$

La clave de este método es el paso en el que Caverhill utiliza la transformación

$$f_{\ln(1+\exp X)}(x) = \frac{\exp x}{\exp x - 1} f_x(\ln(\exp x - 1))$$

¹³ Carverhill A., *Flexible Convolutions*, USA, Risk Journal 1990 volumen 3

para obtener la densidad de $f_{\ln}(1 + \exp M_{i,t})$ a partir de la densidad $f_{\ln} M_i$. La densidad de la suma de $f_{\ln}(1 + \exp M_i)$ con z_{i-1}^i es obtenida numéricamente mediante una convolución usando el algoritmo de la transformada de Fourier. El último paso es integrar la función de pagos con la distribución obtenida de la convolución.

Valuación de opciones sobre tasas de interés (modelos de la curva de tasas)

Antes de valorar opciones cuyo subyacente sea una función de las tasas de interés, se tienen que especificar un modelo de evolución de la curva. Existen modelos sencillos que describen la evolución de la curva en términos de la evolución de un único factor estocástico, pero la mayor parte de los modelos usa más de uno para capturar todo el problema.

Modelos de un solo factor

Estos modelos describen la evolución de la curva de tasas en términos de la evolución de una tasa a corto plazo r y suelen tener la forma siguiente:

$$dr = f(r) + \sigma(r)dz$$

donde $f(r)$ es una función de r independiente del tiempo t que determina la dirección media de la evolución de las tasas y, $\sigma(r)$ es una función análoga que describe la volatilidad de las tasas.

Modelo de Vasicek¹⁴

El modelo de Vasicek tiene el siguiente proceso estocástico

$$f(r) = \lambda(\bar{r} - r)dt + \sigma dz$$

En el caso de este modelo el término $f(r) = \lambda(\bar{r} - r)dt$ actúa como tendencia central que atrae a las tasas de interés hacia un nivel medio, ya que cuanto más se alejan las tasas de su nivel medio, mayor es el empuje que los atrae hacia el equilibrio. A partir de este modelo Vasicek obtiene una fórmula para el precio $P(t, T)$ al tiempo t de un bono de cupón cero que paga una unidad dentro de T años.

¹⁴ Vasicek O., *An equilibrium characterization of the term structure*, USA 1977 Journal of financial economic pp.177-18

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$$

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-\lambda(T-t)}}{\lambda}$$

$$A(t, T) = \exp \left[\frac{(B(t, T) - T + t) \left(\lambda^2 \bar{r} - \frac{\sigma^2}{2} \right)}{\lambda^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4\lambda} \right]$$

Este modelo es bastante flexible y permite variedad en la forma de las curvas de tasas que describe.

Modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR)¹⁵

Uno de los problemas del modelo de Vasicek es que permite tasas de interés negativas, lo que no es deseable. El modelo de Cox Ingersoll y Ross resuelve este problema introduciendo un término proporcional a la raíz cuadrada de r

$$dr = \lambda(\bar{r} - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

A primera vista parecería más lógico introducir un término proporcional a r en lugar de a su raíz cuadrada pero este es mucho más tratable analíticamente y da una solución fácil, sin la raíz cuadrada la ecuación diferencial resultante es más difícil y no se puede obtener una solución sencilla. La diferencia entre ambos métodos en los precios de opciones resultantes no es muy grande en general.

Bajo el proceso CIR de raíz cuadrada la forma general de la solución para la curva de tasas es parecida a la de Vasicek

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$$

$$B(t, T) = \left[\frac{2(e^{-\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + \lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]$$

$$A(t, T) = \left[\frac{2\gamma e^{(\lambda + \gamma)(T-t)/2}}{(\gamma + \lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2\lambda r / \sigma^2}$$

$$\gamma = \sqrt{\lambda^2 + 2\sigma^2}$$

Las fórmulas de valuación de opciones europeas bajo este modelo son más complicadas que Vasicek y las opciones americanas se pueden también valorar

¹⁵ Cox & Ingersoll, An intertemporal general equilibrium model of asset prices, *Econometrica* USA 1982, pp. 363-384

con los trinomios de Hull y White si se hace la sustitución $x = 2\sqrt{r}$ que nos permite aplicar el lema de Ito y obtener

$$dx = \left[\frac{a(\bar{r} - x^2)}{x} - \frac{\sigma^2}{4x} \right] dt + \sigma dz$$

Modelo sin arbitraje

Los modelos presentados intentan postular la estructura de la curva de tasas para proceder a valorar las opciones. Estos métodos tienen aceptación pero no esta exento de problemas, porque en el momento en que la curva de tasas es un poco complicada sólo se puede explicar hasta cierto punto usando un modelo de este tipo, a no ser que se utilicen muchos factores estocásticos.

Una solución a este problema son los modelos sin arbitraje que en lugar de postular una curva y encajar el mercado al modelo, observan el mercado e intentan encajar el modelo al mercado. El modelo así obtenido puede tener menos elegancia académica pero esta construido de manera que no permite arbitrajes entre el modelo y el mercado, ya que el modelo es consistente con todos los precios usados para estimar sus parámetros.

Utilizando $P(t, T)$ para hacer referencia al precio dentro de t años de un bono de cupón cero que vence dentro de T años. El proceso estocástico usado incluye la indiferencia al riesgo

$$dP(t, T) = r(t)P(t, T) - \sigma(t, T)P(t, T)dz(t)$$

En el proceso se especifica muchas funciones distintas (P, r, σ, dz) del tiempo que permiten ajustar los parámetros del modelo hasta replicar la curva de tasas y curva de volatilidades observable en el mercado.

El modelo tal y como está expuesto es muy general. Existen varios métodos de eliminar parte de la generalidad para hacerlo más tratable analíticamente

Health, Jarrow & Morton¹⁶

Estos autores trabajan el modelo especificando las volatilidades instantáneas de todas las tasas forward en el futuro, y luego valoran las opciones en un árbol. La desventaja es que obtienen un árbol no recombinante es decir, subir un paso por una rama y luego bajar un paso por la rama siguiente no llega al mismo sitio que bajar primero y subir después, porque el tamaño de los pasos es distinto en cada paso de tiempo en el árbol. El modelo no es Harkov porque el presente no es la única variable, el pasado ha llevado al presente actual también importa. Por lo que

¹⁶ Heath, Jarrow & Morton, *Bond pricing and the term structure of interest rates; a new methodology*, USA 1992 Econometrics pp. 77-105

el número de operaciones necesario para calcular opciones en un árbol aumenta exponencialmente con el número de pasos subiendo como segundo lugar de cómo n tal y como sucede en los árboles recombinates.

Ho & Lee¹⁷.

El modelo Ho & Lee tiene un único factor estocástico e incorpora la curva de tasas actual en una función $\theta(t)$ que describe la evolución esperada de la tasa a corto plazo. La volatilidad es constante. El proceso es: $dr = \theta(t)dt + \sigma dz$, donde $\theta(t)$ queda definida por las tasas forward F según $\theta(t) = F(0, t) + \sigma^2 t$ y los precios de opciones europeas sobre bonos tienen una forma muy parecida a la que adopta Vasicek

Hull & White¹⁸

Este modelo también es muy parecido al de Vasicek y es uno de los más tratables en la práctica.

$$dr = [\theta(t) + a(t)(b - r)]dt + \sigma(t)dz$$

Hull & White demuestran que el precio de un bono de cupón cero bajo este proceso viene dado por una fórmula parecida a la de Vasicek $P = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$ en la que

$$B(t, T) = \frac{B(0, T) - B(0, t)}{\partial B(0, t) \partial t}$$

$$A(t, T) = \ln |A(t, T)|$$

$$A(t, T) = A(0, T) - A(0, t) - B(t, T) \frac{\partial A(0, t)}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[B(t, T) \frac{\partial B(0, t)}{\partial t} \right]^2 \int_0^t \frac{\sigma(\tau)}{\partial B(0, \tau) / \partial \tau} d\tau$$

el modelo de Hull & White tiene la ventaja de que conserva gran parecido al de Vasicek y permite por lo tanto obtener fórmulas analíticas para valorar opciones. Este modelo es el que mas posibilidades tiene en el manejo de riesgo en la actualidad porque aunque su implementación no es fácil es por lo menos tratable.

Hull & White abreviado

Este modelo se supone que la volatilidad es constante

¹⁷ Ho & Lee, Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, USA 1986 Journal of Finance pp. 1011-1029

¹⁸ Hull & White, Pricing interest rate derivatives securities, USA 1990 The review of financial studies pp 573-592

De nuevo se obtiene un precio de los bonos de la misma forma general, pero bastante más tratable, y con una fórmula para valuar opciones más sencillas. Hull & White proponen este modelo como modelo estándar para bonos igual que Black & Scholes

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$$

$$B(t, T) = [1 - e^{-a(T-t)}] / a$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln P(0, T)}{\partial t} - \frac{v(t, T)^2}{2}$$

$$v(t, T)^2 = \frac{1}{2a^3} \sigma^2 (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{2at} - 1)$$

El call europeo a plazo T sobre un bono a plazo s

$$C = P(0, s)N(h_1) - KP(0, T)N(h_2)$$

$$h_1 = \frac{1}{v(T, s)} \ln \left[\frac{P(0, s)}{KP(0, T)} \right] + \frac{v(T, s)}{2}; h_2 = h_1 - v(T, s)$$

Capítulo 3

Reaseguro y Riesgos Catastróficos

3.1 Riesgos Catastróficos

El seguro descansa sobre la Ley de los Grandes Números¹⁹ y particularmente en seguros se traduce en que las primas de muchos pagan los siniestros de pocos, en la mayoría de los casos se mantiene este equilibrio, pero existen ocasiones que se presenta desviaciones estadísticas en la siniestralidad de gran amplitud y en un lapso de tiempo corto, a esto se le conoce como riesgo catastrófico.

Las catástrofes pueden ser de diferente índole naturales o provocadas por el hombre, ejemplo de las primeras se pueden destacar los huracanes, terremotos, sequías e inundaciones entre otras, en el segundo se destacan los incendios, y los desastres aéreos.

3.2 Reaseguro Tradicional

3.2.1 Definición

El reaseguro es un contrato en virtud del cual, el reasegurador toma a su cargo los riesgos de la cedente, en una proporción de las obligaciones de ésta frente a su cliente, de una manera autónoma e independiente, y por la cual recibe la parte proporcional de las primas correspondientes a los riesgos asumidos, o bien cubre a la cedente resarciéndole, en su caso, por las desviaciones de la siniestralidad esperada, cobrándose una prima convenida a la celebración del contrato.

En su función de creación de valor, el reaseguro tiene, los siguientes efectos para el seguro directo.

1. Reduce la probabilidad de ruina del asegurador directo mediante la suscripción de riesgos catastróficos.
2. Estabiliza el balance del asegurador directo, asumiendo en parte riesgos fortuitos, riesgos de cambios y riesgos de error.
3. El asegurador directo puede homogenizar su cartera reasegurando los riesgos de grandes sumas o de un elevado grado de exposición.
4. Aumenta la capacidad de suscripción del asegurador directo.
5. Eleva la eficiencia de la actividad empresarial del asegurador directo, asistiéndole con servicios de asesoramiento

Desde el punto de vista técnico el reaseguro se divide en: Reaseguro Proporcional, No Proporcional y Financiero.

3.2.2 Reaseguro Proporcional²⁰

Las modalidades de reaseguro proporcional se caracterizan porque la distribución del riesgo asegurado se basa en la *suma asegurada*. Es decir, el reasegurador

¹⁹ Bowers G., Actuarial Mathematics, USA, Society Of Actuaries 1983 página 7

²⁰ Minzoni A., Reaseguro, México 1995 Ed. Las prensas de ciencias, pp. 19-59

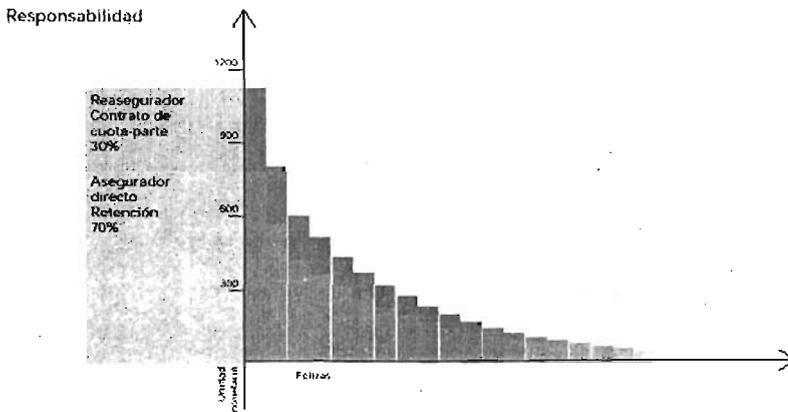
acepta como riesgo una proporción determinada de la suma asegurada de cada póliza de la cedente, esta proporción permite por un lado determinar la responsabilidad del reasegurador sobre los siniestros que puedan ocurrir y por otro lado permite determinar la prima a su cargo.

Dentro de las modalidades proporcionadas se encuentran:

Reaseguro Cuota Parte

En esta modalidad, el reasegurador asume un porcentaje fijo de todas las pólizas de seguro que un asegurador directo ha suscrito, en este mismo porcentaje se determina la distribución de primas y siniestros entre el asegurador directo y el reasegurador.

Esta modalidad de reaseguro es sencilla de manejar y ahorra costos. Su desventaja reside en el hecho de que el contrato de cuota-parte no tiene suficientemente en cuenta las diversas necesidades de reaseguro, pues se mueve sobre una misma banda, además de que no homogeniza la cartera por lo que no recoge más que insuficientemente los riesgos muy elevados. De otro lado, reduce innecesariamente la ganancia del asegurador directo. El contrato de cuota-parte es adecuado especialmente para compañías jóvenes o que inician en un nuevo ramo de seguro, puesto que todavía carecen de experiencia y tiene a menudo dificultades en la determinación de la prima correcta. Con el reaseguro de cuota-parte, el reasegurador asume el riesgo de una posible estimación errónea de la prima.

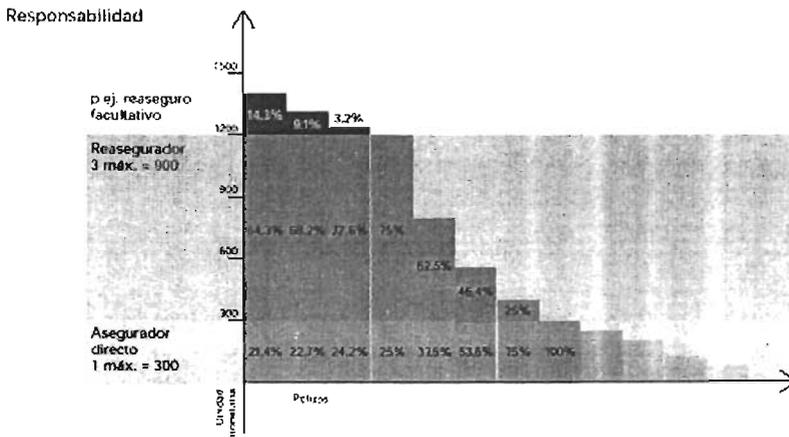


Esquema Reaseguro Cuota Parte (30/70)
Fuente: Introducción al Reaseguro, Swiss Re 1998

Reaseguro de Excedentes

A diferencia del contrato de cuota-parte, en el reaseguro de excedentes el reasegurador no participa en todos los riesgos, sino que el asegurador directo retiene todos los riesgos hasta un determinado límite de responsabilidad. Este límite puede fijarse diferentemente según el tipo de riesgo. Las cantidades que superan dicho límite los cubre el reasegurador. La obligación de aceptación por parte del reasegurador se limita en importe mediante los denominados excedentes, definidos por un determinado número de máximos. De la repartición entre retención y cesión al reaseguro resulta un coeficiente por riesgo reasegurado, el cual determina la repartición, entre el asegurador directo y el reasegurador, de la responsabilidad, de las primas y de todos los siniestros.

Contrariamente al reaseguro cuota-parte, el contrato de excedente de sumas es un medio excelente para conferir equilibrio (homogeneidad) a la cartera del asegurador directo y, de este modo, limitar las exposiciones excesivas. Puesto que el nivel de la retención depende de la clase de riesgo y de la siniestralidad esperada, este tipo de contrato permite al asegurador directo compatibilizar en todo momento el riesgo asumido con sus posibilidades financieras. La desventaja es que el manejo de este tipo de contrato es complicado y, por consiguiente, su administración resulta ser cara.



Esquema Reaseguro de Excedentes (límite 300, 3 plenos)
Fuente: Introducción al Reaseguro, Swiss Re 1998

3.2.3 Reaseguro No Proporcional

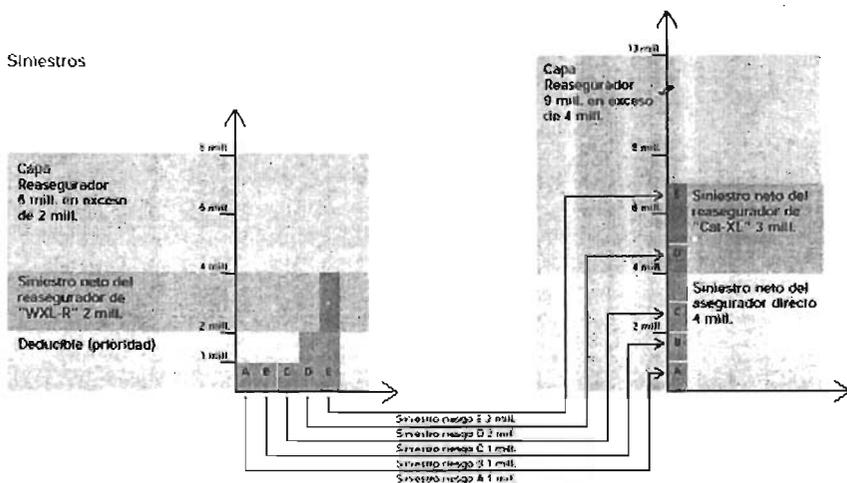
Las modalidades de reaseguro no proporcional se caracterizan en que la responsabilidad de la cedente y del reasegurador se basan en el importe de los *siniestros*. Por lo tanto el reaseguro no proporcional actúa cuando solo un siniestro o la siniestralidad de toda la cartera supera una cierta prioridad o pleno

previamente acordado. En estas modalidades el pleno viene dado en términos de siniestralidad a diferencia de lo que sucede en el contrato de excedentes que viene referido por la suma asegurada.

Reaseguro de Exceso de Pérdida por riesgo (XL)

El reaseguro de exceso de pérdida tiene una estructura muy distinta a la de las modalidades proporcionales. Mientras que en estas últimas son las sumas aseguradas las que determinan la cesión, en el reaseguro de exceso de pérdida la establecen los límites de los siniestros. En este tipo de reaseguro, el asegurador directo asume por cuenta propia hasta un determinado límite (prioridad) todos los siniestros del ramo definido en el contrato, independientemente del límite de la suma asegurada. Los siniestros que superan este monto tiene que pagarlos el reasegurador hasta el límite de cobertura convenido.

El reaseguro de exceso de pérdida puede dividirse generalmente en dos coberturas: la cobertura por riesgo (WXL-R) y la cobertura para casos de cúmulos (eventos catastróficos). Este tipo de contrato resuelve el deseo de todos los aseguradores directos, que quieren retener la mayor parte de la prima bruta sin tener que renunciar por ello a la protección de reaseguro en el caso de grandes siniestros. Sin embargo, estos aseguradores están también comprando un mayor riesgo que con el reaseguro proporcional, puesto que en el caso de siniestros inferiores a la prioridad, el reaseguro no aporta ningún descargo. De este modo, con el reaseguro no proporcional aumenta considerablemente el peligro de que el asegurador directo tenga efectivamente que pagar con sus fondos propios un siniestro por el límite de la retención elegida



Esquema XL 6mill xs 2mill con WXL 2mill, Prioridad de 2mill
Fuente: Introducción al Reaseguro, Swiss Re 1998

Reaseguro de Exceso de Siniestralidad por periodo (Stop Loss)

En esta modalidad de reaseguro, la cual es poco frecuente, el asegurador directo busca una protección amplia contra fluctuaciones en la siniestralidad anual de un determinado ramo de seguro. Con el Stop Loss, el reasegurador se compromete a asumir una determinada parte de la siniestralidad total anual que supere una prioridad, o un importe fijo absoluto, expresado normalmente en un porcentaje de la prima anual. Al respecto, es irrelevante si la retención (prioridad) es superada por un cúmulo de siniestros menores y medianos o por el acaecimiento de grandes siniestros individuales.

Dado que el contrato de Stop Loss no puede tener por objeto liberar al asegurador directo de ningún tipo de riesgo empresarial, el reasegurador exige que su obligación de indemnización comience cuando el asegurador directo ha sufrido un daño técnico (es decir: siniestros + costos > primas).

Este tipo de contrato el reasegurador procede con prudencia ya que puede ocurrir que tenga excesiva transferencia de riesgos subvaluados, pérdida de volumen de primas, enorme necesidad de información de los reaseguradores, posibilidades de manipulación por parte del asegurador directo entre otras.

Este tipo de reaseguro suele aplicarse generalmente en el seguro de tempestades y de granizo.

Reaseguro de Exceso de Pérdida por evento

Sobre un conjunto de riesgos asegurados que originen un cierto número de reclamaciones como consecuencia de la realización de un evento, el asegurador pagará hasta una cierta cantidad fijada de antemano y el excedente quedará a cargo del reasegurador.

En este tipo de contratos se debe definir el tiempo de una catástrofe, así por ejemplo, en el caso de temblores se considera un solo evento a todo aquello que ocurra en un plazo de 72 horas.

El reaseguro catastrófico es un medio de protección al asegurador contra una reducción significativa en sus recursos financieros debido a la acumulación de pérdidas por un solo evento y al mismo tiempo, apto para reducir el potencial de pérdida de una manera controlable.

3.3 Reaseguro Financiero²¹

Durante años el reaseguro operó bajo los sistemas tradicionales (proporcional y no proporcional), pero ante la necesidad de hacer frente a un mundo cuya creciente y vertiginosa complejidad ha dado como resultado el surgimiento de nuevos riesgos se ha hecho necesario la creación de nuevas metodologías de transferencia de riesgos entre las cuales destaca el reaseguro financiero.

Sus orígenes se pueden encontrar en el Finite Risk , término apto para describir una categoría muy amplia de coberturas de carácter financiero en el campo del seguro.

El Finite Risk puede entenderse como la transferencia por parte de una cedente a otra, que asume una responsabilidad relacionada con las pérdidas potenciales, y la transferencia se lleva a cabo por medio de una transacción en donde el *elemento prioritario del riesgo es financiero* en lugar de suscripción.

3.3.1 Definición

De acuerdo al artículo 10 de la LGISMS por reaseguro financiero se entiende *“al contrato en virtud del cual una empresa de seguros, en los términos de la fracción II del presente artículo, realiza una transferencia significativa de riesgo de seguro, pactando como parte de la operación la posibilidad de recibir financiamiento del reasegurador”*.

En general se puede decir que se entiende por Reaseguro Financiero a una transacción entre una institución que asume el riesgo (reasegurador) y un asegurador (cedente) en la que el riesgo transferido es limitado al a)riesgo de inversión; b)riesgo de crédito, c) riesgo del tiempo, en donde la responsabilidad del reasegurador tiene un límite asegurado.

Este nuevo sistema de reaseguro se desarrolló también de una forma significativa en los últimos años, debido a una cierta escasez en la capacidad de los contratos de reaseguro tradicional de exceso de pérdida (en particular catastróficos) y a su costo excesivo como consecuencia de la siniestralidad ocurrida por catastrófes naturales y de otra índole y a la pérdida sufrida por los reaseguradores tradicionales.

Además, en tiempos de incertidumbre, en los cuales el capital fresco es caro y escaso, el reaseguro financiero se presenta atractivo para aseguradores y reaseguradores al mismo tiempo, ya que las dos instituciones pueden recurrir a el.

