



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

CAMPUS ARAGÓN

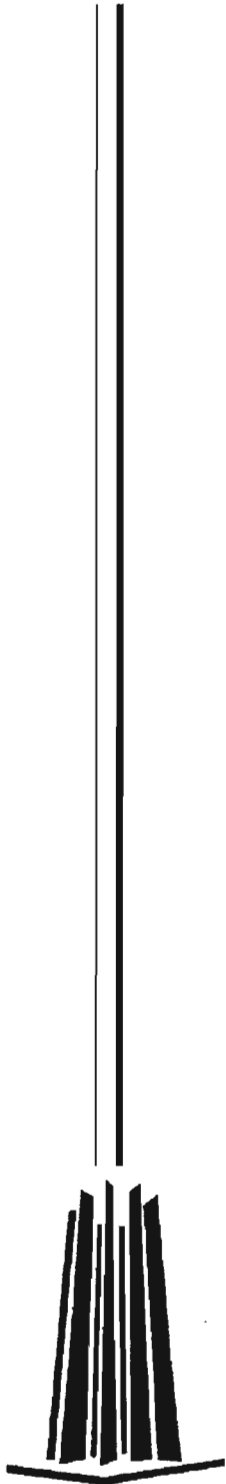
UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL OLEAJE  
REGULAR Y APLICACIONES PRÁCTICAS

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO CIVIL  
PRESENTA:  
ALEXANDER PINEDA VILLEGAS

ASESOR: ING. VALENTE TORRES ORTIZ



MÉXICO

2005

m.344401



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## *Agradecimientos.*

*Le agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme entregado los conocimientos para mi vida profesional.*

*Al Ing. Valente Torres Ortiz por ser mi guía, compartirme sus conocimientos y porque sin su apoyo este proyecto de tesis no hubiera podido concluirse.*

## *Dedicatorias.*

*Dedico este proyecto de tesis a mi mamá que hizo lo imposible para que concluyera mis estudios de inicio a fin, con mucho cariño.*

*A mi papá que siempre estuvo presente con su apoyo.*

*A mis hermanos que siempre han estado cuando los he necesitado.*

*A Nadia por brindarme su cariño, confianza y creer en mi.*

# CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL OLAJE REGULAR Y APLICACIONES PRÁCTICAS.

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN.</b>	1
<b>I TEORÍA DEL OLAJE DE AMPLITUD PEQUEÑA.</b>	5
I.1 Generalidades.	5
I.2 Potencial de velocidad.	5
I.2.1 Condiciones límites.	6
I.2.2 Suposición de amplitud pequeña.	8
I.2.3 Solución del potencial de velocidades.	8
I.2.4 Potencial de velocidad del oleaje progresivo.	11
I.3 Características del oleaje de amplitud pequeña.	12
I.3.1 Celeridad y longitud del oleaje de amplitud pequeña.	12
I.3.2 Movimiento de la partícula de agua.	14
I.3.3 Presión dentro del agua.	16
I.4 Grupo de oleaje y su celeridad.	16
I.5 Energía de la ola.	18
<b>II PROPIEDADES FUNDAMENTALES DEL OLAJE REGULAR.</b>	23
II.1 Generalidades.	23
II.2 Longitud y celeridad del oleaje regular.	23
II.3 Perfil y altura de la cresta del oleaje regular.	29
II.4 Movimiento de las partículas de agua.	31
II.4.1 Teoría del movimiento del oleaje de amplitud pequeña.	31
II.4.2 Influencia de la altura del oleaje sobre el movimiento de las partículas.	33
II.4.3 Transporte de masa debido al oleaje.	34
II.5 Oleaje estacionario.	35
II.5.1 Ola estacionaria perfecta.	35
II.5.2 Ola estacionaria parcial.	37
II.6 Energía del oleaje y su propagación.	39
II.7 Presión dentro del agua.	41

<b>III</b>	<b>TRANSFORMACIÓN DEL OLEAJE REGULAR.</b>	44
III.1	Cambio de altura debido a la profundidad.	44
III.2	Refracción del oleaje.	46
III.2.1	Principio de la refracción.	46
III.2.2	Cambio de la altura del oleaje.	47
III.2.3	Reflexión perfecta debido a la refracción.	50
III.3	Efectos de fricción por el fondo.	50
III.4	Difracción del oleaje.	53
III.5	Rompiente.	54
III.5.1	Forma de la rompiente.	54
III.5.2	Altura de la ola y profundidad de rompiente.	55
III.6	Reflexión del oleaje.	58
III.6.1	Cambio de energía por efecto de la reflexión.	58
III.6.2	Coeficiente de reflexión.	59
III.6.3	Incidencia oblicua del oleaje en muros.	60
III.7	Fenómeno de oscilación en la superficie del agua.	62
<b>IV</b>	<b>AUMENTO DEL NIVEL DEL MAR CAUSADO POR HURACANES.</b>	66
IV.1	Marea.	66
IV.1.1	Fenómeno de la marea.	66
IV.1.2	Niveles de referencia.	69
IV.2	Corrientes de marea.	70
IV.2.1	Fenómeno de las corrientes de marea.	70
IV.2.2	Corriente de marea en bocanas de bahías y puertos.	71
IV.3	Aumento del nivel del mar debido a huracanes.	75
IV.3.1	Fenómeno del aumento del nivel del mar.	75
IV.3.2	Cálculo del aumento del nivel del mar.	75
IV.3.2.1	Aumento estático del nivel del mar debido a la disminución de la presión.	75
IV.3.2.2	Aumento del nivel del mar por efecto del viento.	75
IV.3.2.3	Cálculo numérico del aumento del nivel del mar por efecto de un huracán.	78
IV.4	Tsunami.	78
IV.4.1	Refracción y reflexión del tsunami.	78
IV.4.2	Cambio de altura del tsunami.	79
IV.4.3	Ejemplo de Tsunami.	81
	<b>EJERCICIOS.</b>	82
	<b>CONCLUSIONES.</b>	101
	<b>BIBLIOGRAFÍA.</b>	103

# INTRODUCCIÓN.

Las olas son perturbaciones oceánicas que ocurren en la superficie del mar, y son observadas como ondulaciones viajando en él. El principal agente formador de las olas, es el viento. Sin embargo, no todas se generan por este, existen algunos tipos de olas, en la superficie del océano, provocadas por atracción entre los astros, conocidas como mareas, y que se deben al movimiento del sol y de la luna. Así mismo los tsunamis, son otro tipo de ola, generados por movimientos bajo el agua, de carácter sísmico.

Cuando el viento sopla sobre el océano, se forman en la superficie crestas y valles irregulares. Si los vientos son suaves, se producen olas pequeñas, si son fuertes, son capaces de formar olas de tormenta gigantescas. Aunque las olas viajan rápidamente a través del océano, el agua no se mueve a la misma velocidad, lo que es muy conveniente, pues si el agua se desplazara a la vez que la ola, se sentiría el efecto de una poderosa fuerza capaz de arrasar con lo que se le ponga delante. Lo anterior se lo puede notar claramente al observar un pequeño objeto flotando sobre el agua, que se mueve más o menos al ritmo de ésta, de adelante hacia atrás y de arriba para abajo, con las partículas de agua ocurre exactamente lo mismo que con el objeto, ya que las partículas de agua se desplazan al paso de las olas en un patrón casi circular. Este movimiento, puede ser observado más claramente al ver el movimiento de vaivén de algunas algas al paso de las olas.

Siempre existen interrogantes sobre la generación de las olas, por ejemplo, en qué medida las olas dependen de la velocidad del viento, del tiempo en que sopla y del espacio que abarca. Por ejemplo la misma tormenta puede generar olas más grandes en el Pacífico que en un estrecho o bahía, donde el ancho es limitado. Existe un tiempo desde que el viento comienza a soplar hasta que las olas empiezan a desarrollarse. Al principio, olas pequeñas aparecen en la superficie, sin embargo cuando los vientos continúan, las olas se hacen más largas y altas. Para los marineros la altura de olas no es tan importante como su inclinación, la cual puede causar condiciones adversas, especialmente para pequeñas embarcaciones. Las olas suelen ser muy inclinadas en el inicio de una tormenta, y pueden, en algún momento romper, formando

capas blancas y limitando su crecimiento. Este estado es llamado comúnmente mar completamente desarrollado.

A las olas que se encuentran lejos del área donde fueron generadas por el viento, se las conoce como mar de leva o "swell" (en inglés). La velocidad de una ola depende de su longitud, mientras más larga, más rápido viaja. Entonces cuando las olas salen de su área de generación, tienden a clasificarse por sí mismas, con las más largas delante de las más cortas. Al mismo tiempo, la energía de la ola es esparcida sobre grandes áreas de crecimiento donde las olas adquieren las formas familiares y regulares asociados con el mar de leva. Este fenómeno es bien conocido por marineros, quienes asocian el incremento de la actividad de los mares de leva como un indicador de una próxima tormenta.

Cuando las olas se aproximan a la costa, comienzan a sentir el fondo y la dirección de su viaje puede cambiar, lo que se conoce como efecto de refracción. En general, la refracción causa que la energía de la ola se concentre alrededor de las salidas de tierra y se difumine en bahías. La refracción también puede causar que las olas se alineen paralelas a la playa al acercarse a ésta. Las olas también pueden ampliarse cuando, éstas viajen en una corriente opuesta, formando peligrosas corrientes de resaca "rips" o corrientes de retorno. Eventualmente las olas corren hacia la costa aumentando su altura 1.5 veces a lo que tenían en aguas profundas y finalmente rompen en la zona conocida como de "rompiente". En este sitio las olas llegan a ser muy inclinadas y el agua comienza a moverse a la velocidad de las olas. Estos dos efectos hacen de la "zona de rompiente" un lugar potencialmente peligroso. El agua empujada hacia la playa por las olas rompientes a menudo retornan al mar en forma de fuertes y estrechas corrientes llamadas corrientes de resaca "rip currents" o corrientes de retorno. Estas corrientes pueden ser muy vigorosas y fácilmente pueden llevar a un nadador mar adentro.

Se han observado olas de hasta 30 m durante tormentas severas. Estos son casos extremos. Sin embargo, olas inusualmente grandes, son reportadas rutinariamente durante cualquier época, inclusive en condiciones de relativa calma. Tales olas pueden ocurrir cuando varias olas viajan en diferentes direcciones y todas llegan finalmente al mismo lugar en un mismo tiempo. Su vida es corta, solamente de algunos minutos, y son totalmente impredecibles y de corta duración. Se ha observado que estas grandes olas, suelen venir en grupos.

Los tsunamis son olas gigantescas que llegan a las costas con mínimo o ningún aviso. Un tsunami es causado por los terremotos o los volcanes



que mueven la tierra en el fondo del mar. Este movimiento se llama "temblor de tierra". Cuando un temblor desliza tierra bajo el mar, el agua de la superficie sube y se convierte en una joroba. Esta oleada empieza a avanzar por la superficie. Después de avanzar por mucho tiempo, la oleada por fin llega a la costa y choca contra la tierra. Una ola tsunami puede medir más de 7 metros (21 pies) de altura.

El término tsunami es japonés y proviene de las raíces TSU (Puerto) y NAMI (Ola), lo que en conjunto significa Ola de Puerto; lo utilizaron los japoneses para referirse a grandes olas que impactaban sus puertos después de la ocurrencia de grandes temblores. El sinónimo en el idioma español es Maremoto, aunque este término no es adecuado porque da la idea de que el mar interviene en su génesis. Las tres etapas de un tsunami son: generación, propagación e inundación. Para entender los tsunamis es útil distinguirlos de las olas generadas por el viento o por las mareas. Las brisas que soplan a través del océano pliegan la superficie del agua en ondas relativamente cortas que crean corrientes en la capa superficial, o sea, la mayoría de su energía está cerca de la superficie y el movimiento del agua inducido por esas ondas decae exponencialmente con la profundidad. Las mareas terrestres producen corrientes que alcanzan el fondo del océano, pero éstas son provocadas por fuerzas gravitacionales entre la Luna y el Sol. Los tsunamis son diferentes de las ondas generadas por el viento y por las mareas, pues en ellos el flujo es en toda la columna de agua, pero a diferencia de las ondas de marea, son provocados por la fuerza gravitacional.

Muchos tsunamis han chocado contra las costas de las islas japonesas. Si se quiere entender el por qué, hay que buscar a Japón en un mapa del mundo. Se ve que sus costas, del sur y del este, se encuentran sobre el Océano Pacífico. Un tsunami se puede formar muy lejos en el sur, o el este, de Pacífico, avanza hacia el Continente Asiático. Mientras avanza hacia el oeste, su velocidad y tamaño se intensifican. Por miles y miles de millas, no hay tierra que lo detenga o lo calme, luego, choca contra las costas de Japón. Por eso en este país se tienen más tsunamis que en cualquier otro lugar del mundo.

Hoy día, los científicos pueden determinar con más frecuencia cuándo un tsunami se está formando. Utilizan una máquina, llamada sismógrafo, que los ayuda a localizar terremotos bajo el mar. Además, las fotos e imágenes tomadas desde aviones y satélites espaciales muestran las olas de los océanos. Los científicos pueden enviar avisos preventivos a ciudades costeras de que una ola gigantesca está avanzando.

Los tsunamis se pueden definir como oscilaciones del agua del mar o del océano, generadas por grandes y abruptas perturbaciones del fondo marino (oceánico) o de la superficie, tales como desplazamientos en fallas (lo que a su vez genera un temblor), erupciones volcánicas, deslizamientos de tierra e impacto de meteoritos.

Como se puede observar el oleaje en la naturaleza es muy complejo e irregular, por tal motivo el objetivo del presente trabajo es simplificar el análisis del mismo a través del estudio de sus características generales considerándolo regular, es decir, eliminando su característica irregular.

Los temas que se tratan son:

- **Capítulo 1:** Trata de la teoría del oleaje de amplitud pequeña que nos sirve para entender las características fundamentales del oleaje, tales como; celeridad, longitud, potencial de velocidad, etcétera.
- **Capítulo 2:** En este capítulo se describen las propiedades fundamentales del oleaje regular, el movimiento de las partículas de agua. Así como las propiedades del oleaje estacionario, su energía, propagación y presión.
- **Capítulo 3:** Se estudia el cambio del oleaje provocado por diferentes factores que lo transforman, tales como; la profundidad del mar, la fricción en el fondo, estructuras naturales o artificiales, etcétera.
- **Capítulo 4:** En esta sección se estudia el aumento del nivel del mar cuando se presenta una perturbación atmosférica (huracán) o por efecto de la marea.

Para la mejor comprensión del tema se presentan ejercicios prácticos, además de las conclusiones a las que se llegó en este trabajo.

## CAPITULO I.

# TEORÍA DEL OLAJE DE AMPLITUD PEQUEÑA.

### I.1 Generalidades.

La teoría del oleaje de amplitud pequeña se desarrolló inicialmente por Airy en 1845 y es la más conveniente para entender los perfiles fundamentales del oleaje, por tanto es necesario estudiar la teoría del oleaje de amplitud pequeña antes de tratar los problemas sobre el oleaje.

### I.2 Potencial de velocidad.

Es la solución matemática del oleaje que transita sobre la superficie de agua. Este tipo de olas son de gravedad, es decir, que son controladas por las fuerzas gravitacionales. Se puede pensar que estas olas se han desarrollado por alguna fuerza natural desde la condición de reposo. Tomando en cuenta el principio de hidrodinámica, este movimiento es un movimiento sin vértice y con un potencial de velocidades.

Este potencial tiene que satisfacer la ecuación (1.1), que es la ecuación de Laplace:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad (1.1)$$

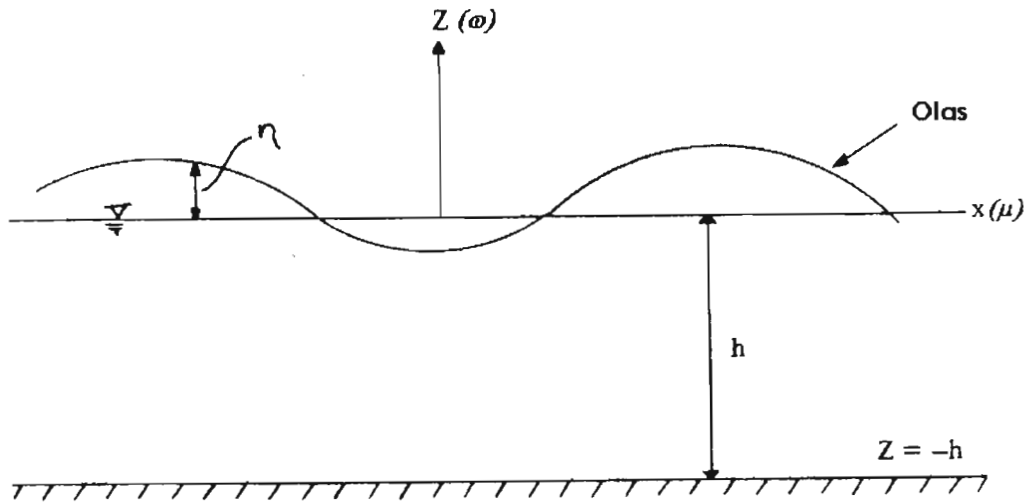
$$\left( \text{donde } u = -\frac{d\phi}{dx}, \quad w = -\frac{d\phi}{dz} \right)$$

Donde:

$x$ : es la abscisa con dirección perpendicular a las olas.

$z$ : es la ordenada sobre la superficie del agua.

En Figura 1.1.  $u$  y  $w$  indican la velocidad del agua hacia  $x$  y  $z$  respectivamente.



**Figura 1.1 Plano coordenado (x,z) del oleaje.**

### 1.2.1 Condiciones límites.

Hay muchas soluciones que satisfacen la ecuación (1.1), por lo tanto tienen que darse las condiciones justas para conseguir la solución del problema.

#### 1) Condición del fondo, en el mar.

Una partícula de agua no puede pasar por el fondo del mar, por lo tanto

$$w = -\frac{d\phi}{dz} = 0 \quad \text{en } z = -h \quad (1.2)$$

#### 2) Condición de continuidad en la superficie del agua.

Si el desnivel entre la superficie de la ola y el nivel de reposo, se designa como  $\eta$ , la superficie de la ola se define como:

$$Z = \eta(x, t) \quad \text{en la superficie}$$

Por lo tanto:

$$F(x, z, t) = z - \eta(x, t) = 0 \quad (1.3)$$

Como una partícula de agua no puede pasar de la superficie:

$$\frac{DF}{Dt} = 0$$

Es decir:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} - \frac{d\eta}{dt} &= 0 \\ \text{si } w &= \frac{dz}{dt} = -\frac{d\phi}{dz} \\ \therefore -\frac{d\phi}{dz} - \frac{d\eta}{dt} - \frac{d\eta}{dx} \frac{dx}{dt} &= 0 \\ \text{si } u &= \frac{dx}{dt} \\ \therefore \frac{d\phi}{dz} + \frac{d\eta}{dt} + u \frac{d\eta}{dx} &= 0 \quad \text{en } z = \eta \end{aligned} \quad (1.4)$$

### 3) Condición de la presión manométrica en la superficie de la ola.

Usando la ecuación de Bernoulli:

$$-\frac{d\phi}{dt} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (1.5)$$

Donde:

$\rho$ : es la densidad de agua.

$p$ : es la presión.

$g$ : es la aceleración de la gravedad.

La presión atmosférica se toma como base de la presión, entonces  $p = 0$  en la superficie. Por lo cual:

$$-\frac{d\phi}{dt} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + g\eta = 0 \quad \text{en } z = \eta \quad (1.6)$$

### 1.2.2 Suposición de amplitud pequeña.

Generalmente es difícil obtener la solución desde las ecuaciones (1.4), (1.5) y (1.6), porque en ellas se incluyen productos de funciones desconocidas, éstas son:

$$u \left( \frac{dn}{dx} \right) \quad \text{y} \quad (u^2 + w^2)$$

Sí se supone que la amplitud  $\eta$  es pequeña, de las ecuaciones (1.4) y (1.6) se obtiene:

$$\frac{d\eta}{dt} + \frac{d\phi}{dz} = 0 \quad \text{en } z = 0 \quad (1.7)$$

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{d\phi}{dt} \quad \text{en } z = 0 \quad (1.8)$$

El oleaje de amplitud pequeña es aquel que se obtiene con las condiciones de las ecuaciones (1.7) y (1.8).

### 1.2.3 Solución del potencial de velocidades.

En este apartado se busca la solución general de ecuación (1.1).

Suponiendo el valor de  $\phi$ , como a continuación se indica:

$$\phi(x, z, t) = X(x); Z(z); T(t) \quad (1.9)$$

Al sustituir la ecuación (1.9) en la ecuación (1.1) se obtiene:

$$Z \cdot T \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} + X \cdot T \cdot \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0$$

Al dividir esta ecuación por  $X \cdot Z \cdot T$ , queda:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} \quad (1.10)$$

El término de la izquierda es función de  $x$  y el término de la derecha es función de  $z$ . Por eso, los valores de ambos términos deben ser igual a alguna constante, por ejemplo,  $-k^2$ . Es decir:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} &= -k^2 \\ \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} &= k^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Las soluciones de las ecuaciones (1.11) son:

$$\left. \begin{aligned} X(x) &= A \cos kx + B \operatorname{sen} kx \\ Z(z) &= C e^{kz} + D e^{-kz} \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son constantes.

Por otro lado, la función de tiempo  $T(t)$  en la ecuación (1.9) no puede obtenerse directamente desde las ecuaciones (1.11). Pero, la solución tiene que ser periódica, por eso se expresa como:  $E \cos \sigma t + F \operatorname{sen} \sigma t$ , donde  $E$  y  $F$  son constantes.

Por lo tanto, se obtienen los siguientes potenciales de velocidad:

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 (C e^{kz} + D e^{-kz}) \cos kx \cdot \cos \sigma t \\ \phi_2 &= A_2 (C e^{kz} + D e^{-kz}) \cos kx \cdot \operatorname{sen} \sigma t \\ \phi_3 &= A_3 (C e^{kz} + D e^{-kz}) \operatorname{sen} kx \cdot \cos \sigma t \\ \phi_4 &= A_4 (C e^{kz} + D e^{-kz}) \operatorname{sen} kx \cdot \operatorname{sen} \sigma t \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Los potenciales de velocidad de la ecuación (1.13) son periódicos hacia la dirección de  $x$ . Esta distancia de repetición corresponde a la longitud de la ola, es decir  $L$ . Por lo tanto:

$$\cos kx = \cos k(x+L) = \cos(kx + kL)$$

Entonces;  $kL = 2\pi$

$$\therefore k = \frac{2\pi}{L}$$

Como también es periódico respecto al tiempo:

$$\cos \sigma t = \cos \sigma(t+T) = \cos(\sigma t + \sigma T)$$

Entonces;  $\sigma T = 2\pi$

$$\therefore \sigma = \frac{2\pi}{T}$$

Por lo que, las condiciones límites se usan para obtener el valor de las constantes.

Primero, al usar la ecuación (1.2) sobre  $\phi_1$ ,

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_1}{dz} \Big|_{z=-h} &= A_1 k (C e^{kz} - D e^{-kz}) \cos kx \cos \sigma \Big|_{z=-h} = 0 \\ C e^{kz} - D e^{-kz} \Big|_{z=-h} &= 0 \\ C e^{-kh} - D e^{kh} &= 0 \\ \therefore C &= D e^{2kh} \end{aligned} \quad (1.14)$$

La relación de la ecuación (1.14) tiene que realizarse también sobre los potenciales  $\phi_2, \phi_3$ , y  $\phi_4$ .

De la ecuación (1.14) se obtiene:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= A_1 D (e^{2kh} \cdot e^{kz} + e^{-kz}) \cos kx \cos \sigma \\ \phi_1 &= A_1 D e^{kh} (e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)}) \cos kx \cdot \cos \sigma \\ \phi_1 &= 2 A_1 D e^{kh} \cos hk (h+z) \cdot \cos kx \cdot \cos \sigma \end{aligned} \quad (1.15)$$

Por medio de la ecuación (1.8) obtenemos la altura del perfil  $\eta$  que es:

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{d\phi_1}{dt} \Big|_{z=0} = -\frac{1}{g} 2\sigma A_1 D e^{kh} \cos h \cdot kh \cdot \cos kx \cdot \text{sen } \sigma \quad (1.16)$$

El valor absoluto mayor de  $\eta$  se encuentra en  $H_2$ , esto sucede en el tiempo cuando:

$$\cos kx \cdot \text{sen } \sigma = \pm 1$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{H}{2} &= \frac{1}{g} 2\sigma A_1 D e^{kh} \cosh kh \\ \therefore A_1 D e^{kh} &= \frac{gH}{4\sigma \cosh kh} \end{aligned} \quad (1.17)$$



Al sustituir la ecuación (1.17) en la ecuación (1.15), se obtiene el potencial de velocidad  $\phi_1$ . Los potenciales  $\phi_2, \phi_3, \text{ y } \phi_4$  se obtienen de la misma forma. Finalmente, los potenciales de velocidad del oleaje de amplitud pequeña se expresan en la ecuación (1.18):

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \cdot \cos \sigma \\ \phi_2 &= \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \cdot \text{sen } \sigma \\ \phi_3 &= \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \text{sen } kx \cdot \cos \sigma \\ \phi_4 &= \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \text{sen } kx \cdot \text{sen } \sigma \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

#### 1.2.4 Potencial de velocidad del oleaje progresivo.

Los valores de los potenciales  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \text{ y } \phi_4$  expresados en la ecuación (1.18) se utilizan para el oleaje estacionario, porque en la ecuación (1.16),  $\eta$  siempre es cero por:  $kx = \pi/2, 3\pi/2$ , y siempre el valor mayor por:  $kx = 0, \pi$ . Para obtener el potencial de velocidad  $\phi$  de las olas progresivas, al deducir  $\phi_3$  de  $\phi_2$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_2 - \phi_3 \\ \phi &= \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\cos kx \text{ sen } \sigma - \text{sen } kx \cos \sigma) \\ \phi &= -\frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\text{sen } kx \cos \sigma - \cos kx \text{ sen } \sigma) \\ \phi &= -\frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\text{sen}(kx - \sigma)) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Esta solución también satisface la ecuación fundamental (1.1) y las condiciones límites.

