

01159



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

TESIS

“Dinámica Litoral debido a la variación de los  
gastos de salida de una Central Hidroeléctrica”

**Como requisito para obtener el grado de:**

Maestro en Ingeniería Civil

(Hidráulica)

Presenta:

PORFIRIO PEÑA MARTÍNEZ

**DIRECTOR DE TESIS:**

DR. CARLOS ESCALANTE SANDOVAL



CIUDAD UNIVERSITARIA

JUNIO DE 2005

m. 345212



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi madre: Gregoria Martínez Hernández*

*A mi hermano: Alejandro y  
a Mariana*

*A mi sobrina consentida: Stephanie Montserrat*

*A todos ellos mi más profundo cariño y agradecimiento.*

## *Agradecimientos*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México:  
nuestra Máxima Casa de Estudios.*

*A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.  
A sus profesores: pilares de la Ingeniería en México.*

*A los Doctores: Carlos Escalante Sandoval, Jesús Gracia Sánchez, Oscar Fuentes Mariles  
y Ramón Domínguez Mora y al M. en I. Victor Franco:  
por su aportación en la dirección y revisión de este trabajo.*

*Al Dr. Rodolfo Silva Casarín:  
por su valiosa contribución para la formación de Ingenieros en Costas.*

*Al Ing. José Carlos Sánchez Linares:  
por su apoyo para la realización de este trabajo.*

*A mis compañeros del Instituto de Ingeniería y  
Departamento de Oceanografía, un  
Grupo de Ingeniería:  
Juan Carlos Espinal González, Diana Karina Morán García,  
Roberto Uribe Romero, Rogelio Gerardo García, Alejandra Lara Flores,  
Sergio Enrique Islas Carpizo, Fernando Vázquez Hernández,  
Juan Manuel Mora Chavarría, Raúl Cazares Sánchez y  
Juan Ruperto Avendaño Hernández.*

*A todas aquellas personas que no menciono...pero que no olvido.*

## RESUMEN

El estudio de la dinámica litoral de aquellos sitios de importancia para el humano, desde el punto de vista de que en éste se tiene un modo de producción o simplemente de conservación por sus características físicas, es de suma importancia para la Ingeniería de costas. Diversas son las formas en las que se puede afectar estas zonas o habitats, provocadas por las actividades humanas y aun las acciones de la propia naturaleza quienes provocan entre otras afectaciones, el cambio en la morfología de las costas.

Es común que las costas experimenten avances y retrocesos en su línea de costa; es decir, que en ellas se presenten procesos de erosión y depósito de material que según el caso, suelen afectar o beneficiar el medio ambiente, esto es, a la zona en sí y a las comunidades que en muchos casos suelen ubicarse cerca de las costas y otros cuerpos de agua como ríos. La magnitud de cualquiera de estos procesos, dependerá de las fuerzas o agentes erosivos actuantes en cada sitio en particular.

Los agentes naturales tales como el viento, las mareas meteorológica y de tormenta, el régimen de oleaje, la lluvia, las acciones provocadas por el hielo, así como las variaciones en las descargas de los ríos, provocan que las costas sean susceptibles a los procesos antes mencionados.

La modificación de las condiciones naturales de la costa, en algunas ocasiones, precisa la realización de los estudios necesarios para evaluar el grado de afectación, proponiendo los esquemas de solución adecuados, dependiendo del tipo de costa en cuestión, es decir, que en función del servicio que ésta preste, será la solución adoptada. Como tales, las soluciones son diversas, desde un monitoreo de la evolución de la costa hasta la construcción de estructuras costeras para su protección.

En el presente trabajo se evalúa la dinámica litoral del frente costero en la zona de la desembocadura de un río, provocada ésta por la operación de una Central Hidroeléctrica, analizando de manera particular la zona antes citada, extendiendo los resultados hacia la costa aledaña a la desembocadura. En éste, se presentan los análisis correspondientes a evolución de la línea de costa, el transporte de sedimentos y el patrón de corrientes en la zona de estudio, empleando para ello algunos modelos numéricos que permitirán dictar un juicio adecuado sobre los efectos de la citada obra sobre la costa.

## **OBJETIVOS DEL ESTUDIO**

En términos generales los objetivos del presente trabajo son:

1. Evaluar la dinámica litoral de la desembocadura de un río y parte del frente costero en ambos lados de ésta, generando el patrón de corrientes, estimando su magnitud y dirección, bajo la influencia de las condiciones normales de gasto en el río y de operación de la descarga de una central hidroeléctrica; considerando además el régimen de oleaje anual y la influencia de la marea.
2. Estimar los avances y retrocesos de la línea de costa en la zona de estudio durante un año, bajo las mismas condiciones de descarga en el río y la acción del oleaje en combinación con la marea, indicando con ello las zonas más susceptibles a la erosión.
3. Evaluar los efectos que provocarán las condiciones de descarga durante la operación de una central hidroeléctrica, ubicada aguas arriba sobre el río, estimando la tasa anual y volumen total del transporte de sedimentos para el frente de costa estudiado, esto es, para una longitud de playa de cuatro kilómetros.

## **ALCANCES Y LIMITACIONES DEL ESTUDIO**

Como alcances y limitaciones de presente trabajo se tiene:

1. El alcance del presente trabajo permitirá evaluar la dinámica litoral de la desembocadura del río, como la zona más dinámica del entorno analizado, el mismo alcance se extiende al frente costero, cubriendo una longitud de cuatro kilómetros, para los cuales se evalúan los procesos erosivos y de depósito del material. Esto permitirá tomar decisiones para la protección de la playa, en caso de ser necesario. Se estima además la tasa de transporte y volumen anual de sedimentos, actuantes en la zona de estudio, a partir de un régimen anual de oleaje y registro de marea.
2. Una de las limitaciones se tiene en la poca información sobre los hidrogramas de operación de la central, por lo que en los escenarios modelados, en la frontera norte se considero un gasto constante durante todo el periodo de simulación, condición que no es del todo cierta. Sin embargo, dicho análisis permite evaluar la dinámica bajo la condición más desfavorable ( $600 \text{ m}^3/\text{s}$ ), por lo que los resultados permiten evaluar las condiciones extremas de la afectación provocada por la operación de la central hidroeléctrica. Cabe señalar que si se deseara considerar un estudio integral, sería necesario considerar una mayor longitud en el frente costero y en el río, a partir de la ubicación de la cortina.

## ORGANIZACIÓN DEL ESTUDIO

La organización del presente trabajo queda comprendida por cuatro capítulos:

**Capítulo 1.** Se presenta la caracterización del clima marítimo, con objeto de definir el régimen anual de oleaje, el cual fue realizado a partir de una base de datos de registros de satélite para un periodo de medición de doce años; se determinan las frecuencias de altura de ola mensual y estacional, asociadas a su periodo y dirección, llegando finalmente a definir estos parámetros para el caso de aplicación. Se analiza además el tipo de marea con base en registros obtenidos en campo, de ésta se define el tipo de marea y se realiza un análisis armónico, realizando además la predicción de la marea para el sitio en estudio.

**Capítulo 2.** Se describen las bases teóricas de los modelos numéricos de propagación de oleaje, transporte de sedimentos y evolución de la línea de costa, los cuales resuelven las ecuaciones fundamentales como lo son la de continuidad, conservación de la masa y continuidad de sedimentos, entre otras; en las cuales se basan los programas de cómputo aplicados para la evaluación de las características del tema en estudio.

**Capítulo 3.** Se desarrolla una metodología para la implementación de las condiciones de frontera de la malla de cálculo, delimitada por la zona de estudio. El procedimiento tiene como objeto simular dos escenarios a los que estará sujeto el frente costero y desembocadura del río: el de condiciones normales con una descarga del río de 20 m<sup>3</sup>/s y para condiciones de operación, es decir, para una descarga de 600 m<sup>3</sup>/s.

**Capítulo 4.** Se presentan las conclusiones generales del estudio para las condiciones y escenarios estudiados, encaminadas a la dinámica litoral de la desembocadura del río y playa aledaña de esta. Se comentan además algunas líneas de investigación para trabajos posteriores.

Finalmente se presentan en un anexo los resultados del estudio granulométrico de las muestras del material tomadas en el río y frente costero.



# CONTENIDO

RESUMEN .....	i
OBJETIVOS DEL ESTUDIO .....	ii
ALCANCES Y LIMITACIONES DEL ESTUDIO.....	ii
ORGANIZACIÓN DEL ESTUDIO.....	iii
LISTA DE TABLAS .....	ix
LISTA DE FIGURAS .....	x
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
<b>CLIMA MARÍTIMO</b> .....	<b>2</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>2</b>
1.1 OLEAJE .....	3
1.1.1 CARACTERÍSTICAS DEL OLEAJE .....	3
1.1.2 CLASIFICACIÓN DEL OLEAJE .....	5
1.1.2.1 Oleaje local (SEA) .....	5
1.1.2.2 Oleaje distante (SWELL) .....	5
1.1.3 EL OLEAJE COMO PROCESO ESTOCÁSTICO .....	6
1.1.4 EL OLEAJE COMO UN PROCESO ESTACIONARIO .....	6
1.1.5 EL OLEAJE COMO UN PROCESO ERGÓDICO .....	6
1.1.6 EL OLEAJE COMO UN PROCESO GAUSSIANO.....	7
1.1.7 DISTRIBUCIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES DE LA SUPERFICIE LIBRE .....	7
1.1.8 DISTRIBUCIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS (CRESTAS) .....	8
1.1.9 DEFINICIÓN DE UN ESTADO DE MAR.....	9
1.1.9.1 Descripción de un estado de mar desde el punto de vista estadístico y espectral .....	10
1.1.10 CARACTERIZACIÓN DEL OLEAJE A PARTIR DE DATOS DE SATÉLITE ..	14
1.1.10.1 Frecuencias de alturas de ola .....	14
1.1.10.2 Distribución mensual de alturas de ola .....	15
1.1.10.3 Distribución estacional de alturas de ola .....	16
1.1.11 OTRAS ESTADÍSTICAS.....	17
1.1.12 MODELO GLOBAL DE LA OFICINA DE METEOROLOGÍA DEL REINO UNIDO (THE GLOBAL UK MET. OFFICE ARCHIVE) .....	19
1.1.12.1 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa con datos de viento .....	21
1.1.12.2 Distribución mensual de altura de ola significativa con datos de viento .....	22
1.1.12.3 Distribución estacional de altura de ola significativa con datos de viento ....	22
1.1.12.4 Distribución de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento .....	23
1.1.12.5 Distribución mensual de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento .....	24
1.1.12.6 Distribución estacional de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento.....	25

1.1.12.7	Distribución de promedios mensuales de dirección de oleaje.....	26
1.1.12.8	Distribución de promedios estacionales de dirección de oleaje.....	27
1.1.12.9	Comparación de datos obtenidos por Satélite y Modelo Global.....	27
1.1.12.10	Tablas de referencias cruzadas a partir de datos del Modelo Global.....	28
1.2	MAREAS.....	31
1.2.1	MAREAS ASTRÓNICAS.....	31
1.2.2	FUERZA PRODUCTORA DE MAREAS.....	32
1.2.3	TIPOS DE MAREAS ASTRÓNICAS.....	36
1.2.4	TRATAMIENTO ARMÓNICO DE LOS DATOS DE MAREAS.....	38
1.2.5	ANÁLISIS DE LOS REGISTROS DE CAMPO.....	39
<b>CAPÍTULO 2.....</b>		<b>42</b>
<b>MODELOS NUMÉRICOS.....</b>		<b>43</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>		<b>43</b>
2.1	MODELO HIDRODINÁMICO.....	45
2.1.1	Introducción.....	45
2.1.2	Características del modelo.....	45
2.1.3	Descripción del modelo.....	45
2.1.3.1	Introducción.....	45
2.1.3.2	Formulación del modelo matemático hidrodinámico.....	45
2.1.4	Modelo hidrodinámico bidimensional.....	46
2.1.5	Condiciones Iniciales y de contorno.....	48
2.1.6	Condición de contorno de tensión normal (presión) en la superficie libre.....	49
2.1.7	Condición de contorno tangencial en la superficie libre.....	49
2.1.8	Integración de las ecuaciones.....	51
2.1.9	Datos del modelo hidrodinámico.....	53
2.2	MODELO DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE.....	54
2.2.1	Introducción.....	54
2.2.2	Ecuación modificada de la pendiente suave (mild slope equation).....	54
2.3	MODELO DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.....	62
2.3.1	Introducción.....	62
2.3.2	ECUACIONES DE GOBIERNO.....	63
2.3.2.1	Ecuación de balance de masa.....	63
2.3.2.2	Ecuación de balance de momento.....	67
2.3.3	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS POR FONDO.....	69
2.3.4	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN SUSPENSIÓN.....	72
2.3.5	RUGOSIDAD DEL FONDO.....	74
2.4	MODELO DE EVOLUCIÓN DE LÍNEA DE COSTA.....	75
2.4.1	Introducción.....	75
2.4.2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	75
2.4.2.1	Sistema de referencia.....	75
2.4.2.2	Ecuación de continuidad del sedimento.....	76
2.4.2.3	Diagrama de flujo.....	76
2.4.2.4	Modificación de las tablas de transporte.....	78
2.4.2.5	Cálculo de $Q(x, \theta)$ .....	78
2.4.2.6	Estructuras.....	81
2.4.2.7	Fuentes o sumideros.....	81
2.4.2.8	Altura activa en la ecuación de continuidad.....	83
2.4.2.9	Efecto del nivel del agua.....	84
2.4.2.10	Corrientes regionales.....	84

2.4.2.11	<i>Aproximación de las series de tiempo</i> .....	85
2.4.2.12	<i>Paso morfológico de tiempo</i> .....	86
2.4.2.13	<i>Solución de la ecuación de continuidad</i> .....	87
<b>CAPÍTULO 3</b>	.....	<b>89</b>
<b>CASO DE APLICACIÓN</b>	.....	<b>90</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	.....	<b>90</b>
3.1	CLIMA.....	91
3.1.1	FISIOGRAFÍA.....	91
3.1.2	GEOLOGÍA.....	91
3.1.3	USOS DEL SUELO Y VEGETACIÓN .....	92
3.2	CLIMA MARÍTIMO .....	94
3.2.1	RÉGIMEN DE OLEAJE.....	94
3.2.2	MAREAS.....	95
3.3	IMPLANTACIÓN DEL MODELO HIDRODINÁMICO.....	96
3.3.1	DELIMITACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO.....	96
3.3.2	PUNTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO .....	98
3.3.3	DESCRIPCIÓN DE ESCENARIOS MODELADOS.....	99
3.3.3.1	<i>Definición del coeficiente de rugosidad de fondo</i> .....	99
3.3.3.2	<i>Condiciones de frontera</i> .....	100
3.3.3.3	<i>Escenario uno: Condiciones normales</i> .....	101
3.3.3.4	<i>Escenario dos: Condiciones de operación</i> .....	105
3.3.3.5	<i>Influencia de la marea en el patrón de corrientes</i> .....	109
3.4	IMPLANTACIÓN DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA.....	110
3.4.1	ARCHIVOS Y DATOS DE ENTRADA.....	110
3.4.1.1	<i>Perfiles transversales de playa y características del sedimento</i> .....	110
3.4.1.2	<i>Configuración de la línea de costa</i> .....	111
3.4.1.3	<i>Clima marítimo: Oleaje</i> .....	111
3.4.1.4	<i>Tablas de transporte</i> .....	113
3.4.1.5	<i>Periodo de simulación</i> .....	113
3.4.1.6	<i>Fuentes o sumideros de sedimento</i> .....	113
3.4.1.7	<i>Parámetros de cálculo</i> .....	114
3.4.2	SIMULACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA.....	114
3.5	IMPLANTACIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS .....	116
3.5.1	ARCHIVOS Y DATOS DE ENTRADA.....	116
3.5.1.1	<i>Perfiles transversales de playa y características del sedimento</i> .....	116
3.5.1.2	<i>Clima marítimo: Oleaje</i> .....	116
3.5.1.3	<i>Datos y parámetros para la simulación</i> .....	116
3.5.2	SIMULACIÓN DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.....	116
<b>CAPÍTULO 4</b>	.....	<b>121</b>
<b>CONCLUSIONES GENERALES</b>	.....	<b>122</b>
4.1	CONCLUSIONES GENERALES .....	123
4.1.1	CAPÍTULO 1.....	123
4.1.2	CAPÍTULO 2.....	123
4.1.3	CAPÍTULO 3.....	124
4.2	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	125
<b>ANEXO A</b>	.....	<b>126</b>
A.1	CARACTERÍSTICAS DEL SEDIMENTO DEL RÍO Y COSTA .....	126

A.1.1 MUESTREO DE SEDIMENTOS EN CAMPO..... 126  
**BIBLIOGRAFÍA..... 129**

El presente documento es una traducción de la obra "Sedimentología y Petrología" de J. J. Van Der Zand, publicada por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente (ITESO) en 1980. La traducción fue realizada por el Dr. J. J. Van Der Zand y el Dr. J. J. Van Der Zand. El documento es una traducción de la obra "Sedimentología y Petrología" de J. J. Van Der Zand, publicada por el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente (ITESO) en 1980. La traducción fue realizada por el Dr. J. J. Van Der Zand y el Dr. J. J. Van Der Zand.

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1-1 Distribución de alturas de ola significativa .....	15
Tabla 1.1-2 Distribución mensual de alturas de ola significativa .....	16
Tabla 1.1-3 Distribución estacional de alturas de ola significativa .....	17
Tabla 1.1-4 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa obtenida con el espectro de datos de viento .....	21
Tabla 1.1-5 Alturas de ola mensuales en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento	22
Tabla 1.1-6 Promedios estacional de altura de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento .....	23
Tabla 1.1-7 Frecuencias de periodo de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento .....	23
Tabla 1.1-8 Distribución mensual de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento .....	24
Tabla 1.1-9 Distribución estacional de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento .....	26
Tabla 1.1-10 Promedios mensuales de la dirección del oleaje medidos a partir del norte .....	26
Tabla 1.1-11 Promedios estacionales de la dirección del oleaje, medidos a partir del norte .....	27
Tabla 1.1-12 Comparación de datos de Satélite vs. Modelo Global .....	28
Tabla 1.1-13 Referencias cruzadas de altura de ola significativa vs. dirección .....	28
Tabla 1.1-14 Referencias cruzadas de altura de ola significativa vs. periodo .....	29
Tabla 1.1-15 Referencias cruzadas de periodo vs. dirección .....	29
Tabla 1.1-16 Referencias cruzadas de altura vs. periodo vs. dirección .....	30
Tabla 1.2-1 Constantes armónicas del registro de superficie libre .....	39
Tabla 2.1-1 Esquema en diferencias finitas en el espacio .....	51
Tabla 3.2-1 Referencias cruzadas de altura vs. periodo vs. dirección .....	94
Tabla 3.4-1 Gastos promedio de sedimentos en el río .....	113
Tabla 3.5-1 Transporte litoral anual en el frente de costa estudiada .....	119
Tabla A-1 Granulometría correspondiente al mes de abril de 2003 .....	127
Tabla A-2 Granulometría correspondiente al mes de octubre de 2003 .....	128
Tabla A-3 Granulometría correspondiente al mes de marzo de 2004 .....	128

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1-1 Parámetros representativos que definen al oleaje .....	3
Figura 1.1-2 Ejemplo de una posible forma de registro .....	4
Figura 1.1-3 Región en el Pacífico para la caracterización del oleaje .....	14
Figura 1.1-4 Distribución de alturas de ola significativa.....	15
Figura 1.1-5 Distribución mensual de alturas de ola significativa.....	16
Figura 1.1-6 Distribución estacional de alturas de ola significativa.....	17
Figura 1.1-7 Distribución lognormal de probabilidad de altura de ola significativa.....	18
Figura 1.1-8 Distribución de probabilidad de excedencia de altura de ola significativa.....	18
Figura 1.1-9 Análisis extremal a partir de la distribución de Weibull, para altura de ola significativa .....	19
Figura 1.1-10 Selección del punto de estudio utilizando el Modelo Global.....	20
Figura 1.1-11 Rosa de oleaje obtenida a partir del Modelo Global.....	20
Figura 1.1-12 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa obtenida con el espectro de datos de viento.....	21
Figura 1.1-13 Distribución mensual de alturas de ola significativa en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento.....	22
Figura 1.1-14 Distribución estacional de alturas de ola significativa en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento.....	23
Figura 1.1-15 Distribución de frecuencias de periodo de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento.....	24
Figura 1.1-16 Distribución mensual de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento.....	25
Figura 1.1-17 Distribución estacional de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento.....	25
Figura 1.1-18 Promedios mensuales de la dirección del oleaje obtenido a partir del Modelo Global.....	26
Figura 1.1-19 Promedios estacionales de la dirección del oleaje, obtenidos a partir del Modelo Global.....	27
Figura 1.2-1 Sistemas Tierra-Luna y Tierra-Sol.....	32
Figura 1.2-2 Representación esquemática de la fuerza centrífuga y la fuerza de atracción gravitacional.....	33
Figura 1.2-3 Esquema de la fuerza productora de mareas en un plano, que une los centros de la Tierra y la Luna.....	34
Figura 1.2-4 Distribución de la fuerza horizontal productora de mareas sobre la Tierra (De acuerdo a G.H. Darwin). La Luna esta sobre el Zenit, en el punto marcado como Z.....	35
Figura 1.2-5 Ubicación del equipo para el registro de superficie libre.....	39
Figura 1.2-6 Registro para la señal de marea predicha a partir de los armónicos de la señal medida .....	40
Figura 2.4-1 Sistema de coordenadas en LITLINE .....	76
Figura 2.4-2 Diagrama de flujo para el módulo LITLINE .....	77
Figura 2.4-3 Distribución del gasto de sedimento de a) fuente puntual y b) fuente distribuida.....	82
Figura 2.4-4 Componentes de la altura activa.....	83
Figura 2.4-5 Perfil del transporte para direcciones opuestas de oleaje y corrientes.....	85
Figura 2.4-6 Discretización longitudinal .....	87
Figura 3.2-1 Rosa de oleaje normal.....	95
Figura 3.2-2 Registro de la marea predicha.....	96

Figura 3.3-1 Delimitación de la zona de estudio .....	97
Figura 3.3-2 Puntos para la estimación de las características del flujo .....	98
Figura 3.3-3 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones normales con dirección 115° .....	101
Figura 3.3-4 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones normales con dirección 225° .....	102
Figura 3.3-5 Campo de velocidades para condiciones normales con dirección 115° .....	103
Figura 3.3-6 Detalle del campo de velocidades para condiciones normales con dirección 115° ....	103
Figura 3.3-7 Campo de velocidades para condiciones normales con dirección 225° .....	104
Figura 3.3-8 Detalle del campo de velocidades para condiciones normales con dirección 225° ....	104
Figura 3.3-9 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones de operación con dirección 115° .....	105
Figura 3.3-10 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones de operación con dirección 225° .....	106
Figura 3.3-11 Campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 115° .....	107
Figura 3.3-12 Detalle del campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 115° .....	107
Figura 3.3-13 Campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 225° .....	108
Figura 3.3-14 Detalle del campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 225° .....	108
Figura 3.3-15 Influencia de la marea en el patrón de corrientes.....	109
Figura 3.4-1 Secciones del frente costero para la toma de muestras de sedimento .....	110
Figura 3.4-2 Perfil de playa de la sección I 5+000, empleada en el modelo numérico .....	111
Figura 3.4-3 Configuración de la línea de costa a partir de la línea base (160 líneas @ 50 m) .....	112
Figura 3.5-1 Distribución del transporte litoral total a lo largo del perfil seleccionado .....	117
Figura 3.5-2 Rosa de transporte litoral anual en el frente de costa estudiada.....	117
Figura 3.5-3 Transporte acumulado durante un año (a) y neto (b) en el perfil analizado.....	118
Figura A-1 Secciones para el muestreo de sedimentos en el frente costero .....	126

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\eta(t)$	desplazamiento vertical de la superficie libre del agua con respecto al nivel medio del mar (N.M.M.)
$\eta_{m\acute{a}x}$	desplazamientos verticales máximos o crestas, que pueden ser positivos o negativos
$\eta_{min}$	desplazamientos verticales mínimos o valles
$T$	periodo entre pasos ascendentes
$L$	longitud de onda
$T_c$	periodo entre dos crestas sucesivas
$a$ o $\alpha$	amplitud de ola
$H$	altura de ola
$m$	media de variación de la superficie libre del mar con respecto al tiempo
$\eta_i$	elevación de la superficie libre del agua en el tiempo $t_i$
$N$	número de eventos o muestras
$\bar{\eta}(t)$	variación media de la superficie libre del mar con respecto al tiempo
$\eta_{rms}^2$	variación cuadrática media o varianza
$H_{rms}$	altura de ola cuadrática media
$H_{m0}$	altura de ola significativa
$\bar{H}$	altura de ola media
$\bar{T}$	periodo medio
$N_o$	número de olas individuales en todo el registro
$H_i$	altura de la ola $i$
$T_i$	periodo de la ola $i$
$Skw$	coeficiente de sesgo o asimetría
$m_n$	función generadora de momentos
$S(f)$	función de densidad espectral.
$\epsilon$	anchura espectral
$Qp$	agudeza de pico
$Tp$	periodo pico
$m$	masa de la luna
$r$	distancia del centro de la tierra al centro de la luna
$\rho$	radio de la tierra
$H_o$	amplitud del constituyente de marea
$a$	velocidad angular del armónico de la marea
$k$	fase del constituyente de marea
$H$	profundidad total
$h$	profundidad por debajo del nivel medio
$Z$	sobreelevación del nivel medio
$t$	tiempo
$(x, y)$	coordenadas cartesianas
$u, v$	velocidades promediadas en la vertical
$l$	latitud media
$\Omega$	velocidad angular de la rotación de la Tierra

$S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}$	esfuerzos de radiación
$\tau_{sy}, \tau_{sy}$	tensiones generadas por el viento en la superficie libre del agua
$C_w$	coeficiente de fricción por viento
$W_x$ y $W_y$	velocidades del viento en las direcciones $x$ e $y$ a 10 m sobre el nivel del terreno
$\rho_a$	densidad del aire
$\rho_0$	densidad del agua
$C$	coeficiente de Chèzy
$\tau_{bx}, \tau_{by}$	tensiones en el fondo por fricción
$K_v$	coeficiente adimensional
$\Phi(x, y, z, t)$	potencial de velocidades que describe el flujo
$h$	profundidad
$k$	número de onda
$\varphi$	amplitud compleja
$H_a$	función hamiltoniana
$T, Ep$	energía potencial
$V, Ec$	energía cinética
$\rho$	densidad del agua
$g$	aceleración debida a la fuerza de gravedad
$\eta$	desplazamiento de la superficie libre del agua medido desde el nivel medio del mar
$\sigma$	frecuencia angular
$T$	periodo de ola
$H_B$	altura de ola de rotura
$T$	régimen de transporte
$\tau_0$	esfuerzo tangencial en el fondo
$\tau_{0C}$	esfuerzo tangencial de inicio de movimiento
$c$	concentración del volumen de sedimentos local
$u_f$	velocidad local del fluido
$v_f$	velocidad local del sedimento
$\rho$	densidad del fluido
$\rho_s$	densidad del sedimento
$x$	coordenada espacial
$\epsilon_f$	coeficiente de mezclado del flujo
$\epsilon_s$	coeficiente de mezclado del sedimento
$u$	velocidad del flujo en dirección $x$
$v$	velocidad del flujo en dirección $y$
$w$	velocidad del flujo en dirección $z$
$z$	coordenada vertical
$w_s$	velocidad de caída del sedimento
$\rho_m$	densidad del flujo del sedimento mezclado
$u_{m,i}$	velocidad local del flujo del sedimento mezclado
$P_m$	presión local

$\tau_{m,ij}$	esfuerzo cortante de la viscosidad local
$\mu_m$	viscosidad dinámica del flujo
$S_b$	tasa de transporte
$u_b$	velocidad de las partículas de sedimento
$c_b$	concentración de lodo en el fondo
$D^*$	diámetro de las partículas
$u_*$	velocidad por esfuerzo crítico de fondo
$\Delta$	densidad relativa
$c'$	coeficiente de Chèzy de la arena
$\nu$	coeficiente de viscosidad cinemática
$k_s$	rugosidad efectiva
$y_c(x)$	distancia de la línea de playa desde la línea base
$h_{act}(x)$	altura activa del perfil perpendicular de la playa
$Q(x)$	volumen del transporte de sedimentos a lo largo de la línea de playa
$x$	posición a lo largo de la línea de playa
$\Delta x$	incrementos sobre el eje $x$
$Q_{sou}(x)$	fuelle o sumidero de sedimentos expresado en volumen / $\Delta x$
$h_0$	altura de ola a una profundidad de referencia (para oleaje irregular, $h_{rms}$ )
$\alpha_0$	ángulo de incidencia
$wl$	nivel del agua
$V_c$	velocidad de la corriente
<b>Re</b>	número de Reynolds
$\nabla$	gradiente



# ***CAPÍTULO 1***

## *CLIMA MARÍTIMO*

---

---

### INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se describen algunos temas relativos al estudio del oleaje, esto es, se presenta una descripción e hipótesis básicas, así como una clasificación de los tipos de oleaje desde el punto de vista de la hidráulica marítima. El oleaje, en la naturaleza, es un fenómeno complicado, por lo que es necesario, además de identificar algunas características, como la altura, longitud, periodo y dirección de la ola entre otros; admitir varias hipótesis con el fin de hacer sencillo su estudio.

Se desarrolla también el aspecto relativo a las mareas, que junto con el tema del oleaje tienen por objeto describir el clima marítimo presente en la zona de estudio, para así identificar las características del oleaje en el frente costero, así como la amplitud de marea.

La información correspondiente al oleaje se toma de una base de datos con doce años de registro de satélites. Por otra parte, para el tema de mareas se contó con un registro de la señal de marea medida en campo. El equipo utilizado fue un limnógrafo ubicado en la margen derecha del río, cercano a la desembocadura.

Finalmente como anexo se presenta una caracterización de los sedimentos del río y frente costero, a partir de los análisis de laboratorio, donde se estimó su densidad y diámetros representativos.

## 1.1 OLEAJE

Generalmente, el oleaje en el mar es producido por las fuerzas que genera el viento y actúan en la superficie libre. Las olas generadas por viento ocurren en diferentes tamaños y formas, dependen de la magnitud de las fuerzas que actúan sobre ellas, tiempo, área de influencia y de las velocidades de impacto, lo cual indica, que tanto la fuerza actuante sobre la superficie libre del fluido, como la magnitud del desplazamiento son importantes en la variación de estos tamaños.

### 1.1.1 CARACTERÍSTICAS DEL OLEAJE

Los parámetros más importantes que describen las olas son su longitud, su altura y su periodo (Dean & Dalrymple, 1991).

Supóngase un punto de la superficie libre del mar en el que se registra la variación del nivel del agua a lo largo del tiempo. El registro obtenido tendrá un aspecto parecido al de la Figura 1.1-1, en el cual se han representado los términos más comunes para definir las oscilaciones de la superficie del mar en un lapso de uno a treinta segundos.

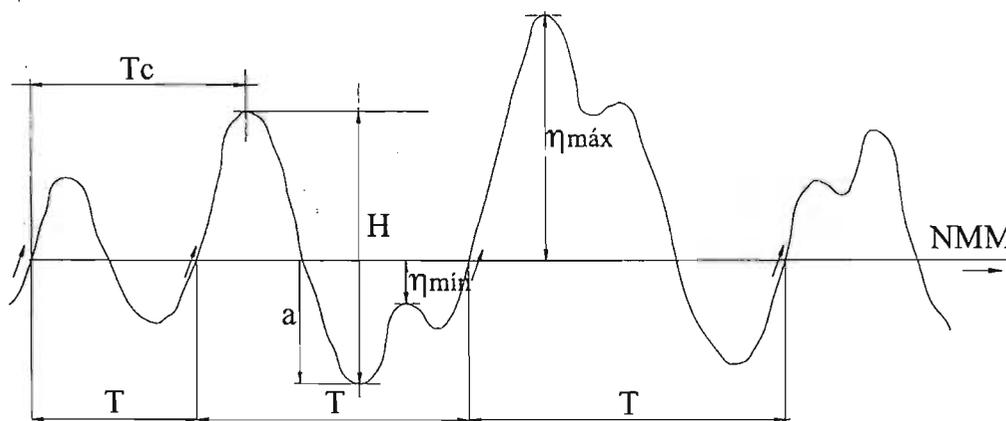


Figura 1.1-1 Parámetros representativos que definen al oleaje

donde

- $\eta(t)$  es el desplazamiento vertical de la superficie libre del agua con respecto al nivel medio del mar (N.M.M.)
- $\eta_{máx}$  son los desplazamientos verticales máximos o crestas, que pueden ser positivos o negativos
- $\eta_{mín}$  son los desplazamientos verticales mínimos o valles
- $T$  es el periodo entre pasos ascendentes
- $T_c$  es el periodo entre dos crestas sucesivas

$a$  es la amplitud de la ola  
 $H$  es la altura de la ola

Un registro de oleaje como el mostrado en la Figura 1.1-1 está formado por varias olas, para definir una ola en un registro de oleaje existen cuatro métodos ampliamente utilizados (Silva, 1997):

**Método de pasos ascendentes por el nivel medio.** En un registro de oleaje, leído de izquierda a derecha, una ola empieza cuando la pendiente de la superficie libre del mar al cruzar el nivel medio es positiva y termina cuando la pendiente de la superficie libre vuelve a ser positiva al cruzar el nivel medio del mar. En ese momento inicia una nueva ola.

**Método de pasos descendentes por el nivel medio.** En este método, a diferencia del anterior, se define una ola cuando la pendiente de la superficie libre del mar al cruzar el nivel medio es negativa, y termina cuando la pendiente vuelve a ser negativa al cruzar el nivel medio.

**Método de pasos sucesivos por crestas.** En este método, se define una ola a partir de la condición cuando la superficie libre del mar se localiza arriba del nivel medio del mar y su pendiente es cero, a esta posición se le denomina cresta; y la ola termina, dando lugar a otra, cuando se vuelve a presentar una situación análoga.

**Método de pasos sucesivos por valles.** Se define una ola cuando la superficie libre del mar se encuentra por debajo del nivel medio y su pendiente es cero, a esta posición se le conoce como valle, y termina cuando se vuelve a presentar esta situación.

En la naturaleza, el oleaje es un fenómeno muy complejo en el que no existe repetibilidad en el espacio ni en el tiempo, por tanto, no puede ser representado por el modelo sencillo de olas monocromáticas. Sin embargo, esta superficie libre, aparentemente caótica se puede simular adecuadamente por medio de la superposición de olas sinusoidales, monocromáticas, de diferente frecuencia, obteniéndose así, un registro de olas irregulares similar al observado en mediciones de campo, tal como se muestra en la Figura 1.1-2.

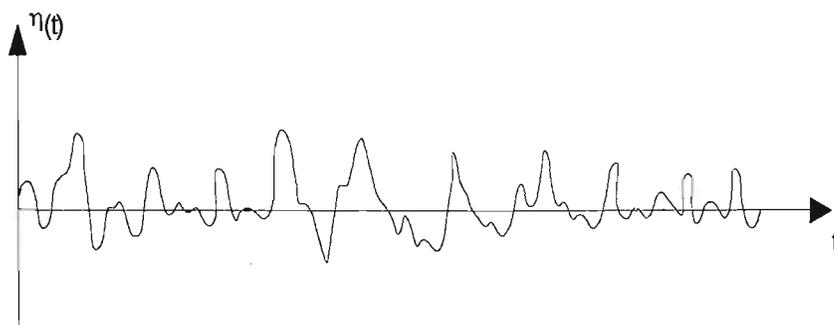


Figura 1.1-2 Ejemplo de una posible forma de registro

## 1.1.2 CLASIFICACIÓN DEL OLEAJE

Dentro de la enorme variabilidad de estados de oleaje que existen, resulta conveniente caracterizarlos en dos tipos extremos: el oleaje local (*SEA*) y el distante (*SWELL*). (Silva, 1997).

### 1.1.2.1 Oleaje local (*SEA*)

Este tipo de oleaje se produce en la zona de generación en alta mar. La zona de generación es aquella región en donde existe transferencia de energía del viento hacia la superficie libre del mar. Allí el oleaje es aleatorio y se caracteriza por su irregularidad, por presentar una superficie libre caótica y una multitud de direcciones de avance que no contienen crestas ni valles definidos y por la ausencia de periodicidad.

En el estado *SEA* se presentan claramente dos características: asimetría y apuntalamiento (gran peralte). Con viento fuerte pueden formarse verdaderas montañas de agua en cualquier punto, las cuales a su vez soportan miles de protuberancias menores.

En este tipo de oleaje no pueden medirse periodos ni longitudes de onda. Las alturas de las olas son impredecibles, es decir, dada una altura de ola la siguiente puede ser mucho mayor o mucho más pequeña.

### 1.1.2.2 Oleaje distante (*SWELL*)

El oleaje tipo *SWELL* se presenta cuando las olas se propagan y abandonan la zona de generación. Cuando esto ocurre se manifiestan los siguientes fenómenos:

1. Pérdida de energía, pues la ola avanza a expensas de su propia energía.
2. El oleaje sufre una doble dispersión:
  - a ) Dispersión angular, pues las olas se dispersan en todas direcciones.
  - b) Dispersión radial, dado que la velocidad es función directa del periodo, en una dirección determinada las ondas viajan mas rápido produciendo un filtrado de olas.
3. Soldadura; las ondas de periodos cercanos se sueldan en largas crestas de onda, lo que hace que la superficie caótica del oleaje *SEA* se vaya simplificando. Esto se acentúa sobre la plataforma costera, donde a los fenómenos antes citados se agrega la refracción, que provoca que las ondas tiendan a progresar en forma paralela a las líneas batimétricas.

En suma, el oleaje que se acerca a la costa es más regular, se forman frentes de crestas largas hasta varios centenares de metros y el periodo y longitud entre olas sucesivas difiere poco, surge una periodicidad y las direcciones no son tan dispersas, sino que existen direcciones predominantes.

### 1.1.3 EL OLEAJE COMO PROCESO ESTOCÁSTICO

El oleaje se puede definir como un proceso estocástico, ya que muchas variables independientes se combinan, de tal manera, que la superficie libre del mar,  $\eta$ , varíe en forma aleatoria. Es decir, su valor para cierto tiempo o cierta posición no puede ser inferido de forma determinista, sino que cada valor tiene una cierta probabilidad de ocurrir.

Este proceso se puede definir como el ensamble de un número infinito de distintos registros de oleaje, correspondientes a un cierto estado de mar. (Silva, 1997)

$$\eta(t) = \{ \eta(t_1), \eta(t_2), \dots, \eta(t_n), \dots \} \quad (1.1-1)$$

El proceso  $\eta(t)$  puede considerarse definido si para cualesquiera  $n$  instantes,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  se conoce la función de distribución de probabilidad.

$$F_{t_1, t_2, \dots, t_n}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = P[(\eta(t_1) \leq x_1, \eta(t_2) \leq x_2, \dots, \eta(t_n) \leq x_n)] \quad (1.1-2)$$

de la variable  $n$ -dimensional  $\eta(t_1, t_2, \dots, t_n)$ .

Con el objeto de simplificar el estudio del proceso estocástico  $\eta(t)$  que constituye el oleaje es necesario admitir las hipótesis estadísticas siguientes:

### 1.1.4 EL OLEAJE COMO UN PROCESO ESTACIONARIO

Un proceso  $\eta(t)$  es estacionario si sus propiedades estadísticas, como la varianza o la media, se mantienen constantes en el tiempo. Esto es razonable para intervalos de tiempo de varios minutos. La analogía de la estacionariedad en el espacio es la homogeneidad del proceso.

Admitida la estacionariedad del proceso  $\eta(t)$  se deduce que el valor medio es una constante

$$m(t) = m \quad (1.1-3)$$

y la función de autocorrelación depende sólo de la diferencia  $\tau = t - s$ . (Silva, 1997).

$$Bc(t, s) = R(\tau) \quad (1.1-4)$$

### 1.1.5 EL OLEAJE COMO UN PROCESO ERGÓDICO

Un proceso estacionario ergódico es aquel cuyas características estadísticas en el tiempo (media, desviación estándar, distribución de probabilidad, etc.) pueden ser tomadas de un evento cualquiera  $\eta(t_n)$  y son iguales a las estadísticas de ensamble a través de todas las

realizaciones de  $\eta(t)$ . Esto es aceptado por la limitación física de medir una superposición de registros bajo condiciones estacionarias. (Silva, 1997).

Si  $\eta(t)$  es un proceso estocástico estacionario que satisface ciertas condiciones, entonces:

$$m = E \eta(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \eta(t) dt \quad (1.1-5)$$

donde

$m$  es la media de variación de la superficie libre del mar con respecto al tiempo.

La hipótesis de ergodicidad permite sustituir los promedios espaciales de sucesos, por promedios temporales de un solo evento.

### 1.1.6 EL OLEAJE COMO UN PROCESO GAUSSIANO

El Modelo Gaussiano (Rosengaus, 1997) considera implícitamente que existe una simetría alrededor del nivel medio del agua, lo cual implica asumir que la media es igual a cero. El aceptar estas suposiciones permite caracterizar un cierto estado de oleaje a través de un sólo registro y analizarlo, a través de su descomposición en elementos frecuenciales sinusoidales.

Hasta aquí se consideran las hipótesis para el estudio del oleaje.

### 1.1.7 DISTRIBUCIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS VERTICALES DE LA SUPERFICIE LIBRE

Para ciertas condiciones, las variables asociadas al oleaje, consideradas como variables aleatorias, siguen unas distribuciones de probabilidad conocidas. En muchos de esos casos, los parámetros estadísticos obtenidos de los registros de dichas variables, permiten definir completamente las distribuciones estadísticas de los registros. Entre las variables del oleaje, las más empleadas son el desplazamiento vertical de la superficie libre, la altura y el periodo.

Si se acepta que el desplazamiento vertical de la superficie libre es un proceso estocástico estacionario, ergódico y Gaussiano de media cero,  $\eta(t)$  se distribuye según una normal de media cero, con la siguiente función de densidad:

$$f(\eta) = \frac{1}{\eta_{rms} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\eta}{\eta_{rms}} \right)^2} \quad (1.1-6)$$

donde  $\eta_{rms}$  es el desplazamiento vertical medio cuadrático de la superficie libre (que coincide con la varianza, ya que la media es nula).

### 1.1.8 DISTRIBUCIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS (CRESTAS)

En este caso, la variable aleatoria representa los desplazamientos verticales máximos de la superficie libre, es decir, los valores de la curva  $\eta(t)$  para los cuales se cumple:

$$\frac{d\eta}{dt} = 0 \quad \frac{d^2\eta}{dt^2} < 0 \quad (1.1-7)$$

Por otra parte, los estudios de Rice (1945), ampliados por Cartwright y Longuett-Higgins (1956), demostraron que la distribución de las crestas depende exclusivamente de dos parámetros,  $m_0$  y  $\varepsilon$ , siendo  $m_0$  la varianza del desplazamiento de la superficie libre (igual al momento de orden cero del espectro e igual al desplazamiento cuadrático medio,  $\eta_{rms}$ ) y  $\varepsilon$  el parámetro de anchura espectral de Cartwright y Longuett-Higgins (1956).

Dentro de la distribución de las crestas, tiene especial interés ingenieril la distribución de las crestas con valor positivo,  $\xi^+$ , es decir, aquellas situadas por encima del NMM.

Si se define la variable adimensional  $\xi_a^+ = \xi^+ / \sqrt{m_0}$ , la función de densidad de crestas positivas toma la forma:

$$f(\xi_a^+) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \left\{ \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} e^{-\xi_a^{+2}/2\varepsilon^2} + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \xi_a^+ e^{+\xi_a^{+2}/2} \Phi\left(\frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon} \xi_a^+\right) \right\} \quad (1.1-8)$$

donde  $\Phi(z)$  es una función de distribución, función a su vez de la función de densidad normal estandarizada (Abramowitz & Stegun, 1975):

$$\phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right) \right] \quad (1.1-9)$$

donde la función error,  $\operatorname{erf}$ , tiene la forma:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (1.1-10)$$

En el caso de un proceso de banda estrecha (oleaje de fondo o SWELL), es decir, cuando  $\varepsilon \rightarrow 0$ , la función de densidad de las crestas positivas se simplifica a:

$$f(\xi_a^+) = \xi_a^+ e^{-\xi_a^{+2}/2} \quad (1.1-11)$$

que es la función de densidad de Rayleigh.

Si el proceso es de banda ancha (oleaje de viento o SEA), la anchura espectral  $\varepsilon \rightarrow 1$ , y la función de densidad de las crestas positivas se simplifica a:

$$f(\xi_a^+) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \xi_a^+ e^{-\xi_a^{+2}/2} \quad (1.1-12)$$

que es una normal truncada.

La función de densidad de todas las crestas (positivas y negativas) tiene una estructura similar y fue obtenida por Cartwright and Longuet-Higgins (1956). Si adimensionalizamos la variable aleatoria desplazamiento máximo,  $\xi_a = \xi / \sqrt{m_0}$ , la función de densidad de todas las crestas toma la forma:

$$f(\xi_a) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} e^{-\xi_a^2/2\varepsilon^2} + \sqrt{1-\varepsilon^2} \xi_a e^{-\xi_a^2/2} \phi\left(\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \xi_a\right); \quad -\infty < \xi_a < \infty \quad (1.1-13)$$

Para un oleaje de banda estrecha (SWELL), la función de densidad de todas las crestas se simplifica a la distribución de Rayleigh, mientras que para un oleaje de banda ancha (SEA) se aproxima a una normal:

$$f(\xi_a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\xi_a^2/2} \quad (1.1-14)$$

### 1.1.9 DEFINICIÓN DE UN ESTADO DE MAR

Un estado de mar se define como una situación o periodo de tiempo, en el que, debido a la inercia del fenómeno existe un cierto equilibrio entre las fuerzas generadoras y las fuerzas restauradoras que intervienen, permaneciendo la manifestación de estas fuerzas, aproximadamente estacionaria. Asimismo, se define como cada una de las “posiciones” de la dinámica del oleaje, las cuales, se admite que tienen una variación suficientemente lenta para poder aceptar, durante cierto tiempo, que el proceso es estacionario.

Cuando se registran las variaciones de la superficie libre, con el objeto de obtener muestras estadísticas; lo que se hace es medir durante un periodo de 10 a 20 minutos (estado de mar) cada hora (o más) y extender los parámetros estadísticos obtenidos de la muestra a la hora de intervalo, con lo cual se acepta tácitamente que la duración del estado de mar es de esa hora. (Silva, 1997).

### 1.1.9.1 Descripción de un estado de mar desde el punto de vista estadístico y espectral

#### Descripción estadística de un estado de mar

Desde el punto de vista estadístico, se pueden considerar las propiedades estadísticas temporales, parámetros y distribuciones, de  $\bar{\eta}(t)$  y el resto de los parámetros que definen el oleaje.

#### Parámetros estadísticos

Los parámetros estadísticos más importantes para definir un estado de mar, a partir de una serie de tiempo, son los siguientes (Dean & Dalrymple, 1991):

La variación del nivel medio del mar,  $\bar{\eta}(t)$ , conocida como *set-up* o *set-down*, se calcula con la siguiente fórmula:

$$\bar{\eta}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad (1.1-15)$$

donde

$\eta_i$  es la elevación de la superficie libre del agua en el tiempo  $t_i$ .

$N$  es al número de eventos o muestras.

$\bar{\eta}(t)$  es la variación media de la superficie libre del mar con respecto al tiempo.

