

01095

De lo sintético a priori a lo priori formal constitutivo.  
La geometría y la evolución de lo priori de Kant a Carnap

Tesis que para obtener el grado de Doctor en Filosofía de la Ciencia

Presenta Álvaro Julio Peláez Cedrés

bajo la dirección del Dr. León Rogelio Olivé Morett



Ciudad Universitaria 2005

Facultad de Filosofía y Letras - Instituto de Investigaciones Filosóficas

Universidad Nacional Autónoma de México

m. 345334

*Dedico el esfuerzo de este trabajo  
a Adriana y Elena, de quienes cada  
día recibo amor y constante estímulo.*



## Agradecimientos

La presente investigación ha sido posible gracias al apoyo económico que he recibido de la Universidad Nacional Autónoma de México, a través de su Dirección General de Estudios de Posgrado. A la Universidad pública mexicana, mi más profundo reconocimiento.

Entre los agradecimientos personales, en primer lugar y como siempre, a Ana Rosa Pérez Ransanz y León Olivé, quienes me han brindado no sólo todo el apoyo académico posible, sino también su amistad y respeto.

A Ambrosio Velasco Gómez, quien a pesar de su enorme carga de trabajo al frente de la Facultad de Filosofía y Letras, aceptó gustosamente leer esta tesis. A Pedro Stepanenko, José Miguel Estéban, y Sergio Martínez, quienes con sus valiosos y atinados comentarios enriquecieron este trabajo, también vaya mi agradecimiento expreso. Un reconocimiento especial vaya para el Dr. Thomas Mormann, con quien tuve el privilegio de trabajar aspectos importantes de esta tesis, y cuya crítica implacable coadyuvó a que el mismo fuera mejor.

Agradezco también el apoyo que me brindó la Coordinación del Posgrado en Filosofía de la Ciencia, a través de los Dres. Carlos Lopez Beltrán y Atocha Aliseda.

Una vez más, mi agradecimiento expreso a la comunidad del Instituto de Investigaciones Filosóficas, en cuyo ambiente estimulante fue elaborada esta tesis, y al apoyo que recibí como estudiante asociado.

Deseo dedicar un espacio especial para agradecer expresamente a los alumnos con los que he interactuado en estos últimos tres años, y a quienes he hablado en múltiples ocasiones de algunos de los contenidos de este trabajo. A mis alumnos del curso regular de Filosofía de la Ciencia de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM, a los alumnos del Posgrado en Filosofía de la Ciencia también de la UNAM, y a los del posgrado en Filosofía de la Ciencia de la UAM-Iztapalapa. A todos ellos mi más profundo agradecimiento por sus valiosos comentarios y respeto hacia mi persona y trabajo.

Finalmente, aprovecho esta ocasión para agradecer y saludar a la nación mexicana, por su generosidad y solidaridad, valores tan escasos en nuestro mundo actual, y por haberme hecho sentir *como en casa* desde mi llegada en el año 2000.

*Also muss auf Kant zurückgegangen werden*

Otto Liebmann

## Índice

Introducción .....	9
1.0 MATEMÁTICAS, FÍSICA, Y EL PROBLEMA DE LO SINTÉTICO	
A PRIORI EN LA FILOSOFÍA TRASCENDENTAL DE KANT.....	18
1.1    El estado de la cuestión: Espacio absoluto versus espacio relacional.....	21
1.2    El intento de Kant por resolver la disputa entre Newton y Leibniz: la idealidad del espacio .....	26
1.3    Lo sintético a priori en las ciencias matemáticas y física .....	35
1.3.1    Intuición pura y saber matemático .....	35
1.3.2    Los principios del conocimiento empírico .....	44
1.3.3    Los principios a priori de la ciencia de la naturaleza .....	60
1.4    Metafísica de la naturaleza y leyes empíricas: el proyecto de la transición.....	83
1.5    Conclusiones .....	93
2.0 LA GEOMETRÍA DEL SIGLO XIX Y LA EVOLUCION DE LO A PRIORI .....	98
2.1    La geometría euclídeana y el postulado de las paralelas .....	102
2.1.1    Geometrías no-euclídeanas .....	108
2.2    El desarrollo de la geometría proyectiva.....	118
2.3    Orígenes del logicismo y formalismo en el desarrollo de la geometría .....	143
2.3.1    Los elementos imaginarios de von Staudt y el concepto de número de Gottlob Frege.....	145

2.3.2	Los <i>Grundlagen</i> de Hilbert.....	152
2.3.3	La controversia Frege-Hilbert .....	155
2.4	Conclusiones.....	160
3.0 LA RELACION ENTRE EXPERIENCIA Y GEOMETRÍA Y LA		
REFORMULACIÓN DE LO A PRIORI EN LA CONCEPCIÓN DE H. v.		
HELMHOLTZ Y HENRI POINCARÉ.....		
3.1	La reformulación de lo a priori en la filosofía de la geometría de H. v.	
	Helmholtz .....	169
3.1.1.	La fisiología de los sentidos y la naturaleza de lo a priori .....	170
3.1.2.	Los <i>hechos</i> que están en la base de la geometría: el axioma de movilidad	
	libre.....	178
3.1.3.	La a prioricidad del espacio y el carácter empírico de los axiomas de la	
	geometría .....	183
3.1.4	Helmholtz y Kant .....	196
3.2	Idealización, constitución, y convención en la filosofía de la geometría de Henri	
	Poincaré .....	201
3.2.1	Los axiomas de la geometría como “definiciones disfrazadas” .....	205
3.2.2	La constitución del espacio a través del carácter a priori de la noción de	
	<i>grupo</i> .....	213
3.3	Conclusiones .....	223
4.0 EL SENTIDO DE LO A PRIORI EN LA FILOSOFIA DE LA CIENCIA DE		
COMIENZOS DEL SIGLO XX .....		
4.1	Concepto-sustancia y concepto-función: la crítica de Cassirer a la doctrina	
	tradicional del concepto .....	230

4.1.1	Inducción, leyes generales, y los “invariantes lógicos de la experiencia” .....	242
4.2	Coordinación y convención en la epistemología de M. Schlick .....	250
4.2.1	Conocer, re-conocer, y juzgar .....	252
4.2.2	Juicios definicionales y juicios cognitivos .....	274
4.3	Hans Reichenbach: Relatividad y a priori .....	279
4.3.1	La cognición como coordinación y constitución .....	281
4.3.2	El sentido de lo a priori según Reichenbach .....	287
4.4	Conclusiones .....	298
5.0	LA CONCRECIÓN DE LO A PRIORI FORMAL CONSTITUTIVO EN LA FILOSOFÍA TEMPRANA DE RUDOLF CARNAP .....	307
5.1	<i>El espacio</i> : A priori metodológico y absoluto .....	309
5.2	La estructura de la física: A priori y convención .....	335
5.3	La construcción lógica de la realidad .....	344
5.3.1	¿Qué significa “constituir” y qué constituimos? .....	347
5.3.2	Estructura y objetividad .....	355
5.3.3	El cuasianálisis como herramienta de constitución de los objetos .....	369
5.4	Conclusiones .....	383
6.0	CONCLUSIONES .....	394
6.1	La sobrevivencia de lo a priori metodológico .....	394
6.2	El estado del arte .....	404
	APÉNDICE .....	422
	BIBLIOGRAFÍA .....	467

## Advertencia sobre las citas y referencias

Todas las citas textuales corresponden a traducciones autorizadas, sea al español o al inglés, las cuales se explicitan bajo el formato estándar de Autor-año.

## Introducción

En el capítulo cuarto de su enjundioso libro sobre la filosofía del primer Carnap, y en el contexto del análisis de los temas kantianos que prevalecen en dicha obra, Alan Richardson señala que es posible identificar tres significados claros en la idea kantiana de lo sintético a priori. Así lo expresa: "... we have three notions of the synthetic a priori that are distinguishable in principle. The first is basically epistemological: Synthetic a priori principles are those contentful judgments knowable independently of experience. The second is representation theoretic, or "semantic": Synthetic a priori principles express the formal principles of the dual types of representation needed for objective knowledge. The third is methodological: Synthetic a priori principles are principles that must be assumed before any objective knowledge is possible in the empirical realm; these principles are revealed in the methodological structure of the sciences that express such objective knowledge: mathematics, geometry, and the Newtonians laws of motion" (Richardson, A. 1998, pág. 108).

La primera idea refiere principalmente a cierto tipo de verdades que son conocidas con independencia de la experiencia, y que constituyen el contenido de las matemáticas y la física pura. La segunda, en tanto, tiene que ver con los principios formales que definen un objeto en general<sup>1</sup>. La tercera, por su parte, apunta a la naturaleza de ciertos principios que deben ser asumidos antes que comience cualquier investigación empírica de la naturaleza, esto es, son principios que determinan nuestra experiencia empírica.

Como correctamente afirma Richardson, estos diferentes "sentidos" de lo a priori interactúan sustancialmente dentro de la filosofía de Kant. En efecto, los principios sintéticos a priori son, al mismo tiempo, las condiciones formales que definen un objeto en general y, en

---

<sup>1</sup> Es por esta idea de "definición" que Richardson llama "semántico" a este aspecto de lo a priori. Este uso del término coincide con el de Coffa y no refiere, por supuesto, a lo que se ha entendido por tal en la filosofía del lenguaje post-tarskiana.

virtud de su inherente conexión con las facultades cognitivas básicas, sensibilidad y entendimiento, también las reglas que dirigen la construcción de juicios necesarios en las matemáticas y la física, así como los principios que determinan el tipo de cosas que hallamos en nuestra experiencia

Como es más o menos conocido, la emergencia del concepto de lo sintético a priori en la filosofía de Kant se debe, en cierto aspecto, a la preocupación que el filósofo de Königsberg tuvo desde su temprana juventud por proporcionar un fundamento a la teoría física mejor corroborada de todos los tiempos, la física newtoniana. Esto significó, en el esquema kantiano, la tarea de probar que las matemáticas son aplicables a la realidad, y supuso la elaboración de una intrincada arquitectónica que tuvo como base una distinción fundamental entre facultades cognoscitivas con sus respectivos productos.

La explicación kantiana, que concentraba el espíritu de la revolución copernicana, influyó notoriamente en la forma en que los filósofos y los propios científicos concibieron la naturaleza de las disciplinas en las que se encontraban trabajando. Podría decirse que Kant inició una tradición, o estableció un conjunto de presuposiciones o paradigma de explicación del modo de obtención de un conocimiento objetivo genuino<sup>2</sup>. Sin embargo, la historia también ha mostrado que el surgimiento de nuevos conocimientos requiere nuevos patrones de explicación. Muchos buscaron esos patrones fuera del paradigma kantiano, en formas más o menos empiristas o realistas de ver las cosas; otros, no obstante, consciente o inconscientemente, reformularon el contenido del paradigma kantiano dando lugar a la serie de descubrimientos que la ciencia comenzó a ofrecer desde las primeras décadas del siglo XIX.

Así, la noción central de explicación del conocimiento científico empírico y matemático de Kant, la noción de lo sintético a priori, sufrió diversas modificaciones a lo largo de los dos

---

<sup>2</sup> Recojo aquí el espíritu de las observaciones de J. Hintikka acerca de las presuposiciones, las que a su vez son deudoras de una idea anterior de Colingwood. Véase especialmente Hintikka (1997) y Colingwood (1940).



siglos que nos separan de Kant. Este trabajo intenta reconstruir una parte de la historia de las modificaciones que esa idea ha sufrido.

José Alberto Coffa insistió en que la noción de lo sintético a priori evolucionó en la filosofía posterior en el camino de lo que llamó la “tradición semántica”, esto es, en una tradición filosófica que explotó la idea de que hay en todo lenguaje determinados principios que ofician como condiciones de la significatividad de todo término que en él participa. Pero Coffa ignoró y aún negó -a mi modo de ver injustificadamente-, una tradición que hizo énfasis, a pesar de los cambios revolucionarios que minaron en apariencia los fundamentos de la posibilidad de tal cosa, el aspecto que Richardson llama “metodológico” de lo a priori, a saber, que existen ciertos principios (en sus variadas versiones) que ofician como condiciones de posibilidad de la *experiencia* y no sólo de los *conceptos* en términos de los cuales pensamos acerca de la experiencia<sup>3</sup>.

El propósito de este trabajo es mostrar cómo este aspecto metodológico de lo a priori sobrevivió a los profundos cambios ocurridos en las ciencias formales, específicamente en la geometría del siglo XIX, y cómo desde el corazón mismo de esos cambios surgió el esbozo de lo que será luego una concepción de lo a priori metodológico común entre los filósofos de comienzos del siglo XX. Asimismo, defenderé la tesis de que también en la geometría se encuentra el origen de las dos principales versiones de lo a priori metodológico, a saber, como absoluto o relativo.

Debo apresurarme a decir, no obstante, que no voy a reivindicar, como hizo Coffa, la univocidad de la evolución de lo a priori, es decir, no voy a sostener que el aspecto que estoy

---

<sup>3</sup> En su artículo de 1995 “Kant, Bolzano and Emergence of Logicism” dice Coffa: “Having rid himself of most of the old semantics confusions, Poincaré understood that what geometric axioms constitute is not experience or its objects, as some neo-Kantians hoped, but only the concepts in terms of which we think about experience, our conceptual framework, if you will” (págs. 38-39). La cita es oportuna dado que en este trabajo no sólo mostraremos que la idea de constitución de la experiencia sobrevive, sino también que sobrevive precisamente en el pensamiento de Poincaré.

resaltando sea el único aspecto que se mantuvo de esa noción. Antes bien, es mi creencia que estas tradiciones o sub-tradiciones que emergen del paradigma kantiano, no se encuentran unívocamente determinadas, sino que se mezclan y entremezclan formando una amalgama más profunda y compleja.

De acuerdo con estas motivaciones, he dividido el trabajo en cinco capítulos que abarcan el período comprendido entre la posición kantiana original y el empirismo lógico.

En el primer capítulo reconstruyo el proyecto kantiano de fundamentación de la ciencia. Como decía un momento atrás, es una creencia defendida en este trabajo que Kant concibió su idea de lo sintético a priori para dar respuesta a sus intereses en la fundamentación de la ciencia de su época, la que tomó como un *factum*. De este modo, su sistema no es especulativo, no al menos en el modo en que lo eran los sistemas filosóficos de su tiempo, pues no sigue el camino desde la especulación a los hechos, sino de los hechos a la especulación. Asimismo, este proyecto de fundamentación de la ciencia, llevado a cabo desde el corazón del período crítico, sólo cobra sentido cuando se lo ve, tanto a la luz de los intereses tempranos de Kant, como con respecto a sus observaciones finales sobre la transición de los principios metafísicos a la física. Elucidar exhaustivamente este desarrollo de la filosofía kantiana sería tema de un trabajo de tesis completo, por lo que me limitaré a analizar con detalle el proyecto kantiano en el período crítico, realizando sólo un esbozo de los otros momentos.

Como espero dejar claro en este capítulo, Kant, partiendo desde la ciencia de su época como un *factum*, y a la vez asombrado por la aparente objetividad y necesidad de sus resultados, se imbricó en una labor de fundamentación que relacionaba el origen y la aplicación empírica de los principios fundamentales de la ciencia con los principios y facultades cognitivas básicas del sujeto humano. Las matemáticas tienen su origen en la sensibilidad pura, la cual también

posibilita su aplicación a la experiencia; la física, en tanto, tiene su origen en el entendimiento puro, pero al igual que las matemáticas funda su aplicación a la experiencia también en la intuición. Así, la intuición se revela como la facultad fundamental de aplicación de las formas puras del pensamiento a la experiencia.

En el capítulo 2 expondré dos hechos fundamentales ocurridos en la geometría del siglo XIX, a saber, el surgimiento de las geometrías no-euclidianas, y el desarrollo de la geometría proyectiva. Dicho toscamente, la conjunción de estos dos acontecimientos en la geometría minó fundamentalmente el supuesto básico de la explicación kantiana del conocimiento al que hacíamos referencia con anterioridad, a saber, la conexión esencial entre geometría y física con las facultades cognitivas humanas, y con ello y más fundamentalmente sobre la sensibilidad como facultad mediadora entre lo conceptual y lo empírico.

El primero de estos hechos mostró que la geometría euclideana es un sistema geométrico entre otros; el segundo, que la totalidad de las figuras geométricas y sus relaciones puede ser obtenida por medios estrictamente conceptuales, sin apelación alguna a la intuición. Lo que obtenemos es una independencia del ámbito de lo espacial de cualquier contenido intuitivo. Sin embargo, algunos de los geómetras implicados en este proceso, intentando dar respuesta al desafío de los kantianos ortodoxos, los cuales continuaban reclamando para la geometría euclideana una autoridad basada en su conexión con nuestra intuición (algo que por otro lado veían como un *factum*), comenzaron a articular la idea de que los sistemas geométricos, ahora obtenidos por medios estrictamente formales, se aplican a la experiencia sin mediación de la intuición, llevando a cabo lo que llamaron “idealizaciones” de los datos obtenidos a través de la sensación. En efecto, matemáticos de la talla de Giuseppe Veronese y de Felix Klein, reclamaron ese papel para los axiomas de la geometría. No obstante, sus afirmaciones no tuvieron una articulación filosófica suficiente, lo que sí podemos encontrar en

también científicos, pero de mentalidad filosófica como H. v. Helmholtz y H. Poincaré, autores que serán objeto de nuestro análisis en el capítulo 3.

Helmholtz criticó a Kant por haber restringido el contenido de nuestra intuición espacial a los axiomas de la geometría euclidiana, pero en un movimiento digno de admiración, propuso que la estructura que llamamos “espacio” continúa siendo una forma “a priori” en el sentido de Kant, aunque con la suficiente generalidad como para ser compatible con los tres casos clásicos de geometrías de curvatura constante. Dicha noción de espacio, que depende del axioma básico de la “libre movilidad de los cuerpos rígidos”, es la verdadera condición de posibilidad de la obtención de las especificaciones que conformarán nuestras nociones geométricas, pero lo es de una forma distinta de como lo era en Kant. Para Helmholtz, la noción de “cuerpo rígido” conforma una categoría intelectual que regula los procesos perceptuales, introduciendo en ellos cierta exactitud y objetividad que los hace apropiados para su mutua combinación y comparación en orden a construir principios epistémicos.

Vemos aparecer aquí una forma de entender lo a priori de clara raigambre kantiana, pero evitando ciertos problemas inherentes a la visión de Kant, claramente la noción de intuición. Porque para Helmholtz, estos elementos idealizadores son una función del entendimiento, el cual ya puede adentrarse con sus categorías en el reino de la experiencia sin intervención de la intuición.

En Henri Poincaré encontramos la misma visión de los elementos idealizadores constitutivos de la experiencia en forma manifiesta. Para Poincaré, al igual que para Helmholtz, el origen matemático y la aplicación empírica de la geometría matemática ha de ser explicado mediante la estructura del grupo de movimientos del sujeto percipiente en el espacio perceptual, expresado en la condición de movilidad libre. Sin embargo, la investigación de los grupos de movimientos de cuerpos rígidos sólo es posible porque el concepto general de

grupo preexiste al menos potencialmente en nuestra mente. Es decir, se nos impone como una forma de la facultad del entendimiento.

Más allá de los problemas que han sido señalados a la concepción de Poincaré y Helmholtz, lo que quiero resaltar de sus puntos de vista es la idea fundamental de que la facultad del entendimiento y sus productos estrictamente formales asumen un papel que era patrimonio exclusivo de la intuición en la epistemología kantiana. Este rasgo, que se encuentra apenas esbozado en los geómetras y que Helmholtz y Poincaré articulan más apropiadamente, va a cobrar un grado de sofisticación sin precedentes en algunos de los filósofos de comienzos del siglo XX, entre los que destacamos a E. Cassirer, M. Schlick, y H. Reichenbach, quienes de manera diferente asumieron dicha idea de lo formal como herramienta constitutiva de los fenómenos.

En el capítulo 4 expondré el modo en que dichos filósofos, cada uno a su manera, asumieron esta tesis. Podría decirse que quien asume y lleva adelante esta tesis con mayor vigor fue sin duda Ernst Cassirer. En efecto, siguiendo la interpretación del kantianismo propuesta por Cohen, Cassirer ve como innecesaria la distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento, pues en su opinión, ambas facultades obedecen a una función intelectual más básica, a saber, la “síntesis productiva”. Para Cassirer, las intuiciones de espacio y tiempo, así como los conceptos del entendimiento, son diferentes aspectos o manifestaciones de la forma básica de la función sintética unificadora. Esta función conceptual, según Cassirer, no debe verse a la manera de la teoría tradicional abstraccionista de cuño aristotélico, sino como esencialmente relacional, conformando series ordenadas de particulares. Ahora bien, los conceptos, que no contienen más que la regla de conexión entre particulares, conforman juicios, y, según Cassirer, en todo establecimiento de un hecho a través de un juicio se especifica una conexión necesaria e incambiable. A estas conexiones necesarias e incambiables

las llamamos “leyes de la naturaleza”. A su vez, en estas leyes descubrimos lo que Cassirer llama “constantes de orden superior”, que tiene que ver con la estructura invariante que la ley impone a los fenómenos. A estas estructuras invariantes las llama Cassirer, “invariantes lógicos de la experiencia” y son por él consideradas como eternas e invariables. A su vez, Cassirer sostiene que esta función general del entendimiento es compatible con la postulación de sistemas conceptuales alternativos, las diferentes teorías o paradigmas científicos, los cuales están sujetos al cambio a través de la historia y son por lo tanto relativos.

En 1918, Moritz Schlick publica su *Teoría general del conocimiento*, cuyo propósito es explicar la cognición ordinaria y la científica bajo la idea fundamental de coordinación. En el primer caso, lo que coordinamos son imágenes guardadas en la memoria con objetos suministrados por los sentidos; en el segundo, lo que coordinamos son sistemas de signos definidos implícitamente a la manera de Hilbert, con acontecimientos en el mundo.

Como será mostrado en la discusión de la posición de Schlick, éste niega cualquier papel constitutivo a lo conceptual, sin embargo, su posición no podría ser catalogada de empirista debido a la escasa importancia que concede a la intuición empírica, la cual en su opinión carece de todo estatus cognitivo en cuanto opuesta al ámbito de lo conceptual que es el reino de las relaciones no ambiguas y totalmente determinadas. Quizás su posición se acerque más a un tipo de convencionalismo que afirma que lo que conocemos son “cosas en sí mismas”, y que lo hacemos sobre la base de diferentes marcos conceptuales que coordinamos arbitrariamente con los hechos (es decir, que niega el presupuesto de una única descripción posible de la realidad).

Por su parte, Hans Reichenbach, sostiene, también siguiendo a Hilbert, que las teorías físicas se estructuran como sistemas de axiomas definidos implícitamente, los cuales, para poder ser aplicados al ámbito de la realidad, requieren de un tercer término mediador, bajo la

idea de principios coordinativos que establezcan la relación del sistema conceptual con lo dado en la experiencia. Sin embargo, esa coordinación no es, para Reichenbach, como para Schlick, entre conceptos y cosas en sí mismas, sino que la función coordinativa es al mismo tiempo esencialmente constitutiva del objeto de experiencia, pues lo dado a través de la sensibilidad es para Reichenbach un todo indiferenciado que sólo a través de su coordinación con lo conceptual toma la forma de objetos y fenómenos determinados.

Finalmente, el capítulo 5 de este trabajo está dedicado al pensamiento temprano de Rudolf Carnap, de quien podría decirse con justicia que representa la concreción y máxima sofisticación del punto de vista sobre lo a priori que caracteriza a esta muestra de autores que hemos analizado. Específicamente, analizaremos tres de los trabajos más importantes de su producción temprana: su tesis doctoral sobre el espacio de 1922, “Sobre la tarea de la física” de 1923, y finalmente su primera gran obra “La construcción lógica del mundo” de 1928.

Como veremos oportunamente, cada uno de estos trabajos defiende una versión particular de lo a priori metodológico, y en realidad puede verse en su secuencia una clara evolución que va desde la defensa de un a priori metodológico y absoluto, inspirado fuertemente por la idea de invariantes lógicos de Cassirer; que pasa por el abandono de esta idea y la asunción de principios a priori convencionales, hasta llegar a la plena aceptación de lo formal como herramienta constitutiva y convencional en el *Aufbau*.

Para terminar, en nuestro capítulo de conclusiones haremos un balance del estado actual de la discusión sobre este problema, presentando un resumen de la discusión entre los representantes más importantes de las posiciones sobre lo a priori, a saber, Michael Friedman y Alan Richardson. Asimismo, partiendo de la posición de este último, sugeriremos una forma sobre la cual es posible articular una concepción apropiada de lo a priori metodológico.

## 1.0 Matemáticas, física, y el problema de lo sintético a priori en la filosofía trascendental de Kant

### Introducción

Immanuel Kant estuvo relacionado profundamente durante toda su carrera filosófica con la ciencia de su tiempo- con la física matemática de Newton, en particular. Su primera obra publicada, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas* de 1747<sup>4</sup>, inicia una reconsideración filosófica fundamental de la física newtoniana que luego continúa en las obras del llamado periodo precritico. Aquí vemos a Kant intentando redefinir la naturaleza y método de la metafísica a la luz de los recientes avances en matemáticas y física matemática.

En el gran período de las obras críticas (1781-1790), Kant lleva a cabo esta revolución metafísica siguiendo conscientemente: “...los ejemplos de la matemática y de la ciencia natural, los cuales se han convertido en lo que son ahora gracias a una revolución repentinamente producida...” (*Crítica de la Razón Pura*. B XV-XVI).<sup>5</sup>

De acuerdo con esto, en los *Prolegomena* (1783) Kant plantea explícitamente la cuestión de “¿Cómo es posible la metafísica en general?” mediante dos preguntas subsidiarias: “¿Cómo es posible la matemática pura?” y “¿Cómo es posible la ciencia natural pura?” Y no es casual que los *Primeros principios metafísicos de la ciencia natural* (1786), que presentan la explicación más desarrollada de Kant de los fundamentos de la física newtoniana, fueran escritos desde el corazón mismo del período crítico.

En las reflexiones post críticas, por su parte, contenidas en sus *Opus Postumum* (1796-1803), vemos una reconsideración final de los fundamentos filosóficos de las ciencias a la luz

<sup>4</sup> Existe traducción española de esta obra editada por Peter Lang, Berna, 1988

<sup>5</sup> Todas las referencias a la *Crítica de la Razón Pura* serán de la edición de Pedro Ribas editada por Alfaguara, Madrid, 1998, y siguen la notación canónica de A o B ya se trate de la primera o segunda edición.



de un nuevo trabajo destinado a completar su filosofía, titulado *Tránsito de los fundamentos metafísicos de la ciencia natural a la física*.

En este capítulo deseo tratar el problema de la naturaleza y función de los juicios sintéticos a priori en la filosofía trascendental de Kant, pero a través de la consideración de sus observaciones sobre las matemáticas y la física. Para ello, examinaré algunas obras del período precrítico en las cuales se aprecia el esfuerzo de Kant por mediar en la gran disputa entre Newton y Leibniz en torno a la naturaleza del espacio. A continuación me centraré en el examen de la obra del período crítico dirigida a la fundamentación propiamente dicha de la física newtoniana, los *Primeros principios metafísicos de la ciencia natural*. Ulteriormente, completaré la explicación del proyecto kantiano de fundamentación de la ciencia natural, abocándome a la elucidación de la propuesta contenida en la *Transición de los principios metafísicos a la física*. Pero quizás deba agregar aquí algunas palabras acerca del compromiso de mi investigación sobre esta vena del pensamiento de Kant.

Ha habido, principalmente entre los comentaradores de habla inglesa de la obra de Kant, una tendencia a disminuir y aún a ignorar la relevancia filosófica de las conexiones de Kant con la ciencia de su época. En *Los límites del sentido*<sup>6</sup>, P.F.Strawson, comentando una propuesta de interpretación similar a la que aquí se defiende, dice: “Este es un punto de vista sobre la cuestión. Y si fuese el único, la *Crítica* globalmente sería un trabajo menos interesante de lo que nosotros esperábamos. Aceptar este punto de vista nos llevaría a dejar de lado la idea de que podemos encontrar en los Principios una elaboración ulterior de las conclusiones generales de la Deducción Trascendental por medio de afirmaciones más detalladas de las condiciones generalmente necesarias de la posibilidad de cualquier experiencia de la realidad objetiva que nos podamos hacer inteligible” (Strawson 1975, pág.107).

---

<sup>6</sup> Versión española de Carlos Thiébaud y Luis André en *Revista de Occidente*, Madrid, 1975.

En pocas palabras, lo que Strawson quiere decir es que, dado que la física newtoniana y la geometría euclídeana ya no tienen para nosotros el estatus de principios fijos, y así sintéticos a priori, y dado que pretendemos que los resultados filosóficos de Kant tengan alguna significación para nosotros, entonces sus trabajos deben ser leídos en términos de principios epistemológicos que trasciendan la especificidad de la física newtoniana y la geometría euclídeana. Sin embargo, podría decirse que precisamente esos logros filosóficos de los cuales la tradición anglosajona trata de aprovecharse, no son más que una consecuencia de las profundas intuiciones de Kant respecto del estado de las ciencias exactas de su tiempo, y aunque esas ciencias cambiaran radicalmente en una forma que era impredecible en el siglo XVIII, no por ello le resta importancia al enorme esfuerzo de Kant por hacer inteligible la estructura subyacente al conocimiento científico exacto. Porque, por un lado, Kant tuvo un acercamiento sorprendente a los fundamentos filosóficos de las ciencias exactas de su época, un acercamiento que los filósofos del siglo XX, aún con toda la sofisticación de sus herramientas conceptuales, no alcanzaron; y por otro, y de mayor importancia, que nuestro discurso filosófico corriente evolucionó directamente de la crisis de la filosofía kantiana a la luz de los descubrimientos científicos de los siglos XIX y XX (vía el desarrollo del positivismo lógico y sus repercusiones): es precisamente debido a que la filosofía kantiana se adaptó tan bien a la ciencia del siglo XVIII – y no a la del siglo XX- que nuestra situación filosófica presente tiene la forma específica que tiene.

Así, si desacreditamos la relación de Kant con la ciencia de su época, afirmando que en realidad “era propenso a identificar erróneamente lo que él tomaba como presupuestos necesarios de la ciencia física precisamente como esas condiciones necesarias de la posibilidad de la experiencia en general que él buscaba” (Ibídem pág.187), no sólo ignoramos o

disminuimos la importancia de una interpretación, también renunciamos a reconocer el origen de nuestra propia concepción acerca de los fundamentos del conocimiento científico.

De este modo, nuestro compromiso no es meramente con una hipótesis interpretativa o un énfasis sobre determinados problemas, sino con la tesis de que un tratamiento cabal del problema de lo sintético a priori en la filosofía kantiana debe estar mediado por la consideración precisa de sus preocupaciones por la ciencia de su época, la cual podría decirse que estaba intentando reconstruir o caracterizar racionalmente.

### 1.1 El estado de la cuestión: Espacio absoluto vs. Espacio relacional

Antes de plantear la posición explícita de Kant en torno a la disputa entre Newton y Leibniz sobre la naturaleza del espacio, comenzaré con un breve esbozo de esta disputa<sup>7</sup>, con el fin de hacer más clara la posición de Kant al respecto.

En *Acercas de la gravitación*, un trabajo inédito en su época y descubierto recién alrededor de 1940, Newton busca discutir la identificación de la materia con el espacio sostenida por Descartes y describir su explicación alternativa del espacio absoluto, independiente de la materia. Veamos esto con detalle.

Newton deja muy claro que él toma el espacio como un objeto geométrico. Este está compuesto de puntos, conjuntos de puntos que constituyen líneas, superficies, y sólidos (en el sentido de tener volumen, no solidez). Esos objetos geométricos constituyen “lugares absolutos” posibles para objetos materiales. Los puntos, entonces, existen independientemente de los objetos materiales: primero en el sentido de que esos lugares existen antes de que sean ocupados, y segundo en el sentido de que el espacio existiría aún si no hubiera materia.

---

<sup>7</sup> La exposición que realizo a continuación no intenta de manera alguna ser exhaustiva ni entrar en los detalles y amplias discusiones existentes sobre el tema, sino simplemente presentar la versión estándar de dicha discusión, que era la que Kant tenía en mente cuando comenzó su carrera filosófica. Para un estudio exhaustivo véase Nerlich, Graham (1994), el cual remite a ulterior bibliografía.

La existencia independiente de la materia es el primer sentido con el cual Newton piensa al espacio absoluto; en contraste, de acuerdo a la hipótesis relacionista si no hubiera objetos materiales no habría distancias relativas entre los objetos y por lo tanto no habría espacio.

Tal posición acerca de la independencia de la materia hace a la naturaleza del espacio algo problemático y, *prima facie*, difícil de comprender, porque si los objetos familiares son materiales y el espacio no lo es, éste debe tener una naturaleza poco familiar. Newton es consciente de este problema e intenta solucionarlo, aunque insatisfactoriamente, en *Acercas de la gravitación*. Su visión es que el espacio es una precondition necesaria de la existencia, no de la materia sino de Dios, quien está en todas partes. Esto es, el espacio es una consecuencia inmediata de la presencia de Dios. Esta idea es interesante, aunque entraba en conflicto con los principios básicos de la ciencia moderna, por un lado, y por otro, no ayudaba demasiado a entender cómo el espacio podía ser físico y sin embargo inmaterial. Newton planteó el problema de la siguiente forma: "Perhaps now it may be expected that I should define extension as substance or accident or else nothing at all. But by no means, for it has its own manner of existence which fit neither substances nor accidents." (I. Newton, 1962, págs.131-32)

De acuerdo con Descartes, si el espacio es algo, ha de ser o bien una sustancia o una propiedad. Pero según Newton, no parece ser alguna de esas cosas: el espacio no es una sustancia debido a que depende de la presencia de Dios para su existencia, y no es una propiedad de una sustancia debido a que puede haber espacio vacío, sin sustancia. Sin embargo, si el espacio es algo antes que nada: "it approaches more nearly the nature of substance" (Ibidem, pág. 132).

En pocas palabras, la visión de Newton es que el espacio absoluto es una sustancia antes que una propiedad, pero no tan sustancial como la materia. Esta parte de su visión se conoce como *substancialismo* y afirma que el espacio absoluto es algo tan real como la materia pero cuya existencia no requiere la materia, por lo que no se trata del mismo tipo de sustancia que la materia.

Newton no solo cree que el espacio es distinto de la materia, también cree que permanece inalterado por efecto de la misma o de cualquier otra cosa: “El espacio absoluto, tomado en su naturaleza, sin relación a nada externo, permanece siempre similar e inmóvil” (I. Newton, 1982, pág. 229). Así, los puntos, líneas, superficies y sólidos persisten a través del tiempo, permaneciendo invariables sus dimensiones y distancias: el espacio absoluto es una especie de “caja” euclidiana, rígida, tridimensional e infinita que existe invariable a través del tiempo.

Esta inmutabilidad es muy importante en la visión de Newton, en la medida en que posibilita la especificación de un movimiento absoluto, anterior a todo movimiento relativo a objetos materiales. Porque como él dice: “the positions, distances and local motions of bodies are to be referred to the parts of space” (Ibidem, 1962, pág. 137). Así, el movimiento absoluto de un cuerpo es su movimiento relativo a los puntos invariables del espacio absoluto. Por ejemplo: un objeto está en reposo absoluto precisamente en el caso en que permanece en el mismo punto del espacio; si un cuerpo se mueve en línea recta entre dos puntos separados por cinco metros en un segundo, tiene luego una velocidad absoluta promedio de 5m/s; y la rotación absoluta de un objeto está dada por la medida del círculo que atraviesa el espacio absoluto y el tiempo que toma en retornar al mismo punto de la órbita.

Aquí, dos puntos deben ser enfatizados: primero, estrictamente hablando, el movimiento absoluto es un movimiento relativo al espacio absoluto; segundo, los relacionistas

pueden ser absolutistas en alguna forma: por ejemplo, Leibniz niega que haya un espacio sustancial independiente de la materia, pero cree que entre cualesquiera dos objetos hay una distancia definida que es independiente de cómo sea medida. Tal noción es, en algún sentido, absoluta también, y será objeto posterior de duda por parte de Poincaré.

Pasemos a la posición de Leibniz. Ésta se encuentra expresada principalmente en la correspondencia mantenida con Samuel Clarke, portavoz de Newton, entre los años 1715-1716. En esa correspondencia se plantean un conjunto de cuestiones filosóficas, teológicas y físicas que posibilitan el surgimiento de una imagen clara de la competencia entre dos visiones del espacio.

Quizás, *prima facie*, podría definirse el relacionismo negativamente como la idea de que no hay un marco absoluto de referencia, separado de todos los marcos de referencia relativos definidos por los objetos materiales. De acuerdo con Leibniz, el espacio relacional es un “orden de coexistencias” o una “situación entre los cuerpos mismos”. El punto es este: en un marco relativo de referencia, uno determina los lugares relativos de todos los cuerpos desde algún cuerpo de referencia. Pero cualquier objeto puede, en principio, ser un cuerpo de referencia y así colectivamente uno tiene una colección de objetos que están en varias distancias relativas unos de otros. De este modo, aunque el Sol o la Tierra puedan definir marcos de referencia para los planetas, esas son diferentes formas de describir las distancias relativas entre todos los miembros del sistema solar.

Tal vez se pueda aclarar la cuestión con la imagen del espacio como un plano euclídeano con varias figuras trazadas en él; si sustraemos el plano, dejando sólo las figuras mismas, todavía aparecerán ordenadas en varias distancias unas de otras. Por analogía, los objetos materiales son las figuras y están ordenadas o situadas en varias distancias unas respecto de otras como un hecho bruto, no debido a que están localizadas en lugares

absolutos. Como es obvio, esta visión es la opuesta a la posición de Newton de que el espacio es una sustancia separada de la materia: en la concepción relacional, sin materia no habría objetos situados y así ningún espacio relacional.

Otro aspecto importante de la concepción de Leibniz es el que tiene que ver con su idea acerca de la idealidad del espacio. En la correspondencia con Clarke, el ataque de Leibniz al espacio absoluto incluye el cargo de que el espacio y el tiempo no son completamente reales, sino que son “ideales”. Tradicionalmente se explicaba esta tesis con relación a las hipótesis básicas de Leibniz concernientes a la naturaleza de las mónadas. Si bien es cierto que de acuerdo a esta hipótesis, lo real está confinado para Leibniz al reino de la sustancia individual o mónada y sus propiedades no relacionales, y lo que llamamos mundo físico no es sino una apariencia o fenómeno, la monadología no está en cuestión en la polémica con Clarke, donde la disputa sobre la naturaleza del espacio y el tiempo está centrada en los fenómenos de la física. Esos fenómenos no son meras apariencias sino, en términos de Leibniz, apariencias verdaderas o fenómenos bien fundados.

En sus escritos de los años 1680, Leibniz efectivamente refiere a los fenómenos del espacio y el tiempo como fenómenos bien fundados, pero en los años noventa, al tiempo que adopta una nueva clasificación consistente en distinguir a todos los fenómenos en tres clases, a saber, mónadas, fenómenos bien fundados y entidades ideales, mentales o imaginarias, le asigna ésta última categoría a la naturaleza del espacio y el tiempo.

Según varios estudiosos del tema, Leibniz se vio conminado a distinguir este tercer nivel o clase de fenómenos como producto de su lucha con el laberinto del continuo. En pocas palabras, la doctrina de Leibniz es que en las cosas reales la parte es anterior al todo, que una cosa real es actualmente dividida en partes definidas; mientras que en el continuo, como en el

espacio y el tiempo, el todo es anterior a sus partes y por lo tanto no hay partes actuales en un continuo, sino meras divisiones infinitamente potenciales y arbitrarias.

## 1.2 El intento de Kant por resolver la disputa entre Newton y Leibniz: la idealidad del espacio

Entre la aparición de su primera obra publicada, *Pensamientos sobre la verdadera apreciación de las fuerzas vivas*, de 1746, y la *Disertación* de 1770, con la cual termina el periodo precrítico, existe un número considerable de obras en las cuales la posición de Kant en torno a la disputa entre Newton y Leibniz se va desarrollando hasta emerger como una solución, si bien no enteramente novedosa<sup>8</sup> al problema de la naturaleza del espacio, si en su formulación más clara.

Superaría los límites de este trabajo elucidar completamente ese tortuoso desarrollo, por lo que voy a limitarme a la exposición de las dos posiciones más claras y establecidas en ese proceso, a saber, la modificación que Kant introduce en la concepción leibniziana del espacio, vía el concepto newtoniano de gravitación universal, expuesta en la primera de las obras mencionadas anteriormente, y la visión enteramente nueva de la cuestión provocada por problemas inherentes a la concepción anterior, que Kant presenta en la *Disertación* de 1770.

Comenzando con *Pensamientos sobre la verdadera apreciación de las fuerzas vivas*, Kant intenta revisar la monadología Leibnizio-Wolffiana a la luz de la física newtoniana. Según Leibniz, la realidad consiste de sustancias simples, inextensas, no-espaciales y no-temporales; el espacio, el tiempo y el movimiento son fenómenos derivados de este reino monádico subyacente.

---

<sup>8</sup> Shopenhauer fue el primero en notar que la tesis de la idealidad del espacio no fue un aporte original de Kant. Ésta había sido ya planteada por Maupertuis bastante tiempo antes y en realidad era una hipótesis bastante común, sin embargo Kant supo darle una forma tal que no tenía parangón hasta el momento. Me extenderé sobre este tema más adelante.



Pero Kant rompe decisivamente con la concepción leibniziana de la fuerza activa y la interacción. La noción primaria de fuerza activa no es la de un principio interno mediante el cual una sustancia determina la evolución de sus propios estados, antes bien se trata de una acción ejercida por una sustancia sobre otra mediante la cual la primera cambia el estado interno de la segunda. De este modo Kant ha trasladado la segunda ley del movimiento de Newton al corazón mismo de la monadología.

En las siguientes secciones, Kant introduce una serie de movimientos metafísicos revolucionarios que delatan su liberación del paradigma leibniziano. Ya que la noción primaria y más general de fuerza activa es aquella mediante la cual una sustancia cambia el estado interno de otra, no hay dificultad en concebir la acción de la materia sobre el alma o del alma sobre la materia: no hay obstáculo, por lo tanto, para el triunfo del influjo físico sobre la armonía preestablecida. Así, dice Kant:

“Porque entonces la pregunta de si el alma puede causar movimientos, esto es, si tiene una fuerza motriz, se transforma en esta otra: ¿puede determinarse su fuerza esencial hacia una acción externa?, esto es, ¿es capaz de actuar fuera de sí sobre otros seres y producir cambios? Esta pregunta puede responderse decididamente así: el alma tiene que poder producir efectos fuera de sí porque está en un lugar. Ya que, si analizamos el concepto de lo que llamamos lugar, encontramos que alude a las interacciones mutuas de las sustancias. Sólo esta pequeña confusión conceptual ha impedido a cierto sagaz autor redondear el triunfo del influjo físico sobre la armonía preestablecida, confusión que se evita fácilmente en cuanto se fija uno en ella” (Kant, I, 1992, pág.32).

Más aún, ya que las sustancias están conectadas unas con otras sólo a través de un ejercicio mutuo de fuerza activa (y no a través de la armonía preestablecida), una sustancia puede existir con otras sin estar actualmente conectada a ellas. Tal sustancia no interactiva no

es parte del mismo mundo constituido por las otras, de donde se sigue que puede existir más de un mundo actual. Finalmente, ya que el espacio depende del orden y conexión de las sustancias simples, sin fuerza activa por la cual las sustancias actúan fuera de sí mismas no hay ni extensión ni espacio: “Porque sin esta fuerza no hay enlace alguno; sin éste, tampoco orden y, finalmente, sin éste, tampoco espacio” (Ibídem 1992, pág.34).

En efecto, las propiedades básicas del espacio son enteramente derivadas de la ley fundamental de interacción mediante la cual las sustancias están conectadas en un mundo simple, y Kant concluye con su famosa especulación en donde deriva la tridimensionalidad del espacio de la ley del inverso del cuadrado de la gravitación universal. De este modo, también trasladó la gravitación universal a la monadología.

Esta tesis de la interacción de las sustancias es reforzada por Kant con un aspecto teológico que aparece nítidamente en la *Historia Natural Universal y Teoría de los Cielos*, a saber, la idea de que la sola existencia de las sustancias no garantiza su estar constituidas en un mundo simple, sino que hace falta una ley o principio de interacción mutua; y se sigue que Dios no crea las sustancias *simpliciter*, sino que también establece un principio de interacción universal que Kant llama un “esquema del intelecto divino”. La interacción mutua de las sustancias constituye la posición, la situación, y el espacio, y su manifestación fenoménica es la gravitación universal.

De esta forma, la doctrina leibnizio-wolffiana del espacio como un fenómeno derivado del orden de las sustancias simples no espaciales es transmutada en la doctrina newtoniana de la omnipresencia divina. Y esta transformación es de central importancia porque implica que al llamar al espacio “fenoménico” Kant no está afirmando su idealidad. Como se dijo en la sección anterior, para Leibniz y Wolf el espacio es ideal debido a que las relaciones entre las sustancias son ideales: cada sustancia refleja internamente el universo entero debido a su

propio principio interno, y el espacio es una representación ideal del orden subyacente de las mónadas expresado en la armonía preestablecida. Ya que cada sustancia simple expresa completamente el orden del universo, no es necesario nada más que la mera existencia de las sustancias para constituir el espacio fenoménico.

Para Kant, por contraste, las relaciones de interacción entre sustancias no son de ninguna forma ideales: el principio universal de interacción mutua es una realidad distinta aplicada a la mera existencia de las sustancias, una realidad que requiere una acción divina que va más allá de la mera existencia de las sustancias *simpliciter*, y el principio universal de interacción mutua constituye el espacio. En este contexto llamar al espacio un fenómeno externo sólo significa que es derivado de o constituido por la realidad subyacente no espacial de las sustancias simples. Pero es tan metafísicamente real como el principio de interacción mutua mismo.

También es importante notar que la concepción kantiana de la armonía de las sustancias es fundamentalmente distinta de la armonía preestablecida leibniziano-wolffiana.

En este sentido dice Kant en *Nueva elucidación de los primeros principios de la cognición metafísica* de 1755:

“There exists a universal *harmony* of things. Nonetheless, this does not give rise to the well known *Leibnizian pre-established harmony*, which is properly speaking *agreement* between substances, not their reciprocal *dependency* on each other... There is rather a real reciprocal action between substances; in other words, there is interaction between substances by means of truly efficient causes. For the same principle, which establishes the existence of things, also brings it about that they are subject to this law”(Ibidem 1992, pág.44).

Así, aunque Kant se distancia explícitamente del sistema vulgar de influjo físico que postulaba una interacción sin explicación, es claro que su concepción acerca de la armonía de

las cosas dependientes de Dios está más cerca del influjo físico real que de la armonía preestablecida. Para Kant, hay un orden necesario de la naturaleza, i.e. las leyes originales de interacción mutua sin las cuales las sustancias simples existentes no constituirían un mundo simple. Esas leyes comprenden las leyes fundamentales de la física- que gobiernan las fuerzas newtonianas de atracción y repulsión- y sólo ellas hacen posible en primera instancia cosas tales como el movimiento, el espacio y el tiempo. Sin embargo, esta versión revisada de la monadología no tuvo pocos inconvenientes, inconvenientes que minaron decisivamente su plausibilidad. La mayoría de esos problemas provinieron de la nueva concepción de Kant acerca del espacio, la concepción que derivaba esa noción de la ley fundamental de interacción que gobierna las relaciones externas de las mónadas no espaciales. Para decirlo en los términos de la teología especulativa kantiana, las propiedades del espacio son derivadas de las propiedades de la ley fundamental de interacción contenida en el esquema del intelecto divino. Pero, si las propiedades del espacio pudieran ser derivadas de la ley fundamental de interacción que gobierna las sustancias simples, se seguiría que nuestro conocimiento de las propiedades esenciales del espacio tendría el mismo estatus que nuestro conocimiento de esa ley fundamental de interacción. Pero ésta es expresada fenomenicamente como la ley de la gravitación universal, que sólo es conocida empíricamente sobre la base de la “deducción de los fenómenos” de Newton. Se sigue entonces que si la versión de la teoría relacional del espacio de Kant fuera correcta, nuestro conocimiento de las propiedades esenciales del espacio tales como la tridimensionalidad y la continuidad, sería igualmente empírica. Y por lo tanto sería enteramente incomprensible cómo podríamos determinar esas propiedades a priori en la geometría pura, anteriormente a cualquier consideración de las leyes fundamentales de la dinámica. Desde el punto de vista de la teoría relacionista de Kant, nuestro conocimiento de

las propiedades esenciales del espacio sería enteramente derivado de nuestro conocimiento empírico de las leyes de la dinámica.

La solución a este problema fundamental consiste en reconocer la autonomía del espacio y el tiempo y eventualmente la autonomía del mundo fenoménico o material, de los cuerpos en el espacio y en el tiempo. Y el primer paso dado por Kant en esta dirección se encuentra en su ensayo de 1768 *Acercas del fundamento último de la diferenciación de las direcciones en el espacio* donde argumenta: “*Absolute space, independently of the existence of all matter and as itself the ultimate foundation of the possibility of the compound character of matter, has a reality of its own*” (Ibidem, pág.366, las cursivas son de Kant), de modo que “the determinations of space are not consequences of the positions of the parts of matter relative to each other” (Ibidem, pág.371).

Así, Kant está intentando reivindicar la realidad autónoma del espacio absoluto universal tal como es *pensada por los geómetras* (Ibidem, pág.369). Sin embargo, hay que señalar que Kant no está admitiendo la concepción newtoniana del espacio absoluto sin más, antes bien, como dice explícitamente al final de este ensayo:

“Finally, our considerations make the following point clear: absolute space is not an object of outer sensation; it is rather a fundamental concept which first of all makes possible all such outer sensation” (Ibidem, pág.371). Excluyendo definitivamente la concepción relacionista, tanto leibniziana como la suya propia.

Este primer paso, no obstante, encuentra un desarrollo más claro y profundo en la obra que culmina el llamado período pre-crítico, la *Disertación Inaugural* de 1770. Allí, Kant combina sus ideas acerca del estatus necesariamente autónomo del espacio geométrico con su opinión concerniente al carácter sensible e intuitivo del razonamiento matemático, llegando a la idea de que hay una facultad de cognición sensible distinta a la facultad de cognición intelectual. Y es sólo a través de esta facultad disínta que nos representamos el espacio y el tiempo en las

matemáticas puras, y que es posible en general una ciencia de lo sensible independientemente de toda cognición intelectual.

El espacio y el tiempo ya no son realidades derivadas de o constituidas por el reino monádico subyacente de las sustancias simples no-espacio-temporales, antes bien son formas autónomas de la intuición sensible pura a través de las cuales el reino monádico subyacente se manifiesta o aparece a criaturas con nuestra particular facultad de sensibilidad. Las propiedades esenciales del espacio y el tiempo ya no son derivadas de nuestra cognición del reino monádico subyacente, sino que constituyen el objeto de las ciencias matemáticas exactas. Así lo expresa claramente Kant:

“ For, since geometry contemplates *relations of space* and since the concept of space contains within itself the very form of all sensory intuition, nothing can be clear and distinct in things perceived by outer sense unless it be by the mediation of the same intuition, the contemplation of which is the function of the science of geometry” (Ibidem pág.396).

Se sigue que el espacio y el tiempo son fenoménicos e ideales en un sentido radicalmente nuevo. La cognición humana tiene dos principios distintos: la facultad intelectual del entendimiento mediante la cual nos representamos el reino monádico subyacente tal como es en sí mismo, y la nueva facultad de la sensibilidad mediante la cual nos representamos esa realidad subyacente como se manifiesta a criaturas como nosotros. No todos los seres racionales poseen una facultad de sensibilidad como nosotros, y por ende no es el caso que la realidad se aparezca espacio-temporalmente a todos los seres racionales. La división radical de las facultades cognitivas humanas introduce un nuevo elemento de subjetividad en las representaciones del espacio y el tiempo: el espacio y el tiempo son “... subjective and ideal; it issues from the nature of the mind in accordance with a stable law as a scheme, so to speak, for co-ordinating everything which is sensed externally” (Ibidem pág.397). Y es precisamente

en virtud de esta división radical de las facultades cognoscitivas que la nueva idealidad del espacio y del tiempo va más allá que la atribuida por Leibniz y Wolff.

Al mismo tiempo, la marcada caracterización de la facultad de sensibilidad como basada en las ciencias matemáticas exactas, conduce a la creencia de que la cognición sensible ya no puede ser más vista como “confusa” o “imaginaria” en comparación con la cognición intelectual, sino que por el contrario aquella representa el paradigma de conocimiento claro, evidente y bien fundado. Así, la nueva posición de Kant viene a solucionar el problema fundamental planteado más arriba: ya que las propiedades esenciales del espacio y el tiempo no son ya derivadas de las leyes fundamentales de la interacción dinámica, no hay más peligro de que las leyes de las matemáticas puras, especialmente de la geometría, estén sujetas a la desconfirmación empírica. Es decir, que la doctrina de la idealidad del espacio tal como queda determinada en la *Disertación*, es decir, su estatus a priori, surge como respuesta al problema de dotar a la geometría de un estatus de necesidad que no poseía en la explicación anterior. Sin embargo, así como la *Disertación Inaugural* vino a solucionar algunos problemas metafísicos de la posición anterior de Kant, así la propia *Disertación* encerraba problemas que fue tarea de la filosofía crítica solucionar. Quizás el más importante de ellos es aquel que se deriva de la distinción tajante que Kant establece entre el mundo sensible y el mundo inteligible. En efecto, al asegurar la autonomía del espacio, el tiempo, y el mundo fenoménico espacio-temporal, de la realidad metafísica subyacente, Kant también aisló este reino monádico subyacente de nuestra visión epistémica. En particular, ya que el espacio, el tiempo, y el mundo fenoménico ya no son derivados de o constituidos por las relaciones externas de las mónadas originales, ya no es claro entonces cómo están conectados con la realidad metafísica que supuestamente expresan o reflejan. Así, ya que los objetos nos son dados sólo a través de nuestra facultad de cognición

sensible, deja de ser claro cómo nuestra facultad de cognición intelectual tiene acceso en general a sus propios objetos.

La respuesta de Kant en la *Crítica de la Razón Pura* (en adelante *CRP*), consiste en afirmar que los conceptos del intelecto puro (ahora entendimiento puro), tales como posibilidad, existencia, necesidad, substancia, causa, etc., han de ser aplicados al mundo fenoménico en el espacio y el tiempo como condiciones de posibilidad de la experiencia.

Kant ya había sostenido con convicción que la ciencia matemática exacta constituye las condiciones de posibilidad del conocimiento empírico, y lo que ahora ve es que esta circunstancia requiere una mayor precisión y elucidación. La elucidación en cuestión es mostrar en detalle cómo los conceptos puros del entendimiento se aplican de hecho a la sensibilidad de modo de hacer posible el conocimiento empírico a través de la ciencia exacta.

Kant llama a este proceso de aplicar conceptos puros a los fenómenos el *esquematismo* de los conceptos puros del entendimiento, y considera que sin ese esquematismo los conceptos puros no guardan relación alguna con objetos. Así lo expresa con énfasis:

“Desde este supuesto, las categorías deberían tener, pues, una significación mucho más amplia e independiente de todo esquema. Es verdad que, incluso tras haber sido eliminada toda condición sensible, los conceptos puros del entendimiento conservan una significación, pero es la significación meramente lógica de la unidad de las representaciones, sin que pueda atribuirse a dichos conceptos objeto alguno ni, consiguientemente, significación alguna capaz de suministrarnos un concepto del objeto” (A147-B186).

La relación entre los conceptos puros intelectuales y el mundo de los fenómenos ha sido así reinterpretada de una forma profundamente radical. Los conceptos puros del entendimiento ya no caracterizan una realidad subyacente situada en un nivel más fundamental



y profundo que los fenómenos mismos; por el contrario, tales conceptos pueden adquirir relación a un objeto sólo siendo esquematizados a un nivel fenoménico.

Hasta aquí llegamos en esta sección, esperando al menos haber esbozado el desarrollo temprano del pensamiento de Kant en su profunda relación con la ciencia matemática y física de su época, y cómo la solución a un problema concreto de estas ciencias dió lugar a su doctrina de la idealidad del espacio. Kant comienza sus reflexiones desde el hecho mismo del conocimiento científico como punto fijo. Su problema no era “justificar” este conocimiento desde un punto de vista más alto, sino articular la nueva concepción filosófica que se imponía desde la ciencia misma.

### **1.3. Lo sintético a priori en las ciencias matemáticas y física**

La interrelación entre matemáticas y física es vital para Kant. Como señalamos antes, la segunda funda su aplicación a la experiencia en la primera. Por ende, es imposible tratar el problema de los principios sintéticos a priori, los cuales según Kant dominan ambas disciplinas, sin tratar las diferencias, si existen, entre ambas ciencias.

Mi propósito en esta sección es aclarar con la mayor precisión posible qué cosa sean los principios sintéticos a priori de la física, pero según lo que acabo de decir acerca de la interrelación de esta con las matemáticas, es imprescindible que me adentre en la elucidación de los principios a priori de las matemáticas.

#### **1.3.1 Intuición pura y saber matemático**

La distinción entre conceptos e intuiciones es básica en la filosofía kantiana. Nuestras representaciones son de dos tipos esencialmente diferentes y por lo tanto, tenemos dos facultades cognitivas esencialmente diferentes: sensibilidad y entendimiento. Sin embargo,

ambos tipos de representaciones, conceptos e intuiciones, deben ser unificados en cualquier instancia de conocimiento: sólo a través de la unión de las dos facultades, sensibilidad y entendimiento, puede darse la cognición humana. Más aún, no sólo es necesaria tal unión para que obtengamos conocimiento, también es necesaria para que nuestras representaciones sean en general significativas:

“Lo primero que se exige de todo concepto es la forma lógica del concepto (pensar) en general. En segundo lugar, se le exige la posibilidad de darle un objeto al que se refiera. Sin tal objeto no tiene sentido alguno y carece por completo de contenido, por más que siga poseyendo la función lógica capaz de construir un concepto a partir de datos eventuales. Ahora bien, no podemos suministrar un objeto al concepto sino mediante la intuición”(A 239-B298). Así, es la intuición y sólo la intuición la que suministra el campo de los objetos posibles para la aplicación de nuestros conceptos; y, sin tal campo de objetos posibles a los cuales los conceptos puedan ser aplicados, estos son enteramente vacíos de significado empírico.

Esta concepción de una división de representaciones y facultades cognitivas está a su vez contenida en la distinción entre “lógica general” y “lógica trascendental”. La primera “abstrae de todo contenido del conocimiento, esto es, de toda relación de éste último con el objeto” (A55-B79); de acuerdo con esto, está implicada únicamente con el entendimiento y sus conceptos, independientemente de la sensibilidad y las intuiciones. En la lógica trascendental, por otro lado, “no se abstrae de todo contenido del conocimiento” (A55-B80); por lo tanto:

“... el uso de este conocimiento puro se basa en la condición siguiente: que se nos den en la intuición objetos a los que pueda aplicarse. En efecto, sin intuiciones todo nuestro conocimiento carece de objetos y, consiguientemente, se halla enteramente vacío” (B87).

La lógica trascendental, luego, se ocupa precisamente de la relación entre conceptos e intuiciones, entre entendimiento y sensibilidad – aunque sólo con los aspectos puros o no

empíricos de esta relación. En efecto, la lógica trascendental está relacionada con la idea de intuición pura, porque es esta última noción la que posibilita en principio la lógica trascendental, esto es, posibilita el estudio no empírico de la relación entre pensamiento y objetos. Y dado que hay, como se había adelantado en la *Disertación*, una conexión íntima entre la noción de Kant de intuición pura y su concepción de las ciencias matemáticas, esta última está relacionada con la distinción entre lógica general y trascendental. Así, Kant rompe decisivamente con sus contemporáneos dogmáticos, quienes creían que es posible “avanzar con puros conocimientos conceptuales conformes a unos principios” (BXXXVI), extendiendo su concepción aún a las matemáticas mismas, las que por excelencia dependen para la construcción de sus conceptos de la distinción entre intuición y conceptos.

Ahora bien, según Kant: “...todo conocimiento matemático tiene esta peculiaridad; que debe presentar su concepto previamente en la intuición, y ello a priori, por consiguiente en una intuición tal que no sea empírica sino pura, medio sin el cual este conocimiento no puede dar ni un solo paso” (Kant, I. 1984, pág.42).

Esta noción de intuición como condición de posibilidad del conocimiento matemático, ha provocado algunos desacuerdos entre los filósofos e intérpretes de la obra de Kant. Por un lado tenemos la que con justicia podría ser llamada la aproximación lógica a la intuición kantiana, representada entre otros por Jaakko Hintikka<sup>9</sup>, y por otro lado la que bien puede llamarse la aproximación fenomenológica, entre cuyos defensores se encuentra principalmente Charles Parsons<sup>10</sup>.

En la aproximación lógica el principal rol de la intuición kantiana es formal o inferencial: sirve para generar términos singulares en el contexto del razonamiento matemático

---

<sup>9</sup> J. Hintikka “On Kant’s Notion of Intuition” en T. Penelhum y J. Mac Intosh (eds), *Kant’s First Critique* Belmont, Calif.: Wadsworth, 1969.

<sup>10</sup> C. Parsons “The Transcendental Aesthetic”, en Paul Guyer (ed), *The Cambridge Companion to Kant*, Cambridge U.K: Cambridge U.Press, 1992.

en inferencias tales como las que hoy representamos mediante la instanciación existencial. De acuerdo con esta visión, el principal rasgo que distingue las intuiciones kantianas de las representaciones puramente conceptuales es su singularidad, como opuesto a la generalidad de los conceptos.

La versión particular de la aproximación lógica a la intuición geométrica kantiana, se centra sobre el papel de las construcciones euclídeas en el procedimiento de prueba que se emplean en los *Elementos*, el procedimiento de construcción con regla y compás articulado en los primeros tres postulados de Euclides. La idea es que todos los objetos introducidos en el razonamiento de Euclides- puntos, líneas, etc.- son iterativa o sucesivamente generados por construcción a partir de regla y compás desde un segmento de recta dado o un par de puntos.

La existencia de tales objetos- y, en particular, de una infinidad de tales objetos- no es simplemente postulada, como en los tratados modernos, a partir de axiomas existenciales; antes bien, son iterativa y sucesivamente generados desde un objeto inicial mediante operaciones iniciales dadas. En este sentido, Euclides está interesado únicamente con afirmaciones de existencia puramente constructivas, como opuesto a los tratamientos modernos que invocan la continuidad de Dedekind. Desde este punto de vista, entonces, la existencia de una infinidad de objetos geométricos parece análoga a la de los números naturales. Más aún, desde este punto de vista, obtenemos una explicación plausible de por qué Kant piensa que la representación geométrica no es puramente conceptual. La representación conceptual implica para Kant sólo los recursos lógicos de la silogística tradicional, pero es obvio que únicamente con esos recursos no podemos representarnos una infinidad de objetos, ni aún el infinito potencial de los números naturales. El reconocimiento de este hecho por parte de Kant, junto con su apreciación de la forma en que Euclides mismo representa la infinidad de los objetos geométricos mediante un procedimiento definido de construcción,

puede ser tomada para explicar la doctrina kantiana de que la construcción en la intuición pura, y por lo tanto el espacio geométrico, es una especie de representación no conceptual.

En esta interpretación, la infinitud del espacio es meramente un rasgo lógico-formal de la geometría matemática, y el carácter intuitivo, no conceptual de la representación del espacio es una consecuencia de este mismo rasgo lógico-formal.

Charles Parsons ha objetado a esta concepción lógica de la intuición, que además del rasgo de singularidad que distingue a las intuiciones kantianas de las representaciones conceptuales, debe reconocerse un segundo rasgo de mayor importancia para Kant, a saber, su inmediatez. Para Kant, las representaciones conceptuales son generales y mediatas, mientras que las representaciones intuitivas son singulares e inmediatas, esto es, están relacionadas inmediatamente a un objeto. Y aquí, Kant ciertamente parece pensar que la idea de inmediatez agrega algo importante a la idea de singularidad – algo de carácter epistemológico o perceptual.

Parsons mismo sugiere que la idea de inmediatez debe ser entendida como “direct, phenomenological presence to the mind, as in perception” (Parsons, Ch. 1992, pág.66), por lo que el principal rol de la intuición geométrica es, para esta aproximación, familiarizarnos con ciertos hechos espaciales perceptuales o fenomenológicos, que pueden ser tomados como evidencia en la verificación de los axiomas de la geometría.

De esto se sigue que la infinitud del espacio es un hecho perceptual directamente dado – que consiste en la circunstancia de que cualquier región espacial percibida pertenece a un horizonte más amplio, como parte de un único espacio perceptual dado y es este hecho perceptual que justifica o explica el uso del infinito en la geometría matemática. El espacio perceptual suministra el marco, digamos, dentro del cual las construcciones geométricas postuladas por Euclides pueden ser llevadas a cabo. Aún si Kant estuviera familiarizado con las formulaciones modernas, puramente lógicas, de la geometría matemática, todavía necesitaría

apelar a la intuición espacial, esto es, a los rasgos fenomenológicos de nuestra percepción espacial, para justificar o verificar los axiomas relevantes.

Aquí tenemos pues, dos aproximaciones aparentemente incompatibles sobre la naturaleza de la intuición y su relación con las ciencias matemáticas, especialmente con la geometría matemática.

Michael Friedman<sup>11</sup>, después de haber sostenido con Hintikka una posición abiertamente formalista de la intuición kantiana<sup>12</sup>, ha reconocido la importancia de complementar esa aproximación con consideraciones propias a la visión fenomenológica.

En efecto, según Friedman, es posible detectar esta combinación de elementos en los propios escritos de Kant, principalmente en unas notas que pertenecen a la disputa con Eberhard ocurrida en 1790. Allí, Kant comienza por distinguir el espacio como es descrito por la geometría, del espacio descrito por la metafísica. El primero es construido (*gemacht*) o derivado, y, en este sentido, hay muchos espacios. El último es dado u original, y, en este sentido, hay sólo un espacio simple. Kant no deja lugar a dudas de que la infinidad de los espacios geométricos está basada en el espacio metafísico simple y univocamente dado. Así lo expresa Kant:

“The representation of space (together with that of time) has a peculiarity found in no other concept, viz., that all spaces are only possible and thinkable as parts of one single space, so that the representations of the parts already presupposes the representation of the whole” (Citado en Friedman 2000, pág.188).

La geometría trata con una secuencia de espacios construidos que es potencialmente infinita como un todo y necesariamente finita en cada estadio. Por contraste, el espacio

---

<sup>11</sup> Friedman, M. “Geometry, Construction, and Intuition in Kant and His Successors” en *Between Logic and Intuition: Essays in Honor of Charles Parsons*, Sher, Gila y Tieszen, Richard (eds), Cambndge, Cambridge U. Press, 2000.

<sup>12</sup> Esta interpretación anterior puede apreciarse claramente en los ensayos recogidos bajo el título de *Kant and the Exact Sciences*, Cambndge, Harvard U. Press, 1992.

deserto por la metafísica tiene un carácter completamente diferente. Y es precisamente este carácter especial del espacio metafísico que apoya o explica la posibilidad de la infinidad de espacios geométricos. Pero, ¿en qué consiste esta función del espacio metafísico? Según Friedman, no debe entenderse esta función como si tuviéramos un acceso perceptual o cuasiperceptual a un infinito independientemente de la geometría. Dado que el campo visual es en sí mismo siempre finito, no parece correcto pensar que cualquier región espacial percibida es directamente dada o percibida como parte de una región más amplia.

La interpretación correcta proviene, de acuerdo con Friedman, del recurso a la imaginación productiva a priori a la que tanto en la *CRP* como en las mismas notas citadas anteriormente, Kant apela. Veamos el pasaje citado por Friedman:

“It is very correctly said that “Euclid assumes the possibility of drawing a straight line and describing a circle without proving it”- which means without proving this possibility through inferences. For description, which takes place a priori through imagination in accordance with a rule and is called construction, is itself the proof of the possibility of the object. Mechanical delineation, which presupposes description as its model, does not come under consideration here at all. However, that the possibility of a straight line and a circle can be proved, not mediately through inferences, but only immediately through the construction of these concepts (which is in no way empirical), is due to the circumstances that among all constructions some must still be the first –namely, the drawing or describing (in thought) of a straight line and the rotating of such a line around a fixed point-where the latter cannot be derived from the former, nor can it be derived from any other construction of the concept of a magnitude” (Ibídem Friedman, pág.189).

Como Friedman enfatiza, lo que apoya o explica la posibilidad de la construcción geométrica es, por lo tanto, simplemente la actividad inmediata de nuestra imaginación a priori

mediante la cual trazamos o describimos una línea recta en el pensamiento y luego rotamos tal línea alrededor de un punto fijo.

En mi opinión, Friedman está en lo correcto ya que esta visión era ya explícita en la *CRP* donde Kant dice: “ Soy incapaz de representarme una línea, por pequeña que sea, sin trazarla en el pensamiento, es decir, sin producirla gradualmente a partir de un punto. Sólo así puedo señalar esa intuición... En esta síntesis sucesiva de la imaginación productiva se basan, para producir figuras, las matemáticas de su extensión con sus axiomas” (A163-B204).

Como queda claro en el pasaje anterior, los axiomas de la geometría no son susceptibles de una prueba ulterior debido a que es sólo vía la actividad imaginativa que son posibles los conceptos geométricos. Y esta idea es particularmente enfatizada en la sección 24 de la *Deducción Trascendental*, donde después de caracterizar la actividad de la imaginación productiva como “síntesis figurativa” o “síntesis trascendental de la imaginación”, y explicar que la síntesis figurativa es una “acción trascendental de la imaginación” que expresa la “influencia sintética del entendimiento sobre el sentido interno”, Kant ilustra su significado como sigue:

“Esto lo percibimos siempre en nosotros. No podemos pensar una línea sin *trazarla* en el pensamiento, ni un círculo sin *describirla*, como tampoco representar tres dimensiones del espacio sin construir tres líneas perpendiculares a partir del mismo punto. Ni siquiera podemos pensar el tiempo sino gracias a que, al *trazar* una línea recta (que ha de ser la representación externa y figurada del tiempo), sólo atendemos al acto de síntesis de la diversidad una síntesis mediante la cual determinamos sucesivamente el sentido interno y mediante la cual prestamos atención a la sucesión de tal determinación en ese mismo sentido interno. Es el movimiento, como acto del sujeto, no como determinación de un objeto, y, consiguientemente la síntesis de la diversidad en el espacio, lo que produce el mismo concepto de sucesión cuando hacemos



abstracción del espacio y atendemos sólo al acto a través del cual determinamos el sentido interno según su forma” (B154-55).

Así, el movimiento en sentido relevante – el acto puro de la síntesis sucesiva en el espacio como actividad trascendental del sujeto- subyace a la geometría al pertenecer a la consideración metafísica del espacio característica de la filosofía trascendental. Pero, ¿en qué sentido es el movimiento un “acto del sujeto”? Kant explica en la *Exposición metafísica del concepto de espacio*, que el sujeto del sentido externo se encuentra en el espacio. El espacio, como la forma del sentido externo, nos capacita a representarnos los objetos como externos precisamente en virtud de representarlos como espacialmente externos al sujeto. De este modo, el concepto de espacio como la forma del sentido externo, contiene el punto de vista desde el cual el sujeto percibe sus objetos y los ordena. Si este punto de vista cambia al moverse a través del espacio, el sujeto cambiará su perspectiva sobre los objetos del sentido externo. De acuerdo con esta visión, la posibilidad de que el sujeto se sitúe imaginativamente en lugares alternativos del espacio, determinando con ello el ordenamiento y perspectiva de los objetos del sentido externo, constituye la estructura formal básica a priori del espacio y la condición de posibilidad de la intuición espacial empírica.

De esta forma, los procedimientos constructivos euclidianos descansan en la posibilidad del movimiento por parte del sujeto (vía la imaginación productiva). La construcción de una línea recta es ejecutada mediante una traslación (desde un punto cualquiera vía el movimiento rectilíneo), y la construcción de un círculo vía la rotación de una línea dada. Por lo tanto, la posibilidad del movimiento de traslación y rotación es primaria debido a que es dada en la estructura formal pura del espacio perceptual.

El espacio geométrico es iterativa o constructivamente generado dentro de la estructura formal del espacio perceptual, mediante la aplicación sucesiva de las operaciones

fundamentales de trazar una línea recta o describir un círculo, y este es el sentido en el que la posibilidad de la geometría matemática es basada o explicada por la estructura formal del espacio perceptual. Así, como es claro, si de acuerdo al principio epistemológico que domina la filosofía kantiana, a saber, que para que se dé conocimiento acerca de objetos es necesario que se proporcione la intuición correspondiente al concepto, las matemáticas proveen sus objetos a priori en la intuición pura, mediante un procedimiento de construcción (en el caso de la geometría, este procedimiento es análogo a los de la geometría sintética), que involucra a la imaginación productiva a priori.

Esto nos conduce a afirmar que aquí encontramos el verdadero conocimiento sintético a priori, pues los enunciados de las matemáticas, por ejemplo un enunciado como “La suma de los ángulos de un triángulo es de  $180^\circ$ ”, además de constituir un enunciado informativo, esto es, cuyo predicado agrega información que no está contenida en el sujeto, obtiene su validez independientemente de la experiencia, a través de un procedimiento de construcción guiado por reglas en un medio perceptual puro, que garantiza la independencia de los errores y equívocos relacionados con la percepción empírica.

### **1.3.2 Los principios del conocimiento empírico**

Anteriormente vimos la importancia de la facultad de imaginación en la producción del conocimiento matemático, específicamente en la construcción de las figuras geométricas, las cuales parten de un punto dado y mediante la posibilidad del movimiento construyen sus figuras de acuerdo a un procedimiento según reglas. Cuando pasamos a la consideración del conocimiento empírico, vemos también que la facultad de imaginación juega un papel fundamental.

En esta sección expondré el modo en que surgen los principios del conocimiento empírico, y en la siguiente me centraré en los principios específicos de la ciencia natural. Allí plantearé que de acuerdo con el modo en que Kant cree que dependemos de un concepto empírico para erigir la parte pura de la ciencia natural, los principios resultantes no pueden verse como a priori en el sentido en que este término se aplica, por ejemplo, a las verdades matemáticas. No obstante, para llegar a esto debemos recorrer un largo y sinuoso camino.

Como Kant hace explícito en la *CRP*, con meras categorías del entendimiento, que no son más que una función de síntesis, no obtenemos conocimiento alguno, es más, esas categorías por sí solas, carecen de significado empírico en la medida en que no son aplicadas a objetos de la experiencia. Entonces, ¿qué posibilita que los conceptos puros del entendimiento sean aplicados a los fenómenos? Precisamente la imaginación y su producto, el “esquema trascendental”, que así define Kant: “Queda clara la necesidad de un tercer término que sea homogéneo con la categoría, por una parte, y con el fenómeno, por otra, un término que haga posible aplicar la primera al segundo. Esta representación mediadora tiene que ser pura (libre de todo elemento empírico) y, a pesar de ello, debe ser *intelectual*, por un lado, y *sensible*, por otro. Tal representación es el *esquema trascendental*” (A138-B177).

La categoría es una unidad sintética de lo múltiple en general. El tiempo es la condición formal de lo múltiple en general del sentido interno. Pongamos a la categoría a correr en el tiempo, i.e., agreguemos a la categoría, vacía hasta ahora, una determinación; la determinación de la multiplicidad a priori del sentido interno. El resultado será esa representación anfibia, homogénea tanto con la categoría, que unifica la determinación, como con el fenómeno (pues toda representación empírica presupone al tiempo), que Kant llama “esquema trascendental”.

Como Kant hace explícito, el esquema de un concepto es una función de la imaginación, pero debe distinguirse entre este esquema como “unidad en la determinación de

la sensibilidad”, de una mera imagen que “uende a una intuición particular”. Esto es, Kant es perfectamente consciente de que las imágenes son de suyo siempre particulares y por ende no podrían servir como fundamento de aplicación de un concepto. El esquema va más allá de las imágenes particulares, representando lo que es común a todas ellas.

Podría quizás decirse sin temor a ambigüedad que un esquema es precisamente la imagen de un objeto en general, y en este sentido posee un costado intelectual y uno sensible, como es la propia exigencia de Kant. El costado intelectual consiste en abstraerse de las características específicas de un objeto particular, y el costado sensible consiste en que de todas formas no puede abstraerse de todas las características singulares sino buscar las que sean comunes a una multiplicidad dada. Cuando enuncio que algo es un triángulo (esto es, en general), y basándonos en la distinción básica kantiana entre sensibilidad y entendimiento, esto es, en la idea de que en toda cognición debe darse un objeto en la sensibilidad (empírica o pura) que luego es pensado por el entendimiento, es claro que una representación particular de un triángulo (como rectángulo o acutángulo) no es suficiente para obtener una interpretación de tal concepto universal; lo que necesito es la representación de un objeto que sin ser particular no obstante capture las notas empíricas que definen a un objeto como un triángulo.

En cuanto a los conceptos puros del entendimiento, la función del esquema trascendental es el mismo aunque quizás podría pensarse que aquí la función de la imaginación productiva es mayor que en el caso de los conceptos empíricos, dado que como el propio Kant dice, se trata aquí de una síntesis de “...todas las representaciones, en la medida en que éstas tienen que hallarse ligadas a priori en un concepto”(A142-B181).

Para el primer grupo de categorías, las de cantidad, Kant encuentra que el esquema puro es el número, o sea la adición sucesiva de unidades homogéneas en el tiempo.

Para el grupo de las categorías de la cualidad el esquema de "realidad" será la presencia de la sensación de la cualidad sensible en el tiempo; el de la "negación" la ausencia de dicha sensación en el tiempo, o sensación = 0; para la categoría de la limitación el esquema será el grado de presencia de la sensación de la cualidad en el tiempo. Para las de la relación, el esquema de la sustancia es la permanencia de lo real en el tiempo; lo que permanece mientras que todo lo demás cambia. La categoría de causa y efecto tendrá como esquema la sucesión temporal de lo múltiple según una regla. El esquema para la acción recíproca será la interacción en el tiempo de sustancias diferentes de acuerdo con una regla. Por último, en las categorías de la modalidad, el esquema de la posibilidad es la determinación de algo posible en relación con el tiempo. El esquema de la realidad es la existencia en un tiempo determinado y el de la necesidad el de la existencia en todo tiempo.

De este modo, las categorías determinadas o restringidas por las condiciones de la sensibilidad en general, es decir, esquematizadas, se han vuelto aptas para su uso en juicios sintéticos. La exposición sistemática y exhaustiva de los juicios sintéticos que el entendimiento produce a priori por medio de las categorías esquematizadas completará el sistema de la metafísica de la naturaleza.

No voy a detenerme con detalle en la elucidación de todo el sistema de principios metafísicos de la naturaleza, sólo voy a hacer algunas observaciones breves sobre los axiomas de la intuición, las anticipaciones de la percepción y los postulados del pensamiento empírico, para entonces detenerme con más detalle en las analogías de la experiencia.

El principio de los axiomas de la intuición es que todas las intuiciones son magnitudes extensivas. Todos los fenómenos son percibidos en el espacio y en el tiempo. Además, el dato sensible es múltiple. El único modo en que podemos aprehenderlo es mediante una síntesis que produce representaciones en un espacio y un tiempo determinados, o sea, mediante la

unión de partes homogéneas y la conciencia de esa unión. En la medida en que la conciencia de la multiplicidad homogénea dada en la intuición en general hace posible la representación de un objeto, constituye el concepto de magnitud. No podemos representarnos una recta sin representárnosla como recorrida o trazada punto a punto; ni un lapso, sin representárnoslo como una sucesión de instantes o intervalos de tiempo menores; ni, en general, ningún fenómeno sin considerarlo como un agregado de partes previamente dadas. Y precisamente esto son las magnitudes extensivas: son aquellas magnitudes en las cuales la representación de las partes hace posible la representación del todo.

La misma síntesis sucesiva de la imaginación productiva que hace posible las representaciones del espacio y el tiempo y que da fundamento a priori a la geometría, es la que hace posible a priori la representación de la forma de la intuición empírica como magnitud extensiva. Así, por ejemplo, siendo universalmente cierto en la geometría que la menor distancia entre dos puntos es una recta, será también universalmente cierto cuando se afirma de dos puntos de un objeto cualquiera de la intuición empírica. Este “principio trascendental de las matemáticas de los fenómenos”, a la vez que fundamenta la posibilidad de la matemática pura, garantiza la aplicabilidad de la matemática a los objetos de la experiencia. Con este principio nuestro entendimiento atrapa al mundo fenoménico en una red de relaciones formales.

En relación con las anticipaciones de la percepción, el principio es que en todos los fenómenos, lo real que sea un objeto de la sensación posee magnitud intensiva, es decir, grado.

Por sobre esa conciencia formal y pura de lo múltiple en el espacio y en el tiempo, para la cual la realidad no es más que un conjunto de relaciones métricas y geométricas, un entretejido de estructuras transparentes, está la conciencia empírica, o sea, la conciencia con sensación; y a esto llama Kant “percepción”. Con la percepción se nos da la materia relativa a

algún objeto en general, lo real de la sensación, pero como mera representación subjetiva, como mera conciencia de la afección de un sujeto.

Existe, sin embargo, la posibilidad de una modificación gradual de esa conciencia empírica hacia su contenido formal y puro. La sensación es ciertamente subjetiva, sin embargo, existe la posibilidad de una síntesis de la que resulte la magnitud de la sensación, como generándose y aumentando a partir del grado cero de sensación. Esa magnitud no será extensiva pues la sensación no es representación objetiva en el espacio y en el tiempo, sino intensiva, o sea “un grado de influencia sobre el sentido”.

“Llamo *magnitud intensiva* a aquella que únicamente aprehendemos como unidad y en la que sólo podemos representar la multiplicidad por aproximación a la negación = 0” (A168-B210)

Las magnitudes intensivas surgen, no como las magnitudes extensivas a partir de una suma de unidades, no a partir de una síntesis sucesiva, sino por una síntesis que genera la magnitud, gradual y continuamente en la intuición pura, desde cero. Entre la realidad percibida y la ausencia total de influjo sobre el sentido hay, según Kant, un continuo de sensaciones intermedias.

Pasemos ahora a las analogías de la experiencia. El principio es que “*todos los fenómenos se hallan sometidos a priori, en lo que a su existencia se refiere, a las reglas que determinan su relación mutua en un tiempo dado*” (según A177). O en la segunda versión: “*La experiencia sólo es posible mediante la representación de una necesaria conexión de las percepciones*” (B218).

La experiencia – nos dice Kant- es un conocimiento que determina un objeto mediante percepciones y consiste de una síntesis, no la contenida en la percepción, sino la que contiene a la unidad sintética de la diversidad de la percepción en una conciencia. Sin esta unidad no hay en absoluto conocimiento de objetos de los sentidos y, consiguientemente, tampoco hay

experiencia. Esta síntesis de percepciones ocurre en el tiempo, pues el tiempo es la forma necesaria del sentido interno que acompaña a todo acto de conciencia. Para que haya conocimiento de objetos, es decir, experiencia, la relación entre las percepciones debe ser representada en el tiempo de acuerdo con el objeto y no según la arbitrariedad de las conexiones subjetivas.

Las analogías de la experiencia son los principios puros a priori de la determinación de la existencia según los tres modos del tiempo: duración, sucesión y simultaneidad y en acuerdo con las tres categorías de la relación.

Kant llama a estos principios “analogías” por semejanza con el uso que la palabra “analogía” tiene en matemáticas, a saber: proporción. En la matemática, conocidos tres miembros de una proporción se puede conocer el cuarto; en la filosofía, por medio de la relación ahora cualitativa y no cuantitativa, dados tres miembros de la relación entre los dos primeros puedo establecer a priori la del tercero con el cuarto, aunque no conozca a este cuarto miembro de manera directa. Es decir, que de la analogía no surgirá el modo en que se produce la percepción en tanto que intuición empírica, sino que proporcionará solamente la regla según la cual, a partir de las percepciones surge la unidad de la experiencia; no nos proporcionará la percepción misma sino una regla para encontrarla en la experiencia.

Puesto que cada uno de estos tres principios será principio sólo del uso empírico del entendimiento (y no del uso trascendental), único uso en el que tienen validez y significación, no habrán de ponerse los fenómenos bajo las categorías puras sino bajo las restringidas por la determinación del tiempo, es decir, bajo sus esquemas. Entonces, sobre la base de los esquemas de la categoría de relación, serán formulados los tres principios en que se divide la analogía como recordatorio de ese uso empírico del principio.



Examinemos con algo de detalle el contenido de cada una de esas analogías de la experiencia. La primera analogía es el *Principio de la permanencia de la sustancia* y Kant lo enuncia de la siguiente manera: “Todos los fenómenos contienen lo permanente (sustancia) como el objeto mismo y lo mudable como mera determinación suya, es decir, como un modo según el cual existe el objeto” (A182) o en su segunda versión: “En todo cambio de los fenómenos permanece la sustancia, y el quantum de la misma no aumenta ni disminuye en la naturaleza” (B224).

Todos los fenómenos se dan en el tiempo, y sólo en el tiempo podemos representarnos la simultaneidad y la sucesión. Si Kant dice explícitamente en el capítulo sobre el *Esquematismo* que: “No es el tiempo el que pasa, sino que es la existencia de lo transitorio lo que pasa en él” (A144), ¿cómo podremos, determinar el orden de ese paso de modo objetivo y ubicarlo en el tiempo? Si el tiempo pudiera percibirse por sí mismo y cada instante fuese distinguible e identificable podríamos hacer las marcas sobre el tiempo mismo y ordenar los fenómenos objetivamente según ellas. Pero, dado que el tiempo no se puede percibir habrá que encontrarle un sustituto, un sustrato que represente el tiempo y sirva de elemento de comparación. El sustrato de todo lo que hay es la sustancia: lo que pertenece a la existencia sólo puede ser pensado como determinación de la sustancia. Lo único permanente, entonces, ha de ser la sustancia del fenómeno, lo real del fenómeno. Nuestra aprehensión cambiante de los diversos aspectos de un evento no nos permite inferir si tales aspectos son simultáneos o sucesivos, hace falta postular un sustrato que nos posibilite comprender que todos esos aspectos que percibimos del evento son modificaciones de algo permanente. Sólo a partir de lo permanente es posible pensar las determinaciones temporales de sucesión o simultaneidad y por ende lo permanente expresa el tiempo. Debemos pensar ese tiempo pues, bajo la forma de algo durable que se manifiesta alternativamente a nosotros y asignamos a algo existencia en la

medida en que entendemos que esas manifestaciones pertenecen a un continuo. Así, de acuerdo con Kant: "...ese elemento permanente que hay en los fenómenos construye el substrato de toda relación de tiempo y, consiguientemente, la condición de posibilidad de toda unidad sintética de las percepciones, es decir, de la experiencia" (A183-B227).

Asimismo, todos los cambios en los fenómenos son cambios en lo que existe. El concepto de cambio supone un substrato que permanece mientras se alteran sus accidentes. Lo que queda de una cosa cuando la despojamos de sus accidentes o propiedades es un concepto, un instrumento del entendimiento que expresa la relación necesaria entre sus propiedades.

Pasemos ahora a la segunda analogía. De acuerdo a las dos versiones se enuncia: "*Principio de la producción*: Todo lo que sucede (empieza a ser) presupone algo a lo cual sigue *de acuerdo con una regla*" (A189) y "*Principio de la sucesión temporal según la ley de causalidad*: *Todos los cambios tienen lugar de acuerdo con la ley que enlaza causa y efecto*" (B232).

Kant comienza el desarrollo de la prueba de este principio con el reconocimiento de que en nuestras operaciones cognitivas ordinarias percibimos que los fenómenos se siguen unos a otros. Según Kant, esta determinación temporal no es, *prima facie*, constituida en la mera percepción, allí nunca es posible determinar objetivamente cual es el orden de los fenómenos, esto es únicamente posible en la medida en que nuestra facultad de imaginación interviene para enlazar las percepciones con necesidad, esto es, con conciencia real de qué hemos de poner primero y qué hemos de poner después. Este enlace necesario es, de acuerdo con Kant, únicamente posible en la medida en que nuestra imaginación opera regida por una regla a priori, esto es, por un concepto puro del entendimiento.

De acuerdo entonces, con esta ley, todas nuestras experiencias se dan en sucesión. Sin embargo, formulamos respecto de ellas juicios empíricos que hacen referencia, unas veces, a la coexistencia objetiva y, otras veces, a una secuencia objetiva. El ejemplo de Kant ilustra

claramente este punto. Cuando observamos las partes de una casa podemos comenzar con la aprehensión del tejado y terminar con la de los cimientos; pero en ningún caso diremos que las partes son sucesivas, sino que son partes coexistentes en el “objeto”. En cambio, cuando observamos un barco que navega con la corriente afirmamos que se trata de eventos “objetivamente” sucesivos, para los cuales no es lo mismo el “antes” que el “después”. Cuando Kant habla aquí de “objeto” quiere decir lo siguiente: “objeto” es, en principio, cualquier representación de la que se tenga conciencia, pero, cuando hablamos de “objeto” en relación con los fenómenos es posible distinguir entre fenómenos en tanto que objetos, y fenómenos en tanto que designan objetos. En el primer caso, los fenómenos no difieren de su aprehensión. En el segundo caso el fenómeno incluye en sí la regla que lo diferencia de toda otra aprehensión y que determina el orden y la forma de la aprehensión. El objeto empírico de Kant es, entonces, un conjunto de representaciones intuitivas enlazadas por una regla que ordena a priori la aprehensión en el fenómeno.

En el ejemplo de la casa y el barco, el criterio que permite diferenciar las dos situaciones radica en que, para el primer caso, el orden de las percepciones se puede invertir, y en el caso del barco que navega con la corriente el orden de las percepciones es irreversible: no podemos observarlo primero río abajo y luego río arriba. La serie de percepciones de cualquier “acontecer” estará, entonces, regulada. Habrá, como en el caso de la percepción del barco, un orden fijado de antemano, una regla que, a fin de enlazar la multiplicidad empírica, obligará a iniciar la aprehensión en un punto. Con esta regla, el orden de las percepciones en la aprehensión del fenómeno se vuelve necesario. Siendo así, la sucesión objetiva del acontecer es la que determina o implica la sucesión subjetiva de la aprehensión. Así lo expresa Kant con claridad: “La sucesión objetiva consistirá, pues, en aquel orden de la diversidad del fenómeno

en virtud del cual la aprehensión de una cosa (lo que sucede) sigue a la aprehensión de otra cosa (lo que precede) de acuerdo con una regla” (A193-B238).

Con esto, Kant apunta a establecer por un lado que el orden de la percepción está causalmente determinado por el orden de la sucesión objetiva, y por el otro que el orden necesario con el que la regla condiciona el acontecer empírico traslada la necesidad a la percepción del acontecer. Cuando percibo que una sucesión de representaciones está vinculada con un estado anterior y que esta vinculación no es aleatoria sino regulada, represento a esa sucesión como un acontecer, es decir: percibir un momento de un proceso impone la representación de algo que lo precede según una regla; y negar esto implica desarticular el proceso en cuanto tal.

Ahora bien, al conocimiento empírico corresponde una síntesis de lo múltiple en la imaginación que es siempre sucesiva; paralelamente, un orden de la síntesis sucesiva determina el objeto. Hay en el orden de mi percepción – dice Kant – algo antes y algo después que constituye el juicio empírico en el que se piensa la secuencia como determinada. La relación de los fenómenos, en la cual algo, lo que acontece, se halla determinado por algún evento anterior según la regla de causa-efecto, es lo que confiere validez objetiva a nuestros juicios empíricos basados en percepciones; es su condición de verdad y por lo tanto, condición de la experiencia en general.

“El principio de la relación causal en la secuencia de los fenómenos posee, pues, validez con anterioridad a todos los objetos de la experiencia (bajo las condiciones de la sucesión), ya que tal principio es, a su vez, el fundamento de posibilidad de esa misma experiencia” (A202-B247). En pocas palabras: nadie puede afirmar que ha sido testigo de un cambio físico a menos que crea que el último de los estados que constituyen el cambio es

efecto necesario del estado anterior o de algún estado físico contemporáneo de éste, que hace de causa.

Por último, conocemos a priori ciertas propiedades formales del tiempo, como su continuidad y anisotropía, pero no podemos conocerlas a partir de la percepción del tiempo pues el tiempo es imperceptible. Luego, Kant “fenomenaliza” el tiempo cuando sostiene que debemos representarnos las propiedades del tiempo como sometidas a una indispensable ley de la representación empírica. Y agrega: “sólo en los fenómenos podemos captar empíricamente esta continuidad en la conexión de los tiempos”. Son los fenómenos los que deben determinar la posición temporal que guardan entre sí y hacerla necesaria: en lo que precede está siempre la condición de lo que se sigue.

Debe advertirse que el principio de que todo acontecer está causalmente determinado por un evento anterior no es resultado de la “conjunción constante”, meramente empírica e inductiva, de eventos – como pretendía Hume – sino una conexión necesaria que encontramos en la experiencia por haberla puesto nuestro entendimiento previamente como regla condicionante de la unidad sintética de los fenómenos y como fundamento de la experiencia misma. Los conceptos a priori de sustancia y de causa tendrán en la metafísica de la naturaleza sus correlatos empíricos en los conceptos de materia y fuerza, de modo que las únicas causas que podemos conocer son las que se traducen en movimientos materiales, es decir, causas mecánicas.

En cuanto a la tercera analogía, Kant la llama en la primera edición “Principio de la comunidad” y así la enuncia: “Todas las sustancias se hallan, en la medida en que sean simultáneas, en completa comunidad (es decir en acción recíproca)”(A211), mientras que en la segunda edición la titula “Principio de la simultaneidad según la ley de la acción recíproca o

comunidad" y la enuncia: "Todas las sustancias, en la medida en que podamos percibir las como simultáneas en el espacio, se hallan en completa acción recíproca"(B256).

La cuestión que se plantea en la tercera analogía puede resumirse así: si no podemos percibir una cosa o evento  $A$  cuando estamos percibiendo una cosa o evento  $B$ , ni percibir  $B$  cuando estamos percibiendo  $A$ , ¿qué nos autoriza a afirmar que  $A$  existe cuando estamos percibiendo  $B$ , y reciprocamente? ¿Qué es lo que nos autoriza a afirmar que  $A$  y  $B$  coexisten?

Dos eventos  $A$  y  $E$  son simultáneos – dice Kant – cuando existen en el mismo tiempo. Sabemos de esa simultaneidad cuando podemos invertir el orden en la síntesis de las aprehensiones. Por ejemplo, cuando puedo ir como en el caso de la percepción de un barco  $A$ , que se mueve respecto de mí, que observo desde la orilla en reposo, a la de otro  $E$ , que también se mueve respecto de mí, pasando por  $B$ ,  $C$  y  $D$ ; pero podría haber hecho la síntesis en sentido inverso de  $E$  hacia  $A$ , pasando por  $D'$ ,  $C'$  y  $B'$ . A pesar de que las dos series de percepciones se dan sucesivamente en el tiempo, no se dan con independencia una de la otra y concluimos que los dos eventos son simultáneos. El movimiento de cada uno de los barcos respecto de mí es objetivo; y, en virtud de nuestra ya probada ley de causalidad, podemos asignarle una causa que será anterior a la percepción que corresponde al momento que inicia cada una de las dos series. Para que cada una de las dos sucesiones posibles "de cruce" de un barco a otro testifique la simultaneidad, la coexistencia de los dos barcos como objetiva, tengo que pensar que la causa de la primera de las sucesiones, que comienza en  $A$  y termina en  $E$  es, a su vez, causada por la causa de la que comienza en  $E$  y termina en  $A$ . Pero decir esto es lo mismo que afirmar que los dos eventos están bajo influjo causal mutuo, y esto según el concepto-regla de acción recíproca. Sin esta ley no podríamos percibir ningún par de eventos como simultáneos sino como ocurriendo uno a continuación del otro.

La causa – señala Kant – no tiene por qué ser inmediata. Ahora bien, el influjo mutuo sólo puede cumplirse continuamente y en el “pleno”. La ley de acción recíproca obliga a rechazar el espacio vacío entre las sustancias: dado que las percepciones se dan siempre continuamente, si en mi paso de una percepción a otra correspondiera a alguna un instante en el espacio vacío, se cortaría la cadena causal y ya no podría distinguir si el fenómeno es objetivamente siguiente o simultáneo.

“Tiene, pues, que haber algo, aparte de la simple existencia, mediante lo cual A determina a B su lugar en el tiempo, y a la inversa, ya que sólo bajo esta condición podemos representarnos dichas sustancias como *existiendo simultáneamente*.”

Ahora bien, la única cosa que fija a otra su lugar en el tiempo es la causa de esa otra cosa o de sus determinaciones. Si hemos, pues, de conocer la simultaneidad en alguna experiencia posible, toda sustancia (ya que sólo puede ser efecto desde el punto de vista de sus determinaciones) debe contener en sí la causalidad de ciertas determinaciones en las otras sustancias y, a la vez, los efectos de la causalidad de éstas últimas; es decir, las sustancias tienen que hallarse en comunidad dinámica. Por otra parte, todo aquello sin lo cual la experiencia de los objetos sería imposible constituye algo necesario en relación con tales objetos de esa misma experiencia. Consiguientemente, es necesario que todas las sustancias en la esfera del fenómeno se hallen entre sí, en la medida en que son simultáneas, en una completa comunidad de interacción recíproca”(A212-213,B259-260).

Para resumir: las tres analogías de la experiencia son los principios de la existencia de los fenómenos en el tiempo de acuerdo con sus tres modos: la relación con el tiempo como

magnitud de la existencia: duración; la relación de la existencia en el tiempo como acontecer: sucesión; y la relación de la existencia en el tiempo con todo lo que existe: simultaneidad<sup>13</sup>.

El tiempo no debe considerarse como una entidad absoluta en donde la experiencia señala inmediatamente su lugar a cada existencia; por el contrario debe pensarse la relación de las existencias con el tiempo como rigurosamente dinámica, es decir, que es la regla del entendimiento la que, como único medio, posibilita la existencia de los fenómenos para adquirir unidad sintética desde el punto de vista temporal y la que ubica a cada fenómeno en el tiempo.

La naturaleza en sentido empírico es el conjunto de todos los fenómenos considerados en su existencia de acuerdo con leyes. La naturaleza supone un conjunto de leyes a priori que son la condición de posibilidad de la naturaleza. Las leyes empíricas sólo pueden existir y ser encontradas mediante la experiencia y como consecuencia de esas leyes originarias.

Para usar una expresión de Philip Kitcher, lo que las leyes originarias a priori establecen es un “orden proyectado de la naturaleza”. Al final de este capítulo volveré sobre esta idea.

En orden a completar la tabla de principios del entendimiento puro, permítaseme decir unas breves palabras sobre los “postulados del pensamiento empírico”.

Así los enuncia Kant:

“1. Lo que concuerda con las condiciones formales de la experiencia (desde el punto de vista de la intuición y de los conceptos) es *posible*.

2. Lo que se halla en interdependencia con las condiciones materiales de la experiencia (de la sensación) es *real*.”

---

<sup>13</sup> Quiero advertir al pasar la semejanza existente entre la formulación de las analogías que acabo de presentar, y el contenido de las leyes de la mecánica de Newton, a saber: el principio de conservación de la masa o cantidad de materia, la ley de inercia, y el principio de igualdad de acción y reacción. Hablo aquí únicamente de semejanza dado que no puede decirse con propiedad que las analogías expresen estas leyes. Solamente después de que se adopta el concepto empírico de materia y se subsume bajo los principios expresados en las analogías puede hablarse con total propiedad que Kant ha esbozado el sistema newtoniano del mundo.



3. Aquello cuya interdependencia con lo real se halla determinado según condiciones universales de la experiencia es (existe como) *necesario*" (A218-B266).

Según Kant, decir que algo es posible o necesario no es ampliar el conocimiento de ese algo sino meramente establecer una relación entre ese algo y nuestra facultad de conocer. La lógica vigente en la época de Kant consideraba los predicados modales, de posibilidad, realidad y necesidad, con independencia de todo lo empírico. Kant, en cambio, reclamará para esos "modos" también la perspectiva empírica.

Los principios de la modalidad están destinados a limitar las categorías solamente a su uso empírico y prohibir su uso trascendental. Si la lógica trascendental ha de ser una lógica de contenidos, una "lógica de la verdad", una lógica objetiva, todo uso hiperempírico de las categorías debe ser evitado.

Posibilidad. Todo concepto contiene en sí una síntesis. Kant distingue entre conceptos que no pertenecen y que sí pertenecen a la experiencia. Éstos son o bien, conceptos empíricos, cuando la síntesis está tomada de la experiencia, o bien puros, cuando son condición a priori, forma, de la experiencia general. Los que no son ni puros ni empíricos, son conceptos vacíos, meras "ideas". La falta de contradicción en el concepto – afirma la lógica clásica, y Kant no se opone a ello – es una condición lógica necesaria para su posibilidad. Pero con esto no se establece ninguna relación entre el concepto y su realidad objetiva. Juzgar a priori la posibilidad de un objeto será lo mismo que verificar su posibilidad lógica y su posibilidad en la intuición. No es en la falta de contradicción que los conceptos de sustancia, de causa y de influjo mutuo adquieren validez objetiva, sino en el hecho de que respetan a priori las condiciones formales de la experiencia.

Realidad. El conocimiento de lo real obliga además al cumplimiento de las condiciones formales, si no a una percepción inmediata del objeto mismo "a la conexión de tal objeto con

alguna percepción efectiva de acuerdo con las analogías de la experiencia, las cuales establecen todo enlace real en una experiencia en general” (A225). Es decir, que aunque el objeto no sea directamente percibido podremos decirlo real si otras percepciones directas constituyen trazas o índices, en el sentido de relaciones causales, entre lo directamente observado y sus causas o sus efectos. La realidad llega hasta allí donde puede llegar nuestra percepción y su desarrollo de acuerdo a leyes empíricas.

Necesidad. Lo necesario será entonces lo real como efecto de una causa inmediata o mediatamente percibida. Dicho de otro modo: si lo real se percibe como ocurriendo de acuerdo a leyes empíricas causales o de influjos mutuos, entonces la realidad de la causa permite anticipar a priori el efecto de esa causa como necesario.

La sensibilidad y el entendimiento cooperan armónicamente. La naturaleza material y la naturaleza formal corren una al encuentro de la otra. Ésta para dar la forma y dictar la ley; aquélla para dar contenido. La multiplicidad sensible está unificada; la forma intelectual es aplicable. La metafísica de la naturaleza (su parte trascendental) está ya completa: nos ha enseñado las condiciones de la unidad de la naturaleza.

### 1.3.3 Los principios a priori de la ciencia de la naturaleza

Ahora bien, la matemática y la física son disciplinas racionales que – como ya nos lo anticipó Kant- contienen juicios sintéticos a priori como principios. Sin embargo, en orden a atender correctamente a nuestros fines de dar una fundamentación trascendental de la materia, conviene distinguir los diferentes tipos de síntesis que están presentes en cada uno de estos principios.

En primer lugar señalemos que no todos los principios puros a priori son atribuibles al entendimiento. Como vimos temprano en esta sección, la matemática posee principios

sintéticos a priori, pero por no derivarse de conceptos puros sino de intuiciones puras, no tienen lugar entre los principios del entendimiento.

Dice Kant: “ Hay... principios puros a priori que no deberíamos atribuir propiamente al entendimiento, ya que si bien han sido extraídos mediante el entendimiento, no se derivan de conceptos puros, sino de intuiciones puras, y es el entendimiento la facultad de los conceptos. Las matemáticas exhiben tales principios, pero su aplicación a la experiencia y, consiguientemente, su validez objetiva – es más, la posibilidad de semejante conocimiento sintético a priori (la deducción del mismo) – descansa siempre en el entendimiento puro.

No contaré, pues, entre mis principios los de las matemáticas, pero si aquellos en los cuales se basan la posibilidad y la validez objetiva a priori de las matemáticas. Estos últimos, que debemos considerar como fundamento de los primeros, van de los *conceptos* a la intuición, no de la *intuición* a los conceptos”(A159-160).

Cuando se tratan de aplicar las categorías a la experiencia posible, hay –dice Kant- dos usos diferentes de la síntesis. Uno, que se orienta del concepto a la intuición de un fenómeno en general y recibe el nombre de *uso matemático* o síntesis matemática y está destinado a fundar la validez objetiva de la matemática y su aplicabilidad a la experiencia posible. El otro está orientado del concepto a la existencia del fenómeno y recibe el nombre de *uso dinámico*, y sirve para fundar la legalidad y validez objetiva de las proposiciones de la ciencia empírica. Los axiomas de la intuición y las anticipaciones de la percepción son principios del uso matemático. La combinación o síntesis es, en este caso, “composición” de homogéneos: síntesis de lo homogéneo discreto -- de las magnitudes extensivas de los axiomas de la intuición – o síntesis de lo homogéneo continuo – de las magnitudes intensivas de las anticipaciones. Puesto que las condiciones de la intuición son siempre necesarias para una experiencia posible, los principios matemáticos serán incondicionalmente necesarios.

Las analogías de la experiencia y los postulados del pensar empírico son los principios del uso dinámico. La combinación o síntesis para estos principios es la conexión de elementos heterogéneos que se implican mutuamente. Por ejemplo, la sustancia con el accidente o la causa con su efecto. Dado que las condiciones de la existencia de una posible intuición empírica son siempre accidentales, los principios dinámicos serán necesarios a priori sólo de un modo indirecto y mediato. La conexión de la existencia, a pesar de ser conexión de heterogéneos, se dará por necesaria por tratarse de una conexión según reglas y, por lo tanto, no arbitraria. Los principios dinámicos serán necesarios a priori sólo en el caso de estar sometidos a “la condición del pensar empírico en una experiencia”.

En la *Disciplina de la Razón Pura*, Kant distingue dos usos de la razón: el uso discursivo, por conceptos, y el uso intuitivo, por construcción de conceptos. Tienen en común la universalidad del conocimiento y el hecho de producirlo a priori, pero proceden de modo muy diferente. Al primero lo llama Kant uso filosófico y al segundo, uso matemático.

Comenzando con el uso matemático, ya dijimos con anterioridad algunas palabras acerca del procedimiento de construcción de conceptos en la intuición pura. Sin embargo, quedan algunos rasgos interesantes por resaltar. Según Kant, “La solidez de las matemáticas se basa en definiciones, axiomas y demostraciones” (A727-B755).

La lógica de *Port Royal* había establecido como uno de sus principios fundamentales la distinción entre *definitio nomini* y *definitio rei* (definición de nombre y definición de cosa). Una definición de nombre asigna arbitrariamente a un sonido dado la idea que uno quiere significar. Esto puede proceder o bien construyendo nuevas palabras y asignándoles el significado que deseamos, o bien tomando viejas palabras y modificando convencionalmente su significado. La definición de cosa, en cambio, no procede a despojar a un signo dado de su significado ordinario, en el cual se supone que otras ideas son contenidas, sino que la asignación de

ulteriores predicados a dicha definición debe ser consistente con lo ya explicitado. La diferencia más importante entre ambos tipos de definiciones radica en que mientras que la definición de nombre es totalmente arbitraria y no se hace suposición alguna acerca de la realidad del objeto definido, la definición de cosa "...no depende de nosotros sino de lo que está comprendido en la verdadera idea de una cosa" (Arnauld y Nicole 1987, pp.223).

Kant parece aceptar claramente esta distinción, y por ello para él *definir* "no significa propiamente más que ofrecer de modo originario el concepto detallado de una cosa dentro de sus límites" (A727-B755) y en la nota al pie que acompaña a este pasaje aclara "*Detallado* quiere decir claridad y suficiencia de características; los *límites* indican la precisión de que no hay más características que las pertenecientes al concepto detallado; *originario* significa que esta fijación de límites no deriva de otra cosa, ni necesita, por tanto, una nueva prueba, lo cual ocasionaría la incapacidad de la presunta explicación para figurar a la cabeza de todos los juicios sobre un objeto" (*idem*).

La definición propiamente dicha (la definición "real") es para Kant, característica del modo de derivación; su uso es genético. El concepto que surge en este caso no está ya dado, sino que es el resultado de una construcción en la intuición.

Lo que está verdaderamente en juego en esta distinción es la conducta específica que determina cada tipo de definición con respecto a la "completitud" de la caracterización que hace posible obtener. En la definición "nominal" se produce únicamente una determinación fragmentaria del objeto. Para usar el ejemplo de Kant, cuando se piensa el concepto de *oro*, puede uno pensar además del peso, color, dureza, la propiedad de que no se oxida, mientras que otro puede ignorarla completamente, es decir, sólo da unos rasgos que sirven para marcar aproximadamente la referencia. Podríamos decir que a este tipo de definición la afecta una "subdeterminación" en su contenido. Diametralmente opuesta a esta "subdeterminación" del

campo nominal, la construcción en la intuición ofrece el paradigma de una descripción completa del objeto. Los elementos del concepto son alineados uno por uno de acuerdo a un orden de coordinación sintética establecido por la intuición pura, hasta que forman la totalidad de un significado que surge enteramente del acto de construcción. Esta “completitud” de la definición real, por supuesto, es el rasgo distintivo de la definición matemática, una completitud conectada con la naturaleza arbitraria de su síntesis. “Arbitrario” debe ser entendido aquí no como “producto de la fantasía” o “convencionalmente afirmado”, sino como la marca de una construcción en los cuales los caracteres a ser sintetizados no necesitan ser indicados desde fuera. La libertad de la decisión matemática concerniente a la existencia es entera. Así, las definiciones de las matemáticas nunca pueden ser erróneas, ya que, si el concepto surge por el acto mismo de definir, éste no puede contener algo que no haya sido previamente pensado en la definición.

Asumiendo, según Kant, las matemáticas operan también según axiomas. Éstos, dice Kant, son principios sintéticos a priori en la medida en que son inmediatamente ciertos, es decir, autoevidentes. Y esta autoevidencia se sigue del hecho de que las matemáticas son capaces de proveerse los predicados de un objeto a priori y de forma inmediata, de manera de construir el concepto del objeto.

Por último, las matemáticas también poseen demostraciones propiamente dichas. Una demostración propiamente dicha es aquella que produce una certeza apodíctica. En la medida en que las matemáticas construyen sus conceptos en la intuición pura a priori, en cuyo procedimiento no participa nada proveniente de la experiencia, obtiene resultados absolutamente ciertos.

El segundo uso de la razón, el uso *filosófico*, lleva a cabo una síntesis por meros conceptos. Hemos estado en contacto con ella al analizar los principios del entendimiento

puro. Esta síntesis sólo se refiere a las cosas en general; a las condiciones bajo las cuales la percepción de la cosa puede pertenecer a la experiencia posible. Por lo tanto, no estamos aquí frente a un objeto determinado. La cosa en general no es una cosa sino la condición de posibilidad para nuestro conocimiento de las cosas como cosas. Dice Kant: "Las proposiciones sintéticas relativas a cosas en general cuya intuición no puede darse a priori son trascendentales. En consecuencia, las proposiciones trascendentales no pueden darse mediante la construcción de conceptos, sino únicamente por medio de conceptos a priori. No contienen otra cosa que la regla según la cual hay que buscar empíricamente cierta unidad sintética de aquello (las percepciones) que no puede ser representado intuitivamente a priori. Pero no pueden representar a priori ninguno de sus conceptos en un ejemplo; sólo lo hace a posteriori, mediante la experiencia, la cual no es posible sino de acuerdo con esos principios sintéticos"(A721-B749).

La razón pura, en su uso puramente trascendental, no contiene ningún juicio directamente sintético por conceptos: es incapaz de formar juicios con validez objetiva. Establece principios con base en conceptos puros, pero indirectamente, por la relación de esos conceptos con algo completamente contingente como la experiencia posible. Cuando la experiencia posible es presupuesta, es decir, si se presupone un objeto posible en esa experiencia, entonces, los principios son necesarios; pero en sí mismos no son cognoscibles a priori. De acuerdo con Kant, en el uso filosófico de la razón no hay ni definiciones, ni axiomas, ni demostraciones propiamente dichas. En realidad, la definición *strictu sensu* no es posible ni para los conceptos empíricos ni para los conceptos dados a priori. En el último caso, la exhaustividad del contenido del concepto no es dada hasta que se verifique que el concepto se adecua a su objeto. Pero, en la medida en que el concepto contiene muchas *representaciones oscuras* que pasamos por alto al analizarlo, es sólo a través de múltiples ejemplos que puede

aumentarse en grados la exhaustividad del análisis. Así, en los conceptos puros del entendimiento sólo podemos hablar de “explicación”, “que es más cauto y permite al crítico dar validez a la definición hasta cierto punto, pero manteniendo sus reservas acerca de la exhaustividad” (A729-B757). Por lo tanto, las definiciones en el uso filosófico de la razón pueden ser erróneas de maneras diversas, sea por que se incluyen características en el concepto que realmente no corresponden, sea porque el análisis nunca se completa y por lo tanto no se obtiene la exhaustividad deseada.