Los convenios de reaseguro financiero son aptos para transferir los riesgos financieros que puedan afectar a una institución de seguro en la consecución de

²¹ Minzoni A., *Reaseguro Financiero*, México 2002 Ed. Las prensas de ciencias, pp 38-93

sus utilidades futuras, logrando protegerla, entre otros, por ejemplo, contra el peligro de pérdida de ingresos al deteriorarse sus reservas; por lo que dicho sistema de reaseguro puede considerarse como un camino para suavizar resultados de retención de una institución de seguro, así como de reaseguro, estableciendo un "fondo" para hacer frente a desviaciones que puedan presentarse en cualquier momento en el "plazo del ejercicio operativo" y en donde las provisiones de reservas para esas desviaciones no son suficientes.

Cualquier institución de seguro que desee comprar reaseguro financiero debe considerar requerimientos de financiamiento en el futuro, y, además, las necesidades para adecuación de capitales. Los convenios de este tipo pueden cubrir el espacio de varios años y, de ahí la decisión de introducir contratos del genero debe ser tomada junto con la dirección de finanzas de la misma institución.

No hay que olvidar que la finalidad de dichos convenios es la de obtener utilidad por parte del reasegurador y, por parte de la institución aseguradora es necesario comprender a fondo el sentido y el manejo de dichos convenios

3.3.2 Estructura de los Contratos

Prospectivo

Enfocado hacia pérdidas futuras, o sea al financiamiento de la siniestralidad de la cedente y se contemplan las siguientes coberturas:

1. Acumulaciones de Exceso de Pérdida (Prospective Excess of Loss Agreement); en este caso la cedente paga la prima prevista por el convenio; ésta es depositada por el reasegurador en un fondo el cual genera productos financieros; dicha cobertura se conoce también como "cobertura de dispersión" (Spread Loss Cover) en virtud de que los siniestros futuros de la cedente y reembolsados por el reasegurador, son financiados en los años subsecuentes;

2. Cuota Parte Financiero (Financial Quota Share); La modalidad es muy parecida, como funcionamiento, al Cuota Parte del reaseguro tradicional proporcional, pero, en este caso, los siniestros potenciales son limitados a un porcentaje de la prima cedida,

Retrospectivo

Enfocado a eliminar, del balance, pérdidas pasadas.

1. Póliza de Tiempo y Distancia (Time and Distant Policy); Se garantizan a la cedente pagos específicos en tiempos establecidos en el futuro, basándose en la prima inicial pagada por la cedente más los réditos que el reasegurador espera de sus inversiones; conocido como *time risk* es el riesgo que la relación existente entre pago de siniestros según lo establecido en el esquema inicial, no coincida con aquella con la cual el reasegurador recibirá los réditos de las inversiones.

Dicha forma de cobertura se usa por parte de algunos sindicatos de Lloyd's según el sistema seguido por ellos, en la contabilidad de siniestros.

2. Acumulaciones de Exceso de Pérdida (Retrospective Agrégate Excess of Loss); Se conoce también como "cobertura de desarrollo adverso". La cedente, por medio de este tipo de convenio, logra reducir su exposición por reclamaciones pendientes de pago y gastos de ajuste correspondientes.

3. Transferencia de Cartera de Siniestros (Loss Portfolio Transfer); El reasegurador administra, hasta su extinción, la cesión parcial o total de las obligaciones pendientes de la cedente, esta a su vez, pagará al reasegurador una prima cuyo calculo descansa en su procedimiento que toma en cuenta diferentes aspectos de la operación del seguros.

3.3.3 Transferencia de Riesgo

Es conocido que cada transacción de reaseguro puede ser afectada por cinco tipos de riesgo.

1. Riesgo de Suscripción (Underwriting Risk); Es la incertidumbre relacionada con el costo final del siniestro.

2. Riesgo de Tiempo (Timing Risk); Se refiere a la incertidumbre sobre el tiempo de pago de los siniestros esperados o sea, el riesgo que se corre cuando los siniestros esperados se liquidan antes de lo establecido en el convenio reduciéndose el período por el cual el ingreso por inversiones logra aumentar las aportaciones (primas y adiciones) recibidas, (o sea, el riesgo de una aceleración en el esquema de pago de los siniestros, consignado en el convenio entre cedente y reasegurador).

3. Riesgo de Activo (Asset Risk); La incertidumbre de que los activos empleados e invertidos alcancen los valores esperados, debido en general a tasas de interés insuficientes, en comparación con las hipótesis.

4. Riesgo de Crédito (Credit Risk); Es la inseguridad que se origina si el reasegurado (la cedente, o en su caso, la aseguradora) no logra pagar al reasegurador los recursos pactados y, por lo tanto, este último no puede hacer frente a la obligaciones contraídas.

5. Riesgo de Inversión (Investment Risk); Es aquel que se origina cuando los réditos de la inversión de los fondos, en manos del reasegurador, resultan menores al previsto al establecer el convenio, con motivo de cambios en la tasa de interés en el mercado de valores.

Los riesgos 2, 3, 4 y 5 son los elementos financieros de la operación de referencia, los cuales, en combinación con el 1 dan lugar al Reaseguro Financiero.

3.4 Activos Financieros sobre Riesgos Catastróficos

Dichos activos surgen en 1992 con la aparición de los contratos CAT; CAT futuros y opciones CAT. Esta clase de activos financieros fueron diseñados para el mercado asegurador, y tenían como subyacente la siniestralidad que relacionaba las pérdidas acumuladas en un periodo a causa de una catástrofe y el volumen estimado de primas destinadas a cubrir este tipo de pérdidas. En septiembre de 1995 los contratos CAT fueron sustituidos por las opciones PCS, que similarmente se basan en la siniestralidad a causa de riesgos catastróficos; con la diferencia que el denominador es constante e igual a 100 millones de dólares.

Primeramente se analizaran los contratos CAT; su diseño y su funcionamiento, seguido de ello los contratos PCS que sustituyen a los CAT y de los cuales se analizaran sus variantes como el PCS call spreads, strips de opciones PCS y PCS butterfly spreads. Finalmente se estudia la última generación de este tipo de contratos con el subyacente denominado Guy Carpenter Catastrophe Index (GCCCI).

3.4.1 CAT Future

Los contratos de futuros catastróficos, CAT-futures, negociados en el CBOT son activos derivados cuyo subyacente es la siniestralidad de riesgos catastróficos que relaciona los montos de los siniestros a catástrofes naturales y las primas cobradas para cubrir este tipo de riesgos²²

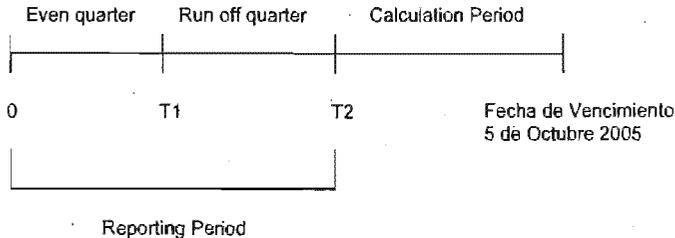
Estos contratos cubren las pérdidas en las que se incurre como consecuencia de las catástrofes que se producen en un periodo dado, tanto a nivel nacional o a una zona geográfica determinada. Esta diferenciación entre zonas y periodos se debe a la diferente exposición a las catástrofes, tanto por su naturaleza como por su frecuencia y amplitud, según las regiones y las estaciones del año consideradas, entre los principales riesgos catastróficos se pueden considerar a los huracanes, inundaciones, incendios y terremotos.

Generalmente el periodo considerado es trimestral llamado event o loss quarter. El trimestre posterior es llamado run-off quarter. Estos dos trimestres forman el reporting period, el calculation period es llamado al periodo de cálculo comprendido los tres meses y cinco días siguientes a la finalización del periodo de declaración de pérdidas y es el periodo durante el cual se realizan las estimaciones de la siniestralidad necesaria para calcular su valor final. El contrato CAT-future se liquida por diferencias y en efectivo al último día del periodo de cálculo.

²² Chicago Board Trade
<http://www.cbot.com>

El contrato se denomina por el último mes del trimestre de pérdidas, Marzo, Junio, Septiembre o Diciembre.

A modo de ejemplo se representa el contrato de Marzo 2005



Este contrato está basado en las catástrofes ocurridas durante el primer trimestre del año 2005 (del 01/01/2005 hasta el 31/03/2005, trimestre de pérdidas) y cuyas pérdidas asociadas han sido declaradas antes del final de junio del mismo año (del 01/04/2005 hasta el 30/06/05, trimestre run-off). El periodo de cálculo del índice se extiende hasta el mes de septiembre y finalmente el contrato expira el 5 de octubre del mismo año.

Los tres meses que componen el trimestre run-off permiten considerar los retrasos en la declaración de los siniestros asociados a las catástrofes ocurridas durante el trimestre de pérdidas.

El CAT-future cotiza en puntos porcentuales de siniestralidad y su valor nominal es de 25.000 dólares (índice de 100 puntos con un multiplicador de 250 / punto). Se considera que el tick tiene una equivalencia en unidades monetarias del 1% del nominal del contrato o 250 dólares, que es equivalente al valor del contrato de futuros si la siniestralidad es de 1%. Se establece además una cotización máxima de dicha siniestralidad de 200 puntos; una siniestralidad cuyo valor es igual a 200 puntos supone que el importe de las pérdidas catastróficas sufridas es el doble del importe de las primas destinadas a la cobertura de dichas pérdidas. Comparando con un contrato de futuros tradicional, que no tiene ninguna limitación de este tipo esta particularidad de la limitación en la variación del valor del índice subyacente del CAT-future se explica porque la ocurrencia de una catástrofe puede engendrar costos ilimitados contrariamente a los límites naturales del precio de los contratos de futuros tradicionales.

Un inversionista únicamente puede mantener, de forma simultánea 10.000 posiciones abiertas sobre CAT-future y que una posición corta (vendedora) sobre más de 25 contratos debe ser comunicada a la cámara de compensación.

El precio de liquidación diario del CAT-future refleja en cada momento la estimación que hace el mercado del importe de las pérdidas catastróficas sufridas

durante el trimestre cubierto, por ejemplo si en un momento del periodo la negociación el contrato cotiza a 11.2 puntos, significa que, en ese momento, el mercado prevé que la siniestralidad, valdrá 11.2% al vencimiento y, por tanto, el valor del contrato será de 2.800 dólares.

El precio de liquidación diario del contrato es el precio de cotización. Las ganancias definidas como el cambio en el precio de liquidación diario por el valor del nominal del contrato, son abonadas diariamente. Cuando se produce un aumento en el precio del futuro, el comprador debe pagar el importe de la pérdida correspondiente. Por su parte, el vendedor de futuros pierde cuando se produce un aumento en el precio del contrato, y gana cuando el precio disminuye, en la misma proporción que el comprador.

La variación máxima autorizada del precio del contrato se limita a 10 puntos por día (2.500 dólares) pero si este límite es sobrepasado dos días consecutivos aumenta a 15 puntos (3.750 dólares). Este segundo límite permanece hasta el primer día en que el precio varíe menos de 10 puntos.

El valor de liquidación del contrato viene dado por la siguiente expresión:

$$F(T_2) = 25.000 \min\left\{\frac{L(T_2)}{\pi}, 2\right\} = \frac{25.000}{\pi} [2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi, 0\}]$$

Donde:

$F(T_2)$ es el precio de liquidación del contrato de futuros al vencimiento

$L(T_2)$ es la pérdida acumulada en la que se incurre como consecuencia de las catástrofes que se producen durante el trimestre de pérdidas y que se declaran antes de la finalización del trimestre run-off

π es el importe estimado de las primas cobradas que se destinan a la cobertura de las pérdidas catastróficas sobrevenidas en el trimestre de pérdidas.

El resultado final de una posición sobre un futuro es la diferencia entre el valor del contrato al inicio, cuando se toma una determinada posición, y el valor al vencimiento, o cuando se cierra la posición tomada. Esta diferencia es siempre inferior a 50.000 dólares.

Índice de Siniestralidad

Para elaborar el índice de siniestralidad del contrato CAT-future el CBOT contrata con una empresa independiente de estadística llamada ISO Data, a la cual aportan datos de siniestralidad, de forma regular (mensual o trimestral) 100 compañías de seguros del ramo no-vida. ISO Data recoge y trata los datos referentes a las pólizas contratadas con las compañías de seguros declarantes, para generar la información estadística de las declaraciones de siniestros resultantes de la ocurrencia de un suceso de naturaleza catastrófica.

De todas las compañías que proporcionan sus datos esta selecciona un pool de cómo mínimo 10 según el tamaño, diversidad de cartera y calidad de datos aportados, de forma que cada una de las compañías seleccionadas no puede representar mas del 15% de las pólizas incluidas en el pool y además, la empresa seleccionada desconoce que pólizas de su cartera están incluidas.

Para cada contrato el CBOT publica la lista de las compañías pertenecientes al pool antes del inicio de su negociación.

Para elaborar un índice cuyo valor se aproxime al valor del total de perdidas reales de la industria aseguradora derivadas de una catástrofe, las pérdidas declaradas a ISO Data se corrigen mediante un factor de ponderación definido como:

1/ cuota de mercado del asegurador individual

La cuota de mercado de los aseguradores incluidos en la muestra escogida varía significativamente según el ramo de seguros y el estado considerado. Por ejemplo si la muestra incluye el 60.5% de las primas referidas a las pólizas multirisgos comerciales en Wyoming pero solo el 2.3% de las primas referidas a las pólizas de riesgos agrícolas en Wisconsin. Así por ejemplo si el total de pérdidas por viento, granizo y motines en Wyoming es de 1 millón de dólares para un determinado periodo de declaración de pérdidas, el valor que se incluye en el índice es de 1.652.893 dólares ($1.000.000 \times 1/605$)

De esta forma, para una catástrofe determinada, si los aseguradores pertenecientes a la muestra seleccionada por ISO Data se ven mas afectados que el resto de los aseguradores del mercado, el valor del índice será una sobrestimación de las perdidas totales de la industria. Si por el contrario, estas compañías de la muestra se ven poco afectadas por la catástrofe y tienen perdidas inferiores al resto de la industria aseguradora, el valor del índice será una subestimación de las perdidas totales.

Expresión de la Siniestralidad

La nomenclatura utilizada para establecer la siniestralidad subyacente de los contratos CAT-future es la siguiente:

i : Compañías pertenecientes al Pool

λ Ramos de seguros considerados

S : Estado cubierto en el contrato

$L_{i,\lambda,S}$: Importe de los siniestros catastróficos declarados por el asegurador i referidos al ramo de seguro λ y el estado S

$P_{i,\lambda,S}$: Importe de las primas catastróficas cobradas por el asegurador i referidos al ramo de seguro λ y el estado S .

$P_{\lambda,S}$: Importe de las primas catastróficas cobradas por el conjunto de toda la industria aseguradora sujeta a pérdidas derivadas de la ocurrencia de sucesos de naturaleza catastrófica, referidas al ramo de seguro λ y el estado S .

El índice de siniestralidad calculado por ISO Data para el contrato de futuros catastrófico del CBOT es

$$LR = \frac{\sum_{\lambda} \sum_S \left(\frac{1}{\omega_{\lambda,S}} \sum_i L_{i,\lambda,S} \right)}{\sum_{\lambda} \sum_S P_{\lambda,S}} ; \text{ donde } \omega_{\lambda,S} = \frac{\sum_i P_{i,\lambda,S}}{P_{\lambda,S}} \text{ que es el factor de ponderación.}$$

El término entre paréntesis representa las pérdidas en las que incurren los aseguradores de la muestra (pérdidas pagadas y declaradas al final del trimestre run-off) en el estado S y para el ramo de seguros λ , dividido por la cuota de mercado que poseen estos aseguradores en el ramo y en el estado considerados. $\omega_{\lambda,S}$. Al dividir por ese factor de ponderación, las pérdidas sufridas por los aseguradores del CBOT se corrigen de forma proporcional con el objetivo de estimar las pérdidas en las que incurre la totalidad de la industria aseguradora en el estado S .

Para el cálculo de $P_{\lambda,S}$ el CBOT estima, para cada ramo y estado, el porcentaje de pólizas sujetas a catástrofes y lo multiplica por el importe total de las primas devengadas en el ramo λ y el estado S .

Las primas $P_{\lambda,S}$ y los factores de ponderación $\omega_{\lambda,S}$ son anunciados por el CBOT antes del lanzamiento del contrato de mercado, por lo que se consideran conocidos y constantes a lo largo de toda la vida del mismo. Las únicas variables aleatorias son el importe de los siniestros catastróficos sufridos por cada asegurador del pool en cada ramo y en cada estado. Las variaciones del precio de los contratos CAT-future se deben, por tanto, a los cambios que se producen en las estimaciones, realizadas por el mercado, del numerador de la siniestralidad del CBOT.

Análisis de los CAT-future

Azar moral y selección adversa

El azar moral²³ es definido como la manipulación de la experiencia de las pérdidas por parte de las compañías que aportan sus datos a éste, lo que puede constituir un problema por dos razones:

²³ D'arcy S., Pricing Catastrophe Risk: Could Cat Futures Have Coped With Andrew, USA 1999, Ed. CAS pp 1-45

1. Si el asegurador perteneciente al pool tiene una posición larga en futuros, es comprador de contratos de futuros, puede exagerar el monto de las declaraciones de pérdidas participantes en el pool. Esto hará aumentar el valor de la siniestralidad y por lo tanto del CAT-future
2. Si el asegurador perteneciente al pool tiene una posición corta en futuros, es vendedor de contrato de futuros, puede disminuir la importancia de sus pérdidas o retardarse en su declaración. De esta forma el precio del futuro esta influenciado a la baja, ya que toda pérdida no declarada durante el periodo de declaración de pérdidas no se incluye en el calculo final del indice.

Estas dos posibilidades de manipulación del índice se ven limitadas por las características de construcción del mismo, ya que cada compañía participante en el pool de contratos no puede representar mas del 15% de las pólizas incluidas en el y además cada asegurador desconoce que pólizas de su cartera están incluidas en este pool.

Por otro lado, y para evitar el azar moral, el contrato CAT-future únicamente debe de cubrir pérdidas provocadas por catástrofes de tipo natural, lo que excluye del índice algunos incendios y motines ocasionales que representan una pequeña cantidad del total de pagos por pérdidas catastróficas.

La selección adversa en el caso de los contratos sobre catástrofes negociado por le CBOT no se produce porque el pool de contratos en el que se basa la tasa de siniestralidad y por tanto el valor del futuro, se constituye antes de que los CAT-future sean negociados.

Correlación

La correlación entre el índice subyacente del CAT-future y la siniestralidad de los aseguradores individuales es primordial para asegurar una cobertura eficaz de los riesgos.

Esencialmente podemos formular tres consideraciones:

1. El CBOT no considera las catástrofes accidentales porque, generalmente son demasiado locales para tener una influencia suficiente en el valor de la tasa de siniestralidad
2. Para el calculo de la tasa de siniestralidad el CBOT realiza una ponderación con las cuotas de mercado de cada asegurador perteneciente al pool para que dicha tasa tienda a representar la siniestralidad del conjunto del mercado. El problema que se presenta en este punto es que las compañías que aportan sus datos al pool no son necesariamente representativas de la totalidad del mercado asegurador.
3. Las definiciones de perdida y prima catastrófica del CBOT implican que todo siniestro, bien sea ordinario o de naturaleza catastrófica, que afecta a una de las pólizas del pool, y que satisface las condiciones de ramo de

seguros y peligro determinados, es contabilizado para el cálculo del índice catastrófico. Es decir, para incluir un siniestro en el índice no se exige que este alcance una determinada cuota mínima. Esta incursión de pérdidas no catastróficas tiende a sobre valorar la tasa de siniestralidad en relación a otras tasas calculadas.

Por otro lado la tasa calculada por ISO Data esta basada en los siniestros declarados pagados y en curso, en los meses que componen el trimestre de run-off. Durante ese periodo es poco probable que se declaren todas las pérdidas, lo que trunca el valor del índice a la baja.

El efecto global de estas dos fuentes de error puede determinarse comparando series temporales de datos de siniestralidad y de formación de la tasa, y normalmente corresponde a una subestimación de su valor real.

Participante potenciales

Compradores

Dentro del sector asegurador podemos distinguir dos compradores potenciales de contratos CAT-future: aseguradores y reaseguradores.

Para los aseguradores supone una alternativa de cobertura de riesgos frente al mecanismo tradicional de reaseguro. Así, una posición larga en contratos CAT-futures representa un flujo positivo de caja siempre que las indemnizaciones que tengan que afrontar al vencimiento del contrato superen el total de las indemnizaciones esperadas y un flujo negativo de caja en caso contrario.

No obstante, es necesario distinguir la situación de los pequeños aseguradores y de los grandes aseguradores.

Los pequeños aseguradores locales, poco diversificados desde el punto de vista geográfico tienen una cartera con un bajo grado de correlación con el índice del CBOT representativo del nivel de pérdidas del conjunto del mercado.

En este caso, si un asegurador local decide cubrirse con CAT-future puede sufrir pérdidas significativas derivadas, por ejemplo, de la ocurrencia de una catástrofe local cuyo efecto sobre el índice CBOT es mínimo o despreciable. Si la ocurrencia de este suceso se produce en un trimestre calmado en cuanto a catástrofes, el asegurador local debe de pagar unas indemnizaciones superiores a las previstas, y además, soportar una pérdida en el mercado de futuros ya que la tasa de siniestralidad tiene un valor inferior a lo previsto.

Por el contrario, para los grandes aseguradores nacionales, muy diversificados geográficamente, los contratos CAT-futures constituyen un medio adecuado de cobertura de sus riesgos catastróficos por dos motivos:

1. Su tasa de siniestralidad esta muy correlacionada con la del CBOT
2. Debido a su experiencia y base financiera pueden soportar una parte mucho mayor de sus riesgos, además, la alternativa del reaseguro puede serles inaccesibles porque el total de sus pérdidas derivadas de la ocurrencia de catástrofes es muy elevado debido al volumen de su cartera.

Los reaseguradores constituyen el segundo grupo de compradores potenciales de CAT-future ya que por las características propias del reaseguro son internacionales y están muy diversificados. A través de este tipo de contratos, encuentran una posibilidad de cubrir su riesgo sistemático.

Vendedores

Los vendedores de CAT-futures realizan un beneficio sobre su posición cuando el valor de la tasa de siniestralidad es inferior al previsto, por tanto, una posición corta será tanto más beneficiosa cuanto más bajo sea el valor de la tasa de siniestralidad.

Tanto los aseguradores como reaseguradores pueden llevar a cabo operaciones de cobertura tomando posiciones largas sobre CAT-future, pero es difícil identificar un sector que participe en el mercado de futuros para reducir su riesgo adoptando posiciones cortas.

Si se realiza un examen de los sectores económicos que pueden beneficiarse de la ocurrencia de una catástrofe natural, y que, por tanto, estarían dispuestos a vender CAT-futures, se observa que el sector de la construcción por ejemplo, puede experimentar un crecimiento considerable de sus demandas después de la ocurrencia de un suceso de naturaleza catastrófica. Para que ello ocurra, es necesario que la catástrofe destruya o deje en muy mal estado un número significativo de inmuebles y vías de comunicación. Además, la constructora que se decida a vender contratos CAT-futures debería de tener una cuota de mercado muy amplia en la zona en la que se produce el siniestro, o más concretamente, debería tener la posibilidad de ocupar dicha zona. Este sector, es por tanto poco significativo dentro del grupo de posibles vendedores de CAT-futures

Por otro lado, los bajos costos de transacciones existentes en el mercado de futuros catastróficos pueden incentivar a las reaseguradoras a vender, a través de dicho mercado, reaseguro a mejor precio, aumentando de esta forma su volumen de negocio y su diversificación.

Especuladores

Los especuladores toman posiciones cortas sobre CAT-futures, compensando de este modo las posiciones tomadas por el grupo de compradores de este tipo de derivados, por tanto, están expuestos a pérdidas importantes si se produce una gran catástrofe.

