

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ESTUDIO NUMÉRICO DEL FENÓMENO  
TERMOACÚSTICO**

**PRESENTA**

**MIGUEL ÁNGEL ÁVILA LÓPEZ**

**TESIS PROFESIONAL PARA  
OBTENER EL TÍTULO DE**

**INGENIERO MECÁNICO**

**DIRECTOR DE TESIS  
DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ**

m. 345337

2005



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ***AGRADECIMIENTOS***

A mis padres:  
Teresa López  
José Avila

Son pocas las veces que se tienen para mencionar a aquellos que nos dieron la vida, nos formaron y estuvieron cerca. Por su ayuda, comprensión y apoyo a lo largo de mi carrera...Gracias...

A mi asesor:

Dr. M. Salinas Vázquez por su ayuda, su ánimo y guía valiosa para poder llevar a cabo esta tesis...Gracias.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>LISTA DE ILUSTRACIONES.....</b>	<b>I</b>
<b>OBJETIVO .....</b>	<b>III</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>IV</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>1</b>
1.1 ANTECEDENTES .....	1
1.2 BASES TERMODINÁMICAS DEL MOTOR STIRLING .....	2
1.3 VARIANTES DEL MOTOR STIRLING .....	4
1.3.1 MOTOR STIRLING DE PISTÓN LIBRE.....	4
1.3.2 SURGIMIENTO DE MOTOR TERMOACÚSTICO .....	5
1.4 INTRODUCCIÓN A LA ACÚSTICA .....	6
1.4.1 ESCALAS DE LONGITUD .....	6
1.5 MOTOR DE CALOR TERMOACÚSTICO DE ONDA ESTACIONARIA .....	9
1.6 REFRIGERADOR TERMOACÚSTICO DE ONDA ESTACIONARIA .....	12
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>14</b>
2.1 ESTUDIO NUMÉRICO DE ONDAS TERMOACÚSTICAS EN UNA CAVIDAD .....	14
2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	14
2.3 ANTECEDENTES .....	15
2.4 PARÁMETROS ADIMENSIONALES Y CASOS ESTUDIADOS .....	17
2.5 CONDICIONES DE FRONTERA .....	18
2.6 VARIACIÓN TEMPORAL DE LOS CASOS ESTUDIADOS.....	18
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>21</b>
3.1 ECUACIONES Y ESQUEMA NUMÉRICO .....	21
3.1.1 ECUACIONES COMPRESIBLES DE NAVIER – STOKES.....	21
3.1.2 ECUACIONES EN COORDENADAS GENERALIZADAS .....	22
3.1.3 ADIMENSIONALIZACIÓN ACÚSTICA .....	23
3.2 ESQUEMA NUMÉRICO .....	25
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>27</b>
4.1 RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN DE ONDAS TERMOACÚSTICAS EN UNA CAVIDAD .....	27
4.2 RESULTADOS OBTENIDOS PARA LOS CASOS “1 Y 2” (CALENTAMIENTO IMPULSIVO) .....	28
4.3 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO “3” (CALENTAMIENTO EXPONENCIAL) .....	34
4.4 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO “4” (CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO IMPULSIVO).....	39
4.5 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO “5” (CALENTAMIENTO IMPULSIVO NO UNIFORME).....	45
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>51</b>
5.1 SIMULACIÓN DEL MOTOR TERMOACÚSTICO .....	51
5.2 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MOTOR TERMOACÚSTICO .....	53
<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>58</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>58</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>60</b>

## LISTA DE ILUSTRACIONES

Número	Página
Figura 1-1 Ciclo y esquema de un motor de aire caliente Stirling.....	2
Figura 1-2 Esquema del funcionamiento de la máquina Stirling.....	2
Figura 1-3 Esquema de un motor Stirling de pistón libre típico. Los espacios de gas comprimido cambian el volumen y ejercen fuerza cuando el pistón y el desplazador se mueven.....	4
Figura 1-4 En la figura se representa el concepto de motor de onda transitoria. Los números 2 y 3 son los intercambiadores de calor; el número 1 es el regenerador. Reproducido de una patente de Ceperley.....	5
Figura 1-5 En la figura inferior se pueden observar el movimiento ondulatorio de una onda de sonido en un gas, en la figura superior se muestra que dicho gas se comprime cuando la onda alcanza la cresta y se expande cuando alcanza el valle. ....	7
Figura 1-6 Importancia de las escalas de longitud en un dispositivo termoacústico de onda estacionaria ....	7
Figura 1-7 La figura del lado izquierdo muestra una fotografía de un intercambiador de calor, mientras que la figura del lado derecho muestra la fotografía de una pila. ....	9
Figura 1-8 Proceso del motor termoacústico de onda estacionaria.....	10
Figura 1-9 Proceso del refrigerador termoacústico de onda estacionaria. ....	12
Figura 2-1 Geometría y condiciones límite del problema.....	14
Figura 2-2 Variación de la presión con el tiempo en el punto medio (Resultados numéricos y experimentales).....	16
Figura 4-1 Geometría y condiciones límite del problema.....	27
Figura 5-1 Dimensiones y condiciones iniciales consideradas en la simulación del motor termoacústico. La gráfica en la parte superior del motor indica el gradiente de temperatura a lo largo de la pila.....	51
Figura 5-2 Zona activa del motor termoacústico, en el extremo izquierdo de la pila se observa que el intercambiador de calor produce un calentamiento, mientras que en el extremo derecho el intercambiador de calor mantiene la temperatura en el valor inicial. ....	52
Figura 5-3 Transporte de calor producido por las ondas termoacústicas a lo largo del resonador. a) Transporte de calor hacia el extremo derecho del resonador, b) Transporte de calor hacia el lado izquierdo del resonador.....	53
Figura 5-4 Variación de la presión como consecuencia de la producción de ondas termoacústicas en el resonador. a) La presión en el resonador alcanza un valor mayor cuando se calienta la pared izquierda, b) La presión en el resonador disminuye cuando la onda termoacústica alcanza la pared derecha. ....	55
Figura 5-5 Desplazamiento del gas en el resonador como consecuencia de la producción de ondas termoacústicas a lo largo del resonador. a) El gas comienza a desplazarse del lado izquierdo hacia el lado derecho, b) El gas comienza a desplazarse del lado derecho hacia el lado izquierdo.....	57
Gráfica 4-1 a) Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento realizado de forma impulsiva. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte superior de la gráfica a).....	29
Gráfica 4-2 Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo. Tamaño de la malla usada: $350 \times 350$ . ....	31
Gráfica 4-3 Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el calentamiento impulsivo. ....	32
Gráfica 4-4 Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.....	33
Gráfica 4-5 Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento llevado a cabo de forma exponencial.....	35

Gráfica 4-6 Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento exponencial. Tamaño de la malla usada: $350 \times 350$ .....	36
Gráfica 4-7 Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el proceso de calentamiento exponencial. ....	37
Gráfica 4-8 Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento exponencial. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas. ....	38
Gráfica 4-9 Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.33$ , en un proceso de calentamiento realizado de forma impulsiva. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte superior de la gráfica a). ....	40
Gráfica 4-10 a) Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de enfriamiento en la pared derecha de $-A=0.33$ , en un proceso de enfriamiento realizado de forma impulsiva. ....	41
Gráfica 4-11 Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.33$ y una razón de enfriamiento en la pared derecha de $-A=0.33$ , en un proceso de calentamiento y enfriamiento impulsivo. Tamaño de la malla usada: $350 \times 350$ .....	43
Gráfica 4-12 Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo en la pared izquierda y un enfriamiento impulsivo en la pared derecha. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.....	44
Gráfica 4-13 a) Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte inferior de la gráfica a). ....	46
Gráfica 4-14 Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. Tamaño de la malla usada: $350 \times 350$ .....	47
Gráfica 4-15 Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el calentamiento impulsivo no uniforme.....	48
Gráfica 4-16 Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas. ....	50
Gráfica 5-1 En esta gráfica se muestra la variación de la presión adimensional como función del tiempo adimensional a lo largo del resonador o tubo termoacústico. El perfil marcado como $P_A$ muestra las fluctuaciones de la presión generadas en lado izquierdo de la pila, mientras que el perfil marcado como $P_B$ muestra que la presión se mantiene constante en el lado derecho de la pila. ....	54
Gráfica 5-2 En esta gráfica se muestra la variación de la velocidad adimensional como función del tiempo adimensional de la onda termoacústica a lo largo del resonador. Los picos indican la dirección en que la onda termoacústica desplaza el gas en el resonador. ....	56
Tabla 2-1 .....	17

## ***OBJETIVO***

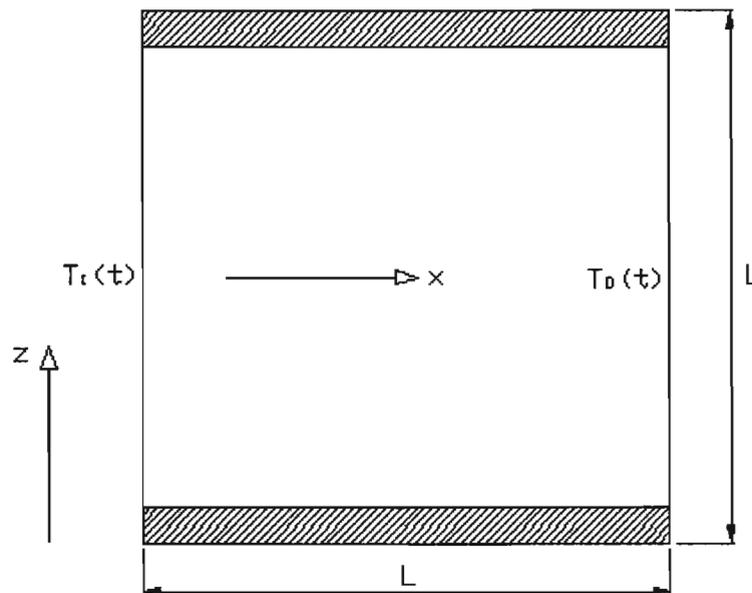
En este estudio, se pretende describir y analizar las interacciones térmicas con las ondas de presión producidas en un gas compresible (ondas termoacústicas) por medio de un modelo numérico. El estudio se dirige a preguntas fundamentales con respecto al mecanismo por medio del cual se lleva a cabo la generación y propagación de las ondas termoacústicas.

Usando este modelo se pretende investigar, bajo diferentes condiciones de calentamientos y enfriamientos, la generación y propagación de ondas termoacústicas en una cavidad. Además de esto, la tesis tiene como propósito dar a entender el efecto que provocan las ondas termoacústicas, en el gas confinado dentro de un motor termoacústico por medio de una simulación numérica.

## INTRODUCCIÓN

El presente estudio sobre el fenómeno de las ondas termoacústicas, consiste en analizar los mecanismos más eficaces por medio de los cuales se pueden generar y propagar dichas ondas en una cavidad.

Para generar las ondas termoacústicas en una cavidad que contiene un fluido compresible, es necesario exponerlo a un flujo de calor, esto se realiza a través de las paredes verticales de la cavidad ya sea enfriándolas o calentándolas rápidamente, lo cual origina que el fluido se expanda y en consecuencia se tenga un incremento de presión en la región cercana a la pared, dando como resultado la generación de ondas de presión, las cuales son llamadas ondas termoacústicas. En la investigación realizada se contemplan distintos mecanismos de enfriamientos y calentamientos de las paredes, por medio de los cuales se pueden generar y propagar las ondas termoacústicas de forma distinta.



*Figura a) Geometría del problema*

Para poder analizar este tipo de fenómeno, el estudio se lleva a cabo en una cavidad cuadrada llena de un fluido compresible, con dimensiones  $L \times L$  (Figura a)).

En el análisis realizado las variables de temperatura, presión, velocidad y longitud se hacen adimensionales, esto con el fin de generalizar el fenómeno a diversas aplicaciones y poder tener un punto de comparación. En un comienzo,

las paredes verticales de la cavidad, se encuentran a una temperatura de referencia, mientras que las paredes horizontales de la cavidad se aíslan térmicamente, el fluido a su vez, se mantiene a una presión y temperatura en condiciones iniciales además de encontrarse inmóvil. En un instante dado, se incrementa o se disminuye la temperatura en las paredes verticales de forma rápida o gradual, este calentamiento o enfriamiento en las paredes izquierda y derecha, se representa matemáticamente por medio de una ecuación que se encuentra en función del tiempo ( $T_I(t)$ ,  $T_D(t)$ ), dando lugar a la generación de las ondas termoacústicas dentro de la cavidad, las cuales se propagan aproximadamente a la velocidad del sonido. De esta forma dichas ondas se reflejan rápidamente entre ambas paredes con una cierta frecuencia, hasta que finalmente decaen conforme transcurre el tiempo debido a la viscosidad y a la disipación de calor.

Para poder describir los campos de velocidad, presión y temperatura en la cavidad, se resuelven las ecuaciones de Navier - Stokes por medio de una técnica computacional de integración, que es necesario llevar a cabo para poder predecir la generación y propagación de las ondas termoacústicas de manera exacta.

De acuerdo a lo que se ha observado con este tipo de fenómenos, las soluciones deben mostrar que las ondas termoacústicas tienen un frente de onda pronunciado, el cual se levanta súbitamente al calentar rápidamente la superficie. Además se debe observar que las ondas termoacústicas generadas tienen amplitud positiva de presión, temperatura, densidad y gasto.

# CAPÍTULO 1

## 1.1 ANTECEDENTES

Las interacciones dinámicas de las ondas termoacústicas se encuentran en muchos fenómenos naturales y aplicaciones industriales. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son los compresores acústicos, levitadores acústicos, refrigeradores y motores termoacústicos. Todas estas aplicaciones involucran la formación de un campo acústico en un área de interés tal como un contenedor, un sistema de almacenamiento o en general un medio confinado. Las ondas acústicas pueden ser creadas por efectos mecánicos o térmicos. La generación de fuertes ondas acústicas por efectos térmicos, generalmente requiere un cambio repentino de temperatura en los límites del sistema. Por otro lado, la formación de ondas acústicas a causa de efectos mecánicos requiere de un movimiento oscilatorio de un sistema de pared.

Las ondas termoacústicas son generadas por el rápido calentamiento o enfriamiento del gas. Cuando un gas se expone a un rápido aumento de la temperatura en una superficie sólida, el fluido que se encuentra cercano a los límites de la superficie es calentado por conducción y tiende a expandirse. Sin embargo, la repentina expansión del gas a causa de la energía que entra, fuerza al medio imperturbado provocando que induzca una onda de presión llamada “onda termoacústica”.

El término “termoacústico” se puede encontrar en motores y refrigeradores termoacústicos como se podrá observar más adelante. Sin embargo en los refrigeradores se utiliza una fuente de sonido externa para producir las ondas acústicas en el fluido. En la presente investigación el término “termoacústico” se refiere al comportamiento de ondas de presión producidas por efectos térmicos.

Para entender la aplicación que se le puede dar a las ondas termoacústicas, la investigación realizada se enfocará en el origen, evolución y funcionamiento de los motores y refrigeradores termoacústicos, para esto se debe partir del concepto de motor Stirling que será tratado a continuación.

## 1.2 BASES TERMODINÁMICAS DEL MOTOR STIRLING

En los análisis de los motores Stirling del siglo XIX, no se tenían las herramientas computacionales que se tienen hoy en día. Debido a esto, en el ciclo teórico del motor Stirling se realizaban ciertas aproximaciones para poder simplificar su análisis. Dichas aproximaciones pueden observarse a continuación:

La Figura 1-1 muestra un motor Stirling, el cual consta de partes móviles como el cigüeñal, bielas y pistones. Estos componentes trabajan simultáneamente para conducir el gas de trabajo en el motor, a través de un ciclo que consta de dos partes móviles principales, el pistón y el desplazador los cuales oscilan simultáneamente con aproximadamente  $90^\circ$  de diferencia en el tiempo de fases de sus movimientos.

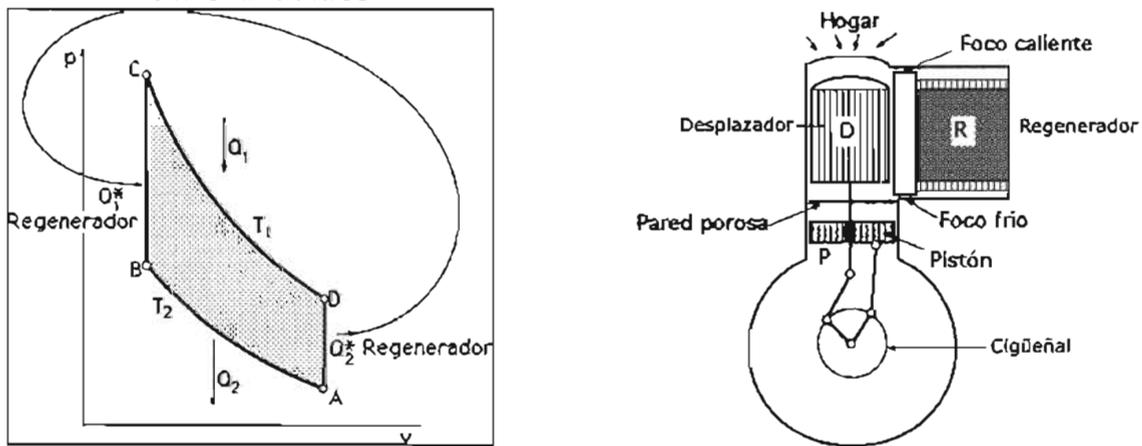


Figura 1-1 Ciclo y esquema de un motor de aire caliente Stirling

El movimiento del pistón se encarga de cambiar el volumen total del gas que se encuentra en el motor. El movimiento del desplazador no cambia el volumen total, simplemente empuja el gas hacia atrás, forzándolo a pasar por los pasajes del calentador, regenerador y el enfriador. De esta forma el ciclo teórico correspondiente a la Figura 1-2, se puede realizar de la siguiente forma:

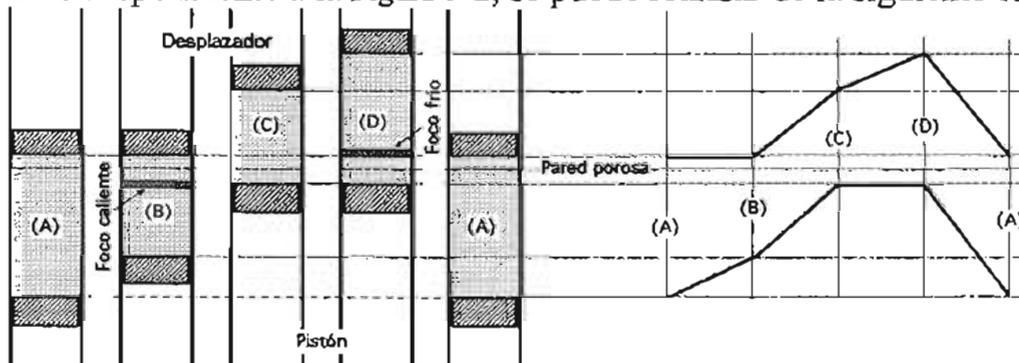


Figura 1-2 Esquema del funcionamiento de la máquina Stirling

**Primer Tiempo.-** En la primera etapa definida por  $P_A, V_A, T_2$ . Se comprime el gas desde  $V_A$  hasta  $V_B$  a la temperatura constante de  $T_2$  dejando inmóvil el desplazador, realizándose la compresión por medio del pistón; para poder realizar esto a una temperatura constante es necesario un intercambiador de calor (foco frío) que permita extraer el calor generado por la compresión.

**Segundo Tiempo.-** Una vez que se ha llegado al estado B sobre el diagrama se pasa al estado C en el cual tanto el desplazador como el pistón se desplazan simultáneamente hacia arriba, de forma que el gas que se encuentra en el foco caliente (Calentador) entre el desplazador y el hogar es forzado a pasar a través del regenerador, obteniéndose el calor necesario para alcanzar la temperatura  $T_1$  del estado C.

**Tercer Tiempo.-** En el siguiente tiempo se realiza una expansión isotérmica, alcanzando de esta forma el estado D del diagrama definido por  $P_D, V_D, T_1$ , en el cual se considera que se sigue comunicando calor para mantener la temperatura constante.

**Cuarto Tiempo.-** Para volver al estado inicial A es preciso refrigerar el gas cediendo calor al foco frío (enfriador). De esta forma la masa que se encuentra en el punto D a una temperatura  $T_1$  es enfriada a una temperatura  $T_2$  alcanzando el punto A.

En el caso más extremo se suponía que el desplazador o el pistón permanecía inmóvil mientras el otro se desplazaba, llevando el gas a través de un ciclo de cuatro tiempos: compresión, desplazamiento en una dirección, expansión y desplazamiento en otra dirección. Otra suposición que se realizaba era que el volumen de gas que se encuentra en los pasajes del calentador, regenerador y enfriador era despreciable, además también se hacía la suposición de que todo el gas que se encontraba entre el hogar y el desplazador era empujado a través de los conductos del calentador, regenerador y enfriador. También se consideraba que cuando el gas se encontraba en la parte de arriba este siempre se mantenía a la temperatura del calentador, mientras que cuando se encontraba en la parte de abajo siempre permanecía a la temperatura del enfriador. De esta forma, se llevaban a cabo las cuatro etapas del ciclo Stirling.