La variación cuadrática media (varianza) de la superficie del agua,  $\eta_{rms}^2$ , se evalúa mediante la ecuación:

$$\eta_{rms}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta}(t))^2 \quad (1.1-16)$$

La altura media de las olas,  $\bar{H}$ , y el periodo medio,  $\bar{T}$ , se evalúan por medio de las siguientes expresiones:

$$\bar{H} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N H_i \quad (1.1-17)$$

$$\bar{T} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N T_i \quad (1.1-18)$$

donde

$N_0$  número de olas individuales en todo el registro

$H_i$  altura de la ola  $i$

$T_i$  Periodo de la ola  $i$

La altura cuadrática media,  $H_{rms}$ , está definida por:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} H_i^2} \quad (1.1-19)$$

El coeficiente de sesgo o asimetría se determina por medio de la siguiente relación:

$$Skw = \frac{1}{N_0 \eta_{rms}^3} \sum_{i=1}^{N_0} \eta_i^3 \quad (1.1-20)$$

Otras estadísticas usuales u olas monocromáticas representativas, son los promedios de la fracción  $p$  de las olas de mayor altura en la lista. Por ejemplo; para la ola significativa que se define como el promedio del tercio de las olas más altas.

$$H_s = \frac{1}{N/3} \sum_{i=1}^{N/3} H_i \quad (1.1-21)$$

$$T_s = \frac{1}{N/3} \sum_{i=1}^{N/3} T_i \quad (1.1-22)$$

Otra altura de ola comúnmente usada, es el promedio del 1/10 de las olas mayores:

$$H_{1/10} = \frac{1}{N/10} \sum_{i=1}^{N/10} H_i \quad (1.1-23)$$

$$T_{1/10} = \frac{1}{N/10} \sum_{i=1}^{N/10} T_i \quad (1.1-24)$$

la ola máxima para  $n = N$

$$H_{max} = H_{1/N} = \frac{1}{N/N} \sum_{i=1}^{N/N} H_i \quad (1.1-25)$$

$$T_{max} = T_{1/N} = \frac{1}{N/N} \sum_{i=1}^{N/N} T_i \quad (1.1-26)$$

Cabe señalar, que en todos los cálculos del periodo el número de orden se refiere al ordenamiento descendente por alturas de ola, es decir,  $T_{max}=T_{1/N}$  no necesariamente corresponde al máximo periodo observado en el registro, sino al periodo observado para la altura de ola máxima.

### *Descripción espectral de un estado de mar*

Un estado de mar se puede describir, desde el punto de vista espectral, a través del estudio del espectro y sus propiedades (Dean & Dalrymple, 1991).

La validez del estudio de registros de oleaje, a través del análisis de la función de densidad espectral, depende de la precisión con la que haya sido calculada. Se han desarrollado diversas técnicas para mejorar la precisión con la que se estiman los valores en el dominio de la frecuencia. En muchos casos, esta mejora en el cálculo significa una pérdida de resolución espectral.

Los valores del espectro se obtienen comúnmente mediante el cálculo de los coeficientes de las series de Fourier; en donde el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) reduce considerablemente el número de operaciones que se requieren para obtenerlos. Este algoritmo se basa en la propiedad de la transformada discreta de Fourier (DFT), que permite calcular la DFT de una sucesión, a partir de la DFT de subsucesiones más cortas (Silva, 1997).

Un espectro de oleaje completo tiene dos componentes; el espectro de amplitud (o de energía, puesto que ésta es proporcional al cuadrado de la amplitud) y el espectro de las fases. En otras palabras, la descripción completa de un cierto estado de la superficie del agua, en el dominio de las frecuencias, consta tanto de las fases como de las amplitudes de cada una de las componentes sinusoidales independientes, que producen superpuestas entre sí dicho estado. Sin embargo, en el análisis de oleaje lo que interesa es el espectro de amplitudes o de energía y no el espectro de las fases, puesto que en general estas fases son aleatorias. El espectro de fases tiene utilidad en el control de calidad para la experimentación.

### *Parámetros Espectrales*

Todos los parámetros espectrales se calculan a partir de sus diferentes momentos. La función generadora de momentos se define mediante la siguiente expresión:

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \quad (1.1-27)$$

donde  $S(f)$  es la función de densidad espectral.

Cartwright & Longuet-Higgins (1956), propusieron un parámetro para definir la anchura espectral.

$$\varepsilon = \left[ 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right]^{1/2} \quad (1.1-28)$$

donde

$\varepsilon \rightarrow 0$  si el espectro es de banda angosta

$\varepsilon \rightarrow 1$  si el espectro es de banda ancha

Un espectro de banda angosta es aquel en el que la energía del oleaje se concentra en un intervalo reducido de frecuencias y en un espectro de banda ancha la energía se encuentra distribuida a lo largo de todas las frecuencias.

El inconveniente de este parámetro es que depende del momento de cuarto orden y su estimación es muy susceptible a los valores que tienden hacia las altas frecuencias. Además, se ha demostrado que este parámetro no es representativo para espectros que definen un estado de mar. Por lo anterior, Longuet-Higgins propuso otro parámetro de anchura espectral que depende de momentos de orden inferior.

$$\nu = \left[ \frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (1.1-29)$$

Otro parámetro que define la forma del espectro es la agudeza de pico,  $Q_p$ , propuesto por Goda (1970).

$$Q_p = \frac{2}{m_0} \int_0^{\infty} f(S(f))^2 df \quad (1.1-30)$$

Según Goda,  $Q_p$  es cercano a 2 para olas generadas por viento.

Asimismo, se puede estimar el periodo medio de las olas a partir del espectro, mediante las siguientes expresiones:

$$T_{01} = \frac{m_0}{m_1} \quad (1.1-31)$$

$$T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (1.1-32)$$

### 1.1.10 CARACTERIZACIÓN DEL OLAJE A PARTIR DE DATOS DE SATÉLITE

A partir de los conceptos referentes al oleaje descritos en los apartados anteriores, y debido a que al momento de desarrollar este trabajo no se contó con información obtenida con alguna campaña de medición del oleaje, la caracterización del oleaje se desarrolla tomando la base de datos de los registros obtenidos por los satélites Geosat, Topex y ERS1. Los registros corresponden al periodo de 1986 a 1997 y el área seleccionada para la estimación de las estadísticas se ubica frente a las costas del Estado de Guerrero, la cual se presenta en la Figura 1.1-3.

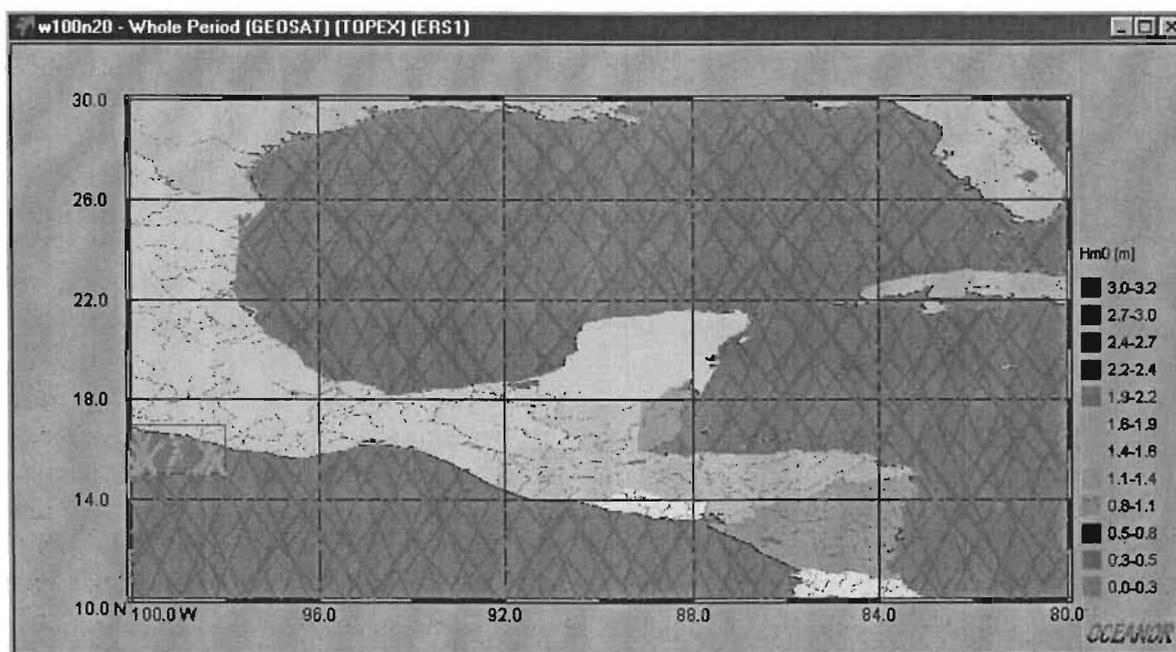


Figura 1.1-3 Región en el Pacífico para la caracterización del oleaje

Para esta región que cubre una superficie de  $2^\circ \times 2^\circ$  en latitud y longitud, se obtienen las estadísticas para el oleaje, como por ejemplo las distribuciones de altura mensual y estacional, entre otras, mismas que se describen en los siguientes apartados.

#### 1.1.10.1 Frecuencias de alturas de ola

Retomando el comentario anterior, para los 12 años de registros contenidos en la base de datos, una de las estadísticas que se obtienen de manera inmediata es la distribución de frecuencias de altura de ola significativa. Dicha estadística se presenta en forma gráfica través de un histograma de frecuencias el cual se muestra en la Figura 1.1-4.

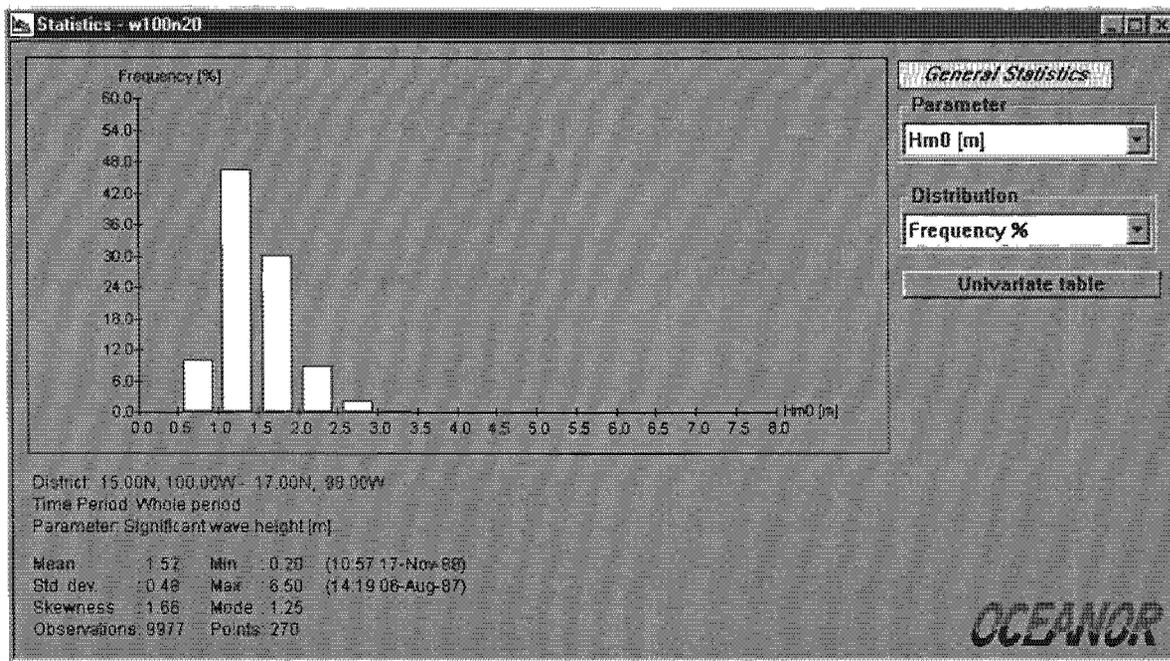


Figura 1.1-4 Distribución de alturas de ola significativa

Los mismos resultados se presentan en la Tabla 1.1-1, de la cual, como se observa nos indica que la altura de ola con mayor frecuencia tiene un rango de 1,0 a 1,5 m, representando el 46,69 %. Se puede apreciar que se tuvieron registros de altura de ola de hasta 7,0 m, aunque con porcentajes no significativos.

Hm0 (m)	Frecuencia %	Hm0 (m)	Frecuencia %
0,0- 0,5	0,05	4,5- 5,0	0,05
0,5- 1,0	10,30	5,0- 5,5	0,01
1,0- 1,5	46,69	5,5- 6,0	0,01
1,5- 2,0	30,34	6,0- 6,5	0,01
2,0- 2,5	9,08	6,5- 7,0	0,01
2,5- 3,0	2,44	7,0- 7,5	0,00
3,0- 3,5	0,54	> 7,5	0,00
3,5- 4,0	0,25	Suma	100,00
4,0- 4,5	0,22		

Tabla 1.1-1 Distribución de alturas de ola significativa

Análisis similares se realizan para la distribución de altura de ola mensual y estacional, mismos que se presentan a continuación.

### 1.1.10.2 Distribución mensual de alturas de ola

Respecto al régimen mensual, en la Figura 1.1-5 se presenta la distribución de frecuencias de altura de ola significativa registrada durante los 12 años de medición; se observa que en los meses de julio, junio y agosto se tienen los promedios mayores de la altura de ola. En la Tabla 1.1-2 se presentan los valores correspondientes.

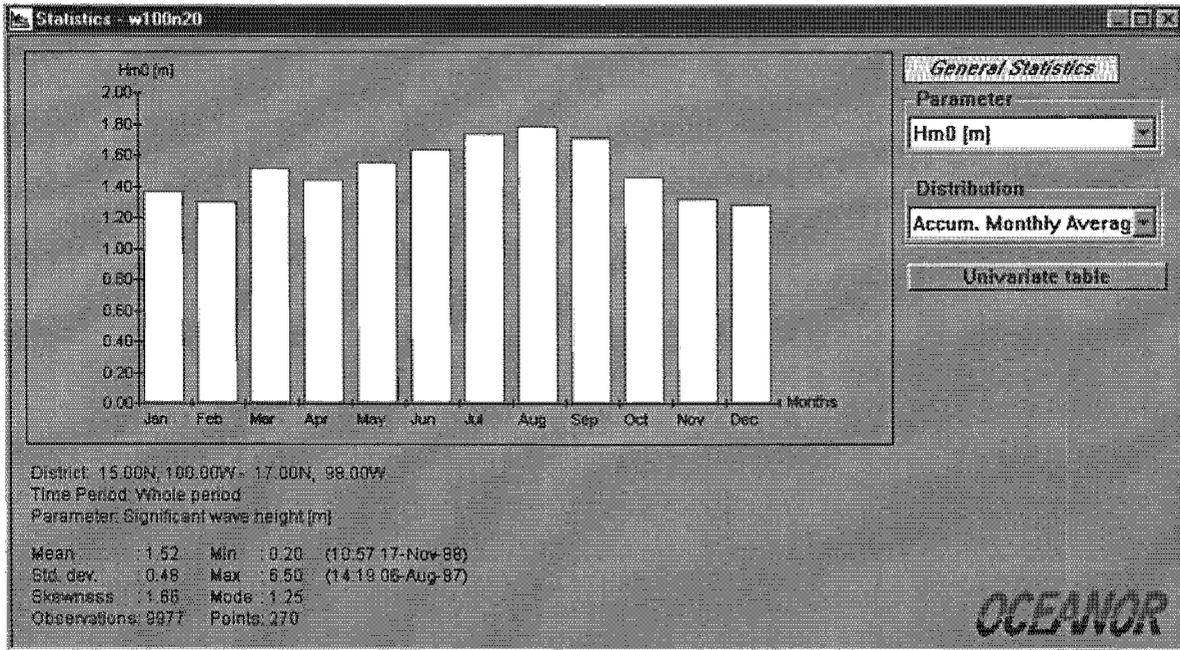


Figura 1.1-5 Distribución mensual de alturas de ola significativa

Mes	Hm0 (m)	Mes	Hm0 (m)
Enero	1,37	Julio	1,75
Febreo	1,31	Agosto	1,79
Marzo	1,52	Septiembre	1,72
Abril	1,44	Octubre	1,46
Mayo	1,55	Noviembre	1,33
Junio	1,64	Diciembre	1,29

Tabla 1.1-2 Distribución mensual de alturas de ola significativa

### 1.1.10.3 Distribución estacional de alturas de ola

El régimen estacional se presenta en la Tabla 1.1-3. En ésta, se presentan los promedios de las alturas de ola significativa registrada durante el periodo de mediciones ya citado. Como se observa, el mayor promedio de la altura de ola se presenta entre los meses de julio y septiembre. En la misma tabla se observa que en verano se presentan los promedios mayores de la altura de ola. En la Figura 1.1-6, se presenta la distribución de frecuencias correspondiente.

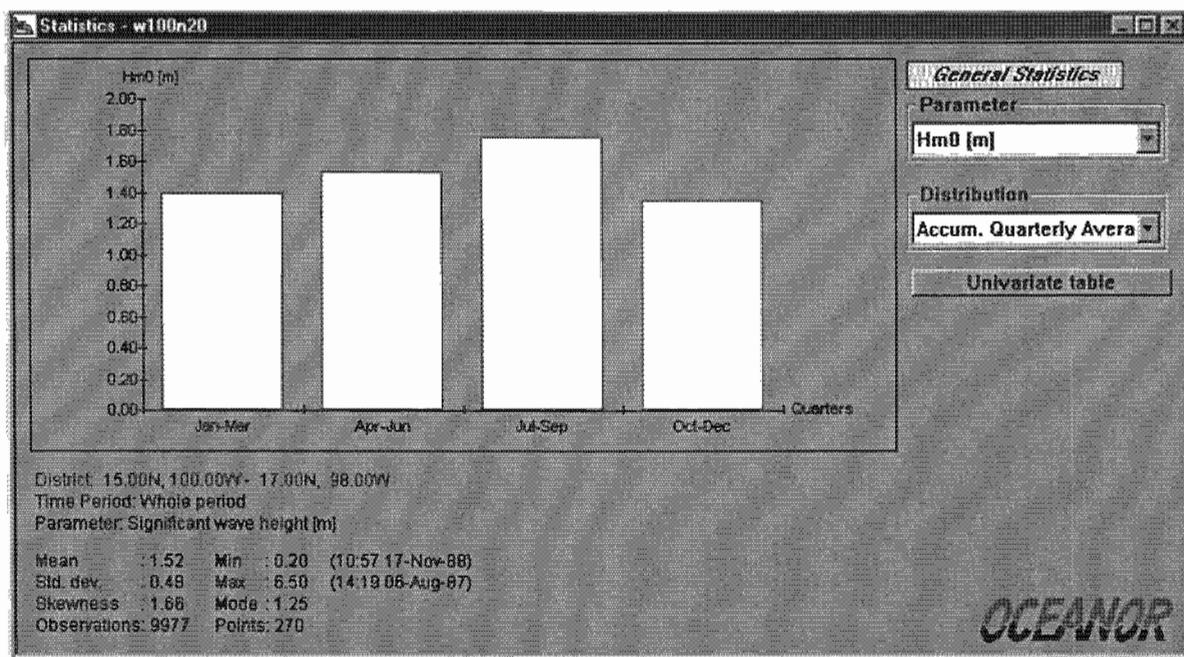


Figura 1.1-6 Distribución estacional de alturas de ola significativa

Periodos	Estación	Hm0 (m)
Enero-Marzo	Invierno	1,40
Abril-Junio	Primavera	1,54
Julio-Septiembre	Verano	1,76
Octubre-Diciembre	Otoño	1,35

Tabla 1.1-3 Distribución estacional de alturas de ola significativa

### 1.1.11 OTRAS ESTADÍSTICAS

Además de la información que se ha presentado sobre las funciones de distribución de altura de ola; la base de datos proporciona la función de densidad para las alturas de ola, estimadas a través de una distribución de tipo lognormal, tal como se observa en la Figura 1.1-7. Se tienen además la función de probabilidad de excedencias, de altura de ola significativa (Figura 1.1-8) y el análisis extremal a partir de la distribución de Weibull (Figura 1.1-9), esta última figura muestra la altura de ola significativa para diferentes periodos de retorno.

Los datos estadísticos que se prestan en este apartado, corresponden a un análisis del oleaje a corto plazo.

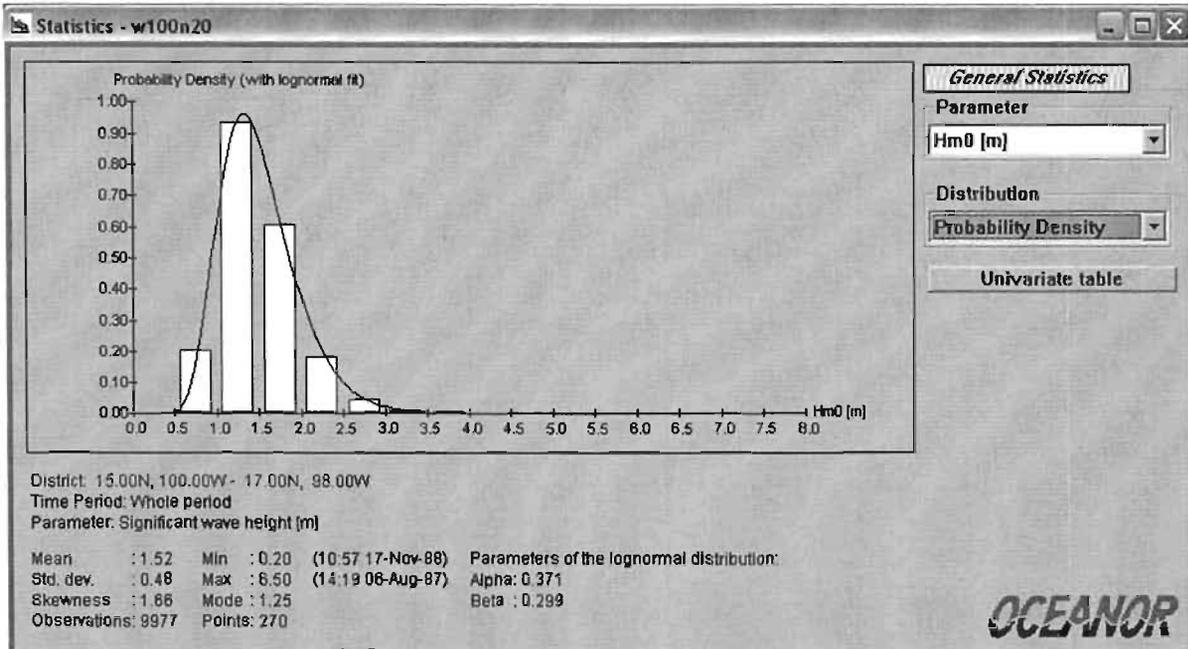


Figura 1.1-7 Distribución lognormal de probabilidad de altura de ola significativa

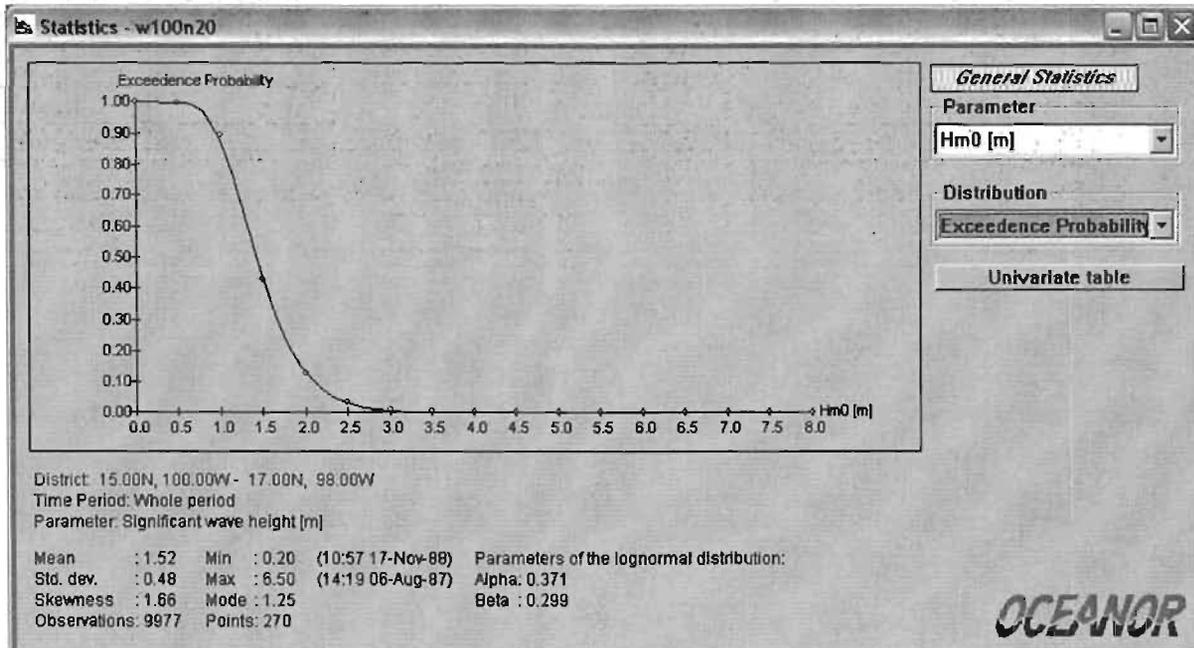


Figura 1.1-8 Distribución de probabilidad de excedencia de altura de ola significativa

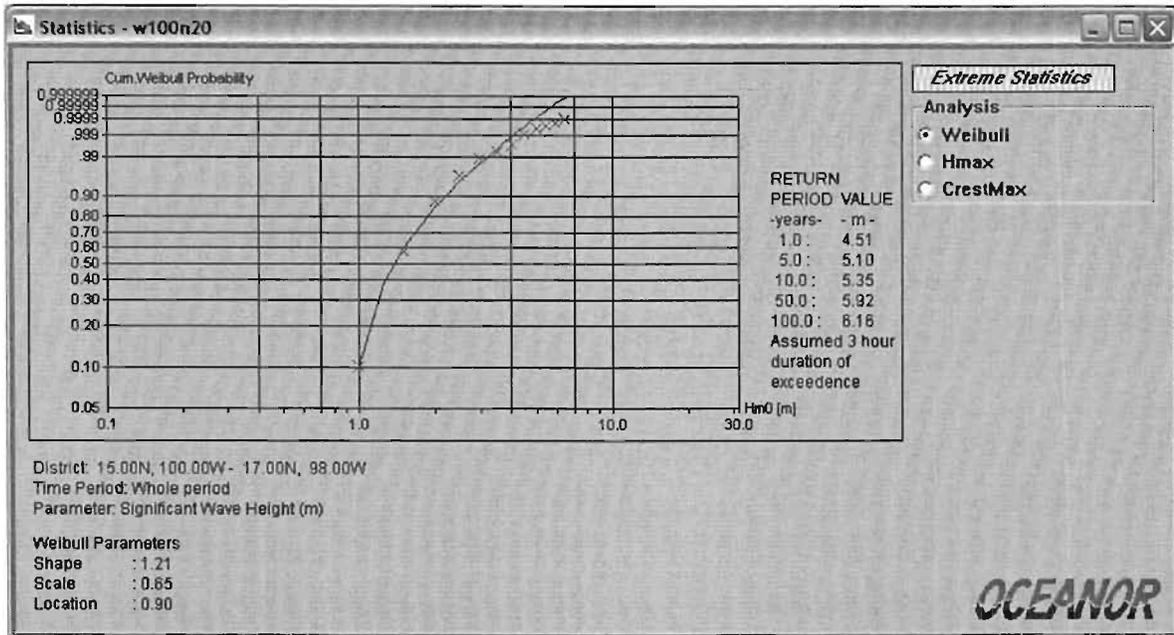


Figura 1.1-9 Análisis extremal a partir de la distribución de Weibull, para altura de ola significativa

### 1.1.12 MODELO GLOBAL DE LA OFICINA DE METEOROLOGÍA DEL REINO UNIDO (THE GLOBAL UK MET. OFFICE ARCHIEVE)

El programa WWA, incluye en su banco de datos el oleaje obtenido por la Oficina de Meteorología del Reino Unido (*UK Met. Office*) que comprende información recabada de 1986 a 1996, misma que corresponde a datos de oleaje calibrados y validados para cualquier punto en cualquier parte del mundo, por lo que se vuelve confiable la información. Se tienen datos de oleaje direccional de alta resolución en el tiempo que se complementan con una buena cobertura en el espacio de alturas de ola y velocidad del viento. Este banco de datos consiste en campos de viento y oleaje obtenidos de la aplicación de un modelo de predicción atmosférico y de oleaje.

Para un mejor análisis de viento superficial, en todos los datos disponibles de presión superficial, velocidad y dirección del viento (obtenidos por barcos, boyas, plataformas y estaciones en Tierra), se verifica su rango de consistencia antes de ser introducidos en el modelo. El campo de viento resultante es utilizado para modificar al campo de oleaje obtenido en forma previa. El modelo de oleaje global opera suponiendo una profundidad fija (200 m) sobre una malla latitud / altitud. Los campos analizados de viento y los parámetros de espectros unidimensionales (energía dentro de cada banda espectral y la dirección media para dicha banda) se archivan al inicio en intervalos de 12 h y en forma subsecuente ( a partir de junio de 1988) en intervalos de 6 h. La resolución en el espacio es de aproximadamente 85 km o 0,83 grados de latitud por 1,25 grados de longitud.

La salida para cada paso de tiempo consiste en dirección y velocidad del viento, y las variables derivadas del espectro (altura de ola significativa, periodo y dirección del viento

tanto en aguas profundas como en aguas someras, junto con alturas de ola significativa total y periodo). El viento se considera cercano a 20 m arriba del nivel medio del mar. La Figura 1.1-10 muestra los puntos en el Océano Pacífico donde se han realizado los cálculos con el modelo ya citado. En el presente trabajo se utilizó el punto ubicado frente a las costas de Guerrero, aproximadamente en las coordenadas 101° W y 15° N.

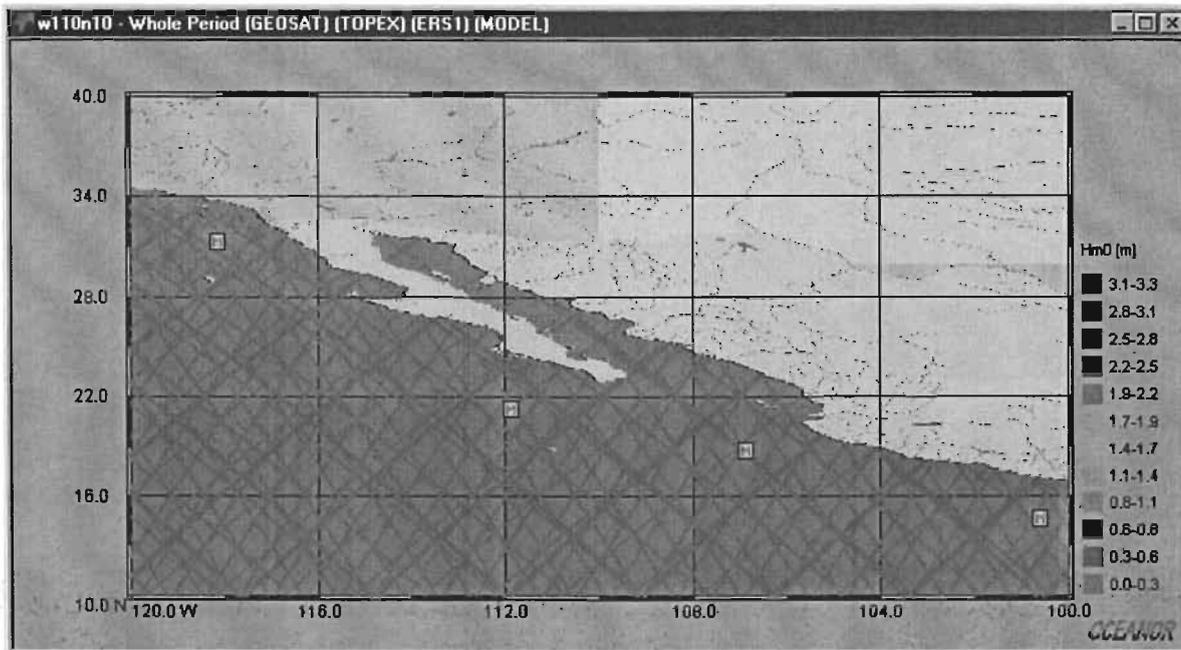


Figura 1.1-10 Selección del punto de estudio utilizando el Modelo Global

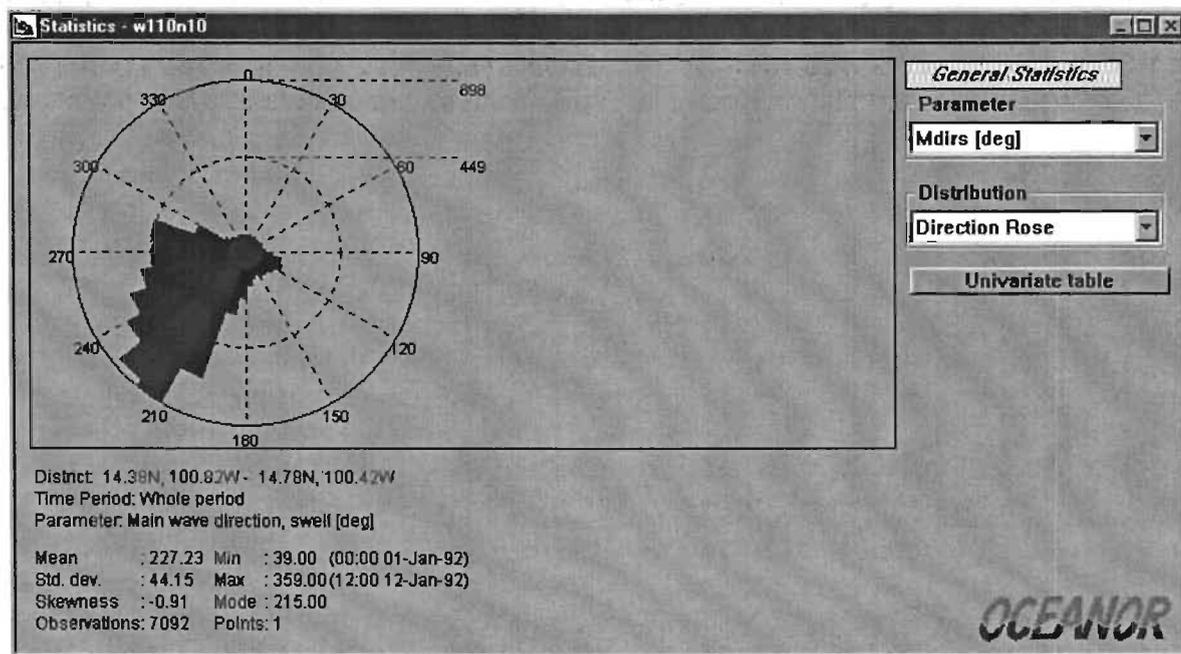


Figura 1.1-11 Rosa de oleaje obtenida a partir del Modelo Global

Entre la información que se puede extraer del modelo global, se tiene una rosa de oleaje (Figura 1.1-11), que muestra la dirección de éste en aguas profundas. A partir de estos datos se genera un espectro y de forma analítica se estiman los parámetros de altura y periodo de ola significativa. Se observa que la mayor parte de la información se encuentra en el tercer cuadrante, desde la dirección oeste hasta la dirección sur.

**1.1.12.1 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa con datos de viento**

Una caracterización similar a la presentada para los datos de satélite, se realizó a partir de los datos del modelo global; a continuación se presentan las estadísticas para la altura de ola significativa obtenida con datos de viento.

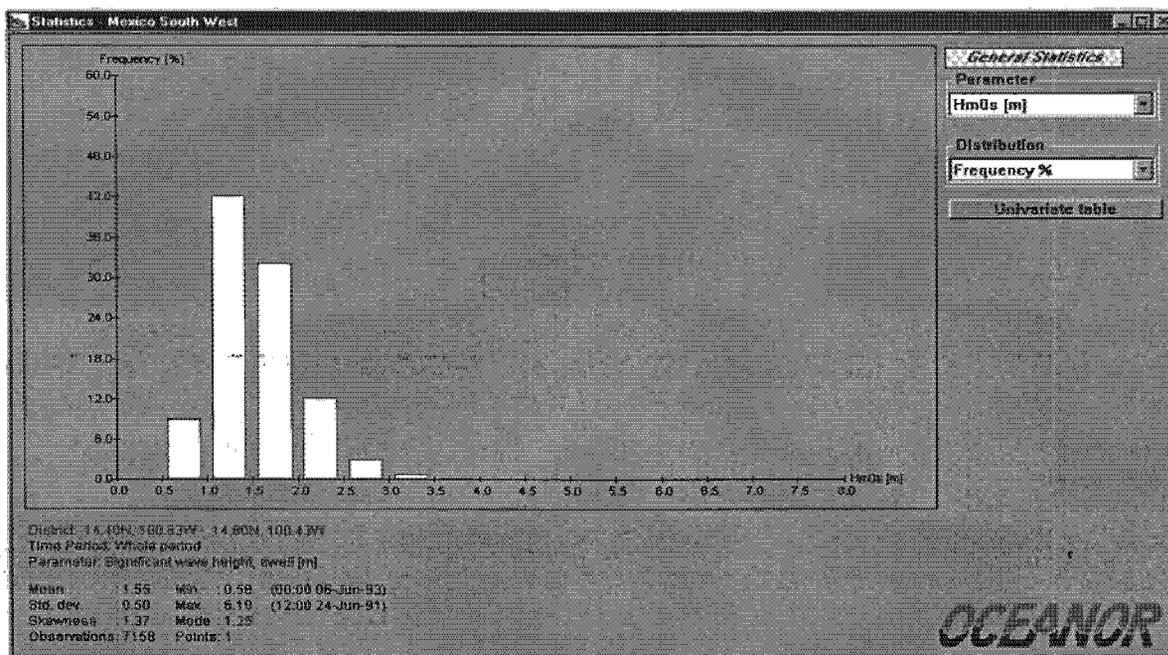


Figura 1.1-12 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa obtenida con el espectro de datos de viento

Hm0 (m)	Frecuencia %	Hm0 (m)	Frecuencia %
0,0- 0,5	0,00	4,5- 5,0	0,14
0,5- 1,0	6,85	5,0- 5,5	0,10
1,0- 1,5	38,83	5,5- 6,0	0,01
1,5- 2,0	32,94	6,0- 6,5	0,04
2,0- 2,5	13,96	6,5- 7,0	0,01
2,5- 3,0	4,27	7,0- 7,5	0,00
3,0- 3,5	1,77	> 7,5	0,00
3,5- 4,0	0,85	Suma	100,00
4,0- 4,5	0,22		

Tabla 1.1-4 Distribución de frecuencias de altura de ola significativa obtenida con el espectro de datos de viento

**1.1.12.2 Distribución mensual de altura de ola significativa con datos de viento**

Por lo que respecta a las estadísticas mensuales de altura de ola significativa, en la Figura 1.1-13 se presenta el histograma correspondiente para tal condición, la cual se complementa con los datos presentados en la Tabla 1.1-5.

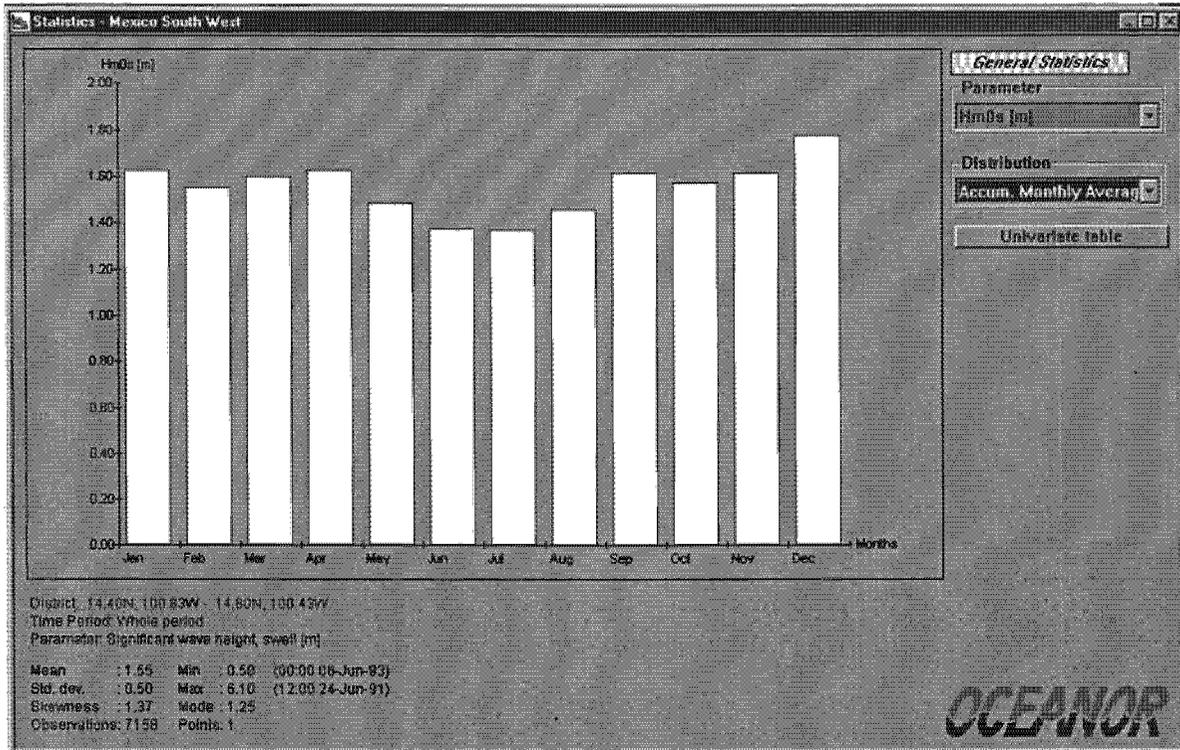


Figura 1.1-13 Distribución mensual de alturas de ola significativa en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

Mes	Hm0 (m)	Mes	Hm0 (m)
Enero	1,63	Julio	1,37
Febreoo	1,55	Agosto	1,46
Marzo	1,60	Septiembre	1,61
Abril	1,63	Octubre	1,57
Mayo	1,49	Noviembre	1,62
Junio	1,38	Diciembre	1,78

Tabla 1.1-5 Alturas de ola mensuales en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

**1.1.12.3 Distribución estacional de altura de ola significativa con datos de viento**

Análogamente, las estadísticas de altura de ola significativa, de manera estacional se presentan en la Figura 1.1-14 y Tabla 1.1-6.

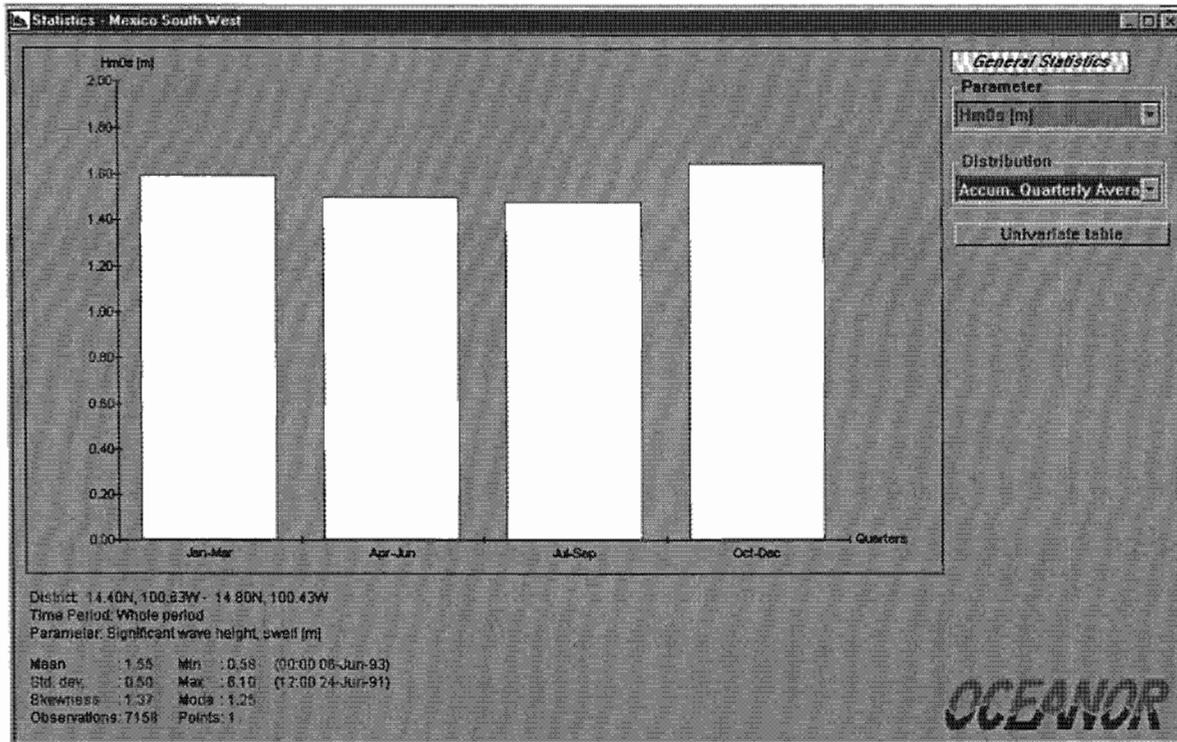


Figura 1.1-14 Distribución estacional de alturas de ola significativa en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

Periodos	Estación	Hm0 (m)
Enero-Marzo	Invierno	1,60
Abril-Junio	Primavera	1,50
Julio-Septiembre	Verano	1,48
Octubre-Diciembre	Otoño	1,65

Tabla 1.1-6 Promedios estacional de altura de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

#### 1.1.12.4 Distribución de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento

TPswell [s]	Frecuencia %	TPswell [s]	Frecuencia %
0,0- 1,0	0,00	11,0- 12,0	2,82
1,0- 2,0	0,00	12,0- 13,0	1,31
2,0- 3,0	0,00	13,0- 14,0	0,81
3,0- 4,0	0,01	14,0- 15,0	0,35
4,0- 5,0	1,33	15,0- 16,0	0,18
5,0- 6,0	14,60	16,0- 17,0	0,04
6,0- 7,0	27,44	17,0- 18,0	0,01
7,0- 8,0	22,84	18,0- 19,0	0,03
8,0- 9,0	14,53	> 19,0	0,01
9,0- 10,0	8,42	Suma	100,00
10,0- 11,0	5,25		

Tabla 1.1-7 Frecuencias de periodo de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

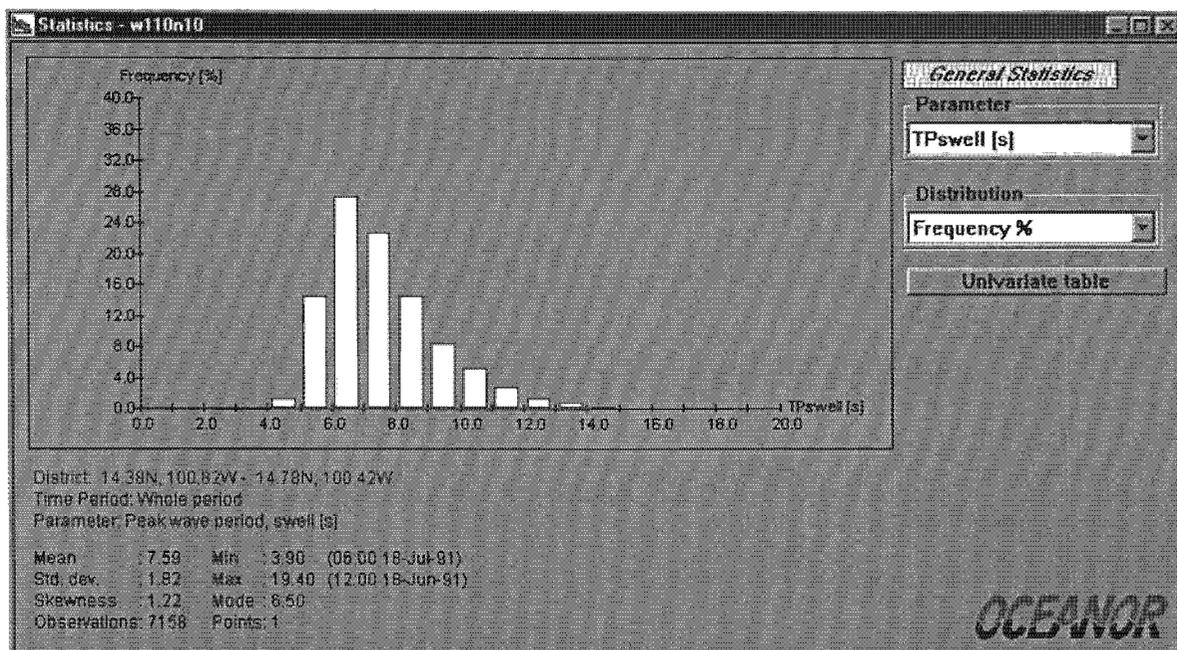


Figura 1.1-15 Distribución de frecuencias de periodo de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

Al igual que para las alturas de ola, se realizó un análisis similar para obtener las estadísticas correspondientes a los periodos de ola. Por lo que corresponde a la distribución de frecuencias de periodo, en la Tabla 1.1-7 y Figura 1.1-15 se presenta la información correspondiente a dicha distribución. De la tabla anterior se observa que las mayores frecuencias están asociadas a los rangos de periodo de 6,0 a 7,0 s y 8,0 a 9,0 s, siendo del 27,44% y 22,84% respectivamente.