Es necesario remarcar que un asegurador, para recuperar sus pérdidas vía mercado de CAT-future, debe mantener abierto un gran número de posiciones largas pero no hay nada que obligue a un especulador a mantener el mismo número de posiciones cortas, lo que da lugar a una demanda de cobertura desequilibrada.

Problemas con los CAT-future

El objetivo principal de una compañía de seguros es garantizar su solvencia. Los contratos de futuros sobre catástrofes representan para el asegurador una posibilidad alternativa de reducción del riesgo de insolvencia.

Algunos aseguradores se han aventurado a la negociación dentro del mercado de capitales pero su número ha sido relativamente bajo. A pesar de que el volumen de posiciones abiertas en el año 1994 siguiente al lanzamiento de los CAT en el mercado, es superior al de 1993, dicho volumen es pequeño en relación a la cuantía de pérdidas catastróficas alcanzadas en ese periodo. Las razones que se argumentan para esta baja participación se refieren a diferentes órdenes a saber: conceptual, psicológico en informático, normativo.

Razones de orden conceptual

El primer y gran problema de los contratos de futuros sobre catástrofes es que no existe experiencia sobre su negociación. Las compañías aseguradoras no están familiarizadas con estos mercados, no tienen ni la experiencia necesaria para adentrarse en el negocio de los contratos de futuros. Se negocian muy pocos contratos y son productos cuya correcta utilización resulta compleja, al igual que los contratos de futuros tradicionales.

Además el subyacente del CAT-future es una tasa de siniestralidad que no cotiza, ya que su valor depende del resultado final de la siniestralidad comunicadas por las compañías de seguros pertenecientes al pool. Esta circunstancia puede llevar a una desconfianza de los operadores de mercado ante la posibilidad de existencia de información asimétrica.

El segundo problema de los CAT-futures es que están estandarizados. Las pérdidas de los aseguradores no están perfectamente correlacionadas con las pérdidas catastróficas totales representadas en el índice del subyacente del contrato. Esto implica que los movimientos que se producen en el índice no tienen porque coincidir con los experimentados en las pérdidas del asegurador individual. En este caso resulta que las pérdidas asociadas a la ocurrencia de la catástrofe y las ganancias derivadas de la cobertura con CAT-future para el asegurador no se compensan completamente. La estandarización implica, por tanto, una falta de flexibilidad para los aseguradores que, en determinadas ocasiones, necesitan un contrato más ajustado a sus necesidades.

Un tercer grupo de problemas son ligados a la construcción del índice del subyacente de los CAT-futures. Como se ha mencionado anteriormente, el índice no presenta una correlación perfecta con los índices individuales de cada asegurador, además de que existe la posibilidad de manipulación por parte de las compañías que forman parte del pool tomado como referencia para la elaboración del índice.

En cuanto a los periodos de formación del índice, el periodo de declaración de los siniestros asociados a la ocurrencia de una catástrofe es demasiado corto por lo que el valor final de la tasa de siniestralidad puede estar truncado a la baja. En este caso, las ganancias obtenidas por el asegurador, derivadas de la cobertura del riesgo mediante la contratación de CAT-futures, no compensan completamente sus pérdidas. Por el contrario el periodo de cálculo del valor final de la tasa de siniestralidad es demasiado largo y ninguna causa externa puede afectar a dicho valor una vez finalizado el periodo de declaración de pérdidas.

Finalmente, existe una falta de confianza generalizada en el papel garantizador de la cámara de compensación. Cuando se cierran posiciones cortas, la cámara debe encontrar otros vendedores que afronten las posiciones largas abiertas. Pero no hay un vendedor natural para los contratos CAT-futures. Si el mercado prevé la ocurrencia de una gran catástrofe y, por tanto, espera importantes subidas en el valor del índice, muy pocos especuladores tendrán interés en vender y a demás se cerrarán otras posiciones cortas ya existentes.

Razones de tipo psicológico

El mundo del seguro y del reaseguro es conservador por naturaleza, existe una preferencia por lo métodos tradicionales de tratamiento del riesgo. Las aseguradoras trabajan basándose en relaciones de confianza a largo plazo. En cambio, las relaciones que se establecen en el mercado de capitales son relaciones de corto plazo.

Los participantes en el mercado de capitales pueden observar diariamente la evolución de los activos o instrumentos a los contratos de futuros financieros que se negocian, y en todo momento, disponen de una información completa sobre las características y la evolución de dichos contratos. Por el contrario para los contratos CAT-futures existe muy poca información referente al índice subyacente y solo esta disponible en el momento del vencimiento. La falta de datos regulares sobre la evolución del índice de siniestralidad, dificulta de manera significativa el seguimiento de las posiciones abiertas por parte de los inversores y el estudio del comportamiento de estos nuevos activos derivados.

Razones de tipo normativo

La naturaleza conservadora del sector asegurador lleva a restringir la participación de las compañías de seguros en el mercado de futuros. Los reglamentos en vigor de la mayoría de los estados para los aseguradores no vida son confusos respecto

a la utilización de los contratos de activos derivados en general y de los contratos sobre riesgos catastróficos en particular y autorizan su uso bajo ciertas restricciones, limitando las inversiones en estos activos al 5-10% de sus reservas. Esta limitación puede suponer un problema; al producirse una catástrofe el valor del contrato CAT-future tiene tendencia a subir y el asegurador puede verse forzado a vender sus contratos de futuros para evitar sobrepasar este límite permitido, bien de forma inmediata o bien antes del cierre del ejercicio contable. Consecuentemente, el asegurador no se beneficia totalmente de la subida en el precio del futuro lo que da lugar a una cobertura imperfecta.

Los límites establecidos en la ley se refieren al tipo de contratos, a su uso y al volumen de transacciones permitidas. Además, en la mayoría de los países, la ley prohíbe a los aseguradores participar en el mercado de derivados sobre seguros como especuladores.

El único estado que promulga texto que permite explícitamente la utilización de los contratos de futuros sobre seguros como medio de cobertura es Illinois

3.4.2 Opciones CAT

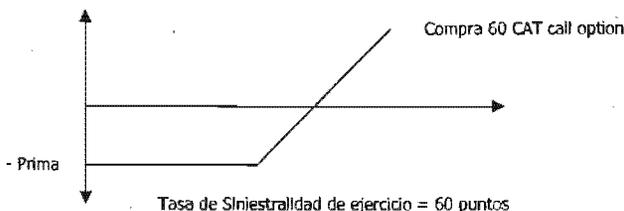
Las opciones CAT son contratos cuyo subyacente es el correspondiente contrato CAT-future. Al igual que las opciones tradicionales, proporcionan a su tenedor el derecho, y no la obligación, a ejercer la opción en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento, notificándolo a la cámara de compensación antes de las 6:00 PM de dicho día. Por lo tanto son opciones de tipo americano²⁴.

El ejercicio de la opción CAT otorga al comprador de dicha opción el derecho a comprar, si se trata de una opción CAT call, o a vender, en el caso de una opción CAT-put, un contrato CAT-futures a un precio fijado. Por ejemplo, una opción CAT-call da a su propietario el derecho a comprar el contrato de futuros subyacente al precio equivalente a una tasa de siniestralidad igual a 0.6 es decir, puede comprar el contrato CAT-future por 15.000 dólares.

De esta forma, si durante el periodo de negociación de la tasa de siniestralidad alcanza o supera el valor de la tasa de ejercicio, la opción CAT-call está in the money, mientras que en otro caso pasa a estar out of the money.

Las opciones ejercidas son asignadas aleatoriamente a los vendedores de opciones y todas las opciones que se encuentren in the money después del cierre del último día de negociación se ejercen automáticamente.

²⁴ Flanigan G. *Cat spreads at the CBOT*. USA CPCU Journal, pp. 210-214



La tasa de ejercicio de las opciones CAT se establece en puntos, con intervalos de variación de 5 puntos, entre 5 y 195 puntos, y el tamaño del tick es de una décima de punto o 25 dólares. Por otra parte, los vencimientos del contrato de las opciones CAT coinciden con los meses del contrato CAT-future y el último día de cotización es el quinto día del séptimo mes siguiente a la finalización del trimestre de pérdidas.

El resultado de la opción CAT call al vencimiento $C(T_2)$, viene dado por la siguiente expresión²⁵.

$$C(T_2) = \max\{F(T_2) - X; 0\}$$

donde $F(T_2)$ es el valor de liquidación al vencimiento del contrato CAT-future correspondiente y X es la tasa del ejercicio.

Sustituyendo $F(T_2)$ por su expresión dada en la anterior ecuación y operando, el resultado al vencimiento de la opción CAT call resulta:

$$\begin{aligned} (T_2) &= \max\left\{\frac{25.000}{\pi} [2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}] - X; 0\right\} = \\ &\frac{25.000}{\pi} \max\left\{2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\} - \frac{\pi X}{25.000}; 0\right\} = \\ &\frac{25.000}{\pi} \max\{(2\pi - \pi LX) + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}; 0\} \end{aligned}$$

donde $LX = \frac{X}{25.000}$ la denominamos tasa de ejercicio estandarizada

$$\frac{25.000}{\pi} [\pi(2 - LX) + \max\{\min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}; \pi(LX - 2)\}]$$

²⁵ Albrecht P. *An actuarial approach to risk management with CAT insurance contracts*, Bélgica, Ed. AFIR 1995 pp. 951-974

El resultado de la opción CAT-put al vencimiento $P(T_2)$, viene dado por la siguiente expresión

$P(T_2) = \max\{X - F(T_2), 0\}$, por lo que el contrato de futuros al vencimiento es:

$$P(T_2) = \max\left\{X - \frac{25.000}{\pi} [2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}], 0\right\} =$$

$$\frac{25.000}{\pi} \max\left\{\frac{\pi X}{25.000} - [2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}], 0\right\} =$$

$$\frac{25.000}{\pi} \max\{\pi LX - [2\pi + \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}], 0\}$$

donde $LX = \frac{X}{25.000}$ es la tasa de ejercicio estandarizada

$$= \frac{25.000}{\pi} \max\{\pi(LX - 2) - \min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}, 0\} =$$

$$\frac{25.000}{\pi} [\pi(LX - 2) + \max\{-\min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}; -\pi(LX - 2)\}] =$$

$$\frac{25.000}{\pi} [\pi(LX - 2) - \min\{\min\{L(T_2) - 2\pi; 0\}; \pi(LX - 2)\}]$$

Para ilustrar el funcionamiento de una opción CAT call en el proceso de cobertura de una compañía de seguros se considera el siguiente ejemplo:

Con el objetivo de cubrirse del riesgo asociado a la posibilidad de ocurrencia de grandes catástrofes, una compañía de seguros paga 16 puntos, o 4.000 dólares, por la compra de una opción 60 CAT call.

Durante el trimestre de pérdidas asociado a dicha opción, se produce una gran catástrofe que, el día de liquidación del contrato de futuros da lugar a una estimación de la tasa de siniestralidad del 85%. Esto significa que, en el momento del vencimiento, el contrato de futuros tiene un valor de 21.250 dólares. En este caso, el valor del subyacente resulta superior a la tasa de ejercicio de la opción, por lo que el asegurador puede ejercerla y adquirir así, el contrato de futuros por un valor de la tasa de siniestralidad igual a 0.6, pagando únicamente por su compra 15.000 dólares. Inmediatamente después, se liquidará el contrato de futuros en el mercado por 21.250 dólares, realizando de esta forma un beneficio de 6.250 dólares.

La ganancia neta para el asegurador resultante de la compra de la opción, su ejercicio, es de 6.250 dólares frente a un desembolso inicial de 4.000 dólares, con

la que podrá compensar parte, o la totalidad, de las pérdidas debidas a catástrofes que han incidido directamente en el valor de la tasa de siniestralidad.

Si la tasa de siniestralidad llega a alcanzar su valor máximo, 200 puntos, el asegurador tiene derecho a comprar el contrato de futuros por 15.000 dólares, pero el mercado se lo liquida por 50.000 dólares obteniendo una ganancia neta mayor. El beneficio por la venta del CAT-futuros en el mercado es 35.000 dólares frente a un desembolso inicial de 4.000 dólares. En este caso, el vendedor del contrato, el especulador, sufriría unas pérdidas muy elevadas lo que provoca un encarecimiento de la opción.

Opción CAT spread

Las opciones CAT spread aparecen como consecuencia de las elevadas primas que debería pagar un asegurador para cubrirse del riesgo de catástrofes naturales mediante la adquisición de opciones CAT call simples. Estas opciones, reducen el costo de la protección para el asegurador ya que el especulador limita su exposición al riesgo.

Las opciones CAT spread, como combinación de opciones, son estrategias de cobertura del tipo vertical bull spread. De forma genérica, este tipo de estrategias consisten en la compra de una opción call con precio de ejercicio k_1 y en la venta de una opción call con precio de ejercicio k_2 , con la siguiente restricción: $k_1 < k_2$.

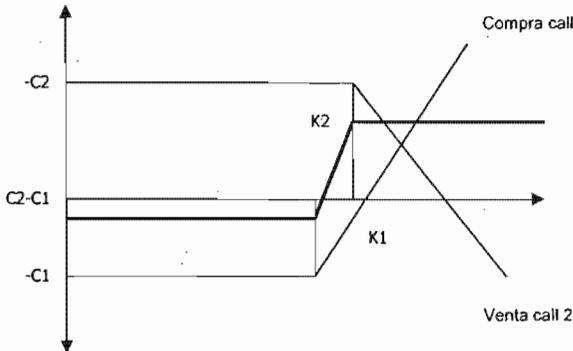
El costo inicial de la estrategia de cobertura de la prima pagada por la compra de la opción call, C_1 , menos la prima recibida por la venta de la otra opción call, C_2 . Resulta evidente que la posición larga con precio de ejercicio k_1 será mas cara que la posición corta con precio de ejercicio k_2 porque es mas probable que el valor del subyacente alcance, al vencimiento, el precio de ejercicio inferior, k_1 que el precio de ejercicio superior k_2 .

En el momento del vencimiento, los posible resultados de una estrategia vertical bull spread son las siguientes:

1. Si el valor del subyacente es inferior al precio de ejercicio de la posición larga k_1 , no se produce el ejercicio de dicha opción y por tanto no tiene ningún desembolso. El resultado neto final es la diferencia de primas recibida y pagada $C_2 - C_1$.
2. Si el valor del subyacente es superior al precio de ejercicio de la posición corta, k_2 , se ejercen ambas posiciones, obteniendo como resultado neto, par el que realiza la cobertura, la diferencia de primas mas la diferencia de precios de ejercicio $C_2 - C_1 + k_2 - k_1$.

3. Por ultimo, si el valor del subyacente se encuentra entre los dos precios de ejercicio, se ejerce la posición larga y el resultado neto será $C_2 - C_1 +$ el valor del subyacente $- k_1$

El punto que equilibra beneficios y pérdidas se consigue cuando el valor del subyacente es igual a la diferencia de primas mas el precio de ejercicio inferior, $C_2 - C_1 + k_1$



El resultado de la opción CAT spread al vencimiento, $S(T_2)$, viene dado por la siguiente expresión:

$$S(T_2) = \max\{F(T_2) - X; 0\} - \max\{F(T_2) - Y; 0\} = \min\{\max\{F(T_2) - X; 0\}; Y - X\}$$

donde $F(T_2)$ es el valor de liquidación al vencimiento del contrato de futuros subyacente, X es la tasa de ejercicio de la posición larga e Y es la tasa de ejercicio de la posición corta.

Sustituyendo $F(T_2)$ y operando, obtenemos el siguiente resultado de la opción CAT spread al vencimiento:

$$S(T_2) = \min\left\{\max\left\{25.000 \min\left\{\frac{L(T_2)}{\pi}; 2\right\} - X; 0\right\}; Y - X\right\} =$$

$$25.000 \min\left\{\max\left\{\min\left\{\frac{L(T_2)}{\pi}; 2\right\} - LX; 0\right\}; LX - LY\right\}$$

donde $LX = \frac{X}{25.000}$, $LY = \frac{Y}{25.000}$ son las tasas de ejercicio estandarizadas

$$\begin{aligned}
 &= 25.000 \min \left\{ \max \left\{ \min \left\{ \frac{L(T_2)}{\pi} - 2; 0 \right\} + 2 - LX; 0 \right\}; LY - LX \right\} = \\
 &= 25.000 \min \left\{ \max \left\{ \min \left\{ \frac{L(T_2)}{\pi} - 2; 0 \right\}; LX - 2 \right\} + (2 - LX); LY - LX \right\} = \\
 &= \frac{25.000}{\pi} \min \left\{ \max \left\{ \min \left\{ L(T_2) - 2\pi; 0 \right\}; \pi(LX - 2) \right\} + \pi(2 - LX); \pi(LY - LX) \right\} = \\
 &\frac{25.000}{\pi} \left[\pi(2 - LX) + \min \left\{ \max \left\{ \min \left\{ L(T_2) - 2\pi; 0 \right\}; \pi(LX - 2) \right\}; \pi(LY - 2) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

Ampliando el ejemplo considerado anteriormente, un spread de opciones podría consistir en la compra de una opción 60 CAT call y en la venta de una opción 80 CAT call. El precio de esta combinación de opciones es la diferencia entre la prima pagada por la compra de la opción 60 CAT call, 16 puntos, y la prima recibida por la venta de la opción 80 CAT call, 14 puntos. Como ya se había comentado, la opción 60 CAT call es la mas cara que la opción 80 CAT call porque es mas probable que se alcance una tasa de siniestralidad del 60% que una tasa de siniestralidad de 80%.

Por tanto, el costo neto de la cobertura para el asegurador es 2 puntos o 500 dólares y el beneficio a recuperar, la diferencia de tasas de ejercicio o 5.000 dólares.

Si no se producen catástrofes en la región considerada durante el trimestre cubierto en el contrato, la opción expira al vencimiento sin valor y el asegurador pierde los 2 puntos desembolsados en la realización de la estrategia CAT spread.

Si durante el trimestre cubierto se producen catástrofes que afectan a la región y que consiguen mover la tasa de siniestralidad entre el 60% y 62%, punto en el que se equilibran beneficios y perdidas, la compañía aseguradora recupera, ejerciendo la opción, parte o el total del costo de la CAT spread. Tasas por encima del 62% permiten al asegurador obtener una ganancia neta que le posibilita contrarrestar parte de las perdidas asegurados. Por ejemplo, si el contrato liquida a una tasa de siniestralidad del 75%, el asegurador realiza una ganancia de 15 puntos, es decir, 3.750 dólares sobre un desembolso inicial de 500 dólares. En este caso, la posición corta no tiene valor por lo que expira sin ejercicio.

Si se produce una catástrofe que da lugar a una tasa de siniestralidad del 95%, se ejercerán las dos opciones del spread obteniendo una ganancia de 20 puntos, es decir, 5.000 dólares, sobre el desembolso inicial de 500 dólares.

Análisis y problemas de las opciones CAT

Las propiedades básicas de estos productos financieros, opción CAT call, opción CAT put, y opción CAT spread, son similares a las propiedades descritas para los contratos CAT-futures puesto que estos últimos son el subyacente de dichas opciones.

No obstante, el reparto del riesgo en las opciones en general, y en las opciones CAT en particular, se realiza de forma diferente a los contratos de futuros; una opción otorga a su poseedor un derecho y no una obligación, como sucede en el caso de los contratos futuros. Los resultados del emisor y del comprador de la opción son, por tanto, asimétricos. Para compensar esta asimetría, el emisor de la opción cobra una prima. En el caso de una opción CAT call esta prima es elevada porque el emisor asume el riesgo de sufrir importantes pérdidas; en un caso extremo, puede sufrir las mismas pérdidas que comprando un CAT-futures. Pero, por otra parte, si en el momento del vencimiento la tasa de siniestralidad es ligeramente superior a la tasa del ejercicio, el asegurador (comprador) habrá pagado una prima elevada para cubrir unas pérdidas muy próximas al nivel de siniestralidad que él es capaz de asumir.

En una opción CAT spread, la prima pagada es notablemente más barata, y corresponde a la diferencia entre la prima pagada por la compra de una opción call y la prima recibida por la venta de otra opción call con una tasa de ejercicio superior: también resulta inferior la proyección ofrecida por el emisor cuyo desembolso máximo, en caso de ejercicio de la opción, es igual a la diferencia de tasas de ejercicio multiplicada por el valor nominal del contrato. La prima necesaria para adquirir la opción CAT spread es función de la diferencia entre las dos tasas del ejercicio, así como el valor de la tasa de ejercicio inferior, ya que cuanto menor sea esta tasa, mayor es la probabilidad de que la opción CAT spread este in the money en el momento del vencimiento.

Por tanto, aun conservando las cualidades de base de los contratos CAT-futures, las opciones CAT reducen algunos de sus inconvenientes:

1. Los spreads de opciones son productos financieros más fáciles de comprender y de utilizar que los contratos de futuros.
2. La posible pérdida para el emisor de la opción, el especulador, queda limitada a cuantías más razonables y asumibles.
3. El perfil de los flujos financieros derivados de una CAT spread es similar al de un contrato de reaseguro no proporcional.
4. Los CAT futures cubren todas las pérdidas por encima del nivel esperado en el momento de la compra del contrato, las opciones CAT spreads solo cubren pérdidas en un intervalo determinado.

3.4.3 Opciones PCS

Como consecuencia de las deficiencias técnicas de los contratos CAT, que se tradujeron inicialmente en un bajo volumen de transacciones, se llevo a cabo un intento de mejorar el tipo de contrato negociado y de ampliar el volumen de transacciones realizadas a través de la creación de las opciones PCS²⁶.

Los factores que incidieron negativamente en la negociación de los contratos CAT durante los primeros años de negociación pueden resumirse en los siguientes:

1. Falta de liquidez de los mercados por no existir un numero suficiente de especuladores en este mercado.
2. Escasa representatividad del índice utilizado por ISO Data que no era representativo (65%) del conjunto del mercado.
3. Una catástrofe para una determinada compañía de seguros puede no serlo para el conjunto del mercado, lo que no afecta, por tanto, al índice del contrato y no se cubren las pérdidas de dicha compañía.

A partir de septiembre de 1995, los contratos CAT son sustituidos por las opciones PCS, dejándose de negociar a partir de este momento los contratos de futuros catastróficos en el mercado.

Características de los contratos

Las opciones son activos derivados negociables y líquidos, estandarizados, a diferencia del reaseguro tradicional, en cuanto a objetivo, dimensión temporal y regional.

Estas opciones son de dos tipos: call y put. Ambas dan el derecho, y no la obligación, a ejercerse a un valor del índice de siniestralidad subyacente determinado y se encuentran disponibles en dos tipos de contratos, small cap y large cap. El objetivo de estos caps es limitar la cuantía de las pérdidas que pueden incluirse en los índices subyacentes de los distintos contratos. Así, las opciones PCS small cap cubren las pérdidas agregadas del sector asegurador en un intervalo de 0 a 20.000 millones de dólares. Las opciones PCS large cap, por su parte cubren las pérdidas agregadas del sector asegurador en un intervalo de 20.000 a 50.000 millones de dólares.

El subyacente de los derivados PCS es una tasa de pérdidas catastróficas, índice PCS, que refleja las pérdidas sobre bienes asegurados a nivel nacional, regional o de estados seleccionados propensos a catástrofes naturales.

Los índices PCS son estimaciones de pérdidas de naturaleza catastrófica por la Property Claim Services, empresa de estadística que proporciona estimaciones de

²⁶ Alcantara A. *Las PCS Catastrophe Insurance Opciones como coberturas alternativas al reaseguro tradicional para riesgos extraordinarios*, España, Reunión de Actuarios 1999 pp. 47-55

daños catastróficos a propiedades inmobiliarias desde 1949, y reflejan la cuantía acumulada de reclamaciones de toda la industria aseguradora por catástrofes en una región específica durante un periodo de tiempo determinado periodo de perdidas (loss period). Por ejemplo, el índice de perdidas PCS Nacional representa la suma de las estimaciones de perdidas catastróficas sobre bienes inmuebles asegurados en todos los estados dividida entre 100 millones de dólares.

