

00362



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

**“Proceso de electrificación de las nubes calientes
de desarrollo convectivo”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

MARIA ISABEL VILLASEÑOR DÍAZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. ISMAEL PÉREZ GARCÍA

pcf

posgrado en ciencias físicas
u n a m

MÉXICO, D.F.

2005

m343191



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: Eréndira Esteban

FECHA: 14-abril-05

FIRMA: [Firma]

Eréndira para ti

Que eres el motivo de todo mi
esfuerzo

Este trabajo de tesis se realizó en el Centro de Ciencias de la Atmósfera de la UNAM.

No hay palabras suficientes ni de calidad, con las que pueda expresar mi agradecimiento al Dr. Julián Adem Chaín, por todo este tiempo en el que ha fungido como mi Tutor y me ha impulsado a continuar y terminar este trabajo, que desde niña había sido mi inquietud, el de comprender los fenómenos de la electricidad de la Atmósfera, y especialmente de las tormentas eléctricas.

Este trabajo pudo terminarse gracias a la dirección del Doctor Ismael Pérez García a quien agradezco su calidad y categoría humana, ya que en todo momento tuvo el tiempo necesario, y muy buena disposición para aclararme las dudas y me animó a proseguirlo hasta su terminación.

Expreso mi agradecimiento a los siguientes Sinodales, por haberme dispensado su valioso tiempo, revisando este trabajo y haciendo de él las correcciones pertinentes, dándome sugerencias para mejorar la calidad académica y presentación del mismo:

Dr. Julián Adem Chaín.

Dr. Ismael Perez García.

Dr. Alipio Calles Martínez.

Dr. Fernando García García.

Dr. Ramiro García García.

Dr. Victor Manuel Mendoza Castro.

M. en C. Ignacio Campos Flores.

Particularmente manifiesto mi agradecimiento al M. en C. Ignacio Campos Flores, por haber leído los primeros borradores de este trabajo y haberme cuestionado continuamente, lo mismo que resolverme algunas dudas e impulsarme a terminarlo.

El análisis y programación de este trabajo se realizó y estuvo a cargo del Técnico en Programación y analista Jorge A. Zintzun León, del Centro de Ciencias de la Atmósfera, a quien expreso mi sincero agradecimiento.

Hago patente mis agradecimientos al Dr. Fernando García García, Investigador titular del Centro de Ciencias de la Atmósfera, por todos los comentarios que, respecto de este trabajo me manifestó, los cuales siempre tomaré en cuenta y tendré presente.

ÍNDICE:

Objetivo.	Pág.	1.
Hipótesis	Pág.	1.
Capítulo 1.		
INTRODUCCIÓN.	Pág.	2.
Capítulo 2.		
ECUACIONES BÁSICAS.	Pág.	8.
2.1 Ecuaciones básicas.	Pág.	8.
2.2 Ecuaciones básicas del modelo de mesoescala en la transformación de coordenadas v	Pág.	9.
2.3 Primera Ley de la Termodinámica en coordenadas v	Pág.	11.
2.4 Ecuación de continuidad en coordenadas v .	Pág.	11.
Capítulo 3.		
MICROFÍSICA DE NUBES.	Pág.	14.
3.1 Nube caliente.	Pág.	14.
3.2 Proceso de formación de la nube caliente.	Pág.	14.
3.3 Condensación y evaporación.	Pág.	15.
3.4 Equilibrio de una gota con su vapor.	Pág.	18.
3.5 Ecuación de equilibrio de una gota de solución.	Pág.	19.
3.6 Crecimiento de una gota estacionaria individual por difusión de calor.	Pág.	24.
3.7 Autoconversión.	Pág.	33.
3.8 Acreción.		
3.9 Selfcoleción.	Pág.	36.
3.10 Sedimentación.	Pág.	38.
Capítulo 4.		
PARAMETRIZACIÓN DE LOS PROCESOS ELÉCTRICOS EN LAS NUBES CALIENTES.	Pág.	40.
4.1 Procesos eléctricos	Pág.	40.
4.2 Enlace iónico sobre las gotas.	Pág.	44.
4.2.1 Enlace iónico sobre gotas de nube.	Pág.	44.

4.3	Esfera cargándose eléctricamente.	Pág.	47.
4.4	Enlace iónico sobre gotas de lluvia.	Pág.	54.
4.5	Mecanismo de carga por polarización.		
4.6	Transferencia de carga durante el proceso de coalescencia	Pág.	59.
Capítulo 5			
EXPERIMENTOS NUMÉRICOS Y CONCLUSIONES.			
5.1	Experimentos numéricos.	Pág.	60.
5.2	Resultados y conclusiones.	Pág.	67.
5.3	Comentarios.	Pág	67.
	Referencias.	Pág	69-70.

Este trabajo de tesis se realizó en el Centro de Ciencias de la Atmósfera de la UNAM.

OBJETIVO.

Formular las parametrizaciones de los procesos eléctricos de la atmósfera, parametrizadas en el capítulo dos; de las ecuaciones básicas de la microfísica de nubes, para el caso de nubes calientes, siguiendo a Chiu (1978) y a Gunn, (1954), lo cual se describe en el capítulo 4.

HIPOTESIS Es posible realizar una formulación clara de los procesos microfísicos de nubes, para ver en que parte hay que conectar la parte eléctrica. Y también es posible parametrizar los procesos eléctricos de la atmósfera. Los resultados de las simulaciones numéricas se discuten en el capítulo 5.

CAPITULO UNO

INTRODUCCION.

La superficie terrestre y su Atmósfera forman un capacitor esférico. La superficie de la Tierra está cargada negativamente, mientras que la Atmósfera, arriba de los 50 km. sobre el nivel del mar, tiene carga positiva. Esta parte de la Atmósfera se le conoce como ionósfera. La carga se debe precisamente a la ionización del aire por radiación electromagnética (sobre todo ultravioleta) y por los rayos cósmicos. La diferencia de potencial entre la superficie de la tierra y la ionósfera es de aproximadamente 400,000 Volts, y el campo eléctrico en la superficie de la Tierra es de $100 \text{ V/m} \pm 7\%$, dirigido hacia abajo.

El campo eléctrico hace que los iones positivos, bajo condiciones de buen tiempo, o tiempo claro y despejado, se muevan hacia la Tierra, formándose una corriente, prácticamente constante de 1,800 A (Murphy, 2002.).

Al comenzar la lluvia, la base de la nube tiene una alta densidad de carga negativa, que instantáneamente induce una densidad de carga positiva en la superficie de la Tierra.

La diferencia de potencial puede llegar a ser hasta 100 millones de Volts en una distancia de 2 Km. entre la base de la nube y la superficie terrestre.

Hoy en día ya se sabe por datos experimentales, que los electrones en la base de la nube, son acelerados hacia la superficie terrestre, en lo que se llama una guía. Esta guía avanza en intervalos de 50 m., se detiene y, después de una pausa de $50 \mu\text{s}$, continúa. Dicha guía, la podemos ver como una columna zigzagueante de cargas negativas que, a su vez, ioniza el aire de su alrededor haciendo una trayectoria conductiva.

Cuando la guía esta cerca de la tierra, el campo eléctrico ioniza el aire en el punto más cercano, y de este punto sale una gran descarga eléctrica que se encuentra con la guía (es lo que vemos como relámpago), y sube rápidamente hacia la nube; es decir, los rayos salen de la tierra y no caen en ésta. Esa misma guía puede usarse para otras descargas en sucesión rápida. Una vez que se establece la trayectoria conductiva, la carga negativa de la base de la nube, puede llegar a la superficie de la tierra, descargando parcialmente la nube.

Las grandes nubes cumulonimbus, productoras de las más grandes tormentas, se cargarán de nuevo en 5s. aproximadamente y volverán a presentarse las condiciones para otra descarga. El trueno que se oye es consecuencia de la rápida expansión por

el gran calentamiento del aire debido a la descarga que puede alcanzar 20,000 A. en tiempos de μs .

Actualmente ya se sabe, que existen tres formas de aproximaciones básicas para investigar los posibles mecanismos de la electrificación de las tormentas; a saber:

1). Experimentos en Laboratorio y cálculos teóricos para describir la cantidad de carga entre las partículas que interactúan, partículas que son de diferente tamaño y que en sus diferentes fases y condiciones se encuentran en el medio ambiente.

2). Experimentos de campo, que se llevan a cabo en el lugar donde se generan dichas tormentas, y donde se toman en cuenta los procesos dinámicos, termodinámicos y microfísicos, lo mismo que las características eléctricas de las nubes, que luego los especialistas sintetizan e interpretan.

3). Estudios de modelaciones numéricas. Estos estudios se realizan mediante simulaciones del crecimiento de las nubes, y mediante prueba y ensayo sobre una gran cantidad y variedad de nubes, se analizan los procesos físicos que tienen lugar en su interior, proporcionando información de los procesos y su evolución que son de interés.

El campo experimental en un Laboratorio de Física de Nubes, cuyos datos se analizan por físicos especialistas en Física de Nubes, proporciona una gran cantidad de información sobre la estructura del campo eléctrico en el interior de las tormentas, así como de la estructura de la carga responsable de la generación de dichos campos. También se proporciona información acerca de las partículas individuales, de varios tamaños y diferentes fases, como función de la posición y el tiempo, durante el ciclo de vida de una nube de tormenta y, de igual forma, de las relaciones de las características eléctricas, sobre la estructura dinámica de la nube. Todo lo anterior se lleva a cabo realizando proyecciones sobre las cartas geográficas

Desde la segunda mitad de siglo XX, investigadores especialistas en Física de Nubes, como Mason, 1972; Stow, 1972; Latham, 1981; Gross, 1982; Illingwot, 1983-1985, entre otros, realizaron valoraciones de los fenómenos meteorológicos, igualmente de los diferentes mecanismos de separación de carga.

En general, los mecanismos de separación de carga, descansan en dos categorías básicas:

i). *El que considera los procesos dinámicos convectivos, como el mecanismo principal que distribuye y organiza toda la carga generada en el interior de una nube.*

ii). *El proceso que considera la carga que se genera por la interacción de los hidrometeoros (líquidos y sólidos) en el interior de una nube.*

En las nubes cumulonimbus, generadoras de las más grandes tormentas, en la parametrización de los procesos de separación de cargas se considera:

a) Proceso no inductivo (independientemente del campo eléctrico), siendo el resultado del rebote de colisiones entre nieve y cristales de hielo. En un modelo este

proceso depende de la frecuencia de colisiones con cristales de hielo.

b) Proceso de carga inductivo, que en presencia de un campo eléctrico polarizado externamente, se supone es el resultado del rebote de gotas superenfriadas (Moore, 1975).

Cuando pensamos acerca de la electricidad atmosférica, lo que nos viene a la mente, es el espectacular desplazamiento del relámpago de las tormentas. Este es un fenómeno muy interesante que debemos tomar en consideración, pero antes debemos comprender la microfísica de la formación de la nube. Los procesos de formación de nubes son el resultado de interacciones no lineales entre la dinámica, la termodinámica, microfísica y aerosoles (Mason, 1981, Proppacher and Klep, 1986). En el capítulo 3 repasamos los conceptos y la parametrización de microfísica de nubes y aerosoles, siguiendo las ideas de Pruppacher, 1986; Berry y Reinhardt, 1973; Nickerson et al, 1986 y Chaumerliac et al, 1989.

Nubes calientes es la nube cuyo tope no sobrepasa la altura del nivel de los 0°C , y, por lo tanto, la fase hielo no juega un papel significantivo en la termodinámica y procesos de precipitación.

Las parametrizaciones de los términos fuente y sumidero para la humedad y aerosoles se describen en el capítulo 3.

La electricidad atmosférica, estudia todos los cambios de electricidad y densidad corriente en la atmósfera. Así pues, antes de que se investiguen los relámpagos necesitamos comprender, las importantes propiedades eléctricas de la atmósfera, que nos proporcionan el medio mediante el cual estas tormentas se desarrollan. Esta electrificación de la atmósfera se refiere a la electrificación bajo condiciones de buen tiempo o tiempo claro y despejado.

La atmósfera contiene muchos campos eléctricos de diferentes extensiones y tamaños.

Los campos eléctricos son responsables de las intensas tormentas, pero aún bajo condiciones de buen tiempo, el campo eléctrico vertical es muy pequeño.

Para muchos propósitos el aire se comporta como un buen aislante. Sin embargo, cuando las mediciones de él se realizan cuidadosamente, con objeto de obtener su conductividad característica, se observa que su conductividad varía con el tiempo y la altura del lugar.

La atmósfera es un conductor de la electricidad (aunque muy pobre en comparación relativa con los metales) como resultado de los iones presentes en ella.

Las nubes que se extienden a alturas arriba del nivel de los 0°C , y en las que se encuentran presentes fuertes corrientes de aire ascendentes y descendentes, actúan como potentes generadores electrostáticos, transportando en su trayectoria descendente pequeños iones y partículas con carga positiva, y en la caída de la precipitación (lluvia) transportan cargas negativas. Estos procesos crean un centro de carga positiva en la parte superior de la nube, y un centro de carga negativa en la parte más

baja.

Las nubes cumulonimbus tropicales son muy dinámicas con fuertes corrientes de aire ascendentes y descendentes. Se forman en zonas donde existe una atmósfera inestable y donde hay mucho calentamiento y mezcla de aire húmedo. Tienen la característica de formar en su parte superior un yunque cuyo tope se sitúa comunmente entre 9 a 12 km de altura aproximadamente. El mecanismo de separación de carga en las nubes cumulonimbus no está completamente estudiado y, por lo tanto comprendido, pero comúnmente, se cree que la circulación de las partículas de agua y cristales de hielo mueven las cargas desde la base de la nube hasta partes superiores de ella, causando una inmensa diferencia de potencial entre el tope y su base, diferencia de potencial que puede llegar a ser del orden de 100,000,000 Volts. También se crea una diferencia de potencial entre la nube y su región inferior.

La tierra normalmente está cargada con carga negativa, sin embargo, cuando se presenta una nube de tormenta se induce instantáneamente una carga positiva en la parte inferior de dichas nubes.

La tierra se comporta como una de las placas de un capacitor de placas paralelas, siendo la base de la nube la otra placa del capacitor.

La electricidad del tiempo claro y despejado (buen tiempo) está relacionada con el campo eléctrico y la corriente eléctrica en la atmósfera, lo mismo que la conductividad del aire, así lo explicó el Dr. Lothar Ruhnke (1999) del Airborne Research Associates in Weston, Mass, quien llevó a cabo experimentos que mostraron claramente que, el aire en calma transporta una corriente eléctrica que sigue la forma de un circuito, cuya diferencia de potencial, por la existencia tierra-atmósfera, y la presencia de una corriente, se carga y descarga sucesivamente mediante los relámpagos. El flujo de corriente se inicia desde el tope de la nube y prosigue a través de ella en forma de una corriente de chorro, regresando hacia la tierra a través de la atmósfera clara. Debido a que ésta se distribuye sobre la mayor parte del globo terráqueo, es válida para cualquier punto dado sobre todo el globo.

La densidad de corriente es 10^{-12} Amps. por metrocuadrado, es lo que siempre se ha notado. Las turbulencias locales, vientos y otras fluctuaciones son también la causa de pequeñas variaciones en el campo eléctrico de buen tiempo.

El calentamiento global es otro factor, que afecta la existencia de las grandes tormentas por el aumento de la temperatura.

La electricidad atmosférica involucra varios fenómenos, los cuales están conectados con la separación de cargas eléctricas.

En la ionósfera y magnetósfera se llevan a cabo fuertes corrientes eléctricas, originadas directamente de la interacción Sol-Tierra. En la parte inferior de la atmósfera hay flujos y muchos rompimientos de corrientes eléctricas en los llamados circuitos globales, los cuales se mantienen por la actividad de las grandes tormentas.

El proceso de separación de cargas juega un papel importante en las tres siguientes formas:

A)

a) Termodinámicamente: En una nube de tormenta los pequeños cristales de hielo colisionan con escarcha y granizo blando en crecimiento. Los cristales de hielo ganan y adquieren carga positiva, el granizo blando negativa (el mecanismo microscópico de carga aún no es claramente conocido).

El proceso de convección en las nubes de tormenta transporta los cristales de hielo hacia el tope de la nube, el comportamiento del granizo blando se establece en la parte media de la nube, donde adquiere la estructura de un dipolo macroscópico.

b) Otro proceso de separación de cargas es la ionización por radiación; en este caso la radiación de rayos cósmicos y la radiactividad ionizan el aire, de manera que se forman pequeños iones de moléculas de igual tamaño y número, positivas y negativas; entonces el aire se transforma en débilmente conductor. Los iones pequeños se adhieren a las partículas de polvo, los cuales regularizan el número de iones pequeños.

c) También existe el proceso de separación de cargas por ionización por colisiones, donde los relámpagos y otras descargas en las nubes de tormenta, ionizan temporalmente el aire en las guías que lo conduce eléctricamente. La movilidad de las partículas eléctricamente cargadas, depende en gran parte de su tamaño así como de la densidad del medio. La movilidad de los iones pequeños en la parte más baja de la atmósfera tienen una velocidad terminal de alrededor de 1cm/s en un campo eléctrico de 100 V/m. Las partículas de polvo son muy lentas, de manera que la conductividad eléctrica se debe prácticamente a los iones pequeños. La carga en el centro de las grandes nubes de tormenta, acumula decenas de Coulombs de electricidad que se descarga principalmente por los relámpagos.

Durante las décadas pasadas se han realizado muchos esfuerzos en tratar de modelar numéricamente los procesos microfísicos de nubes y la electrificación de tormentas Pielke,1981; Anthes and Warner, 1978; Durran a Klemp, 1983; Nickerson et al,1986; Chiu, 1978; Takahashi, 1984; Helsdon and Farley, 1987; Cotton and Anthes, 1989; Sun et al, 2002.

La modelación numérica de la electrificación de las nubes es un campo de investigación que está todavía en desarrollo. Chiu(1978) desarrolló un modelo numérico 2D donde acopló a la dinámica los procesos de electrificación en nubes calientes; Takahashi (1984) incorporó la fase hielo en su modelo de electrificación en las nubes, Helsdon y Farley (1987) investigaron los procesos de electrificación en tormentas y concluyeron que el mecanismo no inductivo es importante.

Pero, a pesar de que los procesos eléctricos se han incluido en los modelos numéricos de la dinámica y microfísica de nubes, estos modelos numéricos todavía son un poco idealizados. En el sentido de que no se consideran, por ejemplo, orografía, la

turbulencia en la capa límite planetaria, ecuación de transporte de los distintos componentes de la humedad, la física de aerosoles que pueden aplicarse a una situación con datos reales.

En un esfuerzo por comprender el proceso de electrificación de las nubes, con un modelo numérico, en este trabajo se intenta acoplar la parte eléctrica a un modelo de mesoescala con microfísica de nubes y aerosoles, desarrollado por Nickerson et al, 1986, Chumerliac et al, 1989.

La etapa de desarrollo de la tesis consiste en formular las parametrizaciones de los procesos eléctricos en la microfísica de nubes, siguiendo a Chiu (1978), lo cual se describe en el capítulo 4. Los resultados de las simulaciones numéricas se discuten en el capítulo 5.

Glosario del capítulo uno.

Aerosol: partículas que forman parte del aire atmosférico y que pueden ser higroscópicas o no.

Buen tiempo: Condición de la atmósfera libre de nubes y humedad y, por lo tanto, con aire seco.

CAPITULO DOS

2.1 ECUACIONES BÁSICAS

Las ecuaciones básicas del modelo se basan en la ecuación de movimiento, primera ley de la

termodinámica, ecuación de conservación de la masa (o ecuación de continuidad), la ecuación de conservación de humedad, la ecuación de estado, escritas en un marco de referencia cartesiano de coordenadas ortogonales x, y, z , donde z es la coordenada vertical, a la superficie de la tierra, y la ecuación de conservación de la energía interna (Holton, 1973):

$$\frac{d\mathbf{V}_H}{dt} + f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{V}_H + \alpha \nabla P = F_H \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} + g + \alpha \frac{\partial p}{\partial z} = F_z \quad (2)$$

$$\frac{c_p T}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{F}_\lambda + \nabla \cdot k \nabla \theta + \mu |\nabla \mathbf{v}|^2 + F_q \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{V}_H + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dq_v}{dt} + q_v \nabla \cdot \mathbf{v} = S + \nabla \cdot k_q \nabla q_v = S_q \quad (5)$$

$$p = \rho R_d (1 + 0.61 q_r) T \quad (6)$$

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (7)$$

α : volumen específico.

F_H, F_z , otras fuerza externa (por ejem. debido al campo eléctrico).

F_λ : Influencia de radiación de una cierta longitud de onda.

q_v :razón de mezcla del vapor de agua.

θ : Temperatura potencial

- ρ : densidad del aire
 ρ_m : densidad del aire húmedo.
 p : presión del aire.
 p_o :presión a nivel del mar.
 V_H :Velocidad horizontal en los ejes x e y.
 μ : Coeficiente de fricción
 w : Velocidad vertical.
 S : Término fuente o sumidero de humedad.
 T : Temperatura del medio ambiente.
 R_d : Constante universal de los gases.

La ecuación (1) y la ecuación (2), expresan la conservación del momentum (que en esencia son la segunda Ley de Newton). El lado derecho de estas dos primeras ecuaciones, representa fuerzas externas, debidos a efectos friccionales y al campo eléctrico, que son las que consideraremos en este trabajo. La tercera ecuación representa la ecuación de transporte de calor, el factor $\frac{c_p T}{\theta}$ varia con el tiempo lo mismo que θ , el primer término del lado derecho de dicha ecuación representa la influencia debido al campo de radiación de una cierta longitud de onda; el segundo término del lado derecho es el término de difusión de calor, el tercero la fricción del viento y el cuarto representa los procesos fuente o sumidero debidos a condensación y/o evaporación de vapor de agua. Es conocido que existe una relación fundamental entre el aire seco y las propiedades termodinámicas del él. La cuarta ecuación es la ley de conservación de la masa (ecuación de continuidad). La quinta ecuación es la ecuación de transporte de humedad, donde el primer término de la ecuación del centro, S , representa al término fuente o sumidero de humedad y el segundo término es el de difusión de humedad. La ecuación (6) es la ecuación de estado para los gases, cuando consideramos el vapor de agua, donde R_d es la constante de los gases para el aire seco. Cuando se considera vapor de agua, la densidad del aire húmedo se representa por ρ_m y la razón de mezcla del vapor de agua por q_v .

Tenemos 7 ecuaciones con 7 incógnitas; y si las funciones $F_H, F_z, F_\lambda, F_q, etc.$, las expresamos en términos de las $u, v, \omega, \rho, q_v, p$ y T , entonces, obtenemos un sistema cerrado. En este sistema de ecuaciones se deben considerar las condiciones de frontera, en el dominio de integración, principalmente en la superficie y en el tope de la atmósfera. En $z = 0$ (superficie de la tierra) la velocidad vertical es cero; también deben especificarse la temperatura T , y la presión p , la densidad y la humedad. En el tope de la atmósfera, podemos pensar que T, p y v son costantes. En la modelación numérica estas ecuaciones frecuentemente se expresan en coordenadas de presión (x, y, p, t) , y en el sistema de coordenadas sigma (x, y, σ, t) .

2.2 Ecuaciones básicas del modelo de mesoescala, en la transformación al sistema de coordenadas ν .

Primeramente las ecuaciones 1-7, se transforman al sistema conocido de coordenadas de presión y sigma $\sigma = \frac{p - p_T}{p_s - p_T}$. donde p_T es la presión en el tope de la atmósfera que se supone 0 y p_s la presión en la superficie terrestre.

$\Pi = p_s - p_T$ así que $p = p_T + \Pi\sigma$, entonces diferenciando con respecto a la presión obtenemos:

$$dp = \Pi d\sigma.$$

Haciendo uso de la aproximación hidrostática en la ecuación:

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha, \text{ con } \phi = gz, \text{ se tiene } d\phi = -\alpha \Pi d\sigma.$$

De la ecuación de estado y de la relación que hay con la temperatura potencial obtenemos que la ecuación hidrostática es:

$$\frac{d\phi}{d\sigma} = -c_p \theta (1 + 0.61q_v) \frac{d\hat{P}}{d\sigma} \quad (8)$$

donde

$$\hat{P} = \left(\frac{p_o}{p} \right)^k, \quad k = \frac{R}{c_p}. \quad (9)$$

Comúnmente en la modelación del flujo de mesoescala se utiliza las coordenadas isobáricas (x, y, p) o la coordenada sigma (x, y, σ) , pero se tienen las desventajas de que en estas coordenadas no se pueden considerar en detalle los flujos en la capa límite planetaria.

La coordenada ν es tal que $\sigma = \sigma(\nu)$. Si esta función la definimos en la región $0 \leq \sigma \leq 1$ con la frontera en la superficie $\sigma = 1$, entonces $\sigma(\nu)$ tiene las siguientes propiedades:

a) $\frac{d\sigma}{d\nu}$ debe ser finita en todo $[0, 1]$ ya que $d\sigma = \frac{d\sigma}{d\nu} d\nu = \sigma d\nu$. b) $\frac{d\sigma}{d\nu} = 0$ en $\sigma = 1$, lo cual asegura una alta resolución cerca de $\sigma = 1$.

La función que satisface estas propiedades es $\sigma = \frac{(4\nu + \nu^4)}{3}$ (Nickerson, 1979). Entonces las ecuaciones se transforman a un sistema local (x, y, ν) , donde la coordenada vertical ν está relacionada con la coordenada σ por.

$$\sigma = \frac{(4\nu + \nu^4)}{3}. \quad (10)$$

La coordenada ν en el espacio físico (x, y, z) se contrae en la capa límite planetaria y en el espacio (x, y, ν) el intervalo de malla $d\nu$ es constante.