El perfil  $\eta$  se encuentra al sustituir la ecuación (1.19) en la ecuación (1.8):

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{g} \frac{d\phi}{dt} \Big|_{z=0} = -\frac{gH}{g2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma) \cdot (-\sigma) \Big|_{z=0} \\ \eta &= \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Desde esta ecuación se tiene:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos k \left( x - \frac{\sigma}{k} t \right) = f \left( x - \frac{\sigma}{k} t \right) \quad (1.21)$$

Por lo tanto,  $\eta$  en el punto de  $x + \left( \frac{\sigma}{k} \right) \Delta t$  después de un  $\Delta t$  es:

$$\begin{aligned} \eta \left( x + \left( \frac{\sigma}{k} \right) \Delta t, t + \Delta t \right) &= f \left[ \left( x + \frac{\sigma}{k} \Delta t \right) - \frac{\sigma}{k} (t + \Delta t) \right] \\ \eta \left( x + \left( \frac{\sigma}{k} \right) \Delta t, t + \Delta t \right) &= f \left( x - \frac{\sigma}{k} t \right) \\ \eta \left( x + \left( \frac{\sigma}{k} \right) \Delta t, t + \Delta t \right) &= \eta(x, t) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Es decir, la altura del perfil de la ecuación (1.21) se desplaza al punto de  $x + \left( \frac{\sigma}{k} \right) \Delta t$  después de un  $\Delta t$ .

El valor de esta celeridad de desplazamiento horizontal del perfil es:

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left( \frac{\sigma}{k} \right) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{\sigma}{k} \quad (1.23)$$

Por lo tanto, la ecuación (1.19) se utiliza para calcular el oleaje progresivo que se dirige en sentido positivo de  $x$ .

Igualmente, la suma de  $\phi_2$  y  $\phi_3$  se utiliza para calcular el oleaje progresivo que se dirige en sentido negativo de  $x$ .

Es decir, el potencial y el perfil son:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_2 + \phi_3 = \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh(kh)} \operatorname{sen}(kx + \sigma t) \\ \eta &= \frac{H}{2} \cos(kx + \sigma t) \end{aligned} \quad (1.24)$$

### 1.3 Características del oleaje de amplitud pequeña.

#### 1.3.1 Celeridad y longitud del oleaje de amplitud pequeña.

Como el potencial  $\phi$  de la velocidad y el perfil  $\eta$  se han obtenido, la relación entre celeridad  $c$  y longitud  $L$  de la ola ya no se calculan.

Al sustituir las ecuaciones (1.19) y (1.20) en la ecuación (1.7) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{H}{2} \sigma \operatorname{sen}(kx - \sigma t) - \frac{H}{2} \frac{gk \operatorname{sen} kh}{\cosh kh} \operatorname{sen}(kx - \sigma t) &= 0 \\ \therefore \sigma - \frac{gk \operatorname{sen} kh}{\cosh kh} &= 0 \\ \therefore \sigma^2 &= gk \tanh kh \end{aligned} \quad (1.25)$$

Usando las relaciones de  $\sigma = \frac{2\pi}{T}$  y  $k = \frac{2\pi}{L}$

$$\begin{aligned} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 &= g \frac{2\pi}{L} \tanh \frac{2\pi}{L} h \\ \therefore L &= \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi}{L} h \end{aligned} \quad (1.26)$$

Obteniendo la celeridad  $c$  de la ecuación (1.23):

$$C = \frac{\sigma}{k} = \frac{L}{T} = \frac{g}{2\pi} T \tanh \frac{2\pi}{L} h \quad (1.27)$$

De la ecuación (1.26) se despeja  $T$ , y se tiene:

$$T = \frac{L}{\frac{g}{2\pi} \tanh \frac{2\pi}{L} h}$$

Al sustituir el valor de  $T$  en la ecuación (1.27), se tiene que:

$$\begin{aligned} C &= \frac{g}{2\pi} \frac{L}{\frac{g}{2\pi} \tanh \frac{2\pi}{L} h} \cdot \tanh \frac{2\pi}{L} h \\ C &= \frac{gL \tanh \frac{2\pi h}{L}}{2\pi} \end{aligned} \quad (1.28)$$

### 1.3.2 Movimiento de la partícula de agua.

Los componentes  $u$  y  $w$  de la velocidad de la partícula de agua dentro del oleaje son iguales a la derivada parcial del potencial de velocidad  $\phi$ . Por lo tanto:

$$u = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{gkH}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t)$$

$$w = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{gkH}{2\sigma} \frac{\sinh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - \sigma t)$$

Desde la ecuación (1.25):

$$\frac{gk}{2\sigma} \frac{1}{\cosh kh} = \frac{\pi}{T} \frac{1}{\sinh kh}$$

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t)$$

$$w = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t)$$
(1.29)

Los desplazamientos de las partículas de agua se obtienen por la integración sobre el tiempo  $t$  de  $u$  o  $w$ . Es decir, si  $\xi$  y  $\zeta$  son los componentes del desplazamiento en la dirección de los ejes  $x$  y  $z$ , se tiene:

$$\xi = \int u dt = -\frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t)$$

$$\zeta = \int w dt = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t)$$
(1.30)

Donde  $(x, z)$ , corresponden a la posición media de la partícula durante un periodo de la ola. En general, la velocidad cambia con el desplazamiento, pero no tienen errores grandes al usar el valor medio como en la ecuación (1.30). Si en la ecuación (1.30), el dominio de la ecuación se toma de  $t=0$  a  $t=T$ ,  $\xi$  y  $\zeta$  son cero. Esto indica que la partícula se mueve alrededor de su posición media y después del paso completo de una ola, las partículas regresan a la misma posición sin ocurrir desplazamiento.

Para obtener esa trayectoria de movimiento del agua, la ecuación (1.30) se transforma en:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(kx - \sigma) &= \frac{2\xi}{H} \frac{\operatorname{senh} kh}{\cosh k(h+z)} \\ \cos(kx - \sigma) &= \frac{2\zeta}{H} \frac{\operatorname{senh} kh}{\operatorname{senh} k(h+z)}\end{aligned}$$

Usando la identidad trigonométrica;  $\operatorname{sen}^2 \Theta + \cos^2 \Theta = 1$ , se tiene:

$$\left( \frac{\xi^2}{\left( \frac{H \cosh k(h+z)}{2 \operatorname{senh} kh} \right)^2} + \frac{\zeta^2}{\left( \frac{H \operatorname{senh} k(h+z)}{2 \operatorname{senh} kh} \right)^2} \right) = 1 \quad (1.31)$$

Es decir, las partículas describen trayectorias elípticas, pudiéndose calcular las longitudes de los semiejes como sigue:

$$\begin{aligned}\text{eje largo: } A &= \frac{H \cosh k(h+z)}{2 \operatorname{senh} kh} \\ \text{eje corto: } B &= \frac{H \operatorname{senh} k(h+z)}{2 \operatorname{senh} kh}\end{aligned} \quad (1.32)$$

En aguas profundas, se tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\cosh k(h+z) &= \operatorname{senh} k(h+z) = \frac{1}{2} e^{k(h+z)}, \\ \operatorname{senh} k(h+z) &= \frac{1}{2} e^{k(h+z)}\end{aligned}$$

Por lo anterior, se tiene que:

$$A = \frac{1}{2} H e^{kz}, \quad B = \frac{1}{2} H e^{kz} \quad (1.33)$$

Es decir, los denominadores de la ecuación (1.31) son iguales, por lo tanto la trayectoria es circular.

En olas de longitud larga,  $k \rightarrow 0$ , por eso:

$$\begin{aligned}\cosh k(h+z) &= 1 \\ \operatorname{senh} k(h+z) &= k(h+z) \\ \operatorname{senh} kh &= kh\end{aligned}$$

En consecuencia, se tiene que:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \frac{H \cdot 1}{kh} = \frac{L}{4\pi} \cdot \frac{H}{h} \\ B &= \frac{1}{2} H \frac{k(h+z)}{kh} = \frac{H}{2} \left( 1 + \frac{z}{h} \right) \end{aligned} \quad (1.34)$$

Es decir, el eje largo no se relaciona con  $z$ , entonces la distancia del movimiento horizontal de agua es igual, de la superficie al fondo.

### I.3.3 Presión dentro del agua.

La presión manométrica dentro del agua está calculada por la ecuación (1.5), donde el término  $(u^2 + w^2)_2$  puede omitirse para la suposición del oleaje de amplitud pequeña, entonces:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{d\phi}{dt} - gz \quad (1.35)$$

En el segundo miembro, el primer término indica la presión ejercida por la ola y el segundo término indica la presión estática.

Al sustituir el valor de  $\phi$ , de la ecuación (1.19) en la ecuación (1.35) se obtendrá:

$$p = \frac{\rho g H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) - \rho g z \quad (1.36)$$

### I.4 Grupo de oleaje y su celeridad.

El grupo de oleaje indica una parte de la línea de olas que avanzan como un grupo distinto de otras olas. Por ejemplo, cuando las alturas de las olas se hacen grandes y después se hacen pequeñas, periódicamente, una parte de estas alturas que crecen y decrecen se puede pensar que son un grupo de olas.

La velocidad en que tal grupo de olas se transmite, generalmente no es igual a la celeridad de cada ola que constituye ese grupo. Al sobreponer dos olas de igual amplitud con periodos ligeramente diferentes se obtiene:

$$\eta_1 = \eta_1 + \eta_2 = \frac{H}{2} \cos(k_1 x - \sigma_1 t) + \frac{H}{2} \cos(k_2 x - \sigma_2 t)$$

$$\eta_T = H \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} x - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} t\right) \quad (1.37)$$

$$\left[ \therefore \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \right] \quad (1.38)$$

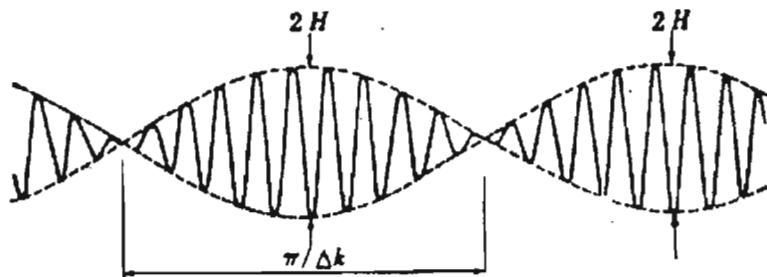
Como la diferencia de  $T_1 - T_2$  es muy pequeña, se tiene que:

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 = 2\Delta\sigma & \quad \sigma_1 - \sigma_2 = 2\sigma \\ k_1 - k_2 = 2\Delta k & \quad k_1 - k_2 = 2k \end{aligned} \quad (1.39)$$

Por lo tanto, la ecuación (1.38) se expresa como se indica a continuación:

$$\eta_T = H \cos(\Delta k \cdot x - \Delta\sigma \cdot t) \cos(kx - \sigma t) \quad (1.40)$$

De la ecuación (1.40) se obtiene la siguiente gráfica:



**Figura 1.2 Grupo de olas que forman grupos senoidales.**

En la ecuación (1.40), el valor de:  $\cos(\Delta k \cdot x - \Delta\sigma \cdot t)$ , cambia muy lentamente en comparación con el de:  $\cos(kx - \sigma t)$ . Por eso, la ecuación (1.40) indica una ola progresiva con la amplitud igual a:  $H \cos(\Delta k \cdot x - \Delta\sigma \cdot t)$ , que cambia entre cero y  $H$ . En la figura 1.2, las líneas punteadas indican el valor de  $H \cos(\Delta k \cdot x - \Delta\sigma \cdot t)$ . Una longitud de este cambio es:  $\pi/\Delta k$ , por lo que se puede pensar que es un grupo de olas.

Cada ola que constituye un grupo de olas está dada por el valor:  $\cos(kx - \sigma t)$ . La celeridad está dada en la ecuación (1.23), pero la celeridad con que el grupo de olas con valor  $\cos(\Delta k \cdot x - \Delta\sigma \cdot t)$  progresa, está dada por la ecuación (1.41), que a continuación se presenta:

$$C_G = \frac{\Delta\sigma}{\Delta k} \quad (1.41)$$

Sí  $\Delta\sigma \rightarrow 0$  se tiene que:

$$C_G = \lim_{\Delta\sigma \rightarrow 0} \frac{\Delta\sigma}{\Delta k} = \frac{d\sigma}{dk} \quad (1.42)$$

Al usar la relación que se tiene en la ecuación (1.25), se obtendrá:

$$C_G = \frac{d\sigma}{dk} = \frac{\sigma}{2k} \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \quad (1.43)$$

Además, usando  $c = \frac{\sigma}{k}$  de la ecuación (1.23), se tiene:

$$C_G = nC, \quad n = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \quad (1.44)$$

Donde:

$n$ : es el factor de grupo.

$c$ : es la celeridad de grupo.

### 1.5 Energía de la ola.

La energía de una ola es la suma de las energías potencial y cinética. Se calcula la energía para una amplitud unitaria y toda la longitud de la ola.

La energía potencial debida al oleaje, está dada como la diferencia entre: cuando hay oleaje y cuando no hay. La energía potencial del área pequeña ( $dx \cdot dz$ ) mostrada en la figura 1.3, es igual a ( $\rho g z \cdot dx \cdot dz$ ).

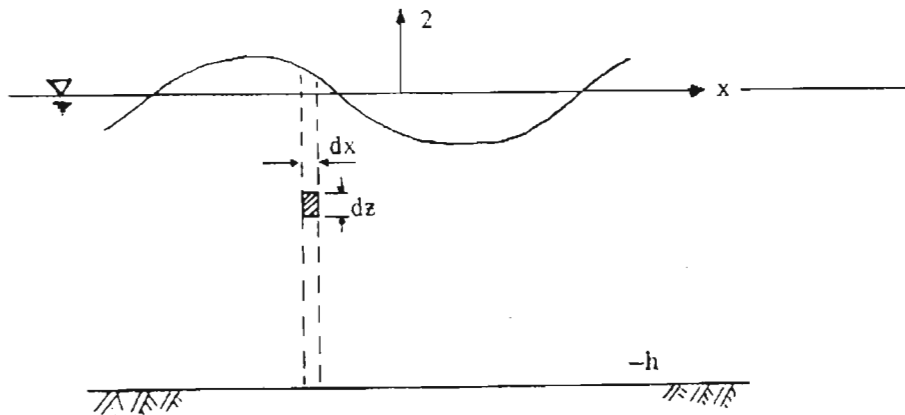


Figura 1.3 Deducción de la energía de la ola.



Entonces, la energía potencial de toda la longitud de la ola es:

$$\begin{aligned}
 E_{pl} &= \int_0^L dx \int_{-h}^{\eta} \rho g z dz - \int_0^L dx \int_{-h}^0 \rho g z dz \\
 E_{pl} &= \int_0^L dx \int_0^{\eta} \rho g z dz = \int_0^L \left[ \rho g \frac{z^2}{2} \right]_0^{\eta} dx = \frac{1}{2} \rho g \int_0^L \eta^2 dx \\
 E_{pl} &= \frac{1}{2} \rho g \frac{H^2}{4} \int_0^{2\pi/k} \cos^2 kx dx \quad \left[ \because k = \frac{2\pi}{L}, \quad L = \frac{2\pi}{k} \right] \\
 E_{pl} &= \frac{1}{2} \rho g \frac{H^2}{4} \frac{1}{k} \left( \frac{1}{4} \text{sen } 2kx + \frac{kx}{2} \right) \Big|_0^{2\pi/k} \\
 E_{pl} &= \frac{1}{16} \rho g H^2 \frac{2\pi}{k} \\
 E_{pl} &= \frac{1}{16} \rho g H^2 L \tag{1.45}
 \end{aligned}$$

La energía cinética del área ( $dx \cdot dz$ ) es:  $\frac{\rho}{2} \cdot (u^2 + w^2) dx \cdot dz$ . Debido a esto, la energía cinética de toda la longitud de la ola está dada por la siguiente expresión:

$$E_{kl} = \int_0^L dx \int_{-h}^{\eta} \frac{\rho}{2} (u^2 + w^2) dz$$

Al sustituir la ecuación (1.29) con valores de  $t=0$  y  $\eta=0$ , para el limite superior de la integral, se tiene:

$$E_{kl} = \rho \int_0^L dx \int_{-h}^0 \frac{g^2 k^2 H^2}{8\sigma^2 \cosh^2 kh} \left( \cosh^2 k(h+z) \cdot \cos^2 kx + \text{senh}^2 k(h+z) \text{sen}^2 kx \right) dx \cdot dz$$

Sustituyendo el valor de:  $\left[ \cosh^2 x \cdot \text{sen}^2 y + \text{senh}^2 x \cdot \cos^2 y = \frac{1}{2} (\cosh 2x - \cos 2y) \right]$ , se obtendrá la siguiente ecuación:

$$E_{kl} = \rho \int_0^L dx \int_{-h}^0 \frac{g^2 k^2 H^2}{16\sigma^2 \cosh^2 kH} [\cosh 2k(h+z) - \cos 2kx] dx \cdot dz$$

Como,  $\sigma^2 = gk \tanh kh$

Entonces,  $\frac{\sigma^2}{gk} = \tanh kh = \frac{\text{senh } kh}{\cosh kh}$

$$\therefore \frac{g^2 k^2 H^2}{16\sigma^2 \cosh^2 kh} = \frac{gkH^2}{16 \text{senh } kh \cosh kh} = \frac{gkH^2}{8 \text{senh } 2kh}$$

Substituyendo el valor anterior se obtiene:

$$\begin{aligned}
 E_{kl.} &= \frac{1}{8} \frac{\rho g k H^2}{\sinh 2kh} \int_0^L dx \int_{-h}^0 [\cosh 2k(h+z) - \cos 2kx] dz \cdot dx \\
 E_{kl.} &= \frac{1}{8} \frac{\rho g k H^2}{\sinh 2kh} \int_0^L \left( \frac{1}{2k} \sinh 2kh - h \cos 2kx \right) dx \\
 E_{kl.} &= \frac{1}{8} \frac{\rho g k H^2}{\sinh 2kh} \left( \frac{1}{2k} \sinh 2kh \right) \\
 E_{kl.} &= \frac{1}{16} \rho g H^2 L \tag{1.46}
 \end{aligned}$$

La energía total de una ola  $E_t$  es:

$$\begin{aligned}
 E_t &= E_{pl.} + E_{kl.} \\
 E_t &= \frac{1}{16} \rho g H^2 \cdot L + \frac{1}{16} \rho g H^2 \cdot L \\
 E_t &= \frac{1}{8} \rho g H^2 \cdot L \tag{1.47}
 \end{aligned}$$

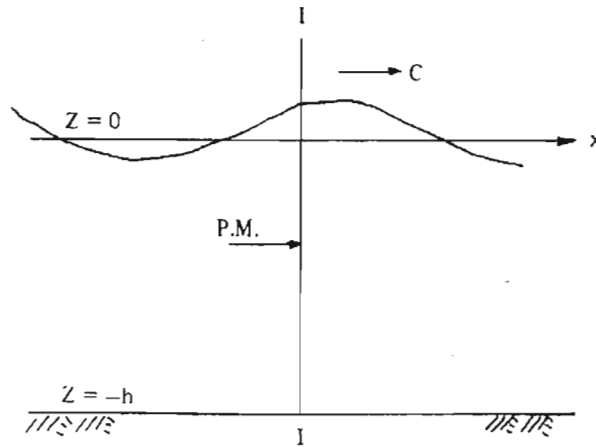
La energía media por unidad de superficie es:

$$\begin{aligned}
 E &= E_p + E_v \\
 E &= \frac{E_{pl.}}{L} + \frac{E_v}{L} \\
 E &= \frac{1}{16} \rho g H^2 + \frac{1}{16} \rho g H^2 \\
 E &= \frac{1}{8} \rho g H^2 \tag{1.48}
 \end{aligned}$$

Ambas energías, potencial y cinética, son iguales. La energía media es igual a  $\frac{\rho g H^2}{8}$  por unidad de superficie de agua.

Ahora se obtendrá la propagación de energía del oleaje como sigue:

Se supone una sección imaginaria I-I en el agua, en donde la ola avanza. El trabajo hecho por unidad de tiempo contra esta sección es el producto de la presión manométrica y la celeridad de las partículas de agua, que es igual a la cantidad propagada de la energía de la ola.



**Figura 1.4 Propagación del oleaje.**

Entonces, el valor medio y propagado de la energía por unidad de tiempo  $W$  es:

$$W = \frac{1}{T} \int_{-h}^0 \int_t^{t+T} p \cdot u \, dt \, dz$$

$$W = \frac{1}{T} \int_{-h}^0 \int_t^{t+T} \left( \frac{\rho g H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) - \rho g z \right) \cdot \left( \frac{g k H}{2 \sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) \right) dt \, dz$$

$$W = \frac{1}{T} \int_{-h}^0 \int_t^{t+T} \left[ \frac{\rho g \sigma H^2}{2} \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\sinh 2kh} \cos^2(kx - \sigma t) - \rho g z \cdot \frac{\sigma H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \right] dt \, dz$$

Si  $\frac{gk}{\sigma \cosh kh} = \frac{\sigma gk}{\sigma^2 \cosh kh} = \frac{\sigma}{gk} = \frac{\sigma}{\tanh kh \cdot \cosh kh} = \frac{\sigma}{\sinh kh}$ , se obtiene:

$$W = \frac{1}{T} \int_{-h}^0 \frac{\rho g \sigma H^2}{2} \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\sinh 2kh} \frac{T}{2} dz$$

Calculando:

$$\int_t^{t+T} \cos^2(kx - \sigma t) dt = \frac{T}{2}$$

$$\int_t^{t+T} \cos(kx - \sigma t) dt = 0$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{1}{4} \rho g \sigma H^2 \int_{-h}^0 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\sinh 2kh} dz \\
 W &= \frac{1}{4} \frac{\rho g \sigma H^2}{\sinh 2kh} \int_{-h}^0 \cosh^2 k(h+z) dz \\
 W &= \frac{\rho g \sigma H^2}{4k \sinh 2kh} \left[ \frac{1}{4} \sinh 2kh + \frac{kh}{2} \right] \\
 W &= \frac{\rho g \sigma H^2}{4k} \left[ \frac{1}{4} + \frac{kh}{2 \sinh 2kh} \right] \\
 W &= \frac{1}{8} \rho g H^2 \frac{\sigma}{2k} \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \\
 \\
 W &= \frac{1}{8} \rho g H^2 \cdot C \cdot n \tag{1.49}
 \end{aligned}$$

Usando la ecuación (1.44), se tiene la siguiente expresión:

$$W = \frac{1}{8} \rho g H^2 \cdot C_G = E \cdot C_G \tag{1.50}$$

Es decir, la energía de la ola se transmite junto con la celeridad de grupo.

## CAPITULO II.

### PROPIEDADES FUNDAMENTALES DEL OLAJE REGULAR.

#### II.1 Generalidades.

En el capítulo anterior, la teoría del oleaje de amplitud pequeña se describió con detalle, al basarse en esta teoría y reflexionando sobre el efecto de la altura de la ola, se obtendrán las propiedades del oleaje regular desde el punto de vista práctica, pero las teorías del oleaje de amplitud finita no se desarrollarán aquí [Ref. 16]. El oleaje de amplitud pequeña no solo sirve para comprender fenómenos de oleajes en mar, sino también es útil para resolver muchos problemas prácticos.

#### II.2 Longitud y celeridad del oleaje regular.

La longitud  $L$  y la celeridad  $c$  de la ola se expresan, tal como se obtuvieron en el subcapítulo 1.3.1:

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (2.1)$$

$$C = \frac{L}{T} = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (2.2)$$

Donde:

$T$ : es el periodo [seg].

$h$ : es la profundidad [m].

$g$ : es la aceleración de la gravedad [9.8 m/seg<sup>2</sup>].

Es imposible obtener  $L$  de la ecuación (2.1), puesto que  $L$  se encuentra en ambos miembros de la ecuación, debido a esto hay que apoyarse en la tabla 2.1.b, donde se encuentran las longitudes y celeridades. Estas fueron obtenidas por el cálculo del valor numérico para cada profundidad y cada periodo, y son usados con mayor frecuencia en la actualidad.

Pero, para el oleaje en aguas profundas se tiene:

$$\tanh \frac{2\pi h}{L} = \tanh \infty = 1, \text{ y}$$

$$L_0 = \frac{g}{2\pi} T^2, \quad C_0 = \frac{g}{2\pi} T \tag{2.3}$$

Por lo tanto;  $\tanh \frac{2\pi h}{L} = \frac{2\pi h}{L}$  para el oleaje que se encuentra en aguas someras.

En aguas profundas la longitud y la celeridad no tienen relación con la profundidad, y en aguas someras no tienen relación con el periodo.

**Tabla 2.1.a relación entre  $C$ ,  $L$  y  $h$ .**

$\frac{h}{L}$	$C_{C_0}$	$C_{gh}$	$\frac{h}{L_0}$	$\frac{h}{T^2}$ **
0.03	0.186	0.994	0.0056	0.0087
0.04	0.246	0.990	0.0098	0.0153
0.05	0.304	0.984	0.0152	0.0237
0.06	0.360	0.977	0.0216	0.0337
0.08	0.464	0.961	0.0371	0.0579
0.10	0.557	0.941	0.0557	0.0869
0.12	0.638	0.918	0.0765	0.1190
0.14	0.706	0.896	0.0989	0.1540
0.16	0.764	0.872	0.1220	0.1900
0.18	0.811	0.847	0.1460	0.2280
0.20	0.850	0.823	0.1700	0.2650
0.25	0.917	0.763	0.2290	0.3570
0.30	0.955	0.712	0.2870	0.4470
0.40	0.987	0.627	0.3950	0.6160
0.50	0.996	0.563	0.4980	0.7760

\*  $C_{C_0} = \frac{L}{L_0} = \tanh \frac{2\pi h}{L}$

\*\*  $\frac{h}{T^2}$ : con unidades  $m^3 \text{ seg}^{-2}$

Tabla 2.1.b Valores principales de la longitud y celeridad del oleaje.

