UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

Facultad de Estudios Superiores

"ZARAGOZA"

Habilidades cognoscitivas del aprendizaje matemático con una didáctica constructivista

TESIS

Que para obtener el título de

Licenciada en Psicología

Presenta:

Erika Lizeth Pérez Vértiz

Asesor de tesis:

Mtro. Gerardo Villalvazo Gutiérrez

México, D.F. **2005**

DEDICATORIA

"Con todo mi amor y respeto a la persona que hizo de mi,
un ser humano emprendedor y seguro de sus ideas".

En honor a su esfuerzo y a su lucha constante para mantener mis estudios.

Apreciando su compañía y aliento en cada etapa de mi vida.

¡ G r a c i a s MAMÁ !

Te quiere siempre: EROS

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

Por brindarme todos los medios humanos, intelectuales y materiales necesarios para ser universitaria.

A mi esposo:

Por su amor y apoyo incondicional. Por su solidaridad en mis momentos de conflicto teórico y metodológico. Por su confianza plena en mi capacidad.

A la familia Navarro Vértiz:

Por brindarme su hogar y su cariño en mis tiempos de estudiante.

Al maestro Gerardo Villalvazo:

Por su guía en la elaboración de mi obra, su amistad y consejo.

ÍNDICE

Capítulo 2
Antecedentes epistemológicos y filosóficos del constructivismo

Capítulo 3
El concepto, la adquisición del número y otras operaciones matemáticas

Capítulo 4
Constructivismo en la práctica educativa matemática

Capítulo 5
Metodología

Capítulo 6
Análisis e interpretación de resultados

Capítulo 7
Conclusiones

LISTA DE FIGURAS

Habilidades cognoscitivas del aprendizaje matemático con una didáctica constructivista

Erika Lizeth Pérez Vértiz

Facultad de Estudios Superiores
"ZARAGOZA"
UNAM

Asesor de tesis:
Mtro. Gerardo Villalvazo Gutiérrez

Resumen

El planteamiento tiene como marco la importancia de la psicología ante la situación actual de la educación matemática en nuestro país. El propósito es observar las *categorías gramaticales y definiciones* al momento de la conceptualización de diversos contenidos temáticos, asi como las *formas procedimentales y* los *cambios porcentuales* presentados en la solución de diversas situaciones matemáticas. La justificación del tema está dada en la relevancia que tiene el *Constructivismo* en el desempeño de las *Habilidades Cognoscitivas del Aprendizaje Matemático y por tanto en su influencia en el desarrollo económico, tecnológico y cultural de nuestro país.* El diseño es preexperimental y es un estudio longitudinal. Para la recolección de datos, se aplican cuatro pruebas de aprendizaje y se utiliza la observación directa con el uso de una bitácora diaria basándose en unidades de análisis como definiciones y lista de items principalmente. El análisis de datos se realiza a través de diagramas y gráficas porcentuales. Los sujetos de estudio pertenecen a un grupo de 10 niñas y 10 niños de clase media de escuela particular del 4° de primaria. Los resultados obtenidos presentan un cambio porcentual considerable, se presenta gran diversidad en las formas procedimentales y resulta satisfactoria la conceptualización de los contenidos temáticos. Se entiende que por el tipo de diseño no puede generalizarse, sin embargo, se considera que la tesis proporciona diversos elementos importantes sobre la adquisición del número y el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas.

INTRODUCCION

El presente estudio surge ante la preocupación de un problema que atañe a nuestra sociedad, en el cual la psicología tiene gran campo de acción.

La enseñanza - aprendizaje de las matemáticas juega un papel importante para el crecimiento científico, económico, tecnológico y cultural.

Nuestro país enfrenta una serie de competencias para las que debe prepararse y prevenirse. Saber leer, escribir y contar no es suficiente para las exigencias de nuestros tiempos.

Se necesita una serie de elementos dispuestos y organizados que dirijan a los educandos a formarse como seres que resuelven problemas y enfrentan nuevos retos en su vida cotidiana. Sujetos activos y creativos que reconstruyan su entorno.

Para alcanzarlo se necesitan nuevas alternativas de enseñanza que bien dirigidas beneficiarán el sistema educativo y el desarrollo de nuestro país.

Este estudio es elaborado con la intención de presentar una posible alternativa ante dicho problema, pero antes de hacerlo se considera indispensable presentar elementos de análisis y justificación teórica que den mayor peso a dicha propuesta. Para ello el trabajo de investigación presenta la siguiente estructura:

* Capítulo 1. Analiza diversos factores al respecto de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en México y sus consecuencias. Se plantea esquemáticamente el Abismo entre las matemáticas cotidianas y las escolares. Se invita a reflexionar sobre el papel de la psicología ante dicho problema.

* Capítulo 2. Presenta los antecedentes epistemológicos y filosóficos del Constructivismo, pues se considera que toda propuesta debe fundamentarse en bases sólidas desde su estudio hasta su aplicación.

* Capítulo 3. Hace un recorrido por la adquisición del número en el niño, resalta las características más relevantes en dicho proceso, enfatizando la diferencia entre la Epistemología y el Método Psicogenético.

* Capítulo 4. Rescata los puntos más sobresalientes de la Teoría del aprendizaje social. Se realiza una reflexión comparativa en torno a Piaget y Vygotski, se rescatan los puntos de acuerdo entre ambos y después se plantea el Constructivismo como práctica educativa y didáctica.

* Capítulo 5. Referido al marco metodológico: presenta el planteamiento del problema, los propósitos de estudio, especifica las variables y la premisa hipotética. Abarca la descripción del diseño, los sujetos, el programa de intervención, los instrumentos cuantitativos y cualitativos utilizados en la recolección de datos, así como el procedimiento y el desarrollo de la investigación.

* Capítulo 6. Describe y analiza los elementos cualitativos y cuantitativos por medio de diagramas y gráficas porcentuales respectivamente. Después presenta una sencilla interpretación de ellos.

* Capítulo 7. Analiza y reflexiona sobre los alcances y límites de esta tesis, se enfoca a una autocrítica para sugerir sobre el diseño de nuevos proyectos con mayor alcance y precisión. Presenta las conclusiones generales de forma integral.

CAPITULO 1

Aprendizaje matemático en México

1.1 Matemáticas: Necesidad social

Al pensar en matemáticas inmediatamente se remite a números, fórmulas, triángulos, líneas y métodos, pero eso; no son las matemáticas.

Las matemáticas No existen, se construyen, no son algo acabado que hay que analizar. No podemos encontrar en la naturaleza un círculo, una línea recta o un 8 colgado de un árbol.

Las matemáticas parten de una necesidad social: Moreno y el equipo del Imipae (2001), entienden que los primeros conteos se daban por "correspondencia", significa que el hombre igualaba uno a uno las cosas que iba "contando". No era un conteo como lo conocemos ahora, pero sí una forma primitiva de cálculo.

Se sabe de pinturas rupestres que contienen los primeros conteos representados gráficamente, o sea que los números que conocemos ahora, no "existían", pero lo que sí existía era la necesidad de resolver un problema específico en la comunidad, ya fuera para cubrir necesidades de alimentación, de vivienda, intercambio, distribución, etc.

A lo largo de la historia, diferentes poblaciones del mundo fueron inventando símbolos que les permitieran registrar lo que manipulaban, dando así un "garabato" a cada valor. De tal forma que para representar una equivalencia de siete, puedo utilizar la grafía: 7 -en arábigo-, $\underline{\;\cdot\cdot\;}$ -en maya-, VII -en romano- y ninguna existe, todas forman parte de la construcción que hizo la humanidad para solucionar problemas concretos.

Parafraseando a Sperbidl (1986), las matemáticas se traducen como un lenguaje. ¡Son un lenguaje universal:

- Las fórmulas son el resultado de abstracciones sucesivas, que fuera de un contexto social no significan nada. Se traducen en el momento que se quiere comunicar algo, se vuelven funcionales cuando se les encuentra utilidad en la vida cotidiana.

- Los resultados de las fórmulas y las operaciones, no son sencillamente números, son indicaciones de decisiones que se deben tomar: cuánto dar de cambio, cuánto material usar para una construcción, cuántos dulces repartir a cada niño, etc.

En la actualidad, las matemáticas se siguen usando para resolver problemas concretos, propios de los grupos sociales; como situaciones de compraventa, financieras, artísticas y manuales. Por factores naturales, físicos, económicos o culturales.

La matemática es una disciplina de enorme valor y su importancia es relevante, tanto para el hombre que posee un nivel de instrucción común, como para el técnico especializado.

1.2 Conduc – ciendo las matemáticas

Hemos reconocido que las matemáticas surgen en un entorno social, pero... ¿Qué sucede cuando el desarrollo matemático forma parte de un sistema educativo?

Sabemos que hacia la década de los 70's, la teoría psicológica del aprendizaje que más predominó, fue el *conductismo* y tuvo su auge en la formación educativa. Proponía una serie de técnicas bajo el supuesto de que el aprendizaje consiste en la modificación de ciertas conductas observables, provocada por un programa de enseñanza basado en el binomio estímulo - reforzamiento (Secretaría de Educación Pública, 1995).

"Se suponía que el aprendizaje de los alumnos dependía sólo del grado en que el profesor dominase dicho arte y en cierto sentido, de la voluntad y la capacidad de los propios alumnos para dejarse moldear por el artista" (Chevallard, Bosch, y Gascón. 1998, p.71). Esta teoría formó las bases de la preparación magisterial mexicana, de tal forma que los objetivos generales para la carrera se redactaran así:

"Que los futuros profesores logren una amplia cultura general que incluya el *dominio de las materias* de enseñanza primaria, para satisfacer las necesidades educativas de los alumnos" (Alfaro, 1971, p.5 y 6).

"Que los futuros profesores logren el *dominio de los métodos y técnicas de la enseñanza*, adecuadas para dirigir a los escolares hacia las metas de la educación" (Alfaro, 1971, p.7).

Para 1984 junto con el establecimiento del nivel licenciatura, uno de los cambios fue la reforma del plan de estudios para la formación de maestros. El plan abrió horizonte intelectual a nuevas perspectivas y dio peso a contenidos teóricos, pero "al proponer un número excesivo de objetivos formativos, todos ellos de realización compleja, *se debilitó el cumplimiento de la función central y distintiva de las escuelas normales*: formar para la enseñanza y para el trabajo en la escuela" (Secretaría de Educación Pública, 1997, p.17).

Durante este período:

a) Se otorgó poco interés a aspectos relevantes para la comprensión de los procesos cognitivos y escolares, poniendo mayor énfasis en *el estudio de disciplinas teóricas.*

b) Hubo una *atención limitada al estudio del currículum de la educación primaria y a los conocimientos científicos y pedagógicos* necesarios para su enseñanza, en especial de las asignaturas de carácter básico.

c) Gran parte de los contenidos se orientaron al *estudio y manejo de técnicas de observación asociadas con la investigación*, lo que implicó que el estudiante se acercara a la escuela como un futuro investigador y obtuviera pocos elementos para la docencia.

Bajo esta preparación académica ¿cómo ocurrieron las clases de matemáticas en nuestros salones?

Según Massé y Pedroza (2003), los objetivos para las clases estuvieron elaborados de forma descriptiva y declarativa. Dirigidos más a la tarea que debía realizar el profesor que a las acciones que el alumno debía emprender y a las habilidades que debía desarrollar.

La responsabilidad de la regulación era esencialmente del maestro, quien reconocía las dificultades o los errores del alumnado y quien decidía cuáles eran las estrategias más adecuadas para superarlas. Este tipo de regulación provocó que el alumno *dependiera* esencialmente *del profesor* para poder progresar, por lo que tenía pocas oportunidades de aprender a reconocer por sí mismo sus dificultades y decidir cuáles eran las mejores estrategias para superarlas (Massé y Pedroza, 2003).

Se exigía al alumno una actitud pasiva y receptiva. Había poco margen para que pudiera cuestionar o criticar. "Entre las reglas implícitas de la escuela primaria existía una, según la cual el buen alumno comprende enseguida lo que el profesor enseña". Quien quiere comprender y por eso pregunta, podía ser identificado como alguien que no entendía enseguida" (Massé y Pedroza, 2003, p.191).

De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (1993), durante mucho tiempo, las matemáticas se han enseñado como un lenguaje en el que *los aspectos sintácticos tienen prioridad sobre los semánticos.* Los estudiantes aprendían a *manipular símbolos y reglas* como si estos estuvieran desprovistos de cualquier sentido o significado referencial, perdiendo así, su contexto social y comunicativo.

Se optó por una *exigencia simbólica y normativa*, y los siguientes aspectos son un ejemplo de ello:

- Las clases se reducen a un verbalismo tradicional y superficial.

- Los niños aprenden reglas para la ejecución de cada una de las operaciones. Al aprender el algoritmo de la suma, a los niños se les enseña sistemáticamente a hacer el alineamiento de los números a partir de la derecha.

- Al aprender el algoritmo de la multiplicación los niños aprenden a no alinear los productos parciales para ser sumados a partir de la derecha, sino a dejar el espacio de un "lugar" del lado derecho.

- Para multiplicar se empieza de derecha a izquierda; para dividir comenzamos de izquierda a derecha. Los algoritmos de cada operación se enseñan de manera independiente teniendo cada uno sus peculiaridades y sin relación alguna con el valor absoluto y relativo de las cantidades, de forma mecanizada y "pidiendo prestado" (Carraher, Carraher y Schliemann, 1995).

- Los problemas son vistos con un carácter esencialmente aplicativo y evaluador.

- Hay un orden para la enseñanza de solución de problemas: datos, planteamiento, operación, resultados y comprobación (Alfaro, 1971, p.193).

- Se pone énfasis en los "problemas tipo" como medio para resolver la mayoría de los problemas.

- La gran parte de los problemas son cerrados y cuantificados.

- Se pone mayor atención a las mecanizaciones que al razonamiento de un problema (Perales, 2000).

Se intenta justificar así una práctica pedagógica que consiste en hacer de las matemáticas una cadena de demostraciones sin relación alguna con la realidad, un juego al que sólo algunos aprenden a jugar y cuyo resultado memorizan los demás, a los que se fuerza a ocupar su tiempo en aprender fórmulas sin sentido en vez de, realmente, desarrollar su capacidad de pensamiento y juicio crítico (Moreno y Equipo del Imipae, 2001).

La visión educativa conductista, no sólo concibió la enseñanza como un cuerpo de conocimientos que anteceden al estudiante, sino que además *trasladó la normatividad de la matemática al proceso de evaluación del aprendizaje*: taches rojos; sin posibilidad de revisar a detalle la forma en que se había tratado de resolver un problema. Sólo los resultados correctos importaban, no los razonamientos que habían llevado al niño, a dirigirse a determinada solución.

No se reconocían diferencias entre los estudiantes. Se solicitaban *respuestas únicas y universales*. El estudiante debía asimilar el conocimiento que le era transmitido y simultáneamente debía desarrollar *un comportamiento cognoscitivo acorde con los formatos establecidos* (SEP, 1995).

De a cuerdo con Massé y Pedroza (2003), se consideró al hombre como receptor de información, *desatendiendo el proceso de asimilación del conocimiento* por lo tanto, se simplificó el aprendizaje.

Según Chevallard, et al. (1977), se ignoró la estructura y las funciones del trabajo matemático del alumno. El proceso de estudio se consideró más como una actividad privada y subjetiva del niño, que como un trabajo objetivable y analizable. Nunca se consideró necesario un análisis detallado del proceso de estudio del alumno, es decir, del trabajo matemático que éste realizaba.

Arancibia, Herrera y Strassers (1999), entienden que actualmente se da poca atención al fomento del pensamiento razonador, creador y a la resolución de problemas. Según ellos aunque la mayoría de los educadores reconocen la importancia de la enseñanza de las habilidades para pensar, se da escasa atención a la posibilidad de hacer de éstas, un objetivo educacional primario.

Esta forma de proceder se basa tanto en un concepto erróneo de lo que significa "pensar", como en una concepción parcial de lo que las matemáticas representan y que su enseñanza podría cobrar un sentido profundamente diferente si se consideraran algunas otras de sus características y no únicamente su carácter formal (Moreno y Equipo del Imipae, 2001).

En nuestra cultura escolar se han ido "conduc-ciendo las matemáticas", han sido prioritarias las respuestas, no las cogniciones. Si queremos tener una visión distinta de la enseñanza matemática; de su uso en la vida cotidiana y promover la creatividad en los niños, habrá que fijarse más en los procesos psíquicos y no en respuestas automatizadas a causa de la "mecanización cerebral", que tanto ha detenido a los mexicanos a dar un gran paso en su desarrollo.

1.3 Revisión breve del plan educativo para el 4° de primaria

No conforme con las aportaciones de los autores ya mencionados, se hizo una revisión de los libros de texto gratuitos y del Plan y Programas de Estudio usados durante décadas. No es un análisis exhaustivo, pero si muestra los aspectos necesarios para hacer ciertas afirmaciones con respecto a los contenidos y a la forma de promoverlos.

El Plan y Programas de educación básica no observó cambios trascendentes en su estructura. Desde 1977 hasta 1993, se consideraron los mismos objetivos y contenidos a cubrir.

Uno de los conceptos que tenía la SEP sobre la educación fue: "La educación es *abierta y dinámica*, influye en los procesos sociales y es influida por ellos; *transmite los conocimientos*, capacidades y valores del país" (Secretaría de Educación Pública, 1982, p.10). Si analizamos la palabra *dinámica*, ésta se refiere a acción y es algo que no se transmite, se practica. Si se pretende transmitir, entonces ya no resulta dinámica.

Para la SEP (1982. p.10), el objetivo general de las matemáticas era: "propiciar el desarrollo del pensamiento *cuantitativo y relacional*, como un instrumento de comprensión, interpretación, expresión y transformación de los fenómenos sociales, científicos y artísticos del mundo". Para lograrlo proponía:

a) "Manejar y aplicar los conceptos y métodos aritméticos en situaciones concretas" (SEP, 1997, p.55).

Sin embargo, en los libros de texto se presentaban *lecciones tipo* que no invitaban al alumno a participar en actividades concretas o prácticas, incluso se reconoce abiertamente que: "muchas de las actividades indispensables para el aprendizaje de las matemáticas (agrupar, contar, manipular, construir, etc) es imposible plasmarlas en un libro" (SEP, 1982, p.63) -Los anexos 1 a 6 son un ejemplo claro-.

b) "*Aprovechar las nociones intuitivas que el niño ya maneja, poniéndolo en situaciones en las que observe, manipule, analice y concluya, por medio de la práctica reiterada*" (SEP, 1982, p.10).

En los libros de texto, algunos problemas presentaban por adelantado las operaciones a utilizarse, dejando así las *nociones intuitivas* del alumno sin desarrollar. -Obsérvese en el anexo 1, que en el problema se quiere saber cuántos huevos quedan y antes de motivar al alumno a descubrirlo, se presentan específicamente las operaciones y las formas para resolverlo-.

Las fracciones se presentaban como una grafía numérica y no como porciones repartidas -Obsérvese en el anexo 2 que se incluyen reglas establecidas para distinguir fracciones mayores y menores-.

Se pretendía que el niño *observara*, pero las ilustraciones de los problemas eran nulas, o poco significativas. -Obsérvese en el anexo 3 que los problemas contienen diversos elementos, que podrían apoyarse con situaciones gráficas para habilitar el pensamiento y no se recurren a ellas. Sólo en la parte inferior de la página se agrega una ilustración no referente al tema-

Se esperaba que el niño *analizara*, pero se abusaba del uso de la notación desarrollada. -Obsérvese anexo 4. Se refiere a un ejercicio de repetición y no de análisis-

El programa de estudios sí cumplió con la *práctica reiterada*. -Obsérvese en el anexo 5 que en los ejercicios de desglose del Sistema Numérico Decimal siempre se considera un formato establecido inicialmente y repetido, sin ninguna variante y sin darle énfasis a los valores absolutos y relativos de cada cantidad, sólo colocando cada cifra de forma consecutiva-

c) "Ejercer un carácter *formativo* más que informativo", sin embargo para el 4° se promovía trabajar con números de hasta 999,999 (Secretaría de Educación Pública, 1977. p.55). -Obsérvese en el anexo 3, tercer problema, que a pesar de que dicho límite numérico es de por sí grande, éste es rebasado por el número de toneladas de maíz que se consideran en el ejercicio)

d) "Para los contenidos con *áreas, longitudes y volúmenes*, partir del *cálculo intuitivo* de las dimensiones de segmentos, figuras u objetos, y posteriormente introducir las ideas de unidad de medida, y sólo al final apuntar las fórmulas" (SEP, 1982, p.62).

No obstante, el volumen no era presentado en un ambiente familiar para los educandos, sino como una figura simple y aislada. No se daba pauta para que el alumno tratara de calcular líbremente el volumen de un cuerpo. Desde el inicio se marcaban los espacios que debían llenarse. -Obsérvese anexo 6-

¿Era ésta una forma de manipulación, de permitir que el niño interpretara y transformara los fenómenos sociales, científicos y culturales?

A partir de1993, ante la preocupación de crear sujetos más habilitados para los problemas que enfrenta la sociedad, la SEP pretende reformar la educación mexicana. Considera la apertura de nuevos caminos para permitir al alumno el descubrimiento y la construcción del conocimiento en un marco comunicativo y funcional. Permitiendo el trabajo en equipo, promoviendo el gusto por la lectura y fomentando la experimentación.

No enfatizando el carácter sintáctico o simbólico matemático, sino la utilización de métodos propios de los alumnos que lo lleven a una comprensión más desenvuelta e independiente del maestro, que es visto como guía que dirige y no como persona que transmite.

Con estas pretensiones el equipo educativo, tendrá que poner mayor énfasis no sólo en los conceptos; sino en las *capacidades de pensamiento del niño* y en las relaciones que pueden establecerse entre ambos. A sus posibilidades de expresión y de aplicación creativa de lo que aprende. A los aspectos cognoscitivos que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas y en eso los psicólogos podemos dar grandes aportaciones.

De acuerdo con Massé y Pedroza (2003), la enseñanza tradicional sigue siendo la que impera en nuestras escuelas. Enseñar al alumno a pensar, a trabajar en forma independiente, a descubrir por sí mismo los nuevos conocimientos, a construir y reconstruir sus propios saberes, siguen siendo, en el mejor de los casos, propósitos nobles no llevados a la práctica.

1.4 Sujetos de las matemáticas

Sabemos que las matemáticas llegan a tener el índice más alto de reprobación a nivel nacional.

Se buscaron estadísticas y cifras que permitieran justificar dicho enunciado, pero se encontró que los datos, son de difícil acceso. Sin embargo no se necesita encontrarlo en las listas de la SEP, para saber que esto es cierto y que es un problema en nuestro país.

Se buscaron investigaciones actualizadas sobre el aprovechamiento de la educación matemática en México a nivel básico, pero se encontró que no ha sido tema principal durante muchos años.

El más reciente y significativo de los estudios fue uno realizado por la SEP y la Universidad de Aguascalientes hacia 1983:

En lugar de aplicar las pruebas a los grados para los que habían sido elaboradas, se aplicaron a grados menores: las de 2° a alumnos de 4°, las de 4° a alumnos de 6° y las de 6°; a alumnos de 3° de secundaria. De esta forma, fue posible ver en qué medida los alumnos de grados superiores habían alcanzado objetivos previstos para años anteriores al que estaban cursando en un momento dado.

El promedio obtenido por los alumnos del 4° que respondieron la prueba de 2° fue de 7, igualmente los resultados de los alumnos de 6° que respondieron la prueba de 4° fue de 7 y los resultados de los alumnos de secundaria que respondieron la prueba de 6° fue de 5.6. Habiendo en todos un alto índice de reprobación (Secretaría de Educación Pública & Universidad de Aguascalientes, 1990).

En las mecanizaciones el análisis mostró una dificultad creciente, a medida que se trataba de operaciones más complejas. La suma presentó menor dificultad, la resta algo más y la multiplicación y la división, fueron las operaciones que los niños tuvieron mayor dificultad para responder adecuadamente.

El 90% no supo sumar fracciones de distinto denominador 6/8 +1/3.

El 96% no supo sacar la superficie de un triángulo.

Esto quiere decir, que "los objetivos establecidos oficialmente para los grados: 2°, 4° y 6° no fueron alcanzados ni siquiera, en forma masiva, por los estudiantes de dos o tres años superiores" (SEP & Universidad de Aguascalientes, 1983, p.55).

Lo anterior, es sólo una muestra del desarrollo que se ha logrado en los alumnos y de los alcances que ha tenido el enfoque educativo de nuestro país.

Según Arancibia, et al. (1999), los jóvenes están egresando de su educación sin tener los conocimientos ni las habilidades de razonamiento matemático, ni verbales necesarias para su desempeño cotidiano. Hay una necesidad imperiosa de mejorar el razonamiento y la resolución de problemas de los alumnos.

¿Qué pasaría si hoy, se evaluara en la misma medida a los alumnos de primaria?, ¿Cómo saldrían en la resolución de problemas? y ¿Cuáles serían sus recursos utilizados: fórmulas y métodos, o procesos libres de razonamiento matemático?

En lo personal, surgió una gran preocupación al no encontrar investigaciones actualizadas que cubrieran estas preguntas a nivel nacional. Se considera que dicho aspecto, necesita analizarse y difundirse más en nuestra sociedad, para así, tener mayores elementos para guiar la educación.

Ante el enfoque desarrollado durante décadas en nuestro país, sobre la forma de enseñanza y de evaluación, surge la pregunta: ¿qué perciben los educandos de su sistema escolar?

Según Prawda (1989) una encuesta realizada a todos los niños de cuarto y sexto grados de primaria de las escuelas oficiales en Nuevo León, Morelos y Yucatán en 1985, mostró que en algunos casos, el sistema educativo, lejos de alcanzar los objetivos planteados, produjo algunos *efectos adversos*, sobre todo en los grupos escolares más desfavorecidos. Entre los puntos de vista de los alumnos están:

- La educación es rígida y coercitiva.
- Los docentes promueven más la disciplina que la creatividad, la autodeterminación y el trabajo en equipo.
- El conocimiento transmitido por los docentes es más informativo que formativo.
- Los maestros ponen mayor énfasis en los aspectos teóricos que prácticos.
- Se obstaculiza el desarrollo adecuado de un pensamiento reflexivo y una conciencia crítica.
- Los maestros usan *métodos demasiado estrictos* y hacen que el niño se incline a la memorización.
- Los profesores limitan sus clases fundamentalmente en el aula.
- El descubrimiento por experimentación es bastante limitado en las escuelas primarias mexicanas.

Si los alumnos perciben así la educación, ¿cuál será entonces su *actitud* para las matemáticas?

En el proceso histórico y en la vida cotidiana se presentan problemas para nuestro propio beneficio. El hombre interactúa con el medio y construye mental y operacionalmente una solución.

En el proceso histórico - científico se han desarrollado fórmulas que finalmente son soluciones a problemas ya presentados con anterioridad y que por economía de tiempo y esfuerzo se usan en la actualidad.

José DUARTE. *Inequidades educativas.* "Logros e inequidades del sistema educativo mexicano". p.54.

Gráficamente esto queda representado así:

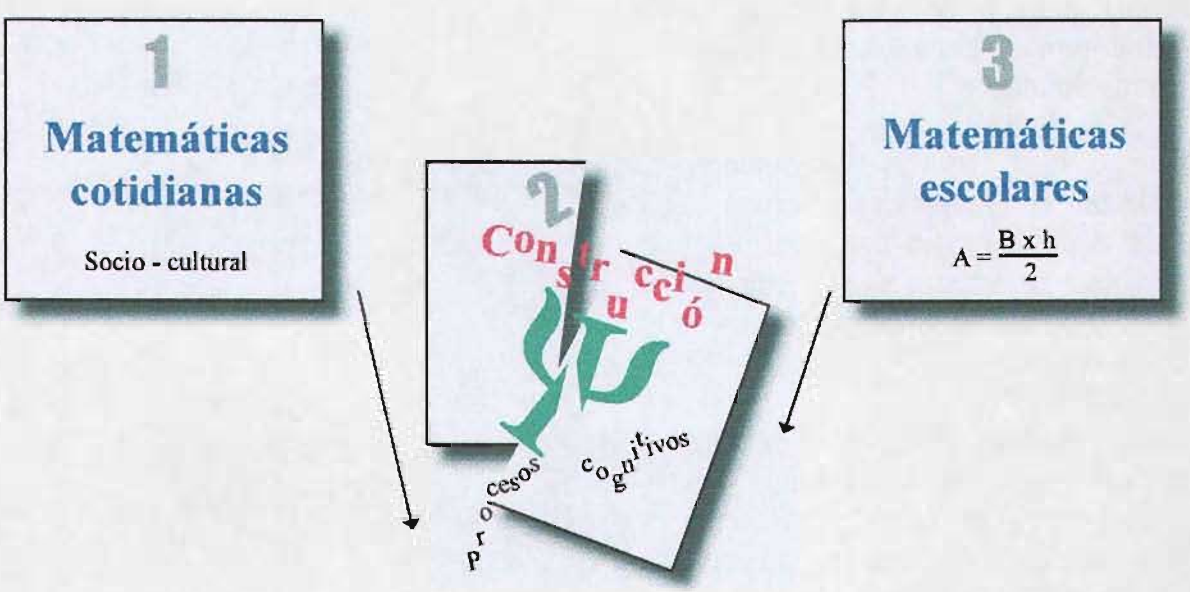
El cuadro 1 representa las "matemáticas de la calle o de la vida cotidiana". Se refiere a un problema que surge en el entorno cultural y social.

El cuadro 2 es el "proceso cognitivo" que el hombre elabora para resolverlo.

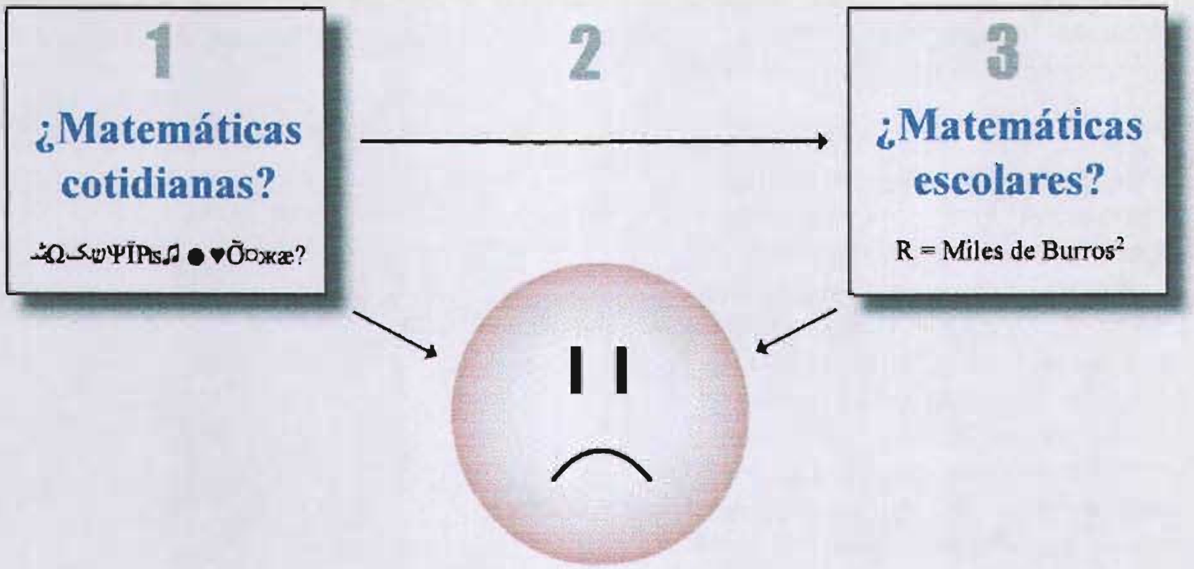
El cuadro 3 es la solución alcanzada y lograda. Representada de forma abstracta y que simboliza lo que comúnmente conocemos como "las matemáticas de la escuela".

En este esquema cada elemento es de vital importancia, ninguno se da sin la presencia del otro, cada uno son interdependientes.

En el ambiente escolar se da una gran separación entre el primer y tercer cuadros del esquema anterior, quedando así, "fraccionadas" las "*matemáticas cotidianas*" de las "*matemáticas escolares*". Es cuando el niño se encuentra "sujeto" a las matemáticas simbólicas y mecanizadas, sin encontrar relación con su vida concreta y real fuera del ámbito escolar, creando así; un conocimiento teórico de poco alcance.



Muy a menudo los estudiantes viven una confusión cognitiva -o emocional- en el proceso escolar y queda representado así:



El cuadro 1 es la representación que el niño tiene de los problemas matemáticos. Para él, son ajenos y no le perjudican directamente, -no están contextualizados-. Son simples textos que contienen enunciados, datos numéricos y una pregunta a resolver.

El cuadro 3 significa que al no tener interés particular en la solución del problema, el niño responde metódicamente y no intenta siquiera evaluar si la solución que encontró fue razonable o no. "Su objetivo en la escuela es utilizar alguna fórmula u operación que el profesor enseñó". "Aplicando el procedimiento, encontrando el número, el problema está resuelto" (Carraher, et al. 1995, p.184).

Ante estas respuestas mecanizadas, el proceso cognitivo o intelectual queda incompleto, es nulo; pues se pierde y se confunde, "*cae en un abismo*", creando indiferencia, o aversión hacia las matemáticas.

El estudiante llega a considerar que en la matemática no tienen cabida ni la iniciativa, ni la creatividad, ni la imaginación. De acuerdo con Massé y Pedroza (2003), muchas de estas actitudes responden al tipo de enseñanza que han recibido durante muchos años. Y cuando se quieren promover otras formas de aproximarse al conocimiento, se produce un conflicto entre valores, actitudes, hábitos arraigados y el tipo de trabajo que se les plantea.

"Esta realidad, no contribuye adecuadamente a la participación y cooperativa del alumno en grupos de trabajo, a su *integración a la familia*, la escuela y la sociedad y al desarrollo de su potencial para identificar, plantear y resolver problemas como pretendía la SEP" (Prawda ,1989, p.55).

1.5 Importancia de la psicología en la educación matemática y en la vida contemporánea

Nuestro mundo crece a pasos agigantados. Los cambios son constantes, los avances científicos, tecnológicos, médicos, comerciales, económicos y culturales son factores a los que el hombre se adapta para vivir.

"Actualmente, mil millones de seres humanos, que constituyen la población total de las naciones tecnológicamente avanzadas, se encaminan al superindustrialismo" (Toffler, 1998, p.421). Cada sociedad tiene su propia actitud ante ello. Esta actitud tomada como respuesta al ritmo del cambio, es uno de los factores menos advertidos, pero más determinantes del comportamiento social y se refleja claramente en la manera en que la sociedad prepara a sus jóvenes para la vida adulta.

José DUARTE. *Desarrollo científico y tecnológico.* "Logros e inequidades del sistema educativo mexicano". p.137.

La educación es parte de esta preparación, influye en el desarrollo -o decadencia- de un país. Previene a sus ciudadanos para enfrentarse a las dificultades y "novedades" de su mundo. "Sirve para abrir o cerrar mentes".

De acuerdo con Prawda (1989), la educación que se dio en México, estuvo encaminada a la alfabetización. Es decir, estar "preparados" significaba estar informados, conocer los elementos principales para la lectura, escritura y la aritmética. Esta concepción educativa preparó a los sujetos a responder de forma sistemática y mecanizada, cayendo en un abismo conceptual sin permitir el desarrollo creativo e independiente.

Con esto, muchos mexicanos se ven ahora restringidos en su capacidad de innovación, al caer en un espacio limitado de desarrollo y no mirando más haya de lo que les "enseñaron" en la escuela. Trabajando y produciendo al día, "maquilando ideas internacionales" que no le proporcionan un beneficio directo y significativo a su país.

José DUARTE. *El corporativismo educativo y gremial.* "Logros e inequidades del sistema educativo mexicano". p.224.

Hoy, la educación nacional debe cambiar de rumbo: debe enseñar al individuo a cómo clasificar y reclasificar la información, a cómo comprobar su veracidad, a cómo cambiar las categorías en caso necesario, a cómo pasar de lo concreto a lo abstracto y viceversa, a cómo considerar los problemas desde un nuevo punto de vista: "cómo enseñarse a sí mismo" (Prawda,1989), cómo "aprender a aprender" (Tofler, 1998).

Debe encaminarse a formar sujetos con actitudes más independientes, auténticas e innovadoras. A formar personas que no limiten sus alternativas de producción. A hacer de este país más productivo para su beneficio -con lo cual no quiero decir que todos se dediquen a la ciencia-, sino como dice Prawda (1989): que el técnico salga más preparado, profesional y humanamente, para manejar de manera más conciente y afectiva sus instrumentos de trabajo; de formar obreros y campesinos más capacitados y mejores ciudadanos; de utilizar tecnologías apropiadas para hacer rendir mejor los recursos naturales.

Sabemos que las matemáticas tienen relación con la mayoría de las ciencias, que es una de las bases principales del conocimiento científico; y por ello del conocimiento escolar.

Para impulsar la nueva concepción educativa que pretende la SEP, se deberá dar gran apoyo a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La psicología juega un papel muy importante y puede contribuir con la educación matemática de diversas formas:

- Dar a conocer el avance en el estudio del desarrollo de las habilidades cognitivas del aprendizaje matemático.

- Hacer evidente la necesidad de una mejor comprensión de cómo desarrollar actividades que ejerciten las habilidades para pensar.

- Elaborar diagnósticos para saber la madurez cognitiva de la población.

- Guiar en el diseño de los planes curriculares específicos a partir de las necesidades y habilidades de la población en la que se trabaja.

- Ayudar en la selección de objetivos y contenidos para establecer secuencias de aprendizaje que favorezcan al máximo la construcción de los contenidos.

- Diseñar evaluaciones pertinentes a las capacidades del niño. Que correspondan a su nivel intelectual y provoquen una "dificultad reflexiva".

- Sugerir como aprovechar más los recursos educativos y didácticos.

- Aportar nuevas ideas a la didáctica para hacer más accesible el conocimiento.

- Hacer más responsables a los docentes en el sentido humano pues trabajan con seres que sienten, se emocionan, se entristecen y no son máquinas procesadoras de información.

- Encaminar a los docentes en cómo ayudar a la construcción del conocimiento de los niños.

- Orientar a los profesores en cómo dirigirse a los alumnos, para cuestionarlos asertiva y acertadamente.

- Ofrecer conocimientos prácticos, necesarios para la comunicación humana y para la integración social del niño.

- Realizar investigaciones que arrojen información sobre el avance educativo en nuestro país, para conocer las deficiencias o limitaciones y crear metas más ambiciosas, pero alcanzables.

Si nos esforzamos, a largo plazo; la psicología puede encaminar la educación para salir del "*abismo*" creado entre las "matemáticas cotidianas" y las "matemáticas de la escuela", además de:

- Encontrar su función aplicable en la vida diaria y en los cambios provocados por el superindustrialismo.

- Estar más preparados y concientes en su utilización científica y tecnológica.

- Hacer de la educación algo significativo que permita preparar para el presente y futuro a sujetos autónomos, creativos y propositivos en la labor que desempeñan.

Es el momento de dar pauta a nuevas teorías psicológicas que permitan promover dichos aspectos. Por lo anterior, se considera que el *Constructivismo* es una opción.

CAPITULO 2

Antecedentes epistemológicos y filosóficos del constructivismo

Antes de hablar de constructivismo es necesario replantear dos preguntas:

1.- *¿Cómo se define el conocimiento?*

2.- *¿Qué papel juegan el sujeto y el objeto de conocimiento?*

Estas interrogantes invitan al estudio de la epistemología definida como una disciplina cuyo objeto de estudio es el conocimiento científico, su construcción, su estructuración en teorías, las bases sobre las que descansa, su naturaleza y sus alcances (SEP, 1995).

Uno de los métodos de la epistemología es el **Método Histórico Crítico**. De acuerdo con Piaget (1970) la historia de las ciencias como simple descripción de la sucesión de los descubrimientos no interesa directamente. Lo que es relevante es la comprensión -o reconstitución- de las deducciones que extrajeron los filósofos, pero también y sobre todo, de acuerdo con qué *sistema deductivo o interpretativo* imaginaron sus experiencias. Así, todos los problemas de las relaciones entre el sujeto y el objeto y entre la deducción matemática y la experiencia física, como los relativos a la índole particular de las deducciones o de las experiencias, a los procesos de invención o de descubrimiento pueden encontrarse en el terreno mismo de un desarrollo histórico reconstituido.

Diversos autores han intervenido en el estudio histórico crítico del constructivismo. Nos remitiremos a ellos y haremos un recorrido por los puntos filosóficos básicos que dieron nacimiento a dicha teoría.

2.1 El naturalismo presocrático

De acuerdo con Feixas (1990), el constructivismo se remonta a la época pre-socrática y sigue reiterándose a través de más de dos milenios de pensamiento. La filosofía presocrática surge a principios del siglo VI y termina a mediados del V a.C. Es una explicación que se desprende de los mitos del *animismo* -no basa sus concepciones en la fe religiosa, en dioses llenos de vida, o en leyendas heróicas como en la Grecia primitiva-.

Las grandes ideas presocráticas se remiten a sencillas reflexiones del sentido común que arrancaron de la naturaleza que los rodeaba. Para ellos, *el conocimiento de la realidad era algo accesible al ser humano* (Hirschberger, 1988).

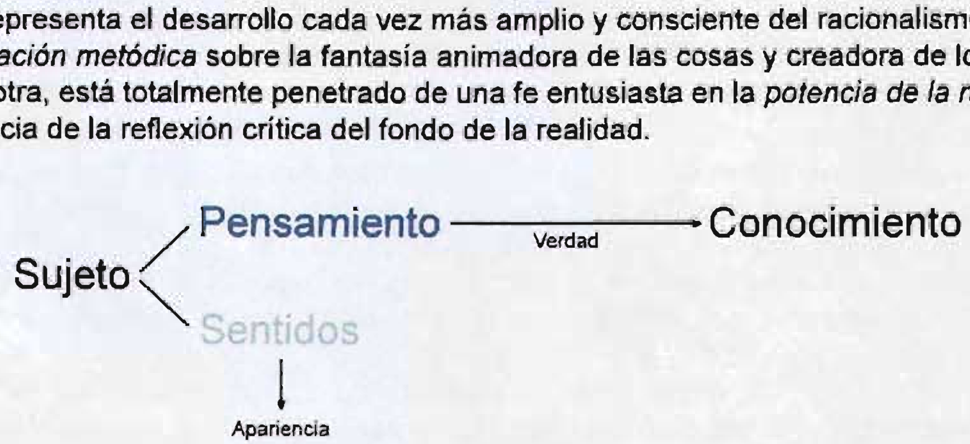
El problema capital era la cuestión de la *arkhé*; el "principio" de todas las cosas. Según Lamanna (1970a), por *principio* se entienden 2 cosas:

a) El *comienzo*, o sea la iniciación en el tiempo; lo que está en el origen y después ya no está más.

b) La *sustancia fundamental* que permanece a través de todas las sucesivas variaciones, lo que hay de esencial en las cosas, de primario, en el sentido de que no puede reducirse a otra cosa y de que todo es reducible así mismo. Se advierte que a esa exigencia responde mejor lo fluido, gaseoso, o ígneo, así para **Tales**, la materia primordial es el agua; para **Anaximandro**, el infinito o lo indefinido; para **Anaxímenes**, el aire y para **Heráclito**; el fuego.

En cuanto a la búsqueda de las fuerzas que determinan las mutaciones de las cosas, el proceso del *devenir* es referido a movimiento de la materia. Y se tiende a atribuirlo a una fuerza intrínseca a la materia misma. Esta aparece dotada de una *movilidad espontánea*. -fluidez del agua, dilatabilidad del aire, proceso de combustión en la llama-. La movilidad espontánea se entiende como un signo de vida. Por eso *la materia es concebida como algo viviente, algo animado, a la par con los organismos animados* (Lamanna, 1970a).

Según Lamanna (1970a) el trabajo de los presocráticos se presenta como *crítica de las aprehensiones sensoriales inmediatas* a las que se halla ligado el saber común. Por un lado, representa el desarrollo cada vez más amplio y consciente del racionalismo y de la *observación metódica* sobre la fantasía animadora de las cosas y creadora de los mitos. Por la otra, está totalmente penetrado de una fe entusiasta en la *potencia de la razón*, en la eficacia de la reflexión crítica del fondo de la realidad.



En el alma del hombre, en cuanto *sujeto cognoscente*, encontramos el *pensamiento y el sentido*. El primero, contra o más allá del sentido, aprehende la verdad y constituye la ciencia; el segundo se detiene en la apariencia y se alimenta de opiniones falaces.

2.2 Los sofistas -Protágoras-

A partir del siglo quinto a. C. surgieron dudas sobre si *el conocimiento de la realidad era algo accesible o no al ser humano*. Durante este período dominó el problema del hombre en el conocimiento.

Los sofistas se cuestionaron sobre las cosas concebidas como parte de la naturaleza e introdujeron la duda de qué tanto es cierta la parte objetiva de la naturaleza y *qué tanto la mente influye en dicho conocimiento*. Debatieron el valor de los sentidos y el de la razón considerando así, la subjetividad de la verdad.

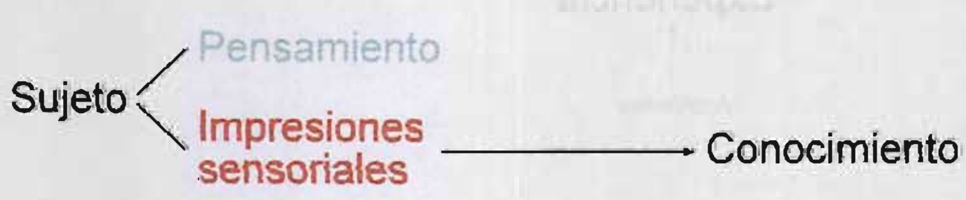
Así surgió la *epistemología*: "como un intento por explicar el acceso al conocimiento y por establecer de qué manera, forman parte los sentidos y la razón, en este proceso" (SEP, 1995, p.29).

Para **Protágoras** la realidad o irrealidad de las cosas y su modo de ser pueden determinarse solamente a través de la representación que se forma el hombre de las mismas. Define al hombre como medida de todas las cosas; de las que existen, en cuanto existen, de las que no existen, en cuanto NO existen.

Para él el sujeto no es nada más que un continuo fluir de impresiones sensoriales. El sujeto no es mas que conciencia sensorial, sensación: es ver, oir, gustar, tocar. Por una parte, el objeto no existe sino en su manifestación a través de la sensación, mas bien a través de la acción sobre la conciencia; por la otra, la conciencia o el sujeto existe y se revela así mismo sólo en cuanto se deja impresionar por el objeto (Lamanna, 1970b).

La verdad es relativa a los diversos individuos, y mas bien a los diversos momentos y estados de los diferentes individuos. Para cada uno es verdadero lo que le parece en ese instante. Cada uno tiene su verdad provisional y cambiante; una verdad que no se toma en serio por lo que ella significa, sino que importa por el modo en que se presenta (Lamanna, 1970b).

Para los sofistas aprender significa recibir con pasiva receptividad un conjunto de nociones ya hechas y completas, que transmitidas desde afuera, forman más que un alimento, un embellecimiento del alma o un instrumento de la habilidad práctica, un medio de éxito externo.



2.3 El realismo matemático

Las matemáticas griegas, proyectaron en lo real los resultados de las operaciones, en lugar de reflexionar sobre éstas y manipularlas en su calidad de instrumentos móviles y libres de transformación y combinación (Piaget, 1970).

Los principales exponentes del realismo matemático son: *Platón* y *Aristóteles.*

La perspectiva de **Platón** es innatista y se ve influida por su actitud religiosa.

El realismo de Platón no se aplica al mundo sensible. Para él, las "*Ideas*", se sitúan en un universo distinto de la realidad sensible, en un universo tal, que el sujeto, siempre reducido al papel de mero espectador, pueda *advertirlas por intuición directa pero inmaterial*, o encontrarlas por participación o reminiscencia.

El mundo de las Ideas presenta, 2 problemas: el de su posible conocimiento por un sujeto que no intervino para nada en su elaboración, y el de sus relaciones con el universo sensible (Piaget, 1970).

Para Platón los objetos matemáticos, así como las relaciones entre ellos, tienen una realidad externa e independiente de quien conoce en el mundo de las ideas. Conocer para Platón significa, *trasladar este cuerpo de objetos y relaciones preexistentes en un mundo exterior e implantarlos en el intelecto del individuo* (SEP, 1995).

El realismo fue modificado por **Aristóteles** quien le dio un matiz empírico, al trasladar los objetos de la matemática del mundo de las Ideas de Platón a la naturaleza material. Para él conocer entonces es *reconocer los elementos matemáticos en los objetos materiales de la naturaleza por medio de procesos de abstracción y generalización.* Su linea de pensamiento es *inductiva*, lo cual implica el desmenuzamiento de los objetos en los principios o elementos que lo producen o que causan su comportamiento (SEP, 1995).

En síntesis, ambos filósofos consideraban los objetos de la matemática y sus relaciones como definidos y determinados. Para el realismo, el sujeto cognoscente NO interviene en el conocimiento: todavía no existe como sujeto activo y se limita a "contemplar".

2.4 El racionalismo -Descartes y Leibnitz-

Durante esta etapa se estableció una organización basada en la compraventa de mercancías y en el trabajo, en vez del estatus hereditario y fijo que existió en el feudalismo. La iglesia católica se vió obligada a hacer reformas aceptando un rompimiento con su pasado medieval. Así los intelectuales pudieron aportar las concepciones del mundo, las ideas y sobre todo, los métodos lógicos de argumentación

El racionalismo enfocaba su atención a la adquisición mental del mundo material, pues tenía como principal objetivo la conquista cognoscitiva de la realidad.

El final de los siglos XVI y XVII señala en la historia de las matemáticas lo que se podría llamar la *toma de conciencia histórica de las operaciones*. Dispuesto a oponerse a la epistemología de Aristóteles, **Descartes** funda la epistemología moderna con 3 ideas centrales: En primer lugar, por fin *descubre la existencia del sujeto cognoscente*, ya no contemplativo, esto es, pasivo, sino del *sujeto fuente de construcciones*, que a tiempo inventa en matemática -en lugar-, simplemente de descubrir por estructura el conocimiento físico (Piaget, 1970).

En segundo lugar, introduce un *paralelismo entre la extensión material y el pensamiento*, lo cual le permite superar el matematicismo estático de los antiguos e incorporar el movimiento al campo de las ideas claras y distintas (Piaget, 1970).

