

00362



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

“CORRECCIONES RADIATIVAS AL PROCESO
DE DISPERSIÓN MØLLER POLARIZADO”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)
P R E S E N T A :

MARCIAL SÁNCHEZ PAREDES

DIRECTOR DE TESIS: DR. PAUL ARTUR JENS ERLER
MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ
MIEMBRO DE COMITÉ TUTORAL: DR. MANUEL TORRES LABANSAT

pcf

posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2005

m. 344610



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Our job in physics is to see things simply, to understand a great many complicated phenomena in a unified way, in terms of a few simple principles. At times, our efforts are illuminated by a brilliant experiment, such as the 1973 discovery of neutral current neutrino reactions. But even in the dark times between experimental breakthroughs, there always continues a steady evolution of theoretical ideas, leading almost imperceptibly to changes in previous beliefs.

Nobel Lecture, December 8, 1979

by STEVEN WEINBERG.

**Lyman laboratory of Physics, Harvard University and
Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, Mass.,
USA.**

*A la memoria
y al dulce recuerdo
de los que se fueron
para siempre.*

Resumen

La teoría electrodébil del Modelo Estándar (SM) ha sido verificada con gran precisión a la escala de energía de la masa del bosón de norma Z ($M_Z = 91.18$ GeV) gracias a los datos obtenidos por los experimentos LEP-I y LEP-II en CERN así como por el Stanford Linear Collider (SLC) en SLAC y por Tevatron en Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL). El experimento E-158 en SLAC complementa estos resultados midiendo el ángulo de mezcla débil (θ_W) a bajas energías ($Q^2 \approx 0.025\text{GeV}^2$ donde Q^2 es el momento transferido en la reacción).

El experimento E-158 utiliza un haz de electrones longitudinalmente polarizado de 48 GeV el cual colisiona sobre un blanco fijo de electrones no polarizados que es hidrógeno líquido [1]. La observable física que mide E-158, para este proceso conocido como dispersión Møller, es la asimetría izquierda-derecha (A_{LR})

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}, \quad (1)$$

la cual viola la simetría ante paridad (P). El subíndice LR en la sección eficaz (σ) denota el estado de polarización derecho ó izquierdo en el haz de electrones incidentes.

Actualmente ya están publicados los resultados experimentales obtenidos por la colaboración E-158 para las dos primeras corridas, mientras que para la tercera y última corrida solo existen estudios preliminares. El valor experimental de A_{LR} [2] reportado para las dos primeras corridas es:

$$A_{LR} = (-175 \pm 30 \text{ stat} \pm 20 \text{ syst}) \times 10^{-9}. \quad (2)$$

El valor reportado del ángulo de mezcla débil es

$$\sin^2 \theta_W(M_Z)_{\overline{SM}} = 0.2293 \pm 0.0024 \text{ stat} \pm 0.0016 \text{ syst}, \quad (3)$$

el cual se extrae a partir de la medición de A_{LR} . Mientras que el valor reportado para la carga débil del electrón es

$$Q_W^e = -0.053 \pm 0.009 \text{ stat} \pm 0.006 \text{ syst}. \quad (4)$$

Una característica importante del experimento E-158 es que puede ser usado como una herramienta para estudiar los siguientes puntos:

- Probar la teoría del SM a bajas energías.
- Calcular y proporcionar una adecuada definición de la carga débil del electrón (Q_W^e) a un lazo.
- Discutir efectos de nueva física del orden de TeV's a bajas energías.

Sin embargo sabemos que para discutir los puntos arriba mencionados necesitamos hacer un estudio teórico minucioso al proceso de dispersión Møller polarizado ($e_{LR}^- e^- \rightarrow e^- e^-$). Por lo tanto ésta tesis presenta el estudio detallado de las correcciones radiativas de QED a un lazo a la observable física A_{LR} , para el proceso de dispersión Møller polarizado a bajas energías ($Q^2 \approx 0.026\text{GeV}^2$). Mostraremos que las divergencias ultravioletas (UV) que surgen de manera natural en el cálculo de correcciones radiativas a un lazo se cancelan automáticamente. El resultado obtenido en ésta tesis es un paso intermedio de los objetivos principales ya presentados.

Índice general

1. Introducción — Motivación Física	1
2. El Modelo Estándar	4
2.1. Generalidades	4
2.2. El Lagrangiano clásico del Modelo Estándar	5
2.2.1. El sector de norma	5
2.2.2. El sector fermiónico	5
2.2.3. El sector de Higgs	6
2.2.4. Parámetros y campos físicos	7
2.2.5. Término que fija la norma y campos fantasmas	9
3. E-158 en comparación con LEP y SLC	11
3.1. El Modelo Estándar a bajas energías	11
3.2. Aspectos de nueva física	14
3.3. Carga débil del electrón	19
3.4. Resumen	20
4. A_{LR} a nivel árbol en el proceso de dispersión Møller polarizado	21
5. Integrales a un lazo	28
5.1. Definiciones	28
5.2. Introducción a la técnica de Passarino-Veltman	29
5.2.1. Integrales escalares de un lazo	30
5.2.2. Integrales tensoriales	31
5.2.3. Descomposición de las integrales tensoriales	31
5.2.4. Función escalar de un punto	32
5.2.5. Función escalar de dos puntos	32
5.2.6. Función escalar de tres puntos	32
5.2.7. Función escalar de cuatro puntos	32
5.3. Reducción de integrales tensoriales a integrales escalares	33
6. Correcciones radiativas a un lazo	37
6.1. Correcciones radiativas de QED a un lazo	38
6.1.1. Denominador de A_{LR}	39
6.1.2. Numerador de A_{LR}	47

7. Cancelación de divergencias ultravioletas (UV)	60
7.1. Cancelación en el denominador de A_{LR}	60
7.2. Cancelación en el numerador de A_{LR}	62
8. Conclusiones	66
A. Variables de Mandelstam	71

Capítulo 1

Introducción — Motivación Física

El primer intento de realizar una teoría para describir las interacciones débiles, se debe a E. Fermi [3] en 1934. Pese al éxito de su teoría, la cual es conocida como la teoría de los cuatro-fermiones, esta tuvo que ser mejorada puesto que presentaba problemas de renormalizabilidad y unitariedad [4,5].

Tal vez el concepto más importante en la construcción de esta teoría, fue la idea propuesta por C. N. Yang y T. D. Lee en 1956 [6] y la cual les valió el premio nobel en 1957. Ellos propusieron que la simetría discreta bajo inversión espacial (P) no es conservada en las interacciones débiles, lo cual fué verificado experimentalmente por Madame Wu y colaboradores un año más tarde [7]. Gracias a las contribuciones de C. N. Yang y T. D. Lee, S. Weinberg [8], A. Salam [9], S. L. Glashow [10] entre otros, han permitido construir y darle forma a lo que hoy conocemos como la teoría del Modelo Estándar (SM) de las interacciones electrodébiles para leptones, y posteriormente extendido para grados de libertad hadrónicos con el llamado mecanismo GIM [11]. Dicha teoría es hoy por hoy la única formulación que unifica las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes y que además está en acuerdo con los datos experimentales.

La formulación del SM es uno de los mayores triunfos en la física de partículas durante los últimos 30 años. El SM es una teoría de norma no Abelianiana y que está basada en el grupo de simetría $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, donde los grupos se refieren al color, isoespín débil e hipercarga, respectivamente. Además el SM es matemáticamente auto-consistente y es compatible con todos los datos experimentales conocidos, incluyendo una gran variedad de procesos de corrientes neutras a bajas energías (WNC).

Mediante la construcción de grandes laboratorios, como el Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) en Stanford University, Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL), European Organization for Nuclear Research (CERN), Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), High Energy Accelerator Research Organization (KEK) y otros, en los cuales mediante la colisión de partículas a energías nunca accesadas por el humano, se espera descifrar la estructura interna y propiedades de las diferentes partículas que intervienen en el proceso así como de aquellas que son creadas durante la colisión.

La teoría que mejor describe la interacción entre las partículas elementales y que predice las propiedades de algunas partículas es el SM. Pese al éxito irrefutable de esta teoría, existen sin embargo, preguntas que no pueden ser contestadas satisfactoriamente en el marco de la misma, por ejemplo, ¿por qué la teoría del SM tiene tantos parámetros libres (18 de ellos)? Este y otros enigmas, como la violación de simetrías discretas (C, P y T), el origen de las masas de las partículas, la jerarquía de masas tanto en el sector leptónico como en el sector de quarks,

etc., es lo que ha motivado tanto a físicos teóricos como experimentales a buscar nuevas teorías, grupos de simetrías, diseñar otros experimentos, tales que permitan dar una mejor descripción a esta parte de la teoría. Esto es actualmente tema de investigación en gran parte de la comunidad científica.

En los 80's nace el proyecto de construir el Large Electron-Positron Collider (LEP) en CERN y el Stanford Linear Collider (SLC) en SLAC, en ellos se tiene la confianza de poder obtener información acerca de las propiedades de las partículas y probar la teoría del SM a escalas de energías de la masa del bosón de norma Z . Estos experimentos en LEP y SLC, fueron diseñados de tal manera que se pudiera estudiar la estructura electrodébil del SM. Gracias a estos experimentos a grandes energías, hoy se cuenta con mediciones de gran precisión para algunas observables físicas, como asimetrías izquierda-derecha (A_{LR}), decaimientos de partículas, secciones eficaces, y otros.

El acuerdo entre experimento y teoría a estas energías es sorprendente, sin embargo mediante estudios puramente fenomenológicos se puede demostrar que los efectos de nueva física directa (ver Capítulo 3) más allá del SM a esta escala de energía están muy suprimidos. Esto quiere decir que si se está interesado en efectos de nueva física, LEP y SLC no es el lugar apropiado para buscar este tipo de efectos.

En una búsqueda que al parecer no tiene fin, hoy día gran parte de la comunidad científica se encuentra trabajando arduamente en teorías las cuales suelen ser llamadas teorías más allá del SM. Mientras algunos proponen extensiones al SM, otros proponen nuevos experimentos que permitan medir nuevas observables físicas y algunos otros más entusiastas quieren unificar la teoría de la gravedad con el SM. El objetivo de todo esto es tratar de poner todas estas ideas en el marco de una teoría unificada, que de existir o no, todavía estamos muy lejos de tenerla.

Nuestro interés en particular en todo esto, es utilizar la teoría de SM y mediante el estudio teórico de los procesos de dispersión realizados en esta clase de experimentos probar el rango de validéz de esta teoría o bien para buscar efectos de nueva física. Como ya comentamos anteriormente LEP y SLC no es un lugar muy bueno para buscar ciertos tipos de nueva física, por lo tanto tenemos dos alternativas, hacer estudios teóricos a muy altas energías o bien a bajas energías.

Actualmente en SLAC se ha realizado un experimento a bajas energías del orden de $Q^2 \approx 0.025 \text{ GeV}^2$ [12,13], donde Q es el momento transferido. Este experimento ha sido diseñado de tal forma, que es sensible a posibles efectos de nueva física directa y además nos permitirá probar la teoría del SM a bajas energías.

El experimento E-158 en SLAC [1,2] es un experimento que mide la asimetría izquierda-derecha (A_{LR}) en la dispersión elástica $e_{LR}^- e^- \rightarrow e^- e^-$, donde el subíndice LR denota el estado de polarización izquierdo o derecho del haz de electrones. Haces de electrones longitudinalmente polarizados con energías de 45 GeV y 48 GeV son dispersados de un blanco de electrones no polarizados, que básicamente es hidrógeno líquido, donde el momento transferido en esta colisión es de $Q^2 \approx 0.025 \text{ GeV}^2$.

El objetivo de ésta tesis es determinar A_{LR} y Q_W^e tanto a nivel árbol como a un lazo en el proceso de dispersión Møller polarizado $e_{LR}^- e^- \rightarrow e^- e^-$. Como una primera parte del trabajo final, presentamos el cálculo de las correcciones radiativas de QED a un lazo. Mostraremos en el Capítulo 4 que los valores teóricos obtenidos para A_{LR} y Q_W^e concuerdan con los valores obtenidos experimentalmente [1,2]. Además buscaremos posibles desviaciones del SM que pudieran estar a ésta escala de energía e identificaremos la fuente de estas desviaciones.

En el Capítulo 2 se da una breve introducción a la teoría del SM. En el Capítulo 3, mostraremos algunas características favorables que tiene el experimento E-158 en SLAC con respecto a los experimentos realizados en LEP y SLC. Se dejará en claro que los efectos de nueva física directa son mayores en el experimento en E-158 que en LEP y SLC. En el Capítulo 4, se determina explícitamente A_{LR} para el E-158 en SLAC a nivel árbol y se compara con A_{LR} obtenida en el polo del Z . Además se discuten las diferentes contribuciones a estas asimetrías y se elabora el plan de trabajo a seguir para las correcciones radiativas a un lazo a bajas energías. En el Capítulo 5, se da una breve descripción de la técnica de Passarino-Veltman (PaVe) [14–17], que es un método muy poderoso el cual permite reducir integrales tensoriales en integrales escalares. El Capítulo 6, está completamente dedicado al cálculo de las correcciones radiativas a un lazo del proceso de dispersión, $e_{LR}^- e^- \rightarrow e^- e^-$. El cálculo de estas correcciones será mediante la técnica de Passarino-Veltman, y además emplearemos un software llamado FeynCalc [18]. FeynCalc es un paquete de Mathematica el cual permite hacer cálculos algebraicos en teoría cuántica de campos. En el Capítulo 7 mostramos la cancelación de las divergencias ultravioleta (UV) para el observable A_{LR} . En el Capítulo 8, presentamos los resultados obtenidos y se propone un plan de trabajo a futuro.

Capítulo 2

El Modelo Estándar

2.1. Generalidades

Esta sección está basada en las siguientes referencias [19,20]. La base fenomenológica para la formulación del *Modelo Estándar* está dada por los siguientes hechos empíricos que a continuación se mencionan:

- La estructura $SU(2)_L \times U(1)_Y$ de las familias fermiónicas: los fermiones aparecen como familias de dobletes izquierdos y singletes derechos;

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R$$
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, u_R, d_R, c_R, \dots$$

Estas familias de campos fermiónicos están caracterizadas por los números cuánticos de isospín débil I , I_3 y la hipercarga débil Y .

- La relación de Gellman-Nishijima:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.1)$$

es válida para los números cuánticos que caracterizan a los fermiones con respecto al grupo de simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y sus cargas eléctricas.

- La existencia de bosones vectoriales: Hay 4 bosones vectoriales que son los portadores de la fuerza electrodébil

$$\gamma, \quad W^+, \quad W^-, \quad Z.$$

Esta estructura empírica está embebida en una teoría cuántica de campos invariante de norma de las interacciones débiles y electromagnéticas unificadas, donde $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se interpreta como el grupo de transformaciones de norma bajo el cual el Lagrangiano es invariante. Esta simetría tiene que ser rota por el mecanismo de Higgs-Kibble [21]. De acuerdo con ello, se introduce un campo escalar Φ cuyo valor esperado en el vacío es diferente de cero, y por ello, el grupo de norma de simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es espontáneamente roto.

2.2. El Lagrangiano clásico del Modelo Estándar

El Lagrangiano clásico \mathcal{L}_c del SM, se encuentra formado de tres partes; una de ellas es la parte de norma, otra de Higgs y la última de fermiones

$$\mathcal{L}_c = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_F, \quad (2.2)$$

cada una de ellas es separadamente invariante de norma, las cuales especificaremos a continuación:

2.2.1. El sector de norma

Esta parte de norma del Lagrangiano también es conocida como la parte de Yang-Mills del Lagrangiano clásico, en donde los campos de norma son cuatro campos vectoriales que se transforman de acuerdo con la representación adjunta del grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Este grupo de norma es un grupo no-Abeliano que es generado por los operadores de isoespín I_1, I_2, I_3 y la hipercarga Y . Cada una de estas cargas está asociada con un campo vectorial: un triplete de campos vectoriales $W_\mu^{1,2,3}$ con $I_{1,2,3}$ y un singlete B_μ con Y . El triplete de isoespín W_μ^a , $a = 1, 2, 3$ y el isosinglete B_μ proporcionan los campos tensoriales

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad (2.3)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.4)$$

g_2 denota la constante de acoplamiento de norma no-abeliana $SU(2)$ y g_1 es la constante de acoplamiento para el grupo de norma $U(1)$. De los campos tensoriales (2.4), el lagrangiano de norma

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu,a} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

está formado de acuerdo a las reglas para el caso no-abeliano.

2.2.2. El sector fermiónico

Los campos fermiónicos izquierdos para cada familia de leptones y quarks (el índice de color está suprimido) son

$$\psi_j^L = \begin{pmatrix} \psi_{j^+}^L \\ \psi_{j^-}^L \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

donde el índice de familia j está agrupado en dobletes de $SU(2)$ con índice $\sigma = \pm$, y los campos derechos en singletes

$$\psi_j^R = \psi_{j^\sigma}^R. \quad (2.7)$$

Cada multiplete derecho o izquierdo es un eigen-estado de la hipercarga débil Y tal que la relación (2.1) es satisfecha. Las derivadas covariantes

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 I_a W_\mu^a + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (2.8)$$

inducen la interacción norma-fermión via la regla de sustitución mínima:

$$\mathcal{L}_F = \sum_j \bar{\psi}_j^L i\gamma^\mu D_\mu \psi_j^L + \sum_j \bar{\psi}_j^R i\gamma^\mu D_\mu \psi_j^R. \quad (2.9)$$

2.2.3. El sector de Higgs

Para el rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ dejando el subgrupo de norma $U(1)_{em}$ electromagnético no roto, un doblete de campo escalar complejo con hipercarga $Y = 1$

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

está acoplado a los campos de norma

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (2.11)$$

con la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 I_a W_\mu^a + i\frac{g_1}{2} B_\mu. \quad (2.12)$$

La auto-interacción del campo de Higgs

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.13)$$

está construida de tal manera que el valor esperado en el vacío de Φ es diferente de cero ($v \neq 0$), relacionado a el coeficiente del potencial V por

$$v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}}. \quad (2.14)$$

El campo de Higgs puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ (v + H(x) + i\chi(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

donde las componentes ϕ^+ y H , χ ahora tienen valor esperado en el vacío igual a cero. Explotando la invarianza de la lagrangiana uno nota que las componentes ϕ^+ , χ pueden ser normalizadas aparte, esto quiere decir que estas componentes son no-físicas (fantasmas de Higgs). En particular en la norma unitaria, el campo de Higgs tiene la siguiente forma

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

La parte real de ϕ^0 , $H(x)$, describe partículas escalares neutras con masa

$$M_H = \mu\sqrt{2}. \quad (2.17)$$

Las componentes del campo de Higgs tienen triple y cuártico auto-acoplamiento.

Por otra parte los acoplamientos de Yukawa para fermiones son introducidos para tener fermiones cargados masivos. El término de Yukawa está convenientemente expresado como componentes de un doblete de campo. Escribiendo el lagrangiano de Yukawa

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa} = & -g_l \left(\bar{\nu}_L \phi^+ l_R + \bar{l}_R \phi^- \nu_L + \bar{l}_L \phi^0 l_R + \bar{l}_R \phi^{0*} l_L \right) \\ & -g_d \left(\bar{u}_L \phi^+ d_R + \bar{d}_R \phi^- u_L + \bar{d}_L \phi^0 d_R + \bar{d}_R \phi_L^{0*} \right) \\ & -g_u \left(-\bar{u}_R \phi^+ d_L - \bar{d}_L \phi^- u_R + \bar{u}_R \phi^0 u_L + \bar{u}_L \phi^{0*} u_R \right),\end{aligned}\quad (2.18)$$

donde ϕ^- denota el adjunto de ϕ^+ .

Cuando $v \neq 0$ los términos de las masas de los fermiones son inducidos, las constantes de acoplamiento de Yukawa $g_{l,d,u}$ están relacionados con las masas de los fermiones cargados de la siguiente manera:

$$m_f = g_f \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \frac{g_f}{g_2} M_W, \quad (2.19)$$

donde $g_2 = e/\sin \theta_W$. En la norma unitaria la Lagrangiana de Yukawa es particularmente simple:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_f m_f \bar{\psi}_f \psi_f - \sum_f \frac{m_f}{v} \bar{\psi}_f \psi_f H. \quad (2.20)$$

Como un remanente de este mecanismo para generar las masas de los fermiones en una norma invariante, las interacciones de Yukawa entre los fermiones masivos y los campos de Higgs físicos ocurren con constantes de acoplamiento proporcionales a las masas de los fermiones.

2.2.4. Parámetros y campos físicos

La interacción de norma invariante Higgs-norma(gauge) en la parte cinética de la ecuación (2.11) da lugar a los términos de masa para los bosones vectoriales en la forma no-diagonal

$$\frac{1}{2} \left(\frac{g_2}{2} v \right)^2 (W_1^2 + W_2^2) + \frac{v^2}{4} (W_\mu, B_\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}.$$

El contenido físico se hace transparente desarrollando una transformación de los campos W_μ^a, B_μ (en términos de los cuales la simetría es manifiesta) a los campos *físicos*

$$W_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2), \quad (2.21)$$

y

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 + \sin \theta_W B_\mu, \quad (2.22)$$

$$A_\mu = -\sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu. \quad (2.23)$$

En estos campos los términos de masa son diagonales y tienen la siguiente forma

$$M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^{-\mu} + \frac{1}{2}(A_\mu, Z_\mu) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_Z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix},$$

con

$$M_W = \frac{1}{2}g_2 v, \quad (2.24)$$

$$M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}v. \quad (2.25)$$

El ángulo de mezcla en la rotación (2.22) y (2.23) está dado por

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \frac{M_W}{M_Z}. \quad (2.26)$$

Identificando A_μ con el campo del fotón el cual se acopla via la carga eléctrica $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ al electrón, e puede ser expresado en términos de los acoplamientos de norma de la siguiente manera

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad (2.27)$$

ó

$$g_2 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad g_1 = \frac{e}{\cos \theta_W}. \quad (2.28)$$

Finalmente, de los términos de acoplamiento de Yukawa en la ecuación (2.18) las masas de los fermiones son obtenidas:

$$m_f = g_f \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \frac{g_f}{g_2} M_W. \quad (2.29)$$

Las relaciones arriba mostradas permiten reemplazar el conjunto de parámetros originales

$$g_2, g_1, \lambda, \mu^2, g_f \quad (2.30)$$

por un conjunto equivalente de parámetros físicos

$$e, M_W, M_Z, M_H, m_f \quad (2.31)$$

donde cada uno de ellos puede (en principio) ser medido directamente del experimento.

Un parámetro adicional medido muy preciso es la constante de Fermi G_F , ésta es la constante de acoplamiento efectiva de 4-fermiones en la teoría de Fermi la cual és obtenida a partir del tiempo de vida del muón:

$$G_F = 1.16639(2) \times 10^{-5} \text{GeV}^2, \quad (2.32)$$

este valor es consistente con el Modelo estándar para $q^2 \leq M_W^2$. El modelo de Fermi requiere la identificación

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8 \sin^2 \theta_W M_W^2}, \quad (2.33)$$

la cual nos permite relacionar la masa de los bosones vectoriales a los parámetros α , G_F y $\sin^2 \theta_W$ como sigue:

$$M_W^2 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta_W}, \quad (2.34)$$

$$M_Z^2 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_w}, \quad (2.35)$$

y así establecer también la interdependencia $M_W - M_Z$:

$$M_W^2 \left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F}. \quad (2.36)$$

2.2.5. Término que fija la norma y campos fantasmas

Los elementos de la matriz S para cualquier proceso físico son una cantidad invariante de norma. Para un tratamiento sistemático de la cuantización de \mathcal{L}_{cl} y para cálculos de órdenes más grandes, sin embargo, es mejor referirnos a una norma renormalizable. Esto puede ser hecho sumando a \mathcal{L}_{cl} una lagrangiana que fija la norma, por ejemplo

$$\mathcal{L}_{fix} = -\frac{1}{2}(F_\gamma^2 + F_Z^2 + 2F_+F_-), \quad (2.37)$$

con términos que fijan la norma del tipo 't Hooft:

$$F_\pm = \frac{1}{\sqrt{\xi^W}}(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp iM_W \xi^W \phi^\pm), \quad (2.38)$$

$$F_Z = \frac{1}{\sqrt{\xi^Z}}(\partial^\mu Z_\mu - M_Z \xi^Z \chi), \quad (2.39)$$

$$F_\gamma = \frac{1}{\sqrt{\xi^\gamma}}\partial^\mu A_\mu, \quad (2.40)$$

con parámetros arbitrarios $\xi^{W,Z,\gamma}$. En esta clase de normas de 't Hooft, los propagadores de los bosones vectoriales tienen la forma

$$\frac{i}{k^2 - M_W^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{(1 - \xi^V)k^\mu k^\nu}{k^2 - \xi^V m_V^2} \right) \quad (2.41)$$

$$= \frac{i}{k^2 - M_V^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) + \frac{i\xi^V}{k^2 - \xi^V M_V^2} \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}. \quad (2.42)$$

Los propagadores para los campos de Higgs no-físicos están dados por

$$\frac{i}{k^2 - \xi^W M_W^2} \quad \text{para} \quad \phi^\pm, \quad (2.43)$$

$$\frac{i}{k^2 - \xi^Z M_Z^2} \quad \text{para} \quad \chi^0. \quad (2.44)$$

Como complemento de la lagrangiana renormalizable, el término de los fantasmas de Faddeev-Popov \mathcal{L}_{gh} ha sido sumado [22] para equilibrar los efectos no deseados en las componentes no físicas introducidas por \mathcal{L}_{fix} :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{cl} + \mathcal{L}_{fix} + \mathcal{L}_{gh}. \quad (2.45)$$

En la norma de 't Hooft-Feynman ($\xi = 1$) los propagadores de los bosones vectoriales se hacen particularmente simples: las componentes transversales y longitudinales, al igual que para los propagadores de los campos de Higgs no-físicos ϕ^\pm , ξ y los campos fantasmas tienen polos que coinciden con las masas de los correspondientes partículas físicas W^\pm y Z .

