

2005

01161



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
**Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería**

**CATEDRAL METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MÉXICO:  
COMPARACIÓN ENTRE LA RESPUESTA SÍSMICA REGISTRADA  
Y LA OBTENIDA DE UN MODELO ANALÍTICO**

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ingeniería  
(Estructuras)

presenta:

Bernardo Orozco Rivas

Director de tesis: Dr. Roberto Meli Piralla

Ciudad Universitaria  
México, DF.

Junio 2005

m 345608

OROZCO RIVAS, BERNARDO



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres María Elena y Ricardo*

*A mis hermanos Ricardo y Eduardo*

## **Agradecimientos**

*A la Universidad Nacional Autónoma de México por la educación que me brindó*

*Al Posgrado de Ingeniería por los conocimientos adquiridos*

*Al Instituto de Ingeniería por el apoyo recibido para realizar este trabajo*

*Al Ing. Roberto Sánchez por sus comentarios siempre valiosos*

*Al Dr. Roberto Meli por la paciencia y ayuda en el desarrollo de la tesis*

*Al Dr. Fernando Peña y M.I. Darío Rivera por la ayuda durante el desarrollo del trabajo*

*A mis profesores y amigos*

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Bernardo Orozco

Rivas

FECHA: 16 Junio - 05

FIRMA: Bernardo Orozco

## CONTENIDO

<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1	ASPECTOS GENERALES	1
1.2	ALCANCES Y OBJETIVOS	2
1.3	CONTENIDO	2
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>ANTECEDENTES</b>	<b>3</b>
2.1	HISTORIA	3
2.2	CONCEPCIÓN ESTRUCTURAL	3
2.3	PESO DE LA ESTRUCTURA	5
2.4	CIMENTACIÓN	5
2.4.1	Rehabilitaciones	6
2.5	MATERIALES	7
2.5.1	Comportamiento de la mampostería	8
2.5.2	Mamposterías usadas en Catedral	8
2.5.3	Propiedades elegidas	9
2.6	ESTADO ACTUAL DE CATEDRAL	9
2.7	COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE LOS EDIFICIOS HISTÓRICOS	10
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>ANÁLISIS DE LOS REGISTROS SÍSMICOS</b>	<b>13</b>
3.1	INSTRUMENTACIÓN SÍSMICA	13
3.2	CARACTERÍSTICAS DE LOS SISMOS ESTUDIADOS	15
3.3	PROCESAMIENTO DE LOS REGISTROS	15
3.4	SISMOS SELECCIONADOS	17
3.5	ANÁLISIS DE LOS REGISTROS	17
3.5.1	Análisis en el dominio del tiempo	17
3.5.2	Análisis en el dominio de la frecuencia	17
3.5.3	Características del movimiento del terreno en el sitio	19
3.5.4	Características del movimiento de la cimentación	22
3.5.5	Características del movimiento horizontal de la cubierta	23
3.5.6	Características del movimiento vertical de la cúpula	25
3.5.7	Características del movimiento de la Torre Poniente	25
3.5.8	Estimación del amortiguamiento	26
3.5.9	Respuesta espectral	27

<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>MODELO ANALÍTICO DE CATEDRAL</b>	<b>29</b>
4.1	METÓDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	29
4.1.1	Creación de la malla	30
4.2	MODELADO DE LA MAMPOSTERÍA EN ELEMENTOS FINITOS	30
4.3	AGRIETAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA	31
4.4	EL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE LA CATEDRAL	32
4.4.1	Características de los modelos	32
4.4.2	Acelerogramas estudiados	33
4.5	CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE LOS MODELOS	34
4.5.1	Periodos de vibración	34
4.5.2	Factores de participación	36
4.5.3	Descripción de los primeros modos de vibrar	36
4.6	COMPARACIÓN ENTRE LA RESPUESTA DE LOS MODELOS Y LOS REGISTROS	40
4.6.1	Aceleraciones	40
4.6.2	Desplazamientos	42
	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>45</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>49</b>

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

### **1.1 ASPECTOS GENERALES**

El comportamiento estructural de los edificios históricos ha sido motivo de interés, al no cumplir con muchas de las hipótesis usadas en el estudio de estructuras modernas. En las últimas décadas se ha realizado un esfuerzo importante por entender este comportamiento. Los sistemas de monitoreo han resultado ser una herramienta fundamental para su comprensión, ya que registran los cambios que sufre la estructura ante las acciones a las que está sometida, tanto en condiciones normales, como en las extraordinarias como sismos.

La Catedral Metropolitana de la ciudad de México, al ser uno de los centros culturales más importantes del país, no ha escapado de este interés. Durante la última rehabilitación, en el templo fue instalado un sistema de monitoreo que permitió el registro de los principales movimientos que presentó la estructura durante el desarrollo de los trabajos.

Entre los registros realizados destacan las mediciones de desplomes en columnas y de la abertura y cierre de grietas en muros y bóvedas, las nivelaciones en plintos, etc. Estas mediciones ayudaron a interpretar el comportamiento estructural del edificio, y permitieron que la toma de decisiones se realizara de una manera razonada, garantizando la seguridad estructural del templo durante los trabajos. Otra parte importante de los dispositivos de control fue la instrumentación sísmica, la cual, al paso del tiempo ha registrado un gran número de eventos de diferente magnitud y origen.

## 1.2 ALCANCES Y OBJETIVOS

En la primera parte del estudio se evalúan las propiedades dinámicas del templo, a partir de los registros sísmicos, obtenidos por los acelerómetros instalados, posteriores a 1999, los cuales son el complemento de los sismos registrados entre 1997 y 2000 estudiados por *Rivera (2000)*. La identificación de las propiedades se centrará en determinar los primeros períodos naturales de vibrar, el amortiguamiento que posee la estructura, y la linealidad de la respuesta al ir aumentando la intensidad del sismo.

Con las propiedades obtenidas se identificarán los cambios que presenta la respuesta de la estructura después del proceso de inyección del subsuelo (*Santoyo, 2000*), con respecto a las identificadas durante el primer periodo de estudio. Los resultados se comparan también con las propiedades obtenidas en las pruebas de vibración ambiental realizadas al principio de la intervención (*CIRES, 1991*).

Gran relevancia tiene poder simular la respuesta dinámica del templo por medio de un modelo analítico; para ello en la segunda parte de este estudio se modificó un modelo de elementos finitos de la Catedral anteriormente elaborado por el Instituto de Ingeniería (*Sánchez, 1998*). Dentro de las principales características del modelo se encuentran: la mampostería se considera como un material elástico lineal, con propiedades obtenidas experimentalmente, y el deterioro del material se le reproduce de dos maneras: la primera de forma puntual para simular discontinuidades o agrietamientos muy definidos en muros, nave central y bóvedas, usando elementos brecha (GAPS), los cuales solo trabajan a compresión. Y una segunda, donde se reduce la rigidez de los materiales utilizados, para tratar de simular los agrietamientos, el deterioro natural de la mampostería y otros efectos no considerados. El objetivo es evaluar la viabilidad de los métodos numéricos para estimar la respuesta de este edificio en particular y de otros semejantes.

## 1.3 CONTENIDO

El trabajo consta de cuatro capítulos que a continuación se describen:

El capítulo 2, inicialmente describe de manera general, la estructuración del templo, los materiales usados en la construcción y su estado actual.

El capítulo 3 está dedicado a describir las propiedades dinámicas del edificio obtenidas experimentalmente, centrandó el interés en cuatro aspectos: Amortiguamiento, primeras frecuencias naturales de vibración, aceleraciones y desplazamientos relativos. Explica brevemente los principios teóricos utilizados para su determinación y las compara con las propiedades obtenidas en otros trabajos.

La modelación analítica de los edificios, así como sus limitaciones y ventajas, se encuentra descrita en la primera parte del capítulo 4. Además se detalla el modelo usado para el estudio y la respuesta dinámica obtenida.

La comparación entre la respuesta analítica y la medida se presenta en la segunda parte del capítulo 4 donde se discuten las principales diferencias y las posibles causas que las originan. Finalmente se comenta sobre la importancia de los resultados para la seguridad estructural del edificio y su aplicabilidad en otros edificios históricos .

## Capítulo 2

### Antecedentes

#### 2.1 HISTORIA

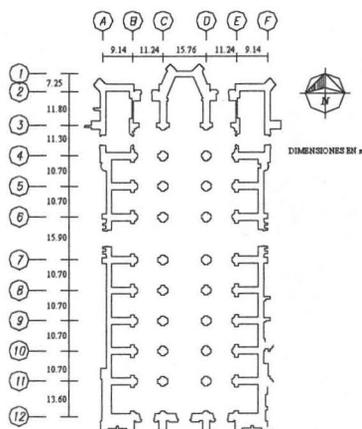
La construcción de Catedral se inició en 1573, aunque existe el antecedente de la edificación de un primer templo ordenado por Hernán Cortés en 1524, el cual fue derrumbado posteriormente. El cierre de bóvedas se logró en 1667; y fue hasta 1813, cuando se dio por terminada la obra, con lo que su construcción duró cerca de trescientos años (*Tabla 1*).

**Tabla 1 Etapas constructivas**

Año	Etapa
1524 – 1532	Construcción de la Catedral Antigua
1562	Inicio de los trabajos de Cimentación
1573	Inicio de la construcción
1626	Demolición de Catedral antigua
1667	Cierre de la última bóveda
1689	Conclusión de las portadas
1792	Conclusión de las torres
1813	Modificaciones a la Cúpula y trabajos de ornamentación

#### 2.2 CONCEPCIÓN ESTRUCTURAL

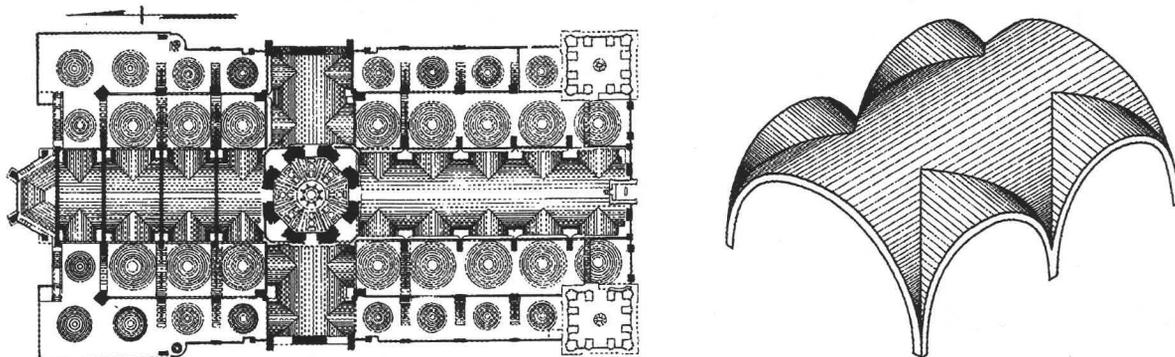
La Catedral tiene forma de cruz latina. Sus dimensiones, incluyendo muros son de 127 m de largo por 58 m de ancho y 61 m de altura desde el nivel de plintos hasta la punta de las cruces de las torres. Consta de 5 naves atravesadas por el crucero.



a) *Planta de Catedral a nivel de feligresía*

**Fig 1 Características generales de Catedral**

El techo de la nave central lo constituyen bóvedas de cañón con lunetos; las naves procesionales o de tránsito están cerradas con bóvedas baídas y las naves exteriores forman siete capillas hornacinas de cada lado. La geometría de los elementos de cubierta se escogió para que permitiese la transmisión del peso propio a la estructura por esfuerzos de compresión y limitara el coceo en sus apoyos.

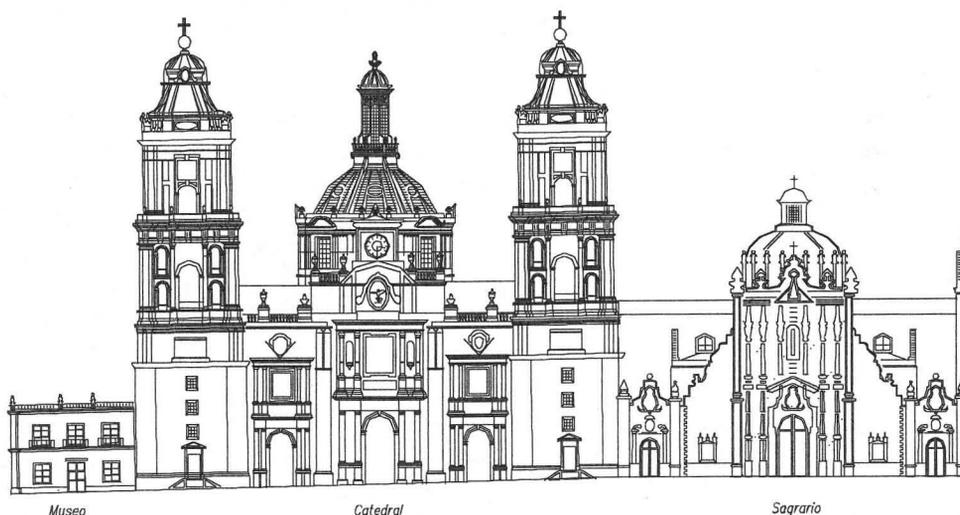


a) Planta a nivel de bóvedas

b) Geometría de la nave central

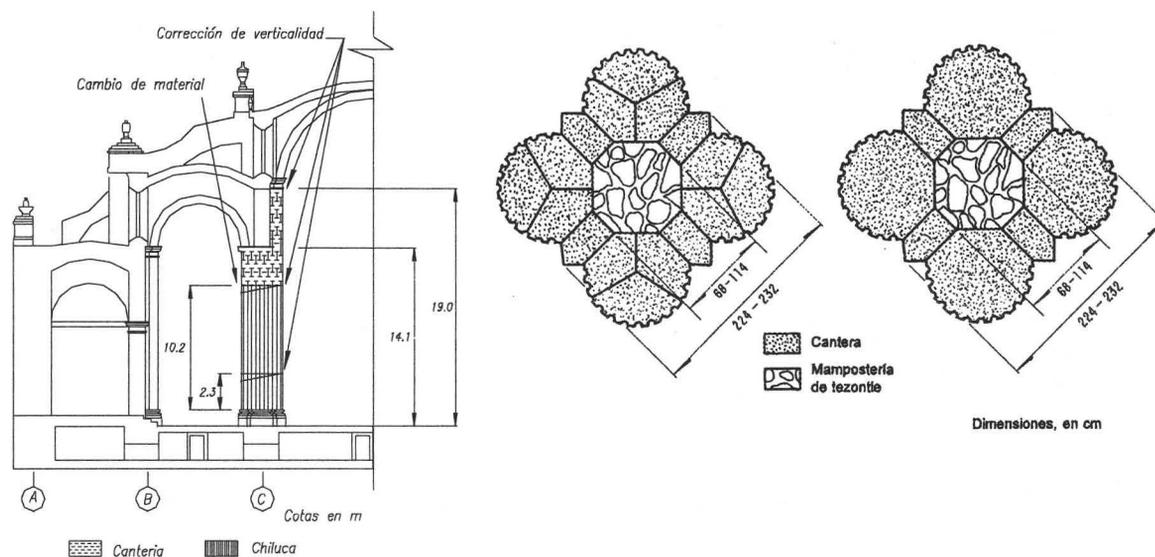
**Fig 2 Características del techo de Catedral**

Las naves laterales están divididas en capillas, por medio de muros de mampostería; las procesionales y la central están delimitadas por las columnas de sillares, de tal forma que el trabajo en conjunto permite considerar al templo como una estructura de gravedad, para soportar las fuerzas verticales; las fuerzas y empujes horizontales son resistidos principalmente por el denominado “cinturón de contrarresto” que abarca el conjunto de muros perimetrales, las fachadas, los muros de las capillas, los muros de las torres en la fachada sur y los contrafuertes en la fachada posterior.



**Fig 3 Fachada Sur de Catedral**

De las 36 columnas que se levantan desde la planta, 20 están adosadas a los muros, y las restantes reciben a los 13.5 m de altura los arcos de las naves laterales, y suben hasta los 19.3 m para sustentar los arcos de la nave central. Cabe destacar que desde su construcción fueron necesarias varias correcciones en la verticalidad de los elementos debido a los asentamientos diferenciales, (Meli et al, 1993).



a) Cambios de geometría y de material para una columna

b) Sección transversal y material empleado en columnas

Fig 4 Características de las columnas de Catedral

## 2.3 PESO DE LA ESTRUCTURA

En Meli y Sánchez (1993), se hace una recopilación de estudios realizados para determinar el peso de la estructura, y los pesos volumétricos de los materiales. Se ha llegado a determinar que la cúpula central a nivel de la trabe poligonal pesa alrededor de 1701 t; para el nivel de arranque de la nave central el peso acumulado es de 6776 t y para el nivel de arranque de las naves procesionales de 20045 t. El peso a nivel feligresía es de 53000 t e incluyendo la cimentación y las torres es de 127000 t.

## 2.4 CIMENTACIÓN

El templo se desplanta sobre un basamento constituido por una retícula de contratrabes de mampostería de 3.6 m de peralte, que se apoya sobre un pedraplén de aproximadamente 1 m de espesor; el pedraplén descansa sobre una plantilla de 20 cm de espesor, y sirve de cabezal a una retícula de estacones de madera de 2 a 3 m de longitud y 20 cm de diámetro, espaciados unos 60 cm, como lo muestra la Fig 5. Las contratrabes y el pedraplén sobresalen de la periferia del templo. Una descripción detallada de las cimentaciones se puede encontrar en Tamez et al (1992).