En la siguiente tabla se comparan los sistemas de coordenadas σ , ν y p

p	σ	ν
---	0.0000	0.000
---	0.0444	0.0333
200	0.1333	0.1000
---	0.2220	0.1667
400	0.3101	0.3973
---	0.3973	0.3000
---	0.4829	0.3667
---	0.5660	0.4333
700	0.6458	0.5000
---	0.7212	0.5667
---	0.7908	0.6333
800	0.8533	0.7000
---	0.9071	0.7667
---	0.9504	0.8333
950	0.9813	0.9000
---	0.9978	0.9667
---	1.0000	1.000

Existe la relación funcional $\nu = \nu(x, y, \sigma, t)$, por lo que para una variable $T(x, y, \nu, t) = T(x, y, \sigma(x, y, \nu, t), t)$ obtenemos que:

$$\frac{\partial T}{\partial S} \Big|_{\nu} = \frac{\partial T}{\partial S} \Big|_{\sigma} + \frac{\partial T}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial S} \right)_{\nu} \quad (11)$$

2.3 La primera ley de la termodinámica en coordenadas ν es:

$$\frac{\partial \Pi \theta}{\partial t} = -A(\theta) + \frac{L_v}{C_{pm}} \frac{\Pi}{\hat{p}} \left[\frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} \right] + F_{\theta} \quad (12)$$

$\frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} = - \left[\left(\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{cond} + \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{cond} \right) \right]$, representan los términos fuente o sumidero de calor debido a transformaciones de fase.

$F_{\theta} = u \Delta (\Pi \theta) + B \frac{\partial}{\partial \nu} \left(Bk \frac{\partial (\Pi \theta)}{\partial \nu} \right)$, representa terminos de fricción turbulenta.

2.4 Ecuación de continuidad en coordenadas ν .

La ecuación de continuidad en coordenadas ν , con $0 \leq \sigma \leq 1$, y con las condiciones de frontera:

$\dot{\sigma} = 0$ en $0 \leq \sigma \leq 1$ es:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \nabla_{\sigma} \cdot (\Pi \mathbf{v}_h) + \frac{1}{\sigma'} \frac{\partial (\Pi \sigma' \nu)}{\partial \nu} = 0 \quad (13)$$

De $d\sigma = \sigma' d\nu = \frac{\partial\sigma}{\partial\nu} d\nu$,

La velocidad vertical en algún nivel ν , que también se puede abrir a niveles altos está dada por:

$$\dot{\nu} = -\frac{1}{\Pi\sigma'} \int_0^\nu \sigma' \left(\frac{\partial\Pi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) d\nu \quad (14)$$

Las ecuaciones de movimiento horizontal en el sistema de coordenadas ν , se escriben como:

$$\frac{\partial\Pi u}{\partial t} = -A(u) + fV + \left(\varphi - \frac{R_v T_v \sigma \Pi}{P} \right) \frac{\partial\Pi}{\partial x} - \frac{\partial(\Pi \varphi)}{\partial x} + F_u + [f_e] \quad (15)$$

$$\frac{\partial\Pi v}{\partial t} = -A(v) - fU + \left(\varphi - \frac{R_v T^* \sigma \Pi}{P} \right) \frac{\partial\Pi}{\partial y} - \frac{\partial(\Pi \varphi)}{\partial y} + F_v + [f_e] \quad (16)$$

donde $U = \Pi u$ y $V = \Pi v$.

f_e es el término debido a las fuerzas electricas ,

$f = 2\Omega \text{sen}\varphi$ es el parámetro de Coriolis.

(u, v) son las componentes horizontales del viento horizontal a lo largo de la coordenadas (x, y) .

φ es el geopotencial.

F_u y F_v son los términos de divergencia vertical de flujo turbulenta :

$$F_u = B \frac{\partial}{\partial\nu} \left(B K_M \frac{\partial U}{\partial\nu} \right) \quad (17)$$

$$F_v = B \frac{\partial}{\partial\nu} \left(B K_M \frac{\partial V}{\partial\nu} \right) \quad (18)$$

Definamos la humedad específica total $q = q_v + q_{cw} + q_{rw}$, donde q_{cw} es la razón de mezcla de gotas de nube y, q_{rw} es la razón de mezcla de gotas de lluvia.

La ecuaciones de transporte de humedad (razón de mezcla de vapor de agua) son:

$$\frac{\partial(\Pi q_v)}{\partial t} = -A(q_v) - \Pi \left[\frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\text{cond}} \Big|_{\text{evap}} \right] + F_{q_v} \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\Pi q_{cw})}{\partial t} = -A(q_{cw}) + \Pi \left[\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\text{cond}} \Big|_{\text{evap}} - \frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\text{acre}} - \frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\text{auto}} \right] + F_{q_{cw}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial (\Pi N_{cw})}{\partial t} = -A(N_{cw}) - \Pi \left[\frac{\partial N_{cw}}{\partial t} \Big|_{acre} + \frac{\partial N_{cw}}{\partial t} \Big|_{auto} \right] + F_{N_{cw}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial (\Pi q_{rw})}{\partial t} = -A(q_{rw}) + \Pi \left[\begin{array}{l} \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{cond} + \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{sed} - \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{acre} \\ - \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} \end{array} \right] + F_{q_{rw}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial (\Pi N_{rw})}{\partial t} = -A(N_{rw}) - \Pi \left[\begin{array}{l} \frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{sed} + \frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} \\ + \frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} \end{array} \right] + F_{N_{rw}} \quad (23)$$

$$A(q) = \frac{\partial(\Pi q u)}{\partial x} + \frac{\partial(\Pi q v)}{\partial y} + \frac{\Pi}{\sigma'} \frac{\partial(\sigma' q v)}{\partial v}$$

$$F_q = \Pi K_H \Delta(q) + B \frac{\partial}{\partial v} \left(B K_Z \frac{\partial \Pi q}{\partial v} \right),$$

$$B = - \frac{g p}{RT_v \Pi \sigma'}.$$

K_H es el coeficiente de difusión horizontal,

K_Z es el coeficiente de difusión vertical.

ϕ es el geopotencial.

$\Pi = P_S - P_T$ representa la diferencia de presión entre la frontera inferior y superior.

θ es la temperatura potencial

q_v la razón de mezcla del vapor de agua.

q_{cw} la razón de mezcla de agua de nube.

N_{cw} la concentración total de gotas de nube

q_{rw} la razón de mezcla de agua de lluvia, cuya concentración de gotas es N_{rw} ,

$N = CS^K$ indica el número de núcleos de condensación activos en la supersaturación

S.

$C = 3,500 \text{cm}^3$, y, $K = 0.9$ para nubes continentales.

K_M es el coeficiente de intercambio turbulento en la capa límite planetaria y se calcula de acuerdo al perfil dado por O'Brien (1970).

$$B = \frac{-g p}{R_v T \Pi \sigma'},$$

R_v la constante de los gases para el aire húmedo,

P presión,

T temperatura,

$$\sigma' = \frac{d\sigma}{dv},$$

v la velocidad vertical

$$\hat{P} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{7}}.$$

L_v calor latente.

La parametrización de los términos entre corchetes se describen en los capítulos 3 y 4 de esta tesis (Nickerson et al. 1986, Chaumerliac et al. 1987).

CAPITULO TRES.

MICROFISICA DE NUBES.

En condiciones naturales de la atmósfera, se forman más nubes por nucleación heterogénea que por nucleación homogénea. Éste es un hecho en el que hacen incapie muchos especialistas en física de nubes, diciendo que la nucleación homogénea tiene poca importancia en la formación de nubes. Más lo debe ser en nuestro caso de nubes calientes (cumulus). (las nubes cumulus, en general, se generan por procesos de convección de masas de aire húmedo, en presencia de impurezas higroscópicas).

3.1 Nube caliente.- Así se le denomina en física de nubes a la inestabilidad de la atmósfera que da lugar a una nube cumulus que no sobrepasa la altura del nivel de los 0 °C. Cuando el aire caliente y húmedo asciende, encontrando a su paso impuresas que tienen afinidad por el agua (núcleos higroscópicos), éste al llegar a saturaciones de alrededor del 80 % aproximadamente, sus moléculas inciden sobre las partículas pequeñas (núcleos de Aitken), los cuales por difusión molecular dan lugar a la formación de un embrión pequeñísimo (chocando las primeras moléculas de vapor con él). Sobre ese embrión, que originalmente es una solución de sal y agua, algunas de las moléculas de vapor siguen chocando, dando lugar a la condensación, proceso este últimos que, a veces, tienen lugar simultáneamente con el de evaporación. Enseguida, para una temperatura determinada se alcanza eventualmente la condición de equilibrio, cuando los dos procesos tienen lugar con la misma velocidad (ver la figura 14). En ese momento, casi instantáneo, las temperaturas del medio ambiente que rodea la parcela de aire y del vapor son iguales a la del líquido y ya no hay transferencia neta de moléculas de una a otra fase. Se dice entonces, que bajo estas condiciones el espacio por encima de la gotita líquida está saturado de vapor de agua. La presión debida al mismo proceso, se denomina *presión de saturación del vapor* y depende de la temperatura y la presión. Dependencia que se describe por las ecuación (es) diferencial (es) dada (s) más adelante en este capítulo.

El proceso de electrificación en las nubes calientes se presenta en la etapa de precipitación, y específicamente del lado de la nube donde se presenta la lluvia.

3.2 Proceso de formación de la nube caliente:

A diferencia de lo que ocurre con otros componentes de la atmósfera, el agua la encontramos en sus tres fases, gaseosa, líquida y sólida. En la nube caliente, donde no se presenta la fase hielo, solamente se encuentra el agua en su fase de vapor y líquida.

Con buena aproximación, el vapor de agua de la atmósfera se comporta como un gas ideal, y su ecuación de estado es:

$$e = \rho_v R_v T$$

e = presión del vapor.

ρ_v = densidad del vapor.

R_v = constante individual de los gases para el vapor de agua ($0.461 \text{ joules g}^{-1} \text{K}^{-1}$).

T = temperatura.

Ecuación que a veces se escribe en la forma: $e = \rho_v \frac{R'}{\epsilon} T$,

$$\epsilon = \frac{R'}{R_v} = \frac{m_w}{m_d} = 0.622$$

ϵ \equiv razón del peso molecular del vapor de agua al del aire seco.

$\epsilon = 0.622$.

El proceso de electrificación de una nube caliente se describe en el capítulo 4.

A continuación se explican los procesos microfísicos generales para la formación de una nube.

3.3 Condensación y evaporación.

Si ν_j es el número total de gotas de radio r en un m^3 del tipo j (gotas de nube $j = cw$ o gotas de lluvia $j = rw$), y como $m_j = \rho_j \frac{4}{3} \pi r^3$, la masa de la gota j ; entonces tenemos la relación:

$$\frac{\nu_j}{1 \text{ m}^3} = \frac{\rho_j}{m_j} = \frac{\rho_j \rho_m}{\rho_m m_j} = q_j \frac{\rho_m}{m_j} \quad (24)$$

Si $\delta V = 1 \text{ m}^3$ tenemos $m_j \nu_j = q_j \rho_j \delta V$, y con la densidad del aire húmedo, se puede aproximar como $\rho_m = \rho_d + \rho_v + \rho_l + \rho_i \approx \rho_d$, donde ρ_d la densidad del aire seco, ρ_v la densidad del vapor de agua, ρ_l la densidad de agua líquida, ρ_i la densidad de cristales de hielo, $q_j = \frac{\rho_j}{\rho_m}$ es la densidad específica de la componente j , o bien razón de mezcla de la componente j , cuando aproximamos, $\rho_m \approx \rho_d$ a la densidad de aire seco $r_j = \frac{\rho_j}{\rho_d}$.

Si en nuestro volumen hay gotas con radios distintos, en este caso la ecuación (24) se transforma:

$$\int_N m_j(\nu) d\nu \approx m_j \nu_j = q_j \rho_j \delta V \quad (25)$$

N es el número total de gotas por unidad de volumen, $d\nu = n(r) dr$

o $d\nu = n(D) dD$ cuando consideramos gotas de radio r , o bien, gotas de diámetro D respectivamente.

$n(r)$ es la función de distribución de gotas.

Si $\delta V = 1 \text{ m}^3$ tenemos $m_j \nu_j = q_j \rho_j \delta V$. Con ρ la densidad del aire húmedo.

Consideremos el agua de nube $j = cw$, en este caso $d\nu = dN_{cw}$ y

$$q_{cw} = \frac{1}{\rho_d} \int_0^{\infty} m(N_{cw})n(D)dD \quad (26)$$

$$n(D)dD = dN_{cw} \quad (27)$$

$$m(N_{cw}) = \rho_l \delta V = \rho_l \frac{\pi}{6} D^3 \quad (28)$$

N_{cw} es la concentración total del número de gotitas y $n(D)dD = dN_{cw}$

Las ecuaciones de transporte de q_{cw} y N_{cw} están regidas por las ecuaciones (19) y (20) del capítulo 2 respectivamente.

De acuerdo con las formulaciones de los procesos microfísicos de Berry and Reinhardt's (1973), Nickerson et al. (1986) y Chaumerliac et al (1987):

Consideramos la función de distribución de las gotas como la Log-normal:

$$n(D) = \frac{N_{cw}}{\sqrt{2\pi}\sigma_c D} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_c^2} L n^2 \frac{D}{D_{co}} \right] \quad (29)$$

σ_c es el parámetro de dispersión, D_{co} el diámetro modal.

Al realizar la integración sobre todo el espectro de gotas de nube, se obtiene la expresión para la razón de mezcla de agua de nube:

$$q_{cw} = \frac{N_{cw}}{\rho_d} \left(\frac{\pi}{6} D_{co}^3 \rho_l \right) \exp \left(\frac{9}{2} \sigma_c^2 \right) \quad (30)$$

Y la expresión para la evolución temporal de la razón de mezcla de agua de nube:

$$\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} = \frac{\rho_l}{\rho_d} \int_0^{\infty} \frac{\pi}{2} D \left(D \frac{dD}{dt} \right) n(D) dD \quad (31)$$

El crecimiento de gotas depende también del tiempo, entonces tenemos:

$$\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} = \frac{\rho_l}{\rho_d} \int_0^{\infty} \frac{\pi}{2} D^2 \frac{dD}{dt} \frac{N_{cw}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_c D} \exp \left[-\frac{1}{9\sigma_c^2} L n^2 \frac{D}{D_{co}} \right] dD \quad (32)$$

donde se considera:

$$\sigma_c = \left\{ \begin{array}{l} 0.15 : \text{ caso de nubes continentales} \\ 0.28 : \text{ caso de nubes marítimas} \end{array} \right\} \quad (33)$$

Datos anteriores que ya son verificados.

Las nubes se forman por el ascenso de aire húmedo que se enfría por expansión al encontrar bajas presiones. La humedad relativa, o bien, la razón de saturación, se define como $H = \frac{e}{e_s}$, donde e es la presión de vapor y e_s es la presión del vapor requerida para saturar el aire a la misma temperatura. Cuando el aire se satura $e = e_s$, entonces $H = 1$. El aire está saturado cuando no hay transferencia neta de moléculas de vapor entre él y una superficie plana de agua a la misma temperatura. Cuando el aire está libre de partículas extrañas y de grupos de moléculas cargadas eléctricamente entonces podría existir la nucleación homogénea.

Las gotas se forman (nucleación homogénea) por condensación del vapor de agua solo si el aire está supersaturado (la supersaturación (en %) del aire se define como $S_{v,w} = (\frac{e}{e_s} - 1)100$) varios cientos %. En contraste, cuando hay partículas extrañas (aerosoles) en la atmósfera, las gotas se forman (nucleación heterogénea) cuando el aire tiene una razón de saturación alrededor de 80 % (Mason, 1981).

Enseguida se estudia la microfísica de la formación de la gota y su relación con el ascenso de las parcelas de aire. Esto con el fin de hallar una relación más explícita para la ecuación (30).

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = \frac{r_s \frac{dr_v}{dt} - r_v \frac{dr_s}{dt}}{r_s^2} = \frac{1}{r_s} \frac{dr_v}{dt} - \frac{r_v}{r_s^2} \frac{dr_s}{dt} \quad (34)$$

Con $r_v = \frac{\epsilon e}{p - e} \approx \frac{\epsilon e}{p}$, entonces en el caso saturado $r_s = \frac{\epsilon e_s(T)}{p}$ y derivando con respecto al tiempo

$$\frac{dr_s}{dt} = \epsilon \left[\frac{p \frac{de_s(T)}{dt} - e_s(T) \frac{dp}{dt}}{p^2} \right] = \frac{\epsilon}{p} \frac{de_s(T)}{dt} - \frac{\epsilon e_s(T)}{p^2} \frac{dp}{dt} \quad (35)$$

T es la temperatura y p la presión.

De la regla de la cadena $\frac{de_s(T)}{dt} = \frac{\partial e_s}{\partial T} \frac{dT}{dt}$, y como $\frac{\partial e_s}{\partial T} = \frac{e_s \epsilon L}{R_d T^2}$, y de la ecuación de equilibrio hidrostático $\frac{dp}{dt} = -\frac{gp}{R_d T} w$ obtenemos que:

$$\frac{dr_s}{dt} = \frac{\epsilon}{p} \frac{e_s \epsilon L}{R_d T^2} \frac{dT}{dt} - \frac{\epsilon e_s(T)}{p^2} \left(-\frac{gp}{R_d T} w \right) = \frac{L \epsilon^2 e_s}{p R_d T^2} \frac{dT}{dt} + \frac{\epsilon g e_s(T)}{R_d p T} w \quad (36)$$

donde L es el calor latente, R_d la constante de los gases para aire seco y w la velocidad vertical. Entonces con esta expresión puesta en (34) obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{dS_{v,w}}{dt} &= \frac{p}{\epsilon e_s} \frac{dr_v}{dt} - (S_{v,w} + 1) \left[\frac{\epsilon e_s}{p r_s} \frac{\epsilon L}{R_d T^2} \frac{dT}{dt} + \frac{\epsilon e_s}{p r_s} \frac{g}{R_d T} w \right] \\ &= \frac{p}{\epsilon e_s} \frac{dr_v}{dt} - (S_{v,w} + 1) \left[\frac{\epsilon L}{R_d T^2} \frac{dT}{dt} + \frac{g}{R_d T} w \right] \end{aligned} \quad (37)$$

Usando la primera ley de la termodinámica a una parcela húmeda que asciende (sin cristales de hielo y despreciando la mezcla por arrastre):

$$-\frac{dT}{dt} = \frac{gw}{c_p} + \frac{Ldr_v}{c_p dt} \quad (38)$$

y la ecuación de conservación del agua ($\frac{dr_l}{dt} = 0$):

$$\frac{dr_v}{dt} = -\frac{dr_l}{dt} = 0 \quad (39)$$

La ecuación 34 se reduce a la ecuación de saturación $S_{v,w}$:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = \frac{p}{\epsilon e_s} \frac{dr_v}{dt} - (1 + S_{v,w}) \left[\frac{\epsilon L}{R_d T^2} \left(-\frac{gw}{c_p} - \frac{Ldr_v}{c_p dt} \right) + \frac{gw}{R_d T} \right] \quad (40)$$

Por lo que simplificando, y luego reordenando:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1(T, P)w - A_2(T, P)\frac{dr_l}{dt} \quad (41)$$

como

$$\frac{dr_l}{dt} = 0$$

La ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1(T, P)w \quad (42)$$

A_1 constante.

$S_{v,w}$ es típicamente del orden de 0.01

La supersaturación, $S_{v,w}$, aumenta aproximadamente en proporción a w , en ausencia de condensación, y ésta decrece por la producción de agua líquida (gotitas de nube muy pequeñas).

Si se considera la mezcla por arrastre, entonces la ecuación (42) se transforma en:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1(T, P)w - 0 + \frac{1}{r_s} \frac{dr_t}{dt} \quad (43)$$

r_t es la razón de mezcla de vapor saturado.

r_l es la razón de mezcla de agua líquida.

3.4 Equilibrio de una gota con su vapor (considerando núcleos o impurezas higroscópicas).

En condiciones naturales de la atmósfera, se forman más nubes por nucleación heterogénea que por nucleación homogénea. Éste es un hecho en el que hacen incapie

muchos especialistas en física de nubes, diciendo que la nucleación homogénea tiene poca importancia en la formación de nubes. Más lo debe ser en nuestro caso de nubes calientes (cumulus).

Las nubes cumulus se generan por procesos de convección de masas de aire húmedo.

Si tenemos una gota de radio r , y una masa $m_l = m_w + m_s$, donde m_w es la masa del agua y m_s es la masa del soluto (aerosol disuelto en la gota). La gotita será estable si supera cierto valor crítico, donde el valor crítico está determinado por el equilibrio entre dos tendencias opuestas, la de crecimiento y la de desaparición, tendencias que, a su vez, dependen de que la gota se forme en el espacio libre (nucleación homogénea) o en contacto con otro cuerpo (nucleación heterogénea).

Para que una gotita formada por colisiones al azar, entre moléculas de agua pura, pueda ser estable, se requieren sobresaturaciones muy elevadas. Cuando la sobresaturación es de 1%, es decir ($S=1,01$), las gotitas cuyo radio es inferior a 0.121 micras son inestables y tenderán a evaporarse, por lo deben crecer hasta un radio superior a r_c (ver figura 14). En la nucleación homogénea, las gotitas de tamaño crítico, r_c , se forman por choques fortuitos entre moléculas de agua.

En el caso de la nucleación homogénea del agua pura¹, el ritmo de crecimiento depende de la presión parcial del vapor de agua en el medio ambiente, ya que éste determina el ritmo al que las moléculas de agua inciden sobre la gotita. Similarmente, el proceso de evaporación, depende estrechamente de la temperatura de la gota y de su tensión superficial, ya que todas las moléculas situadas en la superficie de la gota deben alcanzar suficiente energía para escapar, superando las fuerzas de enlace que se oponen a ello. En la nucleación sobre partículas higroscópicas (como la sal común), que son solubles y tienen afinidad por el agua, la saturación requerida para la formación de gotitas, es mucho menor que el valor correspondiente para la nucleación homogénea.

Es importante aclarar que el proceso de condensación de agua pura se lleva acabo muy escasamente en la naturaleza, pues lo que hay en grandes cantidades son los núcleos higroscópicos. Por lo tanto, a continuación se hace una breve exposición del crecimiento de gotitas a partir de un embrión que se formó sobre una partícula higroscópica.

3.5 Ecuación de equilibrio de una gota de solución.

En este caso la gota se formó a partir de una impureza que tiene afinidad por el agua (núc c

La ecuación de equilibrio de una gota de solución, inmersa en un medio húmedo, se expresa por:

$$Ln \frac{e_r}{e_{s,w}} = Ln H_{s,w} = \frac{2M_w \sigma_a}{RT \rho_l r} - \frac{\nu \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r^3 \frac{\rho_a}{3}\right) - m_s} \quad (44)$$

e_r es la presión de vapor que ejerce la gotita que creció hasta gota de lluvia

El volumen de la solución de la gota es $\frac{4}{3}\pi r^3 = n_w v_w + n_s v_s$

donde n_w y n_s son los números de moles de agua y sal en la solución

$x_w = \frac{n_w}{n_w + n_s} = 1 - x_s$ es la fracción molar de la componente agua.

$v_w = \frac{V_w}{n_w + n_s}$ y $v_s = \frac{V_s}{n_w + n_s}$, son las cantidades molares medias del volumen V de agua y del soluto respectivamente.

Aquí, n_s , v_w , v_s son constantes.

De $x_w = \frac{n_w}{n_w + n_s}$, tenemos $\frac{1}{x_w} = 1 + \frac{n_s}{n_w} = 1 + \left[\frac{n_s v_w}{\frac{4}{3}\pi r^3 - n_s v_s} \right]$.

De la relación de equilibrio para dos fases, separadas por una interface curvada, se sigue entonces la expresión simplificada:

$$-\frac{2\nu_k''}{T} d\left(\frac{\sigma}{r}\right) + R d \left[Ln \left(\frac{a_k'}{a_k''} \right) \right] = 0 \quad (45)$$

R es la constante universal de los gases, r es el radio de una gota sumergida en aire húmedo, σ es la tensión superficial entre las dos fases.

La $a_k = f_k x_k$ se llama actividad y f_k es el coeficiente de actividad racional. En nuestro caso la fracción molar de vapor de agua $a_k' = a_v = r_v = \frac{e_r}{p}$, y $a_k'' = a_w$.

Se sigue entonces que:

$$dLne_r = \frac{2\nu_{w,o}}{RT} d\left(\frac{2\sigma_a}{r}\right) + dLna_w \quad (46)$$

Integrando desde r hasta $r \rightarrow \infty$, con $e_r = e_{sat,w}$ y $a_w = 1$.

Tenemos que:

$$\frac{e_r}{e_{sat,\infty}} = a_w \exp \left(\frac{2M_w \sigma_a}{RT \rho_w r} \right) \quad (47)$$

donde $e_r = (e_{sat,w})_{r=r}$ es la presión de vapor de equilibrio sobre la superficie curvada y $e_{sat,w} = (e_{sat,w})_{r=\infty}$ es la presión de vapor de equilibrio sobre una superficie plana, M_w es el peso molecular del agua, la presión del vapor es: $e = \rho_v R_v T$, $R_v = \frac{R}{M_w}$

f_w en $a_w = f_w x_w$ da una medida directa del equilibrio de la presión del vapor de agua sobre una solución real de agua.

Además, cuando se establece el equilibrio entre el líquido y su vapor, las velocidades de condensación y evaporación se compensan, y la presión de evaporación es justamente igual a la de equilibrio o presión de saturación del vapor.

La concentración de escala de molaridad M se define como el número de moles de sal disuelta en 1000 g de agua :

$$x_s = \frac{n_s}{n_w + n_s} = \frac{M}{M + \left(\frac{1000}{M_w}\right)} \quad (48)$$

esto implica:

$$M = 1000 \frac{n_s}{M_w n_w} = 1000 \frac{m_s}{M_s m_w} \quad (49)$$

Donde $M_{s,w}$ se refiere al peso molecular y $m_{s,w}$ a la masa.

Con $\widehat{M} = \frac{M_w}{1000}$, obtenemos que la expresión anterior se reduce a:

$$M \widehat{M} = \frac{m_s M_w}{M_s \left(\frac{4\pi r^3}{3} \rho_s'' - m_s\right)} \quad (50)$$

Donde se está considerando que la solución se encuentra presente en forma de una gota de radio r y densidad ρ_s'' .