Estos índices cotizan en puntos y en décimas de un punto. Cada punto equivale a 200 dólares. Por ejemplo, si las perdidas estimadas para el índice PCS Nacional son, en total, 10.000 millones de dólares, significa que el índice está valorado en 100 puntos o, alternativamente, 20.000 dólares.

El periodo de perdidas es el periodo durante el cual puede ocurrir el suceso de naturaleza catastrófica para que las perdidas originadas por dicho suceso sean incluidas en un índice PCS determinado. La mayor parte de los índices PCS tienen periodos de perdidas trimestrales, coincidiendo con los trimestres del calendario: contrato Marzo, contrato Junio, contrato Septiembre y contrato Diciembre. Las opciones PCS Western y PCS California tienen periodos de perdidas anuales, reflejando su dependencia de los terremotos, y están disponibles únicamente en forma de contratos anuales. El último día del periodo de perdidas es el último día del trimestre o del año al que se refiere el contrato.

PCS establece que las perdidas asociadas a catástrofes cuyo momento de ocurrencia se sitúa en el periodo de perdidas del contrato pero que acaban de producirse en el trimestre o año siguiente, se incluyen en el periodo de perdidas en el que se inicia la catástrofe. Por ejemplo, un contrato Marzo está basado en el índice de perdidas resultantes de las catástrofes ocurridas en la zona cubierta por el contrato entre el 1 de enero y el 31 de marzo. Si el 29 de marzo se produce una catástrofe cuya duración se prolonga hasta el 3 de abril, las estimaciones de perdidas asociadas a dicha catástrofe se incluyen en el índice PCS del contrato Marzo.

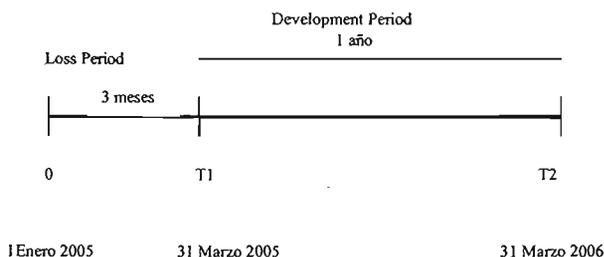
El development period (periodo de desarrollo), se inicia inmediatamente después del final del periodo de perdidas, y es el periodo durante el cual PCS realiza las estimaciones de las perdidas asociadas a las catástrofes ocurridas en el periodo de perdidas para determinar el valor final del índice PCS subyacente. Los usuarios de las opciones PCS pueden escoger periodos de desarrollo semestrales o anuales aunque en la actualidad, únicamente se negocian opciones PCS con periodos de desarrollo anuales.

La existencia de este periodo de desarrollo se debe a las dificultades de tramitación de los expedientes de liquidación, que provocan la necesidad de este periodo adicional para obtener el máximo de información posible con el fin de determinar la cuantía total de la siniestralidad real.

Las opciones PCS vencen el último día del periodo de desarrollo a las 6:00 pm día en el que se hace público el valor de liquidación del índice subyacente, y solo pueden ejercerse el día del vencimiento, son por tanto opciones de tipo europeo diferencia de las opciones CAT que eran opciones del tipo americano.

Todas las opciones que están in the money al vencimiento se ejercen de forma automática. En este momento, el comprador de la opción call recibe un importe efectivo igual a la diferencia entre el valor al vencimiento del índice PCS subyacente y el índice de ejercicio de la opción. El comprador de la opción put recibe la diferencia entre el índice de ejercicio de la opción y el valor del índice PCS subyacente.

A modo de ejemplo, los contratos Marzo 2005 cubren las pérdidas derivadas de sucesos de naturaleza catastrófica ocurridos entre el 1 de enero de 2005 y el 31 de marzo de 2005. Los doce meses del periodo de desarrollo comprenden del 1 de abril de 2005 al 31 de marzo del año 2006. Una opción PCS con 12 meses de periodo de desarrollo vence el 31 de marzo del año 2006



Los índices de ejercicio en incrementos de 5 puntos como sigue:

- de 0 hasta 195 puntos para las opciones PCS small cap call
- de 5 hasta 200 puntos para las opciones PCS small cap put
- de 200 hasta 495 puntos para las opciones PCS large cap call
- de 205 hasta 500 puntos para las opciones PCS large cap put

Las primas de las opciones PCS cotizan en puntos y décimas de punto. Una prima de 5.2 puntos equivale a 1.040 dólares. El tamaño del tick es de una décima de punto o 20 dólares.

La variación diaria máxima del precio de las opciones PCS está limitada a 10 puntos para las opciones PCS small cap y a 20 puntos para las opciones PCS large cap.

El número máximo de posiciones abiertas que un comprador de opciones PCS pueden mantener es de 10.000 para todas las combinaciones posibles de meses e índices de ejercicio, y posiciones cortas abiertas sobre más de 25 contratos deberá ser comunicadas a la cámara de compensación.

El resultado al vencimiento de la opción call PCS small cap y de la opción call PCS large cap, viene dado por la siguiente expresión.

$$C_{S-LC}(T_2) = 200 \max \left\{ \frac{L(T_2)}{100M} - X; 0 \right\}$$

donde $0 \leq X \leq 195$ es el índice de ejercicio de la opción call PCS small cap y $200 \leq X \leq 495$ es el índice de ejercicio de la opción call PCS large cap, ambos

medidos en puntos del índice PCS subyacente. además, en el caso de la opción call PCS small cap $\frac{L(T_2)}{100M} \leq 200$. Para la opción call PCS large cap $\frac{L(T_2)}{100M} \leq 500$.

El resultado de la opción put PCS small cap y de la opción put PCS large cap al vencimiento viene dado por la siguiente expresión:

$$P_{S-LC}(T_2) = 200 \max \left\{ X - \frac{L(T_2)}{100M}; 0 \right\}$$

donde el índice de ejercicio en el caso de la put small cap toma valores entre $5 \leq X \leq 200$ y en el caso de la put large entre $205 \leq X \leq 500$ y con idénticas restricciones en cuanto al valor máximo del índice PCS subyacente que en el caso de las opciones call PCS.

Participantes en el mercado de opciones PCS

Las opciones PCS son consideradas una forma de protección estandarizada para las compañías de seguros, complementando a los programas tradicionales de reaseguro excess of loss.

Los compradores potenciales de estos activos derivados son los aseguradores y reaseguradores que, a través de las opciones PCS, obtienen una nueva fuente de capital para asumir riesgos catastróficos. La posición de aseguradores y reaseguradores, que asumen el riesgo de pérdidas derivadas de la ocurrencia de catástrofes en sus carteras de pólizas o contratos de reaseguro respectivamente, será la compra de opciones call, es decir, la búsqueda de la transferencia del riesgo o la compra de su cobertura.

Del lado de los vendedores se encuentran los reaseguradores y los fondos de inversión.

Estrategias básicas de negociación con opciones PCS

Opción PCS call spread.

Esta estrategia de cobertura, también conocida con el nombre de vertical bull spread o spread alcista, es una estrategia indicada cuando se considera que el subyacente presenta una tendencia al alza de su valor. Es por tanto, una estrategia coherente con la tendencia alcista en la evolución de la siniestralidad derivada de los sucesos de naturaleza catastrófica y con la necesidad que tienen las aseguradoras de limitar las pérdidas para poder asumir este tipo de riesgos.

La estrategia call spread es una combinación de opciones que consiste en la compra de una opción call y en la venta de otra opción call, ambas sobre el mismo índice de siniestralidad PCS, con la misma fecha de vencimiento, pero con índices de ejercicio distintos. El comprador de una call spread, compra una opción call a un índice de ejercicio determinado y vende, de forma simultánea, otra opción call con un índice de ejercicio superior. El vendedor de una call spread, vende una opción call con un índice de ejercicio determinado y, simultáneamente, compra una opción call con un índice de ejercicio mayor.

Una opción PCS call spread permite a una compañía de seguros, interesada en transferir su exposición al riesgo de naturaleza catastrófica, comprar un determinado nivel de proyección entre dos índice de ejercicio elegidos por la propia compañía. Las opciones PCS small cap call spread se negocian para unos índices de ejercicio que varían en intervalos de 20 puntos a partir de 20/40 y hasta 160/180. Cada intervalo de 20 puntos representa un nivel de proyección de 4.000 dólares por opción. también es posible su negociación en intervalos que sean múltiplos de 5 puntos.

El resultado del vencimiento de una opción PCS call spread viene dado por la siguiente expresión

$$CS(T_2) = 200 \left[\min \left\{ \max \left\{ \frac{L(T_2)}{100M} - X; 0 \right\}; Y - X \right\} \right]$$

donde X es el índice de ejercicio de la posición larga e Y es el índice de ejercicio de la posición corta.

Transacciones con strip de opciones PCS

Los strips de opciones consisten en la compra o venta simultanea de una cartera de opciones o de una serie de stradd de opciones con distintos vencimientos pero con los mismos índices de ejercicio. Por ejemplo, en lugar de comprar una opción 40/60 National PCS small cap call spread de forma individual para cada trimestre de 1999, el asegurador podría comprar un 40/60 1999 National PCS option call strip (small cap), es decir, una cartera de 4 40/60 National PCS small cap call con vencimientos Marzo, Junio, Septiembre, y Diciembre respectivamente pagando por el una prima única determinada

Para un strip anual (4 vencimientos correlativos), las perdidas totales de cada trimestre son independientes de las perdidas en el resto de los trimestres. Si por ejemplo, el valor del índice de siniestralidad para el primer trimestre del año supera la opción 40/60 National PCS small cap call spread o alcanza el limite small cap de 200 puntos, esta situación no afecta a la proyección comprada para los 3 trimestres restantes. además, el incremento de las perdidas no supone, posteriormente, costos adicionales o mayores primas para el comprador.

Opción PCS butterfly spreads

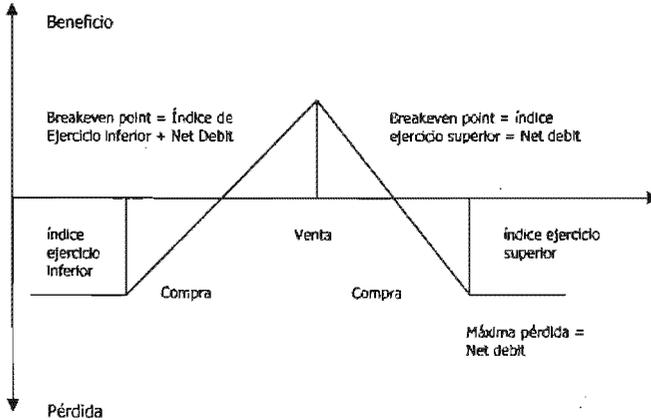
Una estrategia butterfly spread esta formada por una serie de call o puts con la misma fecha de vencimiento pero con tres índices de ejercicio distintos

Un butterfly spread o debit butterfly spread, es la compra de una opción call con un índice de ejercicio elevado y una opción call con un índice de ejercicio bajo y de forma simultanea la venta de dos opciones call con un índice de ejercicio intermedio. Un credit butterfly spread, es la venta de una opción call con un índice de ejercicio superior y una opción call con un índice de ejercicio inferior y la compra de dos opciones call con un índice de ejercicio intermedio.

La butterfly spread mas común es la que utiliza índices de ejercicio equidistantes.

Debit Butterfly

Beneficio máximo = (Superior - Medio índice ejercicio) o
(Medio - inferior índice de ejercicio)



Cuando los índices de ejercicio son simétricos, el punto en que la debit butterfly spread alcanza su máximo beneficio es exactamente el índice de ejercicio intermedio. Utilizando esta estrategia, si en el momento del vencimiento el valor del índice de perdidas se sitúa en el índice de ejercicio intermedio, la opción call comprada con menor índice de ejercicio conserva todo su valor, resultando en un beneficio para el comprador de dicha opción. La opción call comprada al índice de ejercicio mayor expira sin valor, resultando en una pérdida para el comprador igual a la prima pagada por ella. Las dos opciones vendidas al índice de ejercicio intermedio también expiran sin valor.

Es posible interpretar la debit butterfly spread como la compra y venta simultanea de call spreads. La compra de una opción con un índice de ejercicio bajo y la venta de una opción con un índice de ejercicio elevado equivale a comprar una call spread. La compra de una opción con un índice de ejercicio elevado y la venta de una opción con un índice de ejercicio bajo es equivalente a vender un call spread.

Las principales características asociadas a una estrategia debit butterfly spread pueden definirse como sigue:

1. Breakeven points o puntos de cobertura de gastos. Existen dos puntos de cobertura de gastos en una debit butterfly spread. El punto de cobertura de gastos inferiores se produce cuando el valor del índice de perdidas es igual al índice de ejercicio menor mas el costo de la spread. El punto de cobertura de gastos superior se produce cuando el valor del índice de

- siniestralidad subyacente es igual al índice de ejercicio superior menos el costo de la spread.
2. Maximum loss o pérdida máxima. La pérdida máxima es igual al costo neto de la spread y se alcanza en cualquier punto por encima del índice de ejercicio superior o en cualquier punto por debajo del índice de ejercicio inferior.
 3. Price quotation o precio de cotización. La butterfly cotiza como la diferencia entre los precios de las dos call spreads. Por ejemplo si la 60/80 call spread cotiza a 6 puntos y la 80/100 call spread cotiza a 2 puntos, la 60/80/100 butterfly cotiza a 4 puntos.

3.4.4 El GCCI. Nuevas opciones sobre riesgos catastróficos

En 1997 Guy Carpenter Company, Inc. Anuncia la creación de un nuevo índice el Guy Carpenter Catastrophe Index, (GCCI), destinado a medir las pérdidas catastróficas sobre propiedades inmobiliarias aseguradas en los Estados Unidos, causadas por unos peligros atmosféricos determinados. Este índice está destinado a ser referencia para los contratos sobre riesgos catastróficos negociados en el mercado de BCOE. Hasta ese momento existe una enorme brecha entre las necesidades de los aseguradores e inversores que impide la cobertura efectiva del riesgo catastrófico.

El índice GCCI representa la conexión entre las necesidades de ambos grupos para un subconjunto significativo de riesgos catastróficos. Trata el riesgo y la experiencia de pérdidas de un grupo determinado de aseguradores usando una metodología estandarizada y transparente que proporciona la proyección necesaria, requerida por los inversores, para evitar su manipulación. Además el hecho de clasificar la experiencia de pérdidas a nivel de códigos Zone Improvement Plan (ZIP) permite que los índices de pérdidas de los aseguradores individuales tengan una mayor correlación con el GCCI que con otros índices.

El Guy Carpenter Catastrophe Index²⁷

El GCCI es un índice que hace referencia a la experiencia de pérdidas catastróficas sobre propiedades aseguradas en los Estados Unidos. Este índice está diseñado por Guy Carpenter Inc y se publica con periodicidad trimestral por una de sus empresas Index Co. LLC

El GCCI mide los daños a propiedades aseguradas como consecuencia de la ocurrencia de huracanes, tempestades, tornados y otros peligros atmosféricos en los Estados Unidos.

El GCCI difiere de los demás índices sobre catástrofes existente, por ejemplo del índice PCS, en muchos aspectos. En primer lugar, el índice GCCI solo considera

²⁷ Guy Carpenter
<http://www.guycarp.com>

perdidas sobre propiedades inmobiliarias como consecuencia de la ocurrencia de peligros atmosféricos, mientras que otros índices no hacen distinción en cuanto a ramos de seguros. En segundo lugar, el índice GCCI combina la experiencia de declaraciones de las compañías declarantes con el objetivo de minimizar el impacto individual de cada una de ellas. En tercer lugar, el valor del GCCI proviene del cálculo de una tasa de pérdidas pagadas sobre valores asegurados, mientras que otros índices están basados en la cuantía acumulada de las pérdidas declaradas además, existen muchas diferencias técnicas entre los diferentes índices.

Antes de la publicación del índice Index Co publica una serie de datos sobre las propiedades aseguradas para cada uno de los códigos ZIP que incluye primas suscritas, descuentos y un ascenso inmobiliario en función de los años de antigüedad y del tipo de construcción, además, el índice detalla las pérdidas pagadas por fecha, peligro, clase de construcción, años y causa de la pérdida.

El valor del índice GCCI se publica de forma separada para dos periodos de riesgo cada año del 1/01 al 30/06 y del 1/07 al 31/12 y presenta dos variedades distintas: El event GCCI y el Agregate GCCI el Event GCCI trata separadamente las pérdidas pagadas para cada uno de los 10 mayores sucesos catastróficos nacionales en un periodo de riesgo determinado. El Agregate GCCI combina todas las pérdidas pagadas en el periodo de riesgo por daños atmosféricos, independientemente de si los sucesos fueron considerados de naturaleza catastróficas.

El índice GCCI calculado de forma nacional, regional y estatal es utilizado por el BCOE como subyacente de sus contratos catastróficos de opciones. El vencimiento de estas opciones viene determinado por la relación entre el precio de ejercicio de dicha opción y el valor del índice GCCI publicado. Si en cualquiera de las fechas en que se publica el valor del índice, la primera de las cuales es la Partial Period Publication Date, el valor del índice es mayor o igual que un determinado porcentaje del precio de ejercicio de la opción, esta liquida durante la mañana del día de la negociación siguiente y el margen obtenido es acreditado en la cuenta del comprador de la opción.

Las fechas de publicación del índice y, por tanto, de posible vencimiento de las opciones son las siguientes:

1. Partial Period Publication Date. La primera fecha de publicación del valor del índice GCCI es un mes del final del periodo de riesgo de las opciones consideras. Este valor del índice representa las pérdidas declaradas y pagadas solo durante los tres primeros meses del periodo de riesgo. El ejercicio de la opción se produce si el valor del GCCI en la Partial Period Publication Date es mayor o igual al 110% del precio de ejercicio de la opción. Si en la partial Period Publication Date el valor del índice es menor que el 100% del precio de ejercicio de la opción, el ejercicio de la misma se

- extiende hasta la nueva fecha en la que se publica el valor del índice, la Full Period Publication Date
2. Full Period Publication Date. Si el valor del índice en la Full Period Publication Date, 4 meses del final del periodo de riesgo, es mayor o igual que el 110% del precio de ejercicio de la opción, se produce el vencimiento de la opción. Si en la Full Period Publication Date el valor del índice es menor que el 110% del precio de ejercicio de la opción, el vencimiento de la opción se extiende hasta la nueva fecha en la que se publica el valor del índice, la First Update Publication Date.
 3. First Period Publication Date. El ejercicio de la opción se produce en la First Period Publication Date, 7 meses después de la finalización del periodo de riesgo, si el valor del índice es mayor o igual que el 110% del precio de ejercicio de la opción, o bien si el valor del índice en esta fecha es menor que el 25% del precio de ejercicio de la opción. Si el valor del índice en la First Period Publication Date, esta entre el 25% y el 110% del precio de ejercicio de la opción, el vencimiento de dicha opción se extiende hasta la nueva fecha en la que se publica el valor del índice, al Second Update Publication Date.
 4. Second Update Publication Date. El ejercicio de la opción se produce en la Second Update Publication Date, 10 meses después del final del periodo de riesgo, si el valor del índice es mayor o igual que el 110% del precio de ejercicio de la opción, o bien si el valor del índice en esta fecha es menor que el 50% del precio de ejercicio de la opción. Si el valor del índice en la Second Update Publication Date, esta entre el 50% y el 110% del precio de ejercicio de la opción, el vencimiento de dicha opción se extiende hasta la nueva fecha en la que se hace público el valor del índice.
 5. Third Update Publication Date. El ejercicio de la opción se produce en la Third Update Publication Date, 13 meses después de la finalización del periodo de riesgo, si el valor del índice es menor que el 100% del precio de ejercicio de la opción o bien si el valor del índice en esta fecha es mayor o igual que el 100% del precio de ejercicio de la opción. Todas las opciones expiran durante estos trece meses siguientes al periodo de riesgo, nunca después.

Las opciones Single Loss Cat, Agrégate Cat y Secondary Loss Cat

Las single loss cat son opciones binarias del tipo cash or nothing, es decir, son opciones que liquidan al vencimiento en efectivo, creando en el mercado BCOE la opción opuesta a la mantenida.

El subyacente de estas opciones es el índice GCCI para una región y periodo de riesgo determinados multiplicado por 10.000. Este índice da el valor de una tasa que relaciona las pérdidas sobre propiedades inmobiliarias para cada una de las 10 mayores catástrofes atmosféricas de una lista de tasas de daños nacionales respecto a su valor agregado. Por tanto, es posible que no exista el Event GCCI para una región y periodo de riesgo determinado, en tal caso el valor del índice GCCI será 0 para esa región y periodo de riesgo.

Cada opción single loss cat negociada en este mercado, cubre las pérdidas causadas por la ocurrencia de determinadas catástrofes a lo largo del periodo de riesgo. Para cada año, las opciones single loss cat pueden basarse en dos periodos de riesgo, del 1 de enero al 30 de junio y del 1 de julio al 31 de diciembre y se encuentran disponibles para 6 o 7 regiones, Nacional, Noreste, Sudeste, Golfo, Medio-Oeste, Estado de Florida y Estado de Texas, en función de la disponibilidad de datos. Estos contratos incluyen los siguientes estados:

El valor de cada contrato es de 5.000 dólares y cotizan en dólares redondeando al céntimo (con dos decimales). El movimiento mínimo del precio, el tick, es de 0.01 dólares.

Los precios de ejercicio que ofrece el BCOE equivalen a las pérdidas estimadas a través del GCCI multiplicado por 10.000. Estos precios de ejercicio varían en incrementos de 1.00 punto en el intervalo de 1.00 hasta 10.00; en incrementos de 5 puntos en el intervalo de 10.00 hasta 50.00 y en incrementos de 50.00 puntos en el intervalo de 50.00 hasta 700.00

Las opciones agrégate cat y las opciones secondary loss cat son opciones binarias de vencimiento en efectivo basadas en el agrégate GCCI y en el segundo mayor Event GCCI descritas para las opciones single loss cat.

Capítulo 4

Modelo de Valuación Aplicado al Riesgo de Huracán

En esta sección se definen los principales fundamentos sobre ciclones tropicales, así como los efectos destructivos y su impacto económico, esto con el propósito de concientizar al lector del impacto que puede ocasionar un evento de estas características en dado caso que se presentara, así como hacer evidente la incapacidad del mercado asegurador para hacer frente a este tipo de riesgos catastróficos y poder entender mejor la aplicación del bono catastrófico como una cobertura necesaria.

4.1 Fundamentos sobre Ciclones Tropicales

Definición de Ciclón

La atmósfera terrestre se encuentra en constante movimiento, esencialmente por la falta de uniformidad de la energía solar, combinada con sus movimientos de rotación, inclinación de su eje de rotación y de translación. Se identifica un centro de alta presión por cielos despejados y Sol brillante, mientras los centros de baja presión por nublados y lluvia. De no existir el movimiento de rotación de la Tierra el viento fluiría de los centros de alta presión a los de baja presión, como un mecanismo que intenta uniformizar la presión en todo el planeta. Sin embargo la existencia del movimiento de rotación introduce una fuerza aparente, llamada Coriolis, que actúa sobre todo objeto en movimiento tratando de desviarlo hacia el Hemisferio Norte y hacia el Hemisferio Sur. Así pues, una vez que el flujo de viento se inicia por un desbalance de presiones, la fuerza de Coriolis empieza a actuar desviando al flujo de su dirección original perpendicular a las líneas de igual presión llamadas isóbaras. Esta fuerza se manifiesta sólo en fenómenos de gran escala, precisamente como el flujo atmosférico o el oceánico. Así pues, las direcciones del flujo en el Hemisferio Norte de la Tierra, son girando en sentido de las manecillas del reloj alrededor de los centros de alta presión y girando en contra del sentido de las manecillas del reloj alrededor de los centros de baja presión. En el caso del Hemisferio Sur es exactamente inverso.

De tal manera que un ciclón tropical no es otra cosa que una manifestación extrema del flujo atmosférico alrededor de un centro de muy baja presión sobre la superficie terrestre.