En segundo lugar, tampoco hay en el conocimiento de razón por conceptos ningún principio que merezca el nombre de axioma. Esta incapacidad proviene del hecho de que para que un concepto se combine sintéticamente y de inmediato con otro, es necesario un tercer conocimiento que sirva de medio, lo que no es necesario en matemáticas, donde sí es posible, en la medida en que la construcción del concepto del objeto en la intuición permite combinar los predicados de éste a priori. Por ejemplo, el principio “Todo cuanto sucede tiene su causa”, nunca puede ser inmediatamente evidente debido a que necesito la condición de la determinación temporal en una experiencia para conocer el contenido de dicha proposición. Esto es, la validez objetiva del principio sólo es posible en la medida en que lo refiero al contenido de una experiencia dada.

Por último, tampoco le es dado al conocimiento por conceptos el poseer demostraciones en sentido estricto. Sólo puede obtenerse una demostración apodíctica en la medida en que esa prueba sea intuitiva. Esto es, debe poderse dar con anterioridad a la experiencia la intuición correspondiente al concepto. Así, en matemáticas es siempre posible obtener demostraciones apodícticas, pero en conceptos empíricos y en conceptos puros nunca existe tal posibilidad dado que en los primeros la experiencia enseña lo que es, pero no que eso



no pueda ser de otro modo, y en los segundos, dado que no pueden presentar ninguna intuición a priori nunca alcanzan la evidencia.

Ahora bien, cuando la metafísica general (filosofía trascendental) tiene necesidad de ejemplos, es decir, de intuiciones para dar significado a los conceptos puros del entendimiento, debe tomarlos prestados de la teoría general del cuerpo (física) y, por lo tanto, de la forma y de los principios de la intuición externa. Sin ellos la metafísica general vaga entre conceptos vacíos de sentido. Ni las matemáticas, ni la filosofía trascendental bastan para determinar un objeto. Pero han de ser la matemática y la filosofía trascendental las que, aportando aquélla las formas y principios de la intuición externa, es decir, fundando la aplicabilidad de las matemáticas a la totalidad de los fenómenos, y, ésta, las formas de toda la legalidad del objeto posible, convertirán esa teoría del cuerpo en una ciencia cabal. Los únicos juicios sintéticos a priori que tienen trato con un objeto determinado, es decir, los únicos en los que se plasma el verdadero problema trascendental, son los juicios sintéticos a priori de la física. Es sobre el trasfondo de la física-matemática que cobran sentido las fatigas de la *Análisis Trascendental*.

Ahora bien, si el objeto físico, si la cosa natural determinada, si la cosa material tiene que ser dada a posteriori ¿cuál es el significado de lo a priori en los principios metafísicos de la física? ¿qué son esos primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza? Antes de responder estas preguntas, permítaseme aclarar algunas ideas que servirán para ese fin

Según la famosa distinción que Kant hace en la *Arquitectura de la Razón Pura*, toda filosofía es, o bien conocimiento que parte de la razón pura, o bien conocimiento racional que parte de principios empíricos. La primera la llama filosofía pura, la segunda, filosofía empírica. A su vez, la filosofía pura, de acuerdo a su función, se divide en: propedéutica, que investiga la capacidad de la razón respecto de todo conocimiento a priori y que Kant llama *crítica*, y metafísica, que se ocupa de la investigación del conocimiento sistemáticamente ordenado y

global, derivado de la razón pura. Esta última, a su vez, se divide en metafísica del uso especulativo de la razón y en metafísica del uso práctico, constituyendo la primera la metafísica de la naturaleza y la segunda la metafísica de la moral.

“La primera contiene todos los principios puros de la razón derivados de simples conceptos y relativos al conocimiento *teórico* de todas las cosas; la segunda abarca los principios que determinan a priori y convierten en necesario el *hacer* y el *no hacer*” (A842-B870).

La metafísica de la naturaleza comprende: la filosofía trascendental y la fisiología de la razón pura. La filosofía trascendental se ocupa de la investigación de todos los conceptos y principios del entendimiento y la razón, pero referidos a un objeto en general, no interesándose con ninguna clase de objetos dados; esto es, investiga las condiciones generales de una experiencia posible, sin considerar la forma en que esos principios se aplican a objetos dados en la experiencia. La fisiología de la razón pura, en cambio, considera la naturaleza, es decir, el conjunto de objetos dados, partiendo de principios racionales. Esta fisiología de la razón pura, de la que Kant afirma que realiza un “examen racional de la naturaleza”, se divide a su vez en immanente y trascendente. La primera se refiere a la forma en que los principios racionales se aplican a la naturaleza *in concreto* y de esta manera encontrar la parte pura de la naturaleza, la segunda se refiere a la conexión que liga los objetos empíricos, esto es, a una unidad proyectada desde la razón y que sobrepasa toda conciencia empírica inmediata. La fisiología immanente estudia la naturaleza como conjunto de todos los objetos de los sentidos y, consiguientemente, tal como se nos da, pero sólo según las condiciones a priori en las cuales puede dársenos. “Naturaleza” debe entenderse aquí del modo en que Kant sugiere en el Prefacio a los *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*<sup>14</sup> (en adelante *Primeros principios*). Allí Kant distingue dos sentidos en los cuales puede entenderse “naturaleza”. El

---

<sup>14</sup> I. Kant, *Primeros principios de la ciencia de la naturaleza*, México, UNAM, 1993.

primero, que llama “formal”, tiene que ver con lo específico de cada cosa, con las notas que definen a cada existente. En este sentido, puede haber tantas ciencias de la naturaleza como cosas específicamente diferentes hay. El segundo sentido, que llama “material” ( el objeto de la fisiología inmanente), refiere al conjunto de todas las cosas en tanto que pueden ser objetos de nuestros sentidos. De acuerdo con esto, y ateniéndonos a la distinción primaria entre sentido externo e interno, la naturaleza así planteada comprende dos partes principales: la que contiene los objetos del sentido externo, el conjunto de los cuales es la naturaleza corpórea, y la que contiene los objetos del sentido interno, el conjunto de los cuales es la naturaleza pensante.

Ahora bien, la fisiología inmanente tiene como fin determinar la parte pura de la naturaleza concreta, ya se trate de la naturaleza corpórea o de la naturaleza pensante. No obstante, Kant se pregunta qué hace falta para que esa tarea se lleve a cabo y se responde tanto en la *CRP* como en los *Primeros Principios*, de la siguiente forma: “...no tomamos de la experiencia más que lo necesario para darnos un objeto, sea del sentido externo, sea del sentido interno. Lo primero sucede mediante el simple concepto de materia (extensión impenetrable e inerte); lo segundo, mediante el concepto de un ser pensante (en la representación empírica interna “Yo pienso”). Por lo demás, en toda la metafísica de estos objetos, deberíamos abstenernos por completo de todos los principios empíricos que pretenden añadir alguna experiencia al concepto con vistas a extraer de ella algún juicio acerca de tales objetos.”(A848-B876). Y en los *Primeros Principios*: “O bien de la naturaleza particular de tal o cual clase de cosas, de las que se da un concepto empírico, y se lo da de tal modo que, aparte de lo que está contenido en ese concepto, no se utiliza ningún otro principio empírico para el conocimiento de dicha clase de cosas (por ejemplo, pone como punto de partida el concepto de una materia o el de un ser pensante y busca el alcance del conocimiento del que la razón es capaz a priori respecto de esos objetos)”. (Kant, I. 1993, pág.102)

Kant es consciente de que está haciendo uso de un sentido de “a priori” bastante poco ortodoxo, por lo que advierte de inmediato que aún a esta clase de disciplina debe llamársele “metafísica de la naturaleza”, aunque recuerda de nuevo que se trata de una metafísica particular, esto es, una metafísica en la cual los principios trascendentales son aplicados a las dos especies de objetos que caen bajo nuestros sentidos.

Ahora bien, de acuerdo a los dos usos de la razón que examinamos anteriormente, mediante el uso filosófico o por conceptos sólo es posible pensar un objeto en general, nunca las determinaciones particulares de la experiencia concreta; el uso matemático, en tanto, tiene la capacidad de presentar la intuición a priori correspondiente al concepto, y por eso Kant lo llama un uso por construcción de conceptos. Si sostenemos que en la metafísica de la naturaleza los principios han de ser aplicados a un objeto particular de los sentidos (externo o interno), entonces *a fortiori* necesitamos que se dé la intuición a priori correspondiente al concepto, es decir, que el concepto sea construido. De esto se sigue la afirmación de Kant de que “...en toda teoría particular de la naturaleza no podrá encontrarse ciencia EN SENTIDO PROPIO, más que en la medida en que pueda encontrarse MATEMÁTICA en ella” (Ibídem, pág. 102, las mayúsculas son de Kant)

Como decíamos un momento atrás, de acuerdo a la distinción general entre sentido interno y externo, habrá dos clases de metafísica especial de la naturaleza: la de la naturaleza pensante y la de la naturaleza extensa o corpórea. Sin embargo, la primera difícilmente puede alcanzar el rango de ciencia de la naturaleza en sentido propio: toda teoría empírica consiste en determinar las leyes del cambio de una sustancia durable. Pero lo único que es durable es lo extenso y no hay cambio salvo de lo que dura. La naturaleza pensante no es extensa; no puede saberse de ella si dura o si cambia. Por eso no hay ciencia experimental del alma. Además no puede aplicarse la matemática a los fenómenos del sentido interno más que en un sentido muy

débil (el de la aplicación de la ley de continuidad al flujo de la conciencia). La cosa material o corpórea, en cambio, es extensa y admite, por lo tanto, la aplicación de la matemática. El nombre de ciencia de la naturaleza en sentido propio queda reservado entonces, con exclusividad, a la teoría de la naturaleza corpórea. Esta teoría ha encontrado el camino seguro; pero el filósofo debe preguntarse si esa pretendida seguridad está bien documentada. Para poder aplicar la matemática a la teoría del cuerpo, único modo de convertirla en ciencia, habrá que exhibir “los principios de la CONSTRUCCIÓN de los conceptos que pertenecen en general a la posibilidad de la materia”(Ibídem, pág.104).

El procedimiento entonces, descansa en el concepto empírico de materia y por medio del análisis del mismo se encuentran ciertos predicados que serán sometidos ulteriormente a una nueva síntesis bajo las condiciones trascendentales de la naturaleza en general. El resultado serán los principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza que, además de constituir principios sintéticos a priori, en ellos puede esperarse “la ABSOLUTA COMPLETTUD de las ciencias, cosa que uno no puede prometerse en ninguna otra clase de conocimientos; por lo tanto, también aquí, al igual que en la metafísica de la naturaleza en general, se puede, pues, aguardar con confianza la completitud de la naturaleza corpórea” (Ibídem, pág.105). Sin embargo, existen algunos problemas con estos rasgos predicados de los principios metafísicos de la ciencia natural. En primer lugar, si recordamos la fuerza con la que Kant niega que fuera de las matemáticas se encuentren definiciones, axiomas y demostraciones en sentido estricto y a ello unimos sus consideraciones acerca de la utilización de un concepto empírico, para la edificación de la metafísica particular, entonces parece difícil seguirse la *ABSOLUTA COMPLETTUD* en estas disciplinas. En efecto, si fuera de las matemáticas sólo llevamos a cabo una simple “determinación de una palabra”, esto es, sólo construimos un significado que de ninguna manera es exhaustivo en cuanto a las distinciones que allí es posible incluir,

quedando sujeta a que “las nuevas observaciones eliminen algunas de ellas o añadan otras”(A728-B756), entonces creo que hay al menos un componente de los principios metafísicos de las ciencias particulares del cual puede esperarse un desarrollo futuro a la luz de la investigación empírica del orden de cosas de que se trate, arrastrando consigo consecuencias insospechadas al orden de los principios metafísicos. Kant es explícito acerca de este rasgo de la ciencia natural, en la primera *Crítica* así lo expresa: “ En las ciencias de la naturaleza hay, en cambio, una infinidad de conjeturas respecto de las cuales nunca podemos esperar seguridad, ya que los fenómenos de la naturaleza constituyen objetos que se nos dan independientemente de nuestros conceptos y cuya clave no se halla, por tanto, ni en nosotros ni en nuestro pensamiento puro, sino fuera de nosotros”(A481-B509).

En cuanto al rasgo de aprioridad concedido a los principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza, y como parece seguirse en cierta forma de las anteriores consideraciones, podría decirse que el elemento empírico en la construcción de esos principios debilita el sentido de a priori que Kant había instaurado en la *CRP*. Ya no hablamos aquí de independiente de toda experiencia, sino dependiente aunque en un grado mínimo. Pero la única manera en la cual podemos dar sentido a estas consideraciones en torno a la idea de una parte pura en la ciencia de la naturaleza es examinando con detenimiento qué quiere decir Kant cuando habla de la necesidad de utilizar un concepto empírico para construir la parte pura de la ciencia de la naturaleza, y qué sentido de a priori estaría usando para caracterizar a los principios resultantes.

Debe ser dicho en primer lugar, que cuando Kant habla de un concepto empírico sobre el cual erigir la parte pura de las ciencias particulares, digamos el de materia, no está hablando de cualquier concepto empírico pensado desde una perspectiva cualquiera por fuera de la ciencia. Antes bien, se está refiriendo a un concepto empírico que ya pertenece a una teoría

más o menos bien confirmada y que por ende se encuentra ciertamente "legitimado"<sup>15</sup>. Es un concepto que ha obtenido sus credenciales aún antes de ser incorporado a una teoría científica comprehensiva<sup>16</sup>. Esto es, creo que Kant aceptaría que aún antes de haber desarrollado una teoría comprehensiva de la naturaleza, podemos ser capaces de reconocer empíricamente que ciertos conceptos deben figurar en cualquier teoría exitosa. Así, por ejemplo, la experiencia puede enseñarnos que todas las entidades con las cuales nuestra ciencia estará implicada tendrán ciertas propiedades particulares. De este modo, el concepto que se distingue como teniendo esas propiedades debe encontrar algún lugar en nuestra teoría- aunque no necesariamente como un concepto fundamental. Entonces, para Kant uno comienza usando la experiencia para legitimar ciertos conceptos. Sobre la base de ellos, se usan procedimientos a priori para construir una teoría comprehensiva y quizás teorías subsidiarias. Una vez este estadio ha sido obtenido se ha alcanzado un marco dentro del cual la interrogación experimental de la naturaleza puede comenzar provechosamente. La ciencia natural pura es importante porque nos lleva desde una posición en la cual las ingenuas observaciones nos enseñan que algunos conceptos son legítimos a una situación en la cual podemos proponer y probar hipótesis teóricas precisas.

Falta no obstante aclarar aquí qué entendemos por "a priori" o "procedimientos a priori". Un procedimiento a priori es un tipo de proceso disponible a un sujeto con nuestras capacidades cognitivas, esto es, equipado con las funciones conceptuales que Kant creía que

---

<sup>15</sup> Isabel Cabrera, en "Conocimiento necesario en Kant" *Dianoia*, Vol. XI.1, 1995, en el contexto de su discusión del problema de la analiticidad, el análisis conceptual y la teoría de la definición en Kant, ha hablado de "atrincheramiento" en ciertos conceptos empíricos que permite hablar de analiticidad en un sentido restringido. De acuerdo a lo que estoy tratando creo que el mismo problema aqueja al conocimiento sintético a priori en la ciencia natural, pero esto es algo que Cabrera pasa por alto diciendo que "los problemas que pudieran tener sus criterios de analiticidad no amenazan el proyecto más querido de su epistemología". (Pág. 133)

<sup>16</sup> Al final de este capítulo haré algunas observaciones más precisas acerca del uso que aquí hago de "teoría comprehensiva" y "teoría subsidiaria", baste aquí señalar que con ello quiero significar la diferencia que hay entre un marco conceptual general como una entidad perdurable y las varias teorías que ese marco alberga y que en cierto sentido unifica.

caracterizaban a los sujetos humanos, y si se sigue tal proceso conduce a la obtención de determinada pieza de conocimiento. ¿Qué tipos de procedimientos podrían contar como a priori?

En la *CRP*, Kant divide los procedimientos a priori en tres tipos. El análisis conceptual es un procedimiento que, a pesar de que Kant diga muy poco de él, se piensa que nos proporciona conocimiento de verdades analíticas. Dos procedimientos nos dan conocimiento a priori de verdades sintéticas. La construcción en la intuición pura es la ruta para el conocimiento a priori matemático. Como veíamos anteriormente, Kant cree que construir figuras geométricas en la intuición e inspeccionarlas con el ojo de la mente nos expone los rasgos del espacio y así obtenemos conocimiento a priori de las verdades geométricas.

Un tipo diferente de procedimiento a priori consiste en el análisis de las condiciones de la experiencia posible. Los argumentos avanzados en los *Principios del entendimiento puro*, en la *CRP*, intentan ejemplificar este tipo de procedimiento. Kant señala como misión propia de la analítica de los principios el constituirse como una propedéutica de la actividad de juzgar. Si se define, como Kant lo hace, al entendimiento como la *facultad de las reglas*, entonces el juicio es la capacidad de subsumir bajo reglas, es decir, la facultad de discernir si algo cae o no bajo una regla dada. El papel de la analítica de los principios consiste en indicar reglas que corrijan, aseguren y promuevan la facultad de juzgar.

La filosofía trascendental tiene la peculiaridad de exhibir, no sólo las reglas intrínsecas en los conceptos puros del entendimiento, sino también indicar el caso al que son aplicadas, es decir, mostrar las condiciones generales y suficientes para que se dé un conocimiento a priori de objetos. Así, mediante la exposición tanto de las condiciones sensibles que hacen posible la aplicación de conceptos puros del entendimiento, como de los principios sintéticos mismos que surgen a priori de esos conceptos, Kant nos ilustra un procedimiento a priori para obtener



conocimiento de proposiciones sintéticas. De este modo, en los *Primeros Principios*, Kant está intentando mostrar cómo partiendo de un concepto empírico generalmente aceptado y sometiendo al procedimiento a priori concentrado en los *Principios del entendimiento puro*, obtenemos nuestros principios metafísicos de la ciencia natural, que son al mismo tiempo las leyes fundamentales de la mecánica de Newton.

Kant afirma que cierto concepto de materia es legitimado por la experiencia. Los objetos espaciales que nos afectan deben tener ciertas propiedades que nosotros aprehendemos descubriendo hechos muy generales acerca de cómo nuestros sentidos son afectados. El rasgo fundamental que Kant “rescata” del concepto de materia es el movimiento. Pues es únicamente a través del movimiento que el sentido externo es afectado. Esto es, es únicamente a partir del hecho de que un objeto cambie su posición en el espacio, que mi aparato perceptual puede ser afectado y de allí, que las funciones lógicas del entendimiento subsuman ese objeto bajo ciertas reglas.

Así, es al movimiento como atributo fundamental de la materia, que el entendimiento remite los demás predicados que pertenecen al concepto de un objeto en general. Para ello se seguirá obviamente la tabla de las categorías, por lo que en primer lugar se considerará el movimiento bajo la categoría de cantidad, atendiendo a su composición y haciendo abstracción de la cualidad del móvil; en segundo lugar se trata el movimiento como perteneciente a la cualidad de la materia bajo el nombre de fuerza motriz originaria; en tercer lugar se trata la materia dotada de esa cualidad pero en relación con otras, en virtud de su movimiento y por último se determina el movimiento o el reposo de la materia como fenómeno de los sentidos externos. Kant titula a esas cuatro secciones en sus *Primeros Principios*, *Foronoma*, *Dinámica*, *Mecánica* y *Fenomenología*, respectivamente.

Como mencione en la nota al pie número 13, las analogías de la experiencia reflejan claramente el contenido de los principios de la mecánica de Newton. Allí también decía que solamente después de admitir el concepto empírico de materia y de someterlo bajo las condiciones generales del conocimiento, obtenemos una formulación más clara de esos principios newtonianos. Especialmente, en el capítulo III de los *Primeros Principios*, Kant presenta las tres leyes de Newton como resultado de someter el concepto de materia a los principios trascendentales de substancialidad, causalidad y comunidad. A continuación, voy a comentar brevemente este capítulo de los *Primeros Principios*, con el fin de completar el esbozo de lo que Kant llama una “parte pura” en la ciencia de la naturaleza, así como para apoyar mi anterior interpretación de que la metafísica de la naturaleza adquiere expresión en la física de Newton. Por mor de la brevedad, trataré únicamente la derivación explícita de las leyes del movimiento de Newton, haciendo abstracción de las consideraciones iniciales acerca de la definición de cantidad de materia y cantidad de movimiento.

La ciencia de la mecánica investiga las relaciones entre los cuerpos materiales móviles dotados de fuerza motriz y establece las leyes empíricas que los rigen. Los primeros principios metafísicos de la mecánica deberán ocuparse, entonces, de dar fundamentos a priori a las leyes de esta ciencia.

La *Foronómia* trató del movimiento, con independencia de sus causas y haciendo abstracción de las propiedades materiales del móvil. La *Dinámica* trató de las fuerzas originarias de la materia que son la causa del movimiento, pero todavía en ausencia de todo movimiento. En el capítulo que nos ocupa Kant realiza la “síntesis” de los elementos de los dos capítulos anteriores: el movimiento puramente formal de la *Foronómia* se infunde – por así decirlo – en la materia real, puramente inerte pero potencialmente móvil de la dinámica. De estas nupcias entre la materia y el movimiento surge el concepto del movimiento real o en acto, del

movimiento físico: cuerpos dotados de movimiento y con capacidad de comunicarlo a otros cuerpos.

Pasemos ahora a la enunciación de las leyes. En cuanto a la primera ley de la mecánica, Kant la enuncia como sigue: “ En todos los cambios de la naturaleza corpórea, la cantidad de materia como un todo permanece la misma; no es ni aumentada ni disminuida” (Ibidem 1993, pág.179). Para demostrar esta ley habrá que determinar cuál es la sustancia de la materia.

Sustancia, en metafísica, es aquello que existe con independencia de todo otro objeto y el sujeto último de todos sus accidentes. En la materia, el sujeto último de todos sus accidentes es aquello que la diferencia de la mera extensión, es decir, su movilidad en el espacio. Ahora bien, lo móvil en el espacio tiene partes que a su vez son móviles y por lo tanto materiales. Luego, cada una de esas potencialmente infinitas partes móviles será sustancia material. Valdrá, entonces, para ella todo lo afirmado de la sustancia posible en general, i.e., que no puede ni generarse ni perecer. Pero entonces, la cantidad de materia, en tanto multitud de las sustancias en las cuales consiste, no puede ni aumentar ni disminuir, o sea, permanece, como un todo, siempre idéntica a sí misma.

Segunda ley de la mecánica (primera ley de Newton): “Todo cambio de la materia tiene una causa externa (todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento en la misma dirección, con la misma velocidad, a menos que sea obligado a abandonar tal estado por una causa externa.)” (Ibidem pág.181). De igual manera que en la primera ley, se trata de aplicar a la naturaleza material un principio general de la metafísica, en este caso el de que todo cambio tiene una causa. La cantidad de materia, como ya se probó, es inalterable. Además, la materia, en tanto que mero objeto de los sentidos externos, no tiene otras determinaciones que las de las relaciones externas en el espacio. Por lo tanto, el único cambio posible será el de esas relaciones espaciales, es decir, el movimiento. Todo cambio será de un movimiento por otro o

de movimiento por reposo o de reposo por movimiento. Pero, según nuestra ley general, todo cambio tiene una causa. Luego, todo cambio en el estado de movimiento de la materia deberá obedecer a una causa. La causa no puede ser interna pues la materia no tiene ninguna determinación interna ni fundamentos para ella. Luego, la causa debe ser externa.

Tercera ley de la mecánica (tercera ley de Newton): “En toda comunicación de movimiento, acción y reacción son siempre iguales una a otra” (Ibidem pág.182). Se aplica a la naturaleza material el principio general de la metafísica que afirma que toda acción es acción recíproca. Para demostrar esta ley dentro de los límites de la mecánica, bastará probar que toda acción recíproca es reacción.

Según el principio de la metafísica general, todas las relaciones activas deben ser relaciones recíprocas. Luego, los cambios de las relaciones de las materias en el espacio, es decir, sus movimientos, no pueden ser pensados sino como movimientos recíprocos. De aquí, que ningún cuerpo que recibe movimiento del movimiento de otro pueda ser considerado en reposo absoluto sino solamente como en reposo relativo, es decir, moviéndose con su espacio relativo en dirección contraria del que lo mueve en el espacio absoluto.

Para dos cuerpos que actúan el uno sobre el otro, Kant adopta por espacio absoluto aquel espacio relativo en el que los cuerpos intercambian la misma cantidad de movimiento, i.e., repartiendo las velocidades en relación inversa de las masas. Lo que es reposo, después del choque, respecto del espacio absoluto, es, respecto del espacio empírico, movimiento de los cuerpos con la dirección del que choca y con velocidad igual a la que se adjudicó al espacio del que estaba en reposo relativo para equiparar la cantidad de movimiento del primero antes del choque.

En el último capítulo, titulado *Fenomenología*, Kant trata la modalidad del movimiento según la posibilidad, la existencia y la necesidad, y tiene como propósito la transformación de la

aparencia (*Erscheinung*) en experiencia (*Erfahrung*). Más específicamente, su propósito es transformar los movimientos aparentes en movimientos verdaderos. Aquí parece que Kant está siguiendo el libro III de los *Principia* de Newton, que aplica las leyes del movimiento a lo observable de manera de derivar de los movimientos aparentes o relativos en el sistema solar la ley de gravitación universal y, al mismo tiempo, establecer un marco de referencia privilegiado relativo al cual la noción de movimiento verdadero es empíricamente definida.

Lo importante a destacar de esta demostración es que a pesar de que parte de regularidades observadas o meramente inductivas, que se someten a las leyes del movimiento ya demostradas como a priori, se llega a una ley que es, en un sentido importante de la palabra, necesaria. De acuerdo a la forma en que Kant define la necesidad en los *Postulados del pensamiento empírico*: “Aquello cuya interdependencia con lo real se halla determinado según condiciones universales de la experiencia es (existe como) necesario” (A218-B26), la ley de gravitación universal satisface esta noción de necesidad con exactitud: es determinada en conexión con lo actual (las leyes de Kepler vistas provisionalmente como registrando movimientos verdaderos) y de acuerdo con las condiciones universales de la experiencia (los principios trascendentales del entendimiento, especificados en los principios metafísicos de la ciencia natural).

De este modo, queda constituida para Kant la parte “pura” de la ciencia natural, que según su opinión, alcanza la absoluta completitud en lo que a su contenido se refiere debido a que los conceptos o funciones bajo los cuales se hace “pasar” el concepto empírico de materia, los cuales agregan a éste determinaciones que no estaban incluidas en él, es la tabla de las categorías, y aquí “no podemos hacer nada más, ni descubrir ni agregar, sino solamente mejorar los sitios en los que puedan faltar claridad o profundidad” (Ibídem pág.108).

**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**

En este último punto es donde tradicionalmente se han centrado las críticas a Kant, a saber, en su insistencia sobre la absoluta necesidad y universalidad de los principios trascendentales. Dicho sea de paso, podría argüirse a favor de Kant que él intentó avenirse filosóficamente con la teoría física mejor confirmada de todos los tiempos y que ello le impidió pensar la posibilidad de que sus principios fueran susceptibles de ser abandonados. Sea como fuere, esa es quizás la parte menos interesante que podemos discutir de la concepción kantiana de la ciencia.

En nuestra interpretación, hemos enfatizado el método de Kant para obtener una ciencia natural pura, el que comienza con un concepto empírico central para el orden de cosas de que se trata y al cual se agregan determinaciones teóricas, por medio de un procedimiento a priori, para constituir la serie de principios fundamentales de la teoría. No me interesa pensar aquí si las determinaciones teóricas que Kant posuló eran correctas o no, lo que quiero sugerir es que el método empleado por Kant puede leerse en la práctica científica de nuestros días.

La mayoría de los manuales que enseñan a los principiantes los principios generales de la relatividad, la teoría electromagnética o la física de partículas, comienzan desde una conceptualización particular de los fenómenos y proceden, mediante pasos que no hacen una referencia obvia a descubrimientos empíricos, a conclusiones sorprendentes. Similarmente, las derivaciones de las ecuaciones centrales de la biología de poblaciones, parecen adoptar una descripción particular de la situación a ser estudiada, y luego avanzar a la enunciación de leyes precisas sin un mayor recurso a la experiencia.

La idea fundamental consiste en el reconocimiento de que la ciencia parte de ciertos hechos reconocidos, más o menos atrincherados (expresados en conceptos), y los somete a una elaboración ulterior a la luz de principios teóricos que ella misma establece con

independencia de la experiencia y que tienen por finalidad reformular o redefinir el contenido de esos hechos primarios.

Temprano en nuestra exposición enfatizamos las diferencias en el orden de la definición real y nominal. Allí señalamos que Kant reservaba el orden de la definición real únicamente para las matemáticas donde sólo es posible “construir” propiamente un concepto, mediante la reunión sintética de las notas que se presentan a la intuición pura. En las otras ciencias, que se mueven en el orden de la definición nominal, sólo logramos una determinación fragmentaria del objeto.

Lo que Kant parece proponer en su método de edificación de la ciencia natural pura es lo que Luis Villoro<sup>17</sup> ha caracterizado como una “redefinición” de los conceptos. En efecto, recogiendo una distinción que Kant propone en su *Lógica* entre concepto efectivo (*wirklichen Begriffes*) y concepto total (*ganzen Begriffes*), Villoro sostiene que los juicios sintéticos a priori son el resultado de una operación sintética que procede desde un concepto dado (un concepto efectivo), cuyo contenido puede ser oscuro, al cual se le agregan ciertas notas distintivas y esenciales del objeto en cuestión, y que culminan en un concepto total.

En el ámbito que nos ocupa, la idea sería que mediante un procedimiento a priori, se redefine el concepto empírico de materia, agregándole a priori ciertas notas que lo hacen más rico en su contenido, y del cual es posible derivar varios juicios necesarios. Como señalamos antes, esos rasgos a priori mediante los cuales se redefine un concepto pertenecen a una teoría dada (en Kant coinciden con los de la física de Newton), y son presupuestas con independencia de la experiencia. De acuerdo con esto y según lo expresa claramente Villoro: “La definición sintética incluye en el concepto total ciertas notas que *fijan* ese concepto, de tal modo que quedarán incluidas en cualquier uso posterior del mismo... Las definiciones

---

<sup>17</sup> Villoro, Luis “Definiciones y conocimiento a priori en Kant”, *Revista Latinoamericana de Filosofía*, vol. X, N°2. (1984).

sintéticas determinarían el concepto total mediante la selección de sus notas esenciales”<sup>17</sup> (Villoro, L.1984, pág. 105).

De este modo, si bien Kant se equivocó al suponer que los principios teóricos que él proponía eran necesarios y válidos para todo tiempo, nos enseñó algo fundamental, a saber, que los juicios que son fundamentales en la ciencia no se derivan por inducción, de la experiencia. Se anticipan a las experiencias posibles constituyéndolas y, en ese sentido, podemos llamarlos a priori. Y éste es, a mi modo de ver, el componente fundamental de la noción kantiana de a priori, componente que filósofos posteriores van a resaltar igualmente como esencial y que será misión ulterior de este trabajo destacar<sup>18</sup>.

Ahora bien, como decíamos hace un momento, a pesar de que las críticas tradicionales a la filosofía de la ciencia de Kant se abocaron a la tarea de mostrar que los principios que él creía universales y necesarios fueron abandonados en teorías científicas posteriores, aún es posible sostener que Kant fue exitoso al explicar el éxito de la física newtoniana, relacionándola con su explicación trascendental de la posibilidad de la experiencia.

En particular, un sistema de cuerpos o masas newtonianas gobernadas por la ley de gravitación universal desarrolla clara y precisamente la concepción kantiana de un mundo objetivo de sustancias cuyos cambios de estado son mutuamente determinados a través de conexiones necesarias. Sin embargo, la explicación trascendental de la posibilidad de la experiencia objetiva se intenta aplicar, por supuesto, a todas las experiencias – incluyendo las experiencias en el nivel del sentido común, de cuerpos de tamaño medio. ¿Cómo se extiende esta determinación rigurosa de la gravitación universal newtoniana a un nivel más apropiado al sentido común? Es aquí precisamente, creo, que una distinción entre experiencia ordinaria y experiencia científica se vuelve un problema fundamental para Kant. Su intento para

---

<sup>18</sup> Los filósofos a los que hago referencia son básicamente Hans Reichenbach y Rudolf Carnap.



solucionarlo iría de la siguiente manera: la experiencia ordinaria en el nivel del sentido común se volvería completamente objetiva y determinada en la medida en que la ciencia progresara más allá de la teoría newtoniana de la gravitación, para abarcar más y más los fenómenos de la naturaleza. Quizás mediante el descubrimiento de ulteriores leyes matemáticas – que gobiernen los fenómenos eléctricos y magnéticos, los fenómenos químicos, etc. – análogas a la ley de gravitación.

En efecto, el problema de extender el exitoso paradigma newtoniano más allá de la astronomía y la mecánica terrestre fue el primer problema que enfrentó la ciencia de finales del siglo XVIII, y Kant mismo estuvo profundamente interesado en los desarrollos que se dieron durante esa época. En particular, en las reflexiones finales de Kant sobre la ciencia natural y las bases trascendentales de la experiencia objetiva contenidas en las *Opus Postumum*, lo vemos luchando con los recientes avances en la ciencia cuantitativa del calor, en la teoría de los estados de agregación de la materia, y en la clasificación de los elementos químicos, que juntos constituyeron la revolución química de Lavoisier. Pero esto es tema de la siguiente sección.

#### 1.4 Metafísica de la naturaleza y leyes empíricas: el proyecto de la transición

Como parece seguirse de nuestra interpretación del pensamiento de Kant acerca de la ciencia en el período crítico, su esperanza era subsumir esos nuevos desarrollos científicos bajo los principios trascendentales de la experiencia y de allí extender este procedimiento más allá de la ciencia puramente newtoniana. El título propuesto para la obra que supuestamente enfrentaría esta tarea y que completaría su sistema trascendental, que de acuerdo con su opinión posee un “vacío”, fue *Transición de los principios metafísicos de la ciencia natural a la física*<sup>19</sup> (en

---

<sup>19</sup> I Kant *Transición de los principios metafísicos de la ciencia natural a la física (Opus Postumum)*, edición de Félix Duque, Madrid, Anthropos, 1991.

adelante *Transición*), donde por “física” Kant entiende las ciencias más empíricas o experimentales que se ocupan del calor, la electricidad y el magnetismo, la luz, la química, etc.

Superaría los límites de este capítulo hacer un estudio minucioso de las propuestas contenidas en esta *Transición*, hay allí innumerables aspectos interesantes que han sido trabajados con profundidad por intelectuales reconocidos<sup>21</sup>. En muchos de estos aspectos ha habido discrepancias en las interpretaciones, produciéndose un verdadero debate acerca de ellos. Si el proyecto de la *Transición* entró en conflicto con el de los *Primeros Principios*, la deducción trascendental del éter, las consideraciones sobre la revolución química; todo ello debe ser materia de un análisis cuidadoso y nada apresurado. Aquí, dentro de los límites que me impone el trabajo que llevo a cabo y de la limitación temática autoimpuesta desde el comienzo, voy a hacer abstracción de las discusiones sobre esos aspectos específicos del proyecto de la *Transición*, centrándome en la articulación e importancia conceptual de la misma como forma de completar la imagen kantiana de la ciencia natural. Veamos en primer lugar cómo define el propio Kant el proyecto que tiene en manos.

“La división superior de la ciencia natural, según su contenido, no puede ser otra cosa que entre *principios metafísicos* de la misma, los cuales están enteramente fundados en conceptos de la relación del movimiento y el reposo de los objetos externos, y la *física*, que ordena sistemáticamente el contenido del conocimiento empírico de la ciencia natural, y que por consiguiente —como se ha dicho—, con sus elementos no puede confiar en llegar con seguridad a *completud*, aunque su misión sea dedicarse a ello.

Sin embargo, puede darse una relación de un modo de conocimiento al otro, que no estará enteramente basada en Principios a priori, ni enteramente en (Principios) empíricos, sino

---

<sup>21</sup> Algunos de estos estudios son los de Tuschling, B. “Apperception and Ether: On the Idea of a Transcendental Deduction of Matter in Kant’s *Opus Postumum*” en Förster, E. Ed. *Kant’s Transcendental Deduction*, Stanford, 1989 y el de Förster, E. “Is there “a Gap” in Kant’s Critical System?”, *Journal in the History of Philosophy*, 25, 1987.

situada meramente en la transición de uno al otro, esto es: cómo buscar los elementos de la doctrina de la naturaleza que fundamenta a la experiencia, y cómo establecerlos con la completud exigida en las clasificaciones sistemáticas; cómo nos sea posible ordenarlos, llegando así a una *física* que construya un todo comparativamente completo. Pero aún sigue existiendo una tarea propia de la filosofía natural, que no contendrá ni mera metafísica de la naturaleza ni física, sino simplemente la transición de la primera a la segunda, así como el paso que conecte ambas orillas” (Kant, I., 1991, pág. 86-87).

El proyecto de la *Transición*, entonces, trata de conectar lo a priori con lo que en principio parece ser meramente empírico, de modo de mostrar que lo último puede obtener un estatus sistemático y por ende científico. Este proyecto parece, a simple vista, coincidir en sus términos más generales con la forma en que Kant presenta el problema del juicio reflexivo en la *Crítica del Juicio*. Dice Kant en la Introducción (IV): “La facultad de juzgar determinante bajo leyes universales trascendentales dadas por el entendimiento, se limita a subsumir; se le indica a priori la ley, y, en consecuencia no necesita concebir por sí misma una ley para subordinar en la naturaleza lo particular en lo universal. Sin embargo, hay tan diversas formas de la naturaleza, vale decir, tantas modificaciones de los conceptos naturales trascendentales, que han de quedar indeterminadas por aquellas leyes que da el entendimiento puro a priori, porque esas leyes sólo tienen en vistas la posibilidad de una naturaleza, que, a cambio de ello, tiene que haber también leyes que sí, a fuer de empíricas, podrían ser contingentes según nuestro conocimiento intelectual, necesitan de todo punto, si han de calificarse de leyes (como exige también el concepto de una naturaleza), que se las considere como necesarias a base de un principio, aunque no lo conozcamos, de la unidad de lo diverso. La facultad de juzgar reflexivo, cuya misión es elevarse de lo particular de la naturaleza a lo universal, necesita, pues, un principio que no puede tomar de la experiencia porque precisamente tiene que establecer la unidad de

todos los principios empíricos bajo otros principios, empíricos también, pero superiores y, por ende, la posibilidad de la subordinación de estos entre sí en un sistema" (I. Kant, 1961, págs. 22-23).

Como puede apreciarse, la analogía es notoria: así como los principios metafísicos de la ciencia natural están en relación con los fenómenos particulares de la física empírica en el proyecto de la *Transición*, así las leyes trascendentales del entendimiento están con relación a las leyes empíricas de la experiencia particular para la facultad del juicio reflexivo.

Es tentador ver el descubrimiento de Kant del juicio reflexivo como la clave para el proyecto de la *Transición*: este principio puede ser el nuevo elemento a priori que haga posible ir más allá de los *Primeros Principios*. Porque en esta última se parte de los principios trascendentales del entendimiento y se procede a aplicarlos al concepto universal de materia en general, permaneciendo dentro del dominio del esquematismo de los conceptos del entendimiento y por lo tanto del juicio determinativo. Con el nuevo principio del juicio reflexivo, somos capaces de ir más allá de la mera aplicación de los principios trascendentales, más allá de la mera subsunción de las leyes empíricas bajo las leyes ya presentes en el entendimiento. Podemos esperar extender nuestra anticipación a priori de la naturaleza empírica más allá de lo imaginado en los *Primeros Principios*. Sin embargo, si examinamos más de cerca las características del juicio reflexivo, comienzan a surgir dudas acerca de si este principio sería capaz de proporcionarnos un fundamento a priori para ciencias no matemáticas como la química o en general para la física empírica o experimental.

La formulación de Kant en la *Crítica del Juicio* (V) reza: "El principio peculiar de la facultad de juzgar es este: la naturaleza especifica sus leyes universales a leyes empíricas, de acuerdo a la forma de un sistema lógico, en representación de la facultad de juzgar" (Ibidem, 1961, pág.28) Y en la misma sección Kant enfatiza que este principio es completamente

indeterminado: “El juicio reflexivo opera con apariencias dadas, en orden a ponerlas bajo conceptos empíricos de cosas naturales determinadas de acuerdo con un principio universal, pero al mismo tiempo indeterminado de un orden sistemático en la naturaleza” (Ibidem, pág.29). Aunque el principio del juicio reflexivo postula una unidad sistemática de las leyes empíricas en el marco de posibilidades abiertas por las leyes a priori del entendimiento, no dice nada acerca del contenido de tal sistema unificado de leyes empíricas, esto es, concierne a qué leyes pertenecerán a ese sistema. Lo único que allí generamos son “máximas de la facultad de juzgar tomadas a priori como base para la investigación de la naturaleza” (Ibidem, pág.25). Y esto suena muy parecido a los principios heurísticos o metodológicos presentados en la *CRP* como productos del uso regulativo de la razón. Allí, dice Kant: “Si echamos una ojeada a nuestros conocimientos del entendimiento en toda su extensión, vemos que lo peculiar de la razón a este respecto, lo que ella intenta lograr, es la *sistematización* del conocimiento, es decir, su interconexión a partir de un solo principio. Esta unidad de la razón presupone siempre una idea, la de la forma de un todo del conocimiento, un todo que es anterior al conocimiento concreto de las partes y que contiene las condiciones que determinan a priori la posición de cada parte, así como su relación con los demás. En consecuencia, esta idea postula en el conocimiento del entendimiento una unidad completa gracias a la cual este conocimiento sea, no un agregado fortuito, sino un sistema ligado por leyes necesarias. En realidad no puede decirse que esta idea sea el concepto de un objeto, sino el de la completa unidad de los conceptos en la medida en que dicha idea sirve de regla al entendimiento” (A646-B674).

En vista de esta cercana relación, puede decirse que la facultad del juicio reflexivo, a través de sus máximas regulativas, opera de una forma puramente metodológica en el progreso de la ciencia. Comenzando desde los datos empíricos, estamos dirigidos a la búsqueda de leyes empíricas unificadas cada vez más y más generales bajo las cuales subsumir tales datos. El

punto final de este procedimiento de búsqueda es una ciencia ideal completa en la cual todos los datos empíricos son subsumidos bajo un sistema unificado de leyes empíricas máximamente general. Por supuesto, tal ideal nunca es de *facto* obtenido sino que nos aproximamos a él progresivamente. Más aún, en la medida en que la facultad del juicio reflexivo está implicada, el ideal de una ciencia completa es también enteramente indeterminado: no podemos decir nada en general acerca de su contenido, sino sólo que las leyes empíricas a ser encontradas constituirán un tal sistema unificado. Anticipar el contenido de la ciencia ideal completa sería proceder constitutivamente antes que regulativamente y por lo tanto prescribir leyes a priori a la naturaleza, esto último cayendo por completo fuera de la provincia del juicio reflexivo. Es en extremo difícil concebir, entonces, cómo el principio del juicio reflexivo pudiera generar contenido científico del tipo requerido ahora en el proyecto de la *Transición*: cómo podría ayudarnos a anticipar a priori la totalidad de las posibles fuerzas en movimiento empíricamente dadas.

El problema de la *Transición* concierne a la carencia de relación entre teoría y observación en ciencias experimentales tales como la química. En marcado contraste con el caso paradigmático de la teoría de la gravitación newtoniana, parece en este caso no haber una forma rigurosa de conectar las hipotéticas fuerzas microscópicas que subyacen a los fenómenos en cuestión, con los datos macroscópicos experimentales disponibles a nosotros. En otras palabras, parecería en este caso que nuestras concepciones teóricas de primer orden permanecerían como meras idealizaciones hipotéticas y por ende que las ciencias bajo consideración serían puramente empíricas o experimentales.

Como es notorio, el principio del juicio reflexivo, en su carácter puramente regulativo, no es capaz de llevar a cabo la tarea requerida. Como Kant lo llama en la *CRP*, su empleo es meramente “hipotético” y al carecer de toda fuerza constitutiva se dirige únicamente a buscar

la unidad de las cogniciones particulares en orden a aproximarse a la universalidad. De este modo, el principio del juicio reflexivo no puede, por sí mismo, constituir la clave para el proyecto de la *Transición*. Entonces, ¿dónde hemos de buscar esa clave y cómo debemos explicar la afirmación de Kant de que hay en su sistema crítico un “vacío” que el proyecto de la *Transición* intenta llenar? Como espero que haya quedado claro en la exposición del proyecto de los *Primeros Principios*, éste opera, por así decirlo, de “arriba a abajo”, *id est*, parte de los principios trascendentales del entendimiento puro y los aplica al concepto empírico de materia. Asimismo, en este procedimiento se aprecia el carácter constitutivo de la operación, redefiniendo el concepto empírico de materia a través de las notas que es posible predicar de él a priori. De esta redefinición, que incluye la aplicación de los principios trascendentales, obtenemos los principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza, cuya aplicación a las regularidades empíricas garantiza la obtención de la ley de la gravitación universal. En contraste a este procedimiento, el juicio reflexivo procede desde los conceptos y leyes más específicos e intenta siempre unificarlos y consolidarlos bajo conceptos y leyes empíricas más y más generales<sup>21</sup>. El juicio reflexivo, como hemos insistido antes, permanece siempre dentro del dominio de lo regulativo, porque persigue y busca el ideal progresivo de una ciencia completa máximamente unificada. Aquí podemos vislumbrar, como sugiere Michael Friedman<sup>22</sup>, el verdadero sentido de las palabras de Kant tendientes a señalar la existencia de un “vacío” en su sistema crítico.

De acuerdo con Friedman, el problema del “vacío” del que habla Kant, puede ser puesto de la forma siguiente: “What reason is there to suppose that there is any connection whatsoever between the constitutive procedure of the *Metaphysical Foundations* and the regulative procedure of reflective judgement?” (Friedman, M. 1992, pág.256). Esto es, ¿porqué

<sup>21</sup> Véase la cita de la *Crítica del Juicio* en la página 70 *supra*

<sup>22</sup> Me refiero a la parte II de su excelente libro *Kant and the Exact Sciences*, Cambridge, Harvard U. Press, 1992

al seguir las máximas regulativas del juicio reflexivo procederíamos necesariamente en la dirección de los *Primeros Principios* y la teoría de la gravitación universal? ¿No podríamos acaso, al proceder desde lo menos general a lo más general, divergir arbitrariamente de los *Primeros Principios*, en la dirección opuesta? Porque en realidad, las recomendaciones puramente metodológicas del juicio reflexivo no nos comprometen con alguna ciencia particular en especial, ni con la física newtoniana ni con ninguna otra, sólo nos impulsan a buscar una unidad siempre creciente en nuestras generalizaciones meramente empíricas. Por otro lado, si prestamos atención a la parte de los principios metafísicos, quizás encontremos más respuestas a nuestro problema. En efecto, en la Deducción Trascendental, Kant hace las siguientes afirmaciones:

“Aunque aprendemos muchas leyes por la experiencia, tales leyes constituyen sólo determinaciones especiales de otras leyes todavía más elevadas, las supremas de las cuales (a las que están sometidas todas las demás) proceden a priori del mismo entendimiento, no de la experiencia. ... Por muy exagerado y absurdo que parezca el decir que es el mismo entendimiento la fuente de las leyes de la naturaleza y, consiguientemente, de su unidad formal, tal afirmación es correcta y conforme al objeto, es decir, a la experiencia.

...Pero todas las leyes empíricas son simples determinaciones especiales de las leyes puras del entendimiento: las primeras son posibles si se someten a las segundas y se conforman a sus normas.”(A127-128).

Creo, según nuestro examen de los *Primeros Principios*, que es el desarrollo de esta obra que hace clara la naturaleza de esta importante relación entre leyes trascendentales y leyes empíricas. Porque como se ha visto, los *Primeros Principios* especifican las leyes trascendentales del entendimiento por medio del concepto empírico de materia, con el fin de obtener la doctrina metafísica del cuerpo, y de allí aún mostrar que esto último sirve como base o



fundamento de la ley de la gravitación universal. Por lo tanto, es sólo a través de esa obra que se muestra cómo los principios del entendimiento puro son constitutivos con respecto a los conceptos empíricos, en este caso, del concepto empírico de materia. Por lo tanto, debe prestarse especial atención a los resultados de los *Primeros Principios* en orden a entender cabalmente el proyecto de la *Transición*. En efecto, es importante observar que este último procede desde los principios metafísicos a la física: esto es, el proyecto de la *Transición* es una continuación del procedimiento de “arriba-abajo” iniciado en los *Primeros Principios*, no una elaboración del procedimiento de “abajo-arriba” característico del juicio reflexivo. Son numerosos los pasajes en el texto de la *Transición*, donde Kant expresa esta tendencia. Así, por ejemplo, dice Kant: “Los principios metafísicos de la ciencia natural, que proceden por puros Principios a priori, por una parte, y la física como sistema empírico de las fuerzas motrices de la materia, por otra, son ciencias particulares- teniendo la primera una tendencia natural y necesaria hacia la segunda” (Ibidem, 1991, pág.175). Sin embargo, como Kant mismo ha enfatizado innumerables veces, las categorías y los principios del entendimiento no hacen por sí mismos evidente cómo el concepto trascendental de la naturaleza en general ha de ser aplicado a la naturaleza empíricamente dada con la que de hecho nos enfrentamos. Por otro lado, como enfatizábamos antes, los únicos principios trascendentales con los cuales podemos llegar a términos con la naturaleza como empíricamente dada, son los del juicio reflexivo, pero como también apuntamos, su carácter meramente regulativo le impide conectar propiamente sus resultados con los principios constitutivos del entendimiento. Así, parece que lo que necesitamos, en orden a explicar el proyecto de la *Transición* es algo que sea a la vez constitutivo y regulativo. Esto es, algo que se avenga con lo dado empíricamente, pero a la vez que constituya ese contenido según los principios necesarios del entendimiento.

Esto parece estar de hecho pensando Kant, y así lo expresa en varios pasajes de esta obra. Veamos algunos de ellos. En 1798 dice: “La relación a un sistema doctrinal (de las fuerzas en movimiento) radica a priori en el concepto de la física como aquello hacia lo cual los fundamentos metafísicos tienen una tendencia, y este concepto del sistema es también el principio regulativo de su unificación en un todo” (Pág.166). Y ya en 1799 dice también: “Esta transición no es meramente propedéutica, pues este es un concepto fluctuante que concierne sólo a lo subjetivo del conocimiento. Es un principio formal subsistente a priori, y no meramente regulativo sino también constitutivo de la ciencia natural en un sistema” (Pág.184). Finalmente: “Principios regulativos que al mismo tiempo son constitutivos” (Pág.185).

Ya que las verdades propiamente empíricas no pueden tener otra base que la de los principios trascendentales del entendimiento, parece necesario demandar a la razón que los dos dominios sean puestos en una conexión apropiada. Y en la *CRP* expresa lo siguiente: “En efecto, la ley racional que dirige la búsqueda de tal unidad posee carácter necesario, pues, a falta de esa ley, careceríamos de razón y, sin ésta, no habría ningún uso coherente del entendimiento y, en ausencia de este uso, no tendríamos criterio alguno suficiente de verdad empírica; en orden a este criterio nos vemos, por tanto, obligados a dar por supuesto que esa unidad sistemática de la naturaleza es necesaria y posee validez objetiva”(A651-B679).

Podríamos quizás arriesgarnos a señalar que Kant está comprometido con la idea de que aún el juicio regulativo de la razón, concerniente a la naturaleza empíricamente dada, está basado en los requerimientos constitutivos del entendimiento. Aun el uso de la razón está basado en las condiciones de la posibilidad de la experiencia.

Ahora bien, como hemos visto, es sólo el trabajo de los *Primeros Principios* que pone en claro cómo el dominio de lo propiamente empírico puede estar basado en el concepto trascendental de naturaleza en general, y logra esto para el caso especial de la teoría newtoniana

de la gravitación mediante la aplicación de los principios trascendentales al concepto empírico de materia y de allí a la deducción de la ley de la gravitación universal. Sin embargo, este logro de los *Primeros Principios*, no es suficiente en ninguna forma para elucidar cómo la experiencia en general está basada en lo a priori, porque la teoría newtoniana de la gravedad comprende sólo un fragmento muy pequeño de la totalidad de los fenómenos de la naturaleza empíricamente dados. En particular, los fenómenos estudiados por las nuevas ciencias emergentes, como el calor, la electricidad y el magnetismo, y la química, quedan completamente fuera de la explicación; simplemente porque tales fenómenos están completamente desconectados de la gravitación universal. Al final, la aparentemente paradójica tarea de la *Transición* es y debe ser un problema inevitable para Kant, porque de otro modo carecemos de una concepción determinada de cómo la experiencia como un todo es posible.

## 1.5 Conclusiones

Como he intentado mostrar en el curso de estas reflexiones, el interés de Kant por la ciencia de su época, por la física newtoniana y la geometría euclídeana, no era la simple curiosidad de un hombre culto por los resultados que ofrecía el saber científico (pace Strawson). Sus intereses fueron, primero, intentar solucionar y modificar la concepción leibnizio-wolffiana a la luz de los resultados obtenidos por Newton, intentando una verdadera síntesis entre estos opuestos; segundo, en la cima de su carrera, en pleno período crítico, llevar a cabo una verdadera “reconstrucción racional” de los procesos cognoscitivos involucrados en los mejores ejemplos de conocimiento racional que tenía a la vista, la geometría euclídeana y la física newtoniana; finalmente, en su obra inconclusa, lo vemos ocupado con las emergentes ciencias experimentales y con el desafío de dotarlas de un estatus más que meramente empírico.

Para nosotros, habitantes del siglo XXI, el pensamiento de Kant en torno a la ciencia de su época puede representar, o bien el reconocimiento de una serie de errores y por ende ver su propuesta como una mera curiosidad histórica, o bien intentar abstraer esos errores (sin dejar de reconocerlos) y recoger algunas enseñanzas generales respecto de la ciencia que podamos hoy utilizar para entenderla más apropiadamente.

Hay al menos dos aspectos que nos gustaría resaltar en estas reflexiones finales. El primero de ellos es el que tiene que ver con la forma y función que Kant cree que el saber científico posee; el segundo, profundamente relacionado con el anterior, tiene que ver con la forma en que las teorías científicas comprensivas surgen y se constituyen.

Es una práctica estándar usar dos diferentes nociones de teoría científica<sup>21</sup>. En nuestro uso más restrictivo, hablamos de teorías como entidades pasajeras; así, podemos hablar de la teoría newtoniana intentando referirnos al conjunto particular de proposiciones establecidas por Newton en una obra particular, digamos los *Principia*. Siguiendo la terminología propuesta por Philip Kitcher, podemos llamar a tales entidades “teorías-versiones”. También hablamos de las teorías como entidades perdurables, e identificamos varias “teorías-versiones” incompatibles como perteneciendo a la misma teoría.

En este caso, imaginamos algo que se establece más allá del conjunto de proposiciones aceptadas por sucesivas generaciones de científicos y que unifica esos conjuntos de proposiciones como versiones de una teoría simple.

En cualquier estadio en la historia de un campo científico, podemos identificar el conjunto de oraciones que los practicantes del campo aceptan. Para algunos propósitos epistemológicos puede ser provechoso axiomatizar varios subconjuntos de esas oraciones y así

---

<sup>21</sup> El siguiente punto en mi exposición está inspirado en el trabajo de Philip Kitcher “Kant’s Philosophy of Science” publicado en *Midwest Studies in Philosophy*, 8, (1983)

obtener una multiplicidad de micro-sistemas. Sin embargo, surge inmediatamente la pregunta acerca de ¿cuál es la más extensa entidad, la teoría única que abraza las diferentes versiones?.

Una sugerencia es identificar un conjunto de proposiciones núcleo que persisten a través de la secuencia de “teorías-versiones”. Otra respuesta – la que congenia más con el espíritu kantiano – es que una teoría temporalmente prevaleciente es constituida por un “orden proyectado en la naturaleza”.

Un orden proyectado en la naturaleza es un esquema para clasificar y explicar los fenómenos naturales. Kant desarrolla esta concepción a partir de la idea de que un concepto es una regla para distinguir un conjunto de cosas (la extensión de un concepto), especificando ciertas propiedades que los miembros de la extensión han de tener.

Una teoría u orden proyectado en la naturaleza presenta una jerarquía de conceptos. En la cima de la jerarquía hay un concepto cuya extensión es el conjunto de las entidades fundamentales con las cuales la teoría concierne y a las cuales distingue por sus propiedades fundamentales. Cuando nos movemos hacia abajo en la jerarquía, encontramos conceptos que se aplican a entidades derivadas (o quizás a subconjuntos de las entidades fundamentales) y que identifican esas entidades por propiedades derivadas. Lo que esto significa es que, si un concepto  $C_{n+1}$  ocurre inmediatamente debajo de un concepto  $C_n$ , luego el hecho de que las entidades actualmente pertenecientes a la extensión de  $C_{n+1}$  tengan las propiedades  $C_{n+1}$  a ellas atribuidas se explica apelando al hecho de que las entidades en la extensión de  $C_n$  tienen las propiedades  $C_n$  a ellas atribuidas. En esta explicación, una teoría es algo que nos dice cómo agrupar juntas ciertas cosas.

Es fácil ver que una teoría, o un orden proyectado en la naturaleza, puede dar cabida a diferentes “teorías-versiones”. La teoría puede decirnos que una propiedad particular (o

conjunto de propiedades) es dependiente de otra propiedad (o conjunto de propiedades). Pero la forma exacta de la dependencia no necesita ser especificada.

Así, por ejemplo, la teoría atómica de Dalton propuso explicar las reacciones químicas en términos de cambios moleculares. Esta teoría generó un número de diferentes versiones, cada una de las cuales fue caracterizada por afirmaciones precisas acerca de cómo las moléculas se combinan en casos particulares.

De este modo, un orden proyectado en la naturaleza está constituido por presuposiciones teóricas muy generales, y de acuerdo a principios regulativos como “homogeneidad”, “especificación” y “continuidad de formas”<sup>24</sup>, se construye una jerarquía de conceptos hasta los niveles más cercanos a la experiencia. Pero como enfatizamos también en nuestra exposición, la construcción de estos órdenes proyectados en la naturaleza no puede, para Kant, hacerse de una forma completamente independiente de la experiencia. Es necesario partir de un orden de fenómenos más o menos bien confirmados o “atrincherados”, y someterlos bajo presupuestos teóricos, de modo de hacer de ellos la clave de las interrogaciones significativas a la naturaleza. Ya sin las restricciones a priori que Kant se impuso, podemos decir que la elección de esos presupuestos es puramente convencional, resultado de una libre elección regida por criterios pragmáticos. Científicos que trabajan en campos tan diversos como la física de partículas elementales y la ecología de poblaciones, proponen argumentos tendientes a justificar la aceptación de métodos particulares de resolver problemas y aún de conclusiones particulares, sobre la base de la aceptación inicial de alguna conceptualización del fenómeno bajo estudio. La filosofía de la ciencia de Kant está motivada por su conciencia de las versiones de esta práctica en el siglo XVIII. Su tesis es que la

---

<sup>24</sup> Estos principios pueden encontrarse en el *Apéndice al ideal de la razón pura* en la *CRP*.

obtención de la evidencia experimental presupone un marco que es racionalmente adoptado antes que el trabajo de experimentación comience.

La filosofía de la ciencia contemporánea ha trabajado, quizás sin conciencia de ello, bajo este paradigma de explicación del conocimiento. Tanto los filósofos que tuvieron la hegemonía en esta disciplina, como aquellos que vinieron a ocupar ese puesto, estaban más cerca el uno del otro que lo que a simple vista ha parecido. Y lo estaban porque ambos lados de esa línea imaginaria trazada a comienzos de los años 60 no eran más que “teorías-versiones” del paradigma epistemológico instaurado por Kant.

## 2.0 La geometría del siglo XIX y la evolución de lo a priori

### Introducción

Como espero haber mostrado en el capítulo anterior, Kant inicia su investigación acerca de la posibilidad del conocimiento humano a partir del hecho indubitable de la ciencia, es decir, a partir del reconocimiento de que existen al menos dos áreas del saber donde se da auténtico conocimiento. Su pregunta, por tanto, no es acerca de si el conocimiento es posible, puesto que lo es lo prueba su propia existencia, sino cómo es posible, es decir, cuáles son las condiciones, subjetivas o de otro tipo, que hacen posible la existencia de juicios necesarios sobre objetos. En otras palabras, su pregunta es acerca de la posibilidad de los juicios sintéticos a priori, es decir, juicios que afirman algo sobre objetos de la experiencia, pero que lo hacen con necesidad, esto es, con una validez que no puede estar fundada en la propia experiencia.

La fuente de la validez de estos enunciados, que conforman el *corpus* principal de las ciencias matemáticas y física, radica para Kant en dos facultades inherentes a la constitución cognitiva de los seres humanos, sensibilidad y entendimiento. A su vez, estas facultades suministran -cada una por su lado, pero en colaboración para hacer posible la experiencia como un todo-, diferentes elementos, a saber, intuiciones y conceptos. Ahora bien, las ciencias matemáticas fundan su posibilidad, es decir, fundan la posibilidad de la existencia de sus objetos en la facultad de intuición pura, la geometría en la forma de intuición espacial, la aritmética y el álgebra en la intuición temporal. Como se señaló oportunamente, la intuición provee de un medio lógico-fenomenológico en el cual los objetos de dichas ciencias se construyen siguiendo un procedimiento de acuerdo a reglas. En el caso de la física, si bien su fuente de validez está en la facultad del entendimiento y sus conceptos puros, cuando se pretende que esos conceptos tengan aplicación a objetos de la experiencia, es imprescindible que los mismos sean esquematizados vía la intuición temporal, esto es, que se los dote de un



estatus que los haga aptos para ser aplicados a objetos de una experiencia posible. De este modo, la sensibilidad pura y sus intuiciones de espacio y tiempo, posibilitan no sólo la construcción de los objetos matemáticos, sino, en cuanto facultad de receptividad, la aplicación de los mismos y de los conceptos del entendimiento a los fenómenos.

Como señalamos en la última sección de nuestro anterior capítulo— la dedicada al proyecto de la *Transición* — Kant comenzaba a preocuparse con las nuevas ciencias emergentes, disciplinas que empezaban a constituirse y que necesitaban, al igual que la física newtoniana, de un fundamento a priori que las dotara de un estatus más que meramente empírico, i.e. que se constituyeran como ciencias propiamente dichas. Lamentablemente, Kant no alcanzaría a presenciar las verdaderas revoluciones ocurridas en la ciencia del siglo XIX y por lo tanto su proyecto estaba destinado al fracaso.

Según nuestro modo de ver las cosas, la revolución más importante ocurrida en la ciencia del siglo XIX, aquella cuyos resultados impactarían más profundamente que ningún otro en el paradigma epistemológico kantiano e influiría en la epistemología y la lógica de comienzos del siglo XX, fue sin duda la revolución en geometría.

Cuando comúnmente se habla de estos cambios ocurridos en la geometría, se piensa ante todo en el surgimiento de las geometrías no-euclidianas. Pero las cuestiones acerca de si los teoremas de la geometría euclídea podían ser revertidos por un competidor no-euclídeo empíricamente verificable, sólo eran parte de los desarrollos que la geometría estaba sufriendo. Específicamente, la controversia sobre las revisiones proyectivas de la geometría euclídea es filosóficamente tan interesante como el desafío de las geometrías no-euclidianas, aunque fueron diferentes en carácter. No obstante, ambos desarrollos afectaron ante todo y en primer lugar a la doctrina de la intuición, vital para la epistemología kantiana. En efecto, la geometría proyectiva, en su intento por reformular el objeto de su estudio, define sus propios

objetos a partir de ciertos principios de orden, lo cual lleva a cabo de acuerdo a un proceso de creciente formalización e independencia de la intuición, hasta proveerse de objetos considerados como simples determinaciones puras del pensamiento. De este modo, se muestra por vez primera que la geometría puede construir sus objetos con herramientas puramente formales, sin el recurso a aquel medio cuasi-perceptual, no-conceptual, que no aseguraba la exactitud y determinación del contenido de la geometría.

Asimismo, la proliferación de las geometrías no-euclidianas, vinculando un argumento formal y uno epistemológico, afectó decisivamente la doctrina de la intuición como facultad de receptividad a priori con una forma axiomática determinada. En efecto, para Kant no hay duda alguna de que nuestra facultad de intuición espacial se encuentra determinada por los axiomas y postulados de la geometría euclídeana. En otras palabras, estamos restringidos a priori a un mundo de estructura euclídeana. Ahora bien, si se demuestra que la geometría euclídeana no es la única geometría posible, entonces se puede comenzar a dudar del estatus particular de la geometría euclídeana. Esto, en conjunción con el descrédito al que la intuición estaba siendo sometida, parecía conducir a la bancarrota del proyecto kantiano del conocimiento sintético a priori. La situación en la que estos desarrollos nos dejan es la situación en la que existe una multiplicidad de geometrías (para Riemann, infinitas), las cuales son construidas independientemente de cualquier recurso a la intuición, empleando medios puramente formales. Así, si los objetos espaciales son construidos como determinaciones puras del pensamiento, desde un punto de vista lógico-deductivo, en otras palabras, si la intuición no posee el papel que la epistemología kantiana le dio, entonces, ¿cómo explicamos la aplicación de las estructuras puras a lo dado en la experiencia? Es decir, ¿cómo podemos todavía mantener que lo conceptual tiene algún papel en la construcción de la experiencia?

Los geómetras protagonistas de estos desarrollos no ignoraron el problema epistemológico al que su trabajo había conducido. Especialmente Veronese y Klein comenzaron a preocuparse por la relación entre axiomas y experiencia, y comenzaron a hablar de “idealizaciones”<sup>25</sup>, de la idea de que lo conceptual mismo se imbrica con lo dado en la experiencia, dotando a esto último de un estatus más que meramente empírico. Aquí se gesta la que a mi modo de ver es la idea crucial a través de la cual lo a priori metodológico, esto es, la idea de que la experiencia se encuentra parcialmente constituida por elementos conceptuales, permanecerá en el seno de la epistemología de fines del XIX y comienzos del XX. Sin embargo, las observaciones de los geómetras no pasaron de ser unas cuantas intuiciones, las que a mi modo de ver encontraron una formulación filosófica más exacta en pensadores como Helmholtz y Poincaré, los que a su vez influyeron directamente en los filósofos de principios del siglo XX. Esto último será objeto de investigación en los capítulos 3 y 4.

Mientras tanto, permítaseme agregar para culminar esta ya extensa introducción, un aspecto secundario a nuestra tesis principal, pero que será de enorme utilidad para comprender cabalmente las diferentes versiones de lo a priori metodológico que veremos luego. Lo que deseo afirmar es que los diferentes modos de concebir lo a priori metodológico, esto es, como absoluto o relativo, tienen también sus raíces en los desarrollos en la geometría que veremos a continuación.

Comenzaré, pues, para ser fiel a la cronología, con el surgimiento de las geometrías no-euclidianas, para continuar luego con el desarrollo de la geometría proyectiva. Por último,

---

<sup>25</sup> Por supuesto, la noción de “idealización” que manejaron los geómetras no era nueva. Las abstracciones idealizadoras tuvieron un momento fundamental en la construcción de la dinámica galileana y de la nueva ciencia de la naturaleza. Esto fue posible por la convergencia de dos hechos fundamentales: el redescubrimiento del trabajo científico de Arquímedes, quien había aplicado el procedimiento, y la perspectiva platónica subyacente en relación a los modelos ideales, ahora despojada de sus dimensiones ontológicas y místicas. No obstante, las definiciones y teoremas de la cinemática galileana no fueron un mero ejercicio de imaginación de una “física racional”, sino una herramienta para reconstruir la realidad, y por ende habría de ser susceptible de verificación experimental, aunque oblicuamente. Para un análisis detallado del método idealizador galileano véase Mc Mullin (1985).

presentaré separadamente la concreción del proyecto formalista representado por Hilbert en contraposición al logicismo de Frege, del cual sugeriré, a la luz de recientes investigaciones, sus orígenes en la solución de von Staudt al problema de los imaginarios en geometría.

## 2.1 La geometría euclideana y el postulado de las paralelas <sup>26</sup>

Como ha sido ampliamente difundido, la geometría fue uno de los primeros sistemas matemáticos desarrollados. A pesar de saber poco acerca de sus orígenes, lo sorprendente acerca de ella es que estaba ya bien sistematizada en tiempos de Euclides.

El carácter axiomático de la geometría de Euclides – la derivación de teoremas desde sus axiomas y postulados fundamentales – fue en sí mismo una contribución sofisticada, una que todavía juega un papel básico en las formas más modernas de formular los sistemas matemáticos de manera exacta. Es sorprendente que este procedimiento hubiera sido seguido ya en los tiempos de Euclides.

Los *Elementos* de Euclides comienzan con 23 definiciones, 5 postulados, y 5 nociones comunes. Los postulados posibilitan realizar ciertas construcciones geométricas: unir dos puntos con una línea, trazar un círculo de cualquier radio con el centro en un punto, etc. Las nociones comunes son deducciones permisibles o reglas de inferencia aplicables fuera de las matemáticas: cosas que son iguales a una misma cosa son también iguales entre sí, etc. No todas las definiciones son de igual valor. Las primeras intentan definir “punto”, “línea”, “línea recta”, “superficie”, “plano”, etc.

Uno de los axiomas de Euclides, el axioma de las paralelas, causó muchísimos problemas a los matemáticos a lo largo de los siglos. Podemos formular este axioma como

---

<sup>26</sup> Para la exposición del contenido de esta sección, me he apoyado en el comprensivo libro de Roberto Torretti, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Reidel, Holland, 1978, y en el extraordinario libro de Max Jammer *Concepts of Space*, Harvard U. Press, Cambridge Mass. 1993.

sigue: para cualquier plano en el cual hay una línea recta  $L$  y un punto  $P$  que no está en  $L$ , hay una y sólo una línea recta  $L'$ , en el plano, que pasa a través de  $P$  y es paralela a  $L$ . (Dos líneas en un plano son paralelas si no tienen ningún punto en común).

El axioma de las paralelas sorprendió a los lectores de Euclides desde su presentación, su extensa y técnica formulación contrastaba con la aparente simplicidad y brevedad de los otros axiomas. Muchos sabios griegos cuestionaron la sagacidad de haber incluido a este axioma entre los enunciados asumidos sin prueba e intentaron demostrarlo. Proclo no tuvo dudas acerca de esto. Dijo que el postulado de las paralelas debía ser quitado de entre los otros postulados dado que era un teorema, y como tal, requiere para su demostración un número de definiciones y otros teoremas. La historia de los intentos que se llevaron a cabo para demostrar o refutar este axioma es interesante, pero desgraciadamente demasiado extensa para tratar aquí con detalle. La interpretación estándar de esta historia de sucesivos esfuerzos por probar el postulado de las paralelas, hizo énfasis en que el problema estaba en las “presuposiciones tácitas” que, una vez identificadas, no eran menos cuestionables que el postulado mismo que se intentaba demostrar. Lo que tenemos es la historia de sucesivos errores que podían haberse evitado si los geómetras hubieran practicado una lógica rigurosa. Pero de hecho, la lógica tuvo que ver muy poco con esto. Lo que esta secuencia de “pruebas y refutaciones” refleja es que lo que un geómetra consideraba como evidente, otros muchos lo consideraban como menos que obvio. Es decir, que lo que contaba para algunos como postulados de significado para los términos geométricos primitivos, o como verdades *ex vi terminorum*, para otros eran presuposiciones inciertas.

Esto es lo que Coffa llama la “incertidumbre semántica”<sup>27</sup> que rodea a los significados pre-axiomáticos de los primitivos geométricos, incertidumbre que se desarrolló a través de los siglos y que finalmente adquirió las proporciones de una crisis con el advenimiento de las geometrías no-euclidianas. Allí se opusieron, por un lado, los amigos de las definiciones explícitas, Frege y Russell, y por otro, los matemáticos defensores de la definición implícita, Poincaré y Hilbert. En las siguientes secciones reconstruiré, al menos parcialmente, parte de esta discusión.

En la historia que nos ocupa ahora, hay algunos nombres que deben ser tenidos en cuenta con relación a la cadena de acontecimientos que desembocaron en el descubrimiento de las geometrías no-euclidianas, a saber, John Wallis (1616-1703), Girolamo Saccheri (1667-1733), y Johann Heinrich Lambert (1728-1777).

John Wallis publicó, en el segundo volumen de su *Mathematical Works* (1693), dos conferencias que había dictado desde su cátedra en la Universidad de Oxford durante los años 1651 y 1663. La primera conferencia es una exposición de la prueba del quinto postulado dada por el matemático árabe Nasir-Eddin (1201-1274), pero la segunda contiene una demostración original. En ambas conferencias, Wallis afirma que no podemos culpar a Euclides por haber asumido tácita o postulado explícitamente verdades auto evidentes tales como la de que “dos líneas convergentes co-planales finalmente se encuentran”. No obstante, ya que varios eran de la opinión de que el quinto postulado necesitaba una prueba, Wallis propuso la suya, esperando que fuera más persuasiva que la de sus predecesores. Esta prueba está basada en ocho lemas. Los primeros siete son proposiciones probadas por los métodos usuales y bajo las presuposiciones habituales de la geometría; pero el octavo es un principio básico que Wallis no intenta probar sino sólo aclarar para que aparezca como autoevidente. Él lo establece de la

---

<sup>27</sup> Vid. J.A. Coffa “From Geometry to Tolerance: Sources of Conventionalism in Nineteenth-Century Geometry” en R. G. Colodny (ed) *From Quarks to Quasars*, Pittsburgh, University of Pittsburgh, 1986.

siguiente forma: “Para toda figura existe una figura similar de magnitud arbitraria” (Citado en Torreti, R. 1978, pág.44). Wallis observa que, ya que las magnitudes pueden estar sujetas a multiplicaciones y divisiones ilimitadas, el lema VIII se sigue de la esencia misma de las relaciones cuantitativas, en la medida en que toda figura, mientras preserva su forma, puede ser aumentada o disminuida sin límite. Dado que Wallis era bien consciente de que el quinto postulado de Euclides no podía ser demostrado a menos que introdujéramos otro postulado en su lugar, esperó que su propio postulado, el lema VIII, brillaría por su mayor evidencia.

En 1733, Girolamo Saccheri, un jesuita bien versado en la literatura sobre el problema de las paralelas, publicó un tratado cuyo libro I trata la cuestión. Allí propuso probar el quinto postulado mediante un método aún no intentado, el de la prueba indirecta. Saccheri intentó mostrar que la negación del quinto postulado es incompatible con las presuposiciones restantes de la geometría. Su obra tuvo una gran influencia sobre las investigaciones subsiguientes acerca de la naturaleza del quinto postulado. G.S. Klügel (1739-1812) la estudió cuidadosamente en su disertación doctoral y concluyó que la alegada prueba de Saccheri no era más fuerte que las otras treinta que examina en su trabajo. La disertación de Klügel fue elogiada por el filósofo y matemático suizo Johann Heinrich Lambert (1728-1777) en su *Teoría de las paralelas*, publicada póstumamente en 1786 pero escrita aparentemente en 1766. Leyendo a Klügel, Lambert conoció a Saccheri y podría decirse que su propia obra es una continuación de la de aquél. El punto de partida de su tratamiento de la teoría de las paralelas es un cuadrilátero con tres ángulos rectos. Él examina tres hipótesis acerca de la naturaleza del cuarto ángulo, a saber, que sea recto, obtuso o agudo. En tres secciones distintas, Lambert deriva consecuencias de cada una de esas hipótesis. En las pruebas basadas en la segunda hipótesis, evita sistemáticamente usar cualesquiera de las proposiciones de Euclides que fueran incompatibles con ella: sólo

hacia el final de la sección apela a una de esas proposiciones, y lo hace precisamente en orden a llevar a cabo la refutación de la segunda hipótesis.

Desde el punto de vista metodológico, Lambert combina una fuerte actitud formalista con una no menos fuerte apelación a la intuición. El anterior procedimiento puede ser entendido únicamente teniendo en cuenta esta actitud metodológica, y así su tendencia formalista lo conduce a explorar la posibilidad de un sistema deductivo basado tanto en la segunda como en la tercera hipótesis. Por otro lado, Lambert el intuicionista, cree que sólo es posible tener una representación apropiada de la segunda hipótesis en la medida en que coincidamos en dar una interpretación apropiada de los términos intrínsecamente asignificativos del correspondiente sistema formal. Así, sostiene enfáticamente que la segunda hipótesis se sostendría solamente si consideráramos triángulos esféricos en lugar de planos. Es decir, si entendemos por "línea recta" los grandes círculos de una esfera. Esas líneas rectas, como es bien conocido, siempre contienen la distancia más corta entre cualesquiera dos puntos que se encuentran en ellas. Pero en este caso son líneas cerradas, y se intersectan una con otra en más de un punto, de modo que no comparten esas propiedades de las líneas rectas ordinarias usadas en la refutación de la segunda hipótesis.

Aún más sorprendentes son las dos siguientes observaciones de Lambert: 1) la geometría de los triángulos esféricos no depende de la solución del problema de las paralelas, porque es igualmente verdadera bajo cualesquiera de las tres hipótesis; 2) la tercera hipótesis, en la cual el cuarto ángulo del cuadrilátero de Lambert es agudo, podría sostenerse como verdadera en una esfera imaginaria, i.e., en una esfera cuyo radio es un número imaginario puro.

Lambert tuvo una concepción formalista de las matemáticas que comparaba las premisas de un sistema deductivo con un conjunto de ecuaciones algebraicas cuyos términos



pueden denotar cualquier objeto que satisfaga las relaciones allí expresadas. También descubrió la idea moderna de “modelo”, esto es, de un objeto o dominio de objetos que cumplen las condiciones abstractamente establecidas en las hipótesis del sistema. Tal contenido es suministrado mediante la representación de la cuestión que, de acuerdo con Lambert, debe guiar la selección de las hipótesis.

A finales del siglo XVIII y comienzos del XIX la proliferación de tratados sobre la teoría de las paralelas fue en aumento. Los de mayor influencia fueron quizás los de Adrien Marie Legendre (1752-1833), y la *Teoría de las paralelas* de F. A. Taurinus (1794-1874). Éste último apoyaba incondicionalmente a la geometría euclídeana, pero reconoció la posibilidad de desarrollar desde un punto de vista formal un sistema consistente de geometría donde los tres ángulos de un triángulo sumen menos que  $180^\circ$ . Taurinus llevó adelante su proyecto mucho más lejos que Saccheri o Lambert, adelantando algunos resultados publicados más tarde por Lobachevsky.

En un memorando dirigido a Gauss en diciembre de 1818, F. K. Schweikart, estableció las tesis principales de una geometría que él llamó *Astralgeometrie*, probablemente para sugerir que podría ser verdadera en una escala astronómica. Gauss aprobó completamente las ideas de Schweikart que le parecieron de su propia cosecha.

Todos estos intentos posibilitaron la creación de nuevos sistemas de axiomas que se llamaron geometías no-Euclídeanas.

En ese momento, la mayoría de los matemáticos se hicieron preguntas como: “¿Qué debemos pensar de esos nuevos sistemas con teoremas tan contrarios a la intuición?”, o “¿Deben ser vistos tales sistemas como meros juegos lógicos sin alguna relación con el espacio físico? o ¿deben ser vistos como “verdaderos” y por ende susceptibles de ser aplicados a la estructura del espacio físico mismo?” Este último caso pareció tan absurdo en el momento,

que llevó a muchos matemáticos reconocidos a desarrollar sus investigaciones en forma oculta y a no presentar sus resultados de inmediato. Frege mismo opinó que las geometrías no-euclidianas eran abiertamente falsas y que debían ser puestas, junto con la astrología y la alquimia, en la categoría de las pseudociencias.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX, fue el primero en descubrir un sistema consistente de geometría en el cual el axioma de las paralelas era reemplazado por un axioma inconsistente con él. Y sabemos esto, no por la publicación de algún artículo donde expusiera tal sistema, sino por una carta que le escribió a un amigo. En esta carta, habla de estar estudiando tal sistema y de que pronto extraería de él consecuencias importantes. Agrega que ha tenido el cuidado de no publicar tales resultados debido a sus temores por las “protestas de los Boecios”<sup>28</sup>

Entonces, si abandonamos el axioma de las paralelas, ¿qué debemos poner en su lugar?. La respuesta a esta pregunta, una de las más importantes en la historia de la matemática moderna, será considerada en la siguiente sección.

### 2.1.1 Geometrías no-euclidianas <sup>29</sup>

Un intento para dar sentido a la geometría euclidea consiste en establecer lo que se ha llamado un sistema de “geometría neutral”, el cual podemos definir como todos aquellos teoremas que pueden ser probados usando sólo los axiomas de incidencia, congruencia, y continuidad, excluyendo el axioma de las paralelas. En esta geometría es posible probar un

---

<sup>28</sup> En la antigua Grecia, los Boecios eran vistos como personas de poco nivel intelectual. La traducción de su enunciado a nuestra jerga moderna sería: “esos tontos que se burlan y creen que estoy loco”.

<sup>29</sup> En lo que sigue voy a apoyarme en Greenberg (1972), Torretti (1978), Gray (1979), y Carnap (1996).

gran número de teoremas (alrededor de 287), siendo algunos de los más importantes los siguientes<sup>30</sup>:

- a) Teorema de los ángulos interiores alternos. Si dos líneas cortadas por una transversal tienen un par de ángulos interiores alternos congruentes, entonces las dos líneas son paralelas. Este teorema tiene los siguientes corolarios: COROLARIO 1: Dos líneas perpendiculares a la misma línea son paralelas. COROLARIO 2: Si  $l$  es una línea y  $P$  cualquier punto que no está en  $l$ , existe al menos una línea  $m$  que pasa a través de  $P$  y es paralela a  $l$ . Esto no significa que  $m$  es única, debemos dejar abierta la posibilidad de que haya otras líneas paralelas a  $l$  que pasan a través de  $P$ .
- b) Teorema de los ángulos exteriores. Un ángulo exterior de un triángulo es mayor que cualquier ángulo interior. Este teorema será falso en la geometría elíptica
- c) Teorema de Saccheri-Legendre. La suma de los grados de cualquier triángulo es menor o igual a  $180^\circ$ . COROLARIO 1: La suma de los grados de dos ángulos en un triángulo es menor que o igual a los grados de su ángulo exterior remoto.

Ahora bien, en la búsqueda de un axioma para poner en lugar del axioma de las paralelas de Euclides, hay dos direcciones opuestas en las que nos podemos mover:

- 1) Podemos decir que hay más de una paralela (en este caso un número infinito de ellas).
- 2) Podemos decir que en un plano, a través de un punto por fuera de una línea, no hay ninguna paralela (Euclides había dicho que sólo había una).

La primera de esas desviaciones de la geometría euclideana fue explorada por el matemático ruso Nikolai Lobachevski (1792-1856), la segunda por el matemático alemán Georg Friedrich Riemann (1826-1866).

---

<sup>30</sup> Aquí sólo enunciaré los teoremas y sus corolarios, las correspondientes pruebas aparecen en el apéndice al final del trabajo.

La geometría de Lobachevski, quien publicó sus resultados en 1835, fue descubierta independiente y casi simultáneamente por el húngaro Johann Bolyai (1802-1860), quien publicó sus resultados tres años antes. La de Riemann no fue descubierta hasta veinte años más tarde.

Para comenzar con la última de nuestras alternativas, la pregunta que surge de inmediato es: ¿cómo podemos hacernos inteligible una geometría que no posee líneas paralelas? La respuesta puede sernos dada a través de un modelo que, si bien no es exactamente el modelo de una geometría elíptica, está cercanamente relacionado a él, un modelo de geometría esférica. Pero antes deben ser aclaradas otras modificaciones.

Anteriormente establecimos que en la geometría neutral existen líneas paralelas (Corolario 2 al Teorema de los ángulos interiores alternos), de modo que si agregamos sin más el postulado de la geometría elíptica de que no hay líneas paralelas, obtenemos un sistema inconsistente. Para evitar esto, se han de modificar algunos de los otros axiomas de modo de hacer posible pensar que en la superficie de una esfera las líneas rectas en un plano son aquí representadas por los grandes círculos de la esfera. En términos más generales, decimos que en una geometría no-euclidea las líneas que corresponden a líneas rectas en la geometría de Euclides son “líneas geodésicas”. Ellas comparten con las líneas rectas la propiedad de ser la distancia más pequeña entre dos puntos dados. En nuestro modelo, la superficie de la esfera, la distancia más pequeña entre dos puntos, la geodésica, es una porción de un gran círculo. Los grandes círculos son las curvas obtenidas por el procedimiento de “cortar” la esfera con un plano a través del centro de la misma. El Ecuador y los meridianos de la Tierra son ejemplos familiares.

Si trazamos dos meridianos perpendiculares al Ecuador, esas líneas se encontrarán tanto en el Polo Norte como en el Polo Sur, por lo que podemos concluir que en una esfera no

hay líneas rectas, o cuasirectas, que no se encuentren. Tenemos luego, un ejemplo fácilmente imaginable de una geometría en la cual no hay líneas paralelas.

Las geometrías no-euclidianas pueden también ser distinguidas por la suma de los ángulos de un triángulo. Esta distinción es importante desde el punto de vista de la investigación empírica de la estructura del espacio. Gauss fue el primero en llevar a cabo este tipo de investigaciones. Creyó que una vez que la posibilidad de las geometrías no euclidianas fuera probada desde el punto de vista lógico, no había otra forma de saber si tenían aplicación a la naturaleza, que mediante una serie de pruebas empíricas.

Resulta más fácil testear triángulos que testar líneas paralelas, pues estas últimas podrían no encontrarse hasta ser prolongadas por muchos millones de kilómetros. Pero medir los ángulos de un triángulo puede ser llevado a cabo en regiones pequeñas del espacio.

En la geometría euclídeana la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos, o  $180^\circ$ . En la geometría hiperbólica de Lobachevski como veremos, la suma de los ángulos de un triángulo es menor que  $180^\circ$ . En la geometría elíptica de Riemann esa suma es mayor que  $180^\circ$ .

La desviación de  $180^\circ$ , en la geometría elíptica, puede ser vista con la ayuda de nuestro modelo esférico. Considérese el triángulo NAB en la Figura 1.0; está formado por los segmentos de dos meridianos y el Ecuador.

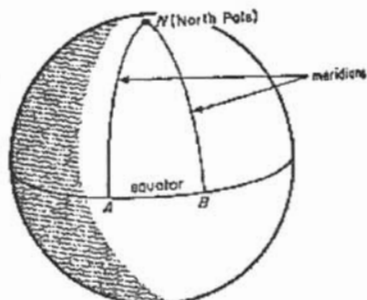


Figura 1.0

Los dos ángulos en el ecuador miden  $90^\circ$  por lo que ya tenemos un total de  $180^\circ$ . Si se agrega el ángulo en el Polo Norte ya obtenemos una suma de más de  $180^\circ$ . Si movemos los meridianos hasta que se crucen en ángulos rectos, cada ángulo del triángulo será un ángulo recto, y la suma de ellos será de  $270^\circ$ .

Gauss trató de determinar directamente, por medio de una triangulación ordinaria realizada con instrumentos topográficos, si la suma de los ángulos de un gran triángulo es igual a dos ángulos rectos o no. Ejecutó sus mediciones sobre un triángulo formado por tres montañas, la de Brocken, la Hoger y Hagen y la de Inselberg, cuyos lados miden 69, 85 y 107 kilómetros. Es innecesario decir que no detectó ninguna desviación de  $180^\circ$ , dentro del margen de error; concluyendo, así, que la estructura del espacio real es euclídeana, hasta donde la experiencia puede demostrarlo. Este fue el primer levantamiento geodésico de un triángulo en gran escala; y exigió bastante trabajo. Sus resultados deben haber desilusionado un poco a Gauss. No obstante, el resultado negativo, el hecho de que no se haya establecido ninguna desviación de la geometría euclídeana, no era concluyente, es decir, no podía servir ni para demostrar ni para refutar decisivamente sus ideas acerca del espacio, las cuales tenía en mente desde un par de años antes. Sus investigaciones experimentales sobre la estructura geométrica del espacio estaban basadas en su convicción, sugerida por el reconocimiento de la validez de la geometría no-euclídeana, de que la geometría es esencialmente diferente de la aritmética y del análisis. Mientras que las dos últimas son ramas de las matemáticas que se basan en la idea del número puro y se mantienen, por lo tanto, como conocimientos puramente racionales, en cambio, la geometría es una ciencia empírica en cuanto requiere de la investigación experimental. En una carta escrita a Bessel, Gauss decía que tenemos que admitir que el número es un producto de la mente, pero que el espacio tiene una realidad fuera de la mente, cuyas leyes no podemos establecer a priori. Gauss parecía haberse dado cuenta de que su

concepción del espacio tenía consecuencias epistemológicas de largo alcance. Esta fue quizás la anticipación de un conflicto inminente con la filosofía ortodoxa, que le hizo guardar su secreto lo más cuidadosamente posible durante varios años.

Tan absurda como pueda aún parecernos esta forma de pensar acerca del estatus de la geometría, tuvo enorme importancia en lo que tiene que ver con la estimulación a pensar de una forma no-kantiana acerca de la geometría. Las investigaciones de Gauss provocaron que muchos matemáticos comprendieran que las nuevas geometrías no euclidianas estaban planteando un problema empírico genuino.

Par ver más claramente cómo las distintas geometrías no-euclidianas difieren unas de otras, permítaseme considerar de nuevo la superficie de una esfera. Como vimos, éste es un modelo conveniente que nos ayuda a entender intuitivamente la estructura geométrica de un plano en el espacio Riemanniano. Debe cuidarse no sobre extender la analogía entre el plano Riemanniano y la superficie de la esfera, dado que cualesquiera dos líneas rectas en el espacio Riemanniano tienen sólo un punto en común, mientras que las líneas en una esfera que corresponden a líneas rectas – los grandes círculos – se encuentran siempre en dos puntos. Si consideramos, por ejemplo, a dos meridianos, ellos se encuentran siempre en dos puntos, a saber, en el Polo Norte y en el Polo Sur. Estrictamente hablando, nuestro modelo se corresponde al plano Riemanniano sólo si nos restringimos a una porción de la superficie de la esfera que no contiene puntos opuestos. Si la esfera entera es nuestro modelo, debemos asumir que cada punto en el plano Riemanniano es representado en la superficie de la esfera mediante un par de puntos opuestos. Partir desde el Polo Norte y dirigirse hacia el Polo Sur correspondería a partir desde un punto del plano Riemanniano, dirigirse en línea recta sobre el plano y retornar al mismo punto. Todas las líneas geodésicas en el espacio Riemanniano tienen la misma longitud finita y son cerradas, como la circunferencia de un círculo.

Con la ayuda de nuestro modelo esférico, podemos ver fácilmente que, en el espacio Riemmaniano, la razón de la circunferencia de un círculo respecto de su diámetro es siempre menor que  $\pi$ . La figura 1.1 muestra un círculo sobre la tierra que tiene su centro en el Polo Norte.

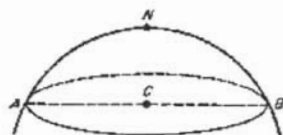
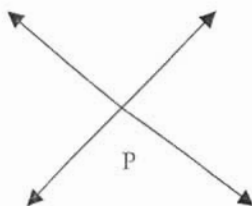


Figura 1.1

Esto corresponde a un círculo en el plano Riemmaniano. Su radio no es la línea  $CB$ , dado que ella no está sobre la superficie de la esfera, que es nuestro modelo. El radio es el arco  $NB$ , y el diámetro es el arco  $ANB$ . Sabemos que la circunferencia de este círculo tiene como razón respecto del segmento de línea  $ACB$  a  $\pi$ . Dado que el arco  $ANB$  es más largo que el segmento  $ACB$ , es claro que la razón del perímetro del círculo respecto de  $ANB$  (el diámetro del círculo en el plano Riemmaniano) debe ser menor que  $\pi$ .

Pasemos ahora al caso de la geometría hiperbólica o de Lobachevsky. Esta puede ser definida como la geometría que obtenemos asumiendo todos los axiomas de la geometría neutral y colocando en lugar del quinto postulado de Euclides el que llamamos “axioma hiperbólico” que así enunciamos: en la geometría hiperbólica existe una línea  $l$  y un punto  $P$  que no está en  $l$  tal que al menos dos líneas distintas paralelas a  $l$  pasan a través de  $P$ . Esto puede ilustrarse en la siguiente figura.







La primera consecuencia importante del axioma hiperbólico que ya mencionamos antes, es el siguiente Lema: existe un triángulo cuyos ángulos suman menos que  $180^\circ$ .

Con relación a la razón de la circunferencia de un círculo en este espacio no es tan fácil ver que se da precisamente lo contrario que en el caso del espacio elíptico: la razón de la circunferencia de un círculo respecto de su diámetro es mayor que  $\pi$ . Quizás podamos visualizarlo con la ayuda de otro modelo. Éste (que se exhibe en la figura 1.2), no puede ser usado para ilustrar la totalidad del plano de Lobachevsky, pero sí al menos para una porción limitada del mismo.

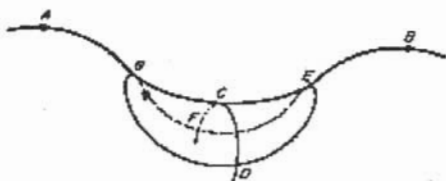


Figura 1.2

El modelo es una superficie en forma de silla de montar que refleja el paso entre dos montañas.  $A$  es la cima de una montaña,  $C$  es el paso,  $B$  es la cima de la otra montaña. Si intentamos visualizar esta superficie, encontramos que hay una curva, que pasa a través del punto  $F$  hacia un lado de  $C$ , subiendo por  $C$ , y dirigiéndose hacia el punto  $D$ . La parte de esta superficie, que incluye los puntos  $C, D, E, F, G$ , puede ser visto como un modelo de la estructura del plano de Lobachevsky.

Ahora bien, ¿qué forma tendrá un círculo en este modelo? Asúmase que el centro del círculo está en  $C$ . La línea curvada  $DEFGD$  representa la circunferencia de un círculo cuyos

puntos se encuentran a la misma distancia de  $C$ . Si alguien se encuentra en  $D$ , se encuentra en un lugar inferior al centro del círculo; si camina a lo largo del círculo hacia  $E$ , estará en un lugar superior al centro. No es difícil ver que esta línea ondulada, que corresponde a un círculo en el plano de Lobachevsky, debe ser más larga que un círculo ordinario en un plano euclideo que tenga a  $CD$  por diámetro. Por lo tanto, debido a su mayor extensión, la razón de la circunferencia de este círculo respecto de su diámetro es mayor que  $\pi$ .

Hay otro concepto importante que debemos tener en cuenta en nuestro esbozo reducido de las consecuencias de las geometrías no euclidianas, a saber, la noción de “medida de la curvatura”. Todas las superficies, sean euclidianas o no euclidianas, tienen en cualesquiera de sus puntos una medida llamada la “medida de la curvatura” de tal superficie en tal punto. La geometría de Lobachevsky se caracteriza por el hecho de que en cualquier plano, y en cualquier punto, la medida de la curvatura del plano es negativa y constante. Hay un número infinito de geometrías de Lobachevsky, cada una de las cuales está caracterizada por un cierto parámetro fijo – un número negativo – que es la medida de la curvatura de un plano en tal geometría. Debe advertirse que “curvatura” es un término técnico y no debe ser entendido en un sentido literal. En la geometría euclidea medimos la curvatura de una línea en cualquier punto, tomando la recíproca de su “radio de curvatura”. “Radio de curvatura” significa el radio de un cierto círculo que coincide, por así decirlo, con una parte infinitesimal de la línea en el punto en cuestión. Si una línea curva es casi recta, el radio de curvatura es grande. Si la línea es fuertemente curvada, el radio es pequeño.

¿Cómo medimos la curvatura de una superficie en un punto dado? Primero medimos la curvatura de dos geodésicas que se intersectan en tal punto y que se extienden en dos direcciones llamadas las “direcciones principales” de la superficie en dicho punto. Una dirección proporciona la máxima curvatura de una geodésica en tal punto, la otra da la

curvatura mínima. Definimos luego, la curvatura de la superficie en tal punto como el producto de las recíprocas de los radios de curvatura de las dos geodésicas.

Considérese, por ejemplo, el paso entre las montañas representado en la figura 1.2. ¿Cómo medimos la curvatura de esta superficie en el punto  $C$ ? Vemos que una geodésica, el arco  $GCE$ , se curva de manera cóncava, mientras la geodésica en ángulo recto a ella, el arco  $FCD$ , se curva de manera convexa. Esas dos geodésicas proporcionan la curvatura máxima y mínima de la superficie en el punto  $C$ . Es claro que si miramos a esta superficie desde abajo, el arco  $GCE$  nos parecerá convexo y el arco  $FCD$  cóncavo, pero esto no importa, por convención llamamos a un lado positivo y a otro negativo. El producto de las recíprocas de esos dos radios nos da la medida de la curvatura de esa superficie en el punto  $C$ . En cualquier punto de esa superficie, un radio de curvatura será positivo y el otro negativo, por lo que la medida de la curvatura de esa superficie será siempre negativa.

Esto no es el caso con respecto a una superficie que es completamente convexa, tal como la de una esfera o un huevo. En tal superficie, las dos geodésicas, en las dos direcciones principales, se curvarán de la misma forma. Una puede curvarse más fuertemente que la otra, pero ambas se curvan de la misma manera. De nuevo no importa de qué lado veamos a esta superficie, el producto de sus recíprocas será siempre positivo. Por lo tanto, en cualquier superficie convexa tal como la de una esfera, la medida de la curvatura será siempre positiva.

La geometría de Lobachevsky, representada por la superficie en forma de silla de montar, puede ser caracterizada de esta forma: para cualquier espacio de Lobachevsky, hay un cierto valor negativo que es la medida de la curvatura para cualquier punto y en cualquier plano de tal espacio. La geometría riemanniana, representada por la superficie esférica, puede ser caracterizada en una forma similar: para cualquier espacio riemanniano, hay un cierto valor positivo que es la medida de la curvatura para cualquier punto y en cualquier plano de tal

espacio. Ambos son espacios de curvatura constante. Esto significa que, para cualquiera de tales espacios, la medida de la curvatura en cualquier punto, y en cualquier plano, es la misma.

Para poner esta diferencia en términos más claros, podría decirse que si  $k$  es la medida de la curvatura, en el espacio euclideo  $k = 0$ ; en el espacio de Lobachevsky  $k < 0$  y en el espacio riemanniano  $k > 0$ .

## 2.2 El desarrollo de la geometría proyectiva <sup>31</sup>

La doctrina de que la geometría demostrativa es la ciencia cuantitativa de la extensión, va de la mano con la creencia difundida de que el álgebra y la aritmética son exclusivamente ciencias de la cantidad. A diferencia del álgebra, no obstante, la geometría fue capaz de liberarse de las restricciones impuestas por esta relación de una manera relativamente fácil, a pesar de la introducción de métodos algebraicos en la geometría por parte de Descartes. Ya en la antigüedad, la geometría se ocupó de relaciones de orden y posición entre las figuras, independientemente de las relaciones de igualdad o desigualdad cuantitativas. Según algunos estudiosos, los orígenes de lo que se conoce como geometría proyectiva, la cual no emplea relaciones de congruencia, puede rastrearse hasta el tiempo de Euclides, pero fue sólo hasta que los desarrollos en el arte y la arquitectura requirieron una técnica y un conjunto de convenciones apropiadas para representar figuras tri-dimensionales en un plano, que se impulsó el desarrollo de la geometría proyectiva. Sin embargo, fue en el siglo XVII cuando se comenzó a estudiar sistemáticamente las relaciones de perspectiva.

Los dos nombres de importancia involucrados en estos estudios fueron los de Desargues (1591-1661) y Pascal (1623-1662). Las contribuciones de Desargues, quien desarrolló métodos de geometría sintética, con su dependencia de los diagramas, fueron

---

<sup>31</sup> Para el desarrollo de esta sección me he apoyado parcialmente en Cassirer (1910), Nagel (1979), Wilson (1995), Tappenden (1995) y Torreti (1978).

opacadas por el método analítico cartesiano, que en manos de matemáticos como Lagrange (1736-1813) se convirtió en la herramienta que posibilitaba probar algebraicamente absolutamente todo, aún aquellos teoremas que podían serlo más sencillamente por métodos sintéticos. Esta sobrevaloración del método analítico condujo a consecuencias negativas, especialmente en lo que tuvo que ver con las necesidades de ingenieros y diseñadores durante el periodo de industrialización en el siglo XVIII, quienes estaban enfrentados a problemas de representación plana de configuraciones espaciales. Esta situación fue más tarde revertida por Monge (1746-1818), quien combinando habilidades matemáticas con conocimientos de ingeniería militar, sentó las bases de un marco teórico y un método unificado de geometría de la perspectiva. A esta historia se unen los nombres de Poncelet (1788-1867) y Von Staudt, cuyos aportes establecieron definitivamente a la geometría proyectiva como la ciencia de aquellas propiedades de las figuras que permanecen inalteradas a través de las proyecciones e independientemente de las relaciones de congruencia. Asimismo, este proceso mediante el cual la geometría se autoinstituye como la ciencia de las relaciones de orden y posición de las figuras, independientemente de las relaciones de cantidad, fue acompañado del intento por desembarazarse del recurso a la visualización intuitiva de las figuras geométricas, encaminándose a una concepción abstracta o ideal de las entidades geométricas.

En lo sucesivo, veremos paralelamente ambos desarrollos: el de la geometría proyectiva en cuanto enfrentada a la solución de los problemas de la inserción de entidades imaginarias; y el de su independencia respecto de la intuición y su camino hacia la formalización.

Comenzando con Desargues, éste propuso tratar las líneas paralelas como un caso de líneas que se intersectan en un punto, siendo este punto de intersección trasladado al infinito. Y también vio al círculo, la elipse, la parábola, y la hipérbola como formando una simple familia de curvas, sobre la base de que todo pudiera ser visto como proyecciones de una figura

común, con el centro de proyección en el así llamado “punto impropio” al infinito. Este “punto impropio”, claro está, no era algo a ser visualizado.

Monge fue aún más lejos en esta dirección. Desde el punto de vista de su geometría descriptiva, no tiene importancia si una línea recta corta otra dentro de un segmento dado de la última, o si la primera línea intersecta a la segunda en cualquier lado del segmento, porque alterando la posición de un cuerpo, digamos un cubo, con respecto al plano horizontal sobre el cual va a ser proyectado, el punto de intersección de un borde del cuerpo con una línea en el plano también será alterado. Como Desargues, él vio a las líneas paralelas como teniendo un punto en común “al infinito”. Más aún, si dos curvas se intersectan en puntos “reales” o sólo “imaginarios” depende enteramente de la posición accidental de los cuerpos a ser proyectados, uno con respecto al otro y con respecto al plano. Por ejemplo, cuando dos círculos se intersectan de la manera usual, tienen una secante común que pasa a través de los puntos “reales” de intersección de los círculos. Esta línea, llamada “eje radical”, tiene un número importante de propiedades geométricas, por ejemplo, es el lugar de los centros de los círculos que cortan los dos círculos dados ortogonalmente. No obstante, si los círculos no se intersectan “realmente”, siempre es posible, de acuerdo con Monge, determinar una línea con esas propiedades geométricas. Es decir, aunque los círculos no se intersectan realmente, aún determinan un eje radical que pasa a través de un punto “imaginario” de intersección. Elucidar la naturaleza de esos “puntos imaginarios” fue en parte la tarea de los geómetras sucesivos.

Poncelet hizo esfuerzos importantes para justificar su introducción, pero al mismo tiempo problematizó la dependencia de la geometría sintética de los diagramas explícitamente trazados. En efecto, preocupado por la aparente superioridad de los métodos analíticos en geometría, se ocupó de rastrear las fuentes de esa superioridad, encontrándolas por supuesto en el uso de los procedimientos algebraicos. Poncelet se preguntó entonces si la geometría

sintética no podría incorporar métodos tan potentes y efectivos como los del álgebra, embarcándose en una reinterpretación de los contenidos de dicha geometría.

El primer rasgo importante que Poncelet observó en el álgebra es que éste opera con signos abstractos. Liberado de cualesquiera cuestión acerca del contenido de esos signos, sus operaciones son puramente mecánicas, dice Poncelet: “Algebra employs abstract signs, it represents arbitrary magnitudes by letters which have no fixed values and which permit the magnitudes to be as undetermined as possible; consequently, algebra operates and reasons equally well on signs of non-existence as well as on signs of real quantities. ... The conclusions drawn must, therefore, possess this same generality, and can comprehend all possible cases, for all values of the letters which are involved. We thus obtain certain remarkable expressions, creatures of the brain (*êtres de raison*), which seem to be the exclusive possession of algebra” (Citado en Nagel 1979, pág. 202).

Esos “*êtres de raison*” a los cuales Poncelet llama la atención no son sino los números negativos e imaginarios, que en el momento en cuestión estaban siendo profundamente discutidos por los matemáticos, y Poncelet no duda en afirmar que el poder del álgebra descansa en el empleo de esos “*êtres de raison*” y en la reducción del razonamiento a operaciones puramente mecánicas. Asimismo, Poncelet sostiene que todas las disciplinas que emplean este mismo tipo de signos abstractos están en situación de explotar las ventajas del análisis algebraico, y si no lo han hecho, como la geometría sintética, es porque se ha estado aferrado dogmáticamente al uso y significado de los diagramas. Sin embargo, no se trata finalmente de borrar la frontera entre geometría sintética y analítica, sino de reinterpretar el uso y la significación de los diagramas empleados en la primera<sup>32</sup>. El paso dado por Poncelet

---

<sup>32</sup> Uno de los primeros que vieron la necesidad de reformular el sentido de lo que se entendía por “intuición” fue Jacob Steiner, quien sostuvo que el significado de la intuición no es la adherencia a una figura sensorialmente dada, sino que es la libre generación constructiva de figuras de acuerdo a un principio unitario. Los diferentes

consiste en no tomar a un diagrama particular dado como el objeto de estudio de la geometría, sino antes bien como un signo complejo cuyos componentes pueden ser operados sin tomar en cuenta las particularidades que se siguen de sus caracteres visualizables, y de allí obtener propiedades generales de las figuras. Más específicamente, Poncelet argumentó que en los casos en los cuales una forma persiste, pero el objeto que la acompaña se desvanece, se deben postular nuevos elementos de acuerdo al principio general de persistencia de la forma, que así expresa: "It is at bottom simply the principle of permanence or indefinite continuity of mathematical laws with respect to quantities varying insensibly, a continuity which for certain states of a given system often exists only in a purely abstract and ideal manner... The principle of continuity, considered simply from the point of view of geometry, consists in this, that if we suppose a given figure to change its position by having its point undergo a continuous motion without violating the conditions initially assumed to hold between them, the properties which hold for the first position of the figure still hold in a generalized form for all the derived figures" (Idem Nagel 1979, pág. 204).

La fuerza y conclusividad de toda prueba geométrica descansa en los invariantes del sistema, no en lo que es peculiar a los miembros individuales como tales. El único postulado que está implicado puede ser formulado diciendo que es posible mantener la validez de ciertas relaciones, definidas de una vez y para siempre, a pesar del cambio en el contenido de los términos particulares. Comenzamos considerando a la figura en una conexión general, y no la analizamos al comienzo en sus partes individuales, sino que permitimos ciertos cambios de ellas dentro de una cierta esfera definida por las condiciones del sistema. Si esos cambios proceden continuamente desde un punto de partida definido, las propiedades sistemáticas que hemos descubierto en una figura serán transferibles a cada "fase" sucesiva, de modo que las

---

casos de figuras sensorialmente dadas no son, como en la geometría antigua, individualmente concebidas y estudiadas, sino que todo el interés se concentra en la manera en la cual ellas proceden mutuamente una de otra.



determinaciones finales que se encuentran en un caso individual, pueden ser progresivamente extendidas a todos los miembros sucesivos. Como Poncelet enfatiza, nunca son las meras propiedades particulares de una figura desde las cuales comienza el tratamiento proyectivo, sino desde las propiedades de un “género”, donde “género” significa nada más que una conexión de condiciones mediante las cuales todo lo individual es ordenado. Todas las formas que pueden surgir una de otra en esta forma son consideradas como una unidad indivisible, son expresiones diferentes de uno y el mismo concepto. Obviamente, “pertenecer a un concepto” no significa aquí el que los particulares compartan ciertas similitudes genéricas, sino la presuposición de un cierto principio de transformación que se mantiene idéntico. Sobre este principio descansa la inteligibilidad del problema de los elementos imaginarios en la geometría proyectiva. En efecto, de acuerdo con Poncelet, pueden distinguirse tres diferentes procedimientos de correlación entre figuras. En primer lugar, podemos transformar una figura que elegimos como punto de partida en otra, reteniendo todas sus partes y su ordenación mutua, de modo que la diferencia consiste exclusivamente en la magnitud absoluta de sus partes. En este caso podemos hablar de una correlación directa, mientras que en el caso en que se revierte también el orden de las partes individuales podemos hablar solo de una correlación indirecta. Finalmente, la transformación puede proceder de una manera tal que ciertos elementos, que podrían ser indicados en la forma original como partes reales, desaparecen completamente en el curso del proceso. Si, por ejemplo, consideramos un círculo y una línea recta que lo intersecta, podemos transformar este sistema geométrico mediante continuos desplazamientos de una manera tal que la línea recta finalmente queda completamente fuera del círculo, de modo que las intersecciones y las direcciones de sus radios han de ser expresados por valores imaginarios. La coordinación de la figura deducida con la original no

conecta elementos actualmente presentes y observables, sino elementos meramente intelectuales, es decir, se ha transformado en una correlación ideal.

Dado que la concepción moderna de la geometría definía como su objeto de investigación no a las formas individuales en su existencia sensorial, sino las diferentes especies de dependencias que pueden subsistir entre formas, los elementos imaginarios no pueden ser rechazados, como en la geometría antigua, del campo de objetos de esta disciplina. Los elementos reales e imaginarios son, desde este punto de vista, elementos esencialmente similares, dado que ambos son la expresión de relaciones geométricas verdaderas y válidas. Es más, los elementos imaginarios sirven al propósito de oficiar como mediadores en la conexión entre las formas geométricas reales, las que sin estos elementos aparecerían como heterogéneas e inconexas.

Antes de explicitar los intentos más importantes de solución del problema de los elementos imaginarios en la geometría proyectiva, permítaseme ilustrar brevemente el proceso de construcción mediante el cual se genera, de una manera estrictamente deductiva, la totalidad del espacio proyectivo desde los conceptos simples de punto y línea recta.

El proceso comienza con la consideración de pares armónicos de puntos. En una primera fase de la geometría proyectiva, la posición armónica de cuatro puntos en una línea recta era introducida por medio del concepto de “doble proporción”. Los puntos  $a, b, c, d$  forman una secuencia armónica cuando la relación de las distancias  $ab$  a  $bc$  es la misma que la de las distancias  $ad$  a  $cd$ . Como es obvio, esta explicación dependía de la medida y comparación de ciertas distancias y por ende de relaciones métricas. La geometría proyectiva sólo obtuvo independencia cuando la determinación que es caracterizada métricamente, se derivó de una manera puramente descriptiva. En este punto, el paso fue dado por von Staudt (1798-1867) a través de su conocida construcción cuadrilátera. El procedimiento determina el cuarto punto

armónico  $d$  con respecto a tres puntos co-lineales  $a, b, c$ , construyendo un cuadrilátero de tal suerte que dos lados opuestos pasan a través de  $a$ , la diagonal a través de  $b$ , y los otros dos lados opuestos a través de  $c$ ; el punto de intersección de la segunda diagonal del cuadrilátero con la línea recta  $abc$  es el buscado punto  $d$ , que es definitivamente determinado por este método, ya que puede probarse que la construcción indicada siempre da el mismo resultado no importa qué cuadrilátero se tome por base. De este modo, sin ninguna aplicación de conceptos métricos, se establece una relación fundamental de posición mediante un procedimiento que usa meramente el trazado de líneas rectas. Así, sobre la base de la aplicación repetida de este procedimiento fundamental, se obtendría el desideratum de deducir todos los puntos del espacio ordenados de cierta manera y como miembros de una totalidad sistemática.

Cayley y Klein desarrollaron un procedimiento general que nos capacita a coordinar todos los puntos del espacio que pueden ser generados desde un punto inicial mediante construcciones armónicas progresivas, con ciertos valores numéricos y darles así una posición fija dentro de un orden serial general. Si comenzamos con tres puntos,  $a, b, c$ , en una línea recta a los cuales coordinamos los valores  $0, 1, \infty$ , luego, por medio de la construcción cuadrilátera de von Staudt, podemos encontrar su cuarto punto armónico al cual le hacemos corresponder el número 2, y podemos ulteriormente determinar un nuevo punto, que forma con los puntos  $0, 1, 2, \infty$ , un cuarto armónico y asignarle el número 3, hasta que finalmente en virtud de este método, obtenemos una variedad infinita de determinaciones simples de posición, a cada una de las cuales se coordina un número entero. Esta variedad puede ser ulteriormente completada de modo de que a todo elemento corresponda un número racional positivo o negativo.