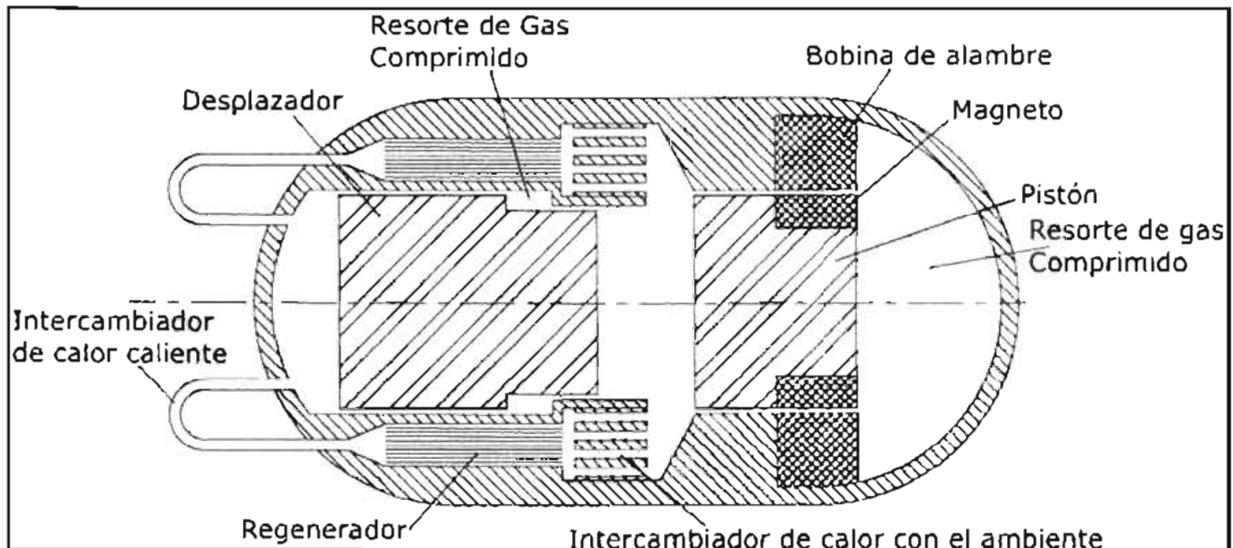
Debido a que el análisis de los motores y refrigeradores Stirling reales es más complejo, el ciclo Stirling teórico visto anteriormente, solo servirá para describir el funcionamiento de un motor Stirling de forma aproximada.

### 1.3 VARIANTES DEL MOTOR STIRLING

De acuerdo a lo mencionado en los párrafos anteriores, puede observarse que en un motor Stirling típico del siglo XIX, las partes mecánicas son las que predominan en volumen, peso e impacto visual. De esta forma los motores y refrigeradores termoacústicos se simplifican considerablemente con la eliminación de partes como bielas y cigüeñales.

#### 1.3.1 MOTOR STIRLING DE PISTÓN LIBRE

Greg Swift [1] en una de sus publicaciones menciona que William Beale fue uno de los primeros que simplificó considerablemente el motor Stirling, William Beale estuvo pensando sobre los efectos de resonancia cuando el movimiento de los pistones es rechazado por el gas comprimido en los motores Stirling, con base en esto, él pudo comprender que en ciertas circunstancias las fuerzas que se tenían en las bielas eran pequeñas y que los pistones seguían moviéndose correctamente. A partir de esto, surge el motor Stirling de “pistón libre”, el cual se ilustra en la Figura 1-3 en donde el movimiento de los pistones rebota en contra de los resortes de gas comprimido, y en donde puede observarse que las bielas y el cigüeñal son eliminados, aprovechando el movimiento del pistón para generar energía eléctrica por medio de un magneto y una bobina de alambre.

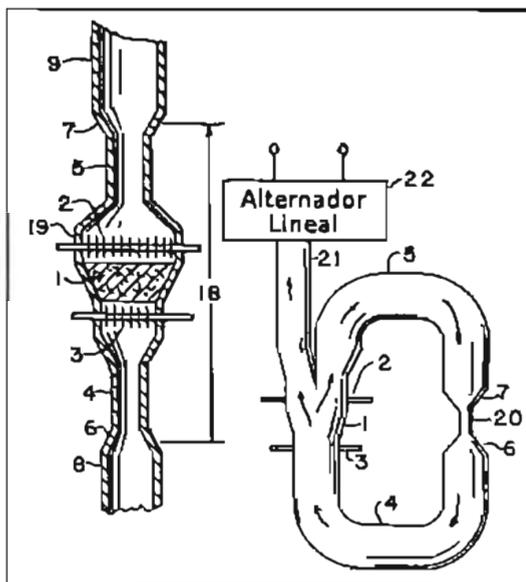


**Figura 1-3** Esquema de un motor Stirling de pistón libre típico. Los espacios de gas comprimido cambian el volumen y ejercen fuerza haciendo que el pistón y el desplazador se muevan.

### 1.3.2 SURGIMIENTO DE MOTOR TERMOACÚSTICO

Más recientemente, Peter Ceperley [2] se dio cuenta que las fases entre presión y velocidad en los elementos termodinámicos de las máquinas Stirling, son las mismas que las fases entre presión y velocidad de una onda acústica que viaja, de modo que él no solo propuso eliminar todas las partes móviles, sino que además propuso reemplazarlas por dos intercambiadores de calor y un regenerador, de forma que únicamente se trabajara con el gas, usando acústica para controlar tanto el movimiento como la presión.

En la Figura 1-4 se muestra un dispositivo con dos intercambiadores de calor y un regenerador pero sin partes móviles. A partir de las ideas de Ceperley, se desarrollo lo que se conoce como “motores y refrigeradores termoacústicos”.



*Figura 1-4 En la figura se representa el concepto de motor de onda transitoria. Los números 2 y 3 son los intercambiadores de calor; el número 1 es el regenerador. Reproducido de una patente de Ceperley.*

El criterio de Rayleigh se da en dos clases de motores termoacústicos. En los motores de onda estacionaria, la presión y la temperatura de un gas varían de posición oscilando a través del tiempo en un canal con un gradiente de temperatura, el contacto térmico lateral entre el gas y la pared del canal son imperfectos. En los motores de onda transitoria, la presión y la temperatura de un gas varían de posición oscilando en el tiempo de forma transitoria en un canal con un gradiente de temperatura, el contacto térmico lateral entre el gas y la pared del canal son tan perfectos como sea posible. Ambas clases de motores han estado en desarrollo vigoroso desde la realización en 1979 de los motores Stirling de Ceperley que son del tipo onda – transitoria, debido a esto, la acústica desempeña un papel dominante en el desarrollo de motores de calor

eficientes de gran alcance. Hoy, a través del mundo, los intercambiadores de calor necesarios se están desarrollando en una variedad interesante de cavidades y de redes acústicas, creando las fases del tiempo y otras condiciones acústicas necesarias para la creación de los motores de calor por medio de ondas acústicas.

## 1.4 INTRODUCCIÓN A LA ACÚSTICA

Afortunadamente con las computadoras personales de hoy en día, se puede realizar un análisis considerablemente realista de dichos motores y refrigeradores termoacústicos, en donde se utilizan técnicas acústicas para su análisis, dichas técnicas no podían ser llevadas a cabo en el pasado debido a la complejidad que implicaba la resolución de las ecuaciones.

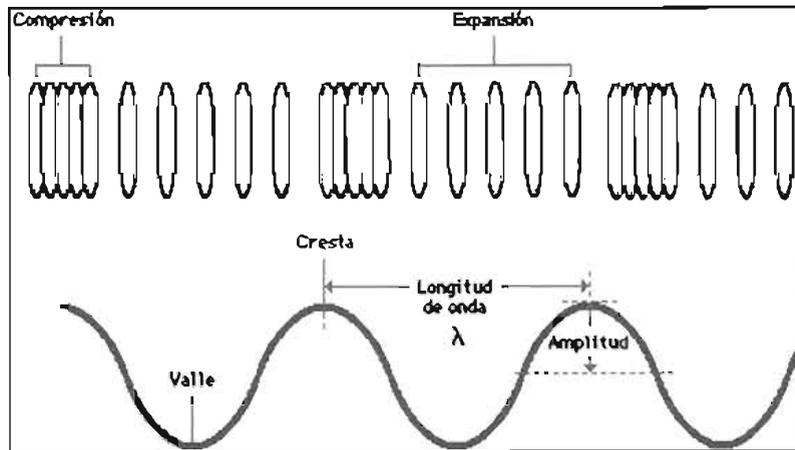
Ordinariamente las ondas de sonido son tratadas como pequeñas oscilaciones de presión y velocidad. Inclusive un fuerte sonido es una pequeña oscilación, porque en el umbral auditivo la oscilación presenta una amplitud cerca de  $2 \times 10^{-4}$  atm de presión. Afortunadamente las técnicas acústicas permanecen útiles para las oscilaciones extensas que se encuentran en estos motores y refrigeradores termoacústicos, en donde las amplitudes de presión que se obtienen se encuentran a más de una atmósfera, hasta presiones medias de 10 atm. Estas técnicas acústicas se basan en gran medida en el trabajo de Nicholas Rott [3], quien fue el primero en derivar de forma correcta las ecuaciones de movimiento, presión y transporte de energía en un canal con pequeñas oscilaciones sinusoidales y con un gradiente de temperatura.

### 1.4.1 ESCALAS DE LONGITUD

Las escalas de longitud en los motores y refrigeradores termoacústicos son de gran importancia, debido a las características de las ondas acústicas formadas. La onda acústica se propaga en la misma dirección que el movimiento del gas, por lo cual la velocidad y la longitud de onda del sonido en el gas que se encuentra encerrado dentro del tubo de resonancia, se pueden relacionar por medio de la siguiente ecuación:

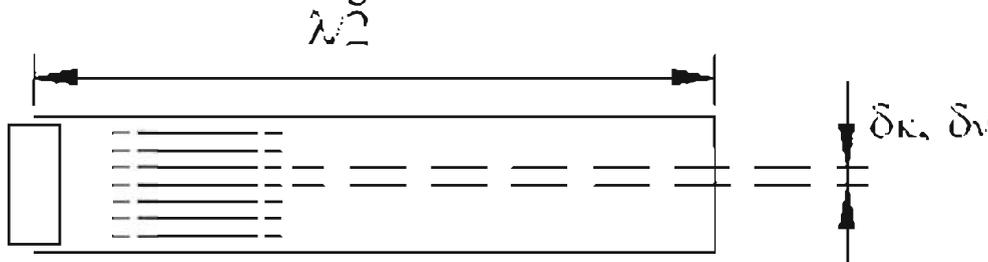
$$\lambda = \frac{a}{f} \quad (1.1)$$

Donde  $a$  es la velocidad del sonido y  $f$  es la frecuencia de la oscilación. El gas contribuye al comportamiento de resonancia como se muestra en la Figura 1-5, en donde la presión llega al máximo en las crestas y a su mínimo en los valles.



**Figura 1-5** En la figura inferior se pueden observar el movimiento ondulatorio de una onda de sonido en un gas, en la figura superior se muestra que dicho gas se comprime cuando la onda alcanza la cresta y se expande cuando alcanza el valle.

Para que los motores y refrigeradores termoacústicos operen de manera correcta, la longitud completa del aparato debe relacionarse con la longitud de onda de la oscilación acústica que se propaga en el gas, por lo que algunos aparatos se diseñan con una longitud de la mitad de la longitud de onda (Figura 1-6) o con un cuarto de la longitud de onda.



**Figura 1-6** Importancia de las escalas de longitud en un dispositivo termoacústico de onda estacionaria

Otra escala de longitud importante en la dirección del movimiento del gas es la amplitud de desplazamiento del gas  $|\varepsilon|$  que se puede obtener por medio de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = \frac{u}{\omega} \tag{1.2}$$

Donde  $u$  es la velocidad de la amplitud, y  $\omega$  es la frecuencia angular  $\omega = 2\pi f$ . Esta amplitud es a menudo más grande que la longitud de la pila o regenerador y puede ser más grande que las longitudes de los intercambiadores de calor en cualquiera de los dos extremos de la pila o regenerador. La amplitud de desplazamiento es siempre más pequeña que la longitud de onda.

De forma perpendicular a la dirección del movimiento del gas, dos longitudes que son de gran importancia son la profundidad térmica de penetración y la

profundidad viscosa de penetración, que se pueden representar por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\delta_x = \sqrt{\frac{2k}{\omega\rho c_p}} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}} \quad (1.3)$$

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\omega\rho}} = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad (1.4)$$

Donde  $k$  y  $\kappa$  son la conductividad y difusividad térmica del gas,  $\mu$  y  $\nu$  son las viscosidades dinámica y cinemática, mientras que  $c_p$  es el calor específico por unidad de masa a presión constante. Estas longitudes características nos dicen que tan lejos se pueden difundir calor o crear un momento durante un intervalo de tiempo del orden del periodo de la oscilación dividido por  $\pi$ , a distancias mucho mayores que estas profundidades de penetración medidas desde las paredes del sólido cercano, el gas no siente contacto térmico o contacto viscoso con las paredes del sólido. En partes de los aparatos cuyas dimensiones laterales son del orden de la profundidad térmica y viscosa de penetración, el gas siente los efectos térmicos y viscosos de las paredes cercanas. De esta forma los componentes del intercambiador de calor deben tener dimensiones del orden de  $\delta_x$  (Figura 1-6).

Las dos profundidades de penetración se pueden relacionar de la siguiente forma:

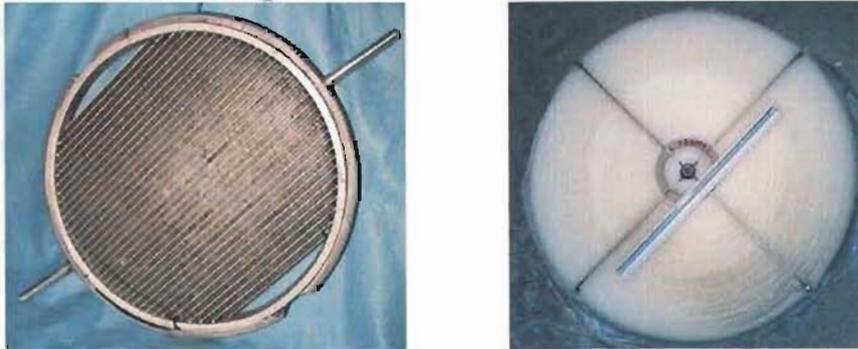
$$\left(\frac{\delta_v}{\delta_x}\right)^2 = \frac{\mu c_p}{k} = \sigma \lesssim 1 \quad (1.5)$$

Esta relación es llamada número de Prandtl " $\sigma$ ". El número de Prandtl es cercano a la unidad para gases típicos, de esta forma se puede comparar las profundidades viscosa y térmica de penetración. Por lo tanto los motores y refrigeradores termoacústicos sufren de substanciales efectos viscosos.

En la acústica de audio ordinaria, la amplitud del gas es mucho más pequeña que las profundidades térmica y viscosa de penetración y a su vez esta amplitud es mucho más pequeña que la longitud de onda. En motores y refrigeradores termoacústicos típicos, el desplazamiento de amplitud  $|\epsilon|$  es mucho más grande que las profundidades de penetración, pero además es mucho más pequeño que la longitud de onda acústica:

$$\delta_v, \delta_x \ll |\epsilon| \ll \lambda \quad (1.6)$$

Hoy en día, a partir de estas escalas de longitud, se diseñan los intercambiadores de calor, y las pilas o regeneradores necesarios para estos motores en una variedad interesante de cavidades y redes, creando los tiempos de fase y otras condiciones acústicas necesarias para la construcción de motores de calor con la simplicidad y elegancia de las ondas termoacústicas, tal como se muestra en la Figura 1-7.

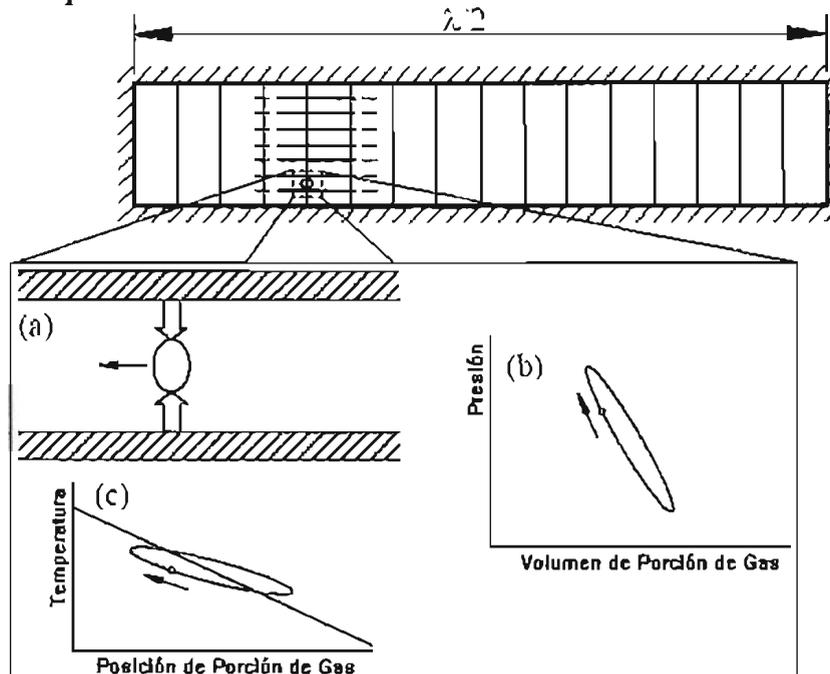


*Figura 1-7 La figura del lado izquierdo muestra una fotografía de un intercambiador de calor, mientras que la figura del lado derecho muestra la fotografía de una pila.*

### **1.5 MOTOR DE CALOR TERMOACÚSTICO DE ONDA ESTACIONARIA**

A partir de los fundamentos anteriores, se puede entender con más claridad el funcionamiento de los aparatos termoacústicos. El motor de calor termoacústico se utiliza para producir trabajo a partir de calor a alta temperatura. Para poder explicar esto, se representa un resonador termoacústico en la Figura 1-8, en donde el largo del tubo mide la mitad de la longitud de onda de la oscilación acústica que se propagará en el gas que se encuentra atrapado en el resonador, además se indican con líneas achuradas las paredes de dicho resonador, las líneas verticales en el resonador se pueden imaginar como delgadas capas de gas que son transportadas por las ondas acústicas de resonancia que fuerzan al gas a moverse de un lado al otro. Cuando las líneas verticales se mueven hacia la izquierda la distancia entre ellas disminuye cerca del extremo izquierdo del resonador, de forma que la densidad y presión aumentan en esa región. El lado izquierdo del resonador contiene tres intercambiadores de calor a través de los cuales las oscilaciones del gas pasan libremente. Viéndolos de izquierda a derecha, estos son el intercambiador de calor caliente, la “pila” que es un sólido poroso con muchos canales abiertos, y el intercambiador de calor con el ambiente, de esta forma se puede mantener un gradiente de temperatura considerablemente grande a través de la pila.

La conversión de calor a trabajo se lleva a cabo dentro de la pila como se muestra en la Figura 1-8 en donde se representan los intercambiadores de calor y la pila por medio de segmentos de líneas horizontales y en donde se aprecian los detalles del proceso.



**Figura 1-8** Proceso del motor termoacústico de onda estacionaria.

Para entender como se lleva a cabo dicho proceso, solo se considera una porción de gas desplazándose por uno de los canales de la pila, tal como se muestra en la Figura 1-8 (a), que es una ampliación de una parte del canal de la pila. La porción de gas oscila de derecha a izquierda entre las dos placas paralelas del canal de la pila. Las gráficas (b) y (c) muestran las variaciones de temperatura, posición, presión y volumen de la porción de gas a través del tiempo.

Cuando el gas se encuentra encerrado en el resonador sin salida alguna, la onda acústica se refleja entre los dos extremos del resonador, esta reflexión se combina con la perturbación inicial dando lugar a lo que se conoce como onda estacionaria. Estas ondas se caracterizan por la aparición de puntos en reposo (nodos) y puntos con amplitud vibratoria máxima (vientre).

En el gráfico temperatura-posición Figura 1-8 (c), la línea en diagonal indica la temperatura de las placas sólidas como función de la posición, mientras que la elipse corresponde a la trayectoria de la temperatura como función de la posición y del tiempo que sigue la porción del gas cuando se desplaza de un

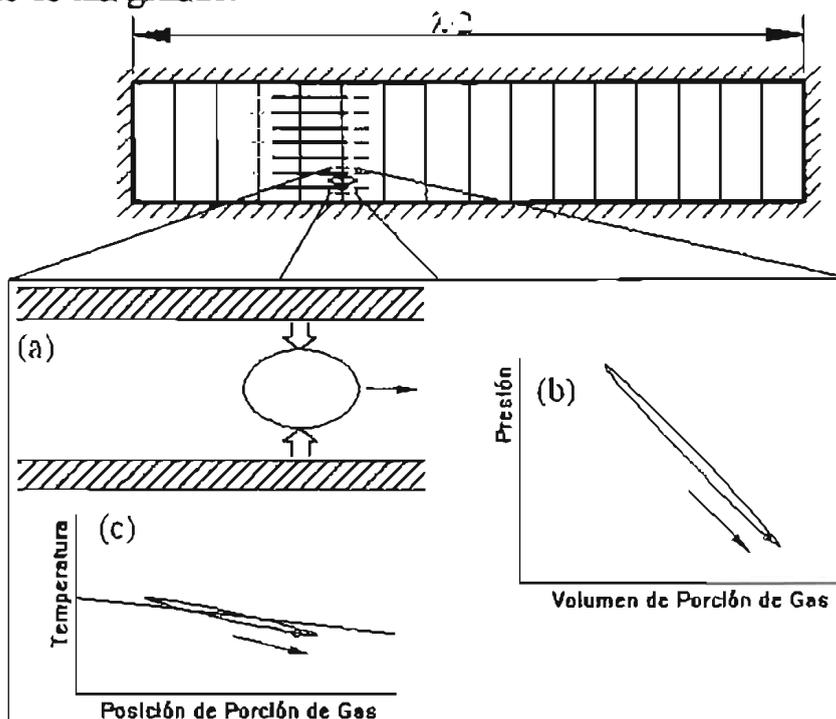
lado a otro. Cuando la porción de gas se encuentra del lado izquierdo, éste se encuentra más frío que las placas por lo que absorbe calor de ellas; cuando la porción de gas se encuentra del lado derecho, éste se encuentra más caliente que las placas, por lo que rechaza calor hacia ellas. De esta forma la porción de gas experimenta expansión térmica cuando se desplaza del lado izquierdo al centro de la pila, y experimenta compresión cuando se desplaza del lado derecho al centro de la pila.

