



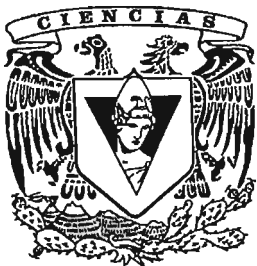
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**DETERMINACIÓN DEL MÓDULO DE YOUNG
POR ENSAYOS DE COMPRESIÓN DE
HUESO DE BOVINO**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
F Í S I C O
P R E S E N T A:
GERARDO PRESBITERO ESPINOSA

DIRECTORA DE TESIS:
DRA. MARÍA CRISTINA PIÑA BARBA



2005



**FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR**

m. 345708



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

... ENTIZO a la Dirección General de ...
... NAM a difundir en formato electrónico e impreso el
... contenido de mi trabajo recepcional.
NOMBRE: Gerardo Presbítero Espinosa
FECHA: 22/06/05
FIRMA: Gerardo Espinosa

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:
"Determinación del Módulo de Young por Ensayos de Compresión de Hueso de Bovino"
realizado por Presbítero Espinosa Gerardo
con número de cuenta 40004305-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

- Director de Tesis
- Propietario Dra. María Cristina Piña Barba *[Firma]*
- Propietario Dra. Clara Esquivel Huesca *[Firma]*
- Propietario Dr. Lauro Bucio Galindo *[Firma]*
- Suplente Dra. Vivianne Marquina Fábrega *[Firma]*
- Suplente Dr. Alfredo Maciel Cerda *[Firma]*

Consejo Departamental de Física

[Firma]
M. EN C. ALICIA ZARZOSA PEREZ
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

AGRADECIMIENTOS

Antes que nada quisiera agradecer a mis papás y mis hermanos por su apoyo y ayuda incondicional durante todo lo que he tenido que hacer durante el desarrollo de esta tesis. Sin ellos no podría haberlo logrado.

A la Dra. María Cristina Piña Barba, investigadora y jefa del Laboratorio de Biomateriales del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, por haberme ofrecido su paciencia, enseñanza y ayuda en todo momento, además de ser una excelente investigadora. La considero la mejor maestra que he tenido y una muy buena amiga por todas las enseñanzas y buenos tratos que recibí de su parte, ya que además de ser una Física que sabe demasiado sobre su área, es muy humana y noble.

Quiero agradecer también con mucho afecto a mis compañeros del Laboratorio de Biomateriales del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, quienes fueron mis compañeros de trabajo y pude establecer con ellos una muy buena relación de amistad: Adriana Tejeda Cruz, Carolina Guzmán Vázquez, Nelly Medina Molotla, Edgar Benjamín Montufar Jiménez, Luis Miguel Martínez Díaz, Evelyn Teresa Barrera Escobedo, Aurora Echeverría Mendoza y Froylán Jaramillo.

A Jorge Llanes Briceño, Rosario Santibáñez y Benito Palma Cortés por su ayuda y buen trato en todo momento que lo necesité.

Al Dr. Alfredo Maciel Cerda por haberme ayudado con las pruebas mecánicas y su buena disposición.

Al Ing. José de Jesús Camacho Sabalza por haberme ofrecido su tiempo para enviar a maquinar las probetas y poder realizar las pruebas mecánicas. También a los señores del taller que me ayudaron a maquinar mis probetas: Martín Serrano, José de los Ángeles Méndez y Miguel Ángel Pineda Velásquez.

A mis sinodales con mucho agradecimiento y admiración: Dra. María Cristina Piña Barba, Dr. Alfredo Maciel Cerda, Dra. Vivianne Marquina Fábrega, Dra. Clara Esquivel Huesca y Dr. Lauro Bucio Galindo.

I. INTRODUCCIÓN.....	5
II. TEORIA	
1. Objetivos.....	7
2. Hueso; estructura del hueso y trasplantes de hueso.....	8
3. Colágena.....	15
Proceso de obtención de hueso con poca colágena y sin colágena.....	19
4. Mecánica del hueso.....	20
5. Pruebas mecánicas en hueso.....	32
Medición de densidad de hueso.....	41
Funcionamiento del microscopio electrónico de barrido.....	43
6. Pruebas mecánicas (Máquina Universal INSTRON).....	45
7. Fuerza centrífuga.....	46
III. EXPERIMENTACIÓN	
1. Pruebas mecánicas (hueso bovino).....	47
Medición de densidad del hueso bovino.....	52
Porosidad por medio del microscopio electrónico de barrido.....	52
2. Utilización de la fuerza centrífuga para separar colágena de hueso.....	53
IV. RESULTADOS	
1. Pruebas mecánicas en hueso.....	55
Resultados del cálculo de la densidad de hueso de bovino.....	75
Resultados de porosidad.....	80
Resultados del Módulo de Young.....	83
2. Resultados del cálculo de la fuerza centrífuga para separar colágena de hueso.....	84
V. CONCLUSIONES.....	88
VI. APÉNDICE.....	89
VII. REFERENCIAS.....	93

I. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones de la física en la medicina son cada día mayores, haciéndose notable su importancia en distintos campos de la medicina en los que ya es indispensable, entre estos se encuentran la física nuclear, biomecánica, biomateriales, bioacústica, etc. Los biomateriales es el campo de la física médica en la que materiales de ciertas características son utilizados como implantes de distintos tipos de tejidos, entre estos se encuentran los implantes de tejido óseo. El hueso de bovino es utilizado como implante de tejido óseo, y se necesitan hacer pruebas de biocompatibilidad, propiedades mecánicas y otros tipos de pruebas para ver si el hueso de bovino puede ser implantado o no.

Entre las pruebas de propiedades mecánicas se encuentran las pruebas de compresión, que será el objetivo principal en esta tesis. Debe registrarse la capacidad que tiene el hueso que se quiere implantar a soportar fuerzas externas, en este caso fuerzas de compresión. El hueso que se somete a las pruebas de compresión es el cóndilo de bovino, que es elegido por su relativa fácil obtención.

La forma en la que se hacen las pruebas de compresión es por medio de la determinación del Módulo de Young. El Módulo de Young es la capacidad de los materiales a resistir tensiones con relación a la deformación sufrida al ser sometidos a estas tensiones. Se maquinan probetas cilíndricas de distintas formas de obtención de cóndilo de bovino con relación a su contenido de colágena y se someten a compresión también en distintas direcciones de sus trabéculas. Las distintas formas de obtención de hueso se obtienen por medio de un proceso de obtención del material, y se puede obtener hueso con poca colágena o sin colágena.

La forma de hacer estas pruebas mecánicas es utilizando una Máquina Universal INSTRON del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, que ayuda a hacer los cálculos necesarios en una forma muy precisa. Al hacer estas determinaciones del Módulo de Young se verá qué tanto puede soportar este tipo de hueso de bovino a ser sometido bajo fuerzas de compresión. Estas determinaciones también ayudarán a ver qué

tanto influye el contenido de la colágena en el hueso a soportar este tipo de fuerzas así como la orientación de sus trabéculas.

Como parte adicional se medirá la fuerza centrífuga necesaria para extraer la colágena del hueso, ya que es muy necesario el tenerla determinada durante el proceso de obtención del material. También se hace un análisis de cómo varía el Módulo de Young al variar la densidad de éste y su porosidad.

En esta tesis se dan resultados muy precisos sobre el Módulo de Young de este tipo de hueso de bovino, en distintas obtenciones de éste, que serán de mucha utilidad para saber qué tanto podrá soportar a fuerzas externas este tipo de hueso, para a partir de eso poderse implantar como sustituto de tejido óseo dependiendo del tipo de obtención que se requiera, con poca colágena o sin colágena.

II. TEORIA

OBJETIVOS

Primera parte, pruebas de compresión:

La primera parte consiste en determinar el módulo de Young de tres distintas formas de hueso de bovino. Estas formas serán fresco, con un poco de colágena y sin colágena utilizando la Máquina Universal INSTRON. Conociendo los distintos módulos de Young también en dirección longitudinal y transversal tomando como referencia el hueso natural, se verá experimentalmente si el hueso con poca colágena soporta más fuerza de compresión que el hueso sin colágena.

Hipótesis: Conociendo el hueso que tenga mayor módulo de Young se sabrá qué tipo de hueso será mejor para utilizarse como implante, ya sea para dientes o para otro tipo de tejido óseo. Será mejor para implantarse el que soporte más fuerza de compresión, debido a que mientras más soporte el hueso implantado, más parecido será al hueso fresco o tal y como se encuentra naturalmente dentro del cuerpo.

Segunda parte, centrifugación de hueso:

Calcular la fuerza de adhesión de la colágena al hueso acabado de hervir y fresco, utilizando la ecuación relativa obtenida para sacar colágena del hueso.

El cálculo de la fuerza centrífuga es necesario para conocer la fuerza y por lo tanto la velocidad angular que se necesita para extraer la colágena del hueso en el proceso de obtención de hueso con poca colágena y sin colágena.

HUESO

ESTRUCTURA DEL HUESO

Los huesos están formados por el tejido óseo, que es un tipo de tejido conjuntivo que se caracteriza por la presencia de células y matrices intercelulares amorfas y fibrilares entre las cuales circula el líquido tisular. Todos los huesos en su conjunto forman el tejido esquelético, proporcionan soporte al organismo y protección a los órganos encefálicos y torácicos, son reserva de calcio que puede mobilizarse a la sangre de acuerdo con las necesidades, alojan a la médula ósea formada por el tejido hematopoyético (formado por células sanguíneas) y a la médula ósea amarilla formada por el tejido adiposo (almacena grasa).⁽²⁸⁾

El hueso es un tejido de sostén altamente especializado y caracterizado por su rigidez y dureza. Las cuatro funciones principales son: proporcionar sostén mecánico, permitir la locomoción, proporcionar protección y actuar como reservorio metabólico de sales minerales. Está compuesto de una matriz orgánica fortalecida por depósitos de sales de calcio. La colágena tipo I constituye aproximadamente el 95% de la matriz orgánica; el remanente 5% está compuesto por numerosas proteínas colágenas y proteoglicanos.^(29, 23)

En cuanto a la contribución en peso, la matriz orgánica conforma del 30 al 40%, mientras que la parte mineral del 60 al 70%. En cuanto a composición, la matriz orgánica la compone la colágena tipo I en un 90 a 95%, mientras que la parte mineral, la componen fosfatos, carbonatos de calcio, fluoruros, magnesio y principalmente hidroxiapatita^(6, 20).

El hueso se forma por:

- Células de sostén (osteoblastos y osteocitos)
- Una matriz no mineral de colágena y osteoide.
- Sales minerales inorgánicas
- Células de remodelación (osteoclastos)

Las células que componen el hueso son:

- Células osteoprogenitoras: Son las precursoras de los osteoblastos y no actúan en la resorción ni en la formación ósea.
- Osteoblastos: Sintetizan la colágena, que luego se mineraliza; producen vesículas de matriz y enzimas que son imprescindibles para la mineralización; son células grandes y metabólicamente activas solamente cuando es necesario el depósito de nuevo osteoide, si se hallan inactivas son células fusiformes insignificantes situadas sobre la superficie ósea.
- Osteocitos: Son osteoblastos maduros dentro de la matriz ósea y son los responsables de la manutención celular. La capacidad funcional de los osteocitos se puede comprobar por su estructura, ya que producen matriz por tener los organelos celulares característicos de los osteoblastos y porque tienen propiedades osteolíticas.
- Osteoclastos: Son células multinucleadas, muy móviles, capaces de erosionar el hueso mineralizado. Tienen como función la resorción ósea.^(29, 6)

El hueso contiene una matriz extracelular especializada llamada osteoide. Este osteoide es un tejido colagenoso de sostén formado por colágena de tipo 1 (este tipo de colágena se explicará en la parte de colágena) rodeado por un gel de glucoproteínas específicas que fijan fuertemente el calcio. El depósito de sales minerales en el osteoide confiere al hueso su rigidez característica y su resistencia funcional.

Los osteoblastos y los osteocitos producen y mantienen el osteoide, sobre el que se depositan las sales minerales inorgánicas que lo hacen rígido y duro. Los osteoclastos remodelan constantemente el hueso formado. El hueso es remodelado constantemente, es un tejido dinámico, se forma y se destruye constantemente bajo el control de factores hormonales y físicos. Esta actividad constante permite el proceso de la remodelación. Este recambio óseo es lento en los adultos mientras que en lactantes y en niños es muy elevado.

Las células osteoprogenitoras forman una población de células madre que puede diferenciarse a células formadoras de hueso más especializado (osteoblastos y osteocitos).

En el hueso maduro las células osteoprogenitoras se convierten en células fusiformes aplanadas que revisten la superficie ósea, donde a veces reciben el nombre de osteoblastos inactivos.

En el hueso en crecimiento activo, como en el hueso fetal las células osteoprogenitoras se hacen mayores y más numerosas, con núcleos ovalados, voluminosos e hinchados, entonces se convierten en osteoblastos cúbicos activos. Los osteoblastos sintetizan el componente orgánico de la matriz ósea (osteóide).

Cuando los osteoblastos finalizan un brote de actividad productora de osteóide, la mayoría regresa al estado inactivo, mientras que algunos otros son rodeados por la matriz ósea mineralizante y quedan encerrados en pequeñas cavidades o lagunas en el hueso. Cuando ocurre esto la célula se denomina osteocito. Los osteocitos pueden comunicarse entre sí a través de largas prolongaciones citoplásmicas situadas en estrechos canales. La función de estos osteocitos es desconocida, pero cada osteocito en su laguna mantiene una estrecha zona de osteóide a su alrededor. Los osteocitos reciben nutrientes suficientes para sobrevivir a través de sus prolongaciones citoplásmicas interconectadas.⁽²³⁾

Existen dos grandes tipos de tejido óseo:

- Hueso cortical o compacto: Se presenta en la superficie del hueso y su composición más compacta hace que sea más duro.
- Hueso esponjoso o trabecular: El hueso trabecular se encuentra en los huesos largos y en el interior de los huesos menores y planos. Se le denomina también esponjoso porque es un entramado de material óseo en forma de celdas tridimensionales, a las que se les llama trabéculas. Estas trabéculas conectadas dan lugar a un aspecto esponjoso.

La composición y los patrones que forman estos dos tipos de huesos son de apariencia idéntica, así que lo que distingue ambos tipos de hueso es el grado de porosidad de cada uno, pues varían en un intervalo muy alto. Esta porosidad varía de un 5 a 30% en el hueso cortical mientras que en esponjoso varía de un 30 a un 90%. Las propiedades mecánicas

entre estos dos tipos de hueso también varían considerablemente.⁽²⁰⁾ En la figura (1) se muestran el hueso cortical y esponjoso en la sección longitudinal de un fémur.

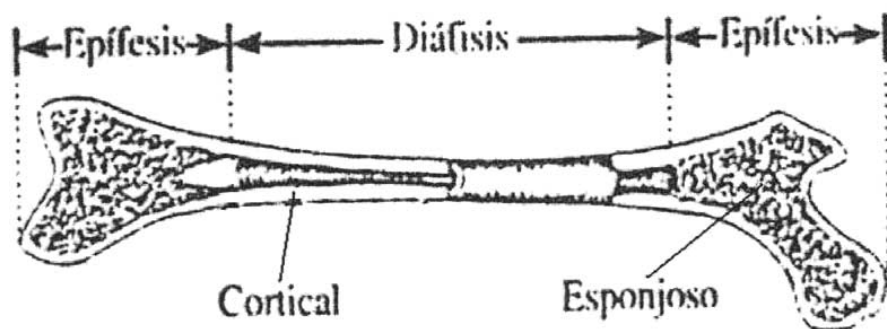


Figura 1

Hueso cortical y esponjoso en un fémur.

La estructura del hueso puede estudiarse a varios niveles. A nivel microscópico, a cualquier volumen del hueso las fibrillas de colágena son más o menos paralelas y están rodeadas y rellenas de cristales de apatita, estos cristales son muy pequeños, tienen una dimensión de unos 4 nm. No se sabe de qué manera están unidos los cristales a la colágena, aunque es casi seguro que existe alguna interacción.

A nivel microscópico existen tres tipos de hueso: El plexiforme, el laminar y el haversiano:

- **Hueso plexiforme:** Se puede encontrar en hueso cortical y en hueso esponjoso de animales jóvenes, en crecimiento y en adultos después de alguna lesión ósea. Las fibrillas de colágena se disponen al azar en una distancia de 1 μm .
- **Hueso laminar:** El hueso laminar aparece como reposición del hueso plexiforme al madurar este completamente. En este hueso las fibrillas de colágena están bien orientadas en una dirección o en capas llamadas laminillas, la alteración que sufre este modelo de hueso alrededor de los canales sanguíneos es muy leve y es mecánicamente fuerte.

- Hueso haversiano: Corresponde al hueso cortical maduro humano y su función es acomodar arterias, venas y capilares.

El plexiforme se forma cuando los osteoblastos producen osteoide rápidamente; las fibras de colágena se depositan de forma irregular, entrelazadas con laxitud. En adultos se forma hueso plexiforme cuando la formación de nuevo hueso es muy rápida, como en la reparación de una fractura. Tras una fractura el hueso plexiforme es remodelado y se deposita hueso laminar. Prácticamente todo el hueso del adulto sano es laminar.