Asociando el coeficiente de actividad racional, \tilde{f} , con la fracción molar x , es decir asociando una cantidad llamada coeficiente de actividad media γ_{\pm} con la molaridad M , tendremos:

$$\ln(a_s) = -\nu M \widehat{M} \left(1 + \frac{1}{M} \int_0^M M d \ln(\gamma_{\pm})\right) \quad (51)$$

Donde ν es el número total de iones de una molécula de sal disociada dentro de ella.

Existen datos experimentales muy extensos de $\gamma_{\pm}(M)$.

El coeficiente osmótico o molar, Φ_s , de la sal en la solución es:

$$\Phi_s = 1 + \frac{1}{M} \int_0^M M d \ln \gamma_{\pm}. \quad (52)$$

Despejando la $a_w = a_s$, tenemos

$$a_w = \exp \left[-\nu M \widehat{M} \Phi_s \right]. \quad (53)$$

Ahora para la a_w se obtiene la expresión:

$$\text{Ln}(a_w) = -\frac{\nu\Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho_s'' - m_s} \quad (54)$$

Por lo que:

$$\frac{e_r}{e_{sat,\omega}} = \exp \left[\frac{2M_w \sigma_r}{RT\rho_w r} - \frac{\nu\Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho_s'' - m_s} \right] \quad (55)$$

lo cual es lo mismo que:

$$\text{Ln} \frac{e_r}{e_{sat,\omega}} = \text{Ln} H_{v,w} = \frac{2M\sigma_r}{RT\rho_w r} - \frac{m_s \nu \Phi_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_s''\right) - m_s} \quad (56)$$

Donde para una solución suficientemente diluida obtenemos:

$$m_s \ll m_w = m_l, \text{ y}$$

$$\sigma_s \approx \sigma_{sw}, \Phi_s \approx 1 \text{ y}$$

$$\rho_s'' \approx \rho_w = \rho_l.$$

Por lo que la ecuación de equilibrio entre una gota y una solución acuosa en un medio húmedo, se reduce a:

$$\text{Ln} \frac{e_r}{e_{sat,\omega}} = \frac{A}{r} - \frac{B}{r^3} \quad (57)$$

Donde

$$A = \frac{2M_{w,s}\sigma_w}{RT\rho_w} \approx \frac{3.3 \times 10^{-5}}{T} \quad (58)$$

y

$$B = \frac{3\nu m_s M_w}{4\pi M_s \rho_w} \approx \frac{4.3\nu m_s}{M_s} \quad (59)$$

El primer término indica el efecto de curvatura y el segundo término el efecto del soluto. En unidades cgs, T en K y con $\frac{e_r}{e_{sat,\omega}} \approx 1$ obtenemos la relación de Kohler:

$$\frac{e_r}{e_{sat,\omega}} - 1 = S_{v,w} = \frac{A}{r} - \frac{B}{r^3} \quad (60)$$

En la fig. (14) se muestra las figuras de Kohler. En el eje horizontal se tiene el radio de la gota en (μm). En el eje vertical se tiene la razón de saturación. La grafica nos está representando la razón de equilibrio de saturación como función del radio de la gota.

El efecto del soluto: $(1 - \frac{b}{r^3})$, que es la línea inferior a trazos, predomina cuando el radio de la gotita es muy pequeño, de manera que una de disolución muy pequeña puede encontrarse en equilibrio a humedades relativas inferiores al 100 %, hasta que finalmente, se alcanza la razón de saturación crítica, S^* que corresponde al pico de la figura de Kohler, para el radio de equilibrio es r^* . Para valores de $r < r^*$, el crecimiento de la gotita se lleva a cabo solamente como respuesta a un incremento en la humedad relativa. Si la humedad relativa sobre el radio crítico, excede un poco la razón de saturación crítica, entonces la gota puede crecer espontáneamente, y continuará su crecimiento hasta que la razón de saturación del medio ambiente permanezca tan alto como el de la razón de saturación crítica de equilibrio de la gota. La línea a trazos de la parte superior de la curva $(1 + \frac{a}{r})$ es el efecto de la curvatura.

En la figura de Kohler A y B describen la razón de crecimiento y dependen de la curvatura superficial de la gota (efecto Kelvin), lo mismo que de la concentración del soluto.

El ritmo de crecimiento de una gota de radio r es proporcional a la diferencia $e - e_s(r)$, e representa el valor de la presión del vapor del medio ambiente.

Así:

Cuando $e - e_s(r) < 0$, la gota tiende a desaparecer, mientras que aquellas gotas para las que la diferencia es positiva, tienden a crecer.

El radio crítico r_c , es el valor del radio para el que la diferencia anterior se anula, o lo que es lo mismo, $e = e_s(\infty) \cdot \exp\left(\frac{2\sigma}{r_c R_v \rho_l T}\right)$, por lo tanto: $r_c = \frac{2\sigma}{R_v \rho_l T \ln S}$, aquí S es la razón de saturación, y es igual a:

$$S = \frac{e}{e_s(\infty)}.$$

Los resultados de la teoría de nucleación heterogénea sobre las partículas, conocidas como núcleos de Aitken, núcleos de sal o de condensación, se conoce como *curvas de kohler*; las cuales muestran curvas de equilibrio para gotas conteniendo un núcleo de condensación (fig. 14 en el anexo). Dependiendo de qué efecto domine, el efecto de curvatura o el del soluto, la razón de saturación puede ser mayor o menor. Los picos en las curvas *kohler* (fig 14) corresponden a valores críticos de la saturación H_c y radio r_c .

Así, para:

i) $r < r_c$, las gotas crecen solo en respuesta a un aumento en la humedad relativa.

Un NC (Núcleo de condensación) se "activó" cuando se formó un embrión sobre él y creció una gotita hasta adquirir el tamaño del radio crítico, r_c .

ii) Cuando la gotita crece un poco más que el r_c , el de equilibrio de H (humedad relativa) es menor que H_c (humedad relativa necesaria para el r_c) y entonces después la gotita crece espontáneamente, sin requerir mucho aumento de humedad relativa,

H. Para los tamaños típicos de los NC que se encuentran en la atmósfera las supersaturaciones críticas para la nucleación heterogénea sobre partículas solubles es menor que el 1%. Lo cual está de acuerdo con las observaciones (Curry & Webster, 1999).

A partir de que ya se tiene el embrión, sobre de él inciden moléculas de vapor, y las gotitas de nube crecen por difusión del vapor de agua sobre dicho embrión. Enseguida el vapor de agua se transfiere a la gotita por difusión molecular, éstas tan pronto como la difusión de vapor alrededor de la gota, excede la presión de vapor de saturación de ella, comenzará a crecer por condensación. Cuando el agua se condensa sobre la gota, se libera calor latente, el cual calienta la gota y, por lo tanto, se reduce la razón de crecimiento. Cuando la gota está más caliente que sus alrededores, hay difusión de calor hacia el medio ambiente. En el proceso de evaporación ocurre lo contrario, hay difusión de vapor de agua desde la gota y difusión de calor hacia la gota. Estas observaciones se sintetizan a continuación:

3.6 Crecimiento de una gota estacionaria, individual, por el proceso de difusión de vapor.

La ecuación que nos representa el crecimiento de una gotita por el proceso de difusión de vapor es:

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{D_v M_w}{R \rho_w} \left(\frac{e_\infty}{T_w} - \frac{e_r}{T_r} \right) \quad (61)$$

donde D_v es el coeficiente de difusión para el vapor de agua.

La razón de aumento de masa de la gota, en el tiempo t es:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi x^2 D_v \frac{d\rho_v}{dx}, \quad x > r \quad (62)$$

Integrando la ecuación anterior desde la superficie de la gota al infinito, tenemos:

$$\frac{dm}{dt} \int_{x=r}^{x=\infty} \frac{dx}{x^2} = 4\pi D_v \int_{\rho_v(r)}^{\rho_v(\infty)} d\rho_v \quad (63)$$

y así:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r D_v (\rho_v(\infty) - \rho_v(r)) \quad (64)$$

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_l$$

lo cual implica:

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{D_v}{\rho_l} [\rho_v(\infty) - \rho_v(r)] \quad (65)$$

$e = \rho_v R_v T$, $R_v = \frac{R_k}{M_w}$. y, $r \frac{dr}{dt} = \frac{M_w D_v}{R \rho_l} \left(\frac{e_\infty}{T_\infty} - \frac{e_r}{T_r} \right)$. la última relación se puede expresar en la forma siguiente:

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{D'_v M_w}{R} \left(\frac{e_\infty}{T_\infty} - \frac{e_r}{T_r} \right) \quad (66)$$

Donde se ha remplazado $D_v = D'_v$ el cual incluye la corrección para efectos cinéticos del gas.

$$D'_v = \frac{D_v}{\left[\frac{r}{r+\Delta_v} + \frac{D_v}{r\alpha_c} \left(\frac{2\pi M_w}{RT_r} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (67)$$

La transferencia de calor conductivo a una gota es:

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r K_a (T_\infty - T_r) \quad (68)$$

Donde las conductividad térmica de aire seco, vapor de agua y aire húmedo son respectivamente:

$$K_a = (5.69 + 0.017T^\circ C) \times 10^{-5} \text{ en } [cal \text{ cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ }^\circ C^{-1}]$$

$$K_v = (3.78 + 0.020T) \times 10^{-5}$$

$$K = K_a [(1 - (\gamma_1 - \gamma_2 K_v) / k_a) x_v]$$

x_v es la fracción molar de vapor de agua en aire húmedo.

γ_1 y γ_2 constantes.

$$\gamma_1 = 1.17,$$

$$\gamma_2 = 1.02.$$

La corrección de K por efectos cinéticos es :

$$K'_a = \frac{K_a}{\left[\frac{r}{r+\Delta_T} + \frac{K_a}{r\alpha_T \rho_c \rho_a} \left(\frac{2\pi M_a}{R_k T_r} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \quad (69)$$

con $K_a \rightarrow K'_a$ obtenemos:

$$T_r = T_\infty + \frac{L e \rho_s''}{K'_a} r \frac{dr}{dt} \quad (70)$$

Donde ρ_s'' es la densidad del soluto en la gota.

La liberación de calor latente a través de la masa es:

$$\frac{dQ}{dt} = -L_{lv} \left(\frac{dm}{dt} \right) \quad (71)$$

L_{lv} es el calor latente de evaporación.

En el proceso de evaporación de la gota ($\frac{dr}{dt} < 0$) se predice que el aire es más frío que los alrededores y viceversa.

Por conveniencia podemos expresar la relación $\frac{T_r}{T_\infty} = 1 + \delta$ donde:

$$\delta = \frac{L_e \rho_s''}{T_\infty K_a'} r \frac{dr}{dt} \quad (72)$$

Por conveniencia podemos expresar la relación $\frac{T_r}{T_\infty} = 1 + \delta$ donde:

$$\delta = \frac{L_e \rho_s''}{T_\infty K_a'} r \frac{dr}{dt} \quad (73)$$

Por lo que de:

$$\frac{dLne_{sat,w}}{dT} = \frac{\epsilon L_{lv}}{R_a T^2} \quad (74)$$

Y tendremos:

$$e_{sat,w}(T_r) = e_{sat,w}(T_\infty) \exp e_{sat,w} \left[\frac{L_{lv} M_w}{R} \left(\frac{T_r - T_\infty}{T_r T_\infty} \right) \right] \quad (75)$$

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{D'_v M_w e_{sat,w}(T_\infty)}{\rho_s'' R T_\infty} \left\{ -\frac{1}{(1+\delta)} \exp \left[\frac{H_{v,w}}{RT_\infty} \left(\frac{\delta}{1+\delta} \right) + \frac{2M_w \sigma_a}{RT_\infty (1+\delta) \rho_w r} \right] \right\} \quad (76)$$

Para el caso de condensación sobre una partícula mezclada de fracción de masa soluble ϵ_m , se tiene:

$$\frac{\nu \Phi_s \epsilon_m M_w \rho_N r^3 N}{M_s \rho_w (r^3 - r_N^3)} \quad (77)$$

El crecimiento de gotas de radio r se simplifica a:

$$\begin{aligned} r \frac{dr}{dt} &\approx \frac{S_{v,w} - Y}{\frac{\rho_w R T_\infty}{e_{sat,w}(T_\infty) D'_v M_w} + \frac{L_{e,o} \rho_w}{K'_a T_\infty} \left(\frac{L_{e,o} M_w}{T_\infty R} - 1 \right)} \\ &= G(r, T, p) [S_{v,w} - Y(r, T)] \end{aligned} \quad (78)$$

Donde se ha usado la definición de supersaturación: $S_{v,w} = \frac{e_\infty}{e_{sat,w}(T_\infty)} - 1$.

Por otro lado:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1 w - 0 \quad (79)$$

$$A_1 = \frac{\varepsilon L_v g}{R_d T^2 c_p} - \frac{g}{R_d T},$$

Ignorando la curvatura, relativamente pequeña, y términos solutos para la gota activada, obtenemos la ecuación para el cambio de gotas de nube debido a condensación o evaporación:

$$r \frac{dr}{dt} = A_3 S_{v,w} \quad (80)$$

donde:

$$A_3 = \frac{\rho_w R_w T}{e_{sat,w}(T) D'_v} + \frac{L_v \rho_w}{K'_a T} \left(\frac{L_v}{T R_w} - 1 \right) \quad (81)$$

El tiempo característico para el crecimiento de una gota es más corto, comparado al tiempo para cambios significantes en A_3 . Entonces, para el crecimiento, obtenemos:

$$r^2(t) - r^2(\tau) \approx r^2(t) \approx 2A_3 \int_\tau^t S_{v,w}(t') dt' \quad (82)$$

donde τ es el tiempo de activación para la gota considerada.

Por otro lado:

$$\frac{dm}{dt} = \rho_l 4\pi r \left(r \frac{dr}{dt} \right) = \rho_l 4\pi r [A_3 S_{v,w}] \quad (83)$$

y como $r^2(t) = 2A_3 \int_\tau^t S_{v,w}(t') dt'$, entonces:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \rho_l 4\pi A_3 S_{v,w} \left(2A_3 \int_\tau^t S_{v,w}(t') dt' \right)^{\frac{1}{2}} = 2\rho_l \pi (2A_3) (2A_3)^{\frac{1}{2}} S_{v,w}(t) \\ &\quad \cdot \left[\int_\tau^t S_{v,w}(t') dt' \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (84)$$

Se puede ver que, todas las partículas solubles en agua, pueden servir como núcleos de condensación para formar una nube a supersaturaciones de unas pocas décimas de un porcentaje; mientras la más grande de las partículas, de mayor cantidad de iones solubles, necesitan más baja la supersaturación crítica a la cual puede servir como embriones (núcleo) de condensación de la nube.

El espectro de núcleos de condensación de nubes, por ejemplo, como función de supersaturación, puede medirse exponiendo muestras de aire a una supersaturación conocida y luego midiendo la concentración de gotitas que se forman. (ver por ejemplo, Wallace and Hobbs, 1977). Dichas mediciones muestran que la concentración de NCN (en cm^{-3}) activos para una supersaturación S (en %) pueden ser a menudo comprobados para expresiones de la forma (Twomey, 1959):

$$N = CS_{v,w}^k \quad (85)$$

C y k son constantes arbitrarias .

Twomey (1959) da valores promedio para $C = 310$ y $k = \frac{1}{3}$ para aire marino , para aire continental $C = 600$ y $k = \frac{2}{5}$.

Hegg y Hobbs (1992) han revisado mediciones más recientes del aire marino. Ellos han concluido que el valor medio de C y k son 200 y $\frac{1}{2}$ respectivamente, y que alrededor de la mitad de las partículas en aire marino son activas como NCN para una supersaturación del 1%. Twomey and Wojciechowki (1969) dieron $C = 600$ y $k = \frac{1}{2}$ para aire continental.

Al considerar los términos de nucleación y sumarse a los valores predichos de N_{cw} al término N_{nuc} , dado por

$$N_{nuc} = \max (CS_{max}^k - N_{cwTotal}, 0) \quad (86)$$

Donde $N_{cwTotal}$ es el número total de gotitas de nube que realmente se forman a través de la nucleación.

Si los núcleos de condensación en la nube han sido activados, las nuevas gotitas nucleadas de la nube tienen un diámetro crítico que corresponde al máximo de la supersaturación S_{max} , denominado:

$$D_{crit} = \frac{(4M_w\sigma_w)}{(3S_{max}TR\rho_l)} \quad (87)$$

El cambio correspondiente en la razón de mezcla se deduce a partir de N_{nuc} :

$$q_{nuc} = \frac{\pi \rho_l}{6 \rho_d} D_{crit}^3 N_{nuc} \quad (88)$$

Las gotitas nuevamente nucleadas estarán en crecimiento hasta llegar a un tamaño tan grande como D_{crit} dentro de un paso de tiempo de 10 s. Así mismo el límite inferior para el cambio en la razón de mezcla. El término $|_{con/eva}$, que aparece en el término calor latente liberado y en las ecuaciones de predicción del capítulo 1, para las razones de mezcla q_v , q_{cw} y q_{rw} de acuerdo a la siguiente relación:

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} = - \frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} - \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} \quad (89)$$

Ahora bien, entonces se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{A_3}{D} S_{v,w}, \quad (90)$$

Por lo que :

$$\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} = \frac{\rho_l}{\rho_d} \frac{\pi}{2} A_3 S_{v,w} N_{cw} D_{co} \exp \frac{\sigma_c^2}{2} \quad (91)$$

Una expresión similar a lo desarrollado anteriormente se obtiene para gotas de lluvia :

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} \quad (92)$$

En este caso surge un término, que se llama factor de ventilación \bar{f} para el cambio de diametro de las gotas de lluvia:

$$\frac{dD_r}{dt} = \frac{A_3 S_{v,w} \bar{f}}{D_r} \quad (93)$$

Ahora una expresión para gotas de lluvia es :

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} = \frac{\rho_w}{\rho_d} \int_0^\infty \frac{\pi}{2} D_r \left(D_r \frac{dD_r}{dt} \right) \frac{N_{rw}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_r D_r} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_r^2} \ln \frac{D_r}{D_{ro}} \right] dD_r \quad (94)$$

Donde según Pruppacher y Rasmussen(1979):

\bar{f} : ventilación

$\bar{f} = 0.78 + 0.308X$,

tal que

Las gotitas nuevamente nucleadas estarán en crecimiento hasta llegar a un tamaño tan grande como D_{crit} dentro de un paso de tiempo de 10 s. Así mismo el límite inferior para el cambio en la razón de mezcla. El término $|_{cond/eva}$, que aparece en el término calor latente liberado y en las ecuaciones de predicción del capítulo 1, para las razones de mezcla q_v , q_{cw} y q_{rw} de acuerdo a la siguiente relación:

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} = - \frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} - \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{condens. \\ evaporac.}} \quad (89)$$

Ahora bien, entonces se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{A_3}{D} S_{v,w}, \quad (90)$$

Por lo que :

$$\frac{\partial q_{cw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} = \frac{\rho_l \pi}{\rho_d 2} A_3 S_{v,w} N_{cw} D_{co} \exp \frac{\sigma_c^2}{2} \quad (91)$$

Una expresión similar a lo desarrollado anteriormente se obtiene para gotas de lluvia :

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} \quad (92)$$

En este caso surge un término, que se llama factor de ventilación \bar{f} para el cambio de diametro de las gotas de lluvia:

$$\frac{dD_r}{dt} = \frac{A_3 S_{v,w} \bar{f}}{D_r} \quad (93)$$

Ahora una expresión para gotas de lluvia es :

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} = \frac{\rho_w}{\rho_d} \int_0^\infty \frac{\pi}{2} D_r \left(D_r \frac{dD_r}{dt} \right) \frac{N_{rw}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_r D_r} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_r^2} \ln \frac{D_r}{D_{ro}} \right] dD_r \quad (94)$$

Donde según Pruppacher y Rasmussen(1979):

\bar{f} : ventilación

$\bar{f} = 0.78 + 0.308X$,

tal que

$$X = R_e^{\frac{1}{2}} S c^{\frac{1}{3}}.$$

Si se ajusta $X = X(D_r)$,

obtenemos: $X = -1.406 \times 10^6 D^2 + 1.725 \times 10^4 D - 0.675$.

Sustituyendo el valor de \bar{f} finalmente tendremos:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} = \frac{\rho_l \pi}{\rho_d} \frac{A_3 S_{v,w} N_{rw}}{2} \quad (95)$$

$$\left[\begin{array}{c} 0.572 D_{r_o} \exp\left(\frac{\sigma_r^2}{2}\right) + 5.31 \\ \cdot 10^3 D_{r_o} \exp(2\sigma_r^2) - 4.33 \cdot 10^5 D_{r_o}^3 \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_r^2\right) \end{array} \right]$$

Hay discrepancias en los calculos de S en cada paso de tiempo del modelo ya que el intervalo de tiempo en los procesos de condensación son muy cortos. Por lo tanto se usa el esquema numérico de Sakakibara (1979), para obtener cálculos estables en cada 10 seg, que es el paso de tiempo típico en el modelo de mesoescala de Nickerson.

Usando la primera ley de la termodinámica: $\frac{\partial \Pi \theta}{\partial t} + A(\theta) = \frac{L_w \Pi}{C_{pm} \bar{p}} c$,

Y la ecuación de transporte de q_v : $\frac{\partial(\Pi q_v)}{\partial t} + A(q_v) = -\Pi c$, en la ecuación $\frac{dS}{dt} = A_1 w + A_2 \frac{dq_v}{dt}$, con la velocidad vertical:

$$w = -\frac{1}{\rho_d g} \frac{dp}{dt}, \quad (96)$$

$$c = \frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} = - \left[\left(\frac{\partial q_{cv}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} + \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{\substack{cond \\ evap}} \right) \right]$$

$$= \frac{\rho_w \pi}{\rho_d} \frac{A_3 S N_{cw} D_{co}}{2} \exp\left(\frac{\sigma_c^2}{2}\right) + \frac{\rho_w \pi}{\rho_d} \frac{A_3 S N_{rw}}{2} (0.572 D_{r_o} \exp\left(\frac{\sigma_r^2}{2}\right) + 5.31 \times 10^3 D_{r_o} \exp(2\sigma_r^2) - 4.33 \times 10^5 D_{r_o}^3 \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_r^2\right))$$

Obtenemos:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1 w + A_2 \frac{dq_v}{dt} = A_1 w + A_2 (-c) = -K_1 B_1 + K \quad (97)$$

Pero si hacemos: $K = S_{v,w} + A_1 w$, $\frac{\rho_w \pi}{\rho_d} A_2 \frac{A_3 N_{rw}}{2} = K_1$

y,

$$0.572 D_{r_o} \exp\left(\frac{\sigma_r^2}{2}\right) + 5.31 \cdot 10^3 D_{r_o} \exp(2\sigma_r^2) - 4.33 \times 10^5 D_{r_o}^3 \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_r^2\right) = B_1$$

Así la ecuación (98) nos queda como:

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = A_1 w + A_2 (-c) = -K_1 B_1 + S_{v,w} + A_1 w \quad (98)$$

De manera que la ecuación anterior se puede simplificar a (Chaumerliac et. al 1987):

$$\frac{dS_{v,w}}{dt} = (C_1 + C_2) S_{v,w} + C_3 \quad (99)$$

donde:

$$C_1 = -\frac{1}{q_{vj}} \frac{\rho_w \pi}{\rho_a} A_3 \sum, C_2 = -\frac{\varepsilon L_v^2}{RT^2 c_p} \frac{\rho_w \pi}{\rho_a} A_3 \sum, C_3 = \left(\frac{1}{p} - \frac{\varepsilon L_v}{RT^2 \rho_a c_p} \right) \frac{dp}{dt} \quad (100)$$

Por lo que:

$$\sum_1^n = N_{cw} D_{c_o} \exp\left(\frac{\sigma_c^2}{2}\right) + N_{rw} \left[\begin{array}{l} 0.572 D_{r_o} \exp\left(\frac{\sigma_r^2}{2}\right) \\ + 5.31 \times 10^3 D_{\gamma_0^3} \exp(2\sigma_r^2) \\ - 4.33 \times 10^5 D_{\gamma_0^3} \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_r^2\right) \end{array} \right] \quad (101)$$

Donde se obtiene un valor promedio:

$$\overline{S_{v,w}} = -\frac{C_3}{C} - \left(S_{v,w}^0 + \frac{C_3}{C} \right) \left(1 - \frac{\exp(C\Delta t)}{C\Delta t} \right) \quad (102)$$

$S_{v,w}^0$ es la supersaturación al inicio del paso de tiempo Δt

Donde $C = C_1 + C_2 + C_3$.

Por lo tanto

$$c = \frac{\partial q_v}{\partial t} \Big|_{\text{evap}} = -\frac{\rho_w \pi}{\rho_a} A_3 \overline{S_{v,w}} \sum \quad (103)$$

Donde las gotas pequeñas del espectro, bajo el proceso de evaporación, desaparecen completamente. Esto explica los términos sumidero en las ecuaciones usadas para N_{cw} y N_{rw} , predichas en el caso de evaporación total.

El término:

$$\frac{\partial N_{cw}}{\partial t} \Big|_{\text{evaporación}} \quad (104)$$

se calcula en el trabajo de Nickerson et al.

Y la misma expresión se usa para:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{\text{evaporación}} \quad (105)$$

La evaporación de una gota de lluvia de diámetro D , es dada por:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{AS\bar{f}}{D}, \quad (106)$$

donde A es una función termodinámica, dependiente de la presión y la temperatura, S es la saturación interna de la nube, y \bar{f} es el coeficiente de ventilación.