Otra característica importante del motor de calor termoacústico, es que el tiempo de fase entre el movimiento y la presión es necesario. Cuando la porción de gas se mueve hacia el lado izquierdo del centro de la pila, la presión se eleva, mientras que cuando se mueve hacia el lado derecho del centro de la pila la presión disminuye. De esta forma la expansión térmica ocurre cuando la presión es alta, es decir cuando la porción de gas se encuentra en el lado izquierdo y se desplaza hacia el lado derecho, por otra parte la compresión térmica ocurre mientras la presión es baja, es decir cuando el gas se encuentra en el lado derecho y se desplaza hacia el lado izquierdo. Además de esto, se puede observar en el gráfico presión-volumen de la Figura 1-8 (b) como es que varía el volumen de la porción de gas al aumentar o disminuir la presión. Si no existiera una onda acústica que provocara la expansión y contracción térmica de la porción de gas, el gráfico simplemente mostraría una oscilación a lo largo de una línea en diagonal, pero al considerar la onda acústica, se puede observar que se forma una elipse, en la que su área representa el trabajo neto realizado por el ciclo de la porción de gas. La suma de todos los trabajos de las porciones de gas en cada uno de los canales de la pila, es el trabajo producido por el motor.

Debe advertirse que el contacto térmico entre la porción de gas y las placas adyacentes no debe ser ni muy fuerte ni muy débil. Si el contacto térmico fuera muy débil, no habría transferencia de calor entre la porción de gas y las placas, por lo que no ocurriría ningún trabajo de expansión y compresión térmica. Por otro lado si el contacto térmico fuera muy fuerte, la temperatura de la porción de gas trazaría una línea en la que oscilaría exactamente por encima de la temperatura de las placas correspondiente al gráfico de temperatura-posición de la Figura 1-8 (c), lo cual cambiaría el tiempo de fase en la compresión y expansión térmica aproximadamente  $90^\circ$ . Con dicha fase el gráfico de presión-volumen de la Figura 1-8 (b) se convertiría en una elipse recíproca muy angosta, casi como una línea, por lo cual no se produciría trabajo. Por estas razones, el correcto funcionamiento de un motor termoacústico de “onda estacionaria” requiere que se tenga un contacto térmico imperfecto entre el gas y la pila, el cual se obtiene cuando el espacio entre las placas es de aproximadamente del orden de  $\delta_x$ .

## 1.6 REFRIGERADOR TERMOACÚSTICO DE ONDA ESTACIONARIA

La función del refrigerador termoacústico consiste en remover calor desde una temperatura baja. Para poder explicar esto, se representa un resonador termoacústico en la Figura 1-9, al igual que en el motor de calor termoacústico visto anteriormente se utiliza un resonador similar, con una longitud de onda media. El lado izquierdo del resonador contiene tres intercambiadores de calor a través de los cuales las oscilaciones del gas pasan libremente. Viéndolos de izquierda a derecha, estos son el intercambiador de calor con el ambiente, la "pila" que es un sólido poroso con muchos canales abiertos, y el intercambiador de calor frío que se encuentra en contacto con el medio del que se desea remover el calor, de esta forma se puede tener un gradiente de temperatura en la pila, solo que a diferencia del motor termoacústico este gradiente no es tan grande.



*Figura 1-9* Proceso del refrigerador termoacústico de onda estacionaria.

Para entender como se lleva a cabo dicho proceso, al igual que en el motor termoacústico solo se considera una porción de gas desplazándose por uno de los canales de la pila, tal como se muestra en la Figura 1-9 (a), que es una ampliación de una parte del canal de la pila. La porción de gas oscila de derecha a izquierda entre las dos placas paralelas del canal de la pila. Las gráficas (b) y (c) muestran las variaciones de temperatura, posición, presión y volumen de la porción de gas a través del tiempo.

En el gráfico temperatura-posición Figura 1-9 (c), la línea en diagonal indica la temperatura de las placas sólidas como función de la posición, mientras que la elipse corresponde a la trayectoria de la temperatura como función de la posición y del tiempo que sigue la porción del gas cuando se desplaza de un lado a otro. Por otra parte el refrigerador termoacústico tiene también la característica de que las oscilaciones de movimiento y presión se encuentran en fase. Cuando la porción de gas se encuentra del lado izquierdo del centro de la pila la presión es alta; cuando se encuentra a la derecha del centro de la pila, la presión es baja, esto también puede observarse en el gráfico de la Figura 1-9 (b). Además el contacto térmico entre las paredes del canal de la pila y el gas es pobre, adiabáticamente las oscilaciones de temperatura acompañan a las oscilaciones de presión, de esta forma la temperatura de la porción de gas tiende a elevarse adiabáticamente conforme se desplaza a la izquierda y tiende a caer adiabáticamente conforme se mueve a la derecha del centro de la pila. Sin embargo el gradiente de temperatura de las placas es relativamente pequeño. De esta forma cuando la porción de gas se encuentra del lado derecho del centro de la pila, éste se encuentra más frío que las placas por lo que absorbe calor de ellas; cuando la porción de gas se encuentra del lado izquierdo, éste se encuentra más caliente que las placas, por lo que rechaza calor hacia ellas. De esta forma la acción combinada de todas las porciones de gas en la pila, remueven el calor del intercambiador de calor frío que se encuentra en el lado derecho de la pila, y rechazan dicho calor al intercambiador de calor con el ambiente que se encuentra en el lado izquierdo de la pila.

También en los refrigeradores termoacústicos debe advertirse que el contacto térmico entre la porción de gas y las placas adyacentes no sea ni muy fuerte ni muy débil. Si el contacto térmico fuera muy débil, no habría transferencia de calor entre la porción de gas y las placas, por lo que el calor no se podría bombear de un lado al otro. Por otro lado si el contacto térmico fuera muy fuerte, la temperatura de la porción de gas trazaría una línea en la que oscilaría exactamente por encima de la temperatura de las placas correspondiente al gráfico de temperatura-posición de la Figura 1-9 (c), lo cual cambiaría el tiempo de fase en la transferencia de calor por aproximadamente  $90^\circ$ . Con dicha fase el calor transferido de la porción de gas a cualquier parte de la pila sería cero, por lo que no ocurriría ningún trabajo. Por estas razones, el correcto funcionamiento de un refrigerador termoacústico de “onda estacionaria” requiere que se tenga un contacto térmico imperfecto entre el gas y la pila, el cual se obtiene cuando el espacio entre las placas es de aproximadamente del orden de  $\delta_\kappa$ .

## CAPÍTULO 2

### 2.1 ESTUDIO NUMÉRICO DE ONDAS TERMOACÚSTICAS EN UNA CAVIDAD

El comportamiento de las ondas termoacústicas en una cavidad de dos dimensiones llena de cierto gas compresible, se estudia numéricamente para investigar como estas ondas pueden ser usadas como un mecanismo efectivo de remoción de calor. Las ecuaciones compresibles inestables de Navier – Stokes se resuelven para una serie de condiciones iniciales en combinación con un algoritmo de transporte de flujo corregido por convección con modelos de temperatura dependientes de la viscosidad y de la conducción térmica. En los problemas considerados, las paredes verticales en los extremos de la cavidad fueron calentadas y enfriadas para generar las ondas termoacústicas. Tanto los cambios impulsivos como graduales en la temperatura de las paredes fueron considerados. Cuando la pared vertical fue calentada impulsivamente y de forma no uniforme, las ondas inducen flujos en dos dimensiones dentro de la cavidad. Las ondas termoacústicas observadas oscilan y eventualmente decaen debido a la viscosidad y a la disipación de calor.

### 2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La presente investigación provee de información fundamental acerca de cómo las ondas termoacústicas se propagan en una cavidad de dimensiones ( $L \times L$ ), la cual se encuentra llena de un fluido compresible (Figura 2-1).

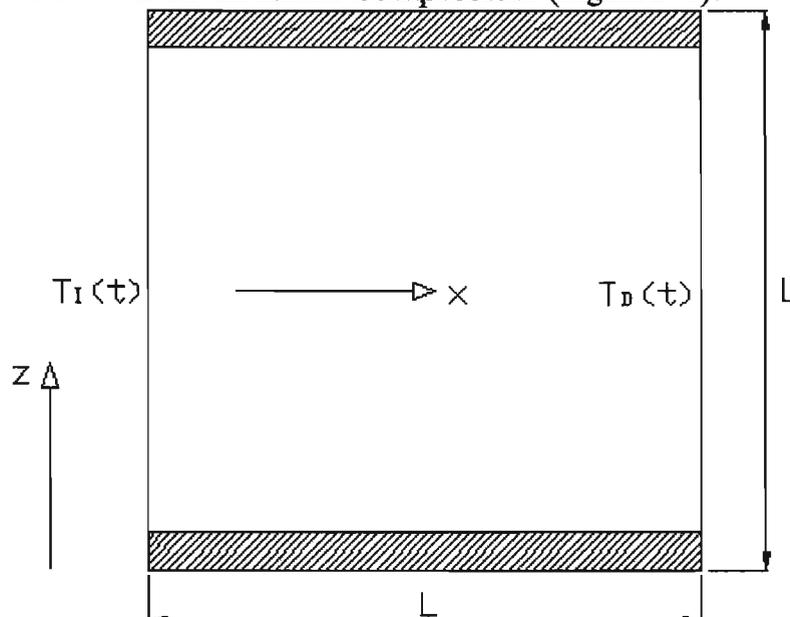


Figura 2-1 Geometría y condiciones límite del problema

Los lados de las paredes de la cavidad se sujetan a temperaturas específicas y las superficies horizontales se encuentran aisladas térmicamente, lo cual se muestra por medio de líneas achuradas en la Figura 2-1. Inicialmente el fluido se mantiene a una temperatura y presión constante ( $p_0$  y  $T_0$ ), además de encontrarse sin movimiento. En un tiempo dado, la temperatura a lo largo de las paredes de la cavidad se incrementa o se disminuye de manera impulsiva o gradual. Esto da origen a las ondas termoacústicas dentro de la cavidad. Estas ondas se propagan aproximadamente a la velocidad de referencia del sonido  $a_0$ .

Entonces dichas ondas se reflejan repetidamente entre las paredes verticales con una frecuencia  $\sim a_0/2L$  hasta que eventualmente la onda decae debido a la disipación viscosa y térmica.

Las ecuaciones inestables compresibles de Navier-Stokes se resuelven para describir los campos de velocidad, presión y temperatura en la cavidad. Estas ecuaciones se resuelven numéricamente usando una buena aproximación, por medio de una técnica explícita tiempo – integración que es computacionalmente estable y que tiene difusión numérica mínima. De manera apropiada las condiciones límites de presión se desarrollan para simular los fenómenos de generación y reflexión de ondas en las paredes.

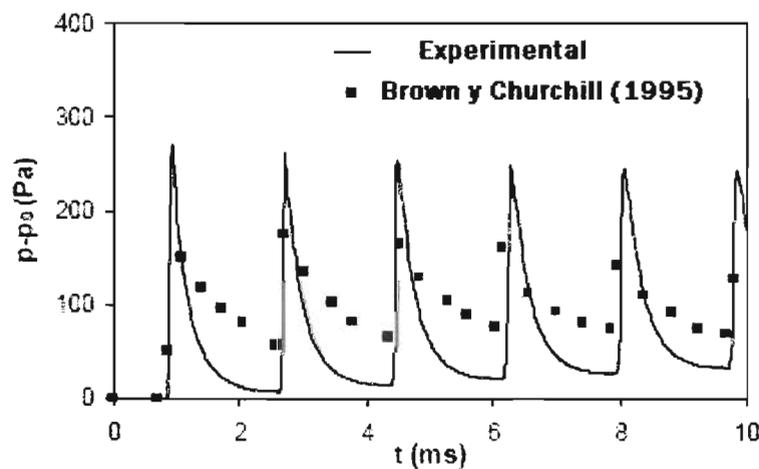
### 2.3 ANTECEDENTES

Trilling [4], Huang y Bau [5], estudiaron el problema de las ondas termoacústicas iniciadas en un cuerpo semi – infinito de un fluido por una repentina perturbación en la temperatura en la pared del sólido. Trilling [4] en el año de 1955 hizo lineal las ecuaciones de flujo compresible en una dimensión y obtuvo una solución asintótica con forma aproximada, usando la técnica de la transformada de Laplace. Huang y Bau [5] en el año de 1995 obtuvieron un tipo más general de soluciones exactas para el mismo problema pero aplicando inversión numérica de la transformada de Laplace. Recientemente ellos también consideraron la transmisión y generación de ondas termoacústicas lineales y no lineales en un medio gaseoso confinado de una dimensión. Ellos resolvieron las ecuaciones linealizadas usando el método de la transformada de Laplace con inversión numérica, para obtener las distribuciones de presión y temperatura, de esta forma, resolvieron un grupo de ecuaciones numéricas no lineales. Sus soluciones analíticas muestran que las ondas termoacústicas tienen un pronunciado frente de onda, que se levanta

desde el repentino calentamiento impulsivo de la superficie, y una cola relativamente larga sigue el frente.

En un artículo publicado en el año de 1995, Brown y Churchill [6] muestran que el rápido calentamiento de una superficie sólida limitando una región de gas genera una ligera onda supersónica con amplitud positiva en presión, temperatura, densidad y velocidad (Figura 2-2).

Estudios numéricos de ondas termoacústicas en una y dos dimensiones en una región confinada fueron realizados por Spradley, Churchill [7] y Ozoe [8]. Sus estudios describen soluciones por diferencia finita para las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes con un gas en que la temperatura sea independiente de las propiedades termo físicas. Las soluciones fueron obtenidas por aplicación de esquemas de primer orden para resolver las ecuaciones que gobiernan, y en consecuencia los resultados mostraron difusión numérica substancial.



**Figura 2-2** Variación de la presión con el tiempo en el punto medio (Resultados numéricos y experimentales).

## 2.4 PARÁMETROS ADIMENSIONALES Y CASOS ESTUDIADOS

Varios parámetros adimensionales fueron usados en una publicación de Bakhtier Farouk [9] para representar los resultados. Las coordenadas horizontales y verticales son adimensionalizadas por la longitud de la cavidad  $L$ . La temperatura adimensional esta dada por  $(T-T_0)/T_0$ , donde  $T_0$  es la temperatura inicial de la cavidad. La presión adimensional  $p^*$  esta dada por  $(p-p_0)/p_0$  donde  $p_0$  es la presión inicial de la cavidad. Un tiempo normalizado  $\hat{t}$  esta dado por  $t/t_0$ , donde  $t_0$  es el tiempo dimensional que toma a una onda viajar con velocidad de referencia  $a_0$  cuando viaja a lo largo de la cavidad.

**Tabla 2-1**  
**Sumario de Casos**

<b>Pared Izquierda</b>				
Caso	Variación Espacial	Variación Temporal	Tiempo constante normalizado	Razón de Calentamiento
1	Uniforme	Calentamiento Impulsivo	0.0	1.0
2	Uniforme	Calentamiento Impulsivo	0.0	0.1
3	Uniforme	Calentamiento Gradual	1.0	0.1
4	Uniforme	Calentamiento Impulsivo	0.0	0.33
5	Rampa	Calentamiento Impulsivo	0.0	0.1

<b>Pared Derecha</b>				
Caso	Variación Espacial	Variación Temporal	Tiempo constante normalizado	Razón de Enfriamiento
1	Uniforme	Uniforme	...	0.0
2	Uniforme	Uniforme	...	0.0
3	Uniforme	Uniforme	...	0.0
4	Uniforme	Enfriamiento Impulsivo	0.0	0.33
5	Uniforme	Uniforme	...	0.0

## 2.5 CONDICIONES DE FRONTERA

Inicialmente el fluido se encuentra sin movimiento ( $u=v=0$ ), a presión constante  $p_0=1 \text{ atm}$ , y temperatura uniforme  $T_0=300 \text{ K}$ . En la generación y transmisión de ondas termoacústicas se consideraron varios grupos de calentamientos y enfriamientos de las paredes y que se muestran en la Tabla 2-1.

Para el primero y segundo casos, en  $t=0$ , la temperatura en la pared izquierda es impulsivamente aumentada a un valor uniforme  $T_I (T_I > T_0)$ .

En el tercer caso la temperatura de la pared izquierda es gradualmente incrementada desde  $T_0$  hasta  $T_I$ .

El cuarto caso investigado, la temperatura de la pared izquierda se eleva impulsivamente a  $T_I (T_I > T_0)$ , y simultáneamente la temperatura de la pared derecha es enfriada a un valor uniforme de  $T_D (T_D < T_0)$ . En este caso las ondas termoacústicas generadas en la pared izquierda se propagan de un medio caliente a un medio frío, y de un medio frío a un medio caliente para las ondas generadas en la pared derecha.

El último caso investigado consiste en la generación de ondas termoacústicas en dos dimensiones, en donde la temperatura de la pared izquierda es impulsivamente elevada en un espacio no uniforme, de la forma  $T_L(z)$ , donde  $T_L(z) > T_0$  a lo largo de toda la longitud de la pared.

## 2.6 VARIACIÓN TEMPORAL DE LOS CASOS ESTUDIADOS

### ➤ *Incremento impulsivo en la temperatura de la pared izquierda.*

Las ondas termoacústicas generadas por un incremento uniforme espacial de la temperatura en la pared izquierda, se investigó como los casos 1 y 2. La variación temporal de la temperatura de la pared izquierda fue:

$$T_I(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Donde:

$T_I(t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

$A$  = Razón de calentamiento.

➤ ***Incremento gradual en la temperatura de la pared izquierda.***

Las ondas termoacústicas son generadas incluso cuando la temperatura se incrementa de forma gradual. En este caso se considera una expresión exponencial para un incremento gradual de la temperatura en la pared.

$$T_I(t) = T_0 \left[ 1 + A \left( \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \right) \right]$$

Donde :

$$T_I(t) = \text{Temperatura de la pared izquierda.} \quad (2.2)$$

$A =$  Razón de calentamiento.

$\tau =$  Tiempo constante del proceso de calentamiento.

➤ ***Incremento impulsivo en la temperatura de la pared izquierda y enfriamiento impulsivo en la temperatura de la pared derecha.***

Tanto el enfriamiento impulsivo como gradual puede generar también ondas termoacústicas. Para investigar la generación, propagación e interacción de las ondas termoacústicas producidas por calentamientos y enfriamientos en superficies, la pared izquierda de la cavidad fue calentada impulsivamente y simultáneamente la pared derecha fue enfriada.

La temperatura de la pared izquierda fue variada temporalmente como sigue:

$$T_I(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

$$\text{Donde :} \quad (2.3)$$

$T_I(t) =$  Temperatura de la pared izquierda.

$A =$  Razón de calentamiento.

Mientras que la temperatura de la pared derecha fue enfriada de la siguiente forma:

$$T_D(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(-A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

$$\text{Donde :} \quad (2.4)$$

$T_D(t) =$  Temperatura de la pared derecha.

$-A =$  Razón de enfriamiento.

➤ **Calentamiento impulsivo no uniforme en la pared izquierda (Ondas termoacústicas en dos dimensiones).**

Para investigar el comportamiento de las ondas termoacústicas, la pared izquierda de la cavidad fue calentada de acuerdo a:

$$T_l(z,t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1)\left(\frac{L-z}{L}\right) & \text{para } t > 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Donde :

$T_l(z,t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

$A$  = Razón de calentamiento.

## CAPÍTULO 3

### 3.1 ECUACIONES Y ESQUEMA NUMÉRICO

#### 3.1.1 ECUACIONES COMPRESIBLES DE NAVIER – STOKES

En un marco de referencia cartesiano  $x, y, z$  las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes pueden ser escritas de la forma,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S \quad (3.1)$$

Donde  $U$  es un vector de cinco componentes definido por,

$$U = {}^T (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e) \quad (3.2)$$

Se considera además que  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  es el vector velocidad,  $\rho$  es la densidad, aunque también el vector velocidad se escribe como  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ . La ecuación (3.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), momento, y energía total definida para un gas ideal como,

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (3.3)$$

$F_i$  son flujos donde  $\forall i \in \{1, 2, 3\}$ , y para un fluido Newtoniano esta dado por,

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$k = \rho C_p \kappa$  es la conductividad térmica y  $\kappa$  la difusividad térmica.  $\delta_{ij}$  es el índice de Kronecker y  $S_{ij}$  es el componente divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,  $S_{ij}$  se escribe,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right) \quad (3.5)$$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica Sutherland,

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \quad (3.6)$$

Donde  $S$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son funciones del gas. La conductividad  $k(T)$  se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (3.7)$$

Para este análisis se considera de 0.7. La ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática  $p$ , la temperatura  $T$ , y la densidad  $\rho$ ,

$$p = R\rho T \quad (3.8)$$

cierra el sistema, con  $R = C_p - C_v$ . También se debe recordar que  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es constante. Para el flujo en la cavidad, la matriz  $S$  en la ecuación (3.1) esta dada por  $S = (0, f(t), 0, 0, U_b f(t))^T$ .