T [s] h [m]	3.0		4.0		5.0		6.0	
	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]
0.5	6.39	2.13	8.67	2.17	10.92	2.18	13.16	2.19
1.0	8.69	2.90	11.99	3.00	15.23	3.05	18.43	3.07
1.5	10.21	3.40	14.37	3.59	18.40	3.68	22.36	3.73
2.0	11.30	3.77	16.22	4.05	20.94	4.19	25.57	4.26
2.5	12.09	4.03	17.71	4.43	23.08	4.62	28.31	4.72
3.0	12.67	4.22	18.95	4.74	24.92	4.98	30.71	5.12
3.5	13.09	4.36	19.98	5.00	26.52	5.30	32.84	5.47
4.0	13.39	4.46	20.85	5.21	27.93	5.59	34.75	5.79
4.5	13.60	4.53	21.57	5.39	29.18	5.84	36.49	6.08
5.0	13.75	4.58	22.18	5.55	30.29	6.06	38.07	6.34
6.0	13.91	4.64	23.11	5.78	32.17	6.43	40.84	6.81
7.0	13.99	4.66	23.75	5.94	33.67	6.73	43.19	7.20
8.0	14.02	4.67	24.19	6.05	34.86	6.97	45.19	7.53
9.0	14.03	4.68	24.47	6.12	35.81	7.16	46.91	7.82
10.0	14.03	4.68	24.65	6.16	36.56	7.31	48.37	8.06
11.0	14.04	4.68	24.77	6.19	37.15	7.43	49.62	8.27
12.0	14.04	4.68	24.84	6.21	37.60	7.52	50.69	8.45
13.0	14.04	4.68	24.89	6.22	37.95	7.59	51.60	8.60
14.0	14.04	4.68	24.91	6.23	38.22	7.64	52.38	8.73
15.0	14.04	4.68	24.93	6.23	38.42	7.68	53.03	8.84
16.0	14.04	4.68	24.94	6.23	38.57	7.71	53.38	8.93
17.0	14.04	4.68	24.95	6.24	38.68	7.74	54.04	9.01
18.0	14.04	4.68	24.95	6.24	38.77	7.75	54.42	9.07
19.0	14.04	4.68	24.95	6.24	38.83	7.77	54.74	9.12
20.0	14.04	4.68	24.95	6.24	38.87	7.77	55.00	9.17
22.0	14.04	4.68	24.95	6.24	38.93	7.79	55.39	9.23
24.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.96	7.79	55.65	9.28
26.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.98	7.80	55.83	9.30
28.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.98	7.80	55.94	9.32
30.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.02	9.34
35.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.11	9.35
40.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.14	9.36
50.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.15	9.36
60.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.15	9.36
70.0	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.15	9.36
<b>Aguas Profundas</b>	14.04	4.68	24.96	6.24	38.99	7.80	56.15	9.36

T [s] \ h [m]	7.0		8.0		9.0		10.0	
	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]
0.5	15.39	2.20	17.62	2.20	19.84	2.20	22.06	2.21
1.0	21.61	3.09	24.78	3.10	27.94	3.10	31.09	3.11
1.5	26.29	3.76	30.19	3.77	34.08	3.79	37.95	3.80
2.0	30.14	4.31	34.67	4.33	39.18	4.35	43.68	4.37
2.5	33.46	4.78	38.56	4.82	43.62	4.85	48.67	4.87
3.0	36.39	5.20	42.01	5.25	47.58	5.29	53.13	5.31
3.5	39.02	5.57	45.13	5.64	51.18	5.69	57.19	5.72
4.0	41.42	5.92	47.98	6.00	54.48	6.05	60.92	6.09
4.5	43.61	6.23	50.61	6.33	57.53	6.39	64.40	6.44
5.0	45.63	6.52	53.05	6.63	60.38	6.71	67.64	6.76
6.0	49.24	7.03	57.47	7.18	65.57	7.29	73.58	7.36
7.0	52.39	7.48	61.37	7.67	70.20	7.80	78.92	7.89
8.0	55.16	7.88	64.86	8.11	74.38	8.26	83.77	8.38
9.0	57.61	8.23	68.01	8.50	78.19	8.69	88.22	8.82
10.0	59.78	8.54	70.85	8.86	81.68	9.08	92.32	9.23
11.0	61.72	8.82	73.44	9.18	84.89	9.43	96.12	9.61
12.0	63.44	9.06	75.80	9.48	87.85	9.76	99.67	9.97
13.0	64.98	9.28	77.96	9.74	90.59	10.07	102.98	10.30
14.0	66.35	9.48	79.93	9.99	93.14	10.35	106.07	10.61
15.0	67.58	9.65	81.73	10.22	95.51	10.61	108.98	10.90
16.0	68.66	9.81	83.39	10.42	97.71	10.86	111.71	11.17
17.0	69.63	9.95	84.90	10.61	99.77	11.09	114.29	11.43
18.0	70.49	10.07	86.29	10.79	101.68	11.30	116.71	11.67
19.0	71.25	10.18	87.56	10.95	103.47	11.50	119.00	11.90
20.0	71.92	10.27	88.72	11.09	105.14	11.68	121.16	12.12
22.0	73.03	10.43	90.76	11.35	108.14	12.02	125.12	12.51
24.0	73.89	10.56	92.46	11.56	110.76	12.31	128.66	12.87
26.0	74.54	10.65	93.86	11.73	113.04	12.56	131.83	13.18
28.0	75.03	10.72	95.02	11.88	115.01	12.78	134.66	13.47
30.0	75.40	10.77	95.97	12.00	116.72	12.97	137.19	13.72
35.0	75.96	10.85	97.64	12.20	120.03	13.34	142.38	14.24
40.0	76.22	10.89	98.61	12.33	122.26	13.58	146.25	14.63
50.0	76.39	10.91	99.46	12.43	124.71	13.86	151.16	15.12
60.0	76.42	10.92	99.72	12.46	125.71	13.97	153.68	15.37
70.0	76.42	10.92	99.79	12.47	126.10	14.01	154.91	15.49
<b>Aguas Profundas</b>	76.43	10.92	99.82	12.48	126.34	14.04	155.97	15.60



h [m]	11.0		12.0		13.0		14.0	
	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]
1.0	34.2	3.11	37.04	3.12	40.5	3.12	43.7	3.12
2.0	48.2	4.38	52.06	4.39	57.1	4.39	61.6	4.40
3.0	58.6	5.33	64.2	5.35	69.6	5.36	75.1	5.37
4.0	67.3	6.12	73.7	6.14	80.1	6.16	86.5	6.18
5.0	74.9	6.81	82.0	6.84	89.2	6.86	96.3	6.88
6.0	81.5	7.41	89.4	7.45	97.3	7.48	105.1	7.51
7.0	87.6	7.96	96.1	8.01	104.7	8.05	113.2	8.08
8.0	93.1	8.46	102.3	8.52	111.4	8.57	120.6	8.61
9.0	98.1	8.92	108.0	9.00	117.7	9.05	127.4	9.10
10.0	102.8	9.35	113.2	9.44	123.6	9.50	133.8	9.56
12.0	111.3	10.12	122.8	10.24	134.2	10.33	145.6	10.40
14.0	118.8	10.80	131.3	10.95	143.8	11.06	156.1	11.15
16.0	125.5	11.41	139.0	11.58	152.4	11.72	165.7	11.83
18.0	131.4	11.95	145.9	12.16	160.3	12.33	174.4	12.46
20.0	136.8	12.44	152.3	12.69	167.5	12.88	182.5	13.04
22.0	141.7	12.89	158.1	13.17	174.1	13.39	190.0	13.57
24.0	146.2	13.29	163.4	13.61	180.3	13.87	197.0	14.07
26.0	150.2	13.66	168.3	14.02	186.0	14.31	203.5	14.53
28.0	153.9	13.99	173.8	14.40	191.3	14.72	209.6	14.97
30.0	157.3	14.30	176.9	14.74	196.2	15.10	215.3	15.38
35.0	164.4	14.95	186.0	15.50	207.2	15.94	228.1	16.29
40.0	170.1	15.46	193.5	16.12	216.5	16.65	239.1	17.08
45.0	174.5	16.86	199.6	16.64	224.4	17.26	248.7	17.76
50.0	178.0	16.18	204.7	17.06	231.0	17.77	256.9	18.35
55.0	180.7	16.42	208.8	17.40	236.6	18.20	264.1	18.86
60.0	182.7	16.61	212.1	17.68	141.4	18.57	270.3	19.31
70.0	185.5	16.86	216.9	18.08	248.7	19.13	280.3	20.02
80.0	187.0	17.00	220.0	18.33	253.7	19.52	287.7	20.55
90.0	187.8	17.07	221.9	18.49	257.2	19.78	293.1	20.93
100.0	188.3	17.11	223.0	18.58	259.5	19.96	297.0	21.21
120.0	188.6	17.15	224.1	18.67	261.9	20.15	301.6	21.54
140.0	188.7	17.15	224.4	18.70	262.9	20.23	303.8	21.70
160.0	188.7	17.16	224.5	18.71	263.3	20.26	304.9	21.78
180.0	188.7	17.16	224.6	18.72	263.5	20.27	305.3	21.81
200.0	188.7	17.16	224.6	18.72	263.6	20.27	305.5	21.82
<b>Aguas Profundas</b>	188.7	17.16	224.6	18.72	263.6	20.28	305.7	21.84

h [m]	15.0		16.0		18.0		20.0	
	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]	L [m]	C [m/s]
1.0	46.8	3.12	50.0	3.12	56.2	3.12	62.5	3.13
2.0	66.0	4.40	70.5	4.40	79.4	4.41	88.2	4.41
3.0	80.6	5.37	86.1	5.38	97.0	5.39	107.9	5.39
4.0	92.8	6.19	99.1	6.20	111.8	6.21	124.4	6.22
5.0	103.4	6.90	110.5	6.91	124.7	6.93	138.8	6.94
6.0	113.0	7.53	120.8	7.55	136.3	7.57	151.8	7.59
7.0	121.6	8.11	130.1	8.13	146.9	8.16	163.7	8.19
8.0	129.6	8.64	138.7	8.67	156.7	8.71	174.7	8.74
9.0	137.1	9.14	146.7	9.17	165.9	9.22	185.0	9.25
10.0	144.1	9.60	154.2	9.64	174.5	9.69	194.7	9.73
12.0	156.8	10.45	168.0	10.50	190.3	10.57	212.5	10.63
14.0	168.3	11.22	180.5	11.28	204.7	11.37	228.7	11.44
16.0	178.8	11.92	191.9	11.99	217.9	12.11	243.7	12.18
18.0	188.5	12.57	202.4	12.65	230.1	12.78	257.6	12.88
20.0	197.4	13.16	212.2	13.26	241.5	13.42	270.6	13.53
22.0	205.7	13.72	221.3	13.83	252.2	14.01	282.8	14.14
24.0	213.5	14.23	229.9	14.37	262.3	14.57	294.3	14.72
26.0	220.8	14.72	237.9	14.87	271.8	15.10	305.3	15.26
28.0	227.6	15.17	245.5	15.34	280.8	15.60	315.7	15.78
30.0	234.1	15.60	252.7	15.79	289.4	16.08	325.6	16.28
35.0	248.7	16.58	269.0	16.81	309.1	17.17	348.6	17.43
40.0	261.4	17.43	283.4	17.71	326.7	18.15	369.3	18.46
45.0	272.6	18.17	296.2	18.51	342.6	19.03	388.1	19.41
50.0	282.5	18.83	307.6	19.23	357.0	19.83	405.4	20.27
55.0	291.1	19.41	317.8	19.86	370.1	20.56	421.3	21.06
60.0	298.8	19.92	326.9	20.43	382.0	21.22	435.9	21.80
70.0	311.6	20.77	342.4	21.40	403.0	22.39	462.1	23.10
80.0	321.5	21.43	354.9	22.18	420.5	23.36	484.6	24.23
90.0	329.1	21.94	364.9	22.80	435.3	24.19	504.2	25.21
100.0	334.9	22.32	372.8	23.30	447.8	24.88	521.2	26.06
120.0	342.5	22.83	383.9	23.99	466.9	25.94	548.8	27.44
140.0	346.6	23.11	390.6	24.41	480.1	26.67	569.5	28.48
160.0	348.7	23.25	394.4	24.65	489.1	27.17	585.0	29.25
180.0	349.8	23.32	396.6	24.79	495.0	27.50	596.4	29.82
200.0	350.4	23.36	397.8	24.87	498.8	27.71	604.6	30.23
<b>Aguas Profundas</b>	350.9	23.40	399.3	24.96	505.3	28.07	623.9	31.19

$$L = T \sqrt{gh}, \quad C = \sqrt{gh} \tag{2.4}$$

La zona de aguas profundas e intermedias se determinan por la relación  $\frac{h}{L} = 0.5$ , y la zona de aguas intermedias y someras por  $\frac{h}{L} = 0.05$ .

Las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4) se utilizan para el oleaje de amplitud pequeña.

En el oleaje progresivo, a medida que la altura de ola aumenta, la longitud y la celeridad crecen un poco. El crecimiento notable ocurre en la proximidad del oleaje rompiente, pero la razón de crecimiento en ese sitio es sólo del 13 al 25 por ciento.

Debido a lo anterior, el cambio de la longitud y la celeridad causados por la altura no influyen en el cálculo general.

### 11.3 Perfil y altura de la cresta del oleaje regular.

En la teoría del oleaje de amplitud pequeña, el perfil de las olas senoidales se obtuvo en el subcapítulo I.2.4, es decir:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) = \frac{H}{2} \cos k(x - Ct) \quad (2.5)$$

Donde:

$k = \frac{2\pi}{L}$  : es el número de la ola.

$\sigma = \frac{2\pi}{T}$  : es la frecuencia angular.

La ecuación (2.5) expresa la ola dirigiéndose en sentido positivo de  $x$  y la ecuación que expresa a la ola dirigiéndose en sentido negativo de  $x$  es:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx + \sigma t) = \frac{H}{2} \cos k(x + Ct)$$

En la ecuación (2.5), la variación de  $\eta$  con respecto al tiempo en  $x = 0$  y con respecto a  $t = 0$ , tienen el mismo perfil senoidal.

Los perfiles de olas regulares en tanques experimentales se pueden representar por medio de la ecuación (2.5) cuando la altura de las olas es pequeña. Pero a medida que la altura crece, la cresta de ola sube y se agudiza, al mismo tiempo el valle se hace menos profundo y tiende a hacerse plano.

La figura 2.1 muestra los resultados del cálculo por la quinta aproximación de Stokes, que es una de las teorías de amplitud finita, sobre los perfiles de olas en casos de  $H/L = 0.006, 0.050$  y  $0.091$ , con  $h/L = 0.139$ .

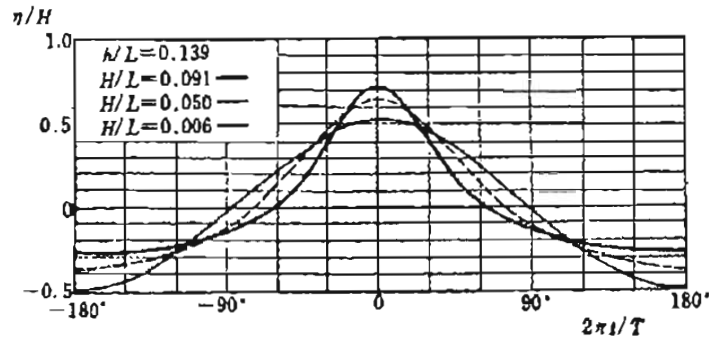


Figura 2.1 Perfiles del oleaje de amplitud finita.

En el problema actual, el nivel de la cresta es más importante que el perfil. Por lo que en la figura 2.2 se describen los niveles de cresta, de las olas progresivas obtenidas.

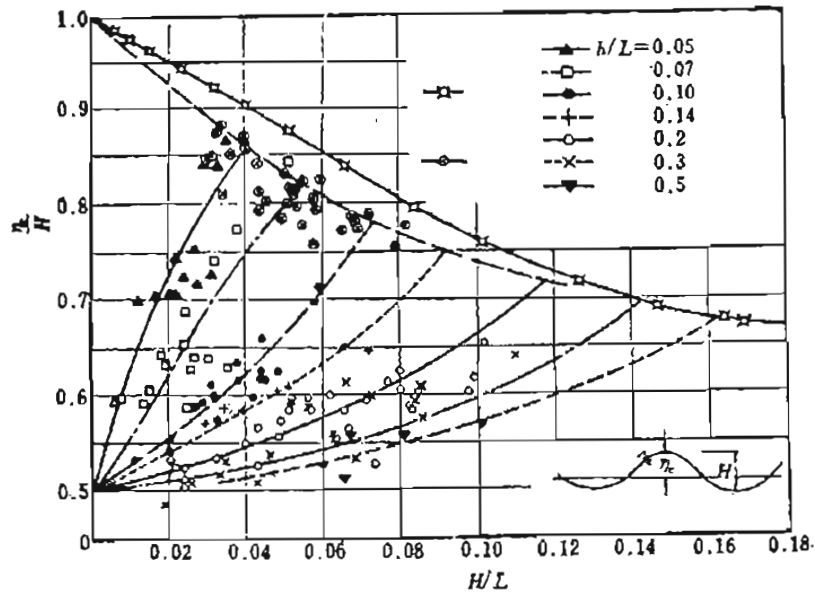
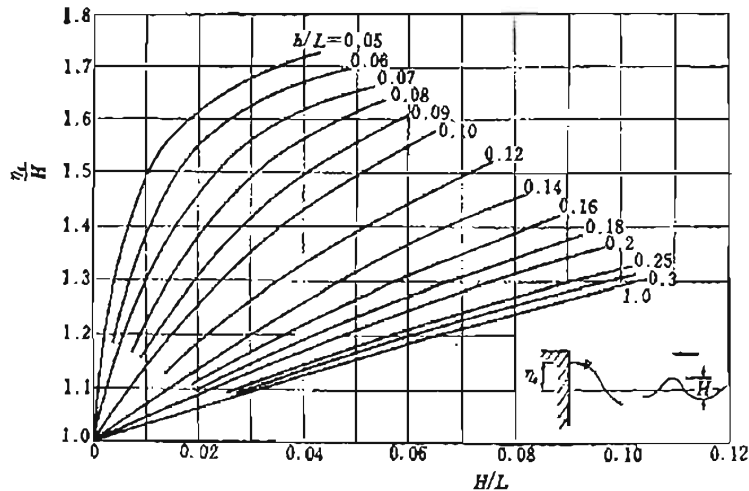


Figura 2.2 Nivel de cresta del oleaje progresivo.

En el oleaje de amplitud pequeña, la relación de cresta y valle es 5:5, y en el de mayor amplitud la relación crece hasta 8:5.

La figura 2.2 es el caso de un oleaje progresivo, pero en la cresta de la ola estacionaria, que ocurre del resultado de la superposición de las olas progresivas y reflejadas, se muestra en la figura 2.3, que es el valor del cálculo modificado por datos experimentales.



**Figura 2.3 Nivel de la cresta del oleaje estacionario.**

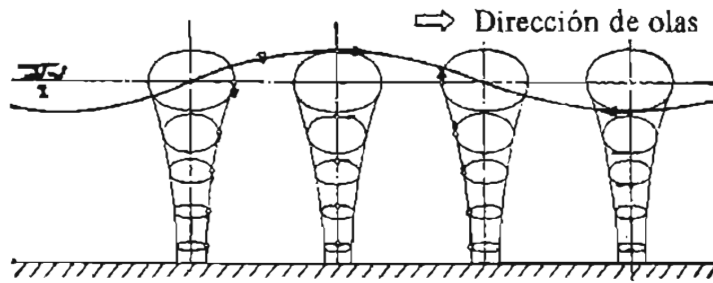
El nivel  $\eta_s$  de cresta del oleaje estacionario es  $\eta_s/H = 1.0$  en el caso de la teoría de amplitud pequeña, pero este valor crece de 1.3 a 1.7 según el aumento de  $H$ .

En las figuras 2.2 y 2.3, la longitud  $L$  es el valor obtenido por la teoría de amplitud pequeña y la altura  $H$  es el valor de la ola incidente.

## II.4 Movimiento de las partículas de agua.

### II.4.1 Teoría del movimiento del oleaje de amplitud pequeña.

Según la teoría lineal, como se explica en el subcapítulo I.3.2, las partículas describen trayectorias circulares cerradas en aguas profundas, y elípticas cerradas en aguas intermedias. El largo del eje de esa trayectoria disminuye a medida que se acerca al fondo, como se muestra en la figura 2.4. En aguas someras, el agua se mueve hacia delante y hacia atrás con casi el mismo largo desde la superficie al fondo.



**Figura 2.4** Trayectorias de las partículas de agua de acuerdo con la teoría lineal.

Las fórmulas para el cálculo del movimiento de las partículas por medio de la teoría lineal se obtuvieron en el subcapítulo I.3.2, estas fórmulas se encuentran en la tabla 2.2.

**Tabla 2.2** Ecuación para calcular el movimiento de las partículas de agua mediante la teoría de amplitud pequeña.

Término		Amplitud			Fase
		Aguas Someras	Aguas Intermedias	Aguas Profundas	
Desplazamientos	$\xi$	$\frac{H}{2} \cdot \frac{1}{kh}$	$\frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{H}{2} \cdot e^{kz}$	$-\text{sen}(kx - \sigma)$
	$\zeta$	$\frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{h}\right)$	$\frac{H}{2} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{H}{2} \cdot e^{kz}$	$\cos(kx - \sigma)$
Velocidad	$u$	$\frac{H}{2} \cdot \frac{g}{h}$	$\frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{\pi H}{T} \cdot e^{kz}$	$\cos(kx - \sigma)$
	$w$	$\frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{h}\right)$	$\frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{\pi H}{T} \cdot e^{kz}$	$\text{sen}(kx - \sigma)$
Aceleración	$\frac{du}{dt}$	$\frac{\pi H}{T} \cdot \frac{g}{h}$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} \cdot e^{kz}$	$\text{sen}(kx - \sigma)$
	$\frac{dw}{dt}$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} \left(1 + \frac{z}{h}\right)$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh}$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} \cdot e^{kz}$	$-\cos(kx - \sigma)$

$k = \frac{2\pi}{L}$ ;  $\sigma = \frac{2\pi}{T}$ ;  $x, z$ : Posición medio de la partícula.

### II.4.2 Influencia de la altura del oleaje sobre el movimiento de las partículas.

El valor calculado por la teoría del oleaje de amplitud pequeña tiende a ser errónea, cuando la altura de ola es mayor. En la figura 2.5 se muestra la velocidad medida horizontal de las partículas de agua en varias alturas, donde se obtienen velocidades máximas cuando la cresta y el valle de las olas pasa un límite determinado. En las gráficas superiores de la figura 2.5 se muestran los perfiles del oleaje y en las inferiores el valor de la teoría de amplitud pequeña.

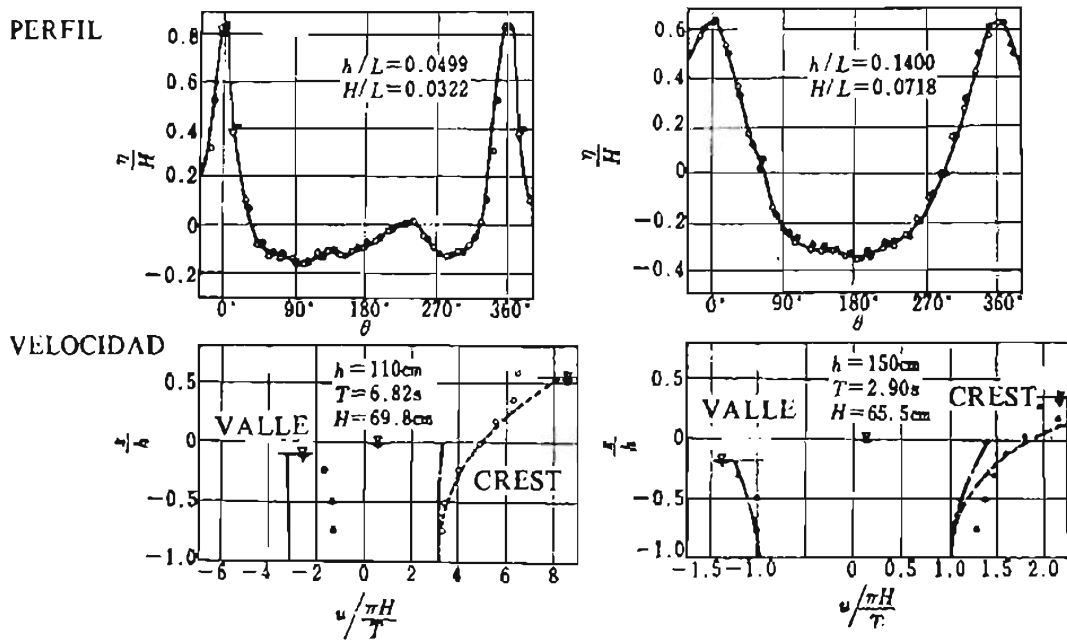


Figura 2.5 Velocidades horizontales de las partículas de agua en varias alturas.

Cuando el valor calculado por la teoría de amplitud pequeña está más cerca de la superficie, el valor medio es más grande.

En la figura 2.6 se describe la velocidad horizontal mayor en la cresta del oleaje que se obtiene por medio de la teoría, donde  $H_h = 0$  corresponde a la teoría de amplitud pequeña. La velocidad vertical no tiene tanta influencia en la amplitud finita.

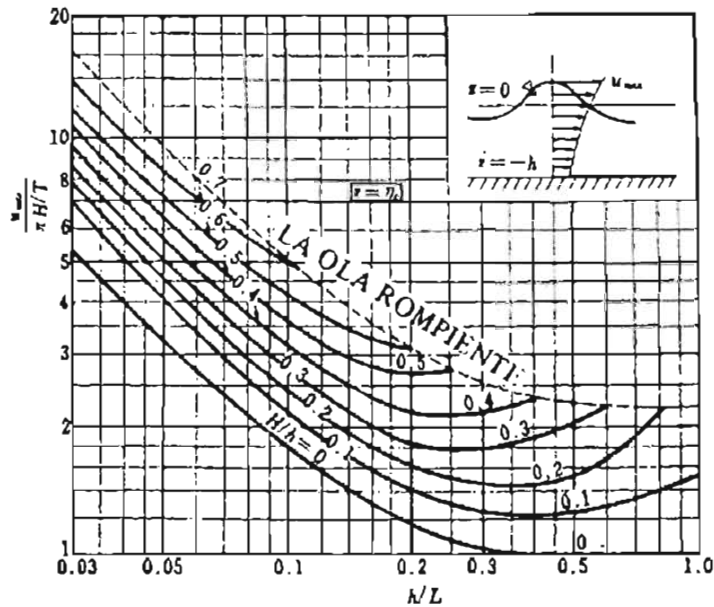


Figura 2.6 Velocidad horizontal mayor en la cresta del oleaje.

### II.4.3 Transporte de masa debido al oleaje.

En la teoría de amplitud pequeña, las partículas de agua describen trayectorias cerradas, es decir, las partículas se retornan al mismo lugar de donde partieron, tal como se describió en el subcapítulo I.3.2, pero realmente, las partículas son transportadas por las olas lentamente hacia la playa. Este movimiento se llama transporte de masa debido al oleaje.

