

01161

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN INGENIERÍA



CONTROL ACTIVO DE MODELOS DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ingeniería  
(Estructuras)  
presenta

Julio César Jaimes Miranda

Director de tesis Dr. José Alberto Escobar Sánchez

México D.F., junio de 2005

m 345187



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicada a:

Mis padres, Juanita y Víctor Manuel, y a mi hermana Luz Anahí por el amor y apoyo incondicional que siempre me brindan.

Guadalupe, por su agradable compañía.

Sergio, por su sincera amistad.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Julio César Jaimes  
Miranda

FECHA: 09/Junio/2005

FIRMA: 

## Agradecimientos:

A mi director de tesis Dr. José Alberto Escobar Sánchez, por su dedicación en la dirección de este trabajo y la oportunidad que me proporcionó para desarrollarlo junto con él en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Al Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria, por sus valiosas asesorías durante el desarrollo de esta tesis.

A los investigadores, Dr. David Murià Vila, Dr. Roberto Gómez Martínez y Dr. Oscar López Bátiz por sus valiosos comentarios y sugerencias al presente trabajo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por todas las facilidades técnicas proporcionadas en sus instalaciones y el apoyo económico otorgado durante mis estudios de maestría y la realización del presente trabajo.

## CONTENIDO

RESUMEN .....	VII
ABSTRACT.....	VII
CONTENIDO.....	IX
LISTA DE SÍMBOLOS .....	XI
INTRODUCCIÓN.....	1
<b>CAPÍTULO 1 CRITERIOS DE DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS</b> .....	<b>2</b>
1.1. TORSIÓN SÍSMICA EN EDIFICIOS .....	2
1.2. DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS.....	2
<b>CAPÍTULO 2 CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS.....</b>	<b>5</b>
2.1 CONTROL DE ESTRUCTURAS.....	5
2.1.1. Equilibrio dinámico de sistemas.....	5
2.1.2. Control de la respuesta de estructuras.....	5
2.2 SISTEMA DE CONTROL ACTIVO.....	6
2.2.1. Representación en variables de estado.....	7
2.2.2. Solución de las ecuaciones de estado.....	11
2.2.3. Controlabilidad, observabilidad y estabilidad de los modelos estructurales.....	12
2.2.4. Control activo de estructuras mediante retroalimentación de estados.....	13
2.3. CRITERIO DE OPTIMACIÓN DE LAS FUERZAS DE CONTROL.....	16
2.3.1. Regulación Cuadrática Lineal.....	16
2.4. ALGORITMOS DE CONTROL PARA ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS.....	16
2.4.1. Control del giro de los diafragmas de piso.....	16
2.4.2. Control del giro y desplazamiento lateral de los diafragmas de piso.....	20
<b>CAPÍTULO 3 CONTROL DE MODELOS ASIMÉTRICOS.....</b>	<b>22</b>
3.1. REGISTROS SÍSMICOS CONSIDERADOS .....	22
3.2. MODELOS ESTUDIADOS .....	22
3.3. INTERACCIÓN SUELO –ESTRUCTURA EN MODELOS CON CONTROL ACTIVO.....	22
3.4. DISEÑO DE LOS MODELOS DE REFERENCIA SIN CONTROL.....	23
3.5. DISEÑO DE LOS MODELOS ASIMÉTRICOS CONTROLADOS .....	26
3.6. RESULTADOS DEL CONTROL DE MODELOS ASIMÉTRICOS.....	26
3.6.1. Control del giro de los diafragmas de piso.....	26
3.6.2. Control del giro y desplazamiento lateral de los diafragmas de piso.....	30
3.7. INCERTIDUMBRE EN LA DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DEL <i>CM</i> Y <i>CR</i> .....	40
<b>CAPÍTULO 4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>41</b>
4.1. DESPLAZAMIENTOS .....	41
4.1.1. Desplazamientos angulares.....	41
4.1.2. Desplazamientos lineales.....	42
4.2. FUERZAS.....	44
4.2.1. Fuerzas de control.....	45
4.2.1.1. Fuerzas para controlar el giro de la planta de los modelos.....	45
4.2.1.2. Fuerzas para controlar la traslación y el giro de la planta de los modelos estudiados.....	45
4.2.2. Cortante resistente de las estructuras controladas.....	46
4.3. IMPLICACIONES DEL CONTROL DE MODELOS DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS.....	48

4.4. PROPUESTA PARA DISEÑAR ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS CONTROLADAS.....	49
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>53</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>55</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Matriz de $n \times n$ , define las propiedades de un sistema
$a$	Dimensión de la planta de la estructura paralela a la dirección de acción del sismo
$a1, a2$	Actuadores en el esquema de control del desplazamiento y giro de la planta
$b$	Dimensión de la planta de la estructura perpendicular a la dirección de acción del sismo
$B$	Matriz de $n \times q$ , indica la localización de los puntos de aplicación de las fuerzas externas y de control
$B_1$	Matriz o vector que indica la localización de los puntos de aplicación de las fuerzas de control
$\beta_1, \beta_2$	Coefficientes de intensidad del control
$B_2$	Matriz o vector que indica la localización de los puntos de aplicación de las fuerzas de excitación
$C$	Matriz de $p \times n$ , indica las salidas de un sistema en la representación en ecuaciones de estado
$c$	Coefficiente sísmico
$CM$	Centro de masas
$CR$	Centro de torsión
$CT$	Centro de torsión en el PSD
$C_{tr}$	Matriz de controlabilidad
$D$	Matriz de $p \times q$
$da$	Distancia del actuador al CM en el esquema de control del giro de la planta
$da1, da2$	Distancia de los actuadores al CM en el esquema de control del desplazamiento y giro de la planta
$e$	Excentricidad estructural normalizada con respecto a $b$
$e_d$	Excentricidad de diseño
$e_{d1}, e_{d2}$	Excentricidades de diseño para el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal
$es$	Excentricidad estructural
$F$	Fuerza de control
$Fa$	Vector de fuerzas de control
$fa$	Fuerza lineal de control
$fa1, fa2$	Fuerza lineal de control de los actuadores $a1$ y $a2$ , respectivamente
$FAT_{ri}, FAT_{fi}$	Factores de amplificación por torsión para los $i$ -ésimos elementos rígidos y flexibles, respectivamente, en el PSD
$F_r$	Fuerzas de control
$G$	Ubicación de la acción de las aceleraciones externas sobre la estructura
$\gamma$	Factor de importacia de las matrices $L$
$\eta$	Constante de amortiguamiento
$H$	Ubicación de la acción de las fuerzas de control sobre la estructura
$J$	Índice de comportamiento
$J_r$	Inercia rotacional de la masa de un piso
$k$	Rigidez lineal de un resorte
$K$	Matriz de rigideces de un sistema
$K1, K2$ y $K3$	Matrices de rigideces de los modelos $M1, M2$ y $M3$ , repectivamente
$k_{11}, k_{22}, k_{12}, k_{21}$	Elementos de la matriz de rigideces de un sistema estructural
$k_o, \eta_c$	Rigidez y amortiguamiento unitarios, respectivamente
$k_i$	Rigidez del $i$ -ésimo elemento resistente en la dirección $Y$
$K_r$	Matriz del control retroalimentado

$K_{ri}$	Matriz $i$ -ésima del control retroalimentado
$K_y$	Rigidez lateral de los modelos
$L$	Matriz de importacia del control de los estados
$l_1, l_2$	Distancias de los elementos resistentes 1 y 2 con respecto al $CM$
$L1, L2, L3$	Matrices de importancia del control de los estados
$m$	masa de un cuerpo
$M$	Matriz de masas de un sistema
$\mu$	Matriz de amortiguamiento de un sistema estructural
$m_1, m_2 y m_3$	Matrices de masas de los modelos $M1, M2$ y $M3$ , respectivamente.
$\mu_1, \mu_2 y \mu_3$	Matrices de amortiguamiento de los modelos $M1, M2$ y $M3$ , respectivamente.
$ma$	Fuerza angular de control
$\mu_{ij}$	Elemento del renglón $i$ , columna $j$ , de la matriz de amortiguamiento de un sistema estructural
$m_t$	Masa traslacional
$n$	Orden del sistema en la representación de estados, es igual al número de variables de estado
$O_{bs}$	Matriz de observabilidad
$P$	Matriz de la ecuación de Riccati
$p$	Número de variables de salida de un sistema
$p_1, p_2$	Polos de un sistema
$q$	Número de fuerzas externas
$\theta$	Ángulo de giro de la planta
$Q$	Factor de comportamiento sísmico
$Q'$	Factor de reducción por ductilidad
$\ddot{\theta}_g$	Aceleración angular de excitación
$R$	Matriz de costo de la fuerza de control
$\rho$	Radio de giro normalizado de la planta estructural
$R1, R2, R3$	Matrices de costo de la fuerza de control
$s_1, s_2, s_3, s_4$	Variables de estado
$t$	Variable de tiempo
$\tau$	Tiempo en que se conoce el estado
$t_0$	tiempo inicial
$T_d$	Periodo fundamental de vibración de un sistema con amortiguamiento
$t_i$	Tiempo en el instante $i$ -ésimo
$u$	Vector de fuerzas de control
$u(t)$	Vector de fuerzas de excitación
$V_b$	Cortante basal
$V_{di}$	Cortante directo por sismo sobre el $i$ -ésimo elemento resistente
$V_{tot_i}$	Cortante total sobre los elementos resistentes que incluye el efecto de torsión
$W$	Peso total de los modelos
$\omega_d$	Frecuencia angular fundamental de vibración de un sistema con amortiguamiento
$\omega_n$	Frecuencia angular fundamental de vibración de un sistema sin amortiguamiento
$X$	Eje coordenado de referencia ortogonal a los ejes $Y$ y $Z$
$x(0)$	Vector de condiciones iniciales de las variables de estado
$x$ ó $x(t)$	Vector de variables de estado
$x_1, x_2, x_3 y x_4$	Variables de estado
$x_g$	Aceleración del suelo en la dirección $X$
$X_{CM}$	Distancia del centro de masas con respecto a un eje de referencia
$X_{CT}$	Distancia del centro de torsión con respecto a un eje de referencia
$y$	desplazamiento en la dirección del eje $Y$

$Y$	Eje coordenado de referencia ortogonal a los ejes $X$ y $Z$
$y(t)$	Vector de salidas del sistema
$y_1, y_2$	Desplazamiento lineal de los elementos resistentes 1 y 2, respectivamente.
$y_g$	Aceleración del suelo en la dirección $Y$
$\dot{y}_1, \dot{y}_2$	Velocidad lineal de los elementos resistentes 1 y 2, respectivamente.
$Z$	Eje coordenado de referencia ortogonal a los ejes $X$ e $Y$
$\zeta_i$	Distancia del $i$ -ésimo elemento resistente con respecto al $CT$ normalizada por $b$

## RESUMEN

En la actualidad, el diseño sísmico adoptado por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal se basa en la resistencia y ductilidad desarrolladas por sus elementos estructurales. Sin embargo, es posible emplear dispositivos mecánicos para controlar la respuesta de las estructuras y mantener a sus elementos resistentes en niveles de esfuerzo que no impliquen degradaciones significativas de rigidez y resistencia. En el presente trabajo, se estudia la respuesta de modelos analíticos de estructuras asimétricas controlados por un dispositivo de control activo idealizado. Los modelos son sometidos a excitaciones sísmicas correspondientes a diferentes tipos de suelo de la ciudad de México. Se discute sobre los casos en los que la respuesta controlada de este tipo de estructuras presenta ventajas con respecto a la correspondiente a un modelo simétrico sin dispositivos de control diseñado convencionalmente.

## ABSTRACT

Currently, the seismic design criterion of the Mexico's Federal District Code is based on strength and ductility developed by the structural elements. Nevertheless, it is possible to use mechanical devices in order to control the structural response and to keep the stresses of the structural elements under some limits. In this paper, the response of analytical models of non-symmetric structures controlled by using an idealized active control device is studied. The models are subjected to seismic excitations from different types of soil in Mexico City. The cases in which the controlled response present advantages with respect to the corresponding case of a symmetric model without control designed by using the conventional seismic design are discussed.

## INTRODUCCIÓN

La evaluación de los daños ocurridos en sismos intensos alrededor del mundo, ha demostrado el efecto desfavorable de las configuraciones asimétricas de los edificios sobre su comportamiento estructural (Newmark y Rosenblueth, 1976). En el sismo del 19 de septiembre de 1985 que afectó la ciudad de México, se ha detectado que un número importante de las estructuras que resultaron dañadas presentaban irregularidades en distribución de rigideces y/o en la geometría de su planta, debido en algunos casos a su ubicación en esquina (Meli y Rosenblueth, 1986; Quiroga y Reinoso, 2004).

La filosofía actual de diseño sísmico adoptada por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RCDF (RCDF, 2004), se basa en conceptos de resistencia y ductilidad desarrolladas por sus elementos estructurales. Lo anterior implica que, ante exigencias de niveles de esfuerzo considerables, es de esperarse la aparición de ciertos niveles de daño y deterioro estructural de magnitud significativa. La reparación de tales daños puede requerir, en algunas ocasiones, de intervenciones costosas para llevar al sistema dañado a un nivel de seguridad igual o superior al que presentaba originalmente.

Por otro lado, en las últimas décadas se ha desarrollado de manera creciente un campo de estudio dentro de la ingeniería estructural que aplica la teoría de control para reducir la respuesta de los sistemas estructurales. El desarrollo tecnológico actual permite contar con dispositivos mecánicos que representan una opción factible para su empleo en edificaciones civiles de diversos tipos, tales como edificios y puentes (Soong, 1990).

Como parte de un proyecto dedicado a estudiar la respuesta de estructuras con dispositivos de control estructural, en el presente trabajo se estudia la respuesta de un modelo analítico de estructuras asimétricas controlado por un dispositivo de control idealizado. En este estudio, uno de los objetivos principales del control estructural es lograr que la respuesta de los modelos quede definida en todo momento dentro del intervalo de comportamiento lineal.

Se estudia el control de la respuesta de modelos asimétricos de un piso, modelados como estructuras de cortante. Se someten a registros sísmicos correspondientes a diferentes tipos de suelo de la ciudad de México. Lo anterior, permite hacer una discusión sobre los casos en los que la respuesta controlada, de este tipo de estructuras, presenta ventajas con respecto a la correspondiente de un modelo simétrico sin dispositivos de control diseñado convencionalmente.

## CAPÍTULO 1

### CRITERIOS DE DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS

#### 1.1. TORSIÓN SÍSMICA EN EDIFICIOS

Los movimientos del terreno, debidos a la ocurrencia de sismos, transmiten a su vez movimientos vibratorios en las estructuras de los edificios. Al vibrar, los edificios experimentan fuerzas de inercia y desplazamientos laterales. Para estudiar su respuesta ante este tipo de sollicitaciones, es común considerar que la estructura esta compuesta de diversos subsistemas estructurales planos los cuales proporcionan rigidez y resistencia al edificio. Sin embargo, cuando la configuración arquitectónica y/o estructural de los entresijos no presenta simetría en planta, es necesario analizar su respuesta considerando el comportamiento monolítico de la estructura y el acoplamiento entre los componentes principales del movimiento lateral total del edificio. Estos componentes están referidos, en cada uno de los niveles de la estructura, a dos direcciones horizontales ortogonales, así como a un eje vertical con respecto al cual se presenta el giro de los pisos de la estructura. La torsión de los pisos puede provocar un incremento en la traslación de la parte extrema de la planta, produciendo una distribución no uniforme de las sollicitaciones sobre los elementos resistentes.

Para evitar el efecto de torsión, sin considerar aceleración angular en la base del edificio, es necesario que las fuerzas laterales actuantes no produzcan pares de torsión en ninguno de los pisos. Sin embargo, es común que esta condición no se cumpla en la mayoría de las estructuras.

La línea de acción de las fuerzas laterales actúa en el centro de masas ( $CM$ ) de cada piso, sin embargo, para evaluar el efecto de torsión es posible considerar la resultante de la fuerza que se presentan en cada nivel y en los niveles superiores del nivel considerado. Cuando esta fuerza lateral resultante presenta una excentricidad con relación al centro de torsión ( $CR$ ) del piso estudiado, se presenta un par de torsión. Por lo tanto, se requiere diseñar los elementos estructurales para soportar las fuerzas adicionales que se presentan debido a dichos pares de torsión.

En este trabajo se utiliza la definición de  $CR$  de Cheung y Tso (1986), quienes lo describieron como “el conjunto de puntos, localizados en el respectivo plano de cada piso del edificio, a través de los cuales la aplicación de fuerzas laterales no causa rotación en ninguno de los pisos”. La localización de los  $CR$  depende de la magnitud y dirección de las fuerzas laterales en los niveles del edificio.

Si no son diseñados adecuadamente, los edificios con configuraciones arquitectónicas y/o estructurales irregulares, suelen ser propensos a sufrir daños importantes por efectos de torsión ante la ocurrencia de excitaciones sísmicas intensas.

#### 1.2. DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS

Los actuales criterios de diseño por torsión sísmica estática de edificios consideran un incremento en el cortante resistente de la estructura debido al momento de torsión (RCDF, 2004). Este se calcula, aún para estructuras nominalmente simétricas, empleando el concepto de excentricidad entre los centros de masa y de rigidez. Debido a las incertidumbres en la posición de dichos puntos y a factores no considerados explícitamente en el diseño, el RCDF considera una excentricidad de diseño,  $e_d$ , calculada como la suma de la excentricidad calculada,  $e_s$ , llamada excentricidad estructural, más una excentricidad accidental igual a  $0.1b$ , donde  $b$  es la longitud de la planta del edificio perpendicular a la

dirección en que se analiza por sismo. Las ecuaciones para calcular la excentricidad de diseño para el RCDF (RCDF, 2004) son:

$$\begin{aligned} e_{d1} &= 1.5e_s + 0.1b \\ e_{d2} &= e_s - 0.1b \end{aligned} \quad (1.1)$$

El máximo valor de la excentricidad de diseño que permite el RCDF para estructuras regulares es 20% de  $b$ .

Para estructuras irregulares, en las que no se permite utilizar el método de diseño sísmico estático, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, NTCDS, del RCDF (NTCDS, 2004) indican: "Realizar un análisis dinámico modal o un análisis paso a paso de respuestas a sismos específicos". Así mismo, establecen que: "El efecto de la torsión accidental se tendrá en cuenta trasladando transversalmente  $\pm 0.1b$  las fuerzas sísmicas resultantes para cada dirección de análisis, considerando el mismo signo en todos los niveles".

Por lo tanto, las estructuras deben diseñarse para resistir las fuerzas producidas por sismo considerando su asimetría. Sin embargo, existen factores que no son explícitamente incluidos en la determinación de las fuerzas de diseño. Esto ocurre por ejemplo con el diferente grado de amplificación dinámica del efecto de torsión de acuerdo a las características de la estructura.

El diseño convencional de edificios ante cargas sísmicas, según el RCDF, requiere que sus elementos estructurales resistan las máximas solicitaciones que en él se indican y acepta que se dañen debido a comportamiento inelástico, pero hace prescripciones para buscar que ese daño no produzca el colapso de la estructura. Además, éstas no deben sobrepasar ciertos límites de desplazamiento máximo para las condiciones de servicio y de falla que indica el RCDF, por lo tanto, prescribe una rigidez y resistencia mínimas.

Sin embargo, algunas estructuras diseñadas convencionalmente para soportar las cargas y desplazamientos máximos, no cumplen con las condiciones de servicio y por lo tanto no brindan la confianza y seguridad a sus ocupantes ante excitaciones que ocurren con frecuencia durante la vida útil de la estructura (Reyes, 1999).

Por otra parte, cuando actúan en la estructura fuerzas superiores a las de diseño, su respuesta no se puede predecir con certeza y es posible la aparición de daños graves que pongan en riesgo la integridad de la estructura (Escobar y Ayala, 1998). Lo anterior es especialmente notable en estructuras asimétricas, debido en parte a lo laborioso de los cálculos involucrados en el diseño por torsión. Esto ha llevado en ocasiones a que en la práctica profesional, se realicen diseños que no consideran adecuadamente todas las posibles combinaciones de carga.

Como una opción para el diseño de edificios nuevos, que logre un mejor comportamiento de estos ante cargas externas, existe el empleo de sistemas de control activo, que permiten una disminución de la respuesta estructural. El control activo de estructuras constituye un campo de investigación relativamente novedoso, sobre todo en México. La investigación, dirigida al desarrollo y aplicación de sistemas de control activo en edificios, está motivada por las deficiencias que presenta el diseño convencional en el control de su respuesta estructural ante cargas debidas a sismo o viento intenso. Estos sistemas tienen como premisas que el control no permitirá la aparición de daño en la estructura y que se mantendrá en el intervalo de comportamiento lineal de los materiales que la constituyen. Sin embargo, se debe garantizar que la estructura controlada operará bajo la condición anterior al verse sometida a las fuerzas de diseño establecidas.

Con el control activo es posible mantener la respuesta de una estructura por debajo de los valores permisibles para las condiciones de falla y de servicio. Y al mismo tiempo, diseñar sus elementos estructurales para demandas de fuerza muy inferiores a las que se producen en un diseño tradicional sin que disminuya el nivel de seguridad estructural. Así, el diseño estructural de un edificio mediante un sistema que controle su respuesta de manera activa, permite reducir las incertidumbres para determinar su comportamiento presentes en el diseño convencional que considera su respuesta inelástica.

En este trabajo se estudia la respuesta de modelos de estructuras asimétricas diseñadas con un sistema de control activo, sometidos a registros sísmicos. Para mostrar su efectividad en reducir la respuesta estructural, esta se compara con la de modelos sin control, diseñados por sismo de acuerdo a las NTCDS del RCDF (NTCDS, 2004).

Los resultados que se obtienen son el giro de la planta y el desplazamiento de los elementos estructurales de los modelos estudiados, así como las fuerzas actuantes en dichos elementos y las fuerzas de control empleadas. Estas respuestas se normalizan con respecto a las respuestas máximas de una estructura simétrica no controlada de referencia.

Se discuten críticamente los resultados obtenidos indicando los aspectos que influyen en ellos, además, se identifican los casos en que la respuesta controlada es más satisfactoria.

Se propone un método para diseñar estructuras asimétricas controladas mediante los esquemas propuestos en el presente trabajo. Finalmente, se recomienda el estudio de algunos aspectos que influyen de manera importante en el diseño de estructuras controladas.

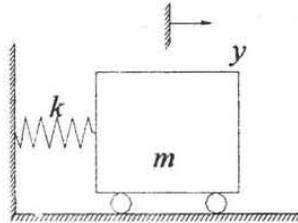
## CAPÍTULO 2

### CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS

#### 2.1 CONTROL DE ESTRUCTURAS

##### 2.1.1. Equilibrio dinámico de sistemas

Para el estudio del comportamiento dinámico de las estructuras se han desarrollado modelos matemáticos que permiten reproducir, de manera relativamente precisa, las características de comportamiento de las estructuras reales. Así, mediante el modelo matemático establecido por el principio de D'Alembert, ha sido posible estudiar la respuesta de sistemas estructurales sometidos a excitaciones sísmicas. Este principio establece que el equilibrio dinámico de un sistema se logra agregando a las fuerzas externas una fuerza ficticia conocida como fuerza de inercia (Paz, 1992).



*Figura 2.1. Equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad.*

En el sistema mostrado en la figura 2.1,  $k$  es la rigidez del sistema,  $y$  es el desplazamiento de la masa  $m$  y  $d^2y/dt^2$  su aceleración. El comportamiento en vibración libre de este sistema se puede describir mediante la ecuación:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0 \quad (2.1)$$

A la variación de las variables del modelo matemático a través del tiempo, se le conoce como respuesta del sistema.

##### 2.1.2. Control de la respuesta de estructuras

El comportamiento de los elementos resistentes que forman las estructuras, al ser sometidos a esfuerzos importantes, deja de ser lineal, es decir, se pierde la proporcionalidad entre fuerzas y desplazamientos establecida por la ley de Hooke.

Para lograr diseños que economicen los costos y reduzcan las implicaciones de construir estructuras que presenten siempre un comportamiento lineal, los reglamentos de diseño actuales, entre ellos el RCDF (RCDF, 2004), aceptan el aprovechamiento de la capacidad de resistencia de los elementos estructurales más allá de su límite de carga. Esto implica la ocurrencia de daño y deterioro de las propiedades mecánicas de los mismos.

Por otro lado, ante la ocurrencia de sismos intensos, que ocasionaron daños en un gran número de edificios, se hizo necesario diseñar nuevos sistemas estructurales y/o dispositivos para reducirlos o

eliminarlos. Como una respuesta a este problema, se desarrollaron dispositivos capaces de reducir el daño en los elementos de la estructura original mediante un comportamiento histerético. El estudio de estos elementos, que permiten disipar parte de la energía que inducen los sismos a las estructuras, recientemente ha adquirido importancia. En México, se han desarrollado investigaciones experimentales y analíticas sobre este campo (Tena, 2003).

