

01170



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

**OBSERVADOR DINÁMICO DE CORRIENTE
PARA CONVERTIDORES CD-CD**

TÉSIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ELÉCTRICA)**

PRESENTA:

OMAR VITAL OCHOA

DIRIGIDA POR:

**DRA. CRISTINA VERDE RODARTE
DR. JESÚS LEYVA RAMOS**

MÉXICO, D. F.

JUNIO 2005

m 346263

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Omar Vital

Ochoa

FECHA: 30 / Junio / 2005

FIRMA: 

Observador Dinámico de Corriente para Convertidores CD-CD

Omar Vital Ochoa

Fecha: Junio 2005

Dedicatoria:

A Dios.

A mi familia: mi hijo Erik, mi esposa Sofía, mi Madre Felicia, mis hermanos Edith, Germán, Daniel, Noemí, Alejandro y mis sobrinos Yohana y Ramón. Gracias por su amor, comprensión, tolerancia y apoyo.

A mis abuelitos: José y Felicia Q.E.P.D. por darme la inspiración y el ejemplo de persistencia.

A todos mis amigos de San Luis Potosí: Bruno Venegas, Jorge Nieto, Ricardo Romero, Carlos Duarte, Juan A. Mejía, Juan Manuel (Pelos), Jaime Meade, Javier Ramírez, Edgar Castillo, Héctor Pérez, Toño Cárdenas, Sandra Nava, Jorge Díaz, Teresita y Ximena, quienes me apoyaron en todo momento. Gracias a cada una de las personas que me faltaron por mencionar pero con cuya amistad sé que cuento...

A mis compañeros y amigos de generación: Ricardo Zavala Yoé, Marco Antonio Torres Bribiesca, Gerardo Escobar Valderrama, Julio César Cruz León, a quienes les reconozco sus notables habilidades y actitudes para resolver problemas y cuyas anécdotas recuerdo con agrado. Gracias por haberme permitido integrarme a su gran equipo.

Se debe pelear con la mente, con el corazón y con el alma para lograr obtener los objetivos personales planteados en la vida. Para hacerlo, se tiene que tener convicción. Hay que desarrollar habilidades y experiencia que nos permitan acercarnos a esos objetivos. Los retos que hay que superar, entre más difíciles, más nos permiten crecer internamente y madurar. El lograr estos objetivos nos permite ayudar a quienes también están en este proceso y esto se convierte en una cadena sin fin. De esta forma, el objetivo principal en la vida debe ser el más difícil y el más noble: Saber servir a los demás haciendo las cosas con Amor.

Reflexión.VOO

Agradecimientos:

A mis asesores y sinodales:

A la **Dra. Cristina Verde Rodarte**, por su apoyo, su motivación y ejemplo de excelencia en su trabajo y dedicación. Y...por soportarme todo este tiempo.

Al **Dr. Jesús Leyva Ramos**, que sin su apoyo incondicional en el IPICYT este trabajo no hubiera sido posible.

Al **Dr. Gerardo Espinoza Pérez**, a quien agradezco sobremanera sus comentarios, su sencillez y su sinceridad.

Al **Dr. Jaime Moreno Pérez**, por sus claras y puntuales observaciones.

AL **Dr. Jaime Arau R.**, por sus finas atenciones en el CENIDET.

A todos les agradezco su valiosísimo tiempo que les tomé prestado al dedicarle su atención a este trabajo.

También quiero expresar mi agradecimiento para:

La gente que me apoyó en el IPICYT: Guadalupe Ortiz, Gerardo Escobar, Cresencio Hernández, Enrique Motilla y todos los que me apoyaron en este trabajo.

Los investigadores de la UASLP: Jorge Morales, Margarito Martínez, Enrique Carvajal, Víctor Cárdenas, Ricardo Romero, Emilio González.

Los laboratoristas del LESD UASLP, a Sol y demás alumnos de la carrera de Computación.

Mis jefes Mirna Sandoval y Miguel A. Botello, por permitirme concluir este trabajo.

Mis profesores y compañeros de la UNAM, de la UASLP y del IPICYT, ya que les debo mucho en mi formación académica y personal.

A todos, de verdad, muchas gracias.

Índice

RESUMEN

Capítulo 1. Introducción.....	1
Capítulo 2. Modelado de convertidores CD-CD.	10
2.1 Antecedentes	10
2.2 Configuraciones básicas	11
2.3 Modelado de los convertidores básicos	13
Capítulo 3. Diseño del observador dinámico.	27
3.1 Esquema de control en modo corriente sin sensor.....	28
3.2 Teoría de Observadores.....	31
3.3 Criterio para el diseño de la ganancia L	34
3.4 Observadores para convertidores conmutados y promediado- linealizado.....	35
Capítulo 4. Validación de los Modelos de Observadores por Simulación y Análisis de Robustez.....	37
4.1 Simulaciones de los observadores.....	37
4.2 Modelado con incertidumbres.....	45
4.3 Análisis de robustez	48
4.3.1 Análisis de estabilidad robusta para el sistema lineal convertidor- observador... ..	52
Capítulo 5. Resultados Experimentales.....	62
5.1 Construcción del observador.....	62
5.2 Resultados experimentales en un convertidor elevador.....	65
Capítulo 6. Conclusiones.	74
Apéndice A	77
Bibliografía.	83

Índice de figuras y tablas

Figuras

Figura 2.1	Configuraciones básicas de convertidores CD-CD.....	11
Figura 2.2	Convertidor CD-CD reductor	16
Figura 2.3	Convertidor CD-CD elevador	19
Figura 2.4	Convertidor CD-CD reductor elevador.....	22
Figura 3.1	Controlador SCM.....	29
Figura 3.2	Observador de estado de lazo abierto.....	31
Figura 3.3	Esquema del observador lineal asintótico.....	33
Figura 3.4	Localización de los polos del observador.....	34
Figura 4.1	Corriente en el inductor del convertidor reductor y observador.....	39
Figura 4.2	Corriente en el inductor del convertidor elevador y observador.....	41
Figura 4.3	Corriente en el inductor del convertidor reductor-elevador y observ.	44
Figura 4.4	Incertidumbres Aditiva y Multiplicativa.....	45
Figura 4.5	Politopo de las variaciones de los parámetros R, L y C	46
Figura 4.6	Politopo de incertidumbres en R, L y C	52
Figura 4.7	Gráfica 1 de corriente para convertidor-observador reductor.....	54
Figura 4.8	Gráfica 2 de corriente para convertidor-observador reductor.....	55
Figura 4.9	Gráfica 3 de corriente para convertidor-observador reductor.....	55
Figura 4.10	Gráfica 1 de corriente para convertidor-observador elevador	56
Figura 4.11	Gráfica 2 de corriente para convertidor-observador elevador	57
Figura 4.12	Gráfica 3 de corriente para convertidor-observador elevador	58
Figura 4.13	Gráfica 1 de corriente para convertidor-observador reductor-elevador	59
Figura 4.14	Gráfica 2 de corriente para convertidor-observador reductor-elevador	60
Figura 4.15	Gráfica 3 de corriente para convertidor-observador reductor-elevador	60
Figura 5.1	Diagrama de bloques del circuito observador propuesto.....	62
Figura 5.2	Diagrama de bloques del observador asintótico.....	63
Figura 5.3	Circuito Observador Asintótico.....	65
Figura 5.4	Convertidor elevador de 28 watts.....	66
Figura 5.5	Mediciones de voltaje y corriente del inductor en cond. nominales.....	68
Figura 5.6	Señales de los sensores de voltaje y corriente	68

Figura 5.7	Gráfica comparativa de corrientes en condiciones nominales.....	69
Figura 5.8	Gráfica 1 comparativa de corrientes con variaciones de C y R	70
Figura 5.9	Gráfica 2 comparativa de corrientes con variaciones de C y R	71
Figura 5.10	Gráfica 3 comparativa de corrientes con variaciones de C y R	72
Figura 5.11	Convertidor elevador y control en modo corriente con Observador	73

Tablas

Tabla 2.1	Compendio de modelos de convertidores básicos.....	26
Tabla 3.1	Observadores propuestos método SCM	29
Tabla 3.2	Matrices expandidas de observador completo y reducido.....	36
Tabla 4.1	Parámetros de diseño del convertidor reductor	37
Tabla 4.2	Características de diseño del convertidor elevador.....	40
Tabla 4.3	Parámetros de diseño del convertidor reductor-elevador	42
Tabla 4.4	Modelos perturbados de convertidores conmutados CD-CD.....	47
Tabla 4.5	Parámetros de $A(h_k)$	52
Tabla 4.6	Resultado del análisis numérico de robustez de convertidor-observ	53
Tabla 5.1	Características del convertidor elevador prototipo.....	66
Tabla 5.2	Valores de los elementos del observador asintótico.....	67

Glosario de Símbolos y Acrónimos

\mathfrak{R}	Campo de los números reales.
\mathbb{C}	Campo de los números complejos.
\mathfrak{R}_+	Números reales positivos.
\in	Pertenece a.
$ \alpha $	Valor absoluto de α .
$\stackrel{\Delta}{=}$	Se define como.
$Re(\alpha)$	Parte real de $\alpha \in \mathbb{C}$.
$[a_{ij}]$	Matriz con el elemento a_{ij} del i -ésimo renglón y j -ésima columna.
A^T	Matriz transpuesta de A .
A^{-1}	Matriz inversa de A .
$det(A)$	Determinante de A .
$\lambda(A)$	Eigenvalor de A .
$\rho(A)$	Rango de A .
$\ A\ _n$	Norma n -ésima de A , si n se omite es la norma 2.
LTI	Lineal invariante en tiempo.
LFT	Transformación lineal fraccional.
LTI	Lineal invariante en tiempo.
MIMO	Múltiple entrada-múltiple salida.
SISO	Simple entrada-simple salida.
δ	Medida de incertidumbre.
\min	Valor mínimo.
\max	Valor máximo.
\dot{x}	Derivada de x .
\hat{x}	Estimado de x .
\tilde{x}	Error de x .
\bar{x}	Valor promedio de x .
C	Capacitancia o capacitor.
CD	Corriente directa.

D	Diodo.
E	Voltaje de alimentación.
L	Inductancia o inductor.
L	Vector de ganancias del observador.
MOSFET	Transistor de efecto de campo metal-óxido.
M	Mosfet.
N	Ganancia del operacional del regulador conmutado.
PWM	Modulación por ancho de pulso.
q	Valor binario de conmutación $q \in [0,1]$.
q(t)	Función en tiempo de la señal de conmutación.
Q	Valor promediado de la señal de conmutación.
R	Resistencia.
R_E	Resistencia interna de la fuente.
R_L	Resistencia del circuito equivalente del inductor.
V_D	Caída de voltaje en el diodo.
V_o	Voltaje de salida o de carga.
V_{sw}	Caída de voltaje en el interruptor.

RESUMEN

El análisis de circuitos de electrónica de potencia mediante herramientas de teoría de control ha permitido que se tengan grandes avances en el manejo y distribución de energía eléctrica. Una aplicación importante se ha dado en el campo de las fuentes de poder conmutadas, especialmente en los llamados convertidores corriente directa - corriente directa (CD-CD), los cuales tienen diversas aplicaciones en equipos que requieren una regulación y utilización óptima de energía.

Las configuraciones básicas de los convertidores CD-CD son: a) reductor, b) elevador, y c) reductor-elevador. Para su funcionamiento utilizan la técnica de modulación por ancho de pulso mediante una configuración de control ampliamente usada en la industria llamada control en modo corriente, en la cual es necesario sensar tanto el voltaje de salida como la corriente del inductor o del interruptor. Desafortunadamente, el sensado de corriente genera una alta sensibilidad al ruido debido a los picos de corriente intrínsecos en la conmutación, lo cual eleva la complejidad de la medición y los costos del control. Esto ha motivado al desarrollo de modelos conmutados y métodos en donde se realiza una estimación, evitando la medición de corriente, donde la estimación en la mayoría de los casos, es de tipo estática. Otro problema importante es desarrollar los modelos que incluyan el efecto de las incertidumbres paramétricas que se originan por el amplio rango de tolerancia en los elementos de diseño y también por su desgaste natural. Bajo estas condiciones, en este trabajo se presentan los modelos promediados linealizados de los convertidores CD-CD y se utiliza la teoría de control como herramienta de diseño de los observadores de estado. Además se utiliza el marco de referencia de la teoría de estabilidad robusta para probar la estabilidad ante incertidumbres paramétricas.

Palabras clave: Convertidores CD-CD, modelos promediados y linealizados, observabilidad, incertidumbres paramétricas, análisis de robustez de observadores.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes

Los avances en el campo de la electrónica de potencia se han logrado en gran medida gracias a la aplicación de técnicas de control para el análisis y diseño de los dispositivos utilizados. En la actualidad, uno de los principales retos en este campo es desarrollar fuentes de poder de corriente directa reguladas, con un bajo costo, gran capacidad de almacenamiento de energía, bajo peso, tamaño reducido y consumo óptimo de potencia. Estas fuentes tienen aplicación en computadoras portátiles y de escritorio, equipo portátil de medición de laboratorio, instrumentación industrial, equipo médico, robots, sistemas de comunicación, telefonía celular, equipo de fotografía y video, así como en la transmisión de gran potencia, por mencionar algunas [1]. Además, existe una gran tendencia en la aplicación de estos reguladores a sistemas de transporte como los montacargas, carros eléctricos y aeronaves [2].

Las fuentes de poder reguladas, conocidas también como reguladores conmutados, se basan en convertidores conmutados de corriente directa a corriente directa (CD-CD). Estos convertidores están contruidos mediante arreglos de interruptores activos (Transistores de potencia, Mosfets), pasivos (Diodos de recuperación rápida) y por elementos pasivos (resistencias, inductores y capacitores). Estos arreglos permiten obtener una relación de voltaje de salida al voltaje de entrada en función del ciclo de trabajo de la señal de conmutación, la cual activa y desactiva a los interruptores [3]. El ciclo de trabajo en la señal de conmutación se controla utilizando un esquema de

modulación de ancho de pulso PWM¹. Las principales ventajas de estas fuentes son: (a) permiten manejar una gran potencia de carga, (b) la portabilidad debida a la reducción de elementos disipativos, y (c) la regulación del voltaje de salida, aún cuando se tengan variaciones en el voltaje de entrada y en la carga.

Control de convertidores CD-CD

En los convertidores CD-CD, para obtener una buena regulación del voltaje con variaciones en la carga y en la alimentación, se aplican técnicas de control que permitan obtener un buen desempeño dentro de las restricciones de diseño. Para ello, primero deben seleccionarse las variables y el modelo que se aproximen al funcionamiento de los elementos activos, pasivos y de la función de conmutación, y obtener una adecuada representación matemática del convertidor. Por lo tanto, el sistema físico del convertidor puede ser aproximado utilizando metodologías de modelado, donde las ecuaciones y parámetros relacionados están idealizados.

Una metodología para el diseño del sistema de control de las fuentes reguladas se basa en considerar la medición del voltaje de salida, conocida como control en modo voltaje [4], la cual es ineficiente pues no considera los cambios rápidos en la corriente de carga.

En convertidores CD-CD, la medición de la corriente del inductor o del interruptor, permite determinar los cambios de rápidos de la corriente de carga y de esta manera hacer más eficiente la acción del controlador. A esto se le conoce como *control de modo corriente o modo corriente programada* [5]. En esta configuración se sigue empleando la medición de voltaje de salida y se compara con el voltaje de referencia para que el controlador regule el voltaje de salida, lo cual en la práctica es relativamente económico y simple al utilizar divisores de voltaje.

¹ De las siglas en inglés (Pulse Width Modulation).

Es sabido que en este modo de control mediante doble lazo (uno externo de voltaje y uno interno de corriente), se tiene buena respuesta dinámica a las perturbaciones de entrada y salida. El inconveniente con esta técnica es que se presentan fenómenos no deseables, como el pico de corriente del inductor o del interruptor, al presentarse variaciones instantáneas de carga, esto es, la alta sensibilidad al ruido al variar la carga en un amplio rango permisible.

Otro método usado en los convertidores CD-CD es el conocido como control de carga [6] este mejora el desempeño ante perturbaciones externas, pero requiere nuevamente del sensor de corriente y etapas de filtrado en el lazo de corriente, lo cual lo hace complejo y costoso.

1.2 Motivación

Estos inconvenientes pueden reducirse si se evita la medición directa de la corriente mediante el uso de técnicas de estimación. Dentro de los esquemas clásicos de control se puede citar al modo de control sin medición de corriente (SCM²) [8], en donde es posible reconstruir la corriente del inductor a partir de la medición del voltaje del mismo, siendo ésta una señal más fácil de medir que la de corriente. Sin embargo, el estimador presenta una gran sensibilidad al ruido generado por los picos de corriente producidos por la conmutación y este esquema no tiene forma de corregir el error de estimación de la corriente.

Una mejora en este procedimiento es reconstruir la información de la corriente del inductor partiendo de leyes de integración que dependen de los voltajes conmutados [17]. Cabe hacer notar que esta metodología no considera los efectos de las incertidumbres en los parámetros del convertidor, pues se basa en el diseño de controladores con técnicas clásicas de sistemas de electrónica de potencia.

² De sus siglas en inglés (Sensorless Current Mode).

Por otro lado, una metodología clásica en el diseño de controladores lineales consiste en comparar las variables deseadas con las obtenidas (salidas) y generar una señal de error que permita realizar la corrección y la regulación que puede o no considerar los efectos de incertidumbre y la variación de parámetros del sistema.

En este trabajo se parte de un esquema de *control en modo voltaje* y se implementa en un *control de modo corriente programada* [5], donde el control es bien conocido en la literatura y permite realizar una buena regulación en los convertidores, sin embargo presenta los problemas relacionados con la medición de la corriente.

La motivación principal de este trabajo es diseñar un observador dinámico simple, basado en el modelo promediado y linealizado del sistema, donde la ganancia del observador debe garantizar que el error entre la corriente real y la estimada por el observador tienda asintóticamente a cero[9]. El controlador por su parte, utiliza los valores obtenidos por el observador aproximado para cerrar el lazo de voltaje y de corriente (multilazo) y realizar la regulación. Este sistema de control ha sido reportado en [5],[6],[18] y asume que la retroalimentación de estados puede diseñarse aparte del observador, manteniendo la estabilidad de todo el sistema, de acuerdo al principio de separación [7],[9].

Los modelos promediados linealizados de los observadores, permiten garantizar la observabilidad en todo el ciclo de operación del convertidor y realizar análisis simplificado de estabilidad, esto no es posible para los modelos conmutados debido a que la variable de corriente solo es observable en un semiciclo. Esto motivó la investigación de los resultados del análisis de los modelos promediados linealizados y de los resultados obtenidos en el observador conmutado.

1.3 Suposiciones generales

S1: Se considera la clase de sistemas conmutados dados por la expresión

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_q x + B_q u \\ y &= C_q x \end{aligned} \tag{1.1}$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathfrak{R}^m$ es la entrada de control, y $y \in \mathfrak{R}^p$ es el vector de salida; q es la regla de conmutación la cual toma valores en el conjunto $[0 \ 1]$. Lo cual significa que las matrices (A_q, B_q, C_q) toman valores en el conjunto finito $\{(A_0, B_0, C_0), (A_1, B_1, C_1)\}$. Tales sistemas se dicen que son conmutados y pertenecen a la clase de sistemas híbridos.

S2: Del sistema mostrado en **S1** es posible encontrar una representación que permita el análisis mediante herramientas de control de sistemas lineales.

S3: Se supone conocido el controlador de retroalimentación fijo, del tipo corriente programada, que garantiza la estabilidad robusta para el sistema de la suposición **S1**.

S4: Se consideran incertidumbres paramétricas acotadas dentro de un margen de tolerancia, estas incertidumbres se presentan de forma que se mantiene la suposición **S3**.

1.4 Planteamiento del problema y Objetivos de Diseño

De la suposición **S1** se considera el sistema expresado por (1.1), donde el problema es reconstruir el vector de estados x para utilizarlo en el control que permite la regulación. Partiendo de la suposición **S2** se busca una representación promediada lineal del sistema (1.1) de donde es posible diseñar un estimador lineal llamado observador dinámico, que puede definirse mediante:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A_o \hat{x} + B_o u + L y \\ y_o &= C_o \hat{x}\end{aligned}\tag{1.2}$$

donde $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados observados, $u \in \mathfrak{R}^m$ es la entrada, $y_o \in \mathfrak{R}^p$ es el vector de salida y $L \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ es la matriz de ganancias del observador. Las matrices A_o , B_o , C_o son una copia del modelo promediado linealizado obtenido de A_q , B_q y C_q de acuerdo a **S2**. El objetivo de diseño es determinar la matriz L de forma que el error de estimación en el modelo promediado linealizado dado por:

$$x_e = x - \hat{x}\tag{1.3}$$

converja asintóticamente a cero cuando no hay variación de parámetros, y que mantenga un mínimo error y las señales internas acotadas a pesar de la suposición **S4**, utilizando el esquema de control dado en la suposición **S3**.

Cabe hacer notar que para la implementación del observador prototipo se considera el modelo conmutado con las ganancias encontradas para el modelo promediado.

Por lo tanto, en este trabajo se desarrolla una metodología de diseño de observadores dinámicos para los convertidores CD-CD más comunes (reductor, elevador y reductor-elevador), que sean capaces de reconstruir la corriente del inductor, tomando únicamente la medición de los voltajes de entrada y salida, manteniendo un comportamiento robusto ante las variaciones de carga y las incertidumbres de los parámetros del convertidor.

1.5 Aportaciones del trabajo

- 1] La metodología simplificada para la obtención de los modelos conmutados, promediados y promediados linealizados de los tres convertidores básicos CD-CD para su uso posterior en el diseño de los observadores.
- 2] La metodología de análisis y diseño del observador dinámico de orden completo y el cálculo de sus ganancias para cada convertidor, además presentar los modelos de los observadores conmutados y promediado-linealizados.
- 4] Obtener la representación de los modelos convertidor-observador con incertidumbres y realizar análisis de resultados en simulación
- 5] Realizar una metodología de análisis de robustez de cada modelo promediado linealizado de los sistemas convertidor-observador y probar su estabilidad de forma numérica y gráfica utilizando herramientas computacionales.
- 6] La construcción y prueba mediante componentes analógicos de un prototipo de un observador dinámico de corriente para un regulador elevador y su validación mediante resultados experimentales.

1.6 Metodología

Los modelos de los convertidores se plantean mediante leyes simples [6]. Partiendo de la bibliografía, a partir de estos modelos se diseñan los observadores de orden completo y de orden reducido [7],[9],[21], se realiza la validación de los modelos de observadores por simulación mediante los programas computacionales Matlab, Simulink y Simnon. Se desarrollan los programas de análisis numérico en Matlab, donde se realizan pruebas de robustez al considerar las incertidumbres en los modelos, las pruebas se realizan mediante la aplicación de teoremas basados en el análisis de estabilidad mediante la ecuación de Lyapunov [22],[23].

La síntesis muestra los resultados del desempeño de un circuito prototipo de un observador realizado en este trabajo, para un regulador que utiliza un convertidor elevador planteado en un trabajo previo [18]. Este tipo de convertidor resulta interesante debido a que presenta una mayor dificultad tanto en su observación como en su control, dado que su modelo es de fase no mínima. El prototipo del observador se implementó mediante amplificadores operacionales (TL082, TL084), los resultados se realizan con las variaciones permisibles en los diferentes parámetros. Estos resultados se muestran en un osciloscopio modelo Tektronix TDS 3054B, se utilizaron fuentes variables de voltaje modelo Instek PS-1830, Tektronix CPS250, generadores de funciones modelo EZ FG-7002C0 y Tektronix AFG320, multímetros modelo FLUKE 189, punta de medición de corriente modelo Tektronix, elementos y herramienta para el armado del prototipo del circuito electrónico.

1.7 Organización del trabajo

Como se mencionó previamente, en este trabajo se abordan fundamentalmente los problemas asociados a la medición de corriente para las tres configuraciones más usadas en convertidores CD-CD y la solución propuesta explota el uso de un estimador lineal asintótico, que considera incertidumbres en sus parámetros, al cual se define como *observador dinámico de corriente para convertidores CD-CD*.

En el capítulo 2 se presentan los tres tipos básicos de convertidores conmutados [3],[4],[5],[6] y se obtiene el modelo matemático mediante el uso de la técnica de modelado en espacio de estados. En un inicio se presenta el modelo conmutado que es el más aproximado y considera el efecto de la conmutación del PWM; como el diseño del observador dinámico se basa en técnicas lineales entonces se desarrolla el modelo promediado-linealizado para cada uno de ellos. Mediante estos modelos lineales se determina la factibilidad del diseño mediante el análisis de observabilidad así como el análisis de estabilidad.

En el capítulo 3 se hace referencia a una propuesta clásica donde se evita la medición de corriente por medio de la integración del voltaje del inductor, la cual es compleja en su implementación y no asegura un seguimiento asintótico debido a que no considera incertidumbres paramétricas. Se presenta la propuesta del trabajo empleando teoría de observadores lineales tipo Luenberger [12],[13],[14],[15] con sus dos casos. En el primer caso el observador que se obtiene tiene el mismo número de estados que el sistema a ser observado. En el segundo se propone un observador reducido. Se realiza el diseño de ambos tipos de observador para las tres configuraciones básicas de convertidores CD-CD sin incertidumbres.