Pruppacher y Rasmussen (1979), proporcionaron una parametrización para \bar{f} (coeficiente de ventilación), como función de los números de Reynolds y Schmidt, los cuales como función de los diámetros están dados como:

$$\bar{f} = -4.33 \cdot 10^5 D^2 + 5.31 \cdot 10^3 D + 0.572. \quad (107)$$

La integración sobre todo el espectro, da el siguiente término para la evaporación:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{evap} = \frac{\rho_l \pi}{\rho_d 2} AS N_r \quad (108)$$

Donde para gotas de lluvia se agregan los términos:

$$(0.572 D_o \exp(\frac{\sigma_r^2}{2}) + 5.31 \cdot 10^3 D_o^2 \exp(2\sigma_r^2) - 4.33 \cdot 10^5 D_o^3 \exp(\frac{9\sigma_r^2}{2})). \quad (109)$$

El número de gotas de lluvia que se evaporan completamente, durante cada paso de tiempo dado en el modelo, está dado por:

$$N_{rw_{eva}} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{D_{crit}} \frac{N_{rw}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma D} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \ln^2 \frac{D}{D_o}\right) dD, \quad (110)$$

donde D_{crit} , se encuentra mediante la ecuación:

$$\int_{D_{crit}}^0 D dD = \int_t^{t+\Delta t} AS dt \quad (111)$$

Donde aquí hemos supuesto que, aquellas gotas, que se evaporan completamente, durante un paso de tiempo, son muy pequeñas, y que el efecto de ventilación puede ser ignorado. También hemos supuesto que ΔS es constante en un paso de tiempo, entonces obtenemos:

$$D_{crit} = (-2AS\Delta t)^{\frac{1}{2}}, \quad (112)$$

donde S es negativa, y se quita $N_{rw_{eva}}$ de N_{rw} después de la predicción.

3.7 Autoconversión.- Para la autoconversión (coalescencia de gotas de nube entre ellas mismas), se usa la relación parametrización de Berry-Reinhardt (1973), que consiste en resolver las ecuaciones de colección estocástica.

Si $f(m)$ es la función densidad del espectro de gotas, la concentración de gotas es $N = \int f(m_j)dm_j$, el contenido de agua líquida $L = \int m_j f(m_j)dm_j$, y la masa media x_f se define por:

$$x_f = \frac{L}{N} = \frac{\rho_d q_j}{N_j} = x_{fc} = \frac{\rho_d q_{cw}}{N_{cw}} \quad (113)$$

y la masa predominante:

$$x_g = \frac{\int m_j^2 f(m_j)dm_j}{L} = \frac{1}{\rho_d q} \int m_j^2 f(m_j)dm_j. \quad (114)$$

Donde m_j es la masa de las gotas, y $f(m_j)dm_j$ es la concentración de las gotitas, de masas comprendidas entre m_j y $m_j + dm_j$. Aquí x_f indica la masa de cada gota que debería tener, si todas las gotas tuvieran el mismo tamaño y su diámetro correspondiente $\overline{D_r}$, donde $\overline{D_r}$ está dada de acuerdo con el parámetro de la distribución Log-Normal como: $\overline{D_r} = D_o \exp\left(\frac{3}{2}\sigma_o^2\right)$;

Ahora, asumimos que la masa esta distribuída según la función de distribución lognormal, cuya relación es:

$$f(m_j) = \frac{N}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \lambda_o m_j} \exp\left[-\frac{1}{2\lambda_o^2} \ln^2\left(\frac{m_j}{m_{jo}}\right)\right] \quad (115)$$

Expresando la masa de las gotas en términos del diámetro, con $\lambda_o = 3\sigma_o$ y $m_o = \frac{\pi D_o^3}{6}$, obtenemos:

$$x_g = x_f \exp(9\sigma_o^2) \quad (116)$$

Berry y Reinhardt, también definieron un parámetro de varianza, que en términos de la distribución Log_Normal se expresa como :

$$\langle var x \rangle = \left(\frac{x_g}{x_f}\right) - 1 = \exp(9\sigma_o^2) - 1$$

Definidas así las relaciones de Berry(1967), del parámetro varianza, que aparece en la fórmula de autoconversión y el parámetro de distribución σ_o . Y, como asumimos que σ_o es constante, y por lo tanto, $\langle var x \rangle$ es también constante, y :

$$\sigma_o = \frac{1}{3} [\ln(var x + 1)]^{\frac{1}{2}}. \quad (117)$$

Berry y Reinhardt también derivaron una expresión para la razón promedio de crecimiento, debido a la autoconversión de agua de nube a agua de lluvia, realizando los cálculos para una variedad de condiciones iniciales en el tiempo, para el agua de lluvia y su espectro, para permanecer en un tamaño correspondiente a una gota de radio de $50\mu m$. Despreciando los cambios locales en la densidad del aire, se encuentra la razón de incremento de la razón de mezcla del agua de lluvia debido a la autoconversión, en unidades mks es:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} = 0.067 \rho_d q_{cw}^2 \left[10^{16} \left(\frac{\rho q_{cw}}{N_{cw}} \right)^{\frac{4}{3}} (varx)^{\frac{1}{2}} - 2.7 \right] \cdot \left\{ 10^4 \left[\frac{\rho_d q_{cw} (varx)^{\frac{1}{2}}}{N_{cw}} \right]^{\frac{1}{3}} - 1.2 \right\} \quad (118)$$

Si ahora suponemos que σ_o y $\bar{N}_{cw} = \frac{N_{cw}}{\rho q_{cw}}$ son constantes:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} = \alpha \rho_d q_{cw} \quad (119)$$

Donde:

$$\alpha = 0.067 \left\{ 10^{16} \bar{N}_{cw}^{-\frac{4}{3}} (varx)^{\frac{1}{2}} - 2.7 \right\} \cdot \left\{ 10^4 \left[\bar{N}_{cw}^{-1} (varx)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} - 1.2 \right\}. \quad (120)$$

Ahora bien, siguiendo a Berry y Reinhardt y, basándonos en sus estudios, la expresión correspondiente para el número de concentración de gotas de lluvia $\bar{N}_{rw} = \frac{N_{rw}}{\rho_d q_{rw}}$ en unidades mks es:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} = 3.5 \cdot 10^9 \rho_d \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{auto} \quad (121)$$

Donde las cantidades \bar{N}_{cw} y $varx$ que aparecen en el coeficiente α , están relacionados con la distribución de tamaños del agua de nube y no se calculan directamente, ya que la presente formulación del modelo, no incluye una formulación explícita para el espectro de la nube. Para evaluar el coeficiente α debemos suponer, que las gotitas de nube siempre se dividen de acuerdo a la distribución lognormal donde, para la cual, los parámetros σ_o y D_o permanecen constantes en la distribución. Lo cual es equivalente a suponer que la masa media de las gotitas de nube permanece constante, esto es $x_{fcw} = \frac{\rho_d q_{cw}}{N_{cw}}$. A pesar de las restricciones impuestas, las hipótesis son compatibles con los resultados de Berry y Reinhardt, quienes, por supuesto encontraron en

el transcurso de sus simulaciones numéricas, que x_{fcw} , tiende a permanecer constante durante la formación de hidrometeoros, mediante la coalescencia estocástica de gotas de nube. Con los valores de $D_o = 32.5 \mu m$, y $\sigma_o = 0.2203$, obtenemos el valor de $\alpha = 4$.

3.8 Acreción Es el proceso mediante el cual las gotitas, pequenísimas de nube, son colectadas por las gotas de lluvia. Diferencias en la velocidad terminal, entre las gotas colectoras y las pequenísimas gotitas colectadas, permite que el proceso de acreción sea un proceso continuo. Consideremos una gran gota colectora de diámetro D_r con velocidad terminal $v(D_r)$ y sea $n'(D_{cw}) dD_{cw}$ la expresión que denota el número de gotitas pequeñas de diámetro D_{cw} por unidad de volumen de nube. En el intervalo de tiempo dt , la gota más grande, durante su caída en el interior de la nube, podría teóricamente colectar:

$$\frac{\pi}{4} D_r^2 [v(D_r) - v(D_{cw})] n'(D_{cw}) dD_{cw} dt \quad (122)$$

pequeñas gotitas de diámetro D_{cw} , con velocidad terminal $v(D_{cw})$. El límite teórico superior para el proceso de captura dado por (B2.1), lo podemos modificar, mediante la inclusión de la eficiencia de coalescencia, $E(D_r, D_{cw})$ y la eficiencia de colisión :

$$\gamma_c^2(D_r, D_{cw}) = \frac{\pi b^2}{\pi D_r^2} \quad (123)$$

donde b es el diámetro del círculo, dentro del cual la gotita pequeña puede caer, con objeto de que ocurra la colisión. Entonces, tenemos:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{4} D_r^2 [v(D_r) - v(D_{cw})] n'(D_{cw}) \gamma_c^2(D_r, D_{cw}) E(D_r, D_{cw}) dD_{cw} dt \quad (124) \\ & = K(D_r, D_{cw}) n'(D_{cw}) dD_{cw} dt \end{aligned}$$

Si la masa ganada por la gota colectora es: $K(D_r, D_{cw}) m(D_{cw}) n'(D_{cw}) dD_{cw} dt$, donde $m(D_{cw})$ es la masa de la gotita de nube de diámetro D_{cw} .

Si hay $n(D_r) dD_r$ gotas colectoras de diámetro D_r

entonces la razón de incremento de masa está dada por:

$$K(D_r, D_{cw}) n(D_r) n'(D_{cw}) m(D_{cw}) dD_r dD_{cw}.$$

Integrando sobre ambos espectros, agua de nube y agua de lluvia, obtenemos el incremento del contenido de agua de lluvia, debido al proceso de acreción.

Si, como hicimos anteriormente, el cambio local en la densidad del aire se considera insignificante, obtenemos

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} |_{accr} = \frac{1}{\rho_d} \int_0^\infty n(D_r) \left[\int_0^\infty K(D_r, D_{cw}) n'(D_{cw}) m(D_{cw}) dD_{cw} \right] dD_r \quad (125)$$

Ahora, mediante el uso del teorema del valor medio de la integral, existe un diámetro, D_{cw}^* tal que.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{accr} &= \frac{1}{\rho_d} \int_0^\infty n(D_r) K(D_r, D_{cw}^*) \left[\int_0^\infty n'(D_{cw}) m(D_{cw}) dD_{cw} \right] dD_r \\ &= q_{cw} \int_0^\infty n(D_r) b_a(D_r, D_{cw}^*) m(D_r) dD_r \end{aligned} \quad (126)$$

donde $b_a(D_r, D_{cw}^*) = \frac{K(D_r, D_{cw}^*)}{m(D_r)}$. Aplicando el teorema del valor medio de la integral una segunda vez, ésta se convierte en:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{accr} = \rho_d q_{rw} q_{cw} b_a(D_r^*, D_{cw}^*) \quad (127)$$

donde:

$$b_a(D_r^*, D_{cw}^*) = \left(\frac{6}{\pi \rho_d D_r^*} \right) \left[\frac{\pi}{4} D_r^2 \gamma_c^2(D_r^*, D_{cw}^*) E(D_r^*, D_{cw}^*) \right] [v(D_r^*) - v(D_{cw}^*)]$$

En la parametrización de Berry, asumimos que $D_r^* = D_{gr}$

y

$D_{cw}^* = \bar{D}_{cw}$, donde D_{gr} es el diámetro correspondiente para la masa predominante x_{gr} , relativo al espectro de agua de lluvia en la nube. Por lo tanto si \bar{D}_{cw} es el diámetro medio de las gotas de nube, $D_r^* = D_{gr} = \left(\frac{6\rho_d q_{rw}}{\pi \rho_l N_{cw}} \right)^{\frac{1}{3}} \exp(3\sigma_o^2)$ y $D_{cw}^* = \bar{D}_{cw} = \left(\frac{6\rho_d q_{cw}}{\pi \rho_l N_{cw}} \right)^{\frac{1}{3}}$.

Si ahora suponemos que la eficiencia de coalescencia es uno, tendremos:

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{accr} = \frac{3\rho_d q_r q_{cw}}{2\rho_l D_{gr}} \gamma_c^2(D_{gr}, \bar{D}_{cw}) [v(D_{gr}) - v(\bar{D}_{cw})]. \quad (128)$$

3.9 Selfcoleccion Es el proceso mediante el cual, las colisiones entre las gotas de lluvia, produce gotas mucho más grandes.

En contraste con el proceso de crecimiento por acreción, las gotas que interactúan están en el mismo rango de tamaños.

Es importante que, aquí no se pierda de vista (de la misma manera que para el proceso de Autoconversión), que este proceso se presenta en un modo de coalescencia estocástica.

Sea $n(V)$ el número de gotas por unidad de volumen de aire, si la selfcoleccion es el único proceso considerado, entonces, la variación de $n(V)$ puede representarse por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (n(v))}{\partial t} \Big|_{self} = & \frac{1}{2} \int_{\hat{V}}^{V-V'} n(V-V') n(V') K(V-V', V') dV' \\ & - \int_{\hat{V}}^{\infty} n(V) n(V') K(V, V') dV'. \end{aligned} \quad (B3.1) \quad (129)$$

donde \hat{V} es el volumen de las gotas mucho más pequeñas, y $K(V, V') = K(D, D')$ es el kernel de colección de una gota de diámetro D' (y volumen V'), para una gota de diámetro D (volumen V).

La primera integral del lado derecho de es un término fuente: dos gotas, de volumen mayor que \hat{V} , pero menor que el volumen V , colisionan al formar una gota de volumen V . La segunda integral constituye el término sumidero: una gota de volumen V , se encuentra en su trayectoria y colisiona con gotas de agua de lluvia, aumentando su volumen más que V .

Si ahora integramos sobre todo el espectro completo, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} = & \frac{1}{2} \int_{2\hat{V}}^{\infty} \int_{\hat{V}}^{V-V'} n(V-V') n(V') K(V-V', V') dV' dV \\ & - \int_{\hat{V}}^{\infty} \int_{\hat{V}}^{\infty} n(V) n(V') K(V, V') dV' dV \end{aligned} \quad (130)$$

Denotemos la primera integral doble por I_1 , y la segunda por I_2 .

Para evaluar I_1 , primero permutamos el orden de integración, después hacemos el cambio de variable, luego entonces:

$$I_1 = \int_{\hat{V}}^{\infty} \int_{\hat{V}}^{\infty} n(V'') n(V') K(V'', V') dV'' dV' \quad (131)$$

Y, si $I_1 = I_2$, la ecuación entonces se transforma en:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} = -\frac{1}{2} \int_{\hat{V}}^{\infty} n(V) \int_{\hat{V}}^{\infty} n(V') K(V, V') dV' dV \quad (132)$$

Si ahora expresamos el crecimiento de gotas en términos del diámetro, y realizamos la sustitución correspondiente, obtenemos:

$$b_s(D, D') = \frac{K(D, D')}{m(D) + m(D')} = \frac{3D^2}{2\rho_l(D + D'^3)} \gamma_c^2(D, D') [v(D) - v(D')] \quad (133)$$

Obtenemos, pues:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} = -\frac{1}{2} \int_{\tilde{D}}^{\infty} \int_{\tilde{D}}^{\infty} n(D) n(D') m(D) b_s(D, D') dD' dD \quad (134)$$

$$-\frac{1}{2} \int_{\tilde{D}}^{\infty} \int_{\tilde{D}}^{\infty} n(D) n(D') m(D') b_s(D, D') dD' dD. \quad (135)$$

Si ahora, permutamos el orden de integración en la segunda integral obtendremos:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} = - \int_{\tilde{D}}^{\infty} m(D) n(D) \int_{\tilde{D}}^{\infty} n(D') b_s(D, D') dD' dD. \quad (136)$$

Si usamos las mismas técnicas y procedimientos para los cálculos, como en la discusión del crecimiento acrecional, sabemos que ahí existe D^* y \tilde{D} , tal que:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{self} = -b_s(D, D^*) N_{rw} \rho_d q_{rw}. \quad (137)$$

con la parametrización de Berry y Reinhardt, $\tilde{D} = D_{gr}$ y $D^* = \overline{D}_r$ y usando la misma notación, como se usó anteriormente.

3.10 Sedimentación. El flujo de la concentración de gotas, a través de una unidad de superficie horizontal, puede escribirse como:

$$F_N = \int_0^{\infty} n(D) [v(D) - w] dD = \int_0^{\infty} n(D) v(D) dD - wN_r.$$

Con la misma notación empleada anteriormente, usaremos, para la velocidad terminal de caída, expresada en términos del número de Reynolds y de la viscosidad dinámica.

Berry y Pranger (1974), dieron la siguiente expresión para el número de Reynolds:

$$Re(D) = \exp [c_1 + c_2 (\ln y) + c_3 (\ln y)^2] \quad (138)$$

donde: $c_1 = -3.12611$, $c_2 = 1.01338$, $c_3 = -0.0191182$, y donde: $y = \left(\frac{4\rho_d \rho_l g}{3\eta^2} \right) D^3 = aD^3$. Sea ahora $X = \frac{D}{D_0}$, entonces podemos expresar la sedimentación S_N , como

$$S_N = \int_0^{\infty} n(D) v(D) dD = \int_0^{\infty} n(D_0 X) v(D_0 X) D_0 dX \quad (139)$$

con :

$$Re = Re(D_o X) = k_1 X^{k_2} \exp(9c_3 \ln^2 X). \quad (140)$$

y,

$$k_1 = \exp[c_1 + c_2 \ln(aD_o^3) + c_3 \ln^2(aD_o^3)] = Re(D_o), \text{ y } k_2 = 3c_2 + 6c_3 \ln(aD_o^3).$$

Entonces tenemos

$$v(D_o X) = \frac{\eta k_o X^{k_2-1}}{D_o \rho} \exp(9c_3 \ln^2 X), \quad n(D_o X) = \frac{N_r}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_o D_o X} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_o^2} \ln^2 X\right),$$

donde el término de sedimentación viene a ser:

$$S = \frac{N_r \eta k_1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_o \rho_d D_o} \int_0^\infty X^{k_2-1} \exp\left[-\left(\frac{1}{2\sigma_o^2} - 9c_3\right) \ln^2 X\right] \frac{dX}{X}. \quad (141)$$

y, como $(\frac{1}{2}\sigma_o^2 - 9c_3)$, es siempre positivo, ahora definimos $p^2 = (\frac{1}{2}\sigma_o^2 - 9c_3)$, y evaluamos la integral para obtener el resultado:

$$S = \frac{N_r v(D_o)}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_o p} \exp\left[\frac{(k_2 - 1)^2}{4p^2}\right] \quad (142)$$

Hagamos ahora,

S_q , el término de sedimentación para la razón de mezcla del agua de lluvia:

$$S_q = \int_0^\infty \frac{m(D)}{\rho_d} n(D) v(D) dD = \frac{\pi \rho_l D_o^3}{6 \rho_d} \int_0^\infty X^3 n(D_o X) v(D_o X) D_o dD. \quad (143)$$

Entonces, después de realizar la integración, obtenemos una expresión equivalente para $S_q = \frac{q_o v(D_o)}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_o p} \exp\left[\frac{(k_2+2)^2}{4p^2}\right]$, y

$$\text{donde } q_o = \frac{N_r m(D_o)}{\rho}.$$

Finalmente, los términos para la sedimentación, son escritas como:

$$\frac{\partial N_{rw}}{\partial t} \Big|_{sed} = \frac{\partial S_n}{\partial z}, \quad (144)$$

$$\frac{\partial q_{rw}}{\partial t} \Big|_{sed} = \frac{\partial S_q}{\partial z} \quad (145)$$

CAPITULO CUATRO.

PARAMETRIZACIÓN DE PROCESOS ELECTRICOS EN LAS NUBES CALIENTES.

4.1 Procesos eléctricos

Si tomamos en cuenta los diferentes tipos de carga para el modelo, donde la densidad de carga total se puede predecir para cada punto de la malla a partir de la ecuación:

$$Q_{Te} = e(n_1 - n_2) + Q_{ce} + Q_{re} \quad (146)$$

Q_{Te} (en coulombs por metro cúbico) es la densidad de carga espacial total. El primer término representa la carga total neta, debido a iones pequeños, $n_{1,2}$ es la concentración de iones pequeños, el subíndice 1 (uno) indica iones positivos y el 2 los negativos. Los diferentes iones pequeños son los responsables del campo eléctrico y de la carga en el agua fina al inicio del proceso de formación y carga en las gotitas de nube, pero la carga en los hidrometeoros Q_{ce}, Q_{re} , es la responsable, en el desarrollo y evolución del fuerte campo eléctrico involucrado más tarde en el desarrollo de la nube de tormenta. El segundo término se debe a la densidad de carga asociada con gotas de nube Q_{ce} y el tercer término se asocia con gotas de lluvia Q_{re} .

Consideramos que en el interior de la nube existen cinco clases de hidrometeoros, los cuales tienen una carga asociada con ellos, carga que es transportada en compañía de otros hidrometeoros, de acuerdo a la ecuación general:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ce}}{\partial t} &= -V \cdot \nabla Q_{ce} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial}{\partial z} (V_{cc} Q_{ce} \rho_a) \\ &+ \nabla \cdot K_m \nabla Q_{ce} + \left(\frac{\partial Q_{ce}}{\partial t} \right)_{inter} \\ &= -\nabla \cdot (Q_c \mathbf{v} + Q_c \mathbf{V}_c - \mathbf{K} \nabla Q_c) \end{aligned} \quad (147)$$

$$e \left[\left(\frac{\delta n_1}{\delta t} \right)_c - \left(\frac{\delta n_2}{\delta t} \right)_c - \left(\frac{\delta Q_c}{\delta t} \right)_{coal} - \left(\frac{\delta Q}{\delta t} \right)_{polar} \right]$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{re}}{\partial t} &= -\vec{V} \cdot \nabla Q_{ce} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial}{\partial z} (V_{re} Q_{re} \rho_a) \\ &+ \nabla \cdot K_m \nabla Q_{re} + \left(\frac{\partial Q_{re}}{\partial t} \right)_{inter} \\ &= -\nabla \cdot (Q_R \mathbf{v} + Q_R \mathbf{V}_R - \mathbf{K} \nabla Q_R) \\ &+ e \left[\left(\frac{\delta n_1}{\delta t} \right)_R - \left(\frac{\delta n_2}{\delta t} \right)_R + \left(\frac{\delta Q_c}{\delta t} \right)_{coal} + \left(\frac{\delta Q}{\delta t} \right)_{polar} \right] \end{aligned} \quad (148)$$

Q_i representa la densidad de carga transportada por los hidrometeoros (positivos o negativos), $i = C_e, R_e$, \vec{V} es el vector velocidad bidimensional, ρ_a es la densidad del aire, K_m es el coeficiente (no lineal) turbulento y $\left(\frac{\partial Q_i}{\partial t} \right)_{inter}$ representa el intercambio de carga entre diferentes clases de hidrometeoros, debido a las interacciones entre ellos.

Aquí no se están incluyendo los efectos eléctricos en la rapidez de la velocidad terminal de caída y eficiencia de colección de las partículas. El primer término de la derecha de las ecuaciones (147) y (148), representa el término de advección; el segundo término representa el término de caída hacia afuera de la nube (cero para agua de nube y cristales de hielo), el tercer término representa la mezcla por remolinos; el último término de (147) y (148) se discute más adelante. Como ejemplos de fuentes y sumideros para la n -ésima categoría, se incluye la captura de iones, intercambio de carga durante las interacciones por las colisiones con partículas de cualquier otra categoría, y ganancia o pérdida de masa cuando las partículas son transformadas a partir de una categoría en otra. En estos casos, la carga transportada por la masa puede ser transferida a la nueva categoría, de tal manera que la magnitud de la carga disminuye (aumenta) en otra categoría por la pérdida (ganancia) de masa. Sin embargo, la magnitud de la carga, en la categoría de ganancia de masa, puede tanto aumentar como decrecer, debido a la polaridad de la carga en la nueva masa ganada, que puede ser tanto de la misma polaridad de la carga original que existía sobre las partículas, o polaridad opuesta. Como muchos procesos pueden ser tanto fuente como sumidero de carga para una categoría de partículas dada, en este trabajo no vale la pena profundizar; solamente los trataremos para distinguir las fuentes y los sumideros. Así pues, todos los grupos de tales procesos los tratamos conjuntamente. Nótese que la tormenta como un todo no pierde o gana carga, a menos que la carga

sea transferida para, o a partir de, una región hacia afuera de la tormenta. Cuando la carga sobre las partículas de una categoría se altera por las interacciones de carga compensatoria (igual en magnitud y signo opuesto), pueden ocurrir cambios en la carga de la otra categoría, de tal manera que la carga neta sumada sobre todas las categorías permanece igual. No hay cambios compensatorios en la carga dentro de la tormenta cuando la carga de la partícula es alterada por un proceso que involucra la carga misma, a partir del lado exterior de la región que contiene la nube.

La ecuación que gobierna la concentración del número de iones pequeños, que se menciona en otras partes de este trabajo es (Chiu, 1978.):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} = & \nabla \cdot [n_{1,2} \mathbf{V} \pm n_{1,2} \mu_{1,2} \mathbf{E} - \mathbf{K}_m \nabla n_{1,2}] \\ & + G - \alpha n_1 n_2 - \left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} \right)_{C_e} - \left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} \right)_{R_e} \end{aligned} \quad (149)$$

donde $n_{1,2}$ es la concentración de iones pequeños, el subíndice 1 indica iones positivos, el 2 los negativos; μ es la movilidad de los iones pequeños (en $m^2 V^{-1} s^{-1}$) que es dependiente de la presión, \mathbf{E} es el vector bidimensional del campo eléctrico; G representa la razón de generación de iones, debido a la ionización por rayos cósmicos (en iones por metro cúbico por segundo $im^{-3} s^{-1}$) dependiente de la altura; α es el coeficiente de recombinación de iones($1.6 \times 10^{-12} m^3 s^{-1}$).

Como ejemplo de proceso fuente para iones pequeños, tenemos la evaporación de hidrometeoros cargados, mientras que el proceso sumidero es la captura y adherencia por, y entre, los hidrometeoros, cuando son colisionados por otras partículas, capturados por el proceso de Wilson (choques entre los hidrometeoros cargados o no). Algunos autores de modelos (Chiu 1978, Takahashi 1978, Helsdon y Farley 1987), realizaron de manera explícita estudios de la carga espacial sobre los iones libres (frente al transporte de carga por hidrometeoros), e incorporaron la captura de iones por hidrometeoros, para ejemplificar como dicha captura afecta la electrificación de las nubes. Ejemplo de sus estudios fueron:

1) El análisis exhaustivo que realizaron de los rayos cósmicos como una fuente de la mayoría de la carga que, bajo condiciones de tiempo libre, claro, limpio y despejado influyen por su presencia en la tropósfera, excepto cerca de la superficie de la tierra, o sobre la superficie misma, donde se encontró el decaimiento radiactivo a partir de las contribuciones de la superficie de la mitad de los iones encontrados cerca de la tierra.

