

00382



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

Posgrado en Ciencias Físicas
Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico

PRUEBA DE SUPERFICIES ASFÉRICAS RÁPIDAS
CON PANTALLAS NULAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN CIENCIAS

PRESENTA

Manuel Campos García

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. José Rufino Díaz Uribe

COMITÉ TUTORAL

Dr. Neil Charles Bruce Davidson

Dra. Martha Rosete Aguilar

pcf

posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2005

m 345717



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Manuel Campos
García
FECHA: 8 Junio 2005
FIRMA: [Firma]

A

M. Magdalena

y

Juan Manuel

Agradecimientos

Agradezco de manera especial a mi director de tesis el Dr. José Rufino Díaz Uribe y a mi comité tutorial la Dra. Martha Rosete Aguilar y el Dr. Neil Bruce Davidson.

Agradezco a mi jurado el Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez, Dr. Daniel Malacara Hernández, Dr. Roberto Ortega Martínez, Dr. Salvador Cuevas Cardona, Dr. Fermín Granados Agustín y el Dr. Alberto Cordero Dávila por la revisión de este trabajo.

En particular deseo agradecer al Dr. Roberto Ortega Martínez por su apoyo en la etapa de los exámenes generales sin lo cual este trabajo no se habría hecho realidad.

Agradezco al Posgrado en Ciencias Físicas por haber apoyado mi trabajo de investigación a través del Proyecto Institucional del Programa de apoyo a los Estudios de Posgrado (PAEP-2002) núm. 102001.

Este trabajo fue apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología bajo el número de proyecto 37077-E.

Resumen

En este trabajo se presenta un método de prueba nula de media precisión para probar superficies esféricas rápidas ($f\# < 1$); en particular superficies convexas, cóncavas fuera de eje y superficies convexas parcialmente especulares. El método propuesto consiste en diseñar y construir pantallas sobre las cuales se dibujan una serie de líneas o se colocan una serie de objetos luminosos tales que al ser reflejados por la superficie de prueba se observe, respectivamente, un arreglo de líneas dispuestas en una malla cuadrada o un arreglo de puntos luminosos igualmente espaciados sólo si la superficie de prueba es perfecta. Desviaciones de estas geometrías en el espacio imagen son debidas a imperfecciones de la superficie. Para lograr lo anterior se presentan las ecuaciones de diseño de las pantallas nulas. Con el propósito de obtener información cuantitativa de la forma de la superficie se presenta el algoritmo de evaluación. Para reducir el error numérico en la evaluación de la forma de la superficie se realiza la integración numérica por un método que utiliza arcos parabólicos. A través de simulaciones numéricas se analiza el error cometido en la evaluación de la forma de la superficie mediante la introducción de desplazamientos aleatorios en las coordenadas de los centroides de las imágenes, y en las coordenadas de las fuentes luminosas. En este caso se encontró que para medir la forma de la superficie con una precisión inferior a $8\ \mu\text{m}$ es necesario colocar las fuentes luminosas de la pantalla nula con una precisión mejor que $0.5\ \text{mm}$, y medir las coordenadas de los centroides con una precisión inferior a 0.5 píxeles. Asimismo, mediante simulación numérica se realizó un análisis de la sensibilidad de la prueba encontrándose que es posible detectar pequeñas deformaciones de la superficie causadas por cambios en la constante de conicidad y el radio de curvatura de la superficie. Adicionalmente, se realizó un análisis sobre el efecto de las aberraciones en la evaluación de la forma de la superficie debidas a la rapidez de la superficie de prueba y a la lente de la cámara CCD. Para el primer caso se encontró que en el plano de la mejor imagen, las imágenes de todos los puntos presentan principalmente aberración de astigmatismo, la cual es simétrica y no cambia la posición del centroide. El segundo caso se realizó de manera experimental mediante la prueba de la estrella para diferentes posiciones del objeto en el campo visual y diferentes aberturas del diafragma de la lente del CCD; aquí, se observaron cambios en las posiciones de los centroides inferiores a 0.46 píxeles. En ambos casos analizados, las aberraciones son tan pequeñas que no influyen en la determinación de los centroides de las imágenes.

Summary

A medium precision method of for null-testing fast aspheric surfaces is presented ($f/\# < 1$); in particular, convex, off-axis and convex partially specular surfaces can be tested with this proposal. The method consists of designing and building screens with a set of lines drawn on them, or sets of luminous objects, in such a way that the image, which is formed by reflection, yields a perfect square grid, or a set of equally spaced bright spots, respectively, only if the test surface is perfect. Deviations of these geometries in the image space are due to imperfections of the surface. The equations for designing the null screens are also presented. To obtain quantitative information on the shape of the surface we describe the evaluation algorithm. Here we found that to reduce the numerical error in the evaluation of the surface, the numerical integration should be performed by a method that uses parabolic arcs. Through some numerical simulations we analyzed the accuracy of the method by introducing random displacements into the measured data (the coordinates of the centroids of the images, and of the sources). We show that to measure the quality of the surface with accuracy better than $8\ \mu\text{m}$, we have to measure the coordinates of the centroids on the image plane with an accuracy better than 0.5 pixels, and we have to locate the sources with an accuracy better than 0.5 mm. Furthermore, numeric simulations shows that the sensibility of the test is enough to detect small deformations of the surface caused by changes in the conic constant and the radius of curvature of the surface. Additionally, the effect of the aberrations produced by the test surface and the CCD camera lens is analyzed; for the first case, it was found that in the best image plane for all the image points the main aberration is astigmatism, which is symmetric, and does not change the position of the centroid. The analysis of the CCD camera lens was performed experimentally by the star test for different positions of the point object in the field view and different apertures of the CCD camera lens diaphragm. In this case, we were able to observe changes in the positions of the centroids smaller than 0.46 pixels for all the images; the aberrations for those located at the center of the field were smaller. In both cases, the aberrations were small and had no influence on the determination of the centroid of the images.

Índice

Introducción	4
1. Superficies esféricas y pruebas ópticas	7
1.1 Superficies esféricas	8
1.2 Pruebas ópticas geométricas	9
1.2.1 Prueba de Ronchi	11
1.2.2 Prueba de Hartmann	14
1.3 Pruebas ópticas interferométricas	16
1.3.1 Interferómetros básicos	16
1.3.1.1 Interferómetro de Fizeau	16
1.3.1.2 Interferómetro de Twyman-Green	17
1.3.1.3 Medición del frente de onda	18
1.3.2 Pruebas interferométricas nulas	21
1.3.2.1 Compensadores nulos	21
1.3.2.2 Holograma de una superficie esférica de referencia: hologramas reales	23
1.3.2.3 Hologramas generados por computadora: hologramas sintéticos	24
1.3.2.4 Hologramas generados por computadora y óptica nula	25
1.4 Conclusión	27

2. Pruebas ópticas con pantallas nulas	28
2.1 Pruebas ópticas con pantallas	29
2.1.1 Pantallas planas	29
2.1.2 Pantallas tridimensionales	30
2.2 Diseño de pantallas nulas	32
2.2.1 Pantallas nulas cilíndricas	32
2.2.1.1 Diseño de la pantalla nula cilíndrica	33
2.2.1.2 Ajustes del sistema de prueba	37
2.2.1.3 Implementación práctica de la pantalla	39
2.2.1.4 Pruebas cualitativas con pantallas nulas cilíndricas	39
2.2.1.4.1 Prueba de un hemisferio	40
2.2.1.4.2 Prueba de un paraboloide	42
2.2.2 Pantallas nulas unidimensionales	44
2.2.2.1 Diseño de la pantalla nula unidimensional	47
2.2.2.2 Prueba de una superficie esférica de fibra de carbono	47
2.2.3 Pantallas nulas planas	50
2.2.3.1 Superficie fuera de eje	51
2.2.3.2 Diseño de la pantalla nula plana	53
2.2.3.3 Prueba de una superficie parabólica fuera de eje	56
2.2.4 Otras configuraciones de pantallas nulas	57
2.2.4.1 Configuración híbrida: pantalla plana y pantalla cilíndrica	57
2.2.4.2 Pantalla nula cónica	58
2.2.4.3 Pantalla nula elíptica	59
2.2.4.4 Pantalla nula plana inclinada	60
2.3 Conclusión	62
3. Medición de la forma de la superficie	64
3.1 Deflectometría por reflexión	65
3.2 Evaluación de la forma de la superficie	66
3.2.1 Evaluación de las normales	67

3.2.1.1 Normales de una superficie esférica convexa	67
3.2.1.2 Normales de una superficie esférica fuera de eje	70
3.2.1.3 Error numérico en la evaluación de las normales a la superficie	72
3.2.2 Método de integración	74
3.2.2.1 Evaluación de la superficie mediante trapecios	74
3.2.2.2 Método de integración con arcos parabólicos	75
3.2.2.3 Evaluación de la superficie mediante arcos parabólicos	76
3.2.2.4 Error numérico en el método de evaluación	77
3.3 Ejemplo: prueba de un cascarón esférico convexo	79
3.3.1 Evaluación de la superficie	79
3.4 Conclusión	83
4. Sensibilidad y Precisión de la prueba	85
4.1 Sensibilidad de la prueba	86
4.1.1 Análisis de sensibilidad	86
4.1.2 Ejemplos	88
4.1.2.1 Sensibilidad de las pantallas nulas cilíndricas	88
4.1.2.2 Sensibilidad de las pantallas nulas unidimensionales	92
4.2 Precisión de la prueba	94
4.2.1 Análisis de error	94
4.2.2 Ejemplo: error en la prueba de una superficie esférica convexa	98
4.3 Efecto de las aberraciones en la evaluación	99
4.3.1 Efecto de las aberraciones introducidas por una superficie convexa	100
4.3.2 Efecto de las aberraciones introducidas por la lente del CCD	104
4.4 Conclusión	107
Conclusiones Generales	108
Bibliografía	111

Introducci3n

En la actualidad el uso de sistemas 3pticos que proporcionen imágenes de alta calidad es muy importante. Estos sistemas 3pticos requieren de disenar, construir y probar elementos esféricos con una alta precisi3n. Existe gran variedad de campos donde se emplean asferas (Schulz, 1998); por ejemplo, existen superficies esféricas en objetivos complejos y sistemas de iluminaci3n empleados en microlitografa, espejos esféricos que se emplean en astronomía y comunicaciones, lentes progresivas, superficies esféricas en lentes (lentes para cámaras fotográficas y de video, lentes de telescopios, lentes de microscopios, etc.) y superficies esféricas en oculares. En general un elemento esférico puede probarse empleando métodos mecánicos u 3pticos ya sean geométricos o interferométricos. Tradicionalmente, la interferometría es el método más utilizado ya que puede conducir a resultados más precisos de los errores en las superficies de prueba. Sin embargo, el mayor problema que se tiene al emplear la interferometría para probar superficies esféricas muy rápidas es que se obtienen interferogramas que contienen un número muy elevado de franjas. No obstante, es posible reducir el número de franjas empleando elementos 3pticos nulos o usar fuentes de longitudes de onda grandes en el interfer3metro. Aún con esto, el construir elementos correctores nulos puede resultar muy costoso y además también hay que probarlos de alguna manera.

En particular, probar superficies 3pticas c3ncavas se efectúa mediante métodos que hacen uso de las propiedades de enfoque de estas superficies. Aquí, la superficie es iluminada con una fuente puntual localizada cerca del centro de curvatura de la superficie, en consecuencia los rayos reflejados convergen a una regi3n cercana a la fuente. En estos casos, es relativamente sencillo coleccionar los rayos para su análisis con alguno de los métodos de prueba interferométricos o no-interferométricos. Por ejemplo, las pruebas de Hartmann (Ghozeil, 1992) y Ronchi (Cormejo, 1992) emplean pantallas para obtener el frente de onda iluminando la superficie con una fuente puntual; el patr3n observado nos proporciona informaci3n sobre la derivada del frente de onda.

Por otra parte, probar 3pticamente superficies convexas es bastante más complicado debido a que los rayos provenientes de una fuente puntual, usada para iluminar la superficie, son divergentes lo que dificulta su recolecci3n para su análisis. Los métodos tradicionales utilizados

para probar superficies convexas emplean una superficie esférica auxiliar o un sistema óptico positivo de alta calidad óptica cuya dimensión es superior a la de la superficie que se requiere probar; por ejemplo, el arreglo de Hindle (Offner, 1992) que hace uso de las propiedades geométricas del sistema de prueba para producir un frente de onda perfectamente convergente, colectando y llevando los rayos cerca de la fuente. Sin embargo, el problema se hace más complicado si la superficie de prueba es muy grande ya que la óptica del sistema de prueba representa en sí misma un problema para probarla. Si la superficie de prueba es pequeña pero esférica, será necesario construir un arreglo de lentes nulo o un compensador a fin de compensar la aberración esférica introducida por la superficie esférica. Si además la superficie es muy rápida ($f / \# < 1$) la situación es aún más complicada ya que se requiere de diseñar, fabricar y probar diversos elementos ópticos.

En la actualidad ha aumentado el interés por construir telescopios de dimensiones muy grandes. La construcción y la prueba de la óptica de estos telescopios representan un gran reto. Debido a las dimensiones de los espejos primarios una posibilidad es construirlos mediante segmentos; la prueba de estos segmentos es muy difícil de realizar debido a su tamaño y a la falta de simetría azimutal; si por ejemplo, el segmento es tomado de una superficie parabólica entonces la configuración típica para probarlo requiere de colocar una fuente puntual en el foco de la parábola principal y de un espejo plano de alta calidad óptica colocado ortogonalmente al eje óptico de la parábola principal. En este arreglo es importante la alineación ya que las aberraciones crecen rápidamente conforme la fuente puntual se aleja del punto focal (Meinel, 1989). Por otra parte, los espejos secundarios serán convexas, bastante rápidos y muy grandes por lo que probarlos será aún más difícil. Un método bastante práctico para probar estos espejos secundarios emplea Hologramas Generados por Computadora (CGH: Computer Generated Hologram) construidos sobre superficies esféricas de referencia (Burge, 1997) y sirve para comparar el frente de onda proveniente de la superficie esférica de prueba con el frente de onda generado por el holograma sintético y la superficie esférica. Sin embargo, si las dimensiones de estos telescopios son aún mayores, sus espejos tendrán que construirse de materiales más ligeros (por ejemplo, de fibra de carbono) los cuales podrían presentar superficies parcialmente especulares lo que haría más difícil o en algunos casos casi imposible probarlos con la precisión que se requiere. Un ejemplo de este tipo de telescopios lo representa el Gran Telescopio Milimétrico (GTM), el cual actualmente está siendo fabricado en el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (INAOE) en Tonanzintla, Puebla, México; que debido a sus dimensiones su óptica será construida de fibra de carbono (INAOE, GTM: página electrónica).

En general, el método de prueba óptica se escoge o diseña teniendo en cuenta el tipo de superficie a probar y la precisión con la que se requiere realizar la prueba. Asimismo, se requiere que las pruebas ópticas utilizadas proporcionen información cuantitativa ya sea de las deformaciones o de la forma de las superficies de prueba. No obstante, siempre es deseable aplicar más de un método de prueba a la misma superficie esto con el fin de contrastar resultados de las distintas evaluaciones y así identificar errores u otros problemas en las pruebas.

Ahora bien, considerando lo anteriormente expuesto en este trabajo se propone una nueva técnica de prueba óptica que por su diseño permite probar superficies esféricas convexas rápidas donde los métodos tradicionales de prueba presentan dificultades para su implementación debido principalmente a que se tiene que diseñar, construir y probar elementos

pticos adicionales lo que hace que este tipo de pruebas sean más costosas y consumidoras de tiempo. Adicionalmente, como mostraremos, esta propuesta se puede aplicar en general a cualquier superficie esférica sea esta cóncava o convexa así como a superficies fuera de eje.

Esta nueva técnica de prueba óptica llamada **Prueba de superficies esféricas rápidas con pantallas nulas** consiste en disenar y construir una pantalla compuesta de líneas blancas y oscuras o puntos luminosos tal que al proyectarse sobre la superficie de prueba se obtenga por reflexión la imagen de una malla perfectamente cuadrada si la superficie de prueba es perfecta; es decir, que si la superficie es de muy alta calidad óptica la deformación de las líneas es nula (de allí el nombre de prueba nula). Por lo contrario, si la imagen de la malla no es cuadrada se deberá a imperfecciones, desenfoCAMIENTOS o desalineaciones de la superficie de prueba. Esta técnica tiene la ventaja de que no se necesita de ningún diseno óptico específico adicional ni de construir elementos ópticos para la corrección de la asfericidad. Adicionalmente, con esta técnica es posible la alineación del sistema óptico con relativa facilidad.

En este trabajo se presentar a la prueba con pantallas nulas como una alternativa útil para probar superficies esféricas convexas rápidas especulares y parcialmente especulares, así como superficies cóncavas fuera de eje sin tener que realizar diseno, fabricación y prueba de sistemas ópticos complicados. La propuesta será muy útil para probar superficies esféricas rápidas sobre todo si la precisión que se requiere no es muy alta, debido a su simplicidad en la implementación y en la obtención de resultados.

Para esto, en el capítulo uno de este trabajo se describirán lo que son las superficies esféricas y su representación matemática; además, se discutirá sobre algunas pruebas ópticas geométricas tradicionales que estn relacionadas con las prueba con pantallas nulas y sobre pruebas interferométricas que son utilizadas en la actualidad para probar superficies convexas. Asimismo, se discutirá sobre la importancia y relevancia de esta nueva prueba dentro del marco de las pruebas ópticas geométricas. En el capítulo dos se describe con detalle en que consiste esta nueva técnica de prueba nula y cómo con esta técnica es posible la prueba de superficies esféricas sin hacer uso de algún sistema óptico especial ni es necesaria la construcción de elementos ópticos adicionales para corregir la asfericidad. Aquí, se muestra cómo se disenan todas las configuraciones posibles de las pantallas nulas para probar superficies esféricas. En el capítulo 3 se describe el método de evaluación de la superficie, se muestran las modificaciones necesarias al método para probar superficies de grandes dimensiones. En el capítulo 4 se hace un análisis sobre la sensibilidad y precisión del método a través de simulaciones; asimismo, se discute sobre el efecto de las aberraciones en las mediciones. Finalmente, se presentan las conclusiones y comentarios de este trabajo.

Capítulo 1

Superficies esféricas y pruebas ópticas

Una prueba óptica es el arte de usar cualquier método disponible ya sea mecánico u óptico para determinar de manera precisa las propiedades de un componente o sistema óptico. Una prueba óptica es de vital importancia en la manufactura de componentes esféricas ya que después de todo no se puede construir aquello que no se puede probar (Stahl, 1997).

En la actualidad existe una gran variedad de métodos o técnicas para probar superficies ópticas, los cuales pueden ser mecánicos u ópticos. Los métodos ópticos contrastan en gran medida con los métodos mecánicos debido a que en cierta forma son más rápidos de implementar, precisos y sobre todo no se tiene contacto con la superficie de prueba. Los métodos ópticos que miden la forma de la superficie de prueba se clasifican en interferométricos y geométricos. Las pruebas interferométricas son adecuadas cuando se requiere probar asferas que difieren poco de una esfera. Para probar superficies esféricas más rápidas se requiere de usar elementos ópticos adicionales en el sistema óptico de prueba para compensar la asfericidad del sistema de prueba; es decir, se requiere transformar el frente de onda esférico del interferómetro en uno esférico que se ajuste a la superficie esférica de prueba y que posteriormente vuelva a convertir el haz que ha sido reflejado por la superficie o ha sido atravesado por el sistema óptico bajo prueba en uno esférico si la superficie o el sistema son perfectos. Las deformaciones del frente de onda serán debidas a aberraciones y defectos del sistema bajo prueba.

Ahora bien, como se mostrará ampliamente, la meta principal de este trabajo es describir un método de precisión media que permita probar ópticamente superficies esféricas rápidas convexas las cuales pueden ser especulares o parcialmente especulares, superficies esféricas fuera de eje y en general que se puede también aplicar a superficies cóncavas. Antes de realizar lo anterior se hará una revisión de las pruebas ópticas que guardan una relación directa con la

nueva propuesta. Esto es, se discutirá sobre pruebas ópticas geométricas tradicionales como lo son la prueba de Ronchi (Cormejo, 1992) y la prueba de Hartmann (Ghozeil, 1992), ya que en ambas se emplean pantallas para realizar la prueba. Cabe mencionar, que la principal aplicación de estas pruebas geométricas tradicionales se halla en la prueba de superficies esféricas cóncavas. Para probar superficies esféricas convexas con una alta precisión existe gran variedad de pruebas interferométricas, aquí analizaremos aquellas que corrigen el frente de onda esférico, utilizando como corrector esférico un CGH (Computer Generated Hologram)) (Creath, 1992; Tiziani, 2002) o una matriz (Schillke, 1999) los cuales se utilizan con un interferómetro que puede ser de tipo Twyman-Green o un Fizeau.

1.1 Superficies esféricas

Las superficies esféricas, o asferas, son superficies ópticas que no son esféricas ni superficies planas. Una esfera tiene sólo un parámetro de forma, el radio de curvatura r ; por su parte las superficies cónicas tienen dos, el radio de curvatura r y la constante de conicidad k . Una asfera más general, sin embargo, puede tener en principio un número muy grande de parámetros de forma. Por su parte, una superficie esférica rápida es aquella que tiene diámetro D grande comparativa a la distancia focal f pequeña; es decir, números f pequeños ($f \# \equiv f/D < 1$).

La demanda de superficies esféricas ha ido en aumento constantemente, así como nuevas aplicaciones han venido surgiendo, esto debido a que algunos problemas ópticos se resuelvan con mayor facilidad cuando se utilizan asferas en los sistemas ópticos y otros pueden ser resueltos cuando sólo se emplean asferas. Así, por ejemplo, una superficie esférica puede reemplazar a varias superficies esféricas (Schulz, 1998), y cierto tipo de aberraciones pueden ser removidas o controladas cuando se utilizan sólo superficies esféricas (Stahl, 1997). Lo anterior ofrece ventajas significativas como: mejor funcionamiento, uso de pocas componentes ópticas, reducción del peso de los sistemas ópticos, menos luz esparcida y un empaque más reducido del sistema. Sin embargo, se aumenta la complejidad en el diseño, fabricación y prueba de estas componentes esféricas.

Ahora bien, matemáticamente una superficie esférica de revolución es generada rotando una curva plana axialmente simétrica en torno a su eje. En particular, una cónica es una superficie esférica rotacionalmente simétrica generada por la rotación de un arco cónico en torno a su eje de rotación. Usualmente, las superficies cónicas se representan mediante (Schulz, 1998; Stavroudis, 1981; Malacara, 1992a),

$$z = \frac{cs^2}{1 + \left[1 - (k+1)c^2s^2 \right]^{1/2}}, \quad (1.1)$$

con $s^2 \equiv x^2 + y^2$; (x, y, z) son las coordenadas cartesianas de un punto de la superficie (con vértice en el origen), y el eje z es el eje óptico. $c = 1/r$ es la curvatura en el vértice de la superficie (r es el radio de curvatura en el vértice), k es la constante de conicidad y representa una medida de la asfericidad ($k \neq 0$ para asferas). Diferentes valores de k indican distintas formas de las superficies: Hiperboloides, $k < -1$, paraboloides, $k = -1$, elipsoides prolatos, $0 > k$

> -1 , elipsoides oblatos $k > 0$ y $k = 0$ para esferas. Otra representación de una superficie esférica de revolución que contiene términos de deformación adicionales (Schulz, 1998; Malacara, 1992a), esta representada por

$$z = \frac{cs^2}{1 + (1 - c^2s^2)^{1/2}} + \sum_{i=1}^N A_{2i} (s^2)^i, \quad (1.2)$$

donde A_i son los coeficientes de deformación esféricos. Que representa una superficie esférica más términos polinomiales pares. En general el grado del polinomio de orden par corresponde al grado de aberración que se requiere corregir (Lerner, 2000).

Otra representación más general de una superficie esférica que no tenga simetría axial se puede representar mediante una expansión polinomial (Stahl, 1997), esto es

$$f(x, y, z) = \sum_{l=0}^N \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^L A_{jkl} (x - x_o)^{l-j} (y - y_o)^{j-k} (z - z_o)^k, \quad (1.3)$$

donde (x_o, y_o, z_o) son valores constantes y A_{jkl} son los coeficientes de deformación.

Otra representación general de una esférica que usa un número reducido de términos es aquella que la define de manera paramétrica (Lerner, 2000). En una superficie definida paraméricamente, la sagita de la superficie es definida por medio de dos o más ecuaciones y al menos una variable auxiliar. Por ejemplo, una superficie esférica paramétrica general que utiliza como base una superficie paramétrica elipsoidal se escribe como

$$\begin{aligned} S = f(\theta) &= B_1 \text{sen } \theta + \sum_{j=1}^N B_{2j+1} \text{sen}^{2j+1} \theta \\ z = g(\theta) &= -A_o + A_o \cos \theta + \sum_{i=1}^M A_{2i} (B_1 \text{sen } \theta)^{2i} \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde los coeficientes A_{2i} definen términos de orden par, los coeficientes B_{2j+1} definen términos de orden impar; A_o es el semieje mayor de la elipse, B_1 es el semieje menor de la elipse, y θ es una variable auxiliar. Aquí hay que notar que si los coeficientes impares B_{2j-1} son todos cero, entonces la Ec. (1.4) es equivalente a la representación de la Ec. (1.2).

Existen otros tipos de representaciones (Schulz, 1998) pero en principio todas ellas son equivalentes. Sin embargo, la representación más conveniente dependerá del problema particular que se requiere resolver (Su, 1985).

1.2 Pruebas ópticas geométricas

Antes del uso extendido de los interferómetros, las pruebas geométricas eran muy comunes. Las pruebas geométricas miden la pendiente del frente de onda o las aberraciones transversales de

rayo. Las pruebas geométricas tienen varias ventajas: su implementación es simple, son de bajo costo, son altamente sensibles y son insensibles a vibraciones. Sin embargo, también tienen sus desventajas: la mayoría proporciona sólo información cualitativa de la forma de la superficie, dan información de ciertas zonas y son difíciles de analizar (Stahl, 1997).

En esta sección analizaremos aquellas técnicas de pruebas ópticas que se basan en un trazo exacto de rayos a través del sistema de prueba y que proporcionan información sobre la pendiente de la superficie de prueba. Las más populares y utilizadas son las pruebas de Ronchi (Comejo, 1992) y Hartmann (Ghozeil, 1992), ambas utilizan una fuente puntual para iluminar, una pantalla (con líneas o agujeros) que actúa como filtro para los rayos y de un medio de registro como una cámara CCD. En el caso de la prueba de Ronchi se asume que los rayos son obstruidos por la rejilla (pantalla con líneas) después de su reflexión con la superficie de prueba. Mientras que en el método de Hartmann la obstrucción se realiza antes de que los rayos se reflejen sobre la superficie. Estas pruebas no requieren de ningún sistema óptico auxiliar especial, sólo de la lente de enfoque. Desde un punto de vista de trazo de rayos no hay diferencia entre una y otra prueba; sin embargo, desde el punto de vista físico sí hay diferencias ya que las imágenes obtenidas, ronchigramas y hartmanogramas, corresponden a patrones virtuales y reales, respectivamente (Cordero, 1992).

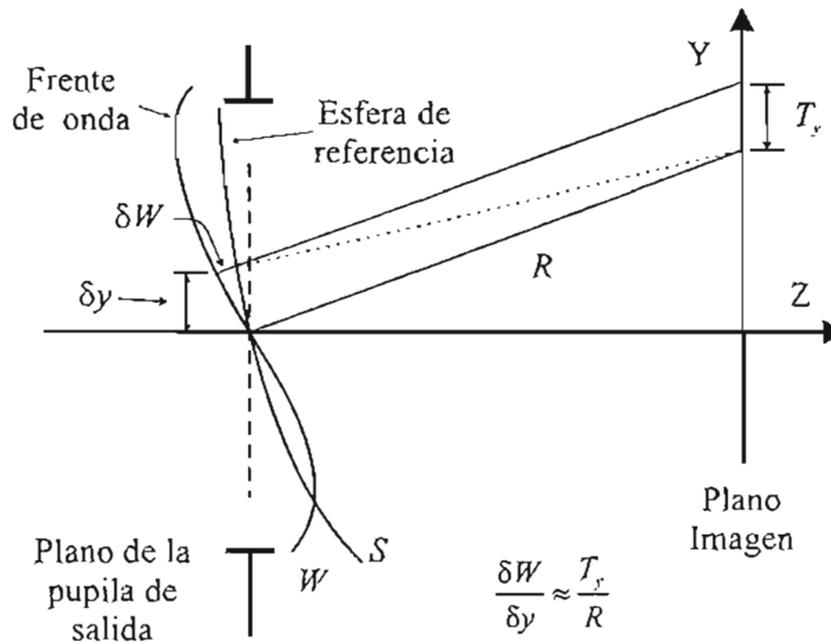


Figura 1.1. Aberración del frente de onda y aberración de rayo.

La ventaja de utilizar una fuente puntual para la iluminación del sistema de prueba se halla en que se puede medir directamente la aberración transversal y con esta se puede obtener la aberración del frente de onda (diferencia entre un frente de onda esférico y el frente de onda aberrado). La relación entre estas cantidades fue deducida por Rayces (1964) e independientemente por Born y Wolf (1999), y está dada por

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{T_x}{R}, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{T_y}{R}, \quad (1.5)$$

donde $W(x, y)$ es la aberración del frente de onda, R es el radio de una esfera de referencia (el radio del frente de onda esférico relacionado con la fuente puntual) y T_x, T_y son las componentes transversales de la aberración de rayo, Fig. 1.1.

1.2.1 Prueba de Ronchi

La prueba de Ronchi (Cornejo, 1992) es uno de los métodos más sencillos de prueba óptica. La configuración de la prueba consiste en utilizar una rejilla de Ronchi (un arreglo de líneas claras y oscuras igualmente espaciadas y perfectamente paralelas) y una fuente de luz que puede ser extendida o puntual. La rejilla es colocada en el centro de curvatura del espejo bajo prueba (esto da idea o muestra que se trata de superficies lentas). La fuente es colocada fuera de eje en forma tal que la imagen del patrón de franjas se forma sobre la rejilla, Fig. 1.2. La forma del patrón de franjas obtenido en el plano de observación depende de las aberraciones del sistema óptico y puede ser explicado usando óptica geométrica donde se interpretan a las franjas como sombras de las líneas de la rendija; también se pueden explicar mediante argumentos de óptica física donde las franjas se interpretan como si fueran producidas por interferencia de la luz difractada por las rejillas de Ronchi, consideradas como rejillas de difracción.

Una de las principales ventajas de la prueba de Ronchi es su aplicación sencilla ya que todo lo que se requiere es de una rejilla de líneas rectas y una fuente de luz blanca (extendida o puntual); esto es, no se requiere de ningún sistema óptico especial sólo la lente de enfoque. Su principal desventaja se halla en la dificultad para interpretar cuantitativamente los patrones de franjas observados (Stahl, 1997).

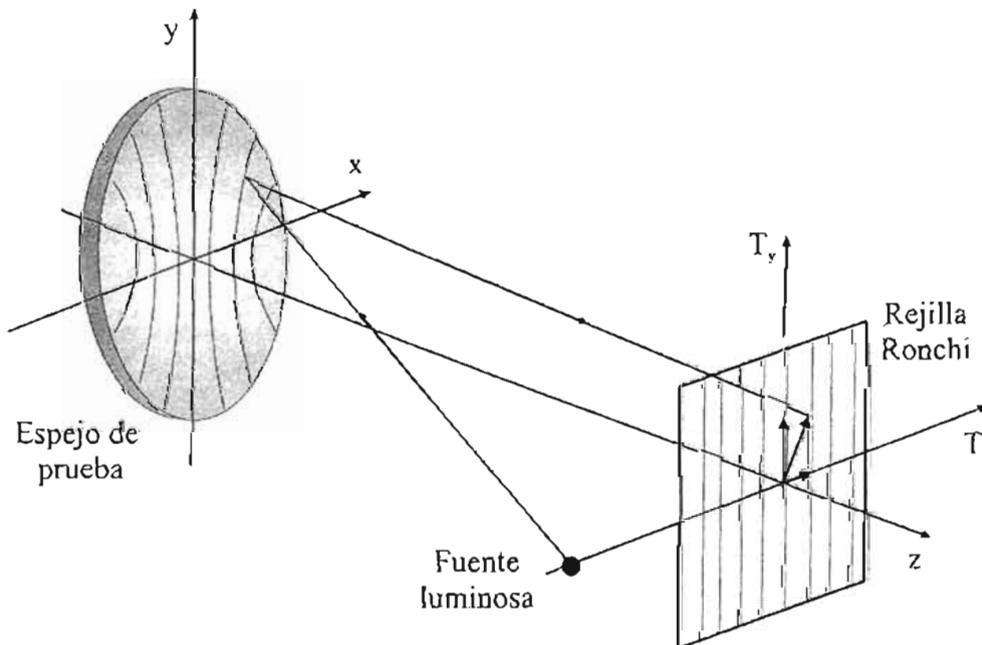


Figura 1.2. Arreglo experimental de la prueba de Ronchi [Tomada de (Cornejo, 1992)].

La prueba de Ronchi con rejillas lineales es muy útil para probar superficies esféricas ya que la rejilla proyecta sobre el espejo líneas rectas si la superficie de prueba es perfectamente esférica, Fig. 1.3. Asimismo, se utiliza para probar superficies esféricas (Malacara, 1965; Cornejo, 1970); en este caso, como las franjas no son rectas [ver Fig. 1.5(b)], su forma debe ser calculada. Así, los errores de la superficie se obtienen de las diferencias entre las franjas observadas y las calculadas. Sin embargo, es difícil medir las diferencias entre franjas curvadas ya que se hacen difusas y confusas debido a los efectos de difracción.

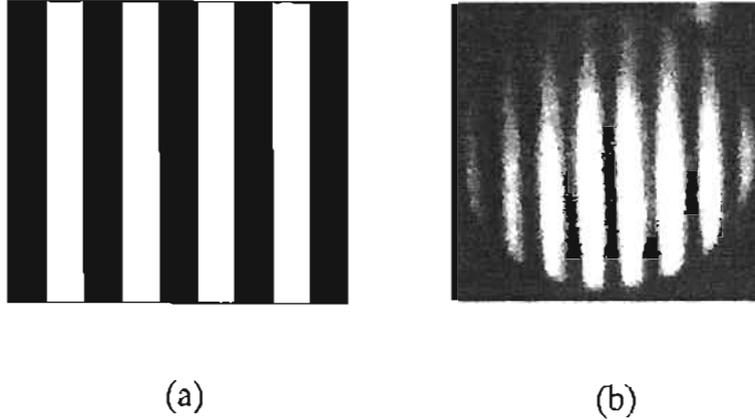


Figura 1.3. a) Esquema de una rejilla de Ronchi lineal, b) imagen (experimental) de una rejilla de Ronchi lineal para un frente de onda esférico [Tomada de (Cornejo, 2001)].

Para el caso de superficies con simetría de rotación es posible determinar la forma del frente de onda con una rejilla de Ronchi (Malacara, 1965; Cornejo, 1970). Así, si se miden las aberraciones transversales las deformaciones de la superficie pueden ser medidas mediante

$$\Delta W(\rho) = \frac{1}{R} \int_0^{\rho} \Delta T(\rho) d\rho \quad (1.6)$$

donde ΔW es el cambio en la aberración del frente de onda y $\Delta T(\rho)$ es el cambio en la aberración transversal $T(\rho)$, ambos debidos a las deformaciones de la superficie; y ρ es la distancia del centro del patrón a la intersección de la franja con el eje x , Fig. 1.4. Luego, el principal objetivo es poder obtener la aberración transversal $T(\rho)$ a partir de la deformación de las franjas (Cornejo, 1992). En la Fig. 1.4, las líneas sólidas son las franjas reales sobre un espejo imperfecto, mientras que las líneas punteadas corresponden a las franjas ideales para una superficie perfecta, mismas que deben ser calculadas. Si se asume que las franjas ideales sobre el espejo no son necesariamente rectas sino curvas, el cambio en la aberración transversal se obtiene de

$$\Delta T(\rho) = T_r(\rho) - T_i(\rho) \quad (1.7)$$

donde $T_r(\rho)$ es la aberración transversal real para la superficie imperfecta y $T_i(\rho) = m d$ es la aberración transversal ideal calculada (d es el período de la rejilla y m es el número de franja).

Cabe mencionar que el procedimiento anterior tiene desventajas debido a que es difícil emparejar las franjas curvas con las líneas teóricas, y como las franjas son curvas los efectos de difracción hacen que las franjas sean difusas produciendo que las mediciones sean imprecisas (Malacara, 1974).

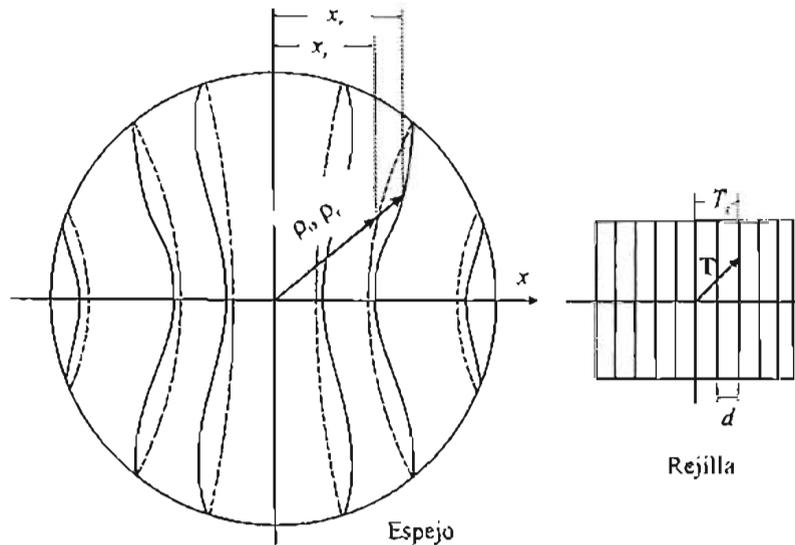


Figura 1.4. Cálculo de la aberración transversal $T(\rho)$ a partir de un ronchigrama.

Los problemas anteriores se pueden resolver si se utiliza una configuración nula de la prueba (Malacara, 1974; Cordero 1990). Esto es, se diseña una rejilla de Ronchi que contenga líneas curvas en tal forma que en el plano imagen se obtenga una serie de líneas rectas paralelas, Fig. 1.5. Las desventajas de la configuración nula son que hay que crear el patrón específico para la superficie que se requiere probar, aquí es necesario utilizar una fuente puntual y la alineación del sistema de prueba es crítica (Stahl, 1997).

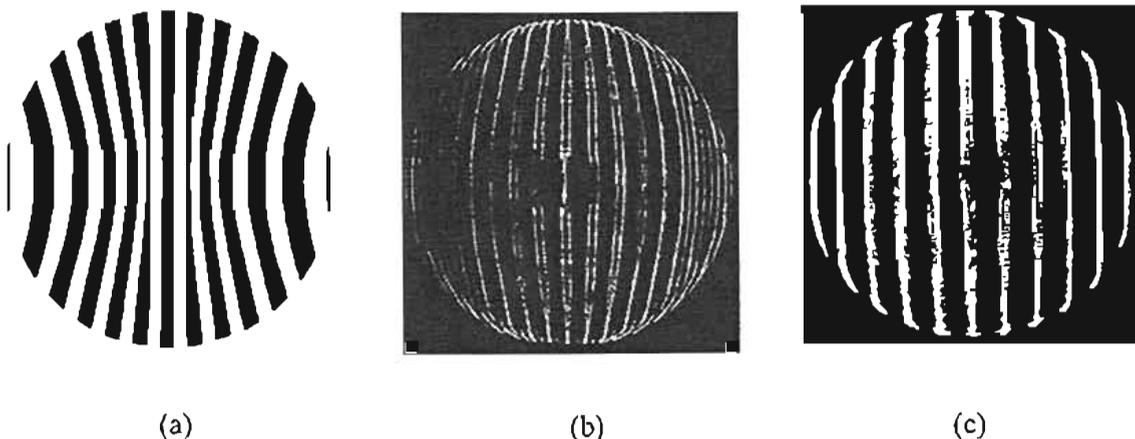


Figura 1.5. a) Rejilla nula de Ronchi, b) imagen de una rejilla lineal de Ronchi correspondiente a una superficie esférica, c) imagen de una rejilla nula de Ronchi correspondiente a una superficie esférica [Tomada de (Malacara 1974)].

Una desventaja de las configuraciones anteriores es que sólo se obtiene información de las deformaciones en una dirección. Para obtener las deformaciones del frente de onda en dos direcciones son necesarias dos imágenes perpendiculares de la rejilla. Estas imágenes cruzadas se pueden obtener con una sola rejilla [en este caso se obtiene una imagen con la rejilla orientada en una dirección y después se rota la rejilla 90° y se obtiene la segunda imagen (Cornejo, 2001)]. Una manera más sencilla y directa para realizar las mediciones es utilizando una rejilla cuadrada (Cordero, 1998), la cual se considera como la intersección de dos rejillas cruzadas, Fig. 1.6. El patrón de la rejilla cuadrada obtenido se puede considerar equivalente a la intersección de dos patrones cruzados obtenidos con una rejilla sencilla.

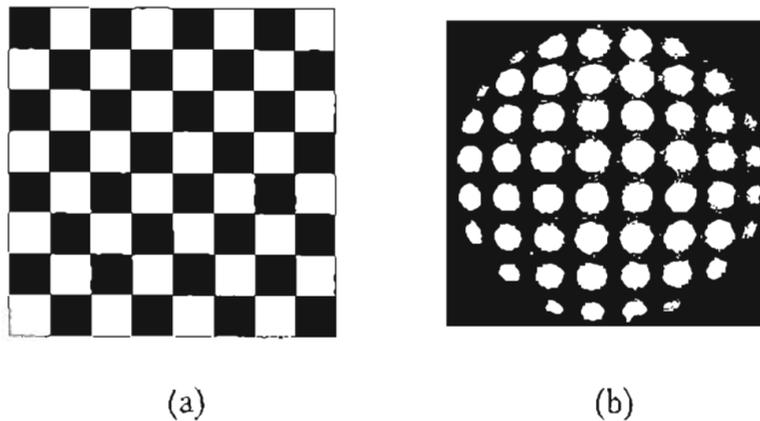


Figura 1.6. Esquema de una rejilla cuadrada de Ronchi, b) imagen (experimental) de una rejilla cuadrada [Tomada de (Cordero, 1998)].

1.2.2 Prueba de Hartmann

Otro método de prueba óptica geométrica que hace uso de una pantalla es la prueba de Hartmann (Ghozeil, 1974,1992). La configuración básica de la prueba consiste de una pantalla metálica con agujeros que se coloca frente al espejo de prueba, de una fuente puntual colocada cerca del centro de curvatura del espejo y de un medio de registro que puede ser una placa fotográfica o un CCD, Fig. 1.7.

Las pantallas de Hartmann tienen tres configuraciones básicas del patrón de agujeros: radial, espiral y cuadrada. Las pantallas radiales y espirales tienen la desventaja de que su patrón no es uniforme ya que la densidad de puntos disminuye radialmente. Por su parte, con un arreglo cuadrado se puede tener una mayor uniformidad y cantidad de puntos (ver Fig. 1.8).

Cuando se observa en el plano de detección la pantalla con agujeros, de diámetro muy pequeño comparada con el diámetro del espejo, se produce un diagrama de manchas luminosas, Fig. 1.8. Las aberraciones transversales (T_x , T_y) son calculadas midiendo las diferencias de las coordenadas entre los centroides de las manchas luminosas y sus correspondientes posiciones ideales las cuales se obtienen mediante un trazo exacto de rayos (Cornejo, 2001). Con estas aberraciones transversales se obtiene la aberración del frente de onda mediante integración de la Ec. (1.5) (Ghozeil, 1992).

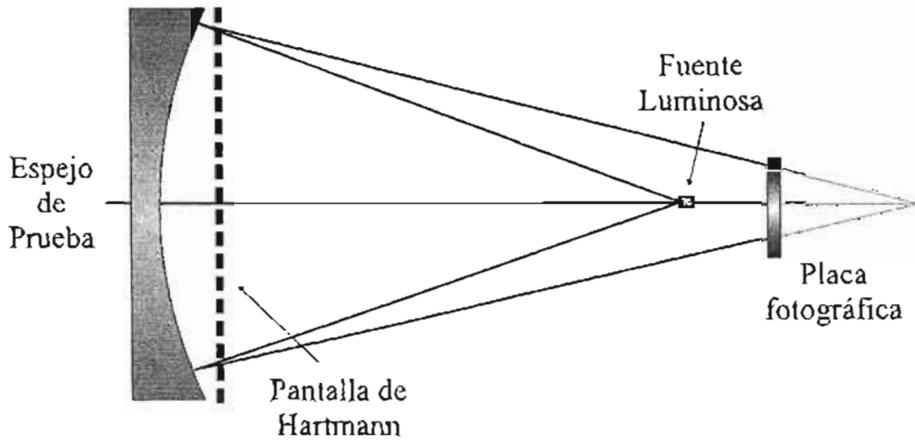


Figura 1.7. Arreglo experimental de la prueba de Hartmann.

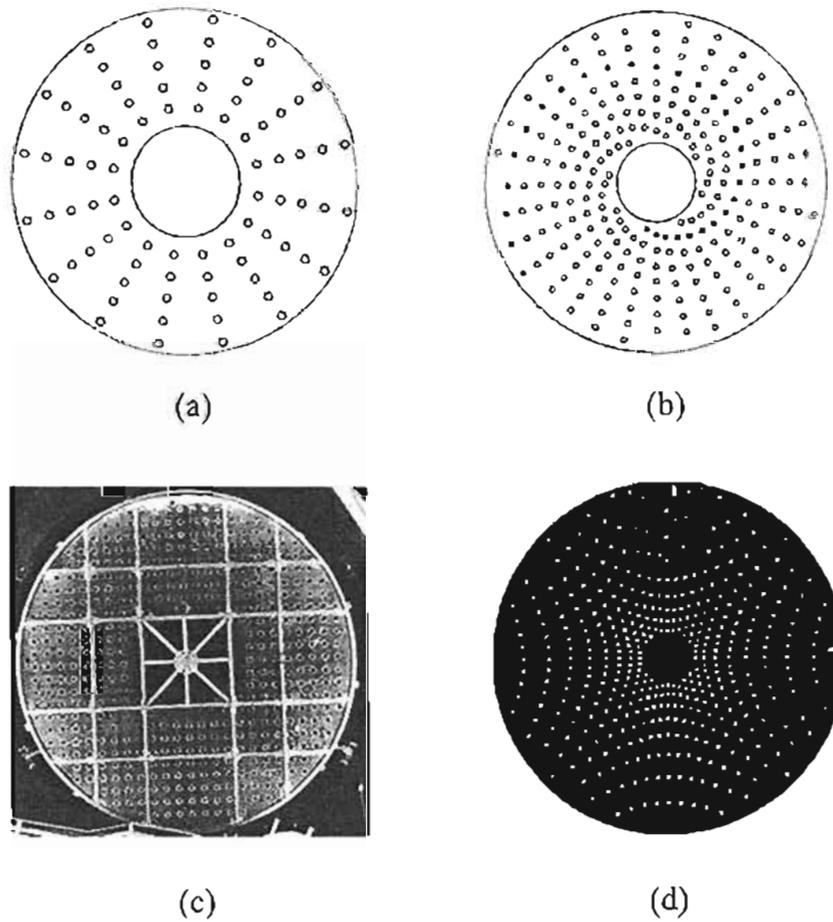


Figura 1.8. Pantallas de Hartmann: a) patrón radial, b) patrón espiral, c) patrón cuadrado, d) imagen del patrón cuadrado [Tomada de (Ghozeil, 1992)].

