



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN

DISEÑO Y ELABORACION DEL MANUAL DE PRACTICAS DE  
MEDICION E INSTRUMENTACION PARA EL LABORATORIO  
DE MAQUINAS ELECTRICAS

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

**P R E S E N T A :**

**J O R G E R O M E R O P E R E Z**

ASESOR ING. CESAR SINHUE MORENO VARELA

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEXICO

2005

m. 346408



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN  
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

U. N. A. M.  
FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES-CUAUTITLAN



DEPARTAMENTO DE  
EXAMENES PROFESIONALES

ATN: Q. Ma. del Carmen García Mijares  
Jefe del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la FES Cuautitlán

DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO  
DIRECTOR DE LA FES CUAUTITLAN  
P R E S E N T E

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS:

"Diseño y Elaboración del Manual de Prácticas de Medición e  
Instrumentación para el Laboratorio de Máquinas Eléctricas".

que presenta el pasante: Jorge Romero Pérez  
con número de cuenta: 09850873-0 para obtener el título de:  
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

ATENTAMENTE

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Méx. a 14 de Febrero de 2005.

PRESIDENTE Ing. Oscar Cervantes Torres

VOCAL Ing. César Sinhué Moreno Varela

SECRETARIO Ing. Leonardo Sergio Lara Flores

PRIMER SUPLENTE Ing. Jaime Fuentes Sánchez

SEGUNDO SUPLENTE Ing. Humberto Neri Mondragón

## AGRADECIMIENTOS

*Agradezco a mis padres (Elvira y Ramón) y a mis hermanos por el apoyo brindado durante mi formación académica como profesionista en esta mi segunda casa, FES CUAUHTILAN, ya que sin su apoyo no habría podido concluir mi carrera.*

*Agradezco al Ing. Jaime Fuentes Sánchez por su asesoría en este trabajo de tesis, pero también en especial por la amistad brindada.*

*Quiero también hacer un reconocimiento especial al apoyo brindado por mi asesor y amigo, el Ing. César Sinhué Moreno Varela ya que su guía durante este trabajo fue fundamental para la culminación del mismo.*

*Gracias a mis amigos y compañeros de carrera por todo aquello cuanto vivimos juntos, pues su amistad y camaradería fue un pilar que me sostuvo durante la carrera.*

*Quiero agradecer muy en especial a mi novia Mayra por todo su apoyo e interés en este trabajo, hoy que estoy más cerca de cumplir una de mis grandes metas y sueños, te agradezco dejarme compartirlo contigo.*

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	i
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1.1 ANTECEDENTES</b>	<b>2</b>
<b>1.2 EL ARTE DE MEDIR</b>	<b>2</b>
1.2.1 Elección de métodos y técnicas de medición	3
<b>1.3 UNIDADES DE MEDICIÓN</b>	<b>5</b>
1.3.1 Sistema internacional	5
1.3.1.1 Unidades base del SI	7
1.3.1.1.1 Definición de las unidades base del SI	7
1.3.1.2 Unidades derivadas del SI	9
1.3.2 Prefijos del SI	10
<b>CAPÍTULO 2. ERROR EN MEDICIÓN</b>	<b>11</b>
<b>2.1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>12</b>
<b>2.2 CONCEPTOS</b>	<b>14</b>
<b>2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES EN LA MEDICIÓN</b>	<b>17</b>
2.3.1 Errores introducidos por el instrumento	17
2.3.2 Errores de operación	19
2.3.3 Expresión del error de una medición	20
2.3.3.1 Error en un instrumento analógico	22
2.3.3.2 Error en un instrumento digital	23
<b>2.4 Herramientas estadísticas para analizar el error de una medición</b>	<b>23</b>
2.4.1 Media aritmética	24
2.4.2 Desviación de la medida	24

2.4.3	Desviación promedio	25
2.4.4	Desviación estándar	25
<b>CAPÍTULO 3. INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN</b>		<b>27</b>
<b>3.1</b>	<b>MULTÍMETRO ANALÓGICO (VOM)</b>	<b>28</b>
3.1.1	El galvanómetro	28
3.1.1.1	Descripción	29
3.1.2	Amperímetro analógico de C.D.	31
3.1.2.1	Resistor de derivación	31
3.1.2.2	Derivación de Aytron	32
3.1.3	Voltímetros de C.D.	34
3.1.3.1	Voltímetro de rango múltiple	35
3.1.3.2	Sensibilidad de un voltímetro	37
3.1.4	Ohmiómetro tipo serie	38
3.1.5	Ohmiómetro tipo derivación	40
3.1.6	Amperímetros y voltímetros de c.a.	42
3.1.6.1	Instrumento tipo rectificador	42
3.1.6.2	Circuito típico de rectificación en instrumentos comerciales	44
<b>3.2</b>	<b>MULTÍMETRO DIGITAL (DMM)</b>	<b>46</b>
3.2.1	Introducción	46
3.2.2	Limites teóricos de medición	47
3.2.3	Limitaciones del DMM	48
3.2.4	Especificaciones	50
3.2.4.1	Exactitud	50
3.2.4.2	Resolución	51
3.2.4.3	Sensibilidad	51
3.2.4.4	Degradaciones	52
3.2.4.5	Coefficiente de temperatura	52
3.2.4.6	Envejecimiento	53

3.2.5	Ruido y rechazo de ruido	53
3.2.5.1	Relación de rechazo de modo normal (MNRR)	53
3.2.5.2	Relación de rechazo de modo común (CMRR)	54
3.2.5.3	Especificaciones de ruido	55
3.2.6	Velocidad de medición	55
3.2.7	Principio de funcionamiento de un DMM	56
3.2.7.1	Diagrama en bloques	56
3.2.7.2	Convertidor analógico digital (A/D)	56
3.2.7.3	Acondicionamiento de señal	56
3.2.7.4	Medición de voltaje	57
3.2.7.5	Medición de corriente	58
3.2.7.6	Medición de resistencia	58
3.2.7.6.1	Multímetro digital con circuito integrado ICM 7106 / 7107	59
3.2.7.6.2	Multímetro digital con otro convertidor A/D	60
<b>3.3</b>	<b>PUENTE DE WHEATSTONE</b>	61
3.3.1	Introducción	61
3.3.2	Puente de Hilo	62
3.3.3	Puente de cajas de décadas	64
3.3.3.1	Interpolación	65
<b>3.4</b>	<b>PUENTE DOBLE KELVIN</b>	67
3.4.1	Puente de KELVIN	67
3.4.2	Puente doble Kelvin	69
<b>3.5</b>	<b>WATTÍMETRO</b>	71
3.5.1	Movimiento Electrodinámico	71
3.5.2	Electrodinómetro en mediciones de potencia	72
<b>3.6</b>	<b>OSCILOSCOPIO</b>	77
3.6.1	Introducción	77
3.6.2	Tipos de osciloscopios	77
3.6.2.1	Osciloscopio Analógico	78
3.6.2.1.1	Funcionamiento	79

3.6.2.2	Osciloscopio Digital	81
3.6.2.2.1	Métodos de muestreo	82
3.6.2.2.1.1	Muestreo en tiempo real con Interpolación	83
3.6.2.2.1.2	Muestreo en tiempo equivalente	84
<b>CAPÍTULO 4.</b>	<b>OPERACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN</b>	<b>85</b>
<b>4.1</b>	<b>VOLTÍMETRO – AMPERÍMETRO (C.D.)</b>	<b>86</b>
4.1.1	Voltímetro	86
4.1.2	Miliamperímetro	87
4.1.3	Amperímetro	87
<b>4.2</b>	<b>VOLTÍMETRO (c.a.)</b>	<b>88</b>
<b>4.3</b>	<b>AMPERÍMETRO c.a.</b>	<b>89</b>
4.3.1	Primer y tercer amperímetro	89
4.3.2	Segundo amperímetro	90
<b>4.4</b>	<b>WATTÍMETRO MONOFÁSICO</b>	<b>91</b>
<b>4.5</b>	<b>MULTÍMETRO ANALÓGICO</b>	<b>92</b>
4.5.1	Carátula	93
4.5.2	Panel de selección	94
4.5.3	Configuraciones para mediciones de C.D.	95
4.5.3.1	Voltaje de C.D.	95
4.5.3.2	Corriente directa	96
4.5.4	Configuraciones para mediciones de c.a.	96
4.5.4.1	Voltaje de c.a.	96
4.5.5	Configuraciones para mediciones de resistencia	97
4.5.6	Calibración del instrumento para medir resistencia, C.D. o c.a.	97

<b>4.6 MULTÍMETRO DIGITAL</b>	98
4.6.1 Utilidad del multímetro digital	100
4.6.2 Selección de las magnitudes y escalas o rangos	100
4.6.2.1 Medición de resistencia y continuidad	100
4.6.2.2 Prueba de diodos	101
4.6.2.3 Medición de tensión en C.D.	102
4.6.2.4 Medición de corriente en C.D.	102
4.6.2.5 Capacitancia	103
4.6.2.6 Otras magnitudes	103
<b>4.7 PUENTE DE WHEATSTONE</b>	104
4.7.1 Instrucciones de operación	106
4.7.2 Características del puente de WHEATSTONE	108
<b>4.8 PUENTE DOBLE KELVIN</b>	109
4.8.1 Instrucciones de operación	111
4.8.2 Características del puente DOBLE KELVIN	112
<b>4.9 OSCILOSCOPIO</b>	113
4.9.1 Pasos iniciales para realizar una medición	113
4.9.1.1 Colocar a tierra el Osciloscopio	113
4.9.1.2 Ajuste inicial de los controles	114
4.9.1.2.1 Pasos iniciales de ajuste	115
4.9.1.3 Sondas de medida	117
4.9.1.3.1 Sondas pasivas	118
4.9.1.3.2 Compensación de la sonda	119
4.9.1.3.3 Sondas activas	120
4.9.1.3.4 Sondas de corriente	120
4.9.2 Ajuste del instrumento para visualización	121
4.9.2.1 Intensidad	121
4.9.2.2 Enfoque	121
4.9.2.3 Rotación del haz	122
4.9.3 Sistema vertical	123
4.9.3.1 Posición	123

4.9.3.2	Conmutador	123
4.9.3.3	Mando Variable	124
4.9.3.4	Acoplamiento de la entrada	125
4.9.3.5	Inversión	125
4.9.3.6	Modo alternado / chopeado	126
4.9.3.7	Modo simple / dual / suma	127
4.9.4	Sistema horizontal	128
4.9.4.1	Posición	128
4.9.4.2	Conmutador	128
4.9.4.3	Mando variable	129
4.9.4.4	Amplificación	130
4.9.4.5	Sistema horizontal XY	130
4.9.5	Ajuste de disparo	131
4.9.5.1	Sentido	131
4.9.5.2	Nivel	131
4.9.5.3	Acoplamiento	132
4.9.5.4	Exterior	132
<b>CAPÍTULO 5. PRÁCTICAS</b>		<b>133</b>
<b>PRÁCTICA 1. MEDICIÓN DE VOLTAJE Y CORRIENTE</b>		<b>134</b>
<b>PRÁCTICA 2. LEY DE OHM</b>		<b>145</b>
<b>PRÁCTICA 3. PUENTE DE WHEATSTONE</b>		<b>154</b>
<b>PRÁCTICA 4. EL PUENTE DOBLE KELVIN</b>		<b>163</b>
<b>PRÁCTICA 5. IMPEDANCIA</b>		<b>169</b>
<b>PRÁCTICA 6. POTENCIA EN CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA</b>		<b>179</b>
<b>PRÁCTICA 7. CONSTANTE DE SEEBECK</b>		<b>189</b>
<b>PRÁCTICA 8. TERMÓMETRO DE RESISTENCIA</b>		<b>196</b>

<b>APÉNDICE A. CORRIENTE ALTERNA SINUSOIDAL</b>	203
<b>APÉNDICE B. SIMBOLOGÍA UTILIZADA EN INSTRUMENTACIÓN</b>	211
<b>APÉNDICE C. AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS</b>	214
<b>CONCLUSIONES</b>	218
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	220

# INTRODUCCIÓN

# INTRODUCCIÓN

De una correcta medición e instrumentación dependen tanto la calidad del producto como el rendimiento de la producción. Las técnicas actuales del control exigen una gran exactitud y precisión en las mediciones para poder determinar los parámetros de ajuste.

En el campo de la medición e instrumentación a nivel industrial, se manejan conceptos de gran importancia para la optimización de los productos en un proceso, en el que necesariamente se fundamenta la estabilidad de parámetros involucrados, bajo la influencia de una infinita variabilidad de magnitudes que, medidas y controladas con un debido procedimiento técnico y científico nos lleven al funcionamiento eficiente de determinados sistemas. A la instrumentación le atribuimos el canal de comunicación que se encarga de transmitir mediante fases el más mínimo cambio físico – dinámico en las propiedades extensivas e intensivas de cualquier fenómeno variable digno de controlar; al control le dejamos la parte analítica que, mediante comparaciones lógicas, establece la minimización del error de la variable a medir.

En esta tesis se pretende ilustrar cada uno de los conceptos que abarcan el campo de la medición e instrumentación; se establecerán teorías claras sobre cada uno de los elementos que conforman un sistema, enfatizando en las características técnicas o primarias de los instrumentos utilizados en medición; el objetivo es proveer al estudiante de herramientas que les permitan la adecuada construcción de un sistema de medición, con la finalidad de obtener un eficiente funcionamiento del mismo.



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN

## 1.1 ANTECEDENTES

El ingeniero se enfrenta inevitablemente con variables físicas que deben ser medidas, tanto si las utiliza simplemente para obtener información, como si llega a verse interesado en estudios fundamentales de teoría de la medición. Debe estar familiarizado con aparatos, métodos, limitaciones, así como a las técnicas y posibilidades de exactitud en las medidas. No obstante, es imposible estar actualizado en todas las ramificaciones de esta materia altamente desarrollada. Una aproximación eficaz es conocer los conceptos fundamentales de la medida y algunos métodos de comprobada utilidad. Un apoyo firme en los principios constituye la estructura que soporta y engendra la comprensión necesaria para la solución de problemas concretos. Lo importante es entender la disciplina del pensamiento analítico. Sin ella, el progreso individual en cualquier campo científico se verá probablemente frustrado, y las oportunidades de perfeccionamiento serán escasas. Con el dominio de esta disciplina, los horizontes son prácticamente ilimitados.

## 1.2 EL ARTE DE MEDIR

Medir consiste mucho más en realizar un trabajo de creación que en seguir unos procedimientos rutinarios establecidos. Por ejemplo, dos individuos enfrentados con un mismo problema de medida pueden seguir procedimientos completamente diferentes y llegar a resultados diferentes aunque los esfuerzos de ambos estuvieran encaminados a conseguir respuestas **objetivas**. Es inevitable que ciertas materias pertenezcan al dominio de la técnica y **constituyan** una especie de artesanía. La situación no es muy distinta de la que **se presenta** en otros campos del arte, donde un conjunto conglomerado de cosas **se combinan** para crear un producto final.

Una de las características de las medidas que **debe tenerse** en cuenta, es que todas las observaciones están sujetas a error. Estos errores deben ser evaluados

críticamente. Deben explorarse todas las condiciones que puedan influir en la corrección de los resultados, deben comprenderse y remediarse en todo lo posible. Es indispensable un conocimiento profundo del método y del instrumento empleados. Normalmente es necesario un análisis teórico detallado. Aún cuando se insista en los aspectos analíticos de las medidas, debe tenerse presente que para una buena realización de las mismas, no basta con conocer la teoría en la que se apoyan. La experiencia es un elemento significativo para el cual a menudo no hay sustituto. Sin embargo, de todos los factores que intervienen en el éxito de un experimento, la comprensión de la teoría subyacente es lo que probablemente contribuye más a la obtención de buenos resultados.

### **1.2.1 Elección de métodos y técnicas de medición**

El investigador debe elegir un método conocido, de acuerdo con factores tales como exactitud exigida en los instrumentos disponibles, costo del esfuerzo total, tiempo disponible para obtener resultados, facilidad para realizar las medidas y destreza del personal que va a efectuarlas. Éstas condiciones son a menudo antagónicas. Una vez seleccionado el método óptimo, el experimento debe planearse con detalle y remediar todos los defectos que se prevean. El instrumento que va a ser empleado debe estudiarse críticamente hasta ser perfectamente comprendido en sus aspectos de manipulación, características básicas, exactitud y margen de operación. Deben planearse las técnicas apropiadas, preparar de antemano el tratamiento de datos, y realizar e interpretar los análisis teóricos referentes a todos los factores pertinentes.

En la ejecución de las medidas deben tenerse en cuenta muchas prácticas de laboratorio y procedimientos para evitar falsos resultados. Los contactos eléctricos deben ser firmes, las soldaduras bien hechas, los contactos deslizantes estar en buenas condiciones, etc. Es necesario una alerta continua para percibir los defectos del equipo. El investigador experimentado mantiene una vigilancia constante y una actitud de desconfianza hacia todos los detalles. Cuando

aparezcan dificultades con campos extraños que interaccionen con el equipo debe intentarse poner remedio. Si se desea terminar el trabajo, deben tomarse ciertas precauciones de protección y seguridad del equipo y personal. Todos estos factores, y otros, se enlazan de forma compleja, contribuyendo al resultado final. También contribuyen a la satisfacción que se deriva del trabajo bien hecho.

En las medidas eléctricas de tipo común, las exigencias de exactitud son de primordial importancia para determinar el cuidado que debe ponerse en ellas. Una exactitud en el rango de 93 a 95% se obtiene fácilmente con un equipo moderno sin necesidad de excesivos cuidados ni técnicas difíciles. Para obtener una exactitud del orden de 99 % es generalmente necesario el uso de correcciones y poner bastante cuidado en los métodos y procedimientos seguidos. Exactitudes del orden de 99,9 % piden un exceso de trabajo meticuloso en todos los detalles. Por encima del orden de 99,9 % de exactitud, deben emplearse técnicas especiales con métodos de gran precisión. Patrones exactos, métodos de sustitución, cuidadoso control del ambiente, pruebas exhaustivas de reproducibilidad, análisis estadístico de datos y otras técnicas se hacen indispensables si quieren obtenerse buenos resultados. De este modo, la exactitud exigida es a menudo la primera indicación del carácter de la medida. Esto no quiere decir que pueda haber despreocupación con las medidas más simples, pues siempre hay lugar para las equivocaciones.

Con mucha frecuencia la diferencia entre un experimento ejecutado cuidadosamente que conduce a resultados seguros y un intento concebido pobremente que da lugar a respuestas problemáticas reside en esa ineludible cualidad llamada técnica. A lo largo de este trabajo se verán ejemplos de diferentes técnicas de medida. Se aconseja comprenderlas claramente y que se piense sobre ellas críticamente. En conjunto, consiste en lo que puede llamarse prácticas inteligentes, que presentan cierta superioridad y ventajas definidas sobre primeras aproximaciones que puedan proyectarse. Son a menudo sutiles y desarrollables sólo después de un estudio profundo de métodos y procedimientos, o quizá después de repetidas fallas en reiterados intentos en el laboratorio. El

dominio de la técnica no se adquiere siempre con facilidad. Una norma útil, pero a menudo descuidada, es la de planear el tratamiento de los datos, antes de realizar el experimento real. Esto tiene la ventaja de exigir un análisis teórico antes de obtener los resultados, y proporciona otras ventajas secundarias. Además, un planteamiento previo ayuda a llevar adelante el experimento, indicando órdenes de valores que van a ser medidos, regiones en las cuales concentrar los datos experimentales y sensibilidad de las contribuciones de diversas magnitudes a la exactitud total.

Aún cuando la técnica es una materia fugaz puede aprenderse mucho con el ejemplo de las prácticas que otros han encontrado satisfactorias. Sin embargo, una parte muy importante de la técnica puede aprenderse sólo con la experiencia, como son ciertos aspectos de mantenimiento y manipulaciones de equipo.

### 1.3 UNIDADES DE MEDICIÓN

Para especificar y hacer cálculos con *cantidades físicas*, éstas se deben definir tanto en *clase* como en *magnitud*. La medida estándar de cada clase de cantidad física es la *unidad*; el número de veces que la unidad ocurre en algún valor dado de la misma cantidad es el *número de medida*. Por ejemplo, cuando hablamos de una distancia de 100 metros, sabemos que el metro es la unidad de longitud y que el número de unidades de longitud es cien. La cantidad física es la *longitud*, por consiguiente se define por la unidad al *metro*. Sin la unidad, el número de medida no tiene significado físico.

#### 1.3.1 Sistema Internacional

El sistema internacional MKSA (metro-kilo-segundo-ampere) de unidades se adoptó en 1960 por la Undécima Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) bajo el nombre de *Sistema Internacional de Unidades* (SI). El sistema SI

esta reemplazando a los demás sistemas en los países que usan el sistema métrico y su amplia aceptación relega a los otros sistemas a una eventual obsolescencia.

Las unidades del SI están divididas en dos clases:

- Unidades *base*.
- Unidades *derivadas*.

Desde el punto de vista científico, la división de las unidades del SI en éstas dos clases, es hasta cierto punto arbitraria, porque no es esencial a la física de la materia. De cualquier manera, la CGPM, considerando la ventaja de un sólo sistema de unidades práctico a nivel mundial para relaciones internacionales, para enseñanza y trabajo científico, decidió basar el Sistema Internacional en un conjunto de siete unidades bien definidas que por convención son dimensionalmente independientes: el metro, el kilogramo, el segundo, el ampere, el kelvin, el mol y la candela. Estas unidades del SI son llamadas *unidades base*.

La segunda clase de unidades del SI es la de las *unidades derivadas*. Estas son unidades que son formadas como productos de potencias de las unidades base de acuerdo con las relaciones algebraicas que relacionan las magnitudes de interés. Los nombres y símbolos de algunas unidades así formadas en términos de las unidades base pueden ser reemplazadas por nombres especiales y símbolos que pueden por sí mismos ser usados para formar expresiones y símbolos para otras unidades derivadas.

Las unidades del SI de estas dos clases forman un conjunto coherente, donde coherente es usado en el sentido de un sistema cuyas unidades están mutuamente relacionadas por reglas de multiplicación y división sin factor numérico diferente de la unidad.

Es importante enfatizar que cada magnitud física tiene sólo una unidad SI, aún cuando ésta unidad puede ser expresada en diferentes formas. Lo inverso, sin embargo, no es verdadero; en algunos casos la misma unidad SI puede ser usada para expresar los valores de diferentes magnitudes.

### 1.3.1.1 Unidades base del SI

EL SI consiste de siete *unidades base* para siete magnitudes base, que se asume son mutuamente independientes, como se muestra a continuación:

Magnitud base	Unidades base del SI	
	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

TABLA 1.1: Unidades base del SI

#### 1.3.1.1.1 Definición de las unidades base del SI

**Unidad de longitud.** El metro es la longitud de la trayectoria viajada por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de  $1/299\,792\,458$  de un segundo ( $3,34 \times 10^{-9}$  segundos aproximadamente).

**Unidad de masa.** El kilogramo es la unidad de masa, el patrón para la unidad de masa es un cilindro de una aleación de platino e iridio que se encuentra en la Oficina de Pesos y Medidas de París.

**Unidad de tiempo.** Se expresa en términos de segundo, el segundo se define como la duración de 9 192 631 770 ciclos de la radiación asociada con una transición específica del átomo de cesio. Esta duración se logra sintonizando un oscilador a la frecuencia de resonancia del átomo de cesio, midiéndose con un detector formado por un sistema de imanes y una cavidad resonante.

**Unidad de corriente eléctrica.** Se expresa en términos de Ampere. El Ampere se define como la magnitud de la corriente que al fluir a través de dos alambres paralelos separados a un metro de distancia en el espacio libre, se obtiene una fuerza entre los dos alambres, debida al campo magnético, de  $2 \times 10^{-7}$  N.

**Unidad de temperatura termodinámica.** Se expresa en términos de grados kelvin. La escala de temperatura termodinámica o de Kelvin usada en el Sistema Internacional de Unidades tiene su origen en el punto cero o cero absoluto y un punto fijo es el punto triple del agua definido a 273,16 °K. La escala Celsius es derivada de la escala Kelvin. En la escala Celsius el punto triple del agua se define a 0,01 °C.

**Unidad de cantidad de sustancia.** El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en un 0,012 kilogramos de carbono 12. Cuando se usa el mol, las entidades elementales deben ser especificadas y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas, o grupos especificados de tales partículas.

**Unidad de intensidad luminosa.** La candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia  $540 \times 10^{12}$  Hertz y que tiene una intensidad radiante en la dirección de 1/683 watt por radián.

### 1.3.1.2 Unidades derivadas del SI

Otras magnitudes, llamadas *unidades derivadas*, son definidas en términos de las siete magnitudes base mediante un sistema de ecuaciones de magnitud. Las *unidades derivadas* del SI para éstas magnitudes derivadas, son obtenidas a partir de estas ecuaciones y las siete unidades base del SI. Ejemplos de tales unidades derivadas del SI se dan a continuación:

Magnitud	Nombre en el SI	Símbolo
superficie	metro cuadrado	m <sup>2</sup>
volumen	metro cúbico	m <sup>3</sup>
velocidad	metro por segundo	m/s
aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s <sup>2</sup>

**TABLA 1.2: Unidades derivadas con nombre y símbolo especial**

Magnitud	Nombre en el SI	Símbolo	Equivalencia
Frecuencia	hertz	Hz	1/s
Fuerza	newton	N	Kgm/s <sup>2</sup>
Presión	pascal	Pa	Kg/ms <sup>2</sup>
Trabajo, energía	joule	J	
Carga eléctrica	coulomb	C	
Potencia	watt	W	
Diferencia de potencial	volt	V	

**TABLA 1.3: Unidades derivadas sin nombre especial**

Magnitud	Nombre en el SI	Símbolo
Tiempo	minuto	min
Hora	hora	h
Día	día	d
Ángulo	grado	°
	minuto	'
	segundo	"
Volumen	litro	l, L
Masa	tonelada	Ton

**TABLA 1.4: Unidades que no pertenecen al SI, pero se conservan para utilizarse con el mismo**

### 1.3.2 Prefijos del SI

Todas las unidades del SI tienen prefijos decimales que multiplican la cantidad indicada por una potencia decimal, en la siguiente tabla se muestran los prefijos del SI para expresar factores decimales.

Símbolo	Prefijo	Exponente
<i>y</i>	yocto-	$10^{-24}$
<i>z</i>	zepto-	$10^{-21}$
<i>a</i>	atto-	$10^{-18}$
<i>f</i>	femto-	$10^{-15}$
<i>p</i>	pico-	$10^{-12}$
<i>n</i>	nano-	$10^{-9}$
$\mu$	micro-	$10^{-6}$
<i>m</i>	mili-	$10^{-3}$
(ninguno)	(ninguno)	$10^0$
<i>K</i>	kilo-	$10^3$
<i>M</i>	mega-	$10^6$
<i>G</i>	giga-	$10^9$
<i>T</i>	tera-	$10^{12}$
<i>P</i>	peta-	$10^{15}$
<i>E</i>	exa-	$10^{18}$
<i>Z</i>	zeta-	$10^{21}$
<i>Y</i>	yota-	$10^{24}$

**TABLA 1.5: Prefijos del SI**

# CAPÍTULO 2

## ERROR EN MEDICIÓN

Lectura	d	d <sup>2</sup>
9.6	-0.05	0.0025
9.5	-0.15	0.0225
9.7	0.05	0.0025
9.5	-0.15	0.0225
9.6	-0.05	0.0025
9.8	0.15	0.0225
9.7	0.05	0.0025
9.6	-0.05	0.0025
9.7	0.05	0.0025
9.5	-0.15	0.0225

$$\sum X = 96.5$$

$$\sum |d| = 0.9$$

$$\sum d^2 = 0.10$$

$$e_x = \frac{X_m - X_{cv}}{X_{cv}} \times 100\%$$

Donde:

$X_m$  : Valor medido.

$X_v$  : Valor verdadero convencional

Lectura [KΩ]	Error relativo [%]
9.6	2.3%
9.5	3.3%
9.7	1.3%
9.5	3.3%
9.6	2.3%
9.8	0.3%
9.7	1.3%
9.6	2.3%
9.7	1.3%
9.5	0.3%

$$e_x = \frac{2.3+3.3+1.3+3.3+2.3+0.3+1.3+2.3+1.3+0.3}{10} = 1.8\%$$

## 2.1 INTRODUCCIÓN

Una *magnitud física* es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia, que puede determinarse cuantitativamente, es decir, es susceptible a ser medido. Ejemplos de magnitudes son: voltaje, corriente, potencia, etc. A la magnitud de un *objeto* específico que nos interesa medir, la llamamos *mensurado*. Por ejemplo, si estamos interesados en medir la corriente que circula a través de un conductor, esa corriente específica será el mensurado.

Para establecer el valor de un mensurado tenemos que usar *instrumentos y métodos de medición*. Asimismo es necesario definir *unidades de medición*. Por ejemplo, si deseamos medir el largo de una mesa, el instrumento de medición será una regla. Si hemos elegido el Sistema Internacional de Unidades (SI), la unidad será el metro y la regla a usar deberá estar calibrada en esa unidad (o submúltiplos). El método de medición consistirá en determinar cuantas veces la regla y fracciones de ella entran en la longitud buscada.

En ciencias e ingeniería, el concepto de *error* tiene un significado diferente del uso habitual de este término. Coloquialmente, es usual el empleo del término error como análogo o equivalente a equivocación. En ciencia e ingeniería, el error, está más asociado al concepto de *incertidumbre* en la determinación del resultado de una medición. Lo que procuramos en toda medición es conocer las cotas (o límites probabilísticos) de estas incertidumbre. Gráficamente, buscamos establecer un intervalo  $\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$  como el de la Figura 2.1, donde con cierta probabilidad, podamos decir que se encuentra el *mejor valor* de la magnitud  $x$ . Este valor  $\bar{x}$  es el más representativo de nuestra medición y al semiancho  $\Delta x$  lo denominamos la incerteza o error absoluto de la medición.

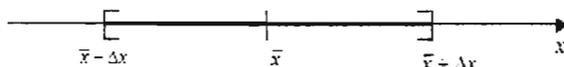


Figura 2.1: Intervalo asociado al resultado de una medición

En todo proceso de medición existen limitaciones dadas por los instrumentos usados, el método de medición y el observador que realiza la medición; Asimismo, un proceso de medición introduce errores o incertezas. Por ejemplo, cuando usamos un termómetro para medir una temperatura, parte del calor del objeto fluye al termómetro (o viceversa), de modo que el resultado de la medición es un valor modificado del original debido a la inevitable interacción que debemos realizar. Es claro que esta interacción podrá o no ser significativa: si estamos midiendo la temperatura de un metro cúbico de agua, la cantidad de calor transferida al termómetro puede no ser significativa, pero si lo será si el volumen en cuestión es de una pequeña fracción del mililitro.

Tanto los instrumentos que usamos para medir como las magnitudes mismas son fuente de incertezas al momento de medir. Los instrumentos tienen una *precisión* finita, por lo que, para un instrumento dado, siempre existe una variación mínima de la magnitud que puede detectar. Esta mínima cantidad se denomina la *apreciación nominal* del instrumento. Por ejemplo, con un óhmetro graduado en  $K\Omega$ , no podemos medir resistencias menores de una fracción de ohm.

Otra fuente de error que se origina en los instrumentos además de la *precisión* es la *exactitud* de los mismos. Como vimos, la precisión de un instrumento o un método de medición está asociada a la sensibilidad o menor variación de la magnitud que se pueda detectar con dicho instrumento o método. Así, decimos que un tornillo micrométrico (con una apreciación nominal de  $10 \mu m$ ) es más preciso que una regla graduada en milímetros; o que un cronómetro es más preciso que un reloj común, etc.

## 2.2 CONCEPTOS

*Sensibilidad.* Relación de la señal de salida o respuesta del instrumento respecto al cambio de la entrada o variable medida.

*Resolución.* Cambio más pequeño en el valor medido al cual responde el instrumento.

*Exactitud.* Se refiere al grado de aproximación o conformidad al valor real de la cantidad medida.

*Precisión.* Es el grado de la concordancia dentro de un grupo de mediciones o instrumentos.

La exactitud de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de la *calibración* del mismo. Imaginemos que un cronómetro sea capaz de determinar la centésima de segundo pero adelanta dos minutos por hora, mientras que un reloj de pulsera común no lo hace. En este caso decimos que el cronómetro es todavía más preciso que el reloj común, pero menos exacto. La exactitud es una medida de la calidad de la calibración de nuestro instrumento respecto de *patrones de medida* aceptados internacionalmente. En general los instrumentos vienen calibrados, pero dentro de ciertos límites. Es deseable que la calibración de un instrumento sea tan buena como la apreciación del mismo.

La Figura 2.2 ilustra de modo esquemático los conceptos de precisión y exactitud. Los centros de los círculos indican la posición del "verdadero valor" del mensurado y las cruces los valores de varias determinaciones del centro. La dispersión de los puntos da una idea de la precisión, mientras que su centro efectivo (centroide) está asociado a la exactitud. "a" es una determinación precisa pero inexacta, mientras "d" es más exacta pero imprecisa; "b" es una determinación más exacta y más precisa; "c" es menos precisa que "a".

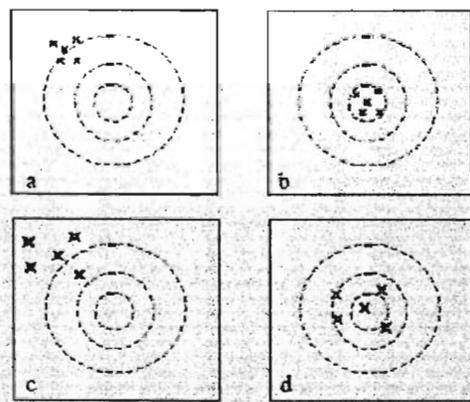


Figura 2.2: Modo esquemático de precisión y exactitud

Una indicación de la precisión de las mediciones se obtiene a partir del número de *cifras significativas* con las cuales se expresan los resultados. Estas cifras proporcionan información real relativa a la magnitud y precisión de las mediciones de una cantidad. El aumento de la cantidad de cifras significativas incrementa la precisión de una medición.

Cuando realizamos una medición con una regla graduada en milímetros, está claro que, si somos cuidadosos, podremos asegurar nuestro resultado hasta la cifra de los milímetros ó, en el mejor de los casos, con una fracción del milímetro, pero no más. De este modo nuestro resultado podría ser  $L = (95.2 \pm 0.5)$  mm, o bien  $L = (95 \pm 1)$  mm. En el primer caso decimos que nuestra medición tiene tres *cifras significativas* y en el segundo caso sólo dos. El número de cifras significativas es igual al número de dígitos contenidos en el resultado de la medición que están a la izquierda del primer dígito afectado por el error, incluyendo al mismo. El primer dígito (izquierda), es el más significativo (9 en nuestro caso) y el último (derecha) el menos significativo, ya que es en el que tenemos "menos seguridad". Nótese que carece de sentido incluir en nuestro resultado de  $L$  más cifras que aquellas en donde tenemos incertidumbres (donde

“cae” el error). No es correcto expresar el resultado como  $L = (95,321 )$  mm, ya que si tenemos incertidumbre del orden de 1 mm, mal podemos asegurar el valor de las décimas, centésimas y milésimas del milímetro. Si el valor de  $L$  proviene de un promedio y el error es del orden del milímetro, se debe redondear el dígito donde primero cae el error.

Es usual expresar las incertidumbres con *una sola cifra significativa*, y solo en casos excepcionales y cuando existe fundamento para ello, se pueden usar más. También es usual considerar que la incertidumbre en un resultado de medición afecta a la última cifra si es que no se la indica explícitamente. Por ejemplo, si sólo disponemos de la información que una longitud es  $L = 95$  mm, podemos suponer que la incertidumbre es del orden del milímetro y, como dijimos antes, el resultado de  $L$  tiene dos cifras significativas. Una posible fuente de ambigüedad se presenta con el número de cifras significativas cuando se hace un cambio de unidades.

Si en el último ejemplo deseamos expresar  $L$  en  $\mu\text{m}$ , el resultado sería  $L = (95000 \pm 1000)$   $\mu\text{m}$ . ¿Cuántas cifras significativas tenemos en este resultado? Claramente dos, igual que antes, ya que la última cifra significativa sigue siendo 5. Sin embargo, si no indicamos explícitamente la incertidumbre de  $L$ , es difícil saber cuántas cifras significativas tenemos. Nótese que 95 mm es igual a 95000  $\mu\text{m}$ , pero el primer resultado tiene sólo dos cifras significativas mientras el segundo tiene cinco. Para evitar estas ambigüedades se emplea la notación científica. Podemos escribir la siguiente igualdad:  $9.5 \times 10^1 \text{ mm} = 9.5 \times 10^4 \mu\text{m}$ . Notemos que los números en ambos miembros de la igualdad tienen igual número de cifras significativas, siendo la única diferencia las unidades usadas.

## 2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES EN LA MEDICIÓN

### 2.3.1 Errores introducidos por el instrumento

- I. **Error de apreciación:** si el instrumento está correctamente calibrado la incertidumbre que tendremos al realizar una medición estará asociada a la mínima división de su escala o a la mínima división que podemos resolver con algún método de medición. Nótese que no decimos que el error de apreciación es la mínima división del instrumento, sino la mínima división que es discernible por el observador. La mínima cantidad que puede medirse con un instrumento dado, la denominamos *apreciación nominal*. El error de apreciación puede ser mayor o menor que la apreciación nominal, dependiendo de la habilidad (o falta de ella) del observador. Así, es posible que un observador entrenado pueda apreciar con una regla común fracciones del milímetro mientras que otro observador, con la misma regla pero con dificultades de visión sólo pueda apreciar 2 mm.
- II. **Error de exactitud:** representa el error absoluto con el que el instrumento en cuestión ha sido calibrado.
- III. **Errores sistemáticos:** se deben a fallas de los instrumentos, como partes defectuosas o gastadas sobre el instrumento de medición. Por lo general se dividen en dos categorías: *errores instrumentales*, referentes a los defectos de los instrumentos, y *errores ambientales*, debidas a las condiciones externas que afectan las mediciones.

Los *errores instrumentales* son inherentes a los instrumentos de medición a causa de su estructura mecánica. Hay muchas clases de errores instrumentales, según el tipo de instrumento empleado. El experimentador siempre debe tomar precauciones para asegurarse de que el instrumento se use y opere

correctamente y no contribuya con errores excesivos para los propósitos de medición.