Para un tratamiento más general acerca de la teoría del Modelo Estándar se sugieren las siguientes referencias [20–24].

Capítulo 3

E-158 en comparación con LEP y SLC

¿Por que es tan interesante el estudio teórico del proceso de dispersión $e^-_L e^- \rightarrow e^- e^-$ (*dispersión Møller polarizado*) a bajas energías? Este capítulo tiene como objetivo contestar entre otras cosas esta clase de preguntas. La justificación de hacer un estudio teórico al proceso de dispersión Møller polarizado a bajas energías en el marco del Modelo Estándar se basa en el hecho de que los resultados obtenidos pueden ser comparados con los datos experimentales medidos en el experimento E-158.

3.1. El Modelo Estándar a bajas energías

La puesta en operación del SLC en SLAC, LEP (Large Electron-Positron Collider) en CERN y de Tevatron en FNAL abrieron una nueva era en la física de partículas. El acelerador LEP en CERN es un acelerador-colisionador e^+e^- circular el cual tiene una circunferencia de 27 km es actualmente uno de los aceleradores de partículas mas grande en el mundo que se ha construido. Mediante el uso de los cuatro detectores, DELPHI, ALEPH, L3 y OPAL en LEP, actualmente contamos con datos muy precisos para algunas observables electrodébiles tales como secciones eficaces, tiempos de decaimientos, asimetrías, etc..

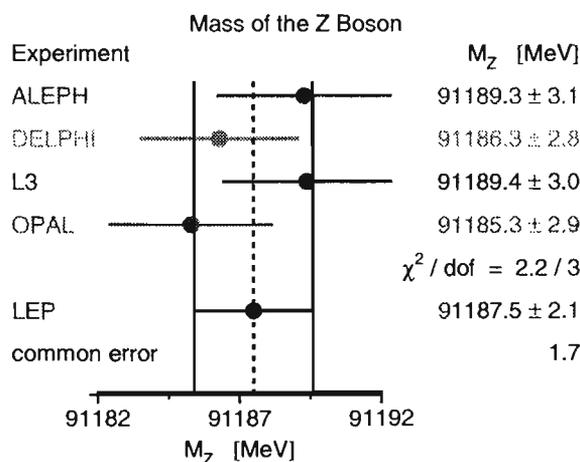


Figura 3.1: Valores medidos en LEP para la masa del bosón de norma Z .

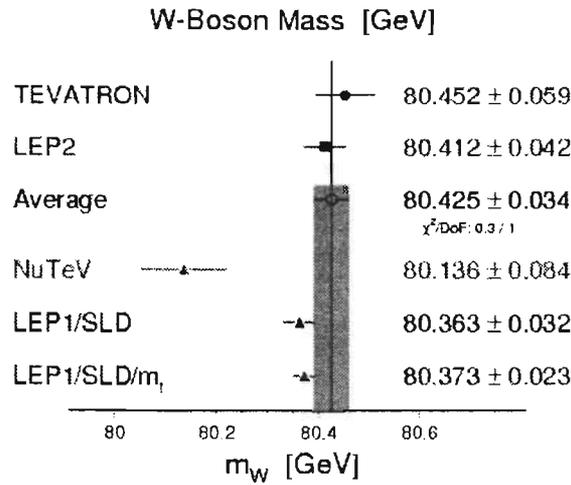


Figura 3.2: Datos reportados para la masa del bosón de norma W por el grupo de trabajo electrodébil en LEP así como por otros grupos de trabajo (Tevatrón, NuTeV y SLD).

La confirmación del SM electrodébil de Glashow, Salam y Weinberg (GWS) inició en 1973 con el descubrimiento de corrientes neutras en la colaboración Gargamelle [25] en CERN. Posteriormente en 1978 el experimento E122 en SLAC midió la violación de paridad de la asimetría (A_{LR}) en la sección eficaz de electrones longitudinalmente polarizados dispersados de un blanco fijo (deuterón). La asimetría fue usada para determinar el ángulo de mezcla débil $\sin^2 \theta_W$, el cual es un parámetro fundamental del Modelo Estándar que describe como la fuerza electromagnética y la fuerza débil se mezclan y como estas dos fuerzas son dos aspectos de una fuerza electrodébil unificada.

Otra confirmación del modelo de GWS fue la violación de paridad medida por el experimento E122 en SLAC. El valor medido para el ángulo de mezcla débil ($\sin^2 \theta_W$) está en acuerdo con resultados previos de experimentos neutrino-nucleón [26]. Finalmente, como prueba definitiva de la teoría de (GSW) en 1982 se logró detectar los bosones de norma W^\pm , Z que hasta ese entonces sólo se sabía eran una predicción de la teoría. Éstos descubrimientos fueron llevados a cabo en los experimentos LEP-I y LEP-II en CERN.

El estatus actual de las mediciones realizadas en las diferentes colaboraciones son desarrolladas por sus respectivos grupos de trabajos. Por ejemplo el grupo de trabajo electrodébil en LEP combina las mediciones de los cuatro experimentos efectuados en LEP (DELPHI, ALEPH, L3 Y OPHAL) de los observables electrodébiles tales como secciones eficaces, acoplamientos de los bosones de norma masivos, etc., propiamente tomando en cuenta las incertidumbres sistemáticas comunes. Estos resultados de precisión electrodébiles combinados se encuentran publicados y son el mejor promedio tomando en cuenta todas las mediciones efectuadas por LEP. El grupo de trabajo en LEP también se encarga de combinar sus resultados con otros resultados electrodébiles obtenidos en diferentes experimentos tales como NuTeV, CDF, DØ y SLD.

En la figura 3.1 se muestran los valores reportados por LEP para la masa del bosón de norma M_Z . Mientras que en la figura 3.2 se muestra los valores reportados para la masa del bosón de norma W . Los valores para la masa del bosón de norma W son reportados por diferentes grupos de trabajo electrodébil (Tevatron, NuTeV, SLD y LEP).

Uno de los tantos parámetros físicos (observables físicos) medidos en las colisiones e^-e^+ efectuadas en LEP y SLC fueron las diferentes asimetrías A_{LR} para los diferentes estados finales. A_{LR} tiene la característica de que es muy sensible al ángulo de mezcla débil (θ_W). Debido a ésta característica es muy conveniente extraer a partir de su medición, el valor de $\sin^2 \theta_W$. En la figura (3.3) podemos observar la predicción de $\sin^2 \theta_W$ como función de el momento transferido (Q) que dá el SM en el esquema de renormalización \overline{MS} . A partir de mediciones muy precisas hechas por los grupos de trabajo en LEP y SLC en el polo del Z, fué posible hacer una estimación del valor del ángulo de mezcla débil con gran precisión.

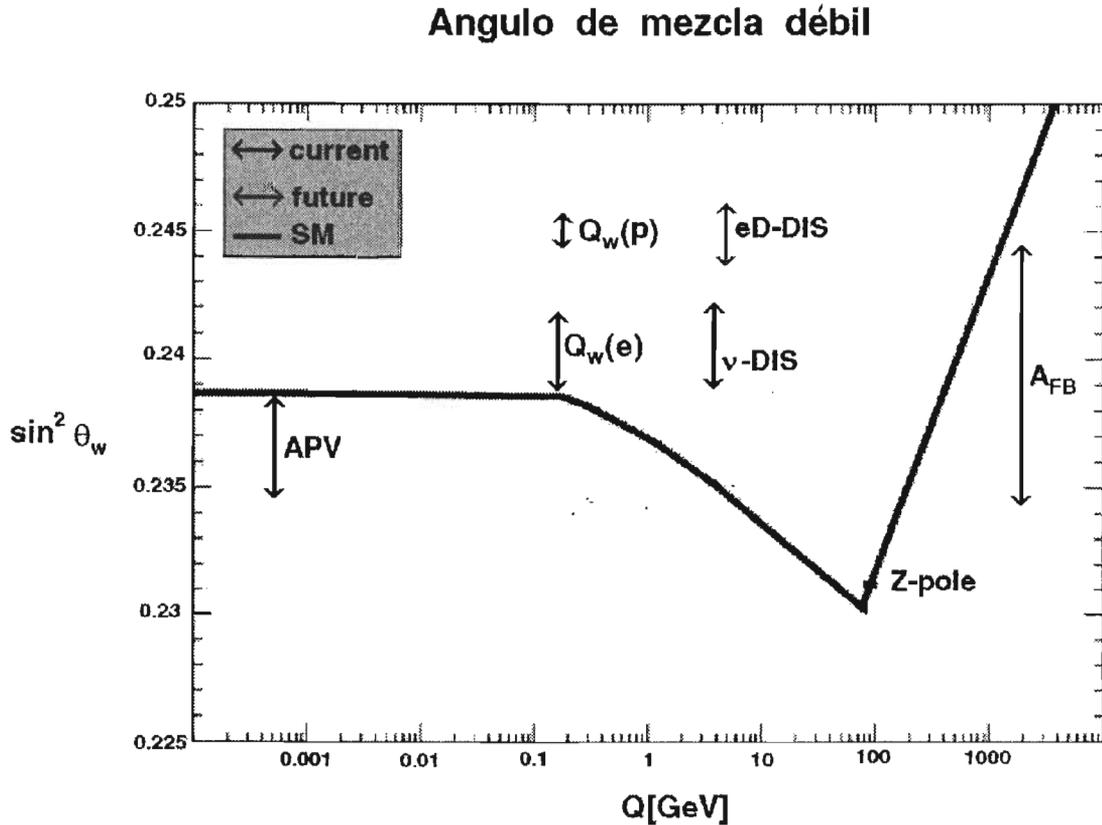


Figura 3.3: Corrimiento del $\sin^2 \theta_W$ de acuerdo al SM [27] en el esquema de renormalización \overline{MS} [28], en función de Q .

En las figuras 3.3 y 3.4 se muestran valores reportados del $\sin^2 \theta_W$ por diferentes experimentos a bajas energías, lejos del polo de Z. Uno de ellos es el experimento NuTeV (ν -DIS) en FermiLab [29] cuyo objetivo fué medir $\sin^2 \theta_W$ con una precisión de ± 0.0016 . Éste experimento consistió en la dispersión inelástica profunda neutrino-nucleón a una escala de energía de $Q^2 \simeq 20 \text{ GeV}^2$. El valor reportado por la colaboración NuTeV tiene tres desviaciones estándar arriba de la predicción del Modelo Estándar. Otro experimento realizado a bajas energías fue la violación de paridad en transiciones atómicas (APV) [30,31]. El valor reportado del $\sin^2 \theta_W$ por esta colaboración tiene 2.5σ arriba de la predicción del SM. Es claro ver a partir de la

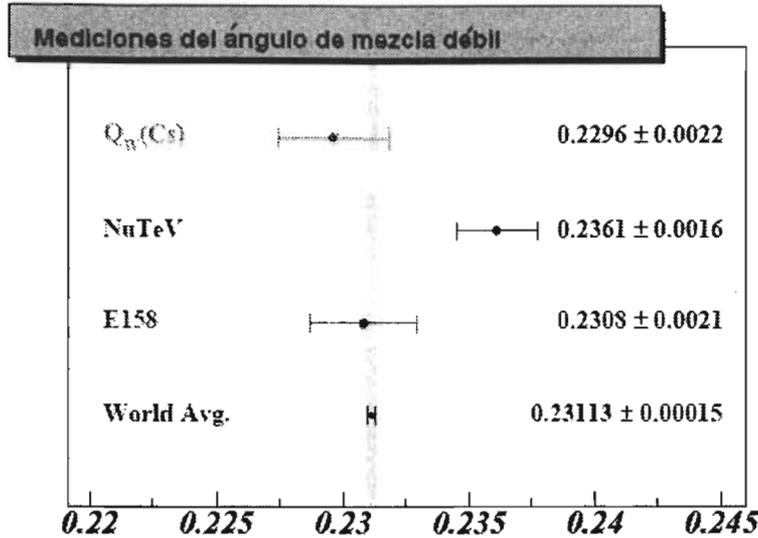


Figura 3.4: Comparación de mediciones del ángulo de mezcla débil en diferentes experimentos.

figura 3.3 que existen desacuerdos entre éstos experimentos a bajas energías y los valores teóricos que predice el SM.

El experimento E-158 en SLAC ha sido diseñado para operar a bajas energías y su objetivo es obtener el ángulo de mezcla débil con una precisión de ± 0.001 . El ángulo de mezcla débil se obtiene a partir del valor medido de A_{LR} , la cual sabemos es muy sensible a este parámetro. Actualmente ya se realizaron 3 corridas en el E-158, las dos primeras corridas ya fueron analizadas y los resultados de A_{LR} , $\sin^2 \theta_W$ y Q_W^e están publicados en la referencia [2].

Por lo tanto parte de mi trabajo consiste en obtener teóricamente $\sin^2 \theta_W$ a un lazo en el proceso de dispersión $e^-_L e^- \rightarrow e^- e^-$ a bajas energías.

3.2. Aspectos de nueva física

Para discutir los posibles efectos de nueva física (si es que existen) a esta escala de energía ($M_Z = 91.18$ GeV) es conveniente estudiar la sección eficaz de los procesos llevados a cabo en LEP o bien en SLD.

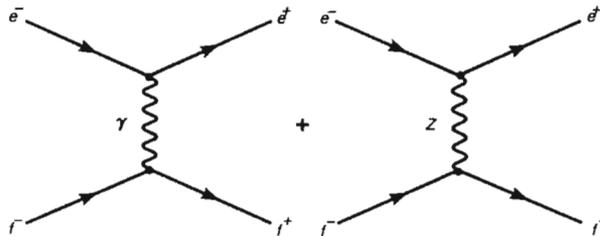


Figura 3.5: Colisiones efectuadas en LEP y SCL en el polo del Z.

Cuadro 3.1: Resultados de mediciones precisas en el polo del Z , W y la masa del quark top. Estas mediciones experimentales son comparadas con las predicciones del SM [27].

Cantidad		Grupos(s)	Valor	Modelo Estándar	Pull
M_Z	[GeV]	LEP	91.1876 ± 0.0021	91.1874 ± 0.0021	0.1
Γ_Z	[GeV]	LEP	2.4952 ± 0.0023	2.4972 ± 0.0011	-0.9
$\Gamma(\text{inv})$	[MeV]	[cantidad derivada]	499.0 ± 1.5	501.74 ± 0.15	—
σ_{had}	[nb]	LEP	41.541 ± 0.037	41.470 ± 0.010	1.9
R_e		LEP	20.804 ± 0.050	20.753 ± 0.012	1.0
R_μ		LEP	20.785 ± 0.033	20.754 ± 0.012	1.0
R_τ		LEP	20.764 ± 0.045	20.799 ± 0.012	-0.8
$A_{FB}(e)$		LEP	0.0145 ± 0.0025	0.01639 ± 0.00026	-0.8
$A_{FB}(\mu)$		LEP	0.0169 ± 0.0013	"	0,4
$A_{FB}(\tau)$		LEP	0.0188 ± 0.0017	"	1.4
$A_{LR}(\text{hadrons})$		SLD	0.15138 ± 0.00216	0.1478 ± 0.0012	1.6
$A_{LR}(\text{leptons})$		SLD	0.1544 ± 0.0060	"	1.1
A_μ		SLD	0.142 ± 0.015	"	-0.4
A_τ		SLD	0.136 ± 0.015	"	-0.8
$A_e(Q_{LR})$		SLD	0.162 ± 0.043	"	0.3
$A_\tau(\mathcal{P}_\tau)$		LEP	0.1439 ± 0.0043	"	-0.9
$A_e(\mathcal{P}_\tau)$		LEP	0.1498 ± 0.0049	"	0.4
Q_{FB}		LEP	0.0403 ± 0.0026	0.0424 ± 0.0003	-0.8
m_t	[GeV]	Tevatron	174.3 ± 5.1	174.4 ± 4.4	0.0
M_W	[GeV]	LEP	80.447 ± 0.042	80.391 ± 0.019	1.3
M_W	[GeV]	Tevatron + UA2	80.454 ± 0.059	"	1.1

Los procesos de dispersión estudiados por LEP y SLC fueron entre otros, $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, los cuales son descritos a nivel árbol mediante el intercambio del fotón y del bosón de norma Z como se muestra en la figura 3.5.

Actualmente contamos con datos experimentales muy precisos proporcionados por LEP y SLC, los cuales están en completo acuerdo con la teoría de SM (ver cuadro 3.1). Sin embargo en estos experimentos las evidencias de nueva física directa están muy suprimidas y prácticamente es cero. Por otra parte si es posible discutir cierta clase de nueva física indirecta.

Para ver este tipo de efectos, consideremos la sección eficaz al proceso $e^-e^+ \rightarrow f\bar{f}$ con $f \neq e$ en la vecindad del polo $\sqrt{s} = M_Z$. A nivel árbol la sección eficaz [32], puede ser escrita de la siguiente forma,

$$\sigma(s) \sim s \left| \alpha \frac{g_i^e g_j^f}{s - M_Z^2 + iM_Z \Gamma_Z} + \alpha \frac{Q_e Q_f}{s} \right|^2, \quad (3.1)$$

donde Q_f es la carga del fermión en el estado final, Q_e es la carga del electrón, M_Z es la masa del bosón de norma Z , Γ_Z es el ancho de decaimiento del Z y g_i^f describe el acoplamiento efectivo

del bosón de norma Z al fermión f con helicidad h_i .

Por lo tanto las diferentes contribuciones en el polo del Z a la sección eficaz son,

$$I_{\gamma\gamma} \sim \frac{\alpha^2 Q_f^2 Q_e^2}{s} \sim \frac{1}{M_Z^2}, \quad (3.2)$$

$$I_{ZZ} \sim \frac{\alpha^2 (g_i^e)^2 (g_j^f)^2}{M_Z^2 \Gamma_Z^2} \sim \frac{g^4}{\Gamma_Z^2}, \quad (3.3)$$

$$I_{\gamma Z} \sim 0, \quad \text{en el polo del } Z. \quad (3.4)$$

Del SM, se tienen los siguientes valores,

$$s = M_Z^2 \sim 10^4 \text{ GeV}^2, \quad (3.5)$$

$$\Gamma_Z \sim 1 \text{ GeV}, \quad (3.6)$$

$$g^2 = \frac{8M_W^2 G_F}{\sqrt{2}} \sim 0.424. \quad (3.7)$$

Si sustituimos los valores proporcionados en las ecuaciones (3.5), (3.6) y (3.7) en (3.2), (3.3) y (3.4), podemos concluir que las diferentes contribuciones a la sección eficaz tienen el siguiente comportamiento,

$$I_{ZZ} \gg I_{\gamma\gamma}. \quad (3.8)$$

Por lo tanto, la principal contribución a la sección eficaz viene del término I_{ZZ} , los otros dos términos solo contribuyen con aproximadamente el 1% al valor de la sección eficaz.

Ahora estudiemos qué pasa si en la ecuación (3.1) ponemos un término el cual corresponde a describir efectos de nueva física. De acuerdo con la ecuación (3.1), la sección eficaz para incluir estos tipos de efectos tendrá la siguiente estructura,

$$\sigma(s) \sim s \left| \frac{\alpha Q_e Q_f}{s} + \frac{\alpha g_i^e g_j^f}{s - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + \frac{V_{ij}^f}{\Lambda^2} \right|^2, \quad (3.9)$$

donde Λ es una nueva escala de energía del orden de TeV's y V_{ij}^f es una nueva constante de acoplamiento.

Una de las mejores propuestas de física mas allá del SM además de supersimetría (SUSY), es la consideración de bosones de norma adicionales Z' . Suponiendo que el posible efecto de nueva física¹ puede ser debido a un bosón de norma Z' más pesado que el bosón de norma Z del SM y el cual contribuye a nivel árbol (ver figura 3.6). Entonces la ecuación (3.9) tomará la siguiente forma [33],

$$\sigma(s) \sim s \left| \frac{\alpha Q_e Q_f}{s} + \frac{\alpha g_i^e g_j^f}{s - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} + \frac{V_{ij}^f}{s - M_{Z'}^2 + i\Gamma_{Z'} M_{Z'}} \right|^2. \quad (3.10)$$

Calculando $\sigma(s)$ de manera explícita en el polo del Z , es decir cuando $s = M_Z^2$ y tomando en cuenta la siguiente aproximación $s - M_{Z'}^2 + i\Gamma_{Z'} M_{Z'} \sim M_{Z'}^2$, donde $M_{Z'} \gg M_Z$, tendremos una serie de términos, los cuales se muestran a continuación,

¹Este efecto de considerar a nivel árbol un bosón de norma Z' en el proceso de dispersión Møller es lo que llamamos efecto de nueva física directa.

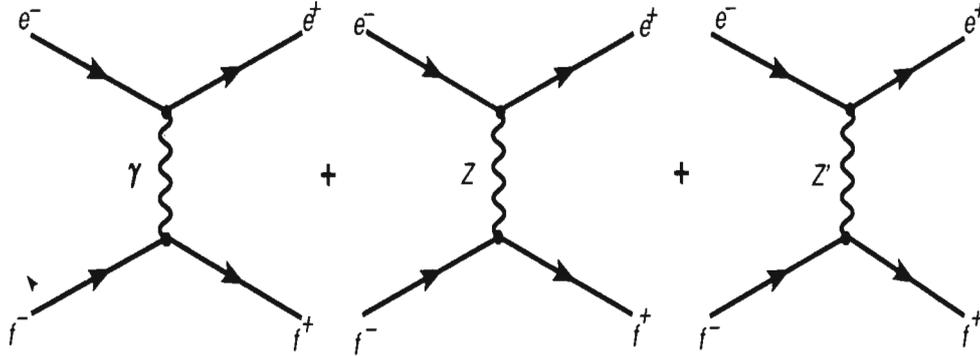


Figura 3.6: Contribucion de Z' al proceso $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ a nivel árbol.

$$I_{\gamma Z'} \sim \frac{\alpha Q_e Q_f V_{ij}^f}{M_{Z'}^2} \sim \frac{1}{M_{Z'}^2}, \quad (3.11)$$

$$I_{ZZ'} \sim 0, \quad (3.12)$$

$$I_{Z'Z'} \sim \frac{(V_{ij}^f)^2}{M_{Z'}^4}. \quad (3.13)$$

Queda claro a partir de (3.11), (3.12) y (3.13), que los posibles efectos debido a un Z' son practicamente cero. A esto nos referimos cuando queremos decir que los efectos de nueva física directa en el polo del Z son despreciables. Por otra parte discutiremos acontinuación, un posible efecto de nueva física indirecta [34].

Sabemos que teorías de gran unificación (GUT) predicen la existencia de bosones vectoriales adicionales. Estas teorías estan basadas en grupos de norma mas grandes que $SU(5)$, como E_6 y $SO(10)$. Ejemplos típicos de simetrías de norma extendidas son los modelos $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{\chi, \psi, \eta}$, donde los grupos $U(1)_\chi$, $U(1)_\psi$ y $U(1)_\eta$ son grupos de simetría adicionales y donde el bosón vectorial asociado a cada grupo, tiene diferentes características [19].