**1.1.12.5 Distribución mensual de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento**

En la Tabla 1.1-8 se muestran los promedios para los valores correspondientes a los periodos de ola. Se observa que son muy similares para todo el registro. La Figura 1.1-16 refleja los datos tabulados.

Mes	TPswell [s]	Mes	TPswell [s]
Enero	7,48	Julio	7,14
Febrero	7,54	Agosto	7,40
Marzo	7,55	Septiembre	7,63
Abril	8,06	Octubre	7,40
Mayo	7,86	Noviembre	7,62
Junio	7,46	Diciembre	8,12

Tabla 1.1-8 Distribución mensual de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

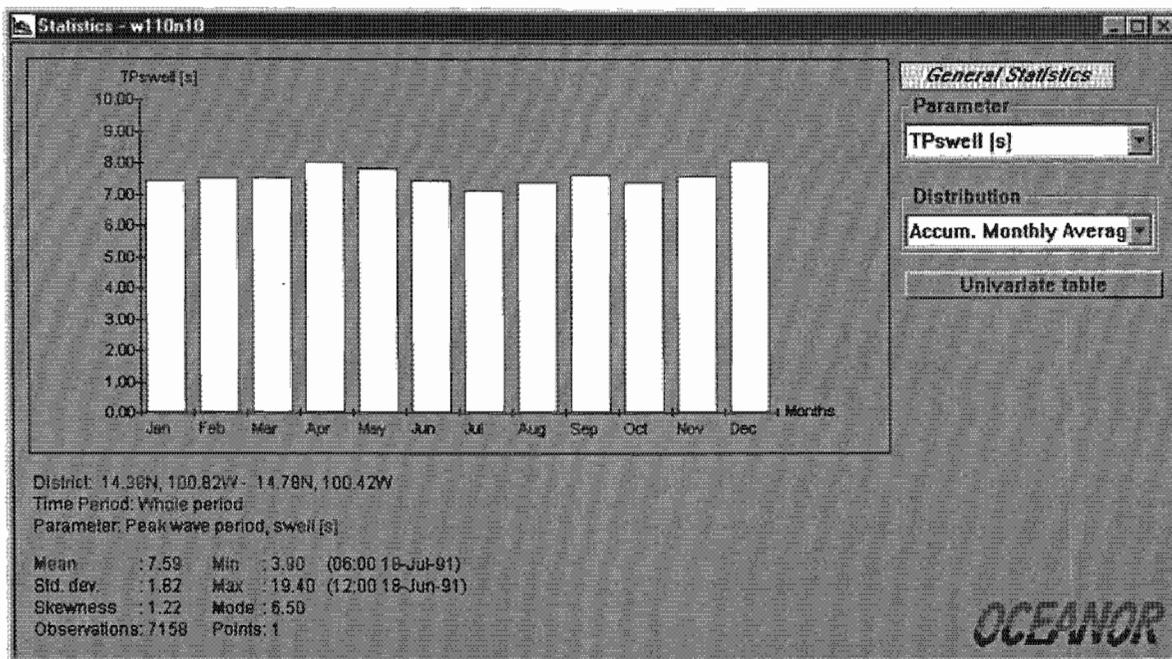


Figura 1.1-16 Distribución mensual de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

**1.1.12.6 Distribución estacional de frecuencias de periodo de ola significativa con datos de viento**

Finalmente, se presenta el análisis correspondiente al mismo parámetro, ahora distribuido de manera estacional. Los datos se presentan en la Figura 1.1-17 y Tabla 1.1-9.

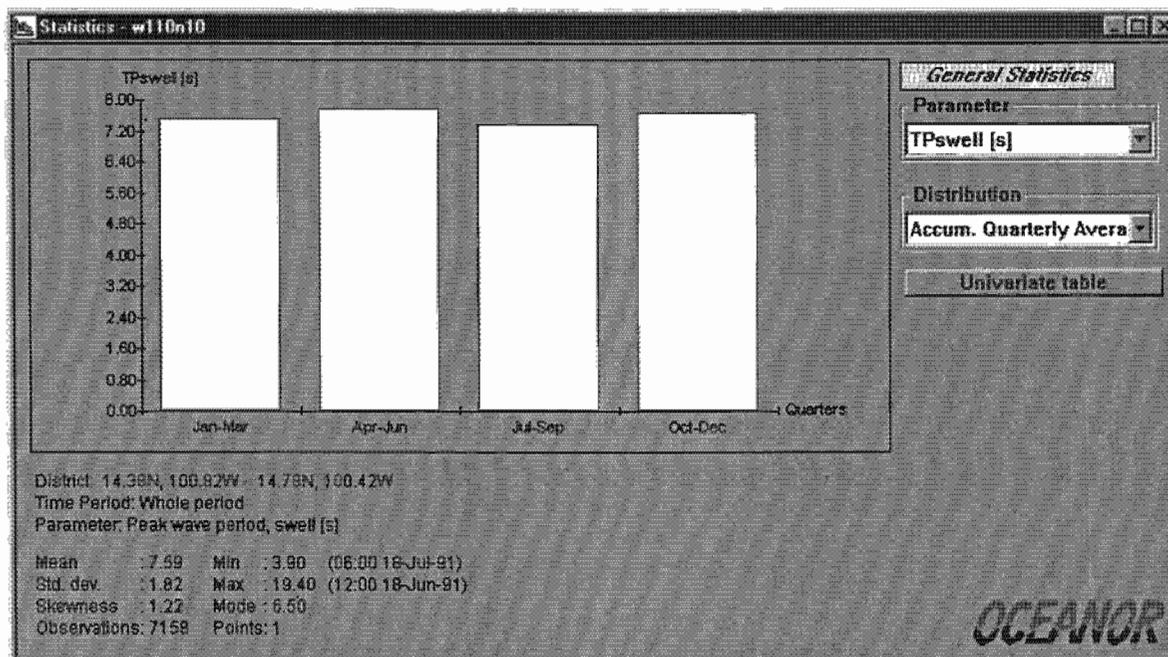


Figura 1.1-17 Distribución estacional de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

Periodo	Estación	TPswell
Enero-Marzo	Invierno	7,52
Abril-Junio	Primavera	7,78
Julio-Septiembre	Verano	7,39
Octubre-Noviembre	Otoño	7,69

Tabla 1.1-9 Distribución estacional de los periodos de ola en aguas profundas obtenida del espectro de datos de viento

**1.1.12.7 Distribución de promedios mensuales de dirección de oleaje**

Otra estadística que se obtiene del Modelo Global es la forma en como se distribuye la dirección del oleaje. La Figura 1.1-18 presenta la distribución de los promedios mensuales para la dirección del oleaje, en ésta, se observa que la mayor cantidad de datos caen en el tercer cuadrante (ver Figura 1.1-11).

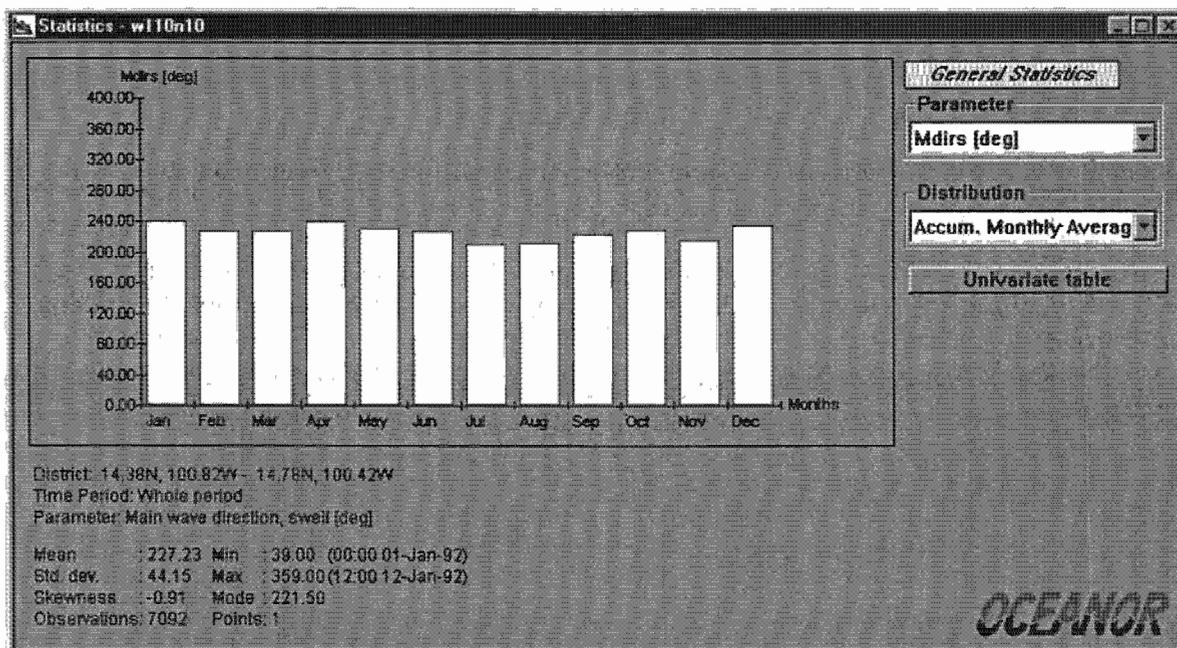


Figura 1.1-18 Promedios mensuales de la dirección del oleaje obtenido a partir del Modelo Global

Mes	Dirección (°)	Mes	Dirección (°)
Enero	242	Julio	211
Febreo	228	Agosto	213
Marzo	229	Septiembre	225
Abril	241	Octubre	231
Mayo	231	Noviembre	217
Junio	227	Diciembre	235

Tabla 1.1-10 Promedios mensuales de la dirección del oleaje medidos a partir del norte

**1.1.12.8 Distribución de promedios estacionales de dirección de oleaje**

De manera similar al apartado anterior, el mismo parámetro se obtiene ahora distribuido de manera estacional, tal como se muestra en la Figura 1.1-19, se observa una mínima variación en la dirección, lo cual se verifica con los datos de la Tabla 1.1-11.

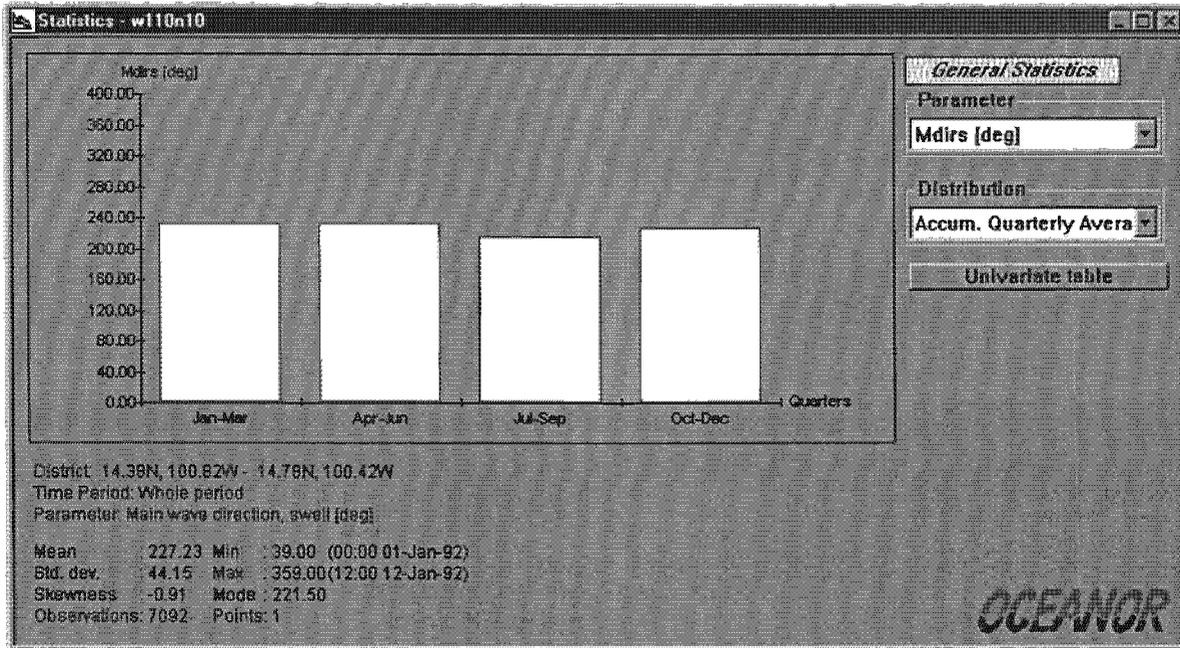


Figura 1.1-19 Promedios estacionales de la dirección del oleaje, obtenidos a partir del Modelo Global

Período	Estación	Dirección (°)
Enero-Marzo	Invierno	233
Abril-Junio	Primavera	234
Julio-Septiembre	Verano	216
Octubre-Noviembre	Otoño	227

Tabla 1.1-11 Promedios estacionales de la dirección del oleaje, medidos a partir del norte

**1.1.12.9 Comparación de datos obtenidos por Satélite y Modelo Global**

En este apartado se realiza una comparación solamente para la distribución de frecuencias de altura de ola. El objetivo es verificar la validez de ambas fuentes y darles un rango de confiabilidad que permitan disminuir la incertidumbre en el empleo de los mismos. En la Tabla 1.1-12 se observa que los rangos de altura de ola que tienen mayor frecuencia son entre 1,0 - 1,5 m y 1,5 - 2,0 m. Existen algunas diferencias mínimas, sin embargo pueden considerarse adecuadas las direcciones, alturas y periodos de ola obtenidos de forma analítica con el modelo global, a partir de un espectro de energía generado con datos de viento.

Hm0 (m)	Frecuencia %	
	Satélite	Modelo
0,0- 0,5	0,05	0,00
0,5- 1,0	10,30	6,85
1,0- 1,5	46,69	38,83
1,5- 2,0	30,34	32,94
2,0- 2,5	9,08	13,96
2,5- 3,0	2,44	4,27
3,0- 3,5	0,54	1,77
3,5- 4,0	0,25	0,85
4,0- 4,5	0,22	0,22
4,5- 5,0	0,05	0,14
5,0- 5,5	0,01	0,10
5,5- 6,0	0,01	0,01
6,0- 6,5	0,01	0,04
6,5- 7,0	0,01	0,01
7,0- 7,5	0,00	0,00
> 7,5	0,00	0,00
Suma	100,00	100,00

Tabla 1.1-12 Comparación de datos de Satélite vs. Modelo Global

#### 1.1.12.10 Tablas de referencias cruzadas a partir de datos del Modelo Global

Con la información presentada en apartados anteriores y después de haber comparado los datos de las fuentes ya citadas, se obtuvieron las tablas de referencias cruzadas para algunos parámetros del oleaje (altura, periodo y dirección), que presentan las relaciones entre parámetros del oleaje. Las cuatro tablas siguientes resumen lo aquí descrito.

Hm0 (m)	0,5- 1,0	1,0- 1,5	1,5- 2,0	2,0- 2,5	2,5- 3,0	
Mdirs (°)						
100-110	0.04%	0.15%	0.50%	0.42%	0.00%	1.11%
110-120	0.04%	0.35%	0.52%	0.45%	0.00%	1.35%
120-130	0.09%	0.33%	0.45%	0.40%	0.00%	1.28%
130-140	0.05%	0.28%	0.47%	0.16%	0.00%	0.97%
140-150	0.05%	0.39%	0.33%	0.15%	0.00%	0.92%
150-160	0.07%	0.42%	0.19%	0.09%	0.00%	0.77%
160-170	0.11%	0.39%	0.28%	0.18%	0.00%	0.95%
170-180	0.22%	0.74%	0.22%	0.21%	0.00%	1.39%
180-190	0.42%	1.24%	0.54%	0.18%	0.07%	2.44%
190-200	0.62%	2.10%	0.73%	0.39%	0.02%	3.85%
200-210	0.97%	4.25%	3.25%	0.93%	0.19%	9.59%
210-220	1.17%	5.90%	4.52%	0.88%	0.26%	12.74%
220-230	1.25%	5.21%	3.83%	1.66%	0.23%	12.19%
230-240	1.08%	4.61%	3.01%	0.97%	0.22%	9.89%
240-250	0.67%	4.37%	2.72%	0.81%	0.12%	8.69%
250-260	0.69%	3.27%	2.69%	0.57%	0.09%	7.31%
260-270	0.78%	2.43%	2.15%	0.73%	0.28%	6.38%
	3.31%	36.42%	26.41%	9.18%	1.49%	81.81%
Calmas						18.19%
Total						100.00%

Tabla 1.1-13 Referencias cruzadas de altura de ola significativa vs. dirección

Hm0 (m)	0,5- 1,0	1,0- 1,5	1,5- 2,0	2,0- 2,5	2,5- 3,0	
Tpswell (s)						
5,0- 6,0	3.90%	9.09%	1.93%	0.20%	0.13%	15.26%
6,0- 7,0	2.83%	15.74%	7.73%	1.54%	0.24%	28.08%
7,0- 8,0	1.08%	9.31%	9.35%	3.07%	0.59%	23.40%
8,0- 9,0	0.49%	4.13%	6.66%	3.05%	0.72%	15.05%
9,0-10,0	0.33%	1.89%	3.57%	2.42%	0.66%	8.87%
10,0-11,0	0.23%	1.30%	1.85%	1.43%	0.66%	5.48%
11,0-12,0	0.20%	0.80%	1.30%	0.59%	0.48%	3.38%
Total	9.07%	42.26%	32.40%	12.31%	3.49%	100%

Tabla 1.1-14 Referencias cruzadas de altura de ola significativa vs. periodo

Tpswell (s)	5,0- 6,0	6,0- 7,0	7,0- 8,0	8,0- 9,0	9,0-10,0	10,0-11,0	11,0-12,0	
Mdirs (°)								
100-110	0.31%	0.63%	0.46%	0.36%	0.08%	0.15%	0.05%	2.04%
110-120	0.29%	0.63%	0.55%	0.25%	0.27%	0.20%	0.12%	2.32%
120-130	0.41%	0.36%	0.32%	0.24%	0.17%	0.12%	0.12%	1.73%
130-140	0.22%	0.36%	0.36%	0.15%	0.12%	0.08%	0.05%	1.34%
140-150	0.29%	0.41%	0.25%	0.12%	0.12%	0.03%	0.05%	1.27%
150-160	0.24%	0.39%	0.12%	0.08%	0.08%	0.03%	0.03%	0.97%
160-170	0.38%	0.31%	0.29%	0.08%	0.07%	0.07%	0.03%	1.21%
170-180	0.55%	0.58%	0.32%	0.13%	0.08%	0.05%	0.03%	1.75%
180-190	0.77%	1.08%	0.58%	0.17%	0.17%	0.10%	0.08%	2.96%
190-200	1.10%	1.63%	0.96%	0.57%	0.13%	0.19%	0.05%	4.63%
200-210	1.58%	3.32%	2.82%	1.77%	1.08%	0.53%	0.36%	11.47%
210-220	2.13%	4.25%	3.75%	2.67%	1.29%	0.75%	0.48%	15.33%
220-230	2.05%	3.58%	3.53%	2.48%	1.43%	0.94%	0.39%	14.40%
230-240	1.62%	3.22%	3.12%	1.87%	1.15%	0.46%	0.48%	11.92%
240-250	1.58%	2.91%	2.63%	1.46%	0.88%	0.46%	0.36%	10.28%
250-260	1.20%	2.56%	2.08%	1.51%	0.67%	0.60%	0.24%	8.87%
260-270	1.08%	2.31%	1.63%	0.93%	0.62%	0.60%	0.36%	7.52%
Total	15.79%	28.55%	23.79%	14.84%	8.40%	5.37%	3.26%	100.00%

Tabla 1.1-15 Referencias cruzadas de periodo vs. dirección

Finalmente la Tabla 1.1-16 se presenta las referencias cruzadas para los tres parámetros analizados: altura de ola significativa, periodo y dirección. A partir de ésta, se seleccionan las condiciones del clima marítimo representativo para emplearse en las simulaciones del modelo hidrodinámico. Dicha información formará parte de las condiciones de frontera en el frente costero de la zona de cálculo, acompañada de las condiciones de marea presentes en el frente; de las cuales, en el apartado siguiente se hace una breve descripción.

Hm0 (m)	0,5- 1,0	1,0- 1,5	1,5- 2,0	2,0- 2,5	2,5- 3,0	
TPswell (s)	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	
Mdirs (j)						
100-110	0.04%	0.15%	0.50%	0.42%	0.00%	1.11%
110-120	0.04%	0.35%	0.52%	0.45%	0.00%	1.35%
120-130	0.09%	0.33%	0.45%	0.40%	0.00%	1.28%
130-140	0.05%	0.28%	0.47%	0.16%	0.00%	0.97%
140-150	0.05%	0.39%	0.33%	0.15%	0.00%	0.92%
150-160	0.07%	0.42%	0.19%	0.09%	0.00%	0.77%
160-170	0.11%	0.39%	0.28%	0.18%	0.00%	0.95%
170-180	0.22%	0.74%	0.22%	0.21%	0.00%	1.39%
180-190	0.42%	1.24%	0.54%	0.18%	0.07%	2.44%
190-200	0.62%	2.10%	0.73%	0.39%	0.02%	3.85%
200-210	0.97%	4.25%	3.25%	0.93%	0.19%	9.59%
210-220	1.17%	5.90%	4.52%	0.88%	0.26%	12.74%
220-230	1.25%	5.21%	3.83%	1.66%	0.23%	12.19%
230-240	1.08%	4.61%	3.01%	0.97%	0.22%	9.89%
240-250	0.67%	4.37%	2.72%	0.81%	0.12%	8.69%
250-260	0.69%	3.27%	2.69%	0.57%	0.09%	7.31%
260-270	0.78%	2.43%	2.15%	0.73%	0.28%	6.38%
	8.31%	36.42%	26.41%	9.18%	1.49%	81.81%
Calmas						18.19%
Total						100.00%

Tabla 1.1-16 Referencias cruzadas de altura vs. periodo vs. dirección

A partir de la información sobre la caracterización del oleaje, se concluye que la mayor frecuencia de incidencia se presenta en el tercer cuadrante, es decir, con direcciones entre 200° y 240° con respecto al norte, con altura de 1,0 a 1,5 m y periodos de 6 y 7 s.

También se puede afirmar que los datos estimados con la base de datos son adecuados, puesto que la comparación de los resultados obtenidos de las dos fuentes de información (base de datos de satélite y Oficina de Meteorología del Reino Unido), presentan una correlación aceptable que le da soporte a la información utilizadas en el modelado numérico.

## 1.2 MAREAS

Las mareas son el resultado de la atracción gravitacional de la Luna y el Sol sobre la Tierra. Estas provocan un ascenso y descenso en el nivel del agua con respecto a un plano de referencia, así como un flujo horizontal llamado corrientes de mareas.

Aunque las fuerzas que actúan son conocidas, el movimiento de marea resultante es complicado, esto es por la distribución irregular de los continentes y océanos en el planeta y a los efectos retardadores, provocados por la fricción e inercia.

Contrario a la idea de que la masa de agua sigue el movimiento de la luna alrededor del planeta, el movimiento básico de marea, como se evidencia por observaciones en numerosos puntos a lo largo de la costa de los océanos, consiste en un número de áreas oscilantes, siendo el movimiento algo similar al de un recipiente con agua que ha sido perturbado. Tales oscilaciones son técnicamente conocidas como ondas estacionarias. La naturaleza compleja del movimiento puede ser apreciada, si se considera el hecho de que estas ondas estacionarias pueden traslaparse y sobreponerse unas con otras, además de estar acompañadas por un movimiento de onda progresivo.

Existen algunas razones para estudiar las mareas, entre las cuales se enuncian las siguientes:

- Recuperación de áreas costeras
- Cierre o apertura de bocas de estuarios
- Problemas de seguridad de estructuras
- Problemas de intrusión salina
- Generación de energía
- Transporte de sedimentos
- Diseño de estructuras
- Estabilidad de playas

### 1.2.1 MAREAS ASTRÓNICAS

Las mareas astronómicas son el resultado de una combinación de las fuerzas gravitacionales y centrífugas de los sistemas Tierra-Luna y Tierra-Sol. La Figura 1.2-1 esquematiza lo aquí descrito.

En la superficie de la Tierra, la atracción gravitacional actúa en dirección hacia el centro de masa de la Tierra, de este modo los océanos están confinados a ésta. Sin embargo las fuerzas de gravitación de la Luna y el Sol actúan externamente sobre los océanos, de tal manera que sus efectos se sobreponen a la atracción gravitacional de la Tierra y actúan para atraer a las masas de agua a posiciones en la superficie terrestre, directamente por debajo de estos cuerpos celestes.

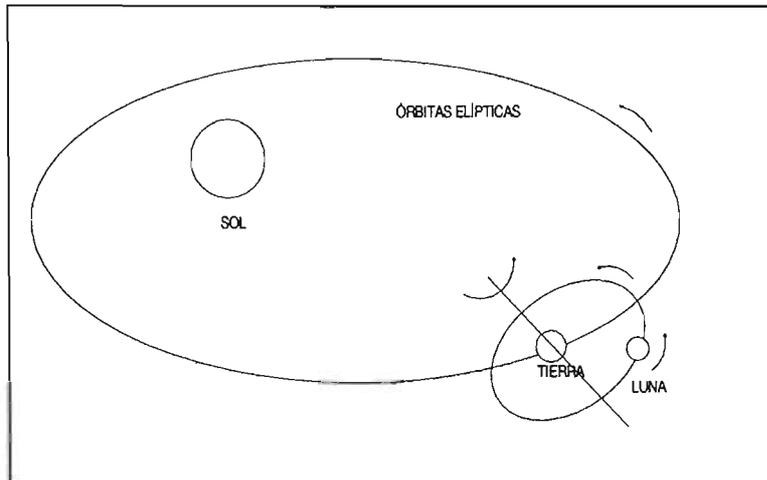


Figura 1.2-1 Sistemas Tierra-Luna y Tierra-Sol

### 1.2.2 FUERZA PRODUCTORA DE MAREAS

Si se aplica la Ley de Gravitación Universal a una partícula de la Tierra, resulta que la intensidad con la que un cuerpo pesado atrae a una partícula de materia en la Tierra, varía directamente proporcional a su masa e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia. Debido a lo anterior las diferencias de atracción gravitacional entre la Luna y la Tierra, dan como resultado que las masas oceánicas tengan un movimiento relativo respecto a los continentes llamado marea.

Considerando sólo la Luna y la Tierra, si la masa de la Tierra es igual a la unidad y la masa de la Luna igual a  $m$ , la fuerza de atracción gravitacional de la Luna en el centro de la Tierra, es entonces proporcional a  $m/r^2$ , donde  $r$  es la distancia desde el centro de la Luna al centro de la Tierra, esto se presenta en la Figura 1.2-2.

Si esta distancia permanece constante, entonces la fuerza de atracción de la Luna sobre la Tierra debiera de permanecer constante también, pero no es así (debido a que la órbita lunar es elíptica) por lo que la fuerza centrífuga equilibra este sistema. Esta fuerza centrífuga tiene dirección opuesta a la de la Luna como se muestra en la Figura 1.2-2, y es proporcional a  $m/r^2$ .

La fuerza centrífuga actuando en alguna partícula de la Tierra prácticamente es la misma, pero la atracción de la Luna en esa misma partícula varía. Considerando un punto en la superficie de la Tierra, situado en la línea que une los centros de la Tierra y la luna, en él punto la atracción de la luna es proporcional a  $m/(r-\rho)^2$ , donde  $\rho$  es el radio de la Tierra. La diferencia entre la atracción de la Luna y la fuerza centrífuga a este punto es proporcional a:

$$\frac{m}{(r-\rho)^2} - \frac{m}{r^2} = \frac{2 m \rho}{r^3} \quad (1.2-1)$$

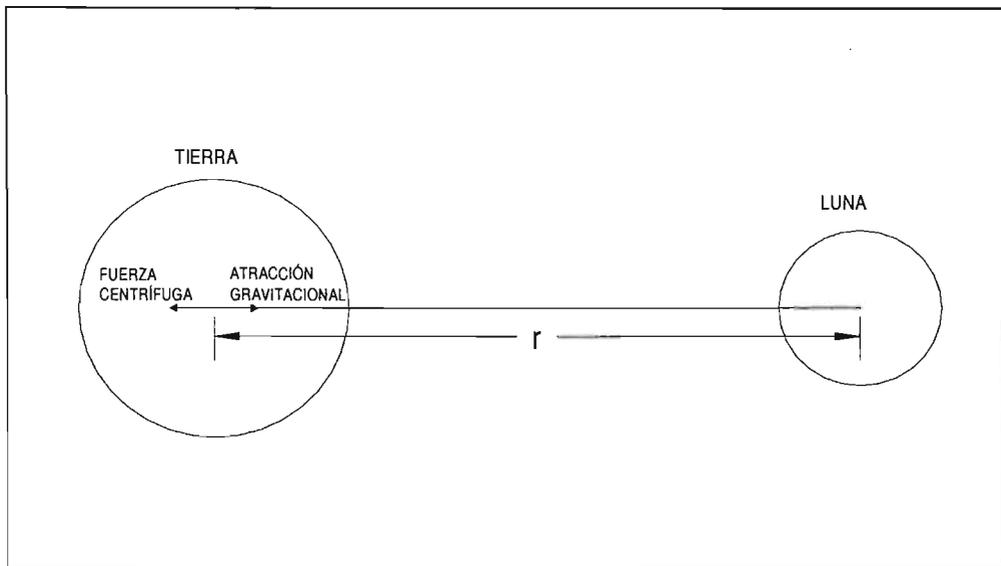


Figura 1.2-2 Representación esquemática de la fuerza centrífuga y la fuerza de atracción gravitacional

La simplificación anterior se deriva del término  $\rho/r$ , que al ser una cantidad pequeña se puede despreciar.

Los valores numéricos de  $m$  y  $r$  son:

$$m = 1/81,45 \text{ y } r = 60,34\rho$$

La atracción de la Luna tiende a levantar el punto considerado de la superficie de la Tierra, pero en el mismo punto la atracción gravitacional de la Tierra actúa y es proporcional a  $1/\rho^2$ . La fuerza productora de mareas de la Luna sobre el punto de la Tierra se define como:

$$\frac{2 m \rho}{r^3} = 1,176 \times 10^{-7} \tag{1.2-2}$$

La atracción de la Tierra en el punto considerado, es igual a la aceleración de la gravedad. Si se tiene que la fuerza productora de mareas de la Luna es  $1,176 \times 10^{-7}$  veces la aceleración de la gravedad, entonces la aceleración del punto disminuye  $0,0115 \text{ m/s}^2$ . Se considera ahora otro punto en la superficie de la Tierra, pero opuesto a la Luna, en este punto la atracción de la Luna es menor que la fuerza centrífuga y proporcional a:

$$\frac{m}{(r + \rho)^2} \tag{1.2-3}$$

La fuerza productora resulta, siguiendo un razonamiento similar, de la diferencia:

$$\frac{m}{(r+p)^2} \frac{m}{r^2} = -2m \frac{\rho}{r^3} \quad (1.2-4)$$

Así la fuerza productora es de la misma magnitud que la que se obtuvo primero, pero de sentido contrario, está fuerza también se aleja del centro de la Tierra y además disminuye la aceleración de la gravedad terrestre en el punto en  $0,0115 \text{ m/s}^2$ . Ahora si se tiene un punto en la superficie terrestre perpendicular a la línea que une los centros de la Tierra y la Luna, en este punto la atracción gravitacional de la Luna es de la misma magnitud, como si se tomara del centro de la Tierra,  $m/r^2$ , pero tiene la dirección de la línea PM, (Figura 1.2-3).

La fuerza centrífuga es paralela a la línea EM y la resultante de estas dos fuerzas se dirige hacia el centro de la Tierra y es proporcional a  $mr^3$ . En este caso la fuerza productora lleva a un incremento en la aceleración de la gravedad de  $0,058 \text{ m/s}^2$ . Si el punto fuese seleccionado al azar en la superficie de la Tierra, se encontraría que generalmente la fuerza productora forma un ángulo diferente de  $90^\circ$ , por eso se considera que tiene una componente horizontal y una componente vertical a lo largo de la superficie de la Tierra. La teoría completa lleva a las siguientes ecuaciones para las componentes vertical y horizontal.

$$F_v = 3m \frac{\rho}{r^3} \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) \quad (1.2-5)$$

$$F_H = 3m \frac{\rho}{r^3} \sin \theta \cos \theta \quad (1.2-6)$$

Aquí  $\theta$  es el ángulo medido entre la línea que une el centro de la Tierra y de la Luna y la línea que va del centro de la Tierra al punto en la superficie de la Tierra que se considere.

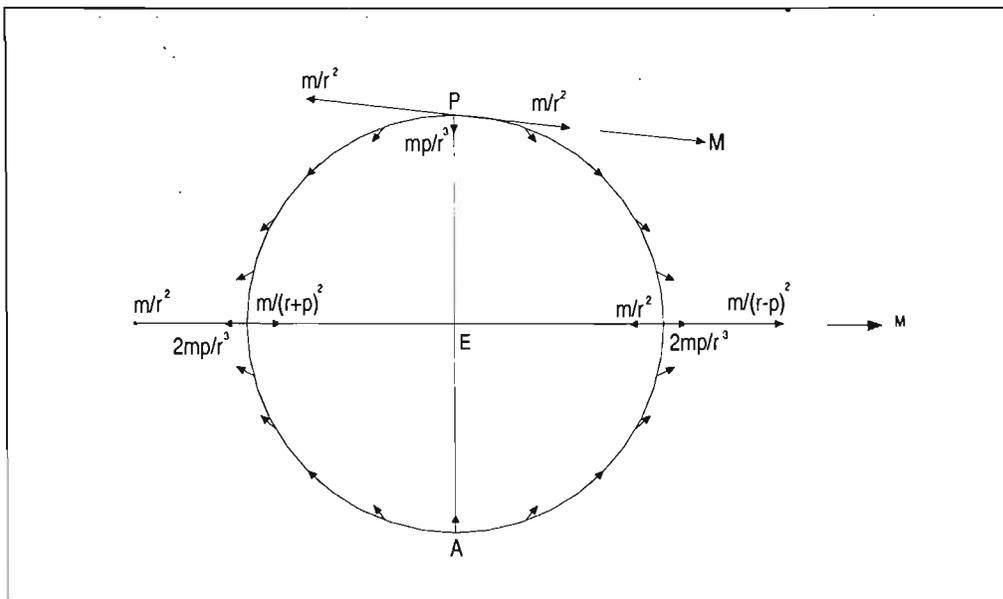


Figura 1.2-3 Esquema de la fuerza productora de mareas en un plano, que une los centros de la Tierra y la Luna.

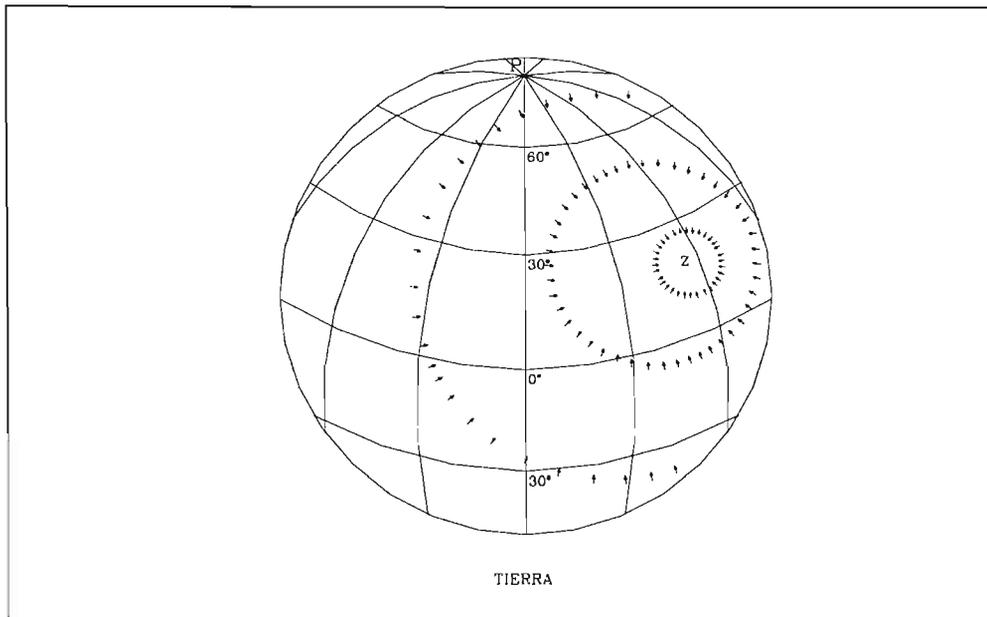


Figura 1.2-4 Distribución de la fuerza horizontal productora de mareas sobre la Tierra (De acuerdo a G.H. Darwin). La Luna esta sobre el Zenit, en el punto marcado como Z

Siguiendo un razonamiento similar, la teoría puede ser aplicada al Sol y la Tierra, sustituyendo los valores de la masa del Sol y la distancia entre el Sol y la Tierra, y siendo congruente con las unidades, resulta que la masa del Sol es de 333,400 y la distancia es 23,484 veces la de la Tierra. Con estos valores se tiene que la máxima fuerza productora de mareas del Sol es 0,46 veces la de Luna, es decir menos de la mitad. Como se nota el efecto de la distancia entre el Sol y la Tierra, influye en la magnitud de la fuerza productora de mareas

Si se hacen consideraciones de esta naturaleza, se demuestra que las mareas son producidas principalmente por el Sol y la Luna. En algunas ocasiones para la predicción de mareas se toman en cuenta los planetas, sin embargo comparados con el Sol, son demasiado pequeños como para tener algún efecto, además de que están muy alejados.

El movimiento relativo del Sol y la Luna respecto a la Tierra genera que el sistema de fuerzas productoras de mareas varíe en el curso del tiempo, pero el comportamiento se repite con una frecuencia regular. Cuando la Tierra gira sobre su propio eje, las componentes de la fuerza productora de mareas tendrán en todas las latitudes, dos máximos y dos mínimos durante 24 horas lunares, este periodo corresponde a un giro completo de la Luna alrededor de la Tierra.

La declinación de la Luna varía durante un mes de 28° S a 28° N, en esta posición de la Luna el campo de fuerzas productoras de mareas no es simétrico con respecto a los polos de la Tierra. En el ecuador las dos componentes máximas diurnas permanecen iguales, pero en otras latitudes las componentes no, una es menor que la otra durante un giro completo de la Tierra.

Debido a la variación de las posiciones relativas del Sol, la Luna y la Tierra, se puede considerar una serie de cuerpos celestes ficticios, en el que cada uno traerá un equilibrio de las fuerzas productoras de mareas, convirtiéndose así en factores de latitud y oblicuidad.

Si se considera que hay una Luna ideal que siempre permanece en el plano del ecuador y que en alguna localidad ubicada en algún meridiano pasa en intervalos de 24,84 horas, esto implica que el campo de fuerzas productoras de mareas es simétrico con respecto a los polos de la Tierra, entonces la componente horizontal y vertical de la fuerza productora de mareas se pueden representar por ecuaciones del tipo:

$$H = H_0 \cos (at - k) \quad (1.2-7)$$

donde  $H_0$  representa la amplitud del constituyente,  $a$  la velocidad angular del armónico de la marea y  $k$  la fase del constituyente. La velocidad angular está dada en grados/hora y el tiempo  $t$  en horas. Por ejemplo si una hora es usada como unidad de tiempo, y el periodo para este caso es 12,42, la velocidad angular es:

$$a = \frac{360^\circ}{12,42} = 28,984^\circ/\text{hora}$$

De manera similar se pueden introducir otros cuerpos ficticios, pero los resultados de las velocidades angulares, debidas a las principales componentes de las fuerzas productoras de mareas, serán las mismas, por lo que éstas son constantes. Algunas de ellas son:

T: La rotación de la Tierra en su eje, con respecto al Sol, 15 grados/hora

h: La rotación de la Tierra sobre el Sol, 0,04106864 grados/hora

s: La rotación de la Luna sobre la Tierra, 0,54901653 grados/hora

p: La velocidad angular del movimiento, a lo largo del eje de la órbita elíptica de la Luna la cual completa un giro en 8,85 años,  $p = 0,00464183$ . Así la rotación de la Tierra con respecto a los cuerpos fijos es  $T+h = 15,04106864$  grados/hora, y el cambio en la longitud lunar por hora es  $T+h-s = 14,49205211$  grados/hora.

La amplitud  $H_0$  y la fase  $k$  para cada constituyente se determinan a partir del Análisis de Fourier. El número de componentes necesarios para precisar una predicción de mareas varía de un sitio a otro.

### 1.2.3 TIPOS DE MAREAS ASTRÓNICAS

Las mareas astronómicas pueden ser de los siguientes tipos:

*Diurna.* Una pleamar y una bajamar por ciclo, en un periodo de 24 h 50 min. (valor promedio).

*Semidiurna.* Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos con periodo de 12 h 25 min cada uno (valor promedio), las amplitudes de ambas son sensiblemente semejantes.

*Mixta.* Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos sucesivos, con periodo de 12 h 25 min cada uno (valor promedio), las amplitudes de ambas presentan diferencias notorias (desigualdad horaria).

La desigualdad diaria, para mareas semidiurnas y mixtas, es la diferencia en altura entre los niveles de dos pleamares o bajamares sucesivas. Dependiendo del tipo de marea (diurna, semidiurna o mixta) los planos de marea que se generan son:

*Altura máxima registrada.* Nivel más alto registrado en la estación debido al efecto de un tsunami o ciclón combinado, probablemente con el de la marea astronómica.

*Pleamar máxima registrada (PMH).* Nivel más alto registrado debido a las fuerzas de marea periódica, o también a que tengan influencia sobre las mismas los factores meteorológicos.

*Nivel de pleamar media superior (NPMS o NHHW).* Promedio de la más alta de las dos pleamares diarias, durante el periodo considerado en la estación (mareas semidiurna y mixta).

*Nivel de pleamar media (NPM o MHW).* Promedio de todas las pleamares durante el periodo considerado en cada estación; cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la pleamar más alta diaria, lo que equivale a que la pleamar media en este caso sea equivalente a la pleamar media superior.

*Nivel medio del mar (NMM o MSL).* Promedio de las alturas horarias durante el periodo registrado en la estación.

*Nivel de media marea (MM o MTL).* Plano equidistante entre la pleamar media y la bajamar; es decir se obtiene promediando estos dos valores.

*Nivel de bajamar media (NBM o MLW).* Promedio de todas las bajamares durante el periodo considerando la estación; cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la bajamar más baja diaria, lo que equivale a que la bajamar media en este caso sea lo mismo que la bajamar media inferior.

*Nivel de bajamar media inferior (NBMI o MLLW).* Promedio de la más baja de las dos bajamares diarias, durante el periodo considerado en la estación (Marea semidiurna y mixta).

*Bajamar mínima registrada (BMR o LLW).* Nivel más bajo registrado debido a las fuerzas de marea periódica, o también que tengan influencia sobre las mismas los factores meteorológicos.

*Altura mínima registrada.* Nivel más bajo registrado en la estación debido al efecto de un tsunami o ciclón combinado, probablemente con el de la marea astronómica.

#### 1.2.4 TRATAMIENTO ARMÓNICO DE LOS DATOS DE MAREAS

El análisis armónico de mareas está basado en la suposición de que el ascenso y descenso de la marea en cualquier localidad, puede ser expresado matemáticamente por la suma de una serie de términos armónicos teniendo cierta relación con consideraciones astronómicas. Una función armónica simple es una cantidad que varía con el coseno de un ángulo que crece uniformemente con el tiempo.

En la ecuación  $y = A \text{ Cos } at$ , la variable dependiente  $y$ , es una función armónica del ángulo  $at$ , en donde  $a$  es una constante y  $t$  representa el tiempo medido a partir de un tiempo inicial. La ecuación general para la altura ( $h$ ) de la marea en cualquier tiempo ( $t$ ) puede ser escrita como una serie de la siguiente forma:

$$h = H_0 + H_1 \text{ Cos } (at + k_1) + H_2 \text{ Cos } (bt + k_2) + H_3 \text{ Cos } (ct + k_3) \quad (1.2-8)$$

donde  $H_0$  es la altura del nivel medio del agua de datos utilizados. Los demás términos se explican a continuación:

Cada término de coseno en la ecuación (1.2-8) es conocido como *componente de marea*. Los coeficientes  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ , etc. son las amplitudes de los componentes de mareas y se derivan de los datos de observación de marea de cada localidad. La expresión en paréntesis, es un ángulo que varía uniformemente y su valor en cualquier tiempo es llamado *fase*.

Cualquier componente tiene su valor máximo positivo cuando la fase del ángulo es cero y su valor máximo negativo cuando la fase es  $180^\circ$ , y el término se vuelve cero cuando la fase es  $90^\circ$  o  $270^\circ$ . El coeficiente  $t$  representa la relación de cambio en la fase y es llamada la velocidad de la componente y es usualmente expresada en grados por hora. El tiempo requerido por una componente para pasar a través de un ciclo completo se conoce como periodo y se puede obtener dividiendo  $360^\circ$  entre su velocidad.

Los periodos y velocidades correspondientes de las componentes, son derivados de datos astronómicos y son independientes de la localidad de la estación de marea. Los símbolos  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , etc., se refieren a fases iniciales de los ángulos componentes en  $t = 0$ . La fase inicial depende de la localidad, al igual que del instante del cual el tiempo es calculado y sus valores son derivados de la observación mareográfica. El análisis armónico aplicado a mareas es el proceso por el cual los datos mareográficos observados en cualquier lugar son separados en un número de componentes armónicos. Las cantidades solicitadas son conocidas como constantes armónicas y constan de amplitudes y fase.

La predicción armónica es realizada reuniendo las componentes elementales de acuerdo con las relaciones astronómicas que prevalecen en el tiempo en el cual serán hechas las predicciones.

1.2.5 ANÁLISIS DE LOS REGISTROS DE CAMPO

A partir del registro de superficie libre de un equipo instalado cerca de la desembocadura del río, se realizó el estudio de la señal de la marea, estimando las constantes armónicas (Tabla 1.2-1), las cuales se emplearon posteriormente para realizar la predicción de la marea, con objeto de comparar esta última con el registro medido. En la Figura 1.2-5 se muestra la ubicación del equipo empleado para registrar la superficie libre.

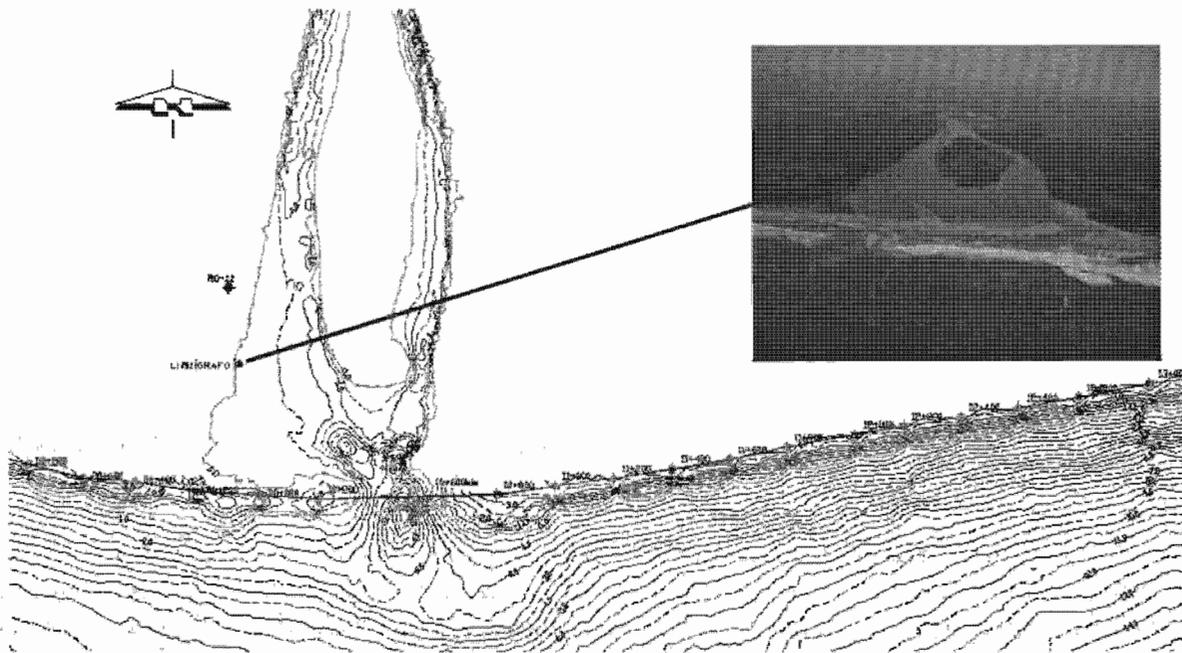


Figura 1.2-5 Ubicación del equipo para el registro de superficie libre

Constantes armónicas							
No.	Componente	Amplitud (m)	Fase (°)	No.	Componente	Amplitud (m)	Fase (°)
1	Z0	0,0588	0	16	M3	0,0106	334,99
2	MSF	0,0288	298,78	17	MK3	0,0064	16,25
3	2Q1	0,0168	335,78	18	SK3	0,0023	352,09
4	Q1	0,0214	63,63	19	MN4	0,0035	158,33
5	O1	0,0553	125,03	20	M4	0,0035	117,31
6	NO1	0,0318	346,1	21	MS4	0,0012	119,85
7	K1	0,061	123,31	22	S4	0,0024	76,54
8	J1	0,0346	71,75	23	2MK5	0,0009	178,14
9	OO1	0,004	77,77	24	2SK5	0,0018	286,94
10	UPS1	0,0039	298,82	25	2MN6	0,0002	27,99
11	N2	0,031	97,8	26	M6	0,0008	331,04
12	M2	0,0503	199,32	27	2MS6	0,0009	33,09
13	S2	0,0358	50,08	28	2SM6	0,002	331,9
14	ETA2	0,0109	147,33	29	3MK7	0,001	266,51
15	MO3	0,0056	184,27	30	M8	0,0011	63,42

Tabla 1.2-1 Constantes armónicas del registro de superficie libre

En el párrafo anterior se ha descrito que a partir de las componentes armónicas extraídas del registro del equipo instalado en campo; las cuales se presentan en la Tabla 1.2-1, se estimó la señal de marea, es decir, se realizó la predicción de la marea para el mismo sitio (serie de tiempo para el modelo numérico), la cual se muestra en la Figura 1.2-6. El tratamiento de la señal de marea se realizó empleando el módulo para análisis de marea del sistema de modelación numérica denominado MIKE21.