Los errores instrumentales se pueden evitar de la siguiente manera:

1. Seleccionando el instrumento adecuado para la medición en particular.
2. Calibrando el instrumento con un patrón.

Los *errores ambientales* se deben a las condiciones externas que afectan la operación del instrumento, como los efectos de cambio de temperatura, humedad, presión barométrica o de campos magnéticos y electrostáticos; por ejemplo, un cambio en la temperatura ambiente a la cual se usa el instrumento altera las propiedades elásticas del resorte en el mecanismo de bobina móvil y afecta la lectura del instrumento. Las medidas correctivas para reducir estos efectos incluyen aire acondicionado y sellado hermético en ciertos componentes del instrumento, aislar el equipo de campos magnéticos, o cualquier otro agente externo que afecte el funcionamiento correcto del instrumento.

Los errores sistemáticos también se pueden subdividir en *estáticos* y *dinámicos*. Los primeros son originados por las limitaciones de los dispositivos de medición o las leyes físicas que gobiernan su comportamiento. Un error estático se introduce en un micrómetro cuando se aplica presión excesiva al eje al girarlo. Los errores dinámicos se producen cuando el instrumento no responde con suficiente rapidez a los cambios de la variable medida.

### 2.3.2 Errores de operación

- I. **Error de lectura:** Se deben principalmente a fallas humanas en la lectura o en la utilización de los instrumentos de medición, así como en el registro y cálculo de los resultados de las mediciones. Un error de lectura ocurre al leer de manera incorrecta la escala de un medidor analógico. Éste puede corregirse teniendo más cuidado y tomando la media de varias de las mismas mediciones. Interpolar incorrectamente entre las marcas calibradas de una escala puede ser otra fuente de error; un medidor digital elimina este tipo de error.

Un ejemplo claro de esto es el llamado *error de paralelaje*, el cual se origina al tomar una lectura del medidor desde una posición que no coincida con el centro; esto es, cuando la visual entre el observador y la aguja del medidor no es perpendicular a la escala del medidor. Los errores de lectura del medidor pueden eliminarse usando medidores que presenten directamente el valor numérico, es decir, medidores digitales.

- II. **Error de calibración:** El fabricante del instrumento, en general, especifica su porcentaje de error. Para mayor exactitud se requieren instrumentos con precisión de laboratorio. Estos son muy precisos y su error inherente es del orden de una fabricación de 1%.
- III. **Error de inserción:** Otra fuente de error proviene del proceso de insertar un instrumento en un circuito para hacer una medición. Si el instrumento altera de algún modo las condiciones del circuito, es posible obtener lecturas incorrectas. Los errores de inserción son conocidos como carga del medidor.

Los errores debidos al efecto de carga se evitan utilizando instrumentos con la sensibilidad adecuada para realizar la medición. Por ejemplo, un voltímetro de baja resistencia no se debe utilizar para medir voltajes en un amplificador de tubos al vacío. En este caso se requiere un voltímetro con alta impedancia de entrada.

Una buena práctica es efectuar más de una lectura de la misma cantidad, como se mencionó anteriormente, de preferencia por diferentes observadores. Nunca se debe depender de una sola lectura, se deben tomar como un mínimo tres lecturas separadas, preferentemente en condiciones en que los instrumentos se enciendan para hacer la medición.

### 2.3.3 Expresión del error de una medición

*Error absoluto ( $E_x$ ):* Es directamente la diferencia entre el valor medido y el valor real,

$$E_x = X_m - X_v \quad (2.1)$$

$E_x$  = error absoluto

$X_m$  = valor medido

$X_v$  = valor real

Ahora el valor real, ¿existe? Lo que podemos asegurar es que cuando más cercano al valor verdadero se quiera llegar, será más el esfuerzo, y por ende, el costo del instrumento utilizado.

*Error relativo ( $e_x$ ):* Cuando se requiere comparar dos errores de dos magnitudes medidas muy diferentes, el error absoluto no es suficiente. Por lo tanto, se define,

$$e_x = \frac{X_m - X_v}{X_v} = \frac{E_x}{X_v} \quad (2.2)$$

el cual en general se expresa en porcentaje. Debido a la imposibilidad de conocer el valor verdadero, suele a veces utilizarse en su lugar, el valor verdadero convencional ( $X_{cv}$ ) el cual puede determinarse con otro instrumento mucho más exacto respecto al utilizado en la medición. En la práctica generalmente con los datos del fabricante, uno puede determinar el error absoluto, entonces para hallar el error relativo, se suele utilizar en el denominador directamente el valor medido ( $X_m$ ).

*Error límite:* Si  $E_x$  es el error absoluto límite (máximo medible), entonces podemos expresar la medición como

$$X = X_m \pm E_x \quad (2.3)$$

donde  $X$  representa el valor real de la variable medida.

En la mayoría de los instrumentos de medición, la exactitud está garantizada por un cierto porcentaje de la lectura en plena escala, también conocido como error límite o de garantía. Este error, para el caso de instrumentos analógicos, está relacionado a la clase del instrumento. De esta manera, el fabricante promete que el error no será mayor que el error límite, pero cabe aclarar que, para lecturas lejos del fondo de escala, el error relativo aumenta.

### 2.3.3.1 Error en un instrumento analógico

Para expresar el error límite absoluto y también el relativo de un instrumento analógico, es necesario conocer ciertas definiciones:

*Error intrínseco o absoluto ( $E_x$ )*. Error propio del aparato que comete cuando se encuentra en condiciones normales de uso.

*Valor fiduciario ( $X_f$ )*. Es un valor convencional al cual se refieren los errores de un instrumento con el fin de especificar su exactitud. Esta puede ser:

- El límite superior del campo de medida en aparatos con "cero" no fuera de escala (excepto óhmetros).
- La suma absoluta de los valores extremos de la escala, en aparatos con "cero" dentro de la escala.
- La longitud total de la escala para aparatos con escala no lineal contraída (por ejemplo óhmetros).

Clase (c). Se define como clase de exactitud a:

$$c = \frac{E_x}{X_f} \times 100 \quad (2.4)$$

En general se observara la deflexión de una aguja dentro de una escala graduada, obteniéndose:

$$k_x : \text{constante de lectura} : \frac{[\text{unidad de X}]}{[\text{división}]}$$

$$\delta_m : \text{divisiones medidas} : [\text{división}]$$

el valor medido será:

$$X_m = k_x \times \delta_m \quad (2.5)$$

finalmente el resultado de la medición será como la expresión (2.3), donde  $E_x$  se obtiene con la clase del instrumento utilizado.

### 2.3.3.2 Error en un instrumento digital

Para determinar el error límite o de garantía de un instrumento digital, existen varias expresiones, pero la más difundida por la mayoría de los fabricantes es la siguiente:

$$E_x = \pm(p\% \times X_m + m \times \text{digitos}) \quad (2.6)$$

donde  $p$  es un porcentaje del valor medido, y  $m$  es la cantidad de dígitos de los menos significativos para la escala seleccionada.

## 2.4 Herramientas estadísticas para analizar el error de una medición

El análisis estadístico de datos de mediciones es una práctica común ya que permite obtener una determinación analítica de la incertidumbre del resultado final. El resultado de un método de medición se puede predecir con base al muestreo de datos sin tener información detallada de todos los factores de perturbación. Para realizar métodos estadísticos e interpretaciones claras, generalmente se necesita un gran número de mediciones.

También los errores sistemáticos deben ser pequeños en comparación con los errores residuales o errores aleatorios, ya que el tratamiento estadístico de datos no puede eliminar tendencias fijas contenidas en las mediciones.

### 2.4.1 Media aritmética

El valor más probable de una variable medida es la media aritmética del número de lecturas tomadas. Cuando el número de lecturas de la misma cantidad es muy grande, se obtiene la mejor aproximación. La media aritmética está dada por la siguiente expresión:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad (2.7)$$

Donde:

$\bar{x}$  = media aritmética

$x_1, x_2, x_n$  = lecturas tomadas

$n$  = número de lecturas

### 2.4.2 Desviación de la medida

Desviación de la medida es el alejamiento de una lectura dada de la media aritmética. Si la desviación de la primera lectura,  $x_1$ , se llama  $d_1$ , y la de segunda lectura,  $x_2$ , es  $d_2$  y así sucesivamente, entonces, las desviaciones de la media se expresan como

$$d_1 = x_1 - \bar{x} \quad d_2 = x_2 - \bar{x} \quad d_n = x_n - \bar{x}$$

Nótese que la desviación de la medida puede tener un valor positivo o negativo y que la suma algebraica de todas las desviaciones debe ser cero.

### 2.4.3 Desviación promedio

La desviación promedio es una indicación de la precisión de los instrumentos usados en las mediciones. Los instrumentos altamente precisos producen una desviación promedio baja entre las lecturas. Por definición, la desviación promedio es la suma de los valores absolutos de las desviaciones, entre el número de lecturas ( $n$ ). El valor absoluto de la desviación es el valor sin respetar el signo. La desviación promedio se puede expresar como:

$$D = \frac{|d_1| + |d_2| + |d_3| + \dots + |d_n|}{n} = \frac{\sum |d|}{n} \quad (2.8)$$

### 2.4.4 Desviación estándar

En análisis estadísticos de errores aleatorios, la raíz media cuadrática de las desviaciones o desviación estándar es una ayuda muy valiosa. Por definición, la desviación estándar " $\sigma$ " de un número infinito de datos es la raíz cuadrada de la suma de todas las desviaciones cuadráticas individuales, divididas entre el número de lecturas. Expresada en términos matemáticos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \quad (2.9)$$

En la práctica, el número posible de observaciones es finito. La desviación estándar de un número finito de datos está dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}} \quad (2.10)$$

Otra expresión esencialmente para la misma cantidad es la *varianza* o *desviación cuadrática media*, la cual es semejante a la desviación estándar excepto que no se le extrae la raíz cuadrada. Por lo tanto:

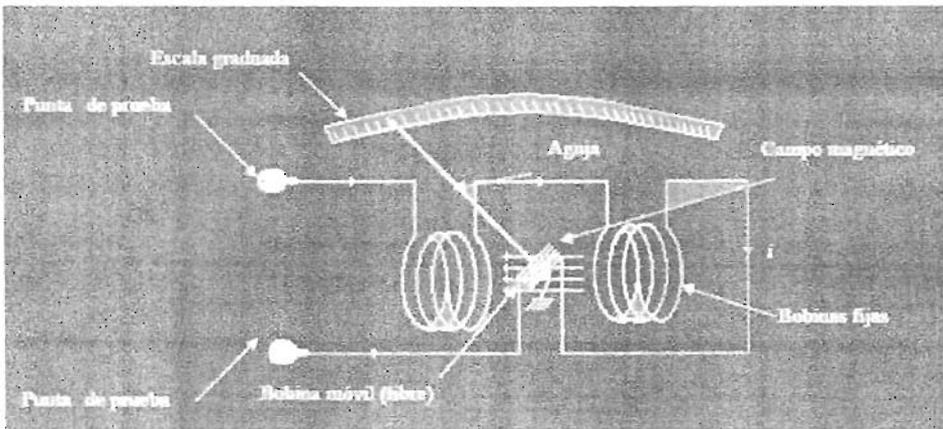
$$\text{Varianza (V)} = \text{desviación cuadrática media} = \sigma^2 \quad (2.11)$$

La varianza es una cantidad de gran utilidad en la realización de muchos cálculos, ya que las varianzas son aditivas. La desviación estándar tiene la ventaja de tener las mismas unidades que la variable, lo que facilita la comparación de magnitudes. La mayoría de los resultados científicos se expresan en términos de desviación estándar.



# CAPÍTULO 3

## INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN



---

### 3.1 MULTÍMETRO ANALÓGICO (VOM)

Los multímetros analógicos son instrumentos de laboratorio y de campo muy útiles y versátiles, capaces de medir voltaje en corriente alterna (c.a.) y corriente directa (C.D.), corriente, resistencia, ganancia de transistor, caída de voltaje en diodos, capacitancia e impedancia.

Este tipo de medidores emplea mecanismos electromecánicos para mostrar la cantidad que se está midiendo en una escala continua. Es decir, el proceso que realizan es analógico y la salida es analógica (aguja). Los multímetros Digitales han tomado el lugar de la mayoría de los multímetros Analógicos por dos razones principales: menor costo y comodidad.

Por otro lado, todavía se emplean los medidores analógicos, ya que se emplean todavía para aplicaciones en las que se deben observar las indicaciones de muchos medidores de un vistazo.

#### 3.1.1 El galvanómetro

Este aparato es el clásico instrumento utilizado para las mediciones en corriente continua, el cual se basa en el galvanómetro de imán permanente y bobina móvil. Fue Weston en el año 1888, quién construyó el primer aparato de este tipo para funcionar como voltímetro, de ahí el nombre con que también se lo conoce instrumento *tipo Weston*. Él realizó el cambio en el galvanómetro de la suspensión del tipo de cintas por los espirales (resortes) y pivotes para cumplir la misma función que aquella. En consecuencia, el sistema móvil es sostenido por dos apoyos que contienen los denominados *pivotes* o *cojinetes*.

Si bien con este cambio en la suspensión, el instrumento original perdió sensibilidad, en la práctica para la mayoría de los casos no es necesaria; ya que no se requiere una alta sensibilidad para la medición de intensidad de corriente o tensión; por el contrario al instrumento se le debe asociar a resistencias para obtener los alcances adecuados.

Con el agregado de una segunda bobina solidaria con la primera, dispuesta en un cierto ángulo y quitado el par antagónico, se puede usar como instrumento de relación como por ejemplo el megaóhmetro de bobinas cruzadas. Este dispositivo de medición fue el primer instrumento eléctrico indicador que fue fabricado comercialmente con la mayor exactitud, clase 0.1.

### 3.1.1.1 Descripción

El galvanómetro está formado por dos partes fundamentales, una fija que constituye el *circuito magnético* y otra con rotación que conforma el *sistema móvil*. En la Figura 3.1 se indican las partes constitutivas del mismo.

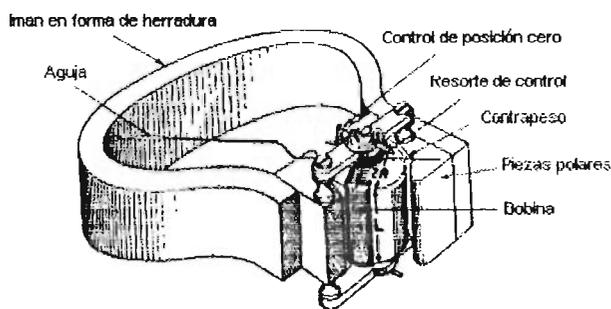


Figura 3.1: Galvanómetro

Como se puede observar, el instrumento en la Figura 3.1, contiene un imán permanente en forma de herradura y en sus extremos rectos contiene unas piezas

---

polares que hacen girar el cilindro de hierro dulce y éste a la vez limita el campo entre las piezas polares. Al aplicarse una corriente a la bobina, la fuerza resultante provocará una rotación. Existen también dos resortes pequeños que se oponen al par magnético que se produce (conocido como fuerza rotacional) que ayuda a amortiguar el golpe o latigazo mecánico producido. La tensión de los resortes está calibrada de tal forma que, una corriente conocida, produzca un giro con un ángulo especificado. Para mostrar tal deflexión se tiene una aguja muy delgada, con la cual hay que tener un cuidado especial al estar midiendo ya sea un voltaje ó una corriente para evitar que la aguja o la bobina móvil del instrumento se dañe. Es decir, si no se sabe aproximadamente el valor de la corriente o voltaje que se está midiendo es conveniente calibrar el instrumento en la escala mayor para así evitar el deterioro del instrumento.

La corriente que fluye en la bobina es directamente proporcional a la deflexión de la aguja, siempre y cuando el campo magnético sea uniforme y los resortes tengan una tensión lineal.

La ecuación del par desarrollado que se deriva de las leyes básicas para el par electromagnético es:

$$T = B \times A \times I \times N \quad (3.1)$$

Donde:

T = par [newton-metro (N-m)].

B = densidad de flujo en el entrehierro [webers / metro cuadrado (tesla)].

A = área efectiva de la bobina ( $m^2$ ).

I = corriente en la bobina móvil [ampere (A)].

N = número de vueltas de alambre en la bobina.

### 3.1.2 Amperímetro analógico de C.D.

#### 3.1.2.1 Resistor de derivación

El movimiento básico de un amperímetro de C.D. es un galvanómetro como el descrito anteriormente. Puesto que el devanado de la bobina del movimiento básico es pequeño y ligero, sólo puede conducir corrientes muy pequeñas. Cuando se miden corrientes elevadas es necesario desviar la mayor parte de la corriente por una resistencia, llamada de derivación (shunt), Figura 3.2.

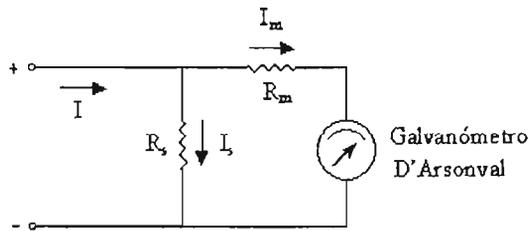


Figura 3.2: Circuito básico de un amperímetro de C.D.

La resistencia de derivación se calcula aplicando un análisis convencional de circuitos de la Figura 3.2, donde:

- $R_m$  : Resistencia interna del movimiento (la bobina).
- $R_s$  : Resistencia de derivación.
- $I_m$  : Corriente de deflexión a plena escala del movimiento.
- $I_s$  : Corriente de derivación.
- $I$  : Corriente a plena escala del amperímetro incluyendo la de derivación.

Ya que la resistencia de derivación está en paralelo con el movimiento del medidor, el voltaje a través de la resistencia y el movimiento deben ser iguales, por lo tanto se puede escribir:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{derivación}} &= V_{\text{movimiento}} \\
 \text{ó} \\
 I_x R_x &= I_m R_m \quad \text{y} \quad R_x = \frac{I_m R_m}{I_x}
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

como  $I_x = I - I_m$ , se puede escribir

$$R_x = \frac{I_m R_m}{I - I_m}
 \tag{3.3}$$

Para cada valor de corriente necesaria a escala completa del medidor, se puede calcular el valor de la resistencia de derivación (shunt) requerida.

### 3.1.2.2 Derivación de Ayrton

La escala de corriente del amperímetro de C.D. se puede extender mediante varias resistencias de derivaciones, seleccionadas por un *interruptor de rango*. Tal medidor se llama amperímetro *multirango*. La Figura 3.3 muestra el diagrama esquemático de un amperímetro multirango. El circuito tiene cuatro derivaciones,  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  y  $R_d$ , que se pueden colocar en paralelo con el movimiento para dar cuatro escalas de corriente diferentes. El interruptor S es de multiposición, del tipo que hace conexión *antes de desconectar*, de manera que el movimiento no se vea afectado cuando el circuito se queda sin protección o sin derivación, en el cambio de rango.

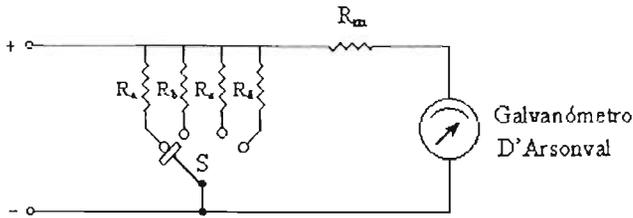


Figura 3.3: Diagrama esquemático de un amperímetro multirango simple

La *derivación universal* o de *Ayrton* de la Figura 3.4 elimina las posibilidades de tener el medidor sin ninguna derivación en el circuito. Esta ventaja se obtiene a expensas de llegar a tener una resistencia total del medidor ligeramente mayor. La derivación de Ayrton dá una excelente oportunidad para aplicar la teoría de los circuitos básicos a un circuito práctico.

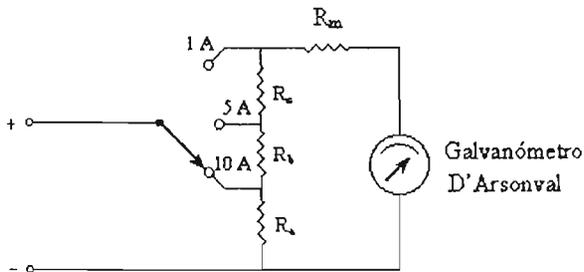


Figura 3.4: Derivación universal o de Ayrton

Los amperímetros de corriente directa disponibles en el comercio ofrecen una variedad de rangos de  $20 \mu\text{A}$  a  $50 \text{ A}$  a escala completa para medidores autosuficientes y a  $500 \text{ A}$  para medidores de derivación externa. Los amperímetros de precisión de laboratorio cuentan con una carta de calibración, de manera que el usuario puede corregir las lecturas para cualquier error de escala.

### 3.1.3 Voltímetros de C.D.

La adición de una resistencia en serie o *multiplicador* convierte al movimiento básico D'Arsonval en un *voltímetro de C.D.*, como se muestra en la Figura 3.5. la resistencia multiplicadora limita la corriente a través del movimiento de forma que no exceda el valor de la corriente de deflexión ( $I_{fsd}$ ) a plena escala. Un voltímetro de C.D. mide la diferencia de potencial entre dos puntos en un circuito de C.D. y por lo tanto se debe conectar *a través* de una fuente o de un componente del circuito. Las terminales del medidor generalmente están marcadas con "+" para el conector positivo y "-" para el conector negativo, ya que se debe observar la polaridad.

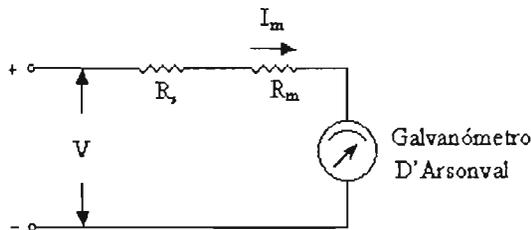


Figura 3.5: Circuito básico de un voltímetro de C.D.

El valor de la resistencia multiplicadora necesaria para la escala de voltaje se calcula con base a la Figura 3.5, donde:

- $I_m$  : Corriente de deflexión a plena escala del movimiento ( $I_{fsd}$ ).
- $R_m$  : Resistencia interna del movimiento.
- $R_s$  : Resistencia multiplicadora.
- $V$  : Voltaje a plena escala.

---

Para el circuito de la Figura 3.5

$$V = I_m(R_s + R_m) \quad (3.4 a)$$

Al despejar  $R_s$ , se tiene

$$R_s = \frac{V - I_m R_m}{I_m} = \frac{V}{I_m} - R_m \quad (3.4 b)$$

Por lo general la resistencia multiplicadora se monta dentro de la caja del voltímetro para escalas modernas hasta 500 V. Para voltajes más altos, la resistencia multiplicadora se puede montar afuera del gabinete sobre un par de postes blindados con el fin de evitar el calor excesivo del interior.

### 3.1.3.1 Voltímetro de rango múltiple

La suma de varias resistencias multiplicadoras, junto con un interruptor de rango, provee al instrumento de varias escalas de trabajo. La Figura 3.6 muestra un voltímetro *multirango* con un interruptor de cuatro posiciones y cuatro resistencias multiplicadoras,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_4$ , para las escalas de voltaje  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  y  $V_4$ , respectivamente.

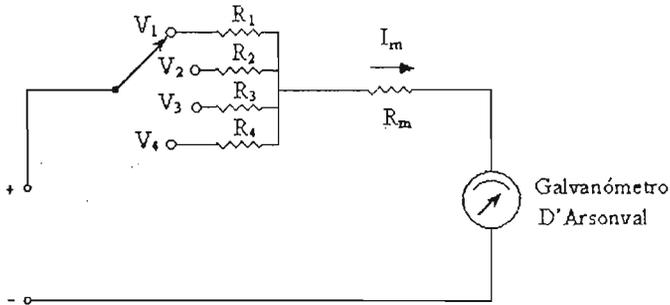


Figura 3.6: Voltímetro multirango

Una variación del circuito de la Figura 3.6 se presenta en la Figura 3.7, donde las resistencias multiplicadoras están conectadas en serie y el selector de escala conmuta la cantidad apropiada de resistencia en serie con el movimiento. Este sistema presenta la ventaja de que todos los resistores multiplicadores, excepto el primero, tienen resistencias normalizadas y se pueden obtener comercialmente con tolerancias de precisión. Sólo el resistor multiplicador de la escala baja,  $R_4$ , se debe elaborar para que cumpla los requisitos del circuito.

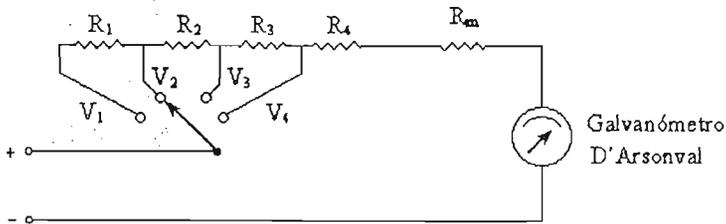


Figura 3.7: Modelo práctico de resistencias multiplicadoras en un voltímetro multirango

### 3.1.3.2 Sensibilidad de un voltímetro

Sensibilidad ( $S$ ) es la cantidad de *ohms por volt* y nos indicara el efecto que tendrá un voltímetro al introducirlo en un circuito para medir voltaje de algún componente del mismo. La sensibilidad es esencialmente el *reciproco* de la corriente de deflexión a plena escala ( $I_{fsd}$ ) del movimiento básico o:

$$S = \frac{1}{I_{fsd}} \left[ \frac{\Omega}{V} \right] \quad (3.5)$$

La sensibilidad  $S$  de un voltímetro es una ventaja para el cálculo de la resistencia multiplicadora en un voltímetro de C.D.. Considérese el circuito de la Figura 3.7, donde:

$S$  : Sensibilidad del voltímetro.

$V$  : Escala de voltaje, seleccionando el interruptor de rango.

$R_m$  : Resistencia interna del movimiento (más la resistencia del rango en serie).

$R_s$  : Resistencia multiplicadora.

Para el circuito de la Figura 3.7:

$$R_T = S \times V \quad (3.6)$$

y

$$R_s = (S \times V) - R_m \quad (3.7)$$

### 3.1.3.3 Efecto de carga

La sensibilidad de un voltímetro de C.D. es un factor importante cuando se selecciona un medidor para determinadas mediciones de voltaje. Un medidor de baja sensibilidad puede dar lecturas correctas cuando se miden voltajes en circuitos de baja resistencia; pero éste produce lecturas erróneas en circuitos de

alta resistencia. Cuando se conecta un voltímetro, a través de dos puntos en un circuito altamente resistivo, actúa como un derivador para esa parte del circuito y por lo tanto reduce la resistencia equivalente. El medidor indicará un voltaje menor del que realmente existe antes de conectar el medidor. A este efecto se le llama *efecto de carga* del instrumento; y lo causan principalmente instrumentos de baja sensibilidad.

### 3.1.4 Óhmetro tipo serie

El óhmetro tipo serie consta de un galvanómetro ó movimiento D'Arsonval conectado en serie con una resistencia y una batería, con un par de terminales a las cuales se conecta la resistencia desconocida. La corriente que circula a través del galvanómetro depende de la magnitud de la resistencia desconocida y la indicación del medidor es proporcional a su valor, siempre y cuando se hayan tomado los problemas de calibración. La Figura 3.8 muestra los elementos de un óhmetro tipo serie de una sola escala.

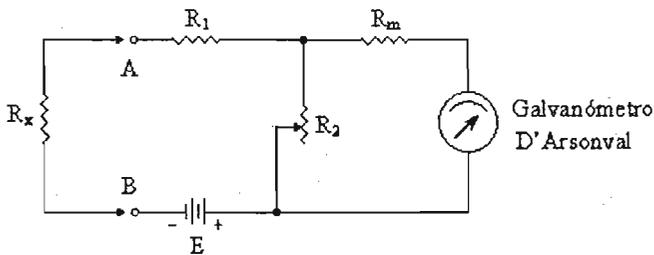


Figura 3.8: Óhmetro tipo serie

---

Donde:

$R_1$  : Resistor limitador de corriente.

$R_2$  : Resistor de ajuste a cero.

$E$  : Batería interna.

$R_x$  : Resistor desconocido.

$R_m$  : Resistencia interna del galvanómetro D'Arsonval.

Cuando la resistencia desconocida  $R_x = 0$  (terminales A y B en cortocircuito), circula corriente máxima en el circuito. En estas condiciones, la resistencia de derivación  $R_2$  se ajusta hasta que el galvanómetro indique la corriente a escala completa ( $I_{fsd}$ ). La posición de la aguja para la corriente de escala completa marcara "0  $\Omega$ ". En forma similar, cuando  $R_x = \infty$  (terminales A y B abiertas) la corriente en el circuito es cero, esta posición marca " $\infty$ " en la escala. Se colocan las marcas intermedias en la escala conectando valores conocidos de resistencia  $R_x$  en las terminales del instrumento. La exactitud de estas marcas depende de la exactitud repetitiva del galvanómetro y de las tolerancias de las resistencias de calibración.

Aún cuando el óhmetro tipo serie es un diseño popular y se utiliza extensamente en los instrumentos portátiles para servicio general, tiene ciertas desventajas. La más importante se relaciona con la disminución del voltaje de la batería interna con el tiempo y el uso, de forma que la corriente a escala completa disminuye y el medidor no lee "0" cuando A y B están en corto circuito. La resistencia de derivación  $R_2$  en la Figura 3.8 provee un ajuste para contrarrestar el efecto de la descarga de la batería. Es posible ajustar la aguja a escala completa con  $R_1$  eliminando  $R_2$ , pero esto cambiaría la calibración en toda la escala. El ajuste de  $R_2$  es una mejor solución, ya que la resistencia equivalente del paralelo de  $R_2$  y la bobina  $R_m$  siempre es baja comparada con  $R_1$ , y por consiguiente el cambio requerido en  $R_2$  para el ajuste no cambia mucho la calibración. El circuito de la Figura 3.8 no compensa por completo el envejecimiento de la batería, pero

---

realiza un buen trabajo dentro de los límites esperados de exactitud del instrumento.

Una cantidad conveniente al uso en el diseño de un óhmetro tipo serie es el valor de  $R_x$  que origina media deflexión en el medidor. A esta posición, la resistencia a través de las terminales A y B se define como la resistencia de media escala  $R_h$ . El circuito es analizable a partir de la corriente a escala completa  $I_{fsd}$  y la resistencia interna del galvanómetro  $R_m$ , el voltaje de la batería  $E$  y el valor deseado de la resistencia de media escala  $R_h$ ; esto es, se pueden calcular los valores de  $R_1$  y  $R_2$ .

Los valores de  $R_1$  y  $R_2$  son:

$$R_1 = R_h - \frac{I_{fsd} R_m R_h}{E} \quad (3.8)$$

$$R_2 = \frac{I_{fsd} R_m R_h}{E - I_{fsd} R_h} \quad (3.9)$$

### 3.1.5 Óhmetro tipo derivación

El diagrama del circuito de un *óhmetro tipo derivación* se muestra en la Figura 3.9. Este consta de una batería en serie con una resistencia de ajuste  $R_1$  y un galvanómetro D'Arsonval. La resistencia desconocida se conecta a través de las terminales A y B, en *paralelo* con el medidor. Para este circuito es necesario tener un *interruptor* que desconecte la batería cuando no se use el instrumento. Cuando la resistencia desconocida  $R_x = 0 \Omega$  (A y B en corto circuito), la corriente del medidor es cero. Si la resistencia desconocida  $R_x = \infty$  (A y B abiertas), la corriente circulará únicamente a través del medidor; y con la apropiada selección del valor de  $R_1$ , se puede hacer que la aguja marque escala completa. De esta forma, el

óhmetro tiene la marca "cero" en el lado izquierdo de la escala (no circula corriente) y la marca "infinito" en el lado derecho de la escala (corriente de deflexión a plena escala).

El óhmetro tipo derivación es adecuado para medir valores bajos de resistencia; no se suele emplear en los instrumentos de prueba, pero se encuentra en los laboratorios para aplicaciones especiales de medición de resistencia baja.

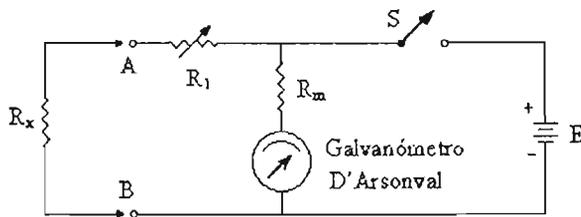


Figura 3.9: Óhmetro tipo derivación

Donde:

E : Voltaje de la batería interna.

R<sub>1</sub> : Resistencia limitadora de corriente.

R<sub>m</sub> : Resistencia interna del galvanómetro.

Y sus ecuaciones de diseño son:

$$I_{fsd} = \frac{E}{R_1 + R_m} \quad (3.10)$$

$$R_1 = \frac{E}{I_{fsd}} - R_m \quad (3.11)$$

---

$$R_t = \frac{R_l R_m}{R_l + R_m} \quad (3.12)$$

### 3.1.6 Amperímetros y voltímetros de c.a.

El galvanómetro de movimiento D'Arsonval responde al valor *promedio* ó de C.D. de la corriente que circula por la bobina móvil. Si el galvanómetro conduce una corriente alterna con medios ciclos positivos y negativos, el par producido será en una dirección para el ciclo positivo y en la otra para el negativo. Si la frecuencia de la señal es muy baja, la aguja oscilara hacia delante y hacia atrás alrededor del punto cero de la escala del medidor. A altas frecuencias, la inercia de la bobina es tan grande que la aguja no puede seguir las rápidas inversiones del par y vibra suavemente alrededor del cero.

Para medir c.a. con un galvanómetro D'Arsonval, se deben diseñar algunos medios para obtener un par *unidireccional* que no se invierta cada medio ciclo. Un método es la rectificación de la c.a., de tal forma que la corriente rectificada deflecte la aguja. Otros métodos se basan en medir el efecto de calentamiento de la corriente alterna para producir una indicación de su magnitud.

#### 3.1.6.1 Instrumento tipo rectificador

Una respuesta obvia a la pregunta de la medición de c.a. es la de utilizar un rectificador para convertir c.a. en C.D. unidireccional y entonces emplear un instrumento de medición de C.D. que indique el valor de la corriente alterna rectificada.

El elemento de rectificación consiste por lo común en un diodo de germanio o silicio. Los diodos de germanio tienen un voltaje pico inverso (PIV) de 300 V y un

régimen de corriente de alrededor de 100 mA. Los diodos rectificadores de silicio de baja corriente tienen un PIV superior a 1 000 V y un régimen de corriente del orden de 500 mA.

Algunas veces los rectificadores para trabajar en instrumentos constan de cuatro diodos en configuración de puente, con lo que proporcionan una rectificación de onda completa. La Figura 3.10 muestra un voltímetro de c.a. compuesto por una resistencia multiplicadora ( $R_m$ ), un puente rectificador y un galvanómetro.

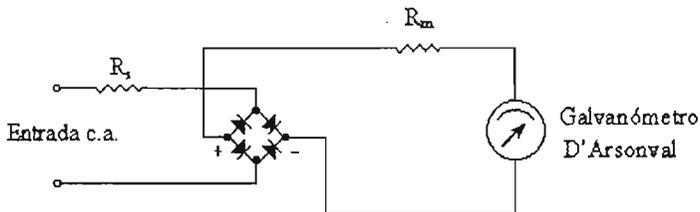


Figura 3.10: Voltímetro c.a. tipo rectificador de onda completa

El puente rectificador produce una corriente pulsante unidireccional a través del medidor, sobre un ciclo completo del voltaje de entrada. Por la inercia del galvanómetro, el medidor indica una deflexión estable proporcional al valor promedio de la corriente. Dado que las corrientes y voltajes alternos se suelen expresar en valores *rms* ( ver A.3.3.), la escala del medidor se *calibra* en término de los valores *rms* de una forma de onda senoidal.

### 3.1.6.2 Circuito típico de rectificación en instrumentos comerciales

En general, los voltímetros de c.a. tipo rectificador usan el arreglo de la Figura 3.11. Se emplean dos diodos en este circuito, formando un rectificador de onda completa con el galvanómetro conectado de forma que sólo reciba la mitad de la corriente rectificada. El diodo  $D_1$  conduce la mitad del ciclo positivo de la señal de c.a. de entrada y hace que el medidor se deflecte de acuerdo con el valor promedio de esa mitad del ciclo. La bobina móvil del medidor tiene una resistencia en derivación  $R_{sh}$  con el objeto de que circule más corriente por el diodo  $D_1$  y así mover el punto de operación dentro de la parte lineal de su curva característica, Figura 3.12. Sin el diodo  $D_2$  la mitad del ciclo negativo del voltaje de entrada aplicaría un voltaje inverso a través del diodo  $D_1$ , produciendo una pequeña corriente de fuga en la dirección inversa.

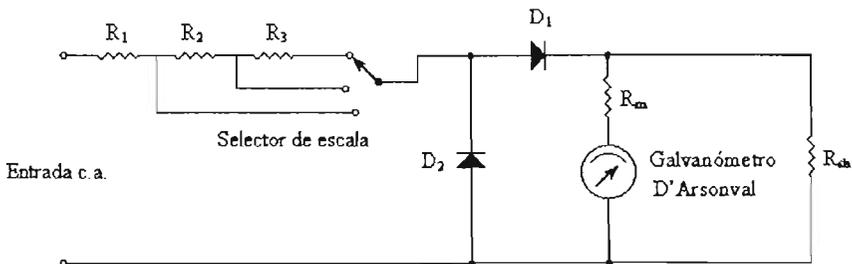
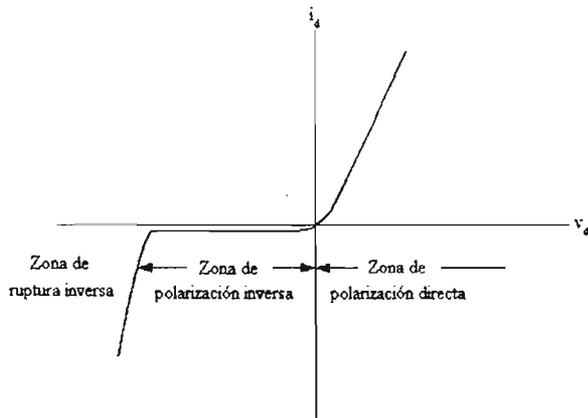


Figura 3.11: Circuito típico de un voltmetro de c.a. comercial



**Figura 3.12: Curva característica de un diodo de estado sólido**

El valor promedio del ciclo completo sería menor al de rectificación de media onda. El diodo  $D_2$  soluciona este problema. En el semiciclo negativo,  $D_2$  conduce completamente, y la corriente a través del circuito de medición, que ahora es en dirección opuesta, no pasa por el movimiento del medidor.