Desarrollo Clasificación y Nomenclatura

Los ciclones inician su desarrollo como pequeñas perturbaciones atmosféricas en las zonas del planeta y en épocas del año que cumplen con las condiciones necesarias para su formación e intensificación. La perturbación es simplemente una zona de menor presión que se manifiesta como una ondulación en las líneas de igual presión características de los mapas meteorológicos. En este momento se le conoce como *onda tropical* y aún se considera ciclón, fundamentalmente porque no se presenta un flujo de viento giratorio ni líneas de igual presión cerradas a su alrededor. Sin embargo sí contiene ya actividad convectiva (tormentas de lluvia con movimiento vertical ascendente del aire húmedo). Estas ondas tropicales se presentan continuamente y tienen un movimiento general del Este al Oeste. El

proceso de conversión de un conglomerado convectivo sobre una ola tropical en un ciclón tropical todavía es tema de investigación. Sea cual fuere el detalle del mecanismo entre sí, produce el inicio del flujo circular, en sentido opuesto a las manecillas del reloj cuando visto desde arriba, alrededor de la zona convectiva.

Este flujo giratorio tiende a intensificar la convección, reducir aún más la presión y alimentar el sistema de humedad. Pocas son las ondas tropicales que se transforman en ciclones tropicales. En forma sencilla podemos pensar que todas ellas tienen el potencial de hacerlo, pero sólo aquellas afectadas por los factores de intensificación lo hacen. En este momento al sistema se le conoce como *depresión tropical* y presenta vientos todavía menores a los 61 km/h. Para identificar a una depresión tropical se utilizan números consecutivos en el año, en secuencias distintas para el Atlántico del Norte y para el Pacífico Nororiental.

Una vez que existe un flujo giratorio establecido, es bastante común que los ciclones tropicales continúen intensificándose siempre que se encuentren bajo condiciones favorables. Continúan con su movimiento general de Este a Oeste con una ligera componente hacia el norte. Al rebasar los vientos los 61 km/h. se clasifica el ciclón tropical como una *tormenta tropical* manifestándose ya en los mapas meteorológicos con isoclinas de presión cerradas alrededor del centro de giro y en las secuencias de imágenes de satélite con un enroscamiento de las bandas nubosas alrededor del mismo. Al clasificarse como tormenta tropical se identifica ya como un nombre de persona proveniente de listas separadas para el caso del Atlántico Norte y del Pacífico Nororiental. Las listas de nombres se encuentran preestablecidas por el Comité de Huracanes de la Región IV de la Organización Meteorológica Mundial y se toman los nombres consecutivamente conforme se van identificando tormentas tropicales. Para facilitar el reconocimiento del número de tormentas o huracanes que se han formado en la temporada, la lista de nombres se organiza alfabéticamente, un nombre iniciando con cada letra del alfabeto. Así pues, los nombres de las primeras tormentas de la temporada en ambas cuencas inicia con la letra A y sucesivamente. Los nombres de los ciclones vuelven a utilizarse después de agotarse la lista (6 años), por lo que siempre es conveniente hacer referencia a los ciclones históricos con el nombre y las últimas dos cifras del año en que ocurrió. Sólo los ciclones de intensidad récord que causaron daños muy importantes son sacados de la lista. Por ejemplo Gilbert, Hugo, Andrew no volverán a repetirse.

Si la tormenta llega a intensificarse suficiente como para rebasar vientos de 119 km/h. entonces se clasifica como *huracán*. Todos los huracanes son tormentas tropicales pero no todos las tormentas tropicales llegan a ser huracanes. Conforme se intensifica el ciclón, la presión central se reduce alcanzando hasta déficit de presión del orden de 10% de la presión atmosférica normal a nivel de mar. Conforme se intensifica, su apariencia en imágenes de satélite aumenta en cuanto a organización espiral y empieza a ser obvio el centro de giro a través de una zona de nubes más bajas o ausencia total de ellas, coincidente con el llamado *ojo del ciclón*. Ya en la categoría de huracán, los ciclones se siguen clasificando

de acuerdo a su intensidad en cinco categorías de acuerdo a la escala Saffir – Simpson:

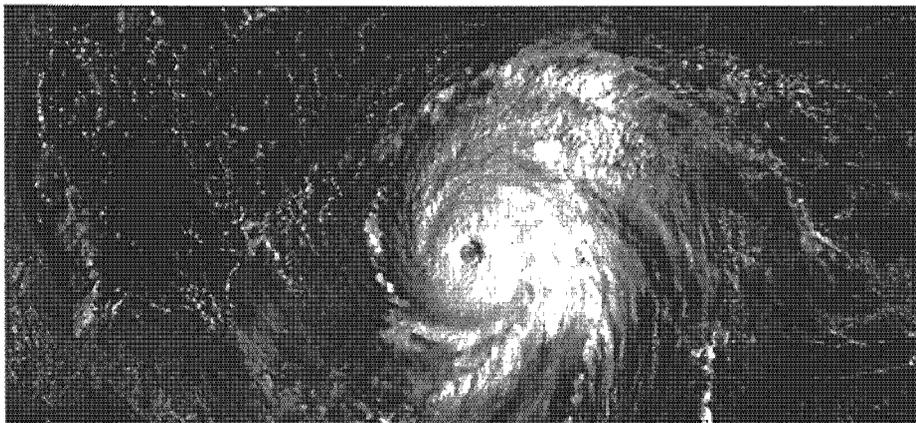


Foto Satelital de Huracán
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional

TIPO	CATEGORIA	PRESION (mb)	VIENTO (km/h)	DAÑOS
Depresión Tropical	DT	<1008	<= 60	
Tormenta Tropical	TT	990	61 – 118	Visibilidad reducida, daños a arbustos principalmente
Huracán	1	>980	119 – 153	<i>Daños mínimos:</i> daños a árboles arbustos y casas móviles
Huracán	2	979 – 965	154 – 177	<i>Daños moderados:</i> derrame de árboles, mayor daño a casas móviles y algunos edificios
Huracán	3	964 – 945	178 – 209	<i>Daños Extensos:</i> desprendimiento de árboles, casa móviles destruidas y daños a las estructuras de pequeños edificios
Huracán	4	944 -920	210 – 249	<i>Daños extremos:</i> destrucción de puertas, ventanas y mobiliario, mayores daños a estructuras de edificios
Huracán	5	<920	>249	<i>Daños catastróficos:</i> daños severos en las estructuras de los edificios

Categorías de escalas de ciclones tropicales de Saffir – Simpson
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional

Es muy importante no sobreestimar la importancia de la clasificación oficial de un ciclón en detrimento de una comprensión fundamental de sus características. Un huracán de categoría V puede ser decenas de veces más destructivo que uno de categoría I.

Condiciones para formación de ciclones

Al alimentarse la energía térmica del mar, los ciclones tropicales se forman e intensifican sólo en zonas marinas con temperaturas de la superficie mayores o iguales aproximadamente en 26°C mismas que se dan a final de primavera y durante el verano y parte del otoño (de mayo a noviembre) en las zonas oceánicas tropicales.

La fuerza de Coriolis, debido al giro constante de la tierra, es esencial en el balance de las fuerzas que permite a un ciclón tropical funcionar. Dicha fuerza es nula sobre el Ecuador y aumenta paulatinamente en dirección de los polos de la Tierra. En combinación con la condición de temperatura del mar que impone estar cerca del Ecuador, establece la zona de ciclogénesis como aquella entre las latitudes 5° y 25°, en el hemisferio de la Tierra se presenta inclinación hacia el Sol.

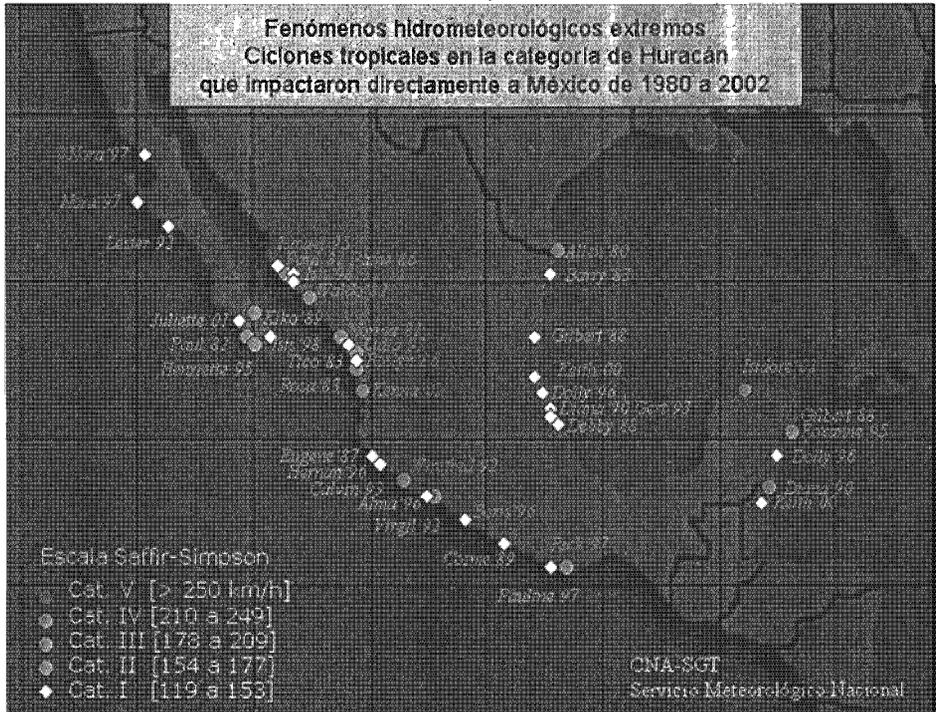
Los ciclones tropicales requieren además de un mecanismo que facilite la convergencia del viento húmedo cerca de la superficie. Resulta que los vientos Alisios, dominantes en la zona tropical de la Tierra, soplan del Este a Oeste, con una cierta componente hacia el Ecuador. En promedio a lo largo del año convergen sobre el Ecuador. Sin embargo, esta llamada zona de convergencia intertropical (ZCIT) se desplaza ligeramente durante el verano en dirección del polo terráqueo que se encuentra inclinado al Sol, lo que permite colocarse en una zona donde la fuerza de Coriolis no es nula. El encuentro de los vientos Alisios del Norte y del Sur sobre esta zona de convergencia intertropical es ya un mecanismo que facilita la actividad convectiva y desde imágenes de satélite es fácilmente identificable por sus densas nubes. Las ondas tropicales, predecesoras de los ciclones, viajan de Este a Oeste a lo largo de la ZCIT, con la actividad convectiva acumulándose en las partes que presentan una presión más baja en sus alrededores. Bajo estas condiciones, el inicio de un movimiento giratorio por la incidencia (aleatoria) de corrientes locales de viento pueden iniciar el mecanismo auto sostenible de un ciclón tropical.

Distribución a lo largo de la temporada

Aunque la temporada de ciclones tropicales que puedan afectar a México inicia en mayo y termina en noviembre, la frecuencia con la que estos se presentan no es uniforme a lo largo de la temporada. Los ciclones tropicales son eventos relativamente raros en mayo, pero van aumentando su frecuencia al avanzar la temporada hasta alcanzar el pico en septiembre, descendiendo la misma hasta valores casi nulos en noviembre. Esta variación se encuentra asociado a las temperaturas de la superficie del mar, a lo largo del año. Sin embargo, la temporada en el Pacífico típicamente inicia antes que en el Atlántico teniéndose ya perturbaciones constantes desde junio, y frecuencias máximas desde agosto. Como ejemplo se presenta la evolución del número de ciclones por mes en el intervalo de 1961 a 1990 en la siguiente tabla:

Zona	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept	Octubre	Nov	Dic
Atlántico	0	4	16	31	89	136	63	22	3
Pacífico	0	14	63	120	138	128	72	15	1

Número de ciclones 1961 – 1990 para Zona del Atlántico y Pacífico
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional



Huracanes Impactados en México 1980 – 2002 para Zona del Atlántico y Pacífico
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional

Como puede observarse, la zona ciclogénica del Pacífico Nororiental es bastante más activa que la del Atlántico Norte. Por ejemplo, para el Noreste de México la fracción de ciclones tropicales del Atlántico Norte que lo afectan se mantiene aproximadamente constante a lo largo de la temporada en un 8% (aproximadamente 0.75 ciclones por año, o 0.375 ciclones por temporada). En contraste, en el estado de Sinaloa (con una longitud costera aproximadamente igual a la de Tamaulipas) en el Noroeste de México, la fracción de los ciclones tropicales del Pacífico Nororiental que lo afectan directamente varía dramáticamente de la primera a la segunda mitad de la temporada. Mientras que la fracción anual de 7.5% (1.1 ciclones por año) es similar a la de Tamaulipas, la fracción de los ciclones tropicales totales del Pacífico Nororiental que lo afectan de mayo a agosto es tan solo del 2.9% (0.3 ciclones por media temporada), mientras que de septiembre a noviembre se incrementa hasta 13.6% (0.84 ciclones por media temporada). Esto implica que, con un enfoque anual el incremento de incidencia en Sinaloa sobre Tamaulipas parecería debido sólo a que el Pacífico

Nororiental es mas activo que el Atlántico Norte. Sin embargo, con un enfoque diferenciado para la primera y segunda mitad de la temporada, el riesgo de incidencia sobre Sinaloa de septiembre a noviembre es muchísimo mayor al de Tamaulipas (del doble). Esta diferencia se debe simplemente al hecho de que los ciclones tropicales del Pacífico Nororiental recorren muy poco en la primera parte de la temporada y con gran frecuencia en la segunda parte de la misma.

Esto nos indica que para realizar nuestro análisis de riesgo de incidencia ciclónica debe hacerse de forma regionalizada (las regiones lo más pequeño posible) y temporalizada.

Pronostico de trayectoria e intensidad

Se entiende por trayectoria de un ciclón tropical la línea imaginaria que representa la ubicación del centro de giro en diversos instantes en el tiempo. Sin embargo, el fenómeno no es puntual y por ello, cualquier tomador de decisiones prudente imaginará a una banda de las condiciones peligrosas alrededor de esta línea. No importando quién realiza el pronóstico, se trata de solo eso: un pronóstico, es decir la mejor estimación del movimiento de translación futuro del ciclón es decir, existe una cierta incertidumbre.

La intensidad de un ciclón se mide usualmente a través de una de dos variables: la velocidad de vientos máximos sostenidos o la presión central. Los pronósticos usualmente incluyen también una estimación de la intensidad que tendrá el ciclón en un futuro. Es también importante saber que, al igual que un ciclón, el pronóstico de su trayectoria e intensidad es un proceso dinámico. Cuando una oficina meteorológica libera un pronóstico, digamos con 72 horas de horizonte, sigue liberando nuevos pronósticos cada 6 horas y se puede obtener nueva información sobre la posible trayectoria e intensidad del fenómeno y ésta casi nunca se mantiene totalmente sin cambios entre uno y otro boletín.

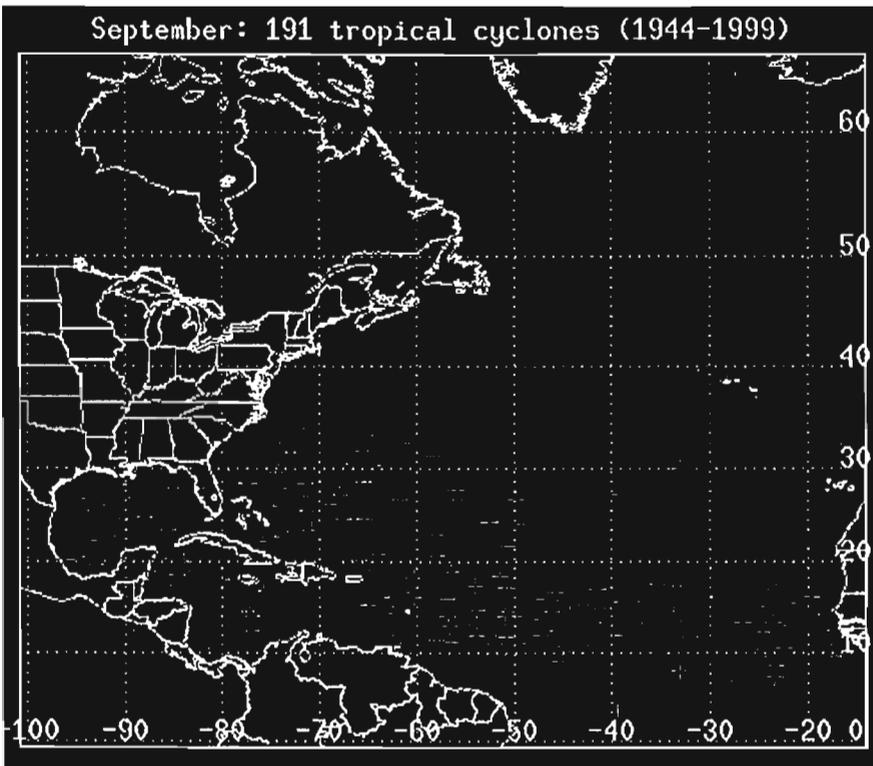
Los métodos de pronóstico de trayectorias e intensidad van de los muy simple a los muy sofisticado. Los métodos mas usados son²⁸:

1. Persistencia: son métodos que suponen que ciertas características de ciclón persistirán en el futuro inmediato. En pocas palabras se trata de la extrapolación de su trayectoria. Solo se requiere del conocimiento de la trayectoria previa al instante en que se hace el pronóstico.
2. Climatología: son métodos que consideran la evolución que mostraron los ciclones históricos de los que se tiene registro, resultando el pronóstico de estadísticas de aquellos que resultan análogos al de interés.
3. Regresión de predictores: Son métodos que se fundamentan en el estudio estadístico de muchas variables meteorológicas alrededor del ciclón identificando aquellas que muestran una mejor correlación con el

²⁸ Rosengaus, M, Efectos Destructivos de Ciclones Tropicales. España 1998 Ed. Mapfre Re pp 1-240

movimiento observado y utilizándolas como las variables independientes en una ecuación de regresión. Al operarlos se requiere de la medición de dichos predictores y se aplican simples ecuaciones de polinomios.

4. Modelos dinámicos: Estos métodos se basan en la solución aproximada por medio de métodos numéricos de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de la atmósfera. Los hay de tipo de pronóstico meteorológico general, que consideran al ciclón como un centro de baja presión y los hay especializados que modelan con mucho mayor detalle sólo el entorno atmosférico del ciclón en cuestión.
5. Criterios subjetivos guiados: Estos métodos, utilizados sobre todo para pronóstico de intensidad con base en imágenes de satélite, consisten en una serie de criterios más o menos subjetivos que deben aplicarse en una cierta secuencia ordenada.



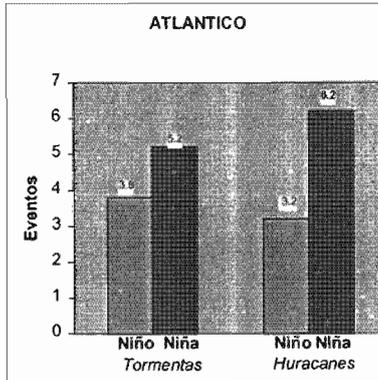
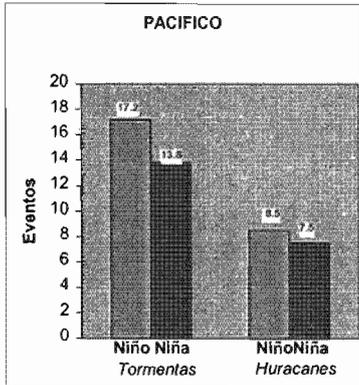
Origen de Ciclones Tropicales 1944-1999
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional

Huracanes y el fenómeno del Niño

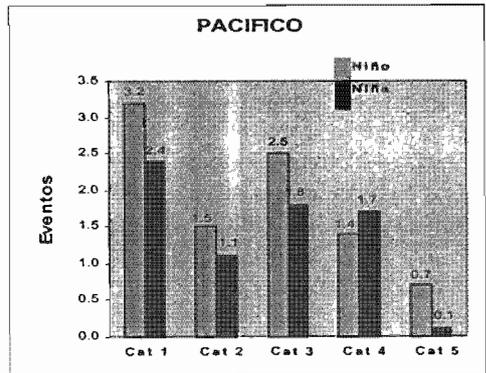
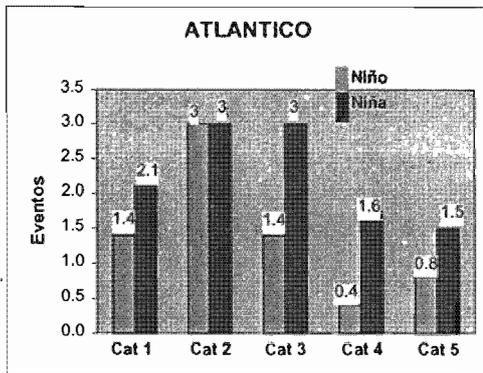
El fenómeno del Niño fue reportado originalmente en Perú, cuando los pescadores notaban que en ciertos años, la migración de la fauna marina en sus costas debido a la presencia de una mancha de agua cálida sobre el Océano Pacífico en diciembre. Dadas las coincidencias de las fechas y la ocurrencia del fenómeno con el nacimiento del niño Jesús le fue asignado ese nombre. El Niño es caracterizado por un debilitamiento de los vientos alisios en el Pacífico Central acompañado de un calentamiento del océano de entre 2 y 6°C al este del Pacífico ecuatorial. El Niño también está asociado con cambios en los regímenes de lluvias en distintas partes del planeta. Los eventos de El Niño no son periódicos aunque ocurren dentro del intervalo de 2-7 años. Atípicamente ocurren una vez cada 3-4 años, con una duración por evento entre 10 y 18 meses. Generalmente el Niño está asociado a la ocurrencia de la Oscilación del Sur, que se manifiesta como una variabilidad en la presión al nivel del mar entre el Pacífico oriental y el occidental, detectable con los cambios barométricos entre los sitios de Tahití y Darwin.

Muchos estudios muestran que el Niño contribuye en gran medida a la variabilidad interanual del clima, alterando los patrones de circulación atmosférica. Una de las alteraciones en el clima asociado a El Niño, es la variación en la ocurrencia e intensidad de los ciclones tropicales. A partir de los 60 a través de las imágenes de satélite han sido fundamentales para calcular la intensidad de los ciclones tropicales basados en argumentos termodinámicos mencionan que algunos de los cambios en la actividad ciclónica en escalas de años o décadas están asociadas a fluctuaciones de las TSM, analizan la relación entre la variabilidad interanual de la actividad de los ciclones tropicales sobre el Atlántico y la circulación a gran escala en relación con El Niño y la Oscilación Casibienal, cuyos resultados sugieren que la frecuencia de los ciclones tropicales en el Pacífico norte entre El Niño y no-Niño varía.

Aún quedan interrogantes sobre los mecanismos físicos que relacionan la ocurrencia de El Niño con las características de los huracanes que afectan a México. El evento del ENSO de 1997-98 y el de la Niña de 1998-99 ha mostrado que la dinámica de esta relación es más compleja que las relaciones estadísticas propuestas originalmente por Gray en 1984. Por esta razón se vuelve de importancia con más detalle la relación El Niño – huracanes que afectan a México.



Ocurrencia media de ciclones tropicales 1957-1998
Fuente: ENSO



Ocurrencia promedio anual de huracanes en categorías basados en la escala Saffir Simpson 1957-1998
Fuente: ENSO

4.2 Efectos Destructivos

Efectos destructivos del viento

Los vientos son lo que caracteriza a un ciclón tropical y lo diferencia de tormentas severas, el viento es el productor de los otros generadores de peligro; el oleaje, la marea de tormenta y la precipitación pluvial.

El viento incidiendo sobre cualquier superficie provoca una cierta presión adicional, a la atmósfera, sobre dicha superficie. Si se quiere evaluar la fuerza total que un cierto viento ejerce sobre una estructura se deben sumar las fuerzas individuales sobre cada una de sus superficies. Cada una de estas fuerzas se calcula multiplicando la presión dinámica por el área afectada en sí.