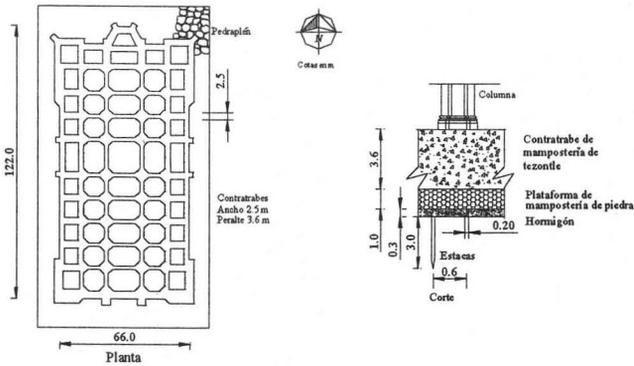
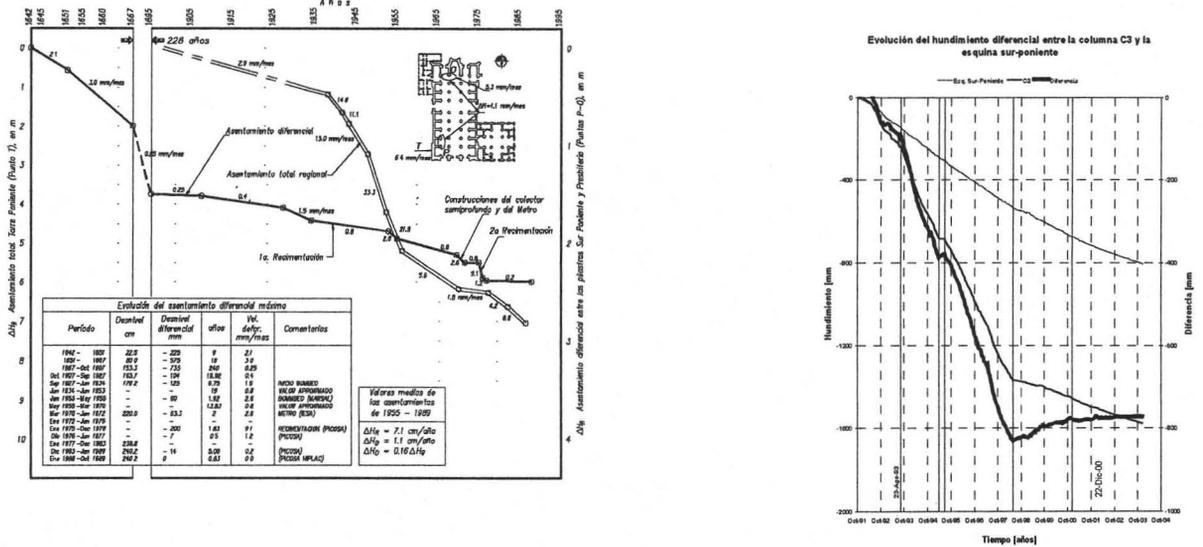


Fig 5 Cimentación original de Catedral

2.4.1 Rehabilitaciones

La Catedral fue cimentada sobre un suelo con diferentes grados de compresibilidad, lo que provocó, desde el inicio de su edificación, problemas constructivos; sobre todo obligó a realizar ajustes en las alturas de muros y columnas, así como en la geometría de las bóvedas.

El peso del templo continuó con el proceso de consolidación del suelo, y la distribución irregular de éste, aunada a los diferentes grados de compresibilidad del terreno, causaron una parte significativa de los hundimientos, viéndose incrementados de manera alarmante en épocas más recientes debido a la extracción de agua del subsuelo. La evolución del hundimiento del templo puede apreciarse en la Fig 6.



a) Asentamiento regional y diferencial máximo (histórico)

b) Evolución durante la rehabilitación

Fig 6 Asentamiento regional y diferencial máximo

A causa de la magnitud de los hundimientos, las cimentaciones y la superestructura sufrieron daños severos al paso del tiempo; para controlar dichos daños se han realizado tres intervenciones importantes; las dos primeras se centraron en recimentar el templo y la última además en corregir la geometría del mismo. Un resumen de las acciones emprendidas se plantea a continuación.

La reparación más frecuente que Catedral ha presentado, es el sellado de grietas principalmente en las bóvedas para impedir filtraciones; esto se ha ejecutado generalmente con rajuleo y relleno con mortero de cal.

*Primera recimentación.* Desde el año de 1929 el equipo dirigido por el Arquitecto Manuel Ortiz Monasterio realizó estudios sobre la cimentación del templo. Dichos trabajos consistieron principalmente en la demolición del edificio del Seminario y el vaciado de las celdas de la cimentación de Catedral. Los logros alcanzados por los trabajos fueron rápidamente rebasados (*Tamez et al, 1992*) y fue necesaria una segunda intervención.

*Segunda recimentación.* En 1972, el Ing. Manuel González Flores recomendó el uso de pilotes de control para frenar el hundimiento del templo, sin embargo su proyecto sufrió varias modificaciones pasando de 280 pilotes, proyectados originalmente a 387. De los estudios realizados a dichos pilotes, se estima que, solamente el 27 % de ellos está correctamente apoyado en la capa dura (*Tamez et al, 1992*).

*Rehabilitación estructural y geotécnica.* En 1989, la magnitud de los hundimientos diferenciales ponía en riesgo la seguridad de la estructura (*Meli et al, 1993*), por lo que se decidió realizar un proyecto que corrigiera los desplomes de muros y columnas, además de garantizar la conservación del templo. Para corregir los desniveles que se presentaban en el templo fue utilizada la técnica de subexcavación, que consiste en hacer descender las partes altas del templo, mediante la extracción lenta y controlada del suelo en estas zonas (*Tamez, 1992*). El desarrollo del proceso duró más de diez años y logró la corrección en algunos casos de hasta el 25% del desnivel y los desplomes del templo (*Orozco, 2003*).

Para garantizar la seguridad del templo, se usó un sistema de apuntalamiento que mejoraba las condiciones de estabilidad y resistencia de los elementos estructurales de forma que soportaran los esfuerzos provocados por los movimientos inducidos. Además de dicho sistema, en las bóvedas se realizaron refuerzos con tirantes de acero para restringir su abertura en la zona norte; algunos arcos fueron reforzados en sus caras laterales con placas de acero y la trabe poligonal de la cúpula Central fue reforzada con un zuncho de acero (*Tamez et al, 1995*).

Posteriormente, con la finalidad de conservar la configuración alcanzada por el edificio, fue inyectado mortero, en los estratos de suelo con mayor deformabilidad (*Santoyo, 2000*); con lo que se espera retrasar el incremento de los hundimientos diferenciales del templo. Hasta el momento el sistema ha tenido un efecto muy favorable en uniformizar los hundimientos.

Esta intervención destaca de las anteriores por el uso de un ambicioso sistema de monitoreo para conocer la evolución del comportamiento estructural, y facilitar la toma de decisiones de manera objetiva y oportuna, garantizando así la seguridad e integridad del templo. Para una descripción detallada del sistema de monitoreo se puede consultar entre otros a (*Tamez et al 1995, Meli, 1998, Rivera 2000, Orozco 2003*). El Instituto de Ingeniería, como asesor de los trabajos, decidió emprender un proyecto para recopilar, procesar e interpretar la información obtenida. El trabajo presente forma parte de dicho proyecto.

## 2.5 MATERIALES

En las estructuras de mampostería, los materiales usados a lo largo de la historia han sido muy variados, y la mayoría de las veces su elección depende de las condiciones del lugar y de las técnicas empleadas en esa época. Cuando la construcción de un edificio de mampostería se desarrolla en un período tan largo,

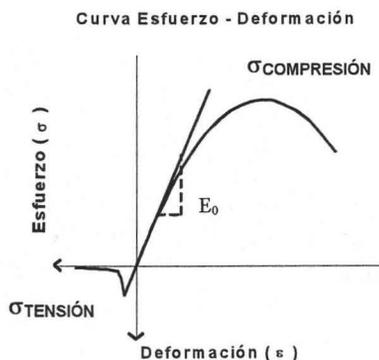
como en el caso de Catedral, surgen variaciones importantes en las mamposterías, debidas principalmente a cambios en la composición de los morteros, cambios en el tipo de piedras o piezas usadas, y en ocasiones incluso el cambio de técnica. Además hay que considerar que la construcción se realizó por etapas o capas, las cuales pueden generar discontinuidades.

Todos estos factores, sumados al deterioro ocasionado por el intemperismo, el flujo plástico, la acción de sismos, incendios, etc, son fuente de incertidumbre para el ingeniero que trata de determinar las propiedades mecánicas de la mampostería. Éstas últimas dependen tanto de los materiales usados, como del arreglo de sus componentes (Meli, 1998). Por esta razón, la correcta selección de las propiedades mecánicas de los materiales es fundamental para reproducir la respuesta del templo de manera analítica. El proceso debe desarrollarse de manera cuidadosa y es recomendable realizar pruebas a los materiales usados.

### 2.5.1 Comportamiento de la mampostería

Aunque el material tiene un comportamiento no-lineal como el mostrado en la Fig 7, en ocasiones es aceptable modelarlo como elástico lineal, debido a que típicamente en los elementos mampostería actúan esfuerzos máximos del orden de un décimo de la resistencia a compresión, puesto que se tienen secciones robustas (Castellanos, 2004).

Sin embargo, se debe ser cuidadoso y tener en cuenta que la falla del material, como lo muestra la Fig 7 es frágil y los elementos son susceptibles a fallas súbitas, sobre todo en las mamposterías con resistencia a la compresión alta (Meli, 1998). La capacidad a tensión de la mampostería es pequeña, del orden de un décimo de la de compresión, y se pierde rápidamente al alcanzar su máximo.



**Fig. 7 Diagrama esfuerzo-deformación de una mampostería típica**  
(Castellanos, 2004)

### 2.5.2 Mamposterías usadas en Catedral

El material primario de la construcción es una mampostería heterogénea constituida por tezontle y piedra andesítica, aglutinada por un mortero de cal y arena. El conjunto crea una especie de concreto ciclópeo cuya composición varía según el elemento estructural. Los muros son primordialmente de tezontle con algunas piedras de pequeñas dimensiones. En las bóvedas el tamaño de las piedras de tezontle disminuye y desaparecen prácticamente las piedras de andesita.

La mampostería de sillares de piedra (chiluca) se empleó para los elementos que debían soportar esfuerzos de compresión elevados como columnas y arcos. Los sillares de las columnas tienen un arreglo que se repite en hiladas alternadas, y que deja un hueco central que se rellenó con una mampostería pobre (Fig 4).

### 2.5.3 Propiedades elegidas

Para los alcances de este trabajo se consideró aceptable el uso de un modelo elástico-lineal para definir el comportamiento de la mampostería y se consideraron las propiedades determinadas con estudios realizados por el Instituto de Ingeniería (Meli y Sánchez, 1993), las cuales se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2 Propiedades de los materiales de Catedral

Material	Peso Volumétrico ( $t/m^3$ )	Módulo de elasticidad ( $t/m^2$ )	Módulo de Poisson
Cantera. Columnas (0-13.5 m)	2.0	1500000	0.30
Cantera. Columnas adosadas y arcos	2.0	400000	0.25
Mampostería. Bóvedas, cúpulas y muros	1.6	300000	0.20
Mampostería. Cimentación	1.6	350000	0.20
Torres	1.6	213000	0.23

## 2.6 ESTADO ACTUAL DE CATEDRAL

El agrietamiento de Catedral es complejo y se presenta en gran parte de sus elementos estructurales variando su magnitud y relevancia estructural. El agrietamiento visible actualmente es sólo una pequeña parte del que se ha presentado a lo largo de su historia y que ha sido reparado en múltiples ocasiones. Como ya se ha anotado, el hundimiento ha originado buena parte de los agrietamientos en la estructura, al provocar el movimiento de los apoyos. La zona sur, debido al gran peso de las torres y el Sagrario, han presentado un hundimiento acelerado lo que ha propiciado discontinuidad entre esta zona y el resto del templo. La rotación de los apoyos hacia fuera en la zona norte es causa de las grietas longitudinales a la altura de la clave de la bóveda, otros agrietamientos se deben a los cambios locales de curvatura de la cimentación; algunas grietas verticales en las columnas C4 a C6 son debidas a momentos flexionantes elevados que sumados al efecto de la carga vertical han llevado al comienzo del aplastamiento de la columna (Meli y Sánchez, 1993).

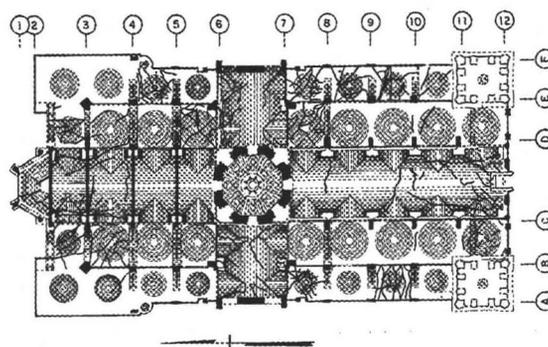
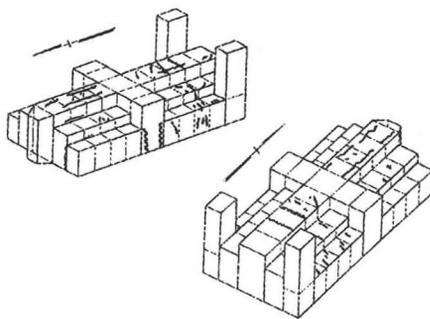


Fig 8 Agrietamiento en la cubierta de Catedral (Bóvedas Agrietadas)

En la *Fig 8* se puede apreciar el levantamiento de grietas que se tenía al inicio de la intervención en la cubierta de Catedral. Dentro del sistema de monitoreo se realizaba periódicamente un levantamiento que medía la apertura o cierre de las principales grietas, tanto en muros como en bóvedas, pues se deseaba conocer la evolución de las mismas durante los movimientos originados por la subexcavación. La evolución de dichos movimientos puede encontrarse en (*Tamez et al, 1995*) y en los informes periódicos realizados por la empresa CCM.

Como se ha dicho, gran parte de los elementos presenta agrietamiento; *Meli y Sánchez (1993)* propusieron un sistema simplificado de grietas que engloba las que fueron consideradas más representativas e importantes desde el punto de vista estructural. En este trabajo retomamos esa simplificación del agrietamiento, y sólo aceptamos como grietas definidas a las presentadas en los riñones y en el intrados de la clave de la nave central, así como la prolongación de algunas de éstas en las fachadas sur y norte. Finalmente una grieta que corre a todo lo largo de la sección transversal del templo, muy cerca al eje 11, de acuerdo con la notación usada en esta intervención. La ubicación y forma de este agrietamiento se presentan en el esquema de la *Fig 9*.



*Fig 9 Esquema simplificado del agrietamiento en fachadas y cubierta de la Catedral*

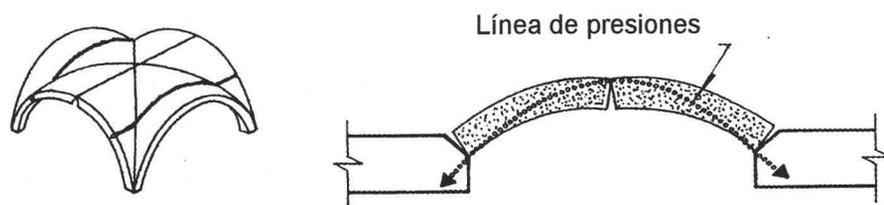
## 2.7 COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE LOS EDIFICIOS HISTÓRICOS

Los edificios históricos se concibieron como estructuras de gravedad, que transmiten las acciones por esfuerzos de compresión hacia la base del edificio. Son en su mayoría muy pesados y estructuralmente muy rígidos, lo que genera fuerzas de inercia elevadas, y que su periodo fundamental de vibración se encuentre generalmente entre 0.1 y 0.4 s (*Meli, 1998*). Debido a esta situación no es conveniente idealizar el comportamiento sísmico como el movimiento de masas concentradas y resortes, utilizados en la idealización de los edificios modernos. Esta situación se debe a que los componentes de la estructura (bóvedas, arcos, naves) no tienen la suficiente capacidad de transmitir las fuerzas de inercia y los esfuerzos de tensión y cortante a los elementos que resistirían de mejor manera el movimiento sísmico (muros).

La acción del sismo provoca la aparición de grietas en la mampostería, que alteran la capacidad resistente de los elementos y disipan energía. La estructura se hace más flexible al ir creciendo y propagando el agrietamiento; este proceso continúa, hasta que aparecen problemas de inestabilidad en algunos elementos, lo que puede llevar al colapso parcial o total de la estructura.

Los principales mecanismos de falla y la forma de los mismos se concentran en elementos muy definidos de la estructura, como son: bóvedas, muros, arcos, torres, cúpula, ábside, fachada, etc. Cada uno de ellos puede presentar un mecanismo diferente de acuerdo con las características de su estructuración.

Ejemplo de ello se pueden presentar cuando la fachada se mueve de forma diferente a la nave, generando agrietamiento en los elementos de unión; o cuando los apoyos de los arcos (muros o columnas) se mueven en direcciones distintas (apertura o cierre) generando grietas en la clave o en los riñones del arco (Fig 10). Estos mecanismos son tratados ampliamente por *Meli (1998)* y *Morales (2004)*



**Fig 10** Esquema del agrietamiento de un arco ante la apertura de sus apoyos (*Meli y Sánchez 1993*)

## **CAPÍTULO 3**

### **ANÁLISIS DE LOS REGISTROS SÍSMICOS**

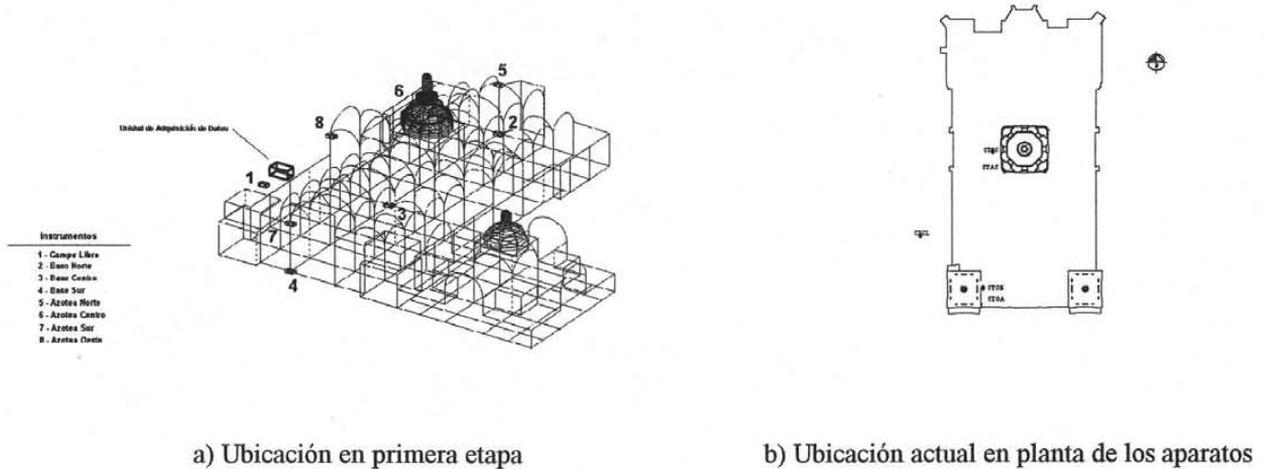
#### **3.1 INSTRUMENTACIÓN SÍSMICA**

El sistema de monitoreo de la Catedral incluye una red de acelerógrafos, con el fin de entender la respuesta dinámica del templo. Dadas la magnitud y la complejidad de este edificio, sería necesario el uso de un gran número de dispositivos para lograr lo anterior. Para solucionar este problema, en Catedral se decidió instalar los dispositivos disponibles, con una configuración que permitiera entender los aspectos principales del comportamiento del templo; esperar un tiempo para que la red detectara algunos eventos importantes y después trasladar los aparatos a otro sector del templo para estudiar otros aspectos de interés.