En el capítulo 4 se realiza la validación de la estimación de la corriente con modelos conmutados, mediante simulaciones en Simnon y Matlab. Se obtienen los modelos con incertidumbres y se muestran en matrices expandidas como un sistema convertidor-observador, tanto para el observador completo como para el reducido. Se hace un análisis numérico de robustez de los sistemas convertidor-observador ante las incertidumbres paramétricas mediante los teoremas relacionados con la solución de la ecuación de Lyapunov y la solución computacional en Matlab.

En el capítulo 5 se muestran los resultados experimentales realizados en el prototipo físico de un observador para un convertidor elevador de 30 watts.

Finalmente en el capítulo 6 se presentan las conclusiones finales del trabajo y posibles líneas de investigación futuras.

Capítulo 2

Modelado de convertidores CD-CD

2.1 Antecedentes

El desarrollo de las fuentes de poder conmutadas ha tenido un gran auge debido a su utilización en equipos portátiles, como es el caso de equipos médicos, de computación y de comunicaciones, donde requieren una utilización óptima de energía a un bajo peso y costo. Los fabricantes de estos equipos buscan continuamente la mejor adecuación y esto implica un rediseño continuo. El análisis en el rediseño se facilita cuando se tiene una representación matemática confiable de la fuente que permita realizar pruebas antes de desarrollar un prototipo físico. A esta representación se le denomina modelo matemático.

El interés principal de este capítulo es desarrollar los modelos matemáticos de las configuraciones básicas de convertidores CD-CD. Cabe considerar que los modelos de los convertidores se les dará una estructura matemática que permita aplicar las técnicas de sistemas lineales como el análisis de observabilidad del sistema y su análisis de estabilidad y de robustez ante incertidumbres paramétricas, para garantizar que el diseño de los observadores tenga un buen desempeño.

2.2 Configuraciones básicas

Debido a su eficiencia en el manejo de potencia, a su generalidad, a su relativa sencillez y al tipo de aplicación, se analizarán los tres tipos básicos de convertidores CD-CD. En la figura 2.1 se muestran las tres configuraciones básicas, las cuales son bien conocidas en la literatura de electrónica de potencia [1],[2],[3] y [4]. Los modelos desarrollados son válidos en el modo de conducción continuo, es decir, cuando la corriente del inductor no alcanza un valor de cero [11].

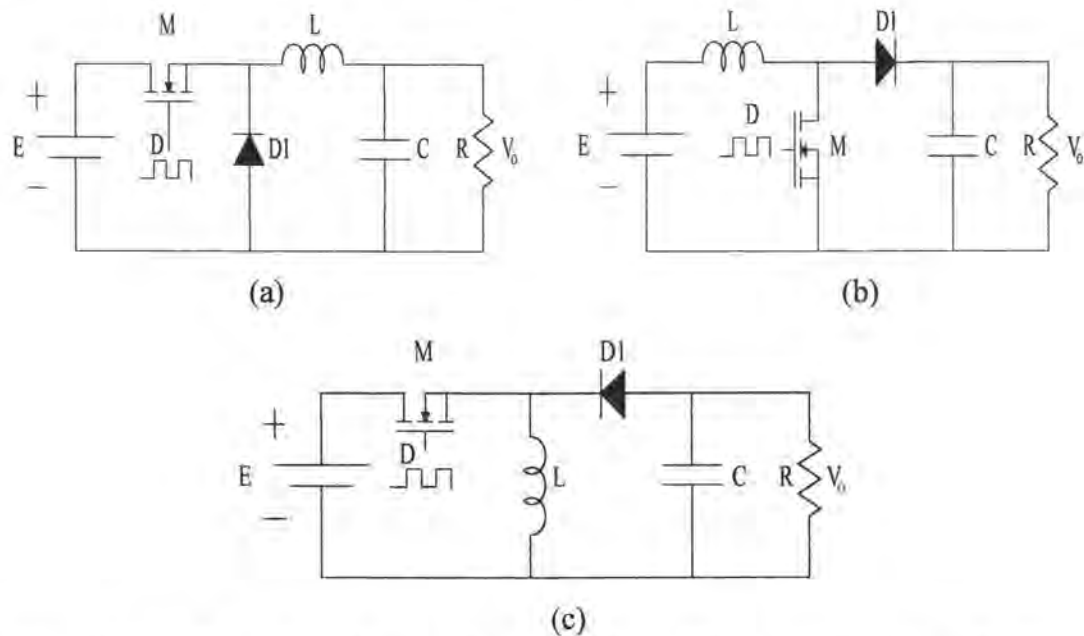


Figura 2.1 Configuraciones básicas de convertidores CD-CD: (a) Reductor (b) Elevador, (c) Reductor-elevador

Su operación se basa en el encendido y apagado de un interruptor, mediante una señal cíclica llamada de conmutación. En la operación de la señal de conmutación, la proporción de tiempo en estado encendido en un periodo T se define como ciclo de trabajo D , donde $0 < D < 1$. Las tres configuraciones utilizan un interruptor activo M (mosfet), un interruptor pasivo $D1$ (diodo de conmutación rápida), un arreglo de inductancia L , capacitancia C y resistencia R , la alimentación principal proviene de la fuente E , y la salida de voltaje es V_o , como se muestra en la figura 2.1.

La señal de conmutación enciende al interruptor M durante un tiempo DT y es apagado durante $(1-D)T$ con una frecuencia de operación definida. Una ventaja importante es que al aumentar la frecuencia de conmutación es posible diseñar un regulador con elementos más pequeños, con menor disipación de energía, mayor eficiencia y de menor peso y costo. Si embargo es necesario considerar los efectos limitantes como: a) La resistencia equivalente en serie (ESR) con el capacitor en la carga, presentada en alta frecuencia y (b) La amplificación de armónicas no deseables.

De acuerdo a la configuración del convertidor y a la duración del ciclo de trabajo estos convertidores permiten proporcionar un voltaje de salida menor, mayor, inversamente proporcional o igual que el voltaje de entrada, la operación de cada convertidor se describe a continuación: El primero es el convertidor reductor de voltaje (*Buck*), este convertidor produce un voltaje promedio de salida menor que el voltaje en CD de entrada. Durante el intervalo cuando el interruptor está encendido el diodo está polarizado inversamente y la entrada provee energía al inductor y a la carga, durante el intervalo cuando el interruptor está apagado, la corriente del inductor fluye a través del diodo, transfiriendo parte de su energía a la carga. En estado estable, el filtro capacitor en la salida se asume lo suficientemente grande para asegurar una salida constante de voltaje.

El siguiente es el convertidor elevador (*Boost*), para este convertidor el voltaje de salida siempre es mayor que el voltaje de entrada. Cuando el interruptor está encendido, el inductor recibe energía de el voltaje de entrada y el diodo está polarizado en forma inversa aislando la carga de la entrada. Durante el intervalo cuando el interruptor está apagado, la carga recibe la energía almacenada por el inductor y la del voltaje de entrada. En estado estable, el capacitor se asume lo suficientemente grande para asegurar un voltaje de salida constante. El convertidor reductor-elevador (*Buck-Boost*) es una combinación de los dos anteriores y su operación se deriva de ellos[5]. Algunas variantes pueden obtenerse a partir de estas topologías (por ejemplo, el caso del elevador-reductor o Cúk y el SEPIC [5]).

2.3 Modelado de los convertidores básicos

En la literatura de electrónica de potencia se analizan métodos como modelado de datos muestreados, modelado en espacio de estados conmutado, circuito promediado por interruptor PWM, promediado generalizado y fasores dinámicos. En este trabajo se desarrollará inicialmente el modelado en espacio de estados conmutado no lineal, y posteriormente se desarrolla el modelado promediado y linealizado en espacio de estados con objeto de aplicar las técnicas de síntesis de un observador lineal tipo Luenberger.

Una característica de la formulación en variables de estado es que permite modelar con una representación única a todo tipo de sistemas, lineales o no lineales, tomando en cuenta las variables internas, las de entrada y las de salida. Además permite obtener una representación compacta del sistema, mediante su descripción en una estructura matricial, independientemente de la complejidad del sistema. Esta representación matricial puede transformarse linealmente en un sistema de entradas-salidas mediante el método frecuencial o función de transferencia [10]. Sin embargo, debe considerarse que en la caracterización en funciones de transferencia puede perderse información de variables internas que no son observables o controlables. Inclusive pueden ocurrir casos en los que alguna de estas variables resulte ser inestable y la caracterización de entrada-salida no detecte esta inestabilidad, obteniéndose resultados erróneos. Al modelarse los diferentes convertidores por medio de variables de estados, puede analizarse tanto las señales internas de interés, como la influencia de las señales de entrada y salida, lo cual nos permitirá posteriormente desarrollar el modelo del observador de estados.

El modelado conmutado de las ecuaciones de estado produce un modelo detallado en tiempo y toma en cuenta la conmutación no lineal, donde los efectos de alta frecuencia pueden ser incluidos, además permite analizar los efectos transitorios en el encendido y apagado de la fuente. A continuación se propone una metodología simplificada para obtener los modelos lineales de los convertidores, se basa en el trabajo para modelado de convertidores conmutados publicado en [22].

Linealización de los convertidores CD-CD alrededor de un punto de operación

La metodología propuesta para la obtención de los modelos promediado-linealizado en espacio de estados de cada uno de los convertidores se puede describir en los siguientes pasos:

1. Obtener las ecuaciones en el espacio de estados para cada uno de los circuitos formados al abrirse o cerrarse los interruptores activos y pasivos del convertidor, por medio de la LVK y la LCK.
2. Obtener el modelo conmutado del convertidor en función de q para todo $q = [0 \ 1]$

$$\begin{aligned} \dot{x}_q &= A_q x + B_q u \\ y_q &= C_q x \end{aligned} \quad (2.1)$$

este modelo permite simular de forma muy aproximada el sistema real conmutado.

3. Realizar el modelado promediado a partir del modelo conmutado (2.1) mediante

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \hat{x}_0 D + \hat{x}_1 (1-D) \\ \hat{y} &= y_0 D + y_1 (1-D) \end{aligned} \quad (2.2)$$

este modelo permite obtener el valor de CD del punto de operación nominal, o en estado estable. Es importante considerar aquí que en un sistema la señal de control es $D = D(t)$ y varía de acuerdo a la señal requerida por el convertidor, por lo tanto el modelo promediado obtenido es no lineal.

4. Para obtener el modelo promediado linealizado se puede partir del modelo promediado, o directamente del modelo conmutado como se muestra adelante, donde ahora se utiliza “-” para indicar en las variables que son promediadas linealizadas, es decir, contienen el valor en estado estable o nominal (CD) mas una componente variable en el tiempo (modelo de pequeña señal en CA) con la cual definen la dinámica alrededor del punto de operación, por ejemplo $\hat{E} = E_0 + \hat{e}$. Para cada estado de conmutación, pueden definirse las ecuaciones de estado para \hat{x} como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_0 \bar{x} + B_0 E \\ y &= C_0 \bar{x} \end{aligned} \quad \text{durante } DT \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 \bar{x} + B_1 E \\ y &= C_1 \bar{x} \end{aligned} \quad \text{durante } (1-D)T \quad (2.4)$$

De las ecuaciones (2.3) y (2.4) se obtiene la siguiente descripción linealizada sobre un periodo de conmutación:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= [A_0 D + A_1 (1-D)] \bar{x} + [B_0 D + B_1 (1-D)] E \\ y &= [C_0 D + C_1 (1-D)] \bar{x} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Donde se sustituyen $D = D_0 + \tilde{d}$, $\bar{x} = x_0 + \tilde{x}$ y $E = E_0 + \tilde{e}$. Para los parámetros constantes se debe considerar que $x_0 = 0$. Además los productos de los términos que multiplican dos o mas términos con tilde, debido a que son productos de señales pequeñas pueden despreciarse para mayor simplificación. También para reducir la complejidad de los cálculos se pueden considerar las siguientes condiciones: Los interruptores se consideran ideales y las pérdidas en los elementos inductivo y capacitivo son despreciadas.

Modelado del convertidor CD-CD reductor.

Siguiendo la metodología, como primer paso se obtendrán las ecuaciones en espacio de estados para cada estado de la señal de conmutación del convertidor reductor, mostrado en la Fig. 2.1 a). A partir del encendido y apagado del interruptor activo se forman dos circuitos, los cuales se muestran en la Fig. 2.2 a) y b).

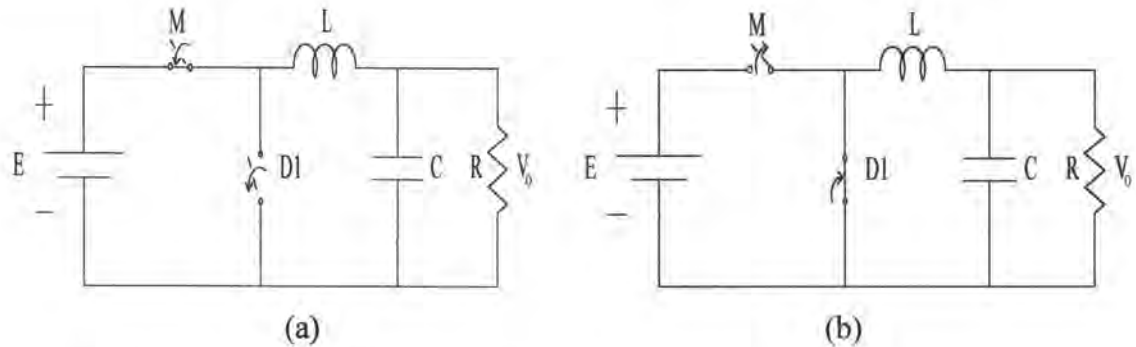


Figura 2.2 Convertidor CD-CD reductor: (a) Interruptor encendido, (b) Interruptor apagado.

Para el circuito formado cuando el interruptor activo está encendido y por lo tanto el interruptor pasivo apagado ($0 \leq t \leq DT$) la ecuación de estados que representa respectivamente a la corriente del inductor ($i_L = x_1$) y al voltaje en el capacitor ($V_C = x_2$) es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.6)$$

Cuando el interruptor activo está apagado y el interruptor pasivo por lo tanto está encendido ($DT \leq t \leq T$), la ecuación de estados es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.7)$$

Una vez obtenidas las ecuaciones de estado para cada configuración se continúa con el segundo paso de la metodología, donde es necesario definir la denominada función de conmutación representada por la variable q , la cual toma valor binario $[0,1]$. El valor de q será 1 cuando el interruptor al que representa está encendido y 0 cuando el interruptor

está apagado. Por lo tanto para la configuración del convertidor reductor se tiene una función de conmutación q_1 correspondiente al interruptor activo y una función de conmutación q_2 correspondiente al interruptor pasivo, las cuales estarán relacionadas por la expresión $q_2 = 1 - q_1$.

A partir de las ecuaciones de estado y utilizando las funciones de conmutación anteriormente definidas se encuentra que el modelo no lineal del convertidor reductor con base en las ecuaciones de estado representadas en forma matricial queda dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.8)$$

A continuación, como tercer paso de la metodología, se obtiene el modelo promedio a partir del modelo conmutado. Esto se justifica debido a que la secuencia de conmutación añade o disminuye energía para producir resultados promediados bien definidos en las entradas o salidas, y por tanto es posible encontrar una configuración continua promediada que genere las mismas entradas o salidas que genera el modelo conmutado, utilizando el ciclo de trabajo D en lugar de la función de conmutación [11].

Si se toma $q(t) = q_1 = 1 \quad \forall t_0 \leq t \leq DT$ y $q(t) = q_2 = 0 \quad \forall DT \leq t \leq (1-D)T$ entonces la señal promedio es $\bar{q} = \frac{1}{T} \int_0^{T} q(t) dt = D$. El efecto de esta señal permite obtener de (2.2) el promedio de los valores de cada estado de conmutación, al multiplicar cada uno por un peso igual a la fracción del ciclo de trabajo en la que se produce cada configuración. Para el caso del convertidor reductor, el modelo promedio del sistema, expresado en base a valores de las variables promedio del sistema queda dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \left(\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E \right) D + \left(\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E \right) (1-D) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} D \\ \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E \end{aligned} \quad (2.9)$$

Posteriormente se realiza la linealización de este modelo según el paso 4 de la metodología descrita, en donde las variables con tilde indican pequeñas variaciones de la variable con respecto al valor nominal y el subíndice cero representa el valor en estado estable de la variable, i.e. $\bar{D} = D_0 + \tilde{d}$, $E = E_0 + \tilde{e}$, $\bar{x} = x_0 + \tilde{x}$.

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{1}{L} \tilde{x}_2 + \frac{D_0 \tilde{e}}{L} + \frac{\tilde{d} E_0}{L} \quad (2.10)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \frac{1}{C} \tilde{x}_1 - \frac{1}{RC} \tilde{x}_2 \quad (2.11)$$

Los valores en estado estable de las variables se calculan con base en los valores nominales de las mismas de donde:

$$x_{10} = \frac{V_0}{R} \quad (2.12)$$

$$x_{20} = V_0 \quad (2.13)$$

$$E_0 = \frac{V_0}{D_0} \quad (2.14)$$

Por lo que finalmente nuestro modelo promediado y linealizado representado en forma matricial quedará como:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_0 & \frac{V_0}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Modelado del convertidor CD-CD elevador

Para modelar la dinámica del convertidor CD-CD elevador cuyo diagrama se muestra en la Fig. 2.1 b), se procede de la misma forma que en el caso anterior, aplicando los pasos de la metodología: Primero se analizan los circuitos que se producen de acuerdo al estado de encendido o apagado del interruptor activo, los cuales se muestran en la Fig. 2.3.

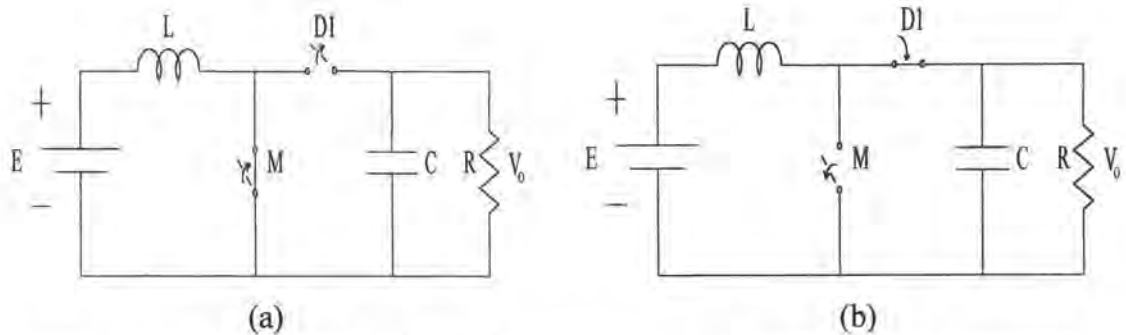


Figura 2.3 Convertidor CD-CD elevador: (a) Interruptor encendido, (b) Interruptor apagado.

Para el circuito formado cuando el interruptor activo está encendido y por consecuencia el interruptor pasivo está apagado ($0 \leq t \leq DT$) y siguiendo la notación ya establecida la ecuación de estados es:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.16)$$

Para el interruptor activo apagado y por consecuencia el interruptor pasivo encendido ($DT \leq t \leq T$), la ecuación de estados es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.17)$$

Basados en la operación del convertidor elevador se puede definir por tanto la función de conmutación q_1 correspondiente al interruptor activo y la función q_2 correspondiente al interruptor pasivo, relacionadas por la expresión $q_2 = 1 - q_1$. Utilizando las ecuaciones de estado ya definidas y estas funciones de conmutación, se encuentra que el modelo no lineal del convertidor elevador está dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q_1)}{L} \\ \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.18)$$

El modelo promediado del convertidor elevador se obtiene considerando que el convertidor está encendido una fracción de tiempo D igual al ciclo de trabajo y apagado una fracción de tiempo $(1 - D)$. La representación matricial promedio por lo tanto es:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.19)$$

El modelo linealizado para pequeñas variaciones utilizando la nomenclatura indicada en el caso del convertidor reductor, queda representado como:

$$\dot{x}_1 = -\frac{(1-D_0)}{L}x_2 + \frac{\tilde{d}}{L}x_{20} + \frac{\tilde{e}}{L} \quad (2.20)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{(1-D_0)}{C}x_1 - \frac{\tilde{d}}{C}x_{10} - \frac{1}{RC}x_2 \quad (2.21)$$

En donde los valores de estado estable de las variables dados en base a los valores nominales de las mismas serán:

$$x_{10} = \frac{V_0}{(1-D_0)R} \quad (2.22)$$

$$x_{20} = V_0 \quad (2.23)$$

$$E_0 = (1-D_0)V_0 \quad (2.24)$$

Por lo que la expresión matricial del modelo promediado y linealizado del convertidor elevador es:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D_0)}{L} \\ \frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{V_0}{L} \\ 0 & -\frac{V_0}{(1-D_0)RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Modelado del convertidor CD-CD reductor- elevador

El esquema del convertidor reductor-elevador se muestra en la Fig. 2.1 c). Analizando los circuitos que se forman al encenderse y apagarse el interruptor activo se obtienen las configuraciones mostradas en la Fig. 2.4.

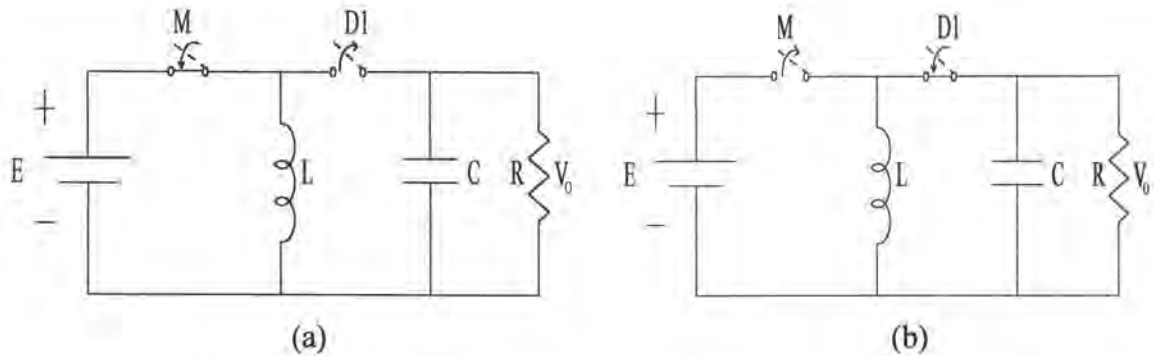


Figura 2.4 Convertidor CD-CD reductor elevador: (a) Interruptor encendido, (b) Interruptor apagado.

Cuando el interruptor activo esta encendido y el interruptor pasivo está apagado ($0 \leq t \leq DT$), la ecuación de estados para el circuito que se forma utilizando la notación ya establecida es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.26)$$

Por el contrario, cuando el interruptor activo esta apagado y por lo tanto el interruptor pasivo está encendido ($DT \leq t \leq T$), la ecuación de estados es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.27)$$

Para el convertidor reductor-elevador se tendrá como consecuencia la función de conmutación q_1 correspondiente al interruptor activo y la función de conmutación q_2 correspondiente al interruptor pasivo, relacionadas por la expresión $q_2 = 1 - q_1$.

Utilizando las ecuaciones de estado y las funciones de conmutación antes definidas, se encuentra que el modelo no lineal del convertidor elevador está dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & (1-q_1) \\ -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.28)$$

Para obtener posteriormente, el modelo promedio del sistema se considera que el convertidor elevador esta encendido una fracción de tiempo D igual al ciclo de trabajo y apagado una fracción de tiempo $(1-D)$ y el sistema queda representado por la expresión:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & (1-D) \\ -\frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (2.29)$$

El modelo promedio linealizado para pequeñas variaciones utilizando la representación de las variables ya definida, podrá por lo tanto ser representado como:

$$\dot{\bar{x}}_1 = \frac{(1-D)}{L} \bar{x}_2 - \frac{\tilde{d}}{L} x_{20} + \frac{D_0 \tilde{e}}{L} + \frac{\tilde{d} E_0}{L} \quad (2.30)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = -\frac{(1-D)}{C} \bar{x}_1 + \frac{\tilde{d}}{C} x_{10} - \frac{1}{RC} \bar{x}_2 \quad (2.31)$$

Los valores de las variables en estado estable obtenidas a partir de los valores nominales de las mismas serán:

$$x_{10} = -\frac{V_0}{(1-D_0)R} \quad (2.32)$$

$$x_{20} = V_0 \quad (2.33)$$

$$E_0 = -\frac{(1-D_0)V_0}{D_0} \quad (2.34)$$

Por lo que la expresión en forma matricial del modelo promediado y linealizado del convertidor reductor-elevador será:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & (1-D_0) \\ -\frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_0}{L} & -\frac{V_0}{D_0 L} \\ 0 & -\frac{V_0}{(1-D_0)RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Antes de iniciar el desarrollo de los observadores para cada tipo de convertidor, es necesario el análisis de observabilidad.

DEFINICIÓN 2.1 *Sea el sistema representado por (2.36) se dice que es observable si para cualquier estado inicial $x(0)$ desconocido, existe un tiempo finito $t_1 > 0$ tal que con base en el conocimiento de la entrada y la salida únicamente, sobre $[0, t_1]$, es suficiente para determinar al estado inicial $x(0)$. De forma contraria, el sistema representado en (2.36) se dice que no es observable.*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x \end{aligned} \quad (2.36)$$

Prueba e observabilidad de un sistema lineal [9],[21]

Del sistema expresado en (2.36), sea la matriz de observabilidad definida por:

$$\mathcal{G}(C, A) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

si la matriz $\mathcal{G}(C, A)$ es de rango completo, el sistema es observable.