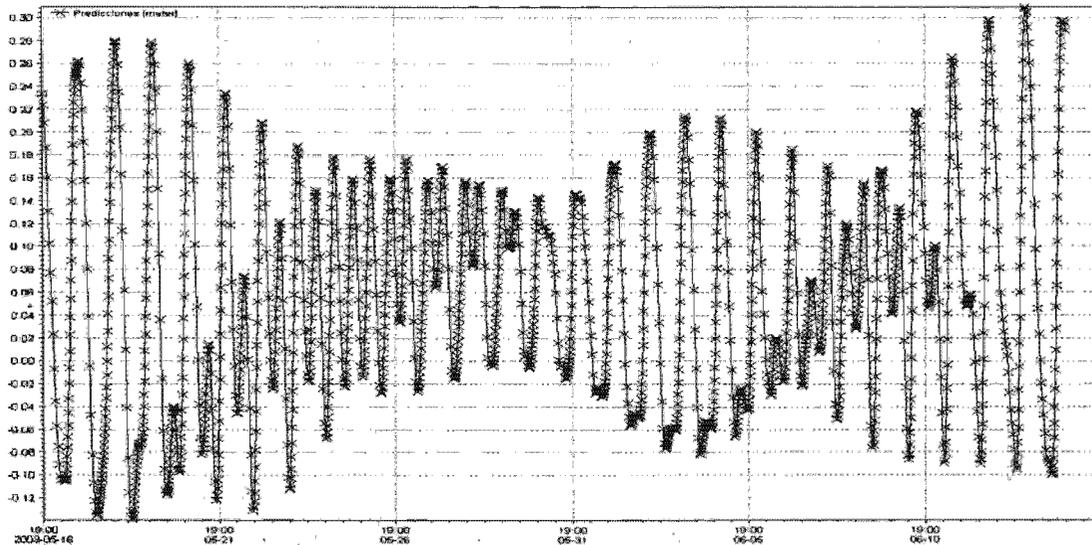


Figura 1.2-6 Registro para la señal de marea predicha a partir de los armónicos de la señal medida

La información que se presenta en la Tabla 1.2-1 corresponde a las constantes armónicas del tipo lunar, solar y de aguas poco profundas extraídas del registro de superficie libre, a través de un análisis armónico. Para entender el significado de algunas de las componentes, se realiza un análisis en el que se recurre al uso de satélites artificiales que describan algunas frecuencias astronómicas fundamentales, representando el movimiento del sistema Sol – Tierra – Luna mediante una superposición de satélites que orbitan sobre el plano del ecuador, con trayectorias circulares. Cada satélite tiene una velocidad angular constante asociada a periodos de eventos astronómicos (día solar, día lunar, etc.), que además, cada uno de ellos tiene masa y distancia al centro de la Tierra, lo que permite estimar su aportación a la fuerza generadora de mareas.

Las frecuencias astronómicas a las cuales se hace mención en el párrafo anterior son:

$$\sigma_{tierra} = 15,0441^\circ / h \text{ rotación de la Tierra sobre su eje (periodo: 23,9345 h)}$$

$$\sigma_s = 0,5490^\circ / h \text{ rotación de la Luna alrededor de la Tierra (periodo: 27,3216 días)}$$

$$\sigma_h = 0,0411^\circ / h \text{ año tropical (periodo: 365,2422 días)}$$

$$\sigma_p = 0,0046^\circ / h \text{ rotación del eje del plano de la órbita de la Luna (periodo: 8,85 años)}$$

$$\sigma_n = 0,0022^\circ / h \text{ regresión del nodo lunar (periodo: 18,6 años)}$$

$$\sigma_{p1} = 0,00000196^\circ / h \text{ tasa de cambio en la longitud del perigeo solar}$$

A partir de estas frecuencias, mediante la superposición de sus efectos, se pueden definir algunas de las componentes o constituyentes armónicas más relevantes, mismas que a continuación se describen:

*S1: Constituyente solar diurna.* Es la responsable de las mareas diarias solares y se presenta cada 24 h.

*S2: Constituyente solar semidiurna.* Debido a que el efecto de las mareas producido por el Sol es el mismo cada “medio día”, esta constituyente tiene una frecuencia igual al doble de la *S1*, es decir,  $30^\circ/h$ .

*Sa: Constituyente anual solar.* Refleja los cambios anuales en la declinación y la distancia de la Tierra al Sol, provocando variaciones que influyen en el nivel del mar.

*M2: Efecto de la rotación de la Luna con respecto a la Tierra.* Representa el efecto sobre las mareas de la Luna debido al día lunar, el cual es la diferencia entre el día sideral de la Tierra y el mes lunar, es decir,  $14,4921^\circ/h$ .

*Mm: Constituyente lunar mensual.* Esta constituyente muestra las irregularidades en la distancia y velocidad de la Luna, es el mes anomalístico, esto es,  $\sigma_s - \sigma_p = 0,5444^\circ/h$

*N2: Constituyente elíptico lunar grande.* Debido a la rotación del eje de la órbita elíptica de la Luna, se busca la velocidad angular de un satélite *N2* tal que  $\sigma_{M2} - \sigma_{N2}$  sea igual a  $\sigma_{Mm}$ .

*L2: Constituyente semidiurno elíptico lunar.* Junto con *N2* modula la amplitud de la frecuencia *M2* para el efecto de la variación de la velocidad de la órbita de la Luna debido a su órbita elíptica.

Hasta aquí se ha descrito el significado de algunas componentes armónicas, que, como se observa, están en función del comportamiento del sistema Sol – Tierra – Luna.

## ***CAPÍTULO 2***

# *MODELOS NUMÉRICOS*

---

---

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, existe una marcada tendencia por el empleo de modelos numéricos predictivos de procesos hidrodinámicos y de evolución de la línea de costa como soporte en la toma de decisiones en la administración de recursos costeros, así como de proyectos de carácter ingenieril. No obstante, en muchos de los modelos, difícilmente se validan con datos de campo de la zona de estudio, por lo que el tomar los resultados del modelo numérico debe hacerse con reserva.

Los modelos analíticos (aproximaciones teóricas) y los modelos numéricos desarrollados aceptando las incertidumbres asociadas, dependen de entender y correlacionar magnitudes de muchos procesos no lineales. En los desarrollos teóricos de estos procesos suele hacerse simplificaciones importantes, que aunque arrastran un error, no dejan de ser válidas para la ingeniería de costas.

Los errores y las incertidumbres asociadas al modelado hidrodinámico provienen pues del uso de expresiones o formulaciones incompletas o imprecisas de los procesos involucrados, el uso de métodos de predicción fuera de su rango de validez e incluso errores en los datos de campo para validar los modelos. Debido a esto, la evaluación de los modelos numéricos hace necesaria la adquisición específica de la mayor cantidad posible de datos, con amplia cobertura espacial y temporal de los distintos procesos físicos de la zona de estudio a modelar, incluyendo los contornos o fronteras del dominio computacional. Al mismo tiempo, dicha mejora en la capacidad predictiva de los modelos numéricos se traduce en mejor comprensión de la física de los procesos.

Así por ejemplo, las incertidumbres provenientes de los valores de la densidad y viscosidad del agua de mar provienen de las variaciones estacionales y espaciales de la salinidad y temperatura de la misma; las asociadas a las propiedades del sedimento se deben a las variaciones espaciales y temporales de la composición del fondo, así como del tamaño

representativo del grano; por otra parte, las asociadas a la batimetría y velocidades de las corrientes se deben a las variaciones en el nivel medio del mar y a los errores o imprecisiones de los equipos de medición; finalmente, las asociadas al oleaje provienen de las técnicas empleadas en las campañas de medición y en buena medida del análisis de los datos.

El estado del arte actual en el conocimiento y desarrollo de modelos numéricos para el estudio de procesos hidrodinámicos y de transporte de sedimentos, integra el conocimiento analítico y experimental de campañas en campo y ensayos de laboratorio. Sin embargo, éstos siguen conteniendo elementos de naturaleza semi-empírica. En general, se puede afirmar que los modelos tienen una estructura común, ya que se basan en una descripción de los procesos físicos más relevantes, empleando subrutinas que modelan por separado los principales mecanismos hidrodinámicos, tal como la propagación del oleaje y la generación de corrientes inducidas por el viento, mareas, rotura del oleaje, etc. El transporte de sedimento asociado (generalmente a una corriente media mas una serie de fluctuaciones debidas a los distintos parámetros no estacionarios presentes) y los cambios en el nivel del fondo marino se incluyen en un sistema cíclico, resultando en una retroalimentación entre los procesos y una interacción dinámica de los elementos del sistema morfodinámico.

Para mejorar la capacidad predictiva de las simulaciones numéricas, es necesario tener modelos precisos de los procesos físicos que han sido mejor entendidos ajustados y calibrados, con el objeto de utilizar sus resultados en la simulación de los procesos mas complicados, tal como el transporte de sedimentos o la hidrodinámica dentro de la zona de rompientes. Actualmente, no se tiene un modelo que pueda describir totalmente la naturaleza de los flujos en la realidad, esto es, la magnitud, dirección, distribución espacial y temporal esperada de los flujos para un campo incidente de oleaje.

En el presente capítulo, se presentan los fundamentos teóricos para los modelos hidrodinámico, de propagación de oleaje y transporte de sedimentos. Posteriormente, en el capítulo tres, se presenta un caso de aplicación en el cual se realiza la simulación numérica de ciertas condiciones de frontera para la zona de estudio; en al cual se emplean modelos numéricos que resuelven las ecuaciones presentadas en el presente capítulo.

## 2.1 MODELO HIDRODINÁMICO

### 2.1.1 INTRODUCCIÓN

El estudio de la hidrodinámica presente en la zona del río interactuando con el frente costero, se efectúa a través de un modelo hidrodinámico bidimensional y de evolución de la línea de costa. Con este modelo se espera describir el patrón hidrodinámico de la zona de la desembocadura, es decir, evaluar los vectores de velocidad en dirección y magnitud, bajo ciertos escenarios de operación de la obra, así como evaluar las probables zonas de erosión y depósito.

### 2.1.2 CARACTERÍSTICAS DEL MODELO

Este es un modelo en diferencias finitas que promedia las velocidades en la vertical, con base en las condiciones físicas presentes en el cuerpo o masa de agua en estudio. El modelo numérico es el contenido en el módulo hidrodinámico del sistema MIKE21 desarrollado por el Instituto Danés de Hidráulica (DHI).

### 2.1.3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

#### 2.1.3.1 *Introducción*

Actualmente, existen numerosos modelos matemáticos que se emplean para determinar las características hidrodinámicas, ya sea en ríos o en zonas litorales. No obstante, es necesario señalar que el estado del conocimiento actual no garantiza que los modelos más sofisticados proporcionen resultados aceptables, debido a las dificultades inherentes a su proceso de calibración, así como a las hipótesis en las que se basa su formulación. En general, se considera que una aproximación de  $\pm 5\%$  en el cálculo de los niveles y  $\pm 20\%$  en el de las velocidades, son aceptables.

En la actualidad los modelos más empleados son los bidimensionales o también conocidos como 2D, los cuales resuelven adecuadamente y con suficiente aproximación las corrientes generadas por marea, en aquellas zonas próximas al litoral, esto es, zonas poco profundas, donde normalmente se tiene la interacción con la desembocadura de los ríos.

#### 2.1.3.2 *Formulación del modelo matemático hidrodinámico*

El estudio de la hidrodinámica, parte de los principios fundamentales de la mecánica clásica y una serie de hipótesis que hacen posible llegar a soluciones aproximadas, pero no menos útiles al momento de interpretar fenómenos que tienen interés desde el punto de vista práctico. Las ecuaciones utilizadas en los modelos hidrodinámicos son las de Navier-Stokes. Con estas ecuaciones, se puede obtener una solución general exacta del flujo tanto laminar como turbulento, siendo estos últimos los de mayor interés para este trabajo. Lo

anterior significa que la escala espacial que se requeriría para su solución sería menor al milímetro, mientras que la escala temporal sería del orden del milisegundo; esto se traduce en que no sería posible resolver algún problema práctico a costo razonable, debido a las escalas mencionadas.

Generalmente, en los estudios de flujo de agua en ríos o en zonas costeras, la escala espacial es mayor a un metro y la temporal a un minuto, por lo que ya es factible el procesamiento de la información en tiempos aceptables.

Las ecuaciones (2.1-1) son la base para la formulación del modelo matemático de circulación de agua en ríos y en zonas costeras. Por tanto, las ecuaciones de movimiento se definen como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right] \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= -g \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (2.1-1)$$

y la de continuidad:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.1-2)$$

#### 2.1.4 MODELO HIDRODINÁMICO BIDIMENSIONAL

Las observaciones del flujo en una zona litoral, señalan que habitualmente las velocidades verticales  $w$ , son pequeñas. Esto es debido a que en estas zonas, el flujo se genera normalmente por ondas cuya longitud ( $L$ ) es mayor que la profundidad del agua ( $H$ ), como es el caso, por ejemplo, de la onda de marea. La condición de onda larga ( $w \approx 0$ ), que se considera aplicable es a partir de  $L > 20 H$ .

En las condiciones mencionadas, las ecuaciones de movimiento y continuidad son:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right]$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right] \quad (2.1-3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.1-4)$$

La última ecuación del sistema (2.1-4) describe una distribución lineal de la presión vertical, equivalente al caso de la presión hidrostática.

Cabe mencionar, que en la ecuación de continuidad (2.1-2) no es posible despreciar el término que contiene  $\bar{w}$ , ya que los tres sumandos del primer miembro son del mismo orden de magnitud. En algunas situaciones, se considera un valor de  $\bar{w} = 0$ , por tanto en la ecuación (2.1-2) el término que contiene  $\bar{w}$  se anula.

Cuando el movimiento que se estudia presenta una distribución de las velocidades en la vertical prácticamente uniforme, se puede establecer la siguiente hipótesis:

$$\bar{u}(z) = u = \text{constante}, \quad \bar{v}(z) = v = \text{constante} \quad (2.1-5)$$

Si ahora se promedian en la vertical los distintos términos de las ecuaciones, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -g \frac{\partial Z}{\partial x} + Fv + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -g \frac{\partial Z}{\partial y} + Fu + \nu_e \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.1-6)$$

Para la ecuación de continuidad y sin considerar las hipótesis de las ecuaciones (2.1-5) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z \bar{u}(z) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z \bar{v}(z) dz + \bar{w}_{(z=z)} - \bar{w}_{(z=-h)} = 0 \quad (2.1-7)$$

y teniendo en cuenta que  $\bar{w}(z = -h) = 0$  y  $\bar{w}(z = Z) = \frac{\partial Z}{\partial t}$  se llega a:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} = 0 \quad (2.1-8)$$

donde

$$H = Z + h \quad (2.1-9)$$

En las ecuación (2.1-9), H es la profundidad total, h la profundidad por debajo del nivel medio, Z la sobreelevación del nivel medio. Por otra parte, t es el tiempo, x e y las coordenadas cartesianas y u y v las velocidades promediadas en la vertical.

Las ecuaciones (2.1-6) y (2.1-8) forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

(U (x, y, t), V (x, y, t) y Z(x, y, t)).

En las ecuaciones (2.1-6) se introdujo un nuevo término Fv. Este tiene en cuenta la fuerza de Coriolis, donde  $F = 2 \Omega \text{sen } (l)$ ,  $\Omega = 0,73 \times 10^{-4}$  (rad/día) que es la velocidad angular de la rotación de la Tierra y l es la latitud media del dominio del modelo. La hipótesis de un perfil uniforme en la vertical para las velocidades  $\bar{u}(z)$  y  $\bar{v}(z)$  es admisible en los casos de corrientes marinas generadas por marea, al igual que en el estudio de corrientes generadas por el viento en aguas poco profundas.

### 2.1.5 CONDICIONES INICIALES Y DE CONTORNO

Las condiciones iniciales que permiten resolver estas ecuaciones son la de sobreelevación del agua, las velocidades en las direcciones x e y en el dominio de cálculo para el instante  $t = 0$  y los esfuerzos de radiación (distribución de la energía) generados por el oleaje que se considere.

$$\begin{aligned} Z_{t=0} &= Z_0(x,y) \\ U_{t=0} &= U_0(x,y) \\ V_{t=0} &= V_0(x,y) \end{aligned} \quad (2.1-10)$$

Sin embargo, las funciones  $Z_0$ ,  $U_0$  y  $V_0$  generalmente no son conocidas, por lo que habitualmente se suponen iguales a cero. En el caso de la marea, por tratarse de un movimiento periódico son necesarios varios ciclos para obtener una solución estable.

El flujo inducido por el oleaje se considera a través de los esfuerzos de radiación  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  y  $S_{xy}$ , promediando la ecuación de cantidad de movimiento sobre la profundidad y el tiempo (periodo del oleaje), agregando los términos:

*Cantidad de movimiento en dirección x*

$$\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \quad (2.1-11)$$

*Cantidad de movimiento en dirección y*

$$\frac{\partial S_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} \quad (2.1-12)$$

Las ecuaciones (2.1-6) y (2.1-8) tienen que completarse con condiciones apropiadas de contorno. Desde un punto de vista físico, se hace necesario definir las siguientes condiciones de contorno:

- En las líneas de Tierra
- En la superficie libre del agua
- En el fondo del cuerpo de agua
- En mar abierto o en otro tipo de frontera

Para el caso en estudio, se considera en la línea de Tierra que la componente de la velocidad normal a ella es nula, mientras que la componente tangencial no tiene ninguna restricción. En la superficie libre del agua se supone que pueden actuar tensiones tanto normales como tangenciales.

### 2.1.6 CONDICIÓN DE CONTORNO DE TENSIÓN NORMAL (PRESIÓN) EN LA SUPERFICIE LIBRE

En las ecuaciones (2.1-6) se supone una presión atmosférica constante sobre todo el dominio de cálculo, sin embargo la presión en estas ecuaciones puede ser función del tiempo y del espacio  $P = P(x, y, t)$ , en cuyo caso la función  $P = (x, y, t)$  tiene que ser conocida.

### 2.1.7 CONDICIÓN DE CONTORNO TANGENCIAL EN LA SUPERFICIE LIBRE

Las tensiones tangenciales en la superficie libre del agua normalmente son generadas por el viento en las direcciones x e y, las cuales se pueden expresar:

$$\frac{\tau_{sx}}{\rho_0} = v_e \frac{\partial U}{\partial Z} \Big|_{z=Z} = C_w W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \frac{\rho_a}{\rho_0} \quad (2.1-13)$$

$$\frac{\tau_{sy}}{\rho_0} = v_e \frac{\partial V}{\partial Z} \Big|_{z=Z} = C_w W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \frac{\rho_a}{\rho_0} \quad (2.1-14)$$

donde

$\tau_{sy}$ y $\tau_{sy}$	Son las tensiones generadas por el viento en la superficie libre del agua
$C_w$	Es el coeficiente de fricción por viento
$W_x$ y $W_y$	Las velocidades del viento en las direcciones $x$ e $y$ a 10 m sobre el nivel del terreno
$\rho_a$	Densidad del aire
$\rho_0$	Densidad del agua
$K_v = C_w \frac{\rho_a}{\rho_0}$	Constante adimensional

La condición de contorno de fricción en el fondo puede definirse a través del coeficiente de Chèzy mediante las siguientes relaciones:

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho_0} = v_e \left. \frac{\partial U}{\partial Z} \right|_{z=-h} = \frac{gU\sqrt{U^2 + V^2}}{C^2} \quad (2.1.15)$$

$$\frac{\tau_{by}}{\rho_0} = v_e \left. \frac{\partial V}{\partial Z} \right|_{z=-h} = \frac{gV\sqrt{U^2 + V^2}}{C^2} \quad (2.1.16)$$

donde

$\tau_{bx}$ ,  $\tau_{by}$  son tensiones en el fondo por fricción y  $C$  es el coeficiente de Chèzy.

Por último, el contorno hacia mar abierto es una línea ficticia que separa el dominio del modelo del resto del mar, por lo que para una correcta simulación es necesario conocer sus características hidrodinámicas, ya sea en términos de velocidades o en niveles. Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.1-6) y (2.1-8) y las condiciones de contorno de superficie libre (2.1-13 y 2.1-14) y del fondo (2.1-15 y 2.1.16), las ecuaciones de onda larga en dos dimensiones quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial Z}{\partial x} + Fv - \frac{K_v W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{H} - \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{HC^2} + \\ + v_e \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial Z}{\partial x} + Fu - \frac{K_v W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{H} - \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{HC^2} + \\ + v_e \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.1.18)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} = 0 \quad (2.1-19)$$

### 2.1.8 INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES

La integración numérica de las ecuaciones 2.1-17, 2.1-18 y 2.1-19 se lleva a cabo con el método ADI (*Alternating Direction Implicit*). El esquema en diferencias finitas en el espacio se presenta en la Tabla 2.1-1.

La solución en el tiempo se obtiene como sigue:

- En  $t + \Delta t$  se resuelve V, Z implícitamente, y U explícitamente
- En  $t + \Delta t/2$  se resuelve U, Z implícitamente, y V explícitamente
- En  $t$  se conocen U, V, Z.

j+1	Z	U	Z	U	Z
j+1/2	V	H	V	h	V
j	Z	U	Z	U	Z
j-1/2	V	H	V	h	V
j-1	Z	U	Z	U	Z
	i-1	i-1/2	i	i+1/2	i+1

Tabla 2.1-1 Esquema en diferencias finitas en el espacio

Las expresiones numéricas para el paso de  $t$  a  $t + \frac{1}{2} \Delta t$  son:

En el punto  $[i+\frac{1}{2}, j]$

$$u^{k+1/2} = u^k - \frac{\Delta t}{2} \left[ u^{k+1/2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^k + \bar{v}^k \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^k - \bar{v}^k F + g \left( \frac{\partial Z}{\partial x} \right)^{k+1/2} + g u^k \frac{\sqrt{(u^k)^2 + (\bar{v}^k)^2}}{C_x^2 (\bar{h}_y + \bar{z})} \right] \quad (2.1-20)$$

En la ecuación (2.1-20) los términos no lineales advectivos y de fricción en  $t + \frac{1}{2} \Delta t$ , se aproximan a sus valores en  $t$ . Los símbolos utilizados, para la función genérica F, son:

$$F_{ij}^k = F(i \Delta x, j \Delta y, k \Delta t)$$

$$\bar{F}_x = \frac{1}{2} (F_{i+1/2, j} + F_{i-1/2, j})$$

$$\bar{F}_y = \frac{1}{2} (F_{i, j+1/2} + F_{i, j-1/2})$$

$$\bar{F} = \frac{1}{4} (F_{i-1/2, j-1/2} + F_{i+1/2, j-1/2} + F_{i-1/2, j+1/2} + F_{i+1/2, j+1/2})$$

En el punto (i, j)

$$Z^{k+1/2} = Z^k - \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\partial((\bar{h}_y + \bar{z}_x)u)^{k+1/2}}{\partial x} + \frac{\partial((\bar{h}_x + \bar{z}_y)v)^k}{\partial y} \right] \quad (2.1-21)$$

En el punto (i, j+1/2)

$$v^{k+1/2} = v^k - \frac{\Delta t}{2} \left[ v^{k+1/2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^k + \bar{u}^{k+1/2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^k - \bar{u}^{k+1/2} F + g \left( \frac{\partial Z}{\partial x} \right)^k + g v^{k+1/2} \frac{\sqrt{\left( \bar{u}^{k+1/2} \right)^2 + \left( v^k \right)^2}}{\bar{C}_y^2 \left( \bar{h}_y + \bar{z}_y^{k+1/2} \right)} \right] \quad (2.1.22)$$

Para el paso de tiempo  $t + \Delta t$  en el punto (i, j+1/2), las expresiones son:

$$v^{k+1} = v^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{2} \left[ v^{k+1} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{k+1/2} + \bar{u}^{k+1/2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{k+1/2} + \bar{u}^{k+1/2} F + g \left( \frac{\partial Z}{\partial x} \right)^{k+1} + g v^{k+1/2} \frac{\sqrt{\left( \bar{u}^{k+1/2} \right)^2 + \left( v^{k+1/2} \right)^2}}{\bar{C}_y^2 \left( \bar{h}_x + \bar{z}_y^{k+1/2} \right)} \right] \quad (2.1-23)$$

En el punto (i, j).

$$Z^{k+1} = Z^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\partial((\bar{h}_y + \bar{z}_x)u)^{k+1/2}}{\partial x} + \frac{\partial((\bar{h}_x + \bar{z}_y)v)^{k+1}}{\partial y} \right] \quad (2.1-24)$$

En el punto (i+1/2, j)

$$u^{k+1} = u^{k+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left[ u^{k+1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{k+\frac{1}{2}} + \bar{v}^{k+1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{k+\frac{1}{2}} - \bar{v}^{k+1} F + g \left( \frac{\partial Z}{\partial x} \right)^{k+1} + g u^{k+\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\left( u^{k+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left( \bar{v}^{k+1} \right)^2}}{\bar{C}_x^2 (\bar{h}_y + \bar{z}_x^{k+1})} \right] \quad (2.1-25)$$

### 2.1.9 DATOS DEL MODELO HIDRODINÁMICO

Para el modelo hidrodinámico del que se han descrito en los últimos párrafos, es necesaria una serie de información, tal como se describe a continuación:

- *Información para el establecimiento de las condiciones de contorno en mar abierto.*

Analíticamente pueden corresponder a la amplitud y periodo de la marea; a partir de ellos el programa genera los valores necesarios, considerando la onda de marea como una senoide de amplitud y periodo dados.

- *Coficiente de Chèzy de fricción de fondo*
- *Coficiente de viscosidad de remolino*
- *Batimetría del área de estudio.*
- *Variación de la superficie libre en la frontera*
- *Fuentes o sumideros en el dominio de cálculo*

Para cada punto de la malla se requiere conocer la profundidad a partir del nivel medio del mar, así como los esfuerzos de radiación, flujos y niveles correspondientes. En contraste, el resultado básico del modelo lo constituyen las elevaciones de la superficie libre y los campos de velocidades.

## 2.2 MODELO DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE

### 2.2.1 INTRODUCCIÓN

El oleaje que se aproxima a la línea de costa sobre un fondo cuya profundidad cambia lentamente sufre transformaciones debidas a los procesos de refracción, difracción, reflexión, someramiento, presencia de corrientes y disipación de energía por turbulencia y rotura. Este fenómeno está gobernado por la ecuación de Laplace y las condiciones de frontera apropiadas, problema para el que solo se han encontrado soluciones analíticas en los casos de geometrías muy simples con fronteras lineales. Como consecuencia existe una gran variedad de simplificaciones, una de ellas consiste en eliminar la coordenada vertical integrando en la profundidad. El resultado de este procedimiento es la llamada “ecuación de la pendiente suave” derivada por primera vez por Berkhoff en 1973. Otros autores que han derivado esta ecuación son Smith (1975), Lozano (1976), Massel (1989) y Miles (1991).

Por su parte, Massel (1993), Chamberlain (1995), Kirby (1998) y Silva (2002) desarrollaron la llamada ecuación modificada de la pendiente suave, la cual, al considerar los términos de segundo orden que despreciara Berkhoff (1973) representa con mejor precisión la propagación del oleaje en presencia de batimetrías complicadas.

La ecuación de la pendiente suave es de tipo elíptico y ha sido resuelta como un problema de valores en la frontera. Algunos de los autores que han desarrollado soluciones son Tsai (1983) quienes utilizaron un esquema de elemento finito, y otros autores como Radder, (1979; Copeland, (1985); Kirby, (1986; Martin, (1997) y Kaihatu, (2001) la han aproximado con una ecuación de tipo parabólico o hiperbólico. Este tipo de soluciones presenta principalmente dos desventajas (Panchang, 1991):

- El oleaje debe tener una dirección principal y los efectos de difracción están restringidos solo a la dirección perpendicular.
- Se desprecia la componente del oleaje en la dirección contraria a la de propagación (reflejada).

Dadas las dos desventajas anteriores, estas aproximaciones no son útiles en los casos en que la batimetría o alguna estructura marítima (muros verticales) generan reflexión importante, así como cuando el ángulo de incidencia es muy variable.

### 2.2.2 ECUACIÓN MODIFICADA DE LA PENDIENTE SUAVE (MILD SLOPE EQUATION)

El desarrollo de esta ecuación (Chamberlain, 1995) supone un flujo incompresible, homogéneo e irrotacional sobre un fondo  $h(x, y)$ , siendo  $x$  e  $y$  las coordenadas cartesianas horizontales. La coordenada vertical,  $z$ , es positiva hacia arriba y el nivel  $z = 0$  se encuentra en el nivel medio del mar.

$$\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad -h(x, y) \leq z \leq 0 \quad (2.2-1)$$

donde  $\Phi(x, y, z, t)$  es el potencial de velocidades que describe el flujo,  $t$  es el tiempo y  $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ .

Las condiciones de frontera son similares a las utilizadas en teoría lineal, esto es:

- Condiciones dinámica y cinemática de superficie libre

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad z = 0 \quad (2.2-2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad z = 0 \quad (2.2-3)$$

- Condición de impermeabilidad en el fondo

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi = 0 \quad z = -h(x, y) \quad (2.2-4)$$

En la que, empleando el método de separación de variables, el potencial de velocidades se ha descompuesto en

$$\Phi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, t) I(z) \quad (2.2-5)$$

donde

$$I(z) = \frac{\cosh \mathbf{k}(h+z)}{\cosh \mathbf{k}h} \quad (2.2-6)$$

- $h$  profundidad, m
- $\mathbf{k}$  número de onda,  $m^{-1}$ .
- $\varphi$  amplitud compleja

Una forma de resolver este problema (Chamberlain, 1995; Silva, 2001), en el que las variables dependientes son el potencial de velocidades  $\Phi(x, y, z, t)$ , y el desplazamiento de la superficie libre del agua,  $\eta(x, y, t)$ , es aplicando el principio variacional de Hamilton, el cual establece que la energía total en un sistema es igual a la integral, en todo el dominio, de la suma de las energías cinética y potencial. De modo que se puede definir el operador  $L(Ha)$  como:

$$L(H_a) = \iint H_a dx dy = \iint (T + V) dx dy \quad (2.2-7)$$

donde

$H_a$  función hamiltoniana

$T$  energía potencial, definida como  $Ep = \frac{1}{2} \rho g \eta^2$

$V$  energía cinética, definida por  $Ec = \frac{1}{2} \rho \int_{-h}^0 \left[ (\nabla_h \Phi)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz$

$\rho$  densidad del agua

$g$  aceleración debida a la fuerza de gravedad

$\eta$  desplazamiento de la superficie libre del agua medido desde el nivel medio del mar

La función hamiltoniana queda entonces

$$H_a = Ec + Ep = \frac{1}{2} \rho \left[ \int_{-h}^0 \left[ (\nabla_h \Phi)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz + g \eta^2 \right] \quad (2.2-8)$$

Si se considera la descomposición del potencial presentada en la ecuación (2.2-5) y aceptando que la función  $I(z)$  depende de  $x$  e  $y$ , se tiene

$$\nabla_h \Phi = I \nabla_h \varphi + \varphi \nabla_h I$$

$$\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \varphi \frac{\partial I}{\partial z}$$

de modo que la ecuación (2.2-8) queda

$$H_a = \frac{1}{2} \rho \left[ \int_{-h}^0 \left[ (I \nabla_h \varphi + \varphi \nabla_h I)^2 + \left( \varphi \frac{\partial I}{\partial z} \right)^2 \right] dz + g \eta^2 \right] \quad (2.2-9)$$

desarrollando el binomio se llega a

$$H_a = \frac{1}{2} \rho \left[ I_1 (\nabla_h \varphi)^2 + (I_2 + I_4) \varphi^2 + 2I_3 \varphi \nabla_h \varphi + g \eta^2 \right] \quad (2.2-10)$$

donde

$$I_1 = \int_{-h}^0 I^2 dz \quad I_2 = \int_{-h}^0 \left( \frac{\partial I}{\partial z} \right)^2 dz \quad I_3 = \int_{-h}^0 I \nabla_h I dz \quad I_4 = \int_{-h}^0 (\nabla_h I)^2 dz \quad (2.2-11)$$

Por otro lado, el principio variacional puede ser expresado como

$$\delta L = \delta \int \int H_a dx dy = \delta \int \int (T + V) dx dy \quad (2.2-12)$$

donde  $\delta$  denota derivada variacional, que por definición, es

$$\delta L(\eta, \Phi) = L(\eta + \delta\eta, \Phi + \delta\Phi) - L(\eta, \Phi) \quad (2.2-13)$$

así, aplicando la derivada variacional a la función hamiltoniana,  $H$ , se tiene

$$\begin{aligned} \delta L(\eta, \Phi) &= \\ &= \frac{1}{2} \rho \int \int \left\{ g(\eta + \delta\eta)^2 + \int_{-h}^0 [\nabla(\Phi + \delta\Phi)]^2 dz \right\} dx dy - \frac{1}{2} \rho \int \int \left\{ g\eta^2 + \int_{-h}^0 (\nabla\Phi)^2 dz \right\} dx dy \end{aligned} \quad (2.2-14)$$

donde  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ . Operando y despreciando los términos de más alto orden

$$\delta L = \rho \int \int \left\{ g\eta\delta\eta + \int_{-h}^0 (\nabla\{\Phi \cdot \nabla\delta\Phi\}) dz \right\} dx dy \quad (2.2-15)$$

Empleando la ecuación de Laplace  $\nabla^2\Phi = 0$ , y separando los términos del operador nabla, el segundo término de la derecha de la ecuación (2.2-15) puede escribirse como

$$\int_{-h}^0 \nabla(\Phi \cdot \nabla\delta\Phi) dz = \int_{-h}^0 \nabla(\delta\Phi \nabla\Phi) dz = \int_{-h}^0 \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \delta\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) + \nabla_h \cdot (\delta\Phi \nabla_h \Phi) \right] dz \quad (2.2-16)$$

Buscando simplificar la expresión anterior, si se considera la Ley de Leibnitz,

$$\frac{d}{dc} \int_a^b f(x, c) dx = \int_a^b \frac{d}{dc} f(x, c) dx + f(b, c) \frac{db}{dc} - f(a, c) \frac{da}{dc} \quad (2.2-17)$$

la ecuación (2.2-16) queda como

$$\int_{-h}^0 \nabla (\delta\Phi \nabla \Phi) dz = \left[ \delta\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{-h}^0 + \nabla_h \cdot \int_{-h}^0 \delta\Phi \nabla \Phi dz - [\delta\Phi \nabla \Phi \cdot \nabla_h h]_{-h} \quad (2.2-18)$$

Por otro lado, si se acepta que el movimiento se amortigua en el infinito, el segundo término de la derecha de la ecuación anterior no interviene en la horizontal y puede despreciarse. Por tanto la expresión (2.2-15) resulta

$$\delta L = \rho \iint g\eta \delta\eta dx dy + \rho \iint \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right\}_{z=0} \delta\Phi dx dy - \rho \iint \left\{ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla \Phi \cdot \nabla_h h \right) \delta\Phi \right\}_{z=-h} dx dy \quad (2.2-19)$$

Aplicando la condición de contorno de impermeabilidad en el fondo, expresada en la ecuación (2.2-4), la ecuación anterior se resume a

$$\delta L = \rho \iint g\eta \delta\eta dx dy + \rho \iint \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right\}_{z=0} \delta\Phi dx dy \quad (2.2-20)$$

Derivando lo anterior respecto de  $\eta$  se tiene

$$\frac{\delta L}{\delta \eta} = \rho g \eta \quad (2.2-21)$$

la cual, igualada con la condición dinámica de superficie libre, ecuación (2.2-2), resulta en la primera ecuación canónica

$$\frac{\delta L}{\delta \eta} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = g\eta \quad (2.2-22)$$

La segunda ecuación canónica se obtiene derivando (2.2-20) respecto de  $\Phi$ , esto es:

$$\frac{\delta L}{\delta \Phi_{z=0}} = \rho \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (2.2-23)$$

que, igualada con la condición cinemática de superficie libre, ecuación (2.2-3), queda como:

$$\frac{\delta L}{\delta \Phi} = \frac{\delta L}{\delta \phi} = \rho \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.2-24)$$

Por otro lado, el desarrollo en serie de la derivada variacional puede escribirse como

$$\frac{\delta L}{\delta p} = \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial H}{\partial p_x} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial H}{\partial p_{xx}} \right] - \dots \quad (2.2-25)$$

aplicando dicha definición, término a término, a la ecuación (2.2-10), se tiene:

$$\frac{\delta \left( I_1 (\nabla_h \varphi)^2 \right)}{\delta \varphi} = 2I_1 \nabla_h \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} (\nabla_h \varphi) - \nabla_h \left[ \frac{\partial I_1 (\nabla_h \varphi)^2}{\partial \nabla_h \varphi} \right] = -\nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi) \quad (2.2-26)$$

$$\frac{\delta \left( (I_2 + I_4) \varphi^2 \right)}{\delta \varphi} = 2\varphi (I_2 + I_4) - \nabla_h \left[ \frac{\partial \left( (I_2 + I_4) \varphi^2 \right)}{\partial \nabla_h \varphi} \right] = 2\varphi (I_2 + I_4) \quad (2.2-27)$$

$$\frac{\delta (2I_3 \varphi \nabla_h \varphi)}{\delta \varphi} = 2I_3 \left[ \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} (\nabla_h \varphi) + \nabla_h \varphi \right] - \nabla_h \left[ \frac{\partial 2I_3 \varphi \nabla_h \varphi}{\partial \nabla_h \varphi} \right] = 2I_3 \nabla_h \varphi - \nabla_h (2I_3 \varphi) = -2\varphi \nabla_h \cdot I_3 \quad (2.2-28)$$

Al sustituir estos resultados en la ecuación (2.2-12) queda

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta L}{\delta \varphi} = \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi) + (I_2 + I_4 - \nabla_h \cdot I_3) \varphi \quad (2.2-29)$$

Ahora, si se deriva la expresión (2.2-10) respecto del tiempo

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi^2}{\partial t^2} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.2-30)$$

y se iguala con la ecuación (2.2-14) se obtiene la ecuación de la pendiente suave independiente del tiempo, esto es,

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla_h \cdot (I_1 \nabla_h \varphi) + (I_2 + I_4 - \nabla_h \cdot I_3) \varphi = 0 \quad (2.2-31)$$

Para incorporar a esta ecuación el movimiento armónico, considérese la siguiente separación del potencial de velocidades

$$\varphi(x, y, t) = \phi(x, y) e^{-i\sigma t} \quad (2.2-32)$$

donde  $\phi$  es el potencial de velocidades plano.

Por otro lado, multiplicando la función  $I_2$  por  $\phi$  se puede llegar a

$$I_2\phi = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - I_1 \mathbf{k}^2 \phi \quad (2.2-33)$$

Ahora, al derivar la función  $I_3$ , considerando que  $\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$  y aplicando la ley de Leibnitz, ecuación (2.2-17), se obtiene

$$\begin{aligned} \nabla h \cdot I_3 &= \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + \nabla_h h \cdot \nabla_h I_{31} = \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + \nabla_h h \cdot \left\{ \int_{-h}^0 \nabla_h \left( I \frac{\partial I}{\partial h} \right) dz + \left( I \frac{\partial I}{\partial h} \right)_{z=-h} \cdot \nabla_h h \right\} = \\ &\nabla_h^2 h \cdot I_{31} + (\nabla_h h)^2 \cdot \left\{ \left[ \int_{-h}^0 \left( \frac{\partial I}{\partial h} \right)^2 + I \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial h^2} \right] dz + \left( I \frac{\partial I}{\partial h} \right)_{z=-h} \right\} \end{aligned} \quad (2.2-34)$$

donde

$$I_{31} = \int_{-h}^0 I \frac{\partial I}{\partial h} dz \quad (2.2-35)$$

Ordenando y aplicando de nuevo la ley de Leibnitz

$$\nabla_h \cdot I_3 = \nabla_h^2 h \cdot I_{31} + (\nabla_h h)^2 \frac{\partial I_{31}}{\partial h} \quad (2.2-36)$$

Finalmente, aplicando  $\nabla_h I = \frac{\partial I}{\partial h} \nabla_h h$  en la función  $I_4$

$$I_4 = (\nabla_h h)^2 I_{41} \quad (2.2-37)$$

donde

$$I_{41} = \int_{-h}^0 \left( \frac{\partial I}{\partial h} \right)^2 dz \quad (2.2-38)$$

Al sustituir las ecuaciones (2.2-33, 2.2-36 y 2.2-37) en la (2.2-31) se llega a la ecuación armónica de la pendiente suave

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + \mathbf{k}^2 I_1 \phi + (\nabla_h^2 h \cdot I_{31}) \phi + (\nabla_h h)^2 \left( \frac{\partial I_{31}}{\partial h} - I_{41} \right) \phi = 0 \quad (2.2-39)$$

Si se define la función  $r(h) = \nabla_h \cdot I_3 - I_4$  la ecuación modificada de la pendiente suave es obtenida

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + (\mathbf{k}^2 I_1 + r(h)) \phi = 0 \quad (2.2-40)$$

Para considerar la rotura del oleaje, a la ecuación anterior se le incorpora un término disipativo, quedando

$$\nabla_h \cdot I_1 \nabla_h \phi + ((\mathbf{k}^2 - i\sigma f_D) I_1 + r(h)) \phi = 0 \quad (2.2-41)$$

siendo

$$f_D = \frac{0.15\mathbf{k}}{\sigma h} \left[ 1 - \left( \frac{0.4h}{H_B} \right)^2 \right] \quad (2.2-42)$$

donde

$\sigma$  frecuencia angular  $\sigma = 2\pi/T$ ,  $s^{-1}$

$T$  periodo, s

$H_B$  altura de ola de rotura, en m. Evaluada en este trabajo a partir de la expresión

$$H_B = 0,78h$$

Metodologías alternativas para encontrar la ecuación (2.2-41) han sido desarrolladas por diversos autores, entre los que destacan: Chamberlain, (1995), quien utilizó el método de Galerkin & Smith (1975); Kirby (1986<sup>a</sup>), Mase (1994), Silva (2002), quienes derivaron la ecuación modificada de la pendiente suave utilizando la segunda identidad de Green.

## 2.3 MODELO DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

### 2.3.1 INTRODUCCIÓN

Dentro de la ingeniería de costas, la mecánica de transporte de sedimentos constituye una rama de particular importancia debido que al identificar los mecanismos que generan el movimiento de material cohesivo en fondo o granular sometido a la acción de un flujo determinado que son los responsables de fenómenos como; formación de perfiles de playa, sedimentación en puertos y canales de navegación, estudios de dragados, procesos estuarinos, etc, se podrá obtener mejores diseños sin costos ecológicos y económicos altos.

Las formulaciones existentes son de diversa índole y procedencia. Una parte de ellas se basa en una serie de aproximaciones empíricas procedentes de medidas de campo o de laboratorio. Otras son expresiones derivadas a partir de argumentos teóricos, casi siempre con aplicación de las leyes de la mecánica. Existen fórmulas o modelos específicos para flujo uniforme, que sería el caso típico de un río, y otros para flujo oscilatorio. El cálculo del transporte debido a la acción conjunta de ambos flujos (corriente-oleaje) no se reduce simplemente a la suma vectorial de sus efectos individuales, de tal manera que también se han elaborado modelos para calcular el transporte debido a un oleaje en presencia de una corriente. En general, una formulación concreta está diseñada y verificada para una situación concreta y no sirve para otra distinta; el ingeniero debe conocer perfectamente el rango de aplicabilidad de cualquier fórmula relativa al transporte de sedimentos antes de hacer uso de ella, debido a las implicaciones económicas y de riesgo en algunos casos.

Una de los modelos que describe el transporte de sedimentos es la presentada por Van Rijn (1993), válida para todo tipo de sedimentos no cohesivos, por diversas razones:

1. Cubre los posibles casos de flujo (sólo corriente, sólo ola, ola-corriente).
2. Hace revisión de otras formulaciones anteriores, contrastando los resultados y revisando las razones de divergencia. Algunas de ellas se incorporan directamente.
3. Parte de una amplia serie de datos de campo y laboratorio.

Además, Van Rijn propone fórmulas para evaluar las formas de lecho producidas bajo las distintas hipótesis de flujo, así como sus parámetros geométricos y la rugosidad inducida por su presencia. Se contempla también la posibilidad de que la ola y la corriente no tengan la misma dirección, así como variaciones en la pendiente del fondo e incidencia oblicua de las corrientes sobre el fondo

El método de cálculo se basa en considerar un transporte por fondo y otro por suspensión. El primero se produce por arrastre de los granos de material sobre el fondo y está vinculado en gran medida a la capa límite; el transporte por suspensión tiene lugar cuando granos que previamente han sido separados del suelo son transportados por acción de una corriente. Existe un posible mecanismo intermedio, a veces denominado de saltación, que en esta metodología se encuentra incluido en el de fondo.

La formulación considera tres modalidades de flujo:

1. sólo corriente
2. ola y corriente débil
3. ola y corriente fuerte.

El caso de sólo ola se incluye dentro del de ola y corriente débil. A partir de los datos, se evalúa cual es la modalidad correspondiente. La rugosidad total que experimenta el flujo es la suma de la rugosidad debida al material y la debida a las formas de fondo. Éstas son función del régimen de transporte  $T$  y del tamaño de grano; el primero se define como:

$$T = \frac{\tau_0 - \tau_{0C}}{\tau_{0C}} \quad (2.3-1)$$

donde

$\tau_0$       esfuerzo tangencial en el fondo  
 $\tau_{0C}$      esfuerzo tangencial de inicio de movimiento

donde  $\tau_{0C}$  es el esfuerzo tangencial crítico o de inicio de movimiento y  $\tau_0$  es el esfuerzo tangencial que se produce bajo el flujo de diseño. Las posibles formas de fondo son, a medida que  $T$  aumenta:

1. mini-ripples
2. mega-ripples y dunas
3. dunas
4. ondas de arena
5. antidunas

Con esta formulación se puede evaluar el transporte por fondo, suspensión y total (suma vectorial de ambos) y las formas de fondo asociadas con sus dimensiones. También se presentan algunos resultados intermedios de interés, como el mencionado régimen de transporte.