De esta forma, se pretende que el daño se presente en los dispositivos de disipación de energía diseñados para tal fin. Su aplicación se ha dado tanto para el reforzamiento de estructuras dañadas como en el diseño de edificios nuevos. A este conjunto de dispositivos, se les denomina, en general, sistemas de control pasivo, porque buscan controlar o reducir la respuesta de las estructuras mediante sus características de comportamiento ante fuerzas externas. Un ejemplo de este tipo de dispositivos son los amortiguadores colocados en la "Torre Mayor" (el edificio más alto de México actualmente) localizado en el D.F.

Otras estrategias, emplean la teoría del control de sistemas y el desarrollo de dispositivos mecánicos capaces de desarrollar fuerzas suficientes para controlar la respuesta de las estructuras (Soong, 1990).

Así, se ha estudiado el comportamiento de estructuras dotadas de dispositivos de control, formados por materiales magneto-reológicos y electro-reológicos (Álvarez y Jiménez, 2002; Baena, 2005). Estos pueden modificar sus propiedades de amortiguamiento y aprovechar la fuerza que les induce la estructura a la cual se conectan para reducir su respuesta (Connor, 1996). A este sistema de control se le denomina sistema de control semi-activo.

En la actualidad, este tipo de amortiguadores se encuentra en fase de experimentación para su empleo en estructuras de edificios.

También se han desarrollado dispositivos denominados actuadores. Estos son capaces de aplicar fuerzas que pueden incidir en la respuesta de la estructura. Estos sistemas de modificación de la respuesta estructural se conocen como sistemas de control activo. Los actuadores empleados por estos sistemas pueden ser por ejemplo: puntales (Loh et al., 1999), tendones (Soong, 1990) y masas activas controladas (Spencer et al., 1995). Tanto los sistemas de control activo como los semi-activos, son gobernados por un algoritmo que se encarga de determinar la fuerza de control que se debe aplicar a la estructura mediante los actuadores.

En el control activo se introduce energía al sistema a través de los actuadores. Con esto se logra aproximar la respuesta de la estructura a un intervalo de valores deseado o a un valor fijo, determinado por el algoritmo de control. A continuación se describen los componentes de un sistema de control activo.

## 2.2 SISTEMA DE CONTROL ACTIVO

Un sistema de control activo comprende todos los dispositivos mecánicos e informáticos que trabajan en conjunto para modificar la respuesta de una estructura de la que se conocen masas, rigideces y amortiguamientos. El sistema de control está formado por:

- a) Sensores. Dispositivos que miden las variables relevantes del movimiento del sistema (deformaciones, aceleraciones, velocidades, desplazamientos o el movimiento del suelo). Así como otras características físicas que sean de interés para la respuesta del sistema, como pueden ser presión o temperatura.

- b) Controlador. Consta de una computadora en la que se ejecuta un programa que compara la respuesta observada con la deseada. Para lograr lo anterior, establece las acciones de control, como la magnitud de la fuerza de retroalimentación y comunica las órdenes adecuadas al actuador.
- c) Actuadores. Llevan a cabo las acciones de control como la aplicación de fuerza o la modificación de sus propiedades mecánicas.

Por otro lado, un sistema controlado es un conjunto formado por un sistema de control activo y una estructura.

Un sistema de control activo debe efectuar el seguimiento, mediante sensores, de la excitación externa así como de la respuesta de la estructura controlada. Las características dinámicas del sistema controlado se modifican para lograr una respuesta cercana a la deseable. El procedimiento de emplear la respuesta observada para aplicar correcciones y modificar el comportamiento de la estructura, se conoce como control retroalimentado o de lazo cerrado. La retroalimentación es el elemento clave de un sistema de control activo (Connor, 1996).

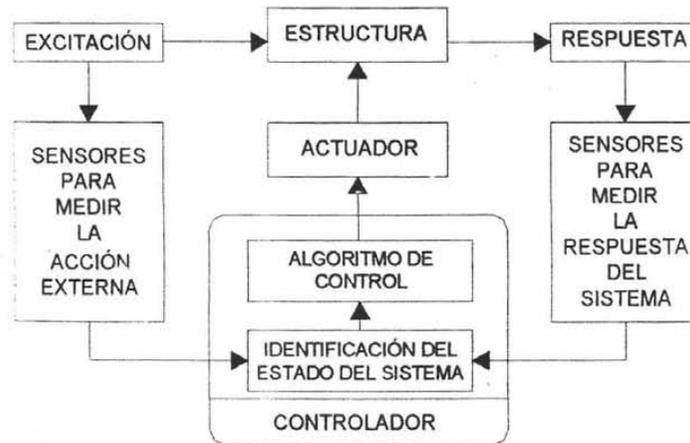


Figure 2.2. Componentes de un sistema de control activo.

En general, el funcionamiento de un sistema de control estructural activo se puede representar mediante un esquema como el de la figura 2.2. En ella, los sensores miden la excitación y la respuesta de la estructura ante ésta y transmiten su información al controlador. Éste cuenta con un algoritmo que identifica si las respuestas recibidas mediante los sensores corresponden a las calculadas por un modelo analítico. En el caso de que exista alguna diferencia entre estas, el algoritmo de identificación ajusta los parámetros del modelo analítico para lograr una mejor correspondencia de éste con las mediciones de la estructura real. A partir de la respuesta que presente la estructura, se calculan las fuerzas de control necesarias para llevarla a una condición de comportamiento deseada. Finalmente, el controlador maneja al sistema de actuadores para que apliquen a la estructura las fuerzas de control calculadas, logrando con ello, la reducción de su respuesta.

### 2.2.1. Representación en variables de estado

Las variables de estado son las necesarias para describir analíticamente la respuesta de un sistema. Si se conocen los valores de las variables de estado de una estructura en un tiempo cualquiera,  $t_0$ , sometida a una excitación, es posible describir su comportamiento en cualquier tiempo  $t$ , donde  $t > t_0$ .

Para esto, es necesario conocer las fuerzas externas que actúan sobre el sistema durante el intervalo de tiempo  $t_0 \leq t_i \leq t$ .

La representación en variables de estado de sistemas lineales constituye su modelo en el dominio del tiempo. Esta representación ofrece ventajas con respecto a otras, es por esta razón que se utiliza en el presente trabajo.

La representación en variables de estado se utiliza comúnmente en el estudio del control de sistemas porque constituye una notación de forma precisa y compacta que permite un cálculo eficiente mediante computadoras digitales (O'Flynn y Moriarty, 1987). Si el problema de interés se modela por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, entonces puede ser representado como (Morris, 2001):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.2)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.3)$$

donde  $A_{n \times n}$ ,  $B_{n \times q}$ ,  $C_{p \times n}$  y  $D_{p \times q}$ , son matrices en el caso general. Para modelos de estructuras, la matriz  $A$  depende de las matrices de rigidez y amortiguamiento;  $B$ , de la localización de los puntos de aplicación de las fuerzas de control;  $C$  describe la ubicación de los sensores en la estructura, cuando se miden todos los estados del sistema  $C$  es una matriz identidad de orden  $n$ ;  $D$  describe el efecto de los actuadores sobre la salida;  $n$  es el número de variables de estado del sistema y determina el orden del mismo;  $q$  es el número de fuerzas externas y  $p$  el número de respuestas medidas del sistema. La función  $u(t)$  depende tanto de la excitación que afecta al sistema como de las fuerzas de control,  $y(t)$  es su respuesta y  $x(t)$  es el vector que contiene las variables de estado que se desea conocer.

Como cualquier otro sistema físico, las estructuras que son sistemas formados por masas, resortes y amortiguadores, se pueden representar con las ecuaciones de estado. Así, considérese el sistema mostrado en la figura 2.3. Este es similar al de la figura 2.1 pero ahora se le ha agregado un amortiguador de constante  $\eta$ . Se desprecia la fricción de los rodamientos. Al apoyo lateral del sistema se aplica una aceleración externa representada por la variable  $y_g$ . Sobre la masa  $m$  actúa la fuerza de control  $F$ , para reducir la respuesta del sistema.

Para el análisis estructural estático del sistema de la figura 2.3 el número de incógnitas es igual al número de grados de libertad. Sin embargo, por tratarse de un problema dinámico que involucra una derivada de segundo orden, se requiere formar un sistema de ecuaciones de orden  $n=2$  para representarlo mediante ecuaciones de estado. En este caso, las variables de estado son el desplazamiento y la velocidad de la masa. La aceleración no se considera variable de estado porque se puede determinar en función de esas dos variables.

Las variables de estado y su derivada con respecto al tiempo, dada por el vector  $x(t)$  en la ecuación (2.2), se representan mediante una variable cuyo subíndice enumera consecutivamente al total de ellas.

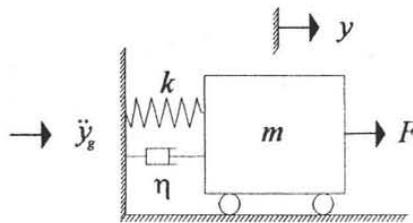


Figura 2.3. Sistema amortiguado de un grado de libertad sometido a aceleración lineal, controlado mediante una fuerza  $F$ .

La ecuación de equilibrio dinámico del sistema de la figura 2.3 es:

$$m\ddot{y} + \eta\dot{y} + ky = -\ddot{y}_g + F \quad (2.4)$$

Al despejar la aceleración de la masa de la ecuación (2.4) se tiene:

$$\ddot{y} = -\frac{k}{m}y - \frac{\eta}{m}\dot{y} - \ddot{y}_g + \frac{F}{m} \quad (2.5)$$

La ecuación anterior se puede representar mediante el siguiente arreglo matricial:

$$\ddot{y} = \begin{bmatrix} -\frac{k}{m} & -\frac{\eta}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ F \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

donde  $\{y \ \dot{y}\}^T$  es el vector de estados. Los coeficientes que multiplican a la aceleración del suelo,  $\ddot{y}_g$ , y a la fuerza de control,  $F$ , se denominan  $G$  y  $H$ , respectivamente, para el ejemplo aquí tratado se les considera como vectores de un solo renglón. Para sistemas de orden mayor que 2,  $G$  y  $H$  pueden ser matrices. Como se puede observar en la ecuación (2.6), las características de la estructura, rigidez y amortiguamiento, están contenidas en una sola matriz.

Ahora se debe formar un sistema de orden  $n=2$ . Es decir, el número de renglones de la matriz que contiene los términos de rigidez y amortiguamiento, así como el de los vectores que indican la acción de las fuerzas externas, debe ser igual al número de variables de estado. Para lograr lo anterior:

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde las variables  $x_1$  y  $x_2$  son los estados del sistema (desplazamiento y velocidad lineal). Así, con estas variables y la ecuación (2.6) se puede establecer:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\eta}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ F \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

En esta ecuación, a la matriz que contiene las características del sistema se le agregó un renglón. Este expresa la igualdad entre las variables  $x_2$  y  $\dot{x}_1$ , por lo tanto contiene simplemente a la unidad. Se puede comprobar que la matriz así obtenida proporciona las características del sistema, además corresponde a la matriz  $A$  de la ecuación (2.2), esto es:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\eta}{m} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A partir de los valores característicos de la matriz  $A$ , que resultan complejos conjugados, se obtiene la frecuencia de vibración del sistema. La matriz  $B$  de la ecuación (2.2) está representada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Así, según la ecuación (2.2), se ha obtenido la primera parte de la representación del sistema de la figura 2.3 en variables de estado.

Las respuestas del modelo de la figura 2.3, se obtienen mediante la ecuación (2.3). El número de renglones de la matriz  $C$  es igual al número de respuestas que es posible medir. En cada renglón de la matriz  $C$  se coloca un 1 en la columna correspondiente al renglón que ocupa la variable deseada en el vector de estados. Por ejemplo, si la respuesta que es posible conocer consiste sólo del desplazamiento del sistema, se tiene:

$$C = [1 \ 0] \quad (2.11)$$

Por otro lado, si es posible medir el desplazamiento y la velocidad del sistema:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

La representación de estados del sistema de la figura 2.3 se puede expresar mediante las ecuaciones (2.8) y (2.12), como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\eta}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ F \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

donde  $y_1$  y  $y_2$  son las respuestas del sistema. Suponiendo que para el sistema de la figura 2.3;  $k=10$ ,  $m=1$  y  $\eta=0.2$ , la ecuación (2.13) resulta:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -0.2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ F \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

La matriz  $A$  de la representación de estados depende de las características del sistema estructural (ecuación 2.9). Sus valores característicos se denominan los polos del sistema. Para este caso, los polos de la matriz  $A$  en la ecuación (2.14) son:

$$\begin{aligned} p_1 &= -0.1 + 3.1607i \\ p_2 &= -0.1 - 3.1607i \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son los polos del sistema, que resultan ser complejos conjugados. La frecuencia angular fundamental de vibración  $\omega_d$  del sistema es:

$$\omega_d = 3.1607 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.16)$$

y el periodo fundamental de vibración correspondiente:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{3.1607} = 1.99 \text{ s} \quad (2.17)$$

donde el subíndice  $d$  indica que se trata de la frecuencia y el periodo de vibración del sistema con amortiguamiento.

Como se puede apreciar en la ecuación (2.13), la representación en variables de estado (ecuación 2.2) de un sistema estructural modelado mediante masas, resortes y amortiguadores tiene una forma definida. Un sistema estructural de este tipo, de cualquier tamaño, se puede obtener mediante la ecuación que corresponde a la respuesta del sistema ante excitaciones externas y fuerzas de control (Soong, 1990), esto es:

$$\{\dot{x}\} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}\mu \end{bmatrix} \{x\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M^{-1}G & -M^{-1}H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_g \\ F_a \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

donde  $M$ ,  $K$ , y  $\mu$  son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema estructural, respectivamente. La matriz  $G$ , depende de la forma en que actúa en el sistema la aceleración externa  $x_g$ , mientras que  $H$ , de la forma en que lo hacen las fuerzas de control  $F_a$ . Los vectores  $\{x\}$  y  $\{\dot{x}\}$  contienen a las variables de estado y a sus derivadas, respectivamente.

De esta forma, la ecuación (2.18) permite representar, mediante las ecuaciones de estado, un sistema estructural a partir de sus ecuaciones de equilibrio dinámico.

### 2.2.2. Solución de las ecuaciones de estado

Para determinar la solución de la ecuación de estado (2.2) se utiliza la siguiente propiedad de la función exponencial de  $A$ :

$$\frac{d}{dt} e^{At} = A e^{At} = e^{At} A \quad (2.19)$$

Premultiplicando ambos lados de la ecuación (2.2) por  $e^{-At}$  (Chen, 1999):

$$e^{-At} \dot{x}(t) - e^{-At} Ax(t) = e^{-At} Bu(t) \quad (2.20)$$

lo cual implica:

$$\frac{d}{dt} (e^{-At} x(t)) = e^{-At} Bu(t) \quad (2.21)$$

Si se escribe la ecuación anterior en función de la variable  $\tau$  y se integra en el intervalo de  $0, t$  se obtiene:

$$e^{-At} x(t) \Big|_{\tau=0}^t = \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (2.22)$$

por lo tanto:

$$e^{-At} x(t) - e^0 x(0) = \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (2.23)$$

Debido a que  $(e^{-At})^{-1} = e^{At}$ , y  $e^0 = 1$ , la solución de la ecuación (2.2) se expresa como:

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (2.24)$$

Y sustituyendo esta ecuación en la (2.3), se obtiene (Chen, 1999):

$$y(t) = C e^{At} x(0) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau + Du(t) \quad (2.25)$$

Para obtener la respuesta en el tiempo del sistema modelado mediante las ecuaciones de estado se evalúa numéricamente la ecuación (2.25), para ello se utiliza el módulo Simulink del programa Matlab (MathWorks, 2002).

### 2.2.3. Controlabilidad, observabilidad y estabilidad de los modelos estructurales

La condición de controlabilidad permite saber si en el esquema de control propuesto existe una entrada que transfiera los estados de la estructura desde una condición inicial  $x_0$  a una final  $x_f$  en un tiempo finito.

Si existe controlabilidad, entonces se puede afirmar que es posible llevar a la estructura de un estado desplazado o diferente de cero, a un estado de equilibrio en el cual, en general, se desea que el valor de todas las variables de estado sea igual a cero.

Para revisar la controlabilidad de un sistema representado en el espacio de estados se emplea la siguiente expresión:

$$C_{tr} = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2.26)$$

Si el rango de  $C_{tr}$  es igual al número de variables de estado  $n$ , el sistema es controlable.

Por otro lado, la condición de observabilidad existe si para un estado inicial desconocido  $x_0$ , existe un tiempo finito mayor  $t_1 > 0$  tal que el conocimiento de la entrada  $u(t)$  y de la salida  $y(t)$  del sistema en el intervalo de tiempo  $(0, t_1)$  es suficiente para determinar de manera unívoca el estado inicial  $x_0$ . De lo contrario se dice que el sistema es no observable.

La revisión de la condición de observabilidad se expresa como (Ogata, 1997):

$$O_{bs} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Si el rango de  $O_{bs}$  es igual al número de variables de estado  $n$ , entonces el sistema es observable.

Por último, un sistema es estable cuando recupera su condición de equilibrio después de que desaparece la perturbación externa. En general, se busca que los sistemas estructurales sean asintóticamente estables. Para que exista estabilidad asintótica en un sistema modelado en el espacio de estados, todos sus valores característicos deben tener parte real negativa (Ogata, 1997).

Por ejemplo, para revisar si el modelo de la figura 2.3 cumple con las condiciones de controlabilidad, observabilidad y estabilidad, de acuerdo con la ecuación (2.26), la condición de controlabilidad con respecto a la fuerza de control resulta:

$$C_{tr} = [B_f \quad AB_f] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -0.2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

donde  $B_f = [0, 1]^T$ , que corresponde al vector que indica el efecto de la fuerza de control sobre el sistema. De acuerdo con la ecuación (2.27), la condición de observabilidad es:

$$O_{bs} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ -10 & -0.2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

En las ecuaciones (2.28) y (2.29), las matrices  $A$  y  $C$  corresponden a la ecuación (2.14). Las matrices de las ecuaciones (2.28) y (2.29) tienen rango 2, que es igual al número de variables de estado, por lo tanto el sistema es observable y controlable.

Para revisar la condición de estabilidad, se calculan los polos del sistema (valores característicos de la matriz  $A$  (ecuación 2.14)). Los valores de dichos polos se presentan en la ecuación (2.15). La condición para que el sistema original sea estable requiere que los polos tengan parte real negativa, por lo tanto, los polos de este sistema indican que el sistema es estable. Estos valores se pueden graficar en un plano complejo (figura 2.4).

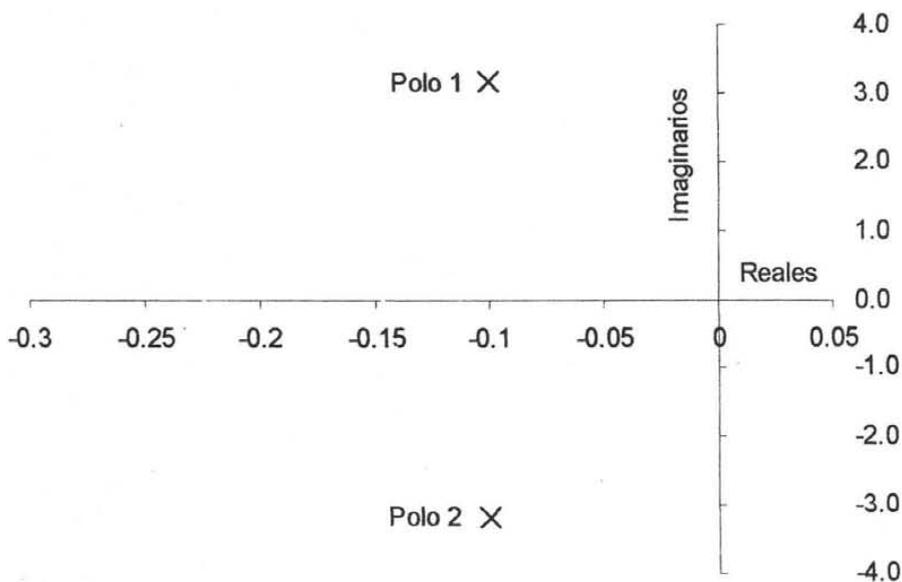


Figura 2.4. Polos del sistema estructural de la figura 2.3.

Como se aprecia en la figura 2.4, los polos del sistema resultan en pares complejos conjugados y tienen simetría con respecto al eje horizontal, esto se debe a que las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  de la representación en el espacio de estados tienen valores reales (Chen, 1999).

En la siguiente sección se utiliza la ecuación (2.14) para modificar las propiedades de la estructura original mediante la aplicación de fuerzas de control. Así, se reduce la respuesta estructural del sistema de la figura 2.3.

#### 2.2.4. Control activo de estructuras mediante retroalimentación de estados

Para controlar una estructura, el planteamiento del control activo propone aplicarle fuerzas de control. El efecto final sobre el comportamiento de la estructura depende de la magnitud de estas fuerzas de control,  $F_r$ , esto es (Ogata, 1997):

$$F_r = -K_r x \quad (2.30)$$

donde  $x$  es el vector de variables de estado y  $K_r$  es una matriz que determina el efecto del control sobre el sistema. Por lo tanto, la fuerza de control es proporcional al estado del sistema y a la matriz  $K_r$ . El diseño de este tipo de control se reduce a encontrar la matriz  $K_r$  con la que se logre el comportamiento deseado de la estructura.

Si en la ecuación de estado (2.2) se escriben por separado las fuerzas de excitación y las de control, se tiene:

$$\dot{x} = Ax + B_1 F_r + B_2 u \quad (2.31)$$

donde  $B_1 = [0, 1]^T$  y  $B_2 = [0, -1]^T$  indican las variables de estado del sistema que son afectadas de las fuerzas de control y las de excitación, respectivamente. Tanto  $B_1$  como  $B_2$  pueden ser matrices. Al sustituir la ecuación (2.30) en la (2.31) y factorizando el vector de estados, se obtiene:

$$\dot{x} = (A - B_1 K_r) x + B_2 u \quad (2.32)$$

En la ecuación (2.32) las características del sistema están dadas por la matriz  $(A - B_1 K_r)$ . Los valores característicos de esta nueva matriz corresponden a los del sistema controlado (Ogata, 1997). La sustitución en la ecuación de estado (2.2) de una fuerza de control expresada en la ecuación (2.30) se conoce como retroalimentación de estados. Siempre y cuando el sistema sea controlable, la retroalimentación de estados permite modificar las propiedades del sistema original como su rigidez y amortiguamiento.

La matriz  $K_r$  de la ecuación (2.30) se puede calcular de manera que los polos del sistema controlado se localicen en cualquier punto del plano complejo. Es decir, mediante el control retroalimentado, teóricamente es posible modificar la rigidez y el amortiguamiento originales de una estructura para que tenga la frecuencia de vibración y el amortiguamiento que se desee. El procedimiento de diseño de control que permite lograr lo anterior se conoce como método de asignación de polos (Ogata, 1997). Sin embargo, debido a que los términos de la matriz  $K_r$  indican también la importancia que tiene el controlar los estados con que se relacionan, es posible, diseñar un control simple eligiendo valores para los términos de la matriz  $K_r$  y observar su efecto de la dinámica del sistema.

Para el sistema modelado en la ecuación (2.14), se puede elegir una fuerza de control expresada mediante la ecuación (2.30). En este caso, debido a que las fuerzas de control sólo pueden actuar en los renglones donde aparecen los parámetros del sistema según la matriz  $A$  de la representación de estados, la matriz  $K_r$  es de orden  $(n/2) \times n$ . Por lo tanto, la fuerza de control es un escalar definido como:

$$F = -K_r x = -[\beta_1 k_c \quad \beta_2 \eta_c] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

donde los coeficientes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son variables adimensionales que permiten modificar la rigidez y el amortiguamiento del sistema, respectivamente;  $x_1$  y  $x_2$  son las variables de estado correspondientes al desplazamiento y la velocidad de la masa  $m$ , respectivamente. Las constantes  $k_c$  y  $\eta_c$  tienen dimensiones de rigidez y amortiguamiento y pueden tomar valores unitarios. El efecto de la matriz  $K_r$  en el sistema controlado depende de los valores asignados a los coeficientes adimensionales  $\beta_1$  y  $\beta_2$ .