Ahora bien, volviendo al problema del estatus de los imaginarios, varios geómetras posteriores a Poncelet se dedicaron a explicar de un modo que no tuviera que hacer referencia explícita a la postulación, cómo introducir en la geometría esos elementos imaginarios. Entre

ellos hay tres figuras fundamentales: Gergonne (1771-1859), Grassmann (1809-1877), y también von Staudt.

Gergonne parte de una concepción general del lenguaje y de la introducción de términos en él. En su opinión, las palabras se usan para cosas, para clases de cosas, y para propiedades abstractas de las cosas. Asimismo, un lenguaje también debe poseer palabras que representan relaciones, por ejemplo, “antes”, “igual”, etc. De acuerdo con el desarrollo que le es propio, los lenguajes requieren, de tiempo en tiempo, la introducción de nuevos términos. Y en opinión de Gergonne, hay dos métodos principales para llevar a cabo tal tarea: el método de la definición explícita y el de la definición implícita. El primero introduce palabras en el lenguaje que sirven como abreviaciones convenientes para palabras o expresiones ya existentes. Este tipo de definición opera mediante convenciones que establecen una identidad entre el significado de dos expresiones, de las cuales la segunda es más simple que la primera. En cuanto al segundo método, el de la definición implícita, se refiere esencialmente a la introducción de términos tales como “deseo”, “creencia”, “relación”, “anterior”, etc., cuyo significado puede ser obtenido sólo atendiendo a las circunstancias en las cuales las palabras son empleadas. Según Gergonne, hay expresiones que revelan el sentido de ciertas palabras que ellas contienen a través del sentido de otras palabras que ellas también contienen. A esto es a lo que propiamente llama “definición implícita”, y el punto esencial de la idea es que es posible asignar un significado a una palabra especificando en detalle las relaciones en las cuales esa palabra entra con otras expresiones. Gergonne aplicó este método en la definición de los elementos imaginarios en la geometría, y con ello inició, quizás conscientemente, la visión de que la geometría pura es un sistema simbólico cuyo desarrollo no requiere establecer una referencia específica para los términos definidos sólo implícitamente por el sistema que los contiene.

En su *Doctrina de la extensión* de 1844, Grassmann intentó explicitar lo que él creía que era “la ciencia general de las formas puras”, esto es, la explicitación de un sistema geométrico como una ciencia general de la forma. El carácter de una ciencia pura de la forma se define por el hecho de que en ella la prueba no va más allá del pensamiento mismo, a otra esfera, sino que se ocupa de la combinación de diferentes actos de pensamiento. Grassmann distinguió entre ciencias “formales” y “reales”, entre matemática pura como la ciencia de las formas en general, y matemática aplicada, por ejemplo, la geometría concebida como ciencia del espacio. Dado que la geometría refiere a un objeto natural, a saber, el espacio, no pertenece propiamente a las matemáticas. No obstante, debe haber una rama de las matemáticas “...which develops in an autonomous and abstract way laws which geometry predicates of space” (Idem Nagel 1979, pág. 214). Tal rama es la teoría de la extensión desarrollada en el libro, destinada a proveer un fundamento a la geometría.

Grassmann comienza su explicación técnica definiendo una serie de operadores diádicos sobre elementos: la llamada “conectiva sintética”, la “conectiva analítica” y la “multiplicación”. Estas conectivas son caracterizadas exclusivamente desde el punto de vista de sus propiedades formales: la primera en analogía con las propiedades de la adición algebraica, la segunda con las de la substracción, y la tercera, como es obvio desde su nombre, con la multiplicación. Grassmann hace extensivo este tipo de procedimiento definicional puramente formal al resto de sus nociones, y todo elemento ulteriormente introducido al sistema es distinguido de los previos simplemente sobre la base de las operaciones abstractamente formuladas desarrolladas sobre ellos.

Grassmann sigue en sus construcciones procedimientos análogos a los de la geometría ordinaria, pero les quita todo contenido intuitivo. Por ejemplo, en geometría, un punto en movimiento continuo genera una línea, una línea en movimiento se considera que produce una

superficie, etc. En la *Doctrina de la extensión*, las llamadas “alteraciones” de elementos determinan estructuras extensivas de primer nivel, las “alteraciones” de las estructuras del primer nivel determinan estructuras del segundo nivel, y así sucesivamente. Pero esas “alteraciones” y “estructuras” no tienen interpretación en términos de algún contenido intuitivo. De este modo, la importancia del procedimiento puramente algebraico de Grassmann radica en que al extender el cálculo de la geometría tradicional, su sistema ya no podía ser visto como tratando específicamente con el “espacio”, y esto lo condujo a distinguir marcadamente entre matemática pura y aplicada. Es sorprendente que proviniendo de la geometría proyectiva, la *Doctrina de la extensión* no tuviera como su objeto las configuraciones familiares de la geometría: la nueva ciencia era acerca de *algo* que pudiera ser una interpretación válida para sus términos implícitamente definidos.

Entre 1847 y 1860, el geómetra alemán G. K. C. von Staudt trajo una nueva perspectiva al problema del estatus de los imaginarios en geometría proyectiva. Antes que postular nuevas entidades a la manera de Poncelet, von Staudt optó por definirlos en términos de ideas euclidianas aceptadas, de modo que la geometría proyectiva debía ser vista como una extensión del viejo campo, mediante definiciones. Como Mark Wilson ha observado (Wilson 1995), la originalidad de von Staudt no radica en este propósito de extensión de la geometría euclideana, sino en su particular estrategia para obtener tal fin. De acuerdo con Wilson, dado que no hay objetos euclidianos regulares que puedan sustituir los puntos complejos, von Staudt se vio forzado a tratar con un material inesperado. La solución fue seleccionar *conceptos abstractos* para suministrar el material faltante.

Dice von Staudt: “We are familiar with cases where assertions about concepts or relations are accorded with an object-like status, as when we say “Personhood is possessed by Socrates”, rather than “Socrates is a person”. Consider “personhood” to be a concept-object

(Begriffgegenstand) derived from the concept “is a person”. From this point of view, consider the innocent-looking claim: “Line  $L$  has the overlapping involution (defined by  $xx' = -10$ ) on it”. Once again, we have converted what is essentially a relation (“ $x$  maps to  $x'$  by the rule  $xx' = -10$ ”) into a “concept-object” “the involution on  $L$  defined by  $xx' = -10$ ”. Recall that Poncelet postulated new points to correspond to the missing “fixed points” of such a relation... But rather than following Poncelet and viewing this process as one of *postulation*, why not simply *define* the desired imaginary points as the concept-objects denoted by phrases like “the involution on  $L$ ?” (Citado en Wilson 1995, pág. 126).

Según Wilson, esta concepción encuentra una primera dificultad en el hecho de que se requiere construir *dos* puntos imaginarios desde cualquier involución en una línea. Von Staudt evade esta dificultad correlacionando cada involución con dos “sentidos” distintos, esto es, las dos direcciones en las cuales la involución se toma como una función. Tales involuciones con una dirección pueden ser vistas como concepto-objetos, pero de una complejidad mayor que “personhood” o “involution”.

De acuerdo también con Wilson, aunque la mayoría de los textos de la época incluían secciones sobre “abstracción” que eran similares en este respecto a las ideas de von Staudt, nadie antes que él había intentado definir objetos concretos como puntos en términos de esas entidades abstractas. Mientras Poncelet creía que era imprescindible postular nuevos elementos en orden a obtener la “persistencia de la forma”, von Staudt vio que las mismas formas persistentes, reconstituidas en el ropaje de los concepto-objetos, podrían servir como los elementos buscados. Esta geometría es vista ahora como un desarrollo lógico de la geometría tradicional. Sin embargo, para que este objetivo fuera completamente alcanzado, von Staudt requirió más que este conjunto inicial de definiciones. Específicamente, la tarea incluía que

todas las nociones utilizadas en la geometría proyectiva fueran redefinidas y sus teoremas presentados como transcripciones de enunciados regulares euclidianos.

Otra de las discusiones importantes que condujeron al reconocimiento de que la geometría no era ni la ciencia de la cantidad ni la ciencia de la extensión, fue el rechazo a considerar a los puntos como las entidades simples. Como acabamos de apreciar en la visión que von Staudt tuvo de los elementos imaginarios, si bien entendió éstos como algo radicalmente diferente que sus antecesores, no obstante los “puntos” eran los elementos fundamentales para describir las relaciones complejas que luego eran consideradas como unidades. En opinión de Nagel, la liberación de la geometría de estos elementos constitutivos simples fue consecuencia del surgimiento del *principio de dualidad* y de las múltiples aplicaciones que se hicieron de él. A pesar de que ya en el siglo XVII, se comenzaron a observar ciertas simetrías entre teoremas sobre ciertas figuras geométricas, fue Gergonne el primer matemático en formular un principio de dualidad para puntos y líneas en el plano, y para puntos y planos en el espacio.

Para Gergonne: “...there is no theorem of this type for which there does not correspond another, deduced from the former by simple interchanging the words “faces” and “vertices”” (Idem Nagel 1979, pág. 224). Y Gergonne ejemplifica el punto listando en columnas paralelas varios teoremas, como por ejemplo: en todo poliedro el número de caras que tienen un número impar de aristas es siempre par; en todo poliedro el número de vértices que tienen un número impar de aristas es siempre par. Asimismo, si bien opina que sólo la mitad de esos teoremas necesitan ser probados directamente, toma el cuidado de suministrar pruebas de la otra mitad para demostrar la validez de su principio. En cuanto a la naturaleza y estatus del principio mismo de dualidad, Gergonne pensó diferentemente acerca de él a lo largo de sus trabajos. Comenzó asociándolo a la teoría de los polares, pero abandonó dicha



opinión a favor de aquella que lo entendía como expresando la identidad estructural entre dos órdenes de deducción lógica: si los términos “punto”, “línea” y “plano”, son liberados de sus referencias ordinarias y empleados como *variables* con ningún significado específico, entonces dos sistemas exhiben un patrón idéntico de interrelación de elementos. Es decir, se adelantó, aunque quizás su fluctuación de una posición a otra no lo hizo reconocerlo con toda propiedad, a la posición de que los “axiomas” en la geometría pura no son enunciados con un valor de verdad definido, sino definiciones implícitas capaces de tener diferentes significados concretos asociados con las variables que contienen.

Poncelet reivindicó para su propia cosecha la autoría del principio de dualidad, alegando que se seguía directamente de su teoría de los polares, la cual era esencialmente un método para establecer una correspondencia uno-a-uno entre puntos y líneas, y a la inversa.

Más allá de la prioridad personal en dicho descubrimiento, lo que estaba en juego en la controversia era la idea de si el principio de dualidad podía ser justificado independientemente de la teoría de los polares. Como es obvio, Poncelet creyó que no podía serlo de otro modo, mientras Gergonne sostuvo que su principio expresaba un hecho de interconexión lógica más general que lo que se seguía de la teoría de los polares. Aparentemente, algunos autores dieron la razón a Gergonne. Tal es el caso de Steiner, quien observó que las relaciones duales en geometría aparecen simultáneamente con la introducción de los elementos fundamentales, mientras que la teoría de los polares recíprocos hace su aparición sólo después, como consecuencia de las relaciones entre elementos fundamentales.

Como Nagel afirma, quizás un paso importante hacia la idea de que la geometría no debe ser considerada como la ciencia de la extensión, sino esencialmente como la ciencia del orden cuyos teoremas formulan las identidades estructurales de cualesquiera conjuntos de relaciones isomórficas, fue tomado por el francés contemporáneo de Gergonne, Chasles.

Chasles (1793-1880), parte de la base de que la teoría de los polares es sólo un método, entre otros, para establecer correspondencias entre figuras y hacer evidentes las propiedades duales. De acuerdo con esto, se percató de que esta propiedad de dualidad característica de las formas de extensión debe ser buscada en una teoría general de las transformaciones de las figuras.

Chasles entendió que la vieja concepción que veía a los puntos como los elementos primitivos de la geometría constituía una limitación y un prejuicio, y que otros elementos podían ser tomados con igual derecho como elementos básicos. También reconoció que por medio de “transformaciones” apropiadas, una teoría que aparentemente se interesaba exclusivamente con ciertas fases específicas de un objeto, podría ser reinterpretada de modo que proporcione una interpretación teórica de las interrelaciones de otras fases. Chasles impulsó estos desarrollos pero no les dio una forma apropiada ni los trabajó él mismo suficientemente. Su proyecto fue continuado por varios matemáticos entre los cuales se suele citar como importante a Plücker (1801-1868). La aproximación de Plücker a la geometría era del lado del análisis algebraico, y el equivalente del principio de dualidad le fue sugerido por la simetría con las cuales las letras “x”, “y”, y “u”, “v”, entran en la ecuación:  $ux + vy + 1 = 0$ .

En las interpretaciones usuales que se asignan a ecuaciones de este tipo en geometría analítica, “u” y “v” son constantes que determinan una clase de puntos (con coordenadas “x” e “y” variables) que están sobre la línea recta cuya intersección con los ejes de coordenadas son los recíprocos negativos de “u” y “v”. Pero Plücker notó que si “x” e “y” se toman como fijos y “u” y “v” como variables, entonces la ecuación determina una clase de líneas que pasa a través del punto cuyas coordenadas son x e y. Esto lo condujo a Plücker a que en lugar de asumir los puntos como los elementos básicos, como se hacía en la geometría tradicional, asumiera las líneas como básicas y los puntos como secundarios. A su vez, esto trajo como

consecuencia que todo teorema proyectivo acerca de puntos pueda ser inmediatamente transformado en uno acerca de líneas y a la inversa; el principio de dualidad es simplemente una consecuencia de esta simetría. Plücker extendió sus resultados a ecuaciones de grado mayor que 1, obteniendo el resultado generalizado de que la prueba de un teorema es transformada en la prueba de otro cuando los símbolos que ocurren en la prueba-esquema son interpretados diferentemente. De este modo, para Plücker, una prueba matemática depende solamente de las conexiones estipuladas entre signos variables o "abstractos", y la interpretación que puede ser dada a esos signos no afecta la validez de una demostración.

Así, el abandono de los puntos como los simples sobre los cuales descansa la geometría, también condujo a la concepción de que dicha disciplina es un conjunto de operaciones meramente formal que puede pero que no requiere ser interpretado. Asimismo, se da un paso más hacia la idea de que la geometría pura es un instrumento para formular estructuras idénticas en objetos intuitivamente diferentes.

Ahora bien, quizás podría decirse con justicia que el paso decisivo hacia una formulación completa del concepto geométrico en tanto que estructura lógica que persiste a través de los cambios en sus aplicaciones particulares, fue dado a través de la adición de la geometría a la teoría de grupos. La definición misma de "grupo" contiene un nuevo e importante aspecto lógico, a saber, que lo que se trae a una unidad intelectual no es tanto una variedad de elementos o estructuras, sino un sistema de operaciones. Una totalidad de operaciones forma un grupo, cuando con cualesquiera dos operaciones su combinación se encuentra también en el grupo, de modo que la aplicación sucesiva de diferentes transformaciones que pertenecen a la totalidad conduce solo a las operaciones originalmente contenidas en él. En este sentido, un grupo se forma por todas las transformaciones geométricas que resultan cuando permitimos que los elementos se muevan en el espacio tri-

dimensional ordinario, porque el resultado de dos movimientos sucesivos siempre puede ser representado por un movimiento simple. En este concepto de grupo se obtiene un principio general de clasificación mediante el cual los diferentes tipos de geometrías pueden ser unificadas bajo un punto de vista simple. Si planteamos la pregunta acerca de qué debemos considerar como una propiedad geométrica, la respuesta es: aquellas propiedades que permanecen incambiables a través de ciertas transformaciones espaciales. Es decir, aquellas estructuras que persisten cuando variamos la posición absoluta de esta estructura en el espacio, cuando aumentamos o disminuimos proporcionalmente la magnitud absoluta de sus partes, o cuando finalmente revertimos la ordenación de las partes individuales, como cuando sustituimos la figura original por otra que se relaciona con ella como con su imagen en un espejo. La conciencia de esta persistencia de la forma debe acompañar toda aprehensión intuitiva de las formas individuales, de modo de dotar a estas últimas de verdadera universalidad y de allí de un carácter geométrico genuino.

Felix Klein (1849-1925) convirtió a esta idea en el centro del llamado *Erlangen Program* que podemos apreciar en el siguiente pasaje: “The geometrical properties characteristic of a geometry remain unchanged by the principal group, and the geometrical properties of a system are characterized by the fact that they remain unchanged by the transformation of the principal group” (Citado en Nagel 1979, pág. 244). El sentido de este *dictum* puede ser explicado de la siguiente manera. Las diferencias entre las geometrías son de hecho las diferencias entre las relaciones que ellas exploran. Por ejemplo, la geometría que se estudia en la escuela trata con relaciones métricas tales como las condiciones bajo las cuales los segmentos de línea, los ángulos, las áreas y los volúmenes son iguales o no; la geometría proyectiva, en tanto, estudia las condiciones bajo las cuales un conjunto de puntos permanece co-lineal o un conjunto de líneas permanece co-puntual.

Ahora bien, dentro de cada geometría descubrimos que pueden llevarse a cabo ciertas operaciones o transformaciones que dejan incambiadas o invariantes las relaciones que son características de tal geometría. Así, en la geometría euclídeana, las figuras pueden ser sometidas a movimientos de traslación o rotación sin que se alteren las relaciones métricas establecidas por los teoremas, mientras que en la geometría proyectiva las figuras pueden sufrir cualquier serie de proyecciones sin destruir la colinealidad de los puntos o la copuntualidad de las líneas. Desde un punto de vista más formal, podemos caracterizar la idea de *grupo de transformaciones* de la manera siguiente. Para cualquier conjunto  $S$ , se llama una *transformación* de  $S$  (en sí mismo) a un mapeo biyectivo  $f: S \rightarrow S$ . Sea  $T$  el conjunto de todas las transformaciones de  $S$ .  $T$  tiene las siguientes propiedades: (i) si  $f$  y  $g$  pertenecen a  $T$ , el mapeo compuesto  $f \wedge g$  pertenece a  $T$ ; (ii) si  $f$  pertenece a  $T$ , el mapeo inverso  $f^{-1}$  pertenece a  $T$ . Dado que para todo  $f, g, h \in T$ ,  $f \wedge (g \wedge h) = (f \wedge g) \wedge h$ , y  $f \wedge f^{-1}$  es igual a la transformación de identidad  $x \rightarrow x$  (que pertenece a  $T$ ),  $T$  es un grupo, con el grupo producto  $\wedge$ . Sea  $G$  un subgrupo de  $T$ ;  $G$  es un *grupo de transformación* de  $S$ . Si para todo  $x \in S$  y todo  $f \in G$ , siempre que  $x$  tiene la propiedad  $Q$ ,  $f(x)$  tiene  $Q$ , decimos que el grupo  $G$  *preserva*  $Q$ . Cualquier propiedad, relación, etc., preservada por  $G$  se dice que es *invariante* bajo  $G$ , o  $G$ -invariante.

El punto de Klein es que las relaciones o propiedades que una geometría explora son aquéllas que son invariantes bajo un conjunto o grupo de transformaciones; las propiedades invariantes y las transformaciones permitidas se determinan mutuamente una a otra, de modo que la geometría puede ser caracterizada por las propiedades invariantes o el conjunto de transformaciones. Por ejemplo, en lugar de decir que la geometría euclídeana estudia las relaciones de magnitud entre segmentos, ángulos, etc., podemos decir también que la geometría euclídeana estudia las propiedades que son invariantes bajo movimientos de traslación y rotación.

Con la ayuda de este principio, Klein fue conducido al siguiente resultado. Supóngase que  $\mathcal{A}$  es una variedad de elementos en los cuales ciertas propiedades permanecen invariantes por el grupo de transformación  $B$ ; supóngase también que se hace corresponder de una manera recíprocamente única a los elementos de  $\mathcal{A}$  con los elementos de otra variedad  $\mathcal{A}'$ . Se sigue que el grupo de transformaciones  $B$  será correlacionado con un grupo de transformaciones  $B'$  de tal forma que las propiedades dejadas invariantes en  $\mathcal{A}$  por  $B$  corresponderán a las propiedades dejadas invariantes en  $\mathcal{A}'$  por  $B'$ . Consecuentemente, para todo teorema acerca de las propiedades invariantes de  $\mathcal{A}$  habrá un teorema dual acerca de las propiedades invariantes de  $\mathcal{A}'$ . Klein concluye que cuando los grupos de transformaciones que caracterizan a dos geometrías son abstracta o formalmente idénticos, el contenido abstracto o formal de los dos sistemas es también idéntico, no importa cuales sean los elementos que los componen.

En pocas palabras, dos geometrías, una de las cuales es acerca de “puntos” y la otra acerca de “círculos”, son estructuralmente idénticas si sus respectivos grupos de transformación son abstractamente el mismo.

Ahora bien, esto trajo consecuencias importantes en el análisis de las relaciones entre las geometrías euclidea y no-euclideas. Veamos esto. Considérese el grupo de transformaciones lineales en un plano que deja algún cono arbitrario invariante. Y dados dos puntos  $a$  y  $b$ , la línea determinada por ellos intersectará el cono fijo en dos puntos. Ahora fórmese el producto de una cierta constante  $k$  y el logaritmo de la razón no-armónica de esos cuatro puntos, y llámesele la distancia entre los dos puntos  $a$  y  $b$ . Klein muestra que esta función, que es definible enteramente en términos proyectivos, satisface las condiciones usuales que se sostienen habitualmente para la distancia; por ejemplo, si  $ab$  y  $bc$  son las distancias tal como han sido definidas entre  $a$ ,  $b$ , y  $c$ , entonces  $ab + bc = ca$ . Más aún, dependiendo de si el cono fijo es real, imaginario o deformado, las propiedades dejadas

invariantes por el grupo de transformaciones bajo consideración serán las de la geometría euclidena, de Lobatchevsky, y de Riemann respectivamente; y la distancia tal como fue definida coincide con lo que se entiende ordinariamente por “distancia” en esos sistemas. Asimismo, pueden darse definiciones proyectivas análogas para la magnitud de ángulos, áreas y volúmenes. La conclusión general de Klein es que la diferencia entre los tres tipos de geometrías es enteramente métrica, y surge de las diferencias entre la definición de tales magnitudes como la distancia entre dos puntos. Él apunta, no obstante, que los valores numéricos de la función distancia para cada una de las geometrías no difiere de una manera apreciable en la vecindad del origen. Más aún, ya que los grupos de transformaciones que dejan la función distancia invariante son abstractamente idénticos, los tres tipos de geometrías son, por lo tanto, también abstracta o estructuralmente idénticos: para todo teorema acerca de una propiedad invariante en una geometría, hay un teorema “dual” acerca de una propiedad invariante correspondiente en cada una de las otras. Consecuentemente, las tres diferentes geometrías métricas consideradas como un cálculo abstracto no hacen afirmaciones contradictorias acerca del espacio o la extensión, sino que exhiben en diferentes notaciones un patrón idéntico de relaciones.

Ahora bien, como se ha indicado al comienzo de la sección, hay al menos dos autores fundamentales donde este desarrollo confluye y ejerce su mayor influencia, a saber, G. Frege y D. Hilbert. Sin embargo, entre Plücker y la obra de estos últimos, hay también algunos autores que deben ser mencionados, a saber, Moritz Pasch (1843-1930), Giuseppe Peano (1858-1932) y Giuseppe Veronese (1854-1917).

Los escritos de Pasch contienen una de las primeras y más claras expresiones de la visión de que la geometría pura es un sistema “hipotético-deductivo” cuyos axiomas son “definiciones implícitas” de los términos que contienen. En la misma línea que los demás

matemáticos que se han visto, Pasch distingue claramente entre la geometría pura o matemática y la geometría considerada como ciencia natural. La primera obtiene su validez independientemente de cualquier contenido intuitivo y es por lo tanto una disciplina autónoma de cualesquiera cuestiones de hecho. En la segunda, en tanto, la verdad de los axiomas descansa en los hechos de la intuición sensorial.

Pasch observa que los conceptos geométricos son un grupo especial de conceptos que sirven para describir el mundo externo, y refieren a la forma, posición, y mutua relación de los cuerpos. De inmediato, Pasch indica la manera en la cual deben ser entendidos los términos descriptivos como “punto”, “línea” y “plano”; por ejemplo, se llama “punto” a un cuerpo físico si su subdivisión en partes es incompatible con los límites establecidos por la observación actual. Pasch es cuidadoso en observar que la aplicación de esas ideas posee el equivalente de incertidumbre que poseen todos los conceptos que hemos construido para tratar con el mundo externo.

Pasch parte del reconocimiento de ciertos conceptos y proposiciones “nucleares” que se obtienen a través de la experiencia, por observaciones repetidas, y que conforman los primitivos no-definidos de un sistema geométrico. Estos conceptos y proposiciones a su vez, son puestos en relaciones demostrativas que son independientes completamente de su origen y validez empírica, dando lugar a teoremas. Este punto de vista parecería comprometer, *prima facie*, a Pasch, con la idea de dotar de una interpretación a los términos de un sistema geométrico. Pero en la medida en que el sistema va volviéndose más abstracto, sus términos y proposiciones nucleares van perdiendo más y más su referencia concreta, obteniendo un significado más extenso. Por ejemplo, la palabra “punto” en su significado extendido, refiere a un haz de líneas que convergen en un centro común. Pasch da extensiones similares a los restantes conceptos, “línea”, “plano” y “entre”, con la consecuencia de que mientras que las



proposiciones nucleares son válidas para puntos, líneas y planos propiamente dichos, sólo lo serán bajo condiciones restringidas para los conceptos extendidos. El desarrollo histórico que comienza con la introducción de los elementos imaginarios por parte de Poncelet, y que encuentra la solución planteada por von Staudt, es reiterada y desarrollada en los escritos de Pasch, aunque con completa conciencia de su problemática.

En otro orden de cosas, Pasch toma el principio de dualidad discutido antes, para indicar que los procedimientos de la geometría pura son independientes de los significados que puedan serles accidentalmente asignados a los conceptos “nucleares”. La prueba de dos teoremas duales no difiere en esencia, de modo que la validez de lo que es de hecho un patrón idéntico de prueba no puede ser afectada por los significados de los términos implicados.

De acuerdo con Pasch, la geometría es una ciencia puramente deductiva, y para evitar todo malentendido y oscuridad en los procedimientos de prueba es necesario formalizar el conjunto de proposiciones nucleares, esto es, debemos reemplazarlos por una serie de expresiones en las cuales los “conceptos geométricos” hayan sido sustituidos por una serie de “marcas” cuya única función es servir como “lugares” a ser llenados por lo que convenga en cada caso. El resultado de tal formalización es un “marco vacío”, que expresa la estructura del conjunto de proposiciones nucleares, que es lo único relevante para la tarea de la geometría pura. De este modo, de acuerdo a su distinción entre geometría pura o matemática y la geometría considerada como ciencia natural, Pasch fue, respecto a la primera un formalista que mantenía que las reglas de la lógica eran suficientes para desarrollar la disciplina y evaluar sus descubrimientos; respecto a la segunda, en tanto, fue un empirista que sostenía que los axiomas de la geometría eran sugeridos por los materiales de la intuición sensorial, los cuales afirman relaciones entre los cuerpos.

El trabajo de Pasch tuvo una importante repercusión en la obra de los matemáticos italianos, claramente en Peano y Veronese. El primero expresó en lenguaje artificial, un conjunto de axiomas directamente inspirado en los axiomas de Pasch. El discurso geométrico, afirma Pasch, contiene dos tipos de palabras: las palabras geométricas y las que pertenecen al lenguaje de la lógica. Las primeras son introducidas, la mayor parte de las veces, a través de definiciones, pero resulta inevitable que algunas de ellas permanezcan indefinidas. Después de identificar esas palabras indefinidas, no se debe usar palabra geométrica alguna que no haya sido previamente definida directa o indirectamente en términos de aquellas. Las palabras lógicas, en tanto, son innumerables en el lenguaje ordinario, pero Peano afirma que se pueden reducir a unas pocas. La ventaja clave de su lenguaje artificial está precisamente en que restringe el ingrediente lógico indispensable del discurso a unas pocas y no-ambiguas palabras.

Peano sostiene que los términos indefinidos de la geometría deben tener un significado común a todos los seres humanos, pero este significado es irrelevante para la teoría geométrica. Así, por ejemplo, el axioma 1 de Peano dice: "La clase 1 es no-vacía". Si los objetos  $a$ ,  $b$ , pertenecen a la clase 1,  $ab$  denota un subconjunto de la clase 1. A la clase 1 se la llama en el lenguaje ordinario la clase de los *puntos*; a  $ab$  se lo llama el *segmento* determinado por los puntos  $a$  y  $b$ . Pero el razonamiento geométrico no debe ser influido por las sugerencias contenidas en esas palabras, sino en los axiomas que determinan las propiedades de los objetos indefinidos de la clase 1 y de la relación indefinida " $\epsilon$  pertenece al segmento  $ab$ ". De este modo, para Peano, la geometría se convierte en un cálculo que opera sobre variables que están relacionadas unas con otras de una manera formalmente estipulada. El patrón de relaciones formales que es relevante para la validez de las demostraciones recibe una expresión sistemática aún mayor que la que Pasch le había dado. Sin embargo, aunque varios matemáticos italianos compartieron y aún

desarrollaron este punto de vista, otros insistieron en el papel de nuestra intuición espacial para obtener el significado de los primitivos geométricos.

Veronese fue un caso especial. Consideraba que la geometría es la ciencia experimental más exacta, pero rechazaba verla como un sistema de manipulación meramente convencional de signos. De peculiar importancia son sus observaciones sobre los procesos de “idealización” en la construcción de nuestras relaciones espaciales. Tal como Nagel apunta, Veronese cree que la materia prima de los sentidos debe ser elaborada intelectualmente, y que en orden a obtener el amplio rango de hipótesis para entender el orden objetivo de las cosas, debemos suponer la existencia de ciertas “formas ideales” que no pueden ser aprehendidas por los sentidos. Admite que la construcción de geometrías cuya dimensionalidad es mayor que tres implica un proceso en el cual la intuición es fusionada con la abstracción pura, ya que las configuraciones de tales espacios no pueden ser completamente intuitivas. La materia prima de las impresiones sensoriales debe ser sometida a las operaciones de nuestra mente antes de que pueda ser útil como punto de partida para consideraciones matemáticas. Aunque la geometría se define aquí como una ciencia experimental exacta, no obstante, el papel lógico de la experiencia es completamente diferente. Comenzamos desde consideraciones empíricas, desde ciertos hechos de la intuición sensorial, pero esos hechos sirven sólo como una especie de trampolín desde el cual ascendemos a la concepción de sistemas universales de condiciones que no poseen correlato sensible alguno. Los contenidos sensoriales forman la primera ocasión, pero no expresan ni el límite ni el significado real de la construcción matemática de los conceptos.

También Klein creyó que sus estudios formales tenían una repercusión fundamental tanto en el modo en que se realizan las medidas físicas, como en lo tocante a nuestra forma de intuición sensorial. En efecto, para Klein, la geometría y en general las matemáticas, a pesar de

que constituye un sistema puramente formal, posee también un significado que la hace relevante para los hechos de la experiencia.

De fundamental importancia son sus observaciones sobre el carácter de la intuición y su relación con los axiomas. De acuerdo con Klein, nuestra intuición espacial es esencialmente inexacta, tanto si se toma como aprehensión abstracta de los rasgos del espacio puro, como si se toma en el sentido de una percepción concreta de configuraciones físicas. Sostiene, en cambio, que un axioma es un “postulado” por medio del cual se introducen enunciados exactos en situaciones inexactas. Dado que la inexactitud de nuestra intuición espacial es compatible con la afirmación de diferentes axiomas, cualquiera de ellos puede ser postulado y lo es sobre la base de una decisión arbitraria. Pero lo que debe ser notado aquí, es el énfasis de Klein en el papel “idealizador” de los axiomas. Dice en 1898: “I will state my views in general form: the results of any observation are valid only within certain limits of accuracy and under special conditions; in setting up the axioms we substitute for these results statements having an absolute precision and generality. In my opinion, the essential nature of the axioms of geometry is to be found in this “idealization” of empirical data.” (Ibídem en Nagel, 1979, pág. 248).

Como parece explícito en la cita, para Klein, los axiomas de la geometría no son registros de observaciones anteriores, sino que constituyen postulados para organizar la experiencia. Aquí, al igual que en la concepción de Veronese, germina bajo el término “idealización”, una forma de concebir el papel de lo intelectual en cuanto imbricado con la experiencia, que será de importancia en la filosofía científica posterior. Pero esta idea, únicamente esbozada por los geómetras, obtendrá una formulación filosófica más clara en Helmholtz y Poincaré, lo que analizaremos en nuestro siguiente capítulo.

### 2.3 Orígenes del logicismo y formalismo en el desarrollo de la geometría

“Logicismo” y “formalismo” son los nombres que se le han dado a quizás las dos corrientes más importantes de interpretación de las matemáticas en la lógica moderna. *Grosso modo* ambos proyectos difieren en que, aunque ambos proveen sistemas de axiomas desde los cuales pueden ser derivados todos los teoremas, sólo el logicista suministra definiciones de los conceptos matemáticos que son simbolizados en el sistema de axiomas. Los representantes más importantes del logicismo fueron G. Frege y B. Russell, mientras que quizás la concreción del formalismo puede verse en la obra de Hilbert.

En lo que sigue se intentará mostrar que las diferentes direcciones en el desarrollo de la geometría proyectiva expuesta más arriba, dieron lugar o inspiraron directamente a estos dos modos de concebir las matemáticas desde la lógica moderna. Específicamente, la nueva forma de concebir los elementos imaginarios en la geometría proyectiva, principalmente el punto de vista de von Staudt, influyó directamente en el modo en que Frege concibió la naturaleza del número en aritmética, base sobre la cual construyó su definición; por otro lado, el desarrollo del principio de dualidad y el énfasis sobre las propiedades estructurales de los sistemas axiomáticos, con independencia de los contenidos intuitivos de los términos que los componen, condujo a un modo de ver a los axiomas de la geometría que encuentra su máxima expresión en la obra de Hilbert.

La importancia para nuestro trabajo de este capítulo de la historia de la filosofía de las matemáticas en cuanto vinculada al desarrollo de la geometría, estriba fundamentalmente en el papel que la lógica formal tendrá en la reformulación de lo a priori por parte de los filósofos de principios de siglo. Concretamente, al igual que Cassirer, quien se basa enteramente en el moderno concepto de función matemática para plantear su punto de vista acerca de los procesos de formación de conceptos en las ciencias formales y empíricas, Schlick, Reichenbach

y Carnap, recogen de manera distinta los resultados de la investigación lógica moderna. En efecto, Schlick y Reichenbach se inspiran, aunque algunos autores recientes hablen de profundos malentendidos en la apreciación de la obra de Hilbert,<sup>33</sup> en los resultados de este último en la axiomatización de la geometría euclídeana.

Schlick, adopta la idea de “definición implícita” en la primera edición de su *Teoría general del conocimiento* (1918) aunque para matizarla en la segunda (1925), donde introduce una nueva sección titulada “Definiciones, convenciones, juicios de experiencia” en la que marca una distinción más nítida entre enunciados analíticos y sintéticos. Reichenbach, por su parte, reconoce el valor fundamental de la axiomática de Hilbert en su relación a las ciencias empíricas, pero también reconoce que este modo de estructurar dichas ciencias es claramente insuficiente, requiriendo la postulación de ciertos principios que ofician como “coordinaciones” de las relaciones conceptuales con lo dado en la experiencia.

El caso de Rudolf Carnap es más complejo. En *La construcción lógica del mundo*, reconoce su deuda con Hilbert en su tratamiento de las “descripciones puramente estructurales”, pero al mismo tiempo marca su diferencia cuando dice. “ Al contrario de la definición implícita, la *caracterización de una estructura* caracteriza (o define) un solo objeto; más precisamente un objeto que pertenece a un dominio empírico, extra-lógico. Para que tal caracterización tenga validez, no sólo es necesario que no haya contradicción en las proposiciones que caracterizan la estructura, sino que deben darse los hechos empíricos, y, en el dominio respectivo, debe haber por lo menos un solo objeto caracterizado de la manera señalada, y no más de uno. Las

---

<sup>33</sup> Recientes investigaciones sobre la obra de Hilbert que han puesto de relieve sus observaciones sobre la geometría y los fundamentos de la física, han discutido la creencia muy difundida en la influencia de Hilbert sobre el empirismo lógico. Para más detalles sobre este tópico véase: Don Howard “Einstein, Kant, and the Origins of Logical Empiricism” en Salmon W. y Wolters G. (eds.) *Logic, Language, and the Structure of Scientific Theories*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1994, y Ulrich Majer “Hilbert’s Program to Axiomatize Physics (in Analogy to Geometry) and its Impact on Schlick, Carnap and Other Members of the Vienna Circle” en Heidelberger M. y Staedler F. (eds.) *History of Philosophy of Science: New Trends and Perspectives*, Kluwer, Dordrecht, 2002, y “Geometry, Intuition and Experience from Kant to Husserl” en *Erkenntnis* 42: 261-285, 1995.

proposiciones posteriores acerca del objeto así caracterizado ya no serán entonces todas analíticas, es decir, no se podrán deducir a partir de las propiedades definitorias, como es el caso en el objeto implícitamente definido, sino que en parte serán también proposiciones sintéticas, es decir, comprobables empíricamente en el dominio del objeto en cuestión” (Carnap, R. 1988, pág. 28). Asimismo, su “sistema de constitución” de los conceptos de la ciencia objetiva supone el uso de “definiciones explícitas” más en el camino del logicismo de Frege.

Cuando pasamos a su obra de comienzos de los años 30, y específicamente a su *Sintaxis lógica del lenguaje*, parece que su admisión del formalismo y la idea de definición implícita es más abierta.

### 2.3.1 Los elementos imaginarios de Von Staudt y el concepto de número de G. Frege<sup>34</sup>

Como se ha señalado en la penúltima sección, la figura de von Staudt fue de gran importancia en el desarrollo de la geometría proyectiva, específicamente por su modo de concebir los elementos imaginarios introducidos por Poncelet. Como decíamos siguiendo a M. Wilson, von Staudt concibió a esos elementos imaginarios como entidades abstractas que llamó “*Begriffgegenstand*” (Objeto-concepto), las que eran derivadas de sus conceptos respectivos.

Uno de los méritos de la visión de von Staudt fue el entender a tales entidades como no menos reales que los puntos ordinarios, sino como entidades “ocultas” a nuestro modo

---

<sup>34</sup> Esta sección sigue el punto de vista expuesto por Mark Wilson en su trabajo de 1995. Justificar apropiadamente la admisión de este punto de vista, supondría un examen detallado de otras concepciones sobre el significado del logicismo de Frege, así como un análisis profundo de su propia obra, lo que superaría los límites de este trabajo. No obstante, deseo afirmar que dicha interpretación da sentido, no sólo a la propia concepción de Frege, sino a desarrollos posteriores que se analizarán en este trabajo.

intuitivo de aprehensión. Es sólo un accidente en el modo en que aprendemos los hechos acerca de la geometría euclídeana, el que algunos de ellos aparezcan revestidos de una manera intuitiva y otros no. De esto se sigue que nosotros detectamos la presencia de los elementos ideales sólo a través de las relaciones que ellos inducen sobre los elementos visibles, mientras que otros seres podrían intuir directamente los imaginarios. El punto fundamental de la concepción de von Staudt está en que la distinción entre “abstracto” y “concreto” es una distinción meramente convencional, dependiente de nuestro punto epistemológico de entrada al dominio de conocimiento en cuestión.

Muchos matemáticos del siglo XIX sintieron que la solución de von Staudt a la introducción de elementos en la geometría proyectiva era la mejor explicación, y Frege no fue la excepción<sup>35</sup>.

En la sección 26 de los *Fundamentos de la aritmética*, en su argumentación contra el estatus subjetivo del número, Frege, apoyándose en el principio de dualidad de la geometría proyectiva, sostiene que dos seres racionales pueden coincidir completamente en el contenido de los teoremas proyectivos, a pesar de que lo que uno intuye como un plano el otro lo intuya como un punto. Es decir, que cualquier desacuerdo sobre cuestiones de apreciación estética no afecta su intelección de las propiedades y relaciones objetivas que se expresan en los teoremas.

La clave de este modo de pensar se encuentra en la distinción que Frege establece entre lo *objetivo* y lo *actual*. Lo *objetivo* es lo que puede ser concebido y juzgado, el contenido de una proposición independientemente de la representación sensible que pueda acompañarle. Lo *actual*, en cambio, hace referencia a lo que de hecho se presenta a nuestra intuición sensible. Así, al igual que para von Staudt, para Frege, la aprehensión de lo objetivo no requiere de alguna forma de intuición, lo que no hace a las entidades objetivas *menos reales* que las que son

---

<sup>35</sup> Tappenden (1995) examina con detalle las circunstancias generales que influyeron sobre la concepción de Frege.



mediadas o conocidas a través de la intuición. Por ejemplo, dice Frege: “We often speak of the equator as an *imaginary* line; but it would be wrong to call it a *fictional* line; it is not a creature of thought, the product of a psychological process, but is only recognized or apprehended by thought” (Frege, G. 1980, pág. 35). No obstante, no debemos dejarnos confundir por las repetidas observaciones de Frege de que la única fuente de la verdad geométrica radica en la intuición geométrica. Por esto, Frege quiere decir solamente que la totalidad de nuestro cuerpo de conocimiento geométrico proviene de los hechos reportados a nosotros por la intuición. Coincidiendo con Poncelet, Frege afirma que los datos geométricos no mantienen una relación especial con los números, excepto por isomorfismos accidentales. Por otro lado, aunque todos los hechos de la geometría deben ser reportados en la intuición, no se sigue que todos los objetos propios a la geometría deben aparecer en un ropaje intuitivo, los puntos complejos invisibles no lo harán. Y quizás lo que es de mayor importancia es que aunque haya hechos reportados inherentemente a través de la intuición, ésta no nos proporciona un conocimiento directo de esos hechos, pues las ideas mediante las cuales nos representamos dichos objetos son sólo aproximaciones, y en cierta manera, constructos de nuestra mente que colocamos en lugar de los objetos reales. Dice a propósito Frege: “ Thus even although our idea often fails entirely to coincide with what we want, we still make judgments about an object such as the Earth with considerable certainty, even where its size is in point” (Ibidem, pág. 71).

De esta manera, el trasfondo proporcionado por la concepción de von Staudt de los elementos imaginarios en la geometría proyectiva, da sentido a afirmaciones como la siguiente: “Time and time again we are led by our thought beyond the scope of our imagination, without thereby forfeiting the support we need for our inferences. Even if, as seems to be the case, it is impossible for men such as we are to think without ideas, it is still possible for their connexion with what we are thinking of to be entirely superficial, arbitrary and conventional” (Ibidem,

pág. 71). Es decir, que no interesa el modo en el cual establecemos las conexiones entre nuestras ideas y sus referentes, lo que importa es que los contenidos que componen nuestras proposiciones obtienen un estatus de objetividad en la medida en que en ellas se establece su conexión de acuerdo con leyes. Con esto Frege intenta rechazar no sólo el psicologismo en el sentido usual, sino también la presuposición de que la práctica definicional en matemáticas debe respetar la presentación intuitiva de un objeto matemático, y esto aún en el campo de los objetos geométricos. Asimismo, Frege da un paso a favor de la idea de que el contenido de una proposición euclideana mantiene su objetividad independientemente de su comprensión en términos de elementos imaginarios. Esto, según Wilson, es también argumento a favor de la interpretación de que Frege tuvo una concepción holística del contenido proposicional, pues hace énfasis en el sentido de una proposición completa, antes que en el de sus partes componentes. De acuerdo con Wilson, esta primacía del contexto frente al significado de las nociones particulares en la concepción fregeana, proviene del modo en que los geómetras del siglo XIX, Poncelet, von Staudt y Plücker, tendieron a conceptualizar las entidades matemáticas, a saber, en términos de los *roles* que ellas juegan con respecto a su contexto.

Como vimos con anterioridad, Plücker entendió el principio de dualidad como la simetría que existe entre dos ecuaciones cuyas variables y puntos fijos son interpretados de manera diferente. Es decir, que el punto de vista implica un cambio en la interpretación de los términos de la ecuación aunque no en la estructura de la misma. Asimismo, como también se recordará, de acuerdo con Poncelet, las intersecciones de un círculo y una línea forman la base alrededor de la cual se da otra amplia cantidad de construcciones geométricas. Cuando el mismo conjunto de figuras se da en ausencia de esos “puntos fijos” que generan las construcciones, es natural, afirma Poncelet, postular las “intersecciones” faltantes. Von Staudt complementaría el razonamiento diciendo que si esos puntos sirven a los mismos propósitos

que los puntos “realmente” existentes, entonces es permisible ver a los puntos imaginarios como nuevos y auténticos “objetos”.

Ahora bien, de acuerdo con Wilson, Frege llegó a su logicismo preguntando cómo podría determinarse que los cálculos que usan números complejos suministrarán resultados correctos dentro de un campo dado. Antes que ver las reglas del álgebra como principios incuestionables, Frege siguió el camino que Poncelet y von Staudt siguieron para la geometría: las manipulaciones algebraicas tendrán aplicación sólo si el campo de los números complejos es isomórfico al objeto bajo investigación. Así, como Wilson lo expresa, la pregunta se transforma en “...exactly what sort of structure is required for the valid application of reasoning involving complex numbers?” (Wilson, M., 1995, pág. 133).

Wilson explica que en tiempos de Frege, se presumía frecuentemente que tanto la noción de número real como la de número complejo, eran algo “abstraído” desde diferentes distancias reales. Las críticas tradicionales al método de la “abstracción” señalaban la falta de claridad en la determinación de qué rasgos se retienen y cuáles se abandonan en dicho acto.

Von Staudt sembró la sospecha sobre tal método, cuando mostró que los cálculos con números complejos eran posibles dentro de una geometría que no contenía noción alguna de magnitud. Frege y otros de sus contemporáneos concluyeron que los números reales y complejos sirven sólo como medios para marcar los lugares que ciertas relaciones dadas ocupan dentro de familias más amplias de relaciones, familias estructuradas mediante relaciones de “adición” o “composición” y que contienen relaciones seleccionadas. Dos relaciones dentro de dos campos diferentes tendrían el mismo número real, si las dos relaciones se correlacionan bajo un único isomorfismo entre los campos. Entonces, en lugar de ver a los números como “abstracciones” desde distancias concretas, ¿porqué no ver la construcción a la manera de von Staudt, esto es, que los números son el objeto-concepto

derivado del concepto de dos relaciones que caen en el mismo lugar dentro de sus familias respectivas? Esto parece hacer cierta justicia a la abstracción, pero como Wilson enfatiza: “Frege instead saw “abstraction” as a hazy perception of the precise logical process involved in converting a thought involving a concept into a thought involving a concept-object” (Ibidem Wilson, pág. 134). De este modo, los números son para Frege, los concepto-objetos lógicamente inducidos mediante el estudio comparativo de las familias de relaciones. No obstante, esas observaciones no son suficientes para conducirnos completamente al logicismo de Frege. Aunque la creación de los objeto-conceptos numéricos es sancionada por la pura lógica, esto no entraña que su conducta no-trivial, esto es, cómo opera la relación de “adición”, sea determinada sólo por la lógica. Tales hechos serán determinados por la conducta de los objetos básicos que constituyen las extensiones de los concepto-objetos relevantes. En la posición de von Staudt, la conducta no-trivial de los puntos al infinito, por ejemplo, sobre qué líneas están, es determinada por la conducta de los objetos que están en las extensiones asociadas con los puntos, las líneas paralelas. Pero, para determinar la conducta de esos objetos, no es necesario examinar *toda* la extensión asociada con los concepto-objetos relevantes, sino que basta con tomar algunos como representantes de esa extensión y sobre la base de ellos determinar la conducta de los elementos en cuestión.

Análogamente, si consideramos cualesquiera de los sistemas estándar de números, digamos el de los números naturales, cualquier sistema de relaciones que genere esos números como concepto-objetos puede ser considerado como un representante de la colección de números. Frege sostuvo que podíamos ser capaces de construir representantes para cada uno de los sistemas clásicos de números sobre la única base de la ontología de la lógica pura. La conducta de esos representantes lógicos es suficiente para inducir la conducta correcta de los concepto-objetos numéricos. La existencia de ejemplares lógicos para cada uno de los sistemas

clásicos de números, significa que los hechos acerca de esos concepto-objetos numéricos pueden ser establecidos mediante una apelación a las verdades de la lógica sola, no requiriéndose fuente de conocimiento alguna más alta. De acuerdo con Frege, todo lo que necesitamos saber con respecto a un sistema numérico es cómo manejar lógicamente el contenido expresado en los símbolos, y si queremos aplicar nuestro cálculo a la física debemos pensar alguna técnica para efectuar la transición a los fenómenos. No obstante, enfatiza Frege en su discusión con Mill: "It is, however, a mistake to see in such applications the real sense of the propositions"(Ibidem Frege, pág. 23).

De este modo, parece que varias de las afirmaciones de Frege que tradicionalmente han preocupado a los filósofos, cobran un mayor sentido cuando son vistas desde la perspectiva de la discusión sobre los elementos imaginarios en la geometría. Nuestro interés en este punto, radica en mostrar la relevancia que el desarrollo de la geometría va a tener en la concreción de los puntos de vista que coadyuvarán a constituir una nueva noción de lo a priori. Como decíamos en la introducción a esta sección, los filósofos encontraron en la lógica el sustituto apropiado a las viejas categorías conceptuales kantianas, las que ahora se presentan como sistemas puramente formales, vacíos de contenido empírico. Tempranamente, Ernst Cassirer asumió el reto de considerar lo formal como herramienta de constitución de la experiencia, un proyecto en el que se embarcó Rudolf Carnap en *La construcción lógica del mundo*. Otros filósofos, como M. Schlick y H. Reichenbach, al intentar aplicar la idea de sistema formal a la ciencia empírica, encontraron que faltaba un mediador entre lo conceptual y lo empírico, un mediador que, al haber renunciado a la intuición pura, concibieron bajo la forma de principios convencionales pero que aún conservaban las virtudes constitutivas de los viejos principios del entendimiento puro kantianos. Pero estas y otras influencias se tratarán en el capítulo cuarto.

### 2.3.2 Los *Grundlagen* de Hilbert

Como vimos en nuestra sección dedicada al desarrollo de la geometría proyectiva, desde muy temprano los geómetras del siglo XIX iniciaron una reconsideración de su objeto de estudio que los condujo a un abandono paulatino de la intuición, y a la visión de la geometría como un conjunto de relaciones puramente estructurales establecidas en sistemas axiomáticos. Pasch y Peano, llevaron esta idea a su máxima concreción y a un rigor matemático que no había obtenido antes. No obstante, quizás la obra que más que otras sentó las bases de la visión contemporánea sobre la geometría pura fuera la de Hilbert.

David Hilbert (1862-1943) escoge una cita de Kant como epígrafe para sus *Fundamentos de la geometría*<sup>36</sup>: “Thus, all human knowledge begin with intuitions, pass from these to concepts and end in ideas” (Hilbert, D., 1950, pág.1 [1899]).

Con esta cita, Hilbert no intenta comprometerse con la filosofía de la geometría de Kant, sino todo lo contrario. Comienza el libro diciendo que la geometría puede ser consistentemente construida desde unos pocos principios simples, los axiomas de la geometría. Al listar esos axiomas e investigar su conexión mutua, llevamos a cabo “...the logical analysis of our intuition of space” (Ibidem pág.1). La autoridad de Kant es invocada para justificar un procedimiento no-kantiano, a saber, que procedemos desde la intuición pura a su análisis lógico-conceptual, algo que Kant creía imposible.

Hilbert nos conmina a concebir tres diferentes conjuntos de cosas que podemos llamar, respectivamente, puntos, líneas y planos. Esas cosas deben ser concebidas como estando en ciertas relaciones mutuas, cuya descripción exacta es dada en los axiomas de la geometría. Esas relaciones son de cinco tipos: una relación binaria entre puntos y líneas, una relación binaria entre puntos y planos (expresadas ambas mediante el verbo “estar en”); una relación ternaria

---

<sup>36</sup> Aquí se citará por la traducción inglesa *The Foundations of Geometry*, Open Court, La Salle, 1950.

entre puntos (“estar entre”), y dos relaciones binarias entre diferentes tipos de conjuntos de puntos (congruencia de segmentos y congruencia de ángulos). Los axiomas también caen dentro de cinco grupos, cada uno de los cuales “expresses certain basic related facts of our intuition” (Idem, pág.3). Los primeros tres grupos caracterizan, respectivamente, la relaciones de incidencia, “estar entre” y congruencia. Los restantes axiomas no introducen nuevas relaciones, sino que establecen hechos adicionales acerca de los puntos, líneas y planos, que implican las relaciones que hemos mencionado. El único axioma en el grupo IV es equivalente al 5º postulado de Euclides. El axioma VI 1 es el postulado de Arquímedes.

Quizás podría decirse con justicia que si concedemos que los puntos, líneas y planos de la geometría clásica son intuitivamente dados, los axiomas de los grupos I, II y III expresan los hechos intuitivos fundamentales de incidencia, estar entre y congruencia. Sin embargo, es difícil decir lo mismo de los restantes grupos. Por lo tanto, el conjunto completo de los axiomas de Hilbert ofrecen más que un mero análisis de la intuición espacial. Antes bien, proveen desde un punto de vista meramente estructural una caracterización del objeto de la geometría euclídeana. Pero tal objeto no es en ningún sentido dado en la intuición. Es cierto que podemos llegar a pensarlo inducidos por su expresión local, parcial e insegura en nuestro medio ambiente. La geometría euclídeana en efecto regula nuestro orden y comprensión de lo que normalmente llamamos los rasgos espaciales de la experiencia, y constituye nuestro medio ambiente a través de la influencia que ejerce sobre carpinteros y albañiles, arquitectos e ingenieros civiles.

Las relaciones entre ciertos patrones básicos de conducta humana, la articulación de las percepciones en la mente adulta y la estructura abstracta desarrollada en los *Elementos* de Euclides constituye un campo importante de investigación psicológica y filosófica. En mi opinión, este campo, fructíferamente explorado en el siglo XX por Husserl y Becker, Nicod y

Piaget, no pudo ser claramente concebido antes que la estructura euclídeana fuera aislada y caracterizada por Hilbert y sus predecesores.

El propósito clave de Hilbert no es, como el de Pieri, exhibir la naturaleza abstracta del conocimiento geométrico, o mostrar que puede ser totalmente expresada en términos de un mínimo de nociones indefinidas, sino como él dice: “to bring out clearly the significance of the different axioms groups and the scope of the conclusions to be derived from the individual axioms” (Ibidem, pág. 1). Esto proveería “general information concerning the axioms, presuppositions or resources required to prove a particular elementary geometrical truth” (Ibidem, pág. 125).

La formalización de la geometría de modo que esta pueda ser construida como un sistema hipotético-deductivo, es sólo un ejemplo del intento persistente para axiomatizar las diferentes ramas de las matemáticas y verlas, al menos para los propósitos del análisis ulterior, como sistemas simbólicos sin una referencia o aplicación específica. Este es uno de los puntos culminantes de la historia de la geometría pura. No obstante, no es sólo el final de un desarrollo sino también el comienzo de una nueva historia y de una nueva disciplina sistemática, cuyo propósito es explorar las relaciones entre diferentes operaciones con símbolos tal como son empleadas en diferentes sistemas formalizados. A esto se conoce como “metamatemáticas”, llamada también “meta-lógica” o “sintaxis”, la que ejercerá una influencia notable en la constitución de otras varias disciplinas que tendrán como su objeto otros lenguajes.



### 2.3.3 La controversia Frege-Hilbert<sup>37</sup>

Al mismo tiempo que Poincaré estaba intercambiando artículos con Russell, Hilbert estaba acabando su monografía sobre los fundamentos de la geometría.

O. Blumenthal reporta que tan temprano como en 1891, comentando un trabajo de H. Wiener, Hilbert había dicho que “it must be possible to replace (in geometric statements) the words “points”, “lines”, “planes” by “tables”, “chairs”, “mugs”” (Citado en Coffa 1986, pág. 30). Varios años más tarde decidió poner la idea a trabajar, y en el invierno de 1898-99 en un curso sobre los fundamentos de la geometría euclídeana, presentó lo que iba a ser el contenido sustancial de su libro.

Como vimos antes, Frege había tenido un interés profundo en la geometría desde muy temprano en su carrera. Una vez escribió que un filósofo que no había tratado los problemas de la geometría no era un filósofo completo, y había perseguido activamente la actividad fundacional en tal campo.

Frege leyó la monografía de Hilbert tan pronto como ésta apareció, y su reacción fue de completo desacuerdo. Escribió a un amigo que los *Fundamentos* eran un error y decidió comenzar una correspondencia con Hilbert en orden a conducirlo a las cuestiones lógicas relevantes. Después de una breve respuesta a la primera carta de Frege, Hilbert se retiró del debate. Debido al escaso interés demostrado por Hilbert, Frege volvió al ataque con mayor énfasis, y en su segunda misiva a Hilbert le propuso la publicación de la correspondencia. Directamente o por implicación, Hilbert declinó, y su respuesta en nada disminuyó el interés de Frege. En 1903 publicó un doble estudio sobre los *Fundamentos*, en los que recogía parte de las observaciones que le había hecho en sus cartas y cuyo tono fue mayormente condescendiente, pensando que durante ese tiempo Hilbert habría modificado sus planteos a

---

<sup>37</sup> Para la confección de esta sección me he apoyado nuevamente en el artículo de Coffa citado en la nota 28.

instancias suyas. La aparición en 1903 de la segunda edición de los *Fundamentos* sin corrección alguna, provocó en Frege un acceso de ira. Hilbert fue acusado no sólo de ignorar lo que se quiere decir con “axioma” o “independencia”, sino también de oscurecer deliberadamente las cosas para salvar a su doctrina.

Más allá de lo anecdótico, el debate entre Frege y Hilbert es uno de los documentos más reveladores sobre el conflicto entre la concepción del conocimiento geométrico emergente y el punto de vista clásico. Ningún filósofo antes que Frege había dado una descripción más clara y una presentación más precisa de tal punto de vista.

Es difícil evitar un sentido de *déjà vu* cuando se observa que la principal acusación de Frege contra Hilbert es que éste padecía una entera confusión en lo concerniente a la naturaleza de las definiciones. Como es bien conocido, Hilbert había comenzado sus *Fundamentos* estableciendo lo que él llamaba una “Erklärung” (elucidación o definición):

“We conceive three different systems of things; we call the things in the first system points... the things in the second system straight lines... the things in the third system planes... Between points, straight lines and planes we imagine certain relations that we express with words like “lies on”, “is between” and “it is congruent”; the exact description of these relations is given by the axioms of geometry” (Hilbert 1950, pág. 2).

A esto lo sigue los cinco grupos de axiomas, y directamente después, la primera investigación de las propiedades de consistencia e independencia de una variedad de sistemas axiomáticos de naturaleza geométrica.

Frege estaba horrorizado, y en su primera carta escribe que: “It is high time that we began to come to an understanding about what a definition is and what it is supposed to accomplish... It seems to me that at the present time complete anarchy and subjective inclination reign supreme in this area” (Ibidem Coffa, pág. 31). Lo que sigue es una magistral

exposición de la imagen clásica del conocimiento: la totalidad de los enunciados en una teoría, explica Frege, ha de ser dividida en dos grupos, aquellos en los que se afirma algo y aquellos en los que algo es estipulado. Los primeros son los axiomas y teoremas de la teoría, los últimos son las definiciones:

“It is absolutely essential for the rigor of mathematical investigations that the difference between definitions and all other sentences be maintained throughout in all its sharpness. The other sentences (axioms, principles, theorems) must contain no word (sign) whose meaning or, (in the case of form words, letters in formulas) whose contribution to the expression of the thought is not already completely settled, so that there is no doubt about the sense of the sentence- about the proposition expressed in it. ... Therefore, it can never be the purpose of axioms and theorems to establish the meaning of a sign or word occurring in them; rather, this meaning must already be established” (Ibídem Coffa, pág. 31).

Aquí se expresa con claridad la tesis del atomismo semántico, y se sigue la idea de que todo enunciado en una teoría que no sea una definición debe transmitir información y por lo tanto ser susceptible de verdad o falsedad. Bajo este punto de vista, los axiomas I-III de Hilbert *presuponen* el significado de los términos involucrados en ellos, a saber, “punto”, “línea” y “plano”.

La respuesta de Hilbert es rotunda: “ I do not want to presuppose anything as known. I see in my explanation in 1 the definition of the concepts point, straight line, and plane, if one adds to these all the axioms of groups I-V as characteristics. If one is looking for other definitions of point, perhaps by means of circumscriptions such as extensionless, etc. then, of course, I would most decidedly have to oppose such an enterprise. One is then looking for something that can never be found, for there is nothing there, and everything gets lost, becomes confused and vague, and degenerates into a game of hide and seek” (Ibídem Coffa,

pág. 32). Esta explicación reveladora de lo que Hilbert pensaba acerca de los procedimientos pre-axiomáticos para capturar los indefinibles de la geometría, puede ser comparada con las observaciones de Poincaré acerca de aquellos que afirman alguna suerte de familiaridad (o intuición) con indefinibles tales como congruencia y línea recta. Para ambos, como para todos los géometras, la búsqueda pre-axiomática de los indefinibles es “a game of hide and seek” donde reina la oscuridad y la ambigüedad sencillamente porque, “there is nothing there”.

Frege no podía hacer sentido de lo que Hilbert estaba diciendo, por lo que atribuyó el error a una mala comprensión por parte del último de lo que cuenta como definición de un concepto. En la segunda carta enviada a Hilbert, Frege dice que para tener claro lo que es “definir un concepto” tenemos que tener claro antes lo que es un concepto. Un concepto es una función que toma a todos los objetos como argumentos y a los valores de verdad como valores. Cuando (y sólo cuando) el concepto *C* asigna verdad al objeto *a*, decimos que *a* cae bajo *C*. El concepto *punto*, por ejemplo, asigna a todos los puntos el valor verdad, y el valor falso a todo lo demás. Definir *punto*, por lo tanto, consiste en especificar condiciones que determinarán para cualquier objeto si cae bajo el concepto o no. Bajo este punto de vista, los axiomas de Hilbert deben dar condiciones que determinen que un objeto es un punto, por ejemplo, el reloj de bolsillo de Frege.

Un segundo rasgo de la doctrina del concepto de Frege refuerza el argumento contra Hilbert. Según Frege, si definir un concepto consiste en dar condiciones bajo las cuales un objeto cae bajo un concepto, entonces definir un concepto no es más que enumerar las propiedades (Merkmale) que un objeto debe cumplir para que caiga bajo un concepto. La conjunción de esas marcas da las condiciones necesarias que un objeto debe tener para que sea subsumido bajo un concepto. Obviamente, para Frege, esas marcas que definen un concepto deben ser conceptos del mismo nivel que el *definiendum*, ya que deben aplicarse a los mismos

objetos. Si esto es así, entonces las supuestas definiciones que encierran los axiomas de Hilbert no pueden ser vistas como definiciones propiamente dichas, pues algunas de las marcas enumeradas en sus axiomas son conceptos de segundo nivel (por ejemplo, la cuantificación).

Una vez más, podemos concluir que los axiomas de Hilbert no definen conceptos. No es necesario enfatizar en qué medida la crítica de Frege dependía de su teoría del concepto o la centralidad de tal doctrina dentro de la filosofía de Frege. Varios meses más tarde, Frege recibió una postal de Hilbert con la siguiente observación:

“My opinion is that a concept can only be logically determined through its relations to other concepts. These relations, as formulated in determinate assertions, are what I call axioms. I thereby come to the conclusion that axioms...are definitions of concepts. I have not come to this opinion for the purposes of my own amusement; rather, I have found myself forced to accept it by the requirements of rigor in logical inference and in the logical structure of a theory” (Ibidem Coffa, pág. 34).

Y más tarde, Hilbert expresa su desacuerdo con la doctrina del concepto tradicional como sigue: “These contradictions led me to the conviction that traditional logic is unsatisfactory, that the theory of concept construction is in need of sharpening and refinement, whereby I have come to think that the essential deficiency in the traditional construction of logic is the assumption-accepted by all logicians and mathematicians up to the present- that a concept is given when one can determine for each object if it falls under the concept or not. This is, in my opinion, insufficient. The decisive thing is the knowledge of the consistency of the axioms that define the concept” (Ibidem Coffa, pág.34).

Si los axiomas de la geometría expresan proposiciones fregeanas, luego los primitivos en los enunciados axiomáticos deben de alguna manera- no importa cómo- tener un significado previamente asignado a su composición en un enunciado e independientemente de

este último. Aunado a esto, si esos significados son la suerte de cosa que Frege dice que son, *id est*, si su definición se da por medio de la conjunción de marcas características, luego, una vez más, los axiomas no pueden representar tales definiciones.

El problema está, no obstante, en si los antecedentes de esta implicación son verdaderos. De acuerdo con Poincaré y Hilbert no lo son, pero lamentablemente la teoría del concepto que ellos estaban concibiendo no tenía la suficiente articulación como para representar más que un sentimiento instintivo de convicción. La respuesta afirmativa de Frege, no obstante, reposaba en el sistema semántico más completo y articulado que hubiera existido.

## 2.4 Conclusiones

Como vimos en nuestra exposición, la geometría proyectiva llevó a cabo una verdadera reformulación del objeto de estudio de la geometría. Las relaciones de congruencia, introducidas desde la época de Descartes, fueron abandonadas y sustituidas por relaciones estrictamente cualitativas entre las figuras. La geometría comenzó a ser considerada como una teoría del orden de las figuras espaciales, y como tal, se acercó más al ideal de la geometría imaginado por Leibniz (*Analysis Situs*). La cadena de construcciones armónicas mediante las cuales son generados los puntos de la geometría proyectiva, provee la estructura del orden, que debe su valor e inteligibilidad al hecho de que no es algo sensorialmente dado sino construido por el pensamiento a través de una sucesión de estructuras relacionales. Esta conexión deductiva constituye una determinación formal distinta, que puede ser separada de su fundamento material y establecida por sí misma en su carácter sistemático. Los particulares que se insertan en esta estructura de orden no son más que ejemplos de una cierta forma universal de conexión, es decir, son considerados “existentes” y determinados en la medida en que participan en una estructura objetiva. Esta concepción tiene su expresión más clara en la visión

de Hilbert explicitada más arriba. Como se vio oportunamente, en contraste a las definiciones euclidianas, que toman los conceptos de punto y línea recta como datos inmediatos de la intuición, aquí la naturaleza de los objetos geométricos es definida exclusivamente por las condiciones a las cuales están subordinados. El punto y la línea recta no son más que estructuras que están en ciertas relaciones con otras de su tipo, las cuales son definidas por los grupos de axiomas. Contra la exigencia de Frege de definir los elementos básicos antes de comenzar la construcción del sistema, puede decirse que en esta concepción la determinación de la individualidad no es el comienzo sino el fin del desarrollo conceptual, pues es sólo a través de la estipulación de los axiomas que es posible dar algún significado a los elementos básicos del sistema.

Como es claro, el recurso a la intuición como facultad cuasi-perceptiva, no-lógica y no-conceptual, que constituye el fundamento y la posibilidad de la construcción de los objetos geométricos fue abandonada, demostrándose que los mismos pueden ser determinados y construidos por medios estrictamente lógicos. Se concluye así que lo formal se basta para suministrar objetos, claro está, no entendidos desde el punto de vista de sus contenidos sensoriales, sino como determinaciones puramente estructurales.

Asimismo, el surgimiento de las geometrías no-euclidianas coadyuvó al rechazo que de la intuición ya se había encargado el desarrollo de la geometría proyectiva. En este caso, no obstante, el rechazo respondió más bien a un argumento que mezclaba consideraciones formales y epistemológicas. El punto estaba en que a partir de la proliferación de geometrías no-euclidianas, demostradas consistentemente desde el punto de vista matemático, se preguntó acerca de la autoridad epistémica de la geometría euclidea, esto es, cómo es posible concebir sistemas geométricos no-euclidianos y sostener a la vez que el sistema euclideo es verdadero a priori. Esto, como es obvio, intentaba minar no sólo la autoridad de la geometría

euclídeana en lo tocante a su valor epistémico, sino el fundamento de su aplicación a la experiencia, a saber, la intuición.

De este modo, el rechazo a la intuición fue doble y completo: por un lado se rechazó como medio posibilitador de la construcción de figuras y relaciones espaciales, el desarrollo de la geometría proyectiva demostró que es posible generar todos sus objetos por medios estrictamente lógicos; por otro lado, como resultado del surgimiento de las geometrías no-euclídeanas, se rechazó también como facultad epistémica fundamental de aplicación de las estructuras espaciales a los objetos de la experiencia.

Pero ahora debemos preguntar, ¿condujo este rechazo de la intuición a una forma no-kantiana de ver la relación entre el reino conceptual y la experiencia? En otras palabras, ¿condujo este abandono de la intuición a rechazar la hipótesis kantiana de la constitución de la experiencia por medios conceptuales? La respuesta es no<sup>38</sup>.

Como he ya adelantado en la introducción y apuntado en el texto mismo, los propios géometras implicados en estos desarrollos comenzaron a esbozar una idea que germina en el siglo XIX y que sentará las bases para la articulación de una noción de a priori radicalmente nueva. Ya hicimos referencia a algunas de las observaciones de Veronese y Klein acerca de los procesos de *idealización* implicados en la relación entre el espacio sensible y el geométrico. En nuestro siguiente capítulo veremos cómo dos de los intelectuales más influyentes de la época se embarcaron en un proyecto de características similares. En efecto, en los filósofos que analizaremos de inmediato, Helmholtz y Poincaré, se da el paso intermedio o, mejor dicho, la maduración de esta noción de idealización que constituirá la clave de la reformulación de lo a priori que primará en la filosofía posterior. En efecto, la idea central es que, obviando el

---

<sup>38</sup> Filósofos sobresalientes como el propio Coffa han también respondido negativamente esta pregunta, pero como he dejado establecido en la introducción, Coffa niega lo que aquí se pretende defender, a saber, que lo que perdura a través de estos cambios es una tradición que defiende el valor constitutivo de la *experiencia* y no meramente de los significados de los términos involucrados en un lenguaje o marco conceptual.



recurso a la intuición, las nociones geométricas puras, que ahora pertenecen al ámbito puramente conceptual y por ende al entendimiento, se aplican directamente a la variedad dada en la experiencia llevando a cabo una idealización de esos datos y por ende una constitución de los mismos.

El filósofo en quien esta idea se expresará con más fuerza es E. Cassirer el cual fue de enorme influencia sobre los pensadores alemanes posteriores, principalmente sobre Rudolf Carnap, quien después de un proceso de maduración encarna este ideal en su *Aufbau*. Asimismo, Schlick y Reichenbach, aunque no tienen duda en la asunción de la idea de ver a los sistemas conceptuales como constructos puramente formales, ven todavía un “vacío” entre lo conceptual y lo empírico que llenan con la noción de principios coordinativos.

Permítase, para culminar, adelantar cómo los desarrollos de la geometría que hemos examinado en este capítulo, influyeron en el modo en que los filósofos concibieron la naturaleza de lo a priori metodológico, a saber, como absoluto o relativo.

Para los griegos la geometría pertenecía al ámbito del “ser eterno”, de lo incommoviblemente fijo en lo cual el concepto de cambio sólo entraba de una manera puramente auxiliar. Este énfasis de la permanencia, que intentaba excluir todo elemento sensible de los fundamentos del conocimiento matemático puro, parece probarse de una manera indirecta en el desarrollo de la geometría proyectiva, especialmente en la articulación de la teoría de grupos. La geometría, considerada como la teoría de los invariantes, trata de ciertas relaciones incambiables, pero este sentido de inmutabilidad no puede ser definido a menos que comprendamos que ocurren ciertos cambios o transformaciones a través de los cuales algo es preservado. Las propiedades geométricas inmutables no deben ser consideradas tales en y por sí mismas, sino con relación a un sistema de transformaciones posibles que asumimos implícitamente. La permanencia en cuestión no denota una propiedad absoluta de los objetos

dados, sino que es válida en relación con una cierta operación intelectual escogida como marco de referencia. Esta idea de invariancia condujo a versiones absolutistas de lo a priori.

Por ejemplo, E. Cassirer, en su (1910) modela su noción de a priori a través de esta idea de invariancia. De acuerdo con Cassirer, al igual que todas las representaciones en la conciencia se encuentran en un orden temporal que las unifica y conecta, no importa cuán variado sea el rango de estas representaciones, en las sucesivas fases de la ciencia puede también observarse esta conexión esencial. Cada cambio en el sistema de conceptos científicos pone al descubierto los elementos estructurales permanentes adscritos al sistema, como si sólo bajo la presuposición de esos elementos el sistema puede ser descrito. Los detalles de esta concepción del cambio y lo permanente en el desarrollo histórico de la ciencia serán puntualizados en el capítulo cuatro, mientras tanto permítaseme señalar que, según Cassirer, dado que nunca comparamos los sistemas de hipótesis con los hechos mismos, sino que siempre oponemos un sistema hipotético a otro más inclusivo y radical, necesitamos, para esta comparación progresiva, un estándar constante de medida de principios supremos de la experiencia en general. Y el propio Cassirer señala la analogía de su concepción con el procedimiento de la geometría: “Just as the geometrician selects for investigation those relations of a definite figure, which remain unchanged by certain transformations, so here the attempt is made to discover those universal elements of form, that persists through all change in the particular material content of experience”(Cassirer 1923 [1910], pág 268-69). Como veremos en su momento, esas formas que persisten a través del cambio son las categorías de espacio y tiempo, la de magnitud y dependencia funcional de magnitudes, etc., pero por ellas no debemos entender algo con un contenido determinado, sino un concepto cuyo significado no está restringido a su contenido material. Por ejemplo, la idea de una categoría espacial

significa meramente la idea de una coexistencia general de los objetos, sin necesidad de especificar el orden de la coexistencia.

La proliferación de geometrías no-euclidianas, la posibilidad de su construcción y prueba por medios estrictamente lógicos y el consiguiente abandono de la intuición como facultad restrictiva a priori, inspiraron una variedad de concepciones convencionalistas, entre las cuales se destacan por su influencia las de H. Dingler y H. Poincaré. Como veremos en nuestro siguiente capítulo, el convencionalismo de Poincaré es una posición filosófica mucho más sofisticada que lo que se ha entendido tradicionalmente. No obstante, el principio de que los sistemas geométricos son en general “libres creaciones de la mente humana” que podemos escoger libremente para su aplicación a la experiencia, fue de gran inspiración en la filosofía posterior.

Schlick y Reichenbach adoptaron variaciones de concepciones convencionalistas a lo largo de su carrera. Por un lado, ambos recogen los resultados de la axiomatización de Hilbert y la aplican a la ciencia empírica, articulando su noción de sistema conceptual bajo la forma de un sistema axiomático definido implícitamente. Por otro lado, se hacen eco del impacto del surgimiento de las geometrías no-euclidianas sobre la noción de intuición como facultad mediadora y restrictiva entre lo conceptual y lo empírico. Por este rechazo se ven conducidos a re-pensar esa relación, bajo la idea de una función coordinativa que es meramente “designativa” en el caso de Schlick y “constitutiva” en el caso de Reichenbach. Así, cada uno a su manera, asumen una concepción de lo a priori que podríamos llamar “a priori relativo”.

El caso de Carnap es más complejo. Comienza su carrera (1920) asumiendo una concepción mucho más afín a la idea de invariantes lógicos de Cassirer, la que se muestra en su distinción entre “forma necesaria” y “forma opcional” de la experiencia. En 1923 exhibe una concepción abiertamente convencionalista, y, echando mano a la idea de “coordinación”,

concede lo a priori como relativo. En 1928, en tanto, a pesar de que lleva adelante la idea clave del "idealismo lógico" de Cassirer de transformación de lo trascendental en formal, esta herramienta constitutiva es también convencional.

Estas y otras influencias serán resaltadas y tratadas con detalle en los subsiguientes capítulos.

### 3.0 La relación entre experiencia y geometría y la reformulación de lo a priori en la concepción de H. v. Helmholtz y Henri Poincaré

#### Introducción

Mientras la autonomía de la geometría pura se volvió algo firmemente establecido por el triunfo del método axiomático, la relación de los sistemas simbólico-formales con los materiales concretos de la experiencia era algo que no había sido aún aclarado. Como destacó anteriormente, tanto el desarrollo de la geometría proyectiva como el surgimiento de las geometrías no-euclidianas puso en serios aprietos a los filósofos, principalmente a los de filiación kantiana, quienes frente a la proliferación demostrada de sistemas geométricos alternativos y el avance de los métodos proyectivos, se vieron conminados a poner en duda uno de sus bienes más preciados, la intuición, y con ello la naturaleza a priori del conocimiento geométrico.

A simple vista, dicho suceso parecía dejar poco lugar a dicha noción. Sin embargo, las respuestas provenientes de pensadores tan distintos como Hermann von Helmholtz y Henri Poincaré, no se encaminaron a una forma abiertamente empirista de ver las cosas. En el caso de Helmholtz, por ejemplo, aunque es cierto que vio la elección entre geometrías euclidea y no euclidea como empírica, también sugirió que la estructura más general del espacio, común a todos los sistemas, euclideo y no euclideo, era una presuposición necesaria de toda medida espacial y así una forma “trascendental”<sup>39</sup> en el sentido de Kant. Sin embargo, como será manifiesto en la concepción de Poincaré, el sentido de lo a priori que Helmholtz está concibiendo para el espacio, se aleja no sólo de la idea de intuición pura, sino también de la de una categoría que preside un proceso puramente mental de organización de las

---

<sup>39</sup> Helmholtz entiende por “trascendental” lo que Kant entendió por “a priori”.

sensaciones. Antes bien, su idea es la de una función del entendimiento que se involucra en los procesos sensoriales dotándolos de un estatus más que meramente empíricos, llevando a cabo una verdadera idealización de los mismos.

Para Poincaré, si bien ninguna geometría particular es una condición a priori de nuestra intuición espacial, no se sigue que la elección entre tales geometrías sea totalmente arbitraria. Según su opinión, la experiencia es una guía imprescindible para la elección de algún sistema geométrico, y lo es sobre la base de que se encuentra regulada por una función a priori del entendimiento.

Sorprende un tanto que dos de los intelectuales más importantes de los siglos XIX y XX, los cuales van a ejercer una influencia profunda sobre las escuelas filosóficas existentes y en formación, se hayan abocado a una reformulación de la idea kantiana de lo a priori que, mientras rechaza asignar algún papel a la intuición pura, mantiene no obstante el aspecto constitutivo presente en dicha idea. En efecto, podría afirmarse que es en el modo en que estos filósofos conciben la noción de a priori que ésta mantiene su sentido constitutivo del objeto de experiencia, no meramente desde el punto de vista semántico del mismo, sino en el sentido esencialmente metodológico que queremos defender aquí. Como será tarea de este trabajo mostrar, hubo una tradición de pensadores que influenciados por esta idea surgida del intento por solucionar algunos problemas de la geometría, mantuvieron y desarrollaron una concepción del conocimiento empírico que apelaba a la presencia de elementos conceptuales en la experiencia. Asimismo, como también apunté oportunamente, estas tradiciones, lejos de estar unívocamente determinadas, se encuentran muchas veces confundidas, hallando filósofos que representan ambas. Poincaré es un caso, y su idea de las convenciones como “definiciones disfrazadas” encarna patentemente la idea de ciertos principios que ofician como la condición

de significatividad de todo término que pertenece a un lenguaje. Por ello, también revisaremos esa concepción de los axiomas.

### 3.1 La reformulación de lo a priori en la filosofía de la geometría de Hermann von Helmholtz

Debido a la extraordinaria versatilidad de sus intereses, Helmholtz ha sido frecuentemente citado como ejemplo de un universalista que hizo numerosas contribuciones en las más variadas áreas de investigación.

Entrenado como médico, escribió varias obras dedicadas al análisis de la fisiología de los sentidos. Su *Manual de óptica fisiológica* (1856-1860), obra en tres volúmenes, pasó por más de tres ediciones y es considerada aún hoy un baluarte de la disciplina. En 1863, publicó su *Teoría de las sensaciones del tono*, que es igualmente importante para la acústica fisiológica. En física-matemática, su artículo “Sobre la conservación de la energía” (1847) le ha valido una prominente posición en la historia de la física, como pionero en el área de la termodinámica.

Pero Helmholtz no restringió su trabajo a la fisiología y a la física o aún a las ciencias naturales. También exploró cuestiones de estética, filosofía y matemáticas. Sin embargo, estas contribuciones a las más variadas y dispares disciplinas se encuentran profundamente imbricadas en el pensamiento de Helmholtz. En efecto, al ir desde una disciplina a otra, no estaba dirigiendo su atención aleatoriamente a un número de problemas distintos, antes bien, sus intereses e investigaciones lo fueron conduciendo naturalmente a nuevos ámbitos de interés e investigación que se imbricaban temática y conceptualmente con las anteriores. Así, su interés primario en el problema de la percepción, antes y durante la época de su *Óptica*, y la discusión en la que se imbricó con los allí llamados “intuicionistas”, lo condujeron al problema específico de la percepción espacial lo que lo motivó a explorar matemáticamente los

fundamentos de los axiomas geométricos. A su vez, este trabajo matemático lo expuso a algunos resultados inesperados que lo condujeron a la pregunta epistemológica acerca de cuál es la geometría verdadera del espacio físico. Allí van a confluír sus resultados, tanto en fisiología como en matemáticas. Esta síntesis puede observarse con nitidez en quizás una de las piezas más profundas que sobre este tópicó se hallan escrito alguna vez, “Los hechos en la percepción”.

Mi interés fundamental en esta sección radica en la postura de Helmholtz sobre la relación entre experiencia y geometría, pero como acabo de esbozar, esos aspectos de su obra aparecen en medio de una amalgama más amplia y profunda que incluye, tanto sus consideraciones sobre la estructura de la percepción, como su propio trabajo matemático. De este modo, antes de examinar sus aportes a la discusión en torno al fundamento epistemológico de los axiomas de la geometría, habré de exponer con alguna brevedad parte de sus contribuciones a la fisiología de los sentidos y a las matemáticas.

### 3.1.1 La fisiología de los sentidos y la naturalización de lo a priori

El interés de Helmholtz en la fisiología de los sentidos puede ser rastreado hasta el tiempo en que era estudiante bajo la dirección de Johannes Müller<sup>40</sup>. Sus visiones sobre la cuestión son claramente el producto de varios factores e influencias contextuales, la más notoria de ellas la que provino de la “ley de las energías sensoriales específicas” de Müller.

En la ley de Müller, Helmholtz encontró una confirmación empírica de la teoría del conocimiento de Kant. Este punto es afirmado por Helmholtz, tan temprano como en 1855 en su ensayo “Sobre la visión de los hombres” y reafirmado en el tercer volumen del *Manual de*

---

<sup>40</sup> Johannes Müller (1801-1858) hizo contribuciones a la fisiología, anatomía, y zoología. Desde 1838 a 1842, Helmholtz estudió bajo la dirección de Müller en la universidad de Berlín.



*óptica fisiológica* (en adelante *OP*)<sup>41</sup>, en la sección que contiene un estudio histórico de las teorías sobre las impresiones sensoriales. Allí dice Helmholtz: “The most essential step for putting the problem in its true light was taken by Kant in his *Critique of Pure Reason*, in which he derived all real content of knowledge from experience. But he made a distinction between this and whatever in the form of our apperceptions and ideas was conditioned by the peculiar ability of our mind. Pure thinking a priori can yield only formally correct propositions, which, while they may appear to be absolutely binding as necessary laws of thought and imagination, are, however, of no real significance for actuality; and hence they can never enable us to form any conclusion about facts of possible experience.

According to this view perception is recognized as an effect produced on our sensitive faculty by the object perceived; this effect, in its minuter determinations, being just as dependent on what causes the effect as on the nature of that on which the effect is produced. This point of view was applied to the empirical relations by Johannes Müller in his theory of the Specific Energy of the Senses” (*OP*, pág. 456).

En efecto, siguiendo las investigaciones de Goethe, Troxler, Steinbuch, Purkinje, y otros, que habían insistido sobre la idea de que la luz, la oscuridad y el color eran energías esenciales inmanentes al sentido visual, Müller agregó sus propias observaciones sobre los fenómenos visuales subjetivos, dando lugar a su teoría de las “energías nerviosas específicas”.

Estas “energías” diferían de la mera “sensibilidad específica” en que intentaban dar cuenta del contenido cualitativo de las sensaciones que el sujeto contribuye. Al postular tales “energías” Müller ofreció el tipo de conexión de pensamiento y experiencia, de observación y teoría, que veía como la tarea más alta de la investigación fisiológica.

---

<sup>41</sup> Aquí se seguirá la edición inglesa traducida por James Southall en 1925.

La idea subyacente era que las viejas funciones cognitivas kantianas estaban ahora materializadas en la estructura de nuestros órganos sensoriales y de ellos depende, casi completamente, el resultado de la percepción. Helmholtz asumió, como veremos más adelante, esta especie de “naturalización” de las facultades cognitivas kantianas, sin embargo, se alejó de las corrientes que interpretaron esta idea en el camino del innatismo. Para Helmholtz, la percepción va a continuar conteniendo un elemento psicológico que no es reducible a lo meramente fisiológico.

La disputa entre las así llamadas escuelas “empírica” e “intuicionista” se centró sobre el grado en que nuestras percepciones sensoriales son aprendidas en la experiencia. Los “intuicionistas” sostuvieron que es muy poco lo aprendido a través de la experiencia, postulando mecanismos innatos que determinan fisiológicamente las percepciones. En contraste, Helmholtz le asignó un rol importante al aprendizaje en la determinación de nuestras representaciones perceptuales.

Un punto muy ilustrativo de esta discusión es el tema de la percepción espacial. Helmholtz sostuvo que nuestras percepciones de profundidad, anchura, arriba y abajo, son debidas al aprendizaje a través de la experiencia del mundo. Los intuicionistas atribuyeron esas sensaciones a la fisiología intrínseca, esto es, a la existencia de uno o más órganos que poseen la capacidad perceptual del caso. En una sección de la *OP* dedicada a la revisión de las teorías de la percepción corrientes en sus días, Helmholtz describe la interpretación intuicionista de este problema diciendo que el punto central de su propuesta radica en su insistencia en que la localización de las impresiones en el campo de la visión se deriva de un mecanismo innato, el que o bien es acompañado de ciertos mecanismos aperceptivos espaciales, o bien la mente conoce directamente. Según Helmholtz los intuicionistas dejan este hecho completamente inexplicado.

Hering, quien fue el mayor antagonista de Helmholtz en este punto, llevó adelante con vigor su idea de que los mecanismos innatos determinan la forma de nuestra percepción espacial. Hering asume que cuando los puntos individuales de la retina se encuentran en estado de estimulación, hay tres diferentes tipos de sensaciones espaciales paralelas a las sensaciones de color. Esas sensaciones espaciales son: altura, anchura y profundidad. Así, para Hering, la fisiología de nuestro ojo no sólo determina partes de la sensación como el rojo o el brillo, sino también nuestra percepción espacial.

En la *OP*, Helmholtz comienza enfatizando que las percepciones humanas no se deben simplemente a mecanismos fisiológicos sino que también están implicados procesos psíquicos. De acuerdo con Helmholtz, muchos fisiólogos y psicólogos han visto la conexión entre la sensación de un objeto y su concepción de una manera tan rígida, que no han sido capaces de apreciar el hecho indubitable de que en la concepción de un objeto participan procesos psíquicos. Donde los intuicionistas postulaban una serie de mecanismos innatos que determinan nuestras percepciones espaciales, Helmholtz coloca una serie de experiencias inconscientemente aprendidas.

“The psychic activities that lead us to infer that there in front of us at a certain place there is a certain object of a certain character, are generally not conscious activities, but unconscious ones. In their result they are equivalent to a *conclusion*, to the extent that the observed action on our senses enables us to form an idea as to the possible cause of this action; although, as a matter of fact, it is invariably simply the nervous stimulations that are perceived directly, that is, the actions, but never the external objects themselves” (*OP*, pág. 430).

Aquí nos encontramos con un esbozo de lo que ha sido conocido como la “teoría de la inferencia inconsciente”. Esta teoría fue diseñada para proveer una explicación de las

operaciones mediante las cuales llegamos a formarnos representaciones de la existencia, forma y posición de los objetos externos, sobre la base de las sensaciones que surgen de la estimulación de la retina conjuntamente con las sensaciones de los músculos oculares. Así, la primera función de la teoría era proporcionar una explicación de los procesos mediante los cuales las sensaciones son integradas en percepciones. Al mismo tiempo, como puede percibirse en el párrafo anteriormente citado, Helmholtz conectó la teoría con cuestiones de metafísica y teoría del conocimiento, y específicamente con el problema del mundo externo. Esta conexión tiene sus raíces en una analogía entre inferencia perceptual e inferencia científica. Helmholtz prestó atención al papel que la experiencia y el experimento juegan en la contrastación de las hipótesis perceptuales y científicas acerca de la existencia y carácter de los objetos naturales. Veamos con algo de detalle esta “teoría de la inferencia inconsciente”. Como dijimos anteriormente, Helmholtz parte de la asunción básica de que sensación no es percepción, que la verdadera percepción visual resulta de la comprensión de las sensaciones y es, por lo tanto, un proceso psicológico; nosotros aprendemos a ver, y la visión resulta de juicios, conclusiones y deliberaciones de las cuales no somos conscientes. La presuposición básica de la teoría de la inferencia inconsciente es la idea de que nuestras sensaciones son meros “signos” de los objetos externos, cuyos significados aprendemos por experiencia a través de las asociaciones subjetivas<sup>42</sup>. Helmholtz adoptó la posición de que la estimulación de una simple fibra en la retina produce no sólo una sensación de color, sino también un “signo local” peculiar a tal fibra. Como Steinbuch, opinó que originalmente tales signos no tienen significado especial, sino que lo obtienen sólo como resultado de procesos psicológicos subsiguientes. Por ejemplo, mi habilidad para localizar una mesa en el espacio tri-dimensional no está directamente dada en las simples sensaciones visuales y táctiles, porque ni a través del

---

<sup>42</sup> El análisis detallado de la teoría de los “signos” lo haré en el tercer apartado de esta sección

ojo ni de la mano se puede dar una representación directa de una magnitud espacial de tres dimensiones. Tal percepción requiere el conocimiento (inconsciente) de un gran número de regularidades entre las sensaciones simples, generadas por mi movimiento alrededor del objeto, rodeándolo y tocándolo. En su famosa conferencia “Progresos recientes de la teoría de la visión” de 1868, Helmholtz ejemplifica el punto como sigue: “The infant first begins to play with its hands. There is a time when it does not know how to turn its eyes or its hands to an object which attracts its attention by its brightness or colour. When a little older, a child seizes whatever is presented to it, turns it over and over again, looks at it, touches it, and puts it in his mouth. ...After he has looked at such a toy every day for weeks together, he learns at last all the perspectives images which it presents; then he throws it away and wants a fresh toy to handle like the first. By this means the child learns to recognize the different views which the same object can afford, in connection with the movements which he is constantly given it. The conception of the shape of any object, gained in this manner, is the result of associating all these visual images” (Helmholtz 1868c, *JC*, pág. 194-195)<sup>43</sup>.

De este modo, la representación de un objeto surge a partir de la asociación de una gran masa de observaciones individuales. Tal representación es un concepto que comprende en su interior un número infinito de intuiciones particulares que se siguen unas a otras en el tiempo. El concepto así formado me proporciona un medio de reconocimiento ulterior de nuevos ejemplares en posiciones distintas. En este sentido, la habilidad para ver objetos en el espacio es primariamente una cuestión del entendimiento, y “the fundamental principle of the empiricist view is that sensations are signs for our consciousness, where learning to understand their meaning is left to our understanding” (*OP*, pág. 533).

---

<sup>43</sup> Todos los artículos de Helmholtz que se citen lo serán por su año de aparición y las iniciales de las obras en los cuales se encuentran dichos artículos, en este caso H. v. Helmholtz, “The Recent Progress of the Theory of Vision” (1868c) en *Science and Culture: Popular and Philosophical Essays*, David Cahan (ed), University of Chicago Press, Chicago, 1995.

Asimismo, el proceso mediante el cual aprendemos a localizar objetos en el espacio es estrechamente análogo al procedimiento consciente de inferencia inductiva característico de las ciencias naturales: “Of the greatest importance, finally, for the fixity of our conviction in the correctness of our sensory perceptions are the tests that we undertake by means of the optional motions of our body. There thereby arises the same kind of fixed conviction, relative to merely passive observation, that we gain in scientific investigations through the experimental method. The proper ultimate ground, through which all our consciously executed inductions receive the power of conviction, is the law of causality” (*OP*, pág.29). En efecto, excepto por el hecho de que las inferencias en la percepción son inconscientes, la analogía es completa.

Así, el principio que guía el proceso de las asociaciones inconscientes de sensaciones, desde el cual surge la percepción de un objeto es, al igual que en la inferencia inductiva en las ciencias naturales, el principio de causalidad. Este principio había jugado un papel importante en el pensamiento de Helmholtz desde un temprano trabajo de 1847 sobre la conservación de la energía, pero cambió radicalmente su sentido a partir de la época de la *OP*. En efecto, en el ensayo mencionado Helmholtz sostuvo una idea del principio de causalidad que apoyaba la hipótesis de un realismo causal. En la introducción a tal ensayo, Helmholtz describe “the ultimate and proper goal of the physical natural sciences as such” como comenzando con una parte experimental, donde uno busca describir los procesos naturales individuales mediante reglas generales que no son más que conceptos generales, y continúa hacia una parte teórica que busca, por contraste, encontrar las causas desconocidas de los procesos a través de sus efectos visibles; busca conceptualizarlos de acuerdo a la ley de causalidad. Esto nos conduce eventualmente a descubrir las causas últimas e inalterables de los procesos naturales. Estas serían los puntos masa de la mecánica analítica, que interactúan mutuamente únicamente a

través de fuerzas de atracción y repulsión independientes del tiempo y dependientes solamente de las distancias entre los puntos en cuestión. La posibilidad de reducir todas las apariencias de la naturaleza a esta base es la condición para la completa conceptualización de la naturaleza.

El principio de causalidad funciona aquí como un puente entre el mundo observable de las apariencias y las causas últimas e inobservables que se cree que subyacen y explican esas apariencias. En el contexto de la psico-fisiología de la percepción el principio sirve a una función similar, a saber, para justificar nuestra inferencia de que existe un mundo de objetos externos. Según Helmholtz, nunca percibimos directa e inmediatamente los objetos del mundo externo, sino únicamente los efectos que esos objetos ejercen sobre nuestro aparato nervioso.

De tal manera, es sólo a través de una inferencia que suponemos que hay algo en el mundo que es la causa de nuestras excitaciones nerviosas. Es decir, dado que experimentamos ciertas afecciones en nuestro aparato sensorial, eso nos autoriza a afirmar que tales experiencias son causadas por algo externo a ellas mismas. Por esta precisa razón, el principio de causalidad no puede ser una proposición empírica, pues es requerida antes de que pueda darse la experiencia de las cosas externas objetivas en general: “...hence the investigation of sense perception leads us on also to that knowledge already found by Kant, that the proposition “no effect without a cause”, is a law of our thinking given prior to all experience” (Idem Friedman 1997, pág. 30).

De este modo, en este estadio del pensamiento de Helmholtz, el principio de causalidad es la base de una versión de la teoría de la percepción realista causal. Detrás del velo de la percepción de nuestras sensaciones hay un mundo de objetos externos en el espacio, un mundo que podemos obtener epistémicamente únicamente vía una inferencia desde los efectos observados a las causas inobservadas. Sin embargo, por el tiempo de la *OP* y más abiertamente

quizás en la formulación más clara de su propuesta epistemológica en “Los hechos en la percepción”, su concepción acerca del principio de causalidad cambió considerablemente.

En este último trabajo caracteriza tanto al realismo causal como al idealismo subjetivo como “hipótesis metafísicas” y afirma, en una frase bien conocida, que “...what we can find unambiguously, and as a fact without anything being insinuated hypothetically, is the lawlike in the phenomena” (Helmholtz 1878, *EW*, pág.138). La ley de causalidad continúa siendo una ley dada a priori, una ley trascendental, debido a que la legalidad continúa siendo la condición para la conceptualización de las apariencias de la naturaleza. Pero este principio ya no puede servir para apoyar un realismo causal como el sostenido antes - para la postulación de un reino de objetos desconocidos más allá de las apariencias- sino que es por el contrario, un principio que gobierna las apariencias mismas y que es por lo tanto *constitutivo* de las relaciones entre nuestras sensaciones y su relación a un mundo externo.

### 3.1.2 Los *hechos* que están en la base de la geometría: el axioma de movilidad libre

El primer trabajo matemático de Helmholtz “Sobre el fundamento real de la geometría” (1866) es un artículo pequeño y general. Sus temas fueron ampliados y desarrollados con gran precisión matemática en un segundo artículo: “Sobre los hechos que están en la base de la geometría”<sup>44</sup> (1868). En este último trabajo, Helmholtz deja claro que él comenzó sus investigaciones debido a sus intereses en la percepción espacial. Dice: “My investigations on spatial intuition in the field of vision induced me also to start investigations on the question of the origin and essential nature of our general intuitions of space” (Helmholtz 1868b, pág. 39, *EW*).

---

<sup>44</sup> Este trabajo se encuentra traducido al inglés como “On the Facts Underlying Geometry” en compilación citada en la nota anterior.



En el desarrollo de estas investigaciones, Helmholtz encontró una pregunta cuya respuesta, él creía, también pertenecía a las ciencias exactas, a saber, ¿qué proposiciones de la geometría tienen un sentido objetivamente válido y cuales son meras definiciones o consecuencias de definiciones y por ende del modo escogido de expresión? Como es notorio, la pregunta de Helmholtz inquiriere acerca de los fundamentos de la geometría, pero vista ésta como la ciencia del espacio físico.

Después de que había comenzado, pero aún no publicado, sus investigaciones, se percató de que el trabajo de Riemann “Sobre las hipótesis que están en la base de la geometría” había tratado su mismo tópico. Pero aunque los paralelos entre las obras de Riemann y Helmholtz son sorprendentes, hay una diferencia esencial entre sus puntos de vista que se enfatiza ya en el título de su segundo trabajo, donde se habla de “los hechos que están en la base de la geometría” y no sólo “las hipótesis”.

En la teoría de Riemann sólo el principio más general de la geometría física, que establece que el espacio es lo que Riemann llama una “variedad” (*Mannigfaltigkeit*), pasa por un principio a priori que se sigue directamente del concepto de espacialidad.

Riemann comenzó sus investigaciones a partir del reconocimiento de que todas las presentaciones tradicionales de la geometría presuponían el concepto de espacio y los conceptos fundamentales usados en las construcciones espaciales. Sin embargo, las definiciones puramente nominales de esos conceptos no iluminaban con suficiente luz las propiedades y relaciones esenciales que se supone que pertenecen a esos conceptos.

Consecuentemente, Riemann cree que para quitar esta oscuridad de los fundamentos de la geometría, debía comenzarse con la clarificación del concepto general del cual el concepto de espacio no es sino una instancia. Él define a tal concepto como el concepto de una cantidad múltiplemente extendida (*mehrfach ausgedehnte Grösse*), y propone construirla desde

conceptos cuantitativos generales. Esta construcción mostrará que una cantidad extendida de  $n$ -tuplos admite diversas “relaciones métricas”, de modo que el espacio constituye sólo un caso especial de una cantidad triplemente extendida. En efecto, Riemann concibe a una *cantidad múltiplemente extendida* como una instancia particular de una suerte de entidad más general que llama una *Mannigfaltigkeit*, i.e. una variedad. Según Roberto Torretti<sup>45</sup>, una *variedad*, en el sentido de Riemann, es lo que hoy llamaríamos un conjunto<sup>46</sup> (aunque el conjunto vacío y el conjunto unitario no contarían para él como variedades). De acuerdo con Torretti, Riemann introduce su noción de *variedad* de una forma peculiar. Nos dice que los conceptos cuantitativos sólo son aplicables si se da un género que puede ser especificado en una variedad de formas. Las especificaciones de un género conforman una *variedad*, que es continua si hay una transición continua de una especificación a otra, o discreta si no la hay. Las especificaciones que constituyen una *variedad* discreta son llamadas los *elementos* de la variedad, los que forman una variedad continua son sus *puntos*. Aunque Riemann admite la posibilidad de que el espacio sea una variedad discreta, se interesa casi exclusivamente con variedades continuas.

Riemann sólo da dos ejemplos comunes de variedades continuas, a saber, los colores, y la localización de los objetos de los sentidos. Pero las matemáticas suministran un vasto conjunto de ellos. Riemann cree que las variedades continuas caen dentro de dos clases: las *cantidades múltiplemente extendidas* y las que podrían llamarse *cantidades infinitamente extendidas*. Mientras que un punto de una *cantidad múltiplemente extendida* puede ser referido mediante un  $n$ -

---

<sup>45</sup> Véase el capítulo 2, sección 2.2.6 de su (1978)

<sup>46</sup> La noción fundamental que Riemann explota es la de “variedad diferenciable”. Desde un punto de vista técnico, una “variedad diferenciable” puede ser definida de la manera siguiente: Sea  $S$  un conjunto cualquiera. Llamaremos *carta* de  $S$  a una función biyectiva que aplica un subconjunto de  $S$  sobre un abierto de  $\mathbb{R}^n$ . Un *atlas diferenciable* de  $S$  es una colección  $\mathcal{A}$  de cartas de  $S$  que cumple los dos requisitos siguientes: i) cada punto de  $S$  está contenido en el dominio de por lo menos una carta de  $\mathcal{A}$ ; ii) si  $f$  y  $g$  son cartas de  $\mathcal{A}$ , las funciones compuestas  $f \circ g^{-1}$  y  $g \circ f^{-1}$  son lisas dondequiera estén definidas. El conjunto  $S$ , provisto del atlas  $\mathcal{A}$ , es una variedad diferenciable  $n$ -dimensional.

tuplo de números reales, para referir un punto en una *cantidad infinitamente extendida* uno necesita una secuencia infinita de números reales.

Ahora bien, como decíamos hace un momento, Riemann sostiene que una *cantidad triplemente extendida* admite diversas relaciones métricas, las cuales son investigadas de una manera puramente analítica desde el concepto cuantitativo en cuestión. De entre estas diversas relaciones métricas, habrá una que coincidirá con los hechos de la experiencia, con el espacio físico, por lo cual esas determinaciones no son más que hipótesis que esperan ser confirmadas o refutadas por la experiencia. En su carácter de hipótesis científicas estos rasgos del espacio físico nunca podrán obtener completa precisión y certeza. Esto con una salvedad: para Riemann, el número de dimensiones del espacio físico, aunque algo factual, es conocido con una casi impecable certeza a través de hechos simples y familiares. Pero todos los otros principios fundamentales de la geometría son válidos sólo aproximadamente dentro de los límites de la observación, y están sujetos a revisión.

Helmholtz, por su parte, también estaba interesado en distinguir entre los elementos lógicamente necesarios de nuestra geometría, y los que eran abstracciones de la experiencia. Pero, como señalamos antes, también estaba preocupado por los hechos que se ajustan más a nuestra experiencia actual, i.e. por el aprendizaje inconsciente fundamental a la sensación. Entre todos los hechos escoge aquellos que encuentra más necesarios para las conclusiones inconscientes que gobiernan la percepción espacial. Por lo tanto, en lugar de comenzar, como Riemann, con la hipótesis más simple, la cual luego se ajustará o no al espacio actual, comienza con el hecho que distingue al espacio de otras variedades múltiplemente extendidas, un hecho desde el cual se deducirá posteriormente la fórmula de la distancia de Riemann. Este hecho es que la medida primaria del espacio está basada enteramente en la observación de la congruencia. Y la congruencia es posible únicamente si suponemos que las figuras poseen una

movilidad incondicionalmente libre, sin distorsión, en todas las partes del espacio. Es decir, que no puede hablarse de congruencia a menos que los cuerpos fijos o los puntos del sistema puedan moverse sin alteración de su forma.

Helmholtz estableció la importancia de la congruencia para el espacio euclideo no basándose en criterios analíticos, sino sobre una base experimental. Y sobre esta base encontró insatisfactoria la aproximación de Riemann, debido a que no reflejaba la parte experimentalmente necesaria de nuestra concepción del espacio. Un ciego, por ejemplo, puede entender la geometría sin estar familiarizado con un rayo de luz, pero no sin entender la congruencia a través del sentido del tacto; así, la fórmula de Riemann para la distancia no es fundamental en la forma en que la congruencia de los cuerpos rígidos lo es. No es que Helmholtz no estuviera de acuerdo con la fórmula tal cual era obtenida por los medios puramente analíticos, sino que no satisfacía su interés en las experiencias que determinan nuestras construcciones geométricas.

De este modo, en la congruencia de los cuerpos rígidos y su libre movimiento en el espacio, Helmholtz creyó que había especificado las experiencias que determinan nuestro espacio. Con la condición de que el espacio es tri-dimensional e infinito sumada al movimiento de los cuerpos rígidos estableció que el espacio era estrictamente euclideo. Sin embargo, la ilusión de que la congruencia era tanto experimental como analíticamente adecuada para definir nuestra percepción espacial fue mitigada por la aparición de dos artículos de Eugenio Beltrami, en 1867 y 1868 respectivamente, y que describían una geometría pseudoesférica. En esos trabajos, Beltrami mostró que había una forma de interpretar el espacio de curvatura constante en un área limitada, a través de la geometría euclidea. Helmholtz reconoció de inmediato su descuido y agregó en 1868 un *addendum* a su artículo de 1866 donde decía que simplemente había pasado por alto la posibilidad del espacio de curvatura negativa constante

de Beltrami, admitiéndolo en su construcción. Incluir una geometría no-euclídeana en su formulación experimental básica de los axiomas geométricos, planteaba una pregunta muy básica para Helmholtz, a saber, ¿qué es lo que determina que nuestra experiencia del espacio sea euclídeana y no pseudo-esférica? La discusión filosófica de Helmholtz sobre los axiomas de la geometría intenta resolver este problema, y será tratada en nuestra siguiente sección.

### **3.1.3 La aprioricidad del espacio y el carácter empírico de los axiomas de la geometría**

Como hemos dicho anteriormente, los trabajos finales de Helmholtz tuvieron un propósito ante todo epistemológico, pero en esta formulación final confluyen los resultados de tantos años de investigación sobre la fisiología de los sentidos y las matemáticas.

Así, en “Los hechos en la percepción”, tal vez el trabajo donde esta síntesis se expresa más claramente, Helmholtz comienza sus reflexiones con consideraciones acerca de la sensación.

Según Helmholtz, existen dos clases de diferencia entre los varios tipos de sensaciones. La diferencia más importante, que llama “diferencia en la modalidad de la sensación”, es la que proviene de la diferencia en sensaciones que pertenecen a diferentes sentidos. Esta diferencia es tan profunda que no permite transición alguna entre una sensación y otra. Esto sería como pretender encontrar similitudes entre sensaciones de color y de gusto por ejemplo. El segundo tipo de diferencias, que llama “diferencias de cualidad”, al provenir de diferencias entre sensaciones pertenecientes a un mismo sentido, no es tan incisivo y permite la transición y comparación de unas y otras. Por ejemplo, podemos hacer la transición desde el azul a través del violeta y del carmesí hacia el escarlata, y decir que el amarillo es más similar al naranja que el azul. Lo que estas investigaciones muestran, según Helmholtz, es que el primer tipo de

diferencias en las sensaciones no depende en absoluto del tipo de fenómeno externo de donde la sensación es causada, sino pura y exclusivamente del nervio sensorial afectado. Por ejemplo, la excitación del nervio óptico sólo produce sensaciones de luz, no importa si lo que afecta a dicho nervio sea la luz objetiva, una corriente eléctrica que pasa a través del ojo, la presión sobre el globo ocular, o alguna otra causa. Este hecho es reforzado por la circunstancia de que en principio las mismas causas provocan sensaciones completamente diferentes de acuerdo al órgano específico que afectan. Así, las mismas vibraciones del aire son sentidas como movimientos temblorosos por la piel y por el oído como una nota<sup>47</sup>.

De igual manera, aún dentro del rango de cualidades de cada sentido individual (el rango de sabores u olores posibles, por ejemplo) donde de acuerdo con Helmholtz, el tipo de objeto que ejerce la influencia al menos co-determina la cualidad de la sensación producida, encontramos que el aporte del órgano en esa determinación es mucho más importante que el que viene del objeto. En este aspecto, la comparación de ojo y oído, según Helmholtz, es instructiva. Según Helmholtz, los objetos de ambos sentidos, la luz y el sonido, son movimientos oscilatorios<sup>48</sup> cada uno de los cuales excita diferentes sensaciones de acuerdo a la rapidez de la vibración: en el ojo diferentes colores, en el oído diferentes tonos. Si intentamos referir a las relaciones de frecuencia de la luz en términos de intervalos musicales formados por las correspondientes frecuencias de tonos, encontraremos que el oído es sensible a diez octavos de tonos diferentes, el ojo sólo a seis, aunque ocurren las mismas frecuencias para ambos y pueden ser demostradas físicamente. De acuerdo a la teoría de Young y Helmholtz sobre las sensaciones de color, el ojo tiene en su pequeña escala sólo tres sensaciones básicas distintas desde las cuales se componen todas las cualidades por adición, estas son las

---

<sup>47</sup> Aquí se encuentra expresada la teoría de las "energías sensoriales específicas" de Müller a la que me referí en la sección 2.3.1.1

<sup>48</sup> Téngase en cuenta que en la época en que Helmholtz escribía, la luz aún era considerada un movimiento material, de todas maneras el hecho de que hoy no sea así no afecta al ejemplo de Helmholtz.

sensaciones de rojo, verde y violeta azulado. El oído, por otro lado, distingue entre un enorme número de sonidos de diferente tono. Dos acordes compuestos de diferentes tonos no suenan parecidos, mientras que con el ojo éste es el caso.

Lo importante que muestran estos casos es que todas las diferencias en el modo de acción de la luz o el sonido son condicionadas por la forma en que reacciona el aparato nervioso. Esto nos conduce a considerar el tema de las propiedades de los objetos. En la sección 26 de la *OP*, Helmholtz analiza con más detenimiento dicho tema. Allí dice en primer lugar: “As regards, in the first instance, the *properties* of the objects of the external world, a little reflection shows that all properties ascribed to them by us only characterize *effects* which they exert either upon our senses or upon other objects in nature. Colour, sound, taste, smell, temperature, smoothness and solidity belong to the first class, they characterize effects upon our sense organs” (*OP*, pág. 588).

De acuerdo con lo antedicho, las propiedades de los objetos se caracterizan de acuerdo a la reacción que esos objetos provocan, o bien en nuestros órganos sensoriales o sobre otros objetos en la naturaleza. La suavidad y la solidez caracterizan el grado de resistencia que los cuerpos con los cuales entramos en contacto ofrecen, o bien al deslizamiento de la mano o a su presión. Para casos como el de la elasticidad y el peso, otros cuerpos naturales pueden tomar el lugar de la mano. Del segundo tipo son, por ejemplo, las propiedades químicas, esto es, propiedades que surgen de la interacción de dos o más sustancias.

Según Helmholtz, las propiedades de los objetos en cuanto efectos producidos por otro objeto, descansan en la fuerza que los diferentes cuerpos ejercen unos sobre otros<sup>49</sup>, de modo que sin fuerza no hay propiedades, salvo las de “its varied distribution in space and its

---

<sup>49</sup> Heidelberger (1993) ha llamado a esta idea de Helmholtz “interaccionismo experimental” y ha rastreado sus raíces en la teoría de la autoconciencia de Fichte, la cual relaciona la postulación de ésta con un principio de acción sobre los objetos externos.

motion”. Así, estas últimas podrían ser caracterizadas como “propiedades primarias” que los objetos poseen, los atributos intrínsecos de la materia. El resto sólo hacen su aparición en la medida en que se imbrican en la correspondiente relación con otro cuerpo natural o con nuestros órganos sensoriales. Es importante resaltar que Helmholtz sostiene que el segundo tipo de propiedades, que distingue entre aquellas que surgen por la interacción de dos objetos y las que surgen por la interacción de un objeto y un órgano sensorial, son propiedades que podríamos llamar “relacionales”, dado que no pertenecen a ninguno de los objetos participantes en la interacción considerados individualmente, sino que “the kind of effect must naturally always depend on the peculiarities both of the body exerting an effect and of the body upon which an effect is exerted” (*OP*, pág. 588).