En tercer lugar, generalizando la posible aplicación de las matemáticas a la física, proporciona una decisiva *teoría de la causalidad*, -proponía explicar todos los fenómenos naturales por medio de causas eficientes definidas matemáticamente- impregnando así, toda la epistemología moderna (García, 1998).

Para Piaget (1970) **Leibnitz** mantuvo un exacto equilibrio entre *la conquista del objeto* y *la actividad del sujeto*. Acerca de este último punto, proporcionó una célebre refutación del empirismo de Locke, al aceptar que en la inteligencia "No hay nada que no haya pasado por los sentidos", pero añadiendo: "...excepto la inteligencia misma".

Para Leibnitz al igual que Descartes todo lo que se da por la evidencia, es verdadero. Para él lo evidente es lo claro y lo distinto, lo que está definido directamente sin lugar a dudas (García, 1998).

Leibnitz objeta a Descartes que la materia no es pura extensión: entre la figura de un cuerpo y el cuerpo mismo hay la misma diferencia que entre lo posible y lo real (García, 1998).

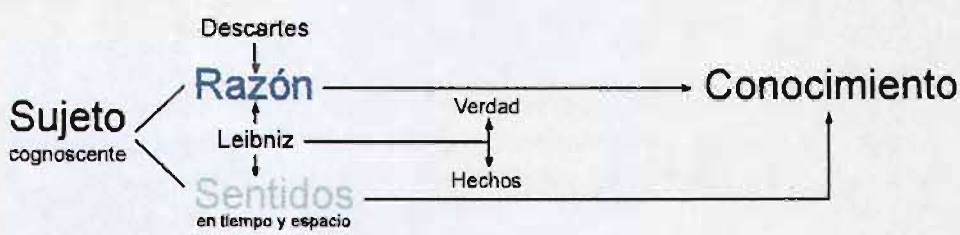
Para Leibnitz el conocimiento es el aprendizaje que se da por intuiciones lógicas sobre la naturaleza y sus relaciones. Él refiere que la concepción de Descartes es subjetiva. Propone una *teoría* **Lógica objetiva de la verdad** que considera un sistema deductivo e inductivo. Hace distinción entre: *la verdad* y *los hechos*. *Los hechos son lo que nos dictan los sentidos*, las sensaciones y los pensamientos en un tiempo y espacio, lo que se vive en "carne y hueso". *La verdad se refiere a la razón*, a lo que no se da en tiempo y espacio. No se vive, no está dentro o fuera del hombre, no surge ni depende del sujeto cognoscente.

Para Leibnitz interpretado por García (1998) existen 2 clases de verdades:

- *Las necesarias*. Que no se contradicen y excluyen la negación. Se dan en la mente, son *ideales, esenciales, universales* y son universalmente posibles. Se dan en la *formalidad*.

- *Las contingentes*. Son *individuales*, surgen por la *experiencia*, se viven o existencian, dependen de la observación, son a posteriori, sus opuestos son concebibles.

Las matemáticas pertenecen al primer tipo, -las necesarias- son ideales, esenciales, universales y se rigen por el principio de la no-contradicción.



2.5 El empirismo -Locke y Hume-

Feixas (1990) entiende que Locke quería comprender cómo funciona realmente la mente humana: cuáles son las fuentes de sus ideas y las limitaciones del conocimiento humano. La epistemología de **Locke**, resulta así una psicología por su énfasis en *cómo conoce la mente, más que en qué*. El único objeto inmediato de la mente humana son sus ideas, pero esas provienen de la experiencia. Locke formula así el principio básico del empirismo. Para él la abstracción solo parte desde lo sensible, los conceptos son abstraídos de las sensaciones.

De acuerdo con García (1998), **Hume** se caracteriza intensamente por considerar el saber como guía para la vida práctica, más que como conquista cognoscitiva de la realidad. El punto de partida de Hume es el mismo que desde Locke: no hay conocimiento válido sino en la medida en que el análisis pueda reducirlo a la experiencia; sin esto, no es posible concepto alguno.

El se proclama descubridor de que las ideas se unen y combinan en virtud de la semejanza, de la contigüidad espacial o temporal y de la relación causa efecto (García, 1998).

Para él las matemáticas son "verdades de razón", relaciones formales entre ideas sin atender en nada a cuestiones de existencia, es decir con independencia de lo que pueda existir en parte alguna del universo. Por ejemplo: 3 conjuntos de 5 -lo que sea- equivalen a 15, con independencia de si de hecho la experiencia nos muestra 15 "lo que sea". Tal proposición vale sin necesidad de que los signos que la componen sean referidos existentes, pues no corresponden a cosas existentes, sino a las mismas ideas. Para él solo la universalidad puede tener valor formal, pues contenidos universales no existen (García, 1998)

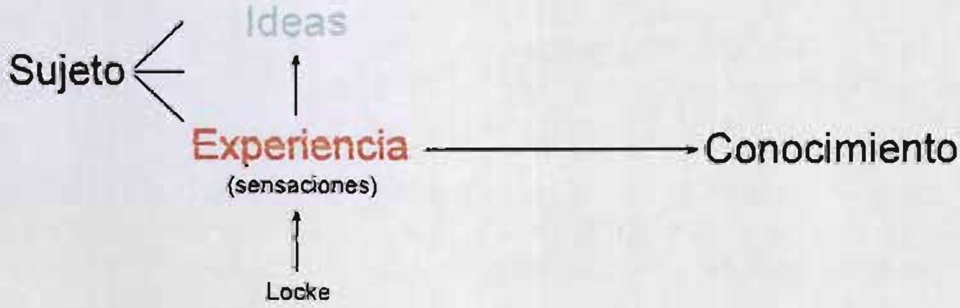
Hume limita la universalidad y necesidad al campo de las ciencias formales. Descarta las ideas innatas, para él las ideas provienen de la experiencia. Él nos habla de *dos tipos de contenidos de la conciencia*:

1) *Las impresiones* son las *experiencias inmediatas* que se dan en un tiempo y un espacio. Por ejemplo el dolor.

2) *Los contenidos mediatos* son una evocación del proceso sensitivo, -como un *recuerdo de la experiencia*-.

Para llegar al *entendimiento* se pasa por ambos, pues éste es como una *réplica de la experiencia sensible*, pero se da sólo *en la razón*. Para él, los conocimientos válidos, son aquellos que han pasado por la experiencia y los conceptos provienen de ella (Garcia, 1998).

Las ideas se combinan entre sí en base a semejanzas, relaciones causa-efecto o contigüidad en el tiempo y el espacio. Las semejanzas juegan un papel importante para comparar ideas en sus relaciones formales. Son necesarias y son universales en cuanto razón lógica. En estas características están cimentadas las matemáticas -geometría, álgebra, aritmética-. Por ejemplo al referirme a 5 pájaros se que cada uno es individual -no son en serie-, pero como son semejantes, al ser contados utilizo ésta semejanza para referirme a los 5.



2.6 La dialéctica trascendental -Kant-

En la época de la *ilustración* se dio gran importancia a la razón, se impulsó el avance científico e industrial, lo cual influyó de manera inevitable en la filosofía Kantiana.

Las aportaciones de Leibniz -racionalista quien distinguió las verdades *necesarias* de las *contingentes*- y de Hume -empirista quien planteó el *entendimiento como réplica de la experiencia sensible* que se da por la comparación de ideas en sus relaciones formales- sirvieron de base para la epistemología Kantiana, la cual equilibró al sujeto y al objeto de conocimiento.

Kant logró equilibrar las relaciones entre el sujeto y los objetos. Se liberó definitivamente del realismo de las apariencias para situar en el sujeto la fuente de la necesidad deductiva; y además de las diversas estructuras -espacio, tiempo, causalidad- que constituyen la objetividad en general y hacen posible, así la experiencia.

Xirau (1980), interpretando a Kant, nos dice que él no se preocupaba por el origen de las ideas, sino por las bases; y así propone 4 juicios para explicar en qué consiste el conocimiento:

LOS JUICIOS A PRIORI. Son los pensamientos o *relaciones lógicas* que pueden darse por la experiencia, pero no dependen de ella. No se refieren a cosas específicas, sino a *proposiciones universales y necesarias*. Son necesarias porque no se contradicen, sólo son. Cualquier conciencia no difiere en su afirmación y es atemporal. -Recordemos que Leibnitz ya nos hablaba de la verdad como proceso lógico y del carácter necesario de la verdad-.

Existen cosas reales en sí mismas. De ellas parte un estímulo a la facultad cognoscitiva humana; pero este estímulo, sensación o fenómeno, es informe, es pura materia y debe recibir su forma de humano cognoscente, gracias precisamente a las formas a priori del espíritu (Hisrchberger, 1988).

LOS JUICIOS A POSTERIORI. Estos se forman y *dependen de la experiencia* de cada individuo. Son diferentes, únicos, subjetivos, particulares e inciertos. Se dan en el aquí y el ahora.

LOS JUICIOS ANALÍTICOS. Son relaciones mentales en donde *el predicado está contenido en el sujeto*, son inclusiones, reiteraciones de un fenómeno de estudio. Una afirmación está contenida en otra -los mamíferos toman leche-.

LOS JUICIOS SINTÉTICOS. Son relaciones mentales en donde *el predicado es algo nuevo al sujeto*. Se dan a partir de la experiencia, son descubrimientos adicionales y novedosos -este concepto es muy parecido a lo que Leibnitz llamaría contingente-.

Kant (tomado de Xirau, 1980, p.281) nos dice: "Los juicios sintéticos de las matemáticas son posibles a priori por que están garantizados por el carácter universal y necesario de las intuiciones de espacio y tiempo por las categorías del entendimiento y, mas allá de ambas, por el a priori supremo: él yo pienso".

A diferencia del racionalista y el empirista Leibnitz y Hume; respectivamente, Kant no concibe la razón o la experiencia como una encima de otra, sino como algo interactivo entre ambas, como un ciclo que no tiene principio o fin específico. Reconoce los conocimientos previos formales -la razón- como elemento importante, que unido a la experiencia; pasa por un proceso de inteligencia o procesamiento de información, que a su vez; da como consecuencia la razón, y con ello el conocimiento. Así pues, en su *Dialéctica trascendental* nos dice: "Todo nuestro conocimiento comienza en los sentidos, pasa por la inteligencia y termina en la razón" (Hisrchberger, 1988 p.218).

La *dialéctica* está explicada en dos partes: La *estética* y la *lógica* trascendental.

Estética trascendental. La estética se refiere a la sensibilidad, al análisis a cerca de la posibilidad de los juicios sintéticos a priori. Para establecer juicios sintéticos a priori, se necesitan intuiciones. *Las intuiciones* son las representaciones inmediatas de una idea, y existen dos tipos: La *intuición de tiempo* y la *intuición de espacio*. No preocupa la existencia real del tiempo y del espacio, sino cómo los sujetos perciben y representan mentalmente cada uno de ellos.

El *tiempo* y el *espacio* son universales y necesarios. Las relaciones entre un fenómeno u otro se dan en tiempo y en espacio. Para concebir los objetos, ambos son necesarios.

Lógica trascendental. Surge de la teoría de los conceptos y no incluye la sensibilidad "Nuestro conocimiento emana de dos fuentes principales del espíritu: la capacidad de *recibir representaciones* y la facultad de *conocer un objeto*, mediante esta representación". La facultad de conocer es en la lógica trascendental el entendimiento, la facultad de formar juicios a priori basados en conceptos. -Ya Hume nos hablaba del entendimiento, y Kant influido por él, estructuró una teoría más amplia-.

Categorizando los juicios, encontraremos una clase de idea general pura de la cual depende cada uno de ellos. Si la idea general es a priori por lo tanto cada juicio también lo es:

TABLA DE JUICIOS A PRIORI		
Cantidad	Universales	(todos los s son P)
	Particulares	(algún s es P)
	Singulares	(este s es P)
Cualidad	Afirmativos	(todo s es p)
	Negativos	(ningún s es p)
	Infinitos	(todo s es no p)
Relación	Categóricos	(todo s debe ser p)
	Hipotéticos	(si s, entonces p)
	Disyuntivos	(s es o p o q)
Modalidad	Problemáticos	(s puede ser p)
	Asertóricos	(s es probablemente p)
	Apodícticos	(s es necesariamente p)

"Necesitamos, al pensar, un material que podemos llamar experiencia o fenómenos y, por la otra, una serie de intuiciones y categorías que localizan el fenómeno y le dan forma. Conocer es construir y para construir necesitamos tanto los materiales -los fenómenos- como los instrumentos y las ideas -juicios y categorías-" (Xirau, 1980, p.278).

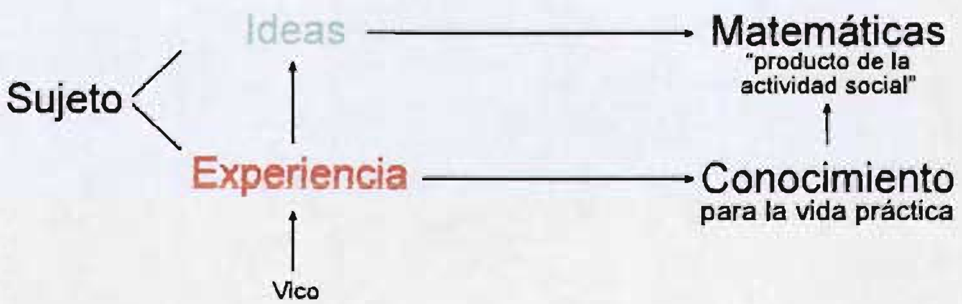
La experiencia pura, sin ideas, sería ciega, caótica, sin forma, y el pensamiento sin experiencia sería vacío.

2.7 Vico

Otro de los filósofos encontrados en las bases del constructivismo es Vico. Fue casi inadvertido en su época (siglo XVIII) y olvidado por un tiempo hasta que le redescubrieron en Alemania y Francia. Su extemporaneidad histórica se encuentra ante todo, en su alejamiento del racionalismo y el matematicismo cartesiano, asi como en su desconocimiento del empirismo británico (García, 1998).

Vico de acuerdo con Feixas (1990), entiende que el único camino para *conocer* algo es *hacerlo*. Considera el conocimiento *racional* del hombre y el mundo de la *experiencia* como productos simultáneos de la construcción cognitiva. Así el conocimiento es conciencia operática dentro de un mundo experiencial.

García (1998), interpretando a Vico nos dice que la construcción matemática es el producto de una *sociedad*, es consecuencia de los fenómenos culturales y la formación cognitiva se da en base a dos aspectos que ocurren simultáneamente: la razón y la experiencia, para él, las cosas mismas se logran al comprender una vez que fueron hechas e interactuadas. Sin experiencia no hay razón, sin razón no hay experiencia.

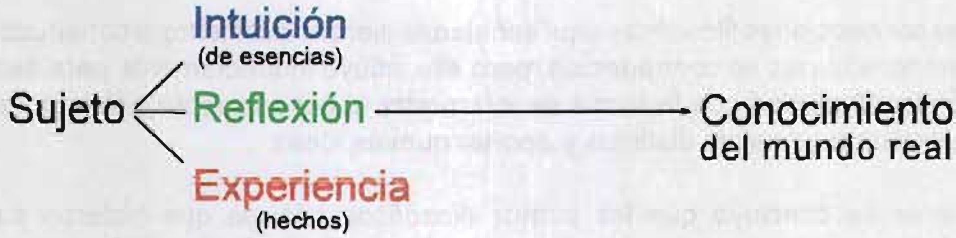


2.8 La fenomenología -Husserl-

El fundador de la escuela fue Edmund **Husserl** (1859-1938). De acuerdo con Piaget (1970), la idea central de esta epistemología es que existe una intuición de las *esencias* pero que las *esencias* son inseparables de los fenómenos o de los *hechos*. El paso del hecho a la esencia se efectuaría, pues, gracias a un proceso de "reducción" o de conversión. Consiste en liberar al sujeto de sus limitaciones "naturales", de tal modo que el sujeto de parte del mundo natural que era, llega a descubrirse como fundamento de este mundo: la reducción fenomenológica consistiría, por lo tanto, en una suerte de liberación de la naturaleza y del cuerpo propio.

Para la Fenomenología Husserliana, una ciencia es una ciencia para la cual la experimentación constituye una condición necesaria del saber. Pero esto no significa que esa condición sea suficiente, pues puede ser combinada con otros procedimientos cognitivos, como la deducción matemática. Tampoco significa que se interprete la experimentación sobre la base del modelo empírico de la experiencia, pues la experimentación nunca se reduce a una simple lectura, si no que contiene una parte de estructuración que interviene en las actividades del experimentador y en las interpretaciones de los datos aparentemente más inmediatos (Piaget, 1970).

Para la fenomenologia todos los objetos se nos dan en modos de conciencia. La actitud fenomenológica, será en consecuencia, reflexiva. Concibiendo al sujeto como ser intuitivo y activo, que por medio de la experiencia y a través de "esencias" ligadas a fenómenos o hechos conoce el mundo real.



2.9 El materialismo dialéctico -Marx y Engels-

A fines del siglo XVIII y comienzos del XIX se derrumbó el orden feudal y triunfó, en una serie de paises principalmente en Inglaterra y Francia el nuevo régimen capitalista. La expresión más alta y profunda era la lucha entre la burguesía y el proletariado. Estos factores fueron puntos de inspiración al materialismo dialéctico cuyos principales exponentes son **Marx** y **Engels** (Konstantinov, 1964).

Esta teoría afirma que los cambios en la sociedad, la labor humana y el uso de herramientas producen transformaciones en la conciencia y la conducta humanas (Harnecker, 1980).

Se interesa por en el proceso de conocimiento y las formas de conocer considerando las cosas, los conceptos, los fenómenos y sus reflejos mentales, en sus mutuas relaciones y movimientos (Harnecker, 1980).

Destaca la práctica y la experiencia histórica del desarrollo de la sociedad, como criterios auténticos de la veracidad del conocimiento (Konstantinov, 1964).

Para el materialismo histórico "los conceptos empíricos realizan los conceptos teóricos en el conocimiento concreto de los objetos concretos" (Harnecker, 1980, p.231).

2.10 Constructivismo.

No todas las concepciones filosóficas aquí señaladas dieron nacimiento al constructivismo. Por el contrario; algunas se contradecían, pero ello influyó indirectamente para despertar en otros la inconformidad con la forma de interpretar el conocimiento y la inquietud por balancear los puntos de vista distintos y aportar nuevas ideas.

Por lo anterior se concluye que los puntos *filosóficos básicos* que hicieron surgir al constructivismo y que están representados por las figuras de Kant, Vico, la fenomenología, Marx y Engels son:

a) La realidad no existe en sí misma -no como cosa en sí-
b) El hombre está dotado de sentidos y tiene capacidad de pensamiento
c) El sujeto y el objeto de conocimiento están en interacción constante
d) Para llegar a conocer son necesarias la experiencia y la razón simultáneamente
e) El hombre es un ser activo en el conocimiento

El constructivismo se opone tanto a empiristas como a innatistas: Frente al empirismo sostiene que el conocimiento no es una copia de la realidad exterior sino que supone una elaboración por parte del sujeto. Frente al innatismo establece que el conocimiento no es resultado de la emergencia de estructuras preformadas y que éste no puede identificarse como un proceso de externalización de algo interno.

Constituye una posición epistemológica consolidada al final de los años 70 y durante la década de los 80 referente a cómo se origina y se modifica el conocimiento. Hace alusión a la confluencia entre teóricos de distintas ciencias que apuntan a la importancia del estudio de los procesos cognoscitivos, lo cual sitúa a la psicología en una posición privilegiada (Baquero, R., Camilloni, A & Carretero, M., 1998).

Rodrigo & Arnay (1997), entienden que es una manera para explicar cómo el ser humano a lo largo de su historia personal, va desarrollando lo que llamamos intelecto y va conformando sus conocimientos. El conocimiento se define como resultado de la acción del sujeto sobre la realidad en un entorno social. En este sentido, la realidad no puede conocerse en sí misma directamente. Desde ésta perspectiva carece de sentido. -Sólo puede postularse que existe, pero toda referencia a ella se hace a través de la mediación del sujeto cognoscente-.

La construcción es una tarea individual porque tiene lugar en la mente del sujeto y sólo puede ser realizada por él mismo. Sin embargo, esa elaboración será *significativa* por el factor *sociocultural* en que se desenvuelve.

Para Rodrigo & Arnay (1997), el individuo que aprende matemáticas desde esta postura construye los conceptos a través de la acción con los objetos -instrumentos de mediación cultural- y la interacción con los demás sujetos de su entorno.

Está revisión epistemológica confirma nuevamente que las matemáticas no tienen una realidad en sí -como querían ver los filósofos antiguos-. Surgen por una necesidad social interpretada en la formalidad lógica y universal, pero se construyen por la experiencia con los objetos de forma reflexiva en el intelecto del individuo.

Ahora viene una gran pregunta... ¿cómo se construye el conocimiento en el intelecto del individuo?

CAPITULO 3

El concepto, la adquisición del número y otras operaciones matemáticas

3.1 Epistemología genética y Método psicogenético como estudio del conocimiento

Para comprender la adquisición del número en el niño, es necesario replantear las verdades normativas, y las constativas, así como el papel que cada una desempeña en el estudio del conocimiento.

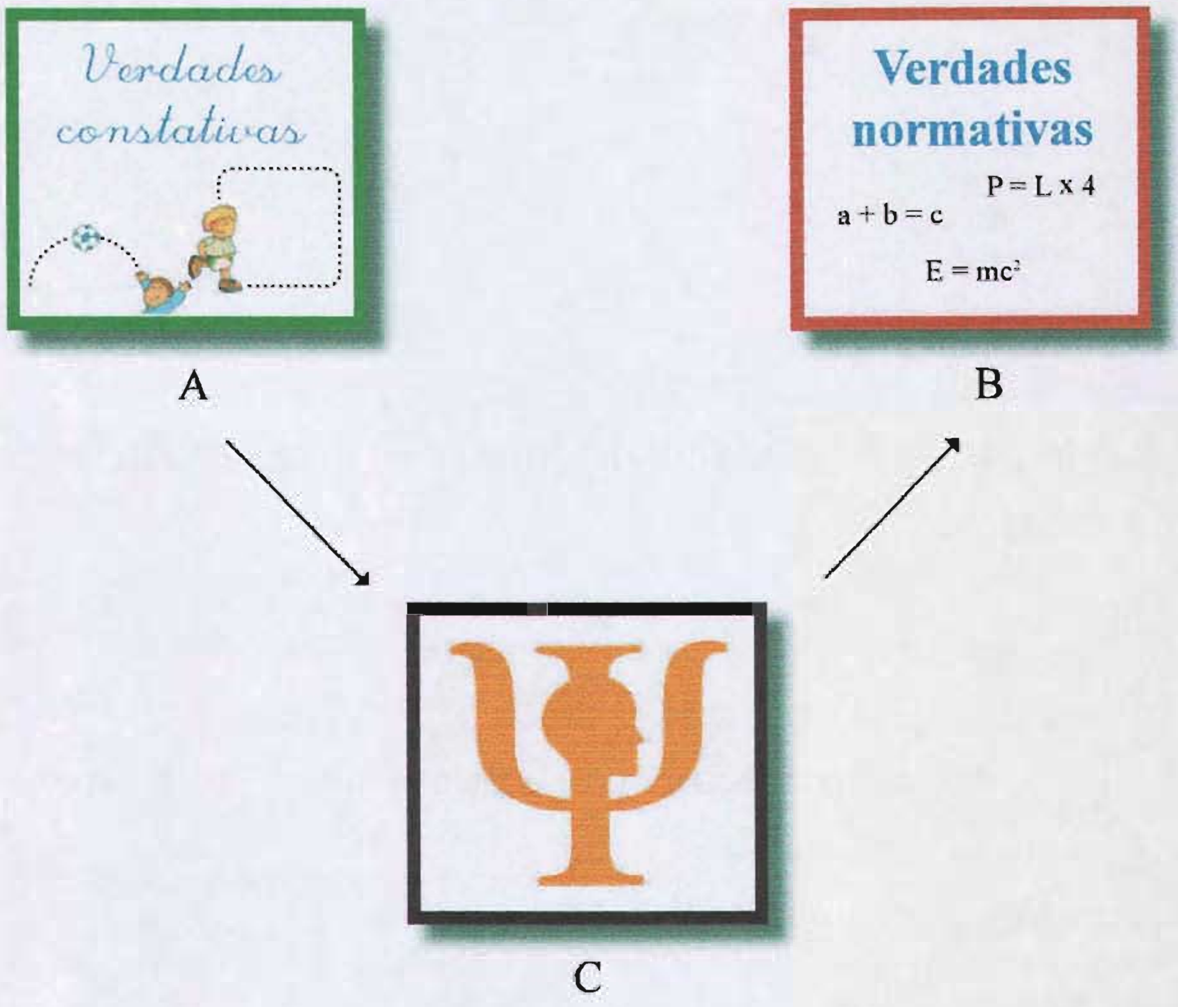
Las primeras; referidas a proposiciones formales y lógicas. Relacionadas con el Método Histórico Crítico que estudia analítica e históricamente, los elementos que dan origen y formación a una ciencia o a una teoría. Las segundas; en torno a implicaciones físicas, prácticas y plausibles (Cellerier, 1978).

Ambas irreductibles la una con la otra; pues determinadas verdades de experiencia no se alcanzan a través de la deducción pura sin recurrir para nada a la observación -ebullición del agua por ejemplo-.

Recíprocamente, determinadas verdades normativas -como los teoremas de geometría de *n* dimensiones- no son alcanzadas a través de la experimentación en el espacio físico, lo que no permite determinar su origen más que en el pensamiento del individuo.

A pesar de esa irreductibilidad, lo normativo y lo constativo poseen un terreno común y es explicado con el siguiente esquema:

Esquema 3.1



Cuadro **A**. Representa las verdades constativas -fenómenos físicos, objetuales o de experiencia- por ejemplo la caída libre de un cuerpo-.

Cuadro **B**. Dichos fenómenos físicos quedan plasmados y predichos a través de modelos matemáticos; vinculados con el Método Histórico Crítico, con la lógica formal y en virtud a determinadas actividades del sujeto que deduce o legisla.

Cuadro **C**. Los modelos matemáticos son elaborados muy a menudo en lo abstracto por el pensamiento lógico matemático. Ingresando así, en el terreno de la razón como construcción interna del sujeto que se alcanza a través de sus acciones con el objeto, y de sus operaciones mentales (Cellerier, 1978).

Esas construcciones internas que van de la experiencia a la razón y según las cuales tal sujeto hace suyo el conocimiento, ya no pueden ser alcanzadas por el Método Histórico Crítico. Constituyen el objeto de la psicología y el punto crucial de la teoría de Piaget.

Estúdioso de la ciencia: biólogo de profesión, filósofo por gusto. Gran pensador analítico del conocimiento humano. Reflexivo desde su niñez, perseverante en su labor y perfeccionista de sus ideas. Suizo; de Neuchatel, nacido en 1896, fija su atención en el modo que conoce el sujeto en el terreno de los hechos. Quiere entender la relación entre la estructura mental y las actividades que ésta realiza.

Rompe con la tradición filosófica que quería examinar de forma reflexiva lo que es el conocimiento en sí, preguntándose si no conviene más dedicarse al estudio de la adquisición de los conocimientos científicos. Nombra así la epistemología genética como: "el estudio del paso de los estados de mínimo conocimiento a los estados de conocimiento más riguroso" (Piaget, 1970, p.122).

Ingresemos ahora en dicho terreno:

Richmond (1981), interpretando a Piaget, nos dice que el sujeto se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales, que son organizaciones o modelos aparentes dentro de los cuales existen unas partes que forman un todo.

Son dinámicas y se definen en virtud de reglas operacionales, que en conjunto, forman un sistema equilibrado. Dichas estructuras "no están preformadas en el interior del sujeto sino que se construyen en la medida en que surgen las necesidades y las situaciones" (Piaget, 1990, p.393).

Dentro de la estructura total existen esquemas que son ideas o preconceptos que tenemos. Cuantas experiencias vivimos, son conducidas a la mente y dirigidas a encontrar la similitud de los nuevos conocimientos con los esquemas previos. Este proceso de actuación sobre el medio con el fin de construir un modelo del mismo en la mente, es lo que Piaget denomina asimilación (Richmond, 1981).

La asimilación no se reduce por lo tanto a una mera identificación, sino es una construcción de estructuras. "la tendencia de toda conducta o de todo estado psíquico a conservarse, y a extraer con esta finalidad, su alimentación funcional del medio exterior" (Piaget, 1990, p.389).

Según Cellerier (1978), una vez que el niño integra un nuevo conocimiento a su estructura mental, lo discrimina con sus esquemas previos e identifica las diferencias que lo llevan a la clasificación de nuevos elementos cognoscentes.

Con cada nueva experiencia, las estructuras ya construidas necesitan modificarse ligeramente para aceptar esa nueva experiencia. Este proceso en virtud del cual el intelecto ajusta continuamente su modelo del mundo para acoplar en su interior cada nueva adquisición es lo que se conoce como acomodación (Richmond, 1981).

Diferenciando:

La asimilación designa la acción del sujeto sobre el objeto. Distingue lo que tienen en común los conocimientos nuevos con los anteriores. Reconoce todo lo que es similar.

En cambio, la acomodación es antagónica pero complementaria: designa la acción del objeto sobre el sujeto, define las características que cada uno tiene en particular y está en función de las modificaciones del medio -es entonces cuando el niño llega a identificar por sus características propias cada objeto que utiliza- (Dolle, 1993).

Sin embargo, la inteligencia está siempre organizada en toda la secuencia del desarrollo aunque las estructuras cambien. "La organización es el aspecto interno del funcionamiento de los esquemas a los cuales la asimilación tiende a reducir al medio externo" (Lawrence, Theakston & Nathan, 1982, p.70).

El organismo siempre se esfuerza al mismo tiempo por asimilar en sí mismo lo que es asimilable en el ambiente y por acomodarse a las demandas y limitaciones de ese ambiente" (Lawrence, et al. 1982, p.70).

Entre la asimilación y la acomodación hay cierta estabilidad o sincronía -adaptación- lo cual quiere decir, que un individuo no solamente asimila elementos nuevos; sino que los traduce, interpreta y utiliza para responder a su medio externo. No solo los anexa y clasifica, sino hace uso de ellos para su sobrevivencia. Por lo cual, la adaptación es la interacción que tienen las acciones del sujeto con el medio que lo rodea (Cellerier, 1978).

Los elementos que acabamos de revisar dejan en claro la dirección que toma el conocimiento: del sujeto al objeto como forma de incorporación al actuar con éste y posteriormente del objeto al sujeto como forma modificativa del pensamiento y que en consecuencia responde adaptativamente al medio.

Es la acción la que precede al pensamiento y el pensamiento es visto como una prolongación interiorizada de la acción que va teniendo una implicación lógica.

La construcción del pensamiento no debe ser entendida como un salto automático de la acción a la razón -de los hechos constativos a los normativos-, porque entre estas dos, sucede una equilibración que es la convergencia entre las acciones aisladas de experiencias nuevas y los materiales proporcionados por construcciones anteriores que conservan su validez necesaria a posteriori y que llegan a formarse como estructuras lógico matemáticas de naturaleza normativa.

Por tanto la equilibración puede definirse como la "creadora de las estructuras mentales que conjugada con las interacciones sociales, es el principal mecanismo generador de normas en el sujeto" (Cellerier, 1978, p.38).

Ahora corresponde hablar del método psicogenético mediante el cual se explora la construcción de estructuras lógico matemáticas de naturaleza normativa -a lo que queda limitado el Método Histórico Crítico- y que será la base para detallar la formación del número y otros conceptos matemáticos más adelante.

Piaget estudiaba intensamente la emergencia y la historia de los principales conceptos de las ciencias matemáticas y biológicas, pero tuvo la inquietud de buscar en los niños la formación del conocimiento (Cellerier, 1978).

Según Ferreiro (1999), esto generó gran escándalo en su época, pues epistemólogos; entre ellos Wheaver -eminente matemático-, no veían caso trabajar con ellos para resolver cuestiones epistemológicas.

Su método inicia por medio de un diálogo clínico con los niños. Busca descubrir cuales son los procesos de razonamiento que los conducen a respuestas erróneas o correctas e intenta notar lo que se oculta detrás de las primeras apariencias, en lugar de clasificar respuestas correctas e incorrectas; como en las pruebas de razonamiento que había estandarizado para Burt (Ferreiro, 1999).

Cellerier (1978), entiende que su método psicogenético constituye la puesta a prueba experimental de las categorías Kantianas, inmutables de la razón.

Las categoría son ideas generales a priori, de reflexión -de entendimiento-. Cada una contiene juicios que le son específicos pero a la vez compartidos, pues se rigen entre sí mismas por ser preceptos universales, (Xirau, 1980).

La tabla de Categorías que se presenta inmediatamente contiene cada uno de sus juicios correspondientes. Y servirá para explicar a lo largo del capítulo los procesos que Piaget llama operaciones.

TABLA DE CATEGORÍAS

* categorías
* juicios

Cantidad "extensión de los juicios"	Unidad	Universales	(todos los s son P)
	Pluralidad	Particulares	(algún s es P)
	Totalidad	Singulares	(este s es p)
Cualidad "estructura interior de los juicios"	Realidad o esencia	Afirmativos	(todo s es p)
	Negación	Negativos	(ningún s es p)
	Limitación	Infinitos	(todo s es no p)
Relación "Relación ente sujeto y predicado"	Sustancia y accidente	Categóricos	(todo s debe ser p)
	Causalidad	Hipotéticos	(si s, entonces p)
	Reciprocidad entre agente y paciente	Disyuntivos	(s es o p o q)
Modalidad "grados de verdad"	Posibilidad e imposibilidad	Problemáticos	(s puede ser p)
	Existencia o no-existencia	Asertóricos	(s es probablemente p)
	Necesidad o contingencia	Apodícticos	(s es necesariamente p)

Al explorar en lo concreto, se dio cuenta de cierta similitud en la forma de razonar de los infantes a determinadas edades y emitió conclusiones mediante *estadios* con el fin de analizar la génesis del desarrollo. En muchas ocasiones se le llega a confundir como el "hombre de los estadios", inamovible y hermético en sus etapas, sin embargo; como dice Ferreiro (1999), lo importante es que la secuencia de conductas se observa sin modificaciones en medios culturales muy diferentes y por tanto, el orden de aparición de las conductas es constante, aunque las edades en que aparezcan sean variables. Su postura no habla de una secuencia cronológica exacta. Los márgenes de edad son aproximados y deben considerarse como guías generales.

Ahora bien, pasaremos a explicar a través de los estadios **la adquisición del número** y la filiación de otros conceptos matemáticos.

3.2 La adquisición del número y la filiación de otros conceptos matemáticos

PERÍODO SENSORIO MOTRIZ

Constituye el período del lactante, se desarrolla desde el nacimiento hasta aproximadamente un año y medio, a dos años. Al principio del desarrollo el niño NO se percibe como un ser independiente al mundo exterior. Se dice que es egocéntrico porque todo lo refiere así mismo y a su propio cuerpo. Solamente las cosas que lo rodean -y las que puede ver- forman parte de él.

En ese momento no hay espacio, objeto, ni tiempo.

Poco a poco va experimentando situaciones reflejas, sensitivas y motoras, va conociendo a través de sus sentidos y sus movimientos. Paulatinamente va situando su cuerpo como parte del universo, y es entonces cuando empieza a descentralizarse, esto es, a dirigirse hacia los objetos de manera voluntaria (Cellerier, 1978).

De acuerdo con Piaget, (1984) este período se divide en tres estadios principales:

1 - El estadio de los *reflejos* y de las *primeras emociones.*

Richmond (1981) interpretando a Piaget, dice que el niño dispone de modelos innatos, hereditarios e instintivos que le sirven para sobrevivir: reflejos como la succión, la nutrición, la prensión y la tosca actividad corporal; una cantidad de sistemas sensorio motrices capaces de recibir sensaciones procedentes del interior de su cuerpo y del ambiente próximo inmediato, a las cuales puede ofrecer ciertas respuestas limitadas.

Podría pensarse que esos reflejos son pasivos y mecánicos sin embargo contrario a eso, Piaget remarca que "estos reflejos manifiestan desde el principio una auténtica actividad, que prueba precisamente la existencia de una asimilación sensorio motriz precoz" (1984, p.20).

Estos se van acercando al inicio en la formación de las bases para los esquemas, a un entrenamiento previo a la formación de éstos.

2 - El estadio de los primeros *hábitos motores*, de las primeras *percepciones organizadas*, y de los primeros *sentimientos diferenciados*.

El segundo estadio se explica en base a la *reacción circular primaria* que se define como: "movimientos simples de los órganos centrados en sí mismos -con o sin coordinación entre sí como chupar, mirar, coger, etc- y no destinados a mantener un resultado dado en el medio exterior" (Piaget, 1990, p.154).

Si en un principio los autoreflejos sirven al niño para satisfacer las necesidades internas, posteriormente se convierten en una forma de conocer el mundo exterior -hábitos-. Se vuelven *repetitivos* por el simple hecho de conocer, llevándolos a una modificación y un desarrollo. De ahí surgen las primeras percepciones táctiles, olfativas, auditivas etc. Estos hábitos motores llevan a la incorporación -*generalización*- de los diversos objetos, ampliando su campo de acción.

Cuando un bebé lleva a la boca todo lo que su mano toca: el pezón de su madre, la almohada, sus dedos, o el chupón de un biberón puede decirse que los objetos externos son asimilados al esquema de succión -actividad reflejo-. Todavía no son considerados en virtud de diferencias específicas, sino en función de una misma forma de actuar sobre ellos: todos ellos pueden ser chupados (Piaget, 1990).

Posteriormente advertirá diversas propiedades de succión como tamaño, dureza, suavidad, temperatura y habrá diferentes sensaciones asociadas a la succión de un pezón, una botella, un pulgar o la punta de la almohada. En base a esto, "el niño registra las diferencias entre los objetos succionables y se modifica su tendencia general a la succión de acuerdo con el tipo de objetos disponibles para succionar" (Richmond, 1981, p.21).

A esto se le llama *diferenciación de esquema*, en la que la respuesta es distinta según la diversidad y calidad de objetos que asimile. Produce así un reconocimiento motor por las acciones que realiza con ellos.

Finalmente, ocurre la *reciprocidad*. "Mutua asimilación de esquemas que va creando una nueva acción intelectual". Coordina el movimiento de los brazos con la succión hasta llevarse *sistemáticamente*, a veces desde el segundo mes, el pulgar a la boca (Piaget, 1984, p.20).

A su vez, la *prensión* es en principio una respuesta reflejo a un objeto situado frente a la mano, pero la mano comienza a buscar, asir y soltar objetos sin el estímulo táctil inicial. Gradualmente se va combinando con otros movimientos motores. También la *vista* es en principio, una respuesta reflejo a la intensidad de la luz, pero los ojos comienzan a enfocar objetos específicos y a seguir sus movimientos.

Estas propiedades básicas de la asimilación -repetición, generalización, diferenciación, y reciprocidad- contribuyen a la *conservación de objetos*. El punto crucial de este período es que la asimilación de las cosas a la actividad de los esquemas, aunque no sea todavía sentida por el sujeto como una conciencia de objetos, constituye sin embargo las primeras operaciones que, desembocarán en los juicios propiamente dichos: operaciones de reproducción, de reconocimiento, y de generalización como se verá más adelante

A este estadio, corresponden una serie de sentimientos elementales o afectos perceptivos relacionados con las modalidades de la actividad propia: lo agradable y lo desagradable, el placer y el dolor, etc, así como también los primeros sentimientos de éxito y fracaso.

Según Piaget (1984), en la medida en que esos estados afectivos dependen de la acción propia y no todavía de la conciencia de las relaciones mantenidas con las demás personas, ese nivel de la afectividad denota una especie de egocentrismo general.

3 - El estadio de la *inteligencia sensorio-motriz o práctica* -anterior al lenguaje-.

Piaget explica este estadio en base a la *reacción circular secundaria* la cual se refiere a los movimientos que están centrados en un resultado producido en el medio exterior y que son percibidos como dependientes de la actividad propia.

"La asimilación característica de la reacción circular secundaria es el desarrollo de la asimilación actuando en las reacciones primarias": del mismo modo que, en el universo primitivo del niño, todo es acto dispuesto para ser chupado, mirado, escuchado, tocado o asido, igualmente todo se convierte paulatinamente en algo dispuesto a ser sacudido, balanceado, frotado, etc. (Piaget, 1990, p.169)

El bebé no se contenta ya con reproducir simplemente los movimientos y los gestos que han producido un efecto interesante: los varía intencionalmente para estudiar los resultados de esas variaciones y se dedica así a verdaderas exploraciones o "experiencias para ver" (Piaget, 1984, p.23).

Se trata de una inteligencia exclusivamente práctica, que se aplica a la *manipulación de los objetos* y que utiliza, percepciones y movimientos organizados en "esquemas de acción" como sacudir, frotar, mecer, hacer variar las posiciones, arrojar o hacer rodar los objetos, levantar una caja, hacer flotar, arrojar el agua, succionar, levantar, sacudir, retorcer, darle vueltas etc.

Estos esquemas incluyen una organización interior de los movimientos y las percepciones pero no implican una distinción nítida de los medios y fines, por lo cual no llevan a la elaboración de objetos propiamente dichos (Piaget, 1990).

PERIODO PRECONCEPTUAL

4 - El estadio de la *inteligencia intuitiva.*

Se desarrolla desde los 2 a los 7 años o sea, durante la segunda parte de la primera infancia.

Las matemáticas son un lenguaje que comunica situaciones de relación entre diversos elementos. Los elementos se refieren a implicaciones prácticas y los números -signos universales- son representaciones abstractas, sociales y protocolarias de esos elementos. Consisten en la vinculación de significaciones que suponen una relación entre un significante y una realidad significada.

"Este lenguaje transmite al individuo un sistema completamente preparado de nociones, de clasificaciones y relaciones, un potencial inagotable de conceptos que en cada individuo se reconstruyen sobre el modelo conformado ya por generaciones anteriores" (Piaget, 1987, p.168).

Sin embargo esas representaciones -gráficas- NO se adquieren en un paso, pues van preparando terreno desde el ***desarrollo del lenguaje en el niño*** *que no se refiere a la automatización de memoria, repetición y articulación de palabras, sino lleva consigo, una serie de elementos relacionados entre sí.* Veamos:

En el periodo anterior, los objetos eran entendidos por los actos llevados a cabo con ellos. Así, por ejemplo el niño lograba identificar a su madre por la satisfacción de necesidades que ésta le proporcionaba: calor humano, alimentación, sabor lácteo, sonidos apacibles, arrullo, etc.

En ese momento sólo podía actuar sobre lo inmediatamente presente (Ferreiro, 1999).

Al combinar una serie de movimientos sincrónicos, por el simple hecho de llevar a la práctica un sin fin de sensaciones y percepciones, liga la acción que el objeto le permite con un código verbal, accediendo a "comunicar" lo que él necesita.

Su lenguaje inicial está hecho ante todo de órdenes y expresiones de deseo. La denominación del objeto "no es la simple atribución de un nombre, sino el enunciado de una posible acción" (Piaget, 1961, p.305).

En este momento la palabra funciona como *traductor de esquemas sensorio motrices* a causa de la acción en progreso (Richmond, 1981). Por ejemplo: al decir "eche", el niño no sabe el significado de ésta, pero utiliza la palabra como elemento expresivo para solicitar la satisfacción de una necesidad.

Lo anterior, me hace pensar que esta combinación de experiencias motrices, sensitivas, perceptuales y vocálicas van dando inicio a cualidades *constativas*, que a diferencia del período anterior no pueden llamarse así todavía, pues sus movimientos eran innatos y se desarrollaban como hábitos. En cambio aquí, la palabra junto con el movimiento intenta comunicar una necesidad personal, lo que hace conciente al sujeto de su acción experiencial -aunque no del significado de dicha palabra-.

Paulatinamente viene la *sustitución del objeto real por uno simulado*. El niño va reemplazando cosas que son significativas en su entorno y las va representando a través del juego. Pasa del terreno de las acciones sucesivas y presentes a la evocación del pasado (Ferreiro, 1999).

De acuerdo con Richmond (1981) al jugar como lo hace, la sustitución de un objeto por otro hace mas nítida y desarrolla su actividad mental simbólica, por tal motivo el juego adquiere gran importancia en esta etapa, pues es su forma de seguir pensando.

Analicemos esta fotografía de *"Angie" -2 años, 4 meses-*:

La niña juega con las cuentas de un collar, un recipiente de plástico y un oso de peluche. Coloca las cuentas sobre el trastecito, sienta a su osito en la mesa y le va poniendo la cuchara en la boca.

Cada material con el que juega funciona como símbolo: el recipiente de plástico representa el plato, las cuentas, la comida; y el osito ella misma. Al organizar estos símbolos y jugar con ellos, la niña está representando el proceso de comer.

El *símbolo* entonces, queda definido como la relación de semejanza entre el significante y el significado. Entendiendo por *significante* el sustituto que esta representando al objeto y el *significado* como la realidad referida **(referencia)**. Esto es, el significante adquiere la cualidad de símbolo, cuando el niño accede a *verdades constativas.*

El pensamiento egocéntrico puro se presenta en esa especie de juego que Piaget llama ***juego simbólico***, juego de imaginación o de imitación y puede observarse mucho antes del lenguaje. Hay numerosos ejemplos: juego de muñecas, comidita, la maestra, el papá y la mamá, etc.

Este tipo de juegos constituyen una actividad real del pensamiento. "Su función consiste en satisfacer al yo a una transformación de lo real en función de los deseos: el niño que juega a muñecas rehace su propia vida, pero corrigiéndola a su manera, revive todos sus placeres o todos sus conflictos, pero resolviéndolos y sobre todo compensa y completa la realidad mediante la ficción" (Piaget, 1984, p.41).

Más adelante, el lenguaje en formación cesa de acompañar simplemente al acto, se separa de la acción sensoriomotriz inmediata. "Reconstituye la acción pasada y la palabra empieza a funcionar como signo y como evocación de éste". Se convierte en la herramienta principal de un relato, y resignifica los hechos para recordarlos y reproducirlos de forma imaginaria y verbal (Piaget, 1961, p.307).

En una ocasión recuerdo que mi prima y yo llevamos a su hijo de 2 años y medio a caminar por las calles de un pueblito. El dia era soleado pero de repente se vino la lluvia y el agua corría por el piso inclinado, nos empapamos en cuestión de segundos y lo tuvimos que cargar. Al llegar a la casa el niño dijo: "caminano, agua cayó, mojé todo, Taña y Eika cargó".

La resignificación de los hechos, lleva al niño a moverse en las *intuiciones Kantianas de espacio y de tiempo* -presente, pasado y futuro- no solo ya en lo inmediato. Ésto junto con las verdades constativas y el juego simbólico, son los cimientos para acceder paulatinamente en los siguientes períodos a las *verdades normativas*, y por lo tanto a la *adquisición del número*.

Antes de que esto suceda, el niño pasará por el ***pensamiento preconceptual*** que es "la ausencia de inclusión directa de los elementos en un todo, y la identificación directa de los elementos parciales entre sí, sin la intervención del todo" (Tomado de Richmond, 1981, p.36).

Su pensamiento se basa en preconceptos, "nociones que el niño liga a los primeros signos verbales cuyo uso adquiere" (Piaget, 1987, p.137).

A continuación se especifica cada una de las características de este tipo de pensamiento:

- *Es una experiencia mental no acompañada de experiencia lógica* (Piaget, 1961). Funciona con razonamientos meramente descriptivos, o explicativos y procede de lo singular a lo singular *-transducción-*

Analizando la oración: "No me he echado la siesta, así que no es por la tarde" 4 años 10 meses se ve claramente que no se ligan los juicios por enlaces necesarios. Se hacen afirmaciones de tipo implicativo -" X luego Y"- , sin tener relación alguna y por lo tanto es inevitable la contradicción (Richmond, 1981, p.39).

- *Se origina mediante la concentración en las partes o detalles de una experiencia sin relacionarlas dentro de un todo -yuxtaposición-*

El niño tiende a considerar las partes como pedazos discontinuos, independientes unos de otros e independientes del todo (Richmond, 1981).

¿Cómo anda una bicicleta?
Tiene ruedas, volante, pedales
Sí, pero ¿cómo avanza?
Te subes en ella y la manejas

En el ejemplo anterior, el niño conoce las partes que componen la bicicleta, pero NO logra unificarlas integral y funcionalmente.

- *Se origina mediante la concentración de un todo sin relacionarlo con las partes -sincretismo-.*

Hay incapacidad para síntetizar o elegir jeráquicamente, de tal forma que el niño relaciona cualquier tipo de cosas (Piaget, 1977).

¿Cómo anda una bicicleta?
Con ruedas
¿Y las ruedas?
Son redondas
¿Y cómo giran?
Es que la bicicleta las hace girar

El niño percibe la bicicleta como un todo único. Sabe que ésta tiene ruedas, pero no relaciona que giran por el movimiento de la cadena impulsado por el pedaleo de otra persona.

- *Fija su atención en un solo aspecto de la relación de cambio excluyendo otros elementos -centración-*

- *Es incapaz de conectar una disposición de objetos con otra al tiempo que observa el cambio verificado en tales disposiciones -representación estática-.*

El sujeto no puede manipular representaciones mentales con rapidez y flexibilidad, de manera que pueda entender las transformaciones.

- *No hay operación racional alguna sino simple serie de juicios discontinuos sometidos a la primacía de la percepción -intuición-* (Piaget, 1984).

Ejemplo:

Se presenta a los sujetos 8 fichas azules, alineadas con pequeños intervalos de separación y se les pide que coloquen otras tantas fichas rojas en un montón que se ponen a su disposición.

Según Piaget (1984) entre 4 y 5 años, los pequeños construyen una hilera de fichas rojas exactamente de la misma longitud que la de las fichas azules, pero sin ocuparse del número de elementos, ni hacer corresponder una por una las fichas rojas y azules.

Entre los 5 y los 6 años el niño pone una ficha roja delante de cada ficha azul y concluye de esa correspondencia término a término la igualdad de ambas colecciones.

Basta separar un poco las fichas de los extremos de la hilera de las rojas, de tal manera que no estén ya exactamente delante de las fichas azules, sino ligeramente a un lado, para que entonces el niño, que sin embargo, ha visto perféctamente que no se ha quitado ni añadido nada, estime que las dos colecciones ya no son iguales y afirme que la hilera más larga contiene más fichas.