El transporte de masa se expresa por medio de la segunda aproximación de Stokes como se indica a continuación:

$$U = \frac{\pi^2 H^2}{2LT} \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^2 kh} \quad (2.6)$$

Donde:

$U$ : es el transporte de masa (m/seg).

$z$ : es el nivel de la partícula cuando no hay olas (m).

El transporte de masa se expresa como el valor medio del periodo en el oleaje, siendo que el mayor se encuentra sobre la superficie y el menor se encuentra en el fondo.



La velocidad de flujo está dada por la ecuación (2.6).

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{h} \int_{-h}^{\eta} \frac{\pi^2 H^2}{2LT} \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^2 kh} dz \\
 U &= \frac{\pi^2 H^2}{2LTh} \frac{1}{\sinh^2 kh} \int_{-h}^{\eta} \frac{\cosh 2k(h+z)}{1} dz \\
 \bar{U} &= \frac{\pi^2 H^2}{2LTh} \frac{1}{\sinh^2 kh} \left[ \frac{\sinh 2k(h+z)}{2k} \right]_{-h}^{\eta} \\
 \text{con } \eta &\neq 0 \\
 U &= \frac{\pi^2 H^2}{2LTh} \frac{1}{\sinh^2 kh} \frac{\sinh 2k\eta}{2k} \left[ \because k = \frac{2\pi}{L} \right] \\
 U &= \frac{\pi^2 H^2}{2LTh} \frac{2 \sinh kh \cosh kh}{2K \cdot \sinh^2 kh} \\
 U &= \frac{\pi H^2}{4Th \tanh(kh)} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

El agua del mar se transporta hacia la playa por medio del oleaje, cuando esta agua regresa lo hace lo más cerca posible del fondo para poder cerrar este ciclo, si no hubiera ese retorno, el nivel de agua en la playa subiría sin límite.

Cuando las olas rompen cerca de la playa, ocurre mucho más cantidad de transporte de masa que la obtenida en la ecuación (2.6), a consecuencia de esto, debemos aumentar el nivel del mar cerca de la playa aproximadamente  $\frac{1}{10}$  de la altura de las olas.

## II.5 Oleaje estacionario.

### II.5.1 Ola estacionaria perfecta.

La ola estacionaria se forma debido a la sobreposición de dos olas progresivas de igual altura y periodo, que avanzan en sentido contrario, es decir,

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) + \frac{H}{2} \cos(kx + \sigma t) \quad (2.8)$$

En la ecuación (2.8), el primer término del segundo miembro expresa la ola que avanza en sentido positivo de  $x$  y el segundo término la que avanza en sentido negativo, tal como se mostraron en el subcapítulo I.2.4.

Aplicando la función trigonométrica,  $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ , en la ecuación (2.8) obtenemos:

$$\eta = H \cos kx \cos \sigma \tag{2.9}$$

Este perfil de ola no avanza, por eso se le llama ola estacionaria.

También, la distancia y la velocidad del movimiento, de las partículas de agua se calculan por la sobreposición de dos olas:

$$\xi = -H \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \operatorname{sen} kx \cos \sigma \tag{2.10}$$

$$\zeta = H \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \cos kx \cos \sigma \tag{2.11}$$

$$u = \frac{2\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \operatorname{sen} kx \operatorname{sen} \sigma \tag{2.12}$$

$$\omega = -\frac{2\pi H}{T} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \cos kx \operatorname{sen} \sigma \tag{2.13}$$

El perfil y la velocidad de las partículas de agua se explican en la figura 2.7.

En  $t=0$  y  $T_2$ , todas las partículas de agua están en el punto del desplazamiento máximo, pero las velocidades son cero. Cuando los puntos que se encuentran en  $x=0, L_2, L, \dots$ , las partículas se mueven solo en sentido vertical, y la amplitud es máxima, estos puntos reciben el nombre de antinodo y en los puntos  $x=L_4, 3L_4, \dots$ , las partículas se mueven solo en sentido horizontal, y la amplitud es cero, a estos puntos se les llama nodo.

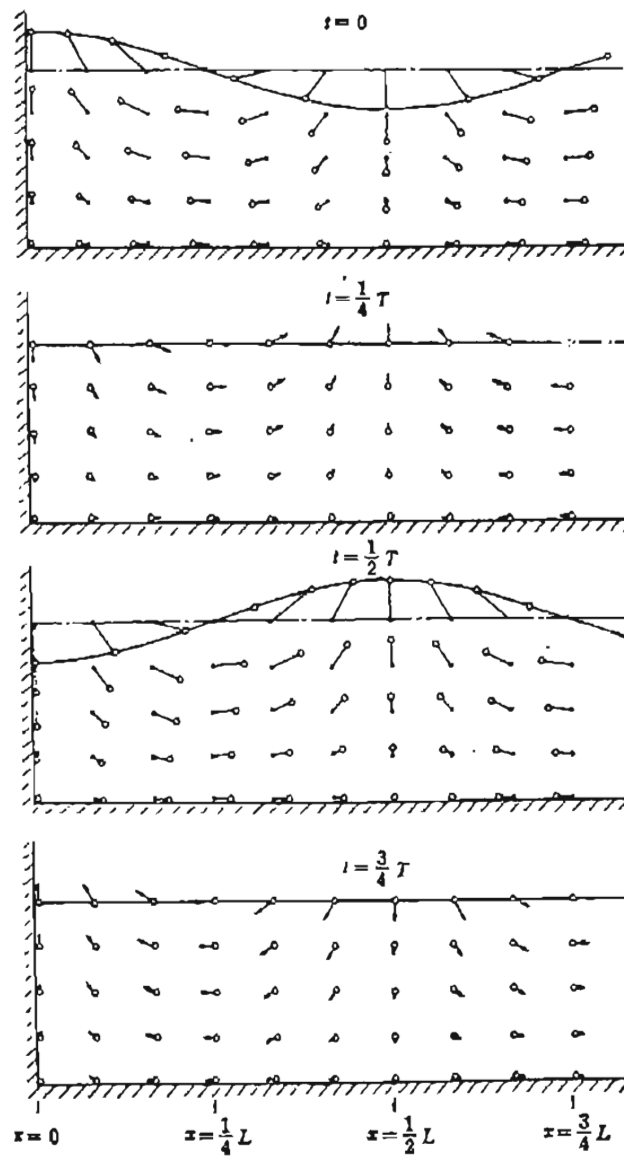


Figura 2.7 Movimiento de las partículas de olas estacionarias.

### II.5.2 Ola estacionaria parcial.

La ola estacionaria parcial se forma por la sobreposición de dos olas progresivas de igual periodo y de diferente altura que avanzan en sentido contrario. Esto ocurre en la cercanía de un muro inclinado, donde la ola incidente se refleja parcialmente.

El perfil se obtendrá mediante la siguiente secuencia:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{1}{2} H_1 \cos(kx + \sigma) + \frac{1}{2} H_2 \cos(kx - \sigma) \\ \eta &= \frac{1}{2} H_1 \cos(kx + \sigma) - \frac{1}{2} H_2 \cos(kx + \sigma) + \frac{1}{2} H_2 \cos(kx + \sigma) + \frac{1}{2} H_2 \cos(kx - \sigma) \\ \eta &= \frac{1}{2} (H_1 - H_2) \cos(kx + \sigma) + \frac{H_2}{2} \left[ 2 \cos \frac{kx + \sigma + kx - \sigma}{2} \cdot \cos \frac{kx + \sigma - kx + \sigma}{2} \right] \\ \eta &= \frac{1}{2} (H_1 - H_2) \cos(kx + \sigma) + H_2 \cos kx \cos \sigma\end{aligned}\quad (2.14)$$

Donde:

$H_1$ : es la altura de la ola incidente.

$H_2$ : es la altura de la ola reflejada.

La ola representada en la ecuación (2.14) tiene la forma de que están sobrepuestas la ola progresiva de  $\frac{(H_1 - H_2)}{2}$  en la ola estacionaria de  $H_2$  en amplitud, por eso se llama ola estacionaria parcial.

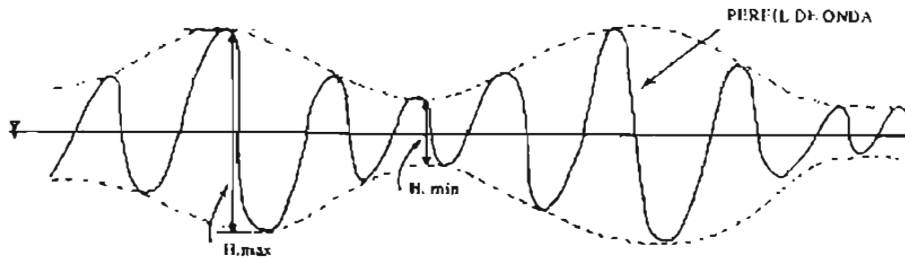
La ecuación (2.14) se puede expresar como a continuación se indica:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{1}{2} H_1 \cos kx \cos \sigma - \frac{1}{2} H_1 \sin kx \sin \sigma + \frac{1}{2} H_2 \cos kx \cos \sigma + \frac{1}{2} H_2 \sin kx \sin \sigma \\ \eta &= \frac{1}{2} (H_1 + H_2) \cos kx \cos \sigma - \frac{1}{2} (H_1 - H_2) \sin kx \sin \sigma\end{aligned}\quad (2.15)$$

A partir de la ecuación (2.15) se obtendrá la altura de la ola  $H = 2\eta$  en la ecuación (2.16):

$$\begin{aligned}H_{MAX} &= H_1 + H_2 & \text{entonces} & \quad x = m \frac{L}{2} \\ H_{min} &= H_1 - H_2 & \text{entonces} & \quad x = (2m + 1) \frac{L}{4}\end{aligned}\quad (2.16)$$

La figura 2.8 indica las líneas que envuelven los perfiles del oleaje estacionario parcial.



**Figura 2.8 Líneas que envuelven los perfiles de las olas estacionarias parciales.**

Según la ecuación (2.16) se puede obtener  $H_1$  y  $H_2$  desde  $H_{MÁX}$  y  $H_{min}$ , medidas en el modelo de la figura 2.8, con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{H_{MÁX} + H_{min}}{2} \\ H_2 &= \frac{H_{MÁX} - H_{min}}{2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Esta relación es usada para obtener el valor aproximado del coeficiente de reflexión, el cual se obtiene de ensayos en modelo.

## II.6 Energía del oleaje y su propagación.

Como se explicó en el subcapítulo I.5 las olas están compuestas por energía potencial y cinética.

La energía potencial y cinética por unidad de superficie, comprendidas desde la parte superior hasta el fondo, se ha definido por la teoría de amplitud pequeña con la siguiente ecuación:

$$E_p = E_k = \frac{1}{16} \rho g H^2 = \frac{1}{16} w_0 H^2 \quad (2.18)$$

Donde:

$E_p$ : es la energía potencial por unidad de superficie.

$E_k$ : es la energía cinética por unidad de superficie.

$w_0$ : es el peso específico del agua.

La energía total  $E$  por unidad de superficie es:

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{8} w_0 H^2 \quad (2.19)$$

La relación de las ecuaciones (2.18) y (2.19) se establece para todas las olas desde aguas profundas hasta aguas someras.

La energía total  $E_s$  del oleaje estacionario es:

$$E_s = \frac{1}{4} w_0 H^2 \quad (2.20)$$

El valor anterior es el doble de la ecuación (2.19), ya que en la ola estacionaria se sobreponen dos olas de la misma altura.

La propagación de la energía del oleaje se calculó en el subcapítulo I.5, como la siguiente ecuación indica:

$$W = C_g E \quad (2.21)$$

$$C_g = nC, \quad n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\operatorname{senh} 2kh} \right) \quad (2.22)$$

Donde:

$W$ : es la cantidad propagada de la energía por unidad de tiempo y por unidad de amplitud.

$C_g$ : es la celeridad de grupo.

$C$ : es la celeridad de la ola.

$n$ : es el factor de grupo.

El valor de  $n$  se cambia con respecto a la profundidad, tal como se observa en la figura 2.9. Es decir,  $n$  es 0.5 en aguas profundas y 1.0 en aguas someras.

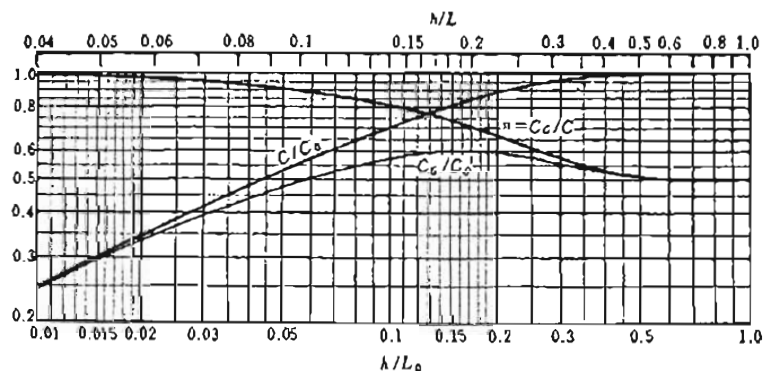
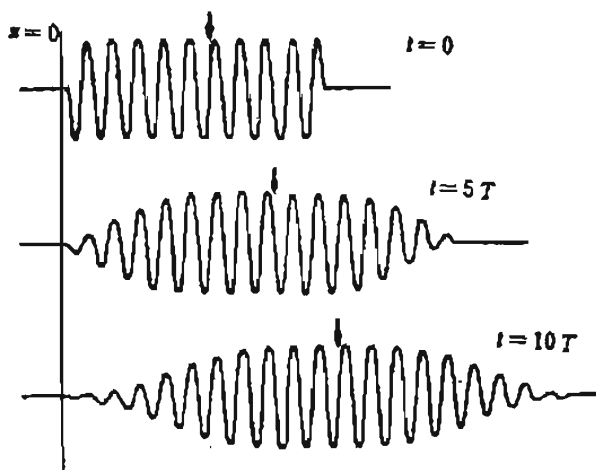


Figura 2.9 Valor del factor de grupo  $n$ .

La energía del oleaje se propaga a la celeridad de grupo, por esta cuestión la energía se propaga mas lentamente que la celeridad del perfil de la ola. Por lo tanto, en el frente del grupo de olas, la altura disminuye gradualmente debido a que el suministro de energía es atrasada. Por otra lado, en la parte posterior la altura disminuye gradualmente porque la energía sale.

Por ejemplo, si en aguas profundas aparecen repentinamente diez olas regulares, este grupo de olas se propaga dispersándose como se observa en la figura 2.10, donde la flecha indica el centro del grupo de olas, la velocidad del avance es la mitad de la velocidad de la parte frontal del grupo, la que es igual a la celeridad de la ola. Es decir, la velocidad que avanza el centro del grupo a la del grupo de la ola.



**Figura 2.10 Propagación del grupo de olas.**

En la predicción del oleaje, especialmente cuando se calcula la propagación del oleaje, no es usada la celeridad de la ola  $c$ , sino la velocidad del grupo de olas  $c_g$ .

## II.7 Presión dentro del agua.

La presión dentro del agua se calculó en el subcapítulo 1.3.3 como a continuación se indica:

$$p = \frac{1}{2} w_0 H \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) - w_0 z \quad (2.23)$$

En la cresta de la ola, el  $\cos(kx - \sigma t) = 1$ , por lo tanto:

$$p = \frac{1}{2} w_0 H \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} - w_0 z$$

$$\text{si } z = \frac{H}{2} \text{ tendremos } \frac{\cosh k\left(h + \frac{H}{2}\right)}{\cosh kh} \neq 1$$

por lo tanto  $p = 0$

si  $z = -h$ , entonces;

$$p = \frac{1}{2} w_0 H \frac{1}{\cosh kh} + w_0 h$$

$$p = w_0 \left( \frac{H}{2} \frac{1}{\cosh kh} + h \right)$$

En el valle de la ola, donde el  $\cos(kx - \sigma t) = -1$  se tendrá:

si  $z = \frac{H}{2}$ , entonces;

$$p = -\frac{1}{2} w_0 H \frac{\cosh k\left(h + \frac{H}{2}\right)}{\cosh kh} + w_0 \frac{H}{2}$$

si

$z = -h$ , entonces;

$$p = -\frac{1}{2} w_0 H \frac{1}{\cosh kh} + w_0 h$$

$$p = w_0 \left( h - \frac{H}{2} \frac{1}{\cosh kh} \right)$$

Como el  $\cosh kh \geq 1$ , es la presión dentro del agua, que tiene el valor de las presiones estáticas, desde el nivel del reposo y desde el nivel de la ola como se explica en la figura 2.11.



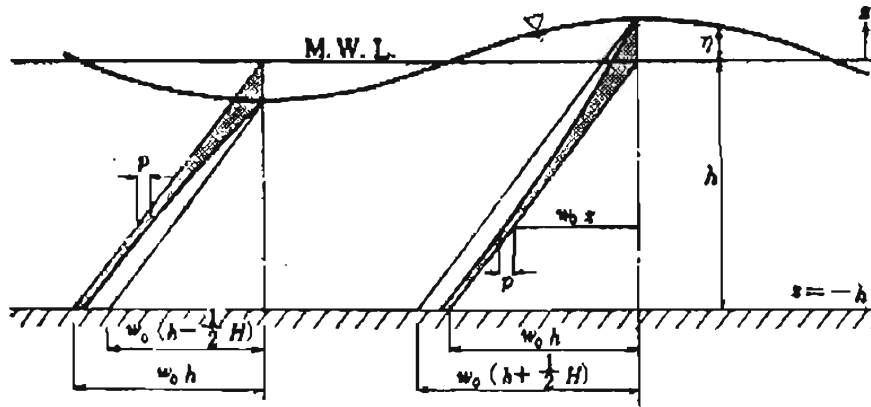


Figura 2.11 Distribución de presión dentro del agua.

Si la función hiperbólica de la ecuación (2.23) se sustituye por el coeficiente de presión  $k_p$ , la presión dinámica por ola se puede expresar por la siguiente ecuación:

$$p = k_p w_0 \eta, \quad k_p = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (2.24)$$

El valor del coeficiente  $k_p$  es 1 en el nivel de reposo y es menor a uno dentro del agua. La figura 2.12 indica el cambio de valor de  $k_p$  a consecuencia del periodo y la profundidad.

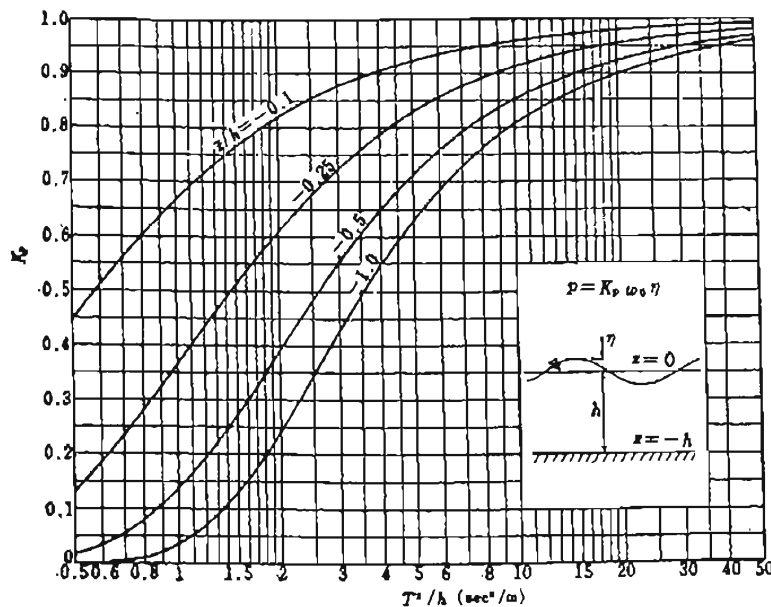


Figura 2.12 Valores de  $k_p$  contra  $T^2/h$ .

## CAPITULO III.

### TRANSFORMACIÓN DEL OLAJE REGULAR.

#### III.1 Cambio de altura debido a la profundidad.

En aguas más profundas las olas avanzan sin recibir la influencia del fondo del mar. Pero, cuando avanzan en aguas someras la celeridad decrece, la longitud disminuye y la altura cambia, pero el periodo no.

La celeridad y la longitud cambian según las ecuaciones (2.1) y (2.2) con la disminución de la profundidad. El cambio de la altura se obtiene con la relación de la propagación de la energía.

Consideremos el caso en que el oleaje avanza en dirección a la playa, con una inclinación tan suave, que debemos hacer caso omiso de la reflexión.

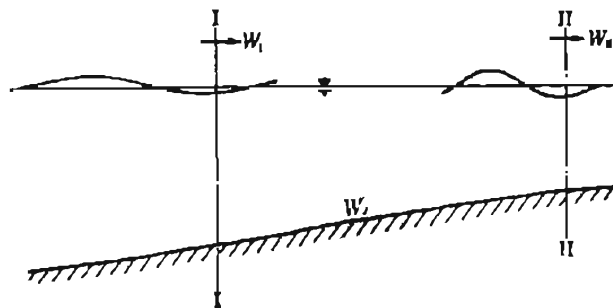


Figura 3.1 Balance de la energía en el oleaje.

Por medio del balance de la energía en las secciones I y II de la figura 3.1 se obtiene la siguiente ecuación:

$$(E \cdot C_{G_i})_I - (E \cdot C_G)_{II} = W_d \quad (3.1)$$

En la ecuación (3.1), los términos  $(E \cdot C_G)_I$  y  $(E \cdot C_G)_{II}$  son la energía propagada hacia la playa por las secciones I y II respectivamente.  $W_d$  es la energía disipada por la fricción del fondo entre las secciones I y II.

Si se suprime  $W_d$ , se obtiene:

$$(E \cdot C_G)_I = (E \cdot C_G)_{II} \quad (3.2)$$

Teniendo la sección I en aguas profundas y la sección II en aguas intermedias.

$$\frac{E}{E_0} = \frac{C_{G_{II}}}{C_{G_i}} \quad (3.3)$$

Para obtener el cambio de la altura hay que sustituir las ecuaciones (2.19) y (2.22) y usando  $n = \frac{1}{2}$  en aguas profundas:

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} w_0 H^2 &= \frac{n_0 C}{nC} = \frac{1}{2} \frac{C_0}{nC} \\ \frac{1}{8} w_0 H_0^2 &= \frac{n_0 C}{nC} = \frac{1}{2} \frac{C_0}{nC} \\ \therefore \frac{H}{H_0} &= \frac{1}{.2n} \frac{C_0}{C} = K_s \end{aligned} \quad (3.4)$$

Donde;  $K_s$  es el coeficiente de fondo y varía con los valores  $h_L$  ó  $h_{L_0}$ .

La figura 3.2 indica los valores de  $K_s$  con respecto a  $h_L$  ó  $T^2/h$ . En aguas profundas  $K_s$  es 1, como mínimo con  $h_L = 0.19$  y después aumenta con la disminución de la profundidad.

La ecuación (3.4) se basa en la teoría de amplitud pequeña. Si se usa la teoría de amplitud finita,  $H/H_0$  crece mas que la ecuación (3.4), pero en la región de  $h_L \geq 0.1$  basta tratarla con la teoría de amplitud pequeña.

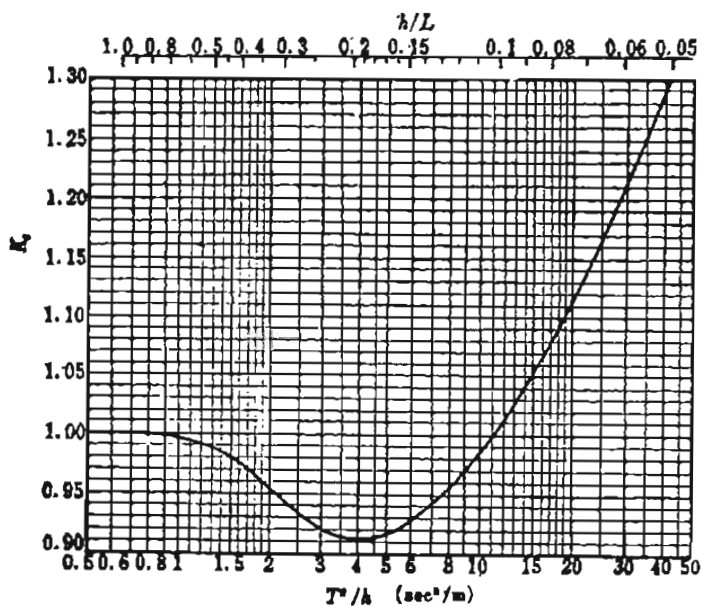


Figura 3.2 Valores del coeficiente de propagación en aguas someras.

### III.2 Refracción del oleaje.

#### III.2.1 Principio de la refracción.

Tenemos el caso en que el oleaje incide con un ángulo  $\beta_1$ , a la línea límite entre  $h_1$  y  $h_2$  de profundidad, como se observa en la figura 3.3. Es decir el ángulo incidente es  $\beta_1$ .

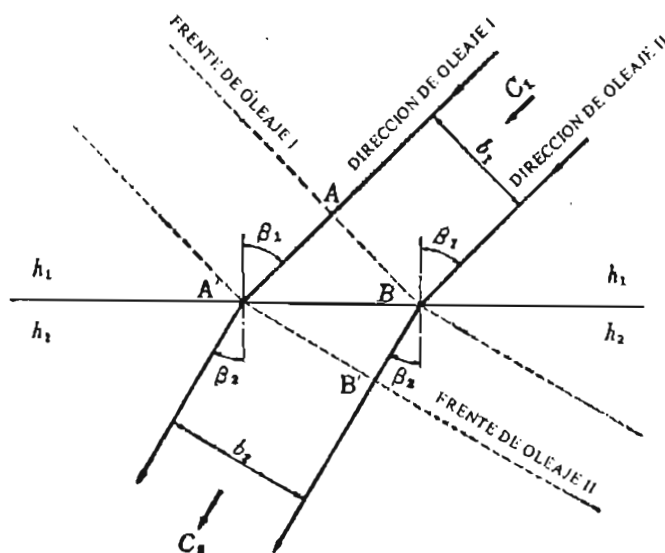


Figura 3.3 Representación gráfica de la refracción del oleaje.

Este es igual al ángulo entre la dirección de olas y la línea vertical a esa línea límite.