Lo que distingue al hueso plexiforme es que no se presenta una relación estable entre el contenido de mineral y colágena, mientras que en el haversiano y en el laminar esto se relaciona de forma fija dependiendo de la especie. En animales jóvenes, el primer tipo de hueso que aparece es el plexiforme, y con el tiempo se forman los capilares que forman los sistemas haversianos constituidos por osteonas.⁽¹⁹⁾

Las osteonas del hueso haversiano son básicamente diferentes configuraciones geométricas del mismo material, esto se muestra en la figura 2. La osteona es la unidad estructural fundamental del hueso, son formaciones de laminillas concéntricas rodeando un canal central. Hay fibras de colágena que interconectan cada laminilla con la otra. Este ordenamiento de fibras entre las osteonas incrementa considerablemente la resistencia del hueso a tensiones mecánicas. Una osteona típica mide alrededor de 200 μm de diámetro. En el centro de cada osteona se encuentra una arteria o una vena. Estas arterias y venas al mismo tiempo están conectadas por canales transversales llamados canales de Volkmann.⁽²⁰⁾

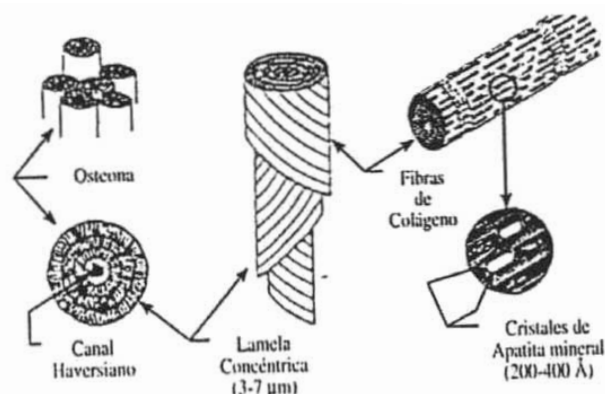


Figura 2

Se muestra una osteona y el canal Haversiano.

El hueso Haversiano y el hueso laminar se presentan simultáneamente en los huesos de animales y humanos, siendo el laminar el más común en huesos de mamíferos. Como se explicó anteriormente, con la maduración, el hueso plexiforme se transforma en hueso laminar, y de igual forma, al madurar el hueso laminar pasa a formar hueso Haversiano.

Para la formación del hueso Haversiano, el hueso laminar se modifica por la formación de los sistemas de Havers. Esto consiste en que el hueso que hay alrededor de los vasos sanguíneos es reabsorbido y las cavidades alargadas que quedan, se rellenan de hueso laminar que ahora queda orientado en la dirección del canal sanguíneo, entonces el sistema de Havers es la estructura resultante de un vaso sanguíneo con su laminilla asociada.⁽¹⁶⁾

En general, el tejido óseo está constituido en partes iguales en volumen por una fase mineral, agua y una matriz extracelular de colágena. La función del agua en el hueso no es muy clara, aunque se sabe que las propiedades mecánicas del hueso varían con el contenido de agua en el mismo. El agua forma el 25% del peso total del hueso, un 85% de este peso se localiza en la matriz orgánica, alrededor de las fibras de colágena, el otro 15% se encuentra en los canales y cavidades que albergan las células del hueso y que cargan nutrientes al tejido del hueso.

La dureza y rigidez del hueso se debe a la presencia de sal mineral en la matriz del osteoide. Esta sal es un complejo cristalino de calcio e hidróxidos de fosfato denominado hidroxiapatita $[\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2]$.⁽²⁰⁾

En el estudio de los biomateriales es de extrema importancia el conocer los distintos mecanismos que se deben utilizar para implantar un hueso, ya sea artificial o natural.

TRANSPLANTES DE HUESO

El término trasplante se refiere a transferir una estructura completa, como un órgano, de un donador hacia un recipiente en el que se quiere reconstruir alguna parte de ese recipiente. Los trasplantes de hueso han sido hechos en algunos casos para conectar dos partes separadas por alguna parte degenerada debido a alguna enfermedad, fractura o algún hueso que falte.⁽⁶⁾ Estos trasplantes son clasificados generalmente de acuerdo a los tipos de individuos sobre los que se vaya a pasar el implante hacia el otro:

- **Trasplantes autógenos:** Los trasplantes provienen del mismo individuo.
- **Trasplantes exógenos:** Los trasplantes provienen de algún individuo prácticamente idéntico.
- **Trasplantes homogéneos:** Son trasplantes que van de un individuo al otro que sea de la misma especie.
- **Trasplantes heterogéneos:** Los individuos son de distintas especies.

COLÁGENA

La colágena es la proteína más abundante que existe en el cuerpo humano. La unidad biológica básica de la colágena es la tropocolágena, que es una estructura de tres cadenas llamadas cadenas alfa (α) compuestas en hélices, que al mismo tiempo componen otra hélice de tres de cada una de estas hélices. Cada una de estas cadenas triples de tropocolágena tiene un diámetro de aproximadamente 1.4 nm y una longitud de también aproximadamente 300 nm.⁽¹⁵⁾ Estas fibras pueden polimerizarse en fibras de colágena más largas. En un cartilago articular, estas fibras tienen un diámetro de 25 a 40 nm, aunque esta longitud es muy variable, se ha visto que algunas de estas fibras llegan a tener diámetros de hasta unos 200 nm.⁽²⁰⁾, ver figura 3.

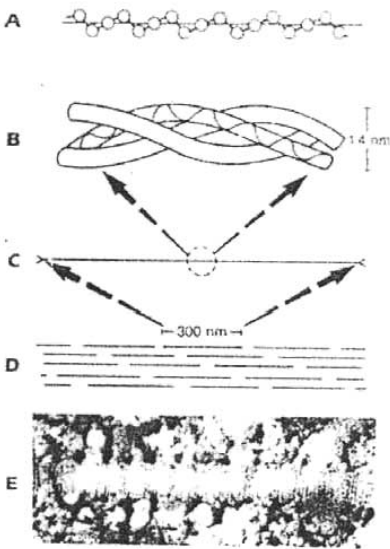


Figura 3

Se muestra por partes en (A) lo que es una cadena alfa, (B) la triple hélice de cadenas alfa, mostrándose la longitud de cada una en (C), componiéndose cada una en muchas fibras ordenadas para formar la molécula de colágena como se muestra en (D); en (E) se muestra una imagen de esto con microscopía electrónica.

La colágena se presenta en muchos tipos de tejidos, tanto calcificados como no calcificados. Un tercio del peso de la porción orgánica del hueso compacto está compuesto de grasas secas, mientras que el resto se divide entre colágena, células y otros tipos de sustancias. Este peso orgánico restante se compone en un 90 a 95% de fibras proteínicas de colágena.⁽⁶⁾

Existen dos tipos de colágena:

- El tipo I que es la colágena del hueso, dentina y tendones que contiene dos cadenas alfa idénticas y una no similar. El tipo I son las proteínas principales en tejidos mineralizados, aunque este tipo de colágena se encuentra también en tejidos no mineralizados normalmente como el caso de la piel.
 - El tipo II es la colágena incluida en el cartílago y contiene tres cadenas idénticas.
- En general, las fibras de colágena proveen el armazón en el que los minerales se depositan en el hueso.

Las fibras de colágena proporcionan resistencia a tensiones y deformaciones. Hasta el momento no se ha podido probar bajo tensión o compresión una sola fibra de colágena, pues al ser muy delgada es muy difícil colocarla bajo pruebas de este tipo. Lo que se hace entonces es inferir a partir de pruebas realizadas a estructuras con un alto número de fibras de colágena, ver figura 4.

FIBRA DE COLÁGENA



Figura 4

(A) es una fibra de colágena en la que se está simulando una prueba de tensión, mientras que en (B) se le está simulando una prueba de compresión a una sola fibra, como se ve la fibra se dobla al ser muy delgada.

En el ordenamiento de las fibras de colágena a través del cartilago auricular, se distinguen tres zonas⁽²⁰⁾, ver figura 5:

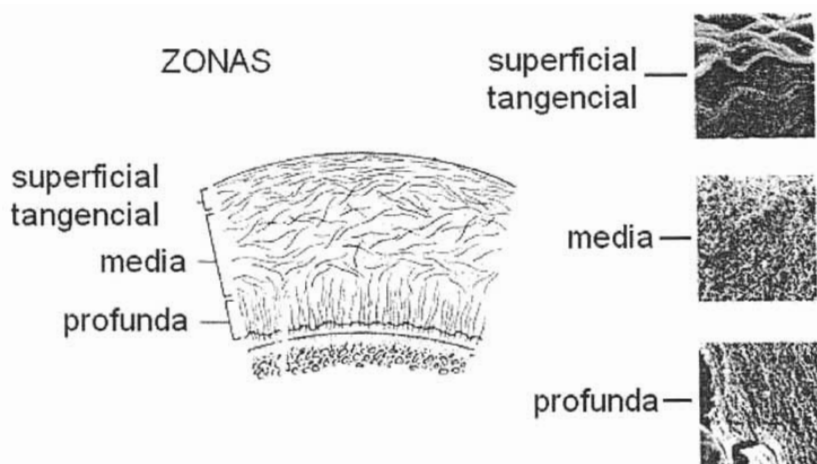


Figura 5

- La zona superficial tangencial: representa entre el 10 y 20% del espesor total, en ella las fibras de colágeno están unidas muy densamente y dispuestas al azar.
- La zona media: consta de un 40 a un 60% del espesor total, aumenta el espacio interfibrilar.
- La zona profunda: es el último 30% del espesor y en ella las fibras de colágeno están puestas en direcciones perpendiculares a la interfase cartilago- cartilago y son elementos de anclaje del tejido al hueso.⁽¹⁶⁾

PROCESO DE OBTENCIÓN DE HUESO CON POCA COLÁGENA Y SIN COLÁGENA

El hueso que se utilizará para las pruebas mecánicas será el cóndilo de bovino, se lleva un proceso de limpieza, hervido y centrifugado para retirar la materia orgánica y la colágena.

El hueso de bovino se prepara limpiándolo, retirando la materia orgánica primero con cuchillo y después hirviendo con jabón. Para terminar de retirar la materia orgánica se usa la centrifugación.

Se pesa el hueso fresco, se eliminan las piezas defectuosas y se almacena en el congelador. Cuando se va a hervir se descongela remojándolo en agua tibia y se pasa a cortar el hueso en una sierra marca TORREY, en cubos de aproximadamente 5 centímetros por lado y se hierven. Después de hervidos se centrifugan a una velocidad angular determinada.

Para obtener el hueso con poca y sin colágena se hierve un tiempo determinado y se centrifuga, dejando más tiempo al hervir y centrifugar para obtener el hueso sin colágena. Cabe decir que se le puede aclarar si finalmente se le da un tratamiento con cloro.

MECÁNICA DEL HUESO

Las propiedades mecánicas de un hueso son útiles para saber como es que los huesos soportan las distintas fuerzas a las que se someten dentro del cuerpo. Se hacen estudios sobre las fuerzas externas que actúan sobre un hueso, así como fuerzas internas creadas por las mismas estructuras, que nos ayudan a entender las causas de las lesiones.

Los huesos no están compuestos por material estático, sino de materiales capaces de hacer cambios en la forma y la densidad para los requerimientos biofísico mecánicos que se necesiten. El material vivo en el hueso se distingue por dos propiedades: Uno, la capacidad del hueso a remodelarse a sí mismo, y dos, en la interacción de los músculos con el hueso. La capa muscular alrededor del hueso participa en la transferencia de cargas.

PROPIEDADES MECÁNICAS

Los materiales sólidos poseen muchas propiedades, mecánicas, químicas, térmicas, acústicas, etc. casi todas pudiéndose utilizar en aplicaciones biomédicas, entre estas las más importantes son los distintos tipos de fuerzas (mecánicas) y las de reactividad (químicas). Es bien sabido que la dependencia de las propiedades mecánicas en la micro estructura de los materiales es tan grande, que uno de los objetivos principales usados en la ciencia de materiales es el controlar las propiedades mecánicas modificando sus micro estructuras.

Un aspecto muy importante del análisis y diseño de estructuras es el de las deformaciones causadas por cargas aplicadas. Existen distintas propiedades mecánicas de los materiales, entre las que están entre otros:

- **Fuerza de tensión:** Es la máxima fuerza que se le puede aplicar a un material durante un examen en el que se está jalando el material para someter a tensión.
- **Ductilidad:** Es la capacidad que tienen ciertos materiales a sufrir grandes deformaciones antes de romperse.

- Tenacidad: Es la medición de la energía requerida para quebrar un material. Es diferente a la fuerza de tensión. La fuerza de tensión es el máximo valor de la tensión en una curva de esfuerzo- deformación, mientras que la tenacidad está relacionada con el área total bajo esta curva hasta la falla.
- Dureza: Es la resistencia del material a ser penetrado en su superficie.⁽¹⁰⁾

En el caso del hueso, su estructura está compuesta de cierta forma para reducir las lesiones, una primera interpretación son los sistemas de Havers. Estas estructuras existen no sólo para albergar arterias largas, sino también para otras funciones que todavía no se determinan muy bien. El hueco que hay en el sistema haversiano, ver figura 6, sirve también para detener y amortiguar la intensidad de una fuerza que se aplica sobre el hueso.

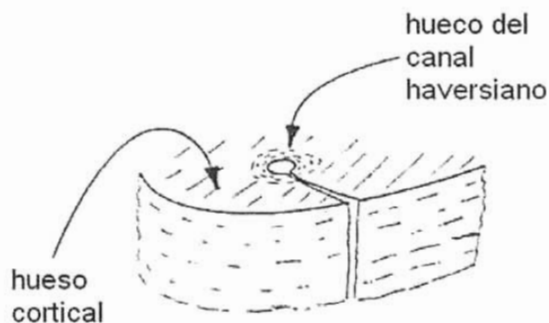


Figura 6

En la figura se ve el hueco del canal haversiano y alrededor de éste el hueso cortical.

El hueso tiene un comportamiento parcialmente viscoelástico que se puede mostrar en un comportamiento de esfuerzo- deformación dependiente del tiempo.

Las osteonas y la colágena juegan un papel importante en la mecánica del hueso, pues de acuerdo a sus ordenamientos algunas propiedades mecánicas pueden variar⁽⁶⁾, ver figura 7:

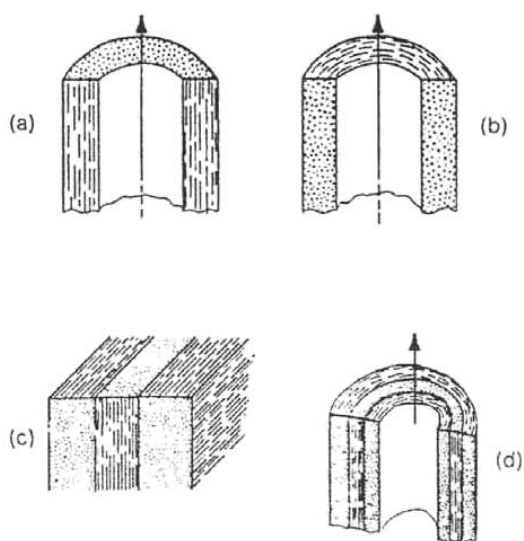


Figura 7

- Las osteonas, cuyas fibras de colágena están orientadas en sentido longitudinal, tienen mayor resistencia a las cargas de compresión (a).
- Cuando las fibras están orientadas transversalmente, se tiene una menor resistencia a la compresión (b).
- Cuando las fibras se orientan sin dirección definida, resisten mucho a la compresión, así como a ser dobladas. La tensión debe aumentar en este caso.

Conservación del hueso para ensayos mecánicos:

Las propiedades mecánicas varían de forma considerable al hacerse in vitro a cuando se hacen in vivo, en función de lo fresco que sea el tejido y del método utilizado para su conservación. Se utilizan métodos para analizar los cambios de propiedades entre estas dos formas de estudio y se ve a partir de esto qué métodos de conservación son las más recomendables para medir propiedades tales como densidad, contenido mineral, elasticidad y resistencia.

El procedimiento más usado para la conservación del hueso, es el mantenerlo en algún suero salino. El método más recomendado es el de congelar la muestra. El congelar la muestra no altera las propiedades mecánicas del hueso.

Si se retira toda la musculatura y colágena del hueso antes de congelar, se debe envolver el hueso en una gasa empapada con solución salina normal y colocarse en el interior de una bolsa de plástico. Se recomienda también congelar los huesos a una temperatura de unos -20°C por lo menos una hora después de haberlos expuesto a temperatura ambiente. Las propiedades mecánicas del hueso pueden variar en cuestión de varios minutos si se permite que el hueso seque, aunque si es por corto tiempo eso no afecta considerablemente.