Hay tres factores que limitan el uso de las pantallas de Hartmann: los efectos de difracción limitan el tamaño de los diámetros de los agujeros de la pantalla, la rapidez de la superficie, y la descripción adecuada de la superficie de prueba está limitada por el grado de rugosidad de la superficie. Adicionalmente, la pantalla debe centrarse con precisión sobre la abertura del espejo, la fuente puntual debe centrarse apropiadamente para evitar la introducción de aberraciones fuera de eje y el detector debe ser colocado perpendicular al eje óptico (Comejo, 2001).

Como en el caso de la prueba de Ronchi, la prueba de Hartmann también tiene una configuración nula para probar superficies esféricas. En este caso, se diseña la pantalla de Hartmann en forma tal que su imagen proporcione una serie de puntos en un arreglo cuadrado. Si el arreglo no es cuadrado, se deberá a deformaciones de la superficie (Cordero, 1990).

1.3 Pruebas ópticas interferométricas

Las pruebas interferométricas son el método preferido para probar superficies esféricas y esféricas que difieren poco de una esfera, uno de sus principales problemas es la adaptación del frente de onda del interferómetro con la superficie esférica de prueba. Adicionalmente, en el caso de superficies esféricas con mayor deformación surge el problema de que los interferogramas tienen un número muy grande de franjas lo que dificulta su análisis. Los métodos convencionales para medir interferométricamente una superficie esférica son pruebas nulas que utilizan sistemas que compensan el frente de onda. Los compensadores pueden ser reflectivos, refractivos o difractivos. El diseño y construcción de estas configuraciones nulas puede ser muy costoso y además hay que probarla de alguna manera. Las principales ventajas de estas pruebas es que no son de contacto, son rápidas de realizar, se puede tener una densidad grande de puntos a evaluar, son bastante precisas y repetibles. En las subsecciones siguientes se discutirá principalmente sobre los arreglos interferométricos utilizados para probar superficies esféricas convexas debido a que una de las propuestas de este trabajo es probar este tipo de superficies; esto para ver los alcances y limitaciones de la propuesta.

1.3.1 Interferómetros básicos

Hay varias configuraciones interferométricas básicas que se usan en pruebas ópticas, casi todas ellas son sistemas de dos haces, por ejemplo los interferómetros de Fizeau y Twyman-Green. Estos interferómetros producen un interferograma (patrón de franjas) mediante la superposición de dos frentes de onda, uno de los cuales es un frente de onda de referencia y el otro un frente de onda distorsionado cuya forma se quiere conocer. Las franjas en estos interferómetros son franjas de igual espesor. Estos interferómetros son muy útiles para probar superficies planas, cóncavas y convexas.

1.3.1.1 Interferómetro de Fizeau

El interferómetro de Fizeau (Malacara, 2001; Mantravadi, 1992) es un instrumento que utiliza una fuente puntual monocromática para iluminar el sistema, una lente colimadora y una superficie de referencia. La superficie de referencia puede ser plana o curva. En la Fig. 1.9 se

muestran dos configuraciones del interferómetro para probar superficies convexas; en uno de los arreglos se utiliza una superficie de referencia cóncava cuyo centro de curvatura coincide con el centro de curvatura de la superficie a probar [Fig.1.9(a)]; en la otra la superficie de referencia es plana, aquí se utiliza una lente correctora de alta calidad para enfocar el haz, Fig. 1.9(b). Nótese como este tipo de configuraciones es útil para probar superficies esféricas o esféricas que difieren poco de una esfera; y además las superficies de prueba no pueden ser demasiado rápidas ya que sería difícil recolectar los rayos reflejados para su análisis.

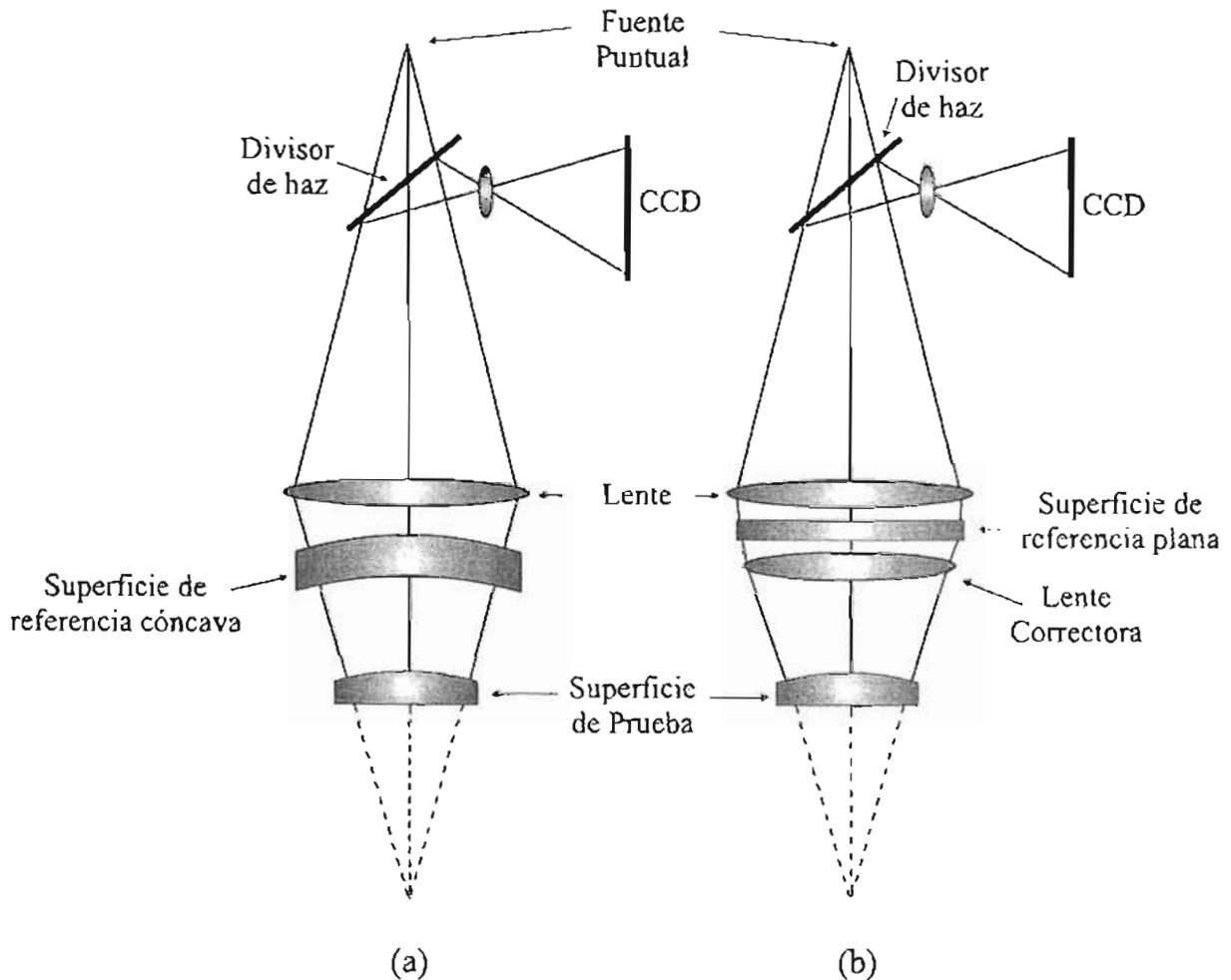


Figura 1.9. Arreglo de un interferómetro de Fizeau para probar superficies convexas: a) superficie de referencia cóncava, b) superficie de referencia plana.

1.3.1.2 Interferómetro de Twyman-Green

Otra configuración interferométrica muy utilizada para probar superficies ópticas es el interferómetro de Twyman-Green (Malacara, 2001). El interferómetro consiste de un láser, un expansor de haz (o una fuente puntual monocromática y un colimador), una superficie de referencia y un divisor de haz. En la Fig. 10 se muestra una configuración para probar

superficies convexas (también se utiliza para probar lentes convergentes siendo el espejo convexo una superficie auxiliar de alta calidad óptica). En general, esta configuración es adecuada para probar superficies ópticas esféricas o esféricas convexas que no difieren mucho de una esfera. En estos casos el interferómetro se ajusta en forma tal que el centro de curvatura de la superficie de prueba coincida con el foco de la lente convergente. Si la superficie de prueba es perfecta, cuando es iluminada por el haz incidente, todos los rayos del haz serán normales a la superficie de prueba. Así, el haz reflejado deberá regresar por la misma trayectoria del haz incidente y cuando ambos haces interfieren en el plano de observación se obtendrán franjas de igual espesor; las líneas serán rectas si se produce inclinación en el espejo de referencia y circulares si hay desenfoque. Al igual que en el interferómetro de Fizeau, aquí la superficie de prueba no puede ser demasiado rápida.

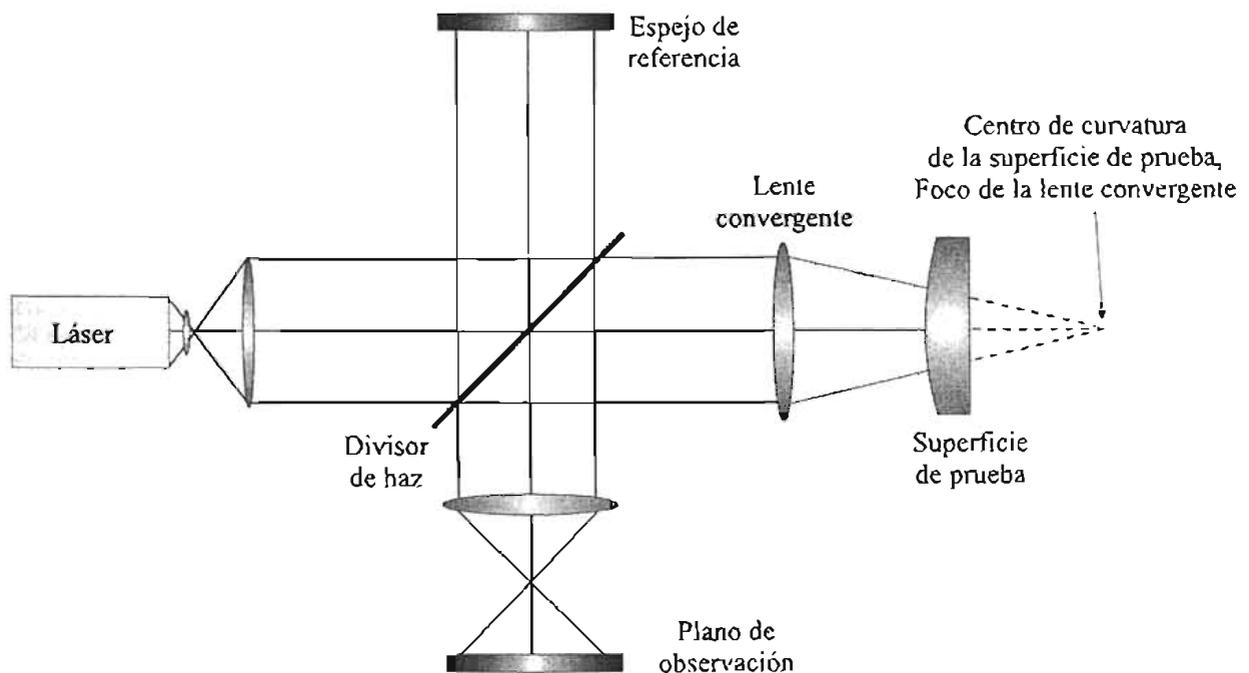


Figura 1.10. Interferómetro de Twyman-Green configurado para probar superficies esféricas convexas.

1.3.1.3 Medición del frente de onda

Las técnicas que miden la fase a través de un plano emplean un interferómetro de dos haces (como el Fizeau y el Twyman-Green) para obtener la señal de interferencia en forma de un interferograma o patrón de franjas. Estos interferogramas, consisten de un patrón de franjas de igual espesor llamadas franjas de Fizeau, estos llevan la información de la fase, la cual corresponde a la diferencia entre el frente de onda de referencia y el de prueba. Las variaciones de fase a través del plano pueden representar forma de la superficie, homogeneidad o grosor de los materiales o calidad de las componentes ópticas de prueba.

Una manera simple de obtener las variaciones de fase es introducir una inclinación entre los frentes de onda de prueba y de referencia en los interferómetros. Así, si los frentes de onda de prueba y de referencia son planos e iguales las franjas de interferencia serán líneas rectas e igualmente espaciadas. Las variaciones de fase se observan como desviaciones de una línea recta en el patrón de franjas, lo que significa que el frente de onda de referencia no es plano, Fig. 1.11(a). Así, las deformaciones del frente de onda pueden estimarse si son examinadas visualmente estas desviaciones respecto a una línea recta. En los dos interferómetros más utilizados, el Fizeau y el Twyman-Green, el espaciamiento S entre dos franjas vecinas corresponden a variaciones en la forma de la superficie de $\frac{1}{2}$ de la longitud de onda λ de la luz usada en la prueba ($1 \text{ franja} = \lambda / 2$). Así, los errores en la forma de la superficie están dados por

$$\text{Error en la superficie} = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta(x,y)}{S} \quad (1.8)$$

donde $\Delta(x,y)$ es la desviación relativa de la franjas respecto a una línea recta, Fig. 1.11(b). En general, la relación entre el espaciamiento entre franjas y los errores en la superficie no sólo dependen en la longitud de onda utilizada en la prueba sino también en la configuración interferométrica y los índices de refracción de los medios a través de los cuales pasa el haz. El método visual proporciona una precisión que depende de las habilidades de la persona que realiza las mediciones que en el mejor de los casos se puede aproximar a $\lambda/20$ (Malacara, 1998).

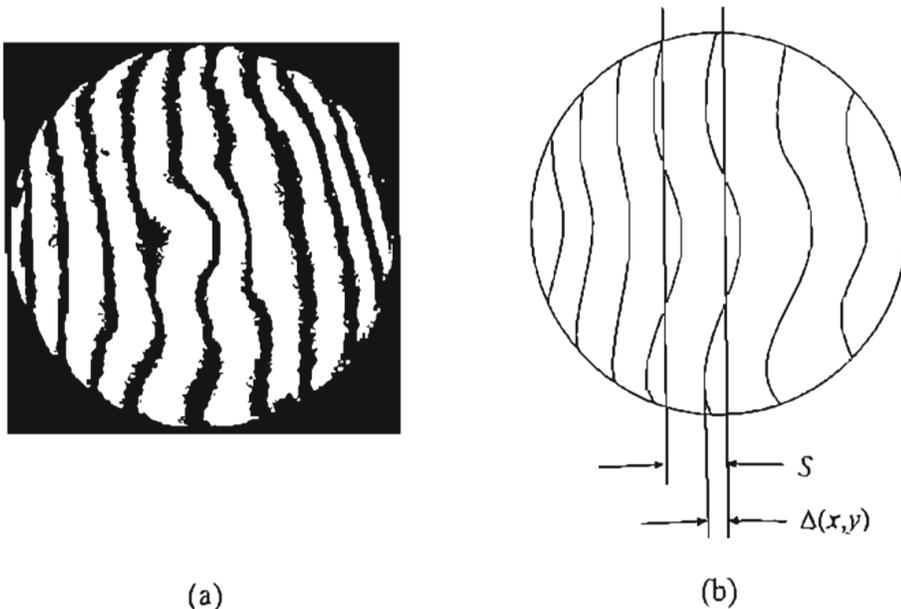


Figura 1.11. a) Interferograma de una superficie de prueba, b) cálculo de las deformaciones de la superficie.

El método que más se utiliza para analizar los interferogramas cuantitativamente es el de seguimiento de franjas (Malacara, 1998). El seguimiento de franjas consiste en registrar las posiciones de los máximos y mínimos de intensidad de las franjas en un interferograma; el resto

de los datos son interpolados con el propósito de crear un mapa de fase en el plano de medición. El seguimiento de fase requiere que las franjas estén ordenadas con el propósito de observar cambios en la fase entre franjas, el proceso se simplifica si se introduce inclinación entre los frentes de onda de referencia y de prueba. Sin embargo, la dirección de la inclinación debe ser conocida de antemano con el fin de determinar correctamente la forma de la superficie de prueba; si la superficie es convexa las franjas se curvan hacia la parte más angosta de la cuña [Fig. 1.12(a)], si la superficie es cóncava las franjas se curvan hacia la parte más ancha de la cuña, Fig. 1.12(b). Si por otra parte, se obtienen franjas cerradas en el interferograma, entonces el ordenamiento de éstas también requiere de un conocimiento previo de la superficie de prueba.

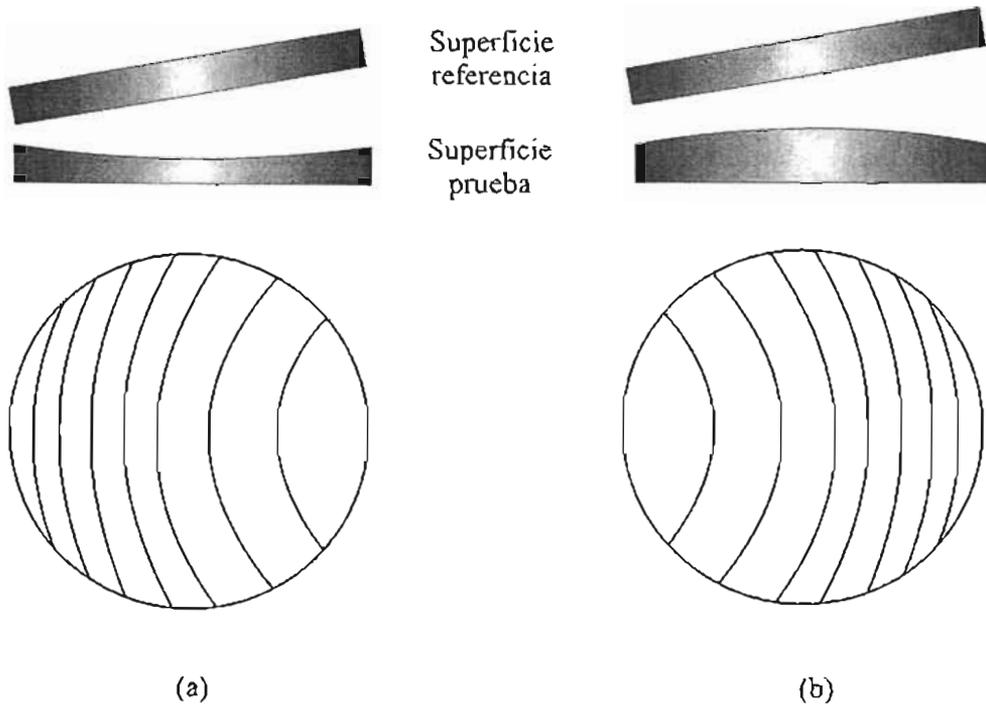


Figura 1.12. Franjas de interferencia relativas a una superficie plana para superficies de prueba: a) convexas; aquí las franjas se curvan hacia la porción angosta de la cuña, b) cóncavas; las franjas se curvan hacia la parte ancha.

Ahora bien, una vez que los valores de las deformaciones del frente de onda se han obtenido para varios puntos del interferograma, se tiene que realizar una interpolación entre puntos para estimar la forma del frente de onda completo. Esto último se puede lograr mediante ajuste polinomial, usando interpolación lineal o usando un ajuste de *splints* (Malacara, 1998).

Uno de los métodos más utilizados para la interpolación es el de ajuste polinomial por mínimos cuadrados, el cual es un método de ajuste de puntos global debido a que sólo se utiliza una función para representar el frente de onda de todo el interferograma (Malacara, 1992b, 1998). Básicamente, el frente de onda se expresa como una combinación lineal de funciones $f_i(x, y)$ con coeficientes a_i , es decir

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x, y) \quad (1.9)$$

donde n es el número de términos usados en la expansión. El objetivo del ajuste por mínimos cuadrados es determinar los coeficientes a_i en forma tal que las diferencias entre los datos medidos y los de la expansión polinomial se minimicen:

$$\frac{\partial [W(x, y) - M(x, y)]^2}{\partial a_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (1.10)$$

donde $W(x, y)$ es el frente de onda de la expansión y $M(x, y)$ representan a los datos obtenidos mediante la medición de los centros de la franjas. La Ec. (1.10) proporciona un conjunto de ecuaciones que se deben resolver para obtener los coeficientes. En general, los coeficientes del polinomio se encuentran mediante una ortogonalización de Gram-Schmidt.

El conjunto más común de polinomios que se utilizan en el análisis de franjas es el de los polinomios de Zernike (Malacara, 1992b, 1998). Estos polinomios son ortogonales de manera continua sobre el interior de un círculo unitario y son muy útiles para describir las aberraciones clásicas. Sin embargo, si la superficie de prueba no tiene una forma que se asemeje a las aberraciones clásicas entonces los polinomios de Zernike no proporcionarían un buen ajuste de los datos experimentales.

1.3.2 Pruebas interferométricas nulas

Si la superficie a probar difiere mucho de una esfera los rayos incidentes sobre la superficie de prueba no necesariamente serán normales y en consecuencia los rayos reflejados no seguirán a su regreso la misma trayectoria que la del haz incidente; esto es, el frente de onda reflejado no será esférico. Sin embargo, si se utiliza un sistema óptico tal que produzca un frente de onda esférico con la propiedad de que se ajuste a la superficie de prueba, entonces se tendrá una condición nula (Wyant, 1972, 1987). Esto es, se tiene que construir un nuevo sistema óptico tal que convierta al frente de onda esférico en un frente de onda esférico o plano. Así, si la superficie de prueba es una superficie esférica perfecta, cuando el haz pase por el corrector después de haber sido reflejado por la superficie de prueba será un haz perfectamente colimado. Entonces se formarán franjas rectas de igual espesor cuando el haz de prueba interfiera con el haz de referencia. Así, cualquier desviación de las franjas de su forma lineal será una medida de los errores de la superficie esférica de prueba. Hay tres esquemas para obtener una configuración nula en las pruebas interferométricas (Stahl, 1997; Wyant, 1972, 1987): mediante imágenes estigmáticas usando compensadores (Offner, 1992), con óptica nula holográfica y con hologramas generados por computadora (CGH) (Wyant, 1972, 1987).

1.3.2.1 Compensadores nulos

Un compensador nulo es un sistema óptico auxiliar diseñado en forma tal que, en combinación con una superficie esférica, forma la imagen estigmática de una fuente puntual. Así, si se coloca un interferómetro en uno de los puntos estigmáticos y la superficie de referencia es alineada

apropiadamente en el otro punto, se produce un interferograma nulo (Stahl, 1997). Los compensadores son muy útiles para probar superficies esféricas cónicas cóncavas y convexas ya que es relativamente sencillo ponerlos en una configuración nula (Offner, 1992; Parks, 1988). Para el caso de una superficie convexa se tiene que satisfacer que el corrector tenga al menos un elemento óptico que sea mayor a ésta.

En la Fig. 13, se muestran dos configuraciones para probar superficies esféricas convexas. Una de ellas es la que tiene que ver con la prueba de Hindle (Offner, 1992; Parks, 1988); la cual está basada en la propiedad geométrica de que una superficie hiperbólica produce un frente de onda esférico convergente como si proviniera de su foco cercano cuando la superficie es iluminada con un frente de onda esférico divergente proveniente de su foco lejano. Colocando una superficie esférica (llamada esfera de Hindle) con su radio de curvatura coincidente con el foco cercano de la hipérbola, el frente de onda se refleja sobre si mismo hacia el plano objeto original, Fig. 13(a). Si la superficie hiperbólica de prueba y la esfera de Hindle son perfectas, se formará una imagen estigmática en el plano objeto. Adicionalmente, debido a su simplicidad esta prueba es muy sensible a errores en la superficie de prueba ya que el frente de onda se refleja doble vez sobre la superficie de prueba; por tanto, es insensible a aberraciones impares.

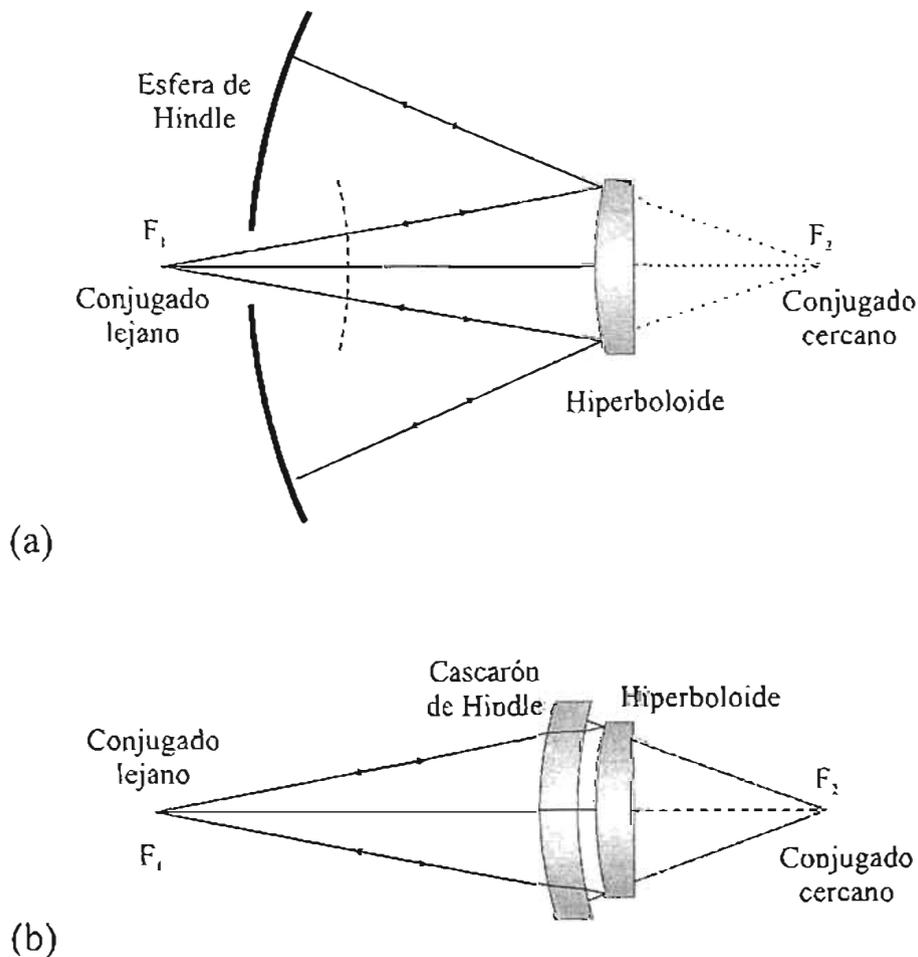


Figura 1.13. Prueba de Hindle para un hiperboloide convexo: a) Esfera de Hindle, b) Cascarón esférico de Hindle.

Una desventaja de esta prueba es que la esfera de Hindle debe ser de alta calidad óptica, su diámetro debe ser superior al de la superficie de prueba y además debe ser el doble de rápida ya que los rayos reflejos por la superficie de prueba deben incidir normalmente (Parks, 1988). Si por otra parte, la superficie de prueba es muy grande o rápida, se utiliza una modificación a la prueba de Hindle en la cual se utiliza un menisco esférico transparente, llamado cascarón de Hindle, Fig. 13(b). La superficie cóncava externa del cascarón de Hindle sirve como esfera de Hindle (Parks, 1988).

Hay que considerar que en general la óptica nula es muy difícil y costosa de probar y producir. La dificultad y el costo son aun mayores si la superficie esférica a probar es muy rápida. Por tanto, hace falta de un método de prueba ya sea que elimine o reduzca la complejidad de la óptica nula necesaria.

1.3.2.2 Holograma de una superficie esférica de referencia: hologramas reales

La holografía proporciona otro método para realizar una prueba nula de elementos ópticos debido a que un holograma es simplemente un interferograma con un ángulo de inclinación grande entre los frentes de onda de referencia y de prueba. Así, si contamos con una superficie esférica perfecta de referencia, se puede hacer un holograma con el frente de onda producido con la superficie. Las franjas de interferencia formadas entre el frente de onda producido por la superficie esférica perfecta de referencia y el frente de onda plano son las que se almacena en el holograma. Posteriormente, el frente de onda almacenado en el holograma puede ser utilizado para probar interferométricamente otras superficies esféricas que supuestamente son idénticas a la superficie esférica perfecta o puede utilizarse para probar la simetría de sistemas ópticos (Creath, 1992; Wyant, 1987). En la Fig. 1.14, se muestra un arreglo interferométrico útil para hacer un holograma real de un espejo cóncavo. El holograma se hace en un plano conjugado al espejo de prueba. Los hologramas pueden ser grabados o almacenados en placas fotográficas, materiales termoplásticos o en cristales fotorefractivos. Después de procesar el holograma se le coloca en su posición original y la superficie esférica perfecta es reemplazada por el espejo esférico a probar. Así, el frente de onda almacenado en el holograma se compara interferométricamente con el frente de onda producido por el espejo de prueba. Cabe mencionar que debido a que el holograma produce varios ordenes de difracción, es necesario seleccionar uno de ellos con ayuda de un filtro espacial. Aquí, el filtro espacial y la lente que forma la imagen del holograma sólo son necesarios en la reconstrucción.

Cuando el holograma real se coloca en el interferómetro, el holograma y las franjas de interferencia producidas por la interferencia entre el frente de onda de referencia y el frente de onda producido por la superficie de prueba producen un patrón de franjas de moir, el cual proporciona las diferencias entre el holograma y el patrón producido por la superficie de prueba. El contraste de este patrón de moir se incrementa mediante filtraje espacial; esto es, se selecciona solamente el frente de onda producido por el espejo de prueba y el orden de difracción del holograma que proporciona el frente de onda almacenado producido por la superficie esférica de referencia (Wyant, 1987).

Para hacer efectiva este tipo de prueba óptica, se tiene que asegurar que el frente de onda de reconstrucción sea idéntico al frente de onda utilizado en la fabricación del holograma. Hay varias fuentes de error presentes en este tipo de pruebas que pueden ser debidas a diferencias

entre las geometrías de fabricación y reconstrucción, a defectos en material de almacenado, a aberraciones introducidas en el medio de almacenaje y a errores debidos al posicionamiento del holograma dentro del interferómetro (Creath, 1992).

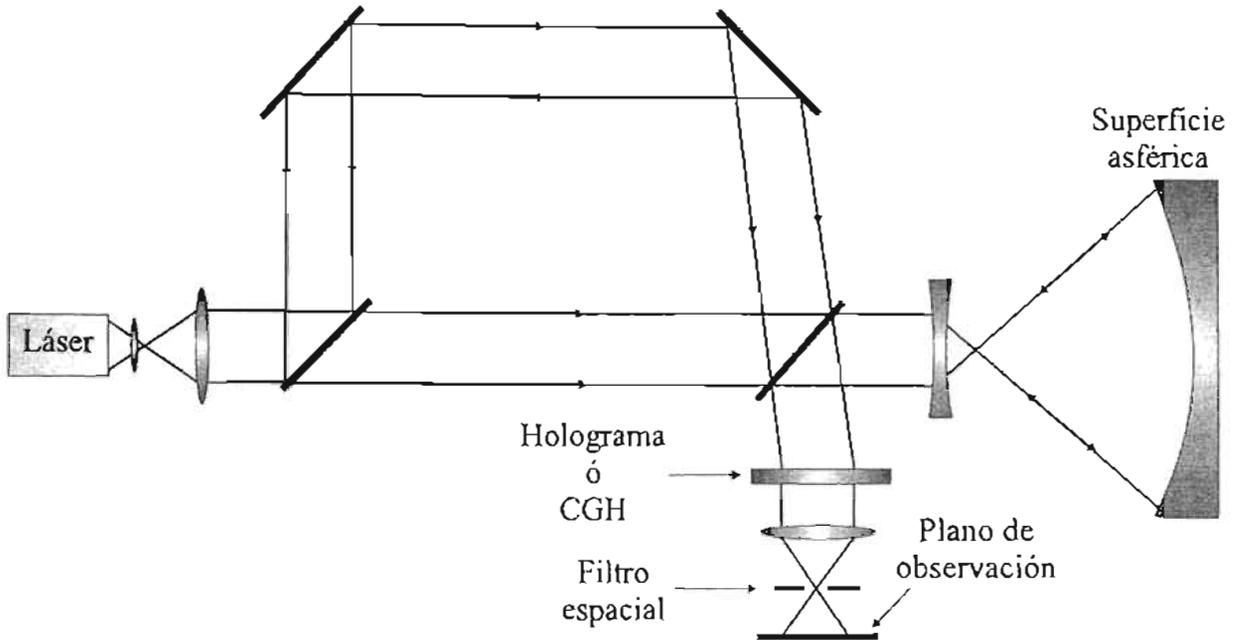


Figura 1.14. Interferómetro Twyman-Green modificado para la prueba nula de una superficie esférica mediante un holograma real.

1.3.2.3 Hologramas generados por computadora: hologramas sintéticos

En muchas ocasiones, cuando no hay disponible una superficie esférica perfecta de referencia para fabricar un holograma real, se tiene que construir un holograma sintético generado por computadora o CGH (Computer Generated Hologram: holograma generado por computadora) (Creath, 1992; Wyant, 1972, 1987). Un CGH es un corrector nulo que proporciona una representación binaria de un interferograma real (holograma) que se obtiene haciendo interferir matemáticamente un frente de onda esférico ideal con un frente de onda plano inclinado. En este tipo de configuración, el CGH transforma un frente de onda colimado en un frente de onda esférico apropiado. Después de reflejarse por la superficie de prueba, el frente de onda esférico regresa para ser convertido en un frente de onda colimado. Así, para el interferómetro, la combinación entre el CGH y la superficie de prueba parecerá una superficie plana. En general, el holograma se coloca en el plano imagen de la superficie a probar; esto es, en la misma posición en donde se colocaría un medio de registro para fabricar un holograma real donde se hace interferir el frente de onda esférico producido por la superficie de prueba con el frente de onda de referencia. Al igual que en el caso de un holograma real, cuando se coloca el CGH dentro del interferómetro, este y las franjas de interferencia producidas por la interferencia del frente de onda de referencia y el frente de onda producido por la superficie de prueba producen un patrón de moiré que proporciona las diferencias entre el CGH y las franjas de interferencia.

Para hacer un CGH se realiza un trazo de rayos a través del sistema óptico de prueba con el propósito de obtener franjas de interferencia en el plano del holograma entre el frente de onda plano (inclinado) y el frente de onda que debería ser obtenido si la superficie de prueba fuera perfecta. El único requisito, en la fabricación del CGH, es que toda la óptica del interferómetro sea conocida para que se pueda efectuar el trazo de rayos a través del sistema. Después de calcular la posición de las franjas, estas deben graficarse. Los CGH se pueden graficar usando graficadores láser (litografía láser) o un haz de electrones (e-beam) (Tiziani, 2002). Si el holograma no es graficado a la escala correcta se debe reducir fotográficamente al tamaño correcto. Un CGH típico se muestra en la Fig. 1.15(a); también, se muestra un resultado de una prueba interferométrica de una superficie esférica usando un CGH [Fig. 1.15(c)] y sin CGH [Fig.1.15(b)].

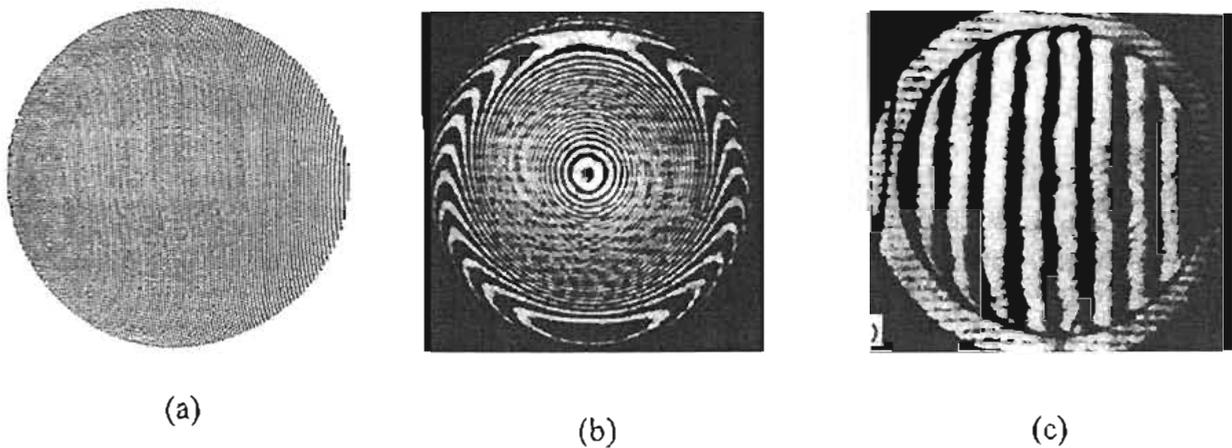


Figura 1.15. a) Holograma generado por computadora (CGH). Resultados interferométricos obtenidos de la prueba de una superficie esférica: b) sin CGH, c) con CGH [Tomada de (Wyant, 1987)].

Las principales ventajas de utilizar un CGH es que se puede generar una prueba nula, se pueden probar superficies esféricas generales y son ideales para probar varias superficies con un solo CGH. Sus principales desventajas es que son difíciles de construir, son bastante costosos y toma tiempo construirlos. Las principales fuentes de error involucradas en el uso de un CGH para probar superficies esféricas son: distorsión en el graficador, distorsión del sistema óptico utilizado en la fotoreducción, tamaño incorrecto del CGH y desalineación del CGH dentro del interferómetro.

1.3.2.4 Hologramas generados por computadora y óptica nula

En general un CGH puede ser usado ya sea para eliminar o reducir la complejidad de la óptica nula para probar superficies esféricas. Para probar superficies esféricas convexas se utiliza la combinación de un CGH y óptica nula simple; es decir, se tiene un sistema híbrido nulo. A esta combinación se le denota como placa de prueba holográfica (Burge, 1997; Stahl, 1997; Tiziani, 2002). Para probar superficies esféricas convexas, se utiliza una superficie cóncava esférica, la cual es más sencilla de construir y probar (Burge, 1997). La asfericidad del espejo convexo de prueba es compensada con un CGH, el cual es fabricado sobre la superficie esférica cóncava. El

diseño del holograma involucra el cálculo de las posiciones de los anillos que proporcionan la fase deseada del frente de onda de referencia. La prueba se realiza colocando la placa holográfica muy cerca de la superficie a probar, Fig. 1.16(a).

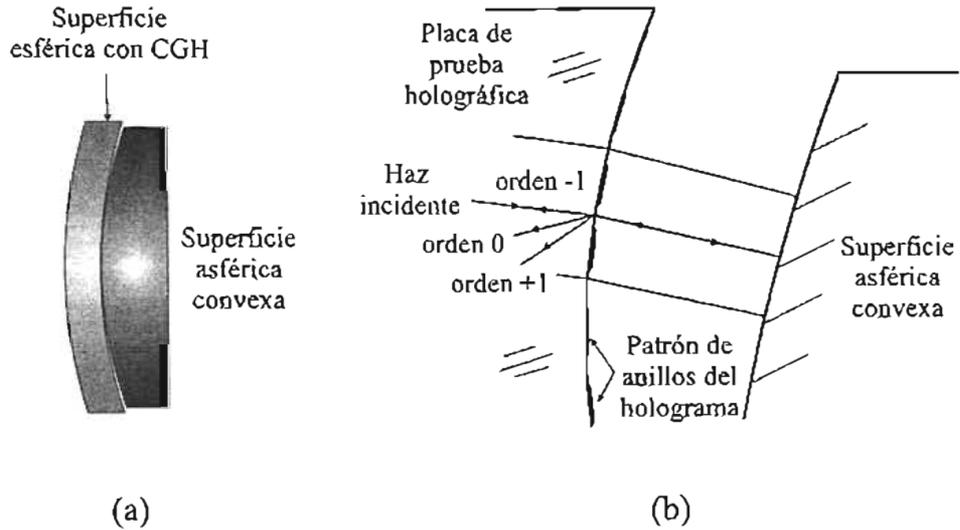


Figura 1.16. a) La placa de prueba holográfica consiste de una superficie esférica de referencia sobre la cual se dibuja un patrón de anillos, b) El haz de prueba es reflejado por la superficie de prueba y regresa a través del CGH a orden cero, el haz de referencia es reflejado por el holograma a orden -1.

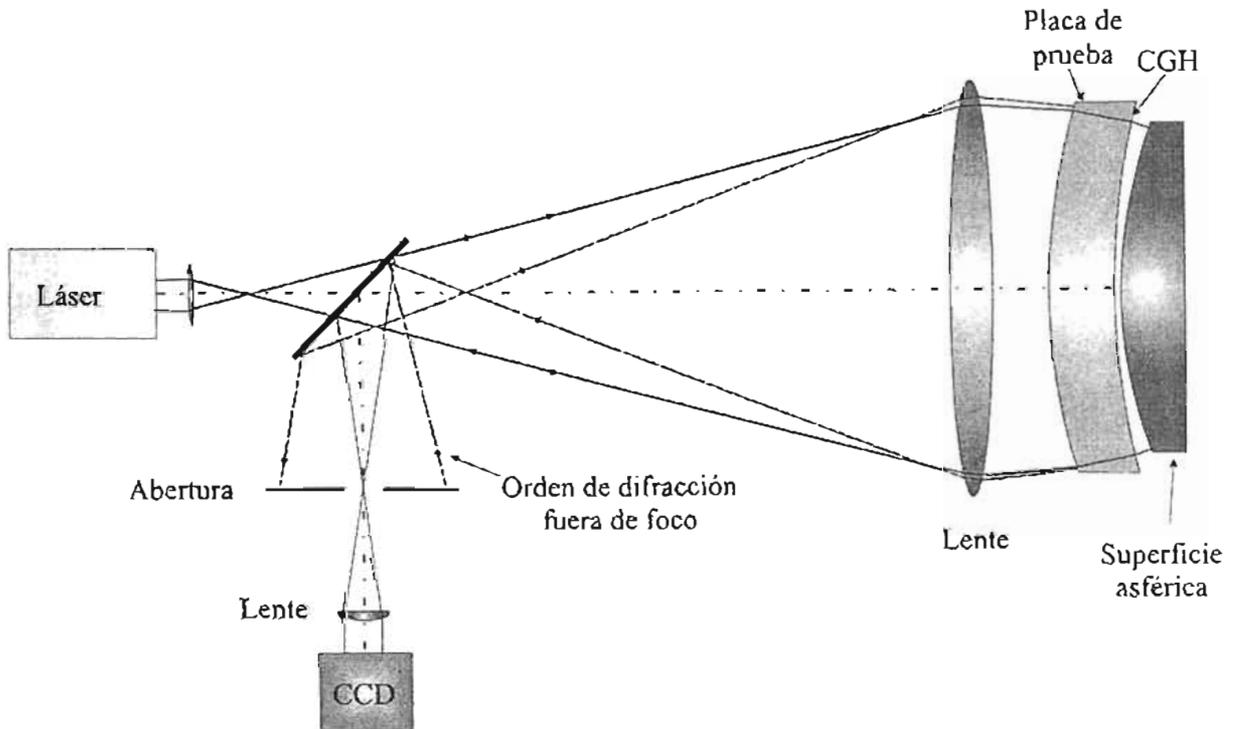


Figura 1.17. Configuración de una placa de prueba holográfica para probar una superficie esférica convexa.

Esta prueba utiliza la interferencia entre el frente de onda de referencia y el de prueba del cual se requiere determinar la forma de la superficie. Aquí, la luz que es difractada por el holograma sobre la superficie esférica forma el frente de onda de referencia y la luz reflejada por la superficie convexa proporciona el frente de onda de referencia, Fig. 1.16(b). La placa de prueba holográfica se diseña en forma tal que la luz incida de manera normal sobre toda la superficie esférica convexa. En la Fig. 1.17, se muestra una configuración para probar superficies esféricas convexas utilizando una placa de prueba holográfica. Una dificultad obvia de este método es que se requiere construir y probar la superficie cóncava con alta precisión. Otra dificultad es que si la superficie de prueba es muy rápida ($f/\# < 1$) parte de la luz reflejada puede no regresar al interferómetro.

1.4 Conclusión

A lo largo de este capítulo se ha venido discutiendo sobre la importancia de las superficies esféricas rápidas en el desarrollo de sistemas ópticos de alta calidad. Se ha mencionado que para diseñar y construir una superficie esférica hay que probarla de algún modo. Existen varios métodos para probar superficies esféricas que van de los métodos geométricos hasta los interferométricos. La elección de alguno de estos métodos depende principalmente del tipo de superficie a probar y de la precisión con la que se requiere conocer la calidad de la superficie.

En este capítulo se resalta sobre la implementación de estos métodos en la prueba de superficies esféricas rápidas, se ha encontrado que la rapidez de la superficie hace que los métodos tradicionales de prueba no se apliquen con facilidad, en varios de ellos se requieren de sistemas ópticos adicionales especiales (que además se tienen que diseñar, fabricar y probar de alguna manera) para realizar la prueba y en algunos casos aún con estos diseños especiales no es posible efectuar la prueba con la precisión requerida. Si bien y a pesar de la complejidad de los arreglos ópticos adicionales es posible efectuar la prueba de una superficie esférica rápida con la precisión requerida, siempre es deseable tener al menos otro método alternativo adicional para contrastar resultados. Por tanto, es en este punto donde la propuesta de pantallas nulas para probar superficies esféricas rápidas cobra relevancia; como se mostrará en los capítulos siguientes la prueba por pantallas nulas proporciona información cualitativa y cuantitativa sobre la calidad de los sistemas ópticos de prueba y es muy útil si la superficie es demasiado rápida ya que el diseño tridimensional de las pantallas cubre en su totalidad el área de la superficie a probar. Además, su implementación es muy sencilla y rápida, no se requiere de diseños especiales ni óptica complicada adicional. Cabe mencionar que aunque esta es una prueba de mediana precisión, la información que se obtenga de esta proporcionará información complementaria o adicional sobre las superficies de prueba.

Capítulo 2

Pruebas ópticas con pantallas nulas

Actualmente el probar ópticamente una superficie convexa es bastante complicado debido a que los rayos provenientes de una fuente puntual, usada para iluminar la superficie, son reflejados de forma divergente lo que dificulta su recolección para su análisis. Como se discutió ampliamente en el capítulo anterior, los métodos actuales utilizados para tal tarea, emplean sistemas ópticos nulos reflectivos o refractivos, o elementos difractivos (hologramas sintéticos); o combinaciones de ambos (sistemas híbridos). Sin embargo, estos sistemas son en muchas ocasiones imprácticos de implementar y muy costosos; sobre todo si la superficie a probar es muy rápida. El problema se hace más difícil si la superficie de prueba es muy grande.

En este trabajo se presenta una nueva técnica de prueba de media precisión que no hace uso de algún sistema óptico especial ni es necesaria la construcción de elementos ópticos adicionales. El método consiste en disenar pantallas (planas, cilíndricas, o unidimensionales), mediante trazo exacto de rayos, compuestas de líneas negras y blancas tales que al ser reflejadas por la superficie de prueba nos proporcionan la imagen de una malla perfectamente cuadrada (o radial) si la superficie de prueba es perfecta. Por lo contrario, si la imagen de la malla no es cuadrada (o radial) se deberá a imperfecciones, desenfocamientos o desalineaciones de la superficie de prueba. En resumen, lo que estamos proponiendo aquí es una prueba nula. Esta técnica permitirá alinear el sistema de prueba con facilidad, así como probar superficies muy rápidas, como por ejemplo un hemisferio completo ($f / 0.25$), el cual es muy rápido. En este capítulo se mostrarán los algoritmos para disenar y construir pantallas nulas para probar superficies esféricas convexas y esféricas fuera de eje con el propósito de mostrar la validez del método.