Si amontonamos una de las dos hileras sin tocar la otra, la equivalencia de ambas colecciones se pierde aún más (Piaget, 1984).

Como pudimos ver, la atención del niño se dirige a la disposición de un solo color de fichas -centración- pero no a las disposiciones juntas de transformación y ubicación al cambiarlas de lugar -representación estática-.

Así mismo se valoró la cantidad sólo por el espacio ocupado, por las cualidades perceptivas globales de la colección tomada como modelo -intuición-, sin preocuparse del análisis de las relaciones.

- *"Tiende a concebir las cosas como vivas y dotadas de intenciones" -animismo-.*

Es vivo, al principio, todo objeto que ejerce una actividad, relativa a la utilidad para el hombre: la lámpara que alumbra, el hornillo que calienta, la luna que brilla, no obstante ésto no debe interpretarse con un sentido tan burdamente antropormórfico (Piaget, 1984).

- *Cree que las cosas han sido construidas por el hombre, o por una actividad divina análoga a la forma de fabricación humana* (Piaget, 1984).

- *Es egocéntrico*

Piaget (1977), retoma al psicoanálisis en su mérito por distinguir dos maneras de pensar: el "pensamiento lógico" social, comunicable, dirigido por la necesidad de adaptarse a los demás y "el pensamiento autístico íntimo e incomunicable como tal.

Según él, Freud y sus discípulos han mostrado que esta segunda manera de pensar permanece confusa, no dirigida, extraña a la preocupación de verdad, rica en esquemas imaginados, simbólicos y sobre todo inconsciente de sí misma y de las direcciones efectivas que agrupan sus representaciones.

El egocentrismo es el pensamiento autístico en su estructura, pero "sus intereses no apuntan ya solamente a la satisfacción orgánica o lúdica como el autismo puro, sino a la adaptación intelectual, como el pensamiento adulto" (Piaget, 1977, p.188).

A este estadio, corresponden una serie cambios en el aspecto intelelectual y afectivo. En el aspecto intelectual, se observan intereses por las palabras, por el dibujo, por las imágenes, los ritmos, por ciertos ejercicios físicos, etc. y todas estas realidades adquieren valor para el sujeto a medida que aparecen sus necesidades.

En el aspecto afectivo, ocurren una serie de transformaciones paralelas: desarrollo de los *sentimientos interindividuales* -simpatías, antipatías y respeto- ligados a la socialización de las acciones, la aparición de los *sentimientos morales intuitivos,* las regulaciones de *intereses y valores* y una *afectividad interior* que se organiza de forma más estable que durante los primeros estadíos (Piaget, 1984).

A los intereses o valores están ligados muy cerca los sentimientos de autovaloración: de inferioridad o superioridad. "El individuo va formándose poco a poco un juicio sobre sí mismo que puede tener grandes repercusiones en todo el desarrollo" (Piaget, 1984, p.57).

El sistema constituido por estos múltiples valores condiciona especialmente las relaciones afectivas interindividuales. Así también los sentimientos espontáneos de persona a persona nacen de un intercambio cada vez más rico de valores.

PERÍODO DE OPERACIONES CONCRETAS

5 - El estadio *de los 7 a los 12 años.*

En el período anterior el niño basó sus pensamientos en preconceptos generales. Las palabras oralmente aprendidas le sirvieron para referir objetos perceptuales y tangibles, emociones y necesidades propias. Elaboró referentes gráficos libres y primitivos -dibujos- para representar un objeto. Simbolizó por medio del juego sus emociones y deseos.

Lo anterior provino de experiencias constativas y aunque NO logró construir el significado de la palabra, aprendió la relación que ésta tiene para su sobrevivencia al medio.

Posteriormente, el carácter simbólico y representativo evoluciona más, pues se enfrenta a *signos que aluden un sistema público de comunicación -letras, elementos gramaticales, números e indicadores aditivos, sustractivos, o relacionales (+, -, <, =,)-.*

Cada uno de estos *significantes que llamaremos garabatos implican una representación cuyo significado es un problema real y es útil a la vida del ser humano.* No obstante, para que estos garabatos cumplan su función simbólica, el sujeto accederá no sólo a *verdades constativas*; sino a *procesos operacionales y revertibles.*

He visto y escuchado a pequeños de 4 o 5 años que saben *recitar* los números del 1 al 100, -o incluso las tablas de multiplicar- Los reconocen gráficamente, pero no aciertan una situación de seriación, agrupación o cálculo. Estas palabras o garabatos no resultan significativos, pues se deben a un gran esfuerzo memorístico y repetitivo.

Como dice Piaget (1987), podrá enseñarse al niño a contar, pero el uso verbal del nombre de los números se mantiene sin gran relación con las operaciones numéricas y son a veces anteriores a la numeración hablada o le suceden sin vínculo necesario.

Por tanto, el sistema de signos colectivos no crea la función simbólica, el signo no basta para la elaboración del número en el pensamiento del pequeño: éste no se conforma con hablar, necesita operar: establecer acciones por medio de objetos concretos, reflexionar mentalmente para construir pensamientos lógicos y llevarlos a verdades normativas.

Considerando lo anterior, en este apartado sólo me evocaré a la adquisición numérica operacional y todavía no a la de signos universales. Empezaremos hablando de las **operaciones concretas**, las cuales tienen las siguientes características:

- **Tienen una realidad empírica**. Afectan directamente a los objetos y aún no a hipótesis enunciadas verbalmente (Piaget & Inhelder, 1969).

"Esta necesidad de pensar con lo concreto no implica que las operaciones definitivamente no se puedan realizar en base de una experiencia pasada o sobre fantasía, pero sí parten de la formación de esquemas mentales formados a través de la experiencia y de la interacción con el objeto" (Piaget, 1984, p.63).

- **Forman una transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales y son el paso del pensamiento concreto al abstracto** (Richmond, 1981).

- **Tienen un carácter reflexivo**. Van cobrando conciencia de las definiciones usadas, conquistan una deliberación interior, análoga a la que podría mantenerse con interlocutores o contradictores reales o exteriores. Podemos decir que "es una conducta social de discusión, pero interiorizada" (Piaget, 1977, p.219).

- **Son reversibles**. Dos acciones del mismo tipo pueden componer una tercera acción que pertenezca todavía al mismo tipo y estas diversas acciones pueden invertirse (Piaget, 1984).

- **Se basan en la reacción circular terciaria**. El niño se adapta a las situaciones desconocidas no solamente utilizando los esquemas ya adquiridos, sino también *busca y encuentra otros medios*. Los varia y los gradúa provocando nuevos resultados -innovaciones- mediante experimentación activa; en lugar de contentarse con reproducirlos. "Esta diferenciación es aceptada e incluso deseada por sí misma" (Piaget, 1990, p.253).

Estas reacciones circulares lo llevan a actos completos de inteligencia, "Constituyen el punto de partida funcional y sensoriomotor de los juicios experimentales" (Piaget, 1990). A este estadio, corresponden una serie de cambios en el aspecto afectivo y social.

"El niño adquiere una autonomía personal, nuevos valores morales, sentimientos de justicia, respeto mutuo en toda amistad fundada en la estima y por tanto, una mejor integración del yo" (Piaget, 1984, p.86).

En el aspecto social ocurre un cambio notable en las actitudes sociales, manifestadas por ejemplo, en los juegos con reglamento la regla es respetada no como producto de una voluntad exterior, sino como resultado de acuerdo explícito o tácito y adquiere cierta capacidad de cooperación, dado que ya no confunde su punto de vista propio con el de los otros, sino que los disocia para coordinarlos- (Piaget, 1984).

Piaget confiesa que su padre jugó una gran y profunda influencia en sus inclinaciones. Aparte de tener la ventaja que supone un ambiente cultivado, le habituó a interesarse por los *detalles y analizarlos* hasta saberlos incluir en la síntesis general de las cosas.

Inspirada en esto, creo necesario hacer una *reflexión esquemática* sobre las *operaciones* que el niño desarrolla para la adquisición del número. Esto no lo hago por ser un elemento indispensable en la teoría Piagetana, sino de dicha exploración, se desprende principalmente mi entendimiento sobre las habilidades cognoscitivas del aprendizaje matemático y que presentaré en su momento.

Hago referencia sobre los *principios asimilatorios* que se conectan con los *procesos operativos* y pongo en explícito las *categorías a priori* en las que éstos desembocan. Termino en un juicio propio sobre el alcance del número.

Clasificación

Constituye, un agrupamiento fundamental, cuyas raíces pueden buscarse en las asimilaciones propias de los esquemas senso-motores y en las acomodaciones en las que el niño empieza a distinguir las características físicas o sensitivas de las cosas que lo rodean y que le van permitiendo catalogarlas (Piaget & Inhelder, 1969).

Es una operación de reconocimiento. Tiene sus principios desde la *repetición*, pero principalmente desde la *generalización* asimilatoria.

Desde el período sensoriomotriz el niño va interactuando con diversos objetos, los va conociendo por las funciones que tienen en común. Cada vez su clasificación se vuelve más exhaustiva, pues no sólo basta con encontrar lo común de las cosas, sino lo común de lo común.

En el nivel de las operaciones lógicas concretas, los **conceptos** son ya sistemas de clases, es decir, conjuntos de objetos agrupados según relaciones de encajes jerárquicos (parte y todo), o sistemas de relaciones particulares agrupadas según su naturaleza asimétrica o simétrica (Piaget, 1961).

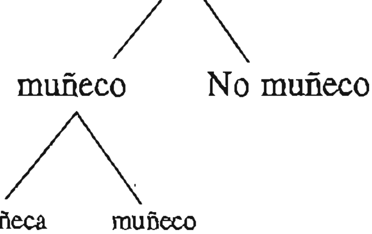
El proceso de clasificación desemboca en la categoría de *cualidad* e involucra *juicios afirmativos, negativos o infinitos*.

Así por ejemplo, de un conjunto de juguetes, el niño elige todos los que son muñecos y distingue los que no lo son. Sobre esta misma clasificación, puede hacerse otra: clasificarlos por muñecos y muñecas.

Cualidad

- Todo juguete con cuerpo y cabeza es muñeco.
- Ninguna pelota es muñeco.
- Toda pelota no es muñeco.
- Todo muñeco con cuerpo femenino es muñeca.
- Todo muñeco con cuerpo masculino es muñeco.

Clasificación



Seriación

"Consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes". Acomodar cosas de menor a mayor rango, o viceversa (Piaget & Inhelder, 1969, p.104). Esta se desarrolla y se va perfeccionando de una etapa a otra. Comienza desde la *generalización* y sobre todo la *diferenciación* asimilatoria.

Para darle un valor cuantitativo a cada cosa o fenómeno, el niño tendrá catalogado lo que va a ordenar. Dicha *diferenciación* se lleva a cabo en 2 ámbitos: el cualitativo y el cuantitativo. El primero tiene que ver con el color, el tamaño, la belleza, la utilidad, la forma, el volumen, la altura, etc. El segundo, es una colección de algo, o bien involucra un orden estricto y consecutivo. Por ejemplo podrá acomodar sus muñecas de la menos a la más bonita.

Esta operación desemboca en las categoría de *cantidad e involucra los juicios universales, particulares y singulares*. Puede representarse así:

Cantidad

- Todos los muñecos con cuerpo femenino son muñecas.
- Alguna muñeca es bonita.
- Esta muñeca es bonita.

Como podemos ver en el esquema, la seriación cuantitativa queda subdividida en dos: la cardinal y la ordinal:

- La cardinal denota colección y se liga con la invariancia de número. Acomode como acomode las muñecas -2 y 1, 1; 1 y 1 siempre serán 3. Se concibe el valor total como permanente, independientemente de los cambios que se generen (Lawrence, et al. 1982).

- La ordinal denota lugar, espacio: primero, segundo, tercero etc.

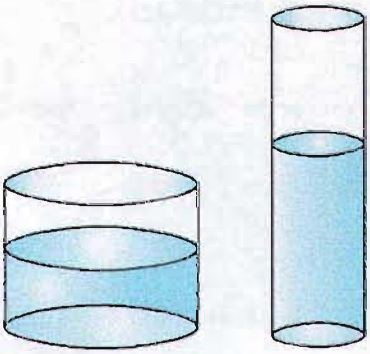
Reversibilidad

Se refiere al proceso contrario o complementario de una acción mental. A la "posibilidad de una vuelta rigurosa al punto de partida" (Piaget, 1984, p.73). Es una conexión entre las ideas y su justificación lógica.

Tiene su raíz en la *reciprocidad* asimilatoria. El niño adquiere una mutua asimilación de esquemas. Puede generalizar y diferenciar. Compensa la acción de un objeto con otro y sabe que el efecto de uno tendrá consecuencias en el otro.

Por ejemplo, en el vaso **a**, se sirve refresco y el nivel del liquido llega hasta donde muestra el dibujo. Después se trasvasa al **a** -mas estrecho y alto-, luego lo regresa al vaso original *-inversión de combinaciones-.*

El resultado de las dos condiciones juntas tiene como producto una equivalencia.
Se comprende que el nivel del agua en el vaso **a** es más bajo que en el **b**, porque éste es más estrecho que el primero y ambos niveles implican la misma capacidad de liquido -compensación-.



a **b**

Esta operación desemboca en las categorías de *relación* e involucra los *juicios categóricos, hipotéticos y disyuntivos.* Puede representarse así:

Relación

Todo nivel de líquido vaciado en un vaso largo y estrecho será más alto que el nivel en un vaso angosto y menos alto de igual capacidad.

Si se vacía el refresco del vaso **a** al **b** , entonces será la misma cantidad de líquido.

El nivel de líquido es más bajo en el vaso **a** o más alto en el **b**

Reversibilidad

Refresco del vaso **a** = *Refresco del vaso* **b**

Conservación

Es la comprensión de que *ciertos aspectos de una condición cambiante son invariables, a pesar de tales cambios* (Richmond, 1981).

Aquí se juntan las cuatro funciones asimilatorias. Inicia desde la *repetición*, la cual genera la permanecia de objetos que aparece en el período sensorio-motriz. Después la *generalización* y *diferenciación* se coordinan para dar como consecuencia la *reciprocidad*. Por lo tanto, la reversibilidad permite realizar diversas conservaciones como: cantidad, número, longitud, área y volumen.

Por ejemplo: Un niño sabe que recibirá $6 de cambio por una compra. Tiene conciente que independientemente de cuantas monedas reciba y la denominación de éstas, corresponderán a lo que él ya tiene considerado como vuelto.

Esta operación, desemboca en la categoría de *modalidad* e *involucra juicios: problemáticos, asertóricos y apodicticos*. Puede representarse así:

Modalidad

- Mi cambio puede ser una moneda de $5 y una de $1
- Mi cambio son probablemente 3 monedas de $2
- Mi cambio es necesariamente $6 pesos

Conservación

Integrando lo anterior: la adquisición del concepto de número es un proceso evolutivo, psicogenético y adaptativo.

Evolutivo porque se prepara desde las experiencias sensomotrices y cambia hasta concebirse como tal.

Psicogenético porque no se forma sólo e independiente. Inicia desde "funciones primitivas" que después se enlazan y cada una es antecedente y consecuente de otra.

Según Piaget & Inhelder (1969) el concepto de número se efectúa en estrecha ligazón con las inclusiones de clases y las seriaciones:

Las correspondencias cualificadas referidas a semejanzas de los elementos entre un modelo y su copia tiene por resultado hacer cada elemento individual equivalente a cada uno de los otros. Establecido esto, tales elementos son clasificables. Esto es, encuentra la analogía entre dichos objetos y la cual puede representarse así:

$$\underset{\text{oso}}{\mathbf{1}} = \underset{\text{oso}}{\mathbf{1}} = \underset{\text{oso}}{\mathbf{1}}$$

Procede de una correspondencia punto por punto -en tiempo y espacio- de dichas inclusiones para distinguir y no contar dos veces el mismo objeto. Esto puede representarse así:

$$\mathbf{1 < (1+1) < (1+1+1)}$$

1°,	**2°,**	**3°**
oso	oso	oso
chico	mediano	grande

Adaptativo, porque contribuye a la sobrevivencia del ser humano, a la función comunicativa y social de cada una de las operaciones que lo componen -sobre esto profundizaré en el capítulo siguiente-.

Así como el lenguaje forma parte del desarrollo óptimo de un niño, también éste *concepto numérico de caracter operacional* lo ayuda a integrarse al mundo exterior, a conocer las características de cada objeto y saber cómo maniobrarlo, a expresar sus necesidades, a establecer relaciones de juicio y con ellas tomar decisiones, a resolver problemas de tipo práctico -no precisamente de carácter formal o escolar-.

Me atrevo a decir que la adquisición del concepto de número va dirigido de lo operacional, a lo formal *-pero nunca deja de ser operacional-*. Conocer los garabatos, contar o descontar, no implica la idea de cantidad.

Cuando el niño es capaz de comprender que la cantidad permanece constante y es reversible, es entonces cuando adquiere el concepto de número.

Para dejar clara esta afirmación, tomo el siguiente ejemplo de Wood (2000):
Imaginemos que alternadamente nos dan una pelota roja y luego una verde para colocarlas en una bolsa. Nos dan muchas y olvidamos la cuenta de cuantas hemos recibido de cada una.

Perder la cuenta -o no contar en absoluto- no importa gran cosa, siempre y cuando sepamos:

1) Que por cada bola roja se dio una verde.

2) Que ninguna bola roja fué agregada o retirada de la bolsa.

Los niños pequeños que no pueden contar aceptarán que este compartir por igual -seriacion- aunado a ello al hecho de que nada se agrega ni se retira -conservación-, justifica la conclusión que los dos grupos son lo mismo -reversibilidad-.

PERÍODO DE OPERACIONES FORMALES

Según Piaget (1984), a este período corresponden una serie de cambios en el aspecto afectivo y social:

El adolescente se coloca como un igual ante sus mayores, pero se siente otro, diferente de éstos por la vida nueva que se agita en él. Entonces, quiere sobrepasarles y sorprenderles transformando el mundo. Se prepara a insertarse en la sociedad de los adultos; por medio de proyectos, de programas de vida, de sistemas a menudo teóricos, de planes de reformas políticas o sociales.

La maduración del instinto sexual trae consigo desequilibrios momentaneos, que confieren una coloración afectiva muy característica a este período.

6 - El estadio de las *operaciones intelectuales abstractas.*

Divido para su estudio la adquisición del número en 2 partes:

1) **La concepción numérica fundamental** estrictamente operacional y derivada por lo concreto. No ligada a garabatos y que se analizó en el apartado anterior. Es el origen al manejo numérico de signos universales y es la base en las concepciones aditivas, sustractivas, multiplicativas y de reparto.

2) **La concepción numérica de base 10** relacionada con un principio de conteo público, universal y necesario en nuestra cultura. Está regida por un sistema de conteo, que nos parece "natural" y automático, pero no es ni una, ni otra cosa, pues tiene sus raices en las matemáticas hindú - árabes.

Dentro de este sistema, la posición espacial se usa para representar valores relativos de números. Este sistema permite que generaciones de matemáticos desarrollen reglas o algoritmos, para manipular dichas representaciones en formas tales que entre otras cosas, modelan los resultados de contar, sumar, restar, etc.

Por otro lado, la traducción de expresiones matemáticas orales por ejemplo "ciento tres" en símbolos escritos no es directa. Los niños que están aprendiendo a escribir números pueden escribir 1003 dando por sentado que el símbolo de "cien" es "100". También dirán que el símbolo de "tres" es "3", entonces "ciento tres" se vuelve "1003". Al darse cuenta de que no es así -de que "1003" es "mil tres" y "103" es "ciento tres"- el niño reconoce que, a diferencia de los números hablados, la forma escrita es una posición espacial relativa en una disposición horizontal de símbolos escritos; es decir 1000 necesita 4 columnas en tanto que 100 necesita 3 (Wood, 2000).

Por si fuera poco, cuando decimos "ciento tres" no hay un signo explícito para el cero que nos obligue a usar la forma escrita "103" para destacar el hecho de que está vacia la columna de "dieces". De esta suerte, formas escritas y habladas difieren tanto en el modo en que manejan los ceros como en la manera en que expresan valores básicos.

Afirmo que la nueva concepción numérica se deriva de la *fundamental* y sin ella, no tiene significado, pues sólo a partir de ésta el signo funciona como símbolo, ejerce su poder adaptativo y se vuelve funcional para el ser humano.

Coincido con Piaget (1987), en que una acción efectuada sobre signos separados de lo real es la razón de que la lógica, al disociar ese estado final del conjunto de la evolución mental, se limita a axiomatizar las operaciones características, en lugar de restablecerlas en su contexto viviente.

Como se dijo; desde el período anterior el niño ya trabaja con *garabatos*, sólo que durante las operaciones formales, se desprende un pensamiento abstracto, hipotético, deductivo y sistemático.

a) ***Abstracto*** porque está libre del mundo de objetos directamente percibidos y de las acciones sobre éstos. "Ahora puede operar con dichos símbolos -signos- que son más públicos que privados" (Richmond,1981, p.71).

Los pensamientos pueden ya no estár ligados a la tarea en cuestión, y sus acciones mentales ya no están dominadas por la realidad que tiene delante (Richmond, 1981).

b) ***Hipotético deductivo*** porque "Razona sobre simples suposiciones sin relación necesaria con la realidad o con las creencias del sujeto" (Piaget, 1987, p.159).

"Establece hipótesis y por tanto deduce las conclusiones de éstas" (Piaget, 1984, p.97).

c) ***Sistemático*** por no sólo separar las variantes, sino además descubrir los medios en virtud de los cuales cada una puede ser examinada por separado.

Al producirse esta situación, el niño intenta volver a poner en orden su información con el fin de simplificarla. Descubre que lo puede conseguir manteniendo constantes ciertas variantes mientras experimenta con las demás. Neutraliza el efecto de todos los factores, excepto aquel que desea estudiar.

Tiene ahora un poderoso mecanismo para resolver problemas: Adquiere capacidad de investigación en su medio, utiliza la hipótesis, el experimento y la deducción. Puede razonar desde lo particular a lo general y a la inversa. Puede hacer declaraciones con forma proporcional.

3.3 Adquisición de la adición, sustracción, multiplicación y reparto

Otro de los aspectos importantes a revisar es cómo se adquiere la adición, la sustracción, la multiplicación y el reparto.

No me refiero al proceso de conteo, o de descuento al resolver un algoritmo, tampoco a la serie de pasos a seguir en éste; sino a la identificación operacional que una situación implica.

A continuación se presenta un análisis breve. Se retoman elementos anteriores para dar una sencilla explicación a dichas adquisiciones conceptuales. Revisemos algunos casos para entenderlo mejor:

Se plantearon problemas a diferentes niños y estos son los resultados: (Ávila, 1994, pp.55-65).

En el recreo se vendieron 410 tacos y quedan 200, ¿cuántos tacos había al iniciar la venta?

Laura no resolvió el problema y ella da sus motivos:

- "Es que en éste me confundí, porque sentía que era de resta, todo me decía que era de resta, pero también veía que era de suma y no sabía porque..."
Laura, 11 años, sexto grado.

Amelia hizo el siguiente procedimiento:

$$\begin{array}{r} 410 \\ -\ 200 \\ \hline 210 \end{array}$$

R= 210 TACOS

Amelia, 13 años, primero de secundaria

Ambas niñas no lograron resolver el conflicto entre su idea inicial de la resta *-vendieron y habían-* y la estructura del problema con la incógnita en la cantidad inicial. Santiago en cambio, invirtió el planteamiento de la siguiente forma:

-"Si se busca la cantidad inicial, entonces el resultado tiene que ser mayor que lo que queda y lo que se vendió... aunque el problema diga se vendieron y quedan... entonces ¡pues hay que sumar lo que en el problema aparece como resta!
Santiago, 12 años, primero de secundaria.

Comunmente los problemas aditivos se relacionan planteados desde una cantidad primera a la que se le anexa otra. Este problema tiene cierto grado de dificultad, pues no se trata de ésto,sino de encontrar la cantidad inicial.

La verdadera adición no se alcanza con el contar, sino con la comprensión del signigicado de un total: cuando el niño a una colección de objetos le agrega otra cantidad y descubre que la totalidad aumenta, sabrá por seriación que el resultado será mayor a las cantidades implícitas.

Entre los problemas de ***sustracción*** se incluyó éste: En la cooperativa escolar había \$19518 antes del recreo, ahora hay \$87625. ¿Cuánto se vendió en el recreo?

David resolvió el problema así:

$$\begin{array}{r} 19518 \\ +\ 87625 \\ \hline 107143 \end{array}$$

R= Se vendió \$ 107143

David, 12 años, sexto grado.

Perla lo resolvió de la misma forma, y refirió que el problema es de suma "porque la pregunta dice cuánto se vendió en el recreo".
Perla, 12 años, sexto grado.

La solución que dio Montserrat fue la siguiente:

$$\begin{array}{r} 87625 \\ -\ 19518 \\ \hline 68107 \end{array}$$

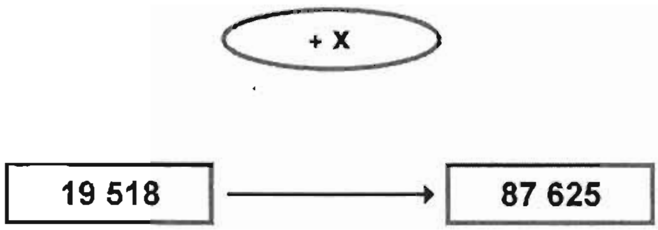
R= vendieron \$68107

Monserrat, primero de secundaria.

Cuando le preguntaron porqué había restado, ella contestó: "Es que había antes \$19518, eso nadie lo ganó, eso ya estaba, ¿no?, luego se dice que ahora hay \$87625, entonces, para saber la diferencia entre 87000 y 19000 se necesita una resta.

Alejandro realizó el mismo procedimiento, obtuvo igual solución y refirió: "En este problema lo que hago es una resta... para saber cuál es la diferencia". Alejandro, 12 años, primero de secundaria.

La idea que estos niños se hicieron del problema, la podemos representar así:



Ellos se imaginaron el problema como una "adición con hueco" y luego convirtieron esta adición en sustracción. En cambio, los niños que no llegaron a la buena respuesta concibieron que tenían dos cantidades y que había que sumarlas para buscar un total.

Por tanto, el significado de la resta no sólo implica quitar un valor o disminuir una cantidad; también encontrar una diferencia, variación o desigualdad entre dos cantidades.

La suma y la resta son mutuamente reversibles, son inversas y complementarias. Cuando el niño logra convertir un planteamiento aparentemente aditivo a sustractivo o viceversa, cuando reflexiona sobre la variación verbal, gramatical, secuencial en el planteamiento del problema y cómo afecta el resultado, adquiere los conceptos de adición y sustracción.

El niño crece en un mundo lleno de ejemplos de relaciones de uno -a- muchos: Todos los perros tienen 4 patas (1:4), algunos automóviles tienen 2 puertas (1:2), los triciclos 3 ruedas (1:3), etc.

Estas relaciones, lo llevan poco a poco a **operaciones multiplicativas** que van en aumento; pero no por ello significan lo mismo que una suma.

Veamos los procedimientos de los niños a la solución del siguiente problema:

La mamá de Saúl hace piñatas. Si quiere hacer 4 perritos, ¿cuántas patas ocupará?

Martha resolvió el problema así:
Martha 10 años quinto grado.

1+1+1+1+4+4+4+4 = 20 patas.

Luis en cambio:
Luis 10 años quinto grado.

  4 perro
  4 perro
+ 4 perro
  4 perro
———————
16 patas

Ambos lo resolvieron mediante una suma repetida, pero Martha sumó los perros junto con las patas indistintamente. Luis si estableció equivalencia, pues sólo sumó las patas y conservó la *correspondencia* entre los 2 conjuntos: 4 patas para cada perro.

La multiplicación expresa una relación invariante entre 2 grupos normativamente hablando. Es la réplica de un conjunto en la que los números cambian pero la relación entre ellos no, así pues, para un perro corresponden 4, para 2 perros 8 patas, para 3, 12 etc. Como se puede ver, el número total de patas va cambiando, pero el aumento sigue de 4 en 4 (Wood, 2000).

De acuerdo con Laurence, et al. (1982) la división o el ***reparto*** está en estrecha relación con la multiplicación. Ambos son relaciones de correspondencia y de equivalencia.

Sin embargo el reparto implica el manejo de 3 elementos entre sí: el grupo inicial a repartir, el número de divisiones y el tamaño de la cuota para cada subconjunto.

Por ejemplo, 20 dulces se comparten primeramente por 2 niños, luego el conjunto es compartido entre 4 y luego entre 5 niños. Obviamente el número de dulces que recibe cada uno, varía conforme aumenta el número de participantes; la cuota recibida por 2 niños es mayor que la recibida por 4 niños.

Para entender el reparto se necesita saber que un objeto del mismo tamaño compartido por igual entre el mismo número de personas, lleva a cuotas iguales y que conforme el número de participantes aumenta, el tamaño de la porción se reduce.

CAPITULO 4

Constructivismo en la práctica educativa matemática

4.1 Teoría del aprendizaje social

Las matemáticas son un lenguaje que engloba conceptos de la experiencia y del conocimiento. El lenguaje es producto de la cultura. Ésta; es exclusiva del desarrollo del hombre. Y... ¿quién es el hombre?.

No se puede ignorar esta pregunta cuando se quiere hablar de habilidades cognoscitivas y de constructivismo en la práctica educativa.

El ser humano es resultado de un *proceso biológico* evolutivo de las especies animales que condujo a su aparición y consecuencia del desarrollo *socio histórico*, gracias al cual el hombre primitivo se convirtió en un ser culturizado.

Ernesto ALVA CASTILLO.
El origen del hombre americano.
"Historia de México para niños".
p.10-11.

El desarollo sociohistórico es estudiado a fondo por Lev Seminovich Vigotski, filósofo y psicólogo Ruso de familia judia de clase media. Nació en Rusia, en 1898. Creció en un ambiente rico en ideas y propio para el debate. A los 28 años, asistió al segundo Congreso de Ciencias Neurológicas de Rusia y aclaró que ninguna de las escuelas existentes tenía las bases para una teoría unificada de los procesos psicológicos humanos. Declaraba su insatisfacción por el asociacionismo que reducía los procesos superiores como suma de elementos aislados, inmutables, producto de la actividad de un psiquismo autónomo y abstraído del medio (Klingler & Vadillo, 2001).

Se opuso a una concepción biológica esencial de la psicología, criticando principalmente el conductismo. Dicha postura creía que el desarrollo infantil era un proceso único, sencillo y que los procesos psíquicos eran idénticos en el hombre primitivo y en el hombre actual (Vygotski, 1995).

Ante tal desacuerdo, diferenció el caracter *biológico* del *cultural*:

El primero se refiere a un aparato orgánico natural que tiene vida. Es inconsciente y actua por hábitos y reflejos a través de los sentidos. Constituye el punto de partida de *estructuras primitivas* y es innato (García, 2000).

El cultural es un constructo que le pertenece al hombre exclusivamente. Se refiere a relaciones sociales que se entrelazan con el conocimiento humano, con la modificación de su naturaleza y con aspectos comunicativos. Son moldeadas a lo largo de generaciones y sus formas específicas varían de una cultura a otra (García, 2000).

Es la transformación de sus inclinaciones naturales y funcionales. Por ejemplo, el hombre no conforme con ingerir alimentos; los procesa, les da forma, sabor, color. Se sienta a una mesa provista con cubiertos, vajilla y flores. Obedece a una serie de reglas de urbanidad para comer, etc.

La cultura es la creación de necesidades que no tienen que ver con la sobrevivencia sino con la plusvalía: el uso de un perfume, los cosméticos, la Coca cola, las marcas de ropa, el cigarro, un buen vino, un restaurante lujoso, etc. Es toda expresión artística y tiene que ver con las creencias, tradiciones, costumbres y rituales.

"En la medida en que el desarrollo orgánico se produce en un medio cultural, pasa a ser un proceso biológico históricamente condicionado. Al mismo tiempo, el desarrollo cultural adquiere un carácter muy peculiar que no puede compararse con ningún otro tipo de desarrollo, ya que se produce simultánea y conjuntamente con el proceso de maduración orgánica" (Vygotski, 1995, p.36).

La visión del mundo de este gran estudioso se inspira en el Materialismo dialéctico y apartir de esta base filosófica, concibe las *funciones psicológicas superiores*.

4.2 Funciones psicológicas superiores

Ernesto ALVA CASTILLO.
La llegada de los primeros pobladores.
"Historia de México para niños". p.13.

Provienen del desarrollo cultural. Se sustentan de sistemas neuropsíquicos producto de la evolución cerebral del hombre. Inician en las relaciones sociales que proveen del conocimiento humano. Parecieran ser espontaneas y naturales, sin embargo no permanecen sin cambios. Son públicas e interpsíquicas al inicio. Posteriormente se interiorizan y conllevan a una conducta individual, reflexiva, consciente e intrapsíquica que es impulsada y modelada por la influencia de los factores culturales con los cuales el niño se enfrenta (García, 2000, p.38).

Son medios de comunicación colectivos al principio, y terminan siendo un lenguaje interno como medio del pensamiento. Son "relaciones interiorizadas de orden social" (Vygotski, 1995, p.151).

Son "superiores, en cuanto representan una forma de conducta genéticamente más compleja y superior" (Vygotski, 1995, p.121).

Las funciones psicológicas superiores de las que principalmente habla son: el lenguaje, el uso de herramientas y la formación de conceptos, que se combinan con la percepción, atención, memoria y la imaginación.

- Lenguaje y uso de herramientas

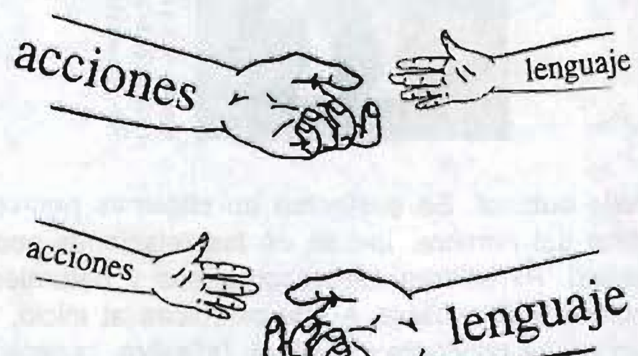
Su teoría es un reflejo de su vida personal, pues no solo hablaba de la importancia del lenguaje sino que en sus tiempos universitarios tuvo gran interes por la filología y además; manejaba gran cantidad de idiomas: alemán, ruso, hebreo, frances, inglés, latín y griego (Klingler & Vadillo, 2001).

Para Vygotski (1988) la vida del hombre no sería posible si éste se valiera sólo del cerebro y las manos. La vida material del hombre, los instrumentos, y su actividad psicológica están "mediatizados" por eslabones producto de la vida social, de los cuales; el más importante es el *lenguaje*.

El lenguaje es" la función central de las relaciones sociales y de la conducta cultural de la personalidad" (Vygotski, 1995, p.148). "Desempeña un papel esencial en la organización de las funciones psicológicas superiores" (Vygotski, 1988, p.45).

Según Vygotski el lenguaje se desarrolla en **fases** e involucra el uso de signos, tales como la numeración o la mnemotecnia:

En las primeras fases, el lenguaje sigue a las acciones, está provocado y dominado por la actividad. Sin embargo, en los estadios superiores, surge una nueva relación entre la palabra y la acción (Vygotski, 1988).



- *Primitiva*. Corresponde al lenguaje preintelectual y al pensamiento preverbal.

- *De la psicología simple*. El niño experimenta con las propiedades psicológicas de su cuerpo. Utiliza las formas del lenguaje correctas antes de poder entender la lógica subyacente. Opera con las claúsulas antes de entender las relaciones causales, condicionales o temporales. Domina antes la sintaxis del lenguaje que la del pensamiento (Klingler & Vadillo, 2001).

- *De signos externos*. Utiliza signos externos, es decir, operaciones que son utilizadas como ayuda en la solución de problemas internos. Es la fase cuando el niño cuenta con los dedos, recurre a ayudas mnemónicas, etc. Corresponde a la etapa egocéntrica.

- *De crecimiento interno*. La operación externa se convierte en interna y sufre un cambio profundo en su proceso. El niño empieza a operar con representaciones mentales y signos interiorizados. En el desarrollo del habla, ésta es la etapa del lenguaje interiorizado, sin sonido. Se percibe una interacción constante entre las operaciones externas y las internas (Klingler & Vadillo, 2001).

Ahora el lenguaje guía, determina y domina el curso de la acción; su función planificadora aparece junto con la ya existente función de reflejar el mundo externo. Los niños adquieren independencia respecto a su entorno concreto; dejan de actuar en el espacio inmediato y evidente. "Utilizan de modo efectivo la función planif cadora de su lenguaje y por tanto, la visión del futuro pasa a ser parte integrante de sus aproximaciones a su entorno" (Vygotski, 1988, p.53).

En este momento pueden proveerse de instrumentos auxiliares para la resolución de tareas difíciles. La creación de estas formas de conducta produce más adelante el intelecto, convirtiéndose después, en la base del trabajo productivo: la forma específicamente humana de utilizar herramientas (Vygotski, 1988).

Según Vygotski (1988), en el curso de la historia del hombre la actividad manufacturera productora de herramientas, conllevó una reestructuración del sistema de comportamiento. De la actividad orientada a la satisfacción de una necesidad se destacó un acto especial, que alcanzó sentido cuando el resultado de dicho acto se utilizó para matar a una presa y satisfacer así la necesidad de alimentación. El hombre se desarrolló en sociedad para satisfacer sus necesidades naturales. A partir de ello, aprendió a manipular su medio y construirlo en su estructura mental.

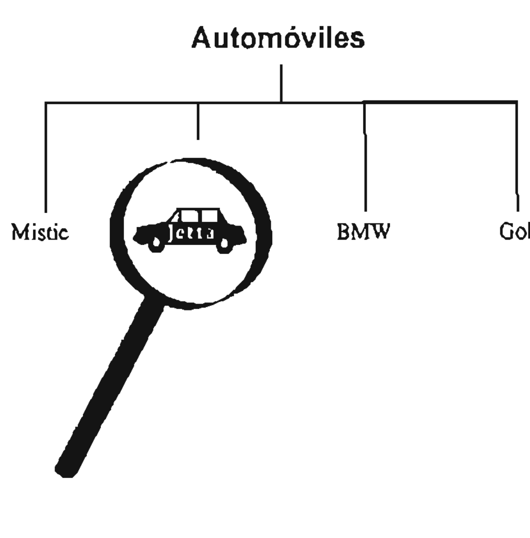
De lo anterior, Vygotski sostiene que el efecto del uso de herramientas en los seres humanos es fundamental, no sólo porque los ayuda a relacionarse productivamente con su ambiente externo, sino también porque afecta intensamente las relaciones internas y funcionales del cerebro humano (Vygotski, 1988).

- La formación de conceptos

Klingler & Vadillo (2001) interpretando a Vygotski, entienden que la formación de conceptos no se basa en conexiones asociativas, es creativa y no un proceso mecánico y pasivo. Un concepto surge en el curso de una operación dirigida a la solución de un problema. La presencia de las condiciones externas que favorecen una vinculación de una palabra con un objeto, no es suficiente para producirlo.

De acuerdo con Vygotski (1988), el lenguaje tiene gran influencia en cada función psicológica para la formación de conceptos. A continuación se analizan los siguientes esquemas:

En el mundo existen gran número de objetos con formas, matices y cualidades diferentes, sin embargo el número de las palabras para designarlos es muy reducido. Por ejemplo, existen gran variedad de automóviles que no solo se distinguen por sus tamaños o formas, sino por características aún más específicas: Mistic, Jetta, BMW, Golf, etc. Esto motiva que al nombrar uno de ellos, destaqueamos los rasgos esenciales y generalizamos los que pertenecen al mismo modelo, esto es; los integramos a una categoría.



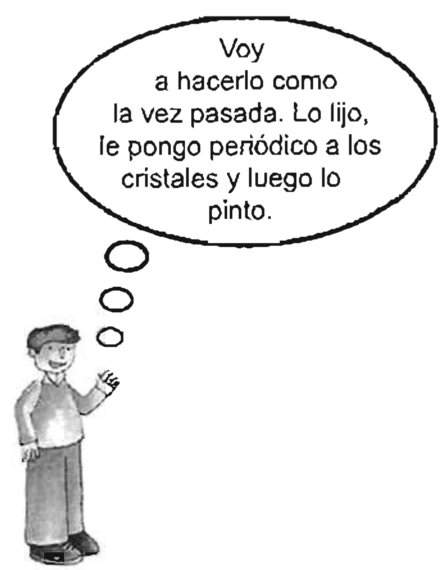
Por tanto, la *percepción* humana se hace más honda, generalizada, permanente y vinculada con el desgaje de los indicios esenciales de la cosa (Vygotski, 1988).

El dominio del lenguaje cambia los procesos de *atención* humana, porque proporciona planeación de la actividad, entonces la atención deviene gobernable y voluntaria (Vygotski, 1988).

Por ejemplo, un sujeto que desee pintar su auto, tendrá que poner atención en las herramientas necesarias a utilizar.

La planeación cambia los procesos de la *memoria*, porque lo lleva a la consciencia de sus actos, en la que el hombre tiene la finalidad de recordar, organiza los datos memorables y se hace capaz no solo de ampliar el volumen de información retenida, sino también de retornar al pasado voluntariamente y elegir del mismo; lo que en la etapa dada le parece más esencial (Vygotski, 1988).

Para poder pintar su auto, el sujeto recuerda cómo lo hizo anteriormente en otras ocasiones.



El lenguaje asegura el nacimiento de la *imaginación*. Como el sujeto puede planear, es capaz de desligarse de la experiencia directa y entonces, crear una actividad mental, útil a la creatividad, orientada y gobernable (Vygotski, 1988).

En este momento toman cuerpo las complejas formas de pensamiento abstracto y generalizado, cuya aparición constituye una de las mas trascendentes adquisiciones de la humanidad y asegura el tránsito de lo sensorial a lo racional (Vygotski, 1988).

La evolución de los procesos para la formación de un concepto comienza en la primera infancia; pero las funciones intelectuales específicas que forman la base psicológica del proceso, maduran, toman forma y se desarrollan solamente en la pubertad (Klingler & Vadillo, 2001).

Antes de esta edad se encuentran determinadas formaciones intelectuales que cumplen funciones similares a las de los verdaderos conceptos: los *pseudoconceptos*. El niño reune todos los objetos similares, de características comunes y que parecen formar una categoría. Sin embargo, se guía por rasgos concretos, visibles y asociativos.

Según Vygotski los niños tienden a juntar una colección de objetos en cúmulos desorganizados, o en un montón. A esta etapa se le llama *sincretismo*. Después los organizan según su campo visual, por *ensayo y error*. Mas tarde agrupan los objetos pero en una forma más fina.

Otra manera de organizar colecciones, es aquella en la que clasifica según algún rasgo, o en cadenas que empieza, pero no concluye porque le llama la atención otro atributo, y sigue con ese nuevo criterio; por ejemplo, empieza por la forma y después ve la misma forma en otro color y sigue agrupando por color (Klingler & Vadillo, 2001).

Por medio del intercambio verbal con los adultos, los pseudoconceptos se transforman en conceptos. La formación de conceptos es una función del crecimiento social y cultural íntegro del adolescente que afecta no sólo los contenidos sino también el método de su pensamiento. El nuevo uso significativo de la palabra, su utilización como un medio para la formación del conceptos, es la causa psicológica inmediata del cambio radical que se produce en el proceso intelectual al llegar al umbral de la adolescencia (Vygotski, 1988).

- **El aprendizaje y la zona de desarrollo próximo**

Lo más valioso de la propuesta de Vygotski, es que no centra la adquisición de conocimiento ni en el sujeto, ni en el objeto; sino en su interacción.

Según él, el aprendizaje posibilita el despertar de procesos evolutivos internos que no tienen lugar si el sujeto no está en contacto del ambiente cultural. "El hombre nace con herramientas para percibir; sin embargo, las funciones psicológicas superiores dependen de procesos de aprendizaje e incluyen relaciones de cooperación entre individuos" (Vygotski, 1988, p.139).

Los niños construyen paso a paso su conocimiento del mundo, crean sus propias representaciones acerca de la nueva información y al hacerlo no son seres pasivos, por el contrario, analizan y revisan ideas. "Coconstruyen" el conocimiento sociocultural (García, 2000).

"Lo que un niño es capaz de hacer hoy con ayuda de alguien, mañana podrá hacerlo por sí solo" (Vygotski, 1988, p.54). Esta afirmación es la que lleva a Vygotski a plantear 2 niveles evolutivos del aprendizaje:

- *El evolutivo real*. Definido como "la capacidad de resolver independientemente un problema, sin ayuda de otros sujetos". Es el "nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño, establecido como resultado de ciertos ciclos evolutivos, llevados a cabo" (Vygotski, 1988, p.132).

- *El potencial*. "Determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz" (Vygotski, 1988, p.133).

La distancia entre estos 2 niveles es lo que se conoce como *Zona de Desarrollo Próximo*. "Sirve para considerar los ciclos y procesos de maduración que se han completado, y aquellos en estado de formación permitiendo así, trazar el futuro inmediato del niño" (Vygotski, 1988, p.134).

Después de la Revolución Comunista, en 1920 Vygotski y Alfred Luria trabajaron juntos. Fueron los encargados de diseñar los métodos adecuados para que la gente pudiera aprender a leer. Como resultado de este trabajo encontraron cuatro estadios de desarrollo cognitivo, que fueron equiparados a los propuestos por Piaget (Sprinthal, Sprinthal & Oja,1999).

La experiencia acumulada durante años de trabajo le condujo a enunciar una **serie de principios**:

1.- Para que la enseñanza sea efectiva se debe tener en cuenta el nivel de desarrollo de los alumnos.

2.- El niño debe tener un papel activo en el aprendizaje y no ser un mero receptor de información.

3.- "La educación es un proceso interactivo, en el que deben participar padres, profesores e iguales" (Sprinthall, et al. 1999, p.91).

- Reflexión comparativa en torno a Piaget y Vygotski

Piaget y Vygotski dieron grandes aportaciones a la psicología.

Ambos no cuestionaron qué es el conocimiento en sí, sino cómo se adquiere.

Recordemos que el primero de ellos, tiene gran influencia por Kant y al verse implicado en la estandarización de pruebas psicométricas, se inquieta por el estudio de la generación de procesos que llevan al aprendizaje, en lugar de clasificar simplemente respuestas correctas o incorrectas. Lleva a la práctica el estudio de los juicios a priori y obtiene así, resultados sobre el desarrollo cognoscitivo.

El segundo se ve influido por Marx y Engels. Sus estudios se enfocan al desarrollo socio cultural del hombre.

Estos teóricos, perciben los sistemas lógicos o formas superiores de pensamiento en direcciones contrarias:

En Piaget, derivan de *abstracciones reflexionantes* sobre los aspectos más formales de los esquemas de acción "de adentro a fuera" (Alzamora, 1996, p.28).

Para Vygotski la orientación del desarrollo cognitivo es producida por el proceso de *internalización de la interacción social* con los materiales suministrados por la cultura. Los individuos llegan a interpretar sus propias acciones: el proceso va de afuera para adentro, no como una transmisión, sino como una elaboración interna (Alzamora, 1996).

Contrario a lo que se piensa, Piaget si reconoce la importancia del factor social, pues admite que la sociedad transforma al individuo en su estructura misma, le obliga a reconocer hechos y le da sistemas ya construidos de signos que modifican su pensamiento, valores intelectuales y normas colectivas de carácter lógico (Piaget, 1987).

Para él, el desarrollo se orienta a la socialización. Afirma que "Toda conducta humana es a la vez social e individual" (Piaget, 1984, p.65). Define y describe cada una de las etapas de desarrollo, para explicar los procesos y la filiación que estos tienen en el aprendizaje.

Para Vygotski (1995), el desarrollo, se orienta a convertir las relaciones sociales en funciones psíquicas. Insiste que lo importante es cómo interactuan en cada individuo el conjunto de las diferentes fuerzas del desarrollo. En este sentido, el sujeto de análisis es un sujeto con historia y por tanto, la generalización de fases no tiene sentido. Su explicación de la adquisición del conocimiento, se torna mas global que específica.

Para ambos, el desarrollo del pensamiento está determinado por el **lenguaje**; es decir, por las herramientas linguísticas del pensamiento. Coinciden en que el desarrollo de la lógica infantil, es una función directa del lenguaje socializado, sin embargo uno de ellos define más la experiencia sociocultural del niño y su función en el medio social y el otro, se guia hacia la forma de adquirirlo.

A pesar de sus diferencias, el punto crucial no es quien de ellos tiene la razón, o insistir que dirección lleva el aprendizaje en sí: de lo interno a lo externo, o de lo externo a lo interno. Nos perderíamos en un círculo vicioso innecesario.

Lo importante de ambas teorías, es lo que pueden aportar para el estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Considero que ambos son dignos de estudiarse y que dan un giro total en la forma de concebir el lugar que juega el sujeto en el aprendizaje.

Por lo anterior, a continuación presento sus puntos de acuerdo:

- *conciben el aprendizaje evolutivamente*. Hablan de estructuras elementales no preformadas que se generan por experiencias continuas con el medio exterior o con el entorno social y le dan un carácter adaptativo.

- *afirman que el desarrollo del pensamiento está determinado por el* ***lenguaje***. Éste reconstituye la acción pasada. Origina la formación de conceptos primitivos -llámense preconceptos o pseudoconceptos- que se tornan como definiciones inconclusas y dispersas por la atención a factores no jerárquicos o categóricos en sentido estricto.

- *reconocen el papel interno y reflexivo que tiene el sujeto en el conocimiento*. Proceso intelectual que no se da en automático, pues implica una serie de operaciones: clasificaciones, agrupaciones, generalizaciones, etc.

- *incluyen la importancia de los objetos concretos en el aprendizaje*. Llámense actividad simbólica o uso de herramientas ambas sirven para pensar, adquirir y reconstruir los elementos constitutivos de la continua acción de unas generaciones sobre otras, así como los conocimientos de tipo formal y normativo.

- *hablan de relación entre individuos y de la importancia de la cooperación entre ellos para acceder a la lógica.*

Mientras Piaget focalizó su interés en la génesis, sistematicidad operatoria y explicación cognoscitiva de la lógica de los conceptos, recordemos que Vygotski lo hizo sobre el contexto de su adquisición escolar. Por tanto, no se necesita confrontarlos, sino retomar los aciertos de cada uno y formar una idea que visualice el aprendizaje y la enseñanza como un proceso propio y al mismo tiempo sociocultural. Basándome en ellos, y en otras aportaciones anteriores, presento un análisis de lo que ésto significa en nuestra comunidad educativa.