Para periodos de tiempo de hasta tres meses se pueden conservar pequeñas muestras a temperatura ambiente en una solución del 50% de alcohol y 50% de solución salina normal.^(16, 21)

Tipos de pruebas mecánicas

Las fuerzas y los momentos pueden ser aplicados a una estructura en varias direcciones, los distintos tipos de pruebas mecánicas pueden ser: tensión, compresión, doblamiento, cizalla, torsión y combinaciones de éstas. Los materiales pueden someterse a cualquiera de estos tipos de pruebas. A continuación se explica un poco de cada una:

- Tensión: cargas iguales y opuestas se aplican hacia afuera del material que se está probando.
- Compresión: Cargas iguales y opuestas se aplican hacia el interior del material que se está probando, de esa forma tensión y deformación de compresión se desarrollan hacia dentro de la estructura. La tensión de compresión puede ser pensada como pequeñas fuerzas dirigidas hacia dentro de la superficie de la estructura del material. La tensión de compresión máxima ocurre en el plano perpendicular de la carga aplicada.

En el caso del hueso a nivel microscópico, el mecanismo de falla en el tejido del hueso provoca que se oblicue rompiendo las osteonas. Las fracturas de compresión normalmente

son vistas en vertebrados. Estas fracturas son más comunes en los organismos de mayor edad, esto debido a que los huesos con la edad van siendo más débiles a las cargas.

- Cizalla: La carga es aplicada paralelamente a la superficie de la estructura, a partir de esto surgen tensión y deformación de cizalla en el material.
- Doblamiento: Las cargas son aplicadas a la estructura de tal manera que causa un doblamiento sobre su eje. Aquí el material se somete a una combinación de fuerzas de tensión y de compresión. Este tipo de fracturas en los huesos son observadas más comúnmente en huesos largos.
- Torsión: La carga es aplicada a la estructura de tal manera que causa que esta gire sobre su eje, lo que provoca este tipo de carga es una torca sobre la estructura. Al ser sometido un material bajo torsión, las cargas de cizalla son distribuidas sobre toda la estructura y la magnitud de estas tensiones es proporcional a la distancia de su eje neutral.
- Cargas combinadas: Son combinaciones de las cargas que se acaban de explicar. Los huesos en su mayoría son sometidos a este tipo de cargas.⁽²⁰⁾

Los distintos tipos de cargas se muestran en la figura 8.

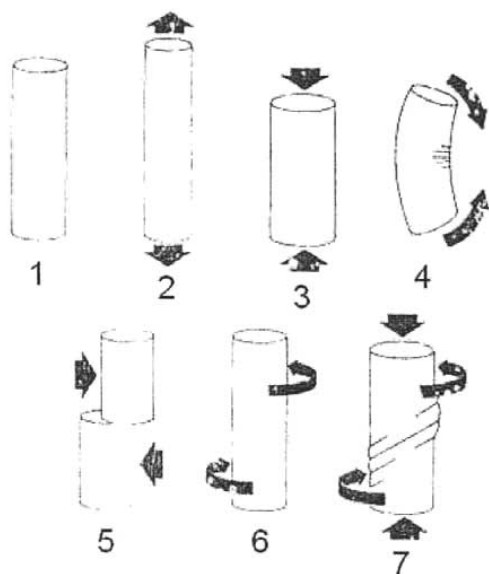


Figura 8

Se muestran los distintos tipos de pruebas mecánicas

Siendo:

1: sin carga

2: tensión

3: compresión

4: doblamiento

5: cizalla

6: torsión

7: cargas combinadas

Tensión y deformación

Los experimentos básicos para determinar las propiedades mecánicas son la tensión y la compresión. En 1678, Hooke mostró que la relación entre la tensión y la deformación de un

material es lineal. A esto se le conoce como la ley de Hooke y casi todos los sólidos se comportan de esta manera elástica, si las cargas no son demasiado grandes.⁽³⁾

La extensión de una carga dada varía con respecto a la geometría del objeto sometido, así como de su composición. Es muy difícil ver la resistencia ante cargas de estructuras con formas complejas. Para resolver esto, la deformación y la carga pueden normalizarse. Para hacer esto, la carga se divide entre el área transversal, y la extensión se divide entre la distancia inicial del material sometido. La carga entonces puede ser reportada como carga por unidad de área transversal, y la deformación puede ser reportada como la diferencia de distancia por unidad de la longitud inicial sobre la que la deformación ha ocurrido. Así, los efectos de geometría del material pueden ser normalizados.

La carga normalizada (fuerza sobre área) es llamada la tensión (σ) y el cambio en la longitud entre la longitud original es llamado la deformación (ε):

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Siendo entonces:

σ : tensión

F: Fuerza aplicada

A: Área transversal a la fuerza

ε : deformación

Δl : cambio en la longitud

l_0 : longitud original del material

Las unidades de tensión son Newtons por metro cuadrado (N/m^2) también llamados Pascales (Pa). A partir de estas definiciones de deformación y tensión, es puede expresar la ley de Hooke en términos cuantitativos:

$$\sigma = E\varepsilon, E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

donde E es una constante de proporcionalidad relacionada con las propiedades elásticas de los materiales. Esta constante es el módulo de Young o módulo de elasticidad y gráficamente será la pendiente de la porción elástica en una gráfica tensión- deformación. Esta constante también representa las manifestaciones macroscópicas de las fuerzas en las uniones interatómicas. Mientras mayores sean las fuerzas interatómicas, mayor será el módulo de Young, o sea que mientras más resistente sea el hueso tendrá un mayor módulo de Young.^(2, 3, 4)

Para determinar la distribución de esfuerzos dentro de un elemento, es necesario entender las deformaciones que tienen lugar en su interior. La forma de examinar las propiedades mecánicas es colocando una probeta en una prensa, que se usa para aplicar una carga centrada F como se muestra en la figura 9. Conforme F va aumentando, la distancia L entre las dos marcas también aumenta. Se mide L con un extensómetro y se registra el alargamiento $\Delta l = L - L_0$ para cada valor de F .



Figura 9

Probeta siendo sometida a una fuerza de tensión.

A partir de cada par de lecturas F y Δl , se calcula el esfuerzo σ , dividiendo F por el área transversal inicial A_0 y la deformación ϵ dividiendo el alargamiento por la longitud original L_0 entre las dos marcas. El diagrama esfuerzo- deformación se obtiene tomando ϵ como abscisa y σ como ordenada.⁽⁹⁾

Gráfica de esfuerzo- deformación

Las curvas en la gráficas esfuerzo- deformación son distintas dependiendo de los materiales que se utilicen, de hecho, distintos ensayos hechos con el mismo material pueden producir resultados diferentes, esto dependiendo de la temperatura y la velocidad de la carga. A menor temperatura y a mayor velocidad de la carga, el material se comporta más resistente y rígido. A partir de esta gráfica se pueden dividir los materiales en grupos y separarlos en dos grandes categorías: materiales dúctiles y materiales frágiles.

- **Materiales dúctiles:** Incluyen el acero estructural y varias aleaciones de otros metales. Su característica principal es el de fluir a temperaturas normales. En una prueba de tensión, la longitud varía en un principio linealmente con la carga. Después de alcanzar un valor crítico, se experimenta una mayor deformación con un pequeño incremento en la carga. Esto se debe principalmente a esfuerzos cortantes.
- **Materiales frágiles:** Incluyen materiales como el hierro fundido, el vidrio y la piedra. La rotura en éstos se presenta sin cambio apreciable a la razón de alargamiento. Para los materiales frágiles no hay una diferencia entre la resistencia final y la resistencia de rotura. La deformación de rotura es mucho más pequeña para materiales frágiles que para materiales dúctiles.⁽⁹⁾

El límite elástico es prácticamente el mismo para tensión o compresión. En grandes valores de deformación, las gráficas de esfuerzo- deformación en tensión y compresión difieren .

En la gráfica de esfuerzo- deformación en la primera región cualquier material puede regresar a su posición inicial sin cambio en sus dimensiones cuando la fuerza deja de ser

aplicada. Después del límite elástico, la deformación es independiente del intervalo en el que el esfuerzo está siendo aplicado.

A mayores esfuerzos, un material frágil se fractura, mientras que un material dúctil se deforma permanentemente. Esta es la principal diferencia entre los materiales dúctiles y frágiles⁽¹⁰⁾, ver figura 10.

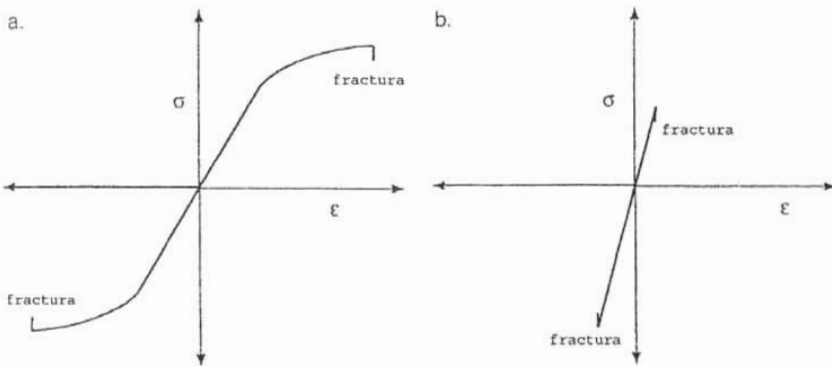


Figura 10

La gráfica muestra el comportamiento de un material dúctil en (a) mientras que la (b) muestra el comportamiento de un material frágil.

Las propiedades de la deformación de un material son medidas poniendo una fuerza constante y viendo la elongación con respecto al tiempo. Ahora, en la figura 11 se muestra la gráfica de la deformación con respecto al tiempo:

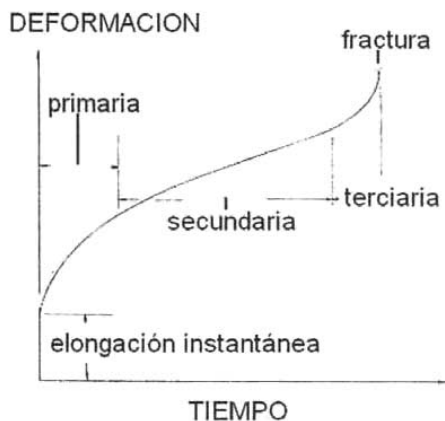


Figura 11

La figura muestra un ejemplo en el que se desarrolla la deformación al ir aplicando un esfuerzo constante con respecto al tiempo.

En estas gráficas se distinguen tres zonas:

- Zona primaria: Aquí la deformación es totalmente recuperable, se puede aplicar la fuerza que se quiera sobre esta zona y el material seguirá regresando a su posición inicial.
- Zona secundaria: Sobre esta zona se sufren deformaciones considerables irreversibles en el material por las que no será capaz de regresar a su posición inicial.
- Zona terciaria: Hay una elongación acelerada por el incremento en el esfuerzo, que conlleva al rompimiento interno del material debido al esfuerzo.⁽⁵⁾

Por otro lado, al hacer una gráfica esfuerzo vs. deformación, ver figura 12, se puede observar el comportamiento mecánico de un material a tensiones bajas hasta llegar al límite

elástico, punto después del cual la elongación ya no es reversible. Después llega la fuerza de cedencia que es el valor de la tensión cuando la deformación es 0.2% más de lo que la región elástica puede permitir, también pudiéndose explicar como la tensión en la que la deformación plástica comienza a ser considerable. Después de esto se llega a la deformación plástica, que es cuando el material ya es deformado por la tensión. En la gráfica también se muestra la fuerza de tensión de la que ya se explicó anteriormente, hasta llegar a la fractura o rompimiento del material, punto en el que se mide la ductilidad del material.

En muchas pruebas de compresión, a tensiones bajas aparece la relación como una recta, en algunas otras no aparece como una recta sino como una curva, cuya representación lineal será definida como el módulo de elasticidad, que es la pendiente $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$, o mejor dicho su Módulo de Young.^(10, 17, 7)

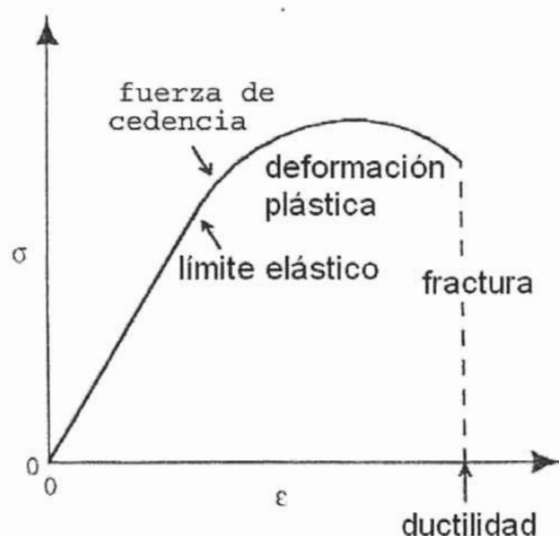


Figura 12

Gráfica esfuerzo- deformación para un material sometido a una prueba de compresión.

PRUEBAS MECANICAS EN HUESO

El módulo de Young se necesita para saber qué tan rígido es un material, para esto también es necesario saber si el material es anisotrópico o isotrópico. Isotrópico es el material en el que sus propiedades mecánicas son las mismas en todas las direcciones, mientras que los anisotrópicos son materiales en los que las propiedades varían dependiendo de la dirección. Muchos materiales poliméricos y casi todos los tejidos son anisotrópicos, entre estos están el hueso y los ligamentos en los que el material es más rígido en la dirección longitudinal que en la dirección transversal. En este caso, se necesita una constante elástica para cada una de las direcciones con las que se esté tratando.

Estas pruebas sobre hueso se hacen en una máquina que deforma el hueso más de lo que es capaz de soportar, dos platos perpendiculares puestos sobre y bajo el hueso son puestas a someterlo bajo compresión, por un pistón mecánico o hidráulico y se mide la fuerza involucrada. Para estas pruebas se utilizan huesos cortados cilíndricamente o en forma de prisma.

El comportamiento de los materiales y, en este caso, del hueso bajo compresión, es de mucho interés en la medicina, ya que se necesita probar la magnitud de la fuerza que el hueso es capaz de soportar. En la compresión es exhibido un intervalo elástico, que sigue la Ley de Young, y un intervalo plástico, en el que el material sufre deformaciones que no permiten al material regresar a sus dimensiones originales. La probeta a la que se le hace compresión debe ser relativamente corta, para evitar la posibilidad de inestabilidad y doblamiento de la probeta.

La compresión axial viene acompañada por una expansión lateral, pero que es retenida en los extremos de la probeta por la fricción entre los platos de la máquina de compresión y los extremos. Entonces ocurre el efecto que se muestra en la figura 13. El efecto que se muestra en la ilustración provoca una distribución no-uniforme, se ve cómo las secciones cónicas en los extremos del material se deforman y se endurecen a un grado menor que la región central. Al aumentar el cociente D/L , siendo D el diámetro de una probeta cilíndrica

y L la longitud de ésta, la relación tensión-deformación también aumentará como se muestra en la figura 14. Se extrapola a un valor $D/L=0$ para indicar cómo sería un cilindro con longitud infinita.^(8, 12)

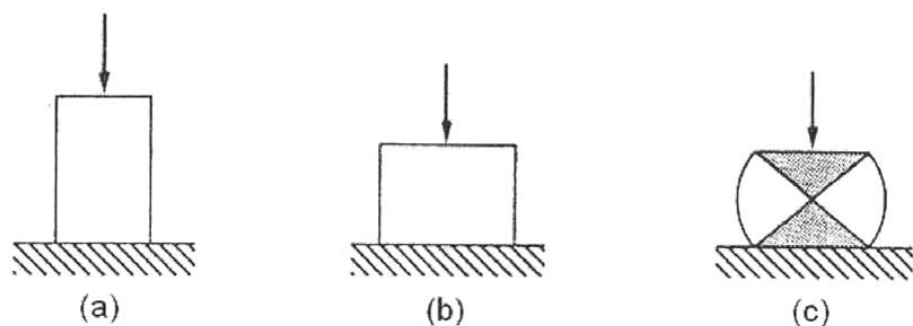


Figura 13

En (a) se observa la forma de la probeta inicialmente; en (b) al tener una compresión ideal no hay ninguna expansión lateral; en (c) se muestra la expansión lateral.

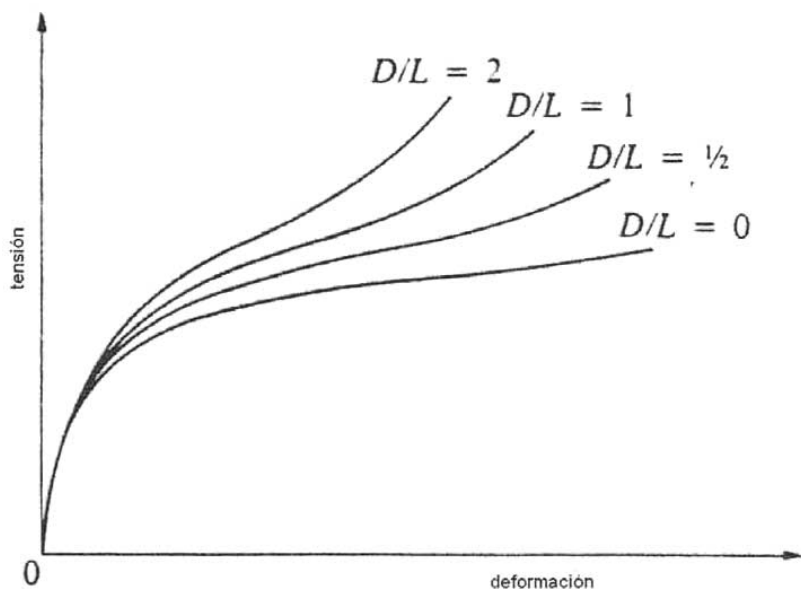


Figura 14

Se muestran las diferentes curvas al ir cambiando la longitud con respecto al diámetro de las probetas.