## 3.2 MULTÍMETRO DIGITAL (DMM)

### 3.2.1 Introducción

Los multímetros digitales (DMM) se utilizan a menudo para medir voltaje y corriente continua como también resistencia. Generalmente, es adecuado para medir señales desde niveles por encima de  $1 \mu\text{V}$  o  $1 \mu\text{A}$  o debajo de  $1 \text{G}\Omega$ . En la TABLA 3.1 se muestran los prefijos utilizados.

Símbolo	Prefijo	Exponente
y	yocto-	$10^{-24}$
z	zepto-	$10^{-21}$
a	att-	$10^{-18}$
f	femm-	$10^{-15}$
p	pico-	$10^{-12}$
n	nano-	$10^{-9}$
$\mu$	micro-	$10^{-6}$
m	mili-	$10^{-3}$
(ninguno)	(ninguno)	$10^0$
K	kilo-	$10^3$
M	mega-	$10^6$
G	giga-	$10^9$
T	tera-	$10^{12}$
P	peta-	$10^{15}$
E	exa-	$10^{18}$
Z	zeta-	$10^{21}$
Y	yota-	$10^{24}$

TABLA 3.1: Prefijos utilizados en los multímetros digitales

Sin embargo, estos instrumentos no pueden efectuar mediciones de valores próximos a los límites teóricos de sensibilidad. Para medir señales de bajo nivel, se emplean instrumentos más sensibles como electrómetros, picoamperímetros y nanovoltímetros.

### 3.2.2 Límites teóricos de medición

El límite teórico de la sensibilidad, en cualquier medición, está determinado por el ruido generado por las resistencias existentes en el circuito. Como se sabe, el voltaje de ruido es proporcional a la raíz cuadrada de la resistencia, el ancho de banda y la temperatura absoluta. La Figura 3.13 muestra el límite teórico para la medición de voltaje a temperatura ambiente con tiempos de respuesta desde 0.1 s a 10 s. Debe notarse que si la resistencia de la fuente es alta, limitara la sensibilidad teórica de la medición de voltaje. Es posible medir una señal de  $1 \mu\text{V}$  de una fuente que posee una resistencia interna de  $1 \Omega$ , pero no es posible medir una señal de  $1 \mu\text{V}$  si la resistencia de la fuente es de  $1 \text{T}\Omega$ .

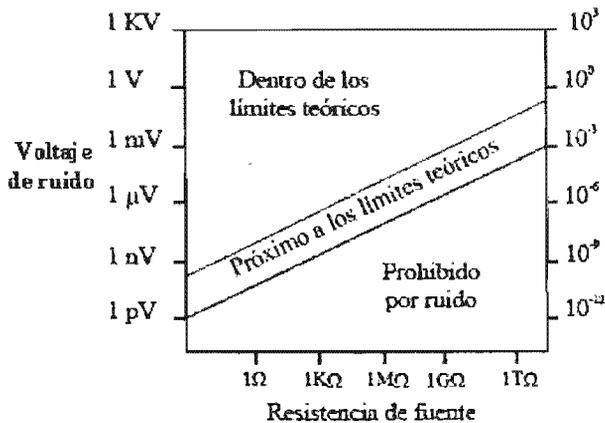


Figura 3.13: Límite teórico para medición

Incluso para medir  $1 \mu\text{V}$  con una resistencia de fuente menor a  $1 \text{M}\Omega$ , se estará muy cerca del límite teórico y sería muy dificultosa la medición utilizando un DMM común. Los DMM además no tienen sensibilidad para medir bajas tensiones o corrientes (la sensibilidad de muchos DMM no supera  $1 \mu\text{V}$  o  $1 \text{nA/dígito}$ ).

### 3.2.3 Limitaciones del DMM

El análisis de las características del DMM muestra que es apto para las mediciones de señales cuyos niveles estén próximos a los límites teóricos, como se muestra en la Figura 3.14. El DMM es adecuado si la resistencia de la fuente es de  $1\text{ M}\Omega$  o menor, o si la resolución deseada no es mejor que  $0.1\ \mu\text{V}$  (con resistencia de fuente baja), ya que el nivel de la señal no esta cerca del limite teórico. Si se desea una mayor sensibilidad, con resistencia de fuente baja se debe utilizar un nanovoltímetro.

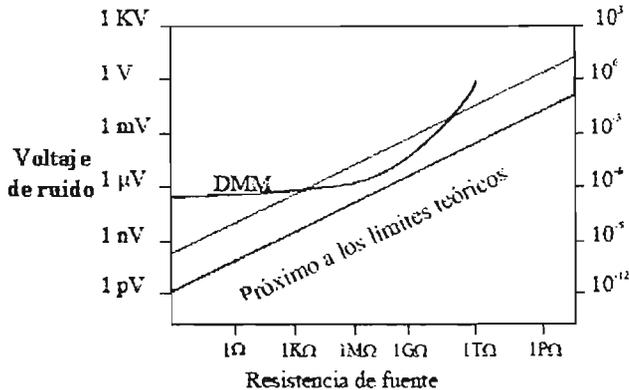


Figura 3.14: Límite real para señales próximas a los límites teóricos

Con valores de resistencias muy altas, por ejemplo  $1\text{ T}\Omega$ , no es conveniente utilizar el DMM como voltímetro. El rango de resistencia de entrada de los DMM es de  $10\text{ M}\Omega$  a  $10\text{ G}\Omega$ , que son varios órdenes de magnitud menor que, por ejemplo, la resistencia de la fuente de  $1\text{ T}\Omega$ ; se tendrá un gran error si se hace la medición bajo estas condiciones.

También las corrientes de entrada son típicamente de muchos picoamperes, provocando grandes tensiones de offset. Para hacer este tipo de medición se debe utilizar un electrómetro.

Una situación similar existe cuando se desea medir bajas corrientes; generalmente los DMM presentan una caída de voltaje alto a la entrada, la cual afecta las mediciones de corriente bajas y la resolución del DMM no es mejor que 1 nA. Así, un electrómetro o picoamperímetro presentarán una carga menor al circuito a medir, por lo cual se podrá obtener mayor sensibilidad y efectuar mediciones de señales cuyos niveles estén próximos a los límites teóricos.

Hay gran variedad de tipos de DMM, portátiles con display de 3 ½ dígitos o de gran exactitud con display de 7 ½ dígitos que son más costosos que un electrómetro o nanovoltmetro. Muchos poseen interfases para conectarse a computadora personal (PC). Existe gran variedad de modelos en el mercado, pero ninguno se acerca a los límites teóricos. Estas limitaciones no implican que los DMM son instrumentos inadecuados; ya que la inmensa mayoría de las mediciones se hacen lejos de los niveles de los límites teóricos, por lo tanto se diseñan para que efectúen las mediciones más convencionales.

Se pueden definir las mediciones de bajo nivel como aquellas que están próximas a los límites teóricos, por lo que están fuera del rango de medición de los DMM; los adelantos tecnológicos permiten disminuir el salto entre los DMM y los instrumentos específicos para la medición de señales de bajo nivel. Por ejemplo, el DMM más sensible puede detectar tensiones de C.D. tan bajas como 10 nV, resolución en la medición de corriente continua por debajo de 10 pA y medición de resistencias de 1 GΩ.

### 3.2.4 Especificaciones

Un aspecto importante para efectuar mediciones correctas de señales de bajo nivel, es necesario, tener una comprensión apropiada de las especificaciones del instrumento. Aunque la exactitud del instrumento, probablemente, es la especificación mas importante de todas, hay diversos factores a considerar cuando se analizan las especificaciones, incluyendo el ruido, las degradaciones y la velocidad para medir del instrumento.

#### 3.2.4.1 Exactitud

La exactitud es la principal consideración al realizar una medición. Varios factores pueden afectar la exactitud de una medición. El factor mas importante es la exactitud propia del instrumento que puede especificarse de varias maneras, como un porcentaje del valor de fondo de escala, un porcentaje de la lectura o una combinación de ambos.

Otros factores que pueden afectar la exactitud son: carga a la entrada, resistencia y corriente de pérdidas, blindajes y la guarda (protección del instrumento).

Normalmente la exactitud de un instrumento digital se especifica como un porcentaje de la lectura, más un porcentaje del rango (o una cantidad del dígito menos significativo). Por ejemplo, una especificación típica de la exactitud de un DMM puede ser:

$$\text{Exactitud} = \pm(0.005\% \text{ de la lectura} + 0.002\% \text{ del rango}) \quad (3.13a)$$

Es de hacer notar que el porcentaje de la lectura es muy significativo cuando se realiza la misma en la cercanías del fondo de escala, mientras el porcentaje del

rango es más importante cuando la lectura es una pequeña fracción del fondo de escala.

La exactitud también puede especificarse en partes por millón (ppm). Típicamente, esta especificación de la exactitud se da como:

$$\text{Exactitud} = \pm (\text{ppm de la lectura} + \text{ppm del rango}) \quad (3.13b)$$

### 3.2.4.2 Resolución

La resolución de un instrumento digital está determinada por el número de cuentas que pueden presentarse, las cuales depende del número de dígitos que posee el display. Por ejemplo, un instrumento digital que posea 4 ½ dígitos, tendría cuatro dígitos completos (cada uno pudiendo tomar valores entre 0 y 9) más medio dígito que puede variar entre 0 ó ± 1. así un display de 4 ½ dígitos puede mostrar desde 0 a 19999, o sea un total de 20,000 cuentas. La resolución del display es la relación entre la cuenta menor y la mayor (1/20,000 o 0.005% para un display de 4 ½ dígitos).

Por ejemplo, si se está midiendo con un instrumento que posee un display de 4 ½ dígitos, un voltaje de 10 V, y, el fabricante especifica una resolución de ±(0.05% + 1 cuenta) se tendrá un error total de ±(5 mV + 1 mV) para 10 V o ±(0.05% de la lectura + 0.01% de la lectura), siendo de ±0.06%. Generalmente, a mayor resolución mejor exactitud.

### 3.2.4.3 Sensibilidad

La sensibilidad es el cambio más pequeño, en el valor de una señal, que puede detectarse. Por ejemplo, la sensibilidad de voltaje puede ser 1 μV, por lo que todo cambio en la señal de entrada menor a 1 μV no se puede leer. Simplemente, una

---

sensibilidad de corriente de 10 fA implica que sólo se detectan los cambios de corrientes mayores a ese valor. La sensibilidad de un instrumento depende de la resolución y del menor rango de medición. Por ejemplo, la sensibilidad de un DMM de 5 ½ dígitos con un rango de 200 mV es 1µV.

#### 3.2.4.4 Degradaciones

Las especificaciones de la exactitud dependen de las degradaciones por temperatura y envejecimiento.

#### 3.2.4.5 Coeficiente de temperatura

La exactitud puede ser afectada por la temperatura del ambiente en el cual se opera el instrumento. Por esta razón, las especificaciones del instrumento están dadas para un rango de temperatura definido. Un rango de trabajo puede ser de 18 °C a 28 °C. Para temperaturas fuera de este rango, se especifica un coeficiente de temperatura de:

$$\text{Coeficiente de temperatura} = \pm(0.005\% + 0.1 \text{ dígito})/^{\circ}\text{C} \quad (3.14a)$$

ó

$$\text{Coeficiente de temperatura} = \pm(5 \text{ ppm de la lectura} + 1 \text{ ppm del rango})/^{\circ}\text{C} \quad (3.14b)$$

Como en la especificación de la exactitud, este valor se da como un porcentaje de la lectura más una cantidad del dígito menos significativo (ó como ppm de la lectura más ppm del rango). Si el instrumento opera fuera del rango de temperatura de 18 °C a 28 °C, se debe tener en cuenta este efecto y calcular el error de la manera descrita ya sea para temperaturas por debajo de 18 °C o por encima de 28 °C.

### 3.2.4.6 Envejecimiento

La mayoría de los instrumentos electrónicos están sujetos a los cambios en exactitud y otros parámetros, luego de un largo periodo de tiempo, aunque el equipo este funcionando o no. Debido a estos cambios, las especificaciones del instrumento incluyen un período de tiempo más allá del cual no puede garantizarse la exactitud del instrumento. El período de tiempo dado en las especificaciones puede ser de 90 días o un año. Para equipos de regular y excelente calidad respectivamente.

### 3.2.5 Ruido y rechazo de ruido

El ruido es a menudo una consideración que debe tenerse en cuenta para cualquier tipo de medición electrónica, pero los problemas del ruido pueden ser particularmente severos cuando se hacen mediciones de bajo nivel. Es importante que se entiendan bien las especificaciones y términos del ruido al evaluar un instrumento.

#### 3.2.5.1 Relación de rechazo de modo normal (MNRR)

MNRR representa la relación de rechazo de modo normal y define que tan bien un instrumento rechaza o atenúa el ruido entre las terminales de entrada "+" y "-". Como se ve en la Figura 3.15, el ruido de modo normal es una señal que se suma a la señal de entrada.

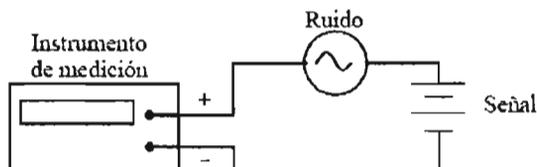


Figura 3.15: Ruido de modo normal

El ruido del modo normal se detecta como un pico de ruido o una desviación en la señal de C.D. La relación se calcula como sigue:

$$MNRR = 20 \log \left[ \frac{\text{pico del ruido en modo normal}}{\text{desviación pico de la medición}} \right] \quad (3.15)$$

El ruido de modo normal puede afectar seriamente las mediciones, a menos que se tomen recaudos para minimizar sus efectos.

La utilización de blindajes normalmente atenuará el ruido de modo normal; muchos instrumentos incluso tienen filtros internos para reducir el ruido. El MNRR se da para frecuencias específicas y rangos de frecuencia en el cual se rechaza al ruido (50 Hz, 60 Hz, ruido de alta frecuencia), mientras que no rechazará las bajas frecuencias o señales de modo normal de C.D.

### 3.2.5.2 Relación de rechazo de modo común (CMRR)

CMRR representa la relación de rechazo de modo común. Especifica que también un instrumento rechaza las señales de ruido que aparecen entre las entradas “+” y “-”, con el chasis conectado a tierra, como se ve en la Figura 3.16. El CMRR se mide normalmente con una resistencia de 1 KΩ conectada a una de las terminales de entrada.

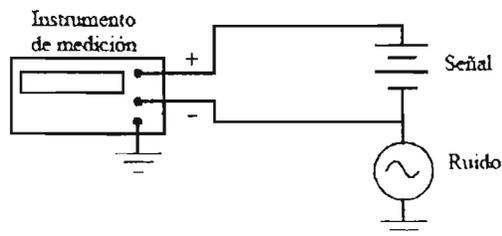


Figura 3.16: Relación de rechazo de modo común

Aunque los efectos del ruido de modo común normalmente son menos severos que los debidos al ruido de modo normal, este tipo de ruido todavía puede ser un factor a considerar en mediciones sensibles. Para minimizar el ruido de modo común, se debe conectar el blindaje a un solo punto del sistema de prueba.

### 3.2.5.3 Especificaciones de ruido

Generalmente se especifican el MNRR y el CMRR en dB a 50 Hz y 60 Hz, que son las frecuencias de interferencia de mayor interés. El CMRR se especifica a menudo también en C.D. los valores típicos para MNRR y CMRR son respectivamente mayores de 80 dB y menores de 120 dB.

Cada 20 dB de aumento en la relación de rechazo de ruido, reduce el voltaje o corriente de ruido en un factor de 10. Por ejemplo, una relación de rechazo de 80 dB indica reducción del ruido en un factor de  $10^4$ , mientras una relación de 120 dB indica que el ruido de modo común sería reducido en un factor de  $10^6$ . Así, una señal de ruido de 1 V se reduce a  $100 \mu\text{V}$  con una relación de rechazo de 80 dB y disminuirá a  $1 \mu\text{V}$  con una relación de rechazo de 120 dB.

### 3.2.6 Velocidad de medición

A menudo es importante en muchos ensayos la velocidad de medición del instrumento. Cuando se especifica, la velocidad de medición normalmente se expresa como el número de lecturas por segundo. La velocidad de medición puede ser afectada por ciertos factores como el período de integración y las veces que se efectúan filtrados. Sin embargo, estos factores pueden alterar también la resolución y la exactitud, a menudo existe una interacción entre la velocidad de medición y la exactitud. Una consideración a tener cuando se miden circuitos de baja impedancia es la velocidad del instrumento. A niveles altos de impedancia, el



ejemplo, con niveles altos de C.D. se deberá dividir; para el caso de señales de c.a. además de dividir se rectifica y filtra; en el caso de mediciones de corrientes o resistencias deberán de convertirse a un valor de voltaje de C.D. proporcional y adaptar ésta a los niveles de entrada del A/D.

### 3.2.7.4 Medición de voltaje

Los rangos de voltaje tanto en C.D. como en c.a. poseen una protección para sobre voltaje. Emplea a la entrada un divisor resistivo que presenta una resistencia de entrada de  $10\text{ M}\Omega$ , como se muestra en la Figura 3.17. En condiciones normales de operación, asumiendo que el nivel de voltaje de entrada está dentro del rango de medición, la salida del divisor estará entre  $-0.2\text{ V}$  y  $+0.2\text{ V}$ , en una relación exacta de 10. Si se relaciona la medición de voltaje de c.a., la salida del divisor se acopla al rectificador de precisión cuya salida de C.D. se ajusta tal que la lectura indicada será dada en valores eficaces (rms) de la señal de alterna. La salida del acondicionador de señal, ya sea para C.D. ó c.a., pasa por un filtro pasabajos antes de ser aplicada a la entrada del convertidor analógico digital (A/D).

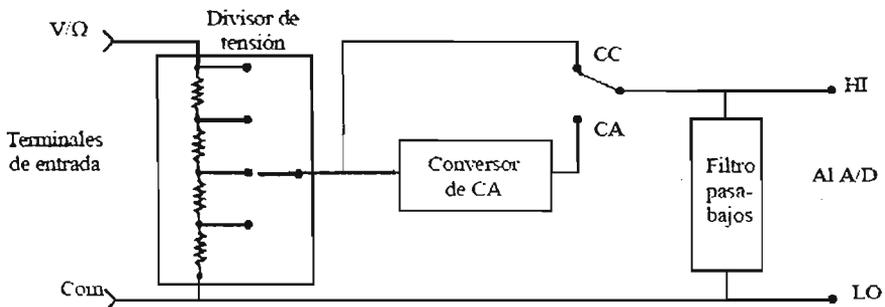


Figura 3.17: Circuito típico de un multímetro digital para medir voltaje

### 3.2.7.5 Medición de corriente

Cuando se efectúa la medición de corriente se intercala un fusible de protección. La medición se efectúa por medio de una conversión de corriente a voltaje utilizando shunts (resistencias en paralelo) de cuatro terminales, como se muestra en la Figura 3.18. Se utiliza el mismo convertidor para C.D. y c.a.. Si se selecciona la función C.D., la caída de potencial sobre el shunt es filtrada previa a la entrada al A/D. Si se selecciona la función c.a. la caída de potencial es rectificificada y luego filtrada antes de ser aplicada a la entrada del A/D.

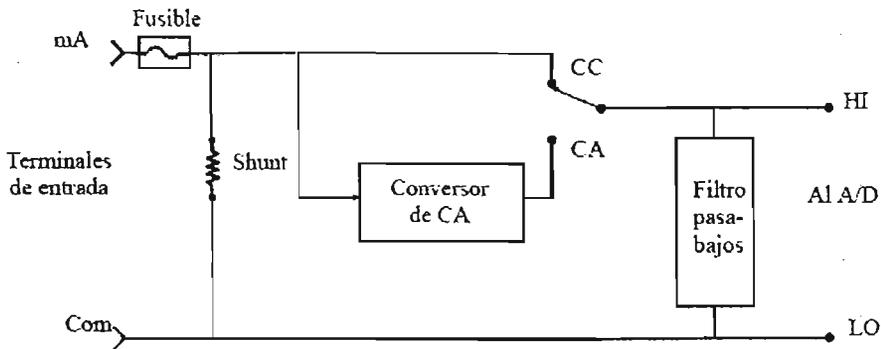


Figura 3.18: Circuito típico de un multímetro digital para medir corriente

### 3.2.7.6 Medición de resistencia

Existen dos formas de efectuar la medición, uno utilizando el circuito integrado ICM 7106 / 7107 y la otra cuando se utilizan otros convertidores analógicos digitales (A/D).

### 3.2.7.6.1 Multímetro digital con circuito integrado ICM 7106 / 7107

La medición de resistencia se realiza utilizando la técnica de relación como se ve en la Figura 3.19. Cuando se selecciona la función  $\Omega$ , se forma un circuito serie simple compuesto por la resistencia de referencia interna y la resistencia incógnita; la caída de potencial sobre la resistencia de referencia se utiliza como fuente de referencia del A/D. La resistencia de referencia se selecciona de acuerdo al rango elegido. La relación entre las dos resistencias es igual a la relación de las caídas de potencial respectivas. Por lo tanto, a partir de que un valor de resistencia es conocido, se puede determinar el valor desconocido utilizando la caída de potencial de la resistencia conocida como referencia. Esto lo efectúa directamente el A/D.

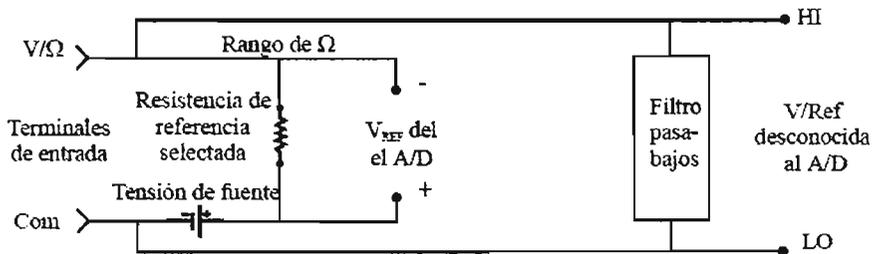


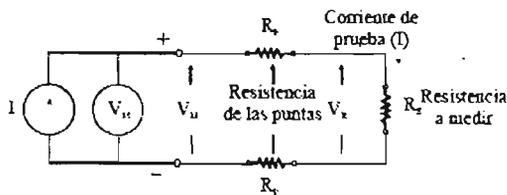
Figura 3.19: Técnica de relación

El voltaje de referencia que se emplea cuando se efectúa la medición de voltaje se reemplaza por la caída de potencial sobre la resistencia conocida. Esto permite que la caída de potencial sobre la resistencia desconocida se lea durante el período de integración del A/D y comparada nuevamente con la resistencia de referencia durante el período de lectura. Como se sabe, la duración del período de lectura es la indicación directa del valor de resistencia desconocida.

### 3.2.7.6.2 Multímetro digital con otro convertidor A/D

Se hace circular una corriente constante por la resistencia desconocida y se mide la caída de potencial sobre la misma. Por lo tanto conocido el valor de la corriente de prueba, el voltaje medido será directamente proporcional al valor de la resistencia desconocida.

Las mediciones de resistencia en el rango de norma (mayores a  $10 \Omega$ ) se hacen generalmente usando el método de dos terminales, como se ve en la Figura 3.20. La corriente de prueba circula a través de las terminales y la resistencia a medir ( $R_S$ ), si el valor de la misma es moderado. El instrumento mide la caída de potencial sobre la resistencia por medio de las puntas de medición y presenta un valor acorde con el valor de la resistencia.



$$V_M = \text{tensión medida por el instrumento.}$$

$$V_R = \text{tensión sobre la resistencia a medir.}$$

$$R_{\text{medida}} = \frac{V_M}{I} = R + (2 \cdot R_p)$$

$$R_{\text{real}} = \frac{V_R}{I} = R_s$$

Figura 3.20: Método de dos terminales para medir resistencia

El principal problema del método de dos terminales es cuando se miden resistencias de bajo valor pues comienza a influir la resistencia de las puntas de medición ( $R_p$ ). La corriente de prueba ( $I$ ) provoca una pequeña pero significativa caída de potencial debido a las resistencias de las puntas de medición, el voltaje  $V_M$  medido por el instrumento no es el mismo voltaje  $V_R$  que existe sobre la resistencia  $R_s$  y por lo tanto tendrá un error. Los valores típicos de resistencias de puntas de medición están dentro del rango de  $1 \text{ m}\Omega$  a  $10 \text{ m}\Omega$ , por lo que es difícil obtener exactitud cuando se miden resistencias en el rango de  $10 \Omega$  a  $100 \Omega$  con el método de dos terminales.

### 3.3 Puente de Wheatstone

#### 3.3.1 Introducción

La configuración del puente consiste en tres mallas (la malla uno contiene a  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_G$ ; la malla dos contiene a  $R_x$ ,  $R_3$  y  $R_G$ ; la malla tres esta formada por  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $V_{CD}$  y  $R_V$ ), como se muestra en la Figura 3.21. Se estudiará la influencia de la sensibilidad del galvanómetro y de la limitación de la intensidad de corriente en los brazos del puente, así como la dependencia de la exactitud del puente con respecto al valor de la resistencia desconocida ( $R_x$ ) a medir.

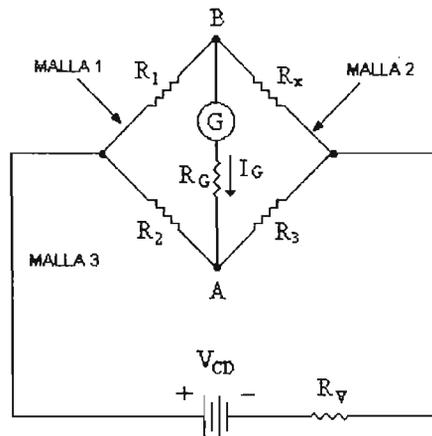


Figura 3.21: Circuito del puente de WHEATSTONE

Se puede escribir que:

$$V_{AB} = V_A - V_B = 0 \Rightarrow I_G = 0 \quad (3.16)$$

por lo cual se puede decir que el puente esta en equilibrio.

Observando la figura:

$$V_A = \frac{V_{CD}R_3}{R_2 + R_3} \quad \text{y} \quad V_B = \frac{V_{CD}R_x}{R_1 + R_x}$$

para que se establezca un equilibrio se debe cumplir que  $V_A = V_B$ , por lo tanto:

$$\frac{V_{CD}R_3}{R_2 + R_3} = \frac{V_{CD}R_x}{R_1 + R_x} \Rightarrow R_1R_3 = R_2R_x \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 se denomina *ecuación de equilibrio del puente* y permite calcular una de las resistencias en función de las otras tres.

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3 \quad (3.18)$$

La condición de equilibrio puede alcanzarse variando independientemente cada una de las otras tres resistencias; pero resulta más cómodo operar de una de las siguientes maneras:

- Manteniendo constante  $R_1$  y variando la relación  $R_3/R_2$ , como sucede en el puente de hilo.
- Manteniendo constante la relación  $R_1/R_2$  y variando  $R_3$  como sucede en el puente de caja de décadas.

### 3.3.2 Puente de Hilo

Una resistencia de hilo deslizante se puede incorporar a un puente de WHEATSTONE como se muestra en la Figura 3.22. El hilo de resistencia  $R_{II} = R_2 + R_3$  se puede disponer en un tambor circular, como se ve en la Figura 3.22, o en forma rectilínea. La ecuación de equilibrio para este puente se obtiene igualando los productos de resistencias en ramas opuestas como se indica a continuación.

$$R_1(R'_3+R_3) = R_x(R'_2+R_2) \quad (3.19)$$

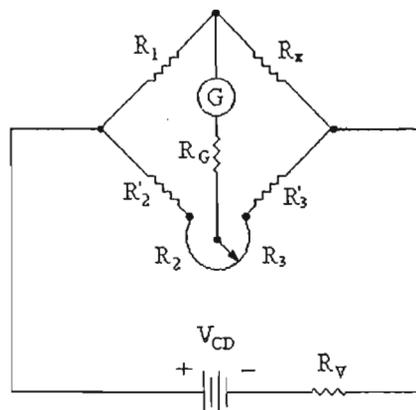


Figura 3.22: Puente de hilo

Las resistencias fijas  $R'_2$  y  $R'_3$ , llamadas *extensiones*, pueden usarse para controlar el rango total efectivo de la resistencia de hilo. Si  $R'_2 = R'_3 = 0$ , la resistencia incógnita del puente de hilo es:

$$R_x = \frac{R_3}{R_2} R_1 = \frac{R_3}{R_H - R_3} R_1 \quad (3.20)$$

El cociente  $R_x = \frac{R_3}{R_H - R_3} R_1$  puede determinarse a partir de la escala asociada al hilo uniforme.

### 3.3.3 Puente de cajas de décadas

En este tipo de puentes la relación  $R_1/R_2$  toma valores de la forma  $10^n$  donde  $n$  varía, en general, entre  $-3$  y  $+3$ .  $R_3$  está constituida de tres a seis décadas de resistencias conectadas en serie que permiten modificar su valor en pasos discretos. El valor de la incógnita estará dado por:

$$R_x = \gamma R_3 \quad (3.21)$$

Donde:

$$\gamma = 10^n, \text{ siendo } -3 < n < +3.$$

Estas resistencias son precisas y en forma de bobinas. Las más utilizadas son las cajas en las cuales las resistencias se conmutan por medio de llaves. La Figura 3.23 muestra un circuito de caja que emplea bobinas en serie.

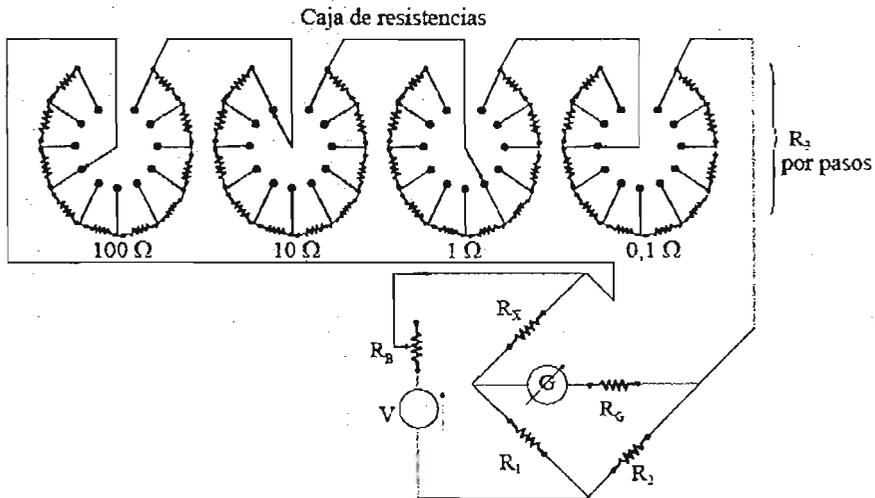


Figura 3.23: Puente de cajas de décadas

Con dos brazos de relaciones fijas,  $R_1$  y  $R_2$ , la caja de décadas se puede usar como  $R_3$  para equilibrar el puente de la Figura 3.23. La resistencia variable  $R_B$  se utiliza para mantener la intensidad de corriente en los brazos del puente dentro de los valores permisibles para  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_x$ .

### 3.3.3.1 Interpolación

Trabajando con los puentes de cajas de décadas, como la variación de  $R_3$  no es continua, se puede presentar el caso que la mínima variación de  $R_3$ , por ejemplo de  $1 \Omega$ , haga pasar el índice del galvanómetro de uno al otro lado del cero; es decir, puede suceder que no se consiga el equilibrio del puente. En este caso el valor de  $R_3$  correspondiente al equilibrio se determina mediante la interpolación de la siguiente manera:

Sea  $R_3^+$  un valor particular de  $R_3$ , que provoca una desviación  $\alpha^+$  del índice del galvanómetro y  $R_3^- > R_3^+$  otro valor de  $R_3$ , que provoca una desviación  $\alpha^-$  en sentido opuesto del índice del galvanómetro. Si las variaciones de  $R_3$  no superan el 3 % de su valor se puede considerar que el tramo AB de la función  $\alpha = f(R_3)$  se reduce a un segmento de recta, como se representa en la Figura 3.24. En ese caso resulta como valor de  $R_3$  correspondiente al equilibrio, el que anula la deflexión  $\alpha$ :

$$R_3 = R_3^+ + \alpha^+ \text{Cotg } \theta = R_3^+ + \frac{\alpha^+}{\alpha^- + \alpha^+} (R_3^- + R_3^+) \quad (3.22)$$

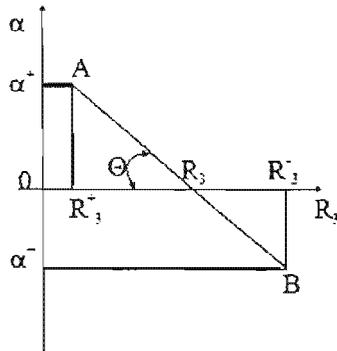


Figura 3.24: Gráfica de la función  $\alpha = f(R_3)$

Por ejemplo una desviación hacia la derecha del galvanómetro puede indicar que la resistencia desconocida es mayor que la indicada por el puente, o en otras palabras que debe incrementarse  $R_3$  para anular la indicación del detector. Una deflexión del galvanómetro hacia la izquierda significa que debe disminuirse  $R_3$  para obtener el equilibrio.

La interpolación se usa frecuentemente cuando se trabaja con el puente y no está sujeta a errores de instrumental serios, pues la mayoría de los galvanómetros son prácticamente lineales en el rango próximo a cero.

### 3.4 PUENTE DOBLE KELVIN

#### 3.4.1 Puente de KELVIN

El puente de KELVIN es una modificación del puente de WHEATSTONE y proporciona un gran incremento en la *exactitud* de las mediciones de *resistencias de valor bajo*, por lo general inferiores a  $1 \Omega$ . Considérese el circuito puente de la Figura 3.25, donde  $R_y$  representa la resistencia del alambre de conexión de  $R_3$  a  $R_x$ . Son posibles dos conexiones del galvanómetro, en el punto m o en el punto n. Cuando el galvanómetro se conecta en el punto m, la resistencia  $R_y$  del alambre de conexión se suma a la desconocida  $R_x$ , resultando una indicación por arriba de  $R_x$ . Cuando la conexión se hace en el punto n,  $R_y$  se suma a la rama del puente  $R_3$  y el resultado de la medición de  $R_x$  será menor que el que debería ser, porque el valor real de  $R_3$  es más alto que su valor nominal debido a la resistencia  $R_y$ . Si el galvanómetro se conecta en el punto p, entre m y n, de tal forma que la razón de la resistencia de n a p ( $R_{np}$ ) y m a p ( $R_{mp}$ ) iguale la razón de los resistores  $R_1$  y  $R_2$ , entonces:

$$\frac{R_{np}}{R_{mp}} = \frac{R_1}{R_2} \quad (3.23)$$

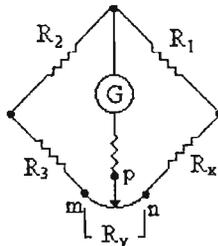


Figura 3.25: Circuito del puente de WHEATSTONE

La ecuación de equilibrio para el puente es:

$$R_x + R_{mp} = \frac{R_1}{R_2} (R_3 + R_{mp}) \quad (3.24)$$

donde:

$$R_{np} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_y \quad (3.25)$$

$$R_{mp} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_y \quad (3.26)$$

al sustituir las ecuaciones 3.25 y 3.26 en la ecuación 3.24, se tiene:

$$R_x + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) R_y = \frac{R_1}{R_2} \left[ R_3 + \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) R_y \right] \quad (3.27)$$

lo cual se reduce a

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3 \quad (3.28)$$

La ecuación 3.28 es la ecuación de equilibrio desarrollada para el puente WHEATSTONE e indica que el efecto de la resistencia del alambre de conexión del punto m al punto n se elimina conectando el galvanómetro en la posición intermedia p.

Esta es la base para la construcción del puente doble Kelvin, conocido como puente Kelvin.

### 3.4.2 Puente doble Kelvin

El término puente *doble* se usa debido a que el circuito contiene un segundo juego de ramas de relación (Figura 3.26). Este segundo conjunto de ramas, marcadas a y b en el diagrama, se conecta al galvanómetro en el punto p con el potencial apropiado entre m y n, lo que elimina el efecto de la resistencia  $R_y$ . Una condición establecida inicialmente es que la relación de la resistencia de a y b debe ser la misma que la relación de  $R_1$  y  $R_2$ .

La indicación del galvanómetro será cero cuando el potencial en k sea igual al potencial en p, o cuando  $E_{kl} = E_{lmp}$ , donde

$$E_{kl} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \left[ R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \quad (3.29)$$

y

$$E_{lmp} = I \left\{ R_3 + \frac{b}{a+b} \left[ \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \right\} \quad (3.30)$$

$E_{kl}$  es el voltaje de  $R_2$  y  $E_{lmp}$  es la suma del voltaje existente en  $R_3$  y la resistencia b (Figura 3.26). Resolviendo  $R_x$  e igualando  $E_{kl}$  y  $E_{lmp}$  de la siguiente manera:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} I \left[ R_3 + R_x + \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] = I \left[ R_3 + \frac{b}{a+b} \cdot \frac{(a+b)R_y}{a+b+R_y} \right] \quad (3.31)$$

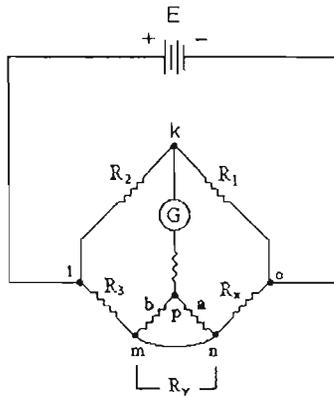


Figura 3.26: Circuito básico del puente doble Kelvin

Al aplicar la condición establecida inicialmente de que  $a/b = R_1/R_2$ , la ecuación 3.31 se reduce a la relación conocida:

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2} \quad (3.32)$$

La ecuación 3.32 es la ecuación de trabajo para el puente DOBLE KELVIN. Indica que la resistencia  $R_y$  no tiene efecto en la medición, siempre y cuando los dos conjuntos de ramas de relación tengan igual relación de resistencia.

El puente DOBLE KELVIN se utiliza para medir resistencias muy bajas, de aproximadamente  $1 \Omega$  hasta  $0.00001 \Omega$ .

### 3.5 WATTÍMETRO

#### 3.5.1 Movimiento Electrodinámico

Este tipo de movimiento es considerado para construir aparatos de gran precisión tanto en amperímetros, voltímetros, wattímetros y medidores de factor de potencia. Este funciona en base a un dispositivo que lo hace sensible a la corriente, Figura 3.27. La exactitud que maneja se debe a que no utiliza materiales magnéticos, ya que dichos materiales tienen propiedades no lineales.