## 2.3.2 ECUACIONES DE GOBIERNO

### 2.3.2.1 Ecuación de balance de masa

Aplicando variables instantáneas, las ecuaciones de balance de masa por unidad de volumen pueden expresarse como:

Para flujo:

$$\frac{\partial}{\partial t}\{\partial(1-c)\} + \frac{\partial}{\partial x_i}\{p(1-c)u_{f,i}\} = 0 \quad (2.3-2)$$

Para sedimento:

$$\frac{\partial}{\partial t}\{\rho_s c\} + \frac{\partial}{\partial x_i}\{p_s c u_{s,i}\} = 0 \quad (2.3-3)$$

$c =$	concentración del volumen de sedimentos local	(-)
$u_f =$	velocidad local del fluido	(m/s)
$v_f =$	velocidad local del sedimento	(m/s)
$\rho =$	densidad del fluido	(kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_s =$	densidad del sedimento	(kg/m <sup>3</sup> )
$x =$	coordenada espacial	(m)
$t =$	tiempo	(s)

El efecto de la turbulencia se incluye con la metodología de Reynolds

$$u = \bar{u} + u' \quad (2.3-4)$$

$$c = \bar{c} + c' \quad (2.3-5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.3-4) y (2.3-5) en (2.3-2) y (2.3-3), promediando sobre el tiempo y asumiendo que la densidad del flujo del sedimento son constantes, resulta:

Para flujo:

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-c) + \frac{\partial}{\partial x_i}\{(1-c)\bar{u}_{f,i} - \overline{c'u'_{f,i}}\} = 0 \quad (2.3-6)$$

Para sedimento:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x_i}\{\bar{c}\bar{u}_{s,i} - \overline{c'u'_{s,i}}\} = 0 \quad (2.3-7)$$

Asumiendo que la velocidad del sedimento es igual a la velocidad del flujo, exceptuando de la vertical que en este caso se considera igual que la velocidad de caída de las partículas de sedimento ( $w_s$ ), así:

$$\bar{u}_{s,i} = \bar{u}_{f,i} - w_s \delta_i \quad (\delta_x = \delta_y = 0, \delta_z = 1) \quad (2.3-8)$$

El concepto de viscosidad de remolino es aplicado para representar el transporte de componentes inducido por la turbulencia. Los coeficientes que expresan la transferencia del momento del flujo y masa de sedimentos son llamados de marea sencilla, coeficientes de mezclado para flujo de sedimentos:

$$\overline{c'u'_{f,i}} = -\varepsilon_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \quad (2.3-9)$$

$$\overline{c'u'_{s,i}} = -\varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \quad (2.3-10)$$

donde

$$\varepsilon_f = \text{coeficiente de mezclado de flujo} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

$$\varepsilon_s = \text{coeficiente de mezclado de sedimento} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.3-8), (2.3-9) y (2.3-10) en (2.3-6) y (2.3-7) se tiene que:

Para flujo:

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-c) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ (1-c)\bar{u}_{f,i} + \varepsilon_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \right\} = 0 \quad (2.3-11)$$

Para sedimento:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \bar{c}(\bar{u}_{f,i} - w_s \delta_i) - \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \right\} = 0 \quad (2.3-12)$$

En el plano formulado por los ejes x-z, entonces la ecuación de balance de masa queda como:

Para flujo:

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-c) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (1-\bar{c})\bar{u} + \varepsilon_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1-\bar{c})\bar{w} + \varepsilon_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.3-13)$$

Para sedimento:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{c}\bar{u} - \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \bar{c}(\bar{w} - w_s) - \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} = 0 \quad (2.3-14)$$

donde

$z$  = coordenada vertical

$\bar{u}$  = velocidad del flujo en dirección de  $x$

$\bar{w}$  = velocidad del flujo en dirección de  $z$

Para una condición de flujo uniforme  $\left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0, \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = 0, \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0, \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = 0 \right)$ , las ecuaciones de flujo y sedimento se reducen a:

Para flujo:

$$(1-c) + \bar{w} + \varepsilon_f \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-15)$$

Para sedimento:

$$\bar{c}(\bar{w} - \bar{w}_s) - \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-16)$$

Suprimiendo la componente local de velocidad ( $\bar{w}$ ),

$$(1-\bar{c})\bar{c}\bar{w}_s + \left\{ \varepsilon_s + \bar{c}(\varepsilon_f - \varepsilon_c) \right\} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-17)$$

La ecuación (2.3-17) fue presentada por primera vez por Hallaron (1949) y posteriormente por Hunt (1954), la cual representa el perfil de equilibrio de concentración de sedimentos.

Introduciendo la ecuación de balance de masa para flujo vertical se asume que el flujo y los coeficientes de mezclado son aproximadamente igual, para partículas finas de sedimentos, ( $\varepsilon_f \approx \varepsilon_s$ ), es decir:

$$(1-\bar{c})\bar{c}\bar{w}_s + \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-18)$$

La misma ecuación (2.3-18) se puede expresar como:

$$\bar{c}w_{s,eff} + \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-19)$$

donde

$$\bar{c}w_{s,eff} = (1 - \bar{c})w_s = \text{velocidad de caída efectiva} \quad (\text{m/s})$$

Experimentos hechos por Richardson & Kaki (1954) demostraron que la velocidad de caída no es sólo afectada por el flujo ascendente sino también por el choque entre partículas, la turbulencia y la modificación de los coeficientes de arrastre, este efecto también conocido como *overall* puede representarse como:

$$\bar{c}w_{s,eff} = (1 - \bar{c})^{-\alpha} w_s \quad (2.3-20)$$

donde

$w_s$  = velocidad de caída en agua clara

$\alpha$  = coeficiente ( $\approx 4$  a  $5$  para partículas de sedimento entre  $50$  y  $500 \mu\text{m}$ )

La influencia de las partículas de sedimento sobre las características de la turbulencia, se convierte en un amortiguamiento de la turbulencia y una reducción en la deficiencia de los coeficientes de mezclado en concentraciones menores ( $1 - \bar{c} \approx 1$ ) de ahí que la ecuación (2.3-19) se pueda simplificar en:

$$\bar{c}w_s + \varepsilon_s \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (2.3-21)$$

### 2.3.2.2 Ecuación de balance de momento

Para representar las modificaciones del coeficiente de mezclado y por lo tanto los perfiles de velocidad del fluido aún con partículas de sedimentos suspendidas, el balance de *momentum*, para flujo de sedimentos mezclado, considera que la velocidad del flujo de sedimentos en la vertical es igual a la velocidad de caída del material (Rouse 1937, Hunt 1954).

El balance de cantidad de movimiento para flujo de sedimentos está gobernada por la ecuación

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m u_{m,i}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_m u_{m,i} u_{m,j}) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_m) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\tau_{m,ij}^v) + \rho_m g \delta_i \quad (2.3-22)$$

donde

$\rho_m = \rho(1 - c) + \rho_c$  = densidad del flujo de sedimento mezclado ( $\text{kg/m}^3$ )

$u_{m,i} = u_{f,i} - w_s \delta_i$  = velocidad local del flujo de sedimento mezclado ( $\text{m/s}$ )

$p_m$  = presión local ( $\text{N/m}^2$ )

$\tau_{m,ij}$  = esfuerzo cortante de la viscosidad local (N/m<sup>2</sup>)

$g$  = aceleración de la gravedad (m/s<sup>2</sup>)

El esfuerzo cortante viscoso junto con el deslizamiento intergranular producido por la interacción de las partículas esta representada por:

$\mu_m = \mu_0 (1 + \alpha_1 c)^{\alpha_2}$  = coeficiente de viscosidad dinámica del flujo modificado por la presencia de partículas (kg/sm)

$\alpha_1, \alpha_2$  = coeficientes adimensionales.

Por lo anterior se considera que los esfuerzos cortantes viscosos cercanos al fondo, pueden llegar a ser importantes debido al incremento de la viscosidad.

Los efectos de turbulencia se incorporan aplicando la metodología de Reynolds, como se muestra a continuación:

$$u_{m,i} = \bar{u}_{m,i} + u'_{m,i} \quad (2.3-23)$$

$$p_m = \bar{p}_m + p'_m \quad (2.3-24)$$

$$P_m = \bar{P}_m + P'_m \quad (2.3-25)$$

Sustituyendo (2.3-23), (2.3-24) y (2.3-25) en la ecuación (2.3-22) y promediando en la vertical tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho_m u_{m,i}}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho_m u_{m,i} u_{m,j}}) = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho_m}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\tau_{m,ij}^v} + \overline{\tau_{m,ij}^t}) + \overline{\rho_m} g \delta_i \quad (2.3-26)$$

donde

$$\overline{\tau_{m,ij}^v} = \overline{\mu_m} \left( \frac{\partial \bar{u}_{m,i}}{\partial x_j} \right) = \text{esfuerzo cortante viscoso (N/m}^2\text{)}$$

$$\overline{\tau_{m,ij}^t} = -\overline{\rho_m u_{m,i} u_{m,j}} - \overline{u_{m,j} \rho_m u_{m,i}} - \overline{u_{m,j} \rho_m u_{m,i}} = \text{turbulencia efectiva relativa al esfuerzo cortante (i} \neq \text{j) (N/m}^2\text{)}.$$

$$\overline{\rho_m} = \rho (1 - \bar{c}) + \rho_c \bar{c} = \text{densidad promedio de la mezcla (kg/m}^3\text{)}$$

$$\overline{\mu_m} = \mu_0 (1 + \alpha_1 \bar{c})^{\alpha_2} = \text{viscosidad dinámica de la mezcla (kg/sm)}$$

$$\rho'_m = (\rho_s - \rho) c' = \text{fluctuación de la densidad de la mezcla (kg/m}^3\text{)}$$

Derivando la ecuación (2.3-26) los siguientes términos pueden considerarse despreciables:

Fluctuaciones dependientes del tiempo  $\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho'_m u'_{m,i}})$

Variaciones de términos de esfuerzo cortante viscoso.

Triplas variaciones de términos de esfuerzo cortante  $\overline{\rho'_m u'_{m,i} u'_{m,j}}$

Turbulencia debida a presión  $\overline{p'_m u'_{m,i} u'_{m,j}}$

Turbulencia inducida por los esfuerzos cortantes  $(\overline{\tau'_m})$  es representada por (i≠j):

$$\overline{\tau'_{m,ij}} = -(\rho - \rho_i + \rho_s \bar{c}) \varepsilon_f \frac{\partial \bar{u}_{m,i}}{\partial x_j} - (\rho_s - \rho) \varepsilon_s \bar{u}_{m,i} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \quad (2.3-27)$$

sobre el plano x-z (con la velocidad u y w) la ecuación (2.3-26) queda:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho_m u}) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho_m u^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho_m u w}) = -\frac{\partial \bar{p}_m}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\tau'_{m,xz}} + \overline{\tau'_{m,zx}}) \quad (2.3-28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho_m w}) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho_m u w}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho_m w^2}) = -\frac{\partial \bar{p}_m}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\tau'_{m,xz}} + \overline{\tau'_{m,zx}}) + \bar{\rho} mg \quad (2.3-29)$$

donde

$$\overline{\tau'_{m,xz}} = \overline{\tau'_{m,zx}} = \bar{\mu}_m \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \quad (2.3-30)$$

$$\overline{\tau'_{m,zx}} = \overline{\tau'_{m,xz}} = -(\rho - \rho \bar{c} + \rho_s - \rho \bar{c}) (\varepsilon_f) \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) - (\rho_s - \rho) (\varepsilon_s) \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) \quad (2.3-31)$$

Con las ecuaciones (2.3-13), (2.3-14), (2.3-28) y (2.3-29) definimos un sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas siendo estas;  $\bar{c}, \bar{u}, \bar{w}, \bar{p}_m$  y  $\varepsilon$ , con relación de la eficiencia del coeficiente local de mezclado, en la aplicación de las variables en un modelo de longitud simple de mezclado o en la aplicación de un modelo de solución tipo  $k-\varepsilon$  (incluyendo los términos para fase sólida), el sistema puede solucionarse usando las adecuadas condiciones de frontera.

### 2.3.3 TRANSPORTE DE SEDIMENTOS POR FONDO

El transporte de sedimentos de las partículas en el flujo puede ser por fondo o por suspensión, esto depende del tamaño de sedimento y las condiciones de flujo. El sedimento suspendido se puede definir por la cantidad de material en suspensión contenida en promedio en el flujo. En la realidad no existe una diferencia entre transporte por fondo y

suspensión, pero esta división es necesaria para poder hacer el cálculo de cada uno de ellos, por ejemplo el transporte por fondo se puede presentar en:

- rodamiento
- saltación
- partículas suspendidas en movimiento.

Cuando el valor del esfuerzo cortante en el fondo excede el valor crítico de inicio de movimiento, las partículas pueden empezar a rodar o rodar u deslizarse o ambas, en continuo contacto con el fondo. Por el incremento existente de la velocidad al cortante en el fondo, las partículas pueden ser movidas a lo largo del fondo por, más o menos saltos regulares, llamados saltaciones.

Cuando el valor del esfuerzo cortante en el fondo excede la velocidad de caída de las partículas, estas pueden ser levantadas por el flujo a un nivel donde la turbulencia de la corriente provoca que queden en suspensión.

Usualmente, el transporte en de partículas en rodamiento, deslizándose o saltando es llamado transporte en fondo. Por ejemplo Bagnold (1956), define el transporte de sedimentos en fondo como el contacto sucesivo de partículas con el fondo y estrictamente limitado por el efecto de la gravedad, mientras el transporte en suspensión es definido como el exceso de tamaño de las partículas soportadas por la sucesión aleatoria de acarreo producidos en la corriente por la turbulencia de remolino.

Einstein (1950), sin embargo, existen algunas diferencias Einstein define el transporte por fondo como el transporte de partículas en una capa delgada de diámetro de 2 partículas justo por encima del fondo por deslizamiento, rodamiento y algunas veces haciendo saltos con una distancia longitudinal de algunos diámetros de partícula, además la capa de transporte por fondo es considerada también como de mezclado, pero con un menor grado de turbulencia que no influye en las partículas, debido a esto es imposible que las partículas en suspensión este en la capa de transporte por fondo.

Einstein asume que la distancia promedio de viaje por algunas partículas en transporte por fondo es constante de 100 partículas de diámetro, independientemente de las condiciones de flujo, tasa de transporte y composición de fondo. Desde el punto de vista de Einstein, las partículas en saltación están en suspensión, por que la longitud de los saltos la considera más larga que el diámetro de algunos granos. Esta consideración es seguida por autores posteriores como Engelund y Fredsøe (1976).

Se puede considerar al transporte por fondo como el transporte de partículas por rodamiento y saltación a lo largo de la superficie del fondo. La tasa de transporte ( $s_b$ ) es definida a través de la velocidad de las partícula ( $u_b$ ), la longitud de saltación ( $\delta_b$ ) y la concentración del lodo en el fondo ( $c_b$ ), resultan en:

$$s_b = u_b \delta_b c_b \quad (2.3-32)$$

Basado en una simulación numérica de las ecuaciones de movimiento para la saltación de partículas y de datos experimentales, se han generado nuevas relaciones que han sido propuestas para el cálculo de la saltación ( $(\delta_b)$ ), la velocidad de las partículas ( $(u_b)$ ) y la concentración del lodo de fondo ( $(c_b)$ ), siendo:

$$\delta_b = 0.3d_{50}D_*^{0.7}T^{0.5} \quad (2.3-33)$$

$$u_b = 1.5(\Delta g d_{50})^{0.5} T^{0.6} \quad (2.3-34)$$

$$c_b = 0.11D_*^{-1}T \quad (2.3-35)$$

donde

$$D_* = d_{50} \left( \frac{\Delta y}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \text{diámetro de las partículas (-)}$$

$$T = \frac{(u_*')^2 - (u_{*,cr})^2}{(u_{*,cr})^2} = \text{parámetro de transporte}$$

$$u_*' = \left( \frac{\sqrt{g}}{c'} \right) \bar{u} = \text{velocidad por esfuerzo crítico de fondo (Shields)}$$

$$\Delta = \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} = \text{densidad relativa}$$

$$c' = 18 \log \left( \frac{12h}{3d_{90}} \right) = \text{coeficiente de Chèzy de la arena } \left( \frac{\sqrt{m}}{s} \right)$$

$\bar{u}$  = velocidad promedio en la vertical

$\nu$  = coeficiente de viscosidad cinemática

$g$  = aceleración de la gravedad.

Sustituyendo (2.3-33), (2.3-34) y (2.3-35) en (2.3-32);

$$S_b = 0.053(\Delta g)^{0.5} d_{90}^{1.5} D_*^{-0.3} T^{2.2} \quad (2.3-36)$$

en donde

$s_b$  = tasa de transporte de sedimentos por fondo ( $m^2/s$ )

Esta última ecuación, (2.3-36) es válida para diámetros de partículas entre 200 y 600  $\mu m$ .

### 2.3.4 TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN SUSPENSIÓN

El transporte de sedimentos en suspensión es descrito por los términos de concentración del perfil de equilibrio ( $c_e$ ) y la velocidad logarítmica ( $\bar{u}$ ), después de la multiplicación e integración.

$$S_{s,e} = \int_a^b u c_e dz \quad (2.3-37)$$

$S_{s,e}$  = Transporte de sedimentos es suspensión ( $m^2/s$ )

$h$  = profundidad

$a$  = nivel de referencia

$z$  = profundidad a partir del fondo

El perfil de concentración de equilibrio se representa como:

$$W_{s,m} + \varepsilon_s \frac{dc}{dz} = 0 \quad (2.3-38)$$

donde

$W_{s,m}$  = velocidad de caída efectiva de las partículas de sedimento mezclado ( $m/s$ )

$\varepsilon_s$  = coeficientes de mezclado de sedimentos ( $m^2/s$ )

La velocidad de caída se ve afectada por la mezcla, la cual se puede considerar como:

$$W_{s,m} = (1 - c)^\alpha w_s \quad (2.3-39)$$

donde

$w_s$  = velocidad de caída de sedimentos en agua clara ( $m/s$ )

$\alpha$  = coeficientes  $\approx 5$  para partículas en el rango de 400 a 500  $\mu m$ .

Los coeficientes de mezclado, usualmente se pueden representar con una distribución parabólica en el tirante de agua.

$$\varepsilon_f = \frac{z}{h} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) k u_* h \quad (2.3-40)$$

esta es una constante parabólica que ha dado mejores resultados, para la descripción de la concentración del perfil cerca del nivel de superficie Leo van Rijn (1987).

$$\varepsilon_f = 4 \frac{z}{h} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \varepsilon_{f \max} \quad \text{para } \frac{z}{h} < 0.5 \quad (2.3-41)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{f \max} = 0.25 \kappa u_* h \quad \text{para } \frac{z}{h} > 0.5 \quad (2.3-42)$$

El coeficiente de mezclado de sedimentos es función de las condiciones del flujo y se puede expresar de la siguiente manera:

$$\varepsilon_s = \beta \Phi \varepsilon_f \quad (2.3-43)$$

el factor beta describe la diferencia en la difusión de las partículas discretas y la difusión de las partículas en la corriente que se asume como constante el promedio en todo el perfil de velocidades.

Según Coleman (1970) en ese sentido la siguiente propuesta es valida:

$$\beta = 1 + 2 \left( \frac{w_s}{u_*} \right)^2 \quad \text{para } 0.1 < \frac{w_s}{u_*} < 1 \quad (2.3-44)$$

El facto  $\Phi$  expresa la influencia de las partículas de sedimento sobre la estructura de la turbulencia en flujo, por lo que se asume la dependencia sobre la concentración del sedimento local.

$$\Phi = 1 + \left( \frac{c}{c_0} \right)^{0.8} - 2 \left( \frac{c}{c_0} \right)^{0.4} \quad (2.3-45)$$

$c_0 = 0.65 =$  máximo volumen de concentración (-).

Para concentraciones menores que 2 500 mg/l ( $c \ll 0,001$ ) el factor esta en el rango de 0,9 a 1 y puede ser despreciado.

Aplicando  $\varepsilon_s$  y asumiendo una concentración de sedimentos débil ( $w_{s,m} = w_s$  y  $\Phi = 1$ ) el perfil de concentración de sedimentos. Integrando la ecuación de concentración, se tiene:

$$\frac{c}{c_{a,e}} = \left[ \left( \frac{a}{z} \right) \left( \frac{h-z}{h-a} \right) \right]^z \quad \text{para } \frac{z}{h} < 0.5 \quad (2.3-46)$$

$$\frac{c}{c_{a,e}} = \left( \frac{a}{h-a} \right)^z (e)^{-4z \left( \frac{z}{h-0.5} \right)} \quad \text{para } \frac{z}{h} \geq 0.5 \quad (2.3-47)$$

donde

$$z = \frac{w_s}{(\beta k u_*')} = \text{parámetro de suspensión}$$

$c_{a,e}$  = concentración de equilibrio (plano de referencia).

El perfil de concentración de sedimentos en equilibrio se puede calcular cuando se conoce la concentración de referencia, para ello se proponen las siguientes expresiones:

$$c_{a,e} = 0.015 \frac{d_{50}}{a} \frac{T^{1.5}}{D_*^{0.3}} \quad (2.3-48)$$

Siendo válido en el rango de 100 a 500  $\mu\text{m}$ , con  $z = a$ .

### 2.3.5 RUGOSIDAD DEL FONDO

La principal dificultad para caracterizar las formas de fondo es que dependen de las condiciones de flujo y de las tasas de transporte de sedimentos. Para la predicción de las formas de fondo es necesario conocer la relación entre las características de las formas de fondo, la rugosidad del fondo y las condiciones de flujo basado en un estudio presentado por C. Van Rijn (1984). La siguiente expresión se utiliza para el cálculo de dunas:

$$\frac{\Delta b}{h} = 0.11 \left( \frac{d_{50}}{h} \right)^{0.3} (1 - e^{-0.5T}) (25 - T) \quad (2.3-49)$$

$$\lambda_b = 7.3h \quad (2.3-50)$$

donde

$\Delta_b$  = altura de la duna

$\lambda_b$  = longitud de la duna

El tamaño de la rugosidad efectiva ( $k_s$ ) de la forma de fondo se ha expresado como:

$$k_s = 3d_{90} + 1.1\Delta_b \left( 1 - e^{-\frac{25\Delta_b}{\lambda_b}} \right) \quad (2.3-51)$$

## 2.4 MODELO DE EVOLUCIÓN DE LÍNEA DE COSTA

### 2.4.1 INTRODUCCIÓN

Para determinar la evolución de la línea de costa en el frente costero de la zona de estudio se considera el módulo conocido como LITLINE del sistema computacional LITPACK, desarrollado por el Instituto Danés de Hidráulica (Danish Hydraulic Institute, DHI)

Este módulo calcula la evolución de la línea de costa, a partir de una configuración inicial y bajo la acción de un régimen de oleaje incidente en el sitio (clima de oleaje). Este último lo considera el modelo como una serie de tiempo que se obtiene con la transformación del clima de oleaje, mediante el programa asociado denominado LITCONV.

LITLINE se basa en la teoría lineal del oleaje con ligeras modificaciones, en la cual se supone que un perfil transversal a la playa permanece sin cambios durante el proceso de erosión / depósito. Por tanto, la morfología de la costa queda descrita únicamente por la posición de la línea de costa (dirección transversal) y el perfil costero en una cierta posición a lo largo de la costa.

Su aplicación requiere del programa asociado LINTABL, el cual calcula y tabula tasas de transporte en función del nivel del agua, el periodo, altura y dirección del oleaje con respecto a la normal a la línea de costa.

El transporte de sedimentos puede calcularse para diferentes perfiles a lo largo de la costa, considerando básicamente cuatro tipos de estructuras costeras, así como fuentes y sumideros de sedimento.

### 2.4.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 2.4.2.1 Sistema de referencia

Los cálculos que realiza LITLINE están orientados de acuerdo a un sistema coordinado en donde el eje  $x$  es una línea base paralela a la línea de costa y el eje  $y$  es perpendicular al eje  $x$  con dirección hacia mar adentro. Por tanto, se puede definir una línea de costa  $y_c(x)$ , que es la distancia desde la línea base hasta la línea de playa, perpendicular al eje  $x$  para  $n$  puntos sobre ésta. La Figura 2.4-1 esquematiza el sistema de referencia en el cual se basa el módulo LITLINE.

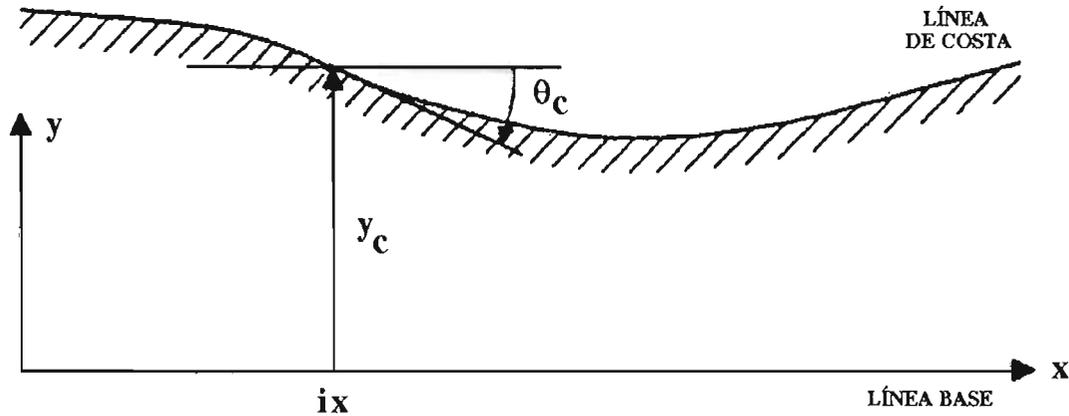


Figura 2.4-1 Sistema de coordenadas en LITLINE

#### 2.4.2.2 Ecuación de continuidad del sedimento

El módulo LITLINE está basado en la ecuación de continuidad de sedimento, la cual se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial y_c(x)}{\partial t} = -\frac{1}{h_{act}(x)} \frac{\partial Q(x)}{\partial x} + \frac{Q_{sou}(x)}{h_{act}(x)\Delta x} \quad (2.4-1)$$

donde

$y_c(x)$	distancia de la línea de playa desde la línea base
$t$	tiempo
$h_{act}(x)$	altura activa del perfil perpendicular de la playa
$Q(x)$	volumen del transporte de sedimentos a lo largo de la línea de playa
$x$	posición a lo largo de la línea de playa
$\Delta x$	incrementos sobre el eje $x$
$Q_{sou}(x)$	fuelle o sumidero de sedimentos expresado en volumen / $\Delta x$

$h_{act}(x)$  y  $Q_{sou}(x)$  se determinan externamente, mientras que el transporte de sedimentos a lo largo de la playa  $Q(x)$  puede obtenerse de las tablas correspondientes y/o calculado con base en las condiciones hidrodinámicas.  $\Delta x$  es dato de entrada, mientras que  $\Delta t$  se determina en base a un criterio de estabilidad. Para determinar la evolución de una línea de playa inicial después de un cierto tiempo,  $t$ , la ecuación (2.4-1) se resuelve utilizando el esquema implícito de Cranck-Nicholson.

#### 2.4.2.3 Diagrama de flujo

A continuación se muestra un esquema simplificado del proceso que sigue LITLINE. Gran parte de él lo constituye la determinación del transporte de sedimentos  $Q(x)$ , ya que requiere mucho tiempo de codificación y de máquina (Figura 2.4-2).

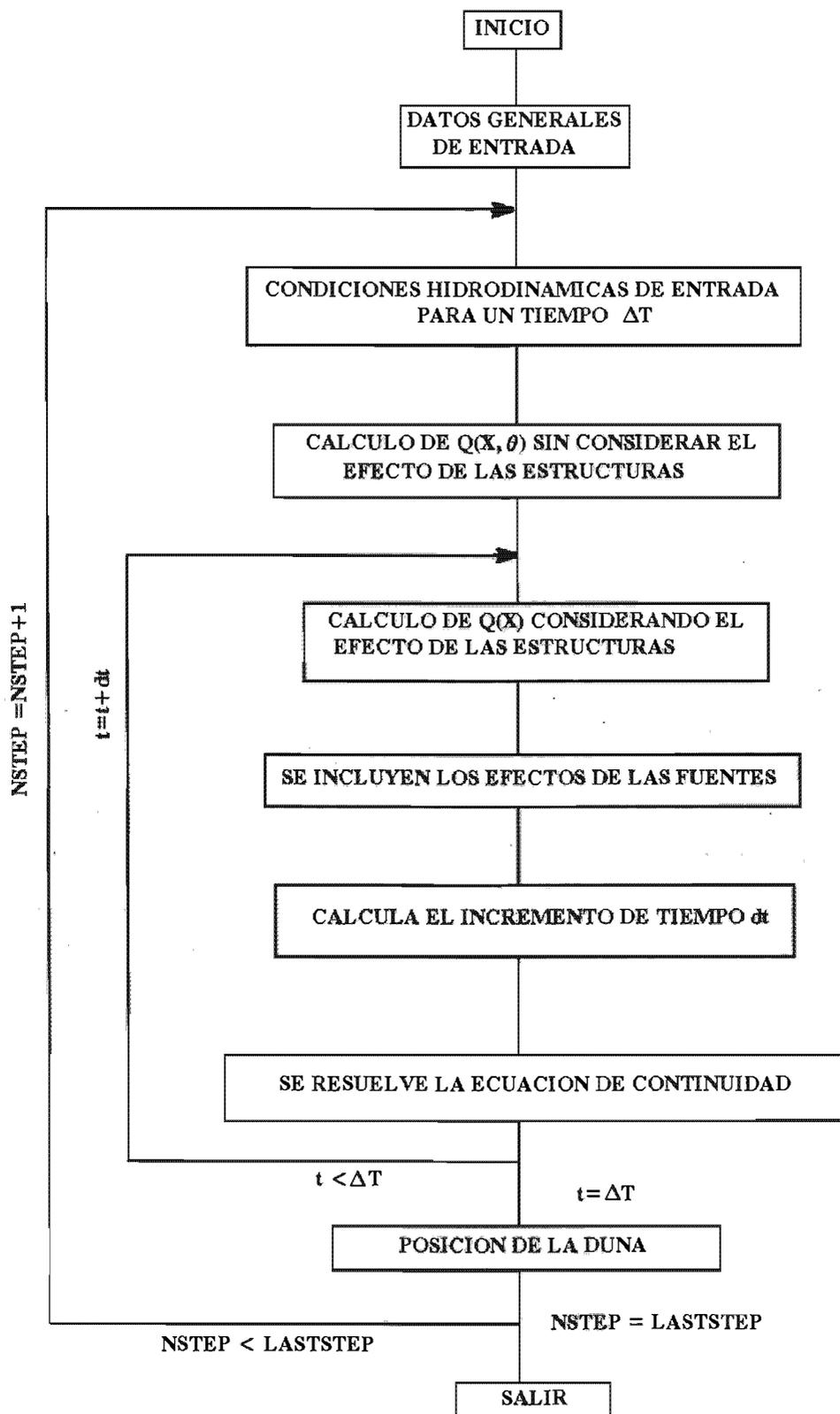


Figura 2.4-2 Diagrama de flujo para el módulo LITLINE

#### 2.4.2.4 Modificación de las tablas de transporte

El gasto del transporte de sedimentos es función del clima marítimo, de las corrientes, del perfil transversal a la playa, de las propiedades del sedimento y de la orientación de la costa (ángulo formado por el oleaje y la normal a la línea de costa).

El gasto total de sedimentos y su distribución en el perfil transversal, se calcula y guarda en tablas generadas en forma previa a la ejecución de LITLINE. Para determinar el gasto de sedimentos y su distribución bajo ciertas condiciones, se realiza la interpolación entre valores contenidos en dichas tablas del nivel del agua, pendiente de la superficie, corrientes locales, periodo, altura y ángulo de la ola en la zona de rompiente. Generalmente, el ángulo del oleaje y la altura de la ola en rompiente son los parámetros más importantes.

Una estructura como un espigón largo o un espigón corto, ocasionaría depósito con el consiguiente cambio en la orientación de la línea de costa en el lado iluminado. En dirección de la costa, en la zona de la profundidad activa;  $D_{act}$ , se supone que los contornos de profundidad siguen la orientación local de la costa.

Además, las corrientes litorales y el transporte de sedimentos se supone que están en equilibrio local con las fuerzas de arrastre, principalmente por los esfuerzos de radiación debidos al rompimiento de la ola, ya que dichos esfuerzos dependen del ángulo de la ola en la rompiente.

Si la longitud transversal de la estructura es pequeña en comparación con el ancho de la zona de rompiente, la suposición arriba mencionada del equilibrio local entre la orientación de la línea de costa y las tasas de transporte pueden ocasionar que se sobrestime severamente el efecto de bloqueo del espigón.

Una forma de evitar este efecto es modificar las tablas de transporte, únicamente para incluir el transporte que ocurre aguas arriba de cierta posición perpendicular a la línea de playa. Todo el transporte fuera de la playa y a una distancia específica, se omite en las tablas que contienen las tasas de transporte total, así como de las que contienen la distribución de transporte perpendicular a la línea de playa. Debe tenerse precaución cuando las tablas de transporte se modifican, ya que los cambios en la orientación general de la línea de costa se subestimarán, pues los cambios en las tasas de transporte se consideran para toda la línea de costa.

#### 2.4.2.5 Cálculo de $Q(x, \theta)$

El clima marítimo, representado por los siguientes parámetros, se supone que permanece constante durante  $\Delta t$ :

T	Periodo de ola
$h_0$	Altura de ola a una profundidad de referencia (para oleaje irregular, $h_{rms}$ )
$\alpha_0$	Ángulo de incidencia

wl Nivel del agua  
 $V_c$  Velocidad de la corriente

El incremento de tiempo  $\Delta t$  es variable y se especifica junto con el clima marítimo;  $V_c$  es función de las corrientes locales y se especifica para un cierto perfil de playa y posición correspondientes a una profundidad y rugosidad del lecho marino dadas. Esta información es transformada en una cierta pendiente de la superficie.

El clima marítimo puede variar a lo largo de la costa, por lo que el transporte total de sedimentos  $Q$  se determina en función de su posición a lo largo de la playa y de la orientación de la línea de costa local.

Para dar una cierta posición en la costa  $x_{cal}$ , la ola es refractada y por ello la línea de rompiente cambia. La refracción se calcula según la ley de Snell, es decir:

$$\text{sen}(\alpha_2) = \frac{L_2}{L_1} \text{sen}(\alpha_1) \quad (2.4-2)$$

donde:  $\alpha_1$ ,  $L_1$ , y  $\alpha_2$  y  $L_2$  son el ángulo y la longitud de onda en la posición 1, a la profundidad  $D_1$  y en la posición 2 con profundidad  $D_2$ , respectivamente. La ley de Snell supone que en la profundidad los contornos son rectos y paralelos. Los cálculos se basan en suponer que el flujo de energía se conserva a lo largo de las ondas ortogonales, resultando:

$$h_2 = h_1 \sqrt{\frac{\cos(\alpha_1)(1+G_1)\tanh(k_1D_1)}{\cos(\alpha_2)(1+G_2)\tanh(k_2D_2)}} \quad (2.4-3)$$

donde  $k$  es el número de onda definido como:

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (2.4-4)$$

y  $G$  está dado por:

$$G = \frac{2kD}{\sinh(2kD)} \quad (2.4-5)$$

Los dos pasos de refracción / someramiento que se relacionan para conducir las olas de la profundidad de referencia a la zona de rompiente son:

1. De la profundidad de referencia  $D_{ref}$  a la profundidad límite de los contornos mar afuera  $D_{offshore}$  utilizando la orientación de los contornos. La orientación de los contornos mar adentro es función únicamente de  $x$  y permanece constante en el tiempo. Si dichos contornos están definidos por su posición, su orientación mar adentro se calcula internamente.

2. Desde la profundidad  $D_{\text{offshore}}$ , la ola se refracta y sufre un efecto de someramiento, hasta que la condición de rompiente  $h / D = 0,8$  se satisface. En este rango, la orientación de los contornos a profundidad está determinada por la orientación local de la línea de costa  $\theta$ . Esto produce la altura de ola  $h_b$  y el ángulo entre la línea de costa normal y la oleaje incidente en la rompiente  $\alpha_b$ .

Los valores de los parámetros de oleaje en la rompiente, son usados para interpolar en las tablas de transporte de sedimento previamente generadas, determinando así el transporte local total  $Q$  a lo largo de la costa, el cual es función de su posición a lo largo de la costa y de la orientación local de la línea de costa.

Para cada valor de  $x_{cal}$  se repite el paso 2, por ejemplo, 10 diferentes valores de  $\theta$  dan por resultado una relación discreta  $Q(x_{cal}, \theta)$ .

De acuerdo con el modelo de Battjes y Jansen, para oleaje irregular y en rompiente, la altura de ola cuadrática media ( $h_{\text{rms}}$ ) debe usarse como dato de entrada. Esto significa que se realiza en forma similar con la misma condición de rompiente  $h / d = 0,8$  al generar las tablas en LINTABL. El cálculo del transporte total y el transporte perpendicular a la playa en LINTABL, se basa en la distribución total de la altura de ola; y  $h_{\text{rms}}$  es solamente un parámetro de referencia en las tablas.

Si se especifican diferentes tablas de transporte en la dirección longitudinal a la playa (por ejemplo, debidas a los diferentes contornos perpendiculares a la playa o variaciones de las propiedades de sedimentos), la capacidad de transporte para cada valor de  $\theta$  se calcula por interpolación lineal en la dirección  $x$  entre los valores correspondientes de la tabla más cercana en ambos lados de  $x_{cal}$ .

$Q(x_{cal}, \theta)$  es calculado para un número de puntos  $x_{cal}$  determinados por:

- Designación del usuario
- Posiciones donde las tablas de transporte están especificadas
- Posiciones cercanas a un espigón
- Cambio máximo en la orientación de la línea de costa  $\theta_{coa}$  entre dos valores de  $x_{cal}$  no debe exceder un cierto valor especificado.

Los demás valores de  $x$ ,  $Q(x, \theta)$  se determinan mediante una interpolación lineal para obtener la relación  $(Q - \theta)$  en un rango completo de  $x$ . El transporte longitudinal de sedimentos  $Q(x)$  para las posiciones de  $x$  que no están influenciadas por ninguna estructura, puede determinarse por interpolación en la relación  $Q(x, \theta)$  basada en la orientación de la línea de costa local  $\theta_{coa}(x)$ .

#### 2.4.2.6 Estructuras

Las estructuras ubicadas en la zona costera, generalmente causan cambios en el ángulo y altura de la ola en rompiente, lo que conduce a tener alteraciones en el transporte de sedimentos. Para cada tipo de estructura existen limitaciones en la capacidad del modelo, en el cual no están incluidos todos los efectos y la evaluación de los resultados requiere un buen entendimiento tanto del mecanismo de los procesos físicos así como de la modelación.

LITLINE incluye los siguientes tipos de estructuras:

*Rompeolas.* Estos se localizan básicamente separados de la línea de costa y los cálculos de difracción se realizan alrededor de los extremos.

*Muros.* Se localizan sobre la línea de costa o Tierra adentro e impiden la erosión más allá de su ubicación en la costa, pero la profundidad frente a él se puede incrementar hasta cierto porcentaje de  $D_{act}$ .

*Espigones.* Son estructuras perpendiculares a la playa y se extienden en dirección mar adentro y perpendicular a la playa; con ellas se altera sensiblemente el equilibrio de la playa, ya que bloquean el transporte longitudinal del sedimento.

#### 2.4.2.7 Fuentes o sumideros

Una fuente o sumidero de sedimento en LITLINE, se usa para simular por ejemplo, la descarga de sedimento proveniente de ríos. En el modelo se pueden incluir dos tipos fuentes:

Los puntos fuente son referidos a una posición específica, sobre la línea de costa "IS", con un cierto porcentaje de descarga  $Q_p$ . Las fuentes puntuales pueden ser usadas típicamente para simular la descarga de un río. Sucede lo contrario con los sumideros.

Las fuentes distribuidas están asociadas a un tramo de la línea de costa, desde  $IS_{start}$ , hasta  $IS_{end}$ , con una descarga total  $Q_d$ .

#### *Distribución en la dirección longitudinal de la línea de costa*

Para evitar grandes discontinuidades en  $Q_s(x)$ , la descarga de sedimentos de las fuentes puntuales se distribuye a la posición especificada "IS" de la fuente y los puntos vecinos, de acuerdo con la Figura 2.4-3 (a). La descarga de sedimento correspondiente a una fuente se distribuye suavemente a lo largo de la longitud de la fuente, Figura 2.4-3 (b).

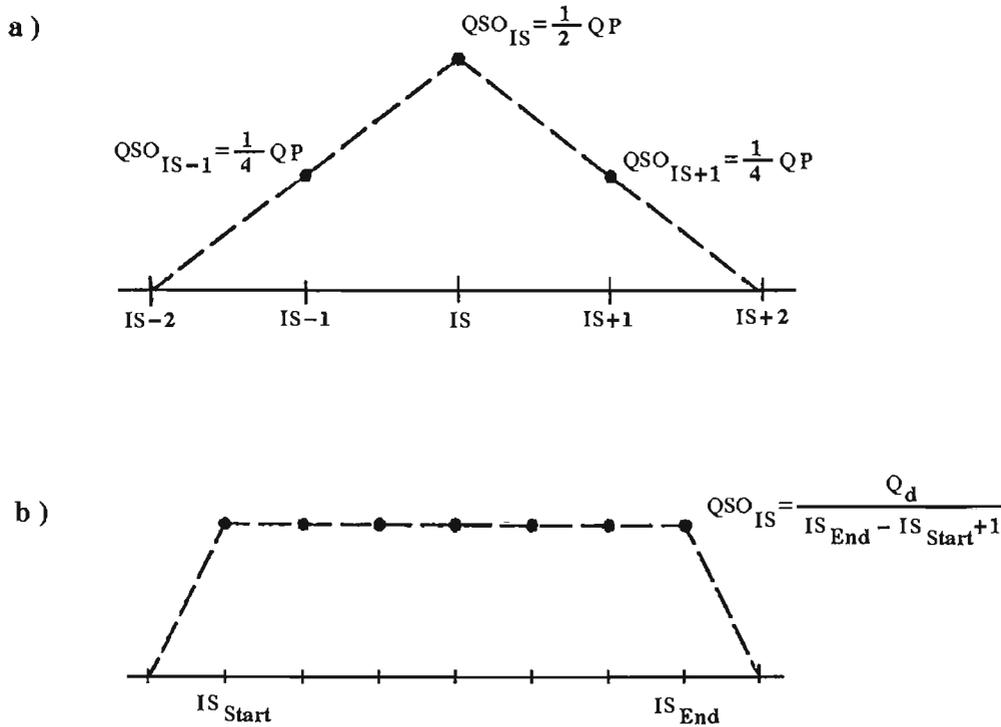


Figura 2.4-3 Distribución del gasto de sedimento de a) fuente puntual y b) fuente distribuida

**Fuentes en el modelo**

Para incluir las fuentes en los cálculos, se deben especificar series de tiempo desde un inicio, las cuales deberán describir la capacidad de la (s) fuente (s) QS, para un tiempo dado.

Cada fuente sobre la línea de costa se define por su posición IS, y por un número, el cual refiere un cierto arreglo de elementos en el archivo de las series de tiempo.

Debe notarse que los porcentajes de descarga están dados por volúmenes porosos, es decir, que toman en cuenta la porosidad del sedimento.

Excepto por la distribución en los puntos vecinos, no se incluye la difusión para las fuentes. La liga entre la orientación local de la línea de costa y el transporte longitudinal es el único mecanismo responsable de la moderación de los efectos de las fuentes de sedimento.

La relación  $(Q-\theta)$  detrás de un rompeolas es menos importante, y el modelo no está diseñado para incluir las fuentes en esta región.

2.4.2.8 *Altura activa en la ecuación de continuidad*

El módulo LITLINE está basado en la teoría de una línea (*one-line theory*), la cual postula que el perfil perpendicular a la línea de costa, en una posición dada sobre la línea de costa, se mantiene constante y se desplaza hacia adelante y atrás, paralela al movimiento de la línea de costa. Esto se esquematiza en la Figura 2.4-4, donde un cambio en  $\Delta y$  en una posición perpendicular a la línea de costa conduce a un desplazamiento paralelo al perfil perpendicular a la línea de playa.

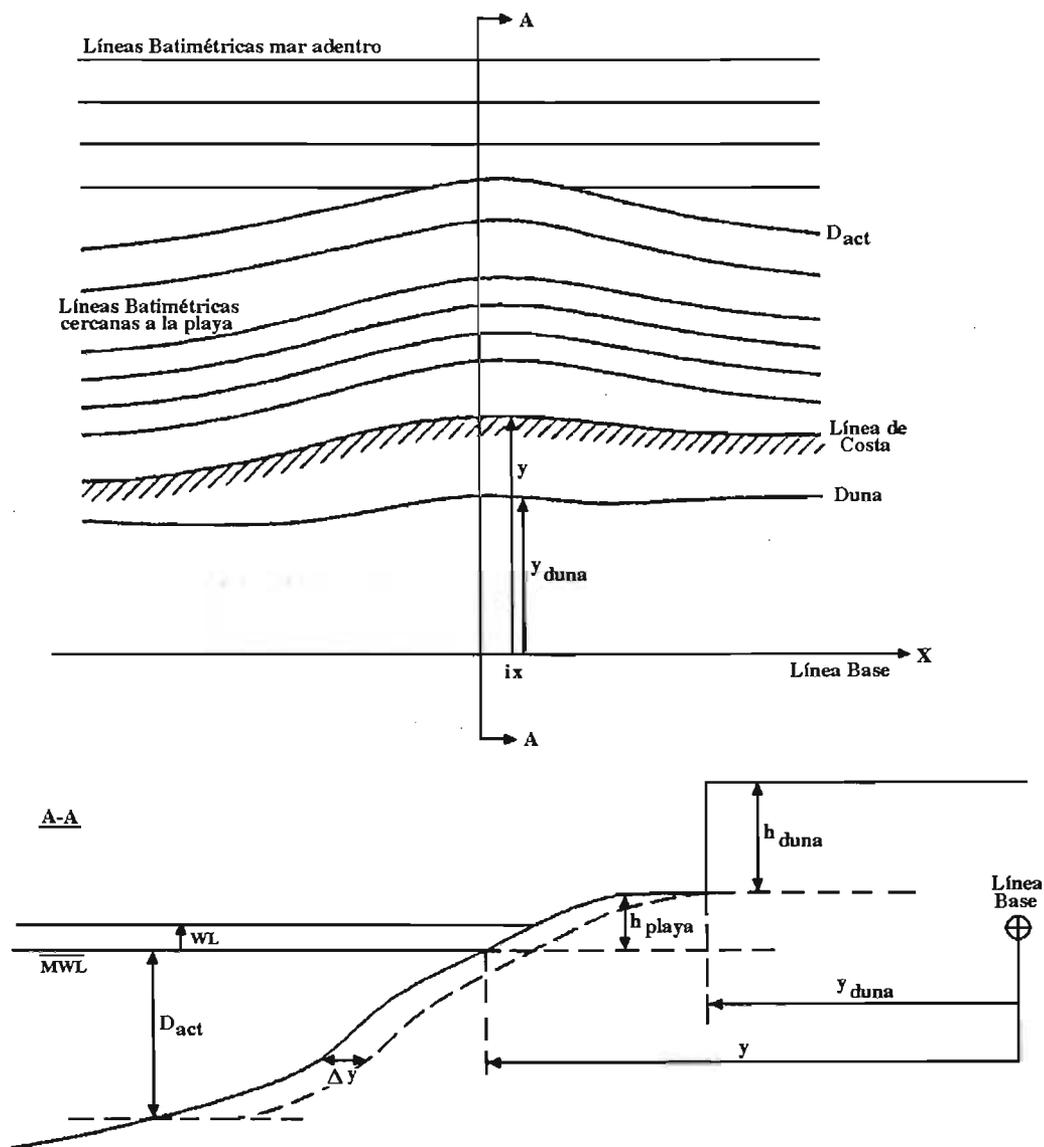


Figura 2.4-4 Componentes de la altura activa.

Mar adentro de la profundidad activa, se asume que los contornos de fondo se mueven paralelos a la línea de costa local, mientras que los contornos de profundidad, mar adentro de la profundidad activa  $D_{act}$  se deben especificar en forma separada.

Como se muestra en la Figura (2.4-4), la altura activa del perfil perpendicular a la línea de costa, se compone de los siguientes términos:

$$h_{act}(x) = D_{act} + h_{beach} + h_{dune}(x) \quad (2.4-6)$$

Donde  $D_{act}$  es la profundidad activa, la cual se mantiene constante a pesar del nivel temporal de agua, condiciones de ola, etc;  $h_{beach}$  es la altura de la berma.  $h_{beach}$  se incluye en la ecuación de continuidad, en los dos casos: procesos erosivos y de depósito.  $h_{beach}$ , se especifica como dato un inicial de altura constante por arriba del nivel de medio del agua.