2.1 Pruebas ópticas con pantallas

2.1.1 Pantallas planas

Las técnicas tradicionales que emplean pantallas para evaluar la forma de superficies esféricas son las pruebas de Ronchi y Hartmann (Sec. 1.2), su mayor aplicación es en la prueba de superficies esféricas cóncavas. Sin embargo, existen otras técnicas que emplean pantallas y que se utilizan para evaluar la topografía de la córnea, la cual es una superficie esférica convexa. La técnica más elemental para realizar la evaluación es aquella que utiliza una pantalla plana sobre la cual se dibuja un patrón de anillos concéntricos blancos y negros igualmente espaciados, esta pantalla recibe el nombre de disco de Plácido (Gullstrand, 1966). Cuando esta pantalla se coloca frente al ojo, los anillos son reflejados por la superficie corneal; aquí, la posición, el tamaño, el espaciamiento de los anillos en la imagen, así como la relación entre las dimensiones del objeto y de la imagen medida, determinan la forma de la superficie. Si la pantalla se coloca frente a una superficie esférica, la imagen de los anillos será distorsionada, y de esta distorsión es posible obtener la forma de la superficie. Un detalle importante en esta prueba consiste en que no se obtiene una imagen plana por tanto las imágenes obtenidas pueden no ser nítidas, Fig 2.1.

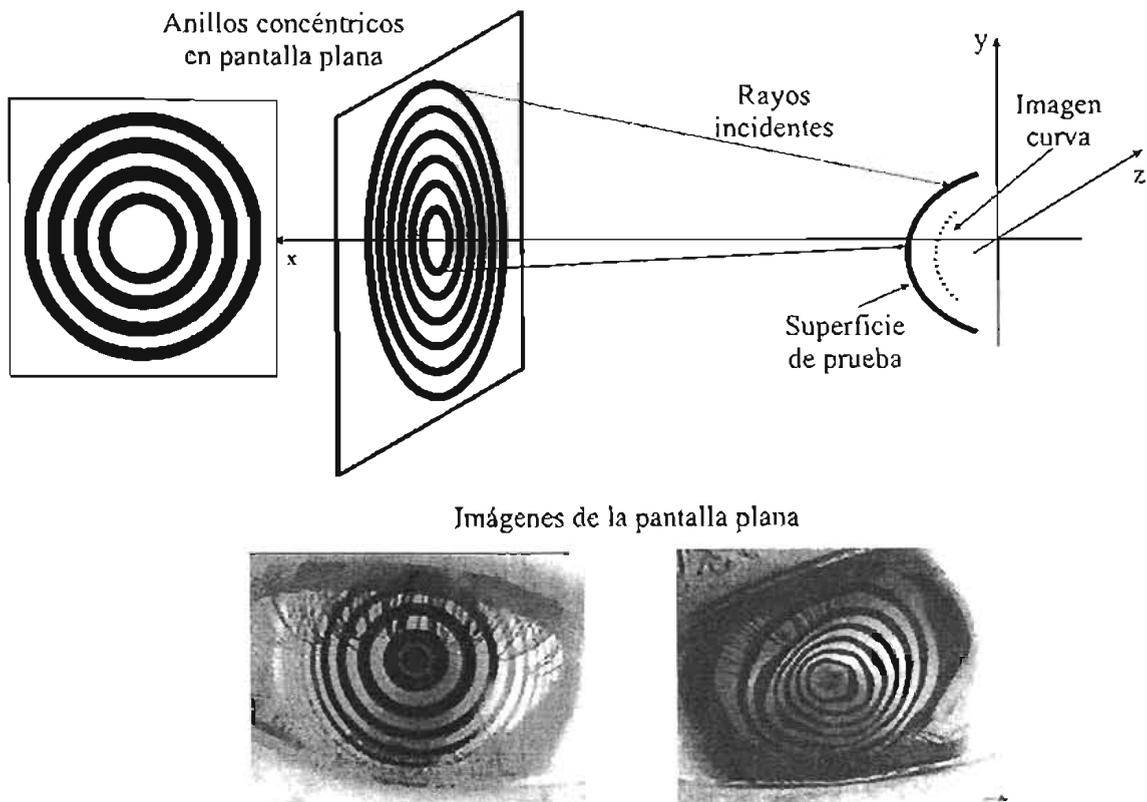


Figura 2.1. Pantalla plana con un patrón de anillos concéntricos de igual espesor e igualmente espaciados. Nótese como la imagen es curva produciendo que los anillos no sean de igual espesor ni se encuentren igualmente espaciados. En caso de superficies esféricas deformadas los anillos son irregulares lo que dificulta la evaluación.

Para mejorar la nitidez en la imagen, se emplean otras configuraciones de las pantallas, las cuales pueden ser esféricas, cónicas o cilíndricas (Klyce, 1984); sin embargo, los anillos siguen siendo del mismo espesor. Una desventaja de estas técnicas es que si la superficie a probar presenta grandes deformaciones, los anillos serán irregulares y en algunas ocasiones estos se pueden mezclar entre sí por lo que la evaluación de la forma de la superficie en esas zonas no se puede realizar, Fig. 2.1.

2.1.2 Pantallas tridimensionales

Se ha mostrado teóricamente que una pantalla elíptica elongada es la configuración óptima que proporciona una imagen plana al ser reflejada por una superficie esférica (Funes-Maderey, 1998; Mejía-Barbosa, 2001). Sin embargo, construir una superficie elipsoidal de este tipo no es una tarea sencilla, sobre todo si se tiene que diseñar una por cada superficie de prueba. Sin embargo, una buena aproximación a una pantalla elíptica elongada es una pantalla cilíndrica, la cual es más fácil de diseñar y construir (El Hage, 1992; Funes-Maderey, 1998).

Ahora bien, tomando en cuenta que una superficie cilíndrica proporciona una imagen aproximadamente plana al ser reflejada por una superficie esférica, el siguiente paso es realizar un trazo de rayos paraxial con el propósito de trazar una serie de líneas claras y oscuras dentro del cilindro tales que al ser reflejadas por la superficie de prueba proporcionen la imagen de una serie de anillos concéntricos de igual espesor e igualmente espaciados (siempre y cuando la superficie de prueba sea esférica). Así, mediante un trazo de rayos inverso partiendo del centro de curvatura C de la esfera de referencia y pasando por un punto y_i , se intersecta al cilindro en el punto x_i , Fig. 2.2.

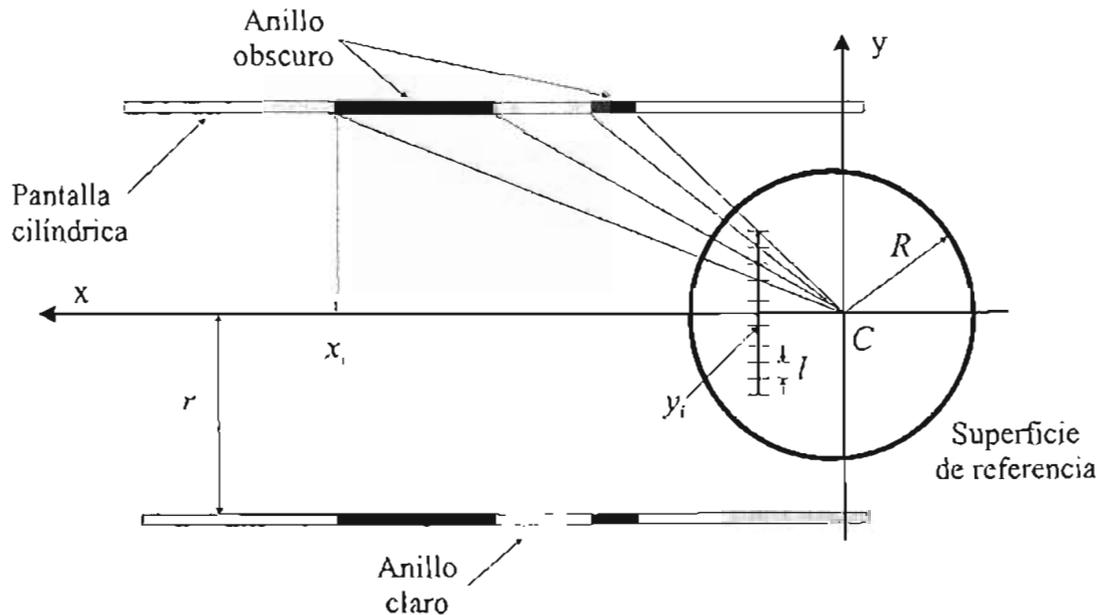


Figura 2.2. Construcción geométrica del patrón de anillos para una pantalla cilíndrica.

La intersección de los rayos con la pantalla cilíndrica determinan la localización de los bordes del i -ésimo anillo sobre la pantalla (Funes-Maderey, 1998), la cual está dada por

$$x_i = \left\{ \left[\frac{Ril \pm (2R^2i^2l^2 + R^2r^2)^{1/2}}{2il} \right]^2 - r^2 \right\}^{1/2} \quad (2.1)$$

donde l es el espaciamiento constante de los anillos en la imagen, R es el radio de curvatura de la esfera de referencia, r es el radio del cilindro. De la Fig. 2.2 se puede observar que el grosor $\sigma = x_i - x_{i+1}$ de los anillos (claros u oscuros) va aumentando conforme el anillo correspondiente se aleja de la superficie esférica de prueba. Esto último da como resultado que en el plano imagen los anillos aparezcan concéntricos, del mismo espesor e igualmente espaciados, sólo si la superficie de prueba es esférica. Si la superficie de prueba es esférica, los anillos en el plano imagen no necesariamente se encontrarán igualmente espaciados ni serán del mismo espesor (ver Fig. 2.3). Así, de las diferencias entre los anillos obtenidos experimentalmente y de los de diseño es posible evaluar la forma de la superficie.

Un sistema óptico basado en esta propuesta recibe el nombre de videoqueratómetro de campo plano y se encuentra actualmente en desarrollo en el laboratorio de pruebas ópticas del CCADET-UNAM, este instrumento es empleado para medir la topografía de la superficie corneal. En la Fig. 2.3(a) se muestra la pantalla cilíndrica con sus anillos claros y oscuros de diferente espesor construida con esta técnica (Funes-Maderey, 1998). En las Figs. 2.3(b) y (c) se muestran las imágenes de la pantalla cilíndrica reflejadas por dos superficies de prueba.

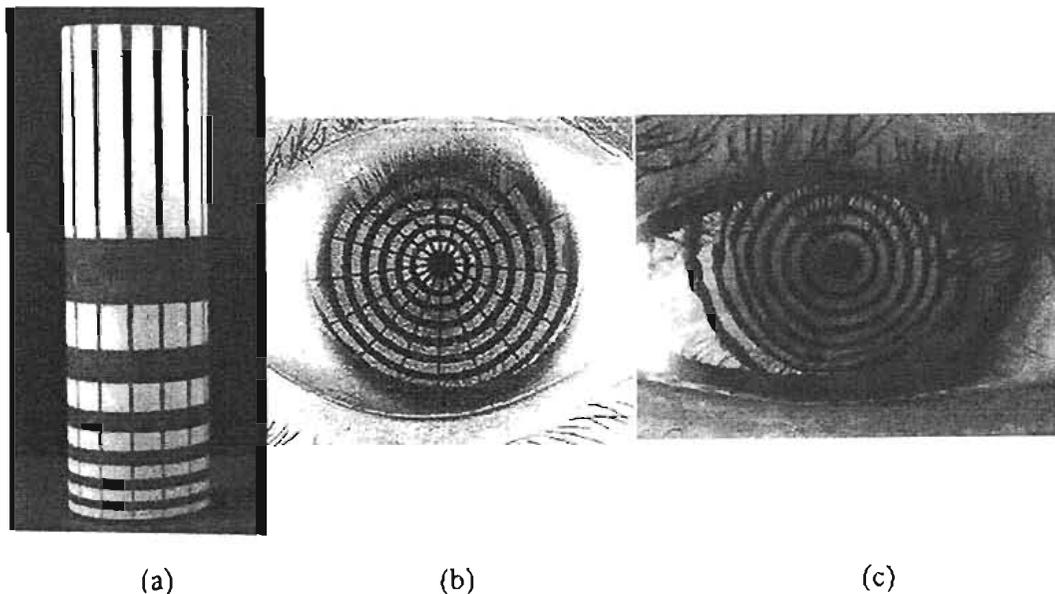


Figura 2.3. a) Pantalla cilíndrica con líneas de diferente espesor diseñada para probar superficies esféricas, b) y c) imágenes de la pantalla cilíndrica; nótese que para superficies esféricas las imágenes de los anillos no son del mismo espesor ni se encuentran igualmente espaciados.

La ventaja de esta prueba es que no requiere del diseño de un sistema óptico adicional para la evaluación de la superficie, el sistema de prueba permite una fácil alineación y la geometría permite realizar la prueba de toda la superficie a la vez; otra ventaja es que la iluminación se realiza con fuentes de luz extendidas, por ejemplo, con lámparas fluorescentes. Una desventaja es que la configuración de anillos concéntricos obtenidos en la imagen no permite realizar una medición uniforme sobre toda el área de la superficie de prueba. Para evaluar superficies esféricas convexas es necesario otro diseño más general, el cual es tema de este trabajo y que se discute ampliamente en las siguientes secciones.

2.2 Diseño de pantallas nulas

2.2.1 Pantallas nulas cilíndricas

En esta sección se propone usar una pantalla cilíndrica en una configuración tal que se pueda realizar la prueba de toda el área de la superficie de prueba. El nuevo diseño de las pantallas cilíndricas permitirá realizar la prueba de superficies esféricas convexas rápidas. Para lograr lo anterior, una serie de líneas curvas deberá ser dibujada sobre la superficie del cilindro en forma tal que al ser reflejadas por la superficie de prueba su imagen tenga la configuración de una malla perfectamente cuadrada si la superficie es perfecta. Cualquier desviación de esta geometría será indicativa de defectos en la superficie de prueba o aún de desfocamientos o desalineaciones, es decir, se trata de una prueba nula (Díaz-Urbe, 2000a).

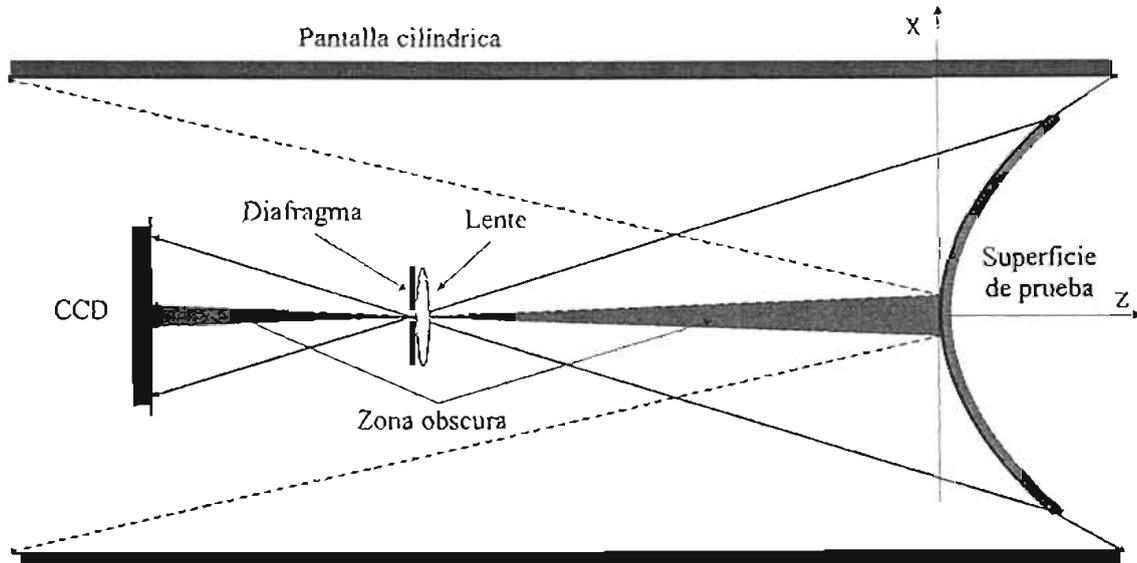


Figura 2.4. Configuración del sistema de prueba usando una pantalla nula.

Adicionalmente, se debe utilizar un sistema óptico formador de imágenes para proyectar la imagen virtual sobre un sensor CCD. Además, con el propósito de limitar el ancho de cada haz que entra al sistema óptico, se tiene que reducir el tamaño de la pupila de entrada con el

diafragma de la lente. Si bien el sistema óptico puede introducir una pequeña cantidad de distorsión, esta deberá ser tomada en cuenta cuando se calibre el sistema de prueba. Cabe mencionar que una desventaja de esta configuración es que una región pequeña del centro de la superficie prueba no podrá ser evaluada directamente debido a que el sensor CCD obstruye la parte central de la superficie, Fig. 2.4. Nótese cómo la longitud de la pantalla cilíndrica está limitada por tamaño del área a probar. Aquí, la iluminación de la pantalla se efectúa con fuentes de luz extendidas (lámparas fluorescentes).

2.2.1.1 Diseño de la pantalla nula cilíndrica

Para hallar los puntos sobre la pantalla cilíndrica que nos proporcionan un arreglo cuadrado de puntos en el plano de detección al ser reflejados por la superficie de prueba, se realiza un trazo de rayos en orden inverso (Díaz-Urbe, 2000a). Esto es, se traza un rayo a partir de uno de los puntos de la malla cuadrada y se encuentra donde esté después de haber sido reflejado por la superficie de prueba incide sobre la superficie del cilindro. Si asumimos que el sistema tiene simetría de revolución, todos los cálculos pueden ser realizados en un plano meridional (plano $x-y$). Con el propósito de mantener la simplicidad en las expresiones, el cálculo se restringe a considerar sólo superficies cónicas (cálculos para superficies esféricas más generales pueden ser obtenidos fácilmente siguiendo numéricamente las mismas ideas) descritas por

$$z = \frac{(x^2 + y^2)^2 / r}{1 + \left(1 - (k+1) \left(\frac{x^2 + y^2}{r} \right)^2 \right)^{1/2}}, \quad (2.2)$$

donde r es el radio de curvatura paraxial y k es la constante de conicidad. Para una malla cuadrada de puntos (Fig. 2.5), sus coordenadas $P_o = (x_o, y_o, -a-b)$ deben satisfacer la siguiente condición

$$\begin{aligned} x_o &= nl \\ y_o &= ml \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde l es la separación entre los puntos en el plano imagen, $n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, N$ ($Nl = d/2$), N es el número total de puntos que se requieren en la malla, a es la distancia del diafragma al plano de detección y b es la distancia del vértice de la superficie de prueba al diafragma; aquí, $a, b > 0$, y d es la longitud de un lado del CCD, Fig. 2.6.

Como el sistema tiene simetría de revolución el trazo se realiza en un plano meridional (plano que contiene al eje de simetría), para cada punto P_o realizamos una rotación en torno al eje z , un ángulo dado por

$$\theta = \arctan(m/n), \quad (2.4)$$

con el propósito de que cada punto del arreglo cuadrado se transforme a un nuevo sistema de coordenadas tal que cada punto del arreglo cuadrado P_0 se transforme en el punto $P_1 = (x_1, -a-b)$ que pertenece al plano meridional $x-z$, Fig. 2.6. Aquí,

$$x_1 = x_0 \cos(\theta) + y_0 \sin(\theta); \tag{2.5}$$

con todas las y_1 igual a cero.

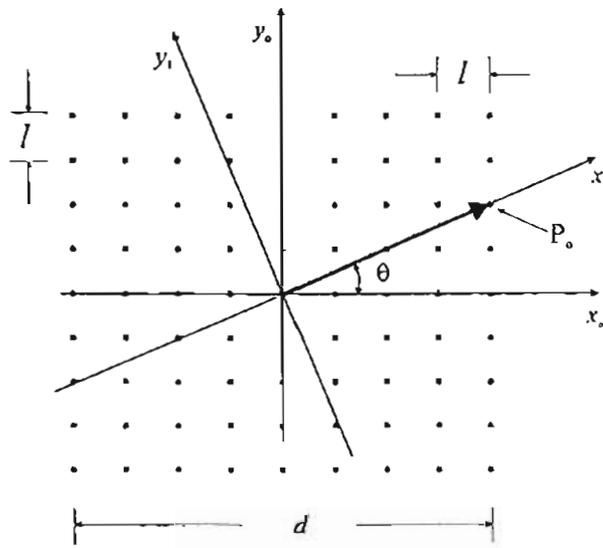


Figura 2.5. Arreglo en una malla cuadrada de puntos en el plano de detección.

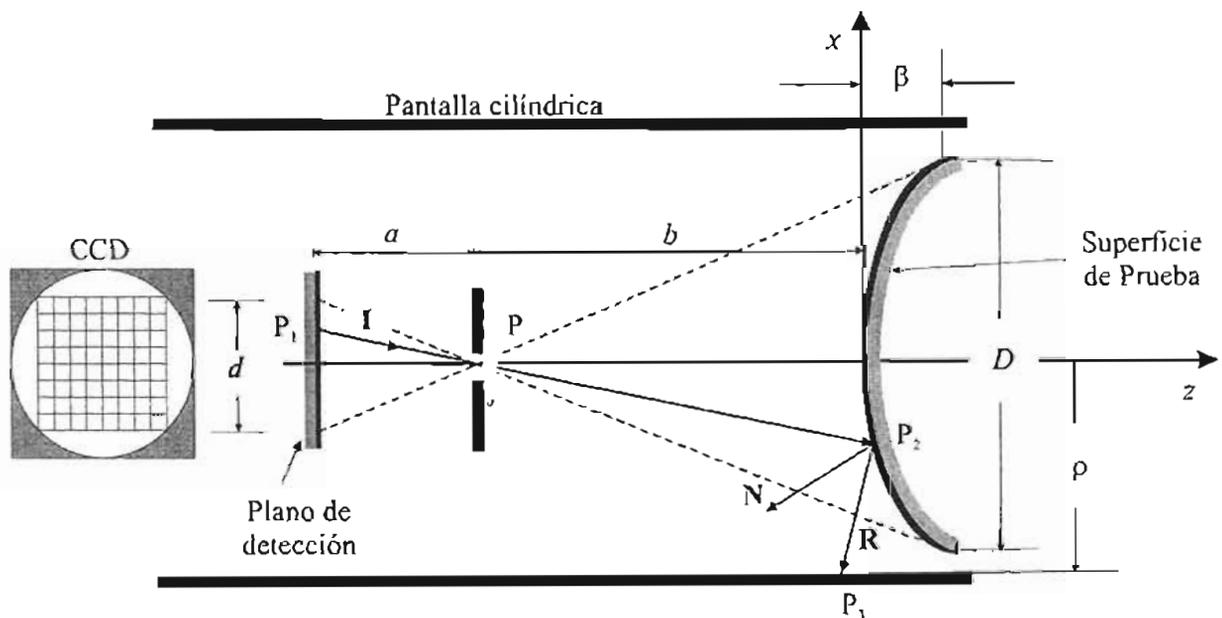


Figura 2.6. Variables involucradas en el cálculo de la pantalla nula.

Tomando en cuenta la geometría de la Fig. 2.6 se considera un punto P_1 sobre el plano de detección. Un rayo que parte del punto P_1 , y pasa por el centro del diafragma en $P = (0, -b)$, tiene una dirección dada por

$$\mathbf{I} = (-x_1, a). \quad (2.6)$$

Así, la ecuación de la recta que pasa por P_1 y tiene dirección \mathbf{I} , está dada por

$$z = -\frac{a}{x_1}x - b. \quad (2.7)$$

Ahora bien, este rayo incidirá sobre la superficie de prueba Ec. (2.2), la cual se reescribe convenientemente como

$$\phi(x, z) = (k+1)z^2 - 2zr + x^2 = 0, \quad (2.8)$$

donde sólo se ha considerado el plano meridional x - z ($y = 0$). Sustituyendo (2.7) en (2.8), resulta

$$\left[1 + \frac{(k+1)a^2}{x_1^2}\right]x^2 + \frac{2a}{x_1}[(k+1)b+r]x + b[(k+1)b+2r] = 0 \quad (2.9)$$

que es una ecuación cuadrática en x ; resolviendo resulta

$$x = \frac{-a[(k+1)b+r] \pm \left\{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\right\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2} x_1, \quad (2.10)$$

sustituyendo esta expresión en (2.7), se obtienen las coordenadas del punto $P_2 = (x_2, z_2)$ que es donde el rayo proveniente de P_1 interseca a la superficie de prueba, estas coordenadas están dadas por

$$\begin{aligned} x_2(x_1) &= \frac{-a[(k+1)b+r] \pm \left\{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\right\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2} x_1, \\ z_2(x_1) &= \frac{a^2[(k+1)b+r] \mp a\left\{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\right\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2} - b, \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde debido a la simetría se tiene que si $x_1 > 0$ se tiene que tomar el signo negativo en el radical de x_2 , y el signo positivo en el de z_2 ; para $x_1 < 0$, se toman los signos opuestos.

Ahora bien, el rayo que incide sobre la superficie de prueba será reflejado en una dirección dada por la ley de la reflexión, ésta es

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - 2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{N} \mathbf{N} \quad (2.12)$$

donde \mathbf{N} es un vector unitario normal a la superficie de prueba, el cual está dado por

$$\mathbf{N} = \frac{\nabla \phi(x, y)}{\left| \nabla \phi(x, y) \right|} \Big|_{P_2} \quad (2.13)$$

donde $\phi(x, y)$ es la ecuación que describe a la superficie de prueba y está dada por (2.8); así, sustituyendo (2.8) en (2.13), resulta

$$\mathbf{N} = \frac{1}{\left\{ x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2 \right\}^{1/2}} (x_2, (k+1)z_2 - r) \quad (2.14)$$

es la normal a la superficie. De (2.6) y (2.14) en (2.12), la dirección del rayo reflejado por la superficie es

$$\mathbf{R} = (R_x, R_z) \quad (2.15)$$

donde

$$\begin{aligned} R_x &= -x_1 - \frac{2x_2 \left\{ -x_1 x_2 + a[(k+1)z_2 - r] \right\}}{x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2}, \\ R_z &= a - \frac{2[(k+1)z_2 - r] \left\{ -x_1 x_2 + a[(k+1)z_2 - r] \right\}}{x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

son las componentes del vector reflejado \mathbf{R} . De acuerdo a la Fig. 2.6, el rayo $P_1 P_2 P_3$ y cuya dirección está determinada por (2.6) y (2.15) es el rayo principal del sistema.

Posteriormente, la ecuación de la recta que tiene dirección \mathbf{R} y pasa por el punto P_2 sobre la superficie, esta dada por

$$\frac{x - x_2}{R_x} = \frac{z - z_2}{R_z} \quad (2.17)$$

que al interseccionarla con el plano $x = \pm \rho$, nos proporciona el punto $P_3 = (x_3, z_3)$ donde el rayo reflejado incide sobre la superficie del cilindro, esto es en

$$x_3 = \mp \rho,$$

$$z_3 = \frac{\alpha x_2^2 + a[(k+1)z_2 - r]^2 - 2[(k+1)z_2 - r]\{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}}{x_1 x_2^2 + x_1[(k+1)z_2 - r]^2 + 2x_2\{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}}(x_2 - x_3) + z_2, \quad (2.18)$$

donde si $x_1 > 0$, se utiliza el signo negativo en x_3 , y si $x_1 < 0$, se utiliza el signo positivo. La Ec. (2.18) nos proporciona las coordenadas en donde se deben colocar los puntos objeto sobre la pantalla cilíndrica. Los detalles de la construcción de la pantalla cilíndrica para que esta proporcione la imagen de una malla cuadrada se discuten en las subsecciones siguientes.

2.2.1.2 Ajustes del sistema de prueba

Para lograr una mayor sensibilidad de la prueba, es necesario escoger las distancias a y b en forma tal que la imagen completa de la superficie se ajuste al área del CCD en el plano de detección. De esta forma pequeñas desviaciones de una malla perfecta pueden ser detectadas con facilidad. Así, si se considera la Fig. 2.6., por semejanza de triángulos (línea punteada) se obtiene que las distancias a y b están relacionadas mediante

$$b = \frac{aD}{\sqrt{2}d} - \beta, \quad (2.19)$$

donde D es el diámetro de la superficie de prueba, d es la longitud de un lado de la malla cuadrada sobre el detector CCD (el diámetro de la imagen de la superficie es igual a la diagonal del cuadrado inscrito), y β es la sagita al borde de la superficie.

El valor β de la sagita depende del tipo de superficie a probar. Para el caso de una superficie parabólica ($k = -1$), con $x = D/2$ y $z = \beta$, de la Ec. (2.8) se obtiene

$$-2r\beta + \frac{D^2}{4} = 0$$

por tanto,

$$\beta = \frac{D^2}{8r}, \quad (2.20)$$

es el valor de la sagita para una superficie parabólica.

Para cualquier otra cónica ($k \neq -1$), de (2.8) resulta

$$(k+1)\beta^2 - 2\beta r + \frac{D^2}{4} = 0$$

resolviendo para β se tiene que

$$\beta = \frac{r}{k+1} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(k+1)D^2}{4r^2} \right]^{1/2} \right\}; \quad (2.21)$$

las Ecs. (2.20) y (2.21) proporcionan el valor de la sagita al borde de la superficie.

Para el caso de un hemisferio completo ($k = 0$), el rayo marginal es tangente a la superficie de prueba, y en consecuencia este define la frontera de la imagen. Considerando la geometría de la Fig. 2.7, el objetivo es encontrar el punto de tangencia P_t entre el rayo marginal y el hemisferio; la coordenada x de este punto de tangencia es igual al radio efectivo del área a probar. Así, primeramente se obtiene la ecuación de la recta que pasa por los puntos P_1 y P , la cual es tangente al hemisferio

$$z = -\frac{a}{\sqrt{2}d}x - b,$$

la normal a esta recta y que pasa por el centro de curvatura del hemisferio es

$$z = \frac{\sqrt{2}d}{a}x + r, \quad (2.22)$$

sustituyendo esta expresión en (2.8) con $k = 0$, resulta

$$x_t = -\left(\frac{2a^2r^2}{d^2 + 2a^2} \right)^{1/2}. \quad (2.23)$$

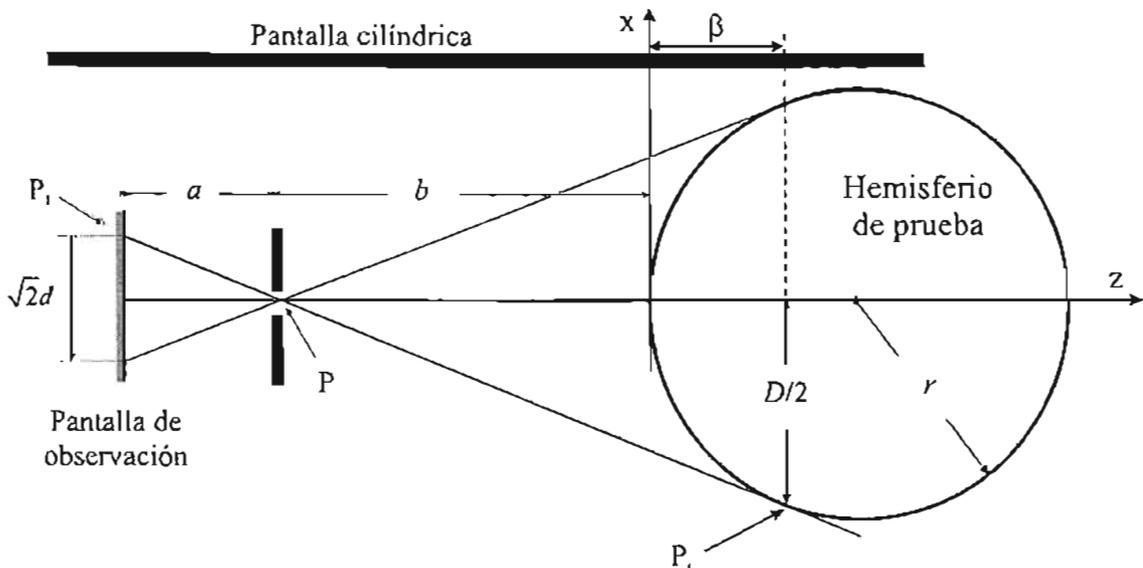


Figura 2.7. Para el caso de la prueba de un hemisferio, el diámetro del área a probar estará limitado por los rayos marginales que son tangentes a la superficie.

Por tanto, de (2.23) se obtiene que el diámetro real del área que se puede probar en un hemisferio con la pantalla nula está dado por

$$D = \left(\frac{8a^2 r^2}{d^2 + 2a^2} \right). \quad (2.24)$$

Cabe aclarar que desde el punto de vista numérico, para evitar el rayo tangente el diámetro efectivo D_{efe} que se puede probar de un hemisferio resulta ser una fracción de la Ec. (2.24). Para propósitos numéricos en el diseño de nuestras pantallas para probar hemisferios, se toma

$$D_{\text{efe}} = 0.98 D \quad (2.24a)$$

como el diámetro que se puede medir del hemisferio.

2.2.1.3 Implementación práctica de la pantalla

Para construir una pantalla cilíndrica con un conjunto de puntos que deben posicionarse con precisión no es una tarea sencilla. Para una pantalla pequeña (es decir, una de diámetro inferior a 20 cm) es más sencillo dibujar el conjunto de puntos sobre un plano (hojas de papel) con la ayuda de una computadora y una impresora láser o un graficador. Una vez dibujados los puntos, el papel es enrollado en forma cilíndrica e introducido en un cilindro de acrílico transparente, esto con el propósito de darle soporte a la pantalla. El conjunto de puntos es dibujado en un plano Cartesiano de coordenadas X - Y , donde

$$\begin{aligned} X &= \rho \theta, \\ Y &= z_j(x_o), \end{aligned} \quad (2.25)$$

esta expresión junto con (2.4) y (2.18) describen el lugar geométrico del conjunto de puntos sobre un plano Cartesiano en forma tal que cuando son transformados en una pantalla cilíndrica se obtiene una configuración de prueba nula, esto es, la imagen de la pantalla reflejada por la superficie de prueba será un arreglo cuadrado de puntos.

Adicionalmente, se requiere de un sistema para posicionar y soportar la pantalla. Aunque la iluminación del ambiente puede ser suficiente para poder observar la imagen de la pantalla, con el propósito de tener un mejor constaste en la imagen, la pantalla nula es iluminada externamente con lámparas fluorescentes circulares.

2.2.1.4 Pruebas cualitativas con pantallas nulas cilíndricas

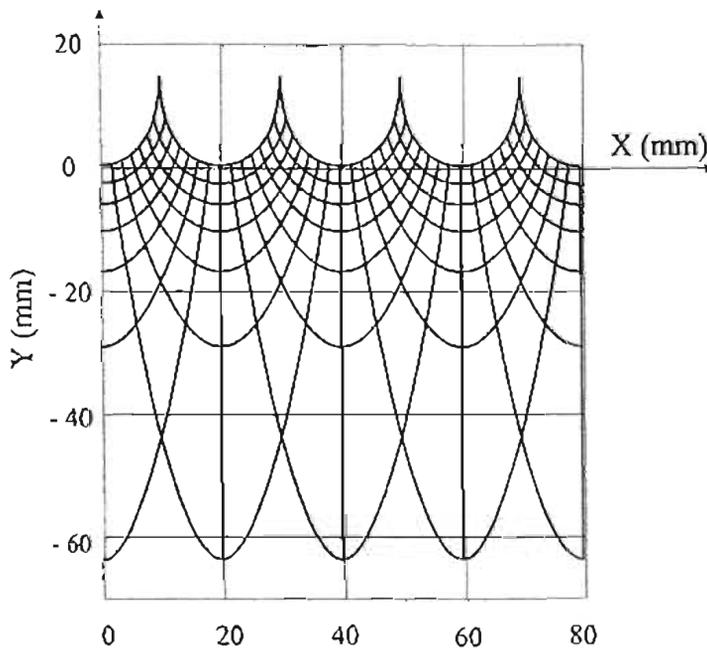
Como una demostración del principio, se realiza el diseño y construcción de dos pantallas nulas, para probar cualitativamente dos superficies esféricas rápidas. La primera de ellas es un hemisferio ($f/0.25$), y la segunda una superficie parabólica ($f/0.22$); ambas superficies son muy rápidas (con números f menores a uno).

2.2.1.4.1 Prueba de un hemisferio

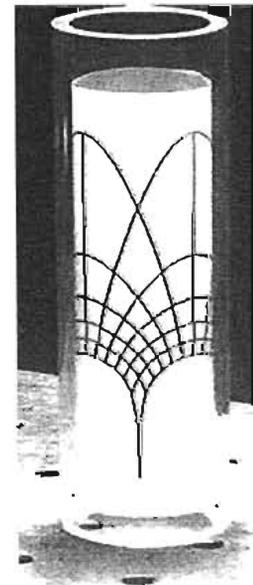
La primera superficie a probar es un balín de radio de curvatura $r = 6.4$ mm. La pantalla se diseña con los parámetros que se muestran en la Tabla 2.1. En la Fig. 2.8(a) se muestra la pantalla calculada usando las Ecs. (2.25) antes de introducirla en el cilindro. La pantalla cilíndrica real se muestra en la Fig. 2.8(b), aquí se puede observar claramente la malla curvada dentro del cilindro de acrílico.

Tabla 2.1 Parámetros de diseño de la pantalla nula para probar un hemisferio

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	6.4
Radio interior del cilindro	ρ	12.65
Distancia del CCD al diafragma	a	30
Distancia del diafragma al vértice de la superficie	b	54
Longitud de uno de los lados del CCD	d	4.4



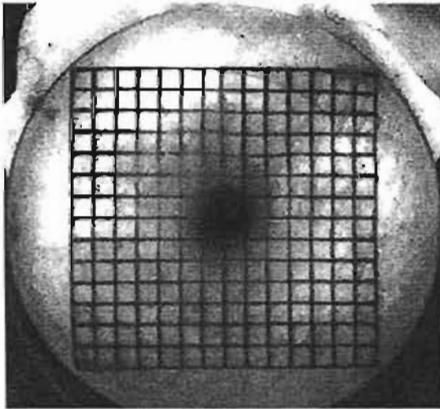
(a)



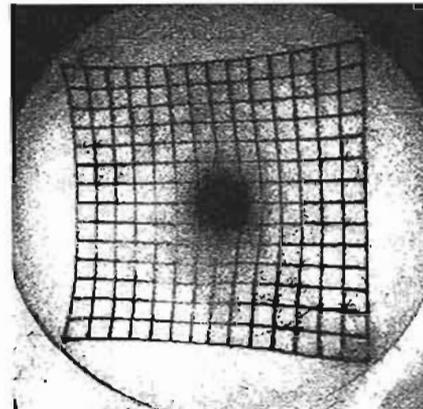
(b)

Figura 2.8. a) Pantalla nula dibujada sobre una superficie plana, b) la misma pantalla nula insertada dentro de un cilindro de acrílico.

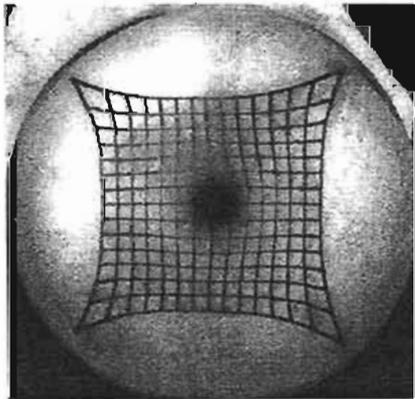
La imagen de la pantalla cilíndrica después de haber sido reflejada por el hemisferio se muestra en la Fig. 2.9 (a). Como puede observarse en ésta figura, las esquinas de la malla están muy próximas al borde debido a que, en el diseño de la pantalla, se utilizó el 0.98 del valor del diámetro D real del hemisferio que se puede probar [Ec. (2.24a)] con el propósito de evitar el rayo tangente. De otra manera la pantalla sería innecesariamente grande. Adicionalmente, el sistema óptico de la cámara CCD oscurece la parte central de la imagen, por lo que esta zona no se puede probar directamente con el método propuesto.



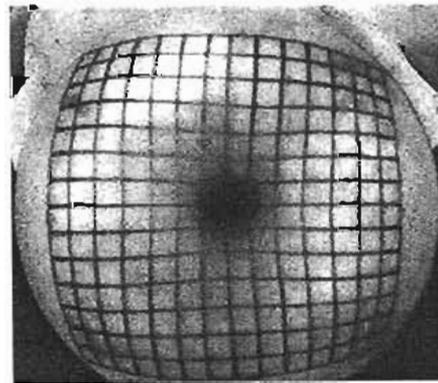
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.9. a) Imagen de la pantalla nula después de haber introducido el hemisferio en el cilindro, b) imagen de la pantalla después de haber desplazado la superficie lateralmente a lo largo del eje x , c) imagen de la pantalla para una superficie desenfocada, aquí la superficie se mueve alejándola de la lente, d) imagen de la pantalla obtenida cuando la superficie se acerca a la lente.

Aunque la imagen de la pantalla es casi una malla cuadrada, realmente no lo es, como se puede apreciar hay pequeñas deformaciones que la apartan de una forma cuadrada perfecta, este resultado se puede deber a pequeños desalineaciones, desenfoques o errores en la construcción

de la pantalla y del cilindro de acrílico. Para ilustrar esta situación, en la Fig. 2.9(b), se muestra como el efecto del descentramiento de la superficie con respecto al eje del cilindro resulta en la imagen de una malla asimétrica; la malla toma una forma trapezoidal en lugar de cuadrada. El efecto del desenfoque aplicado en la superficie resulta en una forma de acerico en la imagen de la malla, tal como en el patrón de aberración de distorsión positiva, cuando la superficie es desplazada alejándola de la lente, Fig. 2.9(c). Cuando la superficie se desplaza hacia la lente, la imagen toma una forma de barril, como sucede con la aberración de distorsión negativa.

Obsérvese cómo la iluminación de la imagen no es uniforme debido a que sólo se utilizó una sola lámpara circular fluorescente y debido a que la magnificación es diferente para distintas zonas de la superficie. Para comprender esta no uniformidad en la iluminación, notemos cómo cada zona de la pantalla que está limitada por cuatro líneas [Fig. 2.8(a)] es mapeada en un cuadrado en la imagen. Así, si asumimos una iluminación uniforme de la pantalla, la iluminación en la imagen debe cambiar debido a que estas zonas tienen diferentes áreas (Carmona-Paredes, 2002, 2003). Mientras mayor sea el área de una zona de la pantalla, más pequeña debe ser la iluminación en su imagen. Las zonas más grandes en la pantalla son aquellas cuyas coordenadas y están entre -20 y -60 mm, Fig. 2.8(a); la imagen de estas zonas está cerca del centro, Fig. 2.9(a), donde la iluminación disminuye. Este es un hecho que debe tenerse en consideración para mejorar la prueba.

Finalmente, como puede observarse en las imágenes de la Fig. 2.9, las zonas de la superficie que se encuentran más allá de los límites del cuadrado no son probadas; sin embargo, este es sólo un problema del diseño de la pantalla. Es sencillo rediseñar la pantalla para cubrir estas regiones. En este caso la imagen deberá estar circunscrita alrededor de la abertura de la superficie.

2.2.1.4.2 Prueba de un paraboloide

En este caso, se utilizó la superficie frontal de una lente simple Bausch & Lomb modelo CINEPHOR. Cabe mencionar que de esta superficie no se tienen datos del fabricante; sin embargo, esta ya ha sido probada previamente mediante deflectometría láser (Díaz-Uribe, 1985, 1986) y mediante el método de integración numérica (González-Cardel, 2003). Los resultados arrojados por ambas técnicas coinciden de que se trata de una superficie parabólica con coeficientes de deformación adicionales; el radio de curvatura obtenido en ambos casos es de aproximadamente $r \approx 44.93$ mm. Basados en esta información, la pantalla nula correspondiente se diseña asumiendo que la superficie de prueba es parabólica ($k = -1$), con radio de curvatura 44.93 mm y diámetro 100 mm. Todos los demás parámetros de diseño de la pantalla nula se muestran en la Tabla 2.2.

En la Fig. 2.10(a) se muestra la pantalla nula correspondiente a la superficie parabólica en su configuración plana, la cual es claramente más grande que la de la pantalla utilizada en el hemisferio [Fig. 2.8(a)]. La Fig. 2.10(b) muestra la pantalla cilíndrica con su serie de líneas curvas utilizada en la prueba; por comparación se muestra también el cilindro utilizado para probar el hemisferio. En este caso se emplearon dos lámparas fluorescentes circulares debido a que se tenía que iluminar un área mayor ya que la pantalla cilíndrica es más grande.

Tabla 2.2 Parámetros de diseño de la pantalla nula para probar una superficie parabólica

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	44.93
Diámetro de la superficie	D	100
Radio interior del cilindro	ρ	105
Distancia del CCD al diafragma	a	30
Distancia del diafragma al vértice de la superficie	b	454.3
Longitud de uno de los lados del CCD	d	4.4

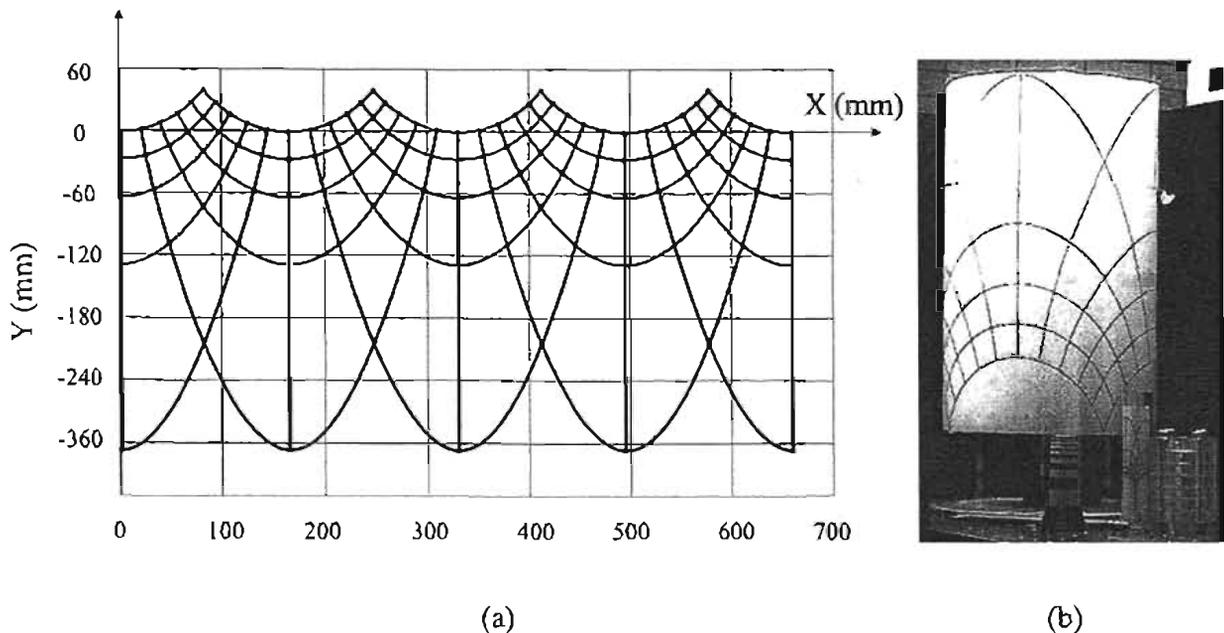


Figura 2.10. a) Pantalla nula dibujada sobre una superficie plana, b) la misma pantalla nula insertada dentro de un cilindro de acrílico.