La ubicación de los aparatos inicialmente se centró en conocer la respuesta del conjunto; adicionalmente se estudiaron aspectos particulares de la respuesta del templo, especialmente el comportamiento de las torres.

Fueron utilizados ocho acelerógrafos en la etapa inicial; seis de ellos se instalaron en el lado norte, centro y sur del templo a nivel de criptas y de la cubierta; además fue colocado uno en la azotea oeste y otro ubicado en el terreno, fuera de la traza de Catedral. Este arreglo registró los eventos ocurridos entre enero y julio de 1997.

En una segunda etapa, que abarcó los eventos entre diciembre de 1997 y mayo de 1998, se movieron los aparatos colocados en el sur y norte de las criptas trasladando uno a la base del campanario y el otro a la parte alta de la torre poniente, para así determinar el comportamiento de las torres. Posteriormente fueron retirados algunos acelerógrafos para colocarlos en otros edificios, dejando solo 5 aparatos (Campo Libre (CL), Azotea Centro (AC), Sótano Centro (SC), Torre Oriente Baja (TOB), Torre Oriente Alta (TOA)). En la *Fig 11* se muestra la ubicación en planta de todos los puntos de medición, distinguiendo los existentes de los retirados.



*Fig 11 Ubicación de la red acelerográfica de Catedral*

En la actualidad la red está formada por cuatro acelerógrafos digitales DCA-333 y un Etna Episensor de tres componentes ortogonales cada uno; sus principales características se resumen en la *Tabla 3*. El sistema tiene una configuración maestro-esclavo, por lo que, al rebasar el umbral programado del aparato maestro, es enviada una señal que provoca la activación de los demás. Para evaluar el movimiento relativo de la estructura durante el evento, el sistema cuenta con una señal común de tiempo que permite obtener un registro sincrónico. Aunque para que todo el sistema arranque es necesario que se active el aparato maestro, cada instrumento es capaz de iniciar su operación de forma autónoma, al rebasar el umbral de aceleración establecido.

*Tabla 3 Características de los aparatos que integran la red acelerográfica de la Catedral*

Características	DCA-333R	Etna Episensor
Fabricante	Terra technology	Kinematics
Tipo	Digital	Digital
Medio de registro	Memoria de estado sólido	Tarjeta "flash"
Sensores	Servo acelerómetros Triaxiales	Internos
Frecuencia (s)	30	50
Amortiguamiento	0.7 del crítico	0.7
Escala (g)	0.25g, 0.5g, 1.0g y 2g	0.25g - 2.0g
Tiempo de pre-evento (s)	4	Ajustable
Tiempo de post-evento (s)	15	Ajustable
Tiempo total de registro (min)	15	40
Velocidad de muestreo (muestra/s)	100	100,200 ó 500
Umbral de disparo	Ajustable	Ajustable
Alimentación (V)	12	12

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS SISMOS ESTUDIADOS

Desde enero de 1997 a enero de 2003, la red acelerográfica de la Catedral registró 21 sismos de magnitudes mayores de ( $M_c = 4.7$ ). En la *Tabla 4* se presentan sus características principales, como fecha, hora, magnitud, profundidad, coordenadas del epicentro, y en la *Tabla 5* se presentan las aceleraciones máximas registradas por cada aparato. Los primeros registros, hasta junio de 1999, han sido estudiados por *Rivera (2000)*. A los registros restantes dentro de este trabajo se les dio el mismo procesamiento, el cuál será descrito más adelante en este capítulo.

*Tabla 4 Sismos registrados por la red acelerográfica de la Catedral*

Fecha	GMT	Magnitud Mc	Profundidad Km	Lat. N.	Long. W	Epicentro
Enero 11, 1997	14:28:29.1	7.3	17	18.09	102.86	Costa de Michoacán
Enero 21, 1997	15:19:58.2	5.6	5	16.24	98.29	Costas de Guerrero- Oaxaca
Abril 3, 1997	15:22:31.6	4.7	49	17.98	98.38	Límite entre Guerrero- Oaxaca
Mayo 8, 1997	10:58:30.1	5.1	14	17.26	100.38	Costa de Guerrero
Mayo 22, 1997	02:50:55.4	5.9	61	18.43	101.79	Río Balsas inferior
Julio 19, 1997	09:22:10	6.3	10	16.22	98.31	Costas de Guerrero- Oaxaca
Diciembre 16, 1997	05:48:32	5.9	10	15.86	99.16	Costa de Guerrero
Diciembre 21, 1997	23:22:00	5.6	10	17.25	100.9	Costa de Guerrero
Febrero 02, 1998	21:02:01	6.4	23	15.74	96.44	Costa de Oaxaca
Marzo 4, 1998	22:12:52	5.4	13	16.01	98.42	Costas de Guerrero- Oaxaca
Abril 20, 1998	17:59:18	5.4	32	18.34	101.20	Costa de Oaxaca
Mayo 9, 1998	12:03:13	5.2	24	17.37	101.41	Costa de Guerrero
Mayo 16, 1998	12:41:55	5.2	15	17.21	101.40	Costa de Guerrero
Junio 15, 1999	20:42:05	6.7	92	18.20	97.47	30 km al sur de Tehuacan, Puebla (aprox.)
Junio 21, 1999	17:43:05	5.8	42	18.09	101.78	Río Balsas inferior
Septiembre 30, 1999	16:31:14	7.4	2	15.89	97.07	Costa de Oaxaca
Julio 21, 2000	06:13:40	5.9	47	18.09	98.97	Puebla-Guerrero
Agosto 09, 2000	11:41:46	7.0	9	17.94	102.71	Costa de Michoacán
Enero 21, 2003	02:06:31	7.6	10	18.22	104.60	Costa de Colima

Fuente: Servicio Sismológico Nacional

### 3.3 PROCESAMIENTO DE LOS REGISTROS

El registro del sismo debe ser sometido a un procesamiento en dos etapas. En la primera, el responsable de la red acelerográfica recaba los datos, sincroniza las señales de los diferentes aparatos con una señal de tiempo común, y crea un archivo de texto que contiene, además del registro, las características como son: nombre de la estación de registro, tipo de instrumento, rango, entre otros.

Posteriormente, debe aplicarse una corrección de línea base que consiste en obtener el promedio de las amplitudes de los puntos del registro, para después restarlo a cada punto del registro. Finalmente, se realiza un filtrado para eliminar el ruido ocasionado por factores ajenos al fenómeno; para ello se aplicó un filtro de cuatro polos tipo pasa banda de 0.1 Hz a 10 Hz. Este procedimiento fue propuesto por *Rivera (2000)* a partir de los valores de las frecuencias naturales de vibrar de la Catedral estimados por *Meli y Sánchez (1993)*. En este trabajo se siguió la misma metodología para determinar los cambios que presentaron las propiedades dinámicas de la estructura después de la inyección de mortero con respecto a las reportadas por *Rivera (2000)*, que corresponde a una etapa anterior en el proyecto de rehabilitación. Para el procesamiento descrito se utilizó el programa Degtra 2000 para Windows, desarrollado por *Ordaz y Montoya (1989)*.

Tabla 5 Aceleraciones máximas registradas en la red acelerográfica

Evento	Magnitud Mc	Componente	Azotea Centro	Azotea Norte	Azotea Sur	Azotea Oeste	Sótano Centro	Sótano Norte	Sótano Sur	Campo libre	Torre Baja	Torre Alta
11-Enero-97	7.3	N-S	14.99	14.31	17.48	13.46	12.64	12.40	12.69	14.84	-	-
		V	4.74	-3.72	-4.37	4.89	-3.81	-3.54	-4.08	-5.75	-	-
		E-W	15.89	13.65	15.43	18.09	12.47	12.15	12.54	-14.21	-	-
21-Enero-97	5.6	N-S	1.84	1.68	2.46	1.37	1.02	1.03	1.12	1.33	-	-
		V	-0.75	0.60	-0.90	-0.74	-0.55	0.64	-0.86	-0.99	-	-
		E-W	-2.13	-1.37	-1.99	-2.55	-1.05	-0.97	1.08	-1.27	-	-
4-Abril-97	4.7	N-S	-0.79	-1.85	-1.19	1.20	-0.58	-0.58	-0.62	-0.66	-	-
		V	3.92	-1.63	-0.79	-1.13	0.61	-0.95	-0.54	0.87	-	-
		E-W	0.88	1.11	0.99	-3.83	0.55	0.51	0.54	0.72	-	-
8-Mayo-97	5.1	N-S	-1.08	-1.02	-1.64	0.98	0.67	0.62	0.68	0.99	-	-
		V	1.19	0.76	0.53	0.62	0.53	0.62	0.44	1.15	-	-
		E-W	1.50	-1.05	1.00	2.17	-0.67	0.74	0.68	0.93	-	-
22-mayo-97	5.9	N-S	-3.67	3.45	-6.02	3.56	-2.78	-2.71	-2.76	3.86	-	-
		V	2.73	2.223	2.05	1.81	1.86	1.92	1.91	2.09	-	-
		E-W	-5.41	4.57	4.9	6.50	3.69	-3.72	3.90	4.12	-	-
19-Julio-97	6.3	N-S	-2.09	-2.05	-2.37	-1.99	-1.88	-1.89	-1.91	-2.01	-	-
		V	0.64	0.52	0.65	0.72	0.56	-0.56	0.59	-1.91	-	-
		E-W	-1.88	-1.68	-1.88	-2.03	-1.40	-1.54	1.40	1.86	-	-
16-Dic-97	5.9	N-S	-1.54	1.44	-1.94	-1.51	1.21	1.16	-	-1.48	-2.39	-
		V	0.79	-0.75	0.91	0.73	-0.68	0.74	-	-1.11	1.17	-
		E-W	1.56	1.67	-1.44	1.67	1.12	1.42	-	-1.35	-1.95	-
21-Dic-97	5.6	N-S	2.03	1.97	-2.31	1.94	1.54	1.57	-	1.91	1.84	-
		V	1.06	-0.93	-0.64	-0.88	-0.77	-0.65	-	1.28	-0.77	-
		E-W	2.06	1.43	1.54	2.69	1.17	1.16	-	1.23	2.04	-
3-Febrero-98	6.4	N-S	2.78	2.54	3.03	-2.33	-1.99	-1.97	-	2.51	-2.56	-
		V	0.94	-0.96	-0.99	0.89	-0.89	-1.04	-	1.59	1.20	-
		E-W	2.52	-2.28	-2.54	3.02	-1.84	-2.05	-	-2.21	-3.16	-
4-Marzo-98	5.4	N-S	0.86	0.93	-1.14	0.85	-	-	-	0.87	1.20	3.61
		V	0.38	0.42	0.36	0.34	-	-	-	0.56	0.52	0.37
		E-W	1.16	0.71	1.08	-1.40	-	-	-	0.83	1.44	5.21
20-Abril-98	5.4	N-S	2.87	2.57	4.09	2.59	1.77	-	-	2.87	-3.71	14.26
		V	-2.47	-1.68	-1.56	-1.54	-1.48	-	-	2.04	-1.63	-1.95
		E-W	3.10	2.32	3.70	3.45	1.48	-	-	1.68	4.61	-16.23
9-mayo-98	5.2	N-S	-0.99	-0.84	1.52	-0.82	-0.47	-	-	-0.73	0.99	4.01
		V	0.77	0.50	-0.49	-0.57	0.46	-	-	0.81	-0.57	-0.62
		E-W	1.11	0.76	-1.19	1.59	-0.48	-	-	-1.00	-1.06	2.84
16-mayo-98	5.2	N-S	1.18	1.09	1.87	1.03	-0.71	-	-	0.94	1.23	4.33
		V	0.6	-0.44	0.54	0.49	0.37	-	-	0.60	0.53	0.63
		E-W	-1.14	-0.95	-1.04	1.51	-0.77	-	-	0.77	-1.24	-4.22
15-Junio-99	6.7	N-S	26.06	-	-	-	-	-	-	-	25.30	-
		V	15.61	-	-	-	-	-	-	-	-8.15	-
		E-W	30.2	-	-	-	-	-	-	-	-25.84	-
21-Junio-99	5.8	N-S	-4.86	-	-	-	-	-	-	-	-4.63	19.82
		V	2.24	-	-	-	-	-	-	-	1.84	-1.87
		E-W	6.99	-	-	-	-	-	-	-	-5.53	18.92
30-Sep-99	7.4	N-S	-18.27	-	-	-	-13.84	-	-	-	-	-
		V	-7.41	-	-	-	6.57	-	-	-	-	-
		E-W	-23.87	-	-	-	-12.23	-	-	-	-	-
21-Junio-00	5.9	N-S	-18.29	-	-	-	-5.93	-	-	8.35	11.61	38.28
		V	-7.15	-	-	-	-6.42	-	-	10.16	5.26	7.32
		E-W	22.5	-	-	-	-5.03	-	-	7.84	-7.54	-28.44
09-Ago-00	7.0	N-S	-11.03	-	-	-	-8.91	-	-	-8.64	-11.4	18.22
		V	-3.62	-	-	-	-4.03	-	-	3.09	-14.42	-3.9
		E-W	-12.71	-	-	-	-11.22	-	-	-11.36	-3.35	-38.8
22-Enero-03	7.6	N-S	-17.66	-	-	-	-13.7	-	-	-15.19	-15.83	23.76
		V	-3.55	-	-	-	3.66	-	-	13.05	3.73	4.57
		E-W	17.64	-	-	-	15.68	-	-	-16.57	-18.68	-34.64

Aceleraciones en gal.

Nota: Valores hasta el 21 junio1999, tomados de Rivera 2000

### 3.4 SISMOS SELECCIONADOS

Los eventos registrados el 11-enero-97 ( $M_c=7.3$ ), 19-julio-97 ( $M_c=6.3$ ), 9-mayo-98 ( $M_c=5.2$ ), 30-sep-99 ( $M_c=7.4$ ), 21-junio-00 ( $M_c=5.9$ ), 9-agosto-00 ( $M_c=7.0$ ) y 22-ene-03 ( $M_c=7.6$ ) fueron seleccionados para determinar las frecuencias fundamentales de vibrar de la estructura, dado que fueron los de mayor intensidad y que después del procesamiento presentaron los menores problemas de ruido ambiental; además se contaba con los registros en las estaciones que se utilizaron para evaluar las propiedades dinámicas del sistema.

Para determinar el movimiento del terreno, se utilizó además de los registros de Catedral, los de la estación CU para los mismos eventos. Como se expondrá más adelante, los sismos del 11-enero-97 y 20-enero-2003 fueron estudiados con mayor detalle, al ser los eventos con mayor intensidad; aunque las aceleraciones máximas se presentaron en el sismo del 30-sep-99, para este evento no se cuenta con registros de varias de las estaciones, por lo que fue utilizado sólo en algunos casos del análisis.

### 3.5 ANÁLISIS DE LOS REGISTROS

Para analizar la respuesta a un sismo existen varias técnicas; cada una de ellas aporta una parte de la información necesaria para entender el comportamiento de la estructura; estas técnicas utilizan herramientas matemáticas para interpretar la información, y son utilizadas en el análisis de señales producidas por cualquier vibración aleatoria.

#### 3.5.1 Análisis en el dominio del tiempo

Se calcularon cocientes de las aceleraciones máximas registradas, con el objeto de evaluar las amplificaciones relativas que se dan entre estaciones de interés. Además se calcularon las historias de desplazamientos relativos de los registros, a partir de la diferencia de desplazamientos absolutos entre dos historias de desplazamiento, de acuerdo con la Ec 3.1; de dichas historias se obtuvieron los desplazamientos máximos.

$$X(t) = X_b(t) - X_a(t) \quad (3.1)$$

donde:

$X(t)$  Desplazamiento relativo para un tiempo  $t$

$X_a(t)$  y  $X_b(t)$  Desplazamientos absolutos de dos señales para el tiempo  $t$

#### 3.5.2 Análisis en el dominio de la frecuencia

Algunas de las propiedades dinámicas del edificio, como periodos fundamentales y fracciones de amortiguamiento crítico, pueden determinarse de mejor manera en el dominio de la frecuencia; en este trabajo se utilizó un análisis no-paramétrico y estacionario, el cual consiste en obtener los cocientes espectrales de dos estaciones a partir de los espectros de amplitudes de Fourier correspondientes a cada registro.

El espectro de amplitudes de Fourier evalúa el contenido de frecuencias de cada registro de aceleración absoluta; para obtenerlo se aplicó la transformada rápida de Fourier a los registros, de acuerdo con:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.2)$$

O de manera desarrollada:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}(t) \cos 2\pi f t dt - j \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}(t) \operatorname{sen} 2\pi f t dt \quad (3.3)$$

donde:

$X(f)$  Transformada de Fourier

$\ddot{x}(t)$  Señal registrada

$f$  frecuencia del análisis

$$j = \sqrt{-1}$$

El cociente espectral,  $H(f)$ , se obtiene de la relación entre dos funciones de densidad espectral de las señales registradas, de acuerdo con la Ec 3.4; de la variación del cociente en función de la frecuencia es posible determinar los periodos naturales, dado que en esta representación las ordenadas máximas están asociadas a dichos periodos.

$$H(f) = \frac{X_2(f)}{X_1(f)} \quad (3.4)$$

donde:

$X_1(f)$  y  $X_2(f)$  son los espectros de Fourier de las señales registradas en las estaciones 1 y 2

Las fracciones de amortiguamiento crítico del sistema también se pueden estimar aproximadamente con el factor de amplificación dinámico (Chopra, 1995) entre la cubierta de la edificación y el terreno; en este caso se analizó el cociente espectral entre la azotea centro y el sótano centro:

$$\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n} \approx 2\zeta \quad (3.5)$$

Este procedimiento se consideró adecuado para sistemas con amortiguamientos pequeños. La ecuación anterior se puede describir como:

$$\zeta = \frac{f_b - f_a}{2f_n} \quad (3.6)$$

donde:

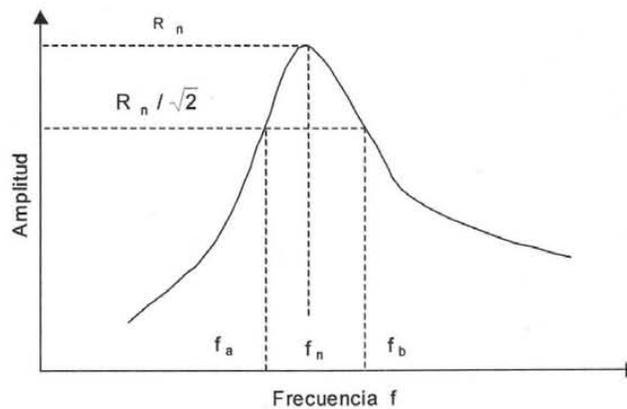
$\omega_b$  y  $\omega_a$  son las frecuencias que limitan el ancho de banda del pico del espectro (Fig 12), para su determinación se realiza el cociente de la amplitud de la frecuencia natural del sistema entre la constante  $\sqrt{2}$  y a partir de la amplitud obtenida se determinan las correspondientes frecuencias.