El campo magnético se logra a través de la corriente que esta midiendo, la cual pasa sobre dos bobinas fijas, produciendo el campo magnético. Contiene una bobina móvil que también conduce una corriente e interactúa con el campo de las bobinas fijas, dando como resultado que la bobina móvil gire y consecuentemente que la aguja se deflexione, para así indicar el valor de la cantidad que se esta midiendo a través de la escala graduada. Debido a que este tipo de sistema se basa en la acción de campos magnéticos, es conveniente ponerlo dentro de una carcasa de hierro para blindarlo de cualquier campo parásito externo que pueda producir errores de lectura.

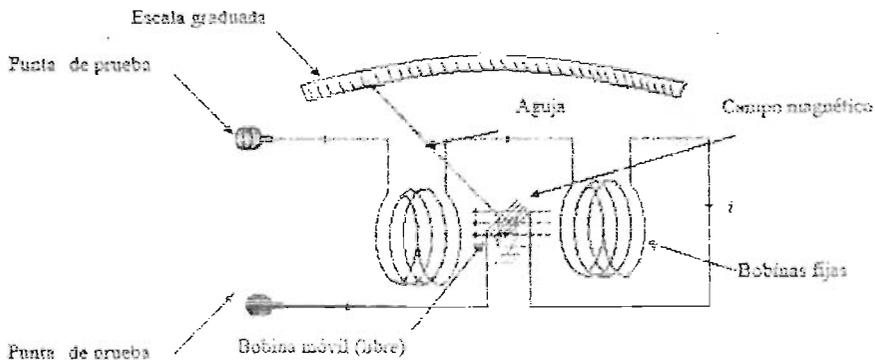


Figura 3.27: Movimiento electrodinámico

Puesto que la corriente que se mide la determina tanto el campo magnético como la interacción de la bobina móvil con el campo, la desviación resultante de la aguja es proporcional a  $I^2$ . En c.a., la aguja toma una posición proporcional al promedio de la corriente al cuadrado, por lo que, la escala se calibra para leer la raíz cuadrada de esta cantidad (rms). El movimiento electrodinámico produce lecturas extremadamente exactas pero esta limitado por sus requerimientos de potencia. El campo magnético que se produce en las bobinas fijas por una pequeña corriente es mucho mas débil que el campo permanente en el movimiento D'Arsonval.

### 3.5.2 Electrodinamómetro en mediciones de potencia

El movimiento electrodinamómetro se utiliza frecuentemente en las mediciones de potencia. Sirve para indicar tanto la potencia de C.D. como de c.a. para cualquier onda de voltaje y corriente; esto es, no se reduce a ondas senoidales. El electrodinamómetro utilizado como voltímetro o amperímetro tiene las bobinas fijas y la móvil conectada en serie, de esta forma se relaciona el efecto de la corriente al cuadrado. Cuando se utilizan como *medidor de potencia monofásica*, las bobinas están conectadas en diferente forma (Figura 3.28).

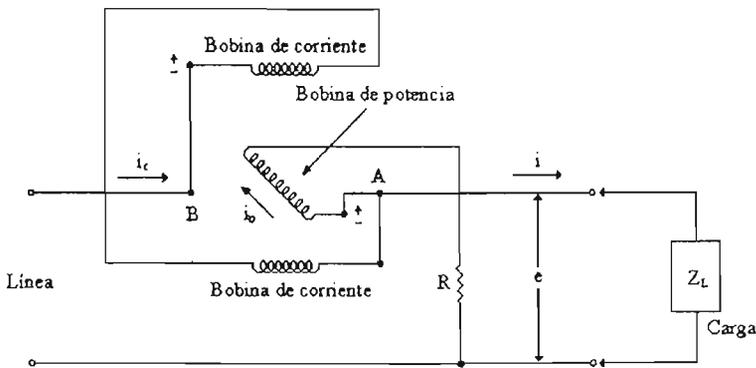


Figura 3.28: Diagrama esquemático de un Wattímetro electrodinamómetro

Las bobinas fijas, o *bobina de campo*, que aparecen aquí como dos elementos separados, están conectados en serie y llevan una corriente de línea total ( $i_c$ ). La bobina móvil, colocada en el campo magnético de las bobinas fijas, está conectada en serie con una resistencia limitadora de corriente a través de la línea de potencia, en la cual circula una pequeña corriente ( $i_p$ ). El valor instantáneo de la corriente en la bobina móvil es  $i_p = e/R_p$ , donde  $e$  es el voltaje instantáneo a través de la línea de potencia y  $R_p$  es la resistencia total de la bobina móvil y su resistencia en serie. La deflexión de la bobina móvil es proporcional al producto de estas dos corrientes  $i_c$  e  $i_p$ .

Se puede escribir para una deflexión promedio sobre un periodo:

$$\theta_{av} = K \frac{1}{T} \int_0^T i_c i_p dt \quad (3.33)$$

Donde:

- $\theta_{av}$  : Deflexión angular promedio de la bobina.
- $K$  : Constante del instrumento.
- $i_c$  : Corriente instantánea en las bobinas de campo.
- $i_p$  : Corriente instantánea en la bobina de potencial.

Considerando por el momento, que  $i_c$  es igual a la corriente de carga,  $i$  (en realidad  $i_c = i_p + i$ ) y con el valor  $i_p = e \cdot R_p$ , la ecuación 3.33 se reduce a:

$$\theta_{av} = K_2 \frac{1}{T} \int_0^T ei \, dt \tag{3.34}$$

Por definición, la potencia promedio de un circuito es:

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T ei \, dt \tag{3.35}$$

lo cual indica que el movimiento del electrodinamómetro, conectado en la configuración de la Figura 3.28, tiene una deflexión proporcional a la potencia promedio. Si  $e$  u  $i$  son cantidades variables senoidales de la forma:

$$e = E_m \text{Sen}(\omega t)$$

$$i = I_m \text{Sen}(\omega t \pm \theta)$$

$E_m$  e  $I_m$  representan los valores pico del voltaje y la corriente; la ecuación 3.34 se reduce a:

$$\theta_{av} = K_3 EI \text{Cos } \theta \tag{3.36}$$

donde  $E$  u  $I$  representan los valores rms del voltaje y la corriente, y  $\theta$  el ángulo de fase entre el voltaje y la corriente. Las ecuaciones 3.34 y 3.35 muestran que el electrodinamómetro indica la potencia promedio entregada a la carga.

Los wattímetros tienen una terminal de voltaje y una terminal de corriente marcadas "±". Cuando la terminal de corriente marcada se conecta a la línea de entrada y la terminal de voltaje marcada se conecta en el lado de la línea en donde la bobina de corriente se conecta, la aguja del medidor se moverá en sentido directo cuando la energía se conecta a la carga. Si por cualquier razón (como en el método de los dos wattímetros para la medición de potencia trifásica), el medidor marcara hacia atrás, se deben invertir las conexiones de corriente (no las de voltaje).

El wattímetro electrodinamómetro consume determinada energía para el mantenimiento de su campo magnético; pero por lo general es muy pequeña en comparación con la potencia de la carga y se puede despreciar. Si se requiere la lectura correcta de la potencia de la carga y la bobina de potencia, se debe conectar a través de las terminales de carga. Con la bobina de potencial conectada al punto A de la Figura 3.28, el voltaje de carga es medido correctamente, pero la corriente a través de las bobinas de campo es mayor que una cantidad  $i_p$ . El wattímetro por lo tanto da una lectura mayor por la cantidad de potencia perdida en el circuito de potencial. Sin embargo, si la bobina de potencial se conecta al punto B de la Figura 3.28, la bobina de campo mide la corriente de carga correcta, pero el voltaje a través de la bobina de potencial es mayor por la cantidad que cae en la bobina de campo. El wattímetro de nuevo dará una lectura mayor, pero ahora por la cantidad de  $I^2R$  perdida en los devanados del campo. La elección de la conexión correcta depende del caso. En términos generales, la conexión de la bobina de potencial al punto A es conveniente cuando se tienen cargas de alta corriente y bajo voltaje; la conexión al punto B se utiliza en cargas de baja corriente y alto voltaje.

La dificultad de colocar la conexión de la bobina de potencial se supera en el wattímetro *compensado* mostrado esquemáticamente en la Figura 3.29. La bobina de corriente consiste en dos devanados, cada una con el mismo número de vueltas. Uno está construido con alambre grueso y conduce la corriente de carga,

más la corriente de la bobina de potencial. El otro devanado se construye con alambre delgado y sólo circula la corriente de la bobina de voltaje. Esta corriente va en dirección opuesta a la corriente en el devanado de alambre grueso, con lo que su flujo se opone al flujo principal. El efecto de  $i_p$  se cancela y el wattímetro indica la potencia correcta.

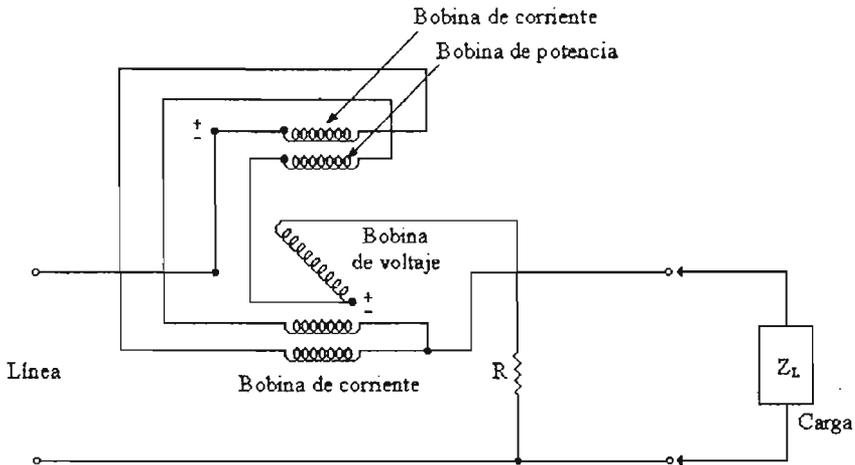


Figura 3.29: Diagrama de un Wattímetro compensado

## 3.6 OSCILOSCOPIO

### 3.6.1 Introducción

El osciloscopio es básicamente un dispositivo de visualización gráfica que muestra señales eléctricas variables en el tiempo. El eje vertical, a partir de ahora denominado Y, representa el voltaje; mientras que el eje horizontal, denominado X, representa el tiempo. Las mediciones realizables en un osciloscopio son las siguientes:

- Determinar directamente el periodo y el voltaje de una señal.
- Determinar indirectamente la frecuencia de una señal.
- Determinar que parte de la señal es C.D. y cual c.a.
- Localizar averías en un circuito.
- Medir la fase entre dos señales.
- Determinar que parte de la señal es ruido y como varía éste en el tiempo.

Los osciloscopios son de los instrumentos más versátiles que existen y lo utilizan desde técnicos de reparación de televisores hasta médicos. Un osciloscopio puede medir un gran número de fenómenos, provisto del transductor adecuado (un elemento que convierte una magnitud física en señal eléctrica) será capaz de darnos el valor de una presión, ritmo cardíaco, potencia de sonido, nivel de vibraciones en un coche, etc.

### 3.6.2 Tipos de osciloscopios

Los equipos electrónicos se dividen en dos tipos: *Analógicos* y *Digitales*. Los primeros trabajan con variables continuas mientras que los segundos lo hacen con variables discretas.

Los osciloscopios también pueden ser analógicos ó digitales. Los primeros trabajan directamente con la señal aplicada, ésta, una vez amplificada desvía un haz de electrones en sentido vertical proporcionalmente a su valor. En contraste los osciloscopios digitales utilizan previamente un conversor analógico-digital (A/D) para almacenar digitalmente la señal de entrada, reconstruyendo posteriormente esta información en la pantalla.

Ambos tipos tienen sus ventajas e inconvenientes. Los analógicos son preferibles cuando es prioritario visualizar variaciones rápidas de la señal de entrada en tiempo real. Los osciloscopios digitales se utilizan cuando se desea visualizar y estudiar eventos no repetitivos (picos de tensión que se producen aleatoriamente).

### 3.6.2.1 Osciloscopio Analógico

La Figura 3.30 muestra el diagrama de un osciloscopio analógico.

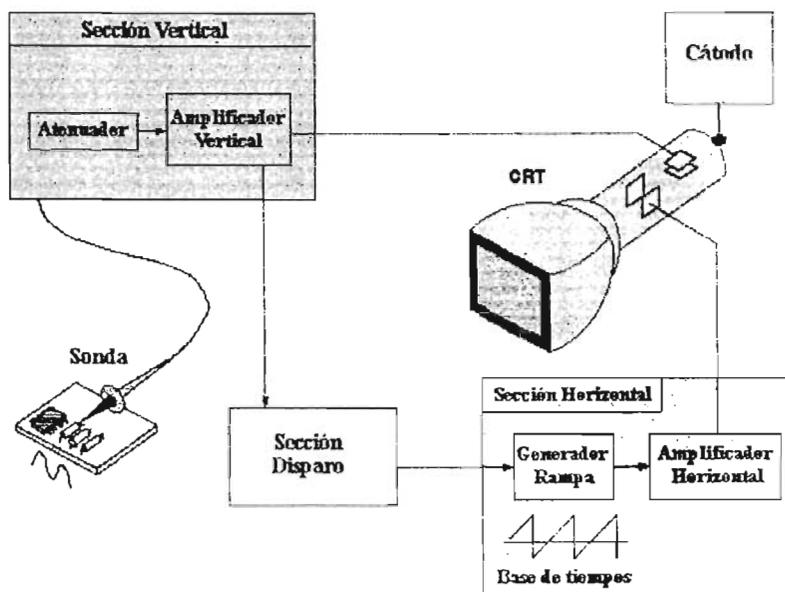


Figura 3.30: Diagrama de un osciloscopio analógico

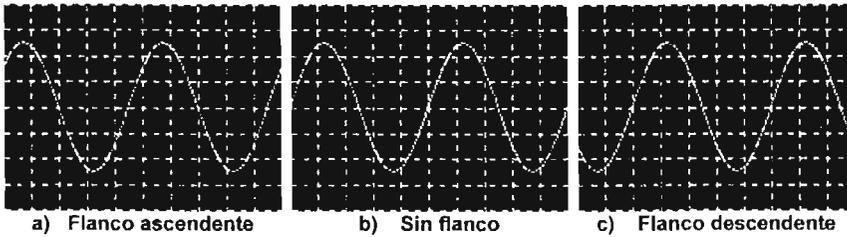
### 3.6.2.1.1 Funcionamiento

Cuando se conecta la sonda a un circuito, la señal atraviesa esta última y se dirige a la sección vertical. Dependiendo de donde situemos el mando del amplificador vertical atenuaremos la señal ó la amplificaremos. En la salida de este bloque ya se dispone de la suficiente señal para atacar las placas de deflexión verticales (que naturalmente están en posición horizontal) y que son las encargadas de desviar el haz de electrones, que surge del cátodo e impacta en la capa fluorescente del interior de la pantalla, en sentido vertical. Hacia arriba si la tensión es positiva con respecto al punto de referencia (GND) ó hacia abajo si es negativa.

La señal también atraviesa la sección de disparo, para de esta forma iniciar el barrido horizontal (este es el encargado de mover el haz de electrones desde la parte izquierda de la pantalla a la parte derecha en un determinado tiempo). El trazado (recorrido de izquierda a derecha) se consigue aplicando la parte ascendente de un diente de sierra a las placas de deflexión horizontal (las que están en posición vertical), y puede ser regulable en tiempo actuando sobre el mando TIMEBASE. El re-trazado (recorrido de derecha a izquierda) se realiza de forma mucho más rápida con la parte descendente del mismo diente de sierra.

De esta forma la acción combinada del trazado horizontal y de la deflexión vertical traza la gráfica de la señal en la pantalla. La sección de disparo es necesaria para estabilizar las señales repetitivas (se asegura que el trazado comience en el mismo punto de la señal repetitiva).

En la Figura 3.31 puede observarse la misma señal en tres ajustes de disparo diferentes: a) disparada en flanco ascendente; b) sin disparo; c) disparada en flanco descendente.



**Figura 3.31: Flancos de disparo**

Para utilizar de forma correcta un osciloscopio analógico necesitamos realizar tres ajustes básicos:

- La atenuación ó amplificación que necesita la señal. Utilizar el mando **AMPL** para ajustar la amplitud de la señal antes de que sea aplicada a las placas de deflexión vertical. Conviene que la señal ocupe una parte importante de la pantalla sin llegar a sobrepasar los límites.
  
- La base de tiempos. Utilizar el mando **TIMEBASE** para ajustar lo que representa en tiempo una división en horizontal de la pantalla. Para señales repetitivas es conveniente que en la pantalla se puedan observar aproximadamente un par de ciclos.
  
- Disparo de la señal. Utilizar los mandos **TRIGGER LEVEL** (nivel de disparo) y **TRIGGER SELECTOR** (tipo de disparo) para estabilizar lo mejor posible señales repetitivas.

### 3.6.2.2 Osciloscopio Digital

Los osciloscopios digitales poseen además de las secciones explicadas anteriormente un sistema adicional de proceso de datos que permite almacenar y visualizar la señal. La Figura 3.32 muestra el diagrama de un osciloscopio digital

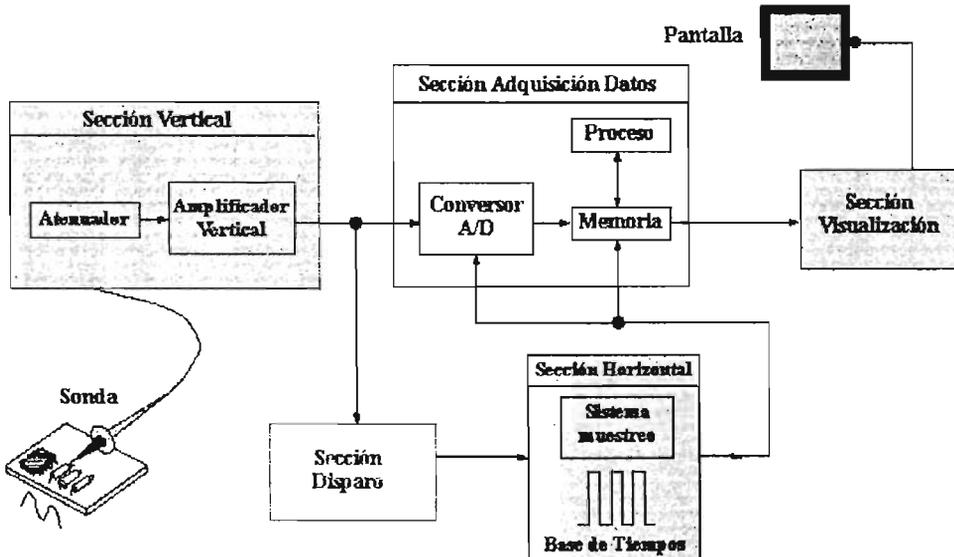


Figura 3.32: Diagrama de un osciloscopio digital

Cuando se conecta la sonda de un osciloscopio digital a un circuito, la sección vertical ajusta la amplitud de la señal de la misma forma que lo hacía el osciloscopio analógico.

El convertor analógico-digital del sistema de adquisición de datos muestrea la señal a intervalos de tiempo determinados y convierte la señal de voltaje continua en una serie de valores digitales llamados *muestras* (Figura 3.33). En la sección horizontal una señal de reloj determina cuando el convertor A/D toma una muestra. La velocidad de este reloj se denomina velocidad de muestreo y se mide en muestras por segundo.

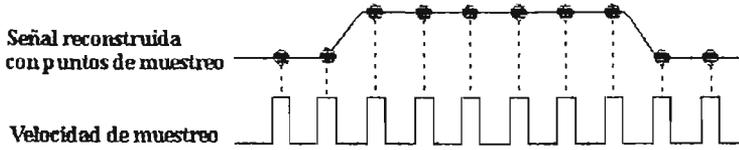


Figura 3.33: Muestreo de la señal

Los valores digitales muestreados se almacenan en una memoria como puntos de señal. El número de los puntos de señal utilizados para reconstruir la señal en pantalla se denomina registro. La sección de disparo determina el comienzo y el final de los puntos de señal en el registro. La sección de visualización recibe estos puntos del registro, una vez almacenados en la memoria, para presentar en pantalla la señal.

Dependiendo de las capacidades del osciloscopio se pueden tener procesos adicionales sobre los puntos muestreados, incluso se puede disponer de un predisparo, para observar procesos que tengan lugar antes del disparo.

Fundamentalmente, un osciloscopio digital se maneja de una forma similar a uno analógico, para poder tomar las medidas se necesita ajustar el mando AMPL, el mando TIMEBASE así como los mandos que intervienen en el disparo.

### 3.6.2.2.1 Métodos de muestreo

Para señales de lenta variación, los osciloscopios digitales pueden perfectamente reunir más puntos de los necesarios para reconstruir posteriormente la señal en la pantalla. No obstante, para señales rápidas (dependiendo de la máxima velocidad de muestreo de nuestro aparato) el osciloscopio no puede recoger muestras suficientes y debe recurrir a una de estas dos técnicas:

- I. *Interpolación*. Es decir, estimar un punto intermedio de la señal basándose en el punto anterior y posterior.
- II. *Muestreo en tiempo equivalente*. Si la señal es repetitiva es posible muestrear durante unos cuantos ciclos en diferentes partes de la señal para después reconstruir la señal completa.

#### 3.6.2.2.1.1 Muestreo en tiempo real con Interpolación

El método estándar de muestreo en los osciloscopios digitales es el muestreo en tiempo real: el osciloscopio reúne los suficientes puntos como para reconstruir la señal. Para señales no repetitivas ó la parte transitoria de una señal, es el único método válido de muestreo.

Los osciloscopios utilizan la interpolación para poder visualizar señales que son más rápidas que su velocidad de muestreo. Existen básicamente dos tipos de interpolación (Figura 3.34):

- I. *Lineal*. Simplemente conecta los puntos muestreados con líneas.
- II. *Senoidal*. Conecta los puntos muestreados con curvas según un proceso matemático, de esta forma los puntos intermedios se calculan para rellenar los espacios entre puntos reales de muestreo. Usando este proceso es posible visualizar señales con gran precisión disponiendo de relativamente pocos puntos de muestreo.

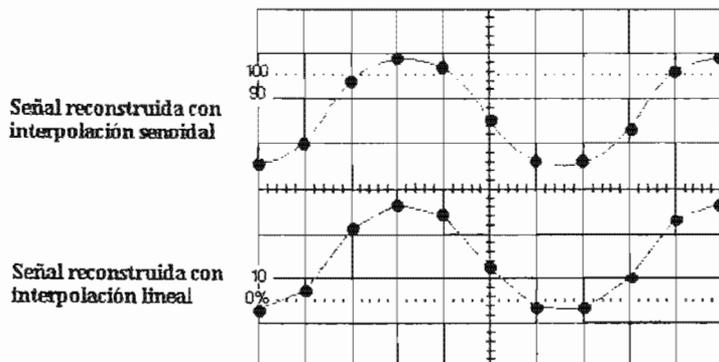


Figura 3.34: Interpolación lineal y senooidal

### 3.6.2.2.1.2 Muestreo en tiempo equivalente

Algunos osciloscopios digitales utilizan este tipo de muestreo. Se trata de reconstruir una señal repetitiva capturando una pequeña parte de la señal en cada ciclo. Existen dos tipos básicos (Figura 3.35).

*Muestreo secuencial.* Los puntos aparecen de izquierda a derecha en secuencia para conformar la señal.

*Muestreo aleatorio.* Los puntos aparecen aleatoriamente para formar la señal.

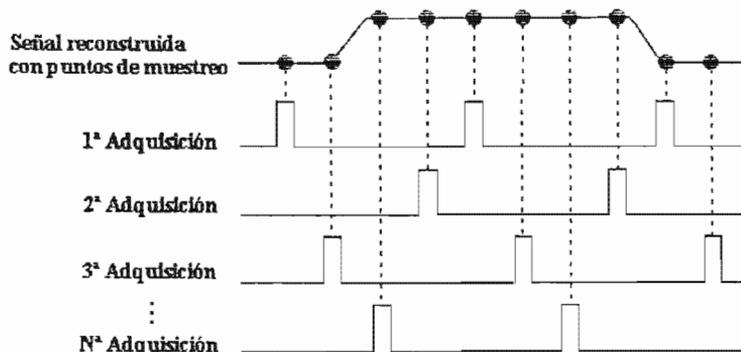


Figura 3.35: Muestreo en tiempo equivalente



# CAPÍTULO 4

## OPERACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

## 4.1 VOLTÍMETRO – AMPERÍMETRO (C.D.)

Módulo con panel frontal de color gris; sólo acepta cables de conexión con terminal desnudo, Figura 4.1. Consta de un voltímetro, un miliamperímetro y un amperímetro.

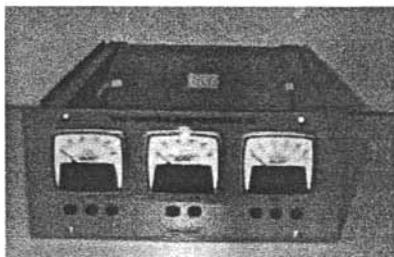


Figura 4.1: Voltímetro – Amperímetro (C.D.)

### 4.1.1 Voltímetro

Esta ubicado al lado izquierdo del módulo, consta de tres puntos de conexión ubicados debajo del visualizador del mismo con las siguientes características:

**Visualizador.** Es un visualizador analógico con dos rangos diferentes de lectura, estos rangos son 0 - 20 Volts y 0 - 200 Volts, la utilización de uno u otro rango depende de la conexión realizada en los puntos de conexión.

**Puntos de conexión.** El primer punto de conexión es de color negro, y corresponde al polo negativo (-) de la fuente. El segundo punto de conexión es de color rojo, esta rotulado con 20 V y corresponde al positivo del instrumento (+), este punto de conexión solo admite voltajes inferiores a 20 volts y utiliza la escala del visualizador con rango de 0 - 20 volts. El tercer punto de conexión es de color rojo, esta rotulado con 200 V y corresponde al positivo del instrumento (+),

este punto de conexión solo admite voltajes inferiores a 200 volts y utiliza la escala del visualizador con rango de 0 - 200 volts.

#### **4.1.2 Miliamperímetro**

Esta ubicado en el centro del módulo, consta de dos puntos de conexión ubicados debajo del visualizador del mismo con las siguientes características:

**Visualizador.** Es un visualizador analógico con dos rangos diferentes de lecturas, estos rangos son 0 - 0,5 amperes.

**Puntos de conexión.** El primer punto de conexión es de color negro y corresponde al polo negativo (-). El segundo punto de conexión es de color rojo, está rotulado con 0,5 A y corresponde al polo positivo (+), este punto de conexión solo admite corrientes inferiores a 0,5 amperes.

#### **4.1.3 Amperímetro.**

Esta ubicado al lado derecho del módulo, consta de tres puntos de conexión ubicados debajo del visualizador del mismo con las siguientes características:

**Visualizador.** Es un visualizador analógico con dos rangos diferentes de lecturas, estos rangos son 0 - 2,5 amperes y 0 - 5 amperes, la utilización de uno u otro rango depende de la conexión realizada en los puntos de conexión.

**Puntos de conexión.** El primer punto de conexión es de color negro y corresponde al polo negativo (-). El segundo punto de conexión es de color rojo, esta rotulado con 2,5 A y corresponde al polo positivo (+), este punto de conexión solo admite corrientes inferiores a 2,5 amperes y utiliza la escala del visualizador

con rango de 0 - 2,5 amperes. El tercer punto de conexión es de color rojo, esta rotulado con 5 A y corresponde al polo positivo (+), este punto de conexión solo admite corrientes inferiores a cinco amperes y utiliza la escala del visualizador con rango de 0 - 5 amperes.

## 4.2 VOLTÍMETRO (c.a.)

Módulo con panel frontal de color gris, solo acepta cables de conexión con terminal desnudo, Figura 4.2.



Figura 4.2: Voltímetro (c.a.)

Contiene tres voltímetros idénticos; cada uno tiene tres puntos de conexión y dos rangos de lectura, los componentes de cada uno son descritos a continuación:

**Visualizador.** Visualizador analógico con dos rangos de lectura, 0 - 100 volts c.a. y 0 - 250 volts c.a., el rango de lectura depende de la conexión realizada entre los puntos de conexión que se encuentran debajo de éste.

**Puntos de conexión.** Cada uno tiene tres puntos de conexión: El primero es de color negro y corresponde al negativo (-) o referencia. El segundo es de color rojo, esta rotulado con 100 V y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a 100 volts. Al conectar las lecturas desde este punto de conexión se debe utilizar la escala 0 - 100 del visualizador. El tercero es

de color rojo, esta rotulado con 250 V y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a 250 volts. Para tomar las lecturas desde este punto de conexión se debe utilizar la escala 0 - 250 del visualizador.

### 4.3 AMPERÍMETRO c.a.

Módulo con panel frontal de color gris; solo acepta cables de conexión con terminal desnudo, Figura 4.3. Contiene tres amperímetros, los componentes de cada uno son descritos a continuación:

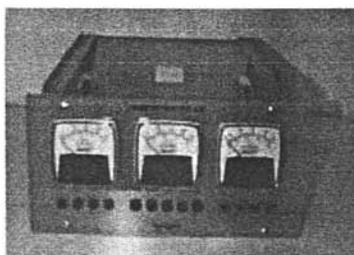


Figura 4.3: Amperímetro (c.a.)

#### 4.3.1 Primer y tercer amperímetro

Estos se diferencian únicamente por el color de sus puntos de conexión, el primero que está a la derecha del módulo tiene los puntos de conexión de color rojo, y el tercero que se encuentra a la izquierda del módulo tiene los puntos de conexión de color azul.

Visualizador. Visualizador analógico con tres rangos de lectura, 0 - 0,5 amperes c.a., 0 - 2,5 amperes c.a. y 0 - 8 amperes c.a. el rango de lectura depende de la conexión realizada entre los puntos de conexión que se encuentran debajo de éste.

Puntos de conexión. Ambos tienen cuatro puntos de conexión que corresponden a los diferentes rangos de lectura: El primero corresponde al negativo (-) o de referencia. El segundo está rotulado con 0,5 A y corresponde al positivo (+), este conector solo puede aceptar valores menores a 0,5 amperes. Al conectar las lecturas desde este punto de conexión se debe utilizar la escala 0 - 0,5 del visualizador. El tercero está rotulado con 2,5 A y corresponde al positivo (+), este conector solo puede aceptar valores menores a 2,5 amperes. Al conectar las lecturas desde este punto de conexión se debe utilizar la escala 0 - 2,5 del visualizador. El cuarto está rotulado con 8 A y corresponde al positivo (+), este conector solo puede aceptar valores menores a ocho amperes. Para tomar las lecturas desde este punto de conexión, se debe utilizar la escala 0 - 8 del visualizador.

#### 4.3.2 Segundo amperímetro

Este se encuentra en el centro del módulo y tiene sus puntos de conexión de color negro.

Visualizador. Visualizador analógico con cuatro rangos de lectura, 0 - 0,5 amperes c.a., 0 - 2,5 amperes c.a., 0 - 8 amperes c.a. y 0 - 25 amperes c.a., el rango de lectura depende de la conexión realizada entre los puntos de conexión que se encuentran debajo de éste.

Puntos de conexión. Tiene cinco puntos de conexión que corresponden a diferentes rangos de lectura: El primero corresponde al negativo (-) o de referencia. El segundo está rotulado con 0,5 A y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a 0,5 amperes. Para tomar las lecturas desde este punto de conexión, se debe utilizar la escala 0 - 0,5 del visualizador. El tercero está rotulado con 2,5 A y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a 2,5 amperes. Para

tomar las lecturas desde este punto de conexión, se debe utilizar la escala 0 - 2,5 del visualizador. El cuarto esta rotulado con 8 A y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a ocho amperes. Para tomar las lecturas desde este punto de conexión, se debe utilizar la escala 0 - 8 del visualizador. El quinto esta rotulado con 25 A y corresponde al positivo (+), este punto de conexión solo puede aceptar valores menores a 25 amperes. Para tomar las lecturas desde este punto de conexión, se debe utilizar la escala 0 - 25 del visualizador.

#### 4.4 WATTÍMETRO MONOFÁSICO

Módulo con panel frontal de color gris, solo acepta cables de conexión con terminal desnudo, Figura 4.4. Este módulo consta de cuatro puntos de conexión y un visualizador analógico, su distribución y características se muestran a continuación:



Figura 4.4: Wattímetro monofásico

Terminales de alimentación. Estos puntos de conexión se conectan a la línea, el punto de conexión rotulado con el número uno es de color rojo y corresponde al positivo (+) de la fuente, el punto de conexión rotulado con el número dos es de color negro y corresponde al negativo (-).

Terminales de carga. Desde estos puntos de conexión se debe alimentar la carga a la cual se le van a tomar mediciones; el punto de conexión rotulado con el número tres es de color rojo y corresponde al punto de conexión positivo (+) de la carga, el punto de conexión rotulado con el número cuatro es de color negro y corresponde al punto de conexión negativo (-).

Visualizador. Este visualizador es analógico y tiene un rango de medida de 0 - 750 Watts.

Las características del módulo son:

Potencia: 750 Watts.

Corriente de entrada: 50 Amperes máximo.

Voltaje: 150 Volts.

Corriente de carga: 10 Amperes máximo.

#### 4.5 MULTÍMETRO ANALÓGICO

El amperímetro, voltímetro y ohmiómetro utilizan el galvanómetro D'Arsonval. La diferencia entre los tres es el circuito utilizado con el movimiento básico. Es por lo tanto obvio que se puede diseñar un instrumento para realizar las tres funciones de medición; este dispositivo, tiene un interruptor de función que selecciona el circuito apropiado al galvanómetro D'Arsonval y es llamado comúnmente multímetro o medidor-volt-ohm-ampere (VOM).

Un ejemplo ilustrativo de un multímetro comercial es el modelo 260, de la marca Simpson. Este instrumento es una combinación de un miliamperímetro de C.D., un voltímetro de C.D., voltímetro de c.a., ohmiómetro de escalas múltiples y una salida del medidor (Figura 4.5).



Figura 4.5: Multímetro analógico

#### 4.5.1 Carátula

La carátula está rotulada para las lecturas de C.D., así como lecturas de c.a., una escala especial para resistencia. En la Figura 4.6 se muestra en la carátula y sus diferentes escalas, en ella también se alcanza a apreciar el tornillo de calibración del instrumento.

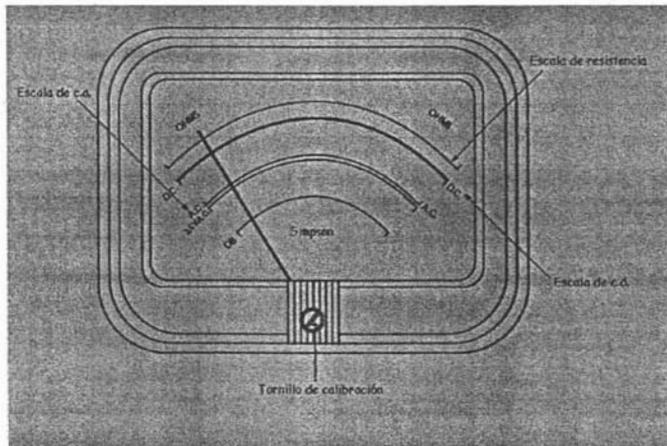


Figura 4.6: Esquema de la carátula

#### 4.5.2 Panel de selección

El panel de selección se presenta en la Figura 4.7, en el se aprecian los interruptores de función para configurar el aparato y realizar las diferentes mediciones que permite el instrumento.

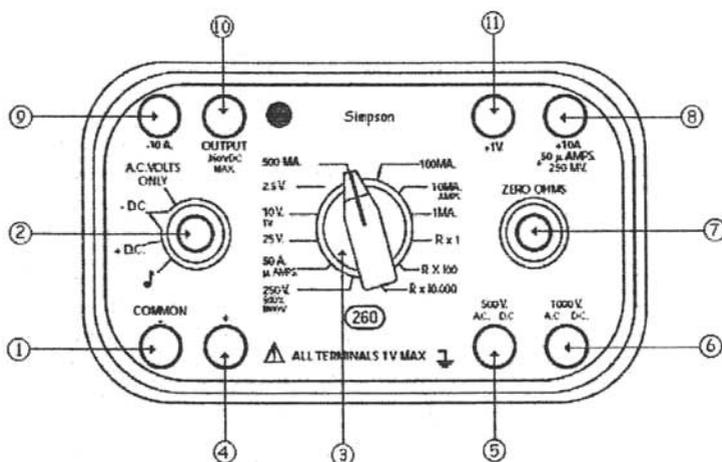


Figura 4.7: Panel de selección

Donde:

- 1 y 9: Borneos o Jack's de conexión para la punta negra.
- 4, 5, 6, 8 y 10: Borneos o jack's de conexión para la punta roja.
- 2: Selector de corriente C.D. o c.a.
- 3: Selector de medición y escala.
- 7: Ajuste de cero para mediciones de resistencia

### 4.5.3 Configuraciones para mediciones de C.D.

#### 4.5.3.1 Voltaje de C.D.

*Rango de 0 – 250 mV:* Seleccionamos la opción de corriente directa identificada como +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack +10 A/50  $\mu$ A/250 mV (8). La perilla central (3) la colocamos en la escala de 250 V.

*Rango de 0 – 1 V:* Seleccionamos la opción de corriente directa (+DC) en el interruptor correspondiente (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack +1 V (11). La perilla central (3) se coloca en la escala de 10 V.

*Rangos de 0 – 2.5 V /10 V/50 V/250 V:* Seleccionamos la función de corriente directa +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack con signo "+" (4). La perilla central (3) se coloca en la escala de 2.5 V para seleccionar el rango de 0 – 2.5 V, en la escala de 10 V para el rango de 0 – 10 V, en la escala de 50 V para el rango de 0 – 50 V y en la escala de 250 V para el rango de 0 – 250 V.

*Rango de 0 – 500 V:* Seleccionamos la función de corriente directa +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack 500 V (5). La perilla central (3) se coloca en la escala de 500 V.

*Rango de 0 – 1000 V:* Seleccionamos la función de corriente directa +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack 1000 V (6). La perilla central (3) se coloca en la escala de 500 V.

### 4.5.3.2 Corriente directa

*Rango de 0 – 50  $\mu$ A:* Seleccionamos la opción de corriente directa identificada como +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack +10 A/50  $\mu$ A/250 mV (8). La perilla central (3) la colocamos en la escala de 50  $\mu$ A.

*Rangos de 0 – 1 mA /10 mA/100 mA/500 mA:* Seleccionamos la función de corriente directa +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack con el signo "+" (4). La perilla central (3) se coloca en la escala de 1 mA para seleccionar el rango de 0 – 1 mA, en la escala de 10 mA para el rango de 0 – 10 mA, en la escala de 100 mA para el rango de 0 – 100 mA y en la escala de 500 mA para el rango de 0 – 500 mA.