En la Fig. 2.11(a) se muestra la imagen del pantalla; en este caso las esquinas de la malla no aparecen debido a que el anillo de sujeción de la lente obscurece el borde. Aquí, también la parte central permanece oscura. También puede apreciarse que a diferencia de la imagen correspondiente del hemisferio, aquí ciertas zonas las líneas tienen deformaciones que la apartan de una malla cuadrada perfecta; esto era de esperarse ya que la superficie a probar no es una superficie parabólica sino que, como se explicó previamente en esta misma sección, tiene términos extra de deformación. Las Figuras 2.11(b)-2.11(d) también muestran los efectos del descentramiento y de desenfoque (más lejos y más cerca de la lente), respectivamente. En este caso puede observarse claramente en las imágenes de la pantalla, que la iluminación es menos

suave que en el caso de las imágenes de hemisferio (Fig. 2.9) ya que la superficie parabólica no está recubierta para reflexión.

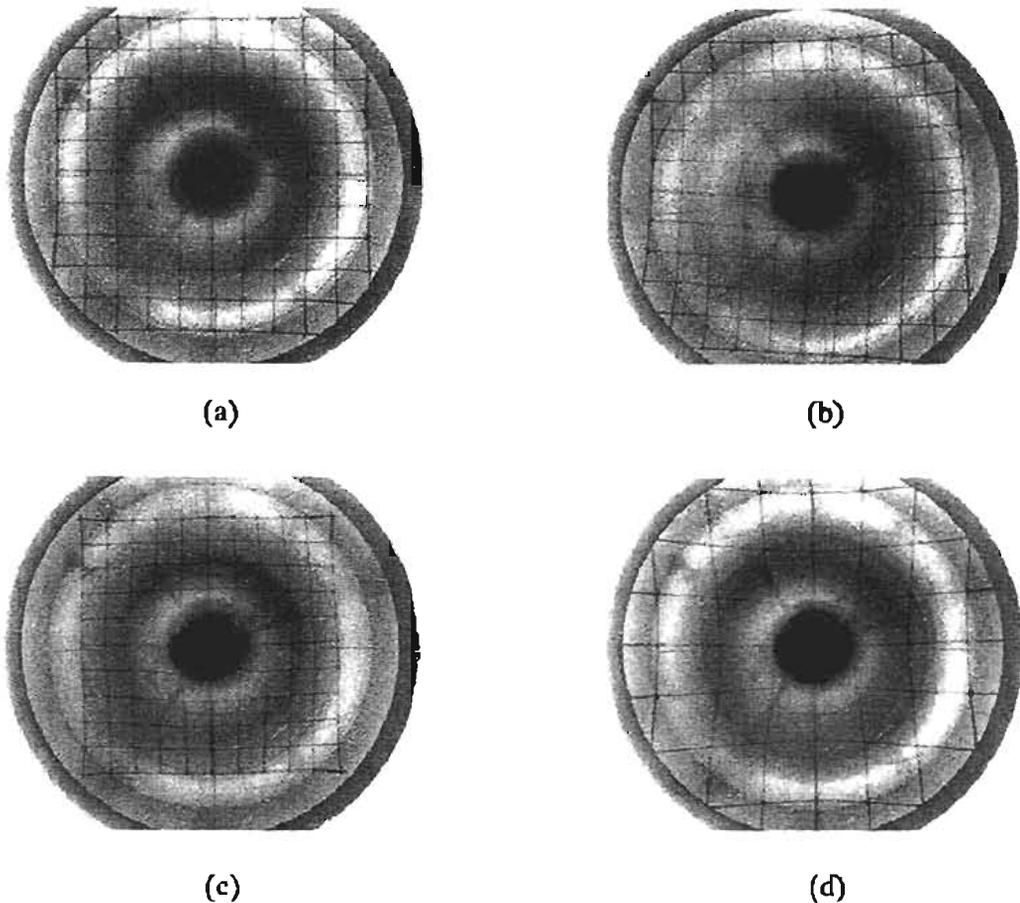


Figura 2.11. a) Imagen resultante de la pantalla nula después de haber sido reflejada por la superficie de prueba; en este caso el anillo que sujeta a la superficie oscurece las esquinas de la imagen cuadrada, b) imagen de la superficie obtenida de una combinación de descentramientos en x y y , c) imagen de la pantalla obtenida cuando la superficie se acerca a la lente, d) imagen de la pantalla obtenida cuando la superficie se aleja de la lente.

2.2.2 Pantallas nulas unidimensionales

Las pantallas cilíndricas son muy útiles para probar superficies rápidas de dimensiones pequeñas (diámetros inferiores a 200 mm); sin embargo para superficies más grandes, el construir una pantalla cilíndrica resulta ser impráctico. Por tanto, se buscaron nuevos esquemas equivalentes a la pantalla nula cilíndrica para realizar la prueba de superficies grandes. Una primera propuesta utiliza un arreglo de lámparas individuales dispuestas en línea recta y que iluminan a unas miras en forma de cruz dibujadas sobre acrílico translúcido, las posiciones de estas miras se calculan en forma tal que al ser reflejadas por la superficie de prueba se observa un conjunto de imágenes igualmente espaciadas sobre el plano de detección del CCD (Campos-

García, 2002a; Díaz-Urbe, 2002). En este caso, las cruces de las miras se hicieron coincidir con las líneas de cruce de la pantalla cilíndrica. Con el arreglo lineal de lámparas se realiza la medición de un meridiano de la superficie a la vez; así, mediante rotación toda la superficie puede probarse, Fig. 2.12(a). Una composición de las imágenes obtenidas de cada meridiano nos proporciona un arreglo radial de puntos, Fig. 2.12(b). Sin embargo, si queremos probar superficies esféricas convexas parcialmente especulares (por ejemplo, un espejo de fibra de carbono) el uso de miras resulta inadecuado debido a que las imágenes de las cruces de las miras son borrosas, Fig. 2.12(c). Además, como la amplificación transversal depende de la distancia al objeto, cada imagen de la mira (mancha) formada por la superficie tiene diferente tamaño e intensidad. Mientras más cercana se encuentra la mira a la superficie más grande y más brillante serán las manchas en la imagen. Adicionalmente, esta configuración resulta ser bastante impráctica debido a la dificultad en el posicionamiento y alineación de cada lámpara y su respectiva mira ya que están limitados por su tamaño.

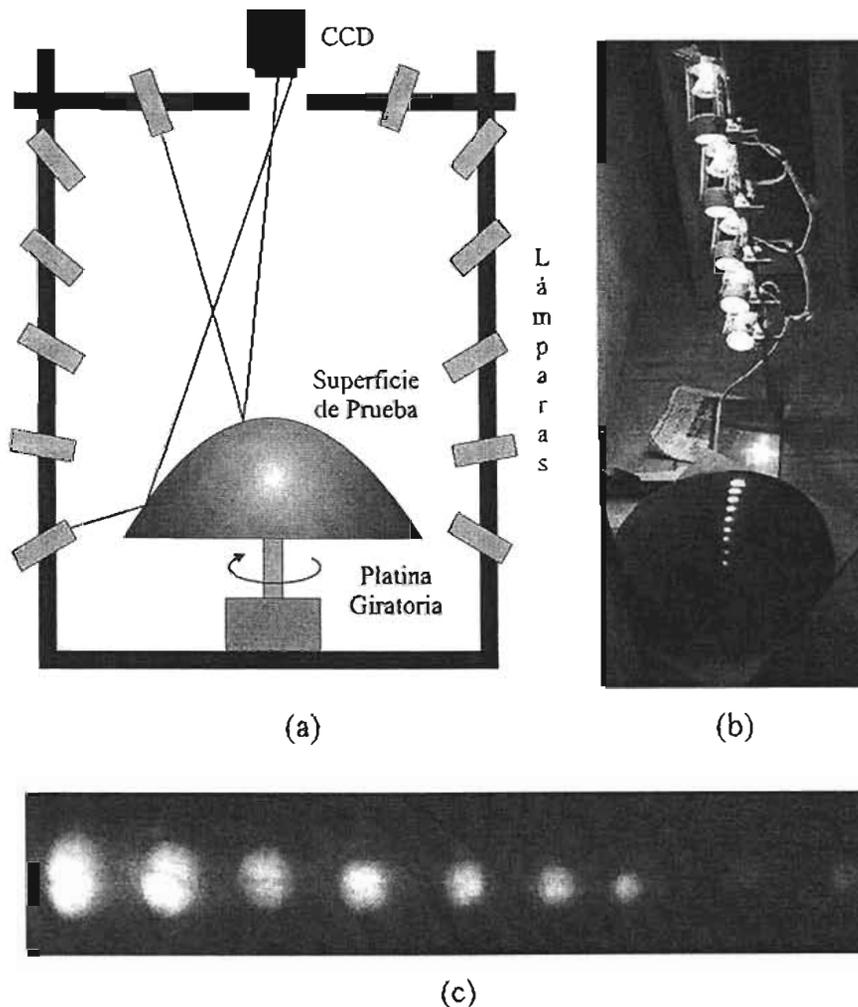


Figura 2.12. a) Esquema del arreglo experimental para probar superficies convexas usando lámparas individuales, b) sistema iluminado el cual muestra la imagen reflejada del arreglo de lámparas, c) imagen de las manchas luminosas reflejadas por la superficie.

Con el propósito de simplificar el arreglo experimental utilizado en la prueba de superficies esféricas convexas de grandes dimensiones, se propone utilizar un par de máscaras opacas con agujeros las cuales son iluminadas con lámparas fluorescentes (Campos-García, 2004a). Las máscaras se colocan en posiciones opuestas, 180° una respecto a la otra; lo que permite realizar dos mediciones independientes de toda la superficie, una por cada una de las máscaras después de haberla rotado 360° , en pasos de 5° , ver Fig. 2.13(a). Las posiciones longitudinales y el tamaño de los agujeros de la máscara son calculados en forma tal que al ser reflejados por la superficie de prueba se observen en la imagen un conjunto de puntos luminosos separados uniformemente, Fig. 2.13(b). En la Fig. 2.13(c) se muestra un esquema de cómo se vería la imagen combinada de una de las máscaras después de haber rotado la superficie 360° .

En este nuevo esquema, la superficie a probar se coloca sobre una platina que permite movimientos transversales en x y y para facilitar el centrado del sistema de prueba. También se utiliza una platina rotatoria para cambiar la posición angular de la superficie; así, diferentes meridianos son probados, y con esta información se pueda evaluar la forma de la superficie. Una cámara CCD se coloca a una altura tal que se pueda observar toda la superficie de prueba.

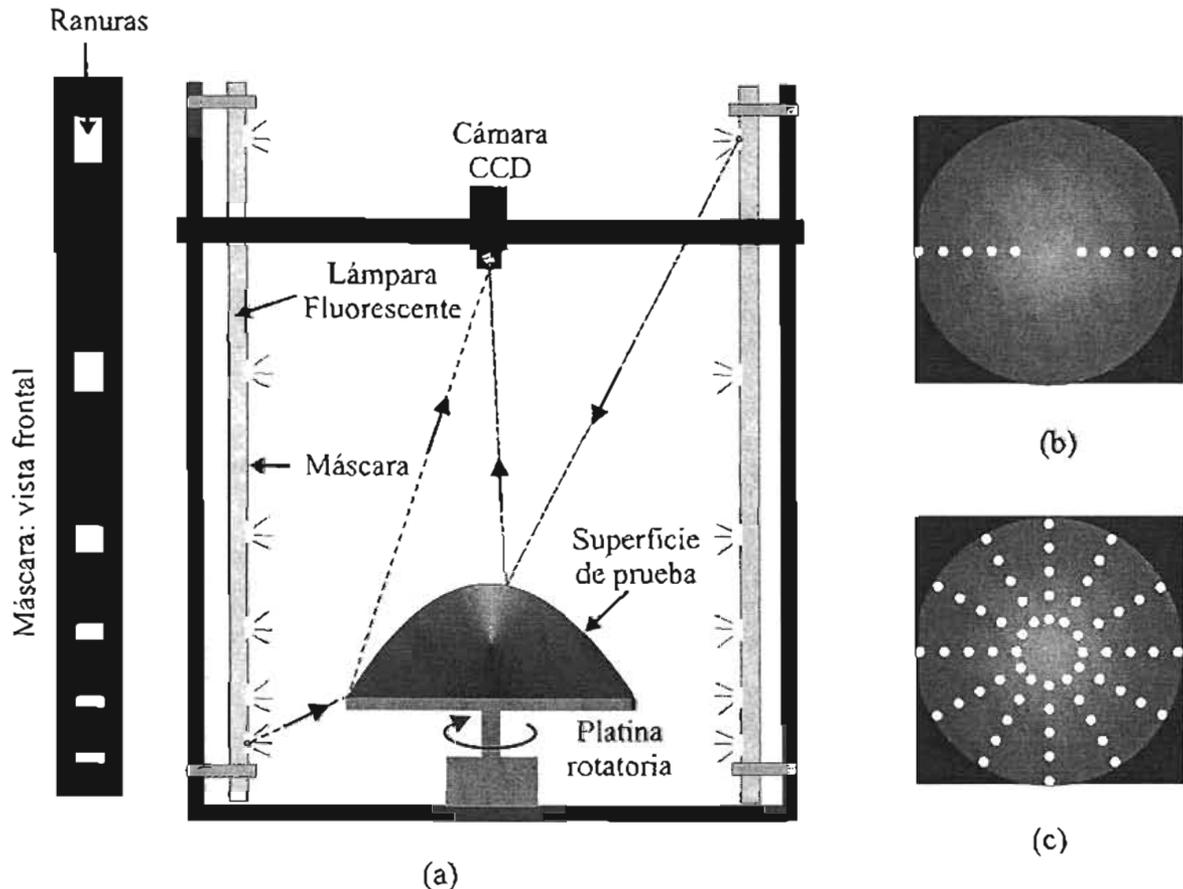


Figura 2.13. a) Vista lateral del arreglo experimental para probar superficies convexas rápidas grandes; aquí se muestra una vista frontal de la máscara en la cual se observa el arreglo lineal de agujeros, b) imagen de ambas máscaras donde se muestran una serie de manchas igualmente espaciadas, c) imagen compuesta de una de las máscaras después de haber girado la superficie 360° .

2.2.2.1 Diseño de la pantalla nula unidimensional

Para la determinación de la posición de los agujeros sobre la máscara, se realiza un trazo exacto de rayos similar al desarrollado en la sección 2.2.1.1 para el cálculo de la pantalla nula cilíndrica. En el diseño de la máscara unidimensional (Campos-García, 2004a) nos restringimos al plano x - z . En referencia a la Fig. 2.6, un rayo que parte de uno de los puntos luminosos capturado con la cámara CCD de coordenadas $P_1 = (x_1, -a-b)$, después de haber sido reflejado por la superficie de prueba, incidirá sobre la máscara en el punto $P_3 = (x_3, z_3)$; donde x_3 y z_3 están dadas por las Ecs. (2.18). En este caso, ρ es la distancia del eje z a la máscara. Las Ecs. (2.18) proporcionan las posiciones de los agujeros sobre la máscara. Con el propósito de obtener manchas luminosas bien definidas sobre la cámara CCD, los agujeros se construyen de diferente tamaño, centrados en los puntos P_3 . Mientras más alejado se encuentre el agujero de la superficie mayor será su tamaño.

Como en el caso de las pantallas cilíndricas, si las imágenes de las manchas luminosas han de ser igualmente espaciadas, se debe satisfacer la siguiente condición

$$x_1 = nl \quad (2.26)$$

en este caso, l es la separación entre las manchas $n = 1, 2, \dots, N$ ($Nl = d$). Como antes, las distancias a y b se escogen en tal forma que la imagen de toda la superficie se ajuste al área de la cámara CCD, estas están relacionadas por

$$b = \frac{aD}{d} - \beta, \quad (2.27)$$

donde D es el diámetro de la superficie de prueba, d es la longitud de un lado de la malla cuadrada sobre el detector CCD, y β es la sagita al borde de la superficie la cual está dada por las Ecs. (2.20) ó (2.21) según sea la superficie parabólica o cualquier otra cónica, respectivamente.

2.2.2.2 Prueba de una superficie esférica de fibra de carbono

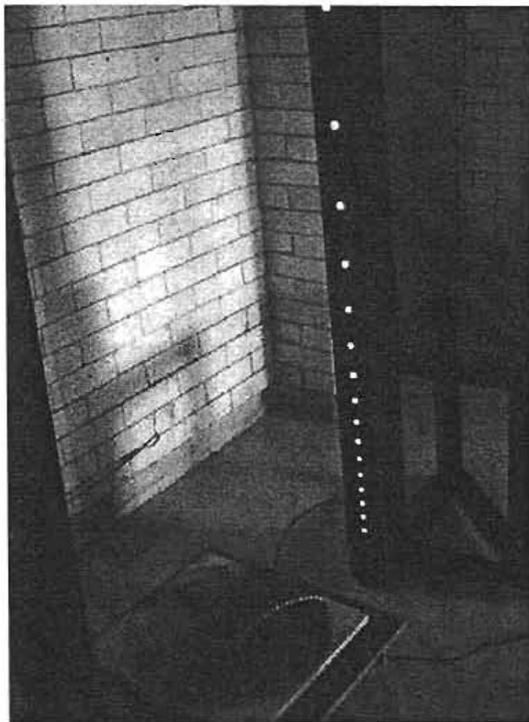
Como un ejemplo de la viabilidad de la propuesta se diseña y construye una pantalla nula unidimensional para probar una superficie esférica convexa de fibra de carbono. La superficie de prueba que se muestra en la Fig. 2.14(b) tiene un radio de curvatura de 305 mm y un diámetro de 383.6 mm, $f/0.398$. En la tabla 2.3 se muestran en resto de los parámetros de diseño de la prueba. En la Fig. 2.14(a) se muestra el arreglo experimental, aquí se puede apreciar una de las máscaras nulas iluminadas y la superficie de prueba. Las imágenes se capturan con una cámara CCD blanco y negro (Sony Mod. XC-ST70) con un CCD de 8.8 x 6.6 mm, y una lente Cosmocar TV de 16 mm de distancia focal y abertura del diafragma fija de $\phi = 10$ mm ($f/1.6$). Aquí, se utilizó una tarjeta digitalizadora Matrox Mod. Meteor II.

En este caso los agujeros de la máscara eran rectangulares de 10 mm de ancho y alturas en el rango de los 0.5 mm para la abertura más cercana a la superficie hasta los 30 mm para las aberturas más alejadas que se encuentran en la parte más alta de las lámparas. Este diseño fue

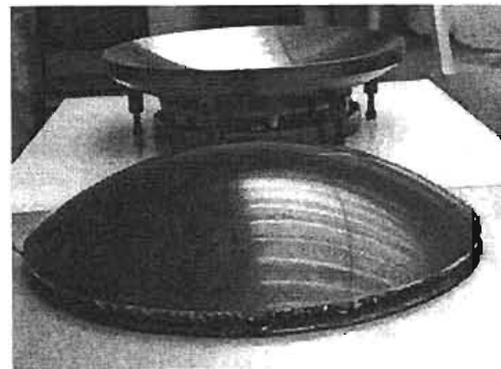
obtenido después de varios intentos para compensar la magnificación variable producida por la superficie de prueba a lo largo de su dirección radial la cual esta dada por las Ecs. (2.11) y (2.18). Esto nos permitió observar la imagen de cada abertura con un pequeño cambio en el tamaño. Cabe mencionar que un procedimiento más detallado para calcular la forma y el tamaño de las aberturas se encuentra actualmente en desarrollo (Carmona-Paredes, 2005).

Tabla 2.3 Parámetros de diseño de la pantalla nula unidimensional para probar una superficie esférica de fibra de carbono

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	305
Diámetro de la superficie	D	383.6
Distancia de la máscara al eje z	ρ	433.5
Distancia del CCD al diafragma	a	16
Distancia del diafragma al vértice de la superficie	b	699.35
Longitud de uno de los lados del CCD	d	8



(a)



(b)

Figura 2.14. a) Arreglo experimental para probar superficies convexas usando pantalla nula unidimensional; aquí se pueden apreciar las fuentes luminosas en la máscara opaca. b) superficie de fibra de carbono bajo prueba, atrás de ella se muestra su molde.

Las mediciones se realizaron mediante la rotación de la superficie en pasos de 5° (desde 0° hasta 355°), se obtuvieron 72 imágenes, con 36 manchas luminosas cada una, dando un total de 2592 puntos a evaluar sobre la superficie; cada uno medido dos veces. En la Fig. 2.15(a) se muestra una de las imágenes. Los centroides de las imágenes fueron obtenidos con ayuda del programa de procesamiento de imágenes *ImageJ* que es un software de dominio público (Rasban, *ImageJ* página electrónica). Debido a la rugosidad de la superficie de prueba, las manchas luminosas de la imagen presentan un patrón de intensidad irregular en consecuencia el área de la ventanas utilizadas para evaluar los centroides son diferentes, Fig. 2.15(b). Los datos obtenidos de cada imagen fueron divididos en dos conjuntos, cada uno correspondiente a cada una de las máscaras.

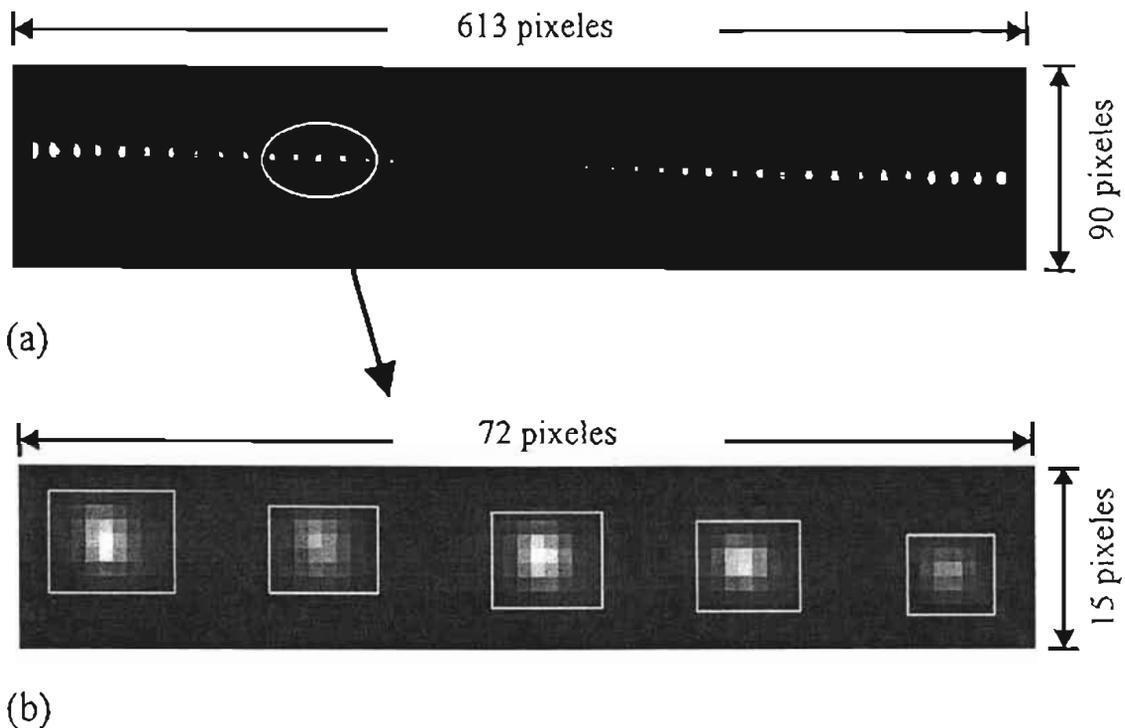


Figura 2.15. a) Imagen de la pantalla nula unidimensional reflejada por la superficie de fibra de carbono. b) las dimensiones de las ventanas usadas en la evaluación de los centroides no necesariamente son las mismas debido a que la rugosidad de la superficie de prueba produce que manchas luminosas sean irregulares, además del cambio en la amplificación.

Tomando en cuenta el ángulo de rotación de la superficie de prueba, se obtienen las coordenadas x y y de los centroides de las manchas luminosas como si estos fueran obtenidos de una sola imagen de un arreglo de fuentes luminosas arregladas en forma cilíndrica. En la Fig. 2.16 se muestran las graficas de las coordenadas de los centroides para cada una de las máscaras después de haber rotado la superficie 360° . Cada conjunto de puntos permite realizar dos mediciones independientes.

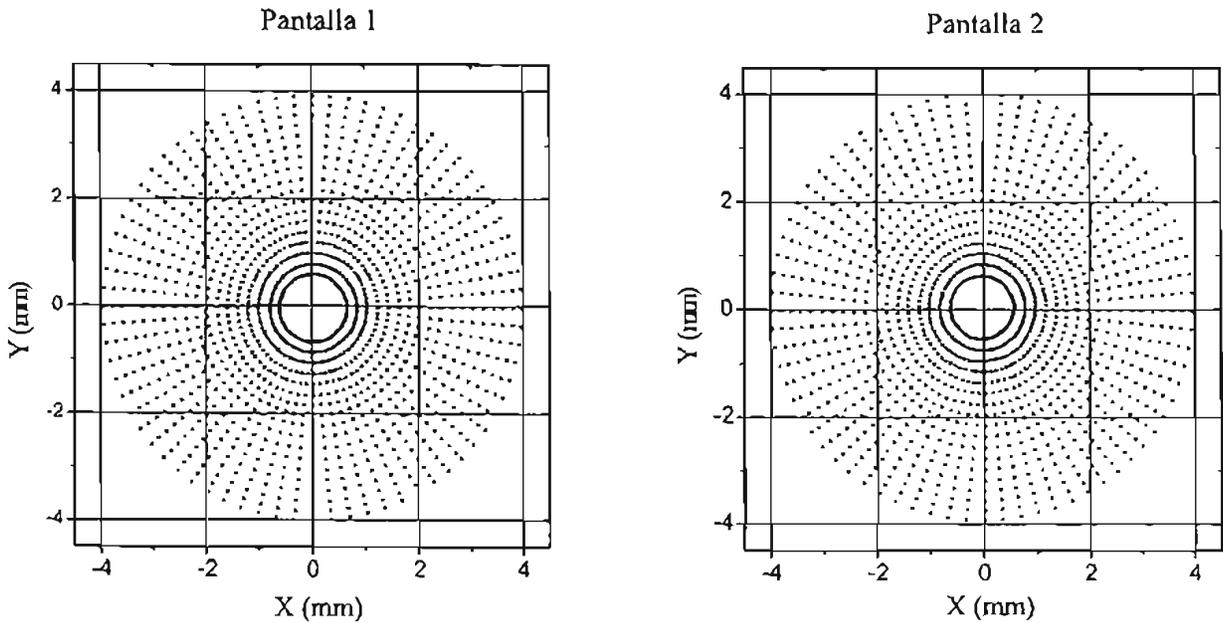


Figura 2.16. Ensamblaje en forma de patrón radial de las coordenadas de las posiciones de los centroides de las manchas luminosas obtenidas de cada una de las máscaras.

2.2.3 Pantallas nulas planas

El uso de las pantallas nulas no se restringe sólo a la prueba de superficies esféricas rápidas convexas, sino que también se puede extender su uso para realizar la prueba de superficies esféricas fuera de eje (Díaz-Urbe, 2000b, 2002). La prueba de superficies esféricas fuera de eje representa un gran reto ya que debido a sus dimensiones los espejos primarios que actualmente se encuentran en desarrollo se tienen que construir por segmentos. Un ejemplo de este tipo de espejos primarios segmentados los representa el espejo secundario de GTM (INAOE, GTM: página electrónica). El espejo primario del GTM tiene un diámetro de 50 m; su óptica será fabricada de fibra de carbono y recubierta con una capa de aluminio para aumentar su reflectividad. El espejo primario tiene una superficie parabólica con $f/0.35$ y estará compuesto por un conjunto de 180 segmentos fuera de eje colocados en cinco anillos. Cada segmento tendrá una longitud de 5 m. La configuración usual para probar las superficies fuera de eje es una en la cual se coloca una fuente puntual en el foco de la parábola principal (la parábola teórica de donde se saca el segmento) con el propósito de que los rayos reflejados por la superficie salgan paralelos al eje óptico (Meinel, 1989). Colocando un espejo plano frente al segmento fuera de eje (de la misma área transversal) se hace que los rayos sean reflejados sobre la superficie para que converjan en el punto focal. Así, el frente de onda pueda ser probado mediante interferometría o con una prueba geométrica tradicional. Un inconveniente importante de este arreglo es la alineación; las aberraciones crecen rápidamente conforme la fuente puntual se coloca lejos del punto focal. Así, la ventaja de probar el segmento en el punto focal se pierde si la alineación no es la adecuada.

En analogía con el método de las pantallas nulas para probar superficies convexas, aquí se propone emplear una pantalla plana donde se dibujan una serie de líneas curvas que al reflejarse en la superficie de prueba se forma la imagen de una malla perfectamente cuadrada; cualquier desvío de esta geometría es indicativo de deformaciones en la superficie de prueba (Díaz-Uribe, 2000b, 2002). Para iluminar la pantalla se utiliza luz blanca difusa. En la Fig. 2.17 se muestra un esquema de la propuesta.

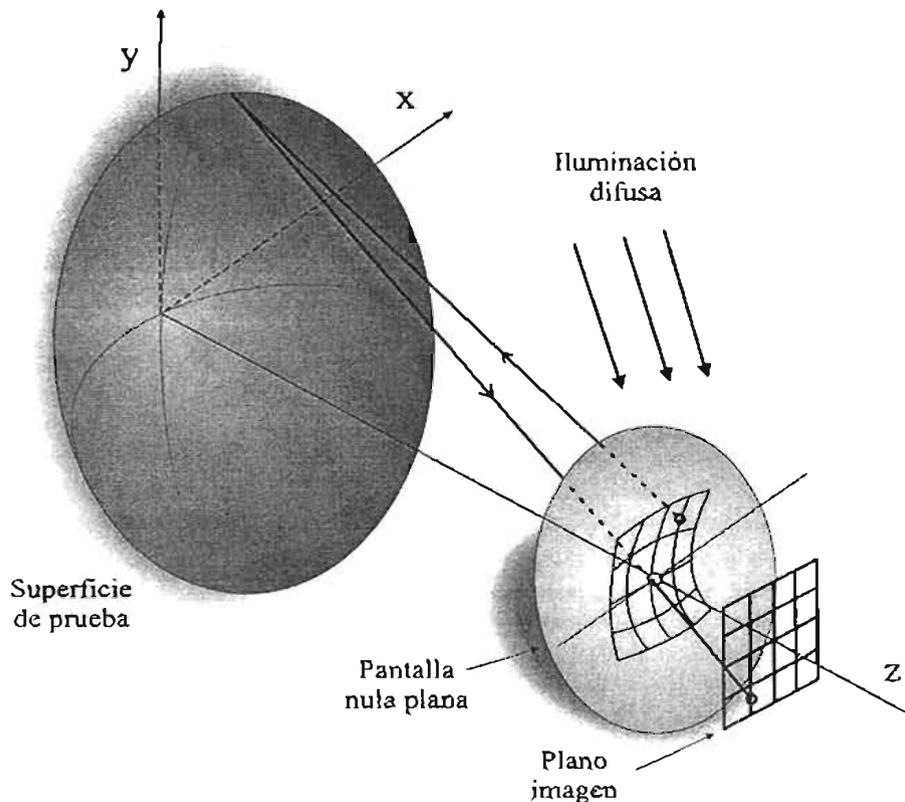


Figura 2.17. Configuración básica para realizar la prueba de un segmento fuera de eje utilizando pantallas nulas planas.

2.2.3.1 Superficie fuera de eje

Consideremos la expresión que describe una superficie cónica Ec. (2.2). Luego, la sección fuera de eje de una superficie cónica centrada en el punto $(x_c, 0, z_c)$ se obtiene de una rotación y una traslación de ejes XYZ a un nuevo sistema de coordenadas xyz tal que tenga su eje z a lo largo de la normal a la sección evaluada en el centro del segmento (Cardona-Núñez, 1984). La transformación de ejes aplicada a la Ec. (2.2) proporciona la sección fuera de eje la cual está descrita por

$$z(x, y) = \frac{y}{\beta + (\beta^2 - \alpha\gamma)^{1/2}}, \quad (2.28)$$

con

$$\begin{aligned}\alpha &= c(1 + k \cos^2 \theta), \\ \beta &= (1 + k \sin^2 \theta)^{-1/2} - ck \sin \theta \cos \theta, \\ \gamma &= c(1 + k \sin^2 \theta)x^2 + cy^2;\end{aligned}\tag{2.29}$$

aquí,

$$\tan \theta = \frac{cx_c}{[1 - (k+1)c^2x_c^2]^{1/2}}\tag{2.30}$$

nos proporciona el ángulo θ de rotación respecto al eje Y , y x_c es la distancia del eje óptico principal al centro del segmento, Fig. 2.18.

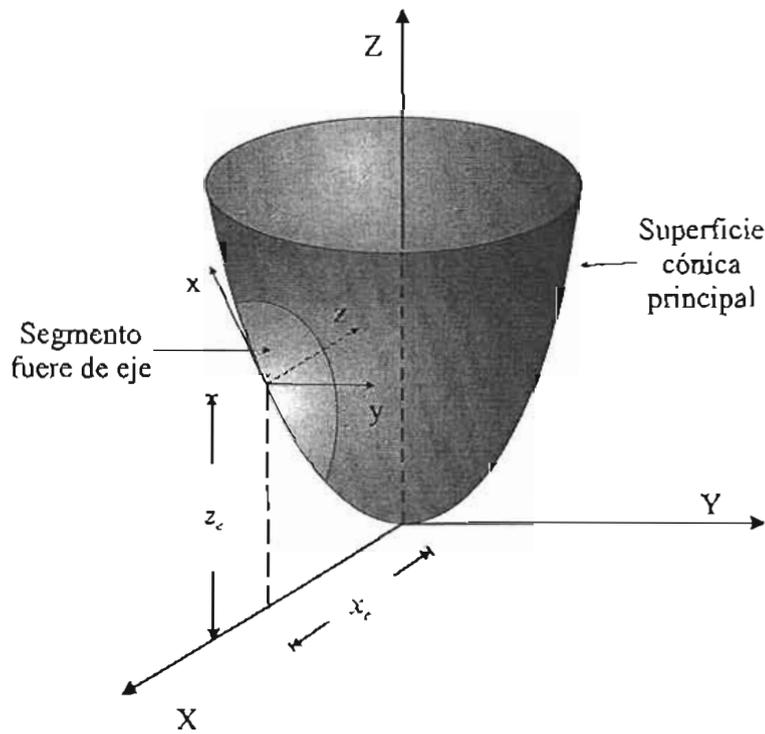


Figura 2.18. Sección fuera de eje.

Con el fin de simplificar los cálculos para obtener la pantalla nula correspondiente, la Ec. (2.28) que describe al segmento fuera de eje se puede reescribir explícitamente en términos de las variables x y y , como

$$z = \frac{Ux^2 + cy^2}{(S - Tx) + [(S - Tx)^2 - \alpha(Ux^2 + cy^2)]^{1/2}},\tag{2.31}$$

con

$$\begin{aligned} S &= (1 + k \operatorname{sen} \theta)^{-1/2}, \\ T &= ck \operatorname{sen} \theta \cos \theta, \\ U &= c(1 + k \operatorname{sen}^2 \theta); \end{aligned} \quad (2.32)$$

aquí, α y θ están dadas a través de (2.29) y (2.30), respectivamente.

2.2.3.2 Diseño de la pantalla nula plana

Debido a la asimetría de la superficie fuera de eje, Ec. (2.31), el trazo exacto de rayos se tiene que realizar de manera tridimensional. Así, partiendo de un punto $P_1 = (x_1, y_1, a+b)$ perteneciente a la imagen de un punto de la malla cuadrada, se calcula la dirección del rayo I que pasa por $P = (0, 0, b)$ e incide sobre la superficie del segmento

$$I = (-x_0, -y_0, -a) \quad (2.33)$$

donde a es la distancia del CCD a la pantalla nula y b es la distancia del centro del segmento a la pantalla, ver Fig. 2.19.

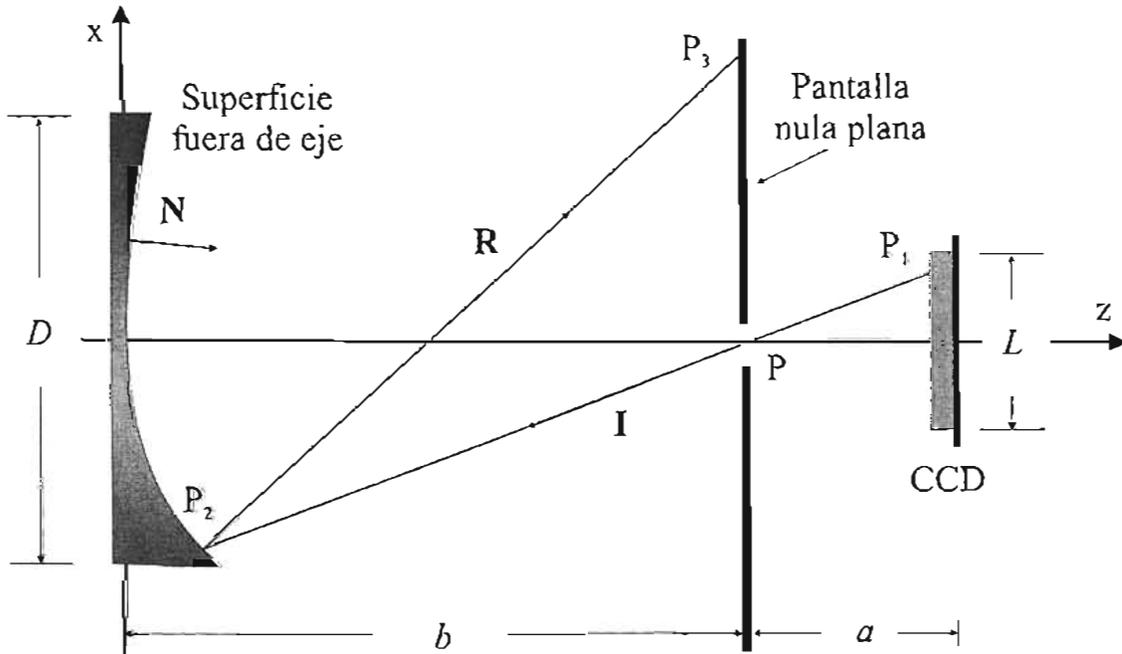


Figura 2.19. Parámetros de diseño de las pantallas nulas planas para probar superficies esféricas fuera de eje. Aquí, los vectores I y R que representan a las direcciones de los rayos incidentes y reflejados al segmento, respectivamente; y el vector N que es la normal al segmento, no necesariamente caen en el plano xz .

La ecuación de la recta que representa al rayo incidente **I** está dada por

$$\frac{x-x_1}{x_1} = \frac{y-y_1}{y_1} = \frac{z-a-b}{a}, \quad (2.34)$$

despejando x y y en términos de z y sustituyendo el resultado en la ecuación que describe al segmento fuera de eje Ec. (2.31), después de algunos pasos algebraicos se obtiene la siguiente expresión para z

$$Az^2 + Bz + F = 0 \quad (2.35)$$

donde

$$A = \alpha + \frac{2Tx_1}{a} + \frac{Ux_1^2 + cy_1^2}{a^2}, \quad (2.36a)$$

$$B = -2S + \frac{2bx_1}{a} \left(T + \frac{Ux_1}{a} \right) - \frac{2cby_1^2}{a^2}, \quad (2.36b)$$

$$F = \left(\frac{b}{a} \right)^2 (Ux_1^2 + cy_1^2). \quad (2.36c)$$

Resolviendo la Ec. (2.35) y sustituyendo en (2.34), se obtiene el punto $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$ donde el rayo incidente **I** intersecta al segmento fuera de eje,

$$z_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AF}}{2F},$$

$$y_2 = \frac{y_1}{a} (z_2 - b), \quad (2.37)$$

$$x_2 = \frac{x_1}{a} (z_2 - b).$$

Posteriormente, de acuerdo con la ley de la reflexión, el rayo incidente **I** es reflejado por la superficie fuera de eje en la dirección

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - 2(\mathbf{I} \cdot \mathbf{N})\mathbf{N} \quad (2.38)$$

donde **N** es la normal al segmento fuera de eje evaluada en el punto P_2 , y de acuerdo con (2.31) está dada por

$$\mathbf{N} = \left\{ (Tx_2 + Ux_2)^2 + (cy)^2 + (\alpha z_2 - S + Tx_2)^2 \right\}^{-1/2} (Tx_2 + Ux_2, cy, \alpha z_2 - S + Tx_2). \quad (2.39)$$

Así, de (2.39) y (2.33) en (2.38), la dirección del rayo reflejado por el segmento es

$$\mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z) \quad (2.40)$$

donde

$$\begin{aligned} R_x &= -x_1 - 2(Tz_2 + Ux_2)\Omega/\Gamma, \\ R_y &= -y_1 - 2cy_2\Omega/\Gamma, \\ R_z &= -a - 2(\alpha z_2 - S + Tx_2)\Omega/\Gamma, \end{aligned} \quad (2.41)$$

son las componentes del vector reflejado por el segmento; aquí,

$$\begin{aligned} \Omega &= -cy_1y_2 - x_1(Tz_2 + Ux_2) - a(\alpha z_2 - S + Tx_2), \\ \Gamma &= c^2y_2^2 + (Tz_2 + Ux_2)^2 + (\alpha z_2 - S + Tx_2)^2. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Luego, la ecuación de la recta que representa al rayo reflejado en la dirección \mathbf{R} y que pasa por el punto P_2 , esta dada por

$$\frac{x - x_2}{R_x} = \frac{y - y_2}{R_y}; \quad \frac{y - y_2}{R_y} = \frac{z - z_2}{R_z}. \quad (2.43)$$

Así, el rayo reflejado \mathbf{R} , representado por esta recta, intersectará al plano $z = b$, que representa a la pantalla plana, en el punto $P_3 = (x_3, y_3, z_3)$, donde

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2 + \frac{R_x}{R_z}(b - z_2), \\ y_3 &= y_2 + \frac{R_y}{R_z}(b - z_2), \\ z_3 &= b, \end{aligned} \quad (2.44)$$

estas expresiones representan los puntos sobre la pantalla plana que al ser reflejados por la superficie de prueba se observa en el CCD un arreglo de puntos en forma de malla cuadrada. Para asegurar lo anterior, se utiliza la expresión de (2.3) en (2.44).

Finalmente, las distancias a y b se escogen en forma tal que la imagen completa de la superficie se ajuste al área del CCD, de la Fig. 2.19 se observa que están relacionadas por

$$b = \frac{Da}{d} \quad (2.45)$$

donde D es el diámetro máximo del segmento y d es la longitud de un lado del CCD.

2.2.3.3 Prueba de una superficie parabólica fuera de eje

Para comprobar la validez de la propuesta, se diseña y construye una pantalla plana nula para probar un espejo parabólico fuera de eje de radio de curvatura $r = 20.4$ mm y distancia del eje óptico al centro del segmento $x_c = 25.4$ mm, Fig. 2.20(a). La superficie tiene una sección transversal elíptica con eje mayor igual 49.4 mm y eje menor de 29.6 mm. En la tabla 2.4 se muestran todos los parámetros de diseño de la pantalla. La pantalla nula se diseñó para estar a 198.5 mm de la superficie y para que se observaran 11 líneas verticales a lo largo del eje mayor de la superficie; su arreglo final de líneas curvas es mostrado en la Fig. 2.20(b). Como se puede observar, la pantalla es muy grande en comparación con el eje mayor de la superficie.

Tabla 2.4 Parámetros de diseño de la pantalla plana para probar una superficie parabólica fuera de eje

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	20.4
Distancia eje óptico – centro del segmento	x_c	25.4
Longitud del eje mayor	D_1	49.4
Longitud del eje menor	D_2	29.6
Distancia de la pantalla al CCD	a	25
Distancia de la pantalla al segmento	b	198.5
Longitud de uno de los lados del CCD	d	8.8
Distancia focal tangencial	f_t	41.5
Distancia focal sagital	f_s	16.3

En la Fig. 2.20(c), se muestra la imagen de la pantalla; en el lado izquierdo de la imagen se puede apreciar cómo los puntos de cruce de la malla casi están dispuestos en un arreglo cuadrado. Sin embargo, en el lado derecho, el arreglo regular se pierde. Una posible explicación de este comportamiento recae en el hecho de que la pantalla se encuentra localizada bastante fuera del radio de curvatura del punto central del segmento. Para este punto, el radio de curvatura tangencial es 83.08 mm, mientras que su radio de curvatura sagital es 32.58 mm. Para otros puntos, estos valores son diferentes por lo que parte de la pantalla cae dentro del centro de curvatura de los puntos del lado derecho de la superficie; esto es, dentro de la zona de la cáustica. Para el punto más externo de la superficie, el radio de curvatura tangencial es 236.24 mm y el sagital de 46.15 mm.

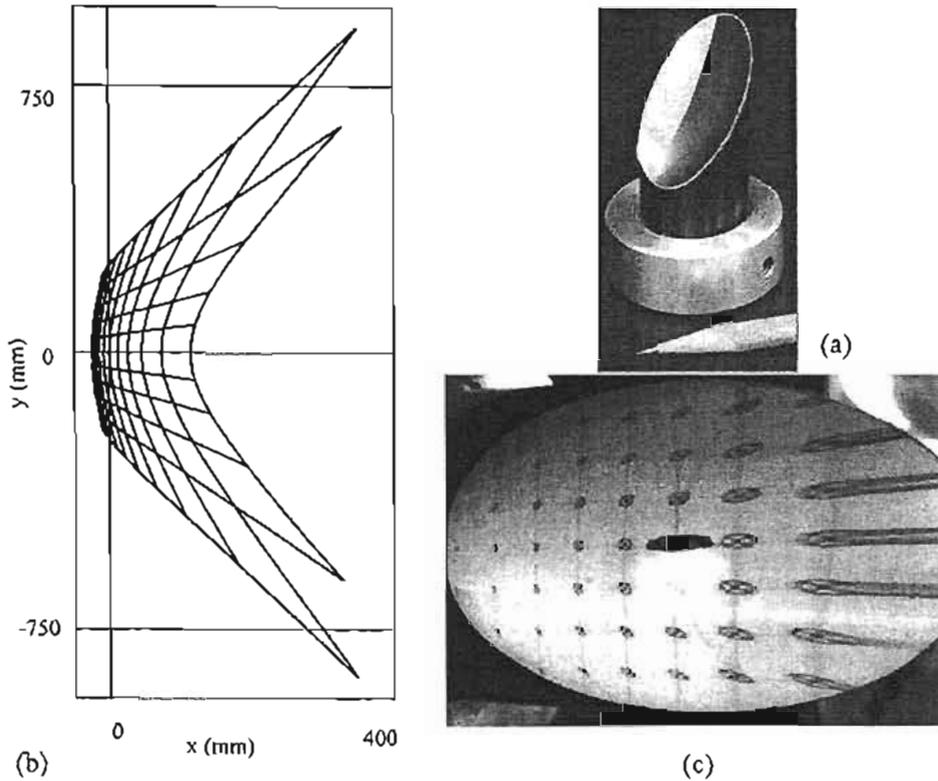


Figura 2.20. a) Superficie parabólica fuera de eje, b) pantalla nula plana, c) imagen de la pantalla nula después de la reflexión.