Las probetas utilizadas en esta tesis tendrán una relación $D/L = 1/2$, o sea la longitud deberá ser el doble del diámetro, esto según los estándares dados por la American Society for Testing and Materials (ASTM), que regulan los estándares que deben tenerse para las pruebas en materiales a nivel mundial para obtener valores reproducibles, en su número D695M- 91.

Debido a que el hueso es un material compuesto principalmente por colágena e hidroxiapatita, y la colágena no obedece la ley de Hooke exactamente, el módulo de Young del hueso es un dato intermedio entre el de la apatita y la colágena. Además, el hueso es un material poroso y no es posible hacer una relación exacta entre el módulo de un hueso y otro debido a que la distribución de los poros es distinta entre uno y otro. Por lo tanto, algunos llegarán al punto de fractura más rápidamente que otros. Esto hace que los valores obtenidos difieran entre una probeta y otra.

Otra cosa que se debe tener en cuenta, y por lo que difieren mucho las pruebas, es la edad del hueso, conforme el hueso va siendo más viejo, las propiedades mecánicas van siendo más débiles, y se llega a la fractura mucho más rápido.⁽¹⁸⁾

En la gráfica de tensión- deformación, hay un intervalo que tiende a ser elástico recto hasta que se llega a un punto de cedencia bien definido. Después de este punto, la gráfica se curva para llegar a una región de flujo plástico donde la curva se eleva sólo levemente durante todo el camino hasta que se produce la falla. Cuando se llega a la rotura, parece ser frágil pero es brusca. El hueso está lejos de ser frágil, en un ensayo de este tipo puede llegar a absorber cerca de 6 veces tanta energía después de ceder como puede absorber en la región elástica.

Existen 3 parámetros para determinar la resistencia del hueso que se pueden ver en una gráfica tensión- deformación:

- La carga que el hueso puede soportar antes de llegar a la fractura.
- La deformación que éste puede tener antes de la fractura.
- La energía que puede almacenar antes de la fractura.

La carga soportada en el punto de la fractura corresponde al último punto de la gráfica. La carga en términos de la energía almacenada es indicada por el área debajo de la curva. Mientras más grande sea el área debajo de la curva, mayor será la energía utilizada durante la prueba.⁽²⁰⁾

Otro punto a considerar en una prueba mecánica es la dependencia de la elasticidad y de la tensión de fractura con la velocidad de deformación, pues se sufren cambios muy grandes conforme se cambia la velocidad de compresión.

La absorción de energía del hueso es muy importante para su funcionamiento biológico, si se le está cargando hasta rotura. Este comportamiento se consigue de la siguiente manera: En un material cristalino hay un flujo plástico cuando se desliza un plano de átomos con respecto a otro. En cambio, en un compuesto como el hueso, teniendo una matriz fibrosa de módulo de Young pequeño, la deformación plástica puede ser debida a varias cosas. Por

ejemplo: Una deformación plástica de los cristales de mineral, una deformación elástica de la matriz de colágena, o una fractura de los cristales con deformación plástica de la matriz fibrosa. Es importante saber más o menos lo que influye durante la prueba que conduce a la fractura porque nos da una idea de lo que implica el flujo plástico del hueso.

Cuando se llega a la fractura, es una fractura frágil pero hay flujo plástico, como se puede observar en cualquier curva de tensión- deformación, y el hueso puede curvarse ligeramente, permaneciendo flexionado cuando se quita la carga. También cuando se llega a la fractura en las pruebas de compresión, normalmente ocurre que el fallo viene indicado por líneas rectas que suelen formar ángulos de unos 30° con la carga aplicada.

La anisotropía del hueso tiene consecuencias grandes por la estructura que tiene el hueso. Es muy intuitivo que la resistencia a la compresión y la rigidez del hueso son mayores en la dirección de las agujas de apatita, fibras de colágena, laminillas y vasos sanguíneos, todos estos tienden a orientarse en dirección longitudinal. Cualquier otro ángulo sobre el que se haga la prueba de compresión tendrá menor resistencia a si se hiciera sobre la dirección longitudinal e irán siendo más débiles conforme se vaya aumentando el ángulo, yendo de la dirección longitudinal a un ángulo de 0° hasta la dirección transversal a un ángulo de 90°.⁽¹⁵⁾

Una diferencia interesante se ve cuando se hace la prueba de compresión entre el hueso laminar y el haversiano. El hueso haversiano se comporta como un material isotrópico (su resistencia a la compresión es igual en todas las direcciones), mientras que el hueso laminar se comporta como un material anisotrópico (su resistencia a la compresión es distinta en direcciones longitudinal y transversal). En la figura 15 se ve la diferencia entre cómo se conforma el hueso laminar (a) y el haversiano (b) con respecto a las direcciones transversal y longitudinal.⁽¹⁹⁾

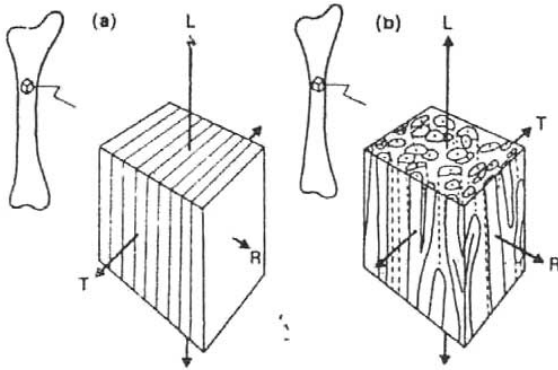


Figura 15

En (a) se ve la conformación del hueso laminar y en (b) la del hueso haversiano.

Otra cosa a tener en cuenta es que a mayor mineralización en el hueso, mayor será la rigidez de este, por lo tanto será más resistente en las pruebas de compresión. El efecto de la velocidad de deformación también se debe de tomar en cuenta. La velocidad de deformación utilizada en el ensayo afecta fuertemente la curva de tensión- deformación. Estas diferencias al aplicar a distintas velocidades pueden verse en la figura 16. Aquí el hueso se comporta más rígido y resistente cuanto mayor es la velocidad de deformación utilizada.^(16, 20, 1)

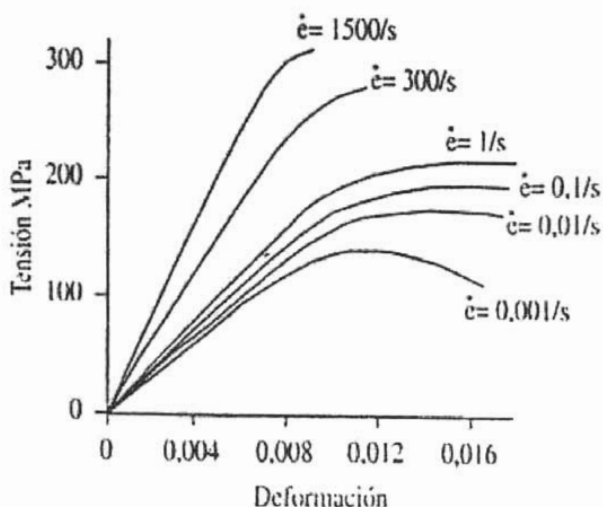


Figura 16

Se muestra la variación de las curvas al ir cambiando en la velocidad de compresión

Resistencia del hueso cortical: En estudios que se han realizado con relación al límite elástico y resistencia, se ha supuesto que existe simetría isotrópica transversal. Al hacer pruebas de compresión en hueso cortical, se toma el plano de isotropía como el plano transversal del hueso largo y la dirección de referencia es la correspondiente al eje largo del hueso.

Resistencia del hueso esponjoso: Esta se toma generalmente como la tensión máxima alcanzada antes del colapso de los poros de las trabéculas. La resistencia a tracción son las tensiones de fractura de las trabéculas. Aparte de la dependencia de la velocidad de deformación, en este caso, se encuentra una dependencia en la densidad del hueso esponjoso. Esta dependencia debe tender a ser lineal o proporcional al cuadrado de la densidad.

La viscoelasticidad está relacionada con la deformación plástica y elástica. Se tienen propiedades viscosas, en el que las cadenas unidas del material se deslizan relativamente

entre ellas. Si la viscosidad es alta, se necesita de una tensión alta para provocar este desplazamiento. Algunos materiales son elásticos bajo tensiones bajas y se comportan como líquidos viscosos a tensiones altas. Esto permite que estos materiales se comporten como líquidos bajo tensiones y como sólidos cuando no se les aplican tensiones.^(4, 10)

Algo más que afecta la deformación a ser distinta entre una prueba y otra es la viscoelasticidad. Los tejidos biológicos son estructuralmente muy complejos y tienen un comportamiento mecánico complejo a tensiones. Lo primero que se debe tomar en cuenta, es que los tejidos son anisotrópicos (las propiedades bajo tensión dependen de la dirección de carga). Segundo, la naturaleza de las fibras de proteína y la cantidad de calcificación determinan la respuesta mecánica. Tercero, casi todo el tejido conectivo suave que compone los músculos, tendones y ligamentos tienen otra región en la gráfica de tensión-deformación.

Histéresis es la propiedad a tener distintas trayectorias al recuperarse a las que tienen cuando son sometidos a una fuerza. En la figura 17 se muestra claramente la trayectoria en la carga y la descarga, a distintas velocidades. Cuando un esfuerzo muy grande es aplicado sobre un material dúctil, lo que sucede es que al regresar el esfuerzo, la trayectoria de la deformación es distinta y regresa al valor inicial, produciéndose una histéresis.⁽¹⁷⁾

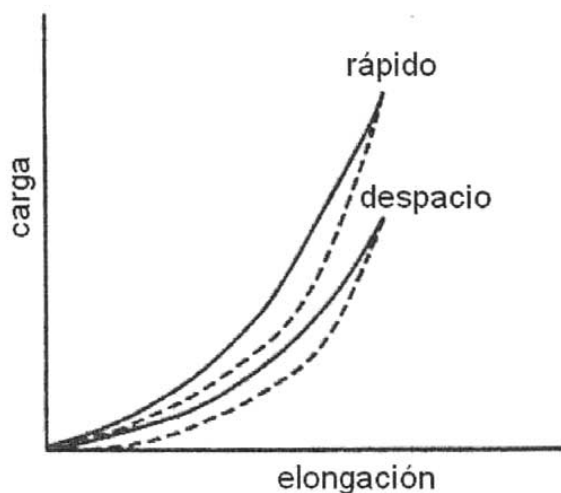


Figura 17

Se muestra la formación de una histéresis, para dos velocidades distintas de carga.

La respuesta a distintas pruebas como pueden ser de compresión, tensión, y otros tipos de pruebas depende de la estructura del hueso. El qué tanto resista a las fuerzas de tensión depende de la densidad de mineral depositado y de las fibras de colágena, así como de los hábitos alimenticios del organismo y la actividad física. La inmovilidad o inactividad da resultado a disminuciones grandes en la densidad del hueso, y por esto, que sea mucho más débil a las cargas sometidas.

La capacidad de respuesta del hueso depende en su constitución tipo "sándwich", constituido de hueso cortical y hueso esponjoso. El hueso cortical es más frágil (se puede someter a una deformación máxima de un 2%) y el esponjoso puede soportar deformaciones de hasta un 7% antes de la fractura.

MEDICIÓN DE DENSIDAD DE HUESO

Debido a que el hueso es muy distinto dependiendo de la especie del animal del que se esté tomando el hueso, la alimentación que haya llevado el animal durante su vida y la edad que haya tenido el animal al habersele tomado el hueso, difícilmente se puede anticipar qué tanto soportará a una prueba de compresión, por eso es bueno hacer una estimación tomando la densidad de éste, ya que mientras más denso sea, debe de soportar mayores fuerzas mecánicas a las que sea sometido.

Existe un método para calcular la densidad de algún material poroso, en este caso de hueso, sumergiendo el material en algún fluido, conociendo la densidad del fluido, quedando el material totalmente sumergido en el fluido, penetrando en todos sus poros. El fluido con el que se puede hacer esto más fácilmente es en agua. La ecuación para medir la densidad de cualquier material sumergiendo el material en el agua se deduce a continuación:

Se tiene que:

$$\rho_h = \frac{m_h}{V_h} \quad \dots (1)$$

Siendo:

ρ_h : Densidad del hueso

m_h : Masa del hueso

V_h : Volumen del hueso

Ahora, utilizando el Principio de Arquímedes con el hueso sumergido por completo dentro del agua, el peso del hueso sumergido es igual al peso del hueso mojado, sin estar sumergido, menos la fuerza de empuje del agua del volumen de hueso que está sumergido.⁽²⁴⁾ Entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} W_2 &= W_3 - \rho_{\text{agua}} V_{\text{agua}} g \\ \Rightarrow m_2 &= m_3 - \rho_{\text{agua}} V_{\text{agua}} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

Siendo:

W_2 : Peso del hueso sumergido en el agua

m_2 : Masa del hueso sumergido en el agua

W_3 : Peso del hueso mojado sin estar sumergido
 m_3 : Masa del hueso mojado sin estar sumergido
 g : aceleración gravitacional
 ρ_{agua} : densidad del agua
 V_{agua} : Volumen de agua desalojada

Ahora, al estar la totalidad del volumen del hueso sumergido:

$$V_h = V_{\text{agua}}$$

se sustituye en (2) y se despeja

$$\Rightarrow V_h = \frac{m_3 - m_2}{\rho_{\text{agua}}} \quad \dots (3)$$

Ahora, reescribiendo m_h como m_1 , sustituyendo (3) en (1) y despejando, se llega a que:

$$\rho_h = \frac{m_1 \rho_{\text{agua}}}{m_3 - m_2}$$

m_1 : masa del hueso seco.

m_2 : masa del hueso sumergido en agua.

m_3 : masa del hueso mojado sin estar sumergido

ρ_h : Densidad del hueso

ρ_{agua} : Densidad del agua

Así que midiendo la masa del hueso seco, del hueso sumergido en el fluido y del hueso mojado, también ya conociendo la densidad del agua, se calcula la densidad del hueso que se vaya a someter a las pruebas de compresión.

FUNCIONAMIENTO DEL MICROSCOPIO ELECTRÓNICO DE BARRIDO

El microscopio electrónico de barrido se utiliza para estudiar las superficies de materiales sólidos. Se puede observar hasta con una profundidad y resolución de 3 nm.

Se origina un haz de electrones por medio de una fuente, como un filamento caliente, y parten de ella con la misma velocidad pero bajo trayectorias diferentes. Este haz pasa por una columna de vacío y se enfoca por unos lentes electromagnéticos a la superficie de la muestra. En su trayectoria entra a un campo magnético uniforme formado por un solenoide, los electrones entonces siguen trayectorias helicoidales para después converger en un punto de la muestra. Por último, este haz que se sincroniza con el haz del tubo de rayos catódicos de una pantalla se rastrea fuera de la muestra.

Al interactuar los electrones, nombrados electrones primarios, con la muestra se generan tres tipos de electrones:

- Dependiendo del voltaje, ciertos electrones penetran unos 10 μm en el sólido. Sus trayectorias cambian y pierden energía al entrar en la muestra. Si ésta es lo suficientemente delgada, algunos electrones logran atravesar el material.
- Electrones elásticos retrodispersados: Estos se generan cuando electrones primarios interactúan con los átomos de la superficie, por lo que hay una variación en el momento, pero no en la energía, de manera que son dispersados formando un ángulo grande con la superficie.
- Se produce una cascada de electrones inelásticos secundarios cuando electrones primarios interactúan con los átomos de la muestra al ir penetrando en el material.

La imagen en la pantalla se genera cuando el barrido de electrones inelásticos secundarios, emitidos desde la superficie de la muestra, son colectados por un detector de centelleo. Esta emisión es usada para modular la brillantez del tubo de rayos catódicos. Las

diferencias en la emisión secundaria son las que permiten observar los cambios en la topografía de la superficie.

Por otro lado, si los electrones elásticos retrodispersados se colectan para formar la imagen, se observan contrastes que permiten la identificación de diferencias en la composición química dentro de un material, perdiéndose también con esto la definición en la topografía.

Cuando el material se bombardea con un haz electrónico de alta energía (10 keV a 50 keV), éste produce radiación fluorescente de rayos X. Esta emisión se analiza dentro del instrumento, y es posible obtener el espectro de rayos X en forma directa sobre el área que ha sido bombardeada. A partir de esto se pueden obtener datos cualitativos y cuantitativos de los elementos en volúmenes de $1 \mu\text{m}^3$.⁽²⁹⁾

MÁQUINA UNIVERSAL INSTRON

La Máquina Universal de pruebas mecánicas INSTRON provee una variedad de pruebas mecánicas en materiales para conocer sus propiedades físicas. Estos sistemas son controlados por computadora.