*Rango de 0 – 10 A:* Seleccionamos la opción de corriente directa identificada como +DC (2). La punta negra se conecta al jack -10 A (9) y la roja al jack +10 A (8). La perilla central (3) la colocamos en la escala de 10 mA.

### 4.5.4 Configuraciones para mediciones de c.a.

#### 4.5.4.1 Voltaje de c.a.

*Rangos de 0 – 2.5 V /10 V/50 V/250 V:* Seleccionamos la función de corriente alterna AC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack con el signo "+" (4). La perilla central (3) se coloca en la escala de 2.5 V para seleccionar el rango de 0 – 2.5 V, en la escala de 10 V para el rango de 0 – 10 V, en la escala de 50 V para el rango de 0 – 50 V y en la escala de 250 V para el rango de 0 – 250 V.

*Rango de 0 – 500 V:* Seleccionamos la función de corriente alterna AC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack 500 V (5). La perilla central (3) se coloca en la escala de 500 V.

*Rango de 0 – 1000 V:* Seleccionamos la función de corriente alterna AC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack 1000 V (6). La perilla central (3) se coloca en la escala de 500 V.

#### **4.5.5 Configuraciones para mediciones de resistencia**

*Rangos de 0 – 2000  $\Omega$  / 200 000  $\Omega$  / 20 M $\Omega$ :* Seleccionamos la función de corriente directa +DC (2). La punta negra se conecta al jack COMMON (1) y la roja al jack con el signo "+" (4). La perilla central (3) se coloca en la escala de R x 1 para seleccionar el rango de 0 – 2000  $\Omega$ , en la escala R x 100 para seleccionar el rango de 0 - 200 000  $\Omega$  y la escala R x 10 000 para el rango de 0 – 10 M $\Omega$ .

#### **4.5.6 Calibración del instrumento para medir resistencia, C.D. o c.a.**

Para calibrar el instrumento y poder realizar mediciones de resistencia se coloca el selector de medición (3) en R x 1 y la punta negra en el jack COMMON (1), la punta roja en el jack con el signo "+" (4). Después se unen las dos puntas y con el selector de ajuste a cero (7) se coloca la aguja en cero, en la escala de resistencia. Para calibrarlo en mediciones de C.D. o c.a. se hace girar el tornillo de calibración para posicionar la aguja en cero en las escalas de C.D. o c.a., según sea el caso.

Nota: La opción de -DC se utiliza cuando estamos midiendo corriente directa (+DC) y la aguja se defleja a la izquierda, seleccionamos -DC y la deflexión de la aguja cambia a la derecha.

#### 4.6 MULTÍMETRO DIGITAL

La Figura 4.8 muestra un multímetro digital clásico.

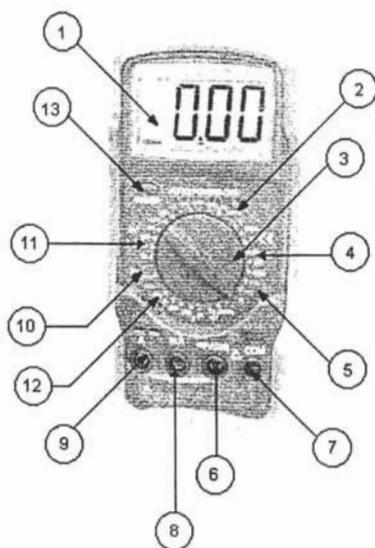


Figura 4.8: Multímetro digital clásico

Donde:

- 1: Display de cristal líquido.
- 2: Escala o rango para medir resistencia.

- 3: Llave selectora de medición.
- 4: Escala o rango para medir tensión en continua (puede indicarse DC en vez de una línea continua y otra punteada).
- 5: Escala o rango para medir tensión en alterna (puede indicarse AC en vez de la línea ondeada).
- 6: Borne o "jack" de conexión para la punta roja ,cuando se quiere medir tensión, resistencia y frecuencia (si tuviera), tanto en corriente alterna como en continua.
- 7: Borne de conexión o "jack" negativo para la punta negra.
- 8: Borne de conexión o "jack" para poner la punta roja si se va a medir mA (miliamperes), tanto en alterna como en continua.
- 9: Borne de conexión o "jack" para la punta roja cuando se elija el rango de 20 A máximo, tanto en alterna como en continua.
- 10: Escala o rango para medir corriente en alterna (puede venir indicado AC en lugar de la línea ondeada).
- 11: Escala o rango para medir corriente en continua (puede venir DC en lugar de una línea continua y otra punteada).
- 12: Zócalo de conexión para medir capacitores o condensadores.
- 13: Botón de encendido y apagado.

#### 4.6.1 Utilidad del multímetro digital

Es muy importante leer el manual de operación de cada multímetro en particular, pues en él, el fabricante fija los valores máximos de corriente y tensión que puede soportar y el modo más seguro de manejo, tanto para evitar el deterioro del instrumento como para evitar accidentes al operario. El multímetro que se da como ejemplo en esta explicación, es genérico, es decir que no se trata de una marca en particular, por lo tanto existe la posibilidad que existan otros con posibilidad de medir más magnitudes.

Con un multímetro digital podemos tener una lectura directa de la magnitud que se quiere medir (salvo error por la preescisión que el fabricante expresa en su manual de uso).

En cambio con el multímetro analógico (o de aguja), tenemos que comparar la posición de la aguja con respecto a la escala, lo cual trae aparejado dos errores, como el de apreciación (que depende del ojo o buena vista del operario) y el error de paralaje (por la desviación de la vista) que muchas veces no respeta la dirección perpendicular a la escala. A todo esto debemos sumarle el error de precisión del propio instrumento.

#### 4.6.2 Selección de las magnitudes y escalas o rangos

##### 4.6.2.1 Medición de resistencia y continuidad

Tengamos en cuenta que para utilizar el multímetro en esta escala, el componente a medir no debe recibir corriente del circuito al cual pertenece y debe encontrarse desconectado. Tal cual como está posicionada la llave selectora, nos indica que podemos medir *continuidad* mediante el sonar de un timbre o "buzzer", por ejemplo cuando en un mazo de cables se busca con las puntas de prueba un

extremo y el correspondiente desde el otro lado. Se activa un zumbido si la resistencia es menor de 30 Ohms (aproximadamente). Si la resistencia es despreciable (como debería ocurrir en un conductor), no solo sonará el buzzer sino que además el display indicará cero.

Cuando buscamos un valor de *resistencia*, tenemos para elegir escalas o rangos con un máximo de : 200  $\Omega$ , 2 K $\Omega$ , 20 K $\Omega$  y 2 M $\Omega$ , algunos multímetros tienen escalas hasta 20 M $\Omega$ .

Si el valor a medir supera el máximo de la escala elegida, el display indicará "1" a su izquierda. Por lo tanto habrá que ir subiendo de rango hasta encontrar la escala correcta.

Muchas veces se sabe de antemano cuanto debería medir, por ejemplo, si es una bobina primaria de encendido, elegimos buzzer si primero queremos ver su continuidad y luego para el valor de la resistencia pasamos a la escala de 200 ohms.

#### 4.6.2.2 Prueba de diodos

Cuando se *prueban diodos*, en un sentido (el inverso a su polaridad), indica el número "1" a la izquierda del display. Esto significa que está bloqueando la corriente (con una resistencia muy elevada) y por lo tanto no se encuentra en corto circuito. En cambio en la polaridad correcta, el display indica unos milivolts que dependen del tipo de diodo que se está probando, ya que si bien el diodo conduce conectando las puntas en la polaridad correcta, lo hace con resistencia apreciable. El instrumento fija una corriente de prueba de 1mA.

#### 4.6.2.3 Medición de tensión en C.D.

Sabemos que como voltímetro se conecta en paralelo con el componente a medir, de tal manera que indique la diferencia de potencial entre las puntas.

Donde indica 200 *m* el máximo es 200 milivolts (0,2 V), el resto se comprende tal cual están expresados por sus cifras. Si se está buscando caídas de tensión en terminales o conductores, podemos elegir una escala con un máximo más pequeño, luego de arrancar con un rango más elevado y así tener una lectura aproximada. Siempre hay que empezar por un rango alto, para ir bajando y así obtener mayor precisión. Cuando el valor a medir supere el máximo elegido, también indicará "1" en el lado izquierdo del display.

#### 4.6.2.4 Medición de corriente en C.D.

Para medir esta magnitud, hay que tener *mucha precaución* porque como amperímetro el multímetro se conecta en serie. Por lo tanto *toda la corriente* a medir se conducirá por su interior, con el riesgo de quemarlo. En el manual de uso el fabricante aconseja no solo el máximo de corriente que puede soportar sino además el tiempo en segundos (por ejemplo 15 segundos).

Donde la escala indica el rango: 2m es 2 mA (0,002 A); 20m es 20 mA (0,02 A); 200 m es 200 mA (0,2 A) y por lo tanto 20 es 20 A.

En las conexiones del multímetro para encendido convencional, electrónico e inyección electrónica, se utiliza como voltímetro u Ohmiómetro y la mayoría de las veces resulta suficiente para resolver el problema. Cuando sea necesario conocer la corriente, es mejor utilizar una pinza amperométrica.

#### 4.6.2.5 Capacitancia

CX quiere decir "capacidad por", según el rango seleccionado con la llave (3). 20  $\mu$  es 20  $\mu f$ . 2  $\mu$  es 2  $\mu f$ , 200 n es 200  $\mu m$ . 2000 p es 2000  $\mu p$ .

#### 4.6.2.6 Otras magnitudes

Hay multímetros genéricos que además miden frecuencia en Kilo Hertz (KHz) mediante un zócalo adicional (parecido al de capacitores) y una termopar o conector especial, pueden medir temperatura en  $^{\circ}C$ .

*La frecuencia* en KHz generalmente tiene un rango único de 20 KHz (20000 Hz), que para encendido e inyección electrónica es poco sensible o resulta una escala demasiado grande. Pues necesitamos medir frecuencias que van de 10 - 15 Hz, 50 - 80 Hz y 100 - 160 Hz.

*La temperatura* en  $^{\circ}C$  puede ser captada tocando con la termopar el objeto a controlar y la rapidez con la cual registre el valor a igual que su precisión dependerá de la calidad de cada multímetro y termopar en cuestión. La temperatura ambiente se obtiene sin conectar la termopar ya que vienen con un sensor incorporado (dentro del instrumento) para tal fin.

También agregan otro zócalo para la prueba de transistores, indicado como hFE. Esto determina el estado de la base y el emisor de dicho semiconductor.

## 4.7 PUENTE DE WHEATSTONE

El puente de WHEATSTONE es del tipo caja de décadas, de color negro, este instrumento consta de cuatro puntos de conexión y sólo acepta cables de conexión con terminal desnudo. En la Figura 4.9 se muestra una fotografía del puente de WHEATSTONE.

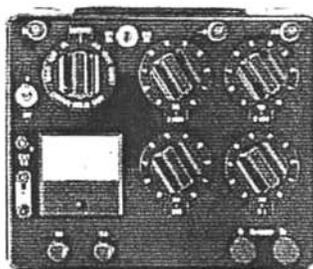


Figura 4.9: Puente de Wheatstone

La Figura 4.10 muestra un esquema del puente de WHEATSTONE

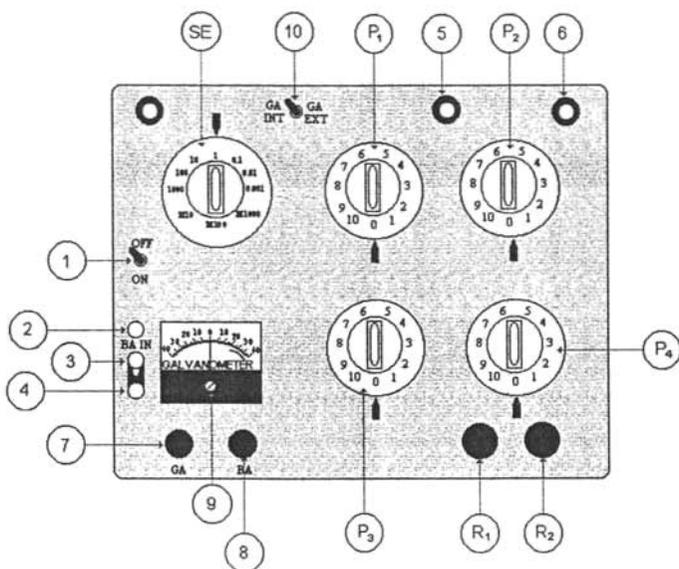


Figura 4.10: Diagrama del puente de WHEATSTONE

Donde:

$P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ : Potenciómetros de década o posición fija (0 – 10).

SE: Es el selector de escala o factor de multiplicación (1000, 100, 10, 1, 0.1, 0.01 y 0.001).

$R_1$  y  $R_2$ : Bornes de conexión para la resistencia desconocida.

1: Interruptor de encendido.

2, 3 y 4: Bornes para seleccionar la batería interna del instrumento o una batería externa. Para seleccionar la batería interna se cortocircuita 3 y 4. para seleccionar la batería externa se cortocircuita 2 y 3.

5 y 6: Bornes para conexión de la batería externa.

7: Botón para cerrar el circuito del galvanómetro (GA).

8: Botón para cerrar el circuito de la batería (BA).

9: Tornillo para calibrar la aguja del galvanómetro.

10: Interruptor para seleccionar al galvanómetro del instrumento (GA INT) o un galvanómetro externo (GA EXT).

#### 4.7.1 Instrucciones de operación

Para realizar una medición de resistencia con el puente de WHEATSTONE se deben seguir las instrucciones siguientes:

- 1.- Seleccionar el galvanómetro interno (GA INT) y la batería interna (BA INT).
- 2.- Calibrar el galvanómetro, haciendo coincidir la aguja en cero, por medio del tornillo de calibración (9).
- 3.- Encender el instrumento.
- 4.- Comprobar el estado de la batería. Presionar el botón BA, la aguja debe deflexionar a la derecha y caer en el rango de color azul de la escala. Esto nos indica un buen estado de la batería para realizar una medición confiable, de lo contrario es necesario cambiar la batería.
- 5.- Conectar la resistencia desconocida ( $R_x$ ) a los bornes  $R_1$  y  $R_2$ .
- 6.- Determinar la escala correcta. Colocar el selector de escala SE en la posición 1 al igual que el potenciómetro 1 ( $P_1$ ), mientras que los demás potenciómetros deberán permanecer en la posición 0.

Procedemos a presionar BA y GA simultáneamente (máximo 2 segundos), y observamos la deflexión de la aguja:

- a) Si deflexiona hacia la derecha, nos indica que la escala es pequeña, por lo que hay que ir incrementando gradualmente la escala con ayuda del selector, (en cada incremento se debe presionar BA y GA); en el momento en que la aguja deflexione hacia la izquierda,

regresamos el selector de escala a la posición anterior y ésta será la escala correcta.

- b) Si deflexiona hacia la izquierda indica que la escala es mayor, por lo que debemos ir disminuyendo gradualmente la escala con ayuda del selector, (en cada posición se debe presionar BA y GA); hasta que la aguja deflexione hacia la derecha, entonces habremos encontrado la escala correcta.

- 7.- Una vez que determinamos la escala correcta, procedemos a la medición de la resistencia, recordando que  $P_1$  está en la posición 1 y que los demás potenciómetros permanecen en la posición 0.

Presionamos BA y GA, la aguja deflexionará hacia la derecha lo que indica que necesitamos más resistencia, por lo que debemos ir incrementando gradualmente  $P_1$ , (en cada incremento se debe presionar BA y GA); hasta conseguir el equilibrio del puente (esto es, que la aguja coincida con el cero), ó en su defecto cuando la aguja cambie de sentido entonces regresamos la perilla a la posición anterior, y ésta será la década de  $P_1$ .

- 8.- Teniendo la década correcta del potenciómetro 1, pasamos al potenciómetro 2 ( $P_2$ ), repitiendo lo mismo que se hizo para  $P_1$ ; de la misma manera se hará para  $P_3$  y  $P_4$ .

- 9.- Al final debe haber un equilibrio total del puente, ó lo más aproximado posible, no importando si la aguja está del lado izquierdo o derecho.

10.- Para saber el valor numérico de la resistencia, tenemos que observar que década le corresponde a cada potenciómetro y la escala que seleccionamos, y en base a eso determinar el valor de la siguiente manera:

$$R_x = SE \times [(P_1 \times 1000) + (P_2 \times 100) + (P_3 \times 10) + (P_4 \times 1)] \quad (4.1)$$

#### 4.7.2 Características del puente de WHEATSTONE

Rango de medición de 1  $\Omega$  hasta 10 M $\Omega$ .

Error:  $\pm 0.1\%$  para el rango de 100  $\Omega$  a 100 K $\Omega$ ,  $\pm 0.3\%$  para el rango de 10  $\Omega$  a 1 M $\Omega$  y  $\pm 0.6\%$  para el rango de 1  $\Omega$  a 10 M $\Omega$ .

Coefficiente de temperatura de los elementos resistivos:  $\pm 5\% \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$  para temperatura ambiente de 5  $^\circ\text{C}$  a 35  $^\circ\text{C}$  y  $\pm 2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$  para temperatura ambiente de 20  $^\circ\text{C}$  a 35  $^\circ\text{C}$ .

Galvanómetro: sensibilidad de 0.9  $\mu\text{A} / \text{div.}$ , resistencia interna aproximada de 150  $\Omega$ , resistencia externa para una crítica sobrecarga alrededor de 800  $\Omega$  para un tiempo de 1.5 segundos.

Baterías: Tres baterías de 1.5 V.

Rango de temperatura para operación: 5  $^\circ\text{C}$  a 35  $^\circ\text{C}$ .

## 4.8 PUENTE DOBLE KELVIN

El puente DOBLE KELVIN es de color negro, este instrumento consta de seis puntos de conexión y sólo acepta cables de conexión con terminal desnudo, Figura 4.11.

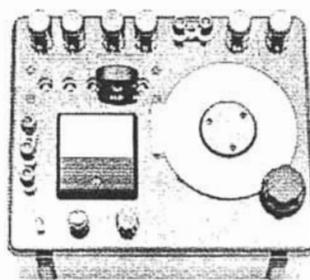


Figura 4.11: Puente DOBLE KELVIN

El diagrama del puente doble Kelvin esta representado por la Figura 4.12:

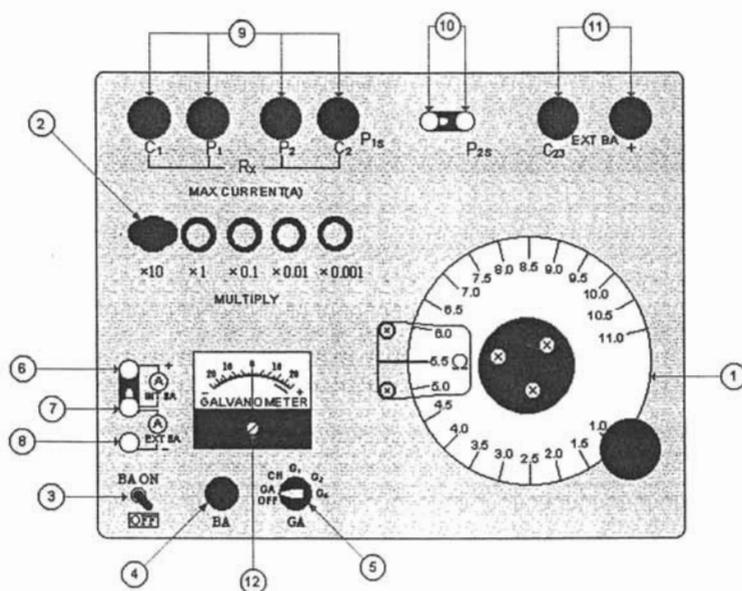


Figura 4.12: Diagrama del puente DOBLE KELVIN

Donde:

- 1: En este disco se refleja la lectura del instrumento.
- 2: Son las escalas del instrumento ( $\times 10$ ,  $\times 1$ ,  $\times 0.1$ ,  $\times 0.01$ ,  $\times 0.001$ ), la forma de seleccionar una escala es introduciendo la llave en el borne de la escala a utilizar.
- 3: Interruptor para activar el instrumento.
- 4: Botón para cerrar el circuito de la batería.
- 5: Perilla para seleccionar la sensibilidad del galvanómetro y al mismo tiempo cerrar el circuito del galvanómetro.  $G_0$  es la sensibilidad más alta del instrumento,  $G_1$  es la sensibilidad media y  $G_2$  es la sensibilidad más baja.
- 6, 7 y 8: El instrumento puede estar conectado a una batería externa (cortocircuitados 6 y 7) o utilizar la batería interna (cortocircuitados 7 y 8).
- 9: Son los bornes para conectar la resistencia desconocida ( $R_x$ ).
- 10: Terminales de conexión para un aditamento del instrumento.
- 11: Bornes de conexión de la batería externa.
- 12: Tornillo de calibración del instrumento.

#### 4.8.1 Instrucciones de operación

Para realizar una medición de resistencia con el puente de DOBLE KELVIN se deben seguir las instrucciones siguientes:

- 1.- Encienda el instrumento, ponga el interruptor (3) en la posición BA ON.
- 2.- Colocar el interruptor (5) en la posición  $G_2$  y calibre el instrumento (12).
- 3.- Conecte la resistencia en los bornes de conexión (9).
- 4.- Seleccione la batería interna (6 y 7).
- 5.- Determinar la escala correcta. Colocar la llave (2) en la posición  $\times 0.1$ , gire el disco a 1. Procedemos a presionar BA (máximo 2 segundos), y observamos la deflexión de la aguja:
  - c) Si deflexiona hacia la derecha, nos indica que la escala es pequeña, por lo que hay que ir incrementando gradualmente la escala cambiando la posición de la llave (2), (en cada incremento se debe presionar BA); en el momento en que la aguja deflexione hacia la izquierda, regresamos la llave (2) a la posición anterior y ésta será la escala correcta.
  - d) Si deflexiona hacia la izquierda indica que la escala es mayor, por lo que debemos ir disminuyendo gradualmente la escala cambiando la posición de la llave (2), (en cada posición se debe presionar BA); hasta que la aguja deflexione hacia la derecha, entonces habremos encontrado la escala correcta.

- 6.- Coloque el interruptor (5) en la posición CH, la aguja debe deflexionar a la derecha y colocarse en el rango azul, lo cual indicara el buen estado de la batería.
- 7.- Presione el botón de la batería (4) y regule el disco (1) hasta lograr el equilibrio del puente (posicionar la aguja exactamente en cero).
- 8.- Tome la lectura del disco (1) y multiplíquela por la escala utilizada (2).

#### 4.8.2 Características del puente DOBLE KELVIN

Rango de medición de  $1 \Omega$  hasta  $110 \Omega$ .

Error:  $\pm (0.005 \Omega \times \text{multiplicador (2)} + 0.01 \text{ m}\Omega)$  para un rango de temperatura de  $5^\circ\text{C}$  a  $35^\circ\text{C}$ .

Galvanómetro: sensibilidad de  $20 \mu\text{V} / \text{div}$ .

$G_0$  : Resistencia de entrada aproximadamente de  $11 \text{ K}\Omega$ .

$G_1$  : Aproximadamente  $1 / 11$  de la sensibilidad de  $G_0$ .

$G_2$  : Aproximadamente  $1 / 110$  de la sensibilidad de  $G_0$ .

Baterías: Dos baterías de  $1.5 \text{ V}$  y una batería de  $9 \text{ V}$ .

Rango de temperatura para operación:  $5^\circ\text{C}$  a  $35^\circ\text{C}$ .

## 4.9 OSCILOSCOPIO

### 4.9.1 Pasos iniciales para realizar una medición

#### 4.9.1.1 Colocar a tierra el Osciloscopio

Por seguridad es obligatorio colocar a tierra el osciloscopio. Si se produce un contacto entre un alto voltaje y la carcasa de un osciloscopio no puesto a tierra, cualquier parte de la carcasa, incluidos los mandos, puede producirle un peligroso shock. Mientras que un osciloscopio bien colocado a tierra, la corriente, que en el anterior caso te atravesaría, se desvía a la conexión de tierra.

Para conectar a tierra un osciloscopio se necesita unir el chasis del osciloscopio con el punto de referencia neutro de tensión (comúnmente llamado tierra). Esto se consigue empleando cables de alimentación con tres conductores (dos para la alimentación y uno para la toma de tierra).

El osciloscopio necesita, por otra parte, compartir la misma masa con todos los circuitos bajo prueba a los que se conecta.

Algunos osciloscopios pueden funcionar a diferentes tensiones de red y es muy importante asegurarse que esta ajustado a la misma de la que disponemos en las tomas de tensión (Figura 4.13).

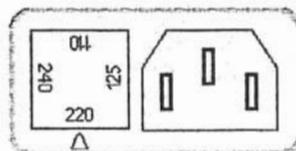


Figura 4.13: Conector de alimentación

Si se trabaja en circuitos integrados (ICs), especialmente del tipo CMOS (complementary metal oxide semiconductor), es necesario colocarse a tierra uno mismo. Esto es debido a que ciertas partes de estos circuitos integrados son susceptibles de estropearse con la tensión estática que almacena nuestro propio cuerpo. Para resolver este problema se puede emplear una correa conductora (Figura 4.14) que se conectará debidamente a tierra, descargando la electricidad estática que posea su cuerpo.

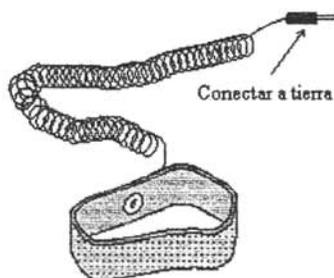


Figura 4.14: Correa conductora

#### 4.9.1.2 Ajuste inicial de los controles

Después de conectar el osciloscopio a la toma de red y de alimentarlo pulsando en el interruptor de encendido (Figura 4.15):

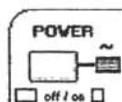


Figura 4.15: Interruptor de encendido

Es necesario familiarizarse con el panel frontal del osciloscopio. Todos los osciloscopios disponen de tres secciones básicas que llamaremos: *Vertical*,

*Horizontal*, y *Disparo*. Dependiendo del tipo de osciloscopio empleado en particular, podemos disponer de otras secciones.

Existen unos conectores BNC, donde se colocan las sondas de medida (Figura 4.16).



Figura 4.16: Conector BNC

La mayoría de los osciloscopios actuales disponen de dos canales etiquetados normalmente como I y II (ó A y B). El disponer de dos canales nos permite comparar señales de forma muy cómoda.

Algunos osciloscopios avanzados poseen un interruptor etiquetado como AUTOSET ó PRESET que ajustan los controles en un solo paso para ajustar perfectamente la señal a la pantalla. Si tu osciloscopio no posee esta característica, es importante ajustar los diferentes controles del aparato a su posición estándar antes de proceder a medir.

#### 4.9.1.2.1 Pasos iniciales de ajuste

- 1.- Ajustar el osciloscopio para visualizar el canal I. (al mismo tiempo se colocará como canal de disparo el I), Figura 4.17.



Figura 4.17: Botón para ajustar el canal

- 2.- Ajustar a una posición intermedia la escala volts/división del canal I (por ejemplo 1v/cm), Figura 4.18.

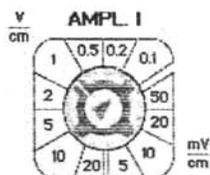


Figura 4.18: Escala de volts/div

- 3.- Colocar en posición calibrada el mando variable de volts/división (potenciómetro central), Figura 4.19. Desactivar cualquier tipo de multiplicadores verticales.



Figura 4.19: Potenciómetro central

- 4.- Colocar el conmutador de entrada para el canal I en acoplamiento DC, Figura 4.20.



Figura 4.20: Acoplador de tensión

- 5.- Colocar el modo de disparo en automático, Figura 4.21 .



Figura 4.21: Interruptor de disparo

- 6.- Desactivar el disparo retardado al mínimo.
- 7.- Situar el control de intensidad al mínimo que permita apreciar el trazo en la pantalla, y el trazo de focus ajustado para una visualización lo más nítida posible (generalmente los mandos quedaran con la señalización cercana a la posición vertical), Figura 4.22.



Figura 4.22: Selector de intensidad

#### 4.9.1.3 Sondas de medida

Con los pasos detallados anteriormente, ya se está en condiciones de conectar la sonda de medida al conector de entrada del canal I. Es muy importante utilizar las sondas diseñadas para trabajar específicamente con el osciloscopio. Una sonda no es, ni mucho menos, un cable con una pinza, sino que es un conector específicamente diseñado para evitar ruidos que puedan perturbar la medida.

Además, las sondas se construyen para que tengan un efecto mínimo sobre el circuito de medida. Esta facultad de las sondas recibe el nombre de efecto de carga, para minimizarla se utiliza un atenuador pasivo, generalmente de 10X, Figura 4.23.

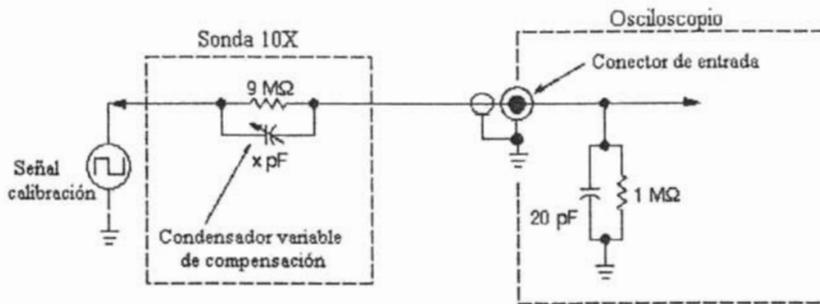


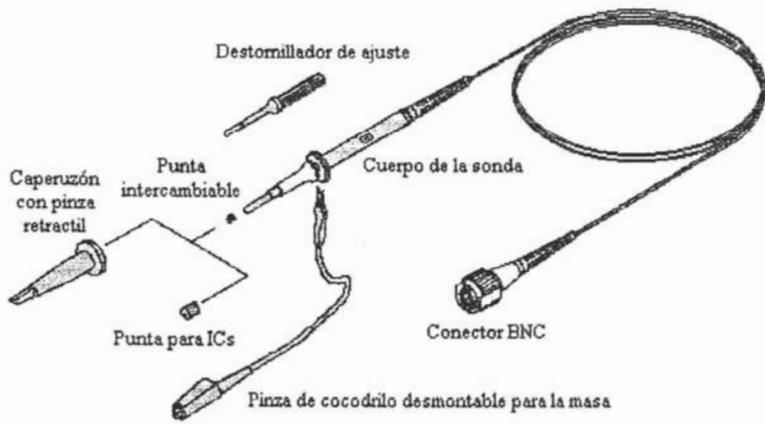
Figura 4.23: Circuito de una sonda común

Este tipo de sonda se proporciona generalmente con el osciloscopio y es una excelente sonda de utilización general. Para otros tipos de medidas se utilizan sondas especiales, como pueden ser las sondas de corriente ó las activas.

#### 4.9.1.3.1 Sondas pasivas

La mayoría de las sondas pasivas están marcadas con un factor de atenuación, normalmente 10X ó 100X. Por convenio los factores de atenuación aparecen con el signo X atrás del factor de división. En contraste los factores de amplificación aparecen con el signo X adelante (X10 ó X100).

La sonda más utilizada posiblemente sea la 10X, reduciendo la amplitud de la señal en un factor de 10. Su utilización se extiende a partir de frecuencias superiores a 5 kHz y con niveles de señal superiores a 10 mV. La sonda 1X es similar a la anterior pero introduce más carga en el circuito de prueba, pero puede medir señales con menor nivel. Por comodidad de uso se han introducido sondas especiales con un conmutador que permite una utilización 1X ó 10X. Cuando se utilicen este tipo de sondas hay que asegurarse de la posición de este conmutador antes de realizar una medida, Figura 4.24 .



**Figura 4.24: Sonda**

#### 4.9.1.3.2 Compensación de la sonda

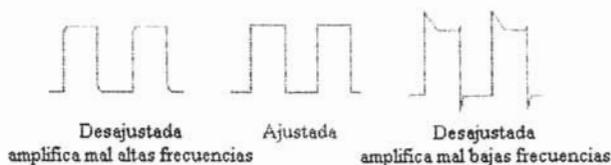
Antes de utilizar una sonda atenuadora 10X es necesario realizar un ajuste en frecuencia para el osciloscopio en particular sobre el que se vaya a trabajar. Este ajuste se denomina compensación de la sonda y consta de los siguientes pasos.

- 1.- Conectar la sonda a la entrada del canal I.
- 2.- Conectar la punta de la sonda al punto de señal de compensación (La mayoría de los osciloscopios disponen de una toma para ajustar las sondas, en caso contrario será necesario utilizar un generador de onda cuadrada), Figura 4.25.



**Figura 4.25: Ajustador de sonda**

- 8.- Conectar la pinza de cocodrilo de la sonda a masa.
- 9.- Observar la señal cuadrada de referencia en la pantalla.
- 10.- Con el destornillador de ajuste, actuar sobre el condensador de ajuste hasta observar una señal cuadrada perfecta, Figura 4.26.



**Figura 4.26: Señal cuadrada**

#### **4.9.1.3.3 Sondas activas**

Proporcionan una amplificación antes de aplicar la señal a la entrada del osciloscopio. Pueden ser necesarias en circuitos con una cargabilidad de salida muy baja. Este tipo de sondas necesitan para operar una fuente de alimentación.

#### **4.9.1.3.4 Sondas de corriente**

Posibilitan la medida directa de las corrientes en un circuito. Las hay para medida de corriente alterna y continua. Poseen una pinza que abarca el cable a través del cual se desea medir la corriente. Al no situarse en serie con el circuito causan muy poca interferencia en él.

## 4.9.2 Ajuste del instrumento para visualización

### 4.9.2.1 Intensidad

Se trata de un potenciómetro que ajusta el brillo de la señal en la pantalla. Este mando actúa sobre la rejilla más cercana al cátodo del CRT (G1), controlando el número de electrones emitidos por éste.

En un osciloscopio analógico si se aumenta la velocidad de barrido es necesario aumentar el nivel de intensidad (Figura 4.27). Por otra parte, si se desconecta el barrido horizontal es necesario reducir la intensidad del haz al mínimo (para evitar que el bombardeo concentrado de electrones sobre la parte interior de la pantalla deteriore la capa fluorescente que la recubre).

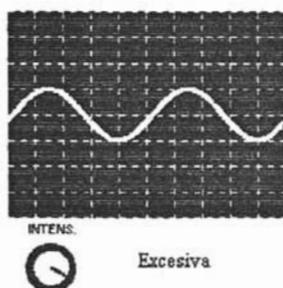


Figura 4.27: Nivel de intensidad

### 4.9.2.2 Enfoque

Se trata de un potenciómetro que ajusta la nitidez del haz sobre la pantalla. Este mando actúa sobre las rejillas intermedias del CRT (G2 y G4) controlando la finura del haz de electrones. Se retocará dicho mando para una visualización lo más precisa posible. Los osciloscopios digitales no necesitan este control (Figura 4.28).

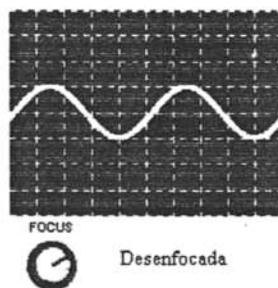


Figura 4.28: Nivel de enfoque

#### 4.9.2.3 Rotación del haz

Resistencia ajustable actuando sobre una bobina y que nos permite alinear el haz con el eje horizontal de la pantalla. Campos magnéticos intensos cercanos al osciloscopio pueden afectar a la orientación del haz. La posición del osciloscopio con respecto al campo magnético terrestre también puede afectar. Los osciloscopios digitales no necesitan de este control. Se ajustará dicha resistencia, con el mando de acoplamiento de la señal de entrada en posición GND, hasta conseguir que el haz esté perfectamente horizontal (Figura 4.29).

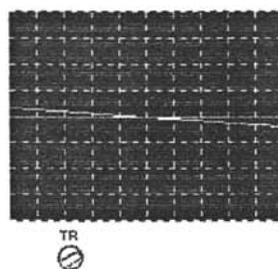


Figura 4.29: Rotación del haz

### 4.9.3 Sistema vertical

#### 4.9.3.1 Posición

Este control consta de un potenciómetro que permite mover verticalmente la forma de onda hasta el punto exacto que se desee, Figura 4.30. Cuando se está trabajando con una sola señal el punto normalmente elegido suele ser el centro de la pantalla.

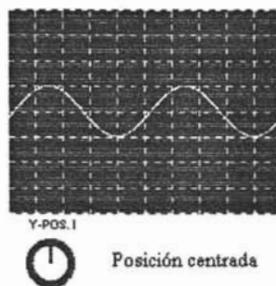


Figura 4.30: Posición Y

#### 4.9.3.2 Conmutador

Se trata de un conmutador con un gran número de posiciones, cada una de las cuales, representa el factor de escala empleado por el sistema vertical. Por ejemplo si el mando esta en la posición 2 volts/div significa que cada una de las divisiones verticales de la pantalla (aproximadamente de un 1 cm.) representan 2 voltios. Las divisiones más pequeñas representarían una quinta parte de este valor, o sea, 0.4 volts.

La máxima tensión que se puede visualizar con el osciloscopio presentado y con una sonda de 10X será entonces: 10 (factor de división de la sonda) x 20 volts/div (máxima escala) x 8 divisiones verticales = 1600 volts. En la pantalla se

representa una señal de 1Vpp tal como la veríamos en diferentes posiciones del conmutador (Figura 4.31).

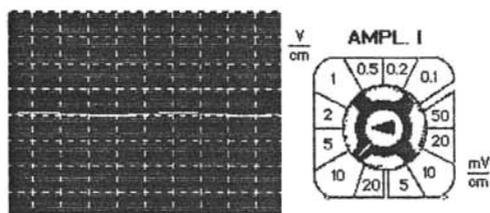


Figura 4.31: Selección de amplitud

#### 4.9.3.3 Mando Variable

Se trata de un potenciómetro situado de forma concéntrica al conmutador del amplificador vertical y podemos considerarlo como una especie de lupa del sistema vertical.

Para realizar medidas es necesario colocarlo en su posición calibrada (Figura 4.32).