Como ejemplo, para el sistema modelado por la ecuación (2.14), se supone que  $k_c=1$ ,  $\eta_c=1$  y  $\beta_1=\beta_2$ . Con el objetivo de mostrar la modificación de los polos del sistema controlado a  $\beta_1$  se le asignan los valores 0, 2, 4, 6 y 8. Cuando  $\beta_1=\beta_2=0$ , no existe fuerza de control. Para coeficientes diferentes de cero, la matriz  $K_r$  es diferente de cero y se pueden calcular los polos del sistema controlado según la ecuación (2.32). Éstos se grafican en el plano complejo, que permite ver la modificación de las propiedades del sistema original (figura 2.5).

Para mostrar el efecto de la matriz  $K_r$  sobre el sistema controlado, se sustituyeron la matriz  $A$  y el vector  $B_1$ , correspondientes al sistema estructural modelado con la ecuación (2.14), en la matriz  $(A-B_1K_r)$  de la ecuación (2.32). En ella  $B_1$  depende de la acción de la fuerza de control sobre la estructura y es igual a  $\{0, 1/m\}^T$ , mientras que de acuerdo con la ecuación (2.33)  $K_r=[\beta_1k_c \ \beta_2\eta_c]$ , por lo tanto, se tiene:

$$\begin{aligned} (A-B_1K_r) &= \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k & \eta \\ m & m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{bmatrix} [\beta_1k_c \ \beta_2\eta_c] \right) = \\ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k & \eta \\ m & m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_1k_c & \beta_2\eta_c \\ m & m \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (k-\beta_1k_c) & (\eta-\beta_2\eta_c) \\ m & m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.34)$$

En la ecuación (2.34), se puede observar la influencia de los términos de la matriz  $K_r$ , empleada para efectuar la retroalimentación, sobre el sistema controlado.

En la figura 2.5, sobre el eje vertical se ubican las frecuencias naturales de vibración del sistema amortiguado. Éstas corresponden a la parte imaginaria de los polos del sistema definido por la matriz  $(A-B_1K_r)$ , mientras que los valores del eje horizontal corresponden a la parte real de los mismos y representan los valores de  $\eta/2$ , para este caso  $\eta$  es la constante del amortiguador (figura 2.3).

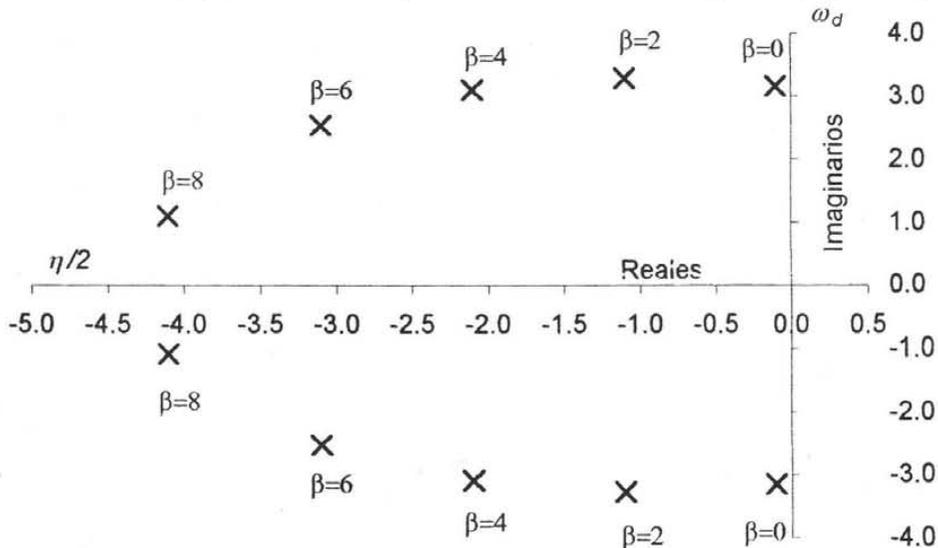


Figura 2.5. Polos del sistema representado por la expresión  $(A-B_1K_r)$  para distintas matrices  $K_r$ , formadas por valores de  $\beta_1=\beta_2=\beta$ .

La frecuencia fundamental de vibración del sistema sin amortiguamiento se obtiene como la resultante de los 2 valores anteriores y se denomina  $\omega_n$ .

Las matrices  $K_r$  empleadas en este ejemplo, no se diseñaron para lograr un objetivo de control en especial sino únicamente para mostrar que, mediante la retroalimentación de estados, es posible modificar los polos del sistema controlado.

En la siguiente sección, se revisa un criterio que permite efectuar un control óptimo que depende tanto de las variables de estado como de la fuerza de control, así como de parámetros adimensionales expresados en forma matricial. Dado un objetivo de control que busque reducir la respuesta de un sistema, éste se puede lograr seleccionando las variables cuya respuesta se desea minimizar.

### 2.3. CRITERIO DE OPTIMACIÓN DE LAS FUERZAS DE CONTROL

#### 2.3.1. Regulación Cuadrática Lineal

Dado un sistema representado por la ecuación de estado (2.2) el método de regulación cuadrática lineal permite encontrar la matriz  $K_r$  que proporciona un vector de fuerzas de control óptimas expresado en la ecuación (2.30) de manera que el índice de comportamiento  $J$  se minimiza como (Dorato et al., 1995):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T L x + u^T R u) dt \quad (2.35)$$

donde  $L$  es una matriz positiva definida o semidefinida y  $R$  es una matriz positiva definida;  $x$  es el vector de estados y  $u$  el vector de fuerzas de control. El término  $u^T R u$  es una medida relativa del "costo" de la magnitud de las fuerzas de control aplicadas. Las matrices  $L$  y  $R$  determinan la importancia de controlar la respuesta de las variables de estado y el costo de la energía de control, respectivamente (Ogata, 1997).

Para minimizar el índice dado por la ecuación (2.35) se debe encontrar la matriz  $P$  que satisfaga la ecuación algebraica de Riccati, esto es (Dorato et al., 1995):

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + L = 0 \quad (2.36)$$

La matriz  $K_r$  está dada entonces por:

$$K_r = -R^{-1} B^T P \quad (2.37)$$

y el vector de control óptimo resulta:

$$u = -K_r x \quad (2.38)$$

Con este método de optimación es posible diseñar esquemas de control para disminuir la respuesta de estructuras asimétricas.

Es importante aclarar que la elección de las matrices  $L$  y  $R$  involucradas en este método determina el efecto del control sobre las propiedades de rigidez y amortiguamiento del sistema. Una guía simple para seleccionar estas matrices es que sean diagonales (Dorato et al., 1995). En la matriz  $L$  se deben colocar valores relativamente mayores en los términos que corresponden a las variables de estado cuya respuesta se desee minimizar, con respecto a las variables que no son de interés para el objetivo del control.

### 2.4. ALGORITMOS DE CONTROL PARA ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS

#### 2.4.1. Control del giro de los diafragmas de piso

Se estudia el control del giro del diafragma del modelo estructural de un piso mostrado en la figura 2.6, los grados de libertad de esta estructura son la traslación en dirección  $Y$ , y el giro  $\theta$  de su planta con respecto a un eje vertical  $Z$ . El diafragma de piso se considera infinitamente rígido en su plano. La rigidez lateral del entrepiso está proporcionada por dos elementos ubicados en los extremos de la

planta, empotrados en su base y rigidamente conectados al sistema de piso. La rigidez del elemento 1 (rígido) es mayor que la del 2 (flexible). Los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento de la estructura son conocidos e invariables en el tiempo.

En cualquier instante, el desplazamiento de los elementos 1 y 2, de rigidez lateral en dirección  $Y$ ,  $k_1$  y  $k_2$ , respectivamente, se puede definir como:

$$\begin{aligned} y_1 &= y - \theta l_1 \\ y_2 &= y + \theta l_2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde  $y$  y  $\theta$  son el desplazamiento y el giro del  $CM$ , respectivamente, y  $l_1$  y  $l_2$  son las distancias de los elementos 1 y 2 al  $CM$  de la planta, respectivamente (figura 2.6).

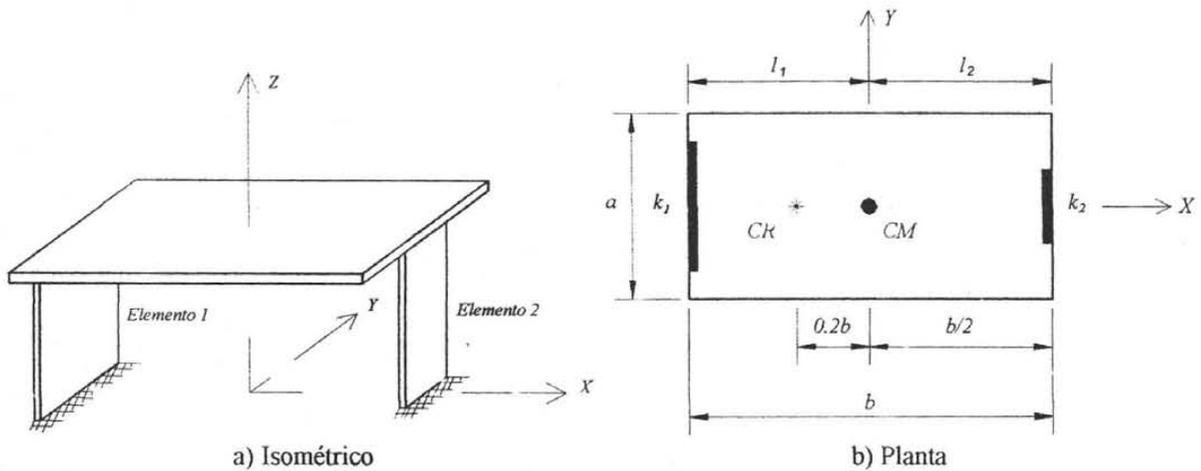


Figura. 2.6. Modelo de un piso estudiado.

De igual forma, la velocidad lineal de los elementos 1 y 2, se puede obtener a partir de la respuesta del  $CM$ , esto es:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \dot{y} - \dot{\theta} l_1 \\ \dot{y}_2 &= \dot{y} + \dot{\theta} l_2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

La torsión de la planta del modelo con respecto a un eje vertical se controlará con un actuador ubicado de manera excéntrica con respecto al  $CM$  (figura 2.8). El actuador se ubica del lado del elemento flexible, que presenta el mayor desplazamiento lateral, con la intención de reducir su desplazamiento aplicando fuerzas que se opongan a la fuerza sísmica actuante. Así, dicho dispositivo se localiza del mismo lado que el  $CM$  con respecto al  $CR$ . En los modelos estudiados se considera que no existe incertidumbre en la localización de dichos puntos.

La magnitud de la fuerza máxima ideal que puede aplicar el dispositivo de control modelado no tiene límite, sin embargo, cuando se modelan dispositivos de control reales se debe considerar que presentan siempre una capacidad máxima. Además, si este es capaz de actuar con la rapidez suficiente, se puede ignorar el problema del tiempo de retraso debido a su tiempo de respuesta. De igual forma, se considera que no existe retraso en las señales que van de los sensores hacia el controlador y del controlador hacia los actuadores. Se ha verificado experimentalmente (Loh et al., 1999) que es posible despreciar el tiempo de retraso en sistemas de control activo, por lo tanto, en los cálculos aquí realizados se considera una respuesta instantánea del sistema de control.

Para controlar la torsión de la estructura se utiliza la retroalimentación de estados para modificar sus propiedades de rigidez y amortiguamiento. Así, se emplean todos los estados para realizar la retroalimentación. Se supone que es posible medir todas estas variables y que se conocen las propiedades del sistema sin control. El giro y la velocidad angular del *CM* son las variables que se minimizan.

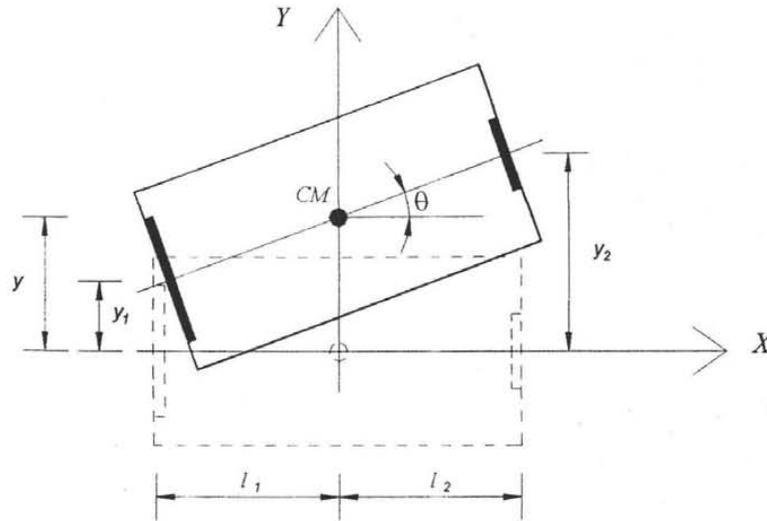


Figura 2.7. Desplazamientos de la planta rígida del modelo.

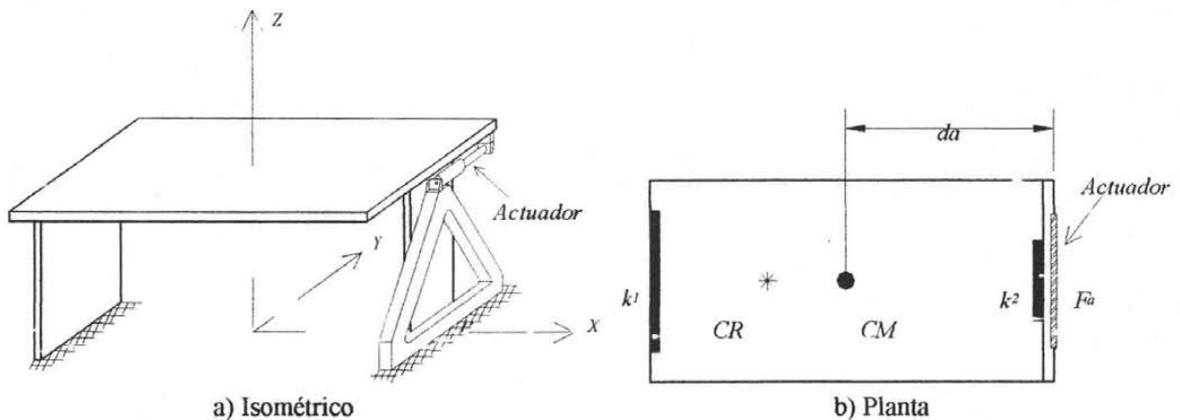


Figura 2.8. Posición del actuador en el modelo estudiado.

La ecuación que describe la respuesta dinámica del sistema estructural ante excitación sísmica y que considera el efecto de las fuerzas de control es:

$$M\ddot{x} + \mu\dot{x} + Kx = -M\ddot{x}_g + F_a \quad (2.41)$$

donde  $M$ ,  $K$  y  $\mu$  son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del modelo, respectivamente. Para el caso estudiado son de orden  $2 \times 2$ ;  $\ddot{x}_g$  es el vector de la aceleración del suelo que actúa en la base de la estructura,  $F_a$  es un vector que contiene las fuerzas de control. Para el sistema considerado se tiene:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ \ddot{\theta}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_a \\ m_a \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

donde  $m$  es la masa del piso y  $J_r$  su inercia rotacional. Los términos  $k_{11}$  y  $k_{22}$  representan la rigidez lateral y torsional de la estructura, respectivamente. El término  $k_{12}=k_{21}$  y depende de la suma del primer momento de los elementos resistentes con respecto al centro de masas. Los términos  $f_a$  y  $m_a$  representan la fuerza lineal y el momento aplicado por el sistema de control, respectivamente. Se consideró un amortiguamiento de Rayleigh, los términos  $\mu_{ij}$  se determinaron mediante una combinación de las matrices de masa y rigidez (Chopra, 1995).

Para un modelo asimétrico en el que la posición del  $CR$  no coincide con la del  $CM$ , existe acoplamiento entre los grados de libertad de traslación y giro de la planta, por lo que los términos fuera de la diagonal de la matriz de rigideces son diferentes de cero.

El sistema se excita aplicándole aceleración lineal,  $y_g$ , mientras que  $\theta_g=0$ . Al despejar de la ecuación (2.41) el vector de aceleración es:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \ddot{y}_g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_a \\ m_a \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

Debido a que existen 4 variables que es necesario conocer para describir el sistema ( $y$ ,  $\theta$ ,  $\dot{y}$  y  $\dot{\theta}$ ) se trata de un sistema de cuarto orden. En este caso, las variables de estado se denominan  $s_1, s_2, s_3$  y  $s_4$  y están definidas como:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

El sistema estructural se modela mediante las ecuaciones de estado (2.2) y (2.3). Sustituyendo en ella las matrices correspondientes al sistema de la ecuación (2.43) y las variables definidas en la (2.44), se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \\ \dot{s}_3 \\ \dot{s}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_{11}}{m} & -\frac{k_{12}}{m} & -\frac{\mu_{11}}{m} & -\frac{\mu_{12}}{m} \\ -\frac{k_{21}}{J_r} & -\frac{k_{22}}{J_r} & -\frac{\mu_{21}}{J_r} & -\frac{\mu_{22}}{J_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_g \\ f_a \\ m_a \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

Para efectuar la retroalimentación de estados se utilizarán todas las variables, esto se expresa como:

$$\{v\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

donde  $\{v\}$  es el vector de respuestas del sistema. La matriz unitaria corresponde a la matriz  $C$  de la ecuación (2.3), en este caso indica que se requiere conocer todos los estados del sistema, lo cual permite modificar todos los polos del mismo, es decir, sus frecuencias de vibración y amortiguamiento.

Debido a la disposición física del actuador en el modelo (figura 2.8) la fuerza de control producirá un momento torsionante  $m_a$  con respecto al  $CM$ , que es proporcional a la magnitud de  $f_a$ , esto es:

$$m_a = f_a \cdot da \quad (2.47)$$

donde  $da$  es la distancia perpendicular entre la línea de acción de la fuerza  $f_a$  que aplica el actuador y el  $CM$  (figura 2.8). Por lo tanto, la ecuación (2.45) se puede escribir como:

$$\begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{11} & -k_{12} & -\mu_{11} & -\mu_{12} \\ -k_{21} & -k_{22} & -\mu_{21} & -\mu_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_g \\ m_a \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

Las ecuaciones (2.45) a (2.48) permiten modelar al sistema en el espacio de estados.

La fuerza de control se calcula empleando el método de regulación cuadrática lineal (Ogata, 1997). Para lograr el objetivo de reducir el giro de la planta, se asignan valores diferentes de cero a los valores de la matriz  $L$  que corresponden con las variables  $s_2$  y  $s_4$ .

Los desplazamientos de los elemento 1 y 2 del modelo estudiado (figura 2.6) son las respuestas que permiten verificar la efectividad del control en lograr el objetivo propuesto.

Debido a la consideración de diafragma infinitamente rígido del modelo estructural, las respuestas requeridas en los elementos 1 y 2 se obtienen por consideraciones geométricas mediante las ecuaciones (2.39) y (2.40). Para que la estructura se traslade sin girar, ambos elementos deben presentar el mismo desplazamiento lateral. En este caso, el objetivo del control es lograr que el modelo de la estructura asimétrica original presente una respuesta similar a la de una estructura simétrica. Además, se busca reducir los desplazamientos laterales del  $CM$  de la estructura asimétrica controlada en comparación con la asimétrica sin control.

#### 2.4.2. Control del giro y desplazamiento lateral de los diafragmas de piso

Para controlar el desplazamiento y giro de la planta de los modelos de un piso, se propuso la colocación de dos actuadores según se muestra en la figura 2.8. Este esquema de control se puede modelar de manera apropiada mediante la ecuación (2.45), ya que las fuerzas de control  $f_a$  y  $m_a$  deben ser aplicadas a la estructura por medio de la combinación de fuerzas de los actuadores y no es necesario mantener una proporción constante entre ellas. El vector de respuesta está dado por la ecuación (2.46).

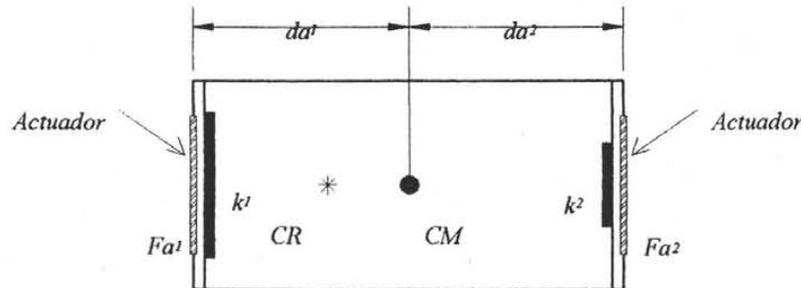


Figura 2.8. Posición de los actuadores para control de giro y desplazamiento de la planta.

En el siguiente capítulo, se definen las matrices  $L$  y  $R$  que permiten controlar el desplazamiento y giro de la planta mediante el método de regulación cuadrática lineal. Se obtendrá así, una combinación de fuerzas de los dos actuadores que permita reducir la respuesta de los modelos de un piso.

## CAPÍTULO 3

### CONTROL DE MODELOS ASIMÉTRICOS

El planteamiento de control activo de modelos de edificios asimétricos de un piso, presentado en el capítulo anterior, se simuló en computadora con el módulo Simulink del programa Matlab (MathWorks, 2002). Se estudiaron modelos con diferentes parámetros estructurales sometidos a excitaciones sísmicas.

#### 3.1. REGISTROS SÍSMICOS CONSIDERADOS

Los registros sísmicos considerados como excitación de los modelos estructurales corresponden al temblor del 19 de septiembre de 1985 obtenidos en tres diferentes tipos de suelo en la ciudad de México: blando (SCT N90E), de transición (VIV N90E) y firme (CU N90E).

#### 3.2. MODELOS ESTUDIADOS

Con el objetivo de evaluar el comportamiento de modelos asimétricos diseñados con un sistema de control activo y comparar su respuesta con la de modelos sin control diseñados de acuerdo con el RCDF, se estudiaron modelos con periodos fundamentales de vibración  $T=0.5$ , 1 y 2 s, denominados  $M1$ ,  $M2$  y  $M3$ , respectivamente. Se consideró una excentricidad del 20% de la dimensión de la planta perpendicular a la dirección en que actúa el sismo. Este valor de la excentricidad máxima permite considerar a la estructura como regular de acuerdo con el RCDF (NTCDS, 2004).

En la Tabla 3.1 se muestran las características de los modelos estructurales estudiados, que corresponden a la estructuración presentada en la figura 2.6. El diafragma de los modelos tiene dimensiones  $a=b=20$  m. El CM se ubica en el centro geométrico del diafragma. La excentricidad en los modelos se debe a la diferencia de las rigideces de los elementos 1 y 2.

**Tabla 3.1. Características de los modelos estructurales de un piso.**

Modelo	$T$ (s)	$K_y$ ( $N/m \times 10^6$ )	$W$ ( $N \times 10^6$ )	$m_r$ ( $kg \times 10^6$ )	$J_r$ ( $kg \times m^2 \times 10^6$ )
$M1$	0.5	150	9.318	0.95	44.03
$M2$	1.0	150	18.637	1.90	88.06
$M3$	2.0	150	37.273	3.80	176.12

#### 3.3. INTERACCIÓN SUELO –ESTRUCTURA EN MODELOS CON CONTROL ACTIVO

El estudio de los efectos de interacción suelo-estructura (ISE) en estructuras controladas ha seguido dos líneas de investigación principales: la primera evalúa los efectos de ISE en la respuesta de estructuras con control activo que han sido diseñadas considerando que se apoyan sobre una base rígida; la segunda estudia la incorporación de los efectos de ISE en el diseño de los sistemas y algoritmos de control (Luco, 1998).

En suelo firme, tanto los sistemas de control diseñados sin considerar los efectos de ISE como aquellos que sí los incluyen, presentan la misma efectividad en su comportamiento (Shen et al., 2002). En suelo blando, los algoritmos que incluyen los efectos de ISE han demostrado ser más efectivos en suprimir la

respuesta estructural, sin embargo, requieren una fuerza de control mayor comparada con la obtenida mediante un algoritmo de control que considera al sistema con base empotrada (Smith, 1997). En los modelos estudiados en el presente trabajo se ha supuesto que se apoyan sobre una base rígida.

### 3.4. DISEÑO DE LOS MODELOS DE REFERENCIA SIN CONTROL

Los modelos estudiados se diseñaron para las zonas I, II y IIIb de acuerdo con la zonificación sísmica de las NTCDS (NTCDS, 2004). Los espectros de diseño se muestran en la figura 3.1. Se utilizó un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ . La fuerza cortante en los elementos estructurales, obtenida del diseño por torsión sísmica, se presenta en la Tabla 3.5.

A continuación se aplica el procedimiento simplificado de diseño o PSD (Escobar et al., 2004a y 2004b) para diseñar los modelos que servirán como referencia para comparar la respuesta de los modelos controlados.