Cuando la dirección del oleaje II llega al punto B, sobre la línea límite, la dirección del oleaje I se encuentra en el punto A, por consecuencia el frente de ola es la línea AB. En la profundidad  $h_2$ , la celeridad del oleaje es más lenta que en  $h_1$ , porque  $h_2 < h_1$ . Mientras el oleaje avanza de A a A' sobre la dirección del oleaje I, el oleaje avanza solo de B a B', sobre la línea II. Por eso, la parte frontal del oleaje se expresa por la línea A'B'. Es decir, el oleaje está refractado por la profundidad límite entre  $h_1$  y  $h_2$ . El ángulo de refracción  $\beta_1$  está dado por la ley de Snell en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\text{sen } \beta_2}{\text{sen } \beta_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

$$\left[ \frac{AA'}{C_1} = \frac{BB'}{C_2} \quad \therefore \quad \frac{BA' \text{ sen } \beta_1}{C_1} = \frac{BA' \text{ sen } \beta_2}{C_2} \right] \quad (3.5)$$

### III.2.2 Cambio de la altura del oleaje.

En la refracción del oleaje, no hay separación de la energía en las líneas de dirección del oleaje, que también son llamadas ortogonales. Del mismo modo, no existe dispersión de la energía cruzando las ortogonales. Entonces, de la figura 3.3:

$$E_1 b_1 C_{G_1} = E_2 b_2 C_{G_2}$$

Cambiando el subíndice 1 por 0 y omitiendo el subíndice 2, se obtiene:

$$E_0 b_0 C_{G_0} = E b C_G$$

Substituyendo  $E = \frac{1}{8} \rho_0 H^2$  y  $C_G = nC$ , en la ecuación anterior:

$$\frac{1}{8} \rho_0 H_0^2 b_0 C_0 n_0 = \frac{1}{8} \rho_0 H^2 b C n$$

Al sustituir  $n_0 = \frac{1}{2}$  y  $H_0^2 b_0 C_0 \frac{1}{2} = H^2 b C n$ , nos queda:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{1}{2} \frac{C_0}{C} \frac{b_0}{b}$$

Por lo tanto el cambio de altura es:

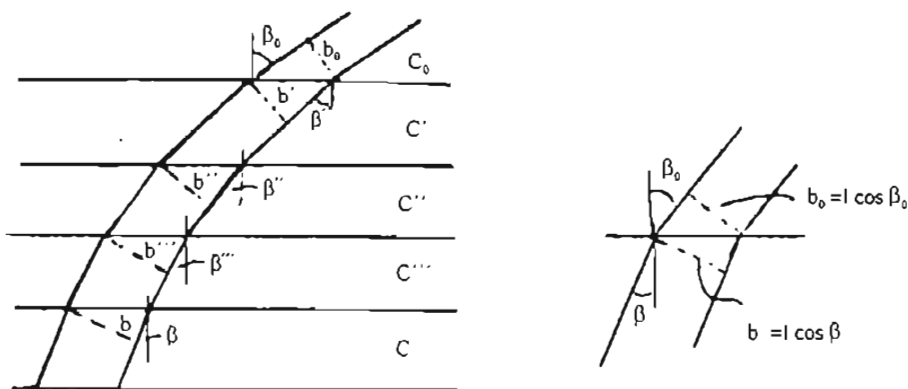
$$\frac{H}{H_0} = K_s \cdot Kr \tag{3.6}$$

$$K_s = \frac{b_0}{b} \tag{3.7}$$

Donde  $\kappa$ , es el coeficiente de refracción.

La altura del oleaje aumenta en la región donde las ortogonales convergen y disminuye en la región donde ellas divergen.

Tomemos el caso en que las líneas batimétricas son rectas y paralelas, como se muestra en la figura 3.4.



**Figura 3.4 Fenómeno de la refracción, cuando líneas batimétricas son rectas y paralelas.**

Para el ángulo de refracción, se utiliza sucesivamente la ecuación 3.5 desde alta mar:

$$\frac{\text{sen } \beta'}{\text{sen } \beta_0} = \frac{\text{sen } \beta''}{\text{sen } \beta'} = \frac{\text{sen } \beta'''}{\text{sen } \beta''} = \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \beta'''} = \frac{C'}{C_0} = \frac{C''}{C'} = \frac{C'''}{C''} = \frac{C}{C'''}$$

$$\therefore \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \beta_0} = \frac{C}{C_0} \tag{3.8}$$

Por otra parte, para obtener el coeficiente de refracción, se usa la ecuación (3.7):

$$\begin{aligned}
 K_r &= \left( \frac{b_0}{b} \right)^2 = \left( \frac{\cos \beta_0}{\cos \beta} \right)^2 = \left( \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \beta_0}{1 - \operatorname{sen}^2 \beta} \right)^2 = \left( \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \beta}{1 - \operatorname{sen}^2 \beta_0} \right)^{-2} \\
 K_r &= \left( \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \beta_0 + \operatorname{sen} \beta_0 - \operatorname{sen}^2 \beta}{1 - \operatorname{sen}^2 \beta_0} \right)^{-2} \\
 K_r &= \left[ 1 + \frac{1}{1 - \operatorname{sen}^2 \beta_0} (\operatorname{sen}^2 \beta_0 - \operatorname{sen}^2 \beta) \right]^{-2} \\
 K_r &= \left[ 1 + \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_0 - \operatorname{sen}^2 \beta}{\cos^2 \beta_0} \right]^{-2} \\
 K_r &= \left[ 1 + \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_0 - \operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \beta_0} \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_0}{\cos^2 \beta_0} \right]^{-2} \\
 K_r &= \left[ 1 + \left\{ 1 - \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \beta_0} \right\} \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \beta_0}{\cos^2 \beta_0} \right]^{-2} \\
 K_r &= \left[ 1 + \left\{ 1 - \left( \frac{C}{C_0} \right)^2 \right\} \cdot \tan^2 \beta_0 \right]^{-2} \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

Donde  $\beta_0$  es el ángulo del oleaje en aguas profundas.

En la figura 3.5 podemos observar el diagrama para calcular el ángulo y el coeficiente de refracción dado por las ecuaciones (3.8) y (3.9).

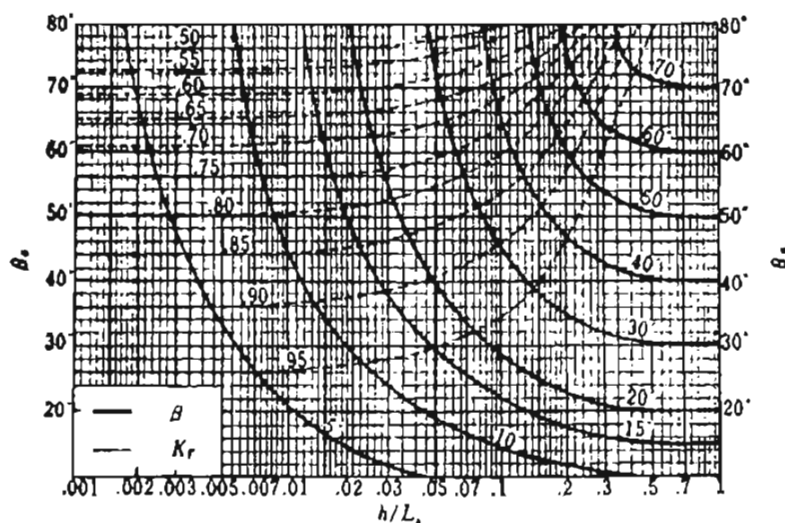


Figura 3.5 Ángulo y coeficiente de refracción en el mar con las líneas batimétricas paralelas y rectas.

### III.2.3 Reflexión perfecta debido a la refracción.

Si en la figura 3.3  $\beta_2 \geq 90^\circ$ , la dirección del oleaje no se presenta en la profundidad  $h_2$ . El ángulo de incidencia de oleaje de límite que se refleja perfectamente lo obtenemos como a continuación se indica:

De la ecuación (3.5):

$$\frac{\text{sen } \beta_2}{\text{sen } \beta_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

Si  $\beta_2 = 90^\circ$ , es decir,  $\text{sen } \beta_2 = 1$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta_1 &= \frac{C_1}{C_2} \\ \therefore \beta_1 &= \text{sen}^{-1} \left( \frac{C_1}{C_2} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

En la ecuación (3.10), la relación  $\frac{C_1}{C_2}$ , no puede ser mayor de 1, entonces, la reflexión perfecta ocurre cuando  $C_2$  es mayor que  $C_1$ , es decir cuando los oleajes se presentan en un lugar más profundo.  $\beta_1$  de la ecuación (3.10) es conocido como el ángulo crítico de reflexión perfecta.

### III.3 Efectos de fricción por el fondo.

La energía del oleaje es disipada gradualmente por el efecto de la fricción que se desarrolla en el fondo. En las siguientes ecuaciones se calcula este efecto según Bretshneider.

La fuerza de la fricción en el fondo  $\tau_0$  se expresa en la ecuación siguiente:

$$\tau_0 = f\zeta U_0^2 \quad (3.11)$$

Donde:

$\tau_0$ : es la fuerza de fricción en el fondo  $\left( \frac{l}{m^2} \right)$ .

$f$ : es el coeficiente de fricción (adimensional).

$\zeta$ : es la densidad de agua  $\left( \frac{seg^2}{m^3} \right)$ .

$U_0$ : es la velocidad de la partícula del agua, en el fondo  $\left( \frac{m}{seg} \right)$ .



La energía promedio disipada, por un tiempo y una área determinada, debido a esta fricción  $D_f$  es:

$$D_f = \frac{2}{T} \int_{T_4}^T \tau_0 U_0 dt \tag{3.12}$$

Donde,  $D_f$  es la energía promedio, disipada debido a la fricción.

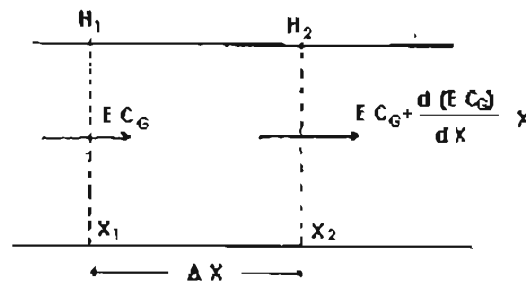
Por otra parte:

$$U_0 = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma) \xrightarrow{r=0} \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kh} \cos(\sigma)$$

$$\therefore D_f = \frac{2}{T} \int_{T_4}^T f_5 \frac{\pi^3 H^3}{T^3} \frac{1}{(\sinh kh)^3} \cos^3(\sigma) dt$$

$$D_f = \frac{4}{3} \pi^2 \frac{f_5 H^3}{T^3 \sinh^3 kh} \tag{3.13}$$

Como  $EC_G$  es la energía de ola por unidad de tiempo y por unidad de amplitud, propagada en la dirección del recorrido de la ola representada en la figura 3.6.



**Figura 3.6** Disipación de la energía, debido a la fricción en el fondo.

$$\frac{d(EC_G)}{dx} \Delta x = -D_f \Delta x \tag{3.14}$$

$$\therefore \frac{d(EC_G)}{dx} = -D_f \tag{3.15}$$

Se supone que la profundidad es constante en una distancia  $\Delta x$ .

$$\frac{d\left(\frac{1}{8} g C_G H^2\right)}{dx} = -\frac{4}{3} \pi^2 f \frac{H^3}{T^3 \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^3}$$

Entonces  $\frac{1}{8} g C_G 2\pi \frac{dH}{dx} = -\frac{4}{3} \pi^2 f \frac{H^3}{T^3 \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^3}$

$$\therefore \frac{dH}{dx} = -\frac{16 \pi^2 f H^2}{3 T^3 g C_G \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^2}$$

Sí  $K_s^2 = \frac{C_0}{2n_c}$  entonces;  $n_c = \frac{C_0}{2K_s^2}$  y  $C_G = n_c = \frac{C_0}{2K_s^2} = \frac{gT}{2K_s^2} = \frac{gT}{4\pi K_s^2}$ , sustituyendo:

$$-\int_{H_1}^{H_2} \frac{dH}{H^2} = \int_0^{\Delta x} \frac{16 \pi^2 \cdot f \cdot (4\pi \cdot K_s^2)}{3 T^3 \cdot g \cdot g T \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h}{L}\right)^3} dx \quad (3.16)$$

$$\therefore \left( \frac{1}{H_2} - \frac{1}{H_1} \right) = \frac{64 \pi^3 f K_s^2 \Delta x}{3 g^2 T^4 (\sinh kh)^3}$$

$$\therefore \frac{H_1 - H_2}{H_1 H_2} = \frac{64 \pi^3 f K_s^2 \Delta x}{3 g^2 T^4 (\sinh kh)^3}$$

Multiplicando ambos miembros por  $H_1$  obtenemos:

$$\frac{H_1}{H_2} = 1 + \frac{64 \pi^3 f H_1 \Delta x}{3 g^2 h^2} \left( \frac{h}{T} \right)^2 \frac{K_s^2}{\sinh^3 kh}$$

$$\therefore \frac{H_2}{H_1} = K_f = \left[ 1 + \frac{64 \pi^3 f H_1 \Delta x}{3 g^2 h^2} \left( \frac{h}{T} \right)^2 \frac{K_s^2}{\sinh^3 kh} \right]^{-1} \quad (3.17)$$

Donde:

$K_f$ : es el coeficiente de disminución por fricción.

$f$ : es el coeficiente de fricción.

$\Delta x$ : es la distancia entre  $x_1$  y  $x_2$  de la figura 3.6.

$h$ : es la profundidad media entre  $x_1$  y  $x_2$  de la figura 3.6.

$H_1$ : es la altura del oleaje, en  $x_1$ .

$H_2$ : es la altura del oleaje en,  $x_2$ .

$K_s$ : es el coeficiente de propagación.

Para el coeficiente de fricción  $f$ , se recomienda tomar el valor de 0.01, para campo, dado por Bretshneider. En la figura 3.7 se muestra el diagrama calculado según la ecuación (3.17), donde se puede obtener  $H_2$  en función de  $H_1$ .

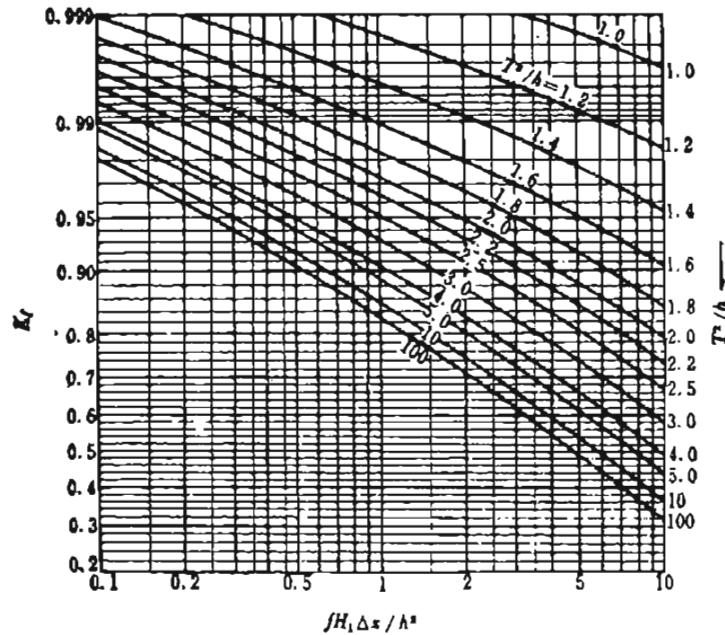


Figura 3.7 Diagrama del coeficiente de disminución por fricción  $K_f$ .

### III.4 Difracción del oleaje.

El fenómeno en el cual alguna parte del oleaje penetra detrás de una barrera se llama difracción. El fenómeno de la difracción puede analizarse analíticamente usando la teoría del potencial, pero se requieren cálculos muy elaborados. Por eso, generalmente se utilizan diagramas de difracción.

La figura 3.8 muestra un diagrama de difracción del oleaje, que ha sido elaborado considerando una profundidad uniforme en la zona protegida por el rompeolas. El coeficiente de difracción  $K_D$  tiene el siguiente valor:

$$K_D = \frac{\text{Altura de la Ola Difractada } H_D}{\text{Altura de la Ola Incidente } H_I}$$

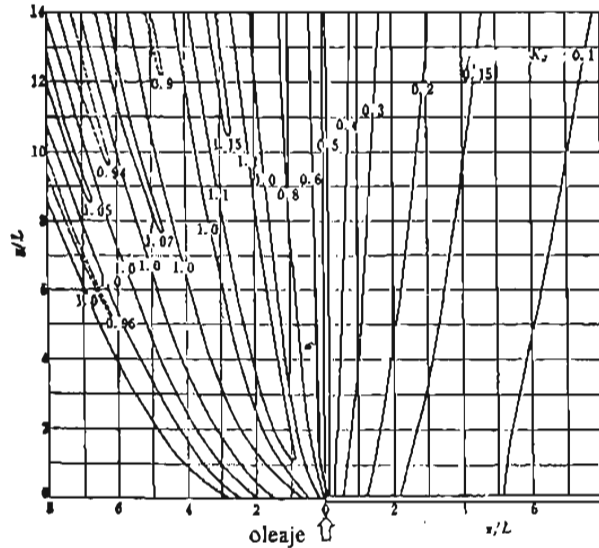


Figura 3.8 Diagrama de difracción en el extremo de un rompeolas.

### III.5 Rompiente.

#### III.5.1 Forma de la rompiente.

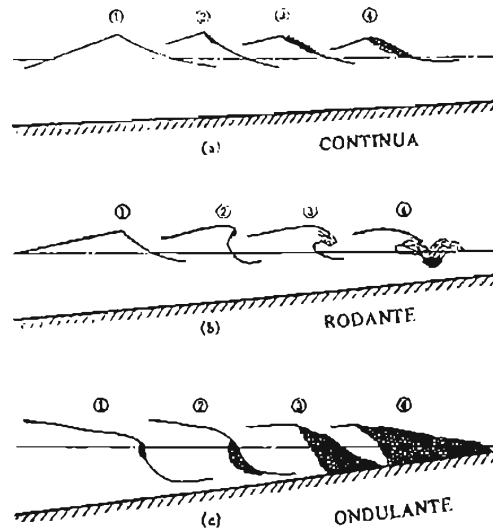
Una ola progresiva en su recorrido hacia la costa, rompe al llegar a una profundidad determinada y en aguas profundas una ola puede romperse debido al viento.

El fenómeno de la rompiente ocurre cuando se hace inestable su perfil y las partículas de agua saltan fuera de la ola.

La forma de la rompiente de la ola en la playa, se ha clasificado en tres tipos diferentes: continua (spilling), rodante (pluning) y ondulante (surging), que se muestran en la figura 3.9.

La "Rompiente Continua" se caracteriza porque la espuma aparece en la cresta y esta espuma se extienden hacia adelante. Por consecuencia, el oleaje recorre una basta distancia, rompiendo con espuma.

La "Rompiente Rodante" se distingue porque la parte anterior de la cresta se yergue suavemente, posteriormente la cresta se arroja hacia adelante. En esta rompiente se produce mucha espuma y turbulencias, disipándose gran cantidad de energía en un espacio pequeño.



**Figura 3.9 Tipos del oleaje rompiente.**

En la "Rompiente Ondulante" la parte anterior de la ola se yergue como la rompiente rodante, pero en esa medida empieza a romperse desde el pie, por la pendiente de la playa.

Los tipos de la rompiente son generalmente debidos a la esbeltez de la ola y la pendiente del fondo del mar. La "Rompiente Continua" tiende a ocurrir por la gran esbeltez de la ola y de la suave pendiente del fondo del mar, la "Rompiente Rodante" ocurre en la condición de pendiente abrupta y la "Rompiente Ondulante" porque la pendiente es abrupta en el fondo y es de pequeña esbeltez.

### III.5.2 Altura de la ola y profundidad de rompiente.

Es importante en los ensayos para el diseño y la construcción de un puerto, conocer la altura de la ola y la profundidad en que rompe.

El límite de la rompiente se obtiene en base a la condición en que la velocidad de la partícula del agua en la cresta se hace igual a la celeridad de la ola.

El resultado teórico es el siguiente:

$$\frac{H_h}{L_h} = 0.14 \quad \text{o} \quad \frac{H_h}{L_0} = 0.1n \quad (3.18)$$

Cuando es una ola solitaria, su ecuación es:

$$H_b = 0.83h \tag{3.19}$$

Donde el subíndice  $b$  indica rompiente y  $0$  aguas profundas.

En general, es difícil obtener la altura de la ola rompiente sobre el fondo inclinado mediante el cálculo teórico, por lo tanto, se practican muchos ensayos en modelo físico y muchas observaciones en campo.

La figura 3.10 se usa para suponer la altura de la ola rompiente a una profundidad arbitraria, y la figura 3.11 es usada para el nivel de la cresta, de la ola rompiente.

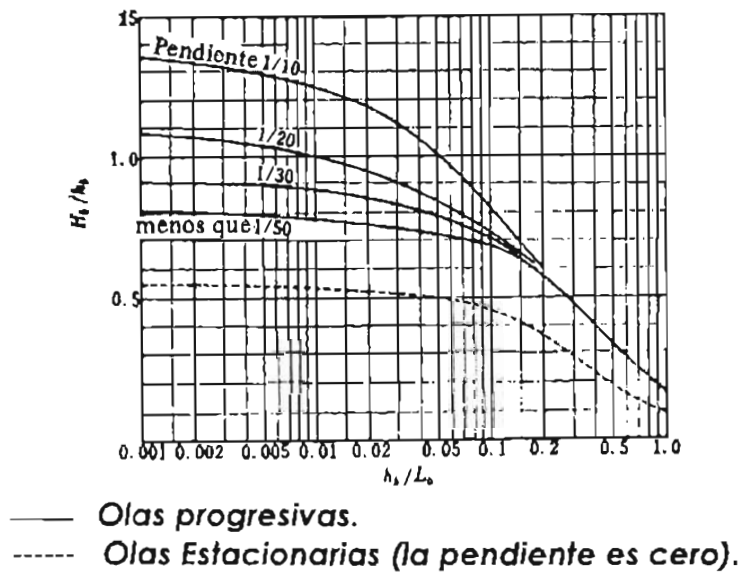


Figura 3.10 Relación entre la altura de la ola rompiente y la profundidad.

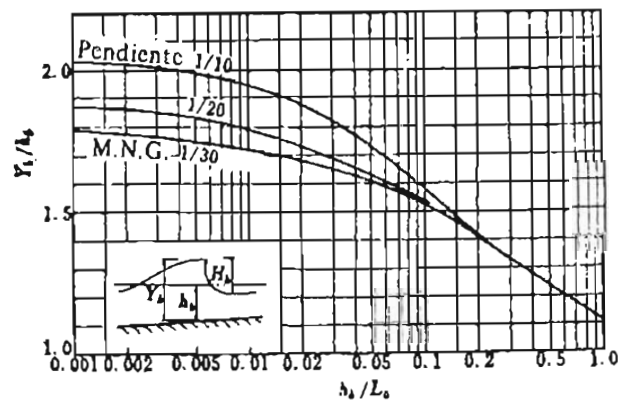


Figura 3.11 Relación entre el nivel de la cresta de ola rompiente y la profundidad.

Por medio de las figuras 3.10 y 3.11 sabemos que cuanto más abrupta sea la pendiente del fondo y más largo sea el periodo, más grande será la altura de la ola rompiente.

Las figuras 3.12 y 3.13 se utilizan para encontrar la profundidad de la rompiente y la altura de la ola rompiente cuando se conoce la altura y la longitud, es decir,  $H_0$  y  $L_0$  respectivamente.

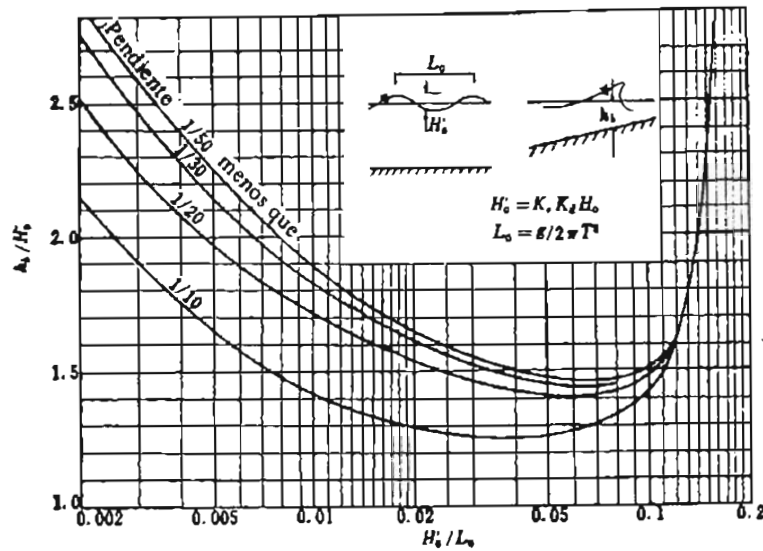


Figura 3.12 Relación entre la profundidad en la rompiente y la altura de la ola en aguas profundas.

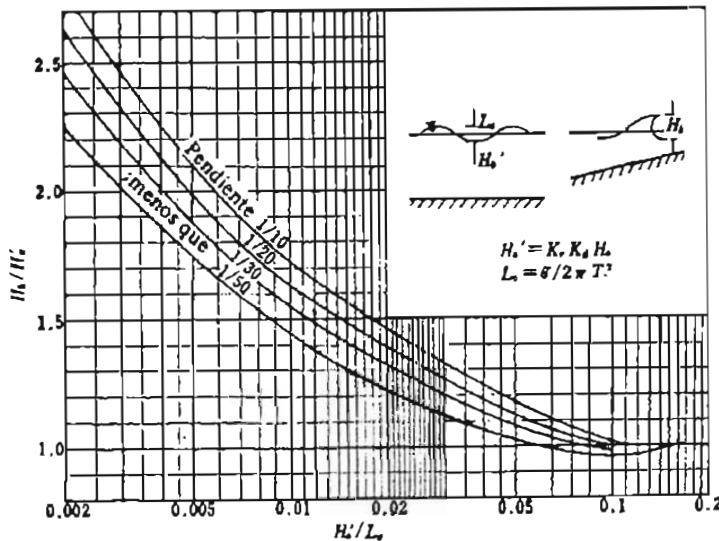


Figura 3.13 Relación entre la altura de la ola en la rompiente y en aguas profundas.

Pero en dichas figuras, la altura  $H_0'$  de la ola para aguas profundas, no es igual a  $H_0$ . Para ello habrá que multiplicar a  $H_0$  por los coeficientes de refracción, difracción y fricción como sigue:

$$H_0' = K_f \cdot K_r \cdot K_d \cdot H_0 \quad (3.20)$$

Donde:

$K_f$ : es el coeficiente de disminución por fricción.