Para cada caso de los modelos promediados y linealizados de los convertidores CD-CD mostrados en la tabla 2.1, se demostró numéricamente mediante Matlab que se obtiene rango completo para cada matriz $\mathcal{G}(C, A)$ al aplicarse la prueba de observabilidad, entonces se concluye que es posible construir un observador de estados.

Esta prueba permite afirmar que los modelos promediados linealizados sin considerar $u(t)$ son un medio para analizar los controladores u observadores y diseñar parámetros de ganancia, a diferencia de la gran complejidad que resulta al analizar y diseñar observadores mediante los modelos conmutados, donde debe considerarse $u(t)$ y cuyo problema continua siendo abierto.

Por lo anteriormente expuesto, para calcular las ganancias de los observadores propuestos se utilizaran los modelos promedio en espacio de estados linealizados llamados también modelos promediados-linealizados. Para la simulación de los convertidores se utilizan el modelo conmutado que permite analizar las oscilaciones de la corriente debidas al efecto de la conmutación y el modelo promediado que permite analizar el comportamiento en CD o nominal del voltaje de salida.

Tabla 2.1 Compendio de Modelos de Convertidores básicos

Convertidor	Espacio de estados conmutado	Espacio de estados promedio	Espacio de estados promedio linealizado
Reductor	$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} q_1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} D_0 & \frac{V_0}{L} \\ 0 & D_0 L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix}$
Elevador	$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q_1)}{L} \\ \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D_0)}{L} \\ \frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{V_0}{L} \\ 0 & -\frac{V_0}{(1-D_0)RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix}$
Reductor-elevador	$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q_1)}{L} \\ -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} q_1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D)}{L} \\ -\frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} E$	$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D_0)}{L} \\ -\frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} D_0 & -\frac{V_0}{L} \\ 0 & \frac{V_0}{(1-D_0)RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix}$

Capítulo 3

Diseño del observador dinámico

Existen sistemas físicos como los sistemas de reactores químicos, reactores biológicos, y los convertidores CD-CD con modelos dinámicos muy complejos, en los cuales dada su naturaleza algunos de los estados internos son inaccesibles, o contienen señales de ruido considerables, o la cantidad de sensores que se deben instalar es limitada debido a los costos. Debido a esto, no es posible obtener una medición directa de los estados de interés, sin embargo, es posible reconstruir su información estimándola con base en la medición de las mejores señales accesibles de salida y de entrada.

Para obtener los estados de interés pueden usarse las técnicas de estimación de variables de estado, también conocidas como *observadores de estados* [9]. En un sistema de control en tiempo real, los estados pueden calcularse en línea mediante una computadora con un algoritmo de estimación. Una forma económica que se propone en este trabajo es de implementar el observador de estados mediante dispositivos electrónicos analógicos.

Históricamente, el estudio de los observadores fue introducido por Bertram (1961) y Bass (1963). Luenberger (1964) desarrollo un método mas generalizado para el estudio del problema de observación proponiendo un observador con una variable menos que el número de estados del sistema[12],[13],[14],[15]. Posteriormente se realizaron y publicaron trabajos tales como los de Kalman (1969), en los cuales se introduce los conceptos de observabilidad y controlabilidad [9].

En este capítulo se plantean los esquemas de los estimadores que existen actualmente para los convertidores CD-CD y se muestran cuales son algunas desventajas de éstos. En la propuesta de este trabajo se superan estas desventajas al aplicar la técnica de observadores lineales para la estimación de la corriente del inductor, evitando la medición y los problemas relacionados tales como ruidos de alta frecuencia, diseño de filtros, costos, etc.

3.1 Esquema de control en modo corriente sin sensor para convertidores CD-CD

Algunos trabajos aplican la técnica de control denominada Control en Modo Corriente Sin Sensor (SCM) [8],[16],[17],[18], donde se estima la corriente del inductor partiendo de la información de voltaje del circuito. La metodología utiliza la reconstrucción de la corriente del inductor mediante la integración directa de la ecuación de estados conmutados del voltaje del inductor ($Li_L = \int V_L d\tau$), para los convertidores basados en los diagramas que se muestran en el capítulo 2 en la figura 2.1.

En la ecuación de estados que se obtiene, se considera como estado solo a la corriente del inductor y el voltaje del capacitor se considera en forma práctica igual al voltaje de salida. Este último valor se fija en un valor constante que sirve como referencia y se denomina como V_{ref} . La caída de voltaje en el interruptor activo está representada por la función v_{Switch} . Los estimadores propuestos para los tres tipos de convertidores básicos quedan dados por las expresiones de la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Observadores propuestos método SCM

Convertidor	Estimador de corriente mediante el Voltaje del inductor
Reductor	$i_L = \frac{1}{L} \int (q_1 E + q_2 v_{Switch} - V_{ref}) d\tau$
Elevador	$i_L = \frac{1}{L} \int (E - q_1 v_{Switch} - q_2 V_{ref}) d\tau$
Reductor-elevador	$i_L = \frac{1}{L} \int (q_1 E + q_2 V_{ref}) d\tau$

La señal que se obtiene a la salida del integrador es un voltaje que representa de forma analógica la señal de corriente, y se utiliza en dos tipos de esquemas de control. En el primero la señal se suministra directamente a un controlador PWM. Al inicio del periodo de trabajo se enciende el interruptor activo y una vez que el valor de la salida del integrador alcanza un valor por encima de una referencia establecida, se envía una señal que desactiva al interruptor activo. Los controladores para los tres tipos básicos de convertidores usando este esquema se muestran en la Fig. 3.1.

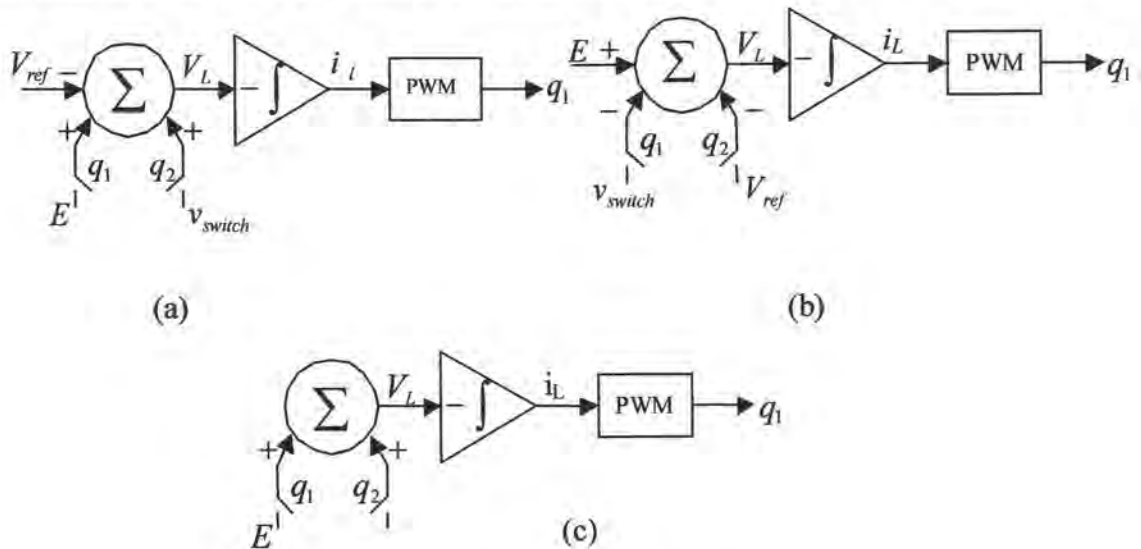


Figura 3.1. Controlador SCM para: (a) Convertidor reductor, (b) Convertidor elevador, (c) Convertidor reductor-elevador.

El control por SCM permanece estable en su operación siempre y cuando, al igual que en un control en modo corriente clásico, se utilice una rampa como señal de referencia en el modulador. El sistema tendrá mejor funcionamiento si la pendiente de la rampa se hace coincidir con la pendiente de la integral del voltaje del inductor durante la parte del ciclo que el interruptor activo está apagado.

En cuanto al desempeño, el esquema SCM presenta un funcionamiento similar al del clásico control en modo corriente con mejoras en la calidad de la señal manejada pues no necesita un sensor. Sin embargo, presentan problemas de regulación ante cambios en la carga, debido a las caídas de voltaje de los componentes del convertidor situados entre el interruptor activo y la carga. Un segundo esquema propuesto [17],[18] mejora la regulación del voltaje de salida al utilizar la señal de salida del integrador como señal de corriente en un controlador de modo corriente construido en forma clásica.

En ambos esquemas, no existe retroalimentación en el estimador propuesto en SCM para disminuir los efectos de las perturbaciones debidas a las variaciones de la carga, por lo cual es muy sensible a perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Además, debido a que se desconocen las condiciones iniciales del sistema, se produce un que puede ir aumentando en cada ciclo de conmutación. Por esta razón, no existe una buena regulación, ni seguimiento.

Como contribución de este trabajo se propone a continuación una nueva metodología de diseño de observadores dinámicos para convertidores CD-CD. Primero se realiza el diseño de un observador retroalimentado sin incertidumbres, garantizando que el error entre el estado real y el estimado por el observador converjan asintóticamente a cero. Como se mencionó en un inicio, esto se realiza aplicando las técnicas de control como la teoría de observadores que se resumen en el siguiente apartado, el diseño de los observadores se valida por simulación. Posteriormente se realiza un análisis de robustez ante incertidumbres paramétricas, y se muestra que son capaces de mantener un seguimiento con un mínimo de error, manteniendo las señales acotadas.

3.2 Teoría de observadores

En este trabajo se plantea solo el diseño del observador de orden completo, debido a que el observador de orden reducido mostró una alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a las incertidumbres (Ver los modelos en el apéndice A). Se le denominará a \hat{x} como el estado observado o estimado de x así como a $\hat{\bar{x}}$ el estado observado de \bar{x} . Se plantea el caso multivariable que es válido para el caso especial del monovariable .

Observador de estado de orden completo

Considerando la dinámica de un sistema lineal invariante en tiempo :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1a)$$

$$y = Cx \quad (3.1b)$$

donde A , B y C son matrices constantes de $n \times n$, $n \times p$ y $q \times n$ respectivamente, y la parte de transmisión directa se hace $D=0$, por simplicidad. Se asume que los estados x no son accesibles, y que las matrices A , B y C son completamente conocidas. Por tanto, el problema es estimar $x(t)$ a partir de la información disponible como la entrada u , la salida y así como las matrices A , B y C .

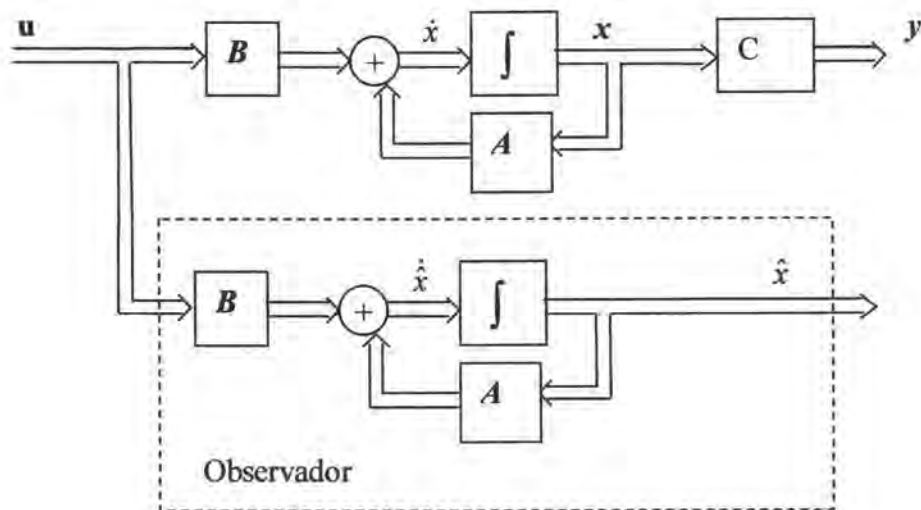


Fig. 3.2 Observador de estado de lazo abierto

Si A y B son conocidas, un observador se puede obtener al realizar un duplicado del sistema, como se muestra en la figura 3.2, donde el sistema duplicado tiene la forma:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (3.2)$$

Puede notarse que el sistema en (3.1) puede ser el de un convertidor CD-CD y el observador de (3.2) se puede realizar con amplificadores operacionales. Este observador no requiere de la retroalimentación de la salida, por lo que se llama de lazo abierto. Si el sistema original y el observador tienen el mismo estado inicial y la misma entrada u , la salida del observador \hat{x} será igual que el estado actual $x(t)$ para todo t . Sin embargo, si no se tiene el estado inicial se deberá calcular $x(0)$ mediante u y y sobre un intervalo de tiempo $[0, t_1]$. Posteriormente se puede calcular el estado en t_2 y establecer $\hat{x}(t_2) = x(t_2)$ para todo $t \geq t_2$. Por lo tanto, si (3.1) es observable, un observador de lazo abierto puede ser diseñado para generar el vector de estado \hat{x} .

Este observador tiene dos desventajas: La primera es el tener que estar calculando el estado inicial en cada estimación para establecer el valor de inicio de los estados estimados. La segunda desventaja es que si la matriz A tiene eigenvalores con parte real positiva, entonces para cada pequeña diferencia entre $x(t_0)$ y $\hat{x}(t_0)$ causada por perturbaciones o por imperfecciones en la estimación del estado inicial, la diferencia entre $x(t_0)$ y $\hat{x}(t_0)$ crecerá con el tiempo. Por eso el desempeño del observador de lazo abierto no es satisfactorio.

De la figura 3.2 se puede ver que las señales de entrada y de salida están disponibles, si se modifica ahora el observador como se muestra en la figura 3.3, donde la salida se obtiene mediante $y=Cx$, y si esta salida genera un error de estimación al compararse con $C\hat{x}$, entonces es posible hacer pasar ese error $Cx - C\hat{x}$ mediante una matriz constante L de dimensión $n \times q$ para corregir el error en la estimación. Este observador lineal es conocido como observador de estado asintótico, debido a que el error converge a cero asintóticamente, a una velocidad exponencial controlada por L , como se muestra adelante.

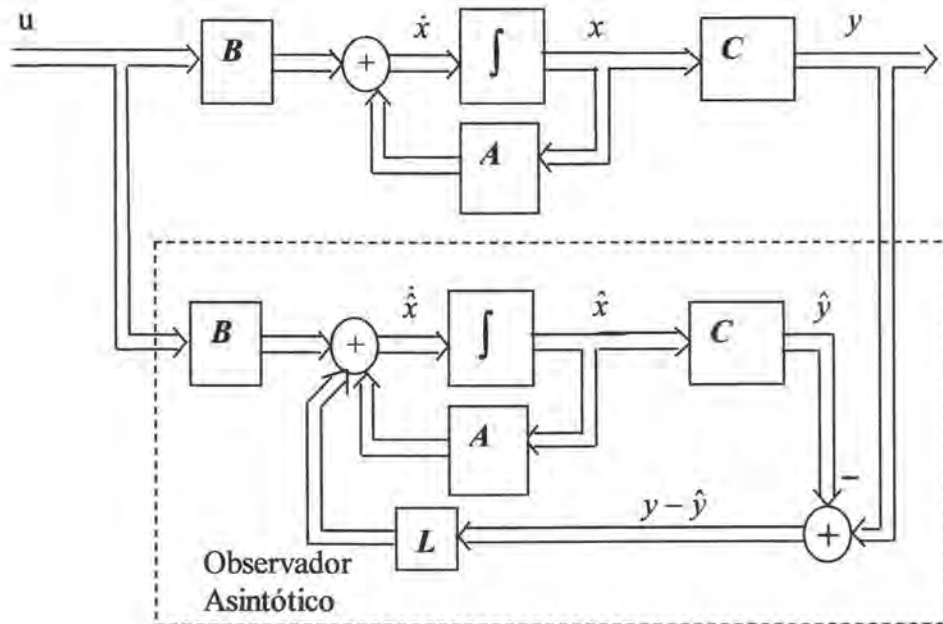


Figura 3.3 Esquema del observador lineal asintótico.

La dinámica del observador mostrado en el diagrama de la figura 3.3 es representada por:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (3.3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad \text{y} \quad \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (3.4)$$

entonces de las ecuaciones 3.3 y 3.4 se obtiene la dinámica del observador :

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Ly(t) + Bu(t). \quad (3.5)$$

El error de estimación puede definirse como:

$$\tilde{x} \stackrel{\Delta}{=} x - \hat{x} \quad (3.6)$$

La dinámica del error de estimación se obtiene sustraer (3.5) de (3.1) :

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} \quad (3.7)$$

donde los eigenvalores de $(A - LC)$ pueden ser asignados arbitrariamente.

3.3 Criterio para el diseño de la ganancia L

Teorema 3.1 EL error de estimación \tilde{x} tiende asintóticamente a cero si y solo si los eigenvalores de $(A-LC)$ se seleccionan de forma que tienen parte real negativa. Esto se demuestra fácilmente al resolver la ecuación (3.7) \square

Proposición P1: Para obtener una dinámica rápida de convergencia del observador al valor real, se propone una velocidad de estimación al menos diez veces más rápida que la dinámica del convertidor CD-CD. Esto se logra al considerar el polo más rápido del sistema y multiplicar su norma euclidiana diez veces, obteniendo los nuevos polos a ubicar. En la figura 3.4 se muestran como $10r$.

Proposición P2: Con fines de mantener un comportamiento transitorio con un sobreimpulso de estimación de voltaje máximo de 25%, la nueva ubicación de los polos será a 45 grados en el semiplano-s estable, según se muestra en la Figura 3.4.

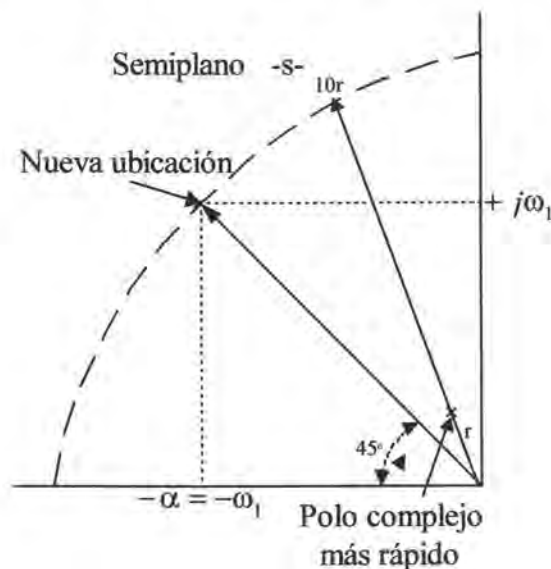


Figura 3.4. Localización de los polos del observador.

Para calcular el valor de la ganancia L para reubicar los polos del sistema, se puede utilizar Matlab (usando $L = ac \ker(A', C', P)$, donde A y C están dados por (3.1) y P es el polinomio de los polos a ubicar).

3.4 Observadores para convertidores conmutados y promediado-linealizado

Para el diseño de los modelos de los observadores se realizan los siguientes pasos:

1. Del sistema mostrado por las ecuaciones en (3.1) se representa el convertidor de interés, tomando los modelos obtenidos en la tabla 2.1 según corresponda, para el modelo conmutado o el modelo promediado linealizado. Posteriormente se sustituyen A , B , C así como ganancia L calculada según el criterio mostrado en 3.3 en el observador mostrado por la ecuación (3.5), definiendo un sistema convertidor observador dado por el siguiente formato de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{\hat{x}}(t) &= (A - LC)\hat{x}(t) + Ly(t) + Bu(t) \\ y &= Cx, \quad \hat{y} = C\hat{x}\end{aligned}\tag{3.8}$$

2. Para manejar una representación compacta del sistema de la planta con su observador, se define el vector de estados expandido como: $x_{ex}(t) = [x(t) \quad \hat{x}(t)]^T$, la representación compacta toma la forma:

$$\dot{x}_{ex}(t) = A_{ex}x_{ex}(t) + B_{ex}u(t)\tag{3.8}$$

donde:

$$A_{ex} = \begin{bmatrix} A & O \\ LC & A - LC \end{bmatrix}, B_{ex} = \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix},\tag{3.9}$$

donde $O_{n \times n}$ es una matriz de ceros y $L = [L_1 \quad \dots \quad L_n]^T$ es la matriz de ganancia del observador. Mediante esta representación se diseñaron los observadores para cada convertidor CD-CD los cuales se muestran en la tabla 3.2. Los observadores conmutados se utilizan en el siguiente capítulo para la simulación utilizando las ganancias calculadas para el modelo promediado-linealizado. Los observadores promediados-linealizados permiten realizar el análisis de estabilidad robusta ante incertidumbres paramétricas, también se pueden utilizar en electrónica de potencia en la simulación, mostrando una señal suavizada entre la señal del observador conmutado, que representa la operación en CD en régimen permanente.

Tabla 3.2 Matrices expandidas del sistema convertidor-observador conmutado y promediado linealizado

Convert.	Sistema expandido del modelo conmutado convertidor-observador		Sistema expandido del modelo promed.-lineal. convertidor-observador	
	$A_{ex} x_{ex}$	$B_{ex} u$	$A_{ex} x_{ex}$	$B_{ex} u$
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{1}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{1}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D_0}{L} \\ 0 \\ \frac{D_0}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q_1)}{L} & 0 & 0 \\ \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{(1-q_1)}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D_0)}{L} & 0 & 0 \\ \frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{(1-D_0)}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q_1)}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & \frac{(1-q_1)}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D_0)}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & \frac{(1-D_0)}{L}-l_1 \\ 0 & l_2 & -\frac{(1-D_0)}{C} & -\frac{1}{RC}-l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \\ \hat{v}_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D_0}{L} \\ 0 \\ \frac{D_0}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$

Capítulo 4

Validación de los Modelos de Observadores por Simulación y Análisis de Robustez

4.1 Simulaciones de los observadores

Para cada tipo de convertidor conmutado básico se realizaron las simulaciones tomando los parámetros nominales reportados en [3],[6],[18]. Los resultados se muestran en gráficas comparativas entre las señales de corriente de los convertidores conmutados y de los observadores conmutados, tanto en régimen transitorio como permanente.

Convertidor reductor

En la tabla 4.1. están los valores del convertidor para el cual se diseñó el observador

Tabla 4.1 Parámetros de diseño convertidor reductor

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada E	60 V
Voltaje de salida V_o	24 V
Ciclo de Trabajo D_0	0.4
Carga nominal R_0	5 Ω
Potencia	115 Watts
Frecuencia de la señal de conmutación q	50 KHz.
Tolerancia en la variación del voltaje	2 %
Rizo en la corriente de la inductancia	25 %
Inductor nominal L_0	320 μ H
Capacitor nominal C_0	22 μ F

Primero se sustituyen estos valores en la matriz del modelo en espacio de estados promediado y linealizado de la Tabla 2.1, para utilizarlo en el diseño del observador promediado linealizado y calcular las ganancias L de acuerdo al criterio mostrado en 3.3. Se encuentra que el sistema queda representado como:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -3125 \\ 45455 & -9090.9 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1250 & 187499 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \\
 y &= [0 \quad 1]x
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

en donde $x = [i_L \quad v_C]^T$ contiene la corriente del inductor y el voltaje del capacitor, \tilde{e} representa variaciones en el voltaje de entrada y \tilde{d} variaciones en el ciclo de trabajo o señal de control.

Para el diseño del *observador completo* considerando los polos nominales del convertidor en $s_{1,2} = -4545.4545 \pm j11017.4542$, se aplicó el criterio descrito en 3.3 para escoger la reubicación de polos de la matriz $(A - LC)$ del observador, resultando $s_{1,2} = -84274.9828 \pm j84274.9828$.

Utilizando Matlab, según se indicó para calcular la ganancia L se obtiene:

$$L = \begin{bmatrix} 309370 \\ 159460 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

Substituyendo este valor de ganancia y los valores de los parámetros del convertidor en la matriz expandida para el sistema conmutado mostrado en la tabla 3.2 se realizó la simulación por medio de SIMNON cuyos resultados se muestran en la Fig. 4.1.

Se puede notar de las gráficas que la corriente del inductor observada se acerca muy rápidamente a la corriente del convertidor y posteriormente la sigue fielmente tanto en magnitud como en fase, por lo cual en la gráfica de comparación en régimen permanente las señales coinciden.