### 3.1.2 ECUACIONES EN COORDENADAS GENERALIZADAS

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que transforma una geometría compleja en un sistema de coordenadas Cartesiano  $(x, y, z)$ , como una malla no uniforme o una geometría curvilínea, dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para el conducto recto, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico  $(x, y, z)$  dentro de una malla uniforme en el espacio computacional  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz Jacobiana inversa  $(J^{-1})$  se expresa como funciones analíticas de las medidas  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema

interno de primer orden, entonces la matriz ( $J$ ) es calculada directamente de ( $J^{-1}$ ).

Entonces la ecuación (3.1) se puede volver a escribir como,

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S} \quad (3.9)$$

Con

$$\left. \begin{aligned} \hat{U} &= \frac{U}{J}, \\ \hat{F} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} \mathbf{F} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} \mathbf{G} \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} \mathbf{H} \right) \right], \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} S. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$J$  es el determinante de la matriz ( $J$ ) y  $U$  es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

### 3.1.3 ADIMENSIONALIZACIÓN ACÚSTICA

Una diferente elección de escalas es apropiada para las ondas acústicas. Denotando la escala de longitud por  $L$ , la escala de velocidad por  $C_r$ , la escala de tiempo por  $\tau = \frac{L}{C_r}$ , la escala de densidad por  $\rho_r$ , la escala de presión por  $\rho_r C_r^2$ , donde  $C_r$  es la velocidad del sonido, la escala de temperatura por  $\hat{T}_r \equiv \frac{C_r^2}{C_{pr}}$ , la escala de energía interna, entalpía y energía total con  $\hat{T}_r C_{pr}$  y la escala de entropía por  $C_{pr}$  obteniéndose las siguientes relaciones:

$$h = \frac{T}{(\gamma - 1)} \quad (3.11)$$

$$e = \frac{T}{[\gamma(\gamma - 1)]} \quad (3.12)$$

$$e_i = e + \frac{u_i u_i}{2} \quad (3.13)$$

$$p = \frac{\rho T}{\gamma} \quad (3.14)$$

Además se define:

$$\tilde{Q} = \frac{Q^* \tau}{\rho_r C_{pr} T_r} \quad (3.15)$$

Por lo cual las ecuaciones adimensionalizadas en mecánica de fluidos quedan de la siguiente forma,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.16)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{M}{R} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.17)$$

$$\rho \frac{De_i}{Dt} = -\frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \frac{M}{R} \frac{\partial \tau_{ij} u_i}{\partial x_j} - \frac{M}{R Pr} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \tilde{Q} \quad (3.18)$$

Donde:  $R = \text{Número de Reynolds} = \frac{UL}{\nu}$

$M = \text{Número de Mach} = \frac{U}{C_r}$

$Pr = \text{Número de Prandtl} = \frac{\nu}{\kappa}$

### 3.2 ESQUEMA NUMÉRICO

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del completo esquema explícito McCormack , de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976), el cual es tratado en un artículo de M. Salinas Vázquez y O. Métais [10]. Debe observarse que cuando se usa  $U$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{U}$ , definida por la ecuación  $\bar{U} = {}^T (\bar{\rho}, \bar{\rho}u_1, \bar{\rho}u_2, \bar{\rho}u_3, \bar{\rho}e)$ . El esquema numérico es un esquema corrector – predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \quad (3.19)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left( U_j^{(n)} + \left( U_j^{(1)} \right) \right) + \frac{1}{12} \lambda \left( 7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)}. \quad (3.20)$$

Los índices  $(n)$ ,  $(n+1)$  y  $(1)$  simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo  $t$ , tiempo  $t + \delta t$  y al paso – sub – tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado y un corrector atrasado. Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe,

Predictor

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P & \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right. \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Corrector

$$\begin{aligned}
 U_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C \left[ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[ \frac{7}{6} (\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \right. \\
 & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \\
 & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} (\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6} (\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \right] \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

## CAPÍTULO 4

### 4.1 RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN DE ONDAS TERMOACÚSTICAS EN UNA CAVIDAD

Cuando un fluido compresible se expone rápidamente a un flujo de calor localizado en una pared sólida, parte del fluido que se encuentra cerca de la pared se expande. Esto da lugar a un rápido incremento en la presión local, lo cual conduce a la producción de ondas de presión llamadas ondas termoacústicas. El rápido enfriamiento también puede producir dichas ondas. Sin embargo los efectos de transferencia de calor de dichas ondas, normalmente no se aprecian bajo condiciones estándar, estas ondas pueden ser significativas cuando el fluido se encuentra cerca del punto crítico termodinámico o cuando otros modos de convección son débiles.

Debido a esto el presente estudio provee de información fundamental sobre las distintas simulaciones numéricas para la generación y propagación de las ondas termoacústicas, las cuales fueron realizadas a través de una cavidad cuadrada llena de aire puro, inicialmente estático a presión y temperatura estándar como se muestra en la Figura 4-1.

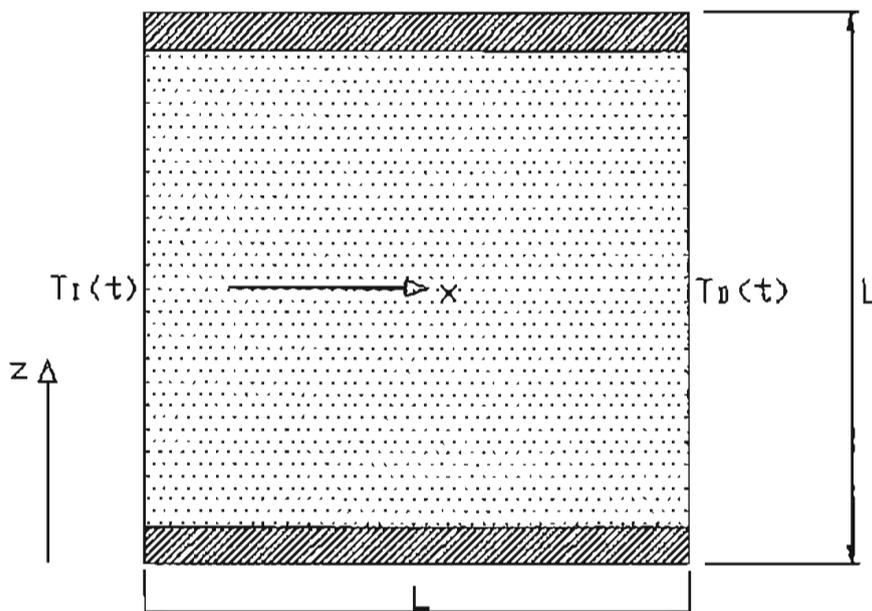


Figura 4-1 Geometría y condiciones límite del problema

## 4.2 RESULTADOS OBTENIDOS PARA LOS CASOS “1 Y 2” (CALENTAMIENTO IMPULSIVO)

Las ondas termoacústicas generadas por un incremento en la temperatura de la pared izquierda (Casos 1 y 2 de la Tabla 2-1) de la cavidad fueron los primeros en ser investigados. Como se mencionó en el *Capítulo II*, la variación temporal de la temperatura en la pared izquierda esta dada por,

$$T_l(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

Donde:

$T_l(t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

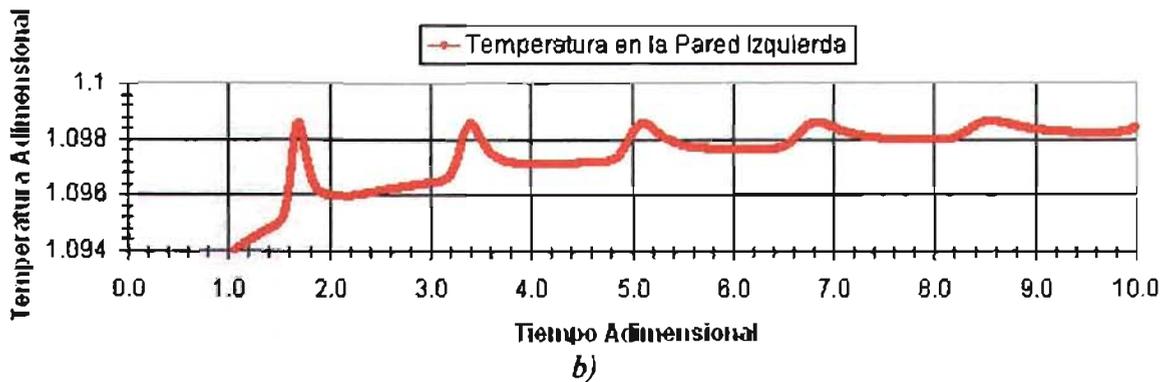
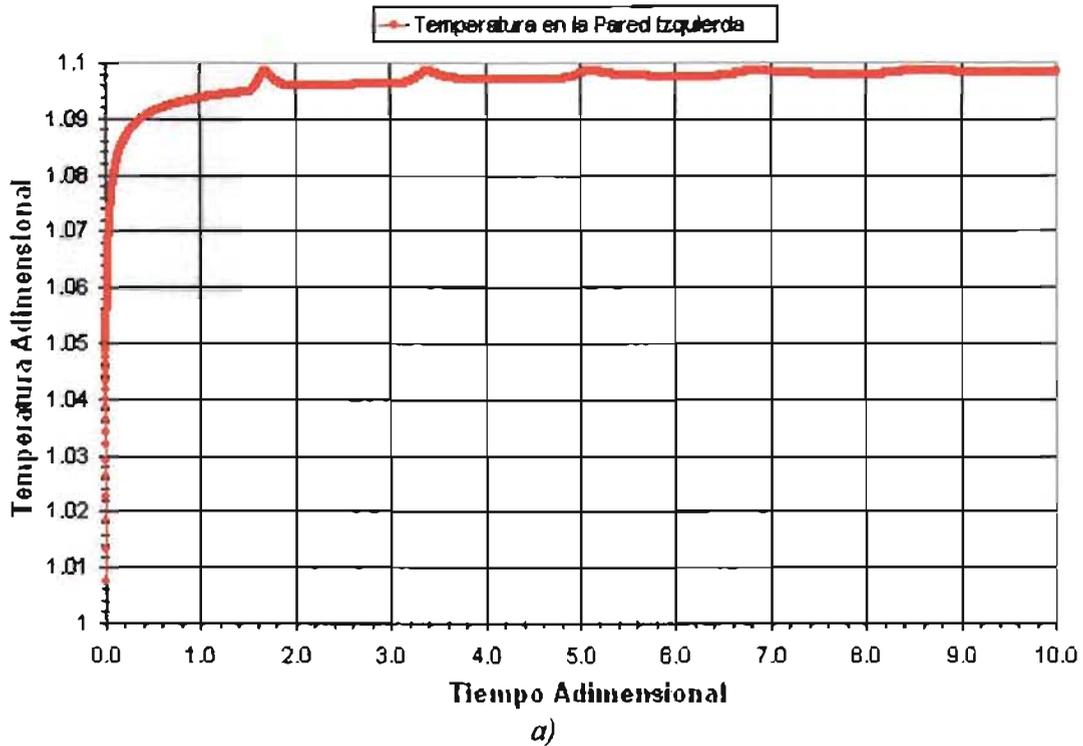
$A$  = Razón de calentamiento.

Los casos 1 y 2 fueron investigados en conjunto debido a que son prácticamente la misma simulación, teniendo únicamente como diferencia la razón de calentamiento, la cual para el “caso 1” es  $A=1.0$ , mientras que para el “caso 2” es  $A=0.1$ . Debido a esto, sólo se muestran las gráficas obtenidas para el caso 2, ya que los perfiles resultantes de presión y velocidad son muy similares, pudiendo observarse únicamente que al aumentar la razón de calentamiento “ $A$ ”, el efecto termoacústico tiene una mayor duración, además de que su velocidad se acerca más a la velocidad del sonido.

Inicialmente se consideró que la pared se encontraba en condiciones estándar, usando una malla computacional uniforme con divisiones de  $350 \times 350$  celdas. En un tiempo dado, la pared izquierda se calentó impulsivamente a través del tiempo en la dirección “ $z$ ”, lo cual se realizó introduciendo la ecuación de la variación temporal de la temperatura definida por la ecuación mostrada anteriormente. A partir de esto se obtiene el perfil mostrado en la Gráfica 4-1 a), en donde se observa el aumento impulsivo de temperatura de la pared izquierda en un tiempo muy corto, comenzando en una temperatura inicial de 1.0 y alcanzando su valor máximo en 1.1, de esta forma conforme transcurre más el tiempo la temperatura tiende a estabilizarse.

Lo anterior puede observarse con más detalle en la Gráfica 4-1 b) la cual muestra un acercamiento de la parte superior de la Gráfica 4-1 a), cuando la temperatura alcanza su valor máximo, en esta gráfica puede observarse que a partir del tiempo adimensional 1.0, la temperatura tiende a incrementar y a disminuir en cierto intervalo, formando picos que indican el aumento y

disminución de la temperatura, estos picos se ensanchan y sus amplitudes disminuyen conforme transcurre el tiempo, con este acercamiento se demuestra claramente el efecto de las ondas termoacústicas sobre el transporte de energía en forma de calor.

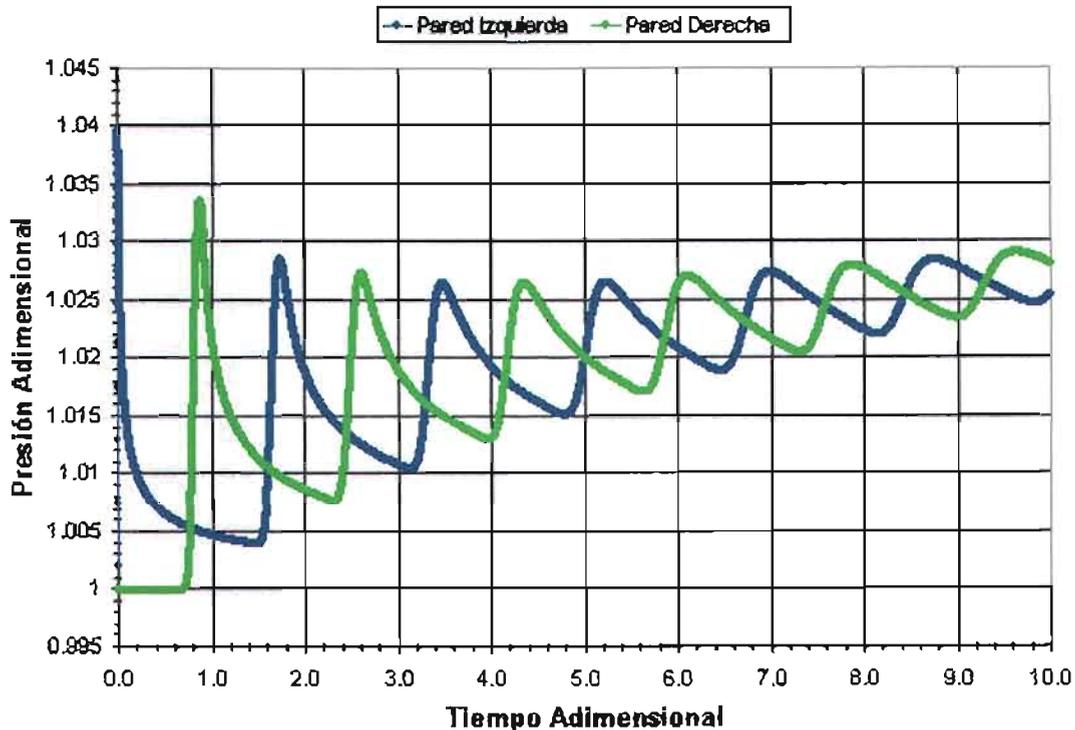


**Gráfica 4-1** a) Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento realizado de forma impulsiva. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte superior de la gráfica a).

En cuanto a la onda de presión generada por el calentamiento de la pared (onda termoacústica) se puede observar en la Gráfica 4-2, donde se muestra el perfil de presión resultante para el caso 2, el cual está referenciado al plano medio horizontal de la cavidad. Además de esto ambos perfiles de presión adimensional, tanto para la pared izquierda como para la pared derecha de la cavidad aparecen en dicha gráfica resultante, en donde también se aprecia el movimiento ondulatorio característico de las ondas termoacústicas.

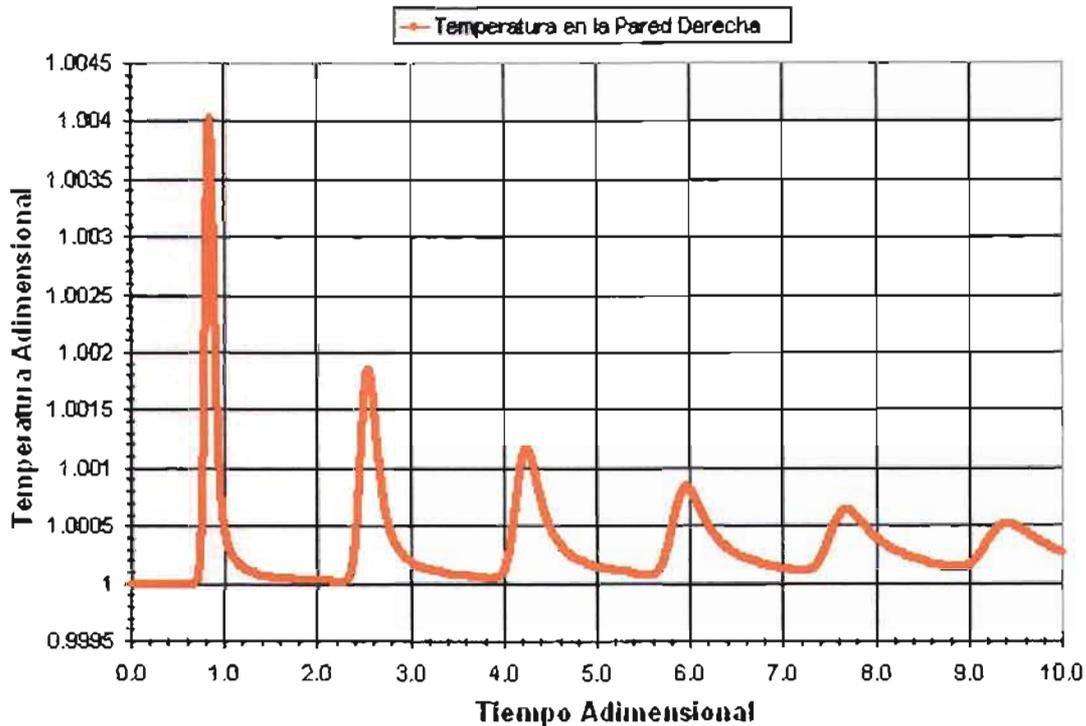
Para la onda de presión generada a partir de la pared izquierda, puede observarse que la amplitud es relativamente grande, esta onda viaja a lo largo de toda la cavidad en un cierto tiempo tal como se observa en la gráfica, conforme la onda de presión comienza a separarse de la pared izquierda, su amplitud comienza a disminuir gradualmente hasta llegar a la pared derecha. Una vez que la onda de presión alcanza esa pared, la onda termoacústica rebota en ella e incrementa nuevamente su amplitud en un instante dado, de forma que la onda termoacústica comienza a desplazarse en sentido contrario, esto equivale a lo que se muestra en la Gráfica 4-2 en el perfil marcado como pared derecha, la amplitud es relativamente grande similar a la que se generó en la pared izquierda, de igual forma la amplitud comienza a disminuir gradualmente y a ensancharse hasta que alcanza nuevamente la pared izquierda.

De esta forma ambos perfiles de presión mostrados en la gráfica son similares, sólo que cada perfil de presión se inicia en paredes contrarias. Este fenómeno se lleva a cabo repetidamente, hasta que finalmente las ondas termoacústicas decaen debido a la viscosidad y disipación térmica. Cabe mencionar que al generarse y propagarse las ondas termoacústicas a lo largo del plano medio de la cavidad, tienen la característica de presentar un frente de onda en forma de punta y una cola extensa.