$\omega_n$  frecuencia natural del sistema

$\zeta$  fracción del amortiguamiento crítico

$f_b$ ,  $f_a$  y  $f_n$  frecuencias circulares relacionadas con las frecuencias naturales por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.7)$$



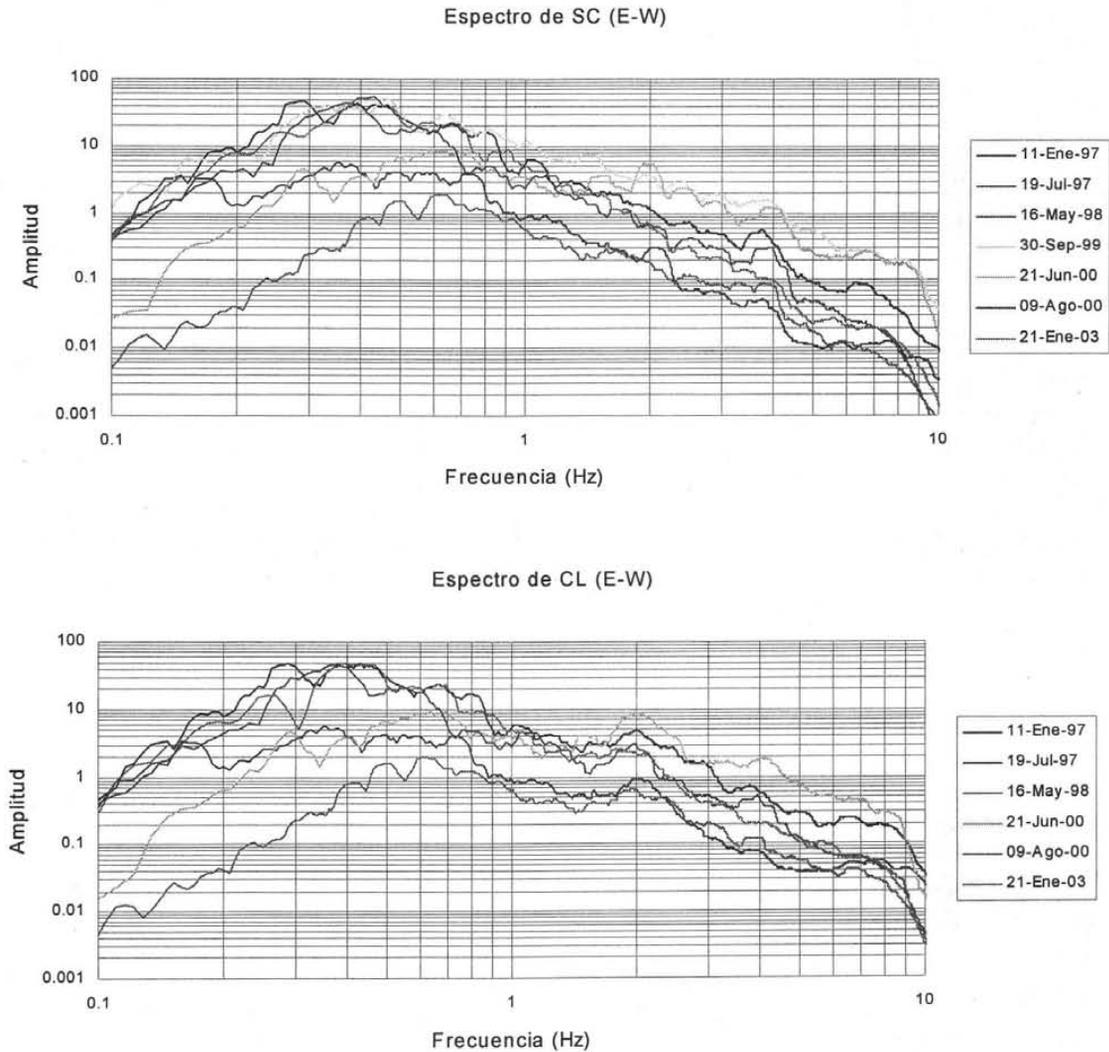
**Fig 12 Cálculo del amortiguamiento a partir del factor de amplificación dinámico**

Los espectros de respuesta permiten conocer, a partir de un amortiguamiento y periodo fundamental dado, la respuesta máxima de una estructura de un grado de libertad; como se verá más adelante para reproducir la respuesta dinámica de un edificio como Catedral, es necesario utilizar un número elevado de modos; por esta situación las ordenadas del espectro no proporcionan indicadores directos de la respuesta de una estructura de este tipo.

### 3.5.3 Características del movimiento del terreno en el sitio

Para evaluar las características del movimiento del terreno, se calcularon los espectros de Fourier de los aparatos que están colocados en la base de Catedral, Campo Libre (CL) y Sótano Centro (SC).

En la Fig 13, se presentan los espectros de Fourier de los sismos seleccionados para las estaciones SC y CL, donde se puede apreciar que la forma es muy similar entre las dos estaciones, por lo que es posible utilizar cualquiera de ellos para determinar las propiedades dinámicas del suelo. Sin embargo, es complejo determinar dichas propiedades a partir de los espectros, por lo que éstos sólo fueron utilizados para obtener las funciones de transferencia entre dos estaciones.

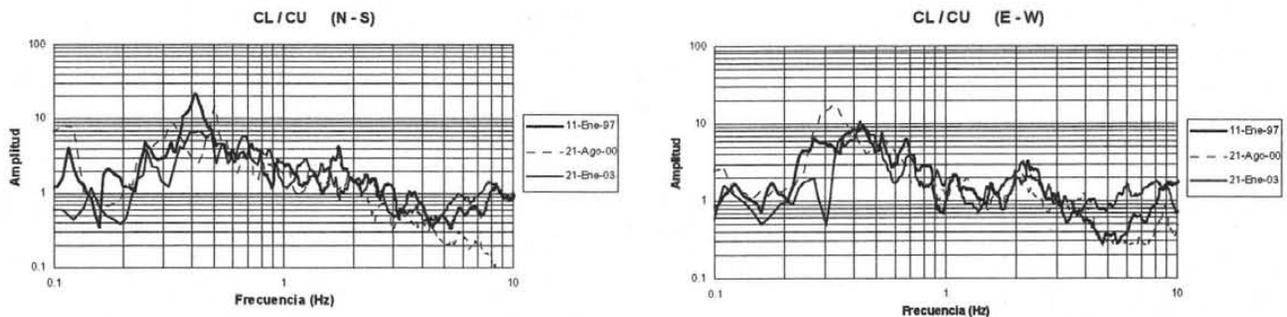


**Fig 13 Espectros de Fourier correspondientes a Sótano Centro y Campo libre en la dirección E-W**

Para determinar el período dominante del terreno en el sitio se obtuvieron las funciones de transferencia entre los registros de dos estaciones; considerando que las funciones de transferencia son poco sensibles a factores como la magnitud del sismo o la distancia epicentral se utilizaron la estación CU en suelo firme y la estación Campo Libre en la Catedral en suelo blando.

Se calcularon las funciones de transferencia entre las estaciones CL y CU para todo los eventos, excepto para el del 30-sep-99, donde al no tener el registro de CL fue utilizado el registrado en SC. El sismo de 21-enero-03, se presentó dos años después de haber terminado la inyección del mortero en el subsuelo de la Catedral, por lo que en la función de transferencia correspondiente se deberían reflejar los cambios, si existiesen, en las frecuencias dominantes del terreno.

En la *Fig 15* se presentan las funciones de transferencia para las direcciones horizontales; en ellas se puede apreciar que la forma de las funciones de transferencia es similar entre los eventos, y que existe consistencia en el periodo fundamental asociado al terreno. En la dirección N-S la frecuencia fundamental de vibración determinada de los registros de los distintos eventos se encuentra dentro de una banda de valores que va de 0.3 a 0.48 Hz o en términos de periodo de 2.08 a 2.78 s, y en la dirección E-W, la frecuencia fundamental se encuentra entre 0.29 y 0.45 Hz que en periodo sería de 2.22 a 3.45 s. Estos periodos son similares a los estimados por *Rivera (2000)* calculados para los eventos anteriores a la inyección de mortero. La frecuencia promedio es de 0.43 Hz (2.36 s) en la dirección N-S y de 0.37 Hz (2.7 s) para la dirección E-W, como lo muestra la *Tabla 6*; dichos periodos coinciden con el periodo que el reglamento de construcciones del DF asigna como periodo dominante de 2.5 s en esa zona.



*Fig 14 Funciones de transferencia entre Campo Libre y estación CU*

La *Fig 15* muestra la variación del periodo fundamental del terreno a lo largo del tiempo, donde se puede apreciar que éste no se vio afectado por la inyección de mortero en el subsuelo y que tampoco cambia con respecto a la magnitud del evento. Esto implica que, no se modificó significativamente la interacción que tiene el suelo con la cimentación de la estructura para los eventos registrados.

*Tabla 6 Frecuencias fundamentales de vibración para el cociente CL/CU*

Evento	N-S		V		E-W	
	Frecuencia Hz	Periodo T s	Frecuencia Hz	Periodo T S	Frecuencia Hz	Periodo T S
11-Ene-97	0.42	2.38	0.38	2.63	0.43	2.33
22-May-97	0.45	2.22	-	-	0.37	2.70
19-Jul-97	-	-	2.46	0.41	0.34	2.94
03-Feb-98	0.37	2.70	-	-	0.32	3.13
30-Sep-99	0.37	2.70	2.25	0.44	0.46	2.17
21-Jul-00	0.48	2.08	2.17	0.46	0.29	3.45
09-Ago-00	0.50	2.00	1.82	0.55	0.33	3.03
22-Ene-03	0.42	2.41	0.79	1.27	0.45	2.22

Estos resultados llevan a confirmar que una parte de la explicación del buen comportamiento sísmico del templo se debe a la gran separación que existe entre los periodos fundamentales de la estructura, que son inferiores a 0.5 s, y el periodo dominante en el terreno (2.5 s); esta situación provoca que la estructura no experimente amplificaciones importantes.

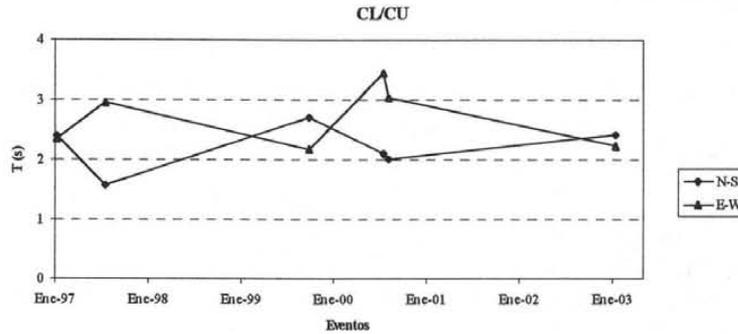


Fig 15 Periodo fundamental del terreno cercano a Catedral

### 3.5.4 Características del movimiento de la cimentación

Rivera (2000) estudió con detalle el comportamiento de la cimentación y encontró que las tres estaciones existentes: Sótano Centro (SC), Sótano Norte (SN) y Sótano Sur (SS), experimentaban un movimiento muy similar, en las dos direcciones horizontales, ante un evento sísmico. No así en la dirección vertical, donde el centro experimentó amplificaciones menores a las registradas en los extremos. Como los aparatos de las estaciones SN y SS fueron cambiados de ubicación, en este trabajo se acepta que el movimiento registrado por la estación SC sigue reflejando el movimiento de toda la cimentación en la dirección horizontal.

Para estudiar los efectos de interacción se evaluaron los espectros de Fourier de las estaciones CL y SC, mostrados en la Fig 13. En todos los casos se aprecia que para frecuencias mayores a 1.0 Hz, la cimentación de Catedral sufre una disminución en la amplificación del movimiento con respecto a CL. Esta situación se repite también en las funciones de transferencia calculadas para los mismos eventos entre SC y CL, presentada en la Fig 16. En las funciones de transferencia se puede observar que su forma es similar entre los diferentes eventos. Estos resultados coinciden con los obtenidos por Rivera (2000) y confirman que el fenómeno de la disminución de la amplificación está originado por los efectos cinemáticos de la interacción suelo-estructura, que en términos prácticos implica que la cimentación filtra las altas frecuencias, produciendo una disminución del movimiento. Esto resulta benéfico dado que las frecuencias fundamentales de vibración de la estructura son superiores a 1 Hz.

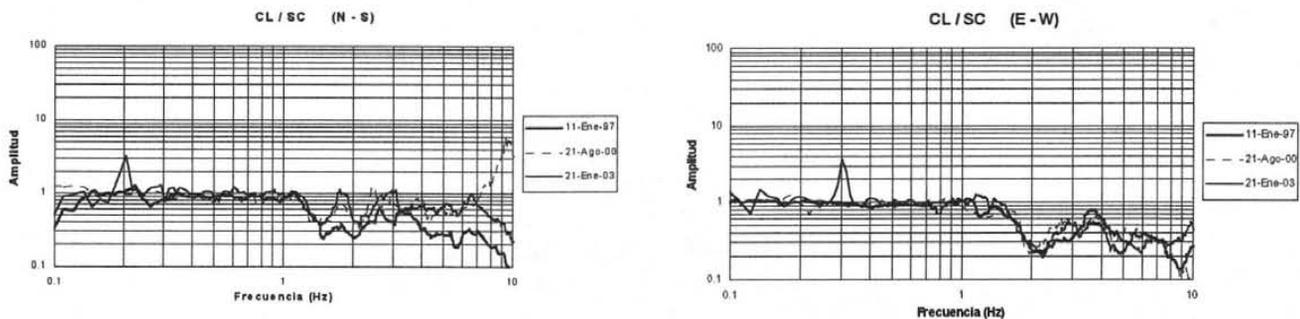
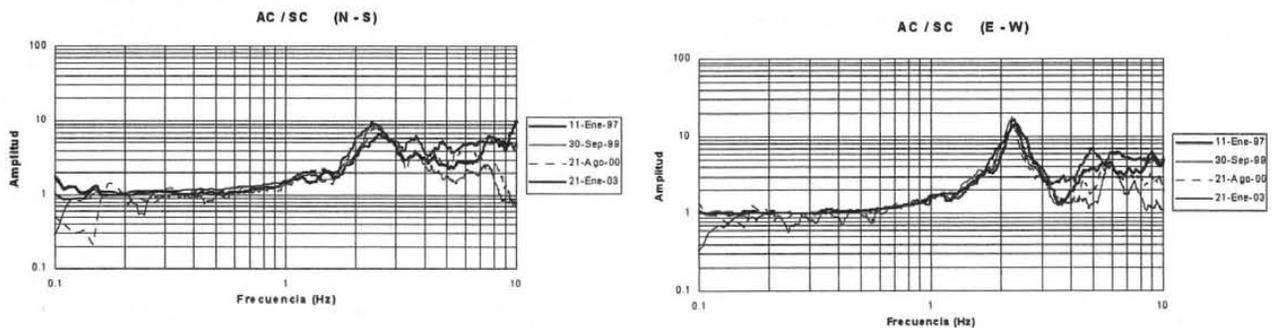


Fig 16 Funciones de transferencia Sótano Centro y Campo Libre

### 3.5.5 Características del movimiento horizontal de la cubierta

Debido a que los aparatos de la cubierta, Azotea Sur y Azotea Norte, también se retiraron en el periodo aquí estudiado y solo se conserva el de Azotea Centro, las características del movimiento registradas sólo se podrán estudiar en esta zona, y el resto de la cubierta tendrá que estar acotado a las conclusiones determinadas por *Rivera (2000)*, y que se pueden resumir como sigue: en los espectros y funciones de transferencia estudiados se encontró que la cubierta cerca de las fachadas sufre una amplificación mayor que en el centro para frecuencias cercanas a la frecuencia fundamental estimada para la cubierta. Esta amplificación se presenta en las dos direcciones horizontales.

En este trabajo se calcularon los espectros de Fourier de las estaciones AC y SC, para obtener las funciones de transferencia AC/SC (*Fig 17*) con las cuales se determinó el periodo fundamental de la estructura en su conjunto. En las *Tablas 7 y 8* se presenta un resumen de los datos encontrados para los eventos estudiados. En ellas se comparan los periodos determinados por las mediciones de vibración ambiental realizadas por la *Fundación Barros Sierra (1993)*, los obtenidos por *Rivera (2000)* a partir de los registros que él estudió y los estimados en este trabajo. Se puede apreciar que la vibración ambiental en las dos etapas determinó frecuencias mayores a las estimadas en los registros sísmicos, como era de esperarse pues esta prueba se desarrolla ante excitaciones muy pequeñas para los cuales se refleja una mayor rigidez de los elementos estructurales, se tiene además la participación de algunos elementos no estructurales (rellenos, arbotantes, escaleras, etc.).



**Fig 17** *Función de transferencia entre Azotea centro y Sótano Centro para las direcciones N-S y E-W*

El periodo fundamental determinado por la vibración ambiental en la dirección E-W se encuentra entre 0.45 y 0.49 s (2.03 y 2.22 Hz) en la primera etapa y de 0.44 y 0.48s (2.05 a 2.25 Hz) en la segunda etapa; para los eventos sísmicos el periodo promedio es 0.41s (2.4 Hz), tanto en los eventos registrados por *Rivera (2000)* como en los de este trabajo. En la dirección N-S, de manera similar el periodo determinado por la vibración ambiental resultó ser de 0.36 a 0.38s (2.66 a 2.73 Hz) y de 0.38 a 0.43s (2.3 a 2.6 Hz), en la primera y segunda etapa, respectivamente, y para los eventos sísmicos fue de 0.38s (2.6 Hz). Estos resultados indican que la estructura no ha cambiado sus propiedades dinámicas de manera importante durante el tiempo que se ha monitoreado su respuesta sísmica.