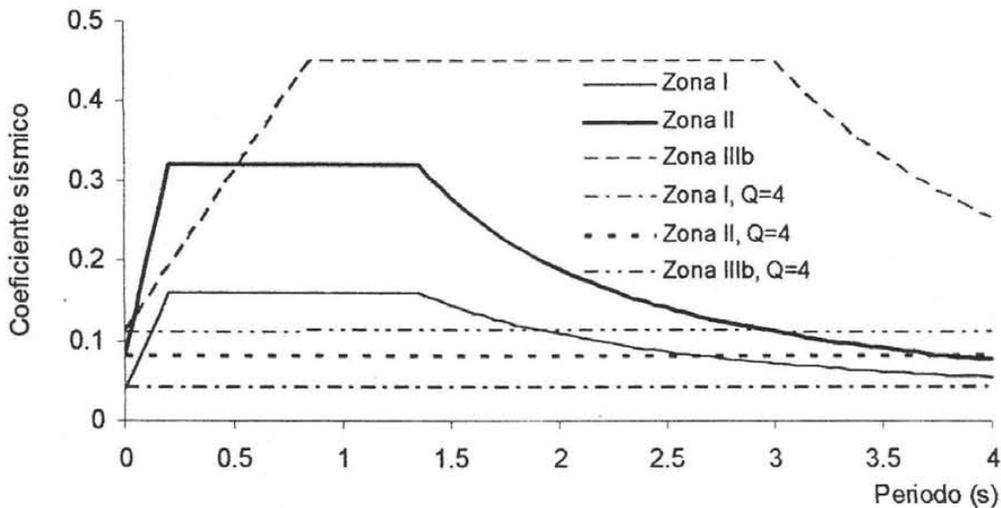


Figura 3.1. Espectros para diseño sísmico de las NTCDS (NTCDS, 2004).

**Fuerzas cortantes de entrepiso.** Por tratarse de modelos de un piso, la fuerza cortante será igual al cortante basal  $V_b$  y se calcula como:

$$V_b = \frac{c}{Q} W \quad (3.1)$$

donde  $c_s$  es el coeficiente del espectro de diseño sísmico;  $Q$  es el factor de reducción por ductilidad y  $W$  el peso de la estructura. En las Tablas 3.2 a 3.4 se presentan las fuerzas cortantes de los modelos estudiados, calculadas para las zonas sísmicas consideradas.

**Cortantes directos en los elementos estructurales.** Los cortantes directos  $V_{di}$  son proporcionales a las rigideces laterales  $k_i$  de los elementos, esto es:

$$V_{di} = \frac{k_i}{\sum k_i} V_b \quad (3.2)$$

En la Tabla 3.3 se presentan los cortantes directos en los elementos estructurales de los modelos en estudio.

**Tabla 3.2. Cortante sísmico para los modelos de un piso.**

Modelo	$W$ ( $N \times 10^6$ )	$c_s$	$Q'$	$V_b$ ( $N \times 10^3$ )	Zona sísmica
M1	9.318	0.16	4	373	I
M2	18.637	0.16	4	745	
M3	37.273	0.11	4	1006	
M1	9.318	0.32	4	745	II
M2	18.637	0.32	4	1491	
M3	37.273	0.19	4	1770	
M1	9.318	0.31	2.76	1047	IIIb
M2	18.637	0.45	4	2097	
M3	37.273	0.45	4	4193	

**Tabla 3.3. Cortante directo en los elementos resistentes de los modelos de un piso.**

Modelo	$k_i$ ( $N/m \times 10^6$ )		$V_{di}$ ( $N \times 10^3$ )		Zona sísmica
	el. 1	el. 2	el. 1	el. 2	
M1	105	45	261	112	I
M2	105	45	522	224	
M3	105	45	704	302	
M1	105	45	522	224	II
M2	105	45	1044	447	
M3	105	45	1239	531	
M1	105	45	733	314	IIIb
M2	105	45	1468	629	
M3	105	45	2935	1258	

**Coordenadas de los centros de torsión (CT).** El CT se obtiene como:

$$X_{CT} = \frac{\sum(k_{iy} x_i)}{\sum k_{iy}} \tag{3.3}$$

donde  $x_i$  es la distancia del  $i$ -ésimo elemento con respecto a un punto de referencia y  $X_{CT}$  es la coordenada del CT con respecto a dicho punto.

**Excentricidad estructural y clasificación de los elementos resistentes.** En la Tabla 3.4 se presenta la ubicación del CT ( $X_{CT}$ ), CM ( $X_{CM}$ ), así como la excentricidad estructural de los modelos estructurales estudiados.

En el PSD, los elementos resistentes se clasifican como flexibles si están localizados del mismo lado del CM con respecto al CT y como rígidos en caso contrario (Escobar et al., 2004a; 2004b). En la Tabla 3.4 se presenta la clasificación de los elementos.

**Tabla 3.4. Clasificación de los elementos resistentes.**

Modelo	$X_{CT}$ (m)	$X_{CM}$ (m)	$e_s$ (m)	Elemento	
				1	2
M1	6.0	7.33	1.33	rigido	flexible
M2	6.0	7.33	1.33	rigido	flexible
M3	6.0	7.33	1.33	rigido	flexible

**Factor de Amplificación por Torsión (FAT) de los elementos resistentes.** Con el PSD el efecto total de la torsión sísmica en los elementos estructurales se calcula mediante un FAT (Escobar et al., 2004a y 2004b). Para los elementos flexibles, el  $FATf_i$  se calcula como:

$$FATf_i = 1 + \frac{\zeta_i}{\rho^2} (0.1 + 1.5e) \quad (3.4)$$

donde  $\zeta_i = x_i/b$ ,  $x_i$  es la distancia del  $i$ -ésimo elemento resistente con respecto al CT;  $\rho$  es el radio de giro del piso normalizado, mientras que  $e=e_e/b$ . Para el  $i$ -ésimo elemento rígido el  $FATr_i$  es:

$$FATr_i = 1 + \frac{\zeta_i}{\rho^2} (0.1) \quad (3.5)$$

En la Tabla 3.5 se presenta el FAT y el cortante total  $Vtot_i$  en cada elemento resistente que incluye el efecto de torsión, calculado como:

$$Vtot_i = FATf_i(V_{di}) \quad (3.6)$$

$$Vtot_i = FATr_i(V_{di}) \quad (3.7)$$

**Tabla 3.5. Cortante de diseño en los elementos resistentes de los modelos de un piso.**

Modelo	$FAT_i$		$Vtot_i$ ( $N \times 10^3$ )		Zona sísmica
	rígido	flexible	rígido	flexible	
M1	1.048	1.667	273	186	I
M2	1.048	1.667	547	373	
M3	1.048	1.667	738	503	
M1	1.048	1.667	547	373	II
M2	1.048	1.667	1093	745	
M3	1.048	1.667	1298	885	
M1	1.048	1.667	768	523	IIIb
M2	1.048	1.667	1538	1048	
M3	1.048	1.667	3075	2097	

Como se puede observar en la Tabla 3.5, el diseño por torsión incrementa el valor del cortante directo de los elementos resistentes, principalmente en los flexibles.

La distribución de fuerzas en los elementos resistentes obtenida mediante el diseño por torsión sísmica estática es independiente del tipo de terreno, como se puede observar en la Tabla 3.5 donde los  $FAT_i$  tienen el mismo valor para los elementos rígidos y flexibles en todas las zonas sísmicas consideradas.

La respuesta de los modelos sometidos a excitación sísmica intensa, no puede calcularse mediante modelos que consideren sólo el comportamiento elástico de los materiales que constituyen a los elementos resistentes. Por ello, las NTCDS del RCDF indican que los desplazamientos máximos obtenidos mediante análisis elásticos deben multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico  $Q$ , o  $Q'$  según corresponda, para revisar con ellos las condiciones límite de desplazamiento de falla.

Los cortantes finales en los elementos estructurales se utilizaron como referencia para establecer la magnitud de las fuerzas de control a emplear.

### 3.5. DISEÑO DE LOS MODELOS ASIMÉTRICOS CONTROLADOS

Los modelos asimétricos con control activo presentan la misma distribución de rigideces que los modelos diseñados en la sección anterior. Con el control activo se garantiza que la estructura no incursiona en el intervalo de comportamiento no lineal. La resistencia de los modelos controlados corresponde a la suma de la resistencia de los elementos estructurales convencionales más la aportada por el sistema de control. Sin embargo, como se muestra posteriormente, la resistencia requerida para la estructura controlada es menor que la necesaria cuando no se controla su respuesta.

Para el esquema de control del giro de la planta, en este trabajo se propuso el empleo de una fuerza de control máxima igual al valor del cortante directo que le corresponde al elemento flexible (Tabla 3.3).

El valor de la fuerza máxima empleada para el control del giro y desplazamiento de la planta de los modelos estudiados se consideró variable. El establecer un valor máximo de la fuerza de control es una decisión del diseñador que puede considerarse relativamente arbitraria. La opción utilizada en el presente trabajo consistió en proporcionar la fuerza de control necesaria para reducir el desplazamiento máximo a un valor deseado. Posteriormente, con el objetivo de analizar la efectividad del control activo, este valor de la fuerza de control se comparó con el cortante basal de diseño correspondiente (Tabla 3.5).

### 3.6. RESULTADOS DEL CONTROL DE MODELOS ASIMÉTRICOS

#### 3.6.1. Control del giro de los diafragmas de piso

Las ecuaciones (2.44) y (2.47) definen el algoritmo de control del giro del diafragma de piso de los modelos estudiados. En la Tabla 3.6 se presentan las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento para los modelos estudiados.

Tabla 3.6. Matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de los modelos estudiados.

Modelo	$m$ (kg $\times 10^6$ )	$K$ (N/m $\times 10^6$ )	$\mu$ (N $\times$ s/m $\times 10^6$ )
$M1$	$\begin{bmatrix} 0.95 & 0 \\ 0 & 63.33 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 150 & -600 \\ -600 & 15000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.163 & -2.192 \\ -2.192 & 95.805 \end{bmatrix}$
$M2$	$\begin{bmatrix} 1.90 & 0 \\ 0 & 126.65 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 150 & -600 \\ -600 & 15000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.163 & -2.192 \\ -2.192 & 95.805 \end{bmatrix}$
$M3$	$\begin{bmatrix} 3.80 & 0 \\ 0 & 253.30 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 150 & -600 \\ -600 & 15000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.163 & -2.192 \\ -2.192 & 95.805 \end{bmatrix}$

Para optimizar las fuerzas de control se propusieron 5 diferentes matrices  $L$  (Tabla 3.7). Aún cuando la única restricción para la matriz  $L$  es que sea positiva definida o semidefinida, para el control del giro de los diafragmas de piso de los modelos estructurales estudiados se consideraron matrices  $L$  con valores diferentes de cero solo en su diagonal principal. El valor de los términos diferentes de cero en la diagonal principal de las matrices  $L$  quedó definido por la variable  $\gamma$ , que representa el factor de costo del control, es decir, determina la importancia relativa de controlar los diferentes estados del sistema (Soong, 1990). A mayor valor de los términos de las matrices  $L$  se obtiene una mayor reducción de la respuesta, sin embargo, corresponden también valores mayores de la fuerza de control (Soong, 1990). En la primera fila de la Tabla 3.7 se muestra el valor máximo de  $\gamma$  utilizado para estudiar el efecto de las matrices  $L$  en la modificación de los polos de los modelos estudiados.

Tabla 3.7. Matrices  $L_i$  propuestas.

$L_1, \gamma_{\max} = 2.5 \times 10^6$	$L_2, \gamma_{\max} = 1.40 \times 10^6$	$L_3, \gamma_{\max} = 2.0 \times 10^8$	$L_4, \gamma_{\max} = 3.25 \times 10^4$	$L_5, \gamma_{\max} = 2.0 \times 10^6$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$

En las figuras 3.2 a 3.4 se muestra la ubicación de los polos de los modelos controlados, conforme se incrementa el valor de  $\gamma$ . Las marcas en esas gráficas corresponden a los valores característicos de la matriz  $(A-B_1K_r)$  de acuerdo con la ecuación (2.31), mientras que  $K_r$  se obtiene con la ecuación (2.36). Se puede observar que la ubicación de los valores característicos del sistema controlado, describe aproximadamente la misma trayectoria para las matrices  $L_1, L_2$  y  $L_5$ , mientras que los correspondientes a las matrices  $L_3$  y  $L_4$  siguen trayectorias diferentes. Se observa también, que las matrices  $L$  propuestas modifican de manera similar los polos del sistema en los tres modelos considerados.

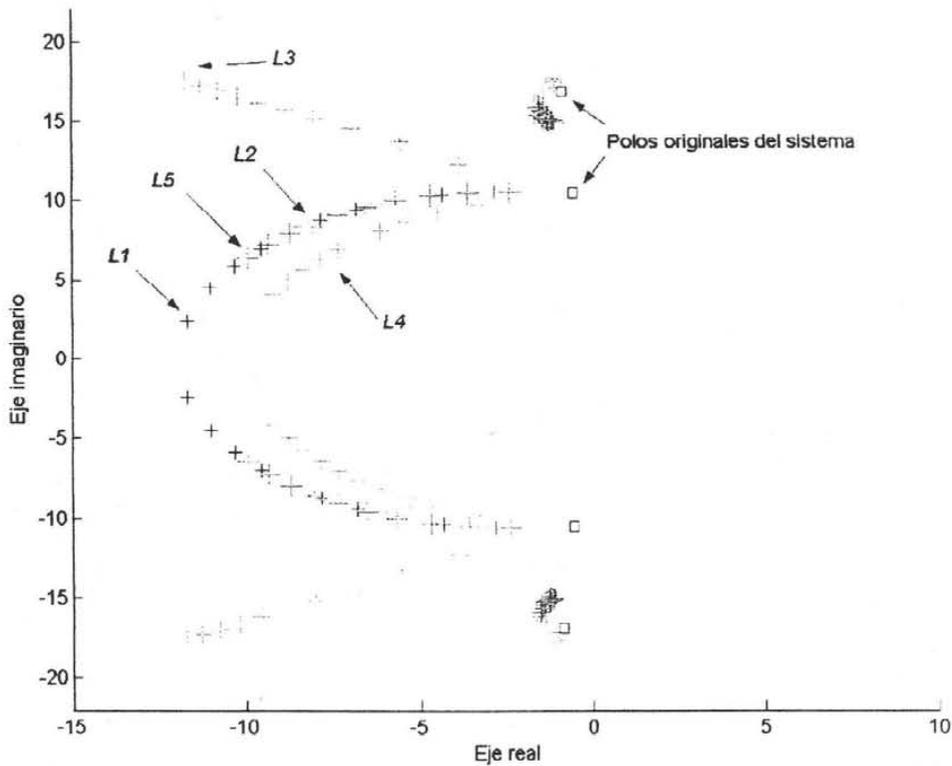


Figura 3.2. Polos del modelo con  $T=0.5$  s ( $M1$ ) para las matrices  $L_i$  propuestas en la Tabla 3.7.

En los análisis correspondientes a las figuras 3.2 a 3.4 la matriz  $R$  se mantuvo constante, esto es:

$$R = [I] \tag{3.8}$$

mientras que  $\gamma$  se hizo variar desde 0 hasta un valor máximo indicado en el primer renglón de la Tabla 3.7.

Para seleccionar la matriz  $L$  que requiere la menor fuerza de control para reducir el giro de la planta, se efectuaron simulaciones de control del modelo  $M1$ , En ellas se excitó con el registro SCT N90E. Se emplearon las matrices  $L_1, L_3$  y  $L_4$ , por ser las que modifican los polos de los modelos cada una en

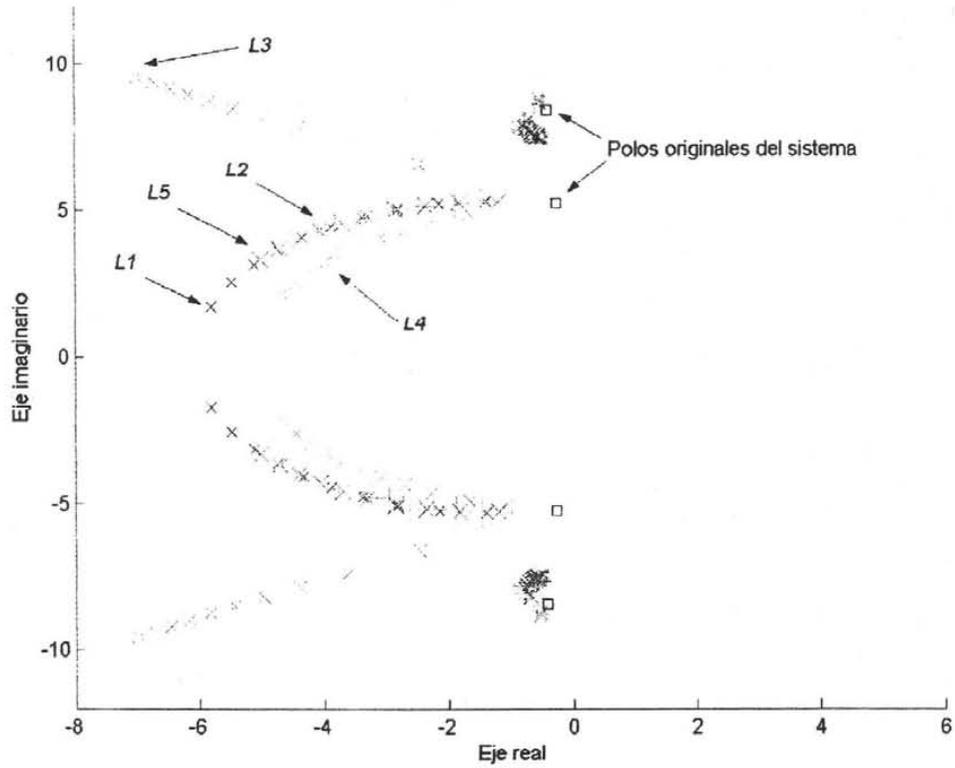


Figura 3.3. Polos del modelo con  $T=1$  s ( $M2$ ) para las diferentes matrices  $L_i$  propuestas.

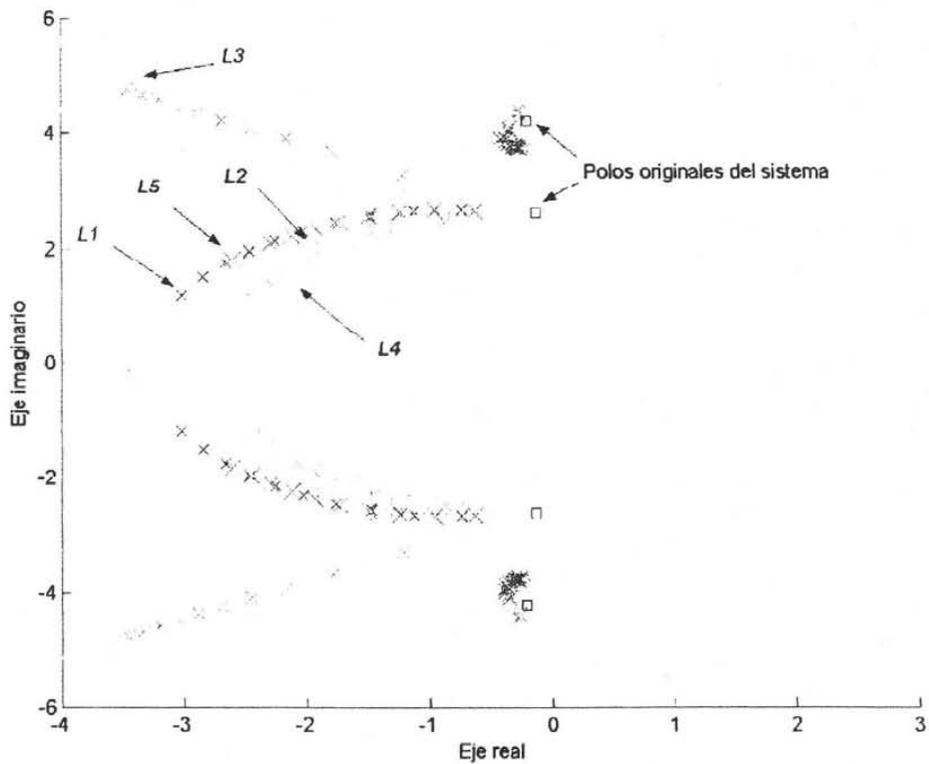


Figura 3.4. Trayectoria descrita por los polos del modelo con  $T=2$  s ( $M3$ ).

diferente forma. El valor de  $\gamma$  en estas simulaciones se mantuvo constante, y éste fue elegido, para cada matriz  $L$ , de manera que proporcionara aproximadamente la misma fuerza de control, cuyo valor se estableció para el caso en el que  $R=1$  (figura 3.5). Para modificar la fuerza de control empleada en las simulaciones, se asignaron a  $R$  (ecuación 2.34) valores desde 0.002 hasta 250. Este intervalo fue seleccionado mediante el método de ensayo y error, de manera que en él quedarán comprendidos valores de fuerza de control desde casi 0 hasta aquellos que permiten anular el giro de la planta de los modelos estructurales. A valores mayores de  $R$  se obtienen fuerzas de control menores.

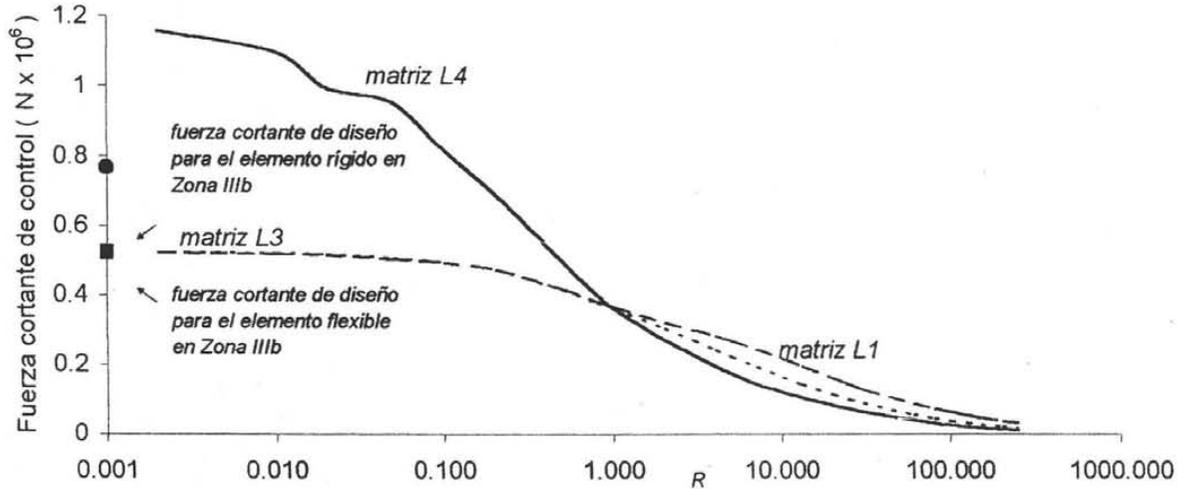


Figura 3.5. Fuerza de control correspondiente al modelo M1 sometido al registro SCT N90E, para distintos valores de  $R$  y para las matrices  $L_1$ ,  $L_3$  y  $L_4$ , con valores constantes  $\gamma = 2.5 \times 10^6$ ,  $2.2 \times 10^8$  y  $1.6 \times 10^5$ , respectivamente.

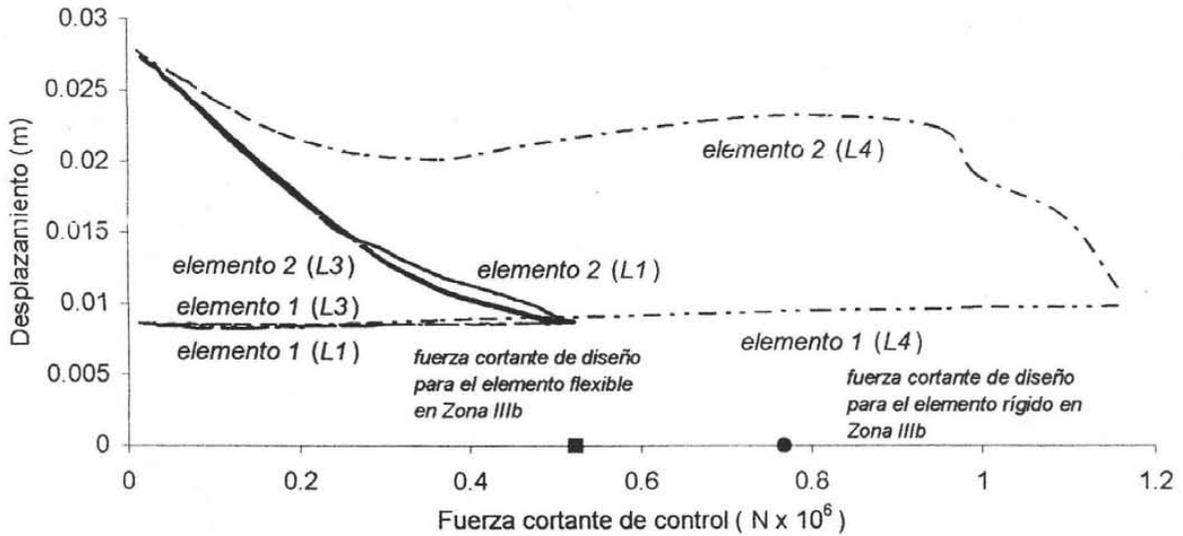


Figura 3.6. Desplazamiento de los elementos resistentes del modelo M1 sometido al registro SCT N90E, para distintos valores de fuerza de control, obtenida empleando las matrices  $L_1$ ,  $L_3$  y  $L_4$ .