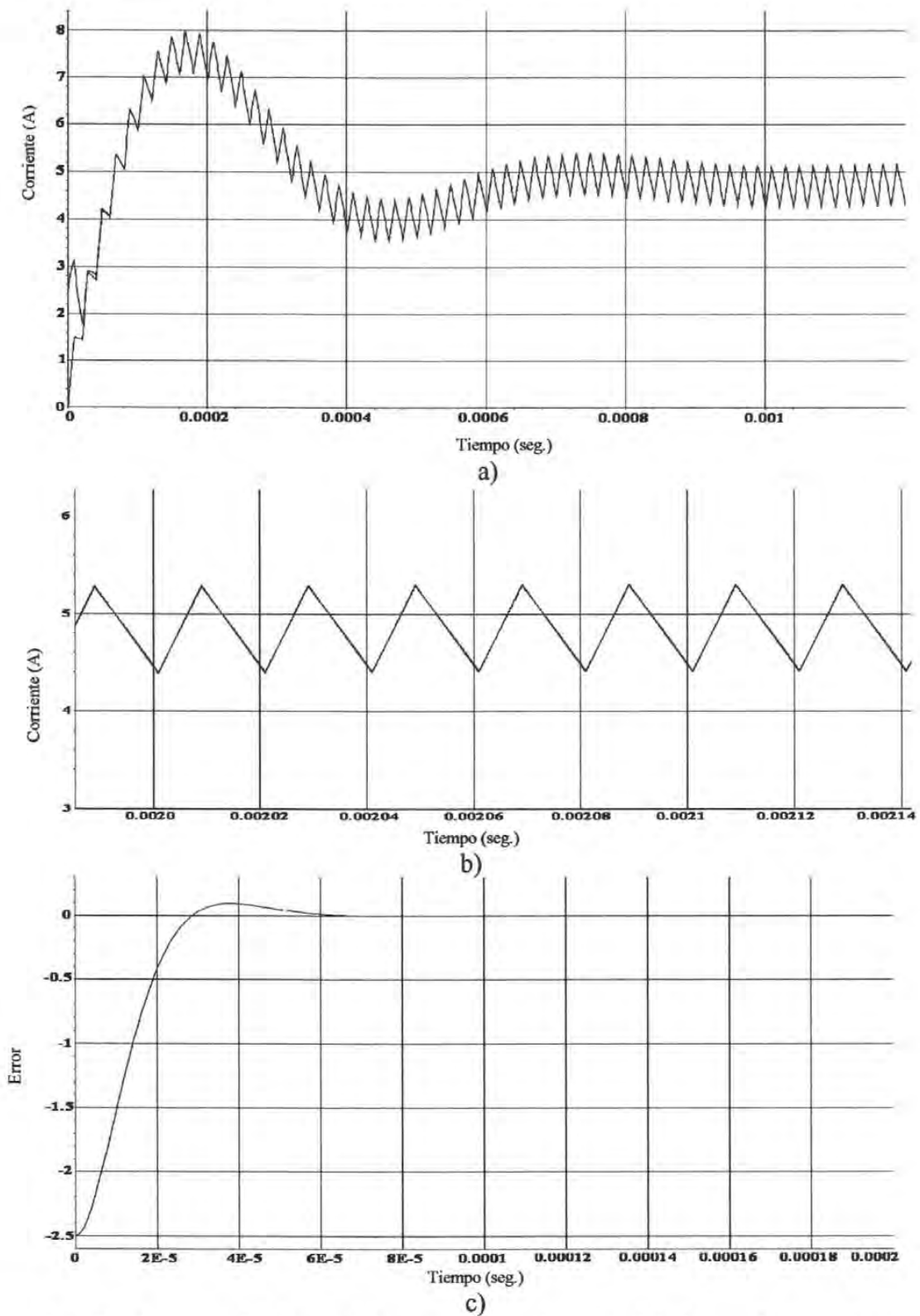


Figura 4.1 Corriente en el inductor del convertidor reductor y del observador completo: a) Régimen Transitorio, b) Régimen permanente y c) Error de estimación del observador.

Convertidor Elevador

A continuación se muestran las características del convertidor elevador :

Tabla 4.2 Características de diseño convertidor elevador

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada E	12V
Voltaje de salida V_o	24V
Ciclo de trabajo D_0	0.5
Carga nominal R_0	20 Ω
Potencia	30 Watts
Frecuencia de la señal de conmutación q	50 KHz
Tolerancia en la variación del voltaje	2 %
Rizo en la corriente del inductor	25 %
Inductor nominal L_0	155 μ H
Capacitor nominal C_0	28 μ F

Sustituyendo estos valores en el modelo promediado-linealizado correspondiente en la Tabla 2.1, se encontró que el sistema queda representado como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -3225.8 \\ 17857.1 & -1785.71 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 6451.6 & 154838.7 \\ 0 & -85714.28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$y = [0 \quad 1]x$$

Para el diseño del *observador completo* la ubicación de polos del convertidor nominal se encuentra en $s_{1,2} = -892.85 \pm j7537$. Aplicando el criterio para escoger la reubicación de polos de la matriz $(A-LC)$ según se indicó en la sección 3.4, se obtiene $s_{1,2} = -53667.34 \pm j53667.34$. Vía Matlab se obtiene el valor de L :

$$L = \begin{bmatrix} 319354.8 \\ 105549 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Substituyendo estos valores en el modelo conmutado se realizó la simulación del observador por medio de SIMNON cuyos resultados se muestran en la Fig. 4.2.

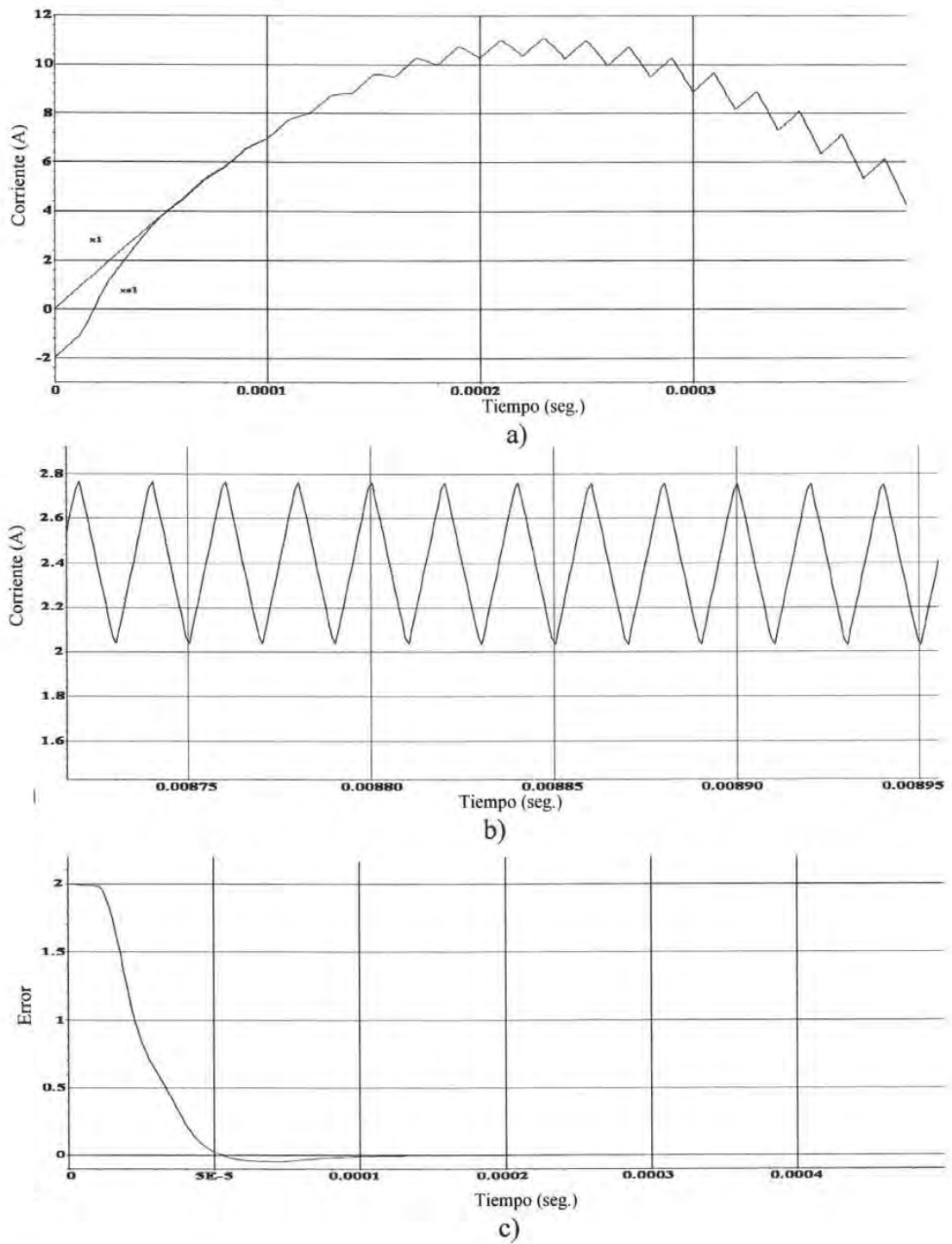


Figura 4.2. Corriente en el inductor del convertidor elevador y del observador : a) Régimen transitorio, b) Régimen permanente y c) Error de estimación del observador.

Considerando estas gráficas, también se puede decir que la corriente del inductor observada se acerca rápidamente a la corriente del convertidor y posteriormente la sigue fielmente tanto en magnitud como en fase en régimen permanente.

Convertidor reductor-elevador

Las características del convertidor reductor-elevador para el cual se diseñó el observador se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Parámetros de diseño convertidor reductor-elevador

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada E	72 V
Voltaje de salida (inverso) $-V_o$	48 V
Ciclo de trabajo D_0	0.4
Carga nominal R_0	6.8 Ω
Potencia	338 Watts
Frecuencia de la señal de conmutación q	50 KHz
Tolerancia en la variación del voltaje	2 %
Rizo en la corriente del inductor	25 %
Inductor nominal L_0	450 μ H
Capacitor nominal C_0	47 μ F

Sustituyendo estos valores en la matriz del modelo en espacio de estados promediado y linealizado de la Tabla 2.1, se encuentra el modelo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1111.11 \\ -10638 & -3128.90 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1111.11 & -213333.3 \\ 0 & -300375.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$y = [0 \quad 1]x$$

Para el diseño del *observador completo*, considerando que los polos del convertidor están localizados en $s_{1,2} = -1564.45 \pm j3061.5$. Aplicando el criterio mostrado en 3.3 para la matriz $(A-LC)$, los polos pueden reubicarse en: $s_{1,2} = -24310.8 \pm j24310.8$.

Utilizando Matlab se obtiene:

$$L = \begin{bmatrix} -110000 \\ 45493 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Substituyendo este valor de ganancia y los valores de los parámetros del convertidor-observador conmutado en la matriz expandida mostrada en la tabla 3.2 se realizó la simulación del sistema por medio de SIMNON cuyos resultados se muestran en la Fig. 4.3.

Como puede observarse en estas gráficas, la corriente del inductor estimada por el observador se aproxima rápidamente a la corriente del convertidor y la sigue fielmente tanto en magnitud como en fase en régimen permanente. Los efectos transitorios como los sobreimpulsos de corriente son de corta duración y en promedio son despreciables respecto a los de régimen permanente. Aún así, el observador conmutado también se aproxima en cada caso al valor real durante el tiempo del transitorio. En esta sección se tomaron los modelos de convertidores y observadores conmutados con el fin de analizar el comportamiento transitorio y los efectos de la conmutación en el rizo de corriente. En el caso de los modelos promediado-linealizado las salidas muestran las señales en valores de CD nominales, con menor interés para el análisis del comportamiento de los observadores que los efectos generados por la dinámica de conmutación.

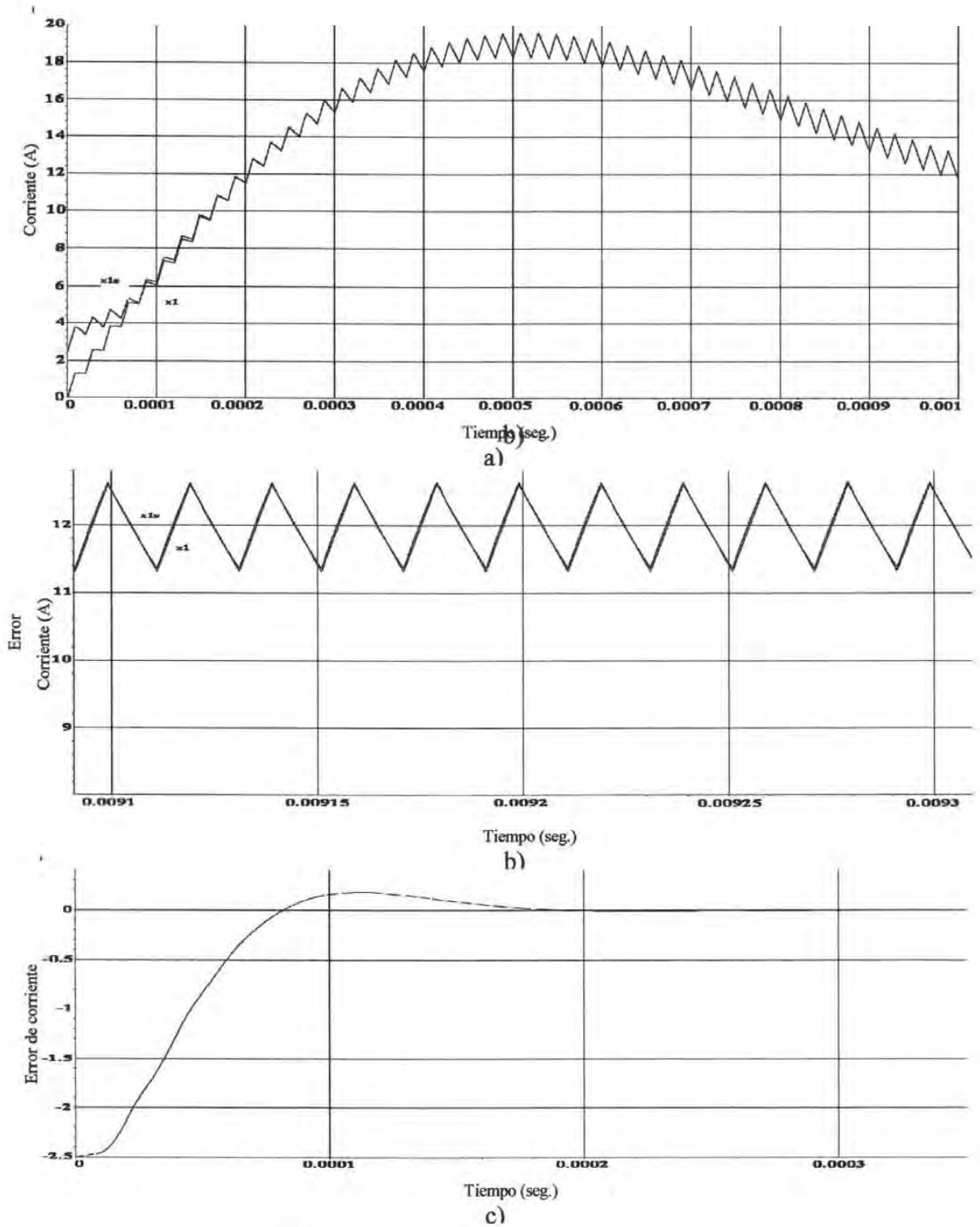


Figura 4.3 Corriente en el inductor del convertidor reductor-elevador y del observador: a) Régimen transitorio, b) Régimen permanente y c) Error de estimación del observador.

4.2 Modelado con incertidumbres

Al diseñarse un observador deben considerarse los problemas siguientes: (1) Señales de ruido y perturbaciones, y (2) errores de modelado. El ruido y las perturbaciones contienen todas las incertidumbres externas. Los errores del modelado incluyen las incertidumbres en los parámetros del sistema tales como el rango de tolerancias en los valores de los componentes y envejecimiento de los mismos, caídas de voltaje en los componentes no lineales, fenómenos de alta frecuencia, cambios de temperatura y humedad del medio ambiente, e interferencia electromagnética entre otros.

El obtener los modelos con incertidumbres o modelos perturbados, no es una tarea fácil, deben analizarse todas las condiciones de operación de un conjunto de modelos perturbados para obtener una representación satisfactoria del sistema real ante incertidumbres. Sin embargo cabe aclarar que cualquier control que no incluya análisis del comportamiento ante incertidumbres estará limitado a pocas aplicaciones [20].

Para el modelado perturbado, las incertidumbres pueden representarse como: *estructuradas o no estructuradas*. Estas representaciones dependen de la complejidad del modelo y del conocimiento del sistema real para representarlo con las incertidumbres, de tal forma que el error entre el modelo y el sistema real sea mínimo. Las formas para integrar las incertidumbres estructuradas con el modelo son: *Incertidumbre aditiva* Δ_A e *incertidumbre multiplicativa* Δ_M , esto se muestra en la Figura 4.4, donde la planta nominal es representada como P_O . En estos casos el bloque de incertidumbre Δ es una cantidad de norma acotada.

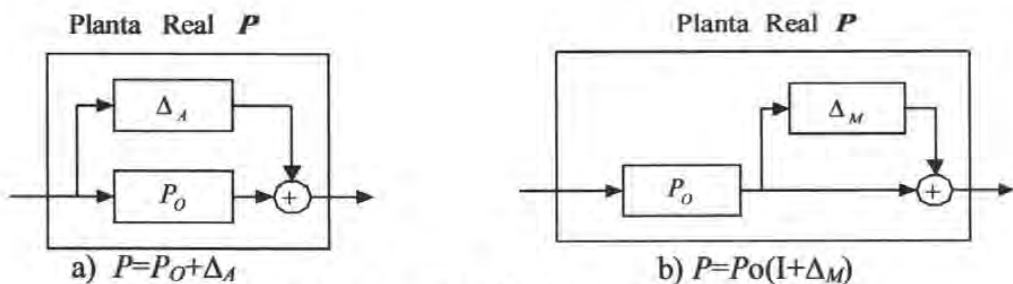


Figura 4.4 Incertidumbres : (a) Aditiva, y (b) Multiplicativa.

En el caso aquí tratado, se realiza un análisis de estabilidad robusta para comprobar que el modelo convertidor-observador promediado linealizado es estable ante las incertidumbres paramétricas. En este caso, la estabilidad robusta se traduce en que el error de convergencia entre los estados reales y los estados observados tiendan asintóticamente a cero. En el peor de los casos, el error debe estar acotado.

El modelado con incertidumbres de los observadores de los convertidores CD-CD, se realiza definiendo las incertidumbres como $\delta_i, (i = R, L, C)$ con $-1 < \delta_i < 1$. Los parámetros inciertos se definen de forma multiplicativa como: $R_\delta = R_0(1 + \delta_R)$, $L_\delta = L_0(1 + \delta_L)$, y $C_\delta = C_0(1 + \delta_C)$ en donde el subíndice 0 indica el valor nominal del elemento. La figura 4.5 muestra el politopo de los parámetros con incertidumbre, donde el centro representa los valores nominales del convertidor. Se hace notar que en el análisis el observador conserva los parámetros nominales siempre.

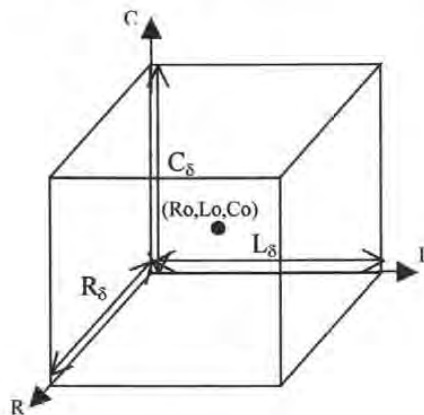


Figura 4.5 Politopo de las variaciones de los parámetros R, L y C

A continuación se muestran las representaciones de los modelos de convertidor-observador, donde las incertidumbres se concentran en el convertidor. A estos modelos también se les conoce como modelos con incertidumbres paramétricas o modelos perturbados.

Tabla 4.4 Modelos perturbados de convertidores-observadores conmutados CD-CD :

Convertidor	Sistema convertidor-observador promediado-linealizado con incertidumbres paramétricas en el convertidor.				
	A_{ex}				B_{ex}
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_\partial} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_\partial} & -\frac{1}{R_\partial C_\partial} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{1}{L_0} - l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R_0 C_0} - l_2 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} \frac{D_0}{L_\partial} \\ 0 \\ \frac{D_0}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix}$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D_0)}{L_\partial} & 0 & 0 \\ \frac{(1-D_0)}{C_\partial} & -\frac{1}{R_\partial C_\partial} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & -\frac{(1-D_0)}{L_0} - l_1 \\ 0 & l_2 & \frac{(1-D_0)}{C_0} & -\frac{1}{R_0 C_0} - l_2 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix}$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D_0)}{L_\partial} & 0 & 0 \\ -\frac{(1-D_0)}{C_\partial} & -\frac{1}{R_\partial C_\partial} & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & \frac{(1-D_0)}{L_0} - l_1 \\ 0 & l_2 & -\frac{(1-D_0)}{C_0} & -\frac{1}{R_0 C_0} - l_2 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} \frac{D_0}{L_\partial} \\ 0 \\ \frac{D_0}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix}$

4.3 Análisis de robustez

Para analizar la estabilidad ante las incertidumbres paramétricas permisibles del sistema convertidor-observador promediado-linealizado, es posible emplear criterios de la teoría de control robusto [19]. Esto es, el análisis de funcionamiento estable permitiendo variaciones en los parámetros sin llegar a perder la estabilidad en el sistema de regulación de voltaje. Esta teoría agrupa una serie de criterios cuyo objetivo es definir condiciones para probar estabilidad ante incertidumbres con el menor número de pruebas de los casos posibles.

El análisis de robustez en este trabajo se basa en probar el modelo convertidor-observador promediado-linealizado mediante la ecuación de Lyapunov para sistemas perturbados [23]. Así dada la forma matricial de la ecuación:

$$\dot{P}(t) = A^T P(t) + P(t)A + Q \quad \text{donde } P(0) = 0 \quad (4.7)$$

tiene como solución única

$$P(t) = \int_0^{\infty} e^{A^T \tau} Q e^{A \tau} d\tau \quad (4.8)$$

y si todos los eigenvalores de A están a la izquierda del medio plano- s , entonces $P(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ y por tanto (4.8) se puede escribir como

$$P = \int_0^{\infty} e^{A^T \tau} Q e^{A \tau} d\tau \quad (4.9)$$

La prueba de que P es positiva definida para cualquier Q positiva definida si A es estable se demuestra a partir de que Q puede escribirse como $Q = M^T M$ donde M es no singular, $M \in \mathfrak{R}^{nm}$, y por tanto

$$P = \int_0^{\infty} e^{A^T \tau} M^T M e^{A \tau} d\tau \quad (4.10)$$

$$x^T P x = \int_0^{\infty} x^T e^{A^T \tau} M^T M e^{A \tau} x d\tau = \int_0^{\infty} \| M e^{A \tau} x \|_E^2 d\tau \geq 0 \quad (4.11)$$

Entonces como la norma es siempre positiva excepto para $x=0$, (4.14) es cero si $M e^{A \tau} x = 0$. Así, como M es no singular, el vector cero solo es posible si $x=0$, lo cual implica que la matriz P en (4.11) es positiva definida.

Verificando si $P > 0$ para un sistema con incertidumbres, se puede determinar si el sistema incierto es estable. Basado en este criterio, se establecen las siguientes condiciones [23],[25]:

Condiciones suficientes de estabilidad

Sea $P = P^T > 0$. Si $Q = -(A^T P + PA) > 0$ entonces A es estable.

Sea $P = P^T \leq 0$. Si $Q = -(A^T P + PA) > 0$ entonces A es inestable.

Para probar la estabilidad para todas las variaciones permisibles de las incertidumbres paramétricas y de la carga se requiere un tiempo de computo muy grande, donde se busca mediante prueba y error la matriz Q o P que cumplan con las condiciones de estabilidad anteriores. Para reducir el número de cálculos se recurre a los siguientes teoremas [23],[25].

TEOREMA 4.1:

Considere el sistema con incertidumbres dentro de un politopo

$$A(d) = A_0 + \sum_{i=1}^r d_i A_i, \quad (4.12)$$

donde $d = d(\varepsilon) \in \mathcal{R}^r$ está dado por

$$d(\varepsilon) = l + \varepsilon(h - l) \quad \forall \varepsilon \in [0,1] \quad (4.13)$$

Con el vector l el mínimo valor de las incertidumbres y el vector h el de los valores máximos. Entonces, si existe una matriz P definida positiva tal que

$$Q(l) = -A(l)^T P - PA(l) > 0 \quad (4.14)$$

$$Q(h) = -A(h)^T P - PA(h) > 0 \quad (4.15)$$

Entonces, $A(d)$ es estable [25].

La demostración del teorema se basa en que la matriz $Q(d)$ depende linealmente de la ε y puede expresarse como:

$$Q(d) = -A^T(d)P - PA(d) = -A_0^T P - \sum_{i=1}^r d_i A_i^T P - PA_0 - P \sum_{i=1}^n d_i A_i \quad (4.16)$$

$$= -A_0^T P - \sum_{i=1}^r l_i A_i^T P - \varepsilon \sum_{i=1}^n (h_i - l_i) A_i^T P - PA_0 - P \sum_{i=1}^r l_i A_i - \varepsilon \sum_{i=1}^n (h_i - l_i) P A_i \quad (4.17)$$

$$= Q(l) - \varepsilon \sum_{i=1}^n (h_i - l_i) (A_i^T P - P A_i) \quad (4.18)$$

y para el vector máximo h se tiene

$$Q(h) = Q(l) - \sum_{i=1}^n (h_i - l_i) (A_i^T P + P A_i) > 0 \quad (4.19)$$

Entonces, si 4.15 se cumple implica que

$$\sum_{i=1}^n (h_i - l_i) (A_i^T P + P A_i) < Q(l) \quad (4.20)$$

y por tanto

$$\varepsilon \sum_{i=1}^n (h_i - l_i) (A_i^T P + P A_i) < Q(l) \quad , \text{ para } \varepsilon \in [0, 1] \quad (4.21)$$

y por lo tanto $Q(d) > 0$, para todas las incertidumbres en el politopo y el sistema perturbado es entonces estable.