2.2.4 Otras configuraciones de pantallas nulas

2.2.4.1 Configuración híbrida: pantalla plana y pantalla cilíndrica

Para el caso de superficies esféricas convexas, si se quiere evitar el problema de que las fuentes luminosas que forman la parte central de la imagen se encuentren muy alejadas de la superficie de prueba se puede usar un plano perpendicular al eje z , para intersectar a los rayos reflejados por la superficie de prueba, en combinación con la pantalla cilíndrica; es decir, se tiene la configuración de un cilindro con tapa, Fig. 2.21.

Para hallar las coordenadas P_3 donde el rayo reflejado R intersecta a la pantalla plana, se intersecta el plano $z = z_0$ con la recta de la Ec. (2.17), la cual representa al rayo reflejado por la superficie de prueba, resultando

$$z_3 = -z_0,$$

$$x_3 = \frac{x_1 x_2^2 + x_1 [(k+1)z_2 - r]^2 + 2x_2 \{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}}{\alpha x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2 - 2[(k+1)z_2 - r]\{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}} (z_2 - z_3) + x_2, \quad (2.46)$$

son las coordenadas donde el rayo reflejado intersecta a la pantalla plana. Lo anterior también se puede aplicar al caso de las pantallas unidimensionales colocando una máscara perpendicular al eje z (Campos-García, 2002a).

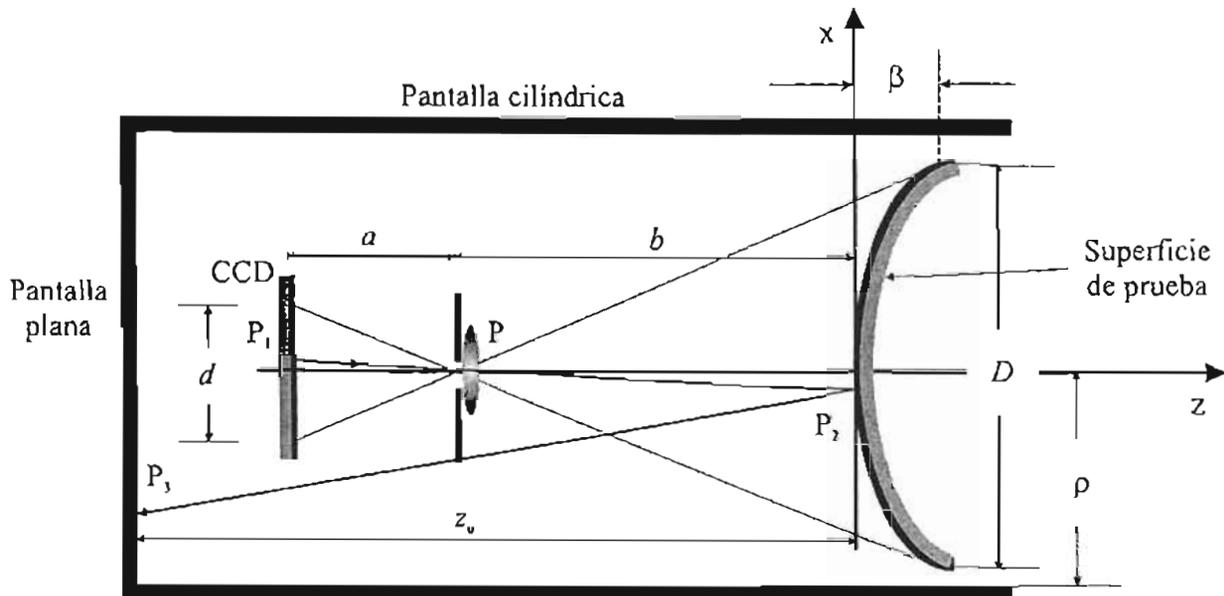


Figura 2.21. Pantalla nula cilíndrica en combinación con una pantalla nula plana. Esta última es necesaria para limitar el tamaño del cilindro.

2.2.4.2 Pantalla nula cónica

Otra posible configuración de una pantalla unidimensional es utilizar un par de máscaras unidimensionales dispuestas en forma de cono, Fig. 2.22. Para hallar los puntos de intersección de los rayos reflejados por la superficie con la pantalla cónica, se calcula primero la ecuación que describe al cono, esta está dada por

$$x = -\frac{x_b}{z_a} z + x_b, \quad (2.47)$$

sustituyendo esta expresión en (2.17) que representa al rayo reflejado, resulta

$$z_3 = \frac{R_x z_2 - R_z (x_2 - x_b)}{R_x z_a + R_z x_b}, \quad (2.48)$$

$$x_3 = -\frac{x_b}{z_a} z_3 + x_b,$$

son las coordenadas de los puntos donde los rayos provenientes del arreglo cuadrado después de haber sido reflejados por la superficie inciden en la pantalla cónica.

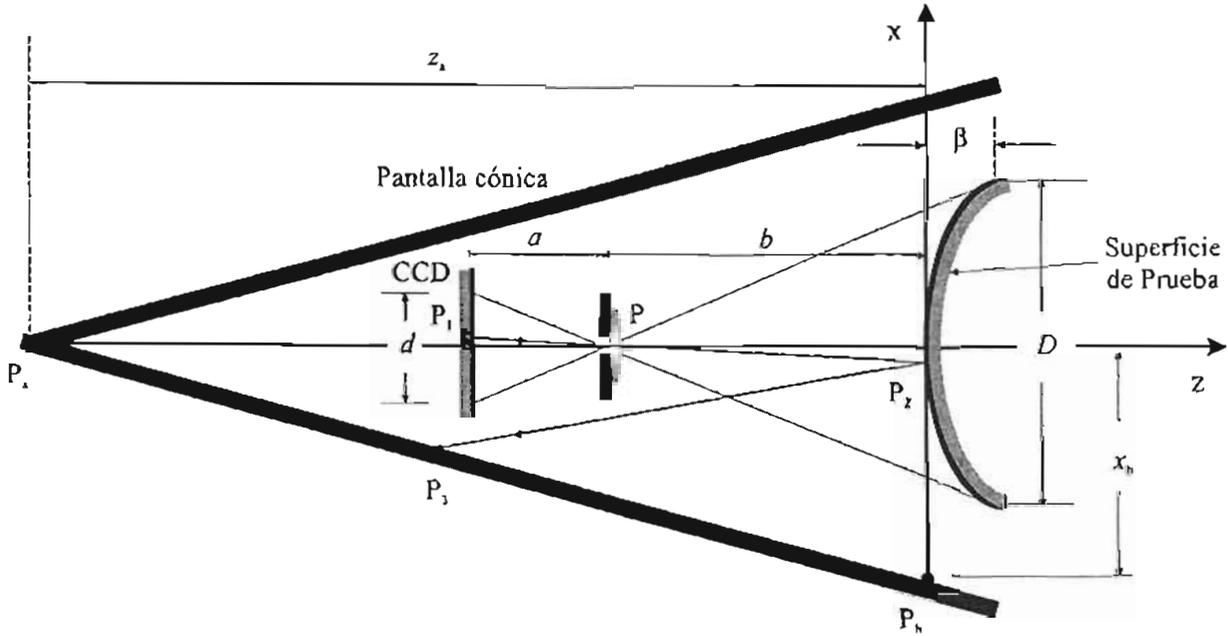


Figura 2.22. Pantalla nula unidimensional en configuración cónica.

2.2.4.3 Pantalla nula elíptica

Una pantalla nula que proporciona una imagen casi plana es la pantalla elíptica (ver sec. 2.1.2), Fig. 2.23. Así, para hallar los puntos P_3 donde los rayos reflejados por la superficie intersectan a la pantalla elíptica, se sustituye la Ec. (2.17) que representa la dirección del rayo reflejado en la siguiente expresión

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{(z + \eta)^2}{\gamma^2} = 1 \quad (2.49)$$

la cual representa a la superficie elíptica. Aquí, α y γ son los semiejes mayor y menor, respectivamente y el punto $(0, \eta)$ define el centro de la elipse.

Luego, el rayo reflejado R intersectará a la superficie elíptica en

$$x_3 = \frac{-H \pm \sqrt{H^2 - 4GI}}{2G} \quad (2.50)$$

$$z_3 = \frac{R_z}{R_x} (x_3 - x_2) + z_2$$

con

$$\begin{aligned}
 G &= \left(\frac{y}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{R_z}{R_x}\right)^2 \\
 H &= 2\left(\frac{R_z}{R_x}\right)\left[(z_2 + \eta) - \left(\frac{R_z}{R_x}\right)x_2\right] \\
 I &= \left(\frac{R_z}{R_x}\right)^2 x_2^2 - 2\left(\frac{R_z}{R_x}\right)(z_2 + \eta)x_2 + (z_2 + \eta)^2 - \gamma^2
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

donde R_x , y R_z son las componentes del vector reflejado \mathbf{R} , Ec. (2.16).

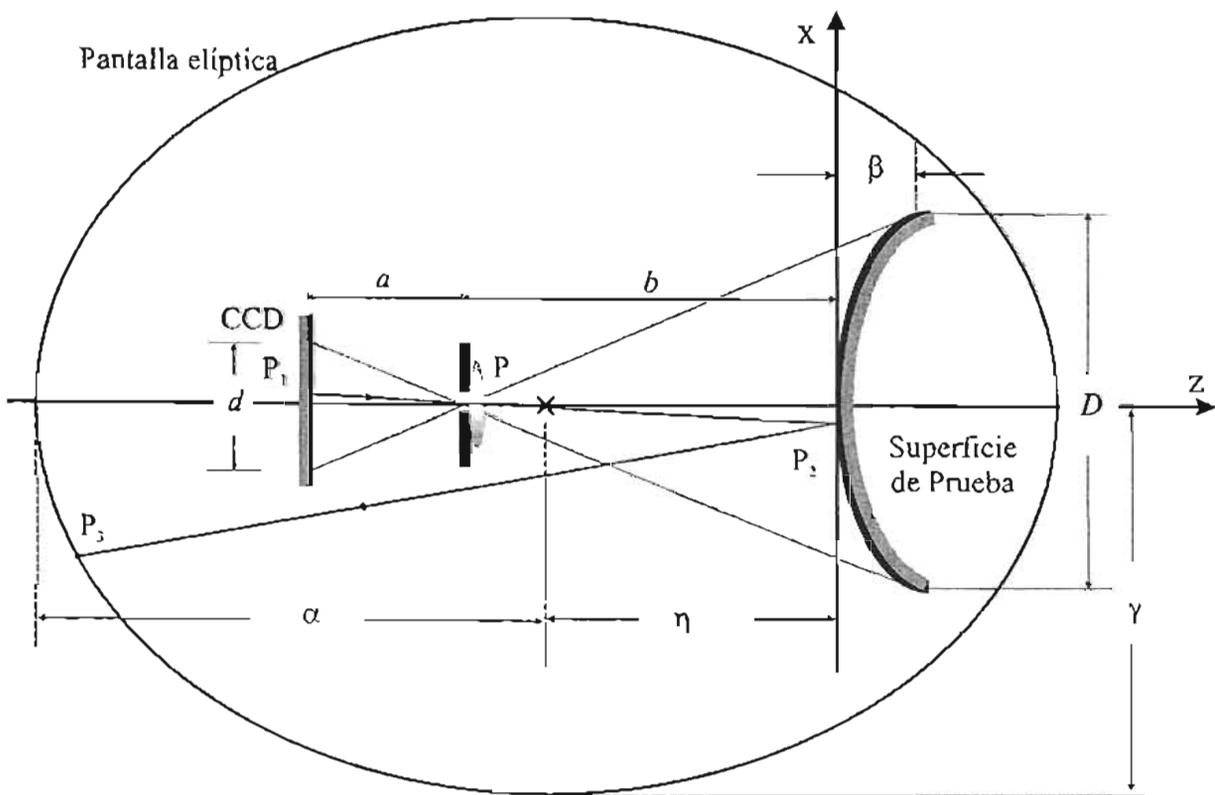


Figura 2.23. Pantalla nula elíptica.

2.2.4.4 Pantalla nula plana inclinada

En el caso de las superficies fuera de eje, debido a las dificultades encontradas por la presencia de las superficies cóusticas, una propuesta es utilizar pantallas planas inclinadas con el propósito de no cruzar estas superficies cóusticas (Avendaño-Alejo, 2003, 2005). En la Fig. 2.24 se muestra el arreglo experimental de esta prueba. Aquí, la pantalla plana está sobre un plano que pasa por el punto $P = (0, 0, b)$ y rota en torno al eje y , su inclinación está determinada

por el vector unitario $\mathbf{n} = (n_x, n_z) = (\sin \phi, \cos \phi)$ que es perpendicular al plano inclinado. Así, la ecuación del plano donde está contenida la pantalla nula inclinada está dada por

$$n_x x + n_z (z - b) = 0. \quad (2.52)$$

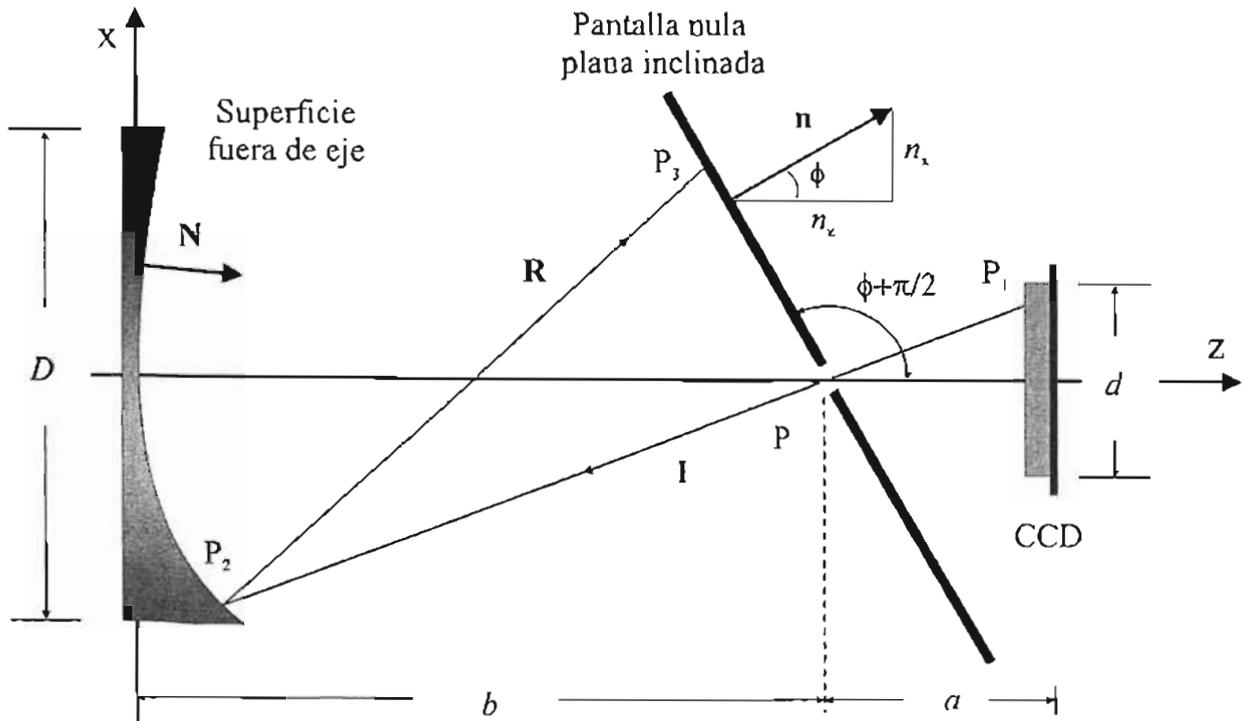


Figura 2.24. Configuración de la prueba de superficies fuera de eje mediante el uso de una pantalla plana inclinada.

Luego, para hallar el patrón de líneas que hay que dibujar sobre la pantalla plana inclinada que al ser reflejadas por la superficie de prueba nos proporcione una malla cuadrada sobre el CCD, se sustituye (2.52) en (2.43) que representa a los rayos reflejados por la superficie, resultando

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{b - z_2 + (R_x/R_x)x_2}{(n_x/n_z) + (R_z/R_x)}, \\ y_3 &= y_2 + (R_y/R_x)[b - z_2 - (n_x/n_z)x_3], \\ z_3 &= b - (n_x/n_z)x_3, \end{aligned} \quad (2.53)$$

que para el caso de que $n_x = 0$ se reduce a la Ec. (2.44) que representa a la pantalla plana perpendicular al eje z .

2.3 Conclusión

En este capítulo se ha propuesto probar superficies esféricas convexas rápidas mediante el uso de pantallas nulas cilíndricas diseñadas específicamente para probar cada superficie. Se describió con detalle el procedimiento del diseño de las pantallas para superficies cónicas mediante trazo exacto de rayos a través del sistema óptico de prueba. Asimismo, se mostró que mediante un cálculo numérico es posible diseñar pantallas nulas para probar superficies esféricas que no son cónicas. El método propuesto tiene la ventaja de que no se necesita de un sistema óptico especial adicional ni tampoco de construir y probar elementos ópticos adicionales para corregir la esfericidad.

Adicionalmente, se mostró la viabilidad de la propuesta para probar cualitativamente superficies esféricas rápidas: un hemisferio ($f/0.25$) y una superficie parabólica ($f/0.22$). Los resultados obtenidos de los diseños de las pantallas [Figs. 2.9(a) y 2.11(a)] mostraron que las superficies de prueba se encuentran muy cerca de las superficies de diseño. Sin embargo, hay varias imperfecciones evidentes en las imágenes de ambas pruebas. Estas pueden explicarse en términos de la baja calidad de las pantallas fabricadas y de los cilindros de acrílico usados como soporte de las pantallas de papel los cuales no eran perfectamente circulares sino más bien se encontraban ligeramente ovalados. Para el caso de la superficie parabólica, la pantalla se construyó a partir de seis hojas tamaño oficio y las líneas tenían que traslaparse pegando las hojas en la posición correcta. Por tanto, tomando en cuenta lo anterior, para hacer esta prueba operativa es necesario tener un cuidado especial en la obtención de pantallas nulas de alta precisión. Por otra parte, el posicionamiento de cada una de las superficies de prueba con su cilindro correspondiente se llevó a cabo mediante un procedimiento de prueba y error. Como se mostró, errores apreciables en el posicionamiento de las superficies proporcionan deformaciones evidentes de la malla cuadrada. Este hecho, sin embargo, es útil para lograr un mejor posicionamiento y alineación de la superficie de prueba. Por supuesto, un posicionamiento con precisión es imperativo para una mejor prueba. Cabe mencionar que para una evaluación cuantitativa, los puntos de cruce de las líneas de la malla proporcionan mejor información acerca de la superficie (esto es equivalente a los puntos luminosos en la prueba de Hartmann). Sin embargo, las líneas de la malla son más útiles para una mejor alineación y una evaluación cualitativa de la superficie (estas líneas son similares a los bordes de la rejillas en la prueba de Ronchi).

Para el caso de superficies convexas de grandes dimensiones que son parcialmente especulares se propuso probarlas utilizando una máscara con agujeros (pantalla nula unidimensional) cuyas posiciones y dimensiones se calculan en forma tal que se obtenga una imagen de manchas luminosas igualmente espaciadas cuando la máscara es iluminada. Se describió el procedimiento para diseñar la pantalla nula unidimensional para probar superficies cónicas. Como un ejemplo de la propuesta se diseñaron dos pantallas nulas unidimensionales para probar una superficie esférica de fibra de carbono de radio de curvatura de 305 mm y diámetro de 383.6 mm ($f/0.398$). En este caso, para poder probar toda la superficie se rotaba toda la superficie y a cada una de las imágenes de los puntos luminosos obtenidas se les calculaban los centroides los cuales se ensamblaban en un patrón radial de puntos.

Adicionalmente, se ha mostrado que para probar superficies convexas de grandes dimensiones es posible utilizar una pantalla nula plana en combinaci3n con una cilíndrica; lo anterior con el prop3sito de evitar que las pantallas cilíndricas sean demasiado grandes debido a que la posici3n de los objetos para probar la parte central de la superficie se encuentra lejos de ella. Obviamente, aquí también se puede utilizar un par de pantallas nulas unidimensionales, una paralela y otra perpendicular al eje 3ptico del sistema de prueba. También se ha mostrado que las configuraciones de las pantallas nulas para probar superficies rápidas convexas no son únicas sino que pueden tener forma c3nica o elíptica. El escoger una u otra configuraci3n depende principalmente de la simplicidad con la que se pueda construir la pantalla.

Por otra parte, se ha mostrado que el método de pantallas nulas no es exclusivo para probar superficies rápidas convexas sino que puede ampliarse para probar segmentos fuera de eje. Aquí se describe el procedimiento para disenar este tipo de pantallas nulas, como un ejemplo se disena una pantalla nula plana para realizar la prueba de un segmento parab3lico fuera de eje de radio de curvatura 20.4 mm y distancia del eje 3ptico al centro del segmento 25.4 mm. Con esta pantalla se prob3 cualitativamente que el espejo fuera de eje encontrándose que una parte de la imagen reflejada por el espejo presenta un arreglo de una malla cuadrada y la otra parte no debido a que una parte de la pantalla plana cruza a la superficie cáustica. Para evitar estas dificultades, se propone utilizar pantallas planas inclinadas las cuales se disenan en forma tal que no crucen las superficies custicas.

En general, se ha propuesto que el método de pantallas nulas es una técnica alternativa para probar cualitativamente superficies esféricas rápidas ($f < 1$) y como se mostrará en los capítulos siguientes también será útil para determinar la calidad de las superficies con precisi3n media.

Por último cabe mencionar que actualmente en el Laboratorio de Pruebas 3pticas del CCADET-UNAM se encuentra en desarrollo una técnica que utiliza pantallas nulas cilíndricas para probar superficies esféricas rápidas c3ncavas. En este caso la pantalla cilíndrica de diámetro inferior al diámetro de la superficie de prueba se coloca frente a la superficie paralela al eje 3ptico; sobre la pantalla se dibujan una serie de líneas tales que al ser reflejadas por la superficie de prueba se observa en el plano imagen una malla cuadrada, como antes, s3lo si la superficie de prueba es perfecta. Hasta este momento se han desarrollado las ecuaciones de diseno de la pantalla y las del algoritmo de evaluaci3n de la forma de la superficie. También se ha construido una pantalla cilíndrica útil para probar un espejo c3ncavo elíptico rápido ($f / 0.135$).

Capítulo 3

Medición de la forma de la superficie

La principal aplicación de una prueba óptica es conocer cuantitativamente ya sea las deformaciones del frente de onda o la forma de cualquier superficie. Como se ha mostrado en el capítulo anterior, el método propuesto de pantallas nulas para probar superficies esféricas rápidas ha probado ser una herramienta importante ya que permite por una parte una evaluación cualitativa de las superficies y por otra es posible alinear el sistema óptico con relativa facilidad. Sin embargo, también es posible dar una evaluación cuantitativa de la forma de la superficie utilizando el método de pantallas nulas. En este capítulo se describe el procedimiento que permitirá la evaluación de la forma de la superficie utilizando pantallas nulas en cualquiera de sus configuraciones. Aquí, la sagita de la superficie se obtiene a partir de mediciones de las posiciones de los rayos incidentes en el plano de detección y de las posiciones de los objetos de los cuales salen los rayos. Posteriormente, con estas mediciones se obtienen las normales a la superficie de prueba y con ellas la forma de la superficie mediante el método de deflectometría por reflexión (Díaz-Urbe, 1990, 1999, 2000a; Campos-García, 2002b). Cabe mencionar que el método de deflectometría por reflexión utilizado para evaluar superficies esféricas proporciona una expresión exacta para la evaluación de la sagita de la superficie de prueba.

3.1 Deflectometría por reflexión

La técnica de deflectometría por reflexión para probar superficies esféricas (Díaz-Urbe, 1990) consiste en hacer incidir un rayo de luz sobre una superficie de la cual se desea conocer su forma, y así medir el ángulo de deflexión del rayo. Luego, a partir del ángulo de deflexión es posible obtener las normales a la superficie y posteriormente con ellas realizar la reconstrucción, Fig. 3.1.

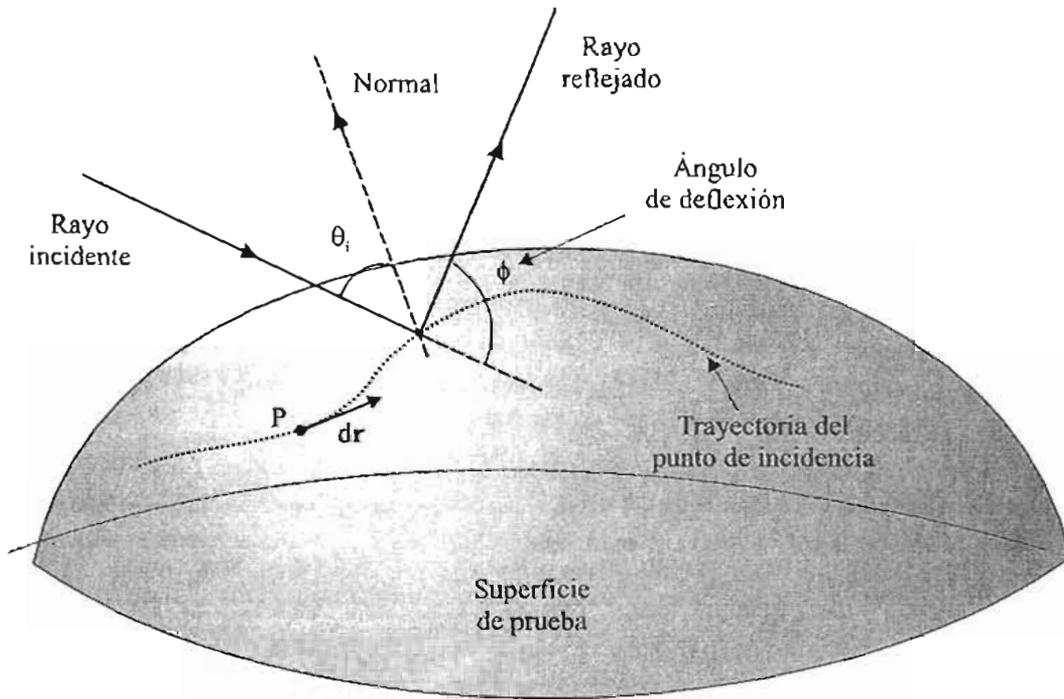


Figura 3.1. Deflectometría por reflexión.

Para ver cómo con las normales es posible la reconstrucción de la superficie, supondremos que la superficie a probar es suave y que se puede representar matemáticamente mediante una función $\phi(x, y, z) = 0$. También supondremos que el punto de incidencia describe una trayectoria arbitraria sobre la superficie cuando el haz es movido para barrer la superficie, Fig. 3.2. Así, para cualquier punto P de la trayectoria del rayo descrito por el vector de posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$, el elemento diferencial de longitud $d\mathbf{r} = (dx, dy, dz)$ que es un vector tangente a la superficie, será perpendicular al vector normal $\mathbf{N} = (n_x, n_y, n_z)$ a la superficie en ese punto P, de tal forma que se puede escribir

$$\mathbf{N} \cdot d\mathbf{r} = 0. \quad (3.1)$$

Esta expresión es la ecuación fundamental de la deflectometría por reflexión, la cual nos dice que si se conocen las normales a la superficie para cada punto de incidencia, es posible integrar y obtener su forma. Esta será la expresión que se utilice para la evaluación de las superficies esféricas mediante el método de las pantallas nulas debido a que, como se mostrará más

adelante, la configuración de esta técnica permite evaluar directamente las normales a la superficie de prueba.

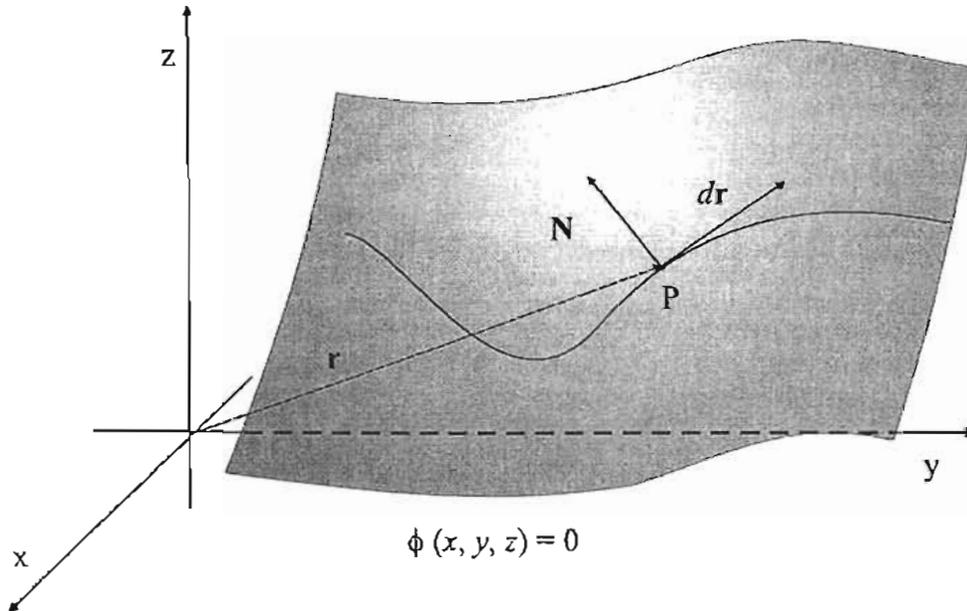


Figura 3.2. Ecuación fundamental de la deflectometría por reflexión.

Reescribiendo la Ec. (3.1) en coordenadas cartesianas e integrando, la forma de la superficie se obtiene a partir de

$$z - z_0 = - \int \left(\frac{n_x}{n_z} dx + \frac{n_y}{n_z} dy \right) \quad (3.2)$$

donde z_0 es la sagita de un punto sobre la superficie (el punto inicial en la trayectoria de integración) que debe ser conocido de antemano. Esta expresión es exacta. No se efectuaron aproximaciones para deducirla; sin embargo, su evaluación numérica sí involucra aproximaciones, tal y como se discutirá en las siguientes secciones.

3.2 Evaluación de la forma de la superficie

La evaluación de la forma de la superficie se obtiene a partir de la integración numérica de la Ec. (3.2) a lo largo de una trayectoria que une los puntos de incidencia sobre la superficie, de rayos que provienen de los puntos de cruce de líneas en las pantallas nulas tridimensionales y planas, o de los centroides de las coordenadas de las fuentes luminosas para el caso de la pantalla unidimensional. Así, para poder integrar la Ec. (3.2) se requiere evaluar las normales en los puntos de incidencia sobre la superficie.

3.2.1 Evaluación de las normales

Desde un punto de vista físico, el procedimiento para hallar las normales a las superficies esféricas convexas y fuera de eje es el mismo ya que de acuerdo a la geometría de los respectivos sistemas ópticos de prueba se puede calcular la dirección r_i del rayo incidente proveniente de la fuente luminosa y que incide sobre una superficie de referencia, y la dirección r_r del rayo reflejado por la superficie de referencia. Así, de acuerdo a la ley vectorial de la reflexión la normal a la superficie se obtiene de

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}_r - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_r - \mathbf{r}_i|}. \quad (3.3)$$

Sin embargo, matemáticamente debido a las diferencias en simetría entre los sistemas ópticos para probar superficies esféricas convexas y fuera de eje, las expresiones explícitas para la evaluación de las normales se obtendrán de manera separada.

Cabe mencionar que mediante simulaciones numéricas (Díaz-Urbe, 1999; Campos-García, 2002b) se ha mostrado que este procedimiento proporciona resultados satisfactorios para la evaluación de la superficie corneal con errores computacionales inferiores a 1 μm en el peor de los casos considerados.

3.2.1.1 Normales de una superficie esférica convexa

Con el propósito de evaluar las normales de una superficie esférica convexa que se quiere probar, se desarrolla un procedimiento que consiste en encontrar las direcciones de los rayos que unen las posiciones $P'_1 = (X, Y, -a-b)$ de los puntos o manchas luminosas (centroides) del CCD y las coordenadas de los puntos $P_3 = (\rho, y_3, z_3)$ de cruce en el mallado de la pantalla cilíndrica o de los centros de los agujeros de la máscara de la pantalla unidimensional tal como fueron calculadas en la sección 2.2 del capítulo anterior. Nótese que a diferencia del procedimiento del diseño de las pantallas nulas; aquí se tiene que realizar un trazo de rayos tridimensional.

De la Fig. 3.3, es claro que la dirección del rayo reflejado r_r es conocida debido a que después de haber sido reflejado por la superficie éste pasa a través del centro del diafragma de la lente de la cámara en el punto $P = (0, 0, -b)$ e incide sobre el CCD en el punto P'_1 , la dirección del rayo reflejado está dada por

$$\mathbf{r}_r = (X, Y, -a) / \gamma_1, \quad (3.4)$$

donde

$$\gamma_1 = (X^2 + Y^2 + a^2)^{1/2}. \quad (3.5)$$

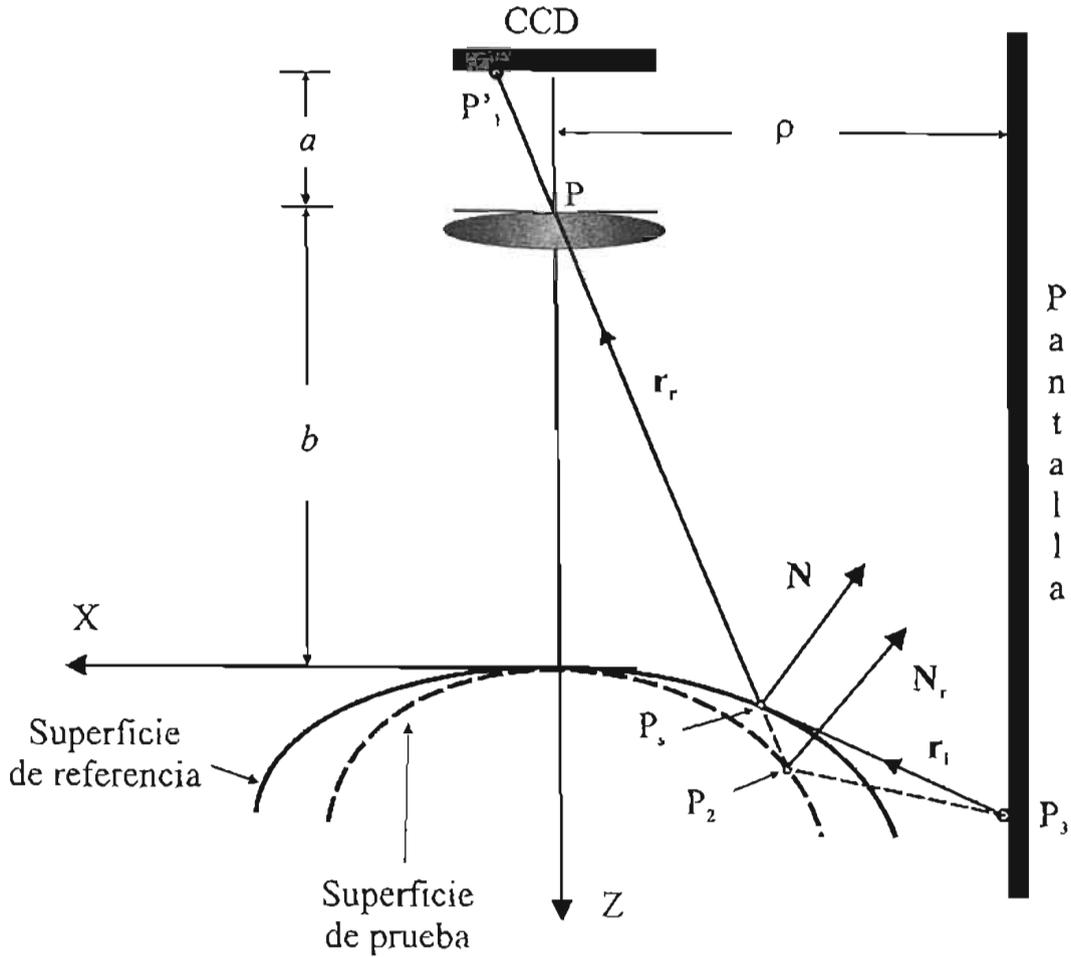


Figura 3.3. Evaluación de las normales a una superficie esférica convexa (Los rayos r_i y r_r no necesariamente caen sobre el plano X - Z).

Ahora bien, del rayo incidente r_i sólo se conoce el punto P_3 en la pantalla nula, ya que la superficie real es desconocida. Así, con el propósito de aproximar un segundo punto para tener bien definida la dirección del rayo incidente, se propone intersectar al rayo reflejado con una superficie aproximada a la superficie real que llamaremos superficie de referencia; usualmente se elige como superficie de referencia a la superficie que se utiliza en el diseño de la pantalla nula correspondiente, debe ser claro que cuanto más cercana esté esta superficie a la superficie real, la evaluación o cálculo de la normal a la superficie N presenta menos error.

Por otra parte, la ecuación de la recta que pasa por el punto P_1 y tiene dirección r_r , está dada por

$$\frac{x-X}{X} = \frac{y-Y}{Y} = \frac{z+a+b}{a}, \quad (3.6)$$

despejando y y z en términos de x resulta

$$\begin{aligned} y &= \frac{Y}{X}x, \\ z &= -\frac{a}{X}x - b, \end{aligned} \quad (3.7)$$

sustituyendo en la ecuación que describe a la superficie cónica de referencia

$$f(x, y, z) = (k+1)z^2 - 2rz + x^2 + y^2, \quad (3.8)$$

se obtiene

$$\left[1 + \frac{(k+1)a^2}{X^2} + \left(\frac{Y}{X} \right)^2 \right] x^2 + \frac{2a}{X} [(k+1)b+r]x + b[(k+1)b+2r] = 0 \quad (3.9)$$

que es una ecuación cuadrática en x ; resolviendo y sustituyendo el resultado en la Ec. (3.7) se obtienen las coordenadas $P_s = (x_s, y_s, z_s)$ donde el rayo reflejado intersecta a la superficie de referencia

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{-a[(k+1)b+r] \pm \left\{ a^2r^2 - b[(k+1)b+2r](X^2+Y^2) \right\}^{1/2}}{(k+1)a^2 + X^2 + Y^2} X \\ y_s &= \frac{-a[(k+1)b+r] \pm \left\{ a^2r^2 - b[(k+1)b+2r](X^2+Y^2) \right\}^{1/2}}{(k+1)a^2 + X^2 + Y^2} Y \\ z_s &= \frac{a[(k+1)b+r] \mp \left\{ a^2r^2 - b[(k+1)b+2r](X^2+Y^2) \right\}^{1/2}}{(k+1)a^2 + X^2 + Y^2} a - b, \end{aligned} \quad (3.10)$$

aquí, se toma el signo inferior en las raíces cuadradas de (3.10) si $X > 0$; si $X = 0$, se toma el signo inferior en las raíces cuadradas de y_s y z_s si $Y > 0$. Se toma el signo superior en las raíces en caso contrario.

Luego, para obtener la dirección del rayo incidente r_i se unen los puntos P_3 que representan las coordenadas de fuentes luminosas con los puntos P_s donde el rayo reflejado intersecta a la superficie de referencia [Ec. (3.10)], resultando

$$r_i = (x_s - \rho, y_s - y_3, z_s - z_3) / Y_2 \quad (3.11)$$

donde

$$Y_2 = \left[(x_s - \rho)^2 + (y_s - y_3)^2 + (z_s - z_3)^2 \right]^{1/2}. \quad (3.12)$$

Como en el caso de las superficies convexas, la dirección del rayo incidente r_i no es conocida; sin embargo, se puede aproximar intersectando al rayo reflejado con una superficie fuera de eje de referencia en el punto $P_s = (x_s, y_s, z_s)$, donde de acuerdo con el diseño de la pantalla nula plana (Sec. 2.2.3.2) se tiene que

$$\begin{aligned} z_s &= \frac{-B \pm (B^2 - 4AF)^{1/2}}{2F}, \\ y_s &= \frac{Y}{a}(z_s - b), \\ x_s &= \frac{X}{a}(z_s - b), \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde los coeficientes A , B , y F están dados por

$$\begin{aligned} A &= \alpha + \frac{2TX}{a} + \frac{UX^2 + cY^2}{a^2}, \\ B &= -2S + \frac{2bX}{a} \left(T + \frac{UX}{a} \right) - \frac{2cbY^2}{a^2}, \\ F &= \left(\frac{b}{a} \right)^2 (UX^2 + cY^2), \end{aligned} \quad (3.17)$$

aquí,

$$\begin{aligned} S &= (1 + k \operatorname{sen} \theta)^{-1/2}, \\ T &= ck \operatorname{sen} \theta \cos \theta, \\ U &= c(1 + k \operatorname{sen}^2 \theta). \end{aligned} \quad (3.17a)$$

Así, la dirección del rayo incidente está dada por

$$r_i = (x_s - x_3, y_s - y_3, z_s - b) / \Upsilon_4 \quad (3.18)$$

donde

$$\Upsilon_4 = \left((x_s - x_3)^2 + (y_s - y_3)^2 + (z_s - b)^2 \right)^{1/2}. \quad (3.19)$$

Luego, sustituyendo las Ecs. (3.15) y (3.18) en (3.3) las normales aproximadas a la superficie de prueba resultan ser

$$\mathbf{N} = \left(\frac{X}{\Upsilon_1} + \frac{x_3 - x_s}{\Upsilon_2}, \frac{Y}{\Upsilon_1} + \frac{y_3 - y_s}{\Upsilon_2}, \frac{a}{\Upsilon_1} + \frac{b - z_s}{\Upsilon_2} \right) / \Upsilon_5 \quad (3.20)$$

donde

$$\gamma_s = \left[\left(\frac{X}{Y_1} + \frac{x_3 - x_s}{Y_2} \right)^2 + \left(\frac{Y}{Y_1} + \frac{y_3 - y_s}{Y_2} \right)^2 + \left(\frac{a}{Y_1} + \frac{b - z_s}{Y_2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.21)$$

Finalmente, mediante mediciones de las posiciones los puntos (o manchas luminosas) sobre el CCD y las correspondientes coordenadas de los objetos luminosos sobre las pantallas nulas, se obtienen las normales aproximadas a las superficies esféricas a partir de las Ecs. (3.13) y (3.20), para el caso de superficies esféricas rápidas convexas y fuera de eje, respectivamente.

3.2.1.3 Error numérico en la evaluación de las normales a la superficie

En esta sección se realiza una simulación numérica con el propósito de analizar el error en la evaluación de las normales aproximadas a la superficie utilizando la Ec. (3.13) [o (3.20)] (Campos-García, 2004a). Esto es, se analizará el error en la determinación de las normales aproximadas cuando la superficie de referencia no es la misma que la superficie real. Por supuesto, en el caso de que sean iguales ambas superficies, la real y la de referencia, no habrá error al utilizar la ecuación aproximada (3.13) [o (3.20)].

Luego, partiendo en cada uno de los puntos imagen P'_1 sobre el CCD, se realiza un trazo exacto de rayos para hallar el rayo que intersecta a la superficie en el punto P_2 donde las normales reales a la superficie $N_1 = (n_x, n_y, n_z)$ son evaluadas de acuerdo a

$$N_1 = \frac{\nabla f(x, y, z)}{|\nabla f(x, y, z)|} \Big|_{P_2}, \quad (3.22)$$

donde $f(x, y, z)$ está dada por la Ec. (3.8), Fig. 3.3. Posteriormente, se propone como superficie de referencia una superficie que difiera de la superficie real variando su constante de conicidad k . Finalmente, se con esta superficie de referencia se evalúan las normales aproximadas N [Ecs. (3.13) o (3.20)] de acuerdo al procedimiento propuesto en las secciones anteriores (Secs. 3.2.1.1 y 3.2.1.2).

Como un ejemplo, consideraremos el caso del cascarón esférico de radio de curvatura $r = 305$ mm y diámetro $D = 383.6$ mm (Campos-García, 2004a); el resto de los parámetros usados en la simulación se muestran la tabla 2.3 (Sec. 2.2.2.2). Primeramente, se calculan las normales reales N_1 a la superficie utilizando la Ec. (3.22). En este caso se utiliza como superficie de referencia un elipsoide prolato ($k = -0.2$) y un hiperboloide ($k = -1.2$) y se evalúan las normales aproximadas N [Ec. (3.13)] para cada caso. En la Fig. 3.5, se muestran las gráficas de los errores porcentuales de las componentes de las normales aproximadas N en contra de las diferencias en sagita introducidas por las superficies de referencia propuestas (elipsoide e hiperboloide) respecto a la superficie esférica; en estas gráficas, los puntos graficados a la derecha pertenecen al borde de la superficie.

Para el caso del elipsoide prolato ($k = -0.2$), Fig. 3.5(a), se puede observar que la máxima variación en sagita (1.8 mm) correspondiente a un punto del borde de la superficie, se tiene que el error porcentual en la evaluación de las componentes de las normales aproximadas es menor que el 0.6 %. Por otra parte, para el caso del hiperboloide ($k = -1.2$), el cual se encuentra más alejado de la superficie ideal ($k = 0$), la máxima variación en sagita es de 8.7 mm correspondiente a un punto del borde de la superficie, aquí el error porcentual es menor que el 3 %, Fig. 3.5(b). Lo anterior muestra que el método propuesto para la evaluación de las normales proporciona resultados satisfactorios incluso si las desviaciones de la superficie de referencia respecto a la ideal son menores a 9 mm.

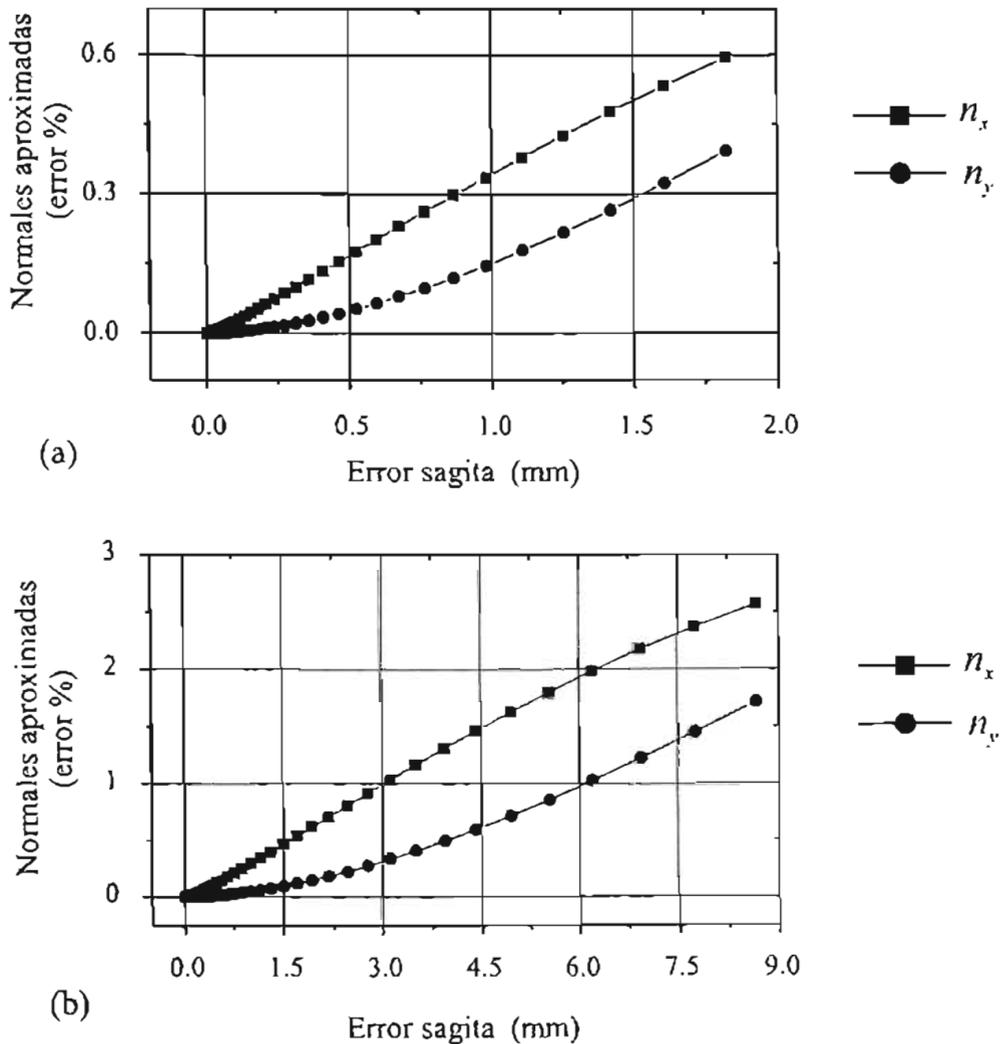


Figura 3.5. Error porcentual de las componentes de las normales aproximadas a la superficie en contra de las desviaciones en sagita entre una superficie esférica ($k = 0$) y: a) un elipsoide prolato ($k = -0.2$), b) un hiperboloide ($k = -1.2$), utilizados como superficie de referencia en el algoritmo de integración.