2) En condiciones de buen tiempo y despejado, el número de iones positivos es rigurosamente igual al número de iones negativos. Así que la densidad neta de carga

resulta a partir de la pequeña diferencia del número de iones en las partículas grandes.

3) Los iones se mueven bajo la influencia de \mathbf{E} , y su velocidad promedio en un campo \mathbf{E} dado, es n -veces $\mu_{1,2}$ (movilidad) por el campo eléctrico: $\mu_{1,2}\mathbf{E}$, donde los subíndice 1, 2 dan la polaridad de los iones.

4) $\mu_{1,2}$ aumenta con la disminución de la presión, y por lo tanto se incrementa con la altura.

Cada polaridad de un ión puede obedecer su propia ecuación de continuidad.

Para una distribución arbitraria de carga, en dos o tres dimensiones, aún no hay expresiones simples para el campo eléctrico. Pero es posible calcular el potencial eléctrico Φ_E o el campo eléctrico en cualquier punto arbitrario, para lo que hacemos uso de de todas las contribuciones de la carga sumadas para cualquier punto de la rejilla.

Así pues, determinaremos el potencial y la carga neta haciendo uso de la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\rho_{te}}{\epsilon} = \frac{q}{\epsilon} \quad (150)$$

Por lo que si, $\nabla^2\Phi = \frac{q}{\epsilon}$, y, si además, consideramos a Q_{T_e} como la carga total, tenemos:

$$\nabla^2\Phi_E = \frac{-\rho_{T_e}}{\epsilon}, \text{ o bien, } \nabla^2\Phi_E = \frac{-Q_{T_e}}{\epsilon} \quad (151)$$

Entonces, el campo eléctrico se calcula a partir del potencial usando la relación :

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}\Phi = (E_x, E_y, E_z) \quad (152)$$

Se usa la resolución numérica de la ecuación de Poisson para determinar Φ , y es necesario especificar las condiciones de frontera para ella, sobre todo en lados de la rejilla.

Ahora bien, regresando a la ecuación (147), en la cual el último término representa el intercambio de carga entre dos clases diferentes de hidrometeoros, durante una (las) interacción (es) entre ellos. Tal (es) interacción (es) puede (n) ser acresional, o no acresional.

La nucleación sobre cristales de hielo se realiza en el interior de la nube productora de lluvia, que da lugar a la formación de granizo blando. Además, tanto los cristales

como la lluvia que se están produciendo en el interior de dicha nube, se están cargando y, tal carga se induce en el granizo blando dando como resultado cuerpos con características eléctricas diferentes, responsables de la transferencia. En el momento del proceso de desarrollo de la nube, estas interacciones juegan un papel muy importante, por la producción de la lluvia en vía de fundición del granizo blando, lo cual es notoriamente significativo en las tormentas marítimas. Durante el proceso de colisión, donde probablemente existe una separación finita, son posibles dos tipos de interacciones eléctricas; procesos inductivos, donde influye el campo eléctrico del medio ambiente, su orientación, magnitud y signo, de las partículas de transferencia de carga; y procesos no inductivos, donde el campo eléctrico del medio ambiente no ejerce influencia significativa, pero parámetros como la temperatura, contenido de agua líquida y rapidez de impacto, determinan la transferencia de carga. El modelo que tratamos de configurar, permite estimar los procesos, tanto de inducción como de no inducción, o ambos a la vez, o individualmente cada uno.

4.2 ENLACE IÓNICO SOBRE LAS GOTAS

4.2.1 Enlace iónico sobre gotas de nube.

Varios investigadores han realizado estudios de la carga en las nubes; entre ellos Chiu, 1978, Takahashi, 1978, Helsdon y Farley, 1987, que han tratado de manera explícita la carga espacial en los iones libres, que incorpora la captura de iones por los hidrometeoros para examinar de qué manera la captura de iones afecta la electrificación de las nubes. Se sabe que:

1 Los rayos cósmicos son la mayor fuente de iones en aire limpio y despejado de la Tropósfera, excepto en las regiones muy cercanas a la superficie terrestre.

2 Bajo condiciones de aire limpio y despejado, el número de iones positivos es rigurosamente igual al número de iones negativos, de tal manera que la densidad neta de carga resulta a partir de la pequeña diferencia del número de grandes iones.

3 Los iones se mueven bajo la influencia de \mathbf{E} .

4 La $\mu_{1,2}$ aumenta con el decremento de la presión, es decir, que se incrementa con la altura.

La polaridad de cada ion obedece su propia ecuación de continuidad. Sin embargo, para los iones en general debe agregarse un término para la cantidad de iones en movimiento bajo la influencia del campo eléctrico, como la resultante de la velocidad

iónica que, por sus peculiaridades, puede ser muy diferente de la velocidad del viento (Chiu 1978).

La ecuación de continuidad para los iones libres presentes en la tropósfera, en condiciones de tiempo claro, limpio y despejado es:

$$\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} n_{1,2} + \frac{n_{1,2} w}{\rho_D} \frac{\partial \rho_D}{\partial z} + \vec{\nabla} \cdot (K_d \vec{\nabla} n_{1,2}) \quad (153)$$

$$\mp \vec{\nabla} \cdot (n_{1,2} \mu_{1,2} \mathbf{E}) + G - \beta n_1 n_2 + S_{T_{1,2}}$$

donde n_1 es la densidad del número de iones positivos; n_2 es la densidad de iones negativos; $G = G(z)$ es la razón de generación de iones en ausencia de la tormenta (en $m^{-3} s^{-1}$) debido a los rayos cósmicos primarios; β es el coeficiente de recombinación; y $S_{T_{1,2}}$ es la contribución neta por fuentes y sumideros de las grandes tormentas, que contienen fenómenos tales como relámpagos, evaporación de hidrometeoros cargados y captura de iones por hidrometeoros, entre otros.

En los modelos desarrollados por Chiu (1978), Helsdon (1980), y Helsdon y Farley (1987), la densidad del número de iones libres fue establecido como un problema de valores iniciales para aire limpio y despejado, que solamente es función de la altura. De la misma manera nuestro modelo sigue la idea de Helsdon y Farley, quienes estimaron valores iniciales de n_1 y n_2 mediante el uso de la Ley de Gauss en la forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{dE_z}{dz} = \frac{q_c}{\epsilon} (n_1 - n_2) \quad (154)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \vec{\mathbf{E}} \quad (155)$$

Entonces la densidad de corriente considerando la altura es.

$$J_{FW} = q_c (\mu_1 n_1 + \mu_2 n_2) E_z \quad (156)$$

donde q_c es la carga. Haciendo uso de la relación de aproximación para aquellas de aire limpio y despejado, la densidad de corriente, J_{FW} es constante con la altura.

Resolviendo (154) y (156) para n_1 y n_2 , nos dan:

$$n_1 = \left(\frac{J_{FW}}{E_z} + \mu_2 - \epsilon \frac{dE_z}{dz} \right) \frac{1}{q_c (\mu_1 + \mu_2)} \quad (157)$$

$$n_2 = n_1 - \frac{\epsilon dE_z}{q_c dz} \quad (158)$$

Bajo condiciones de tiempo claro los E_z , $\mu_{1,2}$ y J_{FW} , se usan en las dos últimas ecuaciones para obtener los perfiles iniciales de altura para los iones positivos y negativos.

La razón neta de generación de iones, bajo condiciones de tiempo claro y despejado, $G(z)$, permanece igual durante todo el proceso de corrida del modelo.

Ahora bien, para determinar $G(z)$, Helsdon y Farley (1987) usaron condiciones de equilibrio para tiempo claro i.e:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\mu_{1,2} n_{1,2} E_z) = \pm G(z) \mp \beta n_1 n_2 \quad (159)$$

Y usando la expresión para la movilidad iónica polar, Shreve (1970):

$$\mu_{1,2} = c_{1,2} e^{az} \quad (160)$$

donde:

$$c_1 = 1.4 \times 10^{-4} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

$$c_2 = 1.9 \times 10^{-4} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

$$a = 1.4 \times 10^{-4} m^{-1}.$$

Sustituyendo las expresiones para $n_{1,2}$ y $\mu_{1,2}$ en la ec. 12. Helsdon y Farley, 1987 obtubieron:

$$G(z) = \frac{\mu_1 \mu_2 \varepsilon}{q_c (\mu_1 + \mu_2)} \left[a E_z \frac{\partial E_z}{\partial z} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right)^2 + E_z \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right) \right] + \beta n_1 n_2 \quad (161)$$

Basados en las fuentes de iones, bajo condiciones de tiempo claro y despejado, se hace necesario el sumar dichas fuentes debido a las grandes tormentas. Helsdon y farley, (1987) incorporaron varias fuentes, incluyendo los relámpagos, los efectos corona desde tierra, evaporación de gotas de nube cargadas y sublimación de partículas cargadas.

La discusión de los relámpagos y tratamiento de ellos se realizará en un trabajo próximo.

Otra de las recombinaciones, como los importantes sumideros, para iones libres, es la captura de tales iones libres por los hidrometeoros del interior de las nubes y tormentas. La razón a la cual dichos iones son capturados por los hidrometeoros depende fuertemente del movimiento de los iones y de la carga preexistente sobre los hidrometeoros.

El movimiento de los iones ocurre por difusión y también por la influencia del campo eléctrico. Chiu en su parametrización (1978) de la captura de iones incluyó la

aproximación por difusión y los campos eléctricos de las nubes, tratados de manera independiente, y el resultado de la razón de captura se puede, entonces sumar a ambos procesos.

4.3 Esfera Cargándose eléctricamente, en reposo con respecto al aire.

De acuerdo con Gunn, 1954 la razón de carga de una esfera, suponemos que se lleva a cabo por los siguientes mecanismos:

(a) Tanto los iones positivos como los negativos están siempre presentes y cualquier ion que choca con la superficie de la gota la descarga (o carga).

(b) El espacio cargado en la parte exterior de la gota esférica se dispersa y puede despreciarse.

(c) Las gotas de nube juegan entre si un rol puramente pasivo.

Bajo estas hipótesis, el proceso de carga sobre las gotas, se atribuye primeramente según que se presente: (a) Una excesiva movilidad de los iones negativos. O bien, (b) Al marcado predominio de un tipo de iones en la región más cercana de los alrededores de la gota.

Cuando una gota se encuentra en reposo con respecto al medio ambiente que la rodea, el transporte de iones hacia afuera de la región de transición es únicamente gobernada por la ecuación de difusión, modificada por las fuerzas eléctricas que surgen, a partir de las cargas libres transportadas por las gotas. De acuerdo con la teoría clásica de difusión, el número de iones transportados a través de una celda esférica de radio R , con respecto al tiempo es:

$$\frac{-dN}{dt} = 4\pi R^2 D \frac{dn}{dR} \quad (162)$$

donde D es el coeficiente de difusión, y $\frac{dn}{dR}$ es el gradiente radial de densidad de los iones en la celda. El valor y carácter del coeficiente de difusión, D , se determina

por los mecanismos de transferencia iónica, y puede calcularse, tanto por la constante molecular, como por la difusión por remolinos característica. Por otro lado, de acuerdo con la definición de movilidad μ , el número de iones transportado a través de la celda por unidad de tiempo, en un campo eléctrico radial E es.

$$\frac{dN}{dt} = 4\pi R^2 \mu E n \quad (163)$$

donde N es la densidad iónica.

Suponiendo que el radio de la gota bajo estudio es a , y que la gota está inmersa en un medio ambiente, donde el número de iones positivos por unidad de volumen a una distancia R , a partir del centro de la esfera, es n_1 , mientras que para los iones

negativos es n_2 , y que el coeficiente de difusión para los iones positivos es D_1 , y D_2 para los negativos, e la carga iónica elemental; E , el campo eléctrico radial, tal que μ_1 y μ_2 son las movibilidades iónicas positivas y negativas respectivamente, entonces, si I_1 e I_2 representan la corriente sobre las gotas, las ecuaciones que describen el transporte de iones son

$$I_1 = 4\pi R^2 \left[D_1 e \left(\frac{dn_1}{dR} \right) - E e \mu_1 n_1 \right] \quad (164)$$

e

$$I_2 = 4\pi R^2 \left[D_2 e \left(\frac{dn_2}{dR} \right) + E e \mu_2 n_2 \right]. \quad (165)$$

Ecuaciones que pueden simplificarse, notando que el campo eléctrico \vec{E} , a la distancia R desde el centro de la gota, está dado por:

$$E = \frac{Q}{R^2} \quad (166)$$

Donde Q es la carga eléctrica residente sobre las gotitas. Con estas sustituciones, las relaciones básicas para la difusión de iones positivos y negativos toma la forma:

$$R^2 \left(\frac{dn_1}{dR} \right) - Q \left(\frac{\mu_1}{D_1} \right) n_1 = \left(\frac{I_1}{4\pi e D_1} \right) \quad (167)$$

y

$$R^2 \left(\frac{dn_2}{dR} \right) + Q \left(\frac{\mu_2}{D_2} \right) n_2 = \left(\frac{I_2}{4\pi e D_2} \right) \quad (168)$$

Si N_1 y N_2 son variables que representan la densidad iónica de los iones positivos y negativos, respectivamente, para cualquiera que sea la celda situada al exterior de radio R_o . Entonces se puede verificar que las relaciones siguientes son soluciones de las ecuaciones (167) y (168), es decir:

$$n_1 = N_1 \exp \left[\frac{\mu_1}{D_1} \left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] - \frac{I_1}{4\pi Q e \mu_1} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\mu_1}{D_1} \left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] \right\} \quad (169)$$

y

$$n_2 = N_2 \exp \left[\frac{\mu_2}{D_2} \left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] - \frac{I_2}{4\pi Q e \mu_2} \left\{ \exp \left[\frac{\mu_2}{D_2} \left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] - 1 \right\} \quad (170)$$

Es importante fijar la atención y que se note que las distribuciones de n_1 y n_2 se reducen a las distribuciones conocidas como de Maxwell-Boltzman, cuando la corriente I sobre la gota se aproxima a cero, y que el estado estacionario aquí investigado se sustituye por el estado de equilibrio. Así pues, si suponemos que λ es el camino libre medio, se puede encontrar que el valor de la densidad iónica, justamente afuera de la superficie de la gota, en $R = a + \lambda = b$, es:

$$n_{1b} = N_1 \exp \left[-\frac{\mu_1}{D_1} \left(\frac{Q}{b} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] - \frac{I_1}{4\pi Q e \mu_1} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\mu_1}{D_1} \left(\frac{Q}{b} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] \right\} \quad (171)$$

y

$$n_{2b} = N_2 \exp \left[\frac{u_2}{D_2} \left(\frac{Q}{b} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] - \frac{I_2}{4\pi Q e u_2} \left\{ \exp \left[\frac{u_2}{D_2} \left(\frac{Q}{b} - \frac{Q}{R_o} \right) \right] \right\} \quad (172)$$

Donde $\frac{Q}{R}$ es el potencial eléctrico, ϕ , sobre la superficie de la celda de radio R , mientras que $\frac{Q}{b}$ y $\frac{Q}{R_o}$ son el potencial a la distancia b , colocado afuera de la propia gotita, ϕ_b , y el potencial sobre la celda de radio R_o o ϕ_o , respectivamente. Sujetándonos al hecho de que la carga espacial sea insignificante, estos valores se pueden considerar exactos.

La atención la dirigimos al hecho de que la densidad iónica sobre la superficie es dependiente de la corriente sobre la gota, y esto va seguido de que, en ocasiones, se

determina por los fenómenos de la capa de transición, justamente afuera de la gota. Ahora bien, mientras el transporte de iones afuera de las gotas se determina por el transporte molecular o difusión por remolinos, que son claramente descritas por (164) y (165), estas leyes no son válidas en el "vacío" o capa de transición entre el aire y la gota. En esta capa de transición se deben aplicar las Leyes de difusión molecular. Y así

pues, el número de iones positivos y negativos transportados por unidad de tiempo, a través de la unidad de área son: $\frac{C_1 n_{1b}}{4}$ y $\frac{C_2 n_{2b}}{4}$, respectivamente. Aquí C representa la velocidad térmica promedio, mientras que n_{1b} y n_{2b} representan las densidades iónicas, justamente en el "vacío" o capa de transición dada por las ecuaciones (171) y (172).

Si las gotas son muy pequeñas comparadas con el camino libre medio, no existirá trayectoria de algún ión que origine $R = a + \lambda = b$, dirigida hacia afuera de la gota y, entonces, podemos introducir una corrección geométrica. De ahí que la corriente sobre las gotas sea:

$$I_1 = \pi a^2 e C_1 n_{1b}, \quad (173)$$

e

$$I_2 = \pi a^2 e C_2 n_{2b} \quad (174)$$

Estas corrientes corresponden a la "corriente de pared" de la "Teoría de plasmas". Es claro que, de lo establecido en los párrafos anteriores, la razón de incremento, en función del tiempo, de la carga libre sobre las gotas es:

$$\frac{dQ}{dt} = \pi a^2 e (C_1 n_{1b} - C_2 n_{2b}). \quad (175)$$

Estas relaciones se pueden integrar por desarrollo en series. No obstante, también se pueden resolver inmediatamente cuando $N_1 \mu_1$ no sea tan diferente de $N_2 \mu_2$.

En este caso se encuentra que Q , la carga libre sobre la gotita, en el tiempo t , está relacionada con el valor de equilibrio, Q_o , por:

$$Q = Q_o [1 - \exp(-4\pi e N \mu t)] \quad (176)$$

El tiempo de carga efectivo, τ , es

$$\tau = \frac{1}{(4\pi e N \mu)} \quad (177)$$

o aproximadamente 10^3 s sobre la superficie de la tierra.

Es pues, fácil notar que el tiempo efectivo de carga puede considerarse como una aproximación, porque el mecanismo de carga, normalmente remueve los iones desde la región situada afuera de la gotita y, así, disminuye sistemáticamente la densidad, N .

Cuando las gotitas de nube tienen velocidades insignificantes, como para considerar que están en reposo en el interior de la nube, con respecto a su medio ambiente, asumimos que los iones llegan a unirse a las gotas de nube por difusión iónica y atracción eléctrica. Aquí, temporalmente despreciaremos todos los efectos causados por la velocidad terminal de las gotas. Y, de la misma manera, a lo largo de este estudio, ignoramos los efectos de la carga espacial del medio ambiente alrededor de las gotas, lo mismo que aquellos efectos debido a algunas propiedades particulares físicas y químicas de la superficie de las gotas y, de igual modo, se excluyen los efectos microscópicos de turbulencia.

Cuando solamente operan los efectos de difusión iónica, para la razón de enlace de iones positivos y negativos, sobre una gotita de radio r_c , bajo condiciones de estado estacionario, puede describirse como (Gunn, 1954; Chiu, 1978):

$$(I_{1,2})_D = \pm \frac{4\pi q_c \mu_{1,2} n_{1,2}}{\exp\left(\frac{\pm q_c e}{r_c k T}\right) - 1} \quad (178)$$

q_c es la carga neta sobre la gota, k es la constante de Boltzman, T es la temperatura ambiental del aire. El único efecto involucrado en este proceso es la atracción eléctrica de iones sobre las gotas debido a la carga neta q_c sobre las mismas. Este efecto eléctrico puede ignorarse si la cantidad de carga neta es absolutamente pequeña, tal como:

$$|q_c| \ll q_D \left(= \frac{r_c k T}{e} \right) \quad (179)$$

donde q_D es la magnitud de la carga sobre la gota, para la cual el potencial eléctrico y la energía térmica de un ión, son comparables a la que existe en la superficie de la gota. En tales condiciones (178) puede escribirse, para difusión iónica pura como:

$$(I_{1,2})_D = 4\pi r_c D_{1,2} n_{1,2} \quad (180)$$

Donde la relación de Einstein, $D_{1,2} = \frac{\mu_{1,2} k T}{e}$ se ha usado y $D_{1,2}$ aquí es el coeficiente de difusión de iones positivos y negativos.

Por otro lado, si solamente se considera el proceso de atracción eléctrica, la solución para el enlace iónico sobre una gota de radio r_c , en un campo eléctrico \mathbf{E} , puede escribirse en tres formas diferentes, que dependen de la polaridad y la magnitud de la carga neta, q_c , de la gota. Ellas son:

- 1.- Cuando q_c está sujeta a la condición :

$$q_m > q_c > -q_m \quad (181)$$

Con $q_m = 12\pi\epsilon_o |\mathbf{E}| r_c^2$ (mks), la cual tiene siempre un valor positivo, y las gotas están polarizadas en el campo eléctrico, con una región de carga positiva en el lado opuesto de la región con carga negativa.

Bajo condiciones de estado estacionario, las razones de enlace iónico a las gotas, debido a la atracción eléctrica, puede escribirse como:

$$(I_{1,2})_E = n_{1,2}\mu_{1,2} |\mathbf{E}| \left\{ 3\pi r_c^2 \left[1 \mp \left(\frac{q_c}{q_m} \right) \right]^2 \right\} \quad (182)$$

La solución para el flujo de iones sobre una gota, con estas condiciones, depende de la concentración iónica cercana a la superficie de la gota y su movilidad, así como de la intensidad de distorsión del campo eléctrico cercano a la gota. Este campo eléctrico distorsionado cercano a la gota, es el efecto total debido al campo eléctrico uniforme \mathbf{E} del medio ambiente, y del campo eléctrico causado por el dipolo inducido de la gota, así como de aquél causado por la carga neta q_c sobre la gota. Sin embargo, en condición estacionaria, y si los efectos del medio ambiente cargado son tan pequeñas como para que los ignoremos, las razones de enlace de los iones positivos y negativos son igual a la razón de iones que llegan a la gota a través de la sección transversal del campo eléctrico uniforme $3\pi r_c^2 \left[1 \pm \left(\frac{q_c}{q_m} \right) \right]^2$, con la magnitud de la densidad de corriente $n_{1,2}\mu_{1,2} |\mathbf{E}|$.

2.- Cuando las gotitas están cargadas totalmente con carga positiva, es decir:

$$q_c > q_m \quad (183)$$

entonces únicamente los iones positivos pueden ser atraídos hacia la superficie de la gota, lo que significa:

$$\begin{aligned} (I_1)_E &= 0, \\ (I_2)_E &= n_2\mu_2 \left(\frac{q_c}{\epsilon_o} \right) \end{aligned} \quad (184)$$

3.- Cuando la gota está totalmente con carga negativa, es decir,

$$q_c < -q_m \quad (185)$$

entonces tenemos:

$$\begin{aligned}(I_1)_E &= n_1 \mu_1 \left(\frac{q_c}{\epsilon_0} \right), \\ (I_2)_E &= 0\end{aligned}\tag{186}$$

En los procesos anteriores, hemos visto los casos cuando la difusión iónica y atracción eléctrica actúan separadamente. Desafortunadamente, para los casos cuando los procesos de difusión iónica y atracción eléctrica operan simultáneamente, no existe aún solución analítica rigurosa que se pueda encontrar. Solamente se han realizado intentos de trabajar una solución por el método de perturbación (Klett, 1971). Pero, sin embargo, una mejor, y más simple solución aproximada se puede construir haciendo la suposición, de que la separación de flujos se debe a los procesos de difusión iónica y atracción eléctrica, operando independientemente (Chiu, 1978). En este estudio numérico seguimos la idea de Chiu, (1978), usando la solución aproximada de superposición para las razones de enlace iónico $I_{1,2}$ sobre una gota, como:

$$(I_{1,2}) = (I_{1,2})_D + (I_{1,2})_E\tag{187}$$

donde $(I_{1,2})_E$ corresponde a la situación aproximada, con $(I_{1,2})_D = 4\pi r_c D_{1,2} n_{1,2}$

Dentro de la nube, las gotas pueden considerarse lejos una de la otra (lo mínimo 50 diámetros); así que $I_{1,2}$ puede emplearse para todas las gotas en un volumen unitario de aire. Por lo tanto, la razón total de enlace de iones a agua de nube, por unidad de volumen de aire, puede escribirse como:

$$\left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} \right)_c = N_{cw} I_{1,2}\tag{188}$$

con $I_{1,2}$ y N_{cw} relacionada con la ecuación anterior (188) y con $\rho l_c = \frac{4}{3} \pi r_c^3 \rho_w N_{cw}$.

Las formas de las ecuaciones anteriores, pueden emplearse solamente cuando la velocidad terminal de las gotas de nube es despreciable.

A continuación se discuten los efectos de la velocidad terminal sobre los enlaces iónicos en gotas de lluvia.

4.4 Enlace iónico sobre gotas de lluvia.

El mismo método de superposición discutido anteriormente para el caso de las gotas de nube, se aplica también para el caso de las gotas de lluvia. Sin embargo, se realizan algunas modificaciones para incluir los efectos hidrodinámicos debido a la velocidad terminal de una gota de lluvia.

Como la velocidad terminal de una gota de lluvia, bajo condiciones eléctricas débiles, es muy grande; entonces, podemos suponer que las razones de enlace de iones positivos y negativos, sobre gotas de lluvia por unidad de volumen de aire, puede escribirse como (Chiu, 1978):

$$\left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t}\right)_R = N_R \left[\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_D + \left(\tilde{I}_{1,2}\right)_E \right] \quad (189)$$

donde $\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_D$ e $\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_E$, son las razones de enlace debido a la difusión iónica y atracción eléctrica respectivamente, para una gota de radio promedio r_c , con una velocidad terminal V_R en un campo \mathbf{E} .

Aquí, $\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_D = 4\pi r_c D_{1,2} n_{1,2}$, ya usada más arriba, excepto que el factor $\left[1 + \left(\frac{r_r V_R}{2\pi D_{1,2}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$, se le agrega para tomar en cuenta los efectos de ventilación, en los procesos de difusión iónica (Gunn, 1954):

$$\left(\tilde{I}_{1,2}\right) = 4\pi r_R D_{1,2} n_{1,2} \left[1 + \left(\frac{r_R V_R}{2\pi D_{1,2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (190)$$

Si $V_R = 0$, esta solución es la misma que $\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_D = 4\pi r_c D_{1,2} n_{1,2}$.