$K_r$ : es el coeficiente de refracción.

$K_d$ : es el coeficiente de difracción.

$H_0$ : es la altura de ola en aguas profundas.

Se le llama  $H_0'$  a una altura relativa en aguas profundas, por lo tanto, si la altura de la ola en cualquier sitio es  $H$ , esa altura relativa en aguas profundas  $H_0'$  es:

$$H_0' = \frac{H}{K_s}$$

Donde  $K_s$  es el coeficiente de propagación en aguas someras.

### III.6 Reflexión del oleaje.

#### III.6.1 Cambio de energía por efecto de la reflexión.

Al incidir el oleaje en una estructura, una parte de su energía se refleja, otra parte se transmite hacia atrás de la estructura y otra parte se dispersa por rompiente, fricción, etc. Cuando el oleaje incidente se transforma en los oleajes reflejados y transmitidos, ese periodo cambia. Pero, si no se presta atención al cambio, de acuerdo con la ley de la conservación de la energía se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{8} W_0 H_i^2 = \frac{1}{8} W_0 H_R^2 + \frac{1}{8} W_0 H_T^2 + \frac{\overline{W}_d}{C_G} \quad (3.22)$$

Donde:

$H_i$ : es la altura del oleaje incidente.

$H_R$ : es la altura del oleaje reflejado.

$H_T$ : es la altura del oleaje transmitido.

$\overline{W}_d$ : es la energía dispersada.

$C_G$ : es la velocidad de grupo de oleajes.

$W_0$ : es el peso específico del agua.



Al dividir la ecuación (3.22) por  $W_0 H_1^2$  se obtiene:

$$1 = \left( \frac{H_R}{H_1} \right)^2 + \left( \frac{H_T}{H_1} \right)^2 + \frac{W_d \cdot 8}{C_G \cdot W_0 H_1^2}$$

$$\therefore 1 = K_f^2 + K_T^2 + K_p \quad (3.23)$$

Donde:

$K_R = \frac{H_R}{H_1}$  : es el coeficiente de reflexión.

$K_T = \frac{H_T}{H_1}$  : es el coeficiente de transmisión.

$K_p$  : es el coeficiente de pérdida de energía.

Cuando se tiene  $K_R = 1$ ,  $K_T = 0$  y  $K_p = 0$ , ocurre el oleaje estacionario perfecto y una estructura es permeable o baja cuando se tiene  $K_R < 1$ ,  $K_T \neq 0$  y  $K_p \neq 0$ .

### III.6.2 Coeficiente de reflexión.

Cuando el oleaje se refleja, debido a los rompeolas o muelles, y se forman oleajes estacionarios. El área frente al puerto tiene un movimiento intenso del agua, por lo tanto, es mejor romper el oleaje lo más pronto posible.

Los oleajes con esbeltez pequeña no se rompen fácilmente y se reflejan aún en la pendiente muy suave.

Miche propone una esbeltez límite con la que el oleaje se refleja perfectamente en cualquier pendiente, a continuación se explica este procedimiento:

$$\left( \frac{H_0}{L_0} \right)_{\text{lim}} = \frac{\theta \cdot \text{sen}^2 \theta}{90^\circ \cdot \pi} \quad (3.24)$$

Donde;  $\theta$  es el ángulo de la pendiente en el fondo.

Cuando la esbeltez es mayor que el valor de la ecuación (3.24), el oleaje rompe sobre la pendiente con la pérdida de una parte de la energía y resulta ser menor que uno del coeficiente de reflexión. En general, cuanto mayor es la esbeltez, menor es el coeficiente de reflexión. Además, cuando es rugosa o permeable la pendiente, el coeficiente de reflexión es menor que uno debido a la pérdida de energía por fricción.

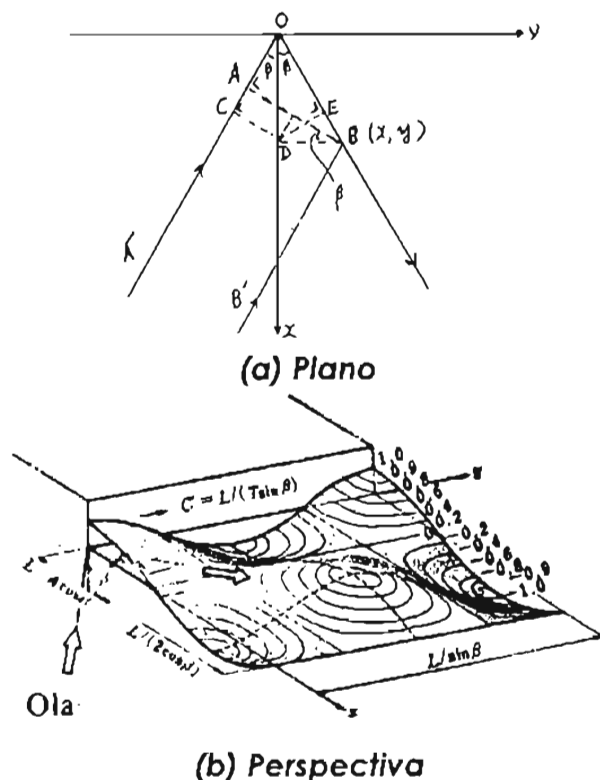
**Tabla 3.1 Valores del coeficiente de reflexión  $K_R$ , para oleaje local.**

Tipo de estructura.	$K_R$
Muros verticales o casi verticales.	0.8 – 1.0
Estructuras con taludes comprendidos entre 2 y 3.	0.4 – 0.8
Estructuras de bloques de concreto.	0.2 – 0.4
Terraplenes.	0.3 – 0.5
Playa natural.	0.1 – 0.2

Se necesita realizar algunos ensayos en modelos para buscar el valor exacto del coeficiente de reflexión. Se indica en la tabla 3.1 el coeficiente de reflexión para oleaje local. Pero, en caso de tener oleaje distante, en el cual es muy largo el periodo, el coeficiente de reflexión es mayor que el mostrado en la tabla 3.1.

**III.6.3 Incidencia oblicua del oleaje en muros.**

En el subcapítulo 2.5 se indicó la incidencia oblicua del oleaje en muros. El oleaje que no incide perpendicularmente en muros, es reflejado con un ángulo igual al de incidencia; en la figura 3.14 se muestra la forma en que es reflejado el oleaje incidente.



**Figura 3.14 Reflexión del oleaje de incidencia oblicua en muros.**

En la figura 3.14 (a) se busca el perfil de ola, en el punto  $B$ .

El perfil del punto  $B$  se forma por la sobreposición de la ola incidente de  $B'B$  en esta dirección y la ola reflejada de  $OB$  en esta dirección.

El perfil del punto  $B$ , de ola de  $B'B$  es igual a la de perfil en el punto  $A$  de ola de  $A'A$ . Se suponen las coordenadas  $(x,y)$  en el punto  $B$ .

$$OA = OC - AC = x \cos \beta - y \operatorname{sen} \beta$$

Por eso, el perfil en el punto  $B$  de la ola de  $B'B$  es el siguiente, puesto que avanza en sentido negativo:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos [K(x \cos \beta - y \operatorname{sen} \beta) + \sigma] \quad (3.25)$$

Por otra parte, para la ola de  $OB$  se tiene:

$$OB = OE + EB = x \cos \beta + y \operatorname{sen} \beta$$

Por avanzar en sentido positivo, el perfil será el siguiente:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos [K(x \cos \beta + y \operatorname{sen} \beta) - \sigma] \quad (3.26)$$

Por lo tanto, el perfil de la ola sobrepuesta es:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos [K(x \cos \beta - y \operatorname{sen} \beta) + \sigma] + \frac{H}{2} \cos [K(x \cos \beta + y \operatorname{sen} \beta) - \sigma]$$

Usando la función trigonométrica  $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ , se obtiene:

$$\eta = H \cos (Kx \cos \beta) \cos (Ky \operatorname{sen} \beta - \sigma) \quad (3.27)$$

El perfil de la ecuación (3.27) se muestra en la figura 3.14 (b) donde  $\eta$  se expresa por la línea equivalente de  $\eta_H$ . Los antinodos están en lugar de  $\frac{nL}{2 \cos \beta}$ , donde  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ , desde el muro a lo largo de que la cresta de olas estacionarias corren hacia el eje y con velocidad de  $C_{\operatorname{sen} \beta}$

Desde la ecuación (3.27), se obtiene:

$$\begin{aligned} \cos(Kx \cos \beta) &= \pm 1 \\ \therefore Kx \cos \beta &= n\pi \\ \therefore x &= \frac{n\pi}{K \cos \beta} = \frac{n\pi}{\frac{2\pi}{L} \cos \beta} = \frac{n\pi}{2 \cos \beta} \end{aligned} \quad \text{Y} \quad \begin{aligned} \cos \left( Ky \operatorname{sen} \beta - \sigma t \left[ K \operatorname{sen} \beta \left( y - \frac{\sigma}{K \operatorname{sen} \beta} t \right) \right] \right) \\ \therefore Cy \frac{\sigma}{K \operatorname{sen} \beta} &= \frac{C}{\operatorname{sen} \beta} \end{aligned}$$

### III.7 Fenómenos de oscilación en la superficie del agua.

Si un puerto se protege contra el oleaje, reduciendo el ancho de la entrada con rompeolas, el recinto del puerto se calma generalmente, pero si todas las partes perimétricas del recinto son formadas por estructuras que reflejan el oleaje y es difícil de disminuir la energía del oleaje ingresado por la entrada del puerto, el recinto solamente no podrá calmarse, sino podrá agitarse.

Esto es, que los oleajes ingresados repiten la reflexión contra el perímetro del recinto y que el fenómeno de oscilación ocurre por la relación entre el tamaño del recinto y la longitud del oleaje.

Dicho fenómeno de oscilación tiende a ocurrir en el caso del oleaje con periodo largo, por ejemplo con más de 20 segundos de periodo y tsunami.

Tomemos el caso de que diferentes oleajes inciden en un recinto rectangular con profundidad constante, como se indica en la figura 3.15.

$$\eta_{ln} = a_s \cos K(x-l) \cos \sigma t$$

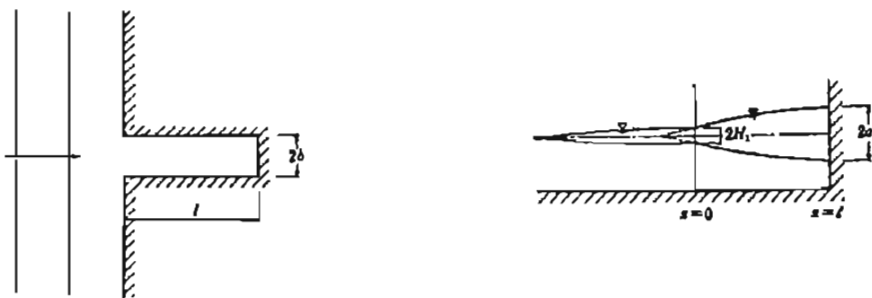


Figura 3.15 Oscilación en un recinto rectangular.

El oleaje estacionario de la ecuación (2.9) se forma fuera del recinto, es decir, con  $H_1$  de la altura de oleaje incidente.

$$\eta_{Fuera} = H_1 \cos kx \cos \sigma \tag{3.28}$$

Por otro lado, la oscilación dentro del recinto es:

$$\eta_{Dentro} = a_s \cos k(x-l) \cos \sigma \tag{3.29}$$

Donde:

$a_s$ : es la amplitud de oscilación en el final del recinto.

$l$ : es la longitud del recinto.

En la siguiente ecuación, se da el caso en que dos oscilaciones son iguales en la entrada del recinto, es decir,  $x=0$ :

$$\begin{aligned} [\eta_{Fuera}]_{x=0} &= [\eta_{Dentro}]_{x=0} \\ \therefore H_1 \cos \sigma &= a_s \cos Kl \cos \sigma \\ \therefore a_s &= \frac{H_1}{\cos Kl} \end{aligned} \tag{3.30}$$

Donde  $Kl = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ , es decir,  $l = \frac{L}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{L}{2}, \frac{3L}{2}, \dots, (2m+1)\frac{L}{2}$ ,  $\cos Kl = 0$  y  $a_s = \infty$ , por consecuencia la resonancia ocurre.

En realidad, la mayor agitación, entra a medida que se acerca el estado de resonancia, por eso el valor de  $a_s$  en la ecuación (3.30) se deliene en algún valor sin hacerse infinito.

La longitud del oleaje  $L_{Resonancia}$  efectuado por la resonancia, más el valor de corrección  $\Delta L$  es:

$$L_{Resonancia} = \frac{4l}{(2m+1)} + \Delta L, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \tag{3.31}$$

Cuando la entrada es más estrecha debido al rompeolas, la oscilación lateral se encuentra también con la longitudinal, es decir:

$$L_{Resonancia} = \frac{2}{\frac{m^2}{l^2} + \frac{n^2}{4b^2}} - \Delta L \tag{3.32}$$

Donde:

$m$ : es el número de nodo en  $2l$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

$n$ : es el número de nodo en  $2b$  ( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

La longitud relativa del recinto ( $Kl$ )<sub>Puerto</sub> y la razón de aumento de la amplitud  $R_{Puerto}$  se indica en la figura 3.16 para la oscilación fundamental y la secundaria con respecto a la longitud.

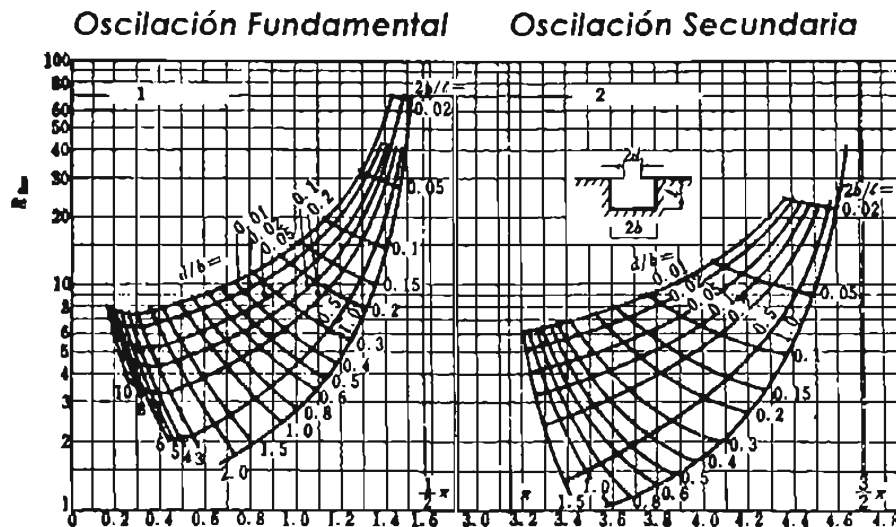


Figura 3.16 Característica de la oscilación del recinto rectangular.

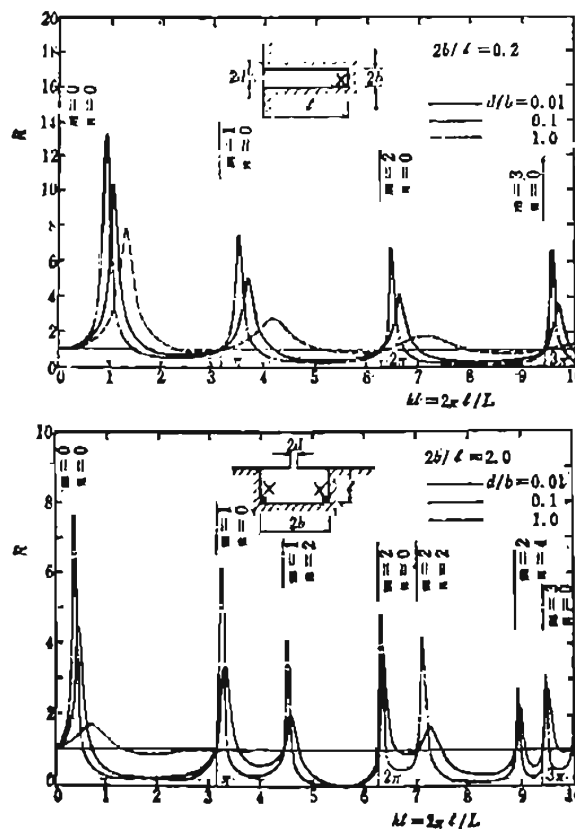


Figura 3.17 Espectro resonante del recinto rectangular.

Como se sabe en la ecuación (3.32), el aumento de la amplitud debido a la oscilación, ocurre por varios periodos del oleaje que entra.

La figura 3.17 muestra algunos ejemplos calculados, llamados espectro resonante, donde se indica el aspecto de los puntos con la marca x dentro de la misma figura.

En la figura 3.17, la razón del aumento de la amplitud  $R$  crece con el decrecimiento del ancho relativo  $2d_{2b}$ , lo que se conoce como "Paradoja de Puerto".

# CAPITULO IV.

## AUMENTO DEL NIVEL DEL MAR CAUSADO POR HURACANES.

### IV.1 Marea.

#### IV.1.1 Fenómeno de la marea.

El nivel del mar repite el ascenso (*pleamar*) y el descenso (*bajamar*) consecutivamente, cuando esto ocurre dos veces al día se le llama marea semidiurna, también puede ocurrir una combinación de estos, que se caracteriza por tener dos pleamares o dos bajamares notablemente diferentes y se denomina marea mixta. Este movimiento de ascenso y descenso de la superficie de mar tiene un periodo de 12 horas 24 minutos o 24 horas 50 minutos.

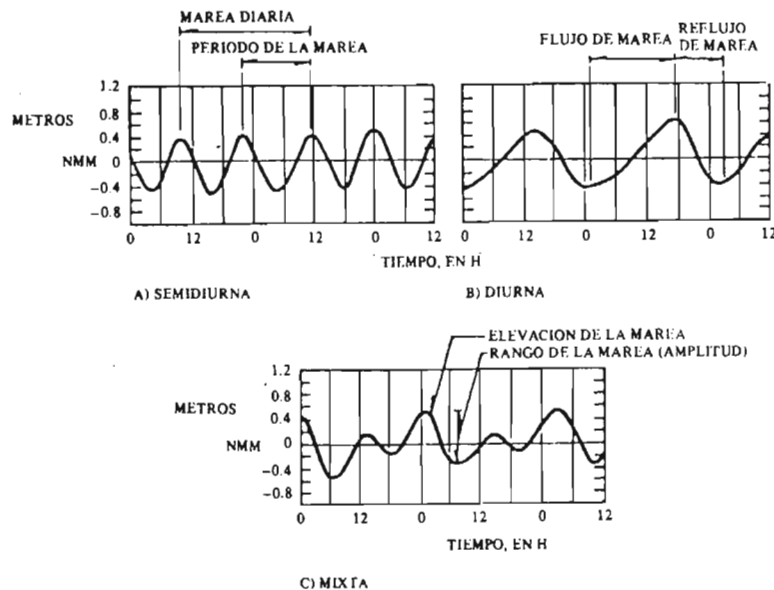
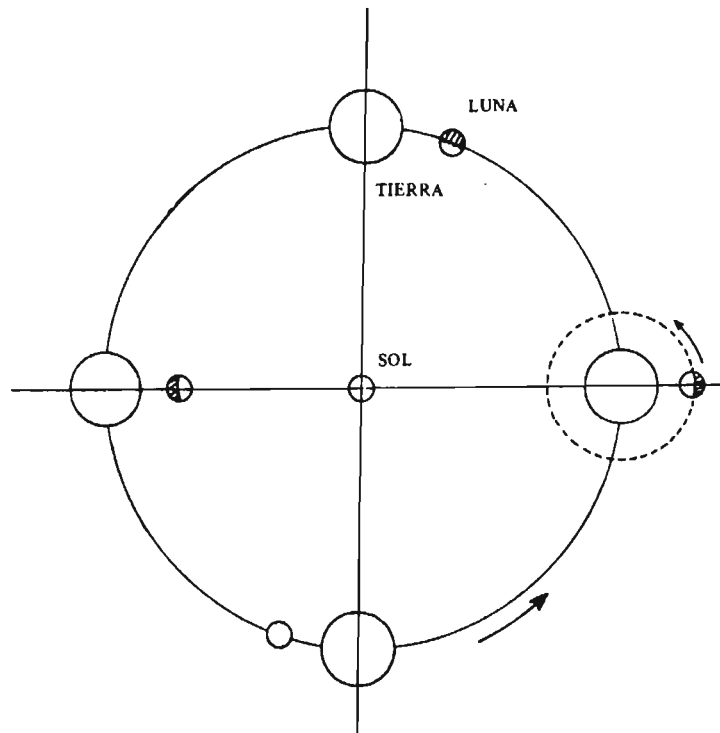


Figura 4.1 Diferentes tipos de marea.





La magnitud de la marea cambia por la situación relativa de la tierra, la luna y el sol, como se observa en la figura 4.3. Cuando los tres están en línea, la magnitud es más grande, y cuando la luna y el sol están alineados ortogonalmente con la tierra entre ellos, la magnitud es pequeña.



**Figura 4.3 Posiciones relativas de la tierra, la luna y el sol.**

La marea astronómica se divide en cuatro formas principales, las cuales se enumeran a continuación:

- 1) *Marea semidiurna generada principalmente por la luna ( $M_2$ ).*
- 2) *Marea semidiurna generada principalmente por el sol ( $S_2$ ).*
- 3) *Marea diurna generada principalmente por el sol y la luna ( $K_1$ ).*
- 4) *Marea diurna generada principalmente por la luna ( $O_1$ ).*

Las mareas anteriores son conocidas como "Las cuatro componentes principales de la marea".

### IV.1.2 Niveles de referencia.

La construcción de una estructura requiere definir algún nivel vertical de referencia. En general, se usan los niveles que a continuación se definen:

- *Altura Máxima Registrada*: es el nivel más alto registrado en una estación.
- *Nivel de Pleamar Media Superior (NPMS)*: es el promedio de los niveles más altos, es decir de las dos pleamares diarias durante el periodo considerado en cada estación.
- *Nivel de Pleamar Media (NPM)*: es el promedio de todas las pleamares durante el periodo considerado en cada estación. Cuando la marea es diurna, equivale a la del *Nivel de Pleamar Media Superior (NPMS)*.
- *Nivel Medio del Mar*: es el promedio de las alturas durante el periodo considerado en cada estación.
- *Nivel de Bajamar Media (NBM)*: es el promedio de todas las bajamares que se presentan durante el periodo considerado en cada estación, cuando la marea es diurna equivale al nivel de *Nivel de Bajamar Media Inferior (NBMI)*.
- *Nivel de Bajamar Media Inferior (NBMI)*: es el promedio de los niveles más bajos, es decir de las dos bajamares diarias durante el periodo considerado en cada estación.
- *Altura Mínima Registrada*: es el nivel más bajo registrado en la estación.

En general en México, el *Nivel de Bajamar Media Inferior (NBMI)* es utilizado como *Nivel de Referencia*. En las costas para la construcción de estructuras o *Planos Batimétricos*.

El *Nivel de Referencia* es diferente en cada país. Por ejemplo, en Japón, se tiene el valor sumado de las cuatro componentes principales de la marea bajo del nivel medio del mar.

## IV.2 Corrientes de marea.

### IV.2.1 Fenómeno de las corrientes de marea.

La marea es un oleaje con periodo muy largo, se propaga con la velocidad de ola en aguas someras, y se refleja en la costa produciendo un oleaje estacionario.

La marea acompaña el movimiento periodico y horizontal del agua, este movimiento horizontal se parece al de una corriente porque su periodo es muy grande, y se le conoce como *corrientes de marea*. Por lo tanto, las corrientes de marea cambian de dirección y velocidad con respecto al periodo de 12 horas y 15 minutos ó 24 horas y 50 minutos.

La corriente de marea cambia por la configuración de la costa y la batimetría. Por ejemplo, la corriente de marea en un canal se controla por la diferencia de los niveles de la marea entre ambos lados del canal. La corriente de marea en un canal se calcula usando la ecuación siguiente:

$$V = \pm C_v \cdot 2g\eta_1 - \eta_2 \quad (4.1)$$

Donde:

$\eta_1, \eta_2$ : son los niveles de marea de ambos lados del canal.

$C_v$ : es el coeficiente de velocidad, se calcula con la siguiente ecuación:

$$C_v = \frac{1}{\sqrt{t_0 + f_e + \frac{2gn^2 l}{K^{1/2} R}}} \quad (4.2)$$

Donde:

$f_e$ : es el coeficiente de pérdida en la entrada del canal se considera un valor de (0.5).

$t_0$ : es el coeficiente de pérdida en la salida del canal se considera un valor de (1.0).

$n$ : es el coeficiente de rugosidad de Maning.

$l$ : es la longitud del canal.

$R$ : es el radio hidráulico (área / perímetro mojado).

Cuando el canal es largo, se necesita calcular la propagación de la corriente de marea.

### IV.2.2 Corriente de marea en bocanas de bahías y puertos.

La marea en bahías y en puertos se mantiene por la corriente de marea que pasa por su bocana. Cuando las bahías y puertos son de área pequeña y por tal motivo el tiempo de propagación de la marea es muy corto en comparación con su periodo, se miden valores aproximados de la amplitud de marea dentro de la bahía y de la corriente de marea en su bocana.

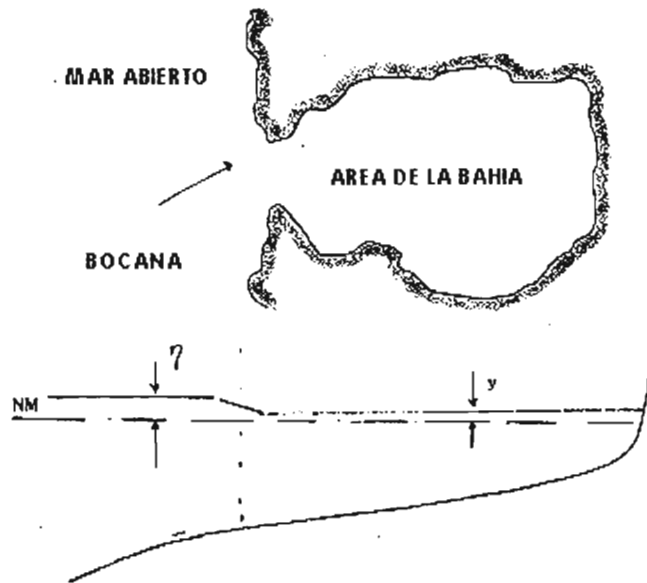
En la figura 4.4, se muestra que el nivel del agua de la bahía sube y baja debido al efecto de marea, porque su área no es grande. El agua entra y sale pasando la bocana, según la diferencia del nivel del agua entre el mar abierto y la bahía. La velocidad de la corriente de marea es:

$$V = \pm C_v \sqrt{2g(\eta - y)} \quad (4.3)$$

Donde:

$V > 0$  cuando  $\eta > y$

$V < 0$  cuando  $\eta < y$



**Figura 4.4 Corriente de marea en la bocana de la bahía.**

La variación del nivel del agua dentro de la bahía es igual a la cantidad de agua que pasa por la bocana dividida por el área de la bahía.