3.2.2 Método de integración

Una vez obtenidas las normales aproximadas a la superficie, el siguiente paso en la evaluación de la forma de la superficie es la evaluación de la integral (3.2), la cual nos proporciona la sagita de la superficie. Como lo que se obtiene en las mediciones son datos discretos, la integración en la Ec. (3.2) debe efectuarse numéricamente a lo largo de una trayectoria que une los puntos de incidencia sobre la superficie de prueba.

3.2.2.1 Evaluación de la superficie mediante trapecios

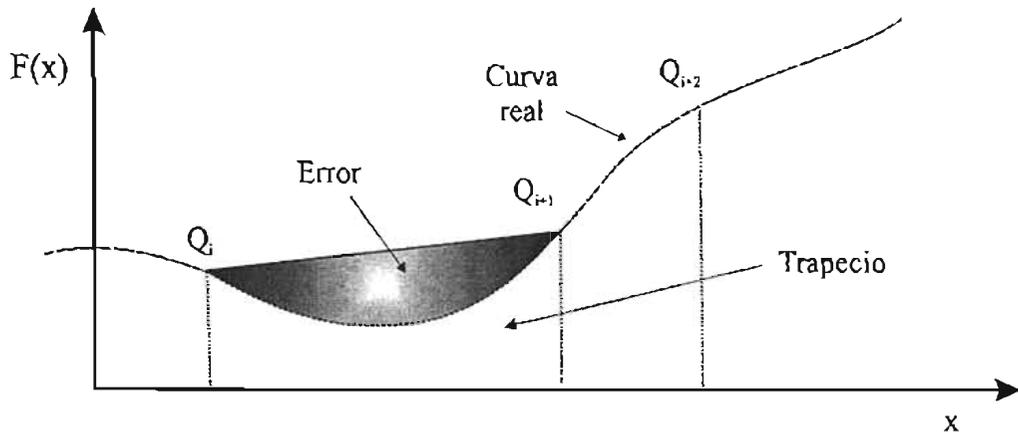
El método numérico empleado tradicionalmente para la evaluación numérica de la Ec. (3.2) (Díaz-Urbe, 1999; Campos-García, 2002b) es el método de trapecios (Press, 1990; Vladimirovna, 2002) para datos que no son igualmente espaciados,

$$z_{i+1} = - \sum_{i=1}^l \left\{ \left(\frac{n_{x_i} + n_{x_{i+1}}}{n_{x_i} n_{x_{i+1}}} \right) \frac{(x_{i+1} - x_i)}{2} + \left(\frac{n_{y_i} + n_{y_{i+1}}}{n_{y_i} n_{y_{i+1}}} \right) \frac{(y_{i+1} - y_i)}{2} \right\} + z_i, \quad (3.23)$$

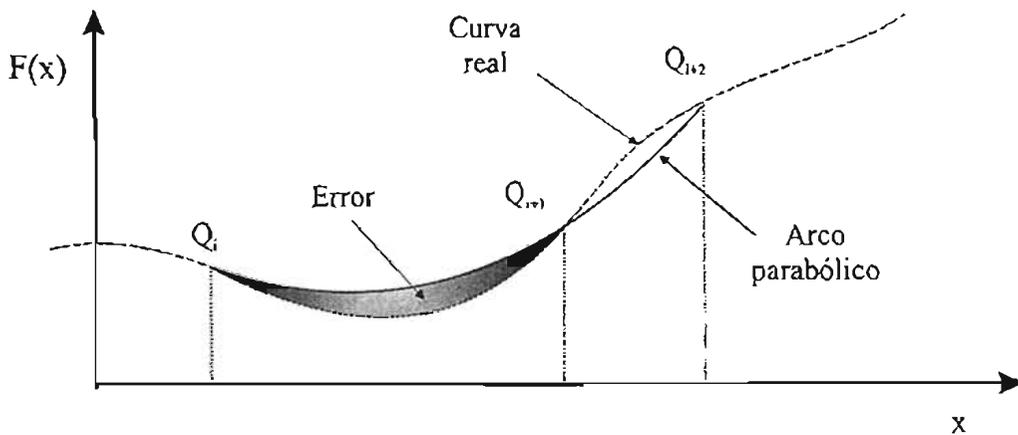
aquí, l representa el número de puntos a evaluar. Para poder realizar la integración, un punto de la de la trayectoria de integración debe ser conocido de antemano; en la mayoría de los casos la trayectoria de integración parte de un punto que corresponde con el vértice de la superficie de prueba. Ahora bien, la evaluación de la forma de la superficie usando la Ec. (3.23) ha dado resultados satisfactorios cuando se ha evaluado la superficie de la córnea (Díaz-Urbe, 1999; Campos-García, 2002b) la cual es una superficie pequeña (aproximadamente 15 mm de diámetro). Sin embargo, si la superficie a probar tiene diámetro grande (superior a 20 cm) y es muy rápida, la longitud de la trayectoria de integración entre puntos consecutivos se va incrementando del centro hacia la orilla de la superficie; entonces, el error numérico se incrementa rápidamente conforme la trayectoria de integración se aproxima al borde de la superficie. Una primera forma de disminuir el error numérico es incrementar el número de puntos a evaluar ya que las diferencias $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ y $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ (Ec. 3.23) entre puntos consecutivos disminuyen. Sin embargo, el número de puntos a evaluar puede estar limitado por el posicionamiento y el tamaño de los objetos luminosos en la pantalla nula (Campos-García, 2004a, b).

No obstante, existe otra alternativa para reducir el error numérico durante la integración. Para ello se propone mejorar la técnica de integración numérica usando arcos parabólicos en lugar de trapecios (Campos-García, 2004a, b). El método de arcos parabólicos es similar al método de Simpson (Press, 1990; Vladimirovna, 2002); la diferencia es que los datos experimentales no son igualmente espaciados.

Como un ejemplo, en la Fig. 3.6, se muestra una gráfica de una función arbitraria la cual cruza los puntos Q_i , Q_{i+1} , y Q_{i+2} que nos son igualmente espaciados. Aquí, la región oscura representa al error numérico en la evaluación de la integral entre los puntos Q_i y Q_{i+1} , cuando se consideran trapecios [Fig.3.6(a)], y cuando se consideran arcos parabólicos [Fig. 3.6(b)]. De estas graficas, es evidente que la integración mediante arcos parabólicos debe ser mejor que el procedimiento que utiliza trapecios.



(a)



(b)

Figura 3.6. Error numérico en la integración mediante el método de: a) trapecios, b) arcos parabólicos.

3.2.2.2 Método de integración con arcos parabólicos

En este método de integración (Campos-García, 2004a, b) se utiliza el hecho de que una función parabólica $F(x)$ está determinada por tres puntos $Q_i = (x_i, y_i)$, $Q_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1})$, y $Q_{i+2} = (x_{i+2}, y_{i+2})$ pertenecientes a los datos experimentales, Fig. 3.6. La idea principal es ajustar los datos a una función cuadrática dada por

$$F(x) = ax^2 + bx + c, \quad (3.24)$$

donde a , b y c son coeficientes constantes.

Un sistema de tres ecuaciones simultaneas con tres incógnitas a , b y c es obtenido mediante la sustitución de las coordenadas de los puntos Q , pertenecientes a los datos experimentales, en la Ec. (3.24)

$$\begin{aligned} ax_i^2 + bx_i + c &= y_i \\ ax_{i+1}^2 + bx_{i+1} + c &= y_{i+1} \\ ax_{i+2}^2 + bx_{i+2} + c &= y_{i+2}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Resolviendo el sistema (3.25) se obtienen los parámetros a , b y c

$$\begin{aligned} a &= [x_{i+2}(y_{i+1} - y_i) + x_{i+1}(y_i - y_{i+2}) + x_i(y_{i+2} - y_{i+1})] / \Lambda, \\ b &= -[x_{i+2}^2(y_{i+1} - y_i) + x_{i+1}^2(y_i - y_{i+2}) + x_i^2(y_{i+2} - y_{i+1})] / \Lambda, \\ c &= [x_i x_{i+2}(x_{i+2} - x_i)y_{i+1} + x_{i+1}^2(x_{i+2}y_i - x_i y_{i+2}) + x_{i+1}(x_i^2 y_{i+2} - x_{i+2}^2 y_i)] / \Lambda, \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde

$$\Lambda = (x_i - x_{i+1})(x_i - x_{i+2})(x_{i+1} - x_{i+2}). \quad (3.27)$$

Estos parámetros determinan la función parabólica para los puntos Q_i , Q_{i+1} , y Q_{i+2} . Sin embargo, la integración se realiza sólo en el intervalo dado por Q_i y Q_{i+1} , resultando

$$I = \int_{x_i}^{x_{i+1}} (ax^2 + bx + c) dx = \frac{a}{3}(x_{i+1} - x_i)^3 + \frac{b}{2}(x_{i+1} - x_i)^2 + c(x_{i+1} - x_i). \quad (3.28)$$

Con el propósito de evaluar la integral en el intervalo entre Q_{i-1} , y Q_{i+2} es necesario considerar el arco parabólico determinado por Q_{i-1} , Q_{i-2} , y Q_{i+3} , y así sucesivamente. Para el último intervalo, entre los puntos Q_{N-1} , y Q_N , los mismos valores de los coeficientes a , b y c obtenidos en el intervalo anterior son utilizados. Las Ecs. (3.26), (3.27) y (3.28) son las bases para evaluar la forma de la superficie utilizando la Ec. (3.2) mediante arcos parabólicos.

3.2.2.3 Evaluación de la superficie mediante arcos parabólicos

Usando la Ec. (3.28) y sustituyendo en (3.2) la sagita de la superficie de prueba para datos discretos que no están igualmente espaciados resulta ser (Campos-García, 2004a, b)

$$z_{i+1} = - \sum_{u=x,y} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{a_{i,u}}{3} (\Delta u_i)^3 + \frac{b_{i,u}}{2} (\Delta u_i)^2 + c_{i,u} \Delta u_i \right\} + z_i \quad (3.29)$$

donde $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$, y $u = x, y$. Aquí, de acuerdo con (3.26), los coeficientes están dados por

$$\begin{aligned}
 a_{i,u} &= \left[u_{i+2} (n_{i+1,u} - n_{i,u}) + u_{i+1} (n_{i,u} - n_{i+2,u}) + u_i (n_{i+2,u} - n_{i+1,u}) \right] / \Lambda_{i,u} \\
 b_{i,u} &= - \left[u_{i+2}^2 (n_{i+1,u} - n_{i,u}) + u_{i+1}^2 (n_{i,u} - n_{i+2,u}) + u_i^2 (n_{i+2,u} - n_{i+1,u}) \right] / \Lambda_{i,u} \\
 c_{i,u} &= \left[u_i u_{i+2} (u_{i+2} - u_i) n_{i+1,u} + u_{i+1}^2 (u_{i+2} n_{i,u} - u_i n_{i+2,u}) + u_{i+1} (u_i^2 n_{i+2,u} - u_{i+2}^2 n_{i,u}) \right] / \Lambda_{i,u}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

con,

$$\Lambda_{i,u} = (u_i - u_{i+1})(u_i - u_{i+2})(u_{i+1} - u_{i+2}), \tag{3.31}$$

y,

$$n_{k,u} = \left(\frac{n_u}{n_z} \right) \Big|_k, \tag{3.32}$$

es el cociente entre las componentes de las normales evaluadas en el punto k -ésimo de la trayectoria de integración.

3.2.2.4 Error numérico en el método de evaluación

Con el propósito de comparar ambos métodos de integración (trapezios y arcos parabólicos), se realiza una simulación numérica de la prueba de un cascarón esférico de radio de curvatura $r = 305$ mm y diámetro $D = 383.6$ mm (Sec.2.2.2.2); estos son los mismos parámetros que se emplean para el diseño de la pantalla nula unidimensional con la que se realiza la prueba del cascarón esférico de fibra de carbono.

En la Fig. 3.7 se muestra las graficas de las diferencias en sagita Δz entre la superficie real y la superficie evaluada utilizando el método de trapezios (puntos y cuadros huecos), Ec. (3.23); y el método de arcos parabólicos (puntos y cuadros rellenos), Ec. (3.29). De las gráficas es claro que el método de integración mediante arcos parabólicos proporciona mejores resultados en la evaluación numérica que el método de integración mediante trapezios debido a que las diferencias en sagita Δz son más pequeñas.

Para el caso del método de arcos parabólicos las diferencias en sagita son del orden de magnitud del error esperado en este tipo de superficies, es decir, inferiores a $10 \mu\text{m}$ (INAOE, GTM: página electrónica; Díaz-Urbe, 2002). Adicionalmente, se efectuó la simulación de la integración considerando 15 y 20 fuentes en la evaluación, puntos y cuadros en la Fig. 3.7, respectivamente. En este caso, observamos que un incremento en el número de puntos a evaluar nos conduce a que las diferencias en sagita Δz sean más pequeñas. Sin embargo, se tiene que tener en cuenta que existe un número limitado de puntos a evaluar debido al tamaño finito de la pantalla de prueba y al tamaño de las fuentes luminosas. Si se tiene un número grande de puntos a evaluar los puntos de evaluación en la imagen pueden no ser resueltos.

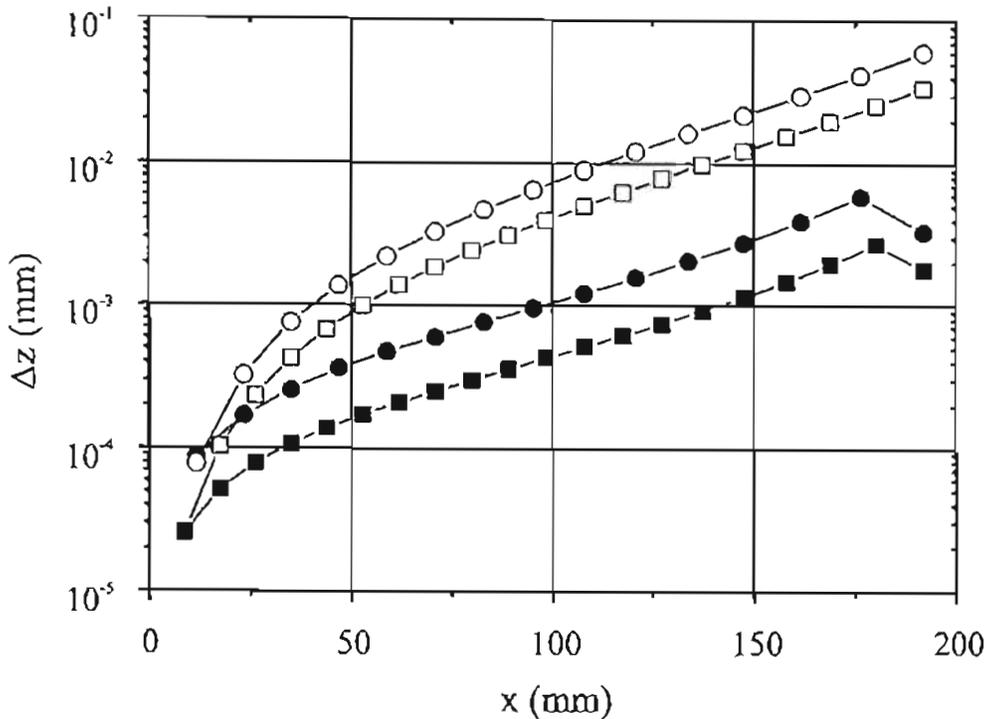


Figura 3.7. Diferencias en sagita obtenidas cuando se evalúa la superficie con el método de trapezios (símbolos huecos) y con el método de arcos parabólicos (símbolos rellenos). Los símbolos circulares corresponden a diferencias en sagita calculadas considerando 15 fuentes, y los símbolos cuadrados para 20 fuentes.

En la tabla 3.1 se muestran los valores rms, máximo y mínimo de las diferencias en sagita Δz cuando se realiza la evaluación de la superficie usando trapezios y arcos parabólicos considerando 15 y 20 puntos de evaluación. Aquí, observamos cuantitativamente cómo disminuye el error numérico si se aumenta el número de puntos a evaluar; lo anterior es válido para ambos métodos de integración. También se aprecia cómo el error numérico es considerablemente menor cuando se realiza la integración mediante el método de arcos parabólicos en lugar de trapezios; esta disminución del error es de aproximadamente un orden de magnitud en las diferencias en sagita. El mejor caso se tiene cuando se consideran 20 puntos en la evaluación mediante arcos parabólicos; aquí, se observa que la integración proporciona diferencias en sagita inferiores a $1 \mu\text{m}$ en su sentido rms, y su máximo valor de las diferencias en sagita es inferior a $3 \mu\text{m}$. Por tanto, es claro que el método de integración empleando arcos parabólicos es una mejor aproximación para la evaluación de la forma de la superficie a partir de la expresión exacta (3.2). Cabe mencionar que el error obtenido cuando se efectúa la integración numérica de la Ec. (3.2) empleando cualquiera de los dos métodos de integración, trae implícito el error cometido cuando se evalúan las normales aproximadas a la superficie de prueba (ver Sec. 3.2.1).

Debe notarse que la de la simulación efectuada en este estudio, el último punto evaluado con el método de arcos parabólicos tiene menos error que el punto previo debido a que para el último intervalo de integración los parámetros del arco parabólico son los mismos que los del intervalo anterior (símbolos rellenos en la Fig. 3.7). Sin embargo, creemos que este no es un resultado

general y que en algunos otros casos el error en el último punto puede ser más grande que el previo.

Tabla 3.1 Diferencias en sagita entre la superficie real (teórica) y la superficie evaluada usando trapecios y arcos parabólicos

Número de fuentes	Método de integración	Δz_{rms} (mm)	Δz_{max} (mm)	$\Delta z_{min} \times 10^{-5}$ (mm)
15	Trapecios	0.022	0.061	7.8
	Arcos parabólicos	0.002	0.006	8.3
20	Trapecios	0.012	0.034	2.6
	Arcos parabólicos	0.001	0.003	2.6

3.3 Ejemplo: prueba de un cascarón esférico convexo

Con el propósito de probar nuestro algoritmo de integración que utiliza arcos parabólicos, realizamos la prueba cuantitativa de la esfera convexa de fibra de carbono (capítulo 2). El diseño de la pantalla nula unidimensional correspondiente se describió en la Sec. 2.2.2.2. También se describió el procedimiento para hallar los centroides de la imágenes y como se ensamblaban para obtener un arreglo radial de puntos (Fig. 2.16). Aquí, se formaron dos grupos de puntos lo que permitía dos mediciones independientes de la superficie, una para cada una de las pantallas nulas.

3.3.1 Evaluación de la superficie

Con las coordenadas de los centroides y las correspondientes coordenadas de las posiciones de los centros de los agujeros sobre la máscara (pantalla nula unidimensional), se obtienen las normales aproximadas a la superficie a partir de la Ec. (3.13). Posteriormente, de (3.29), se evaluó la forma de la superficie de prueba. En este caso, debido a la simetría de los datos medidos, la trayectoria de integración se realizó radialmente desde el vértice hacia la periferia de la superficie, Fig. 3.8.

En la Fig. 3.9, se muestra una de las graficas de la superficie evaluada con este método. Con el fin de analizar los detalles de la evaluación, los datos obtenidos de la sagita de la superficie se ajustan mediante mínimos cuadrados a una superficie esférica, la cual esta descrita por

$$z = r - \left\{ r^2 - \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right] \right\}^{1/2} + z_0 \quad (3.33)$$

donde (x_0, y_0, z_0) son las coordenadas del vértice de la superficie. Aquí, (x_0, y_0) es un término de descentramiento y z_0 es un defoco.

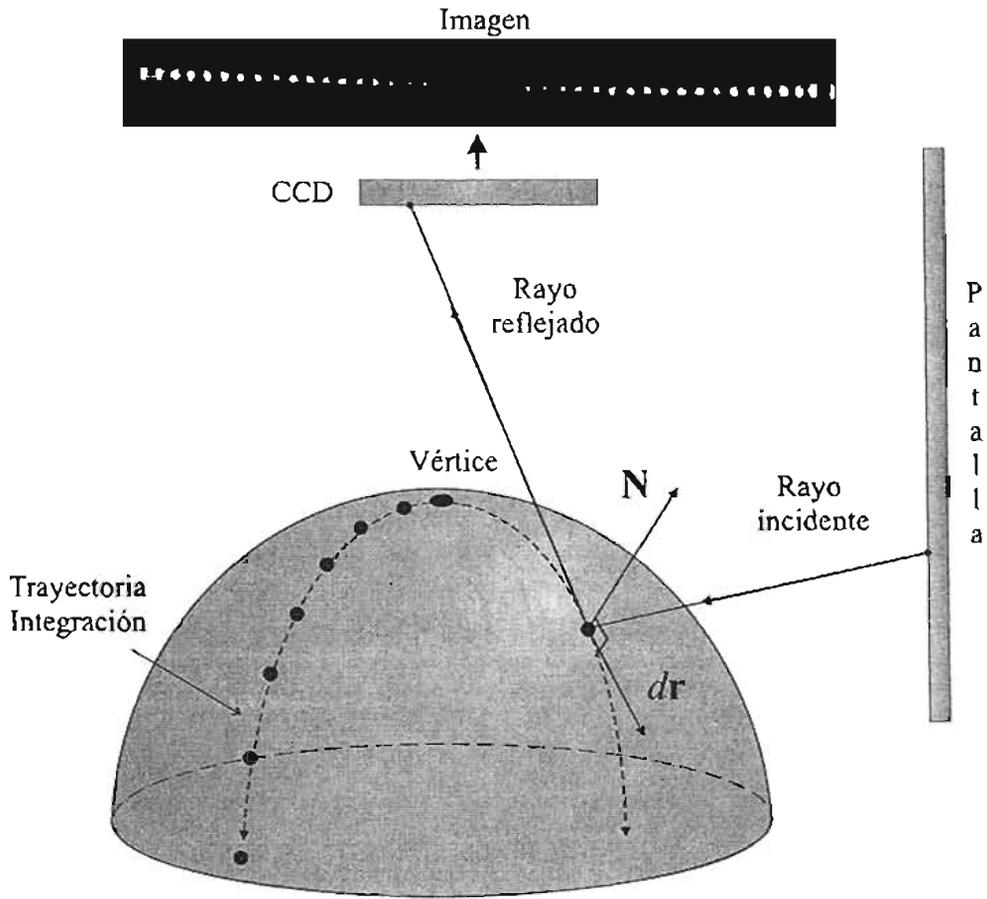


Figura 3.8. Trayectoria de integración en la prueba de una superficie convexa de fibra de carbono.

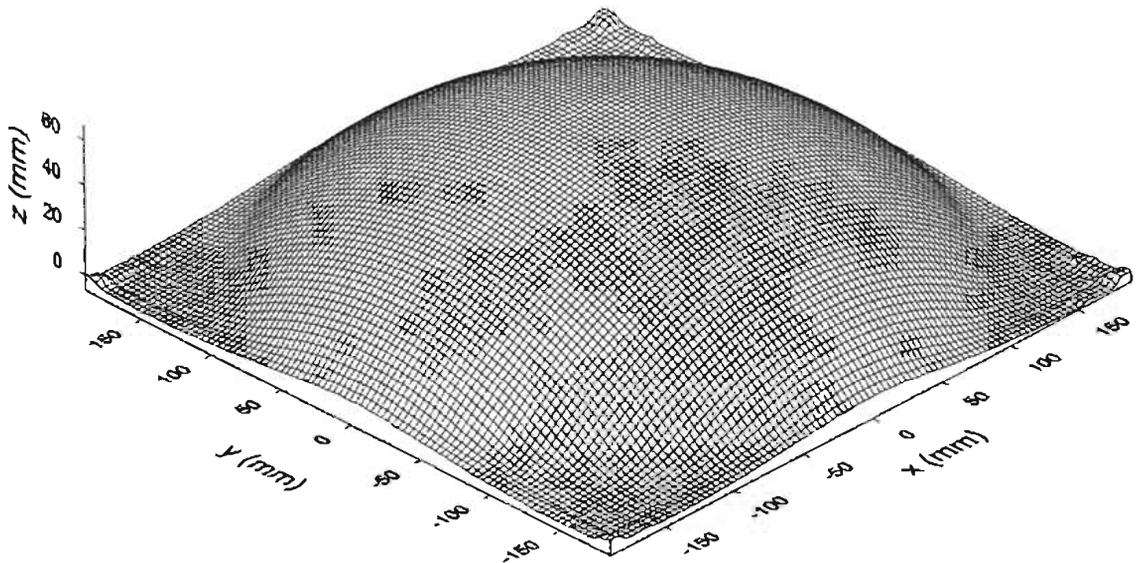


Figura 3.9. Superficie evaluada con el método de arcos parabólicos.

El ajuste para ambos conjuntos de puntos se realizó mediante el método Levenberg-Marquart (Bevington, 1992) para ajuste de mínimos cuadrados no lineales, el cual es adecuado para este caso debido a que la función a ajustar [Ec. 3.33] no es lineal. Los resultados del ajuste para ambos conjuntos de datos medidos, tomados con diferente pantalla nula, se muestran en la tabla 3.2. Aquí, se muestran los valores rms, y las diferencias pico valle (dpv) de las diferencias en sagita Δz entre los valores de la sagita calculados con el método de integración de arcos parabólicos y los valores de la sagita de la mejor esfera obtenidos del ajuste de mínimos cuadrados. Asimismo, también se observa que el valor rms de las diferencias en sagita obtenidos con diferentes máscaras son similares ($\Delta z_{rms} \approx 0.12$ mm); en el caso de las diferencias pico valle Δz_{dpv} se observa que en el caso de la máscara 1 (pantalla nula 1) estas son mayores que para la otra (pantalla nula 2) esto se debe a errores en la evaluación de los centroides de las manchas luminosas (ver Sec. 2.2.2.2), mismos que se pueden corregir fácilmente si se utiliza un nuevo diseño en los agujeros de las pantallas unidimensionales (agujeros elípticos) tales que al ser reflejados por la superficie de prueba las imágenes de las manchas luminosas sean circulares y de la misma dimensión (Carmona-Paredes, 2002, 2003, 2005). Los resultados obtenidos del ajuste también muestran que la superficie está desalineada y ligeramente desenfocada. Asimismo, se observa que los radios de curvatura obtenidos varían ligeramente siendo su diferencia $\Delta r = 0.31$ mm.

Tabla 3.2 Ajuste de mínimos cuadrados mediante el método Levenberg-Marquart

Máscara	r (mm)	Δz_{rms} (mm)	Δz_{dpv} (mm)	x_0, y_0 (mm)	z_0 (mm)
1	309.97	0.124	0.89	-1.43, 2.65	0.14
2	309.66	0.122	0.74	-1.44, 2.67	0.16

En la Fig. 3.10 se muestran dos gráficas de las diferencias en sagita entre la superficie evaluada y la mejor esfera ajustada; cada una de las gráficas fue obtenida con una pantalla diferente. Nótese la gran semejanza entre ambas gráficas; sin embargo, las pequeñas diferencias entre las Figs. 3.10(a) y 3.10(b) son debidas al hecho de que, aunque la superficie se puso en una posición centrada respecto a las dos lámparas, su eje de rotación se encontraba ligeramente descentrado, y como resultado de esto cada evaluación se realizó sobre diferentes puntos sobre la superficie. Asimismo, se observa que las diferencias en sagita más grandes se hallan en la periferia de la superficie.

Con el propósito de comparar nuestros resultados con otra técnica alternativa, se realizó una medición de la superficie con una máquina de coordenadas (Díaz-Urbe, 2002). En este caso, sólo 42 puntos distribuidos en un arreglo cuadrado sobre la superficie fueron medidos. Luego, con estos datos se realizó un ajuste de mínimos cuadrados para hallar la esfera que mejor se ajusta a los datos experimentales, obteniéndose que el radio de la mejor esfera es $r = 309.254$ mm, el cual es bastante similar a los valores del radio de curvatura calculados con el método de las pantallas nulas propuesto en este trabajo, ver tabla 3.2. En la Fig. 3.11(a) se muestra un mapa de contorno que representan las diferencias entre la esfera que mejor se ajusta y los datos medidos con la máquina de coordenadas. La Fig. 3.11(b) muestra las diferencias en sagita entre

los valores evaluados con el método de pantallas nulas y los de la mejor esfera que se ajustan a estos datos.

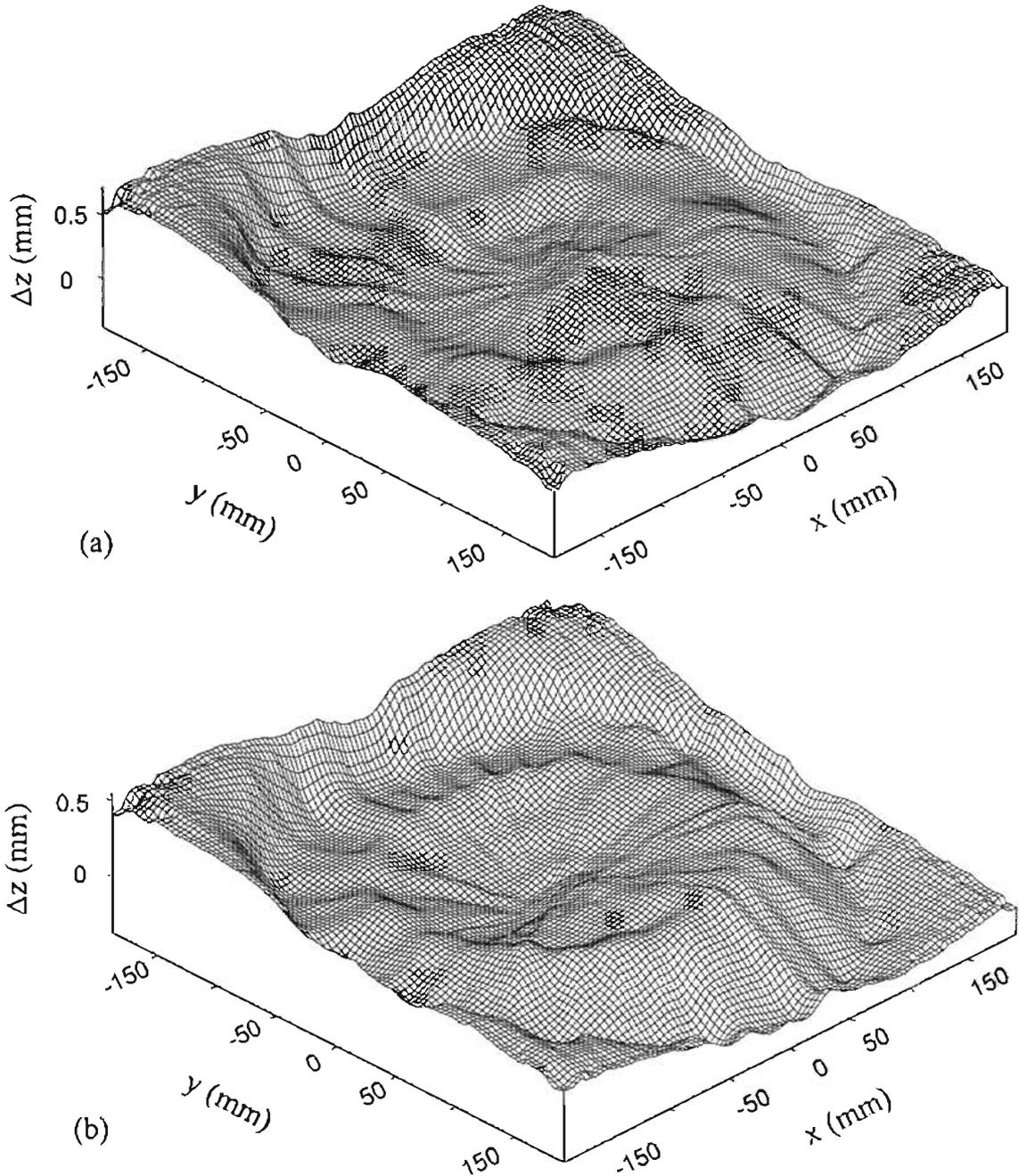


Figura 3.10. Diferencias en sagita entre la superficie medida con el método de pantallas nulas y la esfera que mejor se ajusta. Aquí, el radio de curvatura de la mejor-esfera es: a) $r = 309.97$ mm, b) $r = 309.66$ mm.

Comparando ambas graficas de la Fig. 3.11, observamos que el área evaluada de la superficie por el método de pantallas nulas es mayor que la obtenida con la máquina de coordenadas. También se observa que las diferencias pico valle son diferentes siendo $\Delta z_{dpv} \approx 0.27$ mm para el

caso de las diferencias obtenidas con la máquina de coordenadas y $\Delta z_{dpv} \approx 0.89$ mm (0.74 mm) para el caso de las evaluadas con pantallas nulas. Lo anterior se debe principalmente a que la evaluación de la superficie con la máquina de coordenadas sólo cubría la parte central de la superficie y no la periferia donde los errores en la evaluación de este tipo de superficies se hacen mayores, Fig. 3.11. Si bien es difícil hacer una comparación en los mapas de contorno obtenidos y a pesar de que se evaluó la superficie en pocos puntos con la máquina de coordenadas, el valor del radio de curvatura obtenido ($r = 309.254$ mm) de la mejor esfera es similar al obtenido con el método aquí propuesto. Las diferencias entre estos resultados pueden ser atribuidas al hecho de que las mediciones se realizaron con diferentes técnicas.

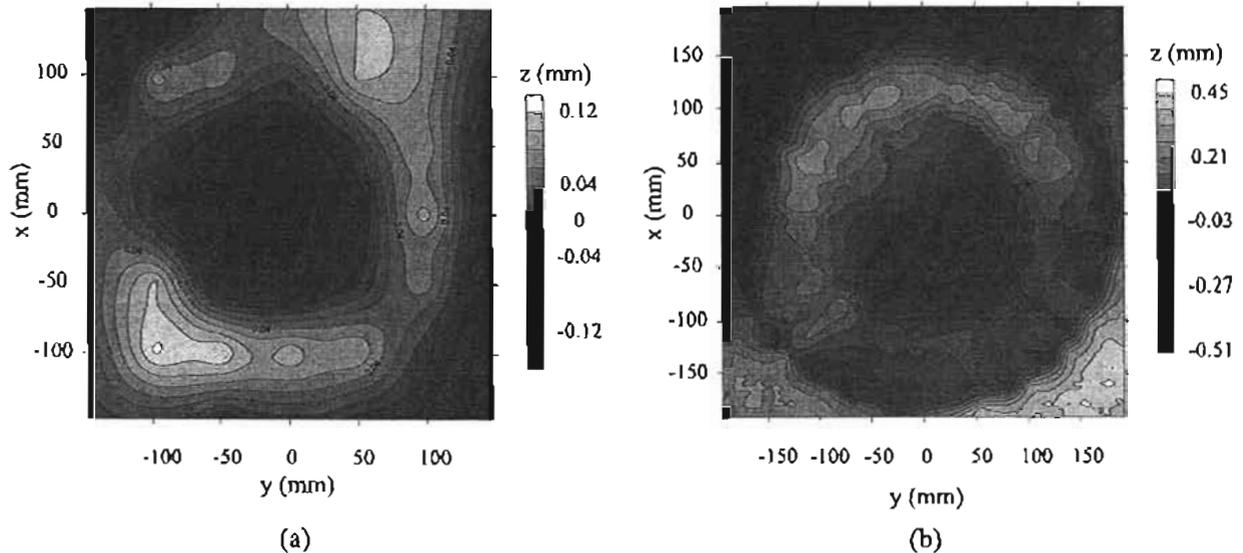


Figura 3.11. Mapas de contorno de las diferencias en sagita entre la esfera que mejor se ajusta y los valores de la sagita medidos con: a) la máquina de coordenadas, b) la pantalla nula unidimensional.

Los resultados de la forma de la superficie obtenidos con el método de pantallas nulas pueden ser mejorados si se tiene mayor cuidado con la alineación del sistema, la construcción de la pantalla nula (máscara con agujeros elípticos) y el método de evaluación del centroide (Carmona-Paredes, 2002, 2003, 2005). Actualmente, en el Laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET-UNAM se está diseñando un sistema óptico de prueba que permitirá tener mayor control sobre la alineación del sistema (Nava-Sandoval, 2005). Hasta el momento se ha construido un sistema de iluminación el cual permite intercambiar y alinear las máscaras con relativa facilidad. También se ha construido un sistema mecánico que permite alinear la cámara CCD; este sistema permite un movimiento XYZ de la cámara, así como rotación en torno al eje Z y al eje Y. Actualmente se está diseñando el sistema mecánico que permitirá alinear la superficie de prueba.

3.4 Conclusión

En este capítulo se ha mostrado que el método de pantallas nulas proporciona información cuantitativa de la forma de la superficie cuando se realizan mediciones de las posiciones de los

objetos que componen la pantalla nula y de las mediciones de las coordenadas de los centroides obtenidos de las correspondientes imágenes de los objetos reflejados por la superficie. Se encontró de forma analítica la expresión que nos da la forma de la superficie de manera exacta; sin embargo, su evaluación numérica si involucra aproximaciones.

Una de estas aproximaciones involucradas en la obtención de la forma de la superficie es la obtención de las normales a la superficie. Aquí se describió el algoritmo para obtener las normales a la superficie de manera aproximada, este algoritmo requiere la introducción de una superficie de referencia; en particular se obtuvieron las expresiones que proporcionan las normales aproximadas para superficies esféricas convexas y superficies fuera de eje. Adicionalmente se realizó una simulación numérica con el propósito de analizar el error en la evaluación de las normales aproximadas a la superficie, esto es se estimó el error en la determinación de las normales aproximadas cuando la superficie de referencia no es la misma que la superficie real. Para el caso de un cascarón esférico de 383.6 mm de diámetro ($f/0.398$) se utilizó como superficie de referencia un elipsoide prolato y un hiperboloide los cuales proporcionaban una máxima variación en sagita (respecto a la superficie real esférica) de 1.8 mm y 8.7 mm, respectivamente. En estos caso se encontró que el error porcentual en la evaluación de las normales aproximadas era inferior a 0.6 % para la superficie de referencia más próxima (elipsoide prolato) y 3 % para la más alejada (hiperboloide) a la superficie real. En consecuencia, el algoritmo para la obtención de las normales aproximadas proporciona resultados satisfactorios aún si las desviaciones de la superficie de referencia respecto a la ideal son menores a 9 mm. Cabe mencionar que en la práctica se toma a la superficie de diseño de la pantalla nula como superficie de referencia por lo que el error en la determinación de las normales debería disminuir aún más.

Adicionalmente se mostró que para reducir apreciablemente el error numérico en la evaluación de la forma de la superficie, la integración debería efectuarse utilizando un método que utiliza arcos parabólicos en lugar del método tradicional que usa trapecios; lo anterior obedecía al hecho de que para superficies esféricas rápidas cuando uno se aproxima al borde de la superficie en la trayectoria de integración los intervalos consecutivos de integración y consecuentemente el error numérico se iban incrementando rápidamente conforme la trayectoria de integración se aproxima al borde de la superficie. Asimismo, se describió con detalle el método de integración de arcos parabólicos y como se implementaba para evaluar la forma de la superficie mediante la fórmula fundamental de la deflectometría láser. También se mostró mediante simulación numérica como un incremento en el número de puntos a evaluar producía una reducción en el error numérico en el método de integración.

Finalmente, se mostró la viabilidad de la propuesta para probar superficies esféricas convexas parcialmente especulares. En particular, se realizó la prueba de una esfera convexa de fibra de carbono ($f/0.398$). En este caso se encontró que las dos mediciones realizadas, una para cada una de las máscaras, proporcionan radios de curvatura que difieren por 0.3 mm y son similares al obtenido mediante mediciones mecánicas encontrándose que estos valores en la radio de curvatura difieren aproximadamente por 0.7 mm, o $\sim 0.2\%$ del valor de r .

Capítulo 4

Sensibilidad y precisión de la prueba

Como se ha mostrado ampliamente en los capítulos anteriores se ha desarrollado una nueva técnica de prueba óptica que se basa en el empleo de pantallas nulas con el propósito de probar superficies esféricas convexas y fuera de eje. El método propuesto tiene la ventaja de que se puede aplicar a la prueba de superficies esféricas rápidas; mediante una modificación en los diseño también se pueden emplear para probar superficies de grandes diámetros y que además pueden ser parcialmente especulares. Asimismo, el sistema de prueba no requiere de elementos ópticos especiales para corregir la esféricidad. La evaluación de la forma de la superficie se tiene que realizar mediante integración numérica a lo largo de una trayectoria que une los puntos de incidencia de los rayos provenientes de las pantallas nulas sobre la superficie de prueba. Sin embargo, la integración introduce errores numéricos debido a la evaluación aproximada de las normales a la superficie, a la densidad de puntos a evaluar y a que los intervalos en la trayectoria de integración no son constantes; por ejemplo, para una superficie esférica convexa estos intervalos son mayores en la periferia. En este capítulo se realiza un análisis de la sensibilidad y precisión de la prueba para probar superficies esféricas rápidas convexas utilizando las pantallas tridimensionales o unidimensionales para conocer los alcances y ventajas que puede darnos la técnica propuesta. Para superficies fuera de eje estudios sobre la sensibilidad y precisión de la prueba se han realizado para el caso en que se utilizan pantallas planas perpendiculares (Díaz-Urbe, 2000b) y para pantallas nulas inclinadas (Avendaño-Alejo, 2003, 2005).

4.1 Sensibilidad de la prueba

4.1.1 Análisis de sensibilidad

Para analizar la sensibilidad de la prueba se realiza una simulación numérica (Campos-García, 1999a) que consiste en diseñar una pantalla nula para una superficie perfecta partiendo de los puntos $P_1 = (x_1, y_1, -a-b)$ correspondientes a la imagen de la pantalla nula (Sec. 2.2). En la Fig. 4.1, el rayo de diseño de la pantalla $P_1P_2P_3$ es el rayo principal cuando se tiene una superficie perfecta. A continuación, se modifica la superficie cambiando su constante de conicidad k o su radio de curvatura r . Luego, a partir del $P_3 = (x_3, 0, z_3)$ sobre la pantalla nula se traza un rayo que incide sobre la superficie deformada en el punto P'_2 , la dirección de este rayo es sobre la misma trayectoria que la del rayo principal reflejado por la superficie (es decir, el rayo que va del punto P_2 al P_3), la dirección de este rayo está dado por

$$\mathbf{I} = (I_x, I_y, I_z), \quad (4.1)$$

donde

$$\begin{aligned} I_x &= x_2 - x_3, \\ I_y &= 0, \\ I_z &= z_2 - z_3, \end{aligned} \quad (4.1a)$$

son las componentes del rayo incidente sobre la superficie deformada. Posteriormente, mediante la ley de la reflexión se obtiene el rayo reflejado por la superficie deformada el cual se intersecta en el punto P' sobre el plano $z = b$, que corresponde con la posición donde se coloca el diafragma de la cámara. Después, se calcula la distancia d_0 ($d_0 = \overline{P'P}$) entre el punto P' y el punto P correspondiente a las coordenadas del diafragma. A continuación, a partir del punto P_3 se trazan cuatro rayos en direcciones ligeramente diferentes a las del rayo incidente \mathbf{I} , estas están dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\pm 1} &= (I_x, I_y, I_z \pm e_1), \\ \mathbf{I}_{\pm 2} &= (I_x, I_y \pm e_1, I_z), \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde $e_1 < 1$ (en nuestro caso con $e_1 = 0.01$ el algoritmo converge rápidamente). Posteriormente, estos rayos son reflejados por la superficie deformada e intersectados con el plano $z = b$ en los puntos Q_i . Finalmente, se calculan las distancias d_i de estos puntos con el punto P ($d_i = \overline{Q_iP}$). Si se cumple que cualquiera de las distancias d_i son menores que un número pequeño determinado ε (en nuestro caso utilizamos $\varepsilon = 10^{-7}$) ($d_i < \varepsilon$), entonces se habrá encontrado la dirección del rayo que parte del punto P_3 sobre la pantalla y después de haber sido reflejado por la superficie deformada pasa por el centro del diafragma en el punto P e incide sobre la superficie del detector en el punto P'_1 . Si por lo contrario, no se cumple con lo anterior ($d_i < \varepsilon$), se escoge otro rayo con dirección $\mathbf{I}' = (I'_x, I'_y, I'_z)$ con la distancia d_i más pequeña (la mínima distancia entre las d_i) y a partir de este se generan otros rayos en las direcciones

$$I_{x3} = (I'_x, I'_y, I'_z \pm e_2),$$

$$I_{x4} = (I'_x, I'_y \pm e_2, I'_z),$$
(4.3)

donde, e_2 es una fracción de e_1 (un caso que converge rápidamente es $e_2 = e_1/2$). El proceso es iterativo hasta lograr que $d_i < \epsilon$ (Campos-García, 1999b, 2002b).