En la figura 3.5 se muestra la variación de la fuerza de control obtenida para diferentes valores de  $R$  para las matrices  $L$  consideradas para el modelo M1 excitado con el registro SCT N90E. En la figura 3.6 se grafican los desplazamientos de los elementos estructurales del modelo M1 y la fuerza de control requerida por las diferentes matrices  $L$ .

A partir de los resultados mostrados en la figura 3.6, para efectuar las simulaciones de control se eligió a la matriz  $L_3$ . Con ella se requiere emplear una fuerza máxima de control inferior a la necesaria con las otras matrices propuestas para reducir el desplazamiento máximo del diafragma de piso a un valor deseado.

La elección de la matriz  $L$  adecuada para cada modelo y tipo de excitación debe basarse en resultados de simulaciones, graficados de manera similar a la figura 3.6. Así, es posible seleccionar la matriz  $L$  que proporcione la mayor reducción de la respuesta del modelo empleando para ello la menor fuerza con respecto a las demás matrices consideradas.

En las figuras 3.7 a 3.9 se presentan las historias del giro de la planta de los modelos estudiados. Para el  $M3$  se presenta también la historia del giro correspondiente al esquema de control del desplazamiento y giro de la planta (figura 3.10). El modelo  $M3$  fue elegido para emplear este esquema de control debido a que con él se obtuvieron los resultados menos favorables cuando se controló únicamente el giro de su planta.

En las figuras 3.11 a 3.13 se presentan las fuerzas y desplazamientos máximos normalizados en los elementos estructurales de los modelos analizados excitados con los registros considerados. Se estudiaron los siguientes casos: modelo simétrico sin control (SSC), asimétrico sin control (ASC), asimétrico con control del giro de la planta (ACG), y se incluye el caso de control del desplazamiento y giro del diafragma de piso para el modelo  $M3$  (ACGD). Los desplazamientos máximos de los elementos se normalizaron con respecto a los desplazamientos máximos de los modelos SSC.

En las gráficas de fuerzas cortantes normalizadas en los elementos de los modelos estudiados (figuras 3.11 a 3.13) la barra denominada "Total" corresponde a la suma de la fuerza actuante máxima en los elementos estructurales y la fuerza de control. Todas las fuerzas graficadas están normalizadas con respecto a la columna "Total" correspondiente al modelo SSC. La fuerza de control empleada en cada caso está representada por la barra de puntos correspondiente a los modelos ACG y ACGD.

En todos los casos estudiados, el desplazamiento máximo de los modelos ACG fue inferior al desplazamiento máximo correspondiente a los modelos ASC, sin embargo, no en todos los casos fue menor al de los modelos SSC.

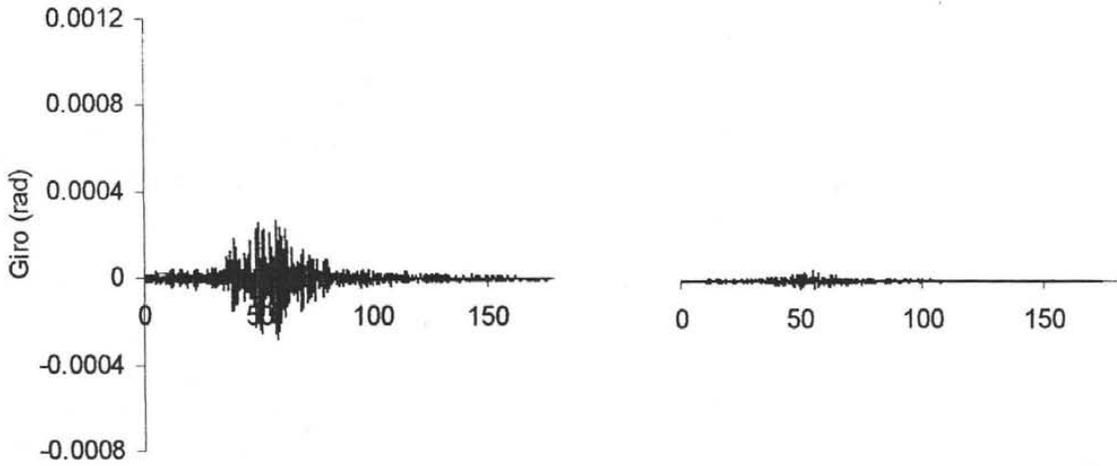
Existe un límite en la reducción que se puede lograr en el desplazamiento lateral de los modelos asimétricos al controlar el giro de su planta, ya que aún cuando la torsión de la planta se reduzca considerablemente, los modelos estudiados presentan traslación. Por ello, en la siguiente sección se presenta un esquema de control que permite reducir tanto el giro como el desplazamiento lateral del diafragma de piso.

En el capítulo 4 se discuten y analizan los resultados presentados.

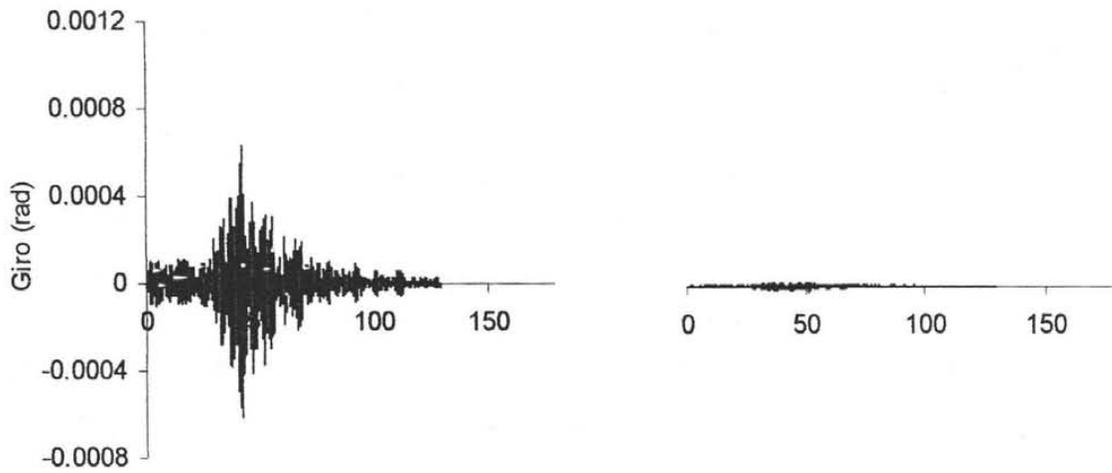
### 3.6.2. Control del giro y desplazamiento lateral de los diafragmas de piso

Para controlar el desplazamiento lineal y el giro de los modelos asimétricos se empleó la siguiente matriz  $L$ :

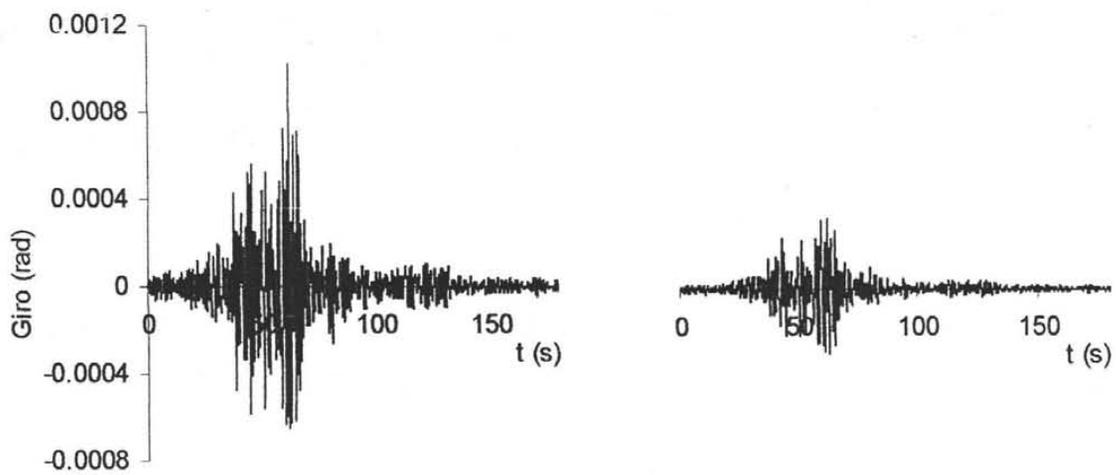
$$L = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \gamma \quad (3.9)$$



a) Registro CU N90E.

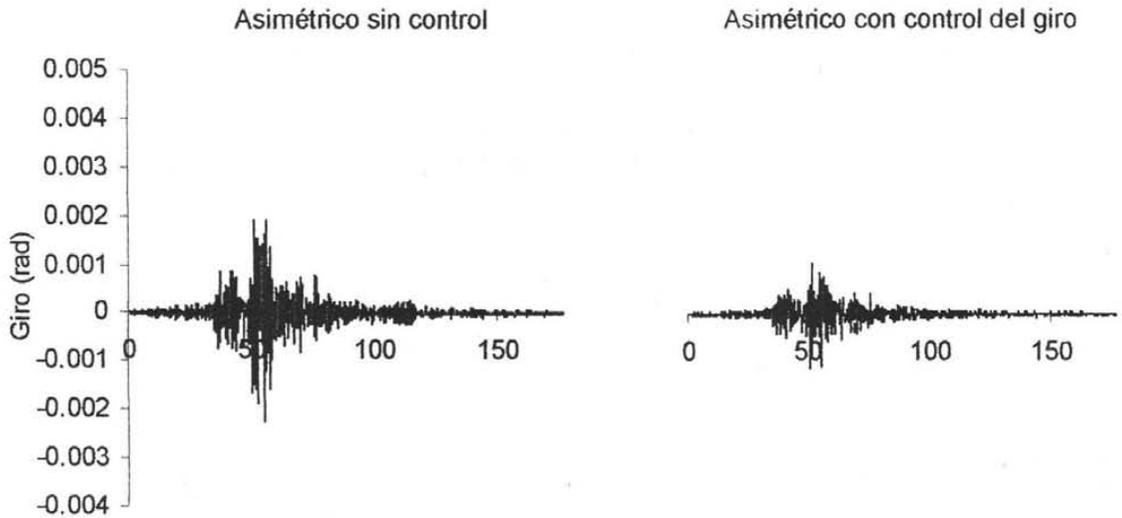


b) Registro VIV N90E.

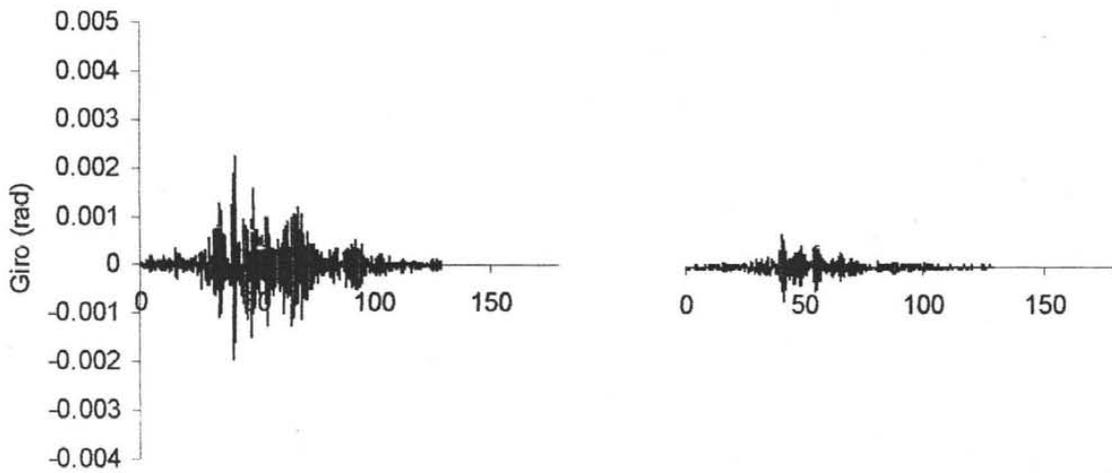


c) Registro SCT N90E.

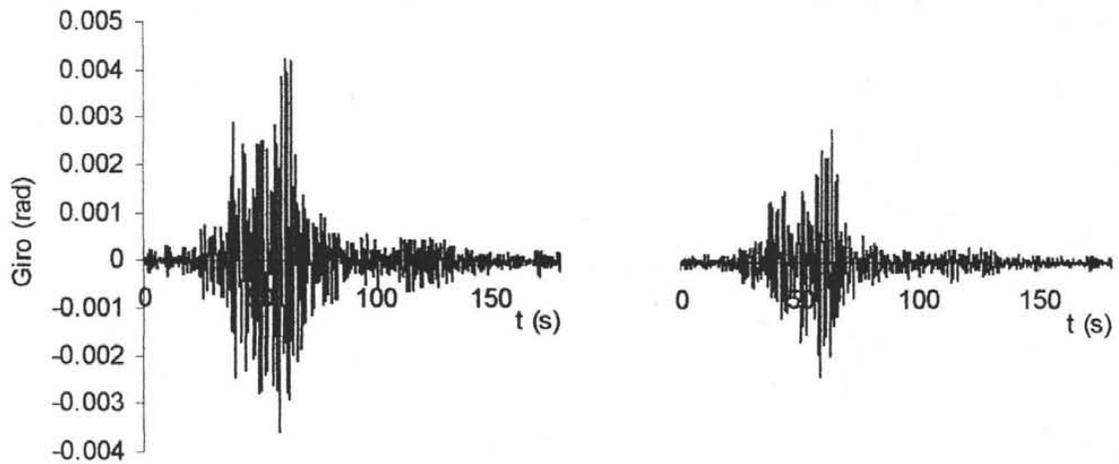
Figura 3.7. Ángulo de giro de la planta del modelo M1 ( $T=0.5$  s).



a) Registro CU N90E.



b) Registro VIV N90E.



c) Registro SCT N90E.

Figura 3.8. Historias de la respuesta torsional de la planta del modelo M2 ( $T=1$  s).

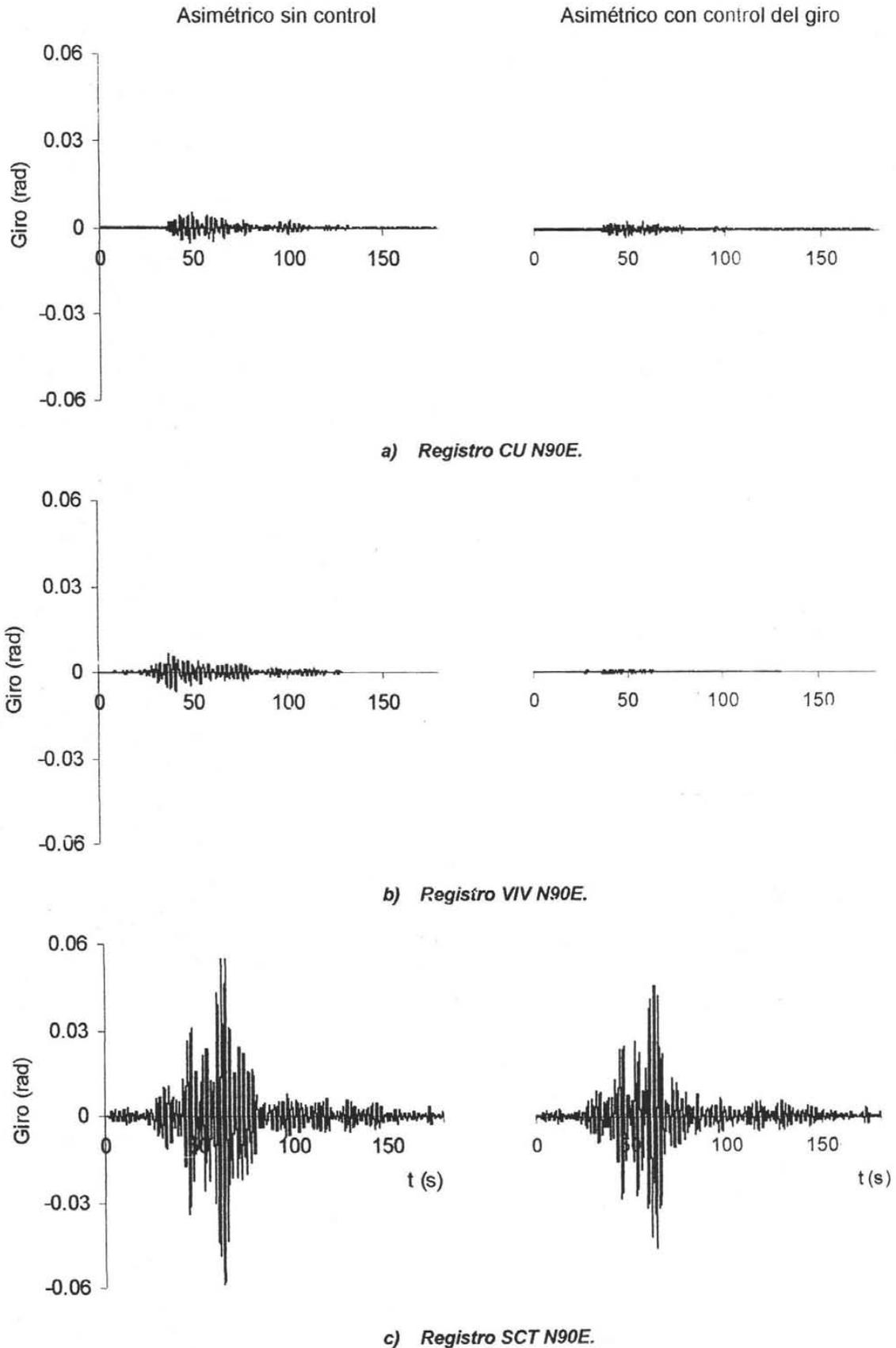
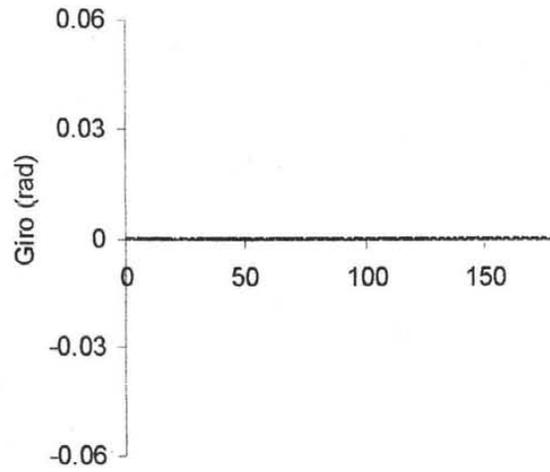
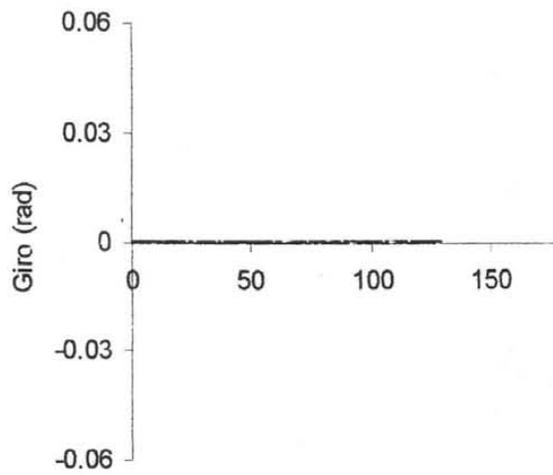


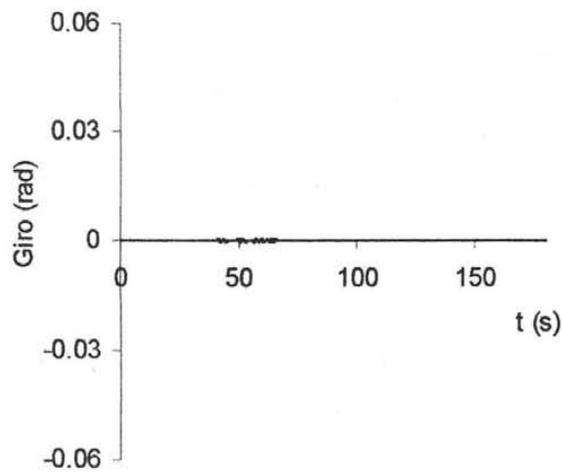
Figura 3.9. Historias del giro de la planta del modelo M3 ( $T=2$  s).



a) Registro CU N90E.

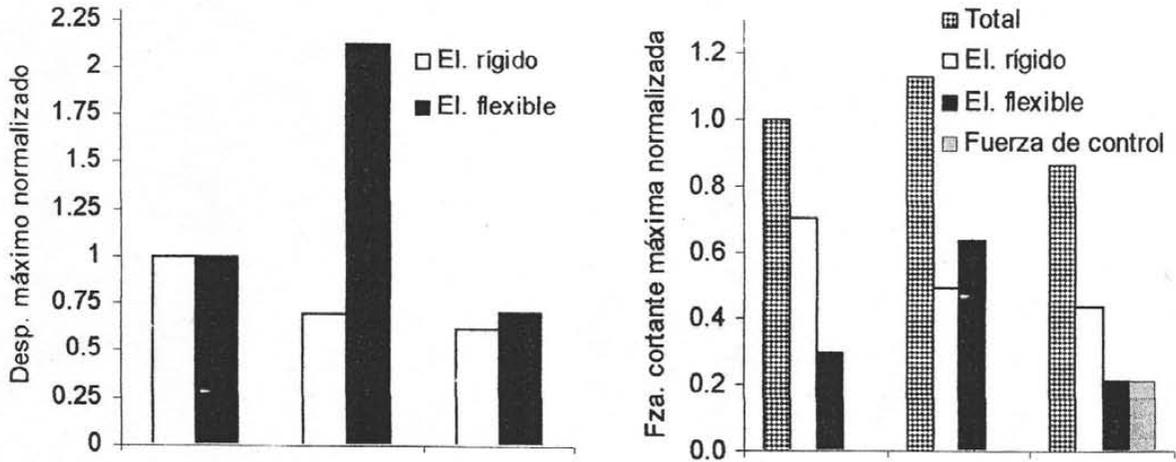


b) Registro VIV N90E.

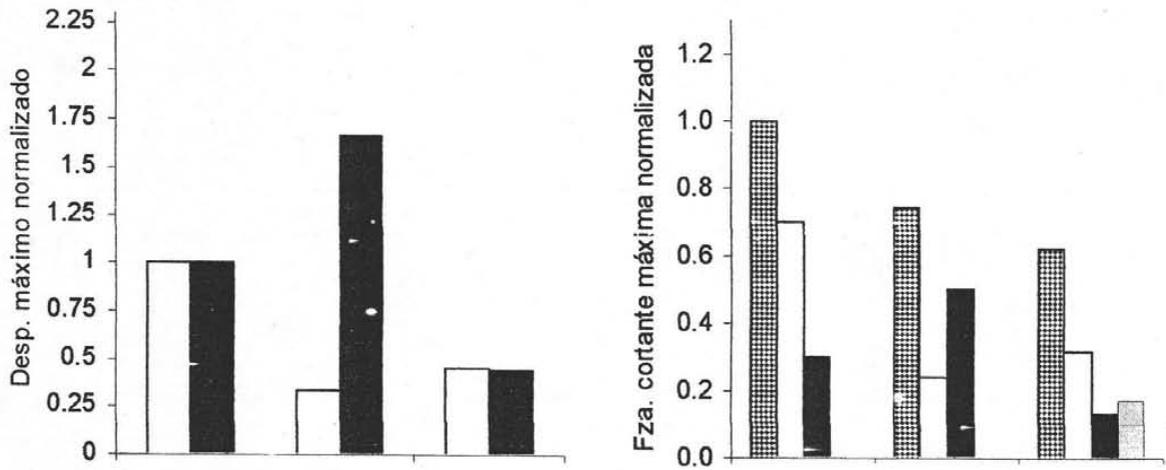


c) Registro SCT N90E.