4.3 Constructivismo en la práctica educativa

La enseñanza matemática en nuestro país ha sido mayoritariamente receptiva, mecánica y de poco alcance. Ante las necesidades sociales y económicas de nuestro país, se necesita revalorar la forma de enseñanza. A mi juicio, no basta con alfabetizar, enseñar a hacer cuentas o transmitir un conjunto de contenidos ya resueltos.

La educación implica una formación integral del sujeto, una preparación para la vida y un impulso como semilla, para la concientización histórica de nuestro país.

No sólo los docentes, sino toda la comunidad educativa, tiene que reconocer al sujeto y a la sociedad, como parte del conocimiento.

Necesitamos un sistema *democrático* que no discrimine niños aplicados y no aplicados, que no etiquete el desarrollo, sino tome elementos base, útiles para estimularlo y encausarlo. Reconocer la diversidad entre los alumnos y aceptarla, dándo las mismas oportunidades a todos.

Hace falta *asertividad* en las aulas, no descalificando; sino calificando **errores** como oportunidades, para aprender y analizar los procesos que llevan a ciertos resultados.

Para cambiar el rumbo de la educación, es necesario tener una conciencia plástica y modelable. Visualizarse como una especie de escultor que traza formas y las define desde diferentes ángulos y posturas. Reflexionar sobre el factor humano -cognitivo y social- que conlleva el aprendizaje y examinar también la emergencia de elementos normativos llamados comunmente matemáticas. Esto es, precísamente; el inicio del constructivismo como práctica educativa.

En este enfoque, el sujeto es quien "fabrica" sus conocimientos utilizando estructuras previas, interactuando en un medio sociocultural para interpretar signos universales que se traducen como símbolos, una vez que se asimilan y contribuyen a su adaptación.

De acuerdo con Coll (1990), los conocimientos no se transmiten de forma acabada. El educando modifica, diversifica y coordina sus esquemas estableciendo redes de significado que enriquecen su conocimiento del mundo físico y social. Es un ser activo que interpreta, especula, corrobora o refuta planteamientos.

Se pretende que el alumno construya un **aprendizaje significativo**: no arbitrario, sino sustancial, relacionado con la existencia contextual, como sujeto u objeto de acción. Descubriendo así, la relación mutua entre medios y fines (Ausubel, Novak & Hanesian, 1982).

El constructivismo, trabaja con la significatividad que es la característica que posee una acción dentro del proceso enseñanza - aprendizaje capaz de mover tanto intelectual como emocionalmente al niño, llevarlo a interesarse por el aprendizaje de un concepto nuevo porque puede relacionarlo con conocimientos previos y puede hacer uso del él, le ayuda y por eso lo aprehende y lo hace propio (Franco, 2003).

Para el constructivismo la escuela hace accesible a sus alumnos aspectos de la cultura fundamentales para su desarrollo personal, social y cognitivo. La enseñanza es un proceso compartido, en el que el alumno, gracias a la ayuda que recibe de su **profesor**, se muestra progresivamente competente y autónomo en la resolución de tareas, en el empleo de conceptos y en la puesta en práctica de determinadas habilidades (Coll, 1998).

4.4 Definición y características de la didáctica constructivista matemática

Para encaminar correctamente la enseñanza, es necesario; pero no suficiente, conocer la situación educativa de un país, establecer cual es el objetivo por alcanzar, así como la calidad de estudiantes que se quieren formar.

Implica aún más: definir lineamientos fundamentados en el desarrollo humano, pues a mi criterio, estos son precísamente, la razón justa de una didáctica determinada.

Por lo anterior, me permito reflexionar sobre el concepto de didáctica constructivista y establezco sus lineamientos considerando complementarias las teorías de Piaget y Vygotski sobre el desarrollo humano.

La didáctica constructivista es el conjunto de acciones que prepara el docente clara y explícitamente. Se dirige al alcance de metas específicas, partiendo de las necesidades del grupo encontradas en un diagnóstico inicial y en base al desarrollo humano. Impulsa la autonomía y cooperatividad del educando para lograr aprendizajes significativos.

No pretende cubrir un temario, sino desarrollar habilidades en los alumnos, que les permitan desenvolverse en la vida cotidiana y en su entorno social. Resolver problemas alcanzables con cierta dificultad reflexiva.

Esta didáctica no es un método o una serie de pasos a seguir. Contempla 2 ejes fundamentales: ***el social y el cognoscitivo*** los cuales no son individuales pues están entremezclados el uno con el otro.

Las carácterísticas que a mi criterio considera una *didáctica constructivista* son:

a) **comunicativa**

"El lenguaje es *un factor que contribuye al desarrollo y combinación de las acciones mentales* en sistemas operacionales" (Richmond, 1981, p.140).

Se debe emplear concientemente la *mediación social*, dar educativamente importancia no sólo al contenido y a los signos universales sino también a la *comunicación* entre los sujetos. Permitir al alumno *intercambiar inquietudes, ideas o hipótesis* con otros, para construir su propio conocimiento y conceptualización.

De acuerdo con Bixio (2002) en el aprendizaje grupal entran en juego la información y la emoción -rechazo, atracción y afectividad-.

De esto se desprende que es importante rescatar las *relaciones* de los alumnos en el aula para la *resolución de las tareas* de aprendizaje, modificar la idea de que dichas relaciones, perturban y entorpecen el desarrollo de la clase y que, por lo tanto, deben restringirse y eliminarse.

Para Serrano y Troche (2001), es necesario que el alumno se interese en el tema y sienta gusto por aprender, esto es; que tenga disposición para el aprendizaje.

Por tanto, deben promoverse relaciones interpersonales dentro de un *clima de confianza* basado en la libertad y respeto mutuo, procurando conceder un amplio margen de iniciativa a los alumnos, que los prepare gradualmente para la tarea que se intenta alcanzar (Perales, 2000).

Invitarlos a participar espontáneamente en las preguntas del profesor, pasar al pizarrón y exponer sus conocimientos sin temor a ser ridiculizados, colaborar en trabajos de grupo respetando las opiniones de los demás; concediendo más importancia a la cooperación que a la competencia, desarrollar su iniciativa o creatividad en la planificación de una tarea.

El docente no debe considerarse instructor, sino guía activo entre los alumnos cuyos cuestionamientos mas que calificativos -o descalificativos- deberán ser cualitativos, encaminados según la Zona de Desarrollo Próximo y con la finalidad de ayudar a conceptualizar y a dar oportunidad al alumno para reflexionar acerca de las procesos que pone en juego en el momento de resolver una situación (Bixio, 2002).

b) **funcional o significativa**

"El aprendizaje significativo se nutre de la actividad social y la experiencia compartida" (Bixio, 2002, p.25).

Por lo anterior, se trata de *contextuar los contenidos* del aprendizaje en la vida cotidiana, de manera que el alumno les encuentre utilidad en su entorno social y alcance aprendizajes cada vez más autónomos.

Se deben realizar actividades cercanas a las representaciones de los sujetos, reflejando la variabilidad que acontece en el mundo real. Ampliar el campo de significado de los problemas y aproximarlos al ámbito cotidiano, evitando el exceso académico que normalmente impera en el aula (Perales, 2000)

Sprinthall, et al. (1999), entienden que el maestro no debe y no puede hacer el trabajo por el alumno. Si quiere promover aprendizajes significativos, tiene que presentar problemas o cuestionamientos para que el estudiante los resuelva y reflexione sobre el proceso que ha seguido.

Para el logro de ello, trabajará en la *Zona de Desarrollo Próximo* de los alumnos, para incidir sobre la actividad cognoscitiva del alumno, promoviéndola y orientándola.

El segundo de ellos indica que la enseñanza debe:

c) **apoyarse en situaciones u objetos** concretos

Sabemos que Piaget considera las situaciones concretas como punto de acceso a la operatividad, reversibilidad y por tanto a la lógica.

Para Bixio (2002) en cada uno de los estadios del desarrollo aparecen estrategias cognitivas progresivamente más complejas y dependen de las interacciones congnitivas que el sujeto realiza con los objetos de conocimiento.

No obstante, dichos objetos tienen una mediación social, juegan un papel representativo y por tanto al maniobrar con ellos, conllevan una interacción social comunicativa.

El **lenguaje** y el empleo de instrumentos estan intimamente ligados en una operación. "Para el niño el hablar es tan importante como el actuar para lograr una meta" (Vygotski, 1988, p.49).

La mayor eficacia del lenguaje se produce cuando va unido a la acción con el medio físico (Richmond, 1981).

Con esto, afirmo que el uso de objetos concretos sin acompañamiento del lenguaje, puede no tener sentido y por tanto; no llevar a un aprendizaje significativo -entendiendo el lenguaje, no exclusivamente oral, sino contextual-.

El docente debe buscar actividades y materiales concretos que faciliten el descubrimiento de procedimientos personales a la solución de problemas, cuidando desde luego; que ésto no se convierta como fin en sí mismo.

El aprendizaje en cualquier edad necesita del contacto con la realidad concreta. El sujeto tienen que ser activo, transformar las cosas y encontrar en los objetos la estructura de sus propias acciones (Richmond, 1981).

d) **accesible cognitivamente**

Cuando el individuo actúa con objetos concretos o mediadores simbólicos dentro de un ambiente sociocultural, puede experimentar una contradicción entre esquemas, entre un dato empírico y un esquema, o entre un conocimiento previo y uno nuevo (Bixio, 2002).

Este *conflicto cognitivo*, lleva al niño a la modificación, ajuste de esquemas y construcción de aprendizajes significativos, esto es, el aprendizaje es un proceso social, pero también operacional y reflexivo individualmente.

Considerando la Zona de Desarrollo Próximo, deben presentarse actividades como un reto abordable, pero con cierta dificultad cognoscitiva, dando oportunidad al niño para operar con sus esquemas y construir por sí mismo sus conocimientos.

Ser accesible cognitivamente, significa involucrar al sujeto en actividades que relacionan conocimientos anteriores y novedosos. Iniciar con lo mas sencillo generando paulatinamente problemáticas de mayor dificultad. Realizar actividades que incluyan aspectos empíricos, conceptuales, situaciones comparativas, reversibles o equivalentes, juicios cuantitativos, cualitativos, relacionales o de modalidad.

Permitir que el alumno emita opiniones, elabore hipótesis, las cuestione o las compruebe. No me refiero en el estricto sentido científico, sino al gusto por experimentar, descubrir o investigar.

En los capítulos anteriores se plantearon diversos cuestionamientos que permitieron definir el constructivismo como práctica educativa así como las habilidades cognoscitivas del aprendizaje matemático; elementos fundamentales para la investigación de campo y una vez definidos se procede a la metodología.

CAPITULO 5

Metodología

5.1 Fundamentación de la metodología empleada

Como se estudió en el capítulo uno, el eje de la enseñanza ha sido metódico en su mayoría, dando como resultado un aprendizaje mecanizado y de poco rendimiento.

El abismo entre las matemáticas cotidianas y las escolares no se puede negar. Está latente hoy en día. Necesita un eje que guie la enseñanza y no sólo la direccione. Que proporcione elementos justificados para el uso de una didáctica o de un enfoque educativo y con ello, el alcance de objetivos de aprendizaje.

Dicho eje es la **evaluación** y puede convertirse en un arma de dos filos:

Medir la cantidad de temas que el sujeto "aprehendió" u observar el desarrollo de las habilidades que el sujeto utiliza y sus formas procedimentales en la solución de un problema relacionado con algún contenido temático.

De acuerdo con Casanova (1998) el modelo tradicional de la evaluación se ha guiado en estimar lo memorizado y por tanto no garantiza lo aprendido significativa y funcionalmente.

Creo que éste énfasis en la proporción y no en la construcción, en muchas ocasiones genera que autoridades escolares ambicionen cubrir excesivamente cantidad de contenidos, dejando a la deriva la preparaciòn para el aprendizaje creativo y fuera de límites conceptuales.

Dicha evaluación, lejos de atender necesidades pedagógicas, sirve para etiquetar y delimitar las capacidades intelectuales de un niño, o para levantar los cuellos de maestros y padres de familia.

"La evaluación es importante, pero no como elemento de poder" (Casanova, 1998, p.69). No como fin de la educación, sino como guía en la preparación de seres humanos que alcancen una plena e integral formación como personas ante las situaciones socioeconómicas de su país.

Para este estudio presento mi definición de evaluación, pues si bien es cierto "el concepto de evaluación del que se parta condiciona el modelo de desarrollo de la misma" (Casanova, 1998, p.71).

Antes de precisarlo, presento fundamentos que me permitan hacerlo.

Según Casanova existen dos tipos de evaluación:

a) Con funcionalidad informativa para obtener datos precisos de manera rigurosa.

b) Con funcionalidad formativa utilizada en la valoración de procesos de aprendizaje. Implica la realización de la evaluación a lo largo del proceso de forma paralela y simultánea a la actividad que se lleva a cabo y que se está valorando

El primer tipo de evaluación utiliza pruebas objetivas, que es un conjunto de preguntas claras y precisas que demandan una respuesta generalmente limitada (Mateo, 2001).

El segundo tipo de evaluación contempla procedimientos alternativos - prácticas reales o simulaciones -. Se ajunstan más a la evaluación divergente, no predeterminada. Se centra fundamentalmente en lo que aprende el alumno y en cómo lo hace y donde los alumnos aceptan parte de la responsabilidad de su propio procedimiento evaluador.

Gran debate generan estos 2 tipos de evaluació. Por un lado las pruebas objetivas son criticadas porque enfatizan detalles triviales por lo que su acción se reduce a la medición de conocimientos artificiales, refuerzan el pensamiento selectivo y pueden contestarse por cuestiones de azar (Mateo, 2001).

Sin embargo son defendidas, pues tienen como ventajas ser de fácil aplicación, abarcar amplios dominios de aprendizaje, su puntuación se ve menos alterada por factores extraños, admiten la posibilidad de múltiples análisis estadísticos y facilitan el análisis de información (Mateo, 2001).

La evaluación alternativa implica mayor costo material, humano y tiempo invertido. Pueden incurrir mas variables extrañas y resulta más dificil emitir juicios hipotéticos en base a la población. Es defendida, pues proporciona datos sobre el desarrollo en la solución de problemas de los alumnos, pone de manifiesto cuales son las habilidades que manejan y cuales hacen falta por desarrollar (Mateo, 2001).

Los factores anteriores hacen pensar que el trabajo evaluativo es un compromiso, que no puede negarse a mirar a un lado u otro.

La **evaluación educativa** es un proceso exploratorio para estimar las deficiencias y habilidades en el aprendizaje. No es definitiva, sino continua. No pelea con definiciones cuantitativas o cualitativas; pues reconoce en ambas ventajas y desventajas. Se complementa con ambas. Es un eje que guía y proporciona pistas sobre el camino a tomar en la enseñanza. Es una oportunidad de reflexión para el equipo educativo. Sirve para tomar decisiones en la labor educativa y mejorarla progresivamente.

Al cuantificar, se obtienen indicadores que hacen pensar si la didáctica educativa funciona o no, pero no se está seguro de ello por el factor significativo y funcional que el aprendizaje implica. Resulta menos fácil explicar el desarrollo sobre ciertos factotes de las habilidades cognoscitivas así como inspeccionar las dificultades operacionales de los alumnos para encausar la enseñanza según su Zona de Desarrollo Próximo.

Por otra parte si sólo se cualifica, se obtienen señales sobre el proceso del aprendizaje, pero es más difícil enfatizar el nivel que alcanza cierto enfoque o didáctica educativa. De ahí la importancia de un sustento con pruebas objetivas y cuantificables.

Para ser preciso, ante tales aspectos presento una investigación de enfoque Mixto, en donde lo cualitativo y lo cuantitativo se mezclan en un mismo estudio y de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2003), lejos de empobrecerla, la enriquece y complementa.

Aclaro que el toque cuantitativo de mi investigación, está "emparejado" con lo cualitativo. Las definiciones de cada dimensión, sus variantes - y sus reactivos- resultan ser por sí mismos cualitativos, debido a su carácter específico. Esto es, no se califican muchos rasgos en un reactivo sino por sí mismos son una característica a evaluar. Con excepción de los problemas de razonamiento y manejo de datos englobados en un conjunto de habilidades, que dejan de ser accesible cognitivamente si no se conjuntan y por tanto, no resultan ser significativos y funcionales.

5.2 Preguntas problema

(Enfocadas exclusivamente a los sujetos de investigación)

1. ¿Qué categorías gramaticales o definiciones se presentan en la conceptualización de ciertos contenidos temáticos?.

2. ¿Cuáles son las formas procedimentales para solucionar diversas situaciones matemáticas relacionadas con ciertos contenidos temáticos?

3. ¿Qué cambios porcentuales se presentan en la solución correcta de situaciones matemáticas enfocadas al desempeño de ciertas habilidades cognoscitivas, desde el inicio hasta el término del programa de intervención?

5.3 Propósitos

Observar las categorías gramaticales o definiciones presentadas en la conceptualización de ciertos contenidos temáticos.

Observar las formas procedimentales para solucionar diversas situaciones matemáticas relacionadas con ciertos contenidos temáticos

Observar los cambios porcentuales presentados en la solución correcta de situaciones matemáticas enfocadas al desempeño de ciertas habilidades cognoscitivas, desde el inicio hasta el término del programa de intervención.

Lo anterior, tiene como finalidad analizar los resultados, reflexionar sobre ellos, sobre los límites y alcances del estudio y dar algunas sugerencias didácticas para guiar a los educandos a la construcción propia de conocimientos matemáticos.

Objetivo general:

Basados en la *Didáctica Constructivista*, diseñar y aplicar un programa de intervención para generar cambios positivos en la solución de diversas situaciones matemáticas, enfocadas al desempeño de ciertas *habilidades cognoscitivas* y observar algunos elementos cualitativos y cuantitativos que se desprenden de la investigación.

Objetivos específicos:

1. Obtener un diagnóstico porcentual de la solución de diversas situaciones matemáticas enfocadas al desempeño de cierta habilidad cognoscitiva.

2. Promover un ambiente de confianza y cooperación a través de dinámicas grupales.

3. Diseñar y aplicar un programa de intervención dirigido a la solución de diversas situaciones matemáticas enfocadas al desempeño de ciertas habilidades cognoscitivas.

4. Evaluar cuanti y cualitativamente el programa de intervención en sus distintas fases.

5.4 Premisa hipotética

Se sabe que por el tipo de diseño no puede presentarse una hipótesis como tal, pero sí se redacta una premisa considerando una postura más flexible:

Suponemos que el *Programa de intervención* basado en la Didáctica Constructivista, fomentará cambios positivos en la solución de diversas *situaciones matemáticas*, enfocadas al desempeño de ciertas *Habilidades Cognoscitivas del Aprendizaje Matemático*

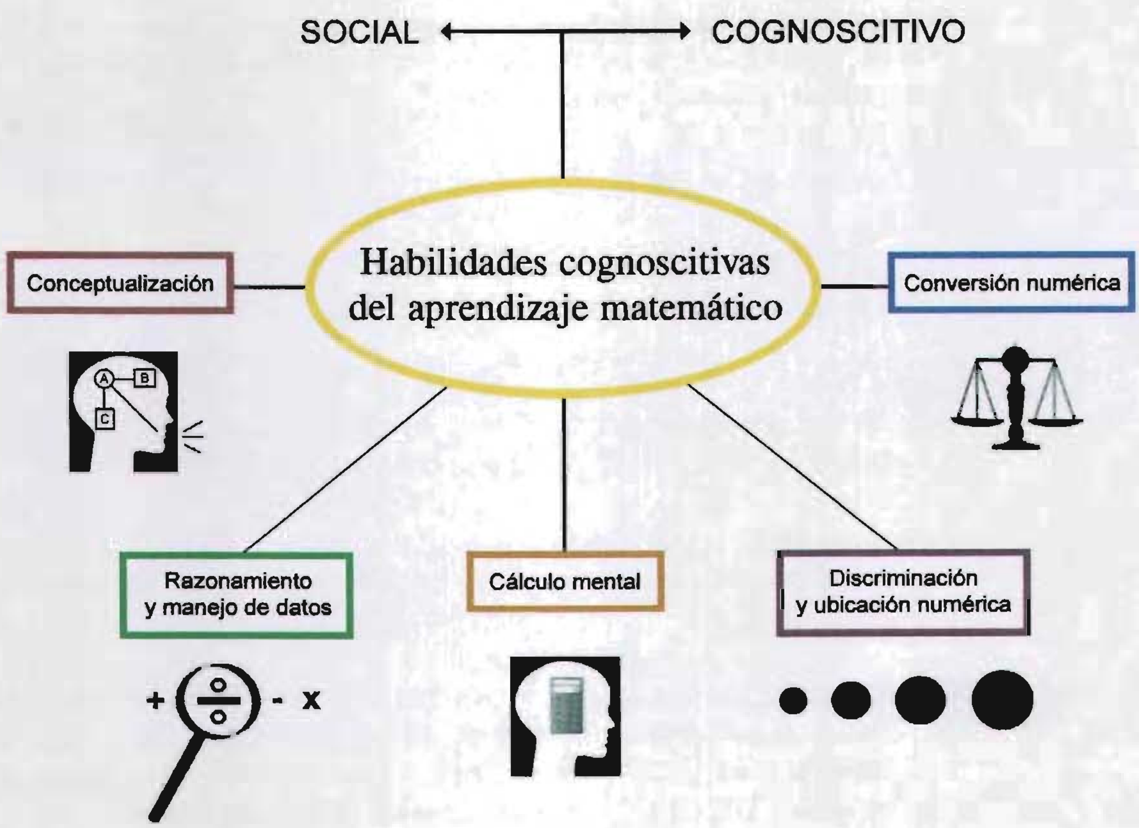
5.5 Variables de estudio -definición operacional-

Variable dependiente: *Situaciones matemáticas* enfocadas al desempeño de ciertas *Habilidades Cognoscitivas de Aprendizaje Matemático -HCAM-.*

Las Habilidades Cognoscitivas del Aprendizaje Matemático son *operaciones mentales reversibles y significativas* que se ponen en juego para la construcción del aprendizaje. Llevan al entendimiento lógico numérico y están mutuamente relacionadas. Se desarrollan de forma dialéctica con lo **social** y lo **cognoscitivo**. Cada habilidad se desarrolla en base a juicios a priori que a este nivel, funcionan de forma concatenada e intersectual.

Por su forma de evaluación la variable dependiente está clasificada en cuatro dimensiones cuanticualitativas y una cualitativa:

Operaciones mentales reversibles y significativas



Conversión numérica
Se desarrolla desde la inversión de acciones, descubrimiento de opuestos, vuelta al punto de partida o situaciones de compensación o equilibración.

Es la elaboración de la "reversibilidad" de la que hablaba Piaget, pero ahora en el Sistema Numérico Decimal -SND-, en los números fraccionarios, en las unidades de peso, o de medida, e incluso en la geometría. Es la *agrupación y desagrupación de* unidades numéricas en sentido lógico.

No es cuando verbaliza y anota una grafía en la suma, o mecaniza, sino cuando procesa que un *número puede ser expresado de distintas formas* sin *alterar su cantidad.* Por ejemplo, $3150 puede estar expresado con 31 billetes de 100 y uno de 50, o bien, como 50 unidades mas 3000, mas 1 centena.

En la enseñanza tradicional por ejemplo, los algoritmos se basaron en "llevo x" o "pido prestado a", en el constructivismo, se refiere a la conversión de unidades a decenas, decenas a centenas, etc y en donde cada grafía no vale por la unidad, sino por el lugar que ocupa en el SND, esto es; cuando lo que suma, resta, multiplica o divide es *conociendo el valor relativo y absoluto de cada cifra.*

Por ejemplo, en la división:

```
      115
62 ) 7130
     093
      330
       20
```

La enseñanza tradicional diría; reparto 71 cosas a 62 personas, le toca 1 a cada quien y restan 9. Bajo el 3 y ahora divido 93.

La postura constructivista dice: reparto 7100 entre 62, a cada uno le toca 100 y quedan 900 sin repartir, y con las 3 decenas, tengo para repartir 930 a 62...

El proceso de conversión numérica se refiere también al conocimiento de la *equivalencia* entre valores decimales, fraccionarios (2/4 = 1/2), de unidades de peso (3000 gms es lo mismo que 3 Kg), de unidades de medida (2 m = 200 cm), *o medidas referidas al espacio geométrico.*

Cuando el niño descubre el *proceso contrario o complementario* a la suma, a la multiplicación, resta o división, o bién cuando *encuentra un dato faltante* en una situación de complemento.

Discriminación y ubicación numérica
Se desarrolla desde la localización de similitudes y diferencias en las acciones corporales, acciones con objetos, palabras o dibujos.

Tiene que ver con la *clasificacion* de la que hablaba Piaget, pero ya no con cosas concretas, sino con valores.

Es la habilidad de *ordenar números o valores consecutivos* antecesores o sucesores, distinguiendo la *seriación que llevan - de 1 en 1, de 6 en 6, etc-.*

Diferenciar valores mayores o menores de carácter longitudinal, geométrico, -5000 cm^3 es menor que 87 m^2- fraccionario -12/8 es menor que 7/3- y decimal.

Se refiere a la ubicación homóloga de cada uno de los valores en una situacion aditiva, sustractiva, multiplicativa o de reparto -decenas debajo de decenas, unidades debajo de unidades-.

Por ejemplo, a Carlos (7 años, segundo grado) se le pregunta cuánto pagará en total si compra una caja de leche en $123 y un paquete de papel higiénico en $64.

Él identifica que es una situación aditiva, sin embargo, coloca las cantidades así para sumarlas:

123
64
763

Se puede ver con claridad que no atiende los valores relativos y absolutos de cada cifra y por tanto; la colocación que realiza es arbitraria e ilógica.

Cálculo mental
Es la capacidad de conteo, que solo se realiza de manera interna en el individuo. Se estimula con lo concreto y llega a hacerse en lo abstracto. Utiliza la memoria y la imaginación, en donde cada sujeto, establece su estrategia para contar y puede estar además, involucrado con algunos aspectos sociales y cotidianos.

Por ejemplo, se les pidió a 2 niños hicieran el siguiente cálculo:
De $56 que tenia, me gasté $35, ¿cuánto tengo ahora?.

Ambos respondieron que $21, pero lo calcularon distinto. A cada uno se le preguntó como llegó a dicho resultado y estos fueron las respuestas:

Niño a): Yo primero resté 50 - 30 y me dio 20, luego resté las unidades y me dio 1. Luego sumé 20 + 1 y me dio 21.

Niño b): Yo conté cuánto le faltaba al 35 para alcanzar al 40 y fueron 5, después pensé que al 40 le faltaban 16 para llegar al 56, sumé 5 + 16 y el resultado fue 21.

Razonamiento y manejo de datos

Es la habilidad de distinguir, analizar, e interpretar los elementos de una situación o un problema; en el que trata de demostrarse de manera lógica una solución posible.

Tiene que ver con la lectura eficiente y la localización de palabras clave que llevan al niño a distinguir el proceso sustractivo, divisorio, aditivo o multiplicativo para la solución de un problema.

El término *distinguir* es como la "discriminación", pero aquí no se refiere a números mayores o menores; sino a una discriminación gramatical en donde las palabras se descifran como acciones sustractivas, divisorias o aditivas dentro de un contexto.

EJEMPLO: La oración "me regalan 5 canicas", implica una situación aditiva para mi, y sustractiva para quien me las regala.

Analizar se refiere al desglose de los datos y valores que se presentan en un problema y sirven para la solución del mismo. Es especificar que valor corresponde a cada dato proporcionado.

Interpretar es el manejo de datos. No es suficiente saber que en un problema se va a sumar o a dividir; necesito saber que haré primero y que después.

Interpretar es como la traducción del ingles al español: no basta con saber el significado de las palabras, sino otorgarles sentido contextual y gramatical a las ideas o enunciados. Por ejemplo, se les preguntó a dos niños cómo resolver el siguiente problema:

De los $84 que tenía ahorrados y de los $29 que mi papá me dio el domingo, compré 2 gafas de $33 ¿cuál fue mi cambio?

Estas fueron sus respuestas:

Niño a): Es un problema de suma y resta, primero sumas 84 + 29 y a lo que te de, le quitas 33.

Niño b): Sumas 29 y 84, luego restas 33 dos veces.

Ambos niños se dan cuenta de que se trata de un problema de suma y resta combinados, no obstante, el primero no descuenta lo pagado por las 2 gafas, simplemente resta lo que costaron y da por terminado el problema. Éste niño no hizo un buen manejo de datos y el segundo sí.

Conceptualización
Viene de la reflexión interna, es adquirir conciencia operacional, pasar del ámbito de la acción a la comunicación.

> La terminología y los signos universales matemáticos -fórmulas-, son vistos como mediadores sociales, simbólicos y adaptativos. Lo aprendido resulta significativo y funcional.
>
> El sujeto ya utilizó sus esquemas previos, internaliza, construye los nuevos, y los lleva al exterior. Explica con sus términos un fenómeno determinado. Encuentra la diferencia entre varios conceptos y es capaz de dar ejemplos.

Se aclara que las habilidades aquí planteadas no son las únicas, ni las últimas, son sólo una propuesta de la autora quien está conciente de que de una sóla, pueden considerarse aún más.

Variable independiente: *"Programa de Intervención basado en la Didáctica Constructivista, dirigido a la solución de diversas situaciones matemáticas enfocadas al desempeño de ciertas habilidades cognoscitivas".*

Consiste en un conjunto de prácticas en las que se abordan temas básicos de matemáticas en un ambiente accesible cognitivamente, comunicativo, funcional y apoyado en situaciones y objetos concretos.

Variables extrañas o intervinientes: personalidad del instructor, pluralidad de alumnos participantes, hábitos de estudio de cada uno, el horario, el espacio.

5.6 Diseño

Se realiza una investigación *interpretativa* -descriptiva y exploratoria-. De acuerdo con Villegas y Marcello (2003) presenta las siguientes características:

a) Acepta la existencia de diversas lógicas en la conducta y ordenación de las cosas por parte de los diferentes individuos.

b) El investigador y los sujetos de investigación interaccionan entre ellos.

c) Reconoce el impacto de los valores en el desempeño de la investigación.

d) Mantiene presente los aspectos epistemológicos del enfoque que lo sustenta.

Este trabajo no pretende generalizar los resultados con otra población, sino servir como experiencia en el trabajo metodológico de campo para obtener una autocrítica del mismo, así como sugerencias para planear diseños posteriores más precisos y de mayor alcance.

El diseño es *preexperimental* y según Hernández et al. (2003), se llama así porque su grado de control es mínimo.

Es un estudio de *preprueba con 3 post pruebas con un solo grupo*, es decir no hay grupo de comparación.

Se sabe que estos diseños han recibido crítica en la literatura experimental, porque son débiles en cuanto a la posibilidad de control y validez interna. Pero este estudio solo pretende servir como punto de acercamiento al problema o como un ensayo para investigaciones futuras.

5.7 Fases del Programa de intervención

El Programa se divide en:

- Fase diagnóstica y de integración

Se enfoca a la *integración grupal*, exploración de conocimientos previos y diagnóstico inicial.

- Primera fase

Incluye los siguientes *contenidos temáticos* a tratar, tomando como guía el Plan y Programas de Estudio SEP (1993):

- Agrupación de objetos
- Desagrupación de objetos
- Conversión de cantidades con objetos
- Números antecesores y sucesores
- Números cardinales y ordinales
- Números mayores y menores
- Sistema Numérico Decimal SND -unidades, decenas, centenas, millares y decenas de millar-
- Valor absoluto V.A y valor relativo V.R
- Sumas y restas con símbolos gráficos
- Sumas y restas como algoritmos de conversión
- Problemas aditivos, sustractivos y combinados
- Introducción a la multiplicación
- Tablas de multiplicar

El *concepto de número* se logra cuando el sujeto pasa por la agrupación, clasificación y reversibilidad de las cosas que lo rodean. Por ello se inicia con la agrupación, desagrupación de objetos y conversión de cantidades con objetos.

Otro de los aspectos mentales para la concepción del número es la seriación, por lo cual se estudian antecesores, sucesores -ordinales y cardinales-, números mayores y menores, SND, valor absoluto y relativo como temas interdependientes.

Posteriormente se incluyen las sumas y restas con símbolos gráficos, a la par con sumas y restas como algoritmos de conversión, problemas aditivos y sustractivos, lo cual reafirma los conocimientos anteriormente revisados.

En esta fase se finaliza con la introducción a la multiplicación y las tablas de multiplicar a manera de confirmación.

- Segunda fase

- Medidas arbitrarias
- Longitud
- Medición
- Características de cuadriláteros y polígonos
- Concepto y cálculo de perímetro sin fórmulas
- Concepto y cálculo de área sin fórmulas
- Ángulos para introducir al tema de volumen
- Fracciones como reparto
- Numerador y denominador
- Introducción a la división como reparto
- Concepto de dividir
- Fracciones mayores y menores
- Equivalencia de fracciones
- Sumas y restas de fracciones con material concreto
- Sumas y restas como operación mental
- Medidas de peso

Para el estudio de los contenidos geométricos en esta fase se inicia con medidas arbitrarias como introducción a la longitud y a la medición. Después con características de cuadriláteros y polígonos.

De acuerdo con Hiele (citado en SEP, 1995, p. 125) el mundo físico es descubierto de lo global a lo específico, por tal motivo se estudian los conceptos y cálculo del perímetro y área sin fórmulas - hasta la tercera fase el concepto de volumen y cálculo de prisma sin fórmulas, considerando que en cada una de estas mediciones se toman en cuenta mayor número de dimensiones-.

Posteriormente se deja el estudio de las características de los ángulos como introducción al volumen.

Los siguientes temas están relacionados con el reparto exhaustivo, fracciones, concepto de numerador, denominador, introducción a la división, concepto y algoritmo de la división.

Una vez estudiado el concepto de reparto y división, se procede a la discriminación de fracciones mayores o menores y equivalencia entre ellas. Lo cual hace más accesible la suma y resta de fracciones con material concreto y como operaciones mentales.

Por último se retoma la diferenciación conceptual entre perímetro, área y volumen. Se integran problemas aditivos, sustractivos y de reparto combinados.

- Tercera fase

- Concepto de volumen
- Cálculo y concepto de prisma sin fórmulas y con material concreto
- Concepto de pirámide
- Problemas de área y volumen
- Diferencia conceptual entre perímetro, área y volumen
- Problemas de suma, resta, multiplicación y división combinadas.

Al final de cada fase, se aplica la prueba de aprendizaje correspondiente para observar las formas procedimentales en la solución de diversas situaciones matemáticas y para medir cuantitativamente los cambios generados.

5.8 Escenario de la investigación

Las prácticas del programa de intervención se llevan a cabo según las necesidades físicas y sociales de cada actividad en:

- El salón de clases cuya medida aproximada es de 4 x 5 metros. Cuenta con pupitres binarios, pizarrón, librero, escritorio, estante para materiales, televisor , buena iluminación, ventilación.

- El patio de la escuela cuya medida aproximada es de 9 x 15 metros.

5.9 Sujetos

Se trabaja con una muestra de 20 alumnos -10 niñas y 10 niños- del 4º de primaria de escuela particular del D.F. Todos en edad de 9 a 10 años, de clase media. La escuela selecciona a los sujetos al azar de los grupos de dicho nivel para formar el grupo, pero se desconoce el criterio con el que lo realiza.

5.10 Instrumentos

Cuantitativos

Para obtener los resultados cuantitativos se utilizan 4 pruebas que miden las Habilidades Cognoscitivas del Aprendizaje Matemático -anexos 7 a 10- Cada una abarca cuatro dimensiones: conversión numérica, discriminación y ubicación numérica, cálculo mental, razonamiento y manejo de datos.

La mayoría de los reactivos son de ejecución libre y son cuantificados de uno a uno. Algunos presentan opción múltiple por el grado de dificultad y por el interés de especificar la medición de la habilidad cognoscitiva.

Cada prueba está elaborada siguiendo algunas sugerencias de Mateo (2001):

- Cada dimensión o habilidad está especificada operativamente.

- Los indicadores considerados son relevantes respecto al dominio que se mide y abarcan todos los puntos importantes del dominio.

- Los reactivos del dominio son proporcionales a la dificultad progresiva.

Se incluyen reactivos de respuesta libre en todas la pruebas y de tipo objetivo principalmente en las pruebas de segunda y tercera fase.

Entre los reactivos de tipo objetivo se incluyen:

- <u>De selección simple</u>

Se caracterizan porque a la pregunta le sigue un conjunto de respuestas entre las que sólo hay una que sea cierta y otras - los distractores - son falsos.

- <u>De ordenamiento</u>

Se enfrenta a una serie de hechos o conceptos que aparecen desordenados y se deben ordenar con arreglo a un criterio establecido.

- <u>Lógico</u>

Se refiere al orden de elementos fundamentados en una base racional (Mateo, 2001).

- <u>De identificación de gráficos</u>

Se presenta inicialmente un gráfico y se pide al alumno realice algún ejercicio de identificación o de localización.

Según Mateo, estas pruebas quedan a medio camino entre las de formato objetivo y libre.

Constituyen una buena forma de comprobar la comprensión y la aplicación en constraste con la mera memorización de los hechos, pues tratan de enfocarse a un sólo dominio de la habilidad cognoscitiva en cuestión.

Para mayor claridad revísense los anexos 7 a 10 los cuales muestran la *tabla de indicadores* a evaluar por fase, en cada una de las pruebas correspondientes.

Cualitativos

Los datos cualitativos se presentan *cronológica* y *anecdóticamente* en cada una de las prácticas descritas en el procedimiento de la investigación. (Vease apartado siguiente).

Para registrarlos se usan los siguientes instrumentos y unidades de análisis propuestas por Hernández et al. (2003).

- Cámara fotográfica

- Grabadora

- Bitácora diaria donde se anotan y registran los hechos, descripciones de lo que se está viendo, escuchando así como las percepciones y conclusiones preliminares, ideas, especulaciones vinculadas con la teoría.

- Papelería en general.

- Significados. Categorías lingüísticas que usan los humanos para referirse a la vida social como definiciones.

- Prácticas reales. En las que los alumnos realizan tareas que requieren la aplicación de destrezas en circunstancias semejantes a las requeridas en la vida real. Ponen en práctica hábitos y capacidades comunicativas.

- Encuentros. Unidad dinámica y pequeña que se da entre dos o más personas de manera presencial, sirve para completar una tarea o intercambiar información, termina cuando las personas se separan.

- Preguntas generales o lluvia de ideas. Parten de planteamientos globales para ir llegando al tema que interesa al entrevistador.

- Preguntas de contraste. Se cuestionan sobre similitudes y diferencias respecto a símbolos o tópicos.

- Preguntas de estructura. Se solicita una lista de items a manera de conjunto o categorías.

5.11 Procedimiento y desarrollo de la investigación

FASE DIAGNÓSTICA Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

Durante las primeras semanas se organizaron actividades de integración grupal entre los alumnos y la psicóloga, con la finalidad de conocer sus habilidades de comunicación y socio afectividad.

Al principio se notó que el grupo tenía baja cohesión grupal; trabajar en ello era importante para tener un ambiente de cooperación, confianza entre los alumnos y seguridad en sí mismo.

A los niños y niñas en general les costaba trabajo relacionarse entre sí; sobre todo compartir ideas o encontrar cosas en común que los distinguieran para formar parte de un equipo.

Se observó que la mayoría externaba sus opiniones al mismo tiempo, unos a otros se interrumpían y no guardaban silencio para escucharse mutuamente.

Algunos comentarios u opiniones no eran respetados y se llegaban a escuchar desacuerdos por parte de otros mostrando poca tolerancia.

Existían alumnos no gustosos de ayudarse, compartir sus habilidades o conocimientos para hacer buen trabajo en equipo y preferían hacerlo solos sin incluir a los demás, provocando así, que niños con dificultades para exponer sus opiniones optaran por tener una actitud pasiva y no cooperativa.

A pesar de que se llevaban bien durante recreo, se notó que en el salón de clases señalaban a quien se equivocaba o cometía errores, provocando un ambiente de poca libertad para externar sus dudas o comentarios; sobre todo en niños más reservados o con poco aprovechamiento académico.

Por tal motivo, algunas de las dinámicas para mejorar sus relaciones comunicativas, cooperativas y valorales fueron:

"Cocktail de frutas"

Objetivo:
Motivar a los niños para que vean las actividades escolares como algo divertido aprendiendo a jugar con reglas.

Desarrollo:
El grupo se sienta en círculo. A cada integrante se le asigna una fruta -fresa, naranja, uva-. Al ser nombrados cambian de lugar y quien se quede sin silla, pasará al centro a dar las indicaciones.

"El barco"

Objetivo:
Ejercitar la capacidad de comunicación y cooperación asertiva.

Desarrollo:
Se hacen equipos de 5 personas. A cada uno se le da mínima cantidad de material. Todos tienen que trabajar en la construcción de un barco con determinadas características. En la medida en que se pongan de acuerdo para su realización se les otorgan tijeras, pegamento o algún otro material en particular. El barco lleva un nombre relacionado con algo en común entre los integrantes. Ante todo el grupo, cada equipo explica su manera de ponerse de acuerdo, como lo hicieron, quienes realizaron tal o cual cosa y para que sirvió. Posteriormente, los equipos se autoevaluan considerando la cooperación y el respeto que mostraron ante las ideas de los demás. Evaluan a los otros equipos y se decide por acuerdo grupal quienes son los ganadores y las cualidades que faltan por reforzar en el grupo en general.

"Pistas de Blue"

Objetivo:
Fomentar el trabajo en equipo y reconocer la importancia de escuchar a otros.

Desarrollo:
Se organizan equipos de 5 personas. El instructor esconde en algún lugar un "Tesoro" y da pistas a cada uno para encontrarlo. Éstas son referidas a valores universales y son resueltas con la participación conjunta de los integrantes.

"Museo de los Yos"

Objetivo:
Reconocer la importancia de escuchar a los demás.

Desarrollo:
Cada alumno dibuja en una hoja algo con lo que se identifique y le pone su nombre. En el salón se pegan todas las "obras de arte" como si fuera un museo. Cada artista presenta su dibujo y explica porqué lo hizo así y el parecido que tiene con él.

"El ciego y el guía"

Objetivo:
Promover la responsabilidad y la confianza.

Desarrollo:
Por parejas se les asigna un rol -ciego o guía-. El ciego se tapa los ojos con una mascada. En el salón se disponen diversos obstáculos y el guía debe decir lo mas preciso a su compañero la forma de llegar a la meta. Luego cambian de roles y se colocan nuevos obstáculos.

"La cadena"

Objetivo:
Promover la tolerancia, la comunicación asertiva y la solidaridad.

Desarrollo:
Usando cinta canela cada alumno con ayuda de otro pega en su espalda una hoja de papel. Todos se colocan en fila india y con un plumín escriben al niño de enfrente lo que más les gusta de él y lo que quisieran mejorara en la forma de llevarse con los demás. Cada integrante se intercala en la fila hasta escribirles a todos y tener mensajes de los demás. Luego quitan las hojas de su espalda, leen sus mensajes comentan las experiencias que les dejó dicho ejercicio.

Posterior a estas actividades se notó mejor relación entre los alumnos, mayor disposición para la cooperación y escucha a los demás.

Para saber sus conocimientos previos y procedimientos realizados en situaciones matemáticas, se aplicó la *prueba de aprendizaje* incluida en el anexo 7. Abarca las 4 habilidades cognoscitivas de dimensión cuantitativa y los resultados se incluyen en el apartado correspondiente.

La conceptualización NO se exploró en la primera evaluación porque esta habilidad se consideró de forma cualitativa. Las anotaciones correspondientes se encuentran en cada una de las prácticas realizadas.

PRIMERA FASE

Posterior a la medición diagnóstica se aplicó el programa de intervención. Contempla 10 prácticas con duración aproximada de 2 horas cada una. En ocasiones se trabajó individualmente, por parejas o en equipo según las necesidades de cada práctica. En esta fase se puso mayor importancia a procesos agrupativos y de conversión numérica. A continuación se presenta su desarrollo.

"Palitos chinos"

Temas relacionados:
Agrupación y desagrupación de objetos, conversión numérica , antecesores y sucesores, números cardinales y S.N.D -unidades, decenas, centenas, unidades de millar-, valor relativo y valor absoluto.

Desarrollo:
Se utilizaron palitos chinos de cuatro colores diferentes asignándoles un valor para cada uno:

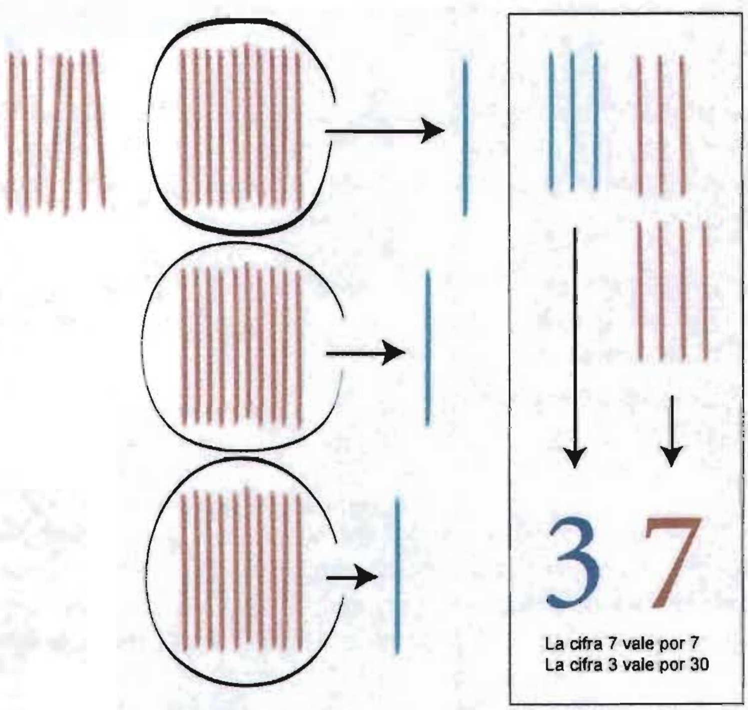
Rojo ------- Unidad
Azul ------- Decena
Verde ------ Centena
Café ------- Millar

Por parejas tenían que formar un conjunto de *n* elementos y convertirlo a unidades, decenas, ó centenas, etc. para conocer su valor absoluto o relativo.

Psic.- Con los palitos rojos formarán conjuntos que se les pidan anotando el número de unidades, posteriormente con los mismos, harán conjuntos de 10 o 100 elementos que deberán canjear por el color correspondiente a dicho valor. Acomodarán esos palos de colores de acuerdo al valor que representan y anotarán el valor para cada cifra.

Si el conjunto a formar es demasiado grande, procederán de manera directa sin necesidad del conteo inicial con los palos rojos.

EJEMPLO: Formar un conjunto de 37 elementos.



Aquí se realizaron agrupaciones de 10 para poder canjearlos por un azul, en total tenemos 3 azules y 7 rojos, lo que quiere decir que la cifra 7 vale 7 y la cifra 3 vale por 30.

Entre los conjuntos y representaciones solicitados estuvieron: 786, 1140, 506, 7994, 822, 966, 517, 1892, 6546, 7097, 3729, 4902, 5606, 8765, 5491, 8485, 1901.

Para la comparación entre números mayores y menores, se les pidió por color representar las diferentes cantidades, reflexionar sobre sus diferencias numéricas y posicionales así como anotar si eran mayores o menores.

Entre las comparaciones que se solicitaron estuvieron: 3791 y 3789, 5614 y 5641, 8000 y 7999, 4560 y 4605, 6841 y 6941, 2654 y 2655, 5006 y 5600, 7814 y 9814.

Al término de la práctica se solicitó dialogar, intercambiar ideas y contestar por equipos los siguientes cuestionamientos:

Psic.- Si usamos números iguales -cifras-, ¿siempre valen lo mismo?. Por ejemplo si yo tengo 504 y 47 la cifra 4 de un número o de otro ¿vale por igual?.

Se dio tiempo para que los alumnos intercambiaran opiniones y estas fueron sus conclusiones:

Equipo 1: *"Nosotros creemos que no valen igual porque en el 504 el 4 son cuatro cosas y en el 47 son 40 o 4 decenas y el 40 es mayor que 4".*

Equipo 2: *"Pueden o no ser iguales, pero eso ocurre cuando están en el mismo lugar de las decenas o las centenas".*

Equipo 3: *"Ale dice que siempre valen lo mismo porque siempre es 4, pero los demás decimos que no, porque si tu papá te dice que te da $47, recibes cuarenta y en cambio, en $504 recibes quinientos que es mas grande que cuarenta".*

Equipo 4: *"Según donde se coloque la cifra es lo que vale porque si la pones en centena vale 400 y si la pones hasta adelante vale 4".*

La psicóloga intervino.

Psic.- Si nos damos cuenta, un número puede valer de 2 formas: una de acuerdo a la cifra -que es el valor absoluto- y otra de acuerdo a la cantidad de grupos de 10, 100 o de 1000 que esté representando -valor relativo-. Ahora me gustaría que escribieran por equipo lo que es el V.A. y el V.R.

Equipo 1. *"EL V.A. es aparentemente lo que vale un número y el V.R. es el valor real".*

Equipo 2. *"El V.A. es leer la cifra, sin darnos cuenta del lugar que ocupa y el V.R. es lo que vale el número dependiendo si está en las decenas, centenas o unidades de millar".*

Equipo 3. *"El V.A. nos dice cuántas decenas o centenas hay, por ejemplo 3 decenas, y el V.R. nos dice su valor en unidades o sea 30".*

Equipo 4. *"El V.A. es la cifra que está con otras, y el V.R. es el valor que obtiene al estar en la fila de los que valen 10 o 100 o 1000".*

"Tarjetas numéricas"

Temas relacionados:
Antecesores, sucesores, valor absoluto, valor relativo, números mayores y menores.

Desarrollo:
Previamente los niños investigaron precios de productos y aparatos electrodomésticos en algún centro comercial.

Con ello se hizo una lista de precios y productos.

La psicóloga "ponía en venta el artículo" diciendo en voz alta su valor. Por ejemplo: se vende un televisor en $2720.

Con tarjetas numéricas de una cifra, los niños formaban el precio y agregaban el antecesor y sucesor a cada cantidad.