Esta máquina somete a los materiales a una deformación a velocidad constante para realizar ensayos de tensión, compresión, flexión, etc. para darnos automáticamente las propiedades físicas del material, ya sea ductilidad, tenacidad, esfuerzos de tensión, compresión, etc.

La Máquina Universal junto con la computadora y su software se muestran en la figura 19.

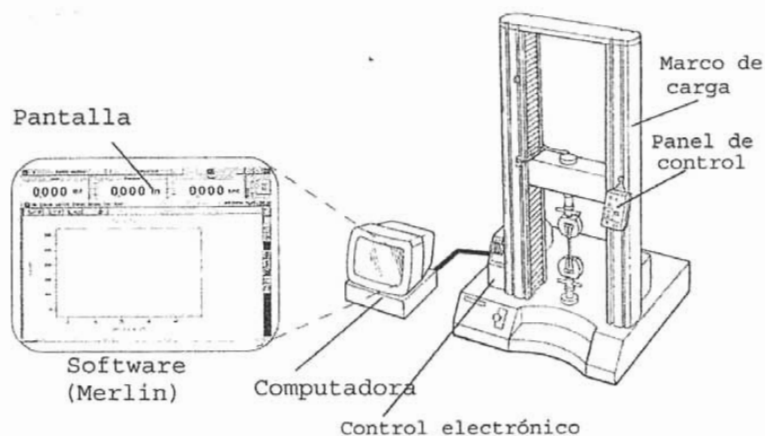


Figura 19

Máquina Universal INSTRON

El panel de control controla el movimiento vertical y el posicionamiento de la muestra para la carga y la descarga, el comienzo y la finalización, de la carga, el regreso a la posición inicial después de la carga y la programación para la protección de la muestra.⁽²⁷⁾

FUERZA CENTRÍFUGA

Movimiento circular uniforme

A partir de la definición de aceleración centrípeta:

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Con la segunda ley de Newton se obtiene una fuerza centrípeta:

$$F_c = ma_c; \text{ siendo:}$$

F_c : Fuerza centrípeta

m : masa

a_c : aceleración centrípeta

entonces:

$$F_c = m\omega^2 r$$

Esta fuerza depende de la masa de hueso que se utilice, así que la ecuación de fuerza centrífuga por unidad de masa queda como sigue:

$$F_c/m = \omega^2 r \text{ cuyas unidades serán (m/seg}^2 = \text{Newtons/ kg)}$$

Esta ecuación depende entonces del radio de la centrífuga que se esté utilizando y de la velocidad angular.⁽²⁸⁾

En este trabajo se está tomando en cuenta la consideración de que se está en un sistema no inercial por lo que la “fuerza” que estará sacando la colágena del hueso será la fuerza en el instante que se tenga de velocidad tangencial de la centrífuga cuando la colágena alcance a salir de los poros del hueso, siendo esta detenida por la fuerza centrípeta de la centrífuga. Será tomado como la fuerza centrípeta que alcanza a ser vencida debido a la velocidad angular tan alta que no logre la porosidad del hueso impedir la salida de la colágena.

II. EXPERIMENTACIÓN

PRUEBAS MECANICAS EN HUESO DE BOVINO

El hueso laminar bovino es muy típico. Consta de una serie de láminas de unos 200 μm de espesor. Cada lámina de estas tiene su espesor en la dirección radial. El centro de cada una de estas láminas es una red bidimensional de vasos sanguíneos intercalada entre capas.

Específicamente el hueso bovino sobre el que se harán las pruebas de compresión será sobre el cóndilo del bovino. En las figuras 20 y 21 se muestra el esqueleto bovino.

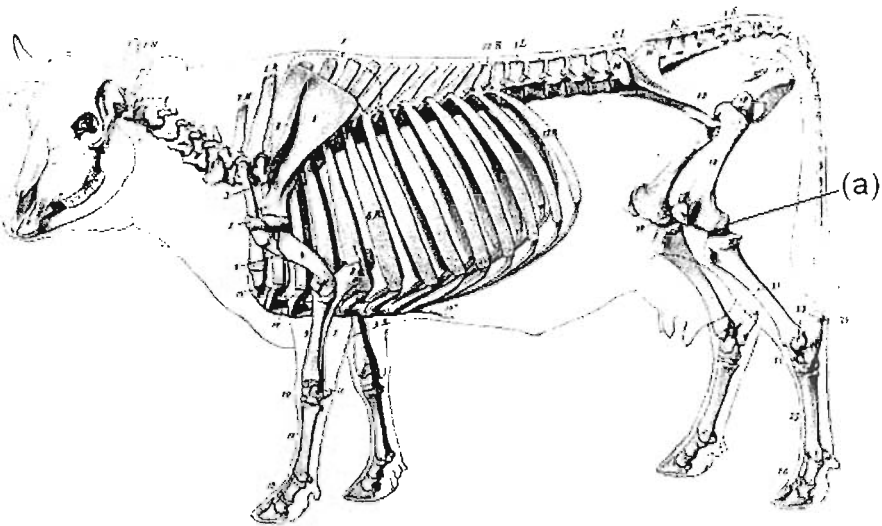


Figura 20

El cóndilo viene indicado por (a)

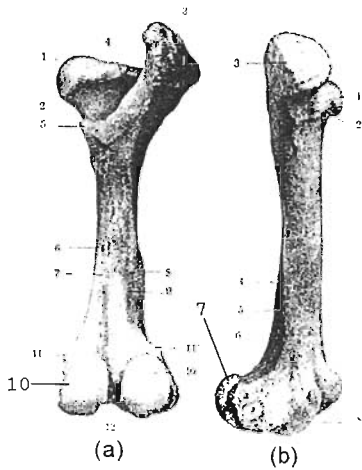


Figura 21

El cóndilo viene indicado como el número 10 en (a) y como el número 7 en (b)⁽²²⁾

El cóndilo es una de las partes del esqueleto bovino donde las fibras se distribuyen con mayor homogeneidad, permitiendo con mayor facilidad el ver hacia dónde se orientan las trabéculas para saber si las muestras serán en dirección longitudinal o transversal. También es uno de los huesos en donde las propiedades mecánicas se distribuyen más homogéneamente por toda la parte esponjosa.

Se escogió el hueso bovino debido a la facilidad y bajo costo con el que se puede conseguir y por la resistencia que tiene a las fuerzas que se le apliquen.

Se hizo compresión sobre varias muestras de hueso fresco, tanto en dirección longitudinal como transversal, sirviendo los resultados de éstas como una guía de comparación entre el hueso sin colágena y con un poco de colágena. Después de haber hecho las pruebas de compresión sobre el hueso fresco, se hicieron también longitudinalmente y transversalmente sobre el hueso sin colágena y con poca colágena. Se tomaron la longitud y el diámetro de cada probeta cilíndrica con un vernier y se programaron en la computadora de la Máquina Universal INSTRON para que calculara automáticamente la tensión, la deformación y el Módulo de Young para cada probeta.

Antes de hacer las pruebas de compresión se tienen que mencionar varias hipótesis muy importantes:

Existen otras formas de obtener el Módulo de Young, por pruebas de tensión, torsión y calculando el Módulo por IET (Impulse Excitation Technique). Por pruebas de tensión no se hizo por la imposibilidad de obtener probetas de hueso para hacer pruebas de tensión, por torsión tampoco fue posible hacerlo ya que no se cuenta con los aditamentos para la Máquina Universal INSTRON necesarios. El IET es un método dinámico para medir las propiedades elásticas basado en el análisis vibracional del material examinado después de un impacto mecánico. Al hacer el impacto se da una medición precisa de la frecuencia de vibración. Esta información, junto con la masa y las dimensiones del material, permite calcular el Módulo de Young.⁽³⁰⁾ Esta técnica tampoco se utilizó por no estar disponible en el IIM-UNAM. Debido a esto el método para obtener el Módulo de Young fue por pruebas de compresión.

El hueso tiene un mayor Módulo de Young al ser menos poroso, también tiene mayor Módulo de Young al ser más denso. La porosidad es medible con métodos que no se utilizaron, aunque sí se estimó en cuatro probetas distintas, dos con poca colágena y dos sin colágena, para las probetas más porosas y las menos porosas, con ayuda del microscopio electrónico del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, a nivel superficial los más porosos debían tener un Módulo de Young menor a los menos porosos. También se hizo una estimación de qué tanto variaba el Módulo de Young con respecto a la densidad del hueso, utilizando la ecuación que se dedujo en la parte teórica para calcular la densidad de los materiales porosos.

El cóndilo que se utilizó es esponjoso, o sea que su porosidad puede variar mucho como se dijo en la introducción (desde un 30 a un 90%). Es laminar, o sea que sus trabéculas tienden a orientarse definitivamente (usando esto se pudo ver la dirección ya fuera longitudinal o transversal).

El agua al formar 25% del peso total del hueso, tiene mucho que ver con que el hueso fresco tenga mucho mayor Módulo de Young que el hueso seco. La colágena es otro factor muy importante por el que soporta mayor carga el hueso fresco con relación al hueso seco, y se midió también qué tanto soportaba el hueso con poca colágena con respecto al hueso sin colágena. El contenido de colágena en el hueso es difícil de establecer, sin embargo, se midió comparando la pérdida del peso del hueso con colágena después de calcinarlo con la pérdida de peso del hueso sin colágena después de calcinarlo a 500 °C.

Al centrifugar, saldrán del hueso primeramente los materiales menos pesados, por último saldrán los más pesados que corresponden a los más viscosos, en este caso, el agua y las partículas que componen la sangre serán las primeras en salir mientras la colágena será la última.

El hueso se descongeló en agua a temperatura ambiente, se cortó en cubos y se mandó a maquinar en forma de cilindros de 30 mm de altura y 15 mm de diámetro, de acuerdo a los estándares dados por la ASTM. Los huesos se vuelven a congelar mientras se cortan en cubos y se maquinan.

No es necesario ponerlos en suero salino porque no son tardados el proceso de corte y el de maquinado. Lo que podría influir es el tiempo de espera entre un proceso y otro, y se congela el hueso en este tiempo.

El hueso se incluye dentro de los materiales dúctiles, así que su comportamiento en la gráfica de tensión- deformación fue conforme a un material dúctil, describiendo una curva al ir incrementando la tensión y la deformación, tendiendo a ser lineal. Un poco antes de la fractura también se deformó.

La velocidad de deformación fue también constante, y se estableció a 1 mm/min.

El cóndilo también es un material anisotrópico porque sus trabéculas van dirigidas hacia una dirección en específico, siendo en dirección longitudinal más resistentes que en la dirección transversal.

Se procuró también conseguir hueso de bovino aproximadamente de la misma edad para que no variara tanto el módulo de Young entre una probeta y otra. El poder seleccionar exactamente la parte del cóndilo no era controlable porque se recibía el hueso ya cortado.

No se vio si existía o no una histéresis porque la gráfica se detuvo en el momento de la ruptura, sin regresar en ningún momento.

Se hizo un análisis sobre las deformaciones, las tensiones y los módulos de Young en cada muestra, para así llegar a ver experimentalmente por medio de un promedio de Módulos de Young si es cierto que el hueso con poca colágena soportaba más que el hueso sin colágena, también indicando que en dirección longitudinal se soporta más fuerza de compresión (su módulo de Young es mayor) que en dirección transversal.

Las incertidumbres están dadas por la desviación estándar y por la propagación de incertidumbres (ver apéndice).

Todo esto se hace de acuerdo a lo indicado por la ASTM en la designación D695M- 91, en la que se indican las condiciones y los pasos que deben seguirse para hacer pruebas de compresión en plásticos rígidos. Se tomó el hueso como un material plástico rígido ya que no existen normas de este tipo para hueso y porque el hueso es un material viscoelástico que puede someterse a este tipo de normas.

MEDICIÓN DE DENSIDAD DEL HUESO BOVINO

Utilizando la ecuación que se dedujo antes para medir la densidad de los materiales porosos, se midió la densidad de distintas probetas para probar que mientras más denso es el hueso, mayor es su Módulo de Young al soportar mayores fuerzas de compresión a las que es sometido.

Se midió la densidad de tres probetas de hueso sin colágena en dirección transversal y de tres probetas de hueso con un poco de colágena en dirección longitudinal y se compararon con el Módulo de Young medido anteriormente.

POROSIDAD POR MEDIO DEL MICROSCOPIO ELECTRÓNICO DE BARRIDO

Utilizando el microscopio electrónico de barrido marca Leica, modelo Stereoscan 440 del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, se tomaron cuatro tomas, a una magnitud de 50X, midiendo los poros más grandes en la superficie de hueso con colágena y sin colágena, de las probetas que tengan mayor y menor porosidad. Se muestra que el Módulo de Young es mayor cuando el hueso es menos poroso.

UTILIZACIÓN DE LA FUERZA CENTRÍFUGA PARA SEPARAR COLÁGENA DE HUESO

Utilizando una centrífuga de 440 Watts (0.59 HP), cuya forma de centrifugar consta de una reja cerrada en forma circular, se puso hueso fresco y acabado de hervir, uniformemente distribuido por toda la reja de la centrífuga. Se aceleró poco a poco la centrífuga con la ayuda de un potenciómetro conectado directamente a la corriente de la centrífuga, el hueso comenzó a girar dentro de la centrífuga, llegando un momento en el que comenzaba a salir agua a poca velocidad angular, al aumentar la velocidad comenzaba a salir sangre y al aumentar más la velocidad angular, comenzaba a salir la colágena. La colágena sale junto con la grasa, y se nota por su color amarillento.

Al momento de comenzar a salir la colágena del hueso se detenía la aceleración de la centrífuga, permitiendo una velocidad angular constante, midiendo con la ayuda de un estroboscopio digital la velocidad angular a la que estaba la centrífuga.

La salida de la colágena del hueso depende de la velocidad angular y del radio de la centrífuga, así que se midieron estos dos para poderse sustituir en la ecuación que se dedujo en la teoría. La medición del radio de la centrífuga es una medida reproducible, mientras que la velocidad angular es no reproducible, esto debido a la temperatura a la que se encuentra el hueso, si está fresco o hervido, la parte del cóndilo que se está centrifugando, así como la edad y el tipo de alimentación del bovino, ya que los huesos fueron tomados de distintos bovinos.

Los huesos utilizados eran cortes del cóndilo, en tamaños de aproximadamente 5 centímetros por lado, sin importar la forma de éstos. Después de haberse descongelado el hueso al ponerse durante un tiempo en agua a temperatura ambiente, se hervía para después centrifugarlo. Igualmente para el caso del hueso fresco se descongelaba, aunque en este caso los huesos eran centrifugados a temperatura ambiente, en cuanto se habían descongelado.

Se tomaron tres mediciones para el caso del hueso fresco, y se calculó el promedio para estimar la fuerza centrífuga que se necesita para sacar la colágena del hueso fresco.

En el caso del hueso hervido, se tomaron siete mediciones, e igualmente se tomaron el promedio de estas mediciones. En el caso del hueso hervido se necesitaron más mediciones ya que al hervir, por el efecto de la temperatura, la colágena se vuelve menos viscosa, permitiendo su salida del hueso con menor fuerza, y al ser de distintos cóndilos, varía el qué tanto disminuya la viscosidad de la colágena. Se tomaron este número de mediciones también por la disponibilidad del hueso.

III. RESULTADOS

PRUEBAS MECÁNICAS EN HUESO

Máquina Universal INSTRON

Las pruebas de compresión se hicieron en la Máquina Universal INSTRON del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, la máquina se muestra en la figura 22:



Figura 22

Fotografía de la Máquina Universal INSTRON del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM

La figura 23 muestra una toma más detallada de cómo se pone el hueso para hacer la compresión.

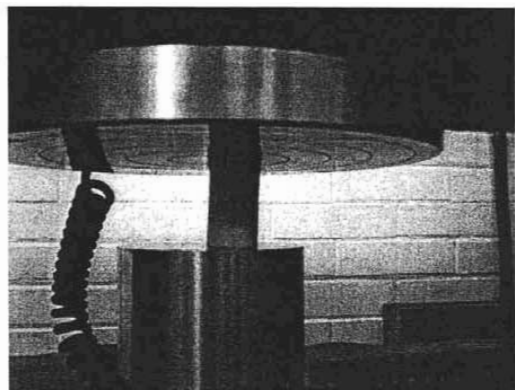


Figura 23

Hueso siendo comprimido en la Máquina Universal INSTRON

Probetas de hueso antes y después de la compresión

En la figura 24 se muestran los huesos sin colágena en dirección longitudinal antes de la compresión. Las marcas de la dirección longitudinal no alcanzan a percibirse porque el hueso ya ha sido seleccionado y maquinado, estas marcas se pierden al maquinarse.