Según Helmholtz, este hecho parece obvio cuando consideramos ejemplos del primer tipo, esto es, casos como el de las reacciones químicas, donde a partir de distintas sustancias o elementos que interactúan surge una sustancia con propiedades nuevas. Sin embargo, si examinamos con detenimiento el segundo tipo - las propiedades que se originan a partir de la interacción de un objeto y un órgano sensorial -, vemos que se sigue exactamente lo mismo. Pues lo que se tiende a olvidar, según Helmholtz, es el hecho simple de que nuestros órganos sensoriales son también un “reactivo” sobre el cual los objetos provocan reacciones. De este modo, las sensaciones de color, sabor, olor, calor y frío, dependen esencialmente del tipo de órgano sobre el cual la acción es ejercida. Esto es, las sensaciones están modeladas sobre la estructura de nuestros órganos sensoriales, y de allí obtienen parte de su determinación, estando la otra parte determinada por el tipo de objeto que ejerce la acción<sup>50</sup>.

Ahora bien, si nuestras sensaciones son efectos producidos en nuestros órganos sensoriales por causas externas, y si el modo en que tal efecto se expresa depende naturalmente

---

<sup>50</sup> Las distintas cualidades que componen el rango de cualidades de un nervio específico ilustran el componente particular de la experiencia.



del tipo de aparato sobre el cual el efecto es producido, podría decirse que las cualidades de nuestras sensaciones nos dan un “reporte” de lo que es peculiar a la influencia externa de donde es afectada. Pero, según Helmholtz, este “reporte” no es más que un *símbolo*, un *signo* de lo que provoca la afectación sensorial. Es importante señalar de inmediato con Helmholtz que un signo no es de ninguna manera ni tiene porqué estar relacionado con la idea de imagen. Un signo, para ser considerado tal, no tiene que mantener con aquello de lo que es un signo, relación alguna de similitud. La relación que se da entre signo y designado está restringida a la idea de que los mismos objetos bajo las mismas condiciones provocarán los mismos signos, y que signos distintos corresponderán siempre a influencias distintas. Volveré a este punto en un momento.

Al evitar hablar de “similitud” en la relación entre signo y designado, se evita también hablar de “veracidad” en el sentido en que nuestras imágenes se corresponden de manera directa con aquello que reflejan. En la *OP*, Helmholtz sostiene que las representaciones verdaderas son aquellas que nos conducen a una conducta apropiada; la conducta exitosa es una indicación de la corrección de los juicios que se toman por base. Así lo expresa con convicción:

“It is therefore my opinion, that there can be no possible sense at all in speaking of any other kind of truth of our representations than a practical one. Our representations of things *cannot* be anything at all other than symbols –naturally given signs for the things which we learn to use for regulating our movements and conduct. If we have learnt to read those symbols correctly, we are in a position to arrange our conduct with their help such that it will have the desired outcome, i.e. such that the expected new sensations occur. Not only is there *in actuality* no other manner of likening representations and thing, as all schools are agreed, but none other is even *thinkable* at all and has at all any sense.” (*OP*, pág. )

Si partimos de la base de que nuestras sensaciones son signos o símbolos que surgen como resultado de la afección de nuestros órganos sensoriales, es menester que aprendamos a leer estos signos, esto es, que aprendamos a leer la estructura que domina la secuencia de ellos, con el fin de predecir nuestras próximas sensaciones. Si los juicios en los cuales capturamos las relaciones de frecuencia entre las sensaciones nos permiten predecir nuevas, esto es, nos ayudan a regular nuestra conducta futura, entonces esos juicios son verdaderos. Asimismo, aprender a leer las relaciones en las que nuestras sensaciones en tanto signos de las cosas que las causan aparecen, nos autoriza a formarnos una representación de la legalidad de los procesos del mundo actual. Es decir, afirmamos cierta legalidad en la naturaleza como algo que proyectamos desde el orden de nuestras sensaciones. Lo que la legalidad de la naturaleza sea queda constituida de acuerdo al modo en el cual nuestro aparato sensorial se encuentra regulado. Esto no significa que ese orden legaliforme de lo actual sea sólo un constructo subjetivo, sino que el reconocimiento de que nuestras sensaciones son *signos* causados por *algo* nos asegura un componente que co-determina esa legalidad. No debemos olvidar que la legalidad es también una propiedad “relacional”.

“Thus although our sensations, as regards their quality, are only *signs* whose particular character depends wholly upon our own makeup, they are still not to be dismissed as a mere semblance, but they are precisely signs of *something*, be it something existing or happening, and – what is more important – they can form for us an image of the law of this thing which is happening” (Helmholtz 1878, *EW*, pág. 122).

Ahora bien, parcialmente inspirado en las observaciones anteriores y siguiendo autoconscientemente el camino abierto por Kant en esta materia, Helmholtz comienza su discusión acerca del espacio en los siguientes términos: “Suppose we namely ask whether there is a common characteristic, perceivable in immediate sensation, whereby every perception

relating to objects in space is characterized for us” (Helmholtz 1878, *EW*,pág.123). Y responde: “Then we in fact find such a characteristic in the circumstance that motion of our body places us in different spatial relations to the perceived objects, and thereby also alters the impression made by them upon us” (Ibídem, pág. 123).

Hay varias cosas de suma importancia que se siguen de estas observaciones de Helmholtz. En primer lugar, se encuentra la afirmación fundamental – sobre la cual va a descansar toda su teorización acerca del espacio – de que nuestra percepción de las relaciones espaciales entre los objetos depende del movimiento de nuestro cuerpo. Esta asunción de Helmholtz tiene un origen fisiológico, a saber, de que es perceptible en nosotros que cuando nos movemos ponemos en un estado de excitación nuestros nervios motores, que su estimulación pasa a través de los músculos y que esos consecuentemente se contraen y mueven los miembros. A su vez, cuando provocamos impulsos de esta suerte encontramos que las sensaciones que pertenecen al rango de cualidades que se relacionan a los objetos espaciales, pueden ser alteradas. Esto es, a partir del movimiento voluntario de nuestro cuerpo, pueden cambiar las relaciones espaciales entre los objetos. De este modo, el espacio aparecerá imbuido con las cualidades de nuestras sensaciones de movimiento, esto es, con las cualidades que se siguen de la fisiología que gobierna nuestro movimiento corporal.

Desde este punto de vista, al igual que las sensaciones de color, sabor y frío, el espacio es una forma subjetiva de intuición. No obstante, es imperativo notar aquí que, a diferencia de Kant, Helmholtz no nos está hablando del espacio característico de la imagen kantiana, del espacio como intuición pura, sino de la intuición empírica. En efecto, al construir la noción de la libre movilidad de los cuerpos rígidos a partir de las sensaciones musculares del sujeto y su voluntad de iniciarlas, el sentido en el cual la estructura de esas sensaciones corporales constituye una forma de intuición a priori o trascendental, es simplemente que esta estructura

pertenece al sujeto y de ninguna manera refleja un reino de entidades en sí mismas. Sin embargo, la noción misma de un cuerpo rígido que se mueve sin que su forma se altere, a pesar de provenir de los hechos fisiológicos, no es un hecho simple y llano. En efecto, estrictamente hablando no hay cuerpos absolutamente rígidos; toda pieza sólida de materia tiene la tendencia a sufrir deformaciones bajo la influencia del calor, la gravitación, etc. Entonces, ¿cómo habremos de juzgar la permanencia de la forma, el carácter plano de los planos y la rectitud de las líneas rectas? Sólo, según Helmholtz, si poseemos la idea de un cuerpo perfectamente rígido. Y la idea de tal cuerpo sólo puede ser “conceived as transcendental in Kant’s sense, namely, as formed independently of actual experience, which need not exactly correspond therewith, any more than natural bodies do ever in fact correspond exactly to the abstract notion we have obtained of them by induction” (Helmholtz 1870, *PSL*, pág.245)<sup>51</sup>.

De esta forma, el concepto de un cuerpo rígido debe ser visto, si Helmholtz está en lo correcto, como un concepto constitutivo de la experiencia física, esto es, como un concepto trascendental en el sentido de Kant. Sin embargo, lo novedoso del planteo de Helmholtz, es que este concepto a priori no funciona como en el esquema kantiano, como en necesidad de una esquematización vía la intuición pura del tiempo, sino como un principio puramente intelectual que gobierna la organización de las sensaciones sin mediación alguna. Aquí, claro está, vemos el mismo tipo de principio que guiaba las afirmaciones de los geómetras con relación al papel de los axiomas de la geometría respecto de la experiencia. La diferencia es que para Helmholtz el axioma de movilidad es más básico y de él se derivan los otros axiomas fundamentales. Así, dado que la construcción de nuestras nociones espaciales se rige o queda

---

<sup>51</sup> H. v. Helmholtz “On the Origin and Significance of Geometrical Axioms” (1870) en *Popular Scientific Lectures*, compilado por M. Kline, Dover, New York, 1962. Existen diferencias entre esta versión del trabajo, que fue una conferencia pronunciada en 1870 y el trabajo original escrito en 1868. Cuando sea el caso especificaré uno u otro año.

constituida por el concepto a priori del libre movimiento de los cuerpos rígidos, el espacio mismo es una forma subjetiva a priori.

Ahora bien, una vez que hemos establecido el concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos como la base de la comprensión de todas las percepciones que se relacionan con objetos espaciales, surge la cuestión de cuáles son las relaciones que esta estructura viene a determinar, esto es, qué peculiaridades específicas de nuestra percepción espacial son derivadas de esa fuente. A partir de esta cuestión, Helmholtz se va a enfrentar a la concepción kantiana que sostiene que nuestra noción de espacio como intuición pura nos restringe a un universo de propiedades y relaciones puramente euclidianas.

En orden a derivar las propiedades más generales del espacio del concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos, Helmholtz parte de la situación hipotética de un individuo que no ha tenido experiencia alguna. Este individuo conoce los efectos de sus estados nerviosos sólo en la medida en que ha aprendido cómo mediante la ocurrencia de un primer estado nervioso o por la ejecución de un segundo contraimpulso, puede colocarse a sí mismo en el estado anterior desde el cual fue movido. La importancia de esta habilidad para colocarse y moverse desde ciertos estados nerviosos radica en que el sujeto lo hace independientemente de cualquier comprensión del mundo externo, esto es, valiéndose únicamente del impulso de su voluntad. A la corriente de sensaciones en un lapso de tiempo que se obtendrían a partir de los movimientos voluntarios de un sujeto, Helmholtz las llama las “presentables” para tal período de tiempo. Asimismo, al agregado de sensaciones que es objeto de la percepción actual lo llama un agregado “presente”. De este modo, en cualquier instante de tiempo, el sujeto se encuentra en relación con cierto rango de “presentables” desde las cuales por un acto de movimiento voluntario puede hacer “presente” a una de ellas, esto es, puede volverla objeto de su percepción actual. Por lo tanto, el sujeto debe tener “ante sí” disponible durante ese lapso

de tiempo a cada presentable individual, presentable que podría observar en cualquier momento que quisiera. De esto se sigue la posibilidad de adquirir la representación de una “enduring existence of different things at the same time one beside another” (Helmholtz 1870, *EW*, pág.125). Permítaseme ilustrar el punto con un ejemplo. En el intervalo de tiempo en que me encuentro escribiendo este trabajo, estoy enfrentado a un medio ambiente de objetos en reposo. En la medida en que puedo ponerme en relación con esos objetos, permaneciendo yo mismo en reposo o poniéndome en movimiento a su alrededor, genero un cúmulo de sensaciones potenciales correspondientes a esos objetos. Así, podría tener la sensación visual de mi gata durmiendo sobre el pupitre, de los gatitos de madera que adornan los estantes, de varios libros a mi alrededor, del disco de Mozart que contiene las sinfonías Salzburgo. Todas estas sensaciones conforman las “presentables” para ese momento del tiempo, esto es, el rango de sensaciones definidas por ciertos movimientos voluntarios. Según Helmholtz, esas sensaciones (y otras muchas más) se encuentran a mi disposición durante ese momento del tiempo, esto es, conforman un campo de sensaciones posibles para determinado grupo de impulsos de mi voluntad. En cualquier instante soy capaz, mediante un impulso de mi voluntad, de llevar a cabo una de esas posibles sensaciones, por ejemplo, de prestar atención a mi gata que duerme sobre el pupitre. De esta “permanencia” de mis sensaciones, de su disponibilidad, puedo inferir que hay cierta relación entre ellas que corresponde a la relación de *estar una a lado de la otra*.<sup>52</sup> Ésta es una relación espacial.<sup>53</sup>

El movimiento de nuestro cuerpo en cuanto resultado de un impulso de nuestra voluntad libre, es la fuente fundamental de nuestra percepción de relaciones espaciales. En el

---

<sup>52</sup> De inmediato se aclarará que el “estar una al lado de otra” no implica de ninguna manera una secuencia lineal de las sensaciones sino más bien una secuencia en forma de superficie o en la terminología de Riemann, una variedad de segundo orden.

<sup>53</sup> Debe agregarse que, según Helmholtz, no es necesario postular ningún objeto subyacente a las sensaciones, la relación espacial “surge” únicamente mediante el impulso de la voluntad.

desarrollo de esta intuición espacial como parte del movimiento corporal, juega un papel esencial nuestro sentido del tacto. A través de él se constituye gran parte de nuestra estructura de relaciones espaciales. Por ejemplo, moviendo nuestros dedos sobre los objetos llegamos a conocer la secuencia en la cual las impresiones se ofrecen. Esta secuencia no está unívocamente determinada por ciertos elementos a través de los cuales uno siempre deba ir, adelante o atrás, en el mismo orden, sino que tiene la forma de una superficie donde las impresiones se encuentran “una al lado de otra”. No obstante, las distintas superficies requieren diferentes movimientos para deslizarse sobre ellas, si los objetos que se tocan se mueven, debe agregarse un tercera dimensión. Además del orden secuencial de las impresiones, a través del tacto y del movimiento se obtienen relaciones de magnitud observando la congruencia de la mano con partes o puntos de la superficie de los cuerpos. De esta forma, los rasgos más esenciales de la intuición espacial, que se siguen del concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos son, para Helmholtz, la idea de una existencia perdurable de cosas al mismo tiempo una al lado de otra y en las cuales las magnitudes pueden ser obtenidas por relaciones de congruencia.

Ahora bien, apoyándose en esta concepción Helmholtz dirige su crítica a Kant intentando mostrar que éste se equivocó al sostener que el espacio como una intuición dada a priori contiene “certain narrower specifications as expressed in the axioms of geometry”, en lugar de ver a esa intuición como “in itself devoid of any content, and into which any arbitrary content of experience would fit” (Helmholtz 1868a, *EW*, pág.2). Como ya lo sugiere esta última cita extraída de “Sobre el origen y significación de los axiomas de la geometría”, Helmholtz no rechaza la concepción kantiana del espacio como intuición dada a priori, lo que rechaza es que contenga especificaciones como las que se encierran en los axiomas de Euclides. En efecto, al final del segundo apéndice a “Los hechos en la percepción” Helmholtz

dice: “Kant’s doctrine of the a priori given forms of intuition is a very fortunate and clear expression of the state of affairs; but these forms must be devoid of content and free to an extent sufficient for absorbing any content whatsoever that can enter the relevant form of perception” (Ibídem 1878, *EW*, pág.162).

Entonces, ¿cómo concibe Helmholtz esta forma de intuición dada a priori? Para hacer esta idea más clara, Helmholtz propone una analogía: es propio a la naturaleza de nuestra facultad visual que todo lo vemos como un agregado de superficies coloreadas – “that is its form of intuition”. Pero esto no determina en ninguna forma cómo los colores que vemos actualmente están uno al lado de otro o cómo se suceden. De la misma forma, la representación de todos los objetos externos en relaciones espaciales podría ser la forma dada a priori en la cual sólo podemos representarnos tales objetos; pero esto no implica que ciertas percepciones espaciales deben ir juntas, por ejemplo que si un triángulo es equilátero la suma de sus ángulos debe ser igual a  $180^\circ$ . Helmholtz enfatiza que la forma general de la extensión espacial, en cuanto dada a priori, debe ser completamente indeterminada. Sin embargo, esto no puede significar que no tiene determinación alguna. Un pasaje en “Sobre el origen y significación de los axiomas de la geometría” afirma que al menos el número de dimensiones es una propiedad definida de la forma general de nuestro sentido externo. Allí se dice: “It is otherwise with the three dimensions of space. All our means of intuition by the senses only stretch to a space of three dimensions, and the fourth dimension would not be a mere modification of what exists, but something completely new. Thus if only on account of our bodily makeup, we find ourselves absolutely unable to imagine a way of intuitively conceiving a fourth dimension” (Helmholtz 1868a, *EW*, pág.23). Ya que el número de dimensiones del espacio es concebido por Helmholtz en conexión con su estructura múltiple, la consistencia requiere que también veamos a esta estructura como incluida en la forma de la extensión. Esto



no significa, por supuesto, que la noción matemática de una variedad diferenciable sea conocida por los niños. Lo que significa, si algo significa, es que dicha noción surge de nuestro intento de analizar y recomponer intelectualmente una idea natural del espacio con la que siempre hemos sido familiares. Si esto es correcto, las propiedades del espacio puro pueden ser establecidas en axiomas, y así lo son por parte de Helmholtz en su trabajo “Sobre los hechos que subyacen a la geometría”<sup>54</sup> de 1868.<sup>55</sup> No obstante, esas propiedades no se mencionan en los axiomas tradicionales de la geometría, que son lo que Helmholtz tiene en mente cuando dice que los axiomas son empíricos. Tales axiomas, dice, no pertenecen a la teoría pura del espacio porque hablan de cantidades, y “one can only talk of magnitudes if one knows and intends some procedure, whereby one can compare these magnitudes, split them into parts and measure them.” (Ibídem 1868a, *EW*, pág.24). Y continua: “ Thus all spatial measurement, and therefore in general all magnitude concepts applied to space, presuppose the possibility of the motion of spatial structures whose form and magnitude one may take to be unchanged despite the motion.” (Ibídem 1868a, *EW*, pág.24).

Todos hemos experimentado la existencia de tales figuras desde nuestra infancia, pero esta idea no se sigue de la idea del espacio puro. Como hemos visto en la sección anterior, su propia investigación matemática ha mostrado que la existencia de figuras rígidas es suficiente para determinar la geometría de una variedad. En este sentido, Helmholtz podría estar en lo correcto al afirmar que la geometría descansa en un fundamento factual. Pero como también vimos con anterioridad, este hecho sobre el cual descansa la geometría es un hecho de un tipo muy especial. Recordemos que para Helmholtz la noción de un cuerpo rígido está lejos de ser

---

<sup>54</sup> En la bibliografía aparece este trabajo como 1868b

<sup>55</sup> En sus comentarios a “The Facts in Perception”, M. Schlick opina que esos rasgos esenciales del espacio puro no pueden ser puestos en la forma de axiomas, sino que deben ser entendidos como un componente psicológico indescriptible de espacialidad que imbuye la percepción sensorial. Vid. La nota 33 en la edición citada.

una idea empírica simple, antes bien, es una idea “trascendental” en el sentido de Kant, que regula la búsqueda y el reconocimiento de relaciones espaciales de congruencia.

De este modo, la concepción de Helmholtz sobre el espacio puede encerrarse en el título del primero de los apéndices a “Los hechos en la percepción”, a saber, “El espacio puede ser trascendental sin que los axiomas lo sean”<sup>56</sup> (Helmholtz 1878, *EW*, pág.149).

### 3.1.4 Helmholtz y Kant

En esta sección final pretendo recopilar algunas de las ideas de Helmholtz sobre la naturaleza del espacio y compararlas con las propias ideas de Kant al respecto. Esta comparación no es fácil y nunca lo ha sido. La relación entre ambos filósofos ha sido en la literatura a menudo interpretada de acuerdo a las propias filiaciones filosóficas de los intérpretes, oscureciendo en gran medida las verdaderas implicaciones de la concepción de Helmholtz con la de Kant. Un ejemplo claro de esta tensión lo muestra la edición que Paul Hertz y Moritz Schlick compilaron y anotaron de los escritos epistemológicos de Helmholtz, a comienzos del siglo XX. Aunque inconscientemente, ambos estaban reflejando las dos tendencias filosóficas que se comenzaron a bifurcar a finales del siglo XIX: la perspectiva neokantiana y el positivismo lógico incipiente. Hertz trató de relacionar a Helmholtz con Kant en puntos aparentemente irreconciliables, Schlick, por su parte, intenta “echar agua fría” sobre muchas de las afirmaciones más netamente kantianas de Helmholtz. Aquí creemos que una correcta elucidación de esta relación ayudará, no sólo a cerrar un capítulo controversial en la historia de las ideas, sino también posibilitará una mejor comprensión de los esfuerzos

---

<sup>56</sup> Debe apuntarse que Helmholtz no es muy cuidadoso al manejar la terminología kantiana. Aquí, claro está, intercambia a priori y trascendental, lo que viola flagrantemente el uso que Kant hace de estos términos. No obstante, es claro que lo que quiere decir es que el espacio puede ser a priori sin que los axiomas lo sean.

filosóficos que en torno a la naturaleza del espacio y a su papel dentro de la física se realizaron a comienzos del siglo XX.

A pesar de que Helmholtz representó un movimiento filosófico cuyo lema era “Retornemos a Kant”, presentó su concepción como estrictamente anti-kantiana en al menos dos aspectos importantes. El primero y más obvio de estos aspectos es su ataque explícito a la idea de que la estructura específica del espacio euclideo está basada en nuestra intuición espacial o es a priori en alguna forma. De su propia investigación matemática del “problema del espacio”, Helmholtz había aprendido que la estructura formal relevante de los movimientos posibles en y a través del espacio (la estructura caracterizada por la condición de movilidad libre), no produce un espacio específicamente euclideo, sino antes bien los tres casos clásicos de espacios de curvatura constante: el espacio euclideo, el espacio esférico o elíptico, y el espacio hiperbólico. Según Helmholtz, si imaginamos a un sujeto localizado en alguno de esos espacios no-euclideos de curvatura constante, podemos hacer perfectamente evidente que la estructura formal de la intuición espacial no determina unívocamente el caso euclideo:

“This will suffice to show how one can deduce from the known laws of our sense-perceptions, continuing in the way begun here, the series of sense impressions which a spherical or pseudospherical world would give us if it existed. In this respect too we nowhere meet an impossibility or deductive fault, just as little as in the calculative treatment of the metrical relationships. We can just as well depict the view in all directions, in a pseudospherical world, as we can develop its concept. For this reason, we also cannot admit that the axioms of our geometry are based upon the given form of our faculty of intuition, or are connected with such a form in any way” (Helmholtz 1868a, *EW*, pág.23). Y es en este sentido, por lo tanto, que Helmholtz defiende una concepción empirista de la geometría. Los axiomas de la geometría específicamente euclidea no son ni necesidades del pensamiento (debido a que

podemos desarrollar consistentemente el concepto más general de múltiple riemanniano) ni necesidades de la intuición (debido a que la estructura formal de la percepción espacial posibilita los tres casos clásicos de geometrías de curvatura constante). La geometría específicamente euclideana puede ser obtenida sólo desde los hechos observados que gobiernan la conducta de los cuerpos rígidos en movimiento en el mundo actual. En esta derivación juega un papel esencial la teoría de la inferencia inconsciente de la que hablamos antes. Esto no significa, como también vimos antes, que la idea kantiana de la intuición espacial y su estructura a priori sea completamente errónea. Por el contrario, el famoso título del segundo apéndice a “Los hechos en la percepción” que citamos con anterioridad intenta capturar el contenido de verdad que Helmholtz aún encuentra en la doctrina kantiana. Ya que nuestra intuición espacial tiene de hecho una estructura formal a priori expresada matemáticamente en la condición de movilidad libre, la doctrina de Kant es, en este aspecto, inobjetable. Sólo los descubrimientos matemáticos de las geometrías clásicas no-euclidianas y el hecho de que esos tres casos son proporcionados por la condición de movilidad libre, nos permiten corregir el error en la doctrina original de Kant.

El segundo, y, quizás más importante aspecto en el cual Helmholtz presenta su concepción como anti-kantiana, concierne a la idea de intuición espacial misma. Porque Helmholtz presenta su imagen cinemática de la intuición espacial expresada en la condición de movilidad libre – la imagen de la intuición espacial como implicando la estructura formal de los cambios posibles en punto de vista y orientación del sujeto – como opuesta explícitamente al viejo concepto de intuición, de acuerdo con el cual la intuición espacial es un acto psicológico simple e inanalizable que nos provee con una evidencia directa en la forma de un flash. Y es sólo invocando lo que él toma como la nueva imagen cinemática de la intuición espacial, lo que le permite atacar las afirmaciones de los kantianos contemporáneos que sostenían que las

geometrías no-euclidianas pueden ser matemáticamente pensables pero no espacialmente intuitibles, lo que las convertía en malos candidatos para describir la estructura de nuestra intuición espacial. Si la interpretación de la propia doctrina de Kant de la intuición espacial que propuse en la sección 1.3.1 de este trabajo es en general correcta, entonces podemos decir que al menos el germen de esta concepción cinemática del espacio ya está presente en Kant. En este sentido, la explicación de Kant del estatus a priori de la geometría euclídeana en términos de la estructura necesaria de nuestra forma pura de intuición espacial contiene las semillas de su propia destrucción.

Aquí se ofrece un tercer aspecto, ya mencionado antes, en el que las concepciones de Helmholtz y Kant difieren notoriamente. Es el que tiene que ver con el viraje que Helmholtz da a las nociones de a priori o trascendental. Helmholtz construye el grupo relevante de movimientos rígidos que expresan la movilidad libre del sujeto en y a través del espacio perceptual desde sus sensaciones musculares, en la medida en que inicia sus movimientos voluntariamente. Esos movimientos son considerados esencialmente como movimientos del cuerpo del sujeto. Para Kant, por contraste, las estructuras relevantes implican sólo los movimientos de un punto de vista incorpóreo y no tiene nada que ver, por lo tanto, con sensaciones corporales. Kant está interesado sólo con la “acción del entendimiento sobre la sensibilidad” (B152) por el cual el sujeto trascendental se coloca a sí mismo en el espacio en un punto de vista definido y con una orientación definida. De este modo, la intuición pura, como opuesta a la empírica, no envuelve percepciones ni sensaciones. Sin embargo, a pesar de esta diferencia, Helmholtz salva el sentido constitutivo de las funciones intelectuales kantianas, al reconocer el papel “idealizador” de la noción de “cuerpo rígido” en la articulación de las nociones espaciales.

Relacionado con lo anterior, existe una última diferencia entre los planteos de Kant y Helmholtz que debemos mencionar. Como hice explícito en la sección 1.3.1, Kant se ve forzado a postular la existencia de la intuición pura como fuente del conocimiento matemático, debido a que desde lo que él llamó “lógica general” (que incluía sólo la lógica silogística) resultaba imposible derivar analíticamente la existencia de los objetos matemáticos<sup>37</sup>. Implícito en lo anterior, se encuentra la asunción epistemológica básica de Kant de que para que se dé auténtico conocimiento debe darse una combinación de intuiciones y conceptos. Asimismo, ese “medio” lógico-fenomenológico que Kant postula en orden a “construir” los objetos matemáticos es, al mismo tiempo, nuestra forma a priori de intuición externa, la forma del sentido externo mediante la cual individualizamos los objetos como estando en relaciones espaciales. De esto se sigue que era claramente imposible para Kant distinguir entre geometría pura o matemática por un lado, y geometría empírica o física por otro. Para Helmholtz, por contraste, no hay ninguna dificultad en formular la geometría pura o matemática desde un punto de vista analítico o conceptual, sin referencia a la intuición espacial (vía el concepto riemanniano de variedad métrica). Así, parecería que de acuerdo a esta articulación puramente formal del espacio matemático, se abriría un abismo fundamental entre la precisión y exactitud de sus conceptos y el carácter tosco e indeterminado de la experiencia perceptual e intuitiva. Sin embargo, el axioma de movilidad libre, en cuanto concepto a priori que determina las relaciones espaciales que se obtienen de la comparación y relación de las sensaciones, salva el abismo entre espacio conceptual y métrico.

En nuestra siguiente sección, veremos cómo H. Poincaré desarrolló con amplitud una concepción de estas características.

---

<sup>37</sup> Este punto coincide con las razones que Friedman da en soporte de su interpretación de la filosofía de las matemáticas de Kant. Véase su (1992).

En suma, podemos concluir que la concepción de Helmholtz sobre la naturaleza del espacio podría ser vista como una continuación “natural” del modelo crítico de Kant. Esto es, Helmholtz reconoció un núcleo de verdad en la concepción kantiana del espacio, a saber, su carácter a priori, sin embargo los descubrimientos de las geometrías no-euclidianas en los que él mismo estuvo implicado, lo hicieron sospechar de las especificaciones que Kant había incluido en esa estructura dada a priori. Si nos es posible establecer sistemas consistentes de geometrías no-euclidianas y aún más de “visualizar” las estructuras espaciales que esos sistemas postulan, entonces parece seguirse de allí que los axiomas de la geometría específicamente euclidea no pertenecen a la estructura general de lo que llamamos “espacio”. Lo que sigue es suponer que el espacio como nuestra forma de intuición del sentido externo, contiene una estructura que es lo suficientemente amplia como para aceptar la multiplicidad de geometrías que se seguirían de nuestras asociaciones inconscientes de los datos de la experiencia. Así, como Helmholtz mismo lo dice al final del tercer apéndice a “Los hechos en la percepción”:

“Here Kant was not critical enough in his critique” (Ibídem 1878, *EW*, pág.163)

### 3.2 Idealización, constitución, y convención en la filosofía de la geometría de Henri Poincaré

En esta sección expondré la crítica epistemológica de la geometría por parte de Henri Poincaré. Su posición es etiquetada usualmente como “convencionalismo geométrico”, pero como veremos, entender qué significa esto está lejos de ser trivial.

Para evitar todo equívoco y preconcepción en la comprensión del punto de vista de Poincaré<sup>58</sup>, permítaseme comentar algunas de las observaciones que Poincaré hace en la

---

<sup>58</sup> Podría afirmarse que uno de los ataques más virulentos contra la posición de Poincaré, que contribuyó a la mayoría de los equívocos que se sostuvieron sobre ella provino de la obra de Karl Popper. Es curioso no

introducción a una de sus más grandes obras, *La ciencia y la hipótesis*, de 1902<sup>59</sup>. Poincaré comienza sus pensamientos dirigiendo su atención a la creencia ampliamente difundida de que “la vérité scientifique est hors des atteintes du doute”. Critica a aquellos quienes han creído que la ciencia se encuentra en posesión de un método de razonamiento y generación de conocimiento infalible, la lógica deductiva tradicional, que utiliza para derivar verdades desde proposiciones autoevidentes. El sueño de estos sabios era construir el mundo con tan escaso material tomado de la experiencia como les fuera posible. Frente a esto, Poincaré plantea – y es el fin de su investigación mostrar- que la ciencia se encuentra dominada por la utilización de hipótesis. Todas las proposiciones que las ciencias formales y naturales creen autoevidentes no son más que hipótesis de uno u otro tipo que, o bien se confirman por la experiencia y se convierten en verdades fructíferas, o bien son excelentes principios heurísticos que fijan nuestras ideas, o bien tienen la apariencia de hipótesis pero en realidad son convenciones.

Estas últimas son en las matemáticas y en ciencias relacionadas, de la mayor importancia. Sin ellas la posibilidad de tales ciencias no podría aún plantearse, pues consisten, como J. A. Coffa ha manifestado con agudeza, en ser la fuente de significación de todo enunciado dentro de una teoría dada, esto es, son definiciones de los términos primitivos que ocurren dentro de un marco conceptual. Al igual que los enunciados sintéticos a priori kantianos, son proposiciones de una naturaleza híbrida, esto es, no son ni verdades lógicas ni enunciados meramente fácticos. Pero a diferencia de aquellos, son libres creaciones de la mente humana, en ninguna medida atrincheradas en nuestro aparato cognitivo. Sin embargo, como Poincaré mismo enfatiza en la introducción que estamos comentando, algunas personas, movidas por la impresión que les ha causado este carácter de libertad en las convenciones, han

---

obstante, que Lakatos caracterizara en varios lugares a la posición general de Popper como una variante del convencionalismo.

<sup>59</sup> Citaré por la edición de 1932.



ido demasiado lejos y “elles ont oublié que la liberté n’est pas l’arbitraire”. Con ello, han privado a la ciencia de cualquier significación empírica, esto es, han creído que el mundo que conocen es simplemente creado por su propio capricho. Por el contrario, Poincaré cree que si bien la experiencia no puede determinar nuestra elección de un sistema teórico u otro, sí representa una guía para discernir esta elección, y en una metáfora bien explícita Poincaré dice: “Nos décrets sont donc comme ceux d’un prince absolu, mais sage, qui consulterait son Conseil d’État”(Poincaré, H. 1932, pág. 3).

Al igual que Helmholtz, Poincaré cree que el origen matemático y la aplicación empírica de la geometría matemática ha de ser explicada mediante la estructura del grupo de movimientos rígidos del sujeto percipiente en el espacio perceptual, expresada en la condición de movilidad libre. Poincaré coincide también en que la estructura de este grupo (i.e. la estructura del espacio perceptual) está basada en nuestras sensaciones motoras o corporales en la medida en que movemos o desplazamos nuestro cuerpo en y a través del espacio perceptual. Finalmente, Poincaré también coincide con Helmholtz, en que debido a que la condición de movilidad libre da lugar a cualquiera de los tres casos de geometrías clásicas de curvatura constante, la geometría específicamente euclídeana no es una necesidad del pensamiento ni un producto de nuestra forma de intuición a priori. Asimismo, dado que nuestra experiencia sensible no puede arrojarnos, debido a su inherente ambigüedad, una estructura u otra, el grupo con el que culminamos debe reflejar inevitablemente nuestra libre elección. Elección que es guiada pero no restringida por esa experiencia tosca y aproximada. Esto nos conduce, a su vez, a un aspecto interesante de la concepción de Poincaré que a menudo es pasado por alto<sup>60</sup>. Como bien decíamos, nuestra experiencia sensible, y la reflexión sobre ella, nos sugiere

---

<sup>60</sup> Friedman (2000) ha tratado brillantemente la relación entre Kant, Helmholtz y Poincaré, aunque se ha centrado en la importancia que esos autores asignan a la intuición en la noción de espacio. A diferencia de esto, mi interés está dirigido a mostrar que en Poincaré se gesta una idea de entendimiento y de constitución de la experiencia que obvia el recurso a la intuición y actúa bajo la forma de “idealizaciones”.

determinadas estructuras geométricas que nunca coinciden plenamente con sus respectivas formulaciones matemáticas. Estas inferencias, no obstante, no proceden de una forma meramente empírica. Si bien la geometría puede ser definida como el estudio del movimiento de los sólidos, es claro que no se ocupa en realidad de los sólidos naturales, sino que tiene por objeto ciertos sólidos ideales, absolutamente invariables, que no son más que una imagen simplificada y bastante lejana de aquellos. La noción de esos cuerpos ideales es, según Poincaré, extraída completamente de nuestro espíritu, y la experiencia sólo es una ocasión que nos ayuda a hacerla surgir. Aún más, la investigación de los grupos de movimientos de cuerpos rígidos sólo es posible porque “le concept général de groupe préexiste dans notre esprit au moins en puissance” (Ibídem, pág. 90). Es decir, se nos impone como una forma de la facultad del entendimiento.

Parecería entonces, que Poincaré piensa que estas nociones que están a priori en nuestra mente, ofician como verdaderas condiciones de posibilidad para el establecimiento de una geometría particular. Esto es, hacen posible la forma en que extraemos de nuestra experiencia empírica el grupo de movimientos relevantes que sugerirán el establecimiento de un sistema geométrico específico. El paso final, el que va desde la “sugerencia” por parte de la experiencia al establecimiento de un sistema geométrico particular, lo dan criterios de conveniencia, claramente la simplicidad. Aquí puede apreciarse la dimensión epistemológica fundamental del trabajo de Poincaré. Si bien podemos reconocer con Coffa el sentido esencialmente semántico de los axiomas de la geometría y de toda convención, que no son más que “definiciones disfrazadas”, no obstante no podemos hacer abstracción de la importancia que Poincaré concede a la determinación de la experiencia perceptual mediante ciertas nociones matemáticas que existen a priori en nuestro entendimiento.

En esta sección intentaré dar cuenta esencialmente de este proyecto epistemológico. Para ello, en primer lugar expondré las ideas de Poincaré sobre el espacio y la geometría, haciendo énfasis sobre su concepción de los axiomas. En esto seguiré la interpretación de J. A. Coffa. En segundo lugar, me abocaré a tratar de desentrañar la forma en que Poincaré pensaba cómo se daba la relación entre el espacio perceptual y el espacio geométrico, el espacio construido a partir de nuestras sensaciones y el espacio construido por el geómetra, y el papel que los elementos idealizadores del entendimiento juegan en la constitución del primero.

### 3.2.1 Los axiomas de la geometría como “definiciones disfrazadas”

La parte II de *La ciencia y la hipótesis* (en adelante *SH*), comienza con una revisión de las geometrías no-euclídeas. Allí, Poincaré considera las geometrías de Bolyai-Lobachevsky y de Riemann y varias nociones importantes. En la breve sección con la que finaliza esta revisión de la pluralidad de geometrías, titulada *Sobre la naturaleza de los axiomas*<sup>61</sup>, nos dice varias cosas de profundo interés. La primera pregunta que se plantea respecto de la naturaleza de esos axiomas es: “Sont-ce des jugements synthétiques a priori, comme disait Kant?” (Ibidem, pág. 65). Y su respuesta contundente es: “Ils s’imposeraient alors á nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni batir sur elle un édifice théorique. Il n’y aurait pas de géometrie non euclidienne” (Ibidem, pág. 65). El argumento es simple y no requiere mayor elucidación. Si algún sistema de geometría fuera verdadero a priori, no podríamos concebir un sistema contrario e igualmente racional, *id est*, un sistema que niega consistentemente uno de los principios independientes del primero. Ya que esto es posible, ningún sistema de geometría puede ser verdadero a priori. El argumento de Poincaré refuta la tesis de que la estructura geométrica actual del mundo físico sea necesariamente euclídeana.

---

<sup>61</sup> Como es sabido, Poincaré distingue entre espacio geométrico y espacio perceptual. En lo siguiente se referirá pura y exclusivamente al primero.

Como parece inferirse de estas consideraciones, Poincaré niega que tuviéramos una conciencia no empírica e inmediata del espacio como marco universal en el cual todo objeto de la percepción sensorial debiera ser localizado (es decir, negó la posibilidad de una intuición pura en sentido kantiano), y buscó mostrar cómo el espacio perceptual surge de la empresa puramente intelectual de comparar las percepciones sensoriales y reflexionar sobre ellas. La explicación de este proceso será parte del objeto de mi siguiente sección.

Entonces, si los axiomas de la geometría no son juicios sintéticos a priori en el sentido de Kant “Devons nous donc conclure que les axiomes de la géométrie sont des vérités expérimentales?” (Ibidem, pág. 65). Poincaré acepta que la geometría trata a sus figuras como si se comportaran como cuerpos sólidos y es de la experiencia de dónde extrae las propiedades de esos cuerpos. Las propiedades de la luz y su propagación rectilínea han dado lugar también a algunas de las proposiciones de la geometría, en particular a las de la geometría proyectiva, por lo que podría decirse que la geometría métrica es el estudio de los sólidos y la proyectiva el estudio de la luz. Sin embargo, Poincaré observa que hay una dificultad insuperable en esto, a saber, que la geometría no puede ser una ciencia empírica debido a que no se encuentra sujeta a revisión a la luz de la experiencia creciente. Más aún, la geometría es una ciencia exacta, mientras las ciencias empíricas son siempre aproximativas.

Por lo tanto, según Poincaré, los axiomas de la geometría no son ni juicios sintéticos a priori ni hechos experimentales. Son *convenciones*, o “En d’autres termes, *les axiomes de la géométrie* (je ne parle pas de ceux de l’arithmétique) *ne sont que des définitions déguisées*” (Ibidem, pág.67)<sup>62</sup>.

---

<sup>62</sup> Como es ampliamente conocido, para Poincaré, la aritmética es sintética a priori en el sentido de Kant, esto es, su tipo de razonamiento, el razonamiento por recurrencia, depende pura y exclusivamente de la apelación a la intuición.

Según el trabajo de J. A. Coffa que he citado con anterioridad<sup>63</sup>, al llamar a los axiomas “definiciones”, Poincaré estaba bautizando una dificultad en una forma que podía invitar a malentendidos. Veamos con detalle qué quiere decir Coffa con esto.

Desde que los filósofos modernos habían desafiado la doctrina clásica de la definición por género y diferencia, evolucionó una tradición de acuerdo con la cual las definiciones son construidas enumerando las ideas simples que se combinan en la significación del término definido. Es decir, son enumeraciones de las marcas suficientes que son ingredientes o constituyentes del *definiendum*. A través de la influencia de Bolzano, Frege, Meinong y Russell, las nociones de un complejo y sus constituyentes se convirtieron en los conceptos metafísicos centrales de la nueva semántica que inspiró las doctrinas del análisis filosófico y el atomismo lógico. Bajo esta perspectiva, la búsqueda de las propiedades esenciales de los objetos fue reemplazada por la búsqueda de los constituyentes de un complejo. La definición de un concepto, en particular, llegó a ser vista como estructuralmente idéntica al análisis de un compuesto químico en sus elementos. De acuerdo a esta imagen analítica del concepto, pueden distinguirse dos momentos en el proceso de análisis de un concepto. En un primer momento, hay un punto en el cual encontramos un conjunto de constituyentes conceptuales, las así llamadas “marcas” características que podrían o no podrían estar sujetas a un análisis ulterior y cuya conjunción es idéntica con el *definiendum*. El segundo momento se obtiene cuando encontramos constituyentes que son intrínsecamente inanalizables o simples. No hay razón en principio, por la que el proceso de análisis no pudiera continuar *ad infinitum*, pero los proponentes de la imagen analítica de las definiciones creían firmemente que en algún momento se llegaría al territorio de lo “indefinible”. De acuerdo con esta imagen, la definición de un concepto puede ser vista como la conjunción de sus marcas o como la reconstrucción

---

<sup>63</sup> Me refiero al trabajo citado en la nota 28.

del *definiendum* desde sus constituyentes simples. Sin embargo, a pesar de que los proponentes de la imagen analítica dijeran cosas importantes acerca de las definiciones, tenían poco que decir acerca de los indefinibles. Esto no significa que no les concedieran importancia, por el contrario, constituía para ellos el verdadero problema detrás de la teoría de la definición.

Según Coffa, la noción que Poincaré estaba usando de “definición” estaba lejos de corresponder a la imagen analítica y sólo puede entenderse en contraposición a esta idea. Es sólo en el marco de la discusión entre el miembro más prominente de la imagen analítica, Bertrand Russell, y Poincaré, que puede entenderse cabalmente lo que éste entendía por “definición”.

Como es más o menos conocido, en 1897 Russell publicó una versión revisada de lo que había sido su tesis doctoral, bajo el título de *Ensayo sobre los fundamentos de la geometría*. Este trabajo provocó una serie de comentarios escritos, estando entre los más importantes la recensión que Couturat hizo en la *Revue de Métaphysique et de Morale* en 1898, y en la que defendió ardientemente la posición de Russell. En el siguiente volumen de la *Revue* se incluye una revisión que Poincaré hizo del trabajo de Russell. En esa revisión, Poincaré no sólo caracteriza a los axiomas de la geometría como “definiciones” sino que conmina a Russell a que proponga su propia definición de los primitivos geométricos. La respuesta de Russell consistió en arrostrar a Poincaré lo que era la consecuencia inevitable de la concepción analítica de la definición, a saber, que “everything that is fundamental is necessarily undefinable” (Citado en Coffa 1986, pág. 20).

Según Russell, existen dos tipos de definiciones. La definición matemática y la definición filosófica. La primera identifica a un objeto como el único que está en cierta relación con conceptos u objetos ya conocidos. Por ejemplo, si defino el número 1 como aquel que precede al 2, lo que estoy dando es una mera definición matemática de ese objeto. Por el

contrario, filosóficamente un término está definido cuando se conoce su significado, y éste no puede consistir de relaciones con otros términos. El significado de un término puede ser complejo o simple, esto es, o bien está compuesto de otros significados o es uno de esos elementos últimos que son los constituyentes de otros significados. En el primer caso definimos filosóficamente el término enumerando sus elementos simples, pero en el segundo caso esto no es posible, aquí nos encontramos con significados simples que, según la propia teoría del conocimiento de Russell por estos tiempos, sólo podemos conocer por “intuición” por “familiaridad”. Aplicadas al problema de la geometría, estas observaciones venían a querer decir que conceptos como “punto” o “línea recta” pueden ser usados para definir otros términos, pero que ellos mismos son indefinibles.

Como es obvio, Poincaré no podía estar usando el mismo sentido de “definición” que Russell usaba. Por “definición” Poincaré entendía lo que el diccionario le enseñaba: un proceso a través del cual se identifica el significado de una expresión. La diferencia crucial entre ambos sentidos es que para la concepción analítica, “definición” refiere sólo a un proceso para derivar nuevos significados de otros anteriores que ofician como sus constituyentes; para Poincaré, por el contrario, “definir” se extiende al proceso por el cual se define un término sin necesidad de presuponer otros anteriores.

Por supuesto, para Russell, la idea de que los axiomas geométricos pudieran estar implicados en los procesos de asignar significados a algunos de sus términos era completamente ininteligible, y la causa de que lo fuera estaba básicamente en la presunción que dominaba la mayoría de las ideas semánticas de los miembros de la concepción analítica, a saber, la tesis del atomismo semántico. Este principio no concierne primariamente a proposiciones sino a los enunciados que usamos para expresarlas, y afirma que las unidades

gramaticales de un enunciado  $S$  deben tener un significado previo a su unión con otras unidades en  $S$ , si  $S$  ha de ser capaz de expresar una proposición o transmitir información.

Según Coffa, “The basic fact to bear in mind is that all participants in the debates endorsed this principle; but whereas the philosophers used it to infer (by *modus ponens*) a doctrine of geometry that no geometer could accept, the geometers used it to infer (by *modus tollens*) a doctrine of geometric knowledge that no philosopher could seriously entertain” (Ibídem, pág. 21).

El argumento de Russell contra el uso de Poincaré de “definición” en relación con los axiomas de la geometría, en el cual se hace manifiesta la tesis del atomismo semántico, va como sigue: dado que los axiomas de la geometría expresan proposiciones (transmiten información), por la tesis del atomismo semántico, los primitivos geométricos deben haber adquirido de alguna manera significado antes de que puedan contribuir a la expresión de una proposición vía el enunciado apropiado. La forma específica en que esos primitivos han adquirido significado no parece importarle a Russell, por lo que no la considera de significación semántica u ontológica. Poincaré, por otro lado, estaba haciendo un esfuerzo por mostrar que era un error considerar a los axiomas de la geometría como enunciados que transmiten información y asignan propiedades o relaciones a los objetos. En su propio trabajo sobre los fundamentos de la geometría así lo expresa:

“If an object has two properties  $A$  and  $B$ , and if it is the only one that has the property  $A$ , this property can be used as a definition; and since it will suffice as a definition, the property  $B$  (i.e., the attribution of  $B$ ) will no longer be a definition; it will be an axiom or a theorem.



If, on the contrary, the object is not the only one that has the property  $A$ , but it is the only one that has both properties  $A$  and  $B$ ,  $A$  no longer suffices to define it, and the property  $B$  will be a complement of the definition, and not an axiom or a theorem.

In a word, in order for a property to be an axiom or a theorem, it is necessary that the object that has this property has been completely defined *independently of this property*. Therefore, in order to have the right to say that the so-called distance-axioms are not a disguised definition of distance, one should be able to define distance in a way which does not involve an appeal to those axioms. But where is that definition?" (Citado en Coffa 1986, pág.22)

Con mínimas diferencias el punto es el siguiente: los axiomas de la geometría han sido ampliamente vistos como enunciados que transmiten información acerca de entidades espaciales. Si esto es así (por el principio del atomismo semántico), debe ser posible "definir", en otras palabras, identificar intersubjetivamente de alguna manera los significados de los primitivos geométricos antes que ellos sean incorporados a los enunciados axiomáticos. Pero Poincaré agrega al argumento una nueva premisa, la lección que los geómetras habían aprendido de su propio trabajo: no hay nada que podamos decir acerca de los significados de los primitivos geométricos excepto lo que los axiomas dicen. No hay, por supuesto, nada que nos prohíba decir que esos primitivos significan ciertos objetos físicos, o ciertas representaciones mentales, pero no hay un significado particular que la geometría le asigne a sus primitivos con anterioridad a su construcción. Esto no significa que no tengamos comprensión alguna de los primitivos geométricos, sino que todo lo que la geometría dice de ellos es a través de su participación en los axiomas de la geometría. Bajo esas circunstancias, la tesis del atomismo semántico excluye a los axiomas geométricos de transmitir alguna suerte de información. Por ello, ya no serán enunciados ni analíticos ni sintéticos. Pero, ¿importa esto?

Lo que importa es que los axiomas juegan un papel irremplazable en el conocimiento geométrico porque identifican el significado de los primitivos geométricos. Para ponerlo en palabras de Coffa : “ Geometric axioms are definitions disguised as claims; and what they define is the indefinables” (Idem Coffa, pág. 23).

De este modo, podemos ver que en la propuesta de Poincaré de los axiomas de la geometría como “definiciones disfrazadas”, encontramos el sentido semántico de la vieja noción kantiana de juicios sintéticos a priori. A diferencia de estos, no obstante, aquéllos no se encuentran arraigados en la estructura cognitiva que nos caracteriza como seres humanos, son libres creaciones de la mente humana que elegimos libremente, aunque no con arbitrariedad sino conducidos por nuestra experiencia ordinaria del espacio. Aquí, no obstante, como señalamos en la introducción a nuestra sección, se esboza un propósito eminentemente epistemológico en la concepción de Poincaré. En efecto, según Poincaré, nuestro espacio perceptual surge meramente como una reflexión o construcción del entendimiento desde nuestras sensaciones. De esto se sigue que en principio este espacio perceptual, afectado de una gran indeterminación producto de la contingencia de las sensaciones, no podría coincidir en ninguna medida con el espacio postulado por el geómetra. Sin embargo, como ya dijimos, en orden a escoger un conjunto de postulados geométricos antes que otro como base de una teoría física, por ejemplo, el espacio obtenido empíricamente puede servir de guía para llevar a cabo dicha elección. Y puede servir de guía únicamente debido a que esas generalizaciones inductivas, mediante las cuales obtenemos un espacio perceptual particular son reguladas o determinadas por ciertas funciones matemáticas del entendimiento, que imprimen en ellas un sentido más que meramente empírico. Sólo así el espacio obtenido a través de los sentidos obtiene el estatus necesario que lo acerca al espacio geométrico, el cual necesariamente se elige mediante una decisión arbitraria. Pero esto es tema de nuestro siguiente apartado.

### 3.2.2 La constitución del espacio a través del carácter a priori de la noción de grupo

Permítaseme comenzar con la siguiente observación de Poincaré: “ Nos sensations ne peuvent pas nous donner la notion d’espace. Cette notion est construite par l’esprit avec des éléments qui preexistent en lui, et l’expérience externe n’est pour lui que l’occasion d’exercer ce pouvoir, ou au plus moyen de déterminer la meilleure manière de l’exercer.

Les sensations par elles-memes n’ont aucun caractere spatial” (Poincaré, H. 1898, pág. 5).

Como queda claro en el pasaje, según Poincaré, la noción de espacio no proviene de nuestras sensaciones aisladas, sino que es un constructo de la mente con elementos que le pertenecen originariamente y que la experiencia tiene ocasión de “actualizar”. Para decirlo en términos afines con el espíritu de este trabajo, el espacio, para Poincaré, *surge* con la experiencia pero no *de* la experiencia.

Que el espacio no “está” meramente en los sentidos lo prueba el siguiente ejemplo propuesto por Poincaré:

“Que pourrait voir un homme qui ne posséderait qu’un oeil unique et immobile? Des images différentes se formeraient sur différents points de sa retine; mais serait-il amené à classer ces images comme nous classons nos sensations rétiniennes actuelles?” (Ibídem, pág.5)

Supongamos cuatro imágenes formadas en cuatro puntos de su retina, A, B, C y D. Nosotros, por ejemplo, seríamos capaces, por un suave movimiento de nuestro ojo, de saber si la distancia entre AB es igual a la distancia entre CD, simplemente porque somos capaces de traer a C la imagen que estaba en A y a D la que estaba en B. Pero dado que estos suaves movimientos son imposible para nuestro hombre imaginario, le pareceríamos desde todo punto ridículos si le preguntáramos si la distancia entre AB es igual a la distancia entre CD. Nuestro sujeto carece de una función mediante la cual podemos ordenar, clasificar y comparar

nuestras sensaciones, una función que consiste en referir las sensaciones a una categoría que preexiste en nosotros.

Poincaré se pregunta de inmediato: “ Cette catégorie doit-elle être regardée comme une “forme de notre sensibilité”?” (Idem, pág.6). Y su respuesta también inmediata es “no”, si la entendemos como algo que condiciona la existencia de las sensaciones consideradas individualmente. Éstas son posibles sin condición previa, pero como vimos antes, tampoco son capaces de proveernos de la noción de espacio, por lo tanto, para obtener esta última necesitamos “comparar” nuestras sensaciones y “razonar” sobre ellas, y ésta función sólo puede cumplirla el entendimiento. Poincaré llama a esta categoría “espacio sensible”. Este “espacio sensible” es concebido por Poincaré como compuesto de un gran número de sistemas absolutamente independientes entre sí, cada uno correspondiendo a ciertas fibras nerviosas que determinan un tipo de sensación. Esto es, cada uno de estos subsistemas se encargan de comparar las sensaciones que pertenecen a un único sentido o fibra nerviosa.

Es importante aclarar, no obstante, que esta función compara, por ejemplo, dos sensaciones del mismo tipo, de acuerdo a si una tiene un grado mayor que la otra, pero no cuántas veces mayor es ese grado.

Así, de acuerdo con Poincaré, el “espacio sensible” podría ser caracterizado como una variedad topológica  $n$ -dimensional (representando  $n$  el número de fibras nerviosas). Y cada punto de este espacio sensible sería un agregado de sensaciones simultáneas que podría llamarse con justicia *un estado de conciencia sensorial*, dada la fundamental función de comparación y reflexión que se hace en cada caso.

Ahora bien, nuestro “espacio sensible”, según Poincaré, “diffère de l'espace du géometre”. En principio, el geómetra parece introducir una categoría hecha totalmente de la misma especie cuando emplea tres sistemas como los tres ejes de coordenadas. En nuestro

espacio sensible, por el contrario, no tenemos solamente tres sistemas, sino tantos como fibras nerviosas. Esto hace aparecer a nuestros sistemas como mundos separados, fundamentalmente distintos, mientras que los tres ejes de la geometría cumplen todos el mismo oficio y son intercambiables. Por último, las coordenadas son susceptibles de ser medidas y no sólo comparadas. Todo esto muestra, según Poincaré, la capacidad para “nous élever de cette catégorie brute, que nous pouvons appeler l’espace sensible, a l’espace geometrique” (Idem, pág.6).

El espacio sensible nunca podrá ser depurado de modo que refleje el espacio geométrico. Pero aunque no podamos representarnos los objetos en el espacio geométrico, sí podemos razonar sobre ellos “como si” existieran en ese espacio. Esto es, el espacio geométrico *regula*, por así decirlo, la actividad mediante la cual ordenamos nuestros objetos en el espacio y es, por lo tanto, “une forme de notre entendement” (Idem, pág. 8). Sin embargo, a pesar de todos los esfuerzos que hagamos, el espacio sensible no será jamás ni infinito, ni homogéneo, ni isotrópico.

Al igual que para Helmholtz, la noción fundamental desde la cual se posibilita la construcción del espacio para Poincaré, es la noción de desplazamiento y cambio de estado.

Según Poincaré, la geometría y la noción de espacio geométrico surgen del reconocimiento de que nuestras sensaciones varían y de las leyes que rigen tal variación. Aún más, el surgimiento de la geometría depende de nuestra capacidad para distinguir los dos tipos de cambios que pueden sufrir nuestras impresiones. Decimos que estas cambian debido tanto a que los objetos que las causan han sufrido un cambio de estado como a que esos mismos objetos han sufrido un desplazamiento. ¿Cuál es el fundamento de esta distinción? Consideremos los dos casos planteados por Poincaré. En el primer caso tenemos una esfera con un hemisferio azul y otro rojo que gira sobre sí misma. Ante nuestros ojos mostrará

primero un hemisferio azul y luego otro rojo. El segundo caso se trata de un líquido contenido en un vaso que por una reacción química cambia su color de azul a rojo. En ambos casos una impresión de azul es reemplazada por una impresión de rojo. La diferencia por la cual llamamos al primero un cambio de desplazamiento y al segundo un cambio de estado se debe a que en el primer caso, me es suficiente con iniciar un movimiento voluntario alrededor de la esfera para volver a sufrir la sensación de azul. Es decir, un cambio de desplazamiento con la impresión correspondiente puede ser corregido mediante un movimiento voluntario de mi propio cuerpo. De acuerdo con esto, entre los cambios que sufren nuestras impresiones, podemos distinguir: a) aquellos que son independientes de nuestra voluntad y no son acompañados de sensaciones musculares, a las que Poincaré llama, *cambios externos*; y b) aquellos que son voluntarios y acompañados de sensaciones musculares, y que llama *cambios internos*. No obstante, se observa que en algunos casos, cuando un cambio externo ha modificado nuestras impresiones, mediante un cambio interno voluntario podemos reestablecerlas, por lo que los cambios externos pueden ser subdivididos en dos clases: a) los cambios que son susceptibles de ser corregidos por un cambio interno, que son los desplazamientos; y b) los que no son susceptibles de tal corrección, a saber, los cambios de estado. De este modo, como ya ha sido señalado al comienzo, un hombre que no sea capaz de realizar movimientos voluntarios no podrá jamás construir la geometría. Al igual que en la posición de Helmholtz, el axioma de movilidad es la base sobre la cual se construye la noción de espacio y la geometría.

A su vez, es importante realizar una clasificación de los desplazamientos. Según Poincaré, éstos sólo pueden ser relacionados de acuerdo a si son corregidos por el mismo cambio interno. En efecto, consideremos nuevamente la esfera que gira sobre sí misma y que muestra alternativamente su hemisferio azul y su hemisferio rojo. Consideremos también otra esfera, que presenta un hemisferio verde y uno amarillo y que también gira sobre sí misma.

También mostrará alternativamente primero el hemisferio verde y luego el amarillo. Nosotros decimos que ambos desplazamientos son de un mismo tipo, a saber, una rotación, pero ¿sobre qué base hacemos tal comparación? La hacemos sobre la base de que en ambos casos podemos corregir la impresión correspondiente mediante un cambio interno, esto es, mediante un movimiento voluntario de nuestro cuerpo que logra una especie de compensación entre ambos cambios. Pero también puede preguntarse: ¿cómo reconocemos que esos cambios internos son idénticos? Simplemente por que son provocados por las mismas sensaciones musculares, y para esto no necesito ni conocer la geometría, ni representarme los movimientos de mi cuerpo en el espacio geométrico.

Asimismo, los cambios internos pueden ser distinguidos análogamente. Pueden relacionarse de acuerdo al cambio externo que puedan corregir.

Ahora bien, hay un punto de la mayor importancia que debe ser notado aquí, a saber, el hecho notorio que las clasificaciones de las que acabamos de hablar no surgen como un hecho bruto desde la experiencia, pues la compensación entre un cambio externo y uno interno es siempre aproximada, sino que son una operación activa del espíritu que intenta introducir esos resultados brutos de la experiencia “dans une forme préexistante, dans une catégorie” (Idem, pág. 10), cuya operación consiste en identificar dos cambios como poseedores de una característica común, aunque no posean tal característica más que desde un punto de vista aproximado. Aquí, de nuevo, vemos el papel constitutivo idealizador que el entendimiento posee en relación a la generación de la noción de espacio. Sin embargo, como el mismo Poincaré aclara, “le fait même que l’esprit ait l’occasion d’accomplir cette opération est du à l’expérience” (Idem, pág. 10) pues ésta le enseña que la similaridad entre los cambios es sólo aproximada, por lo que el entendimiento debe intervenir para transformar esos cambios aproximados en algo sujeto a reglas precisas.

La siguiente noción que nos importa es la noción de “grupo de desplazamientos”<sup>64</sup>. Es evidente, según Poincaré, que si consideramos un cambio  $A$  y lo hacemos seguir de un cambio  $B$ , somos libres de considerar al conjunto de los dos cambios,  $A$  seguido de  $B$ , como uno solo que puede expresarse como  $A+B$  y puede ser llamado el *cambio resultante*. Si pensamos que estos cambios son desplazamientos, entonces  $A+B$  es también un desplazamiento. “Les mathématiciens expriment cela en disant que l’*ensemble des déplacements forme une groupe*” (Idem, pág. 10, las cursivas son de Poincaré). Pero, ¿cómo sabemos que el conjunto de desplazamientos es un *grupo*? ¿Lo sabemos mediante un razonamiento a priori?, o ¿lo sabemos por experiencia?. Veamos la respuesta de Poincaré a ambas alternativas.

En primer lugar, consideremos la posibilidad de que sepamos a priori que los conjuntos de desplazamientos constituyen un grupo. Podemos pensar que si un cambio externo  $A$  es corregido por un cambio interno  $A'$ , y que un cambio externo  $B$  es corregido por el cambio interno  $B'$ , el cambio externo resultante  $A+B$  será corregido por el cambio interno resultante  $B'+A'$ . A esta conjunción de desplazamientos le llamamos un *grupo*. Pero, según Poincaré, a este razonamiento le subyacen varios problemas. Por un lado, es claro que los cambios  $A$  y  $A'$  se compensan, esto es, mediante el cambio interno  $A'$  yo obtengo mis impresiones primitivas (lo que puedo expresar como  $A+A'=0$ ), y lo mismo puede decirse de  $B$  y  $B'$ . Pero, ¿puedo saber a priori que siempre obtendré  $B+B'=0$  después de los cambios  $A$  y  $A'$ ? ¿Qué sucedería si los cambios acontecen en otro orden, por ejemplo,  $A, B, B', A'$ ? Es claro que no obtendría mis sensaciones primitivas. Por otro lado, si dos cambios externos  $C$  y  $C'$  son vistos como idénticos, esto es, son susceptibles de ser corregidos por el mismo cambio interno  $c$  y otros dos cambios internos  $D$  y  $D'$  lo son por el mismo cambio interno  $d$ , ¿qué nos autoriza a decir que los dos cambios  $C+D$  y  $C'+D'$  son susceptibles de ser corregidos por los mismos cambios

---

<sup>64</sup> Aquí se aprecia claramente la influencia del *Erlangen Program* de F. Klein.



internos y son por lo tanto idénticos? Nada nos autoriza a ello, y si estamos frente a una proposición verdadera ella no puede ser el resultado de un razonamiento a priori. Pero entonces, ¿es la idea de grupo de desplazamientos obtenida a través de la experiencia? Poincaré advierte que nuestra tendencia será a verla como tal, sin embargo, el reconocimiento de que aún las experiencias más precisas no nos arrojan más que un estatus meramente aproximado para nuestra noción, nos harán plantearnos la pregunta obvia “Et alors qu’advindra-t-il de la géométrie?” (Ibídem, pág.11). ¿Acaso no se pondría en duda nuestra creencia bien arraigada en la necesidad de la geometría? Según Poincaré, debemos estar tranquilos al respecto, pues la geometría está al abrigo de cualquier revisión. Y está al abrigo de cualquier revisión porque ella misma es condición de posibilidad de la constitución de los fenómenos. De acuerdo con Poincaré, cuando la experiencia nos enseña que un cierto fenómeno no se corresponde con la ley indicada, lo borramos de la lista de desplazamientos. Cuando nos enseña que un cierto cambio no obedece tal ley más que aproximadamente, consideramos a tal cambio, mediante una *convention artificielle*, como el producto de otros dos cambios. Así, por ejemplo, decimos que los sólidos naturales no sufren solamente grandes cambios de posición, sino también de pequeñas curvaturas y de pequeñas dilataciones térmicas.

Consideremos el siguiente caso. Debido a un cambio externo  $\alpha$ , por ejemplo, pasamos del conjunto de impresiones A al conjunto B. Nosotros corregimos este cambio mediante un cambio interno voluntario  $\beta$  y somos devueltos al conjunto de impresiones A. Un nuevo cambio externo  $\alpha'$  nos hará pasar de nuevo del conjunto de impresiones A al B. A su vez, este segundo cambio puede ser corregido mediante otro cambio interno voluntario  $\beta'$  que provocará las mismas sensaciones musculares que  $\beta$  y que provocará el conjunto de impresiones A. Ahora bien, si la experiencia no confirma esta predicción entonces decimos que

el cambio  $\alpha'$ , si bien nos ha hecho pasar del conjunto de impresiones A al B, no es sin embargo idéntico al cambio  $\alpha$ . En cambio, si la experiencia no confirma más que aproximadamente dicha predicción, decimos que el cambio  $\alpha'$  es un desplazamiento idéntico al cambio  $\alpha$ , aunque acompañado de una ligera alteración cualitativa. Esto no significa que hagamos coincidir el contenido de nuestra experiencia con las leyes establecidas convencionalmente mediante hipótesis *ad hoc*, antes bien, el proceso es más profundo que eso. Se trata de que las leyes en cuestión “ne nous sont pas imposées par la nature, mais sont imposées par nous á la nature” (Ibídem, pág.12), esto es, se trata de que el entendimiento da forma a una experiencia que nunca, por sí misma, arrojará resultados precisos y exactos, y por ende objetivos. Las nociones geométricas puras que pre-existen potencialmente en nosotros, “constituyen” el ámbito de nuestra experiencia geométrica, dotándola de una estructura objetiva antes que un mero agregado de cambios de impresiones.

Aquello que los matemáticos llaman “grupo” es el conjunto de un cierto número de operaciones y de todas las combinaciones que pueden ser formadas con ellas. Estos grupos poseen propiedades, propiedades estrictamente formales independientes de toda cualidad y en particular de la naturaleza cualitativa de los fenómenos involucrados. Estas propiedades pueden, por ende, ser estudiadas matemáticamente. En el grupo que nos ocupa, nuestras operaciones son los desplazamientos. Aquellos conjuntos de desplazamientos que son diferentes en cuanto a su naturaleza, pero que se combinan siguiendo las mismas leyes decimos que son isomórficos. Así, las llamadas propiedades formales son aquellas comunes a todos los grupos isomórficos. La primera de estas propiedades formales comunes a todos los grupos isomórficos es la de *continuidad*. Poincaré arguye que el grupo de desplazamientos es un continuo físico, pero dado que tal entidad “répugne a la raison” debemos verlo como un continuo matemático. Así razona Poincaré: un desplazamiento puede ser agregado a sí mismo

cualquier número de veces. De esta forma, obtenemos diferentes desplazamientos que pueden ser vistos como múltiplos del mismo desplazamiento (si  $d$  es un desplazamiento y  $k$  un entero positivo, escribimos  $kd$  por  $d+d+\dots+d$ ,  $k$  veces). Veamos qué nos dice Poincaré:

“Nous découvrons bientôt qu'un déplacement quelconque peut toujours être divisé en deux, trios ou un nombre quelconque de parties; je veux dire que nous pouvons toujours trouver un autre déplacement qui, répété deux, trois fois, reproduira un déplacement donné. Cette divisibilité à l'infini nous conduit naturellement à la notion de la continuité mathématique; cependant les choses ne sont pas aussi simples qu'elles les paraissent à première vue. Nous ne pouvons pas prouver cette divisibilité à l'infini directement. Quand un déplacement est très petit, il est imperceptible pour nous. Quand deux déplacements diffèrent très peu, nous ne pouvons pas le distinguer. Si un déplacement  $D$  est extrêmement petit, ses multiples consécutifs seront indiscernables. Il peut arriver alors que nous ne puissions pas distinguer  $9D$  de  $10D$ , ni  $10D$  de  $11D$ , mais que nous puissions néanmoins distinguer  $9D$  de  $11D$ . Si nous voulions transcrire ces données brutes de l'expérience en une formule nous écririons:  $9D=10D$ ,  $10D=11D$ ,  $9D<11D$ . Ce serait là formule du continu physique. Mais une telle formule répugne à la raison. Elle ne correspond à aucun des modèles que nous portons en nous” (Ibidem, pág. 14)

La fórmula es *repugnante a la razón* sólo si la razón es lo suficientemente insensata para leer el símbolo “=” como símbolo de identidad, que en este contexto ciertamente no lo es. Así, la base de Poincaré para tratar el continuo físico de desplazamientos como un continuo matemático carece de fuerza. Sin embargo, el paso a la idealidad fue tomado desde antes, cuando definimos desplazamiento como clases equivalentes de movimientos. Dicha definición descansa en la presuposición de que si los movimientos  $A$ ,  $B$  son cancelados por los mismos movimientos, luego  $A$  es cancelado por cualquier movimiento que cancele  $B$ . Pero esta

presuposición no sería verdadera si el grupo de desplazamientos es un continuo físico. Como cuestión de hecho, la presuposición anterior es falsa, pero a menos que la hagamos el conjunto de movimientos no puede ser dividido en desplazamientos. Tal división es, por lo tanto, una idealización, que traza límites claros donde la experiencia es difusa. El grupo  $D$  obtenido por la división no es ciertamente un continuo físico, pero no hay una razón aparente de porqué debe ser un continuo matemático. Quizás la respuesta de Poincaré iría como sigue: ya que el conjunto de movimientos que provee la base para nuestras idealizaciones es un continuo físico, el conjunto ideal de desplazamientos debe ser pensado como un continuo matemático. Este continuo matemático es asumido por Poincaré como una variedad topológica. Los rasgos observables del continuo físico de movimientos sugieren la estructura específica del grupo topológico  $D$ .

No voy a detenerme en la enumeración de las ulteriores propiedades estructurales del grupo topológico  $D$ , sino simplemente señalar con Poincaré que esas propiedades hacen que  $D$  sea isomórfico con uno de los tres grupos clásicos de movimientos, característicos de las geometrías de Euclides, Lobatchevsky y Riemann. Aquí hace falta la toma de una decisión convencional, una decisión que se aleje lo menos posible de esa estructura sugerida por el continuo físico. La experiencia, parcialmente constituida por “la notion de ce groupe continu qu´existe dans notre esprit antérieurement á toute expérience” (ibídem, pág.30), esto es, una noción de grupo que es la misma para cualquier grupo continuo específico, restringe la suerte de grupo particular que habremos de escoger para su descripción. Pues de acuerdo a cómo sea la experiencia a la cual nos enfrentamos, se “activarán”, por así decirlo, diferentes sub-grupos que constituirán diferentemente esa experiencia. Esta constitución no es completa (las diferencias notorias entre espacio sensible y geométrico así lo muestran) por lo que necesitamos, en último término, una elección, la cual es, no obstante, guiada por criterios

pragmáticos como el de simplicidad. Si bien la obtención de las propiedades del espacio perceptual no sería posible sin la mediación y la constitución que el entendimiento lleva a cabo a través de la noción más amplia de grupo continuo, de todas maneras Poincaré acentúa la brecha abierta ya desde los días de Helmholtz, entre espacio perceptual y espacio geométrico. Dado que esa noción de grupo continuo no es una forma de la sensibilidad, sino un principio del entendimiento que regula las distintas etapas a través de las cuales obtenemos nuestra noción de “espacio”, no podemos afirmar que lleve a cabo una determinación completa del contenido dado en la experiencia, en cualquier caso sólo imprime ciertos rasgos muy generales y comunes a cualquier grupo. De allí la necesidad de “elegir” una tal determinación específica mediante la apelación a una decisión convencional.

### 3.3 Conclusiones

En este capítulo he intentado reconstruir, al menos parcialmente, dos de las reacciones filosóficas a uno de los hechos más importantes ocurridos en las ciencias formales, -pero de enorme repercusión en otras áreas de la ciencia- en el siglo XIX, a saber, el surgimiento de las geometrías no euclidianas. La posibilidad de establecer sistemas geométricos alternativos a la geometría euclídea e igualmente consistentes, así como la posibilidad de su formulación por medios estrictamente formales, sin apelación alguna a la intuición, agitó las conciencias filosóficas de una manera sólo comparable con la revolución copernicana de Kant. Este último, poniendo a la epistemología en una relación profunda con el conocimiento científico, había intentado (quizás con éxito dado que el estado de la ciencia en la época de Kant no permitía prever los cambios que ocurrirían más tarde) “justificar” el modo de obtención y la naturaleza apodíctica del conocimiento científico, a través de su relación con las facultades cognitivas del sujeto cognoscente, universales y necesarias. Por ello,

la totalidad de las matemáticas y parte de la mecánica de Newton se declararon verdaderas a priori, derivadas de las fuentes subjetivas a priori de todo conocimiento. De acuerdo con Kant, la geometría euclídeana, por ejemplo, es necesaria y se aplica con necesidad tanto en la ciencia física como en la vida diaria, debido a que sus principios o axiomas rigen nuestra facultad sensible de intuición espacial. En su opinión, el resultado de la investigación trascendental muestra que sólo es posible representarse un mundo de estructura euclídeana. Asimismo, y por razones similares, sólo es posible un mundo de estructura newtoniana.

Ahora bien, el primero de los autores que hemos examinado, H. Helmholtz, tiene una solución ingeniosa para el llamado “problema del espacio”, una solución que busca una síntesis entre empirismo y racionalismo. Partiendo, por supuesto, del *factum* de las geometrías no-euclídeanas, y preocupado, entre otras cosas, por el problema de la percepción espacial, Helmholtz advierte que sería posible para un individuo colocado en un medio distinto que el nuestro, es decir, en un medio no-euclídeano, que este individuo construya una estructura espacial diferente a la nuestra. Sin embargo, esta forma aparentemente empirista de ver las cosas, estaba sostenida sobre una concepción en el fondo kantiana. En efecto, de acuerdo a lo que vimos oportunamente, podríamos decir que hay dos elementos de fuerte raigambre kantiana en el punto de vista de Helmholtz. El primero de ellos, el cual posteriormente vemos aparecer clara y prominentemente en la posición de Poincaré, tiene que ver con la presencia de ciertas nociones que ofician como elementos idealizadores en los procesos de inferencia mediante los cuales relacionamos nuestras sensaciones en orden a construir nuestros axiomas espaciales. Como se recordará, la noción clave que Helmholtz ve como trascendental en este sentido es la noción de “libre movimiento de los cuerpos rígidos”. En segundo lugar, Helmholtz cree que los axiomas o principios estructurales que obtenemos a través de las inferencias inconscientes desde nuestras sensaciones, son especificaciones de un género más

amplio que podemos llamar con propiedad *el espacio*. Éste es una forma del pensamiento que condiciona la posibilidad de obtener ciertas especificaciones que constituyen el campo de las diversas geometrías. De esta manera, Helmholtz no se desembaraza completamente de la concepción kantiana del espacio como forma subjetiva dada a priori, sino que la ve como una estructura casi vacía la cual puede ser “llenada”, *id est*, es compatible, con las especificaciones correspondientes a los tres casos clásicos de curvatura constante.

En el caso de Poincaré, por su parte, llevó a su extremo esta distinción, obviando todo recurso a algún tipo de restricción representacional a priori. Para él, los axiomas de la geometría matemática son definiciones y son convencionales. Sin embargo, la elección de una de entre varias geometrías posibles sólo puede llevarse a cabo teniendo en consideración dos cosas: en primer lugar, el supuesto de que nuestro espíritu está en posesión de una estructura matemática, la noción general de *grupo*, que es más amplia y condiciona la formación de los grupos particulares; en segundo lugar, debe notarse el papel imprescindible de la experiencia, que representa la ocasión en la cual las nociones matemáticas que pre-existen en nosotros se actualizan y dotan, al mismo tiempo, de un estatus más que meramente empírico a las regularidades entre las sensaciones. De este modo, el convencionalismo de Poincaré, no se resuelve en la idea de una elección arbitraria de un sistema geométrico, sino en la elección, sí, pero ciertamente restringida por una experiencia en la cual intervienen factores objetivadores que tienen su origen en el entendimiento humano. Aquí puede apreciarse un nuevo tipo de función constitutiva de la experiencia, una función llevada a cabo directamente por el entendimiento sobre lo dado en la experiencia, sin la mediación de la intuición.

En esta extraña idea de “constitución” encontramos el germen de lo que va a ser opinión mayoritaria entre los filósofos de mentalidad científica de finales del siglo XIX y comienzos del XX. En efecto, es a través de la influencia que esta noción de “idealización”

ejerció tanto sobre la psicología científica de finales del XIX, específicamente en investigadores de la talla de E. Mach, como en las ciencias formales, que subsistirá una idea de a priori metodológico, constitutivo del objeto de experiencia, en la epistemología contemporánea.

Tanto en los filósofos de la escuela neo-kantiana, principalmente en E. Cassirer, como en el empirismo lógico incipiente, prevalecerá la idea. Pero esta y otras influencias serán tratadas en el siguiente capítulo.



#### 4.0 El sentido de lo a priori en la filosofía de la ciencia de comienzos del siglo XX

##### Introducción

La crítica de la noción clásica de “categoría”, su nueva forma de concebirla, y una concepción del entendimiento de acuerdo con ella, - cosas que encontramos seminalmente en autores como Helmholtz y Poincaré - fueron llevadas a su expresión más clara y sistemática, primero, por E. Cassirer, y luego por M. Schlick y H. Reichenbach<sup>65</sup>. En estos autores, quizás como en ningún otro, encontramos una respuesta cabal consciente a la serie de acontecimientos ocurridos en las ciencias formales y empíricas desde mediados del siglo XIX hasta comienzos del XX, acontecimientos entre los cuales podemos incluir: la revolución en geometría, el surgimiento de la teoría de la relatividad, y el desarrollo de la lógica matemática. Todo esto se funde en una propuesta epistemológica de enorme complejidad, pero también de una profundidad sin precedentes en la historia de la filosofía.

Quizás uno de los rasgos comunes que encontramos en estos filósofos, producto de esa receptividad consciente a los acontecimientos acaecidos en la ciencia en el siglo XIX, es el que tiene que ver con la articulación de una concepción de la epistemología liberada de las ataduras tradicionales y en franca relación con la ciencia de su época. M. Schlick expresa claramente la forma que esta relación debe guardar, en el primer trabajo filosófico publicado sobre la teoría de la relatividad, su “La significación filosófica del principio de la relatividad” de 1915<sup>66</sup>: “We have known since the days of Kant that the only fruitful method of all theoretical philosophy consists in critical inquiry into the ultimate principles of the special sciences. Every

---

<sup>65</sup> Debo advertir que hubo otros autores importantes que desarrollaron una línea de investigación similar, pero que por razones de espacio no puedo tratar aquí. Tal es el caso de Vaihinger, de Brentano, y de las dos líneas que surgieron de su obra, a saber, la de Husserl y la de la escuela polaca encabezada por K. Twardoski.

<sup>66</sup> Versión inglesa “The Philosophical Significance of Relativity” en *M. Schlick Philosophical Papers Vol.1 (1909-1922)*, H. Mulder y Barbara F. B. Van de Velde Schlick, Reidel, Holland, 1979.

change in these ultimate axioms, every emergence of a new fundamental principle, must therefore set philosophical activity in motion, and has naturally done so even before Kant. The most brilliant example is doubtless the birth of modern philosophy from the scientific discoveries of the Renaissance. And the Kantian Critical Philosophy may itself be regarded as a product of the Newtonian doctrine of nature. It is primarily, or even exclusively, the principles of the exact sciences that are of major philosophical importance, for the simple reason that in these disciplines alone do we find foundations so firm and sharply defined, that a change in them produces a notable upheaval, which can then also acquire an influence on our world-view" ( Schlick, 1979, pág. 153). La epistemología debe abandonar su sueño de construir sistemas sobre el conocimiento humano valiéndose únicamente de un análisis de las capacidades potenciales de la razón y auto asignándose un método y autoridad normativa extraños a la ciencia misma. En lugar de eso, debe prestar atención a los cambios revolucionarios que ocurren en la ciencia y modificar sus contenidos en consecuencia.

De manera similar, la escuela neo-kantiana liderada por Cassirer mantuvo una relación estrecha con la ciencia de su época. En su trabajo de 1921 sobre la teoría de la relatividad Cassirer dice: " Ever more clearly, ever more compellingly do we realize today that the Archimedean point on which Kant supported himself and from which he undertook to raise the whole system of knowledge, as if by a lever, no longer offers an unconditionally fixed basis. The *factum* of geometry has lost its unambiguous definiteness; instead of the one geometry of Euclid, we find ourselves facing a plurality of equally justified geometrical systems, which all claim for themselves the same intellectual necessity, and which, as the example of the general relativity seems to show, can rival the system of classical geometry in their applications, in their fruitfulness for physics" ( Cassirer, E.1921, [1923] pág. 339). Es la ciencia misma la que nos enseña que no hay punto de vista arquimediano desde donde explicar el conocimiento, es la

ciencia misma la que nos muestra que la razón no consiste en una estructura fija e inmutable que llenamos con los contenidos de la ciencia, sino que es la propia estructura la que está sometida al devenir.

Reichenbach, por su parte, reaccionando fundamentalmente a los resultados de la teoría de la relatividad que muestran que la mayoría, sino todos, los principios que Kant tenía por “necesarios y universales”, no eran tales, se propuso reformar el contenido normativo de la epistemología. En efecto, para Reichenbach, el papel de la teoría del conocimiento continúa siendo, como en los días de Kant, la reflexión acerca del modo en que la ciencia obtiene conocimiento, pero a partir del descubrimiento de que esas condiciones no son universales y necesarias, se abre un horizonte de investigación para la epistemología que no tenía en tiempos de Kant. Si reconocemos que la estructura general del razonamiento teórico no se da de una vez y para siempre, y que el progreso de la ciencia no consiste simplemente en ir llenando poco a poco de contenido esa estructura, entonces debemos tomar muy en serio el cambio en concepciones básicas tales como el espacio y el tiempo, la causalidad, etc.

De este modo, al igual que Kant ya había mostrado (aunque impresionado por el éxito de la teoría newtoniana equivocó el modo de explicación), la epistemología se transforma en una disciplina de segundo orden que tiene como fin reconstruir racionalmente las estructuras generales que la ciencia propone.

En este capítulo me propongo examinar las propuestas epistemológicas de estos tres grandes filósofos de principios del siglo XX. En ellos confluyen varias de las líneas de investigación que identificamos en los pensadores del siglo XIX que examinamos anteriormente, pero sin lugar a dudas veremos cómo dichas influencias tuvieron matices importantes. Quizás podríamos decir que tanto Cassirer como Reichenbach, se inscriben dentro de una tradición kantiana más ortodoxa (a pesar de que el último introduce elementos

convencionales en su concepción), mientras que Schlick intenta articular una visión del conocimiento que, aunque en franca oposición a Kant, alberga elementos de clara raigambre kantiana. Para este examen, me concentraré en las obras tempranas de dichos filósofos, especialmente en *Concepto-sustancia y concepto-función* de 1910, en la *Teoría general del conocimiento* de 1918, y en *La teoría de la relatividad y el conocimiento a priori* de 1920. Asimismo, se incluye en el apéndice al final del trabajo y a manera de ilustración de estos puntos de vista, un esbozo de la discusión entre estos filósofos en torno a la teoría de la relatividad.

#### 4.1 Concepto-sustancia y concepto-función: la crítica de Cassirer a la doctrina tradicional del concepto

El volumen II de *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*<sup>67</sup> culmina con una extensa y profunda discusión de Kant. De interés particular, desde nuestro punto de vista, es la discusión de la concepción kantiana de espacio y tiempo en el Libro Ocho, Capítulo 2, bajo el título de “La separación de entendimiento y sensibilidad”. Aquí Cassirer sigue las ideas básicas de la interpretación de Cohen, de acuerdo a la cual la separación entre las dos facultades de la mente delineada en la *Estética Trascendental* es deudora de la doctrina pre-crítica de la *Disertación Inaugural* (1770), cuando la teoría crítica del esquematismo del entendimiento vía la “síntesis productiva” no había sido aún articulada. Esta separación inicial debe ser reevaluada y revisada, de acuerdo con Cohen, cuando llegamos a la doctrina crítica de la analítica trascendental en la cual toda “unidad sintética”, incluyendo la de espacio y tiempo, se debe finalmente al entendimiento. Cassirer lee la noción de “síntesis productiva”, en particular, como un concepto supraordinario bajo el cual las actividades tanto del entendimiento como de la sensibilidad han de ser subsumidas. Para Cassirer, las intuiciones

---

<sup>67</sup> Versión española *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*. Trad. de Wenceslao Roces, México, FCE, 1974.

puras de espacio y tiempo, como los conceptos puros del entendimiento, son diferentes aspectos o manifestaciones de la forma básica de la función sintética unificadora. La “síntesis productiva” es, para Cassirer, la actividad creativa fundamental del pensamiento mediante la cual genera progresivamente el objeto del conocimiento científico empírico. Esta generación envuelve esencialmente la aplicación de las matemáticas, y la misma matemática pura procede mediante una actividad pura de construcción que expresa la misma productividad original del pensamiento. El espacio y el tiempo cuentan como “intuiciones puras” no debido a que son expresiones de una facultad no-discursiva de la mente, sino simplemente debido a que son los primeros productos del pensamiento empírico constructivo en la constitución progresiva del conocimiento científico.

Esta es una lectura interesante de Kant, pero carece de apoyo, pues para Kant el espacio y el tiempo son expresiones de una facultad de la mente no-discursiva, y tal concepción tiene profundas consecuencias en la manera en que él ve la relación entre sensibilidad y entendimiento. En particular, dado que la sensibilidad es una facultad distinta e independiente, el entendimiento puede ser considerado completamente independiente de la sensibilidad. Aquí los conceptos puros del entendimiento tienen aún un significado, aunque puramente lógico, proporcionado por las formas lógicas del juicio. Así, la lógica formal para Kant es una ciencia puramente analítica cuyos resultados no apelan en ninguna medida a la intuición. Luego nos movemos desde la lógica general a la trascendental mediante la “síntesis trascendental de la imaginación”, a través de la cual las formas puramente lógicas del pensamiento son esquematizadas en términos de la intuición pura. Y Kant, de acuerdo con esto, lleva a cabo la tarea de mostrar que “el mismo entendimiento y por medio de los mismos actos con que produjo en los conceptos la forma lógica de un juicio a través de la unidad analítica, introduce también en sus representaciones un contenido trascendental a través de la unidad sintética de

lo diverso de la intuición, por ello se llaman estas representaciones conceptos puros del entendimiento” (A79-B105).

Para Kant mismo, por lo tanto, la lógica formal pura trata con un tipo distinto de unidad, una unidad puramente analítica, que necesita ser explícita y meticulosamente relacionada con la unidad característicamente sintética tratada en la lógica trascendental. Para Cassirer, por contraste, comenzamos con la unidad sintética expresada en la construcción progresiva del conocimiento científico natural, y la lógica formal pura, en contraste a la lógica trascendental, es una mera abstracción de este proceso constructivo unitario. La idea central de Cassirer es que la lógica formal no puede ser distinguida dentro de los mecanismos de cognición humanos, debido a que responde a la misma síntesis fundamental que gobierna la construcción del conocimiento científico empírico. De esta forma, la tarea de la filosofía crítica consiste en desarrollar una *lógica del conocimiento objetivo*, esto es, una reconstrucción racional de las leyes que rigen la unidad sintética responsable del conocimiento empírico y matemático.

De este modo, el desarrollo moderno de la lógica formal y de los fundamentos de las matemáticas, tienen una profunda significación filosófica para la escuela neo-kantiana, pues allí se exhiben los rasgos de la función formal que posibilita el conocimiento. Mostrar esto en detalle es el propósito de *Concepto-sustancia y concepto-función*<sup>68</sup>.

Cassirer comienza por discutir el problema de la formación de conceptos y por criticar, en particular, la teoría “abstraccionista”, de raigambre aristotélica<sup>69</sup>. Según Cassirer, la lógica aristotélica es un reflejo de la metafísica aristotélica. La concepción de la naturaleza y divisiones del ser predetermina la concepción de las formas fundamentales del pensamiento. En esta

---

<sup>68</sup> Aquí citaremos por la versión inglesa publicada en 1923 como *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, Chicago, Open Court.

<sup>69</sup> Con anterioridad, Hegel mismo había criticado la teoría de la abstracción y opuesto la visión de que el pensamiento abstracto no puede ser visto como ignorando los datos sensoriales, sino como la superación (*Aufheben*) y la reducción del material a la esencia que sólo se manifiesta en el concepto. Véase especialmente las observaciones introductorias a la sección dedicada a la “doctrina del concepto” de *La ciencia de la lógica*.

concepción no se presupone nada salvo la existencia de las cosas en su inagotable multiplicidad, y el poder de la mente para seleccionar de esta riqueza de existencias particulares los rasgos que son comunes a todas ellas. Cuando coleccionamos objetos caracterizados por la posesión de una propiedad común en clases, y cuando repetimos este proceso hacia niveles más altos, surge desde allí un orden y división del ser siempre más firme, de acuerdo con la serie de similitudes factuales que corren a través de las cosas particulares. En esta visión de las cosas, la función del pensamiento se reduce a comparar y diferenciar un múltiple sensorialmente dado. Esta comparación y diferenciación busca determinar los rasgos esenciales que las partes del múltiple comparten, y por ende conduce a la abstracción. El concepto abstracto captura lo que hay de esencial en las cosas y deja todo lo particular de lado, en él no hay mezcla alguna de elementos disímiles.

Según esta concepción, los conceptos de las matemáticas están en pie de igualdad con los conceptos empíricos. En efecto, de la misma manera en que formamos nuestro concepto de árbol seleccionando el grupo de propiedades comunes a olmos, pinos y hayas, de igual manera formamos el concepto de figura rectangular plana aislando las propiedades comunes que encontramos en cuadrados, rombos, trapecios, etc.

Según Cassirer, toda serie de objetos comparables tiene un concepto genérico supremo que comprende dentro de sí mismo todas las determinaciones en las cuales esos objetos coinciden, mientras que por otro lado, dentro de este género supremo, se definen las sub-especies mediante propiedades que pertenecen sólo a una parte de los elementos. En la misma forma en que ascendemos desde las especies a un género más alto abandonando ciertas características, mediante un proceso inverso llevamos a cabo la especificación del género mediante la adición progresiva de nuevos elementos de contenido. De este modo, la intensión de un concepto aumenta cuando descendemos de conceptos de más alto nivel a conceptos de

más bajo nivel, disminuyendo el número de especies subordinadas al concepto; y, disminuye cuando el número de especies aumenta. Así, cuanto más abstracto es el concepto, esto es, cuanto menos contenido tenga, más vacío de significado es.

Ahora bien, de acuerdo con Cassirer, es en este punto donde surgen ciertas sospechas respecto a la concepción clásica de la formación de conceptos. En primer lugar, lo que siempre esperamos y exigimos de un concepto es esto: que en lugar de la original indefinición y ambigüedad de las ideas, presente una clara y marcada determinación. El caso del concepto abstracto no parece cumplir esta condición, dado que “the sharp lines of distinction seem the more effaced” (Cassirer 1910, [1923] pág. 6). En segundo lugar, si toda la construcción de conceptos consiste en seleccionar de una pluralidad de objetos ante nosotros sólo las propiedades similares, mientras rechazamos el resto, es claro que a través de esta suerte de reducción lo que es meramente una parte ha tomado el lugar de un todo sensorial. No obstante, se afirma que esa parte caracteriza al todo. En consecuencia, el concepto abstracto ignora el caso particular del que parte y busca la negación de sus peculiaridades.

Un defensor de la concepción clásica diría, no obstante, que lo que se escoge de esos particulares no es algo arbitrario sino algo “esencial”. Sin embargo, las reglas tradicionales para la formación de conceptos genéricos no incluyen garantía alguna de que ese fin será obtenido. De hecho, no hay nada que nos asegure que las propiedades comunes que seleccionamos de una colección arbitraria de objetos, incluyen los rasgos verdaderamente típicos que caracterizan y determinan la estructura total de los miembros de esa colección.

Para un aristotélico, no obstante, esto no puede ser así; pero no puede serlo debido a que su lógica descansa en su metafísica, y su doctrina del concepto no es más que un nexo entre ambas. Para él, el concepto no es un mero esquema subjetivo en el cual coleccionamos los elementos de un grupo arbitrario de cosas. Esta selección sería vacía si no se asume que lo



que es obtenido es, al mismo tiempo, la *Forma* real que garantiza la conexión causal y teleológica de las cosas particulares. Los procesos de comparar y agrupar cosas de acuerdo a sus similitudes, como se expresa en el lenguaje, no conduce a lo que es indefinido, sino al descubrimiento de las esencias reales de las cosas. Así, según nos explica Cassirer: “The determination of the concept according to its next higher genus and its specific difference reproduces the process by which the real substance successively unfolds itself in its special forms of being” (Ibidem pág. 7). Por lo tanto, es al concepto de *sustancia* a lo que la teoría lógica de Aristóteles hace constante referencia. El pensamiento, en todo caso, se limita a aislar los tipos específicos, los factores activos que determinan inmanentemente la realidad individual concreta.

El esquema básico de sustancia y accidente excluye hablar de categorías como la de cantidad, cualidad o relación si no es como propiedades de una realidad absoluta que existe por sí misma. La categoría de relación es especialmente forzada a una posición dependiente y subordinada por esta doctrina metafísica fundamental. La relación no es independiente del concepto del ser real; sólo puede agregar modificaciones externas y complementarias al último sin que afecte su “naturaleza” real.

De acuerdo con Cassirer, los textos de lógica formal evidenciaron durante mucho tiempo este desprecio de la doctrina tradicional por las determinaciones relacionales, consideraron a tales determinaciones entre las propiedades “no-esenciales” de un concepto<sup>70</sup>.

Surge entonces, según Cassirer, una distinción metodológica de gran significación: “The two chief forms of logic, which are specially opposed to each other in the modern scientific development, are distinguished – as will become clear – by the different value which is placed upon *thing-concepts and relation-concepts*” (Ibidem pág. 9).

---

<sup>70</sup> Muy probablemente Cassirer se refiera aquí a Bradley, quien en su *Appearance and Reality* desarrolla un argumento en contra de la realidad de las relaciones. Véase el capítulo III de dicha obra.

Que la concepción del concepto-cosa ha permanecido atrincherada en el corazón de la doctrina lógica del concepto, lo muestra que una de las críticas más fuertes contra la concepción aristotélica, la de Berkeley, deja incólume el punto en cuestión. En efecto, el conflicto entre nominalismo y realismo sólo atacaba la cuestión de la realidad metafísica de los conceptos, mientras que la validez de la doctrina del concepto no era considerada. Se puso en cuestión la realidad de los "universales", pero la idea de que el concepto ha de ser concebido como un género universal, como el elemento común en una serie de cosas similares, permaneció intocable. La crítica psicológica del concepto por parte de Berkeley o el giro psicologista en la teoría de la formación de conceptos, sólo traslada el problema a otro campo. Mientras que al comienzo eran las cosas externas las que eran comparadas y desde las cuales se obtenía un elemento común, ahora son las representaciones psíquicas, como sustitutos de las cosas, las que son sometidas al mismo proceso de comparación. A las "formas sustanciales" que, de acuerdo con Aristóteles, representan la meta final de esta actividad de comparación, le corresponden ciertos elementos fundamentales, que corren a través del campo total de la percepción.

Esta versión psicológica de la teoría clásica de formación de conceptos tiene en su base una idea simple y básica, a saber, la capacidad del sujeto para reproducir cualquier contenido de representación dado. Los objetos abstractos surgen como combinaciones de ciertas representaciones almacenadas en la memoria. Estas combinaciones consisten en una firme conexión entre elementos similares de percepciones sucesivas. Los elementos diferenciadores tienden más y más a desaparecer, y los elementos coincidentes que forman un todo unitario y fusionado, constituyen la naturaleza psicológica del concepto, que es tanto en origen como en función una totalidad de residuos de la memoria.

Ahora bien, en orden a hacer una valoración de esta concepción del concepto, Cassirer se pregunta lo siguiente: "Is the theory of the concept, as here developed, an adequate and faithful picture of the procedure of the concrete sciences?" (Ibídem pág. 11), y responde: "With regard to the Aristotelian theory, at least, this question must be answered negatively" (Ibídem pág. 12).

De acuerdo con Cassirer, esta teoría a lo sumo podía ser efectiva en la explicación de la naturaleza y formación de los conceptos en las ciencias empíricas, por ejemplo, en la biología, que era el campo de interés de Aristóteles. Pero en cuanto dejaba esas ciencias, y pasaba, por ejemplo, a la geometría, la teoría dejaba de desarrollarse natural y libremente. Así, no es tan fácil ver que conceptos como el de punto, línea o plano, surgen como abstracción de diferentes cosas o representaciones individuales dadas. Antes bien, según Cassirer, los conceptos matemáticos, al igual que para Kant, "arise through genetic definition, through the intellectual establishment of a constructive connection" (Ibídem pág. 12) y son, por lo tanto, producto de una actividad sintética creativa y constructiva. Surge aquí, como opuesto a la mera "abstracción", un acto de pensamiento mismo, una libre producción de un cierto sistema relacional. El proceso de "abstracción" no cambia la constitución de la realidad objetiva, sino que se limita a instituir ciertos límites y distinciones en ella, no agrega ningún dato nuevo a la corriente de impresiones sensoriales. En las definiciones de la ciencia matemática pura, en cambio, el mundo de las cosas o representaciones sensibles no es simplemente reproducido sino transformado y suplantado por un orden de otra suerte. Si este método de transformación es exhibido, presentará ciertas formas de relación o "an ordered system of strictly differentiated intellectual functions" (Pág. 14), las que no podrán ser justificadas por el esquema de la "abstracción". Sin embargo, enfatiza Cassirer, este proceso de transformación de los datos no es privativo de la ciencia matemática, pues si ahondamos en la formación de

conceptos en la física teórica encontraremos el mismo proceso de transformación de la realidad sensible concreta. Los conceptos de la física tampoco intentan meramente reproducir el múltiple sensorial, sino que colocan en su lugar otro múltiple que coincide con ciertas condiciones teóricas.

La teoría abstraccionista de la formación de conceptos tiene en su base una idea simple, a saber, la predominancia gradual de las similitudes de las cosas sobre sus diferencias. Esta predominancia se explica por la idea de que las similitudes solas, en virtud de sus variadas apariciones, se imprimen sobre la mente, mientras que las diferencias individuales, que cambian de caso a caso, fallan en obtener fijación y permanencia. No obstante, para que esta relación sea posible, la concepción “abstraccionista” ha postulado la necesidad de una función del pensamiento que relaciona un contenido presente a uno pasado y los reconoce a ambos como idénticos. Sin embargo, la crítica de Cassirer se orienta a mostrar que esta función de recolección de similitudes no es suficiente para la conformación de un concepto. Dado que la síntesis que conecta las dos condiciones temporalmente separadas no posee un correlato sensible inmediato en dichos contenidos, se sigue que el mismo material sensorial puede ser aprehendido bajo formas conceptuales muy diferentes. Esto es, aquello que une los elementos de una serie *a, b, c, ...* no es en sí mismo un nuevo elemento que está mezclado factualmente con ellos, sino que es una regla de progresión que permanece idéntica a través de los cambios en contenido. Por ello, la psicología de la abstracción necesita postular además, que las percepciones puedan ser ordenadas en “series de similares”, donde se supone una relación intrínseca entre cada miembro de esa serie. Sin esa relación entre cada miembro de la serie, nunca podría concebirse la idea de una conexión genérica y por ende la idea misma de objeto abstracto. Esta transición de miembro a miembro presupone manifiestamente un principio de acuerdo con el cual dicha transición toma lugar, y por el cual se determina la forma de la

dependencia entre cada miembro y el siguiente. De esta forma, parece que toda construcción de conceptos supone una forma definida de construcción de series<sup>71</sup>.

De igual manera, ordenar o aprehender conceptualmente un múltiple sensorial significa presentar sus miembros en una concatenación definida de acuerdo con una relación *generadora* fundamental. A la identidad de esta relación generadora a través de los cambios en contenido la llamamos propiamente un *concepto*. Es de fundamental importancia reiterar que esta identidad de referencia bajo la cual la comparación toma lugar es completamente diferente de los contenidos comparados, y esto debe ser visto como un hecho irreductible que pertenece a la "form of consciousness". Por lo tanto, la "forma de la serie" no debe ser confundida con los "miembros de la serie", dado que pertenecen a diferentes dimensiones. La primera dicta la "ley" mediante la cual los segundos son relacionados, y por lo tanto la simple enumeración de estos últimos no agota el significado de la primera. A esta función conceptual así entendida puede, no obstante, corresponderle un objeto abstracto que surge o evoluciona de la identidad de dicha función, pero este objeto abstracto (una representación general en la cual se unen rasgos similares) no afecta la caracterización lógica del concepto. Esto es, el objeto abstracto no entra como un elemento efectivo en la definición del concepto.

Otro elemento importante en la crítica de Cassirer a la concepción "abstraccionista" de la formación de conceptos es el siguiente: si aceptamos esta concepción, dice Cassirer, aceptamos con ella la doctrina básica, ya mencionada con anterioridad, de que el proceso de construcción de un concepto descansa en la incapacidad de la mente humana para representarse con absoluta fidelidad las imágenes de la memoria que permanecen en ella desde experiencias anteriores. Si esta condición no se siguiera, la idea misma de una comparación de contenidos sería absurda, pues si se recordaran con toda vivacidad y detalle esos contenidos,

---

<sup>71</sup> Para una explicación detallada de los conceptos de "serie" y "orden", afines al uso que Cassirer hace, véanse los capítulos XXIV y XXV de *The Principles of Mathematics* de B. Russell.

estos no podrían ser tomados como completamente similares a una nueva impresión. Lo que se sigue de esta visión de las cosas es el “paradoxical result that thought, in so far as it mounts from lower to higher and more inclusive concepts, moves in mere negations” (Ibidem pág. 18), esto es, que toda la labor lógica que aplicamos a un contenido sensorial sólo nos sirve para separarnos más y más de ese contenido. Aquí se ve claramente que el nombre de “abstracción” hace honor a su idea central, a saber, que el proceso nos obliga a separarnos de lo propio que caracteriza a un contenido dado.

Según Cassirer, el ejemplo de los conceptos matemáticos nos enseña que esta separación no es inevitable, que podemos hablar con propiedad de que los conceptos generales no cancelan las determinaciones de los casos particulares, sino que las retienen completamente. El matemático es capaz de deducir los casos especiales desde una fórmula universal. En los conceptos escolásticos, no obstante, esa deducción es imposible, puesto que esos conceptos se forman precisamente rechazando lo particular y así la reproducción de los momentos particulares del concepto parece excluida. Para Cassirer, “The genuine concept does not disregard the peculiarities and particularities which it holds under it, but seeks to show the necessity of the occurrence and connection of just these particularities” (Ibidem pág. 19). Dado que el concepto no es más que una regla universal para la conexión de particulares, lo que da es precisamente una caracterización de los particulares que pertenecen a la serie, *id est*, muestra la necesidad del lugar que ocupa cada caso específico dentro de dicha relación.

Según Cassirer, la lógica moderna ha intentado dar cuenta de la naturaleza dual del concepto matemático, oponiendo su universalidad abstracta a su universalidad concreta. La universalidad abstracta pertenece al género en la medida en que, considerada en y por sí misma, excluye toda diferencia específica; la universalidad concreta, por el contrario, pertenece al todo sistemático que adopta en su interior las peculiaridades de todas las especies y las

desarrolla de acuerdo a una regla. Cassirer acude a un ejemplo tomado de Drobisch para ilustrar el punto: "When, e.g., algebra solves the problem of finding two whole numbers, whose sum is equal to 25, and of which one is divisible by 2 and the other by 3, by expressing the second by the formula  $6z + 3$ , in which  $z$  can only have the values 0, 1, 2, 3, and from which of itself  $22 - 6z$  follows as a formula of the first, these formulae possess concrete universality. They are universal because they represent the law which determines all the numbers sought; they are also concrete because, when  $z$  is given the four above-mentioned values, the numbers sought for follow from these formulae as species of them" (Ibidem pág. 21).

El ejemplo ilustra que toda función matemática representa una ley universal, que, en virtud de los valores sucesivos que la variable pueda asumir, contiene dentro de sí misma todos los casos particulares para los cuales se sostiene.

El reconocimiento de la naturaleza funcional del concepto matemático es de enorme importancia para Cassirer, pero encuentra que aquellos que han enfatizado esta imagen de los conceptos matemáticos no se han percatado de que el campo de aplicación de este modo de entender las cosas, no está confinado a la ciencia matemática, sino que "it extends over into the field of the knowledge of nature; for the concept of function constitutes the general schema and model according to which the modern concept of nature has been molded in its progressive historical development." (Ibidem pág. 21). En efecto, la idea misma de función matemática enseña que el presupuesto básico de la teoría de la abstracción, a saber, que el proceso en la formación de conceptos supone la retención de determinadas "marcas" constantes de las cosas, con el consiguiente empobrecimiento del contenido conceptual, es esencialmente falso. En lugar de eso, la naturaleza funcional del concepto enseña que podemos abstraer, por ejemplo, los colores particulares de los objetos para conformar el concepto de un color dado, sólo si retenemos la serie total de colores como determinaciones especiales del

color en cuestión. Así, el concepto ya no debe ser visto como una entidad que concentra las “marcas” comunes a una multiplicidad de objetos, entidad que luego comparamos con los ejemplares de objetos con los cuales nos enfrentamos, sino como una regla que nos permite identificar un objeto entre los miembros de una serie.

De este modo, Cassirer cree que el tipo de función conceptual que domina a las matemáticas, también lo hace a la ciencia empírica, y le reprocha a los logicistas el que no hayan dado este paso. Así, en su reseña a *Los principios de las matemáticas* de Russell, dice: “Only when we have understood the same foundational syntheses on which logic and mathematics rest also govern the scientific construction of experiential knowledge, that they first make it possible for us to speak of a strict, lawful ordering among appearances and therewith of their objective meaning: only then is the true justification of the principles attained” (Citado en Richardson 1998, pág. 120).

Para Cassirer, a diferencia de Kant, es sólo a través del reconocimiento de que el mismo tipo de construcción de conceptos subyace al conocimiento matemático y al empírico, que ese modo de construcción obtiene verdadera justificación objetiva, pues se revela como el fundamento constitutivo de todo conocimiento.

De acuerdo con Cassirer, la ciencia matemática y la ciencia empírica exhiben el orden y la totalidad de las “pure serial forms”, y es tarea de una *lógica del conocimiento objetivo* investigar y exponer de una manera sistemática esos principios formales constitutivos del conocimiento.

#### 4.1.1 Inducción, leyes generales y los “invariantes de la experiencia”

No hay duda alguna de que el método inductivo es el método *par excellence* de la ciencia y cognición empíricas (*pace* Popper). En los filósofos que presentamos en nuestro capítulo anterior, la inducción era esencialmente un procedimiento empírico mediante el cual el



sujeto construye ciertas nociones que le serán de utilidad epistémica en su aprehensión del mundo, por ejemplo, la noción de espacio. Asimismo, como también notamos oportunamente, tanto en Helmholtz como en Poincaré, este procedimiento no puede entenderse a la manera empirista clásica, esto es, bajo la idea de una simple y desnuda recolección de similitudes entre los fenómenos, sino antes bien, como un proceso que se encuentra regulado en toda su extensión por una función intelectual que asigna a cada momento de ese proceso un estatus más que meramente empírico<sup>72</sup>.

En Cassirer, esta idea es llevada a su máxima expresión y un “Deeper analysis reveals here also how far the apparently purely receptive classification of particulars is dominated by ideal presuppositions...” (Ibídem pág. 250). Veamos a qué conduce este análisis.

Según Cassirer, el primer hecho que debe reconocerse en todo juicio empírico, algo que los empiristas han pasado por alto, es el elemento de “eternidad” que encierra. Ningún juicio de la ciencia natural se limita a establecer qué impresiones sensoriales se encuentran en la conciencia de un observador individual, en un punto definido del tiempo. Así como el matemático trata las relaciones geométricas o aritméticas puras, haciendo caso omiso de las particularidades de sus propias representaciones, así el científico que presenta los resultados de una investigación experimental, siempre va más allá de un simple reporte de sus experiencias perceptuales particulares. Lo que presenta no es la corriente de impresiones sensoriales relacionadas con el acontecimiento en cuestión, sino las propiedades constantes de las cosas y sucesos. Esto no significa un abandono de las particularidades perceptuales relacionadas, sino una verdadera “transformación” de ese contenido, en la medida en que se impone sobre esos datos una nueva forma de realidad. Esta nueva forma de realidad no se erige sobre la base de la

---

<sup>72</sup> Recordemos que para Helmholtz la idea del libre movimiento de los cuerpos rígidos es una idea “trascendental en el sentido de Kant”, y para Poincaré la idea matemática de grupo “preexiste potencialmente en nuestra mente”.

mera combinación de las representaciones, sino que presupone una actividad independiente y constructiva, una actividad que podemos llamar propiamente “idealizatoria”. Esta última supone en principio una nueva suerte de validez temporal, algo que la experiencia sensorial como tal no puede establecer. Lo que un individuo afirma acerca de un hecho, independientemente de las particularidades con él relacionadas, supone cierta persistencia en el tiempo, en la medida en que las condiciones epistémicas permanecen incambiadas. Si esto no fuera posible, esto es, si no nos fuera posible ascender desde ciertas condiciones ambiguas y cambiantes al establecimiento de un hecho propiamente dicho, *id est*, al establecimiento de relaciones permanentes, no podríamos hablar propiamente de conocimiento, sino a lo sumo de una conjunción de propiedades subjetivamente ordenadas.

De acuerdo con este modo de ver las cosas, según Cassirer, aquello que afirmamos de un cierto hecho, esto es, la descripción que hacemos de él de acuerdo a ciertas categorías objetivas, no es algo que pueda ser cambiado. Lo que cambiamos, de acuerdo a la investigación empírica siempre creciente, no es tanto la relación establecida a través del juicio, es decir, la conexión estructural, sino la naturaleza de las cosas que decimos del sujeto al cual ese juicio refiere. Dado que la inmediatez de los juicios netamente subjetivos se pierde en las afirmaciones objetivas de la ciencia, no puede esperarse un cambio radical en la concepción objetiva de los hechos. Lo que hacemos, en todo caso, es agregar a lo establecido con anterioridad nuevas determinaciones conceptuales, esto es, nuevas propiedades del objeto que hemos descubierto. El avance en la observación es al mismo tiempo un avance en el análisis, pues distingue con creciente exactitud las propiedades que le pertenecen a los objetos, y esta es una tarea que en principio no podemos dar por terminada nunca. Así, de acuerdo con Cassirer, el reino de las relaciones mediante las cuales constituimos objetivamente nuestra experiencia

permanece, al igual que para Kant, incambiado a través del tiempo. Volveré a este punto más adelante.

En orden a elucidar la relación existente entre las experiencias perceptuales subjetivas y los juicios objetivos de la ciencia, Cassirer apela a la vieja distinción kantiana entre juicios de percepción y juicios de experiencia. De acuerdo con el modo en que Cassirer entiende esta distinción, un juicio de percepción “includes everything that dogmatic empiricism regards as the genuine mark and character of experience” (Ibidem pág. 245), esto es, no intenta ser más que el reporte de una experiencia individual y momentánea<sup>73</sup>, y tiene la propiedad fundamental de que no conecta sujeto y predicado de acuerdo a un punto de vista intelectual independiente y coherente, sino que los toma como ocurrieron accidentalmente en una conciencia individual, de acuerdo a reglas de asociación subjetiva. Cuando pasamos a la esfera del juicio de experiencia, encontramos totalmente otra cosa. Aquí encontramos que, no obstante lo estrecho que pueda considerarse el ámbito conceptual del caso, el juicio siempre afirma cierta medida de objetividad. Nunca está satisfecho con establecer una mera coexistencia de representaciones, sino que erige una “functional coordination” entre ellas, de modo que siempre que un contenido es dado, el otro se requiere como necesario. Aún en la dimensión de los juicios meramente empíricos, siempre encontraremos este establecimiento de una conexión necesaria entre sus miembros. La ciencia intenta hacer predicciones acerca de acontecimientos individuales, por ello el paso desde el juicio de percepción al juicio de experiencia no supone el abandono del contenido inicial sino su subsunción bajo leyes rigurosas y exactas.

La meta real de la “inducción” no es entonces, el hecho temporal aislado como tal, sino la subordinación de este hecho al proceso total de la naturaleza. De este modo, el secreto de la inducción se encuentra contenido en el establecimiento del caso individual, pues ya aquí se

---

<sup>73</sup> A pesar de lo problemático que esto pueda resultar, quizás podríamos decir que las famosas *Konstatierungen* del Schlick de 1934, se corresponden con esta caracterización de los juicios de experiencia.

exhibe la naturaleza misma del proceso, a saber, aquél mediante el cual “we trace an empirical content beyond its given temporal limits and retain it in its determinate character for all points of the time series” (Ibídem, pág. 247). En efecto, de acuerdo con Cassirer, el establecimiento de un hecho individual enseña ya ciertos rasgos estructurales en virtud de los que se halla constituido, esto es, exhibe las leyes permanentes que constituyen el ámbito global de nuestra experiencia. De este modo, todo juicio individual es un símbolo del proceso total y de sus reglas universales.