La aplicación de este teorema permite realizar el análisis variando cada incertidumbre a través de una trayectoria mínima l hasta una máxima h , con incrementos de ε . Este teorema es la base para el siguiente, que permite disminuir el número de pruebas.

TEOREMA 4.2

Asuma que $Q > 0$ y que el vector de incertidumbres d es un politopo de parámetros con centro en l y esquinas en h_k , i.e. $\{d: |d_i| < d_{oi}\}$ y $l=0$ indica que se ubica en los valores nominales. Sea P_c la solución de la ecuación de Lyapunov dada por:

$$A^T(l)P_c + P_c A(l) = -Q \quad (4.22)$$

Entonces se tiene que

(i) Si $P_c > 0$ se satisface

$$-[A^T(h_k)P_c + P_c A(h_k)] > 0 \quad \forall k, \quad (4.23)$$

esto es, para todas las esquinas del politopo el sistema es estable, entonces $A(d)$ es estable para todo d dentro del politopo.

(ii) Si la solución de 4.22 $P_c \leq 0$ entonces $A(l)$ es inestable. Si adicionalmente, la matriz $-[A^T(d)P_c + P_c A(d)] > 0$ entonces $A(d)$ también es inestable $\forall d$.

Entonces, la estabilidad robusta puede ser determinada mediante la evaluación de la ecuación (4.23) para todas las esquinas del politopo de incertidumbres, si el sistema $A(l)$ es estable.

De acuerdo a este teorema el análisis numérico de robustez del observador ante variación de los parámetros del convertidor puede realizarse mediante el siguiente algoritmo, el cual se implemento en Matlab :

- 1) Primero, de las matrices expandidas con incertidumbres en la tabla 4.4 se calcula $A(l)$, que es la matriz centrada en $l=0$, es decir con los parámetros nominales.
- 2) Se asigna una matriz arbitraria Q positiva definida
- 3) Se calcula P_c resolviendo la ecuación 4.22 mediante Matlab (función $P_c = \text{lyap}(A_{ex}, Q)$).
- 4) Si P_c no es positiva definida entonces el diseño no es robusto con el valor seleccionado L de ganancia del observador o la Q no es la adecuada. Con estos dos grados de libertad se puede seleccionar una nueva L o una nueva Q . En este trabajo se probó primero con valores robustos de L y se buscó la Q adecuada que cumpliera para todas las posibles variaciones e las incertidumbres.
- 5) Si $P_c > 0$ se evalúa si la ecuación 4.23 se cumple, donde $A(h_k)$ representa la matriz perturbada con los parámetros inciertos de las esquinas h_k . Para el caso del sistema convertidor-observador, $h_k = [R_\delta, L_\delta, C_\delta]$, con k esquinas limitadas por $R_\delta = [R_l, R_h]$, $L_\delta = [L_l, L_h]$, $C_\delta = [C_l, C_h]$, como se muestra en el politopo de la figura. 4.9.

La Tabla 4.5 muestra todas las posibles combinaciones de los parámetros inciertos de las configuraciones que se probaron. Si la ecuación (4.23) se cumple para todas las esquinas del politopo, entonces $A(d)$ es estable para toda d dentro del politopo. Para el caso contrario el sistema convertidor-observador es inestable para un cierto conjunto de parámetros.

Tabla 4.5 Parámetros de $A(h_k)$

Esquina k	Parámetros en h_k
k=1	R_l, L_l, C_l
k=2	R_l, L_l, C_h
k=3	R_l, L_h, C_l
k=4	R_l, L_h, C_h
k=5	R_h, L_l, C_l
k=6	R_h, L_l, C_h
k=7	R_h, L_h, C_l
k=8	R_h, L_h, C_h

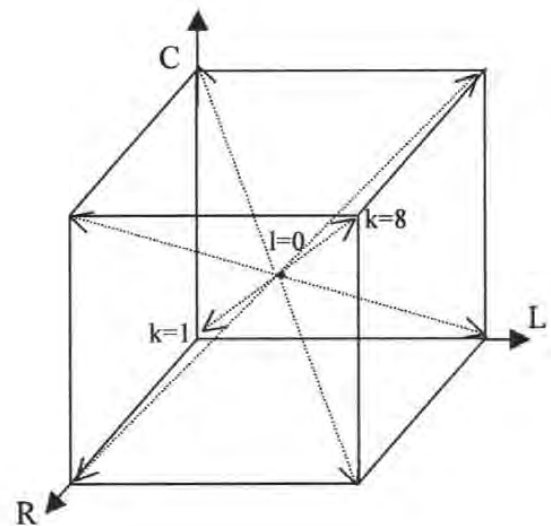


Figura 4.6 Politopo de incertidumbres en R, L, C centrado el $l=0$ ó valores nominales.

4.3.1 Análisis de estabilidad robusta para el sistema lineal convertidor-observador

Aplicando los pasos antes mencionados, primero se sustituyen los valores nominales de cada convertidor-observador, considerando las variaciones $-0.4 < \delta_R < 0.4$, $-0.2 < \delta_L < 0.2$ y $-0.2 < \delta_C < 0.2$ se obtienen sus correspondientes politopos. Para cada caso se proponen las Q y se obtiene un P_c con los parámetros nominales. Entonces si se comprueban $P_c > 0$ y la ecuación 4.23, se cumple que el sistema con incertidumbres es estable. Los resultados para los tres casos considerados se presentan en la tabla 4.6.

TABLA 4.6 Resultado del análisis numérico de robustez para los sistemas convertidor-observador

Sistema Convertidor- Observador	R Rd (Ω)	L Ld (μ H)	C Cd (μ F)	Q>0 Propuesta	Pc verificación Pc>0	Resultado Q(d)
Reductor	5 [3 7]	320 [256 384]	22 [17.6 26.4]	$\begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1600 & -42.1 & 0.02 & -0.08 \\ -42.4 & 15.1 & -0.08 & -0.09 \\ -0.01 & 0.08 & 0.05 & -0.02 \\ -0.08 & -0.09 & -0.02 & 0.06 \end{bmatrix}$ Cumple eig(Pc)>0	Q(d)>0 Sistema Estable
Elevador	20 [12 28]	155 [124 186]	28 [22 33]	$\begin{bmatrix} 20 & 0.2 & 0 & 0.01 \\ 0.2 & 1 & 0.01 & -7.1 \\ 0 & 0.01 & 1 & 1 \\ 0.01 & 1.5 & 0.1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 490.89 & -59.63 & -4.77 & -0.24 \\ -500.3 & 123.65 & 0.248 & -44.7 \\ 3.13 & 28.14 & 11.47 & -10.2 \\ -28.14 & -66.71 & -17.7 & 41.9 \end{bmatrix}$ Cumple eig(Pc)>0	Q(d) Sistema Estable
Reductor- elevador	6.8 [4 9.5]	450 [360 540]	47 [37.6 56.4]	$\begin{bmatrix} 20 & 0.2 & 0 & 0.01 \\ 0.2 & 1 & 0.01 & -4.8 \\ 0 & 0.01 & 1 & -0.1 \\ 0.1 & 2.1 & 0.1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2875 & 519.3 & -16.9 & -8.4 \\ 420.6 & 303.2 & 8.4 & -66.3 \\ 10.5 & -51.2 & 22.9 & 21.4 \\ 51.28 & -63.5 & 25.55 & 62.3 \end{bmatrix}$ Cumple eig(Pc)>0	Q(d) Sistema Estable

Simulaciones con variación de parámetros

Para las simulaciones que se muestran a continuación se consideran las variaciones en los parámetros e incluyen las no linealidades de los elementos de conmutación. Se considera para el inductor y el capacitor variaciones de 20% arriba y abajo del valor nominal. Esta cantidad representa un rango normal de variación del valor del elemento antes de considerar una falla en el mismo. En el caso de la resistencia se considera una variación del 40% del valor nominal debido a que la carga puede experimentar estos cambios en su valor. Estas variaciones para los modelos conmutados simulados del convertidor reductor y el convertidor reductor-elevador son los centros de las paredes del politopo. Para el caso del modelo prototipo del convertidor elevador serán consideradas las variaciones máximas y sus combinaciones, es decir todas las esquinas del politopo, y también serán mostradas las simulaciones como en el caso de los otros dos convertidores.

Simulación del observador de corriente para el convertidor reductor conmutado

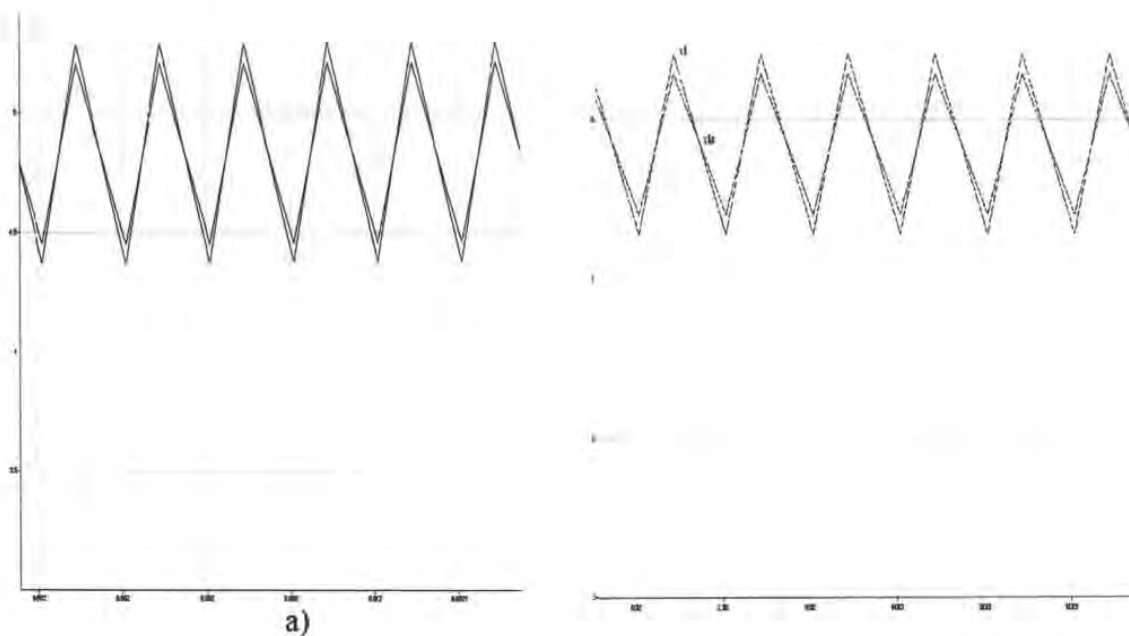


Figura 4.7 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor: a) con variación de +20% en inductor y b) con variación de -20% en el inductor. Corriente de 4.3 A a 5.3 A.

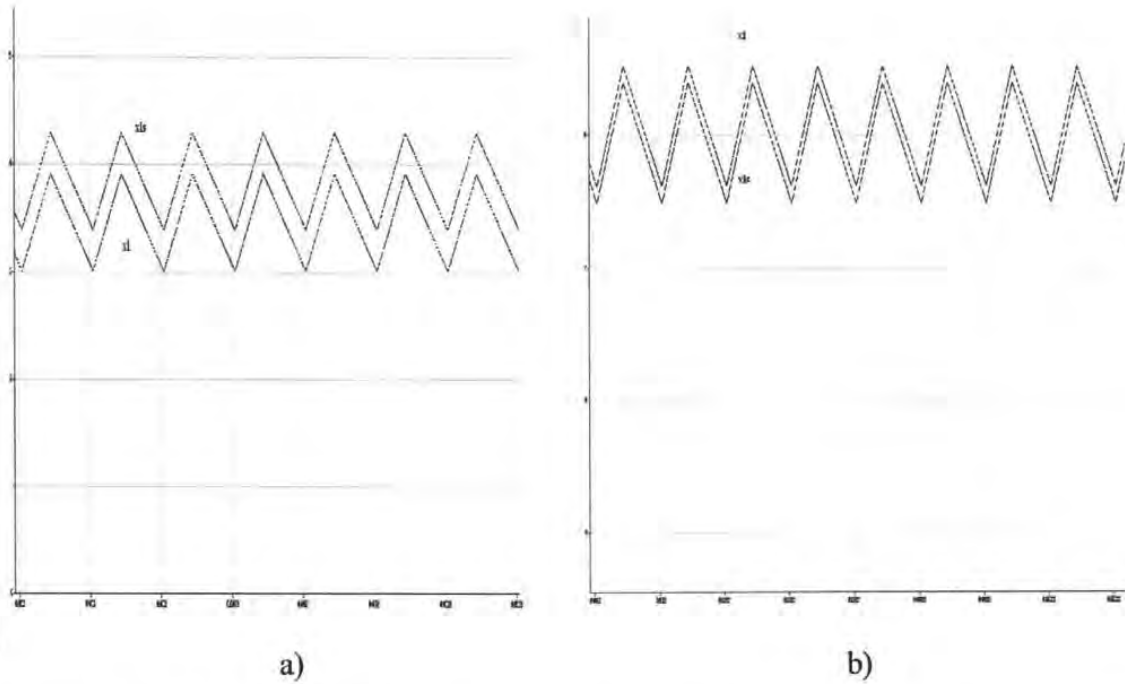


Figura 4.8 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor: a) con variación de +40% en la resistencia y b) con variación de -20% en la resistencia.

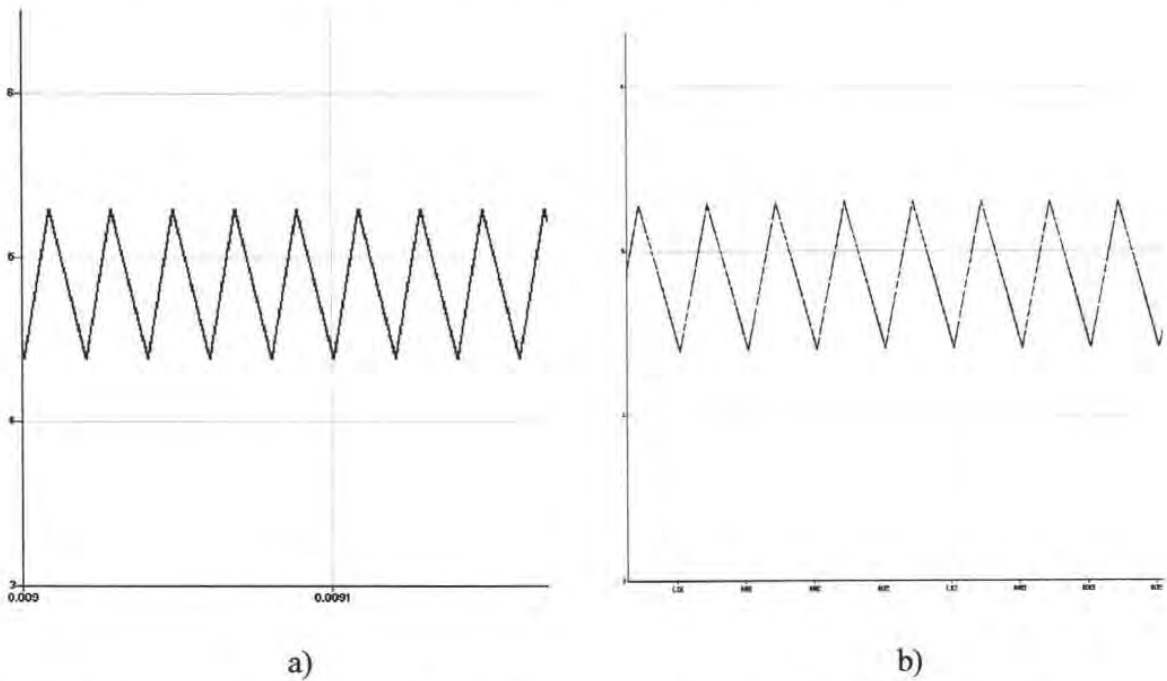


Figura 4.9 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor: a) con variación de +20% en el capacitor y b) con variación de -20% en el capacitor.

Por medio de las gráficas se puede observar que en el caso de variación de resistencia el sistema del convertidor-observador reductor presenta menor robustez. Para la inductancia también el observador es sensible a las variaciones pero se mantiene dentro de un pequeño margen de error. En la variación de capacitancia el sistema presenta buenas características reproduciendo la señal tanto en valor como en fase.

Simulación del observador de corriente para el convertidor elevador conmutado

Siguiendo el criterio de las esquinas del politopo, según el teorema 4.2, se obtiene:

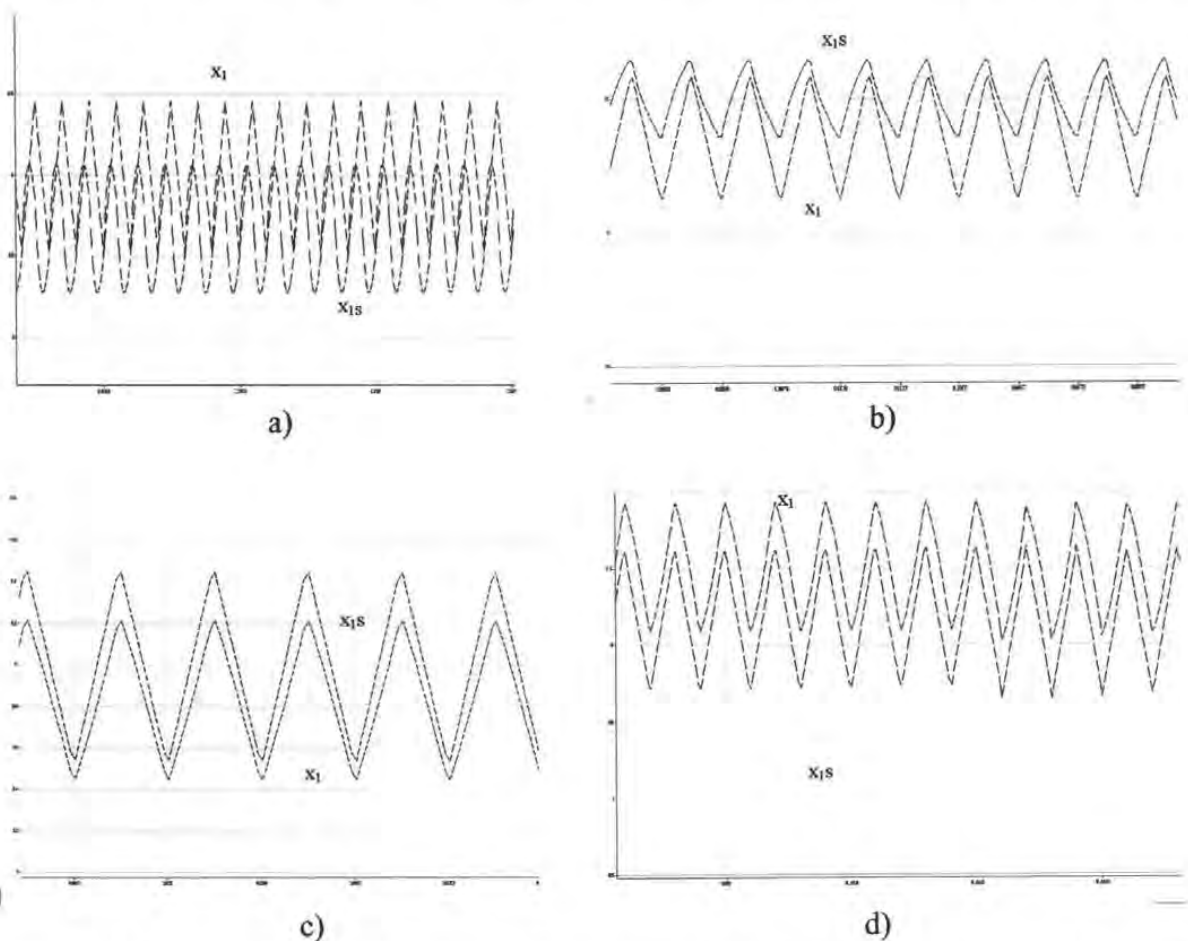


Figura 4.10 Gráficas de corriente comparativas para un convertidor elevador entre la señal del inductor y la del observador para variación con respecto a -20% inductor y : a) -20% Capacitor y -40% resistencia b) -20% capacitor y +40% resistencia c) +20% Capacitor y -40% resistencia d) +20% capacitor y +40% resistencia.

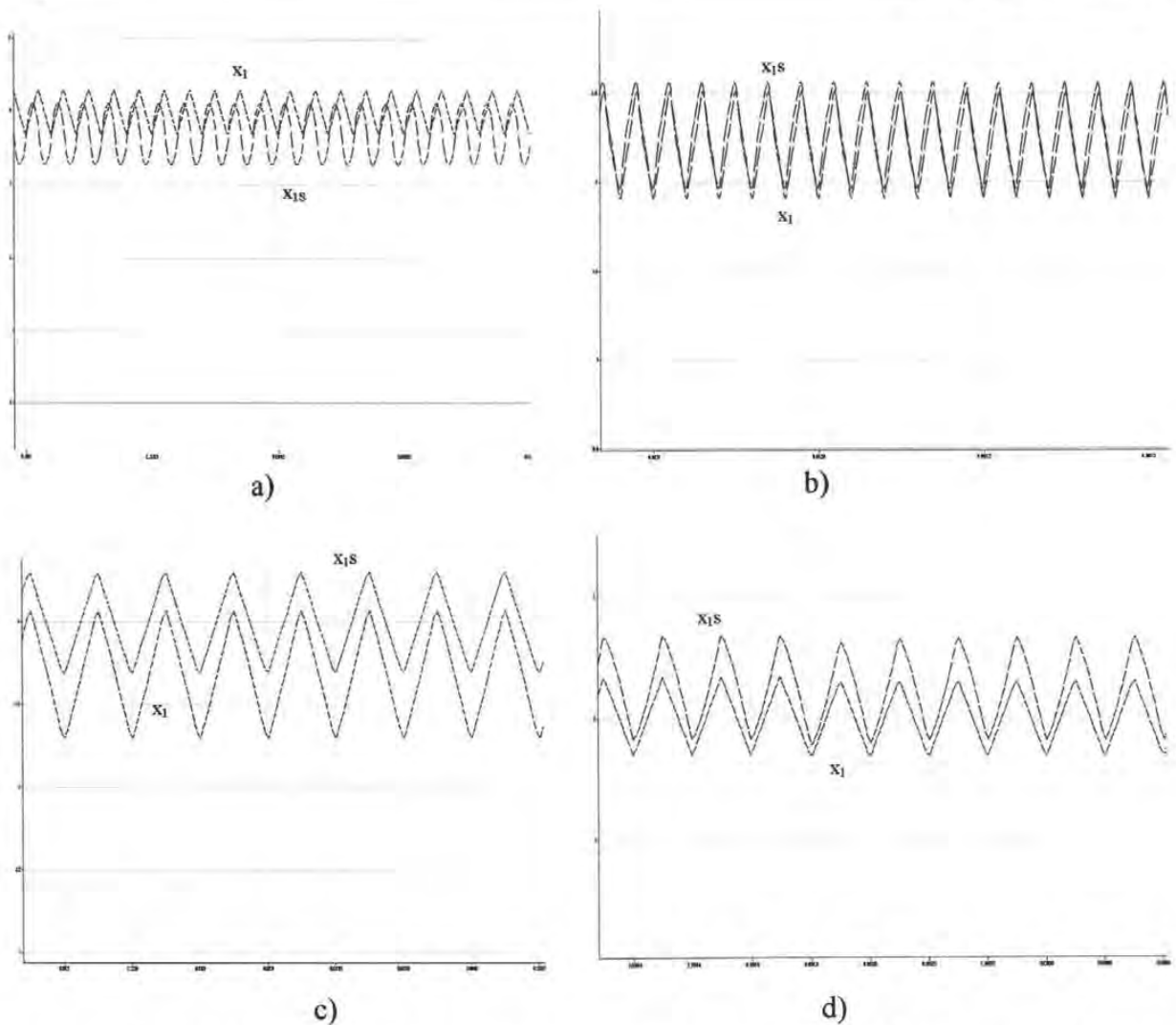


Figura 4.11 Gráficas de corriente comparativas para un convertidor elevador entre la señal del inductor y la del observador para variación con respecto a +20% inductor y : a) -20% Capacitor y -40% resistencia b) -20% capacitor y +40% resistencia c) +20% Capacitor y -40% resistencia d) +20% capacitor y +40% resistencia.