El bosón de norma Z' es en general una superposición del Z del SM y el nuevo bosón asociado con el grupo de norma extra $U(1)$. El ángulo de mezcla satisface,

$$\tan^2 \theta_M = \frac{M_{Z_1^0}^2 - M_Z^2}{M_{Z'}^2 - M_{Z_1^0}^2}, \quad (3.14)$$

donde $M_{Z_1^0}$ es el valor para M_Z del SM en ausencia de mezcla. Es muy importante notar que $M_Z \ll M_{Z_1^0}$, además los acoplamientos del Z en el marco del SM cambian debido a la mezcla.

A partir del análisis puramente fenomenológico de los datos obtenidos por LEP y SLC, J. Erler y P. Langacker [34] mostraron que es posible tener efectos de mezcla entre Z y Z'^2 y además determinaron una estimación del ángulo de mezcla entre estos dos bosones vectoriales,

$$\left| \sin \theta_M \frac{M_{Z'}}{1 \text{ TeV}} \right| \leq 3 \times 10^{-3}. \quad (3.15)$$

²Este tipo de efecto es lo que aquí llamamos efecto de nueva física indirecta.

Esperamos haber dejado claro que los efectos de nueva física discutidos anteriormente son casi nulos en LEP y SLC. Por lo tanto si estamos interesados en discutir efectos de nueva física necesitamos de otra clase de experimentos.

Además de la posibilidad de medir θ_W a bajas energías en el E-158, lo cual nos permitirá probar la teoría del SM a esas escalas de energías, también existe la posibilidad de tener acceso a física más allá del SM. Para mostrar esto, comenzaré con escribir la sección eficaz a bajas energías para las colisiones efectuadas en el experimento E-158,

$$\sigma(s) \approx s \left| \frac{Q_f^2}{s} + \frac{g^2}{M_Z^2} \right|^2, \quad (3.16)$$

donde las contribuciones explícitas a $\sigma(s)$ son,

$$I'_{\gamma\gamma} = \frac{Q_f^4}{s} = \frac{1}{M_Z^2}, \quad (3.17)$$

$$I'_{ZZ} = \frac{g^4}{M_Z^4}, \quad (3.18)$$

$$I'_{\gamma Z} = \frac{g^2}{M_Z^2}. \quad (3.19)$$

De acuerdo a los valores presentados anteriormente en (3.5), (3.6) y (3.7), los términos dados en (3.17), (3.18) y (3.19) tendrán el siguiente comportamiento,

$$I'_{\gamma\gamma} \gg I'_{\gamma Z} \gg I'_{ZZ}. \quad (3.20)$$

Es de notar que ahora el término que más contribuye a la sección eficaz es $I'_{\gamma\gamma}$, pero como E-158 es un experimento diseñado para medir A_{LR} , entonces el término que más contribuye es $I'_{\gamma Z}$, el término $I'_{\gamma\gamma}$ se cancela. Sabemos de la teoría del SM, que después del rompimiento espontáneo de la simetría (WSB), el fotón no distingue a electrones con polarización derecha o izquierda, mientras que el bosón de norma Z sí distingue a electrones derechos de izquierdos, de esta manera tendremos que $\sigma_L - \sigma_R = I'_{\gamma Z} + I'_{ZZ}$. De acuerdo con lo explicado anteriormente, estamos ante la oportunidad de probar el SM a bajas energías.

¿Que pasa ahora con los efectos de nueva física directa? ¿Es posible tener este tipo de efectos a esta escala de energía? Para esto supongamos que en el experimento E-158 a bajas energías, existe un término adicional similar al de la ecuación (3.10),

$$\sigma(s) \approx s \left| \frac{Q_e^2}{s} + \frac{g^2}{M_Z^2} + \frac{g'^2}{\Lambda^2} \right|^2, \quad (3.21)$$

donde Λ es una nueva escala de energía aproximadamente de 1 TeV. g y g' son constantes de acoplamiento donde su forma exacta es más complicada.

Las contribuciones explícitas a $\sigma(s)$ son,

$$I'_{\gamma\Lambda} = \frac{Q_e^2 g'^2}{\Lambda^2}, \quad (3.22)$$

$$I'_{Z\Lambda} = \frac{g^2 g'^2}{M_Z^2 \Lambda^2}, \quad (3.23)$$

$$I'_{\Lambda\Lambda} = \frac{g'^4}{\Lambda^4}, \quad (3.24)$$

de acuerdo a estas ultimas expresiones, uno tiene que,

$$\frac{I'_{\gamma Z}}{I'_{\gamma\Lambda}} = \mathcal{O}\left(\frac{M_Z^2}{\Lambda^2}\right) = 10^{-2}, \quad (3.25)$$

donde en esta última expresión ya fueron tomados en cuenta las constante de acoplamiento.

Esto quiere decir que las contribuciones de nueva física directa a A_{LR} son grandes del orden del 10%, esto es muy sorprendente, puesto que a pesar de que estamos a bajas energías, las posibilidades de encontrar y discutir teóricamente efectos de nueva física son muy grandes.

3.3. Carga débil del electrón

Sabemos que el electrón tiene una carga eléctrica, pero también tiene otro tipo de carga. Esta otra carga, la cual mide que tan fuerte los electrones sienten la fuerza débil ha sido medida por primera vez en el experimento E-158 en SLAC.

La fuerza débil es una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza, que contrariamente a la fuerza electromagnética sus efectos son de corto alcance. Por lo tanto sus efectos solo se manifiestan dentro de partículas sub-atómicas. Un ejemplo típico de esta clase de interacción se encuentra en el decaimiento del neutrón ($n \rightarrow p + \bar{\nu}_e + e^-$).

Estudios en las interacciones electrón-positrón han mostrado que los electrones tienen una pequeña *carga débil* (Q_W^e). Ahora para tener una medición directa de la carga débil, los físicos en el Stanford Linear Accelerator Center en California han hecho colisionar paquetes de mil billones de electrones sobre un blanco de Hidrógeno líquido. Unos pocos de estos electrones son desviados lejos de la línea del haz por electrones en el Hidrógeno.

La manera en que una partícula siente la fuerza débil, depende de la dirección de su spin. Los resultados reportados por la colaboración del E-158 se encuentran publicados en [2], en ellos se muestra que los electrones son más probables a ser deflectados si ellos están *spinning clockwise* a lo largo de su dirección de movimiento. La diferencia es pequeña, lo cual implica que la carga débil del electrón es -0.059 veces que la del bosón de norma W la cual es la partícula mediadora de la fuerza débil.

Una adicional motivación para el estudio teórico del experimento E158 en SLAC es poder definir la carga débil del electrón (Q_W^e) a un lazo. La asimetría derecha-izquierda puede ser parametrizada de la siguiente manera [35]

$$A_{LR} = \mathcal{A}(Q^2, y)Q_W^e, \quad (3.26)$$

incluidas las correcciones radiativas. $\mathcal{A}(Q^2, y)$ es un término que suele llamarsele “*analyzing power*”, el cual depende de parámetros experimentales. En general se busca que Q_W^e no dependa de parámetros ó cortes experimentales y actualmente no existe una adecuada definición de que es la carga débil del electrón.

Demostraremos explícitamente en el siguiente capítulo que

$$Q_W^e = 1 - 4 \sin^2 \theta_W, \quad (3.27)$$

a nivel árbol. Por lo tanto si queremos obtener Q_W^e a un lazo es necesario calcular todos los diagramas de Feynman que contribuyen al proceso de dispersión desarrollado en E-158.

Algo que es importante de mencionar es que la incertidumbre con que se obtiene esta pseudo-observable Q_W^e en E-158 es relativamente grande en comparación con la incertidumbre con que se obtiene el ángulo de mezcla débil. Sin embargo existen propuestas de realizar otro experimento a bajas energías tal que permita obtener Q_W^e con una mejor precisión. Se espera que este experimento pueda llevarse a cabo en el acelerador Thomas Jefferson en Newport News. La idea consiste básicamente en obtener la razón entre la carga débil del electrón y la carga débil del protón. Mediante esta razón se espera conseguir reducir de manera significativa la incertidumbre de ésta pseudo-observable física. Por ahora solo es una propuesta, pero se espera que en los próximos años pueda ser llevado a cabo este experimento, el cual servira como complemento a todas éstas mediciones que han arrojado los diferentes experimentos a bajas energías (ver figura 3.3).

3.4. Resumen

De la discusión presentada en este capítulo podemos concluir que el experimento E158 en SLAC cuenta con las siguientes características:

- Permitirá conocer el valor del ángulo de mezcla débil con una mejor precisión en comparación con otros experimentos a bajas energías. Por lo tanto podremos verificar la teoría del Modelo Estándar a bajas energías.
- Como se explicó anteriormente, en este experimento también es posible tener efectos de nueva física directa.
- Finalmente también se tiene la posibilidad de estudiar y poder definir la carga débil del electrón (Q_W^e) a un lazo.

Capítulo 4

A_{LR} a nivel árbol en el proceso de dispersión Møller polarizado

El objetivo de este capítulo es presentar el cálculo explícito de A_{LR} a nivel árbol para el proceso de dispersión, $e_{LR}^- e^- \rightarrow e^- e^-$, efectuado en SLAC. El resultado obtenido está de completo acuerdo con el cálculo hecho en [36]. Los diagramas de Feynman que contribuyen al proceso de dispersión Møller polarizado a nivel árbol son mostrados en la figura 4.1.

El cálculo teórico presentado en esta tesis al proceso de dispersión Møller polarizado desarrollado en SLAC, básicamente consiste en confirmar dos trabajos previamente obtenidos en [39–40]. Mi trabajo reside en desarrollar un cálculo *ab initio*, el cual me permitirá identificar correcciones radiativas invariantes de norma. Además se estará en posibilidad de definir una pseudo-observable llamada la carga débil del electrón, la cual está teóricamente bien definida.

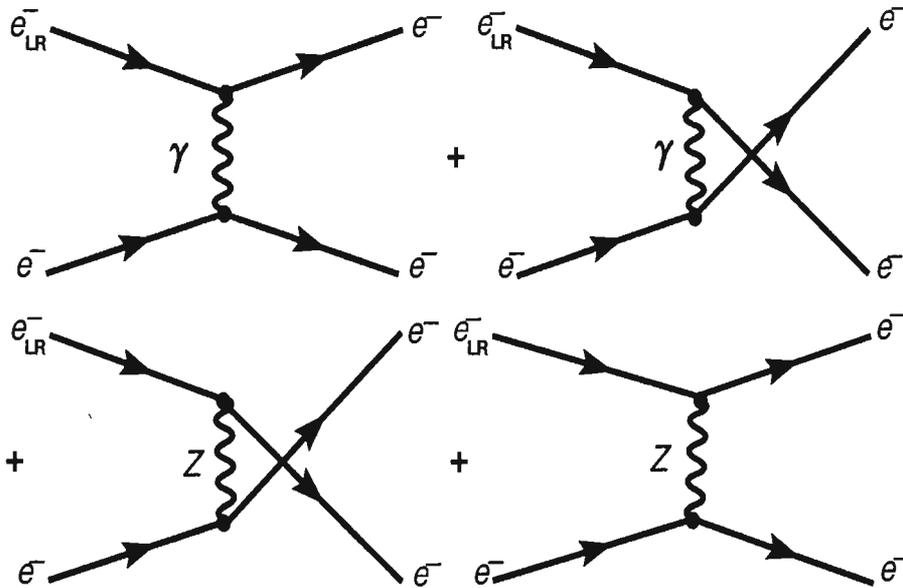


Figura 4.1: Corrientes neutras directas y cruzadas a nivel árbol en el proceso Møller polarizado.

En general para un proceso de dispersión, A_{LR} está definida de la siguiente manera,

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}, \quad (4.1)$$

donde los subíndices L,R en σ son consecuencia del estado de polarización izquierdo o derecho en el haz de electrones incidentes. La amplitud de Feynman (\mathcal{M}) que describe la interacción descrita en la figura 4.1, puede ser escrita de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_{L,R}^{nivel-arbol} = \mathcal{M}_{L,R}^\bullet = \left[\mathcal{M}_{L,R}^\gamma + \mathcal{M}_{L,R}^Z \right], \quad (4.2)$$

donde,

$$\mathcal{M}_{L,R}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{M}_{L,R}^{\gamma_1} - \mathcal{M}_{L,R}^{\gamma_2} \right], \quad (4.3)$$

$$\mathcal{M}_{L,R}^Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{M}_{L,R}^{Z_1} - \mathcal{M}_{L,R}^{Z_2} \right]. \quad (4.4)$$

Además $\mathcal{M}_{L,R}^{\gamma_1}$, $\mathcal{M}_{L,R}^{\gamma_2}$, $\mathcal{M}_{L,R}^{Z_1}$ y $\mathcal{M}_{L,R}^{Z_2}$ denotan la amplitud de Feynman para el diagrama de Feynman del inciso a), b), c) y d) respectivamente mostrados en la figura 4.1. El subíndice L ó R en las diferentes amplitudes indica el estado de polarización en el haz de electrones incidentes. Adicionalmente hemos escrito un factor de normalización igual a $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Trabajando en el sistema de referencia centro de masas (CM) [37], la sección eficaz está dada por,

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s} \frac{1}{|p_{1cm}|^2} |\mathcal{M}|^2, \quad (4.5)$$

donde s es una variable de Mandelstam [37]¹ y p_{1cm} es el momento de haz incidente en el sistema de referencia centro de masas. Despues de sustituir (4.5) en (4.1) obtenemos que

$$A_{LR} = \frac{|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 - |\mathcal{M}_R^\bullet|^2}{|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 + |\mathcal{M}_R^\bullet|^2}. \quad (4.6)$$

Es conveniente antes de comenzar a calcular las diferentes amplitudes de Feynman, hacer un estudio cualitativo de los órdenes de magnitud en los términos que surgirán en la ecuación (4.1). Esto nos permitirá conocer que órdenes de magnitud son los que más contribuyen al valor de A_{LR} y de esta manera poder despreciar aquellos menos significativos. Es fácil demostrar que los órdenes de magnitud de los términos en el denominador para el proceso de dispersión Møller polarizado son los siguientes,

$$\sigma_L + \sigma_R = \mathcal{O}(\alpha^2) + \mathcal{O}(\alpha G_F) + \mathcal{O}(G_F^2). \quad (4.7)$$

Recordemos que $\alpha \approx \frac{1}{137}$ es la constante de estructura fina, determinada a partir de la dispersión Thompson y $G_F = 1.16 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ es la constante de Fermi, determinada del tiempo de vida del muón. Esto quiere decir que el término con orden de magnitud que más contribuye es aquel

¹Las variables de Mandelstam son cantidades escalares invariante de Lorentz, para un tratamiento detallado de estas variables se recomienda leer el Apéndice A.

que es proporcional a $\mathcal{O}(\alpha^2)$, los otros dos órdenes de magnitud no serán tomados en consideración a nivel árbol. En una primera aproximación tendremos que el denominador será igual a

$$\sigma_L + \sigma_R \approx \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (4.8)$$

Haciendo lo mismo para el numerador, tenemos que el término de orden más significativo es

$$\sigma_L - \sigma_R \approx \mathcal{O}(\alpha G_F). \quad (4.9)$$

Si sustituimos (4.8) y (4.9) en (4.1), A_{LR} en una primera aproximación es

$$A_{LR} \approx \frac{\mathcal{O}(\alpha G_F)}{\mathcal{O}(\alpha^2)} \approx \mathcal{O}\left(\frac{G_F}{\alpha}\right). \quad (4.10)$$

La consecuencia de todo este análisis es la de poder reducir la cantidad de trabajo cuando se este calculando las diferentes secciones eficaces. A nivel árbol el cálculo no es muy complicado, pero cuando se esté haciendo correcciones radiativas veremos que este tipo de análisis ayuda mucho. Es claro identificar de acuerdo al análisis previamente mostrado que términos son los que más contribuyen a A_{LR} .

Aplicando las reglas de Feynman de acuerdo con la referencia [38] y tomando en cuenta que estamos a bajas energías, las amplitudes de Feynman para este proceso de dispersión son las siguientes,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_R^\gamma = & \frac{ie^2}{4\sqrt{2}} \left[\frac{1}{t} \bar{u}(p_3) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu u(p_2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{u} \bar{u}(p_4) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu u(p_2) \right], \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_L^\gamma = & \frac{ie^2}{4\sqrt{2}} \left[\frac{1}{t} \bar{u}(p_3) \gamma^\mu [1 - \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu u(p_2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{u} \bar{u}(p_4) \gamma^\mu [1 - \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu u(p_2) \right], \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_R^Z = & \frac{ig^2(v+1)}{4\sqrt{2}M_Z^2} \left[(-1) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu [v + \gamma^5] u(p_2) \right. \\ & \left. + \bar{u}(p_4) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu [v + \gamma^5] u(p_2) \right], \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_L^Z = & \frac{ig^2(v-1)}{4\sqrt{2}M_Z^2} \left[(-1) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu [1 - \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu [v + \gamma^5] u(p_2) \right. \\ & \left. + \bar{u}(p_4) \gamma^\mu [1 - \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu [v + \gamma^5] u(p_2) \right], \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde s , t , u son las variables de Mandelstam las cuales están definidas en el Apéndice A, $g = e/4 \sin \theta_W \cos \theta_W$, $v = -1 + 4 \sin^2 \theta_W$ y $M_Z = 91.18$ GeV. La masa de las partículas incidentes así como la masa de las partículas dispersadas las estamos considerando muy pequeñas ($m_{e^-} \approx 0$).

De acuerdo al análisis anterior, ahora es claro que en el denominador de A_{LR} solo necesitamos calcular el término de orden $\mathcal{O}(\alpha^2)$, esto se traslada a calcular lo siguiente,

$$|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 + |\mathcal{M}_R^\bullet|^2 \approx |\mathcal{M}_L^\gamma| |\mathcal{M}_L^\gamma|^\dagger + |\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \quad (4.15)$$

El resultado que obtuve, en función de las variables de Mandelstam, está dado por

$$|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 + |\mathcal{M}_R^\bullet|^2 \approx e^4 \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right]. \quad (4.16)$$

Una vez que ya determinamos el denominador de A_{LR} , ahora solo nos queda calcular el numerador de A_{LR} , pero de acuerdo a lo discutido anteriormente, el problema se traslada a calcular los dos siguientes términos,

$$|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 - |\mathcal{M}_R^\bullet|^2 \approx 2 \text{Re} |\mathcal{M}_L^Z| |\mathcal{M}_L^\gamma|^\dagger - 2 \text{Re} |\mathcal{M}_R^Z| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger.$$

Después de utilizar las reglas de Feynman y con la ayuda del álgebra de Dirac, es posible obtener

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_L^\bullet|^2 - |\mathcal{M}_R^\bullet|^2 \approx & \frac{(v+1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2s^2(v+1) \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] + (v-1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right] \\ & - \frac{(v-1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2s^2(v-1) \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] + (v+1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right], \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde después de sumar se obtiene que

$$|\mathcal{M}_L^\bullet|^2 - |\mathcal{M}_R^\bullet|^2 \approx \frac{8g^2e^2s^2v}{M_Z^2} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right). \quad (4.18)$$

Los resultados obtenidos en las ecuaciones (4.16) y (4.18) los sustituimos en la ecuación (4.1) y lo que obtenemos es lo siguiente,

$$A_{LR} \approx \frac{8g^2e^2s^2v}{M_Z^2e^4} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right) \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right]^{-1}. \quad (4.19)$$

Como estamos en el sistema de referencia centro de masas (CM), la sección eficaz está caracterizada por el ángulo de dispersión θ con respecto al eje del haz de electrones incidentes (ver figura 4.2), de acuerdo a la siguiente ecuación,

$$y = \frac{1 - \cos \theta}{2}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi. \quad (4.20)$$

Además esta variable y relaciona el momento transferido $Q^2 = -q = t$ y la energía del CM (\sqrt{s}), mediante la siguiente relación,

$$Q^2 = ys, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (4.21)$$

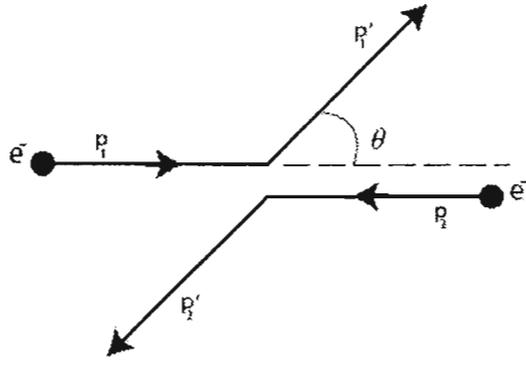


Figura 4.2: Cinemática para el proceso de dispersión Møller polarizado en el sistema de referencia centro de masas (CM).

donde

$$Q^2 = -(p_1 - p_3)^2 = y(p_1 + p_2)^2, \quad (4.22)$$

$$y = -\frac{t}{s}. \quad (4.23)$$

Sustituyendo (4.21), (4.22) y (4.23) en (4.19), podemos simplificar la expresión para A_{LR} ,

$$A_{LR} = \frac{8vg^2s^2ut}{e^2M_z^2s^4} \left[\frac{u+t}{[1+y^4+(1-y)^4]} \right], \quad (4.24)$$

$$= -\frac{8vg^2ut}{e^2M_z^2s} \left[\frac{1}{[1+y^4+(1-y)^4]} \right], \quad (4.25)$$

$$A_{LR} = \frac{8g^2}{e^2M_z^2} \left[\frac{(1-y)t}{[1+y^4+(1-y)^4]} \right] v. \quad (4.26)$$

Sabemos del SM electrodébil,

$$v = -1 + 4\sin^2\theta_W, \quad (4.27)$$

$$g = \frac{e}{4\sin\theta_W \cos\theta_W}, \quad (4.28)$$

$$\frac{\sqrt{2}G_\mu M_z^2}{\pi\alpha} = \frac{1}{\sin^2\theta_W \cos^2\theta_W}. \quad (4.29)$$

Por eso

$$A_{LR} = \frac{8e^2}{16e^2M_z^2 \sin^2\theta_W \cos^2\theta_W} \left[\frac{(1-y)ys}{[1+y^4+(1-y)^4]} \right] [1 - 4\sin^2\theta_W], \quad (4.30)$$

y sabiendo que $Q^2 = ys \ll M_Z^2$, determinamos que A_{LR} en la dispersión Møller polarizado a nivel árbol es

$$A_{LR}[e^-_L e^- \rightarrow e^- e^-] = \frac{G_\mu s}{\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{y(1-y)}{1+y^4+(1-y)^4} (1 - 4\sin^2\theta_W), \quad (4.31)$$

lo cual concuerda con los resultados obtenidos previamente por E. Derman y W. J. Marciano [36]. Recordemos que A_{LR} puede ser parametrizada de la siguiente manera

$$A_{LR} = \mathcal{A}(Q^2, y)Q_W^e, \quad (4.32)$$

donde Q_W^e es la carga débil del electrón. Por lo tanto la carga débil para el electrón a nivel árbol esta dada por

$$Q_W^e = -1 + 4 \sin^2 \theta_W. \quad (4.33)$$

De acuerdo con la ecuación (4.31), A_{LR} tiene una sensibilidad (\mathcal{S}) grande ante pequeñas variaciones del ángulo débil. El parámetro \mathcal{S} nos permite, como su nombre lo indica, conocer qué tan sensitiva es A_{LR} a posibles cambios en el valor de $\sin^2 \theta_W$. La sensibilidad (\mathcal{S}) para el experimento E-158 está definida por

$$\mathcal{S}_{E-158} \equiv \frac{\sin^2 \theta_W}{A_{LR}} \frac{dA_{LR}}{d \sin^2 \theta_W} = \frac{-4 \sin^2 \theta_W}{1 - 4 \sin^2 \theta_W}. \quad (4.34)$$

Recordemos que la incertidumbre en la medición del $\sin^2 \theta_W$ encontrada por SLD fue de ± 0.00028 , por lo tanto para el experimento E-158 se requiere una gran estadística o equivalentemente una buena determinación de A_{LR} ,

$$\frac{\delta \sin^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \approx -\frac{1 - 4 \sin^2 \theta_W}{4 \sin^2 \theta_W} \frac{\delta A_{LR}}{A_{LR}}. \quad (4.35)$$

Sabemos que el valor del ángulo de mezcla débil es aproximadamente 0.25, por lo tanto hay una sensibilidad incrementada a pequeños cambios de $\sin^2 \theta_W$. Si sustituimos la predicción del Modelo Estándar para el ángulo de mezcla débil ($\sin^2 \theta_W = 0.238$), en la ecuación (4.35), uno obtiene que

$$\frac{\delta \sin^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} \simeq -0.05 \frac{\delta A_{LR}}{A_{LR}}. \quad (4.36)$$

La ecuación (4.36) muestra que una medición en la Asimetría con una precisión de $\frac{\delta A_{LR}}{A_{LR}} = 0.1$ proporciona una medición del ángulo de mezcla débil con una precisión de $\frac{\delta \sin^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} = 0.005$, que es $\delta(\sin^2 \theta_W) \sim 0.001$. De acuerdo con la ecuación (4.35), uno ve que la sensibilidad se incrementa para pequeños cambios de $\sin^2 \theta_W$.