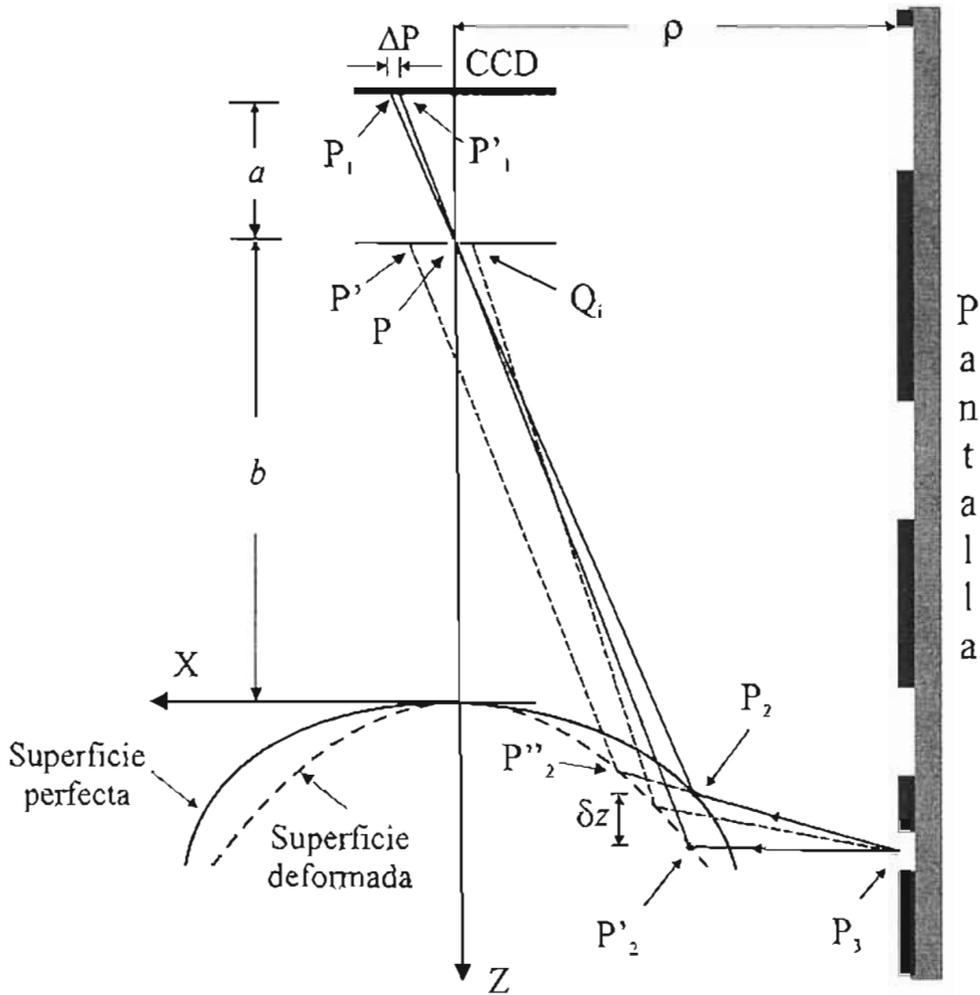


Figura 4.1. Análisis de sensibilidad. Aquí, el rayo $P_1P_2P_3$ es el rayo principal cuando se tiene una superficie perfecta y el $P'_1P'_2P'_3$ es el rayo que al ser reflejado por la superficie deformada pasa por el diafragma de la cámara CCD. En esta figura, a excepción del rayo principal, todos los demás rayos no necesariamente están contenidos en el plano $x-z$.

Así, con el rayo reflejado por la superficie deformada y que pasa por el diafragma se obtienen los puntos $P'_1 = (x'_1, y'_1, -a-b)$ que representan a la imagen de uno de los objetos de la pantalla nula reflejada por la superficie deformada. Finalmente, se calculan las desviaciones ΔP de los puntos $P'_1 = (x'_1, y'_1, -a-b)$ simulados respecto a las posiciones ideales $P_1 = (x_1, y_1, -a-b)$ para una superficie perfecta y bien posicionada, estas son

$$\Delta P = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}. \quad (4.4)$$

Al mismo tiempo, para cada punto de incidencia sobre la superficie, se calculan las diferencias en sagita δz y se relacionan con las deformaciones de la superficie. Así, con esta información es posible conocer cual es la variación de forma más pequeña que puede ser detectada con la pantalla nula; es decir, se evalúa la sensibilidad de la prueba cuando se utilizan las pantallas nulas.

4.1.2 Ejemplos

4.1.2.1 Sensibilidad de las pantallas nulas cilíndricas

En esta sección se analizará la sensibilidad de la prueba cuando se emplean las pantallas nulas cilíndricas en las pruebas del hemisferio ($f / 0.25$) y de la superficie parabólica ($f / 0.22$) descritas en la Sec. 2.2.1.

Utilizando las pantallas nulas cilíndricas, se procede a modificar la superficie cambiando su constante de conicidad k y su radio de curvatura r . Luego, se obtienen las diferencias en posición ΔP respecto a los puntos ideales de la malla cuadrada perfecta [Ec. (4.4)]. Como un ejemplo, en la Fig. 4.2 se muestran los puntos de la imagen de la malla cuando un paraboloides (Sec. 2.2) es deformado ligeramente en un hiperboloide de constante de conicidad $k = -1.11$. Para este caso, el valor rms de las desviaciones de los puntos de la malla es $\Delta P_{\text{rms}} = 0.049$ mm.

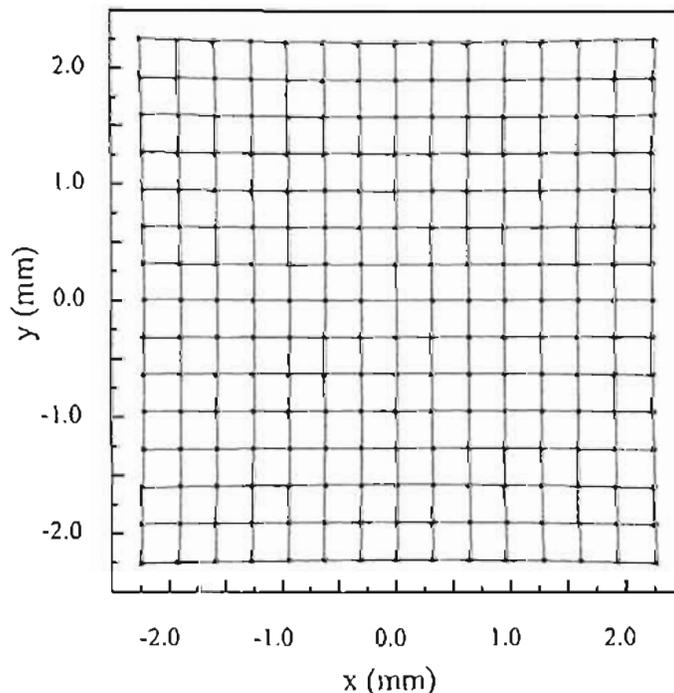


Figura 4.2. Imagen de la malla simulada numéricamente cuando un paraboloides es ligeramente deformado en un hiperboloide de constante de conicidad $k = -1.11$. Las desviaciones de las líneas respecto a las de una malla cuadrada son evidentes.

Se realizaron varias simulaciones para hallar el máximo, mínimo y los valores rms de ΔP como función de la constante de conicidad k ; estos valores son graficados en las Fig. 4.3(a) y 4.3(b), para el hemisferio y el paraboloide, respectivamente. En estas gráficas el comportamiento lineal es evidente, para pequeñas variaciones, ΔP depende linealmente con Δk , es decir

$$\Delta P = m_p \Delta k , \tag{4.5}$$

la pendiente de esta recta proporciona la sensibilidad de la prueba a cambios en la constante de conicidad.

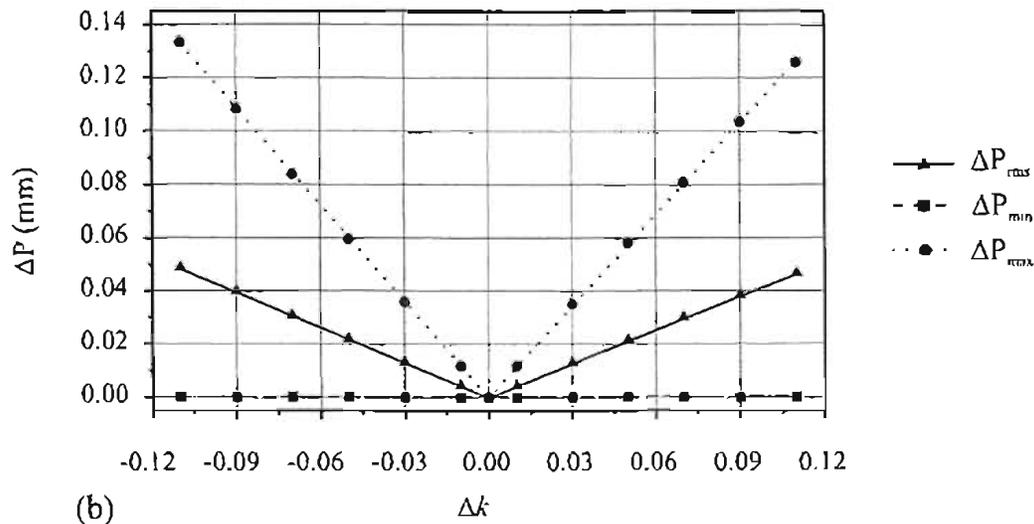
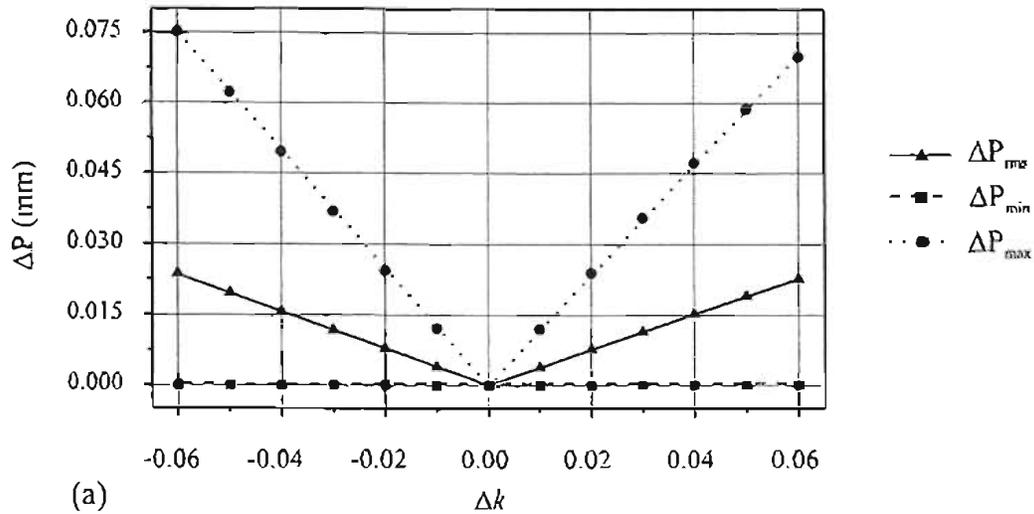


Figura 4.3. Diferencias en distancias de los puntos imagen de la malla, respecto a los de la malla cuadrada perfecta, como función de las diferencias en la constante de conicidad: a) para el hemisferio, b) para el paraboloide.

Para el caso del hemisferio, el valor rms de la pendiente de la Fig. 4.3(a) es $m_p = 0.38$ mm para valores positivos de k . Esto significa que si k cambia en una unidad los puntos de la malla se apartarán $380 \mu\text{m}$ de su posición ideal en el sentido rms. Para valores negativos de k , el signo de la pendiente rms cambia, y el valor absoluto es aproximadamente el mismo. En el caso del paraboloides, la pendiente rms es $m_p = 0.42$ mm, Fig. 4.3(b).

Por otra parte, asumiendo que la mínima desviación detectable de la malla cuadrada perfecta en la imagen es igual al tamaño de un pixel en el detector CCD, de la Ec. (4.5) se puede encontrar que la desviación mínima rms en la constante de conicidad está dada por

$$\Delta k_{\min} = \frac{s}{m_p} \quad (4.6)$$

donde s es el tamaño del pixel y m_p es la sensibilidad rms (pendiente de la gráfica) a cambios en la constante de conicidad. Para nuestra cámara CCD, el tamaño del pixel es de $s = 7 \mu\text{m}$, que da $\Delta k_{\min} \approx 0.018$ como la variación mínima rms detectable en la constante de conicidad para el caso del hemisferio, y $\Delta k_{\min} \approx 0.016$ es la variación mínima rms detectable con la pantalla del paraboloides. Asimismo, las variaciones en la constante de conicidad son equivalentes a variaciones rms en la sagita de la superficie de $\delta z = 16 \mu\text{m}$ para el hemisferio y de $\delta z = 49 \mu\text{m}$ para la superficie parabólica. Ciertamente, el criterio del valor mínimo del tamaño del pixel se puede modificar si por ejemplo se puede medir con una precisión de fracción de pixel; así, si se localiza la posición del centroide de los puntos de la malla con una precisión de 0.5 pixeles se obtendría la mitad de las variaciones mínimas rms en la constante de conicidad detectables con las pantallas cilíndricas lo que a su vez es equivalente a variaciones rms en sagita de $8 \mu\text{m}$ para el hemisferio y $23 \mu\text{m}$ para el paraboloides. En la Tabla 4.1 se resumen los resultados de la sensibilidad de las pantallas a variaciones en la constante de conicidad.

Tabla 4.1 Análisis de sensibilidad a variaciones en la constante de conicidad
(Se muestran sólo los valores rms)

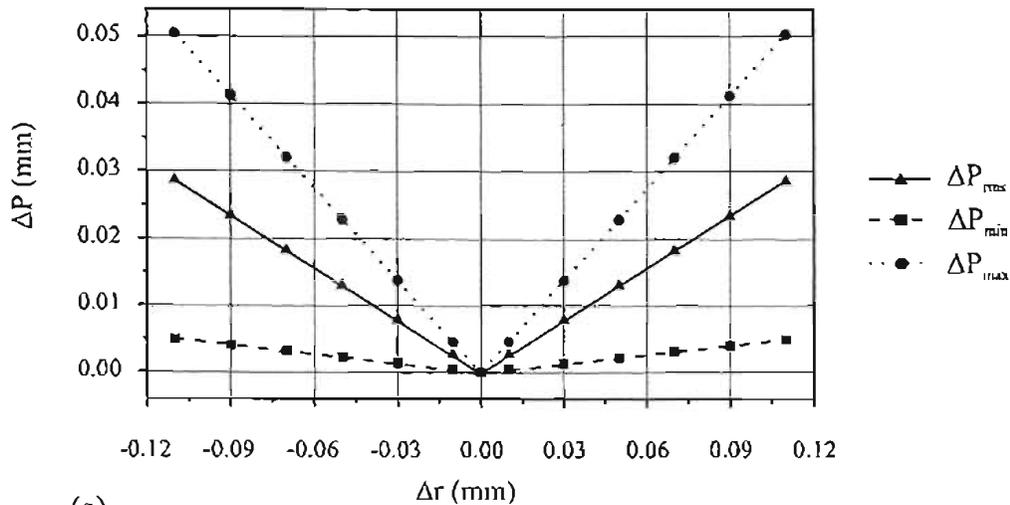
Tipo de superficie	m_p (mm)	s (pixel)	Δk_{\min}	δz_{\min} (μm)
Hemisferio ($k = 0$)	0.38	1	0.018	16
		0.5	0.009	8
Paraboloides ($k = -1$)	0.42	1	0.016	49
		0.5	0.008	23

Si por otra parte, ahora se cambia el radio de curvatura r de la superficie y se calculan las diferencias en posición respecto a los puntos ideales de la malla cuadrada perfecta, se obtienen las graficas de la Fig. 4.4. La Fig. 4.4(a) nos da la información de la sensibilidad de la pantalla cilíndrica a variaciones del radio de curvatura para el caso del hemisferio, y la Fig. 4.4(b) para

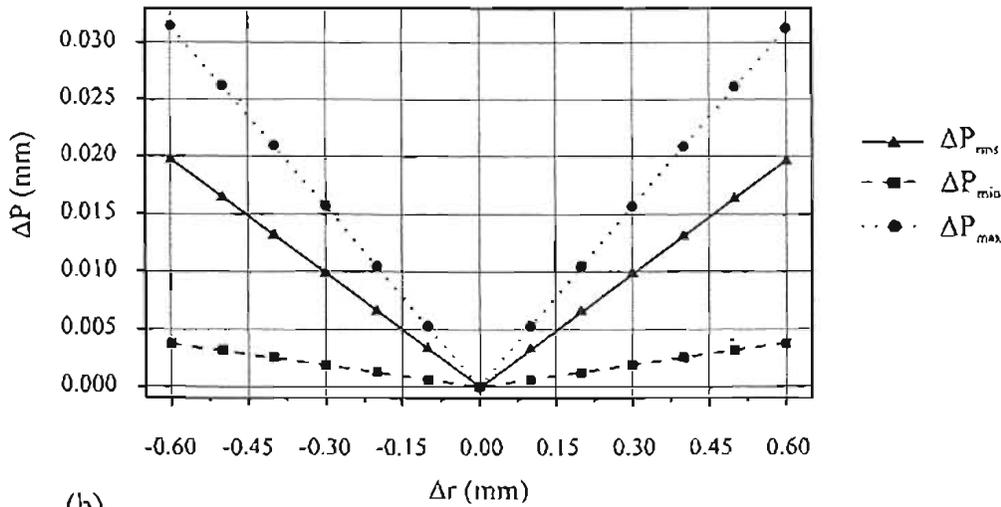
la pantalla utilizada en el paraboloide. En ambas graficas se observa el comportamiento lineal entre ΔP y Δr , es decir

$$\Delta P = m_q \Delta r, \tag{4.7}$$

en este caso m_q es la pendiente de la recta y nos da la sensibilidad a cambios en el radio de curvatura. En nuestro caso, la sensibilidad rms de la pantalla del hemisferio es $m_q = 0.26$ y la del paraboloide $m_q = 0.03$.



(a)



(b)

Figura 4.4. Diferencias en distancias de los puntos imagen de la malla, respecto a los de la malla cuadrada perfecta, como función de las diferencias en radio de curvatura: a) para el hemisferio, b) para el paraboloide.

De manera similar se obtiene que la mínima desviación rms en el radio de curvatura que puede ser medida con las pantallas nulas cilíndricas está dada por

$$\Delta r_{\min} = \frac{s}{m_q} \quad (4.8)$$

donde s es el tamaño del pixel. Así, si $s = 7 \mu\text{m}$ se obtiene que la mínima variación rms en el radio de curvatura que puede ser medida con la pantalla del hemisferio es $\Delta r_{\min} \approx 0.026 \text{ mm}$ y para la pantalla del paraboloide se tiene que la mínima variación rms en el radio de curvatura es $\Delta r_{\min} \approx 0.233 \text{ mm}$. Estas variaciones rms en el radio de curvatura son equivalentes a variaciones rms en la sagita de la superficie de $13.5 \mu\text{m}$ para el hemisferio y de $2.6 \mu\text{m}$ para el paraboloide. Si como antes se puede medir el centroide de los cruces de la malla con precisión de 0.5 píxeles, se tiene que la mínima variación rms en sagita que se puede medir con la pantalla de hemisferio será de $7 \mu\text{m}$ y con la del paraboloide de $1.3 \mu\text{m}$. Los resultados se resumen en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Análisis de sensibilidad a variaciones en el radio de curvatura
(Se muestran sólo los valores rms)

Tipo de superficie	m_q	s (pixel)	Δr_{\min} (mm)	δz_{\min} (μm)
Hemisferio ($k = 0$)	0.26	1	0.026	13.5
		0.5	0.013	7
Paraboloide ($k = -1$)	0.03	1	0.230	2.6
		0.5	0.115	1.3

Comparando los resultados de las tablas 4.1 y 4.2 que proporcionan las variaciones rms en sagita para ambas superficies cuando se varían la constante de conicidad y el radio de curvatura, respectivamente; observamos que, como otras pruebas geométricas, esta prueba es muy sensible a variaciones en la pendiente de la superficie y no a variaciones en su altura directamente. Para este caso, el cambio en la pendiente de la superficie es mayor cuando el radio de curvatura se modifica en comparación con un cambio en la constante de conicidad.

4.1.2.2 Sensibilidad de las pantallas nulas unidimensionales

En esta sección se analizará la sensibilidad de la pantalla unidimensional construida para probar el espejo esférico convexo ($f/0.398$) de fibra de carbono descrito en la Sec. 2.2.2. Como antes, primeramente se diseñó la pantalla nula. Posteriormente se modificó la superficie cambiando su constante de conicidad k o su radio de curvatura r . A continuación se calcularon los valores rms de las diferencias en posición ΔP_{rms} respecto a la imagen de la pantalla perfecta como función de la constante de conicidad k y el radio de curvatura r , los resultados se muestran en la Fig. 4.5(a) y 4.5(b), respectivamente.

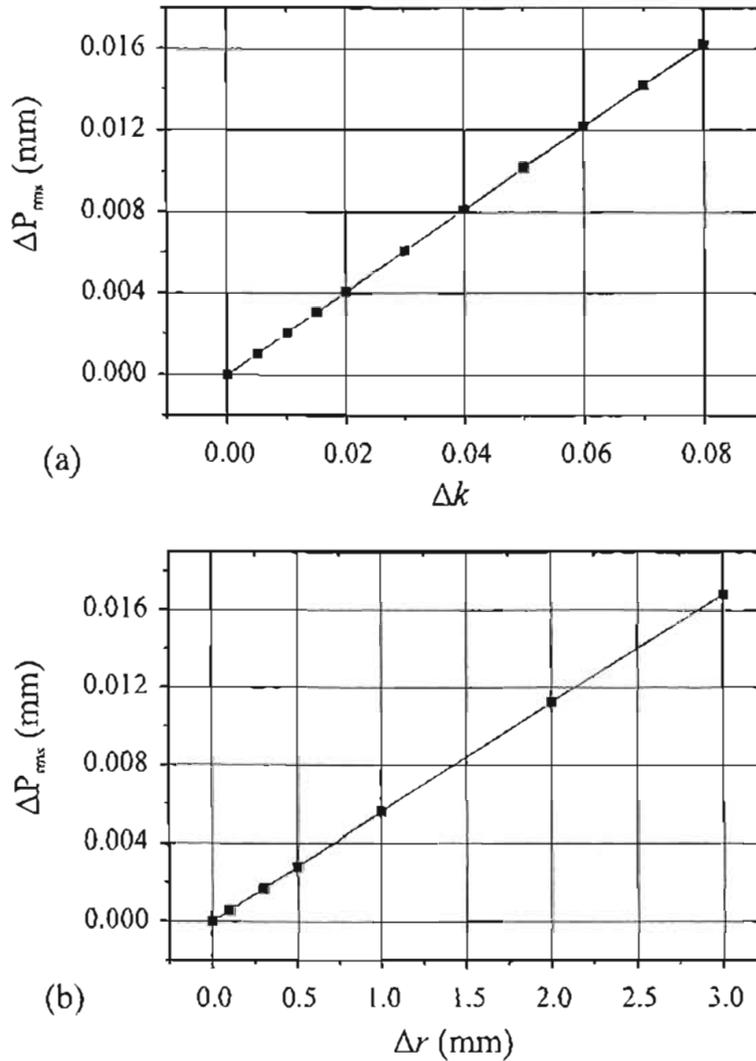


Figura 4.5. Diferencias en distancias de los puntos imagen respecto a los de un arreglo lineal igualmente espaciado, como función de las diferencias: a) en constante de conicidad, b) en radio de curvatura.

Luego, a partir de las graficas de la Fig. 4.5 se obtienen las relaciones lineales cuyas pendientes proporcionan la sensibilidad de la pantalla unidimensional. Así, para cambios en la constante de conicidad la pendiente de la grafica de la Fig. 4.5(a) es $m_p = 0.203$ mm lo que de acuerdo a la Ec. (4.6) significa que si podemos calcular el centroide con una precisión de un pixel la mínima variación rms en constante de conicidad que se puede detectar con esta pantalla es $\Delta k_{\min} \approx 0.034$ lo que es equivalente a una variación mínima rms detectable en sagita de $125 \mu\text{m}$.

Para variaciones en el radio de curvatura la sensibilidad es $m_q = 0.006$; luego, la mínima variación rms detectable en radio de curvatura de acuerdo con (4.8) es $\Delta r_{\min} = 1.2$ mm, lo que se traduce en una variación mínima rms que se puede detectar en la sagita de la superficie de $101 \mu\text{m}$. Los resultados completos de la simulación se muestran en la tabla 4.3, donde se incluyen los resultados de las simulaciones cuando se considera que el centroide de las manchas luminosas en el plano imagen se puede medir con una precisión de 0.5 pixeles.

Tabla 4.3 Sensibilidad de la pantalla nula unidimensional

Sensibilidad		s (pixel)	Δk_{\min}	Δr_{\min} (mm)	δz_{\min} (μm)
m_p (mm)	0.203	1	0.34	-	125
		0.5	0.17	-	69
m_q	0.006	1	-	1.2	101
		0.5	-	0.6	51

4.2 Precisión de la prueba

En esta sección, mediante simulación numérica, se analiza el error obtenido en la evaluación de la forma de la superficie de prueba con el método de pantallas nulas unidimensionales (Campos-García, 2004a, 2005). Con el propósito de simular errores más reales, se desplazan aleatoriamente las coordenadas de los centroides de las manchas luminosas sobre el plano del CCD, y las coordenadas de las fuentes (la posición central de los agujeros de la máscara, la cual está determinada por el rayo principal).

4.2.1 Análisis de error

La simulación consiste de un procedimiento de trazo de rayos tridimensional, Fig. 4.6. Partiendo de un punto $P_1 = (x_1, y_1, -a-b)$ sobre el plano del CCD se traza un rayo el cual pasa a través de la abertura del diafragma en el punto P e intersecta a la superficie en el punto $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$. Luego, en el punto P_2 se calculan las normales reales a la superficie $\mathbf{N}_r = (n_x, n_y, n_z)$:

$$\mathbf{N}_r = \frac{\nabla f(x, y, z)}{|\nabla f(x, y, z)|} \Big|_{P_2}, \quad (3.22)$$

donde

$$f(x, y, z) = (k+1)z^2 - 2rz + x^2 + y^2, \quad (3.8)$$

describe a una superficie cónica.

A continuación, se simulan los errores aleatorios involucrados en la localización del centroide de cada una de las manchas luminosas de la imagen aplicando una función aleatoria a las coordenadas $P_1 = (x_1, y_1, -a-b)$ de las posiciones de los centroides:

$$(x_1, y_1) \rightarrow (x_1 + \delta x, y_1 + \delta y). \quad (4.9)$$

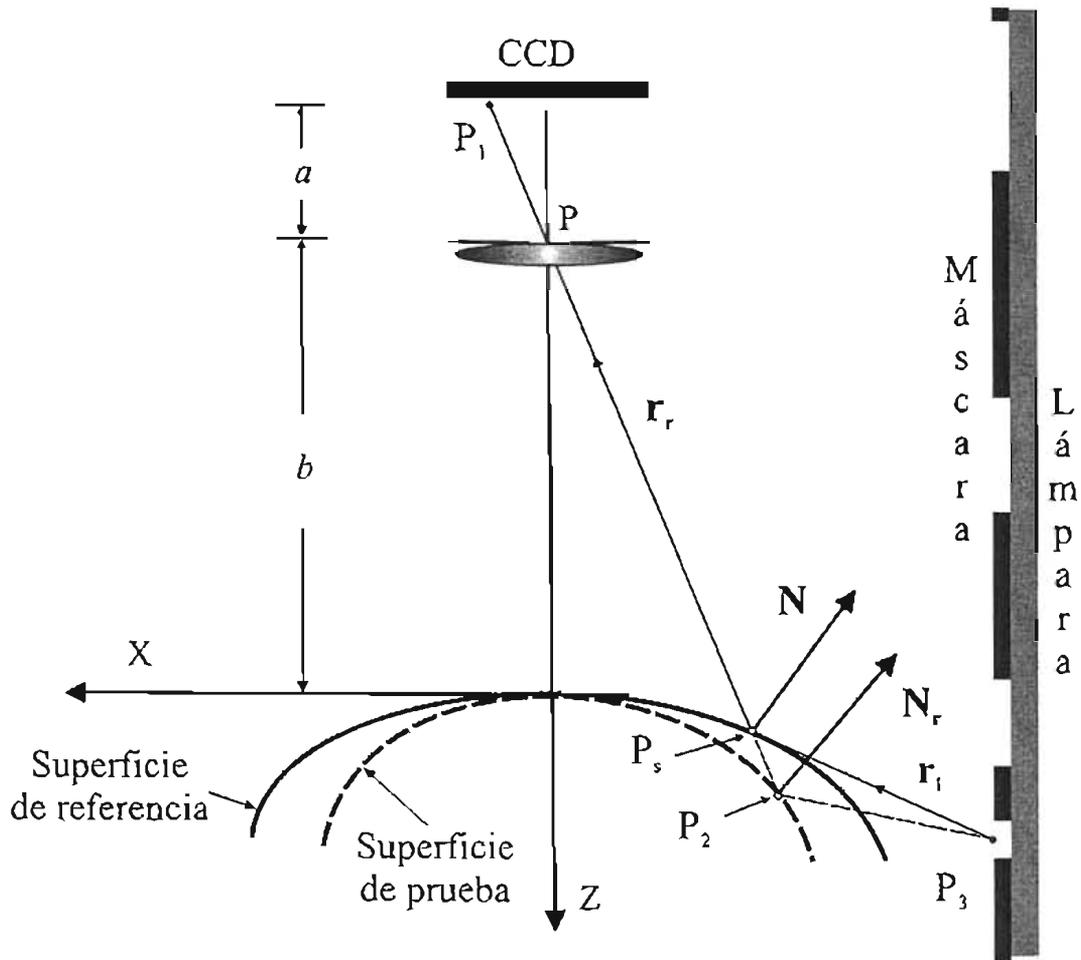


Figura 4.6. Trazo exacto de rayos para determinar las normales reales y las normales aproximadas a la superficie.

Aquí, las funciones de desplazamiento aleatorio δx y δy fueron desarrolladas (Campos-García, 2002b) para simular ruido Gaussiano y están dadas por

$$\begin{aligned}\delta x &= \frac{\eta}{2} \chi_1(r_1, r_2), \\ \delta y &= \frac{\eta}{2} \chi_2(r_1, r_2),\end{aligned}\tag{4.10}$$

donde η es un parámetro que permite controlar la cantidad de desplazamiento aleatorio de cada punto de detección. Las funciones $\chi_1(r_1, r_2)$ y $\chi_2(r_1, r_2)$ proporcionan números aleatorios con una función de distribución de probabilidad Gaussiana con media igual a cero y desviación estándar unitaria. Estas son obtenidas con el método de Box-Müller (Bevington, 1992) como sigue:

$$\begin{aligned}\chi_1(r_1, r_2) &= (-2 \ln r_1)^{1/2} \cos(2\pi r_2), \\ \chi_2(r_1, r_2) &= (-2 \ln r_1)^{1/2} \operatorname{sen}(2\pi r_2),\end{aligned}\tag{4.11}$$

donde r_1 y r_2 son distribuciones aleatorias uniformes que retornan valores entre 0 y 1. En la Fig. 4.7 se muestra como a partir de una distribución uniforme, se obtiene una distribución Gaussiana mediante las fórmulas de Box-Müller [Ec. (4.11)].

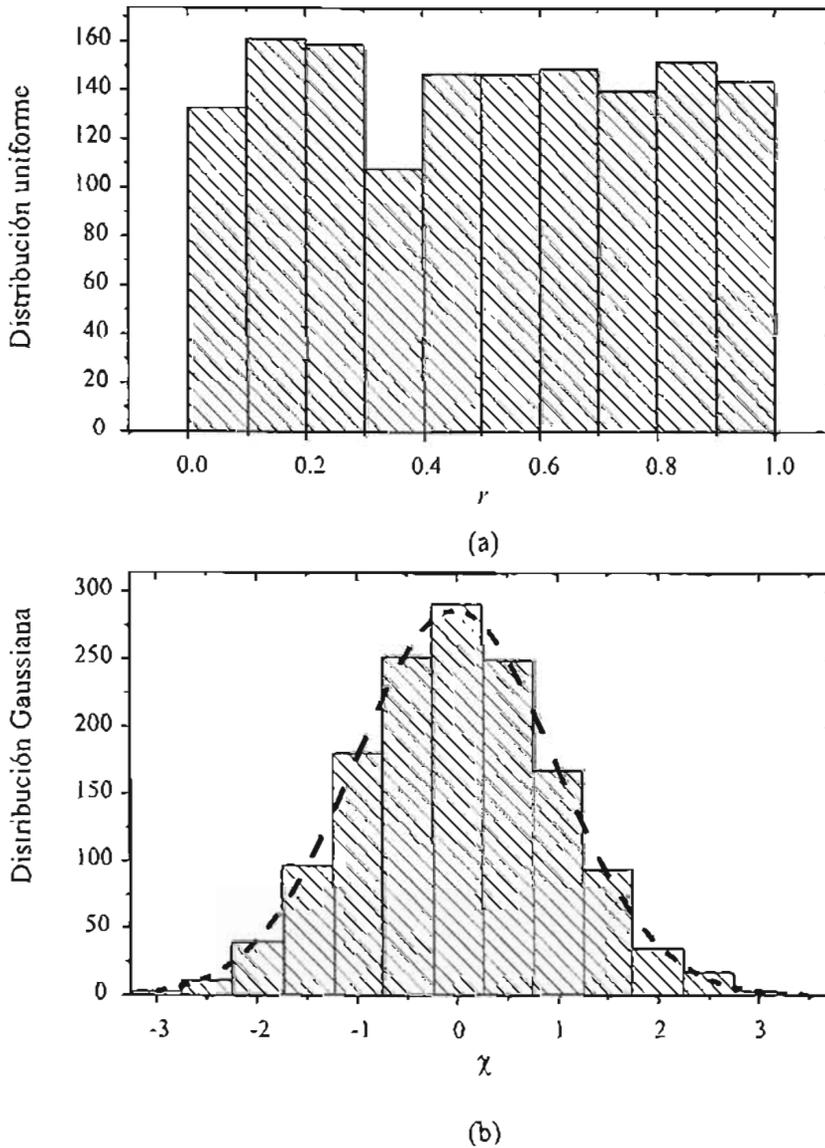


Figura 4.7. a) Distribución aleatoria uniforme, b) distribución Gaussiana obtenida a partir de distribuciones uniformes; la línea punteada es una curva Gaussiana de media 0 y distribución estándar 1.

Por ejemplo, para el caso de que $\eta = 1$ pixel, 68.4 % de los valores de δx y δy caen entre -0.5 y 0.5 píxeles. En la Fig. 4.8 se muestra un ejemplo de como las funciones de desplazamiento aleatorio afectan a las coordenadas de los centroides en el plano de detección. En la Fig. 4.8(a)

se muestran las coordenadas de los centroides antes de aplicarles las funciones aleatorias y en la Fig. 4.8(b) se muestra su configuración final.

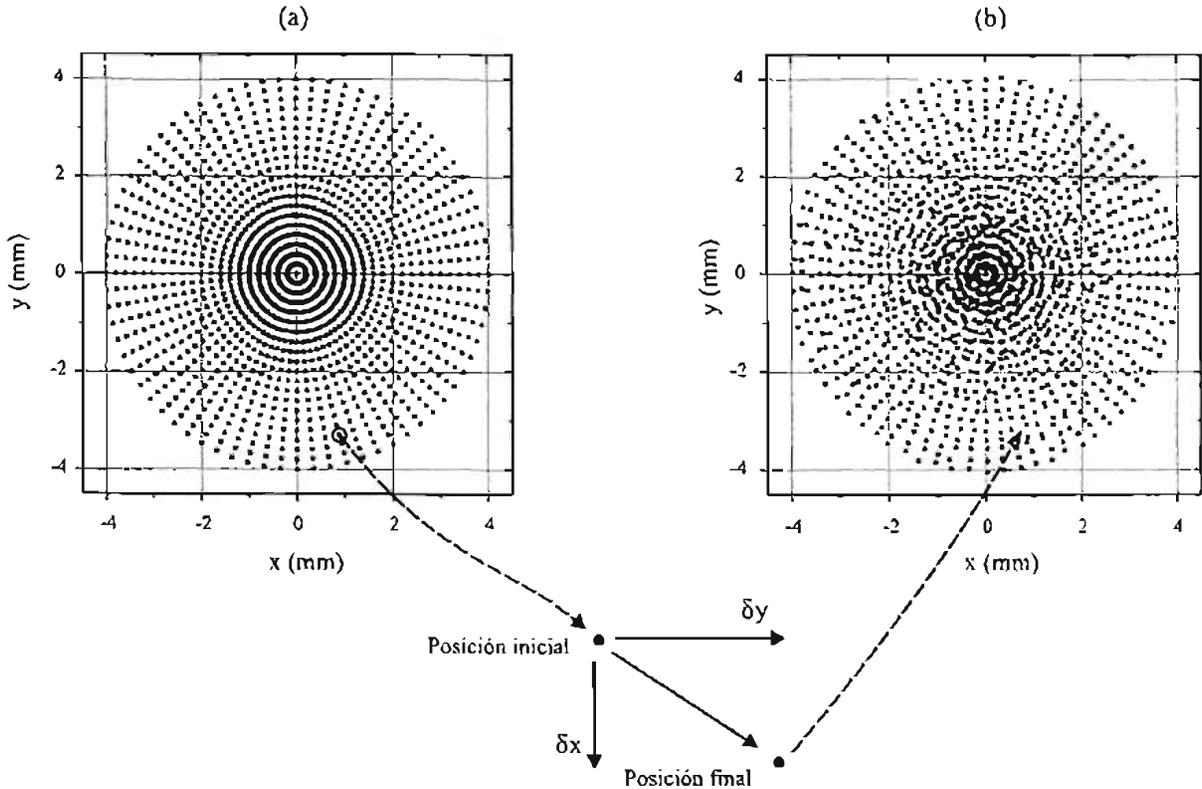


Figura 4.8. a) Ensamblaje en un patrón radial de las coordenadas de las posiciones de los centroides antes de desplazarlas aleatoriamente, b) el mismo patrón radial que (a) después de aplicarles las funciones de desplazamiento aleatorio Gaussiano con $\eta = 2$ pixel.

Una vez obtenidas las coordenadas desplazadas aleatoriamente de los centroides, el siguiente paso es la evaluación de las normales aproximadas \mathbf{N} a partir de las coordenadas desplazadas y las coordenadas de las fuentes luminosas. Las normales aproximadas \mathbf{N} se obtienen usando la Ec. (3.13). Así, con las normales reales \mathbf{N} , y las normales aproximadas \mathbf{N} , las diferencias en sagita pueden ser obtenidas de manera aproximada a partir de

$$\Delta z = z_r - z \approx - \int \left\{ \left(\frac{n_{xr}}{n_{zr}} - \frac{n_x}{n_z} \right) dx + \left(\frac{n_{yr}}{n_{zr}} - \frac{n_y}{n_z} \right) dy \right\} \quad (4.12)$$

donde se ha asumido que $dx_r \approx dx$ (y $dy_r \approx dy$); z_r y z son los valores de la sagita real y aproximada [Ec. (3.2)], respectivamente. Esta expresión es evaluada mediante el método de arcos parabólicos (subsección 3.2.2.2).

Para determinar el error debido a la medición de los centros de los agujeros en la máscara, en esta ocasión se aplican a las coordenadas $P_3 = (y_3, z_3)$ las funciones de desplazamiento aleatorio

[Ecs. (4.10)]. Después de esto, se calculan las normales aproximadas, usando la Ec. (3.13) y las normales reales a partir de la Ec. (3.22); finalmente, usando la aproximación (4.12) se obtienen las diferencias en sagita Δz .

4.2.2 Ejemplo: error en la prueba de una superficie esférica convexa

Mediante la simulación numérica descrita en la sección anterior, en esta sección se analiza la precisión con la que se evalúa la forma de la superficie de un espejo esférico convexo de fibra de carbono de radio de curvatura $r = 305$ mm y diámetro $D = 383.6$ mm ($k = 0$) considerando 20 fuentes luminosas en la máscara.

Primeramente, se varían aleatoriamente las coordenadas de los centroides para distintos valores del parámetro de desplazamiento η y se calculan las diferencias en sagita Δz [Ec. (4.12)]. En la Fig. 4.9, se muestran los valores rms de las diferencias en sagita Δz_{rms} en contra de la coordenada radial r de la superficie. Los círculos rellenos representan a las diferencias en sagita para $\eta = 0.5$ pixel; y los círculos abiertos, para $\eta = 1$ pixel. De la Figura se puede observar que los valores rms de las diferencias en sagita son menores para el parámetro de desplazamiento $\eta = 0.5$ pixel que para $\eta = 1$ pixel. Además, estas diferencias se incrementan con la coordenada radial r de la superficie; es decir, la prueba es más precisa en la parte central de la superficie que en el borde. Para $\eta = 0.5$ pixel los valores de Δz_{rms} son menores a $7 \mu\text{m}$; lo que significa que si podemos medir el centroide de cada mancha luminosa sobre el CCD con una precisión menor que 0.5 pixel la calidad de la superficie puede ser evaluada con una precisión mejor que $7 \mu\text{m}$ (la precisión con la que se desea medir la forma de este tipo de superficies es inferior a $12 \mu\text{m}$ en el sentido rms).

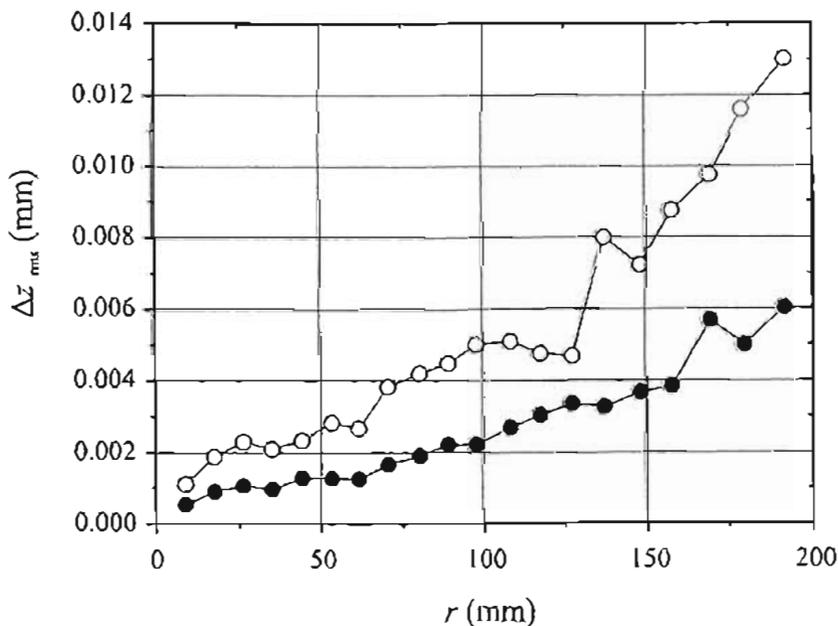


Figura 4.9. Valores rms de las diferencias en sagita obtenidas cuando se agregan desplazamientos aleatorios a las coordenadas de los centroides de las manchas luminosas en el CCD. Círculos rellenos, valores rms de las diferencias en sagita para $\eta = 0.5$ pixel; círculos abiertos, para $\eta = 1$ pixel.

Para determinar el error en las mediciones de los centros de los agujeros de la máscara se utilizan las funciones de desplazamiento aleatorio para distintos valores del parámetro η , y se calculan las diferencias en sagita. En la figura 4.10 se muestran las graficas correspondientes a los valores rms de las diferencias en sagita a distintos radios. Aquí, los círculos rellenos corresponden a parámetros de desplazamiento $\eta = 0.5$ mm; los puntos huecos, a $\eta = 1$ mm. Así, con el propósito de obtener una medición de la forma de la superficie con una precisión mejor a $7 \mu\text{m}$, se tiene que medir la posiciones de las fuentes con un error inferior a 0.5 mm.

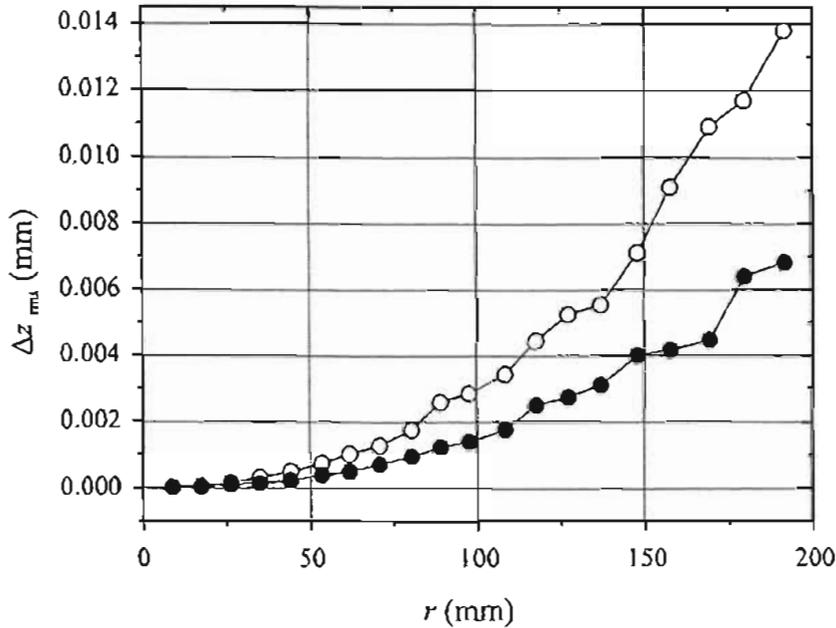


Figura 4.10. Valores rms de las diferencias en sagita obtenidas cuando se agregan desplazamientos aleatorios a las coordenadas de las posiciones de los agujeros de la máscara. Círculos rellenos, $\eta = 0.5$ mm; círculos abiertos, para $\eta = 1$ mm.

4.3 Efecto de las aberraciones en la evaluación

Para probar superficies esféricas convexas parcialmente especulares se desarrolló una técnica nula donde se hace uso de un arreglo lineal de fuentes luminosas separadas de tal forma que la imagen obtenida por reflexión sobre la superficie consiste de un arreglo de manchas luminosas igualmente espaciadas. Así, a partir de los centroides de las manchas luminosas y de sus correspondientes posiciones de las fuentes, la evaluación de la forma de la superficie se realiza mediante integración numérica a lo largo de la trayectoria que une los puntos de incidencia de rayos que provienen de las fuentes sobre la superficie. Aquí, debido a la rugosidad de la superficie de prueba, las manchas en la imagen presentan un patrón de intensidad irregular en consecuencia el área de la ventana utilizada para evaluar los centroides resulta ser diferente. Ahora bien, en el desarrollo de las matemáticas referentes al diseño de la máscara nula y al algoritmo de evaluación se ha supuesto que el centroide de la imagen se encuentra definido por el rayo principal, Fig. 4.11. Sin embargo, la reflexión de un objeto fuera de eje a partir de una superficie convexa deberá producir aberraciones asimétricas las cuales desplazarán la posición del centroide. Adicionalmente, dependiendo de la abertura del diafragma la lente de la cámara

CCD también introduce aberraciones las cuales se reflejan en un desplazamiento de la posición del centroide. En esta sección se cuantificará el efecto de estas aberraciones en la evaluación (Campos-García, 2004a, 2004b, 2005). Asimismo, la lente utilizada introduce distorsión la cual debe ser evaluada.

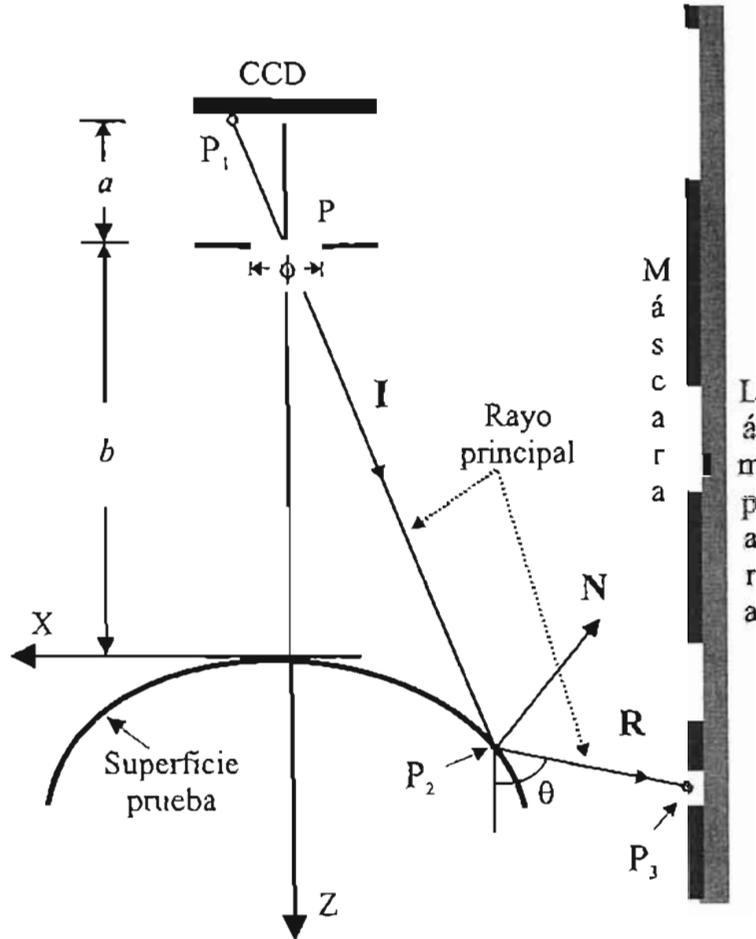


Figura 4.11. Diseño de la máscara nula. Las posiciones de los centros de los agujeros de la máscara están definidas por el rayo principal.