La expresión matemática de $\left(\tilde{I}_{1,2}\right)_E$, surge a partir de los trabajos de Wipple and Chalmers (1944), quienes, a su vez, se basaron en los trabajos de teoría de las gotas de Wilson (1929) al considerar las gotas en movimiento en una atmósfera que contiene iones capaces de capturar otros iones de un signo, bajo ciertas condiciones.

Cuando hay un campo eléctrico \mathbf{E} presente (Chiu, 1978), las condiciones son:

1. Cuando $q_R > q_M$, entonces

$$\left(\tilde{I}_1\right) = 0, \left(\tilde{I}_2\right)_E = n_2 \mu_2 \left(\frac{q_R}{\epsilon_0}\right) \quad (191)$$

2. Cuando $q_R < -q_M$ entonces:

$$\left(\tilde{I}_1\right)_E = -n_1\mu_1 \frac{q_R}{\epsilon_0}, \left(\tilde{I}_2\right)_E = 0 \quad (192)$$

3. Cuando $q_M > q_R > -q_M$, y si \mathbf{E} está en la misma dirección que \mathbf{V}_R , entonces:

$$\left(\tilde{I}_1\right)_E = 0, q_M > q_R > 0; |V_R| > \mu_1 |\mathbf{E}| \quad (193)$$

$$\left(\tilde{I}_1\right)_E = -n_1\mu_1 \left(\frac{q_R}{\epsilon_0}\right), 0 > q_R > -q_M; |V_R| > \mu_1 |\mathbf{E}| \quad (194)$$

$$\left(\tilde{I}_1\right)_E = n_1\mu_1 |\mathbf{E}| (3\pi r_R^2) \left[1 - \left(\frac{q_R}{q_M}\right)\right]^2; |V_R| < \mu_1 |\mathbf{E}| \quad (195)$$

$$\left(\tilde{I}_2\right)_E = n_2\mu_2 |\mathbf{E}| (3\pi r_R^2) \left[1 + \left(\frac{q_R}{q_M}\right)\right]^2. \quad (196)$$

Cuando $q_M > q_R > -q_M$, si \mathbf{E} está en dirección opuesta que \mathbf{V}_R :

$$\left(\tilde{I}_1\right)_E = n_1\mu_1 |\mathbf{E}| (3\pi r_R^2) \left[1 - \left(\frac{q_R}{q_M}\right)\right]^2 \quad (197)$$

$$\left(\tilde{I}_2\right)_E = n_2\mu_2 \left(\frac{q_R}{\epsilon_0}\right), q_M > q_R > 0; |V_R| > \mu_2 |\mathbf{E}| \quad (198)$$

$$\left(\tilde{I}_2\right)_E = 0, 0 > q_R > -q_M; |V_R| > \mu_2 |\mathbf{E}| \quad (199)$$

$$\left(\tilde{I}_2\right)_E = n_2\mu_2 |\mathbf{E}| (3\pi r_R^2) \left[1 + \left(\frac{q_R}{q_M}\right)\right]^2; |V_R| < \mu_2 |\mathbf{E}| \quad (200)$$

Con

$$\begin{aligned} q_R &= \frac{Q_R}{N_R}, \text{ y} \\ q_M &= 12\pi\epsilon_0 |\mathbf{E}| r_R^2. \end{aligned} \quad (201)$$

Desafortunadamente, en la literatura científica no existen aún reportes de datos experimentales, para utilizarlos en trabajar una solución analítica, para el caso en

el cual \mathbf{E} no es paralela a \mathbf{V}_R . Pero, por fortuna existe un método de simulación numérica, que es la única manera para resolver este problema.

Nuestro modelo no es lo suficiente preciso; por simplicidad, sustituimos \mathbf{E} usando la componente E_z a lo largo de la dirección de \mathbf{V}_R . Esto es, sustituimos \mathbf{E} usando su componente E_z a lo largo de la dirección de \mathbf{V}_R , o sea el caso en el cual la dirección de \mathbf{E} es paralela a \mathbf{V}_R . Es interesante hacer notar que la expresión matemática, para el flujo de iones sobre una gota, debido a la atracción eléctrica con efectos de velocidad terminal, aparentemente en ciertas situaciones no tienen dependencia de la velocidad terminal de las partículas, pero son similares a los casos que se muestran en las ecuaciones (182)-(186). Esto es una consecuencia de la hipótesis de que el aire que fluye pasando alrededor de la gota es del tipo "línea de vapor", y también debido a las condiciones de superposición, que fueron aplicadas para calcular la velocidad de los iones y su trayectoria. Por parecernos instructivo, en este punto discutiremos diferentes soluciones y su significado físico, de los efectos de la velocidad terminal, que se muestran en (192) y (182)-(185), respectivamente.

Cuando una gota de lluvia está cargada totalmente de carga positiva o negativa, el flujo de iones hacia las partículas, tiene una forma matemática similar para ambos casos, por lo cual la razón de enlace depende solamente de la carga neta sobre las partículas y, se ha observado, que también dependen de la velocidad terminal de las mismas partículas, y también, que hay una dependencia directa de la velocidad terminal de las partículas dentro del campo eléctrico. Cuando las partículas son polarizadas en un campo eléctrico constante, y se encuentran en reposo con respecto al aire del medio ambiente, podemos realmente ver que, solamente los iones positivos pueden ser atraídos directamente a la región de la carga negativa de las gotas; mientras que las cargas negativas del mismo lado que las gotas, nunca pueden ser atraídas, siendo desviadas por las fuerzas eléctricas. Inversamente, del otro lado de la gota, solamente los iones negativos alcanzan la gota en su región cargada positivamente. Estas situaciones cambian si las gotas tienen velocidades terminales significativas con

respecto a su medio ambiente. Por ejemplo, si \mathbf{E} está en la misma dirección que \mathbf{V}_R , como se muestra en la *figura 2*, la que es semejante a la *figura (1)*, excepto que las gotas de radio r_R tienen una velocidad terminal \mathbf{V}_R , con respecto a su medio ambiente, que coincide con la dirección del campo eléctrico \mathbf{E} , excepto, también, porque las gotas son empelidas hacia la región de la gota que se encuentra cargada positivamente, en el caso de las gotas con carga negativa; y las gotas con carga positiva, dirigidas hacia la región de la gota cargada negativamente. La velocidad de los iones causada por ambos flujos de atracción eléctrica se denota por la notación de la región del campo eléctrico uniforme, en ambos lados de la gota. En la *figura*, también se ve que los iones negativos son empelidos hacia la región de la gota cargada positivamente,

tanto por las fuerzas eléctricas, como por el transporte debido al flujo de aire, y se unen a la gota en una proporción, como si no existieran efectos de velocidad terminal involucrados.

Así, en estos casos la "efectividad" de los incrementos de la densidad de corriente de la llegada de iones negativos se debe a que $\langle \mathbf{V}_R \rangle$ queda compensada por el decremento de la sección transversal, también debido a $\langle \mathbf{V}_R \rangle$, para la captura de los iones negativos.

Igual que para la adherencia de los iones positivos, en este caso tenemos que considerar dos situaciones:

Primero: Cuando $|V_R| > \mu_1 |\mathbf{E}|$, los iones positivos, en el mismo lado de la gota mencionada pueden ser forzados a pegarse a la región de la gota cargada positivamente, y en la parte de las gotas en el interior del flujo de aire, aunque las fuerzas eléctricas tienden a conducirlos a distancias separadas de ellas. Sin embargo, no se unen a las gotas del mismo lado de la gota cargada con iones negativos, siendo curvadas alrededor de las gotas.

Segundo: Hay dos posibilidades para la densidad de estos iones negativos, los cuales pasan alrededor, y de manera muy cercana de las gotas. Si la carga neta de las gotas es negativa, algunos de estos iones se unirán por inducción, a la región de

las gotas cargadas negativamente, cuando pasan alrededor de la gota. La otra forma es cuando la carga neta de las gotas es positiva, entonces todos los iones positivos se curvarán alrededor de la gota grande, uniéndose a ella por la parte trasera, donde se encuentra la carga opuesta. Enseguida cuando $|V_R| < \mu_1 |\mathbf{E}|$ (ver la figura 2), solamente los iones del otro lado de la gota pueden unirse directamente a la región de ella cargada negativamente.

El flujo de iones hacia la gota, es el mismo que cuando los efectos de velocidad terminal disminuye la entrada de la densidad de corriente de los iones positivos, pero aumenta la sección transversal de captura de los iones positivos. Los dos efectos opuestos se compensan exactamente uno al otro, de manera que la razón de unión de los iones positivos permanece inalterable. Estos resultados se representan por la ecuación (195).

La misma explicación, con las mismas modificaciones, se puede aplicar al caso cuando \mathbf{E} está en la región positiva de \mathbf{V}_R , y estos efectos se aplican a gotitas de nube en campos eléctricos muy fuertes, donde \mathbf{V}_c no es despreciable.

Basados en los efectos de coalescencia discutidos, podemos incluir otros efectos relacionados a los procesos de evaporación de las gotas de nube y de lluvia para $\left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t}\right)_c$ y $\left(\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t}\right)_R$, respectivamente.

Cuando el contenido de agua de nube disminuye debido a la evaporación, la parte inferior de la carga neta, asociada con las gotas de nube, libera iones. La cantidad total de iones libres liberados, ocurre de manera que la carga neta por unidad de carga de la superficie de las gotas, permanece constante durante el rompimiento de las gotas debido a la evaporación. Lo mismo se aplica, para el caso del agua de lluvia. Con esto podemos, finalmente, prever las cargas transportadas por las partículas, desde que llegan también, a ser realistas, cuando el tamaño de las partículas se reduce por evaporación.

4.5 Mecanismos de carga por polarización.

En esta sección se discute el término $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{polar}$ usado anteriormente. Pero antes de hacerlo, tenemos que discutir el caso más simple, esto es, la distribución de carga entre dos gotas esféricas, cuando entran en contacto una con la otra dentro de un campo eléctrico \mathbf{E} . La fórmula general para este caso la podemos encontrar a partir de los trabajos de Latham and Mason (1962), Davis (1964), Paluch and Sartor (1973) y Chiu (1978). Consideremos una gota grande de radio r_R , con carga total q_R , la cual colisiona con una pequeña gota de radio r_c con carga neta q_c , bajo la influencia de un campo eléctrico \mathbf{E} . Después del contacto las cargas se distribuyen entre las dos partículas, de manera que, después de la separación, la carga neta de la gota grande llega a ser q'_R ; mientras que la de la gotita pequeña es q'_c .

Ahora, podemos escribir las expresiones matemáticas para el término $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{polar}$

$$\left(\frac{\delta Q}{\delta t}\right)_{polar} = N_R \left(\frac{\delta q_R}{\delta t}\right) \quad (202)$$

Donde N_R es la concentración de gotas de lluvia, con radio medio de cada gota, r_R . Tanto N_R , como r_R son funciones del contenido de gotas de lluvia, l_R , como se muestra en las ecuaciones:

$$N_R = \int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda D} dD, \quad (203)$$

y

$$\rho l_R = \left(\frac{4}{3}\pi r_R^3\right) \rho_w N_R \quad (204)$$

4.6 Transferencia de carga durante el proceso de coalescencia.

Refiriéndonos a la relación $\frac{\delta q_R}{\delta t}$, solamente una fracción de las gotitas que colisionan, pueden separarse a partir de la gota grande, para ser cargadas por el mecanismo de polarización.

De la misma manera, hay $(1 - \langle S \rangle)$ fracción de gotitas que después de chocar coalescen con la gota de lluvia grande.

Bajo tales condiciones, es válido suponer que la carga neta de las gotitas, puede transferirse a las gotas de lluvia. Y, si además, q_c es la carga promedio sobre las gotitas, antes de colisionar y coalescer, podemos, entonces, escribir la ecuación $\left(\frac{\delta Q_c}{\delta t}\right)_{coalesc}$ como sigue:

$$\left(\frac{\delta Q_c}{\delta t}\right)_{coalesc} = N_R \{ E_f |V_{cR}| N_c (\pi r_R^2) (1 - \langle S \rangle) q_c \} \quad (205)$$

CAPÍTULO CINCO.

EXPERIMENTOS NUMERICOS Y CONCLUSIONES.

5.1 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS.

El modelo descrito en este trabajo (capítulos 2-3) se basa en la versión Bidimensional desarrollado por Nickerson et. al. (1986). Este acopla la dinámica, termodinámica y procesos microfísicos de nubes. Por lo tanto, permitiendo la interacción y retroalimentación entre procesos microfísicos de nubes calientes, la temperatura, humedad y campos de viento. En los modelos de mesoescala se usa frecuentemente el modelo de Kessler en los procesos microfísicos. Ahora en este trabajo se usa el esquema de Berry y Reinhardt (1974) el cual se derivó de las ecuaciones de coalescencia estocástica.

El dominio del modelo es una sección transversal vertical Este-Oeste de 360 km. que cruza el valle de México. En la vertical hay 15 niveles igualmente espaciados en el sistema de coordenadas ν y el tope del modelo es en 100 mb.

El modelo se inicializa con un radiosondeo del día 26 de sep-2003 (fig.8).

Durante la corrida del modelo se generó una nube, por el forzamiento orográfico, arriba de la montaña Este.

La microfísica está decrita por variables de pronóstico q_v , q_{cw} , N_{cw} , q_{rw} y N_{rw} .

Los términos fuente y sumideros de humedad indican “*auto*” y es la autoconversión de gotas de nube a gotas de lluvia; “*acre*” es la acreción de gotas de nube por las gotas de lluvia; “*eva*” y “*sed*” están relacionadas con la evaporación y sedimentación de la lluvia.

Se consideró

1.- $G \approx 10^7 m^{-3} s^{-1}$, debido a la presencia en algunos lugares de material radiactivo en la cortesa terrestre.

2.- Para la atmósfera tenemos: $G \approx 4-5 \times 10^7 m^{-3} s^{-1}$, en las latitudes medias y en aproximadamente 15 km. de altura sobre el nivel del mar.

3.- Al nivel del mar: G se reduce a $G \approx 10^6 m^3 s^{-1}$

Para un caso de condiciones estacionarias puede reducirse a (Volland, 1984), y con la hipótesis de que $n_1 = n_2 = n$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - \alpha n^2 - BN_a n = 0 \quad (206)$$

α es el coeficiente de recombinación y $\alpha = 2 \times 10^{-12} m^3 s^{-1}$, $B \approx 1 \times 10^{-11} m^3 s^{-1}$ es un coeficiente de enlace, N_a es la densidad numérica de partículas de aerosol. De donde:

$$n = \frac{\left[-BN_a + (B^2 N_a^2 + 4\alpha G)^{\frac{1}{2}} \right]}{(2\alpha)} \quad (207)$$

La N_a es muy variable y depende de la orografía, las condiciones meteorológicas y de la contaminación existente en las grandes ciudades.

Los valores típicos de N_a sobre los continentes es de $N_a \approx 10^{10} m^{-3}$ y sobre los océanos $N_a \approx 10^9 m^{-3}$. Por lo que obtenemos que la densidad numérica promedio de los iones pequeños, sobre los continentes y los océanos es del orden de $n = 10^8 - 10^9 m^{-3}$. Por otro lado sobre la ionósfera se tiene $n \approx 10^{12} m^{-3}$, esto es muy grande.

La discusión anterior se puede generalizar un poco en la forma siguiente: Supongamos que existe un estado inicial estable con producción de iones de manera que las variables iniciales son solamente función de la altura. Entonces, del balance de estado estacionario, se puede describir:

$$\frac{d}{dz} (\mu_1 n_1 E_z) = G(z) - \alpha n_1 n_2 \quad (208)$$

y

$$-\frac{d}{dz} (\mu_2 n_2 E_z) = G(z) - \alpha n_1 n_2 \quad (209)$$

Donde E_z es el perfil del patrón del campo eléctrico, definido por Gish (1944), que la exhibió como una exponencial decreciente con la altura, de manera que:

$$E(z) = - \sum_{i=1}^3 E_i \exp[-\alpha_i z] = E_o \left[\begin{array}{l} b_1 \exp(-a_1 z) + b_2 \exp(-a_2 z) \\ + b_3 \exp(-a_3 z) \end{array} \right] \quad (210)$$

En esta última ecuación, los parámetros, E_o , a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 y b_3 , varían para ajustarse al perfil vertical. Este perfil del campo eléctrico vertical, está relacionado con la densidad de iones pequeños por:

$$\frac{dE}{dz} = \frac{e}{\epsilon} (n_1 - n_2) \quad (211)$$

Restando e integrando en la vertical, obtenemos:

$$e(\mu_1 n_1 + \mu_2 n_2) = k_e E = J_{fw} \quad (212)$$

Donde J_{fw} (en amperes por metro cuadrado), es la corriente de conducción Tierra-aire, que se supone constante.

Al resolver las ecuaciones como simultáneas para n_1 y n_2 tenemos:

$$n_1 = \left(\frac{J_{fw}}{E} + \mu_2 \varepsilon E' \right) \frac{1}{e(\mu_1 + \mu_2)} \quad (213)$$

y

$$n_2 = n_1 - \frac{\varepsilon E'}{e}. \quad (214)$$

Ahora bien, si suponemos, siguiendo a Shreve (1970), que la movilidad iónica polar varía exponencialmente con la altura, de manera que:

$$\mu_{1,2} = C_{1,2} \exp(\beta z) \quad (215)$$

donde $C_1 = 1.4 \times 10^{-4}$, $C_2 = 1.9 \times 10^{-4} m^2 V^{-1} s^{-1}$ y $\beta = 1.4 \times 10^{-4} m^{-1}$.

Finalmente, la función de generación de rayos cósmicos galácticos $G(z)$, la cual, después de algunas manipulaciones algebraicas nos da:

$$G(z) = \frac{\mu_1 \mu_2 \varepsilon}{e(\mu_1 + \mu_2)} \left[\beta E E' + (E'_z)^2 + E E'' \right] + \alpha n_1 n_2 \quad (216)$$

El estado del campo eléctrico inicial de buen tiempo, de la atmósfera, se determina mediante un cambio apropiado de los valores E_o , a_i , b_i y J_{fw} .

En las condiciones de frontera del tope, se mantienen constantes los valores de las razones de mezcla de los hidrometeoros y sus cargas asociadas son todas igual a cero. También la concentración de iones pequeños y el potencial eléctrico se mantienen sin cambio en sus valores iniciales. El potencial sobre el tope del modelo se obtiene por integración sobre la longitud del dominio y empleando el perfil del campo eléctrico. Estas constricciones sobre el potencial eléctrico son algunas veces irreales y, una condición de frontera que involucre la derivada del potencial en el tope puede anticiparse (o ser divisada), es decir inferirse. En la condición de frontera inferior, que consistente de la hipótesis de que la superficie de la tierra en su parte plana se comporta como una de las placas de un conductor de placas planas paralelas, donde

el potencial es un conjunto igual a cero. En las condiciones de la frontera laterales, los gradientes horizontales de cada variable se suponen, también, igual a cero. Estas constricciones sobre el potencial dan resultados de $E_x = 0$ en todas las condiciones de frontera y de E_z calculadas en todas las fronteras.

La resistencia específica de la atmósfera en condiciones de buen tiempo (Volland, 1984) se calcula como:

$$r_e(z) = \frac{1}{K_e(z)} = \sum_{i=1}^3 r_{ei} \exp[-\alpha_i z] \quad (217)$$

donde $r_{e1} = 4.57 km^{-1}$, $r_{e2} = 0.375 Km^{-1}$, $r_{e3} = 0.121 Km^{-1}$; y $\alpha_1 = 46.9 \times 10^{-12} \Omega m$, $\alpha_2 = 22.2 \times 10^{-12} \Omega m$ y $\alpha_3 = 5.9 \times 10^{-12} \Omega m$.

Por lo que al nivel del mar la conductividad eléctrica es:

$K_e(0) = \frac{1}{r_e(0)} = 1.33 \times 10^{-14} \frac{s}{m}$, el cual puede variar por un factor de 10 dentro de la capa límite planetaria o, también en la estratósfera.

La resistencia en una columna es:

$$\Gamma = \int_0^z r_e(z) dz = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{ei}}{\alpha_i} \right) [1 - \exp(\alpha_i - z)] \quad (218)$$

Podemos calcular la resistencia total de la atmósfera como:

$$R_A = \frac{\Gamma_A}{A_A} = \frac{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_{ei}}{\alpha_i} \right)}{A_A} = 230 \Omega \quad (219)$$

Donde A_A es el área de la superficie terrestre.

En regiones de buen tiempo uno mide una densidad de corriente, dirigida hacia abajo, del orden de $J_{FW}(z) = -2 \times 10^{-12} Am^{-2}$, la cual es el resultado de la actividad global de las tormentas eléctricas, que se ha notado que es constante con la altura. Puesto que el aire es débilmente conductor, la corriente está acompañada por un campo eléctrico dirigido hacia abajo del orden de $E(z) \approx 100 \frac{V}{m}$ sobre el suelo.

La Ley de Ohm indica que:

$$E(z) = r_e(z) J_{FW}(z).$$

De donde obtenemos que:

$$E(z) = - \sum_{i=1}^3 E_i \exp[-\alpha_i z] \quad (220)$$

donde $E_i = |J_{FN}| r_{e_i}$

Por integración podemos obtener el potencial eléctrico Φ entre el suelo y otra altura z :

$$\Phi = - \int_0^z E(z) dz = \sum_{i=1}^3 |J_{FW}| \left(\frac{r_{e_i}}{\alpha_i} \right) [1 - \exp(-\alpha_i z)] \quad (221)$$

Y el potencial eléctrico atmosférico (entre el suelo y la ionósfera) es:

$$\Phi_A = -\Gamma J_{FW} \approx 240 \text{KV} \quad (222)$$

el cual varía entre 180 y 400KV .

En general Φ_A varía temporalmente y $\Phi(0) = 0$. es lo que se mide en el suelo. Por lo tanto, la densidad de corriente eléctrica total en una atmósfera de buen tiempo es:

$$J_A = -\frac{\Phi_A}{R_A} \approx -1 \text{KA} \quad (223)$$

El campo eléctrico cuasiestático sobre la superficie terrestre, es siempre ortogonal al suelo. Esto indica que la superficie de la tierra se comporta de manera semejante a una capa equipotencial eléctrica para este campo eléctrico casi continuo.

La resistencia en una columna de aire es:

$$\Gamma = \int_0^z r_e(z) dz, \quad (224)$$

es menor en una montaña que a nivel del mar, por lo que un potencial constante Φ_A , en un tiempo dado, producirá una mayor densidad de corriente en una área montañosa que a nivel del mar.

La presión de vapor de agua varía durante el día, por lo que hay un cambio en la razón de iones pequeños a grandes y, por lo tanto, hay un cambio en la resistencia de una columna dentro de la capa límite planetaria.

La niebla, los aerosoles, la lluvia o también las partículas contaminantes generadas en las áreas industriales de las grandes ciudades, pueden alterar la conductividad eléctrica cerca del suelo y puede ser diferente a las de una área rural.

También las erupciones volcánicas y los gases que de ellos se arrojan a la atmósfera, pueden aumentar dramáticamente el contenido de aerosoles de la atmósfera y así decrecer la conductividad eléctrica, lo cual provoca que en estos casos aumente el potencial eléctrico atmosférico global².

²Cuando hace erupción un volcán se generan fuertes descargas eléctricas.

El campo eléctrico estático es producido por las cargas eléctricas.

Como $E(z)$ decrece con la altura, entonces la carga espacial eléctrica también decrece, cuya distribución se obtiene de la Ley de Gauss: $\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) = q$, de la cual se obtiene:

$$q = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (225)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del aire; con la $E(z)$ dada arriba obtenemos que:

$$q(z) = \sum_{i=1}^3 q_i \exp(-\alpha_i z) \quad (226)$$

donde

$$q_i = \epsilon \alpha_i E_i.$$

$$E_1 = 93.8 \text{ V/m}$$

$$E_2 = 44.4 \text{ V/m.}$$

$$E_3 = 11.8 \text{ V/m.}$$

La carga espacial al nivel del mar es:

$q_A = 3.92 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3$, lo cual corresponde a un exceso de iones pequeños con carga positiva a nivel del mar de:

$$n_+ - n_- = \frac{q_A}{q_e} = 2.5 \times 10^7 \text{ m}^{-3} \quad (227)$$

la cual es menor comparado con la densidad de iones rápidos sobre el suelo de $n = 10^9 \text{ m}^{-3}$.

La carga espacial total en la columna atmosférica es:

$$\hat{q}_A = \int_0^\infty q dz = \sum_{i=1}^3 \frac{q_i}{\alpha_i} = 1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 \quad (228)$$

de lo cual resulta que la carga total en la atmósfera es:

$$Q_A = \hat{q}_A F_E = 67 \text{ KC} \quad (229)$$

La carga espacial total inducida sobre la superficie de la tierra es entonces: $-Q_A$.

En áreas locales donde hay polvo o niebla, la conductividad eléctrica puede reducirse, así que la carga espacial se aumenta en estas zonas o capas formándose los gradientes horizontal de cargas.

Las observaciones han demostrado que la carga eléctrica en las nubes cumulonimbus es transportada principalmente por las gotas y cristales de hielo, las gotas de nube transportan más las cargas positivas y las gotas de lluvia llevan más a las cargas negativas.

En las nubes calientes de desarrollo convectivo, la parte más cargada de la nube se presenta cuando se lleva a cabo el proceso de precipitación y por el lado opuesto de las corrientes ascendentes.

La cantidad de carga por gota, Q_{drop} , depende del tamaño de la gota. por ejemplo para las de 1 mm de diámetro tenemos $\frac{Q_{drop}}{q_e} = 2 \times 10^7$ cargas elementales.

5.2 RESULTADOS Y CONCLUSIONES:

- 1) Se formula la parametrizaron de los procesos eléctricos de la atmósfera
- 2) Se realizaron experimentos numéricos, donde se acopló, la dinámica, la termodinámica y los procesos microfísicos de nubes.
- 3) Durante las simulaciones numéricas se generó una nube en el tope de las montañas.

5.3 COMENTARIOS : Por lo que se lee en este capítulo y en los resultados y conclusiones, en este trabajo se logró parametrizar y, logramos generar una nube.

SUGERENCIAS. Se sugieren para trabajos posteriores, incorporar los procesos electricos de la atmósfera al modelo. Esto es, incorporar la parte eléctrica al modelo de Nickerson.