Estas graficas con las variaciones extremas marcadas por las esquinas del politopo muestran que la señal estimada del observador permanece acotada y trata de seguir las señal con un margen de error permisible. Sin embargo, al utilizar el criterio de variaciones de $\pm 20\%$ en los parámetros, se obtienen los siguientes resultados que son más conservadores:

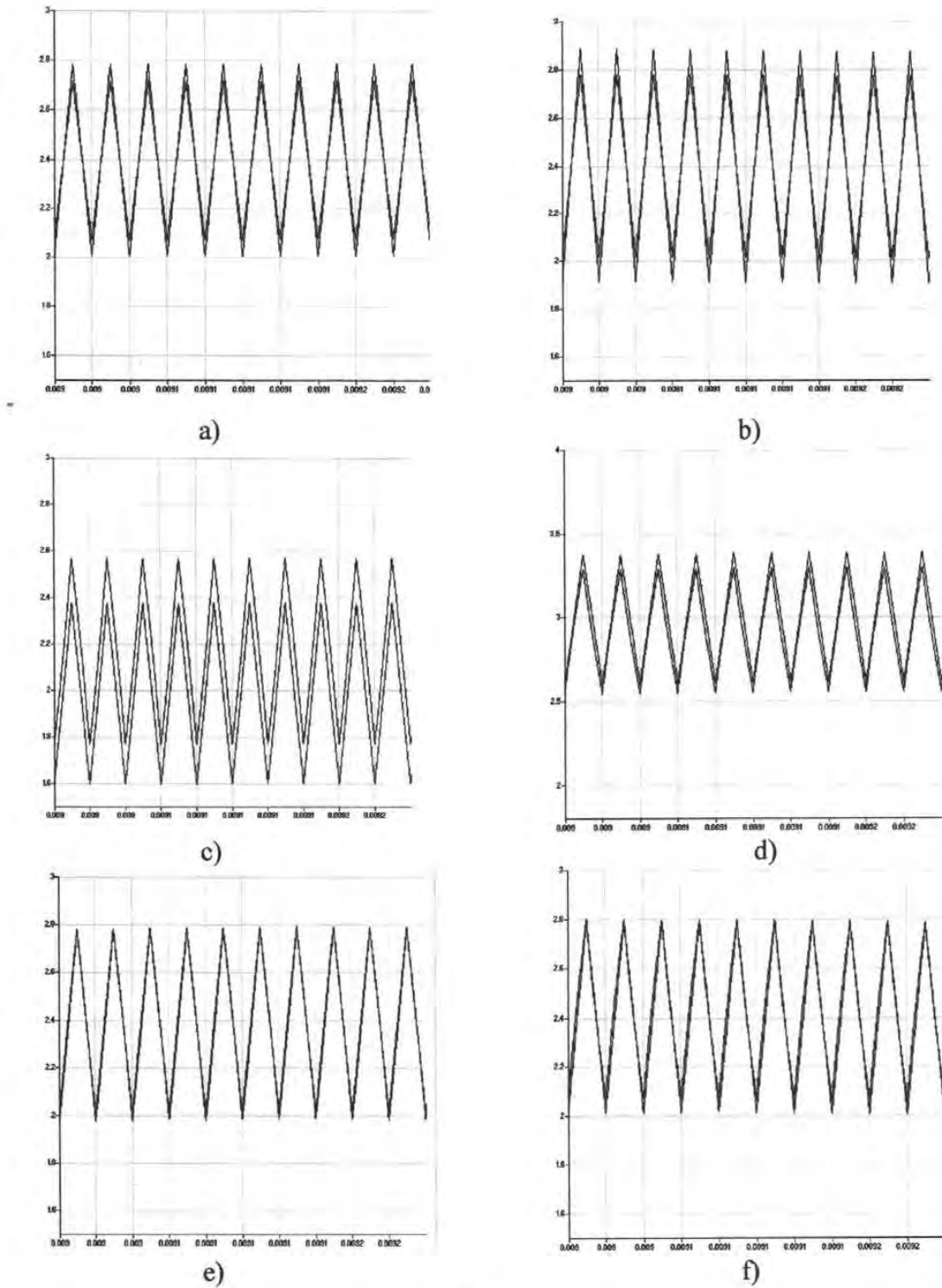


Figura 4.12 Variaciones para el observador del convertidor elevador: a) +20% en L, b) -20% en L, c) +20% en R, d) -20% en R e) +20% en C y f) -20% en C.

Estas graficas permiten prever que la construcción del prototipo del observador tendrá un buen comportamiento ante variaciones del $\pm 20\%$ y que en ese rango puede usarse como señal de retroalimentación de corriente para el sistema de control.

Simulación del observador de corriente para el convertidor reductor-elevador conmutado

Finalmente se presentan las graficas de la simulación del convertidor reductor-elevador. Las variaciones en los parámetros nominales del convertidor se hacen siguiendo el criterio citado en el primer caso, con variaciones permisibles de 20% en la inductancia y la capacitancia y de 40% en la resistencia de carga.

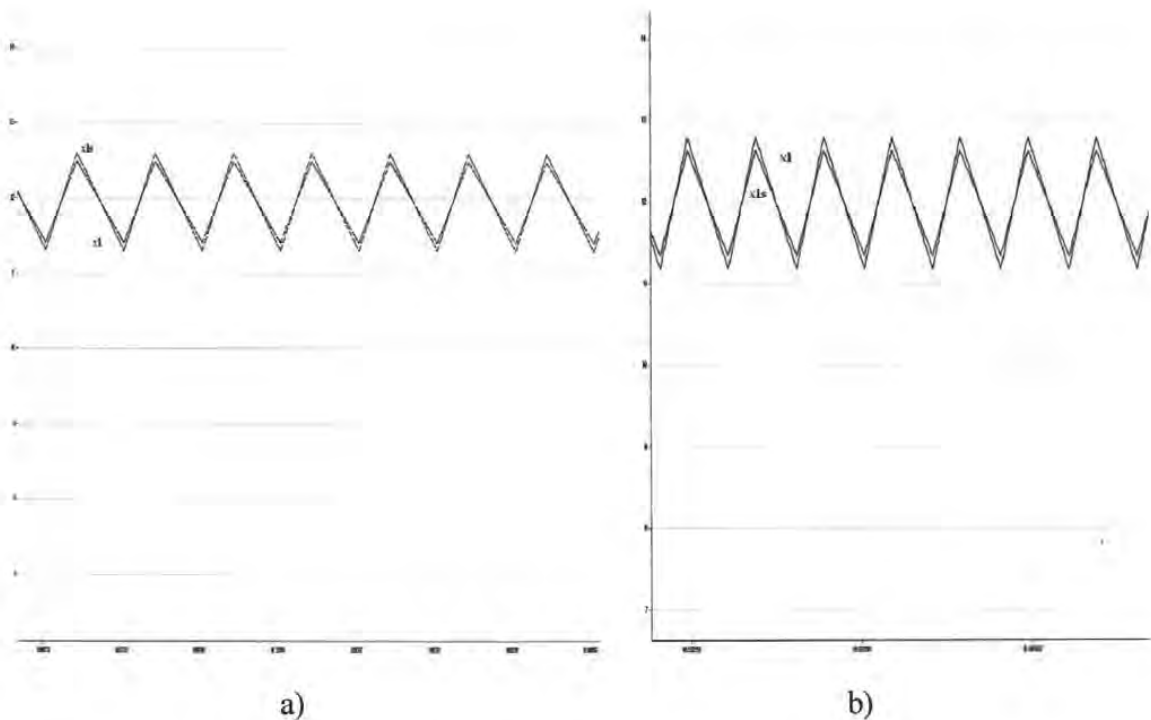


Figura 4.13 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor-elevador: a) con variación de $+20\%$ en inductor y b) con variación de -20% en el inductor. Corriente de 11.3 A a 12.5 A.

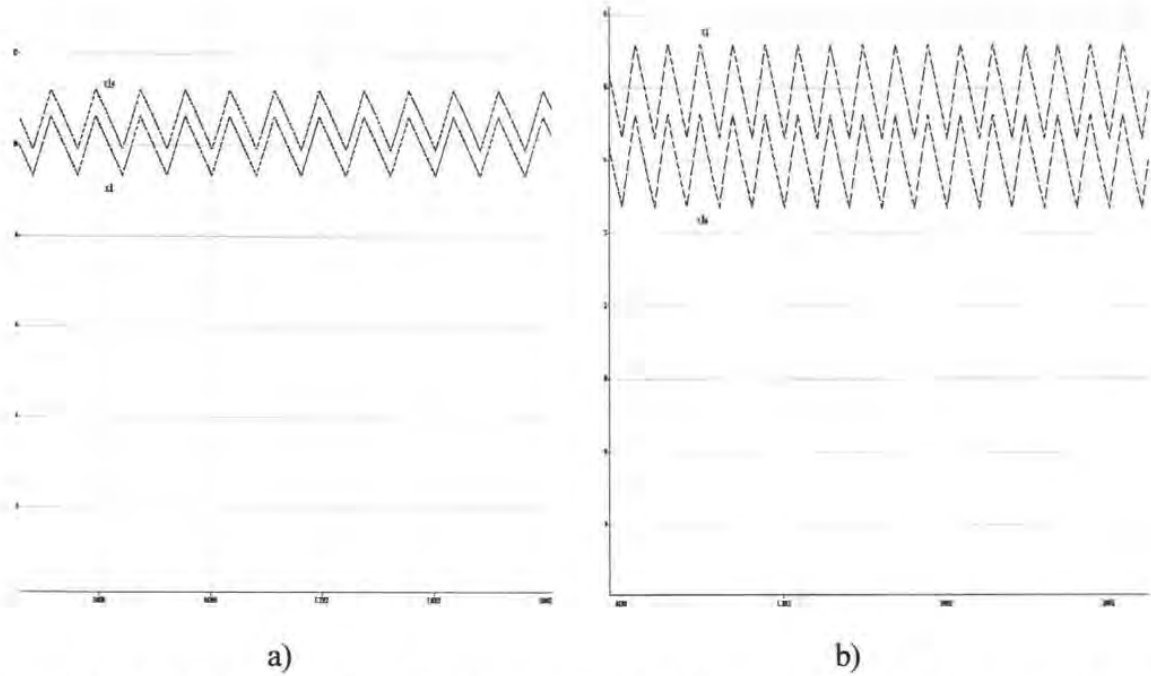


Figura 4.14 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor-elevador: a) con variación de +40% en la resistencia y b) con variación de -20% en la resistencia. Corriente de 11.4 a 12.5 A.

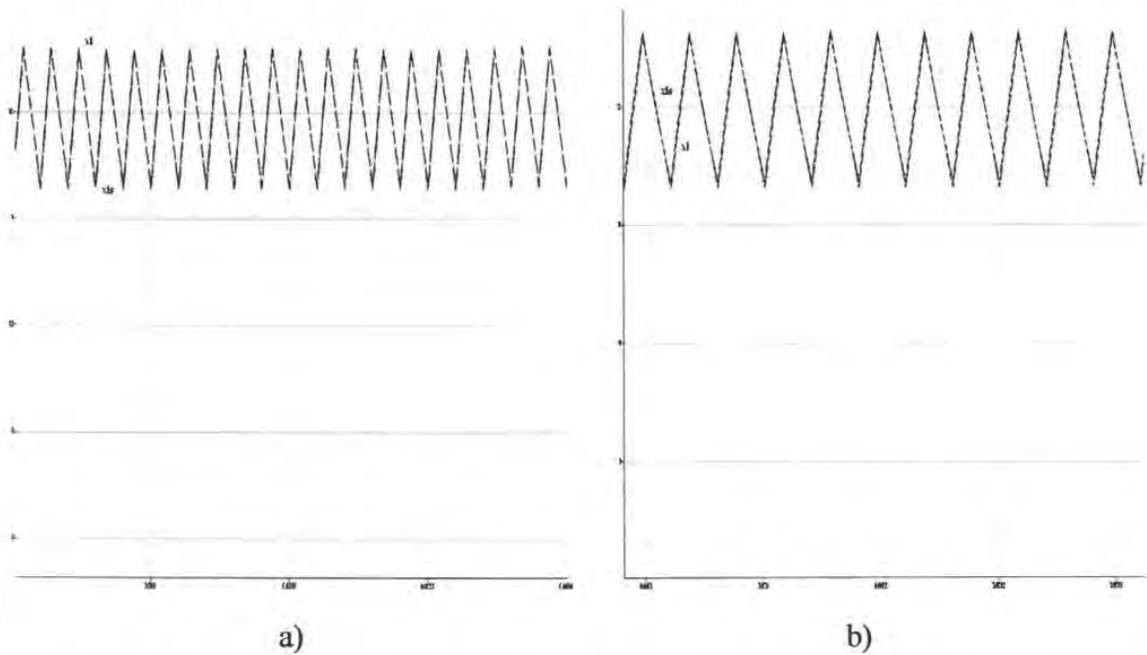


Figura 4.15 Graficas de corriente para el convertidor-observador reductor-elevador: a) con variación de +20% en el capacitor y +40% en R, b) con variación de -20% en el capacitor y +40% en R. Corrientes de 11.4 a 12.5 A.

En las Figuras 4.13 a 4.15 se muestran las gráficas con los resultados de las simulaciones para el convertidor reductor-elevador. En estas gráficas se encuentra que el sistema presenta ligeras variaciones en el valor de la corriente observada con respecto a la corriente del inductor para el caso en el cual se varía el valor nominal del inductor. Para la variación de la resistencia, el observador trata de seguir la señal original, con un margen de error acotado. Para los casos de variaciones de la capacitancia, como en los casos anteriores, no se observan diferencias significativas entre los valores de la corriente real y la corriente observada. Para este caso, al igual que en los convertidores reductor y elevador, la corriente proporcionada por el observador presenta buenas características para variaciones permisibles. Por lo tanto, es de esperarse un buen funcionamiento del control al utilizar la señal del observador como retroalimentación, al igual que en los otros dos casos ya estudiados. Esto será mostrado en el siguiente capítulo con el modelo prototipo.

Capítulo 5

Resultados Experimentales

5.1 Construcción del observador

Para el diseño del circuito del observador puede tomarse como punto de partida la representación del observador conmutado mediante el siguiente diagrama de bloques:

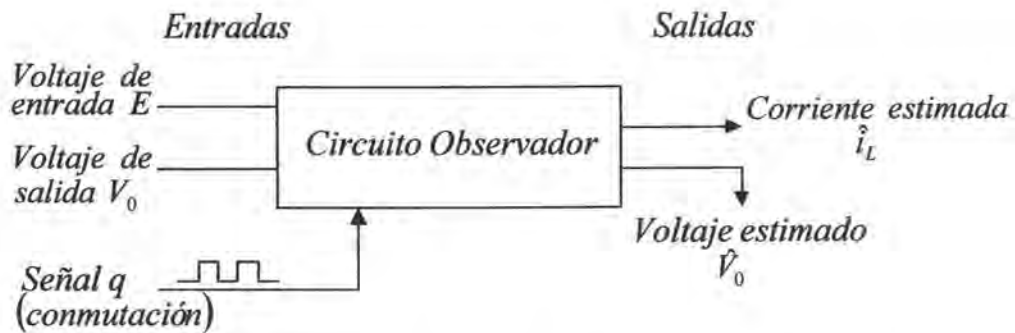


Figura 5.1. Diagrama de bloques del circuito observador propuesto.

Del diagrama propuesto se encuentra que las señales en la entrada están completamente disponibles en el caso de un convertidor conmutado y que mediante ellas es posible tanto activar el circuito del observador como obtener las salidas estimadas. Las relaciones de estas señales están dadas por siguientes ecuaciones :

$$L_0 \frac{di_L}{dt} = -(1-q)V_0 + E + L_0 I_e \quad (5.1)$$

$$C_0 \frac{d\hat{V}_0}{dt} = (1-q)\hat{i}_L - \frac{\hat{V}_0}{R_0} + C_0 l_2 e_v \quad (5.2)$$

Considerando que $e_v = V_0 - \hat{V}_0$ estas ecuaciones pueden expresarse como:

$$L_0 \frac{d\hat{i}_L}{dt} = -(1-q)\hat{V}_0 + E + L_0 l_1 V_0 - L_0 l_1 \hat{V}_0 \quad (5.3)$$

$$C_0 \frac{d\hat{V}_0}{dt} = (1-q)\hat{i}_L - \frac{\hat{V}_0}{R_0} + C_0 l_2 V_0 - C_0 l_2 \hat{V}_0 \quad (5.4)$$

Tomando cada término de las ecuaciones 5.3 y 5.4 se obtiene el diagrama de bloques mostrado en la Figura 5.2.

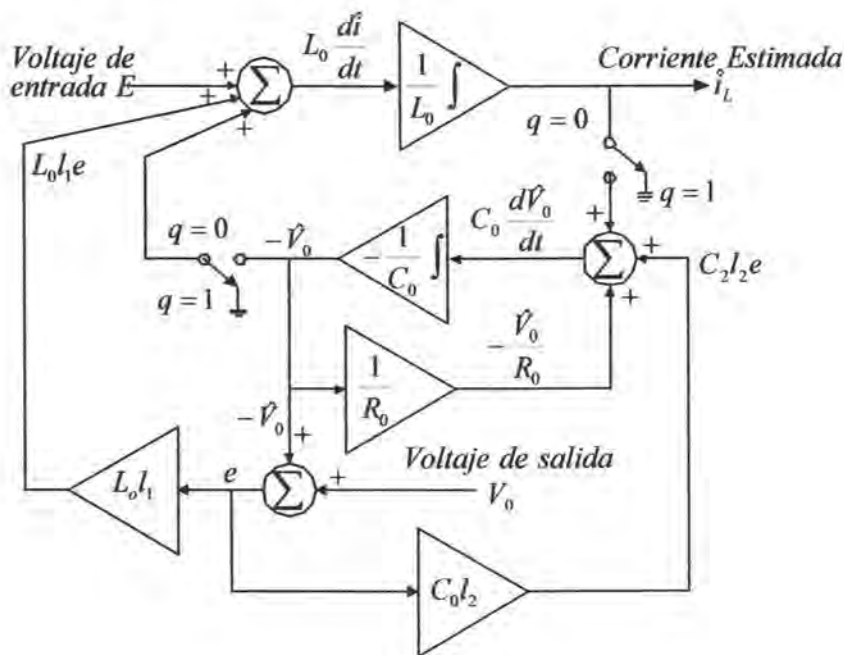


Figura 5.2. Diagrama de bloques del observador asintótico.

Una buena opción para construir el circuito que realice estas ecuaciones es utilizar las configuraciones de amplificadores operacionales, tales como sumadores, amplificadores diferenciadores e integradores. Este circuito es posible reducirlo utilizando una configuración de sumador-integrador-inversor pero físicamente no es conveniente debido

a la magnitud de las ganancias manejadas las cuales provocan saturación y alta sensibilidad al ruido en los amplificadores.

El diseño final propuesto se muestra en la Fig. 5.3. A partir de este diagrama completo se encuentra que el circuito tiene una gran sencillez en su diseño, lo cual tiene como ventajas la reducción del espacio necesario para construirlo así como un bajo costo de sus componentes. Por estas características, es muy posible construirlo como un circuito integrado.

Los valores de las resistencias utilizados en la construcción de los amplificadores y sumadores se calcula con base al término de lado derecho de las ecuaciones 5.3 y 5.4. La construcción del integrador de la señal de corriente se realiza por medio de la ecuación $L_0 = 1/RC$ los valores apropiados de la resistencia y el capacitor. Para el integrador de voltaje estos se calculan por medio de la ecuación $C_0 = 1/RC$.

Es importante señalar que al construir físicamente el circuito integrador es necesario introducir los valores de E y de Vo escalados entre diez para evitar las saturaciones, además es necesario considerar la constante de tiempo del circuito integrador, el cual debe manejar alrededor de cuatro constantes de tiempo RC de carga y descarga para el ciclo de operación. Como auxiliar puede añadirse en paralelo al capacitor una resistencia de valor pequeño. Esta permite ajustar la constante de tiempo de manera que nos permite realizar la integral con la rapidez necesaria determinada por la frecuencia de conmutación del convertidor.

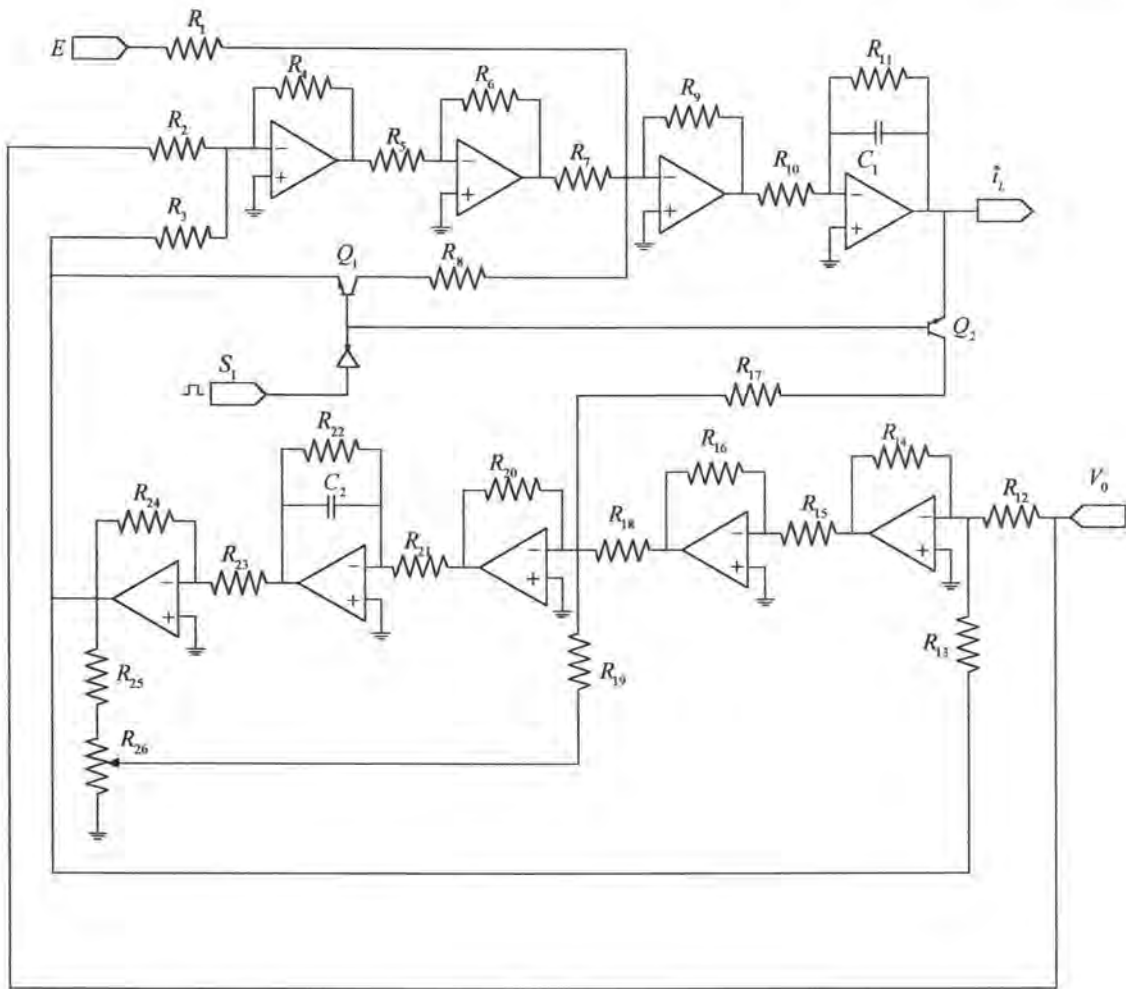


Figura 5.3 Circuito Observador Asintótico

5.2 Resultados experimentales en un convertidor elevador

El propósito de esta sección es el de comprobar en forma experimental los resultados teóricos que se han expuesto en las secciones anteriores, para validar los resultados y conclusiones obtenidas. Para tal efecto, se utiliza como prototipo de prueba un convertidor elevador controlado en modo corriente pico. Este convertidor tiene las especificaciones de diseño mostradas en la Tabla 5.1. y cuyo circuito se muestra en la Figura 5.4.

Tabla 5.1 Características de operación del convertidor elevador prototipo.

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada E	12 V
Voltaje de salida V_0	24 V
Ciclo de trabajo D	0.5
Potencia	28.8 Watts
Frecuencia de la señal de conmutación q	50 KHz.
Tolerancia en la variación del voltaje	2 %
Rizo en la corriente de la inductancia	25 %

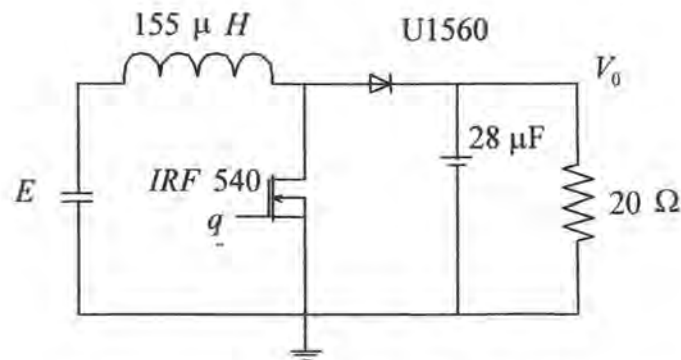


Figura 5.4 Convertidor Elevador 28 watts

Aplicando la metodología presentada en el Capítulo 4 para diseñar un observador de orden completo, se encuentra que los polos del sistema se ubican en $s_{1,2} = -892.85 \pm j7537$. Al reubicar los polos mediante el criterio definido en la sección 3.4 se obtiene la nueva ubicación $s_{1,2} = -53667.34 \pm j53667.34$. A partir de estos valores se calcula la ganancia del observador utilizando MATLAB por medio de la cual se obtienen los valores $l_1 = 319354$ y $l_2 = 105549$.

Con los valores de ganancia antes calculados y los valores nominales de los parámetros del convertidor elevador prototipo utilizando las expresiones dadas en 5.3, 5.4 se calcularon los valores de los elementos del observador que se muestran en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 Valores de elementos del observador asintótico.