Por lo tanto:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{A}{S} V = \pm \frac{C_v A}{S} \sqrt{2g|\eta - y|} \quad (4.4)$$

Donde:

$A$ : es el área de la sección de la bocana.

$S$ : es la superficie de la bahía.

Para obtener el valor aproximado de la variación del nivel del agua dentro de la bahía, se supone que  $\eta$  y  $y$  varían senoidalmente. Simbolizando la amplitud de marea exterior como  $a$ , su periodo como  $T$ , la amplitud de marea interior como  $\lambda$  y su tiempo de retraso contra la marea exterior como  $\tau$ , se obtiene:

$$\eta = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \quad (4.5)$$

$$y = \lambda \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \quad (4.6)$$

Derivando la ecuación (4.6) se tiene:

$$\frac{dy}{dt} = \lambda \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \quad (4.7)$$

Substituyendo la ecuaciones (4.5) y (4.6) en la ecuación (4.4), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \pm \frac{C_v A}{S} \sqrt{2g \left[ a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t - \lambda \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]} \\ \frac{dy}{dt} &= \pm \frac{C_v A}{S} \sqrt{2ga \left[ \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t - \frac{\lambda}{a} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Elevando al cuadrado las ecuaciones (4.7) y (4.8), su diferencia es:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \left[ \lambda \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]^2 \pm \left[ \left( \frac{C_v A}{S} \right)^2 2ga \left( \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t - \frac{\lambda}{a} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right) \right]^2 \\ \varepsilon(t) &= \left[ \frac{\lambda}{a} \frac{2\pi}{T} \frac{S}{C_v A} \frac{a}{2g} \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]^2 \pm \left[ \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t - \frac{\lambda}{a} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]^2 \left( \frac{C_v A}{S} \right)^2 \cdot 2ga \end{aligned}$$

$$\varepsilon(t) = \left[ \left[ \alpha K \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right]^2 \pm \left[ \text{sen} \frac{2\pi}{T} t - \alpha \text{sen} \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right] \right] \cdot \left( \frac{C_v A}{S} \right)^2 \cdot 2ga \quad (4.9)$$

Donde:

$$\alpha = \frac{\lambda}{a} \quad \text{y} \quad K = \frac{2\pi S}{TC_v A} \cdot \frac{a}{2g} \quad (4.10-a)$$

Los valores de  $\alpha$  y  $\tau$ , que minimizan  $\varepsilon(t)$ , se obtienen a continuación:

Suponiendo que  $\varepsilon(t) = 0$ , cuando  $t = \tau$  en la ecuación (4.9), se tiene:

$$\varepsilon(t) = \left[ [\alpha K]^2 \pm \text{sen} \frac{2\pi}{T} t \right] = 0$$

Elevando al cuadrado:

$$\alpha^4 K^4 = \text{sen}^2 \frac{2\pi}{T} t \quad (4.10-b)$$

Suponiendo que  $\varepsilon(t) = 0$ , cuando  $t = \tau + \frac{T}{4}$

$$\varepsilon\left(t + \frac{T}{4}\right) = \left[ \alpha K \cos \frac{2\pi}{T} \left(\frac{T}{4}\right) \right]^2 \pm \text{sen} \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{4}\right) - \alpha \text{sen} \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}$$

$$\varepsilon\left(t + \frac{T}{4}\right) = \pm \text{sen} \left( \frac{2\pi}{T} \tau + \frac{\pi}{2} \right) - \alpha \text{sen} \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\therefore \cos \frac{2\pi}{T} \tau = \alpha$$

$$\therefore \tau = \frac{T}{2\pi} \cos^{-1} \alpha \quad (4.10-c)$$

Desde la ecuación (4.10-b)

$$\alpha^4 K^4 = 1 - \cos^2 \frac{2\pi}{T} t = 1 - \alpha^2$$

$$\therefore \alpha^4 K^4 + \alpha^2 - 1 = 0$$

$$\therefore \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4K^4}}{2K^4}$$

Simplificando:

$$\alpha^2 = \frac{1}{K^4} \left( \sqrt{K^4 + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{K^2} \sqrt{K^4 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}} \tag{4.11}$$

La velocidad de la corriente ( $V$ ) pasando la bocana es:

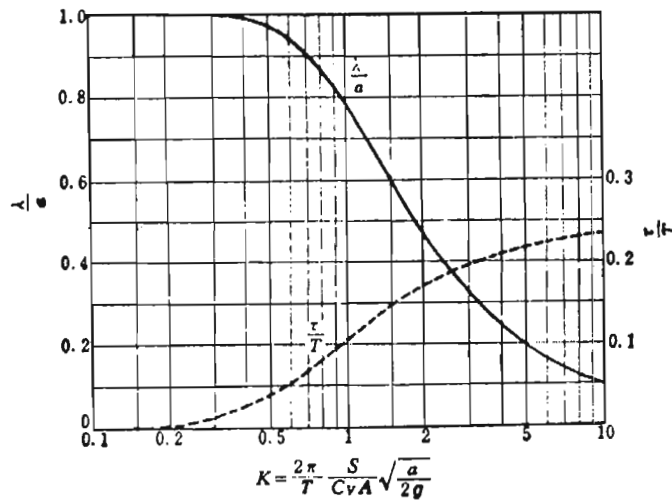
De la ecuación (4.7), se obtiene:

$$V = \frac{dy}{dt} \frac{S}{A} = \frac{S}{A} \lambda \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau)$$

La velocidad máxima  $V_{MAX}$ , ocurre cuando  $t = \tau$ , es decir:

$$V_{MAX} = \frac{S}{A} \lambda \frac{2\pi}{T} \tag{4.12}$$

La figura 4.5 es una grafica que representa las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12) para obtener la amplitud y el tiempo de retraso de la marea dentro de la bahía.



**Figura 4.5 Amplitud y tiempo de retraso de la marea dentro de la bahía.**



### IV.3 Aumento del nivel del mar debido a huracanes.

#### IV.3.1 Fenómeno del aumento del nivel del mar.

El nivel del mar varía por efecto de la marea astronómica en condiciones normales de clima, cuando existen perturbaciones meteorológicas, tales como huracanes y depresiones atmosféricas; el nivel del mar aumenta periódicamente. Cuando es mayor la depresión en el centro del huracán, y es mayor la velocidad del viento, mayor será el aumento del nivel del mar, causado por el efecto del huracán. Pero, se tienen muchas diferencias en el aumento del nivel del mar, como por ejemplo el sitio donde se presenta el huracán y la configuración de la bahía.

#### IV.3.2 Cálculo del aumento del nivel del mar.

##### IV.3.2.1 Aumento estático del nivel del mar debido a la disminución de la presión.

Cuando la presión atmosférica baja por  $\Delta p$  (mb) lentamente, el nivel de mar aumenta por  $\zeta_s$  (cm) como sigue:

$$\zeta_s = 0.99 \Delta p \quad (4.13)$$

##### IV.3.2.2 Aumento del nivel del mar por efecto del viento.

El viento causa la fuerza tangencial sobre la superficie del mar, esta fuerza  $\tau$  ( $\frac{t}{m^2}$ ) se expresa de la siguiente forma:

$$\tau = \gamma_s^2 \rho_a U^2 \quad (4.14)$$

Donde:

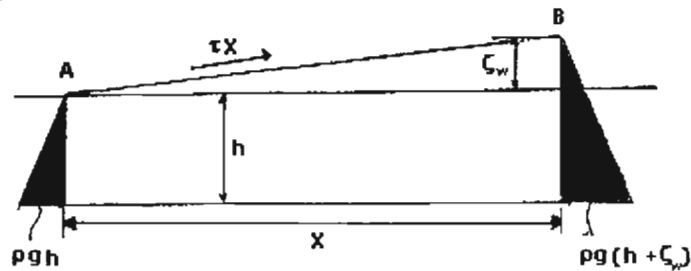
$U$ : es la velocidad del viento ( $\frac{m}{s}$ ).

$\rho_a$ : es la masa específica de aire ( $\frac{ton \cdot seg^2}{m^4}$ ).

$\gamma_s$ : es el coeficiente de la resistencia de la superficie del mar.

El valor de  $\gamma_s$  no es constante, pero usando  $\gamma_s^2 = (2.4 \pm 0.5) \times 10^{-3}$  por efecto del viento con velocidad mayor de  $6 \frac{m}{seg}$ .

Pensemos en el caso cuando hay viento en el mar con una profundidad  $h$  y una distancia  $x$ . El nivel del mar sube a sotavento por  $\zeta_w$  como se muestra en la figura 4.6.



**Figura 4.6 Balance entre el viento y el nivel del mar.**

El balance de las presiones de agua, entre los puntos A y B, es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\rho g h \cdot h) + \tau x &= \frac{1}{2} \rho g (h + \zeta_w) \cdot (h + \zeta_w) \\ \frac{1}{2} \rho g h^2 + \tau x &= \frac{\rho g h^2}{2} + \rho g h \zeta_w + \frac{\rho g \zeta_w^2}{2} \end{aligned}$$

Dado que el valor de  $\zeta_w$  es muy pequeño, éste tiende a cero, por lo que  $\frac{\rho g \zeta_w^2}{2} \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho g h^2 + \tau x &= \frac{\rho g h^2}{2} + \rho g h \zeta_w \\ \therefore \zeta_w &= \frac{\tau x}{\rho g h} \end{aligned}$$

Substituyendo en la ecuación (4.14)

$$\zeta_w = \gamma_s^2 \frac{\rho_a}{\rho} \frac{U^2}{g} \frac{x}{h} = K \frac{x}{h} U^2 \quad (4.15)$$

Donde:

$\rho$ : es la densidad del agua.

En la ecuación (4.15) se tienen los siguientes valores:

$$\gamma_s^2 = 2.4 \times 10^{-3}$$

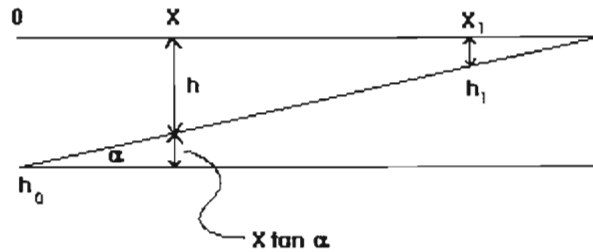
$$\frac{\rho_a}{\rho} = 1.2 \times 10^{-3}$$

Despejando y sustituyendo, se obtiene el valor de  $K$  :

$$K = \gamma_s^2 \frac{\rho_a}{\rho} \frac{1}{g} = 3 \times 10^{-7} \quad [m \cdot seg \cdot ton]$$

Si para las unidades de  $\zeta_w$ ,  $F$ ,  $h$  y  $U$  se tienen cm, km, m y m/seg respectivamente, se tiene un valor  $K = 3 \times 10^{-2}$ . Pero Cordienku obtuvo un valor de  $K = 4.8 \times 10^{-2}$ , con datos medidos en el mar de BalchiK.

Tomemos el caso en que la costa tiene una pendiente  $\alpha$ , tal como se muestra en la figura 4.7:



**Figura 4.7 Representación gráfica de una costa con pendiente  $\alpha$**

De la ecuación 4.15, se tiene:

$$\frac{d\zeta_w}{dx} = \frac{KU^2}{h}$$

Con respecto a la figura 4.7 se tiene que  $h = h_0 - x \tan \alpha$ , sustituyendo  $h$  en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta_w}{dx} &= \frac{KU^2}{h_0 - x \tan \alpha} \\ \therefore \int_0^{\zeta_w} \alpha \zeta_w &= K \int_0^{x_1} \frac{U^2}{h_0 - x \tan \alpha} dx \\ \zeta_w &= KU^2 [-\cot \alpha \log(h_0 - x \tan \alpha)]_0^{x_1} \\ \zeta_w &= KU^2 [-\cot \alpha \log(h_0 - x_1 \tan \alpha) + \cot \alpha \log h_0] \\ \zeta_w &= KU^2 \cdot \cot \alpha \cdot \ln \left( \frac{h_0}{h_1} \right) \end{aligned}$$

$$\zeta_w = 4.8 \times 10^{-5} \cdot U^2 \cdot \cot \alpha \cdot \ln \left( \frac{h_0}{h_1} \right) \quad (4.16)$$

Donde:

$U$  : es la velocidad del viento [m].

$\zeta_w$  : es la cantidad que aumentó el nivel del mar, en sotavento [cm].

$\alpha$  : es la pendiente en el fondo del mar.

$h_0$  : es la profundidad de barlovento.

$h_1$  : es la profundidad de sotavento.

### IV.3.2.3 *Calculo numérico del aumento del nivel del mar por efecto de un huracán.*

El aumento de nivel del mar por efecto de un huracán, se supone que es la suma de la presión originada por depresión y por el viento, como ya se ha explicado en los dos subcapítulos anteriores. Pero no contiene el efecto dinámico del huracán debido a la configuración.

Para obtener el aumento del nivel del mar por efecto de un huracán más detalladamente, es necesario realizar el calculo numérico tomando en cuenta ese efecto dinámico.

Es decir; como las fuerzas exteriores del aumento del nivel por depresión de la presión (obtenida en la ecuación 4.13), la fuerza tangencial sobre la superficie (obtenida en la ecuación 4.14), la resistencia sobre el fondo del mar, etc. Cada nivel y cada corriente continuarán calculándose para cada tiempo.

## IV.4 *Tsunami.*

Tsunami es una ola de periodo largo que es causada por un maremoto. El periodo de esta ola puede ser hasta de diez minutos.

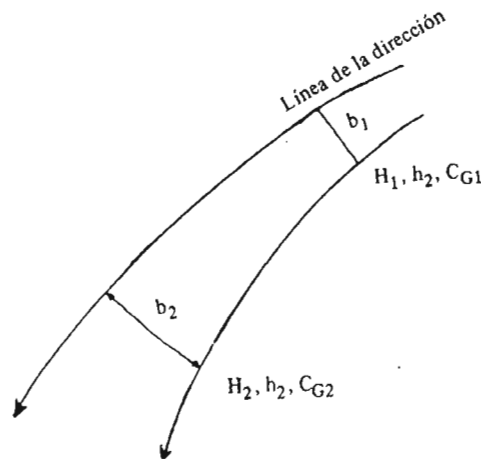
### IV.4.1 *Refracción y reflexión del tsunami.*

El tsunami se propaga como un oleaje en aguas someras, es decir, con una celeridad de  $gh$ . Cuando el tsunami se propaga por el mar, este se refracta por efecto de la variación de la profundidad del mar. Por lo anterior, hay lugares donde el tsunami se concentra y hay lugares donde éste se dispersa.

El tsunami se refleja, en su mayor parte, por la costa. Este tsunami reflejado se propaga hacia el exterior del mar. Por ejemplo: el tsunami que ocurrió en las costas de Japón, se reflejo por la costa norte de los Estados Unidos y luego a las costas de Australia en 47 horas.

**IV.4.2 Cambio de altura del tsunami.**

El cambio de altura del tsunami, puede calcularse con el método explicado en el subcapítulo 3.2.2, o mediante el siguiente método.



**Figura 4.8 Propagación del tsunami.**

En la figura 4.8, la energía que pasa el ancho  $b_1$  es igual a la energía que pasa por el ancho  $b_2$ .

$$b_1 \cdot E_1 \cdot C_{G1} = b_2 \cdot E_2 \cdot C_{G2}$$

Como el tsunami es un oleaje en aguas someras, entonces  $C_G = C$ , por lo tanto:

$$b_1 \frac{\rho g H_1^2}{8} gh_1 = b_2 \frac{\rho g H_2^2}{8} gh_2$$

$$\begin{pmatrix} H_2 \\ H_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

**ESTA TESIS NO SALE DE LA BIBLIOTECA**

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^4 \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 \quad (4.17)$$

Donde:

$H$ : es la altura del tsunami.

$h$ : es la profundidad.

$b$ : es el ancho.

La relación que se tiene en la ecuación 4.17 se conoce como "Ley de Green".

El fenómeno del aumento de la altura del tsunami, en la costa o en la bahía, se puede explicar hasta cierto punto por la Ley de Green. Pero, como la Ley de Green no toma en cuenta la reflexión en la costa y la fricción del fondo, el valor calculado por la ecuación (4.17) es en general mayor que la altura real.

Cuando el periodo propio de la bahía, es cercano al periodo del tsunami, ocurre el fenómeno de la resonancia, el cual se ha explicado en el subcapítulo 3.7. Específicamente, en bahías del tipo parecidas a la letra V, en ocasiones el fenómeno de la resonancia ocurre.

El periodo propio de bahías del tipo parecidas a la letra V, se calcula como sigue:

En la ecuación (3.31), sí  $m = 0$  queda como:

$$L = 4l$$

Por consecuencia, el periodo es:

$$T = \frac{L}{C} = \frac{4l}{\sqrt{gh}} \quad (4.18)$$

Donde:

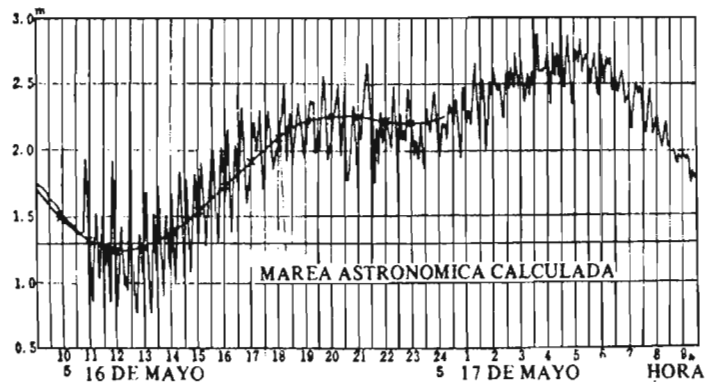
$l$ : es la longitud de la bahía.

$h$ : es la profundidad media.

Para obtener el fenómeno de tsunami más detalladamente, es necesario considerar el aumento de nivel del mar por efecto de un huracán.

### IV.4.3 Ejemplo de tsunami.

La figura 4.9 muestra el registro de la marea en el puerto de Hanamaki, que se sitúa en la isla de Hokkaido de Japón, cuando se presentó un maremoto en altamar el 16 de mayo de 1968. Se puede ver el tsunami de un metro de altura máxima y unos 20 minutos de periodo en el registro. Generalmente tiende a presentarse el valor máximo de altura del tsunami dentro de unas olas iniciales.



**Figura 4.9 Registro de la marea cuando ocurrió un Tsunami en Japón.**

## EJERCICIOS.

### SERIE DE EJERCICIOS DEL CAPITULO 2.

#### Ejercicio 2.1.

En el mar se proyecta la construcción de una torre para la observación de olas, a 15 metros de profundidad. ¿A qué altura del nivel del mar debe ponerse el hangar de las maquinas de energía eléctrica?

Los valores máximos obtenidos durante la observación de las olas son:

$$H_{MAX} = 10 \text{ m}$$

$$T_{MAX} = 14 \text{ seg}$$

Solución:

Por medio de la tabla 2.1.b se obtiene la longitud  $L$ :  
para  $h = 14 \text{ m}$ ;  $L = 156.1 \text{ m}$  y para  $h = 16 \text{ m}$ ;  $L = 165.7 \text{ m}$ .

$$\text{Por lo tanto, } L = 156.1 + \frac{165.7 - 156.1}{2} = 161 \text{ m}$$

Cuando  $h = 15 \text{ m}$ :

$$\frac{h}{L} = \frac{15}{161} \approx 0.093$$

$$\frac{H}{L} = \frac{10}{161} \approx 0.062$$



De la figura 2.2 obtenemos:

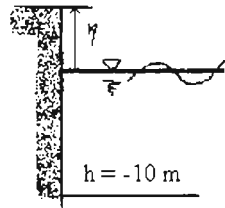
$$\begin{aligned}\frac{\eta_c}{H} &= 0.75 \\ \eta_c &= 0.75 \cdot 10 = 7.5 \text{ m}\end{aligned}$$

Por lo tanto, el hangar de máquinas debe de construirse a la altura de 7.5 m sobre el nivel del mar.

### Ejercicio 2.2.

Hay un muelle de pared vertical a 10 metros de profundidad, con  $\eta = 1.8 \text{ m}$ . Calcular si sube el oleaje sobre el muelle en los siguientes casos:

a)  $H = 1.5 \text{ m}$ ,  $T = 8 \text{ seg}$  y b)  $H = 1.5 \text{ m}$ ,  $T = 12 \text{ seg}$ .



Solución:

a) Por medio de la tabla 2.1.b se obtiene  $L$ :

$$\begin{aligned}L &= 70.85 \text{ m} \\ \frac{h}{L} &= \frac{10}{70.85} = 0.14 \\ \frac{H}{L} &= \frac{1.5}{70.85} = 0.02\end{aligned}$$

Por medio de la figura 2.3 se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{\eta_s}{H} &= 1.14 \\ \eta_s &= 1.5 \cdot 1.14 = 1.7 \text{ m} \\ \therefore [\eta_s = 1.7 \text{ m}] &< [\eta = 1.8 \text{ m}]\end{aligned}$$

Por lo tanto este oleaje no sube el muelle.

b) Por medio de la tabla 2.1.b se obtiene  $L$ :

$$L = 113 \text{ m}$$

$$\frac{h}{L} = \frac{10}{113} = 0.0085$$

$$\frac{H}{L} = \frac{1.5}{113} = 0.013$$

Por medio de la figura 2.3 se obtiene:

$$\frac{\eta_s}{H} = 1.24$$

$$\eta_s = 1.5 \cdot 1.24 = 1.86 \text{ m}$$

$$\therefore [\eta_s = 1.86 \text{ m}] < [\eta = 1.8 \text{ m}]$$

Por lo tanto este oleaje puede subir el muelle.

### Ejercicio 2.3.

Hay que colocar una boya a 20 metros de profundidad. Calcular el movimiento de la boya, causado por el oleaje de  $H = 6 \text{ m}$  y  $T = 11 \text{ seg}$ , teniendo en cuenta que la cuerda es suficientemente larga.

Solución:

Dados los valores de  $T = 11 \text{ seg}$  y  $h = 20 \text{ m}$  se obtiene  $L$  de la tabla 2.1.b:

$$L = 137 \text{ m}$$

$$\frac{h}{L} = \frac{20}{137} = 0.15$$

Cuando  $\frac{h}{L} = 0.15 \text{ m}$ ,  $\tanh kh = 0.73$ , de la tabla 2.1.a, se obtiene:

$$\frac{1}{\tanh kh} = 1.37$$

Dado que la boya flota en la superficie del mar  $z = 0$ .

Por lo tanto  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $u$  y  $w$ , se calculan por medio de las ecuaciones del oleaje en aguas intermedias, que se encuentran en la tabla 2.3.

$$\xi_{MAX} = \frac{H}{2} = 3.0 \cdot 1.37 = 4.1 \text{ m}$$

$$\zeta_{MAX} = \frac{H}{2} = 3.0 \text{ m}$$

$$u_{MAX} = \frac{\pi H}{T} = \frac{3.14 \cdot 6.0}{11.0} \cdot 1.37 = 2.35 \text{ m seg}$$

$$w_{MAX} = \frac{\pi H}{T} = \frac{3.14 \cdot 6.0}{11.0} = 1.71 \text{ m seg}$$

#### Ejercicio 2.4.

Calcular la mayor velocidad horizontal, con las condiciones del ejercicio 2.3.

Solución:

$$\frac{h}{L} = \frac{20}{137} = 0.15$$

$$\frac{H}{h} = \frac{6}{20} = 0.3$$

Por medio de la figura 2.6.

$$\frac{u_{MAX}}{\pi H} = 2.1$$

$$u_{MAX} = 2.1 \cdot \frac{3.14 \cdot 6}{11} = 3.6 \text{ m seg}$$

**Ejercicio 2.5.**

Una lancha se encuentra amarrada a 20 metros del muelle, donde la profundidad es 8 metros. Encontrar el máximo desplazamiento horizontal y la máxima velocidad, del movimiento de la lancha, cuando haya olas de 10 segundos y de 1 metro de altura.

Solución:

Por medio de la tabla 2.1.b se obtiene:

$$L = 83.8 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$\frac{h}{L} = \frac{8}{83.8} = 0.095$$

$$\frac{x}{L} = \frac{20}{83.8} = 0.239$$

Como la lancha se encuentra sobre la superficie  $z = 0$ .

$$\therefore \tanh kh = \tanh \frac{2\pi h}{L} = 0.53$$

$$\xi_{MAX} = \frac{H \cdot \text{sen } kx}{\tanh kh} = \frac{1.0}{0.53} \cdot \text{sen} \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{83.8} = 1.88 \text{ m}$$

$$u_{MAX} = \frac{2H}{T} \cdot \frac{1}{\tanh kh} \cdot \text{sen } kx = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1.0 \cdot 0.998}{10 \cdot 0.53} = 1.18 \text{ m/seg}$$

**Ejercicio 2.6.**

Se miden las alturas del oleaje a cada 10 cm de distancia y se obtuvieron los siguientes valores:

2, 2.5, 4, 5, 6, 7, 7.5, 7, 6, 5, 4, 2.5, 2, 2.5 [cm].

Calcular el coeficiente de reflexión.