Referencias.

Alan, L. Anderson J. P. 1980 *Atmospheric aerosols*. 325-pp. American Geophysical Union.(481).

Abbas M. A. and Achenbach, E. 1972. *Functional dependence of drag coefficient of a sphere on Reynolds numbers*. *Physics. Fluid.* **14**, pp75-86.

Abraham. J. M. and J. Latham,1969. *Electrification of chargedwater drops falling in an electricfield*.*Quart. J. Royal Meteor.Soc.*, **94**, 79-96

Abbas. J. M. and J. Latham,1981. *The disintegration and electrification of chargedwater drops falling in an electricfield*.*Quart. J. Royal Meteor. Soc.***95**,83-96.

J.Roy. Meteor. Soc.

-Byers, H. R., *Elements of cloud Physics*, 191 pp., University of Chicago Press, Chicago Ill., 1965.

-Chalmers, J. A., *Atmospheric Electricity*, 2nd ed., 515 pp., Pergamon, New York 1976.

Chiu, C. S., Convective electrification of cloud, Ph.D. dissertation, N. Mex. Inst of mining and Technol., Socorro, 1974.

-Chin-Shan Chiu. Numerical Study Cloud Electrification in an Axisymmetric, Time-Dependent Cloud Model. *Journal of Geophysical research*, pp345-348. October, 1978.

-Evelyne Richard and Nadine Chaumerliac. *Effects of Different Rain Parameterizations on the Simulation of Mesoscale Orographic Precipitation*, pp1603-1608. *LAMP/OPGC*, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France.

Journal of Applied Meteorology. November, 1989.

-Curry and Wester, H. L , *Nucleos de condensación y de aiken*, pp-345pp348.

Journal of geophysic Atmospheric, vol 34, 1999.

-Everest-C. Nickerson, Eveline Richard and Robert Rosset, *Simulación numérica de nubes, lluvia y corrientes de aire sobre los Vosgues y las montañas A-meso β Modelo*, con para metrificaciones microfísicas.

-Goody., *Físico-Química de la Atmósfera*. pp136-203.Mc Graw-Hill. New York

- Gunn., *Diffusion charging of Atmospheric droplets by ions, and the resulting combination coefficients*. U.S. Weather Bureau, Journal of Meteorology. Vol. 3, October, 1954.
- Hans Volland. *Atmospheric Electrodynamics*. pp69-78 Springer-Verlag., Berlin Heidelberg New York Tokyo 1984.
- Hans R. Pruppacher and James D. Kleit. *Microphysics of clouds and precipitation*, cap. 17: *The electrical state of the atmosphere and its effects on cloud microphysics*, pp580-620. D. Reidel Publishing Company. London: England. 1986.
- James R. Holton, *An introduction to Dinamic Meteorology*, pp-27-53, Academic Press. Ney York San Francisco London.
- Helsdon John H, Jr., and Richard D. Farley. *A numerical Modeling Study of a Montana Thunderstorm: 2. Model Results Versus Observations Involving Electrical Aspects*. Vol.39 No. 17, pp5661-5670.
- Levin Z. and Ziv. A., : *Thundercloud Electrification, 1979*, J. Atms.Sci. 30, 1942-1974.
- Ziv. A, Levin Z *Cloud growth and electrical development*, 1980, J. Atms.Sci. 30, 1942-1974
- Mason, B. J. *The Physics of cloud, 3rd ed.* 671 Cap. 9 : The electrification of Clouds, pp-483-566, Clarendon, Oxford, 1981.
- Murphy Arteaga R. S. *Teoría Electrodinámica*. pp152-153, 176-181. Trillas 2001.
- Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Mtthew Sands. *Lectures on Physics*.1965, Vol. 2. Cap.9- pp9-17-918. Fondo eEducativo Interamericano.
- R. R. Rogers *A Short Course in Cloud Physics*. p 248 . Edición en español 1977 Editorial Reverté S. A.
- Smythe W. P Yr. 19 87: *Static and Dynamic Electricity 2nd. ed.* , McGraw-Hill, 717 pp.
- Wallace Srivastava N. A and Hobbs, *Cloud dynamics and precipitation model*. J. Appl. Meteor., 9, 1998, pp385-403.

APÉNDICE

FIGURAS.

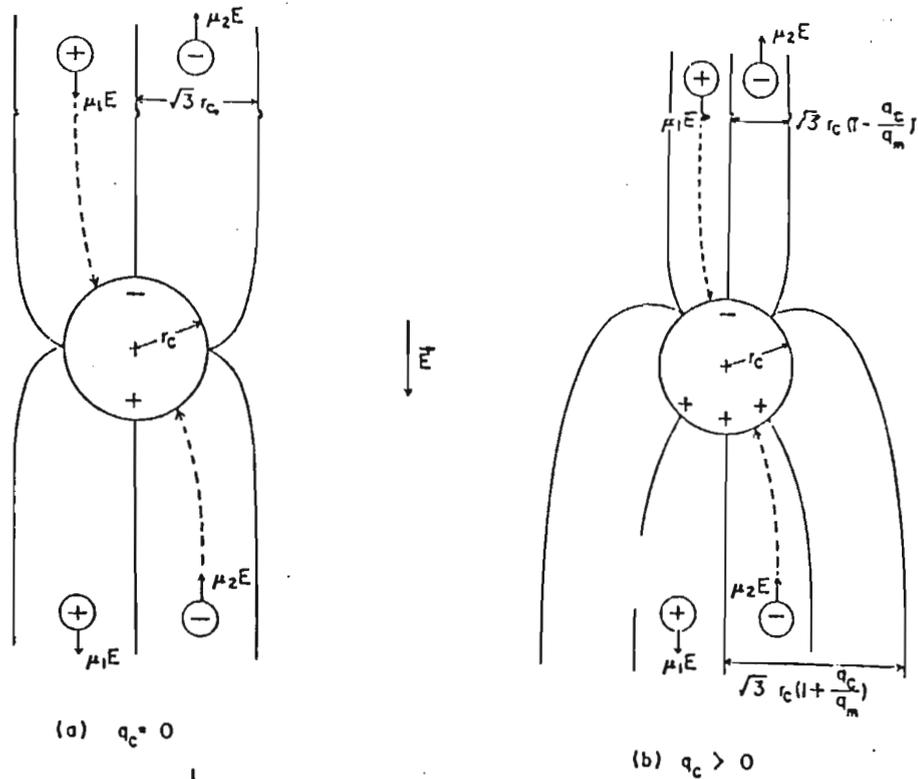


Fig. 1

Esta figura nos muestra la sección transversal de captura de iones por una gota. Las líneas del campo eléctrico alrededor de la gota de radio r_c , polarizada en el campo eléctrico E , muestran el radio de la sección transversal de la captura de iones por la gota, cuando transporta carga : a) 0', b) positiva. Los símbolos más y menos, denotan ciertos iones positivos y negativos, respectivamente, los cuales existen en el lado de la gota donde hay un campo eléctrico remanente uniformemente distribuido. Las líneas cortadas muestran esquemáticamente, la trayectoria de los iones que pueden enlazarse a la gota y ionizarla. Los pequeños vectores que salen de los círculos pequeños, que representan los iones pequeños, representan las velocidades de los iones.

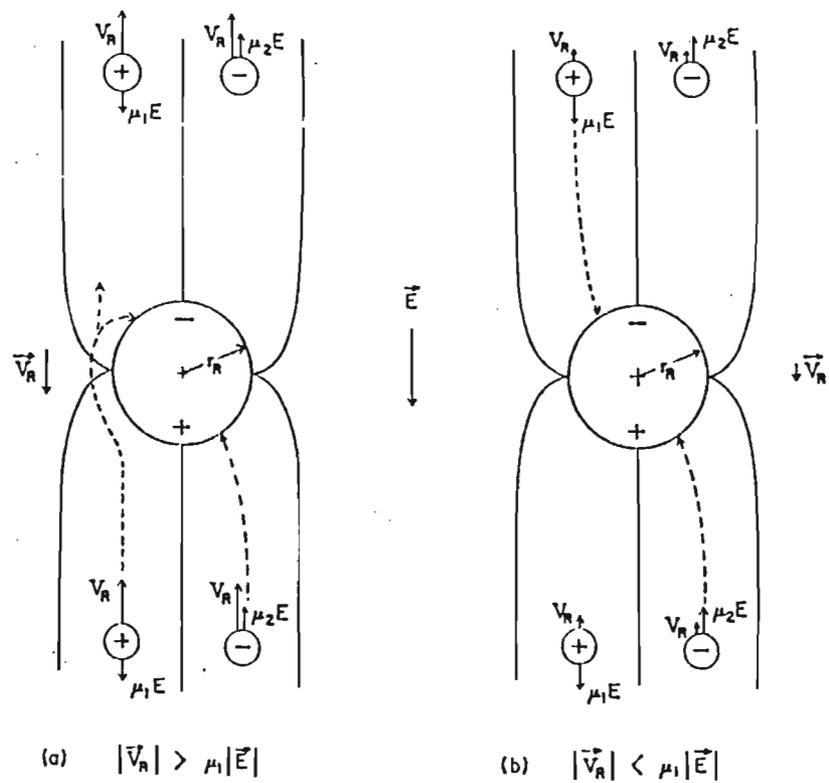


Fig. 2

De la misma manera que para la figura 1, excepto que la gota de radio r_R , tiene una velocidad terminal V_R , con respecto al medio ambiente que la rodea. La dirección de V_R y E coinciden. La velocidad de los iones, causada tanto por el flujo de aire, como por la atracción eléctrica, se representa usándola notación vectorial. en la región de campo eléctrico uniforme, en ambos lados de la gota.

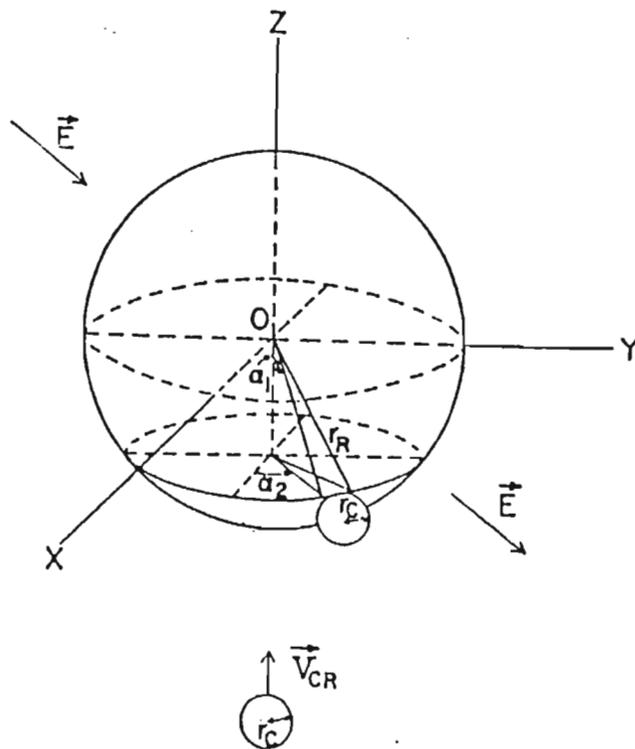
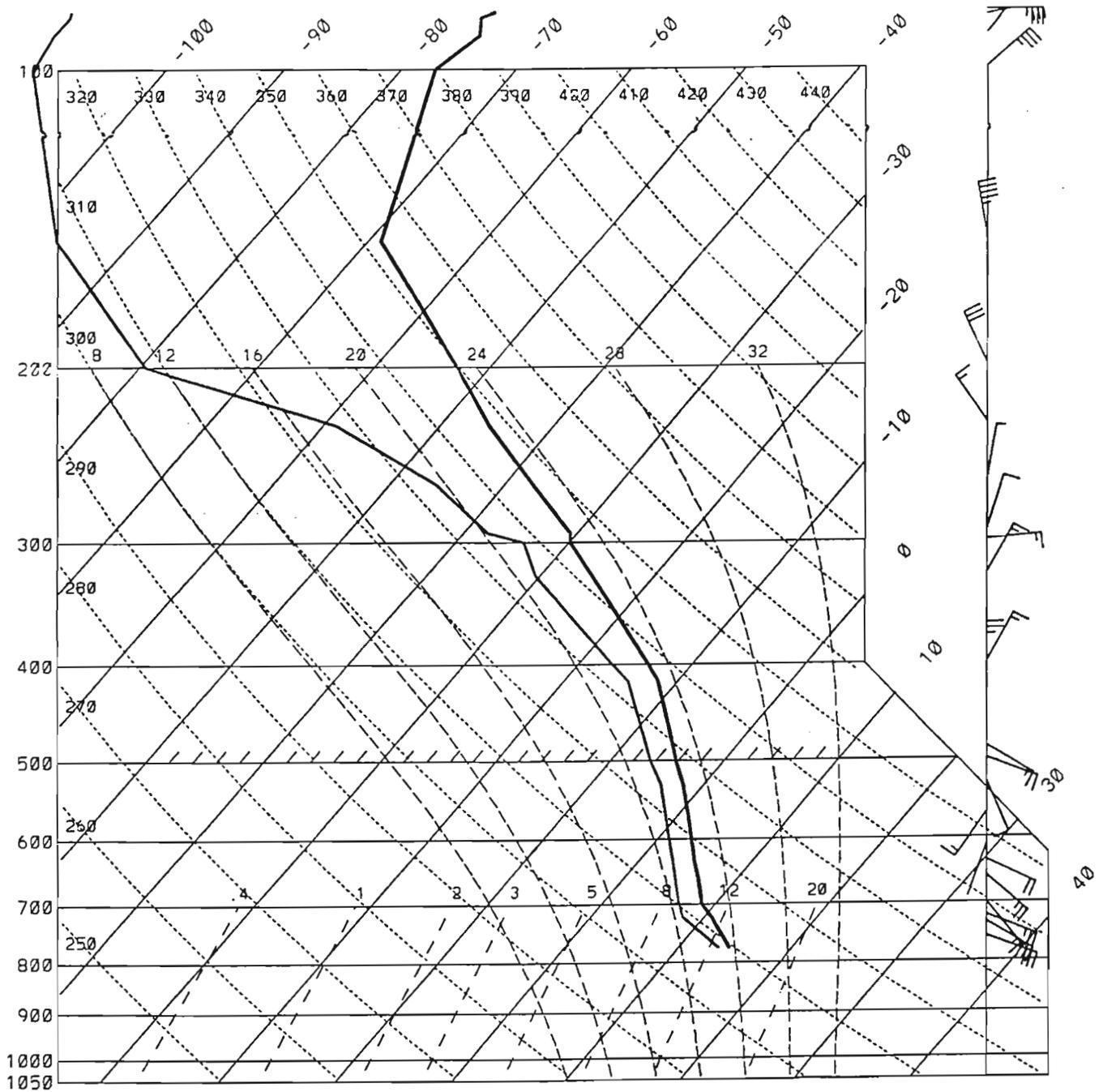


Fig. 3

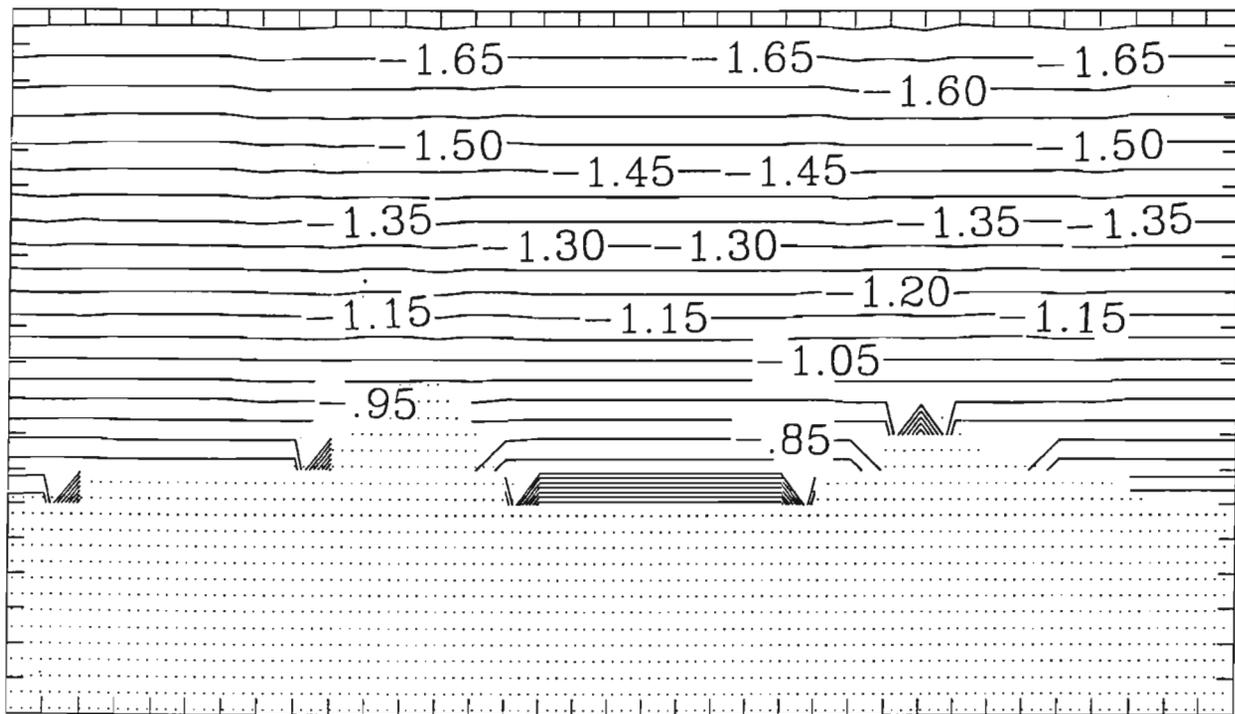
Configuración esquemática de una gota de radio r_c , que colisiona con otras gotas de radio r_R , dentro de un campo eléctrico \vec{E} . Una gota puede colisionar con cualquier otra gota, a cualquier ángulo: $0 < \alpha < \pi/2$. y cualquier ángulo, desde $0 < \alpha_2 < 2\pi$, con velocidades relativas \vec{V}_{CR} , con respecto a la gota más grande.



Diag. (Skew-T, Log P), SMN Mex. 260903

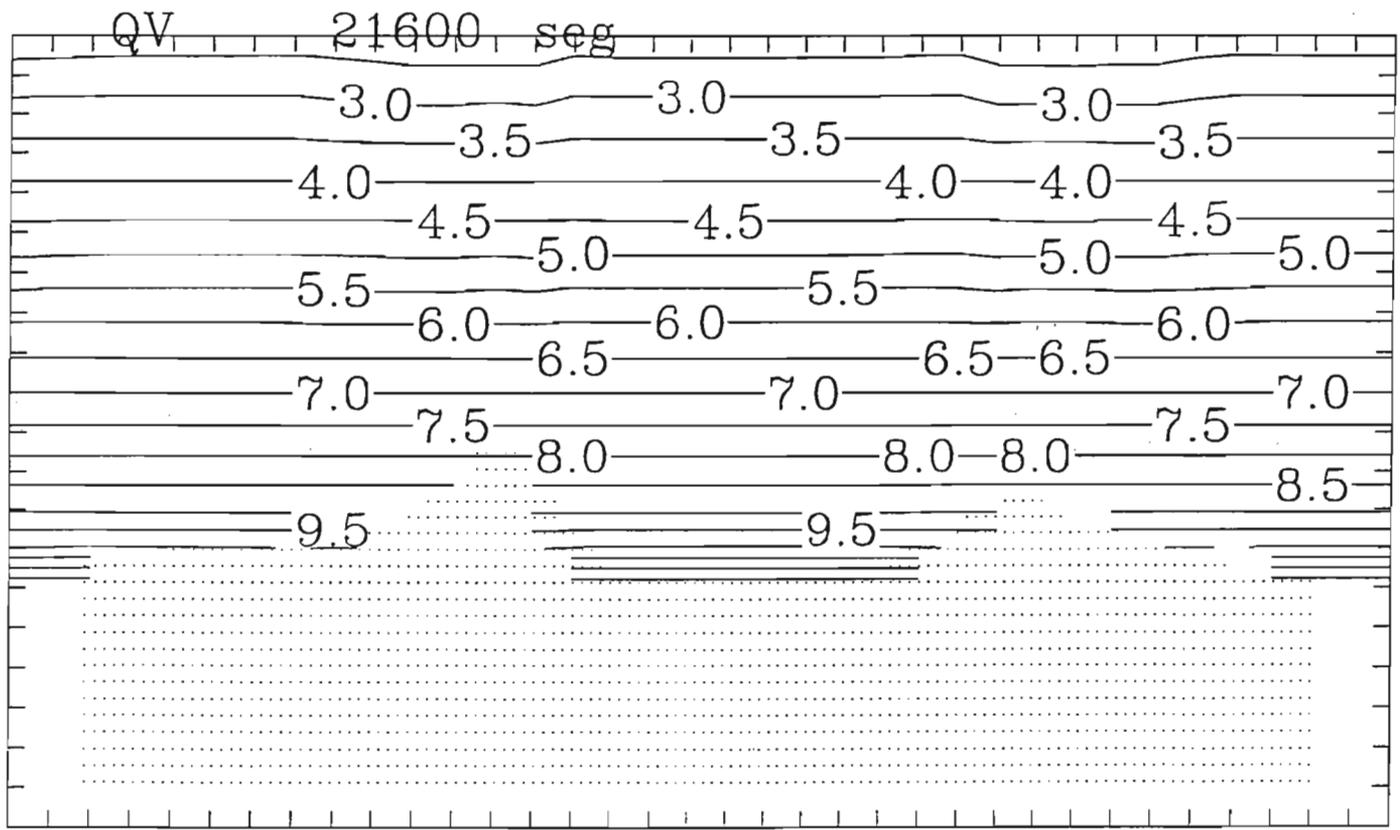
fig.(4).Radiosondeo del día 26 de sep 2003 de la estación del SMN.

U 21600 seg



CONTOUR FROM -1.7 TO -.7 BY .05

fig.(5). Componente U del viento inicial, en m/s,
la zona punteada indica el terreno (sección transversal vertical)



CONTOUR FROM 2.5 TO 11.5 BY .5

fig (6). Razón de mezcla, q_v , del vapor de agua inicial utilizado en el modelo.

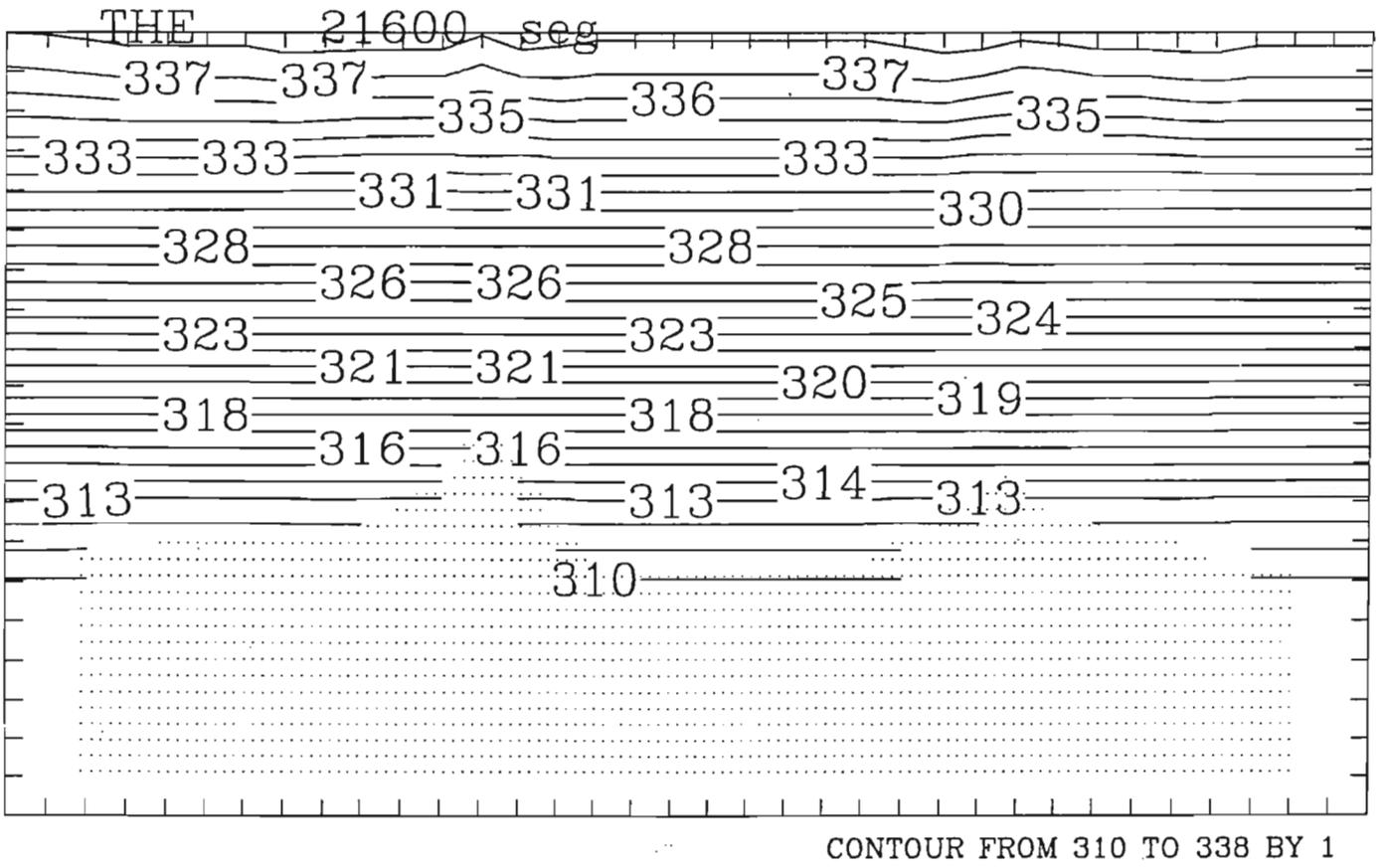


fig. (7). Contornos de temperatura potencial, θ , en K inicial.