Tabla 7 Período dominante de la estructura inferido de los registros

Evento	N-S		V		E-W	
	Frecuencia (Hz)	Periodo T (s)	Frecuencia (Hz)	Periodo T (s)	Frecuencia (Hz)	Periodo T (s)
11-Ene-97	2.53	0.40	6.79	0.15	2.40	0.42
19-Jul-97	2.80	0.36	6.23	0.16	2.47	0.40
09-May-98	2.80	0.36	6.81	0.15	2.37	0.42
30-Sep-99	2.38	0.42	6.15	0.16	2.23	0.45
21-Jul-00	2.53	0.40	6.42	0.16	2.26	0.44
09-Ago-00	2.61	0.38	5.87	0.17	2.31	0.43
22-Ene-03	2.44	0.41	6.27	0.16	2.33	0.43

Tabla 8 Comparación entre los periodos fundamentales obtenidos por vibración ambiental y el promedio de los registros sísmicos dirección E-W

Estación	Dirección	Vibración Ambiental		Registro	
		1ª	2ª	sísmico	
Nave	AC	E-W	0.44 - 0.49	0.45 - 0.49	0.40 - 0.43
Torre 1º	TA	E-W	0.8	-	0.84-0.87
Torre 2º	TA	E-W	0.24	-	-

En los modelos analizados en este trabajo se ha considerado que el material tiene un comportamiento elástico-lineal ante las excitaciones sísmicas; para validar esta hipótesis se realizó un análisis por ventanas para los sismos registrados el 11-enero-97 y 21-enero-2003, para observar los cambios en las frecuencias de la estructura al variar la intensidad del sismo. Las ventanas fueron elegidas de 20 s con un traslape de 10 s, para que el registro por ventana fuera de 2048 puntos, de acuerdo con lo estudiado por Taborda, 2003.

En la Fig 18 se observan los periodos obtenidos por ventana para el sismo del 11-enero-97, del registro de AC en la dirección E-W; se puede observar que los periodos se van incrementando desde 0.39 s (2.56 Hz) en la primer ventana, hasta la ventana 70-90 s donde se encuentra la fase más intensa, donde se tiene un valor de 0.46 s (2.17 Hz) para después disminuir y regresar al valor inicial. Estos cambios en las frecuencias indican un comportamiento no lineal de la estructura durante un evento sísmico de magnitud importante; sin embargo la variación máxima del periodo es de 18 % entre los extremos y si consideramos como periodo representativo el valor obtenido de la función de transferencia para el mismo evento que tiene un valor de 0.42 s (línea recta en la Fig 19), la variación no excede el 10 %.

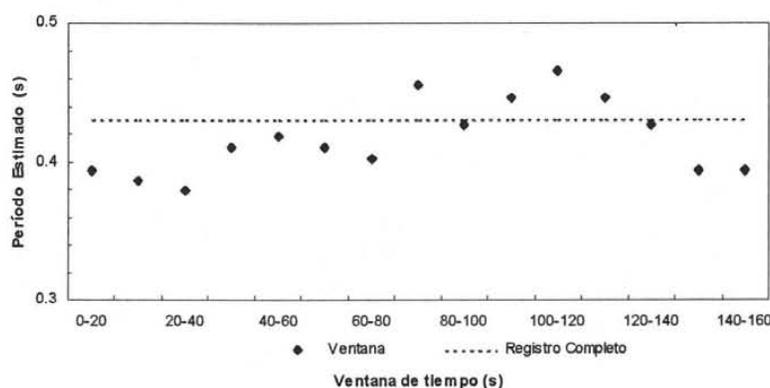


Fig 18 Variación del período de vibrar por ventanas de 20 s para el sismo del 11 de enero de 1997 para la dirección E-W

Por otra parte, los resultados indican que aunque se presentan fenómenos no lineales, la estructura regresa a su configuración inicial, por lo que el evento estudiado no produjo un daño permanente. Aunque se presentó aumento en el agrietamiento, este no afectó la respuesta de la estructura. De estos dos hechos resulta razonable el uso de modelos elásticos lineales para el estudio de la respuesta analítica ante sismos de intensidades como las registradas.

### 3.5.6 Características del movimiento vertical de la cúpula

Rivera (2000) encontró que el movimiento de la cúpula en la dirección vertical no se ajustaba al de la cubierta, pues sufría una mayor amplificación ante los sismos. Este movimiento lo atribuye a un comportamiento local provocado por la baja rigidez axial de las columnas que la soportan y al gran peso de la cúpula. Como se puede apreciar en las funciones de transferencia entre Sótano Centro y Azotea Centro de la Fig 19, el periodo promedio asociado al movimiento vertical es aproximadamente de 0.158 s (6.33 Hz). Dicho valor difiere del valor detectado por la vibración ambiental en la cual se obtuvo un intervalo de periodos de 0.22 a 0.24 s (4.17 a 4.5 Hz). La razón de esta diferencia entre los registros y la vibración ambiental no está bien definida, ya que comúnmente se espera que los periodos obtenidos por la vibración sean menores que los obtenidos a partir de los registros sísmicos, debido al nivel de excitación en el que se realizan las mediciones. La variación del período de vibrar de la cúpula durante el tiempo resalta que no ha habido cambios importantes desde que se inició el registro en el templo.

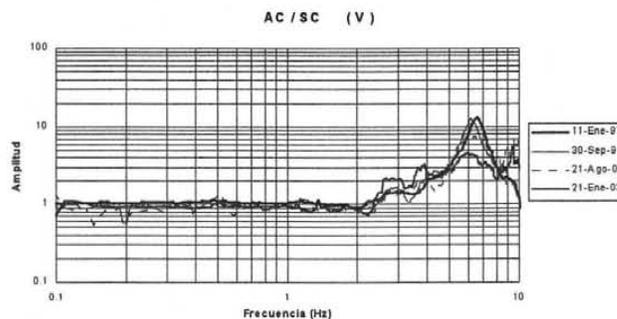
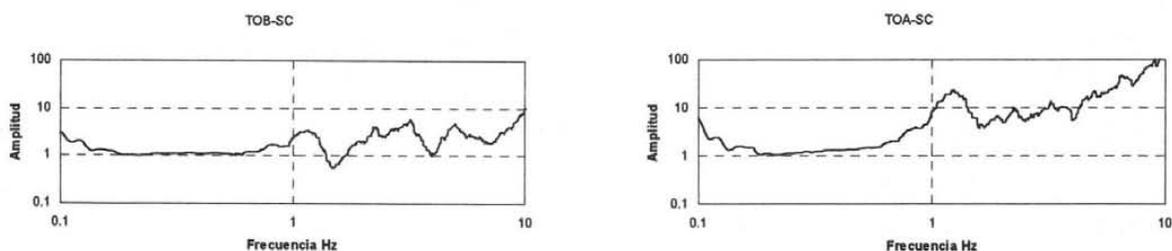


Fig 19 Función de transferencia entre Azotea Centro y Sótano Centro para la dirección vertical

### 3.5.7 Características del movimiento de la torre poniente

En la Torre Poniente se encuentran dos aparatos, el primero ubicado al inicio del segundo cuerpo (TOB) y el segundo en la parte superior del campanario (TOA); para estas estaciones fueron calculados los espectros de Fourier y las funciones de transferencia entre cada una de ellas y el SC; a partir de ellas se determinaron las frecuencias de vibrar.

Se muestran en la Fig 20 las funciones de transferencia entre las dos estaciones y el sótano centro. En las dos estaciones se puede observar que éstas son muy parecidas de forma; sin embargo la amplificación es mucho mayor en la ubicada en la parte alta. Esto indica que la parte baja de la torre responde de manera acoplada con el resto del templo mientras que la parte de arriba lo hace como un apéndice que sufre una gran amplificación, comportamiento ya detectado y estudiado con detalle por Rivera (2000).



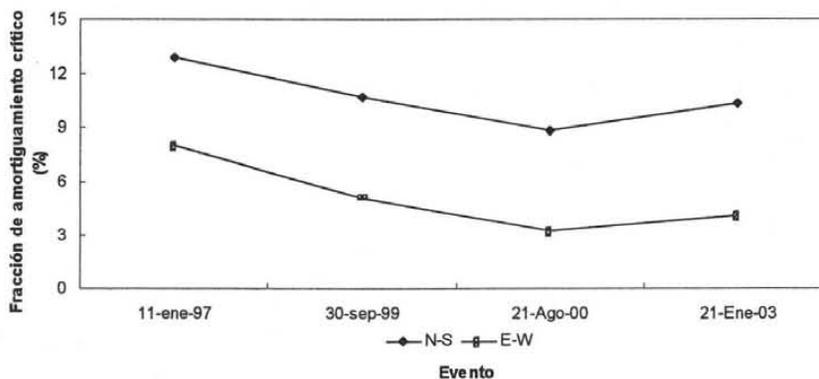
**Fig 20** Funciones de transferencia de las estaciones de Torre Poniente y SC para la dirección E-W (sismo 11-ene-97)

Los periodos fundamentales de vibrar determinados (Tabla 8), son similares a las obtenidas por Rivera (2000), y van de 0.84 a 0.88 s (1.14 a 1.18 Hz), lo que también implica que no hubo cambios importantes en el comportamiento dinámico de las mismas a través del tiempo; sin embargo, con los estimados por la vibración ambiental sí existe una diferencia, al ser éstos de 0.8 s (1.25 Hz) en la dirección E-W.

### 3.5.8 Estimación del Amortiguamiento

Fueron calculadas las fracciones de amortiguamiento crítico a partir del factor de amplificación dinámica, en las dos direcciones horizontales a partir de la función de transferencia AC/SC para 4 eventos, la resolución en frecuencia era de 0.006 Hz. En la dirección N-S se obtuvo un amortiguamiento promedio de 10 % del crítico, mayor al presentado en la dirección E-W que fue de 6% en promedio; la variación por evento se presenta en la Fig 21, Resulta interesante observar que, aunque el valor del amortiguamiento es distinto para las dos direcciones, su comportamiento es similar, pues si disminuye o aumenta el amortiguamiento en una dirección dependiendo de la magnitud del sismo, la misma variación se presenta también en la otra dirección.

Además se calculó la variación del amortiguamiento con el análisis por ventanas para el sismo del 11-ene-97 para la dirección E-W; los valores oscilan entre 4 y 12 % del crítico, dicha variación se presenta en la Fig 22, donde además se han trazado dos rectas: la inferior representa el 5% del amortiguamiento crítico y la superior (8 % del crítico), valor obtenido de la función de transferencia completa para este evento.



**Fig 21** Variación del amortiguamiento para varios sismos en la dirección horizontal

Para estimar el amortiguamiento de las torres se estudiaron las funciones de transferencia TOA/SC y TOB/SC, para la dirección E-W para el sismo 11-ene-97; se encontró que para el registro de la Torre Baja el amortiguamiento es de 10 y de 8 % el correspondiente a la Torre Alta.

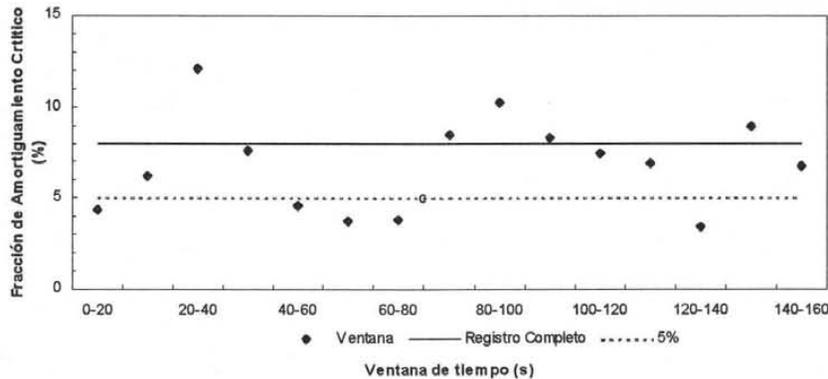


Fig 22 Variación del amortiguamiento por ventana para el sismo del 11-enero-97, dirección E-W

### 3.5.9 Respuesta espectral

Como se ha mencionado, sirve para hacer comparaciones entre la respuesta registrada y la de un sistema de un grado de libertad con propiedades equivalentes. En este trabajo se calcularon los espectros de respuesta de aceleración absoluta y de desplazamiento de la estación SC para los eventos del 11-ene-97, 30-sep-99 y 21-ene-97, considerando un amortiguamiento de 5 %; en las Tablas 9 y 10 se presentan los correspondientes a la dirección E-W. De ellas se puede ver que para la cubierta de Catedral cuyo períodos fundamental se encuentra entre 0.4 y 0.5 s, las aceleraciones que se deberían presentar de acuerdo al espectro, se encuentran entre 10 y 20  $\text{cm/s}^2$ , muy similar a la del terreno; y los desplazamientos que estarían entre 0.06 y 0.1 cm.

Tabla 9 Valores del espectro de respuesta de aceleración absoluta para la dirección E-W

Periodo	Aceleración ( $\text{cm/s}^2$ )		
	11-Ene-97	30-Sep-99	21-Ene-03
0.01	12.45	12.24	15.68
0.21	12.77	13.07	15.87
0.42	14.40	18.50	16.92
0.62	17.28	19.72	16.80
0.83	20.12	21.02	19.17
1.03	21.09	25.82	23.95
1.23	38.80	35.81	29.89
1.44	44.01	37.21	41.02
1.64	36.45	45.86	41.39
1.84	37.56	42.14	45.82
2.05	41.32	50.82	59.33
2.25	38.68	46.79	67.75
2.46	45.91	35.28	68.15

Tabla 10 Valores del espectro de respuesta de desplazamiento para la dirección E-W

Periodo	Desplazamientos (cm)		
	11-Ene-9	30-Sep-99	21-Ene-03
0.01	0.0	0.00	0.00
0.21	0.0	0.02	0.02
0.42	0.0	0.08	0.07
0.62	0.1	0.19	0.16
0.83	0.3	0.36	0.33
1.03	0.5	0.69	0.64
1.23	1.4	1.37	1.15
1.44	2.2	1.94	2.14
1.64	2.4	3.11	2.81
1.84	3.2	3.62	3.94
2.05	4.3	5.37	6.28
2.25	4.9	5.98	8.67
2.46	6.9	5.36	10.36

Como puede verse en la *Tabla 5* la aceleración absoluta máxima registradas en la cubierta para el 11-ene-97, se tiene que para la dirección E-W, en SC fue de  $12.47 \text{ cm/s}^2$ , mientras que para AC fue de  $15.89 \text{ cm/s}^2$ , valores que son similares a los derivados en los espectros de respuesta de aceleración. La misma situación se presenta para el sismo de 21-ene-03, donde la aceleración va de  $15.68 \text{ cm/s}^2$  a  $17.64 \text{ cm/s}^2$  para la misma dirección. Esta situación se debe principalmente a que, al ser muy rígida la Catedral, las aceleraciones no sufren amplificaciones importantes.

Para los eventos del 11-enero-97 y 21-ene-03 se calcularon los desplazamientos absolutos máximos para la estación SC, que resultaron ser de 2.66 y 2.88 cm respectivamente. Este movimiento incluye el desplazamiento del terreno por lo que se calculó el desplazamiento relativo, para conocer la amplificación que se presenta al ir subiendo de nivel en la estructura.

Se calcularon los desplazamientos relativos para los eventos 11-enero-97 y 21-ene-03 para las estaciones en la cubierta AC, AN, AS, y el registrado en las torres para TOA y TOB, con respecto a la estación SC. Para la cubierta el desplazamiento relativo máximos para AC se encuentra entre 0.17 y 0.18 cm para el 11-enero-97 y 21-ene-03 respectivamente, mientras que en AS fue de 0.23 cm, para 11-ene-97 y para el otro extremo (AN) de 0.25 cm. Estos valores resultan ser del doble o más que los estimados para los mismos periodos a partir de los espectros de respuesta de desplazamiento derivados de los registros respectivos. Las posibles causas de estas diferencias se discutirán más adelante, cuando se comparen estas respuestas con las obtenidas del modelo analítico. Para la torre los desplazamientos relativos calculados para TOB son de 0.39 cm y para TOA de 0.89 cm; esta diferencia hace notar la fuerte amplificación que experimenta el cuerpo superior de la torre. Hay que considerar que los espectros se calcularon para un amortiguamiento de 5% del crítico valor inferior al determinado de la respuesta de la estructura, esto hace que la diferencia sea todavía más notable.

## **CAPÍTULO 4**

### **MODELO ANALÍTICO DE CATEDRAL**

#### **4.1 METÓDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS**

Cuando se presentan problemas mecánicos gobernados por sistemas de ecuaciones diferenciales, se puede utilizar el método de los elementos finitos para encontrar una solución aproximada. Se discretiza el dominio en pequeños elementos, dentro de los cuales se propone un esquema simple de la forma en que varían los desplazamientos de los nodos de dichos elementos; las ecuaciones que se obtienen se ensamblan para formar un sistema de ecuaciones para todo el dominio. Dicho sistema se puede resolver de manera numérica y así obtener el campo de desplazamientos.

Con el avance de la tecnología la modelación de estructuras, el método de los elementos finitos (MEF) ha ido adquiriendo gran relevancia en todos los campos de la ingeniería, pues su mayor limitante siempre ha sido la gran cantidad de ecuaciones que es necesario resolver para encontrar una solución, lo que hacía hasta hace poco, muy lento e ineficaz su uso. Con el aumento en la capacidad de los procesadores usados por los equipos de computo se ha solventando de manera paulatina esta dificultad.

Otro problema que se presenta para utilizar el MEF es la creación de la geometría y el posterior mallado de esta; este problema cada vez va disminuyendo con el desarrollo de programas que permiten exportar geometrías de programas de dibujo tipo (CAD) y después generan la malla de manera automática.

Todas estas ventajas han permitido que el uso del elemento finito sea más común y se extienda a problemas más complejos; sin embargo se deben tener en cuenta algunas restricciones o cuidados cuando se usan el MEF; se debe tener especial cuidado con el tipo de elemento a utilizar y en que el tamaño de la malla sea el adecuado.

#### 4.1.1 Creación de la malla

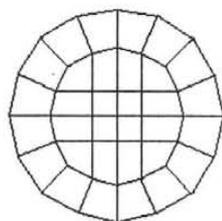
El tipo y tamaño de los elementos que conforman la malla debe ser analizado cuidadosamente, pues es más fácil generar por un pos-procesador elementos triangulares que cuadriláteros, en los problemas planos, aunque algunos autores (*Liu and Quek, 2003*) recomiendan el uso de elementos de cuatro lados, para obtener una mejor precisión en los resultados. En cuanto al tamaño es recomendable hacerlo lo más pequeño posible, pues entre más pequeño sea el elemento es más fácil que la variación del campo de incógnitas se ajuste mejor a la forma polinomial que el MEF considerará. Sin embargo, se debe tomar en cuenta el tiempo computacional que llevará el procesamiento, el cual depende del número de grados de libertad existente elevado a un exponente que varía entre dos y tres, dependiendo del algoritmo elegido.