Solución:

Distancia (cm)	Altura del oleaje (cm)
1	2
2	2.5
3	4
4	5
5	6
6	7
7	7.5
8	7
9	6
10	5
11	4
12	2.5
13	2
14	2.5

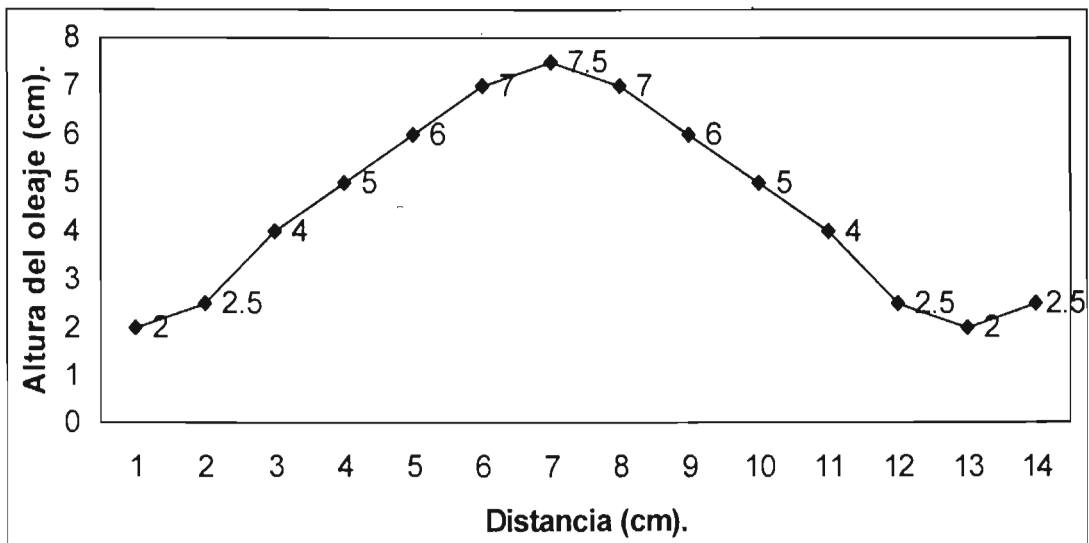


Figura 2.13.

$$H_{MAX} = 7.5, \quad H_{min} = 2$$

Por medio de la ecuación (2.17):

$$H_1 = \frac{H_{MAX} + H_{min}}{2} = \frac{7.5 + 2}{2} = 4.75 \text{ cm}$$

$$H_2 = \frac{H_{MAX} - H_{min}}{2} = \frac{7.5 - 2}{2} = 2.75 \text{ cm}$$

Donde  $H_1$  es el oleaje incidente y  $H_2$  el oleaje reflejado.

Por eso el coeficiente de reflexión es:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{2.75}{4.75} = 0.58 \text{ cm}$$

### Ejercicio 2.7.

Hay una ola de 2 metros de altura y el periodo es de 10 segundos, a 6 metros de profundidad.

Calcular la energía propagada por 100 metros de ancho de la ola, en un día.

Solución:

Por medio de la tabla 2.1.b,  $C = 7.36 \text{ m}_{seg}$

$$\therefore \frac{h}{L_0} = \frac{6}{156} = 0.038$$

De la figura 2.9 se obtiene:  $n = 0.894$

La energía propagada se calcula por medio de la ecuación (2.21):

$$w = C_G E = n \cdot c \cdot \frac{1}{8} \cdot w_0 \cdot H^2$$

$$w_t = n c \cdot \frac{1}{8} \cdot w_0 \cdot H^2 \cdot 100 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24$$

$$w_t = 0.894 \cdot 7.36 \cdot \frac{1}{8} \cdot 1.03 \cdot 2^2 \cdot 100 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \quad \text{ton} \cdot \text{m}$$

$$w_t = 29.28 \times 10 \quad \text{ton} \cdot \text{m}$$

## SERIE DE EJERCICIOS DEL CAPITULO 3.

### Ejercicio 3.1.

El oleaje de 3 metros de altura y 12 segundos de periodo en aguas profundas, avanza perpendicular hacia la playa, con una inclinación suave. ¿Qué altura tiene este oleaje a 30 y 8 metros de profundidad?

Solución:

En la profundidad  $h = 30 \text{ m}$ ,  $\frac{T^2}{h} = \frac{12^2}{30} = 4.8$

De la figura 3.2  $K_s = 0.915$ ,  $\therefore H_{20} = H_0 K_s = 3 \times 0.95 = 2.75 \text{ m}$ .

Cuando  $h = 8 \text{ m}$ ,  $\frac{T^2}{h} = \frac{12^2}{8} = 18$

Por medio de la figura 3.2  $K_s = 1.105$ ,  $\therefore H_8 = H_0 K_s = 3 \times 1.105 = 3.3 \text{ m}$ .

### Ejercicio 3.2.

Se tiene un oleaje de 2 metros de altura y 10 segundos de periodo a 20 metros de profundidad, que avanza perpendicular hacia la playa, con una inclinación suave. ¿Cuántos metros de altura tiene ese oleaje, cuando se encuentra a 6 metros de profundidad?

Solución:

En la profundidad  $h = 20 \text{ m}$ ,  $\frac{T^2}{h} = \frac{10^2}{20} = 5$

Por medio de la figura 3.2  $K_s = 0.915$

$\therefore H_0 = \frac{H}{K_s} = \frac{2}{0.915} = 2.19 \text{ m}$

Cuando  $h = 6 \text{ m}$ ,  $\frac{T^2}{h} = \frac{10^2}{6} = 16.666$

De la figura 3.2  $K_s = 1.08$

$\therefore H_6 = H_0 K_s = 2.19 \times 1.08 = 2.34 \text{ m}$ .

### Ejercicio 3.3.

Una ola de 10 segundos de periodo y  $45^\circ$  de ángulo en aguas profundas, avanza con líneas batimétricas paralelas y rectas. Calcular el ángulo y coeficiente de refracción de esta ola a 10 metros de profundidad.

Solución:

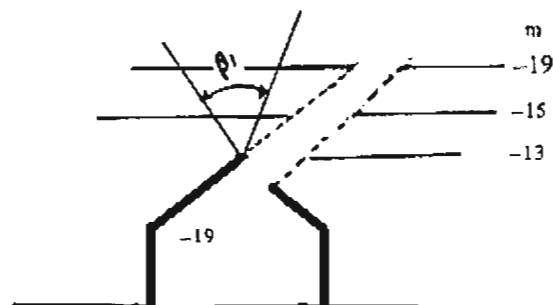
Se usa la tabla 2.1.b y se obtiene  $L_0 = 156 \text{ m}$

En la profundidad  $h = 10 \text{ m}$ ,  $\frac{h}{L_0} = \frac{10}{156} = 0.064$

De la figura 3.5, se obtiene el ángulo  $\beta = 24^\circ$  y el coeficiente de refracción  $K_y = 0.88$  a diez metros.

### Ejercicio 3.4.

Buscar el ángulo de incidencia  $\beta_1$ , del oleaje que es reflejado perfectamente, de la siguiente figura. En una profundidad de 13 metros el periodo es de 16 segundos.





Solución:

En la figura  $h_1 = 13 \text{ m}$ ,  $h_2 = 19 \text{ m}$  y  $T = 16 \text{ seg}$

De la tabla 2.1.b, obtenemos la celeridad:  $C_1 = 10.9 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ ,  $C_2 = 13.0 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ .

Por medio de la ecuación (3.10) se obtiene el ángulo

$$\beta_1 = \text{sen}^{-1} \frac{10.9}{13.0} = \text{sen}^{-1} 0.839$$

$$\beta_1 = 57^\circ$$

Cuando  $\beta_1$  sea mayor de  $57^\circ$ , la ola se reflejara perfectamente.

### Ejercicio 3.5.

1) Una ola de 10 segundos de periodo recorre la costa con una pendiente de  $\frac{1}{100}$ . La altura es de 2.5 metros a 15 metros de profundidad, buscar la altura en 10 y 5 metros de profundidad.

2) También calcula cuando la pendiente es  $\frac{1}{200}$ .

Solución:

1) Cuando la pendiente es  $\frac{1}{100}$  se tendrá:

a) Si la altura es de 10 metros;  $h = 15 \text{ m}$ ,  $h = 10 \text{ m}$   $\therefore h_{\text{promedio}} = 12.5 \text{ m}$

$$H_1 = 2.5 \text{ m}, T = 10 \text{ seg}$$

$$\therefore \Delta x = \frac{15-10}{\frac{1}{100}} = 500 \text{ m}$$

$$\frac{fH_1 \Delta x}{h^2} = \frac{0.01 \times 2.5 \times 500}{(12.5)^2} = 0.08$$

$$\frac{T^2}{h} = \frac{100}{12.5} = 8$$

De la figura 3.7  $K_f = 0.99$

$$\therefore H_2 = H_1 K_f = 2.5 \times 0.99 = 2.48 \text{ m a 10 metros de profundidad.}$$

b) Si la altura es de 5 metros;  $h = 10 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m} \therefore h_{\text{promedio}} = 7.5 \text{ m}$

$$\frac{fH_1 \Delta x}{h^2} = \frac{0.01 \times 2.48 \times 500}{(7.5)^2} = 0.220$$

$$\frac{T^2}{h} = \frac{10^2}{7.5} = 13.333$$

De la figura 3.7  $K_f = 0.97$

$$\therefore H_2 = H_1 K_f = 2.48 \times 0.97 = 2.4 \text{ m a 5 metros de profundidad.}$$

2) Cuando la pendiente es  $\frac{1}{200}$  se tendrá:

a) Si la altura es de 10 metros;  $h = 15 \text{ m}$ ,  $h = 10 \text{ m} \therefore h_{\text{promedio}} = 12.5 \text{ m}$

$$H_1 = 2.5 \text{ m}, T = 10 \text{ seg}$$

$$\therefore \Delta x = \frac{15 - 10}{\frac{1}{200}} = 1000 \text{ m}$$

$$\frac{fH_1 \Delta x}{h^2} = \frac{0.01 \times 2.5 \times 1000}{(12.5)^2} = 0.16$$

$$\frac{T^2}{h} = \frac{100}{12.5} = 8$$

De la figura 3.7  $K_f = 0.97$

$$\therefore H_2 = H_1 K_f = 2.5 \times 0.97 = 2.43 \text{ m a 10 metros de profundidad.}$$

b) si la altura es de 5 metros;  $h = 10 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m} \therefore h_{\text{promedio}} = 7.5 \text{ m}$

$$\frac{fH_1 \Delta x}{h^2} = \frac{0.01 \times 2.43 \times 1000}{(7.5)^2} = 0.432$$

$$\frac{T^2}{h} = \frac{10^2}{7.5} = 13.333$$

De la figura 3.7  $K_f = 0.93$

$$\therefore H_2 = H_1 K_f = 2.43 \times 0.93 = 2.26 \text{ m a 5 metros de profundidad.}$$

### Ejercicio 3.6.

En los rompeolas mostrados en la figura 3.8, la ola incidente es de 2 metros de altura y 10 segundos de periodo. La profundidad es de 8 metros cerca del rompeolas. Calcular la altura de la ola a 400 metros a lo largo del rompeolas desde el extremo de él y de 600 metros hacia el interior de él.

Solución:

De la tabla 2.1, usando  $T = 10 \text{ seg}$  y  $h = 8 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \frac{x}{L} &= \frac{400}{92.3} = 4.33 \\ \therefore \frac{x}{L} &= \frac{600}{92.3} = 6.5 \end{aligned}$$

De la figura 3.8  $K_D = 0.14$

$$H_D = H_1 K_D = 2 \times 0.14 = 0.28 \text{ m} \approx 0.3 \text{ m}$$

### Ejercicio 3.7.

Calcular la altura de la ola rompiente y el nivel de la cresta de una ola que tiene 1.8 segundos de periodo. La ola se rompe a 20 cm de profundidad con una pendiente de  $\frac{1}{20}$ .

Solución:

$$L_0 = 1.56 \times 1.8^2 = 5.05 \text{ m}$$

$$\frac{h_0}{L_0} = \frac{0.20}{5.05} = 0.04$$

De la figura 3.10

$$\frac{H_b}{h_b} = 0.87, \therefore H = 20 \times 0.87 = 17.4 \text{ cm}$$

De la figura 3.11

$$\frac{Y_b}{h_b} = 1.66, \therefore Y_b = 20 \times 1.66 = 33.2 \text{ m}$$

### Ejercicio 3.8.

Hay una ola de 2 segundos de periodo y 20 cm de altura, que avanza perpendicularmente a la costa con pendiente de  $\frac{1}{30}$ . Calcular la altura de la ola rompiente y la profundidad de rompiente.

Solución:

$H_0' = H_0$ , dado que la ola avanza perpendicularmente a la costa ( $K_f = 1$ ,  $K_y = 1$  y  $K_d = 1$ )

$$L_0 = 1.56 \times 2^2 = 6.24 \text{ m}$$

$$\frac{h_0}{L_0} = \frac{20}{624} = 0.032$$

De la figura 3.12

$$\frac{h_b}{H_0'} = 1.5, \therefore h_b = 2 \times 1.5 = 3 \text{ cm}$$

De la figura 3.13

$$\frac{H_b}{H_0'} = 1.2, \therefore H_b = 2 \times 1.2 = 2.4 \text{ cm}$$

**Ejercicio 3.9.**

Hay una costa con una pendiente  $\frac{1}{50}$ , donde las líneas batimétricas son paralelas y rectas. Calcular la profundidad del ángulo y la altura de la rompiente cuando el oleaje tiene 4 metros de altura, 12 segundos de periodo y  $45^\circ$  de dirección en aguas profundas.

Solución:

En aguas profundas  $\beta_0 = 45^\circ$ ,  $T = 12 \text{ seg}$ ,  $H_0 = 4 \text{ m}$  y  $\text{pendiente} = \frac{1}{50}$

Caso 1) Suponiendo que  $H_0' = H_0 = 4 \text{ m}$

$$L_0 = 224.6 \text{ m}$$

$$\therefore \frac{H_0'}{L_0} = \frac{4}{224.6} = 0.0178$$

De la figura 3.12

$$\frac{h_b}{H_0'} = 1.7, \therefore h_b = 1.7 \times 4 = 6.8 \text{ m}$$

Caso 2) Suponiendo que  $h_b = 6.8 \text{ m}$

$$\frac{h_b}{L_0} = \frac{6.8}{222.6} = 0.0303$$

De la figura 3.5 con  $\frac{h}{L_0} = 0.0303$  y  $\beta_0 = 45^\circ$

$$K_r = 0.86 \text{ y } \beta = 17^\circ$$

$$H_0' = H_0 \cdot K_r = 4 \times 0.86 = 3.44 \text{ m}$$

$$\therefore \frac{H_0'}{L_0} = \frac{3.44}{224.6} = 0.0153$$

De la figura 3.12 con  $\therefore \frac{H_0'}{L_0} = 0.0153$

$$\frac{h_b}{H_0'} = 1.71, \therefore h_b = 1.71 \times 3.44 = 5.9 \text{ m}$$

Este valor es diferente del que habíamos obtenido en el caso 1), es decir 6.8 m.

Caso 3) Suponiendo que  $h_b = 5.9 \text{ m}$

$$\frac{h_b}{L_0} = \frac{5.9}{222.6} = 0.0263$$

De la figura 3.5 con  $\frac{h}{L_0} = 0.0263$  y  $\beta_0 = 45^\circ$

$$K_r = 0.86 \text{ y } \beta = 16^\circ$$

$$H_0' = H_0 \cdot K_r = 4 \times 0.86 = 3.44 \text{ m}$$

$$\therefore \frac{H_0'}{L_0} = \frac{3.44}{224.6} = 0.0153$$

De la figura 3.12 con  $\therefore \frac{H_0}{L_0} = 0.0153$

$$\frac{h_b}{H_0'} = 1.71, \therefore h_b = 1.71 \times 3.44 = 5.9 \text{ m}$$

Este valor es igual al del caso anterior.

Por lo tanto se puede calcular  $H_b$

De la figura 3.13 con  $\frac{H_0'}{L_0} = 0.0153$  y  $\text{pendiente} = \frac{1}{50}$

$$\frac{H_b}{H_0'} = 1.28, \therefore H_b = 1.28 \times 3.44 = 5.6 \text{ m}$$

Por lo que la solución es:

$$h_b = 5.9 \text{ m}$$

$$H_b = 5.6 \text{ m}$$

$$\beta = 16^\circ$$

**Ejercicio 3.10.**

Hay un golfo con una longitud de 2,100 metros, ancho de 300 metros y profundidad media de 15 metros. Calcular el periodo de la resonancia y la razón de aumento de la amplitud de la resonancia.

Solución:

En la figura 3.16, si la oscilación es fundamental, con  $\frac{2d}{2d} = 1.0$  y

$$\frac{2b}{l} = \frac{300}{2100} \approx 0.15, \text{ obtenemos: } (K_l)_{res} = 1.35, R_{res} = 1.0$$

$$(K_l)_{res} = \frac{2\pi l}{L_{res}}, \therefore K = \frac{2\pi}{L}$$

$$\therefore L_{res} = \frac{2\pi l}{(K_l)_{res}} = \frac{2 \times \pi \times 2100}{1.35} = 9.770 \text{ m}$$

Como este oleaje esta en aguas someras:

$$T = \frac{L_{res}}{gh} = \frac{9770}{9.8 \times 15} = 806 \text{ seg} = 14.43 \text{ min}$$

Para la segunda resonancia, por medio de la oscilación secundaria de la figura 3.16, obtenemos:

$$(K_l)_{res} = 4.27$$

$$T_{res} = \frac{2\pi l}{(K_l)_{res} gh} = \frac{2 \times \pi \times 2100}{4.27 \cdot 9.8 \times 15} = 255 \text{ seg} = 4.2 \text{ min}$$

$$R_{res} = 3.4$$

Es decir, la razón de aumento de la amplitud de la oscilación secundaria es un tercio de la oscilación fundamental.

## SERIE DE EJERCICIOS DEL CAPITULO 4.

### Ejercicio 4.1.

Hay un estrecho que tiene 100 metros de ancho, 5 metros de profundidad y 500 metros de largo. Calcular la velocidad de la corriente pasando el estrecho, cuando la diferencia del nivel del mar entre ambos lados es de 0.5 metros, con  $n=0.03$ .

Solución:

$$R = h = 5 \text{ m}$$

$$C_r = \frac{1}{f_0 + f_c + \frac{2gn^2 l}{R^{1/3}} R}$$

$$C_r = \frac{1}{1 + 0.5 + \frac{2 \times 9.8 \times (0.03)^2 \cdot 500}{5^{1/3}} \cdot 5}$$

$$C_r = 0.63$$

$$V = \pm C_r \cdot 2g \eta - y$$

$$V = \pm 0.63 \cdot 2 \times 9.8 \times 0.5$$

$$V = \pm 1.97 \text{ m}_{seg}$$

### Ejercicio 4.2.

Existe una bahía de  $10 \text{ km}^2$  de superficie de agua, que conecta a mar abierto con un canal de 5 metros de profundidad, 100 metros de ancho y 500 metros de longitud. Calcular la amplitud, el tiempo de retraso de marea interior y el máximo de velocidad de la corriente de marea en el canal, cuando la amplitud de marea exterior es de 2.0 metros.

Solución:

$$R = h = 5 \text{ m}$$



$$C_r = \frac{1}{f_0 + f_c + \frac{2gn^2 l}{R^{1/3} R}}$$

$$C_r = \frac{1}{1 + 0.5 + \frac{2 \times 9.8 \times (0.03)^2 \times 500}{5^{1/3} \times 5}}$$

$$C_r = 0.63$$

$$K = \frac{2\pi S a}{T C_r A \cdot 2g}$$

$$K = \frac{2\pi \times 10^7}{12.42 \times 60 \times 60 \times 0.63 \times 100 \times 5} \times \frac{1.0}{2 \times 9.8}$$

$$K = 1.0$$

De la figura 4.5 con  $K = 1$

$$\frac{\lambda}{a} = 0.78$$

$$\therefore \lambda = 0.78 \times 1.0 = 0.78 \text{ m}$$

$$\frac{\tau}{T} = 0.11$$

$$\therefore \tau = 0.11 \times 12.42 = 1.4 \text{ hr}$$

Por medio de la ecuación (4.12)

$$V_{MAX} = \frac{S}{A} \frac{2\pi}{T} \lambda$$

$$V_{MAX} = \frac{10^7}{100 \times 5} \times \frac{2\pi}{12.42 \times 60 \times 60} \times 0.78$$

$$V_{MAX} = 2.2 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

### Ejercicio 4.3.

Se tiene una velocidad de viento de  $20 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$  sobre el mar, cuya pendiente es  $\frac{1}{200}$  metros de profundidad. ¿Cuál es el aumento del nivel del mar?

Solución:

Usando la ecuación (4.16)

$$\zeta W' = 4.8 \times 10^{-5} U^2 \cot \alpha \ln \frac{h_0}{h_1}$$

$$\zeta W' = 4.8 \times 10^{-5} \times 20^2 \times 200 \times \ln \frac{200}{10} = 11.5 \text{ cm}$$

**Ejercicio 4.4.**

Buscar la longitud del tsunami con 20 minutos de periodo, que se propaga por el pacifico. La profundidad media del pacifico es 4,300 metros.

Solución:

La longitud (L) del tsunami es:

$$L = T \cdot C$$

$$L = T \cdot \sqrt{gh}$$

$$L = 20 \times 60 \times \sqrt{9.8 \times 4300}$$

$$L = 246336 \text{ m} \approx 250 \text{ m}$$

**Ejercicio 4.5.**

Tenemos un tsunami con 1 metro de altura en donde hay una profundidad de 4,000 metros. Al llegar a la bahía que tiene de entrada 1 kilómetro, de fondo 200 metros y de profundidad 20 metros, ¿Cuál es la altura del tsunami?. Calcular también, el periodo de la bahía, si el largo de esta es de 2 kilómetros y 25 metros de profundidad media.

Solución:

Por medio de la Ley de Green:

$$\eta_1 = \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^4 \left( \frac{b_1}{b_2} \right)^2$$

$$\eta_1 = 1 \text{ m}, \quad h_1 = 4000, \quad b_1 = 1000, \quad h_2 = 20 \quad \text{y} \quad b_2 = 200.$$

$$\eta_2 = \eta_1 \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^4 \left( \frac{b_1}{b_2} \right)^2$$

$$\eta_2 = 1 \times \left( \frac{4000}{20} \right)^4 \left( \frac{1000}{200} \right)^2$$

$$\eta_2 = 8.4 \text{ cm}$$

Por la ecuación (4.18), el periodo de la bahía es:

$$T = \frac{4}{\sqrt{gh}}$$

$$T = \frac{4 \times 2000}{\sqrt{9.8 \times 25}}$$

$$T = 519 \text{ seg} \approx 8.7 \text{ min}$$

## CONCLUSIONES.

Del trabajo realizado se tienen las siguientes conclusiones:

- La base para el estudio de los problemas de la hidráulica marítima es la teoría del oleaje de amplitud pequeña.
- Las características principales para el estudio del oleaje son la altura, el periodo y la pendiente del suelo marino.
- El oleaje sufre transformaciones durante su formación, tales como: refracción, difracción y reflexión.
  - La refracción se presenta cuando hay un cambio en la profundidad y en la pendiente marina.
  - La difracción se presenta cuando el oleaje se encuentra con un obstáculo.
  - La reflexión es importante porque se presenta siempre en el interior de los puertos.
- Los fenómenos conjuntos de difracción y reflexión dentro del puerto generan otro fenómeno denominado agitación. Este fenómeno dificulta los trabajos de carga y descarga de las embarcaciones.
- El oleaje rompiente es un fenómeno que tiende a presentarse en la costa en función de la pendiente y el viento.

- Teórica y prácticamente es difícil determinar la altura del oleaje rompiente por lo cual es necesario realizar muchas observaciones.
  
- El fenómeno de oscilación se presenta en áreas cerradas, por lo que hay que tener cuidado cuando se diseña las áreas de atraque procurando que estas áreas no sean tan pequeñas.
  
- El estudio de las corrientes de marea se realiza principalmente en las entradas de los puertos o canales secundarios.
  
- Cuando se presenta un fenómeno meteorológico (huracán) el nivel del mar aumenta. Esta sobre elevación es principalmente dividida al efecto del viento. Para el diseño de las estructuras marítimas se toma en cuenta esta sobre elevación.
  
- Los oleajes de largo periodo, mejor conocidos como Tsunamis, generan alturas de ola desde los 10 metros, principalmente se producen por maremotos.

## BIBLIOGRAFÍA.

1. Skejelbreia L. Y Hendrickson J. A.; "Fifth order gravity wave theory with tables of functions"; National Engineering Science Co.; 1962; pp. 1-424.
2. Goda Y; "Wave forces on a vertical circular cylinder: Experiments and proposed method of wave force computation"; Rep. Port and Harbour Res. Inst.; 1964; No. 8, pp.1-74.
3. Wiegel R. L.; "Gravity Waves, Tables of Functions, Council on wave research"; The Engineering Foundation; Berkeley; 1964; pp.1-30.
4. "U.S. Army Coastal Engineering Research Center: Shore Protection, planning and Design"; Tech. Rept. No. 4; third edition; U.S. Gov. Printing Office, 1966; pp. D-1-27.
5. Goda Y. y Abe Y.; "Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves"; Rept. Port and Harbour Res. Inst.; Vol. 7, No. 3, 1968.
6. Iwagaki Y.; "Hyperbolic waves and their shoaling"; coastal Eng. in Japan; vol. II, 1968; pp.1-18.
7. Pierson W. J. Jr.; "The interpretation of crossed orthogonal in wave refraction phenomena"; U.S. Army Corps, of Eng., Beach Erosion Board, Tech Memo; No. 21, 1951; pp.1-83.
8. Yamada H., Kimura G. y Okabe J.; "Precise determination of the solitary waves of extreme height on water of a uniform depth"; Rept. Res. Inst. Appolied Mech., Kyushu Univ.; Vol. XVI, No. 52, 1968; pp. 15-32.
9. Kishi, T; "The possible highest gravity waves in shallow waters"; Coastal Eng. in Japan, Vol. 9, 1966; pp.9-16.

10. Horikawa K. y Kuo C. T.; "A Study on wave transformation inside surf zone"; Coastal Eng. in Japan, Vol. 9, 1966; pp. 69-81.
11. Divoky D., LeMéhauté B. Y Lin A.; "Breaking waves on gentle slopes"; J. Geophysical Res.; Vol. 75, No. 9; 1970; pp.1681-1692.
12. Bretshneider C. L. Y Reid R. O.; "Modification of wave height due to bottom friction, percolation and refraction"; U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion, Tech. Memo. No. 45; 1954.
13. Ippen A. T.; "Estuary and Coastline Hydrodynamics"; Mc Graw-Hill; New York, 1966; pp. 318-322.
14. Ippen A. T. y Goda Y.; "Wave induced oscillations in harbors: solution for a rectangular harbor connected to the open-sea"; Hydrodynamics Lab. Rept. No. 59; Massachusetts Inst. of Technology, 1963; pp.1-90.
15. Wilson B. W.; "Note on surface wind stress over at low and high wind speeds"; Jour Geophysical Rev.; Vol. 63; 1960; pp. 3377-3382.
16. Comisión Federal de Electricidad; "Manual de diseño de obras civiles"; Hidráulica Marítima, 1983.