**Gráfica 4-2** Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo. Tamaño de la malla usada:  $350 \times 350$ .

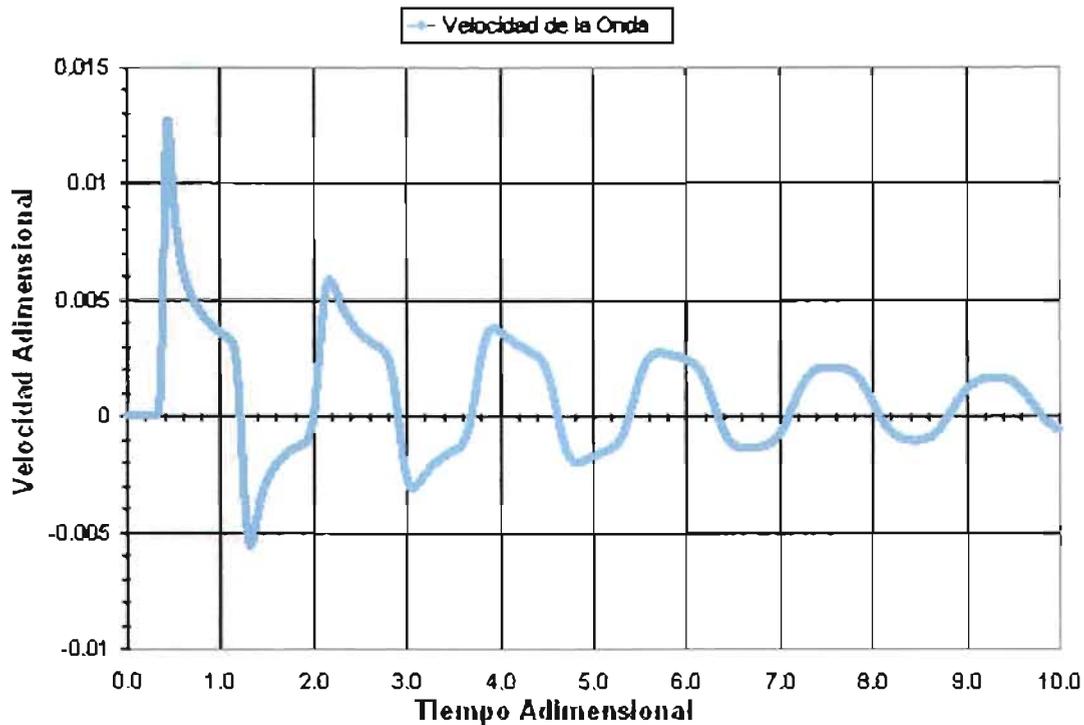
Por otra parte, en la Gráfica 4-3 obtenida para la temperatura generada en la pared derecha, también se puede observar que las ondas termoacústicas contribuyen al calentamiento de la pared derecha, ya que como se había mencionado la pared se encuentra a una temperatura inicial de 1.0, pero como se puede observar en la gráfica, la temperatura comienza a incrementarse cuando la onda termoacústica alcanza la pared derecha, este aumento de temperatura se observa en la formación de picos que oscilan con amplitud relativamente grande y positiva. Al igual que los perfiles de presión, el perfil de temperatura generado en la pared derecha tiende a disminuir gradualmente su amplitud, y a deformarse conforme transcurre el tiempo y conforme la onda termoacústica se aleja de ella.



**Gráfica 4-3** Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el calentamiento impulsivo.

Finalmente la Gráfica 4-4 muestra el perfil de velocidad con el cual se desplaza la onda termoacústica en el gas, como ya se mencionó anteriormente el gas se encuentra inicialmente sin movimiento, pero en un instante dado se calienta repentinamente la pared izquierda de la cavidad, dando lugar a las ondas de presión que se desplazan aproximadamente a la velocidad del sonido. El perfil de velocidad a diferencia de los perfiles de presión y temperatura muestra amplitud positiva y negativa, esto puede explicarse como la dirección en la que el gas se desplaza, pues cuando el perfil de velocidad tiene amplitud positiva el gas se mueve hacia la pared derecha de la cavidad. De manera opuesta, cuando el perfil de velocidad tiene amplitud negativa, el gas tiende a regresarse hacia la pared izquierda. De esta forma el gas se mueve de un lado a otro cuando se generan las ondas termoacústicas en la cavidad. Este comportamiento es de gran importancia en los motores y refrigeradores termoacústicos, pues gracias a este efecto es como se logra transportar calor entre dos puntos simplemente con la generación de ondas termoacústicas, además de esto se puede observar en los perfiles de presión de la Gráfica 4-2 que el gas se expande y se comprime en ciertos instantes, lo cual también es de gran importancia para la eliminación de partes móviles como los pistones en los motores y refrigeradores termoacústicos.

Otra de las características que se puede observar en el perfil de velocidad obtenido, es que al igual que los perfiles de temperatura y presión, la velocidad tiene una amplitud relativamente grande cuando la pared izquierda se calienta, pero conforme transcurre el tiempo tanto la amplitud positiva como negativa disminuyen.



**Gráfica 4-4** Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.

### 4.3 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO "3" (CALENTAMIENTO GRADUAL O EXPONENCIAL)

En la práctica, debido a la inercia térmica de la pared, el sistema de calentamiento y a las inevitables pérdidas de calor hacia el medio ambiente, hacen que sea difícil generar en un solo paso un cambio de temperatura en la pared de la cavidad (Calentamiento Impulsivo). Como consecuencia de esto, se investigó el efecto que tiene la rapidez del proceso de calentamiento (Calentamiento Gradual), sobre el comportamiento de las ondas termoacústicas.

Como se mencionó en el *Capítulo II*, la variación temporal de la temperatura en la pared izquierda esta dada por,

$$T_l(t) = T_0 \left[ 1 + A \left( \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \right) \right]$$

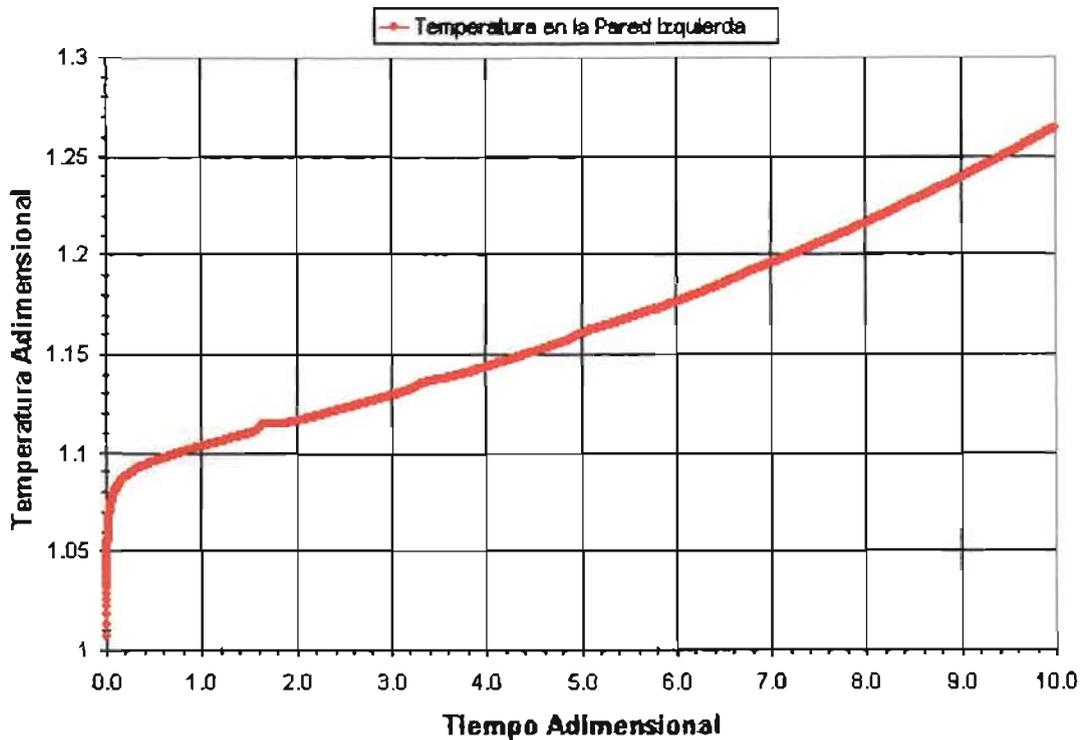
Donde :

$T_l(t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

$A$  = Razón de calentamiento.

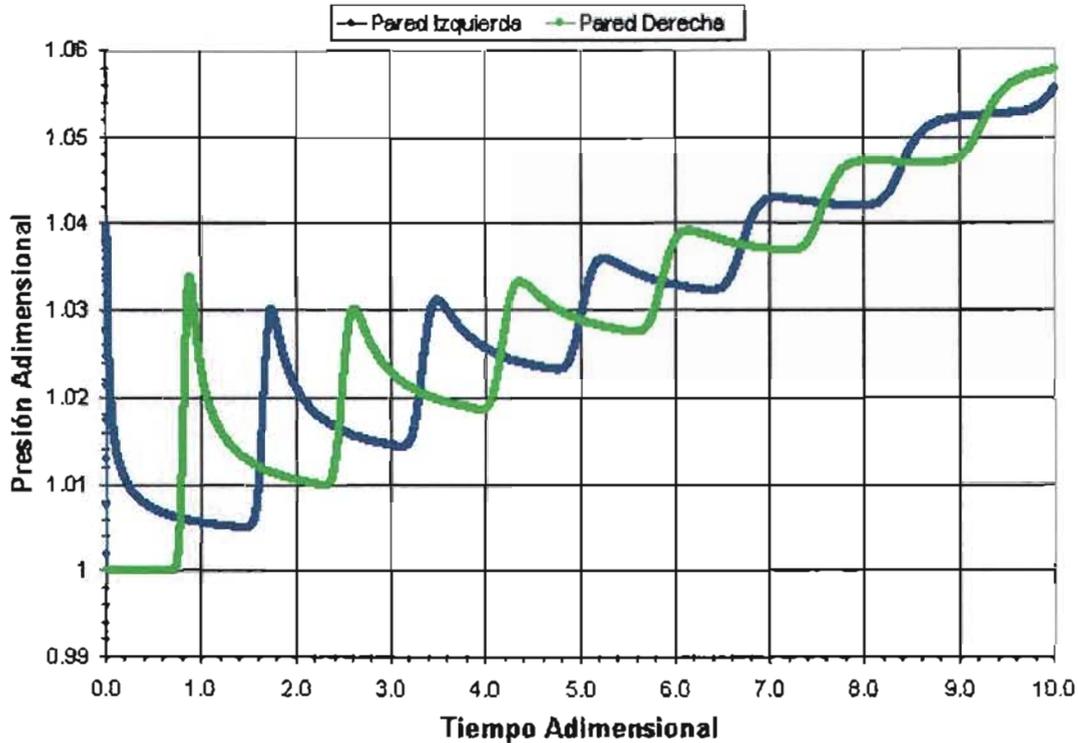
$\tau$  = Tiempo constante del proceso de calentamiento.

Para este caso se consideró que la razón de calentamiento fue de  $A=0.1$ , en donde al igual que en los demás casos se considera que el gas se encuentra inicialmente a condiciones estándar y sin movimiento, de igual forma el número de celdas utilizada en la malla para la simulación es de  $350 \times 350$ . En un instante dado, se comienza a incrementar gradualmente la temperatura en la pared izquierda, por medio de la ecuación de variación temporal de la temperatura. La Gráfica 4-5 obtenida de la simulación, muestra que la temperatura aumenta de manera exponencial conforme transcurre el tiempo tal como se esperaba. El perfil resultante muestra que en un inicio la temperatura se encuentra al valor adimensional de 1.0, en un tiempo relativamente corto aumenta la temperatura en dirección "z" de forma que antes de llegar a 1.1 la temperatura comienza a crecer de forma exponencial conforme aumenta el tiempo.



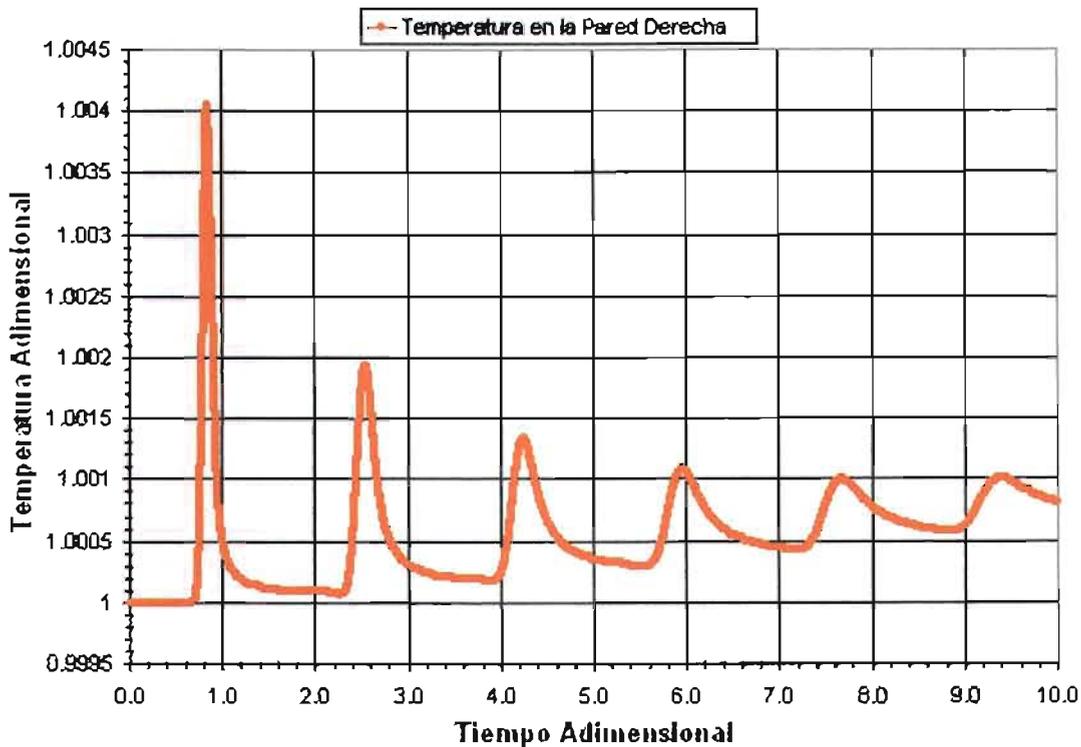
**Gráfica 4-5** Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento llevado a cabo de forma exponencial.

Por otro lado, el perfil de presión resultante para este caso se muestra en la Gráfica 4-6 donde se pueden observar diferencias significativas en comparación con el caso anterior, para comenzar el perfil de presión inicia en un valor de 1.0, en el momento en que se calienta la pared se puede observar que casi instantáneamente la presión aumenta significativamente, al igual que en los casos anteriores la amplitud de las ondas termoacústicas comienza a disminuir, sólo que esta vez a consecuencia del calentamiento gradual, la presión en la cavidad comienza a elevarse conforme transcurre el tiempo, alcanzando una presión relativa más alta cada vez que se genera un pico o cresta en el perfil. Además conforme más se acerca la onda de presión a la pared derecha, su amplitud disminuye y tiende a deformarse igual que en los casos anteriores. De igual forma que en el caso de calentamiento impulsivo, la onda termoacústica rebota en la pared derecha al llegar a ella, y cuando sucede esto vuelve a incrementar su amplitud dando como resultado el perfil que se marca con el nombre de pared derecha en la Gráfica 4-6, el cual es similar al que se generó en la pared izquierda.



**Gráfica 4-6** Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento exponencial. Tamaño de la malla usada:  $350 \times 350$ .

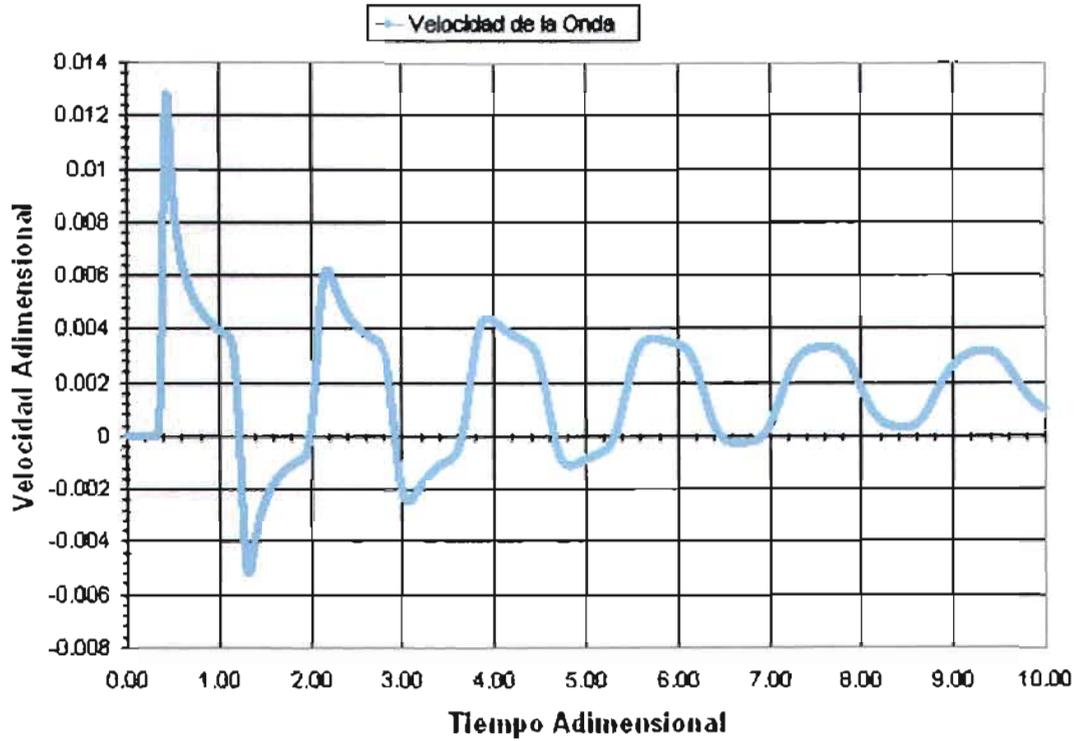
En cuanto a la temperatura generada en la pared derecha, inicialmente se consideró a una temperatura inicial de 1.0, como se observarse en la Gráfica 4-7 las ondas termoacústicas influyen de manera significativa sobre la temperatura de la pared derecha cuando llegan a ella, ya que al igual que en los casos 1 y 2, se observa que conforme transcurre el tiempo la temperatura aumenta y disminuye formando picos o crestas con amplitud positiva, los cuales inicialmente tienen una amplitud relativamente alta, pero como se puede observar con el paso del tiempo estos picos disminuyen y se ensanchan, pudiéndose observar que conforme disminuyen las amplitudes de las ondas de presión, también disminuyen los picos de la temperatura en la pared derecha.



*Gráfica 4-7 Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el proceso de calentamiento exponencial.*

Finalmente la Gráfica 4-8 muestra el perfil de velocidad con el cual se desplaza la onda termoacústica en el medio, el gas inicialmente parte del reposo como se puede observar en la gráfica, una vez que la pared izquierda se calienta de forma exponencial, la onda adquiere una velocidad relativamente alta, tal como se puede observa en la gráfica, la amplitud positiva del perfil de velocidad indica que el gas se mueve hacia la pared derecha durante cierto tiempo, mientras que la amplitud negativa indica que el gas se mueve en dirección de la pared izquierda en determinado tiempo. Además tal como se observa en la gráfica tanto las amplitudes positivas como negativas también comienzan a disminuir conforme aumenta el tiempo.

Este perfil de velocidad, es muy similar al que se obtuvo en el caso de calentamiento impulsivo, teniendo únicamente como diferencia que al paso del tiempo cuando las amplitudes de las ondas disminuyen, los picos que se generan hacia abajo no alcanzan de igual forma los valores negativos como en el caso de calentamiento impulsivo, ya que se mueven un poco del plano horizontal.



**Gráfica 4-8** Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento exponencial. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.

#### 4.4 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO "4" (CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO IMPULSIVO)

Los casos tratados anteriormente, se enfocan únicamente a la generación y propagación de ondas termoacústicas por calentamiento impulsivo y gradual o exponencial, pero no se ha tratado la generación de ondas termoacústicas por medio de enfriamiento en alguna pared de la cavidad. Debido a esto, el caso que se trata a continuación se enfoca a la generación y propagación de ondas termoacústicas por calentamiento y enfriamiento impulsivo.

Como se mencionó en el *Capítulo II*, la variación temporal de las temperaturas en las paredes izquierda y derecha están dadas por,

**Pared Izquierda :**

$$T_I(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

Donde :

$T_I(t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

$A$  = Razón de calentamiento.

**Pared Derecha :**

$$T_D(t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(-A+1) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

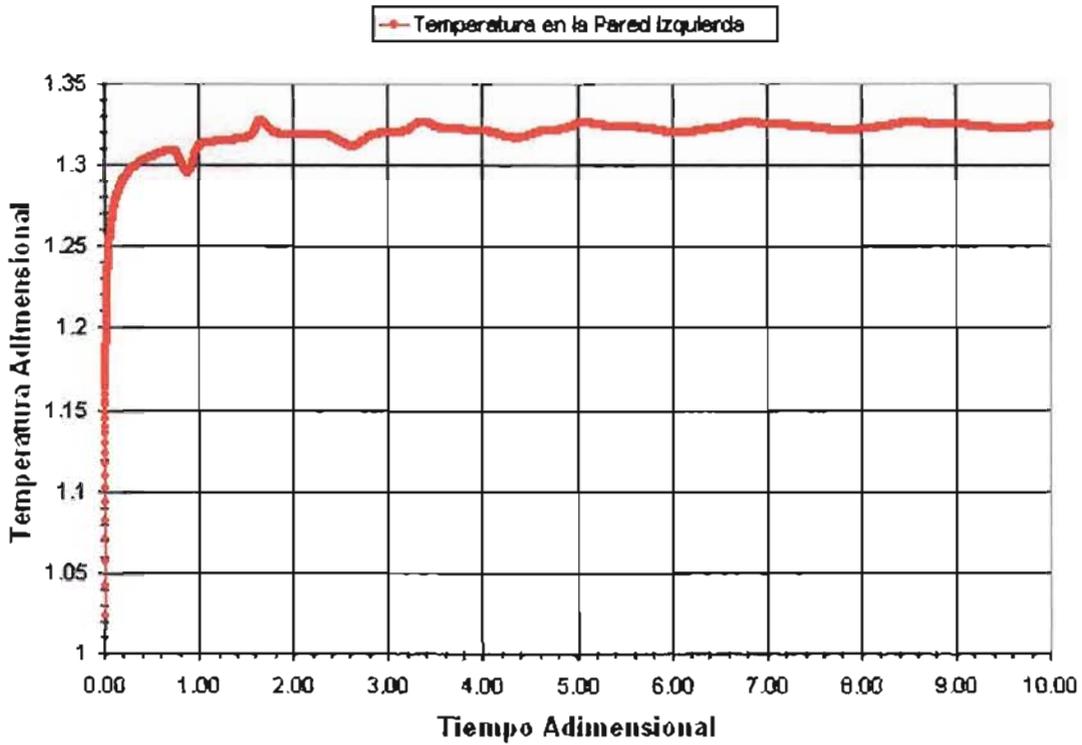
Donde :

$T_D(t)$  = Temperatura de la pared derecha.