4.3.1 Efecto de las aberraciones introducidas por una superficie convexa

Para determinar las aberraciones introducidas por la superficie de prueba y analizar cómo éstas afectan a la evaluación se realizó un trazo exacto de rayos a través del sistema óptico de prueba para obtener un diagrama de manchas en diferentes planos del espacio imagen para todas las fuentes luminosas del sistema de prueba.

Para obtener los diagramas de manchas los cuales nos proporcionan información sobre las aberraciones se generan l rayos (cono de rayos) que parten del punto $P_3 = (x_3, 0, z_3)$ sobre la máscara, Fig. 4.12. Las direcciones de los rayos que forman el cono están dadas por

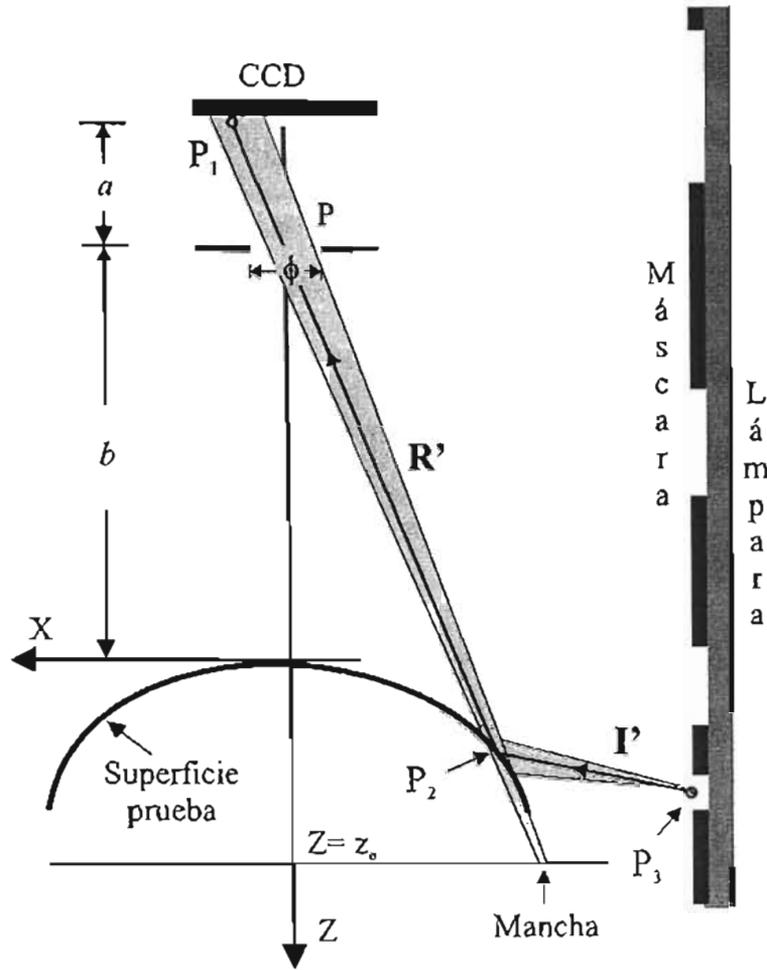


Figura 4.12. Trazo de rayos para obtener los diagramas de manchas (aquí, los rayos R' e I' no necesariamente caen sobre el plano x - z). Nótese como de cada objeto puntual sale un cono de rayos formando un ángulo respecto al rayo principal.

$$I' = (x_l - x_3, y_l, z_l - z_3) \quad (4.13)$$

donde $P_l = (x_l, y_l, z_l)$ son las coordenadas donde los rayos provenientes de las fuentes luminosas localizadas en P_3 intersectan a la superficie, éstas están dadas por

$$\begin{aligned} x_l &= \gamma \cos\left(\frac{2\pi}{l}\right) \cos(\theta) + x_2, \\ y_l &= \gamma \sin\left(\frac{2\pi}{l}\right), \\ z_l &= \gamma \cos\left(\frac{2\pi}{l}\right) \sin(\theta) + z_2, \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde γ es un parámetro que permite variar el ángulo del cono de rayos, y

$$\theta = \arctan\left(-\frac{R_x}{R_r}\right) \quad (4.15)$$

es el ángulo que forma el rayo principal con el eje z , Fig. 4.11. Aquí, R_x y R_r son las componentes del rayo principal reflejado por la superficie [Ecs. (2.16)].

Nótese que si $\gamma = 0$, las Ecs. (4.14) nos da las coordenadas donde el rayo principal intersecta a la superficie [Ecs. (2.11)] y la Ec. (4.13) nos da la dirección de este rayo principal. Posteriormente, los rayos que forman el cono son reflejados por la superficie en la dirección dada por

$$\mathbf{R}' = \mathbf{I}' - 2\mathbf{I}' \cdot \mathbf{N} \quad (4.16)$$

donde \mathbf{N} es la normal a la superficie evaluada en el punto P , y está dada por

$$\mathbf{N} = \frac{\nabla f(x, y, z)}{|\nabla f(x, y, z)|} \Big|_{P_i}, \quad (4.17)$$

donde $f(x, y, z)$ es una función que describe a la superficie cónica [Ec. (3.8)].

Del cono de rayos reflejados por la superficie sólo se toman en cuenta aquellos que pasan por el diafragma de la lente del CCD, el cual tiene un diámetro ϕ . Cabe mencionar que aunque la superficie de prueba tiene un diámetro mucho mayor que el cono de rayos propuesto, sólo se consideran los rayos que son detectados por la cámara CCD, por lo que el diafragma del sistema es el diafragma de la lente de la cámara CCD. Finalmente, los rayos seleccionados se intersectan con el plano $z = z_0$ obteniéndose los diagramas de manchas en dichos planos.

Como un ejemplo, consideremos el caso particular de la superficie de fibra de carbono (radio de curvatura $r = 305$ mm y diámetro $D = 383.6$ mm). Primero se encuentra el plano de la mejor imagen que es aquel en donde las imágenes de todos los objetos puntuales tienen aberración mínima; este plano se encuentra de manera numérica obteniendo los diagramas de manchas (para un cono de rayos determinado) producidos por todos los objetos luminosos en distintos planos y posteriormente se calcula cual de las imágenes que contienen todos los diagramas de manchas tiene aberración mínima, para este caso el plano que proporciona las aberraciones más pequeñas es $z = 200$ mm.

En la Fig. 4.13, se muestran los diagramas de manchas para diferentes posiciones de las imágenes de objetos puntuales sobre la máscara; las gráficas se obtuvieron asumiendo que el diafragma tiene una abertura de $\phi = 10$ mm de diámetro (la cual es la abertura de la lente CCD utilizada en las mediciones, subsección 2.2.2.2.). En este plano se encontró que para todas las imágenes de los objetos puntuales la aberración principal es astigmatismo, la cual es simétrica y en consecuencia no cambia la posición del centroide.

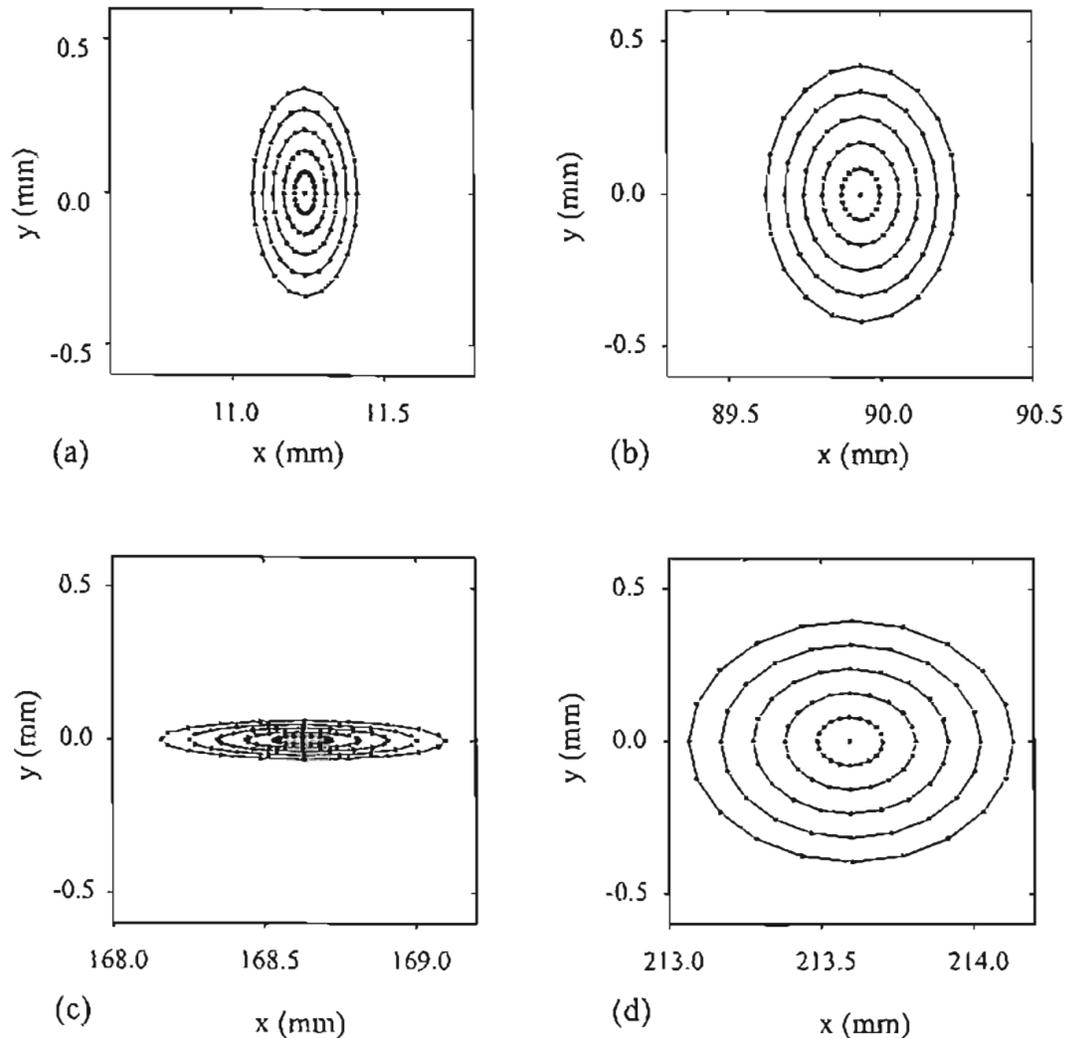


Figura 4.13. Diagrama de manchas en el plano de la mejor imagen para todos los puntos para diferentes posiciones del objeto. Las imágenes están localizadas en: a) la posición más interna del plano de la mejor imagen, b) y c) están en la parte central, y d) es la imagen más externa.

Por otra parte, si tomamos en cuenta que las fuentes luminosas están fuera de eje, sus respectivos conos de rayos inciden de forma oblicua sobre la superficie y si sus imágenes correspondientes se encuentran fuera de eje, la aberración de coma deberá ser evidente. Para analizar esto, también se obtuvieron los diagramas de manchas en el plano de la imagen paraxial para diferentes posiciones de los objetos puntuales en la máscara, en este caso se encontró que la aberración de coma (que sí cambia la posición aparente del centroide), después de reflejar los rayos en una superficie convexa, está presente pero su magnitud es tan pequeña ($< 8 \mu\text{m}$) que no puede ser resuelta por el CCD (el tamaño del pixel del CCD es de aproximadamente $14 \mu\text{m}$). En las gráficas de la derecha de la Fig. 4.14, se muestran los diagramas de manchas en su plano paraxial para diferentes posiciones del objeto puntual. Para apreciar la aberración de coma, se amplió la escala vertical de las gráficas de la parte derecha de

la Fig. 4.14, obteniéndose las gráficas de la izquierda (ambas son las mismas pero a diferente escala).

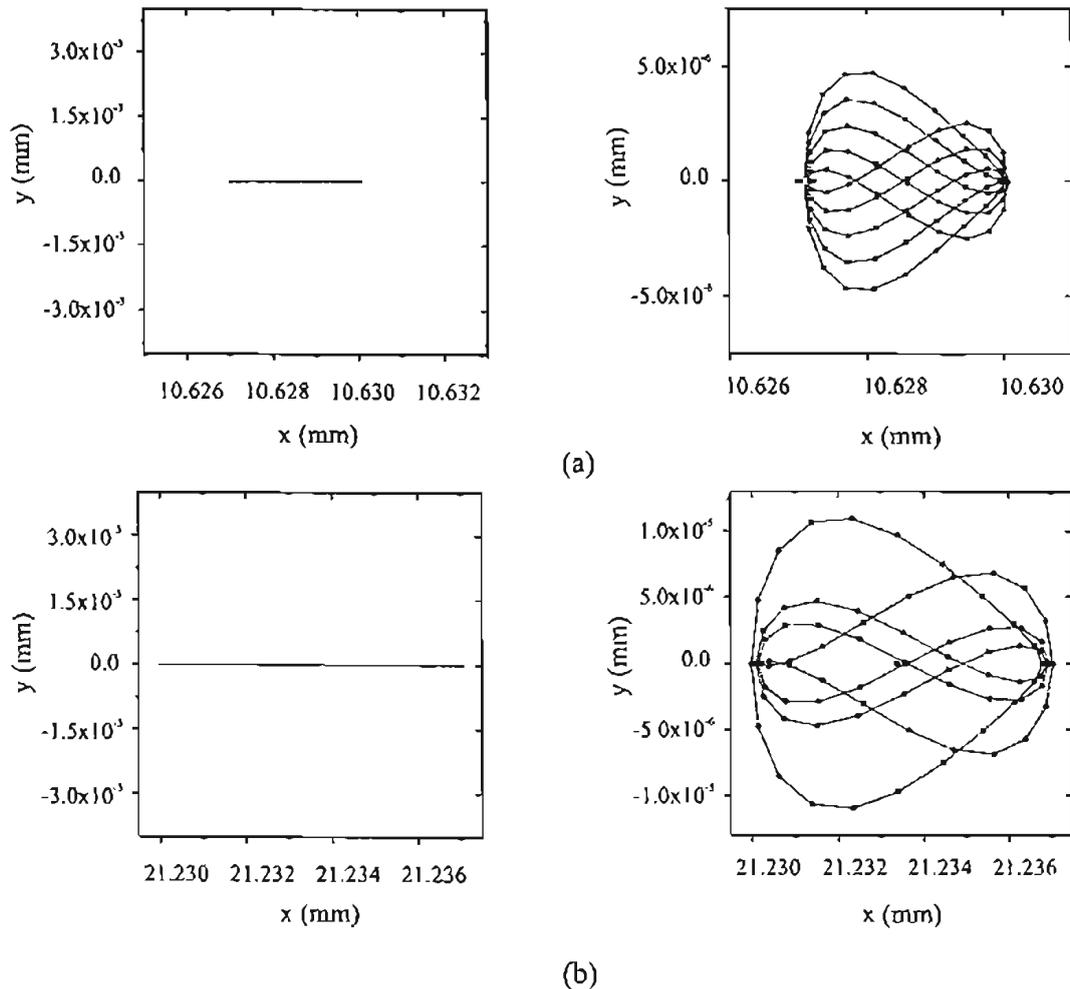


Figura 4.14. Diagrama de manchas en el plano paraxial para diferentes posiciones del objeto puntual. Las gráficas de la derecha representan los diagramas de manchas tal y como se verían en el plano paraxial. Las gráficas de la izquierda son sólo una ampliación de la escala vertical de las gráficas de la derecha para apreciar la aberración de coma.

4.3.2 Efecto de las aberraciones introducidas por la lente del CCD

El análisis del efecto de las aberraciones y de la influencia del tamaño del diafragma de la lente de la cámara CCD sobre las mediciones de la posición del centroide con el método de pantallas nulas unidimensionales se realizó experimentalmente mediante la prueba de la estrella (Welford, 1992) para diferentes posiciones del objeto en el campo visual y para diferentes aberturas del diafragma ϕ de la lente del CCD.

El arreglo experimental para determinar las aberraciones de la lente de la cámara CCD se muestra en la Fig. 4.15. Aquí, se diseñó y construyó una máscara con agujeros de 0.8 mm de

diámetro separados 10 mm; su longitud es de forma tal que la imagen de los puntos luminosos se ajuste al área del CCD y simule las imágenes de las aberturas reflejadas en la superficie al realizar una prueba real. Las imágenes fueron capturadas con una cámara CCD blanco y negro (Sony Mod. XC-ST70) con un CCD de 8.8 x 6.6 mm (ver subsección 2.2.2.2), y una lente Computar de 16 mm de distancia focal ($f/1.4$). Esta máscara es iluminada con una lámpara fluorescente y colocada en el plano de la mejor imagen para todos los objetos puntuales. A continuación, con esta máscara se tomaron varias imágenes de estas fuentes luminosas para distintas aberturas del diafragma, y se calcularon las coordenadas x_i de los centroides de cada una de las imágenes de los puntos luminosos obtenidas con aberturas diferentes ϕ_j . Posteriormente, a las coordenadas $x_i(\phi_j)$ de los centroides obtenidas para todas las aberturas ϕ_j se les restaron las coordenadas $x_i(\phi_{f/22})$ obtenidas con el número- f más grande ($f/22$), ya que para aberturas pequeñas las aberraciones son mínimas,

$$\Delta x = x_i(\phi_j) - x_i(\phi_{f/22}). \quad (4.18)$$

En la Fig. 4.16, se muestran las diferencias Δx en las coordenadas del centroide para diferentes posiciones del objeto en el campo visual y para diferentes aberturas del diafragma.

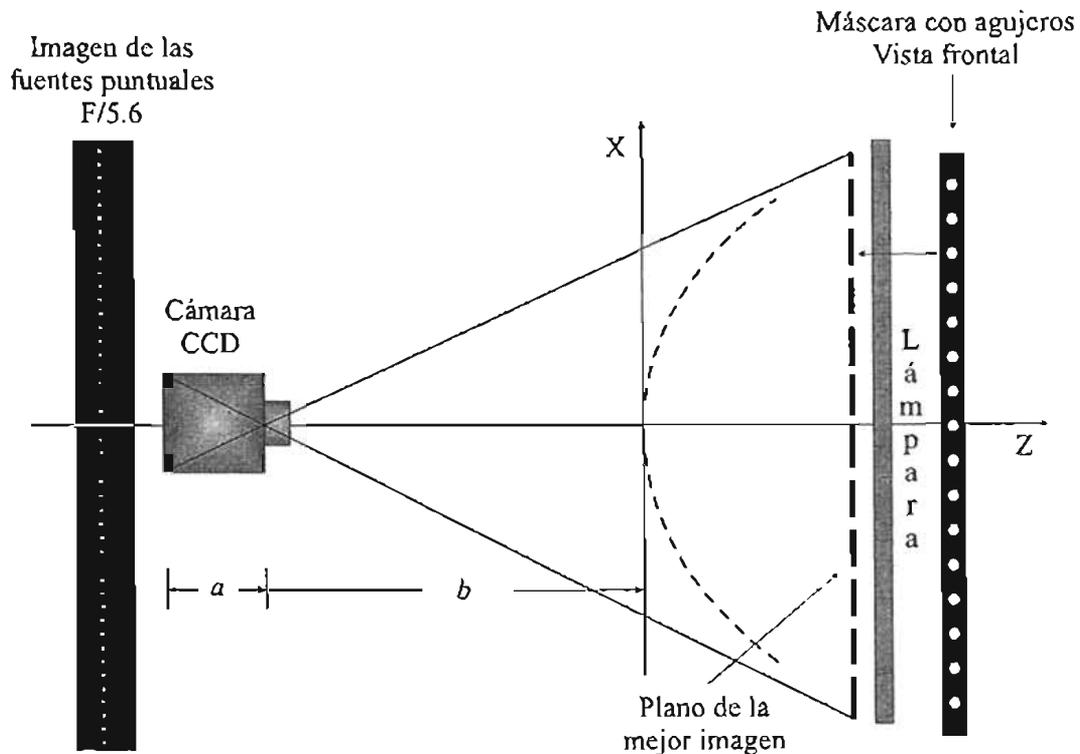


Figura 4.15. Arreglo experimental para determinar las aberraciones de la lente de la cámara CCD. La máscara con agujeros (fuentes puntuales) se coloca en el plano de la mejor imagen para todos los puntos.

En la gráfica de la Fig. 4.16, cada línea representa las variaciones de posición de la imagen de una fuente puntual a distintas aberturas del diafragma; los puntos sólidos (círculos y cuadrados)

de la gráfica representan a las imágenes de los dos objetos puntuales más próximos al centro del campo visual, aquí las variaciones de las coordenadas del centroide respecto a la abertura del diafragma son más pequeñas (< 0.25 píxeles). Por su parte, los puntos huecos representan a las imágenes correspondientes de los dos objetos luminosos más alejados del campo visual y en estos casos la variación de la posición del centroide respecto a la abertura del diafragma es inferior a 0.46 píxeles. Aunque no se determinan explícitamente las aberraciones, medimos su efecto en la determinación del centroide tomando en cuenta que a mayor diámetro del diafragma, las aberraciones se incrementan. Así, si hay algún efecto importante, al abrir el diafragma, será más notable. En todos los casos analizados, las aberraciones son muy pequeñas, relativas a la precisión con la que se requiere determinar la posición de las manchas para medir la forma de la superficie (< 0.5 píxeles), por lo que la influencia en la determinación del centroide de las imágenes es suficientemente pequeña para ser necesario incluirlo en la evaluación.

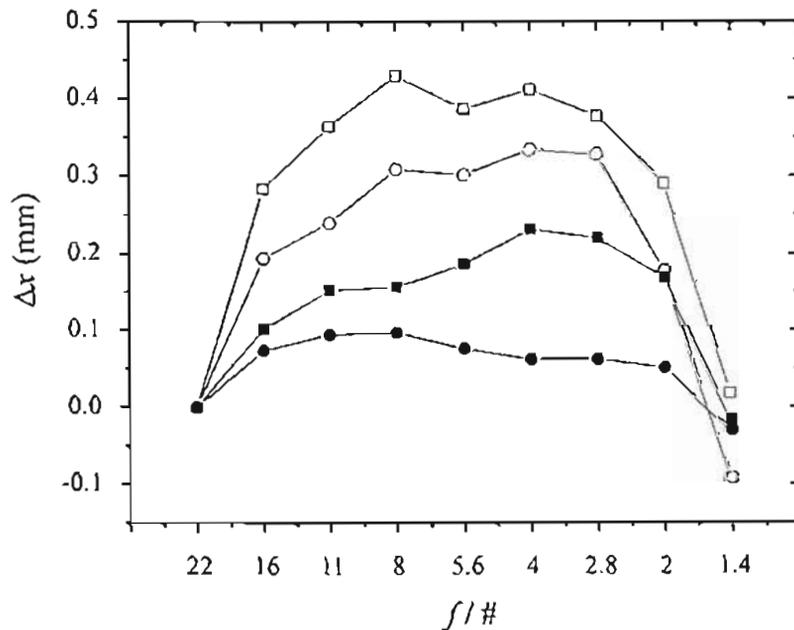


Figura 4.16. Diferencias en las coordenadas del centroide para diferentes posiciones del objeto en el campo visual en contra de la abertura del diafragma. En la gráfica, cada línea representa las variaciones de la posición del centroide de la imagen de una fuente puntual a distintas aberturas del diafragma; los puntos sólidos representan a las dos fuentes puntuales más próximas al eje óptico, y los puntos huecos a las dos más alejadas.

Finalmente, se evaluó la distorsión de la lente de la cámara CCD (Jiménez-Hernández, 2005) obteniéndose mediante mínimos cuadrados un coeficiente de distorsión $E = -1.3 \times 10^{-9}$, lo que equivale a que la mancha localizada en el borde de la imagen (a 191.8 mm del eje óptico) se desplace aproximadamente 0.7 píxeles que de acuerdo con la gráfica de la Fig. 4.9, nos dice que aún considerando esta cantidad de distorsión la precisión con la que se puede medir la forma de la superficie está entre los $7 \mu\text{m}$ y $13 \mu\text{m}$ (que corresponden a un error en la determinación de los centroides de 0.5 y 1 píxel, respectivamente), lo que está dentro del rango de la precisión con la que se requiere medir este tipo de superficies de fibra de carbono la cual es inferior a $12 \mu\text{m}$ en el sentido rms.

4.4 Conclusión

A través de simulaciones numéricas se ha mostrado que la prueba mediante pantallas nulas es sensible a pequeñas deformaciones de la superficie causadas por cambios en la constante de conicidad k y el radio de curvatura r de la superficie. Primeramente se analizó la sensibilidad de la prueba cuando se emplean las pantallas nulas cilíndricas en las pruebas del hemisferio ($f/0.25$) y de la superficie parabólica ($f/0.22$). Para el caso del hemisferio se encontró que la variación mínima rms detectable en la constante de conicidad empleando la pantalla nula cilíndrica es 0.018 y de 0.026 mm como la variación mínima rms detectable en el radio de curvatura. Estas variaciones son equivalentes a variaciones rms en la sagita de la superficie de 16 μm y 13.5 μm , respectivamente. En el caso de la superficie parabólica las variaciones mínimas rms detectables con la pantalla nula cilíndrica son 0.018 y 0.233 mm en constante de conicidad y radio de curvatura, respectivamente; siendo equivalentes, respectivamente, a 49 μm y 2.6 μm de variación rms en la sagita de la superficie. Adicionalmente, se analizó la sensibilidad de la pantalla unidimensional construida para probar el espejo esférico convexo ($f/0.398$) de fibra de carbono encontrándose que la mínima variación rms que se puede detectar con la pantalla nula unidimensional es de 0.034 que equivale a una variación mínima rms detectable en sagita de 125 μm . Para el caso del radio de curvatura la mínima variación rms es 1.2 mm, lo que se traduce en una variación mínima rms que se puede detectar en la sagita de la superficie de 101 μm . Cabe mencionar que el criterio de un pixel como un valor límite en la localización del centroide de los puntos de la malla parece ser un valor burdo que puede ser mejorado; así, si se puede evaluar con precisión de fracción de pixel los valores obtenidos como variaciones mínimas detectables en la forma de la superficie disminuyen.

La introducción de desplazamientos aleatorios en las coordenadas de los centroides sobre el CCD y en las coordenadas de las fuentes luminosas permitió realizar un análisis de error del método cuando se utilizan las pantallas nulas unidimensionales. En este caso se mostró que se puede evaluar la forma de superficies convexas con precisión media. En particular, se encontró que para tener diferencias en la forma de la superficie inferiores a 7 μm , el error en las mediciones de las coordenadas de los centroides debe ser inferior a 0.5 pixeles, y el error en la medición de las coordenadas de los agujeros de las fuentes debe ser inferior a 0.5 mm.

Finalmente, se realizó un análisis para determinar el efecto de las aberraciones en las mediciones en la prueba de superficies convexas con una pantalla nula unidimensional. Aquí se encontró que en el plano de la mejor imagen la aberración principal es astigmatismo, la cual es una aberración simétrica y no cambia la posición del centroide. En el plano de la imagen paraxial se encontró que la aberración de coma, que si cambia la posición del centroide, es pequeña ($< 8 \mu\text{m}$) y no puede ser resuelta por el CCD. Por otra parte, se realizó un análisis experimental del efecto de las aberraciones introducidas por la lente del CCD cuando se varía la abertura del diafragma. En este caso se observaron cambios en las posiciones de los centroides inferiores a 0.46 pixeles para todas las imágenes de las fuentes luminosas; siendo las variaciones más pequeñas (< 0.25 pixeles) para las imágenes de los objetos localizados en el centro del campo visual. Para este caso particular de la prueba del espejo convexo de fibra de carbono mediante una pantalla nula unidimensional, las aberraciones son pequeñas y no tienen influencia sobre la determinación de los centroides de las imágenes.

Conclusiones generales

En este trabajo se ha propuesto probar superficies esféricas rápidas mediante el uso de pantallas nulas disenadas específicamente para probar cada tipo de superficie. Se describió con detalle el procedimiento del diseno de las pantallas para superficies cónicas mediante trazo exacto de rayos a través del sistema óptico de prueba. Asimismo, se mostró que mediante un cculo numérico es posible disenar pantallas nulas para probar superficies esféricas que no son cónicas. El método propuesto tiene la ventaja de que no se necesita de un sistema óptico especial adicional ni tampoco de construir y probar elementos ópticos adicionales para corregir la asfericidad. Adicionalmente, se mostró la viabilidad de la propuesta para probar cualitativamente superficies esféricas rápidas.

En general, se ha propuesto que el método de pantallas nulas es una técnica alternativa para probar superficies esféricas rápidas y su utilidad para determinar la calidad de las superficies con precisión media. Se ha mostrado que el método de pantallas nulas proporciona información cuantitativa de la forma de la superficie cuando se realizan mediciones de las posiciones de los objetos que componen la pantalla nula y de las mediciones de las coordenadas de los centroides obtenidos de las correspondientes imágenes de los objetos reflejados por la superficie.

Se encontró de forma analítica la expresión que nos da la forma de la superficie de manera exacta; sin embargo, su evaluación numérica si involucra aproximaciones. Una de estas aproximaciones es la obtención de las normales a la superficie de prueba. Aquí se describió el algoritmo para obtener las normales a la superficie de manera aproximada, este algoritmo requiere la introducción de una superficie de referencia; en particular se obtuvieron las expresiones que proporcionan las normales aproximadas para superficies esféricas convexas y superficies fuera de eje. Adicionalmente se realizó una simulación numérica con el propósito de analizar el error en la evaluación de las normales aproximadas a la superficie, esto es se estimó el error en la determinación de las normales aproximadas cuando la superficie de referencia no es la misma que la superficie real. En los casos analizados se encontró que el error porcentual en la evaluación de las normales aproximadas era inferior a 3 % para la superficie más alejada a la superficie real. En consecuencia, el algoritmo para la obtención de las normales aproximadas proporciona resultados satisfactorios aún si las desviaciones de la superficie de referencia respecto a la ideal son menores a 9 mm. Cabe mencionar que en la práctica se toma a la

superficie de diseño de la pantalla nula como superficie de referencia por lo que el error en la determinación de las normales debería disminuir aún más.

Adicionalmente se mostró que para reducir apreciablemente el error numérico en la evaluación de la forma de la superficie, la integración debería efectuarse utilizando un método que utiliza arcos parabólicos en lugar del método tradicional que usa trapecios; lo anterior obedecía al hecho de que para superficies esféricas rápidas cuando uno se aproxima al borde de la superficie en la trayectoria de integración los intervalos consecutivos de integración y consecuentemente el error numérico se iban incrementando rápidamente conforme la trayectoria de integración se aproxima al borde de la superficie. Asimismo, se describió con detalle el método de integración de arcos parabólicos. También se mostró mediante simulación numérica cómo un incremento en el número de puntos a evaluar producía una reducción en el error numérico en el método de integración.

A través de simulaciones numéricas se ha mostrado que la prueba mediante pantallas nulas es sensible a pequeñas deformaciones de la superficie causadas por cambios en la constante de conicidad k y el radio de curvatura r de la superficie. De los casos analizados se encontró que para aumentar la sensibilidad de la prueba es necesario evaluar con precisión de fracción de pixel los centroides de las imágenes obtenidas.

Asimismo, se realizó un análisis numérico del error del método cuando se utilizan las pantallas nulas para evaluar superficies esféricas rápidas. Lo anterior se realizaba mediante la introducción de desplazamientos aleatorios en las coordenadas de los centroides sobre el CCD y en las coordenadas de las fuentes luminosas. En particular, se encontró que para tener diferencias en la forma de la superficie inferiores a $7 \mu\text{m}$, el error en las mediciones de las coordenadas de los centroides debe ser inferior a 0.5 pixeles, y el error en la medición de las coordenadas de los agujeros de las fuentes debe ser inferior a 0.5 mm.

Finalmente, se realizó un análisis para determinar el efecto de las aberraciones en las mediciones en la prueba de superficies convexas con una pantalla nula unidimensional introducidas por la reflexión de objetos luminosos fuera de eje y por la lente del CCD cuando se varía la abertura del diafragma. El primer caso se encontró numéricamente que en el plano de la mejor imagen la aberración principal es astigmatismo, la cual es una aberración simétrica y no cambia la posición del centroide. El segundo caso se realizó mediante un análisis experimental observándose cambios en las posiciones de los centroides inferiores a 0.46 pixeles para todas las imágenes de las fuentes luminosas; siendo las variaciones más pequeñas (< 0.25 pixeles) para las imágenes de los objetos localizados en el centro del campo visual. Para el caso particular del espejo convexo de fibra de carbono, las aberraciones son pequeñas y no tienen influencia sobre la determinación de los centroides de las imágenes.

En resumen, se han desarrollado los algoritmos de diseño de las pantallas nulas, el de evaluación de la forma de la superficie y los correspondientes para el análisis de la sensibilidad y precisión de la prueba. Así, se presenta al método de las pantallas nulas como una nueva técnica alternativa para determinar la calidad de las superficies esféricas rápidas con precisión media. Su principal ventaja es que es una prueba que no es de contacto y no requiere de diseños ópticos especiales.

Como trabajo futuro resta realizar más pruebas cuantitativas de superficies esféricas rápidas con el método propuesto y compararlas con otros métodos alternativos específicos para el tipo de superficie a probar. Adicionalmente, para aumentar la sensibilidad y precisión del método propuesto se requiere mejorar los algoritmos de evaluación del centroide de las imágenes de las fuentes luminosas. Una manera de lograrlo es diseñar las pantallas nulas en forma tal que las imágenes obtenidas sean pequeños círculos igualmente espaciados dispuestos en un arreglo lineal o de malla cuadrada según sea el caso. También es necesaria la caracterización de las lentes utilizadas para capturar las imágenes debido a que estas pueden introducir la aberración de distorsión la cual debe ser corregida para mejorar las mediciones. Otro punto a tomarse en cuenta es caracterizar los arreglos experimentales utilizados en las mediciones. Finalmente, se buscará extender esta propuesta para probar superficies esféricas cóncavas rápidas desarrollando los algoritmos de diseño de las pantallas y los de evaluación de la forma de la superficie. De este último punto hasta el momento se tienen los algoritmos de diseño de las pantallas y el de evaluación de la forma de la superficie; se ha construido una pantalla nula para probar un espejo cóncavo elíptico el cual es muy rápido ($f/0.135$).

Este trabajo fue apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología bajo el número de proyecto 37077-E.

Bibliografía

Avendaño-Alejo, M., R. Díaz-Uribe, “Prueba de un segmento parabólico fuera de eje con pantallas nulas inclinadas”, in *Proceedings of Memorias en Extenso; Sesiones de Óptica*, C.G. Treviño, ed. (Academia Mexicana de Óptica, León, Gto., México, 2003), pp. 43V03-1-43V03-8.

Avendaño-Alejo, M., **M. Campos-García**, R. Díaz-Uribe, “Testing fast off-axis parabolic mirror using tilted null-screens”, in *Proceedings of SPIE on CD-ROM; 8th. International Symposium on Laser Metrology*, R. Rodríguez-Vera and F. Mendoza-Santoyo, eds., Proc. SPIE **5776**, 553-560 (2005).

Bevington, P.R., Robinson, D.K., *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill, Inc. 2nd. ed. (McGraw-Hill, New York, 1992), pp. 84-87.

Born, M., E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th (expanded) edition (Cambridge University Press, New York, 1999).

Burge, J.H., “Measurement of large convex aspheres”, in *Optical Telescopes of Today and Tomorrow*, A.L. Ardeberg, ed., Proc. SPIE **2871**, 362-373 (1997).

Campos-García, M. R. Díaz-Uribe, “Análisis de sensibilidad en la prueba de superficies esféricas rápidas convexas con pantallas nulas”, Memorias del SOMI XIV Congreso de Instrumentación, Tonantzintla, Pue. México, Octubre 1999, 407-411.a.

Campos-García, M., *Queratopografía láser: teoría y simulación*, Tesis de Maestría (Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 1999).b.

Campos-García, M., R. Díaz-Uribe, F.S. Granados-Agustin, D. Sacramento-Solano, “Null test of aspheric convex surface”, in *Proceedings of International Symposium on Photonics in Measurement*, VDI-Berichte **1694** (VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, Germany, 2002), pp.155-160.a

Campos-García, M. R. Díaz-Uribe, “Accuracy analysis in laser keratopography”, *Appl. Opt.*, **41**, 2065-2073 (2002).b

Campos-García, M., R. Díaz-Uribe, “Análisis del efecto de las aberraciones en la prueba de una superficie esférica convexa por pantallas nulas”, in *Proceedings of Memorias en Extenso; Sesiones de Óptica*, C.G. Treviño, ed. (Academia Mexicana de Óptica, León, Gto., México, 2004), pp. 11-OPTICA2004-1-11-OPTICA2004-7.a

Campos-García, M., R. Díaz-Uribe, F.S. Granados-Agustin, “Testing fast aspheric surfaces with a linear array of sources”, *Appl. Opt.*, **43**, 6255-6264 (2004).b

Campos-García, M., R. Díaz-Uribe, “Error analysis in the test of fast aspheric convex surfaces with a linear array of sources”, in *Proceedings of SPIE on CD-ROM; 8th. International Symposium on Laser Metrology*, R. Rodríguez-Vera and F. Mendoza-Santoyo, eds., *Proc. SPIE* **5776**, 538-545 (2005).

Cardona-Núñez, O., A. Cornejo-Rodríguez, R. Díaz-Uribe, A. Cordero-Dávila, J. Pedraza-Contreras, “Conic that best fits an off-axis conic section”, *Appl. Opt.* **25**, 3258-3259 (1984).

Carmona-Paredes, L.G., R. Díaz-Uribe, “Imágenes circulares para pruebas con pantallas nulas”, in *Proceedings of Memorias en Extenso; Sesiones de Óptica*, C.G. Treviño, ed. (Academia Mexicana de Óptica, León, Gto., México, 2002), pp. 58-60.

Carmona-Paredes, L.G., R. Díaz-Uribe, “Corrección al cálculo del centroide de las manchas luminosas en la prueba de una superficie esférica”, in *Proceedings of Memorias en Extenso; Sesiones de Óptica*, C.G. Treviño, ed. (Academia Mexicana de Óptica, León, Gto., México, 2003), pp. 46V03-1-46V03-10.

Carmona-Paredes, L.G., *Imágenes de aberturas elípticas en la prueba de superficies convexas por pantallas nulas*, Tesis de Maestría (Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 2005).

Cordero-Davila, A., A. Cornejo-Rodríguez, O. Cardona-Núñez, “Null Hartmann and Ronchi-Hartmann test”, *Appl. Opt.* **29**, 4618-4621 (1990).

Cordero-Davila, A., A. Cornejo-Rodríguez, O. Cardona-Núñez, “Ronchi and Hartmann test with the same mathematical theory”, *Appl. Opt.* **31**, 2370-2376 (1992).

Cordero-Davila, A., E. Luna-Aguilar, S. Vazquez-Montiel, S. Zarate-Vazquez, M.E. Percino-Zacarias, “Ronchi test with a square grid”, *Appl. Opt.* **37**, 672-675 (1998).

Cornejo, A., D. Malacara, “Ronchi test of aspherical surfaces, analysis, and accuracy”, *Appl. Opt.* **9**, 1897-1901 (1970).

Cornejo-Rodríguez, A., “Ronchi test”, in *Optical Shop Testing*, 2nd ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 1992), p. 446-452.

- Cornejo-Rodríguez, A., A. Cordero-Davila, "Wavefront slope measurements in optical testing", in *Handbook of Optical Design*, D. Malacara, B.J. Thompson ed., (Marcel Dekker, Inc., New York, 2001). p. 311-337.
- Creath, K., J.C. Wyant, "Holographic and Speckle Test", in *Optical Shop Testing*, 2nd ed. D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 1992), p. 559-651.
- Díaz-Uribe, R., A. Cornejo-Rodríguez, J. Pedraza-Contreras, O. Cardona-Núñez, A. Cordero-Dávila, "Profile measurement of a conic surface, using a He-Ne laser and a nodal bench", *Appl. Opt.* **24**, 2612-2615 (1985).
- Díaz-Uribe, R., J. Pedraza-Contreras, O. Cardona-Núñez, A. Cordero-Dávila, A. Cornejo-Rodríguez, "Cylindrical lenses: testing and radius of curvature measurement", *Appl. Opt.* **25**, 1707-1709 (1986).
- Díaz-Uribe, R., *Pruebas ópticas por deflectometría láser*, Tesis de Doctorado (Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 1990).
- Díaz-Uribe, R., F. Granados-Agustín, "Corneal Shape evaluation by using laser keratography", *Optom. Vision Sci.*, **76**, 40-49 (1999).
- Díaz-Uribe, R., **M. Campos-García**, "Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces", *Appl. Opt.* **39**, 2670-2677 (2000).a
- Díaz-Uribe, R., "Medium precision null screen testing of off-axis parabolic mirrors for segmented primary telescope optics: the case of the Large Millimeter Telescope", *Appl. Opt.*, **39**, 2790-2804 (2000).b
- Díaz-Uribe, R., **M. Campos-García**, F.S. Granados-Agustín, "Testing the optics of the Large Millimeter Telescope (LMT)", in *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, M. Strojnik and B.F. Andresen, eds., *Proc. SPIE* **4818**, 63-70 (2002).
- El Hage, S.G., "The Computerized Corneal Topographer (EH-270)", en Schanzlin, D.T., Robin, J.B., Eds. *Corneal Topography: Measuring and Modifying the Cornea*. (Springer Verlag, 1992).
- Funes-Maderey, I.E., *Videoqueratometría de campo plano*, Tesis de Licenciatura (Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 1998).
- Ghozeil, I., E. Simmons, "Screen test for large telescopes", *Appl. Opt.* **13**, 1773-1777 (1974).
- Ghozeil, I., "Hartmann and other screen test", in *Optical Shop Testing*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1992), p. 367-369.
- González-Cardel, M. F., *Determinación de los coeficientes de asfericidad de una superficie óptica rápida*, Tesis de Maestría (Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 2003).

Gullstrand, A., "Photographic-Ophthalmometric and Clinical Investigations of Corneal Refraction, Part I". American Journal of Optometry and Archives of American Academy of Optometry. Vol. 43, No. 3, March 1966. Translated from the German by: W.M. Ludlam, Optometric Center of New York.

INAOE, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), "The Large Millimeter Telescope Homepage," <http://www.lmtgtm.org/>.

Jiménez-Hernández, J.A., *Medición de superficies por proyección de puntos*, Tesis de Maestría (Posgrado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 2005); *en proceso*.

Klyce, S.D., "Computer-Assisted Corneal Topography: High-resolution graphic presentation and analysis keratometry", Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. 25, 1426-1435, 1984.

Lerner, S.A., J.M. Sasian, "Optical design with parametrically defined aspheric surfaces", Appl. Opt. **39**, 5205-5213 (2000).

Malacara, D., "Geometrical Ronchi test of aspherical mirrors", Appl. Opt. **4**, 1371-1374 (1965).

Malacara, D., A. Cornejo, "Null Ronchi test for aspherical surfaces", Appl. Opt. **13**, 1778-1780 (1974).

Malacara, D., *Optical Shop Testing*, 2nd. ed. (Wiley, New York, 1992), Appendix 1: An Optical Surface and its Characteristics.a

Malacara, D., S.L. Devore, "Interferogram evaluation and wavefront fitting", in *Optical Shop Testing*, 2nd ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 1992), p. 455-499.b

Malacara, D., M. Servín, Z. Malacara, *Interferogram analysis for optical testing*, (Marcel Dekker, Inc., New York, 1998). p. 89-111.

Malacara, D. "Basic Interferometers", in *Handbook of Optical Design*, D. Malacara, B.J. Thompson eds., (Marcel Dekker, Inc., New York, 2001). p. 339-371.

Mantravadi, M.V "Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers", in *Optical Shop Testing*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1992), p. 1-49.

Meinel, A.B., M.P. Meinel, "Optical testing of off-axis parabolic segments without auxiliary optical elements", Opt. Eng. **28**, 514-518 (1989).

Mejía-Barbosa, Y., D. Malacara-Hernandez, "Object surface for applying a modified Hartmann test to measure corneal topography", Appl. Opt. **40**, 5778-5786 (2001).

Nava-Sandoval, R., R. Díaz-Urbe, M. Campos-García, "Sistema para prueba de superficies esféricas convexas", Informe técnico, CCADET-UNAM (2005), *en proceso*.

- Offner, A., D. Malacara, "Null tests using compensators", in *Optical Shop Testing*, 2nd ed. D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 1992), p. 446-452.
- Parks, R.E., L.Z. Shao, "Testing large hyperbolic secondary mirrors", *Opt. Eng.* **27**, 1057-1062 (1988).
- Press, W. H., B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W. T. Vetterling, *Numerical recipes in C: The art of scientific computing*, (Cambridge University Press, USA, 1990).
- Rasban, W., National Institutes of Health, USA. ImageJ V. 1.312u, *Image Processing and Analysis in Java*, <http://rsb.info.nih.gov/ij/>.
- Rayces, J.L., "Exact relation between wave aberration and ray aberration", *Opt. Acta*, **11**, 85-88 (1964).
- Schillke, F., "Critical aspects on testing aspheres in interferometric setups", in *Optical Fabrication and Testing*, R. Geyl and J. Maxwell, eds., Proc. SPIE **3739**, 317-324 (1999).
- Schulz, G., "Aspheric Surfaces", in *Progress in Optics*, Vol. 25, E. Wolf, ed., (Elsevier Science Publisher, New York, 1998), p. 351-415.
- Stahl, H.P., "Testing of aspheric components", Short Courses Notes, SPIE's 42nd Annual Meeting on *Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, 27 July to 1 August, 1997.
- Stavroudis, O.N., *The Optics of Rays, Wavefronts and Caustics*, (Academic Press, New York, 1981).
- Su, D.Q., Y.N Wang, "Some ideas about representations of aspheric optical surfaces", *Appl. Opt.* **24**, 323-326 (1985).
- Tiziani, H. J., "State of the art and development of aspheric surface measurements", in *Proceedings of International Symposium on Photonics in Measurement*, (VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, Germany, 2002), p.155-160.
- Vladimirovna, O., M.F. González-Cardel, *Métodos numéricos*, (Ediciones Instituto de Investigación de Tecnología Educativa de la Universidad Tecnológica de México, S.C., México, D.F., 2002)
- Welford, W. T., "Star tests", en *Optical Shop Testing*, 2nd ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 1992), p. 397-426.
- Wyant, J.C., V.P. Bennet, "Using computer generated holograms to test aspheric wavefronts", *Appl. Opt.* **11**, 2833-2839 (1972).
- Wyant, J.C., "Interferometric testing of aspheric surfaces", in *Interferometric Metrology*, Proc. SPIE **816**, 19-39 (1987).