La diferencia del nivel del agua ( $w$ ) y el nivel de referencia del agua, se resta de  $h_{beach}$ .  $h_{dune}$ , es la altura por encima de  $h_{beach}$  de las posibles dunas y promontorios en una función de su posición longitudinal. Las dunas, son además definidas por la posición de su frente relativo a la línea base.  $h_{dune}$  sólo se incluye en  $h_{act}$  para una posición dada, cuando la playa se está erosionando y la línea de costa ha alcanzado el frente de la duna. Entonces, la duna se erosiona y no puede moverse sobre la playa. Cuando la línea de costa ha alcanzado un muro,  $h_{act}$ , se determina como una función de  $D_{act}$ .

El cálculo de  $h_{act}$ , se resume a continuación:

Dato inicial:	$D_{act}, h_{beach}, y_{dune}(x), h_{dune}(x), wl.$	
Depósito:	$h_{act} = D_{act} + h_{beach} - wl$	
Erosión:	si $y > y_{dune}$ si $y < y_{dune}$	$h_{act} = D_{act} + h_{beach} - wl$ $h_{act} = D_{act} + h_{beach} + h_{dune}(x) - wl$
Muro:	$h_{act} = \text{una fracción de } D_{act}$	

#### 2.4.2.9 Efecto del nivel del agua

La diferencia entre  $wl$  y el nivel principal de agua  $mwl$  (Figura 2.4-4), tiene dos efectos en el modelo. No está incluida como un parámetro en las tablas de transporte, donde puede tener una débil influencia en el porcentaje total de transporte local, mientras que su efecto puede ser mayor en la distribución del transporte perpendicular a la línea de costa.

$wl$  se resta de  $h_{beach}$ , reduciendo la altura activa total del perfil perpendicular a la línea de costa durante los niveles altos de agua, por lo cual la línea de costa avanzará o retrocederá en magnitudes mayores. La discrepancia o diferencia en el nivel de agua es incluida en el dato inicial de series de tiempo

#### 2.4.2.10 Corrientes regionales

Las corrientes regionales, pueden en algunos casos jugar un papel importante en el transporte de sedimentos. Debido a la variación del perfil perpendicular la velocidad de la corriente puede variar a lo largo de la línea de costa. Para poder transferir información a

LITLINE, las tablas están basadas en la pendiente de la superficie del agua en dirección longitudinal, representando la fuerza de conducción. La pendiente se asume constante en la dirección longitudinal.

Una corriente en LITLINE se define como la velocidad de corriente con respecto a cierto perfil perpendicular y a la rugosidad del lecho. Esta información es transformada a pendiente de superficie, que es usada para interpolar en las tablas de transporte.

Las corrientes regionales relativamente fuertes, pueden en algunos casos causar problemas en las estructuras. Si las olas llevan una corriente en la dirección opuesta a la corriente regional, el perfil perpendicular a la línea de costa del transporte de sedimento, se regresará en algún punto del perfil (ver Figura 2.4-5). Si la corriente regional es fuerte comparada con las corrientes generales, el transporte neto puede dirigirse en dirección opuesta a las olas. Esto puede causar problemas en los cálculos del rebase de arena y el efecto de someramiento, los cuales usualmente se calculan tomando como base la dirección de la ola.

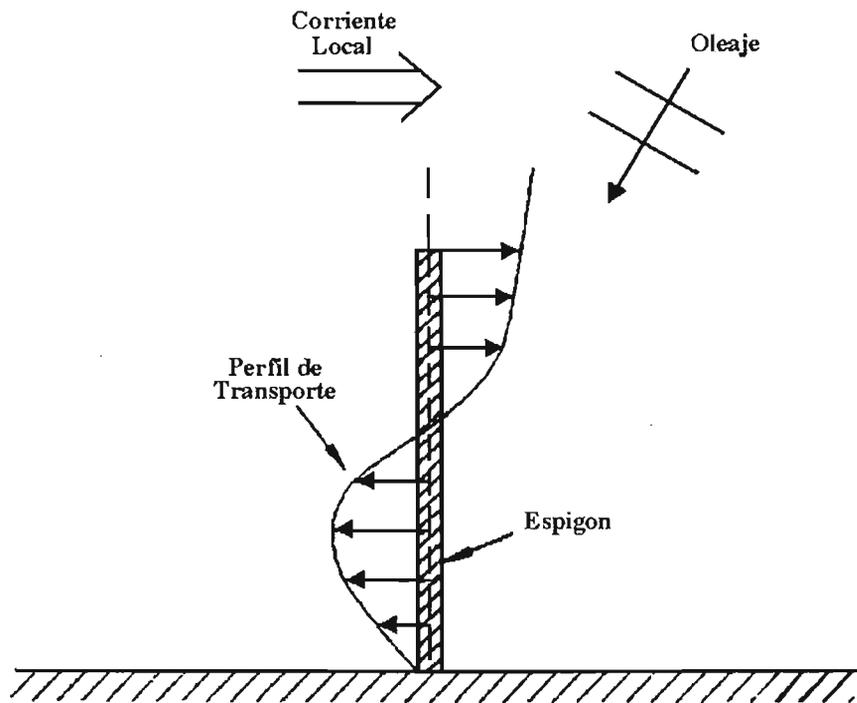


Figura 2.4-5 Perfil del transporte para direcciones opuestas de oleaje y corrientes

#### 2.4.2.11 Aproximación de las series de tiempo

El módulo LITLINE realiza los cálculos tomando como base el dato inicial de las condiciones de la ola como una serie de tiempo, conteniendo la información siguiente para cada evento: duración, nivel de agua, velocidad de la corriente, periodo y altura de la ola y ángulo en la profundidad de referencia. Esto permite simular fenómenos como tormentas.

En el caso de condiciones de oleaje dadas, como por ejemplo estadísticas anuales para cierta localidad, el establecimiento de series de tiempo tendrá que llevarse a cabo con precaución, ya que la duración de cada evento, así como la secuencia en la cual aparecen en la serie de tiempo, son muy significativas para el resultado final. Los eventos de larga duración poco realistas deben evitarse y las variaciones de los ángulos de la ola en las series de tiempo, deberán representar una secuencia realista.

Para evaluar la influencia de la series de tiempo inicial, deberán simularse diferentes series con los mismos componentes para poder conocer la evolución de la línea de costa.

#### 2.4.2.12 Paso morfológico de tiempo

Cada paso morfológico de tiempo  $\Delta t$  en LITLINE se calcula con base en el máximo gradiente en el porcentaje de transporte longitudinal. El número de Courant para la evolución morfológica, se define como:

$$Cou_{max} = \frac{\left| \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{max} \Delta t}{\Delta y} = \frac{\Delta Q_{max} \Delta t}{\Delta x h_{act} \Delta y} \quad (2.4-7)$$

El número de Courant es un dato inicial y cada paso morfológico de tiempo se calcula mediante:

$$\Delta t = \frac{Cou_{max} \Delta y \Delta x h_{act}}{\Delta Q_{max}} \quad (2.4-8)$$

donde

$$\Delta Q_{max} = |Q(i) - Q(i-1)|_{max} \quad (2.4-9)$$

El valor normalmente dado para el número de Courant es 1,0. Valores más altos acelerarían los cálculos, pero provocarían problemas de estabilidad. Valores altos del número de Courant o un espaciamiento de la malla grande, pueden dar como resultado que la línea de costa avance más allá del extremo de la estructura.

2.4.2.13 Solución de la ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad para volúmenes de sedimento, se resuelve mediante el uso de un esquema de Crank-Nicholson. La discretización en la dirección longitudinal se muestra en la Figura 2.4-6.

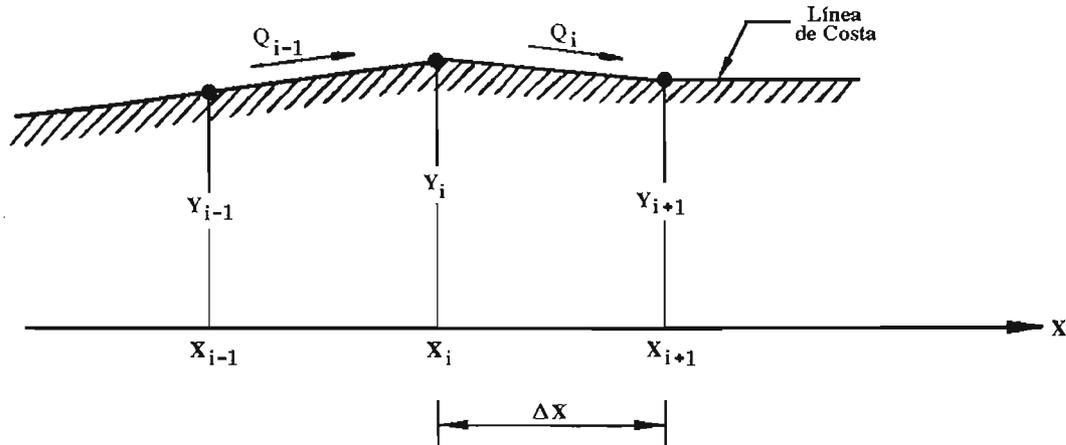


Figura 2.4-6 Discretización longitudinal

\$Q\_i\$ denota el porcentaje de transporte entre \$x\_i\$ y \$x\_{i+1}\$, mientras que \$dQ\_i\$ denota el cambio en el porcentaje de transporte con respecto al cambio en la orientación de la línea de costa ( para valores de \$\theta\$ cercanos a la orientación local \$\theta\_0\$ ).

$$dQ(x) = \frac{\partial Q}{\partial \theta}(x, \theta_0) \tag{2.4-10}$$

El subíndice t denota valores del paso de tiempo actual (conocido), mientras que el subíndice "t+1" denota los valores para el siguiente paso (desconocidos).

El transporte correspondiente al paso t+1 se calcula con la ecuación:

$$Q_{i-1,t+1} = Q_{i-1,t} + dQ_{i-1} * [\Delta O_{i-1}]_{i,t+1} \tag{2.4-11}$$

$$Q_{i-1,t+1} = Q_{i-1,t} + dQ_{i-1} * \left[ \frac{y_{i,t+1} - y_{i,t}}{\Delta x} - \frac{y_{i-1,t+1} - y_{i-1,t}}{\Delta x} \right]$$

La ecuación de continuidad para el esquema de Crank-Nicholson, se convierte en:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{1}{h} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{QS}{h\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \frac{y_{i,t+1} - y_{i,t}}{\Delta t} &= -\frac{1}{h} \left[ \alpha \frac{Q_{i,t} - Q_{i-1,t}}{\Delta x} + (1 - \alpha) \frac{Q_{i,t+1} - Q_{i-1,t+1}}{\Delta x} \right] + \frac{QS_i}{h\Delta x} \\ y_{i,t+1} - y_{i,t} &= -\frac{\Delta t}{h} \left[ \alpha \frac{Q_{i,t} - Q_{i-1,t}}{\Delta x} + \frac{1 - \alpha}{\Delta x} \left( Q_{i,t} + dQ_i \left( \frac{y_{i+1,t+1} - y_{i+1,t}}{\Delta x} - \frac{y_{i,t+1} - y_{i,t}}{\Delta x} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1 - \alpha}{\Delta x} \left( Q_{i-1,t} + dQ_{i-1} \left( \frac{y_{i,t+1} - y_{i,t}}{\Delta x} - \frac{y_{i-1,t+1} - y_{i-1,t}}{\Delta x} \right) \right) \right] + \frac{\Delta t QS_i}{h\Delta x} \\ (y_{i,t+1} - y_{i,t})\Delta x^2 &= -\frac{\Delta t}{h} [\alpha \Delta x (Q_{i,t} - Q_{i-1,t}) + (1 - \alpha) [\Delta x Q_{i,t} + dQ_i (y_{i+1,t+1} - y_{i+1,t} - y_{i,t+1} + y_{i,t}) \\ &\quad - \Delta x Q_{i-1,t} - dQ_{i-1} (y_{i,t+1} - y_{i,t} - y_{i-1,t+1} + y_{i-1,t})]] + \frac{\Delta x \Delta t QS_i}{h} \end{aligned} \quad (2.4-12)$$

Que se puede escribir como:

$$a_i y_{i-1,t+1} + b_i y_{i,t+1} + c_i y_{i+1,t+1} = d_i \quad (2.4-13)$$

donde

$$\begin{aligned} a_i &= (1 - \alpha) dQ_{i-1} \\ c_i &= (1 - \alpha) dQ_i \\ b_i &= \frac{\Delta x^2 h}{\Delta t} - a_i - c_i \end{aligned} \quad (2.4-14)$$

$$d_i = a_i y_{i-1,t} + b_i y_{i,t} + c_i y_{i+1,t} - \Delta x (Q_{i,t} - Q_{i-1,t} - QS_i)$$

Los valores de  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ , pueden calcularse para el paso  $t$ , y el sistema de ecuaciones para las posiciones longitudinales puede ser resuelto por eliminación Gaussiana, si se tienen dos condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera aplicadas, suponen un transporte constante . Esto provoca que la línea de costa en los límites sea constante. Las estructuras deberán ser colocadas a una distancia apropiada de los límites, para que no sean influenciadas por las condiciones de frontera.

Hasta aquí, se han descrito los modelos numéricos que sirven como base para los modelo numéricos aplicados en los programas de cómputo, empleados para el presente trabajo.

## ***CAPÍTULO 3***

## *CASO DE APLICACIÓN*

---

---

### **INTRODUCCIÓN**

Dentro de la variedad de situaciones que se presentan en el litoral, desde el punto de vista de la ingeniería de costas, se tiene, de manera particular la dinámica litoral que experimenta la costa aledaña a la desembocadura de los ríos.

El presente capítulo tiene por objeto describir la dinámica litoral de la desembocadura de un río y de la costa frente a esta última. La dinámica litoral es provocada por el clima de oleaje y marea principalmente en condiciones normales; sin embargo, aquí se abordará la dinámica litoral bajo la acción de la descarga de una Central Hidroeléctrica, ubicada aguas arriba, lo que significa que dichas condiciones pueden considerarse extremas.

Lo anterior significa que el río quedará sujeto a la condición en la cual su cauce experimentará variaciones importantes en el gasto. Esto quedará ligado también al volumen de sedimentos que para las nuevas condiciones sean transportados en el río, lo que sin duda es uno de los cambios importantes a considerar desde el punto de vista de la ingeniería de ríos.

Para tal efecto, se emplearán modelos numéricos que permitirán simular los escenarios de operación de la Central, considerando además, como ya se ha dicho, el clima marítimo de la zona de estudio. Con dichos modelos se estimará el patrón de corrientes, además, tras aplicar una metodología basada en los propios modelos numéricos, se estimarán también la evolución de la línea de costa y el transporte de sedimentos.

## 3.1 CLIMA

### 3.1.1 FISIOGRAFÍA

La provincia de la Sierra Madre del sur limita al norte con la del Eje Neovolcánico, al este con la Llanura Costera del Golfo Sur, las Sierras de Chiapas y la Llanura Costera Centroamericana del Pacífico, y al sur con el Océano Pacífico. Esta abarca parte de los estados de Jalisco, Colima, Michoacán, México, Morelos, Puebla, Oaxaca, Veracruz y todo el estado de Guerrero.

Esta provincia se considera la más completa y menos conocida del país, debiendo su relación con la Placa de Cocos, misma que ocasiona una fuerte sismicidad, en particular sobre las costas guerrerenses y oaxaqueñas, siendo la trinchera de Acapulco una de las zonas más activas.

La provincia tiene una litología muy completa en la que las rocas intrusivas cristalinas, especialmente los granitos y las metamórficas, tienen más importancia que en la mayoría de las provincias del norte.

Los climas subhúmedos, cálidos y semicálidos imperan en gran parte de la provincia, pero en ciertas regiones elevadas, incluyendo algunas con extensos terrenos planos como los Valles Centrales de Oaxaca, los climas son semisecos, templados y semifríos, en tanto que al oriente, en los límites con la Llanura Costera del Golfo Sur, hay importantes áreas montañosas húmedas cálidas y semicálidas. Los rangos de precipitación media anual fluctúan entre 1 100 y 1 250 mm anual.

La vegetación que predomina en la depresión del Balsas (en las regiones surorientales de la provincia) es la Selva Baja Caducifolia. Los bosques de encinos y de coníferas ocupan las zonas más elevadas, y la Selva Mediana Subcaducifolia, se extiende sobre toda la franja costera del sur.

En la provincia, el sistema fluvial más grande es el Tepalcatepetl; otro importante, es el río Balsas, considerado uno de los siete más grandes del país. En el extremo oriente nacen importantes afluentes del Papaloapan y del Tehuantepec. Sobre la vertiente sur de la provincia descienden ríos cortos al Océano Pacífico. Pocos de ellos, como el Armería, el Coahuayana y el Papagayo nacen al norte de la divisoria de la sierra costera y el Atoyac baja desde el Valle Central de Oaxaca.

### 3.1.2 GEOLOGÍA

El área de estudio se encuentra, en términos generales, representado geológicamente por material sedimentario (35,8 % de la superficie del estado); en orden de importancia le siguen las rocas metamórficas (28,62 %), ígneas extrusivas (23,54 %) e ígneas intrusivas (8,02 %).

Para la Cuenca Baja del río las rocas metamórficas (Gneis) conforman la mayor superficie con 235,11 km<sup>2</sup> comparada con el resto de rocas presentes. Las rocas de tipo Gneis ocupan el 72 % de la región donde se ubica el área de estudio. Su distribución espacial comprende todos los extremos del área de la cuenca a excepción del más inferior y el más superior, viéndose interrumpida internamente por afloramientos representativos de otras rocas.

Con un total de 18 % de representatividad la Granodiorita aflora desde el extremo superior derecho de la Cuenca Baja, cubriendo las rocas Gneis en forma discordante hasta el límite superior del área de estudio.

El Aluvión (6 % del área) se localiza a partir del contacto litológico con la Granodiorita en ambos márgenes del río hasta 0,70 km al sur en la orilla del cauce. De igual manera, en la porción inferior del cauce del río, en ambos lados del éste, se localiza otra porción de Aluvión, la cual ocupa el total del área en su parte más estrecha hasta colindar con una porción del litoral, al suroeste.

El Granito representa el 4 % de la superficie y se encuentra en afloramientos aislados. Uno de estos se ubica en el extremo noroeste del área, ocupando en su parte más amplia 1,40 km y un mínimo de 0,25 km. Otros dos afloramientos graníticos se ubican en la parte inferior de la subcuenca, de los cuales, uno de ellos se encuentra en contacto con la Granodiorita.

El Granito se localiza en la parte sur, colindando con el límite de la Cuenca Baja. Por último, el Litoral abarca solamente el 0,11 % del total de la Cuenca Baja y se localiza en la parte más externa del interfluvio costero distribuido en las márgenes del río.

La relación tipo de roca-altitud, característica de la Cuenca Baja del río, muestra que el Gneis (Gn) tiene un mayor porcentaje de presencia en altitudes que van de 0 a 500 msnm (con valores más altos de 0 a 200 msnm). En cambio, la Granodiorita (Gd) se encuentra representada en todas las franjas de altitud, aunque la suma de estos valores (18,24 %) no es mayor que la de los Gneis (71,45 %).

El Aluvión (Al) al igual que el Litoral (Li), se encuentran exclusivamente de 0-100 msnm con un 6,16 % y 0,12 % respectivamente. Por último, el Granito (Gr) abarca altitudes que van de 0 a 300 msnm con un total de 4,02 %.

### 3.1.3 USOS DEL SUELO Y VEGETACIÓN

Los principales usos de suelo dentro del área de estudio corresponden a forestal y/o preferentemente forestal, agricultura de temporal y pastizal inducido. Para la Cuenca Baja el uso de suelo forestal y/o preferentemente forestal se representa por la Selva Baja Caducifolia (SBC) y Vegetación Secundaria derivada de la SBC. Asimismo, existe una porción de superficie considerada como zona de erosión.

En la Cuenca Media se distingue el uso de suelo forestal y sustenta a comunidades de Bosque de Pino-Encino (3,69 %), Matorral espinoso (0,82 %), Bosque de encino (0,67%) y la Vegetación Secundaria de Selva Baja Caducifolia (86,99 %), Por otro lado, los terrenos con uso agropecuario sustentan una cubierta vegetal de Pastizal inducido (0,56 %) y Agrícola (7,26 %).

El área de estudio se encuentra en la Provincia Florística de la Costa Pacífica, esto es, pertenece a la Región Caribeña del Reino Neotropical. El Tipo de vegetación que se distribuye en el área, de acuerdo con la denominación de Rzedowski, corresponde al Bosque Tropical Caducifolio (Selva Baja Caducifolia) y Bosque Tropical Subcaducifolio (Selva Baja Subcaducifolia), además de Vegetación Secundaria derivada de ambos tipos de vegetación, la cual ha prosperado, debido a las actividades que el hombre ha realizado en la región.

La Selva Baja Caducifolia, es el tipo de vegetación de mayor extensión en estado natural o de escasa perturbación, es por esto que se define como una comunidad densa. Su altura oscila entre 8 y 12 m. El diámetro de los troncos por lo general no sobrepasa 50 cm, éstos con frecuencia son retorcidos y se ramifican a corta altura o casi desde la base. Muchas especies tienen cortezas de colores llamativos y superficie brillante, exfoliándose continuamente sus partes externas. La característica más sobresaliente de esta formación vegetal la constituye la pérdida de sus hojas durante un periodo de cinco a ocho meses.

En esta región los elementos florísticos predominantes son especies del género *Bursera* que localmente se conocen como “cuajotes”. Las especies dominantes son: *Bursera morelensis*, *B. longipes*, *B. fagaroides*, *B. copallifera*, *B. bipinnata*, *Amphyterygium adstringens*, *Lysiloma microphylla*, *Ceiba parviflora*, *Cyrtocarpa procera*, *Ipomoea* spp. y en ocasiones *Conzattia multiflora*. Las cactáceas columnares o candelabroiformes también pueden estar presentes, influyendo mucho en la fisonomía de las comunidades.

La familia Leguminosae está particularmente representada y al menos en muchas comunidades clímax predomina en lo que toca al número de especies.

La Selva Baja Subcaducifolia se haya generalmente restringida a cañadas, es una comunidad densa y cerrada. Su altura oscila entre 20 y 30 m. Los diámetros de los troncos pocas veces pasan de un metro. Una notable excepción representa *Enterolobium cyclocarpum* y algunas especies del género *Ficus*, que a menudo desarrollan diámetros de entre 2 y 3 m en la base. Los principales elementos florísticos son: *Brosimum alicastrum*, *Bumelia persimilis*, *Godmania aesculifolia*, *Manilkara zapota*, *Pterocarpus acapulcensis*, *Calycophyllum candisissimum*, *Lafoensia puniceifolia*, *Hymenaea courbaril*, *andira inermis*, *Psidium saqrtoarianum*, *Licania arborea*, *Homalium trichostemon*, *Swietenia humilis*.

La Vegetación Secundaria derivada de la perturbación de ambas comunidades vegetales varía notablemente de un sitio a otro y también presenta diferencias según el tipo de disturbio, en forma general puede estar representado por Matorrales espinosos, con dominancia de especies del género *Acacia* y *Mimosa*. Algunas otras especies secundarias son: *Ipomoea* spp., *Croton* spp., *Karwinskia*, *Eysenhardtia polystachya*, *Guazuma*

*ulmifolia*, *Heliocarpus* spp., *Cochlospermum vitifolium*, así como numerosas gramíneas y compuestas.

### 3.2 CLIMA MARÍTIMO

#### 3.2.1 RÉGIMEN DE OLEAJE

El régimen anual de oleaje que se considera en la modelación numérica, es el que se presentó en la Tabla 1.1-16, misma que se presenta a continuación, con objeto de tener presente la información característica del oleaje.

Hm0 (m)	0,5- 1,0	1,0- 1,5	1,5- 2,0	2,0- 2,5	2,5- 3,0	
TPswell (s)	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	
Mdlrs (I)						
100-110	0.04%	0.15%	0.50%	0.42%	0.00%	1.11%
110-120	0.04%	0.35%	0.52%	0.45%	0.00%	1.35%
120-130	0.09%	0.33%	0.45%	0.40%	0.00%	1.28%
130-140	0.05%	0.28%	0.47%	0.16%	0.00%	0.97%
140-150	0.05%	0.39%	0.33%	0.15%	0.00%	0.92%
150-160	0.07%	0.42%	0.19%	0.09%	0.00%	0.77%
160-170	0.11%	0.39%	0.28%	0.18%	0.00%	0.95%
170-180	0.22%	0.74%	0.22%	0.21%	0.00%	1.39%
180-190	0.42%	1.24%	0.54%	0.18%	0.07%	2.44%
190-200	0.62%	2.10%	0.73%	0.39%	0.02%	3.85%
200-210	0.97%	4.25%	3.25%	0.93%	0.19%	9.59%
210-220	1.17%	5.90%	4.52%	0.88%	0.26%	12.74%
220-230	1.25%	5.21%	3.83%	1.66%	0.23%	12.19%
230-240	1.08%	4.61%	3.01%	0.97%	0.22%	9.89%
240-250	0.67%	4.37%	2.72%	0.81%	0.12%	8.69%
250-260	0.69%	3.27%	2.69%	0.57%	0.09%	7.31%
260-270	0.78%	2.43%	2.15%	0.73%	0.28%	6.38%
	8.31%	36.42%	26.41%	9.18%	1.49%	81.81%
Calmas						18.19%
Total						100.00%

Tabla 3.2-1 Referencias cruzadas de altura vs. periodo vs. dirección

De la tabla anterior se consideró los mayores porcentajes en las frecuencias para las alturas de ola, relacionándolos con su periodo y dirección. Como se observa, las mayores frecuencia van de 1,0 a 2,5 m de altura de ola, por lo que se consideró que una altura de ola  $Hm0 = 2,25$  m, periodo de 7,5 s y direcciones de  $115^\circ$  y  $225^\circ$  representarían adecuadamente el clima de oleaje para la zona de estudio. En la Figura 3.2-1 se presenta una rosa de oleaje, que ratifica las direcciones consideradas.

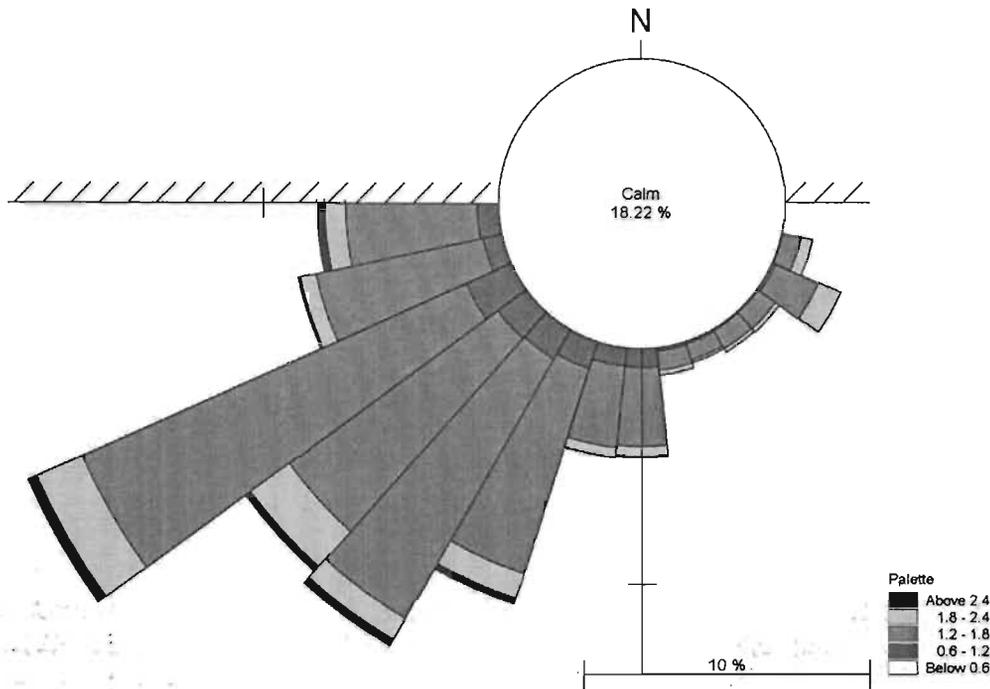


Figura 3.2-1 Rosa de oleaje normal

### 3.2.2 MAREAS

La señal de marea que se utilizó en el modelo, se estimó de acuerdo a lo descrito en el apartado 1.2.5 de este trabajo; es decir, se tomó la señal de marea obtenida con el equipo instalado en la margen derecha del río, cercana a la barra en la desembocadura, a la cual, a través de un análisis armónico se obtuvieron sus principales componentes armónicas. Éstas, se utilizaron para hacer la predicción de la marea, obteniéndose la señal que se muestra en la Figura 3.2-2, misma que se usó como una serie de tiempo en el modelo numérico.

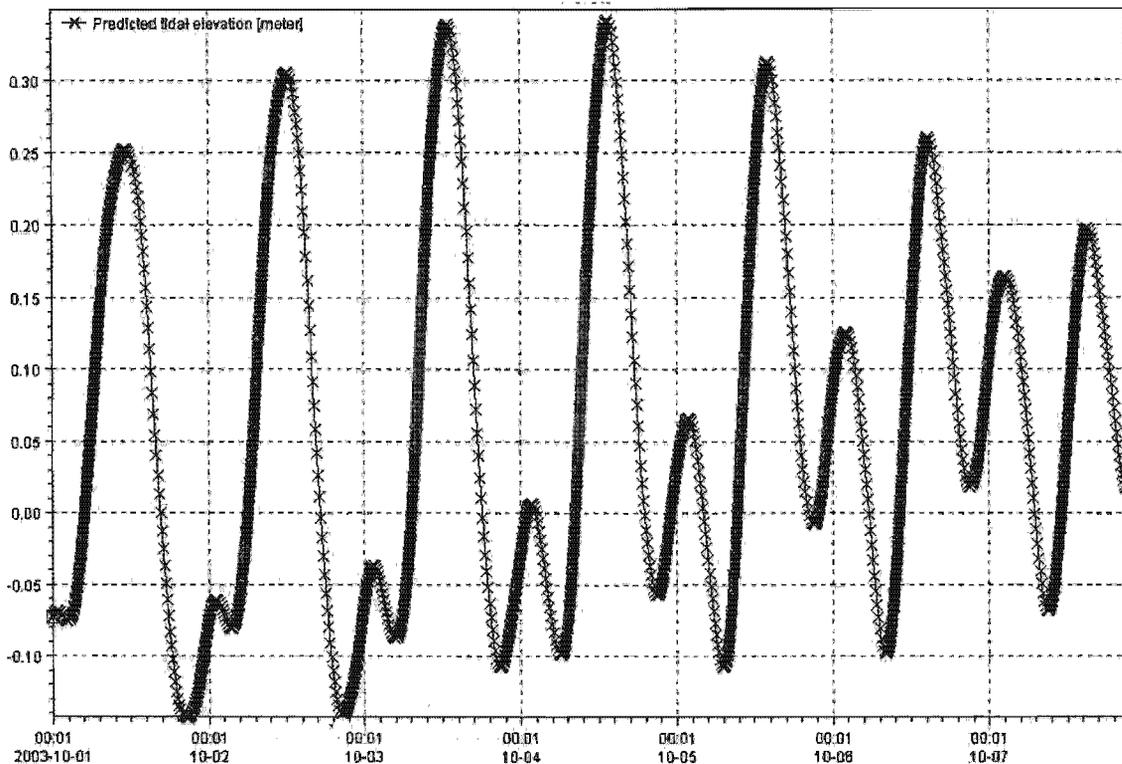


Figura 3.2-2 Registro de la marea predicha

### 3.3 IMPLANTACIÓN DEL MODELO HIDRODINÁMICO

#### 3.3.1 DELIMITACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO

El dominio de cálculo cubre una superficie de 43,1 km<sup>2</sup> (4,9 km en dirección  $x$  y 8,8 km en dirección  $y$ ), para poder incluir la interacción entre la onda de marea, la propagación del oleaje y la corriente generada por la aportación del río, en condiciones actuales y de operación de una central hidroeléctrica, de la cual sólo se han definido los hidrogramas de operación.

El espaciamiento de las celdas de cálculo resulta de 10 m en ambas direcciones ( $x$  e  $y$ ), la cual permite representar en forma adecuada la fisiografía del área en estudio; además de cumplir con la restricción de tener al menos 7 nodos de cálculo por cada longitud de onda. Otra consideración importante es la que se refiere a la correcta descripción de la batimetría, así como la densidad de nodos necesaria para representar los cambios de pendiente y la configuración actual del fondo marino.

En la Figura 3.3-1 se presenta el dominio de cálculo utilizado, pudiéndose apreciar desde la curva batimétrica -30 hasta la parte interior del estero del río, nótese que se incluyen la isla meandro, la barra de la desembocadura y el frente costero en cuestión.

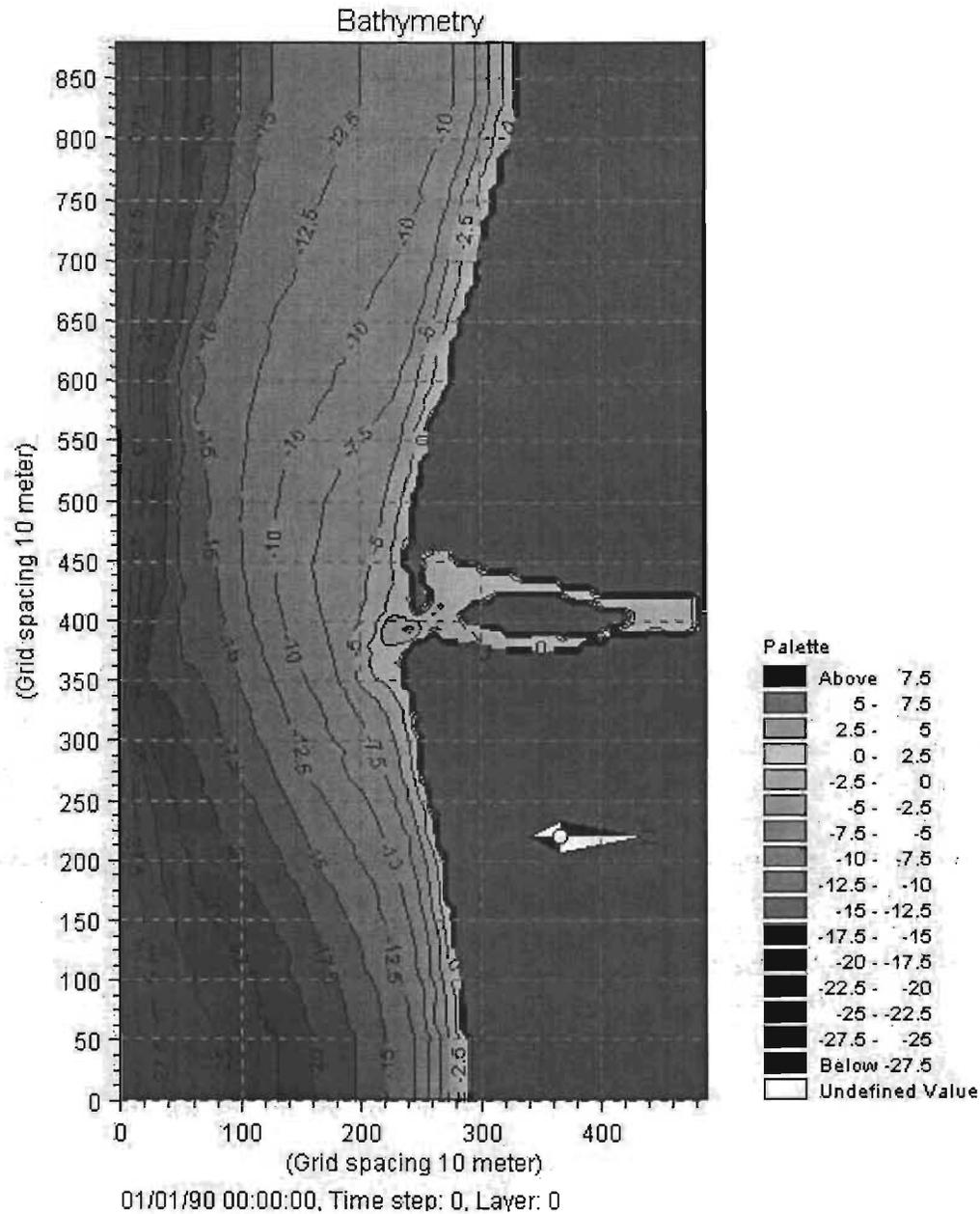


Figura 3.3-1 Delimitación de la zona de estudio

De los resultados del modelo numérico, se analizarán secciones y puntos de control en los cuales se podrá observar el cambio en el nivel de superficie libre y las velocidades, analizando estos parámetros para condiciones normales, que corresponden a un gasto descargado por el río de  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$  y condiciones de operación de proyecto, para un gasto de descarga de  $Q = 600 \text{ m}^3/\text{s}$ , las cuales se constituyen las fuentes o entradas al dominio de cálculo del modelo de simulación

### 3.3.2 PUNTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO

Previo al desarrollo de la modelación para los escenarios contemplados, de los cuales se hablará en un apartado posterior, se identificaron tres puntos ubicados en el frente costero (Figura 3.3-2) con el objeto de observar la variación de la velocidad bajo ciertas condiciones de frontera.

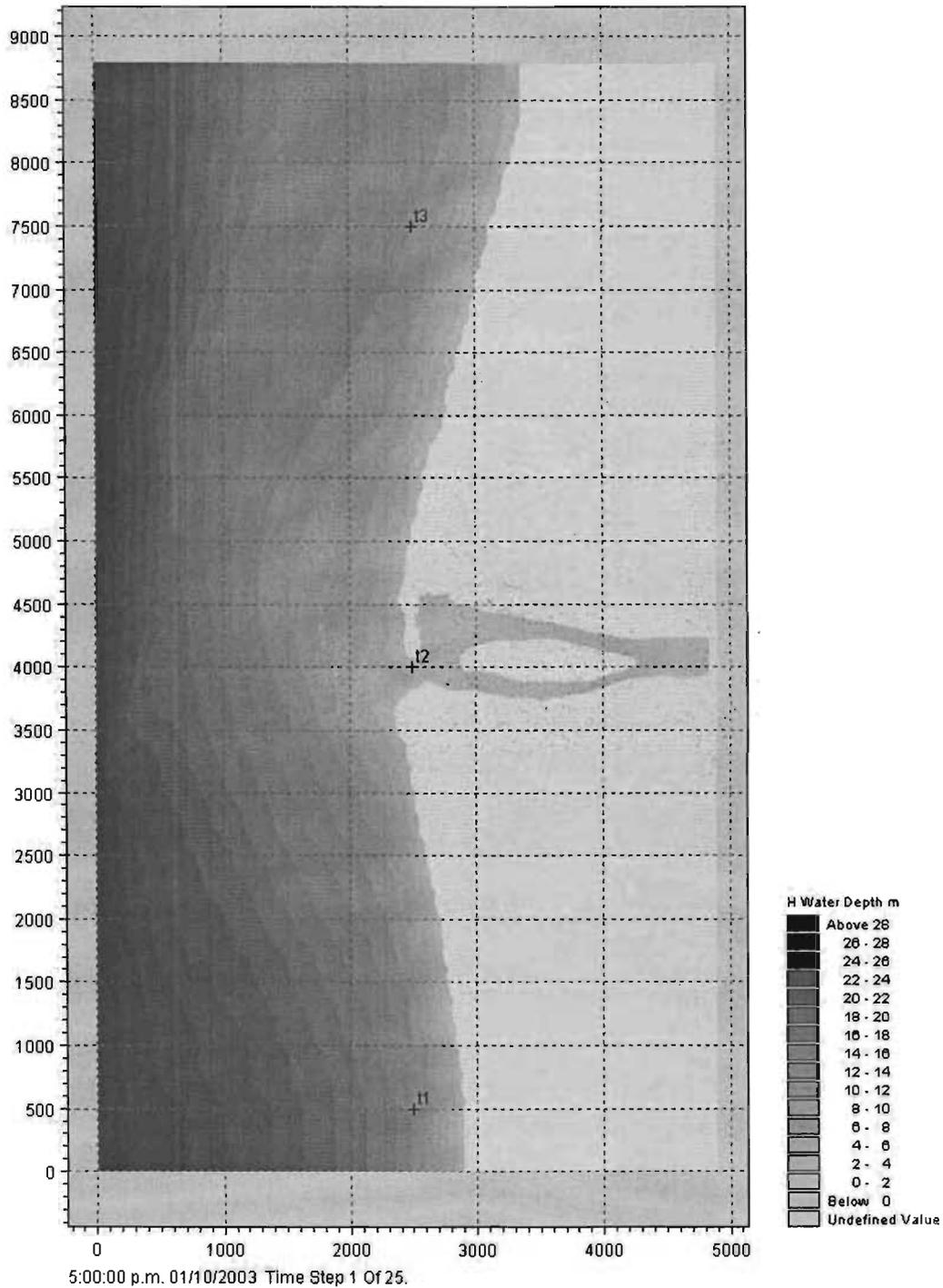


Figura 3.3-2 Puntos para la estimación de las características del flujo

### 3.3.3 DESCRIPCIÓN DE ESCENARIOS MODELADOS

Entre los objetivos de este trabajo se planteó el estudio de la dinámica litoral frente a la desembocadura de un río, originado por la descarga de una central hidroeléctrica, bajo dos escenarios de operación: para condiciones normales y para condiciones de proyecto.

Para conseguir dicho objetivo, en el presente trabajo se describe una metodología, la cual se fundamenta en el empleo de modelos numéricos como son de propagación de oleaje, de transporte de sedimentos y de evolución de la línea de costa. Dichos modelos precisan de información básica referente a las características del clima marítimo, del flujo en el río, así como del material que le da origen al cauce del mismo y del frente costero

Antes de realizar la descripción de cada uno de los escenarios, es necesario definir algunos parámetros fundamentales para la adecuada implementación de las condiciones en el modelado. En los siguientes apartados se hablará del coeficiente de rugosidad del fondo, así como de las condiciones de contorno.

#### 3.3.3.1 Definición del coeficiente de rugosidad de fondo

La resistencia del flujo en áreas intermareales vegetadas, así como mar adentro, es influenciada por el esfuerzo cortante del fondo, la altura de ola, profundidad y tipo del material de fondo. El coeficiente de rugosidad ( $n$  de Manning) utilizado como valor inicial en la estimación de los coeficientes en el dominio de cálculo fue tomado de:

- a) Flujo en canales (Chow & Henderson, 1959), propusieron  $n = 0,020 - 0,025$  para canales desde “limpios y rectos” hasta “curvados con pozas y bancos”
- b) Sobre flujo en cauces y ríos con diferentes grados de densidad vegetal, desde pastos subacuáticos hasta grandes cantidades de vegetación muerta (Chow, 1959), quien propone valores de 0,06 hasta 0,20.

Con base en la información antes detallada, se definió el rango de valores para el coeficiente de Manning a utilizar en las simulaciones. Dicho rango fue el siguiente: 0,035 – 0,07. Se utilizó 0,035 para profundidades menores a 0,5 metros y 0,07 para las orillas y zonas con vegetación.

Por otra parte, para representar la tensión tangencial en el fondo, el modelo hidrodinámico utiliza el coeficiente de Chèzy dado por la ecuación de Colebrook-White, la cual esta en función de la rugosidad del fondo  $k_s$ , o una expresión en función del coeficiente de Manning,  $n$ .

$$C = 18 \log \left( \frac{12H}{k_s} \right) \quad (3.3-1)$$

o

$$C = \frac{1,125}{n} H^{1/6} \quad (3.3-2)$$

donde

$k_s$  Altura, en m, que representa la rugosidad del fondo debida al tamaño del sedimento y las formas del lecho: Van Rijn (1993, 1984); Hey (1979); Yalin (1972); Einstein (1950)

$n$  Coeficiente de Manning, adimensional

$H$  Profundidad en metros

### 3.3.3.2 Condiciones de frontera

A partir de la Figura 3.3-1, donde se delimita la zona de estudio para la modelación numérica, se definieron las siguientes condiciones para cada frontera del dominio de cálculo:

- En la frontera norte se consideran los dos gastos de descarga en el río; es decir, para condiciones normales y condiciones de operación ( $20 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $600 \text{ m}^3/\text{s}$ , respectivamente) definidas como fuentes en el modelo.
- En las fronteras este, oeste y sur, se utiliza la señal de marea correspondiente a la predicción efectuada para el mes de octubre de 2003, que fue el mes que mostró las mayores amplitudes de los datos obtenidos con el equipo instalado en campo; la metodología para hacer dicha predicción se detalló en el apartado 1.2.5, en el capítulo uno de este trabajo. La señal de marea utilizada como una serie de tiempo, se presenta en la Figura 3.2-2.
- Se considera además las corrientes generadas por el oleaje incidente en la frontera sur, así como las generadas por la marea. Cabe señalar que, para éstas, se consideraron únicamente las generadas por las mayores alturas de ola que presentan en el registro de la base de datos, además de la mayor frecuencia de ocurrencia en los cuadrantes sureste y suroeste, con su dirección y periodo asociados (ver Tabla 3.2-1 y Figura 3.2-1), es decir:  $H_{m0} = 2,25\text{m}$ ,  $T = 7,5 \text{ s}$  y direcciones de  $115^\circ$  y  $225^\circ$  referidos al norte en ambos casos.

3.3.3.3 Escenario uno: Condiciones normales

A continuación se describen las condiciones que gobernaron a este primer escenario, considerado como condiciones normales. El gasto de descarga en el río es  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ , que es el gasto que se presenta con mayor frecuencia para un registro de 39 años, lo que permitió simular un total de 12 horas equivalentes a 43 200 pasos de tiempo considerando un  $\Delta t = 1 \text{ s}$ , lo que da un valor del número de Courant  $C_r = 1,72$ , iniciando la simulación a las 5 a.m. del día 1 de octubre de 2003 y finalizando a las 17 h del mismo día. La altura de ola fue  $H = 2,25 \text{ m}$ , periodo,  $T = 7,5 \text{ s}$  y dos direcciones para los sectores sureste y suroeste, estas fueron  $115^\circ$  y  $225^\circ$  respectivamente.

Los resultados obtenidos para la velocidad de los tres puntos indicados en la Figura 3.3-2, se presentan en las Figuras 3.3-3 y 3.3-4. Analizando estas figuras, se puede comentar que el flujo prácticamente se ha establecido para las condiciones de frontera dadas, aproximadamente a las 10 y 9 horas de iniciada la simulación, respectivamente.

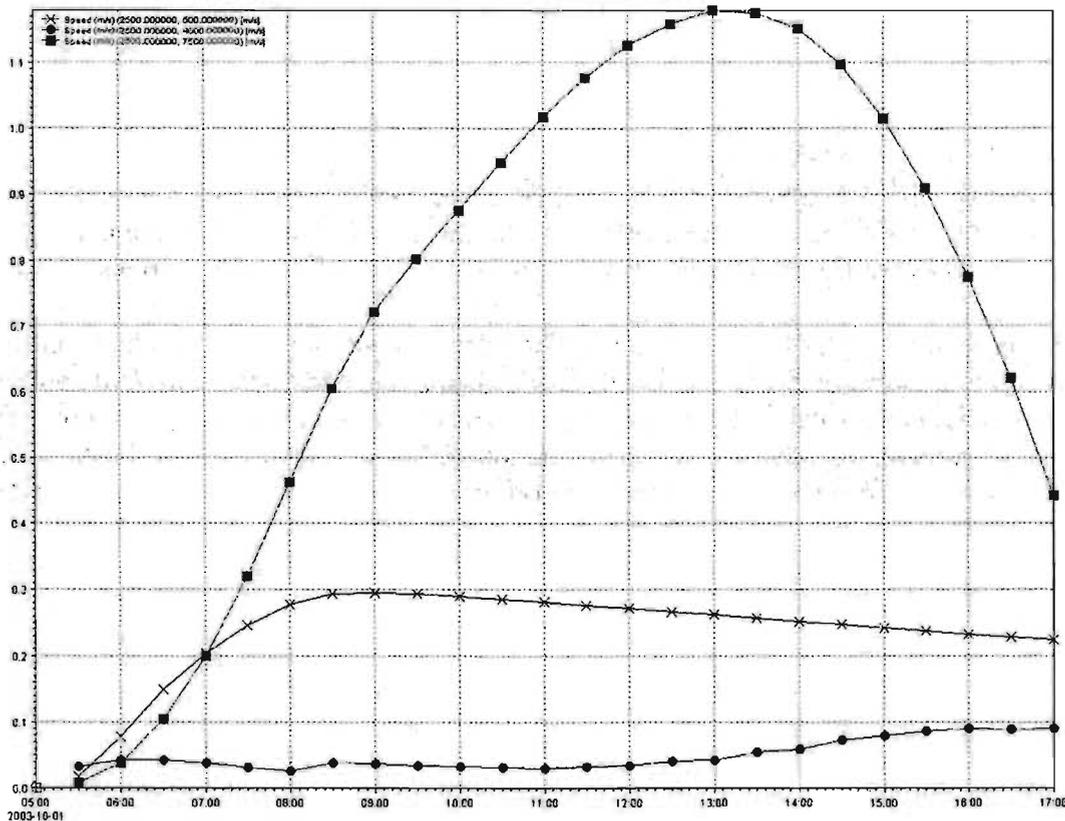


Figura 3.3-3 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones normales con dirección  $115^\circ$

Con base a las dos figuras (3.3-3 y 3.3-4), se verifica que con un tiempo de simulación de 12 horas, las condiciones de oleaje, marea y aporte del río se representan apropiadamente. Cabe señalar que en ellas, las curvas en color rojo, que corresponden a la zona de la frontera oeste del dominio de cálculo (punto t3), difieren en su comportamiento de las otras dos, lo cual se debió en gran medida a la interacción existente entre la onda de marea

(Figura 3.2-2) y la dirección de propagación del oleaje, ya que la marea sólo logra alcanzar en el periodo de simulación, su fase ascendente, lo que provoca un apilamiento de la superficie libre del agua en esa región y no en la zona de la desembocadura; sin embargo puede observarse ya una tendencia descendente en ellas.