La complicación mayor para calcular las fuerzas por viento está al seleccionar el coeficiente de arrastre adecuado. Este varía significativamente con la forma de la

superficie que se opone al viento e inclusive con el espesor y forma a lo largo del viento, así como la rugosidad de su superficie. Además puede depender de la velocidad misma del viento, aunque en los rangos de interés para vientos ciclónicos esta variación no es muy importante.

Es importante notar que la fuerza del viento varía con el cuadrado de la velocidad, es decir, al duplicarse la velocidad del viento se cuadruplica la fuerza que este ejerce sobre los cuerpos inmersos en él. Aunado a esto los cuerpos asimétricos que se encuentran inmersos en el viento sufren además fuerzas transversales a la dirección del mismo.

Las fallas estructurales pueden ser consideradas como totales o parciales. Las fallas totales producen el colapso completo o casi completo de la estructura en forma abrupta debido a que las fuerzas del viento que actúan sobre ella rebasa su resistencia. Las fallas parciales se presentan cuando partes específicas de la estructura son separadas debido a que la resistencia del anclaje a la misma fue rebasado por las fuerzas que actuaban sobre dicha parte. Las fallas locales son fallas de menor magnitud que ocurren en lugares específicos donde se concentran altas velocidades del viento. No siempre es obvio, a posteriori, cuál fue el tipo de falla. Una estructura que se observa completamente colapsada al final del paso de un ciclón pudo haber presentado fallas locales en un principio, mismas que pudieron haberse propagado hasta crear una falla parcial y eventualmente bajo otra dirección del viento pudo haber ocurrido la falla total. Es factible que de no haber existido la falla local inicial, la estructura como un todo hubiese sobrevivido. Uno de los mecanismos de falla más comunes se da en la falla de las cimentaciones de casas o casetas prefabricadas móviles. Dada la conciencia de su temporalidad, las cimentaciones son muy simplistas y se encuentran diseñadas tan solo para soportar su peso propio; en ocasiones se encuentran apoyadas en el suelo, sin ningún tipo de empotramiento. Las fuerzas del viento sobre la estructura, que son dramáticamente distintas a la del peso propio, hace que estas edificaciones se volteen o sean arrastradas con suma facilidad.

No todos los daños por viento son estructurales. Una gran cantidad del valor económico de los daños ocurre en el interior de las construcciones al romperse las ventanas y crear fuentes caóticas de viento en el interior del inmueble. Los edificios modernos con ventanas grandes y divisiones internas puramente aparentes (tablaroca, plafones, etc) son especialmente sensibles a este tipo de daños. Las divisiones internas son frecuentemente removidas de su posición original pues presentan una gran área opuesta al paso del viento y muy poca fuerza de resistencia a fuerzas laterales. Los muebles y documentos de oficina son arrastrados por estas corrientes generando grandes pérdidas económicas importantes no asociadas con destrucción física de objetos.

Estructuras y sistemas vulnerables

Aunque cualquier estructura se ve afectada de mayor o menor grado, por vientos intensos existen algunos tipos que son especialmente vulnerables, por ejemplo los

anuncios espectaculares que dada a la aplicación de estas estructuras se recurren a métodos de construcción con poco diseño y materiales de bajo costo, como pueden ser postes de concreto armado, postes de madera y estructuras metálicas sin considerar las fuerzas que afectarán dicha estructura. Las fallas de estas estructuras representan bajo costo pero no hay que olvidar que las fallas catastróficas de estos anuncios ponen en peligro a los habitantes a su alrededor, al convertirse en fuentes de piezas que al ser suspendidas por el viento se convierten en proyectiles muy peligrosos y producen fallas secundarias a líneas de servicio (electricidad, telefonía, etc.). Otras estructuras son: postes, torres de electricidad, de telefonía, árboles, muros de mampostería, edificaciones con grandes ventanales, edificaciones en construcción (cimbras, grúas, etc.) y en términos generales estructuras con poco peso propio.

Zonas de alta vulnerabilidad

1. La periferia de zonas urbanas es mucho mas vulnerable que el centro, debido a que no se cuenta con la protección adicional de las edificaciones vecinas que reducen la velocidad del viento actuando sobre la estructura.
2. Zonas donde topográficamente se espera aceleración local del viento son mucho mas vulnerables, por ejemplo la parte viento arriba en mesetas, la parte alta de zonas con pendiente ascendente en dirección del viento.
3. Estructuras o instrumentos que en forma natural se encuentren sujetas a velocidades de viento correspondientes a una parte elevada del perfil de vientos en la capa límite como los pisos superiores de edificaciones altas, zonas superiores de torres, árboles de gran altura, etc.
4. Zonas donde por coincidencia de la dirección del viento y el eje longitudinal se puedan esperar encajonamientos severos del viento, en cañadas naturales o en calles angostas.
5. Zonas de viento debajo de otras que puedan proveer gran cantidad de proyectiles y producir daños por impacto.
6. Zonas que tengan acceso al viento libre del mar sin intervención de una zona de rugosidad suficientemente larga que reajuste el perfil de la capa límite y con ello reduzca las velocidades del viento sobre la superficie.

Efectos destructivos del oleaje

El oleaje sobre la superficie del mar no es otra cosa que una ondulación periódica de su superficie. En contra de lo que se puede percibir observando casualmente, el oleaje no implica translación neta de las partículas de agua en la dirección de movimiento de la perturbación en la superficie. Esto queda claro al observar que el agua no se acumula sistemáticamente en la zona costera donde, juzgando por la dirección en que incide el oleaje, el nivel debería incrementarse continuamente si las olas transportaran a la masa de agua con ellas. Así pues, se trata de un fenómeno similar a una onda que corre a lo largo de una cuerda cuando uno la sacude, la onda se traslada de su mano hacia el final de la cuerda, pero las porciones individuales de la cuerda quedan en el mismo sitio en el que se encontraba originalmente. Curiosamente aunque no existe transporte de la masa

de hecho si existe un transporte considerable de energía. Se trata de un mecanismo sumamente eficiente donde existe muy poca disipación o pérdida de la misma. A continuación se describe el fenómeno conceptualmente con la finalidad de comprender mejor el efecto del oleaje.

1. Longitud de Ola.- Es la distancia medida desde una porción de una ondulación hasta una porción similar en la siguiente, por ejemplo, la distancia que existe entre crestas o valles de olas consecutivas. Normalmente se definen simbólicamente con "L". En las olas de interés para huracanes, las longitudes de interés van desde 30 hasta 450 metros.
2. Altura de la Ola.- Se trata del desnivel entre la parte más alta y más baja de una ondulación. Normalmente se define simbólicamente por "H". En el caso que nos ocupa el rango de valores va de unas decenas de centímetros hasta 15 m o más.
3. Periodo de Ola.- Se trata del lapso de tiempo que transcurre entre el paso de las porciones similares de olas consecutivas por un sitio fijo, por ejemplo entre crestas. Normalmente se define con "T" y su rango de interés es de unos 3 hasta unos 30 segundos.
4. Amplitud de la Ola.- se trata de una medición del desplazamiento máximo de la superficie del agua con respecto al nivel que tendría en la ausencia de olas. Se define con el símbolo "a". En la mas simple de las teorías de oleaje se trata de la mitad de la altura H
5. Profundidad.- Se refiere a la diferencia de nivel entre el fondo y la superficie del mar bajo condiciones de tranquilidad total y se utiliza "h".
6. Celeridad.- "C" se refiere a la magnitud de la velocidad a la que las perturbaciones avanzan en dirección de su propagación. Una observación cuidadosa de las olas muestra que ellas avanzan una longitud de ola L, cada periodo T de segundos, por lo que $C=L/T$. La celeridad de una onda tiene más que ver con su longitud y profundidad que con su altura, es decir las olas de la misma longitud avanza prácticamente a la misma celeridad sin importar que altura tienen.
7. Cresta.- define la línea que une los puntos más altos de una ondulación en dirección perpendicular a su propagación.
8. Valle.- define la línea que une los puntos más bajos de una ondulación en dirección perpendicular a su propagación.

Efecto destructivo y vulnerabilidad

Las olas no pueden sobrevivir con una altura mayor a 80% de la profundidad local pues rompen perdiendo energía y reduciendo altura. Este fenómeno ocurre relativamente cerca de la costa. Para las olas grandes de un ciclón tropical los periodos van de unos 12 hasta unos 20 segundos que corresponden a las longitudes en alta mar de unos 225 hasta 625 metros. Así pues se puede considerar como una profundidad genérica promedio donde las olas de ciclón empiezan a ser afectadas por el fondo unos 200 metros y ser determinante a partir de unos 40 metros. La afectación por el fondo que mas interesa es la de pérdidas de energía por fricción, ya que la onda superficial induce movimiento de las

partículas de agua sobre las que pasa. La energía del oleaje está directamente asociada con su altura, por lo tanto dichas pérdidas por fricción se manifiestan en una reducción paulatina de su altura. Las pérdidas por fricción ya perceptibles en la altura de una ola no ocurren instantáneamente, requieren de distancias de km a decenas de km para surtir efecto. Así pues, olas que tienen que viajar por distancias muy largas sobre aguas poco profundas antes de llegar al punto de nuestro interés arribarán significativamente disminuidas, mientras que si lo tienen que hacer sólo sobre pequeños tramos, podrán arribar casi inalteradas con respecto a su altura en alta mar.

Fuerzas del oleaje sobre estructura

Cuando el oleaje rompe directamente o cerca de las estructuras, produce fuerzas de impacto de características diferentes a las fuerzas de presión. Instantáneamente, estas fuerzas por impacto pueden ser órdenes de magnitud mayores a las ya tratadas. Desgraciadamente, ya que la pérdida de profundidad en la costa produce en sí el proceso de rompimiento el cual es muy común en las estructuras costeras que se encuentran sujetas a ellas en uno u otro momento del fenómeno. Y como estructuras costeras deben considerarse no sólo aquéllas que normalmente se encuentran sobre el litoral, sino aquellas que bajo las condiciones extraordinarias de nivel del mar durante la tormenta pueden ser alcanzadas por las olas. Esto incluye a casi cualquier construcción en las primeras líneas de edificaciones en una franja costera de algunas decenas a centenas de metros, dependiendo de la topografía costera. Las fuerzas por impacto de olas rompientes de huracán no son sólo peligrosas, son usualmente mortíferas. Nadie debe permanecer en una edificación que es atacada directamente por oleaje rompiente. El hombre, en su firme creencia de que puede dominar a la naturaleza, frecuentemente decide estabilizar una costa a través de construir muros de protección a lo largo del litoral. Uno de los problemas comunes que esto causa es un incremento a la inestabilidad y erosionalidad de la costa apenas termina el muro de protección. Otro de los problemas comunes es donde la construcción de un muro de protección elimina la posibilidad de la disipación de energía de oleaje sobre la playa natural y la cambia por una fuerte reflexión de la misma hacia el mar. Esto tiene el resultado de incrementar el resultado de incrementar la altura de ola frente al muro, aumentar la agitación en el fondo, resuspender más fácilmente el material al pie del muro y eventualmente hace fallar al muro. Sin embargo, mientras esto sucede, lo que puede tardar varias temporadas, el muro da la sensación de seguridad y de poder sobre la naturaleza. Este tipo de soluciones en cientos de kilómetros de la costa este de los EUA, ha demostrado producir más problemas que los que resuelve.

Efectos destructivos de la marea de tormenta

La marea de tormenta es la manifestación menos obvia de un ciclón tropical para la población en general, pero a la vez, con base en estadísticas a nivel mundial, la que mayor número de muertes produce. La dificultad de percibir a la marea de tormenta como el peligro que realmente representa proviene del hecho que

siempre se presenta mezclada con otras manifestaciones como el oleaje y la variación astronómica del nivel del mar.

Las tormentas en general, y especialmente los ciclones tropicales con sus intensos vientos y bajas presiones, provocan variaciones del nivel del mar que se encuentran superpuestas sobre las variaciones astronómicas. A esta parte se le denomina marea de tormenta. La palabra marea (tide) tiene una connotación de movimiento periódico, característica ausente de la marea de tormenta, razón por la cual a esta última se le denomina surge (surgimiento). En algunos sitios y contextos, al término marea de tormenta se le incluye la marea total durante una tormenta, lo que incluye a la astronómica. Para confundir aún más el asunto, en ocasiones se reporta el nivel máximo alcanzado por el agua incluyendo al oleaje con el término de marejada.

La manifestación mas clara y peligrosa de la marea de tormenta de un ciclón tropical, es el incremento del nivel del mar en ciertas zonas lo que produce una invasión de las aguas marinas sobre zonas normalmente terrestres. Es muy importante identificar el hecho de que para la población afectada esto no es obvio pues el nivel medio (con respecto al oleaje) del mar no es observable directamente. Lo que la población percibe es un oleaje que cada vez avanza más y más tierra adentro sin identificar que se trata de una inundación con oleaje superpuesto. De hecho, en otras zonas, existe una baja del nivel del mar y con ello un retiro de las aguas sobre las costas.

Efecto destructivo y vulnerabilidad

El efecto destructivo de la marea de tormenta es la inundación masiva de aguas marinas sobre zonas normalmente terrestres. No se trata de una invasión pacífica de agua, o sea de un incremento lento y suave del nivel del mar. Debido a la velocidad a la que ocurre, del orden de unas cuantas horas, con incrementos dramáticos en la zona de entrada del centro del giro en los minutos alrededor del momento de dicha entrada, se generan fuertes corrientes de inundación y retiro, mismas que se producen fallas de estructuras, erosiones, arrastre de objetos, etc. por supuesto que el primer factor de riesgo que hay que considerar es la cercanía de la zona de interés al litoral en sí. Se trata de inundaciones de franjas costeras, y por ello entre más cerca de la costa normal, mayor es el riesgo de verse afectado por marea de tormenta. Es importante recordar que el riesgo específico de una cierta zona en cuanto a marea de tormenta producida por ciclones tropicales se encuentra, por supuesto, gobernado por la probabilidad de incidencia de estos fenómenos en la misma.

Batimetría de México

Las zonas más vulnerables de México, siguiendo primero por el litoral del Pacífico y luego el litoral del Atlántico desde Centroamérica hasta la frontera con los EUA. Toda la costa visible de Centroamérica y hasta llegar a Puerto Ángel tiene un riesgo moderado a alto de marea de tormenta dada su extensión de unos 100 km

de la plataforma continental. A partir de Puerto Ángel y hasta Cabo Corrientes, el riesgo de alta marea de tormenta se reduce dada la angosta plataforma continental. A partir de este último punto, hasta entrar plenamente en el Golfo de California se tiene un riesgo moderado. Aunque en términos generales la profundidad de las aguas en la parte Sur del Golfo es grande y la plataforma continental angosta, la marea de tormenta en dicha zona esta denominada por efectos dinámicos asociadas con la forma misma del Golfo y puede alcanzar magnitudes mayores a la que la simple batimetría indicaría. De hecho, en la parte Norte del Golfo de California, donde se combinan aguas someras y el bloqueo total de las corrientes longitudinales a ese cuerpo de agua marina, se presentan las mayores mareas astronómicas de México y potencialmente podrían presentarse fuertes mareas de tormenta. En la parte externa de la península de California, desde Cabo San Lucas y hasta San Quintín de nuevo se tiene un riesgo moderado aunque potencialmente incrementado en las dos concavidades que se observan. El riesgo se minimiza al Norte de San Quintín. Un caso peculiar es el de la Isla Socorro, que probablemente es la zona que metro cuadrado por metro cuadrado tiene la máxima incidencia de ciclones tropicales en el mundo, pues debido a la enorme profundidad de las aguas a su alrededor se encuentra relativamente protegida de la marea de tormenta. Este es también el caso del resto de las Islas Revillagigedo, archipiélago al que pertenece la Isla del Socorro.

En cuanto a la costa del Atlántico, la plataforma continental es estrecha en toda la costa Este de la península de Yucatán. Por ejemplo, en el canal entre la Isla Cozumel y la parte continental de México, las profundidades rebasan los 200m. Pero a partir de Cabo Catoche en el extremo Nororiental de la península, inicia la zona con mayor riesgo de tormenta en todo México. En esta zona es necesario avanzar del orden de 200km mar adentro para alcanzar profundidades de 200m. No es raro pues que la documentación sobre daños en México se refieren a esta zona durante el huracán Gilbert. Sobre la parte Oeste de la península, la plataforma continental se reduce paulatinamente, hasta alcanzar un mínimo de extensión frente al puerto de Veracruz, punto a partir del cual empieza a ensancharse nuevamente hasta el límite con los EUA, cerca de Matamoros. En toda esta zona el riesgo es moderado con un mínimo precisamente en la zona de Veracruz.

Es muy importante estar conciente que vivir en una zona de alto riesgo con respecto a marea de tormenta no garantiza que al incidir un ciclón tropical existirán inundaciones masivas, esto depende de manera dominante de la dirección local de los vientos en la evolución del fenómeno. Es más bajo condiciones de viento de la costa hacia el mar, dichas zonas serán precisamente las que se verán afectadas por los mayores retiros de aguas marinas de la costa.

Efectos destructivos de la precipitación pluvial

La lluvia producida por un ciclón tropical, y su percepción por la población, tiene algunas peculiaridades genéricas que vale la pena comentar brevemente. Por un lado, en países de gran extensión y zonas no eminentemente costeras, la

población en general percibe a la intensa precipitación pluvial como el único de los peligros de un ciclón tropical ofrece. Esto se debe a que este efecto tiene una gran penetración continental y permanencia aun bajo condiciones de disipación del ciclón. Así pues, un gran porcentaje de la población experimentan a los ciclones tropicales únicamente por la lluvia que producen. Un caso dramático es México donde un porcentaje muy alto de la población y de los centros de toma de decisión federal se encuentra en la ciudad de México y sus alrededores, misma que se encuentran a 250km de la costa, a 2250m sobre el nivel del mar y protegida del embate directo de los ciclones del Pacífico y del Atlántico por barreras montañosas muy altas por ambos lados. Así pues, una gran cantidad de la población perciben a un ciclón tropical como un día con llovizna continua en los alrededores de la capital cuando, al mismo tiempo, los habitantes de la costa están sujetos a efectos ocasionalmente dramáticos. Sin embargo, bajo condiciones de esta índole la mayor parte de los daños ocasionados por los ciclones se deben directa o indirectamente de su precipitación pluvial.

Por otro lado, la precipitación pluvial es el efecto destructivo de los ciclones más difícil de modelar, estimar en tiempo real y pronosticar. Simplemente la estructura instantánea de las lluvias alrededor del centro de giro de un ciclón tropical y su evolución en el tiempo resultan mucho más caóticas que en el caso de los campos de viento, oleaje y marea de tormenta, sobre todo cuando el fenómeno ya ha incidido sobre tierra e interactúa con la topografía local.

La lluvia se mide a través de dos conceptos, la intensidad de lluvia en milímetros por hora (mm/h) y la lámina acumulada en cierto intervalo en milímetros. Ambas son métricas que suponen la acumulación de agua de lluvia sobre la superficie terrestre si no existiera drenaje alguno de esta agua. Por ejemplo, al decir que en un cierto sitio se acumularon 250mm de lluvia durante el paso de un ciclón implica que de haberse quedado la lluvia precipitada en el sitio de su caída se habría formado un depósito de agua de $\frac{1}{4}$ de metro de profundidad. El decir que la intensidad máxima de haber permanecido esta constante durante una hora completa, se habría acumulado una lámina de 180mm. Mencionamos que, en realidad, la lámina acumulada en un cierto intervalo y la intensidad son métricas equivalentes porque las láminas acumuladas se pueden interpretar como intensidades promedio en el intervalo de acumulación. En el caso del huracán Pauline que azotó las costas de Oaxaca y Guerrero se registraron más de 400mm de lluvia en un lapso de 8 horas, aunque los vientos registrados indicaban un ciclón ya en disipación. Extensas zonas a lo largo de cauces de ríos, arroyos y cañadas sufrieron inundaciones relámpago que no se habían presentado en los últimos 35 a 40 años. Un punto importante a recordar es que la intensidad de un ciclón no es un buen indicador de la intensidad o acumulación de lluvias que se puedan presentar. Han existido ciclones sumamente intensos que no se recuerdan como grandes productores de lluvia y ciclones mucho más débiles que si lo fueron. No es que exista una relación inversa, simplemente existe poca correlación entre los daños que un ciclón produce por lluvia y su intensidad de vientos. La ubicación de la zona en cuestión en relación a los flujos de aire húmedo inducido por

ciclones y la orografía local parecen ser mucho más indicadores de lluvia esperada.

Efecto destructivo y vulnerabilidad

Por supuesto que las acumulaciones locales de lámina de lluvia, aun en caso extremo como el de los ciclones tropicales, no producen directamente las condiciones de peligros y los daños, esto se produce al fluir naturalmente el agua por y hacia las zonas más bajas por efecto de la gravedad. Los casos más comunes o más peligrosos asociados con la precipitación pluvial son:

1. Desbordamiento de ríos
2. Inundaciones repentinas (flash flood)
3. Coincidencia de avenidas y mareas de tormenta en llanuras costeras
4. Represamiento en puentes y vías de comunicación.
5. Fallas en puentes y similares
6. Deslaves, derrumbes y depósito de sedimentos
7. Poblaciones inundadas
8. Vertedores de demasías de capacidad mayor al cauce
9. Consecuencias agrícolas y ganaderas.
10. Erosión, zonas deforestadas.

4.3 Impacto Económico

Los daños ocasionados por un evento catastrófico (huracán) se pueden clasificar como directos, indirectos y macroeconómicos entendiendo como pérdidas directas a las relacionadas a daños físicos, infraestructura, recursos públicos, edificaciones, industria, comercio y deterioro del medio ambiente. Las pérdidas indirectas se pueden subdividir en efectos sociales tales como la interrupción en el transporte, servicios públicos, alteración en el comercio, turismo, baja producción, desmotivación de la inversión y generación de gastos de rehabilitación y reconstrucción. Los efectos macroeconómicos se ven reflejados en variable como el crecimiento, balanza de pagos, incremento en gasto público, inflación, disminución de las reservas internacionales, agravación de las desigualdades del ingreso en las familias, y los costos derivados del aislamiento de determinadas regiones agrícolas.

Desafortunadamente la valoración de los daños económicos al ocurrir un desastre de tal naturaleza es difícil de realizar ya que los impactos sociales tienen demasiada repercusión en los ámbitos económicos, políticos y sociales del país, por lo que se genera una insuficiencia estadística.

Huracán Andrew

Ningún análisis acerca de huracán puede pasar sin analizar los impactos que dejó en la economía estadounidense el huracán Andrew, si bien es cierto los daños expuestos así como los cubiertos por el sector asegurador entre el estado de la

Florida y la península de Yucatán distan mucho, es conveniente analizar los impactos ocasionados por Andrew y realizar una reflexión acerca del posible impacto que hubiera tenido sobre nuestro territorio. Los daños por Andrew según datos del Treasury Insurance Commissioner fueron los siguientes.

	Daños Huracán Andrew							
	Casa Hab.	Casa Móvil	Pecuarios	Comercial	Incendio	Autos	Otros	Total
Siniestros Ocurridos Directos	9,762,556,571	179,472,134	13,905,327	3,309,863,017	932,952,600	320,786,124	491,530,638	15,011,066,411
Siniestros Ocurridos Cedidos	2,772,791,040	96,788,940	9,602,942	1,846,554,265	980,942,158	91,352,025	703,258,278	6,501,289,648
Número Reclamos	280,000	11,779	1,245	50,517	24,467	161,400	17,177	546,585

Daños ocasionados por Huracán Andrew
Fuente: Treasury Insurance Commissioner 2003
(cifras en dólares)

Considerando que del total de pérdidas 4 aseguradoras concentraron el 51% de las reclamaciones totales (State farm, Allistate, Prudencial, American Reliance) se hace evidente la incapacidad del reaseguro tradicional y se requiere urgentemente de esquemas alternativos de transferencias de riesgo. Lo más grave es que este no ha sido un caso aislado, en 2004 de acuerdo con información de una de las principales reaseguradoras del mundo la Swiss Re apunta que por primera vez desde 1886 cuatro huracanes golpearon en un mismo año un mismo Estado.