Como la precisión de los resultados dependerá del tamaño del elemento de la malla, se recomienda que éste sea pequeño en aquellas zonas de especial interés, como pueden ser las fronteras, los lugares donde se espera las fracturas, los sitios con sobrecargas o aberturas. Por otra parte se puede aumentar el tamaño de la malla en aquellas zonas de menor interés.

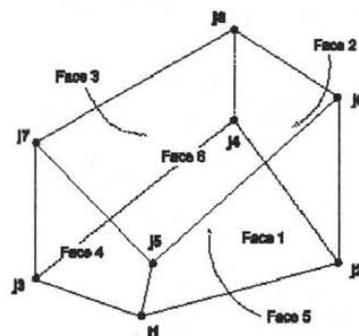
En este trabajo se utilizaron dos elementos básicos :

**Cascarón o placa.** Se utilizan en dos o tres dimensiones para analizar placas o cascarones. Cada elemento se define con cuatro nudos.

**Sólidos.** Se emplean para modelar estructuras tridimensionales; cada elemento se define con ocho nudos.



a) Elementos placa de cuatro nudos



b) Elemento sólido de 8 nudos

**Fig 23 Elementos finitos usados en el modelo de Catedral (Wilson, 2000)**

#### 4.2 Modelado de la mampostería en elementos finitos

Para modelar una estructura histórica de mampostería, los investigadores han seguido varios caminos para elegir la geometría y el comportamiento del material. Algunos consideran que el comportamiento de la estructura se puede definir a partir de macro-elementos, los cuales están formados por partes de los edificios que pueden ser estudiadas por separado; otros consideran que la interacción entre las partes no puede despreciarse y es necesario para la respuesta modelar de manera completa el edificio (*Morales, 2004*).

El tamaño del elemento varía y puede llegar a mucho detalle sobre todo en estructuras modernas donde el tipo de mampostería permite estudiar la interfase del mortero con las piezas de mampostería (*Fig 24*); sin embargo, en edificios históricos es común ignorar dicha interfase, por no conocer adecuadamente la geometría del elemento, y definir las propiedades de los elementos por ensayos

experimentales de la mampostería. En esta elección puede utilizarse elementos de comportamiento lineal o no lineal, de acuerdo con la información disponible y el programa utilizado para analizar el edificio. En este trabajo se consideró solamente el modelado de la estructura completa y la mampostería se modeló como un material compuesto, con un comportamiento elástico lineal.



**Fig 24** Formas de modelar estructuras de mampostería (Mendoza, 2005)

### 4.3 Agrietamiento de la mampostería

El agrietamiento de la mampostería se puede estudiar mediante grietas discretas o agrietamiento distribuido, el primero considera las grietas como discontinuidades geométricas, mientras el segundo imagina al sólido agrietado como un medio continuo que posee relaciones constitutivas apropiadas para simular el comportamiento del sólido en ese estado. Para un análisis detallado de estos conceptos se puede consultar la investigación realizada por Roeder (1999).

En este trabajo, se eligió un comportamiento elástico lineal y fueron utilizados dos procedimientos para simular el agrietamiento, el primero trata de considerar un agrietamiento discreto con un esquema de grietas simplificado, y que cuando, la grieta se abra, el material se separe dejando de transmitir fuerzas y esfuerzos, produciendo una discontinuidad; pero, cuando ésta se cierre, transmita fuerzas de compresión y esfuerzos cortantes (mediante fricción). Para modelar este fenómeno se utilizaron resortes inelásticos que cumplen con la característica de transmitir fuerzas de compresión y esfuerzos cortantes cuando existen deformaciones negativas (cierre), teniendo un comportamiento elástico lineal en la rama de compresión; mientras que cuando se presentan deformaciones positivas (apertura) no se transmiten esfuerzos cortantes ni fuerzas de tensión. En la Fig 25 se muestran los diagramas esfuerzo-deformación y esfuerzo cortante-esfuerzo axial de estos elementos llamados “gaps” o brechas.

Para el segundo procedimiento, el daño se simula degradando las propiedades del material de manera que la respuesta del modelo resulte equivalente a la registrada.

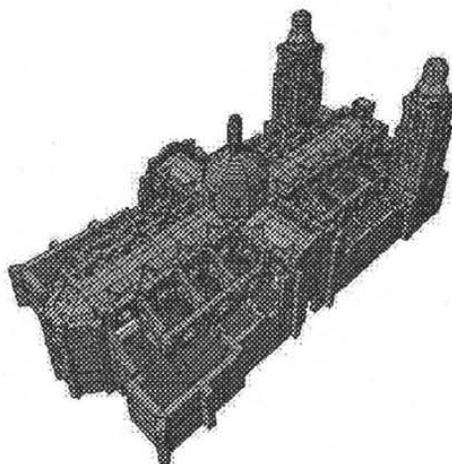


**Fig 25** Diagrama esfuerzo - deformación (a) y diagrama esfuerzo cortante esfuerzo axial (b) típicos de un elemento gap (Castellanos 2004).

#### 4.4 EL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE LA CATEDRAL

El modelo de Catedral ha sido desarrollado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM en los estudios realizados para la rehabilitación de la estructura; su creación ha sido por segmentos de la misma (columnas arcos, bóvedas y muros y cimentación) que se han ido acoplando a través del tiempo. El modelo fue creado originalmente para el programa SAP90, y las simplificaciones realizadas en la geometría y las secciones equivalentes utilizadas se pueden consultar en el trabajo realizado por *Sánchez et al (1998)*.

En este trabajo se retomó el modelo completo de la Catedral, sin cimentación; se le realizaron algunas modificaciones con el fin de mejorar la representación de la respuesta dinámica del templo, debido a que no había logrado reproducirla satisfactoriamente. Dentro de estas modificaciones se encuentran: el remallado de los muros, pues el mallado original resultaba muy grande para los modelos que se usan en la actualidad, y se sustituyeron los elementos placa de la nave central y la cúpula por elementos sólidos, para así poder incluir patrones de agrietamiento discreto, que en los modelos anteriores no habían sido considerados de esta forma. El modelo fue analizado utilizando el programa SAP 2000 Non-linear (*Fig 26*).

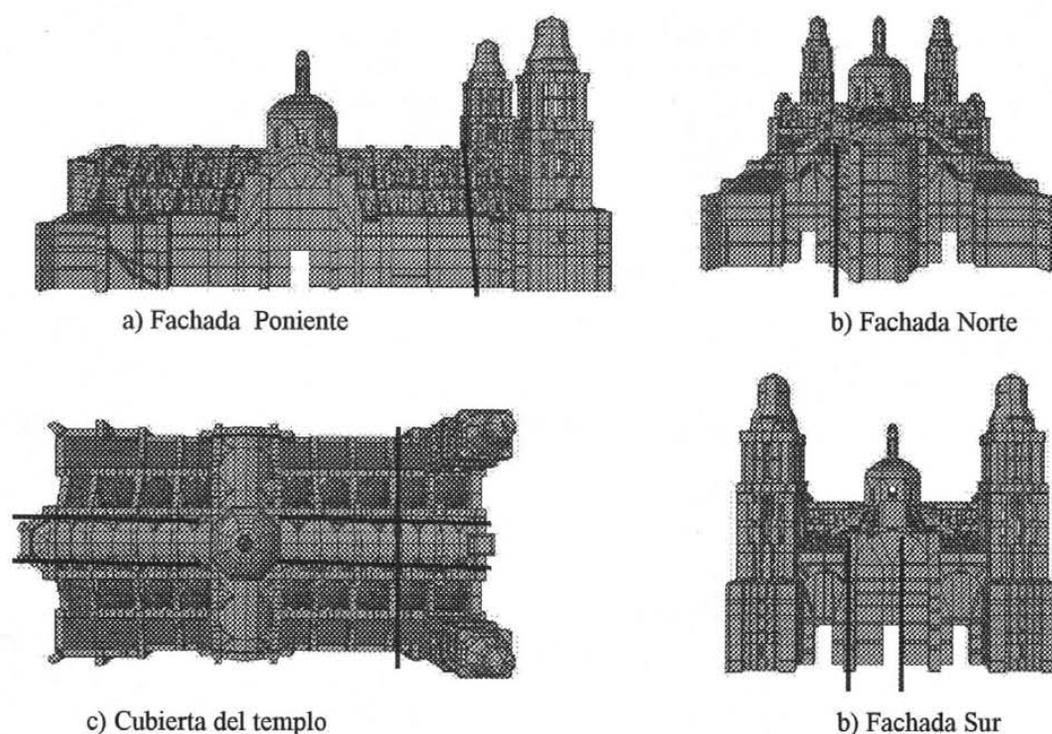


**Fig 26 Modelo de elementos finitos de la Catedral Metropolitana**

Como el propósito de este estudio es evaluar la variación en la respuesta sísmica de la estructura con relación a la respuesta sísmica registrada, se elaboraron tres modelos. El primero representa a la estructura sin agrietamiento (modelo sano). El segundo modelo representa a la estructura con agrietamientos en la nave central y fachadas en la dirección longitudinal y entre los ejes 9 y 10 en la dirección transversal, simulando el esquema descrito en el Cap 2; éste se llamó modelo agrietado. Finalmente un modelo llamado modelo ajustado, al cual le fue reducida la rigidez de algunos elementos del edificio para obtener una respuesta dinámica similar a la registrada, tratando de esta manera considerar el deterioro que ha sufrido el templo (no sólo el agrietamiento); por comodidad el cambio de la rigidez se idealizó como una reducción del módulo de elasticidad ( $E$ ) del material.

##### 4.4.1 Características de los modelos

Los modelos sano y ajustado constan de 15970 nudos, 7104 elementos sólidos que conforma los muros, torres, nave central y cúpula, y 1174 placas utilizadas en las bóvedas de las naves laterales. El modelo agrietado además consta de 328 gaps distribuidos en la nave central en la dirección longitudinal ubicados en el intrados y extrados de su bóveda, así como en las fachadas sur y norte y entre los ejes 9 y 10 en la sección transversal del templo, como se muestra en la *Fig 27*.



**Fig 27 Esquema de grietas en el modelo de Catedral**

Las propiedades de los materiales usados por los modelos fueron las descritas en el Cap 2, y los ajustes realizados a las mismas se presentan en la *Tabla 11*

**Tabla 11 Propiedades de los materiales usados en el modelo de Catedral**

Material	Peso Volumétrico (t/m <sup>3</sup> )	Módulo de elasticidad (t/m <sup>2</sup> )		Módulo de Poisson
		Modelo Sano y agrietado	Modelo ajustado	
Cantera. Columnas (0-13.5 m)	2.0	1 500 000	750 000	0.30
Cantera. Columnas adosadas y arcos	2.0	400 000	180 000	0.25
Mampostería. Bóvedas, cúpulas y muros	1.6	300 000	130 000	0.20
Torres	1.6	213 370	110 000	0.23

#### 4.4.2 Acelerogramas estudiados

Para estudiar la respuesta sísmica de los modelos se eligió la componente transversal (E-W) de los sismos de 11 enero de 97 Mc (7.3) y el 22 ene-03 Mc (7.6), estudiados anteriormente. Fueron elegidos por ser los sismos de mayor magnitud y porque cuentan con los registros en SC. Además se eligió como dirección de análisis la transversal, debido a que es la dirección donde la amplificación del movimiento sísmico es mayor, por lo que se esperaba que los daños sísmicos fueran también mayores en esta dirección.

## 4.5 CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE LOS MODELOS

Se determinaron los periodos y modos de vibración fundamentales y sus factores de participación para los tres modelos, para comparar las diferencias entre cada uno de ellos. La correcta identificación de las formas modales permite la asociación de dichas formas con los posibles mecanismos de falla que podrían presentarse. Posteriormente, se calculó la respuesta sísmica de los modelos, usando la combinación modal de los periodos fundamentales, aplicándoles una historia de aceleraciones en la base.

### 4.5.1 Periodos de vibración

El modelo sano presenta un primer modo de vibrar a los 0.6 s asociado al movimiento transversal de las torres, mientras que es hasta el modo 5 con un periodo de 0.27 s cuando se presenta el primer modo asociado con el movimiento transversal del templo; es importante destacar que los factores de participación en la respuesta en todas las direcciones son muy bajos, como se puede observar en la *Tabla 12*.

El modelo agrietado no presenta grandes cambios en los primeros modos de vibrar con respecto al modelo sano; sin embargo, se puede apreciar una ligera pérdida de rigidez en la dirección longitudinal, pues se aprecia como los periodos asociados a esa dirección se alargan, cambiando en ocasiones el orden en que aparecen los diferentes modos. Sin embargo, este cambio es mínimo, en promedio del 4.5%, si consideramos que el modelo agrietado separa la fachada sur y las torres del resto del templo.

Este corrimiento en los periodos se puede observar en las *Tablas 12 y 13*, pues mientras el modo 8 en el modelo sano es longitudinal, en el modelo agrietado es transversal; en los periodos superiores se encontraron cambios similares, que alteran tanto el factor de participación, como el orden en que se presentan los modos.

Los periodos que se pueden determinar con estos dos modelos son muy inferiores de los determinados a partir de los registros, como se puede apreciar en las *Tablas 12 a 15*, por lo que dichos modelos sobrestiman la rigidez del edificio. Esto implica que el agrietamiento discreto propuesto no logra reproducir la respuesta del templo; para lograr reproducirla se realizó el modelo ajustado obligando a coincidir los primeros periodos con los obtenidos a partir de los registros. Para lograrlo se redujo la rigidez de los elementos que integran el edificio; para calcular cuánto debía reducirse la rigidez se partió de la respuesta de un modelo de un grado de libertad, reduciendo el módulo de elasticidad con el cuadrado del factor en que se requiere aumentar el periodo, ya que la reducción en rigidez es proporcional al cuadrado de la relación que existe entre los periodos. Para nuestro caso la relación de rigideces necesaria fue de 2.2, es decir que se tuvo que disminuir la rigidez en poco más del 50% de la utilizada originalmente.

*Tabla 12 Periodos y factores de participación del modelo sano*

Modo	Periodo	Factor de participación (%)		
		N-S	E-W	V
1	0.60	4.13E-07	7.188	4.44E-09
2	0.59	2.234	3.62E-05	8.80E-07
3	0.54	0.125	1.055	3.93E-05
4	0.54	6.615	0.020	0.001
5	0.27	0.031	46.096	1.02E-05
6	0.25	50.009	0.033	0.022
7	0.24	0.052	0.009	1.25E-05
8	0.24	4.036	0.001	1.11E-04
9	0.22	0.011	9.318	1.30E-04
10	0.22	1.577	0.058	0.016
Total		64.69	63.78	0.04

*Tabla 13 Periodos y factores de participación del modelo agrietado*

Modo	Periodo	Factor de participación (%)		
		N-S	E-W	V
1	0.62	0.265	6.702	1.33E-04
2	0.61	1.990	0.917	0.001
3	0.55	6.160	0.170	0.001
4	0.55	1.312	0.878	2.04E-04
5	0.27	0.130	44.289	1.37E-04
6	0.27	42.478	0.094	0.018
7	0.25	1.240	0.090	0.010
8	0.24	0.002	3.241	9.87E-05
9	0.24	0.026	0.316	7.00E-06
10	0.24	5.310	0.026	0.001
Total		58.91	56.72	0.03

*Tabla 14 Periodos y factores de participación del modelo ajustado*

Modo	Periodo	Factor de participación (%)		
		N-S	E-W	V
1	0.84	1.7E-05	7.605	2.7E-09
2	0.83	2.240	1.01E-05	2.3E-04
3	0.76	1.314	0.849	1.9E-04
4	0.76	5.842	0.189	0.001
5	0.40	0.024	44.570	2.3E-06
6	0.38	51.877	0.025	0.013
7	0.33	0.544	0.016	0.002
8	0.33	0.004	0.570	3.2E-05
9	0.32	4.094	0.437	0.010
10	0.32	0.299	6.020	3.73E-04
Total		66.24	60.28	0.03

#### 4.5.2 Factores de participación modal

En los tres modelos se realizó una combinación modal utilizando los primeros cien modos de vibrar, calculados con eigenvalores; en los tres casos sólo se alcanzó entre el 82 y 89 % de la respuesta en la dirección N-S y en la E-W cercanos al 85 %, mientras que para la componente vertical fue de 60 % para el sano y de 35 % para el modelo ajustado. Lo anterior destaca una de las principales diferencias con las estructuras modernas donde generalmente el primer modo se lleva gran parte de la respuesta y con pocos modos se alcanza un porcentaje alto de la respuesta total. Sin embargo, en edificios muy masivos y rígidos, como lo es Catedral, los primeros modos horizontales se llevan apenas el 50 % de la respuesta y para la dirección vertical después de los 100 modos ni siquiera ha llegado al 70 %. En su trabajo, Morales (2004), solventó este problema en su edificio utilizando para su modelo 300 modos y en lugar de eigenvalores usó vectores de Ritz, llegando a obtener porcentajes de respuesta cercanos al 99 % en todas las componentes.

Como se observa en la Tablas 12 a 14, si consideramos los primeros diez modos de vibrar apenas llevamos el 60 % de la respuesta en las direcciones horizontales y ni el 10 % en la dirección vertical por lo que no es recomendable un análisis con tan pocos modos.

*Tabla 15 Comparación de periodos registrados contra los periodos calculados*

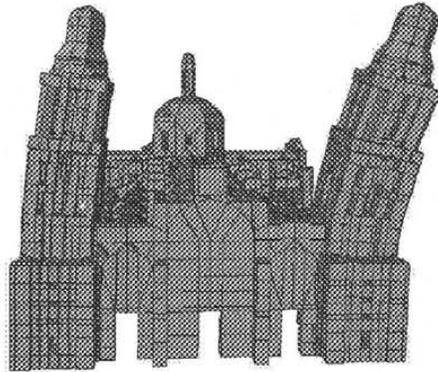
Descripción	Dirección	Vibración Ambiental		Registro	Modelo		
		1ª	2ª	sísmico	Sano	Agrietado	Ajustado
Cubierta dela Catedral	AC E-W	0.44 - 0.49	0.45 - 0.49	0.40 - 0.43	0.27	0.27	0.4
Cubierta dela Catedral	AC N-S	0.36 - 0.38	-	0.38	0.25	0.27	0.38
Torre Poniente	TA E-W	0.8	-	0.84-0.87	0.6	0.62	0.84
Torre Poniente	TA N-S	0.65 - 0.70	-	0.68	0.59	0.61	0.76

#### 4.5.3 Descripción de los primeros modos de vibrar

En los tres modelos los primeros modos de vibrar son similares entre ellos; aquí describimos de manera sencilla las características principales de cada uno de ellos; aunque el periodo en cada modelo varía, la forma modal es similar entre el modelo agrietado y el sano; para el modelo ajustado la forma modal es muy similar pero los periodos son más grandes.