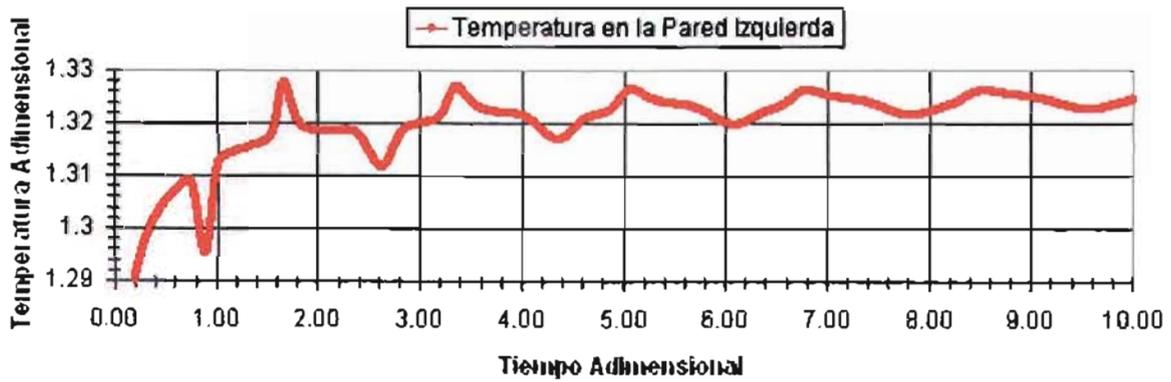
$-A$  = Razón de enfriamiento.

En este nuevo caso tratado, se considera que la razón de calentamiento es de  $A=0.33$  tanto para la pared derecha como para la pared izquierda, sólo que como se observa en las ecuaciones de variación temporal de temperatura, en la pared izquierda se tiene signo positivo, lo cual indica que dicha pared tendrá un calentamiento impulsivo. Por otra parte en la ecuación correspondiente a la pared derecha, el valor de "A" está afectado por un signo negativo, por lo cual en la pared derecha se le denomina razón de enfriamiento, como consecuencia de esto la pared será sometida a un enfriamiento impulsivo. Al igual que en los demás casos, el número de celdas utilizadas en la malla para la simulación es de  $350 \times 350$ .

La Gráfica 4-9 a) muestra el perfil resultante para la temperatura de la pared izquierda, en donde se puede observar que es bastante parecido al obtenido en el caso 2 donde se utilizó también calentamiento impulsivo, sólo que esta vez el valor máximo de temperatura que alcanza es de 1.33, de tal manera que cuando llega a éste valor, la temperatura comienza a estabilizarse conforme transcurre el tiempo, y mientras esto ocurre se puede observar la formación de pequeños picos que oscilan cerca de este valor. En la Gráfica 4-9 b) puede verse con mayor detalle la formación de dichos picos mientras transcurre el tiempo en la pared izquierda.



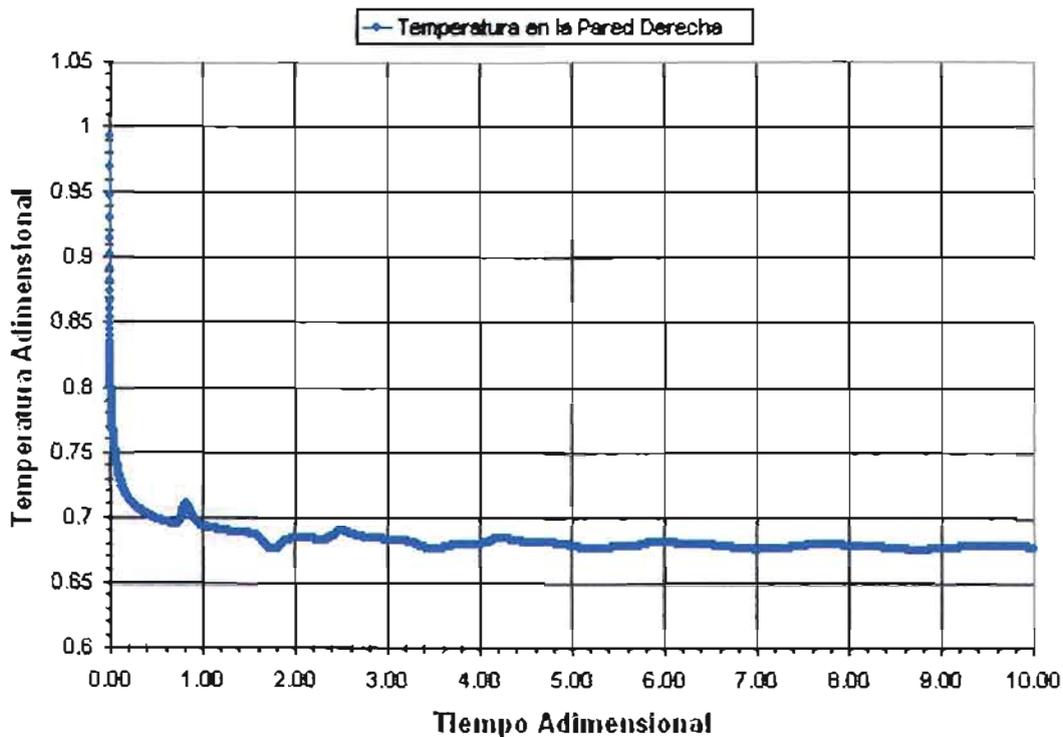
a)



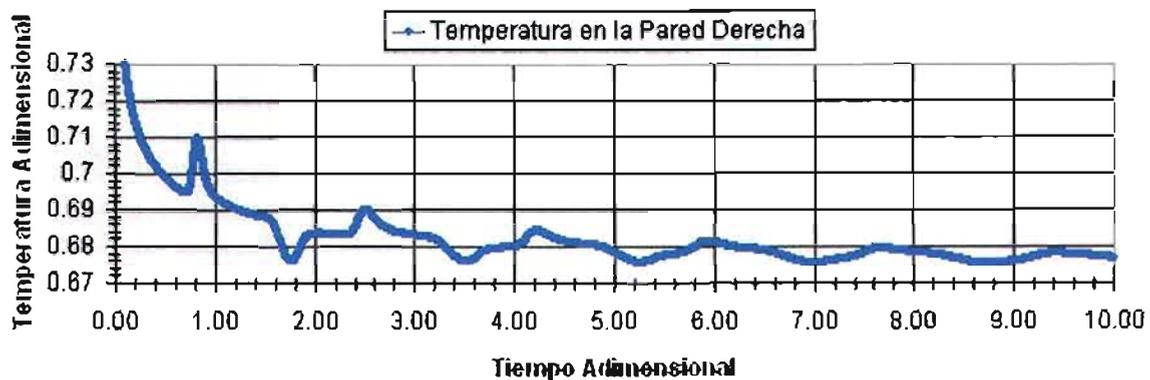
b)

**Gráfica 4-9** Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.33$ , en un proceso de calentamiento realizado de forma impulsiva. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte superior de la gráfica a).

A diferencia de los casos anteriores, en donde se consideraba que la pared derecha no sufría ningún cambio de temperatura por algún proceso de calentamiento, en este caso puede observarse en la Gráfica 4-10 a) que la pared derecha se somete a un enfriamiento impulsivo. En esta gráfica puede observarse que la pared se encuentra inicialmente a una temperatura de 1.0, en un tiempo muy corto la pared sufre un enfriamiento impulsivo, bajando su temperatura hasta un valor de 0.67, para esto puede observarse que cuando la temperatura alcanza el valor de 0.75 la temperatura comienza a presentar pequeñas oscilaciones en forma de picos y conforme transcurre el tiempo, la temperatura comienza a estabilizarse en la pared derecha. Lo anterior puede observarse con mayor detalle en la Gráfica 4-10 b), donde se observan los efectos de las ondas termoacústicas sobre la generación de calor, además puede observarse que el perfil se comporta de forma similar al producido en la pared izquierda, sólo que en dirección contraria.



**Gráfica 4-10 a)** Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de enfriamiento en la pared derecha de  $-A=0.33$ , en un proceso de enfriamiento realizado de forma impulsiva.

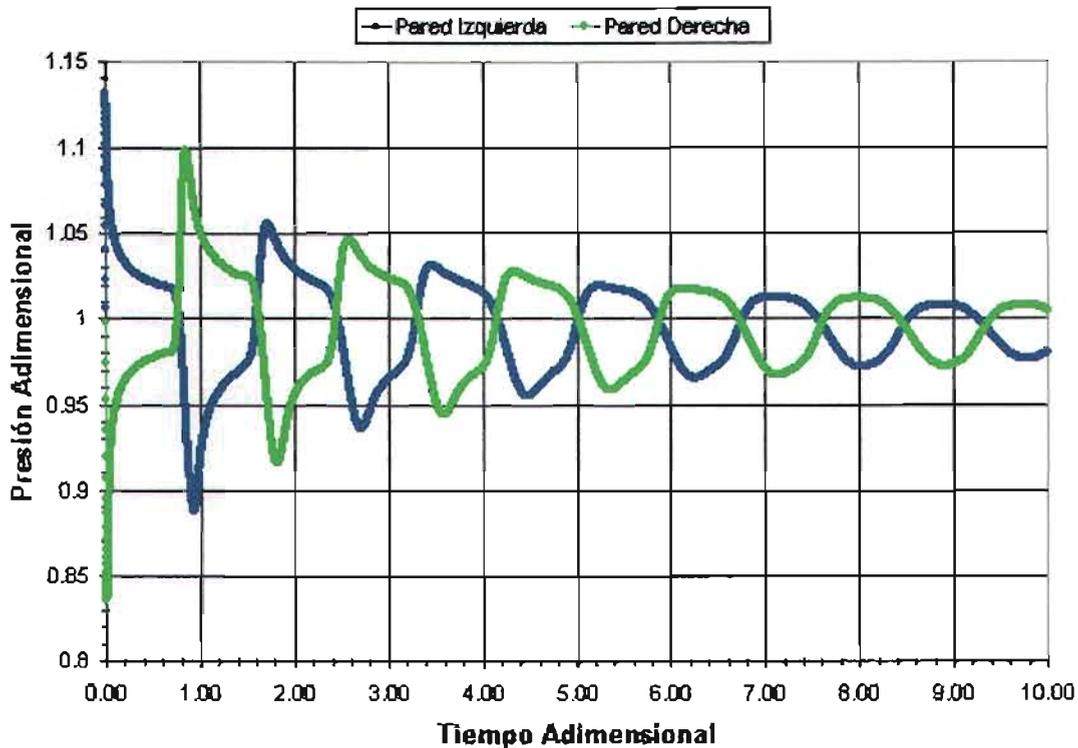


**Gráfica 4-10 b)** *Acercamiento de los picos que se generan en la parte inferior de la gráfica a).*

Después de lo anterior, los siguientes perfiles obtenidos fueron los de la presión que se muestran en la Gráfica 4-11, el perfil mostrado para la pared izquierda muestra significativos cambios a diferencia de los casos anteriores, ya que este perfil oscila por arriba y por debajo de la presión inicial de 1.0 que se tenía inicialmente en el gas, lo cual no sucedía en los otros casos, pues una vez que se generaba la onda termoacústica la presión del gas aumentaba mientras transcurría el tiempo, pero no volvía a alcanzar el valor inicial hasta que la onda termoacústica se reflejaba en la pared derecha y regresaba a la pared izquierda. Una de las características que permanece sin cambios, es la forma en que cambia la amplitud de las ondas termoacústicas, ya que cuando se calienta impulsivamente la pared izquierda se genera una onda de presión de gran amplitud, pero conforme transcurre el tiempo la amplitud decrece hasta que llega a la pared derecha.

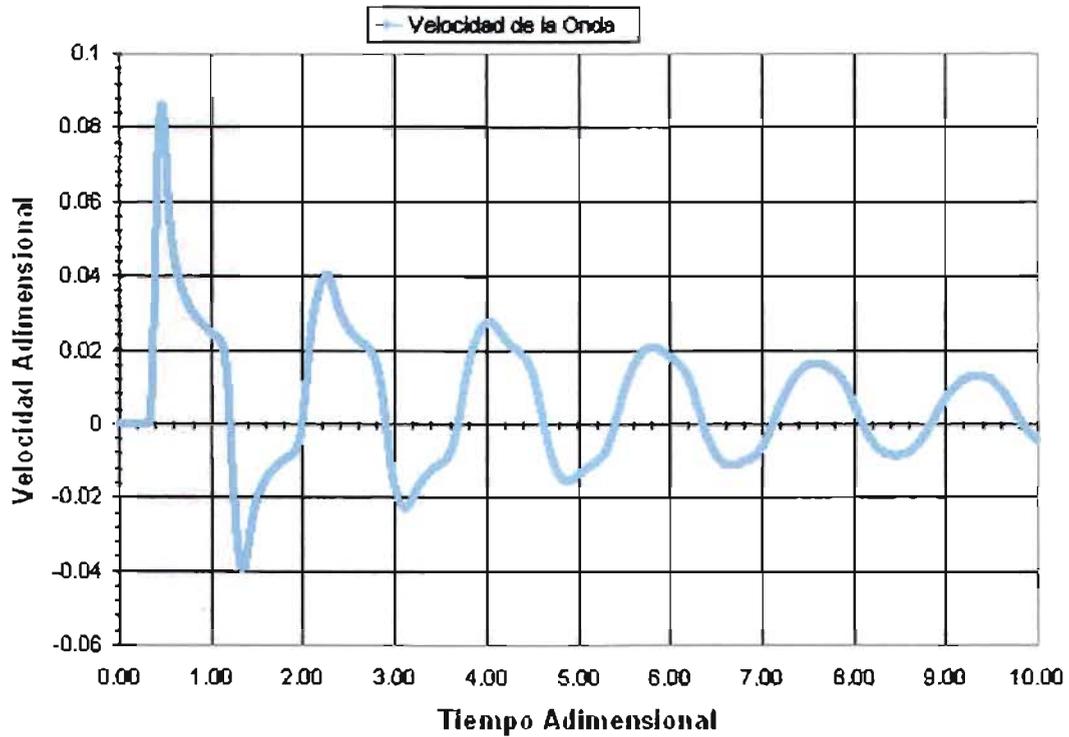
Por otra parte, en la pared derecha puede observarse de manera contraria que cuando se aplica el enfriamiento impulsivo, la amplitud de la presión ahora disminuye de manera drástica, pero conforme el tiempo transcurre la onda de presión vuelve a oscilar por arriba y por debajo del valor inicial de 1.0. De igual forma que en la pared izquierda, la amplitud en la pared derecha comienza a decrecer y a deformarse hasta llegar al lado contrario.

De esta forma, el aplicar un calentamiento impulsivo en la pared izquierda y un enfriamiento impulsivo en la pared derecha, se tienen como resultado perfiles de presión que de la forma mostrada en la gráfica son simétricos con respecto al eje del tiempo, pero cabe mencionar que cada uno se genera en paredes contrarias, por lo que en realidad los perfiles son asimétricos. Esto se produce debido a la variación de las propiedades termo físicas del medio al aplicar un incremento de temperatura.



*Gráfica 4-11 Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.33$  y una razón de enfriamiento en la pared derecha de  $-A=0.33$ , en un proceso de calentamiento y enfriamiento impulsivo. Tamaño de la malla usada:  $350 \times 350$ .*

Por último para este caso se tiene la Gráfica 4-12, donde se muestra el perfil de velocidad resultante, aquí se puede observar que a pesar de los procesos de calentamiento y enfriamiento, el perfil resultante es similar al de los casos anteriores, ya que de igual forma se observan las amplitudes positivas y negativas que indican que el gas se desplaza en un sentido y después regresa en sentido contrario, aunque como se observa el valor máximo de velocidad alcanzado no es tan grande como en los casos anteriores. Al igual que en los demás casos el perfil de velocidad inicialmente tiene una amplitud relativamente grande, pero conforme transcurre el tiempo sus amplitudes tanto positivas como negativas disminuyen y se deforman, además puede observarse que la máxima velocidad alcanzada por la amplitud positiva es mayor que la máxima alcanzada por la amplitud negativa cuando el gas regresa en dirección contraria.



**Gráfica 4-12** Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo en la pared izquierda y un enfriamiento impulsivo en la pared derecha. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.

#### 4.5 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL CASO "5" (CALENTAMIENTO IMPULSIVO NO UNIFORME)

Los resultados presentados hasta ahora sobre los calentamientos llevados a cabo en las paredes de la cavidad, muestran el comportamiento esencialmente para una sola dimensión que es el tiempo, como se observa en las condiciones temporales presentadas anteriormente. Aunque las ondas termoacústicas son más energéticas durante tiempos cortos, la capa límite y los efectos de la densidad tienen escalas de tiempo mucho mayores. Para investigar el comportamiento de las ondas termoacústicas en dos dimensiones (tiempo y posición), la pared izquierda fue calentada impulsivamente de acuerdo a la siguiente ecuación vista en el *Capítulo II*.

$$T_l(z,t) = \begin{cases} T_0 & \text{para } t \leq 0 \\ T_0(A+1)\left(\frac{L-z}{L}\right) & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

Donde :

$T_l(z,t)$  = Temperatura de la pared izquierda.

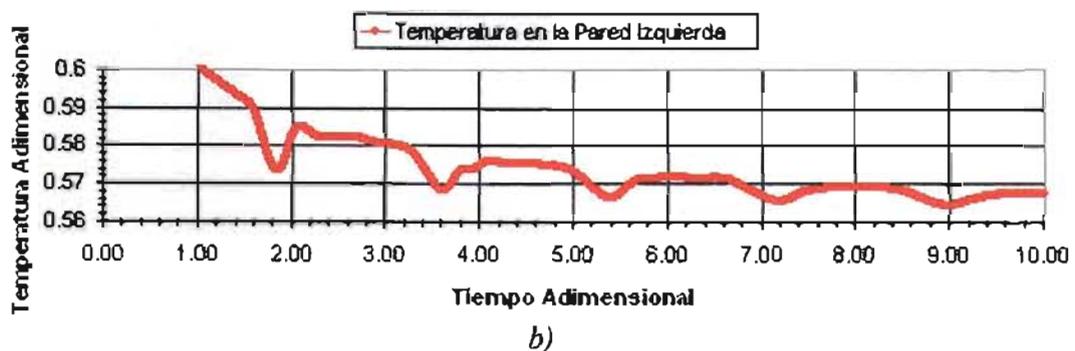
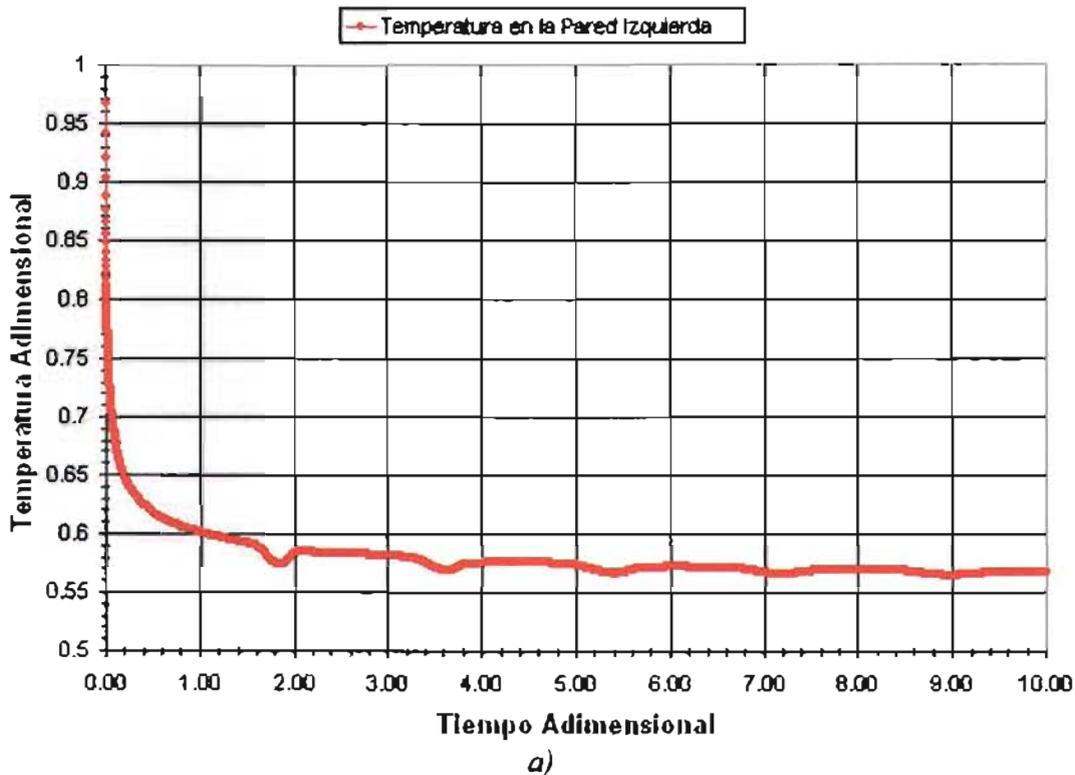
$A$  = Razón de calentamiento.