El objetivo del experimento E-158 es obtener la medición de $\sin^2 \theta_W$ con una incertidumbre de ± 0.0007 , esto hace que se tenga la mejor determinación de esta cantidad a bajas energías.

$$\mathcal{S}_{E-158} \propto \frac{-1}{1 - 4 \sin^2 \theta_W}. \quad (4.37)$$

El hecho de que \mathcal{S}_{E-158} sea inversamente proporcional a $1 - 4 \sin^2 \theta_W$ es lo que hace interesante al experimento E-158 en SLAC. De acuerdo a la ecuación (4.37), es de notar que pequeños cambios en $\sin^2 \theta_W$ significará cambios grandes en la sensibilidad del E-158 en SLAC. Esto hace que A_{LR} sea un buen observable físico para que a partir de su medición se extraiga el valor del ángulo de mezcla débil (θ_W).

Actualmente E-158 en SLAC reporta el valor de $\sin^2 \theta_W$ con errores del orden de ± 0.0016 [2]. Esto hace que se tenga la mejor medición del ángulo débil a bajas energías. Como consecuencia

de que A_{LR} es sensitiva a pequeñas desviaciones del ángulo débil, también se espera que E-158 pueda servir como una herramienta para probar efectos de nueva física más allá de SM.

Si se sustituyen los siguientes valores en la ecuación (4.31):

- Energía del haz de electrones = 50 GeV.
- Ángulo de dispersión en centro de masas = 90.

tenemos que A_{LR} a nivel árbol es de 300×10^{-9} . Mientras que el valor reportado experimental es de $A_{LR} = (175 \pm 30 \text{ stat} \pm 20 \text{ syst}) \times 10^{-9}$.

Si uno pretende probar el SM a bajas energías, es necesario hacer un estudio detallado de A_{LR} para $Q^2 \approx 0.025 \text{ GeV}^2$. Por lo tanto, es necesario incluir el cálculo de las correcciones radiativas para este proceso de dispersión, las cuales ya han sido discutidas previamente en [39,40]. En estos trabajos se reporta que el valor de A_{LR} se reduce en un 40 % cuando son incluidas las correcciones radiativas a un lazo. Las principales contribuciones debido a correcciones radiativas de acuerdo con [39,40], son las siguientes:

1. Contribuciones de cajas con Bosones de Norma WW .
2. Contribuciones de los vértices.
3. Contribuciones de autoenergías $\gamma - Z^0$.

Por lo tanto, el objetivo ahora es calcular las correcciones radiativas QED y EW a un lazo. De igual manera que como hicimos para la parte a nivel árbol, primero investigaremos e identificaremos cuales términos son los que más contribuyen a A_{LR} a un lazo. Veremos que este tipo de análisis nos simplifica un poco el trabajo en el cálculo de correcciones radiativas. Además tendremos que este tipo de cálculos está plagado de divergencias y gran parte de nuestro trabajo será identificarlas y saber cancelarlas.

Antes de comenzar directamente con el cálculo de las correcciones radiativas a un lazo, es conveniente primero familiarizarnos con las diferentes divergencias que surgen de manera natural en el cálculo de lazos. Por lo tanto el siguiente capítulo tiene como objetivo clasificar y agrupar éstas divergencias.

Capítulo 5

Integrales a un lazo

En el Capítulo 4 sólo tratamos al proceso de dispersión Møller polarizado a nivel árbol, esto es, diagramas los cuales no contienen ninguna clase de lazos. Sin embargo, este proceso recibe contribuciones de órdenes más altos conocidas como correcciones radiativas, de diagramas que contienen lazos. Otra fuente de correcciones radiativas que contribuyen a este proceso de dispersión es *bremstrahlung*, que consiste en la emisión de fotones en el estado final durante la reacción. En este capítulo investigaremos solamente el primer tipo de correcciones radiativas.

El cálculo de correcciones radiativas a un lazo requiere resolver integrales sobre el momento del lazo. En esta sección mostraremos la clasificación y solución de este tipos de integrales y de la técnica empleada. El método aquí presentado esta basado en los trabajos pioneros de G. Passarino y M. Veltman [14], G. 't Hooft y M. Veltman [15]. Una formulación, en mi opinion, más elegante, está dada por A. Denner en [16].

5.1. Definiciones

Los diagramas a lazos que surgen en teoría de perturbaciones implican integrales sobre el momento del lazo, estas integrales definidas en (5.9) son en general divergentes. Para calcular esta clase de integrales necesitamos una regularización, es decir un método el cual permita redefinir las integrales de tal manera que sean objetos matemáticamente bien definidos. Existen varios métodos para regularizar estas integrales, por ejemplo, el método de Pauli Villars, el método Cut-Off y otros. Pero hay uno en particular que es muy socorrido, este método es conocido como regularización dimensional [41]. Éste es muy utilizado en teorías de norma y una de sus principales virtudes es que precisamente es invariante de norma.

En estas integrales nos encontraremos con dos tipos de divergencias, una que es cuando la variable de integracion va a cero y la otra es cuando esta variable de integración va a infinito. Las divergencias cuando la variable de integración va a cero son regularizadas poniendo una pequeña masa ficticia al fotón, la otra divergencia se regulariza cuando resolvemos estas integrales en un espacio de $4 - \epsilon$ dimensiones, donde $\epsilon > 0$. Al primer tipo de divergencias son llamadas divergencias infrarrojas (IR) y al segundo tipo de divergencias se les llama divergencias ultravioletas (UV).

Sustituyendo la dimensión 4 por otra dimensión D en donde las integrales no son divergentes, tendremos

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Rightarrow \mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D}, \quad (5.1)$$

donde un parámetro de masa arbitrario μ ha sido puesto ad-hoc para mantener la dimensión de la constante de acoplamiento en frente de las integrales independiente de D . Después de la renormalización los resultados para cantidades físicas deben ser finitas en el límite $D = 4$.

El tensor métrico ($g_{\mu\nu}$) en D dimensiones tiene la siguiente propiedad,

$$g_\mu^\mu = g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = \text{Tr}[1] = D. \quad (5.2)$$

El algebra de Dirac en D dimensiones

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2g_{\mu\nu} I, \quad (5.3)$$

tiene como consecuencias las siguientes identidades

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = D I, \quad (5.4)$$

$$\gamma_\rho \gamma_\mu \gamma^\rho = (2 - D) \gamma_\mu, \quad (5.5)$$

$$\gamma_\rho \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma^\rho = 4g_{\mu\nu} I - (4 - D) \gamma_\mu \gamma_\nu, \quad (5.6)$$

$$\gamma_\rho \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma^\rho = -2\gamma_\alpha \gamma_\nu \gamma_\mu + (4 - D) \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha. \quad (5.7)$$

En teorías que están libres de anomalías como el Modelo Estándar, es posible usar γ_5 con γ_μ ,

$$\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0. \quad (5.8)$$

5.2. Introducción a la técnica de Passarino-Veltman

Las integrales a un lazo en 4 dimensiones son clasificadas de acuerdo al número N de propagadores en el denominador y el número P de variables del momento de integración en el numerador. En general este tipo de integrales es divergente. Las integrales divergentes son regularizadas cuando se calculan en D dimensiones ($D \neq 4$), a esta técnica de regularización se le suele llamar regularización dimensional. Definimos la integral tensorial general a un lazo (ver figura 5.1),

$$T_{\mu_1 \dots \mu_p}^N(p_1, \dots, p_{N-1}, m_0, \dots, m_{N-1}) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{k^{\mu_1 \dots \mu_p}}{D_0 D_1 D_2 D_3 \dots D_{N-1}} d^D k, \quad (5.9)$$

con la siguiente convención de momentos,

$$D_0 = k^2 - m_0^2 + i\epsilon, \quad (5.10)$$

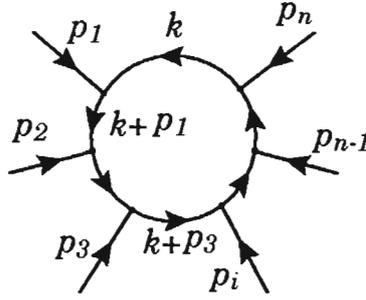


Figura 5.1: Convención para la integral de N puntos.

$$D_i = (k + p_i)^2 - m_i^2 + i\epsilon, \quad i = 1, \dots, N - 1. \quad (5.11)$$

Además introducimos la siguiente notación,

$$p_{i0} = p_i, \quad (5.12)$$

$$p_{ij} = p_i - p_j. \quad (5.13)$$

Las integrales definidas mediante la ecuación (5.9) son covariantes de Lorentz. Esto nos permite descomponer las integrales tensoriales en cantidades tensoriales a partir de los momentos externos p_i , y el tensor métrico $g_{\mu\nu}$.

5.2.1. Integrales escalares de un lazo

Las integrales escalares de Passarino-Veltman (PaVe) las cuales se definen a partir de la ecuación (5.9) son muy importantes, estas están definidas

$$A_0(m_0^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{d^d k}{k^2 - m_0^2}, \quad (5.14)$$

$$B_0(p_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \prod_{i=0}^1 \frac{d^d k}{(k + p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.15)$$

$$C_0(p_{10}^2, p_{12}^2, p_{20}^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \prod_{i=0}^2 \frac{d^d k}{(k + p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.16)$$

$$D_0(p_{10}^2, p_{12}^2, p_{23}^2, p_{30}^2, p_{13}^2, m_0^2, \dots, m_3^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \prod_{i=0}^3 \frac{d^d k}{(k + p_i)^2 - m_i^2}. \quad (5.17)$$

5.2.2. Integrales tensoriales

Las integrales tensoriales no son independientes y por lo tanto su descomposición no es única, siguiendo la convención de [16], podemos escribirlas de la siguiente manera,

$$B^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^1 \frac{k^\mu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.18)$$

$$B^{\mu\nu} = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^1 \frac{k^\mu k^\nu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.19)$$

$$C^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^2 \frac{k^\mu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.20)$$

$$C^{\mu\nu} = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^2 \frac{k^\mu k^\nu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.21)$$

$$D^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^3 \frac{k^\mu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.22)$$

$$D^{\mu\nu} = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \prod_{i=0}^3 \frac{k^\mu k^\nu}{(k+p_i)^2 - m_i^2}. \quad (5.23)$$

5.2.3. Descomposición de las integrales tensoriales

La descomposición explícita de Lorentz de las integrales tensoriales a menor orden, pueden leerse de la siguiente manera,

$$B_\mu = p_{1\mu} B_1, \quad (5.24)$$

$$B_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} B_{00} + p_{1\mu} p_{1\nu} B_{11}, \quad (5.25)$$

$$C_\mu = p_{1\mu} C_1 + p_{2\mu} C_2 = \sum_{i=1}^2 p_{i\mu} C_i, \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} C_{00} + p_{1\mu} p_{1\nu} C_{11} + p_{2\mu} p_{2\nu} C_{22} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) C_{12}, \\ &= g_{\mu\nu} C_{00} + \sum_{i,j=1}^2 p_{i\mu} p_{j\nu} C_{ij}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$D_\mu = \sum_{i=1}^3 p_{i\mu} D_i, \quad (5.28)$$

$$D_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} D_{00} + \sum_{i,j=1}^3 p_{i\mu} p_{j\nu} D_{ij}, \quad (5.29)$$

donde B_1 , B_{00} , B_{11} , C_1 , etc., son coeficientes escalares, los cuales pueden ser obtenidos algebraicamente a partir de integrales escalares.

5.2.4. Función escalar de un punto

La función escalar de un punto es,

$$A_0(m_0^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \frac{d^d k}{k^2 - m_0^2}, \quad (5.30)$$

y su solución es

$$A_0(m_0^2) = -m_0^2 \left(\frac{m_0^2}{4\pi\mu^2}\right)^{\frac{D-4}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) = m_0^2 \left(\Delta - \ln \frac{m_0^2}{\mu^2} + 1\right). \quad (5.31)$$

Con la divergencia ultravioleta (UV) contenida en,

$$\Delta = \frac{2}{4-D} - \gamma_E + \ln(4\pi), \quad (5.32)$$

donde $\gamma_E = 0.577\dots$ es conocido como la *constante de Euler*.

5.2.5. Función escalar de dos puntos

La función escalar de dos puntos está definida por

$$B_0(p_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int \prod_{i=0}^1 \frac{d^d k}{(k + p_i)^2 - m_i^2}, \quad (5.33)$$

donde su solución general está dada en [16],

$$B_0(p_{10}, m_0, m_1) = \Delta - \int_0^1 dx \ln \left[\frac{p_{10}^2 x^2 - x(p_{10}^2 - m_0^2 + m_1^2) + m_1^2 - i\epsilon}{\mu^2} \right]. \quad (5.34)$$

5.2.6. Función escalar de tres puntos

La solución general de la función de tres puntos esta en términos de 4 funciones de Spence (Dilogaritmos) [16]. La solución general para C_0 es difícil, afortunadamente para nuestro caso en el cual estamos considerando la masa de las partículas externas igual a cero, el cálculo de C_0 se simplifica considerablemente.

Todos los resultados que obtendremos en el cálculo de correcciones radiativas a un lazo estarán solamente en términos de estas escalares de Passarino-Veltman (B_0 , C_0 y D_0). Veremos posteriormente que la cancelación de las divergencias ultravioletas es directa puesto que la única función escalar de Passarino-Veltman (PaVe) que contiene este tipo de divergencias y que interviene en los cálculos es la función escalar B_0 .

5.2.7. Función escalar de cuatro puntos

La función escalar de cuatro puntos denotada como $D_0(p_{10}, p_{20}, p_{30}, m_0, m_1, m_2, m_3)$ es la más complicada de todas, su solución general está dada en [16], y la solución para algunos casos particulares se encuentran reportados en [42].

5.3. Reducción de integrales tensoriales a integrales escalares

Esta sección tiene como objetivo mostrar como se reducen las integrales tensoriales a integrales escalares. Usando la descomposición de Lorentz de las integrales tensoriales (5.18-5.23),

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2 - m_0^2} = \frac{i}{16\pi^2} A_0(m_0), \quad (5.35)$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} B_0(p^2, m_1, m_2), \quad (5.36)$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu; k_\mu k_\nu}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} B_{\mu; \mu\nu}(p^2, m_1, m_2). \quad (5.37)$$

Las integrales tensoriales y vectoriales puede ser expandidas en coeficientes escalares y cantidades covariantes de Lorentz;

$$B_\mu = p_\mu \mathbf{B}_1(p^2, m_1, m_2), \quad (5.38)$$

$$B_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} \mathbf{B}_{22}(p^2, m_1, m_2) + p_\mu p_\nu \mathbf{B}_{21}(p^2, m_1, m_2). \quad (5.39)$$

Las funciones \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_{22} y \mathbf{B}_{21} pueden ser obtenidas algebraicamente de las integrales escalares de 1 y 2 puntos A_0 y B_0 . Contrayendo (5.37) con p^μ , $g^{\mu\nu}$ y $p^\mu p^\nu$ se tiene

$$\int \frac{kp}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} p^2 \mathbf{B}_1, \quad (5.40)$$

$$\int \frac{k^2}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} (D\mathbf{B}_{22} + p^2 \mathbf{B}_{21}), \quad (5.41)$$

$$\int \frac{(kp)^2}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} (p^2 \mathbf{B}_{22} + p^4 \mathbf{B}_{21}). \quad (5.42)$$

Resolviendo este conjunto de ecuaciones y haciendo uso de las siguientes descomposiciones, se tiene que,

$$\int \frac{k^2}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \int \frac{1}{k^2 - m_2^2} + m_1^2 \int \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]}, \quad (5.43)$$

$$\int \frac{kp}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{1}{2} \int \frac{1}{k^2 - m_1^2} - \frac{1}{2} \int \frac{1}{k^2 - m_2^2} + \frac{m_2^2 - m_1^2 - p^2}{2} \int \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]}, \quad (5.44)$$

$$\int \frac{(kp)^2}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]} = \frac{1}{2} \int \frac{kq}{k^2 - m_1^2} - \frac{1}{2} \int \frac{kp}{(k+p)^2 - m_2^2} + \frac{m_2^2 - m_1^2 - p^2}{2} \int \frac{kp}{[k^2 - m_1^2][(k+p)^2 - m_2^2]}. \quad (5.45)$$

De las definiciones de (5.35) y (5.36) se obtiene,

$$\mathbf{B}_1(p^2, m_1, m_2) = \frac{1}{2p^2} \left[A(m_1) - A(m_2) + (m_1^2 - m_2^2 - p^2)B_0(p^2, m_1, m_2) \right], \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{22}(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{6} \left[A(m_2) + 2m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) \right. \\ &\quad \left. + (p^2 + m_1^2 - m_2^2)B_1(p^2, m_1, m_2) + m_1^2 + m_2^2 - \frac{p^2}{3} \right], \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{21}(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{3p^2} \left[A(m_2) - m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) \right. \\ &\quad \left. - 2(p^2 + m_1^2 - m_2^2)B_1(p^2, m_1, m_2) - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{p^2}{6} \right]. \end{aligned} \quad (5.48)$$

Para el caso de C_μ , $C_{\mu\nu}$, D_μ y $D_{\mu\nu}$ el proceso es totalmente similar. Esto quiere decir que si uno conoce las cuatro integrales escalares de PaVe (A_0 , B_0 , C_0 y D_0), entonces en principio uno tiene resuelto el problema de las integrales a un lazo. Ahora el problema se traslada a resolver estas funciones escalares de PaVe. Para obtener cualquiera de las escalares de PaVe (A_0 , B_0 , C_0 , D_0) es de mucha ayuda utilizar la parametrización de Feynman,

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 dx \frac{1}{[ax + b(1-x)]^2}. \quad (5.49)$$

Despues de un poco de álgebra, es posible determinar la siguiente ecuación,

$$\frac{i}{16\pi^2} B_0(p^2, m_1, m_2) = \int_0^1 dx \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \frac{1}{[k^2 - x^2 p^2 + x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) - m_1^2]^2}, \quad (5.50)$$

vemos que el integrando es sólo una función de k^2 . Transformando la integral (5.50) en una integral euclideana, de acuerdo con las siguientes sustituciones

$$k^0 = ik_e^0, \quad k = k_E, \quad d^D k = id^D k, \quad (5.51)$$

donde la nueva variable de integración k_E tiene una métrica definida

$$k^2 = -k_E^2, \quad k_E^2 = (k_E^2) + \dots + (K_E^{D-1})^2. \quad (5.52)$$

Esto conduce a una integral euclideana sobre k_E ,

$$\frac{i}{16\pi^2} B_0 = i \int_0^1 dx \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int \frac{d^D k_E}{(k_E^2 + Q)^2}, \quad (5.53)$$

donde

$$Q = x^2 p^2 - x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) + m_1^2 - i\epsilon, \quad (5.54)$$

es constante con respecto a la variable de integración k_E . En general este tipo de integrales pueden ser evaluadas en coordenadas polares en D -dimensiones ($k_E^2 = R$),

$$\int \frac{d^D K_E}{(k_E^2 + L)^n} = \frac{1}{2} \int d\Omega_D \int_0^\infty dR R^{\frac{D}{2}-1} \frac{1}{(R + L)^n}. \quad (5.55)$$

La solución obtenida es,

$$\frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int \frac{d^D k_E}{(k_E^2 + L)^n} = \frac{\mu^{4-D}}{(4\pi)^{D/2}} \cdot \frac{\Gamma(n - \frac{D}{2})}{\Gamma(n)} \cdot L^{-n + \frac{D}{2}}. \quad (5.56)$$

Las singularidades o divergencias de las integrales iniciales 4-dimensionales están dadas ahora como polos de la función Γ para $D = 4$ y valores $n \leq 2$. La integral en la ecuación (5.56) es convergente cuando $D = 4 - \epsilon$ con $\epsilon > 0$ como es demostrado en [41]. Cuando tomamos el límite $\epsilon \rightarrow 0$ y hacemos una expansión en series de potencias alrededor de $D = 4$, y tomando en cuenta las siguientes propiedades de la función Γ cuando $x \rightarrow 0$:

$$\Gamma(x) = \frac{1}{x} - \gamma + O(x), \quad (5.57)$$

$$\Gamma(x - 1) = -\frac{1}{x} + \gamma - 1 + O(x), \quad (5.58)$$

donde

$$\gamma = 0.577, \quad (5.59)$$

es conocido como la constante de Euler. Para $n = 1$ y mediante el uso de la ecuaciones (5.53) y (5.56);

$$A(m) = m^2 \left(\Delta - \ln \frac{m^2}{\mu^2} + 1 \right), \quad (5.60)$$

donde

$$\Delta = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln(4\pi). \quad (5.61)$$

Para $n = 2$, primero evaluamos el integrando en la ecuación (5.53),

$$\begin{aligned}
\frac{\mu^\epsilon}{(4\pi)^{2-\frac{\epsilon}{2}}} \cdot \frac{\Gamma(\frac{\epsilon}{2})}{\Gamma(2)} \cdot Q^{-\frac{\epsilon}{2}} &= \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln(4\pi) - \ln \frac{Q}{\mu^2} \right) \\
&= \frac{1}{16\pi^2} \left(\Delta - \ln \frac{Q}{\mu^2} \right) + \mathcal{O}(\epsilon),
\end{aligned} \tag{5.62}$$

por lo tanto los términos $\mathcal{O}(\epsilon)$ se cancelan en el límite $\epsilon \rightarrow 0$, de esta manera se tiene,

$$B_0(p^2, m_1, m_2) = \Delta - \int_0^1 dx \ln \frac{x^2 p^2 - x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) + m_1^2}{\mu^2}. \tag{5.63}$$

Es muy importante notar que la única función escalar de PaVe que contiene la divergencia ultravioleta (UV), o lo que es lo mismo la única función que contiene Δ es la función escalar B_0 . Gran parte de la demostración de cómo se obtienen estas integrales y la aplicación de las funciones escalares de PaVe se encuentran en [43,44].

El cálculo de cómo se obtienen los otros coeficientes escalares se encuentra en la referencia [38].

Capítulo 6

Correcciones radiativas a un lazo

Una vez que ya hemos adquirido un poco de experiencia en el cálculo de integrales divergentes en el Capítulo 5, ahora calcularemos las correcciones radiativas a un lazo al proceso de dispersión $e^-_L e^- \rightarrow e^- e^-$. En la figura 6.1 se muestran algunas de las correcciones radiativas tanto de QED como electrodébiles (EW) al proceso de dispersión Møller polarizado. Es muy conveniente separar las diferentes clases de correcciones radiativas, puesto que de esta manera podremos identificar fácilmente cuales son las que más contribuyen al valor de A_{LR} . Después de separar las diferentes correcciones radiativas, podemos calcular su contribución a A_{LR} separadamente.