De acuerdo con Cassirer, los dos momentos fundamentales de la inducción son: la aprehensión de hechos particulares y la conexión de esos hechos mediante leyes, los cuales se encuentran conectados mediante una única función del pensamiento. En ambos casos, el problema es extraer del flujo de la experiencia, elementos que pueden ser usados como constantes de construcción teórica<sup>74</sup>. Como ha sido expresado con anterioridad, en todo establecimiento de un hecho a través de un juicio se especifica una conexión necesaria e incambiable. A estas conexiones necesarias e incambiables las llamamos “leyes de la naturaleza”. En estas “leyes de la naturaleza”, descubrimos lo que puede ser llamado *constantes de un orden superior*, esto es, aquellas relaciones que determinan que un hecho individual tenga determinada estructura. Sin embargo, apunta Cassirer, estas *constantes de orden superior* se resuelven, en cada periodo de tiempo, en variables. Son válidas con relación a cierta esfera de experiencia, y en la medida en que esta esfera se extiende, están sujetas al devenir. Así, la ciencia presenta en cada periodo de tiempo la apariencia de haber obtenido la forma completa de la experiencia; pero esto no es más que eso, una apariencia, pues el crecimiento de la investigación empírica, y el estar abierto a ese crecimiento, hace abandonar toda presunción de haber llegado a la completitud en esa forma. Sin embargo, este modo de ver las cosas no debe

---

<sup>74</sup> Advértase el símil de esta idea con la concepción de Poincaré que afirmaba que la experiencia no es más que la ocasión mediante la cual ciertas nociones matemáticas que pre-existen en nosotros se actualizan.

llevarnos a un escepticismo radical, que nos conduzca a pensar el desarrollo de la ciencia como la historia de las imágenes del mundo alternativas que se suplantaban unas por otras. Según Cassirer, al igual que nuestra cognición individual presenta una conexión esencial entre sus ámbitos representacionales, conexión posibilitada por el orden temporal de “antes” y “después”, orden sobre el cual descansa la “forma serial” en la que ellos participan, de la misma manera, en las sucesivas fases de la ciencia este postulado se sigue con completa claridad. En efecto, si de acuerdo con Cassirer, tomamos como dado el todo de la experiencia en un momento dado del tiempo y en un estadio definido del conocimiento, este todo nunca es un mero agregado de datos perceptuales, sino que es dividido y unificado de acuerdo a un punto de vista teórico definido. De acuerdo con Cassirer, podemos representarnos la totalidad del conocimiento empírico bajo la forma de una función, que reproduce la relación característica mediante la cual concebimos los miembros individuales ordenados en dependencia mutua. Esta forma general puede ser simbolizada como  $F(A, B, C, D, \dots)$ . A su vez, cada uno de los elementos que aparecen en la función, puede entenderse como un sistema complejo, por ejemplo, A puede ser suplantado por  $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , y B por  $\phi(b_1, b_2, \dots, b_n)$ .

“Thus there arises a complex whole of overlapping syntheses, which stand in a certain mutual relation of superordination and subordination”(Ibídem, pág. 267).

Dos campos de fenómenos A y B son ordenados individualmente de acuerdo a una ley particular  $\psi_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ,  $\psi_2(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ ; esas leyes son conectadas mediante una nueva relación  $\phi(\psi_1, \psi_2)$ , hasta que finalmente obtenemos la relación más general, que asigna a cada factor individual su lugar definido respecto a los otros. De acuerdo con lo anterior, F es analizado como una estructura de determinaciones mutuamente dependientes, que podemos representar simbólicamente, por ejemplo, mediante la expresión  $F\{\phi_1(\psi_1, \psi_2), \phi_2(\psi_3, \psi_4), \phi_3, \dots\}$ .

Ahora bien, si se encuentra que cierta observación no coincide con las determinaciones predichas y calculadas mediante la fórmula teórica general, entonces la fórmula requiere de modificación. Esta modificación no puede consistir, según Cassirer, en una corrección indiscriminada, sino antes bien, de acuerdo a un principio metodológico bien definido.

“The transformation occurs, as it were, “from within outwards”” (Ibidem, pág. 267), esto es, mientras se retienen las relaciones más inclusivas  $F$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , etc., se modifican las más especiales  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ . De este modo, se intenta reestablecer la incompatibilidad entre teoría y datos. No obstante, las modificaciones pueden afectar no sólo las partes más empíricas de la teoría, sino también el marco de principios y leyes generales. Por ejemplo, “also such principles as, those on which Newton founds his mechanics, do not need to be taken as absolutely unchanging dogmas; they can rather be regarded as the temporarily simplest intellectual “hypotheses”, by which we establish the unity of experience” (Ibidem, pág. 268). En este caso, lo que parece que tenemos es un cambio en las reglas funcionales mismas, en las reglas mediante las cuales dotamos a los datos de la experiencia de una forma de temporalidad y objetividad radicalmente distinta. No obstante, esta transición de un marco conceptual a otro “never means that the fundamental form absolutely disappears, and another absolutely new form arises in its place” (Pág. 268), antes bien, dado que el nuevo marco contiene las respuestas a preguntas planteadas por el viejo esquema, esto es base, según Cassirer, para pensar que existe una conexión lógica entre ambos marcos, una conexión que implica el compartir una misma forma judicativa, esto es, una misma función lógica generadora de series.

Es esta misma función básica compartida la que hace posible la comparación de un marco y otro, y la que conmina a los científicos a mantener cierto cuerpo de principios inafectados. Estos principios conforman aquél medio imprescindible para que marcos teóricos sucesivos puedan ser comparados, son el estándar de medida necesario para llevar a cabo esta

comparación progresiva. Así, a través de los cambios en los sistemas teórico-hipotéticos permanecen ciertos principios lógicos generales, que son la verdadera condición de posibilidad del establecimiento progresivo de marcos conceptuales. Cassirer llama a estos principios permanentes los “invariantes de la experiencia”, e incluye entre ellos las categorías de espacio y tiempo, de magnitud, y de dependencia funcional de magnitudes. De acuerdo con lo antedicho, el significado de estas funciones no es afectado por un cambio en el contenido de la experiencia; por ejemplo, la validez de la dependencia espacio-temporal de los elementos en los procesos naturales, tal como se expresa en la ley causal universal, permanece inafectada a través de los cambios en los principios causales particulares.

Desde este punto de vista, el viejo y controversial término de “a priori” sólo puede estar reservado para estos invariantes lógicos últimos de la experiencia. Una cognición es llamada “a priori” no por ser anterior a la experiencia, sino porque está contenida como una premisa necesaria en todo juicio válido concerniente a los hechos<sup>75</sup>. Esto es, si analizamos un juicio de tal naturaleza, vamos a encontrar, conjuntamente con los contenidos inmediatos proporcionados por los sentidos, algo permanente que condiciona el modo en que esos contenidos se nos presentan en la forma de un hecho. Lo “a priori” es, entonces, esta conexión jurídica, este ámbito de relaciones que a su vez se estructuran jerárquicamente.

De este modo, la tarea de la filosofía crítica sería completa si fuéramos capaces de aislar estos elementos últimos y comunes a toda forma de experiencia científica, pero dado que se reconoce que la investigación empírica y la postulación de sistemas hipotéticos comprenden un desarrollo nunca acabado, no es posible cumplir esa meta en algún estadio definido del

---

<sup>75</sup> Alrededor de treinta años más tarde, R.G. Collingwood desarrolló su teoría de las *presuposiciones*, que distinguió en relativas y absolutas, y que es claramente remicante de la concepción de Cassirer. Debo notar, no obstante, que para Collingwood aun las *presuposiciones* absolutas están sujetas al devenir histórico. Para más detalles, véase su *An Essay on Metaphysics*, Oxford U. Press, Oxford, 1940, Caps. V-VII.

conocimiento, sólo queda “as a demand, and prescribes a fixed direction to the continuous unfolding and evolution of the systems of experience” (Ibídem, pág. 269).

Así, parece que Cassirer permanece fiel a la ortodoxia kantiana al reconocer en lo a priori los rasgos más fundamentales de esa noción, a saber, constitución del objeto de experiencia y validez para todo tiempo y lugar. Sin embargo, a diferencia de Kant, mantiene dichos rasgos separando dos componentes que en aquél conformaban una unidad, esto es, los sistemas teóricos determinados y las condiciones de posibilidad de la aplicación de dichos sistemas. En efecto, en opinión de Cassirer, los primeros cambian como resultado de la investigación empírica en constante crecimiento; los segundos, en cambio, permanecen invariados como la ley lógica que regula el establecimiento del orden en la naturaleza.

Tenemos entonces, dos tipos de a priori que, según Cassirer, condicionan nuestro conocimiento de la experiencia: uno relativizado y dinámico, dependiente de los sistemas teóricos particulares; el otro, al condicionar la posibilidad de aplicación de los primeros, no puede variar ni cambiar en naturaleza, permanece idéntico a través del tiempo, asegurando el establecimiento del orden en la naturaleza.

#### 4.2 Coordinación y convención en la epistemología de Moritz Schlick

Como dijimos al comienzo de este capítulo, los autores examinados en el capítulo anterior ejercieron en los filósofos de mentalidad científica de comienzos del siglo XX influencias importantes pero disímiles. En la *Teoría general del conocimiento*<sup>76</sup>, encontramos una compleja y original concepción del conocimiento que resulta de combinar varias intuiciones importantes de Helmholtz, Poincaré, y Hilbert, con el rechazo a varias de las tesis centrales al kantianismo y al neo-kantianismo. Su concepción del juicio y la cognición parecen de clara

---

<sup>76</sup> La primera edición es de 1918 y la segunda de 1925. Aquí se citará de la traducción inglesa de la segunda edición, *General Theory of Knowledge*, Springer-Verlag, Wien, 1974.



raigambre kantiana, pero su énfasis en el carácter puramente semiótico del conocimiento y su rechazo de algún sentido constitutivo en la cognición, hacen perder toda esperanza de relacionarlo con una concepción kantiana. Por otro lado, su idea de coordinación (*Zuordnung*), fundamental para su epistemología, no queda lo suficientemente elucidada, creo yo por la misma razón de intentar escapar de cualquier cosa que lo relacionara con una concepción kantiana.

Ahora bien, en los capítulos anteriores, al examinar las concepciones de Poincaré y Hilbert, señalamos, siguiendo a Coffa, que en el modo en que ambos filósofos concebían los axiomas de la geometría podíamos vislumbrar una nueva manera de ver lo a priori, a saber, desde un punto de vista estrictamente semántico, esto es, como condiciones de la significatividad de todo término que participa en un lenguaje. Sin embargo, también señalamos que tanto en Helmholtz como en Poincaré, subsistía una idea de a priori más fuerte y de raigambre kantiana más clara que enfatiza el papel constitutivo del objeto de experiencia en esa noción.

Moritz Schlick no parece ofrecernos demasiado respecto de nuestra última noción de a priori, la “metodológica”, como he convenido en llamarla siguiendo a Richardson, pero sí respecto de la primera, la noción “semántica” de lo a priori. Ya en sus observaciones sobre la *definición implícita*, contenidas en la primera edición de su libro, parece acercarse al sentido semántico presente en Poincaré y Hilbert, y en su distinción entre “juicios definicionales” y “juicios cognitivos” esto parece reafirmarse. No obstante, en la segunda edición de su libro, donde esta última distinción es refinada, se introduce la noción de “juicio fundamental” que acerca su concepción a la que Reichenbach sostiene en su libro de 1920.

A continuación comenzaré exponiendo parte de la doctrina del juicio y la cognición que se presentan en la primera edición de la *Teoría general del conocimiento* (en adelante *TGC*),

seguido me centraré en la distinción entre juicios definicionales y cognitivos y en la noción de *juicio fundamental*, agregada en la segunda edición.

#### 4.2.1 Conocer, re-conocer, y juzgar

Según Schlick, en la vida ordinaria nos encontramos con situaciones cognitivas como la siguiente: “ I become aware, while walking home, of a brown object moving in the distance. By its movements, size and other characteristics I *know* that it is an animal. The distance diminishes and eventually a moment arrives when I *know* for certain that the animal is a dog. He comes closer, and soon I *know* that this is not some strange dog I have never seen before, but a familiar one, my own dog Tyras, or whatever his name may be”(Schlick 1918 [1974], pág. 7).

Como es obvio, en la descripción del acto de cognición que se presenta en este ejemplo, hemos usado tres veces la palabra “saber”. Estas tres ocasiones representan, según Schlick, tres estadios en la operación cognitiva del caso. En el primer estadio, se sabe que el objeto que se mueve a la distancia es un animal y no, digamos, un ser atemporal. Esto es, se encuentra a dicho objeto familiar a algún otro objeto anteriormente percibido por el sujeto y al que se ha designado con la palabra “animal”. En el segundo estadio, al acercarse el sujeto al objeto que ha podido designar con el nombre de “animal”, encuentra que dicho animal se corresponde con la idea que tiene de una clase particular de animales, a saber, los que se designan con la palabra “perro”. En el estadio final ocurre esencialmente lo mismo que antes, al acercarse aún más el sujeto al objeto al que ha designado con el nombre de “animal” primero, y “perro” después, se percata de que dicho perro no es cualquier perro sino uno especialmente familiar a él, aquél que ve y con el que interactúa a diario, a saber, su perro Tyras, y con este nombre el animal queda unívocamente designado como un individuo.

Lo que Schlick quiere resaltar con este ejemplo es que en todos los estadios que conforman este acto de cognición en los que el sujeto “sabe” o “conoce” algo, lo que hace no es más que re-conocer un objeto. Esto es, en cada momento en el que el sujeto percibe “algo como algo” lo que hace es redescubrir algo viejo en algo nuevo, es decir, “designa” algo con un nombre con el que previamente se había designado a un objeto de características similares. Así, parece que conocer o más bien re-conocer un objeto, es encontrarle el nombre apropiado entre el stock de nombres que el sujeto tiene a su disposición. Dicho en términos clásicos, conocer es subsumir un objeto bajo un concepto.

Antes de aclarar varias de las cosas que se encuentran en esta explicación, permítaseme seguir a Schlick un paso más. Cuando pasamos al ámbito donde la palabra “conocer” parece encontrar un significado más profundo y prestigioso, la ciencia, las cosas, según Schlick, no se comportan de manera muy diferente. A través de la consideración de la historia de los intentos por resolver el problema de la naturaleza de la luz, Schlick muestra cómo en cada momento de esa historia dicho fenómeno fue identificado o relacionado a un fenómeno previamente existente. Esto es, fue re-conocida o “designada” con un nombre previamente existente. Sin embargo, hay una diferencia importante entre la cognición ordinaria y la científica, a saber, que mientras en la cognición ordinaria los términos que se comparan o igualan son una percepción y una imagen mental, en la coincidencia científica, si así podemos llamar a esta idea, lo que ambos términos comparten es una ley, esto es, un constructo conceptual que rige la ocurrencia de un fenómeno dado. De esto se sigue que la mismidad en la cognición científica es total, es decir, lo que obtenemos es más bien una identidad. Es importante notar que este re-conocimiento de una cosa en otra no supone primacía alguna de punto de vista, es decir, no supone que en uno de los polos se encuentre algo con lo que no estamos familiarizados en absoluto. Esto es, de acuerdo con Schlick, cualquier miembro de una relación puede ser

reducido al otro. Por ejemplo, es tan válido intentar reducir las leyes de la mecánica a las del electromagnetismo, como a la inversa, no importa qué tan familiarizados o comprometidos estemos con un conjunto de leyes u otro. Si esto no fuera así, tal vez piense Schlick, el conocimiento científico permanecería totalmente anquilosado y se pondría en riesgo su propio crecimiento. Muchas veces, cuando nuestros conceptos actuales no parecen poder designar un fenómeno dado, tenemos que construir un nuevo concepto o una nueva hipótesis para poder dar cuenta de ello. En este caso, estamos reduciendo algo conocido (dado que no buscamos explicar hechos con los que no estamos familiarizados en absoluto), a algo con lo que no estábamos previamente familiarizados. Lo que muestra que la relación no está restringida al hecho de que siempre en un polo se encuentre algo con lo cual estamos familiarizados y hasta cierto punto comprometidos, y en el otro algo que pretendemos explicar y con lo cual no tenemos familiaridad alguna. El único compromiso es con la idea de que “the understanding advances from stage to stage by first rediscovering something in another thing, then in that something rediscovering still another something, and so on” (Ibidem, pág. 13).

Ahora bien, hemos dicho, con Schlick, que “conocer” es “re-conocer” o “re-descubrir”, y redescubrir es igualar lo que es conocido con lo que ha de ser conocido. También dijimos que esta ley básica se cumple tanto en la cognición ordinaria como en la científica y significa en ambos casos que algo se compara con otra cosa. Mi interés en este trabajo no es en la cognición ordinaria sino en la científica, por lo que sólo mencionaré algunas de las observaciones de Schlick sobre la primera, mientras que me ocuparé con más detalle de algunas sobre la segunda.

Cuando en la cognición ordinaria comparamos, lo que comparamos son esencialmente imágenes o ideas. Cuando designo a un animal con el nombre “perro” lo hago sobre la base de que la imagen perceptual que tengo del animal coincide con una imagen de tales animales que

guardo en mi memoria. Schlick no es ajeno a los innumerables problemas que esta idea encierra, principalmente los que tienen que ver con el carácter esencialmente difuso y ambiguo de las imágenes y las dificultades que esto encierra para la comparación con otras. Sin embargo, esto no es asunto que importe a la epistemología sino a la psicología. Lo que es de importancia para la epistemología es el *factum* de la cognición ordinaria mediante comparación de imágenes, y cómo ésta funciona con cierto grado de certeza para los propósitos prácticos. En efecto, en general no parece haber problemas en el modo en que reconocemos los objetos empíricos en la vida diaria relacionándolos con imágenes de otros de los cuales hemos tenido con anterioridad una experiencia suficiente. Obviamente pueden existir situaciones dudosas, situaciones en las que, por ejemplo, confundimos un perro con un lobo, o situaciones en las que un sujeto sin la suficiente experiencia equivoca el término con el cual designa a un objeto. Pero estos no son más que casos marginales que no hacen la regla y que en cualquier caso no afectan sustancialmente el modo en que en la vida ordinaria re-conocemos objetos. Sin embargo, de acuerdo con Schlick, lo que estas características de la cognición ordinaria nos enseñan es que no es posible con base en ellas construir un concepto de conocimiento exacto y riguroso que pueda ser el punto de partida de la cognición científica. La ciencia demanda ante todo un máximo de rigor y exactitud en sus resultados, y esto es algo que no podemos obtener en la cognición ordinaria. De este modo, dado que la ciencia persigue este ideal de exactitud en las determinaciones empíricas, sustituye el elemento problemático en la cognición ordinaria, a saber, las imágenes, por otros elementos que pueden ser clara y sistemáticamente contruidos y cuyos límites pueden ser fijados con toda corrección, los conceptos. Como es notorio, no se abandona aquí la concepción básica del conocimiento como “re-conocer”, “igualar” o “equiparar”, por el contrario, se mantiene incólume mientras que lo que se cambia, en virtud

de una maximización de la exactitud en las determinaciones, es uno de los términos de la comparación. Veamos entonces en qué consisten para Schlick los conceptos.

Ante todo, un concepto ha de ser distinguido de una imagen por el hecho de que está completamente determinado y no hay nada incierto en él. Asimismo, a diferencia de una imagen, un concepto no es una estructura mental real, es decir, algo atrincherado en nuestro aparato cognitivo, sino antes bien, un concepto es un constructo arbitrario que producimos y usamos como sustituto de una imagen. Este constructo se conforma de ciertas características o rasgos que constituyen la *definición* del concepto. Así, en la cognición científica ya no comparamos objetos con imágenes, sino que investigamos si un objeto posee las propiedades que se especifican en la definición de un concepto. De este modo, un concepto es para Schlick nada más que un *signo* o *símbolo* para los objetos cuyas propiedades se incluyen en la definición del concepto. Aquí se percibe claramente la influencia de la *Zeichentheorie* de H. v. Helmholtz. En efecto, como señalamos en nuestra sección 3.1.4, Helmholtz sostiene que nuestras sensaciones, sobre las cuales construimos nuestros conceptos valiéndonos de un proceso de inferencia inconsciente, no son más que signos o símbolos de los objetos, y por lo tanto carecen de algún tipo de relación de similitud con ellos. Schlick, por su parte, cree que nuestros conceptos son signos o símbolos de las cosas y, dada su naturaleza convencional, constructos arbitrarios a los que de manera alguna podemos atribuir similitud con dichos objetos. La diferencia entre ambos filósofos, no obstante, radica en que para Helmholtz la relación entre las sensaciones consideradas como signos de las cosas y esos objetos que simbolizan o designan es causal, mientras que para Schlick la relación es una relación arbitraria de coordinación (*Zuordnung*).

Ahora bien, dado que el pensamiento como tal es un acto mental, los conceptos, a pesar de ser irreales por sí mismos, han de ser representados por algún tipo de realidad mental.

En el pensamiento no verbal lo son por imágenes o ideas que a lo sumo representan el concepto de una forma aproximada. En el discurso hablado o escrito los conceptos son representados por palabras o nombres. Lo que debe ser recordado siempre, de acuerdo con Schlick, es que a pesar de que “operamos” con imágenes y, en algún sentido, nuestro pensamiento es pictórico o representacional, esas imágenes o representaciones no tienen más que una utilidad e importancia psicológica en la medida en que son meros sustitutos de una *función conceptual* que radica en la base de nuestras operaciones cognitivas<sup>77</sup>. Así lo expresa Schlick con convicción: “Strictly speaking, concepts do not exist at all. What does exist is a *conceptual function*. And this function, depending on the circumstances, can be performed on the one hand by images of various mental acts and on the other by names or written signs” (Ibidem, pág. 22). Identificar estos signos, que no son más que meros representantes, con los conceptos propiamente dichos, es crear una ficción en el sentido de Vaihinger<sup>78</sup>.

Ahora bien, a pesar de que el interés de Schlick es iluminar la naturaleza de esta *función conceptual* desde un punto de vista exclusivamente epistemológico, sus observaciones acerca del modo en que aprehendemos esta función y somos conscientes de ella son de enorme importancia para la iluminación de los procesos de cognición reales. En este punto, Schlick muestra coincidencias sorprendentes con la escuela fenomenológica. En efecto, según Schlick: “thinking of a concept takes place by means of a special experience that belongs to the class of contents of consciousness which modern psychology in the main calls “intentional”” (Ibidem, pág. 22). Este tipo de experiencias no refiere únicamente a un contenido presente en la conciencia, sino también contienen referencia a algo fuera de ellas. Así, cuando recuerdo una de las Variaciones *Goldberg* que escuché ayer, no sólo tengo una colección de representaciones

---

<sup>77</sup> En este punto el pensamiento de Schlick y su rechazo de cualquier forma de psicologismo coincide con las observaciones de Husserl en las *Logische Untersuchungen*.

<sup>78</sup> Vid. Vaihinger (1927).

mentales de los sonidos en mi conciencia, sino que también soy consciente de que esas representaciones son una imagen de los sonidos percibidos ayer. Esta conciencia, el hecho de que las representaciones son representaciones de algo externo que las causa y que son dirigidas hacia ese algo, es algo completamente diferente de las imágenes mismas. Es un acto mental, una función psíquica.

Husserl, siguiendo a Brentano, apunta que todo contenido de conciencia tiene un carácter intensional, esto es, está dirigido a un objeto. Al percibir, *algo* es percibido; al imaginar, *algo* es imaginado; al juzgar, *algo* es juzgado; no podemos realizar ninguna de estas operaciones cognitivas sin que haya un objeto al cual esas operaciones estén dirigidas. Esto se resume en la famosa frase de Brentano de que “toda conciencia es conciencia de algo”. Sin embargo, debe quedar claro que esos objetos a los cuales dirijo mi atención no son directamente experimentados, esto es, no están ellos mismos en mi conciencia, sino que lo que es directamente experimentado es el “estar dirigido hacia un objeto”, *id est*, la intensión. Aplicado a nuestra aprehensión de los propios conceptos, podemos decir igualmente que los conceptos no existen por sí mismos, no son contenidos reales en la conciencia sino intensionales.

Ahora bien, retornando a nuestra caracterización epistemológica de la *función conceptual*, podemos decir con Schlick que: “the import of the conceptual function consists precisely in *signifying or designating*” (Ibídem, pág. 23). Aquí, por “significar” o “designar” sólo quiere decirse coordinar o asociar (*Zuordnen*), esto es, colocar en una correspondencia uno-a-uno o a lo sumo varios-uno. Así, en esta concepción puramente semiótica de la esfera conceptual, subsumir un objeto bajo un concepto no significa más que coordinar el concepto con el objeto en cuestión. Puede haber varios modos de conciencia o “actos” mediante los cuales esta correspondencia o coordinación es llevada a cabo. Estos son expresados por diferentes verbos como “expresar”.



“representar”, “denotar”, “significar”, etc., los cuales difieren sólo en cuanto a su carácter psicológico no a la función a la que obedecen, esto es, a la coordinación<sup>79</sup>.

La idea misma de una función conceptual cuya actividad consiste en correlacionar o coordinar un objeto con un concepto, excluye, según Schlick, toda consideración acerca del estatus real de los conceptos. Bien podríamos asignar un tipo de ser a tales conceptos, un ser ideal, por ejemplo, pero esto ha conducido a visiones platonizantes que sostienen la existencia de un mundo separado de entidades auto subsistentes, un mundo totalmente separado del ser real y al cual debe ser relacionado de alguna manera. En las ideas de “sentido” fregeano y de “proposiciones en sí mismas” de Bolzano, encontramos esta ontologización del reino conceptual, la que enfrenta serios problemas cuando intenta decir en qué consiste la relación de ese mundo con el ser real<sup>80</sup>. De acuerdo con Schlick, evitamos todos esos problemas si entendemos que el reino conceptual no puede estar separado de los sujetos concretos que juzgan y comprenden. La naturaleza de las verdades y conceptos se reduce a que son signos y ello presupone el hecho de que hay alguien que desea significar o designar, alguien que intenta establecer coordinaciones o correlaciones. Así, según Schlick: “The conceptual function has its locus only in the referring or relating consciousness...” (Ibidem pág. 25).

Ahora bien, como señalamos con anterioridad, Schlick sostiene que la ciencia no puede operar de la misma manera que opera la cognición ordinaria, esto es, por medio del reconocimiento de imágenes, pues se supone que la ciencia posee una forma de conocimiento al menos más precisa y exacta. Para ello introduce las ideas que acabamos de exponer acerca de la naturaleza de los conceptos. Pero, se pregunta Schlick, ¿se evita completamente el peligro de

---

<sup>79</sup> Schlick vuelve a reconocer en este punto el esfuerzo de Husserl por develar cada uno de esos modos de designación, pero según su parecer esta investigación es irrelevante para los propósitos epistemológicos.

<sup>80</sup> Véase especialmente Frege, G. “Über Sinn und Bedeutung”, trad. como “Sobre el sentido y la denotación” en Valdes Villanueva (comp.) (1994), y “Der Gedanke” trad. como “El pensamiento. una investigación lógica” en Frege (1984) Bolzano, B. *Wissenschaftslehre*, trad. parcialmente como *Theory of Science*, Oxford, Basil. 1972.

ambigüedad en la determinación de los objetos con esta formulación de la cognición científica? La cognición científica, al igual que la cognición ordinaria, intenta habérselas con un dominio de entidades. En la búsqueda de una determinación más precisa de esas entidades, la ciencia construye conceptos, signos para esas cosas con un contenido completamente agotado y preciso. Sin embargo, los objetos o cosas de la realidad sólo pueden sernos dados como objetos de conocimiento a través de la intuición y, dado que para Schlick la intuición no es una fuente de conocimiento infalible, esto es, no hay para Schlick intuición pura en sentido kantiano, la misma indeterminación y ambigüedad que subyace a la cognición ordinaria subyace a la cognición científica. Hemos obtenido claridad en la determinación conceptual, pero estamos lejos de obtener claridad en el ámbito de la receptividad de los objetos<sup>81</sup>. Por esto Schlick no quiere decir que las intuiciones, como eventos mentales, esto es, como procesos actuales, sean indeterminadas, por ejemplo, que lo que en este preciso instante percibo como azul no sea en efecto azul, sino que lo que impiden, dado que cambian de momento a momento, es una comparación o una construcción en serie en la cual se pueda reconocer al miembro anterior en la serie como idéntico en todos los aspectos al miembro posterior. De acuerdo con Schlick, esta imposibilidad de comparación lo que impide es, en última instancia, la posibilidad de juzgar, pues para que sea posible un juicio debemos poder tener fijas en la memoria esas intuiciones, lo que su naturaleza transitoria resiste. ¿Debemos entonces abandonar la certeza y el rigor en el conocimiento dado que la cognición descansa en experiencias ambiguas o difusas? Es interesante ver en este punto, que Schlick considera la salida que tiende a pensar que “...that experiences are *not* indistinct in every respect, but that there is something quite constant or clearly determined about them which becomes evident under certain circumstances. What is given at any moment is undoubtedly transitory in nature.

---

<sup>81</sup> En la sección 38 de este mismo libro titulada “Is There a Pure Intuition?”, Schlick discute este tópico en el contexto del problema de la geometría

Thus what is constant can only be the *law* that governs the given and provides it with its form” (Ibidem pág. 31, las cursivas son de Schlick). Sin embargo, aunque parece reconocer que “this is surely the case” (Ibidem pág.31), desestima esta opinión debido a que parece ser susceptible también de la misma duda acerca del estatus de las afirmaciones de conocimiento que intentan capturar esas leyes constantes.

Es digno de notar en este punto, cómo a pesar de compartir el rechazo a la intuición pura en sentido kantiano, Cassirer y Schlick llegan a resultados diferentes. El primero reconoce abiertamente que las funciones mediadoras y pre-constitutivas<sup>82</sup> de la intuición pura son asumidas por el entendimiento, posibilitando con ello que el dominio de la experiencia pueda ser correlacionado directamente con las categorías conceptuales. Schlick, por su parte, no da este paso, siendo el resultado una tendencia a separar el ámbito de lo intuitivo, de lo meramente receptivo, del reino de lo conceptual, e impedir que el primero “contamine” de ambigüedad y falta de exactitud al segundo. Le queda a Schlick, el problema no menor de salvar este abismo que conscientemente abrió entre lo intuitivo y lo conceptual.

Para apreciar su solución a este problema, permítase primero aclarar el modo en que Schlick cree que un sistema conceptual debe estructurarse. Según Schlick, la lógica se había percatado desde hace largo tiempo del problema de la constitución de un reino conceptual independiente de lo dado en la intuición, sin embargo, la solución llegó desde otro dominio de investigación, a saber, las matemáticas. Al igual que para Cassirer, para Schlick las matemáticas se convierten en el modelo que toda disciplina propiamente científica debe asumir, sin embargo, a diferencia de aquél, Schlick no cree que el método matemático sea parte de nuestra función conceptual o se identifique con ella, antes bien, “it is simply a matter of convenience that we take mathematical concepts as a paradigm on which to base our considerations”

---

<sup>82</sup> Llamo “pre-constitutivas” a las funciones a priori de la intuición pura kantiana para distinguirlas de las funciones plenamente constitutivas del entendimiento.

(Ibidem pág. 32). Aquí se advierte al pasar el carácter eminentemente convencional que Schlick asumirá para los axiomas que definen un ámbito conceptual.

Schlick reconoce el esfuerzo de aquellos matemáticos que se percataron que las verdades geométricas no podían obtenerse simplemente apelando a las características observables de las figuras geométricas, apelando a frases como “se sigue de la consideración de la figura...” o “puede ser visto en la figura...”. Esto a lo sumo sólo podría arrojar un resultado muy inseguro y ambiguo. Si hablamos claramente de *verdades geométricas* éstas no pueden descansar en la consideración puramente empírica de las figuras geométricas, antes bien, la existencia de esas verdades debe ser deducida de una manera puramente lógica desde principios o axiomas. Esta es también la razón por la que Poincaré rechaza que la geometría sea una ciencia puramente sintética o empírica. Según Schlick, esta depuración de la geometría encuentra su más clara expresión en la axiomatización llevada a cabo por Hilbert. En el capítulo dos expusimos a grandes rasgos las ideas claves que subyacen a esta visión de la geometría, por lo que solo comentaré algunas de las implicaciones que Schlick extrae de ella.

De acuerdo con Schlick, la *labor intelectual de la ciencia* consiste en inferir, esto es, en deducir nuevos juicios desde otros. Cuando en esta labor intelectual utilizamos conceptos, no empleamos propiedad alguna de esos conceptos salvo la de que ciertos juicios se sostienen de ellos, esto es, la de que cumplen las condiciones que se afirman en determinados juicios. Por ejemplo, cuando utilizamos en geometría conceptos como los de “punto”, “línea” y “plano”, lo que hacemos es afirmar lo que de ellos se dice en los axiomas de la geometría. Aquí se evita toda apelación al contenido intuitivo de esos conceptos, estando su significado constreñido a lo que en general se afirma en los axiomas. De nuevo, “punto”, “línea” y “plano” son cualquier cosa que cumpla con las condiciones afirmadas en los axiomas. Esto hace posible que las verdades matemáticas sean deducibles no importa qué contenido o significado intuitivo

concedamos a los conceptos implicados. Su significado queda restringido a lo que se afirma en los axiomas que, para usar de nuevo la expresión de Poincaré, son meras *definiciones disfrazadas*.

Así, tal cual lo expresa Schlick, "...these terms acquire meaning only by virtue of the axiom system, and possess only the content that it bestows upon them" (Ibidem pág. 34), lo que indica claramente el punto señalado por Coffa de que los axiomas son condición de posibilidad semántica de todo concepto que se inscribe dentro de su dominio. Desde este punto de vista, los conceptos no son más que sustitutos de definiciones y no necesitan contenido intuitivo alguno, en todo caso representan una *clase* de objetos definida por los axiomas. Lo que se sigue de esto es que un mismo sistema axiomático puede ser satisfecho por distintos conjuntos de conceptos cuyo significado intuitivo varíe, lo que a su vez nos muestra el hecho indefectible de que los sistemas definidos implícitamente no dependen en absoluto para su existencia y comprensión de lo dado en la experiencia o algún tipo de significado ostensivo de sus términos, "On the contrary, it floats freely, so to speak, and like the solar system bears within itself the guarantee of its own stability" (Ibidem, pág. 37).

Así obtenemos nuestra caracterización de cómo debe erigirse un sistema conceptual y cómo podemos librarlo de los contenidos intuitivos y de la carga esencialmente ambigua que ellos conllevan. Sin embargo, tal como apuntábamos con anterioridad, queda por salvar el hiato que existe entre este reino de sentido invariable y los objetos dados en la intuición, y así explicar la cognición en general. El problema para Schlick es complejo, dado que se encuentra en la difícil posición de tratar de explicar cómo relacionar un ámbito conceptual puro, definido implícitamente, con los objetos dados en la intuición, en una intuición que él reconoce como esencialmente ambigua y carente de certeza, mientras al mismo tiempo renuncia tanto a la intuición pura en sentido kantiano como a la posibilidad de algún conocimiento necesario de la realidad. Veamos su solución.

Si de acuerdo a lo que señalamos antes, un concepto es, para Schlick, un signo para un objeto, entonces, un juicio designa un hecho o estado de cosas. Un elemento de suma importancia en la concepción del juicio por parte de Schlick es que un juicio no designa una mera relación entre objetos, sino que *afirma la ocurrencia o existencia actual de esa relación*. Así, al igual que para Cassirer, para Schlick la función judicativa se reduce a establecer una relación entre dos o más términos, la que a su vez conformará un estado de cosas o hecho<sup>83</sup>. De esto se sigue, que de los diferentes tipos de juicios, dependerán los diferentes tipos de estados de cosas que se establezcan, y para esto la teoría del conocimiento llamará en su ayuda a la lógica pura.

Los hechos pueden ser reales o conceptuales, es un hecho que la nieve es blanca y también lo es el que  $2 \times 2 = 4$ . No obstante, la existencia de uno u otro de estos estados de cosas debe ser entendida de manera diferente. El criterio para considerar “existente” a un concepto es que éste no contenga una contradicción, esto es, que la definición del mismo esté libre de inconsistencias. A esto se reduce el “ser” de un concepto. Para hechos empíricos como el de que la nieve es blanca, el criterio de existencia tiene que ir más allá de la mera consistencia entre los juicios que definen el estado de cosas, por ejemplo, no basta que “blanca” no contradiga a “nieve”, sino que estos signos deben ser *coordinados* apropiadamente con ciertos objetos de modo de establecer entre ellos una correlación unívoca. Volveré a este punto en un momento.

De acuerdo con Schlick, juicios y conceptos están en una interrelación profunda. Los juicios posibilitan la conexión de los conceptos. Éstos a su vez, al aparecer en varios y diferentes juicios, posibilitan cierta conexión entre estos últimos. Aunado a esto, los diferentes

---

<sup>83</sup> Schlick reconoce, en este punto, de nuevo su deuda con Brentano. Sin embargo, discute la idea de éste último acerca de que la proposición existencial es la forma original del juicio y que ésta puede ser caracterizada como proposiciones de un solo término (véase el cap.VII del libro 2 de su *Psychology from an Empirical Standpoint*). Para Schlick, por el contrario, toda proposición existencial tiene el sentido de afirmar que el objeto designado por el concepto sujeto es un objeto real y por lo tanto esos juicios designan una relación específica entre un concepto y la realidad.

juicios en los cuales aparece un mismo concepto “definen” a ese concepto. El resultado es la visión de que: “Our scientific systems form a network in which concepts represents the nodes, and judgments the threads that connect them.”(Ibidem pág. 46)<sup>84</sup> Así, parece que no hay en principio distinción alguna en un sistema científico, entre lo que podríamos llamar “definiciones” y “juicios cognitivos”. “In a completely self-contained, deductively connected scientific system, genuine judgments can be distinguished from definitions only in a practical or psychological sense, not in a purely logical or epistemological one” (Ibidem pág. 46).

Esto ha conducido a algunos historiadores y filósofos recientes, claramente a Michael Friedman, a contraponer la visión de Schlick con las concepciones de Reichenbach y Carnap en torno a la distinción que estos autores planteaban entre un componente definicional y uno empírico en toda teoría científica<sup>85</sup>. Sin embargo, tanto en la primera edición de la *TGC* como en la segunda (donde agrega una importante sección que comentaremos más adelante), Schlick advierte que este tipo de holismo en las teorías científicas, que conduce a una indistinción fundamental entre juicios cognitivos y definicionales, sólo puede apreciarse con nitidez en los sistemas matemáticos. Por el contrario, “when we carry such considerations over to the factual sciences, we must be mindful that these sciences are never strictly self-contained” (Ibidem, pág. 47).

Los conceptos de las ciencias empíricas se encuentran abiertos a la experiencia. Esto es, la investigación experimental puede agregar o a veces quitar propiedades que inhieren a un objeto. En estos casos, la ciencia redefine sus conceptos a través de nuevos juicios definicionales. Por esta razón, las definiciones y los juicios genuinos se encuentran estrictamente separados en las ciencias empíricas. Sin embargo, como bien advierte Schlick,

---

<sup>84</sup> Esta imagen de los sistemas científicos como una “red” es familiar desde P. Duhem y será usada por filósofos posteriores como C. G. Hempel y W. v. Quine.

<sup>85</sup> Véase especialmente “Geometry, Convention, and the Relativized A Priori: Reichenbach, Schlick, and Carnap” en *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge, Cambridge U. Press, 1999

“one and the same sentence may, depending on the particular state of the inquiry, serve either as a definition or as an instance of knowledge” (Ibidem, pág. 47). Es importante resaltar que esta afirmación de Schlick se inscribe en una línea de pensamiento común a ciertos filósofos seguidores de Poincaré, quienes sostenían que en ciertos momentos los científicos “elevan” al rango de definiciones ciertos enunciados que anteriormente eran vistos como meros juicios cognitivos o empíricos, al tiempo que juicios que se comportaban como definiciones, son puestos al nivel de meros juicios cognitivos. Es muy probable que Schlick sostuviera esta visión de las cosas influenciado por el surgimiento de la relatividad especial<sup>86</sup>, la cual puede ser entendida en el sentido anteriormente indicado. Recuérdese que Einstein usa los experimentos de Michelson y Morley sobre la invariabilidad de la velocidad de la luz en diferentes marcos referenciales, como la base para erigir un nuevo marco constitutivo.

Ahora bien, baste lo anterior como prolegómeno a la elucidación de la interacción entre la función judicial y la cognición en general, en la siguiente sección ahondaré en la caracterización de las definiciones.

Para comprender cabalmente lo que significa “conocer”, es imprescindible, de acuerdo con Schlick, distinguir entre “definir” y “conocer”. Cuando expreso el enunciado “La razón por la cual dos sustancias se combinan violentamente es su fuerte afinidad química”, no estoy más que definiendo la noción de “causa de la reacción violenta” mediante la idea de “fuerte afinidad química”. Por el contrario, obtengo conocimiento genuino cuando, dado dos conceptos definidos de manera distinta, descubro que algunos de los objetos designados por uno de esos conceptos caen bajo el otro. Esto puede lograrse por dos vías, a saber, a través de la observación o por análisis conceptual. En el primero de los casos, a través de la observación

---

<sup>86</sup> Recuérdese que ya desde 1915 Schlick se vio fuertemente atraído por la teoría de la relatividad, y en su trabajo “Die philosophische Bedeutung des Relativitätsprinzips”, versión inglesa en (1979) lleva a cabo una análisis de dicha teoría en clave convencionalista.



establezco que entre dos objetos (designados y definidos por conceptos diferentes), existen ciertas correlaciones o conexiones, esto es, que poseen propiedades equivalentes.

El conocimiento por análisis conceptual es propio de las ciencias matemáticas, y consiste en el descubrimiento de relaciones entre significados puros. De este modo, conocer es “to discover a relation between objects” (Ibidem, pág. 49). Al expresar una cognición designamos una relación y al designar una relación hacemos un juicio. Veamos cuál es, según Schlick, la naturaleza de la relación que un juicio establece entre dos objetos.

Hace un momento hablábamos de “correlación”, “conexión”, y aún de “equivalencia de propiedades” como nociones familiares. Sin embargo, quizás la noción de “equivalencia” sea la más apropiada para denotar la relación en cuestión. En efecto, según Schlick, en todo acto de cognición se lleva a cabo una identificación entre dos objetos. Esto no significa que a fin de cuentas todo enunciado sea una tautología trivial, como veremos a continuación, en el conocimiento real hay identificación pero esta difiere radicalmente de una tautología.

Examinemos esto siguiendo el ejemplo que el propio Schlick usa. De acuerdo a su opinión, cuando alguien profiere el enunciado “La nieve es fría” ocurren dos actos específicos en su conciencia: 1) se da la ocurrencia de una cierta impresión visual, la conciencia o apercepción de la cual se expresa por el juicio “Esto es algo blanco y escamoso”, juicio que de inmediato cambia a “Esto es nieve”, donde “nieve” suplanta a las palabras “blanco” y “escamoso”, y significa exactamente lo mismo que ellas; 2) el sujeto experimenta una cierta sensación cutánea y en un segundo acto de conciencia o apercepción, se reconoce a esta sensación como aquella a la que se llama “fría”. Esto último obviamente se expresa judicativamente mediante el enunciado “Esto es frío”. En el primero de los actos cognitivos se identifica o reconoce el contenido de la impresión visual con o a través de los conceptos “blanco” y “escamoso” primero, y “nieve” después. En el segundo, en tanto, lo que se

identifica es la sensación cutánea con el nombre correspondiente para anteriores y similares impresiones. Esto es, se reconoce que estas palabras han sido correlacionadas con anterioridad al mismo tipo de experiencias. En pocas palabras, lo que se ha hecho es *subsumir* o *clasificar* una experiencia bajo un concepto.

Ahora bien, tal como han sido expuestas las cosas, parece que el “esto” involucrado en los dos juicios anteriormente señalados, “Esto es nieve” y “Esto es frío”, refieren a cosas netamente distintas, y de hecho lo hacen, el primero a la sensación visual, el segundo a la sensación cutánea. Sin embargo, habitualmente solemos identificar ambos objetos. ¿Qué nos lleva a hacer tal cosa?. De acuerdo a la opinión tradicional, lo hacemos sobre la base de la creencia de que esos adjetivos nombran propiedades de uno y el mismo objeto. Obviamente, a esta concepción la subyace el compromiso metafísico con la existencia de ciertos objetos autoidentificados o con la relación sustancia-accidente. Pero Schlick, siguiendo a Lotze, intenta evitar de un modo interesante esta *reificación*. En efecto, de acuerdo con Schlick, “...the judgment simply asserts a certain connection among the characteristics *white, flakey* and *cold*. These are joined together into an aggregate, and this joining can take place quite independently of the notions of thing and property” (Ibidem, pág. 53). Lo único que nos impele a conformar un agregado tal es que esas cualidades se encuentran en el mismo lugar y al mismo tiempo. Es decir, la identidad de un objeto se reduce a la identidad de un punto espacio-temporal.

Siguiendo nuestro ejemplo, decimos que el “esto” de los dos juicios anteriores refiere a lo mismo debido a que encontramos las características de *blanco* y *frío* al mismo tiempo y en el mismo lugar. El objeto mismo queda así, definido por la suma de las cualidades subjetivas que se encuentran en una misma región del espacio y en un mismo punto del tiempo. De esto se sigue que re-conocer un objeto en otro significa identificar dos momentos espacio-temporales, esto es, entender como uno y el mismo, el conjunto de cualidades que definen el objeto. Hay

sin embargo varias formas posibles en las cuales un objeto puede ser identificado con otro. La más importante es aquella en la cual un objeto es dado mediante las *relaciones* en las que se encuentra con otros objetos. Aquí, conocer el objeto en cuestión significa encontrarlo como término en diferentes relaciones. Dicho esquemáticamente, tenemos un objeto O definido por su relación R1 con un objeto familiar A1 y luego encontramos que el mismo objeto O posee la relación R2 con otro objeto familiar A2.

Para resumir: todo juicio sirve para designar un hecho; si el juicio coordina un nuevo signo a este hecho, el juicio es una definición, si en cambio, sólo usa signos empleados en otras ocasiones, entonces esto constituye una pieza de conocimiento.

Antes de ir a la siguiente sección, que tratará con detalle la distinción entre juicios definicionales y cognitivos, permítaseme volver a la idea de *coordinación* y realizar algunas observaciones sobre ella. Esto me permitirá delimitar la concepción general del conocimiento de Schlick con vistas a valorar sus observaciones sobre la naturaleza de las definiciones.

Al comienzo de nuestra sección decíamos que la teoría del juicio y la cognición que Schlick sostiene aparecen como de claro corte kantiano. En efecto, la teoría de la subsunción que acabamos de exponer no parece a simple vista salirse de los límites del kantianismo. Sin embargo, hay dos elementos que quiero enfatizar en este momento, que hacen que esta pertenencia a un marco kantiano sea sólo una apariencia. Uno de ellos ya ha sido mencionado varias veces en el curso de nuestra exposición, a saber, el carácter puramente semiótico o designativo de los conceptos y juicios. Como se ha dicho, los conceptos son meros signos para las cosas y los juicios meros signos para los hechos. Entre signo y designado no existe ninguna relación especial más que la de que el primero es un sustituto del segundo, un sustituto apropiado que usamos por mor de la conveniencia práctica. Así lo expresa claramente Schlick: "The task of a sign is to be a representative of that which is designated, to act in its place in

some respect or other. Wherever it is impossible or inconvenient to operate with the objects themselves, we replace them with signs which can be manipulated more easily and as desired” (Ibidem, pág. 59).

Como también se ha dicho anteriormente, un juicio se coordina a un hecho de dos maneras, o bien por primera vez, en cuyo caso establecemos una definición, o haciendo uso de un signo para el cual ya existe una definición, en cuyo caso hacemos un juicio de tipo cognitivo. Cuando este procedimiento es correcto, esto es, cuando somos exitosos en coordinar un signo dado con un hecho, entonces decimos que nuestro juicio es verdadero.

Como es notorio, la pregunta por la verdad es, para Schlick, un caso especial de la pregunta: ¿Cuándo es correcto un nombre? Un nombre correcto es aquél que es empleado sin ambigüedad y en conformidad con cierto uso designativo previo. El único requerimiento que hacemos de un signo es que sea *unívoco*, esto es, que sea coordinado a un único objeto. Así, la verdad puede ser ejemplificada del modo siguiente. Supóngase que un biólogo nombra a cierto organismo como “XYZ” y otro biólogo al ver un organismo de las mismas características profiere el juicio “este es el organismo XYZ”. El hecho relevante es el siguiente: si el organismo es en efecto XYZ, entonces el segundo biólogo le ha dado el nombre correcto; si no lo es, entonces le ha dado el nombre “XYZ” a un nuevo objeto y por lo tanto ha creado una ambigüedad. Presumiblemente, Schlick pensaba que en el último caso, “XYZ” se vuelve ambiguo debido a que ha sido usado para “significar” objetos diferentes. De esto se sigue que el segundo biólogo no estaba haciendo una afirmación falsa acerca del organismo, sino que lo estaba bautizando como “XYZ”. Dado que todo nombrar es bautizar, un juicio es verdadero si el bautismo coincide con el nombrar original y falso si no lo hace<sup>87</sup>.

<sup>87</sup> En *The Semantic Tradition: from Kant to Carnap*, Coffa, con su habitual agudeza, ha comparado la teoría signica del conocimiento de Schlick con las capacidades cognitivas del “Uruguayan positivist Itenco Funes (known as “the Memorious”)”, capaz de bautizar y recordar todo lo que había visto o imaginado alguna vez.

El segundo aspecto importante del pensamiento de Schlick que quiero mencionar, y que se encuentra profundamente relacionado con el anterior, es el rechazo explícito por parte de Schlick en las secciones finales del libro, de cualquier aspecto constitutivo del objeto de experiencia en los sistemas signícos. En efecto, en la sección 39, titulada "Are There Pure Forms of Thought?", Schlick arremete contra toda forma kantiana de ver las operaciones cognitivas, especialmente la idea de constitución de la experiencia.

Permítaseme reconstruir su argumento. De acuerdo con Schlick, tal como se sigue con obviedad de su teoría signíca del concepto, la idea misma de conceptos a priori sería un contrasentido flagrante, pues si los conceptos obtienen significado a través de su coordinación con objetos, pensar en conceptos a priori sería pensar en que ciertos objetos tendrían una designación necesaria por una palabra en cierto lenguaje. En cuanto a la posibilidad de juicios a priori, las mismas consideraciones que se siguen de la naturaleza puramente designativa y arbitraria de los juicios hacen imposible pensar en la existencia de juicios a priori, esto es, excluyen la posibilidad de la existencia de ciertas formas arraigadas en nuestra cognición que determinen unívocamente la estructura de los hechos. Esto quizás llevaría a pensar que lo que Schlick está criticando es que hubiera una única determinación de los fenómenos impuesta a priori, abriendo la puerta a una forma de convencionalismo similar a la que posteriormente Carnap propondría, sin embargo, y esto es de vital importancia, si bien Schlick reconoce tal posibilidad cuando nos dice: "The products of thought that come closest in function to that of the Kantian "forms of thought" are conventions in the sense defined above" (Ibídem pág. 359), se apresura a afirmar a continuación que "...that conventions do not give rise to synthetic judgments about reality" (pág. 359), esto es, no tienen valor constitutivo del objeto de experiencia.

---

Para más detalles véase la sección 9 de dicho libro.

En el siguiente pasaje, Schlick mismo se encarga de mostrar la incompatibilidad entre su teoría signica del conocimiento y la posición kantiana: “Suppose we believe that there exists a very intimate relation between thinking and being by virtue of which that which is real first becomes an object for me through thinking and then naturally carries with it the traces of thought. In that case, by “concept” we obviously must understand something else, something *more* than a mere sign; we are the committed to the view that our judgments not merely are correlated with facts but in certain sense *generate* them” (Ibidem, pág. 360). En pocas palabras, si el entendimiento prefigura un cierto tipo de objeto que será *su* objeto de conocimiento, entonces la doctrina del concepto como meros signos o etiquetas que colocamos en las cosas es claramente insuficiente. Para Kant y los neo-kantianos (claramente Cassirer), los hechos, las relaciones, son un producto de la facultad sintética del entendimiento; por el contrario, para Schlick, los juicios son correlacionados con las relaciones, “which exist outside of this correlation” (Ibidem, pág. 360)<sup>88</sup>. Por todo esto, resulta extraño o por lo menos confudente, que dos años más tarde y a propósito de la aparición del libro de Reichenbach, *La teoría de la relatividad y el conocimiento a priori*, Schlick dijera en una carta de noviembre 26 a este último que: “For me the presupposition of object-constituting principles is so self-evident that I have not pointed it out emphatically enough, above all in the *Allg. Erkenntnis*... It is clear to me that a perception can become an “observation” or even a “measurement” only through certain principles being presupposed by means of which the observed or measured object is then constructed. In this sense the principles are to be called a priori...” (Citado en Howard, D. 1994, pág. 61). E invoca la autoridad de Poincaré para persuadir a Reichenbach (lo que por otro lado parece lograr) de que sus *principios constitutivos* son *convenciones* en el sentido de

---

<sup>88</sup> Es claro que hay un fuerte elemento realista en la filosofía de Schlick. Coffa lo relaciona al tipo de realismo estructural presente en el pensamiento de Helmholtz, pero según mi parecer no hay nada en la explicación de Schlick que oficie como “puente” entre nuestras representaciones y el mundo, lo que sí está presente en el pensamiento de Helmholtz bajo la idea del principio causal.

Poincaré. Sin embargo, en las afirmaciones que Schlick continúa realizando a Reichenbach, las que muestran las virtudes de la noción de convención de Poincaré, parece olvidar, por mor de su énfasis en el sentido de arbitrariedad de la noción de convención, sus afirmaciones acerca del estatus de analiticidad y de la carencia de todo sentido empírico de dichas convenciones. Por el contrario, como veremos más adelante, los “principios constitutivos” de Reichenbach, no son juicios meramente analíticos, sino que expresan contenidos acerca de la experiencia con independencia de ella (al menos desde un punto de vista convencional). Por otro lado, Schlick parece recoger de Poincaré sólo muy parcialmente el contenido de su propuesta, la cual es infinitamente más rica que lo que él entendió por “arbitrariedad”. Específicamente, rechaza la idea, que Cassirer explota positivamente, de la función idealizadora del entendimiento en la experiencia, lo que lo conduce a dos consecuencias a mi modo de ver desgraciadas. La primera es que deja afuera de la empresa cognitiva a la experiencia, enfrentándola a lo conceptual y quitándole toda pretensión de conocimiento<sup>89</sup>. La segunda tiene que ver con su incapacidad para articular claramente la noción de *coordinación*, fundamental para su epistemología pero que deja casi al nivel de una metáfora. Al final de su libro dice al respecto: “Thought does not dissolve into various categorial functions; on the contrary, in our view “thinking” signifies only one function, that of *correlating*. The correlating of two objects with one another, the relating of one to the other, is in fact a fundamental act of consciousness not reducible to anything else. It is a simple ultimate that can only be stated, a limit and a basis, which every epistemologist must finally press toward” (Ibidem, pág. 383). Lo que se asemeja mucho a las observaciones de Cassirer acerca de la naturaleza de la función conceptual inherente al entendimiento. No obstante, con el telón de

---

<sup>89</sup> En “Schlick and Husserl on the Essence of Knowledge”, en Salmon, W., Salmon, M., and Parrini, P. (comps.), Roberta Lanfredini extrae conclusiones similares al comparar la teoría epistemológica de ambos filósofos

fondo de su rechazo a toda forma de constitución de la experiencia, lo anterior sólo puede provocar un encogimiento de hombros.

#### 4.2.2 Juicios definicionales y juicios cognitivos

En la segunda edición de la *TGK* (1925), Schlick introduce una nueva sección – *Definiciones, convenciones y juicios de experiencia* – en la cual reformula algunas de las afirmaciones que había hecho en la primer edición acerca de la distinción entre *definiciones* y *juicios propiamente dichos*. De acuerdo con Schlick, las ciencias factuales comienzan por construir un sistema de juicios empíricos mediante un procedimiento de definición explícita. A través de una estipulación arbitraria se introduce un nombre particular para un objeto que ha sido escogido de una forma u otra. Como se ha dicho anteriormente, es probable que encontremos tal objeto en relaciones varias y por lo tanto haremos juicios que formarán una red en la medida en que contienen los mismos conceptos y por ende conciernen a los mismos objetos. Schlick llama a estos juicios empíricos, juicios *descriptivos* o *históricos*. Pero no obstante, las ciencias no culminan en estas conexiones empíricas, antes bien, paralelamente a la construcción de estas redes puramente descriptivas, se articulan sistemas de definiciones implícitas que se coordinarán con los conceptos y juicios de la red descriptiva. Esta doble estructura revela una doble función de los sistemas conceptuales. Con el primero llevamos a cabo descripciones puramente individuales de los acontecimientos, por ejemplo, las posiciones de los planetas en diferentes lugares y momentos del tiempo. Con el segundo podemos designar a los mismos planetas por medio del concepto de cuerpo que se mueve de acuerdo con ciertas ecuaciones, y de allí obtener de una forma puramente deductiva todas las localizaciones pasadas y futuras de los cuerpos que constituyen el sistema solar.



Es interesante notar que, de acuerdo con Schlick, los conjuntos de definiciones implícitas pueden volverse descriptivos con la ayuda de coordinaciones apropiadas. Estas coordinaciones posibilitan que los sistemas de definiciones implícitas lleven a cabo designaciones no ambiguas de los fenómenos. Pero de nuevo debemos advertir que el “coordinar” no significa “constituir”, sino seleccionar entre la “infinite wealth of relations in the world, a certain complex or grouping and to embrace this complex as a unit by designating it with a name” (Ibidem, pág. 71).

Schlick llama a las definiciones conceptuales y a las coordinaciones que posibilitan su relación con los fenómenos descritos por los juicios históricos, *convenciones*, y advierte que este uso fue introducido en las ciencias empíricas por Poincaré.

No deseo detenerme demasiado en mostrar el profundo malentendido que Schlick tiene de la concepción de Poincaré. Me es suficiente con señalar que Schlick hace caso omiso de las importantes consideraciones que Poincaré hace respecto del modo en que la experiencia puede conducir o guiar nuestras elecciones teóricas. Recordemos que para Poincaré, la elección de una geometría particular no es completamente arbitraria, sino que se hace con base en que las generalizaciones inductivas mediante las cuales construimos nuestro espacio perceptual se encuentran reguladas por ciertas nociones matemáticas que pre-existen a priori en nuestro entendimiento, específicamente la noción general de grupo de movimientos de los cuerpos rígidos. Al contrario que esto, Schlick cree que las condiciones que hacen posible a las convenciones “...are present wherever nature offers an unbroken, continuous manifold of homogeneous relations, since then we can always select from such a manifold any desired complex of relations” (Ibidem, pág. 71). Es decir, Schlick supone la regularidad de la naturaleza no como algo construido por el sujeto sino como algo que le pertenece a sí misma, y sobre esta asunción y siguiendo un criterio esencialmente pragmático, a saber, el de la máxima simplicidad

en las leyes de la naturaleza, arriva a ciertas convenciones que “describen” apropiadamente esas relaciones existentes por sí mismas. En lugar de la función constitutiva del entendimiento que en Poincaré “idealiza” las generalizaciones inductivas que establecen las relaciones entre las sensaciones, Schlick postula la regularidad de la naturaleza sin más, la que intenta hacer “concordar” con las convenciones apelando a la máxima pragmática. Es claro que esto constituye una tergiversación de Poincaré.

Volvamos ahora a la caracterización general de los juicios. Según decíamos al comienzo de la sección, Schlick distingue entre juicios definicionales y juicios cognitivos. Los primeros son las definiciones implícitas de las disciplinas científicas exactas, que intentan sustituir los conceptos o imágenes de la cognición ordinaria por otros estrictamente determinados. Entre los segundos podemos distinguir, las hipótesis y los juicios propiamente históricos. Estos últimos designan hechos actualmente observados sobre la base de actos de reconocimiento, pero se diferencian de las hipótesis en que éstas pueden designar hechos no observados en el momento. En realidad, dice Schlick, la clase de los juicios cognitivos puede ser reducida a las hipótesis pues la mayoría de los juicios que realizamos sobre los objetos empíricos pertenecen a percepciones de objetos ya pasadas o en todo caso futuras, pero no completamente actuales<sup>90</sup>.

Según Schlick, las ciencias formales o puramente conceptuales están constituidas en su totalidad por juicios del primer tipo, esto es por definiciones, y son en cierto sentido a priori. Las ciencias factuales, sin embargo, lo están casi por completo de juicios cognitivos, específicamente por hipótesis, lo que confiere un estatus de falibilidad a dichas ciencias.

---

<sup>90</sup> No deseo extenderme sobre esto aquí, no obstante debo advertir que los aquí llamados juicios históricos se corresponden con lo que en los años 30's Schlick llamó *Konstatierungen*. Véase especialmente el conocido artículo "Über das Fundament der Erkenntnis" (1934). Versión inglesa en Schlick, M. (1979)

Ahora bien, esta distinción entre definiciones e hipótesis se corresponde, según Schlick, con la vieja distinción kantiana entre juicios analíticos y juicios sintéticos. Los primeros, al poner sujeto y predicado en una relación definicional nos hablan sólo de relaciones conceptuales y por ende no dicen nada acerca de la realidad. Los segundos, en cambio, descansan en interrelaciones entre objetos reales y por lo tanto son informativos respecto de la realidad. Kant, por su lado, pensó la posibilidad de una tercera clase de enunciados, aquellos que son informativos acerca de la experiencia, pero que se afirman con independencia de ella y son universalmente necesarios. Sin embargo, Kant también pensó que estos juicios ofician como verdaderos principios de coordinación entre las categorías del entendimiento puro y las regularidades dadas en la experiencia, posibilitando que estas últimas sean subsumidas bajo las primeras, o para decirlo en términos diferentes, posibilitando que las matemáticas sean aplicables a la realidad. Pero Schlick parece no atender demasiado a este rasgo de los principios del entendimiento puro kantiano, prestando más atención a su carácter de universalidad y necesidad, es decir, a la idea, que también subyace a los principios kantianos, de que ellos proporcionan un conocimiento apodíctico de la realidad experiencial. Sin embargo, su tajante distinción entre juicios analíticos y sintéticos lo conduce a postular necesariamente una conexión entre ellos, de modo de posibilitar que los sistemas compuestos por estos juicios coincidan sin ambigüedad. A aquellos juicios sobre los cuales descansa la relación entre ambos sistemas, los llama Schlick “juicios fundamentales” y son considerados o bien definiciones o bien juicios históricos. Si bien Schlick no es muy claro a la hora de caracterizar estos *juicios fundamentales*, es claro que lo que está intentando capturar es un modo de conectar las regularidades empíricas que componen el sistema de juicios históricos, con un sistema conceptual definido implícitamente que intenta determinar sin ambigüedad las relaciones presentes en el sistema de hechos. Las ciencias más altamente teóricas o exactas sostienen sus

predicciones de acontecimientos observables sobre este tipo de juicios fundamentales. Las ecuaciones de Maxwell y las leyes del movimiento constituyen ejemplos de dichos juicios, y lo que permiten es no sólo que ciertos hechos presentes sean designados sin ambigüedad por relaciones conceptuales completamente determinadas, sino que futuras ocurrencias de dichos fenómenos sean igualmente predichas con la misma exactitud. En pocas palabras, los “juicios fundamentales” posibilitan la aplicación de las matemáticas a la naturaleza.

Para resumir, como apuntábamos al comienzo de la sección, el capítulo de la *TGC* que comentamos fue un agregado a la segunda edición del año 1925. Aquí podemos apreciar, además de la dimensión esencialmente semántica de los principios o axiomas de una teoría dada - ya presente en la valoración que se hacía de las “definiciones implícitas” en la primera edición - un agregado, aunque quizás no muy explícito, de cierto sub-conjunto de enunciados que ofician como principios de coordinación de las regularidades empíricas con las relaciones conceptuales postuladas convencionalmente. Es claro que, como Schlick se apresura a señalar, estos llamados “juicios fundamentales” no tienen una naturaleza lógica distinta que los demás enunciados de un sistema, ni poseen una validez distinta que la que poseen las convenciones o las hipótesis, sin embargo su papel epistemológico es netamente distinto.

Es probable que entre la publicación de la primera y la segunda edición de la *GTK* Schlick se viera influenciado por el libro de Reichenbach que analizaremos a continuación, pues sus “juicios fundamentales” se asemejan bastante a los “axiomas de coordinación” de Reichenbach. No obstante, como veremos seguidamente la concepción del conocimiento propuesta por Reichenbach no es una concepción puramente semiótica o designativa, que no asigna valor constitutivo a los “axiomas de coordinación”, por el contrario, Reichenbach se inscribe dentro de una visión kantiana más ortodoxa que también veremos en la filosofía de Rudolf Carnap.

### 4.3 Hans Reichenbach: Relatividad y A priori

En 1920, Hans Reichenbach publica su primera obra filosófica – *La teoría de la relatividad y el conocimiento a priori*<sup>91</sup> – en la cual lleva a cabo una labor de reorientación de la teoría del conocimiento de raigambre kantiana, a la luz de los resultados obtenidos por Einstein en su teoría de la relatividad.

Reichenbach se pregunta el porqué de que el sistema kantiano fuera tan poderoso siendo a la vez tan poco accesible, y cree que sería erróneo pensar que la mera completitud del sistema fuera una razón suficiente, ya que hubo muchos sistemas filosóficos igualmente comprensivos que no tuvieron el éxito del sistema kantiano. De acuerdo con Reichenbach, el éxito de Kant provino de su capacidad para haber concentrado el concepto de conocimiento de su época en una fórmula, un concepto de conocimiento que fue creado por la ciencia en su tremendo esfuerzo por resolver sus propios problemas. El sistema de Kant no tomó la ruta desde la especulación a los hechos, sino de los hechos a la especulación. Su punto de partida no fue un concepto ficticio de conocimiento, sino el concepto del conocimiento de su tiempo. Reichenbach piensa que esta es la razón por la que el sistema de Kant está mucho más anclado en la realidad que cualquier otro sistema especulativo. Sin embargo, Reichenbach fue totalmente consciente de que, como antes dijo Schlick, le hacemos poco favor a la filosofía y al conocimiento en general si nos adherimos dogmáticamente a nuestras teorías y sistemas filosóficos más queridos, intentando hacer compatible con ellos, aquellos resultados que la investigación empírica nos provee. De acuerdo con Reichenbach, la grandeza de una contribución histórica no consiste en predecir el desarrollo futuro, sino en producirlo. Aunque el sistema de Kant ya no es enteramente válido para nosotros y sus doctrinas pertenecen al pasado, su trabajo preparó el camino para que la filosofía de la ciencia moderna avanzara.

---

<sup>91</sup> Aquí se citará por la versión inglesa *The Theory of Relativity and A priori Knowledge*, U. Of California Press, 1965

Reichenbach también se sorprendió por el alcance que la teoría de Einstein tuvo aún en círculos de no expertos. Sugiere que el interés del hombre común por cuestiones que antes sólo interesaban a los expertos no es ni un fenómeno azaroso ni el resultado de una curiosidad, e intenta explicarlo como la consecuencia del sentimiento general de que la ciencia moderna está tratando cuestiones que van más allá del dominio de los expertos. De acuerdo con Reichenbach, todo campo especial de la ciencia, en el curso de su desarrollo histórico, experimenta períodos en los cuales sus cuestiones centrales afectan a círculos de interés más amplios. Esto le sucedió, por ejemplo, a la física en el tiempo de Galileo, a la biología en el tiempo de Darwin, a la psicología freudiana, y a la teoría de la relatividad y la física cuántica.

Reconoce que hay una necesidad y deseo de saber, aunque en cierto sentido esto puede parecer extraño, ya que las decisiones que conciernen a las acciones prácticas son decisiones de valor que no son suministradas por la ciencia. Sin embargo, existe una relación psicológica entre la ciencia y la evaluación humana. El conocimiento de la naturaleza y sus leyes nos coloca en una posición sobre la cual las cuestiones concernientes a valores y propósitos, elecciones y consecuencias de acciones reciben nueva luz. Las teorías de Copérnico, Darwin y Freud fueron interpretadas como quitando al hombre y la Tierra de su posición de privilegio, y cuando la ciencia sintetiza exitosamente la gran variedad de fenómenos en una perspectiva amplia y coloca la pluralidad de los descubrimientos en una teoría comprensiva, tiene lugar una respuesta emocional en el hombre común que presencia asombrado el gran panorama científico.

Reichenbach es perfectamente consciente de que los resultados de la teoría de la relatividad afectan decisivamente los principios fundamentales del sistema kantiano del conocimiento - que intentaba avenirse filosóficamente con la física de Newton- y en consecuencia cree que parte de la doctrina kantiana ha de ser abandonada; sin embargo,

también cree que la concepción kantiana del conocimiento posee un aspecto que aún puede ser preservado y servir como inspiración para la explicación de la estructura y función de las teorías científicas. Así expresa Reichenbach su convicción acerca del impacto de la teoría de la relatividad sobre el contenido de la epistemología:

“Einstein’s theory of relativity has greatly affected the fundamental principles of epistemology. It will not serve any purpose to deny this fact or to pretend that the physical theory changed only the concepts of physics while the philosophical truths remained inviolate. Even though the theory of relativity concerns only relations of physical measurability and physical magnitudes, it must be admitted that these physical assertions contradict general philosophical principles” (Reichenbach, H., 1920 [1965] pág.1).

Según Reichenbach, los resultados de la teoría de la relatividad entran en conflicto con varias presuposiciones fundamentales del sistema kantiano, entre ellas los conceptos de tiempo y espacio, pero como teoría comprensiva, esto es, como conjunto de principios básicos inherentemente distintos a los de la física de Newton, la teoría de la relatividad propone un nuevo concepto del objeto de conocimiento. Pero antes de ir sobre este punto, permítaseme comentar la posición general de Reichenbach acerca de la cognición como coordinación y ver cómo se diferencia de la propuesta de Schlick.

#### **4.3.1 La cognición como coordinación y constitución**

De acuerdo con Reichenbach, es un hecho notorio en la física moderna el que se representen todos los procesos en términos de ecuaciones matemáticas. Principalmente desde la época moderna, esta utilización de la herramienta matemática ha ido en aumento llevándose a cabo una verdadera matematización de la naturaleza. Sin embargo, advierte Reichenbach, esto no debe conducir a confundir ambas ciencias o a no reconocer sus diferencias esenciales.

Ante todo, la verdad de las proposiciones matemáticas depende de relaciones internas entre sus términos, mientras que la verdad de las proposiciones físicas depende de su relación con algo externo. Esto ha conducido a sostener que las matemáticas poseen una certeza absoluta mientras que las ciencias factuales sólo son aproximativas. Sin embargo, la diferencia, según Reichenbach, radica en los objetos de conocimiento de ambas ciencias. De acuerdo con su manera de ver las cosas, “The *mathematical object* of knowledge is uniquely determined by the axioms and definitions of mathematics. . . . The mathematical object receives meaning and content within this framework of definitions through an analysis of its differences from and equivalences to other mathematical objects” (Ibidem, pág. 35). Es importante destacar que en su visión, lo que los axiomas y definiciones matemáticas determinan no es únicamente el significado de los conceptos que aparecen en las construcciones matemáticas, antes bien, lo que constituyen es el *objeto matemático* propiamente dicho. En efecto, de acuerdo con Reichenbach, los axiomas, por ejemplo, los axiomas geométricos tal como Hilbert los ha explicitado, lo que definen son las propiedades que un objeto ha de tener para ser considerado un punto, una línea recta, etc. Entonces, “Hilbert’s points and straight lines are those entities possessing the properties stated in the axioms” (Ibidem, pág. 35). Esas propiedades son propiedades meramente estructurales y por lo tanto pueden ser compatibles con diferentes contenidos intuitivos que se les den a esos objetos. Así, en la geometría proyectiva, por ejemplo, los teoremas para el plano continúan siendo correctos aunque los conceptos de punto y línea recta se intercambien. Sus relaciones definidas axiomáticamente son simétricas para los dos conceptos. Es decir, aunque cambie el significado intuitivo de los conceptos, los teoremas continúan siendo verdaderos aún intuitivamente.

Cuando pasamos al objeto físico, y al contemplar el procedimiento de la ciencia física, parece que ésta determina su objeto mediante ecuaciones puramente matemáticas,



desarrollando el método de definir una magnitud en términos de otra y relacionando estas a magnitudes más y más generales hasta llegar a axiomas. Sin embargo, lo que se obtiene de esta forma no es más que un sistema de relaciones matemáticas, mientras que se supone que la física ha de tener una significación empírica, esto es, ha de ser verdadera de la realidad. Lo que se requiere para obtener esa relación es más que la simple coherencia interna que poseen las matemáticas, debe ser posible “coordinar” el sistema de ecuaciones matemáticas con el sistema de la realidad. Veamos entonces, qué entiende Reichenbach por “coordinación”.

En primer lugar, Reichenbach señala que uno de los polos de la coordinación, lo real, es siempre dado a través de la percepción. Es inherente a la naturaleza humana el que lo real, cualquier cosa que esto sea, sea mediado por la receptividad sensorial, y ésta puede ser entendida fundamentalmente de dos maneras, a saber, como afección sensorial directa, por ejemplo, la irritación de la piel por el aire, o bien indirecta, como la posición de un punto en un manómetro. Por lo tanto, coordinar un sistema de ecuaciones matemáticas con la realidad no significa más que coordinar ese sistema con las afecciones de nuestros sentidos. Pero este hecho, aunque aparentemente simple encierra una dificultad que otros tipos de coordinación no poseen. Por ejemplo, cuando coordinamos dos conjuntos de puntos mediante una relación uno-a-uno, ambos lados de la coordinación se encuentran perfectamente definidos y determinados, esto es, todo elemento de cada uno de los conjuntos se encuentra, por así decirlo, individualizado, identificado.

En el caso de la cognición de la realidad, las cosas son netamente diferentes, dado que un lado de la coordinación, lo dado en la sensación, es indefinido, no posee determinación alguna. Esto es, la sensación no posee una interpretación de suya propia, sino que requiere ser coordinada con relaciones conceptuales para que la tenga. Para ponerlo en otros términos, la sensación pura, la mera receptividad fisiológica no constituye percepción alguna, para que ésta

se debe darse la coordinación con ciertas relaciones conceptuales. Entonces, el acto de coordinar no es meramente el acto mediante el cual se relacionan dos cosas completamente determinadas, es al mismo tiempo la determinación de uno de los lados de la coordinación por el otro, la definición y constitución de los elementos de la "realidad" por el polo conceptual. La percepción sensorial es algo demasiado complejo, con muchos aspectos diferentes, para ser considerada como *un* elemento de coordinación. Antes bien, en esa percepción deben distinguirse los factores relevantes de los irrelevantes, y esto sólo es posible mediante la coordinación con las ecuaciones matemáticas y con las leyes en ellas expresadas. Es decir, la coordinación efectúa una selección de los elementos relevantes, define, constituye el fenómeno a ser coordinado. Como Reichenbach lo expresa: "The coördination itself creates one of the sequences of elements to be coördinated" (Ibidem, pág. 42), y así, las cosas individuales y su orden serán definidas por las leyes físicas. Sin embargo, sostiene Reichenbach, esto no significa caer en un solipsismo Berkelyano que afirma que lo único real por sí mismo es el conjunto ordenado, mientras que lo indefinido es algo ficticio, una cosa en sí misma hipostatizada. Antes bien, existe, según Reichenbach, una doble dependencia de lo indefinido respecto de lo definido y viceversa, de lo definido respecto de lo indefinido. Esto último recupera el sentido de que el conocimiento está determinado por la experiencia. Por supuesto, lo que restringe el conocimiento no es una realidad independiente de la mente, con sus objetos y relaciones autodeterminadas (como en Schlick), sino la realidad interna al marco conceptual, el objeto empírico constituido<sup>92</sup>. Ahora bien, pero ¿cómo restringe el conocimiento la realidad constituida? o, ¿cómo sabemos que hemos llevado a cabo una coordinación correcta? La respuesta es simple: por el hecho de que es consistente, es decir, por el hecho de que el resultado de las observaciones coincide con lo predicho desde la teoría. Por ejemplo, si desde

---

<sup>92</sup> Aquí puede apreciarse un fuerte similitud entre la concepción de Reichenbach y el famoso "realismo empírico" que Kant expone en el cuarto paralogismo, y el tipo de realismo que Putnam ha llamado "realismo interno".

la teoría de Einstein se predice una deflexión de la luz cerca del Sol de  $1.7''$ , pero las observaciones registran una de  $10''$ , surge obviamente una contradicción que se usa para testar la corrección de la teoría. Esto no significa que el valor  $10''$  responde a un mecanismo de medición directo o que no depende de cadenas de razonamientos vinculados a un *corpus* teórico y a experiencias anteriores, ni que registra los hechos tal cual son y por ende tiene un valor epistémico privilegiado. Antes bien, ambos valores se proponen sobre la base de cierta teoría y de resultados experienciales pasados, y lo que importa es que ambos valores no coinciden lo que provoca la sospecha de que la coordinación es falsa. “Verdad” es para Reichenbach, coincidencia entre lo que se predice y lo que se observa, y una teoría es verdadera si conduce continuamente a coordinaciones consistentes, esto es, cuando todas las cadenas de razonamientos conducen al mismo valor numérico para el mismo fenómeno. Y el criterio que asegura la coincidencia continua entre teoría y datos y por ende la verdad de una teoría es la percepción sensorial. Ya se advirtió anteriormente que ésta no contiene elementos definidos de suyo y que por lo tanto no tiene independencia alguna de lo conceptual, sin embargo, es el medio por el cual obtenemos nuestras medidas, testamos nuestras predicciones y alcanzamos unicidad. De esta forma, “*Uniqueness of a cognitive coordination means that a physical variable of state is represented by the same value resulting from different empirical data*” (Ibidem, pág. 45, el énfasis es de Reichenbach).

Permítaseme ahora señalar algunas diferencias entre el modo en que Reichenbach concibe la cognición como coordinación, y la propia concepción de Schlick.

Es claro por nuestras anteriores consideraciones, que Schlick sostiene una concepción de la cognición como coordinación. Pero, a diferencia de Reichenbach, Schlick adopta una visión totalmente formalista de los conceptos científicos, matemáticos y físicos, que quedan definidos a través de sus relaciones con otros en el sistema deductivo desarrollado desde los

axiomas de la teoría respectiva. Los conceptos poseen una meta función designativa, y como me he ocupado de mostrar más arriba, “designación” no es “constitución” sino que presupone, como Schlick deja en claro, una realidad ya formada. “Designación” no significa más que la coordinación de un signo a un objeto de esta realidad, que ya existe, completamente formada e individualizada. De acuerdo con esto, se dice que un juicio es verdadero si sus signos designan unívocamente objetos que pertenecen a la realidad bajo consideración; por lo tanto, el criterio de univocidad no determina una única designación. Esto puede ser hecho a través de la adopción de principios metodológicos que ocupan la posición de convenciones. Quizás podría decirse que la explicación de Schlick del conocimiento como coordinación supone la adopción de un realismo científico que habla del conocimiento de “cosas en sí mismas”. No hay ni intuición pura ni formas puras del pensamiento. El rechazo de la escuela de Marburgo de la idea de que en la intuición hay un contenido independiente de lo conceptual, y su subsiguiente investigación acerca de las formas de lo real en general, confunde, según Schlick, “the conceptual wrapping for reality itself” (Ibidem, pág. 363). En opinión de Schlick, la explicación designativa del conocimiento excluye toda concepción kantiana o neo kantiana.

Como también hemos visto, de acuerdo con Reichenbach, la doctrina de las definiciones implícitas expresan lo suficientemente bien el carácter de los conceptos de las matemáticas puras. Pero en la física, debe ser mostrado cómo los conceptos, aunque definidos formalmente a través de las ecuaciones fundamentales de una teoría, se aplican a la “realidad”. Porque a diferencia de las matemáticas, donde la relación de verdad es inmanente a un sistema de axiomas, en la física se requiere que el sistema de ecuaciones tenga validez para la realidad. Aquí es donde entra la importante noción de “principios constitutivos” o “axiomas constitutivos”. Reichenbach supone una concepción axiomática de la física, en la cual las leyes o ecuaciones son postuladas como “axiomas de conexión”. Pero los conceptos que ocurren

dentro de los axiomas no se consideran *físicamente* definidos hasta que pueda mostrarse cómo pueden ser coordinados unívocamente con la “realidad”. Este es el propósito de los “principios constitutivos”, porque es a través de ellos que se define la coordinación de los conceptos con la realidad. Estos principios son imprescindibles para la constitución lógica del objeto de conocimiento físico. Volveré en un momento a la caracterización de dichos principios. Así, a diferencia de Schlick, el sistema de conceptos matemáticos definidos implícitamente que constituyen las ecuaciones fundamentales de la física no “designan”, sino que requieren un tercer término mediador mediante el cual la coordinación con lo perceptualmente real es definida y de este modo lo real sea unívocamente determinado. Cada teoría física fundamental presupone un sistema de tales principios que posibilitan la conexión con la experiencia. Esos principios son por lo tanto a priori y tienen un origen puramente conceptual, no intuitivo. Pero como veremos, son falibles, no poseen ninguna de las características que definen a un conocimiento como autoevidente.

#### 4.3.2 El sentido de lo a priori según Reichenbach

En opinión de Reichenbach, el concepto de “a priori” en Kant tiene dos diferentes significados, “First, it means “necessarily truth” or “true for all times”, and secondly, “constituting the concept of object”” (Ibidem, pág. 48). El primero de los sentidos no requiere mayor elucidación, es ampliamente conocido que Kant no dudaba de que nuestro aparato cognitivo poseía ciertas estructuras invariantes y universales, válidas para todo lugar y tiempo. El segundo de los sentidos sí requiere cierta clarificación. Permítaseme citar el modo en que Reichenbach entiende este significado de lo a priori: “According to Kant, the object of knowledge, the thing of appearance, is not immediately given. Perceptions do not give the object, only the material of which it is constructed. Such constructions are achieved by an act

of judgment. The judgment is the synthesis constructing the object from the manifold of the perceptions. For this purpose it orders the perceptions according to a certain schema; depending on the choice of the schema, either an object or a certain type of relation will result. Intuition is the form in which perceptions present the material- thus performing another synthesis. But the conceptual schema, the category, creates the object; the object of science is therefore not a "thing-in-itself" but a reference structure based on intuition and constituted by categories" (Ibidem, pág. 49).

Un punto de importancia que no debe ser pasado por alto en el modo en que Reichenbach entiende a Kant, es el que tiene que ver con la manera de concebir la distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento. De acuerdo con Kant, (parte 2 de la "Doctrina trascendental de los elementos") "Nuestro conocimiento surge básicamente de dos fuentes del psiquismo: la primera es la facultad de recibir representaciones (receptividad de las impresiones); la segunda es la facultad de conocer un objeto a través de tales representaciones (espontaneidad de los conceptos)" (A50-B74). La distinción radica en el contraste entre una facultad de receptividad pasiva y una de espontaneidad activa, y aunque Kant afirme en la Introducción que ambos troncos del conocimiento "proceden acaso de una raíz común, pero desconocida para nosotros..." (A15-B29), sus observaciones en la Anfibiología de los conceptos de reflexión y su guerra a dos frentes, con Leibniz y Locke, el primero por haber intelectualizado lo sensible y el segundo por haber hecho de todo el material del entendimiento algo sensible, parecen hacer énfasis en la independencia de las facultades. No obstante, la mayoría de los comentaristas de la obra de Kant han insistido en que ésta es una distinción planteada únicamente por mor del análisis, y que constituye una reificación innecesaria ver a las facultades como separadas *per se*. Reichenbach parece asumir, tanto en sus comentarios sobre la filosofía kantiana, como en su propia versión de la misma a través de la idea de coordinación,

esta distinción tajantemente, comprometiéndose con la idea de que en la sensibilidad hay una receptividad totalmente pasiva que suministra el material a ser posteriormente conceptualizado<sup>93</sup>. Como ya advertimos al examinar la concepción de Schlick, Cassirer rechaza de plano la versión de la independencia de las facultades, enfatizando, al igual que ya lo había hecho Cohen, que las formas de la sensibilidad no son pasivas sino logros activos del sujeto cognoscente que están en la misma posición que las estructuras discursivas del entendimiento. Cassirer le hizo saber a Reichenbach de esta diferencia esencial entre sus concepciones cuando, a finales de junio de 1920, Reichenbach le enviara un manuscrito del libro que estamos examinando. El punto es de importancia dado que conlleva una diferencia entre ambos filósofos en su forma de concebir lo a priori. Volveré a esta diferencia al final del capítulo.

De acuerdo con esta manera de entender a Kant, según Reichenbach, su propio modo de entender la cognición, el que expusimos en la sección anterior, se aviene perfectamente con la explicación kantiana del conocimiento. En efecto, anteriormente señalábamos, siguiendo a Reichenbach, que la percepción no define los elementos que la constituyen, ni siquiera posee criterios de realidad de dichos objetos. La realidad de los mismos queda definida mediante la coordinación de las percepciones con ciertos conceptos matemáticos. Esta coordinación, no obstante, es llevada a cabo por ciertos principios que determinan cómo los conceptos coordinados se combinan en estructuras y procesos<sup>94</sup>. Reichenbach llama a tales principios “principios coordinativos”.

Ya habíamos notado que las coordinaciones pueden ser establecidas, o bien entre dos conjuntos de cosas cuya totalidad de elementos están definidos, o bien entre dos conjuntos los

---

<sup>93</sup> Algunos filósofos contemporáneos, claramente J. Mac Dowell, han hecho repetido énfasis en que entender a Kant de esta manera entraña alguna versión del Mito de lo Dado. No deseo detenerme en este punto aquí, pero sí diría que la negación de Reichenbach de que en la sensibilidad haya algo individualizado independientemente de lo conceptual, aleja tal sospecha.

<sup>94</sup> Es claro que Reichenbach rechaza la intuición pura kantiana como facultad mediadora entre el entendimiento y la sensibilidad, por lo que sus principios de coordinación serán diferentes, aunque su papel epistemológico es esencialmente el mismo.

elementos de uno de los cuales se encuentran completamente indeterminados. Este es el caso de la cognición del mundo físico. A los principios coordinativos que se encargan de llevar a cabo este tipo de coordinaciones Reichenbach los llama también “principios de orden”. Así se llaman debido a que definen los elementos individuales de la realidad y en este sentido constituyen el objeto real. Reichenbach incluye entre tales principios de orden: el principio de probabilidad, el principio de genidentidad, y el de tiempo y espacio. El primero define cuándo una clase de valores medidos ha de ser vista como perteneciendo a las mismas constantes. Su rasgo característico como “principio constitutivo” radica en que sirve directamente como la definición de algo real, define la constante física. El principio de genidentidad indica cómo los conceptos físicos han de ser conectados en secuencias, de modo de definir a la cosa como idéntica consigo misma a través del tiempo. Cuando hablamos de la ruta de un electrón, por ejemplo, pensamos a esa entidad como permaneciendo idéntica consigo misma en todo punto de esa ruta, aplicando constitutivamente el principio de genidentidad. Respecto a los principios de espacio y tiempo, ellos indican, por ejemplo, que son necesarios cuatro números para definir un punto simple real.

Ahora bien, estos “principios de orden”, también llamados por Reichenbach “axiomas de coordinación”, deben distinguirse de esos principios generales de la física llamados comúnmente “leyes empíricas”. Estos últimos constituyen la sistematización de las leyes individuales de la física e incluyen ecuaciones matemáticas particulares, esto es, indican la relación particular que se sostiene entre determinadas variables físicas. Por ello Reichenbach los llama “axiomas de conexión”. La diferencia esencial entre estas generalizaciones empíricas expresadas en ecuaciones matemáticas y los principios coordinativos, radica en que estos últimos no se ocupan de una relación particular sino que contienen reglas generales de acuerdo con las cuales esa relación toma lugar. Por ejemplo, en las ecuaciones de la gravitación de



Einstein, los principios que regulan las conexiones que allí se realizan son los principios de la aritmética y son por lo tanto principios de coordinación de la física. Esto es, proporcionan la regla mediante la cual es posible relacionar dos cosas. Es importante resaltar que, según Reichenbach, aunque la coordinación cognitiva es algo en cierta medida empírico, esto es, tiene consecuencias en la experiencia, depende de la aplicación de un principio coordinativo que de manera alguna es meramente empírico. Es decir, las conexiones meramente empíricas que llevamos a cabo en la cognición tienen un substrato intelectual, esto es, están reguladas por principios intelectuales irreducibles a la conexión misma. Pero lamentablemente, Reichenbach no dice más acerca de esto que: "This connection between the conceptual category and the experience of coordination remains as an ultimate, not as an analyzable, residue" (Ibidem, pág. 55)

Ahora bien, íntimamente conectado con lo anterior se encuentra el otro sentido de lo a priori presente en la idea original kantiana, a saber, la universalidad y necesidad. La justificación kantiana para esta afirmación es conocida: la Razón humana (*Vernunft*), la esencia del entendimiento y la intuición, tiene una cierta estructura. Esta estructura prescribe las leyes generales de acuerdo con las cuales el material perceptual es ordenado de modo que de allí resulte cierto conocimiento. Dado que la inteligibilidad de la naturaleza depende de estos principios de orden, sería absurdo concebir la posibilidad de que la naturaleza se convirtiera en contraejemplo para tales principios. Reichenbach cree que para Kant era irrelevante pensar la posibilidad de que los principios constitutivos cambien, sin embargo, al conceder que pudieran existir otros seres que usan principios constitutivos diferentes (a pesar de que sólo pensó en esta posibilidad refiriendo a seres con un tipo de intuición diferente, no categorías), dejó abierta la posibilidad de que existieran formas biológicas transitorias entre esos seres y nosotros, y que un desarrollo biológico de nuestra razón hacia seres racionales diferentes está

teniendo lugar. Así, de acuerdo con Reichenbach, si bien Kant nunca habló de tal posibilidad, "it would not contradict his theory" (Ibídem, pág. 56).

Ahora bien, como ya ha sido adelantado, de acuerdo con Reichenbach, el anterior sentido de lo a priori presente en la concepción kantiana original ha de ser revisado a la luz de los resultados obtenidos por la teoría de la relatividad. La teoría contradice de dos formas la presuposición implícita de Kant de que hay un único sistema consistente de principios de coordinación. Primero, la teoría de la relatividad demuestra que existe un sistema inconsistente de tales principios, esto es, que hay un sistema que no produce una coordinación unívoca de conceptos con la realidad. En segundo lugar, también demuestra la existencia de descripciones equivalentes, cada una de las cuales es una coordinación unívoca de conceptos con la realidad. Cada una de estas demostraciones conduce a una modificación necesaria de la doctrina kantiana de lo a priori: eliminación del significado de lo a priori como "válido para todo tiempo", mientras se retiene el segundo sentido, "constitutivo del objeto".

Es de particular interés para nuestros fines, que Reichenbach propone dos "métodos" distintos sugeridos por la teoría de la relatividad, para mostrar cómo las modificaciones requeridas pueden ser llevadas a cabo permaneciendo dentro del marco de los principios constitutivos a priori. Los dos métodos, el de la "aproximación sucesiva" y el del "análisis lógico", se articulan para ilustrar cómo puede ser encontrado un sistema simple de principios coordinativos, que define la coordinación unívoca de los conceptos con la realidad perceptual, y así constituye el objeto del conocimiento físico. Tal sistema es inductivamente descubrible, no derivado de la naturaleza de la razón. Es, por lo tanto, falible, no absoluto. Pero es a priori en la medida en que constituye el objeto de conocimiento. Veamos en qué consisten ambos métodos.

Según Reichenbach, los resultados obtenidos por la teoría de la relatividad, especial y general, nos han enfrentado con el hecho incontrovertible de que hay sistemas de coordinación unívocos que contradicen los principios constitutivos kantianos, considerados como autoevidentes. Asimismo, la propia teoría de la relatividad nos ha suministrado con un método no sólo para refutar viejos principios constitutivos, sino para justificar unos nuevos. Este es el método de las “aproximaciones sucesivas”. De acuerdo con Reichenbach, la incompatibilidad de los principios constitutivos kantianos con la experiencia, mostrada por la teoría de la relatividad, significa la incompatibilidad entre esos principios y el procedimiento de “inducción normal”. Por ejemplo, si el tiempo absoluto es retenido, es necesario abandonar los procedimientos normales de extrapolación de los datos empíricos. Si uno decide retener la inducción normal, entonces lo que debe ser abandonado es el tiempo absoluto. El principio de “inducción normal” es para Reichenbach un principio constitutivo, e indica que entre todas las interpolaciones y extrapolaciones de la experiencia, deben elegirse las más probables. El método de las aproximaciones sucesivas no es más que una aplicación a los principios constitutivos del principio de inducción normal.

El principio de inducción normal goza de cierto privilegio entre los demás principios constitutivos, dado que en cierta forma es el que regula la aplicación de esos otros principios. Esto es, es el que posibilita que se lleven a cabo coordinaciones unívocas con la experiencia, ya que la univocidad de una coordinación cognitiva se define por el hecho de que diferentes medidas empíricas representan el mismo valor de una variable de estado físico. Es claro que esta idea de “inducción normal” no coincide con la idea kantiana de lo que sería una “inducción normal”. Para Kant, una “inducción normal” sería aquella que sigue las directrices dictadas por los principios constitutivos, siguiéndose de esto que ningún resultado empírico puede refutar dichos principios. Según Kant, es lógicamente inconsistente realizar

interpretaciones inductivas de los datos empíricos que contradigan los principios coordinativos. Asimismo, es lógicamente admisible excluir de antemano aquella interpretación inductiva de los datos empíricos que contradiga ciertos principios coordinativos.

Reichenbach se propone mostrar que ambas presuposiciones son falsas y que por lo tanto es posible pensar que los principios constitutivos cambian como resultado de la interacción con la experiencia. Con relación a la primera, afirma Reichenbach que es un procedimiento usual de la ciencia formular una teoría por medio de la cual los datos empíricos son interpretados, para luego corroborar la unicidad. Si no se obtiene unicidad, esto es, si los resultados de las mediciones no coinciden con los predichos por la teoría, la teoría es abandonada. Lo mismo ocurre con los principios coordinativos, no importa que ellos mismos se encuentren presupuestos en las experiencias usadas para las inferencias inductivas. No es inconsistente afirmar una contradicción entre el sistema de coordinación y la experiencia. La teoría de la relatividad muestra, por ejemplo, que las siguientes presuposiciones son inconsistentes:

- A. La validez (global) de la geometría euclídeana en coordenadas naturales.
- B. La igualdad de masa gravitacional e inercial.
- C. La validez de las leyes de la relatividad especial en pequeños dominios donde los efectos gravitacionales son insignificantes.

De estas tres, A puede ser reconocida como un principio constitutivo. Dado que la teoría de la relatividad ve a B y C como inductivamente justificadas, extrae la conclusión  $\sim A$ .

En cuanto a la segunda de las presuposiciones kantianas, permítaseme considerar el propio ejemplo de Reichenbach. Imagínese que se han llevado a cabo un conjunto de medidas concernientes a la ley de Boyle y que se han obtenido un número de datos para el producto y el volumen. Esos valores han de ser interpretados en una forma tal que no contradicen una

fórmula ficticia  $pV = \text{constante}$ , y al mismo tiempo no violan las leyes físicas usadas para el establecimiento de los datos, tales como las relaciones entre la presión y la altura de la columna de mercurio. Esta interpretación de los valores es posible dado que ellos no son exactamente iguales debido a errores observacionales, y dado que siempre representan sólo una selección desde valores infinitamente posibles. Entonces, “The normal procedure is such that the numerical values are interpreted as the values of a constant showing small variations because of errors of measurement if their deviations are small, and that for the intermediate values not measured, and even for a part beyond the ends of the measured sequence, the same value of the constant is assumed” (Ibidem, pág. 66). Esto constituye una inducción normal. Pero si la fórmula  $pV = \text{constante}$  es dogmáticamente retenida y cualquier inducción contradictoria es excluida, los valores métricos serán interpretados diferentemente. Podría decirse, por ejemplo, que ciertas alteraciones en los aparatos han influido los valores medidos; mediante la omisión de los valores más contradictorios, se interpola y extrapola de una forma tal que con creciente volumen resulta una curva descendente. Sin embargo, el asirse dogmáticamente a la fórmula no conduce a una coordinación única, pues para que esto sea posible es necesario hacer una hipótesis concerniente a la dispersión de los valores numéricos, dado que siempre ocurren errores de medida. En cualquier caso, en todo lugar donde se asume una coordinación unívoca parece que el principio de inducción normal debe ser retenido.

Lo que el ejemplo parece mostrar es que siempre que hablamos de coordinación unívoca requerimos más el principio de inducción normal que la retención dogmática de ciertas leyes, posibilitando que haya una interpretación inductiva de los datos empíricos que contradiga en alguna medida a dichas leyes. Podría decirse que las leyes regulan pero no determinan la interpretación inductiva de los datos, teniendo mayor incidencia en esta interpretación el procedimiento de inducción normal.

La situación no es muy distinta tratándose de principios coordinativos. Si la interpretación inductiva de los datos empíricos contradice un principio coordinativo, la inducción normal no debe ser abandonada. Si ésta se abandona se corre el riesgo de perder la unicidad y frente a esto siempre es preferible abandonar los principios coordinativos.

Ahora bien, ya sabemos que los principios constitutivos son susceptibles de ser abandonados como resultado de su contradicción con la experiencia, pero ¿cómo obtenemos un nuevo sistema? Quizás podría pensarse, como fue moneda común en la filosofía de la ciencia post-kuhniana, que cuando cambia un sistema de principios constitutivos cambian radicalmente todas las leyes empíricas y no empíricas, así como los procedimientos experimentales y las reglas que los rigen. Por ejemplo, si se asume tentativamente que el espacio es de cuatro dimensiones, para testear esta asunción deben abandonarse todos los métodos de medida usados hasta ahora y sustituirlos por unos compatibles con la dimensionalidad cuádruple. Más aún, todas las leyes concernientes a la conducta de los materiales usados en los instrumentos de medida, concernientes a la velocidad de la luz, etc., habrían de ser abandonados. Pero, según Reichenbach, este procedimiento sería técnicamente imposible, “We cannot start physics all over again” (Ibídem, pág. 68). Por lo tanto debemos buscar un método de generación de teorías que no suponga comenzar la física desde cero. Este es el método de las aproximaciones sucesivas.

Con su uso, es tanto “logically admissible and technically possible to inductively discover new coordinating principles that represent a successive approximation of the principles used until now” (Ibídem, pág. 69). Es decir, los viejos principios constitutivos pueden ser vistos como una aproximación a los nuevos para ciertos casos simples. Como principio de correspondencia, el método de las aproximaciones sucesivas tiene la posición de una máxima inductiva que guía la dirección de la disconfirmación hacia un principio coordinativo simple

que, en ciertos casos y dentro de los límites de las incertezas inductivas en las medidas y la observación, puede ser visto como representando el caso límite de un principio nuevo y más general. Que este proceso no es simplemente un accidente de la historia de la física se muestra en el siguiente metateorema metodológico establecido por Reichenbach: "For all imaginable principles of coordination the following statement is valid: For every principle, however it may be formulated, a more general one can be indicated that contains the first as a special case" (Ibidem, pág. 81). El ingrediente esencial en la refutación de Reichenbach del sentido dogmático de lo a priori es por lo tanto una máxima que gobierna el cambio científico, el cual toma la forma de generalizaciones monotónicas sucesivas de principios constitutivos.

Con relación al método del "análisis lógico", podemos decir que tiene como objetivo el "detectar" en las ciencias positivas, las cuales se hallan en continuo contacto con la experiencia, los cambios en sus principios constitutivos. Aquí se renuncia claramente al método kantiano de la búsqueda de tales principios en las capacidades potenciales de la razón, suplantándolo por el procedimiento de búsqueda y descubrimiento de los principios actualmente empleados en el conocimiento. Al abandonar el método kantiano, se abandona conjuntamente la esperanza de encontrar un único y eternamente válido sistema de principios constitutivos, esto es, se abandona el sentido dogmático de lo a priori. Esto no significa que abandonemos la idea de que la experiencia contiene elementos racionales. Los principios coordinativos representan los componentes racionales de la ciencia empírica en un estadio dado. Lo único que se niega es que esta componente racional sea independiente de la experiencia, esto es, que no sea susceptible de revisión. El método del análisis lógico revela qué forma han adoptado los componentes racionales en cada estadio de la investigación científica. Esto conlleva un cambio en la concepción de la racionalidad misma. La razón no es un sistema de departamentos dispuestos de antemano en los cuales va depositando el científico más contenido cada vez. El

sistema de departamentos en si está sometido al cambio histórico y se ve transformado constantemente de manera que se ajuste de un modo progresivo a los hallazgos de la experiencia. Para ponerlo en palabras de Reichenbach: "The contribution of reason is not expressed by the fact that the system of coordination contains unchanging elements, but in the fact that arbitrary elements occur in the system" (Ibidem, pág. 89).

#### 4.4 Conclusiones

Como se dijo al comienzo del capítulo, los autores que hemos tenido ocasión de examinar, representan en gran medida un sincretismo de varios de los desarrollos en las ciencias formales y de sus repercusiones filosóficas que ocurrieron en el siglo XIX.

Tanto en el propio desarrollo de la geometría, como en las reacciones filosóficas que se analizaron en los capítulos anteriores, señalamos un progresivo abandono de la idea de intuición pura en sentido kantiano. Ya Helmholtz separa tajantemente el espacio geométrico del espacio perceptual, el espacio tal cual es concebido por el geómetra del espacio que obtenemos a través de la experiencia, y si bien apela a una noción trascendental de espacio para explicar la posibilidad misma del espacio perceptual, esta noción trascendental no es una intuición pura en sentido kantiano, sino que se sigue de la condición de movilidad libre, la cual es una idea del entendimiento que regula la estructura de la percepción. En Poincaré, por su parte, encontramos la misma distinción inicial entre espacio geométrico y perceptual, la cual radicaliza al decir que las nociones espaciales obtenidas a través de la experiencia nunca coincidirán con las nociones matemáticas. De ahí el requerimiento de postular la necesidad de una decisión convencional en orden a establecer un sistema geométrico u otro. Sin embargo, esta elección no es completamente arbitraria, sino que se encuentra guiada o restringida por la experiencia. Y la experiencia sólo puede llevar a cabo dicha restricción en la medida en que



intervienen en ella elementos formales que acercan sus resultados a las formulaciones matemáticas objetivas. Estos elementos idealizadores no provienen de un tipo de intuición pura en sentido kantiano, sino que son nociones matemáticas que pre-existen en nuestro entendimiento y que la experiencia tiene ocasión de actualizar. En los dos autores, Helmholtz y Poincaré, vemos la misma tendencia a apartarse de la intuición pura y a asignar las funciones de esa problemática facultad al entendimiento. Lo que aquí tenemos esbozado es la naturaleza de una función conceptual que determina un orden de conexión formal en los elementos de la experiencia, y que puede ser separada de su fundamento material y establecida por sí misma en su carácter sistemático.

En la sistematización de la geometría euclídea llevada a cabo por Hilbert, como punto culminante del desarrollo de la geometría proyectiva y su tendencia formalizadora, encontramos esta misma idea aplicada al orden de los sistemas puramente matemáticos. En contraste a las definiciones euclídeas, que toman los conceptos de punto y línea recta como datos inmediatos de la intuición, en la presentación de Hilbert, esos objetos quedan definidos exclusivamente por las condiciones a las que están subordinados. "Punto" y "línea recta" no son más que estructuras que están en ciertas relaciones con otras de su tipo, las cuales quedan definidas por cierto grupo de axiomas.

La concepción de Ernst Cassirer que aquí examinamos, surge directamente de esta línea de investigación filosófica. En efecto, como señalamos al comienzo del análisis de su concepción, Cassirer, interpretando de manera especial la filosofía kantiana, hace énfasis en el carácter unitario de las facultades cognitivas kantianas. Según su opinión, las facultades de sensibilidad y entendimiento no deben ser vistas como facultades cognitivas independientes, sino como diferentes momentos de una operación cognitiva básica, la "síntesis productiva". Esta "síntesis productiva" es, para Cassirer, la actividad creativa fundamental del pensamiento

mediante la cual genera progresivamente el objeto del conocimiento científico empírico y matemático<sup>95</sup>. Cassirer ve en el desarrollo de la ciencia occidental, particularmente en las matemáticas y en la lógica formal pura, el reconocimiento de que la determinación de sus objetos y de su legalidad, depende de esta función lógica generadora de series. No obstante, esta función lógica, que ha generado los conceptos de espacio, tiempo y causalidad, es compatible con distintas especificaciones de esos principios constitutivos, los cuales son convencionales y susceptibles de modificación a la luz de la experiencia. Lo que no puede ser abandonado son las condiciones de posibilidad de la aplicación de dichas especificaciones, esto es, las leyes lógicas que regulan el establecimiento del orden en la naturaleza.

Hay así, dos sentidos de lo a priori en la filosofía de Cassirer. Por un lado, donde el elemento conceptual importante en la experiencia es la imposición de estipulaciones métricas particulares para producir, tanto leyes de la física matemáticamente expresables como hechos de la experiencia expresados en este lenguaje matemático, el elemento sintético a priori está en las condiciones convencionales de la construcción de alguna teoría física particular. En segundo lugar, el elemento formal importante en la experiencia es la forma que ésta debe tener a través de la corriente de experiencias actuales de los individuos y de las posibles convenciones de medida. Como se ha señalado, en el primer sentido de lo a priori, las convenciones son principios de objetivación que pertenecen a un marco teórico particular y cambian con el cambio de marco. Por lo tanto, constituyen una noción relativizada de lo a priori. El segundo sentido, en tanto, entraña una noción de un elemento formal a priori universal en la experiencia que posibilita que los distintos marcos convencionales sean aplicados. De este modo, Cassirer mantiene, aunque separados, los dos rasgos fundamentales

---

<sup>95</sup> Como se señaló anteriormente, Cassirer fue crítico con los logicistas por restringir el sentido de la función lógica a las ciencias formales. Él, por el contrario, está interesado en mostrar que el tipo de formación de conceptos que es operativo en las matemáticas puras, puede ser extendido al reino empírico en una forma que garantiza la objetividad de las leyes empíricas y de los principios de las matemáticas aplicadas.

en la concepción original kantiana de lo a priori, a saber, la necesidad y universalidad y el carácter constitutivo del objeto de experiencia. En efecto, a diferencia de Kant, quien identificó las condiciones de posibilidad del pensamiento teórico con las condiciones de posibilidad de la experiencia, conminándonos a que nuestra experiencia objetiva fuera ya de antemano una experiencia de los objetos físicos gobernados por las leyes de la física newtoniana y de la geometría euclídeana, Cassirer separó, al menos analíticamente, ambas condiciones, la primera de las cuales no tiene un contenido determinado, sino que funciona como una especie de compulsión lógica de establecimiento de orden. La segunda, que depende para su aplicación de la primera, si tiene contenidos teóricos específicos y su campo de aplicación es la experiencia<sup>96</sup>.

En la *Teoría general del conocimiento* de Schlick, encontramos una concepción epistemológica deudora en muchos aspectos de las concepciones anteriores, pero también de gran originalidad. Schlick admite para su teoría epistemológica influencias tanto de Helmholtz, como de Poincaré y Hilbert. Sin embargo, como intentamos mostrar en su momento, Schlick entiende o bien parcialmente o bien de una forma muy especial la contribución de dichos filósofos. En cuanto a la influencia de Helmholtz, es claro que Schlick retoma de dicho filósofo su famosa *Zeichentheorie*, la que convierte en el eje de una concepción puramente semiótica del conocimiento. No obstante, algunas de las distinciones básicas que Schlick hace, especialmente la distinción entre intuición y pensamiento conceptual, y la distinción entre espacio geométrico físico y espacio psicológico son completamente ajenas a la teoría de los signos de Helmholtz. Como hemos visto, uno de los principales pilares de esta teoría es la idea

---

<sup>96</sup> Aquí vemos algo similar a la propuesta de Helmholtz acerca de la naturaleza del espacio perceptual. Según Helmholtz el espacio tal como se deriva de la condición de movilidad libre, no posee axiomas específicos, esto es, no es ni euclídeano ni riemanniano, pero actúa regulativamente sobre los procedimientos inductivos que nos proveen de los distintos sistemas de axiomas

de que lo que Schlick llama espacio geométrico físico, objetivo, puede ser construido o generado desde lo que él mismo llama espacio psicológico. Y es generado por un procedimiento en el cual elementos conceptuales que pertenecen a lo que Helmholtz llama “el reino del pensamiento” están inextricablemente mezclados con elementos intuitivos.

Según parece, Schlick no entendió cabalmente en qué medida su propia concepción del pensamiento conceptual difiere de la de Helmholtz. Para este último, el pensamiento conceptual no implica manipular un cálculo no interpretado en el estilo de Hilbert mediante reglas puramente formales. Antes bien, siguiendo la interpretación de J. S. Mill de la lógica silogística tradicional, Helmholtz ve la esencia del pensamiento conceptual en el procedimiento de formar inferencias inductivas, en la cual se asocian juntas bajo un concepto simple una cantidad de instancias particulares. La conceptualización, para Helmholtz, es precisamente este proceso de inferencia inductiva, y por esto él ve al principio de causalidad o de legalidad de la naturaleza como un principio fundamental del pensamiento. Es claro que todo esto se encuentra lejos de la concepción de la cognición propuesta por Schlick, la que se reduce a una función meramente designativa, en la cual el sujeto usa los signos anteriormente aprendidos para reconocer objetos, o inventa unos nuevos.

En relación con Poincaré, ya hemos visto que Schlick parece recoger un sentido de “convención” bastante trivial, a saber, el que hace referencia a la idea de una arbitrariedad en la elección de un sistema geométrico particular. No sólo pasa por alto las propias advertencias de Poincaré acerca de lo complejo de esas elecciones y del papel que la experiencia juega en ellas, sino que por supuesto ignora completamente la misma idea que está presente en Helmholtz, a saber, la presencia de elementos intelectuales en la experiencia.

En cuanto a Hilbert, quizás aquí haya que decir dos cosas. En primer lugar, como ya se observaba anteriormente, recientes investigaciones de la obra de Hilbert sobre los

fundamentos de la física, muestran que el aspecto que Schlick rescata, jugaba un papel dentro de una concepción mucho más compleja donde la intuición no era completamente rechazada. En segundo lugar, que Schlick explota cabalmente el corazón de la doctrina de las definiciones implícitas que Hilbert propone en los *Grundlagen*. De esto puede seguirse que Schlick se adscribe a al menos uno de los sentidos de a priori que pueden defenderse, a saber, un sentido puramente semántico. Esto es, la idea de que los axiomas constituyen la condición de significatividad de todo término que ocurre dentro de un marco teórico. Sin embargo, Schlick inscribe esta doctrina de las definiciones implícitas dentro de una epistemología abiertamente anti-kantiana. En efecto, para Schlick, la cognición toma la forma de una relación de coordinación entre las relaciones conceptuales, expresadas matemáticamente, y la realidad. Ambos polos de la coordinación se encuentran perfectamente identificados y determinados de antemano, tanto las relaciones conceptuales como las relaciones en el mundo real. Por lo tanto, la coordinación no conlleva otro sentido que el de una mera relación entre cosas previamente determinadas. Específicamente, la coordinación no posee sentido constitutivo alguno.

En cuanto al principio de coordinación, Schlick no es claro a la hora de caracterizarlo, ni en la primera ni en la segunda edición de su *Teoría general*, salvo que en la segunda edición, quizás influido por Reichenbach, introduce la noción de "juicio fundamental", el cual intenta capturar la necesidad de un elemento coordinativo entre el ámbito de lo conceptual y la realidad. Sin embargo, Schlick es ambiguo a la hora de caracterizar esta clase de enunciados, limitándose a señalar que no conforman una clase de juicios distinta que las definiciones o las hipótesis e ilustrando su papel mediante ejemplos de los cuales no extrae ninguna consecuencia filosófica interesante.

La concepción de la cognición como coordinación propuesta por Schlick es asumida como propia por Hans Reichenbach, pero como ya se ha visto, el sentido de dicha idea en uno

y otro filósofo es netamente diferente. Reichenbach reconoce desde el comienzo la utilidad de que la ciencia física asumiera la forma axiomática sugerida por Hilbert en los *Fundamentos*, sin embargo, también desde el comienzo advierte la necesidad, en la medida en que es consciente de las diferencias entre sistemas matemáticos y físicos, de la postulación de ciertos principios coordinativos cuya función consiste en posibilitar que las ecuaciones matemáticas que componen los axiomas de la teoría tengan aplicación en el ámbito de la experiencia. Estos principios son para Reichenbach, los herederos directos de los juicios sintéticos a priori de Kant, dado que indican la regla que debemos encontrar en la experiencia y la indican con independencia de ella. Sin embargo, Reichenbach rechaza uno de los sentidos de lo a priori presentes en la concepción kantiana, a saber, la necesidad y universalidad, sosteniendo que los principios constitutivos o axiomas de coordinación, como también los llama, pueden ser cambiados como resultado de su interacción con la experiencia. Lo curioso de su concepción es que a la vez que mantiene un rechazo a todo “dogmatismo” en la idea de lo a priori, esto es, la idea de que haya un único sistema posible de principios constitutivos, reserva para el principio de *inducción normal* un papel de primacía sobre los otros principios constitutivos, en la medida en que le concede el privilegio de asegurar la unicidad de las coordinaciones y por lo tanto la tarea de posibilitar la aplicación de cualquier otro principio constitutivo. De este modo, creo que hay cierta tensión en el pensamiento de Reichenbach, que no existe en Cassirer por ejemplo, y que es producto de abandonar todo sentido de atemporalidad en lo a priori, dejando el estatus del principio de inducción normal, por ejemplo, pendiendo de un hilo, y dejando asimismo irresuelto el problema de la naturaleza de la función conceptual, arrojándola al limbo de lo “último, no analizable”.