Buscando reafirmar el valor absoluto y el valor relativo, se les pidió que con esas mismas cifras cambiaran el precio original por valores mayores y menores diferentes del precio original.

Cada uno hizo el trabajo de forma individual y reportó los resultados en su cuaderno.

"La Fila de los ordinales"

Temas relacionados:
Números ordinales y cardinales.

Desarrollo:
A cada niño se le asignó un número ordinal arbitrariamente y en secreto. Se les pidió formaran una fila numérica de menor a mayor. Para ello, daban pistas a los compañeros sobre el número que representaban considerando datos de orden y de cantidad. Por ejemplo, me anteceden más de 6 y no alcanzo al noveno. Una vez que los demás acertaban escribían en una tarjeta el número correspondiente, se lo pegaban en el pecho y se iban acomodando consecutivamente.

Posteriormente la psicóloga intervino:

Psic.- Comenten por equipos cuál es la diferencia entre los números ordinales y los cardinales. Una vez que lleguen a un acuerdo darán su definición al grupo.

Equipo 1. "Los números cardinales son la cantidad de cosas que tenemos y los ordinales el lugar que ocupan, quién va primero y quién va después".

Equipo 2. "Los números cardinales pueden ser el dinero que tenemos. Por ejemplo: $9, y en los ordinales el 9° quiere decir que en una fila tienes el turno 9".

Equipo 3. "Los cardinales es como una colección y los ordinales se refieren a la secuencia que tienen".

Equipo 4. "Los cardinales se usan para contar, los ordinales para formar o poner en orden".

"Sumas y restas con símbolos gráficos"

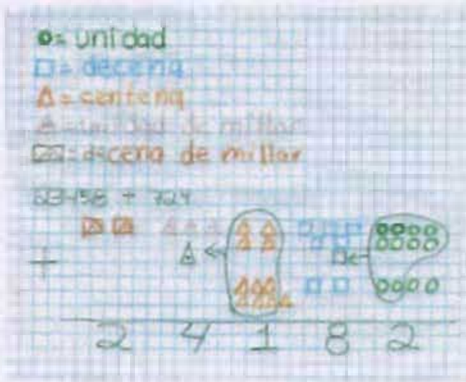
Temas relacionados:
Agrupación de objetos, desagrupación de objetos, conversión de cantidades con objetos, números mayores, menores y S.N.D.

Desarrollo:
En una lámina se dieron a conocer los símbolos gráficos y su valor para cada uno. Se plantearon situaciones sencillas aditivas y sustractivas, las cuales se representaban con símbolos y eran resueltas a través de agrupaciones y conversiones.

En la operación de la derecha, vemos que sumar 8 + 4 forma un grupo de 10, el cual se convierte en decena quedando así 2 unidades solas. Al contar las decenas tenemos 8.

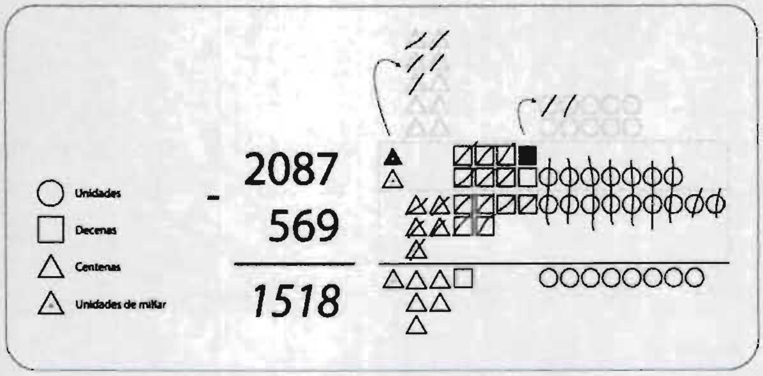
Al sumar 4 centenas + 7 centenas, se agrupan 10 centenas (1000) convirtiéndose en unidad de millar.

Sumando las unidades de millar se tienen 4 unidades de millar (4000) y quedan 2 decenas de millar (2000).



23458 + 724 = 24182

En la figura de abajo se tienen 7 unidades del minuendo y nueve del sustraendo, para poder restar las unidades se intercambia una decena por 10 unidades, y se obtiene 17 - 9 = 8.



Quedan 7 decenas (70) - 6 decenas (60) = 1 decena (10).

Luego para restar 5 centenas de 0 centenas se convierte una unidad de millar a 10 centenas y sí restar 10 - 5 centenas = 5 centenas.

Por último queda sólo una unidad de millar.

"Cálculo mental de adición y sustracción"

Temas relacionados:
Problemas aditivos y sustractivos.

Desarrollo:
Se plantearon situaciones de cálculo mental encaminadas a resolver un problema matemático de la vida cotidiana. Los niños tenían que escuchar atentamente el planteamiento, calcular y escribir su respuesta en el cuaderno.

Los ejercicios se presentaron de menor a mayor grado de dificultad y se muestran algunos de ellos:

- Tenía 25 canicas perdí 16 ¿cuántas tengo ahora?
- En un grupo se han inscrito 24 estudiantes ¿cuántos faltan para tener un grupo de 40?
- Tenía 30 colores, perdí 17 ¿cuántos tengo ahora?
- Tenía 30 estampas, compré 122, ¿cuántas tengo?
- Compré 3 "gansitos" de $2 cada uno ¿cuánto voy a pagar?
- Si en una semana ahorro $12 pesos diarios ¿cuánto tendré en tres semanas?
- Compro 5 cuadernos de $15 c/u, pago con un billete de $100 ¿cuál es mi cambio?
- En la tienda se vendieron $3500 en la mañana, por la tarde había un total de $5000, ¿cuánto se vendió por la tarde?
- Tenía 78 estampas, regalé 35 ¿cuántas tengo?
- Vendí $369 de ropa. Me pagan con un billete de $500, ¿cuánto doy de cambio?

"La dulcería mental"

Temas relacionados:
S.N.D., valor absoluto y valor relativo.

Desarrollo:
Los niños tenían que imaginarse dueños de una dulcería, calcular mentalmente el pedido total de paletas de caramelo y anotarlo en su cuaderno para al término del ejercicio autoevaluarse.

En una lámina se presentó el contenido para cada envase.

Bolsas: *10 paletas*
Paquetes: *10 bolsas -100 paletas-*
Cajas: *10 paquetes -1000 paletas-*

Los ejercicios fueron:

3 bolsas y 1 caja
4 paquetes y 5 bolsas
6 cajas y 5 paquetes
8 bolsas, 1 caja y un paquete
9 paquetes y 3 cajas

3 bolsas, 1 caja, 2 paquetes y 5 paletas
3 cajas, 7 paquetes, 2 bolsas y 7 paletas
8 paquetes, 9 cajas y 10 bolsas
5 paquetes, 5 cajas, 5 bolsas y 7 paletas
9 paquetes, 2 cajas, 6 bolsas y 8 paletas

"Los comerciantes"

Temas relacionados:
Problemas aditivos, sustractivos y combinados.

Desarrollo:
Dentro del salón de clases se dispusieron puestos de ropa, fruta, artículos para el hogar, discos compactos, etc. Se utilizaron billetes y artículos lúdicos para jugar a los comerciantes. Se les asignó un rol como cliente o vendedor. Ambos debían ser cuidadosos con el costo, el descuento o el cambio que se les entregara.

Al término de la actividad entregaron por escrito un reporte de sus ventas y sus compras.

"Introducción a la multiplicación"

Temas relacionados:
Problemas aditivos, multiplicación.

Desarrollo:
Se introdujeron problemas matemáticos que consideraban series de cosas cierto número de veces. La forma de resolverlos fue libre e individual para después intercambiar procedimientos y opiniones entre los integrantes de su equipo.

Algunos ya identificaban que era un proceso multiplicativo y realizaban el algoritmo directamente, otros recurrían a la suma cierto número de veces.

"Comprobando las tablas"

Temas relacionados:
Multiplicación, tablas de multiplicar.

Desarrollo:
Se sabía que los alumnos ya manejaban las tablas de multiplicar, sin embargo se les invitó por equipos a comprobarlas con material que ellos quisieran y ocuparan en su vida cotidiana.

Se organizaron los equipos, los alumnos se pusieron de acuerdo y se les asignaron las tablas a comprobar.

"Conceptualizando la suma, resta y multiplicación"

Temas relacionados:
Suma, resta y multiplicación..

Desarrollo:
En una hoja blanca se les pidió enlistar todas las palabras que les vinieran a su mente para cada uno de dichos conceptos. Se presentan las palabras citadas con mayor frecuencia:

Sumar	**Restar**	**Multiplicar**
agrupar	quitar	repetir
aumentar	disminuir	sumar rápido
ir adelante	diferenciar	contar la misma cantidad
me regalan	ir hacia atrás	
avanzar	regresarse	
reunir	comparar	
poner	retroceder	
unir		
juntar		
agregar		
conjuntar		

Al término de esta fase se llevó a cabo la evaluación correspondiente -anexo 8-.

SEGUNDA FASE

Las prácticas realizadas en este período fueron 14 con una duración aproximada de 2 horas y media cada una.

"Maratón de coches"

Temas relacionados:
Medidas arbitrarias.

Desarrollo:
En el patio de la escuela se trazaron diversos carriles con salida y meta. Cada alumno impulsaba un carrito de juguete, luego trazaba una marca en el punto de llegada.

Los niños ya sabían qué carritos habían llegado más lejos que otros, pero se les pidió utilizar alguna cosa arbitraria para saber cuántas medidas habían recorrido los diferentes coches.

Cada equipo utilizó una o varias cosas distintas para medir la misma distancia.

A continuación se muestra uno de las representaciones del *Equipo 2.*

Medida arbitraria: gafetes

"Midiendo longitudes"

Temas relacionados:
Medidas arbitrarias y medidas de uso universal.

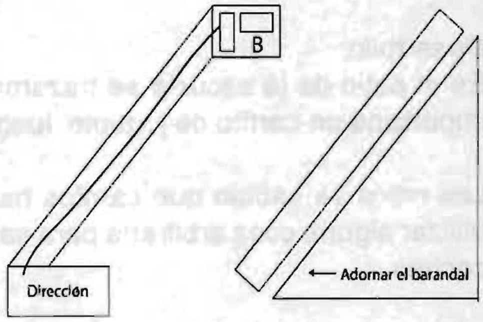
Desarrollo:
Se realizó una práctica de campo en el patio de la escuela. A cada alumno se le asignó un oficio -decorador, electricista, instalador de líneas telefónicas, etc.-. Se les pidió calcular con medidas arbitrarias y universales el material a utilizar para poner una línea telefónica, un cable eléctrico o un adorno en los barandales de la escuela.

Al término de sus mediciones reportaron sus resultados en medidas arbitrarias y en medidas de longitud universales.

A continuación se muestran dos de los ejercicios:

- *Para poner una línea telefónica del "Salón B" a la "Dirección" se necesitan 8 mts. de cable o 80 cuadernos de cable.*

- *Para adornar el barandal de la escalera #1 se necesitan 3 mts. de listón o 45 lápices de listón.*



Psic.- Ahora quiero que comenten en que otras ocasiones es necesario medir y me digan un ejemplo.

Equipo 1. *"Si una modista quiere hacer un vestido necesita saber cuánto mide la cintura o la altura de la persona".*

Equipo 2. *"Cuando un atleta corre en el deportivo va midiendo los kilómetros que recorre".*

Equipo 3. *"Para hacer un mantel, necesitamos medir la mesa".*

Equipo 4. *"Para construir una casa se necesita saber las medidas del terreno".*

Psic: Comenten, reflexionen sobre el significado, la utilidad de medir y den una conclusión.

Equipo 1. *"Medir es ver cuantas cosas caben en un lugar", medir nos sirve para saber cuánta cantidad de material se va a usar".*

Equipo 2. *"Medir es cuando descubrimos la distancia de un lugar a otro"*

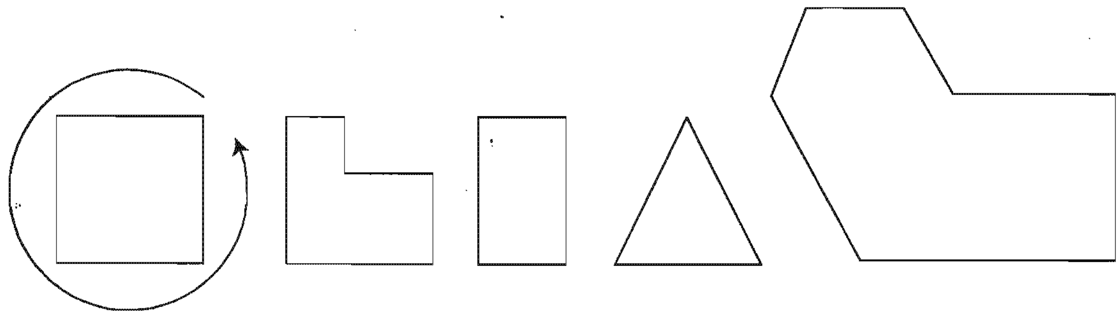
Equipo 3. *"Es usar una herramienta que nos ayudará a saber el tamaño de una cosa"*

Equipo 4. *"Medir es saber de qué tamaño son las cosas o las distancias".*

"Perímetro"

Temas relacionados:
Longitud, medición, perímetro.

Desarrollo:
Con bolitas de papel crepé en equipos hicieron figuras con lados diferentes o iguales de varios tamaños y las colocaron en todo el patio. Entre las figuras realizadas estuvieron:



Cada figura se consideró un deportivo y se les pidió calcular con el metro cual tenía un mayor recorrido. Ello los llevó a considerar todos los lados de cada figura. Al término hicieron su reporte en el cuaderno.

Psic: Reflexionen con su equipo la diferencia de medir longitudes y figuras de la forma en que lo acaban de hacer.

Equipo 1. *"La diferencia de medir longitudes y de medir figuras, es que las longitudes se refieren a medidas a lo largo y en las figuras tienes que medir varias longitudes o sea sus lados".*

Equipo 2. *"La longitud es una medida recta y al medir figuras mides todos sus lados juntos".*

Equipo 3. *"En las figuras mides toda la forma como si las recorrieras y la longitud sólo va en una dirección".*

Equipo 4. *"La longitud va en línea recta y con las figuras vas midiendo todos sus lados".*

Psic: El tipo de medición que acaban de hacer en la práctica anterior se llama perímetro. Con el metro o la regla obtengan el perímetro de las siguientes cosas y reporten en su cuaderno sus procedimientos o resultados.

1. La franja roja del patio 1
2. La orilla de la cobacha de las escaleras
3. La ventana del salón 4
4. La cancha de basquetbol
5. La puerta de la dirección

Más tarde en equipos compararon sus procedimientos y resultados para cada medición. Se plantearon situaciones de identificación de longitud o perímetro. Algunas fueron:

1. *El kilometraje que recorre un coche en la autopista*
2. *Se pone listón en la orilla de un mantel*
3. *El recorrido de un elevador*
4. *Los niños le dan una vuelta al patio*

"Descubrimiento de área"

Temas relacionados:
Perímetro, medición, área.

Desarrollo:
Se plantearon problemas de perímetro y área sin decir previamente dicho concepto. La forma de solución fue libre. Al término se les cuestionó sobre la diferencia de este tipo de problemas.

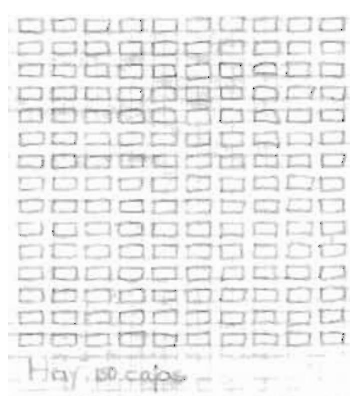
A continuación se muestran algunos de los problemas:

PROBLEMA 1

En una bodega se forman 10 filas de cajas de refresco y cada una tiene 15 cajas ¿cuántas cajas de refresco hay en total?

Algunos de los procedimientos fueron:

Niño a): *"Yo traté de imaginarme las cajas y primero dibujé 10, luego en cada fila dibujé 15, luego las conté todas, pero después me di cuenta que sumando lo que había en cada fila también me daba el resultado".*



Niño b): *"Yo sumé 15 veces 10, porque eran 10 filas con 15 cajas.*

PROBLEMA 2

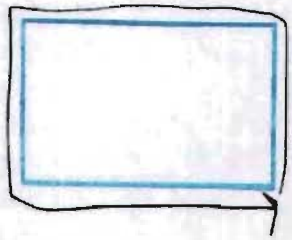
Un niño colecciona canicas y las acomoda en un estuche. Pone 35 filas y en cada una coloca 12. ¿Cuántas son el total?

Niño a) *Para trabajar con números mas fáciles multipliqué 35 x 10 y me dió 350 luego 35 x 2 y salió 70. Al último sumé las dos cantidades y me dió 420.*

Niño b) *Sumé 35 veces pero me tardé mucho.*

PROBLEMA 3

Un atleta recorre un deportivo rectangular cuyas medidas son: 1000 mts. a lo ancho y 750 mts. a lo largo. ¿Cuánto recorre en total?



Niño a): *"Yo sumé cada uno de los lados para obtener el perímetro".*

Niño b): *"Yo multipliqué 750 por 2 y me dio 1500 y 1000 x 2 me dio 2000, luego sumé 2000 + 1500 y me dio 3500"*

PROBLEMA 4

José quiere cambiar el azulejo de su patio. A lo largo del patio caben 40 mosaicos, y a lo ancho 50 ¿cuántos mosaicos nuevos tendrá que comprar?

Niño a): *"Yo me di cuenta que el problema se parecía al primero, y ahora multipliqué directamente lo largo por lo ancho".*

PROBLEMA 5

Se quiere saber cuántos metros de encaje se necesitan para decorar un mantel. El mantel tiene forma cuadrada y cada uno de sus lados mide 2 mts. ¿Cuánto encaje se ocupará?

Niño a): *"En este problema me di cuenta que se quería el perímetro porque el encaje va alrededor del mantel y por eso sumé 2 + 2 + 2 + 2".*

Niño b): *"Yo multipliqué 2 x 4 porque son 4 lados del cuadrado".*

La psicóloga intervino cuestionando sobre la diferencia entre ambos tipos de problemas:

Psic.- Comenten por equipo y concluyan: ¿Qué similitud y qué diferencias pudieron encontrar entre los problemas planteados anteriormente?

Equipo 1. *"Nosotros pensamos que los problemas 1 y 2 son muy parecidos, porque en ambos se quería saber cuántas cosas había en total en un espacio".*

Equipo 2. *"Los problemas 3 y 5 se refieren a las medidas de la parte externa del deportivo o del mantel y eso ya sabemos que es el perímetro, pero los otros problemas a pesar de que te dan las medidas a lo largo o a lo ancho, se quiere saber lo de adentro, no lo de afuera".*

Equipo 3. *"Nosotros creemos que son 2 tipos de problemas, en unos se busca la medida externa y en otros la interna".*

Equipo 4. *"Los problemas 3 y 5 son del contorno de las figuras y los problemas 1, 2 y 4, son de contar las cosas que caben en un espacio o en una figura".*

Como los alumnos habían coincidido y encontrado diferencias y similitudes muy afines y se comprobó que tenían bien definido el perímetro, se les comentó que los otros problemas, se referían al área de una figura. Se les pidió inventar algún problema de perímetro o área y cada uno expuso su problema al frente.

"Reparando el área"

Temas relacionados:
Área.

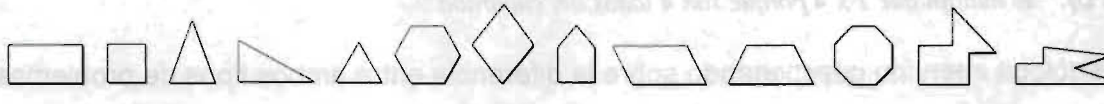
Desarrollo:
Imaginando ser decoradores y por equipos, se solicitó calcular el número de mosaicos a cambiar en ciertos lugares de la escuela -en el patio 1, en la cancha, en el salón, en la biblioteca, en el balcón etc.-

Al término se discutieron las distintas soluciones.

"Cuadriláteros y Polígonos"

Temas relacionados:
Cuadriláteros y polígonos.

Desarrollo:
Por equipos con diferentes figuras de cartulina enlistaron las similitudes y diferencias entre éstas, luego las clasificaron y las pegaron en distintas cartulinas.



Los equipos intercambiaron ideas al respecto de sus trabajos. Para facilitarlo numeraron las figuras, posteriormente se hicieron conclusiones grupales anotándolas en el pizarrón:

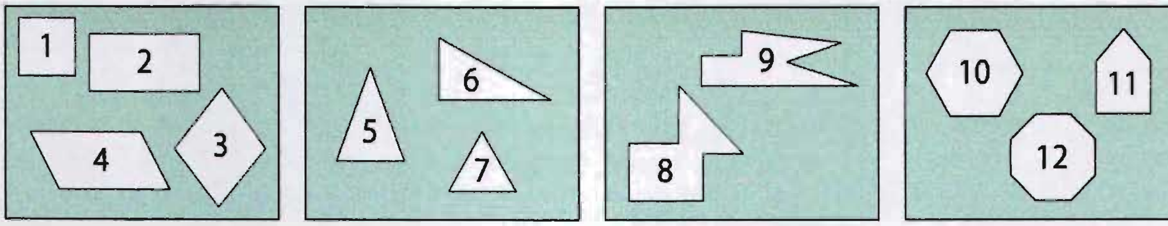


Figura 1. *Rectángulo.* Dos lados chicos que son rectos y dos lados grandes que son rectos.
Figura 2. *Cuadrado.* Cuatro lados rectos e iguales.
Figura 3. *Rombo.* Cuatro lados iguales, pero están inclinados.
Figura 4. *Paralelogramo.* Se parece al rectángulo con dos lados grandes horizontales, pero tiene dos chicos que miden lo mismo y están inclinados.

Todas las figuras anteriores tienen cuatro lados iguales y se llaman cuadriláteros.

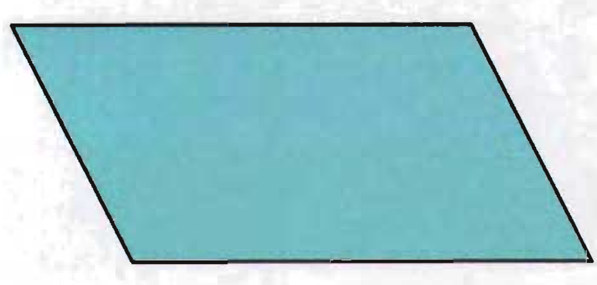
Figura 5. *Isósceles.* Es un triángulo con 2 lados iguales y 1 diferente.
Figura 6. *Escaleno.* Es un triángulo donde todos sus lados miden diferente.
Figura 7. *Equilátero.* Es un triángulo donde todos sus lados miden igual.
Figura 8 y 9. Tienen 7 lados diferentes y la mayoría están inclinados.
Figura 10. Tiene 6 lados iguales y la mayoría están inclinados.
Figura 11. Tiene 5 lados iguales y resalta un pico.
Figura 12. Tiene 8 lados iguales.

"Adivina adivinador ¿Qué figura es?

Temas relacionados:
Conversión, figuras geométricas.

Desarrollo:
Por parejas uno de los niños describía con sus palabras una figura pero no decía su nombre. El otro la dibujaba y podía solicitar pistas. Al final comparaban las figuras de ambos para verificar que había sido correcta su ejecución. Enseguida se muestra el desarrollo entre 2 niños.

El primer niño recibió esta figura y dijo:



Niño a): *Tiene 4 lados.*

Niño b): *¿Todos son iguales?*

Niño a): *No, dos son grandes y miden igual.*

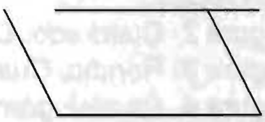
Niño b): *¿Son horizontales o verticales?*

Niño a): *Horizontales.*

Niño b): *Entonces los otros dos son verticales.*

Niño b): *¿Es un rectángulo?*

Niño a): *No, los otros dos lados están inclinados hacia la izquierda.*



El niño entonces, trazó los dos lados inclinados quedando la figura abierta, con los lados separados

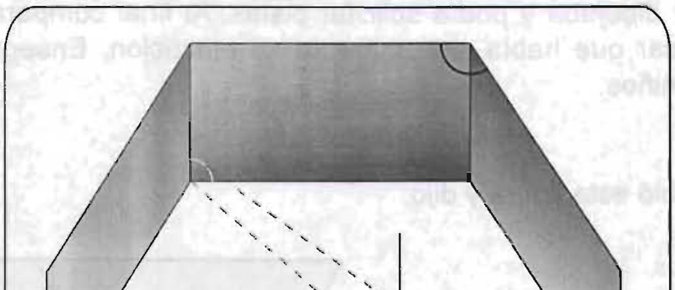
La figura no quedó correcta y luego dijo:

Niño b): *¡Ah, ya sé! y dibujó la figura correcta.*

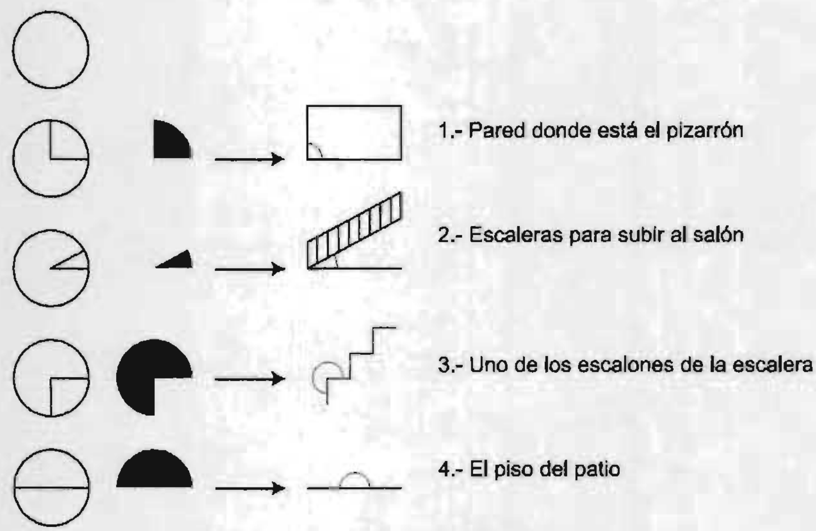
¿Dónde están los ángulos?, ¿Se pueden ver?

Temas relacionados:
Ángulos

Desarrollo:
Se platicó con los alumnos acerca de algo llamado ángulo. Se les indicó que aunque no están a la vista físicamente se usan para la construcción de figuras o señalización en el espacio. Como primer ejemplo se tomó el salón de clases; con un círculo de plástico la psicóloga midió el espacio que había de una pared a otra doblándolo y quedó de la siguiente forma:



Psic: *Con el círculo de cartulina hagan mediciones marcando con dobleces el espacio circular que ocupa, luego sobrepóngalo en el transportador para conocer su medida en grados.*



Reportaron las mediciones en el cuaderno y se conjuntaron las medidas más representativas que dieran pauta a la clasificación de ángulos.

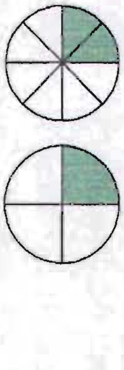
"PlastiPizza"

Temas relacionados:
Concepto de fracción

Desarrollo:
Se hicieron pizzas de plastilina. Los equipos tenían variado número de personas.
Se les pidió a los niños repartir en partes iguales sin que sobrara nada y dibujar la parte que le tocaba a una sola persona.

Numéricamente se pidió representar su reparto así: arriba pedazos que tocaron a c/u, abajo pedazos en total.

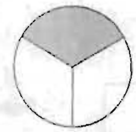
Equipo 1. *"Nosotros somos 4 personas, hicimos 2 repartos con pedazos diferentes. En el primero hay 8 partes y a cada uno nos tocan 2. En el segundo hay 4 partes y a cada uno nos toca un pedazo".*



$\longrightarrow \frac{2}{8}$

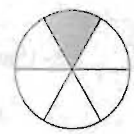
$\longrightarrow \frac{1}{4}$

Equipo 2. *"Al repartir la pizza en 3, a cada uno nos toca un pedazo".*



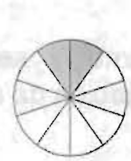
$\longrightarrow \frac{1}{3}$

Equipo 3. *"Como en el equipo somos 6 personas, a cada uno nos tocaría una parte. Y si quisiéramos pedazos más chicos, entonces la pizza se parte en 12 partes y nos tocan 2".*



$\longrightarrow \frac{1}{6}$

Equipo 4. *"Nosotros hicimos 10 pedazos. A cada uno le tocan 2 porque somos 5".*



$\longrightarrow \frac{2}{10}$

Psic: El tipo de reparto que acaban de hacer se llama dividir en fracciones. Discutan y díganme su propia definición.

Equipo 1. *"Nosotros creemos que una fracción es un pedazo de algo".*

Equipo 2. *"Es cuando partes algo que está completo".*

Equipo 3. *"Una fracción es cuando divides algo y te quedan partes iguales".*

Equipo 4. *"Una fracción es una porción de un conjunto o de una cosa".*

Psic: La forma numérica -a/c- que usaron para representar su reparto se llama número fraccionario. El número de arriba recibe el nombre de numerador y el de abajo denominador. Comenten y reflexionen sobre el significado de cada uno.

Equipo 1. *"El numerador es el que nos dice las partes que se toman del entero, y el denominador son las partes en las que se dividió el entero".*

Equipo 2. *"El numerador indica las porciones que se toman del entero, el denominador son el número de porciones que forman el entero".*

Equipo 3. *"El numerador es el pedazo que se tomó del entero, el denominador es el tamaño de las partes, por ejemplo si se reparte un pastel entre 20 personas, las porciones van a ser más chicas a que si se reparten entre 5 personas".*

Equipo 4. "El numerador es el número de pedazos que nos toca de algo completo, el denominador son las partes en las que se ha partido".

A continuación se plantearon diversas situaciones en las que representaban numérica y gráficamente dicho reparto. Entre los ejercicios estuvieron:

1. Hay un pastel pequeño, con 5 rebanadas y me como 2.
2. Tenía $12 y gasté 2.
3. Me como la mitad de la torta.
4. Reparto una barra de chocolate en 7 partes y me como 2.
5. La colección de estampas es de 20 y solo tengo 5.

Se les pidió inventar situaciones parecidas entre algunas de ellas están:

1. *Tengo una bolsa con 15 dulces le doy a mi hermano 8.*
2. *Para completar la colección de 50 estampas, me faltan 8.*
3. *Hay un flan con 20 pedazos y lo reparto entre 4 amigos.*

"Repartiendo cosas equitativamente"

Temas relacionados:
División y conceptos de fracción.

Desarrollo:
Se repartieron cantidades diferentes de dulces miniatura. Se plantearon situaciones de repartición exhaustiva -sin residuo- y no exhaustiva -con residuo-. Reportaron en su cuaderno la cantidad a repartir, el número de personas en el reparto y lo que quedaba sin repartir.

Algunos planteamientos fueron:

Cantidad: 75 dulces
Repartido a: 8 niños
A cada uno le tocan: 9 dulces
me sobran: 3 dulces

Cantidad: 60 dulces
Repartido a: 5 niños
A cada uno le tocan: 12 dulces
Me sobran: 0 dulces

Cantidad: 99 dulces
Repartido a: 7 niños
A cada uno le tocan: 14 dulces
Me sobra: 1 dulce

Psic: Discutan con los compañeros de equipo y hagan una definición del concepto dividir:

Equipo 1. *"Dividir es repartir por partes iguales, pero a veces te puede sobrar o no".*

Equipo 2. *"Es ordenar en grupos el mismo número de cosas".*

Equipo 3. *"Es contar el número de cosas que les toca a cada persona cuando algo se reparte".*

Equipo 4. *"Es hacer conjuntos de cosas que tengan el mismo tamaño".*

Hicieron repartos de dulces por medio de la agrupación de conjuntos, luego lo representaron en su cuaderno con números fraccionarios.

1.- Con un total de 72 dulces. Hacer grupos de 8 elementos.
Repartir a 3 niños. ¿Cuánto le tocó a cada niño?

Contesta la pregunta con fracciones y con números cardinales.

A cada niño le tocan 3/9. A cada niño le tocan 24 dulces.

2.- Repartir 56 dulces a 4 niños

A cada niño le tocan 1/4. A cada niño le tocan 14 dulces.

Al término de la actividad, se les cuestionó sobre las diferentes formas de representar las cantidades de dulces repartidas.

Niño a): *"Yo creo que las dos formas de representar el reparto -en fracciones y cardinales- es lo mismo, solo que en la primera no se tiene un pastel o pizza, sino un conjunto de dulces y se hacen grupos de dulces, de tal manera que en el primer problema quedaron 9 grupos o sea novenos y a cada niño le tocaron 3 grupos. Contando los dulces en unidades y decenas son 24".*

Niño b): *"Yo creo que las 2 formas están bien y quieren decir lo mismo pero expresado de diferente forma".*

Niño c): *"Si, el reparto de las cosas sueltas también se puede representar con fracciones, quiere decir que las fracciones no solo se refieren a una cosa que se partió, sino también a un conjunto de cosas que se agruparon".*

Equipo 4. *"Nosotros decimos que aparentemente los números son diferentes, pero quieren decir la misma cantidad, por ejemplo en el ejercicio 2 hay 4 grupos y a un niño le toca uno, o sea 1/4 pero ya al contarlos de uno en uno dan 14 dulces".*

"Fracciones equivalentes"

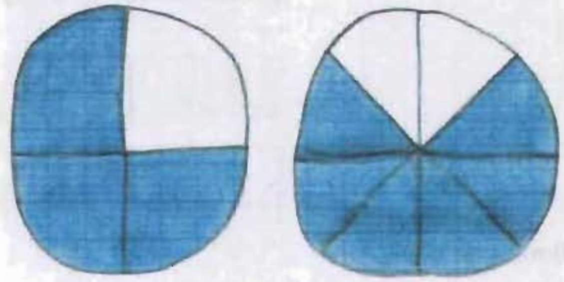
Temas relacionados:
Fracciones equivalentes.

Desarrollo:
Con figuras de plastilina, botones y listones de colores, etc. Se plantearon representaciones aparentemente distintas. Los niños tenían que demostrar libremente, cuál era mayor, menor ó igual y porqué. A continuación se muestra el desarrollo de algunos de los ejercicios:

Psic: Les voy a entregar algunos materiales para que comprueben y señalen si una fracción es mayor, menor o igual a otra y por qué.

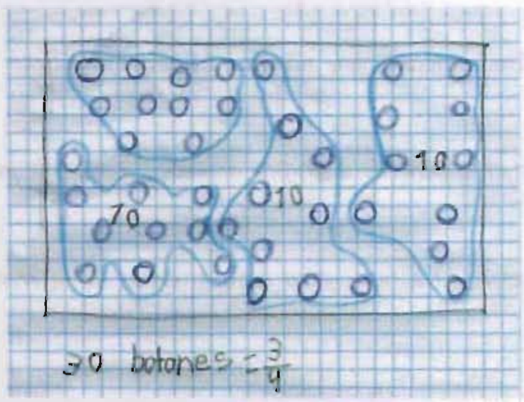
Entre algunos de los ejercicios estuvieron:

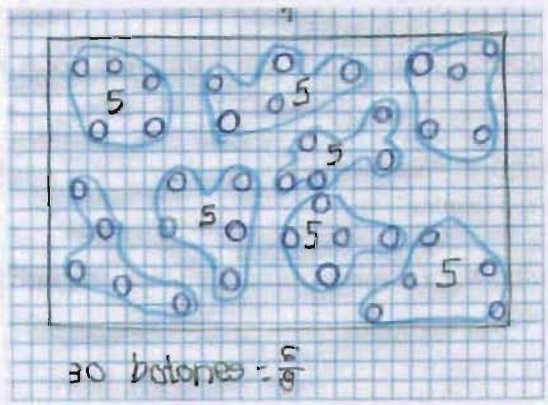
3/4 y 6/8



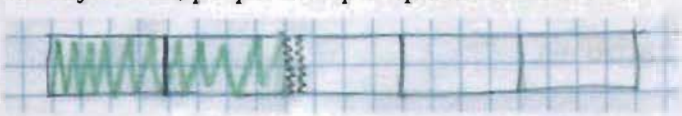
Equipo 1. *"Nosotros trabajamos con plastilina e hicimos 2 pasteles, uno lo dividimos en 4 y el otro en 8, del primero cortamos 3, luego del segundo cortamos 6 y la figura quedó como se muestra a la derecha. Al principio como estaba en otra dirección, nos confundimos, pero luego lo rotamos y nos dimos cuenta de que sí tenían el mismo tamaño.*

Equipo 2. *"Nosotros trabajamos el primer ejercicio con listones. En el listón verde marcamos 3/4, luego con el rojo 6/8 y los recortamos. Pusimos uno encima del otro y tenían la misma medida. Luego tuvimos duda de cómo hacerlo con botones y pensamos que en una caja podían haber cierto número de botones y si hacíamos 4 bolsitas estas serían los cuartos entonces, decidimos que en la caja había 40 botones, los cuartos tendrían 10 y al tener 3/4 nos dan 30 botones. Hicimos lo mismo con los octavos y en cada bolsita habría 5 botones y al tomar 6 octavos es igual a 30 botones".*





Equipo 1. *"Nosotros nos confundimos, porque en un principio dividimos el listón en 5 partes y tomamos 2,*



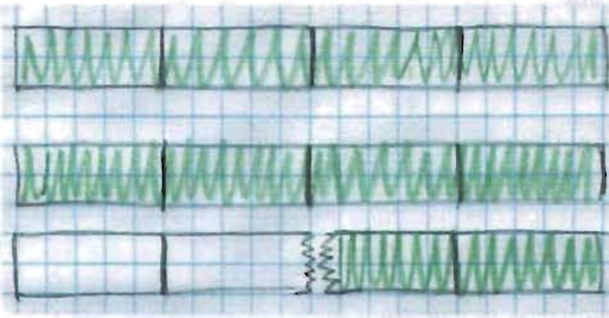
pero luego nos acordamos que el numerador es el que dice cuantas partes tienes que ocupar y cortamos un listón a la mitad,

pero no nos iba alcanzar con 2 porque necesitábamos más medios".

La psicóloga intervino:

Con un listón obtuvieron 2/2, ¿cuántos listones más necesitarían para obtener 2 más?

Niño a): *Otro y la mitad de otro para que sean los cinco.*



Pero… ¿si se puede?

Psic: Si tu ya me respondiste, ¿crees que se pueda?

Niño a): *Pues sí.*

Psic: Lo que comprobaron anteriormente es la equivalencia de fracciones. Comenten con sus compañeros y hagan una definición.

Equipo 1. *"La equivalencia de fracciones es cuando dos números fraccionarios tienen la misma cantidad de cosas o de espacio".*

Equipo 2. *"Equivalencia quiere decir que tienen el mismo tamaño, que ninguno es más grande que el otro".*

Equipo 3. *"Equivalencia quiere decir que al comparar el tamaño de 2 grupos de cosas, comprobamos que son iguales".*

Equipo 4. *"La equivalencia es cuando una fracción es igual a otra, pero están escritas de diferente forma".*

"Sumando y restando fracciones"

Temas relacionados:
Sumas y restas de fracciones.

Desarrollo:
Se plantearon problemáticas de suma y resta de fracciones con tiras de papel y pastel de plastilina.

A continuación se presenta parte del desarrollo:

Psic: "Ahora les voy a pedir sumen las siguientes fracciones, ocupando el material que ya tienen".

3/4 + 2/4
8/9 + 3/9

Se les cuestionó a los niños sobre qué tendrían que hacer si tuvieran que resolver la suma sin material. Se les dio tiempo para que discutieran y aquí se muestran sus comentarios:

Equipo 1. *"Nosotros pensamos que las fracciones se suman solo sumando los numeradores y dejando el denominador. Por ejemplo en el ejercicio (3/4+2/4) 3+2 = 5 y como son cuartos el 4 lo ponemos abajo, quedando 5/4".*

Equipo 2. *"Como las dos fracciones son de cuartos, solo se suman cuantos cuartos hay"*

Equipo 3. *"Solo tienes que sumar cuantos cuartos son".*

Equipo 4. *"Dejas el denominador igual y los numeradores los juntas".*

Psic: Ahora les voy a pedir que resten las siguientes fracciones, ocupando el material que ya tienen.

Algunos de los ejercicios fueron:

8/3 - 5/3 = 3/3
6/2 - 4/2 = 2/2

Equipo 1. *"Nosotros primero dibujamos los listones y los dividimos en tres, y señalamos 8/3 luego, como teníamos que descontarle 5 fuimos tachando con rojo los que eliminábamos y nos quedaron 3. Como los listones estaban partidos en tres eran 3/3".*

Equipo 2. *"Con plastilina hicimos 6/2 luego con otros pasteles de plastilina 4/2, y los pusimos encima de los otros pasteles. Quedaron 2/2 sin aplastarse y ese era el resultado".*

Se hicieron comentarios de cómo resolver las restas de forma directa, el grupo concluyó:

Equipo 3. *"Muy parecido que las sumas anteriores, pero aquí restas en lugar de sumar".*

Luego se pasó a las sumas y restas con denominador diferente.

3/4 + 1/3 =

Los niños hicieron las representaciones con listones y plastilina, pero no sabían como poner el resultado.

Equipo 1. *"Ya representamos 3/4 y 1/3, en total son 4 pedazos, pero no sabemos que denominador poner".*

Equipo 2. *"Nos da 4/4, porque el denominador mayor es el 4".*

Equipo 1. *"Si, el denominador 4 es más grande pero no todas las partes son cuartos, no podemos decir que son cuartos o tercios".*

Equipo 3. *"Si, esa suma no se puede hacer".*

Equipo 4. *"Nosotros pensamos que si se puede hacer, pero necesitarían primero ser del mismo tamaño".*

La psicóloga intervino y así todo el grupo procedió a lo siguiente:

Primero se hizo la representación de 3/4 y 1/3 por separado y se juntaron los listones. Luego se cortó un listón que tuviera el tamaño de esa unión. Se pidió a los alumnos que con su regla midieran cuantos centímetros medía el listón y pensaran en algún número que pudiera dividir dicho número. El listón unido midió 36 cm. Luego:

Equipo 1. *"Lo podemos dividir en 6 y al compararlo con el primer listón, nos da 10/6".*

Equipo 2. *"Lo podemos dividir en 3 y al trasponerlos 5/3".*

Equipo 3. *"Nosotros también dividimos en 3 y nos da 5/3".*

Equipo 4. *"Nosotros lo dividimos entre 12, y nos dio 20/12".*

Psic: Ahora, ¿quién tiene la respuesta correcta? -se traspusieron los pedazos de listón, unos con otros-

Equipo 1. *"Todos porque son fracciones equivalentes pero cada quien hizo su procedimiento".*

Equipo 2. *"Entonces en un principio estábamos mal, porque no estábamos contando cosas que estuvieran del mismo tamaño. Al haber medido y dividido lo que hicimos fue convertirlos a tamaños iguales para poder contarlos".*

Se hizo lo mismo con la resta de tal modo que se les dejó trabajar ya sin la intervención de la psicóloga.

"Carrera de coches con fracciones"

Temas relacionados:
Fracciones.

Desarrollo:
Previamente se hicieron carriles con longitud de 100cm. Los niños impulsaban su coche y calculaban en fracciones lo que habían avanzado.

Sobreponían una tira de cartulina de la meta hasta donde llegaba su coche, hacían una marca en ella y después la doblaban para ver su correspondencia en fracción.

"El Mercado"

Temas relacionados:
Medidas de peso, fracciones y equivalencias.

Desarrollo:
Los niños hicieron frutitas de plastilina. Se les asignó ser comerciantes o vendedores alternadamente. Se utilizó una báscula de gramos. Como eran frutitas de plastilina, el peso -Entero- no podía ser por kilogramo. Se estableció que 100gms sería el entero y de ahí se partiría para las fracciones.

A cada fruta se le asignó un precio.

EJEMPLO: Piña: $20
Melón $8

Cada comprador hacía su pedido por medio de fracciones: 3/4 de piña, 4/4 de manzana, 1/2 de pera, etc.

El comerciante pesaba la mercancía en la báscula y calculaba el precio de acuerdo a la equivalencia.

EJEMPLO:
3/4 de piña = 75gms. = $15

Cada comprador o comerciante tenía que hacer su reporte de las ventas de ese día. Los niños utilizaron billetes de juguete y ambos hacían la cuenta para certificar el cambio.

Luego se asignó una nueva modalidad a las ventas. Podían estar a mitad de precio por ejemplo.

Al término de ésta fase se aplicó la prueba de aprendizaje incluida en el anexo 9.

TERCERA FASE

"Volumen"

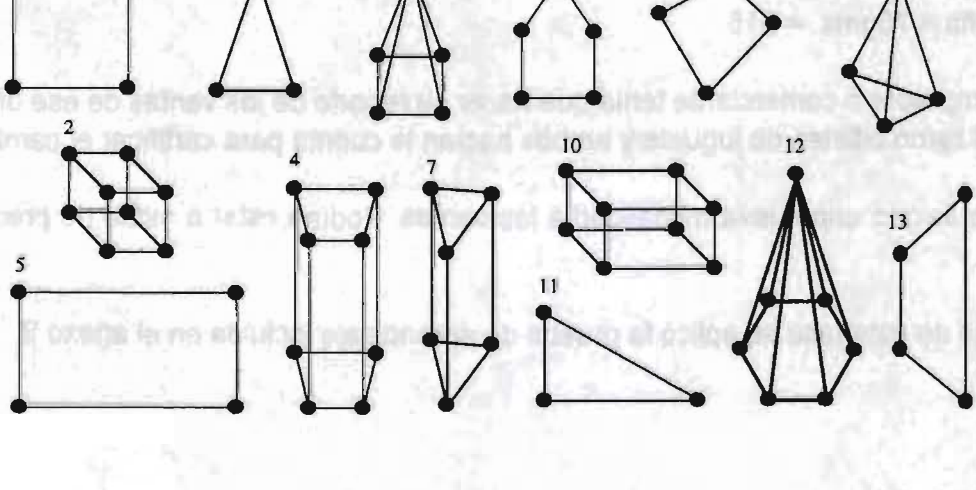
Temas relacionados:
Volumen, prismas, pirámides.

Desarrollo:
Se construyeron prismas y pirámides con palitos y plastilina, con el objeto de identificar las caras, vértices y aristas.

A continuación se muestra el desarrollo:

Psic: Con los palos de madera y la plastilina construyan figuras de la forma, del tamaño y las características que quieran.

Entre las figuras hechas por los alumnos estuvieron:



Luego se les indicó que las figuras identificadas como de área serían apartadas y que las restantes serían estudiadas. Se les pidió describir cada figura.

(Fig 2)

Equipo 1. *"Parece un cuadrado formado por 6 cuadrados y tiene 8 vértices. Todas sus líneas son rectas".*

Equipo 2. *"Está formada por 12 líneas rectas, 8 vértices y parece un cuadrado".*

Equipo 3. *"Es como un cuadrado que se extiende por los lados, por arriba, abajo, atrás y adelante".*

Equipo 4. *"Es un conjunto de cuadrados, que al unirlos forman una cajita cuadrada".*

(Fig. 4)

Equipo 1. *"Es una figura de 4 paredes rectangulares y 2 cuadradas".*

Equipo 2. *"Parece un rectángulo pero no es plano, tiene 8 vértices".*

Equipo 3. *"Es una figura con dos cuadrados, uno arriba y otro abajo. De ambos se unen 4 rectángulos y parece una caja".*

Equipo 4. *"Cuatro rectángulos se unen de lo largo y dos cuadrados funcionan como tapas".*

(Fig. 6)

Equipo 1. *"Se parece a las figuras anteriores pero en lugar de tener varios vértices arriba, solo tiene uno, se sostiene de una base y se forman triángulos al unirse con el vértice de arriba".*

Equipo 2. *"Es una figura que tiene pico, en la parte de abajo hay un cuadrado y de sus vértices salen 4 líneas, formando el pico".*

Equipo 3. *"Tiene 4 triángulos inclinados hacia adentro, que al unirse forman en su base un cuadrado".*

Equipo 4. *"Es un conjunto de triángulos que comparten un vértice en la parte de arriba y en la parte de abajo tienen 4 vértices que forman un cuadrado".*

(Fig. 7)

Equipo 1. *"Figura con 5 paredes, 2 triangulares y 3 rectangulares. No tiene terminación en pico".*

Equipo 2. *"Es una figura triangular de la que salen 3 líneas rectas, y a su vez forman otro triángulo en la parte de arriba".*

Equipo 3. *"Es una figura con 2 triángulos, uno arriba y otro abajo y de ellos se unen 3 rectángulos".*

Equipo 4. *"Parece una caja con tapas triangulares".*

Enseguida comentaron sobre las diferencias entre las figuras identificadas como de área y las nuevas figuras. A continuación se muestra el seguimiento:

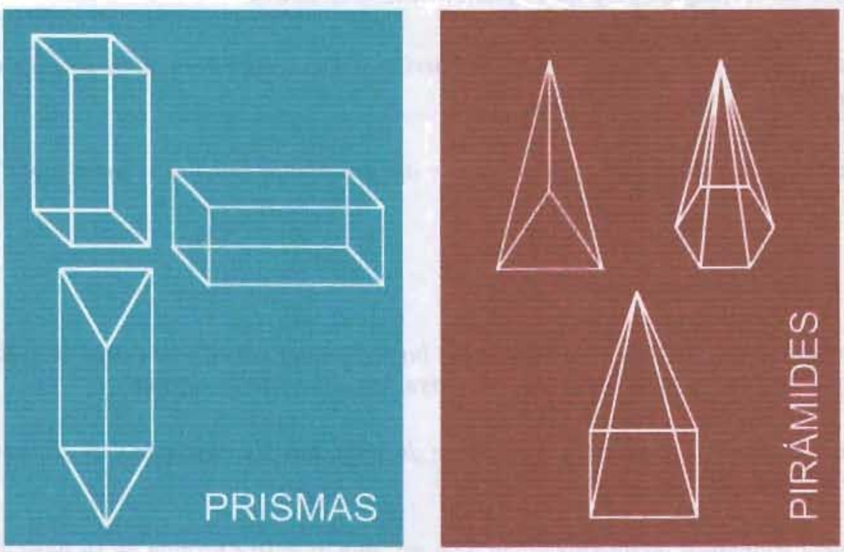
Equipo 1. *"Las de área sólo se miden a lo largo o a lo ancho, las otras a lo largo, alto y a lo ancho".*

Equipo 2. *"Las figuras nuevas tienen varias áreas que son sus paredes y las figuras de área sólo tienen una pared. En las de área sólo podemos encimar cosas y en las otras pueden caber cosas".*

Equipo 3. *"Las nuevas no son planas, están en tercera dimensión".*

Equipo 4. *"Las figuras de área son planas, las otras ocupan más espacio".*

Se pidió clasificar las figuras siguientes tomando en cuenta sus características:



Equipo 1. *"Las figuras del lado azul, tienen varias paredes, pero no llegan a un pico y las figuras del lado rojo sí".*

Equipo 2. *"Las de azul son chatas, las de rojo son picudas".*

Equipo 3. *"Las de azul tienen más líneas rectas y en las rojas tienen que haber más líneas inclinadas para que se forme el pico".*

Equipo 4. *"Las rojas tienen un vértice conectado con varias de sus líneas y la parte de abajo es como su base".*

Después de compartir sus opiniones por equipo, se les comentó que cada una de esas figuras recibía el nombre de prisma y pirámides respectivamente. Acudieron a la biblioteca escolar para investigar los nombres de cada figura.