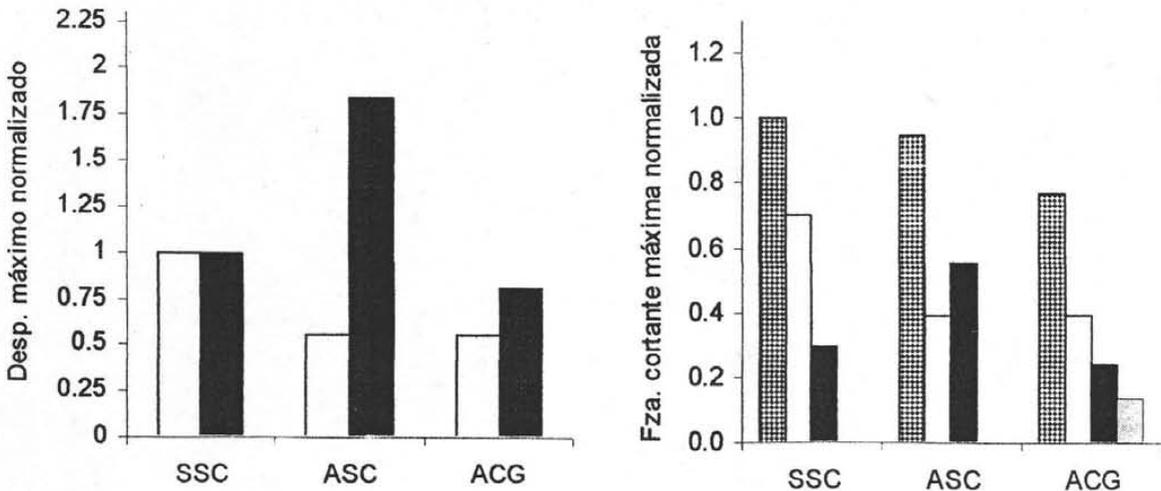
Figura 3.10. Historias del giro de la planta del modelo M3 ( $T=2$  s), con control de giro y desplazamiento.



a) Registro CU N90E,  $\gamma = 2.2 \times 10^8$ ,  $R = 2.8$ .

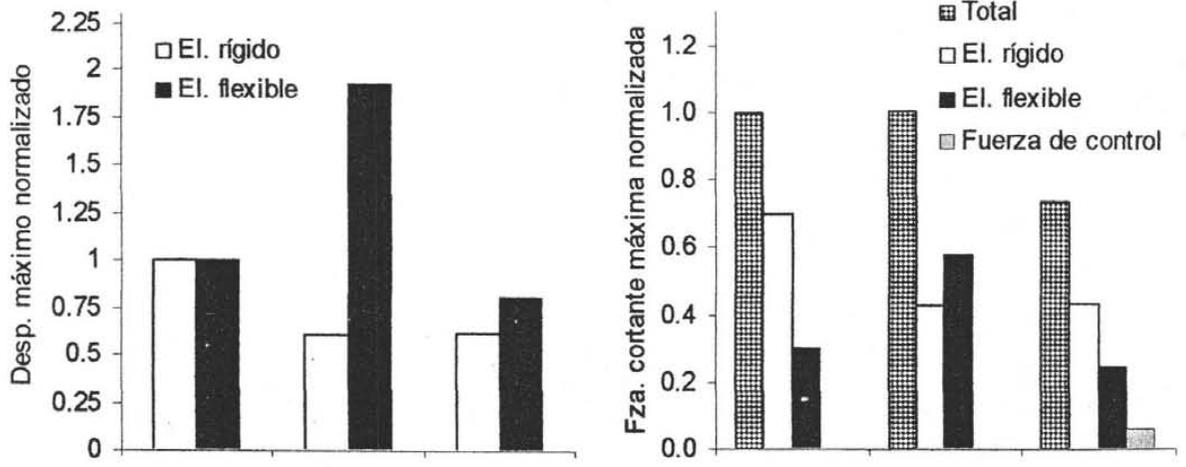


b) Registro VIV N90E,  $\gamma = 1.4 \times 10^8$ ,  $R = 0.14$ .

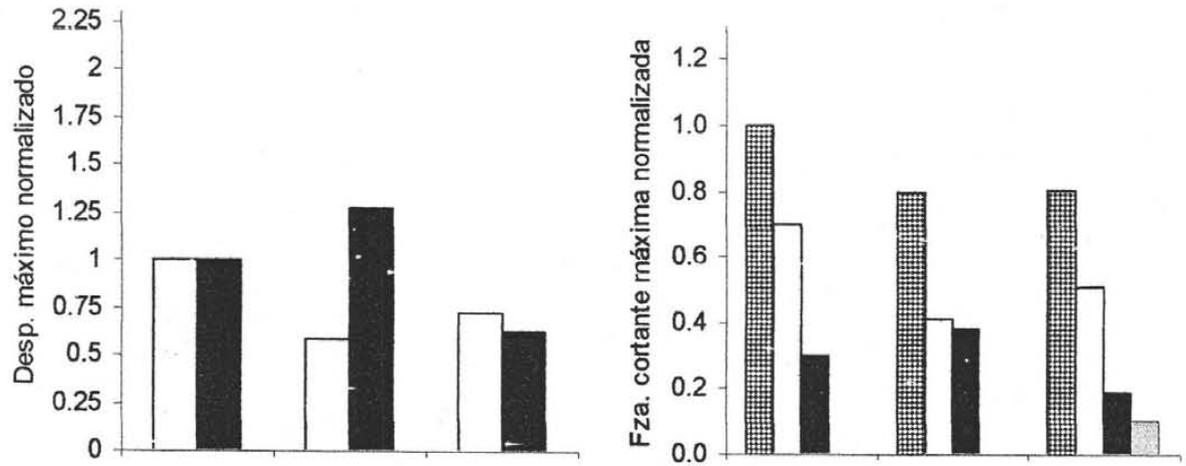


c) Registro SCT N90E,  $\gamma = 2.2 \times 10^8$ ,  $R = 0.9$ .

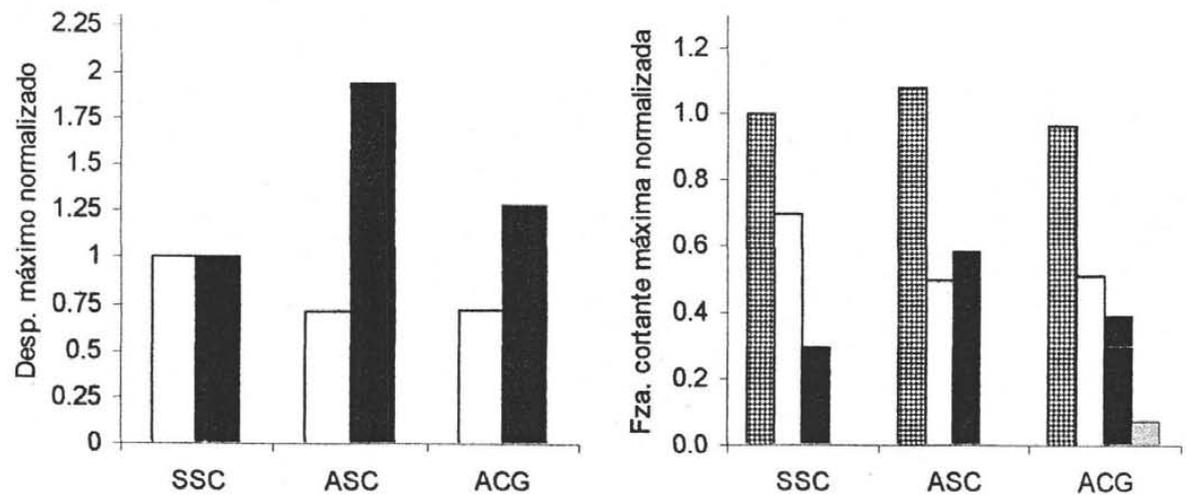
Figura 3.11. Desplazamiento y fuerza cortante máximos en los elementos del modelo M1 ( $T=0.5$  s).



a) Registro CU N90E.  $\gamma = 5.0 \times 10^6$ ,  $R = 0.8$ .

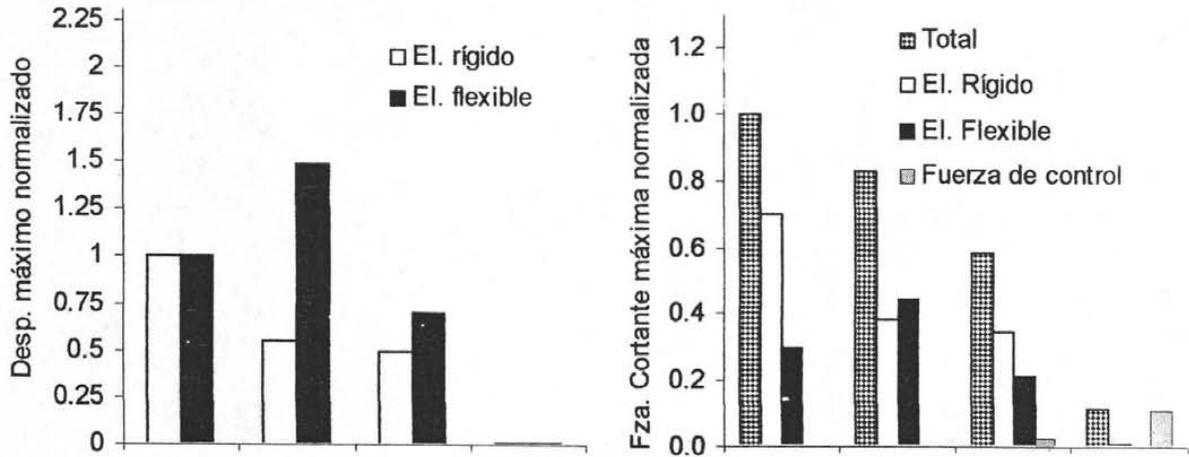


b) Registro VIV N90E.  $\gamma = 5.0 \times 10^6$ ,  $R = 0.15$ .

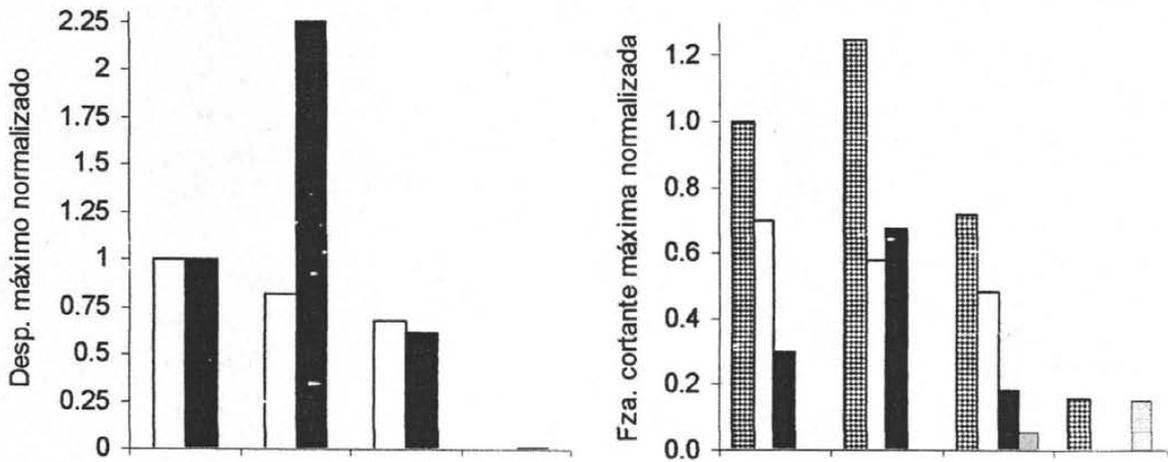


c) Registro SCT N90E.  $\gamma = 5.0 \times 10^6$ ,  $R = 0.6$ .

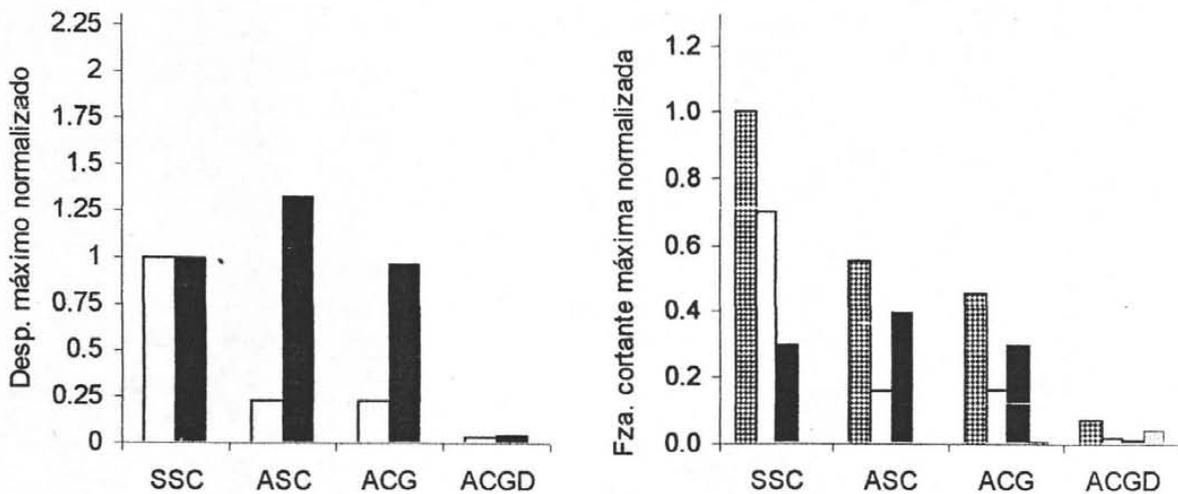
Figura 3.12. Respuestas del modelo M2 ( $T=1$  s).



a) Registro CU N90E.  $\gamma = 2.0 \times 10^6$ ,  $R = 1.1$ .



b) Registro VIV N90E.  $\gamma = 2.0 \times 10^6$ ,  $R = 0.1$ .



c) Registro SCT N90E.  $\gamma = 2.0 \times 10^5$ ,  $R = 1$ .

Figura 3.13. Respuestas del modelo M3 ( $T=2$  s).

La matriz  $L$  empleada en este esquema de control (giro y traslación) tiene la forma propuesta por Loh et al. (1999). Esta se forma con las matrices de rigidez y masa de la estructura, que son de orden 2 para el caso de los modelos estudiados, por lo tanto  $L$  resulta de orden 4. En este esquema de control, a diferencia del esquema presentado en la sección anterior, todos los términos de la matriz  $L$  correspondientes a las variables de estado del sistema son diferentes de cero. Los resultados de las simulaciones de control obtenidos con la ecuación (3.9) resultaron más favorables que al utilizar una matriz  $L$  de forma diagonal. Por otro lado, para definir el nivel de fuerza de control (ecuaciones (3.10) y (3.11)) aplicado a los modelos por este esquema de control, se emplearon las siguientes matrices  $R$ :

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \nu \quad (3.10)$$

y

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \nu \quad (3.11)$$

donde  $\nu$  es un factor de costo de la fuerza de control (Soong, 1990). A valores mayores de  $\nu$  corresponden fuerzas de control menores, las cuales pueden variar desde cero hasta un valor máximo generalmente determinado mediante una decisión del diseñador.

El primer valor de la diagonal de estas matrices está relacionado con la fuerza que se aplica en dirección lineal, mientras que el segundo término de la diagonal corresponde al momento o par de torsión, calculados ambos con respecto al  $CM$  con la ecuación (2.38). Al efectuar las simulaciones de control con la matriz  $R_1$  se obtienen momentos de control menores que los calculados con la matriz  $R_2$  para el mismo valor de la fuerza de control, con  $R_2$  se logra una mayor reducción del giro de la planta.

Este esquema de control se simuló empleando el modelo  $M3$ . La matriz  $R_1$  se utilizó cuando se excitó con el registro SCT N90E, mientras que la matriz  $R_2$  se empleó ante los registros VIV N90E y CU N90E, debido a que ante el registro correspondiente a suelo blando fue necesario aplicar momentos de control mayores.

El valor de la fuerza máxima de control por aplicar es una decisión del diseñador. En las simulaciones correspondientes al caso ACGD del modelo  $M3$  realizadas en el presente estudio, las fuerzas de control máximas empleadas fueron: 110, 73 y 101% del cortante total de diseño según la Tabla 3.5. Estas fuerzas corresponden a las simulaciones ante las excitaciones SCT N90E, VIV N90E y CU N90E, respectivamente. Al controlar el modelo ante la primera excitación, se decidió reducir la participación de los elementos de la estructura hasta el 90% del valor del cortante de diseño de acuerdo con la Tabla 3.5. Cuando se controló la estructura en los tipos de suelo de transición y blando, la participación de los elementos estructurales se redujo hasta el 2 y 8%, respectivamente, reduciendo sus desplazamientos a 1% de los correspondientes al modelo SSC. Las fuerzas y desplazamientos máximos obtenidos se presentan en la figura 3.13 y se analizan y discuten en el capítulo siguiente.

La fuerza de control en este esquema es aplicada por 2 actuadores. La suma de las fuerzas aplicadas por ambos debe producir la fuerza y el momento de control, con respecto al  $CM$  de la planta, calculados mediante la ecuación (2.38). Debido a que los actuadores están ubicados de manera simétrica con respecto al  $CM$ , se requiere que el actuador del lado del elemento flexible aplique una fuerza mayor que la del ubicado del lado del elemento rígido para producir el par de fuerzas requerido.

Si  $f_a$  y  $m_a$  son la fuerza cortante y el momento de control, y  $Fa_1$  y  $Fa_2$  corresponden a la fuerza aplicada por el actuador del lado rígido y flexible, respectivamente, se puede escribir:

$$f_a = Fa_1 + Fa_2 \quad (3.12)$$

$$m_a = Fa_1 da_1 + Fa_2 da_2 \quad (3.13)$$

donde  $da_1$  y  $da_2$  son las distancias de los actuadores  $Fa_1$  y  $Fa_2$ , respectivamente, con respecto al  $CM$  (figura 2.8). En los modelos considerados, ambas distancias son iguales a 10 m. De las ecuaciones (3.12) y (3.13) se obtiene la fuerza que cada actuador debe aplicar, esto es:

$$Fa_2 = \frac{f_a}{2} + \frac{m_a}{20} \quad (3.14)$$

$$Fa_1 = f_a - Fa_2$$

En la figura 3.14 se muestra la historia de la fuerza total de control correspondiente al modelo  $M3$  para las excitaciones sísmicas consideradas. En la figura 3.15 se presenta la fuerza aplicada por cada uno de los actuadores del modelo  $M3$ , calculada con la ecuación (3.14), ante la excitación del registro sísmico SCT N90E.

En el siguiente capítulo se analizan y discuten los resultados obtenidos de las simulaciones de control para los casos descritos.

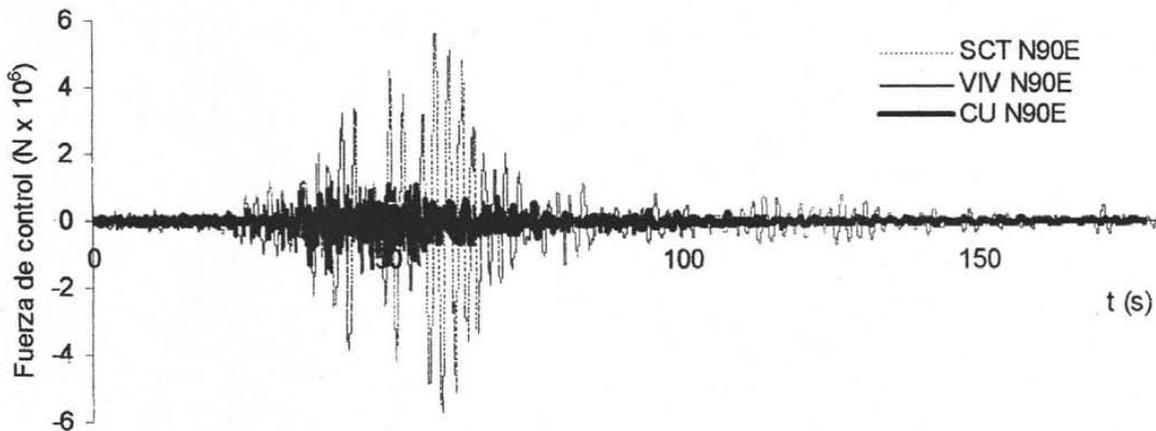


Figura 3.14. Fuerza de control empleada en el modelo  $M3$  ( $T=2$  s) en el caso ACGD sometido a los 3 registros sísmicos considerados.

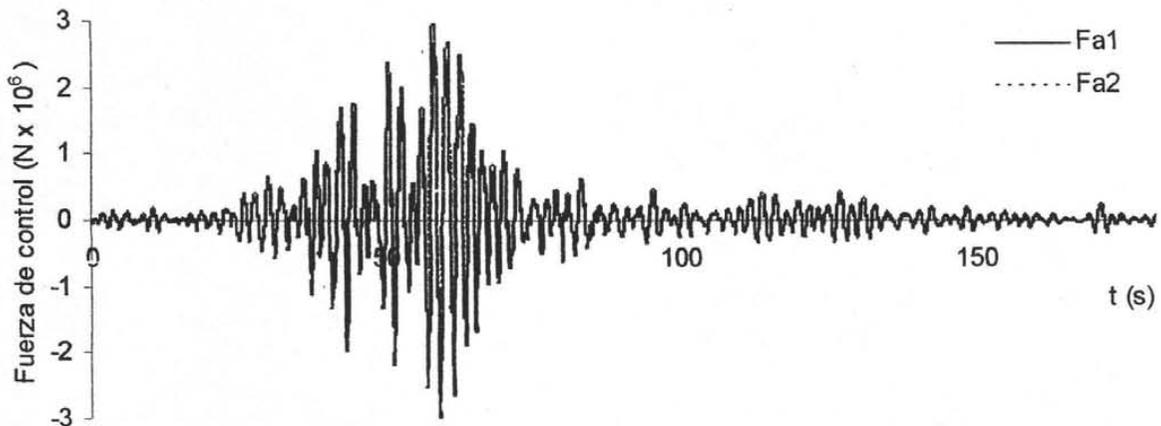
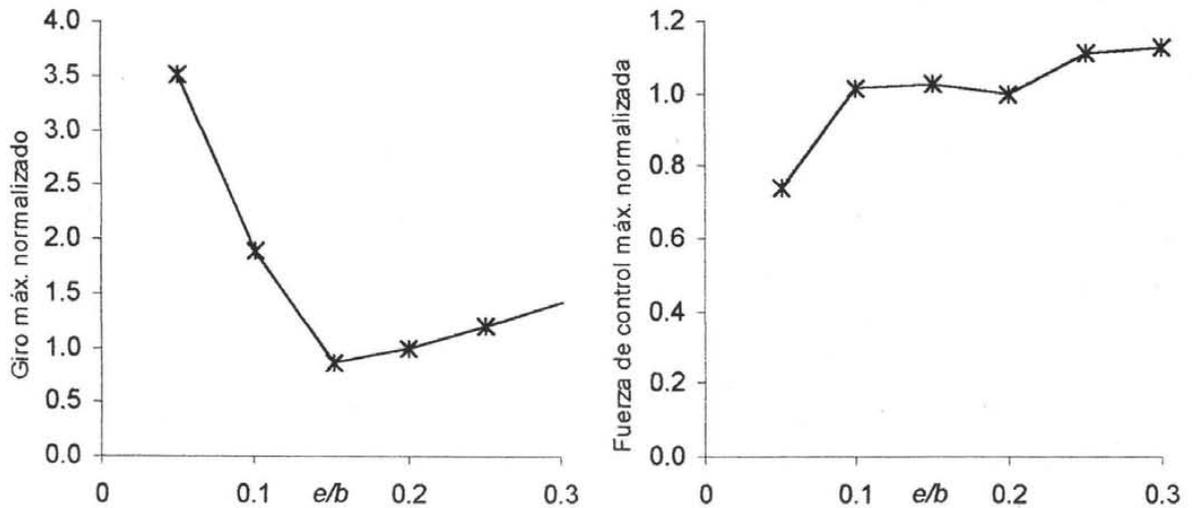


Figura 3.15. Fuerza de control aplicada por los actuadores  $Fa_1$  y  $Fa_2$  del modelo  $M3$  ( $T=2$  s) para controlar el desplazamiento y giro de la planta ante el registro SCT N90E.

### 3.7. INCERTIDUMBRE EN LA DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DEL *CM* Y *CR*

En la mayoría de las estructuras, generalmente existe incertidumbre en la ubicación de los *CM* y *CR*. Aún cuando un sistema de control puede emplear un algoritmo que identifique los parámetros reales del sistema estructural, es posible que exista cierto grado de imprecisión con respecto a los valores reales.