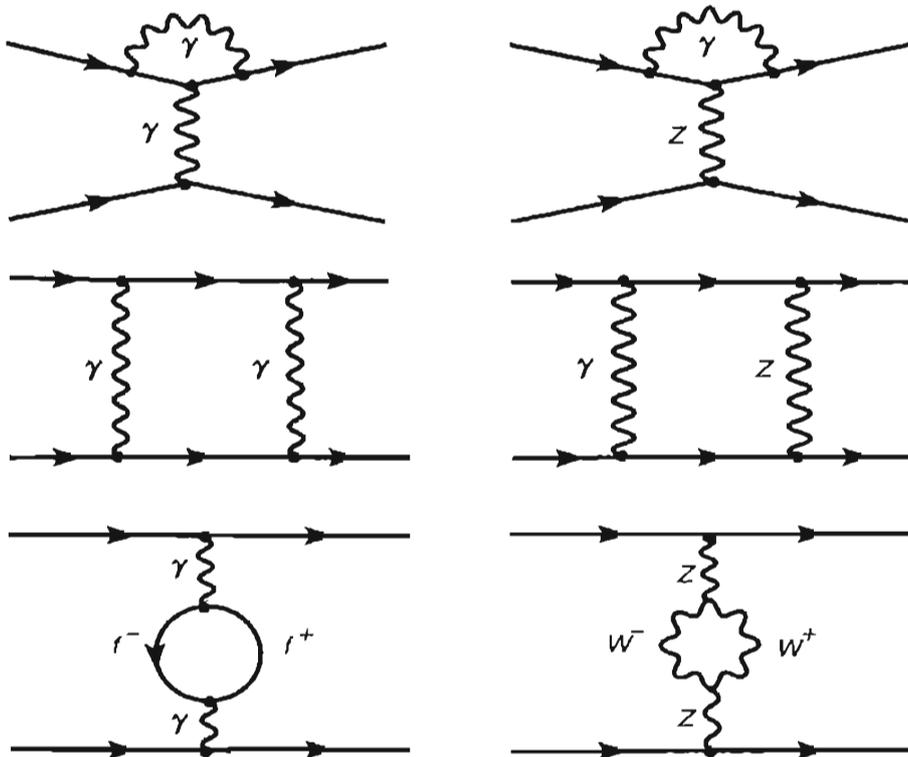


Figura 6.1: Algunas contribuciones radiativas de QED y electrodébiles a un lazo al proceso de dispersión Møller polarizado.

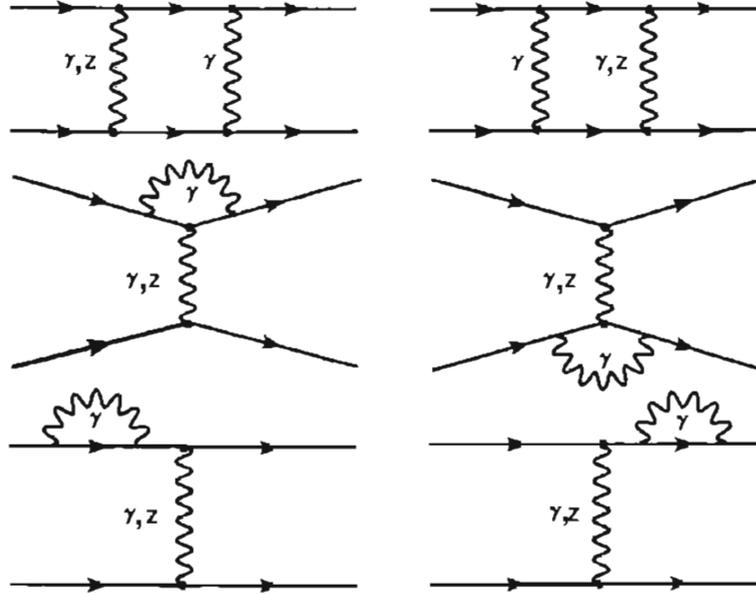


Figura 6.2: Algunas contribuciones radiativas de QED a un lazo al proceso de dispersión Møller polarizado.

El objetivo de este capítulo es calcular explícitamente las diferentes secciones eficaces (σ_R y σ_L) a un lazo en QED. Algunos de los diagramas de Feynman a un lazo en QED están mostrados en la figura 6.2. En la siguiente sección, solo nos concentraremos en calcular las correcciones de QED a un lazo al proceso de dispersión Møller polarizado. Veremos que este tipo de cálculos está plagado de diferentes clases de divergencias, y en lo que resta de este trabajo nos mantendremos ocupados en interpretarlas y cancelarlas.

6.1. Correcciones radiativas de QED a un lazo

Las correcciones de QED (las cuales son de orden α) a la sección eficaz vienen del término de interferencia entre los diagramas mostrados en la figura 6.2 y el diagrama a nivel árbol (ver figura 4.1). Hay 20 diagramas a un lazo adicionales que contribuyen a las correcciones de orden α . De los diagramas en 6.2 el primero es conocido como corrección al vértice, los dos siguientes diagramas de 6.2 son las correcciones a patas externas y los diagramas en los incisos d) y e) son conocidos como correcciones tipo cajas.

Sabemos que las correcciones radiativas juegan un papel importantísimo en el cálculo de cualquier observable físico. Recordemos que A_{LR} a nivel árbol según (4.1) esta dada por,

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}.$$

Si ahora procedemos a hacer correcciones radiativas a un lazo de QED al proceso de dispersión Møller polarizado, tendremos que los órdenes de magnitud de los términos tanto en el numerador como en el denominador de A_{LR} serán los siguientes

$$A_{LR} = \frac{\mathcal{O}(\alpha G_F) + \mathcal{O}(\alpha^2 G_F) + \mathcal{O}(G_F^2) + \mathcal{O}(\alpha^3 G_F) + \mathcal{O}(\alpha^2 G_F^2)}{\mathcal{O}(\alpha^2) + \mathcal{O}(\alpha^3) + \mathcal{O}(\alpha^2 G_F) + \mathcal{O}(\alpha^4) + \mathcal{O}(\alpha^3 G_F) + \mathcal{O}(\alpha^2 G_F^2)}. \quad (6.1)$$

Los términos con orden de magnitud $\mathcal{O}(\alpha^2)$, $\mathcal{O}(\alpha^3)$ y $\mathcal{O}(\alpha^4)$ en el numerador se cancelan automáticamente. Esto es debido a que el fotón no distingue a un fermión derecho de un fermión izquierdo. En una primera aproximación podemos suponer que los órdenes de magnitud $\mathcal{O}(\alpha^2 G_F^2)$ y $\mathcal{O}(G_F^2)$ son muy pequeños en comparación con $\mathcal{O}(\alpha^3 G_F)$ y con $\mathcal{O}(\alpha^2 G_F)$. De acuerdo a este criterio tenemos,

$$A_{LR} \approx \frac{\mathcal{O}(\alpha G_F) + \mathcal{O}(\alpha^2 G_F)}{\mathcal{O}(\alpha^2) + \mathcal{O}(\alpha^3)}, \quad (6.2)$$

$$A_{LR} \approx \mathcal{O}\left(\frac{G_F}{\alpha}\right) + \mathcal{O}(G_F). \quad (6.3)$$

Claramente se ve a partir de la ecuación (6.3) que el siguiente término que más contribuye a A_{LR} después del nivel árbol es de orden de magnitud $\mathcal{O}(G_F)$. Esto significa que las correcciones para este caso son aquellas de orden α y tal como lo comentamos al inicio de esta sección, este tipo de correcciones viene de los términos de interferencia entre los diagramas dados en la figura 6.2 y los diagramas a nivel árbol.

6.1.1. Denominador de A_{LR}

Iniciaremos calculando la parte del denominador de A_{LR} , que en principio parece ser la más fácil. Para esta parte tendremos que las principales contribuciones a A_{LR} estarán dadas por los diagramas de Feynman mostrados en las figuras 6.3, 6.4 y 6.5. Primero calcularemos las correcciones radiativas mostradas en la figura 6.3¹ en los incisos c), d), e), f), g) y h), las cuales son conocidas como correcciones de tipo caja. Es fácil ver que este tipo de diagramas son de orden α^2 . Denotando la amplitud de Feynman para los diagramas mostrados en la figura 6.3 de la siguiente manera,

$$\mathcal{M}_{\square_R}^1 = \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\square_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_4}^\gamma, \quad (6.4)$$

donde \mathcal{M}_R^γ denota la amplitud de Feynman del proceso a nivel árbol y está dado según las ecuaciones (4.3) y (4.11), también tendremos

$$\mathcal{M}_{\square_i}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{M}_{\square_i}^{\gamma_1} - \mathcal{M}_{\square_i}^{\gamma_2} \right], \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (6.5)$$

donde $\mathcal{M}_{\square_1}^{\gamma_1}$, $\mathcal{M}_{\square_1}^{\gamma_2}$, $\mathcal{M}_{\square_2}^{\gamma_1}$, $\mathcal{M}_{\square_2}^{\gamma_2}$, $\mathcal{M}_{\square_3}^{\gamma_1}$, $\mathcal{M}_{\square_3}^{\gamma_2}$, $\mathcal{M}_{\square_4}^{\gamma_1}$ y $\mathcal{M}_{\square_4}^{\gamma_2}$ representan las amplitudes de Feynman de los incisos c), d), e), f), g), h), i) y j) respectivamente. Estas amplitudes corresponden a las correcciones tipo cajas mostradas en la figura 6.3. Como estamos interesados en la amplitud al cuadrado y en especial en los términos de interferencia

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\square_R}^1| |\mathcal{M}_{\square_R}^1|^\dagger &= 2|\mathcal{M}_{\square_1}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\square_2}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger \\ &\quad + 2|\mathcal{M}_{\square_3}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\square_4}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \end{aligned} \quad (6.6)$$

¹El símbolo γ^* en la figura 6.3 significa que es el fotón debido a la corrección radiativa.

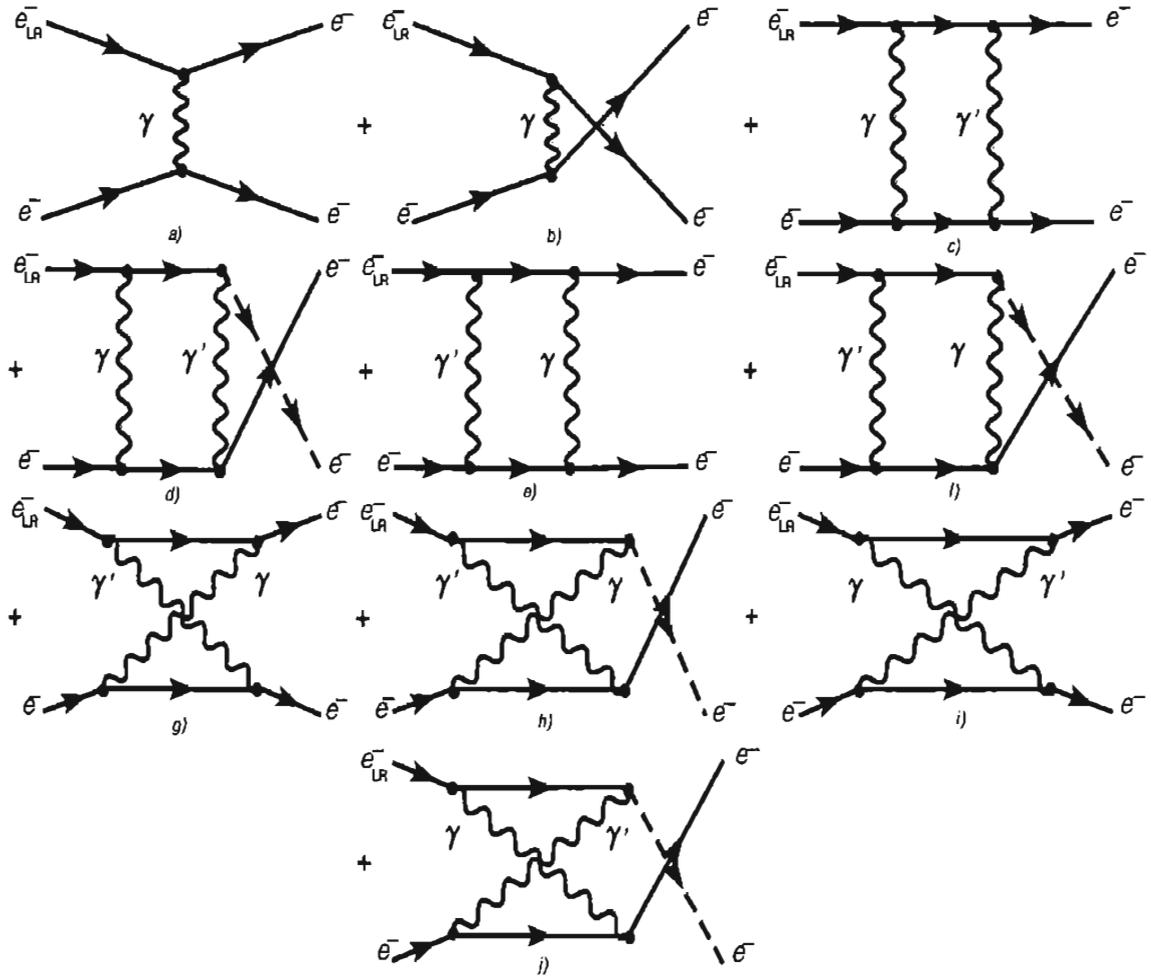


Figura 6.3: Nivel árbol [a) y b)] más correcciones radiativas puras de QED [c), d), e), f), g), h), i) y j)].

Para obtener $|\mathcal{M}_{\square_R}^1| |\mathcal{M}_{\square_R}^1|^\dagger$, el primer paso a seguir es escribir explícitamente las amplitudes de Feynman para las diferentes cajas. Éstas se encuentran dadas por las siguientes expresiones

$$\mathcal{M}_{\square_1}^\gamma = \frac{e^4}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\mu(\not{k} - \not{p}_1)\gamma^\alpha[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma_\mu(\not{k} + \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_4)^2 - \lambda^2][(k - p_1)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\mu(\not{k} - \not{p}_1)\gamma^\alpha[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\mu(\not{k} + \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_3)^2 - \lambda^2][(k - p_1)^2]} \right], \quad (6.7)$$

$$\mathcal{M}_{\square_2}^\gamma = \frac{e^4}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\alpha(\not{k} - \not{p}_3)\gamma^\mu[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma_\alpha(\not{k} + \not{p}_4)\gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_3)^2][(k - p_3 + p_1)^2 - \lambda^2][(k + p_4)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\alpha(\not{k} - \not{p}_4)\gamma^\mu[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha(\not{k} + \not{p}_3)\gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_4)^2][(k - p_4 + p_1)^2 - \lambda^2][(k + p_3)^2]} \right], \quad (6.8)$$

$$\mathcal{M}_{\square_3}^\gamma = \frac{e^4}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\mu(\not{k} - \not{p}_1)\gamma^\alpha[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma_\alpha(\not{k} - \not{p}_4)\gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_4)^2][(k - p_4 + p_2)^2 - \lambda^2][(k - p_1)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\mu(\not{k} - \not{p}_1)\gamma^\alpha[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha(\not{k} - \not{p}_3)\gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_3)^2][(k - p_3 + p_2)^2 - \lambda^2][(k - p_1)^2]} \right], \quad (6.9)$$

y

$$\mathcal{M}_{\square_4}^\gamma = \frac{e^4}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_3)\gamma^\mu[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma_\mu(\not{k} + \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_4)^2 - \lambda^2][(k + p_3)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_4)\gamma^\mu[1 + \gamma^5]u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\mu(\not{k} + \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_3)^2 - \lambda^2][(k + p_4)^2]} \right]. \quad (6.10)$$

La manipulación de las matrices de Dirac en D dimensiones, así como la integral en D dimensiones se realizaron mediante la ayuda de FeynCalc [18]. El resultado que obtuve con la ayuda de este software y en términos de las funciones escalares de PaVe es el siguiente;

$$|\mathcal{M}_{\square_R}^1| |\mathcal{M}_{\square_R}^1|^\dagger = \left\{ \frac{2e^2\alpha^2}{t} \left[(4s^2 + 2ts + t^2) \left(2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, \lambda^2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. - sD_0(0, 0, 0, 0, s, t, 0, \lambda^2, 0, \lambda^2) \right) + 2(s+t) \left(B_0(t, \lambda^2, \lambda^2) - B_0(s, 0, 0) \right) \right. \\ \left. - 2s(2s+t)C_0(0, 0, s, 0, \lambda^2, 0) \right] + \left\{ \mathbf{u} \iff \mathbf{t} \right\} \left. \right\} \\ + \left\{ \frac{4e^2s^2\alpha^2}{u} \left[2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, \lambda^2) - sD_0(0, 0, 0, 0, s, t, 0, \lambda^2, 0, 0, \lambda^2) \right] \right. \\ \left. + \left\{ \mathbf{u} \iff \mathbf{t} \right\} \right\} + \left\{ \frac{2e^2\alpha^2}{t} \left[(4s^2 + 6ts + 3t^2) \left(2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, \lambda^2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. - uD_0(0, 0, 0, 0, u, t, 0, \lambda^2, 0, \lambda^2) \right) + 2s \left(B_0(u, 0, 0) - B_0(t, \lambda^2, \lambda^2) \right) \right. \\ \left. - 2(2s^2 + 3ts + t^2)C_0(0, 0, u, 0, \lambda^2, 0) \right] + \left\{ \mathbf{u} \iff \mathbf{t} \right\} \left. \right\} \\ + \left\{ \frac{2e^2\alpha^2}{u} \left[(s^2 + u^2) \left(2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, \lambda^2) - uD_0(0, 0, 0, 0, u, t, 0, \lambda^2, 0, \lambda^2) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 2s \left(B_0(u, 0, 0) - B_0(t, \lambda^2, \lambda^2) \right) - 2(s+t)(2s+t)C_0(0, 0, u, 0, \lambda^2, 0) \right] \right. \\ \left. + \left\{ \mathbf{u} \iff \mathbf{t} \right\} \right\}. \quad (6.11)$$

Haciendo el mismo análisis pero ahora con la polarización izquierda del haz de electrones tenemos que el resultado es el mismo que la ecuación 6.11, por lo tanto tendremos que

$$|\mathcal{M}_{\square_R}^1| |\mathcal{M}_{\square_R}^1|^\dagger \equiv |\mathcal{M}_{\square_L}^1| |\mathcal{M}_{\square_L}^1|^\dagger. \quad (6.12)$$

Una vez que ya hemos calculado la contribución a A_{LR} debido a las cajas, ahora calcularemos las contribuciones debido a los vértices, los cuales se muestran en la figura 6.4. Las correcciones

radiativas de QED a un lazo debido a estos vértices proporcionarán una parte de las divergencias ultravioletas (UV). Es importante señalar que este tipo de diagramas no son los únicos que proporcionan divergencias UV, también están las auto-energías del electrón, además el cálculo debido a estos diagramas proporcionarán divergencias logarítmicas. Para este primer vértice los cálculos serán un poco más explícitos en comparación con las correcciones tipo cajas. Las amplitudes de Feynman estan representadas por:

$$\mathcal{M}_{\Delta_R}^\gamma = \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma, \quad (6.13)$$

donde $\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma$ y $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma$ pueden ser escritas de la siguiente forma,

$$\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma 1} - \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma 2} \right], \quad (6.14)$$

$$\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma 1} - \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma 2} \right]. \quad (6.15)$$

$\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma 1}$, $\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma 2}$, $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma 1}$ y $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma 2}$ son las amplitudes debido a los vértices en los incisos c), d), e) y f) respectivamente mostrados en la figura 6.4.

Lo que nos interesa es calcular la amplitud al cuadrado,

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\Delta_R}^\gamma| |\mathcal{M}_{\Delta_R}^\gamma|^\dagger &= |\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma| \\ &|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma|^\dagger, \end{aligned} \quad (6.16)$$

la cual esta dada por,

$$|\mathcal{M}_{\Delta_R}^\gamma| |\mathcal{M}_{\Delta_R}^\gamma|^\dagger \approx 2|\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \quad (6.17)$$

Las amplitudes de Feynman correspondientes a los diagramas de Feynman dados en la figura (6.4) son las siguientes,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^\gamma &= \frac{e^4}{4\sqrt{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \left[\left(\frac{1}{t} \right) \frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_3) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma^5) u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2 + i\epsilon][(k+p_1)^2 + i\epsilon][(k+p_3)^2 + i\epsilon]} \right. \\ &\left. - \left(\frac{1}{u} \right) \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_4) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma^5) u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2 + i\epsilon][(k+p_1)^2 + i\epsilon][(k+p_4)^2 + i\epsilon]} \right], \end{aligned} \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^\gamma &= \frac{e^4}{2\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\left(\frac{1}{t} \right) \frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma^\beta (\not{k} - \not{p}_4) \gamma_\mu (\not{k} - \not{p}_2) \gamma_\beta u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2 + i\epsilon][(k-p_4)^2 + i\epsilon][(k-p_2)^2 + i\epsilon]} \right. \\ &\left. - \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma^\beta (\not{k} - \not{p}_3) \gamma_\mu (\not{k} - \not{p}_2) \gamma_\beta u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2 + i\epsilon][(k-p_3)^2 + i\epsilon][(k-p_2)^2 + i\epsilon]} \right]. \end{aligned} \quad (6.19)$$

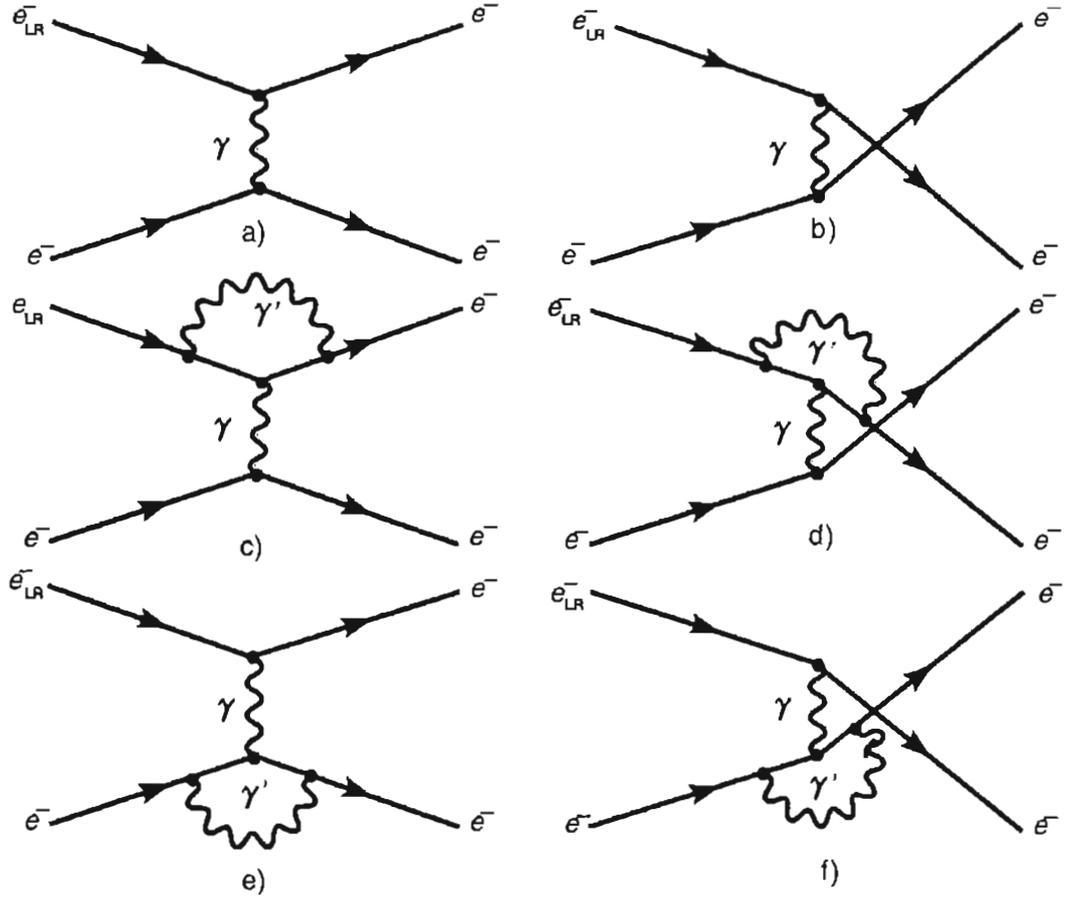


Figura 6.4: Nivel árbol [a), b)] más correcciones radiativas de QED debido a los vértices [c), d), e) y f)].