Por último, y con relación a la cognición como coordinación, la diferencia esencial entre Schlick y Reichenbach, que exhibe la naturaleza de dos teorías epistemológicas

totalmente diferentes, es que para Reichenbach la coordinación cognitiva es un tipo de coordinación diferente en la que uno de los polos de la coordinación, a saber, el polo del material dado en la experiencia, se encuentra completamente indeterminado e indefinido, obteniendo este estatus a través de la coordinación misma. Esto es, la naturaleza de las cosas en cuanto existentes y en relaciones con otras sólo es posible en la medida en que se impone, a través de la coordinación, sobre un material indefinido ciertas estructuras conceptuales previamente definidas. En pocas palabras, para Reichenbach, a diferencia de Schlick, la coordinación que se lleva a cabo en la cognición es constitutiva, mientras que para Schlick es una mera relación entre cosas previamente autoidentificadas.

De este modo, a principios de siglo tenemos una concepción del conocimiento científico deudora en importante medida del paradigma epistemológico kantiano, pero también profundamente crítico de los aspectos insostenibles de dicha concepción. El rechazo de la intuición como facultad mediadora entre el entendimiento y la sensibilidad, condujo a los filósofos de principios de siglo a abrazar una concepción de la cognición que, en el caso de Cassirer, más fiel a la ortodoxia kantiana, ve al entendimiento y a la sensibilidad como determinados por una función lógica común, la síntesis productiva, que es responsable de la formación de conceptos tanto en física como en matemáticas, y de donde procede la objetividad de ambas ciencias, es decir, apela a una única función del espíritu desde donde fundar la objetividad. Reichenbach, por su parte, como consecuencia de su comprensión de la distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento, que hace énfasis en la independencia de las facultades, se alinea detrás de la idea de coordinación propuesta por Schlick, pero con intereses claramente diferentes, sostiene la necesidad de investigar la naturaleza de los principios responsables de la aplicación de las matemáticas a la realidad de la experiencia, y cómo en esta aplicación se constituye el reino de lo empírico.

Es importante notar que los proyectos de Cassirer y Reichenbach, y en parte también el de Schlick, proyectos que no tomaron la ruta desde la especulación a los hechos, sino a la inversa, desde los hechos de la ciencia a la especulación, métodos que consistieron en una “lógica del conocimiento objetivo” y un “análisis lógico de la ciencia”, se orientaron a una investigación del modo en que la ciencia procede de acuerdo al establecimiento de principios constitutivos del objeto de experiencia, y explorar cómo en su desarrollo ese objeto va cambiando de acuerdo a los patrones de racionalidad fijados de antemano. En nuestro siguiente capítulo veremos cómo estos proyectos encuentran una expresión clara y resuelta en uno de los filósofos más importantes del siglo, Rudolf Carnap.



## 5.0 La concreción de lo a priori formal constitutivo en la filosofía temprana de Rudolf Carnap

### Introducción

La idea de lo a priori que hemos perseguido en este trabajo, la cual se gesta en la preocupación de los geómetras del siglo XIX por la relación entre axiomas y experiencia y se cristaliza en la noción de “idealización”, que florece y se vigoriza en el trabajo de Helmholtz y Poincaré sobre el papel de lo matemático en cuanto principio de orden aplicado a lo dado en la experiencia, y que encuentra su expresión más clara en la obra de Ernst Cassirer, M. Schlick y Hans Reichenbach, quienes de manera distinta enfatizan esa imbricación de lo lógico-matemático en lo empírico, confluye en el pensamiento de Rudolf Carnap.

Asimismo, con relación al modo en que lo a priori fue concebido, a saber, como absoluto o relativo - lo que también hemos mostrado que tiene su origen en los desarrollos de la geometría del siglo XIX-, los diferentes estadios del pensamiento de Carnap exhiben alternadamente dichos sentidos.

En su disertación doctoral sobre el espacio, Carnap adopta una concepción del espacio formal basado en un principio de ordenación serial, que invita a pensar que ha asumido plenamente el desafío de Cassirer acerca de la aplicación inmediata de lo lógico-matemático a la experiencia. Sin embargo, su apelación al espacio intuitivo, mediante el cual se dota de un contenido auténticamente espacial a la estructura puramente lógica del espacio formal, echa por tierra dicha lectura. No obstante, en el trabajo inmediatamente posterior a su disertación doctoral, “Sobre la tarea de la física” (1923), Carnap abandona abiertamente la idea de intuición, abrazando una concepción de la cognición afín a la que por esos años estaban articulando M. Schlick y H. Reichenbach y que colocaba a la noción de “coordinación” en el

lugar que la intuición, como rol mediador en la aplicación de lo conceptual a la experiencia, había dejado vacío. Finalmente, en *La construcción lógica del mundo* (1928, en adelante *Aufbau*), cuyo propósito es exhibir en un sistema el modo mediante el cual se constituyen todos los conceptos (u objetos) que pertenecen a eso que llamamos “mundo”, Carnap comienza con las experiencias consideradas como unidades indivisibles a las que somete a un principio de determinación formal que llama “cuasianálisis”, en orden a construir todos los objetos que pertenecen a ese dominio y todos los otros objetos que pertenecen a nuestro sistema del mundo. De este modo, la caracterización de los objetos del nivel más básico de la experiencia se lleva a cabo a través del mismo tipo de *definiciones puramente estructurales* que caracterizan a los niveles más altos de objetos del sistema, mostrando de esta forma cómo la matemática abstracta puede aplicarse a la experiencia concreta. En este estadio del pensamiento de Carnap, el problema de coordinar las estructuras conceptuales con la experiencia en general es resuelto incluyendo lo que ahora llamaríamos un término primitivo no-lógico en la base del sistema constitucional (la relación de similitud parcial mediante la cual opera el cuasianálisis). Así, en la filosofía de Carnap lo *formal* toma el papel de lo *trascendental*, no en el sentido de las formas subjetivas universales y eternas pertenecientes al sujeto trascendental, sino en su papel de convenciones con valor constitutivo.

En lo que sigue expondré este desarrollo en la filosofía de Carnap. Se analizarán los tres trabajos mencionados y se incluirá en el apéndice al final del trabajo un resumen del esbozo del sistema de constitución.

## 5.1 *El espacio: A priori metodológico y absoluto*

La disertación doctoral de Rudolf Carnap sobre la naturaleza del espacio, presentada en el departamento de filosofía de la universidad de Jena en 1922, tiene como uno de sus principales fines coadyuvar a resolver las confusiones generadas por la discusión entre filósofos, matemáticos y físicos, sobre “the cognitive source, the nature of the object, and the domain of validity of the theory of space” (R. Carnap, 1922, pág. 1)<sup>97</sup>.

En opinión de Carnap, la confusión y los malentendidos que reinan en el seno de la discusión sobre la naturaleza del espacio, provienen del hecho simple y llano de que los participantes en la disputa están refiriéndose a diferentes tipos de espacio. En orden a clarificar la situación, piensa Carnap, debemos comenzar por distinguir cuidadosamente esos diferentes sentidos de “espacio”, para luego resolver el problema de sus interrelaciones.

Carnap distingue tres tipos de espacio: espacio formal, espacio intuitivo y espacio físico. A su vez, estos diferentes tipos de espacio se corresponden con el objeto de estudio de matemáticos, filósofos y físicos respectivamente.

Carnap reconoce desde el comienzo el esfuerzo de los matemáticos por darle a la geometría un estatus puramente deductivo, esto es, sostener la verdad y evidencia de sus teoremas sobre la base de una relación lógica estricta con los axiomas no apoyada en la intuición. De acuerdo a cómo se dio el desarrollo de la geometría, el antiguo método de proporcionar definiciones explícitas de los términos primitivos que forman parte de un sistema geométrico, fue suplantado por una concepción de la definición que hace énfasis especial en las “relaciones” que esos términos tienen con otros. De acuerdo a esta manera de ver las cosas, a lo que debemos atender en esa relación no es a los términos que la componen, sino a la relación misma, que es en última instancia la que provee de significado a los posibles términos

---

<sup>97</sup> R. Carnap, *Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre*, en *Kantstudien Ergänzungshefte*, 56, aquí se citará por la traducción inglesa métrica realizada por Michael Friedman y Peter Heath.

que caen bajo ella. Esta pura estructura relacional es lo que permanece a través de los cambios en las interpretaciones intuitivas de sus términos, y por lo tanto, la geometría, como aquella teoría que se erige sobre la base de estas estructuras relacionales puede ser llamada con propiedad una “teoría pura de relaciones” o “teoría de orden”, dado que es una ciencia de elementos y relaciones indeterminadas. Los elementos y relaciones definidos por los axiomas son de tan amplia generalidad, que no están restringidos a los tipos de cosas que tradicionalmente entendemos por objetos geométricos, esto es, puntos, líneas, y planos. Los axiomas de la geometría tal como Hilbert los expone, pueden ser satisfechos por órdenes de objetos completamente diferentes, por ejemplo, colores, sonidos, etc. Lo que aún nos conduce a llamar a esta estructura “espacio formal” es, según Carnap, el hecho de que ésta exhibe el diseño formal de la estructura espacial, y lo que es más importante, “can, again, be transformed into such by inserting spatial forms for the undetermined relational terms...” (Ibidem, pág. 3).

Según Carnap, el espacio formal no sólo puede ser construido mediante el método axiomático de definiciones implícitas demostrado por Hilbert, sino también sobre la base de la lógica formal, esto es, la teoría de clases y relaciones. En efecto, tomando como base el concepto de serie y sometiénolo a la teoría de clases, construimos primero la clase de las series ordenadas y luego la de las series continuas como un caso especial. Dentro de esta última llegamos al caso más general del espacio formal de varias dimensiones, desde el cual por ulteriores especificaciones llegamos al espacio proyectivo y a los diferentes espacios métricos.

Veamos el procedimiento. Carnap comienza por definir los conceptos lógicos fundamentales mediante los cuales se construirá el espacio formal. Lo primero que define son las nociones de concepto y relación. El esquema básico desde el cual define ambas nociones es la idea concebida por Frege de *expresión insaturada*. Un concepto es aquello que designa un juicio cuando en él se sustituye una constante por una variable. Por ejemplo, del enunciado

completo " $2+3=5$ " formamos el enunciado incompleto " $2+(\ )=5$ ", el que designa el concepto "aquello que sumado a 2 da como resultado 5". De manera similar, una relación es aquello designado por una expresión incompleta pero de  $n$  lugares. Por ejemplo, del enunciado "Odiseo es padre de Telémaco" formamos la expresión insaturada: " $(x)$  es padre de  $(y)$ ", lo que designa la relación "padre de". Algunas propiedades de las relaciones son: *simetría*, si es idéntica a su conversa (por ejemplo, la misma edad); *no-simetría*, si no vale la conversa (por ejemplo, hermano); *uno-a-uno*, si a cada miembro del dominio le corresponde un único elemento de la imagen; *reflexividad*, si dentro de su dominio se cumple siempre la identidad (por ejemplo, la misma edad); y *transitividad*, si vale también para el término próximo posterior (por ejemplo, el antepasado). De acuerdo con Carnap, si entre los objetos que pertenecen a un concepto y los que pertenecen a otro se sostiene una relación uno-a-uno, se dice que ambos conceptos tienen el mismo "poder", esto es, son equivalentes. La relación de equivalencia es la base de la construcción de la teoría de clases, así como de la teoría de conjuntos y de la teoría de números.

Ahora bien, una relación no se reduce para Carnap a un simple establecer una especie de coordinación entre objetos, es fundamentalmente un principio de orden que al aplicarse a un dominio de objetos produce una *serie*, y por tanto la llama una "series-forming relation"<sup>98</sup>. Por ejemplo, la relación asimétrica y transitiva "mayor que" sostenida de los estudiantes de una clase, no es más que un principio mediante el cual se conforma una serie ordenada en los individuos que constituyen el dominio en cuestión. Al igual que en la concepción de Cassirer, cada miembro de la relación quedará definido por el lugar que ocupa dentro de esta serie ordenada. Asimismo, de acuerdo con Carnap, si se consideran dos series, a saber, una definida por el concepto "mayor que" cuyo dominio son los mismos estudiantes de

---

<sup>98</sup> Advirtiéndose el símil con Cassirer, quien llama a su propia función conceptual una "relación generadora de series"

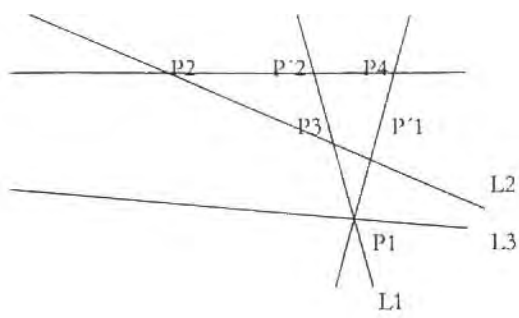
antes, y otra definida por “a la derecha de” cuyo dominio son las perchas del salón de clase ocupado por dichos estudiantes, y la relación de coordinación “la percha x pertenece al estudiante y”, entonces se dice que las series son “similares” si para cualesquiera dos estudiantes es siempre el caso que la percha del estudiante mayor se encuentra a la derecha. Esto es, dos series son similares si cualesquiera dos objetos en la primera serie que cumplen con el principio serial de la misma, son coordinados con cualesquiera otros dos de la segunda serie que a su vez cumplen con el principio serial de la segunda. Carnap llama “número de orden” a la similitud entre dos conceptos seriales, esto es, entre dos relaciones formadoras de series, y sobre esta base se construye la teoría de los tipos de orden como la segunda parte principal de la teoría de conjuntos. Los tres tipos de orden más importantes son aquellos cuyos representantes formales son: la serie de los números naturales, la de los números racionales y la de los números reales. Esto es, todas aquellas relaciones formadoras de series que son similares en ciertos aspectos determinados, constituirán algunos de estos tipos de orden. Por ejemplo, todas las series (o las relaciones formadoras de series) que cumplen con las siguientes condiciones, son similares y constituyen un cierto tipo de orden: a) hay un primer objeto con respecto a la relación formadora de series; b) para todo objeto hay uno que lo sigue y, excepto para el término inicial, uno que lo precede; así, c) en la totalidad de la serie no hay objeto último. A tales series se las llama *progresiones* y a su representante formal lo llamamos “la serie de los números naturales”. De manera similar se construyen los otros tipos de orden, el de los números racionales y el de los reales, los cuales juntos constituyen una serie continua que llamamos el *continuo*.

Ahora bien, los objetos que caen bajo un concepto pueden ser ordenados no solo en *una* serie, sino en series de series. Por ejemplo, los estudiantes de una escuela pueden ser ordenados según su edad y a su vez de acuerdo a su altura. Similarmente, pueden construirse

series de tres o de  $n$  niveles, que son tratadas en la teoría de los triples ordenados o de los rúplios ordenados. A una serie continua de tres o  $n$  niveles se le llama un “espacio formal” de tres o  $n$  dimensiones, y como no se han hecho referencias aquí a términos espaciales o de ningún otro tipo, puede llamarse a estos espacios “estructuras de relaciones de orden” o por mor de la brevedad “estructuras de orden”.

Según Carnap, a través de la imposición de condiciones más estrechas es posible derivar, desde la estructura formal básica que llama  $Ent$  (espacio topológico de  $n$  dimensiones) primero el espacio proyectivo ( $Entp$ ) y luego el espacio métrico  $Entm$ , los cuales se relacionan con el primero como especies y subespecies a un género. Veamos cuales son las condiciones y cómo se obtiene el resultado deseado. Dice Carnap: “Let a concept  $P$ , under which the objects  $P_1, P_2, \dots$  fall, fulfill the following conditions: (1) there is concept  $L$ , under which fall not objects but concepts  $L_1, L_2, \dots$ , such that under each  $L$ -concept only  $P$ -objects fall. in fact, at least three such- but no  $L$ -concept comprises all  $P$ -objects; (2) for any two  $P$ -objects there is always one and only one  $L$ -concept under which both fall (their “common”  $L$ -concept); (3) no matter which  $P$ -objects may be chosen the following holds in general: if  $P_1, P_3, P'2$  fall under the  $L$ -concept  $L_1, P_2, P_3, P'1$  under  $L_2$ , then firstly there is an object  $P_4$  that falls under both the common  $L$ -concept of  $P_1$  and  $P'1$  and that of  $P_2$  and  $P'2$ , and secondly there is an  $L$ -concept  $L_3$  comprising  $P_1$  but no object falling under  $L_2$ ” (Ibídem, pág. 9).

Las dos primeras condiciones se comprenden con relativa facilidad. (1) afirma que todo concepto comprende un número suficientemente amplio de casos, al menos tres, pero ningún concepto se aplica a todos los objetos de un dominio dado. (2) sostiene que cualesquiera dos objetos comparten un concepto, algo que no parece *prima facie* obvio. Para apreciar el contenido de (3) hace falta visualizar la estructura propuesta por Carnap:



Ahora bien, Carnap llama a la estructura que queda definida mediante estas condiciones “espacio proyectivo formal de tres dimensiones” (E3p), y que lo es lo prueba el hecho de que de dicha estructura es posible derivar varios teoremas centrales a la geometría proyectiva, como el Teorema de Desargues. Pero lo más importante de la construcción de este sistema de geometría formal, está en el hecho de que la estructura permanece a través de las diferentes interpretaciones intuitivas que puedan dársele a los términos que la componen, mostrándose como un verdadero principio de orden aplicable a los más diferentes dominios de objetos concebibles. Prueba de ello son los ejemplos dispares que Carnap muestra como compatibles con la estructura de orden articulada. Los ejemplos propuestos son tres, aunque aquí consideraremos sólo aquél cuyo dominio de objetos lo constituyen los colores y los objetos geométricos tradicionales.

En el ejemplo, los colores se presentan en ciertas configuraciones llamadas “tiras de color”. Cada tira tiene al menos tres colores diferentes pero ninguna de ellas tiene todos los colores que aparecen en las restantes tiras. Si escogemos cualesquiera dos de los colores, hay siempre una y sólo una tira que los tiene a ambos, la que llamamos su portador común. Por último, la tercera condición: si imaginamos cualesquiera tres colores  $c_1, c_2, c'_2$  de una tira  $t_1$  y  $c_2, c_3$  y  $c'_1$  de una tira  $t_2$ , entonces en primer lugar, el portador común de  $c_1$  y  $c'_1$  y el de  $c_2$  y  $c'_2$  tienen un color  $c_4$  en común; y en segundo lugar, hay una tira  $t_3$  que posee el color  $c_1$  pero



ninguno de los colores poseídos por la tira  $t_2$ . Como resulta más o menos obvio, nuestro modelo satisface las condiciones explicitadas en el sistema anterior constituido por conceptos. Las dos condiciones iniciales se siguen fácilmente, mientras que la tercera puede apreciarse en el diagrama anterior.

El caso siguiente, el que utiliza los objetos geométricos tradicionales, a saber, puntos y líneas, es de particular importancia porque posibilita comprender la relación entre el espacio formal y el intuitivo, que serán tratados con posterioridad. Las condiciones van como sigue: si se da una línea arbitraria, luego hay al menos tres puntos sobre ella y al menos uno fuera de la misma. A través de dos puntos hay siempre una y sólo una línea. Finalmente, si  $P_1, P_3$  y  $P'2$  están sobre una línea,  $P_2, P_3, P'1$  en otra, luego, en primer lugar, hay un punto  $P_4$  que se encuentra sobre la línea que pasa a través de  $P_1$  y  $P'1$  y sobre la que pasa a través de  $P_2$  y  $P'2$ , y en segundo lugar, hay una línea que pasa a través de  $P_1$  que no tiene ningún punto en común con la línea que pasa a través de  $P_2$  y  $P'2$ .

A mi modo de ver, hay aquí al menos dos cosas importantes. En primer lugar, el hecho ya señalado de que el espacio formal debe ser visto como una estructura de orden cuya significación radica en el sistema de relaciones formales que postula y no en esta o aquella interpretación. En segundo lugar, y a pesar de que en este trabajo Carnap apela aún al espacio intuitivo como modo de dotar de interpretación al espacio formal, se esboza la idea, que por otra parte ya está presente en Cassirer, de que los principios formales actúan como verdaderos principios constitutivos de orden en los diferentes dominios de objetos que se le presentan.

Thomas Mormann<sup>99</sup> ha enfatizado esta similitud entre el modo formal de operar en *El espacio* y el procedimiento del cuasianálisis en el *Aufbau*. Creo no obstante, que si bien Mormann está en lo correcto en señalar dicha similitud formal, no debemos olvidar que en *El*

---

<sup>99</sup> Véase "Synthetic Geometry and *Aufbau*" en T. Bonk (ed.) (2003).

*espacio* Carnap no acepta completamente el desafío de Cassirer en cuanto a la aplicación de los principios formales directamente a la experiencia, comprometiéndose con la noción de intuición que veremos a continuación. Es más, todavía en 1923, en su trabajo “Sobre la tarea de la física”, donde se representa la estructura de la ciencia bajo la forma de tres volúmenes, Carnap, si bien abandona la noción de intuición, acude a una parte coordinativa que dota de contenido a la parte axiomática, construida *more geométrico*.

Entonces, como decíamos, la “interpretación” de la estructura relacional abstracta que llamamos “espacio formal”, es obtenida a través de lo que Carnap llamará espacio *intuitivo*. El espacio intuitivo es, para Carnap, una interpretación generalizada de la idea kantiana de espacio como forma de intuición a priori. Lo que importa de esta forma de intuición no es tanto su origen psicológico, sino el fundamento lógico de nuestra cognición del espacio intuitivo, es decir, la naturaleza de los axiomas que la rigen. Alejándose de toda concepción empirista de esos axiomas, Carnap dice, siguiendo a Driesch, que la justificación de esos axiomas no puede encontrarse en la experiencia, no importa cuán repetida sea ésta. Su justificación debe buscarse en una fuente que es independiente de la realidad experiencial. Y Carnap encuentra esa fuente en la idea de Husserl de “intuición esencial” (*Wessensschauung*). Una discusión pormenorizada de esta idea y de la influencia general del pensamiento de Husserl sobre Carnap<sup>100</sup> superaría en mucho los límites de este trabajo. No obstante, dada la importancia que el propio Carnap concede a dicha noción, haré unos breves comentarios al respecto.

Según Husserl, a toda ciencia le corresponde un dominio de objetos como campo de sus investigaciones, y a los conocimientos de esos objetos, esto es, a los juicios que se forman sobre ellos les corresponden, como fuente de su validez, ciertas intuiciones en las que esos

---

<sup>100</sup> Para un estudio exhaustivo de las relaciones entre Carnap y Husserl, véase el artículo de Sahotra Sarkar “Husserl’s Role in Carnap’s *Der Raum*”, en *Language, Truth and Knowledge. Contributions to the Philosophy of Rudolf Carnap*, Thomas Bonk (ed), Kluwer, Academic Publishers, Netherlands, 2003.

objetos se dan de manera inmediata. En todas las ciencias empíricas, el modo mediante el cual los objetos se dan es la percepción. Y en la percepción los objetos aparecen individualizados desde el punto de vista espacio-temporal. En este “darse” espacio-temporal se manifiesta, para Husserl, la contingencia del ser individual, es decir, el hecho de que los objetos aparecen en determinadas relaciones y sin embargo podrían hacerlo de otras. Por ejemplo, un objeto que se da en determinado punto del tiempo podría muy bien darse en cualquier otro. Si bien podemos afirmar la validez de ciertas leyes naturales, éstas no expresan más que ciertas regularidades fácticas que podrían ser enteramente de otra forma. Sin embargo, afirma Husserl, detrás de esta “contingencia” de los hechos naturales, existe un tipo de *necesidad esencial* que remite a una *universalidad esencial*. Esta necesidad no tiene que ver con las relaciones espacio-temporales o de algún otro tipo en las que los objetos aparecen, sino con el conjunto de propiedades esenciales que definen a cada existente y que permanecen invariantes a través de los diferentes modos de aparecer los objetos. Dice Husserl: “Un objeto individual no es meramente individual; un “eso que está allí”, un objeto que sólo se da una vez, tiene, en cuanto constituido “*en sí mismo*” de tal o cual manera, *su índole peculiar*, su dosis de predicables esenciales, que necesitan convenirle (en cuanto “es tal como es en sí mismo”) para que puedan convenirle otras determinaciones secundarias y relativas” (Husserl, 1913 [1949], pág. 19, el énfasis es de Husserl).

Es decir, que cada objeto individual posee un sustrato de propiedades esenciales común a muchos objetos individuales, y en virtud de las cuales dichos objetos pertenecen a una determinada “región” o “categoría” de individuos. Por ejemplo, toda cosa material individual tiene su propia forma esencial, que consiste en la “cosa material en general” con una determinación temporal, una figura, y una materialidad en general.

De acuerdo con Husserl, al igual que los objetos individuales y sus relaciones pueden ser aprehendidos en la intuición empírica, esto es, en la percepción, podemos también,

partiendo de esa misma intuición empírica, aprehender los rasgos esenciales que dominan los hechos, mediante un tipo de intuición esencial (*Wesensschauung*)<sup>101</sup>. Husserl es ciertamente crítico respecto a qué sea este tipo de aprehensión de propiedades esenciales de los fenómenos, aunque intenta explicitarla colocándola en analogía estrecha con la intuición empírica. En efecto, en la intuición empírica, esto es, en la aprehensión consciente de un objeto, éste se manifiesta en su pura individualidad; lo que aprehendemos son las propiedades empíricas del objeto, por ejemplo, que este gato que duerme aquí y ahora a mi lado, es efectivamente marrón, de ojos celestes, etc. De la misma manera, la intuición esencial es una conciencia dirigida hacia un objeto, una conciencia en la que el objeto, esto es, las propiedades esenciales o género supremo que determinan a un individuo como perteneciente a una categoría o región, “se da en sí mismo”<sup>102</sup>.

Asimismo, existe, para Husserl, una relación profunda entre intuición empírica e intuición esencial. En efecto, toda intuición esencial tiene en la base una intuición individual, esto es, un comparecer un objeto, y aunque la intuición esencial se eleve por encima de lo puramente individual, dirigiendo su mirada a las propiedades esenciales de ese objeto, necesita la presencia de lo individual para obtener sus fines<sup>103</sup>. En otras palabras, para ver a un objeto como un ejemplar de propiedades esenciales, tiene que darse el objeto individual en cuanto existente. De la misma manera, afirma Husserl, no puede darse intuición individual alguna sin la posibilidad de dirigir la mirada hacia las propiedades esenciales que son instanciadas en el objeto individual en cuestión. Es decir, que toda aprehensión de un objeto considerado

---

<sup>101</sup> Un estudio minucioso de la idea de “intuición esencial” puede encontrarse en el excelente libro de Robert Sokolowski *Husserlian Meditations*, Cap. 3.

<sup>102</sup> La idea de “intuición esencial” tiene su antecedente en la de “abstracción idealizadora” desarrollada por Husserl en las *Investigaciones lógicas*. Según Husserl, los conceptos científicos no pueden reducirse a una colección de objetos empíricos ni al reconocimiento de las propiedades comunes compartidas por los objetos que nuestros sentidos perciben.

<sup>103</sup> Husserl ve la intuición esencial como una verdadera idealización que tiene por base la conciencia individual y las universalidades empíricas. Sobre este punto véase Drummond (1984).

individualmente requiere que sea posible considerarlo desde el punto de vista de las propiedades esenciales que instancia, pues de lo contrario se seguiría la absurda suposición de que habría individuos no definidos esencialmente. Esto conduce a Husserl a establecer la tesis de la inseparabilidad del hecho y la esencia. Esta se expresa con toda claridad en la insistencia de Husserl de que la esencia pura siempre se ejemplifica en fenómenos, sean estos reales o imaginarios. Sin embargo, esto también prueba la independencia, y así el carácter a priori, de la intuición esencial respecto de los hechos individuales y efectivos, es decir, de los hechos reales.

Un último punto servirá para aclarar aún más la visión de Carnap. En sintonía con lo anterior, argumenta Husserl, existe una importante distinción entre ciencias de hechos y ciencias de esencias. Las primeras, como resulta más o menos obvio, se ocupan de hechos individuales y realmente efectivos, de hechos dados a la percepción actual. Las segundas, entre las cuales Husserl coloca a "...la lógica pura, la matemática pura, la teoría pura del tiempo, la teoría pura del espacio, la teoría pura del movimiento, etc."(Ibidem, pág. 28), se ocupan con las propiedades esenciales de los fenómenos, y aunque tengan en la base hechos realmente existentes, éstos no entran en una relación de fundamentación respecto de ellas. Es decir, allí donde entra en función en ellas la experiencia, no entra en cuanto experiencia, esto es, en su existencia individual. Para citar el propio ejemplo de Husserl: "El geómetra que dibuja sus figuras en el encerado traza líneas fácticamente existentes en el encerado fácticamente existente. Pero su experimentar lo trazado, *qua* experimentar, no es en mayor medida que su trazar físicamente el *fundamento* de su intuir y pensar geométricos esenciales"(Ibidem, pág. 28), es decir, la mirada del geómetra no está dirigida a las líneas en cuanto real e individualmente existentes, sino a su naturaleza esencial, a las propiedades universales que inhieren en ellas, por lo que la fuente de la fundamentación de sus juicios será la intuición esencial y no la mera experiencia individual.

Como dijimos, Carnap se hace total eco de esta idea de Husserl para desarrollar su propia concepción del espacio intuitivo. Así lo expresa claramente: “For here, as Husserl has shown, we are certainly not dealing with facts in the sense of experiential reality, but rather with the essence (“Eidos”) of certain data which can already be grasped in its particular nature by being given in a single instance. ... it is important to distinguish this mode of apprehension from intuition in the narrower sense, which is focussed on the fact itself, by calling it “essential insight” (Husserl)” (Ibidem 1922, pág. 15).

De acuerdo con Carnap, el espacio intuitivo posee una estructura formal que es preciso investigar, en orden a establecer ulteriormente las relaciones con los otros tipos de espacio. Esa estructura aprehensible intuitivamente es una estructura mínima, pues según Carnap, en la medida en que la complejidad de las formas intuitivas aumenta, también aumenta la incerteza de las mismas. En su opinión, la intuición siempre se relaciona a regiones limitadas del espacio, por lo que sus axiomas serán válidos exclusivamente para formas espaciales de magnitud limitada. Sin embargo, podemos construir, sobre la base de esta cognición limitada, varios sistemas sobre la estructura total del espacio intuitivo. Por ejemplo, podemos construir el concepto de una línea recta infinita partiendo del concepto de segmento de línea y la iteración de una regla, y también podemos darle contenido intuitivo a dicho concepto en la medida en que, conociendo la regla de conexión, podemos aprehender cada segmento de línea en la intuición. Sin embargo, para la construcción de esta estructura más amplia tenemos completa libertad, dado que depende de la postulación de condiciones que no son intuibles en principio, para las cuales no hay posibilidad de verificación última. Veamos entonces, qué propone Carnap.

La guía para el descubrimiento de los axiomas de la intuición la proporciona el sistema axiomático construido por Hilbert. La tarea consiste en investigar dicho sistema “in order to

discover which axioms arise from the intuition of a limited region" (Ibidem, pág. 16)<sup>104</sup>. Un propósito ulterior es investigar cuales otras estructuras espaciales son compatibles con los axiomas válidos para regiones pequeñas.

Como decíamos, Carnap parte de la validez de los axiomas de Hilbert para la geometría euclídeana en regiones limitadas de la experiencia. Los grupos de axiomas que acepta como verdaderos de nuestra intuición son: los axiomas de conexión, los de orden y los de congruencia. A ellos Carnap agrega otros dos que hacen afirmaciones acerca de la relación de congruencia entre ángulos y segmentos respectivamente. A su vez, propone ciertos postulados a partir de los cuales es posible construir un sistema ilimitado que llama "espacio intuitivo métrico de 3 dimensiones" ( $E3m'$ )<sup>105</sup>. Es destacable que la estructura del espacio intuitivo para dimensiones pequeñas no posee una métrica de suyo propia, sin embargo esa estructura posibilita la postulación de una métrica o de varias. Carnap reconoce que Riemann fue el primero en mostrar cuántos diferentes tipos de  $E3m'$  son consistentes con los axiomas de la geometría euclídeana para regiones limitadas de la experiencia. Esos diferentes tipos de  $S3m'$  son caracterizados por una coordinación de tres números a todo punto del espacio, lo que se conoce como "medida de la curvatura"<sup>106</sup>. En efecto, si los planos en nuestro espacio limitado son caracterizados por los axiomas A1, A3, A9-10, A13-16 (véase apéndice), los planos en los espacios extendidos pueden ser tan diferentes unos de otros como los de las superficies curvas, y al igual que estos son caracterizados proporcionando la curvatura gaussiana en todo punto<sup>107</sup>, los planos extendidos de nuestro sistema ilimitado también pueden ser caracterizados mediante

---

<sup>104</sup> Quizás podría pensarse que Carnap estaba tomando en serio las observaciones que Hilbert hiciera en los *Grundlagen* acerca de que su investigación es un "análisis lógico de nuestra intuición espacial" Para una interpretación que hace énfasis en esta vena del pensamiento de Hilbert (aunque sin referencias a Carnap), véase U. Majer "Geometry, Intuition and Experience from Kant to Husserl" en *Erkenntnis* 42, 261-285, 1995

<sup>105</sup> Véase el apéndice al final del trabajo para una lista de los axiomas y postulados aquí mencionados.

<sup>106</sup> Véase la sección 2.3.1 del capítulo 2 para una explicación intuitiva de la noción de "medida de la curvatura".

<sup>107</sup> Para una superficie de curvatura constante  $K$ , Gauss probó una fórmula fundamental que relaciona la curvatura, el área y la medida angular.

la asignación de números a todos sus puntos. A esta la llamamos la medida de la curvatura riemanniana del plano en cuestión. De este modo, las relaciones métricas de nuestro espacio tri-dimensional quedan completamente caracterizadas proporcionando la medida de la curvatura en todo punto para tres superficies dirigidas diferentemente, por ejemplo, para tres superficies mutuamente ortogonales. Si se asignan los mismos números a todo punto del espacio, luego las mismas relaciones métricas que gobiernan una región en el espacio gobiernan cualquier otra. En este caso el espacio es llamado *homogéneo*. Cualquier plano en este espacio tiene la misma curvatura en todo punto, esto es, son planos de curvatura constante, aunque no necesariamente todos los planos tienen la misma curvatura. Por otro lado, si los tres números asignados a cualquier punto del espacio son iguales a otros, todas las direcciones en el espacio son equivalentes, y por lo tanto el espacio es llamado *isotrópico*. Si se cumplen las dos condiciones, entonces todos los puntos y todas las direcciones son equivalentes, y así se define la curvatura del espacio de curvatura constante. Es decir, que todos los planos son de curvatura constante y equivalentes entre sí, esto es, la curvatura es la misma para todos. Estos tres tipos de planos de curvatura constante son: el hiperbólico, parabólico y elíptico, de acuerdo a si su curvatura es negativa, cero, o positiva. Para los tres tipos de planos se sostiene el axioma de congruencia siguiente: si dos triángulos arbitrarios coinciden en cualesquiera dos lados y en el ángulo que ellos encierran, también coincidirán en los otros dos ángulos. Esto hace que estos espacios sean llamados “espacio de congruencia”.

Ahora bien, de acuerdo con Carnap, la estructura bajo consideración, el espacio intuitivo métrico tri-dimensional  $S_3m'$ , es susceptible de ser generalizado hasta obtener un espacio intuitivo métrico de n-dimensiones  $S_nm'$ . Sin embargo, esta generalización también puede operar haciendo abstracción de las relaciones métricas, dando lugar al espacio intuitivo proyectivo de tres dimensiones  $S_3p'$ , y aún al espacio intuitivo topológico de tres dimensiones



$S3t'$ . En este último, se rechazan los conceptos primitivos de línea y plano y en lugar de ellos se usan sólo los conceptos más generales de curva y superficie, de los cuales se investigan las relaciones de “estar en” o “sobre” y sus interconexiones. No obstante, en la misma forma en que  $S3m'$  es generalizado a  $S3p'$  y  $S3t'$ , podemos generalizar  $Snm'$  a  $Snp'$  y aún a  $Snt'$ , el espacio intuitivo que presenta la estructura más general construida desde términos intuitivos, y por ende, el espacio que contiene todos los demás como partes y especializaciones.

Como comentábamos brevemente al señalar el énfasis de Mormann en la relación entre espacio formal y cuasianálisis, Carnap apela a la intuición como modo de disolver el problema de cómo dotar de interpretación “espacial” a la estructura puramente abstracta que constituye el espacio formal. Como parece obvio, su logicismo no lo provee con respuestas a sus preocupaciones epistemológicas. Para el Carnap de *El espacio*, la lógica, dado que abstrae de todo contenido, no tiene nada que ver con las distintas porciones de nuestra vida fenomenológica, y por lo tanto tiene que acudir a la noción de “intuición esencial” para ser provisto de tales contenidos. Sólo la intuición esencial lo provee de una topología verdaderamente espacial que es la condición de posibilidad tanto de la cognoscibilidad de los objetos físicos, como de la asignación de relaciones métricas convencionales. Volveremos a estas relaciones más tarde, una vez que haya quedado elucidada la idea de espacio físico.

Mientras la teoría del espacio intuitivo se construye desde la intuición esencial de formas espaciales, la teoría del espacio físico tiene la tarea de establecer cuales de esas relaciones se sostienen en las cosas particulares con las que nos enfrentamos.

Carnap comienza su exposición destacando la diferencia entre el viejo problema de la falta de exactitud en las determinaciones de las figuras geométricas, esto es, la certeza de que nunca encontramos en la naturaleza cosas así como “líneas rectas”, con el problema que él va a enfrentar aquí, a saber, la cuestión acerca de si es posible y en caso de que lo sea de qué manera

puede ser establecida una línea recta en el espacio físico. Por ejemplo, considérese un rayo de luz o tres o más puntos alineados. La pregunta es: ¿es recto ese rayo de luz? o ¿se encuentran los puntos sobre una línea recta? Habitualmente este tipo de preguntas se responde llevando a cabo un procedimiento de prueba que consiste en tomar una regla o alguna otra cosa similar y con base en ella responder la pregunta planteada. Pero, como Carnap señala, este tipo de procedimientos sólo trasladan el problema un paso atrás. Pues de inmediato surgiría la pregunta de sobre qué base sabemos que las líneas usadas para la comparación son efectivamente líneas rectas.

A lo que parece conducir este tipo de problemas es a la conciencia de que tales preguntas son imposibles de responder sobre la base de los puros hechos, esto es, sin imponer determinadas estipulaciones sobre los mismos. Estas estipulaciones, que son establecidas mediante una libre postulación y no son susceptibles de confirmación o refutación por la experiencia, pueden ser de dos tipos: en primer lugar, se estipula directamente que una clase de líneas presentadas por algún objeto o proceso definido cuenta como *líneas rectas*. En segundo lugar, se lleva a cabo una estipulación métrica. Esta consiste en la estipulación de un cuerpo como rígido, la determinación de dos puntos sobre él, y una función que define la distancia entre esos dos puntos en cualquier momento del tiempo. Esta función puede ser más simple, como la que afirma el intervalo entre dos puntos como una distancia constante, o más compleja, como la que introduce condiciones de temperatura, carga eléctrica, etc. En cualquier caso, lo importante es que podamos usar el cuerpo en cuestión para medir distancias entre otros puntos, y para esto sólo necesitan cumplirse determinadas condiciones formales; estamos restringidos a asignar cero a dos puntos que coinciden o más que cero a dos puntos que no lo hacen. Una vez que se hace tal estipulación, la cuestión de si tres puntos se encuentran sobre una línea recta es respondida unívocamente.

Ahora bien, el principal propósito de Carnap en su presentación del espacio físico es argumentar que el establecimiento de cualesquiera relaciones espaciales para el espacio físico que superen las relaciones topológicas, es imposible sobre la base de la experiencia. Al igual que en el caso del espacio intuitivo topológico de tres dimensiones, el cual es construido independientemente de cualesquiera relaciones de magnitud, las únicas relaciones requeridas para ordenar los elementos físico-espaciales dados en la experiencia son las relaciones de “estar en o sobre” (relaciones de incidencia) entre puntos, líneas, superficies, y volúmenes. Es decir, sólo el espacio topológico encierra una determinación unívoca del orden de los elementos físicos en la experiencia. Tanto el espacio proyectivo como el métrico suponen el recurso a una estipulación convencional, y por ende la posibilidad de infinitas determinaciones. Para dar un fundamento a esta posición, Carnap acude a la distinción entre materia y forma de la experiencia, la cual está relacionada pero no es completamente idéntica a la distinción kantiana.

A diferencia de Kant, para quien la distinción tiene sentido en virtud de que de su combinación surge la experiencia, Carnap la usó para analizar la experiencia ya completa en dos partes. Para esto hace “...a division within the realm of form between necessary and optional form” (Ibidem, pág. 27). Para Carnap, la estructura topológica es la “forma necesaria” a la cual está sujeta la materia, la que a su vez, por supuesto, está también sujeta a varias “formas opcionales” entre las cuales se encuentra el espacio métrico. Así presenta Carnap la idea: “Let matter which is certainly not unformed, but appears only in necessary form, be called “matter of fact” (*Tatbestand*) of experience. This can be subjected to a still further formation in terms of optional forms. In order to test an experiential statements for whether it is a statement of matter of fact or not, and, in the later case, what in it pertains to matter of fact and what depends on the form determined by choice, we have to investigate whether the

experiential statement remains valid for all possible formations, which means, for an investigation, for all types of spatial transformation" (Ibidem, pág. 27).

Como Carnap apunta, sólo los enunciados topológicos son invariantes respecto de las transformaciones espaciales arbitrarias. Esto es, sólo las relaciones de incidencia y conexión entre formas espaciales permanecen invariantes a través de cualesquiera grupos de transformaciones. Para citar el propio ejemplo de Carnap, un enunciado de "hechos" sería: "la superficie de contacto de este cuerpo (mesa) con este cuerpo (piso) consiste en tres partes separadas", pues las relaciones de las que habla permanecen invariantes a través de los cambios de magnitud o de otro tipo que puedan realizarse sobre esos cuerpos. Por otro lado, el enunciado "estos dos puntos en este cuerpo tienen el mismo intervalo que esos otros puntos en este otro cuerpo, el cual no está en contacto con el primero" no es un enunciado de "hechos", pues depende de una métrica escogida libremente.

Permítaseme ahora señalar dos cosas sobre esta idea de estructura topológica como "forma necesaria" de la materia. En primer lugar, el hablar de "invariantes" nos remite directamente a la concepción de Cassirer de los *invariantes lógicos de la experiencia*, modelada sobre la base de la teoría de grupos. Como acabamos de exponer, para Carnap, la estructura topológica es la condición de posibilidad de la experiencia externa en general, y es por tanto, sintética a priori en el sentido de Cassirer. Lo que sorprende es que Carnap sólo haga referencia a la teoría de grupos para ilustrar su punto y lo de por concluido, sin asumir las consecuencias de la adopción de su punto de vista. Esto es, sin investigar las fuentes trascendentales o el origen en la mente de tales estructuras invariantes.

El segundo punto que deseo aclarar tiene que ver con algunas de las cosas que Carnap ha asumido en la exposición del espacio intuitivo y que pueden entrar en conflicto con lo que acabamos de exponer con relación al espacio físico. Recordemos que para Carnap, la estructura

final que emerge desde el espacio intuitivo métrico de 3-dimensiones  $E_3^m$ , es el espacio intuitivo topológico de n-dimensiones, algo que por naturaleza es no-intuitivo. Ahora bien, como acabamos de exponer, la forma necesaria de la experiencia del espacio físico consiste en una estructura topológica de 3-dimensiones, pero esto contradice lo afirmado antes respecto al espacio intuitivo. Es decir, parece que lo que ofrece la intuición supera lo requerido por la forma necesaria de aprehensión de los objetos materiales. Carnap afirma que basta una estructura topológica de 3-dimensiones para la cognición de los objetos físicos, pero deriva una estructura mucho más general y que es por naturaleza no-intuitiva. ¿Cómo podríamos dar respuesta a este problema? Quizás la respuesta va en la dirección de ciertas afirmaciones de Carnap acerca de que el espacio intuitivo topológico de n-dimensiones contiene a todos los demás como partes o particularizaciones, en especial, el hecho de que en nuestra cognición ordinaria intuimos siempre una estructura que es tri-dimensional. A su vez, Carnap habla de la posibilidad de obtener una representación “akin to intuitive apprehension” de estructuras de mayores dimensiones que tres, mediante el procedimiento de combinar la intuición de espacios de tres dimensiones con relaciones conceptuales que indican el modo de extensión del número de dimensiones.

Ahora bien, como decíamos hace un momento, Carnap parece asignar mayor importancia a la consideración de las relaciones métricas que constituyen la “forma opcional” a la que se somete la materia, que a rastrear las fuentes de la forma necesaria. Y lo hace porque, claro está, la asignación de una métrica tiene que ver con el modo en que construimos las teorías físico-matemáticas. Como mencionamos antes, Carnap piensa que la estructura métrica es algo que se agrega al espacio físico topológico o bien estipulando una medida, o estipulando una estructura métrica global. Cualesquiera de estas alternativas conducirán al establecimiento de una física cuantitativa. Esta física tiene la habilidad para expresar los hechos individuales de

la experiencia en ecuaciones y, por ende, sistematizar nuestras creencias físicas y proporcionar predicciones de eventos físicos futuros.

La investigación de Carnap se propone encontrar qué tipo de relaciones funcionales existen entre la estructura espacial física, la métrica escogida y los hechos de la experiencia. La primera que considera es la que deriva la estructura métrica global desde la medida postulada y los hechos de la experiencia. Para ello lo primero es establecer que la superficie de prueba será considerada propiamente un *plano*. Una vez determinado esto, se investigarán las relaciones espaciales en este plano físico. El procedimiento de prueba utiliza la suma de los ángulos de un triángulo. Como ya se ha mencionado, los números que caracterizan las relaciones métricas en un plano están relacionados a la suma de los ángulos de un triángulo de una manera uniforme. Dependiendo de si la medida de la curvatura en un punto dado del plano es igual, menor o mayor que cero, la suma de los ángulos de un triángulo será igual, menor o mayor que  $180^\circ$ . Para testar la curvatura, Carnap propone construir seis triángulos equiláteros juntos para formar un hexágono regular. Si los triángulos coinciden completamente, entonces la curvatura del plano es cero, si no lo hacen tenemos una curvatura que puede ser medida con relación a la extensión en la que los triángulos se solapan o se separan. Este procedimiento puede, en principio, aplicarse a cualquier punto del espacio, de modo que la estructura métrica global del espacio puede ser descubierta punto por punto desde la estipulación métrica y los hechos de la experiencia.

De inmediato, Carnap considera otra forma de la dependencia entre hechos, estipulación métrica y estructura métrica global, una que procede inversamente a la relación anterior, es decir, estipulando la estructura métrica global y, sobre la base de los hechos de la experiencia, descubrir la estipulación métrica. Carnap argumenta vía un ejemplo que considera a la superficie de la tierra  $E$  como un plano. La estructura métrica para el plano  $E$  sería algo

como lo siguiente: "...these two points A, B on this iron body present an interval that is not to count as always the same but (aside from temperature, magnetization, etc. in such and such a degree) is to depend above all on the place on  $E$  at which the body is located in such and such a manner" (Ibídem, pág. 34). Esto trae aparejado que algún punto particular en  $E$ , por ejemplo, el lugar actual en el que se encuentra el cuerpo de hierro, o el polo Norte, tendrían un estatus privilegiado. Si queremos evitar tales privilegios en nuestra métrica, entonces  $E$  ha de considerarse como un plano con curvatura constante en todo lugar cuya magnitud es igual a la que  $E$  tiene como una esfera sobre la base de una métrica euclídeana. Ahora pueden establecerse valores de la curvatura para todo el universo restante. Como se ha dicho antes, bajo una métrica de este tipo el espacio es considerado homogéneo e isotrópico, es decir, tiene la misma curvatura en todo punto y en toda superficie. Sobre la base de esta determinación, entonces Carnap postula la siguiente métrica: "...these two points A, B on this iron body present an interval that is to be certainly counted as independent of the place of  $E$ , but (aside from temperature, magnetization, etc. in the same degree as for M1) as dependent on the height  $h_s$  above  $E$ :  $1 = 1_0 (1 - \sin(h_s))$ " (Ibídem, pág. 34).

La implantación de esta métrica coincide en gran medida con la métrica estándar, pero también se aleja de ella considerablemente. Por ejemplo, de acuerdo a la métrica estándar, hay sólo una ruta posible entre cualesquiera dos puntos, a saber, una línea recta; para esta métrica alternativa hay una similar unicidad: para cualesquiera dos puntos hay sólo un círculo que pasa a través del Zenit. Estas discordancias muestran que es necesario reformular las leyes de la naturaleza, lo que puede ser hecho sin contradicción con los hechos de la experiencia. Por lo tanto, la estructura métrica global y los hechos de la experiencia determinan la métrica.

La forma de dependencia que resta por considerar es la que supone que la métrica y la estructura global determinan los hechos de la experiencia. La idea básica, de acuerdo con

Carnap, es la que subyace a la práctica científica: se afirma que para una métrica específica las formas físico-espaciales son ordenadas en una estructura métrica particular; y mediante esta determinación los hechos de la experiencia son completamente descritos en sus relaciones espaciales. Es decir, que si presumimos la adecuación empírica de la teoría podemos deducir de ella los hechos actuales de la experiencia. La métrica global y la estipulación métrica posibilitan la representación y derivación finita de la clase infinita de hechos de la experiencia, incluyendo aquellos que no han sido observados.

Este último caso conduce a Carnap a considerar el problema acerca de dónde recae la elección arbitraria en la presentación científica de los hechos de la experiencia a través de la métrica y la estructura global. Adelantando algunos planteos que aparecerán en su trabajo de 1923, Carnap se vuelve contra los convencionalistas y a favor de Einstein. En efecto, de acuerdo con Poincaré y Dingler, una vez que se ha admitido la convencionalidad de la métrica sólo consideraciones prácticas nos inducirán a escoger la métrica global más simple, esto es, la métrica euclídeana. Carnap concede que la métrica euclídeana es la más sencilla, y también concede que la elección puede recaer tanto sobre la métrica global o sobre la medida, es decir, que en principio existe la posibilidad teórica de hacerlo, pero piensa una tercera vía que toma en cuenta a los hechos de la experiencia, esto es, que la elección de alguna de las partes mencionadas sólo tendrá sentido si se tiene en cuenta a los hechos de la experiencia. Así lo expresa: "Rather, a middle way, as it were, is to be followed, that proceeds neither from the simplest S nor from the simplest M, but receives its justification only by virtue of its goal, in that it leads to the simplest structure constituted from our current knowledge" (Ibidem, pág. 40). Sólo de este modo hacemos justicia a los descubrimientos empíricos de la ciencia. La elección de la estructura global o de la métrica es convencional y por ende independiente de la experiencia, rigiéndose por el principio de máxima simplicidad. Pero esta elección debe ser



hecha con un ojo en los hechos de la experiencia, por así decirlo, de modo que el sistema del espacio físico y las leyes de la naturaleza presenten esos hechos de la manera más simple.

Ahora bien, parece que nos encontramos aquí con algo muy similar a la noción de principios a priori relativizados que veíamos en Cassirer y en Reichenbach. En efecto, para Carnap, las convenciones son principios que hacen posible las teorías físico-matemáticas de la experiencia y hay por ende una pluralidad de ellas. Sin embargo, Carnap no se refiere a esos principios como “sintéticos a priori” sino simplemente como convenciones, como principios que se encargan de coordinar los hechos de la experiencia con la teoría física que los presenta y los predice, pero ellos no expresan ni hechos de la experiencia ni condiciones formales de la misma. Su posición es ciertamente similar a la de los filósofos mencionados, pero a diferencia de ellos, Carnap parece dar sentido a una nueva categoría de principios, las convenciones. Así, Carnap parece reservar la categoría de lo “sintético a priori” para las condiciones puramente formales de la experiencia, la forma necesaria, y como mencionamos más arriba, su negativa de dar un fundamento trascendental a la misma, lo encamina a ubicar a la lógica-matemática en el centro de su interpretación de lo a priori. Sin embargo, la lógica formal es incapaz de distinguir relaciones espaciales de otras relaciones fenomenológicamente diferentes, por lo que su apelación a la intuición esencial (*Wessensschauung*) es imprescindible. Más aún, la estructura métrica global del espacio intuitivo garantiza a priori que una estructura métrica pueda ser agregada a esta estructura física topológica.

Permítaseme dirigirme ahora a las relaciones que existen entre los tres tipos de espacios. Carnap introduce esta relación a través del siguiente ejemplo:

“We consider the three propositions:

- (1) Multiplying one number by another yields the same results as multiplying the second by the first.

- (2) Three groups of any four things comprise precisely as many things as four groups of any three things.
- (3) Here are 3 boxes, the number of balls in each is 4; there are 4 boxes with 3 balls in each; so there are just as many balls here as there" (Ibidem, pág. 44)

Según Carnap, la relación de (1) a (2) y de (2) a (3) es la de la regla general a su aplicación, pero varía una de otra. (1) es una limitación de una regla conceptual general a un caso especial, pero mantiene cierta generalidad con respecto a la realidad. (3) es una aplicación de esta generalidad limitada a un caso especial de la realidad. De acuerdo con Carnap, (2) se encuentra en una relación de especificación (sustitución) respecto de (1), ya que lo que se hace es sustituir los términos indeterminados en ésta última por términos determinados; (3) en tanto, está, respecto de (2), en la relación de subordinación, dado que la realidad experiencial se encuentra subordinada a la regla.

Ahora bien, las relaciones entre las geometrías pueden estudiarse siguiendo estas definiciones. Entre la teoría del espacio formal y la del espacio intuitivo se sostiene la relación de especificación, y entre la del espacio intuitivo y la del espacio físico se sostiene la relación de subordinación. Asimismo, este modelo de relaciones se ajusta no sólo a las geometrías sino también a sus respectivos objetos, a saber, el espacio formal, el intuitivo y el físico. En efecto, la relación entre el espacio formal y el intuitivo es la relación entre una estructura con propiedades de orden determinadas pero objetos indeterminados, con una estructura con las mismas propiedades de orden pero objetos determinados, esto es, objetos propiamente espaciales. La relación del espacio intuitivo con el espacio físico, en tanto, es la de una forma de intuición a una estructura, con esta forma constituida por objetos reales.

Una vez que conocemos la forma general de la dependencia entre los tres tipos de espacio, detengámonos en el modo en que Carnap concibe la relación entre cognición espacial y experiencia, y en las fuentes de dicha cognición<sup>108</sup>.

El espacio formal, dado que es un dominio especial de la teoría de relaciones y sus proposiciones son derivadas de un modo puramente lógico desde leyes básicas, es analítico<sup>109</sup> y, por supuesto, independiente de la experiencia. Con respecto al espacio intuitivo, dado que sus axiomas se obtienen a través de un tipo de intuición esencial desde los fenómenos (actuales o imaginarios), sus proposiciones son sintéticas, pero son al mismo tiempo a priori, dado que son independientes del agregado de experiencias actuales. Dado que estos axiomas son válidos sólo infinitesimalmente, en orden a determinar la estructura completa que llamamos “espacio” es necesario agregar ciertos postulados que no son más que estipulaciones convencionales. Lo que posibilita la aplicación de estos postulados es la estructura topológica del espacio intuitivo, la cual, según Carnap: “can be grasped in the essential insight of the spatial” (Ibidem, pág. 46). En relación al espacio físico, la cognición de su estructura es posible únicamente a través de medios observacionales y por lo tanto las proposiciones acerca de ella nunca alcanzan una certeza incondicionada. A su vez, si bien la cognición del espacio topológico surge sobre la base de cuestiones de hecho, su transformación en una de las estructuras métricas es posible sólo por la adición de una métrica libremente escogida.

---

<sup>108</sup> Carnap deja claro en la nota al pie que acompaña al párrafo que estamos comentando, que al hablar de “fuentes” se está refiriendo no al origen empírico o psicológico de nuestra cognición espacial, sino a su fundamento lógico. Por ello cita el famoso *dictum* de Kant en la *KRv*, “... aunque todo conocimiento empiece con la experiencia, no por eso procede todo él de la experiencia” (B-1).

<sup>109</sup> Carnap, al igual que Husserl, desea evitar la terminología kantiana de “a priori-a posteriori / analítico-sintético”. En *Ideas* dice Husserl: “Como ya hice en las *Investigaciones lógicas*, evito en lo posible las expresiones a priori y a posteriori, por afán de evitar oscuridades y ambigüedades que las afectan en el uso corriente y que tanto confunden, así como también a causa de las mal afamadas doctrinas filosóficas que como mala herencia del pasado están entretreídas con ellas” (Husserl, 1949, pág. 12). Carnap, por su parte cree que “these terms are not interpreted and applied in the same way by all sides”. No obstante, como Sarkar (2003) afirma, la usa como una concesión a los lectores neo-kantianos del *Kantstudien*.

Ahora bien, según Carnap, el espacio continúa siendo la condición de posibilidad de la experiencia externa en el sentido de Kant. De acuerdo con la distinción entre forma necesaria y opcional, esas condiciones consisten en aquellas relaciones espaciales que se encuentran pura y exclusivamente en el ámbito de la forma necesaria, en lo que Carnap ha llamado los “hechos”.

Como se ha dicho con anterioridad, esas relaciones se corresponden con las relaciones topológicas, nunca las proyectivas o métricas. Carnap ilustra el sentido de estas condiciones a través de un ejemplo en franca analogía con la teoría de los invariantes de Klein. De acuerdo con Carnap, en la traducción de una lengua a otra lo que permanece inalterado a través de la traducción es el sentido de la proposición en cuestión, no dependiente de la presentación lingüística particular<sup>110</sup>. En los enunciados acerca de “hechos”, el sentido de los mismos, esto es, la forma necesaria de esos hechos, es aquello que permanece inalterado a través de las diferentes presentaciones métricas de los mismos. Esta forma necesaria e “invariante” es la estructura topológica. De acuerdo con esto, Carnap afirma que ha sido un error considerar a la forma espacial euclideana como la única posible, pues lo único necesario en las determinaciones espaciales son las relaciones topológicas, comunes a los diferentes tipos de espacios.

Ahora bien, dado que se ha distinguido entre tres tipos de espacios, la pregunta que surge es: ¿cuál de los tres espacios es la condición de posibilidad de la experiencia externa? La respuesta parece obvia: el espacio intuitivo. En efecto, de acuerdo con Carnap, las relaciones espaciales que forman la condición de posibilidad de todo objeto de experiencia no pueden ser las del espacio físico, dado que este no es independiente de los hechos de la experiencia pues presenta los resultados de la observación en su particularidad. Asimismo, la estructura relacional del espacio formal no puede ser lo que buscamos dado su carácter puramente lógico,

---

<sup>110</sup> Puede advertirse aquí un fuerte símil con la concepción fregeana del “sentido” (Sinn) de una proposición.

analítico. Por consiguiente, las determinaciones del espacio intuitivo, "in their independence of experience and in the general validity accruing to them in virtue of their cognitive source, ..., can alone have this experience constituting validity" (Ibidem, pág. 49).

El espacio intuitivo posibilita tanto la conexión de la estructura de orden que constituye el espacio formal con el espacio físico, como la implementación de convenciones métricas y, por ende, el establecimiento de las teorías físicas. La distinción entre forma necesaria y forma opcional, para la cual Carnap no ofrece más que un argumento de índole matemática relacionado a la teoría de grupos, tiene como objetivo el liberarse explícitamente de una explicación trascendental de la forma topológica de la experiencia. El resultado es un camino hacia la primacía de la lógica-matemática en la construcción de una lógica del conocimiento objetivo, algo que se concretará más explícitamente en el *Aufbau*.

De este modo, queda claro que el tipo de a priori que Carnap defiende en *El espacio*, es abiertamente metodológico, pues el espacio intuitivo condiciona la posibilidad de la descripción del espacio físico, al menos en su forma necesaria. Sobre esta base, puede también afirmarse que su noción es más afín a la idea de "invariantes universales" de Cassirer que a la idea relativizada y convencional de Reichenbach.

## 5.2 La estructura de la física: A priori y convención

Entre su tesis doctoral y la aparición de *La construcción lógica del mundo*, Carnap publica una serie de artículos de gran importancia para nuestra historia. Estos trabajos son: "Sobre la tarea de la física y la aplicación del principio de máxima simplicidad" de 1923; "La tridimensionalidad del espacio y la causalidad" de 1924; "Sobre la dependencia de las

propiedades del espacio de las del tiempo” de 1925; *La formación de conceptos físicos* de 1926; y “Conceptos propios e impropios” de 1927<sup>111</sup>.

Dado los límites de nuestro trabajo, nos vamos a referir al trabajo de 1923<sup>112</sup> por encontrar en él elementos fundamentales para nuestro tópico.

“Sobre la tarea de la física” (en adelante *TF*), comienza con un rechazo al empirismo estricto que conviene citar en extenso:

“In accordance with the way the question concerning the sources of physical knowledge has been heatedly debated over a lengthy interval, perhaps today already it can be said that pure empiricism has lost its dominance. Philosophy, to be sure, pronounced long ago that physics cannot be developed relying only on results of experiments but that non-empirical principles must be used as well. Yet only after exponents of the exact sciences began to investigate the methods of physics and arrived thereby at non-empiricist position, were solutions forthcoming that could satisfy the physicist” (Carnap 1923, pág. 1).

Como es claro en el pasaje, Carnap está rechazando la concepción empirista ingenua que sostiene que todos los principios de las teorías físicas provienen, mediante inducción, de la experiencia. En lugar de esto, afirma que la física parte de principios no-empíricos, pero éstos no deben verse a la manera tradicional, como formas del pensamiento, sino de una manera puramente convencional, aunque esto no equivale a negar, como veremos más adelante, su valor constitutivo. Según Carnap, la física comienza con ciertas estipulaciones que definen el marco general dentro del cual se desarrollarán las investigaciones ulteriores. Estas estipulaciones conciernen a tres postulados teóricos esenciales: el postulado espacial, el postulado temporal, y el principio de acción. El contenido que le sea dado a estos postulados

---

<sup>111</sup> Las referencias de estos trabajos se encuentran en la bibliografía final.

<sup>112</sup> La versión inglesa que usaré aquí fue hecha por los miembros del seminario sobre el *Angban* coordinado por Thomas Ryckman en la universidad de Berkeley. Agradezco al Dr. Richard Creath por su amabilidad en haberme enviado esta traducción.

depende de una libre elección, que descansa, en último término, en un principio pragmático general que Carnap llama "el principio de máxima simplicidad".

De acuerdo con Carnap, las investigaciones debidas a Poincaré y Dingle, han mostrado la necesidad de ver a los sistemas espaciales como producto de una convención y no como verdaderos o falsos del mundo físico. Recuérdese que Poincaré afirmó que a pesar de que la experiencia guía nuestra elección de los sistemas espaciales, nunca determina esa elección, la que debe hacerse siguiendo criterios como el de simplicidad. Los sistemas geométricos son construidos sobre la base de un estándar básico de medida que, a su vez, puede quedar determinado como producto de una creación libre o como consecuencia de la adopción de un sistema geométrico. Este último, a su vez, tiene su origen en una libre elección o sobre la base de un estándar de medida escogido libremente. Es decir, que en cualquier caso, los sistemas geométricos se erigen a partir de una convención, pues tanto pueden surgir sobre la base de un estándar de medida definido previamente, o darse como sistemas completos que entre otras cosas definen su propio estándar de medida.

En relación con la postulación de un sistema temporal, las cosas proceden de manera similar. Se fija un estándar de medida del tiempo con base en un proceso observable en el cual un evento o serie de eventos son recurrentes. Es decir, escogemos un sistema físico que exhibe un *proceso periódico*. A la opinión de que la igualdad de dos segmentos de tiempo no está sujeta a una estipulación arbitraria sino que es algo dado y empíricamente determinado, en la medida en que en la naturaleza dos procesos que se desarrollan de la misma manera son considerados idénticos, Carnap replica de la siguiente manera. Esa afirmación descansa en al menos dos condiciones que a su vez dependen del establecimiento previo de un estándar de medida temporal: en primer lugar, la posibilidad de decidir la igualdad de dos configuraciones espaciales del sistema, y en segundo lugar al afirmar que la medida del tiempo puede

establecerse de acuerdo al mismo curso de procesos de un sistema, y suponer con ello que los sistemas están aislados, esto es, que ninguna fuerza actúa sobre ellos, estamos suponiendo la tercera de las presuposiciones de las teorías físicas, *id est*, el principio de acción y con él, un estándar de medida temporal.

En cuanto a la tercera estipulación, el principio de acción, Carnap advierte de antemano que su aceptación como principio convencional puede ser más controversial. Dice al respecto:

“That space and time measurements are grounded on non-empirical principles does not present great conceptual difficulties. However, that the laws of nature cannot be obtained from mere empirical data even when these measurements are determined, requires a new consideration of the matter, which has been carried out by Dingler”. (Ibídem, pág.3).

Para tomar el propio ejemplo de Carnap (Ibídem, pág. 2), si la masa se define como el cociente de fuerza y aceleración, no podemos medir la masa sin presuponer una ley general de la fuerza. Esto se debe a que, sin tal ley, la fuerza no puede ser determinada sin conocer la masa. Carnap nos recuerda el hecho de que la masa de los cuerpos celestes está determinada, en la mecánica clásica, mediante el uso de la ley de Newton del inverso del cuadrado para la fuerza gravitacional, pero afirma claramente que cualquier otra ley podría ser usada para estos propósitos sin contradecir la experiencia. Es importante resaltar que lo que Carnap está tratando aquí es el hecho, aparentemente ignorado, de que en las leyes de la naturaleza, matemáticamente expresables, ocurren conceptos de magnitud física cuyos valores numéricos y relaciones matemáticas no pueden ser establecidos sin una ley de la fuerza convencionalmente escogida. Para Carnap, el problema no se encuentra en que las leyes de la naturaleza puedan entrar en conflicto con la experiencia futura, esto es un hecho del cual no podemos escapar, sino la cuestión más fundamental acerca de que sin tales estipulaciones



convencionales esas leyes no podrían siquiera ser formuladas, pues los conceptos que allí se involucran no pueden ser determinados sobre la base de la sola experiencia.

Ahora bien, ya habíamos señalado que la elección de estos postulados con los que la física comienza, no ha de hacerse con total arbitrariedad sino siguiendo la máxima pragmática de la “mayor simplicidad”. Sin embargo, Carnap nos dice que esta máxima puede ser empleada o aplicada a dos aspectos diferentes de las teorías físicas. En efecto, de acuerdo con Carnap, es preciso distinguir al menos dos partes importantes en las teorías físicas, la primera tiene que ver con la construcción axiomática de la misma, esto es, con la determinación de sus postulados generales vía una elección convencional; la segunda tiene esencialmente que ver con la aplicación de este sistema de postulados en la descripción del estado del mundo, esto es, “the spatial ordering of things in the world; the temporal course of processes (events) in the world; the empirically ascertained numbers to be ascribed to things, for instance masses” (Ibidem, pág. 3). De acuerdo con la anterior distinción, el principio de “máxima simplicidad” puede ser aplicado o bien a la primera parte de la física o bien a la segunda.

Consideremos un ejemplo simple del propio Carnap. Si consideramos la aplicación del principio de máxima simplicidad a la elección de un sistema geométrico, no hay duda alguna de que escogeremos, entre los sistemas lógicamente posibles, el sistema de Euclides. Este será la base sobre el cual construiremos nuestro estándar de medida, esto es, nuestra noción de “cuerpo rígido” satisfará los axiomas de la geometría euclidea. No obstante, si nuestro interés no se encuentra tanto en llenar el requisito de máxima simplicidad para la parte axiomática de las teorías, cuanto en la utilidad de esos sistemas en la descripción del mundo, entonces nos abocaremos a la aplicación de nuestra máxima a la segunda parte de la teoría física. Según Carnap, Dingle y otros convencionalistas enfatizaron el primer aspecto, la teoría de la relatividad general el segundo, y donde anteriormente se aplicó un sistema geométrico

euclideo para la descripción del espacio físico, se propusieron, sobre la base de consideraciones experienciales, descripciones que involucraban el recurso a sistemas geométricos alternativos y más simples.

Pero hemos estado hablando de las teorías físicas como constando de una parte axiomática y otra de aplicación a la experiencia, sin precisar esto apropiadamente. A fin de que se aprecie mejor el sentido en que el principio de máxima simplicidad se aplica en la práctica científica, el propio Carnap imagina la situación ficticia de un sistema físico que ha alcanzado la completitud teórica. Veamos en qué consistiría tal sistema. Según Carnap, este sistema físico, que encarna una especie de “mente Laplaciana” capaz de predecir cualquier acontecimiento futuro, puede imaginarse como constituyendo tres volúmenes: “The first proceeds in the axiomatic manner (*more geometrico*): it sets a few axioms down and purely logically derives arbitrarily many theorems. It fundamentally employs in deduction only arbitrarily few or even no theorems, without which the entire system of physics would be less in a position to carry out those calculations. ... The entire knowledge content of the first volume rests just in the axioms alone” (Ibídem, pág. 4).

Aquí se concentran los postulados que estudiamos anteriormente, es decir, las determinaciones espacio-temporales y el principio de acción. Estos postulados se presentan, de acuerdo con Carnap, bajo la forma de proposiciones sintéticas a priori que condicionan la significación y el entramado lógico de las leyes naturales que serán empleadas en la descripción de la naturaleza. Sin embargo, es necesario puntualizar que, de acuerdo con la posición convencionalista de Carnap, el sentido de lo a priori que está manejando se aleja ligeramente de la ortodoxia kantiana en la misma dirección que lo hizo Reichenbach. Así lo expresa Carnap:

“The first volume therefore contains synthetic a priori propositions, although not exactly in the Kantian transcendental critical sense. For that would mean that they express the

necessary conditions of the objects of experience, themselves conditioned through the forms of intuitions and of thought. In that case, however, only a possible frame for the content of these volumes is given. In actuality its construction is left to our repeated choice” (Ibidem, pág. 4).

Es claro por las anteriores consideraciones, que Carnap está rechazando la idea kantiana de “formas puras del pensamiento” que restringen el ámbito de lo cognoscible a un único mundo de estructura newtoniana y euclídeana. Como ya Reichenbach lo había hecho en su libro de 1920, Carnap abandona el sentido de necesidad y universalidad de lo a priori, conservando el sentido de constitutividad del objeto de experiencia. Las presuposiciones a priori que están en la base de toda teoría física son producto de una libre elección basada en criterios puramente metodológicos, especialmente el de simplicidad, pues no hay criterios epistémicos que puedan aplicarse para dicha elección. Carnap dice que es más útil caracterizar a esta parte de la física como “hypothetical-deductive system” que usar la terminología kantiana<sup>113</sup>, haciéndose eco del sentido que este término tenía en el empleo que de él se hizo por la escuela de Peano.

El segundo volumen de la física completa contiene un tipo de diccionario que correlaciona los conceptos establecidos en los axiomas del primer volumen con el reino de lo observable. “The second volume produces the mediation between the domain of perception and the domain portraying the object of physical theories. That these two regions are completely separate from one another can scarcely be sufficiently emphasized. The first contains the contents of sensations: colors, tones, tastes, pressures, sensations of heat, and so on, of which, strictly speaking, there is no talk in theoretical physics generally” (Ibidem, pág. 6).

---

<sup>113</sup> A comienzos de los años 30, Popper sostuvo una concepción del conocimiento de líneas muy similares a las expuestas aquí por Carnap. Véase especialmente “Inductivismo y deductivismo” en *Los dos problemas fundamentales de la epistemología: Basado en los manuscritos de los años 1930-33*, Madrid, Técnos, 1978.

A diferencia de Reichenbach, quien sostenía que lo dado en la sensación es algo inconexo e indeterminado y que sólo encuentra determinación en la medida en que es coordinado con una estructura de orden, Carnap afirma la existencia de ciertos “datos sensoriales” (las sensaciones de color, sabor, etc.) que son conectados, mediante el diccionario del segundo volumen, con lo establecido *more geometrico* en el primero. Sin embargo, la diferencia se disuelve en la medida en que Carnap afirma que esos “datos” de los que habla no conducen a una única posible determinación física, sino que pueden ser “interpretados” conceptualmente de maneras alternativas<sup>114</sup>. En este contexto tiene sentido la observación de Carnap de que “The elements of the physical domain and their relations, the physical processes, are determined by the chosen axiom system” (Ibídem, pág. 6).

Como es obvio, esta segunda parte de la física, la que conecta los contenidos de las sensaciones con los postulados teóricos, posee también un sentido esencialmente constitutivo, porque es sólo a través de ella que esas sensaciones son vistas como algo determinado desde el punto de vista de una teoría física. Dado el abandono de la intuición por parte de Carnap, que en *El espacio* oficiaba como la conexión entre las estructuras formales de la lógica pura y las estructuras fenomenológicamente espaciales del mundo físico, el segundo volumen de la física completa viene a suplantarlo en su función mediadora, posibilitando la coordinación del sistema axiomático con el material de las sensaciones.

El tercer volumen contiene una descripción completa del estado físico del mundo para dos puntos arbitrarios del tiempo. La determinación de esta descripción procede desde el volumen 1, obedeciendo los contenidos del mismo, y puede ser traducido, vía el diccionario

---

<sup>114</sup> La posición de Carnap, como la de Reichenbach, recuerda la concepción de Helmholtz explicitada más arriba. Como se recordará, Helmholtz sostiene que las sensaciones son meros signos que no poseen significado o interpretación de suyo propio, hasta que son “leídos” desde algún esquema interpretativo.

del volumen 2, al vocabulario de sensación. Así, este sistema de física completo puede decirnos qué esperar en la experiencia en cualquier punto espacio-temporal.

Ahora bien, una vez presentado el hipotético sistema de física completo, volvamos a la consideración de la aplicación del principio de “máxima simplicidad”. Si uno cree que la parte más importante de la física es el primer volumen, se deberá emplear el axioma de simplicidad de manera tal de maximizar la simplicidad del sistema de axiomas del primer volumen. Si por otro lado, se está interesado en escoger el sistema de física que posibilita la representación más simple de las cuestiones de hecho de la experiencia, uno debe tomar en cuenta también el segundo y tercer volumen de la física. Carnap argumenta a favor de la segunda opción y concede gran importancia al segundo volumen: “Since, however, testing for simplicity the physical processes corresponding to individual sensory contents is easier than testing for simplicity the state for the entire world (which is practically never really known), the criterion is more usefully applied to the second division, and the requirement expressed as follows. Physical axioms are to be chosen so that the physical processes correlated with individual sensory contents and complexes of such are as simple as possible; and among the axiom systems that satisfy this requirement in an equivalent manner, the one that is simplest in itself is to be chosen” (Ibidem, pág. 8).

Esta segunda forma de emplear el principio de simplicidad es dirigida contra Poincaré y Dingle, porque aunque Carnap coincide con ellos en cuanto al valor que concede a las convenciones en el teorizar físico, quiere no obstante dejar lugar a las lecciones recibidas desde la teoría de la relatividad.

De este modo, vemos que en 1923 Carnap se acerca a una concepción del conocimiento científico y de sus principios a priori familiar en varios aspectos a la sostenida por Reichenbach en 1920. En efecto, a diferencia de su compromiso anterior, más afín a la

noción de invariantes lógicos de la experiencia de Cassirer, en este trabajo Carnap abraza una versión de lo a priori relativizado cuya noción epistemológica clave es la de convención, la que a diferencia de *El espacio*, cataloga como enunciados "sintéticos a priori". Lo que lo conduce a sobredimensionar el papel de las convenciones y a dotarlas de un papel constitutivo, es su abandono explícito de la intuición, la que como vimos jugaba un papel fundamental en su tesis doctoral. Esto conlleva a que Carnap acepte una concepción de la cognición científica como "coordinación", la cual es posibilitada por un diccionario que correlaciona los términos del sistema teórico con los contenidos sensoriales. En esta nueva concepción, se proponen dos niveles constitutivos en completa colaboración: en el nivel axiomático los postulados de tiempo, espacio y acción, determinan la significación y el valor lógico de las leyes que serán usadas para la descripción de la naturaleza; esto último, la descripción y/o predicción de acontecimientos en el mundo se obtiene a partir de la coordinación, mediante un diccionario, de la estructura teórica con los datos sensoriales.

Sólo así estos obtienen una significación y estatus objetivo, y pueden ser usados para la contrastación de las hipótesis científicas.

### 5.3 La construcción lógica de la realidad

En los *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, Kant hace la siguiente afirmación: "Afirmo, pues, que en toda teoría particular de la naturaleza no podrá encontrarse ciencia en sentido propio, más que en la medida en que pueda encontrarse matemática en ella" (Kant, I. 1993, pág. 102).

Dentro del proyecto de fundamentación de la ciencia física que Kant intentó hacer, esto es, dentro de su explicación acerca del carácter objetivo y necesario del conocimiento científico, esto venía a querer decir, en otras palabras, que allí donde hay ciencia propiamente

dicha, esto es, conocimiento objetivo y necesario, las matemáticas juegan un papel fundamental.

Como se estudió en este trabajo, el proyecto kantiano puede verse como una respuesta a la pregunta acerca de cómo es posible aplicar las matemáticas a la naturaleza. Su camino para responder dicha pregunta fue intrincado, y supuso la postulación de una división de las facultades cognitivas humanas en intuiciones y conceptos. Como también vimos en este trabajo, Ernst Cassirer, siguiendo los desarrollos de las ciencias formales en el siglo XIX, que probaron la utilidad de la lógica para la explicación de las matemáticas obviando así todo recurso a la intuición, pero manteniéndose fiel al espíritu del kantianismo, concluyó que el origen de toda formación conceptual en el ser humano proviene de una función lógica que concuerda en sus rasgos más estructurales con la moderna noción matemática de función.

En el prólogo a la segunda edición de *La construcción lógica del mundo*<sup>115</sup> de 1928, Carnap expresa: “Su tesis común (la de los filósofos tradicionales) se formula muchas veces, aunque en forma simplificada, así: los sentidos proveen el material del conocer, la razón elabora el material y lo ordena en un sistema de conocimiento. Con ello se impone la tarea de hacer una síntesis del empirismo tradicional y del racionalismo tradicional.

El empirismo tradicional enfatizó con razón el trabajo de los sentidos, pero no reconoció la importancia y la peculiaridad que tienen las formas lógico matemáticas. El racionalismo sí entendió dicha importancia, pero creyó que la razón no sólo puede dar formas, sino que también puede por sí misma producir contenidos nuevos. Por la influencia de Gottlob Frege, con quien estudié en Jena, pero a quien sólo después de su muerte se le dio el reconocimiento general como un excelente lógico, y por el estudio de las obras de B. Russell, se me aclaró, por un lado, la fundamental importancia que tienen las matemáticas para la construcción de un

---

<sup>115</sup> Aquí se citará por la traducción española realizada por Laura Mues, *La construcción lógica del mundo*, México, UNAM, 1988.

sistema de conocimiento; pero, por otro lado, también se me aclaró el carácter puramente lógico-formal de las matemáticas, en el cual se basa su independencia respecto de las contingencias del mundo real” (R. Carnap, 1928, pág. X).

Aquí aparece reflejado claramente, el desarrollo que va desde Kant hasta el idealismo lógico de E. Cassirer. El elemento formal del conocimiento, las viejas categorías kantianas esquematizadas vía la síntesis de la imaginación, han sufrido una transmutación esencial a través de los desarrollos en lógica y matemática, convirtiéndose en principios puramente formales pero que aún constituyen el objeto del conocimiento científico. También se advierte la conexión esencial entre el proyecto de Cassirer en *Concepto-sustancia y concepto-función* y el propio proyecto de Carnap. En este respecto, como se recordará, Cassirer fue crítico con los logicistas por no extender sus nuevos logros más allá del dominio de las matemáticas. A propósito dice Carnap: “A mí me impresionó mucho lo que ya había logrado la nueva lógica, y así reconocí la posibilidad de aplicar fructíferamente su método al análisis y a la formación de nuevos conceptos para todos los dominios del conocimiento y para todos los conceptos de la ciencia de la realidad” (Ibídem, pág. XI).

Este es el proyecto que Carnap intentará llevar adelante en el *Aufbau*, la definición, por medio de rasgos estrictamente lógico-formales, de todos los conceptos de la ciencia.

De interés para nuestro trabajo es el estudio de esa estructura formal que posibilita la constitución y significación de todo concepto y, con ello, del dominio de objetos de la ciencia.



### 5.3.1 ¿Qué significa “constituir” y qué constituimos?

Para comenzar, Carnap llama al proyecto que tiene entre manos “sistema de constitución”<sup>116</sup>. Pero antes de decir qué sea este “sistema” es necesario aclarar qué es lo que se constituye.

Como señalábamos hace un momento, Carnap, al igual que Cassirer, extiende el proyecto logicista de reducción de las matemáticas a la lógica, al ámbito de la ciencia empírica. De acuerdo con Carnap, la teoría pura de relaciones, que tiene su antecedente histórico más importante en las ideas de Leibniz acerca de la “*mathesis universalis*”, ha alcanzado la completitud necesaria requerida por la teoría de la constitución. Esta teoría pura de relaciones es aplicada al “análisis de la realidad”. ¿Qué se entiende aquí por “realidad”? De acuerdo con Carnap, pensadores como Mach, Avenarius, Külpe y Poincaré, han desarrollado la visión de que la realidad puede ser reducida a lo dado. Recuérdese que en la posición de Poincaré explicitada en este trabajo, veíamos precisamente cómo el espacio perceptual surge de la operación intelectual de ordenar y relacionar los datos sensoriales.

De este modo, lo que cuenta como “real” equivale al contenido de nuestras vivencias básicas. Esta “realidad”, definida por el contenido vivencial, es un todo indiferenciado que sólo es posible individuar mediante la introducción de operadores formales que, a través de la construcción de clases y relaciones, conformarán conceptos, que a su vez son los objetos que componen la realidad<sup>117</sup>. Mediante este procedimiento de análisis (o de cuasianálisis como veremos luego), se constituyen los distintos géneros de objetos que componen la realidad, los que coinciden con los diferentes dominios de las ciencias particulares.

---

<sup>116</sup> Coffa (1985) documenta que Carnap había considerado originalmente que el título del libro sería *Prolegomena zu einer Konstitutionstheorie der Wirklichkeit*, y que el título de *Aufbau* fue una concesión a Schlick.

<sup>117</sup> En este punto, como en otros, las concepciones de Carnap y Reichenbach coinciden. Recuérdese que para Reichenbach, lo dado en la experiencia es un todo indiferenciado que sólo obtiene una determinación en la medida en que es coordinado con lo conceptual.

De este modo, los constituyentes de la “realidad” son, para Carnap, los “objetos”, que define como: “ todo aquello acerca de lo cual se puede formar una proposición. De acuerdo con esto, a los objetos no sólo pertenecen las cosas, sino también sus propiedades, conexiones, clases, relaciones, estados y procesos, así como también lo real y lo irreal” (Ibídem, pág. 3).

En opinión de Carnap, hablar indistintamente de “objetos” y “conceptos” significa que no existe diferencia lógica alguna entre el que un signo refiera a un objeto o a su concepto, sino a lo sumo a una diferencia psicológica o de representación<sup>118</sup>. Según su modo de ver las cosas, hablar de “constitución” de objetos es una forma de hablar que evita las disputas entre realistas e idealistas. Veamos a qué se refiere con esto. En primer lugar conviene distinguir, tal como lo hace Carnap, entre el concepto empírico de “realidad” y el metafísico. El concepto empírico de “realidad” es el que aparece en las ciencias de la realidad, y es un concepto que posibilita distinguir entre un objeto empíricamente real de uno producto de la imaginación. De acuerdo con Carnap, el proceso de constitución y determinación de un objeto como “empíricamente real” tiene esencialmente dos momentos: en primer lugar, se lleva a cabo la constitución del objeto desde un nivel inferior (por un procedimiento aún no explicado), por ejemplo, en el caso de las cosas físicas su constitución como clases de puntos físicos que están situados en haces conexos de líneas-universo; un segundo momento consiste en la introducción del objeto constituido dentro del sistema total tetradimensional del mundo espacio-temporal de la física<sup>119</sup>. Si se cumplen estas dos condiciones, entonces el objeto considerado es “real”. Si por el contrario, no se da la segunda condición, entonces se ha constituido un objeto “irreal”. Nótese que, según Carnap, no hay criterio ni externo ni sensorial que nos ayude a distinguir

---

<sup>118</sup> Es decir, que si en un enunciado acerca de un objeto cambiamos el nombre del objeto por su concepto no cambia el valor de verdad del enunciado en cuestión, sino su valor epistemológico.

<sup>119</sup> Carnap sigue aquí a Minkowski, quien sostuvo que muchos aspectos desconcertantes de la teoría especial de la relatividad podían dejar de serlo si el acontecer natural se concibe, no ya como la evolución en el continuo unidimensional del tiempo de cuerpos situados en el continuo tri-dimensional del espacio, sino como formando él mismo un continuo de cuatro dimensiones, que llamó *el mundo* y que hoy conocemos como *espaciotiempo*.

entre una cosa real e irreal, sino su inserción dentro de un sistema de objetos ya constituidos, esto es, dentro de un sistema conceptual. De acuerdo con lo anterior, es posible distinguir una alucinación de una percepción real sólo sobre la base de que la percepción en cuestión sea reconocida intersubjetivamente como una percepción real. Así, para decirlo en términos que serán habituales en la filosofía posterior de Carnap, toda pregunta de existencia tiene una respuesta desde un sistema de conceptos. Esto último nos conduce al segundo sentido de “realidad”, el metafísico. Según Carnap, estamos en el sentido metafísico de “realidad”, cuando se pregunta por la realidad de las cosas independientemente del sujeto cognoscente. Este sentido ha conducido a la disputa entre realistas, idealistas y fenomenalistas. Parece que cada una de estas escuelas va a postular como “real” cosas enteramente distintas: el realismo sostendrá que tanto los objetos físicos como los de la psique ajena son reales, el idealismo negará la existencia de los objetos físicos y postulará la de los objetos de la psique ajena y aún los de la psique propia; finalmente, el fenomenalismo también negará la existencia de los objetos físicos, en tanto que afirmará la de los objetos de la psique propia.

Veamos entonces en qué sentido puede la “teoría de la constitución” coincidir con el realismo, el idealismo y el fenomenalismo.

Debe decirse de antemano que la “teoría de la constitución” coincidirá con estas corrientes, en lo que a afirmaciones de realidad se trata, únicamente en el sentido “empírico” de realidad, esto es, en el sentido de los objetos “que ya están integrados en el sistema completo del género de objetos en cuestión” (Ibídem, pág. 329).

De acuerdo con el sentido de realidad empírica, puede decirse que la teoría de la constitución, al igual que el realismo, afirma lo siguiente: a) es posible distinguir los objetos reales de los irreales (en el sentido de su inserción en un todo conceptual, como fue explicado con anterioridad); b) los objetos reales pueden ser considerados intersubjetivos en la medida en

que pueden ser integrados y ordenados en los sistemas de otras personas, y en que es posible corregir y confirmar los objetos en mi propio sistema, mediante la información que me dan otras personas (véase, *supra*); c) los objetos empírico-reales son independientes de que sean conocidos si también perduran en el tiempo en que no se dan a mis vivencias o a las de otras personas (se afirma la realidad independiente de los objetos constituidos con relación a la experiencia actual de un sujeto potencial); d) una vez constituidos, puedo afirmar la independencia de los objetos empírico-reales si una vivencia con el deseo de cambiarlos, no tiene como consecuencia un cambio en el comportamiento del objeto, salvo que se trate de una interacción física; e) los objetos empírico-reales siguen regularidades según leyes y pueden predecirse. Con relación al idealismo, Carnap señala su concórdancia con tres de sus formas, a saber, el idealismo subjetivo, el solipsismo, y el idealismo trascendental. Con el primero coincide en la asunción acerca de la reducción de las proposiciones acerca de objetos en proposiciones acerca de estructuras de lo dado. Con el segundo, la postulación de que lo dado son *mis* vivencias. Con el tercero, en tanto, la teoría de la constitución “concuerta en la concepción de que todos los objetos del conocimiento son constituidos (dicho en el lenguaje del idealismo: “son generados en el pensar”) (Ibidem, pág. 330). En cuanto al fenomenalismo, aparte de su rechazo de la aseveración de la realidad de las “cosas en sí”, Carnap acepta su tesis principal acerca de la existencia de lo real fuera de la psique propia.

De este modo, la teoría de la constitución parte de lo dado en las vivencias, reduce lo anterior a proposiciones acerca de conexiones entre estructuras de lo dado, y sólo después surgen objetos de conocimiento propiamente dichos. Estos objetos son empíricamente reales en la medida en que son introducidos y evaluados a la luz de un sistema, y poseen los atributos que el realismo les asigna. Así, “concepto” y “objeto” son intercambiables para la teoría de la constitución, y en esta asunción Carnap no demuestra ninguna de las inquietudes que Coffa

afirma que son comunes entre los miembros de la tradición semántica cuando se trata de hablar de “constitución de *objetos*”.

Volvamos entonces al “sistema de constitución”. De antemano Carnap nos advierte que el propósito del sistema de constitución no es una mera clasificación de los conceptos en géneros y clases diferentes, antes bien, su meta es, precisamente “constituir” o conformar todos y cada uno de los conceptos de la ciencia desde ciertos elementos básicos. Esto es, su tarea es establecer la naturaleza de cada concepto que pertenece a la red cognitiva que llamamos “ciencia”, a partir de conceptos básicos. A su vez, este sentido de “constitución” se encuentra emparentado con la idea de “reducción”. Según Carnap, “se dice de un objeto que es “reducible” a uno o más objetos, si todas las proposiciones acerca de él pueden ser transformadas en proposiciones acerca de otros objetos” (Ibidem, pág. 4). El concepto de “transformación” sirve aquí para dar un sentido intuitivo de lo que se busca. La idea de “reducción” consiste en encontrar una regla general que indique la manera en la cual una proposición acerca de un objeto *a* puede ser traducida a una proposición acerca de *b, c*. Más adelante, en la sección 35, se da una caracterización más precisa de estas nociones. No obstante, para una comprensión cabal de estas precisiones es necesario aclarar algunas nociones previas.

De acuerdo a una distinción establecida por Frege, los signos del lenguaje pueden ser divididos en dos clases: los que tienen referencia sólo con relación a otros signos, y los que por sí mismos tienen una referencia independiente. Desde un estricto punto de vista, afirma Frege, sólo las expresiones completas, esto es, los signos combinados en proposiciones, tienen referencia. Sin embargo, observa Carnap, es necesario distinguir entre aquellos signos que no conforman en sí mismos una proposición, sino que aparecen en la ciencia como signos parciales de una proposición, y el resto de los otros signos parciales de las proposiciones. A los

primeros corresponden los “nombres propios”, es decir, los signos que denominan un objeto individual concreto y tienen una referencia relativamente independiente. A estos se contraponen los llamados “signos incompletos” o “signos insaturados”, de los que hablamos brevemente en la sección anterior. Como dijimos, si en un enunciado eliminamos uno o más nombres de objetos, decimos que el signo incompleto restante designa una función proposicional. Así, por ejemplo, si al enunciado “Zacatecas está al norte de México” le quitamos los nombres propios, obtenemos la función proposicional “...está al norte de...” cuyos lugares vacíos pueden ser ocupados por una variedad de argumentos, siempre y cuando estos sean “permisibles”, esto es, que den sentido a la proposición resultante. Las funciones proposicionales con un solo lugar de argumento son llamadas “propiedades”, mientras aquellas que tienen más de un lugar de argumento son llamadas “relaciones”. De esto se sigue que toda función proposicional representa un concepto, ya sea éste una propiedad o una relación. Asimismo, se dice que dos funciones proposicionales tienen la misma *extensión* o son *coextensivas*, si cada uno de los objetos que satisface una satisface también la otra. Estos preliminares son suficientes para explicitar la definición exacta de “reducibilidad” y “constitución” aclaradas sólo informalmente antes.

De acuerdo con Carnap, si para una función proposicional en la que aparecen los signos “a”, “b”, “c”, existe otra función proposicional coextensiva con la anterior pero en la que aparecen sólo los signos “b”, “c”, entonces decimos que la primera función proposicional es reducible a la segunda. Puesto en términos de “traducción” de enunciados, decimos que un objeto puede ser reducido a otros, si todas las proposiciones acerca de él pueden ser traducidas a proposiciones que ya solo hablan acerca de los otros objetos. Esta noción de “reducibilidad” se encuentra íntimamente relacionada con la de “constitución”. “Constituir” un concepto a partir de otros “significa dar una “definición constitucional” sobre la base de otros

conceptos" (Ibidem, pág. 64). Una "definición constitucional" es una regla de traducción que indica cómo una función proposicional en la que aparece un signo "a", puede ser transformada en una función proposicional coextensiva, en la que ya no aparece aquél signo sino solamente "b" y "c". Nótese que la "definición constitucional" es más precisa que la simple reducibilidad, dado que la primera especifica mediante una definición (una definición explícita), qué expresiones en las que aparecen "b" y "c" sustituirán a una expresión en la que aparece sólo "a". Este procedimiento definicional puede hacerse de dos maneras diferentes: el caso más sencillo procede desde el signo básico y los otros signos ya conocidos, y elabora un signo compuesto que siempre puede ser colocado en el lugar del signo del nuevo objeto, si este ha de ser eliminado. Por ejemplo, si se conocen el número 1 y la operación +, entonces los números siguientes pueden ser definidos explícitamente así: "2=df 1+1", "3=df 2+1", etc., donde df debe leerse como "debe ser igual por definición". El segundo procedimiento se presenta si no es posible dar una definición explícita de un objeto con base en otros objetos conocidos, y consiste en una definición operacional. En este caso, lo que hacemos es "introducir" un nuevo signo antes que explicarlo en relación con otros. La definición operacional se aplica a funciones proposicionales de modo que se garantice la aplicación a todos los enunciados que tengan una forma proposicional determinada. Consiste en contraponer las designaciones de dos funciones proposicionales, de las cuales una contiene el nuevo nombre del objeto, la otra sólo los nombres de los objetos ya constituidos, y en ambas deben presentarse las mismas variables; con ello, la segunda expresión debe ser propuesta como traducción de la primera. Por ejemplo, se dan por conocidos los conceptos de número natural y de multiplicación, y se pretende definir el concepto de *número primo*. Dado que la expresión "número primo" no es una expresión designativa, debe definirse operacionalmente indicando la referencia que debe tener una proposición de la forma "*a* es un número primo", en la cual *a* es un número. Esta

referencia debe ser indicada introduciendo una función proposicional que se refiera a lo mismo que la función “ $x$  es un número primo”, que contenga solamente signos conocidos; o sea, que pueda servir como regla de traducción para las proposiciones de la forma “ $n$  es un número primo”. La forma de esta definición sería: “ $x$  es un número primo” =df “ $x$  es un número natural;  $x$  tiene tan sólo 1 y  $x$  como divisores”.

Como se aprecia con claridad en los ejemplos mencionados, a través de una definición explícita no se asciende a un nuevo nivel de constitución, pues el objeto constituido tiene parentesco de esfera<sup>120</sup> con algunos de los objetos previamente constituidos. El caso de la definición operacional es más interesante porque posibilita el paso a un nuevo nivel de constitución. En efecto, de acuerdo con lo anteriormente explicitado, mediante una definición operacional se indica que una función proposicional, que es expresada con ayuda de un nuevo signo, se refiere a lo mismo que una función proposicional que es expresada sólo con los signos anteriores. Por “se refiere a lo mismo” se indica que dichas funciones proposicionales son coextensivas, es decir, son satisfechas por los mismos objetos. Dado esto, puede decirse que en la definición operacional podemos colocar en el lugar de la segunda función proposicional, cualquier otra función que sea coextensiva con ella. Así, la función proposicional expresada con el nuevo signo pertenece a la clase de todas las funciones que son coextensivas con ella. De esto se sigue, de acuerdo con Carnap, que lo que surge mediante una definición operacional es o bien una clase o bien una relación, ya se trate de que la función proposicional tenga un lugar de argumento o varios.

Ahora bien, hemos estado aclarando cuestiones acerca de la naturaleza y forma del sistema de constitución. Ya sabemos, *grosso modo*, qué significa “constituir”, qué es lo que se constituye, y cómo se constituye. Ahora es tiempo de introducirnos en el problema de la forma

---

<sup>120</sup> Dos objetos tienen parentesco de esfera si hay un lugar de argumento en una función proposicional en la cual los dos nombres de objetos son argumentos permisibles.



de las proposiciones de la ciencia. Aquí, por supuesto, la noción clave es la de “estructura”, y de ella nos ocuparemos en la siguiente sección.

### 5.3.2 Estructura y objetividad

Jöelle Proust ha definido la tesis del estructuralismo en el *Aufbau* como “...not only a proposition of theory of knowledge; it is an “architectonic” thesis that defines the *object* of science as well as its *development* while it simultaneously founds the objectivity of the system”(Proust, 1989, pág. 179). Esto es, la tesis del estructuralismo posibilita no sólo la constitución de todo el reino de los objetos de la ciencia, sino también la unidad de este dominio, y lo que es más fundamental, su objetividad.

El primer asunto que surge respecto a los anteriores propósitos de la tesis estructuralista y que Carnap advierte de inmediato es: “cómo es posible establecer un sistema formal de constitución, el cual, a pesar de ser formal, contiene todos los objetos (en principio, aunque no de hecho)” (Ibidem, pág. 17). Es decir, cómo es posible sobre la base de definiciones puramente lógico-estructurales, constituir un dominio de objetos, o para ponerlo en términos más crudos, cómo es posible que la lógica formal pueda oficiarse como herramienta constitutiva de los objetos. Este asunto, crucial para la presente investigación, me ocupará más adelante, mientras tanto permítaseme seguir a Carnap en la elucidación de la noción de estructura.

Carnap comienza por distinguir dos modos en los cuales es posible hacer una descripción de un objeto, a saber, una descripción de propiedades y una descripción de relaciones. La primera consiste en especificar qué propiedades se le atribuyen a los objetos particulares de un dominio. La segunda señala las relaciones que existen entre los objetos, sin atender a los objetos particulares aislados. Según Carnap, aunque es posible ir de un tipo a otro

de descripción, y en cierta forma ambos son genuinos modos de describir los objetos, en su opinión, los estadios más avanzados de la ciencia excluyen las descripciones del primer tipo, mientras que intentan acercarse lo más posible al ideal de una teoría pura de relaciones. Aquí ya se advierte el símil con la concepción de Cassirer desarrollada en el capítulo anterior. Como se recordará, según Cassirer, el método tradicional de formación de conceptos por abstracción de propiedades de las cosas, se ha demostrado como esencialmente problemático y falso en sus raíces. En su lugar, Cassirer articula un procedimiento de formación de conceptos que es fundamentalmente relacional en la medida en que concatena en una serie de similares los miembros de la extensión de un concepto. De la misma manera, Carnap parte de una primacía de las relaciones frente a las propiedades, pero su método descriptivo no consiste en la mera enumeración de las distintas relaciones, antes bien, lo que le interesa de las relaciones son sus propiedades meramente estructurales, esto es, aquello que puede decirse de una relación haciendo abstracción no sólo de las propiedades particulares de los términos del dominio, sino también de la relación misma. De esto se sigue que una relación puede compartir las propiedades estructurales con otra y sus dominios de objetos ser de naturaleza totalmente diferente. En este caso se dice que las relaciones tienen la misma estructura o son isomórficas<sup>121</sup>. Así, por ejemplo, las relaciones de amistad y de misma edad son ambas simétricas y, por lo tanto, a pesar de que hablan acerca de cosas diferentes, comparten su propiedad estructural.

De acuerdo con Carnap, todas las proposiciones de la ciencia se refieren, en última instancia, a las propiedades estructurales de las relaciones que definen sus objetos. Pero a esto puede surgir de inmediato un problema del cual el propio Carnap es consciente, a saber, que es

---

<sup>121</sup> Como se recordará, esta es una de las características más importantes del "espacio formal" que Carnap define en *Der Raum*. Asimismo, la idea es deudora del "principio de dualidad" de la geometría proyectiva, desarrollado por Poncelet, Gergonne, Chasles, Plücker y otros (véase el capítulo dos).

aceptable que ciencias como las matemáticas formulen proposiciones únicamente acerca de estructuras, pero no es tan claro cómo las llamadas “ciencias de la realidad” pueden hacer abstracción de sus contenidos, pues estas deben de ser capaces de dar criterios para diferenciar las diversas entidades de las que se ocupan. Esto es, se trata de que las proposiciones que las ciencias formulan sirvan como criterios de individuación de los fenómenos particulares, pero *prima facie* mediante una descripción puramente estructural no podemos hacer tal cosa.

El reto es, pues, proporcionar un sistema de descripción de objetos que, haciendo abstracción de las determinaciones ostensivas individuales, sea capaz, por medio de una descripción puramente estructural, de individuar los objetos de un dominio. En otras palabras, el desafío está en mostrar cómo una descripción de estructuras, la cual forma “el nivel más elevado de formalización y abstracción” (Ibídem, pág. 22), puede ser descriptiva de los objetos fenoménicos.

Quizás sea útil, antes de considerar el ejemplo de Carnap de una “caracterización pura de una estructura”, atender a las observaciones que hace respecto de las diferencias de este método con el método de las definiciones implícitas defendido por Schlick. Como vimos oportunamente, Schlick, siguiendo a Hilbert, sostiene que en su búsqueda de mayor precisión en la determinación de los hechos de la realidad, la ciencia se eleva por encima del uso de imágenes propio de la cognición ordinaria, y establece redes conceptuales que define implícitamente mediante un sistema de axiomas. Como también se apuntó antes, esta propuesta, en cuanto aplicada a los conceptos de la ciencia natural, adolece de un serio inconveniente, a saber, que los conceptos de la ciencia natural no pueden ser definidos simplemente por el hecho de que satisfacen este o aquél sistema consistente. Uno y el mismo sistema de axiomas puede, por ejemplo, proporcionar las características estructurales de una red ferroviaria o de una red telefónica. De lo que carece un sistema de tal tipo es de la

conexión con la realidad empírica. Por el contrario, la propuesta de Carnap no sólo intenta explicar la búsqueda de precisión por parte de la ciencia, sino también la objetividad de la misma, es decir, el que sea capaz de aplicar sus estructuras conceptuales a la realidad empírica. Para ello opone una concepción logicista a la puramente formalista de Schlick. En efecto, de acuerdo con la diferencia general entre logicismo y formalismo, lo que Carnap busca es un tipo de sistema formal que, siendo formal, sea igualmente capaz de suministrar definiciones explícitas de los conceptos involucrados. El punto central de la crítica de Carnap al formalismo de Schlick es el siguiente: “Las proposiciones que después se forman como definiciones implícitas de un objeto, resultan de la deducción a partir de los axiomas, o sea que también resultan de un proceso puramente lógico. Visto con mayor precisión, no es un objeto (o concepto) determinado el que se define implícitamente mediante un axioma, sino una clase de objetos, o si se quiere, un objeto “indeterminado” o un concepto “inauténtico”” (Ibidem, pág. 28). Esta terminología está tomada de un ensayo anterior al *Aufbau* titulado precisamente “Eigentliche und uneigentliche Begriffe” (“Conceptos propios e impropios”) de 1927. De acuerdo con Carnap en este ensayo, los *conceptos propios* son aquellos definidos dentro de un sistema constitucional, mientras que los *impropios* son aquellos definidos por un sistema de definiciones implícitas. Entre los primeros cabe distinguir los conceptos formales y los empíricos, siendo los primeros los conceptos de la lógica y las matemáticas y los segundos los conceptos de objetos reales. Los segundos, en tanto, son conceptos puramente formales como los que se siguen de los axiomas de Hilbert para la geometría Euclideana. Como se expresa en el pasaje citado, el problema más fundamental que Carnap ve en los sistemas de definiciones implícitas es que esas definiciones no determinan *un* objeto sino una clase de ellos, y por lo tanto no proporcionan ninguna información empírica.

Lo que Carnap necesita, por otro lado, es un método de definición que sea formalmente suficiente para constituir paso a paso el edificio completo de los objetos científicos, pero que sea superior a la definición implícita en la medida en que mantenga conexión entre los conceptos definidos y la realidad empírica, o, más precisamente, que dé lugar a un conocimiento sintético. Este método es el de las *descripciones definidas puramente estructurales*. Una descripción tal distingue un objeto unívocamente sobre la base de los rasgos estructurales de las relaciones en las cuales se encuentra con otros objetos en un dominio.

Consideremos un ejemplo simplificado del que Carnap propone en la sección 14. Supongamos la red de metro de la Ciudad de México. La tarea consiste en identificar una estación determinada valiéndonos de las relaciones entre todas las estaciones. La relación importante para la construcción ( $R$ ) es la relación “siguiente”, y el rasgo de la estructura de  $R$  que posibilita la formación de la descripción definida puramente estructural es la existencia de estaciones con diferentes números de vecinos. Lo más sencillo para comenzar nuestra descripción es identificar una estación que se distinga de las demás por su número de vecinos.

En nuestra red de metro la estación que tiene más número de vecinos es la que tiene exactamente cuatro y la llamaremos por su verdadero nombre: “Pantitlán”. Ahora definamos, valiéndonos de la caracterización de “Pantitlán”, algunas otras estaciones importantes: “Aragón” se encuentra a cuatro estaciones de “Pantitlán”; “Peñón viejo” a cinco; “Centro médico” a ocho y “Moctezuma” también a cinco. Si ahora quiero explicarle a alguien dónde se encuentra la estación “Eugenia”, puedo hacerlo de la siguiente manera: hay una y sólo una estación con exactamente dos  $R$ -vecinos uno de los cuales se encuentra en la relación  $R$  con una estación que a su vez está en la relación  $R$  con “Centro médico”, la cual está definida por encontrarse a ocho estaciones de “Pantitlán”. De la misma forma, puedo definir mediante una descripción puramente relacional cualquier otra estación de la red del metro.

De acuerdo con Carnap, si la relación escogida no tiene las características estructurales necesarias para especificar los objetos individuales en su dominio, este no es el fin de la cuestión. En tales casos, aconseja aumentar el número de relaciones hasta dar con la descripción puramente estructural. Se puede apelar a relaciones geográficas o a otras relaciones entre las estaciones, por ejemplo, a las características físicas que diferencian una estación de la otra y aún a las relaciones históricas entre ellas, esto es, a las fechas en que fueron construidas. Y si aún así no logramos caracterizar la estación en cuestión, es decir, si encontramos que la caracterización se ajusta a más de una estación, entonces dichas estaciones son indiferenciables, al menos desde un punto de vista objetivo. Esto quiere decir que el éxito de este método no puede ser garantizado a priori, pero es una presuposición necesaria de la posibilidad de una ciencia racional y puramente intersubjetiva. En todo caso, el problema de las coincidencias entre las estructuras de las relaciones queda solucionado a través del énfasis de Carnap de que tales relaciones estructuralmente idénticas pueden ser distinguidas por su lugar específico dentro de la "red" total de relaciones. Es por esta razón que es tan importante para Carnap la tesis de la unidad del dominio de objetos de la ciencia defendida tempranamente en el numeral 4. Sólo si todos los conceptos son parte de un único sistema interconectado de conceptos, es que podemos esperar hacer lo que la nueva concepción de la objetividad científica de Carnap debe hacer: discriminar todos los conceptos sobre la base de sus propiedades puramente formales o estructurales. Esta es la meta de la investigación científica pura, obtener una descripción del mundo en términos puramente formales, esto es, objetivos.

La meta consiste, como ya había afirmado Cassirer siguiendo a Einstein, en lograr una desobjetivización de las descripciones del mundo, elevándose por encima de los contenidos particulares hacia formas o estructuras intersubjetivamente válidas. Este propósito, de clara raigambre kantiana, difiere, como es también claro, de la posición original de Kant en que la

noción de forma o estructura en cuestión es puramente lógica, entendida solamente en términos de la lógica formal. Como se señaló en el primer capítulo de este trabajo, para Kant, la lógica formal es totalmente inadecuada para la constitución de la objetividad, la que necesitamos complementar con una lógica trascendental que hace referencia esencial a la intuición: las intuiciones puras de espacio y tiempo. Ahora, en el contexto de una concepción mucho más poderosa de la lógica formal heredada por Frege y Russell, Carnap encuentra innecesaria la apelación a las formas de la intuición, y espacio y tiempo ya no tienen estatus especial alguno. Sin embargo, la raíz más profunda de la aplicación de la lógica formal con propósitos constitutivos por parte de Carnap, proviene de la obra de Cassirer.

En efecto, como veremos dentro de un momento, al introducir el componente formal básico desde el cual erigir el sistema de conceptos, Carnap reconoce el legado de Cassirer: “Cassirer ha demostrado que una ciencia, cuyo objetivo es determinar lo individual por medio de un conjunto completo de leyes, sin que aquello pierda su individualidad, debe usar, no conceptos de clase (“de especie”), sino *conceptos de relación*, ya que éstos permiten formar series, y con ellas se pueden establecer sistemas ordenatorios. .... El mérito de haber descubierto la base necesaria del sistema de constitución lo tienen dos tendencias filosóficas completamente diferentes y muchas veces hostiles entre sí. El *positivismo* ha acentuado que el único *material* del conocimiento es lo *dado* a las vivencias, lo no elaborado; en lo dado hay que buscar los elementos básicos del sistema de constitución. Sin embargo, el *idealismo trascendental*, especialmente el de tendencia neokantiana (Rickert, Cassirer, Bauch), ha subrayado con razón que esos elementos no son suficientes y que es necesario añadirles *postulados ordenatorios*, es decir, nuestras “relaciones básicas”(Ibídem, pág. 143).

En efecto, como recordamos de nuestra exposición anterior, Cassirer enfrenta el problema de cómo la ciencia que es esencialmente abstracta puede tratar adecuadamente con la

realidad de la experiencia, que es esencialmente concreta. De acuerdo con Cassirer, el problema sólo se plantea bajo la presuposición equivocada de interpretar la generalidad de la ciencia en términos de la generalidad del concepto de *genus* de la lógica tradicional. En cambio, para Cassirer, el rasgo peculiar de los conceptos científicos radica en su función de ordenar lo dado en secuencias y localizar su posición fija dentro de esta secuencia. Desde este punto de vista, no surge ningún “vacío lógico” entre lo general y lo particular, ya que es la tarea misma del concepto general hacer posible y exhibir la conexión y el orden de lo particular. Por lo tanto, el proceso de ordenar lo particular de esta manera no destruye su particularidad, sino que conduce a su desmaterialización, ya que reemplaza las determinaciones de lo particular a través de un complejo de atributos perceptuales por su determinación a través de un complejo de relaciones no-perceptuales; y en este proceso de “idealización” la determinación completa de lo particular a través de un complejo de relaciones, funciona como una idea regulativa que fija la dirección de la cognición como un punto infinitamente distante.

La versión de Cassirer de la posición clave del idealismo de la escuela de Marburgo de que todo el contenido del pensamiento debe ser en sí mismo un producto del pensamiento, encuentra su paralelo en la insistencia de Carnap de la primacía de la forma sobre el contenido.

Veamos esta cuestión con detalle. Carnap comienza por afirmar la primacía de las relaciones básicas sobre los elementos básicos. La razón de ello estriba en que sólo comenzando desde esas relaciones básicas es posible construir los diferentes ámbitos de objetos que constituyen el dominio total de la ciencia, pues, como afirmamos más arriba, todos los niveles de objetos de la ciencia son o bien clases o bien relaciones de los objetos de niveles inferiores. De acuerdo con Carnap, es posible escoger como elementos y relaciones básicas del sistema de constitución entre una base constituida por objetos físicos y sus relaciones, o bien



una constituida por objetos psíquicos y sus relaciones. A su vez, si optamos por esta segunda forma, es posible comenzar la constitución desde objetos psíquicos generales o privados.