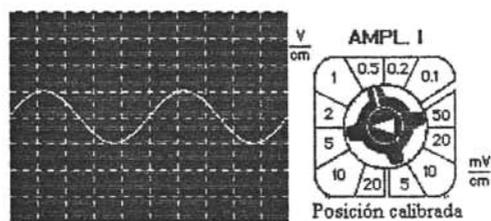


Figura 4.32: Mando variable

#### 4.9.3.4 Acoplamiento de la entrada

Se trata de un conmutador de tres posiciones que conecta eléctricamente a la entrada del osciloscopio la señal exterior.

El acoplamiento DC deja pasar la señal tal como viene del circuito exterior (es la señal real). El acoplamiento AC bloquea mediante un condensador la componente continua que posea la señal exterior. El acoplamiento GND desconecta la señal de entrada del sistema vertical y lo conecta a masa, permitiéndonos situar el punto de referencia en cualquier parte de la pantalla (generalmente el centro de la pantalla cuando se trabaja con una sola señal) como se muestra en la Figura 4.33.

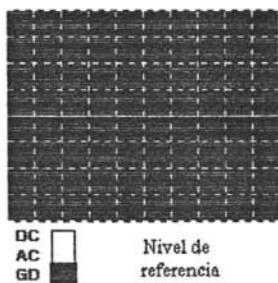


Figura 4.33 Acoplamiento de señal

#### 4.9.3.5 Inversión

Es un conmutador de dos posiciones (Figura 4.34) en forma de botón que permite en una de sus posiciones invertir la señal de entrada en el canal I (existen otros osciloscopios que invierten el canal II).

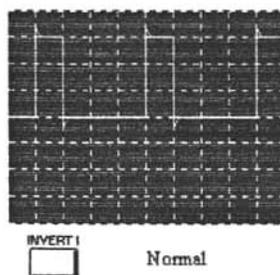


Figura 4.34: Conmutador de inversión

#### 4.9.3.6 Modo alternado / chopeado

Es un conmutador de dos posiciones, en forma de botón, que permite, cuando nos encontramos en modo DUAL, seleccionar el modo de trazado de las señales en pantalla, Figura 4.35.

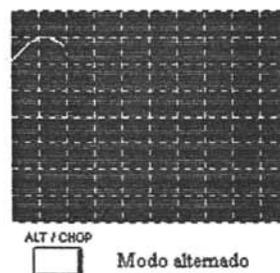


Figura 4.35: Botón de modo alternado / chopeado

En el modo alternado se traza completamente la señal del canal I y después la del canal II y así sucesivamente. Se utiliza para señales de media y alta frecuencia (generalmente cuando el mando TIMEBASE está situado en una escala de 0.5 ms ó inferior).

En el modo chopeado el osciloscopio traza una pequeña parte del canal I después otra pequeña parte del canal II, hasta completar un trazado completo y empezar de nuevo. Se utiliza para señales de baja frecuencia (con el mando TIMEBASE en posición de 1 ms ó superior).

#### 4.9.3.7 Modo simple / dual / suma

Es un control formado por tres conmutadores de dos posiciones, en forma de botón, que permite seleccionar entres tres modos de funcionamiento: simple, dual y suma, Figura 4.36.

**Figura 4.36: Modo simple / dual o suma**

En el modo simple actuamos tan solo sobre el conmutador etiquetado como CH I / II. Si no está pulsado visualizaremos la señal que entra por el canal I y si lo está la señal del canal II. El modo dual se selecciona con el conmutador etiquetado DUAL. Si no está pulsado visualizaremos un solo canal (cual, dependerá del estado del conmutador CH I / II) y si lo está visualizaremos simultáneamente ambos canales. El modo suma se selecciona pulsando el conmutador etiquetado I+II (si también lo está el etiquetado como DUAL) y nos permite visualizar la suma de ambas señales en pantalla.

## 4.9.4 Sistema horizontal

### 4.9.4.1 Posición

Este control consta de un potenciómetro que permite mover horizontalmente la forma de onda hasta el punto exacto que se desee, Figura 4.37. Cuando se está trabajando con una sola señal el punto normalmente elegido suele ser el centro de la pantalla. (Para observar mejor el punto de disparo se suele mover la traza un poco hacia la derecha).

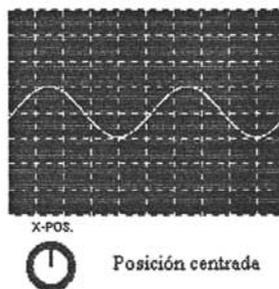


Figura 4.37: Mando de posición

### 4.9.4.2 Conmutador

Se trata de un conmutador con un gran número de posiciones (Figura 4.38), cada una de las cuales, representa el factor de escala empleado por el sistema de barrido horizontal. Por ejemplo si el mando esta en la posición 1 ms/div significa que cada una de las divisiones horizontales de la pantalla (aproximadamente de un 1 cm.) representan 1 milisegundo. Las divisiones más pequeñas representarían una quinta parte de este valor, o sea, 200  $\mu$ s.

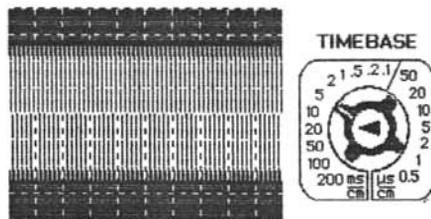
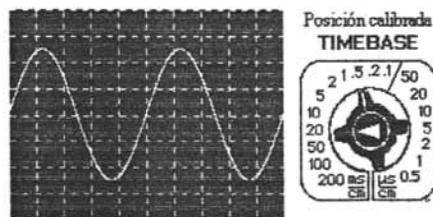


Figura 4.38: Conmutador de mando de tiempo

El osciloscopio presentado puede visualizar un máximo de 2 s en pantalla (200 ms x 10 divisiones) y un mínimo de 100 ns por división, si empleamos la Amplificación (0.5  $\mu$ s / 5).

#### 4.9.4.3 Mando variable

Se trata de un potenciómetro situado de forma concéntrica al conmutador de la base de tiempos, Figura 4.39, podemos considerarlo como una especie de lupa del sistema horizontal. Para realizar medidas es necesario colocarlo en su posición calibrada.



4.39: Mando variable

#### 4.9.4.4 Amplificación

Este control consta de un pequeño conmutador en forma de botón, Figura 4.40, que permite amplificar la señal en horizontal por un factor constante (normalmente 5X ó 10X). Se utiliza para visualizar señales de muy alta frecuencia (cuando el conmutador TIMEBASE no permite hacerlo). Hay que tenerle en cuenta a la hora de realizar medidas cuantitativas (habrá que dividir la medida realizada en pantalla por el factor indicado).

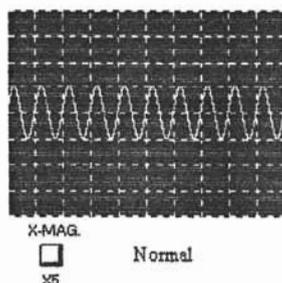


Figura 4.40: Amplificador de horizontal

#### 4.9.4.5 Sistema horizontal XY

Este control consta de un pequeño conmutador en forma de botón, Figura 4.41, que permite desconectar el sistema de barrido interno del osciloscopio, haciendo estas funciones uno de los canales verticales, generalmente el canal II.

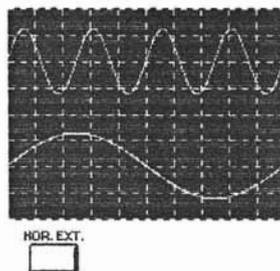


Figura 4.41: Sistema horizontal XY

## 4.9.5 Ajuste de disparo

### 4.9.5.1 Sentido

Este control consta de un conmutador en forma de botón, Figura 4.42, que permite invertir el sentido del disparo. Si está sin pulsar la señal se dispara subiendo (flanco positivo "+") y si lo pulsamos se disparará bajando (flanco negativo "-"). Es conveniente disparar la señal en el flanco de transición más rápida.

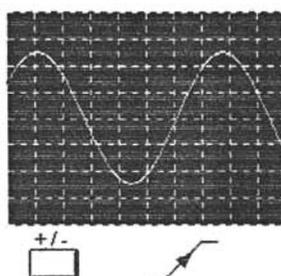


Figura 4.42: Ajuste del sentido

### 4.9.5.2 Nivel

Se trata de un potenciómetro que permite en el modo de disparo manual, Figura 4.43, ajustar el nivel de señal a partir del cual, el sistema de barrido empieza a actuar. Este ajuste no es operativo en modo de disparo automático.

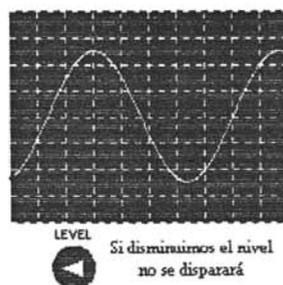


Figura 4.43: Control de nivel

### 4.9.5.3 Acoplamiento

Debido a las muy diferentes señales que se pueden presentar en electrónica, el osciloscopio presenta un conmutador con el que podemos conseguir el disparo estable de la señal en diferentes situaciones, Figura 4.44. La gama de frecuencias ó tipos de señales que abarca cada posición del conmutador depende del tipo de osciloscopio (es posible incluso que el osciloscopio tenga otras posiciones, especialmente para tratar las señales de televisión).

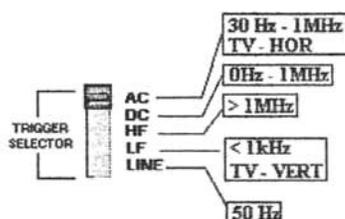


Figura 4.44: Interruptor de acoplamiento

### 4.9.5.4 Exterior

La situación normal es que se permita al osciloscopio que internamente dispare la señal de entrada. Esto permite sincronizar casi todas las señales periódicas siempre que la altura de la imagen supere un cierto valor (generalmente muy pequeño, del orden de media división). Para algunas señales complicadas, es necesario dispararlas con otra señal procedente del mismo circuito de prueba. Esto puede hacerse introduciendo esta última señal por el conector etiquetado TRIG. EXT., Figura 4.45, pulsando también el botón que le acompaña.

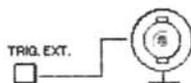


Figura 4.45: Botón TRIG. EXT.

A digital multimeter is shown in the background, centered vertically. The display screen shows the number 15329. The multimeter has a rotary dial and several buttons on its face. The text 'CAPÍTULO 5' is written in large, bold, black letters across the middle of the image, and 'PRÁCTICAS' is written in smaller, bold, black letters below it.

# CAPÍTULO 5

## PRÁCTICAS

## PRÁCTICA 1 “MEDICIÓN DE VOLTAJE Y CORRIENTE”

### OBJETIVO

- Determinar la forma de conexión del multímetro en mediciones de voltaje y corriente.

### INTRODUCCIÓN

**Medición de voltaje.** Para medir diferencias de potencial (voltaje) entre dos puntos de un circuito eléctrico debe conectarse el multímetro (configurado como voltímetro) en “*paralelo*” en el circuito, como se muestra en la Figura 5.1.1.

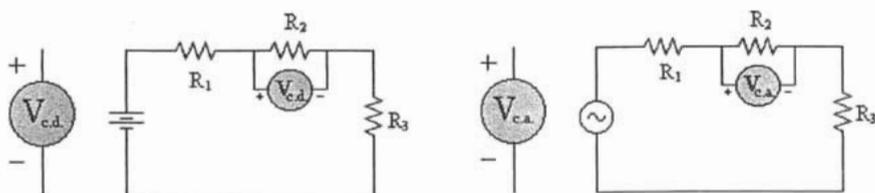


Figura 5.1.1: Conexión de voltímetro para C.D. y c.a.

En el caso de corriente alterna, misma que cambia de valor y dirección periódicamente, el instrumento indica el valor “*cuadrático medio*” del voltaje, comúnmente llamado *voltaje RMS*.

**Medición de corriente.** Para medir la corriente en una rama de un circuito debe conectarse el multímetro (configurado como amperímetro) en “*serie*” en el circuito como lo muestra la Figura 5.1.2.

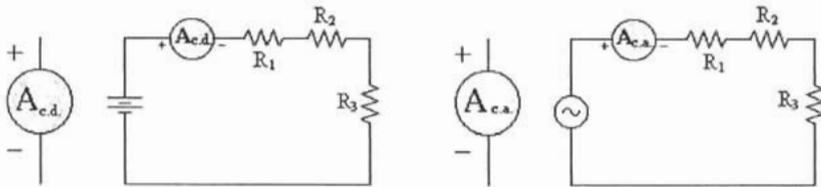


Figura 5.1.2: Conexión de amperímetro para c.d. y c.a.

En el caso de corriente alterna, la corriente medida es la *corriente RMS*.

### Selección de escala

En mediciones con aparatos en los que podemos variar la escala, se debe proceder de la siguiente manera:

- 1º Seleccionar la escala más alta para proteger el aparato.
- 2º Emplear la escala en la que el valor medido llegue a la parte más alta de la misma sin salirse de ella. El error relativo que cometemos es menor.

*Ejemplo:* Vamos a medir el voltaje de una pila próximo a 1,5 V. Si empleamos la escala del multímetro de 0 a 50 voltios, la aguja quedará en el fondo de la escala (recorrerá sólo el primer 3% de la escala). Si el valor de la menor división es 1 v, este valor es casi igual al voltaje a medir (error relativo =  $1/1,5$  ¡enorme!). Si cambiamos de escala y usamos una de 0 a 10 V, los 1,5 v llevarán la aguja al 15% de la escala. La menor división es ahora 0,2 V y el error relativo =  $0,2/1,5$ . Esta medida es mucho mejor.

## MATERIAL Y EQUIPO

Multímetro Analógico

Multímetro Digital.

Fuente de voltaje variable.

Módulo de resistencias.

Cables para conexión.

**Nota:** Calibre el multímetro analógico antes de realizar cualquier medición.

## DESARROLLO

- 1.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.1.3. Donde  $V_1$  es un voltímetro analógico,  $V_2$  es un voltímetro digital y  $V_e$  es la fuente de voltaje variable.

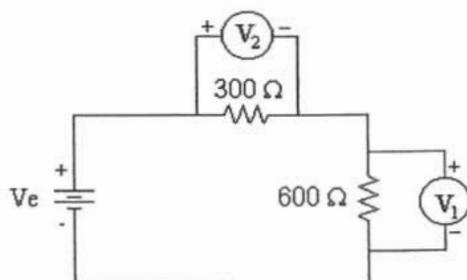


Figura 5.1.3

- 2.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de la TABLA 5.1.1.
- 3.- Anóte en la TABLA 5.1.1 las lecturas de  $V_1$  y  $V_2$ , así como la escala utilizada.

$V_e$ [V]	$V_1$ [V]	Escala $V_1$	$V_2$ [V]	Escala $V_2$
10	6.7	0 – 10 V	3.3	0 – 20 V
20	13	0 – 50 V	6.6	0 – 20 V
30	19.8	0 – 50 V	9.79	0 – 20 V
40	26.7	0 – 50 V	13.2	0 – 20 V
50	33.2	0 – 50 V	16.2	0 – 20 V

TABLA 5.1.1

4.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.

5.- Intercambie  $V_1$  y  $V_2$  como se muestra en la Figura 5.1.4.

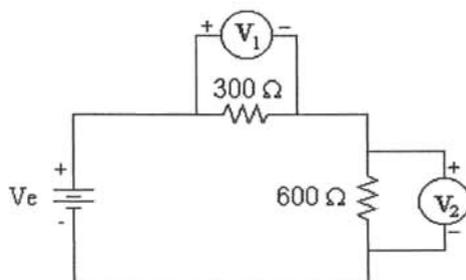


Figura 5.1.4

6.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de la TABLA 5.1.2.

7.- Anóte en la TABLA 5.1.2 las lecturas de  $V_1$  y  $V_2$ , así como la escala utilizada.

$V_e$ [V]	$V_1$ [V]	Escala $V_1$	$V_2$ [V]	Escala $V_2$
10	3.3	0 – 10 V	6.6	0 – 20 V
20	6.6	0 – 10 V	13.3	0 – 20 V
30	9.79	0 – 10 V	19.7	0 – 20 V
40	13.0	0 – 50 V	26.6	0 – 200 V
50	16.0	0 – 50 V	33.7	0 – 200 V

TABLA 5.1.2

- 8.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 9.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.1.5. Donde  $V_1$  es un voltímetro analógico,  $V_2$  es un voltímetro digital y  $V_e$  es la fuente de voltaje.

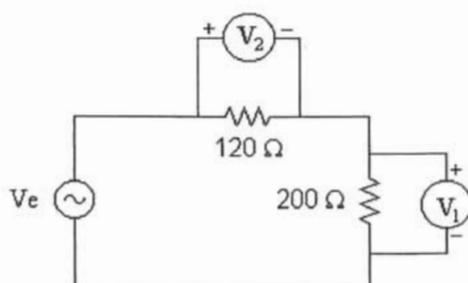


Figura 5.1.5

- 10.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de la TABLA 5.1.3.
- 11.- Anóte en la TABLA 5.1.3 las lecturas de  $V_1$  y  $V_2$ , así como la escala utilizada.

$V_e$ [V]	$V_1$ [V]	Escala $V_1$	$V_2$ [V]	Escala $V_2$
10	6.25	0 – 10 V	3.7	0 – 20 V
20	12.5	0 – 50 V	7.5	0 – 20 V
30	18.7	0 – 50 V	11.2	0 – 20 V
40	24.9	0 – 50 V	15.1	0 – 20 V
50	31.2	0 – 50 V	18.7	0 – 20 V

TABLA 5.1.3

- 12.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 13.- Intercambie  $V_1$  y  $V_2$ , como se muestra en la Figura 5.1.6.

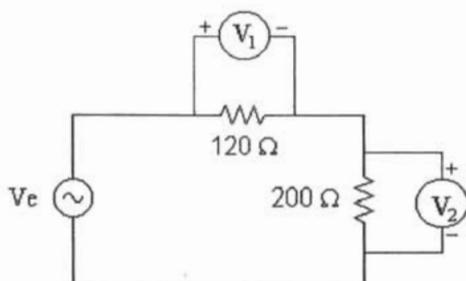


Figura 5.1.6

14.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de la TABLA 5.1.4.

15.- Anóte en la TABLA 5.1.4 las lecturas de  $V_1$  y  $V_2$ , así como la escala utilizada.

$V_e$ [V]	$V_1$ [V]	Escala $V_1$	$V_2$ [V]	Escala $V_2$
10	3.75	0 – 10 V	6.2	0 – 20 V
20	7.45	0 – 10 V	12.5	0 – 20 V
30	11.2	0 – 50 V	18.7	0 – 20 V
40	14.9	0 – 50 V	24.5	0 – 200 V
50	18.7	0 – 50 V	31.2	0 – 200 V

TABLA 5.1.4

16.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.

17.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.1.7. Donde  $A_1$  es un amperímetro analógico,  $A_2$  es un amperímetro digital y  $V_e$  es la fuente de voltaje.

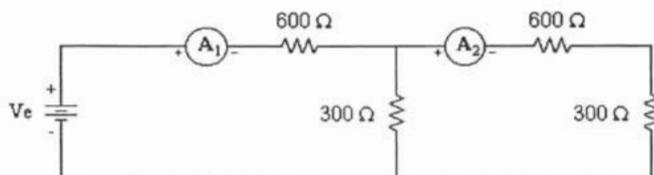


Figura 5.1.7

- 18.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de corriente de  $A_1$ , indicados en la TABLA 5.1.5.
- 19.- Anóte en la TABLA 5.1.5 los valores de  $V_e$  y  $A_2$ , así como la escala utilizada.

$A_1$ [mA]	$A_2$ [mA]	$V_e$ [V]	Escala $A_1$	Escala $A_2$
15	3.7	12.45	0 – 100 mA	0 – 20 mA
30	7.6	24.45	0 – 100 mA	0 – 20 mA
45	11.5	37.95	0 – 100 mA	0 – 20 mA
60	14.9	49.95	0 – 100 mA	0 – 20 mA
75	19.3	62.5	0 – 100 mA	0 – 20 mA

TABLA 5.1.5

- 20.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 21.- Intercambie  $A_1$  y  $A_2$  como se muestra en la Figura 5.1.8.

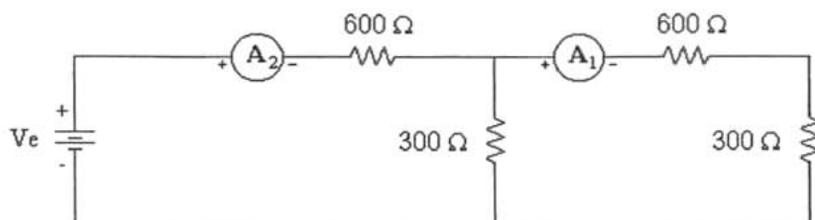


Figura 5.1.8

- 22.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores de corriente de  $A_2$  indicados en la TABLA 5.1.6.
- 23.- Anóte en la TABLA 5.1.6 los valores de  $V_e$  y  $A_1$ , así como la escala utilizada.

$A_2$ [mA]	$A_1$ [mA]	$V_e$ [V]	Escala $A_1$	Escala $A_2$
15	3.8	12.5	0 – 10 mA	0 – 20 mA
30	7.6	24.5	0 – 10 mA	0 – 20 mA
45	11.4	37.9	0 – 100 mA	0 – 20 mA
60	15.1	49.9	0 – 100 mA	0 – 20 mA
75	18.7	62.0	0 – 100 mA	0 – 20 mA

TABLA 5.1.6

24.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.

25.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.1.9. Donde A es un amperímetro digital y  $V_e$  es la fuente de voltaje variable.

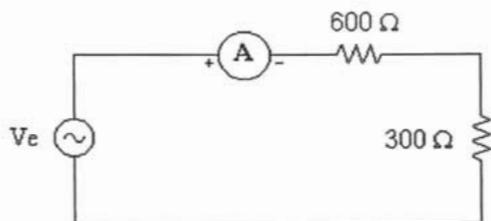


Figura 5.1.9

26.- Encienda la fuente de voltaje y regúlela para los valores indicados en la TABLA 5.1.7.

27.- Anóte en la TABLA 5.1.7 la corriente indicada en A, así como la escala utilizada.

$V_e$ [V]	A [mA]	Escala A
10	11.2	0 – 20 mA
20	22.2	0 – 20 mA
30	33.4	0 – 20 mA
40	44.4	0 – 20 mA
50	55.5	0 – 20 mA

TABLA 5.1.7

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

- 1.- ¿Qué daño puede causar la conexión incorrecta de polaridad de un multímetro analógico?

Si la conexión de polaridad es incorrecta para mediciones de c.d.: origina que el medidor deflecte contra el mecanismo de tope y esto puede dañar la aguja. En mediciones de c.a. no ocurre ningún daño

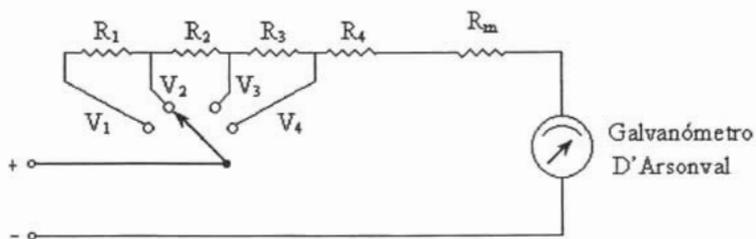
- 2.- ¿Cómo podemos eliminar el efecto de carga en una medición de voltaje realizada con un multímetro?

Este efecto se puede minimizar seleccionando la escala más alta, ya que es la que tiene mayor sensibilidad.

- 3.- ¿Cómo podría medir corriente alterna con el multímetro analógico utilizado en esta práctica?

Una opción sería rectificar la señal de corriente alterna y después medir esta señal rectificada con nuestro instrumento.

- 4.- Un movimiento básico D'Arsonval tiene una resistencia interna,  $R_m = 100 \Omega$  y una corriente a escala completa,  $I_{fsd}$ , se va a utilizar como voltímetro de C.D. multirango con escalas de voltaje de 0 – 10 V, 0 – 50 V, 0 – 250 V y 0 – 500 V; se empleará el circuito siguiente:



Encuentre el valor de las resistencias.

**Solución.** Para la escala de 10 V (el selector de escala en la posición  $V_4$ ), la resistencia total del circuito es:

$$R_T = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 10 \text{ K}\Omega$$

$$R_4 = R_T - R_m = 10 \text{ K}\Omega - 100 \text{ }\Omega = 9900 \text{ }\Omega$$

Para la escala de 50 V (selector de escala en posición  $V_3$ ),

$$R_T = \frac{50 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 50 \text{ K}\Omega$$

$$R_3 = R_T - (R_4 + R_m) = 50 \text{ K}\Omega - 10 \text{ K}\Omega = 40 \text{ K}\Omega$$

Para la escala de 250 V (selector de escala en posición  $V_2$ ),

$$R_T = \frac{250 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 250 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = R_T - (R_3 + R_4 + R_m) = 250 \text{ K}\Omega - 50 \text{ K}\Omega = 200 \text{ K}\Omega$$

Para la escala de 500 V (selector de escala en posición  $V_1$ ),

$$R_T = \frac{500 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 500 \text{ K}\Omega$$

$$R_1 = R_T - (R_2 + R_3 + R_4 + R_m) = 500 \text{ K}\Omega - 250 \text{ K}\Omega = 250 \text{ K}\Omega$$

- 5.- Un galvanómetro de 0.5 mA con una resistencia interna de 100  $\Omega$  se quiere utilizar como un amperímetro de 0 – 100 mA. Calcúlese el valor de la resistencia derivación necesaria.

## Solución

$$I_s = I - I_m = 100 - 1 = 99.5 \text{ mA}$$

$$R_s = \frac{I_m R_m}{I_s} = \frac{0.5 \text{ mA} \times 100 \Omega}{99.5 \text{ mA}} = 0.502 \Omega$$

6.- Mencione dos ventajas que ofrece un multímetro digital respecto a un multímetro analógico.

Los multímetros digitales han tomado el lugar de la mayoría de los multímetros analógicos por dos razones importantes: menor costo y comodidad.

7.- ¿Qué pasa si conectamos un multímetro digital con polaridad inversa cuando esta siendo utilizado como voltímetro o amperímetro?

Cuando la polaridad es incorrecta en un multímetro digital el instrumento lo indica anteponiendo un signo negativo a la lectura presentada en el display del instrumento.

## CONCLUSIONES

- La escala utilizada en una medición es un factor muy importante si se requieren lecturas exactas.
- El voltaje se mide conectando en paralelo un multímetro configurado como voltímetro.
- La corriente en un circuito se mide conectando en serie un multímetro configurado como amperímetro.
- La conexión correcta de polaridad en un multímetro analógico es de suma importancia ya que una mala conexión de polaridad daña al instrumento.
- Un multímetro digital nos permite una conexión de polaridad incorrecta.

## PRÁCTICA 2 “LEY DE OHM”

### OBJETIVO

- Determinar el valor de una resistencia por medio de voltaje y corriente.

### INTRODUCCIÓN

La ley de Ohm, establece que el voltaje,  $V$ , al que está sometido un dispositivo eléctrico es directamente proporcional a la intensidad de la corriente,  $I$ , que circula a través de él (Figura 5.2.1). Esto es:

$$V = R \times I$$

En donde:

$I$  : Intensidad en amperios.

$V$  : Diferencia de potencial en volts.

$R$  : Resistencia en ohms.

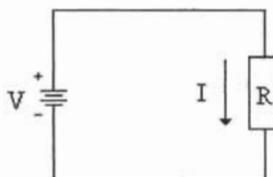


Figura 5.2.1

el factor de proporcionalidad es la resistencia eléctrica,  $R$ , del dispositivo.

Aquellos dispositivos cuya resistencia eléctrica no depende de la tensión aplicada se denominan óhmicos ó ideales, circunstancia que se cumple en la mayoría de las aplicaciones, ya que los dispositivos eléctricos y electrónicos suelen trabajar en un estrecho margen de tensiones e intensidades en los que la relación de ambas magnitudes puede considerarse lineal.

## MATERIAL Y EQUIPO

Módulo de amperímetros de C.D.

Multímetro analógico

Fuente variable de voltaje de C.D.

Módulo de resistencias.

Cables para conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Arme el circuito mostrado en la Figura 5.2.2. A este tipo de configuración de voltímetro - amperímetro se le llama conexión larga.

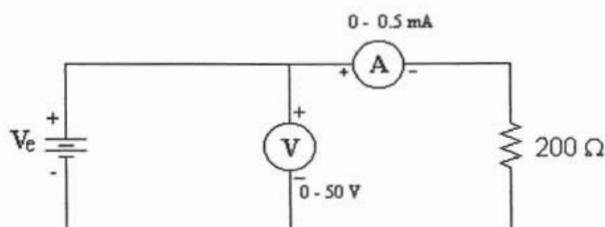


Figura 5.2.2: Conexión larga

- 2.- Regule la fuente de voltaje ( $V_e$ ), para los valores indicados en la TABLA 5.2.1.
- 3.- Anóte en la TABLA 5.2.1 la corriente generada por cada variación de voltaje.
- 4.- Reduzca el voltaje a cero y desconecte la fuente.

$V_e$ [V]	A [mA]	Resistencia $R_x = \frac{V}{I}$ [Ω]
10	49.5	202.02
15	74.2	202.16
20	98.9	202.22
25	123.6	202.26
30	148.5	202.02
35	173	202.31
40	197.8	202.22
45	222.6	202.16

TABLA 5.2.1

5.- Calcule la resistencia del circuito de la Figura 5.2.2 con los datos obtenidos, anóte sus resultados en la TABLA 5.2.1.

6.- Arme el circuito mostrado en la Figura 5.2.3. A este tipo de configuración de voltímetro – amperímetro se le llama conexión corta.

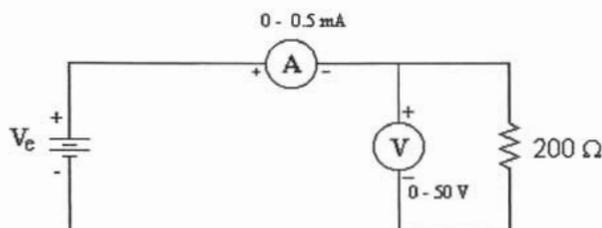


Figura 5.2.3: Conexión corta

7.- Regule la fuente de voltaje ( $V_e$ ), para los valores indicados en la TABLA 5.2.2.

8.- Anóte en la TABLA 5.2.2 la corriente generada por cada variación de voltaje.

9.- Reduzca el voltaje a cero y desconecte la fuente.

$V_e$ [V]	A [mA]	Resistencia $R_x = \frac{V}{I}$ [Ω]
10	49.6	201.61
15	74.3	201.88
20	99	202.02
25	123.8	201.94
30	148.6	201.88
35	173.3	201.96
40	198.1	201.92
45	222.5	202.24

TABLA 5.2.2

- 10.- Calcule la resistencia del circuito de la Figura 5.2.3 con los datos obtenidos, anóte sus resultados en la TABLA 5.2.2.
- 11.- Configure el multímetro como óhmetro y mida la resistencia utilizada en ésta práctica (Figura 5.2.4). Realice 10 mediciones y registre sus lecturas en la TABLA 5.2.3.

Medición	Resistencia [Ω]
1	202
2	201.9
3	201.8
4	201.8
5	202
6	201.8
7	201.9
8	202
9	201.9
10	201.9

TABLA 5.2.3

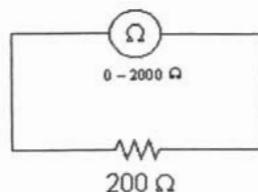


Figura 5.2.4: Medición de resistencia con Óhmetro

**Nota:** Calibre el instrumento para cada medición.

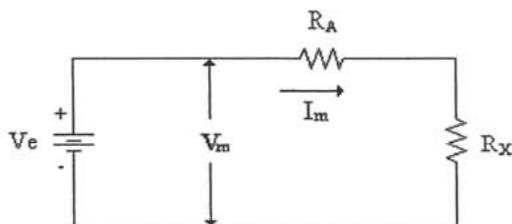
## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

- 1.- Con los datos obtenidos en la TABLA 5.2.3 calcule la media aritmética de las lecturas.

$$R_x = \frac{202 + 201.9 + 201.8 + 201.8 + 202 + 201.8 + 201.9 + 202 + 201.9 + 201.9}{10} = 201.9 \Omega$$

- 2.- Analice el circuito en conexión larga (Figura 5.2.2) y obtenga una expresión para calcular la resistencia interna del amperímetro.

El circuito equivalente en conexión larga es el siguiente:



Donde  $R_A$  es la resistencia del amperímetro y  $R_x$  es la resistencia desconocida.  $I_m$  es la corriente medida y  $V_m$  es el voltaje medido.

Aplicando la ley de Ohm a este circuito tenemos que:

$$I_m = \frac{V_m}{R_x + R_A}$$

despejando  $R_A$  de la ecuación anterior:

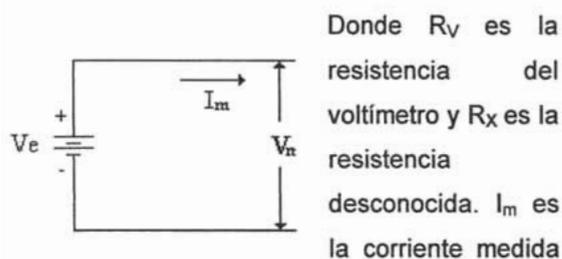
$$R_A = \frac{V_m}{I_m} - R_x$$

- 3.- Construya una tabla en donde exprese los valores de resistencia del amperímetro para cada variación de voltaje, utilice los datos de la TABLA 5.2.1. Tome como valor real de  $R_x$  el calculado en el punto uno.

Voltaje [V]	Resistencia del amperímetro $R_A$ [ $\Omega$ ]
10	0.120
15	0.260
20	0.320
25	0.360
30	0.120
35	0.410
40	0.320
45	0.260

- 4.- Analice el circuito en conexión corta (Figura 5.2.3) y obtenga una expresión para calcular la resistencia interna del voltímetro.

El circuito equivalente en conexión corta es el siguiente:



Aplicando la ley de Ohm a este circuito obtenemos que:

$$I_m = \frac{V_m}{\frac{R_x R_v}{R_x + R_v}}$$

despejando  $R_v$  de la ecuación anterior:

$$R_v = \frac{V_m \times R_x}{(I_m \times R_x) - V_m}$$

- 5.- Construya una tabla en donde exprese los valores de resistencia del voltímetro para cada variación de voltaje, utilice los datos de la TABLA 5.2.2. Tome como valor real de  $R_x$  el calculado en el punto uno.

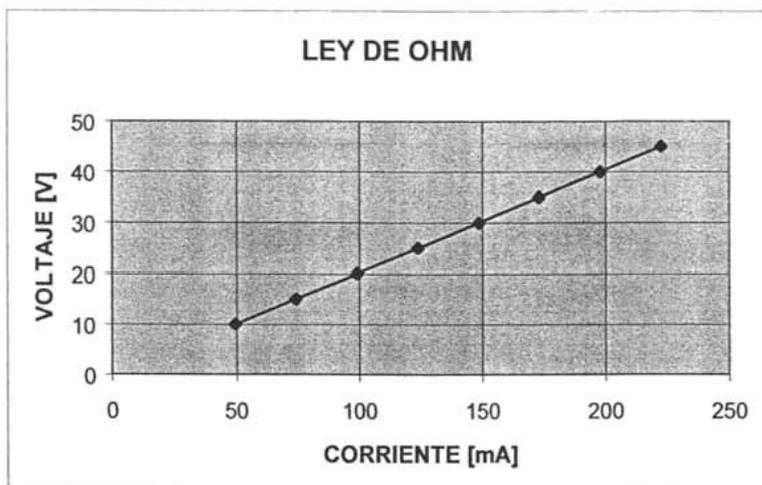
Voltaje [V]	Resistencia del voltímetro $R_v$ [ $M\Omega$ ]
10	0.14
15	2.59
20	0.34
25	1.06
30	2.59
35	0.69
40	2.24
45	0.12

- 6.- Obtenga la media aritmética de la resistencia del amperímetro y de la resistencia del voltímetro.

$$R_{\bar{A}} = \frac{0.120 + 0.260 + 0.320 + 0.360 + 0.120 + 0.410 + 0.320 + 0.260}{8} = 0.271 \Omega$$

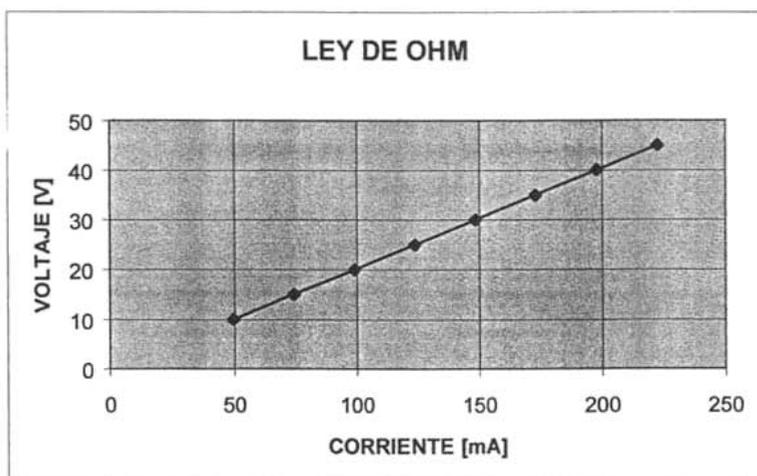
$$R_{\bar{V}} = \frac{0.14 + 2.59 + 0.34 + 1.06 + 2.59 + 0.69 + 2.24 + 0.12}{8} = 1.22 M\Omega$$

- 7.- Con los datos de la TABLA 5.2.1 construya una gráfica de voltaje contra corriente, y obtenga la media aritmética de la resistencia.



$$R_{\bar{x}_1} = \frac{202.02 + 202.16 + 202.22 + 202.26 + 202.02 + 202.31 + 202.22 + 202.16}{8} = 202.17 \Omega$$

8.- Con los datos de la TABLA 5.2.2 construya una gráfica de voltaje contra corriente, y obtenga la media aritmética de la resistencia.



$$R_{\bar{x}_2} = \frac{201.61 + 201.88 + 202.02 + 201.94 + 201.88 + 201.96 + 201.92 + 202.24}{8} = 201.93 \Omega$$

- 9.- De acuerdo con los valores de resistencia calculados en los puntos 7 y 8, ¿qué valor promedio se acercó al valor obtenido en el punto 1, el método de conexión larga o el método de conexión corta?

El método que más se acercó fue el método de conexión corta.

## CONCLUSIONES

- La resistencia interna del voltímetro es aproximadamente de  $1.22 \text{ M}\Omega$ .
- La resistencia interna del amperímetro es aproximadamente de  $0.271 \Omega$ .
- El mejor método para medir resistencia, por voltaje y corriente, es en conexión corta.
- La ley Ohm cumple con la proporcionalidad:  $V = R \times I$ .