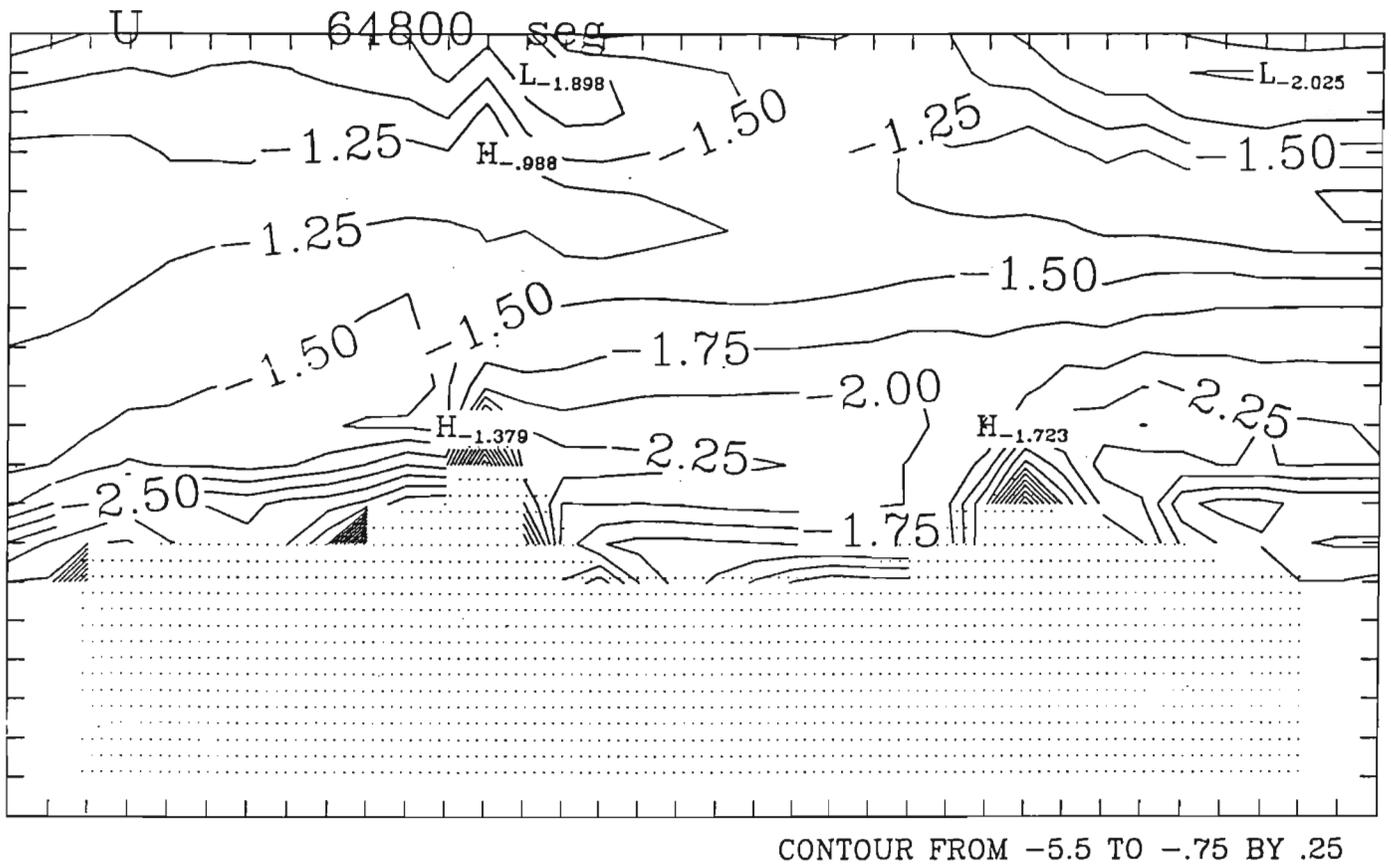


fig. (8). Sección transversal de la componente del viento U, después de 12 h. de corrida del modelo.

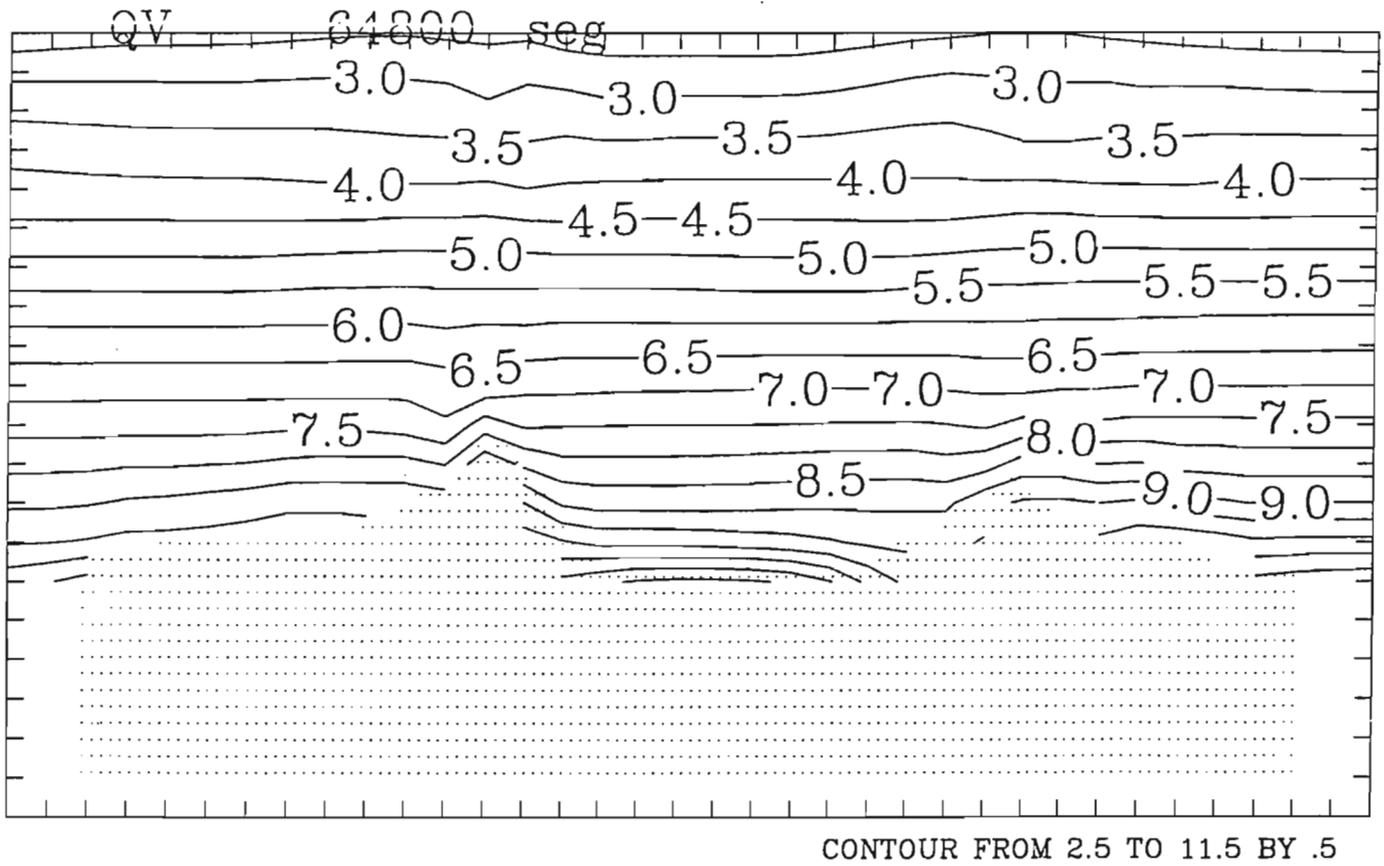


Fig. (9). Sección transversal vertical de la razón de mezcla del vapor de agua, q_v , después de 12 h. de corrida del modelo.

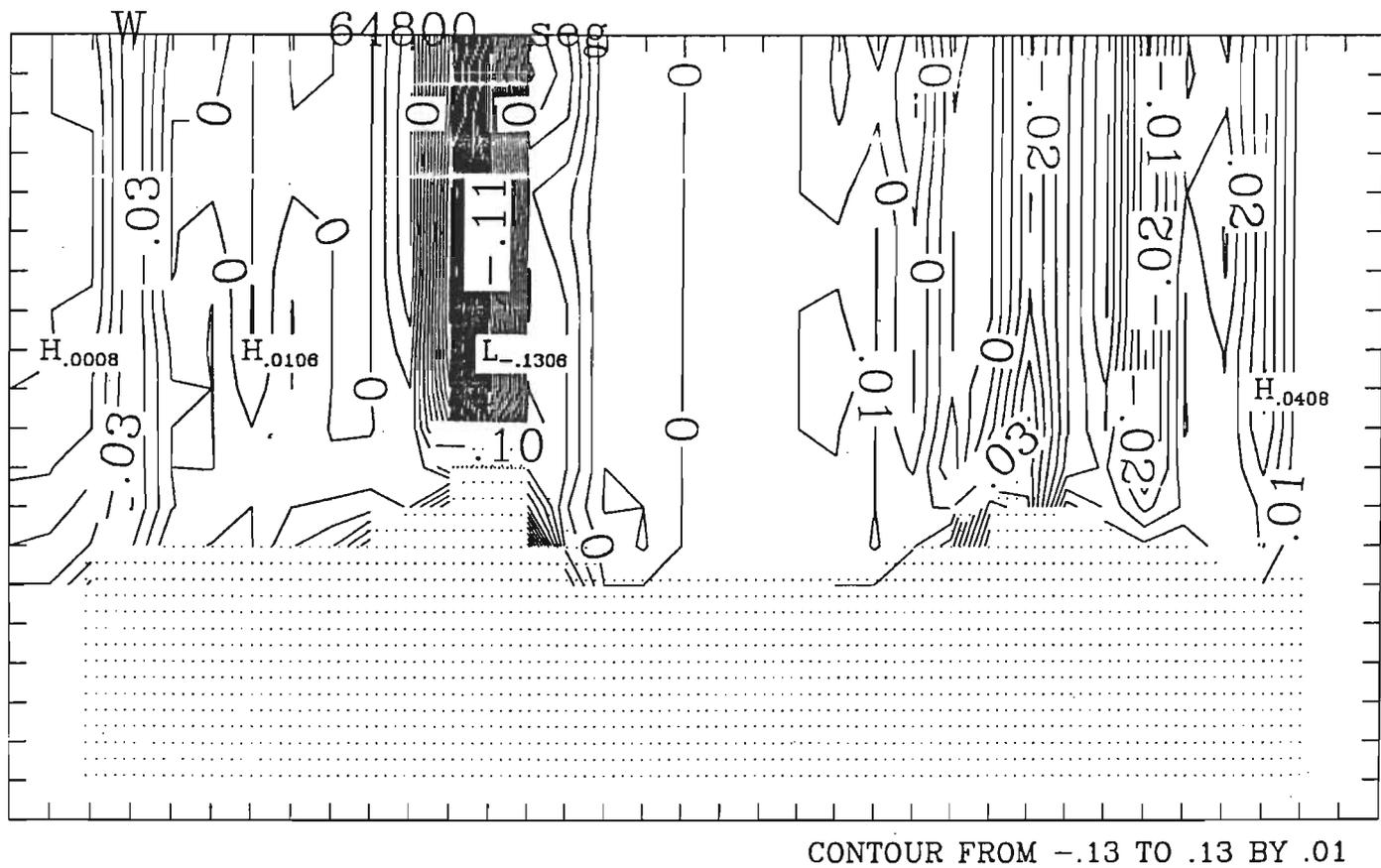
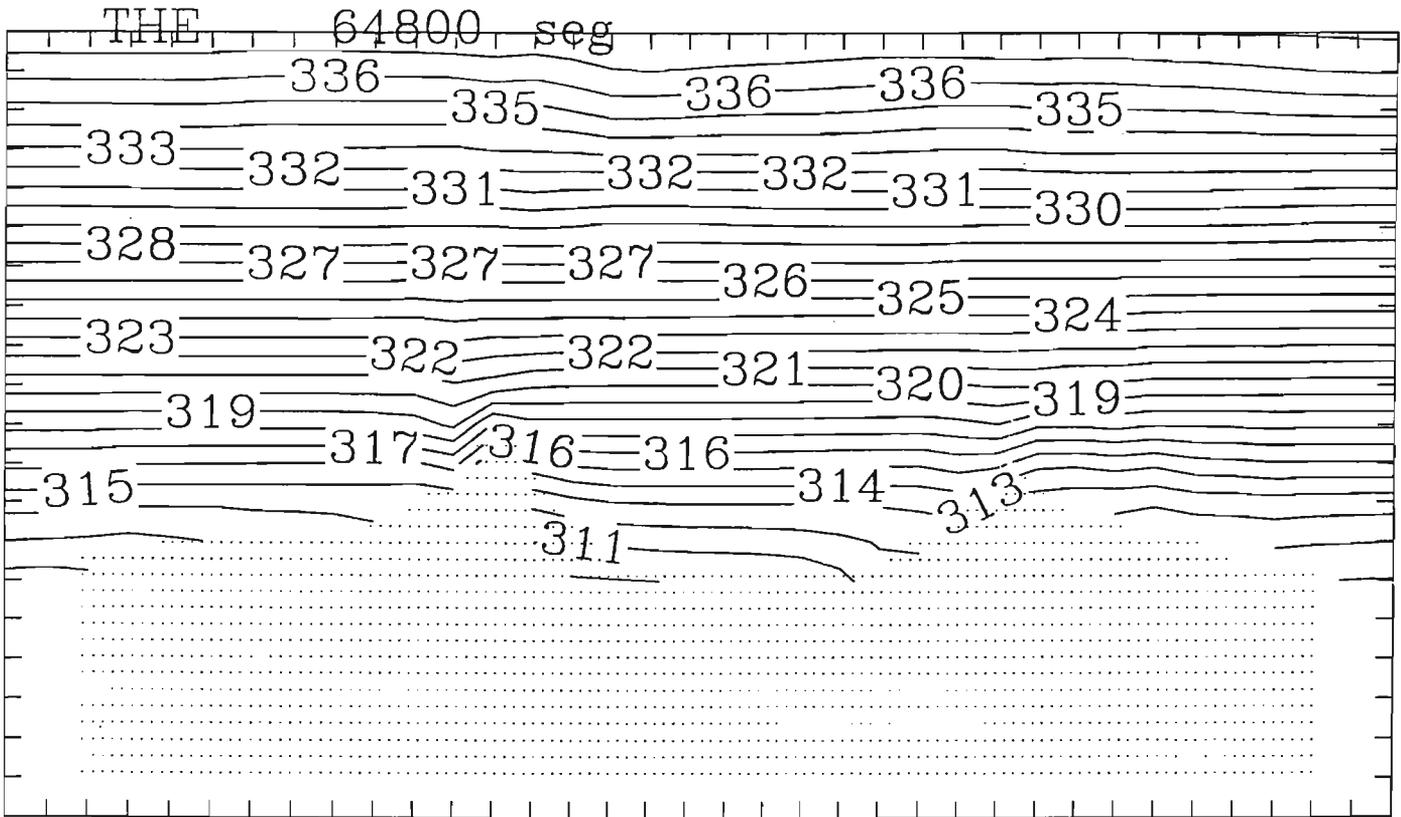


fig.(10). Contornos de velocidad vertical w , en m/s,
después de 12 h. de simulación del modelo.



CONTOUR FROM 310 TO 338 BY 1

Fig.(11) Contornos de temperatura potencial después de 12 h. de corrida del modelo.

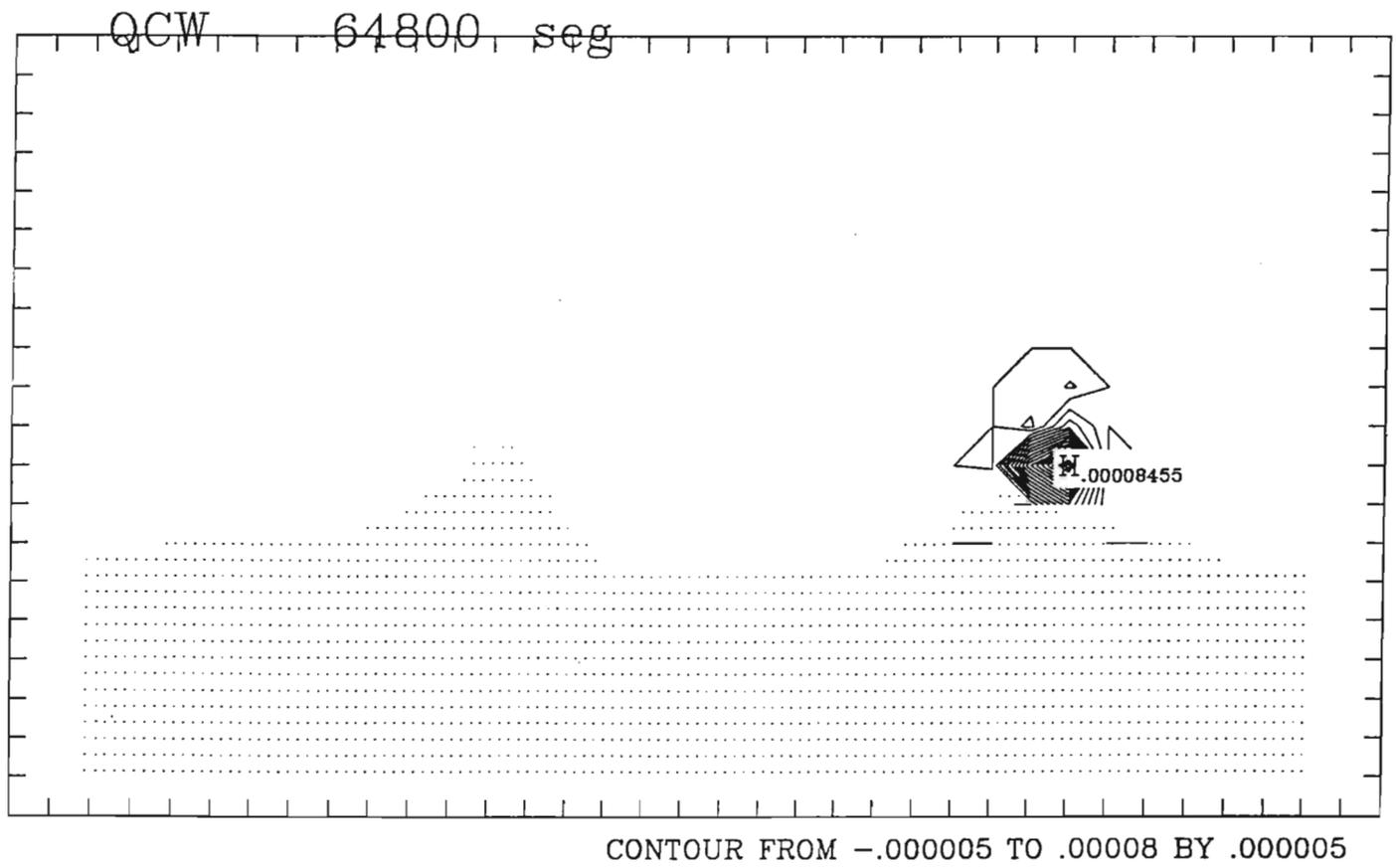


Fig. (12) Sección transversal vertical de la razón de mezcla de agua de nube, q_{cw} , a 12 h. de corrida del modelo.

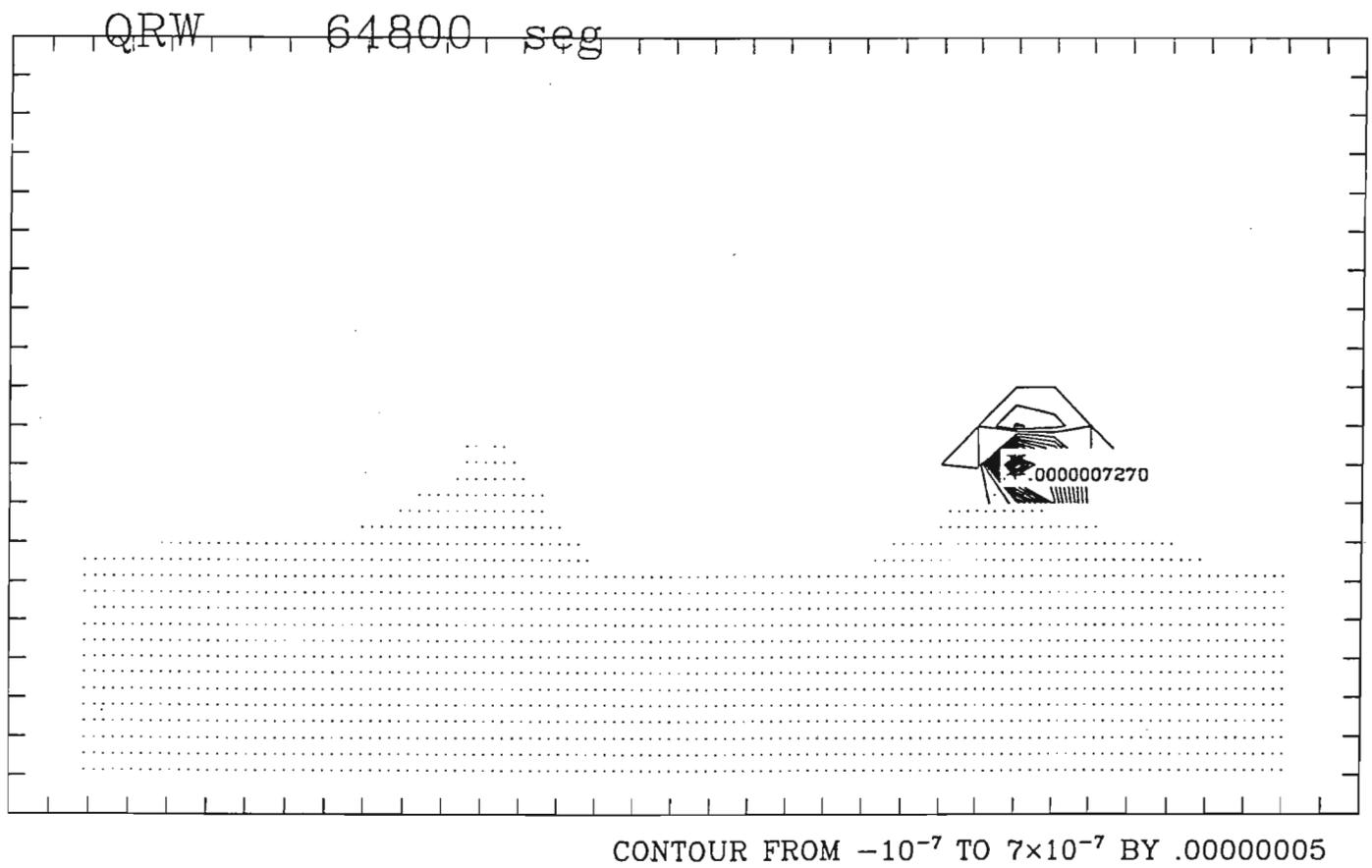


Fig. (13) Sección transversal vertical de la razón de mezcla de agua de lluvia, q_{rw} , a 12 h. de corrida del modelo.

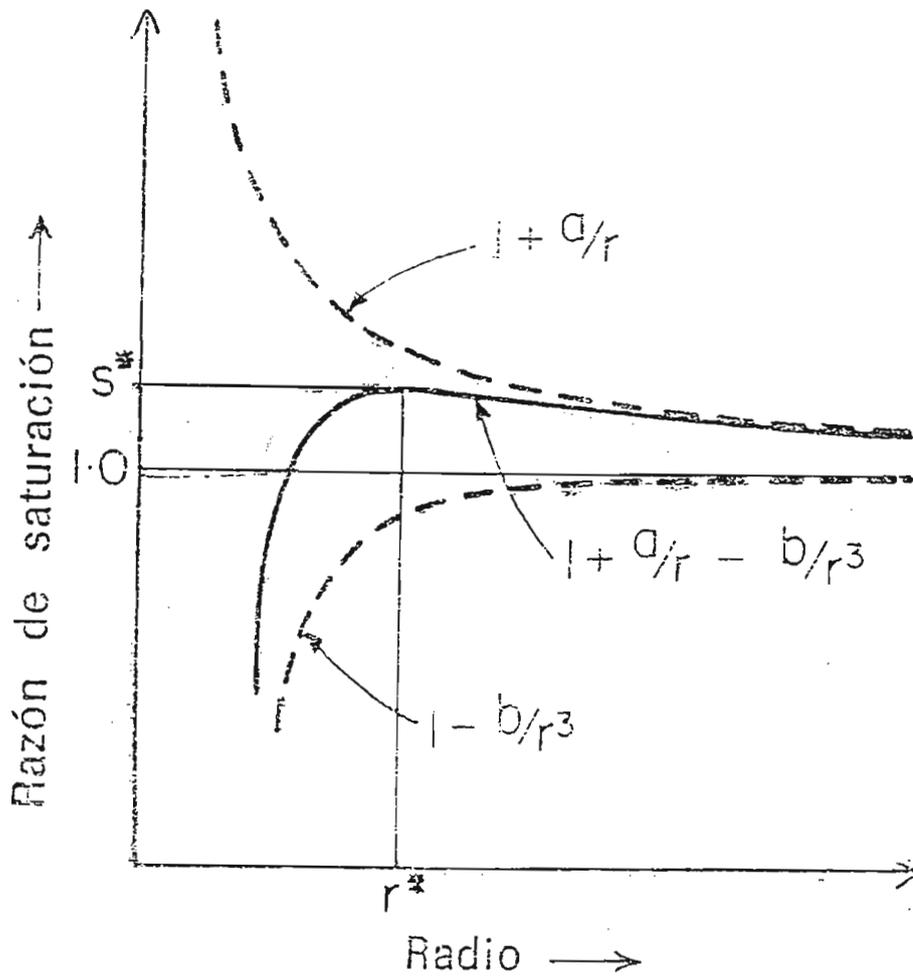


Fig. (14). Muestra la razón de saturación de equilibrio, en función del tamaño de la gotita de disolución. La curva muestra que el efecto de la disolución domina para valores de r suficientemente pequeños de modo que una gota de disolución muy pequeña puede encontrarse en equilibrio a humedades relativamente inferiores al 100 %