Es necesario aclarar que, en opinión de Carnap, es independiente del orden lógico de la teoría de la constitución el que se escoja una u otra base para el sistema. Es decir, podemos igualmente bien comenzar desde una u otra base y reconstruir el orden lógico de los conceptos. No así si lo que nos interesa es el orden epistemológico de los mismos<sup>122</sup>. De acuerdo con Carnap, a la teoría de la constitución le interesa presentar "... no sólo el orden lógico-constitucional de los objetos, sino además su orden epistemológico" (Ibidem, pág. 116). A esto último lo llama Carnap la tesis de la "primacía epistemológica". En la sección 54 Carnap explica: "Un objeto (o un género de objetos) se llama "epistemológicamente primario" respecto a otro, llamado "epistemológicamente secundario", si el segundo es conocido por la mediación del primero, por lo cual el conocimiento del segundo presupone el conocimiento del primero" (Ibidem, pág. 100).

En su búsqueda por una justificación y fundamentación de los conocimientos tenidos por válidos, la epistemología trata de encontrar un tipo de conocimiento sobre el cual fundar la validez de esos otros. Así, la labor de justificación se encuentra relacionada a un tipo de actividad de "reducción" de unos conocimientos a otros. Es importante distinguir con cuidado la diferencia entre este tipo de análisis y el análisis propiamente lógico al que se hacía

---

<sup>122</sup> Friedman (1999), Richardson (1995) y otros, ha insistido con razón en que la motivación básica de la teoría de la constitución es precisamente dar las directrices más generales o una teoría acerca del modo de engrar sistemas conceptuales. No obstante, si viéramos únicamente este aspecto, perderíamos las cosas que Carnap tiene para decirnos desde el punto de vista de la constitución de un sistema empírico de conocimiento, y con ello la importancia epistemológica del *Aufbau*. Dado que nuestro trabajo se interesa en los aspectos epistemológicos de la noción de a priori, daremos más relevancia a la tesis de la "primacía epistemológica" que lo que usualmente se ha hecho

referencia. Para ello pueden ser útiles las reflexiones que Carnap hace en otro de sus trabajos de esta época *Pseudoproblemas en la filosofía. La psique ajena y la controversia sobre el realismo* (1928)<sup>121</sup>.

La diferencia fundamental entre el análisis epistemológico y el lógico es que, aunque este último también nos enseña la derivación de la validez de determinados postulados a partir de otros, en este tipo de derivación sólo se lleva a cabo una mera reorganización de los conceptos. Es decir, exhibiendo las derivaciones estrictamente lógicas entre un enunciado y otro, se nos muestra el modo en que los conceptos que componen el enunciado derivado ya están supuestos en los enunciados desde los cuales se derivan. El centro del análisis epistemológico, o de la derivación epistemológica, en cambio, es antes bien que en el contenido epistemológico de los enunciados a analizar hay un concepto que no aparece en los presupuestos. Es decir, que el reto del análisis epistemológico consiste en dar cuenta de la naturaleza y validez del contenido cognoscitivo de todos los conceptos desde niveles inferiores, donde dichos conceptos no se encuentran de una manera explícita. Entonces, de acuerdo al propósito de presentar tanto el orden lógico como el epistemológico de los objetos, se comienza por los objetos de la psique propia, los cuales al ser sometidos a un proceso formal redundarán en los diferentes géneros de objetos que componen el dominio de la ciencia.

La asunción de esta base en lo psíquico privado o base "solipsista", como también la llama, puede conducir a por lo menos dos malentendidos que Carnap se encarga de discutir de inmediato, a saber, primero, el que se vea en ello un compromiso con el supuesto básico del solipsismo, que afirma que sólo las vivencias de un sujeto son reales, negando dicha realidad a las de otros sujetos; y en segundo lugar, el peligro de la pérdida de objetividad si se elige como base del sistema a la psique propia.

---

<sup>121</sup> R. Carnap *Scheinprobleme in der Philosophie. Das Fremdpsychische und der Realismustreit*, Felix Meiner Verlag, Leipzig. Hay versión española de Laura Mues de Schrenk *Pseudoproblemas en la filosofía. La psique ajena y la controversia sobre el realismo*, UNAM, México, 1990.

En cuanto al primer punto, Carnap sostiene que debe hacerse abstracción de toda afirmación de realidad o no-realidad de dichas vivencias<sup>124</sup>, pues al momento del darse efectivo de las mismas no se poseen los diferentes géneros de objetos que se constituirán posteriormente y que servirán como medios de determinación de los contenidos de esas vivencias. Por esta razón, es preferible hablar de la “corriente de vivencias”, lo que evita hacer referencia no sólo a los elementos que las constituyen sino también al posible sujeto de esas vivencias, porque aún los conceptos de “psique” y “mía” surgirán en un nivel de constitución posterior. Es decir, de acuerdo al orden de la constitución de los objetos que Carnap propondrá, solamente tiene sentido hablar de la “psique propia” una vez que se han constituido el dominio de lo físico y el dominio del “tú”. En opinión de Carnap, la relación que las vivencias tienen con el yo no constituye una propiedad de lo dado en dichas vivencias. Es decir, en lo dado no es posible distinguir el componente subjetivo del objetivo, es más, de acuerdo con Carnap, la dicotomía sujeto-objeto en el nivel de las vivencias elementales debe ser abandonada por no ser más que una reificación que surge del uso de la forma sujeto-predicado de las oraciones<sup>125</sup>. Asimismo, Carnap argumenta que esta relación de las vivencias con el yo parece más obvia en algunos sentidos que en otros, lo que hace dudar de su carácter constitutivo esencial. Por ejemplo, las percepciones visuales, con su dependencia del orden espacial y con ello la conciencia de las distancias, parecen hablar a favor de la dicotomía sujeto-objeto. Sin embargo, insiste Carnap, en los ciegos, donde el sentido del tacto está más desarrollado, no se genera el dualismo sujeto-objeto, exhibiendo una unidad mayor en el nivel de lo dado. De esta manera, las vivencias de todos los dominios de los sentidos son vivencias

---

<sup>124</sup> En este punto, nuevamente Carnap reconoce su deuda con Husserl al sostener que “no haremos nuestros los postulados de realidad o de no-realidad que se encuentran en ellas, sino que los pondremos “entre paréntesis”; es decir, que nosotros practicaremos la “abstención” fenomenológica en el sentido de Husserl” (Ibidem, pág.117).

<sup>125</sup> En este punto Carnap sigue a Nietzsche, de quien cita en la bibliografía al final de la sección: “El que, cuando se piensa, deba haber algo que piensa, es sencillamente un modo de expresarse que resulta de nuestra costumbre de usar la gramática, la cual postula la existencia de un actor para una acción” (*Der Wille zur Macht*)

elementales simples e indivisas, y el dualismo sujeto-objeto surge posteriormente a la constitución del orden espacial de las impresiones visuales.

En cuanto al problema de la pérdida de objetividad si se elige como base del sistema a la psique propia, Carnap se mueve en la siguiente dirección. En su opinión, el requisito de “objetividad” del conocimiento puede ser entendido en dos sentidos: en primer lugar, “puede ser entendido en el sentido de que el juicio, *al contrario del capricho*, no es arbitrario, es decir, que pertenece al sentido de todo juicio el expresar un conocimiento que no depende de mi voluntad” (Ibidem, pág. 123); en segundo lugar, la objetividad se refiere también a la “independencia del conocimiento respecto del sujeto que juzga y a su validez para otros sujetos” (Ibidem, pág. 123), esto es, a la intersubjetividad. Carnap no aclara demasiado el sentido de lo que entiende por “objetividad” en el primer caso, pero parece hacer referencia a una especie de necesidad inherente al juzgar, que nos impele a presentar los hechos conforme a una regla que no depende de la voluntad particular del sujeto que juzga. Así, Carnap parece seguir a Kant en esto, aunque debe decirse que la necesidad en la que Carnap piensa no es una necesidad trascendental, sino la que se funda en la validez de la lógica de *Principia Mathematica*. En relación con el segundo de los sentidos de “objetividad” que Carnap menciona, la intersubjetividad, lo fundamenta echando mano de la noción de estructura. En efecto, en su opinión, aunque la corriente de vivencias es diferente en cada sujeto, la que depende, claro está, de la situación y perspectiva particular, y lo que hace imposible cualquier comparación, “ciertas propiedades de las estructuras rigen en todas las corrientes de vivencias” (Ibidem, pág. 123), esto es, todas las vivencias se encuentran dominadas por ciertas relaciones entre sus elementos, relaciones que constituyen una cierta estructura ordenada que es común a todos los sujetos.

Sólo si reconocemos esto como una necesidad inherente a nuestra propia constitución cognitiva, entonces podemos dar cuenta de la totalidad de los objetos de la ciencia

intersubjetiva, los cuales están constituidos esencialmente como formas, esto es, como meras estructuras relacionales sin contenido alguno. Como ya lo había expresado tempranamente en el numeral 12, “...la descripción de estructuras,... forma el nivel más elevado de formalización y de abstracción”(Ibídem, pág. 22), y por lo tanto, por su completo distanciamiento de todo contenido, también el nivel más elevado de objetivación.

Ahora bien, después de haber escogido como base el dominio de la psique propia, o sea, los procesos de la conciencia o las vivencias del yo, queda por decidir cuáles entidades de este dominio han de servirnos como elementos básicos. Carnap sugiere que tales elementos podrían consistir en alguna versión de los *sense data* u otros componentes que resulten de un análisis psicológico o fenomenológico de las vivencias, sin embargo, rechaza tal posibilidad por considerar a tales elementos como algo que no es lo dado mismo, sino a lo sumo “abstracciones de lo dado”, esto es, elementos que se identifican como resultado de un proceso de análisis posterior. Si seguimos consecuentemente la tesis de la primacía epistemológica, debemos considerar que lo dado son “*las vivencias mismas en su totalidad y en su globalidad*” (Ibídem, pág. 125, las cursivas son de Carnap). Y llama a esas vivencias globales “vivencias elementales” (*Elementarerlebnisse*). En su apoyo cita, tanto evidencia científica como filosófica, siendo la primera la que le suministra la psicología de la Gestalt, mientras que la última refiere en última instancia a Kant<sup>126</sup>. En efecto, en A-99 Kant dice: “Este acto lo llamo *síntesis de aprehensión* por referirse precisamente a una intuición que ofrece, efectivamente, una variedad, pero una variedad contenida, como tal, *en una representación* y que jamás puede producirse sin la intervención de una síntesis” (las cursivas son de Kant).

De acuerdo con Kant, el conocimiento consiste en un todo de representaciones que se comparan y se combinan entre sí, y este es posible sólo si existe una concatenación de las

---

<sup>126</sup> Carnap no refiere directamente a Kant sino a Reininget, quien sí lo cita directamente.

representaciones para formar una unidad. La sensibilidad contiene en su intuición una multiplicidad sometida a una síntesis, síntesis de la cual es responsable la facultad de espontaneidad, es decir, el entendimiento. Así, en el nivel de lo dado tenemos siempre una experiencia global, una unidad posibilitada por la función sintética del entendimiento, y toda diferenciación de los elementos de esa unidad es una abstracción hecha por mor del análisis.

De igual manera, para Carnap, "Lo "dado" nunca está presente en la conciencia como mero material no elaborado, sino siempre ya en conexiones y estructuras más o menos complejas" (Ibidem, pág. 186), esto es, no existe algo como un material neutro del conocimiento, algo en la conciencia a lo que luego se aplican las funciones de síntesis. Las representaciones surgen como un proceso inmediato, como algo para lo cual no hay un mecanismo expreso y por así decirlo "consciente", esto es, como algo que dependa de un tipo de pensar expreso. Carnap ejemplifica el punto como sigue: "El botánico, al percibir una *planta* individual, lleva a cabo la formación del objeto, sin que conscientemente mediante el pensar activo la determine como cosa física, y generalmente, también de manera intuitiva, reconoce en esta cosa una planta de tal y tal especie" (Ibidem, pág. 187). Por "intuitivo" Carnap entiende aquí "inmediato", es decir, aquello en lo cual no interviene un mecanismo inferencial expreso, es decir, no veo la planta y luego expresamente la pienso como de tal y tal especie, sino que en el verla en cuanto tal, la veo como planta y como perteneciendo a tal y tal especie<sup>127</sup>.

De este modo, el sistema de constitución, "*es una reconstrucción racional de toda la construcción de la realidad*" (Ibidem, pág. 187), y al igual que el análisis kantiano de las condiciones que hacen posible el conocimiento, separa lo dado de lo elaborado mediante la abstracción con el único fin de explicitar el proceso del cual surge la experiencia como un todo.

---

<sup>127</sup> Es claro por las anteriores consideraciones, que Carnap estaba sosteniendo algo muy similar a lo que después de 30 años filósofos de la ciencia destacados como Hanson, Kuhn y Feyerabend, se refinaron como la "carga técnica de la observación" y que en nuestros días ha sido resucitada por epistemólogos como J. Mac Dowell. Sin embargo, no deseo extenderme más sobre este punto.

Entonces, las vivencias elementales deben ser consideradas como unidades indivisibles, y sobre ellas deben ser contruidos todos los otros objetos, los del conocimiento ordinario, los del conocimiento científico, y aún los objetos que constituyen los componentes de las vivencias, esto es, aquellos que han sido hallados como resultado del análisis psicológico, por ejemplo, las impresiones parciales de una percepción compuesta, los componentes de cualidad y de intensidad de una sensación, etc. Pero aquí surge un problema importante. De acuerdo a lo afirmado por Carnap, las clases y las relaciones son las únicas formas de los niveles del sistema de constitución. Si partimos de los elementos básicos, mediante clases y relaciones, se constituyen los diferentes niveles de objetos. Pero este es un procedimiento esencialmente sintético no analítico, por lo que resulta imposible llegar a la identificación de los elementos que constituyen a las vivencias elementales. Sin embargo, el método del cuasianálisis, que expondremos a continuación, intentará solucionar este problema.

### 5.3.3 El cuasianálisis como herramienta de constitución de los objetos

Las primeras referencias al procedimiento del cuasianálisis no provienen del *Aufbau* sino de un trabajo inédito de 1922-23 titulado “El cuasianálisis. Un método para ordenar conjuntos no-homogéneos por medio de la teoría de relaciones”.

Como Proust (1989) explica, en este trabajo, Carnap examina cómo la teoría de relaciones renueva la concepción del análisis conceptual. La lógica tradicional operaba mediante el procedimiento de predicar de un concepto particular los caracteres que pertenecen a los objetos que caen bajo dicho concepto. Este procedimiento fue muy extendido, pero al costo de aumentar considerablemente los recursos descriptivos del lenguaje. El análisis “relacional” en tanto, consiste en la caracterización de los objetos bajo escrutinio mediante sus relaciones recíprocas, y tiene como ventaja que no necesita salir del dominio de objetos para

caracterizarlos, ofreciendo la posibilidad de un análisis inmanente del dominio. Según Proust, el procedimiento del cuasianálisis intenta combinar las ventajas de ambos métodos. Del último retoma la virtud del análisis relacional inmanente de los objetos del dominio; del primero, que sea posible obtener una caracterización individual de esos elementos. El procedimiento, que llama “cuasi-división”, consiste en hacer de un conjunto que es en principio inanalizable, algo que a través de una explicitación puramente relacional, transforma las extensiones de dichas relaciones en caracteres comunes a varios elementos. Por ello se deben llamar a los elementos así caracterizados “cuasi-componentes”. Esto no significa, como Thomas Mormann ha enfatizado, que la adscripción de cuasi-propiedades sea arbitraria, sino que “...has to take into account the underlying similarity structure” (Mormann, 2003, pág. 55). En efecto, debemos tener en cuenta que el procedimiento del cuasianálisis no se aplica a totalidades totalmente inestructuradas, sino a lo que Carnap llama “conjuntos no-homogéneos”. Siguiendo a Mormann, podemos definir un conjunto no-homogéneo como una estructura de similitud ( $E, \sim$ ), es decir, un conjunto  $E$  dotado de una relación binaria de similitud  $\sim$ . Se dice que dos elementos,  $e$  y  $e^*$  son similares si están relacionados por la relación  $\sim$ . Asimismo, la relación es reflexiva y simétrica, aunque no requiere ser transitiva.

De este modo, un conjunto no-homogéneo es un dominio de objetos dotado de una estructura relacional básica, que puede ser una estructura topológica o una relación de similitud. Con base en ella, es posible constituir los dominios más altos de objetos, como será el propósito del *Aufbau*. En este trabajo, el conjunto no-homogéneo sobre el cual se aplicará el procedimiento del cuasianálisis es el conjunto de experiencias elementales gestálticas, del cual se afirma que posee una estructura mínima de similitud.



En lo que sigue examinaré el procedimiento del cuasianálisis tal como se expone en el *Aufbau* mismo. La importancia de dicho procedimiento para nuestro trabajo se hará manifiesta una vez el mismo haya sido explicitado.

Como dijimos un momento atrás, el problema que el cuasianálisis intentará solucionar es el del tratamiento de las unidades indivisibles que se encuentran en la base del sistema de constitución. Apoyándose en los resultados de la psicología de la Gestalt difundidos en su época, Carnap sostiene que las vivencias elementales son totalidades indivisas que no podemos separar sino por abstracción. Dado que el propósito del sistema de constitución es precisamente "constituir" todos los objetos que pertenecen al dominio de lo que llamamos ciencia, incluso los objetos de la psicología, es menester un método que, aplicado a las vivencias elementales, nos provea esa totalidad de objetos.

Según Carnap, la estructura formal del cuasianálisis debe verse en franca analogía con el procedimiento del análisis genuino. No obstante, ambos procedimientos se diferencian desde un punto de vista epistemológico, pues en el análisis se toma como dominio de aplicación a objetos que poseen diversos componentes, los cuales deben ser descubiertos, mientras que el cuasianálisis, no es un proceso mediante el cual uno infiere propiedades de objetos complejos desde relaciones entre ellos. Es, antes bien, un proceso de constitución de cuasicomponentes o cuasicualidades desde una descripción de relaciones que se sostienen entre totalidades carentes de propiedades. De este modo, como Carnap lo expresa claramente, el cuasianálisis es "una síntesis que se reviste con el ropaje lingüístico de un análisis" (Ibidem, pág. 142). Es decir, las propiedades que se afirman como constituyentes de los elementos básicos no son más que construcciones lógicas de esos elementos, clases de ellos derivadas de la relación básica en la que se encuentran al comienzo del sistema. Así, para Carnap, análisis y cuasianálisis son procedimientos formalmente idénticos, pero que difieren en su papel constitucional y

epistemológico. Para aclarar, no obstante, el proceder formal, permítase considerar en primer lugar el propio ejemplo de Carnap del análisis genuino, para pasar luego al cuasianálisis.

La tarea consiste en analizar un número de cosas, de las cuales cada una tiene uno o más colores, y determinar la distribución de los mismos en dichos objetos. La relación básica desde la cual se posibilita la tarea es la de “parentesco de color” la cual se define de la siguiente manera: dos objetos tienen parentesco de color si tienen por lo menos un color en común. De acuerdo a la aplicación del criterio de la descripción relacional, de lo que se dispone es de la extensión de la relación de parentesco entre los colores, es decir, se nombran todos los pares para los cuales vale dicha relación. Por ejemplo, si tenemos cinco objetos, a los cuales llamaremos “1”, “2”, “3”, “4” y “5”, y de los cuales sabemos que tienen por los menos dos colores, de lo que disponemos es algo así como: “<1,2>, <2,3>, <3,4>, <4,5> tienen *parentesco de color*”. Pero lo que el análisis busca es determinar las “clases de color” las que se definen como las clases de cosas que tienen un color determinado en común. Así, existe una conexión entre la relación “parentesco de color” y las clases de color. Estas últimas deben de cumplir con dos propiedades: la primera, que todo par de elementos de una clase de color es un par de colores emparentados; la segunda, que no hay ningún objeto que esté fuera de una clase de color que tenga parentesco de color con todas las cosas de esta clase. Ahora, en orden a determinar las clases de color en nuestro ejemplo, debemos corroborar si los pares en cuestión poseen las dos propiedades antes enumeradas. Un simple examen nos lleva a advertir que hay cuatro clases de color, aunque no sabemos qué color equivale a cada una de ellas. Carnap recomienda que le demos a dichas clases nombres arbitrarios, por ejemplo, c1, c2, c3 y c4. Pero como él mismo nos advierte, si una clase no consiste en sus elementos sino que es un signo que expresa lo que le es común a los elementos de esa clase, entonces la clase de color c1 es el color común de los elementos de c1. Ahora, si tomamos cualquiera de los elementos y preguntamos por su color,

digamos el color del elemento "2", entonces diremos que pertenece a dos clases de color  $c1$  y  $c2$  y por lo tanto que posee dos colores, i.e.,  $c1$  y  $c2$ . De esta manera concluye el análisis, esto es, hemos podido conocer los componentes de nuestros elementos iniciales. Y aunque no podamos decir cuales son los nombres genuinos de sus cualidades, no obstante, hemos podido caracterizar esos componentes desde un punto de vista formal y objetivo, que es todo lo que le interesa a la ciencia.

El cuasianálisis, por su parte, opera de una manera formalmente análoga, pero como su dominio lo constituyen unidades indivisibles, sus productos no serán componentes sino "cuasicomponentes". Al igual que el análisis, el cuasianálisis opera mediante una relación que es simétrica y reflexiva, es decir, una relación de semejanza, que posibilita construir los círculos de semejanzas o clases, y que a su vez conduce a la determinación de las propiedades, o mejor dicho, de las cuasipropiedades de los elementos básicos. Para ilustrar el proceso, veamos también el ejemplo de Carnap.

Carnap nos invita a considerar como unidad indivisible la percepción de un sonido compuesto. En su opinión, un sonido tal, como por ejemplo el que escuchamos cuando se tocan las teclas correspondientes a los sonidos do-mi-sol en un piano, parece estar compuesto de tres notas, pero esto se debe a que el "carácter aperceptivo de la percepción codetermina que se escuche el parentesco de sonido de este sonido particular con muchos otros sonidos ya conocidos" (Ibidem, pág. 134). Es decir, lo que se produce es el reconocimiento del parentesco de esfera<sup>128</sup> entre el sonido do-mi-sol y todos aquellos sonidos que contienen do, los que contienen mi y los que contienen sol. Al igual que en el análisis, podemos comenzar con la descripción de la relación extensional de parentesco de sonido, bajo la forma de una lista de

---

<sup>128</sup> Recuérdese que dos objetos tienen "parentesco de esfera" si hay un lugar de argumento en una función proposicional en la cual los dos nombres de objetos son argumentos permisibles. (Como ya se ha explicitado, por "esfera de objetos" se entiende la clase de todos los objetos que están emparentados entre sí)

pares de sonidos que poseen esa relación. Con base en esa lista conformamos los círculos de semejanza entre los sonidos, esto es, aquellos que concuerdan con una nota parcial, y como en el análisis genuino, atribuimos a cada uno de los sonidos las clases o círculos de semejanzas a las que pertenece como sus cuasicomponentes. Al igual que como se advirtió en el caso del análisis, las clases o círculos de semejanzas no constituyen ni la totalidad de sus elementos ni una colección de ellos, sino lo que les es común. Pero en el caso del cuasianálisis de nuestro ejemplo, esto no debe ser entendido como que los sonidos tengan un componente en común, porque *strictu sensu* los sonidos no tienen componentes. Lo que significa, antes bien, es que el componente, o mejor dicho, el cuasicomponente *do* es aquello en lo cual coinciden todos los sonidos que “contienen” *do*. Alguien que nunca antes ha escuchado sonido musical alguno y escucha ahora el sonido *do-mi-sol*, no podrá percibir que ese sonido está compuesto por tres notas, pues será incapaz de llevar a cabo el cuasianálisis, el cual basado en la relación de reconocimiento de similaridad entre unidades básicas, sólo posibilita la conformación de los cuasicomponentes de esas vivencias. Esto nos conduce a afirmar que existe una diferencia esencial entre análisis y cuasianálisis que debemos apuntar si queremos obtener una comprensión cabal del último de los procedimientos. Esta diferencia tiene que ver con la relación de cada uno de los procesos con su objeto. En efecto, los constituyentes “descubiertos” por el análisis tienen su propia existencia, independientemente del análisis mismo. Por otro lado, el cuasianálisis tiene la especificidad de producir cuasiconstituyentes, sin ser capaz de descubrirlos. Es decir, en el cuasianálisis no hay tribunal alguno al cual apelar.

Podría decirse que el análisis es *realista* por definición, mientras que el cuasianálisis es *constructivo* por definición, en el sentido en que no puede confrontar los cuasiobjetos que construye con los hechos. En este sentido, el cuasianálisis se revela como un verdadero principio cognitivo-funcional constitutivo de los objetos que componen nuestro universo

óptico. El cuasianálisis, basado en la relación básica que veremos a continuación determina, en y desde totalidades indivisibles e inconexas, el ámbito de objetos que constituyen el mundo<sup>129</sup>.

Ahora bien, el ejemplo de cuasianálisis visto anteriormente es un caso del cuasianálisis basado en una relación primitiva de igualdad parcial entre componentes. Según Carnap, esta relación básica es suficiente para constituir el mundo físico desde cuasicomponentes como las sensaciones de los sentidos, las que a su vez determinan, entre otras cosas, el orden espacio-temporal. Sin embargo, dado que puede probarse que esta relación de igualdad parcial puede ser deducida de una más primitiva, no la coloca como postulado ordenatorio (*Ordnungsetzung*). La relación de semejanza parcial entre componentes de vivencias, que queda definida de acuerdo a si el componente de una vivencia (p.ej. una sensación) *a* de *x* y el componente de una vivencia *b* de *y* se aproximan o concuerdan completamente en sus características, podría ser postulada como relación básica. Sin embargo, ésta a su vez descansa en una relación más primitiva no sólo desde el punto de vista lógico sino también epistemológico, a saber, el *recuerdo de similitud*<sup>130</sup>. Esta consiste en la comparación, mediante una imagen de la memoria<sup>131</sup>, de dos vivencias elementales. Esto último me retrotrae a reconsiderar una afirmación de Carnap citada antes, en la cual se afirma que el responsable de que cuando se escucha un sonido como el que resulta de tocar las teclas do-mi-sol, se escuche como compuesto de tres sonidos, es el “carácter aperceptivo de la percepción”.

Permítaseme resumir brevemente los pasos mediante los cuales se lleva a cabo una instancia de reconocimiento de similitud. Podríamos decir que el procedimiento consiste en cuatro pasos: (1) la ocurrencia de una experiencia elemental y, (2) la retención de una

---

<sup>129</sup> Advértase nuevamente el símil entre esta idea y la concepción de Reichenbach (1920) de la coordinación como constitución. Sin embargo, como ya apunté al comienzo de la sección, Carnap abandona aquí la idea de “principios coordinativos”, fundamental para Reichenbach.

<sup>130</sup> Parece obvio que si se reconoce que hay una semejanza parcial entre dos vivencias elementales *x* y *y* entonces hay que comparar la representación del recuerdo de una con otra.

<sup>131</sup> Por “memoria” Carnap entiende no sólo la llamada memoria reproductiva, sino también la capacidad de retener una vivencia en la conciencia por un lapso de tiempo.

experiencia elemental  $x$  por medio de una imagen de la memoria; (3) la comparación de  $x$  con  $y$ , a través de la imagen de la memoria; y finalmente, (4) el reconocimiento del hecho de que  $x$  e  $y$  son parcialmente similares. Parecería que lo que Carnap está afirmando acerca de este proceso es que no alcanza con que se den (1)-(3) para llegar a (4), debe haber también una cierta conexión entre los cuatro componentes que explique que cada uno de ellos es parte de uno y el mismo acto de reconocimiento de similitud. Es decir, lo que se requiere es la unidad de la conciencia, algo afín a lo que Kant llamó la “unidad sintética de la apercepción”. En efecto, de acuerdo con Kant, la intuición, como facultad de receptividad, ofrece una variedad siempre cambiante de representaciones, las que no puede combinar por sí misma en orden a conformar objetos. Que se requiera una síntesis de dichas representaciones se sigue del hecho de que si no fuera el caso, tendríamos “un yo tan abigarrado y diferente como representaciones –de las que fuese consciente- poseyera” (B134), es decir, las representaciones de objetos se multiplicarían de acuerdo al número de ocurrencias al cual nos enfrentamos. Pero, arguye Kant, si “combinar” quiere decir “representarse la unidad sintética de lo diverso” (B131), se requiere que se dé con anterioridad a la combinación una función que posibilite la misma. Esta función, que pertenece al entendimiento (es más, Kant dice que es el entendimiento mismo), es a lo que Kant llama la “originaria unidad sintética de apercepción”. Por ejemplo, dice Kant, cuando pienso uno de los llamados *conceptus communis* (en terminología más actual, conceptos clasificatorios), pongamos por caso el concepto de *rojo*, me represento una propiedad que puede hallarse en alguna parte o combinada con otras representaciones. Por lo tanto, para que sea posible representarme tal propiedad común es necesario que haya tenido lugar una síntesis previa de una variedad de representaciones singulares de rojo. Es decir, para pensar la *unidad analítica* de un concepto, es imprescindible que opere la función de síntesis previa entre las representaciones.

De manera análoga, para Carnap, la determinación de los cuasicomponentes de una vivencia básica se lleva a cabo a partir de la relación de semejanza parcial entre las vivencias, la cual sólo es posible por la mediación de una función que permite reconocer que se trata de un conjunto de experiencias que pueden ser unificadas. A esto es a lo que Carnap se refiere con el “carácter aperceptivo de la percepción”.

Para finalizar este apartado, permítaseme considerar las observaciones de Carnap de la sección 83, la que a pesar de que afirma que “puede ser omitida”, considero de gran relevancia para este trabajo. La sección se titula “Las relaciones básicas entendidas como categorías” y Carnap comienza diciendo en un lenguaje conspicuamente kantiano: “Por categorías se entienden las formas de la síntesis de lo múltiple de una intuición al formarse la unidad del objeto” (Ibidem, pág. 159). En su opinión, esta forma de hablar es ambigua en la medida en que con ella no se aclara qué se significa con “categorías” ni qué lista de ellas debemos considerar como tales.

Para evitar dicha ambigüedad propone la terminología del sistema de constitución, en el cual disponemos de “conceptos más precisos que los de los sistemas tradicionales” (Ibidem, pág. 159). En el sistema de constitución lo múltiple se llama “lo dado”, los “elementos básicos”. A la constitución de los objetos a partir de los elementos básicos, corresponde lo que en lenguaje kantiano llamamos “síntesis”. De acuerdo con lo que hemos explicitado con anterioridad, la constitución de los objetos es posible únicamente a partir de dos expedientes formales, a saber, clases y relaciones, por lo que podríamos llamar “categorías” a dichos expedientes. Sin embargo, es mejor utilizar el lenguaje de la constitución y llamar a tales funciones lógicas, “relaciones básicas”<sup>132</sup>. De este modo, “podemos concebir el problema de las categorías como el problema de las relaciones básicas de la teoría de la constitución”

---

<sup>132</sup> Carnap no tiene otro motivo para preferir esta forma de hablar que una razón de claridad terminológica, pues con “relaciones básicas” mentamos algo definido con precisión formal

(Ibídem, pág. 160), y con ello abordar la cuestión del establecimiento de una lista de relaciones básicas como categorías. En la sección 103, en el contexto del análisis operacional ficticio<sup>133</sup>, sostiene que las “reglas generales de constitución” (las relaciones básicas separadas ahora de lo dado por un procedimiento ficticio), “...pueden ser llamadas reglas a priori en tanto que la constitución y el conocimiento de los objetos se funda en ellas de manera lógica” (Ibídem, pág. 192). Es decir, que las reglas formales son condición de posibilidad, no sólo de la formación de los objetos dentro de un sistema conceptual, sino también del propio conocimiento de los objetos. Por ello, consecuentemente afirma Carnap: “Sin embargo, no hay que llamar a dichas reglas “conocimiento a priori”, ya que no representan conocimientos, sino sólo *determinantes*” (Ibídem, pág. 193).

Como explicitamos antes, tanto la relación de igualdad parcial como la de semejanza parcial pueden ser reducidas a la relación de recuerdo de similaridad, la cual es establecida por Carnap como la relación primitiva del sistema. De esta manera, esas relaciones básicas o categorías (igualdad parcial, semejanza parcial), si bien pueden operar como tales, no deben verse como categorías genuinas u originarias. Dado que pueden ser reducidas a la relación de recuerdo de similaridad, es ésta última la que puede ser considerada como tal, y con ello desembocamos en la idea, afín a la concepción de Cassirer, de que “hay solamente una categoría única” (pág. 160), esto es, una única función lógica que domina la formación de conceptos tanto en las ciencias formales como en las empíricas. Por ello, Carnap afirma que en cuanto a su forma, toda proposición es una proposición acerca de las relaciones básicas, esto es, toda proposición es un constructo lógico basado en las mismas relaciones básicas.

---

<sup>133</sup> El lenguaje operacional ficticio es uno de los cuatro lenguajes en el que Carnap explicitará su ejemplo de sistema de constitución, y consiste en elegir a un sujeto dado como el sujeto en el cual se opera el procedimiento de constitución de los objetos, separando “ficticiamente” lo dado de las reglas generales que posibilitan la construcción del sistema.



Cuando con anterioridad comparamos los procedimientos del análisis y el cuasianálisis, señalamos la observación de Carnap de que “el cuasianálisis es una síntesis que se reviste con el topaje lingüístico de un análisis” (Ibidem, pág. 144), e hicimos énfasis en el tipo de construcción sintética desde elementos básicos que el cuasianálisis lleva a cabo. Sin embargo, no consideramos propiamente las distinciones a las que este procedimiento puramente formal conduce, a saber, la distinción entre análisis y síntesis, por un lado, y entre proposiciones analíticas y sintéticas, por otro. Como ya apuntamos, desde el punto de vista de su estructura formal, análisis y cuasianálisis muestran una estrecha analogía. Sin embargo, el cuasianálisis produce una síntesis, procede formando clases de elementos, llevando a cabo la síntesis de las experiencias básicas. La distinción entre análisis y síntesis debe ser planteada, entonces, respecto al sistema ya completo. Analizar es “descender” a la base del sistema; sintetizar es “subir” desde la base hacia formas más abstractas, en la dirección de la constitución. De esto se sigue que “analítico” no debe ser contrastado con “sintético”, pues “sintético” sólo es el adjetivo que califica la naturaleza constructiva del cuasianálisis. Dado que este último es un procedimiento puramente formal y analítico, la asociación del criterio formal y el epistemológico conduciría a una contradicción. “Analítico”, por lo tanto, debe ser contrastado con “empírico”. De acuerdo con Carnap, los “teoremas” o proposiciones de un sistema de constitución se dividen en “analíticos” y “empíricos”. Los teoremas analíticos, en su opinión, “...pueden ser deducidos solamente a partir de las definiciones (presuponiendo los axiomas de la lógica, sin la cual no es posible deducción alguna)” (Ibidem, pág. 198). Los empíricos, por su parte, revelan “...una relación entre los objetos constituidos, la cual únicamente puede comprobarse en la experiencia” (Ibidem, pág. 198). Es decir, los teoremas analíticos corresponden a proposiciones acerca de las propiedades estrictamente lógicas de las relaciones. Los teoremas empíricos, en tanto, hablan acerca del modo en que dos o más objetos de la

experiencia se relacionan de una manera determinada, y son, por lo tanto, sólo comprobables empíricamente. Carnap aclara que su distinción se corresponde con la distinción kantiana de juicios analíticos y sintéticos a posteriori, y afirma: "De acuerdo con la concepción de la teoría de la constitución, no hay tal cosa como "juicios sintéticos a priori", que son fundamentales en la problemática de la epistemología kantiana" (Ibidem, pág. 198). Sin embargo, como espero haber mostrado en el curso de las consideraciones anteriores, si bien Carnap rechaza esta clase de enunciados (cuya existencia dependía, para Kant, de la pobreza de la lógica general y de la necesidad de postular una lógica trascendental, con su recurso a la intuición), es claro que el procedimiento usado por la teoría de la constitución, el cuasianálisis, pertenece al ámbito de lo analítico, y dado que la construcción y el conocimiento de los objetos dependen lógicamente de él, puede llamarse con justicia a priori. Asimismo, Carnap también rechaza incluir en esta noción de a priori formal constitutivo cualquier sentido de necesidad y universalidad. Estos principios formales son sólo convenciones, y en la sección 179 así lo expresa: "De acuerdo con la concepción de la teoría de la constitución, el conocimiento no tiene más componentes sino estos dos: el convencional y el empírico; es decir, que no hay conocimiento sintético a priori" (Ibidem, pág. 334). Es claro que Carnap no está negando el aspecto constitutivo de la noción de a priori, sino su sentido de necesidad y universalidad, es decir, la idea kantiana de que los principios formales del conocimiento se nos imponen de manera tal que sea imposible pensar bajo marcos conceptuales alternativos. Este punto es de importancia dado que echa por tierra la interpretación que afirma el compromiso de Carnap, al igual que el del Wittgenstein del *Tractatus*, con el marco formal suministrado por *Principia Mathematica*. En efecto, Proust (1987) afirma que tanto en el *Tractatus* como en el *Aufbau* y en la *Syntaxis lógica*: "The trascendental is also the realm of the *a priori necessary*...There is no convention in logic except that based on "natural necessity"..." (Proust 1987, pág. 504). Como la cita anterior de Carnap muestra, éste

no parece comprometido con la necesidad de la lógica de los *Principia*, recordemos que ya en 1923, bajo la influencia de Dingle y Poincaré, había rechazado el sentido de necesidad y universalidad en las determinaciones conceptuales. Recordemos que si bien llama a las proposiciones contenidas en el primer volumen de su sistema ficticio del mundo “sintéticas a priori”, dice respecto de ellas que no deben verse “... in the Kantian transcendental critical sense. For that would mean that they express the necessary conditions of the objects of experience, themselves conditioned through the forms of intuitions and of thought. In that case, however, only a possible frame for the content of these volumes is given. In actuality its construction is left to our repeated choice.” (Carnap 1923, pág.4, el énfasis es mío). Asimismo, su afirmación del *Aufbau* acerca de las dos fuentes del conocimiento, la convencional y la empírica, hecha en el contexto de una sección en la cual se habla sobre la tarea de la ciencia, reafirma el sentido de que la encargada de la *constitución de los objetos* es la componente convencional, la que sólo una vez establecida hace significativa cualquier pregunta acerca de la naturaleza de las relaciones que existen en la naturaleza. Así, lo expresa Carnap en una interesante analogía: “...se puede decir que constituir un objeto equivale a indicar las *coordenadas geográficas* para determinar un lugar de la superficie de la tierra. Por medio de dichas coordenadas se caracteriza unívocamente el lugar; la pregunta acerca de la *naturaleza* de ese lugar (p. ej. acerca del clima, de la naturaleza del suelo, etc.) tiene ahora un sentido determinado” (Ibídem, pág. 335). En virtud de la idea de Carnap de que los objetos constituyen constructos lógicos que pueden ser vistos a la manera de nodos dentro de una red estructurada de una forma puramente formal, constituir un objeto significa darle su lugar dentro de esta red formal, es decir, explicitar las condiciones estrictamente lógicas que hacen posible identificar a un objeto dentro de la red. Una vez que el objeto es identificado como perteneciente a una clase, por ejemplo, a la de los objetos físicos, entonces pueden comenzar las investigaciones empíricas del objeto en cuestión. En otras palabras, de acuerdo con Carnap,

es imprescindible, para que reconozcamos a un objeto en cuanto a sus particularidades, constituirlo antes, es decir, dar las condiciones formales que debe cumplir en orden a pertenecer a una clase de objetos dada dentro de una red conceptual.

Esta idea de las coordenadas geográficas y la analogía entre espacio físico y espacio conceptual, aparece de una forma más clara en un trabajo inédito del año 1929 que me gustaría citar. En efecto, en una conferencia pronunciada en la Sociedad Ernst Mach, que lleva por título “De Dios y el alma. Pseudopreguntas en metafísica y teología”<sup>134</sup> dice Carnap:

“En el espacio todas las cosas tienen una relación espacial entre sí, y para cada cosa debe haber desde mi persona un acceso hacia ella. De la misma manera, con base en el sistema conceptual, es decir, de un espacio conceptual que abarca todo, todos los conceptos están en relación entre sí (y aquí en una relación lógico-conceptual); y aquí tiene que existir para cada concepto una conexión con los contenidos de mis vivencias, por ejemplo, de mis percepciones. Todo lo que pueda ser dicho debe ser reducible a lo que yo he experimentado” (Carnap 1929, pág. 14). De acuerdo con Carnap, el espacio físico es único y contiene todos los objetos<sup>135</sup>. La ciencia empírica, que se ocupa de investigar las relaciones entre los objetos dentro de este espacio común, opera de acuerdo a la metodología de indicar, para cada objeto dentro de este espacio, un camino que nos conduce hacia él. Como Carnap afirma, hay un “camino” desde mí hacia cualquier objeto, pero “...camino no en el sentido de una acera sino en el sentido de una línea intelectual, una posibilidad de movimiento” (Ibidem, pág. 11). Es decir, es sólo la posibilidad del movimiento de nuestro cuerpo la que nos capacita a trazar una línea con cada

---

<sup>134</sup> Todas las citas de este trabajo corresponden a la traducción realizada por Thomas Mormann, Álvaro Peláez, y Eduardo Rueda aparecida en *Signos Filosóficos*, sup. N° 11, vol. VI, 2004, pp.147-161.

<sup>135</sup> Adviértase el símil con la propia idea de Kant acerca de la naturaleza del espacio. En la *CRP B39* se lee: “En efecto, ante todo sólo podemos representarnos un espacio único. Cuando se habla de muchos espacios, no se entienden por tales sino partes el mismo espacio único”.

objeto dentro del espacio físico compartido<sup>136</sup>. Así, la ciencia empírica nos provee de una especie de “mapa” que nos indica el modo en que encontramos un objeto dentro del espacio, es decir, nos proporciona las “coordenadas geográficas” del objeto en cuestión. De la misma manera, existe un espacio conceptual que contiene en sí todo lo pensable, es decir, contiene todos los conceptos u objetos que se han constituido. Entre estos existe una conexión lógica, que sigue el modelo de la red, y que significa un camino perfectamente reconocible desde un objeto hacia otro. La teoría de la constitución nos indica el camino que tenemos que seguir para encontrar todo objeto dentro de la red conceptual, por lo tanto, la teoría de la constitución puede ser vista como una verdadera *topografía del conocimiento*<sup>137</sup>.

#### 5.4 Conclusiones

En el curso de estas reflexiones he intentado mostrar que el pensamiento de Carnap en torno al papel de los componentes a priori del conocimiento sigue la línea inaugurada por los geómetras en el siglo XIX, y que Cassirer convierte en el centro de un programa epistemológico que ubica a lo “formal” como principio constitutivo de los objetos de la ciencia, formal y natural. Asimismo, como parte de la segunda tesis de este trabajo, la que subraya también el origen de los modos de concebir lo a priori, absoluto y relativo, en los desarrollos de la geometría proyectiva y no-euclidea, el trabajo de Carnap encarna, en sus diferentes momentos, estos rasgos.

En su tesis doctoral sobre el espacio, Carnap articula una concepción del espacio formal, entendido como una estructura de orden, que parece reflejar la propia concepción de

---

<sup>136</sup> Muy probablemente esta idea descansa en la concepción de Helmholtz acerca del libre movimiento de los cuerpos rígidos, pero como señalé en el capítulo 1, secc. 1.3.1, esta última remite, a su vez a Kant. Véase *KRV* B154-55.

<sup>137</sup> No deseo extenderme sobre este punto, pero quisiera señalar que esta idea de una territorialización del conocimiento humano también tiene sus antecedentes en la geometría proyectiva vista como teoría del orden. Thomas Mormann me ha señalado este antecedente, así como sus relaciones con el proyecto de la Enciclopedia de la Ciencia Unificada.

Cassirer sobre el principio formal que interviene en la formación de conceptos. En efecto, para Carnap, el espacio formal es una estructura de relaciones de orden que surge de la aplicación, a cualquier dominio de objetos, de un principio de orden básico que llama “series-forming relation”. Como se explicó antes, los objetos pueden ser ordenados en series y en series de series. A una serie continua de tres o  $n$  niveles se le llama un “espacio formal” de tres o  $n$  dimensiones. Como es obvio, no hay aquí referencia alguna a algo propiamente espacial, y los ejemplos de Carnap considerados en este trabajo, muestran que los principios que definen un tipo de espacio formal, pueden ser satisfechos por clases de objetos muy dispares. Es este carácter abstracto del espacio formal, conjuntamente con la propia concepción que Carnap tenía de la lógica por estos tiempos, el que lo lleva a sostener enfáticamente la incapacidad de los principios formales para darse un contenido fenomenológicamente espacial. Es decir, la lógica, para Carnap, hace abstracción de todo contenido del conocimiento, encerrando las leyes que rigen la ordenación de cualesquiera dominio de objetos. Estas leyes son a priori, independientes de la experiencia, pero son analíticas, es decir, no hay en ellas referencia a contenido alguno, sino sólo a la forma lógica de los enunciados. Por lo tanto, es imprescindible una facultad que provea de un contenido propiamente *espacial* a las estructuras abstractas del espacio formal. Esta facultad es la intuición y aquello de lo que provee es el espacio intuitivo. Como ya se ha señalado, Carnap modela su noción de intuición no sobre la idea original kantiana, sino sobre la idea de Husserl de “intuición esencial” (*Wesensschauung*). En efecto, de acuerdo con esta idea, al igual que en la percepción normal aprehendemos los objetos en sus relaciones actuales, y por ello, contingentes, poseemos un tipo de aprehensión que, aunque necesariamente vinculada a la experiencia, dirige su mirada no a las propiedades y relaciones meramente empíricas de los objetos, sino a sus propiedades y relaciones esenciales. En esta dirección, las relaciones espaciales que intuimos en la intuición esencial, a pesar de que es

imprescindible que se dé un orden de cosas determinado, no apunta a este orden individual sino al tipo de orden que este acontecimiento está ejemplificando, esto es, a la clase de orden que este suceso particular está instanciando. Esta clase de orden es un universal y es la condición de posibilidad de sus instanciaciones. Su fuente es a priori, por supuesto, pero como es claro, no es vacío de contenido, sino que nos provee de propiedades fenoménicas que, claro está, son invariantes respecto de los contenidos individuales. Esta estructura invariante que subyace a la aprehensión empírica de los fenómenos es, según Carnap, una estructura mínima, una estructura topológica en la que valen los axiomas de Hilbert para la geometría euclidea. A partir de esta estructura topológica mínima, es posible generar los otros tipos de espacios, el proyectivo y el métrico.

Ahora bien, según Carnap, el principal propósito de la teoría del espacio físico es establecer cuáles de las relaciones que se aprehenden en la intuición esencial, se sostienen para las cosas particulares con las que nos enfrentamos en la experiencia. Esta experiencia, en su opinión, está conformada por una mezcla de materia y forma. Esta última, a su vez, puede ser distinguida en forma “necesaria” y forma “opcional”. La última corresponde a las relaciones métricas, que son estrictamente convencionales y el fundamento de la física-matemática. La primera contiene las relaciones de incidencia y conexión entre formas espaciales que permanecen invariantes a través de cualesquiera grupos de transformaciones. Es decir, la forma necesaria de la experiencia lo constituye el espacio topológico.

De esta manera, la posición de Carnap en torno a lo a priori en *El espacio* comienza a mostrar signos de la primacía que se dará posteriormente a la lógica como herramienta constitutiva de los objetos de experiencia, aunque su apelación a la intuición lo mantiene dentro de una posición más tradicional del problema. En efecto, su idea de lo a priori es francamente metodológica en el sentido que queremos destacar aquí, es decir, en el sentido de

que lo a priori es la condición de posibilidad de la experiencia externa como tal. No obstante, su posición es tradicional en la medida en que mantiene sus reservas sobre el papel de lo formal y en su consiguiente apelación a la intuición como facultad constitutiva de lo empírico.

En cuanto al segundo punto que señalaba antes, el de la distinción en el modo de concebir lo a priori o bien como absoluto o bien como relativo, es claro que a la luz de las afirmaciones de Carnap sobre el estatus de la forma necesaria, su concepción es abiertamente absolutista. Las propiedades topológicas del espacio, aquellas que provienen de nuestra facultad a priori de intuición esencial, son propiedades que permanecen invariantes a través de los cambios, y que constituyen la base sobre la cual se impondrán las diferentes convenciones métricas. Esto es afín a la concepción de Cassirer, quien sostenía que los invariantes lógicos de la experiencia son aquellos conceptos (entendidos como conceptos-función, es decir, como postulados ordenatorios) que persisten a través de los cambios en sus versiones particulares. Sin embargo, a pesar de que la afinidad es real, hay una diferencia bastante notoria entre sus puntos de vista. Cassirer concibe lo a priori como metodológico (en nuestro sentido), y como absoluto (aunque también distingue un a priori relativo), pero para Cassirer los principios a priori son formales, esto es, coinciden con los modernos principios de las matemáticas, los cuales eran susceptibles de ser reducidos a principios lógicos. Carnap, en tanto, mantiene los dos primeros rasgos sin modificación, pero no se atreve todavía a dar el paso que lo liberaría de la intuición y que lo conduciría a adoptar una visión de lo formal como herramienta constitutiva de los objetos de experiencia.

En su trabajo de 1923 "Sobre la tarea de la física", hay ya un abandono explícito de la intuición, pero a favor de una concepción de la cognición como coordinación, en boga en los círculos filosóficos del momento. En efecto, de acuerdo a su caracterización ficticia de la "ciencia completa", Carnap distingue tres componentes en la teoría física: el primero encierra



los principios o axiomas de la teoría, concentrando los postulados espacio-temporales y el principio de acción; el segundo, consiste en una parte coordinativa entre la parte axiomática de la teoría y el dominio de la percepción, el tercero, en tanto, contiene una descripción completa del estado físico del mundo para dos puntos arbitrarios del tiempo. Carnap sostiene que la primera parte de la física contiene enunciados sintéticos a priori, pero señala que estos principios deben ser entendidos no en el sentido original de Kant, aunque el sentido en el que se aparta de la ortodoxia kantiana es en el que sostiene que dichos principios son formas universales y necesarias del pensamiento. Si esto fuera así, estaríamos restringidos a priori a un único mundo, lo cual Carnap, bajo la influencia de Dingler y Poincaré, no podía sino rechazar. Este rechazo, como es claro, conduce a Carnap a sostener una versión de lo a priori relativizado más en consonancia con la posición de Reichenbach expuesta antes.

Asimismo, de gran importancia es la segunda parte de la física completa, la que Carnap imagina bajo la forma de un diccionario que relaciona los conceptos establecidos en los axiomas de la primera parte con el reino de lo observable. De acuerdo con Carnap, los enunciados que llevan a cabo esta labor coordinativa son convenciones y poseen, al igual que los postulados de la teoría, un valor esencialmente constitutivo de lo dado en la experiencia. En efecto, dado que para Carnap, al igual que para Reichenbach, lo dado en la experiencia no posee interpretación alguna de suyo, sino que debe ser conectado con los axiomas o postulados para que pueda representar hechos de algún tipo, es claro que no sólo los postulados, sino la parte coordinativa, encargada de correlacionar los términos altamente abstractos de la parte axiomática con los datos de la sensación, coadyuva en la tarea de dotar a estos datos de una determinación empírica precisa.

De esta manera, en este estadio del pensamiento de Carnap, el sentido de lo a priori continúa siendo metodológico, claro está, pero ahora, de la mano de los convencionalistas,

pierde su estatus de necesidad y universalidad, es decir, su sentido de invariancia, y se vuelve algo esencialmente relativo, producto de una decisión basada en el principio de máxima simplicidad. Asimismo, su admisión de la tesis de la coordinación, producto de su abandono de la intuición como facultad mediadora entre lo conceptual y lo empírico, parece el último paso antes de la admisión de la importancia de la lógica como herramienta constitutiva de lo empírico sin mediaciones. Este paso final es dado en el *Aufbau*.

Aquí, de acuerdo a las combinaciones que hemos estado haciendo, lo a priori puede ser caracterizado como metodológico, formal y relativo. En efecto, Carnap afirma desde el comienzo mismo del libro que el propósito del sistema que va a explicitar es “definir” (en el sentido de constituir desde niveles inferiores) todos los objetos de la ciencia valiéndose de dos expedientes formales fundamentales, a saber, clase y relación. Sin embargo, de inmediato se plantea el problema que surge de la incompatibilidad aparente que existe entre el hecho de cómo la lógica, que es ciertamente formal, puede ser aplicada a la constitución de objetos. La solución a este problema, que toma la forma de las descripciones definidas puramente estructurales como modo de caracterización de los objetos, sólo es posible a través de la articulación y aplicación a dominios o conjuntos de objetos (conjuntos no-homogéneos), de un procedimiento que encarna los postulados ordenatorios a través de los cuales se constituirán los diferentes dominios de objetos de la ciencia, esto es, el cuasianálisis. Estos postulados ordenatorios, las así llamadas “relaciones básicas”, oficiarán como verdaderas “categorías”, en la medida en que llevan a cabo la síntesis de lo múltiple de una intuición al formarse la unidad del objeto y, de acuerdo con Carnap, constituyen reglas a priori “en tanto que la constitución y el conocimiento de los objetos se funda en ellas de manera lógica” (Pág. 192). Así, no parece haber dudas en cuanto al aspecto metodológico que Carnap otorga a su sentido de lo a priori

en el *Aufbau*, el cual como acabo de señalar, es de naturaleza puramente formal y se aplica a la experiencia sin apelación ni a la intuición ni a principios coordinativos.

Sólo en este estadio de su pensamiento parece Carnap haber asumido plenamente el proyecto del idealismo lógico de la escuela de Marburgo de extender los resultados del logicismo de Whitehead y Russell aún a la ciencia empírica. Sólo en el intento de constitución de todo el dominio de objetos de la ciencia desde las mismas relaciones básicas, se asume el desafío de la unificación de todo nuestro conocimiento positivo acerca del mundo. Sin embargo, a diferencia de la posición original de Cassirer, Carnap mantiene su rechazo de 1923 a considerar el ámbito de lo a priori como absoluto, subrayando el carácter convencional de la herramienta formal y con ello el esbozo de lo que será su proyecto posterior, donde a partir del afianzamiento de su posición convencionalista, lo a priori será para él ya francamente relativo.

Permítase para concluir este capítulo resumir parte de este desarrollo posterior en la filosofía de Carnap.

En mi opinión, el afianzamiento de su posición convencionalista tiene dos raíces, la primera la constituyó la discusión en torno al estatus de los llamados “enunciados protocolares”, la que desde comienzos de los años 30 involucró particularmente a Otto Neurath y a M. Schlick. La segunda, en tanto, tiene que ver con la crisis del proyecto logicista y su intento de solución en *La sintaxis lógica del lenguaje*, donde intentará llevar a cabo un tipo de síntesis entre las tres posiciones que estaban en conflicto, logicismo, formalismo e intuicionismo.

Con relación al primer punto, la discusión en torno a los enunciados protocolares, sólo diré, por razones de espacio, que entre la colección de artículos sobre el tema que aparecieron

desde los primeros años de la década de 1930<sup>138</sup>, hay uno que nos ofrece un claro síntoma de la posición convencionalista que Carnap estaba articulando, posición que, por otro lado, era ya una moneda común entre algunos de los otros miembros del Círculo de Viena<sup>139</sup>. En este trabajo, Carnap, respondiendo críticas a su concepción anterior acerca del lenguaje de observación por parte de Otto Neurath<sup>140</sup>, plantea desde el comienzo mismo que tanto su postura anterior, como la del propio Neurath, no deben ser vistas como visiones mutuamente inconsistentes de la cuestión, sino como “*two different methods for structuring the language of science both of which are possible and legitimate*” (Carnap 1932, pág. 457, el énfasis es de Carnap). Es decir, que las visiones acerca de cómo reconstruir el lenguaje de observación de la ciencia deben ser consideradas como *propuestas* que en último término serán valoradas de acuerdo a criterios pragmáticos. En lo que resta del artículo, Carnap se dedica a reconstruir ambas propuestas, la suya anterior y la de Neurath (y su variante correspondiente a Popper), y a exhibir las virtudes de ambas, insistiendo una y otra vez que ambas son formas apropiadas de presentar el lenguaje de observación de la ciencia y que ninguna de ellas tiene un valor epistémico privilegiado sobre la otra. Esta misma actitud es la que Carnap tomará respecto al problema de las tres posturas antagónicas en torno a los fundamentos de las matemáticas. Su idea es reinterpretar cada una de las tres posiciones en cuestión como *propuestas* para formular el lenguaje total de la ciencia, usando uno u otro conjunto de reglas formales como la lógica subyacente a este lenguaje. El

---

<sup>138</sup> En los últimos años se han escrito numerosos estudios que recogen con detalle la secuencia de artículos en torno a la discusión sobre los protocolos. Entre estos estudios, cabe destacar el excelente y comprensivo libro de Thomas Uebel de 1992, así como el también detallado y muy recomendable texto de Thomas Oberdan del mismo año. Para una discusión en torno al problema del fundacionalismo epistemológico véase asimismo, Peláez Álvaro (2004).

<sup>139</sup> Como numerosas investigaciones más o menos recientes han mostrado, los fundadores del así llamado por Rudolf Haller “primer Círculo de Viena”, Otto Neurath, Hans Hahn y Philip Frank, así como la mayoría de los pensadores austriacos de principios del siglo XX, tuvieron una fuerte influencia de los convencionalistas franceses, especialmente de P. Duhem, H. Poincaré y E. Le Roy. Thomas Uebel ha enfatizado también esta característica del pensamiento austriaco como opuesta a la tradición alemana, más influida por Kant y los neokantianos. Véase, Uebel (1991), (1992) y (2003). Para la llamada tesis de Haller, véase Haller (1982).

<sup>140</sup> En este, como en otros temas, Neurath fue muy prolífico, pero el escrito al que nos referimos es el que lleva por título “Protocol Statements” en (1981), trad. española en Ayer (ed.), 1959.

intuicionismo es la propuesta de usar sólo las reglas más débiles del cálculo lógico intuicionista, como nuestra lógica subyacente. El formalismo, por su parte, es la propuesta de usar las reglas más fuertes de la lógica clásica, pero sólo si es posible obtener una prueba de consistencia en el metalenguaje, una prueba que procede presentando axiomáticamente dentro de un sistema formal simple tanto a la lógica clásica como a las matemáticas. El logicismo, finalmente, es la propuesta de usar la lógica clásica y las matemáticas en una formulación que deja en claro que las reglas de ambas son del mismo tipo, es decir, analíticas. Asimismo, el logicismo enfatiza también que la aplicación de las matemáticas a la ciencia empírica es de vital importancia, de modo que sea posible una axiomatización total de la ciencia en la cual los enunciados analíticos sean demarcados con precisión de los sintéticos o empíricos.

En opinión de Carnap, cada una de estas propuestas tiene algo importante que puede ser usado en la construcción de un lenguaje para la ciencia, dependiendo, claro está, de cuáles sean los intereses que se persigan, y son, por lo tanto, en algún sentido, todos “correctos”. Por ejemplo, las reglas del intuicionismo serán más apropiadas si lo que uno quiere es evitar las posibilidades de contradicción en el sistema de las matemáticas. El formalismo, por su parte, al haber enfatizado la importancia de la cuestión de la consistencia y en haber apuntado que esta cuestión puede ser fructíferamente resuelta por el programa de la metamatemáticas, es también correcto. Desafortunadamente, como los resultados de Gödel parecen haber mostrado concluyentemente, una prueba de consistencia del tipo requerido parece imposible<sup>141</sup>.

Como es sabido, Carnap prefería el logicismo, dado que en su opinión éste nos provee con la versión más simple y conveniente de las matemáticas necesarias para la ciencia empírica. En adición a esto, y aunque las esperanzas de reducir las matemáticas a la lógica hayan

---

<sup>141</sup> Existe una amplia bibliografía que trata específicamente los problemas a los cuales condujo el teorema de incompleción de Gödel en el proyecto de Carnap. Entre esta bibliografía, cabe destacar los trabajos de Goldfarb (1996), y de Goldfarb y Ricketts (1992). Para una defensa del proyecto de Carnap contra los ataques de Gödel, véase Awodey y Carus (2003) y (2004).

desaparecido (por lo menos en su versión radical a la Frege y Russell), todavía podemos preservar la intuición de la lógica clásica de que los enunciados de la lógica y las matemáticas, a diferencia de los enunciados empíricos, son analíticos, dependientes de los significados de sus términos lógicos.

La solución de Carnap al debate clásico sobre los fundamentos de las matemáticas puede, por lo tanto, ser visto como una generalización de la concepción de lo a priori relativizado y convencional que comenzó a vislumbrar en 1923, que se desarrolla durante la época del *Aufbau* y florece a comienzos de los años 30. De la misma manera en que en su trabajo de 1923 ya no había lugar para un marco a priori de principios fijos en la teoría física, en la *Logical Syntax*, no hay un marco a priori, *id est*, un conjunto correcto de reglas formales, definitivo de la lógica y las matemáticas. Asimismo, al igual que en esos trabajos el marco a priori de la física es resultado de una elección convencional basada en el criterio pragmático de “máxima simplicidad”, el marco a priori de la lógica y las matemáticas es el producto de una elección convencional basada en las mismas consideraciones pragmáticas<sup>142</sup>.

Así, vemos que existe una continuidad indudable en el proyecto filosófico de Carnap. Sin embargo, debe admitirse que en el tiempo de la *Sintaxis lógica*, las preocupaciones de Carnap acerca del establecimiento de una coordinación entre la estructura lógico-matemática y la experiencia sensorial concreta, han desaparecido detrás del esfuerzo de un programa que busca formular e investigar lógicamente una variedad de formas para el lenguaje total de la ciencia. Para usar la propia terminología de Carnap, la epistemología ha sido substituida por la *lógica de la ciencia*<sup>143</sup>. Es sobre el trasfondo de este proyecto, que Carnap dirige todos sus

---

<sup>142</sup> En la sección 82 de la *Logical Syntax* se lee: “The construction of the physical system is not effected in accordance with fixed rules, but by means of conventions. These conventions, namely, the rules of formation, the L-rules, and the P-rules, are, however, not arbitrary. The choice of them is influenced, by certain practical methodological considerations...” (Carnap 1937, pág. 320, [1934]). Esta posición convencionalista-pragmática se volverá más sólida aún en sus escritos posteriores, especialmente en su (1950).

<sup>143</sup> Alan Richardson ha tratado este tópico excelentemente en su (1996).

esfuerzos a la caracterización formal de la distinción entre enunciados sintéticos o empíricos y analíticos, y es también el fracaso de esta caracterización la que es objeto del virulento ataque de Quine<sup>144</sup>.

Este no es el lugar para entrar en detalle sobre esta crítica. En lugar de eso quiero afirmar que si bien podemos reconocer lo acertado de la crítica de Quine, ello no nos conduce a afirmar que el fenómeno que Carnap estaba intentando caracterizar, la presencia de principios a priori en todo marco lingüístico, no existe. Por ende, tampoco la imposibilidad de proporcionar criterios necesarios y suficientes para identificar principios a priori, nos conduce a un holismo exagerado como el de Quine. Pero de este tema, que ya no es parte de la investigación histórico-filosófica que he propuesto, haré mención en el capítulo siguiente.

---

<sup>144</sup> El ataque de Quine a Carnap está concentrado en sus dos artículos (1951) y (1963).

## 6.0 Conclusiones

Vista retrospectivamente, podría decirse que la investigación que he llevado a cabo es un ejercicio de lo que actualmente se conoce como “epistemología histórica”<sup>145</sup>, la cual no es otra cosa que una versión de la teoría de las ideas. Sin embargo no quisiera acabar la misma recopilando simplemente las conclusiones que he obtenido a lo largo de ella y que, según creo, gozan de cierta plausibilidad histórica. Quisiera, unido a esto, y sin pretender ser exhaustivo en medida alguna, hacer un esbozo del estado actual de la discusión en torno a la posibilidad de un a priori metodológico. Por ello dividiré este capítulo en dos partes, la primera donde recopilo y extraigo las conclusiones de la investigación propiamente dicha, la segunda en la que esbozo la discusión entre dos de los intelectuales más implicados en este tópico, Michael Friedman y Alan Richardson<sup>146</sup>.

### 6.1 La sobrevivencia de lo a priori metodológico

En el análisis que realizamos del proyecto de fundamentación de las matemáticas y la física llevado a cabo por Kant, vimos que éste relacionó la aparente apodicticidad y necesidad de sus resultados a su conexión esencial con las facultades cognitivas del psiquismo humano. Las matemáticas fundan la posibilidad de su existencia y aplicación en la sensibilidad pura, en las intuiciones puras de espacio y tiempo, mientras que la física lo hace en las categorías puras del entendimiento esquematizadas vía la intuición pura del tiempo. A pesar de sus diferencias,

---

<sup>145</sup> Lorraine Daston define a la epistemología histórica de la siguiente manera: “...not the history of this or that particular use of, say, infinitesimals in the mathematical demonstrations of the sixteenth and seventeenth centuries, but the history of the changing forms and standards of mathematical demonstration during this period; not the history of the establishment of this or that empirical fact in, say, the physiology of the mid-nineteenth century, but rather the history of the competing forms of facticity in the physiological institutes and laboratories circa 1870; not the historical judgment as to whether this or that discipline has attained objectivity, and if so, when and how, but rather a historical investigation into the multiple meanings and scientific manifestations of objectivity” (Daston, L. 1994, pág. 283).

<sup>146</sup> He escogido a estos autores dado que se inscriben dentro de una perspectiva familiar a la presentada en este trabajo. Por supuesto que hay otros autores importantes que tratan el tema aunque desde perspectivas diferentes. Entre otros se destacan: P. Kitcher (1980) y (2001), C. Peacocke (1994), H. Field (1996), y T. Burge (1993).



diferencias que tienen que ver con el grado de completitud en las definiciones de sus objetos y de su grado de independencia de la experiencia, la aplicación empírica de ambas ciencias es posibilitada por la intuición. Así, por ejemplo, la intuición pura que llamamos “espacio”, consiste en un medio subjetivo cuasi-perceptual en el cual nos representamos y construimos, de acuerdo a un orden de coordinación sintética que sigue los procedimientos de construcción con regla y compás expuestos por Euclides en sus *Elementos*, la totalidad de las figuras espaciales y sus relaciones. Este medio, que he llamado cuasi-perceptual porque es de alguna manera “sensible”, pero que lo es de una manera “pura”, es decir, de una manera en la cual las ambigüedades e inexactitudes de la sensibilidad empírica no intervienen, es la fuente de juicios que son sintéticos, puesto que no surgen a partir del principio de no-contradicción, y a priori, esto es, conocidos con independencia de la experiencia. Asimismo, arguye Kant, es esta facultad la que posibilita nuestra conciencia de un mundo de objetos externos a nosotros y en las mismas relaciones de externalidad unos respecto de otros. Claro está, estas relaciones coinciden, para Kant, con las relaciones establecidas por los axiomas y postulados de Euclides, por lo que estamos restringidos a priori a percibir un mundo de estructura euclideana.

De la misma manera, aunque no voy a repetir aquí el argumento con detalle, la física se encuentra dominada por ciertos principios que emanan en último término de la facultad de síntesis lógica representada por las categorías puras del entendimiento. En efecto, al no consistir, para Kant, estas categorías nada más que en meras funciones lógicas de síntesis en el juicio, es imprescindible, en orden a dotarlas de “significación y sentido” referirlas a la sensibilidad en general. El resultado son los principios del entendimiento puro, los cuales son sintéticos, en la medida en que refieren a objetos reunidos en una intuición pura, y son a priori en la medida en que el entendimiento los produce con entera independencia de la experiencia. Pero no debemos olvidar que estos principios son todavía principios que determinan una

experiencia posible, es decir, contienen las reglas que determinan la conexión de las representaciones en orden a conformar los objetos posibles de conocimiento. Para aplicar, no obstante estos principios a un orden u otro de cosas dadas, es necesario a su vez que los mismos estén referidos a un concepto empírico que concentre las determinaciones del objeto, central al orden de cosas de que se trate. Así, por ejemplo, aquellos principios que emanan de las categorías de relación y que Kant llama “analogías de la experiencia”, cuando son referidos al concepto empírico de materia, conforman las leyes del movimiento de Newton, las que podemos llamar propiamente “leyes de la naturaleza” en la medida en que les subyace una regla a priori de conexión de los fenómenos en general, aplicada a un caso particular.

Entonces, no queda duda de que en el planteamiento kantiano, las ciencias están fundadas en las capacidades inherentes a la razón humana, las cuales también ofician como medios de aplicación de las verdades científicas a la experiencia.

Ahora bien, los descubrimientos y desarrollos que ocurrieron en la geometría del siglo XIX y que estudiamos en nuestro segundo capítulo, parecen afectar esta dependencia de la verdad o validez de las ciencias respecto a nuestras capacidades cognitivas. En efecto, tanto la proliferación de las geometrías no-euclídeas, como el desarrollo de la geometría proyectiva, la primera con su repercusión sobre la autoridad de la geometría euclídeana, y la segunda con su creciente formalización y el consiguiente abandono de todo medio perceptual o cuasi perceptual que funde la posibilidad de la geometría misma, en pocas palabras, mostrando la posibilidad de la construcción de las relaciones espaciales con independencia de la facultad de intuición, parecen afectar no sólo el papel de la intuición en tanto fundamento de la posibilidad de la construcción de la geometría, sino también en cuanto a su papel constitutivo fundamental, esto es, a su papel como condición de posibilidad de la aprehensión de los objetos externos en relaciones espaciales. Así, lo que obtenemos es una separación del ámbito

de las relaciones puras matemáticas de la experiencia. Pero, ¿significó esto que lo espacial – determinado ahora de una forma puramente formal- perdiera toda injerencia en la constitución de la experiencia del sujeto? De manera alguna. Aquí comenzará el esbozo de lo que luego se volverá el eje de las concepciones acerca del papel de lo formal en cuanto herramienta constitutiva de los fenómenos. En efecto, en algunas de las observaciones sobre el carácter “idealizador” de los axiomas de la geometría respecto de la experiencia, provenientes de algunos de los geómetras implicados en los desarrollos examinados, comienza a gestarse la opinión de que aquellas facultades constitutivas que Kant atribuyó a la intuición podían en realidad verse como una contribución del entendimiento. Pero debe advertirse, y esto es de fundamental importancia, que si bien el énfasis en el carácter constitutivo recae ahora en el entendimiento, los implicados en esta opinión llevaron a cabo conjuntamente cierta “liberalización” del ámbito de restricción a priori al cual estamos sometidos, es decir, ya no creen que nuestra mente nos restringe a un único universo de estructura euclídeana.

En nuestro tercer capítulo, vimos dos autores que se esfuerzan por mantener un punto de vista que combina una fuerte admisión del punto de vista kantiano según el cual el sujeto legisla y constituye el ámbito de la experiencia, con esta “liberalización” de los contenidos de lo a priori a la que hacía referencia hace un momento. Helmholtz concibe al espacio como una forma a priori dependiente del axioma de movilidad libre, el cual concibe como una categoría del entendimiento que regula los procesos inductivos mediante los cuales relacionamos nuestras sensaciones en orden a constituir nuestros conceptos espaciales. Como se enfatizó en su momento, este espacio así concebido, no posee más axiomas que el de movilidad y los que se siguen del axioma de movilidad, y por lo tanto, posee la generalidad necesaria como para dar cabida a cualesquiera de los casos clásicos de geometrías de curvatura constante<sup>147</sup>. Poincaré,

---

<sup>147</sup> Recuérdese que en este punto el aporte de Riemann y su noción de “variedad” fue fundamental.

por su parte, parte de la base de que nuestros sentidos “desnudos” no pueden proporcionarnos por sí mismos la noción de espacio, ésta se obtiene como resultado de un proceso en el cual nuestras sensaciones se relacionan y combinan de acuerdo a las reglas que componen el llamado “grupo” de movimientos del sujeto, el cual contiene los subgrupos que caracterizan a las diferentes geometrías y que se encuentran potencialmente en nuestro espíritu, a la espera de ser actualizados por un conjunto de sensaciones particulares<sup>148</sup>. Es claro que en las dos concepciones, ya se ha obviado el recurso a la intuición, al menos en su aspecto de restricción representacional y determinada a priori, y se ha suplantado por nociones que son estrictamente formales, pero que no obstante ofician constitutivamente sobre el nivel de la experiencia.

Cuando pasamos a nuestro cuarto capítulo, nos enfrentamos a filósofos que ya asumen plenamente, con sus diferencias, este papel de lo formal como herramienta constitutiva de la experiencia. Esta asunción explícita se debe, entre otras cosas, no sólo a los resultados ofrecidos por la geometría, sino también al propio desarrollo de la lógica formal, la cual emerge en todo su esplendor primero en *Los principios de las matemáticas* de Russell y luego con *Principia Mathematica* de Russel y Whitehead, así como al surgimiento de la teoría de la relatividad, la cual ofreció el claro ejemplo de una teoría física liberada completamente de contenidos cualitativos, y que explotaba los descubrimientos ocurridos en la geometría.

Partiendo de sus consideraciones sobre la distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento, la que veía como fundamentalmente incorrecta, Cassirer argumentó, influido por Cohen, que intuiciones y conceptos no eran más que diferentes momentos de una función cognitiva más básica, a saber, la “síntesis productiva”. Esta “síntesis productiva”, que consiste para Cassirer en una *función generadora de series*, se identifica con el moderno concepto de *función*

---

<sup>148</sup> Muy probablemente pueda entreeverse la hipótesis realista causal que subyace al planteo de Poincaré, pues la actualización de un grupo u otro depende también de la estructura del medio ambiente en el cual el sujeto se encuentra, y que determina la secuencia de sus sensaciones.

matemática, el cual se transforma, para Cassirer, en la función conceptual básica que subyace tanto a las ciencias formales como a las empíricas. Dado que Cassirer asumía plenamente el proyecto logicista de reducción de las matemáticas a la lógica, la función conceptual de la que habla corresponde a una función estrictamente formal y que pertenece por ende al entendimiento. Así, ya no hay justificación, para Cassirer, en sostener una distinción entre lógica trascendental y lógica general. La lógica trascendental es convertida en una *lógica del conocimiento objetivo* en la medida en que se insiste sobre la presencia de la estructura matemática en el reino empírico. Y esto último se muestra en la naturaleza esencialmente relacional del pensamiento conceptual. La ubicuidad de esta función conceptual en el conocimiento sostiene la unidad de la ciencia y la aplicabilidad de las matemáticas a la variedad de la experiencia.

El caso de Hans Reichenbach es en cierto aspecto similar al de Cassirer, aunque su interpretación del kantianismo lo conduce a ver el problema de lo a priori y la constitución de la experiencia de manera diferente. En efecto, manteniéndose más fiel a la interpretación ortodoxa de la distinción entre sensibilidad y entendimiento, la que veía a la primera como una facultad esencialmente pasiva y a la segunda como fundamentalmente activa, y al mismo tiempo renunciando al papel de la intuición pura, su posición se presenta como abriendo un abismo entre lo conceptual y lo empírico. En efecto, si la intuición pura no es lo que Kant creía que era, es decir, no es una facultad a priori que provee con una forma sensible necesaria para los fenómenos, entonces hay una heterogeneidad fundamental entre lo conceptual y lo dado en la sensibilidad. Sin embargo, esto no conduce a Reichenbach a una posición empirista ingenua que vea a lo dado en la experiencia como consistiendo de “datos sensoriales” dispuestos allí de antemano para ser luego relacionados con lo conceptual. Por el contrario, Reichenbach sostiene que lo dado en la experiencia es un todo indiferenciado e inconexo, un cúmulo de experiencias que sólo podemos determinar en la medida en que coordinamos con un marco

conceptual establecido de antemano. Sólo podemos hablar de objetos y de hechos, en la medida en que coordinamos un marco conceptual, el cual implícitamente define sus objetos y sus hechos, con lo dado inconexo. Esto, claro está, posibilitado por ciertos principios que Reichenbach llama “axiomas de coordinación”. Así, el marco conceptual y los principios coordinativos a priori, *constituyen* los objetos de experiencia.

Moritz Schlick, por su parte, es el primero en asumir los resultados de la teoría de la relatividad en relación a la desubjetivización fundamental en la descripción de la realidad física, y consecuentemente abandona la intuición arrojándola al limbo de lo psicológico, puramente cualitativo, de lo cual no podemos obtener ningún “conocimiento” propiamente dicho. Esto, no obstante, conjuntamente con su negativa de dotar a lo conceptual de un papel constitutivo como el que vemos en Cassirer o Reichenbach, lo conduce a una posición particularmente complicada en la que se sostiene una teoría de la cognición como coordinación, similar a la que Reichenbach asumiría bajo su propia influencia, pero donde se insiste en que lo conceptual, que por supuesto, concibe bajo la forma de sistemas axiomáticos definidos implícitamente, *à la Hilbert*, se coordina con objetos autoidentificados, con “cosas en sí mismas” que componen el “mundo real”. No obstante la apariencia de realismo científico que posee la posición de Schlick, debo advertir que a diferencia de los realistas científicos contemporáneos, Schlick niega el supuesto de una única descripción posible del mundo, sosteniendo el punto de vista convencionalista según el cual puede haber varios sistemas que sean incompatibles entre sí, pero que sean coordinados unívocamente con los hechos relevantes, y por ende, todos verdaderos. De cualquier manera, y aunque Schlick no fuera todo lo consistente que podríamos desear, su concepción hace énfasis en la primacía de lo conceptual sobre lo sensible, lo cual es, como decía hace un momento, despreciado como carente de determinación y a lo sumo objeto para la psicología. La física, en su opinión, se eleva por encima de lo puramente

cualitativo, del reino de lo subjetivo, para hablar acerca de las determinaciones cuantitativas y objetivas de los fenómenos.

Rudolf Carnap es la figura final a la cual está dedicado todo nuestro capítulo quinto. Quizás podría justificarse la atención que se presta a este filósofo diciendo claramente que en su obra de 1928, *La construcción lógica del mundo*, se concreta, en toda su magnitud este proyecto de caracterización de un a priori formal y constitutivo que hemos rastreado desde la revolución en geometría. Especialmente, vemos en esta obra una asunción plena del desafío de Cassirer de mostrar cómo es posible que la lógica formal pueda ser aplicada a la constitución de la experiencia. Sin embargo, el pensamiento de Carnap sobre el papel de lo formal en cuanto herramienta constitutiva, tal como lo encontramos en el *Aufbau*, evolucionó desde formas que mantenían un compromiso con una tradición kantiana o neo-kantiana más ortodoxa. En efecto, en su tesis doctoral, *El espacio*, lo vemos articular una concepción de lo a priori metodológico que hace apelación esencial a la idea de intuición, y aunque no se trate de la idea original kantiana sino de la propuesta por Husserl, argumenta que la intuición así entendida conforma la condición de posibilidad de nuestra aprehensión de los objetos físicos y sus relaciones espaciales. La intuición nos provee con la “forma necesaria” de la experiencia, la cual concuerda con los axiomas de Hilbert para regiones limitadas de la experiencia. Asimismo, es interesante observar que en su forma de concebir el espacio formal como una teoría pura del orden, hay elementos de clara referencia al modo en que Cassirer caracteriza a la función generadora de series que introduce un orden en el ámbito de la experiencia. Sin embargo, Carnap no parece todavía coincidir en asignar ese papel a lo formal, manteniéndolo separado de lo empírico, razón por la que apela a la noción de espacio intuitivo.

En 1923, en tanto, vemos ya un abandono explícito de la intuición, pero de igual manera, lo formal se mantiene separado de lo empírico, a lo que es coordinado mediante

ciertos principios que ofician como mediadores entre esos polos. Carnap afirma que la primera parte de la física, que opera, *more geometrico*, y contiene el marco espacio-temporal y el principio de acción, consiste en principios sintéticos a priori, pero ahora bajo la influencia de Dingle y Poincaré, afirma que esos principios no deben verse bajo la vieja forma kantiana, esto es, como formas a priori del pensamiento con un contenido fijo e invariable, sino como convencionales. Sin embargo, esto no conduce a perder su significado constitutivo, sino que por el contrario, afirma explícitamente que lo dado en la experiencia sólo puede tener un significado en la medida en que se conecta, mediante la parte coordinativa, con lo conceptual. Como vemos, todavía en este trabajo Carnap no asume completamente la idea de que lo formal sea aplicado, sin mediación, a lo dado en la experiencia. Este último paso es dado en el *Aufbau*.

En efecto, desde el comienzo mismo del libro y a lo largo de toda su extensión, Carnap deja en claro que su interés consiste en mostrar la posibilidad de erigir un sistema de objetos que se valga únicamente de dos expedientes formales, a saber, clase y relación, los cuales aplicados a diferentes dominios de objetos básicos, redundarán en un mismo sistema de objetos. Debe enfatizarse, no obstante, que el proyecto no se limita a exponer el orden lógico de los conceptos, sino a demostrar cómo es posible su constitución, utilizando un ejemplo que intenta reconstruir los procesos reales del conocimiento. Así, parte de experiencias básicas, las que considera como unidades indivisibles (de acuerdo a investigaciones de la psicología de la Gestalt), y las somete ulteriormente a un procedimiento formal que llama “cuasianálisis” que tiene como fin generar, mediante la aplicación de las categorías de clase y relación, todos los objetos (o mejor, cuasiobjetos) que componen esas experiencias, y todos los objetos del dominio de lo físico, de lo psíquico general, y de lo intersubjetivo. De esta manera, Carnap concluye el proyecto de Cassirer de extender el ámbito de la lógica a la totalidad de la ciencia empírica. A través del procedimiento del cuasianálisis se introduce un orden en un dominio



indiferenciado, del cual emergen objetos como estructuras ordenadas que ocupan un lugar en la totalidad del sistema.

Así, resulta sorprendente ver que el que quizás podríamos llamar el sentido más fuerte de lo a priori, el metodológico o constitutivo del objeto de experiencia, el cual sobrevivió a por lo menos dos de las revoluciones más importantes ocurridas en la física y las matemáticas en los siglos XIX y XX, fuera ignorado por los filósofos e historiadores de la filosofía. Y si bien es cierto que la idea tomó otros rumbos a partir de la introducción del giro lingüístico en la filosofía, y estuvo en un *impasse* bajo la influencia de Quine, vuelve a reaparecer en formas más o menos informales en la filosofía de la ciencia de los años sesenta. En efecto, aunque cada filósofo tiene, naturalmente, su propia idea de cómo debe ser entendida esta peculiar noción, es fácil detectar la misma intuición básica detrás de los principios categoriales de Sellars, los principios estructurales de Putnam, los paradigmas de Kuhn, etc. Esta intuición básica compartida arroja evidencia a favor de la idea de que hubo una continuidad mayor entre la filosofía estándar de la ciencia y las concepciones postkuhniánas, que lo que se ha estado dispuesto a aceptar, pero sobre este punto no deseo extenderme más aquí<sup>149</sup>.

Un último punto que deseo mencionar, es el que tiene que ver con la tesis secundaria de este trabajo, a saber, la idea de que las diferentes versiones de lo a priori metodológico que pueden distinguirse, esto es, su carácter absoluto o relativo, tienen su origen también en los desarrollos de la geometría estudiados en el capítulo segundo. Como ya señalé en la conclusión a dicho capítulo, el énfasis del programa de Erlangen sobre las propiedades que permanecen invariantes a través de los grupos de transformaciones, inspiró concepciones de lo a priori absolutistas. Aquí mostramos que la idea de “invariantes lógicos de la experiencia” de Ernst Cassirer está fuertemente inspirada por este proyecto. De igual manera, la propia idea de

---

<sup>149</sup> Existe una amplia bibliografía que trata el tema de las relaciones entre filosofía estándar de la ciencia y la tradición historicista, pero para un ejemplo claro de lo que se sugiere aquí véase Irzik y Grünberg (1995).

Carnap de la “forma necesaria” de la experiencia también se hace eco de esta idea, y por ende puede afirmarse de ella que pertenece a la concepción absolutista.

El caso de la proliferación de las geometrías no-euclidianas inspiró, a mi modo de ver, concepciones de cuño convencionalista, las que redundaron ulteriormente en versiones de lo a priori metodológico relativizado. Es decir, son visiones que sostienen la existencia de principios a priori constitutivos, pero que afirman su mutabilidad en el tiempo. Son los casos de Reichenbach y del Carnap de 1923 y el *Aufbau*. Asimismo, si bien la posición de Schlick es más problemática, puede también ubicarse francamente entre las concepciones relativizadas.

## 6.2 El estado del arte

Desde comienzos de los años noventa, Michael Friedman colaboró en la labor de reconstrucción histórica de la llamada filosofía analítica de la ciencia - que ya había iniciado J. A. Coffa y J. Proust pocos años antes-, y que intentaba subsanar la multitud de equívocos y tergiversaciones que dicha filosofía había sufrido, principalmente a partir de los años sesenta.

Como Coffa mismo ya lo había advertido, entre los temas que se encontraban en la agenda estaba, sin lugar a dudas, “el gigante dormido de la epistemología analítica, el problema de lo a priori” (Coffa 1991, pág.10), el cual ha sido tratado no solamente desde el punto de vista histórico por Friedman, sino también positivamente en su libro de 2001. En este libro, Friedman articula una concepción de lo a priori que llama “a priori relativizado y dinámico”, el cual es deudor, en mayor o menor medida, de las concepciones de Reichenbach de los años 20 y de Carnap de 1934, la cual en opinión de Friedman sigue las pistas de la primera. No obstante, consciente de los problemas formales a los cuales el propio Carnap se enfrentó al intentar caracterizar apropiadamente la distinción entre un componente racional o a priori y uno empírico en todo marco lingüístico, Friedman defiende una versión más informal de esta

distinción inspirado en los trabajos de Thomas Kuhn. Veamos con algo de detalle cómo articula su posición.

En contra de una imagen quineana bien conocida según la cual no hay distinción, más que la que se sigue de un relativo atrincheramiento, entre los enunciados dentro de un sistema teórico, Friedman insiste en que: "...advanced theories in mathematical physics, such as Newtonian mechanics and Einsteinian relativity theory, should be viewed as consisting of two asymmetrically functioning parts: a properly empirical part containing laws such as universal gravitation, Maxwell's equations of electromagnetism, or Einstein's equations for the gravitational field; and a constitutively a priori part containing both the relevant mathematical principles used in formulating the theory (Euclidean geometry, the geometry of Minkowsky space-time, the Riemannian theory of manifolds) and certain particularly fundamental physical principles (the Newtonian laws of motion, the light principle, the equivalence principle)" (Friedman 2001, pág. 71).

Hablar, por supuesto, de principios a priori en teorías sucesivas y quizás incompatibles, entraña el compromiso de que dichos principios no son universales y necesarios como lo eran para Kant, por lo que son susceptibles de ser abandonados como resultado de su incompatibilidad con la experiencia. Pero si esto es así, ¿qué nos hace llamar a tales principios "a priori"? De acuerdo con Friedman, debemos, siguiendo a Reichenbach y a Carnap, distinguir dos sentidos en la idea de lo a priori: universalidad y necesidad por un lado, y constitutivo del objeto de experiencia, por el otro, y abandonar el primer sentido mientras retenemos el segundo. En su opinión, los cambios revolucionarios ocurridos en la ciencia después de Newton, los que han sido tan defendidos en nuestra era postquineana, antes que plantear dudas acerca de la autenticidad de hablar de principios a priori, evidencian con mayor fuerza su existencia.

Según Friedman, cuando decimos que los principios constitutivos son condiciones necesarias de la posibilidad de las leyes propiamente empíricas, no debemos entender “condición” en el sentido estándar donde A es una condición necesaria de B simplemente si B implica A. Antes bien, debemos entender “condición” en el sentido más fuerte de “presuposición”. De acuerdo con esta idea, decir que A es una condición constitutiva de B significa que A es una condición necesaria, no simplemente de la verdad de B sino de la significatividad o el valor de verdad de B. Por ejemplo, en la física newtoniana, la ley de gravitación universal emplea un concepto, la aceleración absoluta, que no tiene significado o aplicación empírica a menos que las leyes del movimiento se sostengan. Es decir, que si no suponemos la verdad de las leyes del movimiento, la cuestión de si la ley de gravitación es empíricamente verdadera no podría ni siquiera plantearse.

La teoría de las presuposiciones, desarrollada ampliamente en la década de los cuarenta por R. G. Collingwood, principalmente en su conocido trabajo *Ensayo sobre metafísica*, hizo extensivo el papel de las presuposiciones a todas las afirmaciones empíricas, las cuales poseen necesariamente una presuposición que las dota de sentido, una presuposición sin las cuales aquellas no consisten más que en una riestra de fonemas<sup>150</sup>. Friedman, por su parte, desea restringir el uso del término “a priori” para aquellas presuposiciones que por su extrema generalidad, cubren la totalidad de la verdad empírica (al menos en las ciencias naturales).

Ahora bien, de acuerdo con Friedman, el desarrollo de la ciencia desde los tiempos de Aristóteles hasta nuestros días, ha promovido la necesidad de modificar la imagen bi-partita de las teorías que veíamos al comienzo. En efecto, nadie negaría la opinión de que la ciencia busca realizar una suerte de descripción de los fenómenos que se presentan a la experiencia

---

<sup>150</sup> En mi tesis de maestría en Filosofía de la Ciencia titulada “Kant, Newton y el problema del conocimiento a priori en la ciencia natural” (México, 2003), trato con detalle la posición de Collingwood en torno a las presuposiciones como antecedente de algunas de las posturas en torno a lo a priori en la filosofía de la ciencia post-kuhniiana.

ordinaria. Así, para usar la terminología de Wilfrid Sellars<sup>151</sup>, la “imagen científica” busca habérselas con la “imagen manifiesta”, la imagen propia al sentido común. En la física Aristotélico-Escolástica pre-moderna no parece haber ninguna dificultad en la aplicación de los conceptos de espacio, tiempo, y movimiento a la experiencia. El espacio consiste en una esfera euclídeana tri-dimensional cuyo centro está ocupado por la tierra, y cuya esfera límite está ocupada por las estrellas fijas. La esfera celeste completa rota diariamente en forma uniforme de este a oeste, mientras que las esferas celestes concéntricas rotan en la dirección contraria en períodos más largos de tiempo. Cada cuerpo celeste tiene un lugar natural determinado por su esfera celeste y un movimiento natural determinado por la rotación de esta esfera. De acuerdo con Friedman, esta descripción “científica” se acomoda bien con la imagen propia al sentido común, no parece más que una sistematización más ajustada de esta última. Por contraste, en la física-matemática de los siglos XVII y XVIII, la correspondencia entre descripción científica y experiencia intuitiva se pierde irremediabilmente. En lugar de una esfera euclídeana tri-dimensional, el espacio es ahora una extensión tri-dimensional euclídeana infinita en todas direcciones, que por esta misma razón ya no contiene ninguna posición privilegiada. Dado que ningún cuerpo en particular ocupa el centro de este espacio, podemos construir un espacio euclídeano equivalente centrado en el cuerpo físico que deseemos. Es decir, podemos distinguir una infinita variedad de espacios relativos ninguno de los cuales tiene una posición privilegiada. De esto resulta que nuestro nuevo concepto de movimiento natural, dado por la ley de inercia, es esencialmente ambiguo. Los cuerpos siguen líneas rectas euclídeanas al infinito sin que operen sobre ellos fuerza externa alguna; pero, ¿relativo a qué espacio relativo se lleva a cabo esto? Finalmente, dado que el pasaje uniforme del tiempo no es suministrado

---

<sup>151</sup> Véase Sellars (1971), principalmente el capítulo 1 titulado “La filosofía y la imagen científica del hombre”. La distinción entre “imagen manifiesta” e “imagen científica” fue desarrollada anteriormente con profundidad por E. Husserl, quien contrapuso el “mundo de la vida” (*Lebenswelt*) al “mundo postulatorio” de la física-matemática. Véase especialmente su (1936).

por algún movimiento físico observable, sino por un estado natural de movimiento inercial que nunca es observado, la noción de tiempo es también esencialmente ambigua de una manera similar. Ni el espacio ni el tiempo poseen una relación inequívoca con la experiencia.

Según Friedman, este fenómeno puede explicarse apelando al hecho de que a partir de la física moderna, la estructura matemática empleada por la teoría física para referirse a la experiencia concreta se ha vuelto creciente y manifiestamente abstracta. Por lo tanto, surge la necesidad de comenzar a *coordinar* nuestras representaciones matemáticas con la experiencia concreta aún antes de que sepamos completamente qué expresa la nueva teoría.

En el caso concreto de la teoría newtoniana, las leyes del movimiento – dado que definen una clase privilegiada de marcos de referencia en los cuales los nuevos conceptos de espacio, tiempo y movimiento se aplican sin ambigüedad –, llevan a cabo este papel coordinativo entre el marco puramente teórico y la experiencia. Según Friedman, las leyes del movimiento de Newton son un ejemplo de lo que en su libro de 1920 Reichenbach llamó “principios coordinativos”. Principios que, por así decirlo, explicitan las condiciones empíricas para que se siga en la experiencia el contenido de las relaciones conceptuales postuladas en la parte axiomática de la teoría. Por lo tanto, las leyes del movimiento de Newton ofician como *presuposiciones* de las leyes propiamente empíricas de la teoría, como lo es la ley de la gravitación universal.

En el paso de la física newtoniana a la relativista, el grado de abstracción de la representación matemática del mundo ha aumentado aún más<sup>152</sup>, y por ende la disociación de los contenidos de la experiencia es completa<sup>153</sup>. En efecto, en lugar de un espacio euclideo

---

<sup>152</sup> Friedman no quiere decir que el cambio de un marco teórico a otro sea sólo una cuestión de un cambio en el nivel de abstracción del aparato matemático usado, pero su énfasis está en mostrar la necesidad de la postulación de principios coordinativos.

<sup>153</sup> Debe ser notado que la teoría de la relatividad persiguió autoconscientemente esta separación entre el marco teórico y los contenidos de la intuición, llevando a cabo la verdadera y definitiva “desobjetivización de la teoría física”. Véase el apéndice al capítulo 4 donde se trata con detalle este tópico.

infinito y tridimensional, usamos ahora una variedad semi-Riemanniana de curvatura variable y de cuatro dimensiones, una variedad equipada con una métrica Lorentziana. Y en lugar de las trayectorias inerciales de la física de Newton, distinguimos ahora las líneas geodésicas de cuatro dimensiones de la métrica semi-Riemanniana como representando nuestro nuevo estado natural de movimiento. Como es obvio, la distancia de los contenidos intuitivos de la experiencia es total, y la necesidad de postular principios coordinativos que salven ese hiato aún mayor. En la teoría de la relatividad general, esos principios, análogos a las leyes del movimiento de Newton, lo constituyen el principio de la luz y el principio de equivalencia.

De este modo, la imagen de las teorías físicas a la que arribamos como resultado del propio desarrollo de la física es la de teorías que consisten en tres partes que funcionan asimétricamente: una parte matemática, una parte mecánica, y una propiamente empírica. La primera contiene las representaciones o estructuras teóricas básicas que intentan describir el marco espacio-temporal en cuestión. La parte física o empírica intenta usar esas representaciones matemáticas para formular leyes empíricas precisas que describan los fenómenos empíricos. Pero para lograr esto es necesario postular una parte coordinativa entre la estructura matemática y los fenómenos concretos, una parte que haga posible que las leyes de la naturaleza formuladas con ayuda de la parte matemática tengan significado empírico. Para usar la terminología kantiana, podría decirse que la parte matemática define la *posibilidad lógica* de nuestra teoría física, por ejemplo, sin la teoría Riemanniana de las variedades la estructura espacio-temporal de la relatividad general no sería lógicamente posible y, por supuesto, tampoco empíricamente posible; la parte coordinativa o mecánica, por otro lado, define la *posibilidad real* de nuestro marco, es decir, posibilitan que nuestros principios teóricos sean empleados en la descripción de algún fenómeno empírico. Esto es, define lo que puede contar

como una razón o justificación empírica para el marco teórico en cuestión. Sólo así se hace posible cualquier interrogación a la naturaleza.

Ahora bien, Friedman complementa sus observaciones sobre los componentes a priori de la teoría física con afirmaciones acerca del modo en que dichos principios cambian a lo largo de la historia. Para ello se hace eco de varias de las ideas de Thomas Kuhn, aunque evita tanto las llamadas consecuencias irracionalistas de *La estructura* como la propia solución posterior de Kuhn al respecto. Para ello apela a la idea de un ideal regulativo concebido como una comunidad de investigación final que ha logrado una racionalidad comunicativa transhistórica y universal, sobre la base de principios constitutivos obtenidos en el límite ideal de la investigación científica. Y como es claro, esta concepción proviene de la idea de Habermas según la cual “This concept of communicative rationality carries connotations that ultimately trace back to the central experience of the non-coercively uniting, consensus creating power of argumentative speech, in which different participants overcome their initially subjective points of view, and, thanks to the commonality of reasonably motivated convictions, assure themselves simultaneously of the unity of the objective world and the intersubjectivity of their context of life” (Citado en Friedman, 2001, pág. 54).

Alan Richardson<sup>154</sup> ha resaltado este aspecto del pensamiento de Friedman, y lo usa para desarrollar una idea más clara y profunda de lo que queremos decir cuando hablamos de un a priori constitutivo de la experiencia. En efecto, de acuerdo con Richardson, la comunidad ideal de investigación a la cual apela Friedman para evitar los problemas de intertraducibilidad entre marcos lingüísticos alternativos, no soluciona dichos problemas. Si Newton no puede entender el lenguaje de Einstein, esto no se rectifica introduciendo un tercer lenguaje ideal que ninguno de ellos puede entender. En suma, la idea *peirceana* del límite ideal no soluciona

---

<sup>154</sup> Richardson (2002).



problemas de índole semántica. Pero entonces, pregunta Richardson: ¿qué problemas resuelve? En su opinión, tanto Friedman como Habermas apuntan no a un problema de irracionalidad en tanto carencia de significatividad, sino a un problema de irracionalidad como coerción. Lo que el límite ideal de la historia de la investigación provee es aquello a lo que no puede llegarse en ningún estadio particular de la historia de la investigación misma. En cualquier momento de la historia de la ciencia, la teoría vigente es coercitiva con respecto al pasado, esto es, esta teoría explica su continuidad con la teoría anterior pero también su progreso respecto de ella desde su propio punto de vista y por medio de un lenguaje que los científicos anteriores no serían capaces ni de entender ni mucho menos admitir. El límite ideal introduce no la posibilidad de intertraducción sino la posibilidad de una simetría argumentativa, esto es, la situación hipotética en la cual las diversas comunidades han abandonado sus propios lenguajes y modos de comprender el mundo, algo afín a la idea expresada por Habermas en la cita consignada anteriormente.

Lo que según Richardson resulta de importancia en la solución de Friedman al relativismo no es tanto la solución misma, sino lo que ella revela del problema que intenta solucionar, a saber, que el problema de la incompatibilidad o si se quiere de la inconmensurabilidad entre diferentes teorías no es un problema meramente semántico.

De acuerdo con Richardson, a pesar de que Kuhn mismo dejara conducir el problema de la inconmensurabilidad al terreno semántico, sus primeras consideraciones sobre dicho asunto no lo enfocaban como un problema de tal índole. Richardson cita el siguiente pasaje de Kuhn: "Paradigms differ in more than substance, for they are directed not only at nature but also back upon the science that produced them... as a result, the reception of a new paradigm often necessitates a redefinition of the corresponding science. Some old problems may be relegated to another science or declared entirely "unscientific". Others that were previously

non-existent or trivial may, with a new paradigm become the very archetypes of significant achievement. And as the problems change, so, often, does the standard that distinguishes a real scientific solution from a mere metaphysical speculation, word game, or mathematical play. The normal-scientific tradition that emerges from a scientific revolution is not only incompatible but often actually incommensurable with that which has gone before” (Citado en Richardson 2002, pág. 264). En este pasaje, según Richardson, la noción de inconmensurabilidad no está relacionada a la diferencia semántica que existe entre dos paradigmas, sino a las tradiciones prácticas que dichos paradigmas inducen. Es decir, que los participantes en dos paradigmas diferentes no meramente “creen” cosas diferentes sino que “viven” o “trabajan” en mundos diferentes. Así, por ejemplo, el problema no consiste en que un newtoniano no pueda *entender* a un einsteiniano, sino que un newtoniano no puede *ser* un einsteiniano; ser un tipo de persona implica muchas cosas más que poseer un conjunto de afirmaciones significativas, implica una serie completa de compromisos, disposiciones, y valores. Por eso, continúa Richardson, el término psicoanalítico “crisis” es tan apropiado para describir un cambio de paradigma, pues uno no puede perder el mundo en el que actúa sin perderse a sí mismo.

De esta manera, Richardson articula una concepción de lo que significa ser “constitutivo” de la experiencia que descansa en la noción de “práctica”<sup>155</sup>, noción que si bien Richardson reconoce en el pensamiento de Kuhn, puede rastrearse hasta pensadores pragmatistas como C. I. Lewis, J. Dewey y M. Cohen. Para estos filósofos, en los cuales se lleva a cabo una ruptura con la distinción kantiana entre razón teórica y razón práctica, los marcos conceptuales encierran compromisos no sólo de índole teórica sino también principios

---

<sup>155</sup> Richardson advierte que el sentido de “práctica” presente en la filosofía de Kuhn no puede identificarse con la riqueza que el término ha adquirido en nuestros días, pero esto no significa cometer un anacronismo al usar dicho término para hablar de la idea de Kuhn. Para un estudio minucioso de la noción de “práctica” véase Martínez, S. (2003).

prácticos que sugieren tanto las soluciones a cuestiones de investigación, como el orden de importancia de las mismas. Así, el primero de los filósofos mencionados reconoce abiertamente esta dimensión al decir: “We cannot even interrogate experience without a network of categories and definitive concepts. And we must further be prepared to say what experimental findings will answer what questions, and how. Without tests which represent anterior principle, there is no question which experience could answer at all” (Lewis, C. I. 1923, [1987] pág. 22), y en otro pasaje significativo: “Such definitive laws are a priori; only so can we enter upon the investigation by which further laws are sought” (Ibidem, pág. 20).

En la perspectiva de Richardson, al igual que en los pragmatistas, esta admisión del concepto de práctica no lo conduce a la visión ahora corriente que separa tajantemente las tradiciones teórica y experimental<sup>156</sup>. Antes bien, su idea se corresponde con la concepción tradicional que señala que el papel epistemológico de las tradiciones experimentales se reduce al descubrimiento de hechos que sirven para la contrastación de teorías. Así, una teoría, paradigma, o como quiera llamársele, introduce un conjunto de principios acerca de cómo es el mundo y con ello el contenido de las prácticas mediante las cuales nos hacemos accesibles esas relaciones. Esto es, la ciencia propone visiones del mundo mediante las cuales intenta hacer predicciones acerca de los acontecimientos, y por ende también abre el espacio de lo que cuenta como una prueba para sus predicciones.

Ahora bien, el énfasis de Richardson en los aspectos no-semánticos de los paradigmas, los cuales se vuelven constitutivos de la investigación y de las prácticas allí implicadas, lo conduce a quizás una versión de la inconmensurabilidad más radical que la que coloca a los aspectos semánticos en el centro de la cuestión. Por ello, ni la solución de Friedman, la de la

---

<sup>156</sup> En el capítulo 4 del libro mencionado en la nota anterior se encuentra una discusión pormenorizada de este tópico. Superaría los límites de la presente sección adentrarme en esta problemática, dado que sólo pretende hacer un esbozo de las direcciones de investigación en torno a la idea de a priori constitutivo metodológico.

comunidad ideal al final de la investigación, ni la del propio Kuhn, la de los valores y metas compartidas, le parecen soluciones auténticas al problema. En lugar de ellas, Richardson propone retornar al concepto de persuasión y a lo que él implica. En efecto, en su opinión, tenemos la tendencia a pensar la comunicación a través de los paradigmas bajo el modelo de una partida de ajedrez jugada por un sujeto del siglo XV y uno actual, cada uno con sus propias reglas. No obstante esta aparente discontinuidad, las personas no son tan opacas una respecto de otra como para impedir el intercambio comunicativo. Nuestros jugadores de ajedrez se percatarían de que sus juegos son diferentes y, o bien abandonarían la partida, o se pondrían a la tarea de aprender más acerca de las reglas que cada uno de ellos sigue.

En la historia de la ciencia las cosas no deberían ser muy diferentes. Para citar el propio ejemplo de Richardson, para que nosotros en tanto neo-darwinianos comprendamos a alguien como Gilbert White<sup>157</sup> y sus investigaciones acerca del canto de las lechuzas, no necesitamos imaginar que ambos compartimos un conjunto de valores ni una comunidad final cuyo lenguaje posibilite la comprensión. Lo que necesitamos, de acuerdo con Richardson, es “to find out more about White and his culture, and about me and mine” (Ibídem, pág. 269).

Esto es, necesitamos saber cuales creencias, valores, estatus y responsabilidades sociales tenía un sacerdote rural anglicano de la ilustración tardía, formado como naturalista baconiano.

Si este modo de interacción, el cual no dista demasiado del modo en que interactuamos a diario y que es medianamente exitoso en este nivel, ¿porqué no habría de serlo en la comunicación interparadigmática? El recurso a la persuasión nos coloca, por así decirlo, en un camino humano para entender lo que los científicos de otras épocas estaban diciendo y haciendo con sus teorías.

---

<sup>157</sup> El trabajo de White que Richardson cita es *Natural History and Antiquities of Selborne* de 1813.

Ahora bien, hasta aquí la reconstrucción del modo en que Richardson intenta mejorar y profundizar la concepción de Friedman de lo a priori constitutivo. De mi parte me gustaría agregar que estoy de acuerdo con Richardson en que la noción presentada por Friedman necesita cierta profundización. Articular la noción de principio constitutivo sobre la de presuposición me parece insatisfactorio en la medida en que parece continuar haciéndose énfasis en los aspectos meramente semánticos de la noción de constitución, dejando de lado los aspectos metodológicos. A mi modo de ver, Richardson va por buen camino al quitar el foco de los aspectos semánticos y dirigirlo hacia las prácticas científicas como sucedáneas de la noción de experiencia. Sin embargo, creo que sería necesario agregar a esta nueva forma de ver las cosas algunas consideraciones acerca de la interacción entre el cuerpo teórico y las prácticas científicas.

Mi propia sugerencia al respecto, es que debemos tomar en seria consideración la naturaleza idealizatoria de las teorías científicas y su procedimiento transformador de la realidad de la experiencia. En este trabajo hicimos referencia a varios autores que enfatizaron estos aspectos de la cognición científica, y sostuvimos la tesis histórica de que la sobrevivencia de un tipo de a priori que llamamos “metodológico” sólo fue posible a través de la idea de que la ciencia impone ciertos principios a la experiencia que la modifican sustancialmente. Hoy, claro está, sería difícil argumentar a favor de la idea de que dichos principios pertenecen a nuestra estructura cognitiva, por lo que podemos asumir, como lo hicieron los miembros de la tradición que estudiamos aquí, que los mismos son de carácter convencional, producto de una libre elección basada en criterios pragmáticos. Como apunté en la nota al pie número 66, desde finales del siglo XIX la escuela polaca de filosofía analítica, encabezada por K. Twardoski y que incluye nombres como los de Lukaziewicz, Czezowski y Ajdukiewicz, la cual en nuestros días ha sido ampliada y desarrollada por L. Nowak, I. Nowakowa, R. Harré, y algunos intelectuales

italianos como F. Coniglione, ha tratado con detalle el problema de los elementos idealizadores en el conocimiento científico.

En efecto, en el famoso ensayo de Lukasiewicz sobre la creatividad en la ciencia, el cual habría de ejercer una profunda influencia sobre la cultura polaca durante décadas, encontramos una aproximación extraordinariamente moderna a las teorías científicas, una aproximación que adelanta tesis fundamentales que encontraremos con posterioridad en pensadores como L. Fleck<sup>158</sup> y el propio T. Kuhn. Lukasiewicz muestra enérgicamente el carácter creativo de la ciencia: esta no persigue una mera reproducción de la realidad, sino que se encuentra más cercana al modo en que un artista realiza una pintura. La naturaleza no-reproductiva de la ciencia puede aprehenderse, según Lukasiewicz, en que no es una actividad omnisciente, i.e. su propósito no es conocer o coleccionar datos detallados sino sólo sintetizar sus rasgos generales. De este modo, los hechos deben ser ordenados y provistos con algo que originalmente no poseen, algo que extraemos de la razón. Como ejemplo paradigmático, Lukasiewicz cita el análisis de Galileo de la caída libre, donde su carácter creativo radica en la relación que la ley establece (dada por la fórmula  $v=gt$ ):

“No measurement is exact. Hence it is impossible to state that the velocity is *exactly* proportional to the time of fall. Thus *neither* does the form of the relationship *reproduce* facts that are empirically given: the *entire* relationship is a product of creative activity of the human mind. Indeed, we know that the law governing the fall of heavy bodies can be true only in approximation, since it supposes such non-existent conditions as a constant gravitational acceleration or a lack of resistance offered by air. Thus it does not reproduce reality, but only refers to a *fiction*. That is why history tell us that the law did not emerge from the observation of the phenomena, but was born *a priori* in Galileo’s creative mind. It was only *after formulating*

---

<sup>158</sup> Para un análisis detallado de la influencia de los filósofos polacos sobre el pensamiento de L. Fleck, véase Gyedimin, J. (1986).

his law that Galileo verified its consequences with facts. Such is the role of experience in every theory of natural sciences: *to be a stimulus from creative ideas and to provide subjects for their verification*” (Lukasiewicz, 1912, pág. 9, los énfasis son de Lukasiewicz). Así, Lukasiewicz muestra el carácter irreal de la situación descrita por una ley física: la ley incluye enunciados contrafácticos, de modo que antes que referir a la realidad esta describe un modelo ideal.

En Czezowski, en tanto, encontramos una continuación del punto de vista de Lukasiewicz, el cual se expresa en su “método de la definición analítica”. A diferencia de la descripción experimental, la cual es aplicada por ejemplo por un psicólogo que acumula datos con el fin de obtener generalizaciones estadísticas, la descripción analítica conduce a enunciados generales apodícticos obtenidos refiriendo a presuposiciones adicionales y eliminando las complicaciones existentes en el fenómeno descrito. En la descripción analítica la generalización inductiva no se usa; el acto de generalización presente en ella es un acto cognitivo particular basado en el análisis del significado del nombre del objeto descrito. La naturaleza definidora de la descripción analítica se relaciona con los enunciados a priori de las matemáticas. Al igual que estos son válidos por definición para todos los objetos que comprenden y excluyen a priori casos disímiles o introducen cláusulas adicionales para explicar anomalías, en la descripción de la caída libre hecha por Galileo, por ejemplo, se excluyen el rozamiento y la resistencia por parte del medio, sólo para ser introducidos con posterioridad para explicar casos de incompatibilidad con la ley de la caída libre. De esta manera, una vez que el concepto de *tipo* es fijado, que es la clase de entidad que surge de la descripción analítica, este no es refutado por casos que no coinciden con los enunciados que describen sus propiedades; son tratados como casos atípicos cuya desviación de los tipos se explica mediante circunstancias subsidiarias.

Como mencioné más arriba, esta perspectiva de la ciencia ha sido desarrollada y ciertamente sistematizada en nuestros días por L. Nowak entre otros. Sin intención de extenderme demasiado, los principales lineamientos de la llamada “idealizational approach to science” pueden ser resumidos de la siguiente manera: en primer lugar, Nowak sostiene que el método de la idealización es básicamente un método de deformación, un método mediante el cual se transforma nuestro mundo en mundos ideales (Nowak 2000). Esto es, en el esfuerzo por familiarizarse con la realidad que nos rodea, las teorías científicas no intentan reproducir esa realidad sino que construyen una representación basada en presuposiciones ideales, i.e. presuposiciones que ignoran ciertos rasgos de los fenómenos para resaltar otros. En este sentido, las teorías científicas operan análogamente a como lo hacen algunas formas de representación pictórica, por ejemplo, las caricaturas. En segundo lugar, puede afirmarse que una ley científica nunca es elaborada en un vacío de conocimiento, por medio de una comparación entre la inteligencia del investigador y la naturaleza pura: es formulada sobre la base de una estructuración ontológica preliminar (que deriva de la tradición científica a la cual el investigador pertenece, desde conceptos filosóficos compartidos que a su vez pueden depender de una visión de la ciencia que una cierta comunidad o aún civilización posee en un determinado momento) que especifica qué tipos de magnitudes han de ser tomadas en consideración para explicar la conducta de un fenómeno dado y cómo conectarlos unos con otros<sup>159</sup>. Entre esas magnitudes o parámetros que se piensa que afectan un fenómeno  $F$  bajo estudio, se establece una jerarquía de prioridad que va desde las más influyentes a las que influyen menos. A esta jerarquía de factores se la llama una “estructura esencial”: es una hipótesis que el investigador hace acerca del fenómeno que está estudiando, cuyo valor será

---

<sup>159</sup> Hay un fuerte símil entre esta idea y la interpretación que hicimos del modo en que Kant erige sus principios a priori para la ciencia natural. Recuérdese que en orden a constituir dichos principios Kant parte del concepto empírico de materia el cual somete a condiciones establecidas a priori para obtener una función universal de los conceptos científicos.



medido de acuerdo a su capacidad para producir leyes científicas explicativas. Su propósito es permitir la omisión provisional, en la formulación de la ley, de los factores considerados secundarios, de modo que sólo los factores primarios son tomados en cuenta, de los cuales se piensa que son capaces de describir el fenómeno en cuestión con un cierto grado de aproximación. Para este propósito se introducen “presuposiciones idealizadoras” de la forma  $p(x)=0$ , gracias a las cuales el investigador elimina los factores secundarios (en este caso se asume que el factor  $p$ , en relación al elemento genérico  $x$  perteneciente al universo investigado, tiene un valor 0), e intenta establecer una conexión nómica sólo entre la magnitud estudiada y los factores primarios. El resultado es un enunciado condicional, la premisa del cual contiene tanto condiciones realistas como presuposiciones idealizadoras (y por ende contrafácticas):

Lk:  $U(x) \wedge q_1(x)=0 \wedge q_2(x)=0 \wedge \dots \wedge q_k(x)=0 \rightarrow F(x)=g_k [G(x)]$ , donde  $U$  es la condición realista que determina la realidad a la que el enunciado se refiere, es decir, es una condición que se encuentra en cualquier elemento que pertenece al universo de discurso  $U$ . En la práctica, el universo de discurso  $U$  indica el conjunto de objetos al que nuestra investigación refiere y la función proposicional  $U(x)$  significa que un objeto genérico  $x$  es un elemento en este universo; por ejemplo, “ $x$  es un cuerpo”, “ $x$  es una molécula”, etc. En adición,  $q_1(x)=0$  es la presuposición idealizadora, y afirma que existe en  $U$  un objeto  $a$  tal que  $q(a)=0$ ; por ejemplo, hay un cuerpo que es perfectamente rígido o algún gas que puede ser definido como *ideal*. Finalmente,  $g_k$  es la dependencia propuesta por el investigador de acuerdo al tipo de relación entre el fenómeno  $F$  y el factor  $G$  que cumple con los principios relacionales ónticos de las perspectiva ontológica que el investigador ha asumido previamente.