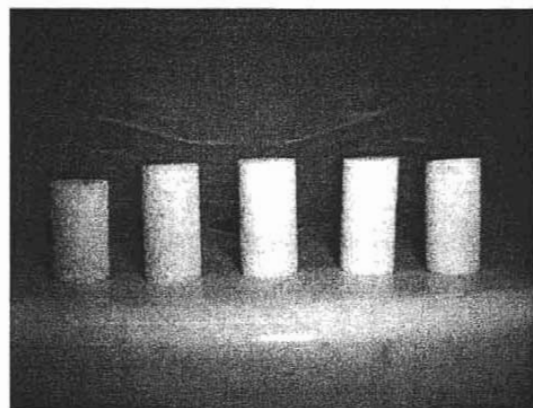


Figura 24

Varios huesos sin colágena en dirección longitudinal antes de la compresión

En la figura 25 se muestran las probetas después de la compresión:

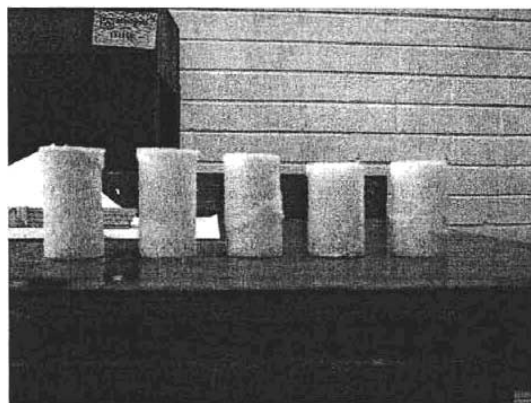


Figura 25

Probetas después de haber sido sometidas a las pruebas de compresión

Gráficas

Siguiendo las normas ASTM, al tratarse de un material anisotrópico, se hicieron diez pruebas para cada tipo de hueso, fresco, con poca colágena y sin colágena, cinco para la orientación de las trabéculas en dirección longitudinal y cinco para transversal. A todas estas probetas se les hizo la compresión, se hizo la relación gráfica de cómo variaba la fuerza aplicada sobre el hueso con respecto al desplazamiento de la carga y después se hizo la relación gráfica de la tensión vs. la deformación sufrida por el hueso, estas gráficas se mostrarán a continuación.

La trayectoria de la gráfica va en aumento conforme van aumentando la tensión y la deformación, o la fuerza aplicada y el desplazamiento de la carga, se llega a un máximo, que es el punto de fractura del material. A partir de la fractura, al ir aumentando la deformación o la carga, disminuye la tensión y la fuerza aplicada hasta llegar ahora a un mínimo, este mínimo es el punto en el que se vuelve a encontrar otro punto en el hueso que ponga resistencia a ser comprimido y vuelve a subir la fuerza de compresión y la tensión,

hasta llegar a otra fractura, y así sucesivamente. El Módulo de Young se mide en la pendiente de la parte recta inicial de la curva de tensión vs. deformación.

Gráficas de fuerza aplicada vs. desplazamiento en la carga

En todas las gráficas a continuación se muestra la fuerza aplicada en Newtons y el desplazamiento en milímetros. Siguiendo las normas ASTM, para las cinco pruebas, se eliminaron las mas extremosas, dejando tres para cada orientación de las trabéculas para cada tipo de obtención de hueso.

Gráfica de hueso fresco, trabéculas en dirección longitudinal

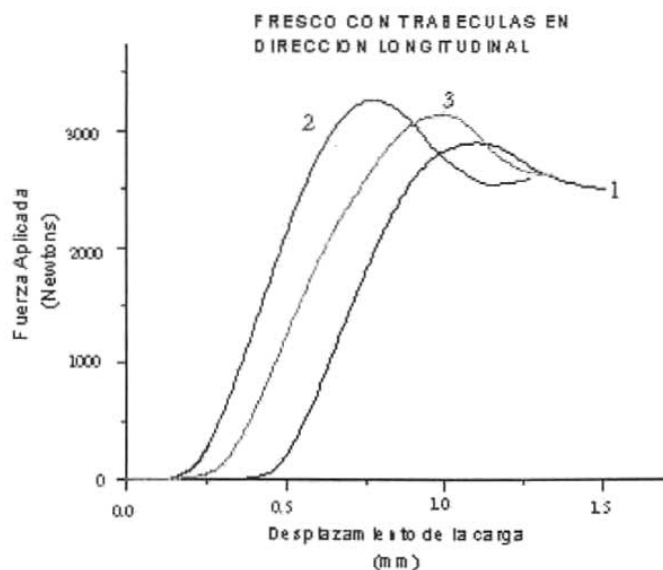


Tabla número 1

Hueso fresco, trabéculas en dirección longitudinal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	1.104	2.843
2	0.770	3.197
3	0.983	3.073
Promedio	0.952 ± 0.1693	3.038 ± 0.1738

Hueso fresco, trabéculas en dirección transversal

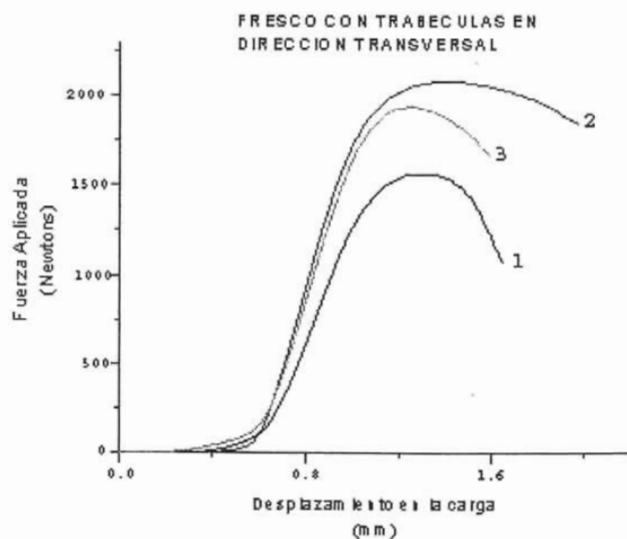


Tabla número 2

Hueso fresco, trabéculas en dirección transversal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	1.294	1.529
2	1.408	2.032
3	1.247	1.893
Promedio	1.316 ± 0.0833	1.818 ± 0.2614

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección longitudinal

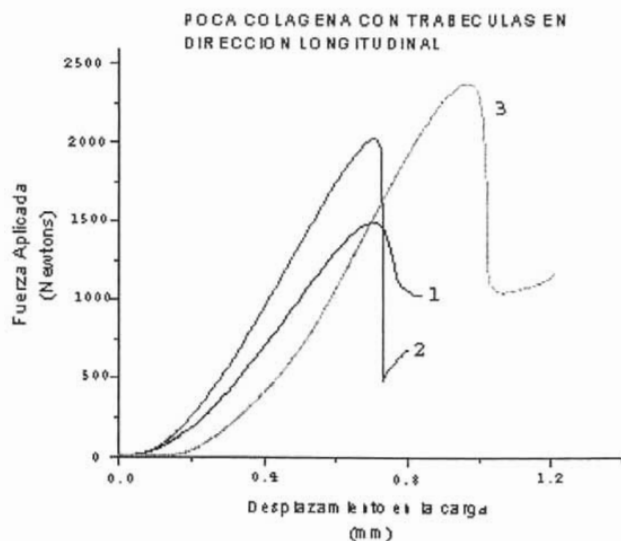


Tabla número 3

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección longitudinal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	0.702	1.467
2	0.707	1.992
3	0.982	2.417
Promedio	0.797 ± 0.1608	1.959 ± 0.4778

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección transversal

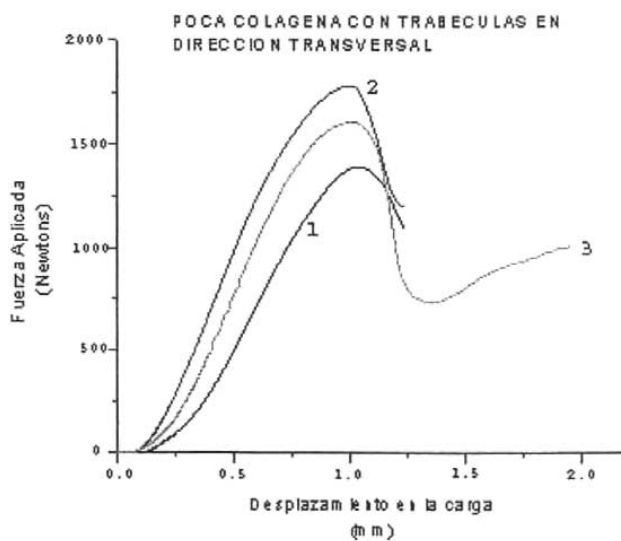


Tabla número 4

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección transversal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	1.044	1.365
2	0.997	1.744
3	1.010	1.573
Promedio	1.017 ± 0.0250	1.561 ± 0.1917

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección longitudinal

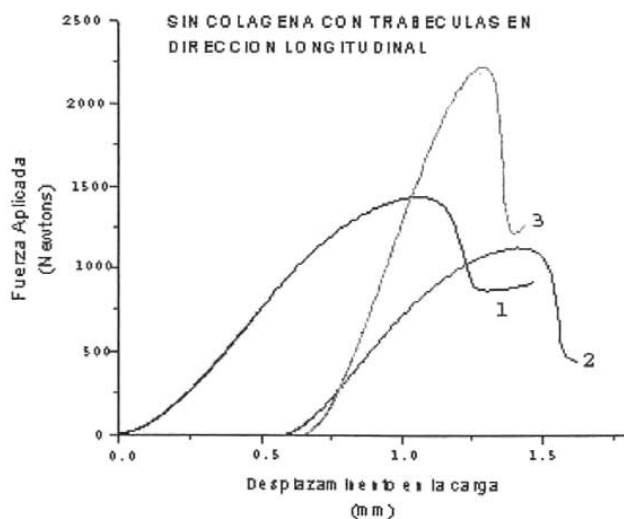


Tabla número 5

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección longitudinal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	1.067	1.408
2	1.410	1.104
3	1.293	2.180
Promedio	1.257 ± 0.1748	1.564 ± 0.5567

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección transversal

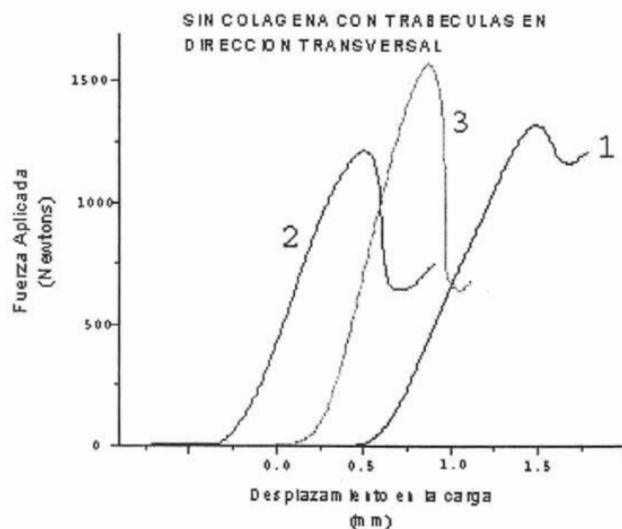


Tabla número 6

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección transversal

Probeta	Desplazamiento en la carga máxima ($d \pm 0.0005$) mm	Fuerza máxima aplicada ($F \pm 0.002$) kN
1	1.495	1.293
2	0.508	1.191
3	0.872	1.542
Promedio	0.958 ± 0.4996	1.342 ± 0.1825

Ya que se mostraron las gráficas de fuerza aplicada vs. el desplazamiento de la carga, se muestran ahora las gráficas de tensión vs. deformación. Para cada gráfica se muestra también una tabla en la que aparece la tensión en la carga máxima, la deformación en la carga máxima y sus promedios.

Gráficas de tensión vs. deformación

Gráfica de hueso fresco, trabéculas en dirección longitudinal

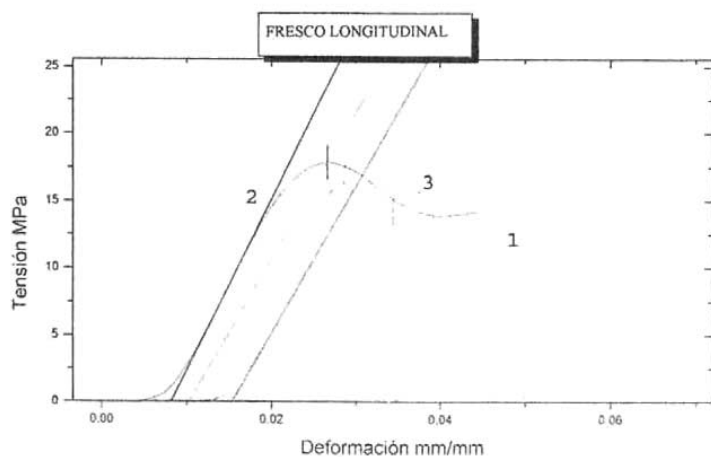


Tabla número 7

Hueso fresco, trabéculas en dirección longitudinal

Probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	14.226 ± 0.0284	0.034
2	17.855 ± 0.0357	0.027
3	17.137 ± 0.0343	0.032
Promedio	16.406 ± 1.9580	0.031 ± 0.0041

Gráfica de hueso fresco, trabéculas en dirección transversal

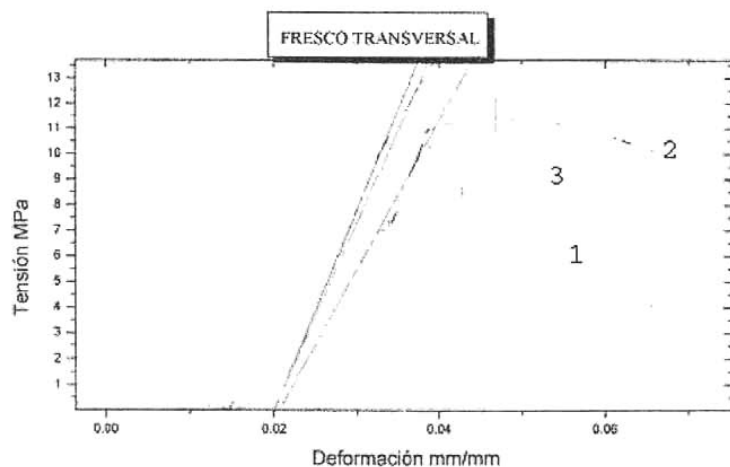


Tabla número 8

Hueso fresco, trabéculas en dirección transversal

Número de probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	8.665 ± 0.0173	0.043
2	11.406 ± 0.0228	0.047
3	10.488 ± 0.0210	0.041
Promedio	10.186 ± 1.4152	0.044 ± 0.0036

Gráfica de hueso con poca colágena, trabéculas en dirección longitudinal

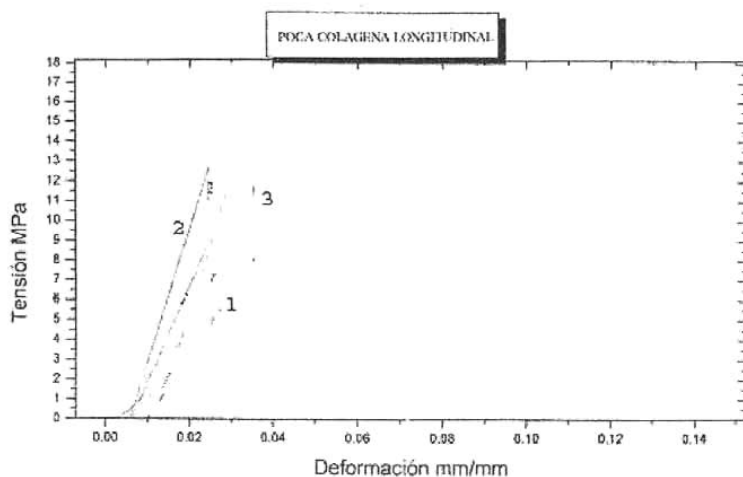


Tabla número 9

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección longitudinal

Número de probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	7.960 \pm 0.0159	0.024
2	11.659 \pm 0.0233	0.025
3	13.606 \pm 0.0272	0.032
Promedio	11.075 \pm 2.8908	0.027 \pm 0.0049

Gráfica de hueso con poca colágena, trabéculas en dirección transversal

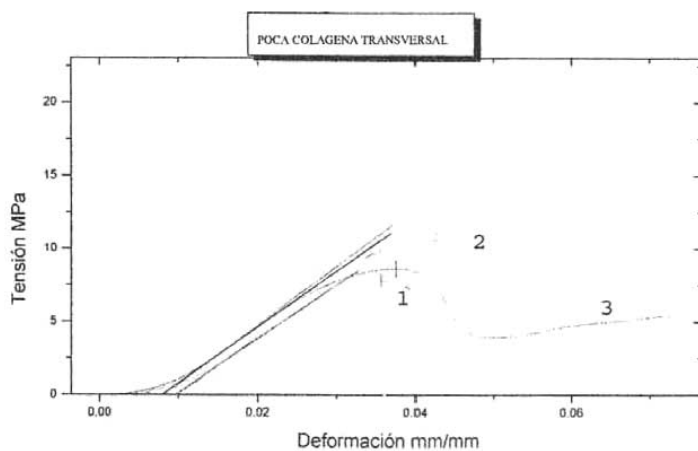


Tabla número 10

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección transversal

Número de probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	7.786 \pm 0.0156	0.036
2	9.976 \pm 0.0199	0.042
3	8.636 \pm 0.0173	0.038
Promedio	8.799 \pm 1.1248	0.039 \pm 0.0036