El resultado que obtuve para los vértices cuando el haz de electrones incidentes tiene polarización derecha es el siguiente

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^\gamma|^2 &\approx \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} + \frac{2s^2}{ut} \right] \\
&+ \left[\frac{2e^2}{t^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left((s^2 + u^2) \left\{ 4B_0(0, 0, \lambda^2) - 3B_0(t, 0, 0) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - 2tC_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) \right\} - 4s^2 - 4ts - 3t^2 \right) + [u \iff t] \right] \\
&+ \left[\frac{2e^4}{ut} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(4s^2 B_0(0, 0, \lambda^2) - 3s^2 B_0(t, 0, 0) - 2ts^2 C_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 3s^2 - ts - t^2 \right) + [u \iff t] \right]. \tag{6.20}
\end{aligned}$$

Para la otra polarización del electrón, el resultado es el mismo,

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^\gamma|^2 \equiv |\mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{1L}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{2L}}^\gamma|^2. \tag{6.21}$$

Finalmente la última contribución importante al término del denominador $\sigma_L + \sigma_R$, son los diagramas mostrados en la figura 6.5. La notación para las amplitudes de Feynman de la figura 6.5 están escritas de la siguiente manera,

$$\mathcal{M}_R^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{l_1}^{\gamma_1} - \mathcal{M}_{l_1}^{\gamma_2}], \quad (6.22)$$

$$\mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{O_{R1}}^{\gamma_1} - \mathcal{M}_{O_{R1}}^{\gamma_2}], \quad (6.23)$$

donde $\mathcal{M}_{O_{R1}}^{\gamma_1}$ y $\mathcal{M}_{O_{R1}}^{\gamma_2}$ representan la amplitud de Feynman debido a la autoenergía del electrón mostrada en el inciso a) y b) de la figura 6.5. La ecuación (6.23) puede ser escrita de la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma = \frac{\delta Z'}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{l_1}^{\gamma_1} - \mathcal{M}_{l_1}^{\gamma_2}], \quad (6.24)$$

donde $\delta Z'$ es un contratérmino, el cual es necesario para remover la parte infinita de los diagramas en la figura 6.5. Esto es llevado a cabo mediante la teoría de renormalización, la cual permite consistentemente aislar y remover todos los infinitos de las cantidades físicas medibles. Esta exitosa teoría tiene entre sus principales creadores a G. 't Hooft, M. Veltman, Bollini y Giambiagi [45,46].

Como consecuencia de que la ecuación (6.23) pueda ser escrita como (6.24), tendremos que lo siguiente se cumple

$$\mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma = \mathcal{M}_{O_{R2}}^\gamma = \mathcal{M}_{O_{R3}}^\gamma = \mathcal{M}_{O_{R4}}^\gamma. \quad (6.25)$$

Si ahora tomando en cuenta todas las contribuciones de las auto-energías del electrón según la figura 6.5

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R4}}^\gamma|^2 = |\mathcal{M}_R^\gamma + 4\delta Z' \mathcal{M}_R^\gamma|^2, \quad (6.26)$$

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R4}}^\gamma|^2 = |\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 4\delta Z' |\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \quad (6.27)$$

El primer término corresponde al resultado a nivel árbol

$$|\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger = \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right]. \quad (6.28)$$

La solución de la ecuación (6.27) es el siguiente;

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_R^\gamma + 4\mathcal{M}_{O_{R1}}^\gamma|^2 &= \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right] \\ &+ 8\delta Z' \frac{e^2}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right]. \end{aligned} \quad (6.29)$$

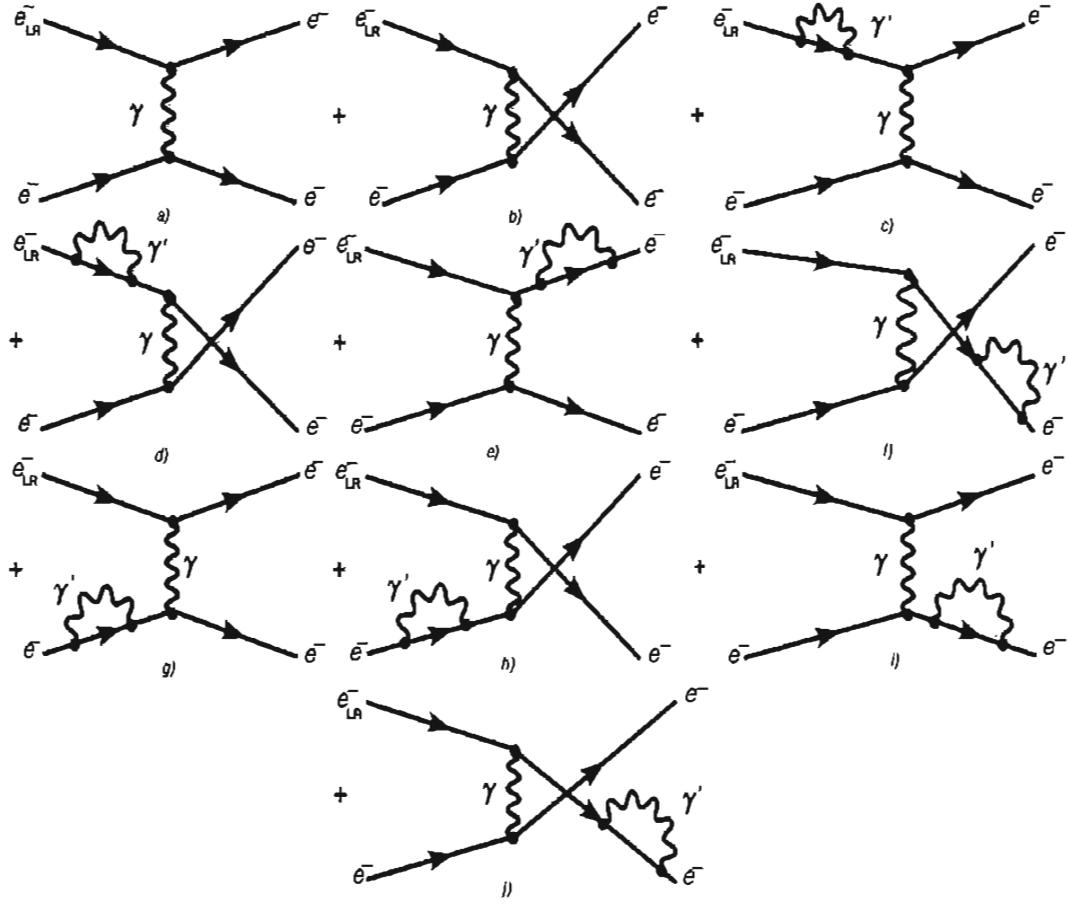


Figura 6.5: Nivel árbol [a), b)] más contribuciones radiativas de QED a un lazo al propagador del electrón

En el esquema de renormalización on-shell [40],

$$\delta Z' \equiv \frac{\delta Z}{2} = -\frac{\alpha}{8\pi} \left[B_0(0, m_e, 0) - 1 - 4m_e^2 B'_0(m_e^2, m_e, \mu) \right]. \quad (6.30)$$

donde,

$$B'_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{\partial}{\partial p^2} B_0(p^2, m_1^2, m_2^2), \quad (6.31)$$

es finita UV. Por lo tanto la ecuación (6.27) se convertirá en,

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR4}}^\gamma|^2 &= \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2\frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right] \\ &+ 2e^2 \delta Z \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2\frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right]. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Mientras que para la polarización izquierda en el haz de electrones tenemos el siguiente resultado,

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR4}}^\gamma|^2 = |\mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL4}}^\gamma|^2$$

Sabemos que B_0 tiene como solución general dos términos, una parte que es divergente UV y otro término que es finito UV. Este término finito UV es muy importante, sin embargo para fines de cancelación de divergencias UV no tiene importancia alguna.

Lo que hemos calculado en esta sección fue la parte del denominador de $A_{LR} = \sigma_L + \sigma_R$ y su solución es la suma de las ecuaciones (6.11) (6.20) y (6.32), las cuales no escribiré puesto que son demasiado extensas.

6.1.2. Numerador de A_{LR}

Como segunda parte de este cálculo, ahora nos concentraremos en determinar la parte que corresponde al numerador de A_{LR} . De acuerdo a la ecuación (6.2) los diagramas de Feynman que contribuyen a $\sigma_L - \sigma_R$ son mostrados en la figuras 6.6, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10 y 6.11. Algunos de los términos de orden de magnitud $\mathcal{O}(\alpha^2 G_F)$ tanto en σ_L como en σ_R vienen de los términos de interferencia entre los diagramas mostrados en los incisos c), d), e), f), g), h), i) y j) y los diagramas a nivel árbol [a) y b)] de la figura 6.6.

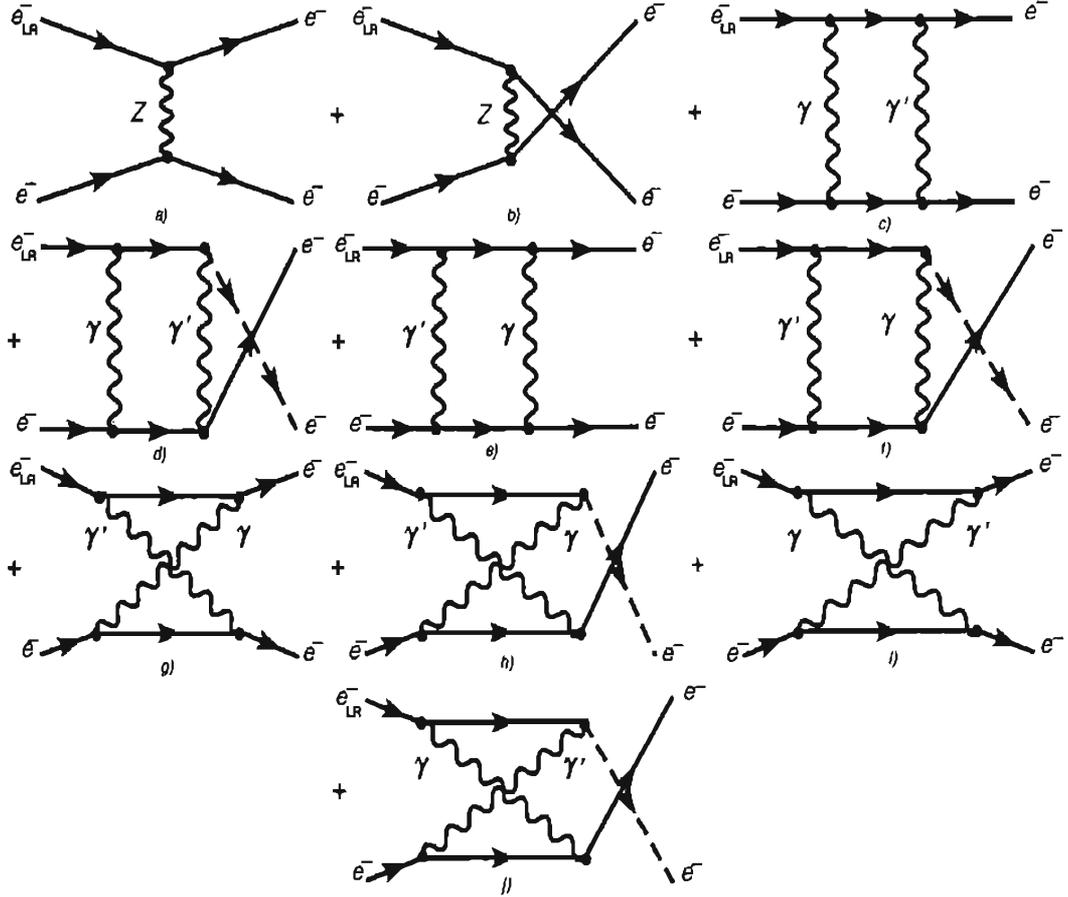


Figura 6.6: Nivel árbol [a), b)] más contribuciones radiativas de QED a un lazo al proceso de dispersión Møller polarizado [c), d), e), f), g), h), i) y j)].

La notación empleada para las amplitudes de Feynman para estos diagramas será la siguiente

$$\mathcal{M}_{\square_R}^2 = \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma, \quad (6.33)$$

donde \mathcal{M}_R^Z está dada según la ecuación (4.4) y (4.12). Los términos $\mathcal{M}_{\square_{Ri}}^\gamma$ con $i = 1, 2, 3, 4$, se encuentran ya explicados y determinados en las ecuaciones (7.15), (6.9), (6.10) y (6.11). Como estamos interesados en la amplitud al cuadrado

$$|\mathcal{M}_{\square_R}^2| |\mathcal{M}_{\square_R}^2|^\dagger = \left| \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma \right| \left| \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma \right|^\dagger, \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\square_R}^2||\mathcal{M}_{\square_R}^2|^\dagger &= 2|\mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma||\mathcal{M}_{\square_R}^Z|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma||\mathcal{M}_{\square_R}^Z|^\dagger \\
&\quad + 2|\mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma||\mathcal{M}_{\square_R}^Z|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma||\mathcal{M}_{\square_R}^Z|^\dagger.
\end{aligned} \tag{6.35}$$

El resultado que obtuve en función de las escalares de Passarino-Veltman, cuando el haz de electrones tiene polarización derecha es el siguiente,

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\square_R}^2||\mathcal{M}_{\square_R}^2|^\dagger &= \frac{2g^2(v+1)\alpha^2}{M_Z^2} \left\{ 2(s+t)(v-1) \left(B_0(s,0,0) - B_0(t,\lambda^2,\lambda^2) \right) \right. \\
&\quad + 2s(2s+t)(v-1)C_0(0,0,s,0,\lambda^2,0) + (4vs^2 + 2ts(v-1) + t^2(v-1)) \\
&\quad \left(sD_0(0,0,0,0,s,t,0,\lambda^2,0,\lambda^2,0) - 2C_0(0,0,t,\lambda^2,0,\lambda^2) \right) \\
&\quad + \left[u \iff t \right] \left. \right\} + \frac{4g^2(v+1)^2s^2\alpha^2}{M_Z^2} \left\{ \left(sD_0(0,0,0,0,s,t,0,\lambda^2,0,\lambda^2) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2C_0(0,0,t,\lambda^2,0,\lambda^2) \right) + \left[u \iff t \right] \right\} \\
&\quad + \frac{2g^2(v+1)\alpha^2}{M_Z^2} \left\{ 2s(v+1) \left(B_0(t,\lambda^2,\lambda^2) - B_0(u,0,0) \right) \right. \\
&\quad + 2(2s+t)(s+t)(v+1)C_0[0,0,u,0,\lambda^2,0] + \left(4vs^2 + 2ts(3v-1) \right. \\
&\quad \left. + t^2(3v-1) \right) \left(uD_0(0,0,0,0,u,t,0,\lambda^2,0,\lambda^2,0) \right. \\
&\quad \left. - 2C_0(0,0,t,\lambda^2,0,\lambda^2) \right) + \left[u \iff t \right] \left. \right\} \\
&\quad + \frac{2g^2(v+1)^2\alpha^2}{M_Z^2} \left\{ 2s \left(B_0(t,\lambda^2,\lambda^2) - B_0(u,0,0) \right) \right. \\
&\quad + 2(2s+t)(s+t)C_0(0,0,u,0,\lambda^2,0) + \left(2s^2 + 2ts + t^2 \right) \\
&\quad \left(uD_0(0,0,0,0,u,t,0,\lambda^2,0,\lambda^2,0) - 2C_0(0,0,t,\lambda^2,0,\lambda^2) \right) \\
&\quad \left. + \left[u \iff t \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{6.36}$$

Asimismo el resultado obtenido pero ahora considerando la otra polarización del electrón es similar a la ecuación (6.36), excepto que para $|\mathcal{M}_{\square_L}^2||\mathcal{M}_{\square_L}^2|^\dagger$ los factores $(v+1)$ cambiarán a $(v-1)$ y los factores $(v-1)$ cambiarán a $(v+1)$. Es fácil comprobar que la ecuación (6.36) no contiene divergencias ultravioletas.

Existe otra contribución del mismo orden de magnitud $\mathcal{O}(\alpha^2 G_F)$ como se muestra en la figura 6.7. También se puede notar que el cálculo se complicara un poquito puesto que ahora en el lazo tendremos un fotón y un bosón de norma Z .

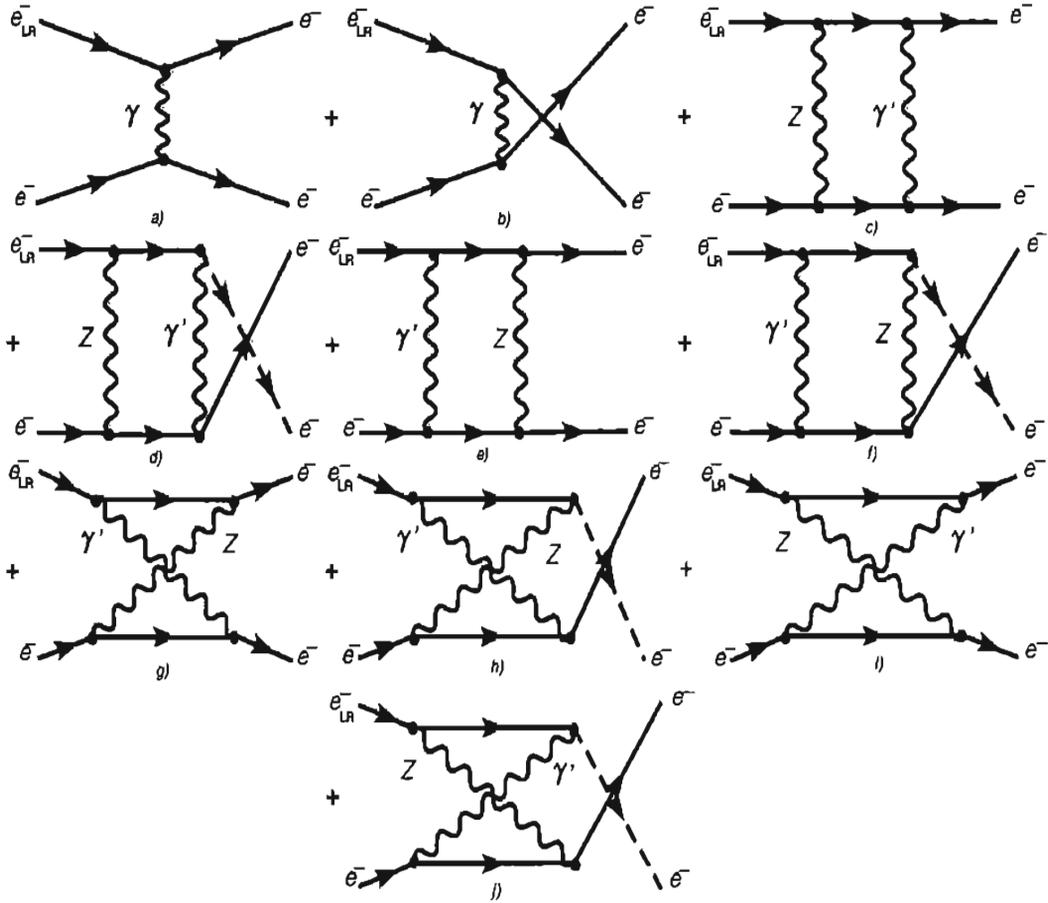


Figura 6.7: Nivel árbol [a), b)] más correcciones radiativas de QED [c), d), e), f), g), h), i) y j)].

La amplitud de Feynman para la figura 6.7 esta representada por;

$$M_{\square_R}^3 = M_R^\gamma + M_{\square_1}^Z + M_{\square_2}^Z + M_{\square_3}^Z + M_{\square_4}^Z, \quad (6.37)$$

donde la amplitud M_R^γ ya fue discutida anteriormente. Además tendremos que,

$$M_{\square_i}^Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[M_{\square_i}^{Z_1} - M_{\square_i}^{Z_2} \right], \quad (6.38)$$

donde $M_{\square_1}^{Z_1}$, $M_{\square_1}^{Z_2}$, $M_{\square_2}^{Z_1}$, $M_{\square_2}^{Z_2}$, $M_{\square_3}^{Z_1}$, $M_{\square_3}^{Z_2}$, $M_{\square_4}^{Z_1}$ y $M_{\square_4}^{Z_2}$, son las amplitudes de Feynman para las correcciones tipo cajas de los incisos c), d), e), f), g), h), i) y j) respectivamente, los cuales están mostrados en la figura 6.7.

Escribiendo explícitamente las amplitudes de Feynman para la figura 6.7,

$$\mathcal{M}_{\square_1}^Z = \frac{g^2 e^2}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\mu (v + \gamma^5) (\not{k} - \not{p}_1) \gamma^\alpha [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu (v + \gamma^5) (\not{k} + \not{p}_2) \gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_4)^2 - M_Z^2][(k - p_1)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\mu (v + \gamma^5) (\not{k} - \not{p}_1) \gamma^\alpha [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu (v + \gamma^5) (\not{k} + \not{p}_2) \gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_3)^2 - M_Z^2][(k - p_1)^2]} \right], \quad (6.39)$$

$$\mathcal{M}_{\square_2}^Z = \frac{g^2 e^2 (v + 1)}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\alpha (\not{k} - \not{p}_3) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\alpha (\not{k} + \not{p}_4) \gamma_\mu (v + \gamma^5) u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_3)^2][(k + p_1 - p_3)^2 - M_Z^2][(k + p_4)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\alpha (\not{k} - \not{p}_4) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\alpha (\not{k} + \not{p}_3) \gamma_\mu (v + \gamma^5) u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_4)^2][(k + p_1 - p_4)^2 - M_Z^2][(k + p_3)^2]} \right], \quad (6.40)$$

$$\mathcal{M}_{\square_3}^Z = \frac{g^2 e^2}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\mu (v + \gamma^5) (\not{k} - \not{p}_1) \gamma^\alpha [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\alpha (\not{k} - \not{p}_4) \gamma_\mu (v + \gamma^5) u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_4)^2][(k + p_2 - p_4)^2 - M_Z^2][(k - p_1)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\mu (v + \gamma^5) (\not{k} - \not{p}_1) \gamma^\alpha [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\alpha (\not{k} - \not{p}_3) \gamma_\mu (v + \gamma^5) u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_3)^2][(k + p_2 - p_3)^2 - M_Z^2][(k - p_1)^2]} \right], \quad (6.41)$$

y

$$\mathcal{M}_{\square_4}^Z = \frac{g^2 e^2 (v + 1)}{4\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\bar{u}(p_3) \gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_3) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_4) \gamma_\mu (v + \gamma^5) (\not{k} + \not{p}_2) \gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_2)^2][(k + p_2 - p_4)^2 - M_Z^2][(k + p_3)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4) \gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_4) \gamma^\mu [1 + \gamma^5] u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu (v + \gamma^5) (\not{k} + \not{p}_2) \gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_4)^2][(k + p_2 - p_3)^2 - M_Z^2][(k + p_2)^2]} \right]. \quad (6.42)$$

El resultado obtenido para las amplitudes al cuadrado en términos de las escalares de PaVe,

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\square_R}^3||\mathcal{M}_{\square_R}^3|^\dagger &= \left\{ \frac{2g^2\alpha^2}{t} \left[2(s+t)(v^2-1) \left(B_0(t, \lambda^2, M_Z^2) - B_0(s, 0, 0) \right) \right. \right. \\
&\quad - s(v^2-1)(2s+t+M_Z^2) \left(C_0(0, 0, s, 0, \lambda^2, 0) + C_0(0, 0, s, 0, M_Z^2, 0) \right) \\
&\quad + 2(v+1)C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left(4vs^2 + 2ts(v-1) + tM_Z^2(1-v) \right. \\
&\quad \left. \left. + t^2(v-1) \right) - s(v+1)D_0(0, 0, 0, 0, s, t, 0, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left((v-1)M_Z^4 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2sM_Z^2(v-1) + t^2(v-1) + 2st(v-1) + 4s^2v \right) \right] + \left[u \iff t \right] \left\} \\
&\quad + \left\{ \frac{4g^2s^2(v+1)^2\alpha^2}{u} \left(2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, M_Z^2) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - sD_0(0, 0, 0, 0, s, t, 0, \lambda^2, 0, M_Z^2) \right) + \left[u \iff t \right] \right\} \\
&\quad + \left\{ \frac{2g^2\alpha^2(v+1)}{t} \left[2s(v+1) \left(B_0(u, 0, 0) - B_0(t, \lambda^2, M_Z^2) \right) \right. \right. \\
&\quad - (s+t)(v+1)(2s+t-M_Z^2) \left(C_0(0, 0, u, 0, \lambda^2, 0) + C_0(0, 0, u, 0, M_Z^2, 0) \right) \\
&\quad + 2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left(4vs^2 + 2ts(3v-1) - tM_Z^2(v+1) + t^2(3v-1) \right) \\
&\quad + (s+t)D_0(0, 0, 0, 0, u, t, 0, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left((v+1)M_Z^4 - 2(s+t)M_Z^2(v+1) \right. \\
&\quad \left. \left. + t^2(3v-1) + 2st(3v-1) + 4s^2v \right) \right] + \left[u \iff t \right] \left\} \\
&\quad + \left\{ \frac{2g^2\alpha^2(v+1)^2}{u} \left[2s \left(B_0(u, 0, 0) - B_0(t, \lambda^2, M_Z^2) \right) \right. \right. \\
&\quad - 2(s+t)(2s+t-M_Z^2) \left(C_0(0, 0, u, 0, \lambda^2, 0) + C_0(0, 0, u, 0, M_Z^2, 0) \right) \\
&\quad + 2C_0(0, 0, t, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left(2s^2 + 2ts - t^2 - tM_Z^2 \right) \\
&\quad + (s+t)D_0(0, 0, 0, 0, u, t, 0, \lambda^2, 0, M_Z^2) \left(M_Z^4 - 2(s+t)M_Z^2 \right. \\
&\quad \left. \left. + t^2 + 2st + 2s^2 \right) \right] + \left[u \iff t \right] \left\}. \tag{6.43}
\end{aligned}$$

Si ahora tomamos en cuenta la otra polarización del electrón encontramos que $|\mathcal{M}_{\square_L}^3||\mathcal{M}_{\square_L}^3|^\dagger$ tiene el mismo resultado que obtuvimos para $|\mathcal{M}_{\square_R}^3||\mathcal{M}_{\square_R}^3|^\dagger$, excepto que para este último resultado los factores $(v-1)$ han cambiado por $(v+1)$ y los factores $(v+1)$ cambian por $(v-1)$.