Dicha reaseguradora estima que las pérdidas para la industria aseguradora por estos cuatro eventos -'Charley', 'Frances', 'Ivan' y 'Jeanne'- estarán en una franja estimada de entre 20.000 y 25.000 millones de dólares.

Considerando que el mercado asegurador estadounidense cuenta con 245 billones de dólares en capital y tiene un valor en propiedades de 30 trillones de dólares, una pérdida de 50 billones de dólares impactaría en un 20% su capacidad, de acuerdo con datos del Treasury Insurance Commissioner las aseguradoras en la actualidad en Estados Unidos solo pueden cubrir cerca del 10% de los riesgos expuestos.

A diferencia del mercado asegurador una pérdida de 50 billones de dólares se considera una pérdida de mediano impacto en el mercado financiero ya que el valor estimado de los mercados de capitales son de 15 trillones y la media estimada de las desviaciones diaria es de 133 billones de dólares

Derivado de estos eventos la industria aseguradora ha emitido las siguientes preocupaciones:

1. La industria del seguro no tiene la capacidad de resistir un evento de una magnitud similar al huracán Andrew en el corto plazo.
2. Los reaseguradores más importantes han tomado medidas restrictivas referentes a riesgos catastróficos por ejemplo Huracán y Terrorismo,

consecuencia: el mercado asegurador mundial se ha quedado sin protección.

3. Sin la intervención del gobierno las medidas restrictivas se incrementarían día a día
4. La escasez de protecciones a la industria representan un freno potencial para la economía.
5. Se requieren urgentemente de opciones de transferencias de riesgo alternativos

En México la concentración de riesgos se encuentra en solo 4 aseguradoras ING-CA, GNP, Metlife e Inbursa, las cuales acumulan cerca del 60% de las primas emitidas y ceden al mercado reasegurador internacional aproximadamente el 90% de dicha prima. Con datos del CENAPRED los efectos económicos de los principales desastres naturales de 1980 a 2002 para el caso de huracán son los siguientes:

Huracán	Año	Intensidad	Daños Directos
Allen	1980	3	4.0
Paul	1982	2	82.4
Gilbert	1988	5	1,417.0
Diana	1990	1	90.7
Winfred	1992	2	8.0
Gert	1993	1	18.1
Ismael	1995	1	26.0
Opal	1995	1	124.7
Paulina	1997	3	447.8
Keith	2000	1	36.5
Norman	2000	1	12.40
Juliette	2001	1	175.5
Isidoro	2002	3	887.0
Kenna	2002	4	124.4
Marty	2003	1	53.5
Ignacio	2003	1	22.9

Daños directos en México por Huracán

Fuente: Cenapred: 1980-2003

(Datos en millones de dólares)

En promedio se han presentado huracanes con pérdidas aproximadas de 200 millones de dólares equivalentes aproximadamente a .25% del PIB²⁹ y en dado caso de que se presentara un huracán con estas pérdidas el FONDEN resultaría insuficiente ya que cuenta con solo 25 millones de dólares para hacer frente a desastres naturales.

Para el sector asegurador el año 2002 fue causa de insolvencia debido al huracán Isidoro, de acuerdo con datos de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS) se cobro una prima aproximada de 2 millones de dólares y tuvo

²⁹ Con información de Banco de México a Junio de 2005 a través de su página Web el PIB se estima en 7.906 billones de pesos

pérdidas de 3.9 millones de dólares, es decir, tuvo un índice de siniestralidad de 195%. El problema no es que sea un caso aislado, peor aún los desastres naturales se han ido incrementando año con año, de acuerdo a información de AMIS y como se puede apreciar en la tabla siguiente:

Catástrofes naturales					
Década	50's	60's	70's	80's	90's
Numero Siniestros	20	27	47	63	89
Daños Económicos	41	73	132	204	629
Siniestros Asegurados	Na	7	12	26	119

Catástrofes Naturales por décadas
 Fuente: AMIS 2003
 (Cifras en millones de dólares)

4.4 Bonos Catastróficos

Los bonos catastróficos son nuevos instrumentos para la cobertura de riesgos catastróficos, son parecidos al reaseguro porque protegen contra un exceso de pérdida del asegurador primario, pueden pagar cupones y hasta posiblemente el principal de manera contingente dependiendo de la ocurrencia de un evento catastrófico. Los inversionistas tienen parte de su principal en riesgo pero a cambio se les ofrece una tasa de cupones o de intereses mas alta que la usual. La mayoría de los bonos catastróficos están ligados a un índice de pérdidas ocurridas o a un índice de severidad de desastres. Es decir, los pagos del bono se hacen a partir de un cierto valor en el índice. Los índices negociados y de cambio ofrecen pagos en caso de ocurrencia del evento. Un índice de pérdidas debe ser estandarizado y uniforme, con una fórmula de índice bien entendida y verificable, los datos del índice deben ser competitivamente determinados y no sujetos a manipulación, además de que el mercado debe percibir que el índice refleja el verdadero valor de la pérdida. Los individuos no influyen en la determinación de los pagos del bono, esto hace que su precio, riesgo moral, costos de transacciones y el tiempo de las reclamaciones disminuya, así uno espera que haya más transparencia en el precio y aumente la liquidez.

Ante una necesidad de evaluar los riesgos dados, se han desarrollado instituciones especializadas en meteorología y geofísica. Algunas compañías mediante simulaciones predicen la probabilidad y severidad de las catástrofes.

Otras sin recursos de modelaje ajustan datos históricos, tales como Property Claim of Service (PCS) o The Insurance Service Office (ISO) en Estados Unidos que usan modelos paramétricos y dan estimaciones de los valores esperados de las pérdidas dado que la pérdida excede cierto umbral.

Las opciones para riesgos catastróficos PCS que se negocian en el Banco de Comercio de Chicago (CBOT) son los primeros índices negociados. Hay nueve índices en Estados Unidos de América (uno nacional, 5 regionales y 3 estatales) de catástrofes definidas para ciertas regiones. El periodo de pérdida generalmente es por trimestres. Cuando hay una pérdida que exceda el umbral del nivel de pérdida durante el trimestre, la opción de compra funciona como un reaseguro.

Dado que los inversionistas en bonos catastróficos querrán obtener grandes y suficientes rendimientos en su inversión, en forma de grandes tasas de interés cuando el evento no ocurra para justificar el riesgo de perder su principal o recibir una tasa de interés mas baja si ocurre el desastre, actualmente, LIBOR (London Interbank Offered Rate) es usado como un índice que cuenta las ganancias potenciales. Un bono catastrófico puede estar tantos puntos arriba de la tasa LIBOR, es decir, las ganancias están tantos puntos arriba de las tasas de interés básicas pagadas en los mejores bancos Europeos y Americanos usados para calcular el LIBOR

Los bonos catastróficos son los instrumentos de deuda más comunes de seguridad, son como los bonos de gobierno, son opciones pero en donde el subyacente en lugar de ser acciones son desastres naturales, como huracanes, lluvia, sequía, terremoto, inundación, etc., pueden proveer de capital cuando ocurre un evento catastrófico provocado y no tienen riesgo de crédito. Cuando hay un evento catastrófico, el bono catastrófico se comporta como un bono tradicional, el cual no está correlacionado con el mercado de subyacentes financieros como niveles de tasas de interés o el consumo agregado.

Los bonos catastróficos no sólo son instrumentos que ofrecen oportunidades de compensación, sino más bien, instrumentos de diversificación de portafolios por su baja correlación con las acciones históricas y rendimientos de bonos tradicionales.

Ejemplos de Bonos Catastróficos

USAA Hurricanes Bonds

USAA es una aseguradora con base en San Antonio, Texas, Estados Unidos que provee productos financieros a oficiales militares de los Estados Unidos. USAA tiene una sobre exposición de riesgos de huracanes (es decir existen más compradores de los esperados) contra automóviles y casas de los dueños de todo el Golfo de Estados Unidos de América y costas del Atlántico.

Los informes históricos de USAA indican que los compradores fueron compañías de seguros, fondos mutualistas, fondos de pensiones y algunos reaseguradores. En Junio de 1997, USAA hizo un contrato por \$477 millones de dólares en bonos con cupones y principal expuesto a riesgo para su reseguradora Residential Re.

Así, Residential Re emitió reaseguro para USAA basado en el capital proveniente de la venta de bonos. Los bonos fueron emitidos en dos series, en la primera sólo los cupones están expuestos a riesgos de huracanes y el principal está garantizado. Para la segunda serie, ambos, cupones y principal están en riesgo. Los cupones y el principal no son pagados a los inversionistas si hay pérdidas que excedan a 1 billón de dólares mientras que en la segunda serie los cupones y el principal son perdidos. El negocio fue un éxito para los inversionistas porque el evento no ocurrió y los bonos se vencieron como se esperaba.

principal son perdidos. El negocio fue un éxito para los inversionistas porque el evento no ocurrió y los bonos se vencieron como se esperaba.

Cuando sólo el cupón está en riesgo la tasa de cupones es LIBOR más 2.73%. Si hay catástrofe no se pagan cupones a los tenedores y el principal no es pagado por los primeros 10 años. En efecto, parte del principal del tenedor es perdido porque cada dólar del principal al vencimiento es remplazado por un dólar 10 años más tarde. Entonces el valor del pago esperado, con sólo un cupón, es equivalente a un pago sencillo en $k = 1$ (primer año):

$$1000(1 + r(0) + .0273)(1 - q) + 1000P(1.11)q$$

donde el valor nominal del bono es de 1000, q es la probabilidad de que las pérdidas excedan un límite de 1 billón de dólares, $P(1.11)$ denota el precio al tiempo 1 y los bonos cupón cero dan un pago al tiempo 11; $P(1.11)$ es aleatorio por lo que existe riesgo financiero relacionado con el riesgo catastrófico. Es decir, el valor del pago esperado es igual al valor nominal del bono, invertido a tasa de cupones LIBOR, por la probabilidad de que las pérdidas generadas no excedan el límite. En caso contrario, si la probabilidad de las pérdidas excede el límite se paga el valor nominal del bono hasta el onceavo año.

Winterthur Windstorm Bonds

Winterthur es la compañía más grande de seguros basada en riesgos contra vientos en Suiza. En Febrero de 1997, Winterthur emitió a tres años bonos con cupones por un valor nominal de 4,700 francos suizos y a una tasa de cupones de 2.25%. Si el número de reclamaciones por pérdidas contra vientos durante el periodo de observación excedía a 6,000 el cupón del año correspondiente no es pagado, además el bono es convertible a la fecha de vencimiento, cada 4,700 francos suizos son convertibles a 5 acciones de Winterthur a la fecha del vencimiento. El flujo del bono depende del número de reclamaciones más que de la ocurrencia de la catástrofe. Sea $\{N(k)\}$ el número de reclamaciones de vientos por año a 750,000 autos y motocicletas, $\{S(k)\}$ el proceso estocástico que denota el precio de las acciones de Winterthur y los cupones están en términos del número de reclamaciones. Entonces, el valor del bono es:

$$d(k) = \begin{cases} 4700(0.0225)I_{\{N(k) \leq 6000\}}, & k = 1, 2 \\ \max\{5S(3), 4700\} + 4700(0.0225)I_{\{N(3) \leq 6000\}}, & k = 3 \end{cases}$$

donde la opción de conversión a fecha de vencimiento a tres años permite al tenedor tomar 5 acciones en lugar del pago esperado.

Sea $P(N(k) > 6000) = q$ entonces los cupones esperados están condicionados a variables financieras:

$$\bar{d}(1) = \bar{d}(2) = 4700(0.0225(1 - q))$$

$$\bar{d}(3) = \max\{S(3), 4700(0.0225)\}(1 - q) + \max\{S(3), 4700\}q$$

donde $S(3)$ es aleatorio.

Swiss Re California Earthquake Bonds

Este contrato es similar al contrato de USAA solo que el subyacente del riesgo del temblor es medido por un índice desarrollado por Property Claims Services

4.5 Modelo de Valuación para la Península de Yucatán

Conforme a la metodología planteada en el capítulo introductorio para valuar un riesgo catastrófico se requiere crear un subyacente basado en la tasa de siniestralidad que relaciona el total de pérdidas a causa de catástrofes y el volumen estimado de primas destinadas a cubrir estos riesgos, de tal manera que se determinará el precio del bono catastrófico partiendo del producto entre frecuencia y severidad

$$BC = f \times S$$

donde: BC = Precio del bono catastrófico, f = frecuencia, y S_m = Severidad

$$f = \frac{n}{N}, \text{ donde } n = \text{número de siniestros ocurridos, } N = \text{número de unidades}$$

expuestas, $S_m = \frac{S}{n}$, donde S = Monto total de los siniestros ocurridos. Es claro ver que tanto n como S son aleatorios.

El número de siniestros se modelará a través de un proceso Poisson debido a que la ocurrencia de siniestros es independiente ocurre a una velocidad constante y no existen siniestros negativos.

Un proceso continuo $\{N(t), t > 0\}$ es llamado proceso de Poisson con tasa de ocurrencia $\lambda, \lambda > 0$ si satisface lo siguiente:

- a) $N(0) = 0$
- b) el proceso tiene incrementos, $N(t + \Delta t) - N(t)$, independiente
- c) El número de eventos en un intervalo de longitud t se distribuye poisson con media λt . Esto es, $\forall s, t \geq 0$

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, n = 0, 1, \dots$$

Si se satisface la condición c) entonces el proceso de poisson tiene incrementos estacionarios y $E[N(t)] = \lambda t$

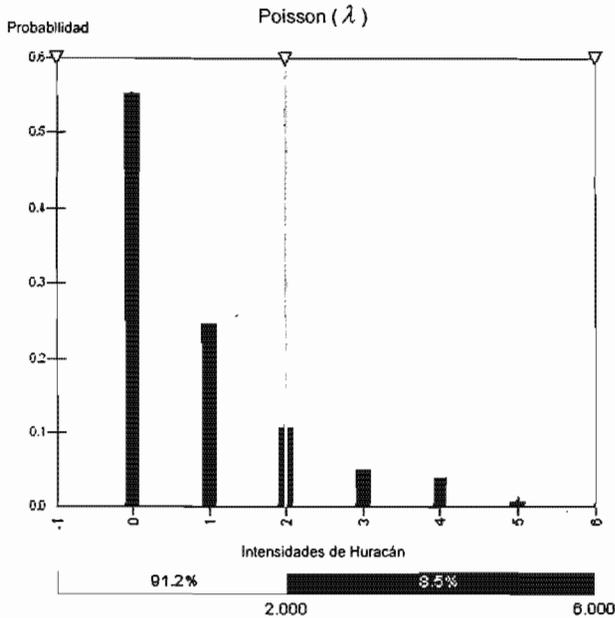
Con base en lo anterior se estima la tasa de ocurrencia del evento. Para ello se asume un proceso de poisson para incorporar las distintas características con intensidad estocástica λ dependiente del índice de intensidad, debido a que estimar la ocurrencia de un huracán es prácticamente imposible y aún más la intensidad del mismo, se supuso que la probabilidad de que ocurra un evento se distribuye normalmente dentro del intervalo de pago del bono, en nuestro caso cuando ocurra un huracán de intensidad mayor a 3 de acuerdo a la escala de Saffir-Simpson y como ejemplo para la estimación del precio del bono catastrófico se eligió la península de Yucatán (los estados de Yucatán, Quintana Roo y Campeche) ya que como se ha visto anteriormente estas zonas son de gran exposición ante una catástrofe ocasionada por un huracán.

Para determinar λ se tomo en cuenta la base de datos del servicio meteorológico nacional en la zona mencionada y se supuso que la probabilidad de ocurrencia de la catástrofe sigue un proceso poisson homogéneo, con tiempos exponencialmente distribuidos, porque se supone que los huracanes cuentan con la propiedad de pérdida de memoria.

La tasa de ocurrencia λ correspondiente a la probabilidad de ocurrencia del evento se calculó de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{n}{N_{1886}}, \text{ donde } n = \text{número de huracanes ocurridos en la península de Yucatán y}$$

con intensidades mayores a 3 de acuerdo a la escala Saffir-Simpson, y N_{1886} son los datos obtenidos del sistema meteorológico nacional de huracanes desde 1886, obteniendo los siguientes resultados a través de la herramienta informática @Risk (al riesgo), donde se puede observar que la probabilidad de ocurrencia de un huracán de categoría 2 es de 8.5% y de categoría 3 es de 6.91%.



Pruebas de Bondad de Ajuste

N/A	Chi-Sq	N/A	Fit	Input
Test Value	0.5854	Function	0	N/A
P Value	0.7462	Shift	N/A	N/A
Rank	2	s	1	N/A
# Bins	3	Minimum	0	0
Bin #1 Min	0	Maximum		5
Bin #1 Max	0	Mean	0.80093	0.80093
Bin #1 Input	355	Mode	0	0
Bin #1 Fit	357.04	Median	0	0
		Std.		
Bin #2 Min	1	Deviation	1.201	1.1374
Bin #2 Max	2	Variance	1.4424	1.2916
Bin #2 Input	226	Skewness	2.1664	1.5522
Bin #2 Fit	229.4	Kurtosis	9.6933	4.855
Bin #3 Min	3			
Bin #3 Max	# ¿NOMBRE?			
Bin #3 Input	62			
Bin #3 Fit	56.56			

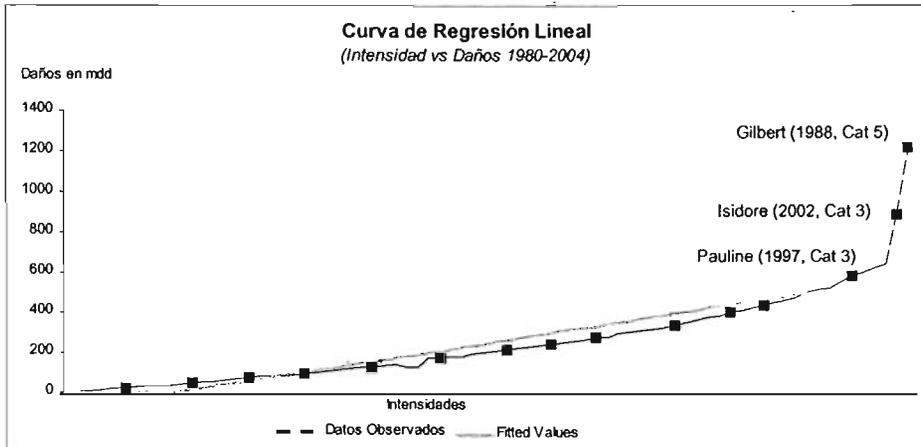
Análisis de Regresión lineal

Una vez determinada la tasa de siniestralidad y dado que se supone no existe arbitraje el precio estará determinado por el producto entre la esperanza matemática y el monto de las pérdidas estimadas mediante análisis de regresión lineal.

Para determinar el monto estimado se genero un análisis de regresión considerando la información histórica de daños ocasionados por huracanes de acuerdo al CENAPRED y al Servicio Meteorológico Nacional que son las instituciones que poseen información confiable acerca de los daños ocasionados por huracanes en México.

La determinación de los montos de pérdidas ocurridas a causa de un huracán es difícil ya que durante el proceso de recopilación de información se imponen presiones políticas, sociales y económicas que pueden desviar los datos. Los daños ocasionados por un huracán pueden darse en diferentes subramos como vida accidentes, gastos médicos, responsabilidad civil, automóviles, viviendas, rotura de cristales, daños a edificios y contenidos, daños consecuenciales (incendio, inundación, etc.), daños de bienes comunitarios (estaciones de luz, cable, teléfono, carreteras, calles, etc), anuncios luminosos, daños agropecuarios, marítimo y transportes y mercancías entre los más destacados.

El análisis de regresión se realizó utilizando como variable independiente a los daños y como variable dependiente la intensidad del huracán de acuerdo a la escala Saffir – Simpson. Se aplicó el modelo de regresión proporcionado por Forecast X y se compararon las estadísticas de la regresión obteniéndose los siguientes resultados:



Summary Comments

The forecast has an average error of	30.44%
The data has a standard deviation of	207.90
The forecast exceeds the accuracy of a simple average by	87.62%

Audit Trail - Statistics

Accuracy Measures		Value	Forecast Statistics		Value
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)		30.44%	Mean		246.45
R-Square		87.62%	Standard Deviation		207.90
Method Statistics		Value			
Method Selected		Linear Regression			

Report Details

Run Date: 06/23/2005 10:53
 Author: John Call Development, Inc.
 Note: ForecastX

Caso Agrícola

En un caso particular se tomo como base la probabilidad de ocurrencia del evento a la obtenida anteriormente, esto es, se determinó una probabilidad de 6.91% para la ocurrencia de un huracán mayor de grado 3 de acuerdo a la escala Saffir-Simpson en la zona de la península de Yucatán y se tomaron los datos para el sector agrícola de acuerdo con información de Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros.

Las pérdidas acumuladas en el periodo de 1991 – 2004 fueron de \$76, 374,400 pesos actualizados al mes de marzo de 2004 de acuerdo al INPC, de este monto el total por daños asociados a huracán (Vientos, lluvia e inundación) fue del 52.924% es decir de \$36,672,667 pesos, trayendo como una pérdida de \$39,302,191 pesos esta pérdida fue ocasionada esencialmente por los siguientes eventos

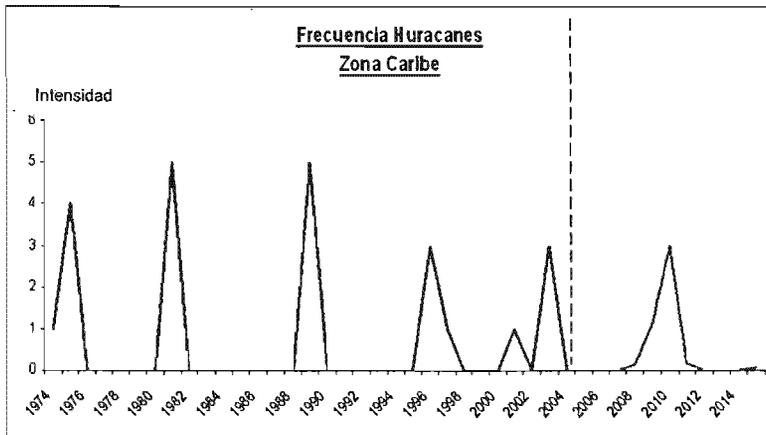
Año	Huracán	Categoría	Zona Afectada	Estado	Fecha	Vientos	Lluvia Max
2002	Isidoro	H3	Telchac Puerto, Yuc	Qroo, Yuc, Camp, Tab	18-25 sep	205	250 Becanchen, Yuc
2001	Chantal	TT	Chetumal, Qroo	Qroo, Yuc, Camp, Tab	15-22 Ago	115	211 Chetumal, Qroo
2000	Gordon	DT	Tulum, Qroo	Qroo, Yuc, Camp	14-18 Sep	55	230 Cancun, Qroo.
	Keith	H1	Chetumal, Qroo; Tampico, Tamps	Qroo, Camp, Tab, Tamps, NL, SLP, Ver	3-5 Oct	140	366 Sabinas, Tamp.
1999	Katrina	DT	45 Km NNW Chetumal, Qroo	Qroo, Camp, Yuc, Tab, Chis	28 Oct-1 Nov	55	146 Cardenas, Tab
1998	Mitch	TT	Campeche, Camp.	Chis, Tab, Camp, Yuc	21 Oct-5 Nov	65	341 Campeche, Camp
1996	Dolly	H1	F.C. Puerto, Qroo, Pueblo Viejo, Ver	Qroo, Yuc, Camp, Ver, Tam, SLP, NL	19-24 Ago	130	328 Micos, SLP
1995	Opal	DT	B. Espiritu Santo, Qroo	Camp, Yuc, Qroo, Tab	27 Sep-2 Oct	55	100 Tapijulapa, Tab
	Roxanne	H3	Tulum, Qroo, Mtz de La Torre, Ver	Qroo, Yuc, Camp, Tab, Ver	8-20 Oct	185	297 Mtz de la Torre, Ver
1990	Diana	H1	Chetumal, Qroo; Tuxpan, Ver	SLP, Qr, Yuc, Cam, Tab, Ver, Hgo.	4-8 Ago	140	400 Tantzabaca, SLP

Huracanes en la Península de Yucatán 1990-2002
Fuente: Servicio Meteorológico Nacional

Año	SA Expuesta	Prima Cobrada	Siniestros	% Sin	Cuota	Cuota Sin	Huracan
1991	6,944,581.21	765,054.17	446,737.26	58.393%	11.017%	6.433%	
1992	96,009,451.88	17,649,645.99	7,988,161.09	45.260%	18.383%	8.320%	
1993	59,846,675.15	9,648,942.20	5,368,762.69	55.641%	16.123%	8.971%	
1994	40,727,185.42	6,097,575.77	6,105,294.19	100.127%	14.972%	14.991%	
1995	72,312,699.48	8,681,042.78	31,420,142.09	361.940%	12.005%	43.450%	Roxanne
1996	89,799,821.81	12,748,704.52	17,247,993.39	135.292%	14.197%	19.207%	Dolly
1997	26,991,806.97	3,498,386.05	3,420,157.82	97.764%	12.961%	12.671%	
1998	21,277,022.44	3,089,845.89	2,196,881.65	71.100%	14.522%	10.325%	
1999	45,725,765.01	2,280,505.53	203,403.14	8.919%	4.987%	0.445%	
2000	56,547,955.18	2,944,312.04	1,976,866.58	67.142%	5.207%	3.496%	
2002	9,496,904.00	1,907,595.68	5,896,176.14	309.089%	20.087%	62.085%	Isidoro
2004	10,645,490.00	1,629,940.00			15.311%		

Daños ocasionados a la agricultura
Fuente: AMIS 1990-2004
(Cifras en pesos actualizados a 2004)

Con estos datos y de acuerdo a la metodología mencionada a lo largo de esta investigación la probabilidad de ocurrencia con base de datos histórica de huracanes desde 1882 a 2002 es de 6.1% y se esperaría un monto total de daños de aproximadamente \$5,292,237 de acuerdo con la cuota mencionada se esperarían un ingreso en primas por \$1,051,055 por lo que la prima sería insuficiente para pagar tanto a inversionistas su rendimiento por ocurrencia de un evento en el primer año y se esperaría que un huracán de esas dimensiones tuviera una ciclicidad ≥ 5 años de acuerdo a la siguiente gráfica que muestra la frecuencia en que se han presentado en la zona de estudio y donde puede observarse el periodo de retorno.