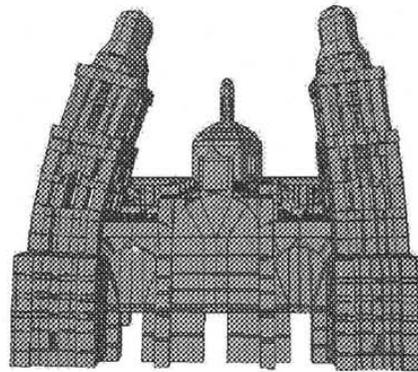
*Torres modo 1.* Modelo Sano (0.6 s), Modelo agrietado (0.62s), Modelo ajustado (0.8s)

El primer modo de las torres se presenta en la dirección E-W, o transversal; las dos torres responden de manera conjunta en la misma dirección.



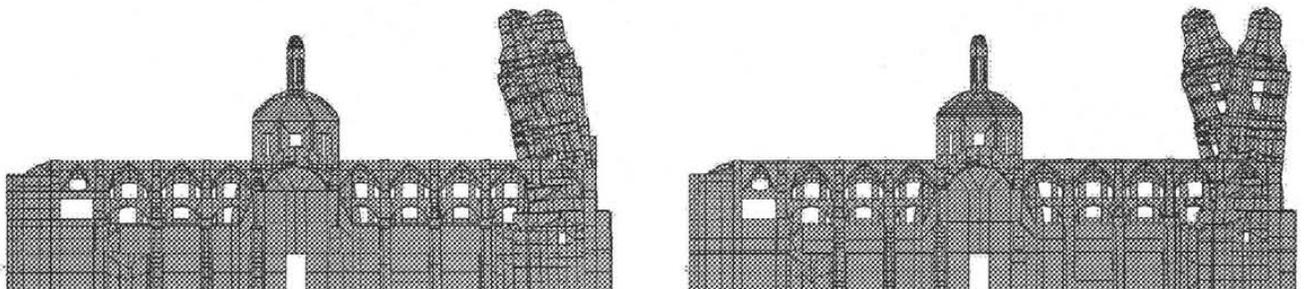
**Fig 28** *Modo transversal de torres*

*Torres modo 2.* Modelo Sano (0.59 s), Modelo agrietado (0.61s), Modelo ajustado (0.76s)  
 La configuración modal es del mismo tipo que el modo 1; sin embargo ya no se mueven en el mismo sentido aunque si en la misma dirección



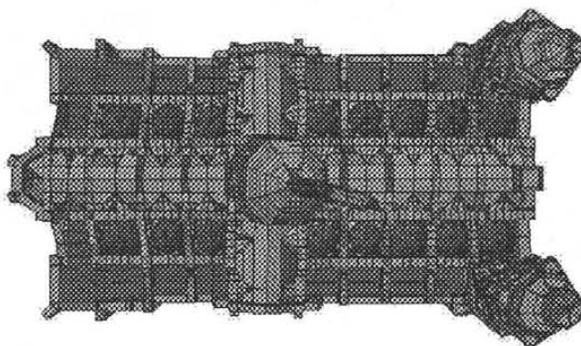
**Fig 29** *Modo transversal de torres*

*Torres modo 3 y 4.* Modelo Sano (0.54 s), Modelo agrietado (0.55s), Modelo ajustado (0.76s)  
 Son análogas a los modos 1 y 2 pero en la dirección N-S o longitudinal



**Fig 30** *Modos longitudinales de torres*

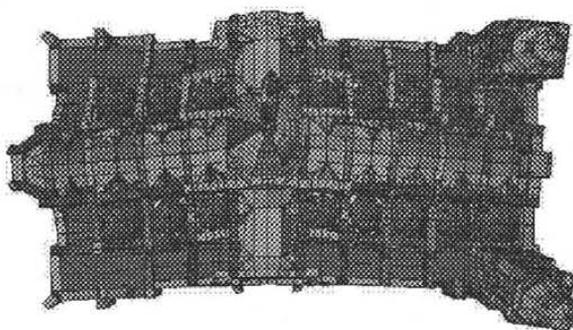
*Torres modo 5.* Modelo Sano (0.24 s), Modelo agrietado (0.25s), Modelo ajustado (0.33s)  
Aparece el primer modo de torsión de torres



**Fig 31** *Modo de torsión de torres*

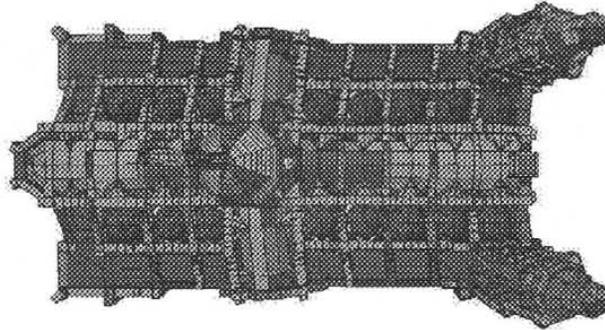
*Modo 1 de Catedral.* Modelo Sano (0.27 s), Modelo agrietado (0.27s), Modelo ajustado (0.4s)

Este modo origina flexión a lo largo del cuerpo del templo, y se presentan los mayores desplazamientos al centro y los menores en las fachadas norte y sur; la deformación se presenta en la sección longitudinal



**Fig 32** *Modo transversal de Catedral*

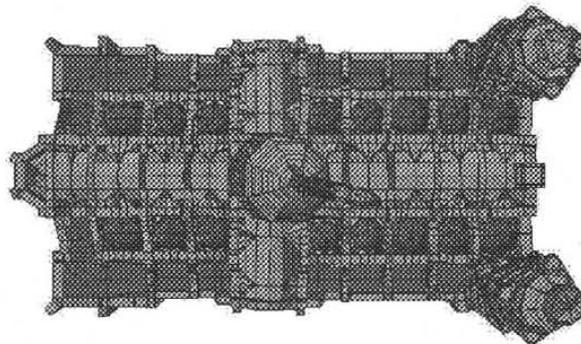
*Modo 2 de Catedral.* Modelo Sano (0.25 s), Modelo agrietado (0.27s), Modelo ajustado (0.38s)  
Este modo representa el primer modo, pero en la dirección longitudinal.



**Fig 33 Modo longitudinal de Catedral**

*Modo 3 de Catedral.* Modelo Sano (0.24 s), Modelo agrietado (0.25s), Modelo ajustado (0.33s)

Modo local donde la mayor amplificación la sufre la cúpula central en dirección longitudinal y giro en el crucero; coincide con el primer modo de torsión de las torres.



**Fig 34 Modo de cúpula de Catedral**

Conforme se avanza en el análisis modal van apareciendo modos en los cuales una parte específica sufre deformaciones, por lo que se puede considerar a ese modo como el que rige a ese sector del edificio. Dichos modos se encuentran en un intervalo muy pequeño; a excepción de los primeros cuatro asociados a las torres; los siguientes 96 modos se encuentran en un intervalo de periodos que van desde los 0.27 s a 0.07 s en el modelo sano y en el agrietado y para el modelo ajustado el intervalo va de 0.4 s a 0.13 s, de tal manera que cuando la estructura sea sometida a una aceleración, es muy probable que se amplifique su movimiento en muchos modos. Afortunadamente, como se ha descrito en el capítulo anterior, el periodo dominante del terreno en el sitio donde esta ubicada Catedral es de 2.5 s lo que provoca que no haya una amplificación de ninguno de estos modos por fenómenos de resonancia.

Los primeros modos son importantes para conocer las zonas donde se presentaron los principales daños durante un sismo de manera global, y los modos superiores serán de gran importancia cuando se estudie las fallas locales.

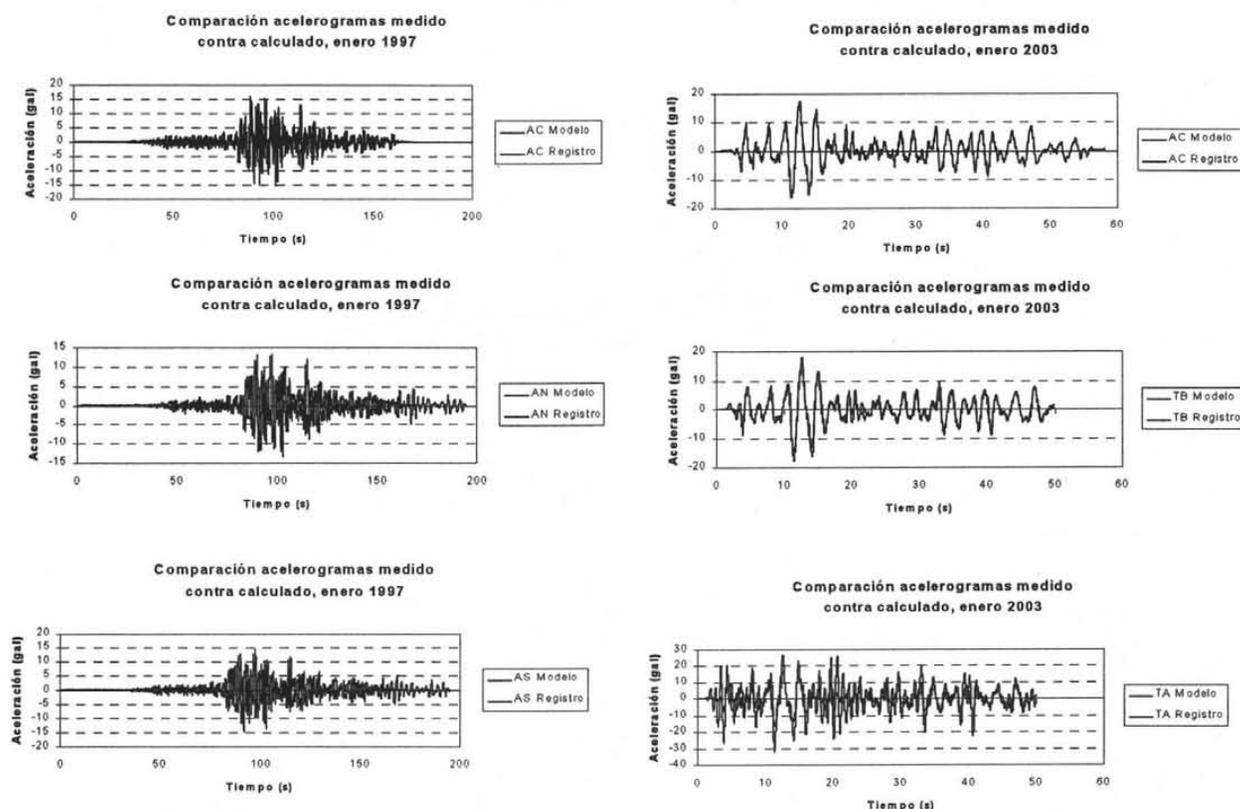
El uso de gaps no cambia de manera importante a los primeros modos de vibrar; sólo en modos superiores se empiezan a notar las diferencias, sobre todo en los modos longitudinales donde la existencia de los gaps provoca que la rigidez disminuya. Cuando el movimiento es transversal no se aprecian diferencias importantes entre los modelos.

## 4.6 COMPARACIÓN ENTRE LA RESPUESTA DE LOS MODELOS Y LOS REGISTROS

### 4.6.1 Aceleraciones

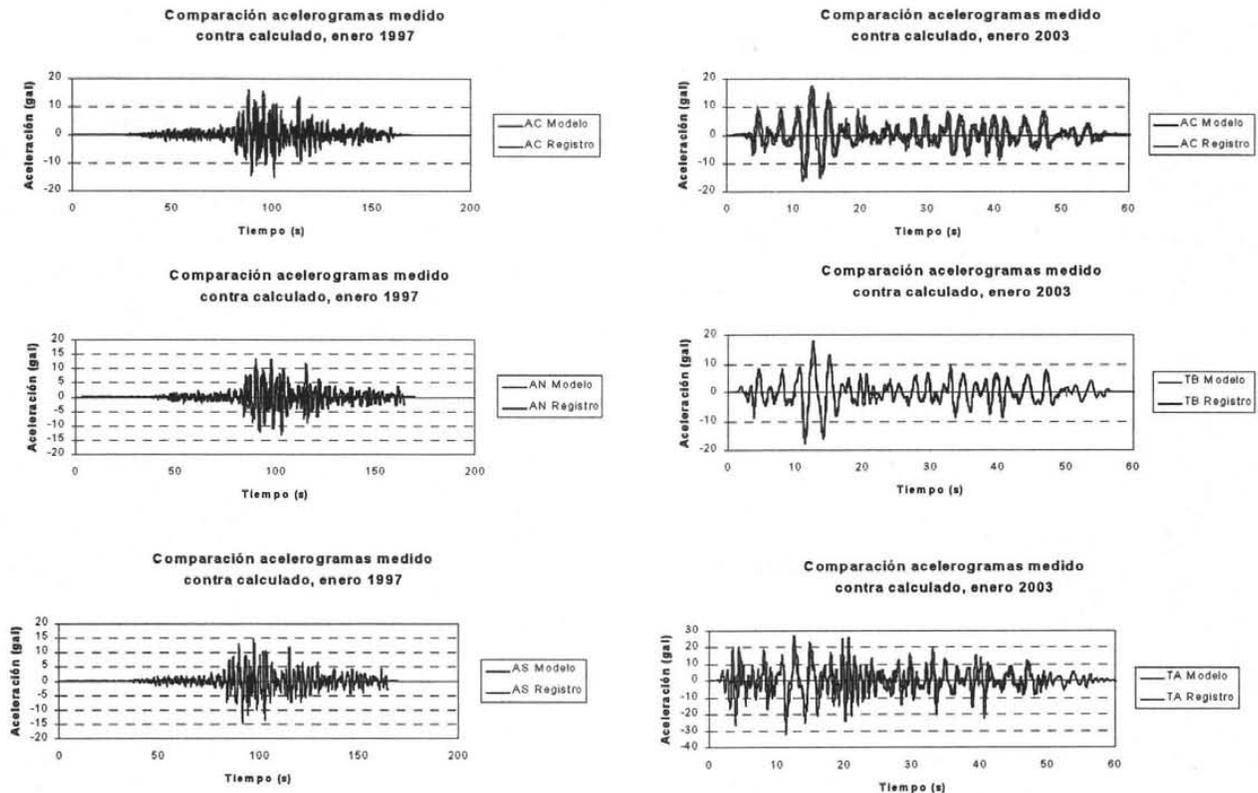
Se comparó la historia de aceleración absoluta que se registró en las diferentes estaciones con la de los tres modelos; en todos los casos los valores medidos se ajustaron bastante bien a lo registrado en la cubierta, aunque no en el caso de las torres.

En la Fig 35 se pueda apreciar la comparación de las aceleraciones del modelo sano con las obtenidas de los registros, para la Azotea Centro AC, Azotea Norte AN, y Azotea Sur AS, para el sismo de enero de 1997 y para el sismo de enero de 2003 para Azotea centro AC, Torre Baja TB y Torre Alta TA; como se puede apreciar, excepto para el caso de torre alta, todos los demás son muy parecidos, aunque ligeramente mayor la aceleración de los registros que la obtenida por los modelos. Una situación similar se presentó en el modelo agrietado.



**Fig 35 Aceleraciones registradas contra analíticas para los sismos del 11-enero-97 y del 22-enero-2003, para el modelo sano (E-W)**

Para el modelo ajustado se presentan las mismas comparaciones (Fig 36) y se observa que en todos los casos la aproximación mejora; incluso en la torre alta, donde en los modelos sanos y agrietado se estaba muy lejos de reproducir la respuesta. Aunque la respuesta máxima del modelo ajustado todavía no se aproxima, la historia de aceleraciones, es ahora mucho más parecida.



**Fig 36 Aceleraciones registradas contra analíticas para los sismos del 11-enero-97 y del 22-enero-2003, para el modelo ajustado**

En la Tabla 16 se presenta un resumen destacando las diferencias existentes entre las aceleraciones máximas registradas y las obtenidas de los modelos. El promedio de las diferencias entre las aceleraciones máximas es de 15% para los modelos sano y agrietado mientras que para el modelo ajustado resulta ser de 10.5%.