Ahora calcularemos las correcciones radiativas debido a los vértices en el numerador de A_{LR} . Este tipo de correcciones serán las que nos proporcionen una parte de las divergencias ultravioletas, recordemos que las autoenergías del electrón también contiene divergencias UV.

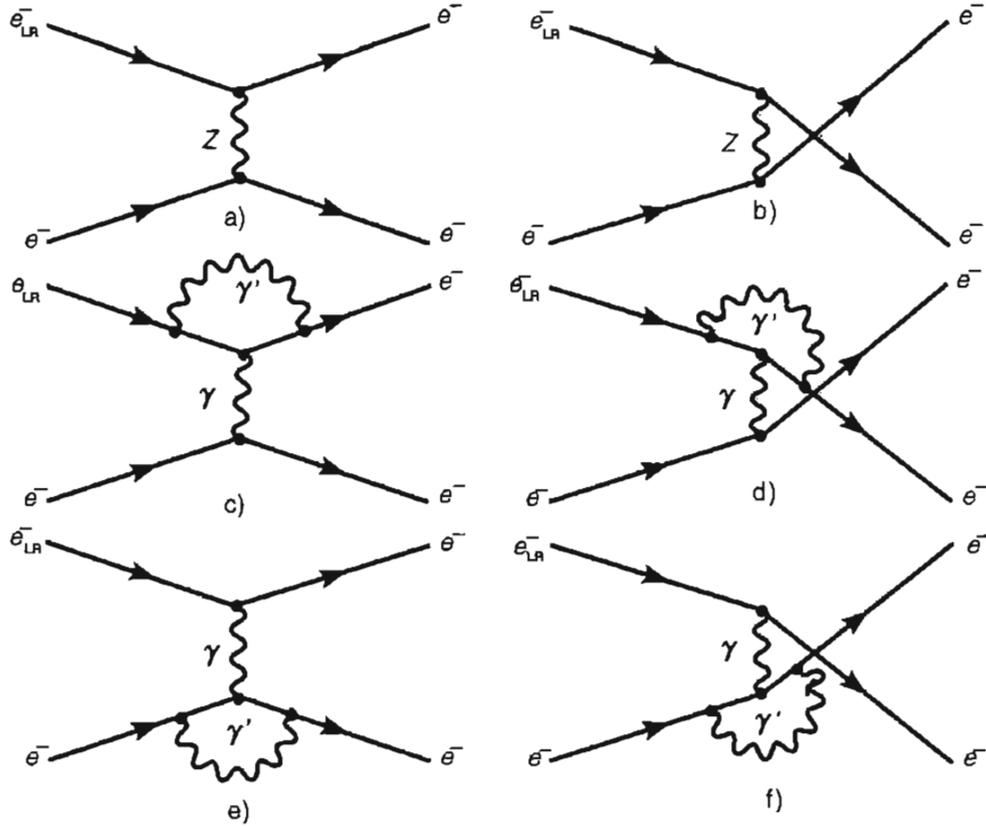


Figura 6.8: Nivel árbol [a), b)] más correcciones de QED al vértice [c), d), e) y f)].

Considerando primero la polarización derecha para el electrón, las amplitudes de Feynman son,

$$\mathcal{M}_{\Delta_R}^2 = \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma, \quad (6.44)$$

donde las amplitudes para \mathcal{M}_R^Z , $\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma$ y $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma$ se encuentran dadas en las ecuaciones (4.13), (6.23) y (6.24) respectivamente. Como estamos interesados en la amplitud al cuadrado tendremos,

$$|\mathcal{M}_{\Delta_R}^2| |\mathcal{M}_{\Delta_R}^2|^\dagger = |\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma| |\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma|^\dagger. \quad (6.45)$$

Desarrollando esta última ecuación,

$$|\mathcal{M}_{\Delta_R}^2| |\mathcal{M}_{\Delta_R}^2|^\dagger = 2|\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^\gamma| |\mathcal{M}_R^Z|^\dagger + 2|\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^\gamma| |\mathcal{M}_R^Z|^\dagger, \quad (6.46)$$

El resultado que obtuve para esta parte de las correcciones está dado por

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^\gamma|^2 &= \frac{g^4(v+1)^2}{2m_Z^2} \left((v-1)^2(s^2+t^2) + 2s^2(v+1)^2 + 2s^2(v+1)^2 \right) \\
&+ \left\{ \frac{2g^2e^2(v+1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[4vs - 2ts(1-v) - t^2(1-3v) \right. \right. \\
&+ \left. \left(2vs^2 + 2ts(v-1) + t^2(v-1) \right) \left(3B_0(t,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2) \right. \right. \\
&+ \left. \left. 2tC_0(0,0,t,0,\lambda^2,0) \right) \right] + \left[u \iff t \right] \left. \right\} \\
&+ \left\{ \frac{2g^2e^2(v+1)^2}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[3s^2B_0(t,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2) \right. \right. \\
&+ \left. \left. 2usC_0(0,0,t,0,\lambda^2,0) + 3s^2 + ts + t^2 \right] + \left[u \iff t \right] \right\}. \quad (6.47)
\end{aligned}$$

Haciendo lo mismo, pero ahora cuando el electrón tiene polarización izquierda obtenemos que

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{1L}}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{2L}}^\gamma|^2 &\approx \frac{g^4(v-1)^2}{2M_Z^2} \left[(u^2+t^2)(v+1)^2 + 4s^2(v-1)^2 \right] \\
&+ \left\{ \frac{2g^2e^2(v-1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[4vs^2 + 2ts(2v+1) + t^2(3v+1) \right. \right. \\
&+ \left. \left(2vs^2 + 2ts(v+1) + t^2(v+1) \right) \left(-4B_0(0,0,\lambda^2) + 3B_0(t,0,0) \right. \right. \\
&+ \left. \left. 2tC_0(0,0,t,0,\lambda^2,0) \right) \right] + \left[u \iff t \right] \left. \right\} \\
&+ \left\{ \frac{2e^2(v-1)^2}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[-4s^2B_0(0,0,\lambda^2) + 3s^2B_0(t,0,0) \right. \right. \\
&+ \left. \left. 2ts^2C_0(0,0,t,0,\lambda^2,0) + 3s^2 + ts + t^2 \right] + \left[u \iff t \right] \right\}. \quad (6.48)
\end{aligned}$$

La siguiente contribución debido a este tipo de vértices, se muestra en la figura 6.9.

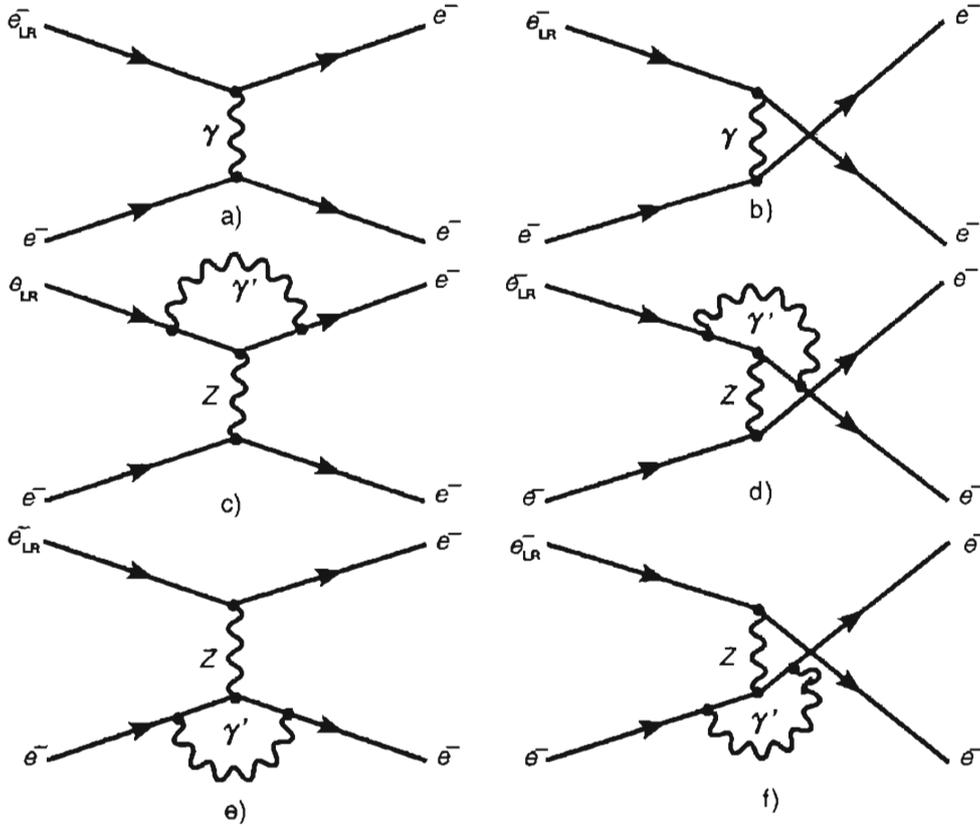


Figura 6.9: Nivel árbol [a), b)] más corrección radiativa de QED al vértice [c), d), e) y f)].

Para este caso (ver figura 6.9) tendremos la siguiente amplitud de Feynman,

$$\mathcal{M}_{\Delta_R}^3 = \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^Z, \quad (6.49)$$

donde \mathcal{M}_R^γ ya ha sido discutido previamente. Asimismo tendremos

$$\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z = \frac{1}{2} \left[\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{Z_1} - \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{Z_1} \right], \quad (6.50)$$

$$\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^Z = \frac{1}{2} \left[\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{Z_1} - \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{Z_2} \right], \quad (6.51)$$

donde $\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{Z_1}$, $\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{Z_2}$, $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{Z_1}$ y $\mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{Z_2}$ son las amplitudes de Feynman de las correcciones radiativas mostradas en los incisos c), d), e) y f) en la figura 6.9. Calculando la amplitud al cuadrado para (6.49),

$$|\mathcal{M}_{\Delta_R}^3| |\mathcal{M}_{\Delta_R}^3|^\dagger = 2 |\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 2 |\mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \quad (6.52)$$

Las amplitudes (\mathcal{M}) para los diagramas de Feynman mostrados en la figura 6.9 están dadas por,

$$\mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^Z = -\frac{g^2 e^2}{4\sqrt{2}M_Z^2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_3)\gamma^\mu(v + \gamma^5)(\not{k} + \not{p}_1)\gamma_\alpha(1 + \gamma^5)u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma_\mu(v + \gamma^5)u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_1)^2][(k + p_3)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_4)\gamma^\mu(v + \gamma^5)(\not{k} + \not{p}_1)\gamma_\alpha(1 + \gamma^5)u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\mu(v + \gamma^5)u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k + p_1)^2][(k + p_4)^2]} \right], \quad (6.53)$$

$$\mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^Z = -\frac{g^2 e^2(v + 1)}{4\sqrt{2}M_Z^2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \left[\frac{\bar{u}(p_3)\gamma^\mu(1 + \gamma^5)u(p_1)\bar{u}(p_4)\gamma^\alpha(\not{k} - \not{p}_4)\gamma_\mu(v + \gamma^5)(\not{k} - \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_4)^2][(k - p_2)^2]} \right. \\ \left. - \frac{\bar{u}(p_4)\gamma^\mu(1 + \gamma^5)u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma^\alpha(\not{k} - \not{p}_3)\gamma_\mu(v + \gamma^5)(\not{k} - \not{p}_2)\gamma_\alpha u(p_2)}{[k^2 - \lambda^2][(k - p_3)^2][(k - p_2)^2]} \right]. \quad (6.54)$$

Despues de hacer la manipulaci3n algebraica mediante el programa FeynCalc, el resultado que obtuve en t3rminos de las escalares de PaVe esta dado por,

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{1R}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{2R}}^Z|^2 = \left\{ \frac{2g^2 e^2(v + 1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[4vs^2 - 2ts(1 - v) - t^2(1 - 3v) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(2vs^2 + 2ts(v - 1) + t^2(v - 1) \right) \left(3B_0(t, 0, 0) - 4B_0(0, 0, \lambda^2) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 2tC_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) \right] + \left\{ u \iff t \right\} \right\} \\ + \left\{ \frac{2g^2 e^2(v + 1)^2}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[3s^2 B_0(t, 0, 0) - 4s^2 B_0(0, 0, \lambda^2) \right. \right. \\ \left. \left. + 2ts^2 C_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) + 3s^2 + ts + t^2 \right] + \left\{ u \iff t \right\} \right\}. \quad (6.55)$$

Cuando el electr3n tiene polarizaci3n izquierda, se tiene el siguiente resultado,

$$|\mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta_{1L}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{2L}}^Z|^2 = \left\{ \frac{2g^2 e^2(v - 1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[4vs^2 + 2ts(2v + 1) + t^2(3v + 1) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(2vs^2 + 2ts(v + 1) + t^2(v + 1) \right) \left(-4B_0(0, 0, \lambda^2) + 3B_0(t, 0, 0) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 2tC_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) \right] + \left[u \iff t \right] \right\} \\ + \left\{ \frac{2g^2 e^2(v - 1)^2}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left[-4s^2 B_0(0, 0, \lambda^2) + 3s^2 B_0(t, 0, 0) \right. \right. \\ \left. \left. + 2ts^2 C_0(0, 0, t, 0, \lambda^2, 0) + 3s^2 + ts + t^2 \right] + \left[u \iff t \right] \right\}. \quad (6.56)$$

Si siguiendo el mismo procedimiento que las secciones anteriores, ahora calcularemos las siguientes correcciones radiativas mostradas en los incisos (d)-j)) de la figura 6.10.

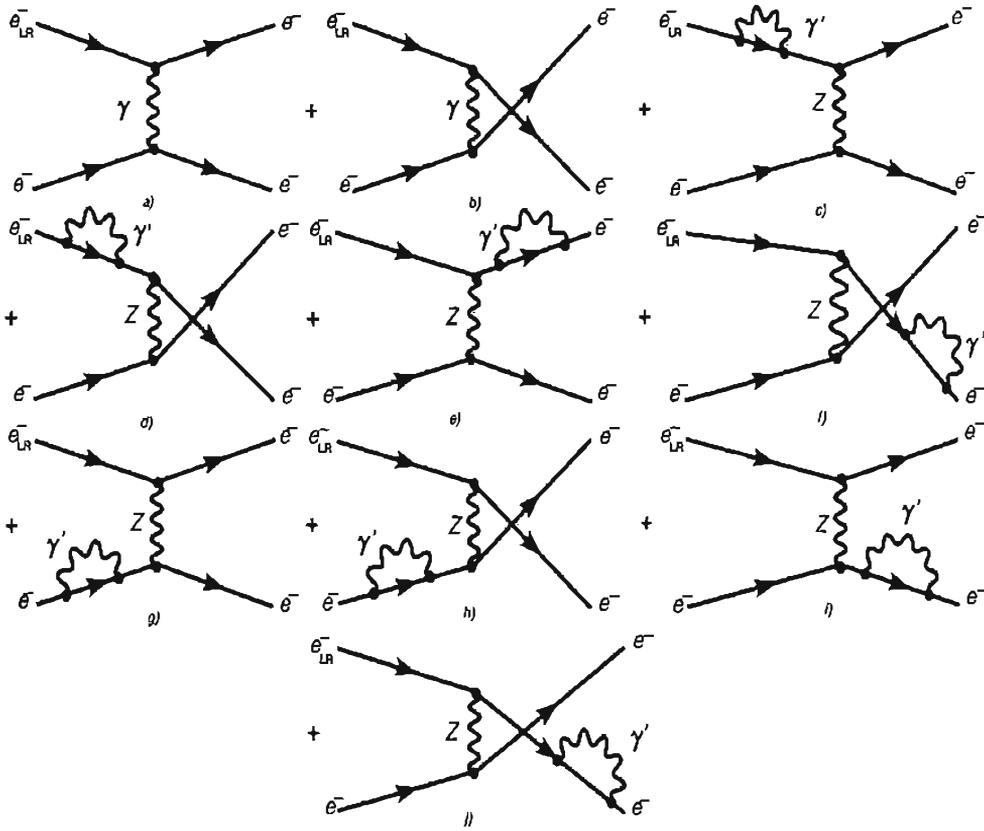


Figura 6.10: Nivel árbol [a), b)] más correcciones radiativas de la autoenergía del electrón [c), d), e), f), g), h), i) y j)].

Recordemos que la amplitud de Feynman para el proceso a nivel árbol es

$$\mathcal{M}_R^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{t_1}^{\gamma 1} - \mathcal{M}_{t_1}^{\gamma 2}] \quad (6.57)$$

donde la forma explícita para \mathcal{M}_R^γ se encuentra dada en el Capítulo 4. Las otras amplitudes para la figura 6.10 son

$$\mathcal{M}_{O_{Ri}}^Z = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{O_{Ri}}^{Z1} - \mathcal{M}_{O_{Ri}}^{Z2}], \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (6.58)$$

donde $\mathcal{M}_{O_{R1}}^{Z1}$, $\mathcal{M}_{O_{R1}}^{Z2}$, $\mathcal{M}_{O_{R2}}^{Z1}$, $\mathcal{M}_{O_{R2}}^{Z2}$, $\mathcal{M}_{O_{R3}}^{Z1}$, $\mathcal{M}_{O_{R3}}^{Z2}$, $\mathcal{M}_{O_{R4}}^{Z1}$ y $\mathcal{M}_{O_{R4}}^{Z2}$ denotan la amplitud de Feynman para los diagramas mostrados en los incisos c), d), e), f), g), h), i) y j) respectivamente de acuerdo a la figura 6.10.

La ecuación (6.57) puede ser escrita de la siguiente manera

$$\mathcal{M}_{O_{R1}}^Z = \frac{\delta Z'}{\sqrt{2}}[\mathcal{M}_{t_1}^{Z1} - \mathcal{M}_{t_1}^{Z2}] \quad (6.59)$$

donde $\delta Z'$ es un contratérmino, el cual es necesario para remover la parte infinita de los diagramas en la figura 6.10. Haciendo el mismo análisis de la sección anterior,

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_R}^Z|^2 = |\mathcal{M}_R^\gamma + \sum_{i=1}^4 \mathcal{M}_{O_{Ri}}^Z|^2, \quad (6.60)$$

sustituyendo (6.59) en (6.60) tenemos que

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_R}^Z|^2 = |\mathcal{M}_R^\gamma + \delta Z' \mathcal{M}_R^Z|^2, \quad (6.61)$$

$$|\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_R}^Z|^2 \approx |\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger + 2\delta Z' |\mathcal{M}_R^Z| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger, \quad (6.62)$$

donde

$$|\mathcal{M}_R^\gamma| |\mathcal{M}_R^Z|^\dagger = -\frac{(v+1)g^2e^2}{2M_Z^2} \left[2(v+1)s^2 \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] + (v-1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right]. \quad (6.63)$$

Tomando en cuenta todas las correcciones radiativas mostradas en la figura 6.10, el resultado obtenido está dado por:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{O_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{O_{R2}}^Z + \mathcal{M}_{O_{R3}}^Z + \mathcal{M}_{O_{R4}}^Z|^2 &= \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2\frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right] \\ &\quad - 2\delta Z \frac{(v+1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2(v+1)s^2 \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] \right. \\ &\quad \left. + (v-1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right], \end{aligned} \quad (6.64)$$

mientras que para el otro el caso cuando el electrón tiene polarización izquierda, tenemos el siguiente resultado,

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{O_{L1}}^Z + \mathcal{M}_{O_{L2}}^Z + \mathcal{M}_{O_{L3}}^Z + \mathcal{M}_{O_{L4}}^Z|^2 &= \frac{e^4}{2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2\frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right] \\ &\quad - 2\delta Z \frac{(v-1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2(v-1)s^2 \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] \right. \\ &\quad \left. + (v+1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right]. \end{aligned} \quad (6.65)$$

Por último tenemos las siguientes contribuciones de correcciones radiativas de QED a un lazo, las cuales se mostrarán en la figura 6.11. La amplitud de Feynman (\mathcal{M}) para los diagramas en 6.11 será representada de la siguiente manera,

$$\mathcal{M}_R^Z = \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathcal{M}_{t_1}^{Z1} - \mathcal{M}_{t_1}^{Z2}], \quad (6.66)$$

y

$$\mathcal{M}_{O_{Ri}}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathcal{M}_{O_{Ri}}^{\gamma1} - \mathcal{M}_{O_{Ri}}^{\gamma2}], \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (6.67)$$

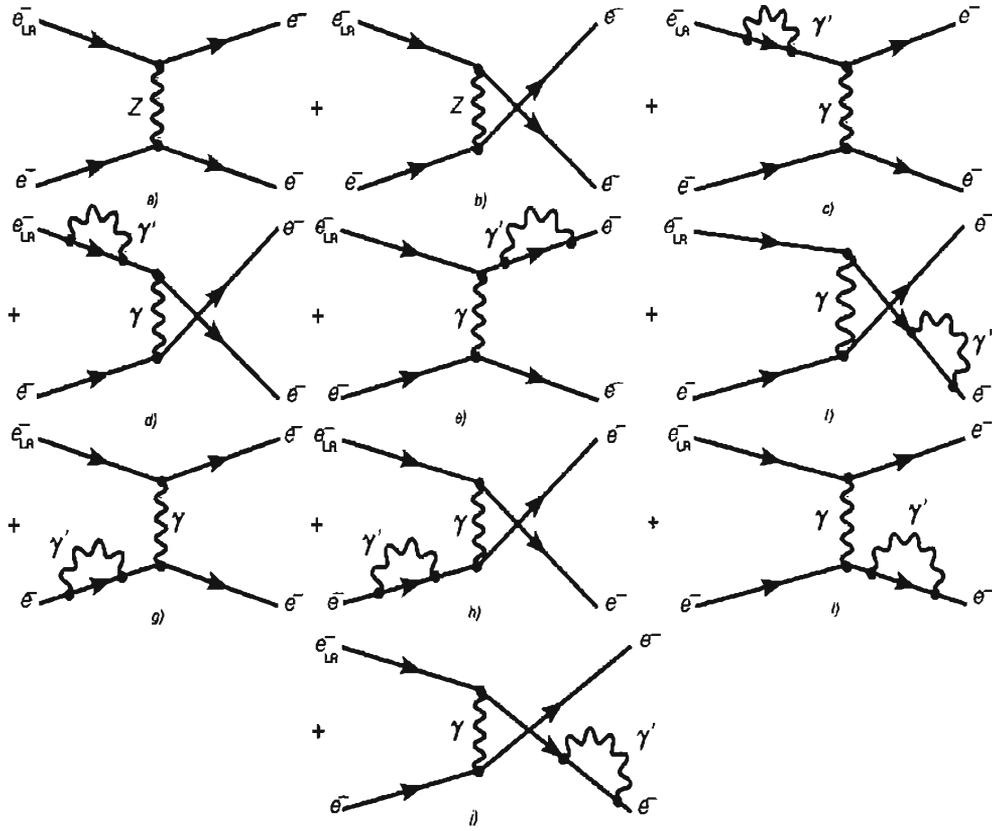


Figura 6.11: Nivel árbol [a), b)] más contribución radiativa de la autoenergía del electron [c), d), e), f), g), h), i) y j)].

donde $\mathcal{M}_{\text{ORi}}^\gamma$ es la amplitud de Feynman. Las expresiones para estas amplitudes estan dadas en la sección 6.1.1.