En esta sección se presenta la respuesta controlada del modelo *M1* con diferentes valores de excentricidad. El algoritmo de control del giro que se empleó en las simulaciones se diseñó con una excentricidad de  $0.2b$ . El *CM* de la planta se desplazó  $\pm 0.1b$  en la dirección perpendicular a la de acción del sismo y se excitó al modelo mediante el registro VIV N90E. Los resultados obtenidos se presentan en la figura 3.16.



**Figura 3.16.** Respuestas del modelo *M1* ante el registro VIV N90E considerando la incertidumbre en la excentricidad de diseño.

En la figura 3.16 se observa que el valor máximo del giro de la planta aumenta 3.5 veces cuando  $e/b=0.05$  y 1.9 veces cuando  $e/b=0.1$ , con respecto a los valores obtenidos con la excentricidad de referencia. Las fuerzas de control correspondientes a los casos anteriores son 0.74 y 1.02 de la obtenida con  $e/b=0.2$ , respectivamente. Para estos valores de la excentricidad la efectividad del control disminuye.

Para  $e/b=0.15$  el valor del giro de la planta disminuye 14% mientras que la magnitud de la fuerza de control es 1.03 veces, con respecto a los valores obtenidos con la excentricidad de diseño. Para este valor de la excentricidad real el control logra una mayor reducción de la respuesta mientras que la fuerza de control se incrementa 3%.

Cuando la excentricidad normalizada se incrementa a valores de 0.25 y 0.3, el valor del giro controlado de la planta se incrementa 20 y 41%, mientras que las fuerzas de control resultan 1.11 y 1.13 veces, respectivamente, con relación a las correspondientes a la excentricidad de 0.2. Para este caso, cuando la excentricidad real es mayor que la de diseño el algoritmo de control proporciona fuerzas de control mayores y se obtienen menores reducciones del valor del giro de la planta.

## CAPÍTULO 4

### DISCUSIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1. DESPLAZAMIENTOS

El objetivo de controlar el giro de la planta de los modelos estudiados consiste en lograr que los desplazamientos lineales de sus elementos sean iguales entre sí, y el valor del desplazamiento máximo se reduzca. Por otra parte, cuando se controla la traslación y el giro de la planta de los modelos, el valor de los desplazamientos lineales y angulares de sus dos elementos debe aproximarse a cero. El lograr esto depende del tamaño de la fuerza de control aplicada.

Los desplazamientos lineales de los elementos estructurales se encuentran a partir de la traslación y el giro del *CM* de la planta de los modelos en estudio (ecuación 2.39).

##### 4.1.1. Desplazamientos angulares

En las figuras 3.7 a 3.9, se puede observar que el valor del giro de la planta de los modelos considerados se reduce en diferente proporción para cada uno de los registros sísmicos considerados.

Las respuestas obtenidas para los modelos con control del giro de su planta se discuten a continuación.

La reducción del valor del ángulo de giro de la planta del modelo controlado con  $T=0.5$  s, con respecto al modelo asimétrico sin control, fue de 86, 96 y 72% correspondiente a las excitaciones en suelo firme, de transición y blando, respectivamente (figura 3.7).

En el modelo ACG con  $T=1$  s, se redujo el valor del giro de la planta 55, 72 y 42% con respecto al modelo ASC, ante las excitaciones CU N90E, VIV N90E y SCT N90E, respectivamente (figura 3.8).

La reducción del valor del giro de la planta del modelo flexible ACG ( $T=2$  s) fue de 59, 90 y 29% con respecto al del modelo ASC para las excitaciones en suelo firme, de transición y blando, respectivamente (figura 3.9). Al controlar la traslación y el giro de la planta de este mismo modelo el valor del giro se redujo 99.7, 99.9 y 98.6% respectivamente para las excitaciones consideradas (figura 3.10). Es decir, mediante este segundo esquema de control se elimina prácticamente el giro y la traslación del modelo.

En la Tabla 4.1 se muestran los porcentajes del valor del giro de la planta de los modelos ACG con respecto a los modelos ASC.

**Tabla 4.1. Porcentaje de los desplazamientos angulares máximos de los modelos estudiados desplantados en diferentes tipos de suelo, con respecto al de los modelos asimétricos sin control.**

Zona sísmica	$T=0.5$ s (M1)	$T=1$ s (M2)	$T=2$ s (M3)	
	ACG	ACG	ACG	ACGD
I	14	45	41	0.3
II	4	28	10	0.1
IIIb	28	58	71	1.4

En las figuras 3.7 a 3.9 y en la Tabla 4.1, se puede observar que el control del giro de estructuras rígidas ( $T=0.5$  s) es el que presenta mayor reducción de su valor máximo del giro con respecto a los

demás modelos considerados con este esquema de control. La mayor efectividad del control del giro de todos los modelos considerados se presentó cuando se ubicaron en suelo de transición. El modelo con  $T=1$  s ubicado en la zona sísmica II fue el que presentó la menor reducción del valor máximo del giro, con respecto a los modelos  $M1$  y  $M3$  ubicados en este mismo tipo de terreno.

En suelo blando, todos los modelos considerados presentaron la menor reducción del valor máximo del giro de su planta. El modelo flexible  $M3$ , ubicado en este tipo de suelo fue el que presentó la menor efectividad al reducir solo 29% el valor máximo del giro de su planta. Este valor contrasta con la reducción de 90% de dicha respuesta obtenido cuando se ubicó en suelo de transición.

Lo anterior se debe a que el registro sísmico correspondiente a la zona IIIb (SCT N90E) presenta su máximo valor de aceleración espectral cerca de los 2 s (figura 4.2). Cuando se controló en giro de la planta del modelo  $M3$ , la reducción obtenida es hasta 3 veces menor que ante los registros sísmicos correspondientes a las zonas sísmicas I y II (Tabla 4.1).

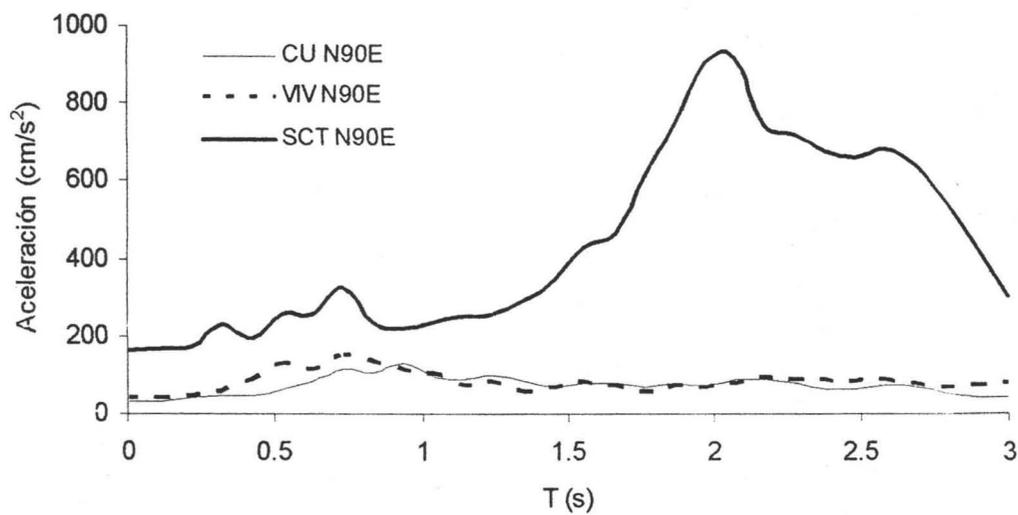


Figura 4.2. Espectros de aceleración absoluta, 5% de amortiguamiento crítico.

4.1.2. Desplazamientos lineales

Los resultados, correspondientes a desplazamientos lineales máximos de los elementos estructurales de los modelos estudiados, se presentan en las figuras 3.11 a 3.13. En la Tabla 4.2 se muestran los valores máximos normalizados con respecto a su correspondiente modelo simétrico sin control (SSC).

Tabla 4.2. Porcentaje de los desplazamientos lineales máximos en los modelos estudiados, normalizados con respecto al caso SSC.

Zona sísmica	T=0.5 s (M1)		T=1 s (M2)		T=2 s (M3)		
	ASC	ACG	ASC	ACG	ASC	ACG	ACGD
I	213	71	193	81	149	71	1
II	167	45	127	73	225	68	1
IIIb	184	81	195	129	132	97	4

En la Tabla 4.2 se puede observar que los modelos ASC presentan, en todos los casos considerados, mayores valores de desplazamiento lineal máximo que los modelos SSC.

Por otro lado, en la figura 3.11 se puede observar que el valor máximo del desplazamiento lineal del elemento rígido del modelo ASC con  $T=0.5$  s es igual a 0.7, 0.34 y 0.56 veces el correspondiente al

mismo elemento del modelo SSC ante los registros sísmicos en suelo firme, de transición y blando, respectivamente. Por otra parte, el desplazamiento lineal del elemento flexible es igual a 2.13, 1.67 y 1.84 veces mayor que el correspondiente al mismo elemento del modelo SSC ante las excitaciones mencionadas. El desplazamiento lineal de este modelo que más se amplifica corresponde al elemento flexible del modelo ASC desplantado en suelo firme.

Al controlar el giro de la planta, modelo ACG con  $T=0.5$  s, los valores del desplazamiento lineal máximo del elemento rígido obtenidos ante las excitaciones en suelo firme, de transición y blando son 0.63, 0.45 y 0.56 veces los correspondientes al modelo SSC, respectivamente. Para el modelo ASC estos valores resultaron ser 0.9, 1.32 y 1.0 veces con respecto a las excitaciones citadas (figura 3.11). Se observa que el desplazamiento lineal del elemento rígido de este modelo se incrementó 32% con respecto al del modelo ASC al controlar su respuesta ante la excitación correspondiente a suelo de transición.

En el elemento flexible del modelo ACG con  $T=0.5$  s, ubicado en suelo firme, el valor del desplazamiento lineal máximo se redujo 29 y 67% con respecto a los modelos SSC y ASC, respectivamente. La reducción obtenida cuando se ubicó en terreno de transición fue de 55 y 73%, mientras que al considerarlo ubicado en terreno blando se redujo 19 y 56%, en ambos casos con respecto a los modelos SSC y ASC (figura 3.11).

El modelo ASC con  $T=1$  s ubicado en suelo firme, presentó desplazamientos lineales máximos de 0.61 y 1.93 veces el valor máximo del modelo SSC en sus elementos rígido y flexible, respectivamente. Al ubicarlo en suelo de transición estos desplazamientos lineales fueron 0.59 y 1.27 veces los del modelo SSC. En suelo blando resultaron 0.71 y 1.95 veces los del modelo SSC.

El modelo ACG con  $T=1$  s presentó valores de desplazamientos lineales máximos de sus elementos rígido y flexible iguales a 0.61 y 0.81 veces el correspondiente al modelo SSC y de 1.0 y 0.42 veces con respecto al modelo ASC, cuando se le consideró ubicado en suelo firme. Al ubicarlo en suelo de transición se obtuvieron desplazamientos lineales máximos de 0.73 y 0.63 veces los del modelo SSC, así como 1.24 y 0.5 veces los del modelo ASC, para los elementos rígido y flexible respectivamente. Este modelo al ubicarlo en suelo blando presentó desplazamientos lineales máximos de 0.73 y 1.29 veces los del modelo SSC, así como de 1.03 y 0.66 veces los del modelo ASC, para los elementos rígido y flexible, respectivamente (figura 3.12).

El modelo ACG con  $T=1$  s ubicado en la zona sísmica IIIb presentó un valor de desplazamiento máximo 29% mayor que el correspondiente al modelo simétrico sin control, no obstante este valor es 34% menor que el del modelo asimétrico sin control (figura 3.12c).

El modelo ASC con  $T=2$  s ubicado en suelo firme presentó valores máximos de desplazamiento lineal iguales a 0.55 y 1.49 veces los del modelo SSC, en sus elementos rígido y flexible, respectivamente. Al ubicarlo en suelo de transición presentó, para estos mismos elementos, desplazamiento lineales máximos de 0.82 y 2.25 veces los del modelo SSC. Al excitarlo mediante el registro SCT N90E los desplazamientos de los elementos rígido y flexible del modelo ASC fueron 0.23 y 1.32 veces los del modelo SSC.

El modelo asimétrico sin control con  $T=2$  s ubicado en suelo de transición fue el que presentó la mayor amplificación de su desplazamiento máximo que resultó de 2.25 veces el correspondiente al elemento flexible del modelo simétrico sin control.

Al controlar el giro de la planta del modelo *M3* se logró reducir el valor del desplazamiento lineal máximo de sus elementos rígido y flexible a 0.5 y 0.71 veces en suelo firme; 0.68 y 0.62 veces en suelo

de transición y a 0.23 y 0.97 veces en suelo blando, con respecto al valor correspondientes de los modelos SSC. Los desplazamientos lineales máximos obtenidos en los elementos rígido y flexible del modelo ACG fueron de 0.91 y 0.48 veces en suelo firme; 0.83 y 0.28 veces en suelo de transición y de 0.23 y 0.73 veces en suelo blando con respecto al valor correspondiente al modelo ASC.

En el modelo con  $T=2$  s con control de la traslación y giro, la planta redujo el valor máximo de sus desplazamientos 99.3 y 99% con respecto al de los elementos rígido y flexible del modelo SSC ubicado en suelo firme. La reducción obtenida en el modelo ubicado en suelo de transición para estos mismos elementos fue de 99.6 y 99.4%, respectivamente, del valor correspondiente al modelo SSC. Cuando se consideró su ubicación en suelo blando el valor de sus desplazamientos se redujo en 97 y 96% en sus elementos rígido y flexible, respectivamente, con relación al modelo SSC. La reducción de los valores máximos de los desplazamientos lineales de los elementos estructurales de los modelos ACGD con respecto a los modelos ASC fue 99% aproximadamente, cuando se les ubicó en las zonas sísmicas I y II. El modelo ACGD ubicado en la zona sísmica IIIb redujo su respuesta en 87 y 97%, en sus elementos rígido y flexible respectivamente, con relación a los valores máximos obtenidos en el modelo ASC. Como se observa en la figura 3.13, el desplazamiento del modelo ACGD reduce los desplazamientos a valores cercanos a cero, en los todos los tipos de suelo considerados.

La reducción lograda en el valor del desplazamiento máximo de los modelos estructurales depende de la fuerza máxima de control empleada. En la siguiente sección se discute sobre el efecto de la magnitud de las fuerzas de control en el mismo, así como el de la fuerza cortante sobre los elementos estructurales de los modelos y la fuerza cortante total en las estructuras controladas.

#### 4.2. FUERZAS

Las fuerzas de control aplicadas a los modelos estructurales estudiados se relacionan con sus desplazamientos de manera diferente a la forma en que lo hacen las fuerzas en los elementos estructurales. Como era de esperarse, mientras que en estos últimos existe una relación lineal entre las fuerzas y los desplazamientos, en los modelos con sistemas de control activo se obtienen menores desplazamientos conforme se aplican fuerzas de control cada vez mayores, pero los decrementos en el tamaño de los desplazamiento no son proporcionales al incremento en la magnitud de las fuerzas de control.

Los elementos resistentes de los modelos estructurales estudiados presentan fuerzas cortantes proporcionales al desplazamiento que experimentan. Así, aún cuando se presenten desplazamientos reducidos, participan en la resistencia total de la estructura. Sin embargo, cuando los desplazamientos se limitan a un cierto valor mediante la aplicación de fuerzas de control, la participación de los elementos resistentes decrece a medida que estas se incrementan.

**Tabla 4.3. Porcentaje de la fuerza cortante en los elementos de los modelos estudiados (Total) y fuerzas de control máximas (Fc), normalizadas con respecto a las obtenidas para una estructura simétrica sin control (SSC).**

Zona sísmica	T=0.5 s (M1)			T=1 s (M2)			T=2 s (M3)				
	ASC		ACG	ASC		ACG	ASC		ACG		ACGD
	Total	Total	Fc	Total	Total	Fc	Total	Total	Fc	Total	Fc
I	113	87	21	100	73	6	83	59	3	12	11
II	74	63	18	80	80	10	125	72	5	16	15
IIIb	94	77	14	108	97	7	55	46	1	7	4

En la Tabla 4.3 se presenta el porcentaje de las fuerzas máximas en los elementos estructurales de los modelos y la fuerza máxima de control aplicada en cada caso, con respecto a la obtenida en su correspondiente modelo simétrico sin control (SSC).

#### 4.2.1. Fuerzas de control

##### 4.2.1.1. Fuerzas para controlar el giro de la planta de los modelos

La fuerza de control máxima establecida en este trabajo para el control del giro de la planta de los modelos, corresponde al valor del cortante directo actuante en el elemento flexible de los modelos según la Tabla 3.3.

En la Tabla 4.3 se puede observar la proporción en la que participan los elementos estructurales y la fuerza de control para resistir las cargas impuestas en los casos ACG y ACGD. Los porcentajes de participación de la fuerza de control en cada caso, están en función de las fuerzas máximas obtenidas del análisis elástico de los modelos y no de las fuerzas de diseño de los modelos sin control.

En todos los casos considerados en el esquema de control del giro de la planta de los modelos, la suma de las fuerzas en los elementos estructurales de los modelos y la fuerza de control es menor que la requerida por los modelos SSC y ASC. En este esquema de control los elementos resistentes de los modelos participan en mayor proporción que el sistema de control para resistir las fuerzas impuestas. Lo anterior se puede observar en las gráficas de fuerzas cortantes máximas normalizadas con respecto a los modelos SSC (figuras 3.11 a 3.13).

La fuerza de control del modelo ACG con  $T=0.5$  s ubicado en suelo firme, de transición y blando, representa 24, 12 y 22%, respectivamente, la fuerza cortante total del modelo simétrico de referencia. Con respecto a la fuerza total del modelo ACG los porcentajes de la fuerza de control, ante las excitaciones consideradas, fueron 28, 23 y 28%.

Las fuerzas de control en el modelo con  $T=1$  s representan el 8, 13 y 7% de la fuerza total en este modelo ante las excitaciones correspondientes a los tipos de suelo firme, de transición y blando.

Los porcentajes de la fuerza de control aplicada al modelo con  $T=2$  s, ubicado en las zonas sísmicas I, II y IIIb, con respecto a la total de los modelos ACG fueron de 5, 7 y 2%, respectivamente.

A partir de los datos anteriores, se observa que la fuerza de control representa porcentajes decrecientes a medida que se consideran modelos más flexibles. En la siguiente sección se discutirán los resultados del control de la traslación y el giro aplicado al modelo con  $T=2$  s, el cual resulta ser el sometido a fuerzas de excitación mayores que las actuantes sobre los otros dos modelos considerados.

##### 4.2.1.2. Fuerzas para controlar la traslación y el giro de la planta de los modelos estudiados

Las fuerzas aplicadas en este esquema de control fueron definidas mediante el método de ensayo y error. El criterio para seleccionarlas consistió en lograr una reducción del desplazamiento de los modelos de magnitud tal que no se produjeran en sus elementos estructurales fuerzas superiores a las calculadas mediante el método de diseño sísmico estático del RCDF. Además, se buscó lograr un comportamiento simétrico de este modelo mediante la aplicación de las fuerzas de control. Los valores de fuerza permisible para los elementos estructurales de los modelos corresponden a los de la Tabla 3.5.

En este esquema de control, los elementos estructurales de los modelos estudiados participan en menor medida para resistir las fuerzas impuestas. Mediante este esquema se controló la respuesta del modelo con  $T=2$  s. El giro de su planta se redujo a menos de 1% cuando el modelo fue ubicado en las zonas sísmicas I y II, y a 1.4% cuando se le consideró localizado en la zona sísmica IIIb.

Las fuerzas de control máximas empleadas en este esquema de control fueron 101, 73 y 110% del cortante total de diseño para el modelo *M3* según la Tabla 3.5 y representan el 92, 94 y 57% de la fuerza total actuante en el modelo ante los registros CU N90E, VIV N90E y SCT N90E, respectivamente.

A partir de estos porcentajes se puede observar que el control presenta una menor efectividad cuando la estructura se ubica en suelo blando.

En la siguiente sección se discute sobre el efecto de la magnitud de la fuerza total en los modelos controlados, con respecto a los modelos asimétricos sin control diseñados de acuerdo con el RCDF (RCDF, 2004).

#### 4.2.2. Cortante resistente de las estructuras controladas

Como se puede apreciar en las gráficas de fuerza cortante normalizada de la figura 3.11, el modelo simétrico sin control ubicado en suelo firme presenta un valor de la fuerza cortante superior al del modelo asimétrico sin control. Al ubicarlos en los tipos de suelo de transición y blando los modelos ASC presentan fuerzas cortantes menores a las del modelo SSC. Al controlar el giro de la planta del modelo con  $T=0.5$  s (*M1*), se redujo el valor de la fuerza actuante total en 13, 37 y 23% con relación al modelo SSC y en 23, 15 y 18% con relación al modelo ASC para las zonas I, II y IIIb, respectivamente.

El modelo ACG con  $T=1$  s ubicado en suelo firme presentó una reducción de 27% en el valor de la fuerza cortante máxima total con respecto a los modelos SSC y ASC. En suelo de transición la fuerza cortante máxima fue 20% menor que la del modelo SSC y resultó de igual magnitud que la fuerza cortante correspondiente al modelo ASC. Cuando se le ubicó en la zona sísmica IIIb la magnitud de la fuerza cortante máxima total obtenida fue 3% menor que la del modelo SSC y 10% menor que la del modelo ASC. A partir de estos datos se puede observar que la reducción en la fuerza cortante máxima de los modelos con control es poco significativa para este modelo, principalmente en los tipos de suelo de transición y blando (figura 3.12).

El modelo flexible ACG ( $T=2$  s) redujo la magnitud de la fuerza cortante máxima en 41, 28 y 54% con respecto a los modelos SSC y 29, 42 y 16% con respecto a los modelos ASC, en las zonas sísmicas I, II y IIIb, respectivamente (figura 3.13).

Al controlar la traslación y el giro de la planta del modelo con  $T=2$  s (ACGD) se redujeron las fuerzas cortantes máximas en 88, 84 y 93% con respecto a las del modelo SSC y 86, 87 y 87% con respecto al modelo ASC, en las zonas sísmicas I, II y IIIb, respectivamente. De esta manera se comprueba que el esquema de control propuesto es capaz de controlar la respuesta y reducir apreciablemente las fuerzas cortantes máximas del modelo *M3* (figura 3.13).

En el esquema de control de la traslación y el giro de la planta del modelo con  $T=2$  s la participación de sus elementos estructurales se redujo a 1% ante las excitaciones correspondientes a las zonas sísmicas I y II, y a 3% en la zona sísmica IIIb, con respecto al modelo SSC. Las fuerzas de control representan 11, 15 y 4%, de la actuante en los modelos SSC, respectivamente para las zonas sísmicas mencionadas (figura 3.14).

Los dos actuadores encargados de aplicar la fuerza de control es este esquema, difieren 10% en la fuerza máxima de control. El actuador ubicado del lado del elemento flexible es el que aplica la fuerza de control mayor (figura 3.15).

En la figura 4.3 se muestra la fuerza total actuante en los modelos simétricos SSC, asimétricos sin control ASC, asimétricos con control del giro ACG, además del caso del modelo asimétrico con  $T=2$  s con control de la traslación y el giro de su planta ACGD. Los valores se han normalizado con respecto a las fuerzas correspondientes de diseño por torsión sísmica estática (Tabla 3.5).

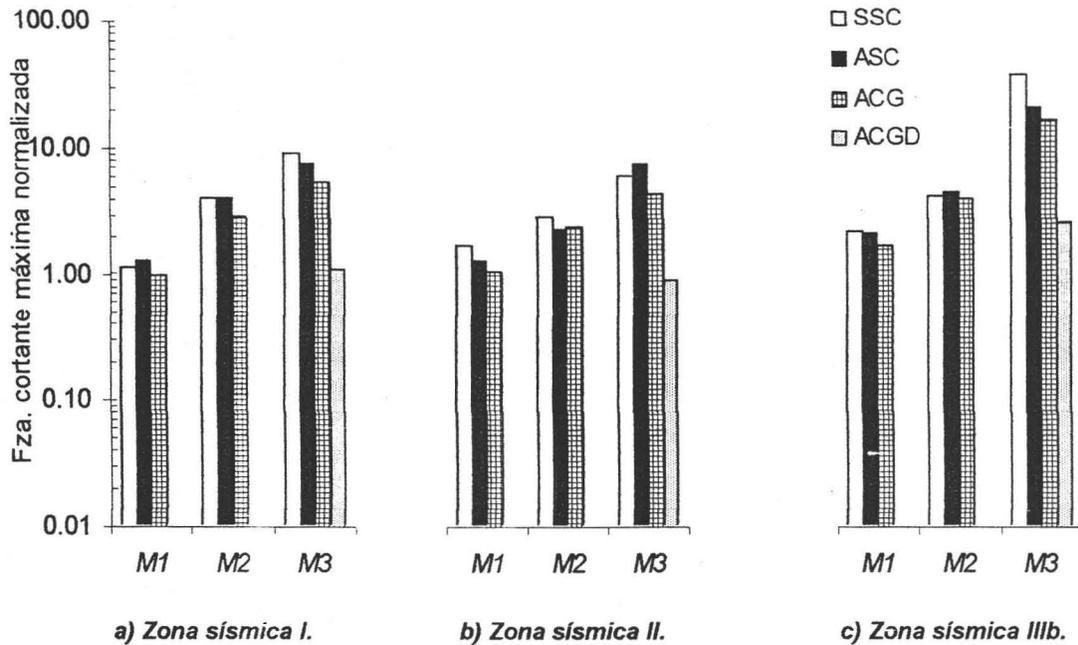


Figura 4.3. Fuerza cortante máxima en los modelos estudiados normalizada con respecto al cortante de diseño por torsión sísmica estática (Tabla 3.5).