## PRÁCTICA 3 “PUENTE DE WHEATSTONE”

### OBJETIVOS

- Comprender la operación y funcionamiento, así como las limitaciones del puente WHEATSTONE.
- Analizar estadísticamente las mediciones de resistencia.

### INTRODUCCIÓN

El esquema del puente de WHEATSTONE se representa por la Figura 5.3.1.

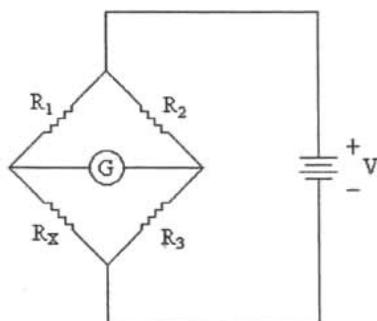


Figura 5.3.1: Diagrama esquemático del puente de WHEATSTONE

Donde Rx es la resistencia desconocida y las demás resistencias son variables y de valor conocido. Se dice que el puente está equilibrado cuando no pasa corriente por el galvanómetro. Se comprueba fácilmente que cuando esto ocurre se tiene la siguiente relación en las cuatro resistencias del puente:

$$R_x = R_3 \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (5.3.1)$$

Para determinar el valor de  $R_x$  se ha de equilibrar el puente variando  $R_3$  y aplicar la expresión anterior. Si el valor de la resistencia a medir es muy grande habrá que elegir un cociente  $R_1/R_2$  adecuado para realizar la medida (ejemplo 1000/10). Si por el contrario el valor de  $R_x$  es muy pequeño, un valor adecuado para el coeficiente sería 10/1000.

Las resistencias suministradas tienen pintadas unas franjas que hacen referencia a los valores nominales de las mismas según el fabricante. La franja de color oro ó plata (tolerancia), indicara el porcentaje de error sobre el valor nominal especificado por los colores restantes. La TABLA 5.3.1 muestra el código de colores estandarizados para valores de resistencia.

Color	Primer Dígito	Segundo Dígito	Múltiplo	Tolerancia
Negro	-	0	X1	
Café	1	1	X10	
Rojo	2	2	X100	
Naranja	3	3	X1000	
Amarillo	4	4	X1000	
Verde	5	5	X10000	
Azul	6	6	X100000	
Violeta	7	7	X1000000	
Gris	8	8	X10000000	
Blanco	9	9	X100000000	
Plata				10%
Oro				5%

TABLA 5.3.1

## MATERIAL Y EQUIPO

Puente de WHEATSTONE.

Multímetro analógico.

Multímetro digital.

Caja de resistencias.

Cables de conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Tome cinco resistencias completamente al azar.
- 2.- Asigne una letra del abecedario (a – e) a cada resistencia e indique su valor por medio del código de colores, anóte estos datos en la TABLA 5.3.2.

Resistencia	Valor [K $\Omega$ ]	Tolerancia
a	10	5%
b	6.8	5%
c	10	5%
d	10	5%
e	1	5%

TABLA 5.3.2

- 3.- Configure el puente de WHEATSTONE para utilizar la batería interna.
- 4.- Compruebe que la batería interna esta en condiciones idóneas.
- 5.- Calibre el instrumento.
- 6.- Conecte la resistencia "a" al puente de WHEATSTONE. Figura 5.3.2.

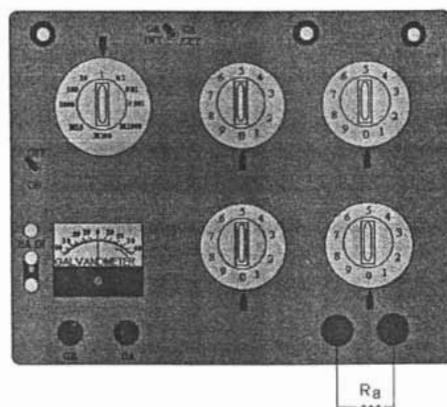


Figura 5.3.2

- 7.- Ajuste la escala del puente para la resistencia  $R_a$ .
- 8.- Encuentre el equilibrio del puente y obtenga el valor de la resistencia.
- 9.- Anote el valor medido en la TABLA 5.3.2.
- 10.- Aplicando el procedimiento anterior, mida con el puente las resistencias restantes.

Resistencia	Lectura [K $\Omega$ ]
a	9.825
b	6.765
c	10.15
d	10.12
e	0.9752

TABLA 5.3.2

- 11.- Utilizando el multímetro analógico mida 10 veces la resistencia identificada con la letra "a". Anóte sus lecturas en la TABLA 5.3.3.

**Nota: calibre el multímetro para cada medición.**

	Lectura [K $\Omega$ ]
1	9.6
2	9.5
3	9.7
4	9.5
5	9.6
6	9.8
7	9.7
8	9.6
9	9.7
10	9.8

TABLA 5.3.3

¿Qué escala utilizó? La escala de 0 – 20 K $\Omega$

12.- Utilizando el multímetro digital mida diez veces la resistencia identificada con la letra "e". Anote sus lecturas en la TABLA 5.3.4.

¿Qué escala utilizó? La escala de 0 – 20 KΩ

	Lectura [KΩ]
1	0.93
2	0.96
3	0.92
4	0.95
5	0.96
6	0.96
7	0.98
8	0.97
9	0.97
10	0.98

TABLA 5.3.4

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

1.- Exprese en una TABLA el error relativo de cada una de las lecturas de la TABLA 5.3.3. Utilice como valor verdadero convencional el obtenido del puente de WHEATSTONE. Así como el error relativo promedio del instrumento.

$$e_x = \frac{X_m - X_{cv}}{X_{cv}} \times 100\%$$

Donde:

$X_m$  : Valor medido.

$X_v$  : Valor verdadero convencional

Lectura [KΩ]	Error relativo [%]
9.6	2.3%
9.5	3.3%
9.7	1.3%
9.5	3.3%
9.6	2.3%
9.8	0.3%
9.7	1.3%
9.6	2.3%
9.7	1.3%
9.8	0.3%

$$e_x = \frac{2.3+3.3+1.3+3.3+2.3+0.3+1.3+2.3+1.3+0.3}{10} = 1.8\%$$

2.- Calcule para las lecturas de la TABLA 5.3.3; a) media aritmética; b) desviación estándar de las lecturas; c) error probable.

Con un número grande de lecturas una simple tabulación de los datos es muy conveniente para evitar confusiones y equivocaciones.

Lectura	Desviación	
	d	d <sup>2</sup>
9.6	-0.05	0.0025
9.5	-0.15	0.0225
9.7	0.05	0.0025
9.5	-0.15	0.0225
9.6	-0.05	0.0025
9.8	0.15	0.0225
9.7	0.05	0.0025
9.6	-0.05	0.0025
9.7	0.05	0.0025
9.8	0.15	0.0225
$\sum x = 96.5$	$\sum  d  = 0.9$	$\sum d^2 = 0.105$

a) Media aritmética,  $R_a = \frac{965}{10} = 9.65 \text{ K}\Omega$

b) Desviación estándar,  $\sigma = \sqrt{\frac{d^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.105}{9}} = 0.108 \text{ K}\Omega = 108 \Omega$

Donde:

d: Desviación de la media (x)

$\sigma$ : Desviación estándar.

n: Número de lecturas.

c) Error probable =  $0.6745\sigma = 0.6745 \times 108 = 72.85 \Omega$

- 3.- Exprese en una TABLA el error relativo de cada una de las lecturas de la TABLA 5.3.4. Utilice como valor verdadero convencional el obtenido del puente de WHEATSTONE. Así como el error relativo promedio del instrumento.

Lectura [K $\Omega$ ]	Error relativo [%]
0.93	4.6%
0.96	1.6%
0.92	5.7%
0.95	2.6%
0.96	1.6%
0.96	1.6%
0.98	0.5%
0.97	0.5%
0.97	0.5%
0.98	0.5%

$$e_x = \frac{4.6 + 1.7 + 5.7 + 2.6 + 1.6 + 1.6 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5}{10} = 1.98\%$$

- 4.- Calcule para las lecturas de la TABLA 5.3.4; a) media aritmética; b) desviación estándar de las lecturas; c) error probable.

Tabulando los datos:

Lectura	Desviación	
	d	d <sup>2</sup>
0.93	-0.028	0.000784
0.96	0.002	0.000004
0.92	-0.038	0.001444
0.95	-0.008	0.000064
0.96	0.002	0.000004
0.96	0.002	0.000004
0.98	0.022	0.000484
0.97	0.012	0.000144
0.97	0.012	0.000144
0.98	0.022	0.000484

$$\sum x = 9.58$$

$$\sum d = 0.148$$

$$\sum d^2 = 0.00356$$

a) Media aritmética,  $R_a = \frac{9.58}{10} = 0.958 \text{ K}\Omega$

b) Desviación estándar,  $\sigma = \sqrt{\frac{d^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.148}{9}} = 0.128 \text{ K}\Omega = 128 \Omega$

Donde:

d: Desviación de la media (x)

$\sigma$ : Desviación estándar.

n: Número de lecturas.

c) Error probable =  $0.6745\sigma = 0.6745 \times 128 = 86.336 \Omega$

5.- De acuerdo con los resultados de los puntos 1 y 3, ¿qué multímetro resultó ser más preciso? y ¿por qué?.

El multímetro analógico resultó ser el más preciso porque sus errores relativos difieren muy poco entre sí, comparados con los errores relativos del multímetro digital.

6.- De acuerdo con los resultados de los puntos 1 y 3, ¿qué multímetro resultó ser más exacto? y ¿por qué?.

El multímetro analógico resultó ser el más exacto porque su error relativo promedio es más pequeño que el error relativo promedio del multímetro digital.

7.- ¿Por que no es correcto medir con el puente de WHEATSTONE resistencias menores a  $1 \Omega$ ?

El puente de WHEATSTONE es un instrumento dedicado a realizar medidas precisas y exactas. El puente del laboratorio es un instrumento de 4 cifras significativas, si se utilizara para medir resistencias menores a un ohm reduciríamos el número de cifras significativas con lo cual arrojaríamos resultados inexactos e imprecisos.

## CONCLUSIONES

- El multímetro analógico resultó ser el más exacto y preciso comparado con el multímetro digital.
- El análisis estadístico realizado en los puntos 2 y 4 de la prueba de conocimientos comprobó los cálculos del error relativo de los puntos 1 y 3.
- El puente de WHEATSTONE puede ser utilizado para calibrar y determinar el error en otros instrumentos dedicados a medir resistencia.

## PRÁCTICA 4 “EL PUENTE DOBLE KELVIN”

### OBJETIVO

- Comprender la operación y funcionamiento del puente DOBLE KELVIN así como sus alcances y limitaciones.

### INTRODUCCIÓN

El puente DOBLE KELVIN se utiliza para medir resistencias pequeñas, del orden de  $1\text{ m}\Omega$ . Su diagrama se muestra en la Figura 5.4.1.

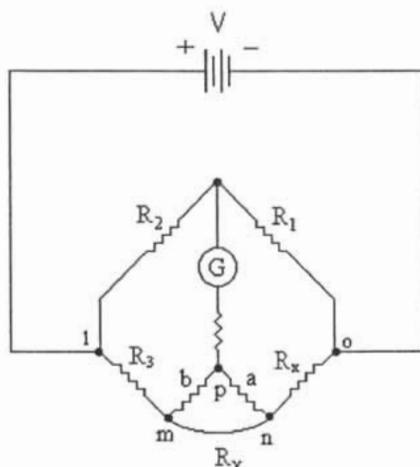


Figura 5.4.1: Diagrama esquemático del puente DOBLE KELVIN

El término “*puente doble*” se usa debido a que el circuito contiene un segundo juego de ramas, marcadas como “ $a$ ” y “ $b$ ”, se conectan al galvanómetro en el punto “ $p$ ” con el potencial apropiado entre “ $m$ ” y “ $n$ ”, lo que elimina el efecto de la resistencia  $R_y$ .

La ecuación de equilibrio del puente doble KELVIN es la siguiente:

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2} \quad (5.4.1)$$

## MATERIAL Y EQUIPO

Puente doble KELVIN.

Multímetro digital.

2 Resistencias menores de 100  $\Omega$ .

2 Resistencias menores de 1  $\Omega$ .

Cables para conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Clasifique las resistencias de mayor a menor, anóte el valor nominal en la TABLA 5.4.1.

Resistencia	Valor nominal [ $\Omega$ ]
a	100
b	8
c	0.8
d	0.8

TABLA 5.4.1

- 3.- Configure el instrumento para utilizar la batería interna.
- 4.- Coloque la llave en la escala adecuada.

- 5.- Coloque el interruptor de encendido en la posición BA ON.
- 6.- Cambie la perilla del galvanómetro de GA OFF a CH y observe si la deflexión de la aguja indica un buen estado de la batería. Si la aguja no llega a la escala azul del galvanómetro deberá cambiar la batería.
- 7.- Cambie la perilla del galvanómetro a la posición  $G_1$ .
- 8.- Calibre el instrumento.
- 2.- Conecte la resistencia "a" como se ilustra en la Figura 5.4.2.

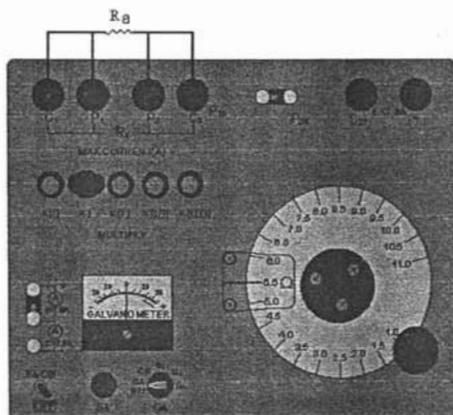


Figura 5.4.2

- 9.- Presione el botón BA y gire el disco hasta conseguir el equilibrio del instrumento.
- 10.- Suelte el botón BA.
- 11.- Multiplique la lectura del disco por la escala seleccionada para obtener el valor de la resistencia. Anóte este valor en la TABLA 5.4.2.

12.- Repita el procedimiento para las demás resistencias.

**Nota: Para las resistencias menores a un ohm utilice  $G_0$ .**

Resistencia	Valor nominal [ $\Omega$ ]
a	100.25
b	7.95
c	0.795
d	0.811

TABLA 5.4.2

13.- Mida cada una de las resistencias con el multímetro y anote sus mediciones en la TABLA 5.4.3.

Resistencia	Valor nominal [ $\Omega$ ]
a	100.3
b	8
c	0.81
d	0.83

TABLA 5.4.3

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

1.- Utilizando los datos de la TABLA 5.4.2 como valor verdadero convencional, calcule el error relativo de las mediciones realizadas con multímetro.

Resistencia de 100  $\Omega$ :

$$e_x = \frac{100.3 - 100.25}{100.25} \times 100\% = 0.049\%$$

Resistencia de 8  $\Omega$ :

$$e_x = \frac{8 - 7.95}{7.95} \times 100\% = 0.63\%$$

Resistencia de 0.8  $\Omega$ :

$$e_x = \frac{0.81 - 0.795}{0.795} \times 100\% = 2\%$$

Resistencia de 0.8  $\Omega$ :

$$e_x = \frac{0.83 - 0.811}{0.811} \times 100\% = 2.3\%$$

2.- ¿Por qué se colocó la perilla del galvanómetro en  $G_0$  para medir las resistencias menores a un ohm?

Para obtener la mejor sensibilidad del galvanómetro.

3.- ¿Por qué no puede medir resistencias mayores a 200  $\Omega$  con el puente DOBLE KELVIN utilizado?

Porque el rango del puente DOBLE KELVIN es de 10 – 110  $\Omega$ .

4.- ¿Cuál es el mínimo valor de resistencia que puede medir el puente?

El mínimo valor de resistencia que puede medir este puente es de 1 m $\Omega$ .

## CONCLUSIONES

- El puente puede ser utilizado para calibrar otros instrumentos tomando como referencia sus mediciones.
- Es un instrumento dedicado específicamente para medir resistencias pequeñas.
- Presenta grandes ventajas frente a instrumentos con poca sensibilidad para medir resistencias pequeñas.

## PRÁCTICA 5 “IMPEDANCIA”

### OBJETIVO

- Determinar la impedancia de un circuito a través de mediciones de voltaje y corriente.

### INTRODUCCIÓN

La impedancia es la oposición que presenta un circuito al paso de la corriente alterna. Es un valor vectorial compuesto en su parte real por un valor de resistencia y en su parte imaginaria por un valor de reactancia y se calcula con la siguiente ecuación:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (5.5.1)$$

Donde:

Z : Representa la impedancia [ $\Omega$ ].

R : Representa la resistencia [ $\Omega$ ].

X : Representa la reactancia [ $\Omega$ ].

Y el ángulo de impedancia ( $\theta$ ), se determina por medio de la siguiente ecuación:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) \quad (5.5.2)$$

**Método de JOUBERT.** Este método consiste en aplicar tensión de C.D. y medir su parte resistiva aplicando la ley de Ohm. A continuación se aplica a la impedancia una tensión de c.a. y se mide su módulo aplicando la ley de Ohm. Es decir:

$$R = \frac{V_{c.d.}}{I_{c.d.}} \quad (5.5.3)$$

$$Z = \frac{V_{c.a.}}{I_{c.a.}} \quad (5.5.4)$$

El esquema eléctrico empleado en el método de JOUBERT presenta dos variantes. La elección de una u otra dependerá de las características de los amperímetros y voltímetros empleados para la medida. Dichas variantes se presentan en la Figura 5.5.1 y son:

- Derivación larga. Se emplea cuando el amperímetro es prácticamente ideal.
- Derivación corta. Se emplea cuando el voltímetro es prácticamente ideal.

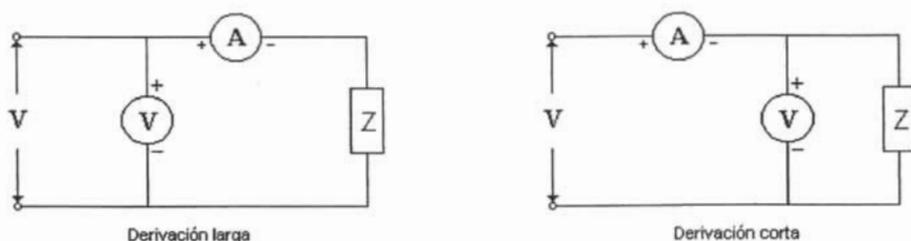


Figura 5.5.1: Variantes del método de JOUBERT

**Método de los tres voltímetros.** El esquema correspondiente a este método es el de la Figura 5.5.2.  $R_1$  es una resistencia patrón de valor conocido y  $Z$  es la impedancia que deseamos medir.

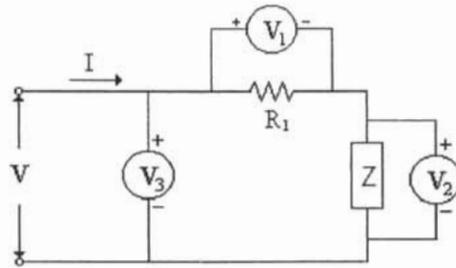


Figura 5.5.2: Método de los tres voltímetros

Las expresiones aproximadas que se obtienen de este esquema considerando que los voltímetros se comportan idealmente son las siguientes:

$$V_1 = IR_1 \quad (5.5.5)$$

$$V_2 = I\sqrt{R^2 + X^2} \quad (5.5.6)$$

$$V_3 = I\sqrt{(R_1 + R)^2 + X^2} \quad (5.5.7)$$

Donde  $R$  es la parte real y  $X$  la parte imaginaria de la impedancia ( $Z$ ).

Combinando las ecuaciones (5.5.5), (5.5.6) y (5.5.7); se obtienen las siguientes expresiones para calcular  $R$  y  $X$ :

$$R = \frac{R_1}{2} \left[ \left( \frac{V_3}{V_1} \right)^2 - \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.5.8)$$

$$X = \sqrt{R_1^2 \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 - R^2} \quad (5.5.9)$$

## MATERIAL Y EQUIPO

Módulo de voltímetros y amperímetros de C.D.

Módulo de voltímetros de c.a.

Módulos de resistencia (2).

Módulo de inductancia.

Módulo de capacitancia.

## DESARROLLO

- 1.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.5.3.

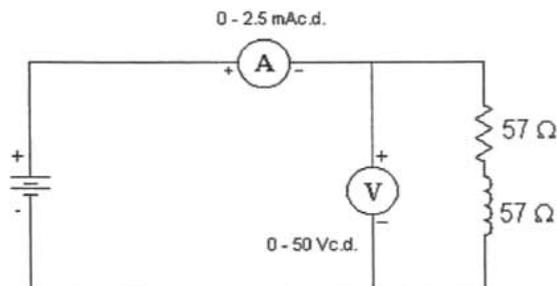


Figura 5.5.3: Derivación corta para c.d.

- 2.- Encienda la fuente, mida y anóte la corriente en la TABLA 5.5.1 para cada variación de voltaje.
- 3.- Utilice la ley de Ohm para calcular la resistencia del circuito de la Figura 5.5.3, anóte los resultados en la TABLA 5.5.1.

Voltaje [V]	Corriente [mA]	Resistencia [ $\Omega$ ]
20	350	57.143
30	526	57.034
40	701	57.061
50	877	57.012

TABLA 5.5.1

- 4.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 5.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.5.4.

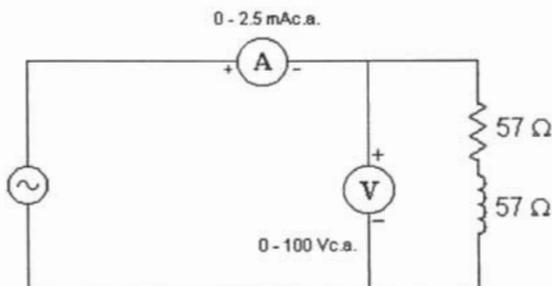


Figura 5.5.4: Derivación corta para c.a.

- 6.- Encienda la fuente, mida y anóte la corriente en la TABLA 5.5.2 para cada variación de voltaje.
- 7.- Utilice la ley de Ohm para calcular la impedancia del circuito de la Figura 5.5.4, anóte los resultados en la TABLA 5.5.2.

Voltaje [V]	Corriente [mA]	Impedancia [ $\Omega$ ]
20	247.6	80.77
30	371.3	80.79
40	495.1	80.79
50	618.7	80.81

TABLA 5.5.2

8.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.

9.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.5.5.

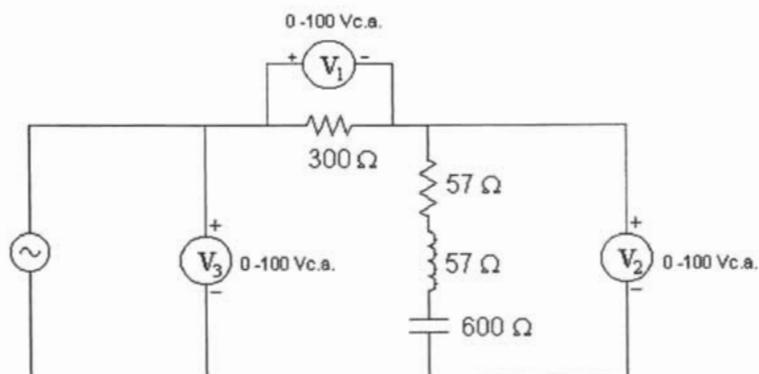


Figura 5.5.5: Método de los tres voltímetros

10.- Encienda la fuente, mida y anóte los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  en la TABLA 5.5.3 para cada variación del voltaje en  $V_3$ .

11.- Calcule R y X. Registre sus resultados en la TABLA 5.5.3.

Voltaje $V_3$ [V]	Voltaje $V_1$ [V]	Voltaje $V_2$ [V]	R [ $\Omega$ ]	X [ $\Omega$ ]
20	9.3	16.7	60.04	538.65
30	13.9	25.1	59.61	541.67
40	18.6	33.5	57.14	540.27
50	23.2	41.8	59.78	540.46

TABLA 5.5.3

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

1.- Con los datos de las TABLAS 5.5.1 y 5.5.2 determine:

a) Resistencia promedio.

$$R = \frac{57.143 + 57.034 + 57.061 + 57.012}{4} \therefore R = 57.06 \Omega$$

b) Impedancia promedio.

$$Z = \frac{80.77 + 80.79 + 80.79 + 80.81}{4} \therefore Z = 80.79 \Omega$$

c) Reactancia promedio.

$$X = \sqrt{80.79^2 - 57.06^2} \therefore X = 57.19 \Omega$$

2.- Con los datos de la TABLA 5.5.3 determine:

a) Resistencia promedio.

$$R = \frac{60.04 + 59.61 + 57.14 + 59.78}{4} \therefore R = 59.14 \Omega$$

b) Reactancia promedio.

$$X = \frac{538.65 + 541.67 + 540.27 + 540.46}{4} \therefore R = 540.26 \Omega$$

c) Impedancia promedio.

$$Z = \sqrt{59.14^2 + 540.26^2} \therefore Z = 543.49 \Omega$$

3.- ¿Como se calcula la reactancia inductiva?

La reactancia inductiva se determina con la siguiente expresión:

$$X_L = 2 \pi f L$$

Donde:

$X_L$  : Representa la reactancia inductiva [ $\Omega$ ].

$f$  : Representa la frecuencia del sistema de corriente alterna [Hz].

$L$  : Representa la inductancia, medida en Henrys [H].

4.- ¿Como se calcula la reactancia capacitiva?

La reactancia capacitiva se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$X_c = \frac{1}{2 \pi f C}$$

Donde:

$X_c$  : Representa la reactancia capacitiva [ $\Omega$ ].

$f$  : Representa la frecuencia del sistema de corriente alterna [Hz].

$C$  : Representa la capacitancia, medida en faradios [F].

5.- Determine la impedancia del circuito, de la Figura 5.5.3.

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$Z = \sqrt{(57 \Omega)^2 + (57 \Omega)^2} \therefore Z = 80.61 \Omega$$

6.- Determine la impedancia del circuito, de la Figura 5.5.5.

**Nota: No tome en cuenta la resistencia de 300  $\Omega$ .**

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$Z = \sqrt{(57 \Omega)^2 + (57 \Omega - 600 \Omega)^2} \therefore Z = 545.98 \Omega$$

## CONCLUSIONES

- El método de JOUBERT solo es aplicable para reactancias inductivas y no capacitivas por que al aplicar corriente directa esta no circulara por el capacitor, ya que un capacitor se comporta como circuito abierto en corriente directa.
- El método de los tres voltímetros es más eficaz que el de JOUBERT ya que puede ser aplicado tanto a circuitos con reactancias inductivas como circuitos con reactancias capacitivas.
- Tanto el método de JOUBERT como el de los tres voltímetros reportan resultados confiables, pues difieren muy poco con los calculados matemáticamente.
- El método de los tres voltímetros es el más aplicable, pues no necesita de una fuente de corriente directa para su implementación.

## PRÁCTICA 6 “POTENCIA EN CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA”

### OBJETIVOS

- Determinar la potencia en un circuito de c.a.
- Diferenciar la potencia real de la potencia aparente en circuitos de c.a.

### INTRODUCCIÓN

#### Consumo de potencia de corriente alterna

La disipación de potencia en circuitos resistivos de C.D. se define como el producto del voltaje por la corriente. Esto es:

$$P = V \times I \quad (5.6.1)$$

Donde:

$P$  : Es la potencia medida en watts [W].

$V$  : Es el voltaje medido en volts [V].

$I$  : Es la corriente medida en amperes [A].

La potencia también puede calcularse mediante la ley de Joule:

$$P = I^2 R \quad (5.6.2)$$

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (5.6.3)$$

En circuitos de C.D., V e I son valores constantes; mientras en los circuitos de c.a., V e I varían continuamente y pueden estar en fase o desfasados. Un circuito de c.a. puede contener componentes reactivos, así como resistivos. En circuitos de c.a. y de C.D., los componentes resistivos disipan potencia. Sin embargo, los componentes puramente reactivos no disipan potencia neta. En una parte del ciclo extraen potencia del circuito; en la siguiente parte del ciclo devuelven potencia al circuito.

### Potencia aparente

La *potencia aparente*, S, es la potencia que se suministra al circuito de c.a. y se define como el producto del voltaje, V, por la corriente, I, expresada por la siguiente ecuación:

$$S = V \times I \quad (5.6.4)$$

cuyas unidades de medida son los volts - amperes (VA).

### Potencia reactiva

Al producto de la corriente por el voltaje de la reactancia se le denomina potencia reactiva (Q):

$$Q = V_x \times I \quad (5.6.5)$$

y sus unidades son los volts – amperes reactivos (VAR).

## Potencia real y factor de potencia

La potencia en watts que consume un dispositivo eléctrico con componentes resistivos y reactivos se define como potencia real. En un circuito con ambos componentes, la potencia real es igual o menor que la potencia aparente. La cantidad por la que la potencia aparente debe multiplicarse para obtener la potencia real se llama *factor de potencia* (FP) del circuito; esto es, el cociente de la potencia real entre la potencia aparente. Por lo tanto:

$$FP = \frac{\text{potencia real}}{\text{potencia aparente}} = \frac{P}{S} \quad (5.6.6)$$

A la relación vectorial de la potencia real, potencia aparente y potencia reactiva se le conoce como triángulo de potencias (Figura 5.6.1),

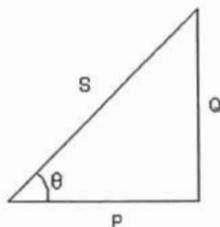


Figura 5.6.1: Triángulo de potencias

de acuerdo a la Figura 6.1 se definen las siguientes ecuaciones:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (5.6.7)$$

$$FP = \cos\theta = \frac{P}{S} \quad (5.6.8)$$

donde  $\theta$  es el ángulo formado por la potencia real (P) y la potencia aparente (S).

## MATERIAL Y EQUIPO

Fuente variable de voltaje de c.a.  
 Módulo de voltímetros y amperímetros de c.a.  
 Módulo de vatímetro monofásico.  
 Módulo de resistencias.  
 Módulo de reactancia capacitiva.  
 Osciloscopio.  
 Cables de conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.6.2.

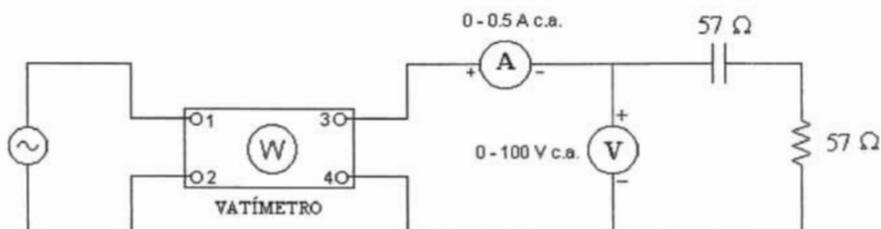


Figura 5.6.2: Vatímetro conectado a un circuito RC

- 2.- Calibre el vatímetro girando el tornillo de la carátula hasta que la aguja coincida con cero.
- 3.- Encienda la fuente de alimentación y gire la perilla hasta obtener un voltaje de  $100 V_{rms}$ .

- 4.- Registre los valores de potencia, voltaje y corriente indicados por los instrumentos en la TABLA 5.6.1.
- 5.- Calcule y registre en la TABLA 5.6.1 el factor de potencia, la potencia aparente y la potencia reactiva.

Potencia [W]	Voltaje [ $V_{rms}$ ]	Corriente [A]	FP	S [VA]	Q [VAR]
83	100	1.2	0.678	120	86.67

TABLA 5.6.1

- 6.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 7.- Conecte el circuito mostrado en la Figura 5.6.3.

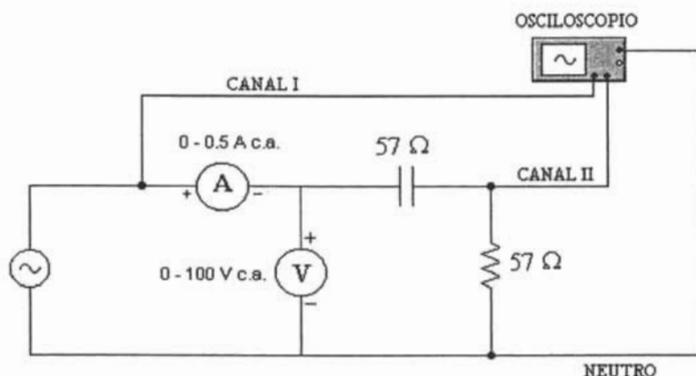
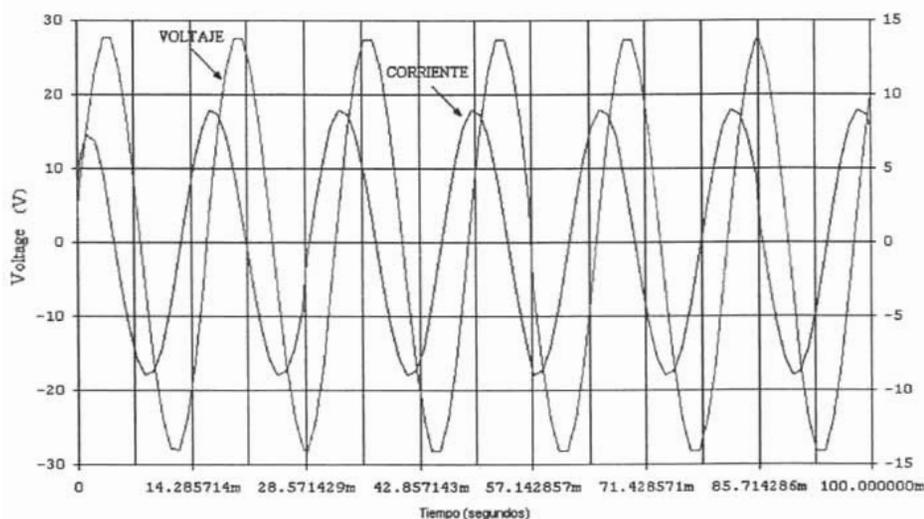


Figura 5.6.3: Osciloscopio conectado a un circuito RC

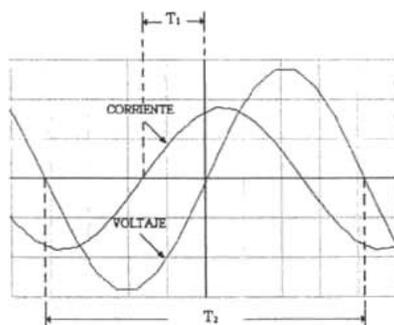
- 8.- Encienda la fuente de alimentación y gire la perilla hasta obtener un voltaje de  $100 V_{rms}$ . Registre el valor de la corriente y el voltaje en la TABLA 5.6.2.

- 9.- El canal I será utilizado como referencia de voltaje; encienda el osciloscopio. Ajuste sus controles de modo que una sola onda senoidal, de unas 6 divisiones de pico a pico, ocupe el ancho de la pantalla. Utilice los controles vertical y horizontal para centrar la onda en la pantalla.
- 10.- Cambie al canal II, que es el canal de la corriente (el voltaje de salida del circuito tiene el mismo ángulo de fase que la corriente del circuito). Ajuste los controles de modo que se vea una sola onda senoidal, de unas 4 divisiones de pico a pico, ocupe el ancho de la pantalla. Use el control vertical para centrar la onda de manera vertical. *No utilice el control horizontal.*
- 11.- Ponga el osciloscopio en el modo de doble canal. Las señales de los canales I y II deben aparecer juntas. Dibuje las ondas en la gráfica 5.6.1.



Gráfica 5.6.1: Voltaje y Corriente

- 12.- Observe dónde las curvas cruzan el eje horizontal (cero). Estos son los puntos cero de las ondas senoidales. Mida el periodo de tiempo "T<sub>1</sub>", entre los dos picos positivos o negativos de las ondas senoidales, como se muestra en la Figura 5.6.4.



**Figura 5.6.4: Determinación del factor de potencia de un circuito RC mediante un osciloscopio**

- 13.- Registre este valor en la TABLA 5.6.2.
- 14.- Mida el periodo T<sub>2</sub>, de la onda senoidal de voltaje. Anóte el valor en la TABLA 5.6.2.
- 15.- Reduzca el voltaje a cero y apague la fuente.
- 16.- Calcule el ángulo de fase ( $\theta$ ) entre voltaje y corriente, utilizando la siguiente expresión. Registre este dato en la TABLA 5.6.2.

$$\theta = \frac{360^\circ}{T_2} \times T_1 \quad (5.6.9)$$

- 17.- Calcule el factor de potencia obteniendo el coseno del ángulo de fase y registre este valor en la TABLA 5.6.2.
- 18.- Calcule y registre en la TABLA 5.6.2 la potencia aparente, real y reactiva.

T <sub>1</sub> [ms]	T <sub>2</sub> [ms]	θ [°]	Potencia [W]	Voltaje [V <sub>rms</sub> ]	Corriente [A]	FP	S [VA]	Q [VAR]
2.18	16.61	47.25	81.4	100	1.2	0.678	120	88.17

TABLA 5.6.2

### PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

- 1.- Explique la diferencia entre potencia real y potencia aparente en un circuito de c.a.

La potencia real en un circuito de corriente alterna representa la cantidad de energía aprovechada para realizar un trabajo, mientras que la potencia aparente representa energía perdida o parásita sin capacidad alguna de realizar un trabajo.

- 2.- Calcule el factor de potencia, potencia real, potencia aparente y potencia reactiva del circuito RC utilizado.

La impedancia del circuito es:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{(57 \Omega)^2 + (57 \Omega)^2} \therefore Z = 80.61 \Omega$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{57}{80.61}\right) = 45^\circ$$

la corriente que circula por el circuito es igual a:

$$I = \frac{V}{Z} \Rightarrow I = \frac{100 \text{ V}}{80.61 \Omega} \therefore I = 1.24 \text{ A, con un ángulo igual a: } -45^\circ$$

la potencia aparente es:

$$S = 100 \text{ V} \times 1.24 \text{ A} \therefore S = 124 \text{ VA}$$

potencia real:

$$P = (1.24 \text{ A})^2 \times 57 \Omega \therefore P = 87.64 \text{ W}$$

factor de potencia:

$$FP = \frac{87.64 \text{ W}}{124 \text{ VA}} \therefore FP = 0.70$$

potencia reactiva:

$$Q = (1.24 \text{ A})^2 \times 57 \Omega \therefore Q = 87.64 \text{ VAR}$$

3.- ¿Qué representa el ángulo de fase en un circuito de c.a.?