En otras palabras, la pared izquierda fue impulsivamente calentada con una distribución lineal de temperatura que esta en función del tiempo "t" y de la posición en dirección "z".

La razón de calentamiento para este caso fue considerada de  $A=0.1$  en la pared izquierda, además la malla usada en este último caso fue considerada al igual que en los demás casos de  $350 \times 350$ .

En la Gráfica 4-13 a) se observa el perfil de temperatura que se forma como resultado del calentamiento impulsivo en dos dimensiones. Inicialmente la temperatura de la cavidad se encuentra en un tiempo de 1.0, pero en un tiempo muy corto puede observarse como la temperatura de la pared decae drásticamente hasta un valor cercano de 0.57. Cuando la temperatura llega aproximadamente al valor de 0.6 en donde el tiempo transcurrido es aproximadamente 1.0, pueden observarse la formación de pequeños picos como resultado de la generación de ondas termoacústicas.

En la Gráfica 4-13 b) se muestra con mayor detalle la formación de dichos picos, los cuales fluctúan a través del tiempo disminuyendo su amplitud y alargándose. Además de esto, puede apreciarse que a diferencia de los casos anteriores, todos los picos fluctúan en dirección contraria a la que normalmente se tenía, disminuyendo ligeramente la temperatura en ciertos tiempos hasta que finalmente tiende a estabilizarse.

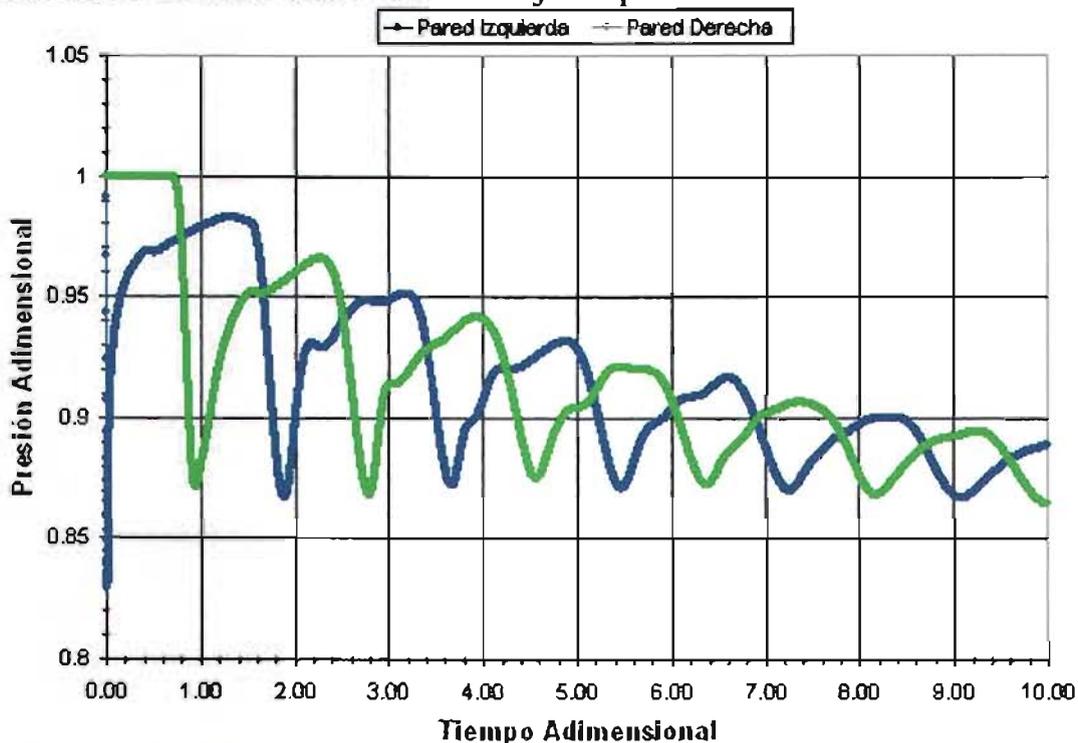


**Gráfica 4-13** a) Temperatura adimensional como función del tiempo adimensional para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. b) Acercamiento de los picos que se generan en la parte inferior de la gráfica a).

Por otra parte, la onda de presión u onda termoacústica resultante se tiene en la Gráfica 4-14, donde se muestran los perfiles de presión producidos a través del tiempo tanto en la pared derecha como para la pared izquierda.

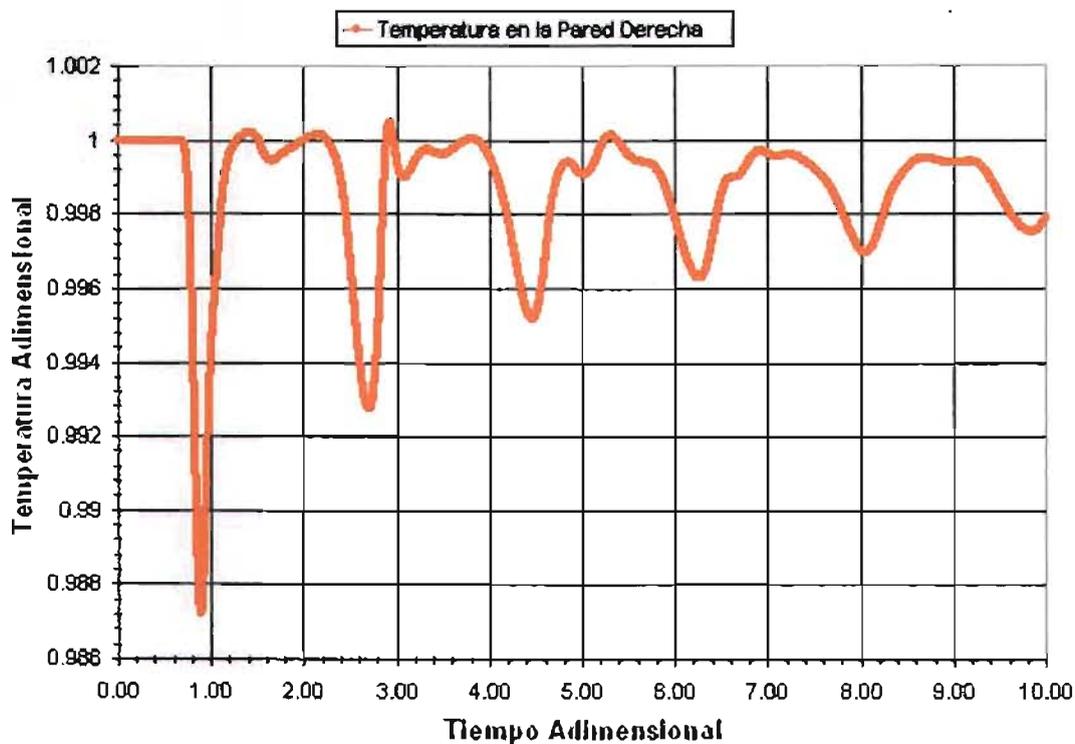
En la pared izquierda puede observarse que las ondas termoacústicas producidas varían de forma significativa con los demás casos, ya que como puede observarse, cuando a la pared izquierda se le aplica el calentamiento impulsivo no uniforme, su presión se reduce y comienza a fluctuar a través del tiempo, de forma que la amplitud de las fluctuaciones comienza a decrecer y a deformarse como en los casos de calentamiento impulsivo uniforme, sólo que en este caso dichas fluctuaciones de presión tienden a mantenerse en un valor relativamente bajo, lo cual no sucedía en los casos de calentamiento impulsivo ya mencionados, pues en estos la presión tendía a mantenerse en un valor relativamente alto.

En cuanto al perfil de presión que se nombra como pared derecha, se observa cómo la presión inicial del gas que se encuentra cerca de la pared (1.0), vuelve a decrecer cuando la onda termoacústica rebota en ella, produciendo un perfil similar al de la pared derecha y que se observa ligeramente desfasado del que se origina en la pared izquierda. De igual forma la amplitud de las ondas comienzan a disminuir y a deformarse conforme transcurre el tiempo, manteniendo un valor relativamente bajo de presión.



**Gráfica 4-14** Variación de la presión en el punto medio de la pared izquierda y derecha como función del tiempo para una razón de calentamiento en la pared izquierda de  $A=0.1$ , en un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. Tamaño de la malla usada:  $350 \times 350$ .

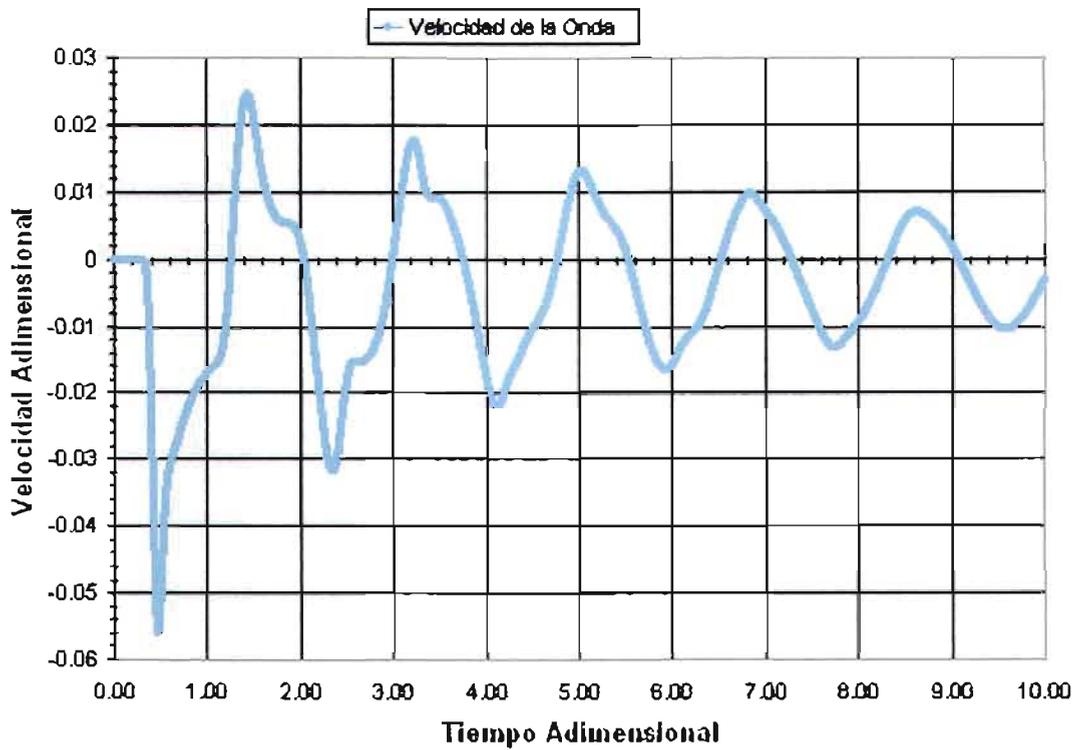
Para observar el comportamiento que tiene la pared derecha, se muestra en la Gráfica 4-15 el perfil de temperatura obtenido para esta pared. Debido a que inicialmente se tenía una temperatura uniforme de 1.0 en toda la pared, puede observarse de esta forma cómo en el momento en que la onda termoacústica alcanza la pared derecha, la temperatura tiene una disminución de forma que comienza a formar picos en los cuales crece y decrece su amplitud conforme transcurre el tiempo. Este efecto también se observa en los casos de calentamiento impulsivo uniforme, pero a diferencia de este caso la temperatura se mantiene en un valor relativamente más alto que el inicial, mientras que para este caso la temperatura se mantuvo fluctuando en un valor relativamente más bajo que el inicial. De esta forma puede observarse como el tipo de calentamiento empleado influye tanto en las ondas de presión, como en la temperatura de ambas paredes.



**Gráfica 4-15** Variación de la temperatura adimensional como función del tiempo adimensional en la pared derecha, para el caso descrito sobre el calentamiento impulsivo no uniforme.

Por último, la Gráfica 4-16 muestra el comportamiento del perfil de velocidad resultante para este caso, al igual que en todos los demás casos puede observarse que el gas parte del reposo, sólo que esta vez el movimiento se origina en dirección contraria, de forma que el gas comienza a desplazarse hacia la pared izquierda con una amplitud relativamente grande y negativa, conforme transcurre el tiempo esta amplitud cambia en dirección positiva, lo cual significa que el gas se desplaza ahora hacia la pared derecha, de esta forma el gas se mantiene oscilando, hasta que la amplitud del perfil de velocidad decae eventualmente y los picos se deforman, aunque como se observa, en menor medida que los demás casos, pues se siguen viendo significativamente pronunciados a pesar del transcurso del tiempo. Además de esto, puede verse que los picos con amplitud positiva tienen un valor menor que los picos con amplitud negativa, este efecto es similar al que se da en los casos de calentamiento impulsivo uniforme, pero con la diferencia de que para este caso los picos se generan con una amplitud negativa relativamente grande, o lo que equivale a decir que comienza con una velocidad mayor y un movimiento contrario al que se tenía en los otros casos.

El efecto que provoca el calentamiento impulsivo no uniforme, no solo se observa en esta gráfica, pues también en ambas gráficas de temperatura de cada pared de la cavidad, y en la gráfica de presión puede verse que todas las fluctuaciones tienden a disminuir la temperatura o presión.



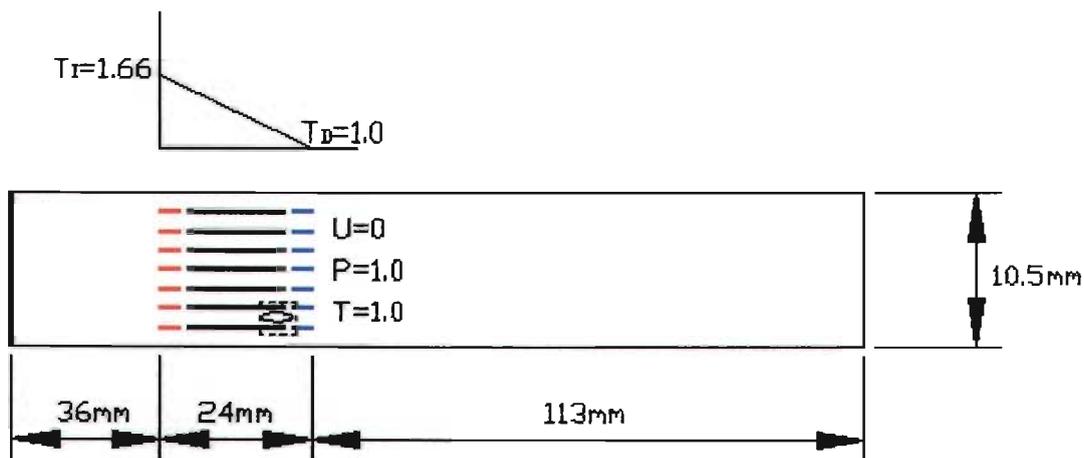
**Gráfica 4-16** Variación de la velocidad en el punto medio de la cavidad como función del tiempo, para un proceso de calentamiento impulsivo no uniforme. Los picos indican la dirección en la que se desplaza el gas.

## CAPÍTULO 5

### 5.1 SIMULACIÓN DEL MOTOR TERMOACÚSTICO

Con base en los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se decidió realizar una simulación de lo que sería el funcionamiento de un motor termoacústico, para esto se aplicó el caso en el cual el proceso de calentamiento se lleva a cabo de forma impulsiva.

En el siguiente dispositivo (Figura 5-1) se muestran las dimensiones consideradas en la simulación del motor termoacústico, el cual se emplea para bombear calor entre dos puntos. Cabe mencionar que tanto las longitudes del motor como las diferentes escalas de temperatura, velocidad y presión se hicieron adimensionales de acuerdo a lo visto en el *Capítulo III*, por lo que en las gráficas resultantes de presión y velocidad no se muestran unidades. Además, para realizar la simulación se consideró que el número de celdas empleadas a lo largo del resonador es  $N_x=693$ , mientras que a lo alto el número de celdas es de  $N_z=100$ .

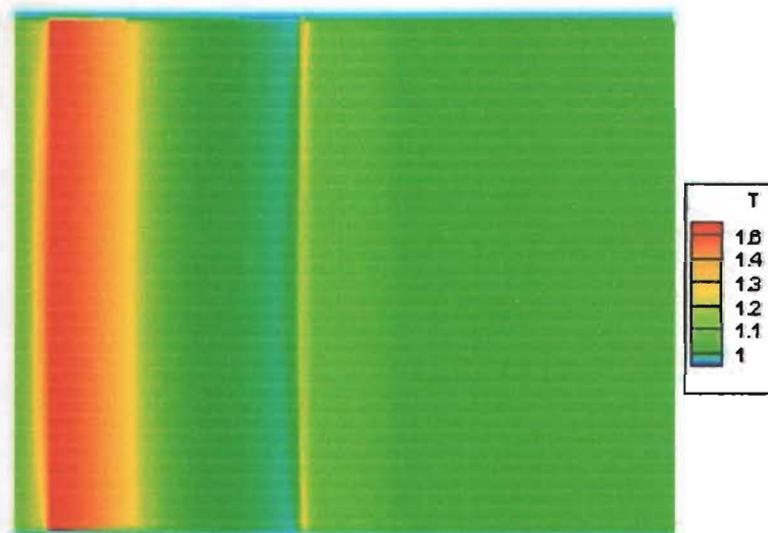


**Figura 5-1** Dimensiones y condiciones iniciales consideradas en la simulación del motor termoacústico. La gráfica en la parte superior del motor indica el gradiente de temperatura a lo largo de la pila.

La Figura 5-1 también muestra las condiciones estándar del aire a las que se encuentra inicialmente, además el tubo o resonador se encuentra cerrado del lado izquierdo mientras que del derecho se encuentra abierto. Las líneas horizontales representan lo que se conoce como pila, la cual consiste en una serie de pequeños ductos o cavidades las cuales ya fueron motivo de estudio

en los capítulos anteriores, y en donde se obtuvieron resultados del comportamiento de las ondas termoacústicas empleando sólo una de estas cavidades bajo distintas condiciones de calentamientos y un enfriamiento. En dichas cavidades se genera de igual manera un gradiente de temperatura por medio de intercambiadores de calor, tal como se muestra en la gráfica que se encuentra en la parte superior. De esta forma en el lado izquierdo se realiza un calentamiento impulsivo elevando la temperatura hasta un valor de 1.66, mientras que en el lado derecho la temperatura se mantiene a la temperatura estándar de 1.0.

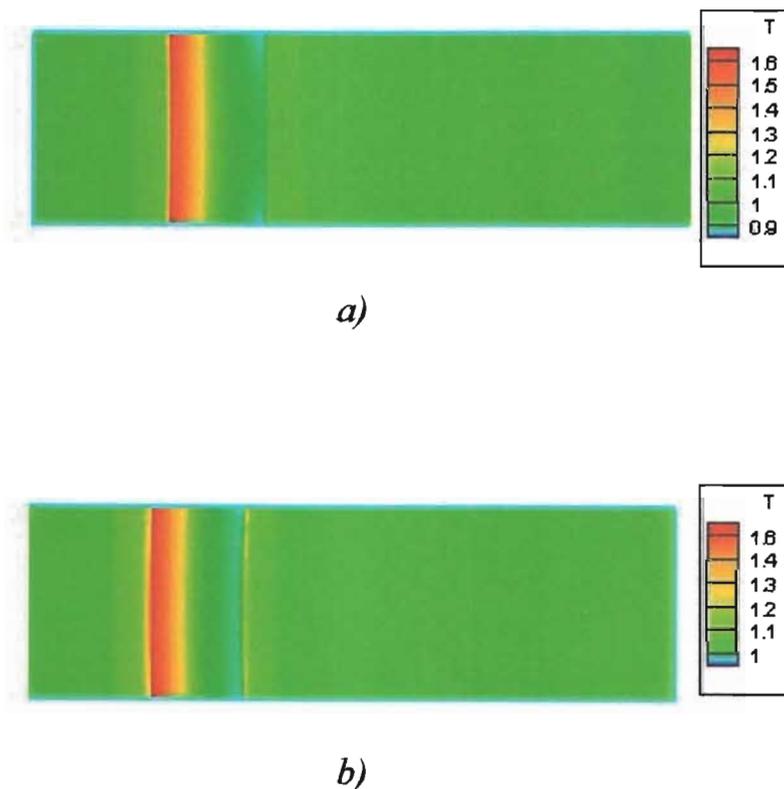
Lo anterior puede apreciarse por medio de la zona activa obtenida en la simulación del motor termoacústico, en la Figura 5-2 se puede identificar únicamente la zona en la que se lleva a cabo el calentamiento. Aquí se puede observar que el calentamiento impulsivo se efectúa del lado izquierdo de la pila alcanzando el valor máximo de 1.66, mientras que en el lado derecho de la pila se mantiene la temperatura inicial de 1.0.