Calculando la amplitud al cuadrado,

$$|\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\text{ORi}}^\gamma|^2 = |\mathcal{M}_R^Z + \delta Z' \mathcal{M}_R^\gamma|^2, \quad (6.68)$$

$$|\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\text{ORi}}^\gamma|^2 = |\mathcal{M}_R^Z| |\mathcal{M}_R^Z|^\dagger + (2\delta Z') |\mathcal{M}_R^Z| |\mathcal{M}_R^\gamma|^\dagger. \quad (6.69)$$

El resultado obtenido está dado por

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\text{ORi}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OR4}}^\gamma|^2 &= \frac{g^4(v+1)^2}{2M_Z^2} \left((v-1)^2(u^2+t^2) + 4s^2(v+1)^2 \right) \\ &\quad - 2\delta Z' \frac{(v+1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2(v+1)s^2 \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] \right. \\ &\quad \left. + (v-1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right], \end{aligned} \quad (6.70)$$

donde el término $|\mathcal{M}_R^Z| |\mathcal{M}_R^Z|^\dagger$ no se ha tomado en cuenta puesto que es de orden $\mathcal{O}(G_F^2)$. Siguiendo el mismo procedimiento, tendremos que cuando el electrón tiene polarización izquierda, el resultado es el siguiente,

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\text{OL1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\text{OL4}}^\gamma|^2 &= \frac{g^4(v-1)^2}{2M_Z^2} \left((v+1)^2(u^2+t^2) + 4s^2(v-1)^2 \right) \\
&\quad - 2\delta Z \frac{(v-1)g^2e^2}{M_Z^2} \left[2(v-1)s^2 \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right] \right. \\
&\quad \left. + (v+1) \left[\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u} \right] \right]. \tag{6.71}
\end{aligned}$$

Hasta ahora sólo hemos calculado las amplitudes al cuadrado para el numerador de $A_{LR} = \sigma_L - \sigma_R$, este numerado es igual a la suma de las ecuaciones (6.36), (6.43), (6.47), (6.55), (6.64) y (6.70). La siguiente sección tiene como objetivo demostrar la cancelación de divergencias UV que están implícitas en las integrales escalares de PaVe.

Capítulo 7

Cancelación de divergencias ultravioletas (UV)

El objetivo de este capítulo es demostrar explícitamente la cancelación de las divergencias ultravioletas (UV) tanto en el numerador como en el denominador de A_{LR} . Esta cancelación debe ocurrir puesto que A_{LR} es una observable física.

7.1. Cancelación en el denominador de A_{LR}

Una vez que ya tenemos todos los cálculos de las correcciones radiativas de QED para el denominador de A_{LR} , lo que tenemos que hacer ahora es asegurarnos de que este resultado no contenga divergencias UV. Recordemos que el denominador de A_{LR} es igual a $\sigma_L + \sigma_R$. Por consiguiente tanto σ_L como σ_R no deben de contener ninguna clase de divergencia. De esta manera tendremos la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \sigma_R \sim & \left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\square_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_4}^\gamma \right. \\ & \left. + \mathcal{M}_{\Delta R_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta R_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_4}^\gamma \right|^2. \end{aligned} \quad (7.1)$$

De acuerdo a los resultados obtenidos en las ecuaciones (6.11), (6.20) y (6.32), sabemos lo siguiente

$$\left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\square_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_4}^\gamma \right|^2 \Rightarrow \text{finita UV}, \quad (7.2)$$

$$\left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta R_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\Delta R_2}^\gamma \right|^2 \Rightarrow \text{divergente UV}, \quad (7.3)$$

$$\left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ R_4}^\gamma \right|^2 \Rightarrow \text{divergente UV}. \quad (7.4)$$

Como estamos interesados por ahora en cancelar las divergencias UV, observamos que estas están contenidas en las ecuaciones (7.3) y (7.4). Denotando a $\sigma_R(UV)$ como el número de divergencias UV en la sección eficaz cuando el haz de electrones tiene polarización derecha, tendremos lo siguiente

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) &= \frac{2e^2}{t^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) (s^2 + u^2) \left(4B_0(0, 0, \lambda^2) - 3B_0(t, 0, 0) \right) \\
&+ \frac{2e^2}{u^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) (s^2 + t^2) \left(4B_0(0, 0, \lambda^2) - 3B_0(u, 0, 0) \right) \\
&+ \frac{2e^2}{ut} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(4s^2 B_0(0, 0, \lambda^2) - 3s^2 B_0(t, 0, 0) \right) \\
&+ \frac{2e^2}{ut} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \left(4s^2 B_0(0, 0, \lambda^2) - 3s^2 B_0(t, 0, 0) \right) \\
&+ 2e^2 \delta Z \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right), \tag{7.5}
\end{aligned}$$

donde δZ está definida en (6.30).

Tomando solo la parte divergente UV de B_0 que está definida en la ecuación (5.63),

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) &= \frac{2e^2}{t^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \Delta(s^2 + u^2) + \frac{2e^2}{u^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \Delta(s^2 + t^2) \\
&+ \frac{4e^2}{ut} \left(\frac{\alpha}{4\pi} \right) \Delta s^2 + \frac{\alpha}{4\pi} \Delta \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right), \tag{7.6}
\end{aligned}$$

agrupando términos, es fácil obtener

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) &= 2e^2 \frac{\alpha}{4\pi} \Delta \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right) \\
&- 2e^2 \frac{\alpha}{4\pi} \Delta \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + 2 \frac{s^2}{ut} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right) = 0. \tag{7.7}
\end{aligned}$$

Sabemos a partir de la teoría del SM que $\sigma_R = \sigma_L$ a un lazo en QED¹, por lo tanto podemos concluir que $\sigma_L + \sigma_R$ es finita ultravioleta.

¹El hecho de que $\sigma_R = \sigma_L$, solo es valido cuando el proceso de dispersión a nivel árbol esta siendo mediado por fotones y es precisamente a este clase de diagramas a nivel árbol al cual se le hacen correcciones radiativas, las cuales consisten en añadir un fotón virtual o real.

7.2. Cancelación en el numerador de A_{LR}

En esta sección mostraremos que las contribuciones de las divergencias UV en el numerador de A_{LR} se cancelan automáticamente. Para esto debemos localizar en que diagramas y en que funciones escalares de PaVe están contenidas las divergencias UV. Sabemos que los responsables de estas divergencias son las correcciones radiativas a los vértices y las autoenergías del electrón. Partamos de la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned}
\sigma_L - \sigma_R = & \left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma \right. \\
& + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma^1} + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma^2} + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^Z \\
& + \mathcal{M}_{\circ_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R2}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R3}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R4}}^Z \\
& \left. + \mathcal{M}_{\circ_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R4}}^\gamma \right|^2 \\
& - \left| \mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\square_{L1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L4}}^\gamma \right. \\
& + \mathcal{M}_{\square_{L1}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L2}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L3}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L4}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{L1}}^{\gamma^1} + \mathcal{M}_{\Delta_{L2}}^{\gamma^2} + \mathcal{M}_{\Delta_{L1}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{L2}}^Z \\
& + \mathcal{M}_{\circ_{L1}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{L2}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{L3}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{L4}}^Z \\
& \left. + \mathcal{M}_{\circ_{L1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{L2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{L3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{L4}}^\gamma \right|^2, \tag{7.8}
\end{aligned}$$

donde de acuerdo a las soluciones explícitas obtenidas en el capítulo anterior sabemos lo siguiente,

$$\left| \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^\gamma + \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R2}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R3}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{R4}}^Z \right|^2 \Rightarrow \text{finita UV},$$

$$\left| \mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\square_{L1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L4}}^\gamma + \mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{\square_{L1}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L2}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L3}}^Z + \mathcal{M}_{\square_{L4}}^Z \right|^2 \Rightarrow \text{finita UV}.$$

Los otros términos son los que contienen las divergencias UV de manera independiente. Demostraremos que el numerador de A_{LR} que se encuentra dado por la ecuación (7.8) no contiene divergencias UV. Para esto dividiré el problema en dos partes, primero haremos un conteo de divergencias UV para σ_L y despues para σ_R .

Denotando a $\sigma_R(UV)$, como el número de divergencias UV

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) = & \left| \mathcal{M}_R^\gamma + \mathcal{M}_R^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^{\gamma^1} + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^{\gamma^2} + \mathcal{M}_{\Delta_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\Delta_{R2}}^Z \right. \\
& + \mathcal{M}_{\circ_{R1}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R2}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R3}}^Z + \mathcal{M}_{\circ_{R4}}^Z \\
& \left. + \mathcal{M}_{\circ_{R1}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R2}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R3}}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ_{R4}}^\gamma \right|^2 \tag{7.9}
\end{aligned}$$

Extrayendo solo la parte que contiene la divergencia UV,

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) = & \frac{2g^2e^2(v+1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(2vs^2 + 2ts(v-1) + t^2(v-1)\right) \left(3B_0(t,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(2vs^2 + 2us(v-1) + u^2(v-1)\right) \left(3B_0(u,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)^2}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(3s^2B_0(t,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)^2}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(3s^2B_0(u,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(2vs^2 + 2ts(v-1) + t^2(v-1)\right) \left(3B_0(t,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(2vs^2 + 2us(v-1) + u^2(v-1)\right) \left(3B_0(u,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)^2}{uM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(3s^2B_0(t,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& + \frac{2g^2e^2(v+1)^2}{tM_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(3s^2B_0(u,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\
& - 4\delta Z \frac{g^2e^2(v+1)}{M_Z^2} \left(2s^2(v+1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + (v-1)\left(\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u}\right)\right), \tag{7.10}
\end{aligned}$$

y sustituyendo solo la parte divergente UV de B_0 ,

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) = & -\frac{4g^2e^2(v+1)}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \Delta \left[\frac{1}{t} \left(2vs^2 + 2ts(v-1) + t^2(v-1)\right) \right. \\
& \left. + \frac{1}{u} \left(2vs^2 + 2us(v-1) + u^2(v-1)\right)\right] - \frac{4g^2e^2(v+1)^2s^2\Delta}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) \\
& + \frac{4g^2e^2(v+1)^2s^2\Delta}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left[2s^2(v+1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + (v-1)\left(\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u}\right)\right]. \tag{7.11}
\end{aligned}$$

Despues de un poco de álgebra obtenemos,

$$\begin{aligned}
\sigma_R(UV) = & -\frac{4g^2e^2(v+1)\Delta}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left[2vs^2\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + 4s(v-1) - s(v-1) + (v+1)s^2\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right)\right] \\
& + \frac{4g^2e^2(v+1)\Delta}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) \left[2s^2(v+1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + (v-1)\left(\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u}\right)\right]. \tag{7.12}
\end{aligned}$$

Haciendo,

$$\mathcal{R} = \frac{4g^2e^2(v+1)\Delta}{M_Z^2} \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right). \tag{7.13}$$

y sustituyendo la ecuación (7.13) en (7.12),

$$\begin{aligned}\sigma_R(UV) &= -\mathcal{R}\left[2vs^2\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) - s^2(v+1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + 3s(v-1)\right] \\ &\quad + \mathcal{R}(v-1)\left(\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u}\right),\end{aligned}\tag{7.14}$$

$$\begin{aligned}\sigma_R(UV) &= -\mathcal{R}\left[s^2(v-1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + 3s(v-1)\right] \\ &\quad + \mathcal{R}(v-1)\left(2s + \frac{s^2}{t} + t + 2s + \frac{s^2}{u} + u\right) = 0.\end{aligned}\tag{7.15}$$

Con esto concluimos que las correcciones radiativas a un lazo de QED a σ_R son finitas ultravioletas.

Ahora veamos que pasa con σ_L . De nuevo escribimos solo las partes divergentes UV,

$$\begin{aligned}\sigma_L(UV) &= \left| \mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\Delta L_1}^{\gamma 1} + \mathcal{M}_{\Delta L_2}^{\gamma 2} + \mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{L}_{\Delta L_1}^Z + \mathcal{M}_{\Delta L_2}^Z \right. \\ &\quad + \mathcal{M}_L^\gamma + \mathcal{M}_{\circ L_1}^Z + \mathcal{M}_{\circ L_2}^Z + \mathcal{M}_{\circ L_3}^Z + \mathcal{M}_{\circ L_4}^Z \\ &\quad \left. + \mathcal{M}_L^Z + \mathcal{M}_{\circ L_1}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ L_2}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ L_3}^\gamma + \mathcal{M}_{\circ L_4}^\gamma \right|^2,\end{aligned}\tag{7.16}$$

sustituyendo solo las partes divergentes UV de las diferentes amplitudes, tenemos que $\sigma_L(UV)$ está dado por

$$\begin{aligned}\sigma_L(UV) &= \frac{2g^2e^2(v-1)}{tM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(2vs^2 + 2ts(v+1) + t^2(v+1)\right)\left(3B_0(t,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)}{uM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(2vs^2 + 2us(v+1) + u^2(v+1)\right)\left(3B_0(u,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)^2}{tM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(3s^2B_0(t,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)^2}{uM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(3s^2B_0(u,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)}{tM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(2vs^2 + 2ts(v+1) + t^2(v+1)\right)\left(3B_0(t,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)}{uM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(2vs^2 + 2us(v+1) + u^2(v+1)\right)\left(3B_0(u,0,0) - 4B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)^2}{uM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(3s^2B_0(t,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad + \frac{2g^2e^2(v-1)^2}{tM_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(3s^2B_0(u,0,0) - 4s^2B_0(0,0,\lambda^2)\right) \\ &\quad - 4\delta Z \frac{g^2e^2(v-1)}{M_Z^2}\left(2s^2(v-1)\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u}\right) + (v+1)\left(\frac{u^2}{t} + \frac{t^2}{u}\right)\right).\end{aligned}\tag{7.17}$$

Si sustituimos en la ecuación (7.17) solo la parte divergente UV de B_0 ,

$$\begin{aligned}
\sigma_L(UV) = & -\frac{4g^2e^2(v-1)\Delta}{M_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left[\frac{1}{t}\left(2vs^2+2ts(v+1)+t^2(v+1)\right)\right. \\
& +\frac{1}{u}\left(2vs^2+2us(v+1)+u^2(v+1)\right) \\
& -\frac{4g^2e^2(v-1)^2\Delta}{M_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right) \\
& \left.+4\frac{g^2e^2(v-1)\Delta}{M_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)\left(2s^2(v-1)\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)+(v+1)\left(\frac{u^2}{t}+\frac{t^2}{u}\right)\right)\right), \quad (7.18)
\end{aligned}$$

definiendo el siguiente término,

$$\mathcal{R}' = \frac{4g^2e^2(v-1)\Delta}{M_Z^2}\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right), \quad (7.19)$$

y simplificando la ecuación (7.18),

$$\begin{aligned}
\sigma_L(UV) = & -\mathcal{R}'\left[2vs\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)+4s(v+1)-s(v+1)+(v-1)s^2\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)\right] \\
& +\mathcal{R}'\left(2s^2(v-1)\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)+(v+1)\left(\frac{u^2}{t}+\frac{t^2}{u}\right)\right), \quad (7.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_L(UV) = & -\mathcal{R}'\left[2vs\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)-(v-1)s^2\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)+3s(v+1)\right] \\
& +\mathcal{R}'\left((v+1)\left(\frac{u^2}{t}+\frac{t^2}{u}\right)\right), \quad (7.21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_L(UV) = & -\mathcal{R}'\left[(v+1)s^2\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{u}\right)+3s(v+1)\right] \\
& +\mathcal{R}'(v+1)\left(2s+\frac{s^2}{t}+t+2s+\frac{s^2}{u}+u\right) = 0. \quad (7.22)
\end{aligned}$$

Después de toda la problemática detrás de los cálculos de correcciones radiativas, hemos encontrado que las divergencias UV que surgen en el cálculo de correcciones radiativas de QED a un lazo se cancelan automáticamente. Esto nos proporciona un buen test de que estamos haciendo los cálculos de manera correcta.

Por lo tanto el resultado obtenido, en esta primera parte del trabajo ha sido demostrar que A_{LR} para el proceso de dispersión Møller polarizado a un lazo en QED no tiene divergencias UV.

Capítulo 8

Conclusiones

El experimento E-158 llevado a cabo en SLAC en Stanford permite, como se ha discutido en capítulos anteriores, probar la teoría del Modelo Estándar a bajas energías, discutir efectos de nueva física del orden de TeV's así como calcular la carga débil del electrón a bajas energías.

EL experimento E-158 en SLAC utiliza un haz de electrones de 48 GeV longitudinalmente polarizado. El haz de electrones es producido por fotoemisión, usando un haz láser circularmente polarizado. Este haz de electrones polarizado colisiona con un blanco fijo de Hidrógeno líquido.

La principal utilidad del experimento E-158, debido a su alta precisión al medir la asimetría A_{LR} lejos del polo del Z , es buscar efectos o poner constricciones de nueva física del orden de TeV's. Actualmente una de las propuestas más interesantes de nueva física más allá del Modelo Estándar es suponer la existencia de bosones de norma neutros adicionales Z' . Por lo tanto si consideramos la existencia de un Z' en el experimento E-158 (de acuerdo al modelo teórico presentado en [35]) es posible poner restricciones sobre la masa de este nuevo Z' .

Por otra parte, una pseudo-observable física que es muy importante a bajas energías y la cual se extrae a partir de la medición de A_{LR} en E-158, es la carga débil del electrón (Q_W^e). La importancia de esta pseudo-observable física reside en que es una cantidad que no depende de cortes experimentales y además está teóricamente bien definida.

El trabajo presentado en ésta tesis consistió en determinar teóricamente todos los diagramas de Feynman a un lazo que contribuyen al proceso de dispersión antes mencionado. Una vez determinados todos los diagramas de Feynman, el siguiente paso fue determinar la amplitud de Feynman para este proceso de dispersión. Después de calcular σ_L y σ_R y construir A_{LR} , los resultados obtenidos se enumeran a continuación:

- La asimetría A_{LR} a nivel árbol que obtuve está de completo acuerdo con los resultados previamente obtenidos por E. Derman y W. Marciano [36].
- Se comprobó que las contribuciones puras¹ de QED a A_{LR} se cancelan automáticamente.
- Se demostró explícitamente que las divergencias ultravioletas (UV) que surgen en el cálculo de σ_L y σ_R a un lazo en QED se cancelan.

Los resultados obtenidos en este trabajo nos proporcionan evidencia de que el calculo de A_{LR} es correcto, puesto que sabemos que tanto σ_L y σ_R por ser observables físicas no deben contener ninguna clase de divergencia.

¹Las correcciones puras de QED son aquellas donde he añadido fotones reales o virtuales a los diagramas de Feynman a nivel árbol mediados solo por fotones.

Por otra parte el plan de trabajo a futuro es:

- Cancelar los diferentes tipos de divergencias que aún quedan (logarítmicas, cuadráticas, etc.).
- Calcular la función escalar de Passarino-Veltman D_0 .
- Calcular todas las correcciones electrodébiles y de *bremsstrahlung* que contribuyen a éste proceso de dispersión Møller polarizado.
- A partir de A_{LR} determinar el ángulo de mezcla débil (θ_W) a bajas energías y compararlo con el valor reportado experimental [2].
- Una vez calculadas todas las correcciones radiativas a un lazo al proceso de dispersión Møller, será posible discutir que es la carga débil del electrón y además se estará en posibilidad de poder dar una definición a ésta pseudo-observable física.
- Discutir los efectos de considerar al bosón de norma Z' en el proceso de dispersión Møller polarizado a bajas energías.

Bibliografía

- [1] M. Woods [SLAC E158 Collaboration], eConf **C0307282**, TTH04 (2003) [arXiv:hep-ex/0403010].
- [2] P. L. Anthony *et al.* [SLAC E158 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92**, 181602 (2004) [arXiv:hep-ex/0312035].
- [3] E. Fermi, Z. Phys. **88**, 161 (1934).
- [4] I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics*, Graduate Student Series in Physics, 2nd. Edition, Institute Of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.
- [5] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, Revised Edition, John Wiley & Sons.
- [6] T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).
- [7] M. Wu, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).
- [8] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [9] A. Salam, p. 367 of *Elementary Particle Theory*, ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1969).
- [10] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** 579 (1961).
- [11] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).
- [12] T. B. Humensky, Ph. D. Thesis “Probing the standard model and nucleon structure via parity-violating electron scattering”, Physics Department, Princeton University.
- [13] K. Bega, Ph. D. Thesis “Measurement of the Weak Mixing Angle in Møller Scattering”, Physics Department, California Institute of Technology.
- [14] G. Passarino and M. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, (1979).
- [15] G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, (1979).
- [16] A. Denner, Fortsch. Phys. **41**, 307 (1993).
- [17] J. C. Romao, Modern Techniques for One Loop Calculations, unpublished.
- [18] J. Kublbeck, H. Eck, R. Mertig, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 29A, **204** (1992).

- [19] J. Erler and P. Langacker, hep-ph/0407097.
- [20] M. Bohm, W. Hollik, H. Spiesberger, Fortschr. Phys. **34** 687 (1986).
- [21] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **12**, 132 (1964).
P. W. Higgs, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966).
T. W. B. Kibble, Phys. Rev. **10**, 531 (1963).
- [22] L. D. Fadeev, V. N. Popov, Phys. Lett. **B25** (1967) 29.
- [23] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [24] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [25] F. J. Hasert, *et al.* Nucl. Phys. B **73** (1974).
- [26] C. Arroyo, E158 Technical Note, TN #33, 2003.
- [27] J. Erler and M. J. Ramsey-Musolf, hep-ph/0404291.
- [28] T. P. Cheng and L. F. Li, *Gauge theory of elementary particle of physics*, Oxford science publications.
- [29] G. P. Zeller *et al.* [NuTeV Collaboration], Phys. Rev. Lett. **88**, 091802 (2002) [Erratum-ibid. **90**, 239902 (2003)].
- [30] C. S. Wood, S. C. Bennett, D. Cho, B. P. Masterson, J. L. Roberts, C. E. Tanner and C. E. Wieman, Science **275**, 1759 (1997).
- [31] S. C. Bennet and C. E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **82**, 2484 (1999).
- [32] P. Langacker, *Precision test of the Standar Electroweak model*, Advanced Series on Directions in High Energy Physics, Vol. 14, (World Scientific, Singapore, 1995).
- [33] J. Erler, Phys. Rev. D **52**, 28 (1995).
- [34] J. Erler and P. Langacker, Phys. Rev. Lett. **84**, 212 (2000).
- [35] A. Czarnecki and W. J. Marciano, Phys. Rev. **D**, 53 (1996).
- [36] E. Derman and W. J. Marciano, Annals Phys. **121**, 147 (1979).
- [37] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Lett. B **592**, 1 (2004).
- [38] M. Cvetič and P. Langacker, *Testing the Standard Model*, Proceedings of the Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, Boulder, USA, June 3-27, (1990).
- [39] A. Czarnecki and W. J. Marciano, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 2365 (2000).
- [40] F. Petriello, Phys. Rev. D **67**, (2003).
- [41] G. Leibbrandt, Rev. Mod. Phys. **47**, 4 (1975).

- [42] A. Denner, U. Nierste and R. Scharf, Nucl. Phys. B **367**, (1991).
- [43] L. G. Cabral-Rosetti and M. A. Sanchiz-Lozano, hep-ph/0206081.
- [44] L. G. Cabral-Rosetti, Ph. D. Thesis “Factores de forma del neutrino e invarianza gauge electrodébil, el radio de carga”, Departamento de Física, Universidad de Valencia.
- [45] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **44**, 189 (1972).
- [46] C. G. Bollini and J. J. Giambiagi, Nuovo Cim. B **12**, 20 (1972).

Apéndice A

Variables de Mandelstam

Es natural en física de partículas, trabajar con ciertas cantidades que son invariantes de Lorentz [37].

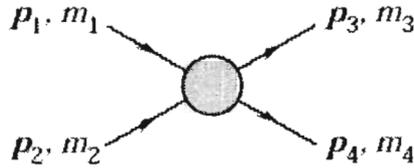


Figura A.1: Definición de variables para un estado final de dos partículas.

En una colisión como se muestra en la figura A.1 de dos partículas de cuádrimomento p_1 y p_2 y masas m_1 y m_2 , y como estados finales tenemos dos partículas con cuádrimomentos p_3 y p_4 y masas m_3 y m_4 ; las variables de Mandelstam invariantes de Lorentz están definidas por

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ &= m_1^2 + 2E_1E_2 - 2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 + m_2^2, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ &= m_1^2 - 2E_1E_3 + 2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3 + m_3^2, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} s &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \\ &= m_1^2 - 2E_1E_4 + 2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_4 + m_4^2, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

y estas variables satisfacen la siguiente relación,

$$s + t + u \equiv m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2. \quad (\text{A.4})$$