El ángulo de fase representa el retraso en grados que tiene el voltaje respecto a la corriente o viceversa. Si en un circuito de corriente alterna la potencia reactiva es más capacitiva que inductiva, la corriente se adelanta respecto al voltaje; pero si en cambio la potencia reactiva es más inductiva que capacitiva, el voltaje se adelanta respecto a la corriente. Por lo tanto el ángulo de fase es el ángulo de impedancia.

4.- Calcule el ángulo de fase del circuito RC de esta práctica.

Utilizando la potencia real y potencia aparente calculadas en el punto 2 tenemos que:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{87.64 \text{ W}}{124 \text{ VA}}\right) \therefore \phi = 45^\circ$$

## CONCLUSIONES

- En los circuitos de corriente alterna la potencia real sólo la consumen los componentes resistivos.
- En los circuitos de corriente alterna la potencia reactiva sólo la consumen los componentes reactivos como capacitores e inductores.
- El factor de potencia de un circuito de corriente alterna puede determinarse calculando el coseno del ángulo de fase entre el voltaje y la corriente que circula en él, aplicados al circuito.
- La potencia real representa la capacidad de trabajo de un sistema de corriente alterna o directa mientras que la potencia reactiva representa las pérdidas de potencia en un circuito de corriente alterna.

## PRÁCTICA 7 “CONSTANTE DE SEEBECK”

### OBJETIVOS

- Comprobar experimentalmente la relación existente entre voltaje y temperatura.
- Determinar la constante de Seebeck a partir de datos experimentales.

### INTRODUCCIÓN

Los termopares se basan en el efecto descubierto por Sir Thomas Seebeck: en un circuito formado por dos metales distintos, A y B, con dos uniones a diferente temperatura, aparece una corriente eléctrica, la cual produce una conversión de energía térmica en energía eléctrica, o bien, si se abre el circuito, en una fuerza termo-electromotriz (f.t.e.m) que depende de los metales y de la diferencia de temperatura entre las uniones. Figura 5.7.1.

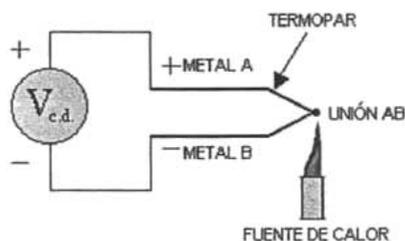


Figura 5.7.1: Efecto Seebeck

La tensión que pasa por el extremo abierto es una función tanto de la temperatura de la unión como de los metales utilizados en los dos hilos. Todos los pares de metales distintos presentan esta tensión, denominada tensión de Seebeck:

$$V = K(T_x - T_{ref}) \quad (5.7.1)$$

Donde:

$V$  : Tensión de Seebeck [Volt].

$K$  : Constante de Seebeck [Volt / Temperatura].

$T_A$  : Temperatura desconocida.

$T_{ref}$  : Temperatura de referencia.

## MATERIAL Y EQUIPO

Multímetro digital.

Termómetro digital.

Termopar.

Mechero.

Cables de conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Conecte el termopar al multímetro como se ilustra en la Figura 5.7.2.

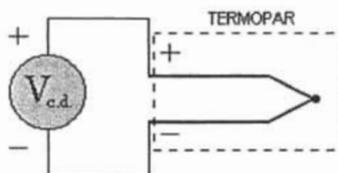


Figura 5.7.2

- 2.- Coloque el mechero en el circuito, como se muestra en la Figura 5.7.3.

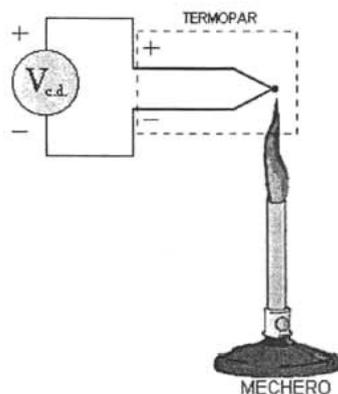


Figura 5.7.3

- 3.- Toque el termopar con la punta de prueba del termómetro digital.
- 4.- Caliente la punta del termopar hasta lograr una temperatura superior a los  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  , después retire el termopar del mechero, registre en la TABLA 5.7.1 el voltaje generado en cada variación de temperatura.

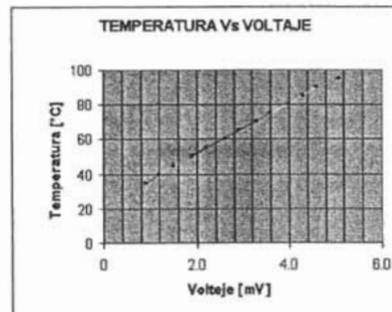
T [ $^{\circ}\text{C}$ ]	V [mV]
95	5.1
90	4.6
85	4.3
80	4.0
75	3.6
70	3.3
65	2.9
60	2.6
55	2.2
50	1.9
45	1.5
40	1.2
35	0.9

TABLA 5.7.1

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

1.- Construya una gráfica de Temperatura contra Voltaje con los datos de la TABLA 5.7.1.

T [°C]	V [mV]
95	5.1
90	4.6
85	4.3
80	4.0
75	3.6
70	3.3
65	2.9
60	2.6
55	2.2
50	1.9
45	1.5
40	1.2
35	0.9



2.- ¿Qué tipo de comportamiento se observa en la gráfica anterior?

En la gráfica anterior se observa claramente que el voltaje es directamente proporcional a la temperatura.

3.- Utilizando el método de mínimos cuadrados obtenga una recta de ajuste, la constante de Seebeck (K) y la temperatura de referencia ( $T_{ref}$ ) para los datos de la TABLA 1.

La recta de ajuste que se busca debe tener la forma:

$y = ax + b$ , donde:

y: Es la temperatura desconocida ( $T_A$ ).

x: Es el voltaje (V).

a: Es el inverso de la constante de Seebeck (K).

b: Es la temperatura de referencia ( $T_{ref}$ ).

De acuerdo con el método de mínimos cuadrados "a" y "b" son iguales a:

$$a = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{\sum y - a \sum x}{n}$$

y	x	$x^2$	xy
95	5.1	26.01	484.5
90	4.6	21.16	414.0
85	4.3	18.49	365.5
80	4.0	16.00	320.0
75	3.6	12.96	270.0
70	3.3	10.89	231.0
65	2.9	8.410	188.5
60	2.6	6.760	156.0
55	2.2	4.840	121.0
50	1.9	3.610	95.00
45	1.5	2.250	67.50
40	1.2	1.440	48.00
35	0.9	0.810	31.50

$$\sum y = 845 \quad \sum x = 38.1 \quad \sum x^2 = 133.63 \quad \sum xy = 2792.5$$

$$a = \frac{(13 \times 2792.5) - (38.1 \times 845)}{(13 \times 133.63) - (38.1)^2} = 14.38 \frac{^\circ\text{C}}{\text{mV}}$$

$$b = \frac{845 - (14.38 \times 38.1)}{13} = 22.84 \text{ } ^\circ\text{C}$$

obteniendo  $K$  y  $T_{ref}$ :

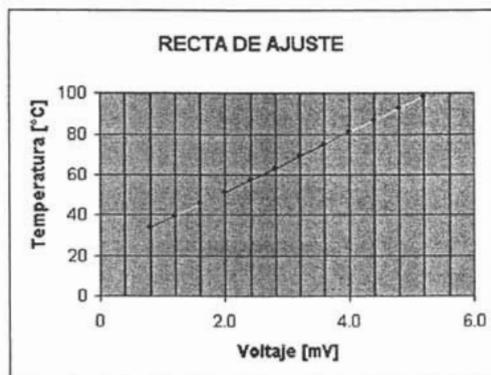
$$K = \frac{1}{14.38} = 0.0695 \frac{\text{mV}}{^{\circ}\text{C}}$$

$$T_{ref} = 22.84 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

por lo tanto la recta de ajuste es:

$$T_A = 14.38V + 22.84$$

4.- Grafique la recta de ajuste obtenida en el punto anterior.



$T_A = 14.38V + 22.84$ , ecuación que describe el comportamiento del voltaje respecto a la temperatura para el termopar utilizado en esta práctica.

## CONCLUSIONES

- El voltaje es directamente proporcional a la temperatura.
- La recta de ajuste obtenida describe el comportamiento lineal del termopar para un rango de temperatura de 35 °C – 95 °C.
- La ecuación de la recta de ajuste se puede utilizar para implementar un termómetro (35 °C – 95 °C), utilizando el termopar y un multímetro.
- La constante de Seebeck describe el principio de operación de los pirómetros.

## PRÁCTICA 8 "TERMÓMETRO DE RESISTENCIA"

### OBJETIVOS

- Comprobar experimentalmente la relación existente entre temperatura y resistencia.
- Determinar la ecuación de un termómetro de resistencia, a partir de datos experimentales.

### INTRODUCCIÓN

#### Termómetro de Resistencia

La medida de temperatura utilizando sondas de resistencia depende de las características de resistencia en función de la temperatura que son propias del elemento de detección. El elemento consiste usualmente en un arrollamiento de hilo muy fino de conductor adecuado bobinado entre capas de material aislante y protegido con un revestimiento de vidrio o de cerámica.

El material que forma el conductor se caracteriza por el llamado "coeficiente de temperatura de resistencia" que expresa, a una temperatura especificada, la variación de la resistencia en ohms del conductor por cada grado que cambia su temperatura.

La relación entre estos factores puede verse en la expresión lineal siguiente:

$$R_T = R_0(1 + K(T - T_0)) \quad (5.8.1)$$

Donde:

$R_0$  : Resistencia en ohms a temperatura de referencia (ambiente).

$R_T$  : Resistencia en ohms para la temperatura T en °C.

K : Coeficiente de temperatura de la resistencia.

$T_0$  : Temperatura de referencia (ambiente).

T : Temperatura instantánea de la resistencia.

## MATERIAL Y EQUIPO

Puente de resistencia Doble Kelvin.

Termómetro digital.

Termopar de constantan.

Mechero.

Cables de conexión.

## DESARROLLO

- 1.- Con ayuda del termómetro digital cense la temperatura del termopar.
- 2.- Conecte el puente doble Kelvin al termopar como se ilustra en la Figura 5.8.1.

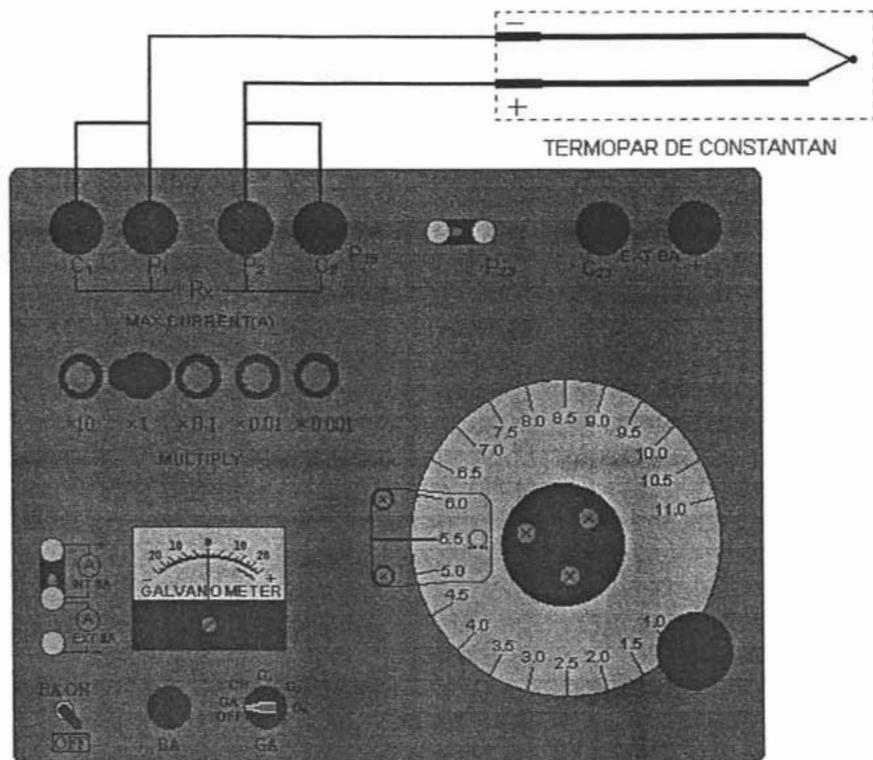


Figura 5.8.1: Termopar conectado al puente DOBLE KELVIN

3.- Calibre el instrumento para una sensibilidad máxima al cambio de resistencia y alístelo para realizar mediciones.

4.- Mida la resistencia del termopar con el puente y la temperatura con el termómetro digital (toque con la punta del termómetro la punta del termopar), anote estos valores.

$$R_0 = \underline{3.82 \Omega}$$

$$T_0 = \underline{22 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

5.- Acople el mechero al circuito como se muestra en la Figura 5.8.2.

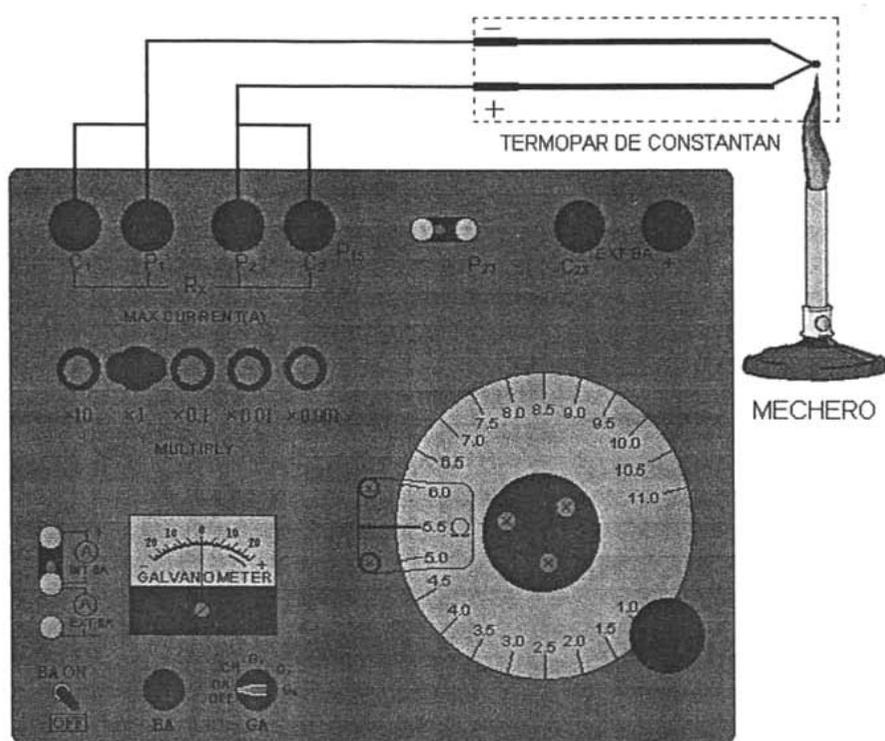


Figura 5.8.2: Termopar excitado por medio del mechero

- 6.- Coloque la punta de prueba del termómetro digital en la punta del termopar.
- 7.- Caliente la punta del termopar hasta lograr una temperatura superior a los 100 °C. Sitúe el puente en el rango de resistencia en el cual se encuentra el termopar antes de retirar el mechero.
- 8.- Mida los cambios de resistencia para las temperaturas de la TABLA 5.8.1.

9.- Anote sus lecturas en la TABLA 5.8.1.

**Nota: Haga rápido sus mediciones pues a medida que baja la temperatura del termopar su resistencia cambia.**

10.- Calcule el coeficiente de temperatura,  $\alpha$ , para cada variación.

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 (T - T_0)} \quad (5.8.2)$$

11.- Anóte los resultados en la TABLA 5.8.1

T [°C]	R <sub>T</sub> [Ω]	α [1/°C]
95	16.93	0.0472
90	14.52	0.0412
85	13.84	0.0416
80	13.21	0.0422
75	12.23	0.0415
70	11.45	0.0416
65	10.62	0.0414
60	9.810	0.0413
55	9.080	0.0417
50	8.120	0.0402
45	7.310	0.0400
40	6.650	0.0412
35	5.830	0.0405

TABLA 5.8.1

## PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

1.- Determine la media aritmética del coeficiente de temperatura ( $\alpha$ ).

La sumatoria de los coeficientes de temperatura de la TABLA 8.1 es:

$$\sum \alpha = 0.5416$$

por lo tanto la media aritmética es:

$$\alpha_x = \frac{0.5416}{13} = 0.0417 \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

2.- Despeje la temperatura instantánea, T, de la ecuación (8.1) y sustituya los valores obtenidos de  $T_0$ ,  $R_0$ , así como el coeficiente de temperatura calculado en el punto anterior.

Retomando la ecuación (8.1):

$$R_T = R_0(1 + K(T - T_0))$$

despejando T:

$$T = \frac{R_T - R_0}{\alpha R_0} + T_0$$

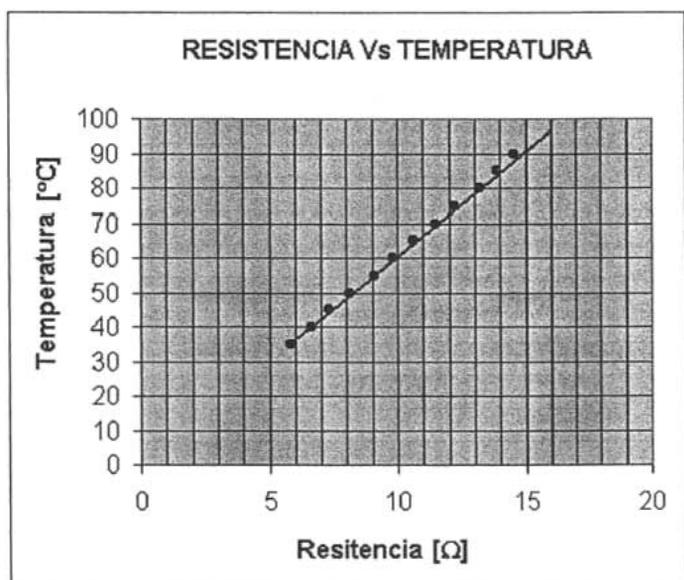
Sustituyendo los valores de  $R_0$ ,  $T_0$  y  $\alpha$ :

$$T = \frac{R_T - 3.82}{0.159} + 22$$

reduciendo:

$$T = 6.3R_T - 1.98$$

- 3.- Construya una gráfica de temperatura contra resistencia con los datos de la TABLA 5.8.1, trace en la misma gráfica la ecuación obtenida en el punto anterior.



- 4.- ¿Qué puede comentar de la gráfica anterior?

En la gráfica anterior se denota una relación directamente proporcional entre temperatura y resistencia. La ecuación del punto 2 es una línea recta que se aproxima a dicho comportamiento.

## CONCLUSIONES

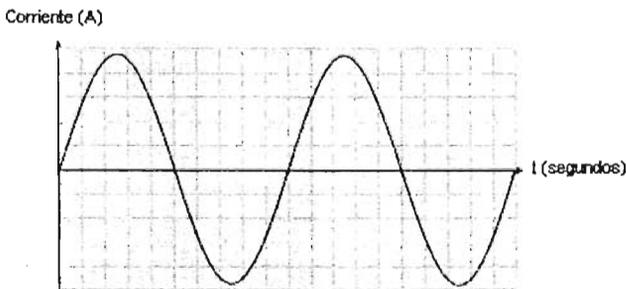
- La temperatura es directamente proporcional a la resistencia, para el termopar de constantan empleado en esta práctica, en un rango de 0 - 90°C.
- La ecuación del punto 2 puede ser utilizada para medir temperaturas de 0 - 90°C, utilizando al termopar como termómetro de resistencia.

# APÉNDICE A

## CORRIENTE ALTERNA SINUSOIDAL

## A.1 INTRODUCCIÓN

Se denomina corriente alterna c.a. (a.c. en inglés) a la corriente eléctrica que cambia repetidamente de polaridad. esto es, su voltaje instantáneo va cambiando en el tiempo desde cero a un máximo positivo, vuelve a cero y continúa hasta otro máximo negativo y así sucesivamente. La corriente alterna más comúnmente utilizada, cambia sus valores instantáneos de acuerdo con la función seno, de ahí su denominación de corriente alterna sinusoidal, Figura A.1.



**Figura A.1: Corriente alterna sinusoidal**

Cada variación de intensidad entre un valor cero, su valor máximo y su valor nuevamente cero se denomina hemiciclo. De esta manera tendremos un hemiciclo positivo y un hemiciclo negativo. La reunión de los dos hemiciclos se denomina ciclo. El tiempo que demora un ciclo, se denomina período. La cantidad de ciclos que acontecen en una unidad de tiempo (segundo) se denomina frecuencia. La frecuencia se mide en ciclos por segundo o Hertz.

## A.2 CARACTERÍSTICAS DE UNA FORMA DE ONDA SINUSOIDAL

La forma de onda periódica encontrada con mayor frecuencia en los sistemas eléctricos es la función senoide. La Figura A.2 muestra una senoide llamada función de onda seno.

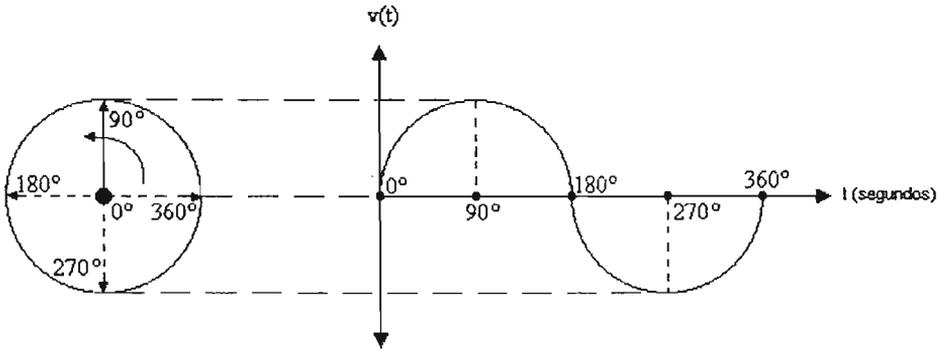


Figura A.2: Círculo unitario función de onda seno

La magnitud de la onda seno puede representarse en cualquier instante de tiempo por medio de la siguiente expresión matemática:

$$v(t) = V_p \text{ Sen} \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \quad (\text{A.1})$$

Donde:

$v(t)$  : Es la función alterna variante en el tiempo.

$V_p$  : Es la amplitud de la onda seno y denota el valor instantáneo máximo que puede alcanzar la señal, también denominado como “el valor pico” o el “valor de la cresta”.

$\text{Sen}$  : Representa la forma de la onda de la señal eléctrica.

$T$  : Es el tiempo en segundos de un ciclo (período de repetición) también denominado “periodo” de la forma de onda.

Otro parámetro importante de una forma de onda de c.a. es la frecuencia ( $f$ ) de la onda seno la cual esta definida como el número de ciclos por segundo o Hertz [Hz].

La frecuencia y el periodo están relacionados por la expresión:

$$f = \left( \frac{1}{T} \right) \tag{A.2}$$

Además, un ciclo esta definido como el recorrido de  $2\pi$  radianes. Por lo tanto si  $2\pi$  se multiplica por la frecuencia obtenemos la velocidad angular ( $\omega$ ) de la onda.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{A.3}$$

Las unidades de  $\omega$  son radianes por segundo  $\left( \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \right)$

Según el intervalo de frecuencia de operación de algunos sistemas eléctricos, éstos se pueden clasificar como:

- Baja frecuencia o frecuencia de potencia (10 Hz a 400 Hz).
- Audiofrecuencia o frecuencias medias (20 Hz a 20 KHz).
- Radiofrecuencia (500 Hz a 100 MHz).

### A.3 PARÁMETROS DE MEDICIÓN DE UNA ONDA SINUSOIDAL

#### A.3.1 Ángulo de fase

El ángulo de fase es una medida de la diferencia de tiempo entre dos ondas senoidales. Aunque el ángulo de fase es una diferencia verdadera de tiempo, siempre se mide en términos de ángulo, en grados o radianes. Eso es una normalización del tiempo que requiere un ciclo de la onda sin considerar su verdadero periodo de tiempo (Figura A.3).

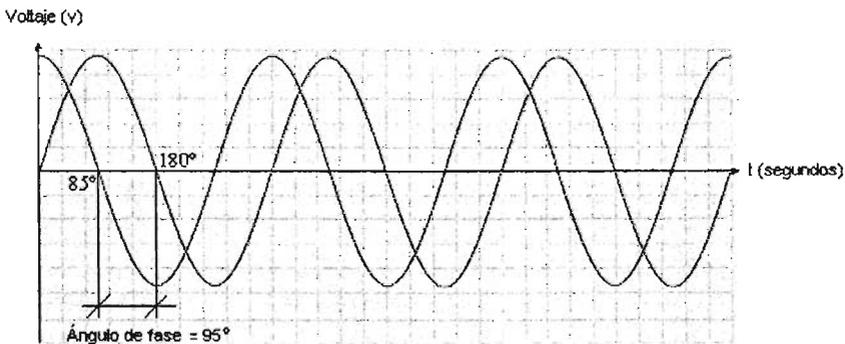


Figura A.3: Ángulo de fase

La diferencia en fase entre dos formas de onda se llama a veces el desplazamiento de fase. Un desplazamiento de fase de 360 grados es un retraso de un ciclo o de un período de la onda, lo que realmente no es ningún desplazamiento. Un desplazamiento de 90 grados es un desplazamiento de 1/4 del período de la onda etc. El desplazamiento de fase puede ser considerado positivo o negativo; eso quiere decir que una forma de onda puede ser retrasada relativa a otra o una forma de onda puede ser avanzada relativa a otra. Esos fenómenos se llaman atraso de fase y avance de fase respectivamente.

### A.3.2 Valor promedio

El significado del valor promedio o valor medio de una forma de onda se comprende mejor si utilizamos una forma de onda de corriente como ejemplo. El valor promedio de esta forma de onda de c.a. sobre el período  $T$ , es el valor que una corriente de c.c. (corriente continua) tendría para suministrar una cantidad de carga igual en el mismo período  $T$ . De otra manera, el valor promedio de una magnitud mide su componente continua en el sentido más general.

En estricto sentido, se puede conocer el valor medio dividiendo el área bajo la curva de la forma de onda en un período  $T$ , por el tiempo del período.

$$V_{prom} = \frac{\text{Área bajo la curva}}{\text{Longitud del período}} \quad (\text{A.4})$$

### A.3.3 Valor eficaz o valor raíz cuadrático medio

El valor eficaz o rms (root mean square) se definirá en términos de una onda de corriente, aunque una de tensión podría servir igualmente bien a este fin. El valor eficaz de cualquier corriente periódica es igual al valor de la corriente directa que fluyendo a través de un resistor suministra la misma potencia al resistor que la potencia que le entregaría al resistor de corriente periódica, Figura A.4.

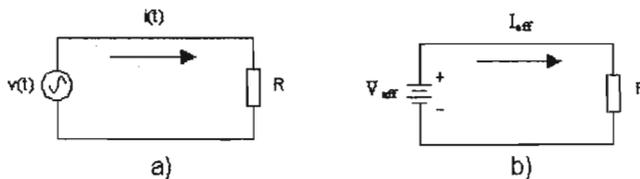


Figura A.4: Si el resistor  $R$  recibe la misma potencia promedio en a) que en b), entonces el valor eficaz de  $i(t)$  es igual a  $I_{eff}$  y el valor eficaz de  $v(t)$  es igual a  $V_{eff}$

En términos breves, el valor rms de una corriente periódica es la raíz cuadrada de la media del cuadrado. Por tanto, el valor eficaz de una corriente senoidal es igual a 0.707 veces la amplitud.

#### A.4 LA ONDA SENO COMO REFERENCIA

En la metrología, los fenómenos de c.a. pueden tomar muchas formas pero la mayoría de la instrumentación está calibrada utilizando la onda seno como referencia. Esto confirma el hecho de que los fabricantes de generadores de c.a. tienen cuidado en que la forma de onda esté libre de distorsiones.

La onda seno como referencia puede ser utilizada en diversas formas para realizar una calibración. Dependiendo del tipo de instrumento a ser calibrado se puede utilizar como referencia para valor pico, valor promedio o valor rms.

La relación entre estos tres valores se muestra en la Figura A.5. Si el valor pico es tomado como la unidad, la relación entre los tres valores es:

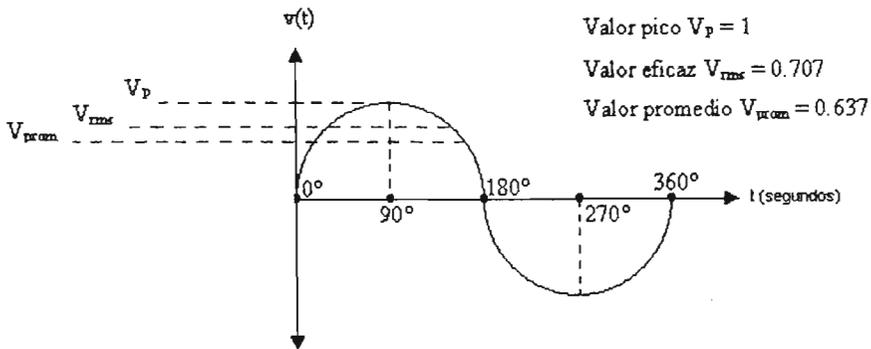


Figura A.5: Relación entre los valores de una onda senoidal

De los tres, el valor eficaz es el más útil pues se puede igualar directamente a un voltaje de c.c. para definir su valor. Esto es porque 1 volt-rms aplicado a una carga resistiva tendrá el mismo efecto de calentamiento que el efecto de 1 volt de c.c..

#### **A.5 TIPOS DE MEDIDORES DE c.a.**

Junto con los tres tipos diferentes de formas de onda se han diseñado tres principales tipos de instrumentos de medición cada uno diseñado para responder a cada uno de los tipos de forma de onda; estos son:

1. Medidores de lectura pico.
2. Medidores con respuesta al promedio.
3. Medidores de rms.

La calibración de los tres tipos de instrumentos de medición utilizan el valor eficaz de una onda senoidal. Los medidores tienen factores de amplificación para indicar el valor apropiado rms de una onda seno. Los medidores de respuesta pico deben indicar 70.7% del valor pico, mientras que los de respuesta al valor promedio deben indicar 111% del valor promedio.

Para las formas de onda que no son senoidales puras en su totalidad, ocurrirá un error en la lectura.

# APÉNDICE B

## SIMBOLOGÍA UTILIZADA EN INSTRUMENTACIÓN

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
	Instrumento para corriente continua
	Instrumento para corriente alterna
	Instrumento para corriente continua o alterna
	Instrumento de corriente trifásica con un solo circuito medidor
	Instrumento de corriente trifásica con dos circuitos medidores
	Instrumento de corriente trifásica con tres circuitos medidores
	Atención: Observar instrucciones de empleo
	Ajuste de cero del aparato (cero mecánico)
	Símbolo indicador del blindaje de hierro
	Posición de trabajo vertical
	Posición de trabajo horizontal
	Posición de trabajo inclinada
	Instrumento de cuadro móvil con imán permanente
	Instrumento bimetálico
	Instrumento térmico
	Instrumento medidor de cocientes de bobinas móviles
	Instrumento de inducción
	Instrumento medidor de cocientes de inducción
	Instrumento electromagnético o de hierro móvil
	Instrumento medidor de cocientes de hierro móvil
	Instrumento electrodinámico sin hierro
	Instrumento medidor de cocientes electrodinámicos
	Instrumento electrostático
	Instrumento de imán móvil

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
	Instrumento de cuadro móvil con rectificador
	Instrumento electrodinámico con circuito magnético de hierro
	Instrumento medidor de cocientes electrodinámico con circuito magnético de hierro
	Instrumento de vibración
	Tensión de prueba 500 volts
	Tensión de prueba 1000 volts
	Tensión de prueba 2000 volts
	Tensión de prueba 3000 volts
	Tensión de prueba 5000 volts
	Amperímetro
	Voltímetro
	Vatímetro
	Varímetro
	Óhmetro
	Medidor de resistencia de aislamientos (Megger)
	Frecuencímetro
	Fasímetro
	Sincronoscopio
	Contador de energía activa
	Contador de energía reactiva

# APÉNDICE C

## AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS

Supóngase que por razones teóricas bien fundadas sabemos que entre  $x$  e  $y$  existe la relación lineal:

$$y = ax + b \tag{C.1}$$

y deseamos determinar los parámetros  $a$  y  $b$  a partir de  $n$  medidas de  $X$  e  $Y$ .  $a$  es la pendiente de la recta, es decir, la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas, y  $b$  la ordenada en el origen, es decir la altura a la que corta la recta al eje de ordenadas. Para concretar, supóngase que los valores que han resultado de un experimento son los siguientes:

$X_i$	1	2	3	4	5	6
$Y_i$	1.5	2.5	4.0	3.6	5.9	6.1

Ante un problema de este tipo, lo primero que conviene hacer es representar gráficamente los resultados para observar si los valores medidos se aproximan a una recta o no. En la Figura C.1 se han representado las medidas anteriores.

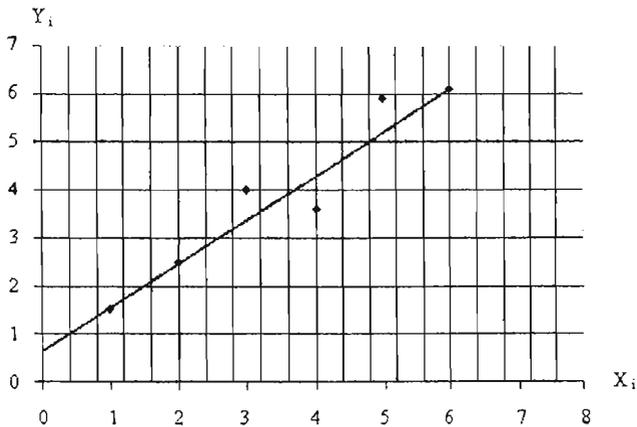


Figura C.1: Representación de los pares de valores  $x_n, y_n$  correspondientes al experimento

A la vista del gráfico parece claro que las dos variables siguen una relación lineal. La recta que parece representar mejor la relación se ha dibujado al tanteo. Es importante darse cuenta de que los seis puntos dibujados no pasan todos por la misma recta. Esto es debido a los errores de las medidas, por lo que los puntos se distribuyen de forma más o menos aleatoria en torno a esa recta. A pesar de ello es claramente visible la tendencia lineal de los puntos.

Para determinar la recta que mejor se adapta a los puntos se emplea el llamado método de los mínimos cuadrados. Para un valor de "x" determinado, la recta de ajuste proporciona un valor diferente de y del medido en el experimento. Esta diferencia será positiva para algunos puntos "y" negativa para otros, puesto que los puntos se disponen alrededor de la recta. Por este motivo, la suma de estas diferencias para todos los puntos es poco significativa (las diferencias negativas se compensan con las positivas).

Por ello, para medir la discrepancia entre la recta y los puntos, se emplea la suma de los *cuadrados* de las diferencias, con los que nos aseguramos de que todos los términos son positivos. Esta suma tiene la forma:

$$\Phi = \sum (y_i - ax_i - b)^2 \tag{C.2}$$

De todas las posibles rectas que podemos trazar, caracterizadas por los parámetros *a* y *b*, la recta que mejor se ajusta a los puntos es la que hace mínima la suma expresada en la ecuación C.1. Esto es fácil de comprender, puesto que esta suma representa la discrepancia entre los puntos y la recta. Las condiciones de mínimo (primeras derivadas nulas) conducen a las ecuaciones:

$$a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \tag{C.3}$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{C.4})$$

que se conocen como ecuaciones normales para la determinación de  $a$  y  $b$ .  $n$  es el número de parejas de valores de que se parte para determinar la recta.

Las soluciones de las ecuaciones normales son:

$$a = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (\text{C.5})$$

$$b = \frac{\sum y - a \sum x}{n} \quad (\text{C.6})$$

donde por claridad se han suprimido los límites de los sumatorios.

Con los datos del ejemplo y aplicando las anteriores ecuaciones, resulta  $a = 0.94$  y  $b = 0.65$  que es la recta que mejor se ajusta a los datos según el método de los mínimos cuadrados.

El caso de una relación lineal que hemos tomado como ejemplo no es tan especial como podría pensarse, porque muchas relaciones funcionales de interés pueden transformarse en lineales con un cambio de variable adecuado y/o tomando logaritmos.

# CONCLUSIONES

- La medición e instrumentación es un factor importante en el control de un proceso industrial, ya que es la medición la que establece los parámetros necesarios para llevar dicho control.
  
- La elección de un instrumento, no solo radica en la variable a medir, si no también en las características con las que deberá contar el instrumento como son: precisión, temperatura, velocidad de respuesta, etc.; por lo cual al realizar una medición se deben tomar en cuenta estas características, y en base a ello elegir un instrumento que satisfaga nuestras necesidades.
  
- En el campo laboral el Ingeniero se enfrenta a la necesidad de medir variables más complejas como factor de potencia, ángulo de fase, potencia, temperatura, etc.; y no contar con instrumentos que midan de manera directa estas variables. Sin embargo, puede implementar dos o más instrumentos y con la ayuda de las ecuaciones que describen el comportamiento de la variable, poder determinar el valor de ésta.

## BIBLIOGRAFÍA

**INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA MODERNA Y TÉCNICAS DE MEDICIÓN.**  
WILLIAM D. COOPER.  
ALBERT D. HELFRICK.  
PRENTICE HALL.  
PRIMERA EDICIÓN.

**PRÁCTICAS DE ELECTRICIDAD.**  
GORDON ROCKMAKER.  
DAVID J. BATES.  
ALFAOMEGA.  
SEPTIMA EDICIÓN.

**MÉTODOS EXPERIMENTALES PARA INGENIEROS.**  
HOLMAN, J. P.  
MC GRAW HILL.  
SEGUNDA EDICIÓN EN ESPAÑOL.

**ANÁLISIS DE MEDIDAS ELÉCTRICAS.**  
E. FRANK.  
EDITORIAL MC GRAW HILL 1969.

**INSTRUMENTACIÓN INDUSTRIAL.**  
ANTONIO CREUS.  
ALFAOMEGA – MARCOMBO.  
SEXTA EDICIÓN.

**INSTRUMENT TRANSDUCERS .**  
NEUBERT.  
MC – GRAW HILL, 1990.

**APPLIED ELECTRONIC INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT.**  
DAVID BUCHLA AND WAYNE MCLACHLAN.  
MC MILLAN PUBLISHING Co., 1992.

**GUIDE TO ELECTRONIC MEASUREMENTS AND LABORATORY.**  
STANLEY WOLF.  
PRENTICE HALL, 1998.

**HANDBOOK OF TRANSDUCERS.**  
HARRY N. NORTON.  
PRENTICE HALL, 1990.