Nombre del Elemento	Valor o número de parte
R_1 R_2 R_3 R_5 R_7 R_8 R_9 R_{11} R_{12} R_{13} R_{14} R_{15} R_{16} R_{17} R_{18} R_{19} R_{20} R_{22} R_{23} R_{24}	1 K Ω
R_4 R_6	10 K Ω
R_{10}	4 K Ω
R_{16}	5 K Ω
R_{25}	20 Ω
C_1 C_2	0.001 μf
Amplificador operacional	TL-082 y TL084
Q_1 Q_2	Interruptor analógico CD4016B

A continuación se muestran los resultados de las pruebas realizadas en el prototipo experimental. Para el análisis del comportamiento del convertidor se obtienen las gráficas de voltaje de salida, corriente del inductor y corriente de salida del observador, todo esto por medio de un osciloscopio Tektronix TDS 3032. La corriente del inductor se obtuvo por medio de una punta para medición TCP202, la cual incluye en su construcción un sistema de filtrado para señales menores a 20 Mhz. Inicialmente se tomaron lecturas en el convertidor en condiciones nominales, las señales se muestran en la figura 5.5. Las señales obtenidas con los sensores de voltaje y corriente a modo de referencia de las graficas posteriores se muestran en la figuras 5.6.

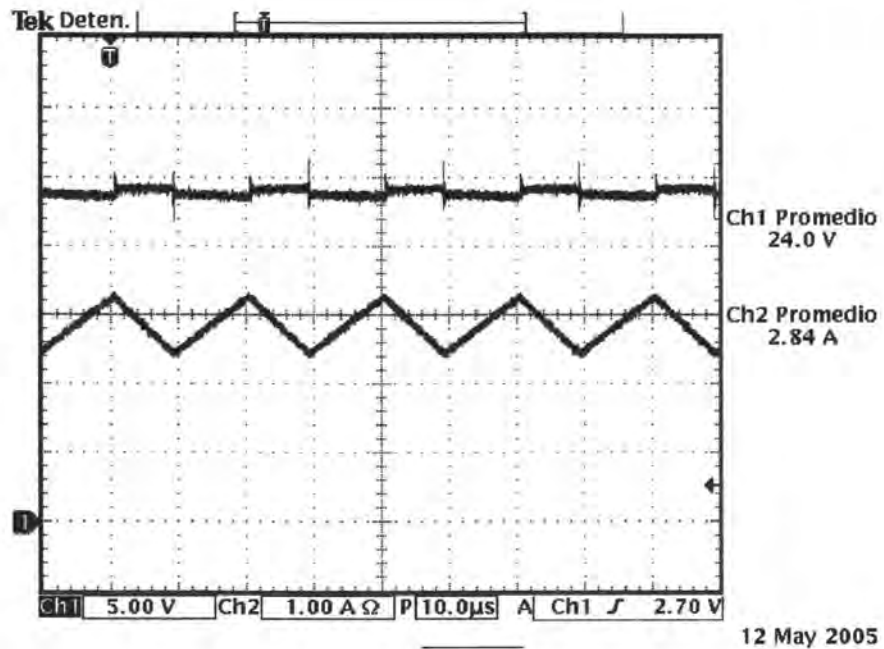


Figura 5.5 Mediciones del voltaje de salida del convertidor y de la corriente del inductor en condiciones nominales (Escala vertical canal 1: 5 V/div. Escala vertical canal 2: 1A/div. Escala horizontal: 10 μ seg./div).

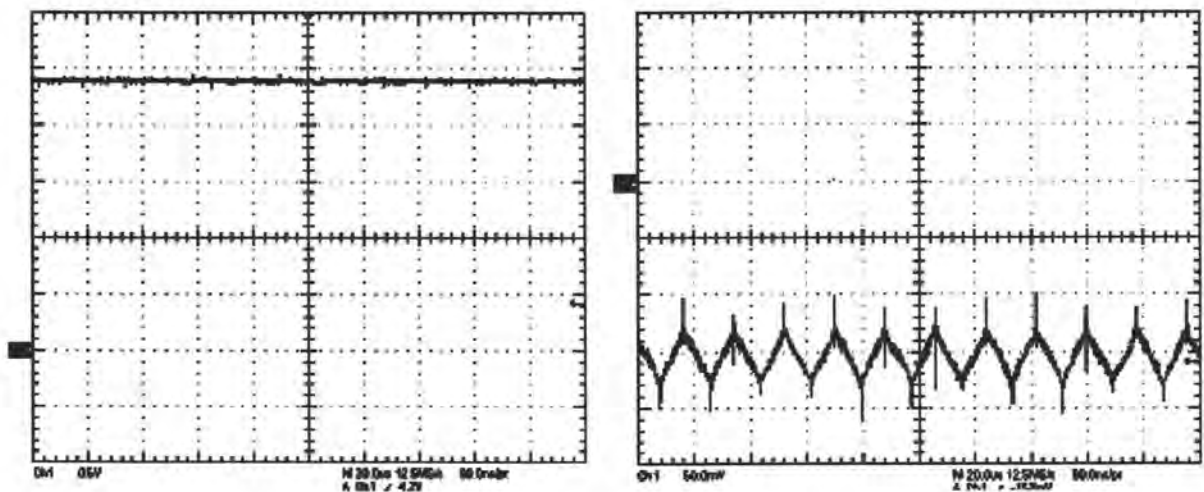


Figura 5.6 a) Señal del sensor de voltaje mediante circuito divisor entre diez y b) Señal del sensor de corriente del inductor escalado por resistor y amplificador inversor.

Por medio de la Figura 5.5 se muestra que el voltaje de salida del convertidor presenta variaciones mínimas permisibles de $\pm 2\%$ con respecto a su valor nominal de 24 V. Por lo tanto, al ser utilizado como señal de una de las entradas del observador, no provocará errores en la reconstrucción de la señal de corriente del inductor.

Es importante comparar la señal obtenida por la punta de medición de corriente y la señal obtenida por el sensor de corriente que se muestra en la Figura 5.6 b), puede observarse que la señal proveniente de la resistencia de sensado presenta ruidos provocados por los elementos de conmutación. Estas variaciones pueden provocar señales falsas de encendido o apagado al utilizarse para generar la señal de conmutación del convertidor del mismo. Esto viene a reforzar la necesidad, ya mencionada como motivación de este trabajo, de contar con una señal sin ruidos o perturbaciones.

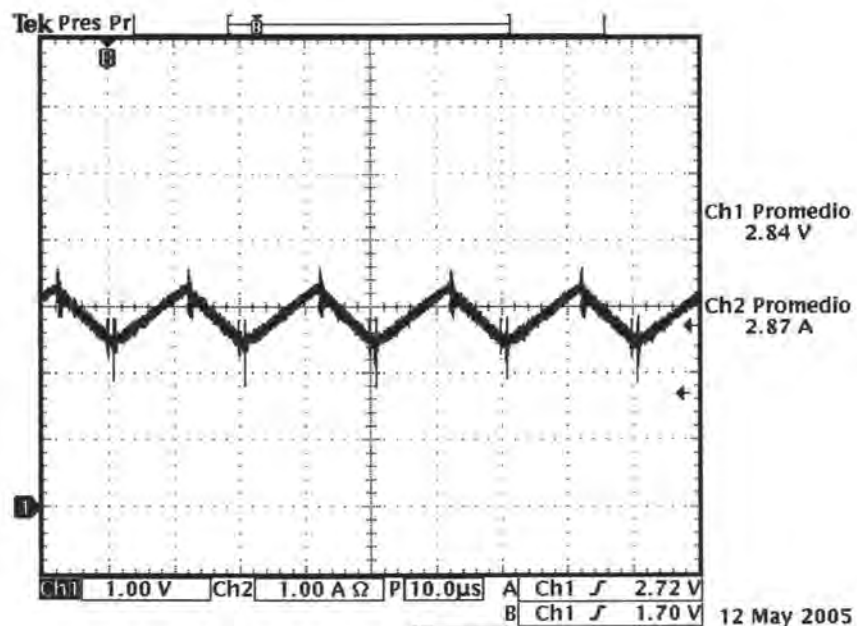


Figura 5.7 Gráfica comparativa en condiciones nominales de: a) Corriente en el convertidor (Canal 2) y b) corriente de salida del observador (Canal 1)

En la Figura 5.7 se muestra una gráfica comparativa entre las señales de corriente real del inductor medida a través de la punta de prueba, la cual presenta ya filtrado, y la señal de salida de corriente del observador. Como puede observarse ambas señales se encuentran prácticamente una sobre la otra por lo que no existe el error y la señal del observador reproduce exactamente la señal del convertidor en el semiciclo (q-1), tanto en magnitud como en fase, donde el ruido generado por la conmutación disminuye notablemente. A continuación se modificaron el valor de los elementos del convertidor para probar la robustez del observador.

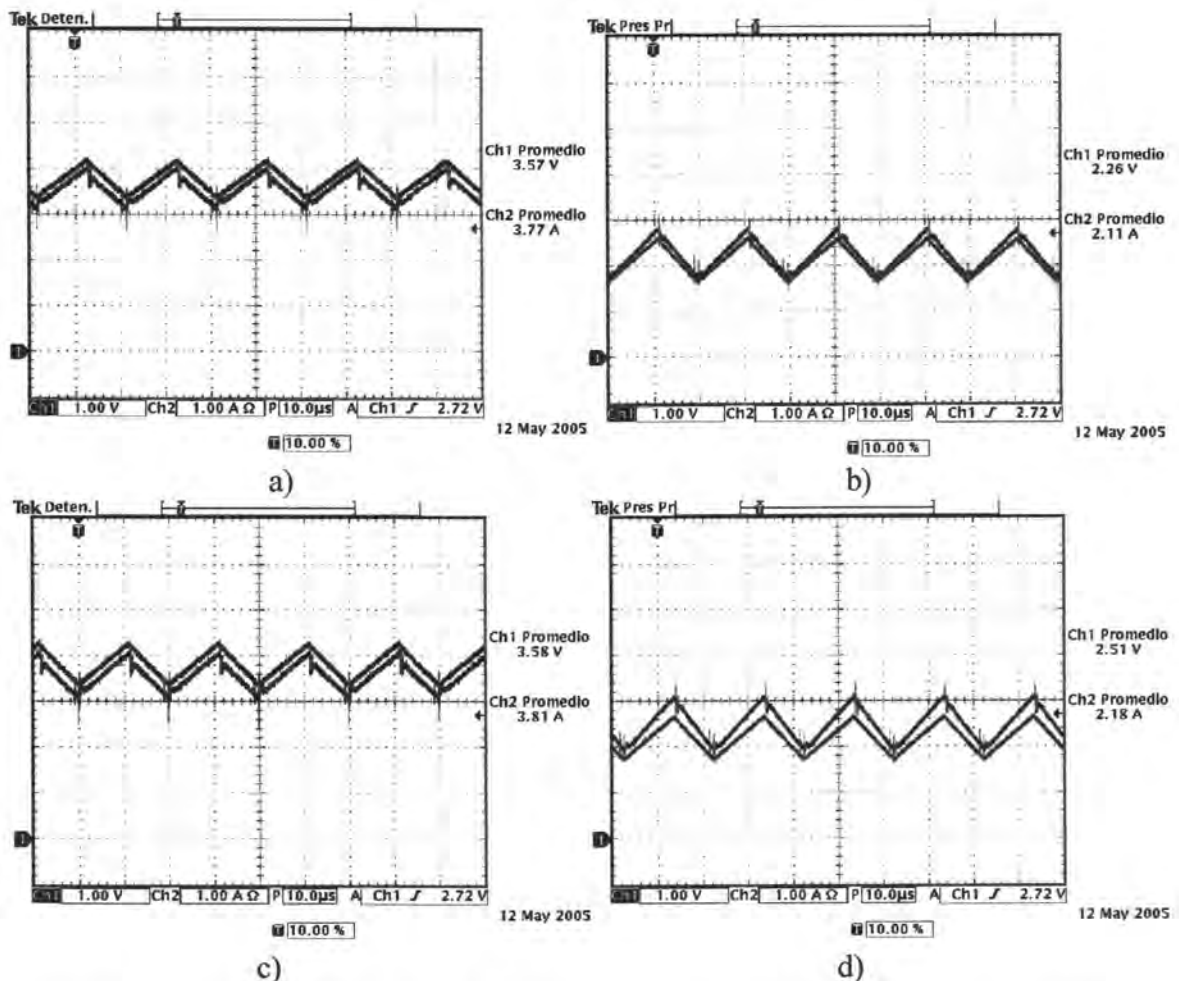


Figura 5.8 Tomando como base la variación de inductor de -20% se realizaron las variaciones: a) C -20% y R -40% , b) C -20% y R $+40\%$, c) C $+20\%$ y R -40% y finalmente d) C $+20\%$ R $+40\%$

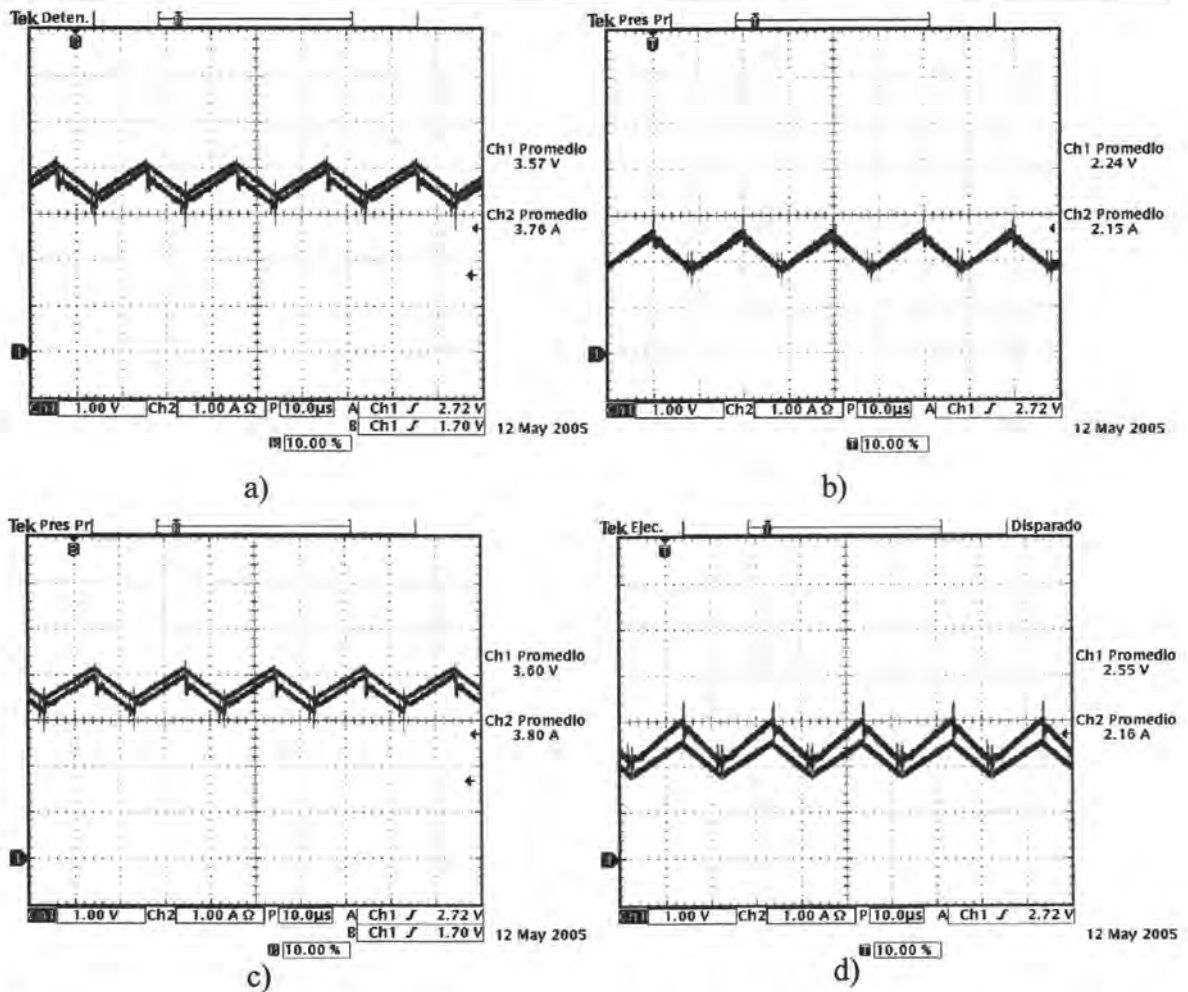


Figura 5.9 Tomando como base la variación de inductor de +20% se realizaron las variaciones: a) C -20% y R-40%, b) C-20% y R+40%, c) C +20% y R-40% y finalmente d) C+20% R+40%

En las figuras 5.8 y 5.9 se realizaron las variaciones extremas de los parámetros, el criterio a seguir fue tomar las variaciones en las esquinas del politopo: $L+20\%=186\mu\text{H}$, $L-20\%=124\mu\text{H}$, $R-20\%=12\Omega$, $R+20\%=28\Omega$, $C+20\%=33\mu\text{F}$, $C-20\%=22\mu\text{F}$ Si analizamos el porcentaje de variación de la corriente promedio para cada caso mediante la ecuación 5.5 podemos concluir que se encuentra dentro del rango permisible del rizo de corriente menor de $\pm 25\%$.

$$\%R = \frac{i_L - \hat{i}_L}{i_L} \times 100\% \quad (5.5)$$

También se tomaron otras variaciones menos extremas en la carga, para condiciones de operación mas conservativas, donde se considera que en la práctica el inductor es el que menos varía .

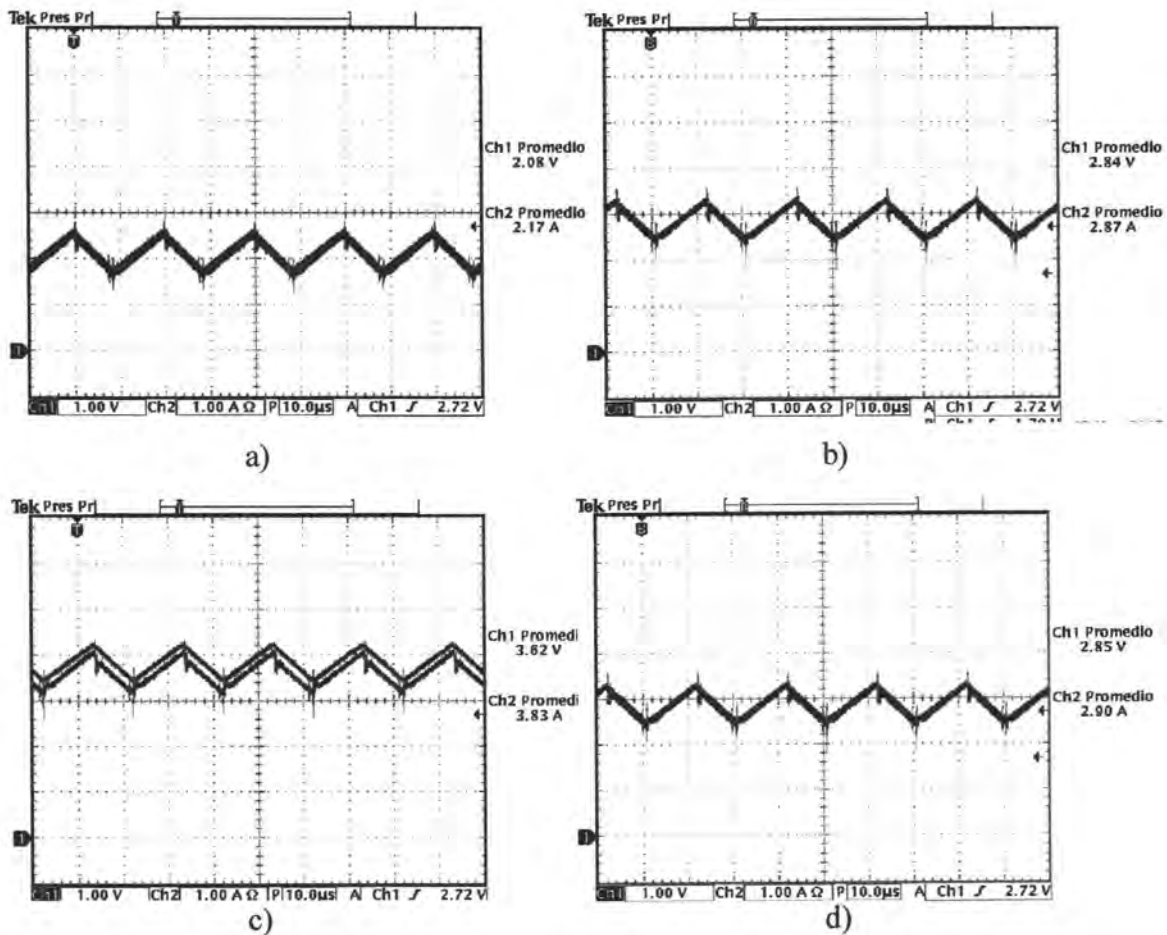


Figura 5.10 Graficas de variaciones de C y R: a) L nominal, C=12μF, R=28 Ω, b) L nominal C=56μF , R=26Ω, c) L nominal C=56μF, R=12Ω d) L nominal, C=12,R=26Ω

De la figura 5.10 puede notarse que la variación de la capacitancia no afecta la estimación de la corriente, para la variación de la carga, una variación mayor al 40% de la carga si afecta la estimación y ocasiona que la estimación del observador se deteriore lo cual afecta al desempeño del controlador, la variación de inductancia se da en pocos casos, cuando hay sobrecalentamiento por disminución de la carga, y aun bajo estas circunstancias la estimación de corriente permanece dentro del rango permisible .

Por lo tanto, puede concluirse que bajo las consideraciones de variación de carga dentro del rango permisible la señal del observador de corriente puede utilizarse para mejorar el desempeño del controlador. Fuera de esto el observador debe diseñarse por otras metodologías mas elaboradas que consideren estas variaciones, tales como el diseño de observadores no lineales. Para finalizar se muestra el esquema del regulador bien conocido en la literatura de electrónica de potencia con el convertidor elevador y el controlador en modo corriente, donde se realizaron las pruebas con la señal del observador, donde $C_a=20\text{nF}$, $R_a=27\text{K}\Omega$, $R_b=3.3\text{K}\Omega$ son los parámetros de diseño del controlador PI reportados en [18] y los parámetros con incertidumbres son $R=R_o+R_\delta$.

$$L=L_o+L_\delta \text{ y } C=C_o+C_\delta .$$

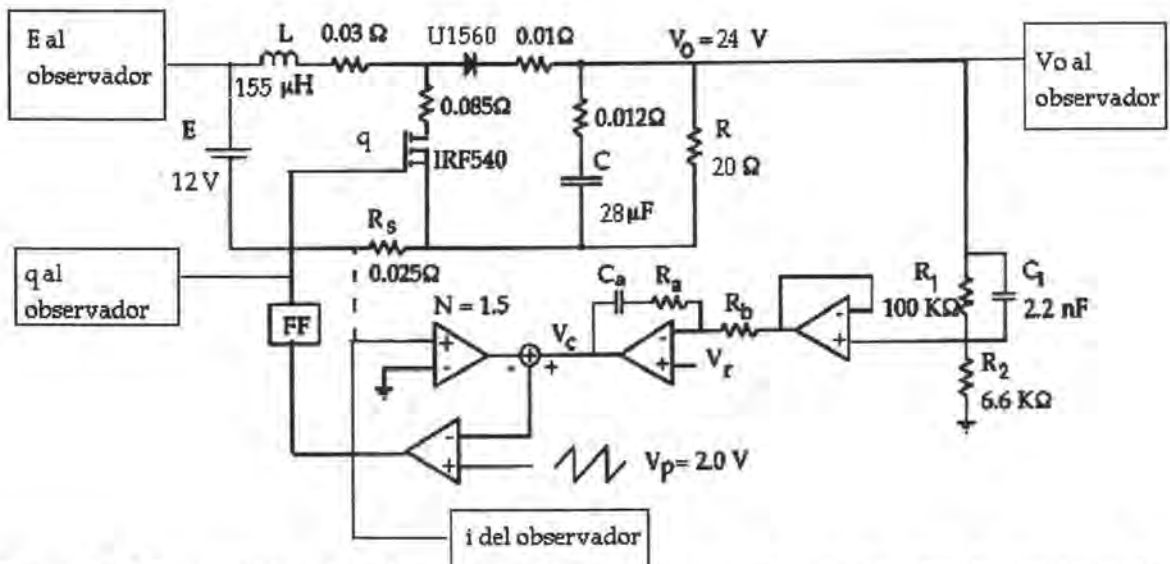


Figura 5.11 Convertidor elevador y control en modo corriente, con la señal de corriente de inductor estimada por el observador.

Capítulo 6

Conclusiones

La estrategia de control en modo corriente para los convertidores CD-CD se ha vuelto muy popular. En la actualidad, la mayoría de los reguladores conmutados que se instalan en equipos electrónico tienen implementada esta estrategia. Desafortunadamente, el sensar corriente puede traer algunos problemas ya que generalmente contienen una gran cantidad de ruido debido a las conmutaciones lo cual pueden ocasionar falsos disparos en el MOSFET. Con el objeto de aliviar este problema, una estrategia usada es proveer la corriente promediada para efectos de control. Esta estrategia da buenos resultados teniendo que diseñar un filtro que elimine los componentes de alta frecuencia no deseados. Un problema de esta estrategia es que el filtro que estima la corriente debe ser diseñado con mucho cuidado para no reducir el ancho de banda. Por otra parte, el filtro depende de los parámetros del convertidor y si estos cambian, la señal retroalimentada no será la correcta.