Adivina adivinador ¿Qué figura es?

Temas relacionados:
Volumen, prisma, pirámide.

Desarrollo:
Por parejas uno de los niños describía con sus palabras una forma volumétrica -pirámide ó prisma-, el otro la construía y solicitaba nuevas pistas. Al final comparaban sus figuras.

"Práctica de volúmenes"

Temas relacionados:
Volumen, prisma.

Desarrollo:
Se plantearon diversas situaciones utilizando cubos de madera como unidad de medida para resolverlas.

PROBLEMA 1.
Un arquitecto construirá un edificio de 15 pisos, en cada uno habrá 4 departamentos -2 enfrente y 2 atrás-. ¿Cuántos departamentos serán en total?

Equipo 1. Tomó como primer dato la altura, así construyó una torre de 15 pisos, luego al no saber cómo poner los 4 departamentos abajo, construyó los 4 departamentos del primer piso y después aumentó 14 pisos más.

En este ejercicio los alumnos contaron de 4 en 4, 15 veces: "4... 40, 48, 52, 56, 60".
R = *Habrá 60 departamentos.*

Equipo 2. Construyó primero los dos departamentos de enfrente y le aumentó 14 niveles más, posteriormente hicieron la parte de atrás y luego las unieron.

Ellos contaron: "2, 4, 6, 8,... 30 departamentos adelante".
R = *"Como la parte de atrás y la de adelante son iguales, entonces también hay 30 departamentos atrás y 30 + 30 = 60".*

PROBLEMA 2.

En una empacadora de leche acomodaron las cajas por sección. Cada sección está acomodada de la siguiente manera: Cada nivel tiene forma rectangular, en el primer nivel van 15 cajas a lo largo y tres a lo ancho, en total hay 6 niveles, uno encima del otro. ¿Cuántas cajas de leche hay en una sección?

Equipo 3. Primero acomodó 5 cajas a lo largo y 3 a lo ancho, -sin seguir la forma rectangular-, después aumentaron 5 niveles. Uno de sus integrantes dijo: *"Creo que estamos mal, porque tiene que ser en forma rectangular".* Luego completaron la figura de manera que quedara rectangular.

Su conteo:
15 x 3 = 18
18 x 6 = 108 y fueron contando de uno en uno, el resto de los cubos: 108, 109, 110,... 270.

Equipo 4. Formó 15 cajas a lo largo, 3 a lo ancho, rellenó la figura quedando en rectángulo, hizo 5 niveles más y posteriormente encimó uno sobre otro.

Su cálculo fue realizado así: 15 a lo largo y 3 a lo ancho = 45 cajas de área en el primer nivel y como son 6 niveles 45 x 6 = 270.

PROBLEMA 3.
En una papelería guardan gomas dentro de una caja cúbica, y en cada uno de sus lados hay 7 ¿cuántas hay en total?.

Equipo 1. *"Nosotros nos imaginamos la caja, luego formamos 7 cubos en cada lado de una de las bases, luego rellenamos el área y nos dio 49 cubos porque 7 x 7 = 49, luego construimos 7 pisos más y multiplicamos 49 x 7 = 343".*

Equipo 2. *"Como la caja es cúbica, formamos 7 cubos a lo largo, 7 a lo ancho y 7 en lo alto, luego rellenamos la cara de enfrente y nos dio 49; luego completamos el cubo y como eran 7 bloques cada 49 gomas multiplicamos 7 x 49 = 343".*

Equipo 3. *"Como ya sabíamos que la caja era cúbica, primero formamos una cara con 7 a lo largo y 7 a lo ancho, nos dio 49, luego hicimos 6 secciones más y las juntamos, por eso sumamos 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 + 49 = 343".*

Equipo 4. *"Nosotros formamos la base del cubo 7 x 7 = 49, luego al aumentar 6 niveles más: 49 x 7 = 343".*

Se les comentó a los niños que en los problemas resueltos anteriormente, se había calculado el volumen y se les pidió que reflexionaran sobre el concepto de volumen y dieran una definición.

Equipo 1. *"El volumen es lo que ocupa espacio y tienes que saber lo que mide en su área y en su altura".*

Equipo 2. *"En el volumen caben cosas y no es plano, es en tercera dimensión".*

Equipo 3. *"El volumen son figuras de tres dimensiones".*

Equipo 4. *"El volumen se refiere a lo que cabe a lo largo, ancho y alto de una figura".*

Se les pidió que reflexionaran sobre las medidas consideradas para el cálculo del volumen y el porqué el resultado debía ser expresado al cubo.

Equipo 1. *"Primero calculas el área de una cara y luego las secciones que tiene. Tomas tres medidas, por eso es al cubo".*

Equipo 2. *"Son 3: largo, ancho y alto, por eso es al cubo".*

Equipo 3. *"Se mide a lo largo y a lo ancho y el número de pisos o altura".*

Equipo 4. *"El resultado es en centímetros cúbicos porque se consideran 3 medidas".*

Luego se les pidió que inventaran situaciones en donde se investigara el volumen. Se presentan a continuación algunas de ellas:

- *En un camión de refrescos se acomodan 10 cajas a lo largo, 7 a lo ancho y 9 a lo alto. ¿Cuántas hay en total?*

- *En un casillero caben 15 libros adelante 2 alo ancho y 2 a lo alto. ¿Cuántos libros caben en total?*

- *En una estuchera caben 10 lápices en el área y 5 en su altura. ¿Cuántos caben?*

- *En una caja de chocolates hay 3 niveles, cada nivel tiene 10 chocolates. ¿Cuántos hay en total?*

- *Los gises se guardan en cajas con 10 gises cada una, si hay 7 cajas y 3 en el primer nivel. ¿Cuántos gises hay si son 5 niveles?*

- *Un niño acomoda su discos de play en un mueble, a lo alto se cuentan 20, a lo ancho 3, y a lo largo 4. ¿Cuántos hay?*

- *En una juguetería acomodaron 30 cajas con 25 canicas cada una, una encima de otra. ¿Cuántas hay?*

- *En una alberca caben 200 litros a lo largo 800 a lo alto y 400 a lo ancho. ¿Con cuánta agua se llena?*

- *Un refrigerador mide 40 cms. a lo largo, 1.40 a lo alto y a lo ancho 50 cms. ¿Qué volumen tiene?*

- *En una vitrina caben 3 vasos a lo ancho y 16 a lo largo, si una vitrina tiene 2 niveles. ¿Cuántos vasos caben?*

Se les pidió obtener las medidas y el volumen de algunas de las cosas que formaban parte del salón de clase -caja de gises, estante, librero, papelera, estuchera- y entregaron su reporte en el cuaderno.

"Lista Geométrica"

Temas relacionados:
Perímetro, área, volumen.

Desarrollo:
Se les pidió observar las cosas que ocupan o ven en su vida diaria para elaborar una lista de lo que puede considerarse como perímetro, área o volumen.

A continuación se presentan las palabras citadas con mayor frecuencia:

Perímetro	Área	Volumen
Orilla de un espejo	*Ventana*	*Televisor*
Orilla de la ventana	*Hoja de cuaderno*	*Lavadora*
Marco del patio	*Puerta*	*Estante*
Encaje del mantel de la mesa	*Patio*	*Papelera*
Orilla de la mesa	*Pizarrón*	*Lámpara*
Orilla del escritorio	*Techo de salón*	*Estuchera*
Aro para bordar	*Pantalla de cine*	*Salón de clases*
Periférico de la Ciudad de México	*Poster*	*Torre latinoamericana*
Contorno de la fotografía	*Cortinas*	*Cubo de hielo*
Orilla de la sábana	*Monografía*	*Tinaco*
Margen del cuaderno	*Servilleta*	*Refrigerador*
Tejido de la servilleta de tortillas	*Lona*	*Congelador*
Orilla del pan "bimbo"	*Calendario*	*Tina*
Marco de la pantalla de cine	*Avenida*	*Hormo*
Escuadra	*Mantel individual*	*Molde*
Contorno del pizarrón	*Sábanas*	*Closet*
Contorno mantel individual	*Colcha*	*Ropero*
	Pota - retratos	*Horno*
	Parrilla	*DVD*
	Tortilla	*Balón*
	Persiana	*Chocolate*
	Charola	*Cajón*
	Comal	*Boing*
	Tabla de picar	*Alberca*
	Etiqueta	*Casa de campaña*
	Calcomanía	*Caja de película*
	Timbre postal	*Caja de chicles*
	Techo de carro	*Pirulí*
	Regla	*Florero*
	Galleta	*Cojín*
	Rebanada de jamón	*Carro*
	Alfombra	*Librero*
	Fólder	*CPU*
	Quema cocos	*Camión*
	Tapa de escusado	*Monitor*
		Vaso
		Play Station
		Salero
		Bote de basura
		Cubeta
		Ladrillo
		Mochila
		Maceta

Se procedió a la evaluación correspondiente presentada en el anexo 10.

CAPITULO 6

Análisis e interpretación de resultados

6.1 Descripción cualitativa

Se decide:

a) Presentar por medio de *diagramas categoriales* y *circulares* las palabras y definiciones respectivamente, manifestadas en la conceptualización de diversos contenidos temáticos.

*** Los categoriales**

A partir de una lista de items solicitada para determinados conceptos, se clasifican las palabras emitidas por los alumnos en *categorías* gramaticales, asignándoles un *código* específico y siguiendo las sugerencias de Hernández, Fernández & Baptista (2003).

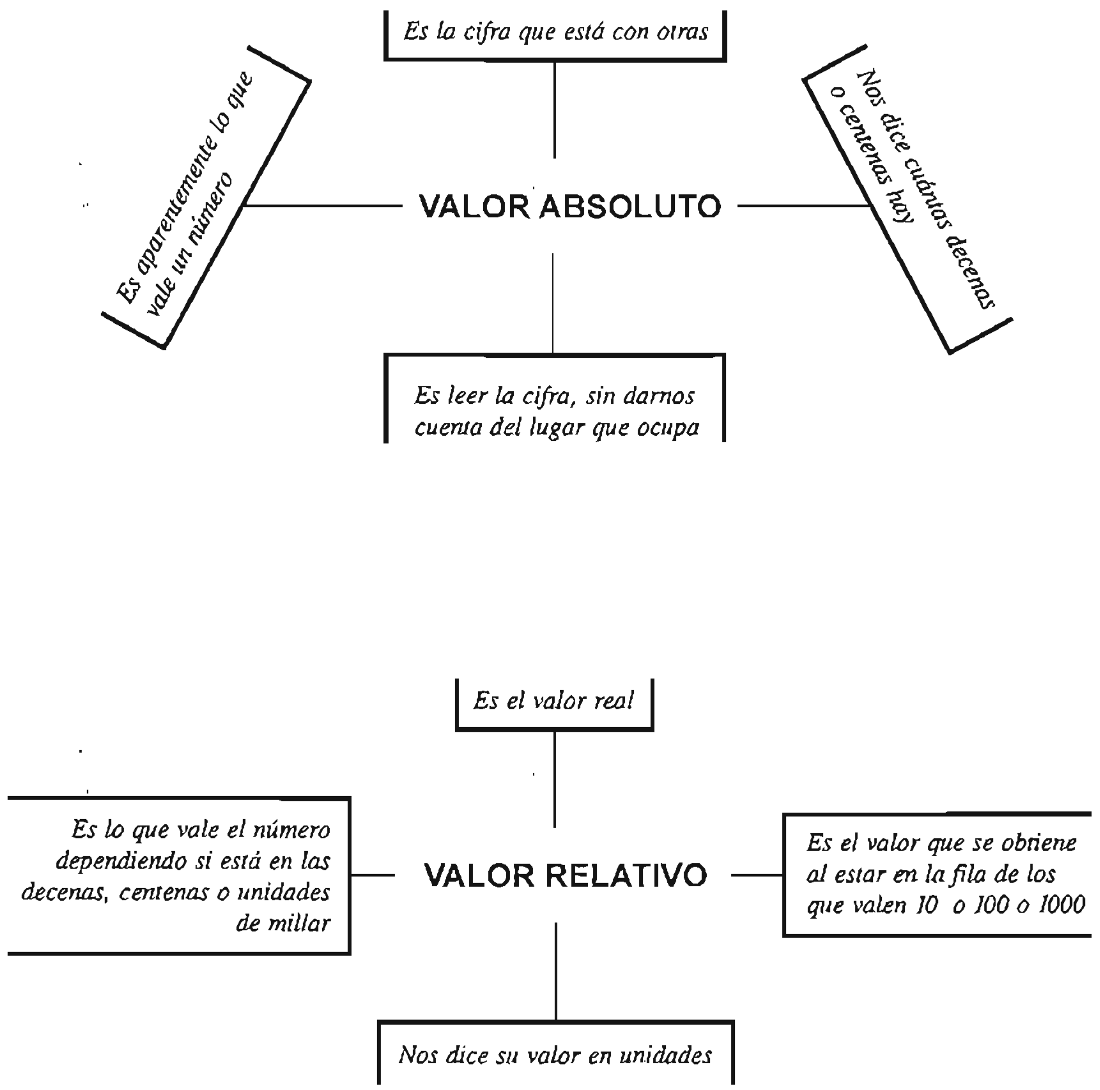
*** Los circulares**

En los *diagramas circulares* no se establece una clasificación de palabras, sólo se presenta la definición directamente dada por el equipo, pues en estos casos no se pidió una serie de items referentes al tema y por tanto se considera más enriquecedor presentar las definiciones completas alrededor de cierto contenido temático.

b) En un *diagrama de árbol* presentar las *formas procedimentales* para solucionar diversas situaciones matemáticas, relacionadas con ciertos contenidos temáticos.

Figura 1

Palabras y definiciones manifestadas en la conceptualización de ciertos contenidos temáticos



El primer diagrama (Figura 1) hace referencia a la conceptualización de **valor absoluto** y **relativo**, los cuales están en constante relación y dependencia, pues uno redefine al otro.

Figura 2

SUMAR

- <u>Adelanto</u>
  - *ir adelante*
  - *avanzar*
- <u>Unión</u>
  - *agrupar*
  - *me regalan*
  - *reunir*
  - *poner*
  - *unir*
  - *juntar*
  - *conjuntar*
- <u>Crecimiento</u>
  - *aumentar*
  - *agregar*
  - *me regalan*

El término **sumar** estuvo definido en tres categorías: la primera en acciones que implican unión, la segunda en acciones de adelanto y la última en acciones de crecimiento. Se presentó una palabra relacionada con dos de las categorías (Figura 2).

Figura 3

RESTAR

- <u>Dos grupos implicados</u>
  - *diferenciar*
  - *comparar*
- <u>Retroceso</u>
  - *ir hacia atrás*
  - *regresarse*
  - *retroceder*
- <u>Decremento</u>
  - *quitar*
  - *disminuir*

Restar obtuvo tres categorías: una que considera a dos grupos implicados, otra referente al retroceso y la última al decremento (Véase Figura 3).

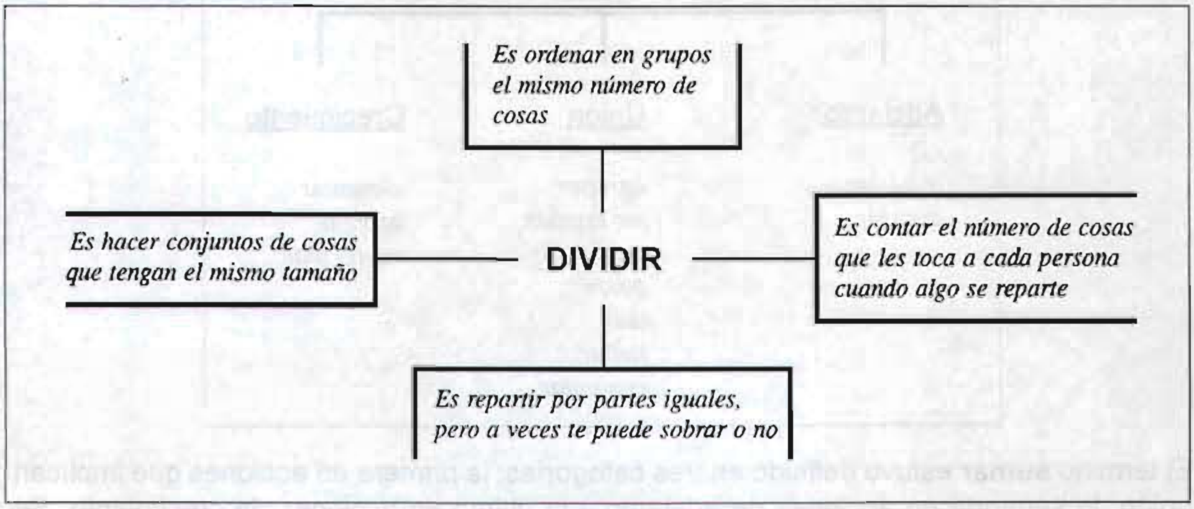
Figura 4

MULTIPLICAR

- *repetir*
- *sumar rápidamente*
- *contar con la misma cantidad*

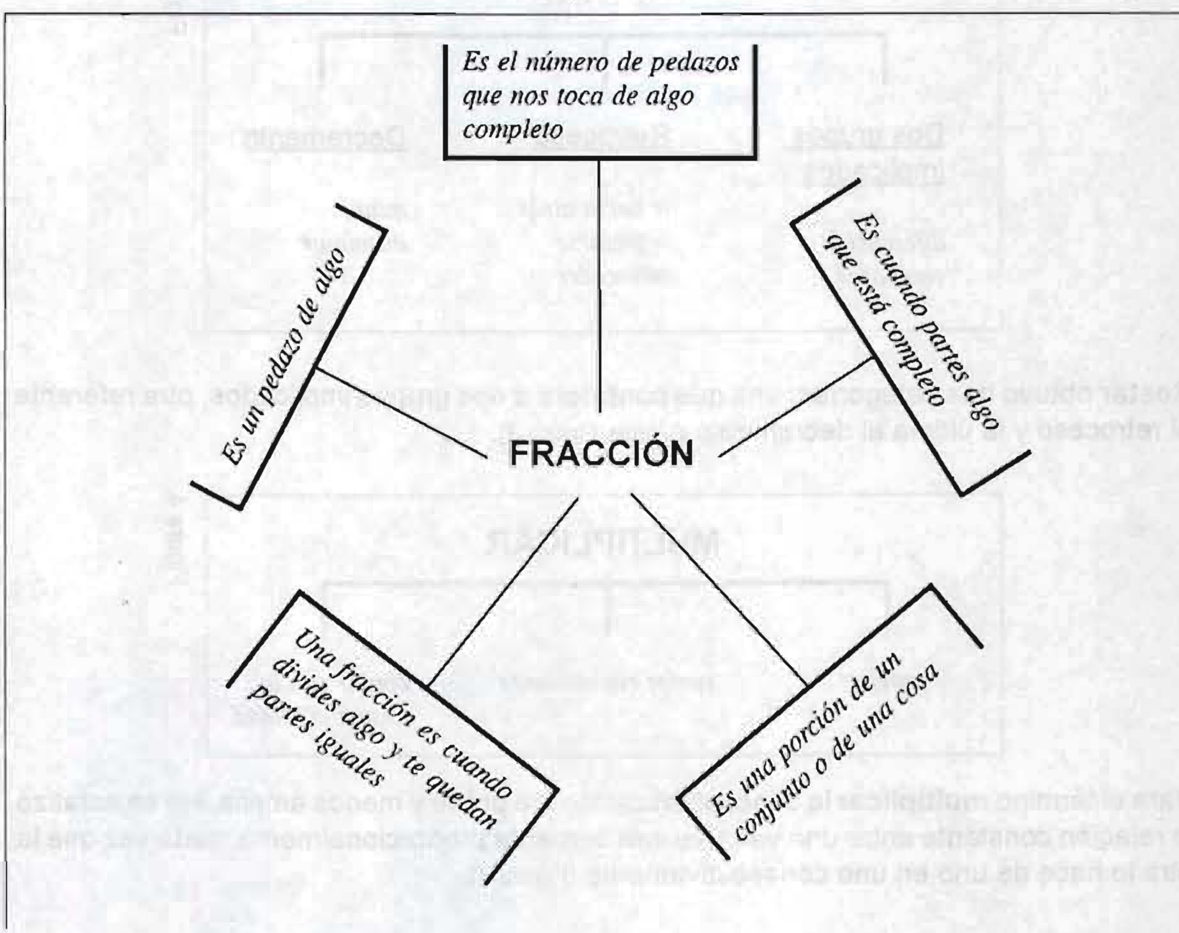
Para el término **multiplicar** la conceptualización fue pobre y menos amplia. No se enfatizó la relación constante entre una variable que aumenta proporcionalmente, cada vez que la otra lo hace de uno en uno consecutivamente (Figura 4).

Figura 5



Obsérvese en la Figura 5 que **Dividir** estuvo relacionado con ordenar grupos de igual tamaño y se concibió como reparto exhaustivo o con residuo.

Figura 6



Para mayor claridad se presentan en forma conjunta las definiciones para los conceptos de: **Fracción**, **numerador** y **denominador** (Figura 6).

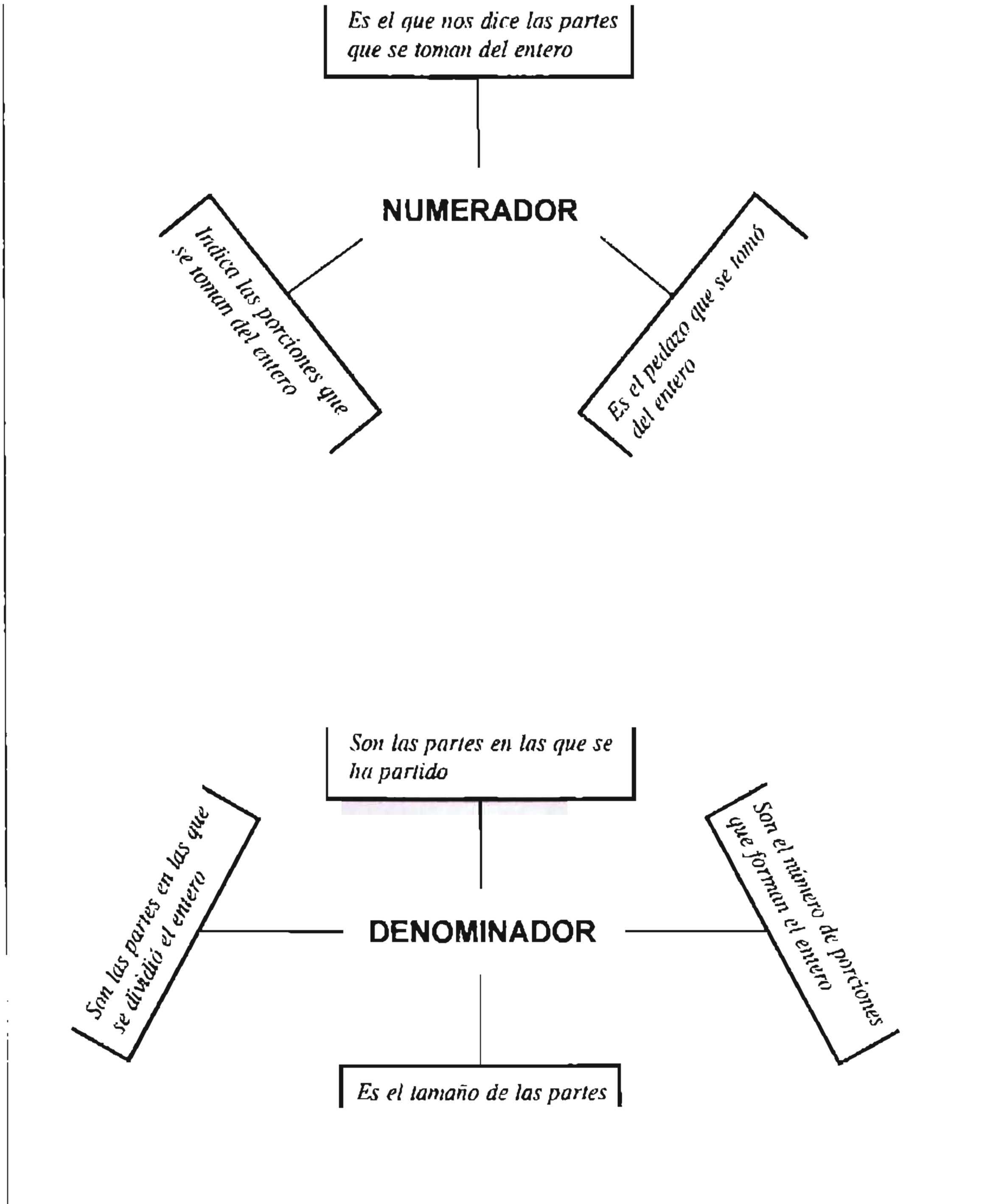
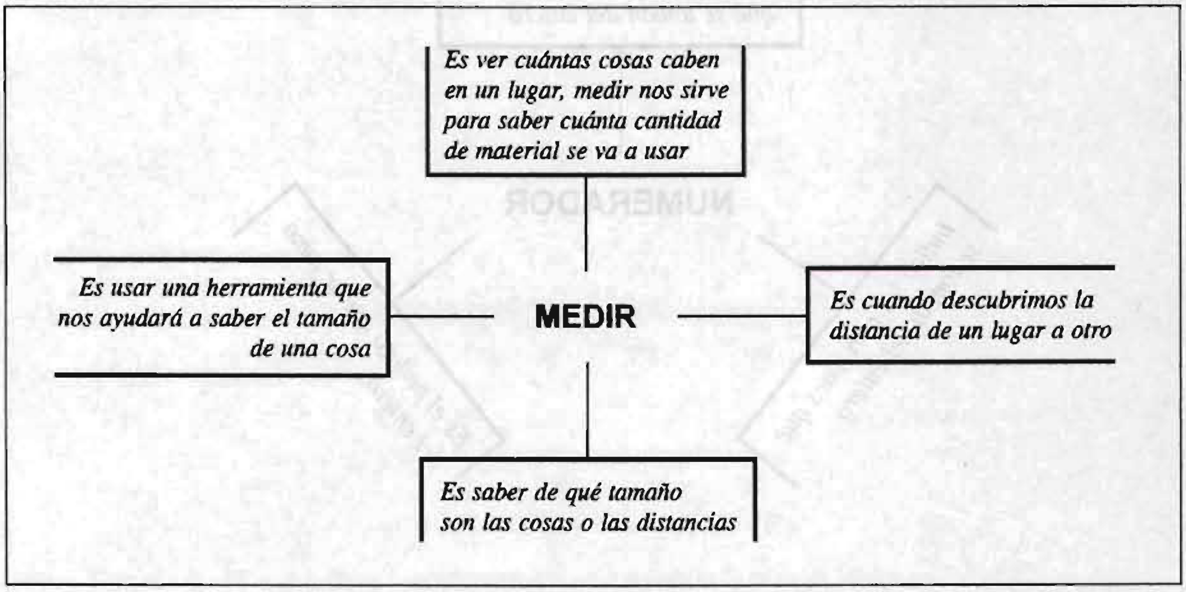


Figura 6

Obsérvese que las definiciones en la conceptualizacíon de fracción se inclinan más a su relación con el numerador. Las palabras: *pedazo*, *partir* y *porción* no enfatizan la división en partes iguales, lo cual se relaciona más con el denominador. El numerador y denominador se lograron diferenciar claramente, pues el primero se concibió como "lo que se toma" y el segundo como " lo que se divide o se forma".

Figura 7

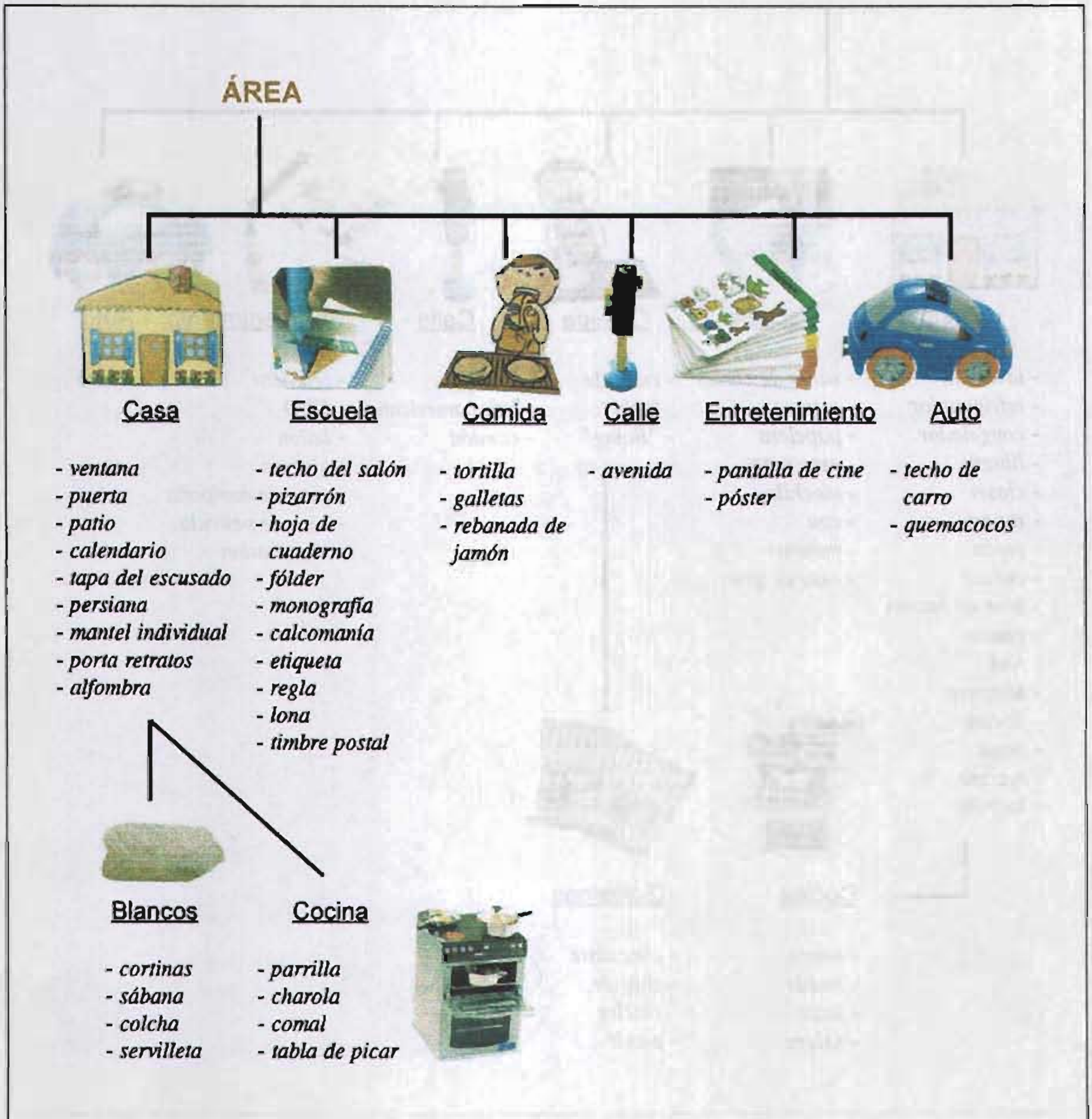


La conceptualización del término **medir** no se redujo a definiciones relacionadas con unidades de medida, sino enfatizó la utilidad que tiene y se inclinó tanto en cosas como en distancias (Véase Figura 7).

Figura 8

Obsérvese en la Figura 8 que en las discusiones emitidas por los equipos, el **perímetro** se refirió a la medida de la parte externa de algo o a su contorno. En la lista que elaboraron se encontraron 5 categorías bien definidas y de una de ellas se desprende otra subcategoría.

Figura 9



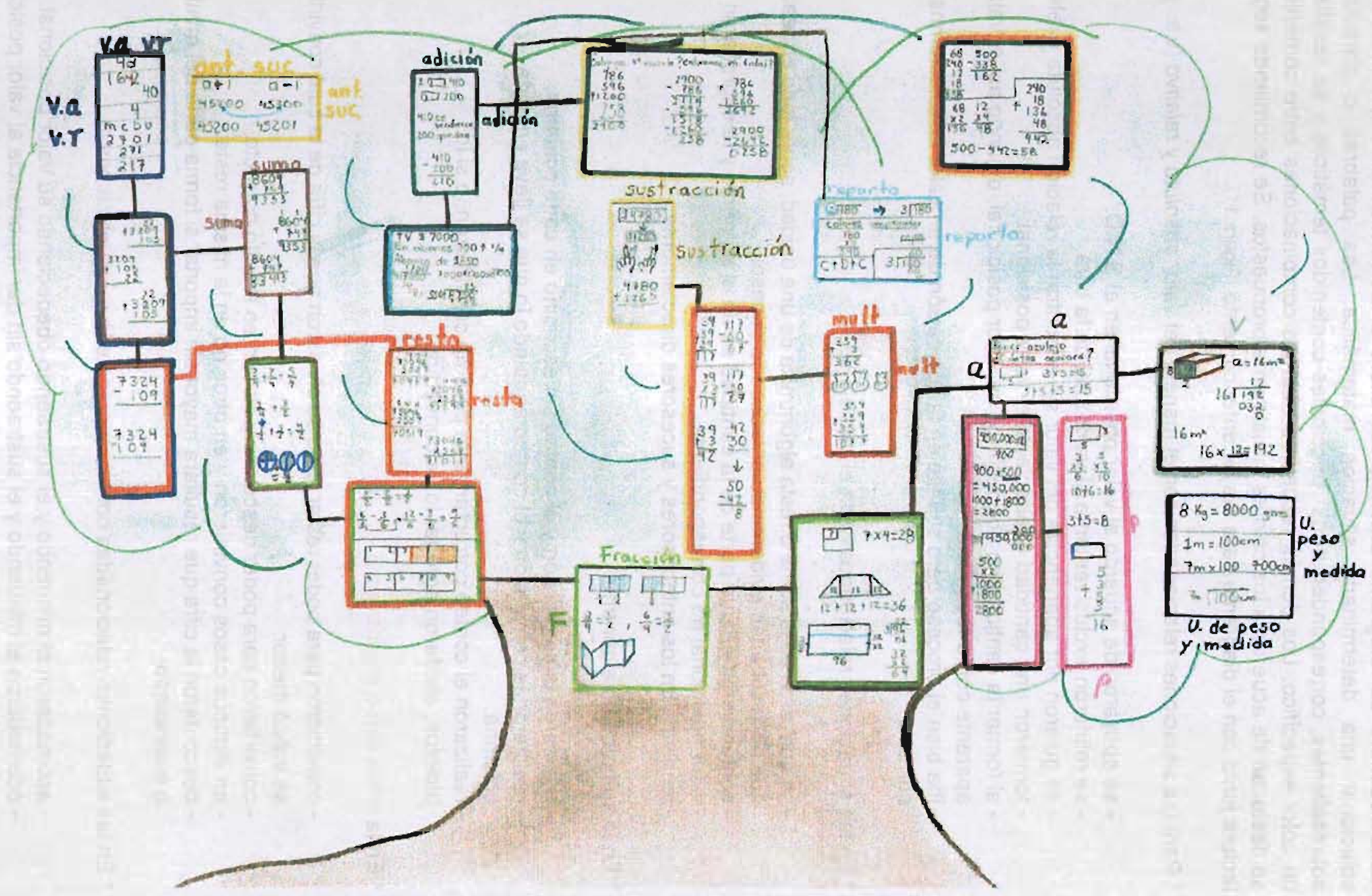
Los equipos concibieron el **área** como medida interna o como el conteo de cosas que caben en un espacio. En la lista que elaboraron se encontraron 5 categorías iguales a las presentadas en la lista anterior y una adicional. La categoría casa presenta dos subcategorías (Figura 9).

Figura 10

El **volumen** estuvo bien diferenciado del área. En las definiciones dadas por los equipos se enfatizó su tercera dimensión. En la lista elaborada se encontraron 6 categorías iguales a las del diagrama anterior. La categorías casa y comida presentaron una subcategoría respectivamente (Figura 10).

(Figura 11)

<u>Formas procedimentales para solucionar diversas situaciones matemáticas.</u>



Cada recuadro del diagrama anterior, se refiere a las formas procedimentales para solucionar una determinada situación matemática. Las palabras o abreviaturas sobresalientes, corresponden a los principales contenidos temáticos y se resaltan de un color específico. Los demás recuadros abarcan combinaciones entre contenidos y se destacan de acuerdo a los colores inicialmente propuestos. Se recomienda seguir la lectura junto con el diagrama para mayor entendimiento (Figura 11).

* Para las situaciones relacionadas con el manejo del *valor absoluto y relativo* (v.a. y v.r.):

- se apoyaron de acuerdo al valor posicional en el S.N.D.
- se refirieron exclusivamente al valor total de la cifra.
- se guiaron por apariencias del valor sin encontrar la relacion absoluta y relativa.
- formaron una cantidad obedeciento el valor posicional.
- al formar la cantidad no obedecieron su valor posicional, dejando asi el valor aparente como respuesta.
- iba bien el proceso pero se falló en la colocación de un valor en la columna correcta.

* En las situaciones relacionadas con el manejo de antecesores y sucesores:

- se apoyaron en la suma o resta algorítmica de una unidad, sobre todo en reactivos que no resulta tan evidente su antecesor o sucesor.
- confundieron en qué parte de la cantidad se da el aumento y la expresaron en el valor posicional no correspondiente.
- identificaron los antecesores y sucesores diréctamente.

* En la suma como algoritmo:

- realizaron la conversión y el conteo sin escribirlo en cada columna.
- realizaron la conversión y el conteo anotando lo que se lleva en cada columna.
- realizaron el conteo correctamente pero no convirtieron, o si lo hicieron, olvidaron agregar lo ya convertido.

* En la resta como algoritmo:

- convirtieron para poder restar, pero se olvidaron que la cifra de la cual convirtieron, se volvió menor.
- convirtieron para poder descontar y su conteo resultó correcto.
- en algunos casos convirtieron y en otros no en la misma resta.
- descontaron la cifra que resultara mayor sin importar si forma parte del minuendo o sustraendo.

* En las situaciones relacionadas con el manejo de la resta, el v.a. y v.r.:

- acomodaron el minuendo y el sustraendo obedeciendo su valor posicional.
- acomodaron el minuendo y el sustraendo sin dar importancia al valor posicional.

* En las situaciones de adición (entendida no como algoritmo, sino como proceso aditivo en un problema):

- se apoyaron en elementos gráficos para identificar el proceso antes de solucionar el problema.
- hicieron correspondiencia de palabras clave con su valor, antes de solucionar el problema.
- realizaron operación algorítmica sin reflexionar sobre ella, lo cual llevó a una solución incorrecta.

* En las situaciones que implicaran sustracción (entendida como proceso sustractivo en un problema):

- se apoyaron en elementos gráficos para identificar el proceso antes de solucionar el problema.
- utilizaron o manipularon algunos utensilios materiales para identificar el proceso antes de solucionar el problema.
- realizaron operación algorítmica sin reflexionar sobre ella, lo cual los llevó a una solución incorrecta.

* En las situaciones de adición y sustracción:

- confundieron la pregunta que planteaba el problema.
- Presentaron una suma incompleta y al momento de realizarla calcularon el sumando faltante.
- Realizaron restas consecutivas para llegar al sumando faltante.
- Sumaron las cantidades iniciales para luego restarle a la totalidad.

* En las situaciones de multiplicación (entendida como proceso multiplicativo en un problema):

- realizaron operación algorítmica sin reflexionar sobre el proceso que implicara el problema, generando una solución incorrecta.
- se apoyaron en elementos gráficos para identificar el proceso antes de solucionarlo.
- hicieron una multiplicación disfrazada de suma acertando en el resultado.

* En las situaciones de reparto:

- identificaron inmediatamente el proceso y realizaron la división pero sin considerar correctamente el número de divisores.
- subrayaron las palabras clave pero sin considerar el valor correspondiente a cada dato y multiplicaron las cantidades involucradas.
- calcularon por separado el número de centenas, decenas y unidades que le tocaban a cada elemento y posteriormente las sumaron.
- identificaron el proceso divisorio y lo realizaron corréctamente.

* En el manejo de situaciones de multiplicación y sustracción combinadas:

- Realizaron una multiplicación disfrazada de suma y después realizaron la sustracción.
- Multiplica directamente y después resta.
- Confundieron y sumaron elementos distintos, después intentaron restar pero se dieron cuenta que lo considerado como minuendo es menor. Cambiaron el orden de la resta sin darse cuenta del error.

* En las situaciones de reparto y adición:

  - Hicieron una correspondencia entre los datos implicados y sus valores, lo cual permitió acertar en su procedimiento y su respuesta.

* En el manejo de situaciones de adición, multiplicación y sustracción:

  - Realizaron una suma sin correspondencia al número de veces para cada sumando y después restaron, lo cual los llevó a un desacierto.
  - Subrayaron la cantidad de artículos con su correspondiente valor en pesos. Los multiplicaron, luego obtuvieron el total sumando y al último restaron.

* En las situaciones de fracción:

  - representaron gráficamente la fracción.
  - relacionaron la equivalencia entre las fracciones para compararlas.
  - utilizaron una hoja de papel para representar las fracciones y compararlas.

* En las situaciones de suma y fracción:

  - para la suma de números fraccionarios con igual denominador sumaron directamente los números sin utilizar elementos gráficos o físicos.
  - para la suma de números fraccionarios con diferente denominador, convirtieron una de las fracciones a su equivalencia, considerando el denominador de la otra fracción y posteriormente las sumaban.
  - utilizaron recursos materiales como plastilina y regla para hacer cortes y representar las fracciones. Luego sobrepusieron una con otra para dar el resultado con igual denominador.

* En las situaciones de resta y fracción:

  - para la resta de números fraccionarios con igual denominador, restaron directamente sin utilizar elementos gráficos o físicos.
  - para la resta con denominadores distintos convirtieron una de las fracciones a su equivalente, considerando el denominador de la otra fracción y posteriormente restaron.
  - utilizaron dibujos o recursos materiales como plastilina para representar el minuendo, luego representaron el sustraendo y lo encimaron al minuendo. Al final contaron el resto.

* Para las situaciones de perímetro:

  - multiplicaron los lados iguales y después los sumaron.
  - sumaron la medida de cada lado sin relacionarla con todo el contorno de la figura.
  - remarcaron cada lado con un color distinto conforme lo fueron sumando.

* En las situaciones de área:

  - subrayaron algunas palabras clave antes de resolver el problema, dibujaron la figura, anotaron sus medidas y después multiplicaron lado por lado.
  - hicieron una multiplicación disfrazada de suma.

* En las situaciones de área y perímetro:

  - dibujaron la figura geométrica añadiendo los datos en ella según correspondía. Por medio de una multiplicación con hueco encontraron la medida faltante para obtener el perímetro.
  - dividieron el área entre la medida de uno de sus lados. Multiplicaron cada lado por dos y luego los sumaron

* En las situaciones de área y fracción:

  - percibieron inmediatamente la relación fraccionaria entre las figuras geométricas y multiplicaron
  - percibieron desproporcionalmente la relación fraccionaria entre las figuras geométricas, provocando así que su respuesta fuera incorrecta.
  - utilizaron elementos gráficos para representar la relación fraccionaria entre un lado y otro, después dividieron y multiplicaron de acuerdo a la proporción.

* En las situaciones de volumen y área:

  - obtuvieron el área de la figura y luego dividieron el volumen entre el área para saber el largo.
  - obtuvieron diréctamente el área y después hicieron una multiplicación con hueco.

* En las situaciones de Unidad de peso y medida:

  - convirtieron la unidad a la equivalencia con otra unidad de medida o peso.
  - multiplicaron, anotaron la equivalencia entre las unidades de medida. Luego multiplicaron o dividieron según fuera el caso para convertir de una unidad a otra.
  - antes de reflexionar sobre el proceso multiplicativo o divisorio hacían cualquiera de los dos, sin tener una respuesta correcta.

6.2 Descripción cuantitativa

La descripción de los datos cuantitativos responde a la necesidad de conocer los cambios porcentuales generados respecto a la solución correcta de situaciones matemáticas, enfocadas al desempeño de ciertas habilidades cognoscitivas y además darán mayor peso a los datos cualitativos.

Se aplica en cada fase la prueba de aprendizaje correspondiente -anexos 7 a 10-. Para organizar los datos y resumir la información, se utilizan gráficas de barras en cada fase del programa considerando dos presentaciones:

- *Desglosada*. Incluye el porcentaje de los indicadores considerados en una sola dimensión durante cada fase.

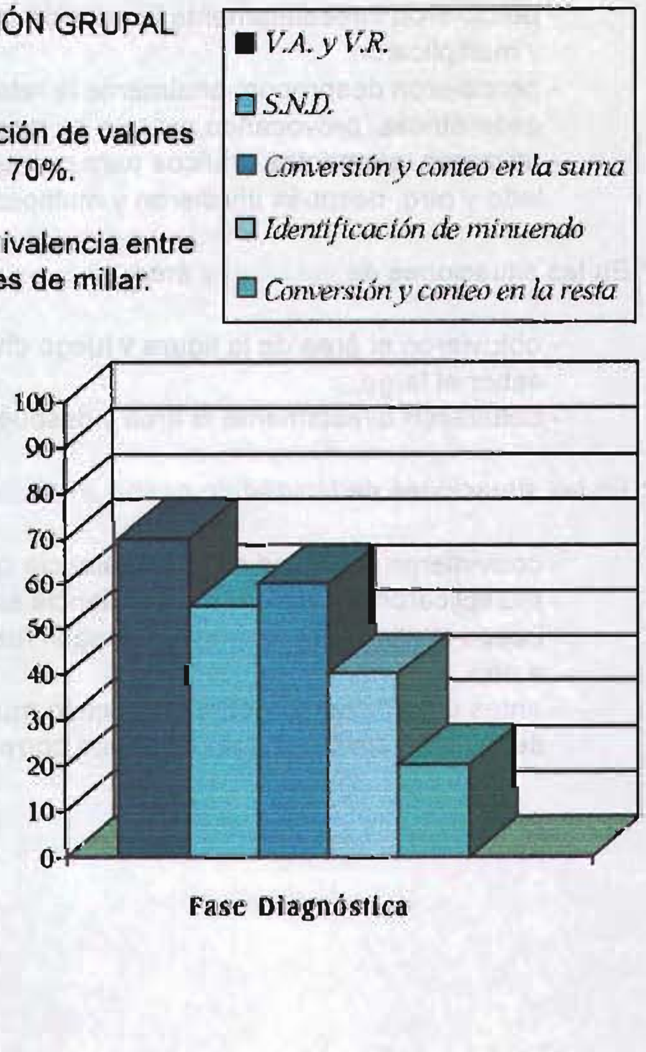
- *Integral*. Se utilizan gráficas ojivas que señalan el curso de cada dimensión a través de todo el programa de intervención.

Conversión numérica

FASE DIAGNÓSTICA Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

En la gráfica se observa que la identificación de valores absolutos y relativos se encuentra en un 70%.

En un 55% se distingue o identifica la equivalencia entre unidades y decenas, centenas o unidades de millar.



En un 60% se convirtieron unidades a decenas, decenas a centenas, etc. en la suma sin olvidar dicha conversión al contar.

Solo en 40% se identificó el minuendo como cantidad a la que se le descuenta en una resta.

Al parecer la resta presentó mayor dificultad, tanto de conversión como de conteo pues se localizó en 20%.

El porcentaje total en esta fase fue del **50%** (Calculado en base a la suma de los porcentajes anteriores y a su promedio).

Conversión numérica

FASE 1

El manejo de valores relativos y absolutos se localiza en 75%.

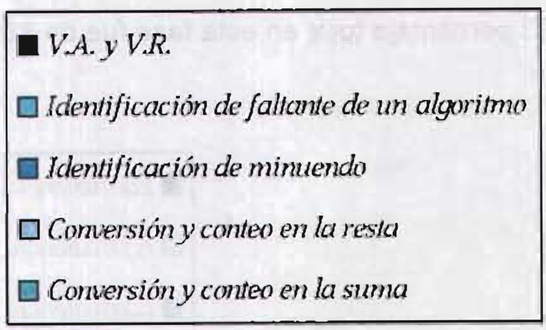
Se obtiene un porcentaje del 85% al identificar el sumando, minuendo, sustraendo, o multiplicando faltante de un algoritmo, a partir de un problema.

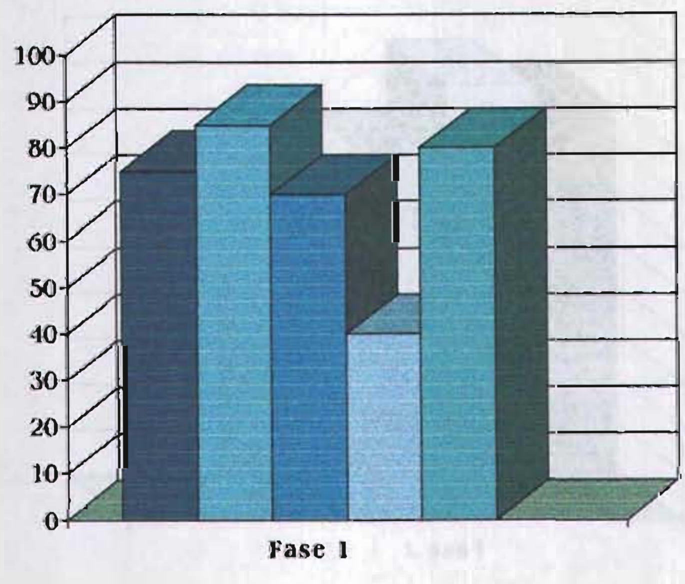
En la identificación del minuendo como la cantidad a la que se le descuenta dentro de un algoritmo se logró el 70%.