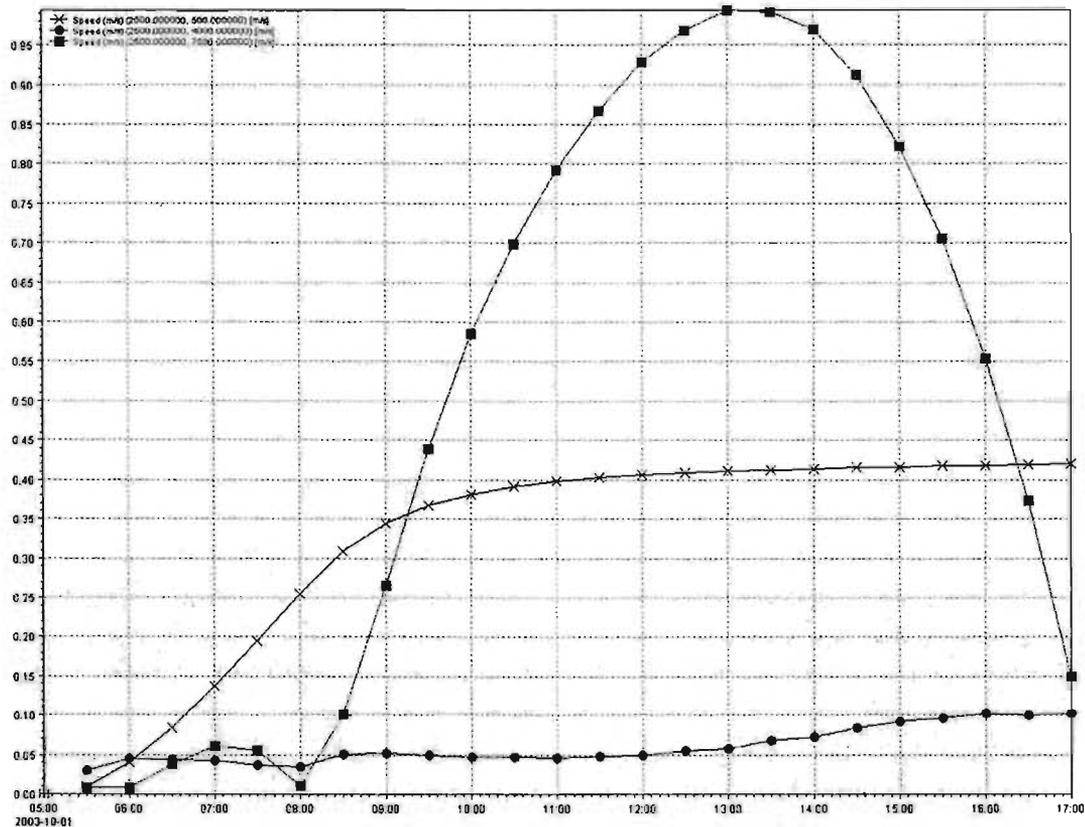


Figura 3.3-4 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones normales con dirección 225°

Los resultados de la simulación muestran el patrón hidrodinámico del frente costero y zona de la desembocadura del río. En éste se puede apreciar para toda la malla de cálculo, la magnitud y dirección de la corriente, así como la elevación de la superficie del agua. Debe comentarse que para ambos escenarios, los resultados que se presentan corresponden a los que se tuvieron en el último paso de tiempo, en el periodo de simulación.

Para este primer escenario, en la Figura 3.3-5 se presenta el campo de velocidad obtenido para el caso de oleaje proveniente del sector sureste, resultando a lo largo del periodo de simulación, corrientes por oleaje en el frente costero con valores promedio entre 0,4 y 0,9 m/s y velocidades medias en el río entre 0,1 y 0,2 m/s. Debe recordarse que este último rango de velocidades corresponde a un  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ , por lo cual se puede afirmar que con este gasto la configuración de la barra no experimenta algún cambio en su morfología y que las velocidades más altas, se presentan en la zona de rompiente, que en este caso se observó que se encuentra aproximadamente a una profundidad de 1,5 msnbmi. Esta última condición se presenta para ambas direcciones del oleaje.

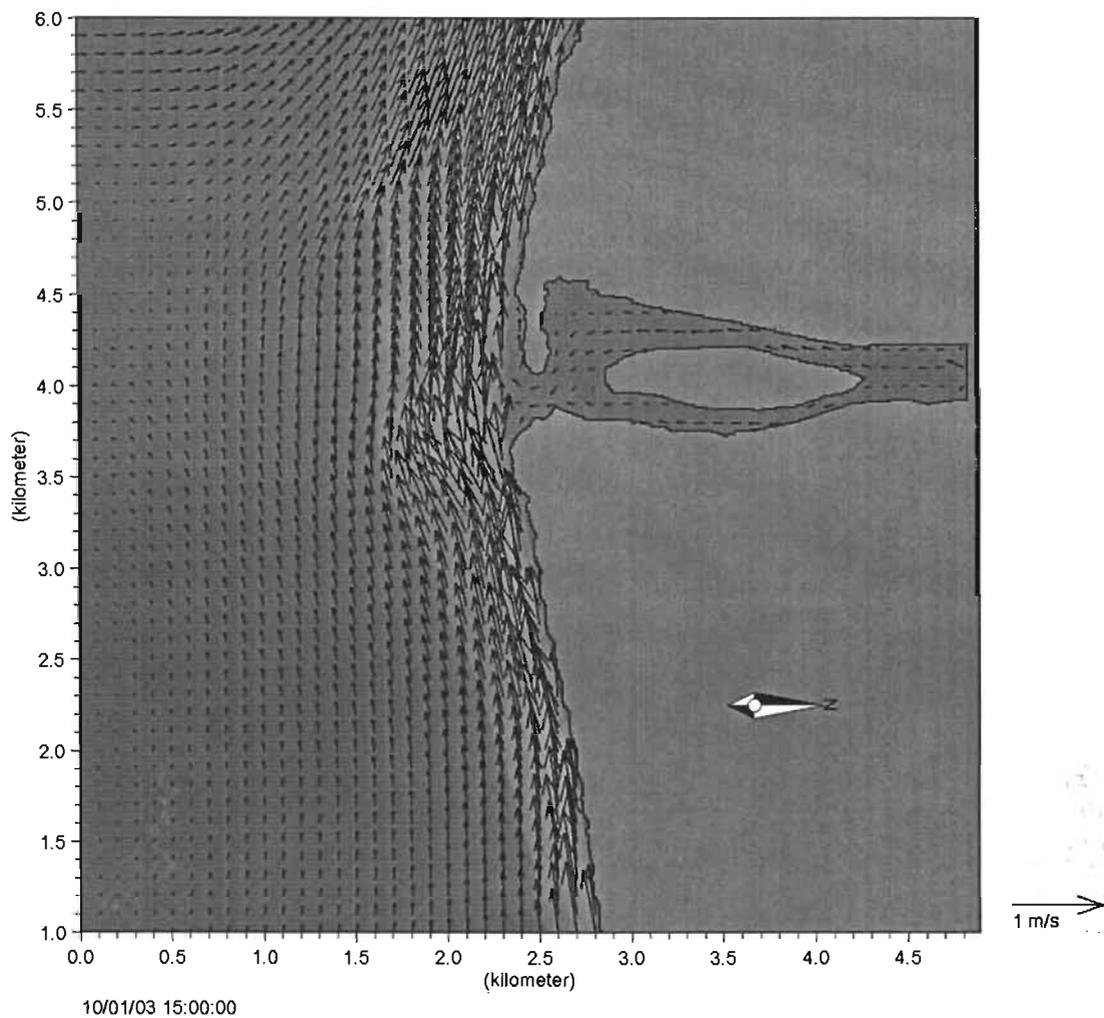


Figura 3.3-5 Campo de velocidades para condiciones normales con dirección 115°

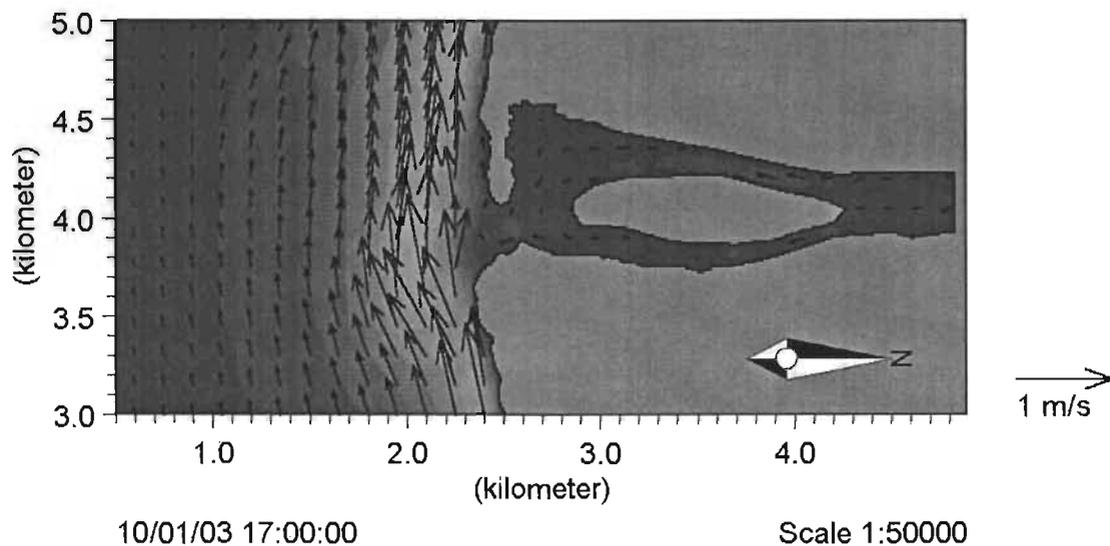
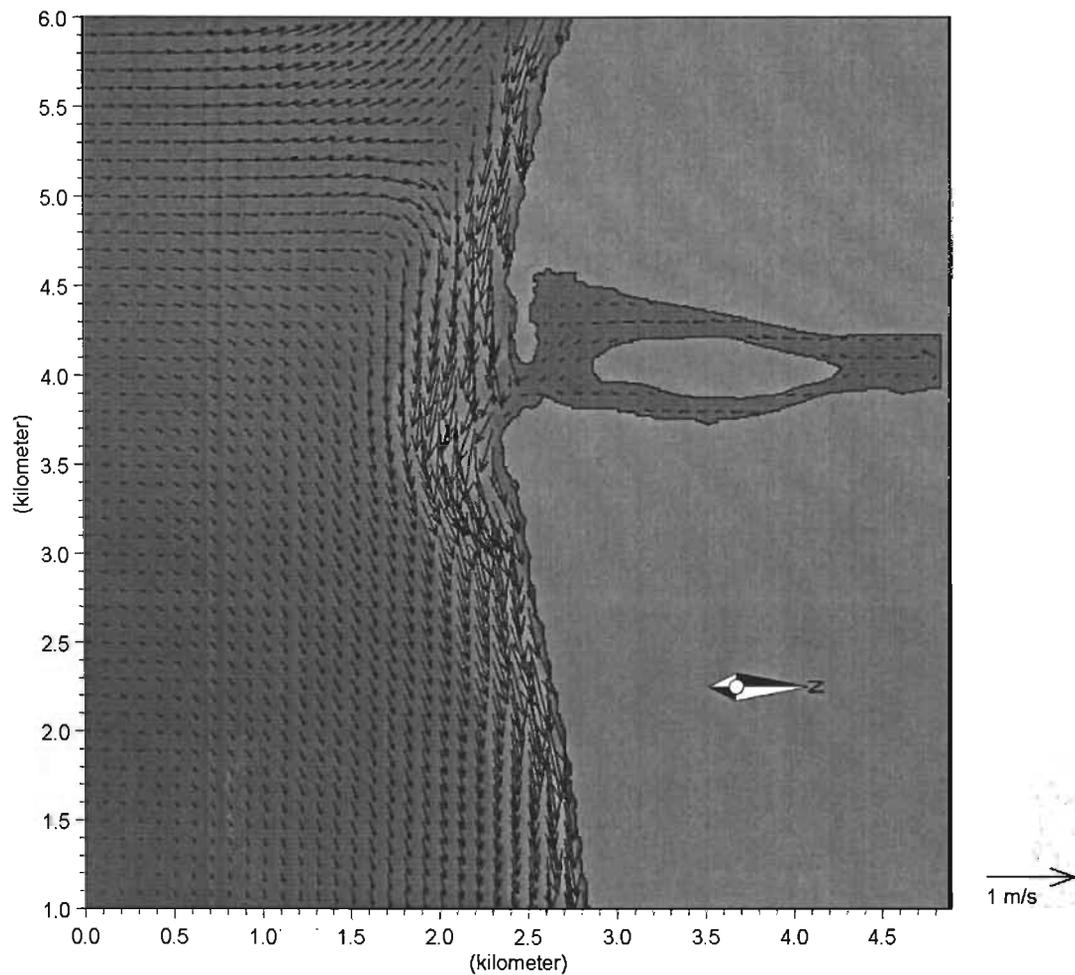
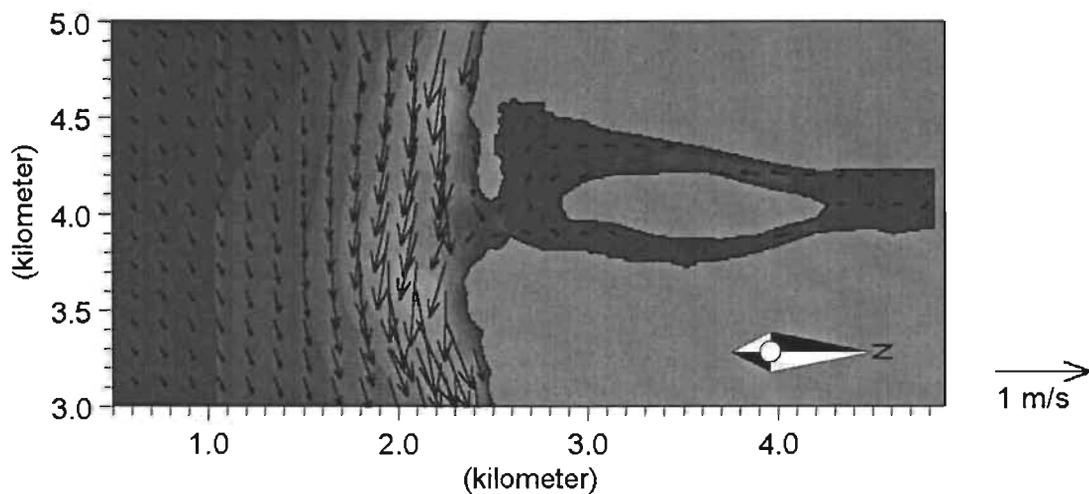


Figura 3.3-6 Detalle del campo de velocidades para condiciones normales con dirección 115°



10/01/03 15:00:00

Figura 3.3-7 Campo de velocidades para condiciones normales con dirección 225°



10/01/03 17:00:00

Scale 1:50000

Figura 3.3-8 Detalle del campo de velocidades para condiciones normales con dirección 225°

### 3.3.3.4 Escenario dos: Condiciones de operación

En este escenario se consideran las condiciones de frontera correspondientes al gasto de operación de una central hidroeléctrica, en la que el gasto máximo de operación alcanza los 600 m<sup>3</sup>/s durante un periodo de 4 h por día, y un gasto mínimo similar al de condiciones normales o en su defecto nulo las 20 h restantes.

La simulación para dichas condiciones de frontera fue de 6 horas, dando un margen de 2 horas para la estabilización del modelo. Se simularon entonces 21 600 pasos de tiempo con un  $\Delta t = 1$  s, obteniéndose el mismo número de Courant que para las condiciones normales, con igual hora de inicio y finalizando a las 11 h. De manera similar al apartado de condiciones normales, las Figuras 3.3-9 y 3.3-10 contienen las velocidades obtenidas en los tres puntos de observación seleccionados y para las mismas direcciones de oleaje consideradas. Se puede considerar que el flujo se estabiliza prácticamente a partir de la 2ª hora de simulación.

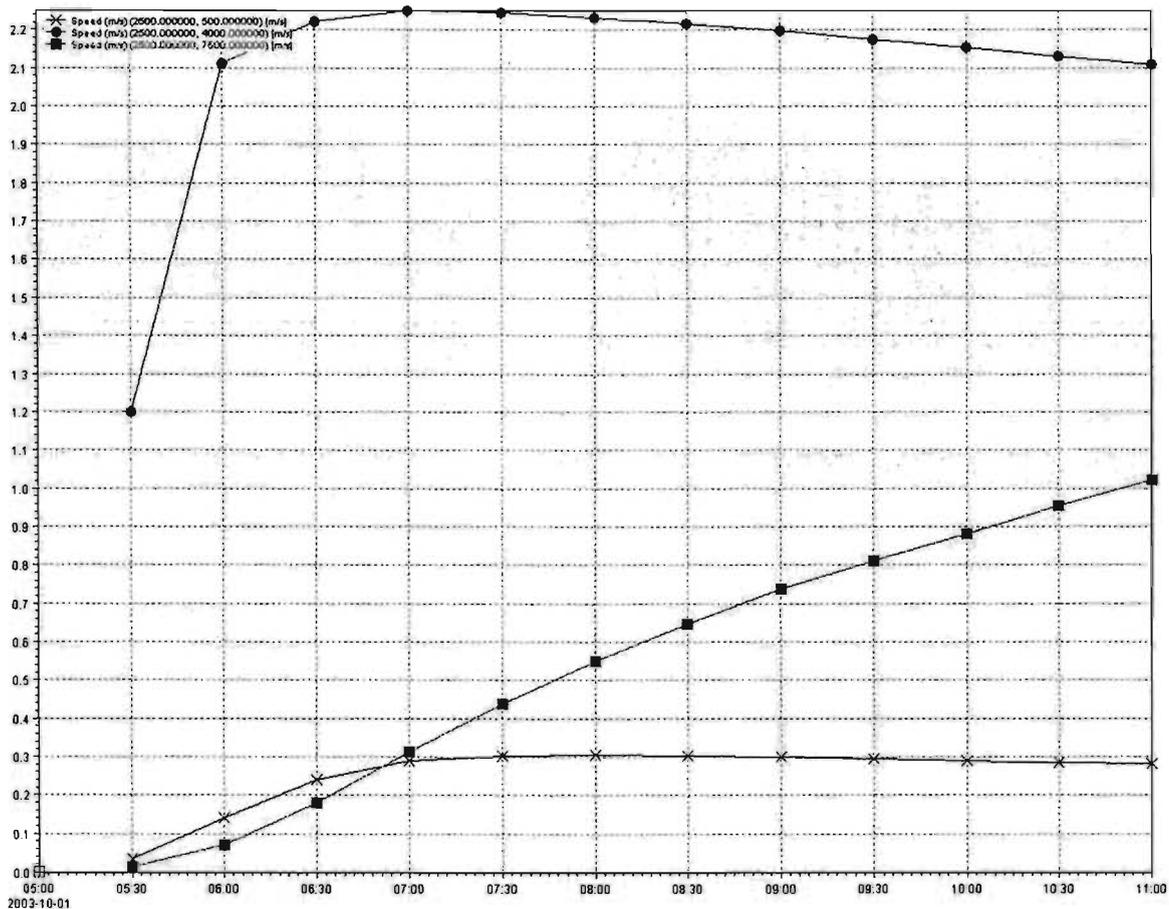


Figura 3.3-9 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones de operación con dirección 115°

También, se observa que las condiciones de oleaje, marea y aporte del río son representadas apropiadamente, no obstante el incremento importante del gasto en el río por

la operación de la central. Debido a que todas las condiciones se mantienen iguales, excepto el aporte del río, se tiene un comportamiento similar al de condiciones normales en las curvas que representan la zona de la frontera oeste del dominio de cálculo (en rojo), lo que indica que dicha descarga tiene influencia únicamente en la zona de la desembocadura, como lo indica la magnitud de los vectores de las Figuras 3.3-11 a 3.3-14.

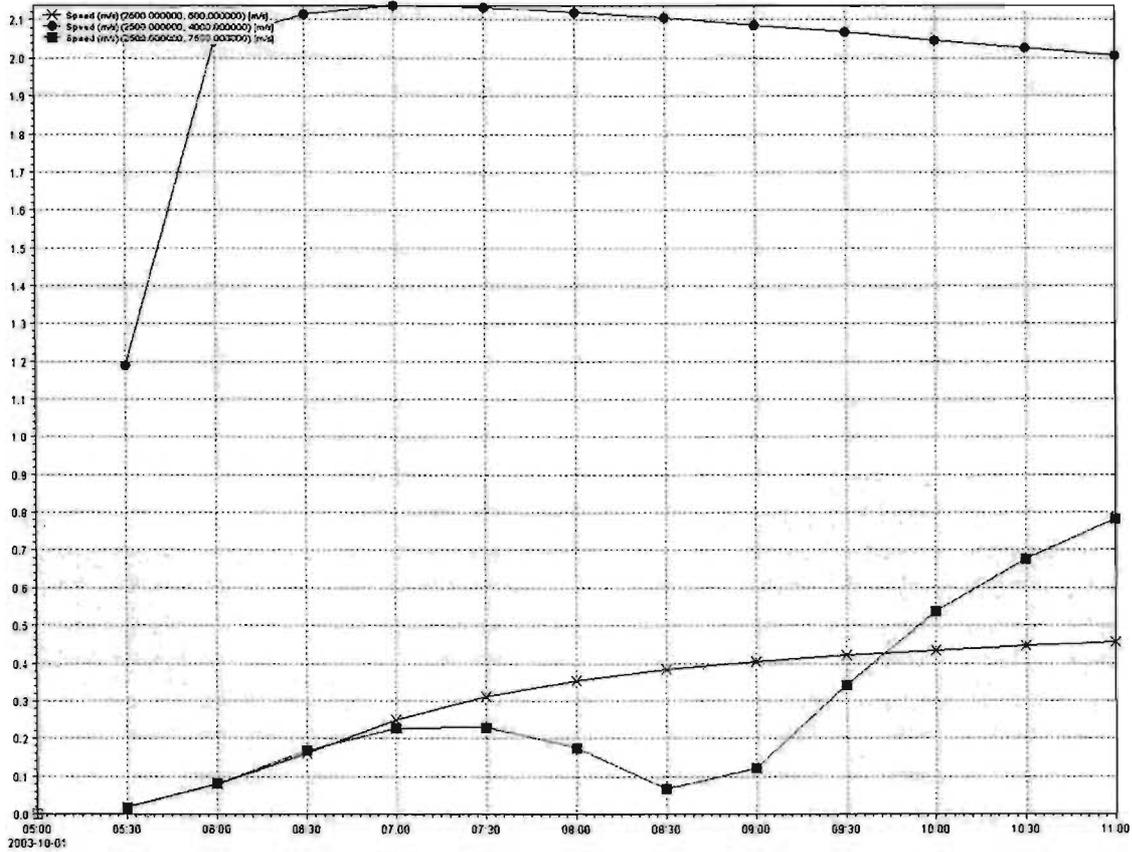


Figura 3.3-10 Comportamiento de la velocidad para los tres puntos en el frente costero para condiciones de operación con dirección 225°

En las Figuras 3.3-11 y 3.3-12 se presentan los campos de velocidades general y de detalle, correspondientes al gasto de descarga operando la central. Las condiciones simuladas fueron con la dirección proveniente del sector sureste, 115°, altura de ola de 2,25 m y periodo de 7,5 s. Los resultados muestran que las corrientes generadas por el oleaje fue de 0,1 a 0,8 m/s. Por otra parte, la influencia de la descarga de 600 m<sup>3</sup>/s sobre el río, provocó que en la zona alrededor de la isla y desembocadura, se tuvieran velocidades promedio con rango de 0,8 a 2,1 m/s. Para el caso del oleaje con la dirección suroeste, esto es, 225°, las corrientes provocadas en el frente costero fueron de 0,4 a 0,8 m/s y la provocadas en el río fueron de 0,8 a 2,4 m/s. Ante tales resultados, se denota la influencia que tiene el aumento en la descarga, principalmente en el río, extendiéndose a la zona de la barra, en la desembocadura.

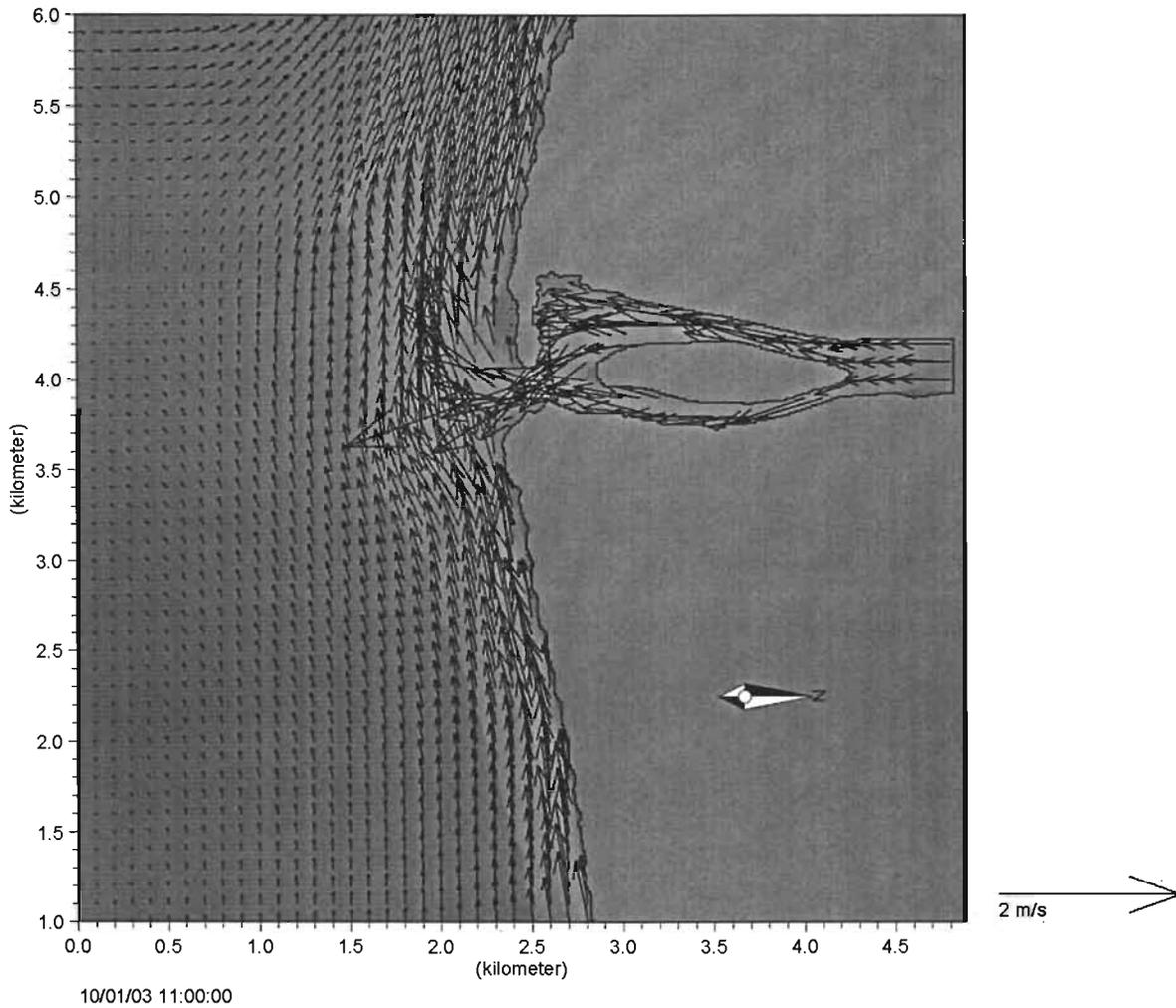


Figura 3.3-11 Campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 115°

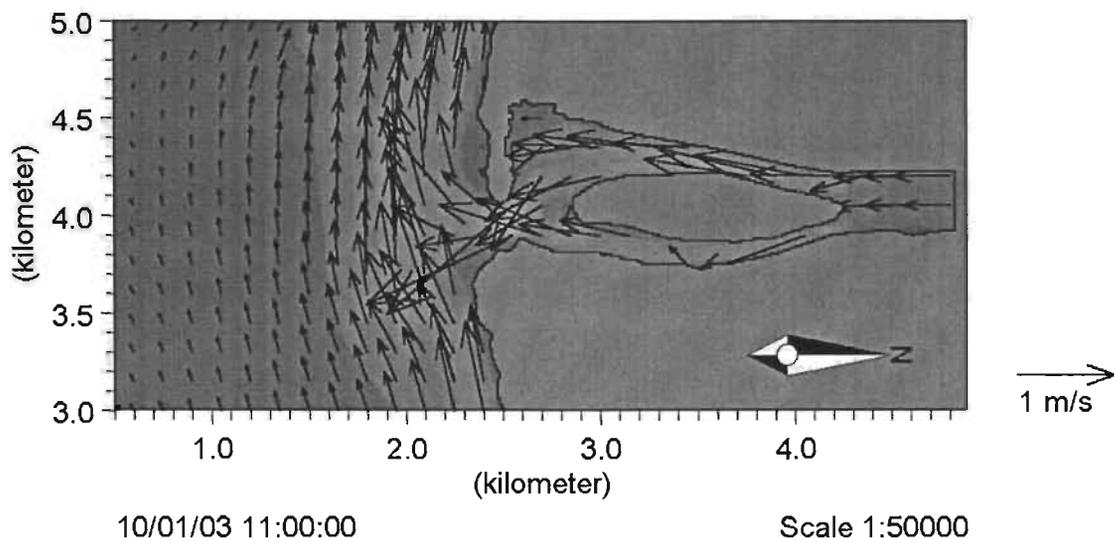


Figura 3.3-12 Detalle del campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 115°

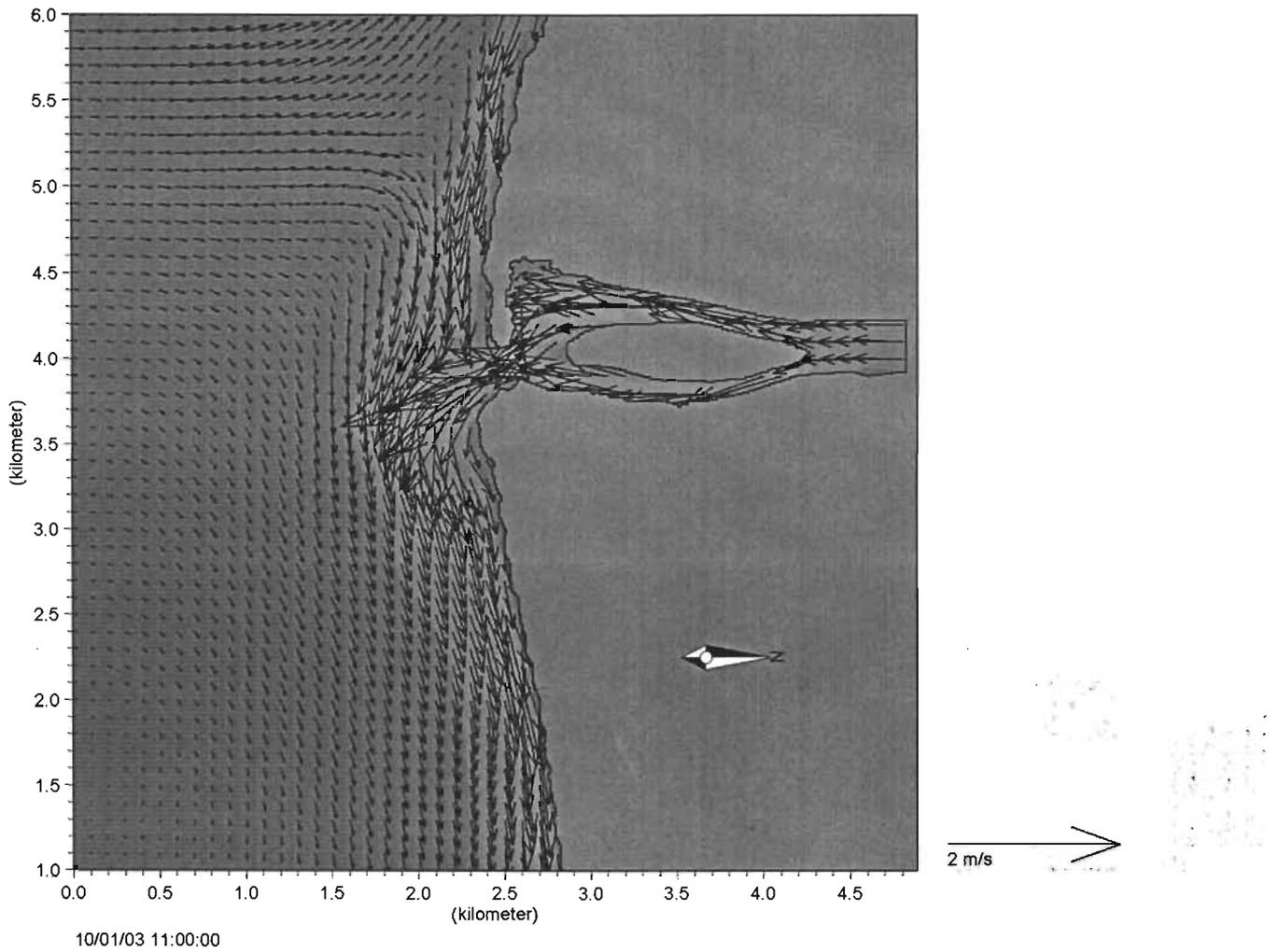


Figura 3.3-13 Campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 225°

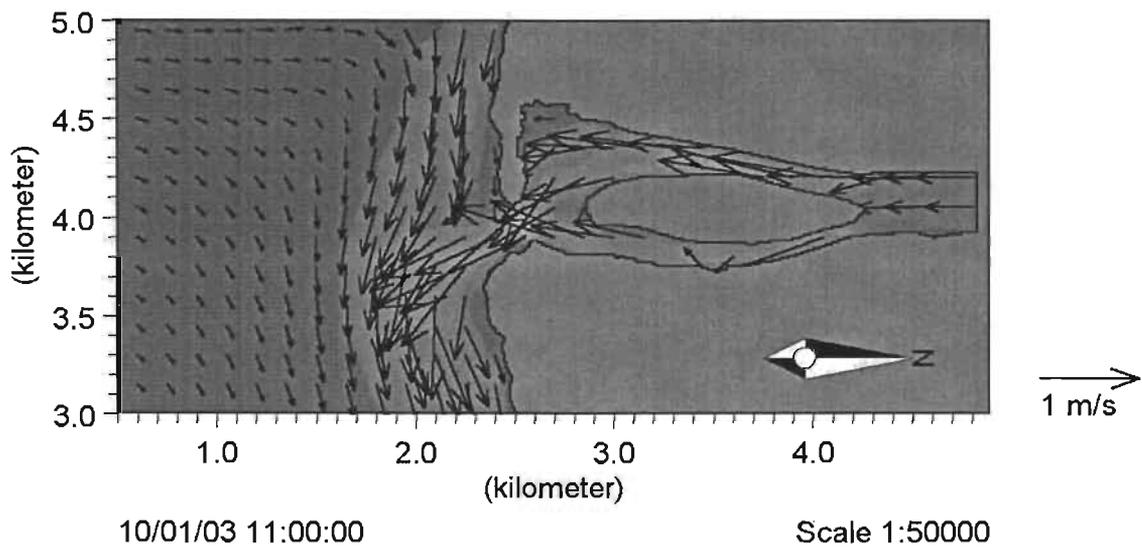


Figura 3.3-14 Detalle del campo de velocidades para condiciones de operación con dirección 225°

### 3.3.3.5 Influencia de la marea en el patrón de corrientes

El efecto de la marea como una de las condición de frontera, se simuló para dos condiciones: un primer escenario que considera exclusivamente la descarga del río y el efecto de la marea. Para el segundo escenario se simularon estas mismas condiciones, considerando además el efecto del oleaje. Los resultados se obtienen como una gráfica que muestra los rangos de velocidades para el tiempo de simulación (Figura 3.3-15).

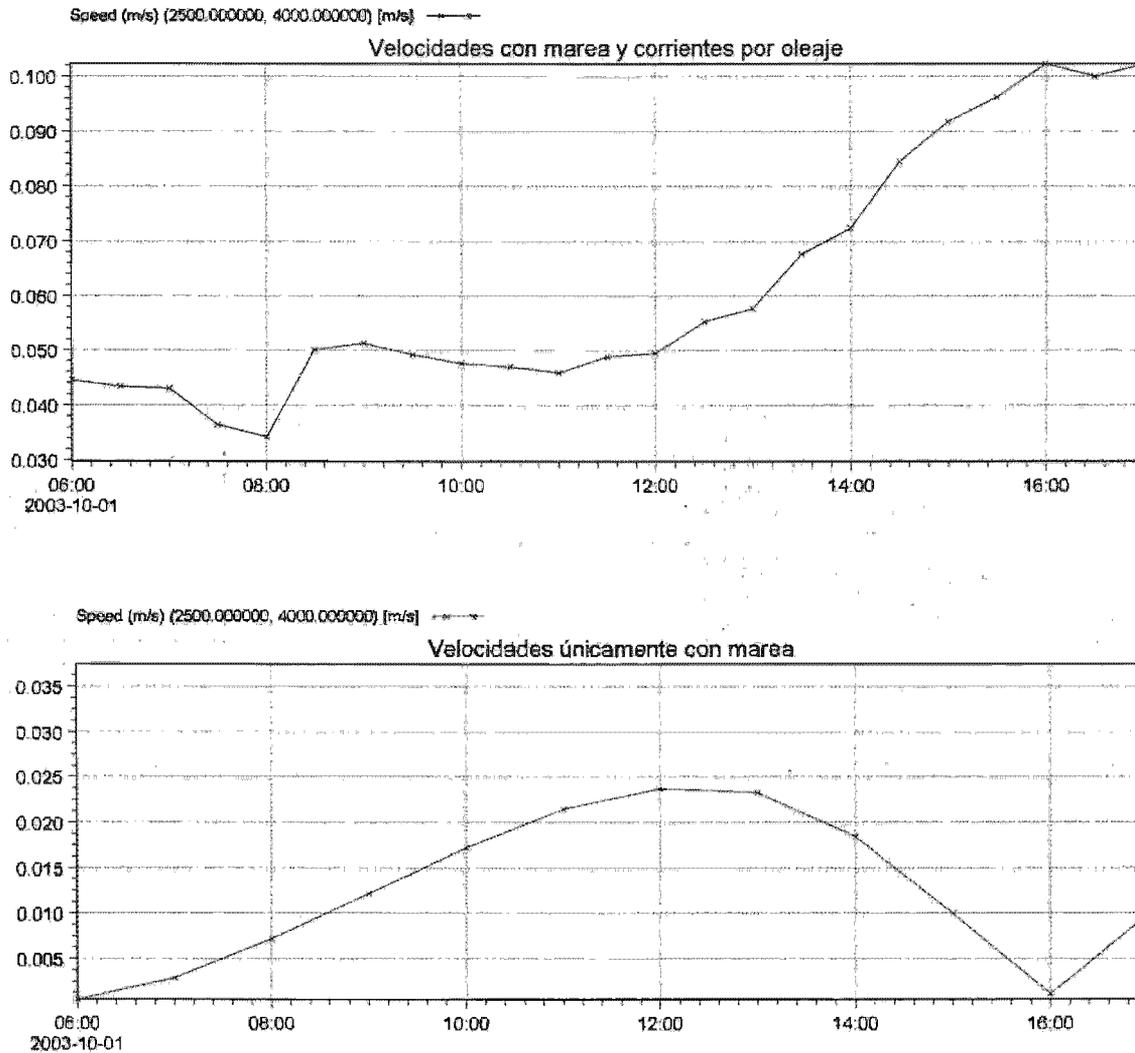


Figura 3.3-15 Influencia de la marea en el patrón de corrientes

Como se ha comentado, los resultados se obtienen a través de una gráfica que representa la evolución de la velocidad de la corriente en la superficie. Se aprecia que la marea genera velocidades inferiores a 2,5 cm/s; por otra parte, la combinación de marea y oleaje provocaron que la magnitud de la corriente alcanzara los 10 cm/s. Se obtiene además, que el efecto de las corrientes por oleaje afecta preferentemente la zona acotada entre la desembocadura y las fronteras en mar abierto, mientras que su propagación al interior de la desembocadura disminuye en forma tal, que las velocidades del río y la marea son más

importantes al interior del estero, de ahí que se haga mención por separado de las velocidades en cada una de ellas.

### 3.4 IMPLANTACIÓN DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

Para la estimación de la línea de costa fue necesario crear previamente una serie de archivos de datos de entrada. La información contenida en éstos permitió al modelo estimar la variación de la línea de costa con respecto a una línea base, la cual sirve como referencia para ver el avance o retroceso de las celdas que dan forma al perfil de la línea de costa. Asimismo, con base en un perfil de la playa tomado de la batimetría, se estimó la tasa de transportes de sedimentos en el frente costero y para la zona delimitada en la malla de cálculo.

#### 3.4.1 ARCHIVOS Y DATOS DE ENTRADA

##### 3.4.1.1 Perfiles transversales de playa y características del sedimento

En las secciones indicadas en la Figura 3.4-1, se trazaron líneas perpendiculares a la denominada línea base, que es una línea paralela al eje  $x$  de la malla usada para referir la posición y longitud de la costa y estructuras que se consideran en los cálculos, obteniéndose en dichas líneas los perfiles de playa correspondientes, como un arreglo de valores  $(x - z)$ , en los que se conocen además las características de los sedimentos existentes en algunas zonas y profundidades del lecho marino.

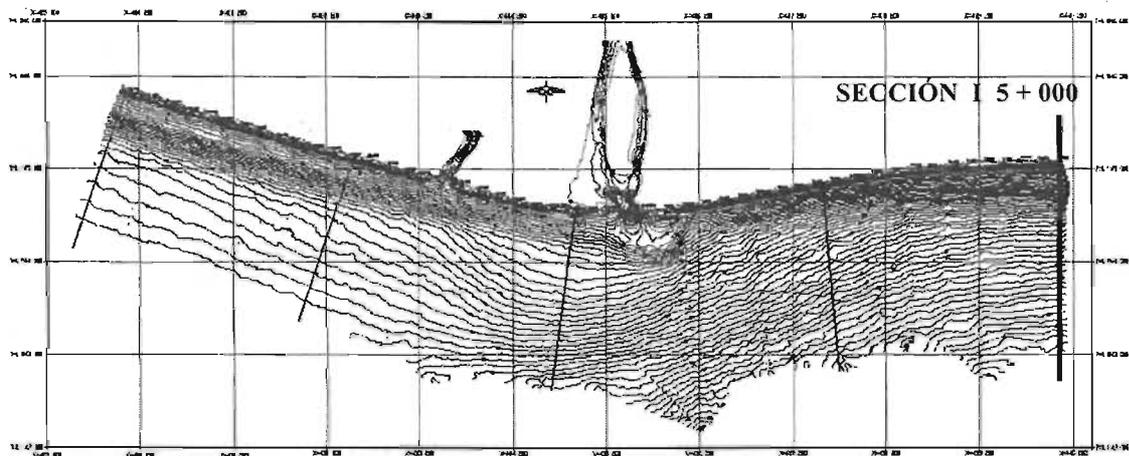


Figura 3.4-1 Secciones del frente costero para la toma de muestras de sedimento

Tras analizar los perfiles obtenidos, así como las características de las muestras de sedimentos correspondientes a dichas secciones, se observó que éstas presentan una configuración y tipo de material similares, por lo que se eligió el perfil correspondiente al cadenamiento I 5+000, como representativo del frente de costa estudiada. Dicho perfil presenta una pendiente más pronunciada y una distribución de tamaño de grano más uniforme, siendo éste el empleado en las simulaciones.

La gráfica de dicho perfil se presenta en la Figura 3.4-2; se consideró un  $D_{50} = 0,5$  mm y una  $\sigma = 1,6$  (valores tomados de la Tabla 1.3-2 correspondiente al muestreo de octubre de 2003), con una velocidad de caída  $\omega = 0,06$  m/s, para una temperatura del agua de  $20^\circ$  C.

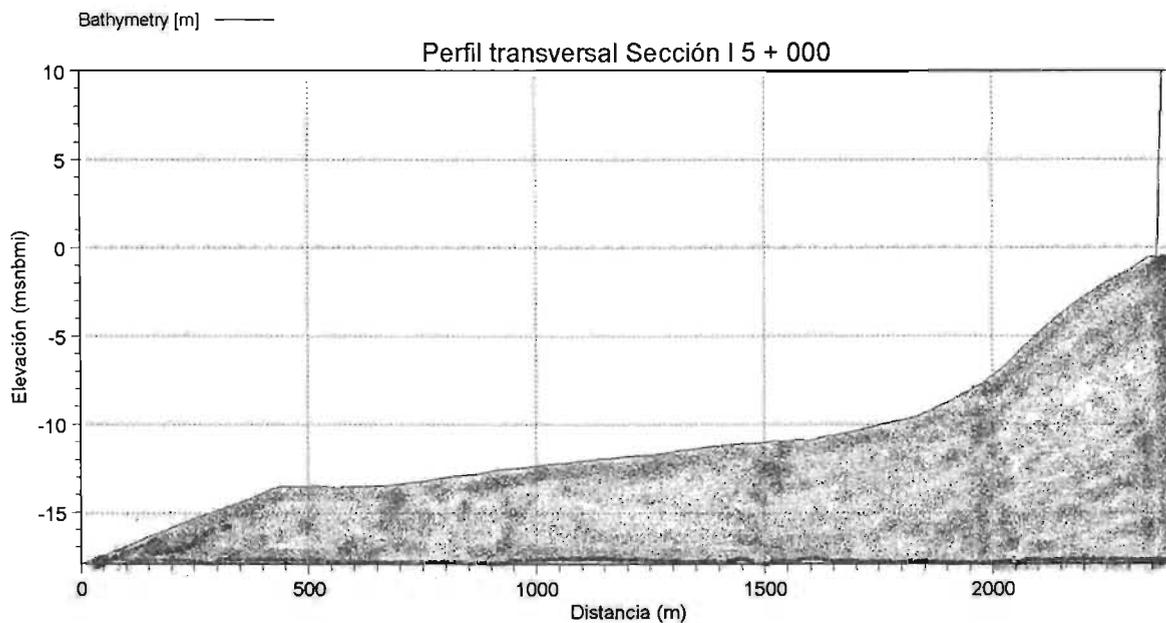


Figura 3.4-2 Perfil de playa de la sección I 5+000, empleada en el modelo numérico

#### 3.4.1.2 Configuración de la línea de costa

Para analizar la evolución de la playa, a partir de la batimetría del frente costero se obtuvo la configuración de la línea de costa, misma que se refirió a una línea base en su cota inferior o de inicio, teniendo como cota superior un punto de la línea de costa. Con esto se dio origen a un arreglo de valores  $(x - y)$ , donde  $x$  representa la abscisa correspondiente, mientras que  $y$  es la distancia entre la línea base y el punto de la línea de costa considerado. Lo anterior queda representado en la Figura 3.4-3.