**Tabla 16 Máximas aceleraciones de los registros y los modelos analíticos**

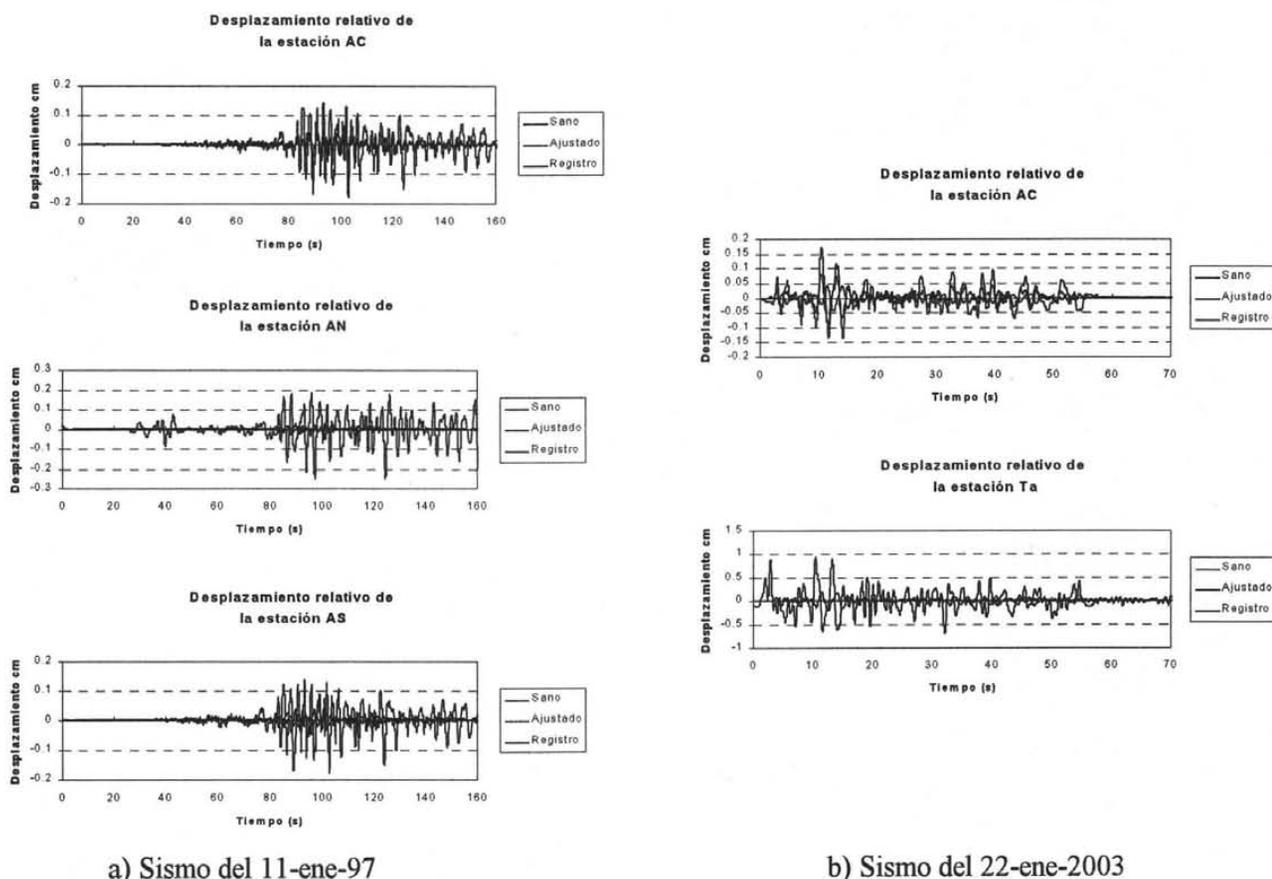
Sismo	Registros			Modelo Sano			Modelo Ajustado		
	AC	AS	AN	AC	AS	AN	AC	AS	AN
11-Ene-97	15.95	14.67	13.51	15.17	12.97	12.89	14.84	13.08	13.27
	-15.27	-14.56	-13.42	-15.16	-12.00	-12.07	-14.64	-12.54	-12.38
22-Ene-03	AC	TB	TA	AC	TB	TA	AC	TB	TA
	17.64	17.74	27.19	16.10	15.82	16.46	17.02	16.33	21.14
	-16.57	-17.78	-32.23	-15.48	-14.89	-16.64	-15.12	-15.20	-21.31

En las Fig 35 y 36 no se logran apreciar las diferencias entre los tres modelos a pesar de sus propiedades distintas; esto se debe a que al ser tan rígida la estructura la aceleración presenta poca amplificación, y la mayor parte de la aceleración que se está midiendo en la cubierta es la misma que la del terreno; esto hace que esta comparación no sea la más adecuada, dado que los desplazamientos relativos existentes entre la base y las partes alta sí se encontraron diferencias importantes, como se verá más adelante.

#### 4.6.2 Desplazamientos

Fueron calculados los desplazamientos relativos tanto de los registros como de los modelos; en este rubro fue donde se presentaron las mayores diferencias entre los registros y los modelos, ya que ninguno reproduce satisfactoriamente la respuesta medida.

En la Fig 37 se observa que sólo en la estación AC se aproximan los desplazamientos, para el modelo ajustado, tanto en forma como en magnitud, aunque los registrados son del doble de tamaño que los analíticos, y las diferencias son mayores con los otros modelos.



**Fig 37** Desplazamientos registrados contra analíticos para los sismos del 11-enero-97 y del 22-enero-2003, para el modelo ajustado (E-W)

En la estación Torre Alta sucede una cosa similar, es decir la historia de desplazamientos es parecida en forma pero los desplazamientos de los registros son mayores. Esta situación se ve reflejada en la

Tabla 17, que muestra los desplazamientos máximos y mínimos del modelo sano, del ajustado y los obtenidos de los registros sísmicos.

Dentro de las mayores diferencias se encuentran las de los puntos ubicados en las fachas norte y sur donde los registros indican que se debe desplazar más que en el centro; en el modelo estas zonas son muy rígidas y se desplazan la mitad del desplazamiento del centro del templo. Esta diferencia se debe a que el modelo sobre estima la rigidez de la unión entre los muros longitudinales y las fachadas

*Tabla 17 Desplazamientos registrados y analíticos para dos sismos*

Sismo	Registrado			Modelo Sano			Modelo Ajustado		
	AC	AN	AS	AC	AN	AS	AC	AN	AS
Ene-97	-0.179	-0.250	-0.211	-0.039	-0.017	-0.023	-0.077	-0.033	-0.049
	0.142	0.188	0.239	0.037	0.015	0.021	0.074	0.031	0.045
Ene-03	AC	TB	TA	AC	TB	TA	AC	TB	TA
	-0.135	-0.364	-0.693	-0.039	-0.017	-0.023	-0.090	-0.049	-0.521
	0.173	0.384	0.934	0.037	0.015	0.021	0.081	0.045	0.433

Como las deformaciones provocadas por los eventos sísmicos son muy pequeñas, debido tanto a la gran rigidez del edificio y las condiciones del suelo donde está cimentado, las discrepancias entre los desplazamientos reproducidos por los modelos, los esperados a partir de los espectros de respuesta y los desplazamientos de los registros son importantes. Situación que no se presenta en periodos, dado que la diferencia entre periodos registrados y del modelo no es del mismo orden que en el caso de los desplazamientos. El origen de estas diferencias quedó fuera del alcance de este trabajo, pero dentro de los factores que podrían afectar de manera significativa la respuesta se encuentran:

- Problemas de precisión de la instrumentación debido a que al ser una estructura tan rígida los desplazamientos son muy pequeños, y los aparatos no son los más sensibles del mercado.
- Incertidumbre con las propiedades de los materiales, debido a que las mismas se obtuvieron de una muestra que se supone representativa, pero que seguramente tiene limitaciones además de la variabilidad intrínseca que tiene una mampostería en estos edificios.
- Deficiencias en la concepción del modelo analítico, pues la forma de modelación sobrestima la rigidez provocando menores desplazamientos de los registrados.
- Problemas numéricos, pues al ser los desplazamientos pequeños y obtener diferencias entre ellos es fácil que el error crezca rápidamente.

## CONCLUSIONES

Se realizó el estudio de la respuesta sísmica de la Catedral Metropolitana, comparando la respuesta obtenida de un conjunto de modelos analíticos, muy similares entre si, y la estimada a partir de los registros sísmicos; auxiliados además de algunas propiedades obtenidas mediante la aplicación de pruebas de vibración ambiental.

Dado que el templo es el edificio histórico mejor estudiado e instrumentado en el país, existe gran cantidad de información estructural, y en particular de su comportamiento dinámico, que permitió observar las bondades y deficiencias que presentan los modelos constituidos de elementos con comportamiento elástico-lineal.

El estudio se centró en la primera parte en determinar las principales características dinámicas a partir de los registros sísmicos de la red de acelerógrafos instalada, y compararlas con los trabajos previos, para encontrar las diferencias del comportamiento de la estructura después de la última rehabilitación. Las principales propiedades estimadas fueron los periodos fundamentales de vibrar de la estructura, y del suelo, así como la fracción del amortiguamiento crítico, las formas modales y sus factores de participación, las características de las historias de aceleraciones absolutas y de desplazamientos relativos.

En la segunda parte se estudiaron los modelos de elementos finitos con tres historias de aceleraciones, para una posterior comparación entre la respuesta obtenida y las estimadas de los registros. Fueron utilizados tres modelos con variación en el comportamiento: el primero era completamente elástico-lineal con las propiedades derivadas de ensayos de materiales similares a los de Catedral, el segundo incluyó elementos con comportamiento no-lineal que simulaban el agrietamiento simplificado del templo; el tercero fue un modelo elástico-lineal en el cual las propiedades de los materiales se ajustaron para hacer coincidir los periodos medidos y calculados suponiendo que las diferencias son atribuibles al deterioro y otros factores no estimados.

A partir del estudio realizado se puede enunciar las siguientes conclusiones:

Se determinó el periodo dominante del terreno en la zona a partir de la función de transferencia entre las estaciones Campo libre y CU; de ellas se obtuvo que dicho periodo para las dos direcciones horizontal está entre 2.2 y 2.7 s, que concuerda con el propuesto por el reglamento que es de 2.5 s. El evento de donde fue estimado el periodo es posterior a la inyección de mortero en Catedral, y resulta similar al obtenido en trabajos previos a la inyección, lo que indica que hasta el momento la inyección no ha afectado al período dominante del terreno.

Los periodos fundamentales de vibrar de la cubierta obtenidos coinciden con los trabajos previos y son ligeramente superiores, como era de esperarse, a los periodos determinados con vibración ambiental. En la dirección E-W de los registros se obtuvo, que los periodos están entre 0.40 y 0.43 s, mientras que para vibración ambiental son de 0.44 a 0.49 s. Para la dirección N-S la situación es análoga teniendo para los registros 0.39 s y para la vibración ambiental 0.37 s. Mientras que para la torre, del registro sísmico se determinó que el periodo se encuentra entre 0.84 y 0.87 s, y para vibración ambiental, de 0.8 s, en la dirección E-W.

Se determinó mediante un análisis por ventanas si la estructura respondía de manera no-lineal de acuerdo con la intensidad del sismo; de los eventos estudiados no se encontró una prueba firme de ello. En las representaciones realizadas el valor sube y baja, pero no parece tener una correspondencia con la magnitud del evento, y además para los eventos estudiados la estructura tiende a regresar a su estado original a pesar de la aparición de agrietamiento.

A partir de las funciones de transferencia se determinó que la parte baja de las torres se comportan de manera acoplada al resto del templo, mientras que la parte superior lo hace como un apéndice y presenta una amplificación importante.

Se estimó la fracción de amortiguamiento crítico que presenta la estructura para el primer modo de vibrar, y que varió entre 4 y 12 %, para el conjunto de eventos estudiados, teniendo que los valores más altos se presentan con los sismos de mayor intensidad.

De igual manera que en el caso de los periodos, en el análisis por ventanas de los amortiguamientos no se observa una tendencia que relacione el amortiguamiento con las diferentes fases del evento, y los valores oscilan entre 3.6 y 12 % del crítico; se encontró también que, el valor del amortiguamiento si se toma el registro completo está por encima de la media de los valores obtenidos para cada ventana. Además se observó que al usar el 5 % de amortiguamiento, como si fuera una estructura moderna, se estaría subestimando la capacidad de amortiguamiento de la estructura.

Una fuente de incertidumbre fueron los desplazamientos relativos, pues mientras el espectro de respuesta define que el desplazamiento para el periodo correspondiente a la cubierta es de 0.8 cm, el obtenido para los registros es de 0.17 cm. Esta situación se repitió con los tres modelos, ya que los desplazamientos relativos en todos los casos fueron inferiores a los calculados a partir de los registros. Los desplazamientos de los modelos se parecen a los estimados por los espectros.

Esta diferencia puede originarse por la pequeña magnitud de los desplazamientos, y que cuando se realizan las diferencias entre dos puntos, el resultado sea muy sensible, provocando el error; aunado a esto se tienen las incertidumbres tanto de las propiedades de los materiales, como en las limitaciones técnicas de los equipos.

En cuanto a los resultados de los modelos de elemento finito puede concluirse lo siguiente:

En general podemos decir que los tres modelos reproducen, por lo menos de manera cualitativa, las formas modales que de acuerdo con la literatura debería presentar el templo. Los primeros modos son los de las torres, que comparadas con el resto, son mucho más flexibles. Posteriormente aparecen los primeros modos en las direcciones horizontales, y al ir avanzando los modos, van apareciendo los mecanismos locales de las partes de la estructura. Muchos de estos modos definen el patrón de agrietamiento existente en el templo.

Para garantizar que la respuesta dinámica del templo sea representativa se debe incluir un gran número de modos ya que su factor de participación es pequeño, pues el primer modo que en las estructuras reticulares define gran parte de la respuesta, en los edificios históricos apenas representa un 50 % de la respuesta. En nuestro caso usando 100 modos el máximo porcentaje de participación alcanzado fue de 89 %.

El modelo sano sobrestima la rigidez del templo pues los periodos son inferiores a los de vibración ambiental y de los registros sísmicos, lo que da lugar a que la amplificación del desplazamiento relativo sea muy inferior a la registrada. A pesar de ello debemos recordar que este modelo había funcionado con eficiencia ante otras condiciones de carga, principalmente las debidas al hundimiento diferencial en su base.

En el modelo agrietado se trató, sin mucho éxito, de reproducir la respuesta del templo incluyendo un esquema de grietas simplificado; sin embargo la respuesta mostró pocos cambios con respecto al modelo sano; entre los cambios más destacables, podemos mencionar un ligero ablandamiento en la dirección longitudinal, pues los periodos asociados con esa dirección se incrementaron, aunque no significativamente. La deficiencia del modelo y los registros se atribuyen principalmente a que la forma de modelar el fenómeno mediante elementos gaps no reproduce cabalmente el efecto del agrietamiento y el conjunto de daño que sufre el templo.

En el caso de las aceleraciones absolutas, los modelos sano y agrietado proporcionan respuestas similares para el templo, exceptuando las torres, donde la amplificación no se aproxima a la obtenida de los registros; para el modelo ajustado la amplificación de la aceleración en el templo es más parecida a la de los registros, y para la torre la aproximación estimada mejora bastante.

En el modelo ajustado, a pesar de que los periodos fundamentales son parecidos, sus desplazamientos relativos son más pequeños, a pesar de que las propiedades de modelo se propusieron de manera que los periodos fueran semejantes; para lograr lo anterior fue necesaria la reducción del módulo de elasticidad en poco más del 50 %.

### **Futuras líneas de investigación**

Se recomienda continuar la modelación de los edificios históricos, con agrietamientos discretos, y con modelos similares a los ajustados, de manera que apoyados con un mayor conocimiento de la mampostería a través de ensayos experimentales se pueda llegar a reproducir el comportamiento dinámico de la mampostería de los edificios históricos. Aunque el uso de los gaps de acuerdo a la experiencia de Castellanos (2004) y la de este trabajo, no es la forma idónea de representar agrietamientos de manera global; esto en gran parte puede deberse a que el deterioro sufrido por las estructuras es mayor que el visible. Estos elementos parecen dar mejores resultados para los mecanismos locales, donde su influencia seguramente es de mayor importancia.

En particular por el caso de Catedral se debe continuar con el estudio de las torres, las cuales son una parte vulnerable en caso de sismos fuertes, para entender de mejor manera la interacción que existe entre ellas y el templo.

Es necesario un estudio más refinado para aclarar la razón de las diferencias entre los desplazamientos estimados de los registros, y los aportados por los modelos ajustados. El fenómeno de interacción suelo-estructura, también requiere un estudio detallado para determinar la influencia sobre el comportamiento dinámico.

## REFERENCIAS

1. Alcántara, L., Almora, D., Vázquez, E., Delgado, R., Macías, M. A. (2003). El sismo del 22 de enero del 2003 (M=7.6) en la Catedral Metropolitana de la ciudad de México, Acelerogramas obtenidos informe interno. Instituto de Ingeniería, UNAM México, DF
2. Alcántara, L., Almora, D., Vázquez, E., Torres, M., Macías, M.A. (2001). La red de Acelerógrafos de la Catedral Metropolitana de la ciudad de México, informe de actividades durante 2001. Informe interno. Instituto de Ingeniería, UNAM México, DF
3. Castellanos, H (2004). Efecto del agrietamiento en la respuesta sísmica de un templo colonial típico, Tesis de maestría. División de estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF
4. CIRES (1991). Estudios sísmográficos con base en mediciones de aparatos digitales acelerográficos en la Catedral Metropolitana. Informe técnico. Centro de instrumentación y registro sísmico, A.C. Fundación Javier Barros Sierra México, DF
5. Chopra, A. K. (1995). Dynamics of structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering Prentice-Hall New Jersey
6. Liu, G. R., Quek, S.S. (2003). The finite element method: A practical course Butterworth-Heinemann., 2003 Great Britain
7. Meli, R. (1998). Ingeniería estructural de los edificios históricos Fundación ICA, México, DF.
8. Meli, R., Sánchez, A.R. (1993). Rehabilitación de la Catedral de la Ciudad de México. Trabajo realizado por el Instituto de Ingeniería para la Dirección General de Sitios y Monumentos del Patrimonio Nacional, SEDESOL, México
9. Mendoza, M., (2005). Verificación de la capacidad de muros de mampostería confinada ante cargas laterales. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF
10. Morales, H. (2004). Análisis de la respuesta sísmica de un templo colonial Típico en cruz latina Tesis de maestría. División de estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF
11. Orozco, B. (2003). Análisis cinemático de los movimientos que experimenta la Catedral de la Ciudad de México Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF.
12. Ordaz, M. y Montaya C., (1999), DEGTRA 2000, Programa de análisis de señales desarrollado en Instituto de Ingeniería, UNAM. México
13. Peña, F., (1995). Comportamiento estructural de la Catedral de la Ciudad de México Tesis de Licenciatura. ENEP, Acatlán, UNAM México, DF
14. Peña, F., (1997). Análisis de una propuesta de refuerzo de las columnas del crucero de la Catedral de la ciudad de México Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF

15. Rivera, D., (2000). Análisis de la respuesta sísmica registrada en la Catedral Metropolitana de la ciudad de México Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF.
16. Roeder, G. M., (1999). Métodos de Análisis para estructuras de mampostería de edificios históricos Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF.
17. Sánchez, A. R., Meli, R., Peña, F., Rodríguez, G., (1998). El uso de modelos de elemento finito en el proyecto de rehabilitación de la Catedral y del sagrario de la ciudad de México. XI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Monterrey, Nuevo León, noviembre 1998.
18. Santoyo, E., Ovando, E. (2000). Catedral y Sagrario de la ciudad de México: Corrección geométrica y endurecimiento del subsuelo 1989-2000, TGC México, DF
19. Taborda, R., (2003). Respuesta dinámica y efectos de interacción Suelo-Estructura de un Edificio Instrumentado en Acapulco Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM México, DF.
20. Tamez, E., Santoyo, E., Cuevas, A., (1992). La Catedral Metropolitana y el Sagrario de la ciudad de México: Corrección del comportamiento de sus cimentaciones Elaborado por TGC para SEDESOL México, DF
21. Tamez, E., Santoyo, E., Meli, R., Sánchez, R., López, F., Gutiérrez, E., Prieto, H., Díaz, J., Zaldívar, S. (1995). Catedral Metropolitana: corrección geométrica, informe técnico Asociación amigos de la Catedral Metropolitana de México, AC. México, DF
22. Wilson, E. (2002). Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, CSI, Berkley, California, USA