La conversión de millares a centenas, centenas a decenas, etc. sin olvidar el conteo en la resta alcanzó el 40%.

Para la conversión en la suma de unidades a decenas, decenas a centenas, etc. sin olvidar dicha conversión en el conteo se presentó un 80%.

El porcentaje total en esta fase fue del 70%.





Conversión numérica

FASE 2

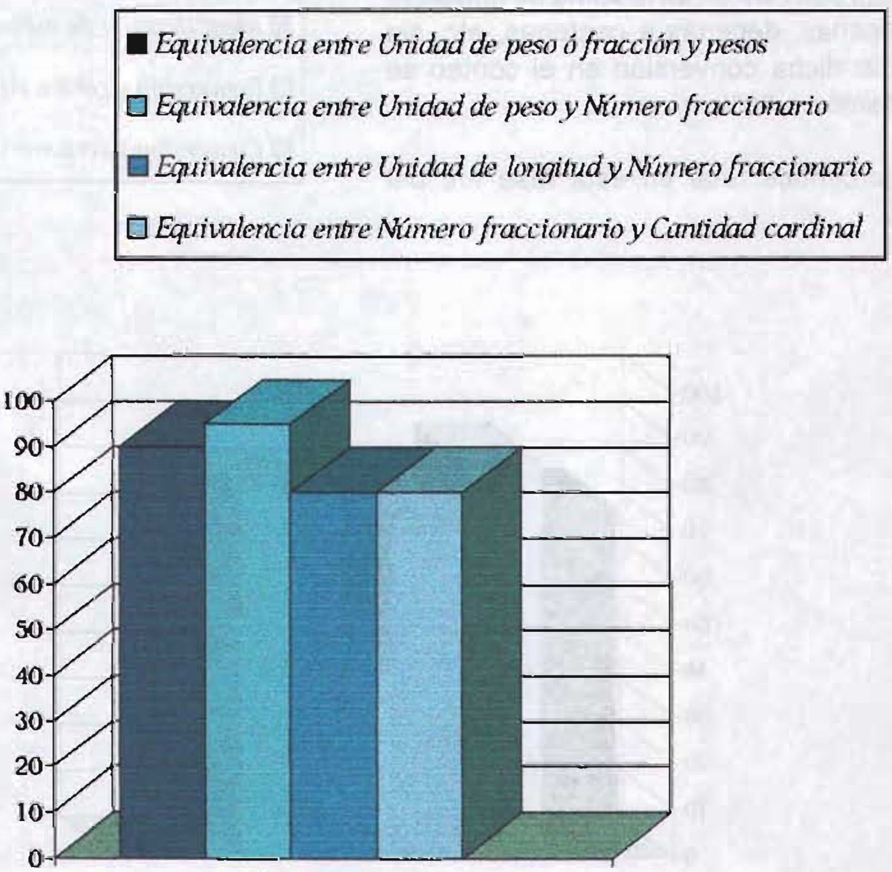
En un 90% el grupo identificó la equivalencia entre una unidad de peso -gms- o fracción, a su correspondiente valor en pesos en una situación de compra venta.

En un 95% se identificó la equivalencia entre una unidad de peso a su correspondiente número fraccionario, en una situación de compra.

En un 80% se identificó la equivalencia entre una unidad de longitud -cm, mts- y un número fraccionario en una situación de recorrido.

En un 80% se identificó la equivalencia entre un número fraccionario a su cantidad cardinal, en una situación sustractiva.

El porcentaje total en esta fase fue de **88%**.



Conversión numérica

FASE 3

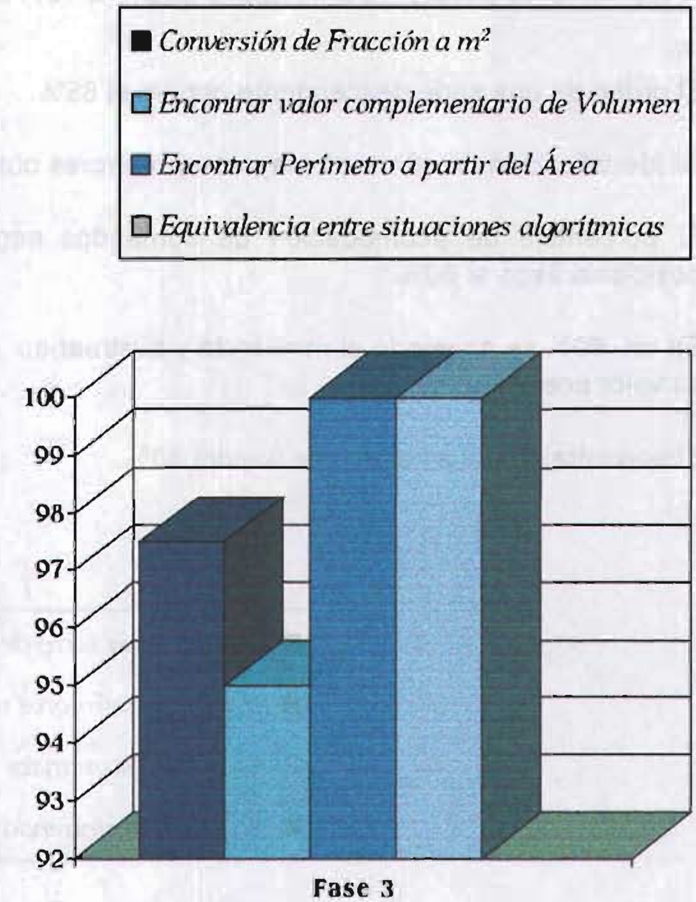
En un 97.5% se realizó correctamente la conversión de una cantidad fraccionaria a unidad de medida -m2- visto como parte del área de una figura geométrica.

En un 95% se encontró un valor complementario -el lado de una figura- conociendo su volumen total, el ancho y su profundidad.

En un 100% se encontró el perímetro de una figura, a partir de datos complementarios a su área realizando su propio procedimiento sin fórmulas específicas.

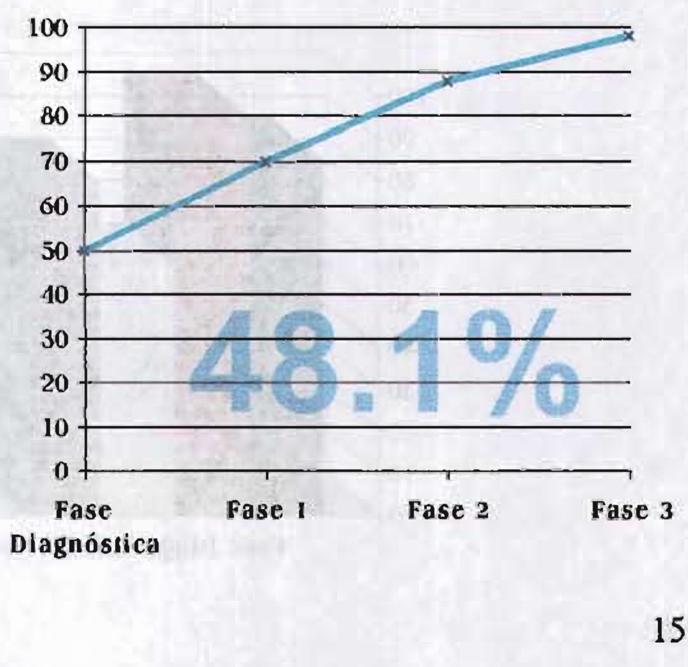
La gráfica muestra que en un 100% se encontró la relación de equivalencia entre diversas situaciones algorítmicas.

El porcentaje total fue del **98.1%**.



Èsta gráfica muestra el cambio porcentual para esta dimensión en las diversas fases:

48.1%



Discriminación y ubicación numérica

FASE DIAGNÓSTICA Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

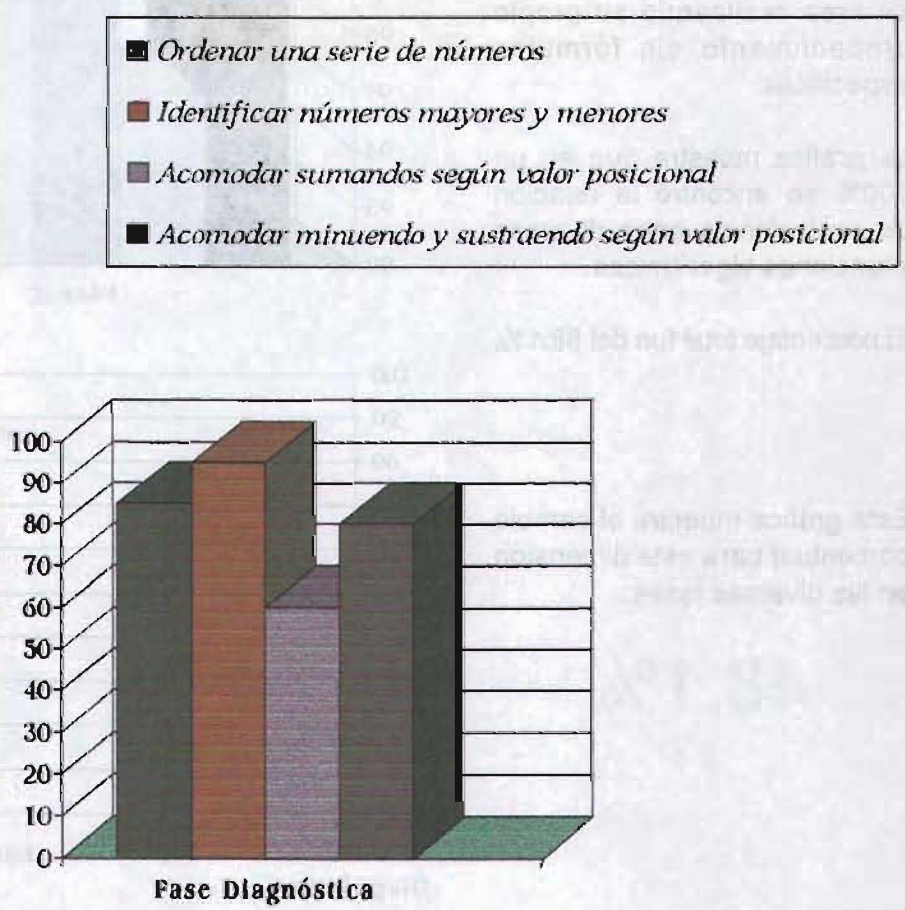
El orden de una serie descendente obtuvo el 85%.

La identificación de números mayores y menores obtuvo un 95%.

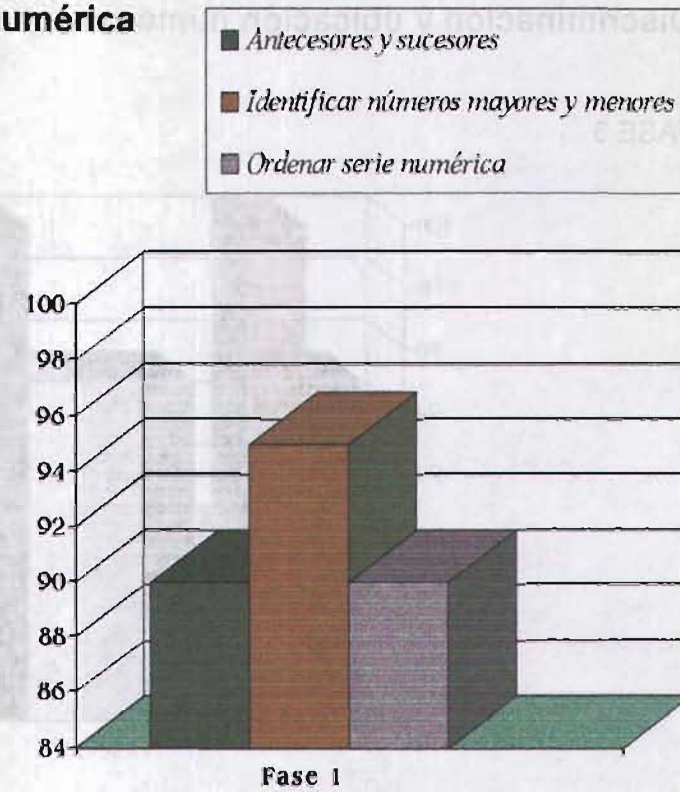
El porcentaje de acomodación de sumandos según su valor posicional llegó al 60%.

En un 80% se acomodó el minuendo y sustraendo obedeciendo su valor posicional.

El porcentaje total en esta fase fue del **80%**.



Discriminación y ubicación numérica



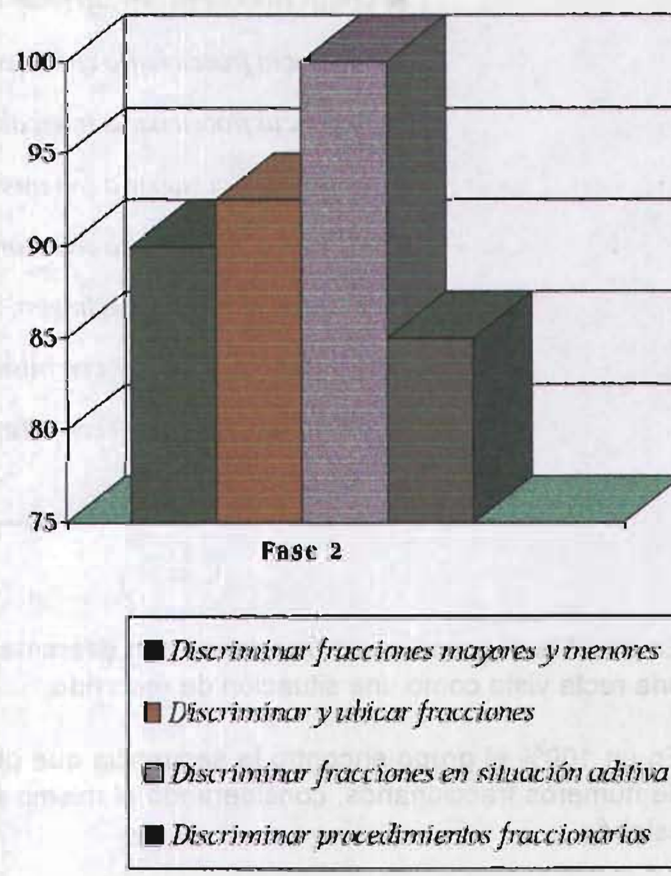
FASE 1

La identificación de antecesores y sucesores obtuvo el 90%.

La identificación de números mayores y menores con 5 cifras calificó con 95%.

Al ordenar una serie numérica de mayor a menor se alcanzó el 90%.

El porcentaje total en esta fase fue del **91.6%**.



FASE 2

En un 90% discriminó fracciones mayores y menores vistas como porciones de comida.

En un 92.5% discriminó y ubicó fracciones mayores y menores como porciones de recorrido en una situación deportiva.

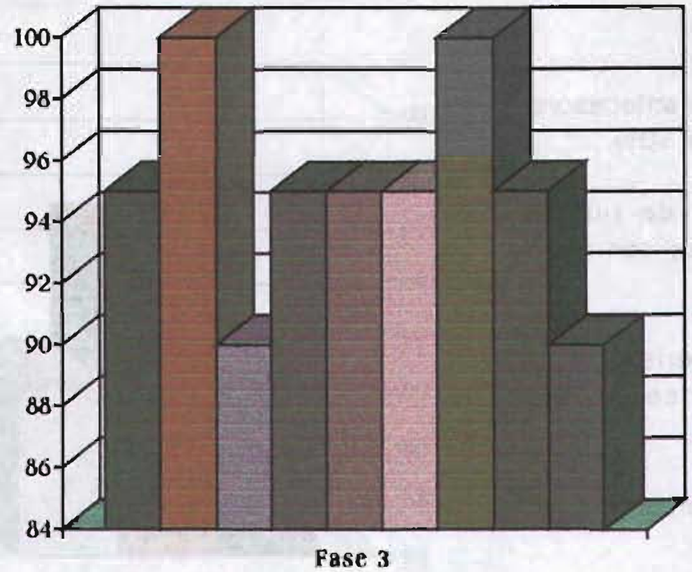
En un 100% discriminó números fraccionarios en una situación aditiva.

En un 85% discriminó procedimientos fraccionarios para dar respuesta a un problema de venta.

El porcentaje total fue del **91.8%**.

Discriminación y ubicación numérica

FASE 3



- *Ubicar fracciones con diferente denominador*
- *Secuencia fraccionaria con mismo aumento*
- *Secuencia fraccionaria intercalando aumento*
- *Secuencia fraccionaria con mismo descuento*
- *Secuencia fraccionaria con aumento y descuento*
- *Ordenar espacios de perímetro, área y volumen*
- *Secuencia en m^2 y cm^2 con mismo aumento*
- *Secuencia en m^3 y cm^3 con mismo descuento*
- *Ordenar ángulos*

En un 95% el grupo ubicó fracciones con diferente denominador en una recta visto como una situación de recorrido.

En un 100% el grupo encontró la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando el mismo aumento en cada eslabón.

En un 90% se encontró la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, intercalando el aumento en cada eslabón.

En un 95% se encontró la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando el mismo descuento en cada eslabón.

En un 95% se encontró la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando aumento y descuento combinados.

En un 95% se ordenaron de menor a mayor espacios expresados en longitud, área y volumen considerando cm y mts.

En cuanto a los reactivos de perímetro, área y volumen se alcanzó un 100% en la secuencia que obedece una serie de espacios expresados en m^2 y cm^2 considerando el mismo aumento en cada eslabón.

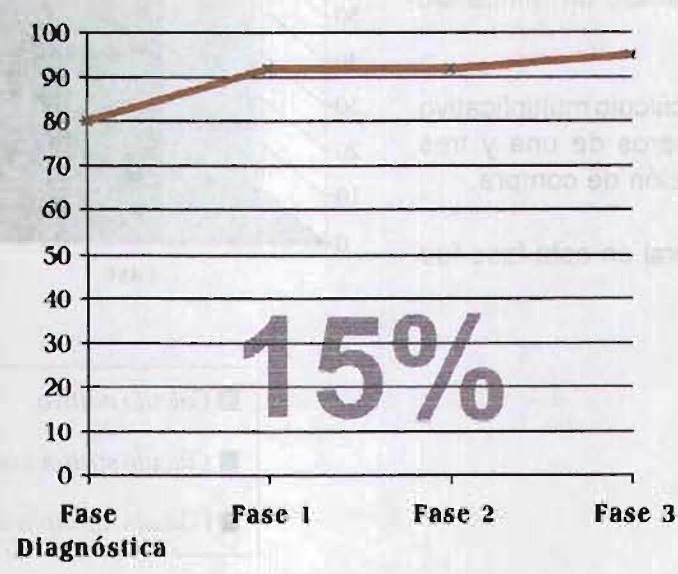
La secuencia numérica que obedece una serie de espacios expresados en m^3 y cm^3, considerando el mismo descuento en cada eslabón obtuvo 95%.

En un 90% se ordenaron ángulos de menor a mayor a partir de un gráfico.

El porcentaje total en esta fase fue del **95%**.

La siguiente gráfica muestra el cambio porcentual para la Discriminación y ubicación numérica en las diversas fases:

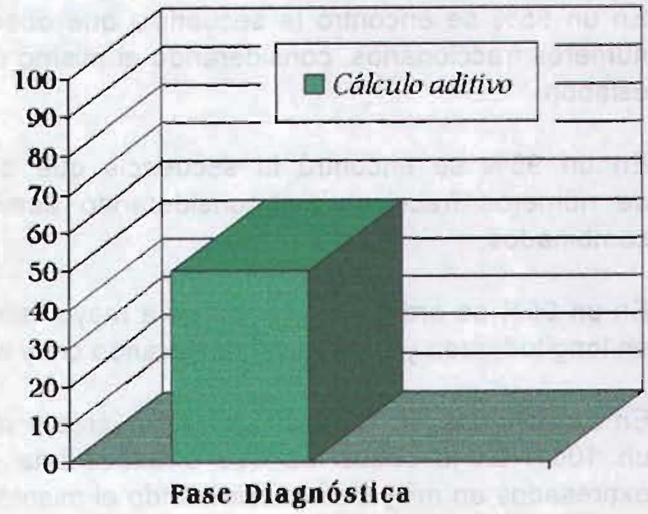
15%



Cálculo mental

FASE DIAGNÓSTICA
Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

Como se muestra en la gráfica en un 50% se hizo cálculo aditivo correctamente considerando unidades, decenas, centenas y unidades de millar de forma combinada.



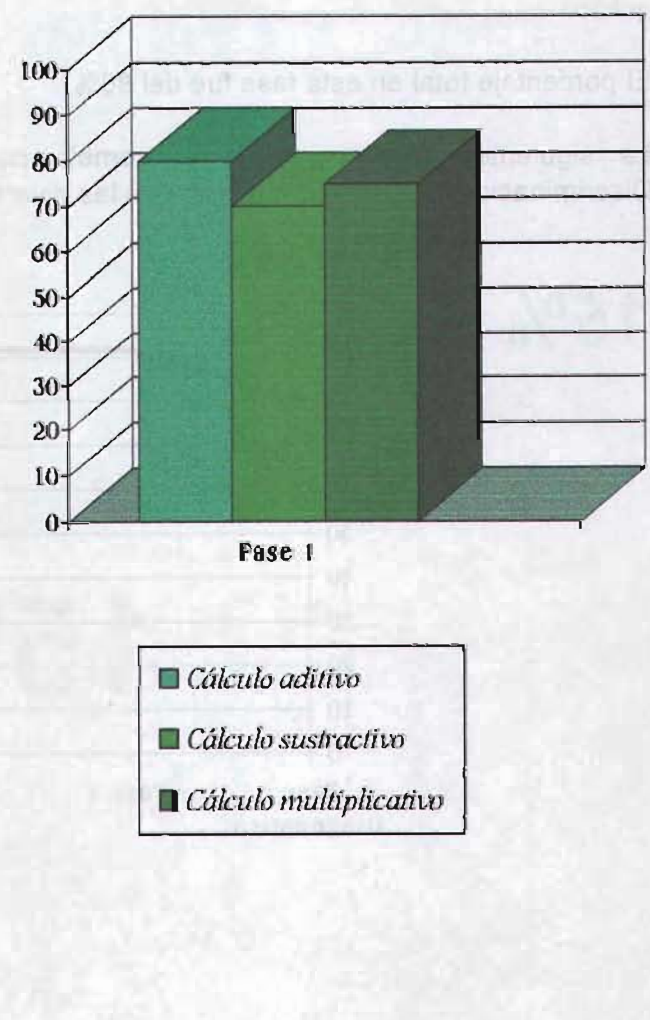
FASE 1

El cálculo aditivo obtuvo un porcentaje del 80%.

En un 70% se hizo cálculo mental sustractivo considerado un minuendo y dos sustraendos.

En un 75% se hizo cálculo multiplicativo considerando números de una y tres cifras en una situación de compra.

El porcentaje general en esta fase fue del **75%**.



Cálculo mental

FASE 2

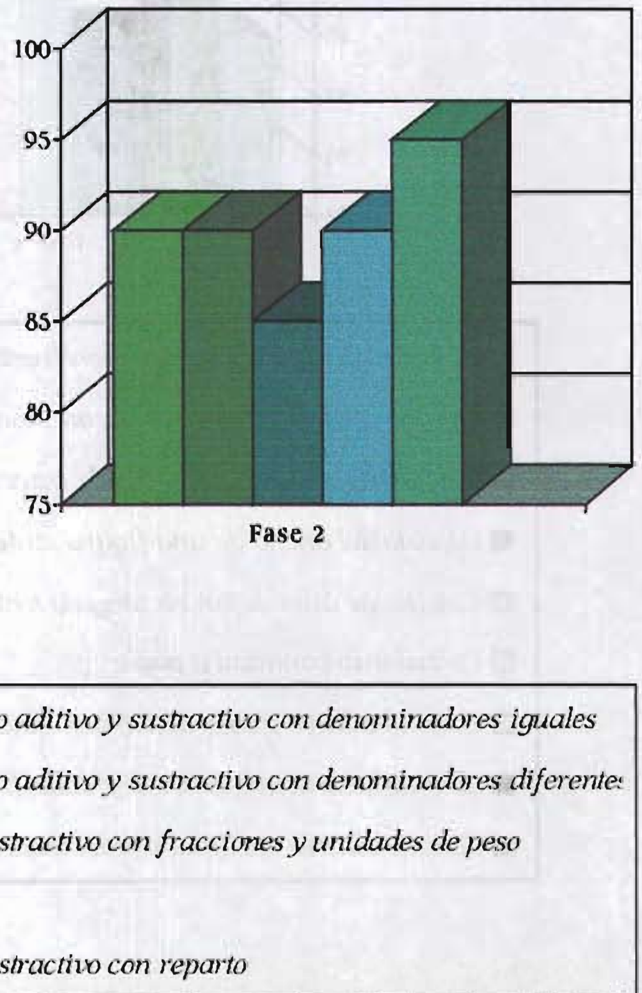
La gráfica muestra que no hubo diferencia entre el cálculo aditivo o sustractivo con números fraccionarios considerando denominadores iguales o diferentes -ambos alcalzaron el 90%-.

El porcentaje para el cálculo aditivo y sustractivo teniendo como elementos números fraccionarios y cantidades en unidad de peso -gms- fue de 85%

En un 90% se realizó cálculo de reparto de cierto número de cosas a determinado número de personas.

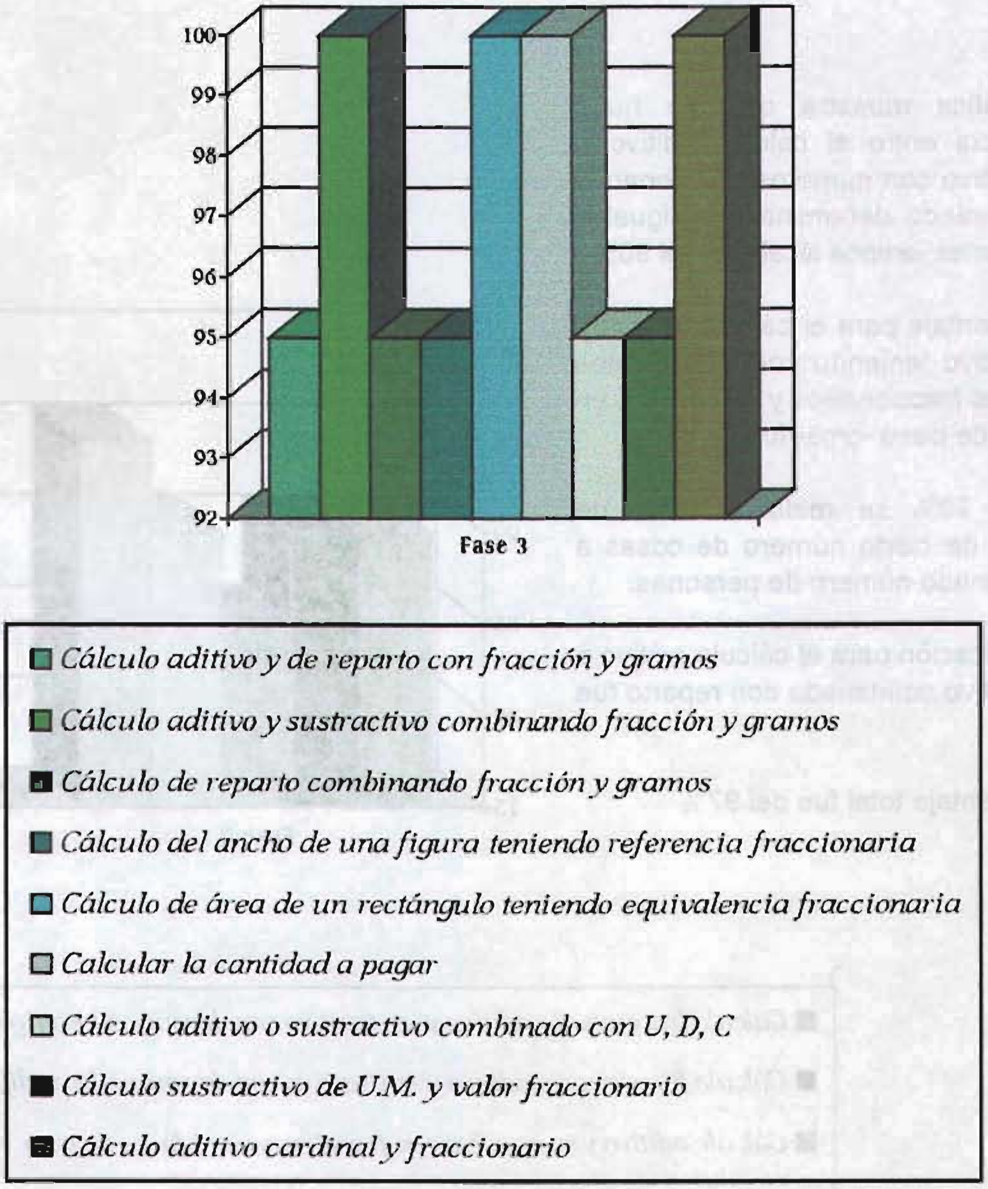
La calificación para el cálculo aditivo o sustractivo combinado con reparto fue 95%.

El porcentaje total fue del **97%**



Cálculo mental

FASE 3



Obsérvese en la gráfica que:

En un 95% se hizo cálculo aditivo combinando cantidades fraccionarias y de reparto expresadas en gramos.

En un 100% se hizo cálculo aditivo y sustractivo combinando cantidades fraccionarias y expresadas en gramos.

En un 95% se hizo cálculo de reparto combinando cantidades fraccionarias y expresadas en gramos.

En un 95% se hizo el cálculo del ancho de una figura, teniendo como referencia su valor fraccionario y el largo en metros.

En un 100% se hizo el cálculo del área de un rectángulo teniendo como referencia la equivalencia entre la parte fraccionaria de uno con el otro.

En un 100% se calculó la cantidad a pagar en un problema de compra venta, conociendo las decenas y millares comprados y el precio de cada paquete.

En un 95% se hizo cálculo sustractivo y aditivo combinado con decenas, unidades y centenas.

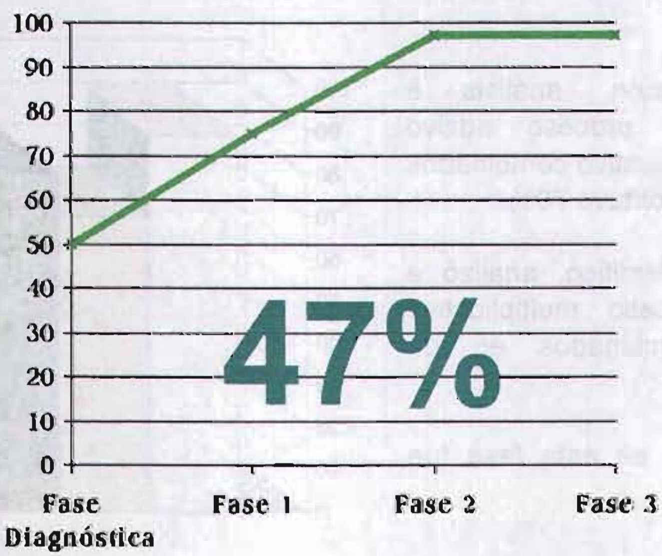
En un 95% se hizo cálculo sustractivo de unidades de millar menos un valor fraccionario.

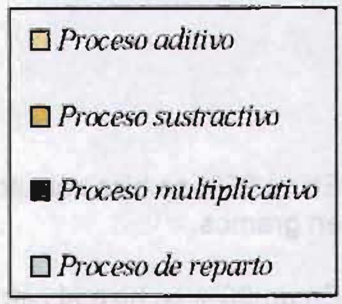
En un 100% se hizo cálculo aditivo cardinal y fraccionario.

El porcentaje total fue de: **97%**.

La siguiente gráfica muestra el cambio porcentual para el *cálculo mental* en las diversas fases:

47%





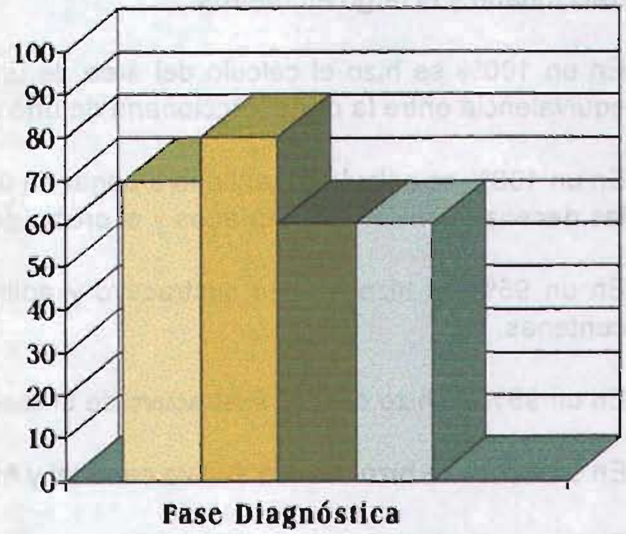
FASE DIAGNÓSTICA Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

El proceso aditivo alcanzó un 70%.

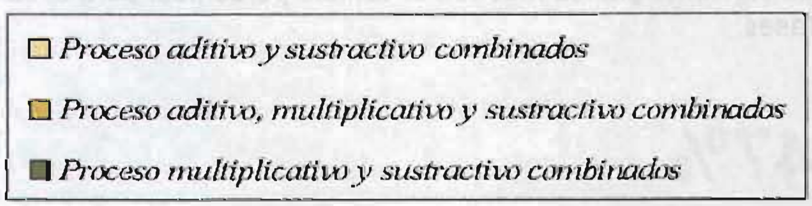
En la distinción, análisis e interpretación del proceso sustractico de un problema se obtuvo un 80%.

Los procesos multiplicativo y de reparto alcanzaron el mismo porcentaje: 60%.

El promedio general en esta fase fue **67.5%**.



FASE 1

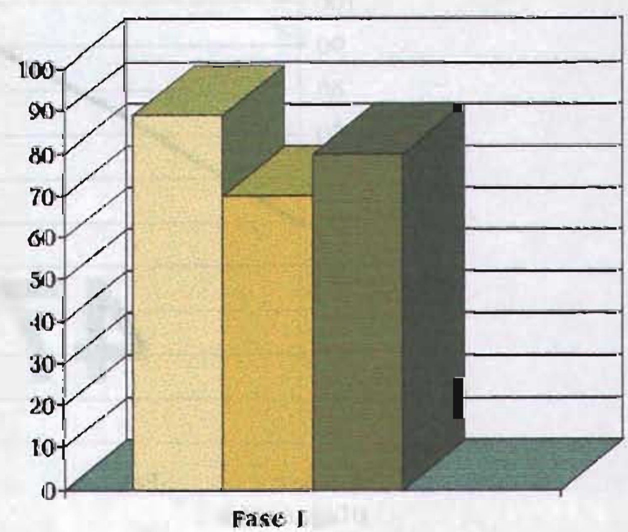


La distinción, análisis e interpretación del proceso aditivo y sustractivo combinados en un problema alcanzó el 89%.

En la identificación, análisis e interpretación del proceso aditivo sustractivo y multiplicativo combinados en un problema se obtuvo 70%.

En un 80% se identificó, analizó e interpretó el proceso multiplicativo y sustractivo combinados en un problema.

El porcentaje total en esta fase fue **76.6%**.



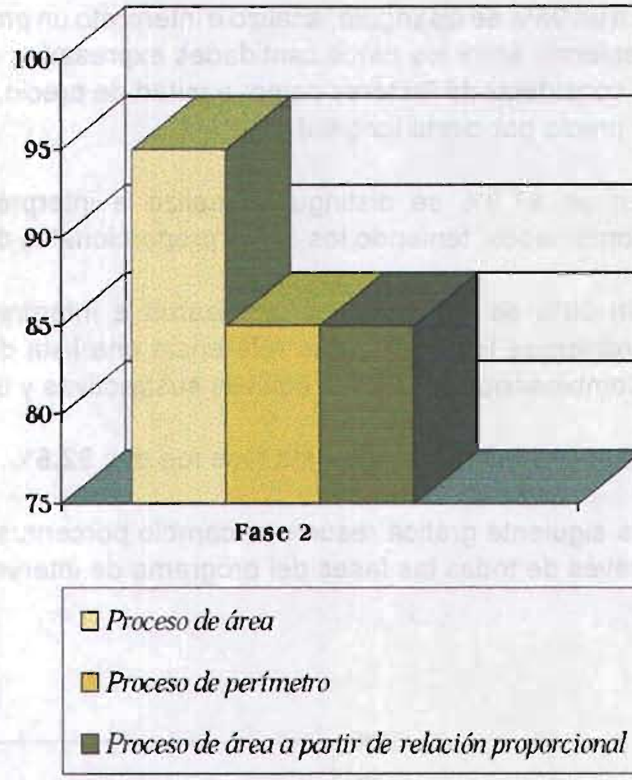
FASE 2

En un 95% se identificaron, analizaron e interpretaron los datos de un problema de área sin fórmulas, visto en una situación cotidiana.

En un 85 % se distinguieron, analizaron e interpretaron los datos para obtener el perímetro sin fórmulas en un problema cotidiano.

En un 85% se distinguieron, analizaron e interpretaron datos para obtener el área de una figura a partir de gráficos completos o fraccionados, con cierta relación proporcional.

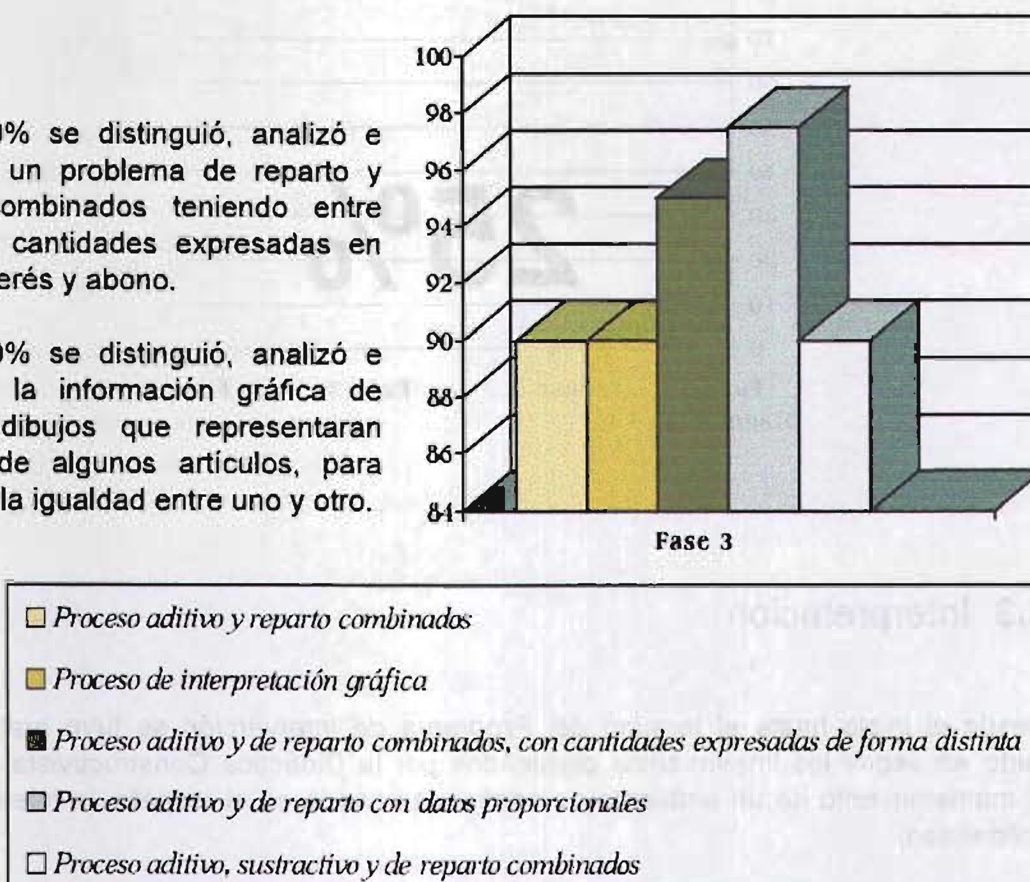
El porcentaje total en esta fase fue del **87.5%**.



FASE 3

En un 90% se distinguió, analizó e interpretó un problema de reparto y adición combinados teniendo entre los datos cantidades expresadas en precio, interés y abono.

En un 90% se distinguió, analizó e interpretó la información gráfica de diversos dibujos que representaran el peso de algunos artículos, para encontrar la igualdad entre uno y otro.



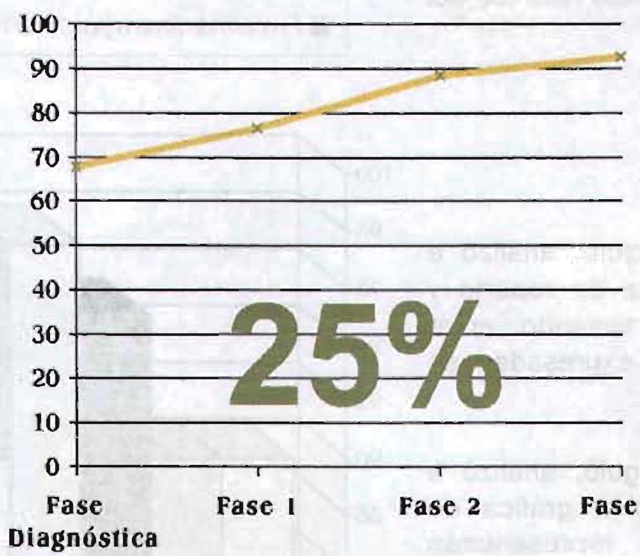
En un 95% se distinguió, analizó e interpretó un problema de adición y reparto combinados, teniendo entre los datos cantidades expresadas en fracciones, enteros, longitud en cms. y considerando factores como: a mitad de precio, dos artículos por determinada cantidad y precio por cierta longitud.

En un 97.5% se distinguió, analizó e interpretó un problema de reparto y adición combinados, teniendo los datos proporcionales de una población.

Un 90% se distinguieron, analizaron e interpretaron datos clave para la solución de problemas teniendo como referencia una lista de precios y características de un viaje. Combinando situaciones aditivas sustractivas y de reparto.

El porcentaje total para esta fase fue del: **92.5%**.

La siguiente gráfica resume el cambio porcentual *de razonamiento y manejo de datos* a través de todas las fases del programa de intervención:



6.3 Interpretación

Desde el inicio hasta el término del *Programa de Interverción* se tuvo gran cuidado tanto en seguir los lineamientos planteados por la Didáctica Constructivista, como en el mantenimiento de un ambiente de confianza basado en el respeto, la tolerancia y la solidaridad.

En cuanto a la *Conceptualización* se considera que lo anterior tuvo un papel de suma importancia, pues los niños se involucraron en las discusiones y emitieron sus opiniones sin miedo a ser rechazados o criticados.

Al parecer resultó positivo el cuestionamiento constante y las discusiones entre los niños. Hubo un buen acercamiento conceptual en cada uno de los contenidos. Aunque las definiciones fueron sencillas, se considera que lograron construir los rasgos más sobresalientes de cada término.

La conceptualización de un contenido temático con otro estuvo relacionada. En la medida que definían uno, desarrollaban mayor capacidad para diferenciarlo con otro. Ejemplo claro fue la diferenciación entre perímetro, área y volumen.

Los resultados obtenidos en cuanto a las *formas procedimentales,* hablan de gran diversidad en la solución de situaciones matemáticas. Aunque no todas llevaron a soluciones correctas, se considera que hubo gran inventiva por parte de los niños, ya que no se manejaron fórmulas o métodos en la solución de un problema y se dió libertad para resolverlo. Ello permitió se sintieran seguros y fueran más precavidos en el análisis de un problema, así como en la ejecución de sus operaciones.

La afirmación anterior se confirma en los cambios porcentuales en cada una de las dimensiones de estudio, esto es, los datos presentados de forma cuantitativa resultan satisfactorios para la premisa hipotética planteada al inicio de la investigación.

En cuanto a la *Conversión numérica* al inicio del programa de intervención, se colocó en 50% habiendo mayor porcentaje en el manejo de valores absolutos y relativos en relación con otros indicadores, lo cual era aparente, pues se vió claramente la segmentación valoral en la adicción y sustracción, quedando las cifras como elementos fragmentados, contados pero no unificados.

A medida que se manipularon herramientas para realizar las conversiones de forma concreta y se cuestionó al niño sobre las mismas, se notó un mejor manejo en la ejecución de la suma y la resta como algoritmo y por tanto como cantidad reversible. Una vez que esto se vió en aumento, se presentó facilidad para identificar equivalencias entre unidades de peso, longitud o fracciones.

Se considera que la elaboración de figuras con diversos materiales, así como su descripción, influyó en la concientización de los elementos como un todo geométrico y por tanto facilitó la operación reversible de datos complementarios para el cálculo de área, perímetro y volumen.

En lo que respecta a la *Discriminación numérica* desde el principio estuvo entre los porcentajes más altos. Sólo en lo referente a la acomodación de sumandos según su valor posicional se presentó menor porcentaje; aspecto que fue corregido en el curso del programa, aunque ya no se evaluó de manera formal.

Se considera que los ejercicios de reparto con cosas y de manipulación directa del material para las demostraciones, facilitó el entendimiento numérico del denominador y numerador, proporcionando facilidad para su conteo serial, independientemente del orden que se llevara, además facilitó la discriminación entre fracciones mayores y menores.

El *Cálculo mental* fue una de las dos dimensiones más bajas al inicio del programa, sin embargo avanzó inmediatamente hacia la fase uno. Se considera que cada una de las situaciones numéricas en las prácticas, así como el manejo constante en la conversión de una unidad a otra, contribuyó en su agilización.

El *Razonamiento y manejo de datos* presentó al inicio mayor porcentaje para la adición y sustracción y hubo más dificultad en los procesos multiplicativo o de reparto. Fue aumentando su porcentaje, pero se observó que en los reactivos de mayor combinación de procesos, hubo más dificultad.

Al parecer la manipulación de objetos concretos, gráficos y las prácticas donde desarrollaron un rol como comprador o vendedor sirvieron para agilizarlos en la discriminación del proceso operacional y a corresponder cada uno de los valores con sus datos correspondientes.

Las formas procedimentales en la solución de situaciones matemáticas, el cambio porcentual y la Conceptualización anteriormente presentados, hablan del cumplimiento en cuanto a los propósitos de este estudio.

Retomando varios elementos básicos de la tesis, se presenta en el siguiente capítulo una sencilla autocrítica aportando sugerencias para el planteamiento de estudios posteriores, así como las conclusiones del presente trabajo.

CAPITULO 7

Conclusiones

7.1 Discusión y conclusiones

Se analizó la situación de enseñanza - aprendizaje en nuestro país y sus efectos no son muy favorables ante las exigencias y competencias vividas actualmente.

México requiere de sujetos que enfrenten retos y problemas económicos, tecnológicos y culturales con alto nivel de conciencia social y humana.

En el capítulo 1 se habló del *abismo entre las matemáticas cotidianas y escolares*. Al no dar oportunidad al niño de construir elementos normativos y universales a partir de verdades constantivas, como parte de la experiencia matemática, se rompe el proceso cognoscitivo, provocando una respuesta metódica por parte del sujeto.

Este abismo es donde los psicólogos tienen campo de trabajo, pues aquí se generan conocimientos sobre el cómo y el porqué del aprendizaje. Desde aquí se estudia la estructuración mental elaborada por los infantes como seres individuales y como sujetos de la sociedad. Es donde lo simbólico pasa a formar parte de los signos universales y por ello, arroja gran cantidad y calidad en materia educativa.

Esta experiencia de campo me acercó al estudio de dicho abismo. Me deja en claro que el trabajo exploratorio requiere gran aprovechamiento de recursos materiales y humanos.

Entre las <u>ventajas</u> que se tuvieron, cabe mencionar que no se presentó carencia en los recursos didácticos y se supieron aprovechar los materiales así como los espacios brindados por la institución educativa.

Al principio del ciclo escolar se hizo una junta general con padres de familia para explicarles algunos aspectos sobre la forma de trabajar con sus hijos. Ello fomentó una actitud positiva y gran cooperación para el apoyo en cuestiones extraescolares.

Básicamente las *limitaciones de la investigación*, se relacionaron en cuanto a la forma de capturar el momento preciso de las opiniones de cada uno de los integrantes, para llegar a una conclusión en equipo.

Al no contar con un mayor número de grabadoras o con diversas cámaras de video, la psicóloga tenía que coordinarse para escuchar un poco de cada uno, pero al mismo tiempo se perdía de escuchar a los otros.

El no contar con un psicólogo más como guía educativo, al principio fue limitante pues en lo que se dialogaba con un equipo, los otros tenían que esperar su turno. Esto finalmente resultó positivo porque provocó que los niños generaran mayor independencia y creatividad.

El trabajo de investigación resultó fascinante. Desde que surgió el cuestionamiento principal, la búsqueda de fundamentos, la planeación y hasta la recapitulación de elementos más importantes.

Entre sus *utilidades prácticas y teóricas* cito lo siguiente:

- Ubica al lector sobre la relación entre la psicología y la educación matemática.

- Genera conciencia sobre una problemática específica de nuestro país.

- Proporciona una sencilla explicación de cómo los niños llegan a conceptualizar términos matemáticos y cómo estimularlos.

- Otorga habilidades específicas a desarrollar en los alumnos.

- Da alternativas didácticas para diversos contenidos temáticos.

- Ofrece una visión general sobre la evaluación educativa.

- Puede generar nuevos interrogantes de investigación.

Considerando integralmente los elementos básicos de la tesis, concluyo:

- Para desempeñar una didáctica es importante reflexionar epistemológicamente sobre el papel del sujeto y el objeto de conocimiento, así como en el tipo de individuos que se pretenden formar.

Si México requiere de sujetos innovadores y comprometidos con el desarrollo de su país, deberá tener presente las teorías epistemológicas que vayan en paralelo con los propósitos del sistema educativo.

- La enseñanza - aprendizaje debe poner mayor atención al desempeño de habilidades cognoscitivas, más que a procedimientos mecanizados e invariables, que sólo coartan la creatividad al enfrentar problemas reales de la sociedad.