Gráfica de hueso sin colágena, trabéculas en dirección longitudinal

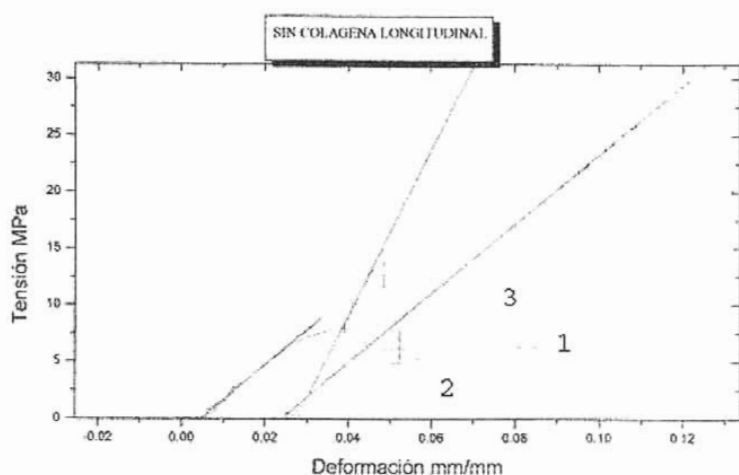
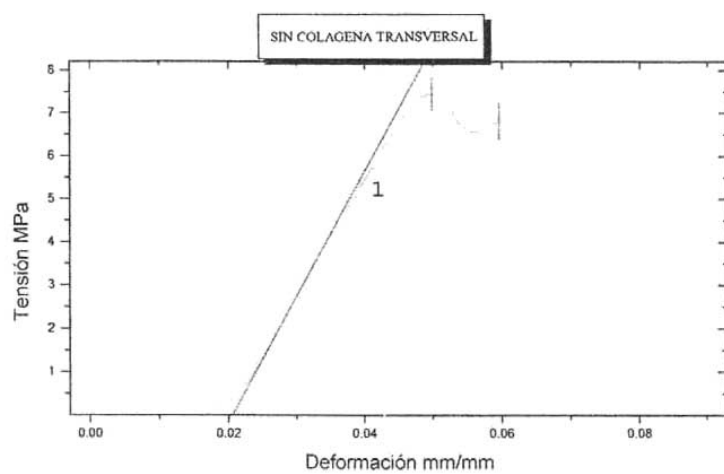


Tabla número 11

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección longitudinal

Número de probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	7.958 ± 0.0159	0.039
2	6.220 ± 0.0124	0.052
3	12.622 ± 0.0252	0.049
Promedio	8.933 ± 3.3317	0.047 ± 0.0073

Gráfica de hueso sin colágena, trabéculas en dirección transversal



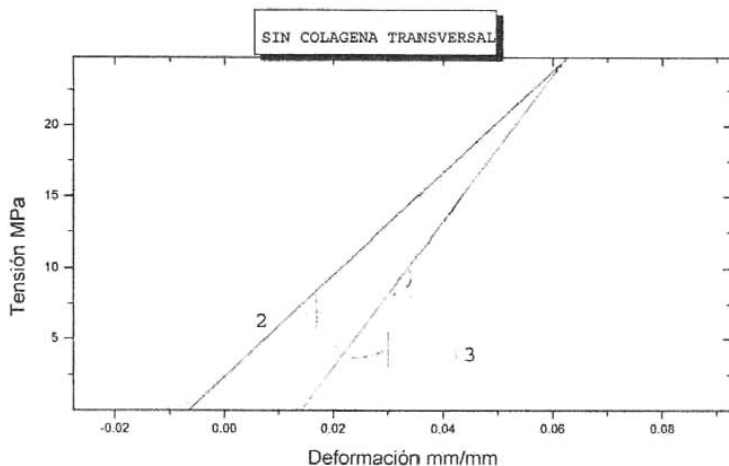


Tabla número 12

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección transversal

Número de probeta	Tensión máxima ($\pm \delta T$) MPa	Deformación a carga máxima (± 0.0005) mm/mm
1	7.456 ± 0.0149	0.049
2	6.886 ± 0.0138	0.017
3	8.856 ± 0.0177	0.034
Promedio	7.733 ± 1.0315	0.033 ± 0.0165

En las gráficas se mostró la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento de la carga de cada una de las probetas de hueso así como la relación entre la tensión y la deformación. La tensión y la deformación fueron calculadas automáticamente por la computadora de la Máquina Universal INSTRON. Aunque si se quisiera calcular la tensión y la deformación solamente se tiene que medir la pendiente de la parte elástica en la gráfica. La pendiente nos dará el módulo de Young para cada probeta.

En la probeta 2 del hueso sin colágena con las trabéculas en dirección transversal, la gráfica se corre hacia el lado negativo de la deformación, esto fue porque al poner las probetas en la Máquina Universal INSTRON, entre cada probeta se tenía que restablecer a cero, cosa que no se hizo por lo que se graficó desfasada. Esto no afecta en la medición del Módulo de Young porque para el módulo de Young lo que se calcula es la pendiente de la parte elástica.

Módulos de Young

A continuación se muestran los módulos de Young calculados por la computadora de la Máquina Universal INSTRON, se muestran también las longitudes y los diámetros de las probetas medidos con vernier:

HUESO FRESCO

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN LONGITUDINAL

	Longitud (L ± 0.003) mm	Diámetro (L ± 0.003) mm	Módulo de Young (MPa)
1	32.02	15.95	1093.507 ± 6.9884
2	28.93	15.1	1270.376 ± 13.5684
3	30.32	15.11	1089.484 ± 9.4395

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN TRANSVERSAL

	Longitud ($L \pm 0.003$) mm	Diámetro ($L \pm 0.003$) mm	Módulo de Young (MPa)
1	30.22	14.99	585.545 ± 2.7455
2	30.02	15.06	786.809 ± 3.0668
3	30.18	15.16	726.881 ± 3.6318

HUESO CON POCA COLÁGENA

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN LONGITUDINAL

	Longitud ($L \pm 0.003$) mm	Diámetro ($L \pm 0.003$) mm	Módulo de Young (MPa)
1	28.78	15.32	482.228 ± 7.5722
2	28.72	14.75	671.334 ± 10.2592
3	28.74	15.04	687.448 ± 0.5478

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN TRANSVERSAL

	Longitud ($L \pm 0.003$) mm	Diámetro ($L \pm 0.003$) mm	Módulo de Young (MPa)
1	29.29	14.94	367.207 ± 3.4372
2	28.11	14.92	459.097 ± 3.3015
3	26.66	15.23	381.166 ± 3.4456

HUESO SIN COLÁGENA

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN LONGITUDINAL

	Longitud ($L \pm 0.003$) mm	Diámetro ($L \pm 0.003$) mm	Módulo de Young (MPa)
1	27.02	15.01	305.660 ± 3.0237
2	26.97	15.03	305.567 ± 1.3886
3	26.61	14.83	730.218 ± 3.1428

TRABÉCULAS EN DIRECCIÓN TRANSVERSAL

	Longitud ($L \pm 0.003$) mm	Diámetro ($L \pm 0.003$) mm	Módulo de Young (MPa)
1	28.48	14.86	291.086 ± 1.8568
2	29.61	14.84	357.677 ± 12.7253
3	28.57	14.98	512.783 ± 4.3510

Resultados de la masa medida de hueso con poca colágena y hueso sin colágena antes y después de calcinar a 500° C

	Masa de hueso con poca colágena ($m \pm 0.0005$) gr	Masa de hueso sin colágena ($m \pm 0.0005$) gr
Antes de calcinar	2.849	2.588
Después de calcinar	1.851	1.685

Así que haciendo la diferencia de masas para determinar el contenido de colágena:

Masa del hueso con colágena: 0.998 ± 0.0010 gr

Masa del hueso sin colágena: 0.903 ± 0.0010 gr

Por lo que se puede inferir que la diferencia entre estos dos resultados será la masa de colágena contenida en el hueso con poca colágena:

Masa de la colágena: 0.095 ± 0.0020 gr

RESULTADOS DEL CÁLCULO DE LA DENSIDAD DE HUESO DE BOVINO

Se muestran las masas medidas necesarias para sustituirse en la ecuación:

$$\rho_h = \frac{m_1 \rho_{\text{agua}}}{m_3 - m_2}$$

m_1 : masa del hueso seco.

m_2 : masa del hueso sumergido en agua.

m_3 : masa del hueso mojado sin estar sumergido.

Hueso sin colágena, trabéculas en dirección transversal

Para la masa del hueso mojado sin estar sumergido se hizo un promedio de 10 medidas, ya que la masa de éste varía al meterse y sacarse del agua. Se calculó la densidad para las tres probetas del hueso sin colágena en dirección transversal. Se dejó el hueso en agua por una hora antes de medir sus masas m_1 y m_3 .

En las siguientes tablas se muestran las masas medidas de m_1 y m_2 , así como las masas de m_3 y sus promedios, para finalmente llegar a la densidad de las probetas:

Número de probeta	($m_1 \pm 0.0005$) gr	($m_2 \pm 0.0005$) gr
1	1.859	1.757
2	2.149	2.114
3	2.163	2.052

$(m_3 \pm 0.0005)$ gr:

Número de medida para una probeta	Probeta 1	Probeta 2	Probeta 3
1	5.464	5.481	5.468
2	5.925	5.900	5.934
3	6.135	6.083	6.030
4	6.803	6.797	6.755
5	6.216	6.309	6.195
6	6.243	6.217	6.218
7	6.339	6.358	6.323
8	6.593	6.579	6.563
9	6.413	6.435	6.402
10	6.640	6.529	6.645

Se muestra el promedio de m_3 para cada probeta y la diferencia de m_3 menos m_2 :

Número de probeta	Promedio de las probetas (gr \pm 0.0005)	$m_3 - m_2$ (gr \pm 0.001)
1	6.076	4.319
2	6.216	4.102
3	5.910	3.858

Así que sustituyendo en la ecuación se calcula la densidad para las probetas:

Número de probeta	Densidad de la probeta ($\rho \pm \delta\rho$) gr/cm ³
1	0.4304 \pm 0.0002
2	0.5238 \pm 0.0003
3	0.5606 \pm 0.0003

Hueso con poca colágena, trabéculas en dirección longitudinal

Aquí se tomaron las masas necesarias para poder sustituir en la ecuación de la densidad para las probetas del hueso con poca colágena longitudinal. Se sigue el mismo método que en el hueso sin colágena transversal. En este caso sí se dejaron las probetas dentro del agua bajo vacío para que pudiera penetrar el agua en todos los poros, las mediciones son más exactas debido a esto.

En las siguientes tablas se muestran las masas tomadas para m_1 , m_2 y las masas medidas para calcular el promedio de m_3 . En este caso se tomaron 7 masas que se promedian para ver la masa de m_3 . A partir de esto se calcula la densidad de las probetas.

Número de probeta	$(m_1 \pm 0.0005)$ gr	$(m_2 \pm 0.0005)$ gr
1	1.847	0.500
2	2.262	0.973
3	2.790	1.433

$(m_3 \pm 0.0005)$ gr:

Número de medida para una probeta	Probeta 1	Probeta 2	Probeta 3
1	6.081	6.279	6.709
2	6.004	6.283	6.730
3	5.966	6.287	6.720
4	5.933	6.275	6.706
5	5.965	6.281	6.712
6	5.938	6.280	6.731
7	5.889		

Se muestra el promedio de m_3 para cada probeta y la diferencia de m_3 menos m_2 :

Número de probeta	Promedio de las probetas (gr \pm 0.0005)	$m_3 - m_2$ (gr \pm 0.001)
1	5.968	5.468
2	6.281	5.308
3	6.718	5.284

Sustituyendo en la ecuación se calcula la densidad para las probetas:

Número de probeta	Densidad de la probeta ($\rho \pm \delta\rho$) gr/cm ³
1	0.338 \pm 0.0001
2	0.426 \pm 0.0002
3	0.528 \pm 0.0002

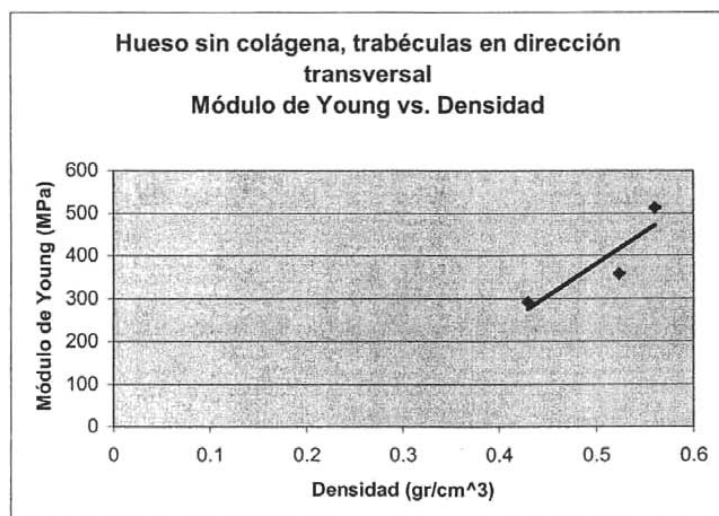
Comparación de la densidad calculada con los módulos de Young

Habiendo calculado las densidades de las probetas y los módulos de Young, se mostrarán en las siguientes tablas y gráficas:

Hueso sin colágena en dirección transversal:

Número de probeta	Densidad de la probeta ($\rho \pm \delta\rho$) gr/cm ³	Módulo de Young (MPa)
1	0.4304 \pm 0.0002	291.086 \pm 1.8568
2	0.5238 \pm 0.0003	357.677 \pm 12.7253
3	0.5606 \pm 0.0003	512.783 \pm 4.3510

Al aumentar la densidad del hueso, aumenta el Módulo de Young, se muestra gráficamente:

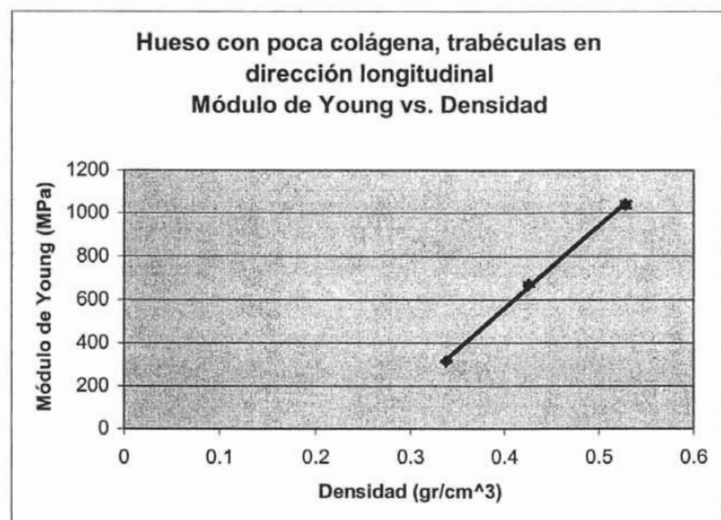


Hueso con poca colágena en dirección longitudinal:

Se muestra en la tabla el Módulo de Young y la densidad de las probetas del hueso con poca colágena longitudinal:

Número de probeta	Densidad de la probeta ($\rho \pm \delta\rho$) gr/cm ³	Módulo de Young (MPa)
1	0.338 \pm 0.0001	316.049 \pm 1.1280
2	0.426 \pm 0.0002	671.334 \pm 10.2592
3	0.528 \pm 0.0002	1041.407 \pm 11.7092

Gráfica:



En las dos gráficas se muestra claramente cómo al ir aumentando la densidad del hueso, el Módulo de Young también aumenta. En la gráfica de hueso con poca colágena, en dirección longitudinal, se tiene una tendencia lineal más clara por el tiempo que se dejó en vacío, ya que el agua pudo penetrar dentro de todos los poros del hueso.

RESULTADOS DE POROSIDAD

Al ir aumentando la cantidad y tamaño de los poros en el hueso, su Módulo de Young va disminuyendo, debido a que hay menos hueso que se opone a ser comprimido. Los poros fueron observados a nivel superficial.

Se muestra la porosidad de las probetas con la ayuda del microscopio electrónico de barrido marca Leica, modelo Stereoscan 440 del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM. Se hizo un promedio en longitud de 50 poros:

Hueso con poca colágena en dirección longitudinal



Figura 28

Se muestran los poros mayores sobre la superficie de la probeta 3 con poca colágena en dirección longitudinal a escala de 100 micras, el promedio de poros localizado fue de 650 micras de longitud.

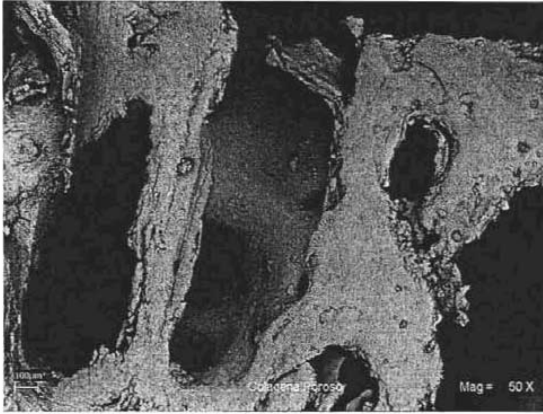


Figura 29

Se muestran los poros mayores sobre la superficie de la probeta 1 con poca colágena en dirección longitudinal a escala de 100 micras, el promedio de poros localizado fue de 1300 micras de longitud.