**Figura 5-2** Zona activa del motor termoacústico, en el extremo izquierdo de la pila se observa que el intercambiador de calor produce un calentamiento, mientras que en el extremo derecho el intercambiador de calor mantiene la temperatura en el valor inicial.

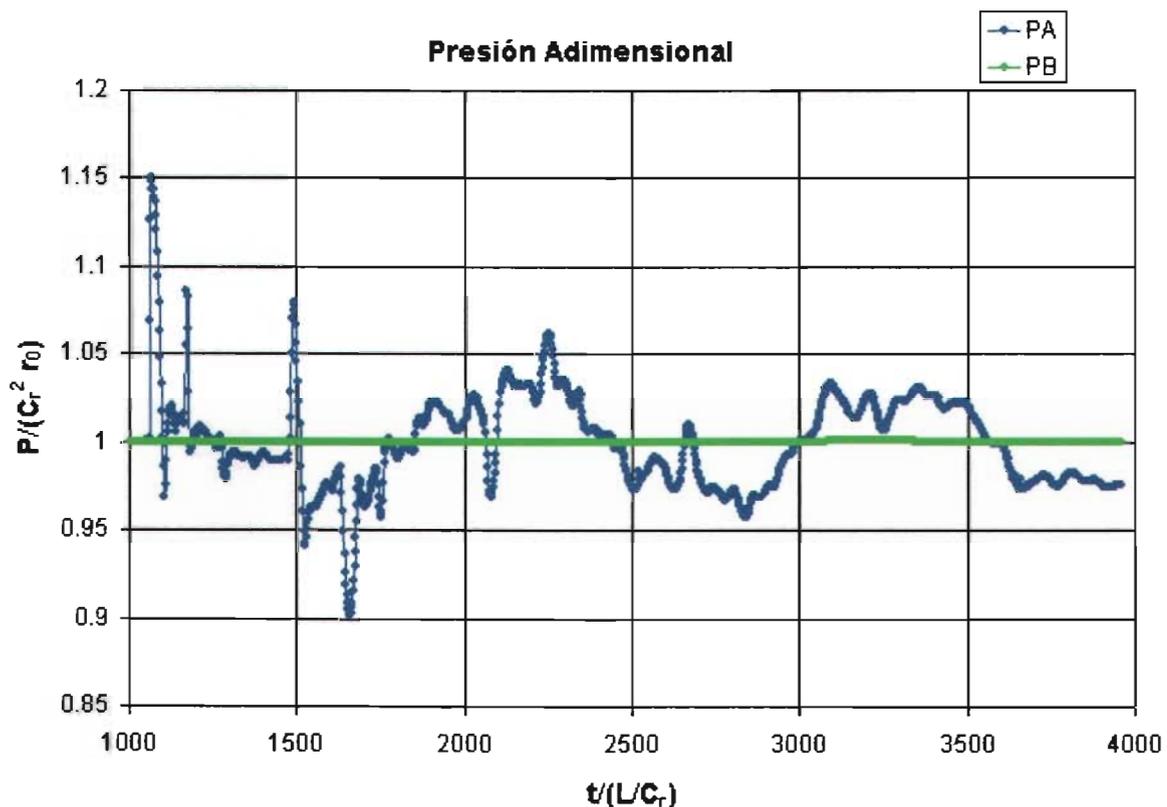
## 5.2 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MOTOR TERMOACÚSTICO

Una vez que se comienza a calentar de forma impulsiva el lado izquierdo de la pila, las ondas termoacústicas se generan y comienzan a transportar el calor entre los dos extremos del resonador. Esto se puede observar claramente en la Figura 5–3 obtenida de la simulación en donde se observa la variación de la temperatura a lo largo de la cavidad. La figura *a)* muestra la variación de temperatura cuando se desplaza hacia el lado derecho, mientras que la figura *b)* cuando se desplaza hacia el lado izquierdo, en ambas gráficas se observa que el valor máximo alcanzado es de 1.66 y que es el valor al que se realiza el calentamiento impulsivo.



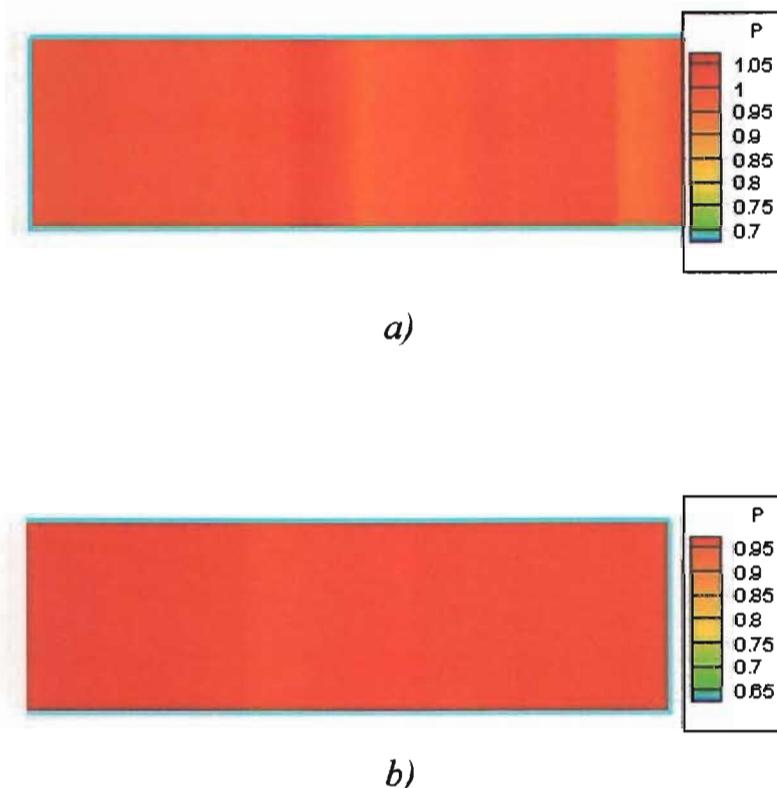
**Figura 5–3** Transporte de calor producido por las ondas termoacústicas a lo largo del resonador. *a)* Transporte de calor hacia el extremo derecho del resonador, *b)* Transporte de calor hacia el lado izquierdo del resonador.

La siguiente Gráfica 5-1 muestra la variación de presión en el tubo de resonancia en un intervalo de tiempo. Aquí se puede apreciar que en el momento de calentar la pared, la presión en el lado izquierdo que se marca como  $P_A$  incrementa su magnitud súbitamente alcanzando un valor de  $P/P_0 = 1.15$  y después de esto comienza a fluctuar a través del tiempo aumentando y disminuyendo su valor. Por otro lado puede observarse que la presión en la parte derecha del motor marcada como  $P_B$ , se mantiene a una presión constante de 1.0 en el intervalo de tiempo mostrado, ya que esta zona se mantiene a presión constante y es un nodo de la onda.



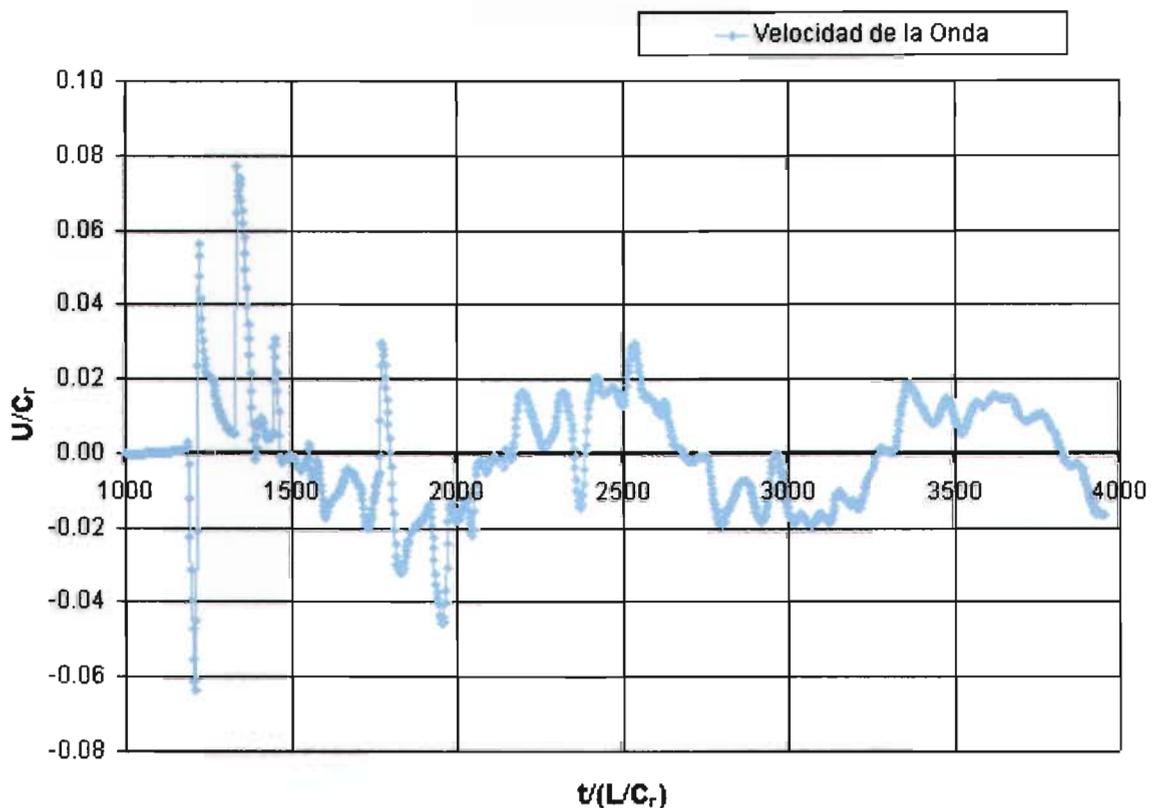
**Gráfica 5-1** En esta gráfica se muestra la variación de la presión adimensional como función del tiempo adimensional a lo largo del resonador o tubo termoacústico. El perfil marcado como  $P_A$  muestra las fluctuaciones de la presión generadas en lado izquierdo de la pila, mientras que el perfil marcado como  $P_B$  muestra que la presión se mantiene constante en el lado derecho de la pila antes de que la onda termoacústica alcance esa zona.

Lo anterior puede observarse con mayor claridad en la Figura 5–4 en donde se muestra la acción conjunta de todas las cavidades o lo que se denomina pila, de forma que al incrementar la temperatura de forma impulsiva se produce un incremento en la presión, dando lugar a lo se conoce como ondas termoacústicas que oscilan a lo largo de la cavidad aumentando y disminuyendo la presión, pero además transportando el calor entre los dos extremos. En esta figura se muestra por medio de distintos colores el aumento y disminución de la presión a lo largo de la cavidad cuando la onda termoacústica se desplaza hacia el lado derecho y después hacia el lado izquierdo. En la Figura 5–4 a) se observa que cuando la onda termoacústica se desplaza hacia el lado derecho la presión alcanza un valor mayor, mientras que cuando se desplaza hacia el lado izquierdo (Figura 5–4 b)) el valor de la presión comienza a reducir un poco.



**Figura 5–4** Variación de la presión como consecuencia de la producción de ondas termoacústicas en el resonador. a) La presión en el resonador alcanza un valor mayor cuando se calienta la pared izquierda, b) La presión en el resonador disminuye cuando la onda termoacústica alcanza la pared derecha.

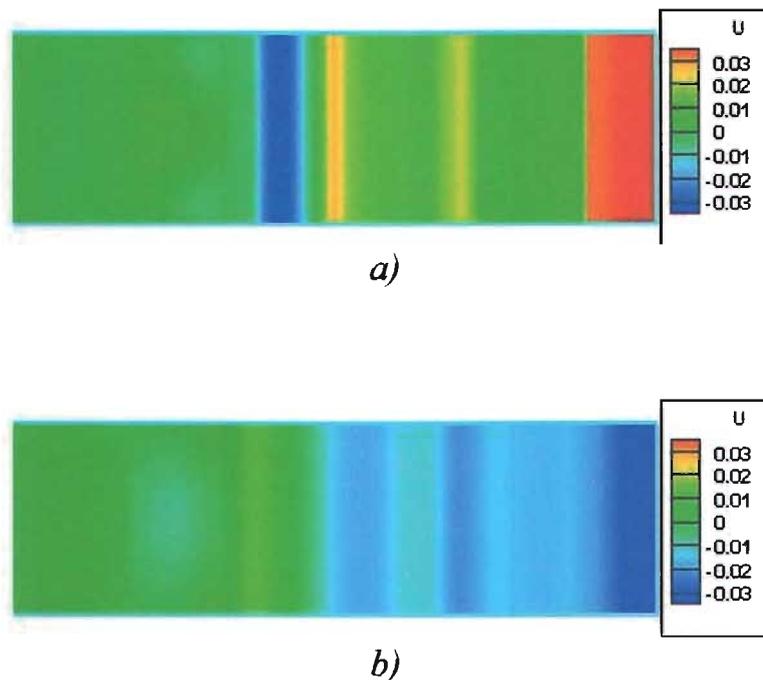
Por otra parte se observa en la Gráfica 5-2, la forma en que se desplaza la onda termoacústica, ya que en el intervalo de tiempo mostrado se puede apreciar que los picos generados en el perfil de velocidad tienen amplitud positiva y negativa, tal como los perfiles obtenidos en el *Capítulo IV*. De igual forma las amplitudes positivas indican que el gas dentro de la cavidad (en este caso aire), se desplaza de izquierda a derecha y después de derecha a izquierda. Tal como se muestra Gráfica 5-2 cuando la onda termoacústica es generada tarda cierto tiempo en moverse hasta el lado contrario, esto se puede identificar por medio del pequeño segmento casi horizontal al inicio del perfil de velocidad, después de que ha ocurrido lo anterior la velocidad cambia de dirección, esto se puede identificar por medio del primer pico con amplitud negativa que se muestra en el perfil, lo cual también indica que el gas está siendo desplazado hacia el lado izquierdo, una vez que ha ocurrido esto el perfil de velocidad mostrado cambia su dirección y se manifiesta por medio del pico con amplitud positiva, lo cual indica que ahora el gas se desplaza hacia el lado derecho durante cierto tiempo. Este efecto se mantiene oscilando en el resonador en tanto las ondas termoacústicas se estén generando.



**Gráfica 5-2** En esta gráfica se muestra la variación de la velocidad adimensional como función del tiempo adimensional de la onda termoacústica a lo largo del resonador. Los picos indican la dirección en que la onda termoacústica desplaza el gas en el resonador.

Lo descrito anteriormente se puede observar con más detalle en la Figura 5–5, donde se muestra el movimiento que sufre el gas a lo largo del resonador como consecuencia de la amplitud positiva o negativa que tenga el perfil de velocidad. En la Figura 5–5 a) se puede apreciar de forma clara el desplazamiento que sufre el gas hacia el lado derecho, aquí se observa como el movimiento que se tenía inicialmente hacia el lado izquierdo (valores negativos) cambia gradualmente en dirección contraria, por lo que el gas se desplaza hacia el lado derecho (valores positivos), esto se distingue por medio de las distintas escalas de colores mostrados.

De forma similar la Figura 5–5 b) muestra el efecto opuesto, ya que en este caso el movimiento del gas ocurre del lado derecho (valores más negativos) hacia el lado izquierdo (valores menos negativos). Este cambio gradual se identifica más claramente con la escala de colores asociada a las amplitudes de velocidad.



**Figura 5–5** Desplazamiento del gas en el resonador como consecuencia de la producción de ondas termoacústicas a lo largo del resonador. a) El gas comienza a desplazarse del lado izquierdo hacia el lado derecho, b) El gas comienza a desplazarse del lado derecho hacia el lado izquierdo.

## ***CAPÍTULO 6***

### ***CONCLUSIONES***

Los efectos del fenómeno termoacústico en una cavidad fueron estudiados a través de la resolución de las ecuaciones compresibles de Navier Stokes. Los efectos de las ondas de presión (ondas termoacústicas) sobre el transporte de calor y sobre la forma en que se desarrolla el flujo, fueron determinados por medio de una simulación. Las ondas termoacústicas fueron generadas aumentando o disminuyendo la temperatura en la pared izquierda de la cavidad por medio de un proceso de calentamiento impulsivo, gradual o no uniforme, en donde uno de los parámetros observados que influyó de manera importante sobre la fuerza con que se generan las ondas termoacústicas fue la razón de calentamiento. Además de esto se encontró que la fuerza con la que se producen las ondas de presión es directamente proporcional al aumento de la temperatura en la pared.

Para identificar los efectos que producen los diferentes procesos de calentamientos, en las simulaciones realizadas se efectuaron cuatro tipos de calentamientos distintos para la generación y propagación de ondas termoacústicas, los resultados obtenidos muestran que en cada caso las ondas termoacústicas se generaron y propagaron a través de la cavidad, aunque en cada proceso de calentamiento se obtuvieron distintos perfiles de presión, temperatura y velocidad a través del tiempo.

El primero y segundo casos estudiados sobre el calentamiento impulsivo en la pared derecha de la cavidad, mostró que la presión en la cavidad aumenta al producirse la onda termoacústica, la cual después de alcanzar su valor máximo comenzó a oscilar produciendo picos y valles los cuales indicaron un aumento y disminución de presión, dichos picos comenzaron a deformarse a lo largo de la cavidad hasta alcanzar la pared contraria de la cavidad, de forma que la onda termoacústica se reflejó en ella y volvió a repetir el fenómeno descrito. Como consecuencia de la constante oscilación de las ondas termoacústicas entre los dos extremos de la cavidad, se observó en el perfil de velocidad que el gas atrapado dentro de ésta es desplazado de un lado a otro produciéndose un transporte de calor entre ambos extremos de la cavidad.

El tercer caso estudiado sobre el calentamiento exponencial mostró un perfil de presión similar al del caso anterior, teniendo como única diferencia el valor máximo de presión alcanzado pues fue mayor que en el caso anterior, además de esto también se observó en el perfil de velocidad el desplazamiento del gas dentro de la cavidad produciéndose también el transporte de calor entre ambos extremos.

El cuarto caso estudiado sobre el calentamiento impulsivo en la pared izquierda y enfriamiento impulsivo en la pared derecha de la cavidad, mostró un perfil distinto al de los casos anteriores, ya que generó un perfil asimétrico en las ondas termoacústicas producidas como resultado del calentamiento y enfriamiento impulsivo en paredes contrarias, a pesar de esto también se observó en el perfil de velocidad el desplazamiento del gas produciéndose el transporte de calor entre ambos extremos.

El quinto y último caso estudiado sobre el calentamiento no uniforme también mostró un perfil de presión distinto al de los demás casos, pues la presión en la cavidad disminuyó como resultado de incluir la dimensión de la pared vertical en el proceso de calentamiento, debido a esto el perfil obtenido es contrario al obtenido en el proceso de calentamiento impulsivo. A pesar de esto el movimiento del gas en la cavidad y el transporte de calor se produjo al igual que en los demás casos.

Con base en los distintos procesos de calentamiento y en las escalas de longitud estudiadas, también fue investigada la formación de ondas termoacústicas estacionarias en una pila así como su interacción con el gas mediante la simulación de un motor termoacústico. En dicha simulación se resolvieron las ecuaciones compresibles de Navier Stokes en un sistema de coordenadas 2D y se empleó un proceso de calentamiento impulsivo en el extremo izquierdo de la pila. Para poder generar y propagar las ondas termoacústicas a lo largo de la cavidad fue necesario determinar las escalas de longitud optimas para dicho motor, a partir de esto se realizó la respectiva adimensionalización de las variables involucradas. Como resultado de la simulación, se determinó que el campo acústico en la cavidad es creado debido a la vibración armónica de la pared como consecuencia del calentamiento efectuado, además de esto se determinó que el efecto conjunto de todas las cavidades en la pila se suma produciendo un frente de ondas termoacústicas que se desplaza entre ambos extremos del resonador, dando como resultado el transporte de calor entre los dos lados de la pila.

## ***REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS***

- [1]. Greg Swift. "Thermoacoustics: A unifying perspective for some engines and refrigerators". 5<sup>a</sup> ed. Los Alamos National Laboratory: Condensed Matter and Thermal Physics Group, 2001.
- [2]. P. H. Ceperley. "A pistonless Stirling engine – The traveling wave heat engine". J. Acoust. Soc. Am. 1979.
- [3]. N. Rott. "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes" Z. Angew. Math. Phys. 1969.
- [4]. L. Trilling. "On thermally induced sound fields". J. Acoust. Soc. Am. 1955.
- [5]. Y. Huang and H. H. Bau. "Thermoacoustic waves in a confined medium". Int. J. Heat Mass Transf. 1995.
- [6]. M. A. Brown and S. W. Churchill. "Experimental measurements of pressure waves generated in a confined gas by impulsive heating of a surface".
- [7]. Spradley and S. W. Churchill. "Pressure and buoyancy driven thermal convection in a rectangular enclosure". J. Fluid Mech. 1975.
- [8]. Ozoe, N. Sato, and S. W. Churchill. "Numerical Analysis of two and three dimensional thermoacoustic convection generated by a transient step in the temperature of one wall" Number. Heat Transfer. 1990.
- [9]. Bakhtier Farouk, Elaine S. Oran, Toru Fusegi. "Numerical study of thermoacoustic waves in an enclosure". Volume 12 number 5. American Institute of Physics. 2000.
- [10]. M. Salinas Vázquez, O. Métais. Large-eddy simulation of the turbulent flow through a heated square duct. France: Institut National Polytechnique de Grenoble. 2001.