Una de las aportaciones de este trabajo es proporcionar un observador de corriente que pueda ser usado para la estrategia de control. La característica de este observador es el ser dinámico y robusto ante perturbaciones paramétricas. Por otra parte, en este trabajo se presenta el circuito electrónico del observador dinámico, el cual finalmente puede ser construido en un solo circuito integrado logrando así una mayor simplicidad.

La ganancia del observador es diseñada a través del modelo promedio en espacio de estados linealizados de los convertidores de CD-CD, estos modelos son relativamente simples en su manipulación pero lo suficientemente completos para lograr una buena

aproximación de los convertidores. Un requisito para realizar el diseño del observador lineal asintótico es que el modelo de estado debe ser LTI observable. Aunque algunos convertidores no son observables en una parte del periodo de conmutación, su modelo promediado lineal en todo el periodo si es observable, por lo que se analizó el observador local lineal asintótico para obtener la ganancia del observador y el análisis de estabilidad. Como resultado del análisis se recomienda utilizar observadores de orden completo debido a que los de orden reducido son muy sensibles a las variaciones paramétricas y al cambio en la condición inicial del estado.

La forma de seleccionar la ganancia del observador asintótico se realiza mediante la ubicación de polos seleccionados bajo los criterios de estabilidad y un máximo sobreimpulso permisible. Las simulaciones muestran la eficiencia para lograr el seguimiento asintótico de los estados estimados por el observador a los estados reales. Lo anterior genera un punto de partida para el diseño de un observador robusto.

Los resultados de las simulaciones, con las variaciones más significativas de los parámetros, muestran que se logra el seguimiento con un error permisible. Los resultados experimentales con la implementación del circuito del observador conmutado en el prototipo físico muestran que el observador cumple su objetivo bajo ciertas restricciones. Esto es, el reconstruir la señal de la corriente del inductor dentro de variaciones permisibles en sus parámetros, generando así una señal con menor cantidad de ruidos que si se utiliza un sensor de corriente, siendo mas adecuada para realizar control mediante retroalimentación de estados observados. Una de las principales ventajas del circuito del observador conmutado es la sencillez del diseño, lo cual genera una reducción de espacio y bajo costo, sin embargo hay que tener cuidado para seleccionar las ganancias que no saturen los operacionales así como las selección de los parámetros de los integradores, considerando las constantes de tiempo que se relacionan con la frecuencia de conmutación

Algunas líneas de investigación futuras como resultado de esta tesis son:

- 1) Modificar el método clásico de control PI de lazo de voltaje, utilizado de manera tradicional en electrónica de potencia, con el nuevo método de control con retroalimentación de estados sin medición de corriente, así como proponer mejores esquemas de control, efectuando prototipos de prueba para los tres convertidores.
- 2) Realizar pruebas de robustez de este controlador mediante herramientas de LMI o μ -síntesis y desarrollar los algoritmos en matlab para estos sistemas controladores-observadores conmutados.
- 3) Considerar las variaciones debidas a señales electromagnéticas y a incertidumbres no modeladas, como resistencias y capacitancias parásitas de alta frecuencia.
- 4) Diseñar observadores no lineales de convertidores multi-etapas, que actualmente empiezan a tener más aplicaciones.
- 5) Desarrollar análisis para diseño de algoritmos de detección de fallas, los cuales permitan identificar cuando cierto elemento o cierto subsistema sale fuera del funcionamiento nominal o permisible.

Los resultados experimentales en un convertidor elevador de 28W muestran que este observador presenta buenos resultados considerando incertidumbres acotadas en los parámetros del dispositivo. Lo anterior motiva a continuar desarrollando investigación sobre la aplicación de observadores en sistemas de estados conmutados para sistemas de mayor potencia.

Apéndice A

Diseño del observador de estado de orden reducido

Luenberger en su tesis doctoral (Stanford, 1964) [12],[13] propone un observador con un orden menor debido a que la salida observada proporciona una relación lineal $y(t) = Cx(t)$ entre las variables de estado. Por lo tanto es suficiente observar $n-1$ estados del sistema y el estado final puede calcularse a partir de la relación lineal antes citada.

Considere la ecuación dinámica n -dimensional descrita en (3.1) donde A , B , y C son matrices constantes de $n \times n$, $n \times p$ y $q \times n$ respectivamente. Se asume que C es de rango completo, $\text{rango}(C) = q$. Se define entonces

$$P \triangleq \begin{bmatrix} C \\ R \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

donde R es una matriz real constante de $(n-q) \times n$ y es enteramente arbitraria mientras P no sea singular. La inversa de P se calcula como:

$$Q \triangleq P^{-1} \triangleq [Q_1 \quad Q_2] \quad (\text{A.2})$$

donde Q_1 y Q_2 son matrices de $n \times q$ y $n \times (n-q)$. Entonces se tiene

$$I_n = PQ = \begin{bmatrix} C \\ R \end{bmatrix} [Q_1 \quad Q_2] = \begin{bmatrix} CQ_1 & CQ_2 \\ RQ_1 & RQ_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_q & 0 \\ 0 & I_{n-q} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Si ahora se transforma la ecuación (3.1) en la transformación equivalente $\bar{x} = Px$,

$$\dot{\bar{x}} = PAP^{-1}\bar{x} + PBu$$

$$y = CP^{-1}\bar{x} = CQ\bar{x} = [I_q \quad 0] \bar{x}$$

lo cual puede partitionarse como

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.4})$$

$$y = [I_q \ 0] \bar{x}_1 = \bar{x}_1 \quad (\text{A.5})$$

donde \bar{x}_1 consiste en los primeros q elementos de \bar{x} y \bar{x}_2 el restante de \bar{x} ; \bar{A}_{11} , \bar{A}_{12} , \bar{A}_{21} y \bar{A}_{22} son matrices, con dimensiones $q \times q$, $q \times (n-q)$, $(n-q) \times q$, y $(n-q) \times (n-q)$ respectivamente, \bar{B}_1 y \bar{B}_2 se obtienen de su correspondiente partición. Notese que de (A.5) $y = \bar{x}_1$. Por lo tanto únicamente se deben estimar los $(n-q)$ elementos de \bar{x} . En consecuencia, se requiere un observador de dimensión $(n-q)$ en lugar del observador completo de orden n discutido en la sección anterior.

Usando $\bar{x}_1 = y$ se puede escribir (A.4) como:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \bar{A}_{11}y + \bar{A}_{12}\bar{x}_2 + \bar{B}_1u \\ \dot{\bar{x}} &= \bar{A}_{22}\bar{x}_2 + \bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Si se define $\bar{w} = \bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u$ y $w = \dot{y} - \bar{A}_{11}y - \bar{B}_1u$, la ecuación (A.6) se transforma en:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}_{22}\bar{x}_2 + \bar{w} \\ w &= \bar{A}_{12}\bar{x}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Puede notarse que \bar{w} y w son funciones de las señales conocidas u y y . Si la ecuación dinámica en (3.13) es observable, entonces puede construirse un observador que estime \bar{x}_2 .

TEOREMA A.1

El par $\{A, C\}$ en la ecuación (3.1) o, de forma equivalente, el par $\{\bar{A}, \bar{C}\}$ en la ecuación (A.4) es observable si y solo si el par $\{\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}\}$ en (A.7) es observable. Si $\{A, C\}$ es

observable, entonces $\{\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}\}$ es observable. En consecuencia existe un observador de dimensión $(n-q)$ de \bar{x}_2 de la forma:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\hat{x} + \bar{L}w + \bar{u} \quad (\text{A.8})$$

tal que los eigenvalores de $(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})$ pueden ser arbitrariamente asignados por una apropiada \bar{L} \square

La sustitución de \bar{u} y w en (3.17) genera:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\hat{x} + \bar{L}(\dot{y} - \bar{A}_{11}y - \bar{B}_1u) + (\bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u) \quad (\text{A.9})$$

Esta ecuación contiene una derivada de y la cual puede eliminarse definiendo

$$z = \dot{\hat{x}}_2 - \bar{L}_1y \quad (\text{A.10})$$

de donde se puede obtener:

$$\dot{z} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})z + [(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\bar{L} + (\bar{A}_{21} - \bar{L}\bar{A}_{11})]y + (\bar{B}_2 - \bar{L}\bar{B}_1)u \quad (\text{A.11})$$

Esta es una ecuación dinámica de orden $(n-q)$ con u y y como entradas, la cual puede ser implementada con circuitos mediante amplificadores operacionales. De (A.10) se puede observar que $z + \bar{L}_1y$ es un estimado de \bar{x}_2 . Si de la misma forma, ahora se define $e = \bar{x}_2 - (z + \bar{L}_1y)$, y usando $y = \bar{x}_1$, entonces se obtiene:

$$\dot{e} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})e \quad (\text{A.12})$$

Dado que los eigenvalores de $(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})$ pueden ser asignados arbitrariamente, la velocidad con la que $e(t)$ se aproxima a cero, o de forma equivalente la velocidad en que $(z + \bar{L}_1y)$ se aproxima a \bar{x}_2 puede ser determinada por el diseñador. Por tanto $(z + \bar{L}_1y)$ produce el estimado de \bar{x}_2 .

Si ahora se combina $\bar{x}_1 = y = \hat{x}_1$ con $\hat{x}_2 = z + \bar{L}_1y$ puede obtenerse:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{L}_1y + z \end{bmatrix}$$

como se definió $\bar{x} = Px$, se tiene entonces $x = P^{-1}\bar{x} = Q\bar{x}$, esto es

$$\hat{x} = Q\hat{\bar{x}} = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} y \\ \bar{L}y + z \end{bmatrix} = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} I_q & 0 \\ \bar{L} & I_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Esto genera un observador particionado con el estado tomado desde y y con los estados estimados z por el observador reducido. Un diagrama de bloque se muestra para el observador de la ecuación A.13

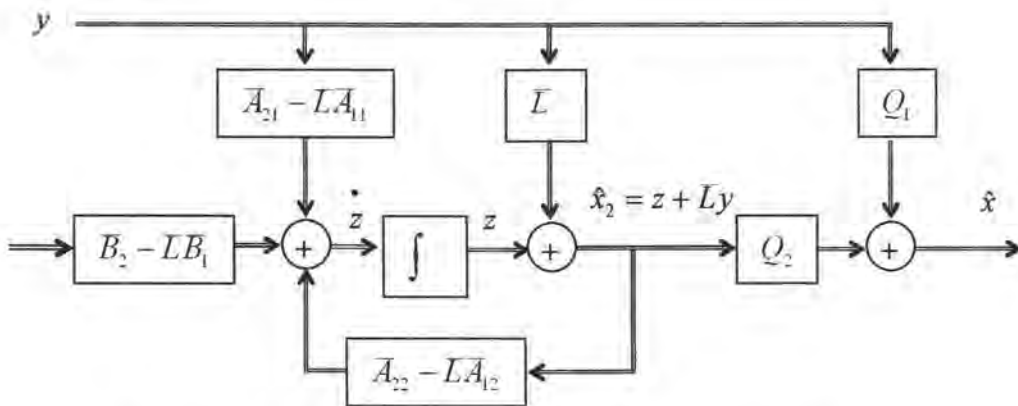


Figura A.1 Implementación del observador reducido

Una comparación entre un observador de orden reducido y el de orden completo es que en el caso del reducido se requiere hacer la transformación discutida en (A.11). Excluyendo este paso, la cantidad de cálculo requerida para el observador reducido es menor que para el de orden completo. En la implementación, el observador reducido requiere menos integradores.

Cabe señalar que si la señal de salida contiene ruido en alta frecuencia, los efectos aparecerán en la salida del observador afectando la estimación, por lo que el observador de orden reducido se vuelve muy sensible. En un observador de orden completo, la salida es filtrada e integrada y los efectos de los ruidos de alta frecuencia en la entrada pueden ser suprimidos[21].

Tabla A.1 Modelos expandidos convertidor-observador conmutado reducido.

Convertidor	Observador Reducido	
	$A_{ex} x_{ex}$	$B_{ex} u$
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ l_1 \frac{1}{C} & -\frac{1}{L} & -l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q_1)}{L} & 0 \\ \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ l_1 \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{(1-q_1)}{L} & -l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q_1)}{L} & 0 \\ -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ -l_1 \frac{(1-q_1)}{C} & \frac{(1-q_1)}{L} & l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$

Tabla A2. Modelos promedio-linealizado perturbado de los convertidores-observadores

Convertidor	Observador conmutado reducido	
	A_{ex}	B_{ex}
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ \frac{1}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ l_1 \frac{1}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & -l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L_0} \end{bmatrix}$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q)}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ l_1 \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{(1-q)}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & -l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix}$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q)}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ -\frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ -l_1 \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & \frac{(1-q)}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L_0} \end{bmatrix}$

Apéndice A

Diseño del observador de estado de orden reducido

Luenberger en su tesis doctoral (Stanford, 1964) [12],[13] propone un observador con un orden menor debido a que la salida observada proporciona una relación lineal $y(t) = Cx(t)$ entre las variables de estado. Por lo tanto es suficiente observar $n-1$ estados del sistema y el estado final puede calcularse a partir de la relación lineal antes citada.

Considere la ecuación dinámica n -dimensional descrita en (3.1) donde A , B , y C son matrices constantes de $n \times n$, $n \times p$ y $q \times n$ respectivamente. Se asume que C es de rango completo, $\text{rango}(C) = q$. Se define entonces

$$P \triangleq \begin{bmatrix} C \\ R \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

donde R es una matriz real constante de $(n-q) \times n$ y es enteramente arbitraria mientras P no sea singular. La inversa de P se calcula como:

$$Q = P^{-1} \triangleq [Q_1 \quad Q_2] \quad (\text{A.2})$$

donde Q_1 y Q_2 son matrices de $n \times q$ y $n \times (n-q)$. Entonces se tiene

$$I_n = PQ = \begin{bmatrix} C \\ R \end{bmatrix} [Q_1 \quad Q_2] = \begin{bmatrix} CQ_1 & CQ_2 \\ RQ_1 & RQ_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_q & 0 \\ 0 & I_{n-q} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Si ahora se transforma la ecuación (3.1) en la transformación equivalente $\bar{x} = Px$,

$$\dot{\bar{x}} = PAP^{-1}\bar{x} + PBu$$

$$y = CP^{-1}\bar{x} = CQ\bar{x} = [I_q \quad 0] \bar{x}$$

lo cual puede partitionarse como

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.4})$$

$$y = [I_q \ 0] \bar{x}_1 = x_1 \quad (\text{A.5})$$

donde \bar{x}_1 consiste en los primeros q elementos de \bar{x} y \bar{x}_2 el restante de \bar{x} ; \bar{A}_{11} , \bar{A}_{12} , \bar{A}_{21} y \bar{A}_{22} son matrices, con dimensiones $q \times q$, $q \times (n-q)$, $(n-q) \times q$, y $(n-q) \times (n-q)$ respectivamente, \bar{B}_1 y \bar{B}_2 se obtienen de su correspondiente partición. Notese que de (A.5) $y = \bar{x}_1$. Por lo tanto únicamente se deben estimar los $(n-q)$ elementos de \bar{x} . En consecuencia, se requiere un observador de dimensión $(n-q)$ en lugar del observador completo de orden n discutido en la sección anterior.

Usando $\bar{x}_1 = y$ se puede escribir (A.4) como:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \bar{A}_{11}y + \bar{A}_{12}\bar{x}_2 + \bar{B}_1u \\ \dot{\bar{x}} &= \bar{A}_{22}\bar{x}_2 + \bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Si se define $\bar{u} = \bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u$ y $w = \dot{y} - \bar{A}_{11}y - \bar{B}_1u$, la ecuación (A.6) se transforma en:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}_{22}\bar{x}_2 + \bar{u} \\ w &= \bar{A}_{12}\bar{x}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Puede notarse que \bar{u} y w son funciones de las señales conocidas u y y . Si la ecuación dinámica en (3.13) es observable, entonces puede construirse un observador que estime \bar{x}_2 .

TEOREMA A.1

El par $\{A, C\}$ en la ecuación (3.1) o, de forma equivalente, el par $\{\bar{A}, \bar{C}\}$ en la ecuación (A.4) es observable si y solo si el par $\{\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}\}$ en (A.7) es observable. Si $\{A, C\}$ es

observable, entonces $\{\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}\}$ es observable. En consecuencia existe un observador de dimensión $(n-q)$ de \bar{x}_2 de la forma:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\hat{x} + \bar{L}w + \bar{u} \quad (\text{A.8})$$

tal que los eigenvalores de $(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})$ pueden ser arbitrariamente asignados por una apropiada \bar{L} \square

La sustitución de \bar{u} y w en (3.17) genera:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\hat{x} + \bar{L}(\dot{y} - \bar{A}_{11}y - \bar{B}_1u) + (\bar{A}_{21}y + \bar{B}_2u) \quad (\text{A.9})$$

Esta ecuación contiene una derivada de y la cual puede eliminarse definiendo

$$z = \hat{x}_2 - \bar{L}y \quad (\text{A.10})$$

de donde se puede obtener:

$$\dot{z} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})z + [(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\bar{L} + (\bar{A}_{21} - \bar{L}\bar{A}_{11})]y + (\bar{B}_2 - \bar{L}\bar{B}_1)u \quad (\text{A.11})$$

Esta es una ecuación dinámica de orden $(n-q)$ con u y y como entradas, la cual puede ser implementada con circuitos mediante amplificadores operacionales. De (A.10) se puede observar que $z + \bar{L}y$ es un estimado de \bar{x}_2 . Si de la misma forma, ahora se define $e = \bar{x}_2 - (z + \bar{L}y)$, y usando $y = \bar{x}_1$ entonces se obtiene:

$$\dot{e} = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})e \quad (\text{A.12})$$

Dado que los eigenvalores de $(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})$ pueden ser asignados arbitrariamente, la velocidad con la que $e(t)$ se aproxima a cero, o de forma equivalente la velocidad en que $(z + \bar{L}y)$ se aproxima a \bar{x}_2 puede ser determinada por el diseñador. Por tanto $(z + \bar{L}y)$ produce el estimado de \bar{x}_2 .

Si ahora se combina $\bar{x}_1 = y = \hat{x}_1$ con $\hat{x}_2 = z + \bar{L}y$ puede obtenerse:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \bar{L}y + z \end{bmatrix}$$

como se definió $\bar{x} = Px$, se tiene entonces $x = P^{-1}\bar{x} = Q\bar{x}$, esto es

$$\hat{x} = Q\hat{\bar{x}} = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} y \\ \bar{L}y + z \end{bmatrix} = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} I_q & 0 \\ \bar{L} & I_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Esto genera un observador particionado con el estado tomado desde y y con los estados estimados z por el observador reducido. Un diagrama de bloque se muestra para el observador de la ecuación A.13

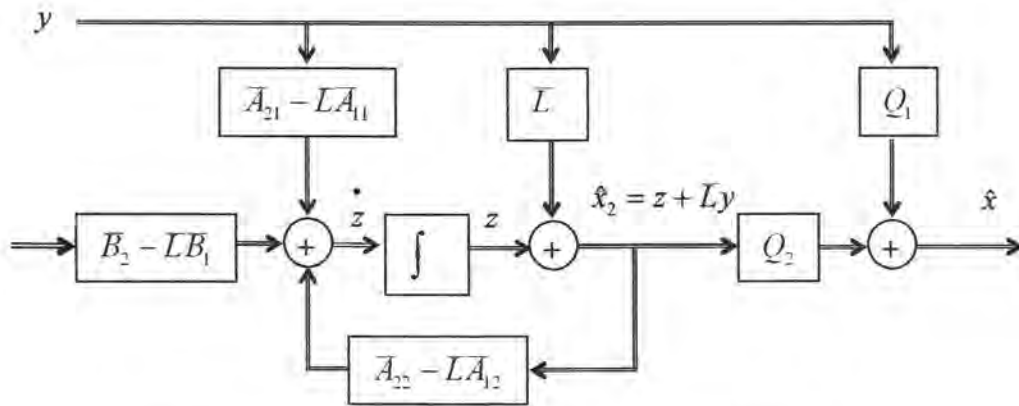


Figura A.1 Implementación del observador reducido

Una comparación entre un observador de orden reducido y el de orden completo es que en el caso del reducido se requiere hacer la transformación discutida en (A.11). Excluyendo este paso, la cantidad de cálculo requerida para el observador reducido es menor que para el de orden completo. En la implementación, el observador reducido requiere menos integradores.

Cabe señalar que si la señal de salida contiene ruido en alta frecuencia, los efectos aparecerán en la salida del observador afectando la estimación, por lo que el observador de orden reducido se vuelve muy sensible. En un observador de orden completo, la salida es filtrada e integrada y los efectos de los ruidos de alta frecuencia en la entrada pueden ser suprimidos[21].

Tabla A.1 Modelos expandidos convertidor-observador conmutado reducido.

Convertidor	Observador Reducido	
	$A_{ex} x_{ex}$	$B_{ex} u$
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ l_1 \frac{1}{C} & -\frac{1}{L} & -l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q_1)}{L} & 0 \\ \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ l_1 \frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{(1-q_1)}{L} & -l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q_1)}{L} & 0 \\ -\frac{(1-q_1)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ -l_1 \frac{(1-q_1)}{C} & \frac{(1-q_1)}{L} & l_1 \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ \hat{i}_L \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L} \end{bmatrix} u(t)$

Tabla A2. Modelos promedio-linealizado perturbado de los convertidores-observadores

Convertidor	Observador conmutado reducido	
	A_{ex}	B_{ex}
Reductor	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ \frac{1}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ l_1 \frac{1}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & -l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L_0} \end{bmatrix}$
Elevador	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q)}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ l_1 \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{(1-q)}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & -l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix}$
Reductor-elevador	$\begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-q)}{L_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ -\frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & -\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} & 0 \\ -l_1 \frac{(1-q)}{C_{\bar{\sigma}}} & \frac{(1-q)}{L_0} - l_1 \left(\frac{1}{R_{\bar{\sigma}}C_{\bar{\sigma}}} - \frac{1}{R_0C_0} \right) & l_1 \frac{1}{C_0} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{q_1}{L_{\bar{\sigma}}} \\ 0 \\ \frac{q_1}{L_0} \end{bmatrix}$

Bibliografía

- [1] M. H. Rashid, Power Electronics, Circuit, Devices and Applications. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, Second Edn. 1993.
- [2] S. Benerjee, and G. C. Verghese, Nonlinear Phenomena in Power Electronics, Attractor, Bifurcations, Chaos and Nonlinear Control. IEEE Press, 2001.
- [3] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, and G. C. Verghese, Principles of Power Electronics. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [4] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, Power Electronics: Converters, Applications and Design. New York, Wiley, second Ed. 1995.
- [5] R. D. Middlebrook, "Modeling Current-Programmed Buck and Boost Regulators", IEEE Trans. Power Electronics, vol. 4, no. 1, pp 36-52, 1989.
- [6] D. Maksimovic, A. M. Stankovic, and V. J. Thottuvelil, "Modeling and Simulation of Power Electronic Converters", Proceedings of the IEEE, vol. 8, no. 6, pp 898-912, June 2001.
- [7] W. S. Levine, The Control Handbook. Chapter 37: Observers, CRC Press Inc., IEEE Press, 1996.
- [8] P. Midya, P. T. Krein, and M. Grewel, "Sensorless current mode control an observer based technique for DC-DC converters", IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 16, no. 4, pp 523-526, July 2001.
- [9] T. Kailath, Linear Systems. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall Inc., 1980.

- [10] W. A. Wolovich, Automatic Control Systems. Saunders College Publishing, 1994.
- [11] P. Krein, Elements of Power Electronics, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [12] D.G. Luenberger, "Observing the State of a Linear System", IEEE Trans. Mil. Electron., MIL-8, pp. 74-80, 1964.
- [13] D.G. Luenberger, "An Introduction to Observers" IEEE Trans. Autom. Control, AC-16, pp. 596-603, Dec, 1971.
- [14] B. Gopinath, Ph. D. Tesis Stanford University, Stanford Calif., 1968,
- [15] D.G. Cumming, " Design of Observers of Reduced Dinamics", Electron, Lett., 5, no. 10, pp. 213-214, May 15, 1969.
- [16] J.T.Mossoba, P.T. Krein,"Small Signal Modeling of Sensorless Current Mode Controlled DC-DC Converters", Proc. IEEE 8th Workshop on Computers in Power Electronics, 2002
- [17] J.T.Mossoba, P.T. Krein,"Design and Control of Sensorless Current Mode DC-DC Converters", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 18,p.p. 315-321 2003
- [18] M. Martínez Cruz, Diseño de Controladores PI para Reguladores CD-CD en Corriente Programada, Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, UASLP, Julio 2000

- [19] J. Leyva Ramos, J. A. Morales-Saldaña, and O. Vital-Ochoa, “ μ -Stability análisis for current-programmed regulators”, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 120, pp. 3-14, Jan 2001.
- [20] J.C.Doyle, B.A.Francis, A.R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, New York, Mac Millan Publishing Company, 1992.
- [21] C.T. Chen, *Linear System Theory and Design*, Third Edition, Oxford University Press, New York, 1999.
- [22] K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [23] A.Weinmann, *Uncertain Models and Robust Control*, Springer Verlag, New York, 1991.
- [24] R.D. Middlebrook and Slobodan Cuk, A General Unified Approach to Modelling switching-converter Power Stages, *IEEE Power Electronics Specialist Conference 1976*, Record, p.p. 18-24.
- [25] D.H.Kiendl, Total stability of linear control systems with uncertain parameters of the controlled plant. *Automatisierungstechnik*, p.p.379-386 Jahrgang Heft, Ger.1985.