Probeta	Módulo de Young (MPa)
3	687.448 ± 0.5478
1	482.228 ± 7.5722

Al tener poros más pequeños y en menor cantidad, aumenta el Módulo de Young del hueso con poca colágena en dirección longitudinal.

Hueso sin colágena en dirección longitudinal

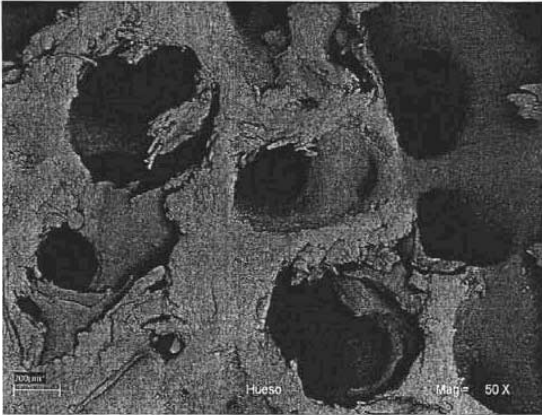


Figura 30

Se muestran los poros mayores sobre la superficie de la probeta 3 sin colágena en dirección longitudinal a escala de 200 micras, el promedio de poros localizado fue de 700 micras.



Figura 31

Se muestran los poros mayores sobre la superficie de la probeta 2 sin colágena en dirección longitudinal a escala de 200 micras, el promedio de poros localizado fue de 1000 micras.

Probeta	Módulo de Young (MPa)
3	730.218 ± 3.1428
2	305.567 ± 1.3886

Al aumentar el tamaño y la cantidad de poros en el hueso, el módulo de Young disminuye.

RESULTADOS DEL MÓDULO DE YOUNG

En las siguientes tablas se muestran los módulos de Young promediados para obtener finalmente el Módulo de Young para el hueso fresco, con poca colágena y sin colágena en dirección longitudinal y transversal:

MODULO DE YOUNG

	Longitudinal	Transversal
Hueso fresco	1151.122 ± 9.9988 MPa	699.745 ± 3.1480 MPa
Hueso con poca colágena	613.67 ± 6.1264 MPa	402.490 ± 3.3948 MPa
Hueso sin colágena	447.148 ± 2.5184 MPa	387.182 ± 6.3110 MPa

Es muy difícil hacer comparaciones de estos Módulos de Young obtenidos con otras referencias ya que, al ser el hueso un material anisotrópico, al haber tantas variaciones por la edad del hueso en la que se hacen las pruebas de compresión y al obtenerse de distintos tipos de hueso, los resultados en las referencias son muy variados, esto como ejemplo se puede ver en las referencias 13 y 14.

RESULTADOS DEL CÁLCULO DE LA FUERZA CENTRÍFUGA PARA SEPARAR COLÁGENA DE HUESO

Se muestran los cálculos realizados a partir de la ecuación $F/m = F_c/m = r\omega^2$ para obtener la fuerza centrífuga por unidad de masa necesaria para separar colágeno del hueso bovino, ya sea hervido o fresco:

CÁLCULO DE LA FUERZA CENTRÍFUGA

Siendo el radio de la centrífuga:

$$(7.735 \pm 0.0025)cm = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})m$$

Hueso fresco:

La siguiente tabla muestra las velocidades angulares en revoluciones por minuto y en radianes por segundo, se utiliza en radianes por segundo para poder calcular la fuerza centrífuga.

Velocidad angular	$(\omega \pm 0.5)rev/min$	$(\omega \pm 0.05)rad/seg$
1	1392.00	145.80
2	1329.00	139.20
3	1332.00	139.50

Así que sustituyendo en la ecuación $F/m = F_c/m = r\omega^2$:

$$F_{1/m} = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(145.8 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(21248.9 \pm 14.58) \\ = (1643.60 \pm 1.659) \text{Newtons / kg}$$

$$F_{2/m} = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(139.2 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(19369.0 \pm 13.92) \\ = (1498.19 \pm 1.561) \text{Newtons / kg}$$

$$F_{3/m} = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(139.5 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(19456.5 \pm 13.9) \\ = (1504.96 \pm 1.562) \text{Newtons / kg}$$

Hueso hervido:

Como en el caso del hueso fresco se mostrará la tabla de las velocidades angulares en revoluciones por minuto y radianes por segundo:

Siendo el radio de la centrífuga:

$$(7.735 \pm 0.0025) \text{cm} = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5}) \text{m}$$

Velocidad angular	$(\omega \pm 0.5) \text{rev}/\text{min}$	$(\omega \pm 0.05) \text{rad}/\text{seg}$
1	859.00	89.90
2	1124.00	117.70
3	859.00	89.90
4	967.00	101.30
5	1156.00	121.10
6	860.00	90.10
7	1075.00	112.60

Y sustituyendo en la ecuación $F/m = F_c/m = r\omega^2$:

$$\begin{aligned} F_1/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(89.9 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(8091.0 \pm 9.0) \\ &= (625.84 \pm 0.898) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(117.7 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(13854.5 \pm 11.77) \\ &= (1071.65 \pm 1.257) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(89.9 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(8091.0 \pm 9.0) \\ &= (625.84 \pm 0.898) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_4/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(101.3 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(10254.4 \pm 10.13) \\ &= (793.18 \pm 1.040) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_5/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(121.1 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(14654.6 \pm 12.11) \\ &= (1133.53 \pm 1.303) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_6/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(90.1 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(8110.8 \pm 9.01) \\ &= (627.37 \pm 0.900) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_7/m &= (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(112.6 \pm 0.05)^2 = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})(12672.9 \pm 11.26) \\ &= (980.25 \pm 1.188) \text{Newtons / kg} \end{aligned}$$

La fuerza centrífuga por unidad de masa se obtiene al calcular los promedios de las fuerzas calculadas separadamente, haciéndolo igualmente para las velocidades angulares en radianes por segundo y en revoluciones por minuto. Esta fuerza centrífuga será la necesaria para extraer la colágena del hueso, ya fuese hervido o sin hervir.

Tabla de fuerza centrífuga por unidad de masa y velocidad angular para separar colágena de hueso fresco y hervido:

Siendo el radio de la centrífuga:

$$(7.735 \pm 0.0025)cm = (7.735 \times 10^{-2} \pm 2.5 \times 10^{-5})m$$

	Fuerza centrífuga por unidad de masa ($F \pm \delta F$) Newtons/kg	Velocidad angular ($\omega \pm \delta\omega$) rad/seg	Velocidad angular ($\omega \pm \delta\omega$) rev/min
Hueso fresco	1548.92 ± 1.594	141.5 ± 0.05	1351 ± 0.5
Hueso hervido	836.81 ± 2.495	103.2 ± 0.05	985 ± 0.5

IV. CONCLUSIONES

I.

Se calculó el módulo de Young para el hueso cóndilo de bovino, en tres distintas formas: hueso fresco, hueso con poca colágena y hueso sin colágena; en dos distintas direcciones de sus trabéculas, longitudinal y transversal.

El Módulo de Young del hueso con poca colágena longitudinal disminuye casi a la mitad del hueso longitudinal fresco, mientras que en el transversal disminuye también como se esperaba aunque en menor proporción. El Módulo de Young del hueso sin colágena disminuyó con respecto al hueso con poca colágena, por lo que se concluye que al ir bajando la cantidad de colágena del hueso, el Módulo de Young también disminuirá, o mejor dicho el hueso resistirá menos a las fuerzas de compresión aplicadas.

II.

Se calculó la fuerza centrífuga necesaria para extraer colágena de hueso fresco y recién hervido utilizando la ecuación $F/m = F_c/m = r\omega^2$, donde:

F: Fuerza centrífuga por unidad de masa

r: Radio de la centrífuga

ω : Velocidad angular al salir la colágena del hueso.

III.

A partir de las densidades y los módulos de Young calculados, se observa claramente cómo al aumentar la densidad del hueso, su módulo de Young también aumentará.

IV.

Con las estimaciones hechas a partir del microscopio electrónico de barrido marca Leica, modelo Stereoscan 440 del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM, también se puede concluir que al aumentar la cantidad y el tamaño de los poros del hueso, su módulo de Young disminuirá.

V. APÉNDICE

Desviación estándar:

$$s = \sqrt{(\sum X^2 - \bar{X}^2)/(n-1)}$$

Siendo:

s : Desviación estándar

X : Valor medido

n : Número de valores

\bar{X} : Promedio de los valores medidos

PROPAGACION DE INCERTIDUMBRES⁽²⁵⁾

Suma:

Siendo la magnitud el resultado de la adición de otra dos:

$$Z = X + Y$$

Siendo:

$$X = X_0 \pm \delta X$$

$$Y = Y_0 \pm \delta Y$$

$$\Rightarrow Z = (X_0 \pm \delta X) + (Y_0 \pm \delta Y)$$

$$Z = (X_0 + Y_0) \pm (\delta X + \delta Y)$$

$$\text{Si: } Z = Z_0 \pm \delta Z$$

$$\Rightarrow Z_0 = X_0 + Y_0$$

$$\delta Z = \delta X + \delta Y$$

Resta:

Siendo:

$$\text{Si : } Z = X - Y$$

El valor máximo de Z es:

$$Z_0 + \delta Z = (X_0 + \delta X) - (Y_0 - \delta Y) = (X_0 - Y_0) + (\delta X + \delta Y)$$

Y el valor mínimo de Z:

$$Z_0 - \delta Z = (X_0 - \delta X) - (Y_0 + \delta Y) = (X_0 - Y_0) - (\delta X + \delta Y)$$

$$\Rightarrow Z = Z_0 \pm \delta Z = (X_0 - Y_0) \pm (\delta X + \delta Y)$$

Multiplicación:

Siendo:

$$Z = a \cdot b;$$

$$a = a_0 \pm \delta a$$

$$b = b_0 \pm \delta b$$

$$\Rightarrow Z = (a_0 \pm \delta a) \cdot (b_0 \pm \delta b) = a_0 b_0 \pm a_0 \delta b \pm b_0 \delta a \pm \delta a \delta b$$

El último término al ser producto de incertidumbres se desprecia porque su magnitud con relación a las demás es demasiado pequeña, así que queda:

$$Z = a_0 b_0 \pm (a_0 \delta b + b_0 \delta a)$$

División:

Siendo:

$$Z = \frac{P}{Q} = Z_0 \pm \delta Z;$$

$$P = P_0 \pm \delta P$$

$$Q = Q_0 \pm \delta Q$$

$$\Rightarrow Z = \frac{P_0 \pm \delta P}{Q_0 \pm \delta Q} = Z_0 \pm \delta Z$$

Haciendo todas las combinaciones posibles se ve que el valor máximo de Z está dado al dividir el máximo de P entre Q:

$$Z_0 + \delta Z = \frac{P_0 + \delta P}{Q_0 - \delta Q} \quad \dots (1)$$

El valor mínimo de Z será ahora el cociente del mínimo de P entre el máximo de Q:

$$Z_0 - \delta Z = \frac{P_0 - \delta P}{Q_0 + \delta Q} \quad \dots (2)$$

restando miembro a miembro (2) de (1) queda para el miembro izquierdo:

$$(Z_0 + \delta Z) - (Z_0 - \delta Z) = 2\delta Z$$

y para el miembro derecho:

$$\frac{P_0 + \delta P}{Q_0 - \delta Q} - \frac{P_0 - \delta P}{Q_0 + \delta Q} = \frac{(Q_0 + \delta Q)(P_0 + \delta P) - (Q_0 - \delta Q)(P_0 - \delta P)}{(Q_0 - \delta Q)(Q_0 + \delta Q)}$$

$$\Rightarrow 2\delta Z = \frac{Q_0 P_0 + Q_0 \delta P + P_0 \delta Q + \delta Q \delta P - (Q_0 P_0 - Q_0 \delta P - P_0 \delta Q + \delta Q \delta P)}{Q_0^2 - (\delta Q)^2}$$

$$\Rightarrow 2\delta Z = \frac{2(P_0 \delta Q + Q_0 \delta P)}{Q_0^2}$$

Habiendo despreciado $(\delta Q)^2$ por ser despreciable frente a Q_0^2

$$\delta Z = \frac{P_0 \delta Q + Q_0 \delta P}{Q_0^2}$$

Así que:

$$Z = \frac{P}{Q} = \frac{P_0}{Q_0} \pm \frac{P_0 \delta Q + Q_0 \delta P}{Q_0^2}$$

Potenciación al cuadrado

Utilizando ya los resultados obtenidos para la multiplicación, se puede deducir:

Siendo:

$$T = T_0 \pm \delta T$$

$$T^2 = (T_0 \pm \delta T)^2 = (T_0 \pm \delta T)(T_0 \pm \delta T)$$

$$T^2 = T_0^2 \pm 2T_0 \delta T \pm (\delta T)^2$$

Que despreciando $(\delta T)^2$

$$\Rightarrow T^2 = T_0^2 \pm 2T_0 \delta T$$

VI. REFERENCIAS

1. Silver, Christiansen; Biomaterials Science and Biocompatibility; Springer- Verlag; New York (1999), pgs. 207-208
2. Brostow; Science of Materials; Robert E. Krieger Publishing Company; Malabar, Florida (1979), pgs. 304- 307
3. Ratner; Biomaterials Science; Academic Press; San Diego, California (1996), pgs. 15- 18
4. Askeland; The Science and Engineering of Materials; PWS- KENT Publishing Company; Boston, Massachusetts (1987), pgs. 145- 154, 524-525
5. Park, Joon Bu; Biomaterials Science and Engineering; Plenum Press; New York (1984), pgs. 20- 21
6. Ravaglioli, Krajewski; Bioceramics; Chapman and Hall; London (1992), pgs. 20- 25, 37- 41
7. Bermúdez, Faura, Martínez, Ojados; Prácticas de Ciencia de Materiales; Secretariado de Publicaciones, Universidad de Murcia (1992), pgs. 113-114
8. Benham, Crawford; Mechanics of Engineering Materials; Longman Scientific and Technical; Essex, England (1987), pgs. 492- 494
9. Beer; Mecánica de Materiales; Mc Graw- Hill, USA (1982), pgs. 33- 35
10. White; Properties of Materials; Oxford University Press; Oxford, New York (1999), pgs. 287- 296, 306
11. Felbeck, Atkins; Strength and Fracture of Engineering Solids; Prentice Hall, Inc.; Englewood Cliffs, New Jersey (1996), pgs. 21- 23
12. Davies; Bone Engineering; em Squared Incorporated; Toronto, Canada (2000), pgs. 376, 455
13. Fung; Biomechanics; Springer- Verlag; New York (1993), pg. 511
14. Hastings; Natural and Living Biomaterials; CRC Press, Inc.; Boca Raton, Florida (1984), pgs. 34- 35, 44, 93
15. Proubasta; Fundamentos de Biomecánica y Biomateriales; Ediciones Ergon, S.A.; Madrid (1997), pgs. 1- 10, 21- 23

16. Knudson; Fundamentals of Biomechanics; Kluwer Academic/ Plenum Publishers; New York (2003), pgs. 69- 74
17. Valenta; Biomechanics; Elsevier; Amsterdam (1993), pgs. 108- 112
18. Wainwright; Diseño Mecánico en Organismos; H. Blume Ediciones; Madrid (1980), pgs. 200- 216
19. Nordin; Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System; Lea and Febiger; Philadelphia, London (1980), pgs. 3- 14, 17- 18, 32- 34, 60
20. Miles; Strain Measurement in Biomechanics; Chapman and Hall; London (1992), pgs.58- 59
21. Getty; Anatomía de los Animales Domésticos; Masson; España (2000), pgs. 824, 842
22. Stewens, Lowe; Histología Humana; Harcourt; Madrid (1998), pgs. 234- 245
23. Resnick; Física, Parte 1; Wiley (1970), pg. 572
24. Oda Noda; Introducción al Análisis Gráfico de Datos Experimentales; Coordinación de Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias de la UNAM; México (1997), pgs. 29- 35
25. Merlin Operating Software Users Manual; INSTRON Training Center; (Agosto 2002); pgs. 1-1 a 1-3
26. Estrada, Uribe; Atlas de Histología de Vertebrados; UNAM, Facultad de Ciencias (2002)
27. Villareal Ramírez; Tesis- Estudio de Tejido Óseo Implantado con Acero y Zinalco Empleando Técnicas Físicas; UNAM, Facultad de Ciencias (2002); pgs. 11- 13.
28. Sears, Zemansky, Young, Freedman; Física Universitaria, Volumen 1; Addison Wesley Longman; México (1998); p. 274
29. Tejada Cruz, Adriana; Tesis- Zeolitas AlPO Enriquecidas con Zn y Ca, Obtención y Caracterización; UNAM, Facultad de Ciencias (1999); p. 21
30. Latella, Liu; High- Temperature Young's Modulus of Alumina During Sintering; Journal of the American Ceramic Society #88 (2005); pgs. 773-776