En los resultados obtenidos de los análisis realizados se puede observar que al emplear como base para elegir las fuerzas de control aquellas obtenidas mediante el diseño sísmico estático (Tabla 3.3), que consideran un factor de comportamiento sísmico igual a 4, se obtienen reducciones en los desplazamientos y fuerzas cortantes máximas de los modelos. Sin embargo, como se puede apreciar en la figura 4.3, en la mayoría de los casos considerados en los que se controló el giro de la planta, las fuerzas de diseño son superiores a las correspondientes al diseño por torsión sísmica del RCDF. Esto a excepción del modelo *M1* ubicado en los tipos de suelo firme y de transición en donde el cortante máximo total resultó igual al 99 y 87% del de diseño, respectivamente. En suelo blando la fuerza cortante en este modelo fue igual a 137% de la obtenida del diseño sísmico estático (Tabla 3.5).

Las fuerzas cortantes máximas en el modelo ACG con  $T=1$  s resultaron ser 2.96, 1.86 y 3.21 veces las de diseño de acuerdo con la Tabla 3.5, para las zonas sísmicas I, II y IIIb.

El modelo ACG con  $T=2$  s presentó valores de fuerza cortante máxima iguales a 5.42, 3.38 y 12.56 veces las correspondiente del diseño sísmico estático (Tabla 3.5), ante las excitaciones CU N90E, VIV N90E y SCT N90E, respectivamente. Los elevados valores de la relación entre la fuerza cortante máxima en los modelos y las de diseño (figura 4.3), se debe a que se comparan fuerzas obtenidas de un análisis elástico con el valor de las fuerzas cortantes reducidas que se emplean para el diseño sísmico estático.

Cuando se controló la traslación y el giro de la planta del modelo *M3*, fue posible reducir las fuerzas cortantes máximas en los elementos resistentes del modelo, de manera que fueran inferiores a las de

diseño de acuerdo con la Tabla 3.5. Sin embargo, en la figura 4.3 se puede observar que las fuerzas totales en los modelos ubicados en los tipos de suelo firme, de transición y blando son 1.09, 0.75 y 2.0 veces las obtenidas mediante el diseño sísmico estático (Tabla 3.5). Las fuerzas de control son 101, 73 y 110% de esas fuerzas cortantes de diseño.

El control de la traslación y el giro de la planta del modelo *M3* resulta más efectivo cuando se ubica en suelo de transición ya que la fuerza cortante máxima resulta 27% menor que la correspondiente al diseño convencional calculada con un factor de comportamiento sísmico igual a 4.

Al calcular los espectros de Fourier de los registros sísmicos considerados se observa que algunos intervalos de frecuencia predominan en cada registro sísmico (Figura 4.4). Cuando la frecuencia fundamental de vibración del modelo estructural se encuentra dentro de alguno de ellos, su respuesta se incrementa en mayor medida que al someterla a otra excitación que presente similares magnitudes de aceleración pero intervalos de frecuencias predominantes que no coinciden con las de la estructura.

La respuesta de los modelos depende de factores como la intensidad de la excitación (figura 4.1), el contenido de frecuencias de la misma (figura 4.4) y el período fundamental de vibración del modelo.

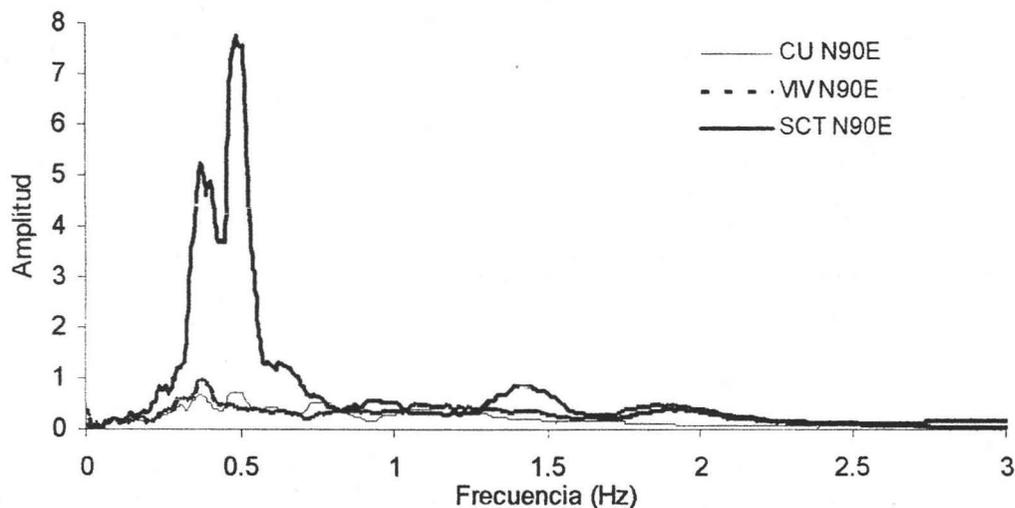


Figura 4.4. Espectros de Fourier de los registros sísmicos considerados en el presente trabajo.

#### 4.3. IMPLICACIONES DEL CONTROL DE MODELOS DE EDIFICIOS ASIMÉTRICOS

Al emplear los esquemas de control considerados en el presente trabajo se obtuvo una reducción de la respuesta de los modelos estudiados, así como una disminución en el valor de las fuerzas cortantes máximas que actúan sobre ellos. La fuerza de control necesaria para lograr lo anterior, sumada a la requerida por los elementos de la estructura, resultó en los casos estudiados, inferior hasta en 42% a la fuerza requerida por los modelos simétrico y asimétrico sin control, en el caso de control del giro de la planta. Cuando se controló la traslación y el giro de la planta las reducciones obtenidas fueron del orden de 84% con respecto al modelo SSC.

Para el esquema de control del giro de la planta de los modelos, en el que se emplearon valores de fuerza de control equivalentes al cortante directo correspondientes al elemento flexible, no en todos los casos se logró reducir la fuerza cortante total a valores inferiores a las fuerzas de diseño. Se observó que al reducir el valor del giro de la planta y permitir que ésta se traslade, no se impide que se supere en valor de las fuerzas de diseño calculadas mediante el método de diseño sísmico estático del RCDF.

El valor del desplazamiento lineal máximo del modelo con control del giro con  $T=0.5$  s se redujo 19% con respecto al modelo simétrico sin control, mientras que el correspondiente a los modelos con  $T=1$  s y  $T=2$  s, fue 29% mayor y 3% menor, respectivamente, con respecto a los modelos simétricos sin control. Por lo anterior, el control del giro de la planta de los modelos ubicados en suelo blando, con el nivel de fuerza de control empleado en este estudio, resultó poco eficiente.

El control de la traslación y el giro de la planta permite, de acuerdo al nivel de fuerza de control que se aplique, mantener a la estructura cerca de su posición de reposo.

Las incertidumbres presentes en el diseño sísmico no desaparecen por completo, por ejemplo, la ubicación del centro de torsión  $CR$  considerada en la etapa de diseño puede diferir de la real en la estructura construida. La ubicación del  $CM$  empleada en el diseño se puede modificar en la estructura real debido a la variación de las cargas. Es probable también que el amortiguamiento de la estructura supuesto en la etapa de diseño no coincida con el real. Estos parámetros se deben determinar con precisión mediante datos de pruebas de vibración en la estructura construida.

Los aspectos inciertos anteriores provocan que el sistema de control deba tener la holgura necesaria para modificar su accionar en atención a los parámetros estructurales reales. Esto ocasiona además, que algunos datos empleados por el controlador deban considerarse como variables al inicio de cada evento sísmico. Una vez determinados los parámetros del sistema, su valor puede considerarse constante durante el tiempo que dure la excitación.

Aún cuando en este trabajo se consideró que los modelos asimétricos con y sin control presentaban la misma excentricidad, estrictamente los modelos controlados deben considerar la excentricidad real de la estructura sin incluir excentricidad accidental. La excentricidad real de una estructura controlada podría ser localizada con precisión a partir de los registros de su respuesta real. Con esta información se diseñaría el control estructural, que podría adaptarse a cualquier distribución de centros de masa y de torsión.

#### 4.4. PROPUESTA PARA DISEÑAR ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS CONTROLADAS

El empleo de un sistema de control activo redujo las fuerzas cortantes máximas totales en los modelos estudiados. Se observó que al controlar el giro de la planta de los modelos y considerar un comportamiento elástico, sus elementos estructurales tendrían que soportar fuerzas superiores a las del diseño convencional, excepto para el modelo rígido ubicado en las zonas sísmicas I y II.

En los modelos controlados es posible diseñar considerando sólo la excentricidad estructural, y excluir de los cálculos el empleo de la excentricidad accidental. Sin embargo, el valor de la excentricidad estructural debe ser determinado con precisión en la estructura construida.

Es necesario evaluar las condiciones de cada caso en particular para decidir si el empleo de un sistema de control activo, además de reducir la torsión de la estructura, reduce las fuerzas de diseño en los elementos estructurales en una proporción aceptable. Los datos obtenidos en el presente trabajo indican que estas situaciones se presentan en el modelo con  $T=0.5$  s cuando se ubica en los tipos de suelo firme y de transición, en los cuales el control del giro de la planta reduce el cortante total en 1 y 13%, respectivamente.

Con el control de la traslación y el giro de la planta, aplicado al modelo flexible se logró reducir las fuerzas en los elementos estructurales por debajo de los valores calculados mediante el procedimiento

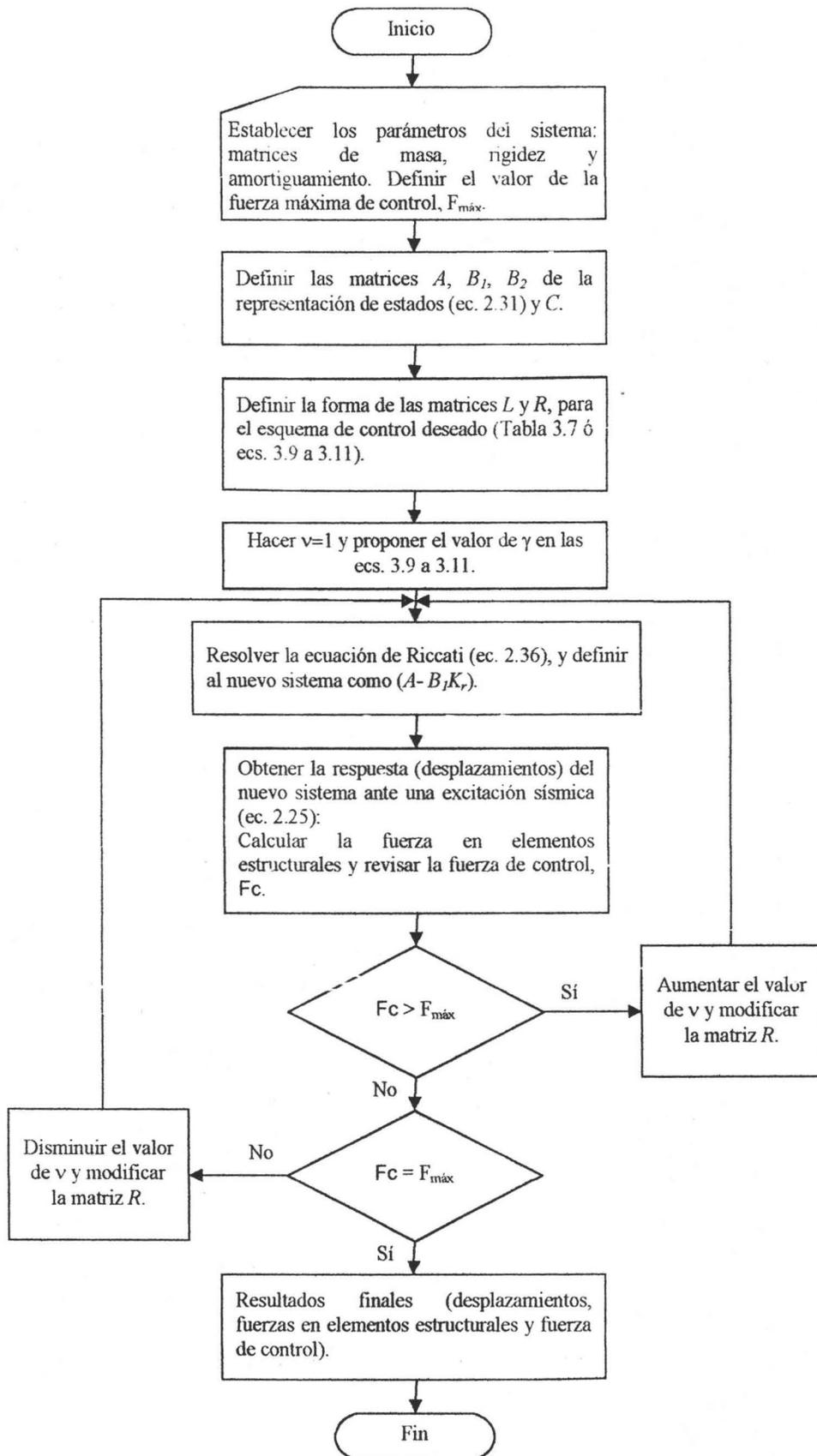


Figura 4.5. Diagrama de flujo para la aplicación del control activo en estructuras.

de diseño convencional. En este esquema de control la estructura se comporta como una estructura simétrica y su traslación puede ser reducida hasta el valor deseado.

El procedimiento para establecer el control de acuerdo a los esquemas tratados en el presente trabajo se muestra en la figura 4.5.

Para aplicar el control activo de la manera indicada en el diagrama de flujo mostrado en la figura 4.5, es importante considerar lo siguiente:

- 1) La fuerza de control máxima a emplear se puede elegir a partir del cortante directo obtenido mediante el diseño sísmico estático, por lo que no es necesario efectuar el diseño por torsión sísmica aplicando el método del RCDF. Si los resultados no son satisfactorios, el diseñador puede determinar una fuerza máxima de control de mayor magnitud.
- 2) Las matrices  $L$  y  $R$  propuestas en el presente trabajo se pueden emplear para calcular las fuerzas óptimas de control. También es posible proponer nuevas formas de estas matrices y emplearlas si se obtiene una mayor reducción de la respuesta con menores fuerzas de control.
- 3) Se recomienda incrementar gradualmente el valor de  $\gamma$ , relacionado con la matriz  $L$ , y mantener  $v=1$ , hasta que se obtengan fuerzas de control cercanas a la deseada. Para ajustar el valor de la fuerza de control al deseado, se recomienda modificar el valor de  $v$  aumentándolo o disminuyéndolo hasta que se logre la precisión deseada.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se estudió la respuesta de modelos analíticos de estructuras asimétricas controlados por dispositivos de control activo idealizados. Los modelos fueron sometidos a excitaciones sísmicas correspondientes a suelo firme, de transición y blando, de la ciudad de México de acuerdo con las NTCDS del RCDF (RCDF, 2004).

En los análisis realizados se consideró siempre que los modelos se mantienen dentro del intervalo de comportamiento lineal de los materiales que los constituyen. A partir de los resultados obtenidos de los modelos analizados se puede concluir que la capacidad de carga total de la estructura es la suma de los componentes de resistencia de la estructura convencional más la proporcionada por el sistema de control. Las fuerzas en los elementos estructurales decrecen hasta en 60% con respecto a un modelo estructural simétrico sin control.

En un primer esquema de control se tuvo como objetivo reducir el giro de la planta. Con ello, los modelos asimétricos controlados presentaron desplazamientos hasta 72% menores con respecto a los modelos asimétricos sin control y 53% menos que los simétricos de referencia. En este caso, las fuerzas máximas de control fueron aproximadamente iguales al cortante de diseño correspondiente al elemento flexible de los modelos (Tabla 3.5).

Los resultados de las simulaciones con este esquema de control, indican que es posible diseñar los elementos de un modelo estructural para que resistan solo cortante directo, sin embargo, se tiene que garantizar que no incursionarán en el intervalo de comportamiento inelástico debido a la traslación pura. Por lo tanto, al controlar la torsión del modelo de manera que se comporte como una estructura simétrica no se garantiza que no sufrirá desplazamientos mayores que los permisibles, por lo que la estructura se deberá diseñar considerando este aspecto.

En el segundo esquema de control, el objetivo fue reducir el desplazamiento y el giro de la planta del modelo. Para ello, se efectuaron simulaciones con el modelo *M3* debido a que resulta ser el sometido a fuerzas sísmicas más intensas. En todos los tipos de suelo se logró controlar su respuesta. La mayor reducción de la respuesta del modelo se obtuvo ante la excitación del registro VIV N90E, ya que con una fuerza máxima de 73% del cortante total de diseño se logró reducir en 99% las fuerzas sobre los elementos del mismo.

Las incertidumbres inherentes a las estructuras reales que se incluyen de manera aproximada en el análisis y diseño de las estructuras pueden ser reducidas de manera considerable determinando las que se incluyen en los aspectos de control. En el diseño de estructuras con dispositivos de control activo se debe determinar el valor de la excentricidad estructural real de la estructura sin incluir excentricidades accidentales y ajustar el modelo matemático del sistema de control para que reproduzca su comportamiento real.

La magnitud de la excentricidad estática de una estructura controlada puede localizarse con precisión a partir del análisis de registros de su respuesta ante una excitación sísmica. Con esta información se ajustarían los parámetros del modelo analítico del sistema de control estructural, que podría adaptarse a cualquier cambio en la distribución de centros de masa y rigidez. Con esto, para el diseño de los elementos estructurales se evitaría el tener que efectuar diversas combinaciones de carga debida a la posición incierta de sus centros de masa y de torsión.

El modelo estructural con  $T=2$  s con control de la traslación y el giro de su planta presentó, considerando la suma de la fuerza en sus elementos estructurales y la fuerza de control, fuerzas del

orden de 7% de la calculada para la estructura diseñada convencionalmente, mientras que su desplazamiento máximo controlado fue 4%, respecto al del modelo simétrico sin control.

Para avanzar en el estudio de la aplicación de dispositivos de control activo en estructuras de edificios se recomienda estudiar los siguientes aspectos:

- Desarrollar la aplicación del esquema del control del giro a modelos de edificios asimétricos de varios pisos.
- Estudiar el control del desplazamiento lineal y angular de los diafragmas de modelos asimétricos de varios pisos.
- Estudiar el efecto de excitación y excentricidad bidireccional.
- Ampliar el estudio para poder comparar el desempeño del control activo con la respuesta de modelos con diferentes valores para: el factor de comportamiento sísmico, la excentricidad de diseño, los periodos de vibración fundamental, el acoplamiento entre las frecuencias de vibración en traslación y torsión.
- Evaluar el efecto de las incertidumbres en los parámetros que rigen el comportamiento dinámico de los modelos: rigideces y resistencias de elementos resistentes y distribución espacial de las masas.
- Emplear como excitación registros sísmicos correspondientes a temblores con diferentes epicentros e intensidades.
- Definir los valores de la aceleración máxima para los cuales se debe diseñar este tipo de estructuras de manera que se garantice que combinando las fuerzas de control aplicadas y la resistencia de la estructura, la respuesta permanezca siempre dentro del intervalo de comportamiento lineal de los materiales que la constituyen.
- Considerar el efecto de la interacción suelo-estructura en el control activo de estructuras asimétricas.
- Comparar el costo de emplear un sistema de control activo con las diferentes opciones existentes, como por ejemplo, el control semiactivo mediante amortiguadores magneto-reológicos.

## REFERENCIAS

- Álvarez L. y Jiménez R. (2002), "Real-time identification of magneto-rheological dampers", Memorias del Congreso Mundial IFAC 2002, Barcelona, España, volumen L.
- Baena M. (2005), "Respuesta sísmica de un modelo estructural controlado con amortiguadores magneto-reológicos", Tesis de maestría en desarrollo, Posgrado UNAM, México.
- Chen C. T. (1999), "Linear system theory and design", Oxford University Press, 3ª Edición.
- Cheung V. W.-T. y Tso W. K. (1986), "Eccentricity in irregular multistory buildings", Canadian Journal of Civil Engineering, No. 13, pp. 46-52, Canadá.
- Chopra A. K. (1995), "Dynamics of structures", Prentice Hall.
- Chung L. L., Wu L. Y. y Jin T. G. (1998), "Acceleration feedback control of seismic structures", Engineering Structures, Elsevier Science Ltd, Vol. 20, Núm. 1-2, pp. 62-74, Gran Bretaña.
- Connor J. J. y Klink B. S. A. (1996), "Introduction to motion based design", Computational Mechanics Publications.
- Cornejo R. C. (2003), "Control en tiempo real de un sistema carro-péndulo", Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Dorato P., Abdallah C. y Cerone V. (1995), "Linear-Quadratic Control", Prentice-Hall.
- Escobar J. A. y Ayala A. G. (1998), "Yielding seismic response of code-designed single-storey asymmetric structures", Earthquake Engineering and Estructural Dynamics, Núm., 27, pp. 525-541.
- Escobar J. A., Mendoza A. y Gómez R. (2004a), "Diseño simplificado por torsión sísmica estática", Revista Ingeniería Sísmica de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Núm. 70, pp. 77-107.
- Escobar J. A., Cisneros C. M. y Gómez R. (2004b), "Evaluación de criterios de diseño por torsión sísmica estática para edificios de varios pisos", Revista Ingeniería Sísmica de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Núm. 71, pp. 63-89.
- Goel R. K. y Chopra A. K. (1993), "Seismic code analysis of buildings without locating centres of rigidity", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 119, Núm. 10, octubre, pp. 3039-3055.
- Loh C-H., Lin P-Y. y Chung N-H. (1999), "Experimental verification of building control using active bracing system", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Núm., 28, pp. 1099-1119.
- Luco J. E. (1998), "A simple model for structural control including soil-structure interaction effects", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 225-242.
- MathWorks, Inc. (2002), "Matlab", Versión 6.5.0.180913a, Release 13.
- Meli R. y Rosenblueth E. (1986), "El temblor de 1985: causas y efectos en la ciudad de México", Revista del IMCYC 8(5), pp. 23-24.

- Morris K. (2001), "Introduction to feedback control", Harcourt/Academic Press.
- Newmark N. M. y Rosenblueth E., (1976), "Fundamentos de ingeniería sísmica", DIANA.
- NTCDS, (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Décima Cuarta Época, Tomo II, Núm. 103-Bis, México, octubre, pp. 55-74.
- O'Flynn M. y Moriarty E. (1987), "Linear systems: time domain and transform analysis", John Wiley & Sons, Inc.
- Ogata K. (1997), "Modern control engineering", Prentice Hall, 3ª Edición.
- Paz M. (1992), "Dinámica estructural", Reverté, 1a Edición.
- Quiroga C. E. y Reinoso E. (2004), "Evaluación de los daños del sismo de 1985 a la luz de nuevos datos y estudios y con ayuda de sistemas de información geográfica", XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Acapulco, Gro., México.
- RCDF, (2004), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Décima Cuarta Época, Núm. 8-Ter, México, enero.
- Reyes C. (1999), "El estado límite de servicio en el diseño sísmico de edificios", Tesis Doctoral, Posgrado UNAM, México.
- Shen S., Manzari M. T. y Lee J. D. (2002), "Optimal control of framed structures including seismic soil-structure interaction effects", XV Congreso de Ingeniería Mecánica ASCE, New York, EUA.
- Smith H. A. y Wu W-H. (1997), "Effective optimal structural control of soil-structure interaction systems", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 549-570.
- Socng T. T. (1990), "Active structural control", Longman Scientific & Technical.
- Spencer B. F., Dyke S. J. y Sain M. K. (1995), "Experimental verification of acceleration feedback control strategies for seismic protection", Memorias de la Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles, 3er Coioquio sobre Control de Vibración de Estructuras.
- Tena A. (2003), "Disipación pasiva de energía en México: un estado del arte", VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Barquisimeto, Venezuela.