Frecuencia de Huracanes y Proyección
Fuente: SMN 1970-2004

4.6 Equilibrio de Valuaciones

El modelo se presenta para la valuación de bonos catastróficos basado en el equilibrio de valuaciones, la cual se da a través de seleccionar las tasas de interés que envuelven las catástrofes y estimando la probabilidad de ocurrencia de la catástrofe. Posteriormente se calcula el valor presente del bono y se obtienen los disponibles por parte del comprador del bono (en este caso se elegirá al gobierno federal) y por otra parte al inversionista al momento de la catástrofe.

Se otorgará una tasa de interés en caso de ocurrencia del evento y otra en caso de no ocurrencia en relación con la tasa libre de riesgo. Se considera que el comprador siempre tiene dinero para pagar las pérdidas si una catástrofe ocurre. Desde la perspectiva del dueño del bono catastrófico el contrato es como una apuesta de dinero sujeto a riesgo de crédito.

El bono catastrófico hace frente a cantidades de \$1. Es un instrumento que es catalogado para elegir el pago de cupones al final de cada periodo y un repago final de \$1 mientras ocurra una catástrofe. El inversionista sabrá que cupón será el requerido para venderse a la fecha de vencimiento.

P_0 Número total de bonos de un peso que el comprador tiene que vender para cubrir el daño.

R Duración del bono

T Tiempo de ocurrencia $T \sim \exp(\lambda)$

V_0 Valor del daño esperado

δ_E Tasa instantánea de interés en caso de ocurrencia del evento

δ_{NE} Tasa instantánea de interés en caso de no ocurrencia del evento

V_0 Valor del daño esperado

δ_E Tasa instantánea de interés en caso de ocurrencia del evento

δ_{NE} Tasa instantánea de interés en caso de no ocurrencia del evento

δ_{CETES} Tasa instantánea de interés dada en CETES del bono catastrófico al momento de la venta.

D_T Daño esperado

s Unidades de tiempo del diferimiento de pago en caso de ocurrencia del evento

$$V_0 \left[\left[D_t e^{-\delta_{CETES} t} + P_0 e^{\delta_E s} e^{-\delta_{CETES}(t+s)} - P_0 \right] I(t < R), s \geq 0 \right. \\ \left. \left[P_0 e^{\delta_{NE} R} e^{-\delta_{CETES} R} - P_0 \right] I(t > R) \right]$$

El pago en caso de ocurrencia del evento consiste en que el comprador regresa a los inversionistas sus pagos iniciales s años después del evento, es decir, lo difiere a una tasa en caso de evento.

$S=0$ Significa que el comprador regresa el dinero al inversionista en el momento de la ocurrencia del evento. Si $\delta_E < 0$ cuando ocurre el evento significa que el comprador regresa a los inversionistas menos de su inversión inicial en s años después del evento, pero para que el bono sea atractivo en caso de ocurrencia del evento se sugiere $s > 0$. Las tasas en caso de no evento tienen que ser atractivas para que el inversionista quiera arriesgarse. Si R es muy grande se tendrá que ofrecer una tasa en caso de no evento muy alta porque a los inversionistas no les atraerá invertir su dinero en bonos donde sus rendimientos se verán a largo plazo. La tasa de interés instantánea está en CETES porque es un parámetro de referencia y control que tiene el comprador para hacer inversiones seguras libres de riesgo.

V_0 será cara porque no habrá compañía aseguradora que quiera asumir la obligación de cubrir los daños esperados de grandes huracanes. Para que se determine una apuesta justa se necesita que $E[V_0]$

$$E[V_0] = \int_0^R (D_t e^{-\delta_{CETES} t} + P_0 e^{\delta_E s} e^{-\delta_{CETES}(t+s)} - P_0) \lambda e^{-\lambda t} dt + (P_0 e^{\delta_{NE} R} e^{-\delta_{CETES} R} - P_0) e^{-\lambda R}$$

dado que $E[V_0]=0$, se tiene que:

$$P_0 = D_t \int_0^R e^{-t(\delta_{CETES} + \lambda)} \lambda dt + \int_0^R (P_0 e^{\delta_E s} e^{-\delta_{CETES} s} \lambda e^{-t(\delta_{CETES} + \lambda)} dt + P_0 e^{R(\delta_{NE} - \delta_{CETES})} e^{-\lambda R}) \\ P_0 = \frac{D_t \left(\frac{\lambda}{\lambda + \delta_{CETES}} \right) \left(1 - e^{-R(\lambda + \delta_{CETES})} \right)}{1 - \left(e^{\delta_E s} e^{-\delta_{CETES} s} \frac{\lambda \left(1 - e^{-R(\lambda + \delta_{CETES})} \right)}{\lambda + \delta_{CETES}} \right) - \left(e^{R(\delta_{NE} - \delta_{CETES})} e^{-\lambda R} \right)}$$

es decir P_0 es la relación entre los daños esperados y $k, k < 1$ porque los daños esperados causados por un huracán son iguales a P_0 menos el pago a los inversionistas en caso de no evento. Es decir P_0 siempre es mayor que los daños esperados porque paga en caso de no evento.

La tasa de interés instantánea en caso de no evento estaría dada por:

$$\delta_{NE} = \ln \left[\frac{P_0 - D_t \left(\frac{\lambda}{\lambda + \delta_{CETES}} \right) \left(1 - e^{-R(\lambda + \delta_{CETES})} \right) - \left(P_0 e^{\delta_{E^s}} e^{-\delta_{CETES}^s} \left(\frac{\lambda}{\lambda + \delta_{CETES}} \right) \left(1 - e^{-R(\lambda + \delta_{CETES})} \right) \right)}{P_0 e^{-\lambda R}} \right]^{\frac{1}{R}} + \delta_{CETES}$$

El valor real del bono debe ser igual al valor presente de los pagos futuros en caso de ocurrencia o no del evento

$$\text{Pagos} = \begin{cases} e^{\delta_{E^s}} e^{-\delta_{CETES}(t+s)}, I(t < R) \\ e^{\delta_{NE}R} e^{-\delta_{CETES}R}, I(t > R) \end{cases}$$

El valor presente de los pagos esta dado por:

$$\begin{aligned} VPA(\text{Pagos}) &= \int_0^R e^{\delta_{E^s}} e^{-\delta_{CETES}(t+s)} \lambda e^{-\lambda t} dt + e^{\delta_{NE}R} e^{-\delta_{CETES}R} e^{-\lambda R} \\ &= e^{r(\delta_{E^s} - \delta_{CETES})} \frac{\lambda}{\lambda + \delta_{CETES}} \left(1 - e^{-R(\delta_{CETES} + \lambda)} \right) + e^{\delta_{NE}R} e^{-\delta_{CETES}R} e^{-\lambda R} \end{aligned}$$

Para que la apuesta sea justa se necesita que el valor del bono sea igual a uno, para que esto suceda se necesitan diversas combinaciones entre las distintas tasas de interés instantáneas que se otorgan. Como P_0 es el número de bonos que el comprador necesita para cubrir el daño esperado causado por el huracán, en caso de que el comprador no logre vender P_0 , entonces el número de bonos vendidos por el comprador es el porcentaje cubierto del desastre esperado.

Para obtener el valor del bono igual al pago inicial de uno, se fija la tasa de interés instantánea en CETES y la del caso del evento, así la variable deseada a obtener es la tasa de interés instantánea en caso de no evento.

El beneficio esperado que logra tener el comprador por emitir este tipo de bonos, suponiendo que $P_0 = 1$ se define de la siguiente manera:

$$\text{Beneficio del comprador} = E \left[e^{\delta_{CETES}T} - e^{\delta_{E^s}} e^{-\delta_{CETES}^s} \right] = \int_0^R e^{\delta_{CETES}t} \lambda e^{-\lambda t} dt + e^{\delta_{E^s}} e^{-\delta_{CETES}^s} \left(1 - e^{-\lambda R} \right) \Leftrightarrow$$

$$\text{Beneficio del comprador} = \frac{\lambda}{\lambda - \delta_{CETES}} \left(1 - e^{-R\lambda - \delta_{CETES}} \right) - e^{s(\delta_z - \delta_{CETES})} \left(1 - e^{-\lambda R} \right)$$

Que se interpreta como el peso inicial del comprador invertido T años a tasa instantánea de CETES, menos el pago que da a los inversionistas por la ocurrencia del evento.

El beneficio esperado de los inversionistas esta dado por:

$$\text{Beneficio del inversionistas} = E \left[e^{\delta_{NE} R} - e^{\delta_{CETES} R} \right] = e^{R(\delta_{NE} - \lambda)} - e^{R(\delta_{CETES} - \lambda)}$$

El excedente esperado que se llevan los inversionistas por comprar el bono es igual a su inversión inicial invertida a una tasa instantánea en caso de no ocurrencia del evento menos su inversión inicial.

El bono catastrófico por ser una apuesta justa entre el comprador e inversionista se igualan los dos tipos de beneficios:

$$\text{Beneficio del comprador} - \text{Beneficio de inversionistas} = 0$$

$$\frac{\lambda}{\lambda - \delta_{CETES}} \left(1 - e^{-R(\lambda - \delta_{CETES})} \right) - e^{s(\delta_z - \delta_{CETES})} + e^{s(\delta_z - \delta_{CETES}) - \lambda R} - e^{R(\delta_{NE} - \lambda)} + e^{R(\delta_{CETES} - \lambda)} = 0$$

La tasa instantánea en caso de no evento que iguala el beneficio del comprador con el del inversionista es igual a:

$$\delta_{NE} = \ln \left(\frac{\frac{\lambda}{\lambda - \delta_{CETES}} + \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda - \delta_{CETES}} \right) e^{-R(\lambda - \delta_{CETES})} - e^{s(\delta_z - \delta_{CETES})} + e^{s(\delta_z - \delta_{CETES}) - \lambda R}}{e^{-\lambda R}} \right)^{\frac{1}{R}}$$

Que en otras palabras, es el disponible esperado de dinero que tiene el comprador al momento de la ocurrencia del evento.

Comparando con una prima de seguro

$$\text{Prima de Seguro} = E \left[e^{-\delta_{CETES} t} \right] = \int_0^R e^{-\delta_{CETES} t} \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{\lambda}{\lambda + \delta_{CETES}} \left(1 - e^{-R(\delta_{CETES} + \lambda)} \right)$$

El bono catastrófico es una apuesta donde el riesgo es la probabilidad de ocurrencia del evento y el beneficio son las tasas instantáneas de interés que ofrece. Por lo anteriormente visto, el comprador le conviene venderlo porque compensa sus pagos de ocurrencia de desastres naturales con los pagos que el

inversionista da por la compra del bono. Con la venta de bonos catastróficos, el comprador cuenta con dinero al inicio de la ocurrencia del evento, antes no lo tenía. Por otra parte, el inversionista también gana a corto plazo, porque las tasas de interés instantáneas en caso de no evento son altas.

Conclusiones

México por su ubicación geográfica se encuentra expuesto a diversos fenómenos naturales tales como terremotos, heladas, sequías, inundaciones, incendio y huracanes, este último con mayores impactos catastróficos y con altos costos económicos, es por ello que se eligió el riesgo de huracán con la finalidad de analizarlo y crear un método alternativo de transferencia de riesgo entre el mercado asegurador y el mercado financiero.

La República Mexicana es afectada por ciclones tropicales en más del 60% del territorio nacional, en la actualidad se ha multiplicado el riesgo de pérdidas catastróficas a causa de huracán ya que la creciente urbanización en las regiones costeras ha hecho más evidente los daños que provocan un fenómeno de esta categoría. Cabe resaltar que en la última década ha habido un cambio climático, dado que la energía que forma y mantiene a los ciclones tropicales es el calor sensible y latente, los que en gran parte son cedidos por la superficie oceánica, se determina que al seguir ocurriendo eventos como el ENSO, los huracanes tendrán mayor energía para abastecerse, por lo que se verán intensificados y de acuerdo a la correlación demostrada entre intensidad y daños materiales se esperan catástrofes de mayor impacto financiero.

Los daños ocasionados por eventos de índole catastrófica tienen innumerables efectos a lo cual el mercado asegurador no se encuentra preparado, un ejemplo claro es el huracán Andrew el cual con una intensidad 5 de acuerdo a la escala Saffir-Simpson trajo como pérdidas económicas alrededor de 20 billones de dólares y dado que el 51% de los riesgos se encuentran solo en pocas aseguradoras lo cual no ha permitido que el riesgo se pueda dispersar, una ocurrencia de esta magnitud pondría en peligro la solvencia de estas aseguradoras por lo que se concluye que la primera hipótesis planteada en el inicio de este trabajo se cumple, es decir, El mercado asegurador no tiene la capacidad para afrontar riesgos de magnitud similar al huracán Andrew en el corto plazo y menos si existe recursividad de eventos en periodos cortos. Aunado a lo anterior expertos en meteorología han concluido que los desastres naturales se incrementarán año con año y aun mas su impacto económico dado a la urbanización creciente un evento de esta índole traería una desestabilización en el mercado asegurador.

Por otro lado en el mercado financiero una pérdida de 20 billones de dólares tendría un impacto mediano ya que en la actualidad se comercia al día cerca de 15 trillones de dólares con una media de desviaciones de 133 billones de dólares, por lo que se concluye que la segunda hipótesis sería una solución conveniente, es decir, dada la incapacidad en el mercado asegurador una transferencia de riesgos al mercado financiero se hace necesaria y da como origen al Reaseguro Financiero el cual enlaza dichos mercados y mientras que en el asegurador le proporciona solvencia para poder asegurar riesgos de índole catastrófica de mayor intensidad el mercado financiero recibe pago de primas con baja probabilidad de

ocurrencia, altos rendimientos y no esta correlacionado con el mercado de subyacentes financieros.

Finalmente y para concluir con la tercera hipótesis el mercado financiero requiere de modelos de valuación estadística que le permitan jugar con el riesgo aunado al equilibrio en valuaciones tanto para el emisor como para el comprador en una apuesta justa y sea atractiva para ambas partes. El modelo propuesto basado en un subyacente como componente aleatorio de la tasa de siniestralidad en esta clase de derivados aplicados al riesgo de huracán. Dicho modelo no solo muestra la base estadística si no que crea una apuesta justa entre el emisor y el comprador para que se atractivo para ambos donde el primero transfiere a otro mercado el riesgo de ocurrencia y en la contraparte el comprador tiene un nuevo instrumento para diversificar su portafolio de inversiones con un instrumento con baja probabilidad de ocurrencia y altos rendimientos.

Estos instrumentos alternativos han tenido gran éxito a escala mundial ya que tienen un costo por abajo del reaseguro tradicional. En resumen los bonos tienen una probabilidad baja de ocurrencia, sin embargo los rendimientos son atractivamente altos, además que pueden pagar cupones e incluso el principal dependiendo de la ocurrencia del evento, es por esto que estos bonos son apropiados para la cartera de un inversor en la diversificación de su portafolio y constituyen un sustituto ante la incapacidad del reaseguro internacional para dar respaldo a estos eventos.

Los sistemas tradicionales de reaseguro han mostrado ser limitados e incapaces de ofrecer coberturas en grandes acumulaciones de riesgo, por lo que han desarrollado nuevos esquemas de transferencias de riesgos, surgiendo como herramienta para solucionar este problema los híbridos entre el mercado asegurador y el mercado financiero a través del Reaseguro Financiero, en la actualidad México no ha desarrollado estos nuevos instrumentos, ha sido insertado en esta nueva metodología a través de los reaseguradores internacionales que generalmente se encuentra en EUA y en Londres, pero no ha podido desarrollar una infraestructura de cobertura de riesgos donde se puedan comercializar estos productos, es por esto y tratando de dar un paso para resolver este vacío el que se propone un modelo para valorar los Bonos Catastróficos a través del mercado internacional y tomando como contratante al Gobierno Federal, es un primer paso y quizás en adelante se pueda bajar a comercializarlo dentro del mercado mexicano de derivados y ofrecer coberturas a contratantes privados.

Bibliografía

- [1] Aemt K., ABC der Ruckversicherung, Suiza 1983 Ed. La Suiza de Reaseguros pp. 1-37
- [2] Agata H. Ciclones tropicales y su impacto en seguros y reaseguros, México 2003 XIII Convención Nacional de Aseguradores pp. 1-34
- [3] Albrecht P. An actuarial approach to risk management with CAT insurance contracts, Bélgica, Ed. AFIR 1995 pp. 951-974
- [4] Alcantara A. Las PCS Catastrophe Insurance Options como coberturas alternativas al reaseguro tradicional para riesgos extraordinarios, España, Reunión de Actuarios 1999 pp. 47-55
- [5] Alegre, A., Un modelo para la valoración de contratos de futuros sobre riesgos catastróficos España, Ed. Universidad de Barcelona 2001 pp. 691-712
- [6] Amiaga, Aponte, Zapata, Casarin & Almeida, Evaluación de daños en las zonas costeras de la Península de Yucatán por el Huracán Isidoro México 2004 Universidad Autónoma de Campeche, página 9
- [7] Arnold L., Stochastic Differential Equations, USA, John Wiley & Sons 1974
- [8] Bitran D. Características del Impacto Socioeconómico de los principales desastres ocurridos en México en el periodo 1980-2002, México 2003, CENAPRED pp. 12-42
- [9] Black F & Scholes M., The pricing of option an corporate liabilities, USA Journal of Political Economy 1973, página 81
- [10] Bowers G., Actuarial Mathematics, USA, Society Of Actuaries 1983 página 7
- [11] Brown R., Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance, Canada, 2ª. Edición. Ed. Actex Publications Inc., 2001 página 72
- [12] Cabrera B, Valuación de Bonos Catastróficos para México, México 2004, MexDer pp. 1-40
- [13] Canavos, G. Probabilidad y Estadística, México, Ed. Mc Graw Hill , 1998 pp130-185
- [14] Canverhill A., Flexible Convolutions, USA, Risk Journal 1990 volumen 3

- [15] Cox & Ingersoll, An intertemporal general equilibrium model of asset prices, *Econometrica* USA 1982, pp. 363-384
- [16] Cox S., Catastrophe Risk Bond, USA 2001 Georgia State University pp 1 – 27
- [17] Cummings D., Pricing catastrophe insurance futures and call spreads: An arbitrage approach, Bruxelles, AFIR congress 1995, pp.45-80
- [18] Díaz J., Warrants, México, Ed. Limusa – Noriega, 1995 pp. 10 - 72
- [19] D'arcy S., Pricing Catastrophe Risk: Could Cat Futures Have Coped With Andrew, USA 1999, Ed. CAS pp 1-45
- [20] Einstein A. Über die der molekular-kinetischen theorie da wärme geforderte bewegung von in ruhonden teischer, *Deushtland* 1905, *Ann. Phys.* pp17,549
- [21] Flanigan G. Cat spreads at the CBOT, USA *CPCU Journal*, pp. 210-214
- [22] French K. Stock Returns and the Weekend Effect, USA, 1992 pp 10-25
- [23] Geman H., Stochastic time changes in catastrophe option pricing, USA 1995 *Insurance Journal* pp. 185-193
- [24] Gorvett R., Insurance Securitization: The development of a new asset class, USA 1999 *The Colleague of Insurance* pp. 1-40
- [25] Heath, Jarrow & Morton, Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology, USA 1992 *Econometrica* pp. 77-105
- [26] Ho & Lee, Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, USA 1986 *Journal of Finance* pp. 1011-1029
- [27] Hull J., Options and Futures Markets, Canada 1993, University of Toronto pp. 25 - 40
- [28] Hull & White, Pricing interest rate derivatives securities, USA 1990 *The review of financial studies* pp 573-592
- [29] Kande G., Bolsa Mexicana de Derivados. Un Paso Adelante, México 1998, Ed. BMV página 17
- [30] Kemna & Vorst. Options on average asset values, Holanda 1987 University of Róterdam, pp 1-15
- [31] Kolb R., Futures Markets, USA 1991 Instituto de Finanzas de Nueva York, pp. 21-43

- [32] Martínez M, Los riesgos catastróficos y los mercados financieros, España 2001, Real centro Universitario pp. 1-20
- [33] Marshall J., Como entender a los Swaps, México 1996 Ed. Cecsá página 30
- [34] Minzoni A., Reaseguro, México 1995 Ed. Las prensas de ciencias, pp. 19-59
- [35] Minzoni A., Reaseguro Financiero, México 2002 Ed. Las prensas de ciencias, pp 38-93
- [36] Perez J, Los Ciclones Tropicales del Atlántico y el Pacifico y su Relación con ENSO, México 2000, pp 1- 51
- [37] Pérez S. Húrln, México 2003, Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros pp. 1-41
- [38] Rodriguez de Castro J., Introducción a los Productos Derivados, México 1996 Ed. Limusa – Noriega pp. 14 – 182.
- [39] Rosengaus, M, Efectos Destructivos de Ciclones Tropicales, España 1998 Ed. Mapfre Re pp 1-240
- [40] Vasicek O., An equilibrium characterization of the term structure, USA 1977 Journal of financial economic pp.177-188

Páginas Web

Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros

<http://www.amis.org.mx>

Chicago Board Trade

<http://www.cbot.com>

Guy Carpenter

<http://www.guycarp.com>

Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática

<http://www.inegi.gob.mx>

International Research Institute for Climate Prediction

<http://iri.columbia.edu>

Mercado Mexicano de Derivado

<http://www.mexder.com.mx>

National Oceanic and Atmospheric Administration

<http://www.noaa.gov>

Servicio Meteorológico Nacional

<http://www.cna.gob.mx>

Unisys Weather Hurricane

<http://weather.unisys.com/hurricane>