- Se le debe dar un papel más activo al educando permitiéndole plantear sus propios procedimientos.

- A partir de un referente contextual y significativo a la realidad del niño, plantear diversas situaciones matemáticas.

- Manejar diferentes materiales concretos para facilitar el desempeño de las Habilidades cognoscitivas, pero no volverse dependiente de ellos.

- Promover las relaciones sociales en un ambiente de confianza, respeto y cooperación.

- Cuestionar constantemente al niño sobre el porqué de las formas procedimentales en un problema.

- Considerar ejercicios que impliquen tanto reflexión individual como en equipo.

- Actualizar constantemente los libros de educación básica considerando una didáctica que esté encaminada al logro de los avances que se pretenden alcanzar.

- Organizar el curriculum a nivel magisterial para que concuerde con el tipo de enseñanza que se pretende generar en educación básica.

- La evaluación educativa debe considerarse como guía para tomar desiciones en el camino de la enseñanza. Incluir aspectos cualitativos y cuantitativos para conocer el desarrollo cognoscitivo y procedimental para ayudar al educando de acuerdo a su Zona de Desarrollo Próximo.

7.2 Autocrítica y sugerencias

Cuestionarse sobre el significado del número, su construcción y lo que implican las matemáticas en un contexto cognoscitivo, educativo y social, es algo que deja gran riqueza..

La investigación de campo fué interesante y cubre las espectativas planteadas al inicio.

Como proyecto exploratorio y descriptivo se aprovechó al máximo la oportunidad de observar cómo los niños conciben una situación matemática, interactúan entre sí para resolverla y la plantean desde su muy particular perspectiva, utilizando así variedad de recursos y desarrollando sus habilidades cognoscitivas para alcanzarlo.

La evaluación de aspectos cualitativos como cuantitativos, le dió mayor seriedad a la presentación de resultados y favoreció su interpretación a pesar de no ser un experimento, por tanto para otro proyecto, se considera que el *enfoque mixto* es una opción adecuada y viable, sobre todo si los fundamentos teóricos de los que parte el proyecto, se basan en el Constructivismo.

El estudio del aprendizaje matemático es un campo de acción con infinidad de cuestionamientos y por tanto tiene muchos ángulos de observación. Con esta experiencia educativa me permito destacar algunas sugerencias para otros diseños más precisos:

- Reducir los contenidos temáticos a tratar para obtener datos más precisos y puntuales. Abarcar gran cantidad de ellos, puede resultar riesgoso.

- Considerar cierta *tipología de problemas* para elaborar los instrumentos de medición. Cada uno se basa en diferente nivel de relación y por tanto unos resultan más fáciles que otros. - La SEP, (1992) propone: los dinámicos (de cambio o igualación) y los estáticos (de comparación o combinación) -.

- Considerar en qué parte del problema se plantea la incógnita. (De acuerdo a su ubicación, depende la puntuación porque no implica el mismo nivel de dificultad y procesamiento).

- Plantear un puntaje mayor o menor según la tipología del problema y el lugar de su incógnita.

- Considerar un estudio longitudinal que incluya un grupo control y uno experimental.

- Aumentar el número de investigadores y observadores sin perder la naturalidad que requiere el estudio, o bién considerar la tecnología suficiente para captar cada uno de los comentarios o acciones que realizan los sujetos y a su vez tener más control y validez interna.

- Diseñar entrevistas para explorar factores actitudinales y motivacionales sobre la materia de matemáticas, antes y después del programa de intervención.

- Plantear una evaluación considerando tiempo suficiente pasada la investigación para observar que elementos nuevos aparecen en el tiempo y cuáles son constantes.

- Utilizar alguna prueba estadística de acuerdo con el tipo de diseño y que considere la correlación para observar cómo unas dimensiones o categorías se relacionan con las otras.

- Considerar la evaluación correlativa para observar como unas dimensiones o categorías se relacionan con las otras.

- Considerar algún software para facilitar la codificación de datos cualitativos como: *Atlas/it, NUD *IST, SONAR* propuestos por Hernández, Fernández & Baptista (2003).

La investigación educativa debe difundirse más y promoverse en las escuelas. Es un factor importante que puede contribuir a atacar de raíz el estancamiento educativo que ha sufrido nuestro país.

Se sabe que no basta con la intención de reforma que pretende la SEP desde 1993, también están en juego elementos políticos, económicos y culturales. Para otro estudio será interesante abordarlos y analizarlos.

Considero que los cambios empiezan a partir de la iniciativa y reflexión personal. Por ello la investigación educativa es algo que defino como próximo proyecto profesional. Es algo que me toca defender.

BIBLIOGRAFÍA

Alfaro, R. Compilador. (1971). Fundamentación del Nuevo Plan de Estudios para la carrera de profesor de educación primaria. México: SEP.

Alzamora, S. (2000). Vygotski Su proyección en el pensamiento actual. Buenos Aires: Novedades educativas. Colección Psicología y educación.

American Psychological Association (2002). Manual de estilo de publicaciones. México: Manual Moderno.

Arancibia, V. Herrera, P. & Strassers, k. (1999). Psicología de la educación. México: Alfaomega Ediciones. Universidad Católica de Chile.

Ausubel, D. Novak, J. & Hanesian. H. (1982). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. (2a. ed). México: Trillas.

Ávila, A. (1994). Los niños también cuentan. México: SEP Libros del Rincón en prensa.

Baquero, R. Camilloni, A. & Carretero, M. (1998). Debates Constructivistas. Buenos Aires: AIQUE.

Bixio, C. (2002). Enseñar a aprender: Construir un espacio colectivo de enseñanza - aprendizaje. Santa Fe, Argentina: Homo Sapiens.

Buendía, L. González, D. Gutiérrez, J. & Pegalajar, M. (1999). Modelos de análisis de la investigación educativa. Sevilla: Alfar.

Casanova, M. A. (1998). La evaluación educativa. España: SEP - Muralla. Biblioteca para la actualización del maestro.

Carraher, T. Carraher, D. & Schliemann, A. (1995). En la vida diez, en la escuela cero. México: Siglo XXI Editores.

Cellerier, G. (1978). El pensamiento de Piaget. Barcelona: Península.

Clanet, C. Laterrasse, C. & Vergnaud G. (1980). Dossier Wallon - Piaget. Barcelona: Gedisa.

Coll, C. (1990). Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento. Buenos Aires: Paidós Educador.

Coll, C. Martin, E. et al. (1998). El constructivismo en el Aula. (8a. ed.). Barcelona: Ed. Grau.

Chevallard, Y. Bosch, M. & Gascón, J. (1998). Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona: SEP / ICE.

Dolle, J. M. (1993). Para comprender a Jean Piaget. México: Trillas.

Franco, A. (2003): La imagen en los libros de texto. Educación, 1, 49-55.

Feixas, G. (1990). Constructivismo y psicoterapia. Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.

Ferreiro, E. (1999). Vigencia de Jean Piaget. México: Siglo XXI Editores.

García, J. C. (1998). Historia de la filosofía siglos XVIII, XIX y XX. (Tomo III). (1a. ed). Barcelona, España: Ediciones del Serbal.

García, E. (2000). Vygotski. La construcción histórica de la psique. (1a. ed.). México: Trillas. Biblioteca grandes educadores.

Harnecker, M. (1980). Los conceptos elementales del materialismo histórico. México: Siglo XXI.

Hernández, R. Fernández, C & Baptista, P. (2003). Metodología de la investigación. 3ª edición. México: Mc Graw Hill.

Hirschberger, A. (1988). Breve historia de la filosofía. (2a. ed.). Barcelona: Herder.

Klingler, C. & Vadillo, G. (2001). Psicología Cognitiva. Estrategias en la práctica docente. México: Mc Graw Hill Interamericana.

Konstantinov, F. V. (1964). Los fundamentos de la filosofía marxista. La Habana: Editora política la Habana.

Lamanna, E. P. (1970a). Historia de la filosofía I. Buenos Aires: Librería Hachette.

Lamanna, E. P. (1970b). Historia de la filosofía III. Buenos Aires: Librería Hachette.

Lawrence, E. Theakston, T. R. & Nathan, I. (1982). La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget. Barcelona: Paidos.

Massé, C. & Pedroza, R. (2003). La complejidad de la enseñanza de las ciencias: método, contenidos y aprendizaje. Toluca, Estado de México: El Colegio Mexiquense Publicaciones.

Mateo, J. (2001). La evaluación educativa, su práctica y otras metáforas. Cuadernos de educación. México: Ed. Horsori.

Moreno, M. y Equipo del Imipae. (2001). La pedagogía operatoria: Un enfoque Constructivista de la educación. (2a. ed.). México: Fontamara.

Perales, J. & Álvarez, P. (2000). Resolución de problemas. Madrid: Síntesis.

Piaget, J. (1961). La formación del símbolo en el niño. México: Fondo de Cultura Económica.

Piaget, J. (1970). Naturaleza y métodos de la epistemología. Buenos Aires: Proteo.

Piaget, J. (1977). El juicio y el razonamiento en el niño II. Buenos Aires: Editorial Guadalupe.

Piaget, J. (1984). Seis estudios de psicología. Barcelona: Planeta.

Piaget, J. (1987). Psicología de la inteligencia. Buenos Aires: Editorial Psique.

Piaget, J. (1990). El nacimiento de la inteligencia en el niño. Barcelona: Crítica.

Piaget, J. & Beth, E. W. (1980). Epistemología matemática y psicología. Barcelona: Crítica.

Piaget, J. & García, R. (1989). Hacia una lógica de significaciones. México: Gedisa.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1969). Psicología del niño. Madrid: Morata.

Prawda, J. (1989). Logros, inequidades y retos del futuro del sistema educativo mexicano. México: Grijalbo.

Progreso. (1985). Historia de la filosofía II. Moscú: Progreso.

Richmond, P. G. (1981). Introducción a Piaget. Madrid: Fundamentos.

Rodrigo, M. J. & Arnay, J. (1997). La construcción del conocimiento escolar. (1a. ed.). Barcelona, España: Paidos.

Serrano, J. y Troche, P. (2001). Teorías psicológicas de la educación. (2a. ed.). Estado de México: Universidad Autónoma del Estado de México.

Secretaría de Educación Pública. (1974). Matemáticas 4°. México.

SEP. (1977). Plan y programas de estudio para la educación primaria. Cuarto grado. México: Consejo Nacional Técnico de la Educación.

SEP. (1982). Libro para el maestro 4°. México.

SEP. (1983). Matemáticas 4°. (10a. ed.). México.

SEP. (1992). Guía para el maestro. Matemáticas. Segundo grado. Educación Primaria. México.

SEP. (1993). Plan y Programas de Estudio. México.

SEP. (1995). La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria: Lecturas. México.

SEP. (1997). Licenciatura en educación Primaria. México.

SEP & Universidad de Aguascalientes. (1990). La educación básica en México: Estudio realizado en 1983 por la delegación General de la SEP y la Universidad de Aguascalientes. México.

Sperbidl, Dalilla. (1986). El currículo: Su organización y el planeamiento del aprendizaje. Buenos Aires: Kapelusz.

Sprinthall, N. Sprinthall, R. & Oja, S. (1999). Psicología de la educación. España: Mc Graw Hill.

Toffler, A. (1998). El shock del futuro. (15a. ed.). Barcelona: Plaza & Janés Editores.

Universidad Nacional Autónoma de México & FESZ (2004): Manual de titulación. México.

Villegas, I. & Marcello, G. (2003). La investigación en educación y pedagogía. Fundamentos y Técnicas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Vygotski, L. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. México: Editorial Crítica.

Vygotski, L. (1995). Obras escogidas. (Vol. III). Madrid: Visor distribuciones.

Wood, D. (2000): Cómo piensan y aprenden los niños. México: Siglo XXI.

Xirau, R. (1980). Introducción a la historia de la filosofía. (7a. ed.). México: UNAM. Textos universitarios. Dirección general de publicaciones. Facultad de filosofía y letras.

ANEXOS

Doña Inés compró 13 cajas de 12 huevos cada una, para hacer pasteles. Ha usado 7 cajas completas. ¿Cuántos huevos le quedan?

Huevos que compró	$13 \times 12 =$	156
Huevos que usó	$- \; 7 \times 12 =$	$- \; 84$
Huevos que le quedan		72

También podemos hacerlo así:

Huevos en cada caja		12
Cajas que le quedan	$13 - 7 =$	$\times \; 6$
Huevos que le quedan		72

Esto lo escribimos así:

$$13 \times 12 - 7 \times 12 = (13 - 7) \times 12 = 6 \times 12 = 72$$

Los paréntesis nos dicen que la resta dentro de ellos es lo que *multiplicamos por 12.*

Escribe en cada cuadro el número que falta:

$6 \times 13 + 2 \times 13 = (\boxed{} + \boxed{}) \times 13 = \boxed{} \times 13 = \boxed{}$

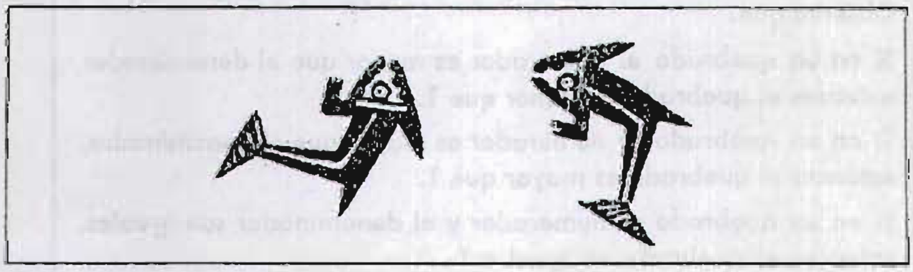
$15 \times 24 + 15 \times 2 = 15 \times (\boxed{} + \boxed{}) = 15 \times \boxed{} = \boxed{}$

$6 \times 78 - 6 \times 41 = 6 \times (\boxed{} - 41) = 6 \times \boxed{} = \boxed{}$

$31 \times 14 + 4 \times 14 + 14 \times 3 = 14 \times \boxed{} = \boxed{}$

$23 \times 8 - 23 \times 6 + 23 \times 13 = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

$108 \times 14 + 108 \times 6 - 108 \times 15 = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$



27

Secretaría de Educación Pública. (1974). Matemáticas 4º. México.

Mira las rectas numéricas anteriores para escribir en medios, tercios, hasta séptimos:

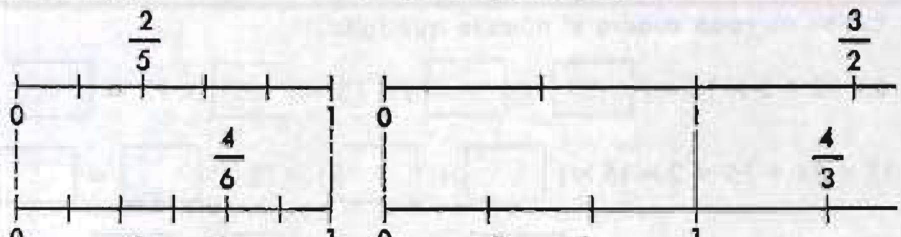
$$1 = \frac{\square}{2} = \frac{\square}{3} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{5} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{7}$$

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Observa que has escrito cada uno de los números 1, 2 y 3 de varias maneras distintas, que llamaremos **equivalentes.**

En la recta numérica es fácil comparar quebrados:



$\frac{2}{5} < \frac{4}{6}$ $\frac{3}{2} > \frac{4}{3}$

El quebrado mayor está a la derecha del quebrado menor.

Usa las rectas numéricas de la página anterior para comparar los siguientes quebrados con $>$ ó $<$:

$\frac{3}{7} \square \frac{2}{3}$ $\frac{15}{6} \square \frac{14}{7}$ $\frac{13}{6} \square \frac{7}{4}$ $\frac{5}{2} \square \frac{14}{5}$

Observa que:

Si en un quebrado el numerador es menor que el denominador, entonces el quebrado es menor que 1.

Si en un quebrado el numerador es mayor que el denominador, entonces el quebrado es mayor que 1.

Si en un quebrado el numerador y el denominador son iguales, entonces el quebrado es igual a 1.

77

Secretaría de Educación Pública. (1974). Matemáticas 4º. México.

María Bortolussi tiene 8 hijos y les quiere repartir una canasta de frutas. En la repartición a cada uno le tocaron 2 naranjas, 3 plátanos y 7 ciruelas, y ella se quedó con 1 naranja y 5 ciruelas.

¿Cuántas naranjas había en la canasta?________¿Cuántas ciruelas?

________¿Cuántas frutas había en total?________

En pintar los postes de luz de la colonia Portales, 20 pintores tardan 16 días hábiles. Si queremos que hagan el trabajo en 8 días hábiles,

¿cuántos pintores se deben emplear?________

Si en 1970 cada tonelada de maíz valía $ 940, y México produjo 8 543 000 toneladas ese año, ¿cuál fue el valor de la cosecha de maíz?________

Joaquín fue al mercado a comprar carne y fruta. Al volver no se acordaba de cuánto le había costado cada cosa, pero sabía que la carne le había costado 4 pesos más que la fruta, y en total las dos cosas costaron 26 pesos. ¿Cuánto le costó la carne?________

¿y la fruta?________

¿Quién gana más, el papá de Luis que recibe $ 1 238 quincenales, o el de Antonio que recibe $ 83 diarios?________

Felipe tiene 10 pollos y 6 patos. Cada pato come el doble de lo que come un pollo. Si en cada pollo gasta 20 centavos de alimento al día, ¿cuánto gasta en alimentar a todos sus animales semanalmente?

____

39

Secretaría de Educación Pública. (1974). Matemáticas 4º. México.

ANEXO 4
Abuso de la notación desarrollada

Secretaría de Educación Pública. (1983). Matemáticas 4ª. (10a. ed.) México.

Lección 12

IV—L. A. MAT. 2

Completa, como en el primer ejercicio:

17 × 13 = 17 × (10 + 3) = 17 × 10 + 17 × 3 = 170 + 51 = 221

31 × 21 = 31 × (20 + 1) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

92 × 17 = ___ × (10 + 7) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

18 × 23 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

72 × 54 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

56 × 35 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

29 × 57 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

34 × 34 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

12 × 11 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

63 × 47 = ___ × (___ + ___) = ___ × ___ + ___ × ___ = ___ + ___ = ___

Completa:

2 768 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

129 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

1 072 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

381 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

1 007 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

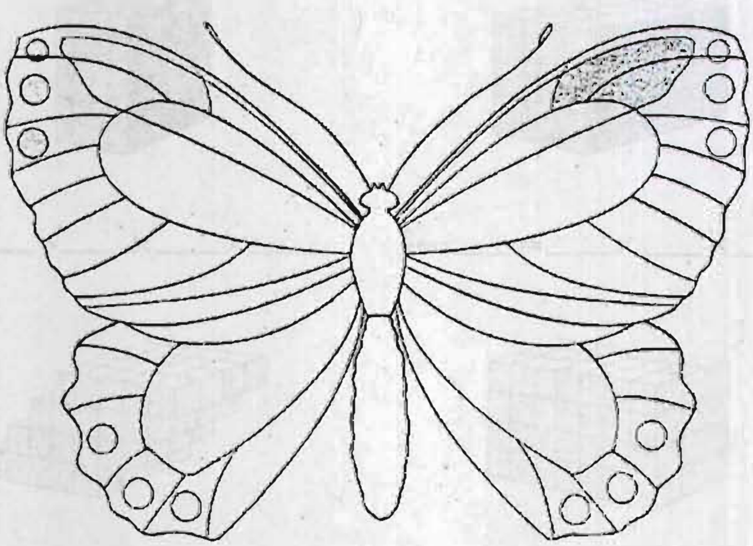
0 107 = ___ millares + ___ centenas + ___ decenas + ___ unidades

Observa el último número: 0107. En realidad el primer cero sale sobrando y usualmente escribimos 107. En los números siguientes tacha los ceros que sobran:

0 237, 00 105, 30 006, 0 004, 40 050, 0 078

Ahora entenderás la frase "es un cero a la izquierda"; se usa para expresar que algo no vale nada.

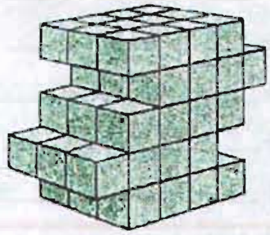
Ilumina simétricamente esta mariposa:



7

Secretaría de Educación Pública. (1983). Matemáticas 4º. (10a. ed.) México.

Lección 57



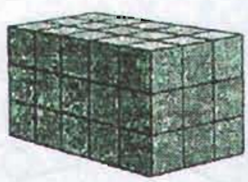
Cada uno de estos cuerpos tiene____pisos.

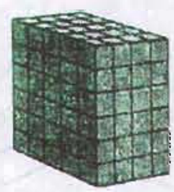
En cada piso hay____ × ____cubitos.

En cada cuerpo hay____ × ____ × ____ = ____cubitos.

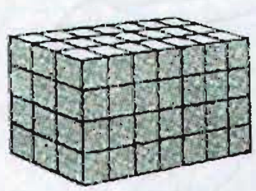
Si cada cubito es un centímetro cúbico, el volumen de cada cuerpo es 60 cm^3.

Si cada cubito representa un centímetro cúbico, calcula cuánto miden los volúmenes de los siguientes cuerpos:





____ × ____ × ____ = ____ cm^3 ____ × ____ × ____ = ____ cm^3



____ × ____ × ____ = ____ cm^3 ____ × ____ × ____ = ____ cm^3

Secretaría de Educación Pública. (1983). Matemáticas 4ª. (10a. ed.) México.

ANEXO 7

TABLA DE INDICADORES

FASE DIAGNÓSTICA Y DE INTEGRACIÓN GRUPAL

ANEXO 7-a

TABLA DE INDICADORES
Fase diagnóstica y de integración grupal

HCAM	DIMENSIÓN	INDICADOR	REACTIVO	PRUEBAS DE APRENDIZAJE
Son las operaciones mentales reversibles que se ponen en juego para la construcción del aprendizaje. Llevan al entendimiento lógico numérico; y están mutuamente relacionadas.	**Conversión numérica**	Identificar el valor absoluto y relativo de un número de 4 cifras.	*R. 1-2,3,4*	*R.1- 4* A continuación se presentan algunos números, indica cuanto vale la cifra señalada con rojo: 1642 Vale por 40 5299 Vale por 9 1409 Vale por 400 3816 Vale por 3000
		Distinguir e identificar la equivalencia entre unidades, decenas centenas o unidades de millar.	*R. 5-14*	*R. 5 -14* Indica cuántas unidades, decenas o centenas caben en las siguientes cantidades: En 428 caben <u>42</u> decenas En 8895 caben <u>8</u> unidades de millar En 642 caben <u>642</u> unidades En 104 caben <u>10</u> decenas En 597 caben <u>5</u> centenas En 1000 caben <u>100</u> decenas En 3509 caben <u>35</u> centenas En 4010 caben <u>40</u> centenas En 3005 caben <u>3005</u> unidades En 8901 caben <u>8</u> unidades de millar
		Convertir unidades a decenas, decenas a centenas, etc. en la suma sin olvidar dicha conversión al contar.	*R. 15,18,19,21*	Resuelve las siguientes sumas y restas de la forma que tu conoces. -la ejecución algorítmica fue libre- *R.15* 3045 + 7129 = *R.18* 8604 + 749 = *R.19* 3016 + 25 + 114 = *R.21* 4128 + 95 + 103 =
		Identificar el minuendo como cantidad a la que se descuenta en una resta.	*R. 16,17,20,22*	*R.16* 5681 - 4592 = *R.17* 6143 - 154 =
		Convertir centenas a decenas, decenas a unidades, etc. en la resta sin olvidar dicha conversión en el conteo.	*R. 16,17,20,22*	*R.20* 4014 - 925 = *R.22* 7002 - 6653 =

ANEXO 7-b

TABLA DE INDICADORES
Fase diagnóstica y de integración grupal

Ubicación y discriminación numérica	Ordenar de mayor a menor una serie de números.	*R. 1*	*R. 1* Ordena de mayor a menor la siguiente serie: 4216, 110, 109, 2198, 3205, 3200, 4209, 119, 1119
	Identificar números menores y mayores	*R. 2-11*	*R. 2-11* Utiliza el signo correspondiente para señalar el número mayor o menor. 2190 > 2176 178 < 289 2345 < 3476 1209 < 1299 3653 > 3356 1909 < 1999 5802 < 5812 100 > 85 119 < 120 200 > 199
	Acomodar los sumandos según su valor posicional.	*R. 12,13,14*	*R. 12-14* Acomoda de forma algorítmica las siguientes adiciones 22 + 3209 + 105 314 + 68 + 7003 824 + 309 + 1571
	Acomodar el minuendo y sustraendo obedeciendo su valor posicional.	*R. 15,16,17*	*R. 15–17* Acomoda de forma algorítmica las siguientes sustracciones. 7324 – 109 8659 – 27 146 – 32
Cálculo mental	Hacer cálculo aditivo correctamente considerando unidades, decenas, centenas y unidades de millar de forma combinada.	*R. 1-7*	*R. 1-7* Calcula mentalmente y anota el valor total que se forma. Escucha con atención. 3um + 4c + 2d + 5u = 3425 7um + 5d + 8c + 3u = 7853 4u + 3c + 2d + 6um = 6324 2d + 1c + 2um + 9u = 2129 0d + 7c + 2u = 702 0u + 6c + 2d = 620 2um + 0d + 9c + 2u = 2902
Razonamiento y manejo de datos	Distinguir, analizar e interpretar el proceso aditivo de un problema.	*R. 2,6*	Anota de forma explicativa lo que se necesita para resolver la problemática de cada situación. *R. 1* Si hay 300 colores para empaquetar en cajas de 10 c/u, ¿cuántas cajas se ocuparán? *R. 2* En el recreo se vendieron 410 tacos y quedan 200 tacos, ¿cuántos tacos había al

ANEXO 7-c

TABLA DE INDICADORES

Fase diagnóstica y de integración grupal

	Distinguir, analizar e interpretar el proceso sustractivo de un problema.	*R. 4,8*	iniciar la venta? *R.3* En un día el cine vende 359 boletos, ¿cuántos se vendieron en 7 días? *R.4* En la cooperativa escolar había $3518 antes del recreo, ahora hay $5266. ¿Cuánto se vendió en el recreo?
	Distinguir, analizar e interpretar el proceso multiplicativo de un problema.	*R. 3,5*	*R.5* En una caja caben 8 refrescos. Si en un camión hay 78 cajas, ¿cuántos refrescos hay en total? *R.6* En la cooperativa había 300 tortas, después trajeron 250 tortas, ¿cuántas hay ahora ?
	Distinguir, analizar e interpretar el proceso de reparto.	*R. 1,7*	*R.7* Julio tiene $180 para repartir por partes iguales a sus 2 hermanos y a él, ¿cuánto le toca a cada uno? *R.8* En la cooperativa escolar había $4780 y se dieron $1260 para el día del niño.¿Cuánto dinero quedo?

ANEXO 8

TABLA DE INDICADORES

FASE 1

ANEXO 8-a

TABLA DE INDICADORES
Fase 1

HCAM	DIMENSIÓN	INDICADOR	CRITERIO DE VALOR	PRUEBAS DE APRENDIZAJE
Son las operaciones mentales reversibles que se ponen en juego para la construcción del aprendizaje. Llevan al entendimiento lógico y numérico; y están mutuamente relacionadas.	**Conversión numérica**	Identificar la cantidad formada partiendo de los valores relativos y absolutos de un número, así como del lugar que ocupa en el Sistema Numérico Decimal.	*R. 1-10*	Observa los elementos que integran un número y escribe la cantidad formada. *R. 1* 4 de las que valen por 10, 6 de las que valen por 1, 7000, 5 de las que valen de 100. = *7546* *R. 2* 50000, 7 de las que valen 100, 0 de las que valen 1000, 3 de las que valen 10, 2 de las que valen 1 = *50731* *R. 3* 5 de las que valen 1000, 5 de las que valen 10, 7 unidades, 6 decenas de millar, 4 de las que valen 100 = *65457* *R. 4* Uno de las que valen 1, 7 de las que valen 1000, 2 decenas de millar = *27001* *R. 5* Una de las que valen 10000, 5 de las que valen 1 = *10005* *R. 6* 3 de las que valen 1000, 7 de las que valen cien, 8 de las que valen 1, 500, 10000 = *13578* *R. 7* 4 unidades, 5 decenas de millar, 6000, 8 de las que valen 10, 9 de las que valen 100 = *56984* *R. 8* 2 unidades de millar, 2 unidades, 5 de las que valen 10, 70000, 9 de las que valen 100 = *72952* *R. 9* 3 decenas de millar, 5 centenas, 8 de las que valen 10, 6 de las que valen 1000, 6 de las que valen 1 = *36586* *R. 10* 4000,5 de las que valen 1, 4 de las que valen 10000 = *44005*

ANEXO 8-b

TABLA DE INDICADORES
Fase 1

	Identificar el sumando, minuendo, sustraendo, o multiplicando faltante de un algoritmo, a partir de un problema.	*R. 11-16*	Responde a las siguientes situaciones. *R. 11* ¿Qué número sumado con 15 es igual a 37? *R. 12* 7 multiplicado por un número ¿es igual a 49?. ¿Cuál es el número? *R. 13* 68 + un número es igual a 99. ¿Qué número es? *R. 14* ¿A qué número se le resta 20 y da 30? *R. 15* ¿Qué número multiplicado por 7 da 63? *R. 16* ¿Qué número restado de 45 da 20?
	Identificar el minuendo como la cantidad a la que se le descuenta dentro de un algoritmo.	*R. 17*	Realiza los siguientes algoritmos, utilizando la conversión. *R. 17* 73046 - 2557 = *70489* *R. 18* 25704 + 4529 = *30233*
	Convertir millares a centenas, centenas a decenas, etc. sin olvidar dicha conversión en el conteo de la resta.	*R. 17*	
	Convertir unidades a decenas, decenas a centenas, etc. sin olvidar dicha conversión en el conteo.	*R. 18*	
Ubicación y discriminación numérica	Identificar los antecesores y sucesores de números de 5 cifras.	*R. 1-9*	Escribe el antecesor y sucesor de cada número. *R. 1* 45299 45300 45301 *R. 2* 80000 80001 80002 *R. 3* 12677 12678 12679 *R. 4* 70029 70030 70031 *R. 5* 30002 30003 30004 *R. 6* 92255 92256 92257 *R. 7* 56748 56749 56750 *R. 8* 5799 5800 5801 *R. 9* 69999 70000 70001

ANEXO 8-c

TABLA DE INDICADORES
Fase 1

	Identificar números mayores y menores con 5 cifras.	*R. 10-19*	Utiliza los signos mayor y menor que según corresponda. *R.10* 12608 < 12680 *R.11* 75906 < 76808 *R.12* 33470 > 32975 *R.13* 44589 < 54590 *R.14* 68427 < 78430 *R.15* 50007 < 50700 *R.16* 66566 > 65666 *R.17* 95760 > 69763 *R.18* 80125 < 83999 *R.19* 19205 < 20000
	Ordenar una serie numérica de mayor a menor.	*R. 20*	Ordena de mayor a menor la siguiente serie. 18010, 5999, 15802, 15749, 7999, 16000, 15801, 16504, 15796. 18000
Cálculo mental	Calcular aditivamente considerando tres sumandos.	*R. 1-3*	Escucha con atención y calcula los resultados de las siguientes situaciones. *R. 1* 210 + 190 + 8 = 408 *R. 2* 999 + 450 + 20 = 1469 *R. 3* 55 + 230 + 7 = 292
	Calcular sustractivamente considerando un minuendo y dos sustraendos.	*R. 4-6*	*R. 4* 560 - 44 = 516 *R. 5* 155 - 25 - 3 = 127 *R. 6* 800 - 74 - 6 = 730
	Calcular multiplicativamente, considerando números de una y tres cifras en una situación de compra.	*R. 7-9*	*R. 7* Compro 3 blusas de $225 = 675 *R. 8* Compro 6 paletas de $4 = 24 *R. 9* Compro 5 CD'S de $150 = 750
Razonamiento y manejo de datos	Distinguir, analizar e interpretar el proceso aditivo y sustractivo combinados en un problema.	*R. 1*	Lee cuidadosamente y resuelve los siguientes problemas. *R. 1* En una zona escolar hay 2900 alumnos. En la primer escuela hay 786, en la segunda 596 y en la tercera 1260 ¿cuántos alumnos hay en la cuarta escuela?
	Distinguir, analizar e interpretar el proceso aditivo, multiplicativo y sustractivo combinados en un problema.	*R. 2,3*	*R. 2* Lulú compró 2 libros de $68 c/u; su uniforme que le costó $240, 4 plumas de $12 c/u y una caja de pinturas de $18. Lulú pagó con un billete de $500 ¿Cuánto gastó? *R. 3* Si le regresaron cambio ¿cuánto fue?
	Distinguir, analizar, e interpretar el proceso multiplicativo y sustractivo combinados en un problema.	*R. 4*	*R. 4* Rodrigo ahorraba $239 mensuales, durante 6 meses si gastó $584 ¿Cuánto tiene ahora?

ANEXO 9

TABLA DE INDICADORES

FASE 2

ANEXO 9-a

TABLA DE INDICADORES
Fase 2

HCAM	DIMENSIÓN	INDICADOR	CRITERIO DE VALOR	PRUEBAS DE APRENDIZAJE
Son las operaciones mentales reversibles que se ponen en juego para la construcción del aprendizaje. Llevan al entendimiento lógico y numérico; y están mutuamente relacionadas.	**Conversión numérica**	Identificar la equivalencia entre una unidad de peso –gms- o fracción, a su correspondiente valor en pesos en una situación de compra venta.	*R. 1,3*	Lee cuidadosamente y circula la respuesta correcta. Lulú está calculando lo que gastará y necesitará en la semana, para preparar la comida. Ayúdale a completar sus cuentas. *R. 1* Si va a comprar 750 gms. de papas y el kilogramo cuesta $12 Ella pagará: a) $15 b) $6 c) $9
		Identificar la equivalencia entre una unidad de peso a su correspondiente número fraccionario, en una situación de compra.	*R. 2*	*R. 2* Necesita 800 gms. de arroz y el kilo cuesta $20. Ella deberá pedir: a) 4/3 de arroz b) 5/4 de arroz c) 4/5 de arroz *R. 3* ¿Cuánto deberá de pagar por el arroz? a) $12 b) $16 c) $20
		Identificar la equivalencia entre una unidad de longitud -cm, mts- y un número fraccionario en una situación de recorrido.	*R. 4,5*	*R. 4* Para tirar los bolos en un juego de boliche, la bola tiene que deslizarse 10 mts. Si una bola sólo recorrió 800 cms., anota con números fraccionarios la equivalencia al recorrido. a) 4/5 b) 5/4 c) 5/5 *R. 5* De la casa de Juan a la escuela se recorren en auto 4 Km., si al papá de Juan se le acabó la gasolina y solo recorrió las 5/8 partes del camino ¿a los cuantos metros se detuvo? a) 205 m b) 2500 m c) 250 m

ANEXO 9-b

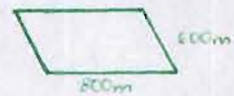
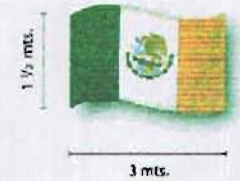
TABLA DE INDICADORES
Fase 2

		Identificar la equivalencia entre un número fraccionario a su cantidad cardinal, en una situación sustractiva.	*R. 6*	*R. 6* Juan tiene 84 estampas, si regala las 5/6 partes a un amigo, ¿le quedan? a) 14 estampas b) 54 estampas c) 48 estampas
	Ubicación y discriminación numérica	Discriminar fracciones mayores y menores vistas como porciones de comida.	*R. 1*	Lee cuidadosamente y circula la respuesta correcta. *R. 1* Si un niño tiene mucha hambre, preferirá comer: a) 3/4 de pizza b) 4/3 de pizza c) Cualquiera de las 2 porciones, porque son iguales.
		Discriminar y ubicar fracciones mayores y menores como porciones de recorrido en una situación deportiva.	*R. 2,3*	*R. 2* En una prueba de resistencia, el atleta que obtuvo en 2ª lugar recorrió las 4/5 partes de la pista, y el que ganó el primero recorrió: a) 5/5 partes de la pista b) 6/9 partes de la pista c) 3/5 partes de la pista *R. 3* El que obtuvo el 3er lugar recorrió: a) 5/2 partes de la pista. b) 1/2 partes de la pista. c) 1/3 partes de la pista.
		Discriminar números fraccionarios en una situación aditiva.	*R. 4,5*	*R. 4* Es lo mismo 3/4 de jamón que. a) 2/4 + 1/8 de jamón. b) 8/6 c) 1/2 + 2/8 *R. 5* Lulú compró 3 kilos de naranja y 3/4 de guayaba. Emilio compró 2/2 de naranja y 5/4 de guayaba. Jorge compró 1/2 de naranja y 7/4 de guayaba. ¿Quién compro mayor cantidad de fruta? a) Emilio b) Lulú c) Jorge

ANEXO 9-cd

TABLA DE INDICADORES
Fase 2

		Discriminar procedimientos fraccionarios para dar respuesta a un problema de venta.	*R. 6*	*R. 6* En un puesto habían 9 kilogramos de frijol para vender, en un día se vendieron 1/4, 2 Kg., 3/4, 8/2. ¿Cuánto quedó sin venderse? a) 1/4 + 3/4 = 4/4, 8/4 + 12/4 = 20/4, 36/4 – 20/4 = 16/4. Quedaron 16/4. b) 1/4 + 8/4 + 3/4 + 12/4 = 24/4, 36 – 24 = 12. Quedaron 4/12. c) 4/2 + 8/2 = 10/2, 3/4 + 1/4 = 4/4, 18/2 – 10/2 = 8/2, 8/2 – 2/2 = 6/2. Quedaron 6/2
	Cálculo mental	Calcular aditiva y sustractiva-mente con números fraccionarios, considerando denominadores iguales.	*R. 1,2*	Calcula los resultados de las siguientes situaciones. *R. 1* Sumo las 3/4 partes de 1 Kg. + 2/4 de 1 Kg. *R. 2* Resto las 5/2 partes de 1 Kg. - 2/2 de 1 Kg.
		Calcular aditiva y sustractiva-mente con números fraccionarios considerando denominadores diferentes.	*R. 3,4*	*R. 3* Sumo 6/2 de 1Kg + 1/4 de 1 Kg = 3 1/4 *R. 4* Resto 6/3 - 3/6 = 9/6 *R. 5* Resto 900 gms menos 3/4 de kilo = 150 gms
		Calcular aditiva y sustractiva-mente teniendo como elementos números fraccionarios y cantidades en unidad de peso -gms-.	*R. 5,6*	*R. 6* Sumo 250 gms + 6/8 de 240 gms = 430gms
		Realizar cálculo de reparto considerando cierto número de cosas para determinado número de personas.	*R. 7,8*	R.7 Reparto $ 488 a 4 niños. A cada uno le tocan = 122 R.8 Reparto $365 a 5 personas. A cada uno le tocan = 73
		Realizar calculo aditivo o sustractivo combinado con reparto.	*R. 9,10*	R. 9 258 + 11 entre 2 = 135 R. 10 1040 - 260 entre 2 = 390

Razonamiento y manejo de datos	Distinguir, analizar e interpretar los datos de un problema de área sin fórmulas, visto en una situación cotidiana.	*R. 1 y 3*	Lee cuidadosamente y resuelve los siguientes problemas. *R. 1* Una señora quiere poner azulejo en el piso de su casa. El piso es rectangular. A lo largo mide 105 azulejos y a lo ancho 56. ¿Cuántos cuadritos de azulejo ocupará para arreglar el piso? *R. 2* Los niños de 4°B harán una caminata por el deportivo, cuya forma y medidas son: 
	Distinguir, analizar e interpretar los datos para obtener el perímetro sin fórmulas en un problema cotidiano.	*R. 2,4*	¿Cuánto recorrerán? Una modista hará una bandera con las siguientes medidas: 3m de largo y 1/12 m de alto 
	Distinguir, analizar e interpretar datos para obtener el área de una figura a partir de gráficos completos o fraccionados, con cierta relación proporcional.	*R. 5,6,7*	*R. 3* ¿Cuántos metros cuadrados de tela deberá comprar? *R. 4* Si la modista le pondrá encaje alrededor, ¿cuánto comprará de encaje? *R. 5* El cuadrado chico mide 7 cm^2. Calcular cuántos metros cuadrados mide el cuadrado grande.  *R. 6* El semicírculo tiene 16 cm^2. ¿Cuál es el área total del círculo?  *R. 7* Cada uno de los triángulos de la figura mide 12 cm^2. Obtener el área total del trapecio. 

ANEXO 10

TABLA DE INDICADORES

FASE 3

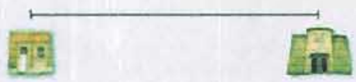
ANEXO 10-a

TABLA DE INDICADORES
Fase 3

HCAM	DIMENSIÓN	INDICADOR	REACTIVO	PRUEBAS DE APRENDIZAJE
Son las operaciones mentales reversibles que se ponen en juego para la construcción del aprendizaje. Llevan al entendimiento lógico y numérico; y están mutuamente relacionadas.	**Conversión numérica**	Convertir una cantidad fraccionaria a unidad de medida -m^2- visto como parte del área de una figura geométrica.	*R. 1,2*	*R. 1* Si el jardín de Pepe tiene 81 m^2, y el de Carlos tiene las 2/3 partes del de Pepe. ¿Cuántos metros cuadrados mide? *R. 2* El jardín de Delia mide 5/9 partes más que el de Carlitos. ¿Cuál es su medida?
		Encontrar un valor complementario - la longitud del lado de una figura- conociendo su volumen total, el ancho y su profundidad.	*R. 3*	*R. 3* Una alberca mide 192 m^3. Si de ancho mide 8 m y de profundidad 2m. ¿Cuánto mide a lo largo?
		Encontrar el perímetro de una figura, a partir de datos complementarios a su área sin uso de fórmulas específicas.	*R. 4*	*R. 4* El bosque de Aragón es cuadrado y su perímetro es de 2800m. El deportivo Oceanía es rectangular y tiene una área de 450000m^2. Si de largo mide 900m. ¿Cuál será su perímetro?
		Encontrar la relación de equivalencia entre diversas situaciones algorítmicas.	*R. 5,6,7*	Tacha la carta que no debe estar en cada fila. *R. 5*  *R. 6*  *R. 7* 

ANEXO 10-b

TABLA DE INDICADORES
Fase 3

Ubicación y discriminación numérica	Ubicar fracciones con diferente denominador en una recta, visto como una situación de recorrido.	*R. 1*	*R. 1* La recta representa el recorrido que Pepe hace de su casa al trabajo. A continuación se te presentan los números fraccionarios, los cuales indican los lugares en donde se localizan los semáforos. Ordénalos de menor a mayor y luego ubícalos en la recta. 2/5 4/16 3/5 8/16 9/12 
	Encontrar la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando el mismo aumento en cada eslabón.	*R. 2*	Fíjate con atención en la secuencia que siguen los siguientes números y completa la serie. *R. 2* 1/8 1/4 3/8 1/2 5/8 3/4 7/8 1
	Encontrar la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, intercalando el aumento en cada eslabón.	*R. 3*	*R. 3* 4/2 9/4 11/4 3 (entero) 7/2 15/4.
	Encontrar la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando el mismo descuento en cada eslabón.	*R. 4*	*R. 4* 9/9 17/18 8/9 15/18 7/9
	Encontrar la secuencia que obedece una serie de números fraccionarios, considerando aumento y descuento combinados.	*R. 5*	*R. 5* 6/4 10/8 23/4 50/8 24/4 42/4

ANEXO 10-c

TABLA DE INDICADORES *Fase 3*

	Ordenar de menor a mayor espacios expresados en longitud, área y volumen considerando cm y mts.	*R. 6*	*R. 6* A continuación se muestran los espacios disponibles para guardar envases en vanas bodegas. Ordénalas de menor a mayor. Bodega a) 59 m^2 Bodega b) 125 m^3 Bodega c) 5000 cm^3 Bodega d) 7500 cm^2 Bodega e) 87 m^3 Bodega f) 10000 cm^4 Bodega g) 11900 cm^3 Bodega h) 39 m
	Encontrar la secuencia que obedece una serie de espacios expresados en m^2 y cm^2 considerando el mismo aumento en cada eslabón.	*R. 7,8*	Completa la secuencia de los siguientes números. *R.7* *59* m^2, 6000 cm^2, 61 m^2. *R.8* *6200* cm^2, 63m^2, 6400 cm^2.
	Encontrar la secuencia numérica que obedece una serie de espacios expresados en m^3 y cm^3, considerando el mismo descuento en cada eslabón.	*R. 9,10*	*R. 9* 4800cm^3, 36m^3, *2400*cm^3, 12m^3 *R. 10* 3200cm^3, 27m^3. *2200* cm^3, 17m^3
	Ordenar ángulos de menor a mayor a partir de un gráfico.	*R. 11*	*R.11* Indica con números consecutivos la secuencia de menor a mayor que siguen los siguientes ángulos. Obsérvalos cuidadosamente.
Cálculo mental	Calcular aditivamente combinando cantidades fraccionarias y de reparto expresadas en gramos.	*R. 1*	Calcula los resultados de las siguientes situaciones. *R.1* A 7/2 de 1 Kg. de naranja, le agrego 3/4 de Kg. de naranja y lo reparto entre 5 personas. A cada una le tocan *850* gm.
	Calcular aditiva y sustractivamente combinando cantidades	*R. 2*	*R.2* A 1200 gm. le agrego 300 gm. y le quito las 3/4 de un Kg. Me quedan *750* gm.
	Hacer cálculo de reparto combinando cantidades fraccionarias y expresadas en gramos.	*R. 3*	*R.3* Reparto 16/2 de Kilo a 5 personas. ¿Cuánto le toca a cada una? A cada persona le tocan *1600* gm.

ANEXO 10-d

TABLA DE INDICADORES *Fase 3*

	Calcular el ancho de de una figura, teniendo como referencia su valor fraccionario y el largo en metros.	R. 4	R.4 Un campo de fútbol mide de largo 96 m y de ancho mide las 2/3 partes de su largo. ¿Cuánto mide su ancho? Mide 64 m.
	Calcular el área de un rectángulo teniendo como referencia la equivalencia entre la parte fraccionaria de uno con el otro.	R. 5	R.5 Las 3/4 partes del área de un rectángulo equivalen a la mitad del rectángulo más grande. Si un tercio del primero tiene como área 8 mts^2. ¿Cuál es el área del segundo? El área del segundo es de 36 m^2
	Calcular la cantidad a pagar en un problema de compra venta, conociendo las decenas y millares comprados y el precio de cada paquete.	R. 6	R. 6 En una caja meto 36 paquetes con 10 chocolates. Le agrego 2 millares de chocolates, y si cada paquete cuesta $10 ¿cuánto pago? *Pago $ 2360*
	Calcular sustractiva y aditivamente de forma combinada, considerando decenas, unidades y centenas.	R. 7	R. 7 A 12 decenas le quito 40 unidades y le agrego 70 unidades con una centena = *250*
	Hacer cálculo sustractivo de unidades de millar menos un valor fraccionario.	R. 8	R. 8 A 7 unidades de millar le quito las 3/4 partes. Me quedan = *1750*
	Calcular aditivamente centenas mas la parte fraccionaria de un valor cardinal.	R. 9	R. 9 A 5 centenas le agrego las 2/3 partes de 4500. Tengo = *3500*
Razonamiento y manejo de datos	Distinguir analizar e interpretar un problema de adición y reparto combinados, teniendo entre los datos cantidades expresadas en fracciones, enteros, longitud en cms. y considerando factores como: a mitad de precio, dos artículos por determinada cantidad y precio por cierta longitud.	R. 1	R.1 Alejandra fue a la mercería y compró 4 1/4 de listón, 6 bolsas de botones, 275 cm de lentejuela y un paquete de agujas. ¿Cuánto deberá de pagar? Lista de precios: - 1 m de Listón $2 - 2 bolsas de botones $8 - 825 cm. de lentejuela $12 - Paquete de agujas $7 (por oferta a mitad de precio)

Distinguir, analizar e interpretar la información gráfica de diversos dibujos que representan el peso de algunos artículos, para encontrar la igualdad entre uno y otro.	*R. 2*	*R. 2* Observa los dibujos y resuelve. ¿Cuántas cajas de dulces pesan lo mismo que la lata de jugo de uva? 
Distinguir, analizar e interpretar un problema de reparto y adición combinados teniendo entre los datos cantidades expresadas en precio, interés y abono.	*R. 3*	*R. 3* El papá de Nayeli va a comprar una televisión en abonos con 1/4 de interés. Si con precio normal el aparato cuesta $7000, ¿cuántas semanas tardará dando abonos de $350
Distinguir, analizar e interpretar un problema de reparto y adición combinados, teniendo los datos proporcionales de una población.	*R. 4,5*	De los 1200 alumnos de una primaria, las 3/5 partes son mujeres. Del total de mujeres, 2/5 partes están en primero. *R. 4* ¿Qué parte de los estudiantes de esa escuela son niñas? *R. 5* ¿Cuántas niñas hay en primero?
Distinguir, analizar e interpretar datos clave para la solución de problemas teniendo como referencia una lista de precios y características de un viaje combinando situaciones aditivas, sustractivas y de reparto.	*R. 6,7,8*	Considera los valores de las tablas y resuelve los problemas. *Guanajuato* Hotel $2500 Transporte $560 Alimentos $630 Paseos $470 Precio por 5 días por persona. *Oaxaca* Hotel $ 8400 Transporte $1000 Alimentos $1200 Paseos $900 Precio por 12 días para 2 personas. *Veracruz* Hotel $ 7500 Transporte $1000 Alimentos $1500 Paseos $750 Precio: por 10 días para 3 personas. *Boletos de avión* D.F. - Guanajuato. $1300 D.F. - Oaxaca $2200 D.F. _ Veracruz $2500 -Precios por persona- Daniel y sus papás quieren ir de vacaciones, ayúdales a hacer el cálculo de sus gastos. *R. 6* ¿Cuánto gastarían por un paseo de 10 días a Oaxaca si se van en avión? *R. 7* Si decían viajar a Veracruz por 15 días ¿Cuánto gastarán por la familia si se van en su auto particular? *R. 8* ¿Cuál sería el costo de un viaje a Guanajuato por 3 días, no incluyendo los alimentos?