Una vez que ha sido empíricamente corroborado, el enunciado puede aspirar al título de ley científica. Esta corroboración puede ser realizada por comparación directa o, más frecuentemente, por medio de lo que Nowak llama “concretizaciones”. Este último

procedimiento consiste en quitar progresivamente las condiciones idealizadoras y reemplazarlas por condiciones realistas, de modo de poner al enunciado lo más cercanamente posible al plano fenoménico. De acuerdo con Nowak, el estado de “concretización” última nunca se obtiene en la ciencia, por lo que el recurso a procedimientos de aproximación es siempre necesario<sup>160</sup>.

Lo que me parece de importancia en esta concepción para nuestro asunto, es que para sus miembros no basta con afirmar la idea de que hay presuposiciones conceptuales en el conocimiento de la realidad, sino que nos dicen concretamente cómo estas presuposiciones operan sobre esos objetos, cómo mediante la introducción de estas presuposiciones a través de hipótesis sobre la carencia de ciertos rasgos en los objetos bajo estudio, llevamos a cabo una verdadera transformación de esa realidad. Asimismo, el énfasis de esta concepción en que la actividad idealizatoria de la ciencia es una conciencia dirigida a objetos, esto es, que parte de una reflexión sobre fenómenos a los cuales, claro está, transforma de acuerdo a algo que no se encuentra en ellos mismos (lo cual, como mencioné en una nota al pie anterior, recuerda el modo en que Kant mismo concibe la construcción de las leyes de la física), no separa lo teórico de lo empírico o práctico, sino que entiende una y otra cosa como parte de un proceso único e indisoluble.

El gran científico y filósofo Pierre Duhem sostuvo una teoría de características similares a esta, y en un pasaje significativo nos dice:

“Au fur et á mesure que la Physique progresse, on voit se resserrer l’indetermination du groupe de jugements abstraits que le physicien fait correspondre á un meme fait concrete; l’approximation des résultats expérimentaux va croissant, non seulement parce que les constructeurs fournissent des instruments de plus en plus précis, mais aussi parce que les

---

<sup>160</sup> Para un desarrollo de la idea de “concretización”, véase Nowak (2000) cap. 23.

théories physiques donnent, pour établir la correspondance des faits avec les idées schématiques qui servent à les représenter, des règles de plus en plus satisfaisantes. Cette précision croissante s'achète, il est vrai, par une complication croissante, par l'obligation d'observer, en même temps que le fait principal, une série de faits accessoires, par la nécessité de soumettre les constatations brutes de l'expérience à des combinaisons, à des transformations de plus en plus nombreuses et délicates; ces transformations qu'on fait subir aux données immédiates de l'expérience, ce sont les corrections" (Duhem, P. 1906, pág. 236).

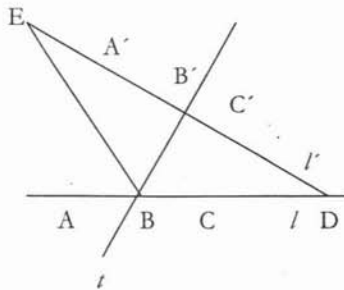
## Apéndice

### Apéndice al Capítulo 2

Teorema de los ángulos interiores alternos

Prueba

Dado el ángulo  $A'B'B \cong CBB'$ . Asíumase por el contrario que  $l$  y  $l'$  se encuentran en un punto  $D$ . Digamos que  $D$  se encuentra en el mismo lado que  $C$  y  $C'$ . Hay un punto  $E$  sobre la línea  $B'A'$  tal que  $B'E \cong BD$ . El segmento  $BB'$  es congruente consigo mismo, de modo que el triángulo  $B'BD \cong BB'E$ . En particular, el ángulo  $DB'B \cong EBB'$ . Dado que el ángulo  $DB'B$  es el complemento de  $EB'B$ ,  $EBB'$  debe ser el complemento de  $DBB'$ . Esto significa que  $E$  está sobre  $l$ , así  $l$  y  $l'$  tienen los dos puntos  $E$  y  $D$  en común. Por lo tanto  $l$  es paralela a  $l'$ .



Corolario 1

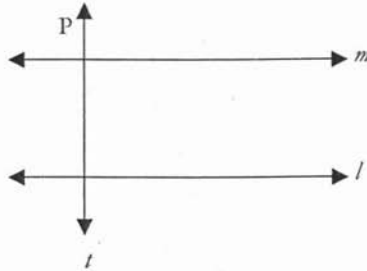
Prueba

Si  $l$  y  $l'$  son ambas perpendiculares a  $t$ , los ángulos interiores alternos son ángulos rectos y por ende congruentes.

Corolario 2

Prueba

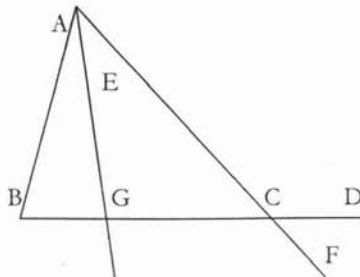
Hay una línea  $t$  perpendicular a  $l$  que pasa a través de P, y hay una única línea  $m$  perpendicular a  $t$  que pasa a través de P. Dado que  $l$  y  $m$  son ambas perpendiculares a  $t$ , el corolario 1 nos dice que  $l$  es paralela a  $m$ .



Teorema de los ángulos exteriores

Prueba

Considérese el ángulo interior  $BAC$ . Si  $BAC \cong ACD$ , luego la línea  $AB$  es paralela a  $CD$ , lo que contradice la hipótesis de que esas líneas se encuentran en  $B$ . Supóngase que el ángulo  $BAC$  es mayor que  $ACD$ . Luego hay un segmento  $AE$  entre  $AB$  y  $AC$  tal que el ángulo  $ACD \cong CAE$ . Este segmento intercepta  $BC$  en un punto  $G$ . Pero de acuerdo al teorema anterior las líneas  $AE$  y  $CD$  son paralelas. Así,  $BAC$  no puede ser mayor que  $ACD$ . Dado que  $BAC$  tampoco es congruente con  $ACD$ ,  $BAC$  debe ser menor que  $ACD$ .



## Teorema de Saccheri-Legendre

### Prueba

Asúmase, contrariamente a lo estipulado por el teorema, que la suma de los ángulos del triángulo ABC es mayor que  $180^\circ$ , digamos  $180^\circ + p^\circ$ , donde  $p$  es un número positivo. Es posible reemplazar el triángulo ABC por otro triángulo que tiene la misma suma de los ángulos pero en el cual un ángulo tiene a lo sumo la mitad de los grados que tiene el ángulo A. Podemos repetir este procedimiento para obtener otro triángulo que tiene la misma suma de los ángulos que  $180^\circ + p^\circ$  pero en el cual uno de los ángulos tiene a lo sumo un cuarto de los grados que tiene el ángulo A. La propiedad arquimediana de los números reales garantiza que si repetimos esta construcción suficientes veces, obtendremos eventualmente un triángulo que tiene una suma de sus ángulos de  $180^\circ + p^\circ$ , pero en el cual un ángulo tiene a lo sumo  $p^\circ$ . La suma de los grados de los restantes dos ángulos será mayor que o igual a  $180^\circ$ . Esto prueba el teorema.

## Apéndice al Capítulo 4

### La discusión en torno a la teoría de la relatividad.

En este apartado reconstruiré, en orden a ejemplificar las consideraciones sobre lo a priori que se hicieron en el curso del capítulo, la discusión que a comienzos de los años 20 se produjo sobre la teoría de la relatividad especial y general. Los participantes en esta discusión son nuestros tres autores estudiados: Schlick, Reichenbach y Cassirer. De acuerdo a la cronología en que ocurrió esta discusión, principiaré con la concepción temprana de Schlick (1915), pasaré luego a la visión de Reichenbach (1920), y en tercer lugar se expondrá la concepción de Cassirer (1921).

En “La significación filosófica del principio de la relatividad”<sup>161</sup> de 1915 – el primer trabajo filosófico publicado sobre la teoría de la relatividad especial – M. Schlick se propone evaluar el impacto profundo que el nuevo marco de principios constitutivos establecido por Einstein representaba para nuestras intuiciones más arraigadas, y asimismo darle un lugar apropiado dentro de la epistemología.

Hay al menos dos de entre las concepciones más profundamente arraigadas en nuestra cognición que, según Schlick, el principio de la relatividad<sup>162</sup> viene a impactar, a saber, nuestra visión acerca del tiempo y nuestro concepto de sustancia.

Como es ampliamente conocido, la noción de tiempo absoluto había jugado, en la física newtoniana y aún en la mecánica de Lorentz, el papel de una presuposición incuestionable y se consideraba autoevidente. Por el contrario, la teoría de la relatividad asume que ninguna determinación temporal tiene significación absoluta, sino antes bien que si uno y el mismo proceso se relaciona a diferentes y legítimos sistemas de referencia, es también temporalmente ordenado en diferentes formas. Dos eventos espacialmente separados que para un sistema son simultáneos, se presentan en momentos diferentes para un segundo e igualmente legítimo sistema de referencia. Uno y el mismo proceso, tal como la oscilación del péndulo de un reloj, tiene una duración menor en un sistema en reposo relativo al reloj, que cuando es visto desde un sistema en movimiento relativo al mismo.

Para explicar este cambio en la noción del tiempo, Schlick introduce un movimiento filosófico digno de atención.

---

<sup>161</sup> Versión inglesa “The Philosophical Significance of Relativity” en *Moritz Schlick Philosophical Papers Vol. I (1909-1922)*, Editado por H. Mulder y Barbara F. B. van de Velde-Schlick, Reidel, Holland, 1979

<sup>162</sup> Schlick distingue entre el principio de la relatividad que enuncia como : “All rectilinear and uniform motions referred to in natural laws are relative” (Schlick 1915, pág.156, op. cit.), y que ve como una ley experimentalmente establecida, y la teoría de la relatividad, i.e. el complejo de conclusiones extraídas por Einstein de su principio.

Según Schlick, la concepción relativista del tiempo no contradice nuestra conciencia inmediata del tiempo “for the simple reason that the latter tells us nothing whatever about these properties of time that are dealt with in relativity theory” (Ibídem, pág.162). El tiempo con el que tratamos en nuestra intuición es, según Schlick, un tiempo psicológico, esto es, algo puramente cualitativo y por lo tanto no medible, mientras que la teoría de Einstein trata específicamente con la *medida* del tiempo. Veamos esto con algo de detalle.

Haciéndose eco de una afirmación de Kant de los *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*<sup>163</sup>, que reza: “Afirmo, pues, que en toda teoría particular de la naturaleza no podrá encontrarse ciencia en sentido propio, más que en la medida en que pueda encontrarse matemática en ella” (I. Kant 1993, pág.102), Schlick sostiene que si la ciencia busca someter todos los fenómenos bajo leyes precisas, éstas han de encontrar expresión únicamente a través de la formulación matemática. Esta formulación matemática de los fenómenos sólo es posible en la medida en que las regularidades son presentadas en una forma espacio-temporal. Porque es sólo en este modo de presentación, dado que permite la medida y posibilita la obtención de exactitud, por lo que el método matemático es naturalmente aplicable a cantidades medibles.

Ahora bien, en su intento por subsumir todo el orden de los fenómenos a determinaciones numéricas, la ciencia se enfrenta con ciertos dominios que por su naturaleza cualitativa no pueden ser reducidos a meras relaciones cuantitativas. Entre esos dominios que “escapan” al método matemático propio de la ciencia<sup>164</sup>, se encuentra el ámbito de lo psicológico, esto es, el dominio de las intuiciones meramente cualitativas, no aprehensibles conceptual o numéricamente. Dentro de este ámbito de lo psicológico se encuentra, a su vez,

---

<sup>163</sup> I. Kant, *Primeros principios de la ciencia de la naturaleza*, México, UNAM, 1993.

<sup>164</sup> Schlick propone distinguir la ciencia de la filosofía de acuerdo al método de formación de conceptos que cada una de ellas emplea. La primera utiliza el método matemático y persigue la reducción de la mayor cantidad de cualidades posibles a relaciones puramente cuantitativas; la segunda, en tanto, se ocupa de la sistematización del dominio de cualidades puras no susceptibles de reducción a determinaciones matemáticas. Este tema se encuentra desarrollado ampliamente en su artículo “The Boundaries of Scientific and Philosophical Concept-Formation” de 1910 e incluido en los *Philosophical Papers Vol.1* que hemos citado.



nuestra conciencia intuitiva del tiempo. Esta conciencia subjetiva del tiempo, debido a sus rasgos cambiantes y accidentales, no permite establecer una definición objetiva del tiempo ni ser medida o usada para medir. Todo el mundo ha experimentado alguna vez, escuchando una conferencia tediosa, que el tiempo se alarga indefinidamente, o, a la inversa, que una situación agradable pasa frente a nosotros como un flash. Así, sobre esta aprehensión tan cambiante y contingente no podemos esperar erigir conceptos como el de simultaneidad, no al menos si deseamos darle a este tipo de nociones un estatus matemático exacto.

Asimismo, de acuerdo con Schlick, tampoco podemos conceder que proposiciones del tipo de “la duración de un proceso debe ser algo absoluto e independiente de un marco de referencia”, tengan su origen en la intuición. Dicho sea de paso, Schlick no niega que ese tipo de proposiciones encierren presuposiciones elementales que “the experience has never till now required us to correct” (Ibídem, pág.163), pero su estatus está justificado por una vía completamente diferente. Volveré a este punto más adelante.

De este modo, parece que Kant atribuyó propiedades a las formas puras de la intuición que quizás fueran mejor vistas como la contribución del entendimiento o la reflexión. Todo lo cuantitativo, todo lo matemático, y todas las propiedades de la medida temporal deben ser vistas como una contribución del entendimiento y no de las formas subjetivas a priori de la intuición, que constituyen únicamente un ámbito de propiedades puramente cualitativas<sup>165</sup>.

Por otro lado, el tiempo con el que trata la relatividad tiene que ver con la comparación de movimientos y otros procesos. De acuerdo con la teoría de la relatividad, debemos seleccionar una medida del tiempo que depende del estado de movimiento del sistema de referencia. El tiempo “físico” no es algo que pueda ser medido directamente y por lo tanto

---

<sup>165</sup> Parece bastante claro que Schlick o bien malentendió a Kant o está haciendo una caricatura del kantianismo con el fin de justificar su argumento, pues nadie que haya estudiado minimamente a Kant puede interpretar la intuición pura en sentido psicológico. Para apreciar un ataque más frontal a la idea de intuición véase especialmente “Is there Intuitive Knowledge?” de 1913, también en *Philosophical Papers Vol. 1*.

distinguido de una mera idea, sino que siempre es una “mera idea” que constituye la base de las medidas. Las cantidades  $t$  que ocurren en las ecuaciones de la teoría de la relatividad son tiempos “puros, matemáticos” en el completo sentido de la palabra, *id est*, son cantidades carentes de elementos cualitativos y por ello medidas con exactitud, es decir, comparadas con una unidad, aunque no sean tiempos absolutos. El tiempo físico es siempre medido y así es una cantidad matemática, una idea. Su opuesto consiste en un tiempo verdaderamente intuitivo o psicológico, pero únicamente real en la conciencia y no susceptible de ser medido, es una cualidad pura.

Como decíamos hace un momento, el segundo de los conceptos que el principio de la relatividad venía a contradecir esencialmente es el concepto de sustancia. Este concepto, como el de espacio y tiempo, se halla impregnado de ideas filosóficas, pues representa la expresión más general del concepto de “ser” de la física. Se entiende por sustancia sencillamente aquel “ser” que constituye la base de todo fenómeno; propiedades y leyes no son más que relaciones entre elementos, a los que corresponde el carácter de sustancia. La hipótesis del éter venía a expresar este complejo de ideas asociadas con la noción de sustancia, y se propuso esencialmente para suministrar un medio para el fenómeno de la luz, un medio en el cual esta última se propaga a una velocidad de 186.000.000 metros por segundo. De acuerdo a las presuposiciones de la teoría de la relatividad, este éter habría de estar en reposo en todo sistema de referencia legítimo, lo que es una contradicción. Porque un cuerpo en reposo en un sistema  $K$  está en movimiento relativo a todos los sistemas que se mueven con respecto a  $K$ , y no puede también estar en reposo en ellos. En la medida en que ningún sistema de referencia es prescrito, puede ser atribuido a cualquier cuerpo físico un movimiento dado, pero tan pronto como se establece tal sistema, ese cuerpo adquiere una velocidad específica relativa a tal

sistema: no puede haber éter, debido a que en uno y el mismo sistema habría un número dado de velocidades al mismo tiempo.

Uno puede, no obstante, escoger un sistema legítimo de referencia y afirmar que en ese sistema el éter ha de estar en reposo, pero tal cosa sería completamente arbitraria; de acuerdo con la teoría de la relatividad no habría razones físicas para afirmar tal cosa. No tiene sentido asumir la existencia de un cuerpo físico del cual no puede decirse algo por medios físicos. De este modo, la hipótesis del éter no sirve a los propósitos para los cuales fue propuesta: el éter no es el “medio” para los fenómenos electromagnéticos, porque éstos tienen lugar independientemente de su estado de movimiento.

La filosofía natural, según Schlick, aventajó a la física en la forma en que rechazó desde hace largo tiempo el concepto de sustancia. Ya Hume, Berkeley, y aún Kant rechazaron la idea de dotar a la sustancia de una existencia metafísica (aunque Kant sustituyó su estatus metafísico por uno epistemológico). Sin embargo, podría decirse que la tenacidad con la que los físicos se han adherido a la idea de sustancia proviene de la simple creencia en que la sustancia material es, después de todo, el dominio de la física, y no por una supuesta imposibilidad inherente a su propio modo de conocer, diferente al de la filosofía.

Si recogemos en toda su magnitud las consecuencias que se siguen del establecimiento del principio de la relatividad, esencialmente su ruptura con una concepción que veía a las presuposiciones de la ciencia física intrínsecamente relacionadas con nuestras formas a priori de la intuición, entonces nos encontramos con el hecho sorprendente de que existen esquemas explicativos igualmente consistentes con nuestras intuiciones y con los hechos experimentales, pero incompatibles entre sí. ¿Por cuál de ellos hemos de decidimos, si todos llevan a cabo coordinaciones aceptables y unívocas con los hechos relevantes que pretenden explicar?

De acuerdo con Schlick, un sistema de conocimiento consiste en un sistema de signos coordinados con los hechos de la realidad, y si el sistema consigue establecer una coordinación unívoca con esos hechos (sea esto una cosa trascendente o lo inmediatamente dado), entonces el sistema puede llamarse “verdadero”. De esta forma, “under certain conditions several theories may be true at once, in that they provide a different but in each case perfectly univocal designation of the facts” (Ibídem, pág.168).

Si tomamos, por ejemplo, el contraste entre los sistemas copernicano y ptolomeico del mundo, según Schlick, no hay experiencia, estrictamente hablando, que pueda *probar* que el sistema copernicano es el único verdadero; todo lo que la experiencia prueba es que este sistema nos permite asumir las leyes de la mecánica, tal como la ley de inercia, como universalmente válida de una forma perfectamente simple. Las observaciones sólo muestran que el sistema de referencia usado por Copérnico (fijado en el centro del Sol), es *preferido* sobre el sistema ptolomeico, que es fijado con respecto a la Tierra, en la medida en que aquél conduce a leyes incomparablemente más simples.

En este punto, Schlick invoca la autoridad de Poincaré para defender la tesis de que ninguna experiencia puede obligarnos a establecer un sistema teórico particular, como base para describir las regularidades del mundo físico. Pueden ser elegidos para este propósito innumerables sistemas, con mayor o menor grado de complejidad, pero la elección es siempre producto de una convención. No obstante, apunta Schlick, si bien en principio se trata de una libre elección, de hecho esto nunca opera así, sino que se siguen buenas razones para ello. Se elegirá la más simple, la que conlleve el menor número de hipótesis arbitrarias y esto conduce a Schlick, que era un einsteiniano convencido, a que quizás las teorías más simples estén más cerca de la realidad después de todo, ya que en principio la física presupone la simplicidad de la

naturaleza. Parafraseando la máxima de Occam, dice Schlick: "*principia non sunt augmenda praeter necessitatem*".

Veamos ahora la propuesta de Reichenbach.

En opinión de Reichenbach, los principios coordinativos a priori son constitutivos del objeto de experiencia. Asimismo, tal como ha mostrado la teoría de la relatividad, esos principios son susceptibles de ser abandonados. De estas dos premisas se sigue la conclusión de que conjuntamente con los principios coordinativos se lleva a cabo un cambio en el objeto de experiencia. Veamos cómo se produce este cambio en el caso de la teoría de la relatividad.

Según Reichenbach, la física llega a enunciados cuantitativos a través de la investigación de la influencia de factores físicos sobre determinaciones de extensión o intervalos de tiempo; la medida de distancias e intervalos de tiempo son las medidas cuantitativas primarias. El físico afirma la ocurrencia de fuerzas gravitacionales midiendo el tiempo que un cuerpo en caída libre necesita para atravesar ciertas distancias, o mide el aumento de temperatura por medio del cambio en la altura de una columna de mercurio. Para este propósito deben ser definidos los conceptos de espacio e intervalo de tiempo. Por espacio e intervalo de tiempo, el físico entiende una razón numérica que conecta el intervalo a ser medido con uno usado como unidad. En esas operaciones, la física tradicional hace la presuposición fundamental de que las extensiones y los tiempos son independientes y que el tiempo definido para un sistema no tiene influencia sobre los resultados de la medida de las extensiones. En orden a efectuar la transición de las extensiones medidas a relaciones entre ellas, debe ser agregado un sistema de reglas para su conexión. En la física tradicional los teoremas de la geometría euclídea sirven a este propósito, esto es, constituyen asunciones imprescindibles para medir cualquier cambio en la extensión o en el tiempo. Se ve como una propiedad necesaria de los cuerpos físicos el que

se comporten de acuerdo a esas relaciones generales, esto es, sólo bajo esta presuposición puede algo ser pensado como una cosa física. .

Obtener conocimiento cuantitativo no significa otra cosa que aplicar esas reglas generales a la realidad y ordenar los valores numéricos en un sistema. *Esas reglas pertenecen al concepto del objeto de la física.*

Ahora bien, cuando la teoría de la relatividad cambió esas reglas, surgieron serias dificultades conceptuales. La teoría presupone que las extensiones y los intervalos de tiempo medidos no poseen validez absoluta, sino que contienen elementos que en la concepción anterior se verían como accidentales: el sistema de referencia escogido y el hecho de que un cuerpo en movimiento mostrará una contracción en relación con un sistema en reposo. Este resultado fue interpretado como contradiciendo la causalidad, debido a que no podía ser indicada ninguna causa para tal contracción. Sorpresivamente nos encontramos enfrentados a un cambio físico cuya causa no podía ser reconciliada con ninguna concepción de la fuerza producida por el movimiento. Según Reichenbach, "...the apparent difficulty does not arise from the attempt to preserve the requirement of causality, but from the attempt to preserve a concept of object that the theory of relativity has overcome" (Ibídem, 1920 [1965] pág.96).

De acuerdo con Reichenbach, "There exists a definite cause for the contraction of length: the relative motion of the two bodies. Depending on which system of reference is assumed to be at rest, either of the two bodies can be called shorter" (Ibídem, pág.96). Así, si este resultado es interpretado como contradiciendo la causalidad, debido a que ésta requiere la afirmación de por qué el cuerpo "realmente" se contrae, se asume luego que la extensión es una propiedad absoluta de los cuerpos. Pero Einstein ha mostrado que la extensión es una magnitud definida sólo con relación a un cierto sistema de coordenadas. Entre un cuerpo en movimiento y una barra de medir existe una relación; pero dependiendo del sistema de

referencia escogido, esta relación se manifestará como una extensión en reposo, como una contracción de Lorentz, o como una extensión de Lorentz. Lo que medimos como extensión no es la relación entre los cuerpos, sino su proyección en un sistema de coordenadas. Podemos formular esta extensión sólo en un sistema de coordenadas; pero al indicar simultáneamente las fórmulas de transformación para todo otro sistema, nuestro enunciado obtiene significación objetiva. El nuevo método de la teoría de la relatividad consiste, para Reichenbach, en asignar un significado objetivo a enunciados particulares, mediante la indicación de las fórmulas de transformación. Este método cambia el concepto de relación física. Una extensión medida sólo puede ser establecida y así ser llamada “objetiva” en un sistema específico, pero esta extensión es sólo *una* expresión de la relación física. Lo que era anteriormente visto como una extensión geométrica no es en absoluto una propiedad de un cuerpo, sino antes bien el reflejo de tal propiedad en la descripción de un sistema simple de coordenadas.

Debemos notar el cambio en el concepto del objeto: lo que era anteriormente visto como una propiedad de las cosas se vuelve ahora una propiedad de las cosas y sus sistemas de referencia. Así, en palabras de Reichenbach, “*The physics of forces and things is replaced by the physics of states of fields*” (Ibidem, pág.103, el énfasis es de Reichenbach).

Como es notorio por las anteriores consideraciones, Reichenbach comparte con Schlick la idea de interpretar a la teoría de la relatividad como proporcionando la prueba de que es posible pensar coordinaciones arbitrarias e igualmente consistentes con los datos. El énfasis de Reichenbach, no obstante, recae sobre el poder constitutivo de los principios que coordinan los sistemas de axiomas con los datos de la realidad, posibilitando con su cambio, un verdadero cambio en el objeto de conocimiento empírico. Recuérdese que, según Reichenbach, los principios constitutivos determinan qué sea un objeto individualmente considerado, dentro del continuo de la experiencia. Asimismo, si bien en principio

Reichenbach se avendría a un modo convencionalista de ver las cosas, desde el cual podría verse a la historia de la ciencia como compuesta de una serie de discontinuidades, de hecho cree que esto no es posible, pues representaría que la ciencia comenzara desde cero cada vez. En su lugar propone el método de las aproximaciones sucesivas que vimos oportunamente. Esto lo aleja del convencionalismo hacia formas más tradicionales de ver el desarrollo de la ciencia, con un énfasis importante en el principio de inducción normal.

Por su parte, la tarea que enfrenta Cassirer en su monografía sobre la relatividad (1921) [1923], es entender cabalmente qué quiere decir Einstein cuando afirma de su teoría que mediante ella “the last remainder of physical objectivity is taken from space and time” (citado en Cassirer 1923, pág. 356). La pregunta que se hace Cassirer respecto de esa observación de Einstein es: “What are we to understand by the physical objectivity, which is here denied to the concepts of space and time?” (Ibidem, pág. 356).

De acuerdo con Cassirer, el físico puede percatarse de que el espacio y el tiempo no llenan el requisito de Planck de que “todo lo que puede ser medido existe”, pero el epistemólogo investiga el establecimiento de esos estándares de medida, los cuales cambian como resultado de diferentes puntos de vista de conocimiento. De acuerdo a este cambio en el “ideal standpoint” surgen para el pensamiento, distintas clases y sistemas de objetos, todos definidos por la forma del juicio característico de donde proceden.

Es claro que esta visión de la constitución de los objetos no coincide en manera alguna con la manera realista ingenua que los ve como realidades independientes dadas a la percepción sensorial. La epistemología revela que lo que la visión ingenua toma como un hecho extraído de la experiencia sólo responde a un conjunto de hipótesis, principios, o axiomas que son fijados con anterioridad a toda experiencia. Quizás entonces, la afirmación de Einstein que



niega objetividad al espacio y al tiempo, “mean something else and something deeper than the knowledge that the two are not things in the sense of naive realism” (Ibídem, pág. 357).

En opinión de Cassirer, lo que debe ser investigado es la “special logical position” de los conceptos de espacio y tiempo, los que a pesar de compartir con el resto de los conceptos físicos su estatus como conceptos de medida, son vistos como “concepts and forms of measurement of an order higher than the first order” (Ibídem, pág. 358). Así, cualquier intento de dar una respuesta a la cuestión concerniente a la pérdida de “objetividad física” de los conceptos de espacio y tiempo, está restringida a reconocer el carácter más fundamental de esos conceptos. De acuerdo con Cassirer, la respuesta debe ser buscada en términos de las manifestaciones cambiantes del concepto de objeto físico dentro de la ciencia física. De este modo, la tarea específica que Cassirer se ha impuesto a sí mismo es un examen de cómo ha de ser construida la “objetividad física” desde dentro de la nueva perspectiva, tal que ésta es negada al espacio y al tiempo.

Ya en la discusión del capítulo II sobre los fundamentos conceptuales y empíricos de la teoría de la relatividad, Cassirer llega a un resultado preliminar: el requerimiento de covariancia general, a saber, que las leyes son establecidas en una forma válida para todos los marcos de referencia, representa un tipo de avance similar al que ocurrió en la transición desde la mecánica a la teoría especial de la relatividad. En este último caso, la validez de las leyes generales de la naturaleza estaba restringida en relación con una determinada clase de cuerpos de referencia; con la relatividad general esta restricción desaparece. Y aunque algún sistema de referencia está implicado en la contrastación de esas leyes, su significado y valor es independiente de la particularidad de esos sistemas y “remains identical with itself, whatever changes experiences may bring to them”. Es precisamente esta independencia del punto de vista del observador que está implicada cuando hablamos de un “objeto de la naturaleza” y de

“leyes de la naturaleza” como determinadas en sí mismas. Sólo en este estadio de la investigación física podemos afirmar, según Cassirer, que “the anthropomorphism of the natural sensuous picture of the world, the overcoming of which is the real task of physical knowledge, is here again forced a sep further back” (Ibídem, pág. 381-82).

La interpretación de la covariancia general como un desarrollo del principio metodológico de la “unidad objetivadora” es reiterada a lo largo de todo el ensayo de Cassirer. La teoría general de la relatividad adopta el principio de que para la descripción física de los procesos de la naturaleza, ningún cuerpo de referencia debe ser distinguido de otro. Este principio es entendido por Cassirer como una “regla del entendimiento” hipotéticamente adoptada dentro de la física. El único significado y justificación de esta norma descansa en el hecho de que, a través de su aplicación, es posible obtener la unidad sintética de los fenómenos en sus relaciones temporales, esto es, la explicación legaliforme de los hechos observados.

Cassirer advierte que quizás se podría estar tentado a entender el principio de covariancia general como una afirmación analítica, que se sigue del significado que atribuimos al concepto de “ley”, sin embargo, afirma con convicción, “the demand, that there must in general be such ultimate invariants, is synthetic” (Ibídem, pág. 384). El principio de covariancia general es una máxima suprema establecida para la investigación de la naturaleza, es una restricción formal, pero también, de acuerdo con Cassirer (citando a Einstein), es “a heuristic aid in the *search* for the general laws of nature” (Ibídem, pág. 377, el énfasis es de Cassirer).

Cuando llegamos al capítulo V de la monografía, el que trata específicamente con los conceptos de tiempo y espacio, nos encontramos con un tratamiento especial de lo que habitualmente se había visto (y se ve), como el obstáculo más importante para la concepción kantiana de la física, el problema de la intuición pura. Sorprendentemente, Cassirer sostiene

que la teoría general de la relatividad no sólo no contradice el sentido de la intuición pura, sino que lo mejora clarificando el rol que ésta juega en la cognición empírica.<sup>166</sup>

Interpretando a Kant de manera poco convencional, Cassirer dice que el espacio y el tiempo son fuentes *conceptuales* de conocimiento, conceptos ideales puros de los órdenes de coexistencia y sucesión<sup>167</sup>. En este sentido, la teoría de la relatividad, al quitarle a la intuición pura su naturaleza sensible, ha clarificado el sentido kantiano del término, cuyo significado “was not always grasped by Kant with equal sharpness, since more special meanings and applications were substituted involuntary in his case” (Ibídem, pág. 418). De acuerdo con Cassirer, la intención de Kant era plasmar en una idea la naturaleza de la *forma serial de coexistencia y sucesión*; pero estas formas no han de ser concebidas como rígidas, sino “living and moving”. Ninguna de ellas puede ser explicitada de un solo golpe, sino a través de un proceso imbricado con las manifestaciones del pensamiento científico. Y la tarea de la ciencia física, que se encuentra en medio de lo sensible y lo formal puro, es la de relacionar progresivamente ambos dominios, y de esta manera lo sensible “increasingly loses its “contingent” anthropomorphic character and assumes the imprint of thought, the imprint of systematic unity of form”(Ibídem, pág. 421).

La pérdida de “objetividad física” del espacio y el tiempo, triunfantemente anunciada por Einstein, encuentra su manifestación fundamental en la filosofía crítica a través del reconocimiento de que espacio y tiempo son sólo formas funcionales de sucesión y coexistencia.

De este modo quedan ejemplificadas las concepciones epistemológicas expuestas en este capítulo. Para Schlick, la teoría de la relatividad establece un nuevo marco conceptual que

---

<sup>166</sup> Advuértase la contraposición con la visión de Schlick examinada más arriba.

<sup>167</sup> En realidad esto se parece más a la concepción de Leibniz que a la de Kant, pues recuérdese que este último insiste una y otra vez en que el espacio y el tiempo son una fuente de conocimiento esencialmente no-conceptual.

permite una coordinación unívoca con los hechos de la experiencia que es incomparablemente más simple que las coordinaciones anteriores. Sus determinaciones puramente matemáticas excluyen cualquier aspecto cualitativo o psicológico en el conocimiento, lo cual es relegado al nivel de la experiencia subjetiva. Así entiende Schlick, la demanda de Einstein de que espacio y tiempo deben ser “limpiados” de cualquier elemento subjetivo.

Reichenbach, en tanto, también parte de consideraciones convencionales acerca del papel de la pluralidad de coordinaciones unívocas con la realidad. Sin embargo, su énfasis en el método de las aproximaciones sucesivas lo aleja de consideraciones puramente arbitrarias en lo tocante a la construcción de sistemas conceptuales. Asimismo, su énfasis, a diferencia de Schlick, recae en el aspecto constitutivo de las presuposiciones, y el caso de la relatividad nos muestra claramente el cambio en el objeto del conocimiento físico.

Cassirer, finalmente, hace ver que en el tratamiento por parte del idealismo crítico de las nociones de espacio y tiempo, se halla cumplido el *desideratum* de Einstein respecto de la desantropomorfización de esas nociones. Espacio y tiempo son, para Cassirer, esos invariantes últimos que proveen la forma de la coexistencia y la sucesión de los objetos de la experiencia, pero, como se apuntaba un momento atrás, esas estructuras formales no son dadas de una vez y para siempre, sino que sus determinaciones son dependientes de las manifestaciones conceptuales que se proponen a lo largo de la historia de la física. De esto se sigue, que no es posible decir qué cosas sean esos invariantes, más que lo dicho recientemente, formas conceptuales que determinan la coexistencia y la sucesión de los fenómenos de la naturaleza.

Asimismo, de crucial importancia es su tratamiento del principio de covariancia general, el que ve como un principio a priori del entendimiento que posibilita la unidad explicativa de las leyes de la naturaleza. Quizás deberíamos apuntar que también en este punto Cassirer se aleja un paso más de la ortodoxia kantiana, en la medida en que parece dotar de un

valor constitutivo a principios que tienen un papel esencialmente heurístico y que Kant ve como principios meramente regulativos. Sin embargo, los desarrollos en las ciencias formales y naturales de los que hemos hablado, explican el tránsito desde la concepción kantiana original a las formulaciones de Cassirer.

## Apéndice al Capítulo 5

Axiomas de Hilbert para regiones limitadas de la experiencia

### Axiomas de conexión

- 1) A través de cualesquiera dos puntos hay (al menos) una línea.
- 2) A través de dos puntos hay sólo *una* línea.
- 3) Sobre cualquier línea hay al menos dos puntos; en cualquier plano hay al menos tres puntos que no están sobre una línea.
- 4) A través de cualesquiera tres puntos que no están todos sobre una línea pasa (al menos) un plano.
- 5) A través de tres puntos que no están todos sobre una línea pasa sólo un plano.
- 6) Si dos puntos de una línea están en un plano, también lo están el resto.
- 7) Si dos planos tienen un punto en común, tienen al menos otro en común.
- 8) Hay al menos cuatro puntos que no están todos en un plano.

### Axiomas de orden

- 9) Si un punto está sobre una línea entre A y B, luego también está entre B y A.
- 10) Si A y C son cualesquiera dos puntos en una línea, luego hay siempre al menos un punto B que está entre A y C, y al menos un punto D tal que C está entre A y D.

- 11) Entre cualesquiera tres puntos en una línea hay siempre uno y sólo uno que está entre los otros dos.
- 12) Si una línea y tres puntos que no están en dicha línea están en un plano, y si la línea intersecta uno de los tres segmentos determinados por los puntos, luego también intersecta uno de los otros dos segmentos.

#### Axiomas de congruencia

- 13) En cualquier línea y desde cualquier punto y en cualquier dirección, hay siempre uno y sólo un segmento que es congruente a cualquier segmento dado. Todo segmento es congruente a sí mismo.
- 14) Si dos segmentos son congruentes con un tercero, luego son congruentes entre sí.
- 15) Dos segmentos son congruentes si consisten de pares de segmentos parciales congruentes.
- 16) Para cualquier ángulo dado, en cualquier plano, en cualquier lado de cualquiera de sus líneas, hay siempre uno y sólo un ángulo congruente. Todo ángulo es congruente a sí mismo.

#### Axiomas de congruencia de segmentos y ángulos

- 17) Si dos triángulos vecinos coinciden en cualesquiera dos lados y en el ángulo que ellos encierran, entonces también coinciden en los otros dos ángulos.
- 18) Si dos líneas vecinas en un plano no se intersectan, luego los dos ángulos producidos en el mismo lado de cualesquiera línea que las intersecta, son iguales.

#### Postulados de Carnap, para la construcción de un sistema ilimitado

- 1) En toda región parcial limitada, se sostienen los axiomas 1-18.

- 2) Más aún, los axiomas A1 y A4 se sostienen también para la región global.
- 3) La operación de marcar un segmento sobre una línea puede ser repetido arbitrariamente muchas veces sobre ambos lados de cualesquiera punto dado.
- 4) Mediante esta operación, uno puede obtener siempre un segmento en el cual cualesquiera punto dado de la línea se continúa.
- 5) Las propiedades formales de las relaciones de igualdad entre segmentos y ángulos determinados por A13-16, han de retener su validez en el sistema extendido.
- 6) Las relaciones de igualdad expresadas en A17-18 para lugares vecinos, han de ser extendidas para lugares no-vecinos de modo que, en lugar de la igualdad, se introduce una relación que depende de los lugares mutuos de las estructuras bajo consideración, la que se aproxima continuamente a la igualdad en el límite, en la medida en que los lugares se aproximan unos a otros.

### **Resumen del esbozo del sistema de constitución**

Como ya se ha señalado, el propósito fundamental de la teoría de la constitución es exhibir en un sistema los principios más generales que hacen posible la construcción de un sistema del mundo. Como también se ha dicho, no hay compromiso alguno, ni expreso ni tácito, con un sistema particular, ya sea en el marco lógico o en las aplicaciones. Sin embargo, Carnap provee de un ejemplo de sistema de constitución, cuya herramienta formal la constituye la teoría de clases y relaciones y cuyos objetos básicos son los objetos de la psique propia. Nosotros mismos enfatizamos la importancia de la tesis de la primacía epistemológica, pero debe tenerse en cuenta que su aplicación no afecta los resultados de la teoría de la constitución. Como el propio Carnap sostiene en la sección 122, "...A este tratado pertenece

solamente la aseveración de que en general un *sistema de constitución es posible*” (Ibídem, pág. 217), es decir, el *Aufbau* muestra que es posible presentar una genealogía de los conceptos bajo la forma de un sistema, independientemente del contenido que le demos a ese sistema. Es más, ese contenido, de acuerdo con Carnap, depende de los resultados de la ciencia, y si éstos contradicen los hechos planteados por el sistema de constitución, entonces “...tendremos que substituirlos por los hechos que las ciencias establezcan” (Ibídem, pág. 217).

En lo que sigue, haré un resumen del ejemplo de sistema de constitución propuesto por Carnap, con el fin de exhibir, ya en la práctica, el procedimiento formal de constitución de los objetos. Como ya se ha dicho anteriormente (véase nota 34), Carnap realiza el esbozo del sistema de constitución en cuatro lenguajes, a saber, el lenguaje propio a la teoría de la constitución, la logística, el lenguaje ordinario, el lenguaje del realismo, y el lenguaje del análisis operacional ficticio. Su propósito no es más que plantear en los términos más asequibles y hacer intuitivos los resultados de la constitución. Aquí solamente haremos una paráfrasis de la explicación en el lenguaje del realismo.

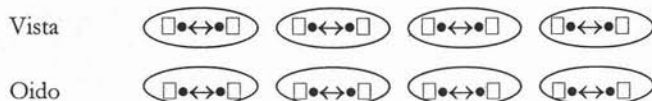
### **La constitución de los objetos de la psique propia**

Los pasos iniciales del sistema de constitución poseen cierta sencillez. La relación básica del sistema, la relación de *recuerdo de similitud* ( $R_s$ ), se introduce en la sección 108.

Dado que esta relación supone un orden temporal en el cual las experiencias de un sujeto se comparan mediante sus imágenes de la memoria, la relación en cuestión es asimétrica e irreflexiva, por lo que no es apropiada para el cuasianálisis. Para que éste último sea posible necesitamos una relación que sea simétrica y reflexiva, la que podemos definir sobre la base de la relación de recuerdo de similitud, obteniendo la relación de *semejanza parcial* ( $S_p$ ). Esta se define de la siguiente manera: dos experiencias elementales son parcialmente similares si una de

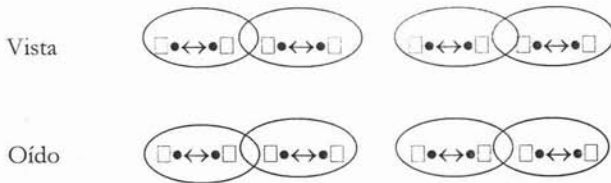


ellas ha sido recordada como similar a la otra o son la misma experiencia. El carácter simétrico y reflexivo de la relación de similaridad parcial se establece analíticamente de acuerdo a las definiciones y constituye el primer teorema analítico del sistema. El siguiente paso en la constitución corresponde a la definición de los *círculos de semejanza*, formados mediante la aplicación del cuasianálisis a Sp. Por *círculos de semejanza* se entienden aquellas clases de vivencias elementales que cumplen con las siguientes dos propiedades: (a) dos vivencias elementales de dicha clase, tienen semejanza parcial entre sí; (b) si una vivencia elemental tiene semejanza parcial con todas las vivencias elementales de esta clase, entonces ella misma pertenece a esta clase. Permítase ilustrar el punto con un diagrama:

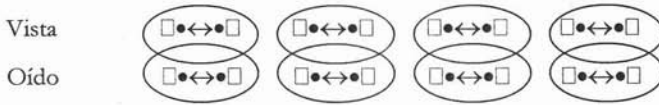


Consideremos dos dominios de los sentidos, vista y oído (a estos dominios les corresponderían más de una dimensión, pero eso complicaría demasiado el esquema). Los puntos (•) corresponden a cualidades sensoriales, y las flechas dobles ( $\leftrightarrow$ ) a la relación de similaridad parcial (Sp) entre las cualidades. El símbolo □ junto a los puntos significa la clase de las experiencias elementales en las cuales las cualidades sensoriales en cuestión se encuentran.

Ahora bien, a los círculos que engloban las experiencias elementales que contienen cualidades sensoriales relacionadas mediante la relación de similaridad parcial, es a lo que llamamos *círculos de semejanza*. Pero, de acuerdo con Carnap, estos círculos de semejanza no se excluyen unos a otros, sino que muestran ciertos tipos de recubrimientos. El primero de ellos, que llama *recubrimiento esencial*, es el traslape entre círculos de semejanza que pertenecen al mismo dominio de los sentidos. Y puede ser representado de la siguiente manera:

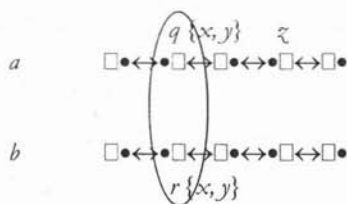


Al segundo de los tipos de recubrimiento lo llama *accidental*, y consiste en el traslape de círculos de semejanza que pertenecen a globos cualitativos que se excluyen mutuamente o aún a diferentes dominios de los sentidos (lo que es posible dado que una experiencia elemental es un cúmulo de cualidades sensoriales diferentes), y puede representarse así:



Ahora bien, de acuerdo al proyecto de Carnap, es claro que aún no tenemos objeto alguno constituido. Para obtener nuestro primer género de objetos (o mejor, de cuasiobjetos), las llamadas *clases cualitativas*, partimos de los círculos de semejanza y de sus recubrimientos. El tipo de recubrimiento que hace posible la determinación de las clases de cualidades es el recubrimiento accidental. Veamos esto considerando una representación del propio ejemplo de Carnap (Vid. secc. 81). Este consiste en dos círculos de semejanza, *a* y *b*, del sentido de la vista.

Por mor de la simplicidad deben considerarse sólo dos lugares individuales del campo visual, en cada uno de los cuales hay un espectro cromático discreto que consiste en un número elevado, finito, de puntos aislados. El círculo de semejanza *a* comprende todas aquellas vivencias elementales que corresponden a los cinco puntos determinados del primer espectro cromático. De la misma manera, *b* es un círculo de semejanza con cinco tonos del segundo espectro cromático.



De acuerdo con Carnap, puede haber ciertas vivencias elementales que pertenecen tanto al círculo de semejanza *a* como al *b*. Es decir, puede haber vivencias elementales que contengan puntos cualitativos diferentes que estén en relación de semejanza parcial. Llámese *x*, *y*, y *z* a estas vivencias elementales. Ahora asígnese la letra *q* a una de las clases de experiencias elementales en las cuales aparece uno de los puntos cualitativos de *a*, y a su vez, hágase corresponder las experiencias elementales *x* y *y* a esa clase *q* (aquí lo representaré como *q* {*x*, *y*}), pero no *z*, la cual puede hacerse corresponder con cualquier otra clase de *a*. Así, la clase *q* representa una cualidad sensorial del sentido de la vista, esto es, un tono determinado de un color dado. Es decir, es la clase de experiencias elementales que comparten un tono de color dado en un lugar del campo visual. A esto se llama “clase cualitativa”. Pero ahora es posible mostrar que estas clases cualitativas se recubren si sostenemos, por ejemplo, que las experiencias elementales *x* y *y* están contenidas en alguna de las clases de experiencias elementales que constituyen el círculo de semejanza *b*, es decir, que contienen al mismo tiempo algún punto cualitativo de *b* (claro está, en el segundo lugar del campo visual). Llamemos *r* a la clase en *b* que contiene a dichas experiencias elementales. Como muestra el diagrama, las clases se recubren claramente. Este recubrimiento accidental de las clases cualitativas, hace que tengamos que incorporar a su definición el requisito de que estas son las clases más grandes que permanecen indivisas cuando los círculos de semejanzas se dividen debido al recubrimiento parcial mutuo (pues de lo contrario cada una de las clases parciales podría ser considerada una clase cualitativa).

Los dos géneros de clases de vivencias elementales definidos, las clases de semejanza y las clases cualitativas, son especialmente importantes dado que representan los primeros componentes de las vivencias elementales, es decir, las cualidades de las sensaciones de los sentidos y los sentimientos.

El siguiente paso en la constitución corresponde a la definición de la relación de *igualdad parcial*, sobre la base de la cual se constituirán los siguientes objetos. Se dice que dos experiencias elementales poseen “igualdad parcial”, si hay una clase cualitativa a la cual pertenecen las dos vivencias. Dicho en el lenguaje del realismo, si hay dos vivencias elementales en las cuales se presenta una misma cualidad, entonces ambas vivencias concuerdan en un componente.

La siguiente definición establece que dos clases de cualidades se consideran semejantes (Sim), si cada uno de los elementos de una clase tiene semejanza parcial con los de la otra clase.

Esto define a la relación como una que es simétrica y reflexiva. Las clases de cualidades semejantes son, intuitivamente, aquellas que están cualitativamente más cerca una de otra. Por ejemplo, supóngase que tenemos una clase de cualidades para un determinado tono de azul, otra para un tono similar, y una tercera para una cierta intensidad auditiva. De acuerdo con nuestra definición, cada miembro de la primera clase es semejante a cada miembro de la segunda pero no de la tercera.

En la sección 115, por su parte, se definen las clases de sentidos y el sentido de la vista. La relación mediante la cual se define la *clase de sentidos* será una “cadena” de semejanza entre clases de cualidades. La idea intuitiva es que dos clases de cualidades están en esta “cadena”, si hay una secuencia de cero o más cualidades tal que cada una es similar a la siguiente y que conduce de la primera clase de cualidades a la segunda. Como es obvio, la relación es transitiva, simétrica y reflexiva (constituye el caso del cuasianálisis basado en una relación transitiva, el

que a su vez tiene como antecedente al llamado “principio de abstracción” de Russell). De este modo, podemos definir a las clases de sentidos como la clase de las clases de cualidades que pueden ser relacionadas mediante una cadena de clases de cualidades. La idea subyacente es que hay siempre una manera de trazar una línea directa entre cualidades mutuamente similares, por ejemplo, entre un tono de color y otro que se encuentra lejos del primero en la escala cromática, pero no hay forma de hacer tal cosa entre un tono de color y, digamos, una intensidad de sonido. Así, Carnap distingue los diferentes sentidos a través de la estructura de orden inducida dentro de ellos. Esta estructura, particular a cada clase de sentidos, queda determinada por la relación de semejanza, entendida ésta como la relación de vecindad. Esta relación de vecindad determina el *número dimensional* del dominio. Por ejemplo, las sensaciones acústicas, que se distinguen por la altura y la intensidad del sonido, tienen 2 como número dimensional (Nd); las sensaciones cutáneas tienen también el número dimensional 2, mientras que el sentido de la vista, crucial para la constitución de los objetos físicos, es la única clase de sentidos que posee el número dimensional 5, correspondiente al espectro cromático común tridimensional y a las dos dimensiones del campo visual.

La tarea de la sección 116 es definir las sensaciones y las divisiones que ellas introducen en las experiencias elementales. Dado que las experiencias elementales que contienen un mismo componente constituyen una clase cualitativa, la cual debe ser vista como un cuasicomponente o cuasiobjeto de las vivencias elementales, podemos decir que una *sensación* es una ejemplificación de una clase cualitativa dada, la que únicamente puede ser designada a través de la identificación de la vivencia elemental en la cual ocurre. Formalmente se define a la sensación, como el par ordenado que consiste en una vivencia elemental y la clase cualitativa a la que pertenece la vivencia. Asimismo, dos sensaciones se llaman simultáneas si las vivencias elementales, es decir, los términos anteriores de dicho par, son idénticas. De acuerdo con lo

anterior, pueden distinguirse dos tipos de componentes de una vivencia, un componente individual, la sensación, y un componente general, la clase cualitativa. A la clase de estos componentes de una vivencia elemental los llama “clases de descomposición”, y de acuerdo a lo antedicho distingue dos de ellas. La primera, que llama “clase de descomposición del primer género”, se constituye sobre la base de la relación de similaridad, la que al ser una relación de equivalencia constituirá una clase de abstracción. A ésta corresponde la clase de las sensaciones de una vivencia elemental, es decir, la clase de las sensaciones simultáneas.

La “clase de descomposición del segundo género” en tanto, es la clase de aquellas clases cualitativas a las cuales pertenece una vivencia elemental. Así, la diferencia entre estos dos géneros de descomposición es la diferencia entre las ejemplificaciones de una clase de cualidades, que Carnap llama “sensación”, y la clase de cualidades de tal experiencia en general.

El siguiente paso en la constitución (secciones 117-18) concierne a la definición de dos órdenes distintos dentro del sentido de la vista, a saber, los lugares en el campo visual y los colores. El primero de ellos incluye la definición de “lugar”, “igualdad de lugar” y “lugares vecinos”; el segundo, “igualdad de color en lugares vecinos”, “igualdad de color”, “color”, y “colores vecinos”.

Para definir la noción de “lugar” se supone la relación Aje que consiste en el hecho de que hay ciertos pares de clases cualitativas cuyos componentes son ajenos entre sí, es decir, que diversas cualidades presentes en el mismo lugar no pueden presentarse simultáneamente en la misma vivencia elemental. Así, una clase de clases cualitativas del sentido de la vista se llama un “lugar del campo visual” o un “lugar”, si no está vacío y si incluye aquellos elementos de un círculo de semejanza  $\lambda$  de Aje que solamente pertenecen a  $\lambda$ , pero no a otros círculos de semejanza de Aje. Ahora se define “igualdad de lugar” (Iglug) como las clases cualitativas del sentido de la vista que pertenecen a la misma clase de lugar, es decir, la clase de experiencias

elementales que coinciden en sus componentes en un determinado *lugar*. A su vez, si las clases cualitativas de dos lugares tienen semejanza entre sí, entonces llamamos a la clase de esos lugares “lugares vecinos” (Lugvec). El orden que se sigue a partir de la relación de las clases de cualidades como *lugares vecinos*, constituye el orden espacial del campo visual, el cual será bidimensional.

Por su parte, el orden de los colores es construido con la ayuda del orden de lugares. Se dice que dos clases cualitativas están en la relación de “igualdad de color en lugares vecinos”(Igcolvec), si ambas clases cualitativas están en lugares vecinos y si hay una tercera clase de cualidades que también está en un lugar vecino a las dos anteriores y que es semejante a ambas. A su vez, si entre dos clases de cualidades  $a$  y  $b$  existe una cadena de cualidades, tal que cada una de ellas está en la relación de “igualdad de color en lugares vecinos” con la siguiente, entonces decimos que  $a$  y  $b$  están en la relación de “igualdad de color”(Igcól). Por último, los “colores” se constituyen como la *clase de abstracción* (cuasianálisis basado en la relación transitiva) de la relación de “igualdad de color” (basada a su vez en la cadena Igcolvec), y “colores vecinos” (Colvec) se dice de dos colores si sus clases cualitativas son semejantes. El orden de este último, como en el caso de la relación Lugvec, determina el orden del espectro cromático, el cual es tridimensional.

En la sección 120, por último, Carnap constituye un orden temporal provisional entre las vivencias elementales basado en la relación de “recuerdo de similaridad” (Rb). De acuerdo con su definición, una vivencia elemental es “anterior en el tiempo” respecto a otra, si entre ellas se presenta la relación Rb. Como Carnap apunta, este orden temporal no puede ser

completo debido a que es imprescindible que la relación temporal sea, además de transitiva e irreflexiva, también conexa<sup>168</sup>, pues de lo contrario habría vacíos en la serie.

De este modo, Carnap ha construido la clase total de las cualidades perceptuales y sensaciones. En particular, ha distinguido la clase de las cualidades visuales, la clase de los lugares del campo visual, y las cualidades de color, así como ha ubicado a las experiencias elementales en un orden temporal provisional. Estos rasgos estructurales del ámbito de la psique propia serán explotados en la constitución del siguiente nivel, el del mundo físico.

### **La constitución del mundo espacio-temporal y de la física**

Antes de proseguir con la exposición, debo advertir que a partir de este nivel opera cierto cambio en el modo en que se llevará a cabo la constitución de los diferentes géneros de objetos. El propio Carnap apunta, en la sección 122, que ya no se explicitarán las definiciones en el lenguaje estricto de la constitución ni se harán las paráfrasis correspondientes en los restantes lenguajes. A este cambio de método en el lugar crucial del esbozo del sistema de constitución ha llamado la atención Quine (1951), cuando señala, refiriéndose al procedimiento de coordinar los colores y las restantes cualidades sensoriales a los llamados “puntos-mundo”:

“Según sus cánones, había que atribuir valores veritativos a enunciados de la forma “La cualidad  $c$  se encuentra en el punto instante  $x; y; z; t$ ”, maximizando y minimizando ciertos rasgos generales, y con el enriquecimiento de la experiencia había que revisar progresivamente los valores veritativos dentro de esa misma línea. Creo que esto es una buena esquematización de lo que realmente hace la ciencia; pero no da la menor indicación, ni siquiera la más

---

<sup>168</sup> Una relación se llama “conexa” si entre dos términos diferentes de su dominio ella misma siempre persiste o es su conversa (por ejemplo, en un grupo de seis personas a la mesa, la relación “uno, dos, tres lugares más a la izquierda”).



esquemática, sobre cómo podría traducirse al inicial lenguaje de datos sensibles y lógica un enunciado de la forma “La cualidad  $c$  se encuentra en  $x$ ;  $y$ ;  $z$ ;  $t$ ” (Quine, 1962 [1951], pág. 74).

Cuando de inmediato consideremos la construcción del mundo espacio-temporal, veremos que Quine tiene razón al apuntar este giro metodológico en la constitución. Sin embargo, quizás Quine se restringió aún más que el propio Carnap lo hiciera, al método de la reducción y al postulado de las definiciones explícitas. Carnap advierte en el prólogo a la segunda edición del *Aufbau*, que al construir el mundo físico, y aunque no totalmente consciente de ello, él ya había ido más allá de las definiciones explícitas, hacia formas de introducción de conceptos que toman recurso de las postulaciones convencionales<sup>169</sup>. Es decir, quizás debe primar, antes que una interpretación reduccionista estricta, una que haga énfasis más bien en la tesis estructuralista, esto es, en la tesis que afirma la construcción de la objetividad a través de los rasgos puramente estructurales de los objetos, pudiendo esto último obtenerse por otros medios que los de la definición explícita estricta.

Ahora bien, Carnap constituye el espacio-tiempo físico como un mundo puro de números y por ende como un objeto lógico. Como decíamos, de acuerdo al cambio metodológico, su estatus preciso como espacio-tiempo *físico* no lo obtiene a partir de una inferencia desde la conducta de los objetos perceptuales, sino mediante la coordinación de las cualidades sensoriales con los puntos de este objeto lógico espacio-temporal, que llama “puntos-universo”. Estos “puntos-universo” constituyen un grupo de números de  $n$ -términos que sirven como substratos de las atribuciones de colores y cualidades sensoriales.

La asignación de los colores a estos “puntos-universo” se rige por ciertas condiciones que se especifican desde el punto de vista del sistema de constitución en la sección 126 y en el lenguaje del realismo en la 127. Lo primero que se determina es lo que Carnap llama “líneas-

---

<sup>169</sup> Esto es algo que tiene sus raíces en *Der Raum* y en (1923), lo que Carnap desarrollará más ampliamente en su filosofía posterior. Véase especialmente Carnap (1936) y (1956).

universo”, las que se definen a partir de la atribución a los *puntos-universo* de lo que constituiría nuestro “punto de vista” como observadores, esto es, “el punto que está en el interior de mi cabeza, a partir del cual el mundo parece ser visto” (Ibidem, pág. 227), lo que a su vez se comporta como una línea continua que determina el orden de cosas vistas. A partir de allí, es fácil atribuir los colores a los puntos-universo: la condición 6 identifica una sensación visual de color a un punto que está en la línea visual correspondiente; luego se atribuyen colores a puntos-universo no vistos pero visibles; la permanencia de color en diferentes momentos de los mismo puntos-universo, etc. Todas estas atribuciones descansan en ciertos hechos científicos conocidos, como ser la velocidad de la luz, la ley de inercia, etc.

Ahora bien, habiendo asignado los colores al orden espacio-temporal físico de acuerdo a los desiderata de las secciones 126-27, Carnap procede a definir las “cosas visuales” (secc.128) como un haz de líneas universo de cualidades visuales, que están en relación de proximidad espacial en segmentos prolongados del tiempo. Si además de la permanencia de las relaciones de vecindad, las relaciones de medida también son constantes, entonces esas cosas visuales son también *rígidas*. De importancia especial entre las cosas visuales es la cosa visual llamada “mi cuerpo” (Mc), la cual cumple con ciertas condiciones ulteriores. Entre ellas cabe destacar: su proximidad continua al punto de vista; la asignación a las líneas-universo que la constituyen de ciertas clases de sentidos, de manera tal que cuando sus líneas-universo se encuentran en la proximidad de otra cosa visual o de ella misma, se presente otra cualidad, a saber, el *sentido táctil*; el carácter abierto de su superficie, es decir, el que haya zonas de su superficie que no son visibles; a determinados géneros de sus movimientos corresponden las sensaciones cinestésicas.

Las cosas visuales son complementadas mediante la atribución de cualidades táctiles a los puntos-universo (secc.130). Una cualidad táctil se asigna a un punto-universo donde se

encuentra la parte correspondiente de “mi cuerpo”. Existen coincidencias entre los puntos cromáticos y los puntos táctiles, vistos y no vistos, lo que hace más fácil a veces determinar con más precisión el sitio de las líneas-universo de los puntos cromáticos. Cuando este no es el caso, se toman conjuntamente las líneas-universo de puntos táctiles con las de puntos cromáticos para determinar una superficie como cerrada, la que se convierte en una cosa tacto-visual. Este es precisamente el caso con “mi cuerpo”, pues es sólo a través de la conjunción de líneas-universo cromáticas y táctiles que esta superficie se vuelve cerrada.

Ahora podemos describir constitucionalmente los órganos sensoriales de “mi cuerpo” como partes de él y distinguir de esta forma los sentidos restantes. Con ayuda de las coordenadas espaciales es posible determinar la posición de los distintos órganos sensoriales como partes de mi cuerpo. A su vez, dado que estos órganos tienen una correlación particular con determinados sentidos, estas pueden ser caracterizadas individualmente con facilidad, por ejemplo, mediante el bloqueo de determinados órganos y la consiguiente desaparición de determinadas clases de sentidos.

Las atribuciones de ulteriores clases de sentidos a los puntos-universo se harán en analogía a las atribuciones hechas hasta ahora, pero teniendo en cuenta el criterio sugerido por la “síntesis cognitiva de la vida real”, que nos impele a atribuir cualidades sensoriales a puntos-universo siempre de una manera apropiada, esto es, sin que nos excedamos en las determinaciones que atribuimos a dichos objetos. Por ejemplo, si a un estado determinado de un pedazo determinado de azúcar se le atribuye la cualidad “dulce”, entonces la atribución de los “puntos gustados” a los “puntos no gustados” puede ser extendida coherentemente. Sin embargo, cuando nos movemos al sentido del oído, las cosas no son tan sencillas, pues si hemos escuchado una vez el sonido de una cosa, no podremos simplemente seguir atribuyéndoselo en el futuro, sin con ello caer en frecuentes contradicciones. Sin embargo,

señala Carnap, la frontera entre las cualidades sensibles que se pueden atribuir y las que no se pueden, está lejos de ser nítida. Antes bien, debemos considerar esta atribución como una cuestión de grados. Según Carnap, hoy en día no parece aceptable el atribuir cualidades sentimentales, afectivas, o volitivas a las cosas del mundo externo, pero este rechazo debe ser visto como resultado de un proceso que tiene que ver menos con lo que serían los “cambios históricos en las cualidades mismas”, que con las contradicciones frente a las cuales los individuos se encuentran en sus interacciones intersubjetivas. Por ello, Carnap no considera atribuciones tales como decir que un bosque es “melancólico”, o una carta “dolorosa”, o un abrigo “calientito”, muy diferentes que las que tiene que ver con atribuciones sensoriales, siendo la causa de que se rechacen las primeras, una mayor variación en el uso que existen de dichas atribuciones entre un sujeto y otro. En las ciencias, por su parte, también se observa, aunque en un grado mucho mayor, esta caída en desuso de la atribución de cualidades. Pero en estas, no sólo se rechazan la atribución de cualidades afectivas o volitivas a las cosas materiales, sino también las propias cualidades sensoriales. En efecto, en su búsqueda de la objetividad la ciencia evita las determinaciones cualitativas, dependientes de los sujetos y del aquí y el ahora, moviéndose desde el mundo de la percepción, el cual sólo tiene una validez provisional, al mundo de la física, “que es rigurosamente unívoco y no toma en cuenta en absoluto las cualidades” (Ibídem, pág. 239)<sup>170</sup>.

Con estas herramientas disponibles, Carnap procede en la sección 134 a constituir las *cosas perceptuales*. Estas quedan definidas como los puntos de las cosas tacto-visuales a las que ulteriormente se les atribuyen las restantes cualidades sensoriales. El *mundo perceptual*, a su vez, es el mundo espacio-temporal con las cosas perceptuales. La compleción de este mundo perceptual se lleva a cabo de manera similar al procedimiento de la asignación de las cualidades

---

<sup>170</sup> En este punto, y quizás bajo la influencia de Einstein, Carnap coincide con Schlick, Reichenbach y Cassirer. Véase el apartado del tercer capítulo sobre la teoría de la relatividad.

visuales a los puntos-universo no vistos por analogía con los vistos. Estas atribuciones por analogía operan en dos niveles de coordenadas, a saber, temporal y espacial. En el primer caso las asignaciones se hacen de modo de inducir la regularidad de los procesos parcialmente observados, mientras que en el segundo caso, las atribuciones se hacen de manera tal que las cualidades espaciales no-percibidas son análogas a las cualidades percibidas de la cosa en cuestión. Según Carnap, estos dos modos de practicar las atribuciones se corresponden o pueden ser entendidos como la ejecución del *postulado de causalidad* en el primer caso, y del *postulado de substancia* en el segundo. Pero prefiere utilizar el lenguaje de la constitución y decir que ambos procedimientos son dos formas de aplicación, en dos direcciones diferentes de coordenadas, del mismo procedimiento constitucional por analogía.

En la sección 136 se lleva a cabo la constitución del mundo de la física. Lo primero que advierte Carnap es la diferencia sustancial entre este mundo, que se constituye a través de la asignación de valores *cuantitativos* a los puntos del espacio numérico tetradimensional, y el mundo de la percepción, el que se constituye, como hemos visto, a partir de la asignación de *cualidades* a los puntos del espacio-tiempo. Esto conduce a la constitución de un dominio que se expresa en términos numéricos y que queda determinado por leyes matemáticas, las leyes de la física matemática. Las magnitudes de estado que se usan para constituir el mundo de la física, esto es, las magnitudes que se asignarán a los puntos-universo del espacio-tiempo, no están unívocamente determinadas por los pasos anteriores del sistema de constitución. Aquí, como ya observamos antes, puede verse un antireduccionismo bastante fuerte en la posición de Carnap. En su opinión, puede haber varios sistemas de magnitudes, todos igualmente legítimos, que sirvan a los propósitos de la constitución del mundo físico y sus leyes. Confía en que la determinación será unívoca, pero siempre “guiándose por principios metodológicos, por ejemplo, el de la sencillez” (Ibídem, pág. 243). Es claro por lo anterior, que Carnap reconoce

que hay un elemento convencional en la física<sup>171</sup>. Y este punto parece quedar aún más claro al explicar lo que llama la “correspondencia físico-cualitativa” entre el mundo de la física y el mundo de la percepción. Carnap explica que la relación entre la asignación de propiedades cualitativas a los puntos espacio-temporales y la asignación de sus propiedades físicas cuantitativas es una relación unimultívoca. Esto es, las propiedades cuantitativas de los puntos espacio-temporales determinan unívocamente sus propiedades cualitativas a través de las leyes matemáticas de la física y las definiciones constitucionales que relacionan ambos tipos de propiedades. Las propiedades cualitativas, en cambio, no determinan unívocamente las propiedades físicas, ni aún después de que las magnitudes de estado son determinadas por las leyes de la física.

Ahora bien, como señalamos antes, hay un claro cambio en el procedimiento de la constitución en este nivel. Un sistema de definiciones explícitas no daría lugar de manera alguna a una posición claramente antireduccionista como la anterior. Aquí se afirma que los conceptos de la física no pueden ser definidos sobre la base de la experiencia, que el mundo cualitativo de la percepción no determina el mundo matemático de la física. Como se señalaba al comentar la crítica de Quine a la constitución del mundo físico, y a la luz de los propios comentarios de Carnap al respecto en el prólogo a la segunda edición del *Aufbau*, parece claro que el proyecto reduccionista debe ser dejado de lado en este punto a favor de la interpretación que hace énfasis en el papel que la estructura matemática de la física tiene en la concreción de la objetividad, algo que será explotado más tarde en la constitución del mundo intersubjetivo.

Carnap concluye el capítulo B de la parte 4 constituyendo dos objetos físicos adicionales que son cruciales para la constitución ulterior de los mundos heteropsicológico e

---

<sup>171</sup> Por supuesto, este reconocimiento no es nuevo, recuérdese que ya en 1923, en el trabajo que examinamos en la segunda sección de este capítulo, Carnap reconoce la pluralidad de sistemas posibles y el recurso al principio metodológico de “máxima simplicidad”. El propio Carnap cita este trabajo en la bibliografía que figura al final de la sección.

intersubjetivo. En primer lugar, en la sección 137, constituye al hombre como especie biológica. Para ello parte de la definición de “organismo”, que es todo aquello que presenta procesos o facultades físicas que pueden constituirse con posterioridad a la constitución del mundo físico. A esos organismos junto con sus propiedades y relaciones se les llama “objetos biológicos”. Ahora se sostiene que la cosa ya constituida que llamamos “mi cuerpo” pertenece a la clase de los organismos. Dentro de esta clase, “mi cuerpo” pertenece a la clase que llamamos “personas”, la cual se caracteriza señalando las similitudes que existen entre “mi cuerpo” y otros organismos en cuanto a altura, figura, movimientos, etc. De fundamental importancia son las “otras personas” que, exceptuando a “mi cuerpo”, pertenecen a la clase de las personas. Sobre el género de objetos que ellas constituyen descansa la constitución de la psique ajena y de los restantes objetos superiores a éste. En segundo lugar, define la llamada “relación expresiva”, la que constitucionalmente hablando puede caracterizarse de la siguiente manera: a una clase de procesos de la psique propia que ocurre simultáneamente a ciertos procesos físicos de mi cuerpo, se le hacen corresponder dichos procesos como su “expresión”.

En el lenguaje del realismo, bajo dicha expresión entendemos la relación que hay entre los movimientos expresivos, gestos, movimientos y procesos corporales, y los procesos psíquicos que se “expresan” en ellos<sup>172</sup>.

### La constitución del mundo intersubjetivo

Después de una sección preliminar (139), Carnap procede a constituir el reino de lo “heteropsicológico”, esto es, los procesos psicológicos de los otros seres humanos, sobre la base de su conducta física y una extensión de la *relación expresiva*. La relación expresiva debe ser

---

<sup>172</sup> Debe ser dicho que la “relación expresiva” no equivale a lo que se conoce como la tesis del paralelismo psicofísico, para la cual no había (ni la hay aún) evidencia en tiempos del *Aufbau*. En Carnap (1928b) se trata con detalle dicho problema. Para una valoración reciente del tema véase el artículo de Jaegwon Kim “Logical Positivism and the Mind-Body Problem” en Salmon, Salmon & Parrini (eds.) (2003).

extendida porque fue definida como una relación entre “mi” conducta física y los eventos psicológicos que dicha conducta expresa, mientras que para el ámbito de lo heteropsicológico la conducta relevante es, por supuesto, la conducta de los otros.

Lo primero que debe ser tenido en cuenta en la constitución de las psiques ajenas es que esta opera mediante la atribución a las otras personas de los estados psicológicos propios ya constituidos. Esto no significa que lo que se atribuye a las otras personas sean contenidos privados de mi conciencia, sino la clase de estados psicológicos expresados por “mi” conducta cuando me comporto en la misma forma en que las otras personas se están comportando. Por ello no hay en absoluto psiques ajenas sin un cuerpo, pues es sólo a través de las manifestaciones físico-conductuales de un sujeto - que reconozco como perteneciente a la clase de las personas, esto es, que muestra similitudes con “mi cuerpo”-, que puedo atribuir estados mentales a dicho sujeto.

Una variante de la relación expresiva es la *expresión mediante signos*, la cual se constituye en la sección 141. Esta es también una relación entre ciertas conductas físicas de los seres humanos, a saber, sus manifestaciones habladas o escritas, y las entidades designadas por esas conductas. Según Carnap, explicar la relación de designación es una tarea difícil. Podrían construirse ciertas reglas basadas en la conducta lingüística del hablante con relación a sus procesos y a su mundo circundante. Pero es claro que estas reglas no son más que conjeturas hipotéticas que se irán aceptando o rechazando en la medida en que los usos lingüísticos se vuelvan más estables. Aún más difícil sería obtener la definición constitucional de la relación expresiva mediante signos, pues habría que traducir tales reglas al lenguaje de la constitución.

El tipo de definición constitucional que Carnap tiene en mente, tiene que ver con lo que llama la asignación de un “peso” a los objetos con relación a determinados signos. En otras palabras, cuanto mayor sea el peso asignado a un objeto con relación a un signo, mayor



será la posibilidad de que dicho signo se refiera a ese objeto. Esto es, para que pueda identificar la referencia de la ocurrencia lingüística de un sujeto en determinado momento, es necesario observar la disposición de los objetos físicos en el medio circundante al sujeto y en relación con él mismo.

Algunos ejemplos de reglas para la asignación de “peso” a los objetos físicos proporcionadas por el propio Carnap son: cercanía al cuerpo del sujeto que realiza el signo de una cosa determinada; si hay algo en ciertas relaciones con los órganos de los sentidos de dicho sujeto; si hubo algo, momentos antes, en ciertas relaciones con los órganos de los sentidos del sujeto, etc. Así, si una persona expresa verbalmente el signo “gato” y en ese momento se encuentra rodeado de objetos físicos entre los cuales hay uno especialmente peludo que se pasea entre sus piernas, entonces asignaremos mayor “peso” a ese objeto físico como candidato a estar en la relación de designación, con el signo “gato”<sup>173</sup>.

Es claro por lo anterior, y aunque Carnap no lo diga explícitamente, que la relación que se estaba tratando tiene que ver con la relación de referencia restringida a ítems semánticos individuales<sup>174</sup>. No obstante, en la siguiente sección se considera la misma relación pero para complejos semánticos completos. A estos complejos de signos, los cuales designan un hecho, Carnap los llama “información”, y al igual que en la relación designativa, la base para identificar la referencia de estos complejos de signos será la noción de “peso”, aunque esta vez ésta debe entenderse como una función de los “pesos” que se asignan a los diferentes componentes del

---

<sup>173</sup> Los ejemplos de reglas que da Carnap parecen funcionar en el caso de situaciones empíricas como esta, pero parecen insuficientes si pensamos en discursos más complejos, como sería el discurso sobre personas ausentes o sobre objetos más abstractos como los derechos humanos. No obstante, como Carnap advierte al inicio del capítulo, sólo se dan “las indicaciones que sean necesarias para hacer reconocer que es *posible* constituir el objeto en cuestión con base en las constituciones hechas previamente” (pág. 247).

<sup>174</sup> Espero que esta forma de hablar no traiga equívocos concernientes a que Carnap está tratando aquí temas *semánticos* en el sentido en que esta palabra tendrá en la fil. del lenguaje de cuño post-tarskiana. Según Carnap, estrictamente hablando, las preguntas por la referencia de un signo equivalen a preguntas por la verdad de determinados enunciados donde aparecen ciertos signos. Con esto se evitan los problemas relacionados con la esencia de los objetos considerados en “sí mismos”, remitiendo siempre su valor a un marco lingüístico. Véase a propósito los comentarios de Carnap en la sección 161.

hecho. A esta función de los pesos individuales se le llamará el “peso global” del hecho en cuestión. Se tendrá más certeza acerca de la referencia de una información, en tanto el peso global de un hecho en cuestión respecto de esta información supere el peso global de los hechos restantes.

Es claro que esta idea general de designación, basada en las relaciones expresiva, signíca, e informativa (las que se apoyan, claro está, en la asignación de “pesos” a los objetos) puede ser extendida a los objetos mentales de las otras personas y así aumentar el dominio de objetos que pertenecen a la psique ajena.

Ahora, sobre la base de dichas relaciones, es posible constituir las vivencias de otra persona P. De acuerdo a la evidencia proporcionada por las relaciones expresiva, signíca e informativa, logramos saber no sólo que las otras personas poseen estados mentales, sino también que poseen un mundo de objetos constituidos similar al nuestro. A ese mundo de objetos, constituido mediante un sistema que parte también de la relación de similaridad (Rb), le llamaremos *el mundo del otro*. Pero el hablar del “mundo del otro” no debe conducir a pensar que se trata de otro mundo u otro sistema de constitución. La única diferencia entre “mi” sistema de constitución y el sistema de constitución de P es que este último está relacionado al cuerpo de P como parte de “el” sistema de constitución. Sin embargo, como bien apunta Carnap, no puede existir una identidad entre “mi” mundo y el mundo de P, sino a lo sumo cierta analogía. En efecto, si consideramos, por ejemplo, la constitución de “mi cuerpo” (mc) tal como se explicó con anterioridad (dentro de *mi* sistema de constitución), primero como cosa visual y luego como cosa física, se sigue que también se constituye de manera análoga un objeto mcP, es decir, el cuerpo de P (obviamente, dentro del sistema de P). No obstante, a pesar de que ambos objetos concuerdan en determinadas propiedades, por ejemplo, en que ambos son cosas físicas, diferirán en otras propiedades también físicas, por ejemplo, el color

del cabello de P puede diferir del mío, lo que dará lugar a dos proposiciones acerca de  $mc$  y  $mcP$  que no concordarán. Asimismo, las restantes cosas físicas que están en “mi” sistema de constitución tampoco coincidirán con las que están en el sistema de P, pues las cosas que están en relaciones con mi cuerpo en general no están en las mismas relaciones con el cuerpo de P.

Entonces, ¿cómo es posible pensar la intersubjetividad? De acuerdo con Carnap, existe una concordancia entre ambos sistemas, pero se trata de una concordancia mediada por la correspondencia biunívoca que existe entre el mundo de la física que me pertenece, llamémosle S, y el que le pertenece a P, al que llamamos Sp. Es decir, que las relaciones espacio-temporales y cualitativas entre los puntos-universo de la física de S son las mismas que existen entre los puntos-universo de Sp. A esta correspondencia la llama Carnap “correspondencia intersubjetiva”. La idea puede ser aclarada de la siguiente manera. Considérese de nuevo dos sistemas constitucionales, el mío, al que llamamos S y el de otra persona cualquiera, al que llamamos P. Consideremos de nuevo la constitución de mi cuerpo ( $mc$ ) como objeto físico en ambos sistemas. De esto se sigue que en el sistema constitucional de P habrá dos objetos similares a  $mc$ , a saber, el primero es el propio cuerpo de P ( $mcP$ ), el cual, como señalábamos antes, puede compartir ciertas propiedades físicas con  $mc$ , pero diferir en otras. No obstante, hay un objeto en el mundo de la física de P que tiene virtualmente todas las características que  $mc$  tiene en mi propio mundo de la física, entre ellas su localización en el mismo punto del espacio-tiempo físico. Llamemos a este objeto  $mcp$ . Este objeto es, por supuesto, mi cuerpo, pero desde el punto de vista de P, es decir, constituido desde un sistema de constitución diferente al mío<sup>175</sup>.

Ahora es posible aumentar el alcance de estas observaciones para incluir todas las personas constituidas por mí, no sólo P sino Q, R, etc. En cada uno de los sistemas

---

<sup>175</sup> De nuevo, hablar de sistema de constitución diferentes, significa hablar de sistemas de constitución asociados a cuerpos diferentes.

constitucionales de esas personas habrá objetos que se corresponden intersubjetivamente con algún objeto de mi propio sistema constitucional, es decir, que compartirán todas o virtualmente todas las propiedades físicas de algún objeto en mi sistema constitucional.

En la sección 148 Carnap propone que para cada objeto  $O$  de mi sistema constitucional, tomemos la clase de abstracción de los objetos que existen en otros sistemas constitucionales y que poseen una relación de correspondencia intersubjetiva con  $O$ , para formar lo que llama el “objeto intersubjetivo”. Al conjunto total de estos objetos intersubjetivos lo llamaremos el “mundo intersubjetivo”, el cual se corresponde con el mundo de la ciencia. Así, la importancia del mundo de la física es crucial porque sólo sobre él se funda la posibilidad misma de la intersubjetividad. Sólo puedo saber que mi sistema de constitución es igual al de otra persona, dicho en el lenguaje del realismo, que “mi” mundo es el mismo que el del otro, a través de la correspondencia que existe entre los objetos del mundo de la física de ambos. La regularidad inducida en el mundo de la física de un agente mediante el procedimiento constitucional le permite hacer dos cosas cruciales. Primero, puede especificar objetos en el tiempo vía sus propiedades cuantitativas, incluyendo especialmente las distancias y direcciones de esos objetos con relación a sí mismo. Esto, por supuesto, es verdadero de cualquier sujeto. Por otra parte, dada la identidad de las leyes de la física para cada uno de ellos, todo lo que es necesario para hallar los objetos intersubjetivos es un mapeo de esas relaciones espaciales una con otra, suministrando la estructura métrica del espacio-tiempo una forma sencilla de hacerlo.

Quizás debería señalarse que la posibilidad de la intersubjetivación a través de la asignación cuantitativa a los puntos del espacio tiempo, tiene que ver con el mayor grado de restricción y determinación que los procedimientos cuantitativos poseen en relación con la mera asignación de cualidades, las que, al carecer de leyes que especifiquen sus ocurrencias en

el espacio o su evolución en el tiempo, dan lugar a una libertad en las determinaciones que es imposible dirimir mediante métodos empíricos apropiados<sup>176</sup>. De este modo, la labor de intersubjetivización comienza con este mapeo de los respectivos mundos físicos de los individuos. Carnap argumenta, no obstante, que podemos también intersubjetivizar los otros dominios de objetos. Así, por ejemplo, una vez que tenemos el objeto intersubjetivo correspondiente a la persona N, podemos intersubjetivizar la vida mental de N a través de la apelación a la relación expresiva, signíca e informativa. De esta manera, aunque la intersubjetivización puede proceder sólo a través de las formas matemáticas del mundo físico, una vez que intersubjetivizamos el mundo físico, tenemos la capacidad de hacerlo con todos los dominios de objetos. El mundo intersubjetivo es un mundo que contiene los ámbitos de todas las ciencias, incluyendo la psicología, la sociología, y la economía.

Esta es, en suma, la solución de Carnap al problema de la objetividad. Utilizando la estructura matemática y la naturaleza gobernada por leyes del mundo de la física, el mapeo del mundo de la física de una persona en otro puede ser hecho de una manera unívoca. La clase que se forma con tales objetos es el objeto intersubjetivo que está disponible a todos los agentes y que es la condición de posibilidad del juicio intersubjetivo. Parecería que la constitución del mundo intersubjetivo, que se extiende a los ámbitos de las ciencias culturales y psicológicas, proporciona lo que Carnap busca: una solución estructural a la cuestión de la objetividad que sustente la posibilidad de la objetividad científica en todas las ciencias.

---

<sup>176</sup> Esta idea de lo físico como el ámbito de lo cuantitativo en franca oposición a lo puramente cualitativo fue desarrollada ampliamente por Schlick desde su temprano trabajo de 1915 "The Philosophical Significance of Relativity" en Schlick (1979).

## La eliminación de la relación básica (Rs)

Temprano en nuestra exposición, habíamos destacado el *dictum* de Carnap de que “toda proposición científica puede en principio ser transformada de tal manera que sea solamente una proposición acerca de una estructura” (Ibídem, pág. 29), lo cual, según su opinión, debe verse como un requisito de la ciencia en la medida en que esta busca la objetividad, evitando toda referencia a contenidos subjetivos. No obstante, el sistema de constitución arroja la siguiente máxima, la cual se encuentra en franca contradicción con el propósito de la cita anterior, “Todas las proposiciones que aparecen en el sistema de constitución son proposiciones acerca de relaciones básicas solamente” (Ibídem, pág. 272). Es decir, un sistema de constitución que siga el primer *dictum* no puede albergar en su interior ningún concepto básico no definido, sino pura y exclusivamente signos lógicos. Entonces, si queremos obtener una ciencia verdaderamente objetiva, tendremos que eliminar las relaciones básicas, entendidas como objetos extralógicos, de las proposiciones de la ciencia.

Lo primero que debe ser apuntado es que de acuerdo a cómo fue presentado el sistema de constitución, cada uno de los niveles y géneros de objetos que fueron constituyéndose lo hicieron desde un cierta relación básica y por ende su naturaleza en tanto objetos constituidos es dependiente de dicha relación. Así, si sustituimos arbitrariamente la relación básica por otra, redundarán diferentes géneros de objetos de los que se han constituido teniendo como base nuestra relación básica (Rs). Según Carnap, quizás en los niveles inferiores no se alteren demasiado la naturaleza de los objetos constituidos, pero sería demasiada casualidad que esto se siguiera para los objetos de niveles más altos. De acuerdo con esto, es posible caracterizar unívocamente a las relaciones básicas originales por el hecho de que los objetos de niveles superiores se comportan empíricamente de tal y cual manera. Así, por ejemplo, podríamos definir Rs como la única relación básica tal que existe una y sólo una modalidad sensorial que

tiene exactamente cinco dimensiones y que se basa en dicha relación. Sin embargo, esta afirmación de unicidad es falsa, pues en principio existen otras relaciones para las cuales se pueden establecer todas las fórmulas de constitución. Es decir, si alguna constitución superior que parte de  $R_s$  tiene cierta estructura, es posible escoger otra relación básica  $R_s'$ , y sometiénola a las mismas operaciones constitucionales obtener algo de la misma estructura. La solución de Carnap a esta dificultad es restringir la clase de relaciones que pueden servir como bases posibles, para lo cual introduce una noción primitiva, el “estar fundado”, que cubre el ámbito de las relaciones “naturales, que pueden ser vividas” (Pág. 274). Es decir, que entre todas las relaciones posibles que pueden servir para constituir, por ejemplo, el sentido visual, sólo es válida aquella relación que pertenece al ámbito de las relaciones fundadas, es decir, al ámbito de las relaciones que pueden ser pensadas como pertenecientes a una conciencia.

De acuerdo con esta noción, la definición de  $R_s$  luce ahora como sigue: “ $R_s$  es la única relación fundada que permite la definición del sentido visual en esta forma”. El problema está, no obstante, en que esta definición *estructural* de  $R_s$  basada en la noción de “estar fundado” es un contrasentido, en la medida en que la noción de “estar fundado” es una noción del tipo de “experienciable” o “vivable”. La salida de Carnap consiste en introducir el concepto de “estar fundado” en la lógica. Para él, el concepto de “estar fundado” es un primitivo que está en la base del sistema de constitución y que posibilita la universalidad en la aplicación de las estructuras constitucionales, esto es, posibilita la aplicación de la estructura formal para la constitución de los objetos. De esta manera, arguye Carnap, dado que “la lógica misma absolutamente no es un dominio, sino que contiene aquellas proposiciones que (como tautologías) valen para los objetos de cualquier dominio” (Ibídem, pág. 275), entonces el concepto de “estar fundado” es un concepto de la lógica. Es claro que para Carnap la lógica

tiene un papel constitutivo esencial, por lo que esa misma lógica tiene que poseer los conceptos necesarios para posibilitar la constitución de los objetos reales. Así, la teoría de tipos debe ser incrementada con el concepto de “estar fundado”, esto, claro está, si desea tener un valor epistemológico fundamental.



## Bibliografía

Nota: Cuando hay traducción al español sólo se indica ésta.

Ayer, A. J. (1965), *El positivismo lógico*, México, FCE.

Arnauld, A.y P. Nicole (1987), *La lógica o el arte de pensar*, Madrid, Alfaguara.

Awodey, S. & Carus, A. W. (2003), "Carnap versus Gödel on Syntax and Tolerance" en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).

----- (2004), "How Carnap Could Have Replied to Gödel", en Awodey, S. y Klein, C. (eds.) (2004).

Awodey, S. y Klein, C. (eds.) (2004), *Carnap Brought Home. The View from Jena*, Chicago, Open Court.

Bell, D. y Vossenkuhl, W. (eds.) (1992), *Science and Subjectivity*, Berlin: Akademie.

Boghossian, P. y Peacocke, C. (eds.) (2000), *New Essays on the A Priori*, Oxford, Clarendon Press.

Bonk, Thomas (ed.) (2003), *Language, Truth and Knowledge. Contributions to the Philosophy of Rudolf Carnap*, Países Bajos, Kluwer Academic Publishers.

Brentano, Franz (1995), *Psychology From An Empirical Standpoint*, Londres, Routledge.

Burge, Tyler (1993), "Content Preservation" en *Philosophical Review*, 102, 457-88.

Cabrera, Isabel (1995), "Conocimiento necesario en Kant" en *Dianoia*, Vol.XLI

Cahan, David (ed.) (1993), *Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth-Century Science*, Berkeley y Los Angeles, University of California Press

----- (ed.) (1995), *Science and Culture: Popular and Philosophical Essays*, Chicago, University of Chicago Press, SC.

Carnap, Rudolf (1922), "Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre", en *Kantstudien Ergänzungshefte*, 56, traducción inédita al inglés de Michael Friedman y Peter Heath, *Space: A Contribution to the Theory of Science*.

----- (1923), "Über die Aufgabe der Physik und die Anwendung des Grundsatzes der Einfachtheit", *Kantstudien*, 28 1/2, 90-107. Traducción inédita al inglés realizada por los miembros del seminario sobre el *Aufbau* coordinado por Thomas Ryckman, "Concerning the Task of Physics and the Application of the Principle of Maximal Simplicity", University of Berkeley, [2000].

- Carnap, Rudolf (1924), "Dreidimensionalität des Raumes und Kausalität", *Annalen der Philosophie und philosophische Kritik* 4:105-30.
- (1925), "Über die Abhängigkeit der Eigenschaften des Raumes von denen der Zeit", *Kant-Studien* 30:331-45.
- (1926), *Physikalische Begriffsbildung*, Karlsruhe: Braun.
- (1927), "Eigentliche und uneigentliche Begriffe", *Symposium* 1:355-74.
- (1928), *La construcción lógica del mundo*, México, UNAM, [1988].
- (1928b), *Pseudoproblemas en la filosofía. La psique ajena y la controversia sobre el realismo*, México, UNAM, [1990].
- (1929), *Von Gott und Seele. Scheinfragen in der Metaphysik und Theologie*. Trad. española de Thomas Mormann, Álvaro Peláez y Eduardo Rueda, "De Dios y el alma. Pseudopreguntas en metafísica y teología", en *Signos filosóficos*, sup.11, vol.VI, [2004], pp.147-161.
- (1932a), "Die physikalische Sprache als Universalsprache der Wissenschaft", *Erkenntnis*, 2, trad. inglesa de M. Black, 1934, *The Unity of Science*, Londres, Thoemmes Press, [1995].
- (1932), "On Protocol Sentences", *Nous* 21 [1987], 457-470.
- (1934), *Logische Syntax der Sprache*, Viena, Springer, trad. inglesa de A. Smeaton, 1937, *The Logical Syntax of Language*, Londres, Kegan Paul.
- (1936), "Testability and Meaning I", *Philosophy of Science*, 3, 419-471.
- (1937), "Testability and Meaning II", *Philosophy of Science*, 4, 1-40.
- (1950), "Empiricism, Semantics, and Ontology", *Revue Internationale de Philosophie*, 4, 11.
- (1956), "El carácter metodológico de los conceptos teóricos" en L. Olivé, A. R. Pérez Ransanz (comps.), (1989).
- (1995), *An Introduction to the Philosophy of Science*, Nueva York, Dover.
- Carrier, Martin (1994), "Geometric Facts and Geometric Theory: Helmholtz and 20<sup>th</sup> Century Philosophy of Physical Geometry" en Krüger, L. (ed.) (1994).
- Cassirer, Ernst (1906), *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*, México, FCE, [1974]

Cassirer, Ernst (1910), *Substanzbegriff und Funktionbegriff: Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*. Berlin: Verlag Bruno Cassirer. Trad. inglesa de W. Swabey y M. Swabey, en *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, Chicago, Open Court [1923].

Cassirer, Ernst (1921), *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie*. Berlin: Bruno Cassirer. Trad. inglesa de W. Swabey y M. Swabey, en *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, Chicago, Open Court [1923].

Chandler, J., Davidson, A. y Harootunian, H. (eds.) (1994), *Questions of Evidence, Proof, Practice, and Persuasion across the Disciplines*, Chicago, Chicago University Press.

Coffa, J. A. (1982), "Kant, Bolzano and the Emergence of Logicism" en *The Journal of Philosophy*, 74, 679-89, reimpresso en W. Demopoulos (ed.) (1995).

----- (1985), "Idealism and the *Aufbau*" en Rescher, N. (ed.) (1985).

----- (1986), "From Geometry to Tolerance. Sources of Conventionalism in Nineteenth-Century Geometry" en R. G. Colodny (ed.) (1986).

----- (1991), "La filosofía de la ciencia después de Kuhn" en *Cuadernos de Filosofía*, Año 22, Nº 35, 7-23.

----- (1991), *The Semantic Tradition from Kant to Carnap: To Vienna Station*, Cambridge, Cambridge University Press.

Cohen, Robert y Elkana Yehuda (eds.) (1977), *Hermann von Helmholtz: Epistemological Writings*, Holanda, Reidel, *EW*.

Cohen, R. y Schnelle, T. (eds.) (1986), *Cognition and Fact. Materials on Ludwig Fleck*. Dordrecht, Reidel.

Collingwood, R. G. (1940), *An Essay on Metaphysics*, Oxford, Oxford University Press.

Colodny, R. G. (ed.) (1986), *From Quarks to Quasars*, Pittsburgh, University of Pittsburgh.

Coniglione, Francesco (2004), "Between Abstraction and Idealization: Scientific Practice and Philosophical Awareness" en *Poznan Studies in the Philosophy of Sciences and the Humanities*, vol. 82, 59-110.

Daston, Lorraine (1994), "Historical Epistemology" en Chandler, Davidson y Harootunian, (eds.) (1994).

Demopoulos, W. (ed.) (1995), *Frege's Philosophy of Mathematics*, Cambridge, Mass., Harvard U. Press.

Drummond, John (1984), "The Perceptual Roots of Geometric Idealizations" en *Review of Metaphysics*, 37, 785-810.

- Duhem, Pierre (1906), *La théorie physique: son objet sa structure*. París, Librairie Philosophique J. Vrin.
- Euclides (1956), *Elementos de Geometría*, México, UNAM.
- Ewald, William (comp.) (1996), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*, Oxford, Clarendon Press.
- Field, Hartry (1996), "The Apriority of Logic" en *Proceedings of the Aristotelian Society*, 359-79.
- Förster, E. (1987), "Is there a "Gap" in Kant's Critical System?" en *Journal in the History of Philosophy*, 25.
- (ed.) (1989), *Kant's Transcendental Deduction*, Stanford, Stanford U.P.
- Frege, Gottlob (1950), *The Foundations of Arithmetic*, Evanston-Illinois, Northwestern U. Press.
- (1984), *Investigaciones lógicas*, Madrid, Técnos.
- (1994), "Sobre el sentido y la denotación" en Valdés Villanueva (ed.) (1994).
- (1984), "El pensamiento: una investigación lógica" en Frege (1984).
- Friedman, Michael (1991), "The Re-Evaluation of Logical Positivism" en *The Journal of Philosophy*, Vol. LXXXVII, N°10, 505-519.
- (1992), *Kant and the Exact Sciences*, Cambridge, Harvard U.Press.
- (1994), "Geometry, Convention, and the Relativized A Priori" en Salmon, W. y Wolters, G. (eds.) (1994). Reimpreso en Friedman, M. (1999).
- (1997), "Helmholtz's Zeichentheorie and Schlick's Allgemeine Erkenntnislehre: Early Logical Empiricism and Its Nineteenth-Century Background" en *Philosophical Topics*, Vol.25, N°2.
- (1999), *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge, Cambridge U. Press.
- (2000), "Geometry, Construction and Intuition in Kant and His Successors" en Sher, G. y Tieszen, R. (eds.) (2000).
- (2000), *A Parting of the Ways: Carnap, Cassirer and Heidegger*, Chicago, Open Court.
- (2001), *Dynamics of Reason. The 1999 Kant Lectures at Stanford University*, Stanford, CLSI Publications.

Friedman, Michael (2003), "Trascendental Philosophy and Mathematical Physics" en *Studies in History and Philosophy of Science*, 34, 29-43.

----- (2004), "Carnap and the Evolution of the A priori" en Awodey y Klein (eds.) (2004).

Funkenstein, Amos (1986), *Theology and the Scientific Imagination*, Princeton, Princeton University Press.

Giere, R. y Richardson, A. (1996), *Origins of Logical Empiricism*, Minneapolis: University of Minnesota Press.

Goldfarb, Warren (1996), "The Philosophy of Mathematics in Early Positivism" en Giere y Richardson (eds.) (1996).

Goldfarb, W. y Ricketts, T. (1992), "Carnap and the Philosophy of Mathematics" en Bell y Vossenkuhl (eds.) (1992).

Goodman, Nelson (1951), *The Structure of Appearance*, Cambridge, Mass., Harvard U. Press.

Gray, Jeremy (1979), *Ideas of Space. Euclidean, Non-Euclidean, and Relativistic*, Oxford, Clarendon Press.

Greenberg, Marvin Jay (1972), *Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History*, San Francisco, W. H. Freeman and Company.

Guyer, Paul (ed.) (1992), *The Cambridge Companion to Kant*, Cambridge, Cambridge U. P.

Giedymin, J. (1986), "Polish Philosophy in the Inter-War Period and L. Fleck's Theory of Thought-Styles and Thought-Collectives" en Cohen, R. y T. Schnelle (eds.) (1986)

Hall, A. R. y Hall, M. B. (eds.) (1962), *Unpublished Papers of Isaac Newton: A Selection from the Portsmouth Collection in the University Library*, Cambridge, Cambridge U. Press.

Haller, Rudolf (1982), "New Light on the Vienna Circle", *The Monist*, 65, 25-37.

Hatfield, Gary (1990), *The Natural and the Normative: Theories of Spatial Perception from Kant to Helmholtz*, Cambridge, Mass., The MIT Press.

Hegel, G. F. (1929), *Hegel's Science of Logic*, Londres, G. Allen y Unwin.

Heidelberger, Michael (1993), "Force, Law, and Experiment: The Evolution of Helmholtz's Philosophy of Science" en Cahan, D. (ed.) (1993).

Heidelberger y F. Staedler (eds.) (2002), *History of Philosophy of Science: New Trends and Perspectives*, Países Bajos, Kluwer.

Helmholtz, H. v. (1857-67), *Handbuch der physiologischen Optik, (OP)* trad. inglesa de la tercera edición por James Southall, Menasha Wisc.: George Banta [1925].

- Helmholtz, H. v. (1868a), "On the Origin and Significance of the Axioms of Geometry" en *EW*, Cohen y Elkana (eds.) (1977).
- (1868b), "On the Facts Underlying Geometry" en *EW*, Cohen y Elkana (eds.) (1977).
- (1868c), "The Recent Progress of the Theory of Vision" en Cahan, D. (ed) (1995), *SC*.
- (1870), "On the Origin and Significance of the Geometrical Axioms" en Kline, M. (ed.) (1962), *PSL*.
- (1878), "The Facts in Perception", en *EW*, Cohen y Elkana (eds.) (1977).
- Hilbert, David (1899), *Grundlagen der Geometrie*, versión inglesa *The Foundations of Geometry*, La Salle, Open Court [1950].
- Hintikka, Jaakko (1969), "On Kant's Notion of Intuition" en Penelhum, T. y Mac Intosh, J. (eds.) (1969).
- (1997), *Lingua Universalis vs Calculus Ratiocinator: An Ultimate Presupposition of Twentieth-Century Philosophy*, Dordrecht, Kluwer.
- Howard, Don (1994), "Kant, Einstein, and the Origins of Logical Empiricism" en Salmon, W. y Wolters, G. (eds.) (1994).
- Husserl, Edmund (1913), *Ideas relativas a una fenomenología pura y una filosofía fenomenológica*, México, FCE, [1949].
- (1929), *Investigaciones lógicas*, Madrid, Revista de Occidente.
- (1990), *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental: una introducción a la filosofía fenomenológica*, Barcelona, Crítica.
- Irzik, G. y Grünberg, T. (1995), "Carnap and Kuhn: Arch Enemies or Close Allies?" en *British Journal for the Philosophy of Science*, 46:285-307.
- Jammer, Max (1993), *Concepts of Space*, Cambridge Mass., Harvard U. Press.
- Kant, Immanuel (1969), *Universal Natural History and Theory of the Heavens*, Ann Arbor, University of Michigan.
- (1978), *Crítica de la razón pura*, Barcelona, Alfaguara.
- (1961), *Crítica del juicio*, Buenos Aires, Losada.
- (1993), *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, México, UNAM.

- Kant, Imanuel (1984), *Prolegómenos a toda metafísica futura que quiera presentarse como ciencia*, Buenos Aires, Charcas.
- (1988), *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, Peter Lang, Berna.
- (1991), *Transición de los principios metafísicos de la ciencia natural a la física (Opus Postumum)*, Madrid, Anthropos.
- Kitcher, Philip (1980), "A Priori Knowledge" en *The Philosophical Review*, LXXXIX, N°1.
- (1983), "Kant's Philosophy of Science" en *Midwest Studies in Philosophy*, 8.
- (2001), "A Priori Knowledge Revisited" en Boghossian y Peacocke (eds.) (2000).
- Kline, M. (ed.) (1962), *Popular Scientific Lectures*, Nueva York, Dover, PSL.
- Krüger, Lorenz (ed.) (1994), *Universalgenie Helmholtz. Rückblick nach 100 Jahren*. Berlin, Akademie Verlag.
- Kuhn, T. S. (1962), *La estructura de las revoluciones científicas*, México, FCE, [1971].
- Lanfredini, Roberta (2003), "Schlick and Husserl on the Essence of Knowledge" en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
- Lewis, C. I. (1923), "A Pragmatic Conception of the A Priori" en Moser, Paul (ed.) (1987).
- Lukasiewicz, J. (1912), "On the Creativity of Science" en *Selected Works*. Amsterdam, [1970].
- Mc Mullin, Ernan (1985), "Galilean Idealization" en *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 16, N° 3, 247-273.
- Majer, Ulrich (1995), "Geometry, Intuition and Experience: From Kant to Husserl" en *Erkenntnis* 42, 261-285.
- (2002), "Hilbert's Program to Axiomatize Physics (in Analogy to Geometry) and its Impact on Schlick, Carnap and other Members of the Vienna Circle" en M. Heidelberger y F. Staedler (eds.) (2002).
- Martínez, Sergio (2003), *Geografía de las prácticas científicas*, México, UNAM.
- Mormann, Thomas (1994), "A Representational Reconstruction of Carnap's Quasianalysis" en *PSA*, Vol.1, 96-104.

- Mormann, Thomas (2003), "Synthetic Geometry and *Aufbau*" en F. Bonk (ed.) (2003).
- Moser, Paul (1987), *A Priori Knowledge*, Nueva York, Oxford University Press.
- Nagel, Ernest (1979), *Teleology Revisited and Other Essays in the Philosophy and History of Science*, Nueva York, Columbia U. Press.
- (1979), "The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry" en Nagel, E. (1979).
- Nerlich, Graham (1994), *The Shape of Space*, Cambridge, Cambridge U. Press
- Neurath, Otto (1983), *Philosophical Papers: 1913-1946*, ed. y trad. inglesa de R. S. Cohen y M. Neurath, Dordrecht, Reidel.
- Newton, Isaac (1982), *Principios matemáticos de la filosofía natural*, Madrid, Editora Nacional.
- Nowakowa, I. y Nowak, L. (2000), *Idealization X: The Richness of Idealization*, Amsterdam, Rodopi.
- Oberdan, Thomas (1992), *Protocols, Truth, Convention*, Amsterdam, Rodopi.
- Olivé, L. y Pérez Ransanz, A. R. (comps.) (1989), *Filosofía de la ciencia: teoría y observación*, México, Siglo XXI.
- Parrini, Paolo (ed.) (1994), *Kant and Contemporary Epistemology*, Dordrecht, Kluwer.
- Parrini P., Salmon W. y Salmon M. (eds.) (2003), *Logical Empiricism: Historical and Contemporary Perspectives*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press.
- Parsons, Charles (1992), "The Transcendental Aesthetic", en Guyer, P. (ed.) (1992).
- Peacocke, C. (1994), "The Origins of the A Priori" en Parrini, P. (ed.) (1994)
- Peláez, Álvaro (2003), "Kant, Newton, y el problema del conocimiento a priori en la ciencia natural". Tesis de maestría en filosofía de la ciencia, México, UNAM.
- (2004), "Neurath, Carnap, Popper: la cruzada contra el fundacionalismo epistemológico", en *Signos filosóficos*, supp.11, vol. VI, pp.53-70.
- Penelhum, T. y Mac Intosh (eds.) (1969), *Kant's First Critique*, Belmont, Wadsworth.
- Poincaré Henri (1898), "Des Fondements de la Geometrie" en Rollet, L. (ed.) (2002).
- Poincaré, Henri (1932), *La Science et l'Hypothèse*, Paris, Bibliotheque de Philosophie Scientifique.



- Popper, K. R. (1978), "Inductivismo y deductivismo" en *Los dos problemas fundamentales de la epistemología: Basado en los manuscritos de los años 1930-33*, Madrid, Técno.
- Proust, Joëlle (1987), "Formal Logic as Trascendental in Wittgenstein and Carnap" en *Nous* 21, 501-520.
- Proust, Joëlle (1989), *Questions of Form Logic and Analytic Propositions from Kant to Carnap*, Minneapolis, University of Minnesota Press.
- Quine, W. v. O. (1936), "Truth by Convention" en Lee (ed.) *Philosophical Essays for A. A. Whitehead*, Nueva York, Longmans, reimp. en W. v. O. Quine, (1966).
- (1951), "Dos dogmas del empirismo" en *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel, (1962).
- (1963), "Carnap and Logical Truth" en Schilpp, P. (ed.) *The Philosophy of Rudolf Carnap*, La Salle, Open Court, reimp. en W. V. O. Quine, (1966).
- (1966), *The Ways of Paradox and Other Essays*, Nueva York, Random House.
- Reichenbach, Hans (1920), *The Theory of Relativity and A Priori Knowledge*, Berkeley y Los Angeles, University of California Press, [1965].
- (1958), *The Philosophy of Space and Time*, Nueva York, Dover.
- Réscher, Nicholas (ed.) (1985), *The Heritage of Logical Positivism*, Lanham, CPS Pub.
- Richards, J. L. (1977), "The Evolution of Empiricism: Hermann von Helmholtz and the Foundations of Geometry" en *British Journal for the Philosophy of Science*, 28, 235-253.
- Richardson, Alan (1992), "Logical Idealism and Carnap's Construction of the World" en *Synthese* 93:59-92.
- (1996), "Epistemology to the Logic of Science: Carnap's Philosophy of Empirical Knowledge in the 1930's" en Giere, R. y Richardson, A. (eds.) (1996).
- (1998), *Carnap's Construction of the World: The Aufbau and the Emergence of Logical Empiricism*, Cambridge, Cambridge U. Press
- (2002), "Narrating the History of Reason Itself: Friedman, Kuhn, and a Constitutive A Priori for the Twenty-First Century", en *Perspectives on Science*, vol. 10, N° 3.
- Richardson, Alan (2003), "The Geometry of Knowledge: Lewis, Becker, Carnap and the Formalization of Philosophy in the 1920s" en *Studies in History and Philosophy of Science*, 34, 165-182.

- Riemann, Bernhard (1868), "Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen" en *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 13, pp.133-152. Traducción inglesa de William Kingdon: "On the Hypothesis which lie at the Foundation of Geometry" en Ewald, W. (comp.) (1996).
- Rollet, Laurent (ed.) (2002), *Scientific Opportunism: An Anthology*, Basel: Birkhauser.
- Ryckman, Thomas (1990), "Designation and Convention: A Chapter of Early Logical Empiricism" en *PSA*, Vol. 2: 149-157.
- (1991), "Conditio Sine Qua Non? Zuordnung in the Early Epistemologies of Cassirer and Schlick", en *Synthese* 88: 57-95.
- Ryckman, Thomas (2003), "Two Roads from Kant: Cassirer, Reichenbach, and General Relativity" en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
- Runggaldier, Edmund (1984), *Carnap's Early Conventionalism. An Inquiry into the Historical Background of the Vienna Circle*, Amsterdam, Rodopi.
- Russell, Bertrand (1897), *An Essay on the Foundations of Geometry*, Londres-Nueva York, Routledge, [1996].
- (1903), *The Principles of Mathematics*, Londres, George Allen & Unwin, [1956].
- (1914), *Our Knowledge of the External World as a field for Scientific Method in Philosophy*, Londres-Nueva York, Routledge, [2003].
- Salmon, W. y Wolters, G. (eds.) (1994), *Logic, Language, and the Structure of Scientific Theories*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press.
- Sellars, Wilfrid (1971), *Ciencia, percepción y realidad*, Madrid, Técno.
- Sarkar, Sahotra (2003), "Husserl's Role in Carnap's *Der Raum*" en Bonk, Thomas (ed.) (2003).
- Sauer, Werner (1989), "On the Kantian Background of Neopositivism" en *Topoi* 8:111-119.
- Schlick, Moritz (1918), *Allgemeine Erkenntnislehre*. Berlin: Springer. Trad. de la 2ª ed. (1925), *General Theory of Knowledge*, Viena, Springer-Verlag, [1974].
- Schlick, Moritz (1979), *Moritz Schlick Philosophical Papers Vol. I (1909-1922)*, H. Mulder y Barbara F. B. van de Velde-Schlick, Holanda, Reidel.
- Sher, Gila y Tieszen, Richard (eds.) (2000), *Between Logic and Intuition: Essays in Honor of Charles Parsons*, Cambridge, Cambridge U. Press.

- Sklar, Lawrence (1974), *Space, Time, and Spacetime*, California, University of California Press.
- Sokolowski, Robert (1974), *Husserlian Meditations*, Evanston, Northwestern University Press.
- Strawson, Peter (1975), *Los límites del sentido*, Madrid, Revista de Occidente.
- Tappenden, Jamie (1995), "Geometry and Generality in Frege's Philosophy of Arithmetic" en *Synthese* 102: 319-61.
- Torretti, Roberto (1978), *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Holanda, Reidel.
- Tuschling, B. (1989), "Apperception and Ether: On the Idea of a Transcendental Deduction of Matter in Kant's Opus Postumum" en Förster, E. (ed.) (1989).
- Uebel, Thomas (1991), *Rediscovering the Forgotten Vienna Circle. Austrian Studies on Otto Neurath and the Vienna Circle*, Dordrecht, Kluwer.
- (1992), *Overcoming Logical Positivism from Within. The Emergence of Neurath's Naturalism in the Vienna Circle's Protocol Sentence Debate*, Amsterdam-Atlanta, Rodopi.
- (2003), "On the Austrian Roots of Logical Empiricism: The Case of the First Vienna Circle" en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
- Vaihinger, H. (1924), *Die Philosophie des als ob*, Leipzig, Felix Meiner. Traducción inglesa: *The Philosophy of "As If". A System of the Theoretical, Practical, and Religious Fictions of Mankind*, Londres, Routledge and Kegan Paul, [1927].
- Valdés Villanueva, L. M. (ed.) (1994), *La búsqueda del significado*, Madrid, Técnos.
- Villoro, Luis (1984), "Definiciones y conocimiento a priori en Kant", en *Revista Latinoamericana de Filosofía*, Vol. X, Nº 2.
- Walford, David (ed) (1992), *Immanuel Kant: Theoretical Philosophy 1755-1770*, Cambridge, Cambridge U. Press.
- Wilson, Mark (1995), "Frege: The Royal Road from Geometry" en Demopoulos, W. (ed.) (1995).
- Zahar, Elie (2001), *Poincaré's Philosophy: From Conventionalism to Phenomenology*, Chicago, Open Court