#### 3.4.1.3 Clima marítimo: Oleaje

Dicha información se proporciona al modelo como una serie de tiempo, generada a partir del régimen anual de oleaje incidente en el sitio (ver Tabla 1.1-16), mediante el programa LITCONV.

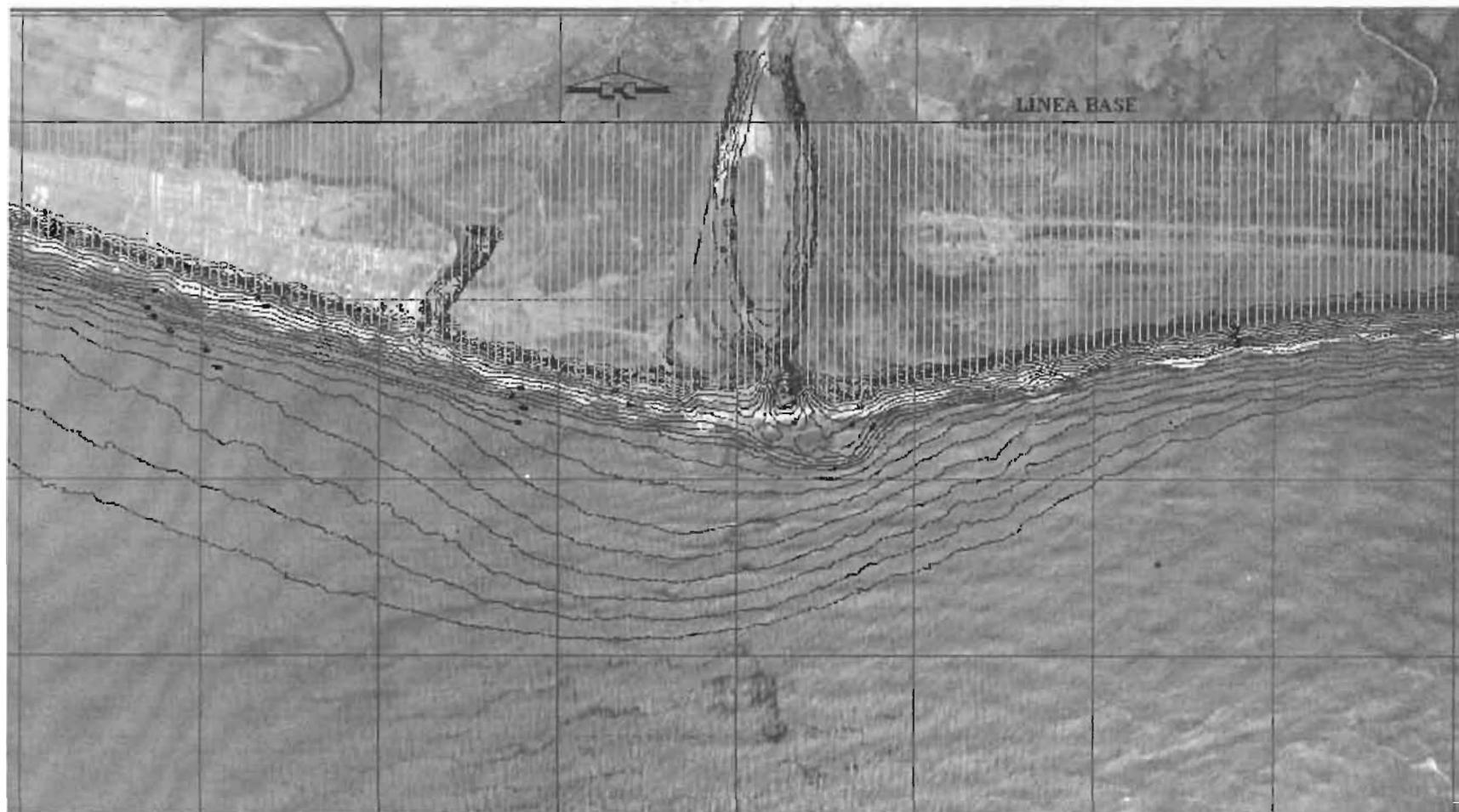


Figura 3.4-3 Configuración de la línea de costa a partir de la línea base (160 líneas @ 50 m)

#### 3.4.1.4 Tablas de transporte

Este archivo se genera mediante el programa LINTABL, en el cual se establecen los ejes de la tabla, indicando el valor inicial, espaciamento a utilizar y número de puntos de cálculo de las tasas de transporte en función del nivel del agua, el periodo, altura y dirección del oleaje con respecto a la normal a la línea de costa.

#### 3.4.1.5 Periodo de simulación

Se establecen las fechas de inicio y terminación de la simulación, con lo que queda definido su periodo, siendo en este caso de 1 año para calibrar los resultados obtenidos de la evolución de la costa en el tramo estudiado.

#### 3.4.1.6 Fuentes o sumideros de sedimento

A partir de la delimitación de la malla de cálculo, (ver Figura 3.3-1), se observa que únicamente en la frontera norte, que es propiamente el río, se puede establecer la condición de fuentes (entradas) y/o sumideros (salidas) de sedimento. Por tanto, lo que a la aportación del río se refiere, ésta se representó como una serie de tiempo distribuida en 4 celdas en la frontera de la malla, generada a partir de los datos de la Tabla 3.4-1.

Mes	# Días	Sedimentos aportados ( t )	Sedimentos aportados (m <sup>3</sup> )	Qs (m <sup>3</sup> /s)
Enero	31	1 278,56	491,75	0,000184
Febrero	28	1 650,38	634,76	0,000262
Marzo	31	1 522,82	585,70	0,000219
Abril	30	1 230,61	473,31	0,000183
Mayo	31	185,16	71,22	0,000027
Junio	30	20 676,21	7 952,39	0,003068
Julio	31	23 731,46	9 127,48	0,003408
Agosto	31	32 397,78	12 460,68	0,004652
Septiembre	30	54 755,02	21 059,62	0,008125
Octubre	31	23 027,63	8 856,78	0,003307
Noviembre	30	1 154,09	443,88	0,000171
Diciembre	31	1 729,77	665,30	0,000248

Tabla 3.4-1 Gastos promedio de sedimentos en el río

Para efectos del modelo se considero el gasto sólido correspondiente al mes de septiembre, por ser el mayor en todo el registro y con objeto de verificar el grado de importancia de dicha aportación de sedimento a la dinámica litoral en y frente a la desembocadura del río.

### 3.4.1.7 Parámetros de cálculo

En este apartado se especifica el número de puntos de cálculo a lo largo de la costa, donde se calculará la tasa de transporte y otros factores relacionados con la estabilidad numérica del modelo, así como el esquema de solución, concentración del oleaje, etc., cuyos valores están contenidos en los archivos de especificaciones respectivos, obteniéndose la configuración de la línea de costa durante y al final de la simulación.

### 3.4.2 SIMULACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

La simulación de la evolución de la línea de costa se realizó considerando un periodo de simulación de un año. Los antecedentes del avance y retroceso de la playa en el sitio son sólo empíricos y provienen de la experiencia de los habitantes de la zona quienes manifestaron retrocesos del orden de 35 a 40 metros para un periodo de 30 años y avances del orden de 10 a 40 m en un periodo de 25 años, dicha información si bien no se descarta su validez, se consideró sólo como un patrón de referencia, por lo que se puede suponer que la variación de la línea de costa es de 1 m aproximadamente, valor que para efectos de la simulación se consideró adecuado.

Se realizó además la comparación de la línea de costa, a través de imágenes de satélite, mismas que sólo permitieron evaluar cualitativamente los avances y retrocesos, análogamente a la fuente antes descrita, ésta es también sólo una referencia.

Es importante señalar que el modelo supone una línea de playa uniforme, lo cual no ocurre en la realidad, ya que las playas naturales generalmente presentan irregularidades debidas a la presencia de mantos rocosos dentro o fuera del mar y que el modelo LITLINE no es capaz de representar. Debido a esto, no debe perderse de vista que las líneas de costa que arroja el modelo son siempre curvas uniformes y suavizadas, que representan solamente la tendencia al movimiento bajo la acción del oleaje en determinado periodo.

En la Tabla 3.4-2 se presentan los resultados obtenidos de la simulación de la línea de costa para un periodo de un año, como ya se explico. El frente costero fue dividido en tres zonas para identificar con mayor claridad, que zona del frente costero es más sensible a la dinámica litoral.

Zona	Erosión (m)		Depósito (m)	
	mínima	máxima	mínimo	máximo
Zona oeste	0,5	1,8	0,5	4,5
Desembocadura	0,5	9,5	0,5	12,5
Zona este	0,5	7,0	0,5	9,0

Tabla 3.4-2 Evolución de la línea de costa para un año de simulación

Analizando los resultados se observa que la zona oeste es la más dinámica; que la este es más estable y que ambas no se ven modificadas por las condiciones en el río, esto es, por la fuente de sedimento. Sin embargo, la zona de la desembocadura queda sujeta al cambio del

régimen y al sedimento transportado, lo que la convierte en la zona más dinámica, esto significa que en esta zona es donde se toma mayor importancia el aporte de sedimentos en el río, esto se puede observar en la acumulación de material en la parte posterior de la barra, en la zona del río, esta condición se ve favorecida por las bajas velocidades en esa zona, lo que permite que el material se deposite, convirtiéndose en una zona de recarga.

### 3.5 IMPLANTACIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

Análogamente al modelo para la estimación de la línea de costa, fue necesario crear previamente una serie de archivos de datos de entrada. Mucha de esta información corresponde al mismo caso del modelo de evolución de la línea de costa; por ejemplo el clima marítimo en lo referente al oleaje, el perfil de la playa para la simulación, etc. Sin embargo, en los siguientes apartados se describirán las características de los insumos para el modelo de transporte de sedimentos.

#### 3.5.1 ARCHIVOS Y DATOS DE ENTRADA

##### 3.5.1.1 *Perfiles transversales de playa y características del sedimento*

Como se ha comentado, la sección utilizada en este apartado es la correspondiente a la mostrada en la Figura 3.4-1, esto es, al perfil del cadenamiento I 5+000. Las características del material se presentan en la Tabla 1.3-2.

##### 3.5.1.2 *Clima marítimo: Oleaje*

Esta información es la misma que se utilizó en el módulo LITLINE, que ahora para este nuevo módulo denominado LITDRIFT, se proporciona también como una serie de tiempo, generada a partir del régimen anual de oleaje incidente en el sitio (ver Tabla 1.1-16).

##### 3.5.1.3 *Datos y parámetros para la simulación*

En este sentido, se utilizaron las mismas condiciones que en el apartado 3.4.1-7, indicando además el factor de dispersión del oleaje así como su distribución espectral.

#### 3.5.2 SIMULACIÓN DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

El análisis del transporte litoral en el frente costero, el módulo utilizado para tal fin, proporciona el transporte litoral anual, así como una serie de tiempo diseñada para construir rosas de transporte litoral en función de las características del oleaje, velocidad de la corriente, nivel del mar, etc.

En la Figura 3.5-1 se presenta la tasa de transporte longitudinal de sedimentos y su distribución a lo largo del perfil considerado, concentrándose entre los cadenamientos 2+100 y 2+400, desde la cota 0,0 hasta la cota -5,0. El valor máximo fue de 1 800 m<sup>3</sup>/año/m, mismos que se presentan a una profundidad aproximada de 1,5 m que resulta ser la profundidad de rompiente para las alturas de ola ensayadas. De la misma figura, se observa que a partir de la cota -5,0 msnbmi prácticamente ya no se tiene transporte de sedimentos, por lo cual, ésta podría considerarse como la profundidad de cierre para el tramo de costa analizado.

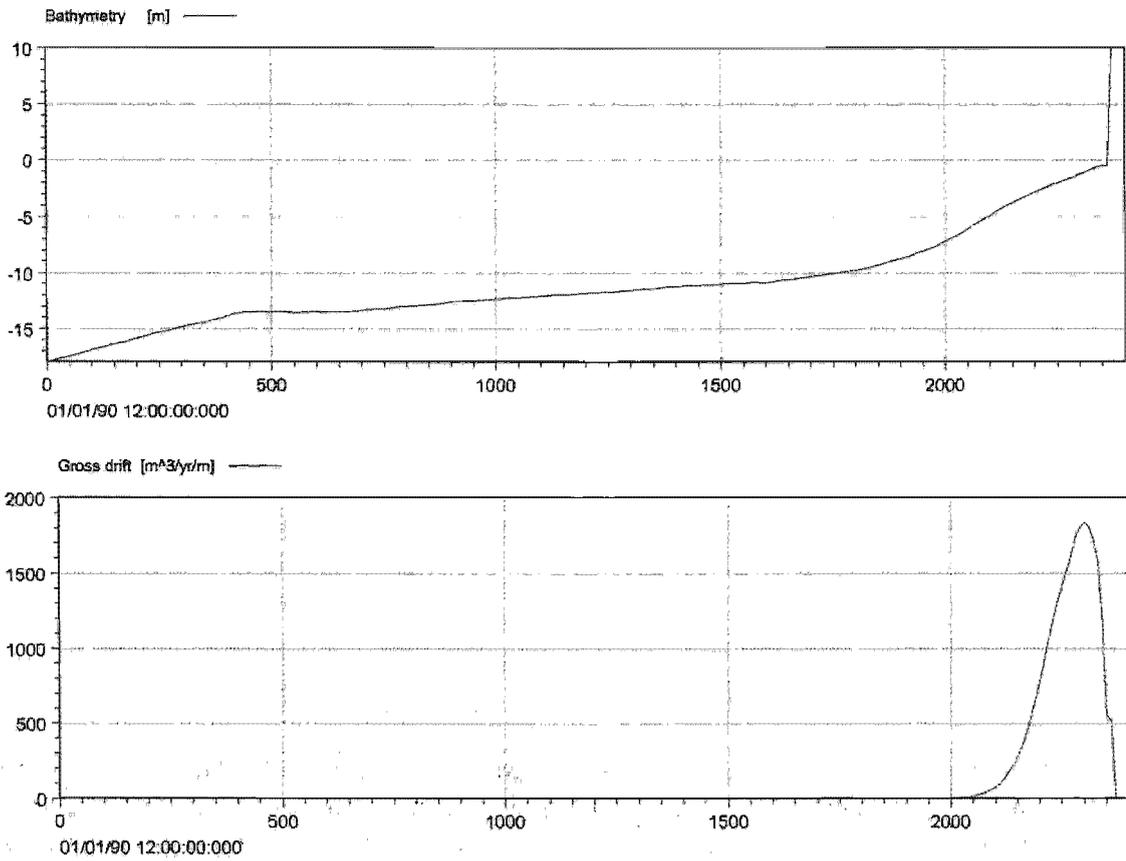


Figura 3.5-1 Distribución del transporte litoral total a lo largo del perfil seleccionado

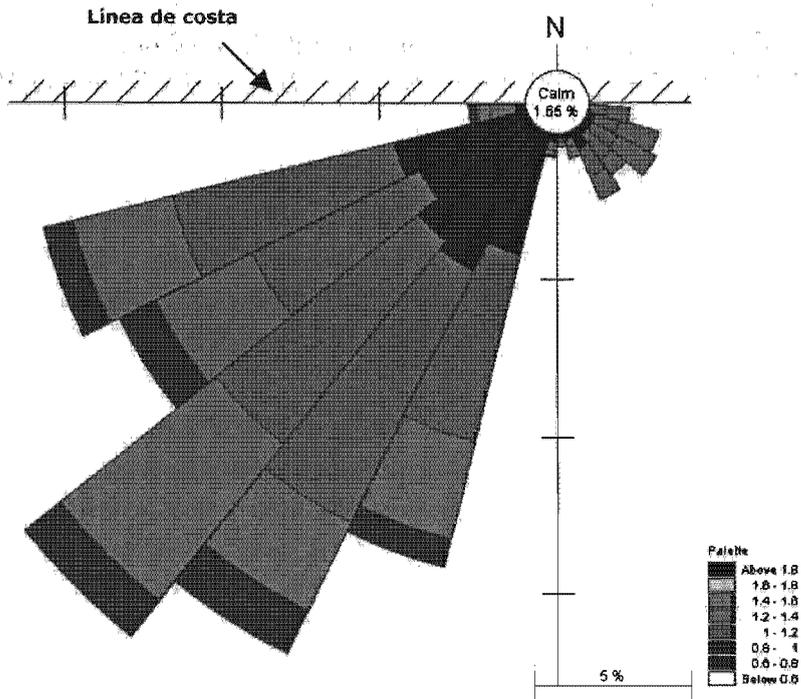


Figura 3.5-2 Rosa de transporte litoral anual en el frente de costa estudiada

La Figura 3.5.2 representa la rosa de transporte litoral anual resultante, en ella se muestran los porcentajes del transporte total correspondiente a cada dirección considerada del oleaje. Se observa también que la suma del transporte de sedimentos generado por el oleaje de las direcciones del tercer cuadrante (S-O), es mayor que el transporte debido a las direcciones del segundo cuadrante (E-S), por lo que el transporte litoral actúa normalmente de oeste a este.

Por otra parte, en la Figura 3.5-3 se presentan las tasas de transporte acumulado anual (a) y neto (b) respectivamente. El transporte acumulado es el total de volumen movido durante el año sin importar la dirección que éste tenga, por lo que para el caso analizado resulta un volumen acumulado de 256 400 m<sup>3</sup>/año. El transporte neto es el balance del volumen de sedimentos que se mueve en un año, por lo que el transporte neto negativo es de oeste a este. Estos resultados se presentan en la Tabla 3.5-1.

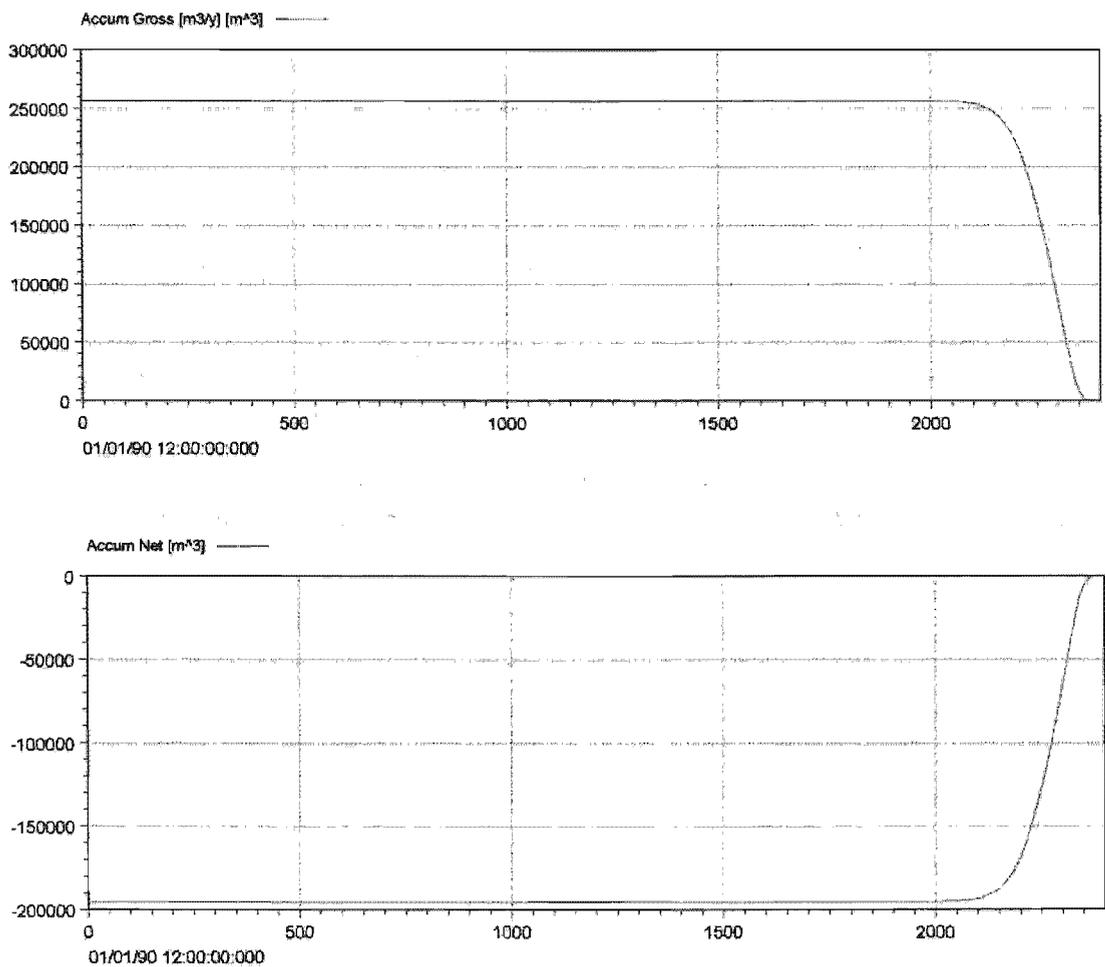


Figura 3.5-3 Transporte acumulado durante un año (a) y neto (b) en el perfil analizado

Dirección del oleaje (° ref. al N)	Duración (% año)	Altura de ola (m) $H_{rms}$	Tasa de transporte, $Q_i$ ( $m^3/s$ )	Transporte normalizado, $Q_i$ ( $m^3$ )	Transporte acumulado, $Q_i$ ( $m^3$ )
105	0,04	0,53	0,0008	10,6	10,6
115	0,04	0,53	0,0014	17,8	28,5
125	0,09	0,53	0,0020	58,4	86,9
135	0,05	0,53	0,0022	34,7	121,6
145	0,05	0,53	0,0021	33,4	155,1
155	0,07	0,53	0,0018	39,7	194,8
165	0,11	0,53	0,0013	45,3	240,2
175	0,22	0,53	0,0005	40,8	281,0
185	0,42	0,53	-0,0005	-77,8	203,2
195	0,62	0,53	-0,0013	-255,4	-52,2
205	0,97	0,53	-0,0017	-550,6	-602,8
215	1,17	0,53	-0,0021	-779,2	-1 382,0
225	1,25	0,53	-0,0021	-866,5	-2 248,6
235	1,08	0,53	-0,0020	-699,8	-2 948,5
245	0,67	0,53	-0,0014	-298,2	-3 246,8
255	0,69	0,53	-0,0008	-184,6	-3 431,4
265	0,78	0,53	-0,0004	-119,6	-3 551,0
105	0,15	0,88	0,0035	169,1	-3 381,9
115	0,35	0,88	0,0055	607,6	-2 774,3
125	0,33	0,88	0,0069	720,6	-2 053,6
135	0,28	0,88	0,0074	655,2	-1 398,3
145	0,39	0,88	0,0069	854,6	-543,7
155	0,42	0,88	0,0057	759,0	215,2
165	0,39	0,88	0,0040	491,9	707,2
175	0,74	0,88	0,0018	435,6	1 142,9
185	1,24	0,88	-0,0018	-728,6	414,2
195	2,1	0,88	-0,0039	-2 644,2	-2 230,0
205	4,25	0,88	-0,0057	-7 641,0	-9 871,0
215	5,9	0,88	-0,0068	-12 789,4	-22 660,4
225	5,21	0,88	-0,0073	-12 028,4	-34 688,9
235	4,61	0,88	-0,0068	-9 965,7	-44 654,7
245	4,37	0,88	-0,0054	-7 545,3	-52 200,0
255	3,27	0,88	-0,0035	-3 641,1	-55 841,1
265	2,43	0,88	-0,0012	-951,7	-56 792,9
105	0,5	1,24	0,0085	1 350,9	-55 442,0
115	0,52	1,24	0,0132	2 177,8	-53 264,1
125	0,45	1,24	0,0161	2 285,0	-50 979,0
135	0,47	1,24	0,0176	2 618,1	-48 360,9
145	0,33	1,24	0,0161	1 684,0	-46 676,8
155	0,19	1,24	0,0133	799,5	-45 877,3
165	0,28	1,24	0,0089	794,4	-45 082,8
175	0,22	1,24	0,0039	276,1	-44 806,6

Tabla 3.5-1 Transporte litoral anual en el frente de costa estudiada

Dirección del oleaje (°)	Duración año (%)	Altura de ola (m) $H_{rms}$	Tasa de transporte, $Q_s$ ( $m^3/s$ )	Transporte normalizado, $Q_s$ ( $m^3$ )	Transporte acumulada, $Q_s$ ( $m^3$ )
185	0,54	1,24	-0,0039	-675,9	-45 482,5
195	0,73	1,24	-0,0090	-2 074,6	-47 557,1
205	3,25	1,24	-0,0131	-13 523,2	-61 080,3
215	4,52	1,24	-0,0160	-22 910,1	-83 990,4
225	3,83	1,24	-0,0175	-21 224,9	-105 215,0
235	3,01	1,24	-0,0160	-15 242,8	-120 458,0
245	2,72	1,24	-0,0132	-11 358,0	-131 816,0
255	2,69	1,24	-0,0084	-7 205,4	-139 021,0
265	2,15	1,24	-0,0028	-1 946,6	-140 968,0
105	0,42	1,59	0,0144	1 907,9	-139 060,0
115	0,45	1,59	0,0231	3 279,0	-135 781,0
125	0,4	1,59	0,0292	3 687,4	-132 094,0
135	0,16	1,59	0,0314	1 585,0	-130 509,0
145	0,15	1,59	0,0290	1 375,4	-129 133,0
155	0,09	1,59	0,0223	633,4	-128 500,0
165	0,18	1,59	0,0142	811,6	-127 688,0
175	0,21	1,59	0,0061	409,9	-127 278,0
185	0,18	1,59	-0,0061	-350,6	-127 629,0
195	0,39	1,59	-0,0142	-1 756,0	-129 385,0
205	0,93	1,59	-0,0222	-6 523,9	-135 909,0
215	0,88	1,59	-0,0289	-8 029,4	-143 938,0
225	1,66	1,59	-0,0311	-16 313,1	-160 251,0
235	0,97	1,59	-0,0288	-8 835,6	-169 087,0
245	0,81	1,59	-0,0228	-5 825,0	-174 912,0
255	0,57	1,59	-0,0144	-2 591,6	-177 504,0
265	0,73	1,59	-0,0046	-1 079,7	-178 583,0
185	0,07	1,94	-0,0094	-209,2	-178 793,0
195	0,02	1,94	-0,0227	-143,2	-178 936,0
205	0,19	1,94	-0,0355	-2 127,8	-181 064,0
215	0,26	1,94	-0,0471	-3 865,4	-184 929,0
225	0,23	1,94	-0,0514	-3 734,5	-188 664,0
235	0,22	1,94	-0,0479	-3 328,8	-191 993,0
245	0,12	1,94	-0,0433	-1 642,0	-193 635,0
255	0,09	1,94	-0,0257	-731,4	-194 366,0
265	0,28	1,94	-0,0083	-740,2	-195 106,0
<b>CALMAS</b>	<b>18,19</b>	<b>0,01</b>		<b>TOTAL</b>	<b>-195 106,0</b>

Tabla 3.5-1 Transporte litoral anual en el frente de costa estudiada (continuación)

Se observa de esta última tabla, que el transporte litoral neto resulta ser de 195 000  $m^3$ , para la longitud de costa analizada y que el transporte predominante es de oeste a este.

Finalmente, en el capítulo cuatro se presentan las conclusiones de los escenarios modelados para las condiciones de frontera analizadas. Se puede señalar que en términos generales los resultados obtenidos son adecuados como ya se mencionó, para ciertas condiciones físicas.

## ***CAPÍTULO 4***

## CONCLUSIONES GENERALES

---

---

En este capítulo se presentan las principales conclusiones obtenidas en los tres capítulos anteriores. Se puede confirmar que en gran medida se cumplen con los objetivos propuestos, por lo que las conclusiones son válidas bajo las condiciones y criterios adoptados. Sin embargo, sería necesaria la calibración del modelo con mayor cantidad y mejor información para generar los resultados que *a priori* podrían esperarse.

Por citar un ejemplo, sería adecuado contar con mediciones de oleaje en campo para el frente de costa estudiado, lo que significaría la instalación de al menos dos equipos: uno en el frente costero y otro aguas arriba de la desembocadura, pero cerca de ésta. Los parámetros a medir sería la altura de ola, su dirección y su periodo, además de las velocidades.

En las siguientes párrafos se describirán más específicamente los resultados obtenidos, proponiendo finalmente un apartado con las posibles líneas de investigación para trabajos posteriores.

## 4.1 CONCLUSIONES GENERALES

### 4.1.1 CAPÍTULO 1

1. En este capítulo, se obtuvo una adecuada caracterización del régimen de oleaje en el frente de costa analizado. No debe perderse de vista que la información de los 12 años de registro se obtienen de las trayectorias de satélites, es decir, de forma indirecta, además de los modelos numéricos empleados para tal fin.
2. Por lo que corresponde a los registros de superficie libre, se observó que con los datos registrados se estimó un número adecuado de componentes armónicas, lo que permitió que la señal de marea predicha a partir de dichas componentes, manifestará una buena correlación con la señal medida, sin embargo, es posible que un mayor registro o un cambio en la ubicación del equipo, hubiera permitido observar el amortiguamiento de la señal en caso de existir.

### 4.1.2 CAPÍTULO 2

1. Analizando la evolución de la línea de costa para el régimen anual de oleaje, se obtiene que la playa oeste, prácticamente no presenta cambios, por lo que se considera como una zona estable. En ella se presentan avances entre 0,5 y 4,5 m y retrocesos entre 0,5 y 1,8 m.
2. Por otra parte, en la zona de la desembocadura los retrocesos son del orden de 0,5 a 9,5 m, mientras que los avances son entre 0,5 y 12,5 m. Esta zona está sujeta a la interacción de las corrientes generadas por el oleaje y la marea, así como las debidas al río, por lo que presenta una dinámica diferente a las playas este y oeste. Se observó que el material del río tiende a depositarse en la zona de bajos, contribuyendo a la formación de la barra. Se estima también, que parte del material es depositado a profundidades mayores a la profundidad de cierre, por lo este material difícilmente formará parte de la playa, principalmente de la oeste.
3. Por lo que corresponde a la playa este, en ella se muestra un comportamiento de la línea de costa más inestable, puesto que llegan a presentarse erosiones promedio entre 0,5 y 7 m y depósitos entre 0,5 y 9 m. En este tramo de costa, se observó que es donde el material analizado, tiene características similares a las obtenidas en el río, por lo que se puede señalar que parte del sedimento que aporta el río, se deposita en esta zona.
4. Los resultados de la simulación se ajustaron a las tendencias observadas en el sitio. Sin embargo para validarlos cuantitativamente, se recomienda llevar un registro del movimiento de la costa a través de perfiles playeros, los cuales conviene que sean de verano e invierno, para incluir las variaciones estacionales del oleaje.

5. Para mantener en equilibrio la playa estudiada, se recomienda evitar en lo posible construcciones sobre la duna, ya que ésta constituye la zona de recarga y regulación del movimiento de sedimentos en todo el perfil de playa.
6. La zona más activa sin duda es la parte de la desembocadura que responde casi de forma inmediata a los cambios en el clima marítimo y el gasto del río, por lo cual los avances y retrocesos son muy marcados en comparación con las zonas este y oeste.
7. Como se pudo observar, la morfodinámica de la zona estudiada depende más del clima de oleaje que del gasto y sedimento aportados por el río al frente costero. Por lo que las principales modificaciones que sucedan en la morfodinámica costera al incrementarse el gasto y disminuir el aporte de sedimentos, afectan directamente a la barra en la desembocadura y gradualmente a las playas adyacentes.
8. Las simulaciones indican que el sedimento viaja predominantemente de oeste a este, sin embargo, cuando existen cambios en la dirección del oleaje también cambia el sentido del transporte de sedimentos, siendo ahora de este a oeste. Esta es una razón por las cuales el sistema costero se mantiene con un ancho de playa amplio prácticamente todo el año, pues aún considerando un cambio eventual en la dirección del oleaje en época de tormentas, no se pierde material; es decir, se observa que se tiene un sistema confinado.

#### 4.1.3 CAPÍTULO 3

1. En condiciones de oleaje normal, el proveniente del sector suroeste tiene mayor frecuencia de incidencia que el proveniente del sector sureste, por lo cual el transporte neto bajo estas condiciones ocurre en dirección oeste-este.
2. El volumen de sedimentos neto sería del orden de 195 000 m<sup>3</sup> en un año, con dirección oeste-este; la tasa de transporte máxima resultó de 1 800 m<sup>3</sup>/año/m, entre los cadenamientos 2 + 100 y 2 + 400, aproximadamente y de la cota 0 a la cota - 5 msnbmi. Por tanto, resulta que la zona del perfil activo está comprendido entre los cadenamientos y profundidades mencionados, los cuales definen la profundidad de cierre.
3. Bajo los dos escenarios estudiados, el material que pueda aportar el río, se estima será menor que el transporte litoral, el cual tendría velocidades muy por encima de la crítica, lo que ocasionaría que éste se depositara en zonas alejadas de la desembocadura, a las cuales ya no estaría sujeta a la dinámica litoral.
4. Se espera que las modificaciones en la morfología de la desembocadura, ocurran principalmente por cambios en la hidrodinámica del río, puesto que aún suponiendo que la cantidad de sedimento aportado fuese el mismo, las velocidades que se

tendrán con la descarga en el río, no permitirán su depósito, por lo que se espera que la barra se vaya perdiendo gradualmente.

#### 4.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

1. A partir de los resultados obtenidos, se recomienda realizar el monitoreo de las playas, obteniendo perfiles playeros de manera estacional, que permitieran evaluar los avances y retrocesos de la línea de costa.
2. Necesaria sería una campaña de medición de los parámetros de oleaje y mareas, con objeto de calibrar los modelos con datos obtenidos para el sitio en particular y generar a la vez una base de datos que en teoría serían de mayor confiabilidad. De igual manera, es recomendable instalar equipos para el registro de la velocidad en algunas secciones del río, a efecto de poder calibrar y verificar los resultados de los modelos numéricos.
3. En aras de contar con un estudio más profundo, sería recomendable contar con la batimetría que cubra el tramo de río a estudiar y una mayor longitud de costa, lo que permitiría evaluar en una mayor longitud los efectos de las descargas en el río, considerando nuevas condiciones de frontera.

## ANEXO A

### A.1 CARACTERÍSTICAS DEL SEDIMENTO DEL RÍO Y COSTA

En la ingeniería de ríos, se considera la existencia de tres clases de material que en su momento pueden ser movidos por la velocidad de la corriente presente en el cauce del río. Dicho material lo clasifica como: no cohesivo o granular, cohesivo y rocas. Entre las características para definir uno y otro se tiene el tamaño de la partícula y la fricción de ésta, que es función de su peso. Los materiales cohesivos están formados por pequeñas partículas, que al estar unidas muestran oposición para ser transportadas; por otra parte los materiales más gruesos mantienen de manera similar una relación con las características de la corriente para que éstas puedan ser movidas.

Entre las propiedades de los suelos granulares de interés, se tiene su densidad, forma, tamaño y velocidad de caída. En el presente apartado se desarrolla el tema de los sedimentos presentes en el cauce del río y las características del material en el frente costero.

#### A.1.1 MUESTREO DE SEDIMENTOS EN CAMPO

En la zona de estudio comprendida por una parte del río, cercana a los 30 km y un frente costero de 10 km, como ya se ha comentado, se realizó una campaña de muestreo de sedimentos, cuyas muestras se tomaron en diferentes secciones y a diversas profundidades, tal como se observa en la Figura A-1, donde se presentan las secciones en el frente costero de donde se extrajeron muestras del material. A dichas muestras se les practicó un análisis de laboratorio con objeto de determinar su curva granulométrica y su densidad relativa. De la curva se extrajeron los valores típicos para los diámetros característicos, que normalmente se emplean para definir parámetros estadísticos que permiten precisar la distribución de los tamaños de las partículas.

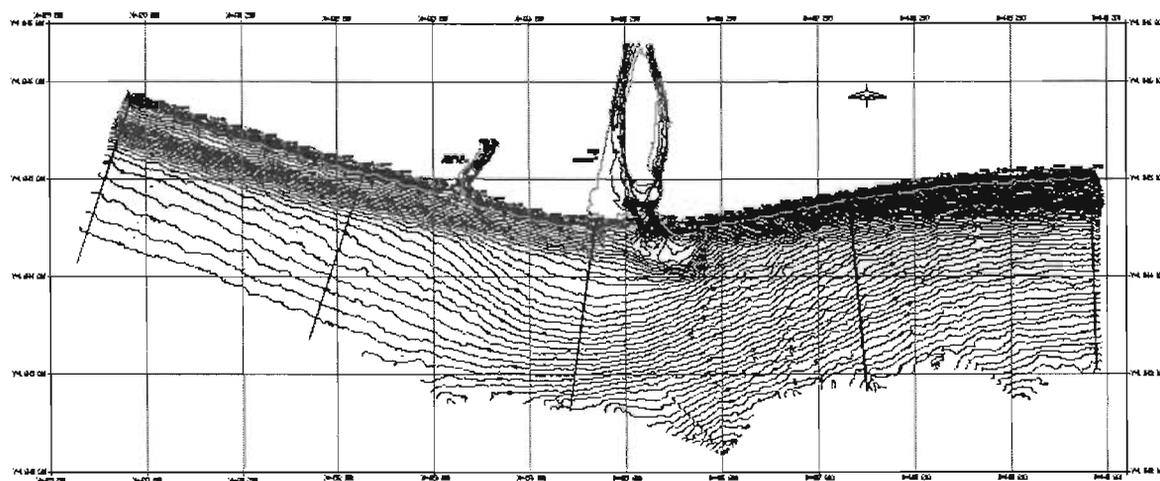


Figura A-1 Secciones para el muestreo de sedimentos en el frente costero

Ejemplos de dichos diámetros característicos se tienen:  $D_{84}$  ( $D_{84,13}$ ),  $D_{50}$  y  $D_{16}$  ( $D_{15,87}$ ), con los cuales se estimó la desviación estándar geométrica,  $\sigma_g$ , la cual es una medida de dispersión adimensional que indica que tan alejados están los datos con respecto a un valor central. El valor mostrado en las siguientes tablas se ha estimado suponiendo que la curva granulométrica se ajusta a un papel probabilístico del tipo log-normal.

No. Muestra	Lugar	Cadenamiento	Profundidad (m)	Zona	Densidad relativa	D16 (mm)	D50 (mm)	D84 (mm)	$\sigma_g$
1	Playa	D- 0+000		Berma	2.688	0.260	0.340	0.550	1.454
2	Playa	D- 0+000		Cara de playa	2.648	0.280	0.840	4.000	3.780
3	Playa	D- 0+000	5		2.100	0.061	0.095	0.130	1.460
4	Playa	D- 0+000	10		2.643	0.049	0.077	0.130	1.629
5	Playa	D- 2+600		Berma	2.705	0.200	0.300	0.400	1.414
6	Playa	D- 2+600		Cara de playa	2.607	0.260	0.390	0.800	1.754
7	Playa	D- 2+600	5		2.621	0.080	0.110	0.140	1.323
8	Playa	D- 2+600	10		2.607	0.050	0.080	0.130	1.612
9	Playa	D- 5+000		Berma	2.672	0.160	0.250	0.350	1.479
10	Playa	D- 5+000		Cara de playa	2.666	0.160	0.240	0.350	1.479
11	Playa	D- 5+000	5		2.658	0.085	0.130	0.210	1.572
12	Playa	D- 5+000	10		2.863	0.075	0.110	0.160	1.461
13	Playa	I - 2+600		Berma	2.767	0.200	0.300	0.390	1.396
14	Playa	I - 2+600		Cara de playa	2.633	0.200	0.300	0.440	1.483
15	Playa	I - 2+600	5		2.698	0.080	0.110	0.170	1.458
16	Playa	I - 2+600	10		2.662	0.075	0.100	0.140	1.366
18	Playa	I - 5+000		Berma	2.674	0.210	0.300	0.450	1.464
19	Playa	I - 5+000		Cara de playa	2.634	0.170	0.280	0.390	1.515
19	Playa	I - 5+000	5		2.635	0.088	0.130	0.230	1.617

Tabla A-1 Granulometría correspondiente al mes de abril de 2003

No. Muestra	Lugar	Cadenamiento	Profundidad (m)	Zona	Densidad relativa	D16 (mm)	D50 (mm)	D84 (mm)	$\sigma_g$
20	Playa	I - 5+000	10		2.656	0.075	0.100	0.130	1.317
21	Río	IZQ - 4		Río	2.576	0.051	0.100	0.230	2.124
22	Río	DER - 4		Río	2.608	2.300	17.000	27.000	3.426
23	Río	IZQ - 8		Río	2.610	0.400	10.000	40.000	10.000
24	Río	DER - 8		Río	1.280	0.400	0.630	2.000	2.236
25	Río	IZQ - 13		Río	2.621	0.150	0.300	0.760	2.251
26	Río	DER - 13		Río	2.620	0.400	7.000	23.000	7.583
27	Río	IZQ - 26		Río	2.641	0.750	11.000	23.000	5.538
28	Río	DER - 26		Río	2.597	0.510	7.500	17.000	5.774
29	Río	IZQ - 36		Río	2.576	0.260	0.380	27.000	10.190
30	Río	DER - 36		Río	2.588	0.061	0.120	0.190	1.765
31	Río	IZQ - 44		Río	2.652	0.260	18.000	35.000	11.602
32	Río	DER - 44		Río	2.663	0.150	0.290	0.400	1.633
33	Río	IZQ - 52		Río	2.070	0.076	0.130	0.220	1.701
34	Río	DER - 52		Río	2.619	0.050	0.150	0.230	2.145
35	Río	IZQ - 64		Río	2.611	0.072	0.700	16.000	14.907
36	Río	DER - 64		Río	2.608	0.200	3.000	37.000	13.601
37	Río	ISLA		Isla	2.560	2.400	5.500	16.000	2.582
38	Río	IZQ - 38		Bocana	2.663	0.250	0.390	0.600	1.549
39	Río	DER - 39		Bocana	2.648	0.230	0.310	0.440	1.383

Tabla A-1 Granulometría correspondiente al mes de abril de 2003 (continuación)

No. Muestra	Lugar	Cadenamiento	Profundidad ( m )	Zona	Densidad relativa	D16 ( mm )	D50 ( mm )	D84 ( mm )	$\sigma_g$
1	Playa	D- 0+000		Berma	2.622	0.310	0.510	0.650	1.448
2	Playa	D- 0+000		Cara de playa	2.621	0.290	0.510	0.750	1.608
3	Playa	D- 0+000	1		2.610	0.250	0.470	0.700	1.673
4	Playa	D- 0+000	10		2.677	0.064	0.072	0.150	1.531
5	Playa	D- 2+600		Berma	2.628	0.330	0.520	0.660	1.414
6	Playa	D- 2+600		Cara de playa	2.646	0.350	0.540	0.750	1.464
7	Playa	D- 2+600	1		2.644	0.230	0.490	0.700	1.745
8	Playa	D- 2+600	10		2.705	0.074	0.110	0.180	1.560
9	Playa	D- 5+000		Berma	2.656	0.230	0.370	0.550	1.546
10	Playa	D- 5+000		Cara de playa	2.662	0.210	0.340	0.550	1.618
11	Playa	D- 5+000	1		2.642	0.130	0.270	0.500	1.961
12	Playa	D- 5+000	10		2.679	0.075	0.110	0.180	1.549
13	Playa	I - 2+600		Berma	2.636	0.310	0.510	0.650	1.448
14	Playa	I - 2+600		Cara de playa	2.603	0.350	0.550	0.850	1.558
15	Playa	I - 2+600	1		2.620	0.240	0.490	0.850	1.882
16	Playa	I - 2+600	5		2.672	0.075	0.110	0.170	1.506
17	Playa	I - 2+600	10		2.616	0.054	0.066	0.130	1.552
18	Playa	I - 5+000		Berma	2.702	0.300	0.490	0.580	1.390
19	Playa	I - 5+000		Cara de playa	2.640	0.400	0.540	0.770	1.387
20	Playa	I - 5+000	1		2.646	0.300	0.540	1.700	2.380
21	Playa	I - 5+000	5		2.637	0.081	0.140	0.310	1.956
22	Playa	I - 5+000	10		2.680	0.077	0.110	0.180	1.529

Tabla A-2 Granulometría correspondiente al mes de octubre de 2003

No. Muestra	Lugar	Cadenamiento	Profundidad ( m )	Zona	Densidad relativa	D16 ( mm )	D50 ( mm )	D84 ( mm )	$\sigma_g$
1	Playa	D- 0+000		Berma	2.800	0.185	0.300	0.430	1.525
2	Playa	D- 0+000		Cara de playa	2.690	0.210	0.300	0.410	1.397
3	Playa	D- 0+000	1		2.630	0.165	0.280	0.770	2.160
4	Playa	D- 0+000	5		2.630	0.080	0.120	0.190	1.541
5	Playa	D- 0+000	10		2.630	-----	-----	0.110	-----
6	Playa	D- 2+600		Berma	2.760	0.180	0.280	0.480	1.633
7	Playa	D- 2+600		Cara de playa	2.680	0.200	0.350	0.650	1.803
8	Playa	D- 2+600	1		2.620	0.100	18.000	0.330	1.817
9	Playa	D- 2+600	5		2.630	0.075	0.120	0.180	1.549
10	Playa	D- 2+600	10		2.640	0.090	0.140	0.230	1.599
11	Playa	D- 5+000		Berma	2.650	0.170	0.220	0.350	1.435
12	Playa	D- 5+000		Cara de playa	2.650	0.170	0.200	0.250	1.213
13	Playa	D- 5+000	1		2.620	0.090	0.160	0.250	1.667
14	Playa	D- 5+000	5		2.670	0.070	0.100	0.150	1.464
15	Playa	D- 5+000	10		2.660	-----	0.095	0.140	-----
16	Playa	I - 2+600		Berma	2.620	0.280	0.450	0.770	1.658
17	Playa	I - 2+600		Cara de playa	2.640	0.310	0.730	4.000	3.592
18	Playa	I - 2+600	1		2.610	0.400	17.000	22.000	7.416
19	Playa	I - 2+600	5		2.600	-----	0.090	0.140	-----
20	Playa	I - 2+600	10		2.670	-----	-----	0.130	-----
21	Playa	I - 5+000		Berma	2.880	0.240	0.330	0.590	1.568
22	Playa	I - 5+000		Cara de playa	2.660	0.160	0.240	0.390	1.561
23	Playa	I - 5+000	1		2.640	0.160	0.230	0.380	1.541
24	Playa	I - 5+000	5		2.650	0.090	0.150	0.240	1.633
25	Playa	I - 5+000	10		2.670	-----	-----	0.130	-----
26	Río	# 1		Río	2.620	0.160	0.690	3.500	4.677
27	Río	# 2		Río	2.570	0.180	3.000	18.000	10.000
28	Río	# 3		Río	2.590	0.170	0.300	0.600	1.879
29	Río	# 4		Río	2.620	0.400	0.670	5.000	3.536
30	Río	# 5		Río	2.620	0.070	0.170	0.250	1.890

Tabla A-3 Granulometría correspondiente al mes de marzo de 2004

## BIBLIOGRAFÍA

Espinal González, Juan Carlos. 2002. Caracterización del Transporte de Sedimentos en las Bocas del Carmen y Puerto Real en Laguna de Términos, Campeche. DEPI, UNAM.

García Flores., Manuel. Maza Álvarez., José Antonio. 1998. Origen y Propiedades de los Sedimentos. Capítulo 7 del Manual de Ingeniería de Ríos. Series del Instituto de Ingeniería. 601. UNAM. México D.F.

LITLINE, LITPACK. 2001. Coastline Evolution. LITLINE USER GUIDE. Danish Hydraulic Institute, Denmark..

Maza Álvarez., José Antonio. 1993. Introduction to River Engineering, Università Italiana per Stranieri, Advanced Course on Water Resources Management, Perugia, Italia.

MIKE 21 System, Tide Analysis. 2001. Danish Hydraulic Institute. Denmark.

Oceanor. 1998. Word Wave Atlas, User's Manual, Version 2.0. Norway.

Rzedowski, Jerzy. 1978. Vegetación de México. Editorial Limusa, México.

Silva Casarín., Rodolfo. 1998. Apuntes del Curso: Análisis y Predicción del Oleaje, México, D. F., Instituto de Ingeniería, UNAM.

Silva Casarín., Rodolfo. 2001. Apuntes del Curso: Hidráulica, Marítima. DEPI, UNAM.

Uribe Romero., Roberto. 2000. Caracterización del Clima Marítimo Mexicano. Facultad de Ingeniería. UNAM.

Ven Te Chow. 1959. Open-Chanel Hydraulics. McGraw – Hill, Tokio, Japan.

W. Pilarczyk Krystian. 1990. Coastal Protection. A. A. Balkema, Rotterdam.

Xtide Software. 1999. Free Software Foundation Inc. Cambridge, MA. USA.